

4257
= 2





樓閣想集

卷一
正比
十八百五十三半

長海
比半
日
日
日



2
157

一千八百五十三年

算學啟蒙



昭和44年5月20日寄
平野金之助氏贈

44 1350



數學啟蒙目錄

卷一

- 數目
- 減法
- 各種數表
- 諸等通法
- 諸等乘法
- 通分
- 加分
- 除分
- 小數減法
- 循環小數
- 正比例
- 轉比例
- 命位附是隻
- 乘法
- 諸等化法
- 諸等加法
- 諸等除法
- 求等數法
- 減分
- 小數
- 小數乘法
- 分化小數法
- 加法
- 諸等命法
- 諸等減法
- 命分
- 約分
- 乘分
- 小數加法
- 小數除法
- 合率比例

卷二

- 按分遞折比例
- 和較比例
- 開平方
- 開方總法凡例
- 開諸乘方捷法
- 對數
- 對數代乘法
- 對數連比例
- 造對數法之一
- 附對數表
- 遞加遞減比例
- 乘方
- 開立方
- 廉法表
- 諸乘方代開法
- 有真數檢表求對數法
- 對數代除法
- 對數代乘方法
- 造對數法之二
- 超位加減比例
- 乘方表
- 開三乘方
- 倍廉法表
- 開諸乘方又捷法
- 有假數檢表求真數法
- 對數正比例
- 對數代開方法
- 造對數法之三

數學啟蒙卷一

數目

數目之式有四體曰正字、曰官字、曰籌式、曰暗馬字。正字者字之本體，官字者官吏文書用之，以杜竄改之弊。籌式者昔時籌算之式，古人數術用之，暗馬者商家用之，而筆算所需，惟正字最便。今一一列于後。

正字 ○ 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十 百 千 萬 億 兆 京 垓 秭 穰 溝 澗 正

載極恒河沙阿僧祇那由他不可思議無量數

官字 壹 貳 參 肆 伍 陸 柒 捌 玖 拾 伯 仟

籌式 ○ 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十
一 二 三 四 五 六 七 八 九 十
一 二 三 四 五 六 七 八 九 十
一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

暗馬 ○ 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

命位

筆算之基從命位起用數之要隨處而更倘不知定位空求諸法茫無稽涯矣紀數之式有直有橫直者如某十某百某千某萬逐數疊加無方面同義乃常文所承橫者只用十箇字本體不必十百千萬等字已包十百千萬等數在內依位而異釋乃筆算所施學筆算者須先知數之形如 ○ 一 二 三 四 五 六 七

八、九即數之本體也。

凡橫法之列數從右而起單為一位十為二位百為三位千為四位萬為五位十萬百萬千萬億以至無窮皆可類推每進一位即加十倍之數如有數一萬二千三百四十五則以單位為末向前列之共有五位二三四五即知此數首位是萬矣若三千二百六十一應作三二六一此四字首位是幾千三位是幾百二位是幾十末位是幾單自單位至萬位計五

位再上至億即九位再上至兆即十二位再上至京即十七位至垓即二十一位以至穰溝澗正載極每一名加四位此數目外又有恒河沙阿僧祇那由他不可思議無量數共五名即世所罕用者矣
凡數未至單位者必須作○以存其位。

一三四〇

如有數一萬二千三百四十則補作○以存單位如上式。

學徒宜將在下之數作橫寫。

由十二至三十每數 由二十至百每十之數 由二百至千每百之數
 五十八 九十七 四百九十七 九百四十五 二千三百十七
 五千九百五十七 六萬四千五百四十二 四萬六千七百一十五
 五十萬 四千萬 八千萬 一千七百九十四
 三億四千五百二十一萬零八

道光十年江蘇省內人民共有三千七百八十四萬三千五百口斯地約有三十六萬方里此二數以橫紀之

開封江寧蘇州寧波廣州五府距京師道里遠近開封計離京里江寧計離京里蘇州計離京里寧波計離京里廣州計離京里此各數要直寫

太陰離地球計遠七十二萬里太陽計遠二億八千五百萬里此二數宜橫紀之

加法

加者合眾數而成總數也。

加者之要乃定數於位按法依次對位列之單位與單位等十位與十位等每位一直下為例先自單位加起成十則進前一位仍為一以單數紀本位下挨次併之即得總數加畢所得之數依原列之位定之。

設如有數一萬二千三百四十五與六千七百八十九相加。

五
四
三
二
一
九
八
七
六
五
四
三
二
一

法以首數橫列於上，次數橫列於下，按位相對加之。
十從千百十萬，
數俱各從其類。單位之五九相加得十四，進十於前位為一。誌之。
為誌如進二十則作三。本位紀四。次十位之四九相加得十二，併所
進之一為十三，復進十於前位為一。誌之。本位紀三。次百位之
三七相加得十，併所進之一為十一，復進十於前位為一。誌之。
本位紀一。次千位之二六相加得八，併所進之一為九，於是本
位紀九。至於萬位獨有首數，無可加，則仍紀一。所加之數，共得
一萬九千一百三十四，即總數也。

五
四
三
二
一
五
四
三
二
一
五
四
三
二
一

設如有數一萬四千五百四十五，與一萬七千三百五十五相加。
法以首數橫列於上，次數橫列於下，下數內單位無數，故作○
以存其位，仍按位相對加之。單位之五對○無可加，仍紀五次
十位之四五相加得九，本位紀九。次百位之五三相加得八，本
位紀八。次千位之四七相加得十一，進十於前位，為一。誌之。本
位紀一。次萬位之一與一相加得二，併所進之一為三。於是本

位紀二所加之數，共得三萬一千八百九十五，即總數也。
問以左之各行數相并得幾何。

八 九 八 六 七 五 三 四	一 一 一 一 一 一 一 一	二 三 六 五 二 一 三 二	四 三 二 四 二 四 三	二 二 二 二 二 二 二 二	六 四 一 三 五 二 三 六	二 三 四 二 四 六 五 二	六 六 六 六 六 六 六 六	九 九 九 九 九 九 九 九	六 四 八 三 七 二 一 八	三 二 三 二 一 五 二 二	〇 〇 〇 〇 〇 〇 〇 〇	六 五 四 三 二 九 八	〇 〇 〇 〇 〇 〇 〇 〇	六 五 四 三 二 九 八	〇 〇 〇 〇 〇 〇 〇 〇
--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	---------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	---------------------------------	--------------------------------------	---------------------------------	--------------------------------------

地球分作四洲，歐羅巴有一億五千萬人，亞西亞有五億人，阿非利加有五千萬人，南北亞墨利加有二千五百萬人。今問地球上人數共有若干。答曰：七億二千五百萬人。
上海至崑山一百三十里，崑山至唯亭四十里，唯亭至蘇州五十里，蘇州至海

墅關二十里，滄野關至無錫六十三里，無錫至常州府城九十里。今問上海至常州路共若干。答曰：三百九十三里。

常州至呂城六十五里，呂城至丹陽四十里，丹陽至張官渡十五里，張官渡至辛豐鎮十八里，辛豐鎮至鎮江府城四十五里。今問常州至鎮江路共若干。答曰：一百八十三里。

清江浦至王家營五里，王家營至楊家嘴十里，楊家嘴至高家灣三十八里，高家灣至李家口二十里，李家口至桃源縣二十二里，桃源縣至洋河鎮七十里，洋河鎮至王家集四十四里，王家集至高作集三十里。今問由清江至高家灣至李家口至桃源縣至洋河鎮至王家集至高作集每處路有若干。答曰：至高家灣五十三里，至李家口七十三里，至桃源縣九十五里，至洋河鎮一百六十五里，至王家集二百零九里，至高作集二百三十九里。

喀爾喀牧場有牛四萬隻，羊十八萬隻，馬六萬九千匹。今問喀爾喀畜產共有若干。答曰：二十八萬九千牲畜。

減法

減者較眾數而得餘也。

凡減以大數書於上，小數書於下，橫列必對其位。

相減必從其數。如千減千，百減百之類。從末位起以下減上，如或

下數大於上數，不足減，則借前位之一以化十，添

於本位之上數，以較而紀餘，及前位併一於下數，

而仍減之，以至首位各做此，而得數為減餘也。其

減餘定位仍照原列之次。

設如有數五萬六千七百八十九內減四萬三千六百四十二

九二七
八四七
七六四
六三三
五四二

法以大數五萬六千七百八十九書於上，小數四萬三千六百四十二書於下，自單位減起，單位之九減二餘七，故下紀七，十位之八減四餘四，故下紀四，百位之七減六餘一，故下紀一，千位之六減三餘三，故下紀三，萬位之五減四餘一，故下紀一，所減之數得一萬三千一百四十七，即餘數也。

設如有數二萬三千六百七十二內減一萬六千四百八十一

二七一
七八九
六四九
三四七
二一七

法自單位減起，單位之二減一餘一，故下紀一，十位之七減八為下大於上，則借前位之一，前位上作併十位所借之一，共十七減八餘九，故下紀九，百位之六減四，併十位所借之一，則為五減五餘一，故下紀一，千位之三減六為下大於上，則借前位之一，前位亦作併千位所借之一，共十三減六餘七，故下紀七，萬位之二減一，併千位所借之一，則為二減二，恰盡，故下不紀，所減之數得七千一百九十一，即餘數也。

學者宜求左式之較得餘數

八六二
三二二
一一二
六三二
三二二
七五二

三三二
六三二
九三一
四九一
六六二
八三二

三三一
二一一
八五五
九六五
四三三
大五二

六四二
三二二
九三一
六八二
五三三
一六四

〇二八
三三一
四三三
六三三
〇三三
大三三

二二九
六八七
七四九
〇一四
三六五
四二六

一一二
二二二
三三二
四四二
五五二
六六二

二二二
三三二
四四二
五五二
六六二
七七二

〇〇六
四四六
〇〇〇
四〇〇
五五三
六五四

四九五
〇〇〇
〇〇〇
三〇〇
六六六
五五五

設如有六丈七尺八寸九分一釐內減三丈四尺五寸九分九釐問餘幾何

答曰三丈三尺二寸九分二釐

設如有米六十五石四斗三升二合內減四十六石二斗七升三合問餘幾何

答曰一十九石一斗五升九合

設如有銀十五兩三錢六分七釐內減九兩二錢三分四釐問餘幾何

答曰六兩一錢三分三釐

設如有兩人自上海縣北門同時起程共往蘇州府彼步行此乘馬步行者日走三十九里乘馬者日行六十二里問到停宿時彼此相離里數幾何

答

日二十三里

俄羅斯京城有一口大鐘重三十八萬八千二百七十六斤又中國北京有一口鐘重十萬五千斤今問俄羅斯鐘比中國鐘餘斤若干 答曰俄羅斯多二十八萬三千二百七十六斤

山東臨清州有一座塔高一百五十尺江寧報恩寺塔高二百六十一尺今問江寧塔與臨清塔相較餘尺若干 答曰江寧塔多一百一十一尺

羅馬有一座禮拜堂經界七百六十四尺高四百八十尺江寧報恩寺塔經界一百二十尺高二百八十四尺今問禮拜堂與報恩寺塔相較高與濶各餘若干 答曰禮拜堂濶多六百四十四尺高多一百九十六尺

明永樂皇帝起造江寧報恩寺塔時在泰西紀元一千四百十一年及至完工在泰西紀元一千四百三十年今問經營此塔有若干年 答曰十九年
地中海有一座火山名佛所非始出火時在泰西紀元七十九年今問至紀元一千八百五十二年共有若干年 答曰一千七百七十三年

乘法

乘者生數也以數生數有生不生之義焉。單數曰因衆多曰乘通而言之曰乘也。衆位法乘一位實仍是一位實因衆位法蓋實法可互易而因與乘初無異理也。

學者必須先念九九合數表如左一一如一及九九八十一自小至大用法不出乎此

- 一一如一
- 一二如二
- 一三如三
- 二二如四
- 二三如六
- 三三如九

學者宜求左式之積數也。

$$\begin{array}{r}
 一三五四三二一三 \\
 \times 二七〇八六四二六 \\
 \hline
 八九六〇三四二一四四 \\
 三三八四一三六八五六 \\
 \hline
 二一〇三五四六九一五 \\
 七四〇八九六九二一六 \\
 \hline
 八二五五四四九〇六七 \\
 〇五七七三四五五 \\
 \hline
 九二六一二一一五二八 \\
 五七七八八一四三四三 \\
 \hline
 六五七九四〇八九六九 \\
 五九二一四六八〇六四
 \end{array}$$

凡法之末不拘幾位有〇俱不必乘但仍作幾〇于得數之尾觀左式自明

$$\begin{array}{r}
 五三二四二六五三七 \\
 \times 一〇六四八五三〇七四〇 \\
 \hline
 七三六四二五六八六〇〇〇 \\
 四四一八五五四〇八〇〇〇
 \end{array}$$

此首式二十為法則如前以二因實而〇附於右即得一百零六億四千八百五十三萬零七百四十為積也。下式法有三位〇則仍皆以右位紀之即得四千四百一十八億五千五百四十萬八千為積也。

學者宜求左式之積也。

$$\begin{array}{r}
 七一九六二五四三二〇 \\
 \times 四三七九二五〇八九〇 \\
 \hline
 六二五〇九二五一六〇〇 \\
 三七五〇五五〇六〇〇 \\
 \hline
 六四〇二一〇二〇七〇〇 \\
 四四八一四七一四〇〇〇 \\
 \hline
 九二〇〇一五九九〇〇〇 \\
 三八〇一四三一〇〇〇
 \end{array}$$

凡有雙位法數而可以兩單數約之則先以此單數因所得以彼單數再因再得乃積也式列於左。

$$\begin{array}{r}
 二一法實積 \\
 六三二一五四八三 \\
 \times 一八九六四六四七 \\
 \hline
 二二七五二五〇八
 \end{array}$$

此以法二十一既三七兩單數所約先以三因實六百三十二萬一千五百四十八得一千八百九十六萬四千六百四十四再以七因之得一億三千二百七十五萬二千五百零八即為積也。

學者宜求左式之積也。

二四法實

$$\begin{array}{r} 54670532 \\ \times 24 \\ \hline 218682128 \\ 10937680 \\ \hline 131213664 \end{array}$$

五四法

$$\begin{array}{r} 400314036 \\ \times 54 \\ \hline 1601256144 \\ 1601256144 \\ \hline 21607717344 \end{array}$$

六三法

$$\begin{array}{r} 64000208 \\ \times 63 \\ \hline 384001248 \\ 384001248 \\ \hline 4032001248 \end{array}$$

七二法

$$\begin{array}{r} 847666666 \\ \times 72 \\ \hline 6781333328 \\ 5937777772 \\ \hline 6103199992 \end{array}$$

凡法有幾位，乘有幾次，由末以法各位，挨次而因，得數末位，列對法因之位，得數眾層，并而計之，紀於下方。茲將式列於左。

設如有二十四，以三十六乘之，問共得幾何。

法以二十四為實，列於上，三十六為法，列於下，命法位與實之單位相齊，乃以法之六，遍乘實之二十四，其所得之單位，即對

四六四
二三四
二七二
八六四

本法位下書之，六乘四得二十四，將二十進前一位，作二點誌之，四書於本位下，次以六乘二得一十二，將十進前一位為一書之，二併所進之二為四，故書於本位下，二雖為十位，而以六乘，三則三下，即為本位矣。法之六既與實乘畢，次以法之三，遍乘實之二四，其所得之單位數，即對本法位下書之，三乘四得十二，將十進前一位，作一點誌之，二書於本位下，次以三乘二得六，併所進之一為七，故書七於本位下，法之三又與實乘畢，乃用加法併之，共得八六四，總書於下，即八百六十四也。

學者宜求左式之積也。

$$\begin{array}{r} 1544321045 \\ \times 15 \\ \hline 7721605225 \\ 1544321045 \\ \hline 23164815675 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39291458250 \\ \times 8650 \\ \hline 339447831250 \\ 339447831250 \\ \hline 339447831250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 66431403126 \\ \times 126 \\ \hline 803192538752 \\ 803192538752 \\ \hline 803192538752 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 542136753 \\ \times 34751 \\ \hline 9794303503 \\ 9794303503 \\ \hline 1883 \end{array}$$

設如一十二自乘問其積幾何。 答曰一百四十四。

設如有一百四十四以一十二乘之問得幾何。 答曰一千七百二十八。

設如有數二百三十四萬五千六百七十八又有數二百五十一萬九千四百

二十四兩數相乘問該若干。 答曰五兆九千零九十七億五千七百四十

四萬九千四百七十二。

黃金煉出作金線一黍可作二百五十尺今有英國金錢重一百七十黍問作

線可得尺若干。 答曰四萬二千五百尺。

今有紙九捆每捆九刀每刀一百九十張問紙張數共有若干。 答曰一萬五

千三百九十張。

假如有人行路每日十五里已過五年即一千八百二十六日問此人行路共

計里數若干。 答曰二萬七千三百九十里。

有無疾之人其脉一分中有七十六息問此人一時即一百二十分內動息若

千。 答曰九千一百二十息。

除法

除法者分數也。以數分數有各得均齊之義焉。即乘法之還原而已。單位者曰歸。位繁者曰除。通而言之曰除也。

凡歸以原數為實橫列於下。歸數為法而列於上。法之小於實首位者則法與實之首位列齊。從首位起商。看實足法幾倍。即定為商得數於法之上。紀之。乃以得數與法心意相因所成者於實內減。

實盡而止如較有餘及實位不滿則實下位數續
餘之未即為次商實依次按法歸之如實不足法
之一者則得數為○又續而歸或至終如實位滿
而數不盡則餘為奇零宜紀於單位右以●隔之
設如有三十四萬五千六百七十八作二分分之問每分若干

九三三八二七
八七六五三四三

法以三十四萬五千六百七十八為實列於下以二為法列於
上視首位之三足二分之幾何今是一故對位書一 一二除二
餘一乃移於下位為十本位下作併下位之四共為十四足二分
之七倍故本位書七 二七除一十四恰盡次五足二分之二倍故
本位書二 二二除四餘一移於下位為十仍以前併下位之六共

為十六足二分之二八倍故書八 二八除十六恰盡次七足二分
之三倍故書三 二三除六餘一移於下位為十仍以前併下位之
八共十八足二分之二九倍故書九 二九除十八恰盡定位因得
數仍原數之位故知每分得一十七萬二千八百三十九也
學者宜求左式之分數

八六五四三二四

一〇九七六八四

八〇四六〇三

二七〇一五三七

凡法大於實之首位則以法退一位將式列於左

設如有一十二萬三千四百五十三作九分分之問每分若干
法以一十二萬三千四百五十三為實列於下以九為法因實

$$\begin{array}{r} 13717 \\ 9 \\ \hline 133453 \end{array}$$

首位之一，小於九，故法退一位而書於二上，乃移一於下位為十，併下位之二，共為十二，足九之一，故上書一，一九除九餘三，移於下位為三十，併下位之三，共為三十三，足九之三，故上書三，三九除二十七餘六，移於下位為六十，併下位之四，共為六十四，足九之七，故上書七，七九除六十三餘一，移於下位為十，併下位之五，共為十五，足九之一，故上書一，一九除九餘六，移於下位為六十，併下位之三，共為六十三，足九之七，故上書七，七九除六十三恰盡，是知每分得一萬三千七百一十七也。

學者宜求左式之分數。

$$\begin{array}{r} 5 \\ 15605532 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 60815432 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 5231037 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 2332701 \end{array}$$

凡法末幾位有○，則不用而截去，乃實數末幾位，亦應截去，而附為奇零之末幾位。式如左。

設如有八億六千四百零七萬三千六百四十九，以五百除之，問得若干。

此法有○二位，故截去，而實末二位四九亦截之，乃實截之數四十九，附於零一之後，成奇零一百四十九，則一百七十二萬八千一百四十七為除得之數，零一百四十九也。

學者宜求左式之分數。

$$\begin{array}{r} 17281471149 \\ 500 \\ \hline 864073649 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 8540321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 400 \\ 8540321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8000 \\ 8540321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70000 \\ 2547322 \end{array}$$

凡法雙位如九九合數而可約者則用重歸約之
兩數遞次為法書於實之上依前例歸之次得之
餘因先歸之法納併先得之餘而得奇零數也

設如有八千四百五十六萬二千五百四十六以二十四除之問得若干

此以法二十四即四六所合將六四兩如先後而歸後得餘一
因先法六納併先餘四共為零十其所得數乃三百五十二萬
三千四百三十九又奇零十也

三五二三四三九
四
一四〇九三七五七一
六八四五六三五四六一四

學者宜求左式之分數

除者以原數為實橫列於下除數為法橫列於上
法之首位數與歸之法數同例定之截實之幾位
與法末位相齊以為初商實看足法幾倍即為得
數自法之末位上紀所得之數乃以所得與法相
因書於實下與實相減餘者取下一位之數續之

一五法
六八七九〇二一〇二實

二七法
五〇六六四二七五六實

四九法
六六六六六六六六六實

二五法
四六三五四一〇〇三實

諸等化法

諸等物數不以十進者，依次序而定位焉。上項為母，則下項謂之子。其法有二：以子化為母曰命，以母化為子曰通。

諸等命法

諸等命者，以上次項之法數除積數，則所得為次項之數。由下項挨身而進上，若實有餘，則書於右為零子。如得數當上項幾倍，則又按法以除之也。設如有路七千三百零四尺，以里法命之，問得若干。

尺 法以積七千三百零四尺，先用步法五除之，得一千四百六十步，餘實四尺，所得之步一千四百六十，再以里法三百六十除之，得四里，餘實二十步，連前餘實四尺，即命為四里二十步四尺也。

設如有物一百兩，問該若干觔。答曰：六觔四兩。

設如有物二百五十五兩，問該若干觔。答曰：十五觔十五兩。

設如有物一萬四千七百六十九兩，以引法命之，問得若干。答曰：四引一百二十三斤一兩。

設如有路程三十八萬零一百六十步，以度法命之，問得若干。答曰：五度五十六里。

設如有方田積四千三百二十步，問該畝若干。答曰：一十八畝。

設如有米一百四十六萬三千八百粟，問該升若干。答曰：二升四合三勺九抄六撮六圭四粟。

諸等通法

諸等通者以首項法數乘首項實數得數納入奇零子數為次項實數再以次項法數乘之仍納奇零數依法至末項而止

設如有路四里二十步四尺問該尺若干

尺四
步〇
〇〇五
四
里四六
三四
一
七

法以四里二十步四尺為實先以里法三百六十乘里數四得一千四百四十納奇零步數二十共成一千四百六十步再以步法五乘步數一千四百六十得七千三百納奇零尺數四共成七千三百零四尺即合問矣

設如有白糖一百三十三斤十三兩問該兩若干 答曰二千一百四十一兩
上海至崑山程有一百三十里問該步若干 答曰四萬六千八百步

諸等加法

諸等加者若宮度斤兩之類不以十進也法以次等眾數從位橫列書之由尾項起一行相加若共得大於本項母數則以母法除之所得進於次項如宮度是六十分進一度是三十度進一宮如時刻是十五分進一刻是八刻進一時是十二時進一日如斤兩是十六兩進一斤之類而零紀於本位乃次行仍并而納所進之數如前復除紀零進母以至首項而止茲將式列於左

設如九宮二十度三十分二十六秒與六宮一十八度二十分五十秒相加問總數幾何

法以兩層數橫列書之其每項各命兩位仍按各位相對加之

秒	分	度	宮	周
六〇	三〇	〇	九	
二五	〇	二八	六	
一六	一五	八	四	
			一	

秒之單位六對〇無可加仍紀六秒之十位二五相加得七十乃以六十秒進一分誌於分之單位秒之十位紀一次分之單位〇與〇無可加則以所進之一為本位數故下紀一次分之十位三二相加得五故下紀五次度之單位八對〇無可加仍紀八次度之十位二一相加得三十乃以三十度進一宮誌於宮之單位度之十位無紀次宮之單位九六相加得十五併所進之一為十六因十二宮滿一周天乃以十二宮進一周書於宮十位之上位餘四故紀四於宮之單位所加之數共得一周四宮八度五十一分一十六秒即總數也

錢	兩	斤
五三	一四	四一
三八	一三	三一
	一	五

設如有物重三十四斤十五兩五錢與二十一斤十四兩三錢相加問總數幾何

法以兩層數橫列書之其錢位斤位與斤之十位仍皆按位相對加之兩位與兩之十位則合其數共加之

兩以十六方進斤故合而加之如列數有兩數無十數者仍作空位

錢位之五三相加得八本位紀八兩位之上層數十五下

層數十四相加共得二十九則進十六兩於前斤位為一誌三其所餘十三兩則於兩之單位紀三十位紀一次斤之單位四一相加得五併所進之一為六本位紀六次十位之三二相加得五本位紀五所加之數共得五十六斤十三兩八錢即總數

設如一日五時二刻八分與一日十一時三刻九分相加問共得若干

答曰三日四時六刻二分

設如有物三斤二兩又四斤六兩又五斤七兩又七斤八兩又九斤九兩問共若干斤

答曰三十斤

設如有物一斤二兩三錢又三斤四兩六錢又五斤六兩八錢又七斤八兩九錢又九斤九兩九錢又十二斤十五兩五錢問共幾何

答曰四十斤

設如一人往某處去遠一里九步四尺再往一處去遠二里五步三尺再往一處去遠一里三百四十四步三尺問回來共遠幾何

答曰五里

今京師市廛零米言斤兩不言斗升設如有人先買米一斤九兩又買米一斤一十五兩問共米幾何

答曰三斤八兩

諸等減法

諸等減者，即諸等加法之還原而已。

法以次等衆數，從位橫列書之，由尾項起減，如某位原數不足減數，則借前等之法數，添本位之原數，以較而紀餘，及前等併一於減數，而仍減之，以至首各位，倣此，如左式可明見。

設如有物十五斤四兩八錢，內減十二斤十二兩三錢，問得餘幾何。

錢	八	三	五
兩	四	二	八
斤	五	三	二
	二		

法自錢位減起，錢位之八減三餘五，故下紀五，兩位之四減二，似非下大於上，然原數兩之十位無數，十六兩爲一斤，故作零於四前以存十兩之位，而減數兩之十位爲一，則爲四兩減十二兩，亦爲下大於上，故借斤位之一爲十六兩，斤位下作一，十六兩與原四兩爲二十兩，內減十二餘

八兩，故兩之單位紀八，斤之單位五減一，併所借之一，則爲五減三餘二，故下紀二，十位之一減一恰盡，故不紀，所減之數得二斤八兩五錢，即餘數也。

設如一周天七宮一十八度二十七分五十二秒，內減九宮二十一度三十五分四十三秒，問得餘幾何。答曰：九宮二十六度五十二分九秒。

設如十一日二時三刻九分，內減十一日一十一時三刻十分，問得餘幾何。答曰：十一時七刻十四分。

設如有米一十三斤一十四兩，今應食米九斤一十五兩，問餘米幾何。答曰：餘米三斤一十五兩。

設如有人欲往某處，去計遠一十二里二百五十九步一尺，今已走七里二百七十三步，問再有幾里可到。答曰：四里三百四十六步一尺。

設如月初實行三宮一十七度三十二分四十九秒，太陽實行三宮一十七度三十二分五十一秒，問月距日幾何。答曰：月距日一十一宮二十九度五十九分五十八秒。

諸等乘法

諸等乘者以某數乘眾等之數得數為積也。凡乘諸等數如前置實各位而法列於尾項末下。先因尾項若得數大於母數則以母法除之紀零於本位下而所得進前項並該項所得之數復以母法除之紀零而進母以至首項所得諸等為積數也。茲將式列於左。

設如有二十八斤七兩九錢以五乘之問共得若干。

此以法數五先因九錢得四十五錢即四兩五錢則本位紀五而進四於前項誌之又以法因七兩得三十五兩併所進之四

錢	九	五
兩	七	七
斤	二	八
錢	四	五

共為三十九兩即二斤七兩本位紀七進二於前項又以法因二十八斤得一百四十斤併所進之二總得一百四十二斤七兩五錢也。

凡法數有繁位則約為單數而重因之式列於左。

設如有田五十一畝六分一十六步以二十五乘之問共得幾何。

步	六	五
分	一	六
畝	五	一
步	一	六
分	三	六
畝	二	五

此實五十一畝六分十六步法數二十五約為五五則先以五因得二百五十八畝三分八步所得之數再以五因則重得成積一千二百九十一畝六分十六步。

凡約法數帶奇零則先以約數重因後以零數因原實所得之數加於重積即成爲總積也。

設如有六十日九時六刻以二十六乘之問共得幾何。

刻六	五六	六六
時九	〇	三九
日六	〇四	〇
	二五	二〇
	六〇	六
	二五	八一

此法為二十六，不得約盡，故以五五而零一，如前以五五重因，得一千五百二十日三時六刻，又以所零一因原實六十日九時六刻，仍得六十日九時六刻，加於重積，共得一千五百八十一日一時四刻，即為總積也。

設如有路二十五里八十三步，以八乘之，問共得幾何。答曰：二百零一里三百零四步。

設如有米八斗五升六合四勺五抄三撮八圭四粟，以七乘之，問共米得幾何。答曰：五石九斗九升五合一勺七抄七撮零四粟。

設如有糖三十五斤一十二兩，以二十四乘之，問共糖得幾何。答曰：四引五十八斤。

設如步天有三度二十五分四十二秒，以三十六乘之，問共得幾何。答曰：四宮三度二十五分一十二秒。

設如有地四畝八分一十五步，以三十八乘之，問共得幾何。答曰：一頃八十四畝七分一十八步。

諸等除法

諸等除者，以某數除眾等之數，而得倍數也。凡除眾項數為實，列於下，法列於首項上，從首項起歸，商得數，紀本位上，如相減有餘者，以本項母數乘之，而納併次項實數，共成之數，仍以法歸之。按法次計，以至末項，則所得幾項為合問矣。茲將式列於左。

設如有一十七斤九兩四錢，以七分之，問各得若干。

此以實十七斤九兩四錢列於下，法七列於首項斤數上，先以七歸斤之十七，商得二，書於法上，對實之斤位，乃以得數之二

錢三
兩八
九。四
斤三七
七。四
一。二
一。二
三。五
五

與法之七相因得十四書於實下與實相減餘三次以斤法十
六乘三而納併原數之九兩共五十七為次商實爰看
兩之五十七足法之八倍故書八於上對實之兩位乃
以得數之八與法之七相因得五十六書於實下與實
相減餘一以兩法數十乘一而納原數之四錢共十四為次商
實爰看錢之十四足法之二倍故書二於上對實之錢位乃以
得數之二與法之七相因得十四書於實下與實相減恰盡共
得數為二斤八兩四錢也

設如有銀五十六萬一千八百九十二斤一十三兩一錢二分作八人分之問
每人分銀若干 答曰七萬零二百三十六斤九兩六錢四分

設如有路一百三十六里四十六步四尺以九分分之問每分得幾何 答曰
十五里四十五步一尺

設如有一十四日十時四刻以一分分之問每分得幾何 答曰一日二
時七刻

命分

凡除分至最細而可以恰盡無餘者謂之無
奇零數若分至最細而屢除不盡者謂之有
奇零數其奇零若略去之則不能復還原數
此命分之所以立也

其法命為分母分子分母者即除數也分子者即
除不盡之數也凡不盡之數得分母中之幾分者
即命為幾分之幾是以命分之一法正所以濟除
之所不逮也茲將式列於左

設如有銀十一兩命三人分之間每人得若干。

法以三人分銀十一兩每人得銀三兩仍餘二兩所餘二兩再以三人分之每人得六錢六分六釐六毫如是每得六而仍餘

二數不盡故立命分法以三人為分母所餘二兩為分子命為每人得三兩又三分兩之二蓋將每兩剖作三分其所餘二兩則共剖作六分三人分之每人得二分故命為三分兩之二也。設如有數一百八十七命一十八分之間每分得若干。答曰十零一十八分之七。

設如有數四百五十三以一十七分之間每分得若干。答曰二十六零十七分之十一。

設如有數八百八十四以一百二十三分之間每分得若干。答曰七零一百二十三分之二十三。

設如有數三千八百四十五以五百八十四分之間每分得若干。答曰六零五百八十四分之三百四十一。

通分

凡奇零數目不以十遞析者難以立算則用通分如有整數而帶零分者必通之以從其類如化整為零收零作整之類。

其法以分之母數乘整數而納併子數所得為通分之子數而母數仍初無變。

設如有整數二十三又五分之二以法通之問分得若干。

法以整數二十三為實以分母五為法乘之得一百一十五納併分子二共得一百一十七即為通分之子數其母數仍為五則所得之分即五分之一百一十七也。

設如有整數十二又九分之七以通之問分得若干。答曰九分之一百十五。

或有零分而分母不同者，必通之以同其母，如互乘是也。

其法以每分母之數連環相乘，各他分母子兩數，而得為等分之諸零也。茲將式列於左。

設如有分數二分之一，三分之一，四分之三，以諸分之母相通，問各分得若干。

$\frac{4}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} = 24$ 法以二三四之三分母相乘，均得二十四，即諸分之共母，乃以
 $\frac{4}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} = 24$ 分母二之子一，與三四兩原母相乘，得子一之更數十二，又以
 $\frac{4}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} = 24$ 分母三之子二，與二四兩原母相乘，得子二之更數十六，又以
 $\frac{4}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} = 24$ 分母四之子三，與二三兩原母相乘，得子三之更數十八，通而
 $\frac{4}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} = 24$ 命之，得二十四分之十二，二十四分之十六，二十四分之十八。
 設如有分數七分之二，九分之五，以兩分之母數相通，問各分得若干。 答曰：
 六十三分之十八，又六十三分之三十五。

求等數法

等數者，幾數所度盡之數，如十八與二十四兩數以六除之，得三得四，故六為等數。其法以兩數輾轉相減，務期減餘兩數相同，是為度盡兩數之一數，即兩數之等數也。

設如有一千九百零八與九百三十六兩數，問最大等數幾何。

$1908 - 936 = 972$ 法以兩數輾轉相減，置一千九百零八為實，以九百三十六為
 $972 - 936 = 36$ 法除之，得二餘三十六，再以九百三十六為實，餘三十六為法
 $36 - 36 = 0$ 除之，得二十六度，盡無餘，是以三十六度盡九百三十六，亦度
 盡一千九百零八，故三十六為此兩數之最大等數。

設如有二百四十六與三百七十二兩數，問最大等數幾何。 答曰：六。

約分

約分者以所命之分約之以就整分也蓋命分是隨其數之多寡全而紀之而約分則即其多寡之數從而約之以求簡易焉其法以分子與分母兩數按前所立之法求而得其等數乃以此等數為一分以之除分母得幾分者即約分母為幾分又除分子得幾分者即約為分母幾分中之幾凡觀諸法中有整數帶分者皆由約法而得故設其例於此所以明整數帶分之

根也

設如古曆歲實命為三百六十五日又一百分日之二十五今以法約之求相當最小數

$$\frac{4}{1} = \frac{100}{25} = \frac{365}{100}$$

法置日分一百以餘分二十五除之而度盡故為兩數之等數即以相等之數二十五轉除日分一百得四即為四分又以二十五除餘分二十五得一即為一分乃一百分日之二十五約為四分之一是歲實共得三百六十五日又四分日之一也其四分之一也

設如有分數二百八十八分之二百一十六以法約之求相當最小數 答曰四分之三

設如有分數七百八十分之一百九十五以法約之求相當最小數 答曰四分之三

設如有二百零四分之二百三十六以法約之求相當最小數 答曰三分之二

加分

凡奇零數相加兩分母同者，即併兩分子為得數。若相加之數大於母數，則於所得數內減去母數為整數，紀其餘為零數。

設如有九分之七與九分之五相加，求總數。

九七

法以九分之七與九分之五左右列之，將兩分子七與五相加

七五
一一三

得十二，因子數大於母數，乃於十二內減去母數九為一整數

九五

餘三為零數，即得整數一零九分之三為相加之數也。

設如有七分之三與七分之六相加，求總數。答曰：整數一零七分之二。

設如有十二分之七與十二分之四相加，求總數。答曰：十二分之十一。

設如有二十三分之八與二十三分之九與二十三分之九與二十三分之十九相加，求總數。

答曰：整數一零二十三分之十三。

凡奇零數相加，兩分母不同者，則用互乘法，兩分母相乘為共母數，以前分母乘後分子，後分母乘前分子，以所得兩子數相加為共子數，紀於共母數之下，為共零數。

設如有二分之一與五分之三相加，求總數。

三

法以兩分母三五相乘，得十五為共母，再以前分母三乘後分

一〇

子三得九，以後分母五乘前分子二得十，將兩得數相加得十

一五

九，因子數大於母數，乃於十九內減去共母數十五為一整數

五

餘四為零數，即得整數一零十五分之四為相加之數也。

設如有五分之三與六分之五相加，求總數。答曰：整數一零三十分之十三。

設如有四分之三與九分之五相加，求總數。答曰：整數一零三十六分之一

十一

或分母不同而可以加減之使同者則變而同之
可省互乘。

設如有八分之一與十二分之三相加求總數

法以十二分之三變為八分之二與八分之一兩分母相同故
徑併兩分子二與一得三即八分之三為相加之數也

設如有七分之二與十四分之五相加求總數 答曰十四分之九

設如有五分之三與十五分之四相加求總數 答曰十五分之十三

設如有六分之一與三分之五相加求總數 答曰六分之五

設如有六分之五與九分之六與十二分之七相加求總數 答曰整數二零
十二分之一

設如有二百四十分之八十七與一百六十分之九十二相加求總數 答曰
一百六十分之一百五十

凡子母數有三四種相加者其分子俱不同則用

互乘以齊其分母按前法加之

設如有三分之一又四分之二又五分之三相加求總數

法以前兩分子分母按互乘法相加得十二分之十乃以十二
分之十與第三子母分用互乘法相加得六十分之八十六因
子數大於母數乃於共子數八十六內減去母數六十為一整
數餘二十六為零數即得一零六十分之二十六為總數也凡
子母分有四種五種以上相加者俱做此

設如有三分之一又五分之三又七分之五相加求總數 答曰整數一零一

百零五分之一百零三

設如有四分之三又七分之二又六分之五相加求總數 答曰整數一零一
百六十八分之一百四十六

加分

加分

一二二

如內有幾分母同者，即併其分子，與餘母不同者，用互乘加之。

設如有五分之三，又四分之二，又五分之二，相加求總數。

法因五分之三與五分之二，兩分母相同，故直併其兩分子，三與二，為五分之五，再以五分之四與四分之二，依互乘法相加，得二十分之二十一，因子數大於母數，乃於共子數二十一內，減去共母數二十，為一整數，餘一為零數，即得一零二十分之一，為總數也。

設如有八分之七，又十三分之四，又八分之三，相加求總數。答曰：整數一零一百零四分之五十八。

設如有十一分之六，又十四分之五，又十一分之三，相加求總數。答曰：整數一零一百五十四分之二十七。

如有兩分母相乘後所得之數，與餘分母同者，直以所得分子，與所餘分子相加，為得數也。

設如有三分之二，又四分之三，又十一分之四，相加求總數。

法以三分之二，與四分之三，互乘，相加得十二分之二十七，與第三分母同，即以前兩分子所得共二十七，與後一分子四，相加得三十一，是為三十一分之三十一，因子數大於母數，乃於共子數三十一內，減去共母數二十二，為一整數，餘九為零數，即得一零一十二分之九，為總數也。

設如有三分之二，又七分之五，又二十一分之九，相加求總數。答曰：一零二十一之一十七。

設如有二百二十分之一，一百二十三，又五分之四，又一千一百分之九十七，相加求總數。答曰：一零二百七十五分之一百二十三。

減分

凡奇零數相減兩分母同者即將兩分子相減為餘數

設如有一十一分之七減去一十一分之五求餘數

法以一十一分之七與一十一分之五左右列之將兩分子五

與七相減餘二即得一十一分之二為餘數也

設如有六分之五減六分之一問餘數若干 答曰三分之二

設如有一十二分之七減一十二分之五問餘數若干 答曰六分之一

設如有二十六分之一十七減二十六分之九問餘數若干 答曰一十三分之四

設如有九十八分之四十六減九十八分之二十七問餘數若干 答曰九十八分之一十九

若兩分母不同者則用互乘法以兩分母相乘為共母數再以前分母乘後分子又以後分母乘前分子以所得兩子數相減為餘數

設如有三分之二減五分之三求餘數

法以兩分母三五相乘得一十五為共母數再以前分母三乘後分子三得九又以後分母五乘前分子二得一十將所得兩分子相減餘一即得一十五分之一為餘數也

設如有四分之三與九分之五相減問餘數若干 答曰三十六分之七

設如有四分之三與七分之五相減問餘數若干 答曰二十八分之一

設如十三分之三與三十九分之四相減問餘數若干 答曰三十九分之五

設如有一十二分之五與一十三分之七相減問餘數若干 答曰一百五十六分之一十九

凡零數與整數相減者即以分子與分母相減為餘數

設如有整數二內減七分之二求餘數

七五

一三

七五二

法以整數之一變為七分為分母與分子五相減餘二即得七分之二又合前所變一之餘整數一共得一零七分之二即餘數也

設如有整數五內減八分之五問餘數若干 答曰四零八分之三

設如有整數三內減一十三分之八問餘數若干 答曰二零一十三分之五

設如有整數七內減十六分之十一問餘數若干 答曰六零一十六分之五

設如有整數四減三十五分之十八問餘數若干 答曰三零三十五分之十七

設如有整數六內減一十九分之七問餘數若干 答曰五粒十九分之十二

設如有整數九內減二十六分之一十五問餘數若干 答曰八零二十六分之一十一

凡整數帶零分相減者將兩零分用互乘法變為同母然後減之

設如有八零五分之四內減五零七分之二求餘數

八五

四八

法以八之零數五分之四與五之零數七分之二用互乘法兩分母七五相乘得三十五為共母數再以五之分母七乘八之

分子四得二十八為八所變之子數又以八之分母五乘五之

分子三得一十五為五所變之子數乃以八五兩整數相減餘

三以兩子數二十八與一十五相減餘一十三即得三又三十分之一十三為餘數也

設如有五零八分之三內減四零六分之一問餘數若干 答曰一零二十四

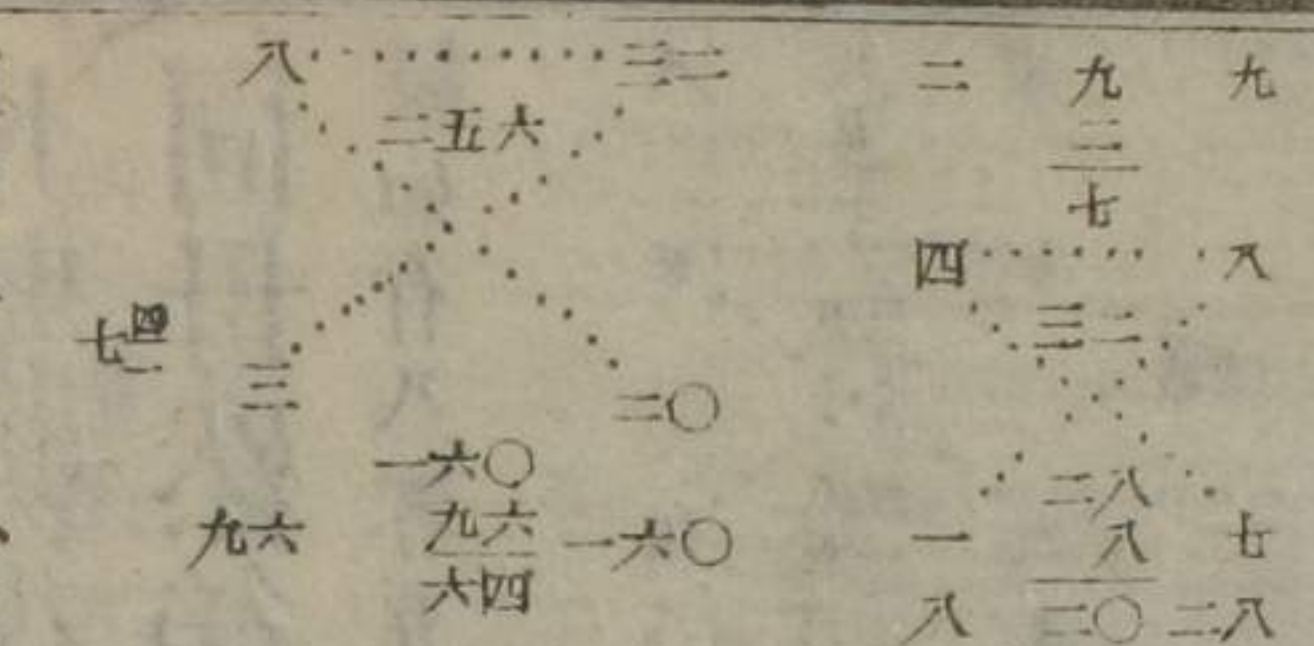
分之五

設如有五零三分之二內減一十分之九問餘數若干 答曰四零三十分之

二十三

凡子母數三四種相減者其分母分子俱不同則用互乘以齊其分母按前法減之。

設如有九零八分之七內減二零四分之一又減八分之三求餘數。



法以九內減去二餘七為整數乃以八分之七與四分之一用互乘法將八分之七變為三十二分之二十八將四分之一變為三十二分之八兩數相減餘三十二分之二十又以三十二分之二十與第三零數八分之三用互乘法將三十二分之二十變為二百五十六分之一百六十七將八分之三變為二百五十六分之九十六兩數相減餘二百五十六分之六十四合前整數共得七又二百五十六分之六十四為餘數也如用約法則為七零四分之一蓋二百五十六為四倍六十四今以六十四為一分則二百五十六自得四分也。

設七分之五減十分之三又減三分之一問餘若干。答曰二百十分之十七。

如兩分母相同者即將其兩分子相減而與所餘之分母不同者用互乘以減之。

設如有一二零八分之七內減九零八分之三又減七分之二求餘數。



法以一十二減去九餘三為整數乃以八分之七與八分之三相減餘八分之四又以八分之四與第三零數七分之二用互乘法將八分之四變為五十六分之二十八將七分之二變為五十六分之一十六兩數相減餘五十六分之一十二合前整數共得三又五十六分之一十二為餘數按約法即得三零一十四分之三也。

設如有九分之七內減九分之二又減一十一分之四問餘數若干。答曰九十九分之二十九。

設如有一十五零二十二分之一十七內減四零二十二分之七又減三零三十六分之七問餘數若干。答曰八零三百九十六分之一百零三。

如有兩分母相乘後所得之數與所餘之分母相同者，則直以所得之分子與所餘之分子相減，即得餘數。

設如有八分之七，內減三分之一，又減二十四分之五，求餘數。

法以八分之七與三分之一，用互乘法，將八分之七變為二十四分之二十一，將三分之一變為二十四分之八，兩數相減，餘二十四分之一十三，又因餘零數與第三零數分母同，故以兩分子相減，得二十四分之八，即餘數也。按法約之，便為三分之一矣。

設如有七分之六，內減四分之三，又減二十八分之一，問餘數若干。答曰：一十四分之一。

設如有九分之七，內減八分之三，又減七十二分之一，十九問餘數若干。答曰：三十六分之五。

乘分

零分與零分相乘者，兩分母兩分子各相乘，所得之數，即乘出之分也。

設如有三分之二，與五分之四相乘，問得幾何。

法以兩分母三五相乘得一十五，為乘出之分母，又以兩分子二四相乘得八，為乘出之分子，即定為十五分之八，為得數也。

設如有四分之三，與九分之二相乘，問得幾何。答曰：六分之一。

設如有七分之二，與八分之五相乘，問得幾何。答曰：二十八分之五。

設如有十五分之四，與二十四分之五相乘，問得幾何。答曰：十八分之一。

設如有五十分之九，與八分之五相乘，問得幾何。答曰：八十分之九。

設如有三十六分之一十七，與五十八分之二十三相乘，問得幾何。答曰：二千零八十八分之三百九十一。

零分與整數相乘者，分子乘整數而以分母除之，即所得之數也。

設如有七，以五分之二乘之，問共得若干。

$\frac{7}{1} \times \frac{2}{5} = \frac{14}{5}$ 法以分子二與七相乘得一十四，以分母五歸之得二零五分

設如有五，以三分之二乘之，問共得若干。答曰：二零三分之一。

設如有一十三，以九分之八乘之，問共得若干。答曰：一十一零九分之五。

設如有二十四，以三分之二乘之，問共得若干。答曰：一十六。

設如有三十，以六分之五乘之，問共得若干。答曰：二十五。

設如有一百三十五，以八十九分之三十八乘之，問共得若干。答曰：五十七零八十九分之五十七。

設如有三千四百五十二，以二百六十三分之九十四乘之，問共得若干。答曰：一千二百三十三零二百六十三分之二百零九。

法以整數二，用分母四通為八，加入分子一，共得九，又以整數八，用分母四通為三十二，乃與九相乘得二百八十八，以分母四自乘之一十六除之得一十八，即定為整數一十八，為所得之數也。

整數帶零分與整數乘者，先將整數俱通為零分，相乘得數，以分母自乘之數除之，即得。

設如有整數二又四分之一，與整數八相乘，問得幾何。
 $2\frac{1}{4} \times 8 = 16 + 2 = 18$ 法以整數二，用分母四通為八，加入分子一，共得九，又以整數八，用分母四通為三十二，乃與九相乘得二百八十八，以分母四自乘之一十六除之得一十八，即定為整數一十八，為所得之數也。

設如有整數三又四分之一，與五相乘，問得幾何。答曰：一十六零四分之一。
設如有整數一十五又一十三分之九，與二十三相乘，問得幾何。答曰：三百六十零一十三分之一十二。

設如有整數八又九分之五，以九乘之，問得幾何。答曰：七十七。
設如有整數一十四又三千四百九十分之一百五十四，以三十五乘之，問得幾何。答曰：四百九十一零三百四十九分之一百九十。

乘分

整數帶零分與零分乘者先將整數通為零分相乘得數以分母自乘之數除之即得

設如有整數二又五分之四與零分五分之三相乘問得幾何

二五 四四

法以整數二用分母五通為一十加入分子四得一十四乃與

〇五三

零分分子三相乘得四十二以分母五自乘之二十五除之得

一四三二

整數一零二十五分之一十七即所求之數也

設如有整數三又七分之二與八分之五相乘問得幾何 答曰二零五十六

分之三

設如整數四又六分之一與五分之三相乘問得幾何 答曰二零二分之一

設如有整數一十五又一十三分之三與一十八分之五相乘問得幾何 答

曰四零一十三分之三

設如三百四十二又七十三分之十八與二百五十一分之九十二相乘問得

幾何 答曰一百二十五零一萬八千三百二十三分之八千一百五十三

整數帶零分與整數帶零分相乘而零分之分母不同者則以兩零分之分母用互乘法齊其數然後各以相同之分母化整為零兩數相乘再以同母自乘之數除之即得

設如有整數二又四分之三以整數三又三分之二乘之問積得幾何

三四

三九

法以兩分母四三相乘得一十二為共母數以前分母四乘後

三三

二八

分子二得八以後分母三乘前分子三得九為兩分子數乃以

四四

三三

共母數一十二乘整數二變為二十四加入分子九得三十三

四四

三三

又以共母數一十二乘整數三變為三十六加入分子八得四

四四

三三

十四爰以三十三與四十四相乘得一千四百五十二乃以共

四四

三三

母數一十二自乘之一百四十四除之得整數一十又零分一

四四

三三

百四十四分之一十二約之為一十二分之一即合問矣

四四 四五 四四

乘分

三十一

設如有整數四又三十三分之一十四以整數三又七分之二乘之問積得幾何。答曰一十四零二百三十一分之一百二十四。

若大分下又帶小分相乘者不論各大小分母同異總以小分母通大分母為母數又以小分母通大分子加入小分子為子數然後以所變之兩母數兩子數對乘即得。

設如有甲數四分之三又帶此一分之七分之二與乙數九分之五又帶此一分之三分之一相乘問得幾何。

法以甲數小分母七通大分母四得二十八仍以小分母七通大分子三得二十一加入小分子二得二十三共得二十八分之二十三為甲大小分所變之數又以乙數小分母三通大分母九得二十七仍以小分母三通大分子五得一十五加入小



分子一得一十六共得二十七分之一十六為乙大小分所變之數然後以甲所變之分母二十八與乙所變之分母二十七相乘得七百五十六為乘出之分母以甲所變之分子二十三與乙所變之分子一十六相乘得三百六十八為乘出之分子共得七百五十六分之三百六十八約之為一百八十九分之九十二即所求之數也。

設如有甲數一十三分之四又帶此一分之七分之二與乙數二十九分之一十七又帶此一分之十四分之九相乘問得幾何。答曰一千四百二十一分之二百八十五。

設如有甲數五分之三又帶此一分之四分之一與乙數五分之四又帶此一分之四分之一相乘問得幾何。答曰二百分之一百一十七。

設如有甲數八分之三又帶此一分之四分之一與乙數八分之四又帶此一分之六分之五相乘問得數幾何。答曰一千五百三十六分之三百七十七。

除分

凡除分法零分除零分者兩分母兩分子各自除之所得之數即除出之分也

設如有九分之二以三分之一除之求得幾何

法以九分之二為實三分之一為法以法分母三除實分母九得三為除出之分母又以法分子一除實分子二仍得二為除

出之分子即定為三分之二為所得之數也

設如有三十五分之一十二以五分之三除之問得幾何 答曰七分之四

設如有二十七分之一十四以三分之二除之問得幾何 答曰九分之七

設如有一百零八分之八十一以四分之三除之問得幾何 答曰一

設如有一千零六十四分之三百一十五以一百三十三分之四十五除之問得幾何 答曰八分之七

如有奇零不盡者用互乘法齊之即得分數其比例與除出之法同

設如有八分之三以三分之一除之求得幾何

法以互乘代除以實分母八乘法分子一得八為除出之分母

又以法分母三乘實分子三得九為除出之分子共得八分之九

乃命之為整數一又八分之一即所求之數也

設如有九分之五以一十五分之二除之問得幾何 答曰四零六分之一

設如有一十六分之七以四分之三除之問得幾何 答曰一十二分之七

設如有七分之二以五分之三除之問得幾何 答曰二十一分之一十

設如有三百四十三分之七十六以六百零三分之四十四除之問得幾何

答曰三零三千七百七十三分之一百三十八

設如有二十二分之一十四以一十三分之六除之問得幾何 答曰一零六

十六分之二十五

整數除零分者，整數乘分母，而所得之分母，與原分子，即為所求之數也。

設如有五分之三，以八除之，求得幾何。

法以整數八，與分母五相乘得四十，為更分母而分子猶存三，此法用乘而請除因乘母與除子比例無異之故也下做此

設如有一十六分之九，以三除之，問得幾何。答曰：一十六分之三。

設如有五分之三，以二除之，問得幾何。答曰：一十分之三。

設如有二十五分之一十三，以一十一除之，問得幾何。答曰：二百七十五分之一十三。

設如有三百六十三分之五十八，以八十七除之，問得幾何。答曰：一千零八十九分之二。

十九分之二。

設如有八百五十八分之一百六十二，以五十六除之，問得幾何。答曰：八千零八分之二十七。

零分除整數者，分母通整數，而以分子除之，即得所求之數。

設如有六，以三分之二除之，問得幾何。

法以分母三，通整數六，得一十八為實，以分子二為法除之，得九，即所求之數也。

設如有一，以三分之二除之，問得幾何。答曰：一零二分之一。

設如有一十七，以九分之四除之，問得幾何。答曰：三十八零四分之一。

設如有一百九十二，以一十五分之八除之，問得幾何。答曰：三百六十。

設如有九，以一十三分之四除之，問得幾何。答曰：二十九零四分之一。

設如有七百八十三，以四十七分之一十九除之，問得幾何。答曰：一千九百三十六零一十九分之一十七。

三十六零一十九分之一十七。

設如有九百五十八，以九十七分之二十四除之，問得幾何。答曰：三千八百七十一零一十二分之一十一。

七十一零一十二分之一十一。

整數帶零分除整數者先將法實之兩整數俱通為零分而於法中加入分子除之即得

設如有二十四以二零三分之二除之求得幾何

二 三 三八 法以分母三通二十四得七十二為實又以分母三通二得六

四 三 〇三 七九 加入分子二得八為法除之得九即所求之數也

設如有一十六以二零五分之一除之問得幾何 答曰七零一十一分之三

設如有三十六以八零一十三分之四除之問得幾何 答曰四零三分之一

設如有九十四以一十四零九分之五除之問得幾何 答曰六零一百三十分之一之六十

一分之六十

設如有一百五十七以四十五零二十二分之一十七除之問得幾何 答曰

三零一千零七分之四百三十三

設如有八百九十六以四十八零一十八分之一十七除之問得幾何 答曰

一十八零八百八十一分之二百七十

整數除整數帶零分者先將法實之兩整數俱通為零分而於實中加入分子以得之法為分母而得之實為分子即所求之數也

設如有二零三分之二以二十四除之問得幾何

二 四 三 〇三 法以分母三通二得六加入分子二得八為實又以分母三通

二 三 二八 二四 得七十二為法共得零數七十二分之八約之為九分

之一即所求之數也

設如有四零七分之二以一十五除之問得幾何 答曰三十五分之一十一

設如有一十四零一十六分之九以一百三十二除之問得幾何 答曰二千

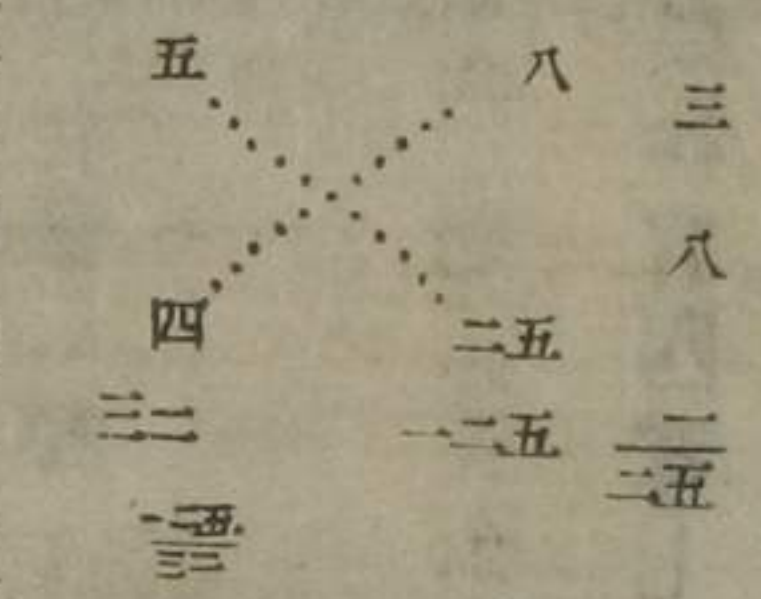
一百一十二分之二百三十三

設如有一百五十七零四十八分之三十五以一百二十四除之問得幾何

答曰一零五千九百五十二分之一千六百一十九

整數帶零分除零分者先將整數通為零分加入分子用互乘法齊之即得

設如有五分之四以三零八分之一除之求得幾何



法以五分之四為實以法之分母八通三得二十四加入分子一得二十五共得八分之二十五為法用互乘法則以法之分子二十五乘實之分母五得一百二十五為母數再以法之分母八乘實之分子四得三十二為子數共得一百二十五分之三十二即所求之數也

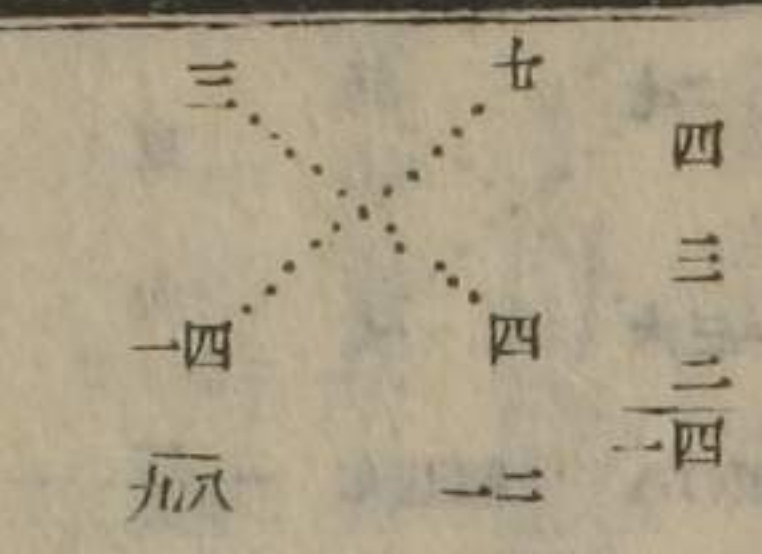
設如有三分之一以六零五分之一除之問得幾何 答曰九十三分之五

設如有一十四分之一以四十二零九分之二除之問得幾何 答曰五千三百二十分之九十九

設如有二百五十一分之四十六以一十八零一十分之三除之問得幾何 答曰四萬五千九百三十三分之四百六十七

零分除整數帶零分者先將整數通為零分加入分子以互乘法齊之即得

設如有四又三分之一以七分之四除之問得幾何



法以實之分母三通四得一十二加入分子二得一十四共得三分之一十四為實以七分之四為法用互乘法則以法之分子四乘實之分母三得一十二為母數再以法之分母七乘實之分子一十四得九十八為子數共得一十二分之九十八乃命之為整數八零六分之一即所求之數也

設如有六又五分之四以十分之四除之問得幾何 答曰一十七

設如有一十八又一十四分之九以一十分之三除之問得幾何 答曰六十二零七分之一

設如有三百三十二零四十五分之一十八以八十三分之五除之問得幾何 答曰五千五百一十七零二十五分之二十一

整數帶零分除整數帶零分者先各以整數通為零分加入分子用互乘法齊之即得

設如有五零二十七分之一以五零三分之一二除之求得幾何



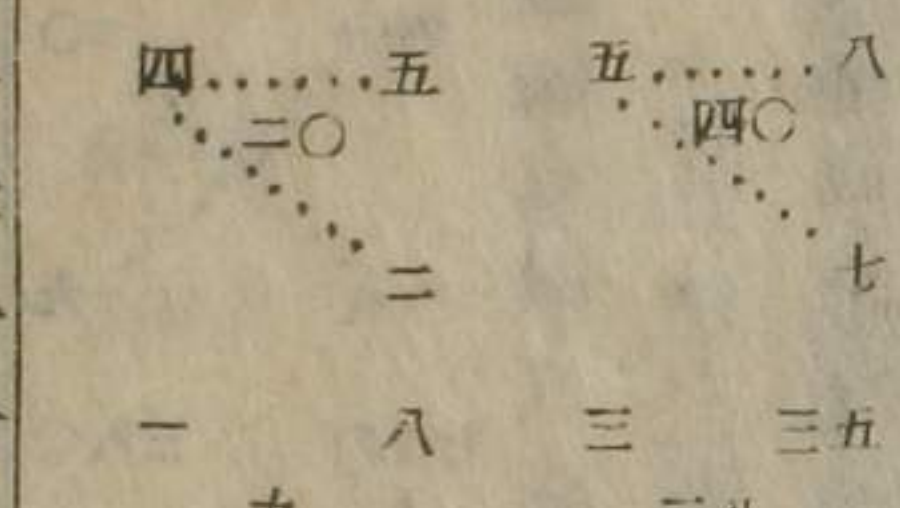
法以分母二十七通整數五得一百三十六加入分子一得一百三十六共得二十七分之一一百三十六為實又以分母三通整數五得一十五加入分子二得一十七共得三分之一一十七為法加互乘法代除之法以分母二十七乘分子一十七得四百五十九為除出之分母以分母三乘分子一百三十六得四百零八為除出之分子共得四百五十九分之四百零八約為九分之八即所求之數也

設如有七零三分之一以九零九分之五除之問得幾何 答曰四十三分之三十三

設如有三零六分之一以九零二分之一除之問得幾何 答曰三分之一

若大零分下又帶小零分相除者不論各大小分母同異總以小分母通大分母為母數又以小分母通大分子加入小分子為子數然後以所變之子母數用互乘法代除之法除之即得

設如有甲數八分之七又帶此一分之五分之三以乙數五分之二又帶此一分之四分之一除之問得幾何



法以甲小分母五通大分母八得四十仍以小分母五通大分子七得三十五加入小分子三得三十八共得四十分之三十八為甲大小分所變之數以之為實又以乙小分母四通大分母五得二十仍以小分母四通大分子二得八加入小分子一得九共得二十分之九為乙大小分所變之數以之為法然後用互乘法以甲所變之分母四十乘乙所變之分子九得三

二〇 九 三六〇

四〇 三八 七六〇

百六十為除出之分母，又以乙所變之分母二十乘甲所變之分子三十八，得七百六十，為除出之分子，共得三百六十分之七。又帶此一分之五分之三，以乙一十分之七，又帶此一分之五分之四除之，問得幾何。答曰：一零五十二分之三。

設如有甲九分之四，又帶此一分之三分之二，以乙八分之六，又帶此一分之八分之七除之，問得幾何。答曰：一千四百八十五分之八百九十六。

設如有甲一十四分之五，又帶此一分之七分之三，以乙二十三分之四，又帶此一分之九分之五除之，問得幾何。答曰：一零二千零九分之一千九百二十四。

設如有甲八百五十六分之一百九十，又帶此一分之四十五分之一十三，以乙三百一十五分之七十二，又帶此一分之二十七分之五除之，問得幾何。

答曰：一千五百零一萬五千零九十六分之一千四百五十六萬五千六百六十三。

小數

凡奇零之小數，以單位為本，下位遞退，以十依次漸降，如單位數一化為十分，則十分之奇零，在下一位紀之，單既為十分，以此一分更化為十，則此十分之奇零，又下一位紀之，其例無窮，可以類推，而小數與大數，無異理也。

若單之下一位有一，乃十分之一，有四，乃十分之四，單之下二位有一，乃百分之一，有三，乃百分之三，單之下三位有一，乃千分之一，有六，乃千分之六，單之下四位有七，乃萬分之七等。如退單位第一位三，第二位五，第三位八，則千分之三百五十八，如上式。

一〇〇〇
三五八

一〇〇〇〇
六三四九

三六三

〇二六

五四
五四〇

又如第一位六、二位三、三位四、四位九、則萬分之六千三百四十九，如上式，其餘均可以此為例。
凡整數帶奇零之小數，則於單右誌點以隔下位之奇零數誌點之左，謂大數誌點之右，謂小數。如大數三帶奇零小數百分之六十三，必須如上式，若無整數，亦必須誌點於小數之左。
凡列衆小數幾多位，中有空者，必作〇以存其位。如有千分之二十六，此首位空，則必於首位補〇，仍誌點於左，如上式。
凡續〇於奇零小數之右，有同於無，如上列五四與五四〇同是也。

設如有單位一之千分之三百九十六，依例紀其小數。

設如有單位一之萬分之二十八，依例紀其小數。

設如有三十二零小數十萬分之二萬三千四百一十三，欲依例紀之。

設如有一百八十六零小數一百萬分之三萬二百八十九，欲依例紀之。

設如有三十八零小數一億分之五百零八，欲依例紀之。

小數加法

加奇零小數者，不論幾多位，總定位以單從單為主，每位直下為例，按法依次加之，其餘與大數加法同。

法同

設如有三百九十四零小數二四六，又三十二零小數五，又四百零八零小數

〇四，又九零小數一〇六七，相加得幾何？

六 七
四 〇 六
二 五 〇
九 〇 四
三 八 〇
四 〇 九
三 八 九
八 四 三

法以四層數從單定位以下直列，由末位起加，獨七仍得七，六六相加得十二，紀二進一，四四相加得八，加入所進之一，得九，一五二相加得八，單位以上，按法計之，共得八百四十三零小數八九二七，即總數也。

設加有二十九零小數〇一四六，又三千一百四十六零小數五，又奇零小數六二四一七，相加得幾何？答曰：三千一百七十六零小數一三八七七。

小數減法

減奇零小數者，將原與減兩數之單位列齊為定。若原奇零之位數少於減奇零之位數，必於空位各補〇以齊之，然後按法依次減之，其餘與恒法無異。

設如有九十一零小數七三，內減二零小數一三八，問得餘幾何。

$$\begin{array}{r} 〇八三 \\ 三三三 \\ 七二五 \\ 九一八 \\ \hline 九一八 \end{array}$$

法以九十一零小數七三為原數，列於上，又二零小數一三八為減數，列於下，單位從單位列定，因原小數只有二位而減之，小數有三位，故於原數之末必續〇以齊兩數之位，由末位起按法減之，得八十九零五九二，即餘數也。

設如有二零小數七三，內減二零小數九一八，問得幾何。答曰：小數八一二。

小數乘法

乘奇零小數者，以實與法按法乘之，實法兩數之奇零并有幾位，其所得奇零之數亦必幾位，若位數不滿，則補〇以足之，誌點於左。

設如有奇零一三六八，以奇零六四乘之，問得幾何。

$$\begin{array}{r} 八四二 \\ 六六二 \\ 三六八 \\ 一三五五 \\ \hline 〇八七七 \end{array}$$

法以奇零一三六八為實，奇零六四為法，依法乘之，共得八七五五二，因實有奇零四位，法有奇零二位，并之為六位，則積之奇零必須有六位，今所得之數不過五位，故補〇於左，以滿其位數，而以點誌之也。

設如有奇零三二一〇九六，以奇零二四六五乘之，問得幾何。答曰：奇零〇七九一五〇一六四。

設如有九零三四六，以三零一五乘之，問得幾何。答曰：二十九零四三九九。

小數除法

除奇零小數者按法列實與法而除之將法之奇零位數較於實之奇零位數實之所餘者為幾位即定所得之奇零亦必幾位矣

設如有四十八零小數一二九四以一零小數三一除之間得幾何

四法以四十八零小數一二九四為實以一零三一為法除之得
四九七三二
六二六九五五
三六七四按法之奇零二位實之奇零四位相較實餘奇零二
三三八九九
二四三位故可定所得之數三六為大數七四兩位為奇零矣

設如有一百二十三零七〇五三六二以五十四零二五除之間得幾何

答曰二零二八〇二有餘

設如有奇零八二九七五九二以奇零一五三除之間得幾何

答曰五零四二二二有餘

凡法之奇零與實之奇零位數若相等則所得者皆大數而無奇零也

設如有八千五百六十五零八二五以六零三二一除之間得幾何

五五〇法以八千五百六十五零八二五為實以六零三二一為法
一三五五
二五七〇七
八三五〇四六八
一四六八
二六二四九六一
三三三
三三三
六八六二除之得一三五五有餘法之奇零三位既與實之奇零三位相齊則所得四位數俱為大而無奇零即一千三百五十五有餘為除得之數矣

設如有二十七零一〇四以奇零七一二除之間得幾何

答曰三十八有餘

設如有三十二零五四六以六零三二九除之間得幾何

答曰五有餘

設如有七十二零一五六四以奇零一三四七除之間得幾何

答曰五百三十五有餘

設如有五百四十二零二五四以四十八零三六八除之間得幾何

答曰一十一有餘

若實之奇零位數少於法之奇零位數則必補○於實之末以齊其位而所得者為大數無奇零也

設如有一十六零小數七以四零小數一七五除之問得幾何

$\frac{1607}{4175}$

此以法之奇零有三位而實只有奇零位一依法當補兩○於實小數七之右以齊其奇零位數所得之四為大數也

設如有二十七以奇零○二六三九除之問得幾何 答曰一千零二十三有餘

設如有一十二以奇零七八五四除之問得幾何 答曰一十五有餘

設如有四十八以一零四四除之問得幾何 答曰三十三有餘

設如有一百二十五以一零○四五除之問得幾何 答曰一百一十九有餘

設如有七百零九以二零五七四除之問得幾何 答曰二百七十五有餘

設如有七千三百八十二零五四以六零四二五二除之問得幾何 答曰一千一百四十八有餘

或有得者之位數不足法所宜有者則須補○於左以存其位

設如有奇零數○一二三二以奇零數八八除之問得幾何

$\frac{1232}{88}$

此以實之奇零五位法之奇零二位所得之奇零宜有三位今所得之一四乃二位故補○於左以存其位

設如有四十五零五以二千一百除之問得幾何 答曰奇零○二有餘

設如有奇零四八五二○九九八以一百七十八除之問得幾何 答曰奇零

○二七二五八九有餘

設如有三十七零一○四三八以五千七百一十三零九六除之問得幾何

答曰奇零○六有餘

設如有奇零三五二以三十二除之問得幾何 答曰奇零○一一

設如有奇零六八四八九三二以三百八十二除之問得幾何 答曰奇零○

一七九二九有餘

或有奇零數除至實位滿而數不盡者，則可於實右補○，如法以致恰盡無餘，若仍不盡，則得數位愈多術愈密也。

設如有四零一三，以奇零數二八除之，問得幾何。

此以法之小數二八，除實之四零一三，至實位滿而除不盡，所以遞加○則盡，而得一十四零小數七五，即所求之數也。

設如有二千五百零八零九二八○六，以九十二零四一○三五除之，問得幾何。答曰：二十七零一四九八有餘。

設如有四千一百零九零二三五一，以一百三十零四○九除之，問得幾何。答曰：三十一零五一○三有餘。

設如有七十零二三，以七零九八六三除之，問得幾何。答曰：八零七九三八有餘。

循環小數

或有奇零數遞降加○，而除終不得恰盡，循環如原數，而反覆無窮，此即謂循環之數也。如左式可明覽。

設如有奇零二二三，以奇零九九除之，問得幾何。

此按法而除，先二位得二三，而所餘二三，與原實同，再除之，復得二三兩位，而所餘亦與原實均同，反覆無窮，即可定為循環之數矣。

設如有奇零四五六，以三零三除之，問得幾何。答曰：奇零一三帶循環數八

一。設如有奇零五四八，以奇零九六除之，問得幾何。答曰：奇零五七○八帶循

環數三。

分化小數法

化分爲小數者，分子數累續，以分母數除之，得爲所求之小數也。

設如有四分之一，化爲奇零小數，問得幾何。

五〇

法以分子一爲實續，以分母四爲法除之，得二餘二，再續。

三四〇

得二十，法四再除得五，共得奇零二五，即所求之小數也。

設如有二分之一，化爲奇零小數，問得幾何。答曰：奇零五。

設如有四分之三，化爲奇零小數，問得幾何。答曰：奇零七五。

設如有八分之三，化爲奇零小數，問得幾何。答曰：奇零三七五。

設如有十六分之五，化爲奇零小數，問得幾何。答曰：奇奇三一二五。

設如有十四分之十一，化爲奇零小數，問得幾何。答曰：奇零七帶循環小數。

八五七一四二

數學啟蒙卷一

正比例

凡數彼此相形之法，惟乘除所該甚廣。二法各不過兩率，其中暗藏四率之理。故比例之法，出於乘除，以所有之三率，求第四所應得之率。蓋以所有而求所未有也。正比例一名異乘同除，以原有之兩件，一爲法，一爲實，以法除實，故爲同除。今有之一件乘之，故爲異乘。如先乘而後除亦可。蓋以原有之兩件，法爲一率，實爲二率，今有之一件爲

三率所求之一件為四率也。

正比例者，列原有之兩件為一率二率，今有之一

件為三率，其一率與三率同類，如一率米，三率亦米，一率銀，三率亦銀等例，乃以

三率乘二率，其所得之數，以一率除之，則所除得

之數，即為四率，與第二率同類。凡一率與三率有

幾等之數，均化為一等無零，如斤兩通為兩，畝分步通為步等也，第二率有

幾等亦通化之。

設如有銀賞人，每三人賞銀一兩八錢，今有二百四十人，問共該銀若干。

一率人三 二率人四 法以三人為一率，一兩八錢為二率，今有二百四十人為三率，

二率兩八錢 四率兩 三率相乘，率除之，得四率一百四十四兩，即共銀數也。蓋

三人與一兩八錢之比，即同於二百四十人與一百四十四兩之比也。

設如有銀買米，每米一石，銀八錢，今買米二百四十石，問共該銀若干。 答曰，

一百九十二兩。

設如有銀買米，每銀一兩，買米一石三斗，今有銀三百二十兩，問共買米若干。 答曰，四百一十六石。

答曰，四百一十六石。

設如有穀換米，每穀一石四斗，換米八斗四升，今有穀三十二石六斗八升，問

換米若干。 答曰，一十九石六斗零八合。

設如天上二度，當地面四百里，今七度，該里數若干。 答曰，一千四百里。

設如一星一日內行一度三十分，今問八刻內應行若干。 答曰，七分半。

設如驗時儀，箕砲聲自烟起至聞聲計七秒得五里，今得一十四秒，問里數若

干。 答曰，一十里。

設如有羊四百六十隻，共賣銀八十二兩八錢，問每羊一隻，價銀幾何。 答曰，

一錢八分。

轉比例

轉比例者以今有愈大所求愈小與正比例相反故謂之轉比例一名同乘異除以原有之兩件相乘故為同乘今有之一件除之故為異除也

其法列今有之一件為一率原有之兩件為二率三率其二率與一率同類餘法與正比例同

設如傭工開渠八人開之二十日完今加倍用十六人開之問得幾日完
法以今一十六人為一率原二十日為二率原八人為三率二三率相乘一率除之得四率十日即一十六人完工之日也此

一率八

二率日二〇

三率八八二〇

四率日〇六

十丈

設如有地四百八十畝八人耕之一十二日完今用六人耕之問得幾日完
答曰一十六日

設如眾軍支米足用四年則每人每月支米三斗今欲將四年之米足用一十二年問每人每月應支幾何
答曰一斗

設如木星一十二年一周天每年行三十度土星則二十八年一周天問每年行幾度
答曰一十二度五十一分二十五秒七分秒之五

設如一人借人之絹寬三尺長二十四丈今還絹寬四尺問長該若干
答曰一十八丈

合率比例

凡有幾四率可合而為一四率者則名合率
比例亦曰同乘同除或名為重測或名為順較逆較其理不過合幾
乘而為一乘合幾除而為一除按四率參互
錯綜不出於比例之外也

其法以所求者之同類數為二率乃視餘諸數若
今有之類者大而得所求之類者亦大或曰今者小得求者小亦同
則以原有之諸件相乘為一率以今有之諸件相
乘為二率按比例法求之而得四率也

設如養兵七百名每年額餉一萬二千六百兩內有新著伍兵三百名已應役
七個月問該餉銀若干

原 $\frac{700}{1000}$ 法以原養兵七百名與一十二個月相乘得八千四百為一率
今 $\frac{300}{1000}$ 以所求之同類額餉一萬二千六百兩為二率以今新兵三百
名與七個月相乘得二千一百為三率推得四率三千一百五
十兩即兵三百名七個月應得之餉銀數也

設如馬一十四匹一十六日食麥五十六斗今馬二十四匹二十四日食麥該若
若干 答曰一百二十斗

設如本洋錢一百圓一十二個月得息六圓今有七十五圓九個月該息若干
答曰三圓又八分圓之三

設如脚夫負三百斤行一百五十里得脚錢四千文今負七百斤行五十里該
脚錢若干 答曰三千一百一十一文又九分文之一

設如兵一百三十六名一百零八日給糧三百五十一石今有一萬一千二百
名五十六日該糧若干 答曰一萬四千九百八十八石一十七分石之四

若今有之類者大而所求之類者小

或曰今者小得求者大亦同

則

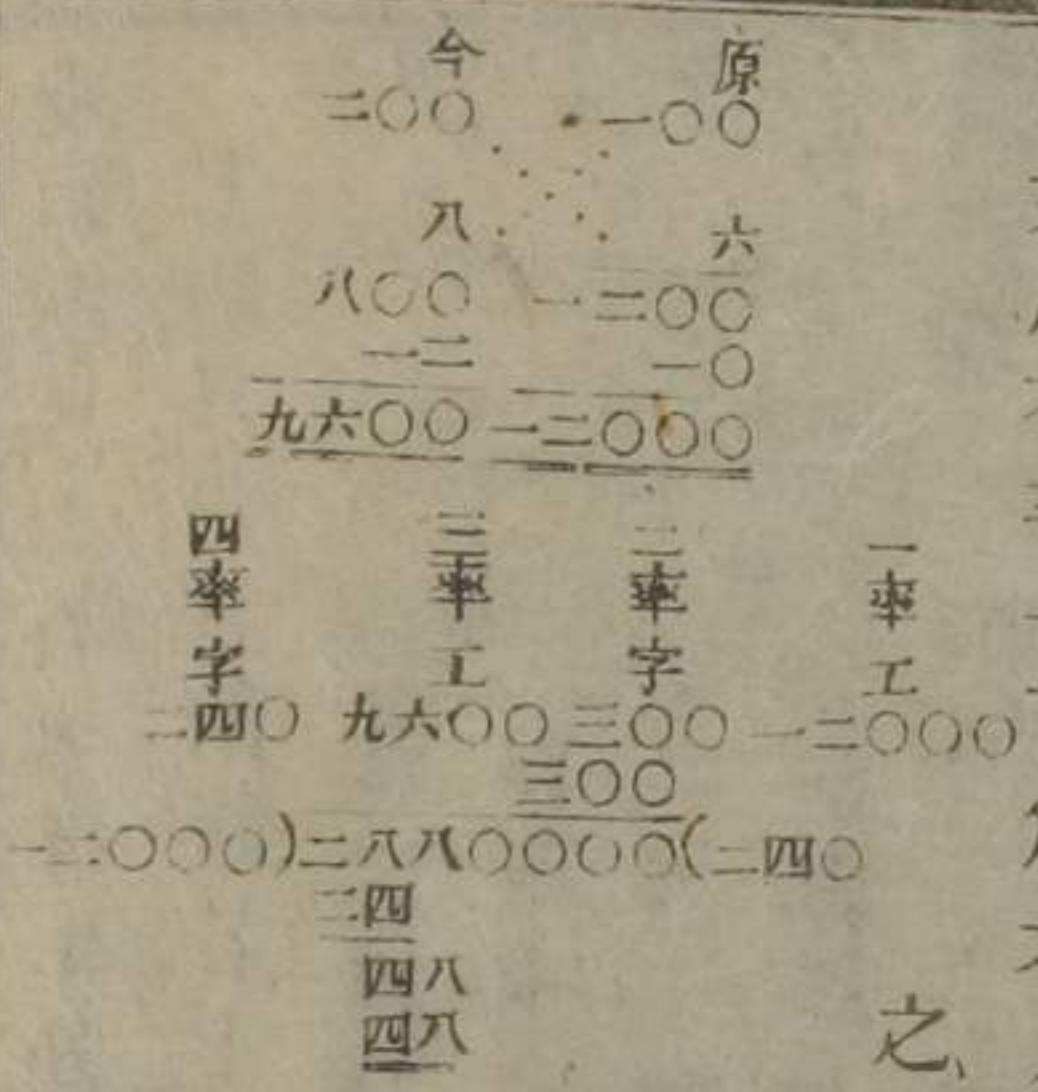
以今有諸本件與原有諸次件相乘為一率以原

有諸本件與今有諸次件相乘為二率

凡原有與今有之幾件中或大而得

小或大而得大則其大而得小者謂之本件其大而得大者謂之次件也餘依前例

設如原有書一百篇六人寫之一十日完每篇三百字今有書二百篇八人寫之十二日完問每篇得字若干



法以今有之本件二百篇與原有之次件六人相乘得一千二百又以原有之次件一十日乘之得一萬二千為一率以所求者之同類每篇三百字為二率以原有本件一百篇與今有之次件八人相乘得八百又以今有之次件十二日乘之得九千六百為三

率按正比例推得四率二百四十字即今八人寫一十二日每篇之字數也

設如原有工人一百開河四十丈二十日工完今有工人一千開河八十丈問得日數幾何 答曰四日

設如原雇人寫書每篇六百字八人寫二十日得一百二十篇今寫書每篇四百五十字却用一十二人寫三十日問得篇數幾何 答曰三百六十篇

設如海船內原有甜水二萬零一百六十斤每人每日用二斤足用四個月今又添四千零三十二斤合前數共二萬四千一百九十二斤欲用六個月問每日每人應用幾何 答曰二十五兩六錢

設如原有米八萬石用車二十四輛日行四十里二十日運完今有米十萬石用車三十輛日行六十里問運完日數幾何 答曰十三日又三分日之一

設如原有麥子一萬二千石車一十二輛每車載三石日行八十里四十日運完今有麥三萬石車一十六輛每車載四石日行六十里問運完日數幾何 答曰七十五日

若所求者之類數與原有之首件間有幾件聯交，則以求者之類與原有諸件累次互乘，是首件乘得數為一率，求者之乘得數為二率，今有者為三率，餘依前例即得。

設如以芝麻換黃米，但知每芝麻三石換菜荳五石，每菜荳四石換黃米三石，今有芝麻五十四石，問換黃米若干。

本三四二二 一率石一 法以首之本件芝麻三石與第二本件菜荳四石相乘得一十

二石為一率，又以首之次件菜荳五石與求者之類黃米三石相乘得一十五石為二率，今有芝麻五十四石為三率，推得四

次三五五 率石四 四率石七 率六十七石五斗，即芝麻五十四石所換之黃米數也。

設如以夏布換棉布，但知每夏布三丈價銀二錢，每棉布七丈價銀七錢五分，今有夏布四十五丈，問換棉布若干。答曰：二十八丈。

按分遞折比例

差分之歛項雖多，而按分遞折者，皆為相連比例，故約之而歸一類，如二八、三七、四六、差分俱以十分為總率，而按各分以分之者也。如遞折差分，亦以總分為率，而按幾分之幾以遞折之者也。如二八差分者，以總物平分十分，一得十分之二，一得十分之八，有三色者，則以二與八與三十二為衰數，蓋八與三十二之比，即如二與八之比也。又如遞折差

分者總分之中得其幾分即為幾折如得其六分即為六折得其四分即為四折類推皆以相連比例求各衰數此術之例有五數一首色數二末色數三若干色四遞差分五總數知其三數則按法可推得餘數也

凡有總數有若干色有遞差分求各色之數以本差分第二次數自乘所得以第一次數除之得第三次數如除出之數帶零分則以其分母通諸衰數後做此再以第二次數乘之第一次數除之得第四次數引伸觸類至於得所求之

幾次數而止乃以其衰數之諸次併之為一率以總數為二率任以一衰數為三率推得四率即為本衰分應得之數按法以每分次序推之

設如種樹一千一百六十株按松柏桃柳四色遞次三七分種問各該幾何

松柏桃柳
三四三
一四七
六三
二七
五八〇

松
一率 五八〇
二率 一一六〇
三率 三三
四率 六八六

法以二次數七自乘得四十九以一次數三除之得三次數一十六帶三分之一是因有零分故以分母三通一次三得九通二次七得二十一通三次一十六帶三分之一得四十九又以二次七乘三次四十九得三百四十三以一次三除之得四次一百一十四帶二十一分之七約即三分之一故以分母三通其諸次數得一次二十七二次六十三三次一百四十七四次三百四十三此所得之四次中以三百四十三分為松衰數一百四十七分為柏衰數六十三分為桃衰數二十七分為柳衰

一率	五八〇	挑	三率	一六〇	二率	六三	四率	二六
		挑	一六〇	五八〇	二七	五四		

數併之得五百八十分為一率一千一百六十株為二率以松之衰數三百四十三分為三率得四率六百八十六株即種松之數如以栢之衰數一百四十七分為三率得四率二百九十四株即種栢之數以桃之衰數六十三分為三率得四率一百二十六株即種桃之數以柳之衰數二十七分為三率得四率五十四株即種柳之數也。

設如有銀三千四百一十兩令五商遞次二八分出問各出幾何 答曰第一

商十兩第二商四十兩第三商一百六十兩第四商六百四十兩第五商二千五百六十兩

設如有絲三百六十九斤令甲乙丙丁四人照十分之八折分問各得幾何

答曰甲一百二十五斤乙一百斤丙八十斤丁六十四斤

設如有田一千二百畝分與甲乙丙丁四人種之自上以下遞減一半問各該

若干 答曰甲得六百四十畝乙得三百二十畝丙得一百六十畝丁得八十畝

十畝

凡有若干色有遞差分有末色數求各色數依前例求得各衰數以末衰為一率末色數為二率所求之衰為三率得四率為所求之色數如有首色求各色者則以首衰為一率首色數為二率理同

設如生銅入爐鎔化三次每次去渣十分之二淨得上好熟銅二百四十八

兩問原銅幾何

一率	分	五
二率	兩	四八
三率	分	一〇〇〇
四率	兩	四八四

法以十分為首衰數以二分減十分得八分為第二衰數自乘得六十四以首衰十除之得六又十分之四為第三衰數以二衰八乘之得五十一又十分之二以首衰十除之得五又百分之十二為第四衰數以分母通之得四衰五百十二為一率二百四十八兩為二率首衰一千為三率推得四率四百八十四兩三錢七分五釐即原銅數也

設如有人織絹日加一倍至第四日織成六丈七尺五寸問每日織幾何 答曰一日四尺五寸二廿九尺三日一丈八尺四日三丈六尺

設如一人借銀為商三次每次得利銀比本銀加一倍如此利上又得利三次之後共千四百問原本銀若干 答曰一百七十五兩

設如有八人分銀第一名取二十兩每人遞次三倍之間第八名該取幾何 答曰四萬三千七百四十兩

設如有富人生十子分產以五十兩銀與第十子由此以上各子遞加一倍問長子該得幾何 答曰二萬五千六百兩

設如有穿窬連夜至錢庫偷錢遞次偷去三分之一共偷四次剩錢二百八十四千八百文問原錢若干 答曰一千四百四十一千八百文

設如弟兄五人分銀自少至長遞三倍之長兄分得一千三百七十七兩問最小弟該得幾何 答曰一十七兩

設如七人共出銀經商各依本銀分息最少分得二十五兩遞次加半問最多該得幾何 答曰二百八十四兩十錢六分五釐六毫二絲五忽

凡各色內有幾分俱不相等則以各色之分乘其衰數而併之為總分數餘如前法後倣此

設如有糧二千六百五十五石九斗合甲乙丙丁戊五等人戶照二入遞減納之甲三十戶乙四十戶丙五十戶丁六十戶戊七十戶問各戶所納幾何

法依前例求得甲衰數五百十二以甲戶三十乘之得一萬五千三百六十為甲共分數乙衰數一百二十八以乙戶四十乘之得五千一百二十為乙共分數丙衰數三十二以丙戶五十乘之得一千六百為丙共分數丁衰數八以丁戶六十乘之得四百八十為丁共分數戊衰數二以戊戶七十乘之得一百四十為戊共分數併五共分得總分二萬二千七百為一率總糧二千六百五十五石九斗為二率甲衰五百十二為三率得四率五十九石九斗零四合為甲一戶所納糧又以甲戶三十乘之得甲共納一千七百九十七石一斗二升乙衰一百二十八

按分遞折比例

一率分七〇
 二率分七〇
 三率分七〇
 四率分八
 五率分八
 六率分八
 七率分八
 八率分八
 九率分八
 十率分八
 十一率分八
 十二率分八
 十三率分八
 十四率分八
 十五率分八
 十六率分八
 十七率分八
 十八率分八
 十九率分八
 二十率分八

設如有米三百八十五石五斗二升，令上等八戶六分，下等八戶四分，交納上等二十六戶，下等四十戶，問各等每戶各該幾何？答曰：上等每戶七石三斗二升，下等每戶四石八斗八升。

設如有絹四百七十丈一尺八寸四分，令三等八戶，照十分之六出之，上等八尺，中等四丈六尺八寸，下等二丈八尺零八分。

遞加遞減比例

遞加者，其數自多而少，以漸而減也。遞減者，其數自少而多，以漸而加也。遞加者，其數自多而少，以漸而減也。遞減者，其數自少而多，以漸而加也。遞加者，其數自多而少，以漸而減也。遞減者，其數自少而多，以漸而加也。

三率推而得四率，如色若干奇，則第四率為中色之數，故此數以上遞次加定數，以下遞次減定數，則所得為各色之數也。

設如有金七十五斤，分與公侯伯子男五等，自男以上遞加五斤，問各該幾何。

一率八五

二率七五

三率八

四率五

公侯伯子男

五〇五〇五五

法以五人為一率，金七十五斤為二率，一人為三率，推之得四

率一十五斤，即伯所得之數，自伯一十五斤而上加五斤，得二

十斤，即侯所得之數，再加五斤，得二十五斤，即公所得之數，自

伯一十五斤而下減五斤，餘一十斤，即子所得之數，再減五斤，

餘五斤，即男所得之數也。

設如有俸糧三百零五石，令五等官依品級遞減一十三石給之，問各得若干。

答曰：一等八十七石，二等七十四石，三等六十一石，四等四十八石，五等

三十五石。

如色若干偶，則第四率為中兩色相和折半之數，故此兩數上者加半定數，再以上遞次加定數，下者減半定數，再以下遞次減定數，則所得仍為各色之數也。

設如有銀九百九十六兩，分給八人，自末名以上依次遞加十七兩，問首末人

各該幾何。

一率八八

二率九六

三率八一

四率四半

一三三四五六七八

四七〇三六九二五
八六五三一八九六
九九九六

法以八人為一率，銀九百九十六兩為二率，一人為三率，推得

四率一百二十四兩半為第四人，第五人相和折半之數，乃以

遞加一十七兩折半即八兩半，與一百二十四兩半相加得一

百三十三兩，即第四人應得之數，再以一十七兩遞加三次，得

一百八十四兩，即第一人應得之數，以八兩半與一百二十四

兩半相減，餘一百一十六兩，即第五人應得之數，再以一十七

兩遞減三次，餘六十五兩，即第八人應得之數也。

設如有鉛三百五十斤，欲作四球，依次遞加二十五斤，問每球重數若干。答

曰：第一球五十斤，第二球七十五斤，第三球一百斤，第四球一百二十五斤。

設如有人借銀三百六十兩，作十二次償還，遞次加四兩，問初次償若干兩。

答曰：八兩。

設如有人行路八日，共行一百二十八里，每日遞次加二里，問初日行里幾何。

答曰：九里。

設如有人賣雞六百一十六隻，每日遞加六隻，共賣一十四日，問第一日賣幾

何隻。答曰：五隻。

設如一人有八子，不說明各人歲數，但云共有一百七十二歲，自長至少皆遞

減三歲，問各人幾歲。答曰：長子三十二歲，二子二十九歲，三子二十六歲，

四子二十三歲，五子二十歲，六子一十七歲，七子一十四歲，八子一十一歲。

設如有船航海五百一十里，六日行到，每日遞加二十六里，問第一日與第三

日各行幾何里。答曰：第一日二十里，第三日七十二里。

凡有首色末色二數，有遞次加減數，求若干色，以遞次加減數為一率，一色為二率，首末二色較為三率，推得四率，加一，即若干色。

設如有人行路，初日行三里，每日增五里，至末日行五十八里，問共行幾日。

一率 里五

二率 日一

三率 里五

四率 日一

十七日。

設如一人染絹，初日染八尺，日加二尺，加至六十尺止，問日該幾何。答曰：二

設如問人有幾子，其人對曰：我長子今年三十二歲，以下各子遞少四歲，最小

子今年四歲，試猜我有幾子，其言如是，問其人當有若干子，又第五子年若干。答曰：八子，第五子一十六歲。

如不知首末兩數而知首末幾色兩共數則將首末幾色之兩共數各以若干色約之得首末幾色兩中分又以首末幾色之兩中分相減所得為較分為一率以首末中分之兩數相較得餘為二率以一色為三率推得四率為遞次加減之定數乃可依前例求各色之數矣

設如有八人分銀不言總數但知第一第二第三三人共得四十五兩第七第八二人共得八十五兩其遞加之數俱相等問各人應得若干

法以前三人共得銀數四十五兩用三歸之得一十五兩即第二人應得之數後二人共得八十五兩折半得四十二兩五錢即第七第八兩人相和折半之數乃以第二分與第七分第八

一率分半
錢五
二率兩七
三率分一
四率兩五
一二三四五六七八
五〇五〇五〇五
一一二二三三四

分之中數七分半相減餘五分半為一率第二人應得之一十五兩與後二人相和折半之四十二兩五錢相減餘二十七兩五錢為二率一分為三率推得四率五兩即每人遞加之數於第二人一十五兩內減五兩即得第一人一十兩於第二人一十五兩外遞加五兩即得第三人二十兩第四人二十五兩第五人三十兩第六人三十五兩第七人四十兩第八人四十五兩之數也

設如七人運糧不言總數但知第一人第二人共運二十三石七斗第五人第六人第七人共運二十六石一斗遞加數俱相等問第三人第四人與前後五人各運幾何 答曰第一人十二石二斗第二人十一石五斗第三人十石八斗第四人十石一斗第五人九石四斗第六人八石七斗第七人八石設如八人分米不言總數但知第一第二兩人共得十一石九斗第七第八兩人共得八石三斗其遞加之數俱相等問中四人各得若干 答曰第三人五石五斗第四人五石二斗第五人四石九斗第六人四石六斗

凡首色或末色為遞次加減數而但知若干色及
總數求各色之數以各色按次定其諸衰分併之
為一率總數為二率一分為三率求得四率為一
分之數即第一色以各色分數乘之得各色之數

設如有田七百二十畝合甲乙丙三戶依次遞減分耕問各該幾何

一率分六

二率畝二

三率分一

四率畝二

法以三分為甲衰數二分為乙衰數一分為丙衰數相併得六
甲乙丙分為一率總田七百二十畝為二率一分為三率推得四率一
百二十畝為一分即丙所耕之數以二分因之得二百四十畝
即乙所耕之數以三分因之得三百六十畝即甲所耕之數也

設如有金一十二兩六錢欲挨次遞減造套杯六個問各重若干 答曰第一
杯三兩六錢第二杯三兩第三杯二兩四錢第四杯一兩八錢第五杯一兩
二錢第六杯六錢

凡有遞次加減數有總數有首末二色和數求若
干色以首末和數折半之為一率以一色為二率
總數為三率推得四率即為若干色也

設如一人行路日增六里共行三百二十里但知初末兩日所行共一百六十
里問共行幾日

一率里八

二率日一

三率里二

四率日四

法以初末兩日行數一百六十里折半得八十里為一率一日
為二率共行三百二十里為三率推得四率四日即共行日數
也

設如有米七百三十石分與各戶每戶遞差二十三石但知首末二戶共得二
百九十二石問該有若干戶 答曰五戶
設如有善書一千八百五十四冊分送各村每村遞差四十三冊但知最大最
小二村共送四百一十二冊問共有幾何村 答曰九村

凡有總數有若干色有首末二色較數求各色之數以若干色為一率總數為二率一色為三率推得四率為中數或中兩色相和折半之數以若干色減一約較數如有四色以三約之有六色以五約之等而所得為加減定數依前例以其定數加減之則得各色之數也

設如有兵二萬三千八百名令甲乙丙丁戊五將遞次領之只云戊少甲三千三百六十名問各將所領若干

一率分五 三率分一 法以五分為一率兵數二萬三千八百為二率一分為三率推

得四率四千七百六十即丙所領之數又取戊少甲之三千三

百六十以四歸之得八百四十為平分加減之數自丙數而上

遞加之得五千六百即乙所領之數得六千四百四十即甲所

二率兵八〇〇
四率兵六〇
三率兵八〇
四

甲乙丙丁戊
四〇〇〇〇〇
四六六二八
四七九〇〇
四五三二〇

領之數由丙數而下遞減之得三千九百二十即丁所領之數得二千零八十即戊所領之數也

設如有米一百八十石令甲乙丙三人遞次分之但知甲多丙三十六石問各該若干 答曰甲七十八石乙六十石丙四十二石

設如有銀二百四十兩令趙錢孫李四人遞次分之但知趙多李一十八兩問各該若干 答曰趙六十九兩錢六十三兩孫五十七兩李五十一兩

設如東西南北中五村遞次納糧共八百五十石只云東村少于中村二百石問東村該若干 答曰七十石

設如有甲乙丙丁四商合本貿易共得利銀二百一十八兩遞次分之只云甲少于丁三十九兩問四人各該若干 答曰甲三十五兩乙四十八兩丙六十一兩丁七十四兩

設如有一十九人合夥生理遞次出銀共二千七百七十四兩只云第一人少于第十九人一百二十六兩問每人遞差數及首末二人各該若干 答曰遞差數七兩第一人八十三兩第十九人二百零九兩

超位加減比例

超位加減者，加減之中遞次分數不同，即如三人分銀若干，一得三分，一得五分，一得八分，而彼此分數之比例不同，故謂之超位加減。然立衰分求之，與遞次加減無異。

凡有總數，有各色之加減差分求各色之數，按差分定衰數，併之為一率，總數為二率，一色之衰分為三率，推得四率，即本色之數，依衰數加減而得各色之數也。

設如有銀五千兩，買馬四匹，園一區，宅一所，其園價比馬價多三倍，而宅價比園價又多四倍，問各價幾何。

一率分五，法以一分為馬衰數，加三倍得四分，為園衰數，又將園四分加四倍得二十分，為宅衰數，相併得二十五分，為一率。總價為園宅
二率兩 五 五千兩為二率，馬一分為三率，推得四率二百兩，即馬四匹之價，每匹價
三率分一 價，每匹價加三分六百兩，得八百兩，即園一區之價，再將園價加
四率兩 四 四分三千二百兩，得四千兩，即宅一所之價也。

設如有甲乙丙三人買房一所，共價八百一十兩，乙比甲出銀加一倍，丙比甲乙共出銀又加一倍，問每人各出幾何。答曰：甲九十兩，乙一百八十兩，丙五百四十兩。

設如有糧七百六十石，以船三次運之，第一次運一十分，二次運七分，三次運二分，問每次運糧幾何。答曰：一次四百石，二次二百八十石，三次八十石。設如有銀七十兩，買駝馬驢各一匹，但知馬比駝價九分之四，驢比駝價九分之一，問各價幾何。答曰：驢一匹五兩，馬一匹二十兩，駝一匹四十五兩。

凡有總數有各色之較數求各色數以若干色為一率以各色與首色之較數相并減於總數餘為二率一色為三率推得四率即首色數按差分加之得各色之數也

設如甲乙丙三人合本為商共得利銀四百兩乙比甲多分一十二兩丙比乙又多分一十六兩問各分利銀幾何

一率八三
二率兩六 甲乙丙
三率八一 〇三八
四率兩三 一三四
法以三人為一率以乙與甲之較數十二兩又丙與甲之較數二十八兩相併得四十兩減於四百兩餘三百六十兩為二率以一人為三率推得四率一百二十兩即甲之數加十二兩得百三十二兩即乙之數又加十六兩得百四十八兩即丙之數
設如有銀三十八兩買駝馬驢各一匹但知駝比馬價多八兩馬比驢價多六兩問各色之價若干 答曰駝價二十兩馬價一十二兩驢價六兩

和較比例

比例之中有和數較數而復有和較者用和數相比謂之和用較數相比謂之較至於設問中兩物相和兩價相和或每色中幾物相和乃於和數中求較數因較數而成比例是以和數為體而較數為用故謂之和較比例凡有總數有二色之共分有一色之衰數求各色之分數以每色之衰數各乘共分數所得與總數相較併其較數為一率共分為二率以彼色之較

數為三率得四率為彼色之分數以減共分得此色之分數

設如有銀一百兩共買細絹一百疋細每疋價銀一兩六錢絹每疋價銀八錢問細絹各若干

法以細絹共一百疋用細價一兩六錢乘之得一百六十兩與共銀一百兩相較則共銀少六十兩又以細絹共一百疋用絹價八錢乘之得八十兩與共銀數一百兩相較則共銀多二十兩乃以多少兩數相併得八十兩為一率細絹共一百疋為二率少六十兩為三率得四率七十五疋即絹數於共一百疋內減之餘二十五疋即細數如以多二十兩為三率得四率二十五疋亦即細數也

設有銀四百零五兩七錢共買米麥五百石米每石價銀八錢六分麥每石價銀七錢二分五釐問米麥各該幾何 答曰米三百二十石麥一百八十石

凡有幾色其分俱相等有總數有各色不等分之衰數求各色之分數以衰數互乘原分得各通衰并之為一率以各原分連乘得通分為二率總數為三率推得四率為各色之分數

設如賞人茶酒飯共用碗一千三百三十八但知三人共茶二碗五人共酒三碗七人共飯六碗問共人數及三項各用碗若干

法先以三人茶二碗五人酒三碗互乘以三人與五人相乘得一十五人又以三人乘酒三碗得九碗五人乘茶二碗得一十碗是為一十五人共用茶酒一十九碗復與七人飯六碗互乘以一十五人與七人相乘得一百零五人又以一十五人乘飯六碗得九十碗七人乘茶酒共一十九碗得一百三十三碗爰以一百三十三碗與九十碗相併得二百二十三碗為一率

一率 碗三

二率 人〇五

三率 碗八

四率 人三

一率 人三

二率 碗三

三率 人三

四率 碗六

一率 人三

二率 碗六

三率 人三

四率 碗八

一率 人三

二率 碗八

三率 人三

四率 碗八

一率 人三

二率 碗八

三率 人三

四率 碗八

一率 人三

二率 碗八

三率 人三

四率 碗八

一率 人三

二率 碗八

三率 人三

四率 碗八

一率 人三

二率 碗八

三率 人三

四率 碗八

一率 人三

二率 碗八

三率 人三

四率 碗八

一率 人三

二率 碗八

三率 人三

四率 碗八

一率 人三

二率 碗八

百零五人為二率，共碗一千三百三十八為三率，得四率六百三十人，即共人數也。既得共人數，乃以三人為一率，茶碗二為二率，共六百三十人為三率，得四率四百二十為茶碗數。又以五人為一率，酒碗三為二率，共六百三十人為三率，得四率三百七十八為酒碗數。又以七人為一率，飯碗六為二率，共六百三十人為三率，得四率五百四十為飯碗數也。

設如送書與人，共一萬五千四百二十八冊，每二人聖經一冊，每三人問答二冊，每五人地志三冊，每七人通書六冊，問每色人數若干。答曰：五千八百八十八人。

設如以飯米錢三項給貧民，每七人給飯九碗，每五人給米三斗，每一十人給錢三甲，碗斗甲三件之共數七百六十五，問共人及每項數各若干。答曰：三百五十人，飯四百五十碗，米二百一十斗，錢一百零五甲。

設以米豆麥四百七十三斗，給馬料九馬米七斗，五馬豆三斗，四馬麥五斗，問馬若干匹。答曰：一百八十四匹。

有用互乘以齊其數，然後於互乘數中求其

相差之較，作為比例而得真數。在九章名貴賤相人

凡有二色不等分之衰數，求各色之數，以二原分

相乘為通分，以通分乘總數為通總，以衰數互乘

原分，得兩通衰，以通衰各乘其分，所得與通總相

較，得兩通較，乃以兩通衰相減為一率，一分為二

率，所求色之通較為二率，推得四率為本色之數。

設如有僧一百人，給饅首一百個，大僧一人給三個，小僧三人給一個，問大小僧數及各得饅首若干。

法先用互乘以齊其分，以大僧一人與小僧三人相乘，得三人

$\frac{1}{3}$ 為通分數即以三人乘餛首一百個得三百個為通總數又以
 $\frac{1}{3}$ 小僧三人乘大僧餛首三個得九個為大僧之通衰數以大僧
 $\frac{1}{3}$ 一人乘小僧餛首一個仍得一個為小僧之通衰數然後以共
 $\frac{1}{3}$ 僧一百人與大僧餛首九個相乘得九百個與通總三百個相
 $\frac{1}{3}$ 較則通總少六百個又以共僧一百人與小僧餛首一個相乘
 $\frac{1}{3}$ 得一百個與通總三百個相較則通總多二百個乃以大僧餛
 $\frac{1}{3}$ 首九個與小僧餛首一個相減餘八個為一率以一人為二率
 $\frac{1}{3}$ 名二百個為三率得四率二十五人即大僧數於共僧一百人
 $\frac{1}{3}$ 內減之餘七十五人即小僧數如以少六百個為三率得四率
 $\frac{1}{3}$ 七十五人亦即小僧數也

設如有豆三十三石共換黃米京米一十九石止云每黃米三石值豆一石每
 京米一石值豆三石問二色米各得幾何 答曰黃米九石京米一十石
 設如有船桅共五十七槩共二百零四但知大船每隻三桅六槩小船每隻一
 桅八槩問大小船數各若干 答曰大船一十四隻小船一十五隻

凡不等分有各色之衰而其分或已知或未知者
 有中衰數求各未知之分以各衰與中衰相減得
 各較數任以一多一少兩兩交互列各衰下為各
 衰率其交互兩衰或一已知分一未知分則以已
 知分者之衰率為一率已知分數為二率未知分
 者之衰率為三率准得四率即所求分數若交互
 兩衰俱未知分則即以兩衰率為分數

設如茶店有甲乙丙丁四種茶甲茶每兩一十五文乙茶每兩一十六文丙茶
 每兩一十八文丁茶每兩二十二文攪和賣之每兩一十七文但知甲茶二
 十斤問各種茶該幾何

甲五 一五 一率五

乙六 一 二率二

丙八 一 三率三

丁二 二 四率八

甲乙丙丁

二〇 一 八 三

法以中衰數一十七較甲衰數一十五得少二較乙衰一十六得少一較丙衰一十八得多一較丁衰二十二得多五乃以多少各交互列衰數下以甲較二列丁衰下為丁衰率以丁較五列甲衰下為甲衰率以乙較一列丙衰下為丙衰率以丙較一列乙衰下為乙衰率甲既已知分者則以甲衰率五為一率甲分二十斤為二率丁衰率二為三率推得四率八斤為丁茶數乙丙俱未知分則即以乙衰率一為乙茶一斤以丙衰率一為丙茶一斤也

按此題未知之分數可隨術變換而與問皆合因總分不定故也如多少數以甲與丙互列乙與丁互列依法推得乙茶五斤丙茶四十斤丁茶一斤是也

設如有麥稻黍稷四色麥每升六十二文稻每升三十六文黍每升二十四文稷每升一十八文攪和糶之每升當三十二文但知麥有二斗問稻黍稷各該若干 答曰稻一斗四升黍七斗稷四升

如較之多與少不能兩兩恰齊則以一多者與幾少者互列或一少者與幾多者互列皆可而一衰下有幾較則併之為衰率如其交互兩衰中有已知分者則用比例而得各分數若皆為未知分者則即以各衰率為各分數

設如有麥稻黍稷四種糧麥每升四十八文稻每升三十六文黍每升二十四文稷每升一十八文和糶每升得四十二文但知稷有一斗二升問餘三種各該若干



法以中衰四十二較麥衰四十八得多六較稻衰三十六得少六較黍衰二十四得少一十八較稷衰一十八得少二十四乃以一多與三少交互列衰數下以麥較六列稻衰下為稻衰率

一率	六
二率	一
三率	四
四率	九

麥 一 二 六
 稻 一 二 六
 黍 一 二 六
 稷 一 二 六
 粟 一 二 六
 黍 一 二 六
 稷 一 二 六
 粟 一 二 六
 黍 一 二 六
 稷 一 二 六
 粟 一 二 六

亦列黍衰下為黍衰率，亦列稷衰下為稷衰率，以稻較六，黍較一十八，稷較二十四，俱列麥衰下，并之得四十八，為麥衰率，乃以稷衰率六為一率，稷分一斗二升為二率，麥衰率四十八為三率，得四率九斗六升，即麥分也，又以稻衰率六為三率，得四率一斗二升為黍分。

設如有燒酒，喇喇晒國每斤值銀一兩二錢，英國每斤七錢，本國每斤四錢，攪和賣之，每斤八錢，但知喇喇晒有四十斤，問餘二色酒各若干。答曰：英國三十二斤，本國三十二斤。

設有緞，大綠每丈四兩，天青每丈六兩，大紅每丈十兩，以三色和賣，每丈六兩，但知大綠三十二丈，問餘色各該幾丈。答曰：天青三十二丈，大紅十六丈。設如有酒四等，甲酒每瓶二錢一分，乙酒每瓶二錢七分，丙酒每瓶三錢，丁酒每瓶四錢，共攪和賣，價三錢三分，但知有甲酒五十瓶，問餘三等酒各該若干。答曰：乙酒五十瓶，丙酒五十瓶，丁酒一百五十瓶。

乘方

自乘之數曰方，照幾次推之，而命為幾乘之數，如自乘為平方，再乘為立方，以至極多之數，理終無異，其要不外乎乘法而已。

凡諸乘方者，以元數自乘為平方，所得再以元乘之為立方，所得又以元乘之為二乘方，推法至於所求之乘方而止。

設如有元二十二，求四乘方積得幾何。
 法以二十二自乘之，得四百八十四，為平方積，再以二十二乘之，得一萬零六百四十八，為立方積，又以二十二乘之，得二十

爲一千零九十一，乃以初商五千作五十，倍之得一百爲廉法，以除一千零九十一，足九，卽定次商爲九，書於方積一之上，而以此商九爲隅法，與廉法一百相加，共得一百零九，爲廉隅共法，書於餘積之左，以次商九乘之，得九百八十一，與次商廉隅泛積相減，餘一百一十，卽一百一十萬，復以第三位積六千續書於下，共一百一十萬零六千，爲三商廉隅之泛積，以三商本位計之，則一百一十萬六千，爲一萬一千零六十，乃以初商次商之五千九百，作五百九十，倍之得一千一百八十，爲廉法，以除一萬一千零六十，足九，卽定三商爲九，書於方積〇之上，而以三商九爲隅法，與廉法一千一百八十相加，共得一千一百八十九，爲廉隅共法，書於餘積之左，以三商九乘之，得一萬零七百零一，與三商廉隅泛積相減，餘三百五十九，卽三萬五千九百，復以末位積四十九續書於下，共三萬五千九百四十九，爲四商廉隅之泛積，乃以初商次商三商之五千九百九十倍

之得，萬一千九百八十，爲廉法，以除三萬五千九百四十九，足三，卽定四商爲三，書於方積九之上，而以四商三爲隅法，與廉法一萬一千九百八十相加，共得一萬一千九百八十三，爲廉隅共法，書於餘積之左，以四商三乘之，得三萬五千九百四十九，與四商廉隅泛積相減，恰盡，是開得五千九百九十三，卽元數也。

設如有平方積五百二十九，開方，問元數得幾何。 答曰：二十三。

設如有平方積二千一百一十七萬八千四百零四，開方，問元數得幾何。 答曰：四千六百零二。

設如有平方積一十萬六千九百二十九，開方，問元數得幾何。 答曰：三百二十七。

設如有平方積二千二百零七萬一千二百零四，開方，問元數得幾何。 答曰：四千六百九十八。

設如有平方積二千零二十五，開方，問元數得幾何。 答曰：四十五。

凡積位滿而實數不盡者必非自乘之正數遞析之至於纖塵終有奇零如欲細開則補○於下每商兩位仍按法計之商位愈多得數愈近於元數也立方三乘方等術皆倣此

設如有平方積一萬四千九百二十八開方問元數得幾何

法列平方積一萬四千九百二十八自末位起每隔一位作記於八上定單位九百上定十位一萬上定百位其一萬為初商泛積以初商本位計之則一萬為初商之單位止與一自乘之數相合即定初商為一書於方積一萬之上以一自乘之一書於初商積之下相減無餘爰以第二位積四千九百續書於下為次商廉隅之泛積以次商本位計之則九百為次商之單位而四千九百為四十九初商之一即為一十倍之得二十為廉

法以除四十九足二即定次商為二書於方積九百之上以次商二為隅法與廉法二相加共二十二為廉隅共法書於餘積之左以次商二乘之得四十四與次商廉隅泛積相減餘五即五百復以末位積二八續書於下共五百二十八為三商廉隅之泛積乃以初商次商之一百二十俱倍之得二百四十為廉法以除五百二十八足二即定三商為二書於方積八之上以三商二為隅法與廉法二百四十相加共二百四十二為廉隅共法書於餘積之左以三商二乘之得四百八十四與三商廉隅泛積相減餘四十四是開得一百二十二畧為元數仍餘四十四不盡也以餘數再開則增書兩○於餘積四十四之後為奇零小數兩位合四十四為四商廉隅之泛積爰以初商次商三商之一百二十二倍之得二百四十四為廉法以除四十四足奇零小數一位之一即定四商為一以為隅法與廉法二百四十四相加共得二百四十四零小數一為廉隅共法書

法以除四十九足二即定次商為二書於方積九百之上以次商二為隅法與廉法二相加共二十二為廉隅共法書於餘積之左以次商二乘之得四十四與次商廉隅泛積相減餘五即五百復以末位積二八續書於下共五百二十八為三商廉隅之泛積乃以初商次商之一百二十俱倍之得二百四十為廉法以除五百二十八足二即定三商為二書於方積八之上以三商二為隅法與廉法二百四十相加共二百四十二為廉隅共法書於餘積之左以三商二乘之得四百八十四與三商廉隅泛積相減餘四十四是開得一百二十二畧為元數仍餘四十四不盡也以餘數再開則增書兩○於餘積四十四之後為奇零小數兩位合四十四為四商廉隅之泛積爰以初商次商三商之一百二十二倍之得二百四十四為廉法以除四十四足奇零小數一位之一即定四商為一以為隅法與廉法二百四十四相加共得二百四十四零小數一為廉隅共法書

開平方

於餘積之左以四商一乘之仍得二百四十四零一與餘積相減餘一十九零小數五九不盡是開得一百二十二零小數一即與元數相近矣此法原積本非自乘所得之數雖遞析之終不能盡凡開方遇此類者皆依此例推之

設平方積四億五千六百七十八萬九千零一十二開方至六商止問元數幾何 答曰二萬一千三百七十二零小數六餘積九百八十一零小數二四

設如有平方積三開方至六商止問元數得幾何 答曰一零小數七三二〇五又餘積小數〇〇〇〇二七九七五

設如有平方積五開方至四商止問元數得幾何 答曰二零小數二三六又餘積小數〇〇〇三〇四

設如有平方積六開方至五商止問元數得幾何 答曰二零小數四四九四又餘積小數〇〇〇四三九六四

設如有平方積七開方至七商止問元數得幾何 答曰二零小數六四五七五又餘積小數〇〇〇〇一六四九九九

開立方

立方者等邊六面之體積也其形六面十二邊其積為一邊自乘再乘之數有積求邊是為開立方

其法先列積從單位起每隔二位作記視有幾記即知有幾商先截首位第一記積或一位或二位或三位為初商

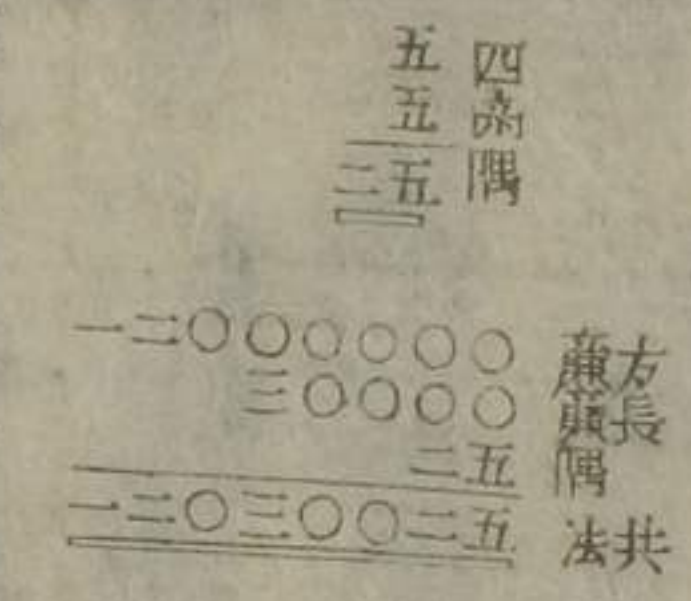
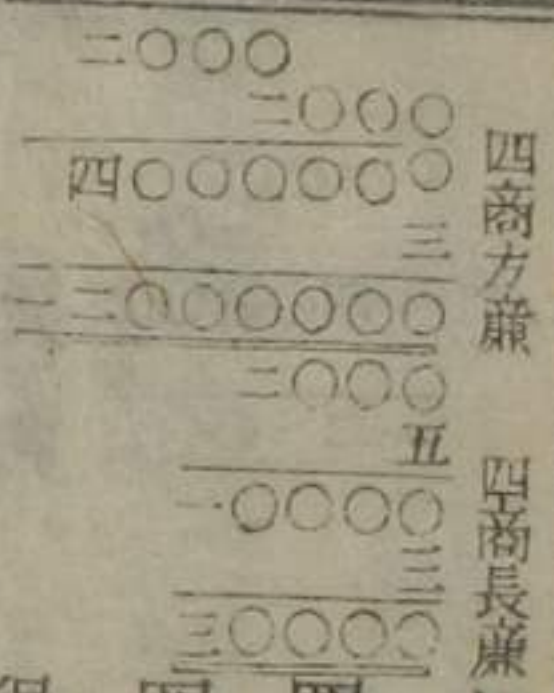
泛積以一至九自乘再乘之數審視泛積足減者定為初商自乘再乘以減初商泛積次截第二記以前各位為次商泛積乃以初商自乘三倍之為

方廉法於次商泛積審量足減方廉法幾倍定為
次商乃以次商乘初商三倍之為長廉法又以次
商自乘為隅法并方廉長廉隅法以次商乘之減
次商泛積乃截第三記以前各位為三商泛積如
次商法開至單位而止其法俱同

設如有立方體積八十億六千零十五萬零一百二十五開方問元數得幾何
法列立方體積八十億六千零一十五萬零一百二十五自末
位起每隔二位作記於五上定單位千位○上定十位百萬位
○上定百位八十億上定千位其八十億為初商泛積以初商
本位計之則八十億為初商之單位而八十億為八止與二自
乘再乘之數相合即定初商為二書於方積八十億之上以二

$\begin{array}{r} 200 \\ 200 \\ \hline 400000 \\ \hline 200000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 20 \\ 20 \\ \hline 4000 \\ \hline 2000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ \hline 1000000 \\ \hline 1000000 \end{array}$
---	---	---

自乘再乘之八書於初商積之下相減恰盡爰以第二位積六
千萬續書於下為次商廉隅之泛積以次商本位計之則百萬
○為次商之單位而六千萬為六十初商之二即為二十故以
初商之二十自乘得四百三倍之得一千二百為次商方廉法
以除六十其數不足是次商為空位乃書○於方積百萬○之
上以存次商之位復以第三位積一十五萬續書於下共六千
零一十五萬為三商廉隅之泛積以三商本位計之則千位之
○為三商之單位而六千零一十五萬為六萬零一百五十初
商之二即為二百次商之○即為○十故以初商次商之二○
作二百自乘得四萬三倍之得一十二萬為三商方廉法以除
六萬零一百五十其數仍不足是三商亦為空位乃再書○於
方積千位○之上以存三商之位復以末位積一百二十五續
書於下共六千零一十五萬零一百二十五為四商廉隅之泛
積乃以初商之二即為二千次商之○為○百三商之○為○



以共商之二千自乘之得四百萬三倍之得一千二百萬為四商方廉法以除六千零一十五萬零一百二十五足五即定四商為五書於方積五之上以初商之二千與四商之五相乘得一萬三倍之得三萬為四商長廉法復以四商之五自乘之得二十五為四商隅法合方廉長廉隅三法共一千二百零三萬零二十五為四商廉隅共法書於餘積之左以四商之五乘之得六千零一十五萬零一百二十五相減恰盡是開得二千零五即元數也

設如有立方體積三萬二千七百六十八開方問元數得幾何 答曰三十二

設如有立方體積九千二百六十一開方問元數得幾何 答曰二十一

設如有立方體積八十三億六千五百四十二萬七千開方問元數得幾何 答曰二千零三十

設如有立方體積一十四萬八千八百七十七開方問元數得幾何 答曰五十三

開三乘方

三乘方者方邊自乘再乘三乘之積也。有其理無其形而借根方代數等術中所用甚廣。有積求元名曰開三乘方。

其法先列積從單位起每隔三位作記視有幾記即知有幾商先截首位第一記積或一位或二位或三位或四位為初

商泛積以一至九自乘二次之數審量足減泛積者定為初商自乘二次減初商泛積次截第二記以前各位為次商泛積乃以初商自乘再乘四倍

開方總法凡例

凡作記幾乘方則隔幾位如平方每隔一位作記
立方每隔二位作記也

凡初商幾乘方則自乘幾次如平方自乘一次立
方自乘二次也

凡次商幾乘方即有幾等廉如平方有一等廉立
方有二等廉也

凡廉法皆以初次商相乘而成如平方之長廉以
次商乘初商立方之長廉以初次商相乘再以此

商乘之檢廉法表即得

凡各廉法倍數檢倍廉法表即得

廉法表

六廉	五廉	四廉	三廉	二廉	一廉
次	次	次	次	次	次
次	次	次	次	初	初
次	次	次	初	初	初
次	次	初	初	初	初
次	初	初	初	初	初
初	初	初	初	初	初

平方 立方 三乘方 四乘方 五乘方 六乘方

檢表法以橫方直廉兩線交於斜線所截
為各乘方廉法如平方所截為 $\begin{matrix} & 次 & \\ 次 & & \\ & 初 & \end{matrix}$ 便知
有一等廉為初商次商相乘之積也如立
方所截為 $\begin{matrix} & 次 & & \\ 次 & & & \\ & 初 & & \end{matrix}$ 便知有兩等廉第一

廉為初商自乘再以次商乘之之積第二
廉為初商乘次商再以次商乘之之積餘
可類推

倍廉法表

二	方平
三	方立
四	方乘三
五	方乘四
六	方乘五
七	方乘六
八	方乘七
九	方乘八
一〇	方乘九
一廉	
二廉	
三廉	
四廉	
五廉	
六廉	
七廉	
八廉	
九廉	

檢表法依乘方之位橫查之如平方之左橫列二便知有一等廉當二倍之也如立方之左橫列三三便知有兩等廉第一廉當三倍第二廉亦當三倍也餘做此

開諸乘方捷法
如前法定次商後重置原實乃并初次商自乘若干次而減之三商以下皆如之

設如有立方積五千三百一十五萬七千三百七十六開方問元數得幾何
法列積求初商得三以三自乘再乘得二十七為初商積相減餘二十六右位一續書於下共二六一為次商廉隅泛積審得七為次商并初商三十次商七共為三十七以自乘再乘之得五萬零六百五十三與初商次商原積相減餘二千五百零四又以右位三續書於下共二五〇四三為三商廉隅泛積審得六為三商以初商次商三百七十并三商六共三百七十六自乘再乘之得五千三百一十五萬七千三百七十六與原積相減恰盡則三百七十六為立方之元數也

開諸乘方又捷法

無論若干乘方、且無論帶縱不帶縱俱以一法通之、故曰捷法、此法在中土為古法、在西土為新法、上下數千年、東西數萬里、所造之法、若合符節、信乎此心同此理同也。

凡開方、列一於左為隅、依幾乘方、則有幾廉挨次、至列實於右、皆為幾率、以初商乘隅、得數進第一廉率、為第一定廉、次以初商乘第一定廉、得數進第二廉率、為第二定廉、又以初商乘第二定廉、得

數進第三廉率、為第三定廉、如此遞乘遞進、至於末廉、乘得數減於實、得餘為次商、實復以初商從隅起、如前法遞乘遞進、至於末廉進畢、得次商末廉、依此遞求得次商諸廉、乃以次商如初商法求之、從隅以各廉挨次遞退一位、如第一廉退一位、第二廉退二位是也、三商以下皆如是、至於末商乘末廉、得數與實恰盡而止。

設如有四乘方積八千四百七十二億八千八百六十萬九千四百四十三、開方、問元數得幾何。

法列隅一為左率、次第一廉為空率、次第二廉亦為空率、次第

三	八	四	三
八	七	二	八
五	三	六	六
五	三	六	六
五	三	六	六

四	六	六	六
六	六	六	六
六	六	六	六
六	六	六	六
六	六	六	六

三	八	八	八
八	八	八	八
八	八	八	八
八	八	八	八
八	八	八	八

二	八	八	八
八	八	八	八
八	八	八	八
八	八	八	八
八	八	八	八

三廉亦為空率，次第四廉亦為空率，次四乘方積八千四百七十二億八千八百六十萬九千四百四十三為實，求得初商二，以乘隅一，得二，進一廉，仍得二為初商，一定廉，又以初商二乘一定廉，得四，進二廉，仍得四為初商，二定廉，又以初商二乘二定廉，得八，進三廉，仍得八為初商，三定廉，又以初商二乘三定廉，得一十六，進四廉，仍得一十六為初商，四定廉，又以初商二乘四定廉，得一十六，得三十二，減於實，初商泛積八十四，餘五十二，以次商積七萬二千八百八十六，續書於餘積之右，共得五百二十七萬二千八百八十六，為次商，泛積，再以初商乘隅一，得二，進一廉，共得四，又以初商乘一廉，四得八，進二廉，共得一十二，又以初商乘二廉，一十二得二十四，進三廉，共得三十二，又以初商乘三廉，三十二得六十四，進四廉，共得八十為次商，四廉，復以初商乘隅得二，進一廉，共得六，又以初商乘一廉，六得一十二，進二廉，共得二十四，又以初商乘

二廉，二十四得四十八，進三廉，共得八十為次商，三廉，復以初商乘隅得二，進一廉，共得八，又以初商乘二廉，八得一十六，進二廉，共得二十四為次商，二廉，復以初商乘隅得二，進一廉，共得一十為次商，一廉，乃求得次商為四，以乘隅得四，進一廉，退一位書之，共得一百零四，為次商，一定廉，又以次商四乘一定廉，一百零四得四百一十六，進二廉，退一位書之，共得四千四百一十六，為次商，二定廉，又以次商四乘二定廉，四千四百一十六得一萬七千六百六十四，進三廉，退三位書之，共得九萬七千六百六十四，為次商，三定廉，又以次商四乘三定廉，九萬七千六百六十四得三十九萬零六百五十六，進四廉，退四位書之，共得一百一十九萬零六百五十六，為次商，四定廉，又以次商四乘四定廉，一百一十九萬零六百五十六得四百七十六萬二千六百二十四，減於次商泛積，餘五十一萬零二百六十二，以三商積九千四百四十三，續書於餘積之右，得五百一十

億二千六百二十萬九千四百四十三為三商泛積復以次商
 乘隅得四進一廉共得一百零八又以次商四乘三廉得百零
 八得四百三十二進二廉共得四千八百四十八又以次商四
 乘二廉四千八百四十八得一萬九千三百九十二進三廉共
 得一十一萬七千零五十六又以次商四乘三廉得七十四萬七
 千零五十六得四十六萬八千二百三十四進四廉共得一百
 六十五萬八千八百八十為三商四廉復以次商四乘隅得四
 進一廉共得一百一十二又以次商四乘三廉得一百一十二得
 四百四十八進二廉共得五千二百九十六又以次商四乘二
 廉五千二百九十六得一萬一千一百八十四進三廉共得一
 十三萬八千二百四十為三商三廉復以次商四乘隅得四進
 一廉共得一百一十六又以次商四乘二廉得一百一十六得四
 百六十四進二廉共得五千七百六十為三商二廉復以次商
 乘隅得四進一廉共得一百二十為三商一廉乃求得三商為

三以乘隅得三進一廉退一位書之共得一千二百零三為三
 商一定廉又以三商乘一定廉得三千六百零九進二廉退二
 位書之共得五十七萬九千六百零九為三商二定廉又以三
 商乘二定廉得一百七十三萬八千八百二十七進三廉退三
 位書之共得一億三千九百九十七萬八千八百二十七為三
 商三定廉又以三商乘三定廉得四億一千九百九十三萬六
 千四百八十一進四廉退四位書之共得一百七十億零八百
 七十三萬六千四百八十一為三商四定廉又以三商乘四定
 廉得五百一十億二千六百二十萬九千四百四十三與三商
 泛積恰盡是以共商之三位二百四十三為所求之元數

設如有平方積三千六百三十七萬二千九百六十一開方問元數得幾何
 答曰六千零三十一
 設如有三乘方積五十七億一千九百一十四萬零六百二十五開方問元數
 得幾何 答曰二百七十五

對數

對數者、遇繁難之數、易於算也。其用必須立表、以假數與真數對列、故名對數表。以加代乘、以減代除、以加倍代自乘、故折半即開平方、以三因代再乘、故三歸即開立方。推之至於諸乘方、莫不以假數相求而得真數。其立數之原、起於連比例。蓋比例四率、二率與三率相乘、一率除之、得四率。而遞加遞減之四數、第二數第三數相加、減第一數、則得第四

數、故設假數以加減代乘除、表之所以立也。

對數乃大英訥白爾創作、明萬曆時播揚於世。凡西土之曆數家、莫不心悅誠服。是則是效焉。同時有巴理知者、精純數理、亦英人也。特來訥白爾處、參互考訂、以舊表浩繁、擬另立新表、歸於便宜敏捷。未幾訥白爾卒、惟巴理知自行改易其真數、由一至二萬、又由九萬至十萬、對數均以十四位止。崇禎一年、付之剞劂。後四載、又有荷蘭佛拉哥出、將巴理知未及之二萬、後以至九萬、均逐數補齊。凡一至十萬、一千、毫無缺陷。因對數十四位尚繁、是以刪去四位、存十位。即在荷蘭復行刊刻。現中華通行之本、乃佛拉哥手訂之書也。

凡設真數連比例諸率、

所謂連比例者、先推正比例、所得四率、再以二率乘一率、除、再得四率、又以二率乘一率、除、任

累推、是得諸四率、無論其率有幾倍之比、任對設相等遞

加減之假數、是謂之對數、將式列於左、以顯其理。

假○一二三四五六
真一二四八六二四
一三六
對數之原、視上表而可。然如換真數之倍數、而假數雖不移、然其數同處、而異意、觀首表之率、以二而進、則假數遞加一、所

假	〇	一	二	三	四	五	六
真	一	二	三	四	五	六	七
假	〇	一	二	三	四	五	六
真	一	二	三	四	五	六	七
假	〇	一	二	三	四	五	六
真	一	二	三	四	五	六	七
假	〇	一	二	三	四	五	六
真	一	二	三	四	五	六	七

對真數遞倍二，又觀中表之率，以三而進，則假數仍遞加一，而真數遞倍三，又觀下表之率，以十而進，則假數仍遞加一，而真數遞倍十，斯例可推至於無窮之式，只宜曉一乃數之本，而非可謂倍，故一之假數恒存為〇，然此三表中，自始至終，數多間缺，若欲補各整數之假數，則推中比例，而各對數可得也。

凡以此一表中之兩假數，再以是兩假數之真數

相乘，其所得之數為兩假數相加共數之真數

假二三五

真四八三

如首表之假數二與三相加得五，再以假數二之真數四與假數三之真數八相乘得三十二，即假數五之真數也。

又以表中之兩假數，再將是兩假數之真數，以小除大所得，必為兩假數較餘所對之真數

如首表之假數六內減假數四餘二，再假數六之真數六十四

假六四二

真四六四四

以假數四之真數一十六除之，所得之真數四，即兩假數較餘二相對之真數也。

又以某真數自乘幾次，而此真數之假數與乘方數加一相乘，即為真數幾乘方所對之假數矣

真四四六四四

假三三六

如首表之真數四，其再乘方為六十四，將真數四之假數二，以乘方數二加一，共三乘之，得六，即真數四之再乘方六十四所對之假數也。

又以某真數用幾乘方開之，再將此真數之假數以乘方數加一除之，即得真數開幾乘方所對之假數矣

如首表之真數六十四，以平方開之得八，再將真數六十四之

真八四四
六六

假數六以乘方數一加一共二除之得三即真數六十四開平

假三三六六

方得八所對之假數也

連比例式無定次第然算家之多用莫如十百千萬蓋一與十十與百百與千千與萬萬與十萬其數皆一而遞進一位取其整齊而無奇零也一為數始以之乘除數皆不變故一之假數定為〇十之假數定為一百之假數定為二千之假數定為三萬之假數定為四十萬之假數定為五推之百千萬億皆遞加一數至單位下有真數單下一位

數為負一單下二位假數為負二單下三位假數為負三以至無窮之小數皆可類推其真數有幾位總減一為假數之整數如真數十即兩位可知假數之整數為一如真數百即三位可知假數之整數為二以及千萬等數皆如此真數一之假數既定為〇則一與十兩數之間各真數必對〇加奇零之假數又十與百兩真數之間必對一加奇零之假數餘可類推凡對數雖有正又有負然而其奇零小數莫不正耳此對數之大綱也

有真數檢表求對數法

凡求對數先視真數有幾位然後於表內求之若真數不過二位即百下之數其自一至百各數之對數已俱備載首頁中

假
五 六九八九七〇
三三 三六二七二八
五〇一 六六八六七〇

如求五得假數奇零六九八九七〇求二十三得假數一零三六一七二八求五十得一零六九八九七〇其他數均依此例

如有或三位或四位即百以上萬下之數依前論因位數定對數之整數則三位數之對數應整數二四位數之對數應整數三其理不待見表而已可知故於表內凡百以後各對數之整數並不紀

出至奇零幾位必須觀表可得如三位之數在表左第一行尋得則第二行內與之平列者即為對數之奇零若真數有四位則首三位之數於第一行中尋之既得乃以第二行所平列者止用首兩位之數乃在眾行之上觀有第四位之數自上順下有與第一行之真數平列者是為奇零末四位之數爰以整數為首第二行之兩位次之末四位又次之合而共得為所求之對數也

如有二百五十一即三位之數是以整數為二列之為首位乃

真	假
三五	三三九九六十四
三四〇九	三五三二六二七

觀表內第二行與第一行二五十一平列者即為奇零三九九六
 七四續於整數二之右共得二零三九九六七四即二百五十
 一之對數也如有三千四百零九即四位之數故將整數三列
 為首觀表內第一行遇首三位數三四〇再觀第二行內與之
 平列者用首兩位五三為奇零之二位復觀末行頂上有第四
 位之數九即自上順下有與第一行三四〇平列者之二六二
 七為奇零之末四位乃併列其整數三與第二行兩位之五三
 及末行四位之二六二七共為二零五三二六二七即三千四
 百零九之對數也

如有五位以外皆萬以上之數其真數之首四位
 數依前例於表中得其對數此所得對數即於表
 中與其次大者之對數相較再以此兩對數之真

數相較而後用比例法求之以兩真數所較之餘
 數為一率以兩對數相較之餘數為二率以所求
 真數之餘數為三率推得四率即三率餘數之對
 數也所得餘之對數併與初得之對數則得所求
 之對數矣

真	假
三四一〇	五五三二七五四
三四〇九	五五三二六二七
二	二二七
	五五三二六二七
	三三
	五五三二六六〇
三四〇九二六	
率四	率二
三三	二七
二六	一

如有數三十四萬零九百二十六按前例求其四位三四〇九
 之對數得五零五三二六二七為其對數此四位之數加一即
 三四一〇其對數為五零五三二七五四其兩真數相較餘一
 列為一率其對數相較餘一二七列為二率以所求之餘二六
 為三率推得四率三三為餘二六之對數既得此餘之對數三
 三以加於初得之對數五零五三二六二七其得五零五三二

六六即三十四萬零九百二十六所求之對數也

凡真數中或有奇零小數不拘幾位其求對數之奇零小數與整數例同其求對數之整數即將真數去其奇零止因整數之位而定之

凡求母子分數之對數以分母之對數於分子之對數內減之得餘即為所求分數之對數如母大於子則其對之整數為負子大於母則整數為正

真	假
三九四 九四三	二〇二 二八二 一〇二 二八二 一〇二 二八二 一〇二 二八二

如求九十四分之三十七之對數以分子三十七之對數一零五六八二〇二內減分母九十四之對數一零九七三一二八餘負一零五九五〇七四即所求九十四分之三十七之對數也

凡求整數帶分數之對數以通分法得共分數依前例而推之

真	假
四〇五 五三三 一七	五五八 五二七 四七二 四二七 三六二 三二七 二八二 二四七 二〇二 一六七 一三二 九七 六二 二七

如求整數一十七零二十三分之一十四之對數以通分法化之得二十三分之四百零五以分子四百零五之對數二零六〇七四五五內減分母二十三之對數一零三六一七二八餘一零二四五七二七即所求整數一十七零二十三分之一十四之對數也

設如有真數四十八問假數得幾何 答曰一零六八一二四一

設如有真數一百七十九問假數得幾何 答曰二零二五二八五三

設如有真數一千六百五十二問假數得幾何 答曰二零二一八〇一〇

設如有真數一萬八千三百五十七問假數得幾何 答曰四零二六三八〇二

設如有真數一百二十分之四十五問假數得幾何 答曰負一零五七四〇

有假數檢表求真數法

凡由假數求真數均與真數求假數相反所有假數先去其整數而奇零於表內逐行逐層尋之即可知真數之對數矣以假數之整數加一便為真數之整數幾位如不滿真數之位數其餘為奇零小數若假數之整數乃負以此數之幾為真數之首位退單幾位之奇零小數如負一者為單下一位負二者為單下二位餘可類推。

若有假數一零五三二八八二則其真數乃三四一一假數之整數既為正一則真數之整數必有二位即整數三十四零小

真 數 一 也 若 有 假 數 負 一 零 五 三 二 八 八 二 其 真 數 亦 三 四 一 一 數 目 雖 同 然 假 數 之 整 數 乃 負 一 故 真 數 之 首 數 為 退 單 一 位 之 奇 零 即 奇 零 三 四 一 一 也

如有假數在表內不能照數得者則以比例法求之檢表內一略大於原假數一略小於原假數相較得餘為一率其一小一大平列之兩真數亦相較得餘為二率以原假數與略小之假數相較得餘為三率推得四率續於略小者之真數即原假數所求之真數也。

如有假數一零五三二七〇八求其真數此對數表內未備則檢表內一大一小兩數之奇零其大者乃五三二七五四小者

乃五三二六二七即以此兩數相較餘一二七為一率其兩數之真數大者乃三四一〇小者三四〇九相較餘一為二率以原假數之五三二七〇八與略小假數之五三二六二七相較餘八一為三率推得四率六四續於略小真數三四〇九共得三四〇九六四其假數之整數乃一故真數之整數有二位則為整數三十四零小數〇九六四即所求原有假數之真數也

設如有假數一零七七〇八五二問真數得幾何 答曰五十九

設如有假數二零一八七五二一問真數得幾何 答曰一百五十四

設如有假數二零二二二三七五七問真數得幾何 答曰一千七百一十三

設有假數四零二五四八八六問真數得幾何 答曰一萬七千九百八十四

設如有假數五零四八二五三六問真數得幾何 答曰三十萬三千七百六十四

設如有假數六零四五三八七七問真數得幾何 答曰二百八十四萬三千六百五十四

對數代乘法

對數可代乘者如有兩數欲相乘檢表得兩數之對數相併其得之對數於表內查之其所對者乃兩真數相乘所得之數矣假數奇零首位所進之幾與整數之正則併負則減如兩對數之整數同號或兩數皆正或兩數皆負則相併而正負不變異號一正一負則相減其餘之號與人者同至定真數之整數有幾位以所得對數之整數推前例則得之

設如有二十三零一四與五零〇六二相乘問得幾何

法以對數表內二十三零一四之假數一零三六四三六三與

假	三六四三六三
	一七〇四三二二
	二〇六八六八五
真	三三四
	五〇六二
	二一七三四七

五零〇六二之假數奇零七〇四三二二相加得二零〇六八
 六八五乃查假數之零〇六八八八五相近畧少者爲〇六八
 五五七其所對之真數乃一七又推比例法而得益密即
 餘三四七續於初得之末所得假數之整數乃二故真數之整
 數必三位則共計得一百一十七零一三四七即二十三零一
 四與五零〇六二兩真數相乘所得之數也

設如有一百二十三與四百五十大相乘問得幾何 答曰五萬六千零八十

設如有二千五百六十四與三千零二十五相乘問得幾何 答曰七百七十
 五萬六千一百

設如有四萬八千五百五十七與三千九百六十二相乘問得幾何 答曰一
 億九千二百三十八萬二千八百三十四

設如有四百六十五帶小數四八二與四百三十六帶小數二五相乘問得幾
 何 答曰二十萬三千零六十六帶小數五二二五

以上之法雖止云兩數相乘者然斯法之例無論
 幾層以對數之加代真數之乘均可矣

設如有三零九〇二與五百九十七零一六與小數〇三一四七二八俱相乘
 問得幾何

法以對數表內三零九〇二之假數奇零五九一二八七與五
 百九十七零一六之假數二零七七六〇九一又小數〇三一
 四七二八之假數負二零四九七九三五相加得一零八六五
 三一三乃查此假數之零八六五三一三相近畧少者爲八六
 五二八二其相對之真數得七三三三又以七三三三之假數
 與七三三三四之假數相減餘〇〇〇五九爲一率以七三三
 三與七三三四之較餘一爲二率今相加所得之假數與七三
 三三之假數相減餘〇〇〇三一爲三率推得四率〇五三
 即真數七三三三之後三位其所得假數之整數既一必知其

真數之整數有二位則共記之得七十三零三三五三即原有
三真數乘得之數矣。

設如有三十六與三十九零八與八十七零二俱相乘問得幾何。答曰一十
二萬四千九百四十有餘。

設如有九十三零〇四與四百八十二與五零五五俱相乘問得幾何。答曰
二十四萬八千八百九十一有餘。

設如有三零五八六與二零一〇四六與小數八三七二與小數〇二九四俱
相乘問得幾何。答曰小數一八五七六一有餘。

設如有六百一十五與四零三六四與七零二一與小數八五五三俱相乘問
得幾何。答曰一萬六千五百五十帶小數五有餘。

設如有小數〇九四八與七十八與六零六六與一十三零一〇六與小數四
三四七俱相乘問得幾何。答曰二百八十零五六七有餘。

設小數〇〇〇五與九零二三與五千四百二十與六十一零一與小數〇
五四九與三百零五俱相乘問得幾何。答曰二萬五千五百九十五有餘。

對數代除法

對數可代除者如有法實兩數欲除檢表得法實
之兩對數實內減法其整數同號則相減所得者
不變正負異號則相加所得與實之號同凡法對
數之奇零大於實對數之奇零則借整數之一作
實本位之十乃如法之整數正則加一負則減一

餘如乘法

用對數之位數不一數理精蘊用十位欽天監用八位此書中
止用六位蓋第七位數滿五以上者進一用之不滿者棄之

設如有三十七零一四九以五百二十三零七六除之問得幾何

法以對數表內三十七零一四九之假數一零五六九九四七
內減五百二十三零七六之假數二零七一九一三二餘負二

假	一五六九九四七 二七一九一三二 二八五〇八一五
真	一四九 一七六 三七三 五二
	〇七〇九二七五

零八五〇八一五，乃查此假數之零八五〇八一五相近畧少者為八五〇七六九，其相對之真數得七〇九二，又以七〇九二之假數與七〇九三之假數相減，餘〇〇〇六一，為一率，以七〇九二與七〇九三之較餘一，為二率，今餘之假數與七〇九二之假數相減，餘〇〇〇四六，為三率，得四率〇七五，即真數七〇九二之後二位，其假數之整數既負二，則真數之首為單下二位，乃補〇以足其位，即有小數〇七〇九二七五也。

設如有九百五十，以二十五除之，問得幾何？ 答曰：三十八。

設如有三千七百四十四，以一十六除之，問得幾何？ 答曰：二百三十四。

設如有二萬四千一百六十三，以四千五百六十七除之，問得幾何？ 答曰：五零二九〇七八有餘。

設如有小數〇六三一四，以小數〇〇七二四一除之，問得幾何？ 答曰：八零七一九七九有餘。

對數正比例

對數正比例者，其立率與真數比例同，乃以二率與三率之對數相加，內減一率之對數，餘為四率，即所求之對數也。

設甲有銀二十兩七錢二分，換錢三十千零四十四文，問乙有銀二十三兩四錢六分，該換錢若干。

法以甲銀數二千零七十二之假數，三零三一六三九〇為一率，以甲錢數三萬零四十四之假數，四零四七七五八為二率，以乙銀數二千三百四十六之假數，三零三七〇三二八為三率，然後以二率與三率相加，共得七零八四八〇八六，內減一率三零三一六三九〇，餘四零五三一六九六，為四率，此四率之假數所對之真數三萬四千零一十七，即所求乙之錢數。

設如有布七疋作錢十千零十文問二十二疋作錢幾何 答曰三十一千四百六十文

設張家有田七畝收米一十三石四斗四升問李家有田一十九畝該收米若干 答曰李家收米三十六石四斗八升

設如有粳米三百二十四石每米一石五斗換糯米一石問共該糯米幾何 答曰二百一十六石

設甲有銀三十一兩九錢換錢四十六千二百五十五今乙有銀一千五百三十五兩三錢該換錢若干 答曰二千二百二十六千一百八十五文

設如有大小同式兩句股形知小句四萬三千七百大句七十八萬六千六百小股四萬三千八百七十五問大股幾何 答曰大股七十八萬九千七百五十

設有同式句股形四知其一形句三股四弦五又一形知其句六又一形知其股一十二又一形知其弦二十問三形句股弦各若干 答曰句六一形股八弦十股一十二一形句九弦一十五弦二十一形句一十二股一十六

對數連比例

對數連比例者以二率之假數倍之所得內減首率之假數餘為三率之假數以二率與三率之假數相加內減首率之假數餘為四率之假數其四以上之各率每加二率所得內減首率則得餘為次各率之假數也

設如有連比例之首率七二率四十九問三率四率五率六率各若干
法以二率四十九之假數一零六九〇一九六倍之得三零三八〇三九二內減首率七之假數奇零八四五〇九八餘二零五三五二九四為三率之假數又以二率假數與三率假數相加內減首率假數餘三零三八〇三九二為四率之假數又以

二	假
一	真
三	假
四	假
五	假
六	假
七	假
八	假
九	假
十	假

二率假數與四率假數相加內減首率假數餘四零二二五四
 九〇為五率之假數又以二率假數與五率假數相加內減首
 率假數餘五零〇七〇五八八為六率之假數乃以對數表查
 各率假數之真數即得三率三百四十三四率二千四百零一
 五率一萬六千八百零七六率一十一萬七千六百四十九

設三率連比例有首率二、中率四、問末率若干。答曰八。

設有連比例之一率一萬、二率九千九百、問三率四率五率六率七率八率各

若干。答曰三率九千八百零一、四率九千七百零二、帶小數九有餘五率

九千六百零五、帶小數九有餘六率九千五百零九有餘七率九千四百一

十四有餘八率九千三百二十帶小數六有餘。

設三率連比例有首率九、中率五、問末率若干。答曰二帶循環數七

設有長方池與正方池大小相同知長方池之闊七丈五尺、正方池邊一十三

丈五尺、問兩池積尺及長方池之長各若干。答曰積尺一萬八千二百二

十五、兩池同、長方池之長二十四丈三尺。

對數代乘方法

對數代自乘者，如有真數欲自乘幾次，檢表得真
 數之對數，自乘一次者，二乘之，自乘二次者，三乘
 之，自乘三次者，四乘之，每多一自乘，則每加一乘
 之，以乘得之假數，檢表得真數，即自乘幾次之數
 也。設假之整數負，然奇零首位所進之數既恒正
 則於乘得之整數內減得餘之數，仍為負矣。

設如有小數〇九一六三以三乘方積之問得幾何。

法檢表得真數奇零〇九一六三之對數負二零九六二〇三
 八，以四乘之，自末位起乘，以至奇零首位得數既進上位三而

假
二九六二〇三八
 〇九六三
 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 真
八四八一五二
 〇〇〇〇〇七〇四九

整數負二所得之數負八內減所進之三餘負五共得負五零
 八四八一五二為真數奇零〇〇〇〇七〇四九有餘即小數
 〇九一六三之三乘方積數也

設如有二帶小數五七九一自乘之問得幾何 答曰六帶小數六五一七五
 有餘

設如有三帶小數〇七一四六以立方積之問得幾何 答曰二十八帶小數
 九七五有餘

設如有小數〇三四〇五以四乘方積之問得幾何 答曰小數〇〇〇〇〇
 〇〇四五有餘

設如有小數六三五〇一以五乘方積之問得幾何 答曰小數〇六五五六
 有餘

設有小數二三以七乘方積之問得幾何 答曰〇〇〇〇〇〇七八三一有餘
 設如有一帶小數〇〇四五以三百六十四乘方積之問得幾何 答曰五帶
 小數一四九三有餘

對數代開方法

對數可代開方者如有真數欲開方檢表得真數
 之對數欲開平方者二除之開立方者三除之開
 三乘方者四除之每多一乘則每加一數除以所
 除得之假數檢表得真數即開方所得之元數也
 若整數為負無論為法之一倍二倍以至多倍必
 令與法齊設以法之除有不滿者必加數以滿之
 但整數加一則奇零之首位必加十或加二則奇
 零之首位必加二十也餘倣此

設如正方體積小數〇〇〇四八開立方問每一邊數幾何。

〇七八二九七三
〇〇〇四八
三三八九三七四七
三三三
四六八一二四

法以對數表之小數〇〇〇四八之假數負四零六八一二四
一用三歸之以假數之整數為負四即法三所歸不盡則加二
令之與法齊共為六即得法三之二倍乃紀二又以所借之二
移於奇零之首位為二十加本位之六得二十六以後按法歸
之得負二零八九三七四七仍查假數所對之真數得小數〇
七八二九七三即立方所得每邊之數也。

設如正方體積一萬三千八百二十四尺開立方問每一邊數幾何。答曰二
十四。

設如有正方幕積三百六十五開平方問每一邊數幾何。答曰一十九帶小
數一〇四九有餘。

設如有體積二開九乘方問元得幾何。答曰一帶小數〇七一七七三有餘。

設如有正方幕積小數〇九三開平方問每一邊數幾何。答曰小數三〇四
九五八有餘。

跋

中國算數之學九章而後作者滋多大抵古人以籌算所謂持籌握算是也
今則國家度支農商貿易皆以珠算其理未嘗不通顧天下之數無窮而算
愈無窮欲窮其數則珠算不能以盡自泰西人入中國而筆算之法以行於
是恒河沙阿僧祇之數皆得而定矣大英國偉烈先生于道光丁未年越八
萬里航海而來寓滬城北關外日與華人相討論以中國文字纂輯一書名
曰數學啟蒙乃詳筆算之術也自加減乘除起至開諸乘方對數而止凡二
卷九數橫列以加減乘除為法而其用不同取其和同之數則用加取其相
較之數則用減應聚而取其積則用乘應散而取其分則用除或先加後減
或先減後加或先乘後除或先除後乘或加減乘除互用雖千變萬化總之
不出乎加減乘除之法神而明之存乎其人耳中國

仁廟御製數理精蘊內載筆算之法今先生作此書多本其意而發明之授之
吾徒童而習之俾由淺人深雖愚必明得其門以窺算學之堂奧將易簡而
得天地之數者其是書之謂歟咸福從學於先生有年矣於此道尚未有得

