

年

卷

20

第

1

期

第

MAY 20 1949

443.3  
160

中國工程師學會會刊

# 工程

第二十卷 第一期

中國工程師學會暨各專門工程學會首都聯合年會論文專號



居庸關 八達嶺 青龍橋  
詹天佑先生銅像

中國工程師學會首任會長遺像及傳記

見三十年來之中國工程紀念刊第 1067-1068 頁與 1109-1110 頁

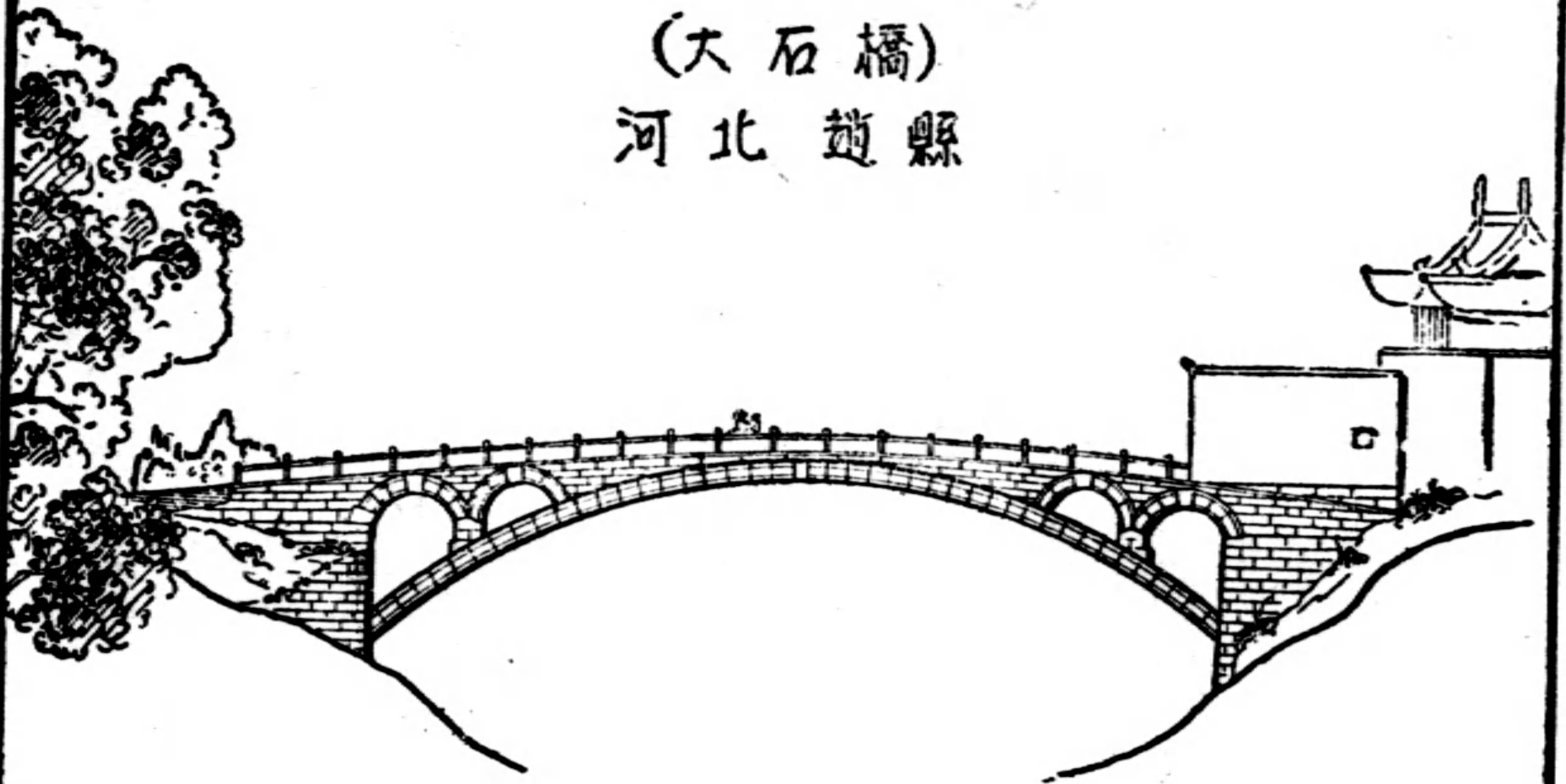
中國工程師學會總會發行

北京北平圖書公司

中國現存最古之橋

# 安濟橋

(大石橋)  
河北趙縣



跨度三十八公尺

安濟橋在趙縣城南五里汶水上為隋代(公元五八一至六一八)匠師李春所造跨度三十八公尺拱圈兩端各承二小拱成空腹式拱橋歐洲最初採用此式早八百年此橋不特為我國現存最古之橋亦工程史中一偉大成就也

交通部組織

中國橋梁峇司

承辦各種橋梁鋼鉄建築

# 中國工程師信條

- 一 遵從國家之國防經濟建設政策，實現 國父之實業計劃。
- 二 認識國家民族之利益，高於一切，願犧牲自由，貢獻能力。
- 三 促進國家工業化，力謀重要物資之自給。
- 四 推行工業標準化，配合國防民生之需求。
- 五 不慕虛名，不為物誘，維持職業尊嚴，遵守服務道德。
- 六 寧事求是，精益求精，努力獨立創造，注重集體成就。
- 七 勇於任事，忠於職守，更須有互切互磋，親愛精誠之合作精神。
- 八 嚴以律己，恕以待人，並養成整潔樸素，迅速確實之生活習慣。

## 總編輯啓事：

一、中國工程師學會三十周年紀念刊：

# 三十年来之中國工程

業已再版出書，每部定價現調整爲二百萬元正。

二、中國工程師學會「工程叢刊」：

本會現將前「會報」十七卷及「工程」前十九卷中之重要論文，擇其有歷史性，及永久性者，編爲「工程叢刊」，先出十種，由各大書局承印，分期發行。

三、「工程師節與工程師」及「工程建國通論」：

本會及各地分會，紀念工程師節，暨歷屆年會，及各地分會倡導工程之一般通論，包括講詞，編爲「工程建國通論」及「工程師節與工程師」二種印行。

四、「中國工程師學會戰時年會報告彙編」：

戰時年會，自民二十七年臨時大會，歷經昆、蓉、黔、蘭、桂、渝，各次年會，開會情況，至爲激昂，對抗戰建國，貢獻良多，並足爲今後辦理年會之參照，茲已彙編成冊，正在設法出版。

五、戰時刊物，如「工程」「會務特刊」「工程師節特刊」及其他報告，與美洲分會會刊等，尙有殘存，會員及各機關，願保存者，可附郵費五萬元至十萬元，以便寄贈。

六、本會「工程」復刊，自第二十卷第一期起，以後按期出版，仍爲雙月刊，惟印費浩大，多盼各事業機構，予以刊登廣告協助，尙祈鑒察。

R  
440.5  
160

# 中國工程師學會會刊

會長 茅以昇      副會長 顧毓琇 薩福均  
總幹事 顧毓琰      副總幹事 錢其琛 周宗蓮

## 工程

總編輯 吳承洛      副總編輯 羅英  
編輯委員 吳必治 張維和      劉公穆

### 第二十卷第一期目錄

(民國三十七年六月一日出版)

第十四屆(首都)年會論文專號(一)

詹天佑先生銅像 .....	封面
中國工程師信條 .....	封面裏對面
總編輯啓事 .....	目錄對面
論文目錄 .....	啓事對面
廣告目錄 .....	照片對面
南京工程師聯合年會照片 .....	論前夾頁

論 文：	作者	題目	頁數
	鄭朝強 C. C. Cheng	連續架結合力矩之新理論 A New Theory on the Joint Moment of Continuous Frames	1-24
	楊迺駿 N. C. Yang	土壤天然坡面之研究 Natural Surface of Earth Fills	25-32
	施以仁 I. Y. Shih	固結構架梁柱相對堅量對撓力矩之影響及其通解 Analysis of the Effect of the Relative Stiffness of Beam and Column in a Rigid Frame to Bending Moment	33-48
	陸韞山 W. S. Lu	複曲線之新型設計 A New Method in the Location of Compound Curves	49-76
	周書濤 S. T. Chow	上海市之瀝青路面 The Bituminous Road Pavements in Shanghai City.	77-84
	陳舜耕 S. K. Chen	復員後之津浦區鐵路管理局轄內路線概況 A Brief Description on the Railroads of the Tientsin-Pukow Railway Administration after Rehabilitation	85-96
	袁夢鴻 M. H. Yuan	湘桂黔鐵路工程進展概略 A Brief Description of the Progress on the Construction of Hunan-Kwangsi-Kweichow Railroad	97-99

中國工程師學會總編輯部發行  
南京北門橋唱經樓衛巷新安里新 18 號

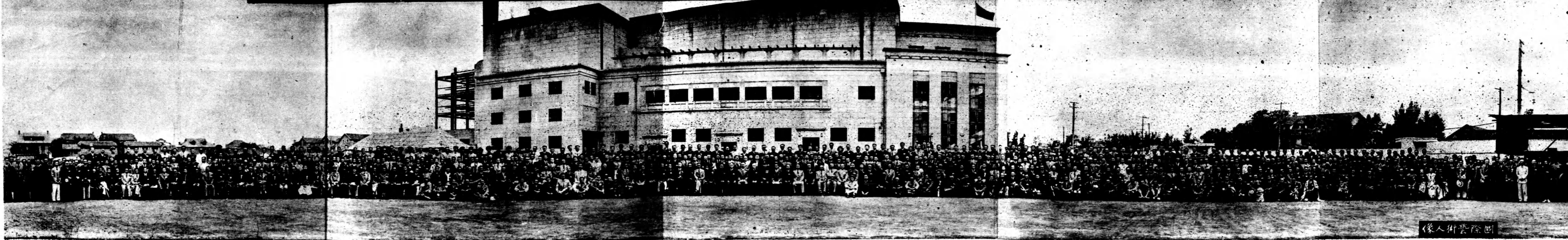
電話 33326

623083

# 本期廣告目錄

中國橋樑公司.....	封面裏
中國石油有限公司.....	76
中央絕緣電器有限公司.....	83
天府煤礦股份有限公司.....	84
華新水泥股份有限公司.....	84
台灣碱業有限公司.....	99
材料供應事務所.....	100
台灣金銅鑛務局.....	101
天津紙漿造紙有限公司.....	102
天津機器廠.....	103
臺灣電力公司.....	103
資源委員會台灣鋁業公司籌備處.....	104
中央機器有限公司.....	105
交通部公路總局平津區汽車修配總廠.....	封底裏
湘贛浙鐵路.....	封底外

中國工程師學會第四十屆各專門工程學會聯合年會開幕典禮攝影  
二十六年十月二日



國際藝術人像



# A NEW THEORY ON THE JOINT MOMENTS OF CONTINUOUS FRAMES

鄭 朝 強

BY C. C. CHENG

## INTRODUCTION

In the classical methods, namely the method of least work and the slope-deflection method, the joint moments of continuous frames are considered as single moments. The result is that the determination of such moments requires the solution of many simultaneous equations. The results obtained are accurate, but the process is too laborious and tedious and has little practical value.

In the moment-distribution method, the joint moments are considered as the sum of fixed-end moments, distribution moments and carry-over moments. The number of distribution and carry-over moments required to obtain reasonably accurate results is indefinite and depends upon the rapidity of their convergency. Although the tedious algebraic process is eliminated, yet the long arithmetical calculation is still sometimes required. At the same time the approximate results yielded by this method do not satisfy the minds of theoretically inclined students of structures.

In this article the writer aims to introduce a new theory regarding the joint moments. Here each joint moment, or joint rotation, is considered to consist of a definite number of parts which can be easily determined separately and then added together to obtain the desired result. This theory will lead to the two simple and exact methods of analysis discovered by Prof. W. T. Chang of St. John's University. They are both short methods involving no solution of simultaneous equations.

### I. THEORY AND METHOD WHEN APPLIED TO CONTINUOUS BEAMS

#### The Theory

At a joint in a continuous beam the joint moment may be considered as consisting of three parts: namely, (I) The "center-moment", which does not include the moment carried-over to the joint from either the left or the right. The value of such moment depends upon the physical properties of the beam and the loads on the two adjacent spans. (II) The "left-moment", which is the moment carried-over to the joint from the left. It is equal to a constant multiplied by the sum of the center-moment and the left-moment existing at the left adjacent joint. This constant may be called the "left-moment-ratio" for the joint concerned. Its value depends upon the physical properties of the beam alone. (III) The "right-moment", which is the moment carried-over to the joint from the right. It is equal to a constant multiplied



by the sum of the center-moment and the right-moment existing at the right adjacent joint. This constant may be called the "right-moment-ratio" for the joint concerned. Its value also depends upon the physical properties of the beam alone. The actual moment at the joint is equal to the sum of these three parts.

At the left (or right) end support of the beam the moment consists of the center-moment and the right- (or left-) moment only, unless the end is overhanging. In the latter case the moment caused by loads on the overhanging end constituted the left- (or right-) moment over the support. But there is only one moment-ratio at the support, namely, the right- (or left-) moment-ratio.

The application of the theory to the analysis of continuous beams, two-legged simple bents and rectangular culverts is called the "moment-ratio method", the name used by Prof. Chang. In this method it is only necessary to find the moment-ratios for all the joints and also the center-moments at the joints. Then the left- and the right- moments can be quickly calculated and added to the center-moments to give the desired actual moments.

The proof of the theory is given in the following derivation of the formulas for determining the moment-ratios and the center-moments.

#### Derivation of Formulas

In the derivation of formulas the following notations are used:

$M_{k-1}$ ,	$M_k$ ,	$M_{k+1}$	= The actual moments at the joints $k-1$ , $k$ , $k+1$ respectively of a continuous beam of $n$ spans;
$M_{c(k-1)}$ ,	$M_{ck}$ ,	$M_{c(k+1)}$	= The center-moments at the joints $k-1$ , $k$ , $k+1$ respectively;
$M_{l(k-1)}$ ,	$M_{lk}$ ,	$M_{l(k+1)}$	= The left-moments at the joints $k-1$ , $k$ , $k+1$ respectively;
$M_{r(k-1)}$ ,	$M_{rk}$ ,	$M_{r(k+1)}$	= The right-moments at the joints $k-1$ , $k$ , $k+1$ respectively,
$M_{L(k-1)}$ ,	= $M_{c(k-1)}$	- $M_{l(k-1)}$ ;	
$M_{R(k+1)}$ ,	= $M_{c(k+1)}$	- $M_{r(k+1)}$ ;	
$R/k$ ,	$R_{l(k+1)}$	= the left moment-ratios for the joints $k$ , $k+1$ respectively;	
$R_{r(k-1)}$ ,	$R_{rk}$ ,	= the right moment-ratios for the joints $k-1$ , $k$ respectively;	
$l_k$ ,	$l_{k+1}$ ,	= the lengths of the spans $k-1$ , $k$ and $k$ , $k+1$ respectively;	
$I_k$ ,	$I_{k+1}$ ,	= the cross-sectional moments of inertia of the spans $k-1$ , $k$ and $k$ , $k+1$ respectively;	
$\delta_{k-1}$ ,	$\delta_k$ ,	$\delta_{k+1}$	= the downward displacements of the joints $k-1$ , $k$ , $k+1$ respectively from their original positions;
$A_k$ ,	$A_{k+1}$ ,	= the areas of the simple beam bending moment dia-	



$$\frac{6A_k \bar{a}_k}{l_k I_k} - \frac{6A_{k+1} \bar{a}_{k+1}}{l_{k+1} I_{k+1}} - \frac{6E(\delta_{k-1} - \delta_k)}{l_k} - \frac{6E(\delta_{k+1} - \delta_k)}{l_{k+1}} \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{i.e., } L_k \left[ M_{L(k-1)} + R_{r(k-1)} \left\{ M_{ck} + R_{rk} M_{R(k+1)} \right\} \right] +$$

$$2(L_k + L_{k+1}) \left\{ M_{ck} + R_{lk} M_{L(k-1)} + R_{rk} M_{R(k+1)} \right\} +$$

$$L_{k+1} \left[ M_{R(k+1)} + R_{l(k+1)} \left\{ M_{ck} + R_{lk} M_{L(k-1)} \right\} \right] =$$

$$-\frac{6A_k \bar{a}_k}{l_k^2} L_k - \frac{6A_{k+1} \bar{a}_{k+1}}{l_{k+1}^2} L_{k+1} - \frac{6E(\delta_{k-1} - \delta_k)}{l_k} - \frac{6E(\delta_{k+1} - \delta_k)}{l_{k+1}}$$

$$\text{Let } Q_{lk} = \frac{6A_k \bar{a}_k}{l_k^2}, \quad Q_{rk} = \frac{6A_{k+1} \bar{a}_{k+1}}{l_{k+1}^2}, \quad N_{lk} = Q_{lk} L_k, \quad N_{rk} = Q_{rk} L_{k+1},$$

$$N''_{lk} = \frac{6E(\delta_{k-1} - \delta_k)}{l_k} \quad \text{and} \quad N''_{rk} = \frac{6E(\delta_{k+1} - \delta_k)}{l_{k+1}}.$$

Then after regrouping the terms we get

$$M_{L(k-1)} \left\{ L_k + 2(L_k + L_{k+1}) R_{lk} + L_{k+1} R_{l(k+1)} R_{lk} \right\} +$$

$$M_{R(k+1)} \left\{ L_{k+1} + 2(L_k + L_{k+1}) R_{rk} + L_k R_{r(k-1)} R_{rk} \right\} +$$

$$M_{ck} \left\{ L_k R_{r(k-1)} + 2(L_k + L_{k+1}) + L_{k+1} R_{l(k+1)} \right\} =$$

$$-N_{lk} - N_{rk} - N''_{lk} - N''_{rk} = -\Sigma N.$$

By letting

$$L_k + 2(L_k + L_{k+1}) R_{lk} + L_{k+1} R_{l(k+1)} R_{lk} = 0,$$

$$\text{and } L_{k+1} + 2(L_k + L_{k+1}) R_{rk} + L_k R_{r(k-1)} R_{rk} = 0,$$

we have

$$R_{lk} = -\frac{L_k}{2(L_k + L_{k+1}) + L_{k+1} R_{l(k+1)}} \dots \dots \dots (A)$$

$$\text{and } R_{rk} = -\frac{L_{k+1}}{2(L_k + L_{k+1}) + L_k R_{r(k-1)}} \dots \dots \dots (A')$$

$$\text{Then } M_{ck} \left\{ L_k R_{r(k-1)} + 2(L_k + L_{k+1}) + L_{k+1} R_{l(k+1)} \right\} = -\Sigma N$$

$$M_{ck} = -\frac{\Sigma N}{2(L_k + L_{k+1}) + L_k R_{r(k-1)} + L_{k+1} R_{l(k+1)}} \dots \dots \dots (B)$$

Thus it is seen that the values of the moment-ratios depends upon the physical properties of the beam only and are independent of the loads on the beam.

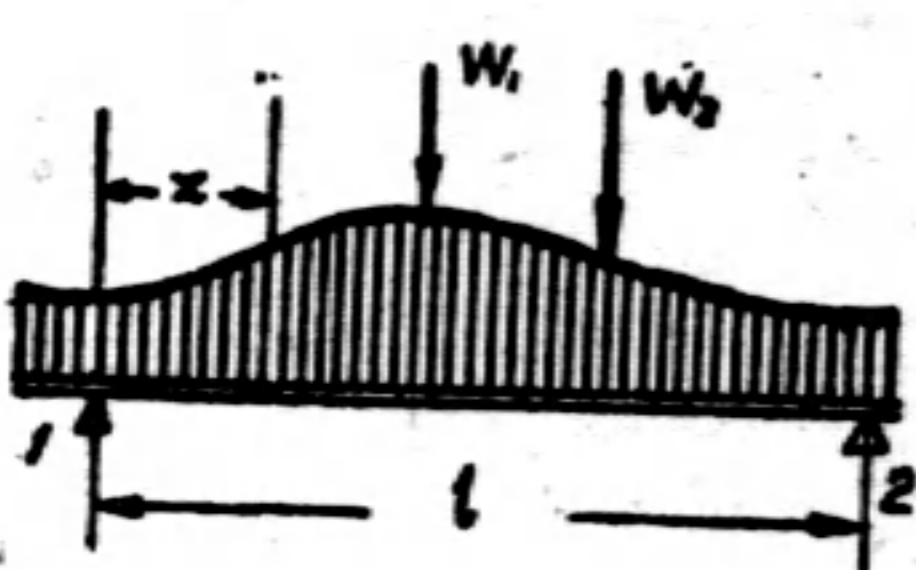
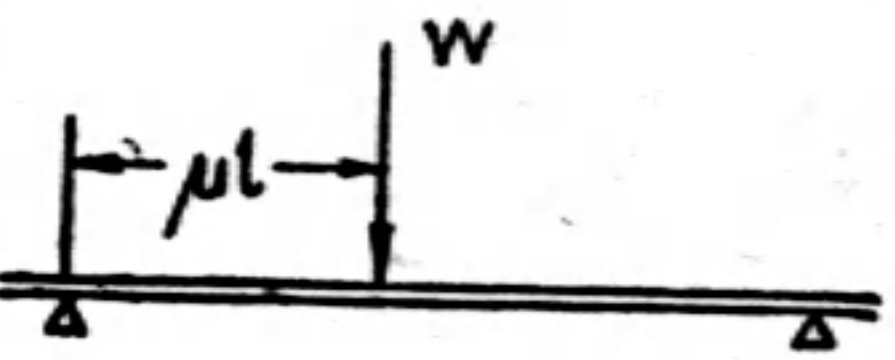
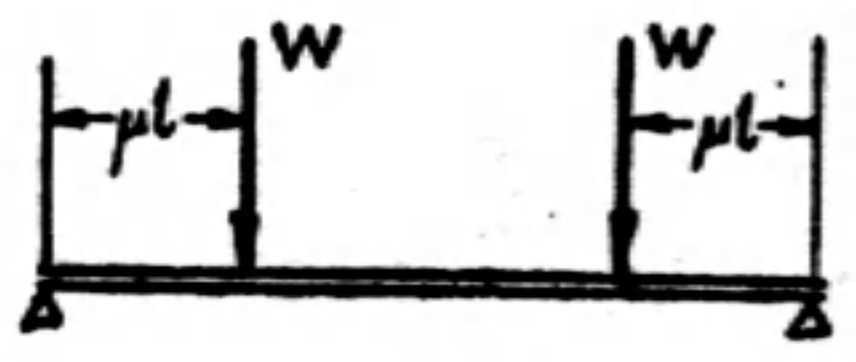


At the end joints of the beam the moment-ratios are given by the equations:

$$\text{and } \left. \begin{aligned} R_{ln} &= -\frac{L_n}{2(L_n + L_{n+1})} \\ R_{ro} &= -\frac{L_1}{2(L_0 + L_1)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (A')$$

which are special cases of equations (A). If the ends are fixed,  $I_0 = I_{n+1} = \infty$  and  $L_0 = L_{n+1} = 0$ , then  $R_{ln} = R_{ro} = -\frac{1}{2}$ . If the ends are hinged or overhanging,  $I_0 = I_{n+1} = 0$  and  $L_0 = L_{n+1} = \infty$ , then  $R_{ln} = R_{ro} = 0$ .

Thus by starting first from the left end and then from the right end of the beam the values of  $R_r$  and  $R_l$  for all the joints can be determined from the known properties of the beam by repeatedly using the eqs. (A). As the two equations in (A) are exactly similar, they may be easily remembered as one formula for finding the moment ratios.

TABLE I SOME COMMON FORMULAS FOR Q

TYPE OF LOADING	$Q_l$ (To be used at joint 2)	$Q_r$ (To be used at joint 1)
	$\frac{6}{l^2} \int_0^l M_x x dx$	$\frac{6}{l^2} \int_0^l M(x-lx) dx$
<p>Where <math>M_x</math> = Simple beam bending moment at a dist. <math>x</math> from the left end of the span.</p>		
	$W(1-\mu)(2-\mu)\mu l$	$W(1-\mu^2)\mu l$
<p>When <math>\mu = \frac{1}{2}</math></p>	$\frac{3Wl}{8}$	$\frac{3Wl}{8}$
	$3W\mu(1-\mu)l$	$3W\mu(1-\mu)l$
<p>When <math>\mu = \frac{1}{3}</math></p>	$\frac{2Wl}{3}$	$\frac{2Wl}{3}$
	$\frac{Wl^2}{4}$	$\frac{Wl^2}{4}$
	$\frac{wl^2\mu^2(2-\mu)^2}{4}$	$\frac{wl^2\mu^2(2-\mu)^2}{4}$

Eq. (B) enables the center-moments over all the joints to be determined. The values of  $N_{lk}$  and  $N_{rk}$  may be determined by considering each load separately and then adding together the individual values. Table I gives the formulas for  $Q$  due to some types common of loading.

If there is no relative settlement of the supports, only simple relative values of  $L$  are needed in the calculation. If the supports settle unevenly, then all lengths should be expressed in inches and the unit of  $L$  will be  $l/in^3$ . The moments obtained will be in lb-in. or kip-in. which can easily be converted into lb-ft. or kip-ft.

### The Sign Convention

In the moment-ratio method the following sign convention is used for the moment: A positive moment produces tension on the bottom of the beam. So this is the usual sign convention used by the designers. With this convention all values of  $Q$  used in Eq. (B) are positive unless the load is upward instead of downward. When applied to bents and culverts the moment is considered positive or negative according as it produces tension on the inner or outer side of the frame.

### The procedure

In the application of the above method to the analysis of a continuous beam the writer suggests the following procedure:

1. Make a sketch of the beam showing the loading, the length and the cross-sectional moment of inertia of each span. Extend down the lines of supports.
2. Calculate the ratio  $L = l/I$  for each span, and write the value at the center of the span below the sketch. When there is no relative settlement of the supports, simple relative values may be used for  $L$ .
3. Starting from the left end determine the values of  $R_r$  for the different joints by repeatedly using the eq. (A) until the right end is reached. Similarly, starting from the right end determine the values of  $R_l$ . Write the values of  $R_l$  and  $R_r$  for each joint below the joint with  $R_l$  on the left side and  $R_r$  on the right side of the line of support through the joint. If the beam is symmetrical and similarly supported at the two ends, the values of  $R$  are also symmetrical. So after all  $R_r$ 's are determined,  $R_l$ 's can be written down without additional calculation.
4. In each span multiply  $R_l$  and  $R_r$  by the value of  $L$  for the span, and write the products below  $R_l$  and  $R_r$  respectively.
5. Calculate the value of  $N_l$ ,  $N_r$ ,  $N_l''$ ,  $N_r''$ , for each joint and add them together to get  $\Sigma N$ . Write  $N_l$  and  $N_l''$  on the left side, and  $N_r$  and  $N_r''$  on the right side and  $\Sigma N$  across the line of support through the joint.
6. Using eq. (B) calculate the value of  $M_c$  and write it below  $\Sigma n$ .
7. If the left (or right) end of the beam is overhanging the left-(or right-) moment at the end support is equal to the moment caused by the load on the overhanging portion. If the end is fixed or hinged, the moment is zero. If the fixed or hinged end is acted by a couple, then the moment is equal to that of the couple.
8. Starting from the left end find the product  $M_{l1}$  of the total moment existing

at the end support (i.e.  $M_{c0} + M_{l0}$ ) and  $R_{l1}$  and write it under  $M_{c1}$  and on the left side of the line of support. Multiply the sum of the two moments now existing at the joint 1, i.e.,  $M_{c1} + M_{l1}$  by  $R_{l2}$  and write the product under  $M_{c2}$ . This is repeated for each joint until the right end is reached.

9. Repeat the step 8 by starting from the right end.  $R_r$  should now be used instead of  $R_l$ . The sum of moments at the right adjacent joint to be multiplied by  $R_r$  should include only the center-moment  $M_c$  at the joint and the right-moment  $M_r$  carried over to it from the right, while the left-moment  $M_l$  carried-over to it from the left should not be included.

10. Add together the three moments  $M_c$ ,  $M_l$  and  $M_r$  at each joint to get the actual moment.

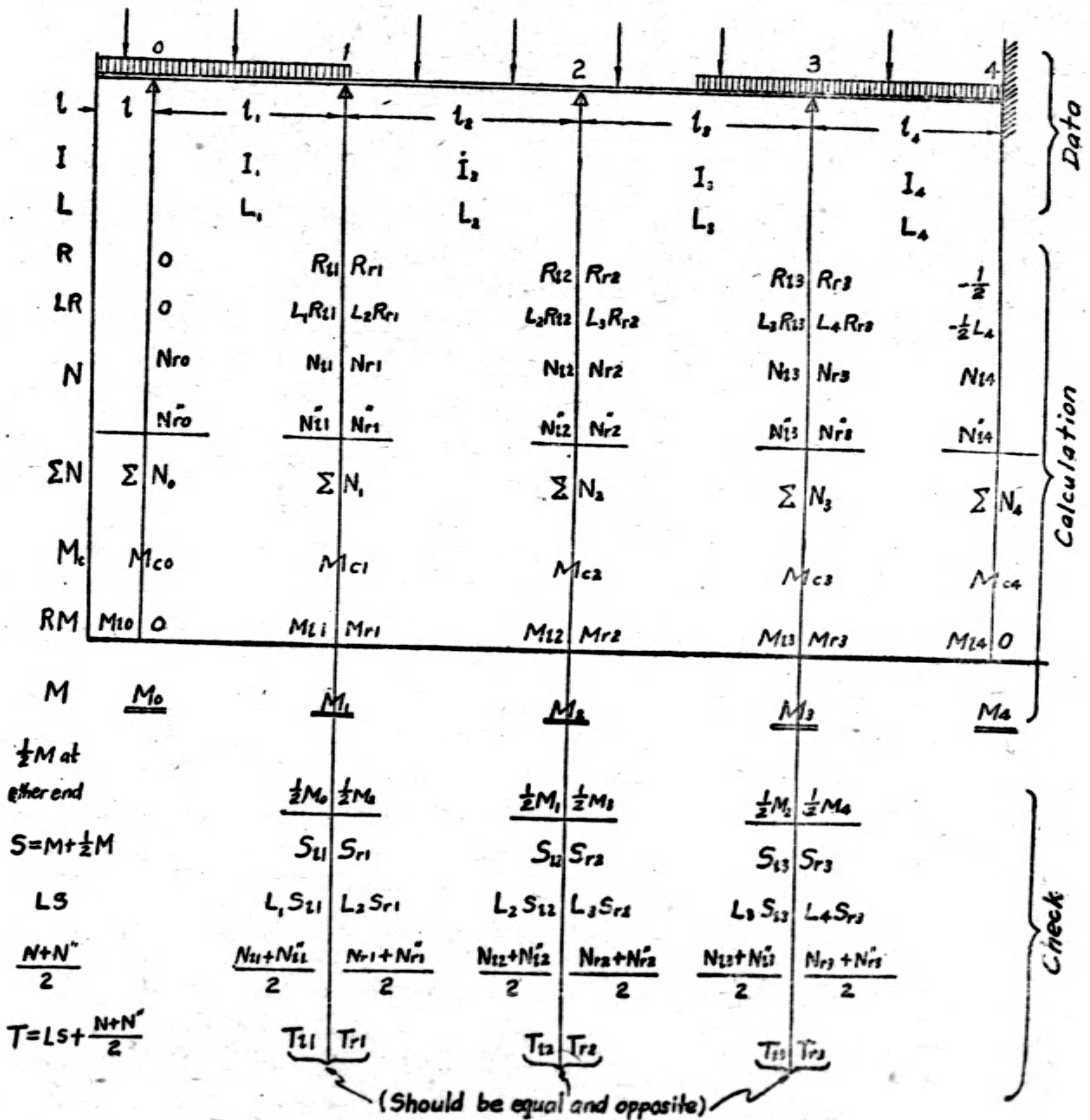


Fig. 2.

If the beam is symmetrical in all respects and also symmetrically loaded, the work of calculations is reduced by half, for the values of the moments are symmetrical.

The arrangement of calculations is shown in Fig. 2.

The procedure and the arrangement of calculations should be somewhat modified in dealing with simple bents and culverts.

After the joint moments are known, the reactions and shears can easily be determined by statics, and the shear and bending moment diagrams can be constructed without difficulty.

#### Check on the Results

If it is desired to check the results of the above method, we may do it in the following way: Eq. (1) may be written

$$L_k M_{k-1} + 2(L_k + L_{k+1})M_k + L_{k+1}M_{k+1} = -N_{lk} - N_{rk} - N''_{lk} - N''_{rk}$$

$$\therefore L_k \left( M_k + \frac{1}{2}M_{k-1} \right) + \frac{N_{lk} + N''_{lk}}{2} = - \left\{ L_{k+1} \left( M_k + \frac{1}{2}M_{k+1} \right) + \frac{N_{rk} + N''_{rk}}{2} \right\} \dots \dots \dots (C)$$

Eq. (C) provides the basis for checking the results. Unless the values of  $N$  are incorrect, the above check is very effective.

The arrangement of calculations for the check is shown at the bottom of Fig. 2.

#### Examples

**Example 1.** A continuous beam of five equal spans and uniform cross-section is fixed at the left end and freely supported at the right end. It carries a uniform load of  $w$  per unit length throughout the whole length. It is required to find the bending moments over the supports, assuming no relative settlements of the supports.

**Solution.** The solution is given in Fig. 3. This shows that the moment-ratio method yields theoretically exact results.

**Example 2.** A continuous beam of three spans has its span length and values of  $L$  shown in Fig. 4. It is supported and loaded as shown. Find the moments over the supports if the second support settles a distance of 0.01 ft.  $E = 30 \times 10^6$  lb/in<sup>2</sup>. and  $I^m = 100$  in<sup>4</sup>. throughout the whole beam.

**Solution.** The solution is given in the same figure. This problem is taken from p.509 in vol. 2 of Modern Framed Structures by Johnson, Bryan and Turneaure. By comparison it will be seen that the method given here is very much briefer.

**Example 3.** Find the moments at the joints of the box culvert shown in Fig. 5.

**Solution.** As the culvert is an endless frame the first moment-ratio cannot be written down as in the case of a continuous beam. The following is the exact method of finding  $R_r$ .

$$R_B = -\frac{4}{10 + R_A}$$

$$R_C = -\frac{2}{12 + 4R_B} = -\frac{1}{6 - \frac{8}{10 + R_A}} = -\frac{10 + R_A}{52 + 6R_A}$$

$$R_D = -\frac{4}{12 + 2R_C} = -\frac{2}{6 - \frac{10 + R_A}{52 + 6R_A}} = -\frac{104 + 12R_A}{302 + 35R_A}$$





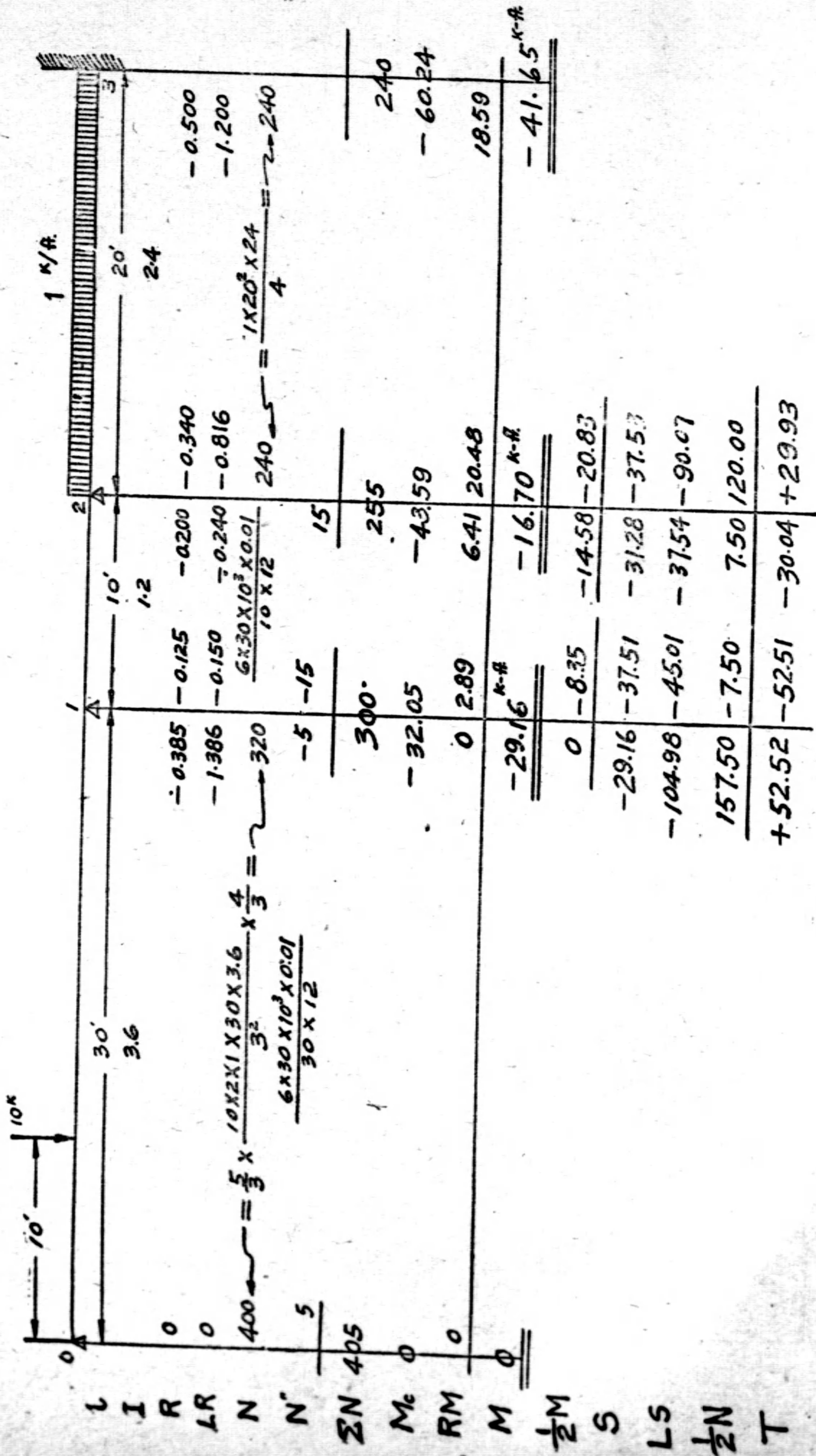


Fig. 4.

$$R_A = -\frac{1}{10+4R_D} = -\frac{1}{10+\frac{416+48R_A}{302+35R_A}} = -\frac{302+35R_A}{2604+302R_A}$$

$$302R_A^2 + 2639R_A + 302 = 0,$$

$$R_A^2 + 8.738R_A + 1 = 0,$$

$$\therefore R_A = -0.116,$$

$$R_B = -\frac{4}{9.884} = -0.405,$$

$$R_C = -\frac{1}{5.190} = -0.193,$$

$$R_D = -\frac{2}{5.807} = -0.344,$$

The above moment-ratio values can also be determined in the following approximate way:

$$\text{First assume } R_A = -\frac{L_{AB}}{2(L_{DA} + L_{AB})} = -\frac{1}{10} = -0.100,$$

$$\text{then } R_B = -\frac{4}{10-0.1} = -\frac{4}{9.9} = -0.404,$$

$$R_C = -\frac{2}{12-4 \times 0.404} = -\frac{1}{5.192} = -0.193,$$

$$\text{and } R_D = -\frac{4}{12-2 \times 0.193} = -\frac{2}{5.807} = -0.344,$$

$$\therefore R_A = -\frac{1}{10-4 \times 0.344} = -\frac{1}{8.624} = -0.116,$$

$$R_B = -\frac{4}{10-0.116} = -\frac{4}{9.884} = -0.405,$$

As this value of  $R_B$  is practically the same as its first value, further calculation will yield exactly the same results as before. Hence the required moment-ratios at the different joints are:  $R_A = -0.116$ ,  $R_B = -0.405$ ,  $R_C = -0.193$ ,  $R_D = -0.344$ . Thus it is shown that the approximate method is very much easier to use than the exact method.

Since the frame is symmetrical in all respects, the left moment-ratios and the right moment-ratios are also symmetrical. So from the latter values the former may be written down.

The carry-over moments at the different joints may be determined by using the following formula: Let  $x = M_{IA}$ ,  $y = M_{IB}$ ,  $z = M_{IC}$  and  $u = M_{ID}$ , then

$$y = R_B (M_{cA} + x)$$

$$z = R_C (M_{cB} + y) = R_C \{ M_{cB} + R_B (M_{cA} + x) \}$$

$$u = R_D (M_{cC} + z) = R_D \left[ M_{cC} + R_C \{ M_{cB} + R_B (M_{cA} + x) \} \right]$$

$$x = R_A (M_{cD} + u) = R_A \left[ M_{cD} + R_D \{ M_{cC} + R_C (M_{cB} + R_B \cdot \overline{M_{cA} + x}) \} \right]$$

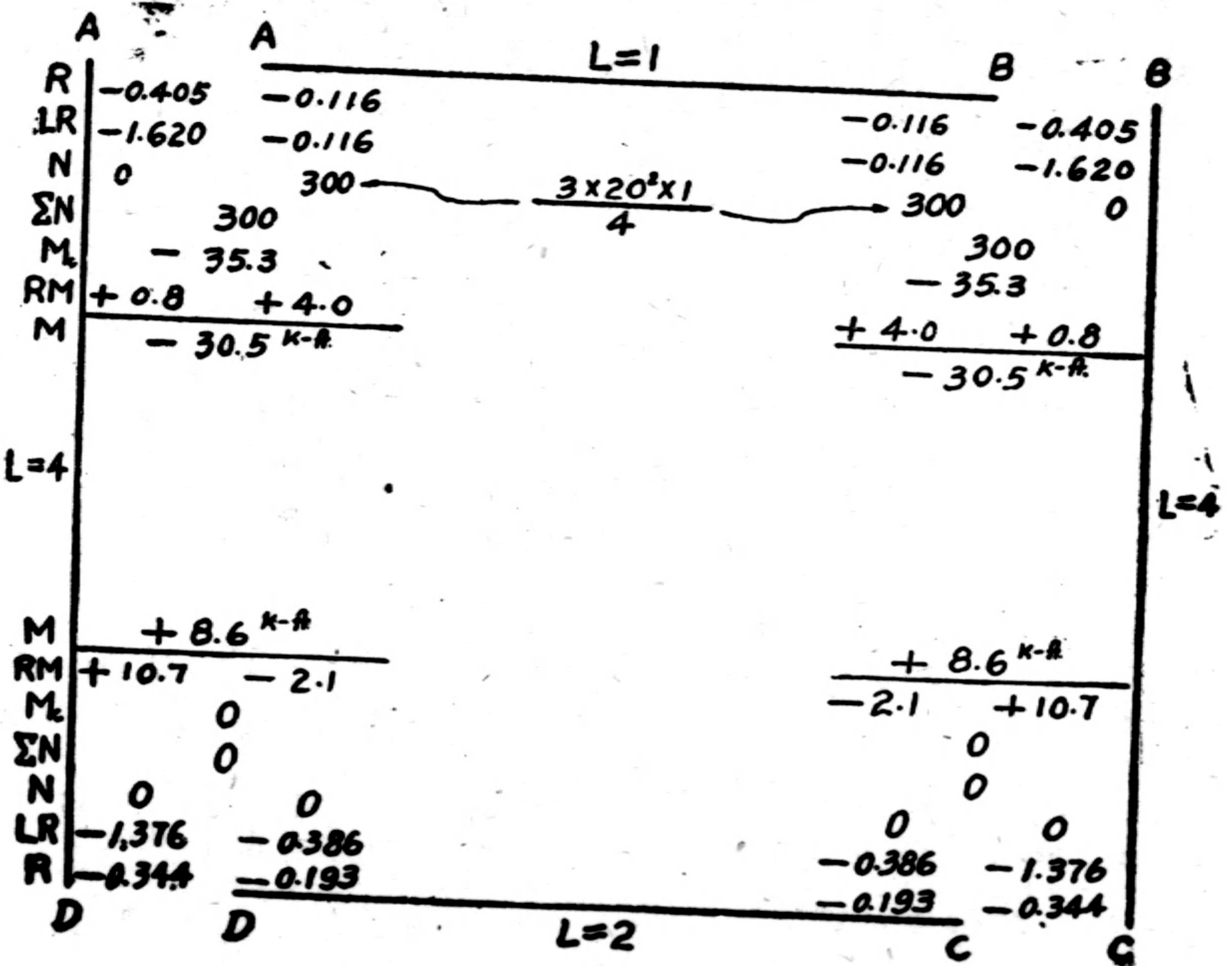
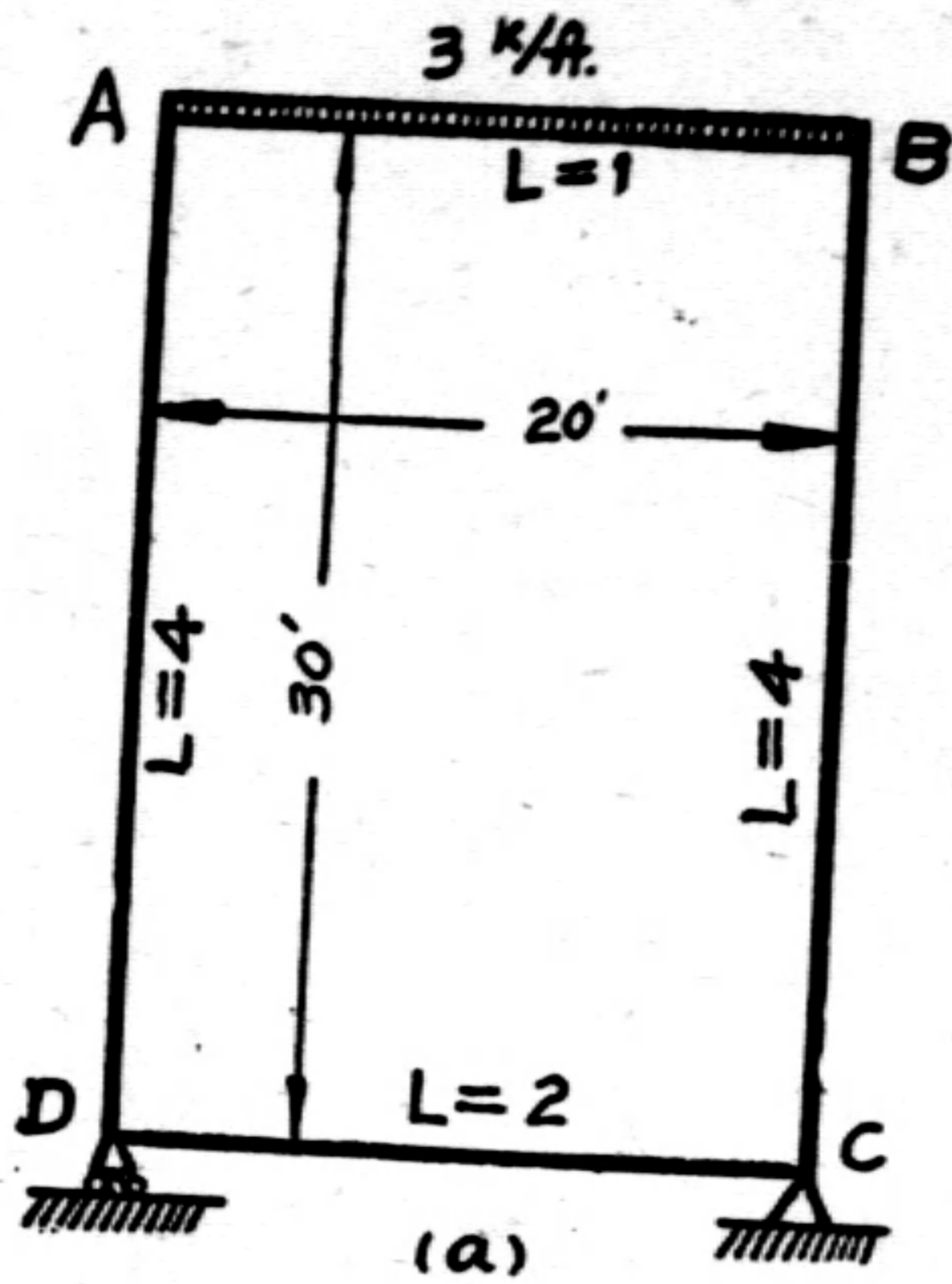


Fig. 5.

$$x(1 - R_A R_B R_C R_D) = R_A M_{cD} + R_A R_D M_{cC} + R_A R_D R_C M_{cB} + R_A R_D R_C R_B M_{cA}$$

$$\therefore x = \frac{R_A (M_{cA} R_B R_C R_D + M_{cB} R_C R_D + M_{cC} R_D + M_{cD})}{1 - R_A R_B R_C R_D}$$

$$= R_A (M_{cA} R_B R_C R_D + M_{cB} R_C R_D + M_{cC} R_D + M_{cD}) \text{ approx.}$$

After  $x$  is known, the values of  $y$ ,  $z$  and  $u$  may be obtained in the usual way. For the given example we may write

$$z = R_c (M_{cC} R_D R_A R_B + M_{cD} R_A R_B + M_{cA} R_B + M_{cB})$$

Since  $M_{cC} = M_{cD} = 0$ ,  $z = R_c (M_{cA} R_B + M_{cB}) = -0.344(-35.3 \times -0.116 + -35.3) = 10.7$  Hence  $u = -0.193 \times 10.7 = -2.1$ ,  $x = -0.405 \times -2.1 = 0.8$ , and  $y = -0.116 \times (-35.3 + 0.8) = 4.0$

Without using the above formula the values of  $x$ ,  $y$ ,  $z$  and  $u$  may be determined in the following way: First assume  $y = -0.116 \times -35.3 = 4.1$  then  $z = -0.344(-35.3 + 4.1) = 10.7$ ,  $u = -0.193 \times 10.7 = -2.1$ , and  $x = -0.405 \times -2.1 = 0.8$ , Therefore  $y = -0.116(-35.3 + 0.8) = 4.0$  which is practically the same as the assumed value. Hence the above calculation is enough to give correct results.

Since the loading is symmetrical, the right moments may be written down from the known left moments without additional calculation.

The complete solution of the example is given in Fig. 5.

### Additional Remarks

The above theory applies also to continuous beams of variable sections. But the method should be somewhat modified.

Applying to bents or culverts subjected to sideway an indirect way similar to that used in the method of moment distribution may be used to find the moments.

Since the value of moment-ratio is zero for a hinged end and  $-0.5$  for a fixed end, its value for a restrained joint lies somewhere between  $0$  and  $-0.5$ . in design work we may first assume  $R = -0.25$  for all the restrained joints in order to find the moments and choose the different sections for the beam. Then in the review work the proper values of moment ratios can be used to see whether the sections chosen are suitable. It will be seen that the sections thus selected are mostly correct. Hence the method greatly helps in practical design.

## II. THEORY AND METHOD WHEN APPLIED TO CONTINUOUS FRAMES

### The Theory

If  $n$  members meet at a joint of a plane frame, the slope or rotation of the joint in the plane will consist of  $n + 1$  parts. Of these one may be called the "center-rotation" or "center-slope", and the rest the "induced-rotations" or "induced-slope". The center-slope of a joint is that part of the total slope which is not induced by the rotation of the other end of any member meeting at that joint. The value of such slope depends upon the physical properties of the frame and the loads on the

members entering the joint. Each of the induced slopes is the part of the total slope which is caused by the rotation of the other end of a connecting member. It is equal to a constant multiplied by the difference of the total slope at that end and the part transferred to it from the joint concerned. This constant may be called the "slope-ratio" for the member at the end concerned. Its value depends upon the physical properties of the frame alone. The actual slope of the joint is equal to the sum of the center-slope and the induced-slopes.

So the different slope-ratios of a frame can be determined as soon as the dimensions of the various members of the frame are known or assumed. After the loading on the frame is also known, the center-slopes at all the joints can be calculated. Then the induced-slopes may be computed and combined together with the center-slopes to get the actual slopes. With the slopes known the desired end moments of the various members can be easily determined by using the familiar slope-deflection formula.

The method based on the above theory is called the "slope-ratio method", the name adopted by Prof. Chang.

The proof of the theory is given in the following derivation of the formulas for slope-ratios and center-slopes.

#### Derivation of Formulas

In the derivation of formulas the following notations are used:

$\theta_o$  = the slope at joint o, which is the joint considered (see Fig. 6)

$\theta_o$  = the center-slope at o

$\theta_a$  ,  $\theta_b$  ,  $\theta_c$  , etc. = the slopes of the joints A, B, C, etc.;

$\theta'_a$  ,  $\theta'_b$  ,  $\theta'_c$  , etc. = the parts of slopes of joints A, B, C, etc. independent of the rotation of joint O = the slopes of joints A, B, C, etc. less the induced-slopes at these joints caused by the rotation of joint o;

$R_{oa}$  ,  $R_{ob}$  ,  $R_{oc}$  , etc. = the slope-ratios for the end O of the members OA, OB, OC, etc.;

$R_{ao}$  ,  $R_{bo}$  ,  $R_{co}$  , etc. = the slope-ratios for the ends A, B, C, etc. of the members OA, OB, OC, etc.;

$l_{oa}$  ,  $l_{ob}$  ,  $l_{oc}$  , etc. = the lengths of the members OA, OB, OC, etc.;

$I_{oa}$  ,  $I_{ob}$  ,  $I_{oc}$  , etc. = the cross-sectional moments of inertia of the members OA, OB, OC, etc.;

$K_{oa} = I_{oa}/l_{oa}$  ,  $K_{ob} = I_{ob}/l_{ob}$  ,  $K_{oc} = I_{oc}/l_{oc}$  , etc. = the stiffness ratios of the members OA, OB, OC, etc.;

$\delta_{oa}$  ,  $\delta_{ob}$  ,  $\delta_{oc}$  , etc. = the deflections of the joints A, B, C, etc. relative to the joint O;

$Y_{oa} = \delta_{oa}/l_{oa}$  ,  $Y_{ob} = \delta_{ob}/l_{ob}$  ,  $Y_{oc} = \delta_{oc}/l_{oc}$  , etc. = the rotations of the members OA, OB, OC etc. caused by the deflections of A, B, C, etc. relative to O;

$F_{oa}$  ,  $F_{ob}$  ,  $F_{oc}$  , etc. = the fixed-end moments of the ends O of the Members OA, OB, OC, etc.;

$M_{Oa}, M_{Ob}, M_{Oc}, \text{ etc.}$  = the actual bending moments at the ends O of the members OA, OB, OC, etc.;

$E$  = the modulus of elasticity of the materials of the frame.

According to the principle stated in the previous section,

$R_{Oa} \theta_a'', R_{Ob} \theta_b'', R_{Oc} \theta_c'', \text{ etc.}$  = the induced-slopes at O caused by the rotations of the joints A, B, C, etc.,

and  $R_{Ao} (\theta_o - R_{Oa} \theta_a''), R_{Bo} (\theta_o - R_{Ob} \theta_b''), R_{Co} (\theta_o - R_{Oc} \theta_c''), \text{ etc.}$  = the induced-slopes at A, B, C, etc. caused by the rotation of the joint O.

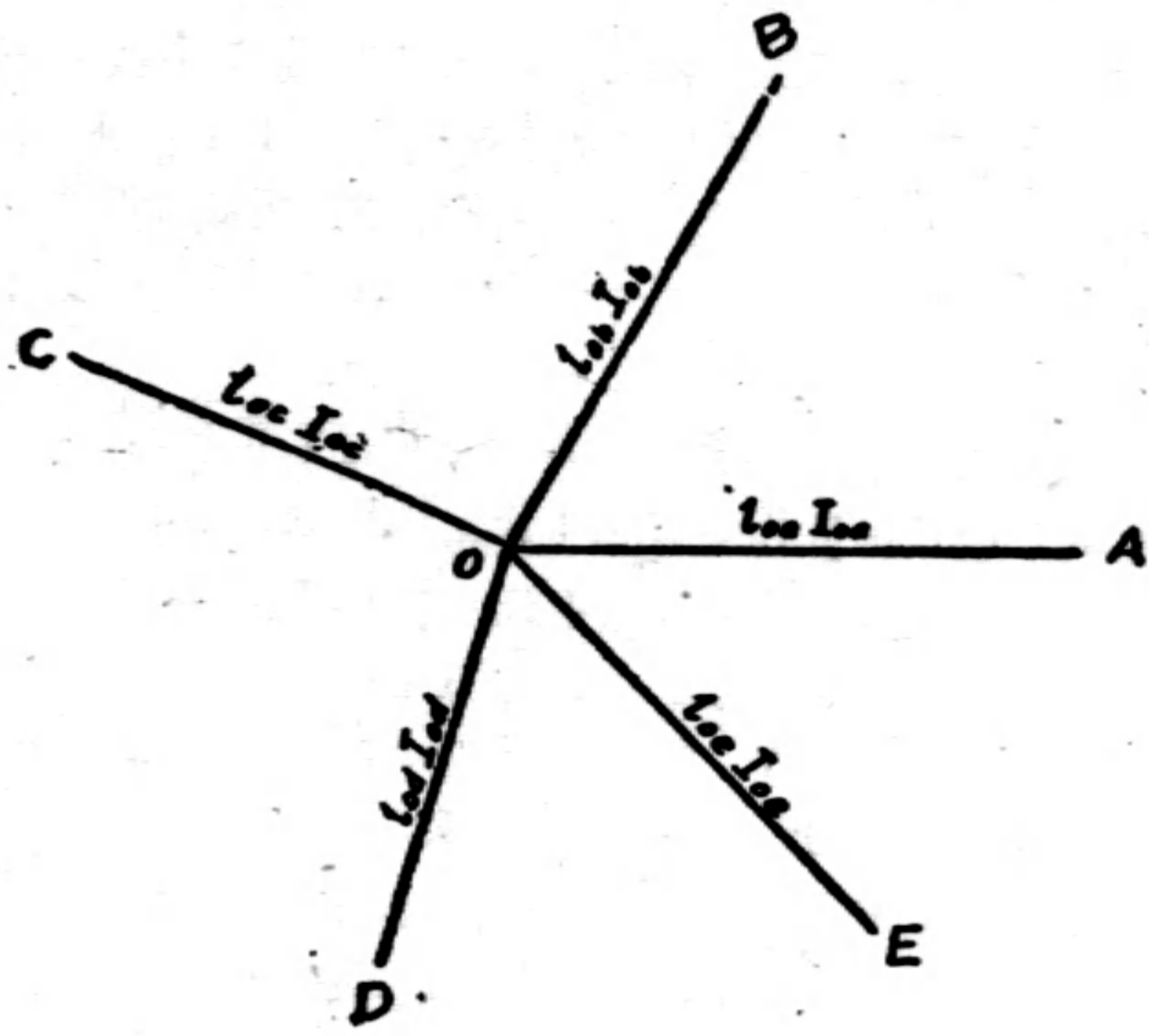


Fig. 6.

Then

$$\begin{aligned} \theta_o &= \theta_o' + R_{Oa} \theta_a'' + R_{Ob} \theta_b'' + R_{Oc} \theta_c'' + \dots, \\ \theta_a &= \theta_a'' + R_{Ao} (\theta_o - R_{Oa} \theta_a''), \\ \theta_b &= \theta_b'' + R_{Bo} (\theta_o - R_{Ob} \theta_b''), \\ \theta_c &= \theta_c'' + R_{Co} (\theta_o - R_{Oc} \theta_c''), \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

From the slope-deflection method we have

$$\left. \begin{aligned} M_{Oa} &= 2EK_{Oa} (2\theta_o + \theta_a + 3Y_{Oa}) + F_{Oa}, \\ M_{Ob} &= 2EK_{Ob} (2\theta_o + \theta_b + 3Y_{Ob}) + F_{Ob}, \\ M_{Oc} &= 2EK_{Oc} (2\theta_o + \theta_c + 3Y_{Oc}) + F_{Oc}, \\ &\text{etc.} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (D)$$

For equilibrium of joint O,  $\sum M_o = 0$ , ie.,

$$\begin{aligned} M_{Oa} + M_{Ob} + M_{Oc} + \dots &= 0, \\ K_{Oa} (2\theta_o + \theta_a) + K_{Ob} (2\theta_o + \theta_b) + K_{Oc} (2\theta_o + \theta_c) + \dots &= - \left( 3 \sum KY + \frac{\sum F}{2E} \right) \\ 2\theta_o \sum K + \sum K \theta &= - \left( 3 \sum KY + \frac{\sum F}{2E} \right), \end{aligned}$$

$$2\theta_o' \sum K + 2 \sum K (R_{oa} \theta_a'' + R_{ob} \theta_b'' + R_{oc} \theta_c'' + \dots) \\ + K_{oa} (\theta_a'' + R_{ao} \theta_o - R_{ao} R_{oa} \theta_a') \\ + K_{ob} (\theta_b'' + R_{bo} \theta_o - R_{bo} R_{ob} \theta_b') \\ + K_{oc} (\theta_c'' + R_{co} \theta_o - R_{co} R_{oc} \theta_c'') \\ + \dots = - \left( 3 \sum K Y + \frac{\sum F}{2E} \right),$$

$$2\theta_o' \sum K + 2 \sum K (R_{oa} \theta_a'' + R_{ob} \theta_b'' + R_{oc} \theta_c'' + \dots) \\ + (K_{oa} \theta_a'' + K_{ob} \theta_b'' + K_{oc} \theta_c'' + \dots) + \theta_o \sum K R_{xo} \\ - (K_{oa} R_{ao} R_{oa} \theta_a'' + K_{ob} R_{bo} R_{ob} \theta_b'' + K_{oc} R_{co} R_{oc} \theta_c'' + \dots) \\ = - \left( 3 \sum K Y + \frac{\sum F}{2E} \right),$$

$$2\theta_o' \sum K + 2 \sum K (R_{oa} \theta_a'' + R_{ob} \theta_b'' + R_{oc} \theta_c'' + \dots) \\ + (K_{oa} \theta_a'' + K_{ob} \theta_b'' + K_{oc} \theta_c'' + \dots) + \theta_o' \sum K R_{xo} \\ + \sum K R_{xo} (R_{oa} \theta_a'' + R_{ob} \theta_b'' + R_{oc} \theta_c'' + \dots) \\ - (K_{oa} R_{ao} R_{oa} \theta_a'' + K_{ob} R_{bo} R_{ob} \theta_b'' + K_{oc} R_{co} R_{oc} \theta_c'' + \dots) \\ = - \left( 3 \sum K Y + \frac{\sum F}{2E} \right),$$

$$\therefore 2\theta_o' \sum K + \theta_o' \sum K R_{xo} + \theta_a'' (2R_{oa} \sum K + K_{oa} + R_{oa} \sum K R_{xo} - \\ K_{oa} R_{ao} R_{oa}) + \theta_b'' (2R_{ob} \sum K + K_{ob} + R_{ob} \sum K R_{xo} - \\ K_{ob} R_{bo} R_{ob}) + \theta_c'' (2R_{oc} \sum K + K_{oc} + R_{oc} \sum K R_{xo} - \\ K_{oc} R_{co} R_{oc}) + \dots = - \left( 3 \sum K Y + \frac{\sum F}{2E} \right),$$

Let  $2 R_{oa} \sum K + K_{oa} + R_{oa} \sum K R_{xo} - K_{oa} R_{ao} R_{oa} = 0,$

$2 R_{ob} \sum K + K_{ob} + R_{ob} \sum K R_{xo} - K_{ob} R_{bo} R_{ob} = 0,$

$2 R_{oc} \sum K + K_{oc} + R_{oc} \sum K R_{xo} - K_{oc} R_{co} R_{oc} = 0,$

etc.

we have

$$\left. \begin{aligned} R_{oa} &= - \frac{K_{oa}}{2 \sum K + \sum K R_{xo} - K_{oa} R_{ao}} \\ R_{ob} &= - \frac{K_{ob}}{2 \sum K + \sum K R_{xo} - K_{ob} R_{bo}} \\ R_{oc} &= - \frac{K_{oc}}{2 \sum K + \sum K R_{xo} - K_{oc} R_{co}} \\ &\text{etc.} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (E)$$

Then  $2 \theta_o' \sum K + \theta_o' \sum K R_{xo} = - \left( 3 \sum K Y + \frac{\sum F}{2E} \right)$

$$\therefore \theta_o' = - \frac{3 \sum K Y + \frac{\sum F}{2E}}{2 \sum K + \sum K R_{xo}} \dots \dots \dots (F)$$

If there is no relative displacement between O and each of the joints A, B, C, etc.,  $\sum K Y = 0$ . We may then assume  $2E = 1$  and write

$$\theta_o' = - \frac{\sum F}{2 \sum K + \sum K R_{xo}} \dots \dots \dots (F)$$

also

$M_{oa} = K_{oa} (2\theta_o + \theta_a) + F_{oa},$

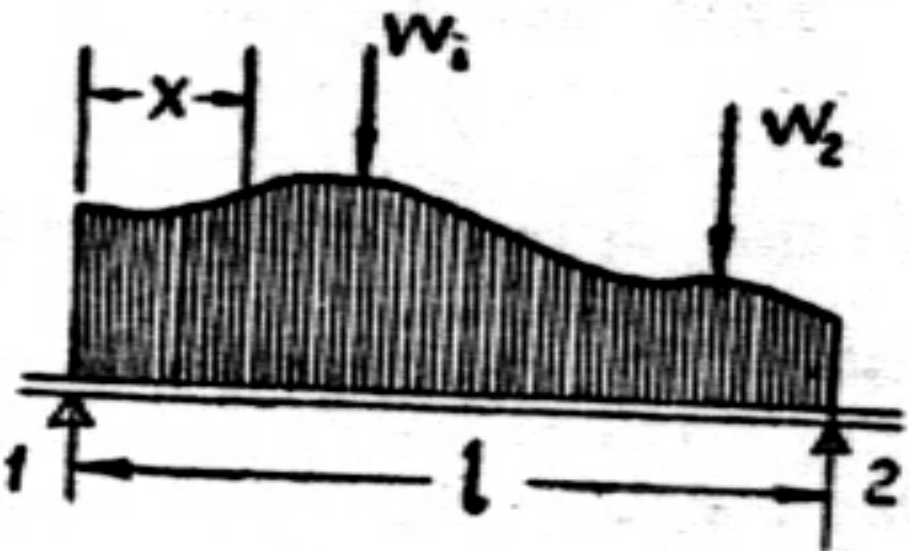
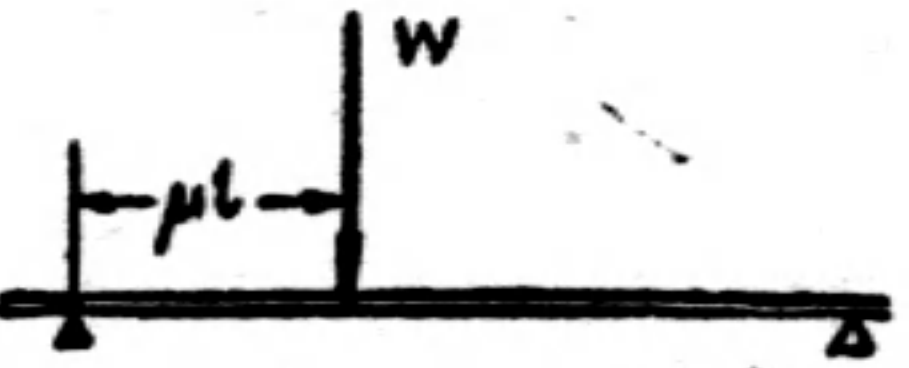
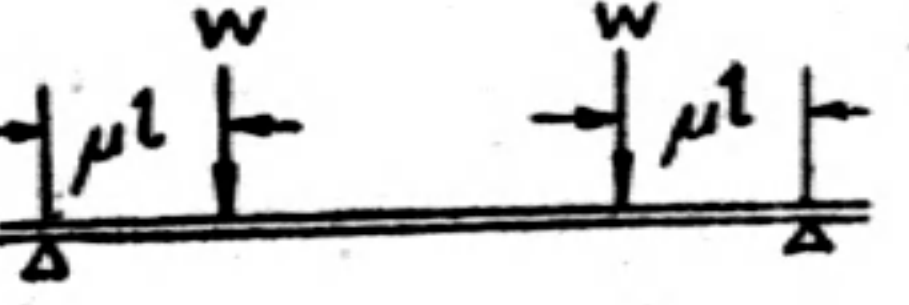
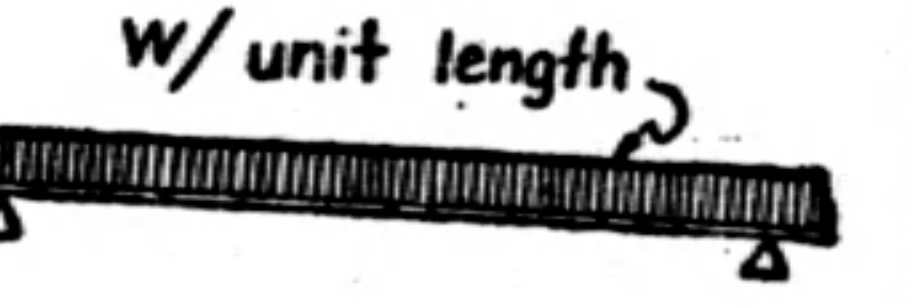
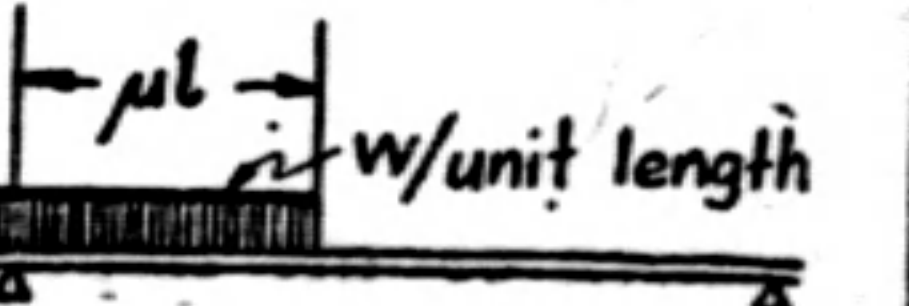
$M_{ob} = K_{ob} (2\theta_o + \theta_b) + F_{ob},$

$M_{oc} = K_{oc} (2\theta_o + \theta_c) + F_{oc},$

etc.



TABLE II SOME COMMON FORMULAS FOR F

TYPE OF LOADING	$F_1$ (To be used at joint 1)	$F_2$ (To be used at joint 2)
	$-\frac{2}{l^2} \int_0^l M_x (2l - 3x) dx$ <p>where <math>M_x</math> = simple beam bending moment at a dist. <math>X</math> from the left end of the member.</p>	$\frac{2}{l^2} \int_0^l M_x (3X - L) dx$
	$-W(1-\mu)^2 \mu l$	$W(1-\mu) \mu^2 l$
<p>when <math>\mu = \frac{1}{2}</math></p>	$-\frac{Wl}{8}$	$\frac{Wl}{8}$
	$-W(1-\mu) \mu l$	$W(1-\mu) \mu l$
<p>when <math>\mu = \frac{1}{3}</math></p>	$-\frac{2Wl}{9}$	$\frac{2Wl}{9}$
	$-\frac{wl^2}{12}$	$\frac{wl^2}{12}$
	$-\frac{Wl^2 \mu^2 (6 - 8\mu + 3\mu^2)}{12}$	$\frac{wl^2 \mu^3 (4 - 3\mu)}{12}$

At a joint where only one member is present the value of  $R$  for the member may be obtained by supposing some imaginary members to be also there. If the joint is hinged, the value of  $K$  for the imaginary members are all zero, and  $R = -k/2k = 1 - \frac{1}{2}$ . If the joint is fixed, the values of  $k$  for the imaginary members are all infinity, and  $R = 0$ . Thus by starting from such joints the values of  $R$  for a simple frame can be entirely computed by using eq. (E). For a complicated frame certain approximations are necessary. But as the convergence of results is very rapid, the approximations need not be carried far. This fact will be shown in Ex. 6 below.

If there is no relative displacement of the joints of the frame, only simple relative values of  $K$  are needed in the calculation. The unit of  $K$  is  $\text{in}^3$ , if the exact value is used.

The values of  $F$  used in Eq. (F) can be calculated with the help of Table II, where the formulas for  $F$  due to some common types of loading are given. When the loading on a member is complicated, the fixed-end moments due to each type of load may be determined separately and the total value of  $F$  obtained by adding together such individual values.

### The Sign Convention

In the slope-ratio method the following sign convention is used. The rotation in the counterclockwise direction is considered positive and that in the clockwise direction negative. The relative displacement of the two ends of a member is taken positive or negative according as the rotation of the member caused by the displacement is positive or negative. In considering the end moment of a member the joint is regarded as a free body and the moment exerted by the member on the joint is used for investigation. If the moment intends to rotate the joint in a counterclockwise direction, it is taken positive; if it intends to rotate the joint in a clockwise direction, it is taken negative.

### Check on the Results

Since any joint of a frame is in equilibrium, the sum of moments should be zero according to statics. This provides the basis for the check. After the end moments of all the members meeting at a joint are determined, they should be added together to see whether the sum is zero or not. If the sum is not zero, some mistakes must have been made in the calculation.

### Procedure and Arrangement of Calculations

The following is the suggested procedure for the application of the slope-ratio method to the analysis of a continuous frame:

1. Make a sketch of the frame showing the length and the cross sectional mem-

- ent of inertia of each member, and if possible, the loading on each member.
2. At each joint draw a square as shown in Fig. 7.

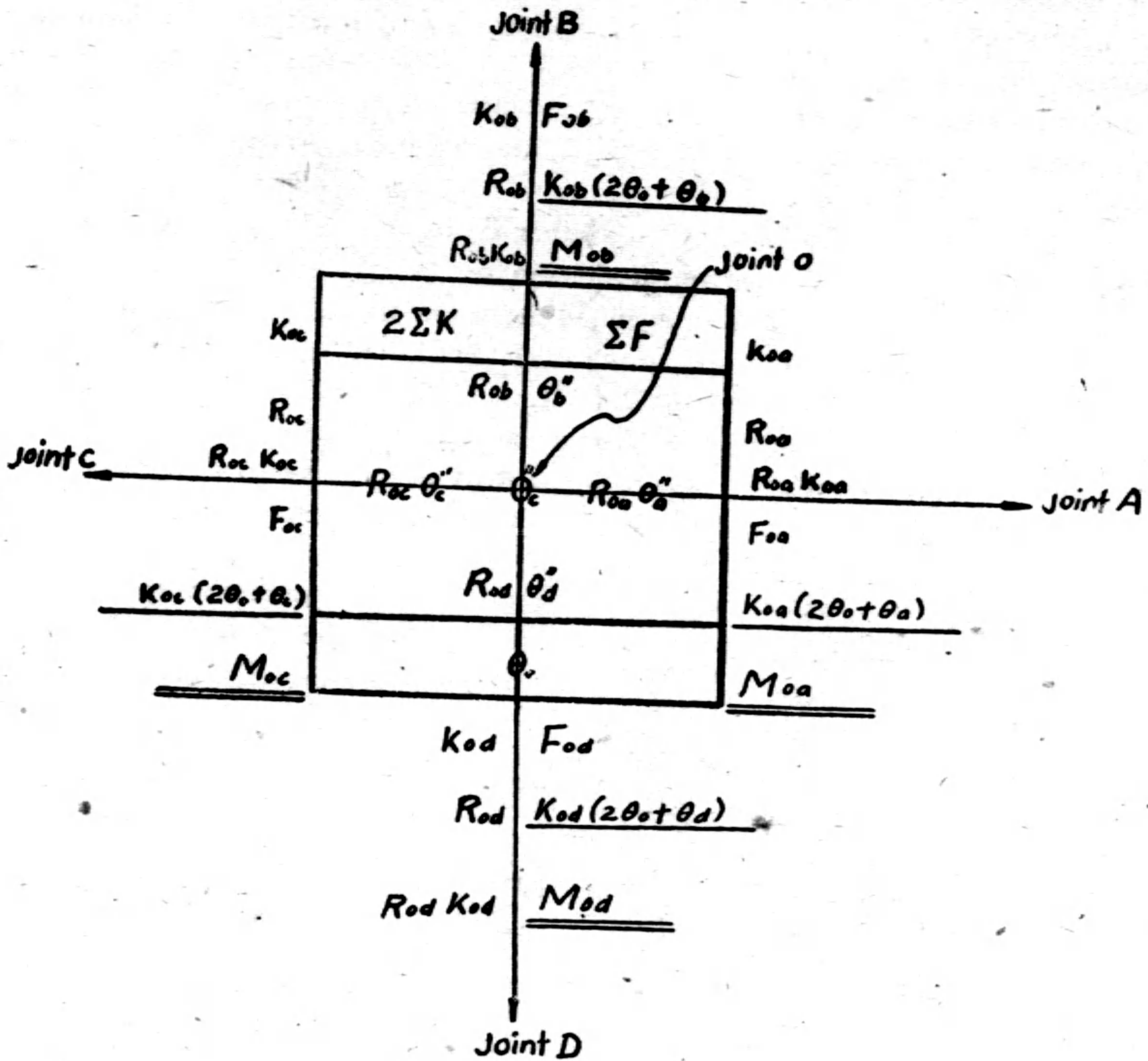


Fig. 7.

3. Calculate the ratio  $K = I/l$  for each member and write its value at each end of the member as shown. At each joint add together the values of  $K$  for all the connecting members and write twice the sum,  $2\Sigma K$ , on the top of the square as shown.

4. Starting from the joints with only one member determine the values of  $R$  by repeatedly using eq. (E). Write the values of  $R$  under  $K$  as shown. If the frame is symmetrical in all respects, the values of  $R$  are also symmetrical, and half of their values may be written down from the previously calculated half.

5. For each member multiply  $R$  by  $K$  and write the product under the corresponding value of  $R$ .

6. Calculate the value of  $F$  at each end of a member and write it down as shown. Add together the values of  $F$  at each joint and write the sum  $\Sigma F$  on the

top of the square beside  $2\Sigma K$ . If the ends of any member displace relatively, the value of  $6 EKY$  should be computed and combined with  $F$  and at the joint  $6 E\Sigma K Y + \Sigma F$  should be used instead of  $\Sigma F$ .

7. Calculate the value of  $\theta'$  (or  $2E\theta'$ ) with eq. (F) and write it down at the center of the square.

8. Starting from the joints with only one member the induced slopes  $R\theta'$  at the ends of the members are calculated until all are obtained. Write those values adjacent to  $\theta''$  as shown.

9. Add together  $\theta'$  and the various values of  $R\theta'$  within each square to get  $\theta$ . Write the value of  $\theta$  at the bottom of the square.

10. At each end of a member calculate the value of  $K$  times the sum of twice the slope at the end and the slope at the other end. Write this under  $F$  and add it to  $F$  to obtain the desired end moment  $M$ . If  $M$  is positive, it means that the member tends to rotate the joint in a counterclockwise direction. If  $M$  is negative, it means that the member tends to rotate the joint in a clockwise direction.

11. Check by adding together the values of  $M$  at each joint to see whether  $\Sigma M = 0$ .

If the frame is symmetrical in all respects and also symmetrically loaded, the work of calculations is reduced to half, for all the values are symmetrical.

In dealing with complicated frames and frames subjected to sidesway the above procedure must be somewhat modified.

The calculation of shears and reactions and the construction of shear and moment diagrams can be accomplished by statics, after the end moments are known.

### Examples

Example 4. Solve Ex. 1 by the slope-ratio method.

Solution: The solution is shown in Fig. 8.

Example 5. Solve Ex. 2 by the slope-ratio method.

Solution: The solution is shown in Fig. 9. This and the previous examples show clearly that the slope-ratio method gives more concise solutions than the moment-ratio method.

Example 6. A frame of two stories and two bays is shown in Fig. 10. The horizontal members are loaded so as to give the indicated fixed-end moments. Neglecting the effect of sidesway find the end moments of the different members.

Solution: The slope-ratios of the fixed ends are each equal to zero. Next consider the joint E. As a first approximation

$$\text{suppose } R_{EF} = -\frac{30}{152} = -0.197, \quad R_{EB} = -\frac{2}{152} = -0.013, \quad R_{ED} = -\frac{40}{152} = -0.263$$

$$\text{then } R_{DA} = -\frac{1}{86 - 40 \times 0.263} = -0.013,$$

$$R_{AB} = -\frac{20}{42 - 0.013} = -0.476,$$

$$R_{BC} = -\frac{15}{70 - 20 \times 0.476 - 2 \times 0.013} = -0.233,$$

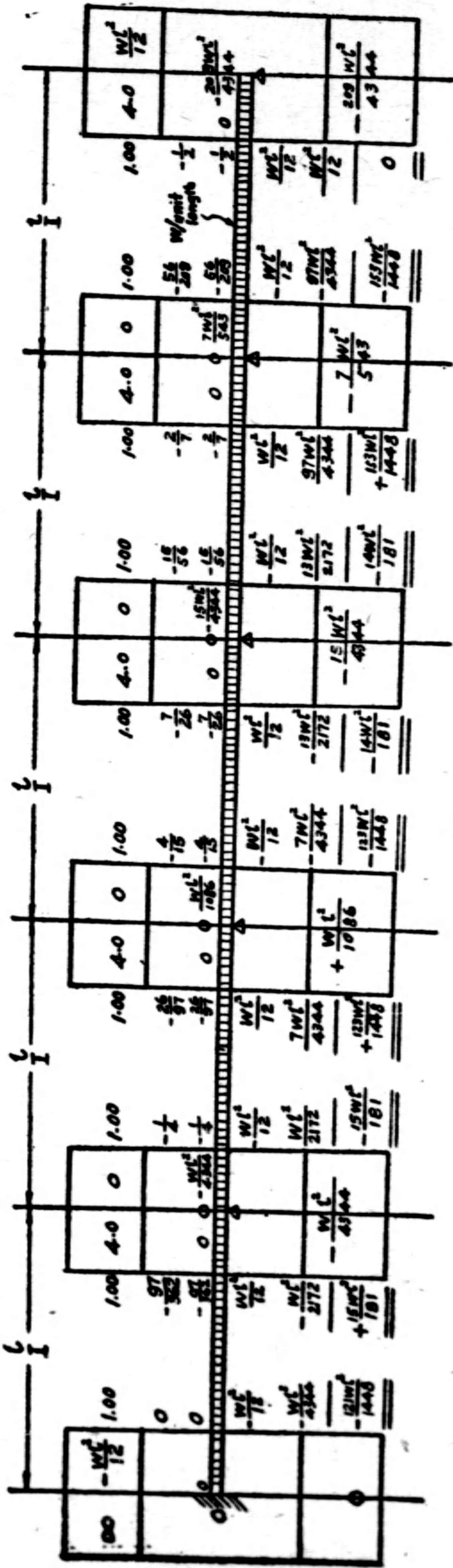


Fig. 8.

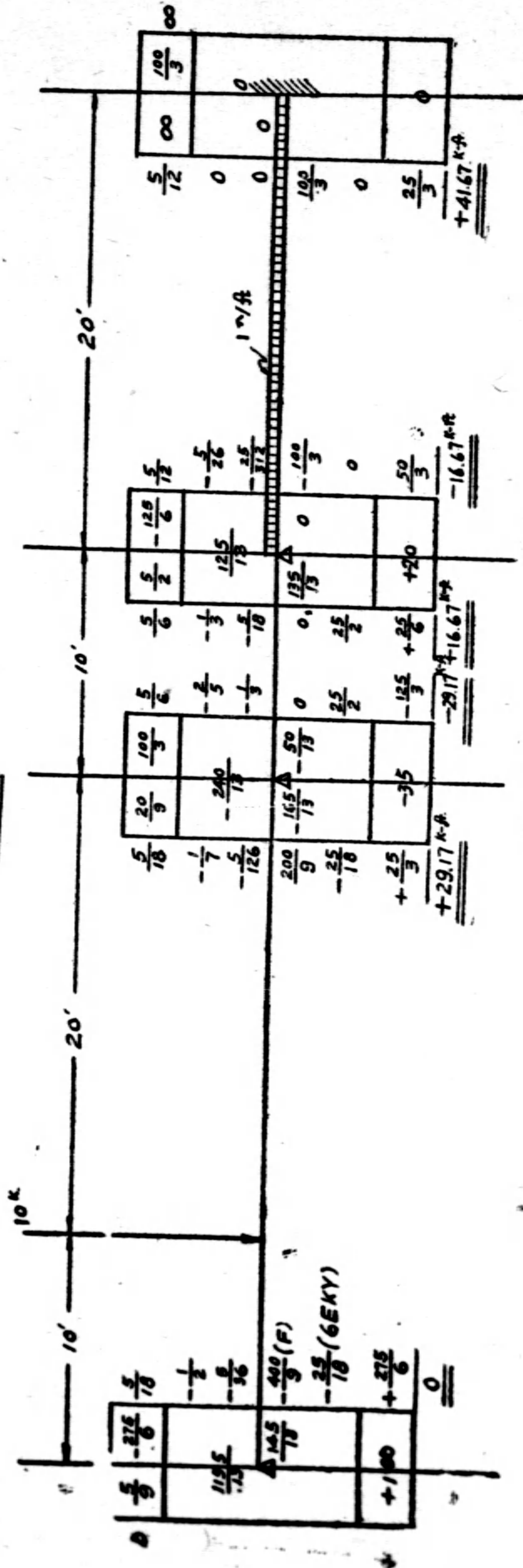


Fig. 9.

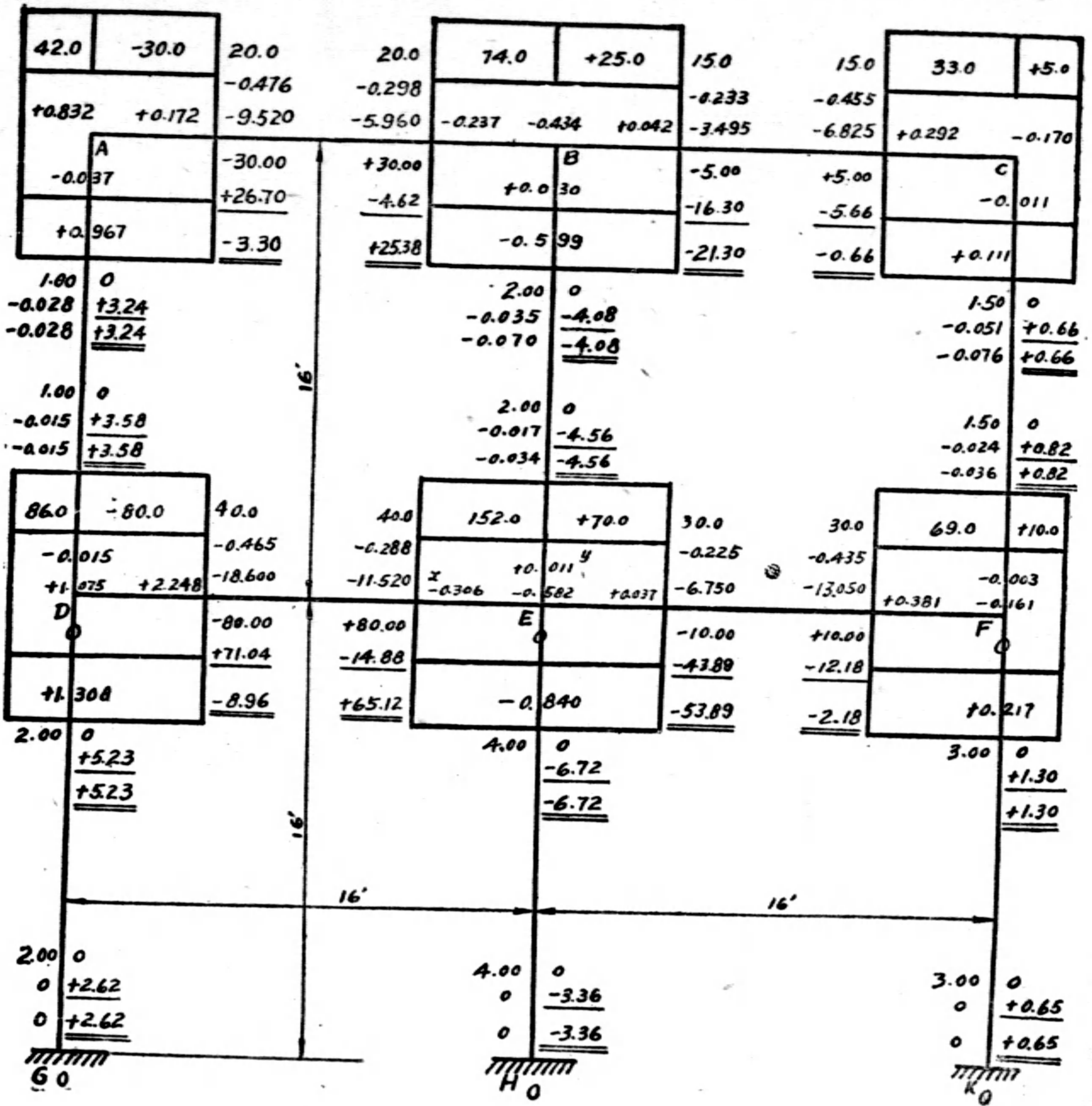


Fig. 10.

$$R_{CF} = -\frac{1.5}{33 - 15 \times 0.233} = -0.051,$$

$$R_{FE} = -\frac{30}{69 - 1.5 \times 0.051} = -0.435,$$

$$R_{FC} = -\frac{1.5}{69 - 30 \times 0.197} = -0.024,$$

$$R_{CB} = -\frac{15}{33 - 1.5 \times 0.024} = -0.455,$$

$$R_{BA} = -\frac{20}{74 - 15 \times 0.455 - 2 \times 0.013} = -0.298,$$

$$R_{AD} = -\frac{1}{42 - 20 \times 0.298} = -0.028,$$

$$R_{DC} = -\frac{40}{86-0.028} = -0.465,$$

$$R_{BE} = -\frac{2}{74-20 \times 0.476-15 \times 0.455} = -0.035,$$

Hence  $R_{EF} = -\frac{30}{152-40 \times 0.465-2 \times 0.035} = -0.225,$

$$R_{EB} = -\frac{2}{152-40 \times 0.465-30 \times 0.435} = -0.017,$$

$$R_{ED} = -\frac{40}{152-30 \times 0.435-2 \times 0.035} = -0.288,$$

and  $R_{DA} = -\frac{1}{86-40 \times 0.288} = -0.015,$

$$R_{AB} = -\frac{20}{42-0.015} = -0.476,$$

$$R_{FC} = -\frac{1.5}{69-30 \times 0.225} = -0.024,$$

Since these values of  $R_{AB}$  and  $R_{FC}$  are the same as their first values, the values of the remaining slope-ratios calculated above are all exact and need not be corrected. Thus it is seen that approximations are only necessary during the first few steps of computations.

To find the induced-slopes we again consider first the joint E. The first approximations of  $x$ ,  $y$ , and  $z$  are

$$x = -0.288(1.075 - 0.015 \times 0.832) = -0.306$$

$$y = -0.017(-0.434 - 0.298 \times 0.832 - 0.233 \times 0.170) = +0.011,$$

$$z = -0.225(-0.161 - 0.024 \times -0.170) = +0.035,$$

From these the other induced-slopes are found as given in Fig. 10. Then the second values of  $x$ ,  $y$ , and  $z$  are

$$x = -0.288(1.075 - 0.015) = -0.306,$$

$$y = -0.017(-0.434 - 0.237 + 0.042) = +0.011,$$

$$z = -0.225(-0.161 - 0.003) = +0.037,$$

As these are the same or practically the same as the first values, all the first calculated induced-ratios are accurate. Again it is seen that in the slope-ratio method the approximations are so close to exact computations that they are practically not approximations at all.

The detail calculations and the desired moments are indicated in Fig. 10.

From the results it can be found that the shear in upper story columns caused by the moments in them is equal to

$$\frac{(4.08 + 4.56) - (3.24 + 3.58 + 0.66 + 0.82)}{16} = \frac{0.34}{16} = 0.021,$$

and the shear in the lower story columns is equal to

$$\frac{(6.72 + 3.36) - (5.23 + 2.62 + 1.30 + 0.65)}{16} = \frac{0.28}{16} = 0.017,$$

So the sidesway caused by the loading on the frame will be so small that it can be justifiably neglected.

### Additional Remarks

With certain modifications the above method can be made to apply to frames with members of variable sections.

Again in design work the values of slope-ratios may first be reasonably assumed for all the restrained joints. After the sections are selected, the proper values of slope-ratios are then determined and used for review. It will be found that the sections thus chosen are most probably suitable. Hence practical design is rendered easier with such method.

### CONCLUSION

The writer hopes that the above discussion will enable the readers to realize the advantage of the new theory.

The methods derived from the theory combine both exactness and brevity. The examples given here do not exhaust the possibility of application of the methods. It is hoped that the readers will try to apply these to other types of problems.

### ABSTRACTS

This new theory may be briefly stated as follows:

For continuous beams the bending moment over each support consists of three parts. One part is independent of the moments over the other supports, and the other two are carried-over moments from the left and the right. These three parts can be easily and exactly determined. Their sum is the exact actual moment over the support.

For continuous plane frames the slope or rotation of a joint with  $n$  connecting members consists of  $n+1$  parts. One part is independent of the rotation of the other joints and each of the remaining parts is a "carried-over slope" from each of the adjacent joints. These  $n+1$  parts can be easily and exactly calculated. Their sum is the exact actual slope of the joint. With the slopes of all joints thus obtained the bending moments can then be determined by using the familiar slope-deflection formula.



# 土壤天然坡面之研究

## NATURAL SURFACE OF EARTH FILLS

楊 乃 駿

上海市工務局

### 1. 定 義

第一圖所示之土堆，其坡面 OD 與水平面成  $\phi$  角之傾斜，延伸甚長，堆土側面 AD，須用擋土建築支撐，方能保持土堆之平衡。今若移去 AD 面前之擋土建築，土堆即不克保持原有之安定狀態，土壤漸次崩

裂。但因土內有摩阻力及黏着力之存在，土壤崩裂至某一程度時，土內質點遂呈天然之平衡狀態，此時土堆所成極限平衡之坡面，即謂之「天然坡面」。

天然坡面，事實上多非一致，須視壓力

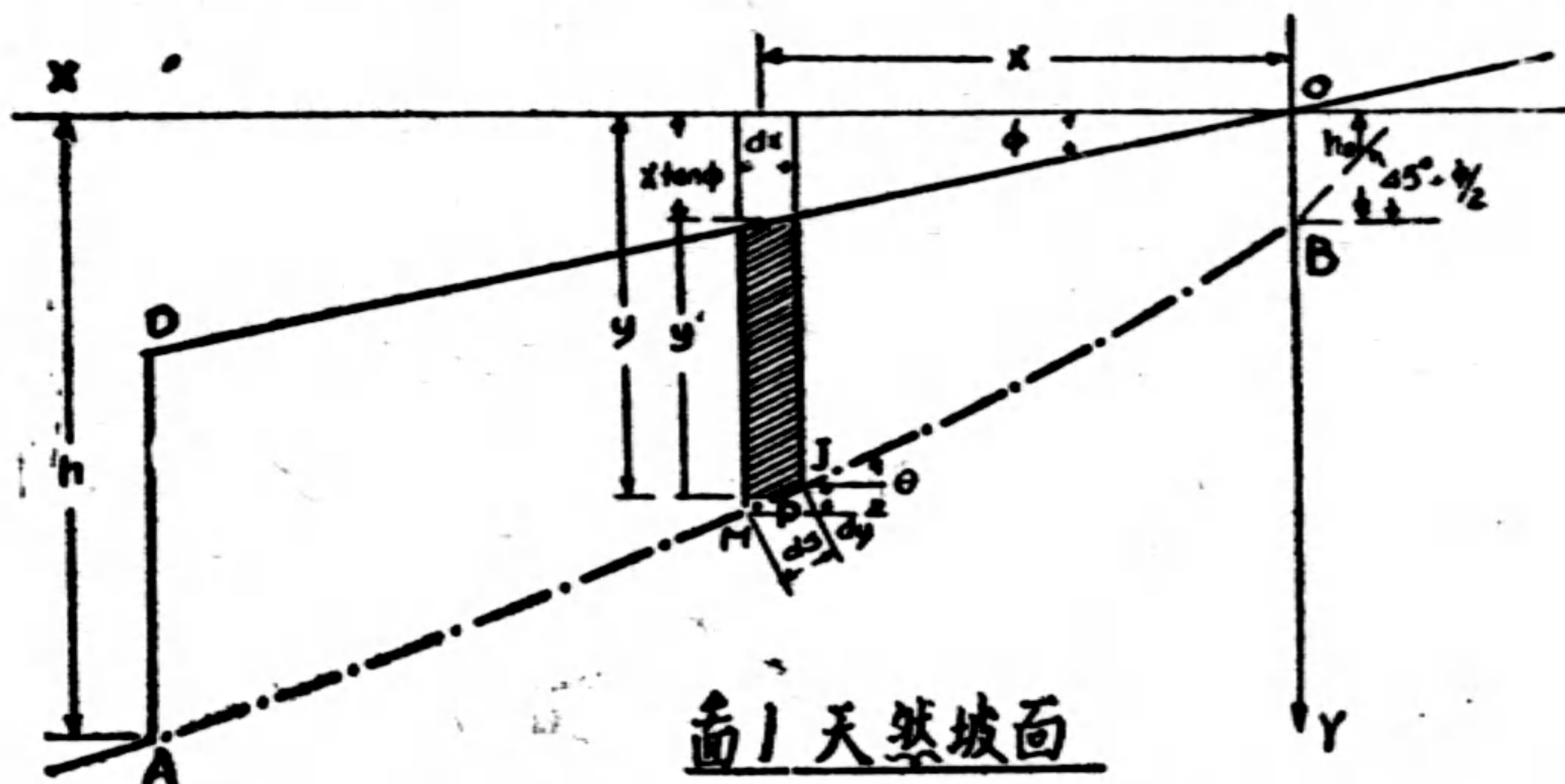


圖 1 天然坡面

之分佈，土壤抗剪力之強度，含水之多寡，與夫外力之作用，形成一極複雜之曲面。黏性較弱之土壤，天然坡面為曲度半徑極大之平緩曲面，常可視作平面而論，黏性較著之

土壤，天然坡面之曲度半徑較小，就整個天然坡面而言，上部之曲度半徑小，下部之曲度半徑較大，近似一平面。

### 2. 理論及公式之導演

天然坡面之推算，可就土堆崩潰前之瞬間平衡以求之。在無黏性之土壤中，土堆之平衡，端賴土壤內部之摩阻力，第二圖內土塊 KJLM 內之應力有二種，一為破壞平衡之力，另一則為反抗之力。設天然坡面與水平面成  $\theta$  角之傾斜，則破壞平衡之力 =  $W \sin \theta$ ，反抗之力 = 摩阻力 =  $W \cos \theta \tan \phi$ 。土堆之能保平衡，必須  $W \cos \theta \tan \phi \geq W \sin \theta$

，或  $\theta \leq \phi$ ，充其極限， $\theta = \phi$ 。通常吾人所論之天然坡面，即此種極限平衡時之坡面，故無黏性土壤之天然坡面，恆與水平成  $\phi$  角之斜度，與土壓力之大小無關，並引伸至無限長度。

無黏性土壤，天然坡面內之重壓力，因有摩阻力之存在，雖在同一水平面上，各質點之壓力不盡相同，仍克保持內部之平衡。

如第三圖天然坡面 OD 成  $\phi$  角之傾斜，在同一水平面上，有 A 及 B 兩點，如以 A 點為計算之基點，則 A 點之壓力 =  $wy$ 。而 B 點之壓力，因內部摩阻力之作用，僅等於

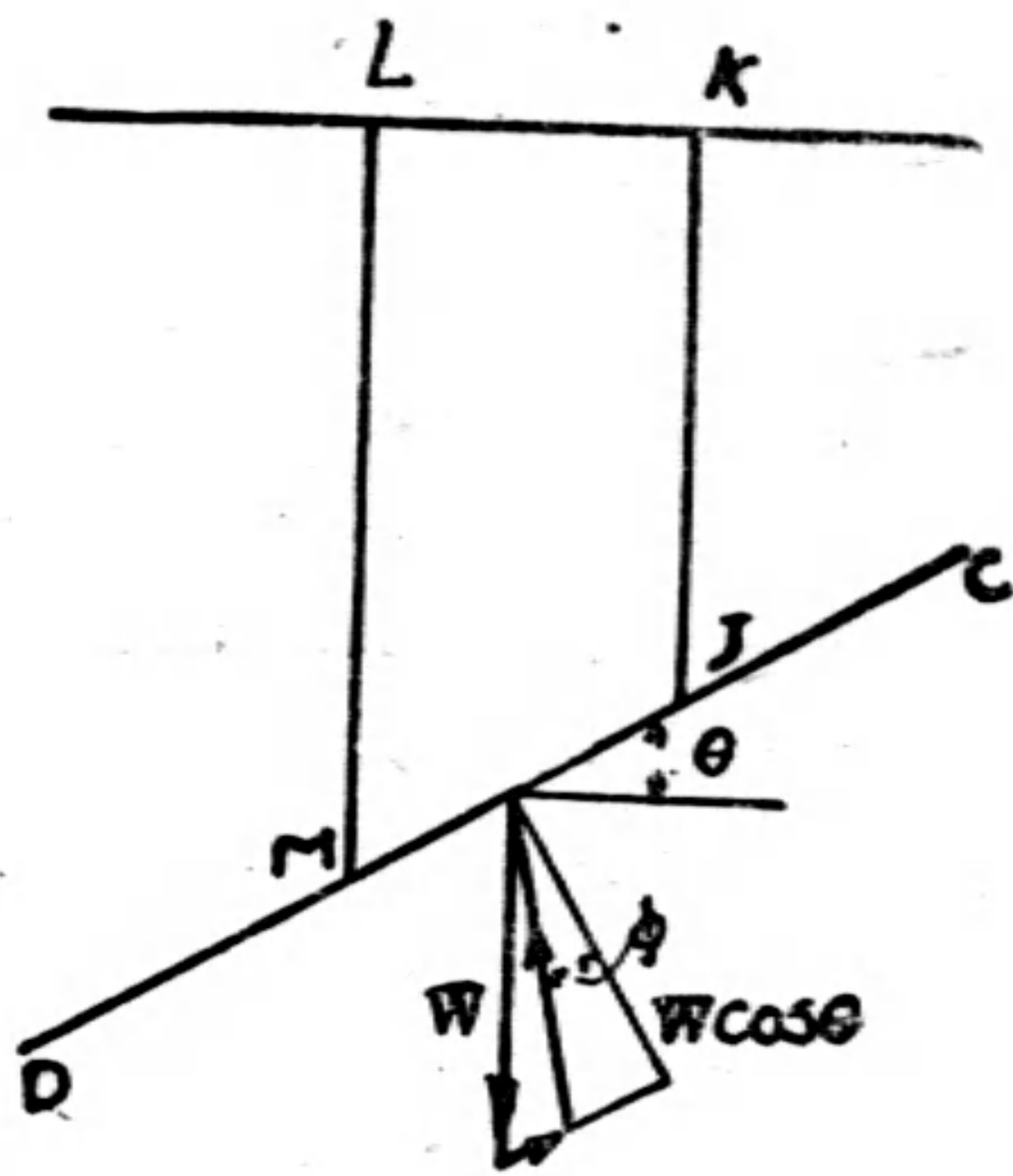


圖 2 摩阻力

$w(y-x \tan \phi)$ ，兩點間壓力之差，等於  $wy - w(y-x \tan \phi) = wx \tan \phi$ ，即兩點間單位土柱之重，乘土壤摩阻係數之積。

黏性土壤之天然坡面，對於土坡之安定研究，常有相當重要之幫助，作者就岸土為均勻，而具黏性之土壤，將天然坡面加以數

學上之分析，在公式導來之前，先假設：

1. 黏性土壤之抗剪力，以土壤內部黏着力及摩阻力二項之強度為基準，即顧氏公式 Coulomb's Formula

$$t = c + n \tan \phi$$

式中  $t$  為單位面上抗剪力之強度， $c$  為單位面上黏着力之強度， $n$  為單位面上正交方向直壓力之強度， $\phi$  為摩阻角。

2. 土壤內之黏着力  $c$  及摩阻力  $n \tan \phi$ ，均全部用以抵抗作用應力，而  $c$  及  $\phi$  值，俱屬不變之常數。

3. 堆土面成  $\phi$  角之傾斜，同時引伸至無限長度。

茲以 O 為計算之基點，第一圖中土塊 KJLM 之平衡，可以下式表示之。

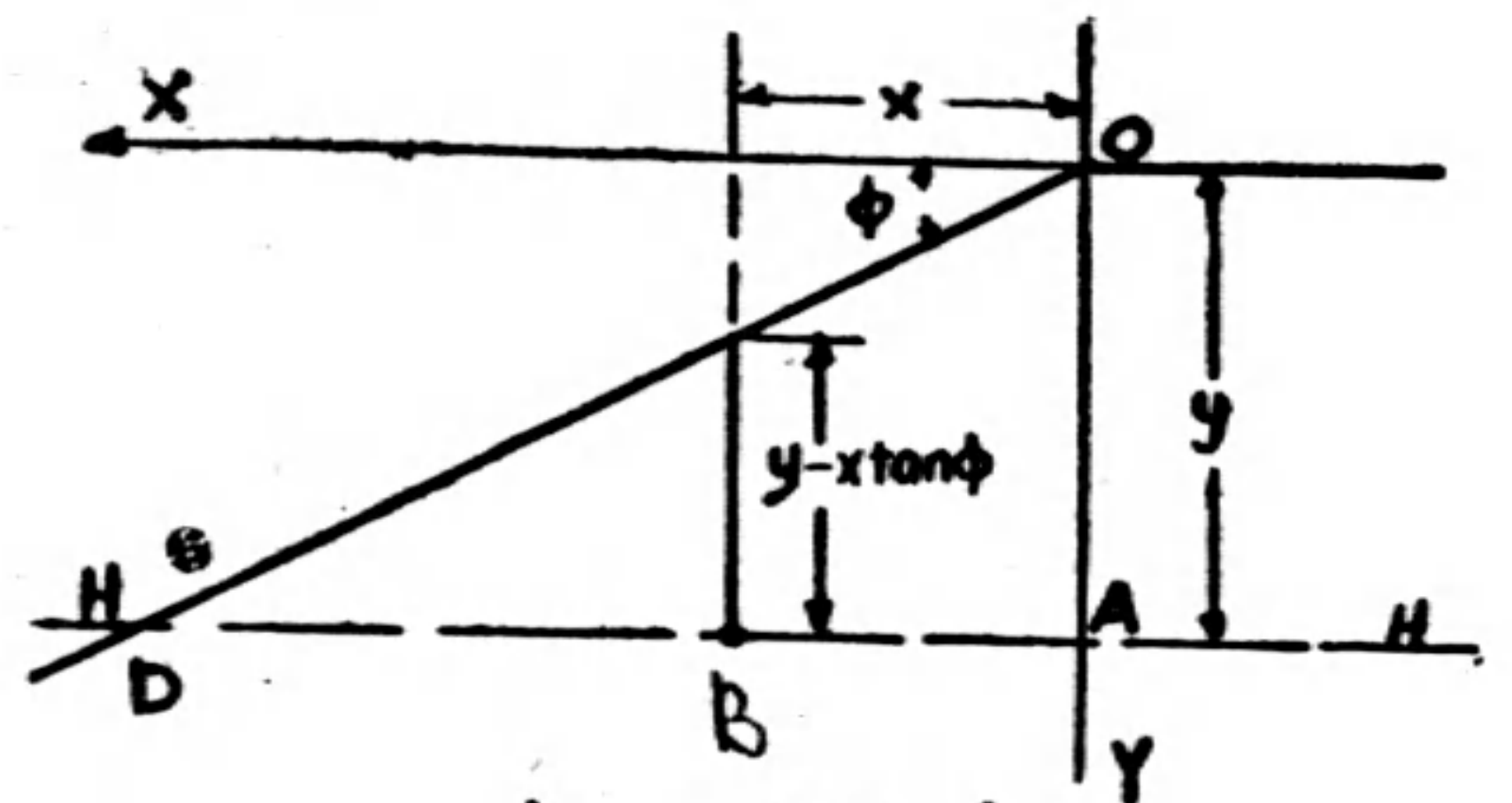


圖 3 壓力差

$$T = C + N \tan \phi$$

(1)

式中  $C$  為 MJ 面上之總黏着力，以單位黏着力表示之。

$$C = c ds = c dx \sec \theta$$

$$N = W \cos \theta = w y' \cos \theta dx$$

在極限平衡狀態下，天然坡面上向下作用之推力，等於抗剪力之強度，即

$$T = w y' \sin \theta dx$$

(1) 遂成

$$w y' \sin \theta dx = c \sec \theta dx + w y' \cos \theta \tan \phi dx$$

(2)

式中  $\theta$  為天然坡面與 X 軸所成之傾斜角，故

$$\tan \theta = \frac{dy}{dx}$$

整理(2)式

$$\frac{c}{w} \tan^2 \theta - y' \tan \theta + \frac{c}{w} + y' \tan \phi = 0$$

(3)

令  $\frac{c}{w} = a$  得

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y' \pm \sqrt{y'^2 - 4a(a + y' \tan \phi)}}{2a}$$

(4)

無黏性土壤  $c = 0$  則(3)式成

$$\tan \theta = \tan \phi \text{ 或 } \theta = \phi$$

此關係表示無黏性土壤之天然坡面，與坡高及壓力均無影響，恆成  $\phi$  角之傾斜，引伸至無限長度。

(4) 式中  $a=0$  則  $\frac{dy}{dx} = \frac{y' \pm y'}{0}$  但  $\frac{y'+y'}{0} = \infty$  與本題不適合，而  $\frac{y'-y'}{0} = \frac{0}{0}$  則係一不定值，其極限值

$$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{y' - \sqrt{y'^2 - 4a(a + y' \tan \phi)}}{2a} = \tan \phi$$

故(4)式與本題適合者為

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y' - \sqrt{y'^2 - 4a(a + y' \tan \phi)}}{2a} \quad (4a)$$

$$(4a) \text{ 更可寫作 } \frac{dy}{dx} = \frac{y' - \sqrt{[y' - 2a \tan(45^\circ + \phi/2)][y' + 2a \tan(45^\circ - \phi/2)]}}{2a} \quad (4b)$$

(4b) 式中  $y' < 2a \tan(45^\circ + \phi/2)$  時， $\frac{dy}{dx}$  之值，即非實數，表示黏性土壤中，堆土面至土面下  $2a \tan(45^\circ + \phi/2)$  之深度間，因黏着力之作用，仍克保持平衡狀態，並無滑動發生，但因下部土壤移動，在此深度內僅發生裂縫，與土壤因含水消失，表面受拉力而產生之裂縫，頗形相似。其方向多非一致，以垂直方向為最多。今以  $y' = 2a \tan(45^\circ + \phi/2)$  則  $\frac{dy}{dx} = \tan(45^\circ + \phi/2)$ ，即天然坡面之切線，在此深度時，與水平軸成  $(45^\circ + \phi/2)$  之傾斜，在  $y = \infty$  時， $\frac{dy}{dx} = \tan \phi$ ，即壓力甚大時，天然坡面之傾斜度等於  $\phi$ ，故天然坡面之最大偏向等於  $(45^\circ + \phi/2) - \phi = 45^\circ - \phi/2$ 。

平面 H-H 上之  $O'$  點，其所受之作用壓力 =  $wy$ 。兩點間壓力差等於  $wy$ 。此兩點壓力之差額，由土壤內部之阻力  $wx \tan \phi + wy'$  以抵抗之，前者  $wx \tan \phi$  為土壤內無黏性摩阻力保持平衡時所生之壓力差，後者則為黏着力所保持之壓力差。

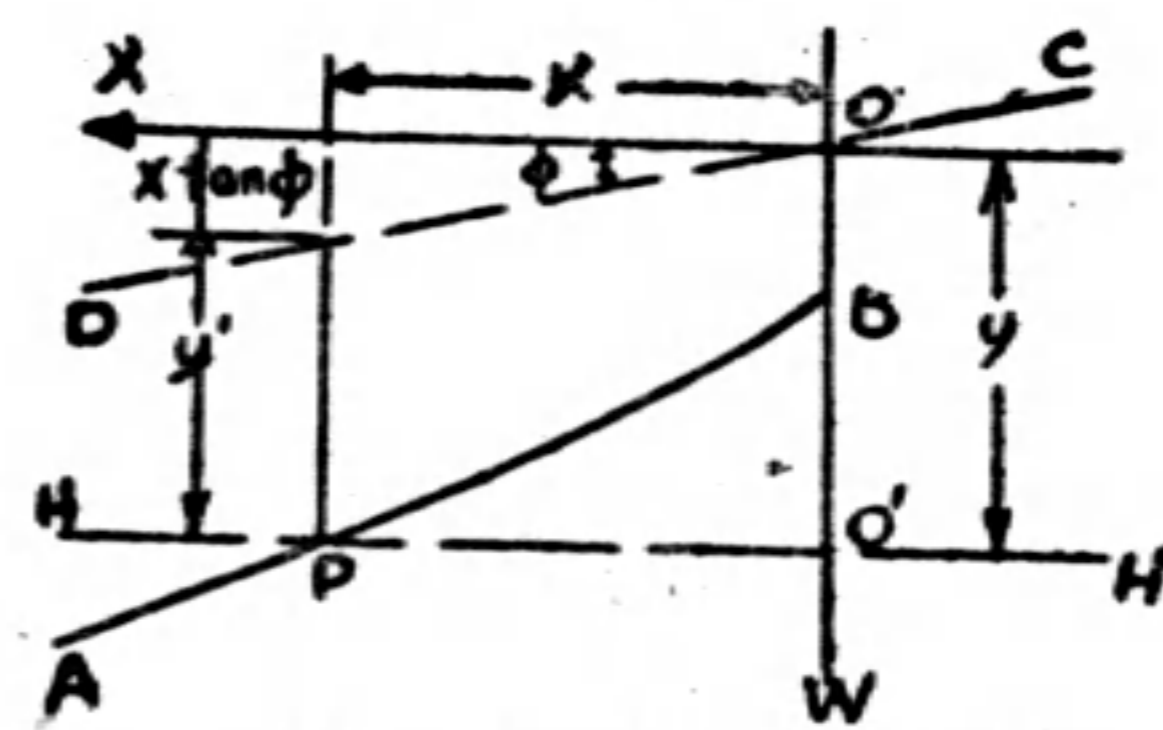


圖 4 黏性土坡壓力差

黏性土壤內天然坡面之數學解法如下：  
第四圖，經  $O$  點作水平及垂直兩坐標，則  $P$  對於  $O$  之坐標為  $(x, y)$ ， $O'$  與  $P$  間壓力之差。

$$wy = wy' + wx \tan \phi \text{ 或 } y = y' + x \tan \phi \quad (5)$$

(5) 式中  $y'$  為黏着力保持平衡時土內壓力之高度，將(3)式代入(5)式，並命

$u = \tan \theta = \frac{dy}{dx}$ ，整理之，得

$$y = \frac{a(1+u^2)}{u - \tan \phi} + x \tan \phi \quad (6)$$

將(6)式微分並整理之得

$$dx = \frac{a(u^2 - 2u \tan \phi - 1)}{(u - \tan \phi)^3} du \quad (7)$$

(7)式兩面積分

$$X = a \log_e (u - \tan \phi) + \frac{1}{2} a \sec^2 \phi \frac{1}{(u - \tan \phi)^2} + K \quad (8)$$

以  $u = \tan(45^\circ + \phi/2)$  及  $x = 0$  之關係，代入(8)式而求積分常數

$$K = -\frac{1}{2} a - a \log_e \sec \phi$$

因得 
$$X = \frac{1}{2} a \frac{\cos \phi \cos(2\theta - \phi)}{\sin^2(\theta - \phi)} - a \log_e \frac{\cos \theta}{\sin(\theta - \phi)} \quad (9)$$

以(9)代入(6) 
$$y = \frac{a \cos \phi}{\cos \theta \sin(\theta - \phi)} + \frac{1}{2} a \frac{\sin \phi \cos(2\theta - \phi)}{\sin^2(\theta - \phi)} - a \tan \phi \log_e \frac{\cos \theta}{\sin(\theta - \phi)} \quad (10)$$

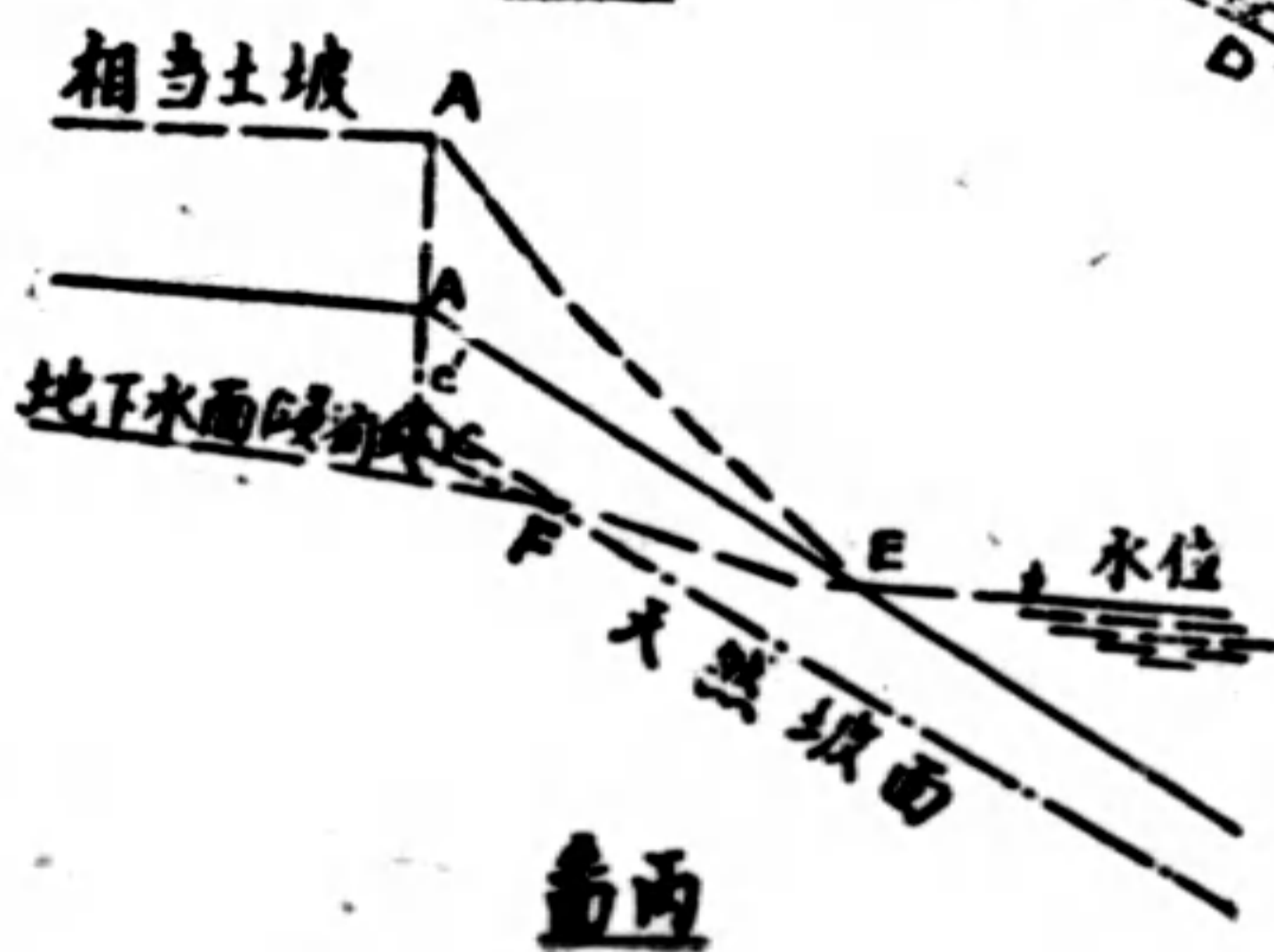
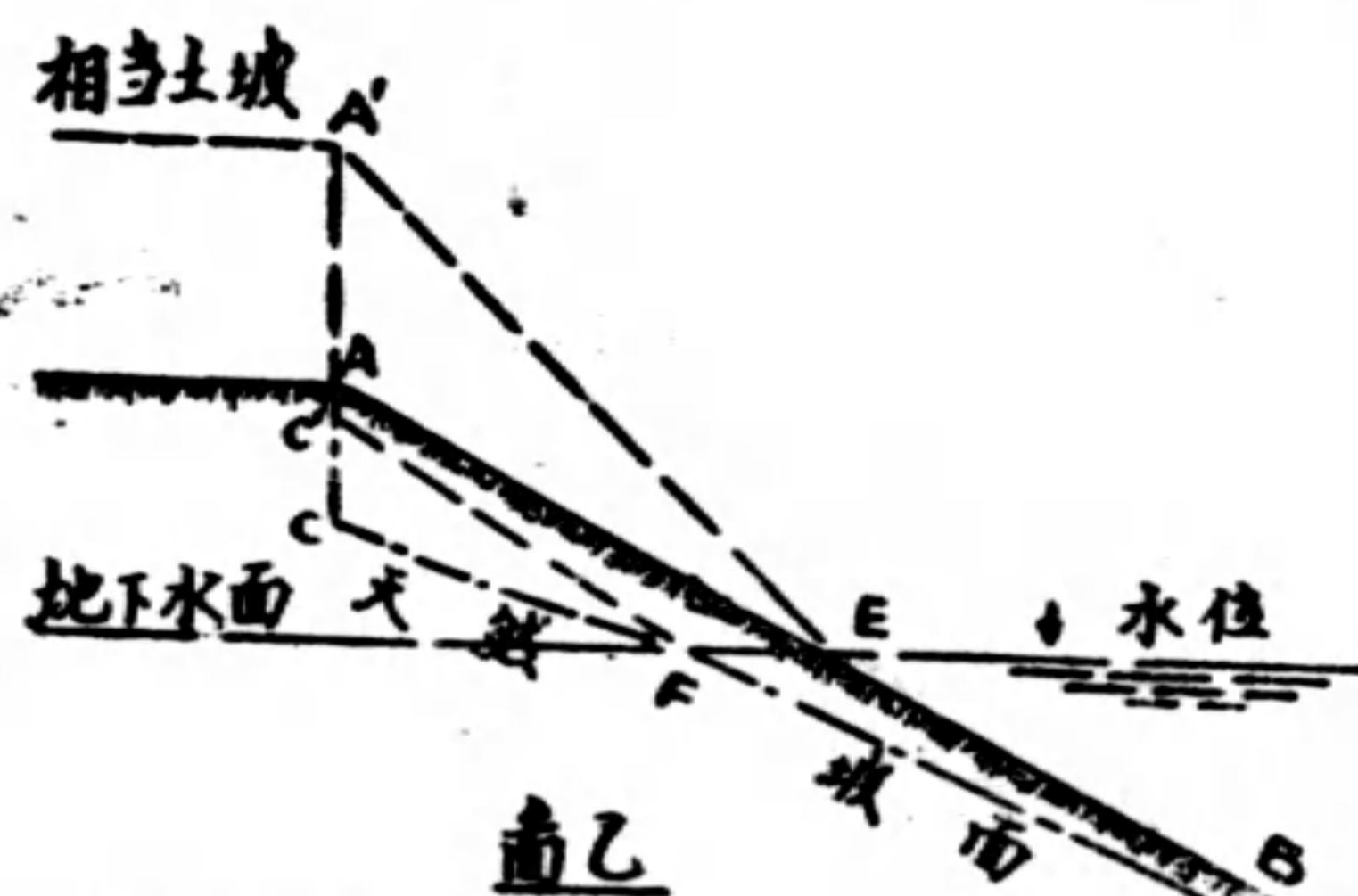
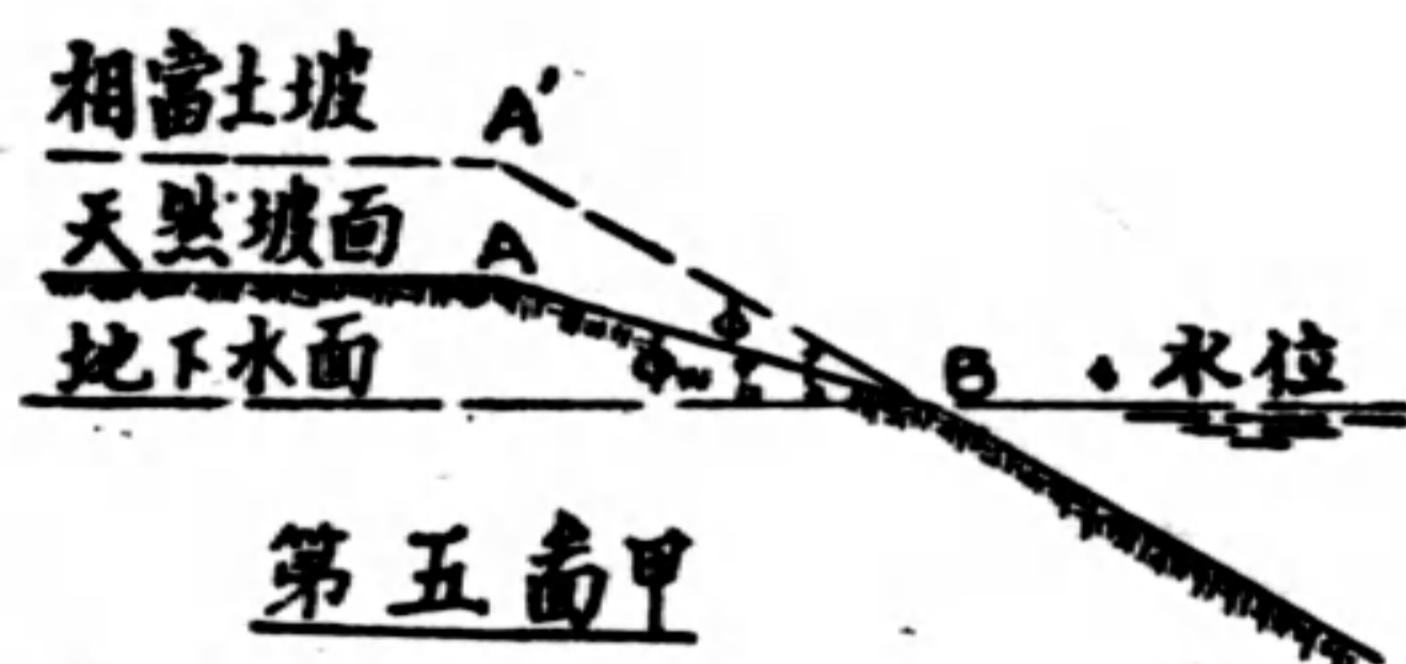
由公式(9)及(10)兩式，即可決定天然坡面之形態。式中  $\theta$  之值，有其上下兩界限，超此界限， $x$  及  $y$  所決定之值，即不能與事實相符。前已述及，在  $2a \tan(45^\circ$

$+\phi/2)$  之深度內，僅生裂縫，其方向不一定，可垂直分裂，亦可稍向前傾，故(9)及(10)式中， $\theta$  之有效值，位於  $45^\circ + \phi/2 > \theta > \phi$  之間。

### 3. 地下水作用之天然坡面

無黏性土壤所成之土坡，如受地下水作用時，水面以上之安定土坡即形降低，如第五圖甲中， $A'D$  為浸水前之土坡，其最大安定坡度，可成  $\phi$  角之傾斜，及後土坡下方浸水，促成地下水面之存在，則水面以上之土坡，其最大傾斜角，不致超逾  $\phi_w$  值，蓋同一水平線上各點之壓力，均須保持平衡也。有地下水作用之坡面，在水面以下部分者，因水之浮力作用，失去同體積之水重，土壤之有效作用重力， $w' = w - w_w$ ，地下水面以上之土壤，對水面以下部分而言，可視作一種外加之荷重，可以  $\frac{w'}{w}$  之比率，化成相當於水面以下部分土壤有效作用重量之相當土坡，指示作用壓力均勻之土坡，無黏性之土壤，相當土坡之最大傾斜角等於  $\phi$ 。故地下水面以上部分之天然坡度，應成  $\phi_w$  之傾斜。 $\phi$  與  $\phi_w$  之關係，成  $\tan \phi_w = \frac{w'}{w} \tan \phi$ ，一般土壤  $\phi$  值並不甚大，可以  $\phi_w = \frac{w'}{w} \phi$  表示之。

黏性土壤之天然坡面，因地下水之作用，坡度亦轉平緩。理論上，天然坡面亦可用公式計算，但計算相當繁雜，可用圖解方法



以求之。茲先就地下水面以上部分，如第五圖乙中 AE 部分，用  $\frac{w}{w'}$  之比率折合成 BEA' 之相當土坡，於是應用  $w'$ ， $c$  及  $\phi$  諸值，假設土壤之抗剪力，不因含水之多寡而起變化，按 (9) 及 (10) 兩公式計算並繪製相當土坡之天然坡面 A' C' F D，第二步再將相當土坡之天然坡面，在水面以上部分，

用  $\frac{w'}{w}$  之比率，折算成真實之天然坡面，此種圖解方法，可以適用於任何性狀之地下水面，(浸潤線 Phreatic Line) 惟地下水面為一水平面時，天然坡面亦可用數學方法推算之。按地下水作用之天然坡面，包括水面以上及水面以下之兩部分。水面以上部分之公式為：

$$X = \frac{1}{2} a' \frac{\cos \phi \cos (2\theta - \phi)}{\sin^2 (\theta - \phi)} - a' \log_e \frac{\cos \theta}{\sin (\theta - \phi)} \tag{9'}$$

$$Y = \frac{a \cos \phi}{\cos \theta \sin (\theta - \phi)} + \frac{1}{2} a \frac{\sin \phi \cos (2\theta - \phi)}{\sin^2 (\theta - \phi)} - a \tan \phi \log_e \frac{\cos \theta}{\sin (\theta - \phi)} \tag{10}$$

水面以下部分之公式為

$$X = \frac{1}{2} a' \frac{\cos \phi \cos (2\theta - \phi)}{\sin^2 (\theta - \phi)} - a' \log_e \frac{\cos \theta}{\sin (\theta - \phi)} \tag{9'}$$

$$Y = \frac{a' \cos \phi}{\cos \theta \sin (\theta - \phi)} + \frac{1}{2} a' \frac{\sin \phi \cos (2\theta - \phi)}{\sin^2 (\theta - \phi)} - a' \tan \phi \log_e \frac{\cos \theta}{\sin (\theta - \phi)} \tag{10}$$

上式中  $a' = c/w'$

#### 4. 水位驟降坡度降低理論上之證明

過去多數學者，認為水面以上土坡之降低，係土壤內部抗剪力減小之現象。根據實驗室內水位驟降之實測結果，測知沙土之  $\phi_w = \left(\frac{s-1}{s+e}\right) \phi$ 。按沙土之黏性極小，土內滲流極速，當水位驟降時，坡內含水不及退出，仍保留充滿於土粒空隙之內，土壤之重量為

$$w = \frac{s+e}{1+e} \tag{11}$$

式中  $S$  為土粒之絕對比重， $e$  為土壤之空隙量 Void Ratio，根據無黏性土壤天然坡面之理論，水面以上部分之最大傾斜度，

應等於  $\phi_w = \frac{w'}{w} \phi$ ， $w'$  為土壤在水面以下失去浮力以後之重量，其公式為

$$w' = \frac{s-1}{1+e} \tag{12}$$

故按天然坡面之理論，水面以上之坡度應為

$$\phi_w = \frac{w'}{w} \phi = \left(\frac{s-1}{s+e}\right) \phi$$

此與實測之結果，完全相合，因知水位驟降，坡度低落之現象，非由內部抗剪力減小而發生，實因土壤有效作用重量不均，而構成一新的天然坡面。

#### 5. 土坡之平衡

第六圖土坡 AB 以  $i$  之傾斜，屹立  $h$  之高度。如  $h$  大於土坡之危險高度，土坡必趨崩潰。坡頂向內收縮，坡腳向外擴張，形成土坡下部受壓力，上部受拉力之不平衡土坡，及至最後成 A' B' C 平衡之坡面而形安定。此項土坡之崩裂，完全基於土內應力之失

調。今以土坡頂點 B 為土坡應力討論之基點，凡土坡坡面在天然坡面以下者，受向上之浮力，在天然坡面以上者，受向下之坐沉力。今用 (9) 及 (10) 兩公式，自 B 點開始，作一天然坡面 BCD，交土坡面 AB 於 C 點，則 B 點對於 C 點之有效壓力等於零

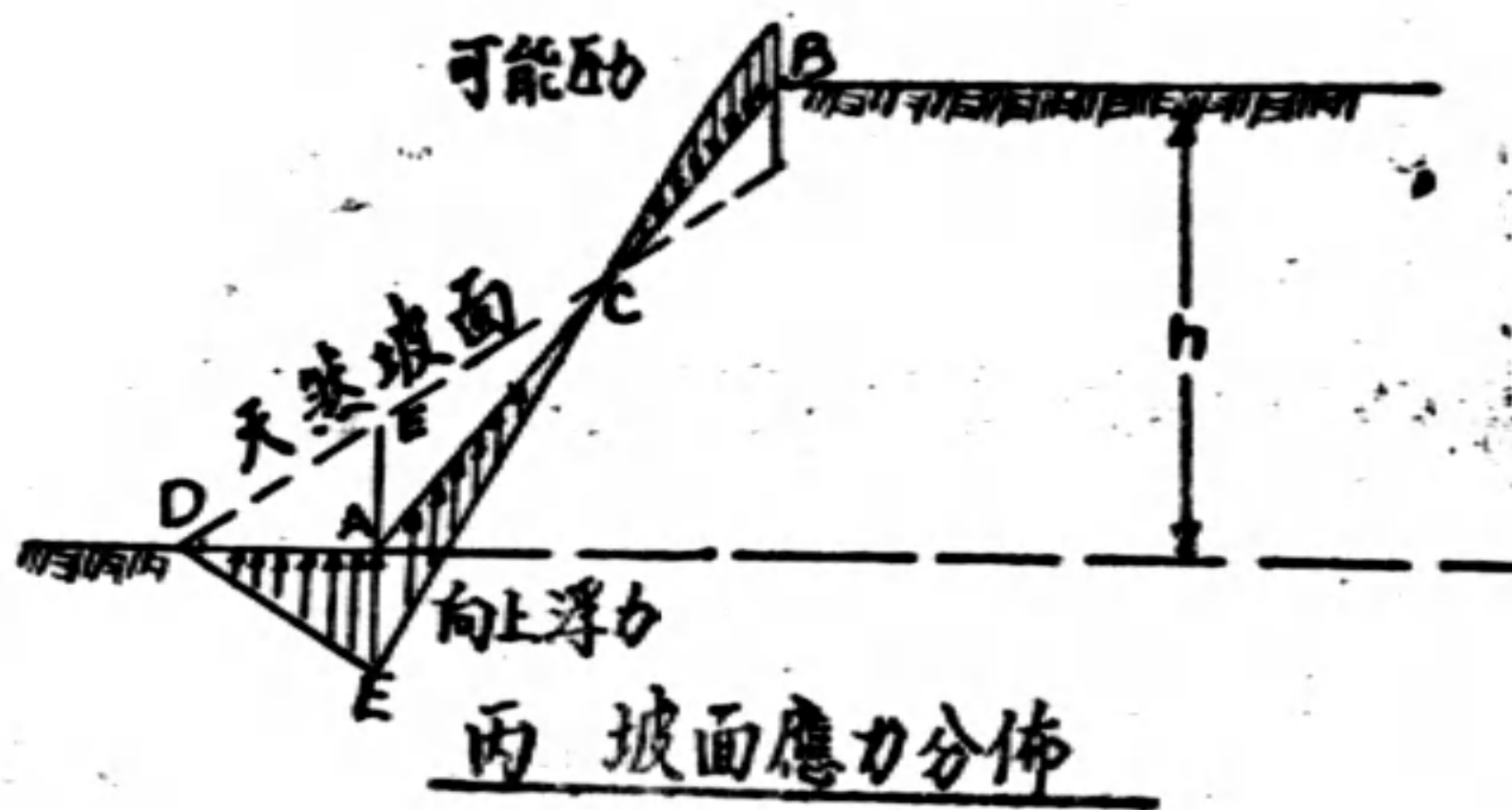
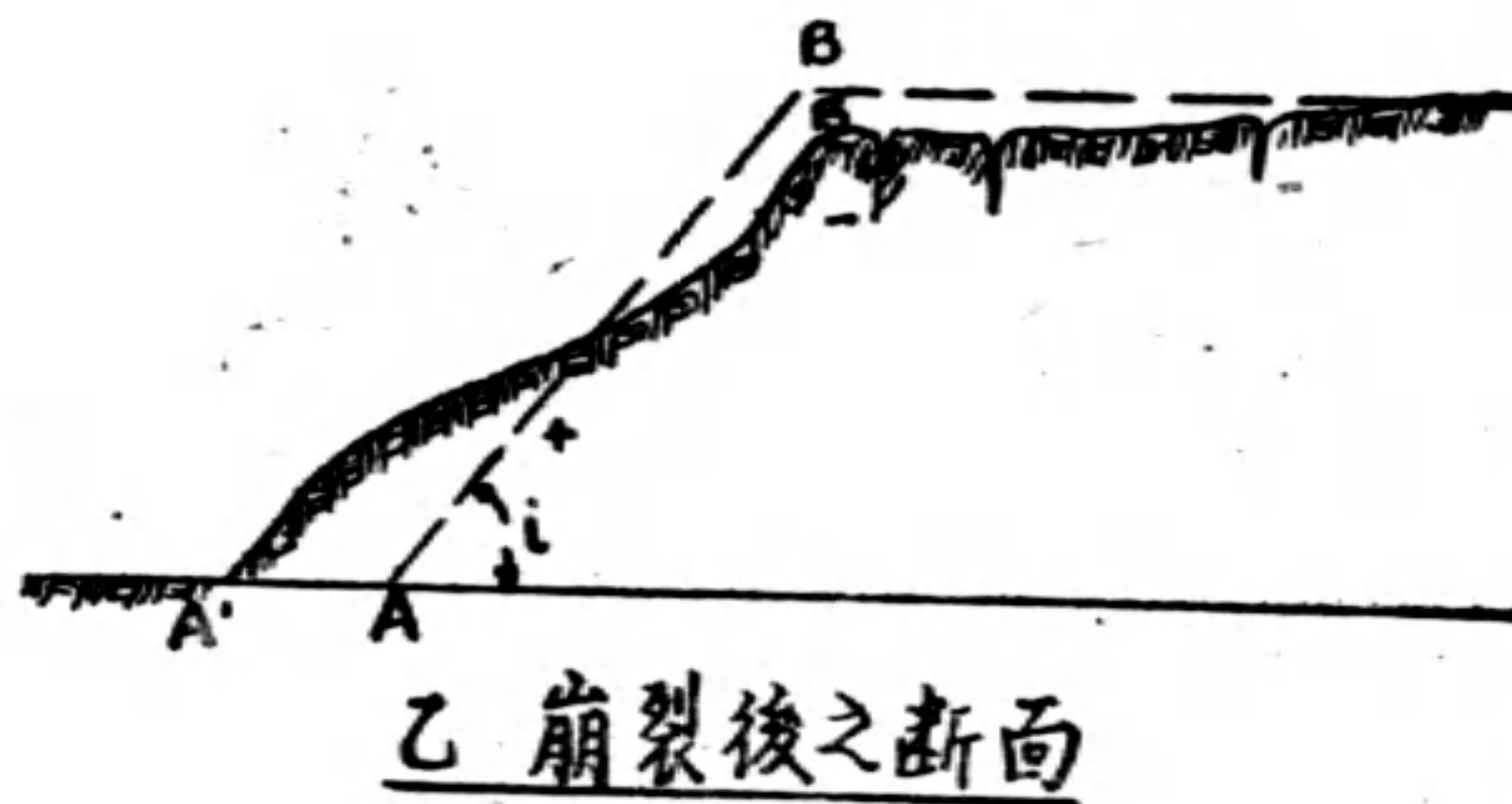
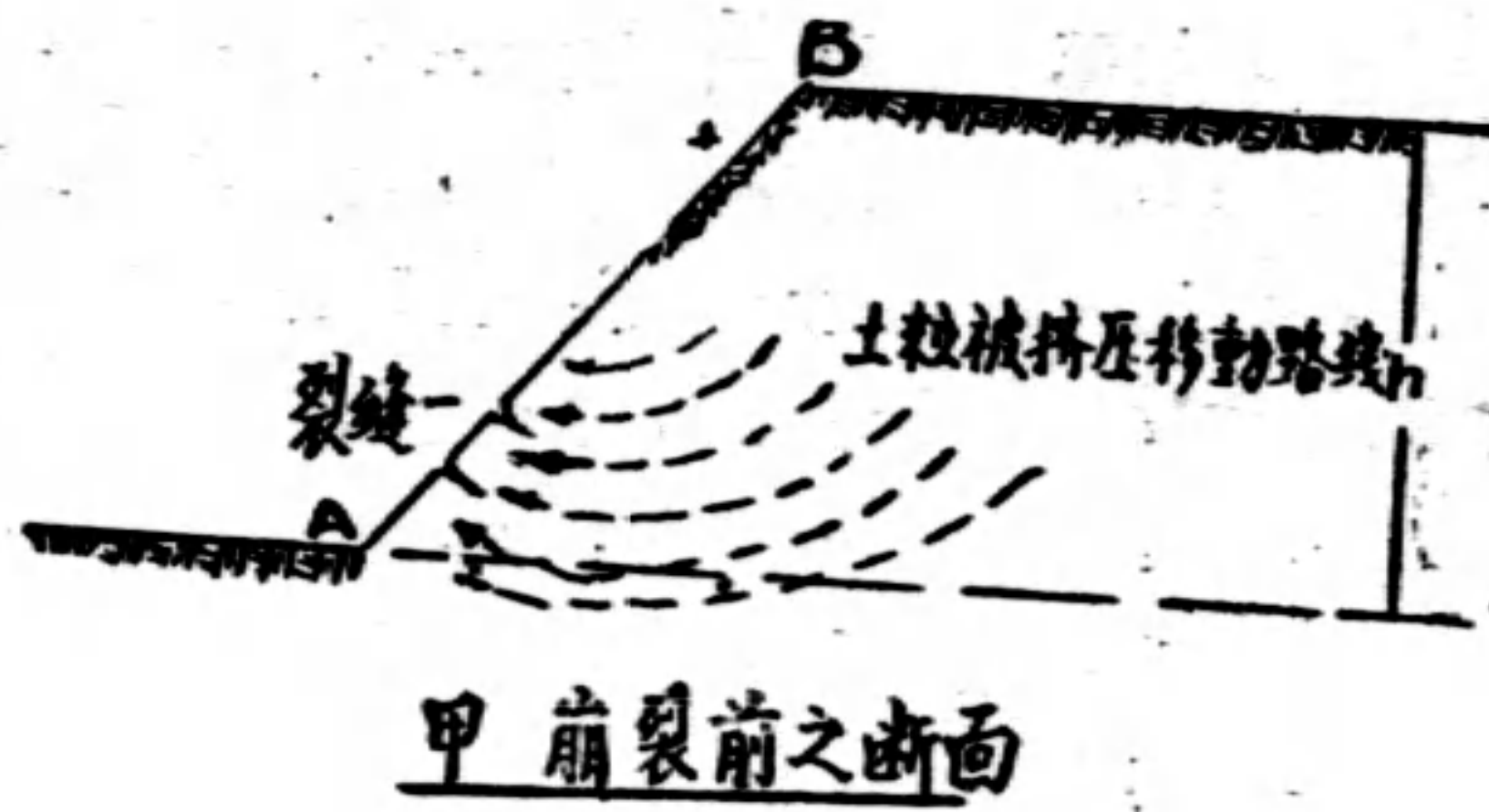


圖 6

。C 點無側向之土壓力，自 C 至 A，土坡因在天然坡面之下，B 點對於 CA 面上各土粒，因 B 點壓力較大，迫使 CA 面上有浮力作用。其浮力之大小，自零至  $w \cdot AE$ 。同時因浮力之作用，必有相互發生之土壤側向壓力，於是 CA 面內土粒，向外推擠，坡面亦漸隆起，受拉力而告分裂。坡脚裂縫漸大，坡內土粒擠出愈多，坡頂土壤因底層土粒外移，不克支持重力，亦漸沉落。故凡坡脚一經走動，必搖動整個土坡，趨於崩潰之途，設計土坡者宜相當注意。

至於 C 點以上，土坡面上各點，與 B 點高度之差，尚不及 B 點對於相當各點，因抗剪力所生之壓力差，其自 C 至 B 間坡面上各點，尚保持一部分未用盡之抗剪力，而 CB 間天然坡面上，由於土粒位置而存在

之势能，產生一種可能壓力。若土坡下層基礎穩定，此項可能壓力為下層土壤之支承力所支持，势能無由變成動能，整個土坡因得保持平衡。如下層土壤發生側向流動，或不克支持重力，土壤之支承力降低，於是可能壓力因支承力不夠，遂由势能轉變而為動能，土坡次第陷落低降。

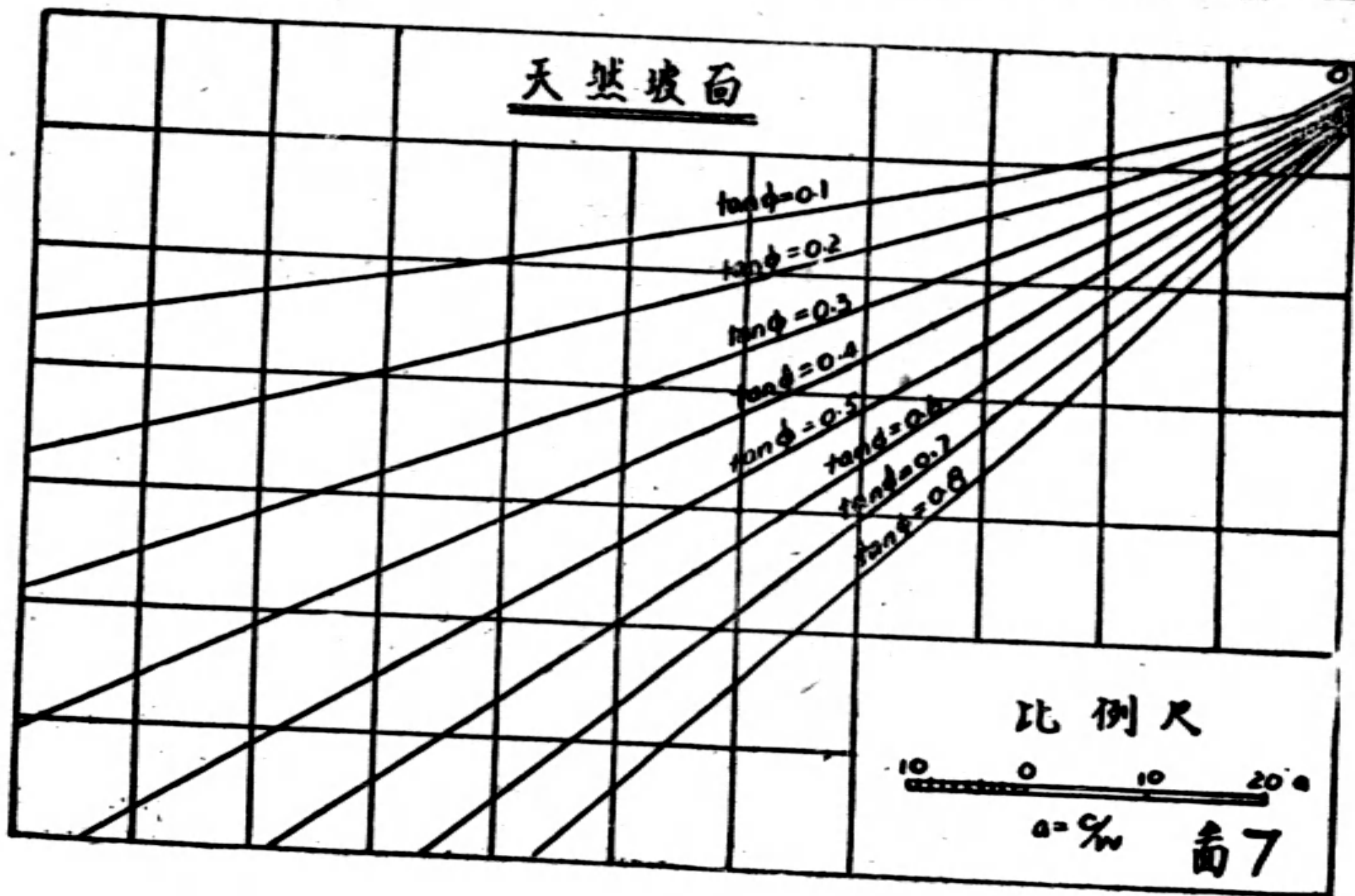
研究土坡之平衡，可就坡面上各點為討論之基點。觀察各該基點對於該基點以下坡面上之應力情形，凡坡面受可能壓力者，僅須注意基點下層土壤之支承力，一般土壤僅能承受壓力，對於拉力之抵抗，多不克勝任。土坡之受浮力及側向土壓力者，土坡必趨崩潰，設計時當避免之。

第六圖中 B 為某一討論基點，C 為對於 B 點之可能壓力等於零之點，亦為向上

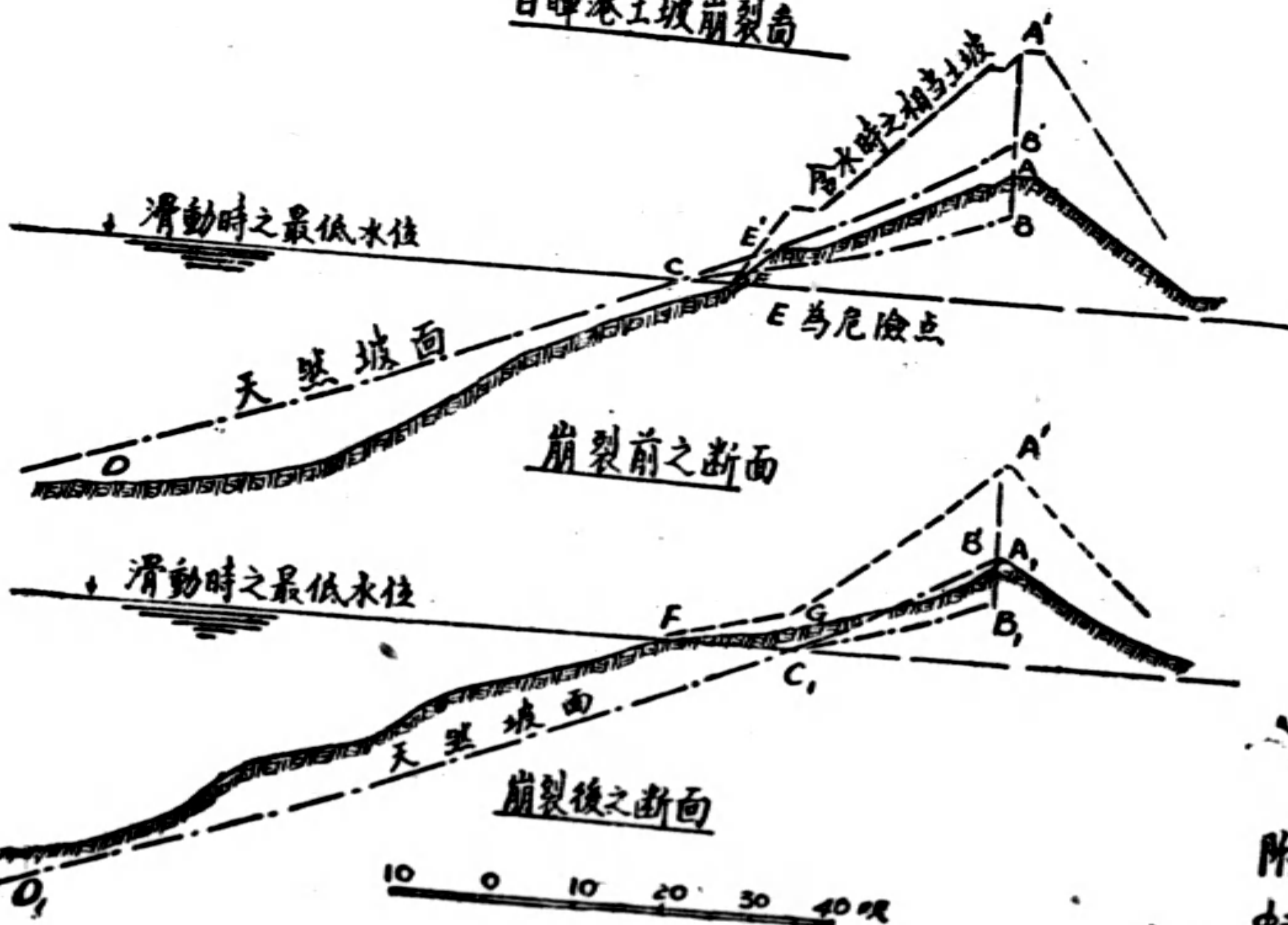
浮力開始之點。此兩種力量臨界之點，因其為土坡面開始分裂之處，可名之曰分裂點。土坡之安定高度，為討論基點與分裂點 Point of Rupture 間之高度差。同一土坡內安定

高度為最小者，名之曰危險高度。相當於此高度之分裂點，名之曰危險點。與危險高度相當之討論基點，名之曰危險基點。

天然坡面應用於土坡設計，僅在尋求危



日暉港土坡崩裂面



附註

面 8  
 $\phi = 11^\circ 20'$   
 $C = 220$  磅/平方呎  
 $W = 110$  磅/立方呎  
 $W' = 56$  磅/立方呎

險點之有無，對於天然坡面真實之形態，並無多大用處。第七圖示各種  $\phi$  值之天然坡面，臨水土坡設計時，最先應決定地下水之形狀。按土坡安定程度最低之情形，為地下水最低，其浸潤而成一水平面者，第八圖係一實例，表示土坡崩裂前後之斷面形狀。實際設計時，多假設地下水為最低水位時之水平面，以  $\frac{w}{w'}$  之比率，折合成與作用重量  $w'$  相當高度之土坡，如圖中虛線所示者，其相當坡頂為  $A'$ 。自  $A'$  作天然坡面，交相當土坡於  $E'$ 。  $E'$  為相當土坡上之危險點。在其下方之土壤，有分裂崩潰之勢，此相當土坡遂不能安定。相當土坡為真實土坡之應力代表，凡相當土坡不能安定者，真實土坡亦不能安定。本題對於真實天然坡面別無用處，繪在圖內留供參考，第八圖之下圖

為崩裂後之情形。危險基點仍在坡頂  $A'$  相當土坡之天然坡面，均在相當土坡之內，無危險點之存在。整個土坡均保存一部分可能壓力，但此可能壓力，因土坡下部無分裂之趨向，勢能不能變成動能，整個土坡遂入於安定之途。

黏性土坡坡面有危險點之存在，整個土坡便不克保持平衡，設計土坡時，當力謀規避。避免之法不外二種，（一）坡度降低，（二）坡高減小，除此以外，別無他法。設計時當視實際需要而擇一從焉。含水土坡最危險為含水臨界之處，設計時宜將臨水附近坡度放平，又水位愈低，水面以上部分之壓力愈大，危險性亦愈大，通常設計臨水岸坡，可擇最小水位時之土坡，從而決定土坡之安定程度。

## 提 要

天然坡面之理論，在近代土工力學中，尚未能確立。本文運用高等數學方法，分析土壤內應力之作用情形，獲取天然坡面之形態與理論公式，從而應用於實際土工設計，使土坡之安定研究，得一明確之定論，茲將本文要點分列如下：

1. 天然坡面之定義
2. 天然坡面理論及公式之導演
3. 臨水堤岸天然坡面之性狀
4. 天然坡面在土工設計上之應用
5. 水位驟降土坡低落理論上之證明



# 固結構架梁柱相對堅量對撓力矩之影響

## 及其通解

施、以、仁

浙贛鐵路諸衢段工程處第八分段

### 引 言

輒近關於建築形式之採納，無論其為鐵路，公路抑房屋等，均以鋼筋混凝土為最多，概以其材料及運輸之方便，在工程方面，復具美觀，持久，耐火及經濟等條件耳。吾人為應付此時代，故對其中最常使用之固結構架一題特別留意，但往往因其分析之困難，與夫變化之無規律，令設計者常感時間之不允許，或潦草為之，似不合經濟原則。以今日需要觀之，設計數量之繁重，似應列入系統力求分析之簡便，又非使之精確而不足以稱經濟也。作者有鑑於此，故樂與同好者一談。

本文以構架荷重情況之不同而分為四類。其中第二類係第一類之特例 (Special Case) 首先須計算荷重對某一部份 (梁或柱) 所生之固定端力矩 (Fixed End Moment)，以之為外力 (External Force) 加諸構架。利用角變撓度法 (Slope Deflection Method) 求得梁柱相對堅量對撓力矩之關係後，將撓力函數 (Function of Bending) 製成圖表，根據下式即可求得任何接點之撓力矩也。

$$M = \sum f(c) \times (F. E. M.)$$

$$M = \sum f_1(c) \times (F. E. M.) + \sum f_2(c) \times (H. R. F.)$$

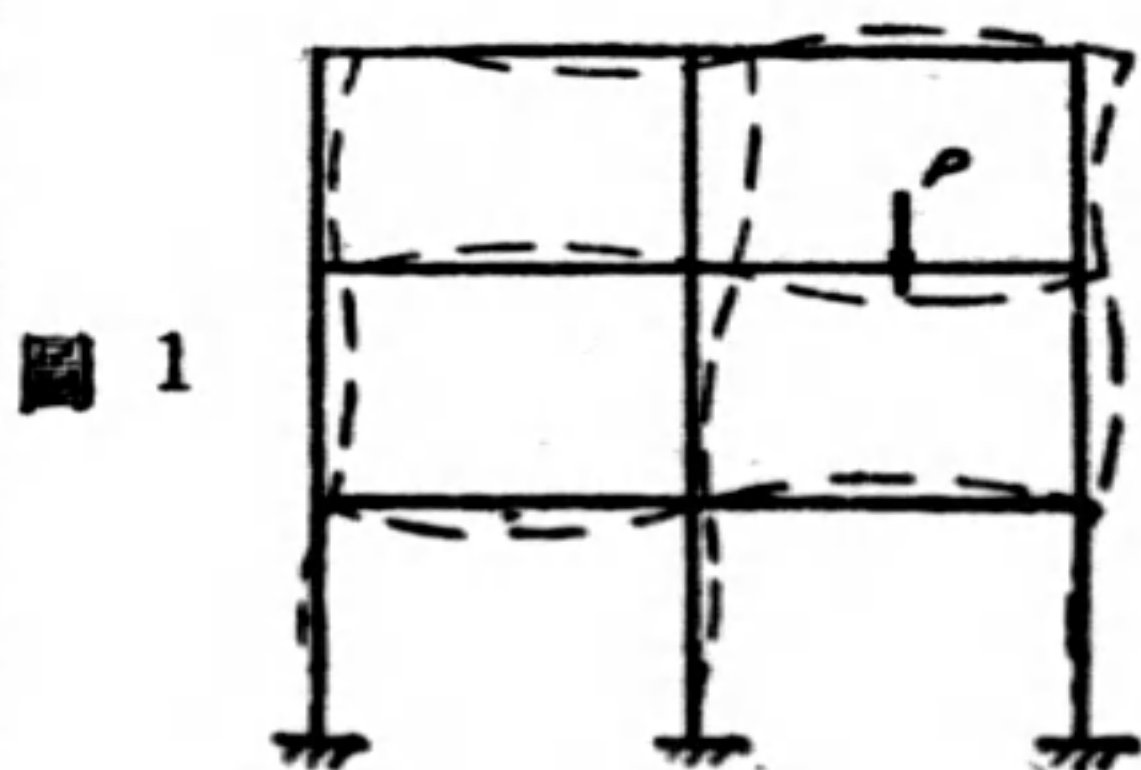
或  
其中

$c =$  梁柱相對堅量。

F. E. M. = 固定端力矩。

H. R. F. = 橫向合力。

### 第一章 應用原理——角變撓度法 (Slope Deflection Method)



構架 (Frame) 之某一部受外力後，即影響其他部份之變形 (Deformation)。凡接點處均

發生旋轉 (Rotation) 及撓度 (Deflection) 現象，利用此兩變形因素求得與撓力矩 (Bending Moment) 之關係，首由 George A. Maney 發表者。

$$M_{AB} = 2EK(2\theta_A + \theta_B - 3\rho) \quad (1)$$

$$M_{BA} = 2EK(2\theta_B + \theta_A - 3\rho) \quad (2)$$

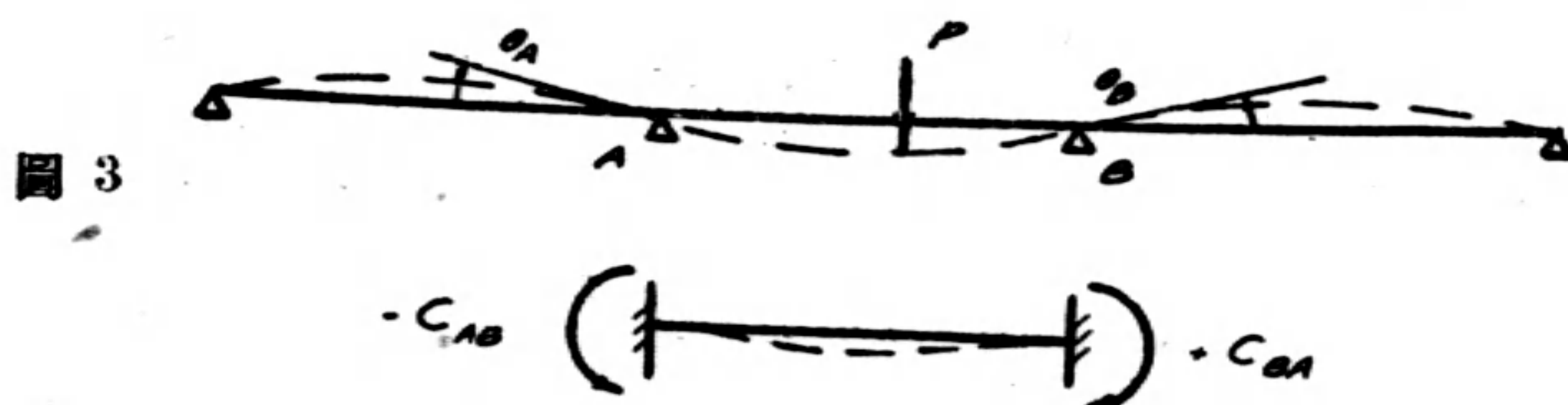
其中  $\rho = \Delta/L$   $K = I/L$   $I$ : 慣性矩 (Moment of Inertia)

A. Ostenfeld 再加入第三因素固定端力矩 (Fixed End Moment) 而得一通化公式如下:

$$M_{AB} = 2EK(2\theta_A + \theta_B - 3\rho) - C_{AB}$$

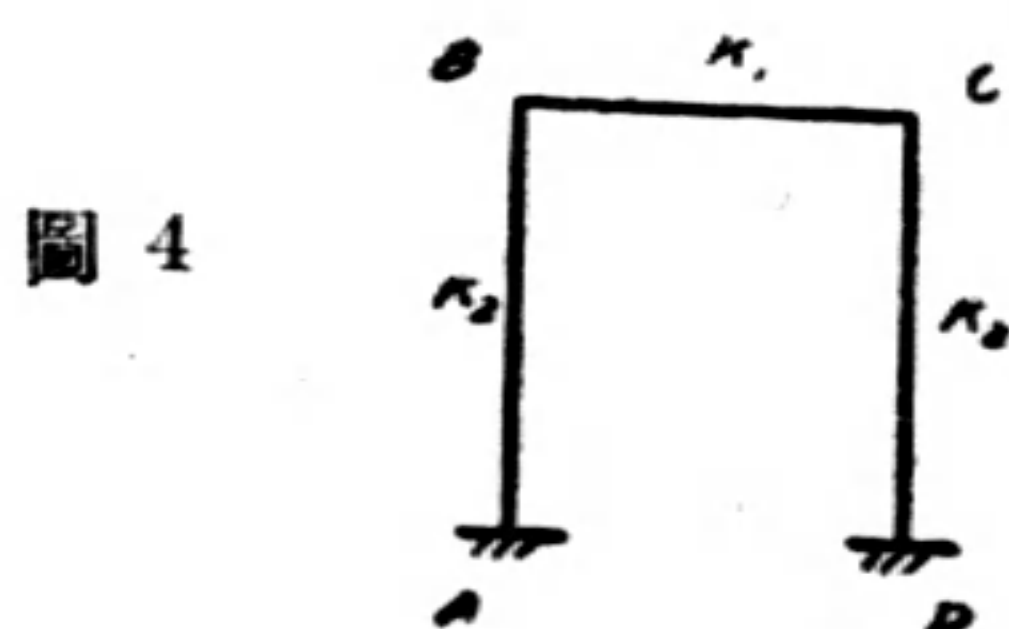
$$M_{BA} = 2EK(2\theta_B + \theta_A - 3\rho) + C_{BA}$$

以上規定作用於部份 (Member) 之力矩，順時針方向為正，反時針方向為負。



## 第二章 構架梁柱相對堅量對撓力矩之影響

本文研究之對象為對稱構架 (Symmetrical Frame)。取  $K$  表梁堅量 (Stiffness)， $K_2$  表柱堅量， $K_1/K_2$  即所謂梁柱之相對堅量 (Relative Stiffness)。吾人欲分析固接構架 (Rigid Frame) 之先，首須假設梁柱之斷面，求得其堅量值，其大小恒隨所可能之負荷 (Loading Condition) 而變。若以各種對稱或不對稱之載荷加諸所選之構架時，其接點之撓力矩，因受不同之荷重條件，而發生複雜之情況，使吾人甚感其無規律也。作者目的在求簡化之方式，以探其變化程序，其方法係視作用於梁或柱之荷重，所產生於梁柱兩端之固定端力矩為外力以解求之。



### 第一節 梁部受不對稱荷重

加諸梁部之不對稱荷重，可以持梁兩端所產生之固定端力矩  $C_{BC}$  及  $C_{CB}$  代替之，但  $C_{BC} \neq C_{CB}$ ，可分別取其中之一作用之。

(1)  $-C_{BC}$  為外力

$$K = I/L \quad I: \text{慣性矩 (Moment of Inertia)}$$

$$\rho = \Delta/H \quad \Delta: \text{橫移 (Horizontal Sway)}$$

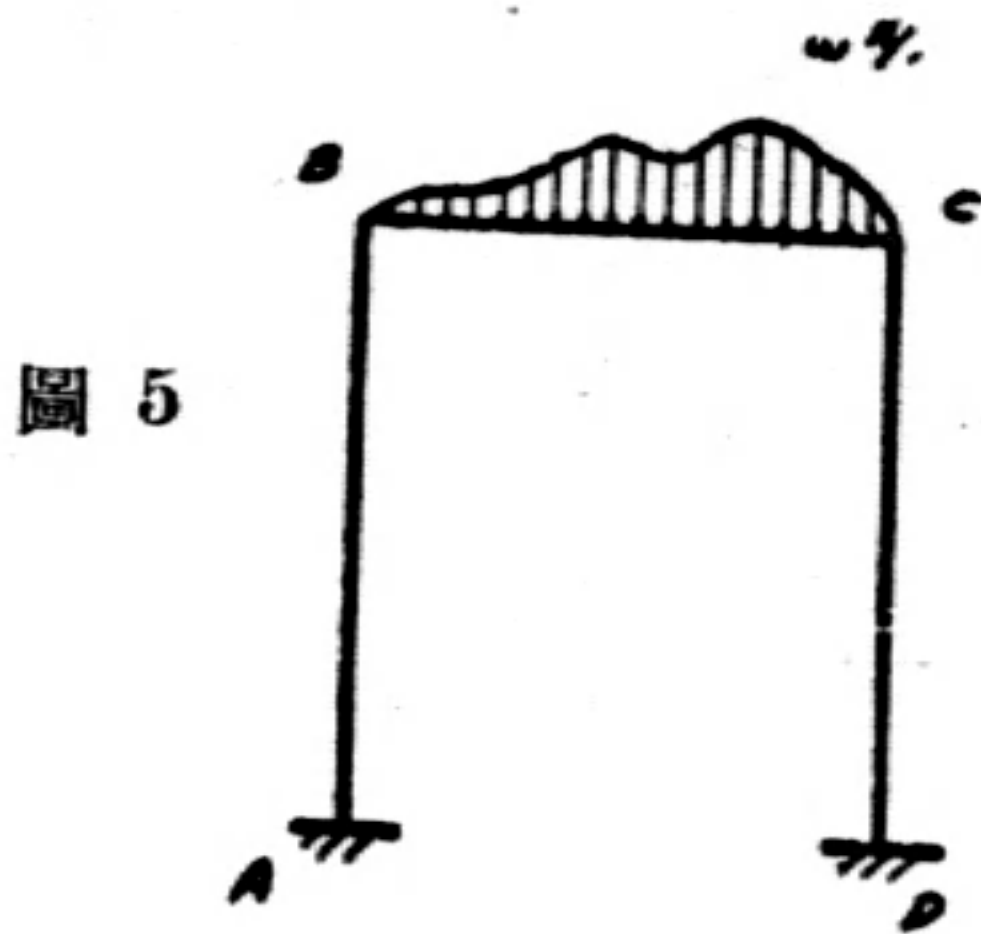


圖 5

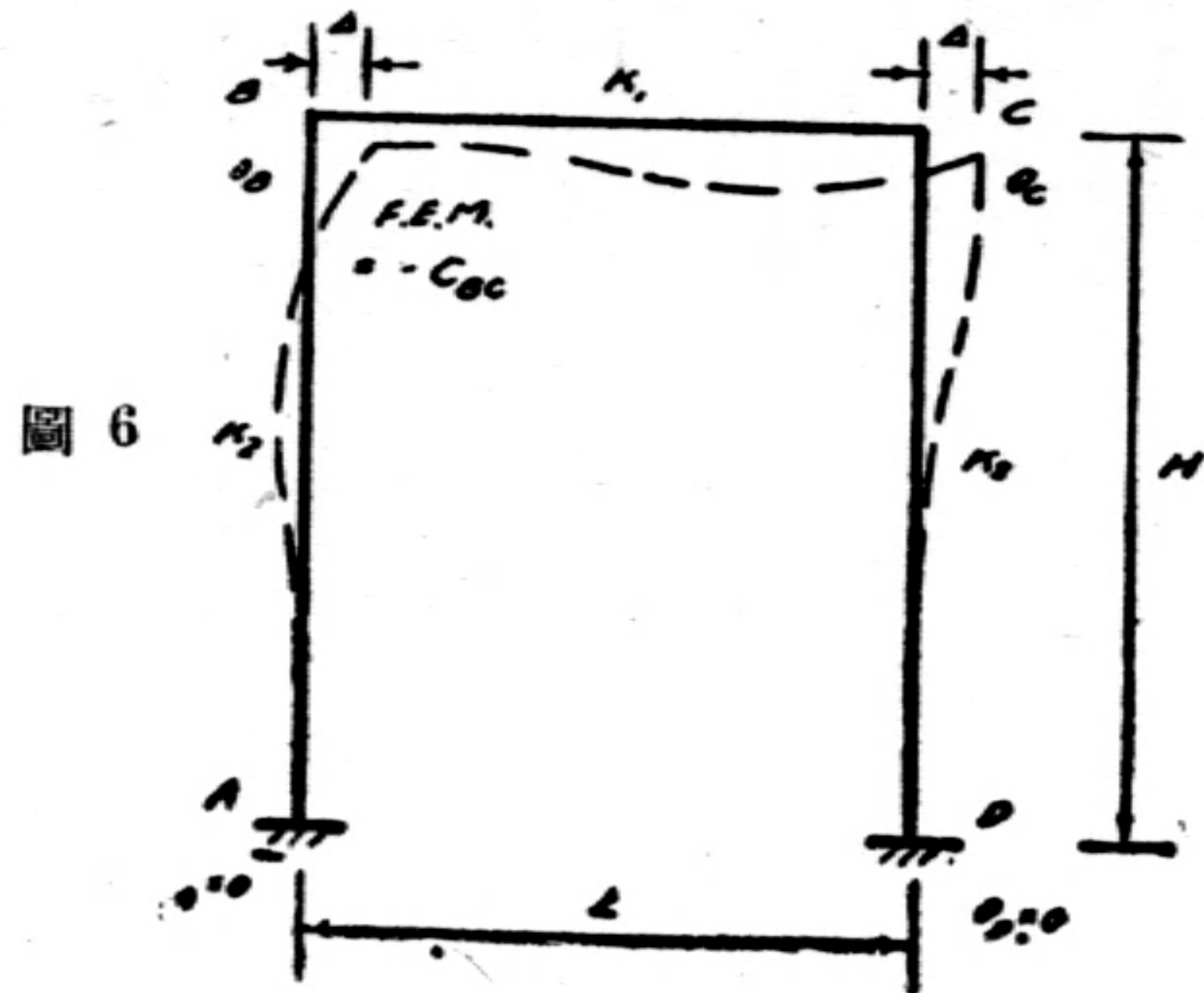


圖 6

應用角變撓度法：

$$\begin{aligned} M_{AB} &= 2EK_2(\theta_B - 3\rho) \\ M_{BA} &= 2EK_2(2\theta_B - 3\rho) \\ M_{BC} &= 2EK_1(2\theta_B + \theta_C) - C_{BC} \\ M_{CB} &= 2EK_1(2\theta_C + \theta_B) \\ M_{CD} &= 2EK_2(2\theta_C - 3\rho) \\ M_{DC} &= 2EK_2(\theta_C - 3\rho) \end{aligned}$$

$$\sum M_B = 0$$

$$2EK_2(2\theta_B - 3\rho) + 2EK_1(2\theta_B + \theta_C) - C_{BC} = 0$$

令  $K_1/K_2 = c$

得

$$2(1+c)\theta_B + c\theta_C - 3\rho - \frac{1}{2EK_2}C_{BC} = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_C = 0$$

$$2EK_1(2\theta_C + \theta_B) + 2EK_2(2\theta_C - 3\rho) = 0$$

$$2(1+c)\theta_C + c\theta_B - 3\rho = 0 \quad (2)$$

解 (1), (2) 兩方程式得

$$\theta_C = \frac{\frac{c}{2EK_2}C_{BC} - 3(2+c)\rho}{c^2 - 4(1+c)^2} \quad (3)$$

$$\theta_B = -\frac{\frac{1+c}{EK_2}C_{BC} + 3(2+c)\rho}{c^2 - 4(1+c)^2} \quad (4)$$

$$\sum H = 0$$

$$2EK_2(\theta_B - 3\rho) + 2EK_2(2\theta_B - 3\rho) + 2EK_2(2\theta_C - 3\rho) + 2EK_2(\theta_C - 3\rho) = 0$$

$$\theta_B + \theta_C - 4\rho = 0 \quad (5)$$

$$-\frac{\frac{1+c}{EK_2}C_{BC} + 3(2+c)\rho}{c^2 - 4(1+c)^2} + \frac{\frac{c}{2EK_2}C_{BC} - 3(2+c)\rho}{c^2 - 4(1+c)^2} - 4\rho = 0$$

$$\rho = \frac{1}{4EK_2(1+6c)} C_{BC}$$

將  $\rho$  值代入式 (3), (4) 得

$$\theta_B = \frac{5+8c}{4EK_2(2+c)(1+6c)} C_{BC}$$

$$\theta_C = \frac{3-4c}{4EK_2(2+c)(1+6c)} C_{BC}$$

由此  $\theta_B$ ,  $\theta_C$  及  $\rho$  三值, 而得相對堅量與撓力矩之關係式如下:

$$(M_{AB})_1 = - \frac{1-5c}{2(2+c)(1+6c)} C_{BC}$$

$$(M_{BA})_1 = \frac{4+13c}{2(2+c)(1+6c)} C_{BC} = - (M_{BC})_1$$

$$(M_{CD})_1 = - \frac{11c}{2(2+c)(1+6c)} C_{BC} = - (M_{CB})_1$$

$$(M_{DC})_1 = - \frac{3+7c}{2(2+c)(1+6c)} C_{BC}$$

(2) +  $C_{CB}$  為外力。

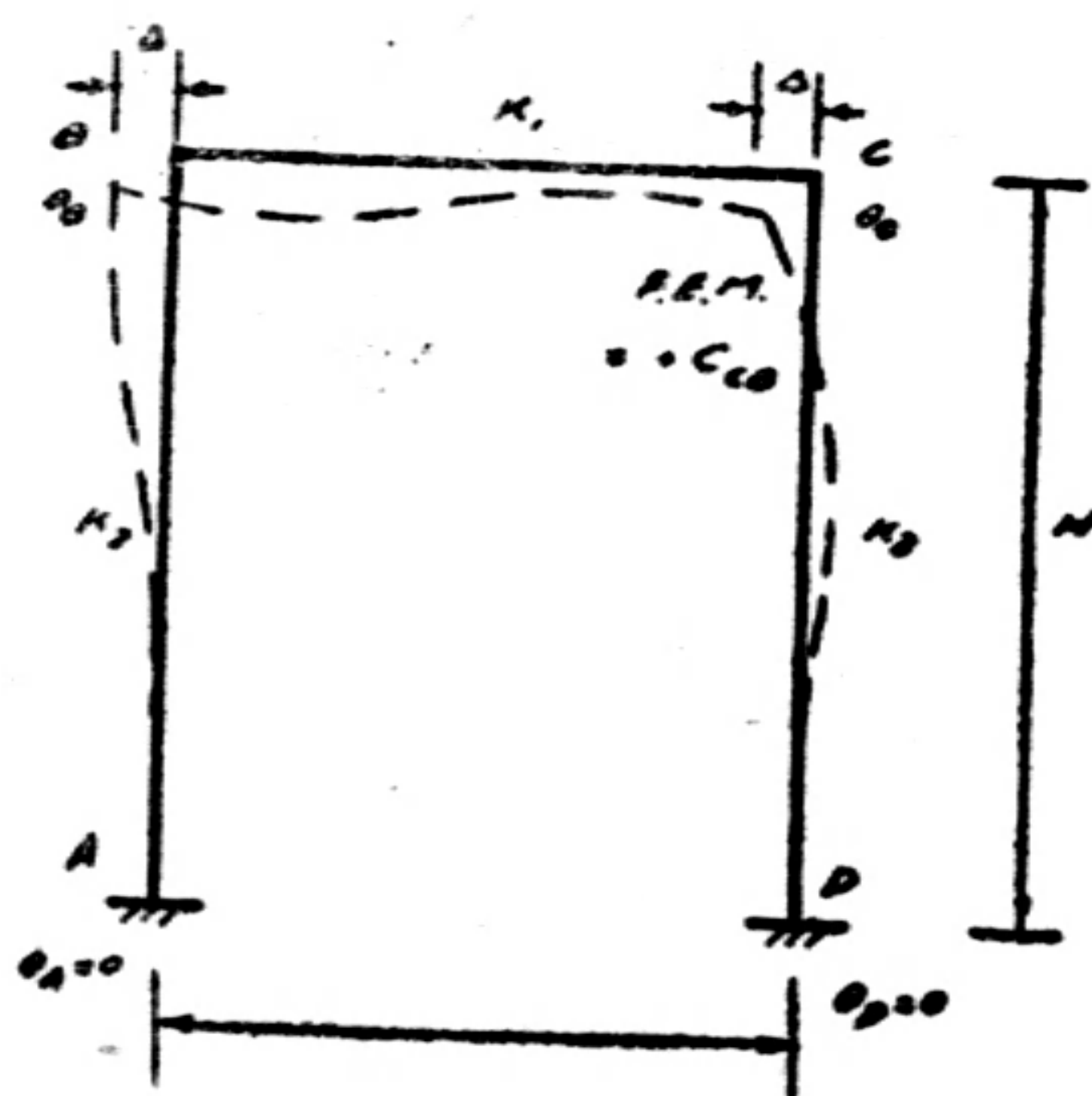


圖 7

同理

$$(M_{AB})_2 = \frac{3+7c}{2(2+c)(1+6c)} C_{CB}$$

$$(M_{BA})_2 = \frac{11c}{2(2+c)(1+6c)} C_{CB} = - (M_{BC})_2$$

$$(M_{CD})_2 = - \frac{4+13c}{2(2+c)(1+6c)} C_{CB} = - (M_{CB})_2$$

$$(M_{DC})_2 = \frac{1-5c}{2(2+c)(1+6c)} C_{CB}$$

$\bar{\alpha}$ ,  $\bar{\beta}$ ,  $\bar{\gamma}$  及  $\bar{\lambda}$  為撓力函數 (Function of Bending):

$$\bar{\alpha} = \frac{1-5c}{2(2+c)(1+6c)}$$

$$\beta = \frac{4 + 13c}{2(2+c)(1+6c)}$$

$$\gamma = \frac{11c}{2(2+c)(1+6c)}$$

$$\lambda = \frac{3 + 7c}{2(2+c)(1+6c)}$$

合併此兩固定端力矩之結果，即為外力作用於梁 BC 上，接點 A, B, C, D，之撓力矩。

$$M_{AB} = (M_{AB})_1 + (M_{AB})_2 \\ = -\alpha C_{BC} + \lambda C_{CB}$$

$$M_{BA} = -M_{BC} = \beta C_{BC} + \gamma C_{CB} \quad - [A]$$

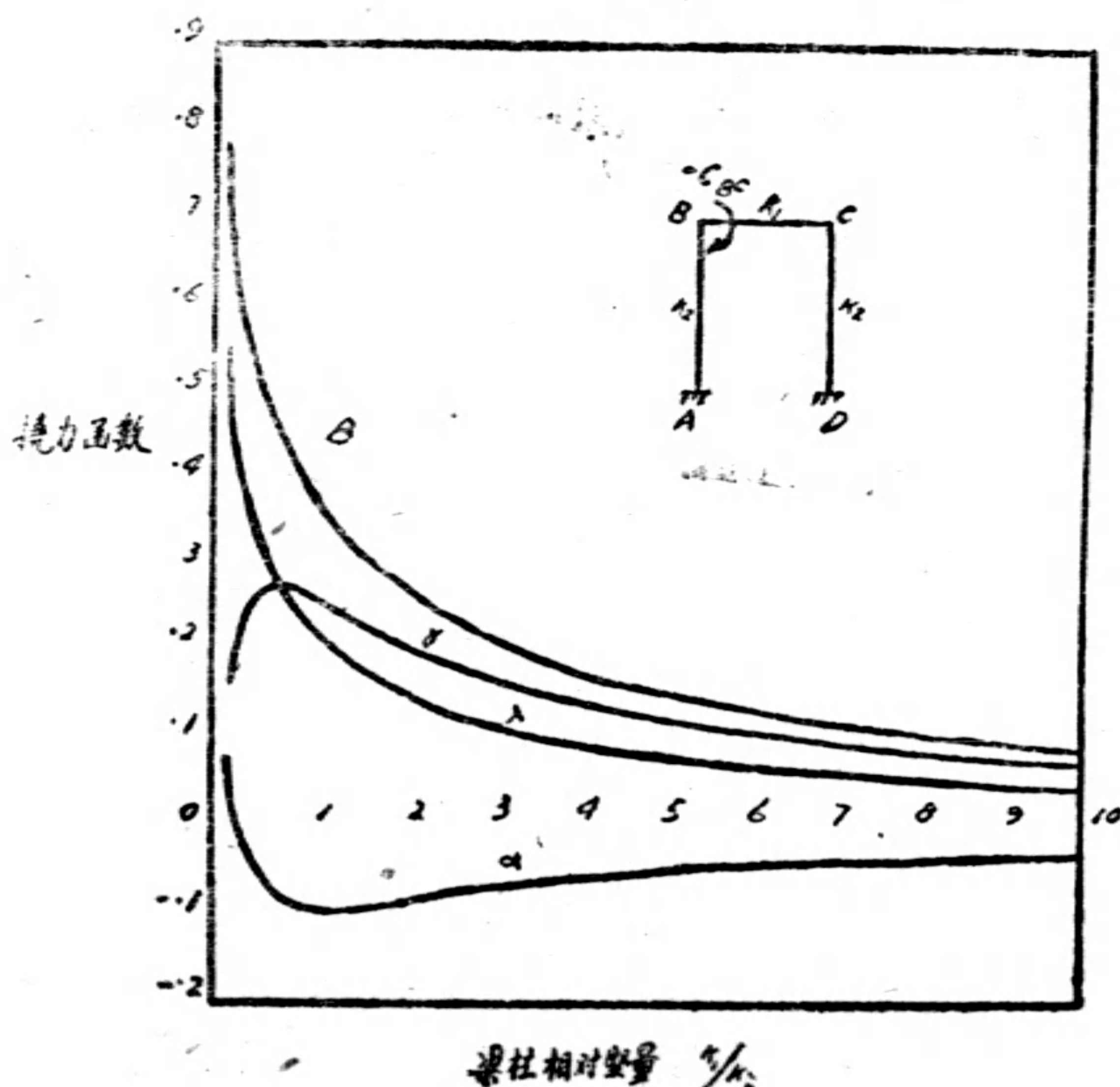
$$M_{CB} = -M_{CD} = \gamma C_{BC} + \beta C_{CB}$$

$$M_{DC} = -\lambda C_{BC} + \alpha C_{CB}$$

註：  $C = K_1/K_2$ ： 梁柱相對堅量

$C_{BC}, C_{CB}$ ： B, C 點固定端力矩之絕對值 (Absolute Value)

撓力函數 (圖一)：



## 第二節 梁部受對稱荷重

加諸梁部之對稱荷重，可以持梁兩端所產生之固定端力矩  $C_{BC}$  及  $C_{CB}$  代替之，但  $C_{BC} = C_{CB}$  可簡化前節公式。

應用角變撓度法：

圖 8

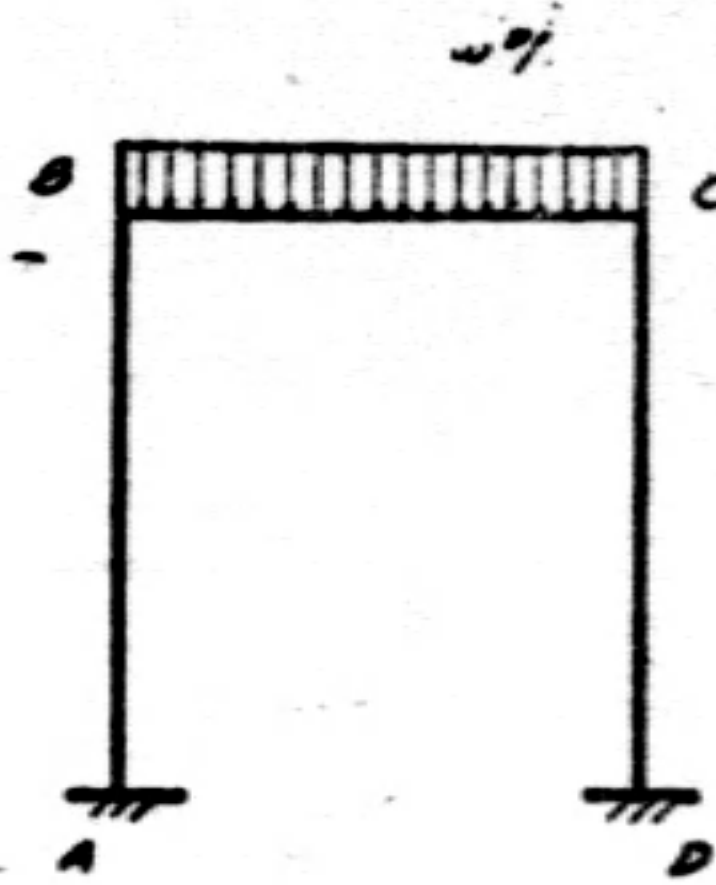
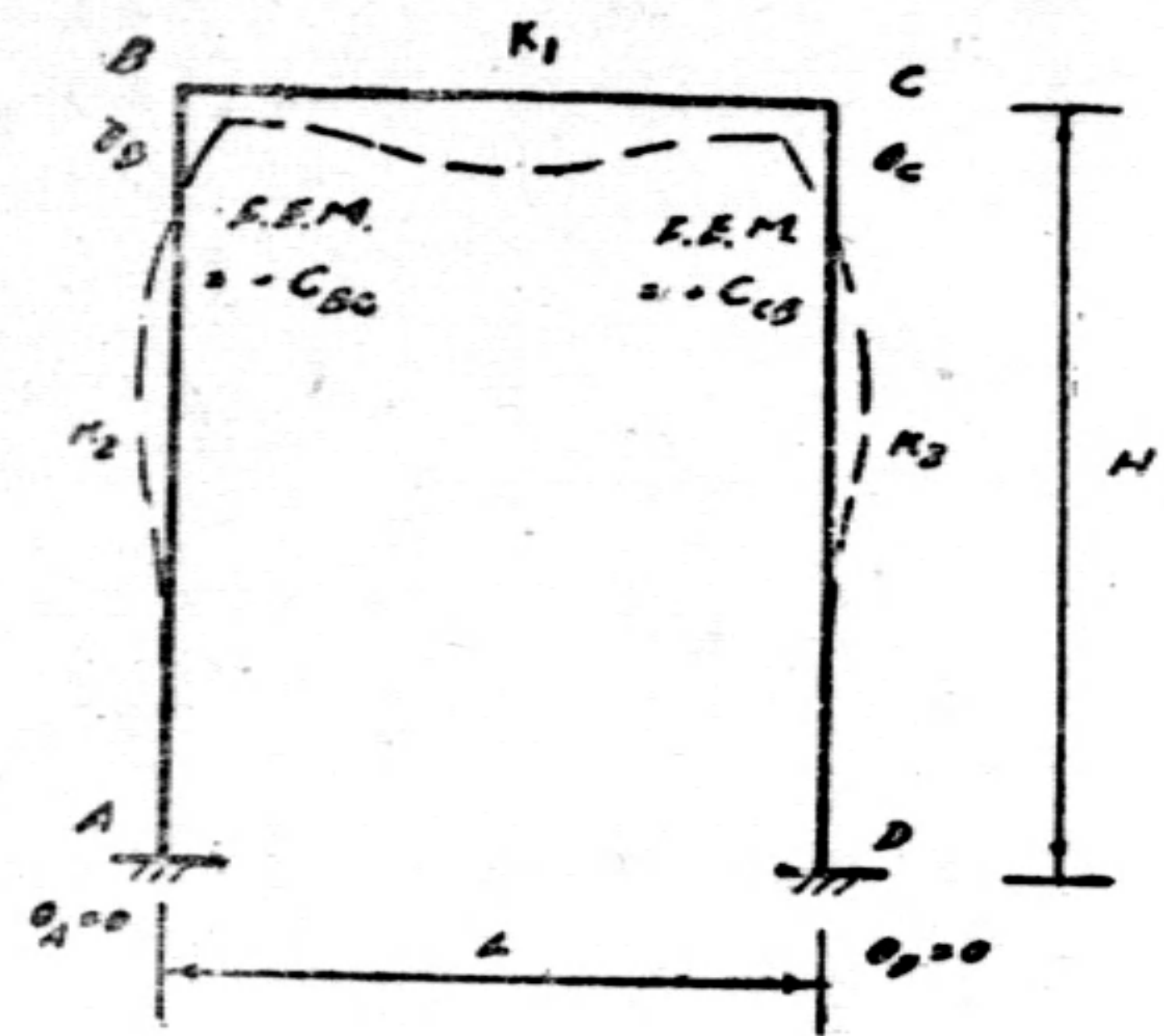


圖 9



$$\begin{aligned}M_{AB} &= 2EK_2(\theta_B) \\M_{BA} &= 2EK_2(2\theta_B) \\M_{BC} &= 2EK_1(2\theta_B + \theta_C) - C_{BC} \\M_{CB} &= 2EK_1(2\theta_C + \theta_B) + C_{BC} \\M_{CD} &= 2EK_2(2\theta_C) \\M_{DC} &= 2EK_2(\theta_C)\end{aligned}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$2EK_2(2\theta_B) + 2EK_1(2\theta_B + \theta_C) - C_{BC} = 0$$

$$\text{令 } K_1/K_2 = c$$

得

$$2(1+c)\theta_B + c\theta_C - \frac{C_{BC}}{2EK_2} = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma M_C = 0$$

$$2EK_1(2\theta_C + \theta_B) + C_{BC} + 2EK_2(2\theta_C) = 0$$

$$2(1+c)\theta_C + c\theta_B + \frac{C_{BC}}{2EK_2} = 0 \quad (2)$$

解(1), (2)兩方程式得

$$\theta_C = -\frac{C_{BC}}{2EK_2(2+c)} = -\theta_B$$

由此  $\theta_B$  及  $\theta_C$  二值得相對堅量與撓力矩之關係式如下：

$$M_{AB} = \frac{1}{2+c} C_{BC} = -M_{DC}$$

$$M_{BA} = \frac{2}{2+c} C_{BC} = -M_{BC} = -M_{DC} = M_{CB}$$

撓力函數：

$$\alpha = \frac{1}{2+c}$$

$$M_{A, D} = \alpha C_{BC} \quad - (B)$$

$$M_{B, C} = 2\alpha C_{BC}$$

註： $C = K_1/K_2$ ：梁柱相對堅量

$C_{BC}$ : B, C 點固定端力矩之絕對值

在某一載荷之下, 固定端力矩  $C_{BC}$  為一常數 (Constant), 故

$$M \propto \frac{1}{2+c}$$

觀察上式, 接點之撓力矩隨梁柱之相對堅量而異, 即梁堅量逐漸增加時, 則撓力矩逐漸減小, 反之亦然, 其極限值為

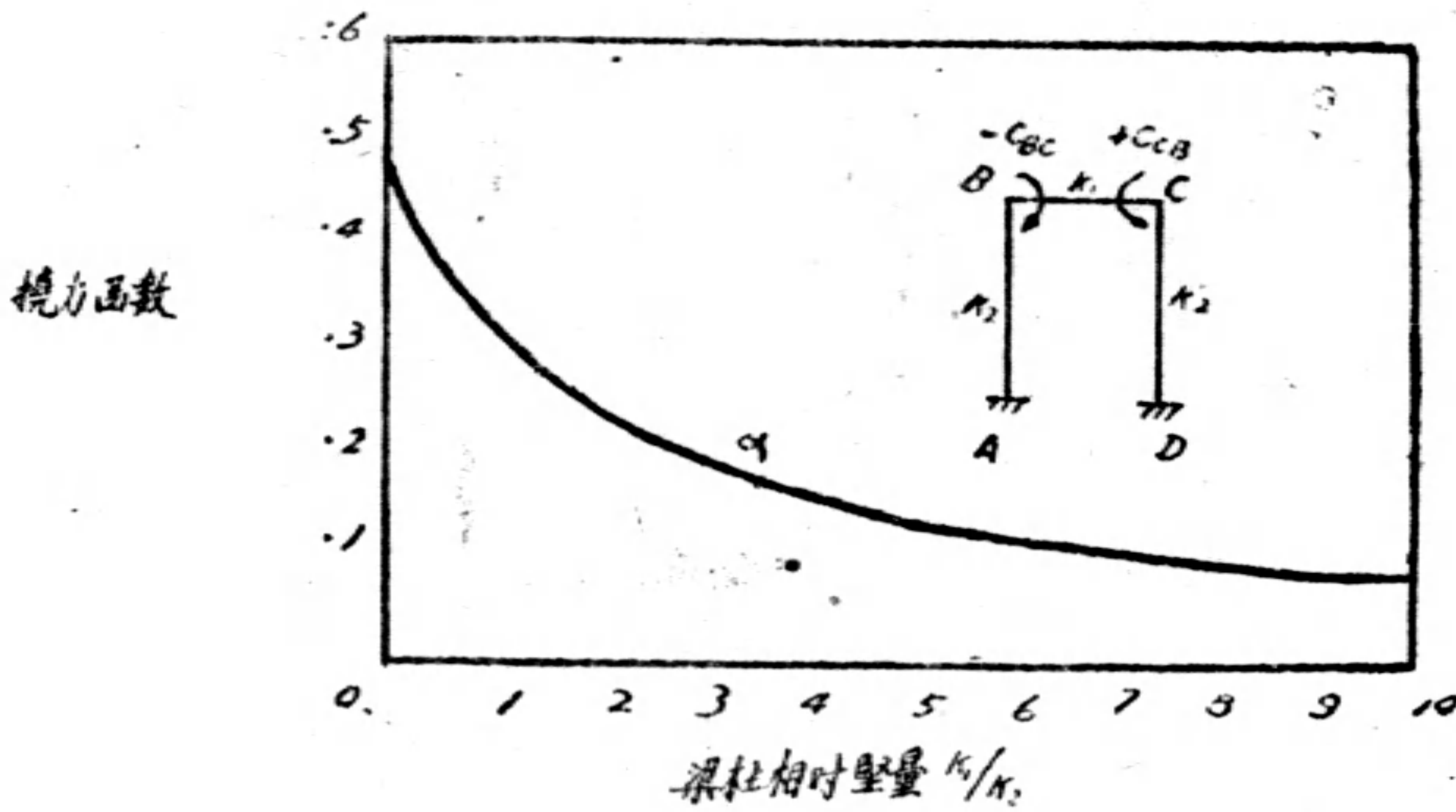
當

$$C = \infty, M = 0$$

$$C = 0, M_{A,D} = \frac{1}{2} C_{BC}$$

$$M_{B,C} = C_{BC}$$

撓力函數 (圖二)



### 第三節 構架受橫向集中力

應用角變撓度法:

$$M_{AB} = 2EK_2(\theta_B - 3\rho)$$

$$M_{BA} = 2EK_2(2\theta_B - 3\rho)$$

$$M_{BC} = 2EK_1(2\theta_B + \theta_C)$$

$$M_{CB} = 2EK_1(2\theta_C + \theta_B)$$

$$M_{CD} = 2EK_2(2\theta_C - 3\rho)$$

$$M_{DC} = 2EK_2(\theta_C - 3\rho)$$

$$\sum M_B = 0$$

$$2EK_2(2\theta_B - 3\rho) + 2EK_1(2\theta_B + \theta_C) = 0$$

$$\rightarrow K_1/K_2 = C$$

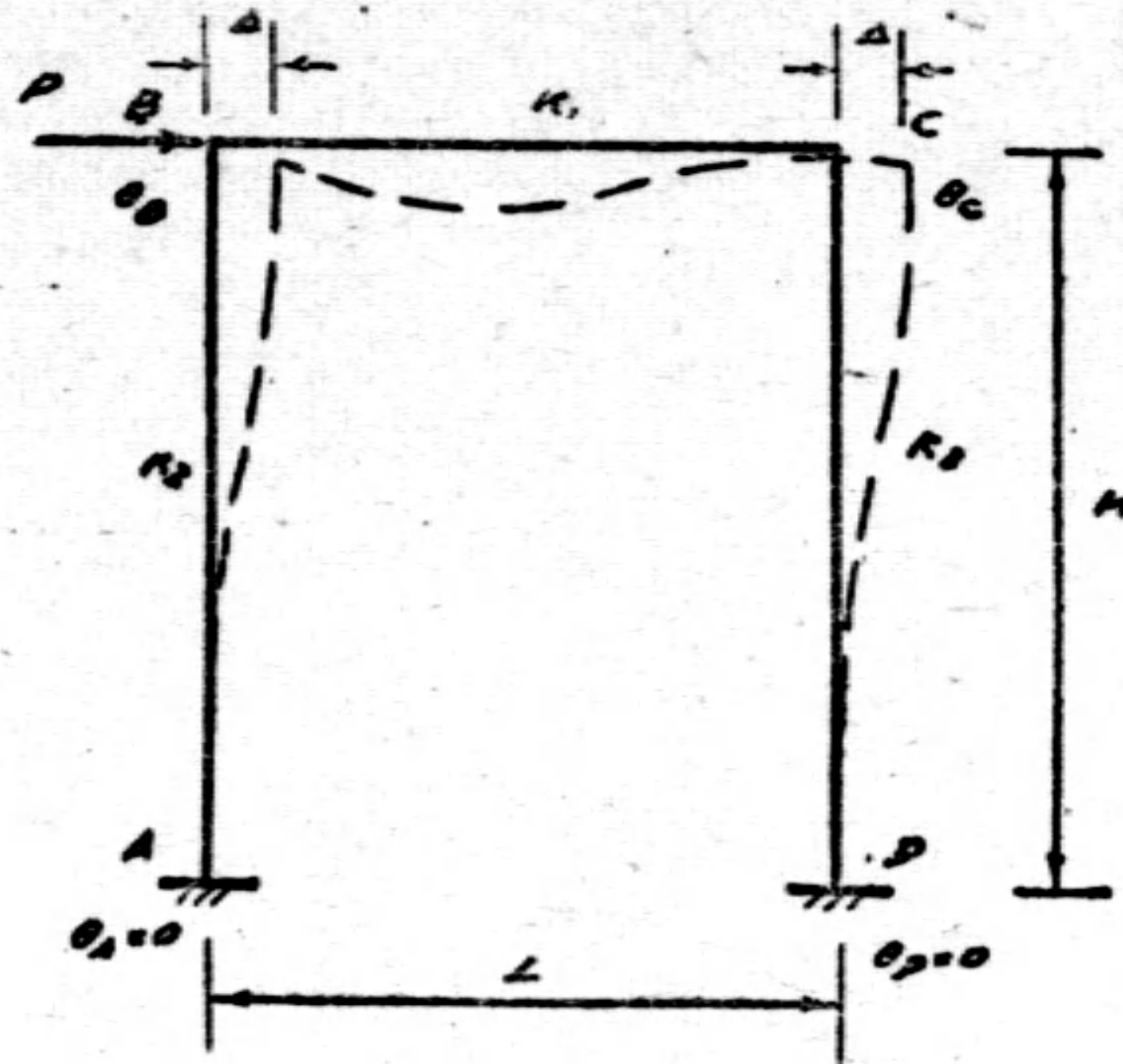
$$2(1+c)\theta_B + C\theta_C - 3\rho = 0 \tag{1}$$

$$\sum M_C = 0$$

$$2EK_1(2\theta_C + \theta_B) + 2EK_2(2\theta_C - 3\rho) = 0$$

$$C\theta_B + 2(1+c)\theta_C - 3\rho = 0 \tag{2}$$

圖 12



解 (1), (2) 兩方程式得

$$\theta_B = \frac{3(2+c)\rho}{3c^2 + 8c + 4} = \theta_C \quad (3)$$

$$\Sigma H = 0$$

$$2 \left[ 2EK_2(\theta_B - 3\rho) + 2EK_2(2\theta_B - 3\rho) \right] = P \cdot H$$

$$\rho = - \frac{P \cdot H(2+3c)}{12EK_2(1+6c)}$$

$$\theta_B = \theta_C = - \frac{P \cdot H}{4EK_2(1+6c)}$$

由此  $\theta_B$ ,  $\theta_C$  及  $\rho$  三值得相對堅量與撓力矩之關係式如下：

$$M_{AB} = \frac{PH}{2} \left[ \frac{1+3c}{1+6c} \right] = M_{DC}$$

$$M_{BA} = \frac{PH}{2} \left[ \frac{3c}{1+6c} \right] = -M_{BC} = M_{CD} = -M_{CB}$$

$\alpha, \beta$  為撓力函數：

$$\alpha = \frac{1+3c}{2(1+6c)}$$

$$\beta = \frac{3c}{2(1+6c)}$$

故

$$M_{A,D} = \alpha \cdot PH$$

$$M_{B,C} = \beta \cdot PH$$

- (C)

註：

$C = K_1/K_2$  : 梁柱相對堅量。

$P$  : 橫向集中力。

$H$  : 構架高

由是可知：

$$M_{A,D} \propto \frac{1+3c}{1+6c}$$



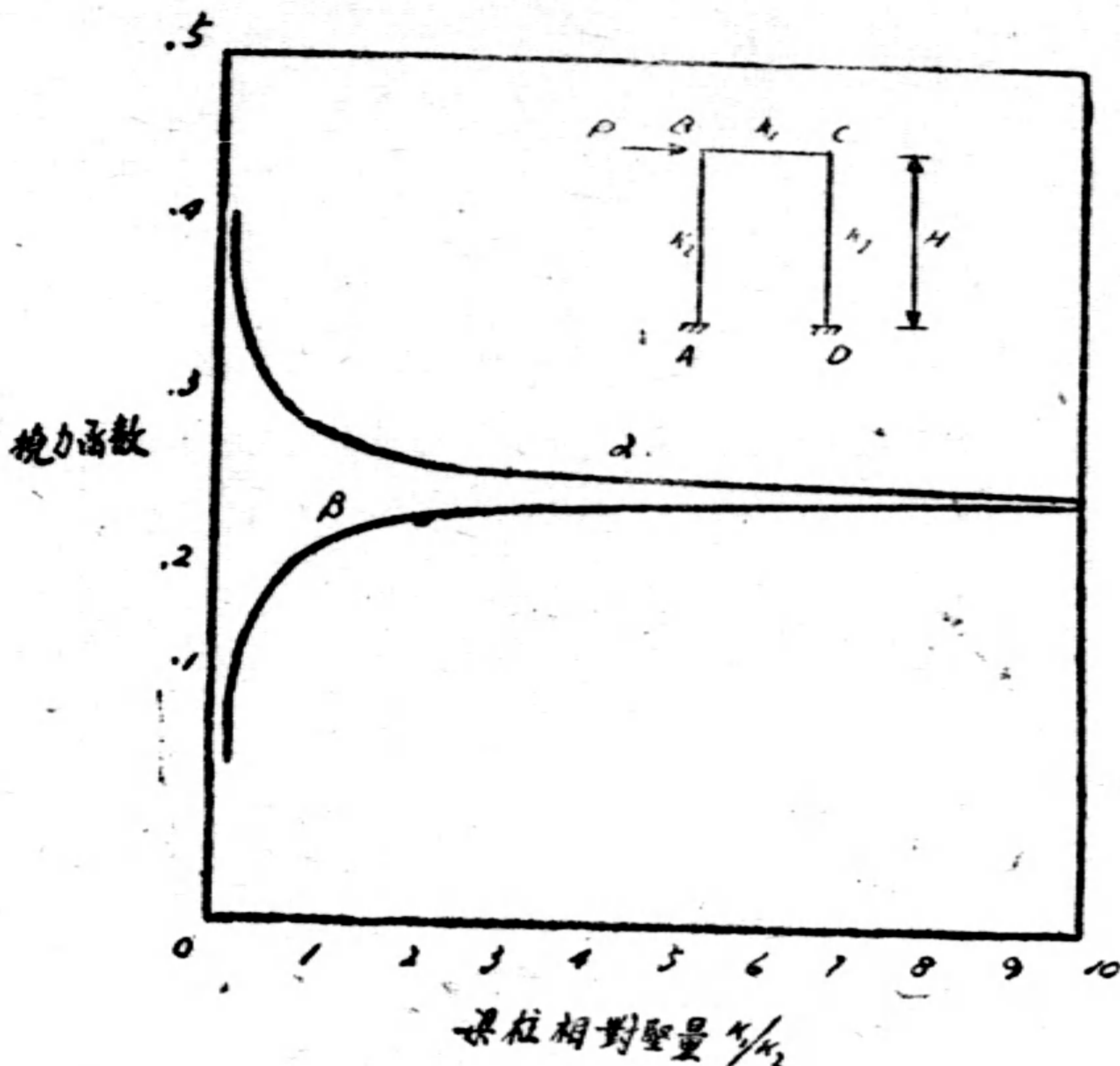
$$M_{B,C} \propto \frac{3c}{1+6c}$$

$$C = \infty \quad M = \frac{1}{4} P H$$

$$C = 0 \quad M_{A,D} = \frac{1}{2} P H$$

$$M_{B,C} = 0$$

當  
撓力函數(圖三):



### 第四節 柱部受橫向荷重

加諸柱部之荷重，可以持柱兩端所產生之固定端力矩  $C_{AB}$ ,  $C_{BA}$  及另一橫向合力 (Horizontal Resultant Force)  $H'$  代替之。

用角變撓度法:

$$(F)_1 = C_{BA}, (F)_2 = C_{AB}$$

$$M_{AB} = 2EK_2(\theta_B - 3\rho) - (F)_2$$

$$M_{BA} = 2EK_2(2\theta_B - 3\rho) + (F)_1$$

$$M_{BC} = 2EK_1(2\theta_B + \theta_C)$$

$$M_{CB} = 2EK_1(2\theta_C + \theta_B)$$

$$M_{CD} = 2EK_2(2\theta_C - 3\rho)$$

$$M_{DC} = 2EK_2(\theta_C - 3\rho)$$

$$\sum M_B = 0$$

$$2EK_2(2\theta_B - 3\rho) + (F)_1 + 2EK_1(2\theta_B + \theta_C) = 0$$

$$K_1/K_2 = c$$

圖 12

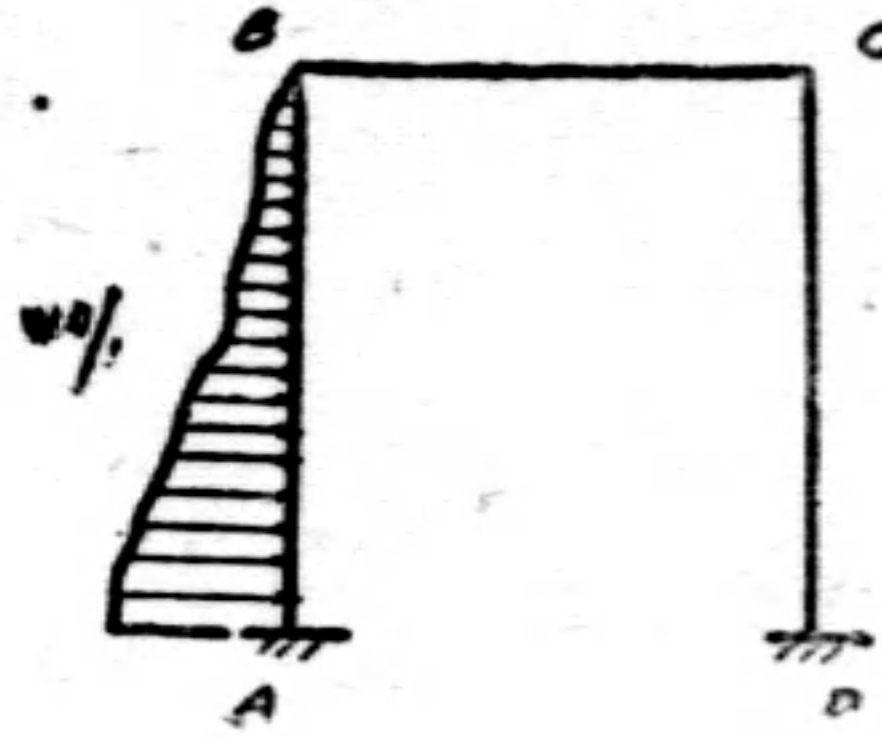
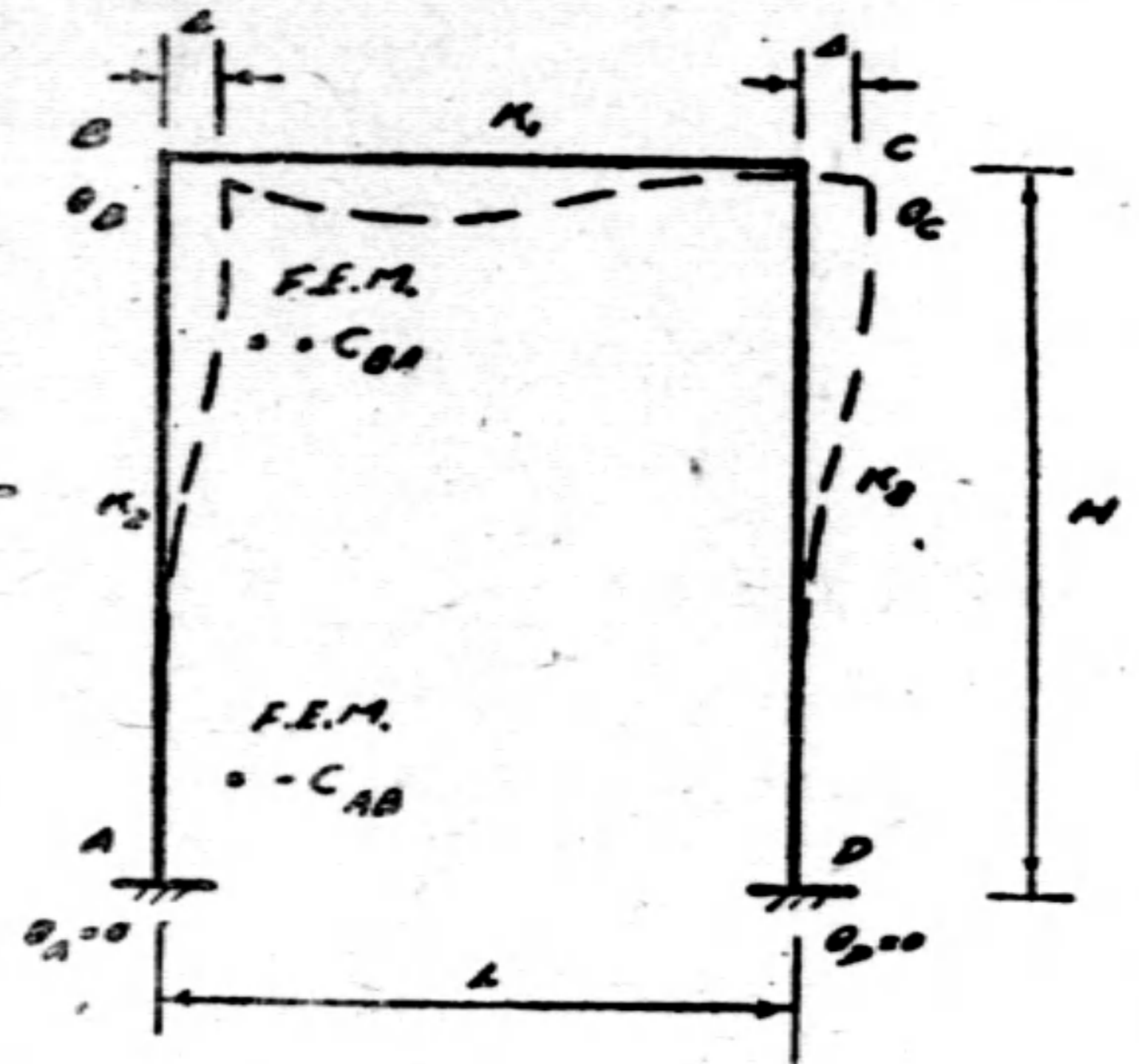


圖 12



得

$$2(1+c)\theta_B + C\theta_C - 3\rho + \frac{(F)_1}{2EK_2} = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma M_C = 0$$

$$2EK_1(2\theta_C + \theta_B) + 2EK_2(2\theta_C - 3\rho) = 0$$

$$c\theta_B + 2(1+c)\theta_C - 3\rho = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma H = 0$$

$$2EK_2(\theta_B - 3\rho + 2\theta_C - 3\rho) - (F)_2 + (F)_1 + 2EK_2(2\theta_C - 3\rho + \theta_C - 3\rho) + H \cdot H' = 0$$

$$3\theta_B + 3\theta_C - 12\rho + \frac{(F)_1 - (F)_2}{2EK_2} + \frac{H \cdot H'}{2EK_2} = 0 \quad (3)$$

解 (1), (2), (3) 三方程式

令

$$(K) = H \cdot H'$$

$$\theta_B = - \frac{(3+7c)(F)_1 + (2+c)(F)_2 - (2+c)(K)}{2(2+c)(1+6c)2EK_2}$$

$$\theta_C = - \frac{(1-5c)(F)_1 + (2+c)(F)_2 - (2+c)(K)}{2(2+c)(1+6c)2EK_2}$$

$$\rho = - \frac{(1-3c)(F)_1 + (2+3c)(F)_2 - (2+3c)(K)}{6(1+6c)2EK_2}$$

由此  $\theta_B$ ,  $\theta_C$  及  $\rho$  三值得相對堅量與撓力矩之關係式如下：

$$M_{AB} = - \frac{(1+12c+3c^2)(F)_1 + (2+c)(1+9c)(F)_2 + (2+c)(1+3c)(K)}{2(2+c)(1+6c)}$$

$$M_{BA} = C \frac{(7+9c)(F)_1 + 3(2+c)(F)_2 - 3(2+c)(K)}{2(2+c)(1+6c)} = -M_{BC}$$

$$M_{CB} = -C \frac{(5-3c)(F)_1 + 3(2+c)(F)_2 - 3(2+c)(K)}{2(2+c)(1+6c)} = -M_{CD}$$

$$M_{DC} = \frac{(1-3c^2)(F)_1 + (2+c)(1+3c)(F)_2 - (2+c)(1+3c)(K)}{2(2+c)(1+6c)}$$

利用下列八條撓力函數曲線可分別查出各撓力矩之值：

$$(1) \quad \alpha = 2(2+c)(1+6c)$$

$$(2) \quad \beta = 1+12c+3c^2$$

$$(3) \quad \gamma = (2+c)(1+9c)$$

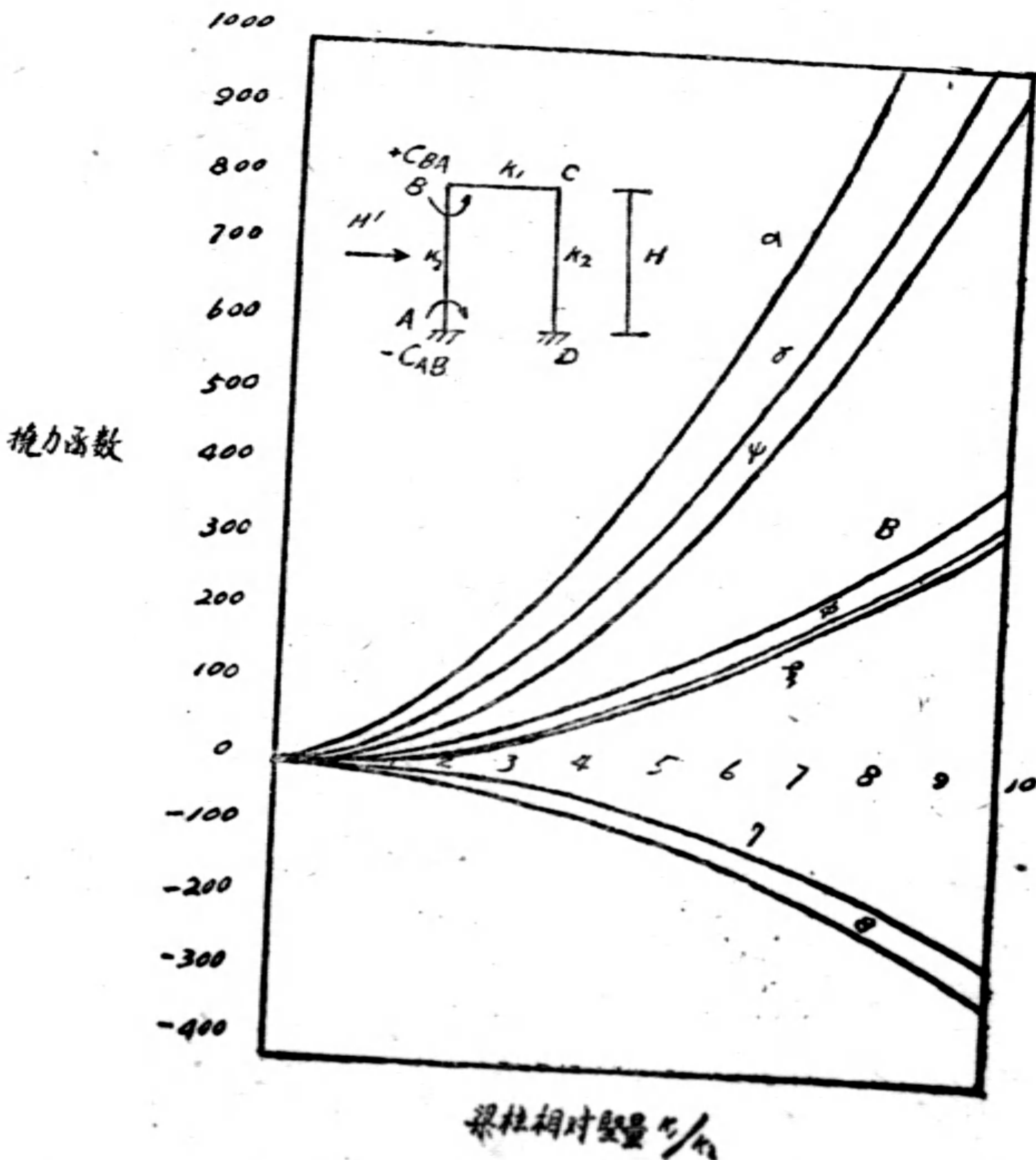
- (4)  $\phi = (2+c)(1+3c)$
- (5)  $\psi = c(7+9c)$
- (6)  $\xi = 3c(2+c)$
- (7)  $\eta = c(5-3c)$
- (8)  $\theta = 1-3c^2$

撓力矩之值如下：

$$\begin{aligned}
 M_{AB} &= -\frac{\beta(F)_1 + \gamma(F)_2 + \phi(K)}{\alpha} \\
 M_{BA} = -M_{BC} &= \frac{\psi(F)_1 + \xi(F)_2 - \xi(K)}{\alpha} \\
 M_{CB} = -M_{CD} &= -\frac{\eta(F)_1 + \xi(F)_2 - \xi(K)}{\alpha} \\
 M_{DC} &= \frac{\theta(F)_1 + \phi(F)_2 - \phi(K)}{\alpha}
 \end{aligned}
 \tag{D}$$

- 註：
- $C = K_1/K_2$ ：梁柱相對堅量
  - $(F)_1, (F)_2$ ：B, A 兩點固定端力矩之絕對值。
  - $(K) = H \cdot H'$ ：H' 為橫向合力，H 為構架高。

撓力函數(圖四)：



作者今完成文之各圖表，嗣後凡遇分析一對稱構架之問題時，無論其所承受之載重情況若何，構架各接點撓力距均易求得，其法應首先分辨荷重所屬類別，再選擇一梁柱相對堅量，由圖表中查出撓力函數，撓力距即可得焉，此法堪稱簡便且有系統，其通化公式如下：

$$M = \sum f(c) \times (\text{F.E.M.})$$

或  
其中

$$M = \sum f_1(c) \times (\overline{\text{F.E.M.}}) + \sum f_2(c) \times (\text{H.R.F.})$$

c: 梁柱相對堅量。

F.E.M.: 固定端力距。

H.R.F.: 橫向合力。

### 第五節 釋 例

分析一座固結構架橋梁，載重為 E - 50

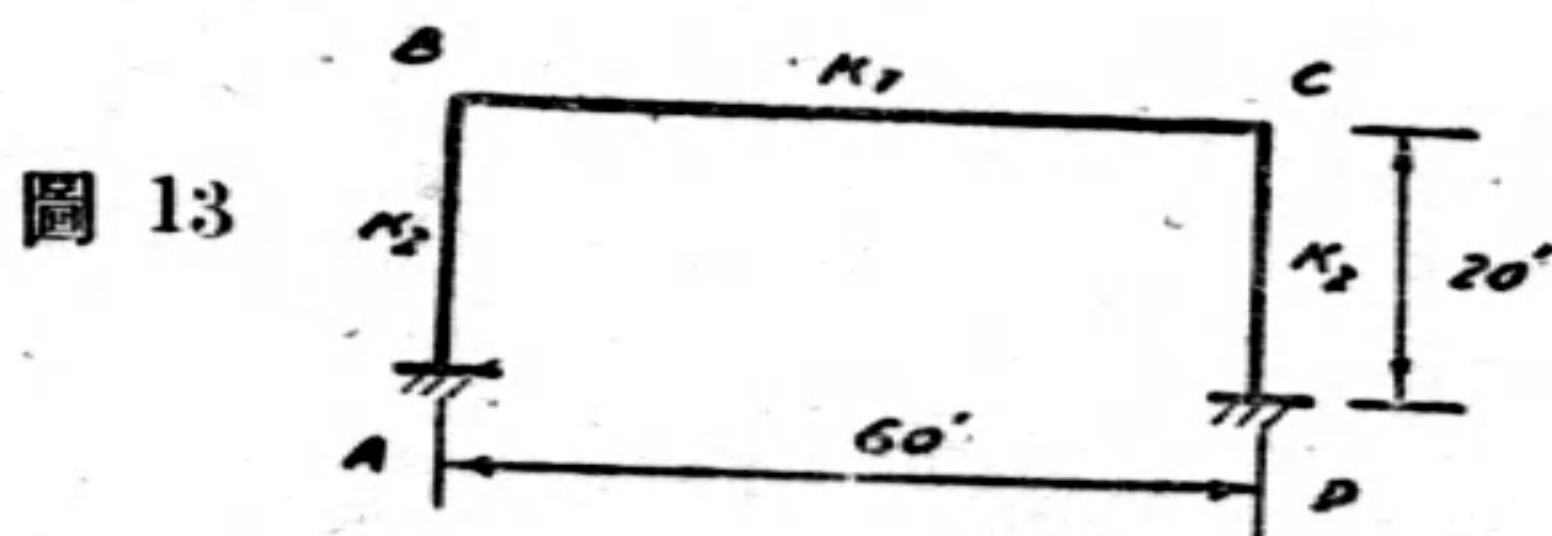


圖 13

設  $K_1/K_2 = 3$

(1) 靜重 (Dead Load)

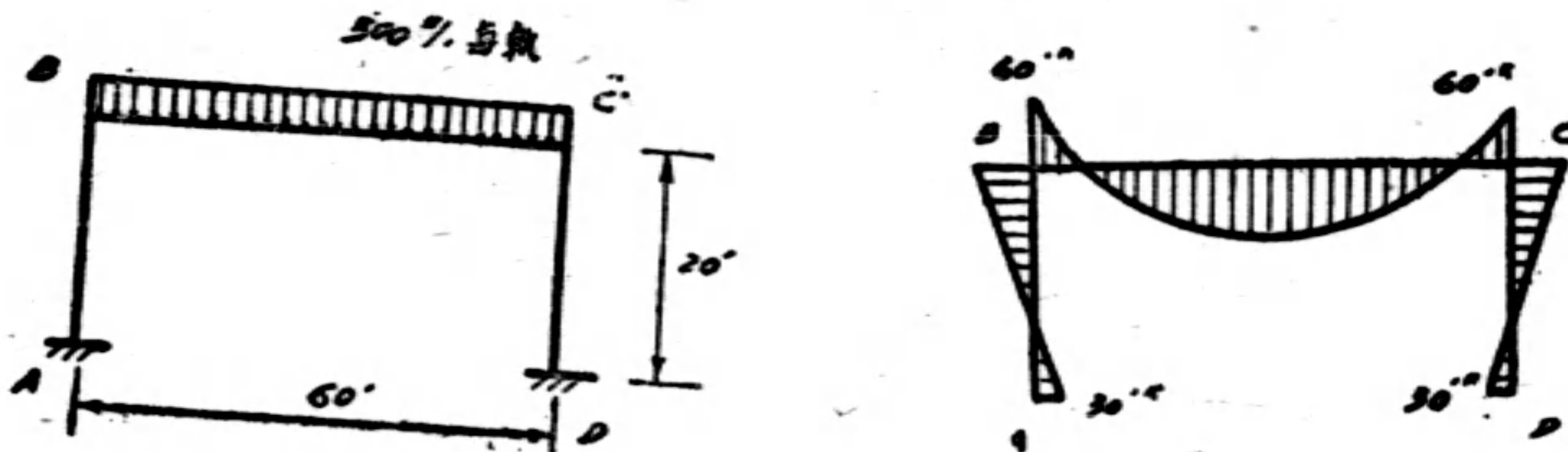


圖 14

第二章二節，梁受對稱荷重

$$C_{BC} = \frac{WL^2}{12} = \frac{500 \times (60)^2}{12} = 150 \text{ K}$$

查撓力函數(圖二):  $C = 3, \alpha = 0.200$

$$M_{A,D} = 150 \alpha = 150 \times 0.200 = 30 \text{ K}$$

$$M_{B,C} = 2 \times 30 = 60 \text{ K}$$

(2) 活重 (Live Load):

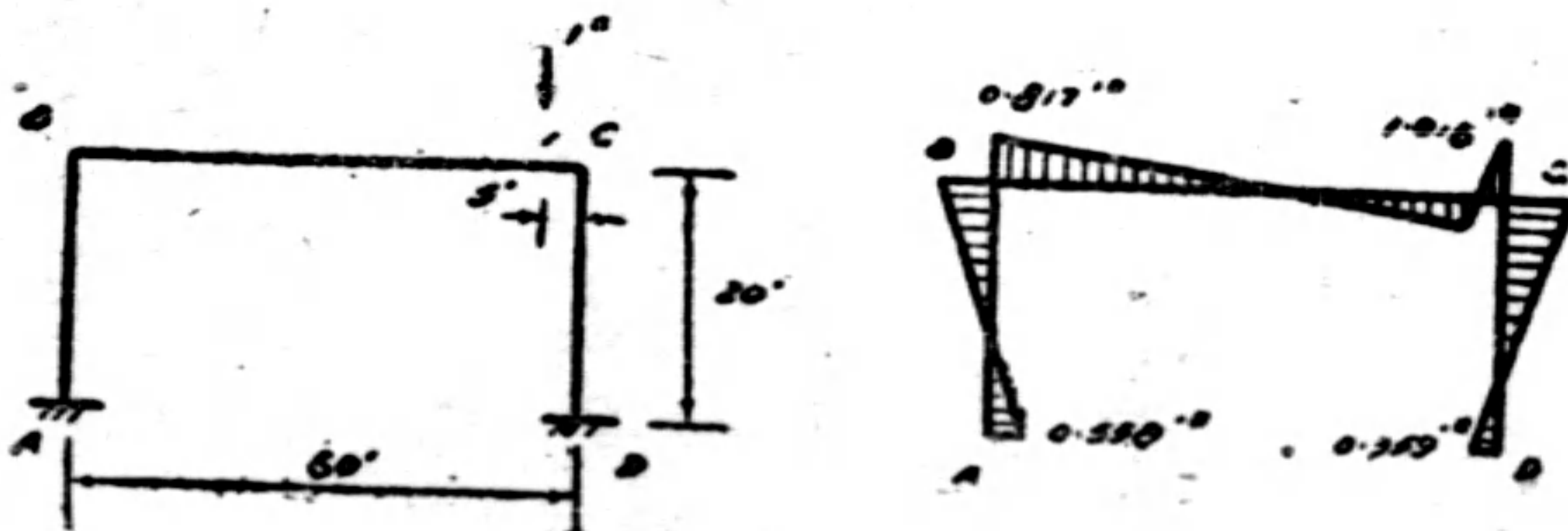


圖 15

分梁 BC 為 12 份，製接點 A, B, C, D 之感應線 (Influence Line) 暫置 1 lb. 重在斷面一時為例餘類推之。

屬二章一節，梁受不對稱荷重

$$C_{BC} = \frac{Pab^2}{L^2} = \frac{1 \times 55 \times (5)^2}{(60)^2} = 0.382 \text{ lb.}$$

$$C_{CB} = \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{1 \times (55)^2 \times 5}{(60)^2} = 4.20 \text{ lb.}$$

查撓力函數(圖一)：

$$C = 3 \quad \begin{aligned} \alpha &= -0.074 \\ \beta &= 0.226 \\ \gamma &= 0.174 \\ \lambda &= 0.126 \end{aligned}$$

$$M_{AB} = -(-0.074) \times 0.382 + 0.126 \times 4.20 = 0.558 \text{ lb.}$$

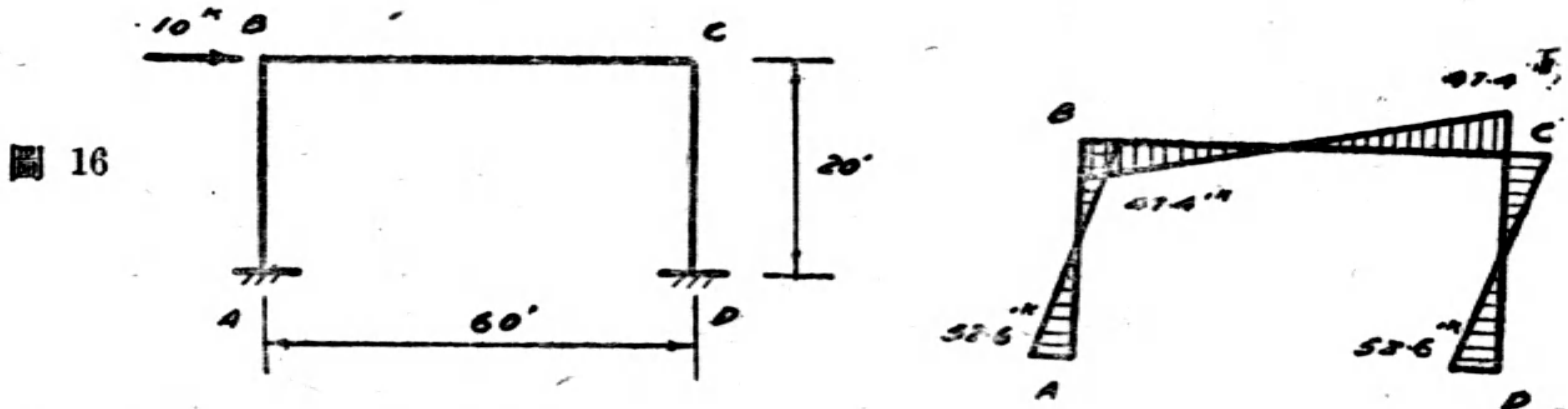
$$M_{BA} = 0.226 \times 0.382 + 0.174 \times 4.20 = 0.817 \text{ lb.}$$

$$M_{CB} = 0.174 \times 0.382 + 0.226 \times 4.20 = 1.016 \text{ lb.}$$

$$M_{DC} = -(0.126) \times 0.382 + (-0.074) \times 4.20 = -0.359 \text{ lb.}$$

如繼續置 1 lb. 重於 2, 3, ……11 斷面將所計算之值繪成曲線即感應線。

(3) 拖力 (Traction)：



屬二章三節，構架受橫向集中力

$$PH = 10 \times 20 = 200 \text{ K}$$

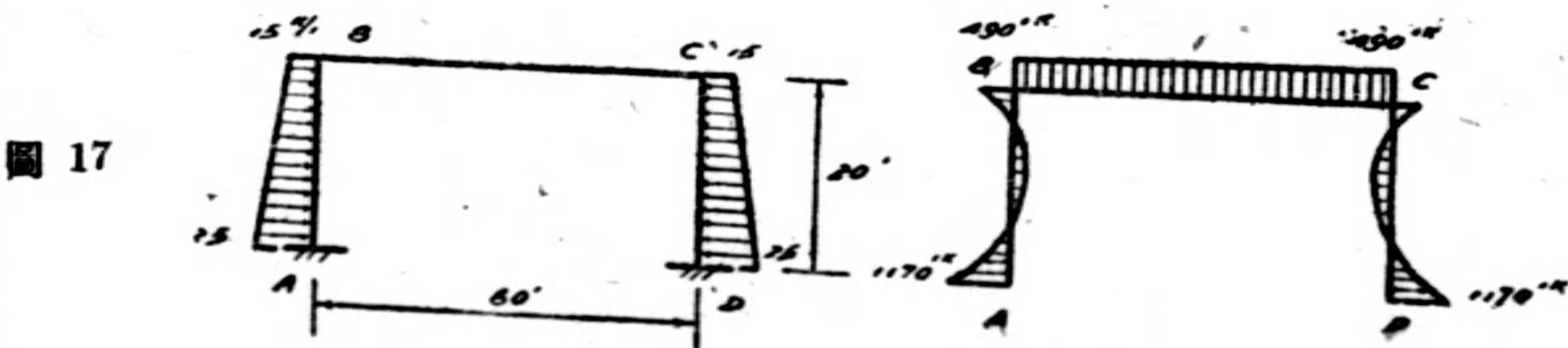
查撓力函數(圖三)：

$$C = 3 \quad \begin{aligned} \alpha &= 0.263 \\ \beta &= 0.237 \end{aligned}$$

$$M_{A,D} = 200 \alpha = 200 \times 0.263 = 52.6 \text{ 'K}$$

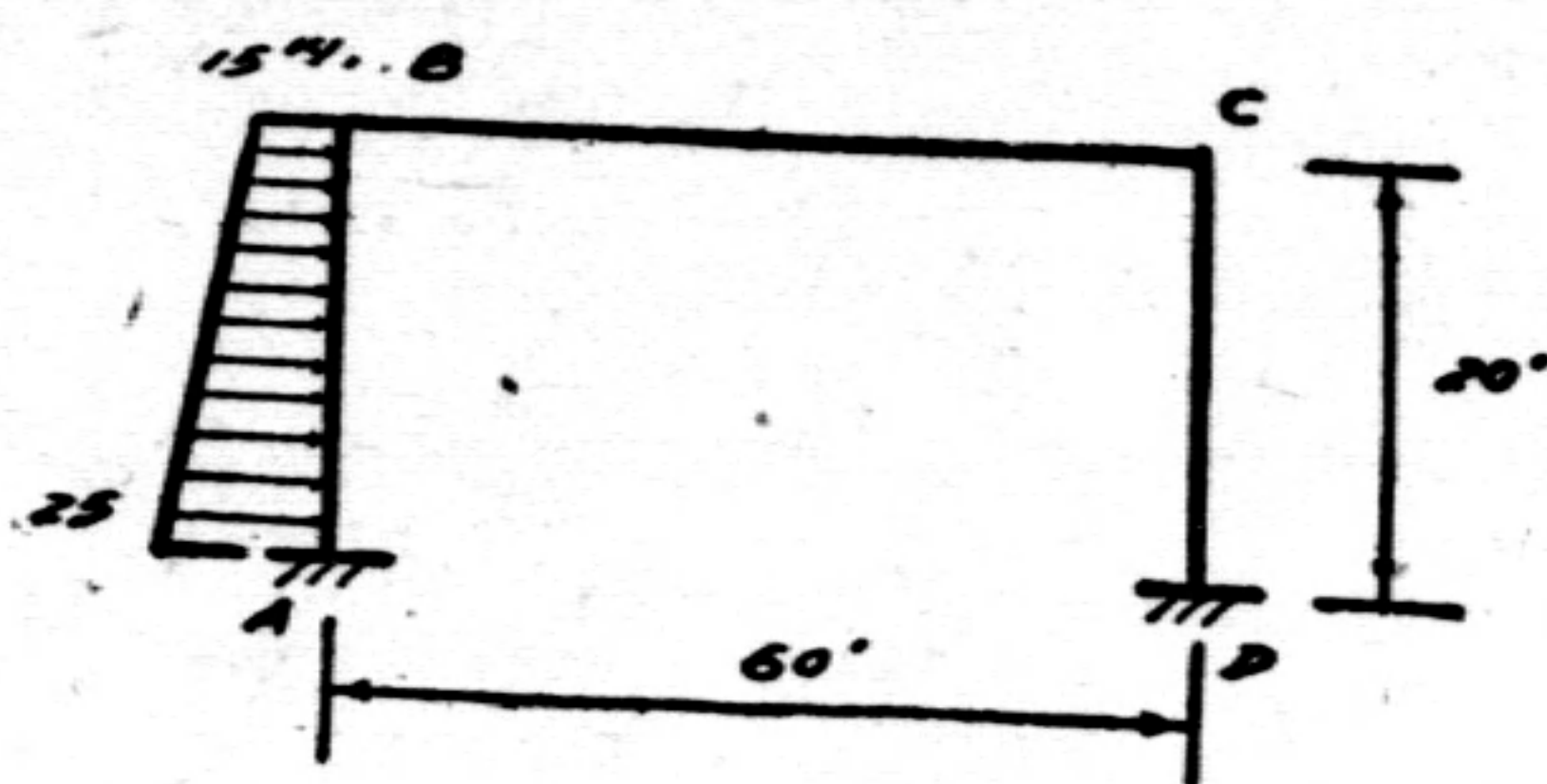
$$M_{B,C} = 200 \beta = 200 \times 0.237 = 47.4 \text{ 'K}$$

(4) 側壓力 (Lateral Loads)



可分為左右兩部計算之。

圖 18



第二章四節，柱受橫向荷重

$$(F)_1 = \left( \frac{1}{30} w_1 + \frac{1}{12} w_2 \right) L^2$$

$$= \left( \frac{1}{30} \times 25 + \frac{1}{12} \times 15 \right) \times (20)^2 = 816 \text{ 'K}$$

$$(F)_2 = \left( \frac{1}{20} w_1 + \frac{1}{12} w_2 \right) L^2$$

$$= \left( \frac{1}{20} \times 25 + \frac{1}{12} \times 15 \right) \times (20)^2 = 1000 \text{ 'K}$$

$$(K) = H \cdot H' = 20 \times 400 = 8000 \text{ 'K}$$

查撓力函數(圖四)：

$$C = 3, \quad \alpha = 190$$

$$\beta = 64$$

$$\gamma = 140$$

$$\phi = 50$$

$$\psi = 102$$

$$\xi = 45$$

$$\eta = -12$$

$$\theta = -26$$

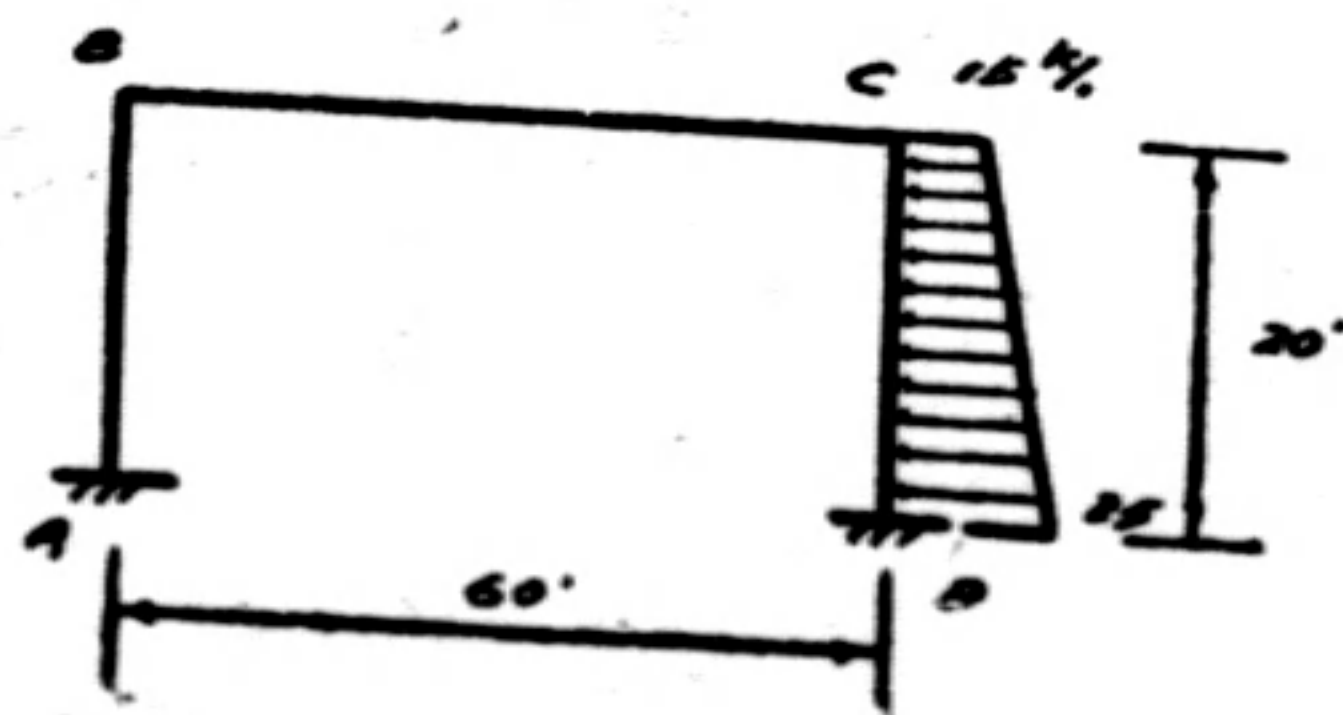
$$M_{AB} = - \frac{64 \times 816 + 140 \times 1000 + 50 \times 8000}{190} = -3120 \text{ 'K}$$

$$M_{BA} = \frac{102 \times 816 + 45 \times 1000 - 45 \times 8000}{190} = -1220 \text{ 'K}$$

$$M_{CB} = - \frac{(-12) \times 816 + 45 \times 1000 - 45 \times 8000}{190} = 1710 \text{ 'K}$$

$$M_{DC} = \frac{(-26) \times 816 + 50 \times 1000 - 50 \times 8000}{190} = -1950 \text{ 'K}$$

圖 19



$$M_{AB} = 1950 \text{ 'K}$$

$$M_{BA} = 1710 \text{ 'K}$$

$$M_{CB} = -1220 \text{ 'K}$$

$$M_{DA} = 3120 \text{ 'K}$$

撓力矩總和：

$$M_{AB} = -3120 + 1950 = -1170 \text{ 'K}$$

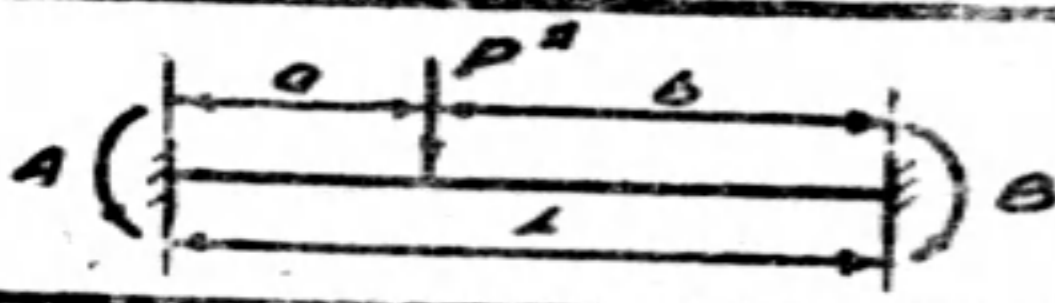
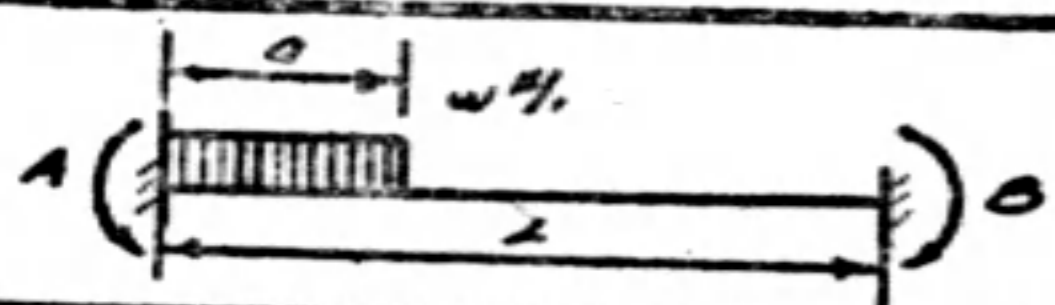
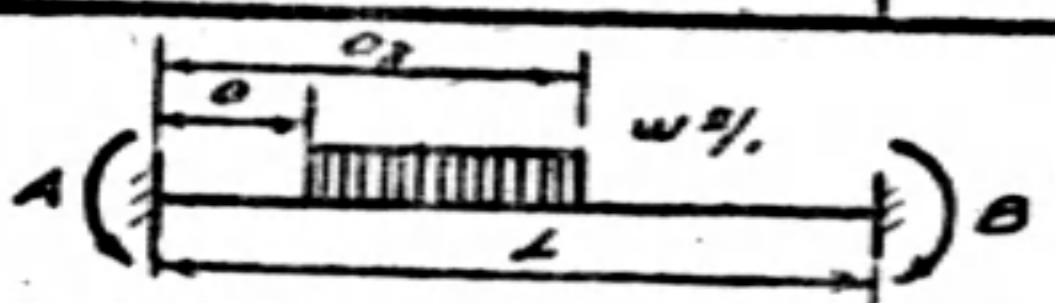
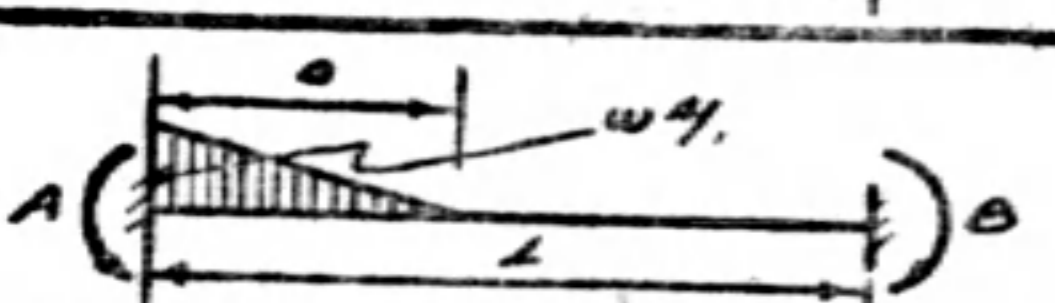
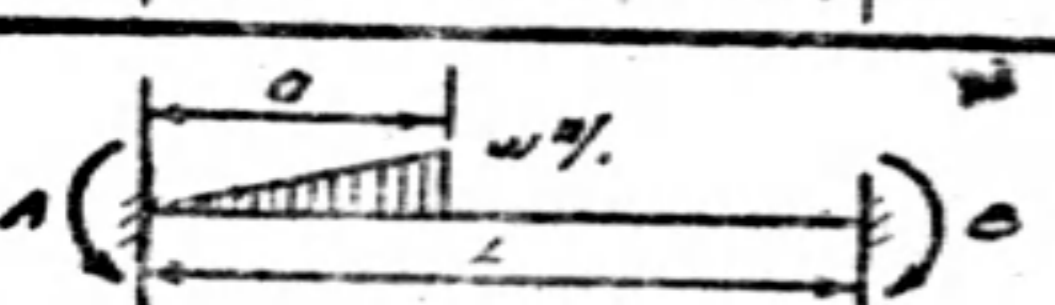
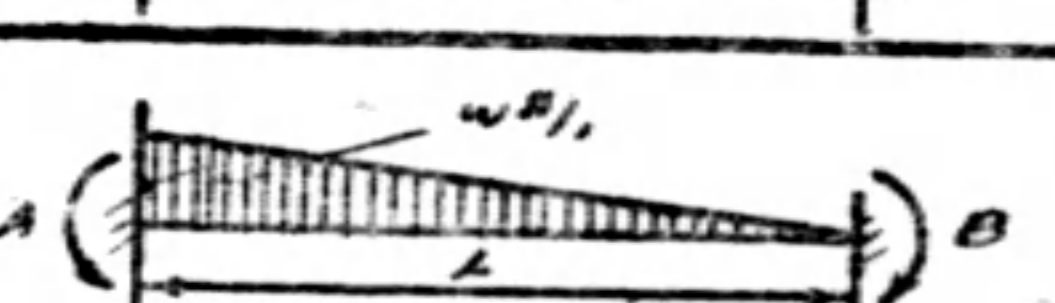
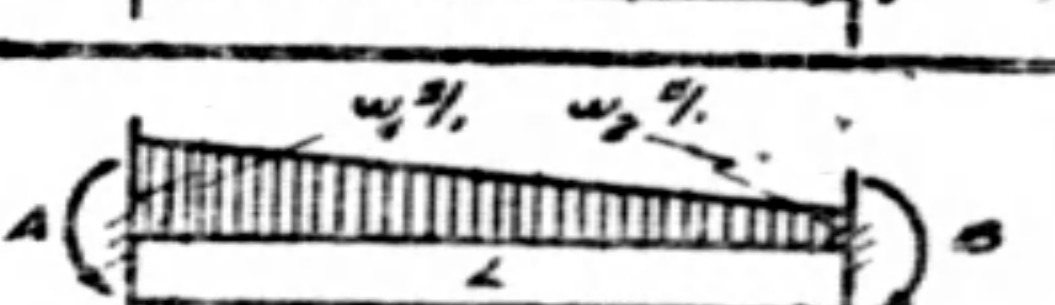
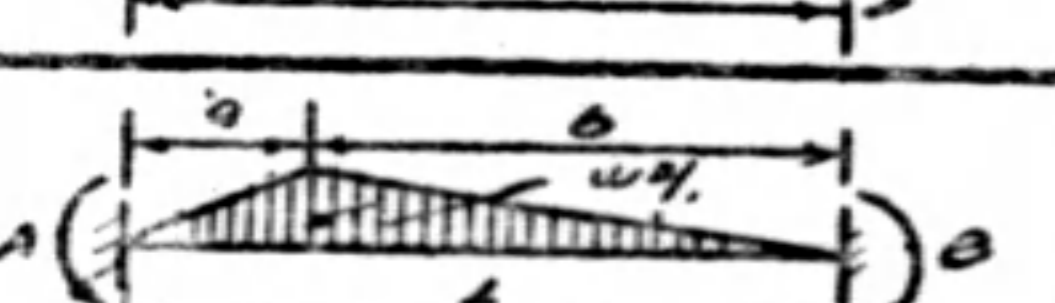
$$M_{BA} = -1220 + 1710 = 490 \text{ 'K}$$

$$M_{CB} = 1710 - 1220 = 490 \text{ 'K}$$

$$M_{DC} = -1950 + 3120 = 1170 \text{ 'K}$$

### 第三章 各種荷重下之固定端力矩

(1) 不對稱荷重：

荷重情況	$M_{AB}$	$M_{BA}$
	$\frac{Pab^2}{L^2}$	$\frac{Pa^2b}{L^2}$
	$\frac{w a^3}{12 L^2} (6L^2 - 8aL + 3a^2)$	$\frac{w a^3}{12 L^2} (4L - 3a)$
	$\frac{w(a_2 - a_1)^3}{12 L^2} [6L^2 - 8(a_2 - a_1)L + 3(a_2 - a_1)^2]$	$\frac{w(a_2 - a_1)^3}{12 L^2} [4L - 3(a_2 - a_1)]$
	$\frac{w a^3}{60 L^2} (10L^2 - 10aL + 3a^2)$	$\frac{w a^3}{60 L^2} (5L - 3a)$
	$\frac{w a^3}{30 L^2} (10L^2 - 15aL + 6a^2)$	$\frac{w a^3}{20 L^2} (5L - 4a)$
	$\frac{w L^2}{20}$	$\frac{w L^2}{30}$
	$(\frac{1}{20} w_1 + \frac{1}{12} w_2) L^2$	$(\frac{1}{30} w_1 + \frac{1}{12} w_2) L^2$
	$\frac{w_1 a^3}{30 L^2} (10L^2 - 15aL + 6a^2) + \frac{w_2 b^3}{20 L^2} (5L - 4b)$	$\frac{w_1 a^3}{20 L^2} (5L - 4a) + \frac{w_2 b^3}{30 L^2} (10L^2 - 15aL + 6b^2)$

(2) 對稱荷重：

荷重情况	$M_{AB}$	$M_{BA}$
	$\frac{PL}{8}$	$\frac{PL}{8}$
	$\frac{Pa}{L}(L-a)$	$\frac{Pa}{L}(L-a)$
	$\frac{wL^2}{12}$	$\frac{wL^2}{12}$
	$\frac{wa^2}{6L}(3L-2a)$	$\frac{wa^2}{6L}(3L-2a)$
	$\frac{w}{12L}(L-2a)(L^2+2aL-2a^2)$	$\frac{w}{12L}(L-2a)(L^2+2aL-2a^2)$
	$\frac{wL^2}{24}$	$\frac{wL^2}{24}$
	$\frac{5wL^2}{96}$	$\frac{5wL^2}{96}$
	$\frac{wL^2}{15}$	$\frac{wL^2}{15}$

## 参 攷 文 献

1. An Introduction to Structural and Design  
By Sutherland and Bowman, 1935
2. An Elementary Treatise on Statically Indeterminate Stresses  
By Parcel and Maney, 1936
3. Continuous Frames of Reinforced Concrete  
By Cross and Morgan, 1932
4. Strength of Materials  
By Timoshenko, 1940
5. Elastic Energy Theory  
By Van Den Brock, 1932



# 複曲線之新型設計

陸 韞 山

## 一 動機

鐵路路線定測標準中，規定同向曲線間之最短直線長度，比較異向曲線間之最短直線長度加長一倍，同時規定如同向曲線間之最短直線長度不足時得用複曲線。如粵漢鐵路株韶段，規定同向曲線間之最短直線長度為100公尺，異向曲線間之最短直線長度為50公尺；湘桂黔鐵路都筑段，規定前者為60公尺，後者為30公尺；綦江鐵路綦昆鐵路規定前者為40公尺，後者為20公尺；雖各路之標準高低不同，但原則却為一致。吾人固知反向曲線 (REVERSED CURVE) 在定線時絕對禁止應用之原因，而必須保持最低限度直線長度之間隔，然而同向曲線間之直線長度長於異向曲線間之長度且為一倍，其故安在？多年以來，本人為此到處求教。竊思其緣由或許有二：(1) 論路線順適，同向曲線間之長度至少可與異向曲線相等，甚至短於異向曲線，惟以直線長度過短，則接近複曲線，不如選用複曲線為宜。此種解釋，似兼牽強，亦不足證明同向曲線間之直線長度，必須為異向曲線間長一倍之理由。(2) 從路線縱剖面方向看介曲線外軌逐漸超高之現象研究之，在異向曲線時，甲曲線之外軌超高度逐漸下降，經公有直線聯接乙曲線之內軌，則為順適之下坡道。(假定路基縱剖面坡度為平坡) 在同向曲線時，甲曲線之外軌超高度逐漸下降，經直線聯接乙曲線之外軌，又逐漸上昇，因此兩曲線外軌之間，成為凹形豎曲線，為求行車之順利及令旅客感覺舒適起見，如異向曲線間之直線長度為最低限度時，則同向曲線間之直線長度，最低限度

應加長一倍。此種解釋，似尚合理，但仍無充分之參攷資料以佐證之。從此吾人可以了解，同向曲線與複曲線之別，在於兩曲線間有最低限直線長度之間隔如下：

$$L=S+2q$$

上式L為同向曲線與複曲線間之間隔長度，S為定測標準中規定同向曲線間之最短直線長度，q為介曲線中之一部份長度，由此式計算同向曲線與複曲線間之最短間隔長度，在湘桂黔鐵路都筑段為110公尺弱。(介曲線長50公尺) 如在粵漢鐵路株韶段，則為160公尺弱。(介曲線長60公尺) 因此在定線測量之時，吾人有時為地勢崎嶇，河道彎曲所限而勉在同向曲線之間，安置110公尺以上之直線長度，其結果往往非隧道過長，即谷架橋或禦土牆過高。定線工程司常因感於建築費用過巨而躊躇困惱，則複曲線之應用，實有其必要，此為本人鑽研複曲線動機之一。

複曲線之室內計算工作，相當繁重，而野外定測工作，又不易達到需要之準確程度，費時費力，或為定線工程司不願輕易採用之原因。本人在鐵路工作十餘年，僅知有三處曾用複曲線：(1) 粵漢鐵路樂昌站至坪石站間之圓螺角隧道，即在複曲線上。(2) 粵漢鐵路衡陽車站至耒河鐵橋間在出站北行經過北極閣山下，亦為複曲線。(3) 四川綦江東溪兵工署所屬兩礦鐵路經過太平橋對河山頭，亦為複曲線。其他各路固亦有採用曲線者，但與同向曲線統計比較之，其所佔百分率甚低，可以斷言。中國鐵路建設，已推進到西南山嶺區域，側聞行將計劃興築由廣州灣經粵桂黔川陝省境直達蘭州之鐵路，此實

通西南西北各省交通之大動脈，路線所經多為崇山峻嶺，將來定測時，頗需吾人櫛風沐雨，披荆斬棘，以尋求可通之線，定線工程司在攀援峭壁曝日流汗之時，考慮到用同向曲線，而無法越嶺時，則勢非採用複曲線不為功，再山嶺區域，嶺高路近吾人為欲求得適當之坡度，常須設法展延路線長度，以應需要，惟吾人所有之參攷書籍中，其能啓示吾人之處，尙感不足，至須吾人加以發掘，因此本人復將由冷淡而生疎之複曲線理論，重行溫讀並加以演進之。此為本人鑽研複曲線動機之二。

茲將本人所得之筆記發表，公開請求指教。

## 二 擬定複曲線之分類

本人平常研讀關於鐵路曲線之書籍有二：  
：(1) ALLEN RAILROAD CURVES AND

EARTHWORK (以下簡稱ALLEN書)。

(2) SEARLES FIELD ENGINEERING (以下簡稱SEARLES書)。兩書內容豐富，為吾人從事鐵路測量及新工工作者，不可缺少之參攷書。根據上述兩書所示之基本材料，吾人研討複曲線之變化，且從直覺之觀點言之，(參見ALLEN書第59頁101題附圖或本文第五圖第六圖)複曲線係由於結合兩個不同半徑之單曲線，而引伸另一邊之切線，相交一新交點 I. P. 而成。因此一個複曲線之因素，除包含單曲線應有之因素外，有下列各項因素：I. P. ; I. P<sub>A</sub> ; I. P<sub>B</sub> ; R<sub>1</sub> (或 D<sub>1</sub>) ; R<sub>2</sub> (或 D<sub>2</sub>) ; Δ<sub>1</sub> ; Δ<sub>2</sub> ; ………等。

吾人已知當單曲線之交點折角演進至大於180度時，則成為電燈泡式之單曲線，同理當複曲線交點折角演進至大於180度至360度以上時，亦形成各種新型式樣之複曲線，為便利研究起見，茲以折角90度為一階級，按其變化情形歸納之分類於下：

複 曲 線 分 類 表

類別	$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	式 樣	圖 號	註 附
1	$\Delta$ 小於180度	$\Delta_1$ 小於 90 度	$\Delta_2$ 小於 90 度	普通式	第 四 圖	
2		$\Delta_1$ 大於 90 度	$\Delta_2$ 小於 90 度	普通式	第 五 圖	
3		$\Delta_1$ 小於 90 度	$\Delta_2$ 大於 90 度	普通式	第 六 圖	
4	$\Delta$ 等於180度	$\Delta_1$ 等於 90 度	$\Delta_2$ 等於 90 度	普通式	第 七 A 圖 第 七 B 圖	
5	$\Delta$ 大於180度 小於270度	$\Delta_1$ 大於 90 度 小於 180 度	$\Delta_2$ 小於 90 度	電燈泡式	第 九 圖	
6		$\Delta_1$ 小於 90 度	$\Delta_2$ 大於 90 度 小於 180 度	電燈泡式	第 十 圖	
7		$\Delta_1$ 大於 90 度 小於 180 度	$\Delta_2$ 大於 90 度 小於 180 度	電燈泡式	第十一 A 圖 第十一 B 圖	
8		$\Delta_1$ 大於 180 度	$\Delta_2$ 小於 90 度	電燈泡式	第十二 A 圖 第十二 B 圖	
9		$\Delta_1$ 小於 90 度	$\Delta_2$ 大於 180 度	電燈泡式	第十三 A 圖 第十三 B 圖	
10	$\Delta$ 等於270度	$\Delta_1$ 等於 180 度	$\Delta_2$ 等於 90 度	電燈泡式	第 十 四 圖	
11		$\Delta_1$ 等於 90 度	$\Delta_2$ 等於 180 度	電燈泡式	第 十 五 圖	

12	Δ 大於270度 小於360度	Δ <sub>1</sub> 大於180度 小於270度	Δ <sub>2</sub> 小於180度 大於90度	電燈泡式	第 十 六 圖	
13		Δ <sub>1</sub> 小於180度 大於90度	Δ <sub>2</sub> 大於180度 小於270度	電燈泡式	第 十 七 圖	
14	Δ 等於360度	Δ <sub>1</sub> 等於180度	Δ <sub>2</sub> 等於180度	螺旋形式	第 十 八 圖	Δ <sub>1</sub> Δ <sub>2</sub> 等於90度及270度時之圖樣從略
15	Δ 小於360度 大於360度	Δ <sub>1</sub> 大於270度	Δ <sub>2</sub> 小於90度	螺旋形式	第十九A圖 第十九B圖	
16		Δ <sub>1</sub> 小於90度	Δ <sub>2</sub> 大於270度	螺旋形式	第二十A圖 第二十B圖	
17	Δ 大於360度	Δ <sub>1</sub> 大於180度 小於270度	Δ <sub>2</sub> 等於180度	螺旋形式	第 二 十 一 圖	
18		Δ <sub>1</sub> 等於180度	Δ <sub>2</sub> 大於180度 小於270度	螺旋形式	第 二 十 二 圖	
19		Δ <sub>1</sub> 大於180度 小於270度	Δ <sub>2</sub> 小於270度 大於180度	螺旋形式	第廿三A圖 第廿三B圖	Δ <sub>1</sub> 大於270度 Δ <sub>2</sub> 小於180度 之圖樣從略
20	Δ 大於360度	Δ <sub>1</sub> 小於180度	Δ <sub>2</sub> 大於270度	螺旋形式	第 二 十 四 圖	

### 三 普通複曲線之形成及其概念

前節言及從直覺觀點複曲線係結合兩個不同半徑之單曲線各延伸其一邊切線另交新交點而成，此種解釋，在技術觀點，則過嫌簡略，須另行說明之。

從 ALLEN 書中第51頁第37題之附圖研究之，本文繪為第一圖。此圖固定一邊切線，而平行向內移動另一切線，其垂直距離為 P<sub>1</sub> 同時固定曲線之起點不動，而改用適當較小之半徑以連接新切線。同理如將切線外移，則改用較大之曲線半徑。惟此種變化，仍屬於單曲線範圍內。吾人進一步研究之。如固定曲線之起點（或終點），同時固定一邊之切線及一部份曲線及半徑不許移動。同時又需要平行移動另一切線，其垂直距離，為 P，因此必須另行加用較大或較小半徑之曲

線，以連接之，則此曲線有兩個不同之半徑，如此第一圖將演進成為第二圖及第三圖。（第二圖見 ALLEN 書第64頁第114題附圖，第三圖見同書61頁第107題及第63頁第112題附圖）。從此吾人對於複曲線之構成，在技術上可得一概念；即複曲線之構成，係由一單曲線，固定其一邊切線及一部份曲線，而平行移動其他一邊切線內向或外移，同時換用局部較小或較大之半徑曲線，以連接舊曲線至新切線之結果。

再從第二圖及第三圖研究之，在由單曲線演進成複曲線之前，吾人已知曲線交點角 Δ 之度數，及曲線半徑 R<sub>1</sub>（或彎度 D<sub>1</sub>），因為另一切線需要移動之垂直距離 P，可於紙上定線時尋求之，故 P 之數值，亦為已知數，則須尋求者，為另一適當之曲線半徑 R<sub>2</sub>（或彎度 D<sub>2</sub>）及新切線之長度。按第二圖得計算式於下：

$$\text{Vers} \Delta_1 = \frac{P}{R_1 - R_2} \dots\dots\dots (1)$$

$$\Delta_2 = \Delta - \Delta_1 \dots\dots\dots (2)$$

$$T_2 = R_2 \tan \frac{\Delta}{2} + \frac{P}{\text{Sin} \Delta} \dots\dots\dots (3)$$

$$T_1 = R_2 \tan \frac{\Delta}{2} - \frac{P}{\tan \Delta} + (R_1 - R_2) \text{Sin} \Delta_1 \dots\dots\dots (4)$$

按第三圖得計算式如下：

$$\text{Vers}\Delta_2 = \frac{P}{R_1 - R_2} \dots\dots\dots(1)$$

$$\Delta_1 = \Delta - \Delta_2 \dots\dots\dots(2)$$

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta}{2} - \frac{P}{\sin \Delta} \dots\dots\dots(3)$$

$$T_2 = R_1 \tan \frac{\Delta}{2} + \frac{P}{\tan \Delta} - (R_1 - R_2) \sin \Delta_2 \dots\dots\dots(4)$$

第一式之來源，見ALLEN書第63頁第112題，茲不復證。以上數式應用於紙上定線時，為選線研究，頗為適用。但至野外測量，實際定線時，因為 $\Delta$ 之數值，已由經緯儀量得之， $\Delta_1$ 之數值，從紙上定線時決定之， $\Delta_2$ 則為 $\Delta$ 減去 $\Delta_1$ 之值，而彎度 $D_1$ 及 $D_2$ （或半徑 $R_1$ 及 $R_2$ ），亦已由紙上定線時確定，則野外定測時，無須再費繁難艱辛之工作，以尋求 $P$ 之數值，因此上述第三式第四式求切線長度之計算式，用於野外定線時，則不適用，必須另用下列兩式如下：

$$T_1 = \frac{(R_1 + P_1) \text{Vers}\Delta - (R_1 - R_2 - P_c) \text{Vers}\Delta_2}{\sin \Delta} \dots\dots\dots(1)$$

$$T_2 = \frac{(R_2 + P_1 + P_c) \text{Vers}\Delta + (R_1 - R_2 - P_c) \text{Vers}\Delta_1}{\sin \Delta} \dots\dots\dots(2)$$

以上兩式之來源見SEARLES書第102頁惟原書所證述者，未加入介曲線應用，在本文已加入介曲線應用在內，見第四圖再有須注意者，當 $\text{Vers}\Delta$ 之值，大於90度以上時，在ALLEN及SEARLES兩書中之附表內均無此項函數及對數，計算時必須先按 $\text{Vers}\Delta = 1 - \cos \Delta$ 之公式，算出函數後，再查對數方能適用之。

第四圖所示，為普通所用之複曲線加入介曲線應用之式樣，其計算式如下：

$$T_{s1} = T_1 + q_1 + \left( \frac{P_2 - P_1 - P_c}{\sin \Delta} \right) \dots\dots\dots(3)$$

$$T_{s2} = T_2 + q_2 - \left( \frac{P_2 - P_1 - P_c}{\tan \Delta} \right) \dots\dots\dots(4)$$

$$C.L._1 = \frac{\Delta_1 - S_1}{D_1} \times 20 - \frac{lc}{2} \dots\dots\dots(5)$$

$$C.L._2 = \frac{\Delta_2 - S_2}{D_2} \times 20 - \frac{lc}{2} \dots\dots\dots(6)$$

說明：(A)  $lc$ 為兩端曲線相接處（即P.C.C.處）應用之介曲線長度，選用時須注意其長度適合於 $D_2 - D_1$ 。

(B)  $lc$ 實際定測時須參攷ALLEN書第131頁第199題所示附圖說明及計算實列以定測之，茲不復敘。

(C) 第四式中 $\left( \frac{P_2 - P_1 - P_c}{\tan \Delta} \right)$ 之前，當 $\Delta$ 小於90度時，應為負號，當 $\Delta$ 大於90度時因 $\tan(180^\circ - \Delta) = -\tan \Delta$ ，故實際上為正號，其來源請見ALLEN書第122頁，第191B題之附圖及計算式。

第五圖及第六圖為未加入介曲線應用之普通複曲線，其性質與計算式均可仿照第四圖，茲不復敘之。

第七圖所示，當 $\Delta_1$ 及 $\Delta_2$ 均等於90度時，則兩邊切線平行，而切線之長度則為無限

大，因此 I.P. 交點樁無法定出，定測時祇能從 I.P.A; I.P.B 兩點量出，在未加入介曲線應用時， $T_1=R_1$ ,  $T_2=R_2$ 。兩切線間之垂直距離為  $l=R_1+R_2$ 。至第七B圖則為加入介曲線應用後之計算式如下：

$$T_{SA}=R_1+P_1+q_1 \dots\dots\dots(1)$$

$$T_{SB}=R_2+P_1+P_C+q_2 \dots\dots\dots(2)$$

$$l=R_2+R_1+P_2+P_1 \dots\dots\dots(3)$$

其餘各項計算式，可仿照第四圖之式樣惟如第七B圖所示之式樣，理論上雖有可能性，但實際上應用之機會甚少。

### 四 電燈泡式之複曲線

前節談及當單曲線之 I.P. 交點樁其折角大於180度時，則成為電燈泡式之單曲線。此項曲線為求展延路線之長度，以配合需要之適當坡度，在山嶺區域應用之機會較多，亦為本文所述新型複曲線中組合之一種。為簡明起見茲將是項單曲線加入介曲線繪為第八圖，其計算式列舉於下，至其與普通單曲線相同之計算部份不復述之。

$$T_1=Y_c-X_c \cot S_c \dots\dots\dots(1)$$

$$T_2=\frac{X_c}{\sin S_c} \dots\dots\dots(2)$$

$$\Delta_c=360^\circ-\Delta \dots\dots\dots(3)$$

$$T_s=T_c-q=(R+P)\tan\frac{\Delta'}{2}-q \dots\dots\dots(4)$$

$$M_c=(R+P)\operatorname{exsec}\frac{\Delta}{2}+\frac{P}{\sin(\Delta-180^\circ)}+2R \dots\dots\dots(5)$$

$$CL.=\frac{\Delta-2S_c}{D_c} \times 20 \dots\dots\dots(6)$$

第九圖第十圖第十一A圖所示之 I.P.A; I.P.B; I.P. 三個交點樁各據一角，成為幅員廣袤之任意三角形。而複曲線則踴躍於內或為內切圓矣。雖  $\Delta_1$  及  $\Delta_2$  個別均小於180度但相合則大於180度，此種形式上之變化，已出乎尋常複曲線想像之外而另成新型，由此深入研究之，至為興趣。上述三圖之性質大同小異，其加入介曲線之形式見第十一B圖，各部計算式之應用，參見第十二B圖。

第十二A圖所示為一個電燈泡式之單曲線與另一個較小半徑之普通單曲線相結合，成為電燈泡式之複曲線。在未加入介曲線應用前，關於切線之計算式如下：假定  $\Delta$ ;  $\Delta_1$ ;  $\Delta_2$ ; 及  $R_1$  (或  $D_1$ );  $R_2$  (或  $D_2$ ) 均已知之，其來原與第四圖同。(本圖所示之  $\Delta_1$  角度不能大於  $60^\circ-2\Delta_2$ )

$$T_1=\frac{R_1 \operatorname{Vers}\Delta-(R_1-R_2) \operatorname{Vers}\Delta_2}{\sin\Delta} \dots\dots\dots(1)$$

$$T_2=\frac{R_2 \operatorname{Vers}\Delta+(R_1-R_2) \operatorname{Vers}\Delta'_1}{\sin\Delta}+2(R_1-R_2) \sin\Delta_2 \dots\dots\dots(2)$$

第十二B圖為加入介曲線應用後之各項計算式如下：

$$T_1=\frac{(R_1+P_1) \operatorname{Vers}\Delta-(R_1-R_2-P_c) \operatorname{Vers}\Delta_2}{\sin\Delta} \dots\dots\dots(1)$$

$$\Delta'_1 = 360^\circ - \Delta_1 - 2\Delta_2 \dots\dots\dots (2)$$

$$T_2 = \frac{(R_2 + P_1 + P_c) \text{Vers} \Delta + (R_1 - R_2 - P_c) \text{Vers} \Delta'_1}{\text{Sin} \Delta} + 2(R_1 - R_2 - P_c) \text{Sin} \Delta_2 \dots\dots\dots (3)$$

$$T_3 = T_4 = (R_2 + P_c) \tan \frac{\Delta_2}{2} \dots\dots\dots (4)$$

$$T_{S1} = T_1 - q_1 + \frac{P_2 - P_1 - P_c}{\text{Sin} \Delta} \dots\dots\dots (5)$$

$$T_{S2} = T_2 - q_2 - \frac{P_2 - P_1 - P_c}{\tan \Delta} \dots\dots\dots (6)$$

$$T_{S3} = T_3 + q_2 - \frac{P_2 - P_c}{\tan \Delta_2} \dots\dots\dots (7)$$

$$T_{S4} = T_4 + \frac{P_2 - P_c}{\text{Sin} \Delta_2} \dots\dots\dots (8)$$

$$C.L._1 = \frac{\Delta - Sc_1}{D_1} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (9)$$

$$C.L._2 = \frac{\Delta_2 - Sc_2}{D_2} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (10)$$

$l_c$  為兩曲線結合處 (即 P.C.C. 點) 之介曲線長度, 選用時須適合於  $D_2 - D_1$  定測時參見 ALLEN 書第 131 頁第 199 題所示附圖說明及計算實例以定測之。

第十三 A 圖為電燈泡式之單曲線, 與另一較大半徑之普通單曲線相結合而成之電燈泡式複曲線。茲為便利實際應用起見, 加入介曲線應用之, 另繪為第十三 B 圖, 其計算式如下:

$$T = (R_2 + P_c) \tan \frac{1}{2} (360^\circ - \Delta_2) \dots\dots\dots (1)$$

$$T_1 = T + \frac{P_2 - P_c}{\text{sin} \Delta_2} \dots\dots\dots (2)$$

$$T_2 = T - \frac{P_2 - P_c}{\tan \Delta_2} \dots\dots\dots (3)$$

$$T_{S4} = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} + \frac{P_1}{\text{sin} \Delta_1} \dots\dots\dots (4)$$

$$T_{S3} = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} + q_1 - \frac{P_1}{\tan \Delta_1} \dots\dots\dots (5)$$

$$L_1 = T_1 - T_{S4} \dots\dots\dots (6)$$

$$L_2 = \frac{L_1 \text{sin} \Delta_1}{\text{sin} (360^\circ - \Delta)} \dots\dots\dots (7)$$

$$L_3 = \frac{L_1 \text{sin} (\Delta_2 - 180^\circ)}{\text{sin} (360^\circ - \Delta)} \dots\dots\dots (8)$$

$$T_{S1} = L_3 - T_{S3} \dots\dots\dots (9)$$

$$T_{S2} = T_2 - L_2 - q_2 \dots\dots\dots (10)$$

$$C.L._1 = \frac{\Delta_1 - Sc_1}{D_1} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (11)$$

$$C.L._2 = \frac{\Delta_2 - Sc_2}{D_2} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (12)$$

$l_c$  為兩曲線結合處, (即 P.C.C. 點) 之介曲線長度。選用時須適合於  $D_2 - D_1$  定測時參見 ALLEN 書第 131 頁第 199 題所示附圖說明及計算實例以定測之。此圖式樣可能應用機會

甚多，其特點有三：(A)路線其他曲線啣接此複曲線時，可以在I.P.及T.S.(或S.T.)之間轉向他去。(B)可以在I.P.樁之上空跨越路線之自身而去。(C)路線一邊在I.P.及T.S.(或S.T.)之間轉向他去另一邊通過I.P.樁而去，定線工程司可因地制宜以應用之。至實地定測之步驟，參閱第六節容後述之。

第十四圖為已加入介曲線應用之電燈泡式複線，假定 $\Delta$ 正等於270度，( $\Delta_1=180^\circ$ ， $\Delta_2=90^\circ$ )雖理論上有此可能性，但實際上應用之機會甚少，其計算式如下：

$$T_{S_1} = (R_2 + P_2) - q_1 \dots\dots\dots (1)$$

$$T_{S_2} = (2R_1 + P_1) - (P_c + R_2) - q_2 \dots\dots\dots (2)$$

$$C.L._1 = \frac{180^\circ - S_{c_1}}{D_1} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (3)$$

$$C.L._2 = \frac{90^\circ - S_{c_2}}{D_2} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (4)$$

$l_c$ 為P.C.C.點處之介曲線長度，選用時須適合於 $D_2 - D_1$ 。

第十五圖所示與第十四圖相同，祇 $\Delta_1$ 及 $\Delta_2$ 之角度數值互易而已，因為 $\Delta$ 正等於270度之機會難逢，故本文對於 $\Delta_1 + \Delta_2 = 270$ 度之其他變化之排列，概從省略，關於第十五圖之計算式如下：

$$T_{S_1} = (2R_2 + P_c + P_2) - R_1 - q_1 \dots\dots\dots (1)$$

$$T_{S_2} = (R_1 + P_1) - q_2 \dots\dots\dots (2)$$

$$C.L._1 = \frac{90^\circ - S_{c_1}}{D_1} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (3)$$

$$C.L._2 = \frac{180^\circ - S_{c_2}}{D_2} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (4)$$

$l_c$ 為p.C.C.點處之介曲線長度選用時須適合於 $D_2 - D_1$ 。

第十六圖所示之電燈泡式複曲線，初視之頗與第十二A圖相類似，惟第十二A圖有一特點，即 $\Delta_1$ 之角度不能大於 $(360^\circ - 2\Delta_2)$ 但第十六圖 $\Delta_1$ 之角度已大於此限，則不能仿用第十二A圖及第十二B圖之計算式，勉強仿用之，除I.P.;I.P.A;I.P.B外，須再加兩個補助I.P.，以便計算，加入介曲線後，其計算尤為繁難。比較簡便者，以仿用第十二B圖之計算方法為便利，此項複曲線應用之機會較少，故本文敘述從略。

第十七圖所示與第十三A圖相似，惟 $R_1$ 所及之曲線終點在I.P.A至I.P.直線之外，此項複曲線應用之機會可能甚多，加入介曲線應用後之一切計算式，均可全部仿用第十三B圖所示之計算式，僅因 $T_{S_3}$ 之長度已大於 $L_3$ ，故第九式實際改為如下：

$$T_{S_1} = T_{S_3} - L_3 \dots\dots\dots (9)$$

定測步驟各點，亦與第十三B圖相同。

### 五 螺旋形式之複曲線

前節論及電燈泡式及單曲線及複曲線，在應用時其特點有三：(A)可以在I.P.至T.S.(或S.T.)之間，啣接其他曲線而轉向他去。(B)可以在I.P.樁之上空跨越路線自身而去。(C)可以一邊在I.P.至T.S.(或S.T.)之間轉向他去，另一邊通過I.P.點而去，但從第十七圖之趨向觀之，已發現在路線上空跨越曲線自身之需要甚大，而轉向他去之可能性則為減少。吾人困於山嶺崎嶇，雖經運用電燈泡式曲線，以延伸路線長度，但仍不足應越嶺需要時，

故複曲線之新形式樣必須發展到螺旋形式，以担任越嶺之任務。

第十八圖所示螺旋形式複曲線， $\Delta$ 正等於360度，( $\Delta_1=180^\circ; \Delta_2=180^\circ$ )，此圖僅示在理論上有此可能性，實際應用之機會甚少，故 $\Delta_1+\Delta_2=360^\circ$ 之各種變化式樣，如 $\Delta_1=270^\circ$ ， $\Delta_2=90^\circ$ ……等，均從簡略，不再舉例，關於第十八圖之計算式如下：

$$P=2(R_1-R_2)-(P_2-P_1+P_c) \dots\dots\dots (1)$$

$$T_{S_1}=-q_1 \dots\dots\dots (2)$$

$$T_{S_2}=-q_2 \dots\dots\dots (3)$$

$$C.L._1=\frac{180^\circ-S_{C_1}}{D_1} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (4)$$

$$C.L._2=\frac{180^\circ-S_{C_2}}{D_2} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (5)$$

$l_c$ 為P.C.C.點處之介曲線長度選用時須適合 $D_2-D_1$ 。

第十九A圖為 $\Delta_1$ 大於270度之電燈泡式之單曲線，與 $\Delta_2$ 小於90度之單曲線結合而成螺旋形式之複曲線，至加入介曲線應用則為第十九B圖，其計算式如下：

$$T_1=R_1 \tan \frac{1}{2} (360^\circ - \Delta_1) - \frac{P_1}{\tan (360^\circ - \Delta)} \dots\dots\dots (1)$$

$$T_2=(R_2+P_c) \tan \frac{1}{2} \Delta_2 - \frac{P_2-P_c}{\tan \Delta_2} \dots\dots\dots (2)$$

$$T_3=(R_2+P_c) \tan \frac{1}{2} \Delta_2 + \frac{P_2-P_c}{\sin \Delta_2} \dots\dots\dots (3)$$

$$L_3=R_1 \tan \frac{1}{2} (360^\circ - \Delta_1) + \frac{P_1}{\sin (360^\circ - \Delta_1)} - T_3 \dots\dots\dots (4)$$

$$L_2=\frac{L_3 \sin (360^\circ - \Delta_1)}{\sin (360^\circ - \Delta)} \dots\dots\dots (5)$$

$$L_1=\frac{L_3 \sin (180^\circ - \Delta_2)}{\sin (360^\circ - \Delta)} \dots\dots\dots (6)$$

$$T_{S_1}=L_1+T_1-q_1 \dots\dots\dots (7)$$

$$T_{S_2}=L_2+T_2+q_2 \dots\dots\dots (8)$$

$$C.L._1=\frac{\Delta_1-S_{C_1}}{D_1} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (9)$$

$$C.L._2=\frac{\Delta_2-S_{C_2}}{D_2} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (10)$$

$l_c$ 為P.C.C.點處之介曲線長度，選用時須適合於 $D_2-D_1$ 。

第二十A圖之性質為 $\Delta_2$ 大於270度之電燈泡式單曲線與 $\Delta_1$ 小於90度之單曲線，結合而成之螺旋形式複曲線，此種複曲線應用之機會比第十九圖為多，其加入介曲線應用之式樣，如第二十B圖所示。其計算式如下：

$$T_1=R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} - \frac{P_1}{\tan \Delta_1} \dots\dots\dots (1)$$

$$T_2=(R_2+P_c) \tan \frac{1}{2} (360^\circ - \Delta_2) - \frac{P_2-P_c}{\tan (360^\circ - \Delta_2)} \dots\dots\dots (2)$$

$$T_3=(R_2+P_c) \tan \frac{1}{2} (360^\circ - \Delta_2) + \frac{P_2-P_c}{\sin (360^\circ - \Delta_2)} \dots\dots\dots (3)$$

$$L_3=R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} + \frac{P_1}{\sin \Delta_1} - T_3 \dots\dots\dots (4)$$



$$L_2 = \frac{L_3 \sin \Delta_1}{\sin(360^\circ - \Delta)} \dots\dots\dots (5)$$

$$L_1 = \frac{L_3 \sin(\Delta_2 - 180^\circ)}{\sin(360^\circ - \Delta)} \dots\dots\dots (6)$$

$$T_{S1} = L_1 + T_1 + q_1 \dots\dots\dots (7)$$

$$T_{S2} = L_2 + T_2 - q_2 \dots\dots\dots (8)$$

$$C.L._1 = \frac{\Delta_1 - S_{C1}}{D_1} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (9)$$

$$C.L._2 = \frac{\Delta_2 - S_{C2}}{D_2} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (10)$$

$l_c$  爲 P.C.C. 點處介曲線之長度，選用時須適合於  $D_2 - D_1$ 。定測時參見 ALLEN 書第 131 頁第 199 題附圖說明及計算實例。

第二十一圖所示之螺旋形式複曲線， $\Delta$  之度數已大於 360 度， $\Delta_1$  大於 180 度， $\Delta_2$  等於 180 度，本圖爲已加入介曲線應用之式樣，其計算式如下：

$$P = 2(R_1 - R_2) - (P_2 - P_1 + P_c) \dots\dots\dots (1)$$

$$T_1 = T_2 = (R_1 + P_1) \tan \frac{1}{2}(\Delta - 360^\circ) \dots\dots\dots (2)$$

$$T_{S1} = T_2 + q_1 - \frac{P}{\sin(\Delta - 360^\circ)} \dots\dots\dots (3)$$

$$T_{S2} = T_2 + q_2 + \frac{P}{\tan(\Delta - 360^\circ)} \dots\dots\dots (4)$$

$$C.L._1 = \frac{\Delta_1 - S_{C1}}{D_1} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (5)$$

$$C.L._2 = \frac{\Delta_2 - S_{C2}}{D_2} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (6)$$

$l_c$  爲 P.C.C. 點處之介曲線長度，選用時須適合於  $D_2 - D_1$ 。

第二十二圖所示之螺旋形式複曲線，其性質與第二十一圖相同，惟  $\Delta_1$  等於 180 度， $\Delta_2$  大於 180 度，因此形成之式樣，而有小異，其計算式如下：

$$P = 2(R_1 - R_2) - (P_2 - P_1 + P_c) \dots\dots\dots (1)$$

$$T_1 = (R_2 + P_2) \tan \frac{1}{2}(\Delta - 180^\circ) - \frac{P}{\tan(\Delta - 360^\circ)} \dots\dots\dots (2)$$

$$T_2 = R_2 \tan(360^\circ - \Delta_2) - \frac{P_2}{\tan(360^\circ - \Delta_2)} \dots\dots\dots (3)$$

$$T_3 = R_2 \tan(360^\circ - \Delta_2) + \frac{P_2}{\sin(360^\circ - \Delta_2)} \dots\dots\dots (4)$$

$$L = \frac{T_3 - T_1}{\cos(\Delta_2 - 180^\circ)} \dots\dots\dots (5)$$

$$T_{S1} = T_1 + q_1 \dots\dots\dots (6)$$

$$T_{S2} = L - T_2 + q_2 \dots\dots\dots (7)$$

$$C.L._1 = \frac{\Delta_1 - S_{C1}}{D_1} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (8)$$

$$C.L._2 = \frac{\Delta_2 - S_{C2}}{D_2} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (9)$$

$l_c$  爲 P.C.C. 點處之介曲線長度，選用時須適合於  $D_2 - D_1$ 。

第二十三圖爲結合兩個不同半徑之電燈泡式單曲線而成一螺旋形複曲線。IP; I.P.A;

及I.P.B三點連切線仍成爲任意三角形，至加入介曲線應用後，則如第二十三B圖所示其計算式如下：

$$T_1 = R_1 \tan \frac{1}{2} (360^\circ - \Delta_1) + \frac{P_1}{\tan (360^\circ - \Delta_1)} \dots\dots\dots (1)$$

$$T_2 = (R_2 + P_c) \tan \frac{1}{2} (360^\circ - \Delta_2) - \frac{P_2 - P_c}{\tan (360^\circ - \Delta_2)} \dots\dots\dots (2)$$

$$T_3 = R_1 \tan \frac{1}{2} (360^\circ - \Delta_1) + \frac{P_1}{\sin (360^\circ - \Delta_1)} \dots\dots\dots (3)$$

$$T_4 = (R_2 + P_c) \tan \frac{1}{2} (360^\circ - \Delta_2) + \frac{P_2 - P_c}{\sin (360^\circ - \Delta_2)} \dots\dots\dots (4)$$

$$L_3 = T_3 + T_4 \dots\dots\dots (5)$$

$$L_2 = \frac{L_3 \sin (\Delta_1 - 180^\circ)}{\sin (540^\circ - \Delta)} \dots\dots\dots (6)$$

$$L_1 = \frac{L_3 \sin (\Delta_2 - 180^\circ)}{\sin (540^\circ - \Delta)} \dots\dots\dots (7)$$

$$T_{S1} = L_1 - T_1 + q_1 \dots\dots\dots (8)$$

$$T_{S2} = L_2 - T_2 + q_2 \dots\dots\dots (9)$$

$$C.L._1 = \frac{\Delta_1 - S_{C1}}{D_1} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (10)$$

$$C.L._2 = \frac{\Delta_2 - S_{C2}}{D_2} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (11)$$

$l_c$ 爲P.C.C.點處介曲線之長度，選用時須適合於 $D_2 - D_1$ ；定測時參見ALLEN書第131頁第199題所示附圖說明及計算實例以定測之。再本圖定測步驟詳見後節。

第二十四圖所示爲 $\Delta_1$ 小於 $180^\circ$ ， $\Delta_2$ 大於 $270^\circ$ 之螺旋形複曲線，加入介曲線應用後之計算式如下：

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} - \frac{P_1}{\tan \Delta_1} \dots\dots\dots (1)$$

$$T_2 = (R_2 + P_c) \tan \frac{1}{2} (360^\circ - \Delta_2) - \frac{P_2 - P_c}{\tan (360^\circ - \Delta_2)} \dots\dots\dots (2)$$

$$T_3 = (R_2 + P_c) \tan \frac{1}{2} (360^\circ - \Delta_2) + \frac{P_2 - P_c}{\sin (360^\circ - \Delta_2)} \dots\dots\dots (3)$$

$$L_3 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} + \frac{P_1}{\sin \Delta_1} - T_3 \dots\dots\dots (4)$$

$$L_2 = \frac{L_3 \sin (180^\circ - \Delta_1)}{\sin (360^\circ - \Delta)} \dots\dots\dots (5)$$

$$L_1 = \frac{L_3 \sin (360^\circ - \Delta_2)}{\sin (360^\circ - \Delta)} \dots\dots\dots (6)$$

$$T_{S1} = T_1 + q_1 - L_1 \dots\dots\dots (7)$$

$$T_{S2} = L_2 - T_2 + q_2 \dots\dots\dots (8)$$

$$T_{S3} = T_2 - q_2 \dots\dots\dots (9)$$

$$C.L._1 = \frac{\Delta_1 - S_{C1}}{D_1} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (10)$$

$$C.L._2 = \frac{\Delta_2 - S_{C2}}{D_2} \times 20 - \frac{l_c}{2} \dots\dots\dots (11)$$

$l_c$  為 P.C.C. 點處介曲線之長度，選用時須適合於  $D_2 - D_1$ ；定測時參見 ALLEN 書第 131 頁第 199 題所示附圖說明及計算實例，野外定測步驟可仿照後節詳述之第二十三 B 圖定測法。

綜合以上各圖而研究之可得原則於下。任何式樣之複曲線均不能脫離 I.P.; I.P.A; I.P.B 三交點任意三角形之變化，吾人若以 90 度為一階段而精細分析排列之，則所得之式樣尚不止此，應用時須舉一反三以選用之。再如第十七圖第二十 B 圖及第二十四圖之式樣極相類似，但以  $\Delta_1$  及  $\Delta_2$  角度變化關係，致 I.P.; I.P.A; I.P.B. 三交點所成之任意三角形隨時變更其地位故在應用時，如發現 I.P.; I.P.A; I.P.B; 任意三角形位置，為本文各圖中所未見者，則須仿照示例，改變計算  $T_s$  長度之計算式。

再本文擬定螺旋形複曲線之式樣，I.P. 交點折角之最大數值已達 560 度以上乃至接近 540 度。在理論上固可繼續分析之，惟付度鐵路上建築工程最高之谷架橋，如達 40 公尺，則可謂艱巨已極。如仍定線工程司採用到螺旋形複曲線至如第二十三 B 圖及第二十四圖之式樣時，恐已須建高數十公尺之谷架橋，或長數百公尺之隧道矣，故本文分析至此而止。

### 三心複曲線：——

ALLEN 書第 133 頁第 201 題，論及用三個不同半徑之單曲線，而結合成為一個複曲線之問題 SEARLES 書第 123 頁第 164 題起至第 135 頁止研究三個圓心之複曲線。在理論而言，甚至可發展到多心複曲線。惟計算及定測工作，比較兩個半徑之複曲線，尤為繁重。本人尚未見到有應用三個半徑之複曲線。本文研究範圍內原亦列為專章討論之，終以實際應用之可能性過少，而從簡略。茲僅

舉一圖例第二十五圖以示三心複曲線應用於螺旋形複曲線之式樣。如實際定測時，竟採用到此種複曲線，本人以為所有各交點樁 I.P.; I.P.A; I.P.B; I.P.C 均無法定出，而各切線長度算出後，亦無從量定之。本人主張定測時之主要步驟，在紙上定線後，在 I 地先從初測線上適當地點，用方向角交出  $O_1$  後，再由  $O_1$  點定出  $O_2; O_3$  點，再由此三點延伸定出 T.C.; P.C.C.<sub>1</sub>, P.C.C.<sub>2</sub>; C.T. 等點，再由各點定出切點之方向，再次依照次節所述者施測之。此種定測曲線之法，正與尋常定測法相反，惟本人以為山勢崎嶇，在建築工程之眼光看來，應用此種曲線之結果，恐谷架橋之高度，至為驚人。則應用此種曲線僅為理論上之可能性而已，故本文未深加研究之。惟如 ALLEN 書第 133 頁第 201 題所示之三心複曲線，當路線循河道山溝曲折而行時，定線工程司應盡量採用此種式樣，以求得最經濟之路線。

茲假定紙上定線研究時，認為第二十六圖中  $R_1$  及  $R_2$  所成之曲線部份之路線甚佳所需之建築費用，堪稱經濟，而其缺點，在公有切線之部份，因臨近峭壁，河邊須建甚為高大之禦土牆，如將路線內移，則可能在兩邊曲線部份，需要開鑿隧道，此時最理想之修正線，固定兩邊曲線而將公有切線部份內移之。如定線工程司遭遇是項地形時，本文謹介紹 ALLEN 書第 133 頁第 201 題，並重繪為第二十六圖再加說明之。

此圖 I.P. 僅為理論上之交點，實際上無法定出之。原始定線為 I.P'.A 及 I.P'.B 兩個交點及  $R_1; R_2$  之曲線，並由此而確知兩曲線間之公有切線長度，此為第一步驟，其計算式如下：

此時  $\Delta'_1; \Delta'_2$  及  $R_1, R_2$  均為已知數。

$$\Delta = \Delta'_1 + \Delta'_2 \dots \dots \dots (1)$$

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta'_1}{2} - \frac{P_1}{\tan \Delta'_1} \dots \dots \dots (2)$$

$$T_3 = R_1 \tan \frac{\Delta'_1}{2} + \frac{P_1}{\sin \Delta_1} \dots \dots \dots (3)$$

$$T_2 = R_2 \tan \frac{\Delta'_2}{2} - \frac{P_2}{\tan \Delta_2} \dots \dots \dots (4)$$

$$T_4 = R_2 \tan \frac{\Delta'_2}{2} + \frac{P_2}{\sin \Delta_2} \dots \dots \dots (5)$$

$$T_{S'_1} = T_1 + q_1 \dots \dots \dots (6)$$

$$T_{S'_2} = T_2 + q_2 \dots \dots \dots (7)$$

$$C.L._1 = \frac{\Delta'_1 - S_{C1}}{D_1} \times 20 \dots \dots \dots (8)$$

$$C.L._2 = \frac{\Delta'_2 - S_{C2}}{D_2} \times 20 \dots \dots \dots (9)$$

定測至此，公有切線  $t$  之長度，為已知數矣， $R_3$  之半徑，亦從紙上定線選用，同時選定  $P_3$  及  $l_{c_2}$  之長度適合於  $D_2 - D_3$ ； $P_4$  及  $l_{c_1}$  適合於  $D_1 - D_3$ ，此後之計算式如下：

$$\tan \theta = \frac{R_1 - R_3}{t} \dots \dots \dots (10)$$

$$\overline{O_1 O_2} = \frac{t}{\cos \theta} \dots \dots \dots (11)$$

$$\overline{O_1 O_3} = R_3 - R_2 - P_3 \dots \dots \dots (12)$$

$$\overline{O_2 O_3} = R_3 - R_1 - P_4 \dots \dots \dots (13)$$

$$\cos O_1 = \frac{\overline{O_1 O_3}^2 + \overline{O_1 O_2}^2 - \overline{O_2 O_3}^2}{2 \times \overline{O_1 O_3} \times \overline{O_1 O_2}} \dots \dots \dots (14)$$

$$\sin O_2 = \frac{\overline{O_1 O_3}}{\overline{O_2 O_3}} \sin O_1 \dots \dots \dots (15)$$

$$\Delta_3 = 180^\circ - O_1 - O_2 = \alpha + \beta \dots \dots \dots (16)$$

$$\beta = 90^\circ - O_1 + \theta \dots \dots \dots (17)$$

$$\alpha = 90^\circ - \theta - O_2 \dots \dots \dots (18)$$

$$\Delta_1 = \Delta'_1 - \beta \dots \dots \dots (19)$$

$$\Delta_2 = \Delta'_2 - \alpha \dots \dots \dots (20)$$

由此算出 C.T. 至 P.C.C.<sub>1</sub> 之曲線距離為  $\frac{B}{D_1} \times 20$  而定出 P.C.C.<sub>1</sub> 點。延伸 P.C.C.<sub>1</sub> 點至  $O_3$  之直線量  $P_4$  距離定出 I.P.A 至 I.P.C 直線上之一點，更從此點可交出 I.P.A 及 I.P.C。同理算出 T.C.<sub>2</sub> 至 P.C.C.<sub>2</sub> 之曲線距離為  $\frac{a}{D_2} \times 20$  而定出 P.C.C.<sub>2</sub> 點，再量  $P_3$  距離而得 I.P.B 至 I.P.C 線上之一點，由此點可交出 I.P.B 及 I.P.C 點。再後可分別定測三個曲線矣。

以上所述，係假定分兩部手續定測之普通三心複曲線，茲為便於野外工作順利起見，前定步驟可略加變更如下：(a) 定 I.P'.A；I.P'.B 兩點量  $\Delta'_1 \Delta'_2$  角度精量 I.P'.A 至 I.P'.B 間距離。(b) 選用  $R_3$  半徑等，並根據上述第十式至二十式，計算各項角度。(c) 再根據以下計算式計算之。

$$T_{S_1} = (R_1 + P_4) \tan \frac{1}{2} \Delta_1 - \frac{P_1 - P_4}{\tan \Delta_1} + q_1 \dots \dots \dots (1)$$

$$T_{S_2} = (R_1 + P_4) \tan \frac{1}{2} \Delta_1 + \frac{P_1 - P_4}{\sin \Delta_1} \dots \dots \dots (2)$$

$$T_{S_2} = (R_2 + P_3) \tan \frac{1}{2} \Delta_2 - \frac{P_2 - P_3}{\tan \Delta_2} + q_2 \dots \dots \dots (3)$$

$$T_{S_6} = (R_2 + P_3) \tan \frac{1}{2} \Delta_2 + \frac{P_2 + P_3}{\sin \Delta_2} \dots \dots \dots (4)$$

$$T_{S_4} = (R_3 + P_4) \tan \frac{1}{2} \Delta_3 - \frac{P_3 - P_4}{\tan \Delta_3} \dots \dots \dots (5)$$

$$T_{S_3} = (R_3 + P_4) \tan \frac{1}{2} \Delta_3 + \frac{P_3 - P_4}{\sin \Delta_3} \dots \dots \dots (6)$$

$L_1$ 由實測時量得之

$$L_2 = T_{S_4} + T_{S_6} \dots \dots \dots (7)$$

$$L_3 = T_{S_3} + T_{S_5} \dots \dots \dots (8)$$

(註： $L_1; L_2; L_3$ 為任意三角形，可用正弦公式複算其長度，其中A角為 $\Delta'_1 - \Delta_1$ ；B角為 $\Delta'_2 - \Delta_2$ ，C角為 $180^\circ - \Delta_3$ )

$$d_1 = T_{S'_2} - T_{S_2} \dots \dots \dots (9)$$

$$d_2 = T_{S'_1} - T_{S_1} \dots \dots \dots (10)$$

$$C.L._1 = \frac{\Delta_1 - S.C_1}{D_1} \times 20 - \frac{lc_1}{2} \dots \dots \dots (11)$$

$$C.L._2 = \frac{\Delta_2 - S.C_2}{D_2} \times 20 - \frac{lc_2}{2} \dots \dots \dots (12)$$

$$C.L._3 = \frac{\Delta_3}{D_3} \times 20 - \frac{1}{2} (lc_1 + lc_2) \dots \dots \dots (13)$$

$lc_1$ 為P.C.C.<sub>1</sub>點處之介曲線長度選用時須適合於 $D_1 - D_3$ ；

$lc_2$ 為P.C.C.<sub>2</sub>點處之介曲線長度選用時須適合於 $D_2 - D_3$ ；定測時參見 ALLEN 書第131頁第199題所示附圖說明及計算實例以定測之。

(d)定I.P.A; I.P.B 三樁位。(e)複量 $L_2; L_3$ 之長度。(f)定P.C.C.<sub>1</sub>; P.C.C.<sub>2</sub>; T.S.P; S.C.; P.C.S.<sub>1</sub>; P.S.C.<sub>1</sub>; P.C.S.<sub>2</sub>; P.S.C.<sub>2</sub>; C..S.; S.T.等點。(g)定測各部曲線。

## 六 野外定測工作之要點

### (A) 先決條件

定線工程司之工作，先在紙上定線研究得其概念後，其次步驟，即在參考紙上定線之成果，復在工地定出適合需要之路線，此項工作，常為地形圖上等高線之準確程度所決定，故關於測量地形之重要性，誠為擔任是項工作之工程司不可疏忽者。尤以長距離之直線，及長距離之曲線，在測量時常令工程司處於困惱之境，尤以地形不準為甚。山區定線，用長直線機會少，用長曲線機會多，如何使測量結果優良，切合適用，本人以為須有先決條件如下：(1)測量儀器之性能，必須優良，不待煩言，測量工作進行中，尤須時時校正，俾一旦測量有誤時，足以證

明，非儀器不準之誤。(2)測工技術問題，關係重大，為測量時之最基本要素，對於量距離之方法步驟，尤須切實考驗訓練，令其量斜面距離之誤差，與量平面距離，至為接近，必須訓練純熟，方能出發工地。(3)氣候之影響，非人力所能左右，如雨霧迷漫，視線不清，烈日當空，又感十字絲有跳動狀態，遇大風則垂鉞不能穩定，轉鏡點多，可能積小誤成大差，事實上測量生活之辛勞，人所盡知，豈能等候理想之天氣，為國家建設，工程司當不辭辛勞以赴之。

### (B) 工作之步驟

(1)測量基線長度 測量工作進行中，遇有障礙之施測法，如I.P.交點樁，不能安置經緯儀之處理辦法，以及曲線起點終點樁遇障礙時之施測法，如 ALLEN 書第五十六

頁及五十七頁從第九十六題至第九十八題之附圖所示方法，定線工程司早能應付裕如，不待本文敘述之。惟本人於此提出研究之要點，如本文第九圖所示者，因I.P.至曲線起點及終點之距離，非常遙遠，致I.P.實際上不能定出之。工程司固知應用任意三角形正弦公式，量AB基線之長度以計算之，無奈AB基線之長度，已達300公尺以上至400公尺，且須經過陡坡深溝等地，測量工作費時費力難期準確。當此基線之精確長度，不能為工程司所信任時，則全部曲線定測之結果，可以想見。本人主張另擇平坦之田地，定CD兩樁，量取CD兩點之精確長度，為輕而易舉之事，再聯合AB兩點，成為任意四邊形，仿照大地測量中測量三角網之辦法，測八個角度，以校正計算之，則AB兩點距離，可得精確，由此定測之曲線，自然可靠矣。

(2) 尋求複曲線之P.C.C.點 按複曲線，既為結合兩個單曲線加上介曲線應用而成，則野外工作時，必須首先定出其結合點處(P.C.C.)之位置，以為定測全部複曲線之重要關鍵。而為求工作進行之順利，須先選擇切線長度較短之I.P.A或I.P.B.及主要之一部曲線定測之，以便定出P.C.C.點，茲就本文中附各圖，選擇第四圖第十三B圖第二十三B圖敘述定測步驟以供參考。

第四圖之定測步驟如下：

(a) 定 $T_{S_1}$ ;  $T_{S_2}$ 之方向線及量基線長度計算之。(b) 定I.P.A或I.P.B, 如能全部定出更佳。(c) 定測P.C.C.點。(d) 定T.S.; S.C.; P.C.S.; P.S.C.; C.S.; S.T等點。(e) 定測曲線。

第十三B圖之定測步驟如下：

(a) 定I.P.B兩切線之方向線及量基線長度計算之。(b) 定I.P.A及P.C.C.點。(c) 定I.P.及T.S.及S.C.點。如I.P.點不能定出亦無妨。(d) 定S.T.; C.S.點。(e) 計算角度量測各點以證明各點是否切合實用。如發現誤差

，須不待全部曲線測竣，立即校正之。(f) 劃分長曲線為短曲線，分別定測之。

第二十三B圖之定測步驟如下：

(a) 定I.P.B; I.P.A兩點及各邊切線方向。(b) 定P.C.C.點T.S.; S.C.; C.S.; S.T.等點。(c) 計算角度，複測各點有無錯誤，如有差誤，立即校正之。(d) 劃分長曲線分別定測之。

第二十三B圖之定測步驟如下：

(a) 定出 $L_2$ 及 $L_3$ 之方向線及I.P.B點，或量基線計算之。(b) 沿切線定P.C.C.點及C.T.點。(c) 各置儀器於P.C.C.點及C.T.點相交半徑 $R_2$ 之圓心 $O_2$ 點按是項曲線必在山谷盆地，故圓心可以交出。(d) 延長P.C.C.點至 $O_2$ 點之直線而定 $O_1$ 點。(e) 各置經緯儀於P.C.C.點及 $O_1$ 點相交T.C.點。(f) 延長 $O_1$ 點至T.C.點之直線，量 $P_1$ 長度，為 $L_1$ 直線上之T.C.交點。(g) 置儀器於 $L_1$ 線上之T.C.點，定出 $L_1$ 之直線。(h) 定T.S.; S.C.及P.C.S.; P.S.C.及C.S.S.T.諸點。(i) 計算角度，複測各點是否正確。(j) 劃分長曲線，分別定測之。

按上述定測步驟，其特點有二：(a) 野外工作時，僅能在工地固定兩條切線，相交一個I.P.，如同時定三條切線，兩個I.P.；則不能配合紙上定線所決定之 $D_1$ ;  $D_2$ 及 $\Delta_1$ 或 $\Delta_2$ ；易言之必須 $D_1$ 或 $D_2$ 兩者，有一個不能成為整數，而致現有介曲線已計算妥當之常數，不能引用，而必須重算之。因此之故。如第二十三B圖所需之直線為 $L_1$ 及 $L_2$ ，如先固定 $L_1$ 及 $L_2$ 之方向，則尋求P.C.C.點，頗感煩難，為便利施測起見，故先定出 $L_3$ 直線，以為補助，而利測事之推進。(b) 一般測量習慣定測曲線除I.P.點外，定測任何樁位，均先用經緯儀定一方向線而循此方向線量所需之長度以定出之，但在遠距離時，此法甚難準確，故本文主張用兩組經緯同時工作，相尋P.C.C.點或T.C.，故此法節省時間，迅速準確。以上所述之特點，施測時必須盡量發揮之。

(3) 劃分長距離之曲線 當定測長距離之曲線時，本人主張先將一個長彎道，劃分成幾個短距離之曲線，則工作較為輕易，可免誤差集中之弊，且為將來施工時間，為求保存路線之正確性，則劃分長曲線之樁概，亦至有保存之價值。茲以電燈泡式之單曲線為例其步驟如下：

(a) 定曲線中心位置  $M_c$  樁 (複曲線之各部不同半徑曲線，各定其  $M_c$  樁)

(b) 定出介曲線交點位置 I.P.S. 樁

(c) 視地形變化之需要，將  $M_c$  至 S.C.; 及  $M_c$  至 C.S. 中間，分成若干小彎道而定出 I.P.a; I.P.b; I.P.c; I.P.d 等樁。

(d) 地形適宜時定圓心 O 樁。

(e) 定測各部曲線中樁。

以上各點詳見第二十七圖，上述 a.b.c 三步驟，尚須分別詳述之。

$$CD = BD = (T_s - a) \sin \frac{r}{2} \dots\dots\dots (1)$$

$$AD = (T_s - a) \cos \frac{r}{2} \dots\dots\dots (2)$$

$$DM_c = AM_c - AD \dots\dots\dots (3)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{DM_c}{BD} \right) \dots\dots\dots (4)$$

$$\alpha = 90^\circ - \frac{r}{2} \dots\dots\dots (5)$$

$$\beta = 180^\circ - (\theta + \alpha) \dots\dots\dots (6)$$

實測時用兩組經緯儀置 B.C. 兩點，互為後視，各轉  $\theta$  角度則可交出  $M_c$  點之位置。如後視切線，轉  $\beta$  角亦可。此法迅速準確，如地形適宜，選用 T.S. 及 S.T. 兩點，或 S.C. 及 C.S. 兩點相交  $M_c$  點亦可。野外工作時，因地制宜應用之。(複曲線各部  $M_c$  點須由 S.C.; P.C.C. 交之)

(b) 介曲線交點位置 I.P.S. 樁，普通測量曲線時，均不定出，惟在電燈泡式曲線時，因須劃分一個一個大彎道為數個小彎道，則必須定出，以利工作，其法由 T.S. 及 S.T. 各量出  $T_1 = y_c - x_c \cot S_c$  即可直接定出之(見第八圖)。至 S.C. 及 C.S. 兩點必須由 I.P. 量

(a) 定曲線中心位置之方法有二：(1) 將經緯儀置於 I.P. 點，後視切線點，轉  $\frac{r}{2}$  角度，循此方向，量  $M_c$  之距離以定之。此法普通為工程司所應用，因由  $M_c$  點後視 I.P. 分定兩邊曲線，事實上已等於將一個彎道，分成兩個小彎道矣。惟在電燈泡式之曲線，以距離太長，山地崎嶇，量尺難期準確。且如 I.P. 樁不能定出時，此法不能應用。(2) 見第二十七圖，選擇適當地點 B, C 兩點令  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，為等腰三角形，在 I.P. 至  $M_c$  之線上相交 D 點，則分成兩個相等直角三角形。因  $T_s$  之長度及  $\frac{r}{2}$  之角度，均為已知數，I.P. 點至  $M_c$  之距離亦為已知數，B.C. 兩點，可由 T.S. 及 S.T. 量回相等之距離 a，或由 H 及 G 量回定出之，其計算式如下：

出方能準確，其長度為  $T_2 = \frac{x_c}{\sin S_c}$  (見第八圖)。普通須用之偏角法，及  $x_c; y_c$  支距法仍可用為複核之用。

(c) 劃分小彎道法，將經緯儀器安置在 I.P.S 樁，後視切線點，轉  $S_c$  角，按地形量適當之距離，得 I.P.a 之大概位置，此時 I.P.a 至 I.P.S 間之距離，已量得為 T，曲線半徑 R 為已知數，則 I.P.a 之交角  $\Delta_a$  可用下式求之。

$$\tan \frac{\Delta_a}{2} = \frac{T}{R} \text{ 即 } \Delta_a = 2 \tan^{-1} \left( \frac{T}{R} \right)$$

但  $\Delta_a$  最好為以分為單位之整數，故  $\Delta_a$  之角度，仍須以調整後之角度回算 T 切線之

長度，然後重定 I.P.a 點。再將經緯儀置於 I.P.a 點上，轉角度  $\Delta_a$  量長度 T 得 E 點，則劃分第一個小彎道之條件方告成。用同法得 I.P.b 點，再將經緯儀置 M<sub>c</sub> 點，後視 B 點或 C 點，轉角度  $\theta$ ，得 M<sub>c</sub> 點之切線，依同法複核 I.P.b 之位置及距離，如有誤差，須作數次校正，務令合宜而後已。用此法吾人在曲線之外可得 I.P.S; I.P.a; I.P.b; I.P.c; I.P.d 等控制點，在曲線上可得 S.C.; E; M<sub>c</sub>; F 及 C.S. 等據點，則測量工作之推進，自然順利矣。此外須注意者，I.P.a; I.P.b; ……等最好距路線有相當距離，俾在施工期間內，不致毀滅為原則。

(d) 置經緯儀於 S.C.; M<sub>c</sub>; C.S. 等點，交出圓心 O 樁。

(4) 定測銳曲線應用之弦長問題。定線工程司在定測銳曲線時，往往喜用短弦，如每量 10 公尺，或每量 5 公尺之類，而結果每致曲線長度，因之有誤差，此點本人主張須視計算切線長度時，所用半徑 R 之值，如何而來定之，如 R 之值，係由於弦長 20 公尺計算而來如下式：

$$\text{弦長 20 公尺 } R = \frac{10}{\sin D/2} \dots\dots\dots (1)$$

則測量時應先用 20 公尺之整弦量定整樁後，再回定加樁。如 R 之值，係用弦長 10 公尺計算而來如下式：

$$\text{弦長 10 公尺 } R = \frac{5}{\sin D/4} \dots\dots\dots (2)$$

則量時應先用 10 公尺之整弦，量定整弦後，再回定加樁。如此方可免距離誤差集中之弊。本人於此曾在湘桂黔旬刊一卷十二期（三十五年十二月二十一日）為文「我對於定測鐵路銳曲線應用短弦加長法之意見」以討論之，請參見原文。

再者有人主張轉鏡點愈少，則誤差愈小，此點在原則上誠無可厚非。但在實際上本人主張寧可多用轉鏡點，而必須每個轉鏡點，均能用經緯儀看到木樁之頂，必要時可垂線鉤，決不可信任花桿。語云「熟能生巧」

，野外工作，原則甚為簡單，定線工程司做得愈多則解決問題之經驗，愈為豐富，非筆墨所能盡述也。

## 七 結 論

綜上所述，吾人應用此項複曲線之計算工作及定測工作，確較普通之單曲線繁難數倍，惟工程司身負國家建設大計，既不惜胼手胝足，攀援峭壁，以尋求可通之線，豈宜為局部工作之繁重，而疏忽大計。抑有進者，測量工作，為策動有組織之羣力，發揮集體工作之成就，在分工之中，尤須勿失合作之原則，蓋工作之表現，不在某某組之快慢，而在全部組織之靈活，尤繫於主持者領導工作組織工作分配工作之才幹，統籌兼顧，在工作上則羣策以進，在個人方面則勞逸均衡。譬如運動，測量隊為萬米之長跑，宜沉着邁進，而不宜急奔，欲速則不達，古有明訓矣。再往常習慣，比如担任經緯儀之工程司，常分為交點及曲線組，職責分清，似不容相混。然定測本文新型複曲線時，則非兩組經緯儀同時合作不為功。再者測量隊之工作進度，習慣上以所測之公里數及所需之時日為考核之標準，然山嶺崎嶇之地，究不可與邱陵區，平原區同日而語，建築鐵路為國家百年大計，施工期間或為數年，而測量所需時日僅為數月，則局部須費繁重工作以定測之複曲線數日而已，是以負責定線之工程司。身肩國家建設大計，宜忍性沉着，以求工作之盡量美善，不宜為工作進度之較速而躡等躁進，以致輕則增加重測之煩，重則疏忽大計，誠為吾人必須深加警惕者也！嘗聞鐵路界先進有言「鐵路路線多加一番選測，多費若干測量費用，而其所得之貢獻，及所節省之建築費，絕非區區測量費所可比擬」。旨哉斯言，要在主持當局運籌帷幄之內，督導適宜，分別考核各個測量隊之工作，是否切實有效，寬籌經費，予以必須之時日，則結果貢獻必大，可以斷言。如主持當局



着眼於工作進度，比以時日，限於費用，則測量結果，其不流為走馬看花潦草粗製者幾希！

中國鐵路建設現已進入西部山嶺區域，關於定線上之技術問題，吾人已感現用之方法，不足以應付需要，至需吾人深進鑽研，

開闢新途，俾在非常崎嶇之山地，尋求可通之路線。本人不揣譎陋，爰將讀書所得之筆記，公開請求指教，尙祈海內賢達，羣策以進，俾斯項理論技術，益趨完善之境，以為國用。則幸甚矣。

## 附 錄

本文中所述之各項計算式，大體均從 ALLEN 及 SEARLES 兩書，演進而來，作者原假定讀此文者，均曾讀過 ALLEN 及 SEARLES 兩書，故文中祇述及引用某書某頁某題，而未詳加譯述。事實上在目前之苦難時代中，讀書並非易事，未見得讀者人人手邊均有 ALLEN 及 SEARLES 兩書，則因本人之估計有誤，致讀者有隔閡之苦，殊感歉仄。茲就引用原書材料，擇要譯錄，俾免讀者搜尋原書之煩。

[A] ALLEN 書第63頁第112題之證明，茲移繪為圖A<sub>1</sub>及A<sub>2</sub>圖。

圖A<sub>1</sub>: AP為R<sub>2</sub>半徑，

AB為R<sub>2</sub>所畫成之單曲線；

C為P.C.C.點，

CO為另一半徑R<sub>1</sub>；

CB為R<sub>1</sub>所畫成之另一單曲線；

BE為兩切線間之垂直距離為P

則MN = BE = P

$$\text{Vers COB} = \frac{MN}{OP}$$

$$\text{即 Vers } \Delta_1 = \frac{P}{R_1 - R_2}$$

圖A<sub>2</sub>: 依同理

$$\text{Vers } \Delta_2 = \frac{P}{R_1 - R_2}$$

[B] SEARLES 書第102頁之證明見圖B。

令AP及PB為組成複曲線之兩單曲線；

O<sub>2</sub>A為半徑R<sub>2</sub>；其圓心角為Δ<sub>2</sub>；

O<sub>1</sub>P為半徑R<sub>1</sub>；其圓心角為Δ<sub>1</sub>；

BV為T<sub>1</sub>；AV為T<sub>2</sub>；

延伸AP圓弧至Q其所成折角AO<sub>2</sub>Q為Δ；

延伸BP圓弧至J<sub>1</sub>其所成折角PO<sub>1</sub>J為Δ<sub>2</sub>；

畫AM及QS垂直於O<sub>2</sub>Q及O<sub>1</sub>B；

畫QN及AH平行於PO<sub>1</sub>；

畫BG垂直於O<sub>1</sub>J<sub>1</sub>，BF垂直於AV；AE垂直於BV

畫QB弦用NQ為半徑(=R<sub>1</sub>-R<sub>2</sub>)以N為圓心，畫圓弧BQ。

畫AJ弦用HA為半徑(=R<sub>1</sub>-R<sub>2</sub>)以H為圓心，畫圓弧AJ。

則  $AE = MQ + SB$

即  $T_2 \sin \Delta = R_2 \text{Vers} \Delta + (R - R_2) \text{Vers} \Delta_1$   
 $T_2 = \frac{R_2 \text{Vers} \Delta + (R_1 - R_2) \text{Vers} \Delta_1}{\sin \Delta}$

同理

$BF = GJ - IJ$   
 $T_1 \sin \Delta = R_1 \text{Vers} \Delta - (R_1 - R_2) \text{Vers} \Delta_2$   
 $T_1 = \frac{R_1 \text{Vers} \Delta - (R_1 - R_2) \text{Vers} \Delta_2}{\sin \Delta}$

〔C〕參照 ALLEN 書第 131 頁，第 199 題示例，說明定測複曲線中兩單曲線啣接處之介曲線於下：

- 圖 C: A 點為複曲線中一單曲線之 P.C.S. 點；
- C 點為複曲線中另一單曲線之 P.S.C. 點；
- L 點及 K 點為兩曲線之 P.C.C. 點；
- LK 間之長度為  $P_c$ ，正適合於  $(D_2 - D_1)$ ；
- AL 及 CK 為兩曲線上併入介曲線之長度，各為  $\frac{1}{2} l_s$ ；(誤差極微，可忽略不計)
- AC 為所欲定測之介曲線。

計算步驟：

- (a) 從各路定測標準中，選用介曲線之長度，適合於  $D_2 - D_1$ ；同時可算出  $P_c$  之數值，( $P_c$  之值，各路設計標準圖中，可以直接查用)
- (b) 劃分介曲線全長為若干等分，計算出各等分點之折角為  $i_1; i_2; i_3 \dots$
- (c) 按經緯儀所欲安置之曲線，計算出各等分點之折角為  $\frac{d_1}{2}; \frac{d_2}{2}; \frac{d_3}{2} \dots$
- (d) 經緯儀置於 A 點之總折角數計算法如下：

介曲線折角數

測點	曲線折角數 (適用不 @ T.S. → S.C.)	+	總折角數	=	
0	0		0		0
1	$\frac{d_1}{2}$	+	$i_1$	=	$\alpha_1$
2	$\frac{d_2}{2}$	+	$i_2$	=	$\alpha_2$
3	$\frac{d_3}{2}$	+	$i_3$	=	$\alpha_3$
⋮	⋮		⋮		⋮

(e) 經緯儀置於 C 點之總折角數計算法如下：

介曲線折角數

測點	曲線折角數 (適用不 @ S.C. → T.S.)	-	總折角數	=	
0	0		0		0
1	$\frac{d_1}{2}$	-	$i_1$	=	$\alpha_1$
2	$\frac{d_2}{2}$	-	$i_2$	=	$\alpha_2$
3	$\frac{d_3}{2}$	-	$i_3$	=	$\alpha_3$
⋮	⋮		⋮		⋮

定測步驟：

(a) 定測介曲線以前，兩單曲線均已測竣，L及K兩點，已在I地定出，其距離為 $P_c$ 適合於 $(D_2 - D_1)$ 。

(b) 由L及K各量出 $\frac{1}{2}l_s$ 之長度，在曲線上定出A點及C點。

(c) 置經緯儀於A點(或C點)。

(d) 求出A點(或C點)之切線方向線，置角度於零。

(e) 用總折角數定測介曲線。

示例：(採取湘桂黔鐵路都筑段定測標準)

$$D_2 = 6^\circ - 00' ; D_1 = 4^\circ - 00' ; l_s = 50^m$$

當 $D_2 - D_1 = 6^\circ - 4^\circ = 2^\circ$ 時之 $l_s$ 長度查標準圖為 $50^m$ ； $P_c = 0.182^m$ ； $S_c = 2^\circ - 30'$ 。

將介曲線劃分為十等分後，計算各點之總折角數。

(a) 當經緯儀置於 $4^\circ - 00'$ 曲線上之A點，應用各點之總折角數如下：

介曲線折角數

測點	$4^\circ$ 曲線折角數 (適用不@T.S.→S.C.)	+	0	=	總折角數
0	0		0		0
1	$0^\circ - 30'.0$	+	$0^\circ - 00'.5$	=	$0^\circ - 30'.5$
2	$1^\circ - 00'.0$	+	$0^\circ - 02'.0$	=	$1^\circ - 02'.0$
3	$1^\circ - 30'.0$	+	$0^\circ - 04'.5$	=	$1^\circ - 31'.5$
4	$2^\circ - 00'.0$	+	$0^\circ - 08'.0$	=	$2^\circ - 08'.0$
5	$2^\circ - 30'.0$	+	$0^\circ - 12'.5$	=	$2^\circ - 12'.5$
6	$3^\circ - 00'.0$	+	$0^\circ - 18'.0$	=	$3^\circ - 18'.0$
7	$3^\circ - 30'.0$	+	$0^\circ - 24'.5$	=	$3^\circ - 54'.5$
8	$4^\circ - 00'.0$	+	$0^\circ - 32'.0$	=	$4^\circ - 32'.0$
9	$4^\circ - 30'.0$	+	$0^\circ - 40'.5$	=	$5^\circ - 40'.5$
10	$5^\circ - 00'.0$	+	$0^\circ - 50'.0$	=	$5^\circ - 50'.0$

(b) 當經緯儀置於 $6^\circ - 00'$ 曲線上之C點，應用各點之總折角數如下：

介曲線折角數

測點	$6^\circ$ 曲線折角數 (適用不@S.C.→T.S.)	-	0	=	總折角數
0	$0^\circ - 00'.0$	-	$0^\circ - 00'.0$	=	$0^\circ - 00'.0$
1	$0^\circ - 45'.0$	-	$0^\circ - 50'.5$	=	$0^\circ - 30'.5$
2	$1^\circ - 30'.0$	-	$0^\circ - 28'.0$	=	$1^\circ - 02'.0$
3	$2^\circ - 16'.0$	-	$0^\circ - 40'.0$	=	$1^\circ - 34'.5$
4	$3^\circ - 00'.0$	-	$0^\circ - 52'.0$	=	$2^\circ - 08'.0$
5	$3^\circ - 45'.0$	-	$1^\circ - 02'.5$	=	$2^\circ - 42'.5$
6	$4^\circ - 30'.0$	-	$1^\circ - 12'.0$	=	$3^\circ - 18'.0$
7	$5^\circ - 15'.0$	-	$1^\circ - 20'.5$	=	$3^\circ - 54'.5$
8	$6^\circ - 00'.0$	-	$1^\circ - 28'.0$	=	$4^\circ - 32'.0$
9	$6^\circ - 45'.0$	-	$1^\circ - 34'.5$	=	$5^\circ - 10'.0$
10	$7^\circ - 30'.0$	-	$1^\circ - 40'.0$	=	$5^\circ - 50'.0$

(D) ALLEN 書第122頁191題之說明，當兩種不同之介曲線同時應用時，則兩邊切線之長度，應分別計算之。

如圖D所示： $LK = p_2$ ， $BD = p_1$ ，

畫 DE 圓弧； $EV'$  平行於  $LV$ ； $VS$  垂直於  $LV$ 。

則  $VS = p_2 - p_1$

$$VV' = \frac{p_2 - p_1}{\sin \Delta}$$

$$SV' = \frac{p_2 - p_1}{\tan \Delta}$$

$$LV = T_1 = (R + p_1) \tan \frac{\Delta}{2} - \frac{p_2 - p_1}{\tan \Delta}$$

$$DV = T_2 = (R + p_1) \tan \frac{\Delta}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\sin \Delta}$$

(E) ALLEN 及 SEARLES 書後附表，雖原書為英制，與我國所用公制不同，除數字對數表，三角函數表，三角函數對數表，可以直接應用外，其餘表中，尚有可變通應用者，附為介紹於下：

(a) RADII AND THEIR LOGARITHMS (在兩書中均為第一表) 表中數值查出後乘以常數0.2，即得所求之公制數值，但對數數值，須另算之。

例： $D = 1^\circ - 00'$ ；英制尺 = 5729.65；公制尺 =  $5729.65 \times 0.2 = 1145.93$

(b) TANGENT DISTANCES FOR A  $1^\circ$  CURVE (ALLEN 書為第三表)

(c) EXTERNAL DISTANCES FOR A  $1^\circ$  CURVE (ALLEN 書為第五表)

以上兩表在 SEARLES 書合為第三表均可以表中數值乘以常數0.2即得所求之公制數值，上兩表在野外定測 (FIELD LOCATION) 或紙上定線時，在研究公有切線是否合於規定之最低限度，以及研究選用彎度大小 (DEGREE) 以配合需要 MC 之長，應用上述兩表，至為簡單而迅速，(校正數可忽略不計) 但在正式定測時，仍以用規定之計算式為宜。

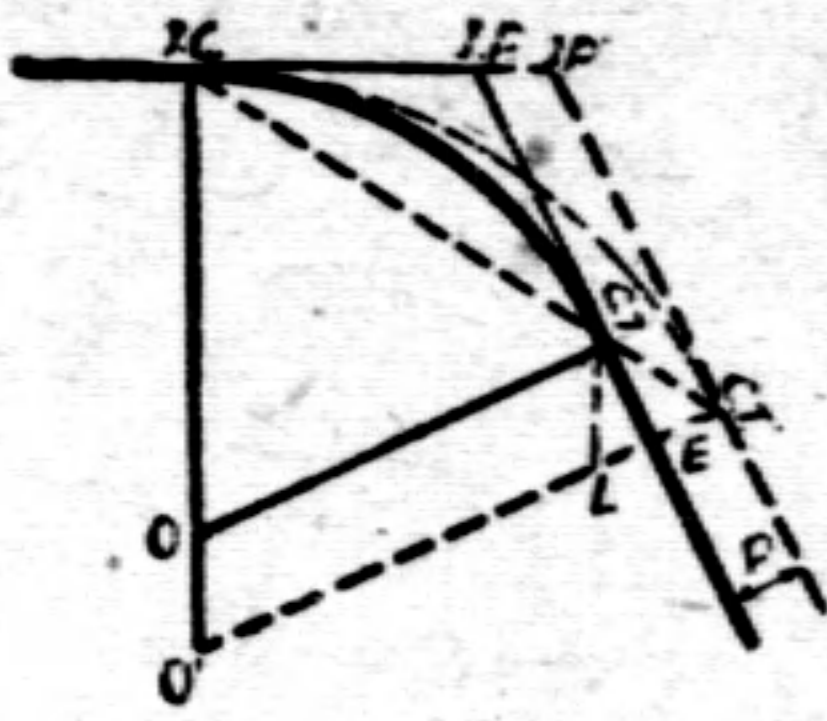
(p) DEFLECTION ANGLES FOR TEN-CHORD SPIRAL (@T.S.)

此表在 ALLEN 為第七表，在 SEARLES 書為第四十五表，如所需之  $S_c$  角度與表中數值符合，則可直接採用之。

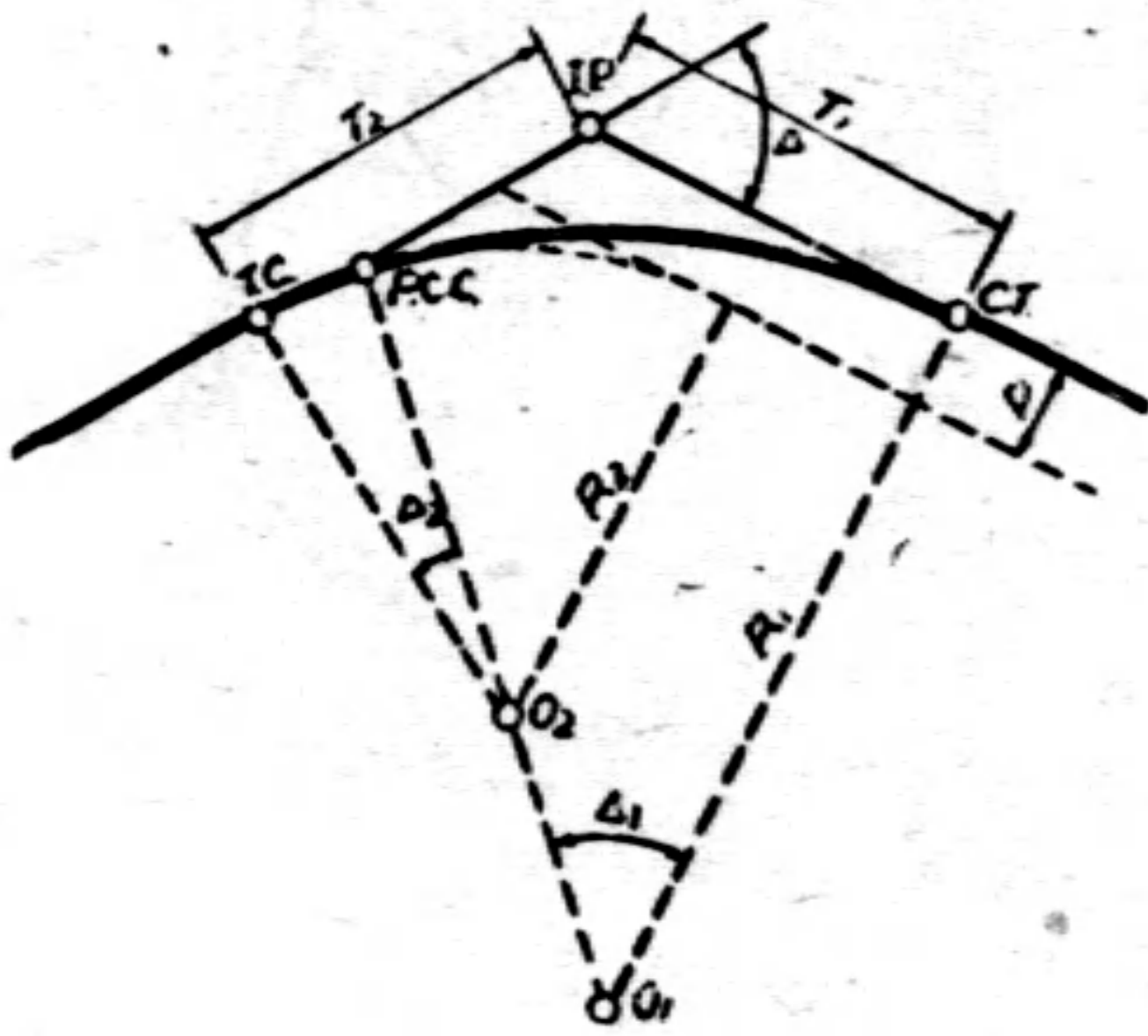
(e) COEFFICIENTS OF  $i_1$  FOR DEFLECTION ANGLES TO CHORD POINTS OF SPIRAL (在 ALLEN 書為第七表，SEARLES 書為第四十六表) 此表適用於英制或公制，吾人據以計算介曲線表，以便經緯儀可置於任何點施測，對於介曲線上遇障礙時，極為便利，尤以在隧道導坑中施測，最為便利。

(f) CURVES FOR METRIC SYSTEM (ALLEN 書為第十表 SEARLES 書為第十一表) 此表可直接用之，惟須注意者，此表內 Radius 之數值，為  $\frac{1}{2}D$  之數值，如查  $D = 4^\circ - 00'$  之半徑，則應查  $2^\circ$  行，方可無誤。

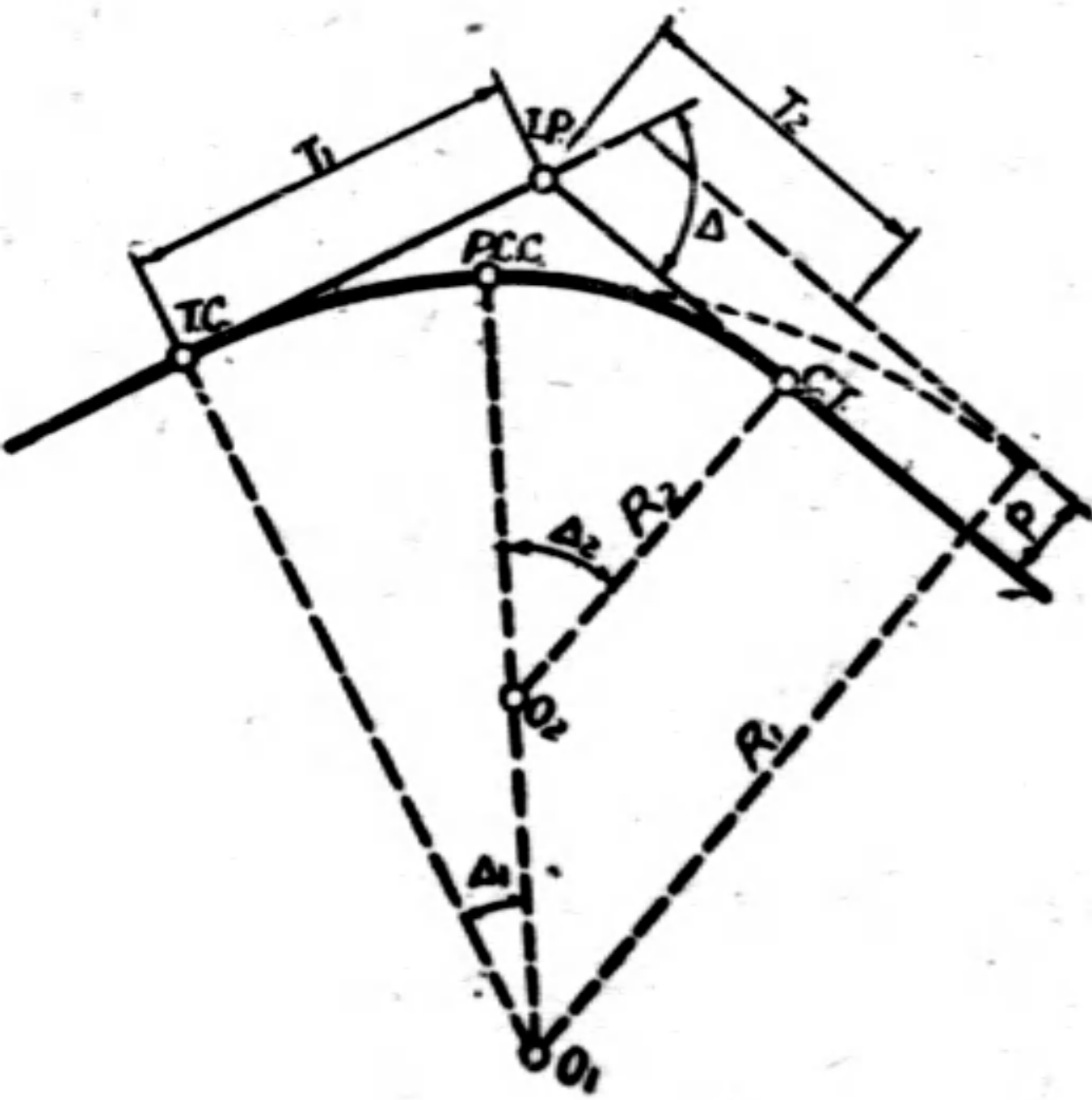
(g) 其他如視距測量應用之高度差及更正水平距離表，以及三角公式等，均可直接引用之。



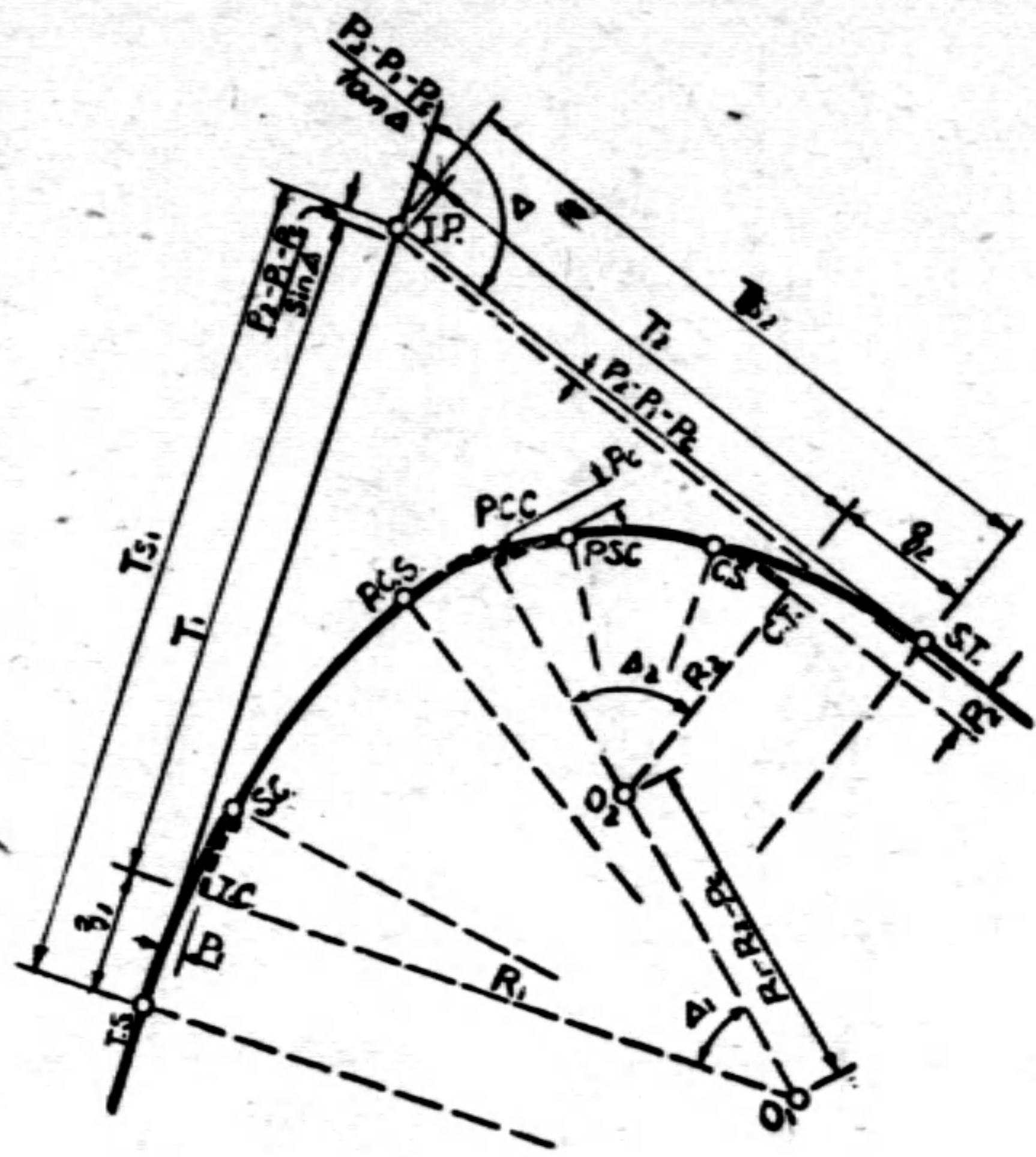
第一圖



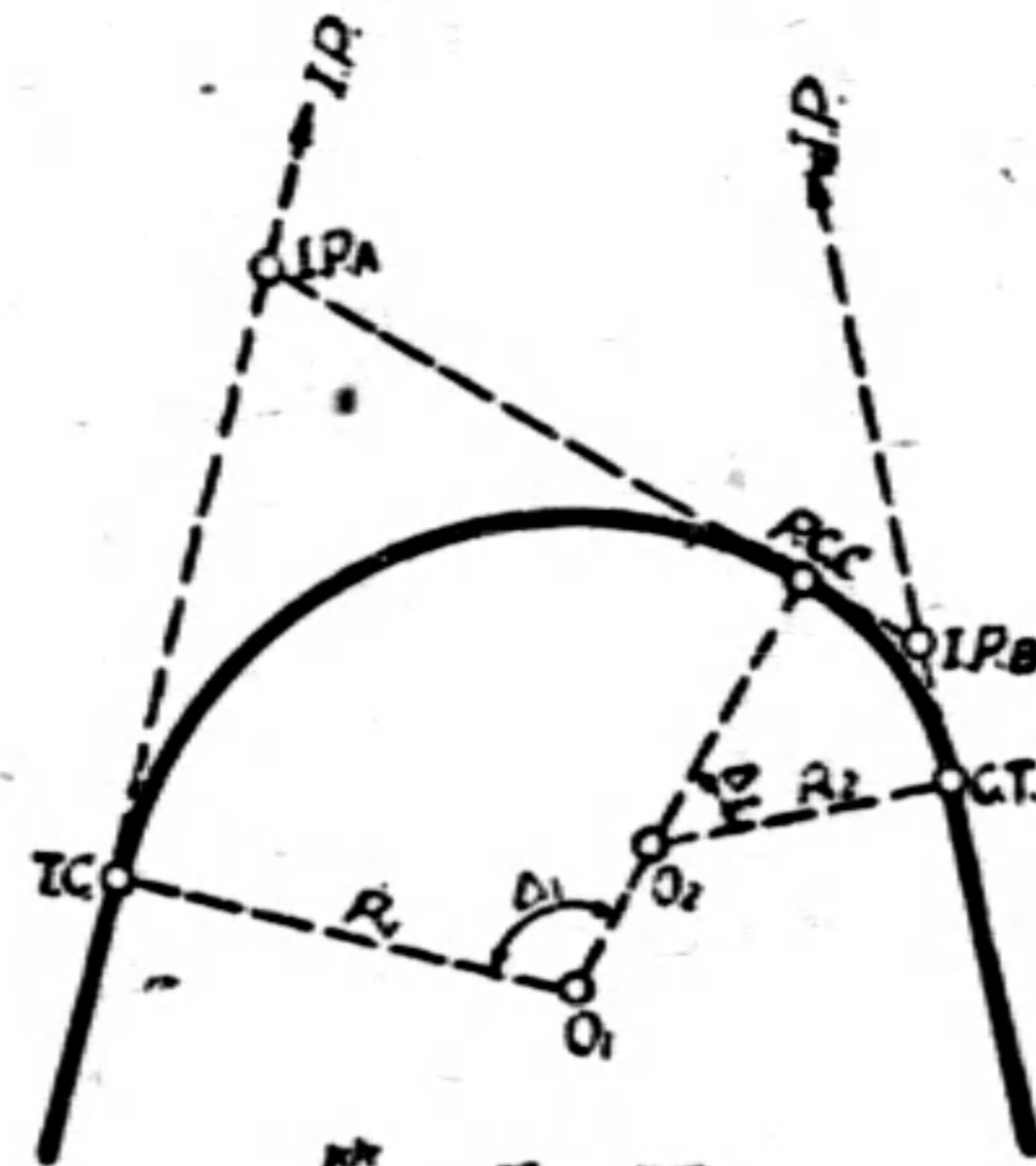
第二圖



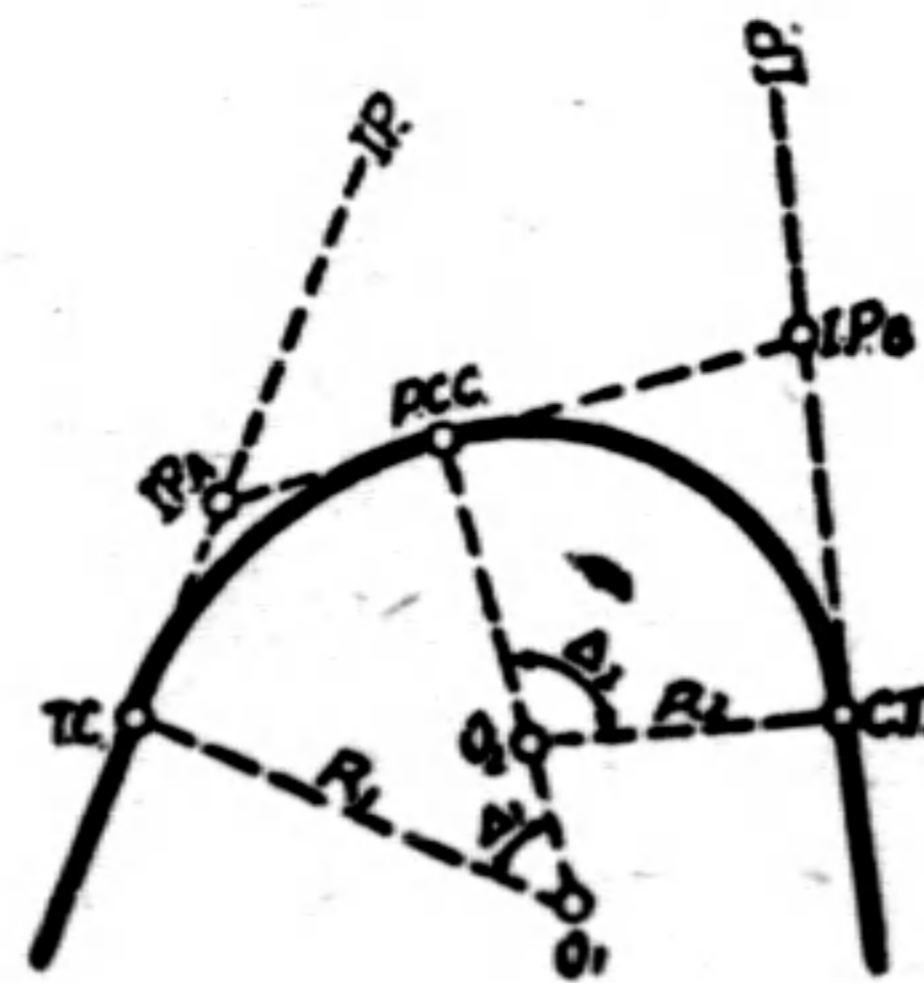
第三圖



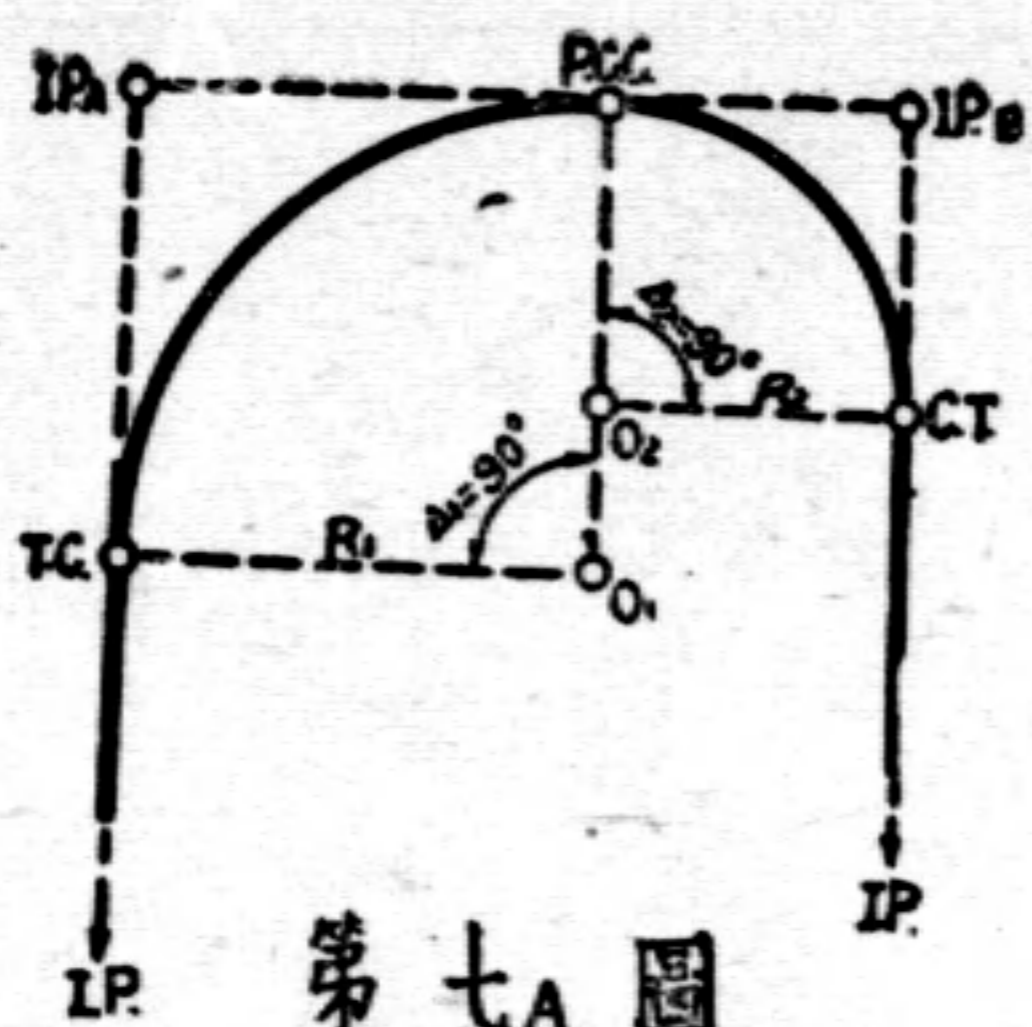
第四圖



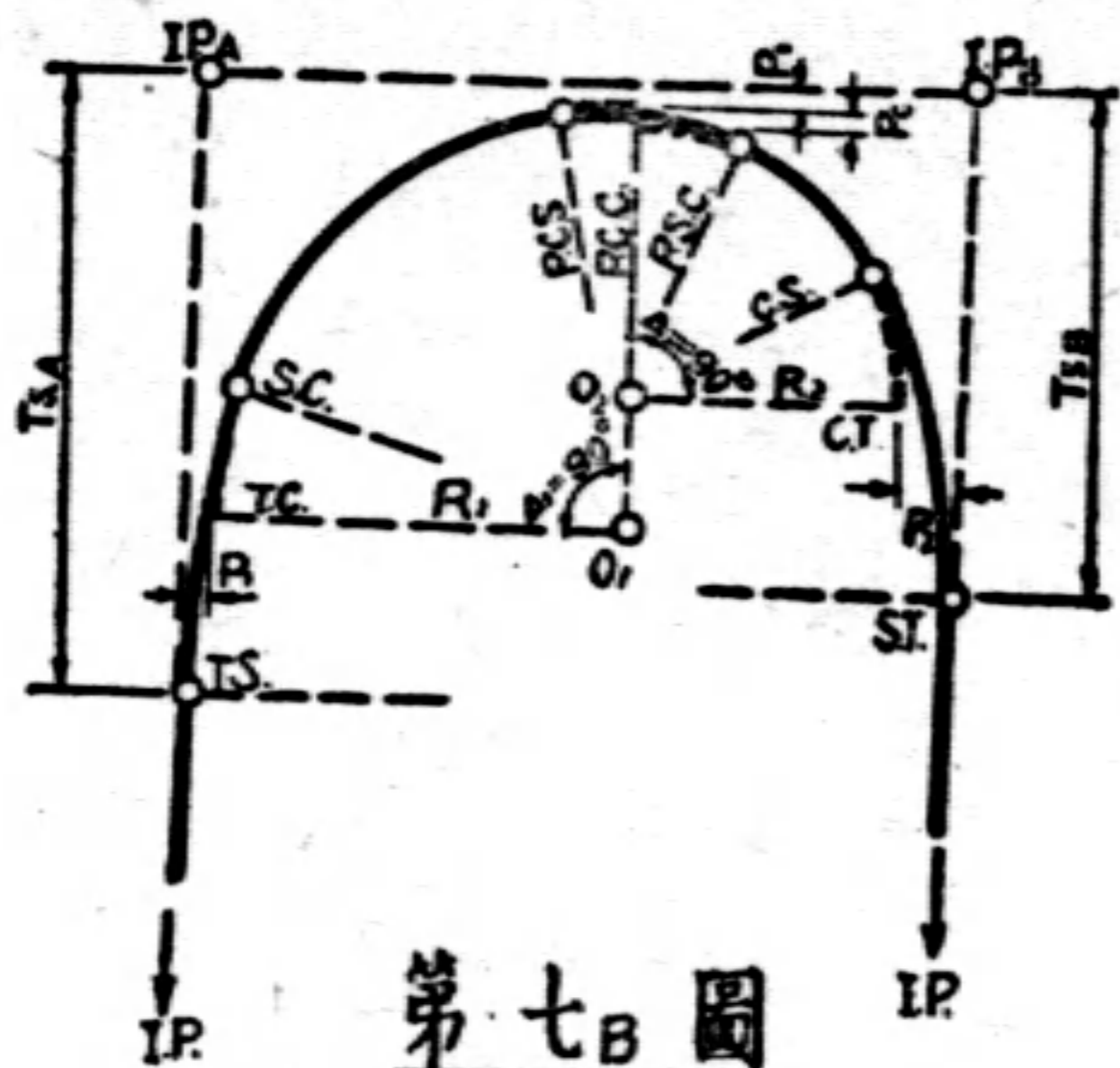
第五圖



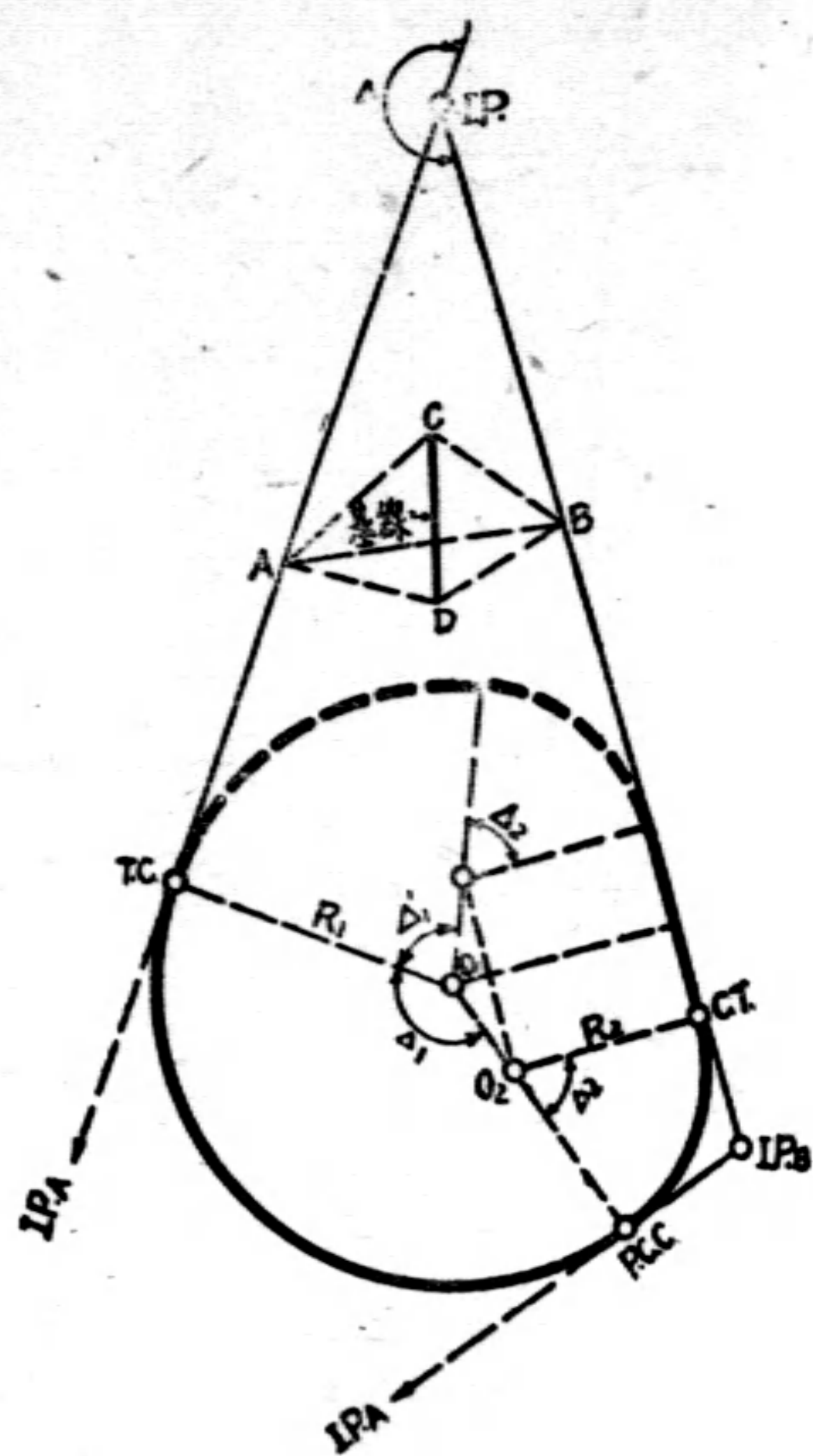
第六圖



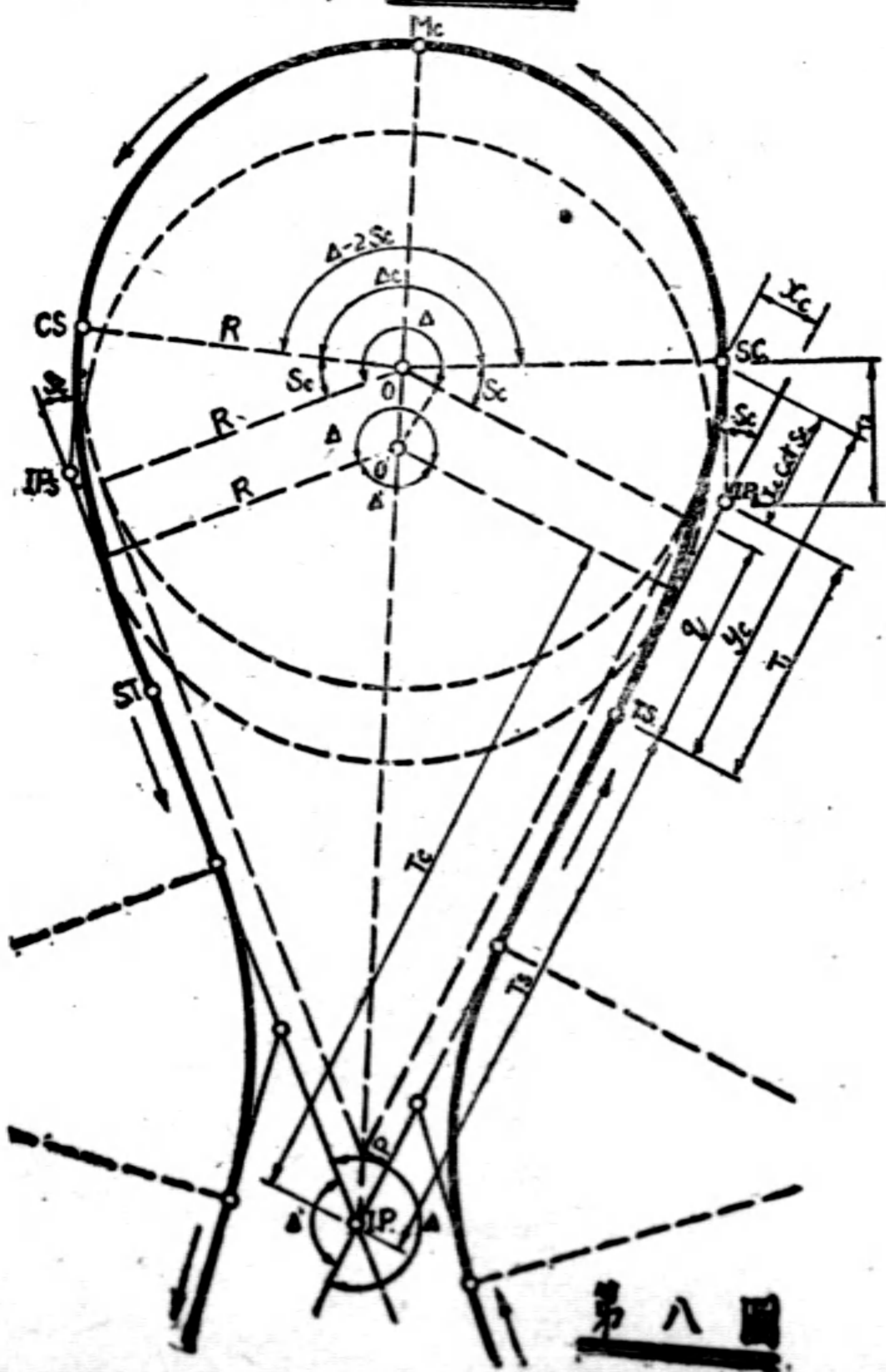
第七A圖



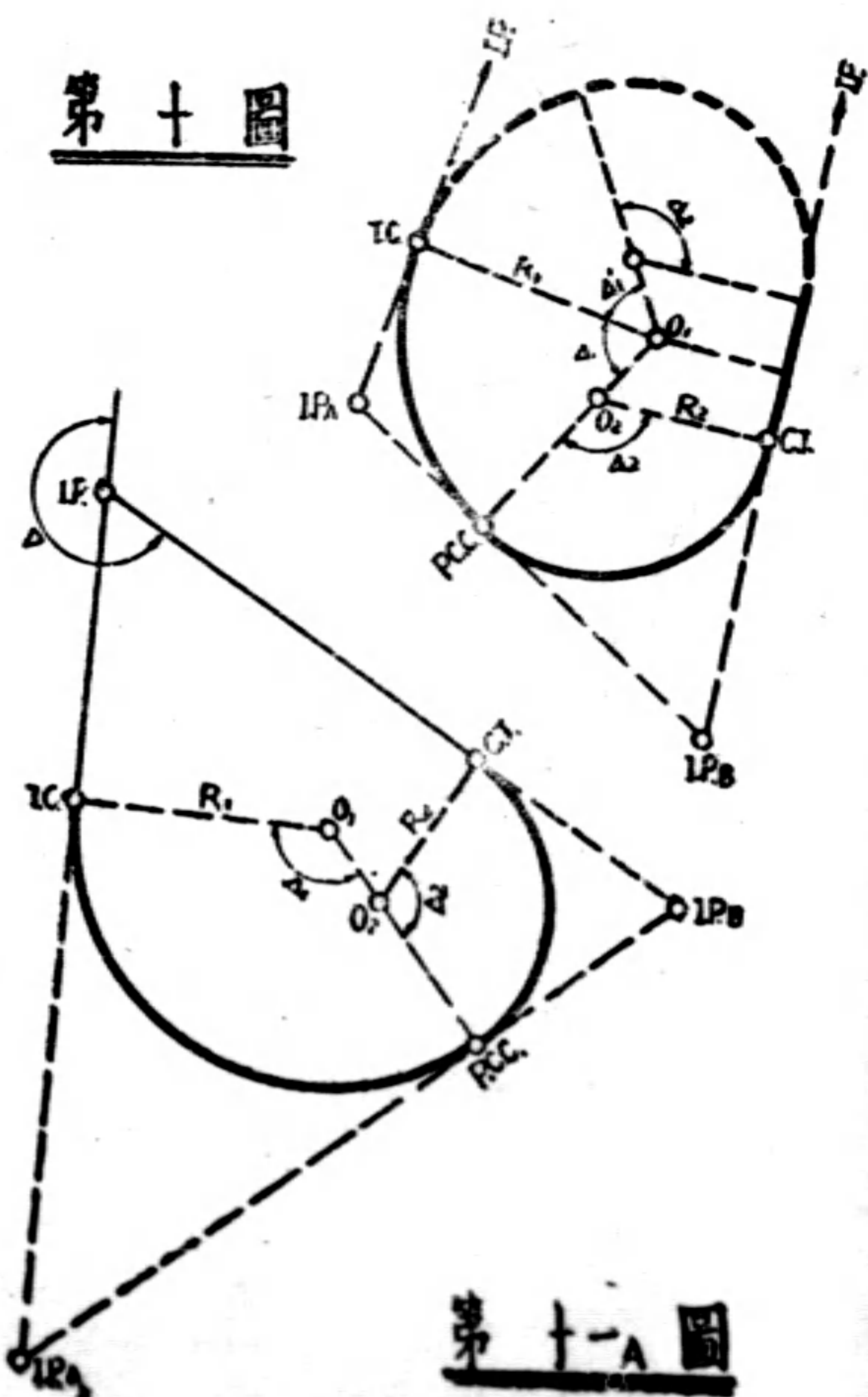
第七B圖



第九圖



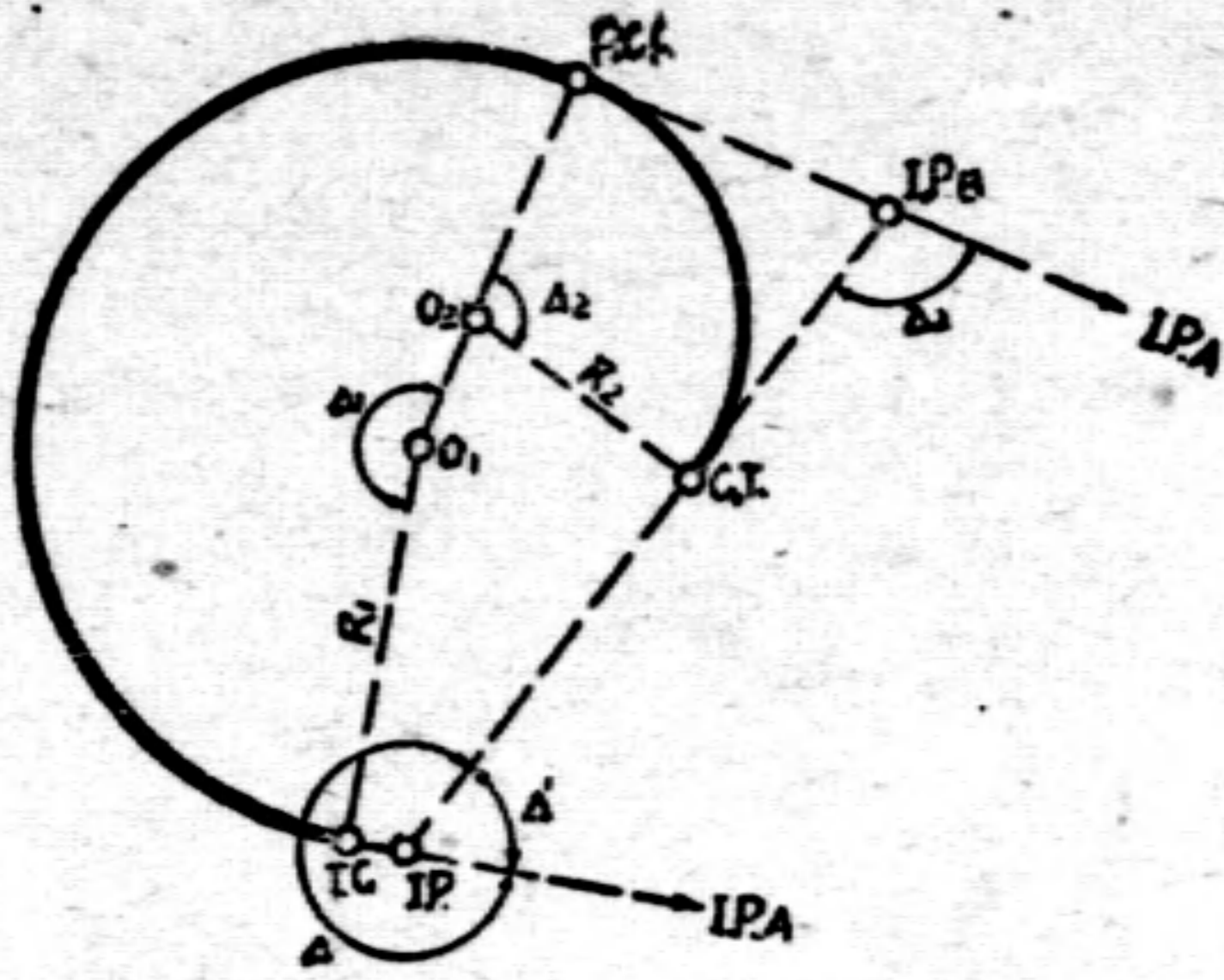
第八圖



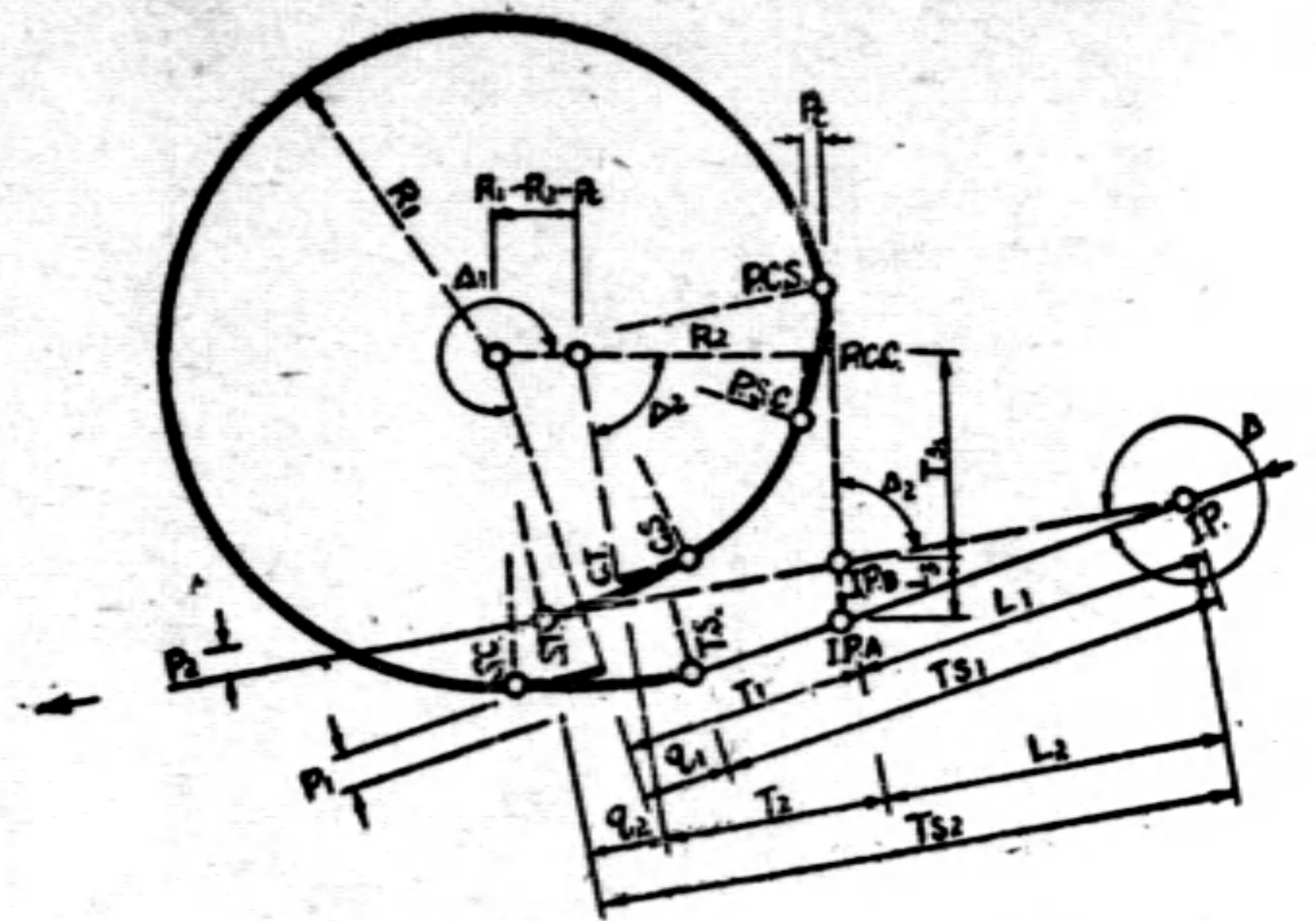
第十圖

第十一A圖

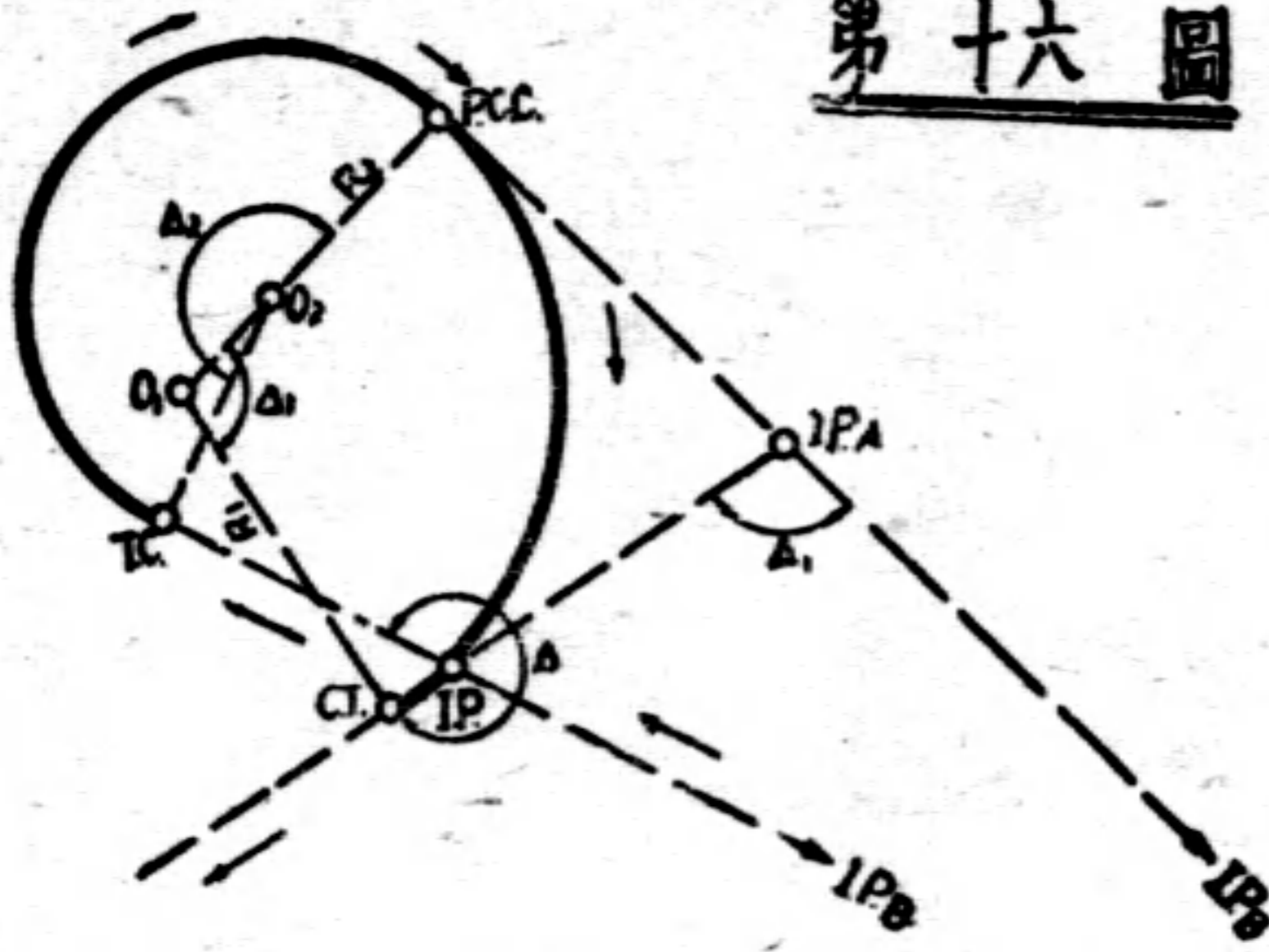




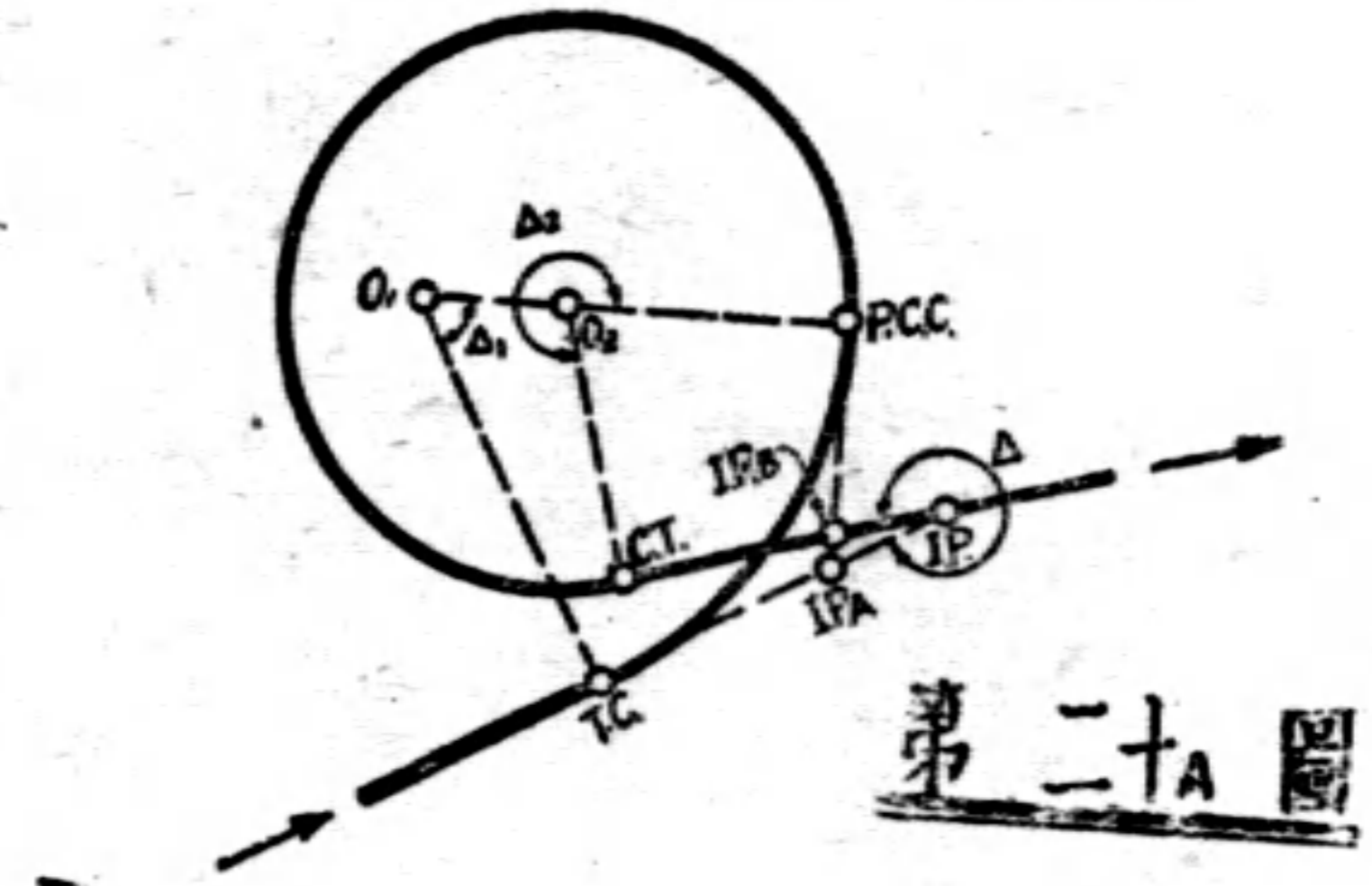
第十六圖



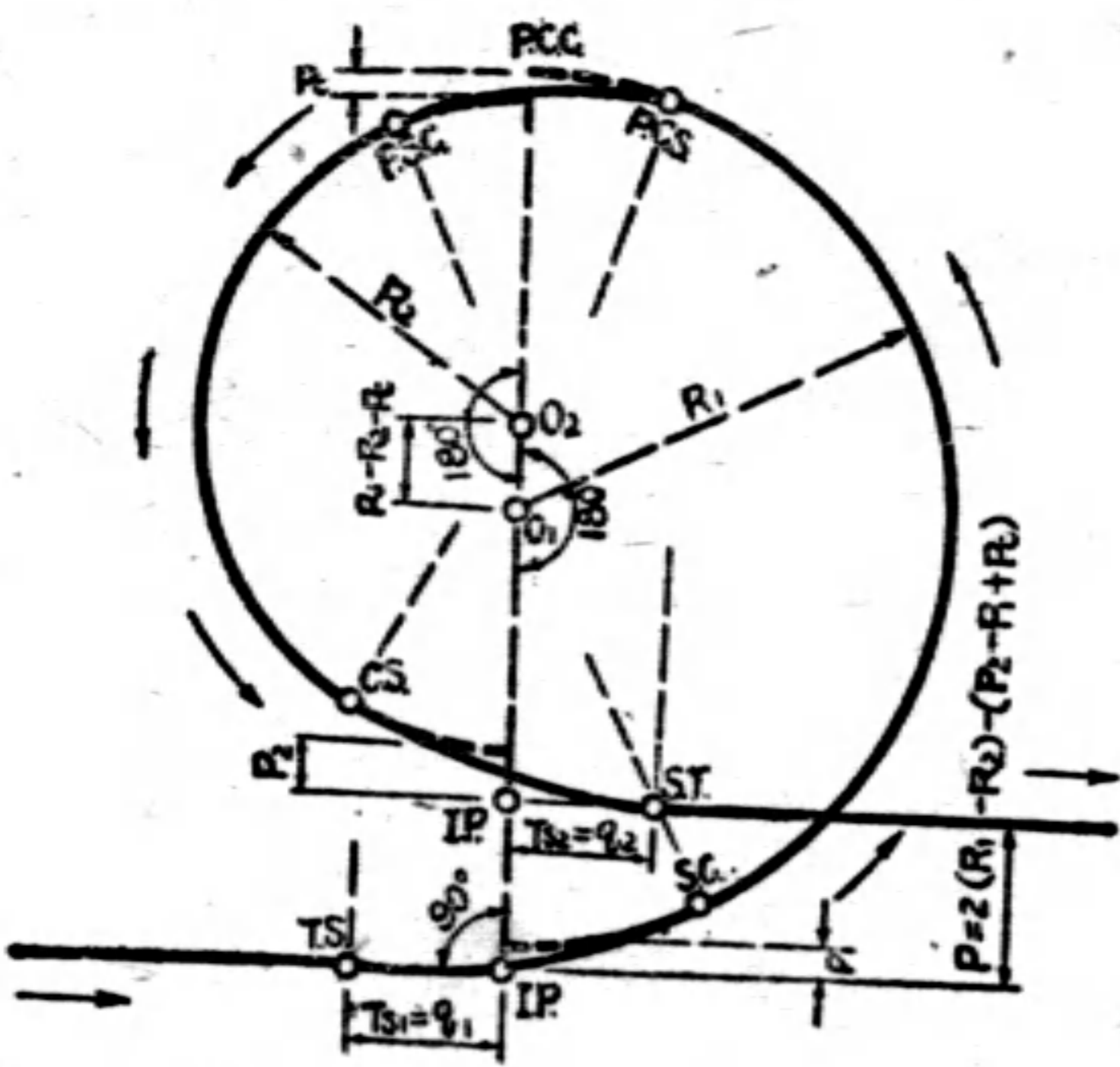
第十九B圖



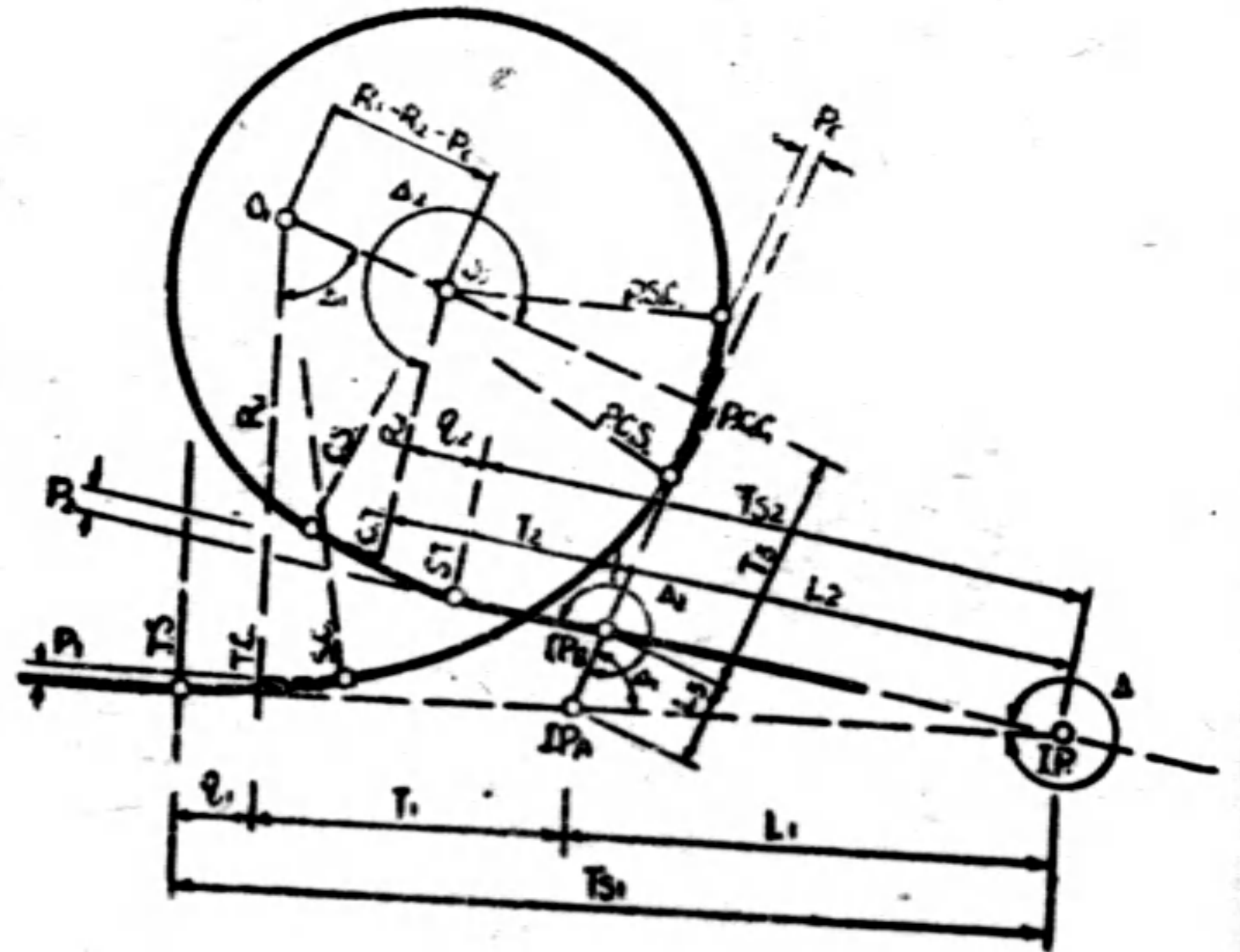
第十七圖



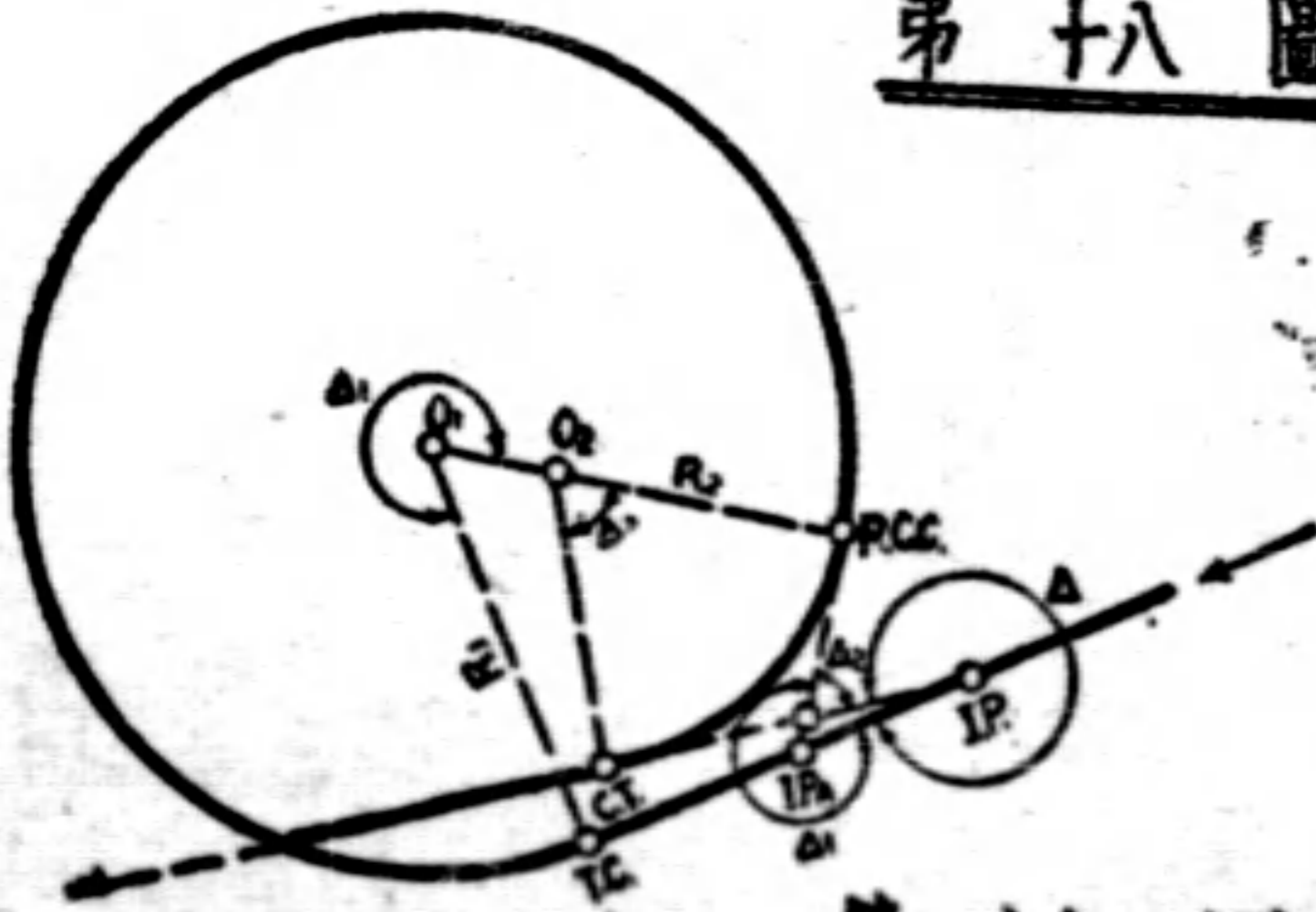
第二十A圖



第十八圖



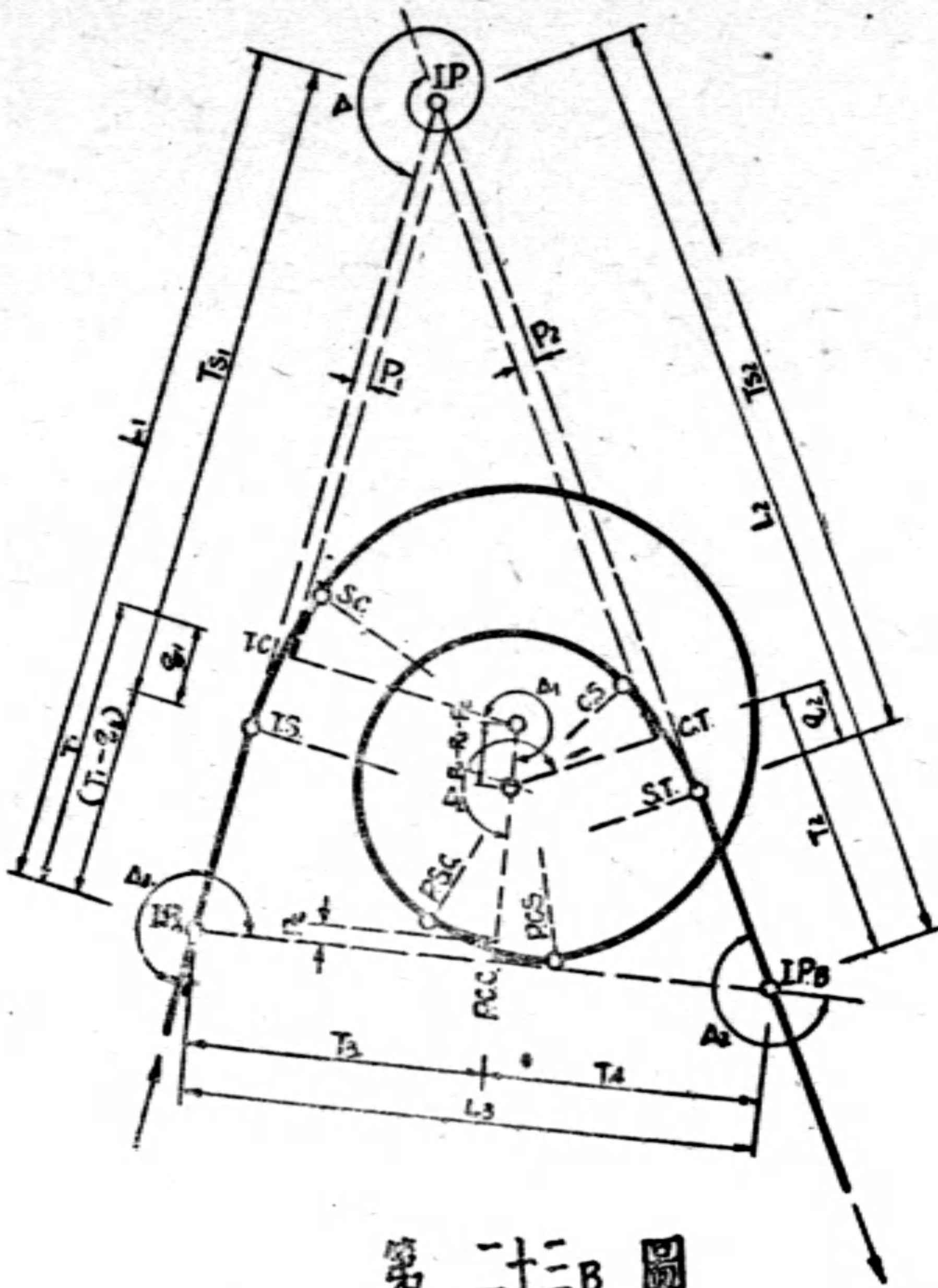
第二十B圖



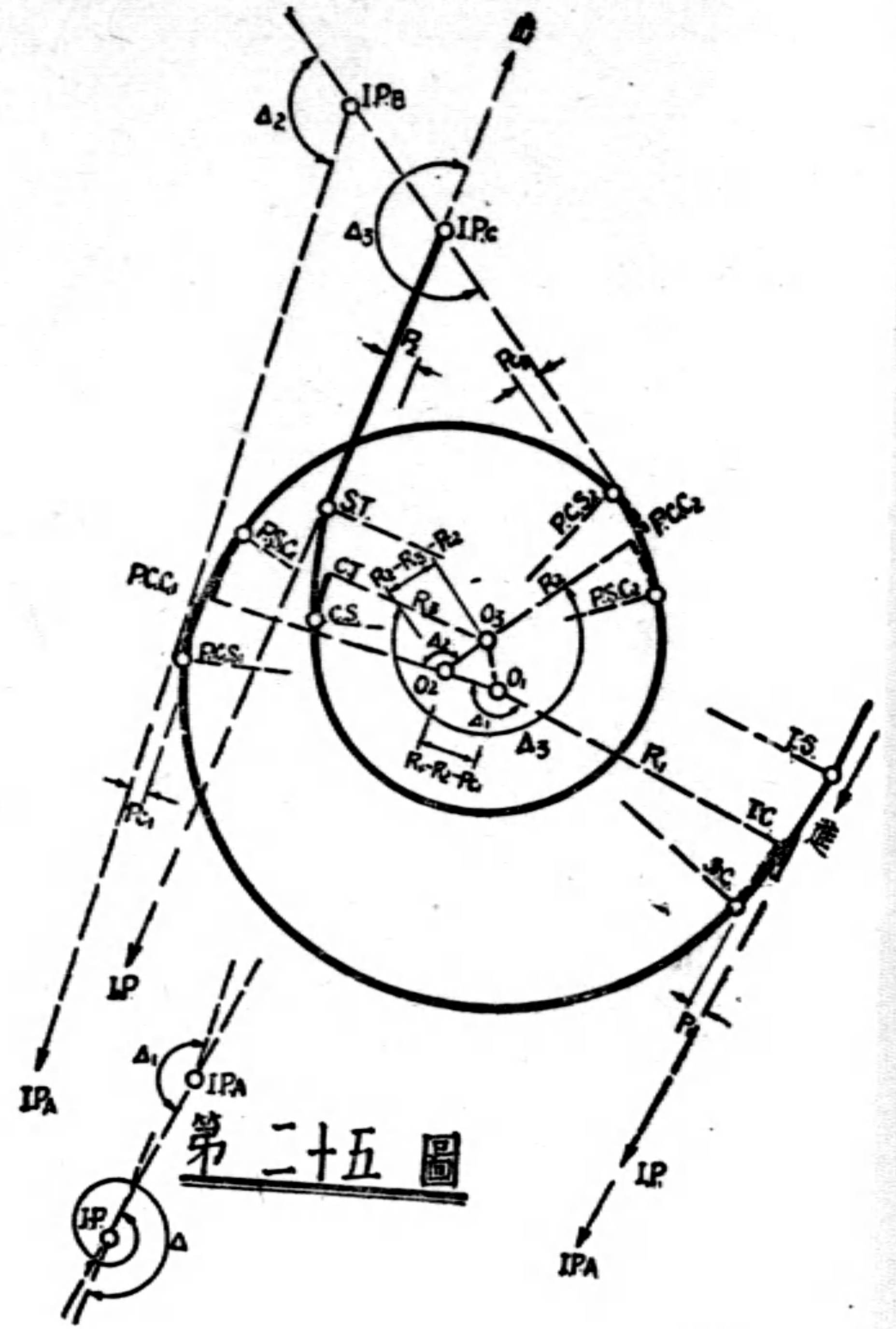
第十九A圖



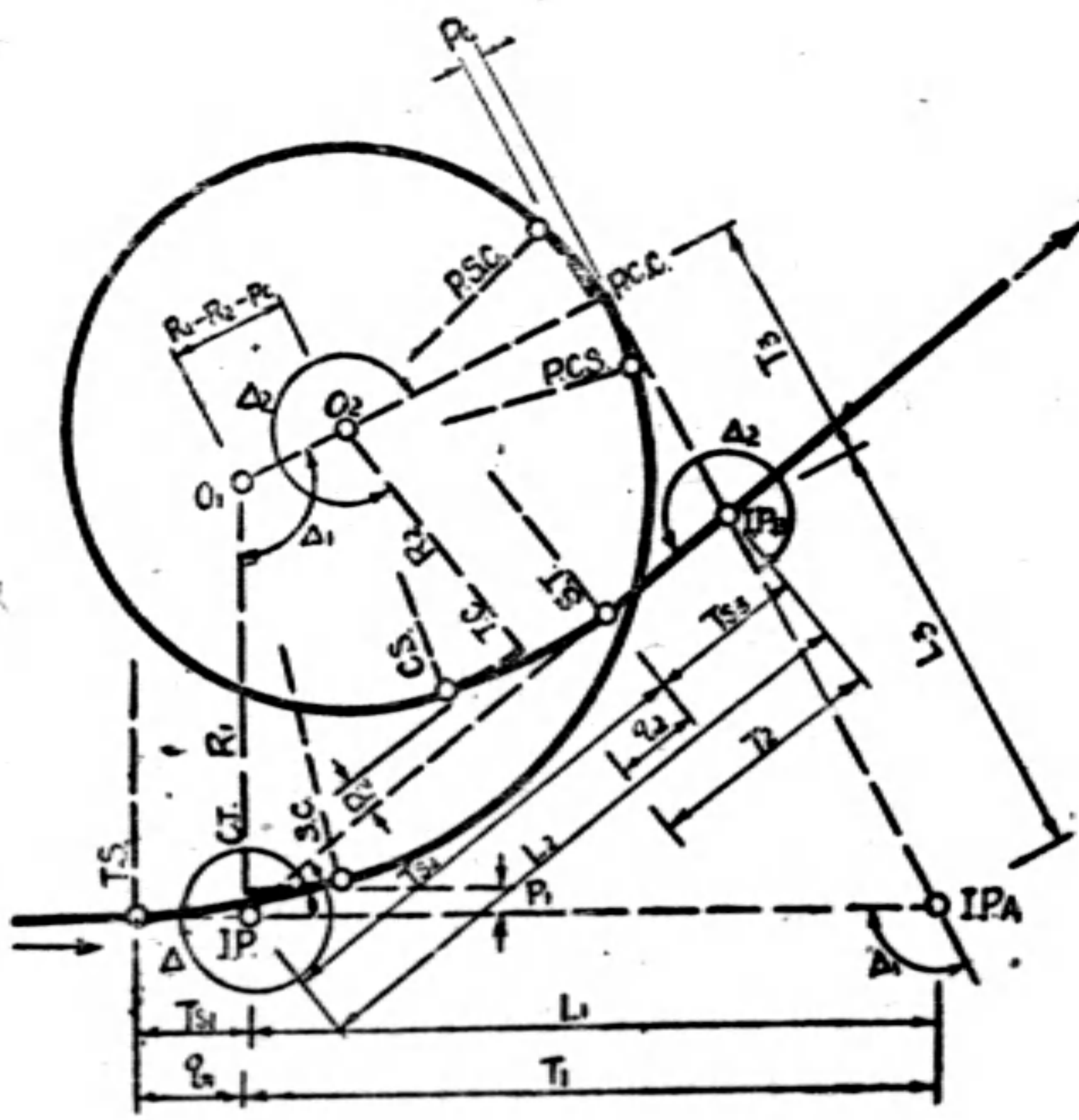




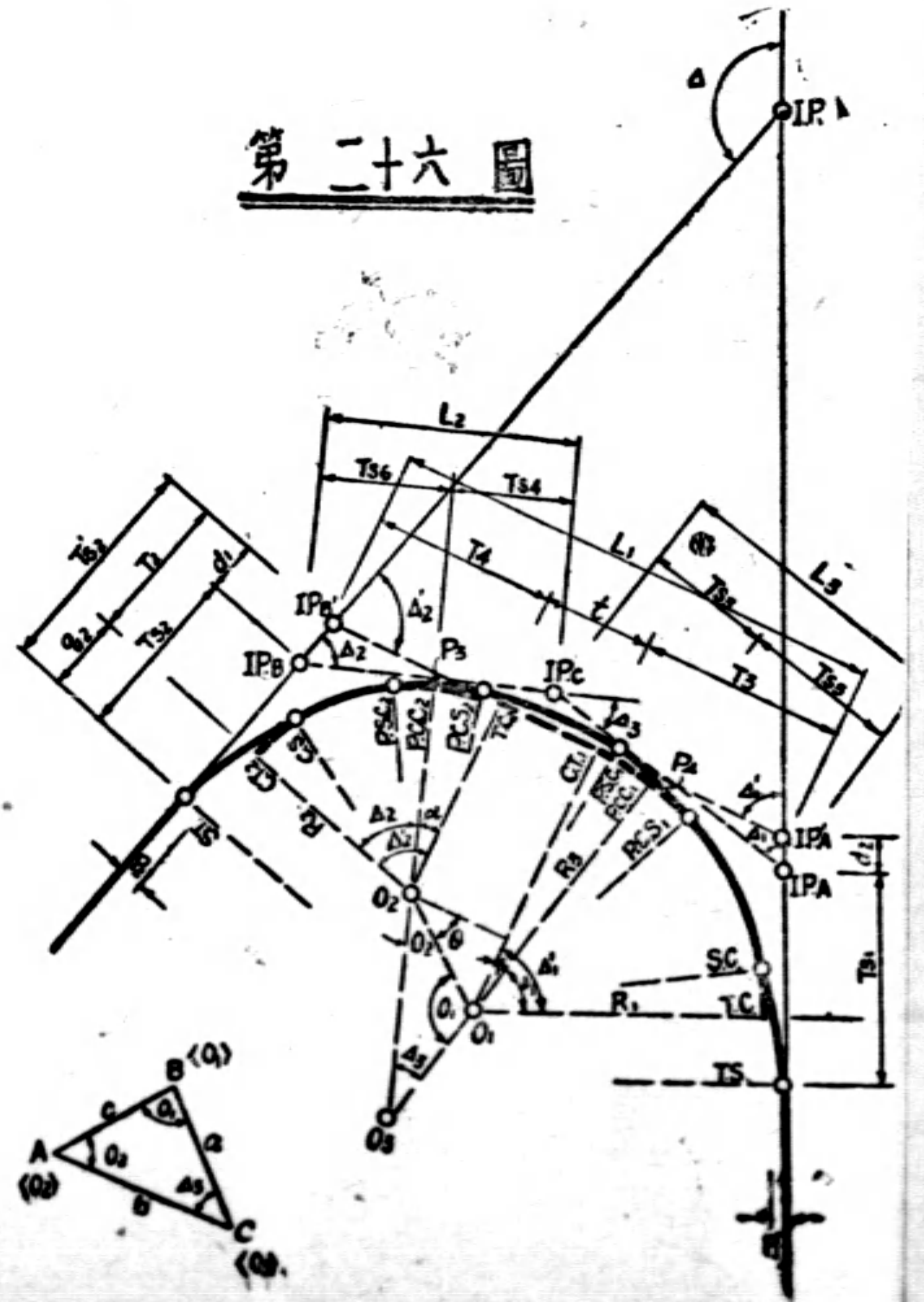
第二十三B圖



第二十五圖



第二十四圖



第二十六圖

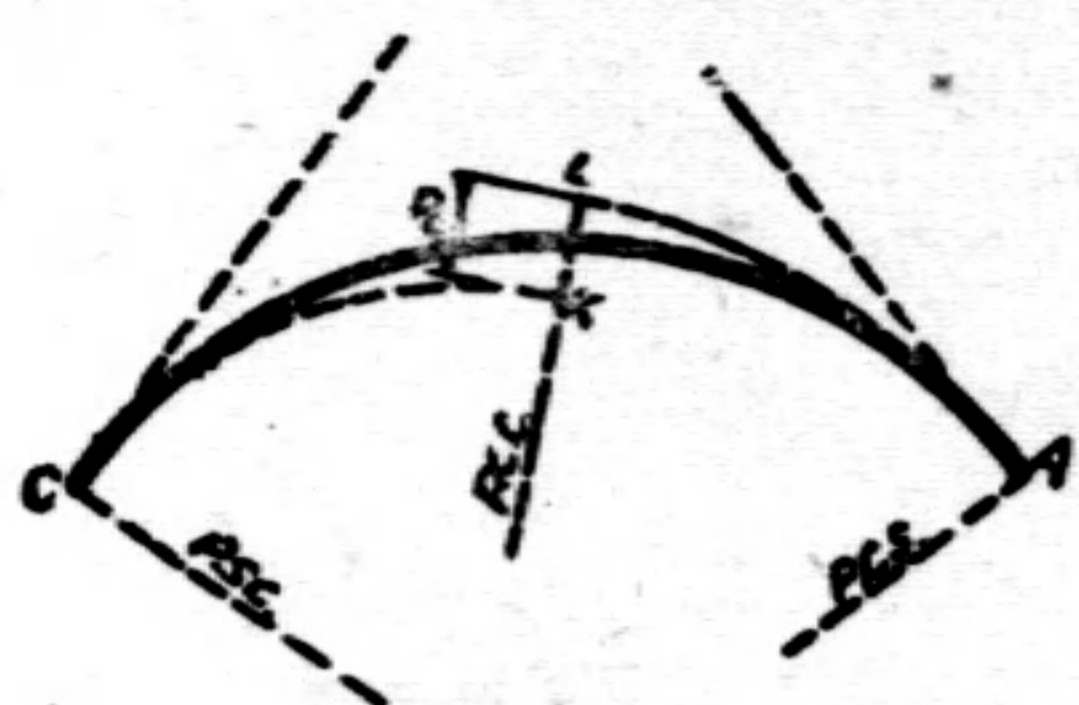


圖 C

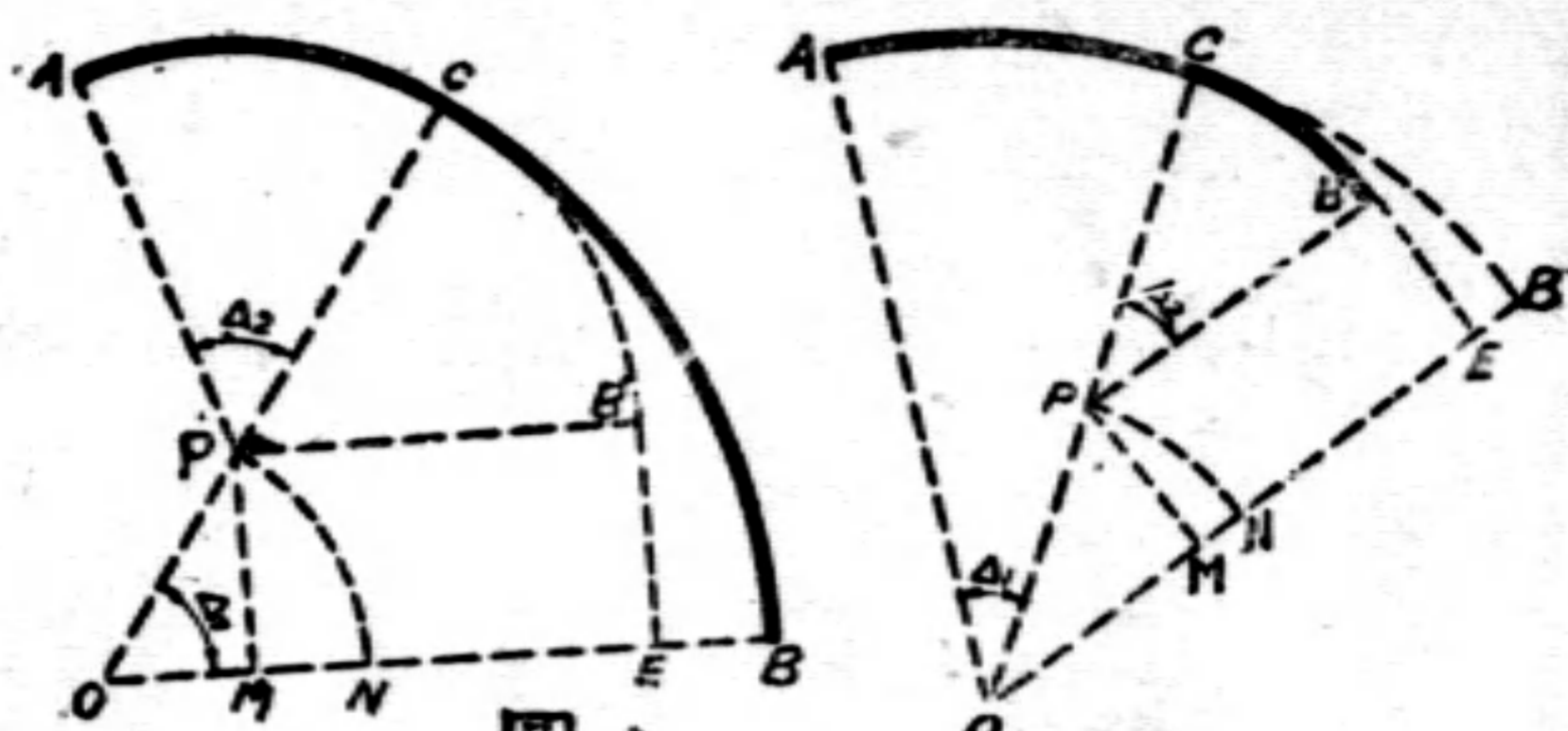


圖 A<sub>1</sub>

圖 A<sub>2</sub>

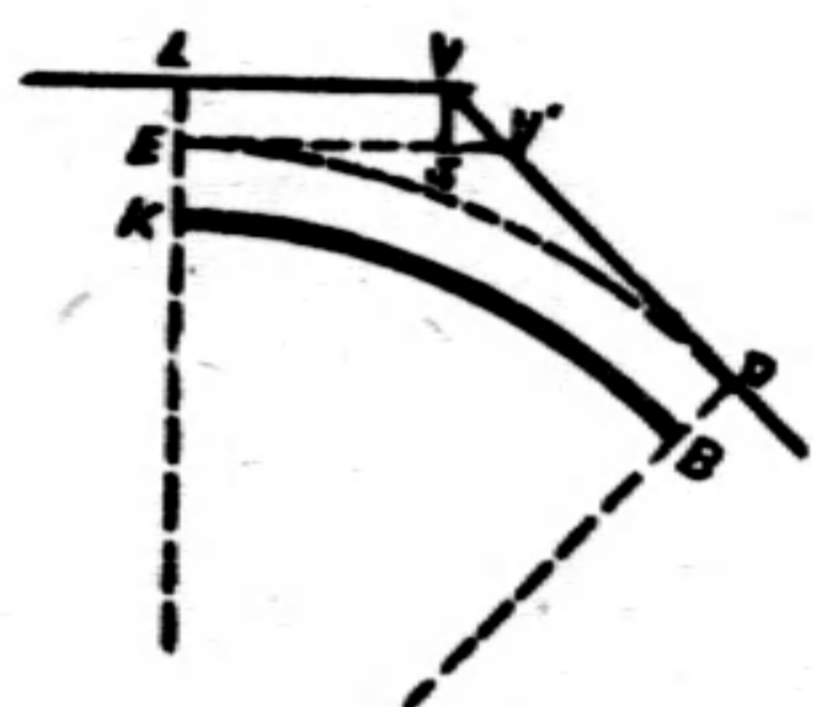


圖 D

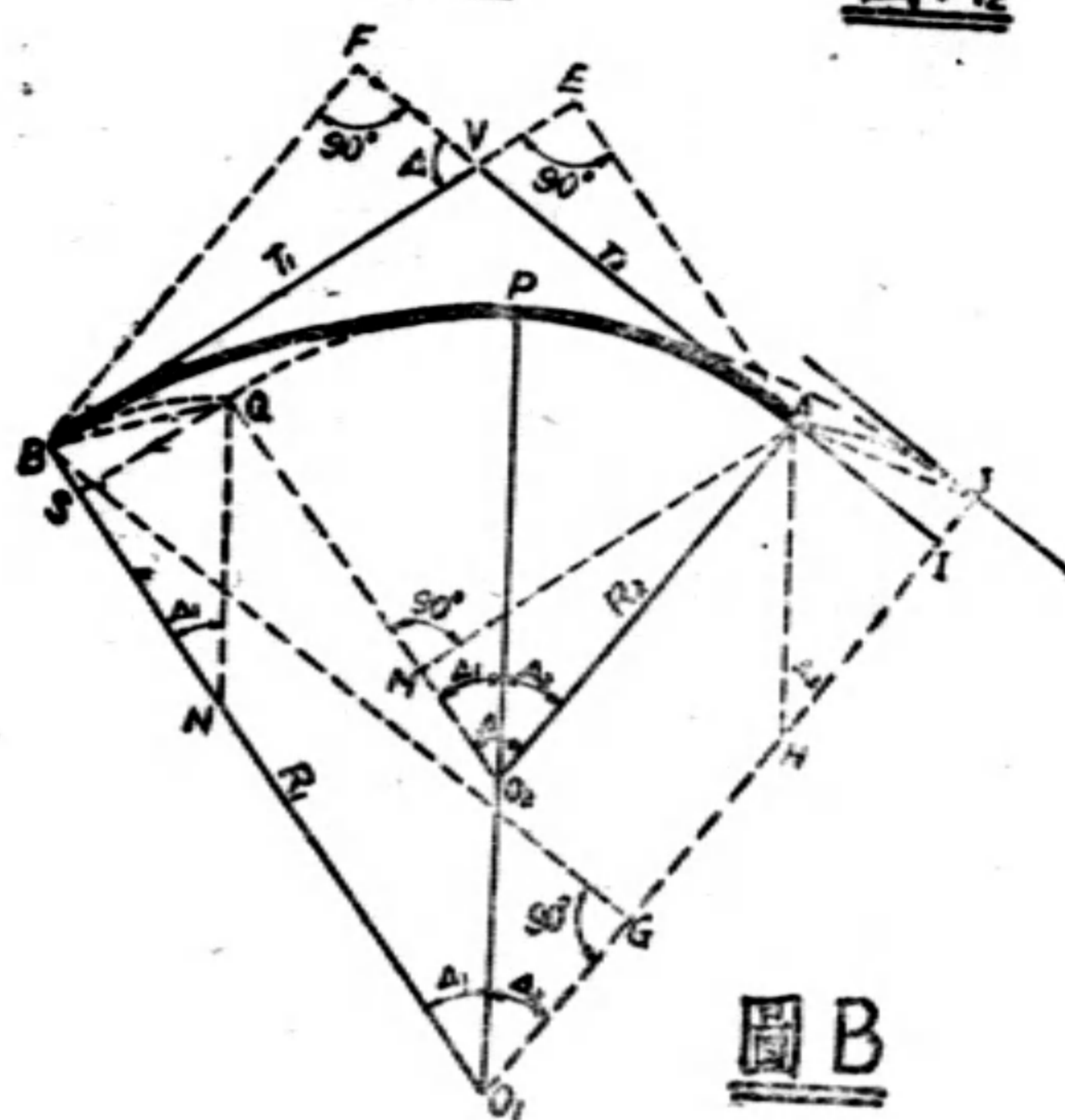
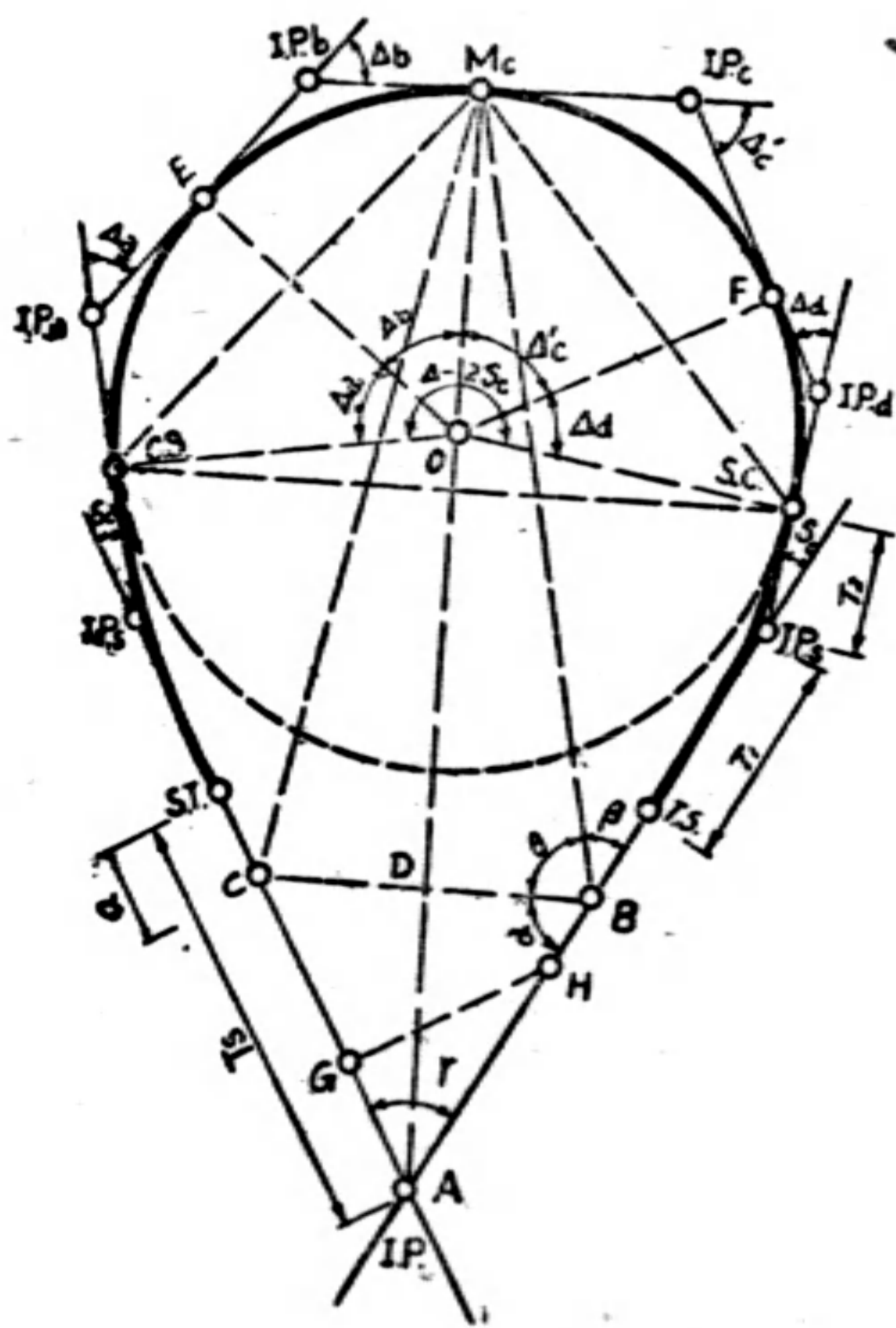
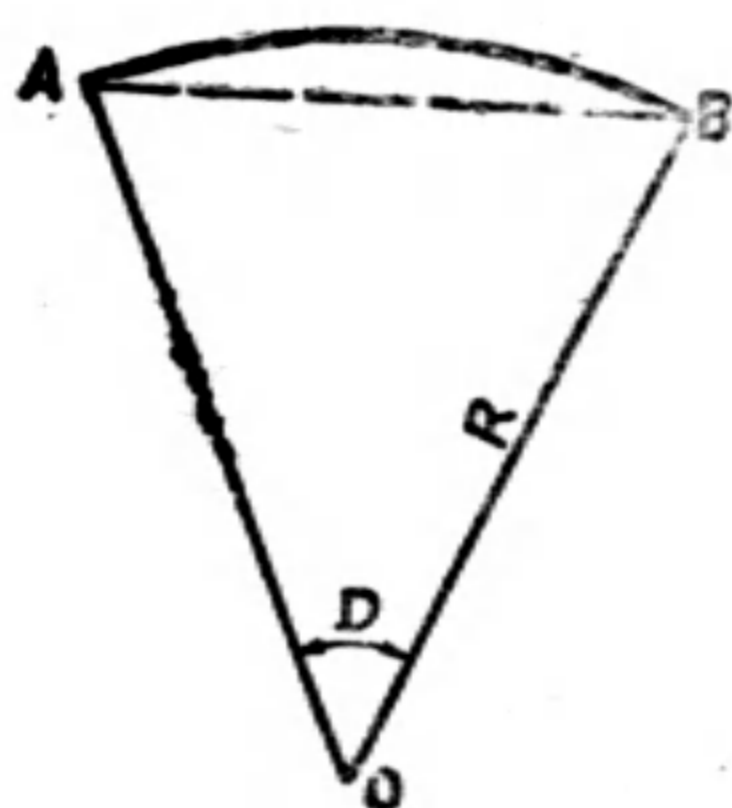


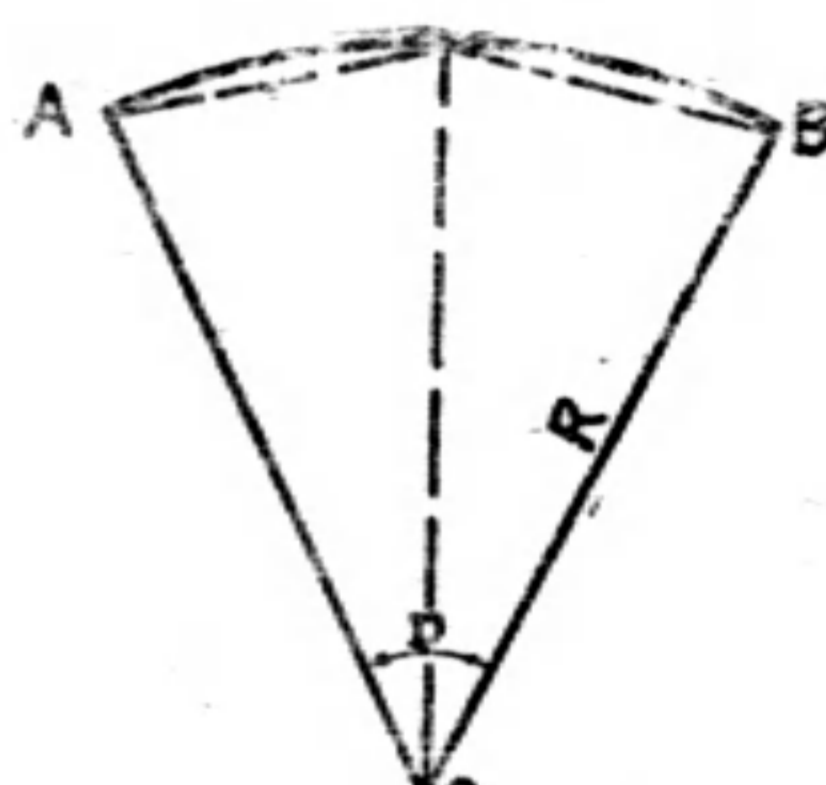
圖 B



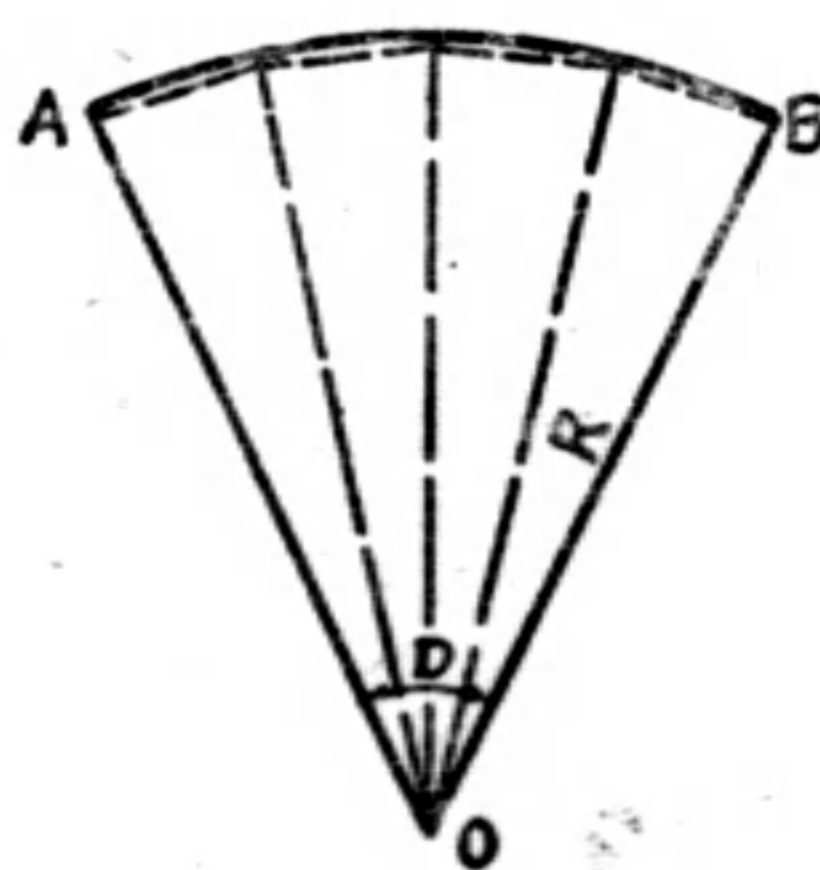
第二十七圖



第一圖



第二圖



第三圖

資 源 委 員 會

三中國石油有限公司三

國 光 牌

汽 煤 柴 重 燃 潤 潤  
油 油 油 油 料 滑 滑  
油 油 油 油 油 油 脂

炭 煙 丙 酮 丁 醇 石 蠟 蠟 燭

◀各項產品均符合國際標準▶

◀定價低廉服務社會為宗旨▶

各 地 營 業 所 及 分 所

上 杭 南 漢 重 蘭 西 酒 天 北 青 廣 錦 台 高  
海 州 京 口 慶 州 安 泉 津 平 島 州 西 北 雄

總公司：上海江西中路一三一號

電 話：一 八 一 一 〇 接 各 線

# 上海市之瀝青路面

周書濤

上海市之瀝青路面可分五類：

1. 地瀝青敷面 (Asphalt Surface Treatment)
2. 灌地瀝青碎石面 (Asphalt Macadam Surface Course-Penetration Method)
3. 片地瀝青面 (Sheet Asphalt Pavement)
4. 地瀝青混凝土面 (Asphaltic Concrete Pavement)
5. 冷拌地瀝青混凝土面 (Cold-mix Asphalt Concrete Pavement)

地瀝青敷面，係用於車輛較稀少之道路，以及郊區之路，較為經濟，如閘北之大統路，場中路，南市之龍華路，及滬西各路等。灌地瀝青碎石面，係用於車輛較多之道路，如西體育會路，其美路，翔殷路等。片地瀝青面，地瀝青混凝土面，及冷拌地瀝青混凝土面，用於車輛繁密之道路，前二者如黃浦區各路，後者如南市老西門一帶，及閘北之寶山路，暨市中心區各路等。

茲將各種路面之原建築方法，以及今後之改進意見，論述於下：

## 一 地瀝青敷面

### I. 建築方法

#### A. 材料

1. 地瀝青膠泥；比重	77°F	1.00—1.05
針入度	100克77°F5秒	50—60, 85—100, 110—130.
燒熱損失	325°F, 5小時50克	1.0—1.5%
融解點		110°—150°F
引火點		475°F
延性	77°F	90+
純瀝青量		99.9%
2. 石	料：石屑通過 1/2"	100%
	通過 1/4"	90%
	通過 1/8"	40%

#### B. 施工

此項地瀝青敷面，往往以碎石路 (Clay-bound Macadam) 作路層，先將碎石路面以鋼絲刷帚掃刷乾淨，所有鬆散石子，泥灰等必須全部掃去，並露出石子面為度。路面須維持乾燥，絕對不能潮溼，同時將地瀝青膠泥置於鍋內，熱至 250°F 以上，但不得超過

325°F，使完全融化變成如水狀之流質，然後裝於噴壺或勺子敷塗於路面上，其熱度須保持 150°F 至 200°F 之間，用橡皮板展開括平，動作須敏捷；地瀝青膠泥之用量，每平方公尺用二公斤，立即撒鋪乾燥石屑一層，以一百平方公尺鋪石屑一立方公尺為度，並

掃勻，在熱度未退時即施滾壓，以8噸重之滾路機，自路邊直向壓至路心，每次套滾以滾筒寬度之半為限。

第二次澆敷地瀝青膠泥時，應仍將路面掃清，並保持乾燥，地瀝青膠泥用量每平方公尺為1.5公斤，敷塗方法同前，立即撒佈乾燥石屑一層。每一百平方公尺用石屑一立方公尺，掃勻，並即施滾壓同上法，在地瀝青未退熱時，使石子與地瀝青膠泥混合一起，待冷卻後即開放通車。

## II. 改進意見

1. 此項敷面在敷塗地瀝青膠泥之前，可先塗柏油 (Road tar) RT-3 一層，作首塗層，或用 MC-0 亦可。但面層仍用地瀝青膠泥，因柏油對溫度變化之感應性頗大。上海煤氣公司所產之柏油，未能盡合乎標準，應予改良方可應用。

2. 瀝青材料油質與用量，對於路面之好劣，關係甚大。如油質過軟，或用量過多，在夏季炎熱時，路面易於軟化，發生車轍；如油質過硬，或用量過少，在冬季嚴寒時，路面易於脆裂，故所用瀝青材料之針入度，

應視氣候而定，並與車輛運量，亦有關係，氣候熱者油質可較硬，即針入度較低；氣候寒者油質可較軟，即針入度較高；運量多者，油質可用較硬，運量少者，油質可用較軟。根據上項論列，此種路面自十一月至三月 (但在溫度 50°F 以下，不宜澆敷) 地瀝青膠泥可改用 100—120, 120—150。在四月至十月地瀝青膠泥針入度可用 70—85, 85—100。

3. 瀝青材料澆敷時，宜改用噴油機 (Pressure distributor) 較為均勻，且用油亦可節省，不致有用量太多之弊。

4. 所用石子太細小，宜改用下列石子，第一次敷塗瀝青後用 A 類石子，第二次用 B 類石子。

A. 通過 ¾"	95—100%
通過 ½"	40—75%
通過 4號篩	0—15%
通過 8號篩	0—3%
B. 通過 ½"	95—100%
通過 4號篩	25—50%
通過 8號篩	0—15%

## 二 瀝地瀝青碎石面

### I. 建築方法

#### A. 材料

地瀝青膠泥；比重	1.00—1.05
針入度	40—50, 50—60
燒熱損失	0.5—1.0%
融解點	110°—150°F
延性	90+
純瀝青量	99.9%
石料：	
八分子 通過 1¼"	95—100%
通過 ¾"	0—5%
六分子 通過 1"	100%
通過 ½"	50%
通過 ¾"	15%
通過 ¼"	0%
四分子 通過 ½"	100%

通過 $\frac{3}{8}$ "	50%
通過 $\frac{1}{4}$ "	0—5%

### B. 施工

於路基上鋪八分子一層，至所需厚度，其上再鋪六分子填修，均用鏟背甌平，以10噸重三輪滾路機滾壓，自路邊直向路心套滾，每次以滾筒寬度之半為度，須壓至堅實，滾壓速度每小時不超過200平方公尺，如石子面上有泥土者，須除去，或更換清潔者，並須保持乾燥。

同時將地瀝青膠泥置於鍋內，熱至250°F以上，但不得超過325°F，使完全融化如水狀之流質，然後盛於五介侖裝之扁嘴壺內，其嘴寬為20公分，澆時須與路綫成45°角，壺嘴不能提太高，離地面15公分為度，須澆鋪均勻，務使石子面均沾有瀝青，並能透入相當深度，但在氣候50°F以下不得澆灌地瀝青膠泥用量每平方公尺為7.5公斤，灌注後立即以四分子均勻撒佈，每一百平方公尺用石子1.3立方公尺，在熱度未退前，即用10噸重三輪滾路機，滾壓至石子粘入地瀝青膠泥內為度，其滾法如上，第二次地瀝青膠泥澆敷時，仍須將路面掃刷乾淨，如有

鬆散石子及泥土，須除去，其澆敷方法與瀝青敷而澆敷時同，以橡皮板括平，每平方公尺為2.5公斤，澆敷後立即撒佈四分子須均勻，每一百平方公尺用石子1立方公尺，並立即滾壓，其方法同上，待冷卻後，即開放通車。

### II. 改進意見

1. 地瀝青可改用60—70、70—85或85—100在低氣溫時可用100—120或120—150，灌注部份所用之瀝青材料，亦可用柏油(RT-11或RT-12)因柏油比地瀝青有較佳之灌注能力，或用輕製瀝青亦可(RC-5)。但第二次之澆敷仍用地瀝青膠泥為妥。

2. 如以機器(Pressure distributor)(每平方英寸須有壓力25至75磅)灌注，則油量可均勻，不致以用量過多之弊。

3. 鋪石子順序似可略予改變，於八分子鋪竣後填少量六分子，即灌以地瀝青膠泥，隨撒佈六分子，壓實，第二次澆敷瀝青後，則用四分子。

## 三 片地瀝青面

### I. 建築方法

#### A. 材料

包括黃沙，特別細沙，石粉，及地瀝青，其成份如下：

通過 10 號篩留於 20 號篩	3%
通過 20 號篩留於 40 號篩	13%
通過 40 號篩留於 80 號篩	34%
通過 80 號篩留於 200號篩	26%
通過 200號篩	13%
瀝青	11%

瀝青材料性質與前同，惟用地瀝青膠泥針入度為30—40或40—50；石粉用石灰石粉，其顆粒大小，須全部通過80號篩，及通過200號篩者不能少於65%；黃砂與特別細砂之比例為2:3。

#### B. 拌製

此項片地瀝青之製成，須用機器拌製，先將地瀝青膠泥置於鍋內熱至250°F以上，但不得超過325°F，使完全融化成流體，同時將砂子裝入烘器內，使熱至300°F至370°

F 之間，即輸送至拌機內。拌機上有石子秤，及瀝青容器，將所需成份配準，先以砂子與石粉拌和，再加熱瀝青拌和，至少一分鐘，方可放出裝車，運至工地，此時之溫度，仍須保持 $225^{\circ}\text{F}$ 以上。如運送遠處，應加帆布蓋。

### C. 鋪築

先將路基掃刷潔淨，並絕對須乾燥，如有潮溼，應以噴火器烘乾之在鋪片瀝青之前，須塗一層輕製瀝青，然後將片瀝青材料由車上自動卸下，立即用鏟鋪平，動作迅速，須將鏟背着地，緩緩將鏟抽出，使材料由鏟內自然滑下，不可拋擲，每次不能剩留，須完全鋪去，此時溫度仍須保持 $225^{\circ}\text{F}$ ，鏟須置爐內燒熱方可使用。如遇窰井蓋茄莉蓋或側石邊，則在四周先塗輕製瀝青一層，方可將片瀝青材料鋪足，鋪竣一段，應立即施以滾壓。先用 8 噸重二輪壓路機 (Tandem Roller) 滾壓，自路邊向中央直滾，並須套滾，以半滾筒為度，同時再以 10 噸重之三輪滾路機 (Three-wheel Roller) 同樣方法滾壓，須在未退熱之前滾壓堅實，滾筒須使溼潤，勿令材料粘着，最後仍以二輪滾路機滾平，如側石邊等處，滾路機不能壓到者，則先用鐵夯夯實，再用鐵板磨光，如本日未能完工，而明日必須繼續鋪築者，則在接頭處，應鋪成薄邊，滾壓之，翌日將薄邊切去，

塗以輕製瀝青，然後繼續鋪築新料；路面壓實後，撒以石粉一薄層，每立方公尺撒佈 200 平方公尺，撒後即掃勻，再用二輪滾路機滾壓一遍，待冷卻後開放通車。

### II. 改進意見

1. 此種路面壓實厚度以 $1\frac{1}{2}$ "為最多，如再厚則路面易起波浪形。

2. 片瀝青面應置於水泥混凝土或瀝青混凝土路基及有大石塊之底脚上，方能承受極大之載重，有堅實之路基，則此項路面不致發生龜裂。

3. 鋪築時材料溫度之保持，須十分注意，又氣溫在 $50^{\circ}\text{F}$ 以下時，不能鋪做。

4. 去年(1946年)所用片瀝青材料之成份如下：

石子	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4}" - 0" \\ \frac{1}{2}" - \frac{1}{4}" \end{array} \right.$	64%
石粉		9%
瀝青		8%

此項配製成份為 Stone Filled Sheet Asphalt 一種，內有粗粒石子，所鋪路面，比較粗糙，可無溜滑之弊，但以路面粗糙關係，而致雨水排去不易，往往不能即行乾燥，故對於此項路面之滾壓及撒佈石粉，宜予特別注意，最好將混合料成份改進如下 ( $\frac{1}{4}$ —0 石子級配，亦予以規定)：

經過 $\frac{1}{2}"$	保留於 10 號篩	20—35%
經過 10 號篩	保留於 40 號篩	7—30%
40 號篩	保留於 80 號篩	11—40%
80 號篩	保留於 200號篩	10—30%
200號篩		7—12%
瀝青		7.5—9.5%

使 Voids 減至 5% 以下。

## 四 地瀝青混凝土面

### I. 建築方法

#### A. 材料

此項路面成份如下：—



通過 3/4"	保留於 1/2"	12.8%
通過 1/2"	保留於 3/8"	12.9%
通過 3/8"	保留於 1/4"	5.8%
通過 1/4"	保留於 10 號篩	19.8%
通過 10 號篩	保留於 20 號篩	4.9%
通過 20 號篩	保留於 40 號篩	14.7%
通過 40 號篩	保留於 80 號篩	5.0%
通過 80 號篩	保留於 200 號篩	4.3%
通過 200 號篩		12.8%
瀝青		7.0%

瀝青材料用地瀝青膠泥，其針入度為40—50或50—60其他性質與前同，石子須堅韌之青石子，絕對無泥灰，石粉須石灰石粉。

#### B. 拌製

用機器拌製，方法同前，先將石子烘熱至300°F與375°F之間，送至拌機，與石粉拌和，然後加入熱瀝青膠泥拌之，至少45秒鐘，或延長之方可放下裝車，運至工地，其溫度仍須保持225°F以上。

#### C. 鋪築

鋪築方法同前，潮溼之路基，不能鋪築，應保持乾燥，此項路基，往往為壓實之碎石及大石塊底脚，窰井茄莉蓋等四周，須用輕製瀝青塗敷，然後鋪瀝青混凝土，熱瀝青材料由鏟內自然落下，鋪平後立即用滾路機滾壓，方法同前，壓堅後撒佈石粉一層，待冷卻後即可開放通車。

#### II. 改進意見

1. 此項路面一次鋪築2'厚為度，如築3'厚則以分二次鋪築為佳，但在底層未完全退熱時即須鋪上層。

2. 此項路面宜澆敷地瀝青膠泥（針入度100—120）一次作封層，（Sealcoat）每平方公尺用0.7公斤，即撒石屑（B）一層，每平方公尺15公斤，並滾壓，待冷卻後，開放通車。

3. 此項路面，亦用作片瀝青面之墊層，如用於含石子之片瀝青面，則此項瀝青混凝土之石子級配上應改粗成份如下：

1/4 — 0'	31%
1/2" — 1/4"	13.5%
1 1/2" — 1/2"	43.0%
石粉	6.0%
瀝青	6.5%

### 五 冷拌瀝青混凝土面

#### I. 建築方法

##### A. 材料：

##### 1. 冷溶油(Viscous-Flux)

針入度 40—50 地瀝青膠泥	90%
輕柏油	10%
其性質	
比重	1.027
引火點	239°F
定炭素	9%
純瀝青量	99.9%

溜解度	水份	極微
	0°—200°C	1.4%
	200°—270°C	10%
	殘餘物	88.6%

### 2. 天然瀝青粉 (Natural Pulverized Asphalt)

比重	1.26
針入度	1—2
純瀝青量	70%
融解點	260°F
定炭素	24.7%
灰	23.5%

### 3. 液溶油 (Liquifier oil)

輕柏油 (Light tar oil)	50%
汽油	50%

4. 石料 底層石子	通過 1½' — 1¼'	15%
	通過 1'	35%
	通過 ¾"	40%
	通過 ½"	10%
面層石子	通過 ½"	5%
	通過 ⅜"	25%
	通過 ¼"	50%
	通過 ⅛"	20%

5. 石粉 全部通過 40 號篩，及至少 65% 通過 200 號篩。

#### B. 拌製

冷溶油之製法：先將地瀝青熱至 250°F 與 325°F 之間，使完全融解變成水狀之混質，待冷至 200°F 以下，乃將輕柏油加入摻和之，送入拌機內。

拌合方法：將已配好之乾燥石子，傾入拌合器內，同時即澆洒液溶油（天熱時不用），歷 25 秒鐘，乃加冷溶油拌和歷一分鐘，待各個石子完全塗滿冷溶油後，加瀝青粉經 30 秒鐘拌和，再加石粉，待完全拌和後，即開放裝車，送至工地，其成份如下：

	底層	面層
石子	92.2%	87.05%
液溶油	0.3%	0.45%
冷溶油	3.85%	5.95%

瀝青粉	1.65%	2.55%
石粉	2.00%	4.00%

#### C. 鋪築

先將路基掃刷乾淨，並須保持乾燥，塗一層稀薄冷溶油，每公斤塗 2 平方公尺，於窰井蓋，自來水蓋等四周，及窰側石邊等處，亦均須塗油一層，乃將冷拌瀝青混凝土用鏟展開鋪平，以鏟背放下，使材料由鏟中自然骨下，勿亂拋擲鋪至需要厚度，乃用 7 噸二輪滾路機，自路邊向中央直滾，並須套滾以半滾筒為限，滾時速度，須遲緩每小時，滾壓面積，不得超過 200 平方公尺，滾筒須溼潤，免石子粘着，全部壓過一次後，再用 10 噸三輪滾路機滾壓，滾法同上，至堅實為止，再用 7 噸滾路機壓平，凡壓不到後

應用鐵板磨光並夯實，底層壓實後乃鋪面層，其鋪法及滾壓如前，路面壓實後，撒以石粉一層，每立方公尺鋪 200 平方公尺，撒後隨時掃勻，再以二輪滾路機，滾壓一次，即可開放通車。

II. 改進意見

1. 此項冷拌瀝青混凝土成份，應視氣候之冷熱及車輛之稀密而變更之。

2. 冷溶油及液溶油成份，均可視氣候而變動，故在冬季時亦可鋪築，但在氣溫 40° F 以下時，亦屬不宜。

3. 因「冷拌」關係所需拌和時間較長，故石子應選擇質地堅韌者為佳，磨蝕損耗，於 Los Angeles Rattler 試驗，在 100 轉時

，磨耗百分率不得大於 10，在 500 轉時，不得大於 40。

4. 面層石子顆粒尚可改小，使路面不致太粗糙，能有一高密度 (Voids 在 5% 以下) 之路面為佳。

5. 「熱拌」瀝青混凝土之鋪築及滾壓須保持相當溫度，而「冷拌」材料毋需保持溫度，堆置一二日亦無妨，隨時可以鋪築及滾壓。

6. 「冷拌」之拌製步驟，機器設備及鋪築方法，均較簡單而經濟。

註：文內 RT—, MC—, RC—, 等係參照美國 A. A. S. H. O S4 規定之標準。

資 源 委 員 會

中央絕緣電器有限公司

營 業 處

南	京	(三)中央路許府巷口	三三六〇二
上	海	(〇)四川中路六七〇號	一七一四三
漢	口	二 曜 路 三 號	三〇四一
重	慶	兩路口金城別墅一〇號	二九二五
南	京	南京燕子磯鎮	三二〇六六
宜	賓	四川宜賓上交通街二二號	礮石機六號
撫	順	永林區公園街八段一號	五七八六
瀋	陽	和平區中華大路四〇號	(二)四六一七
			分機二六號

以上各處電報掛號均為三九一一(瓷)

出 品 要 目

電 訊 線 路 各 式 絕 緣 子 子  
 無 線 電 用 高 頻 絕 緣 子 子  
 針 式 絕 緣 子 } 高 電 壓 最  
 懸 式 絕 緣 子 } (四 萬 五 千 伏  
 各 式 裝 耐 套 燈 酸 佈 耐 熱 各 式 電 料  
 雷 電 牌 電 瓷

資源委員會  
天府煤鑛股份有限公司

產品要目

天府 · 嘉陽 · 全濟

洗塊嵐烟	焦煤炭煤	塊煤	洗塊嵐烟	焦煤炭煤
產量陸	豐聯	合磚	質貨	良速
富運			精迅	
			品交	

總營 公運 司處 地址：重慶民國路五三號

電話：四一三五〇  
四一三九三  
電報掛號：三五六一  
嘉陽營運處：四川犍爲縣

華新水泥股份有限公司

大冶廠——堡壘牌水泥

廠址：湖北大冶石灰窰

華中廠——華中牌水泥

廠址：湖南辰谿

昆明廠——龍門牌水泥

廠址：雲南昆陽海口

總公司	漢口陽子街九號 電話：二二二五 電報掛號：五七八
上海辦事處	上海濱池路九七號中孚大樓四〇四室 電話：一六七五四 電報掛號：四四一八
駐京代表辦事處	南京鼓樓頭條巷四號 電話掛號：一〇〇四
長沙辦事處	長少福慶街二六號 電話掛號：三一三六
衡陽通訊處	衡陽中正路一二四號 電話掛號：五四七八
桂林通訊處	桂林三皇路十一號 電話掛號：三一三六
昆明廠營業所	昆明篆塘新村二七號 電話掛號：三〇五五
華中廠常德轉運處	常德漢壽街二四號 電話掛號：三一三六

# 復員後之津浦鐵路管理局轄內路線概況

陳 舜 耕

## 一、緒言

津浦區鐵路管理局所轄路線係抗戰前之津浦膠濟兩路幹支線及敵人侵佔時期修築德石線之一部合併而成。津浦線縱貫南北，膠濟線橫跨魯東，均為國內主要幹線。戰前營業發達，設備完善，廿六年抗日軍興，兩線陸續淪陷，在作戰期間，除電信設備受損較重外，路線橋梁破壞均尚輕微。敵人佔據後，利用軍運均經修復並繼續營業，惟以攫取物資為務，對於路線修養，則不注意。因之鋼軌及配件，頗多損傷，尤以枕木腐朽佔總數二分之一以上，沿線橋梁亦多失修。至敵人降服，勝利來臨，原期接收以後，改進路務，修整設備以臻完善境地。不料奸匪肆虐，橫加破壞，國有路線中以本區所轄路線被毀為最巨。雖經數度搶修，而修復後復迭遭破壞，迄仍支離破碎。爰將自抗戰至今十年來本區路線所歷情況擇要簡述於後。

## 二、抗戰前本區路線概況

(一) 津浦線 廿六年所轄路線長度，計幹線一〇〇九公里餘，良陳支線二五公里餘，滎黃支線五公里餘，兗濟支線三十一公里餘，臨棗支線三十一公里餘，輪渡軌道線兩公里餘，幹支線總長計約一一〇四公里，軌道天津漳莊間鋪設十公尺41公斤鋼軌，備有墊板，每軌敷設木枕十四根。韓莊浦口間鋪設九公尺42公斤鋼軌，每軌敷設木枕十四根。沿線大橋載重量，天津楊柳青間鋼橋為E50級者，楊柳青漳莊間除黃河鐵橋係E35及E26級者外，多為E22級之花梁鋼橋。間有E30級鋼梁及極少數E50級工字梁。韓

浦間除少數花梁已更換為E50級者外，多為E35級鋼梁，亦有E25級花梁及鋼梁。全線號誌係手扳法聯鎖裝置，並備有電氣路簽，其他行車設備，尚稱完善。

(二) 膠濟線 抗戰前所轄路線長度，計幹線三九五公里餘，青島四方貨物線五公里餘，張博支線三十九公里餘，巒山支線七公里餘，鐵山支線七公里餘，黃台橋支線四公里餘，八陡支線九公里餘，幹支線總長計四六八公里。軌道鋼軌青島城陽間鋪設12公尺43公斤者，城陽膠東間10公尺37公斤者，膠東張店間為21公尺43公斤者，張店濟南間為10公尺30公斤者，准各車站內及所屬支線除鐵山支線係十公尺37公斤鋼軌外餘均係10公尺30公斤者，軌枕43公斤軌，每軌敷設木枕十八根至21根37公斤軌每軌敷設木枕十五根，30公斤軌每軌敷設鋼枕十二根。沿線橋梁載重量，青島周村間花梁，鋼梁，工字梁及混凝土版橋，均已更換為E50級，拱橋涵洞多為E35級，周村濟南間及張博支線之工字梁及混凝土版橋亦更換為E50級，花梁及鋼梁均為E25級。全線號誌係手扳法聯鎖裝置，並備有電氣路牌，其他行車，設備亦均齊備。

## 三、淪陷期間經歷情況

津浦膠濟兩線淪陷後，敵人將津浦線天津徐州間路線及膠濟全線與華北其他一切路線均置於偽華北交通公司系統之下，另分設區局，劃分管理津浦線天津德縣段及德石支線之一部劃歸偽天津鐵路局。德縣滋陽縣段及膠濟全線劃歸偽濟南鐵路局。津浦線滋陽縣至徐州段劃歸偽徐州鐵路局。至於浦口徐

州段則劃歸偽華中鐵道公司管理，不屬於偽華北系統之內。凡此組織純為集中管制，便利軍運，故敵人佔據時期，一切設置亦以便於軍運及攫取物資為目標。因而拆除津浦之良陳支線，灤黃支線及兗濟支線等，而改築有利軍運之德石線，及便於煤運之南新泰支線，陶莊支線，並將柳莊炭礦線改為標準軌

距，南段並添築蚌水支線，以與淮南鐵路連接。膠濟線則拆除青島大港間貨物線，鐵山支線並黃台橋支線，及八陡支線之一部，及大港調車處碼頭線岔道等。並將濟南膠濟車站軌道拆除，合併於津浦線濟南車站，而另築羅家莊支線。茲分列敵人拆除及修築路線統計表於後，以備參照（見附表一、附表二、）

附表1. 津浦區鐵路管理局日人拆除路線統計表

線 別	地 點	拆 除 軌 道 長 線 (公 里)	備 攷
津 浦 線	良 陳 支 線	良 王 莊—陳 唐 莊	25.600
	”	陳 唐 莊 站(岔 道)	1.220
	獨 流 站	給 水 線	1.550
	灤 黃 支 線	灤 口—黃 台 橋	5.650
	兗 濟 支 線	滋 陽—濟 寧	36.045
膠 濟 線	青島四方貨物線	青 島—大 港	1.630
	鐵 山 支 線	金 嶺 鎮—鐵 山	8.371
	黃 台 橋 支 線	黃 台 橋 站 東—黃 台 橋	2.128
	大 港 調 車 處	第 二 碼 頭 線	0.450
	”	” 三 ”	2.852 <sup>75</sup>
	”	” 四 ”	0.396 <sup>44</sup>
	”	” 五 ”	2.344 <sup>33</sup>
	”	修 車 線	0.567 <sup>41</sup>
	”	調 車 線	4.787 <sup>09</sup>
	”	石 炭 線	1.271 <sup>17</sup>
	”	貨 物 線	3.370 <sup>90</sup>
	八 陡 支 線	山 頭 莊	0.500
	”	二 畝 琿 莊	0.500
濟 南 膠 濟 站	濟 南 站	12.282	
總 計		111.516 <sup>09</sup>	包括蝮線 4.517公里

附表2. 津浦區鐵路管理局日人修築路線統計表

線 名	修 築 年 月	始 終 站		路 線 長 度 (公 里)			備 攷
		自	至	正 線	岔 道	計	
德 石 線	民國30年2月	德 縣 (180+653M)	(111+000M)	69.653	4.900	74.553	德石線本局 管轄區域自 德縣至衡水 貢家台間公 里 111+000處
赤 柴 線	民國30年4月	磁 窑	赤 柴	25.260	7.194	32.454	
南新泰線	民國33年7月	赤 柴	南 新 泰	41.120	9.794	50.914	
羅家莊線	民國32年11月	南 定	羅 家 莊	6.560	2.747	9.307	
柳泉炭礦線	民國30年3月	柳 泉	柳 泉 炭 礦	15.850	1.660	17.510	
陶莊炭礦線		山 家 林	陶 莊	3.600		3.600	
蚌水支線		蚌 埠	水 家 湖	61.015		61.015	
總 計				223.058	26.295	249.353	

二十六年冬作戰時津浦線黃河鐵橋曾被炸壞，敵人於廿七年底於以修復。侵據全線後並陸續將楊柳青滋陽重E22級鋼橋更換為偽制E20級，（近於部定C20級）亦有將鋼橋改築為混凝土拱橋者。滋陽縣浦口間E22及E25級花梁及鋼梁，亦多更換近於E40級至E48者。膠濟線周村濟南間E25級花梁鋼梁亦更換為偽制E20級者，間有將鋼橋更換為混凝土拱橋者，並將張店大臨池間鋼軌利用膠濟存料，更換為12公尺43公斤者，大臨池高家間則更換為九公尺42公斤者，高家龍山間更換為10公尺41公斤者，龍山濟南間更換為10公尺40公斤者。電訊設備在作戰時期幾全部蒙受摧殘，敵入侵據後陸續修復。號誌方面，濟南將膠濟站拆除，併於津浦站後就津浦站址，另設東中西三所號誌樓。東西兩樓按裝電氣機械聯鎖機，各一套，中號誌樓按裝電空繼電聯鎖設備全套。全站裝有軌道電路，號誌為色燈式。津浦線浦口，蚌埠徐州，滋陽縣德縣等大站除原有聯鎖設備外，另設有電氣鎖器。膠濟線青島大港埠頭四方等四站轉轍器仍用人工，惟號誌改為色燈式。其他津浦膠濟各站號誌亦均稍

有改進。房屋方面敵人將已拆除之各支線站房均一併拆除，而於改築各線亦稍有添築。濟南大槐樹機廠於三十四年春，曾受空襲轟炸，廠內主要部份之車輛廠機器廠、模型廠、鍋爐廠、材料廠、損壞頗重。辦公室宿舍亦被波及，被毀建築面積一三、〇〇〇公方尺。卅四年接收後，即着手修復已於三十五年十月完全修竣矣。

#### 四、勝利後兩年來概況

勝利後交通部為便利接收，於卅四年九月在北平成立交通部特派員辦公處，統一接收華北各交通機關。本局先於卅四年十月成立濟南分區接收委員辦事處，接收偽濟南鐵路局，至卅五年三月一日始奉部令改組為津浦區鐵路管理局。將所轄路線統一劃撥，計所轄兩幹線，德石線之一部及各支線總長約一七一八公里（見附表三）。當時因路線被毀，截成數段，另在浦口成立浦兗段管理處，就近處理浦口兗州間業務。兩年以來，全區路線，橫遭破壞，雖經本局數度搶修，無如隨修隨毀，以有限之財力物力，應付無止境之摧毀，終乃料盡財細，勞而無功，茲

將兩年來所經歷情況擇要縷述於後。

附表3. 津浦區鐵路管理局轄內路線一覽表

線 別	里 (公 里) 程		共 長 (公 里)	備 攷
	起	訖		
膠 濟 幹 線	0.000	392.833	392.833	德石線本局管轄區域自德縣至衡水貢家台間公里111+000處
津 浦 幹 線	0.000	1009.160	1009.160	
德 石 幹 線	111.000	180.653	69.653	
青 島 埠 頭 線	0.000	3.750	3.750	
博 山 線	0.000	39.220	39.220	
羅 家 莊 線	0.000	6.560	6.560	
爨 山 線	0.000	6.980	6.980	
八 陡 線	0.000	9.330	9.330	
南 新 泰 線	0.000	66.380	66.380	
臨 棗 線	0.000	31.020	31.020	
柳 泉 炭 礦 線	0.000	15.850	15.850	
陶 莊 炭 礦 線	0.000	3.600	3.600	
蚌 水 支 線	0.000	61.015	61.015	
輪 渡 軌 道 線	0.000	2.241	2.241	
總 長			1717.592	

### (一)接收時路線情況

接收時本區轄內，路線破壞情況已極為嚴重。當時津浦線通車地段為天津東光鎮間一八〇公里，離城泰安間一二三公里，利國驛徐州間三六公里，蚌埠浦口間一七五公里及柳泉炭礦線十六公里，其餘地段及德石線，南新泰、棗莊兩支線均遭破壞。通車地段共約五三〇公里，僅佔津浦線總長百分之三十。膠濟線通車地段為濟南崇園寺間四四公里，安家益都間六九公里，坊子青島間一六九公里，其餘地段及張博，八陡，爨山羅家

莊等支線均因破壞不能通車。膠濟線通車地段共計二一二公里，佔全線總長百分之六十。全區通車地段共長八一二公里，僅佔全區總長線百分之四七。

### (二)接收初期之搶修

接收伊始，津浦線雖分由平津區，濟南區，徐州區及浦徐段管理處分段接收，但當時各區處均立即分別進行搶修。奈遭修隨毀，破壞日益廣大，除蚌埠徐州間分由徐州及浦口分向南北搶修，通車後未再遭破壞外，濟南方面亦派搶修隊將泰安磁陽縣間搶通



，旋即又遭破壞。至卅五年一月上旬，泰安以南路線盡被共匪侵據破壞。濟南以北破壞地段，由禹城向南延至晏城，北段自東光鎮向北延至馮家口。膠濟膠接收時期，有一百廿公里之路線（正線約九十公里，支線約三十公里）及大橋十二座遭受破壞。接收後立即組成搶修工程車數列分向各破壞地段搶修。十一月五日，膠濟幹線一度搶修通車，張博支線亦由張店脩至大嶗崙，但青濟間僅順利通車一日，復遭破壞。此後隨毀隨修，時通時斷。至十一月下旬破壞日甚一日，全線遂告中斷。嗣於三十五年一月十三日政府頒佈停止衝突命令後，搶修工作遂進入另一階段矣。

### (三) 卅五年度破壞與搶脩

三十五年一月十三日 政府頒佈停止衝突命令，當時本區路線破壞地段，津浦線計馮家口晏城間約一五七公里，泰安利國驛間約二〇四公里，南新泰支線，五十九公里，臨棗支線卅一公里，德石線七十公里，總計破壞地段共長約五二一公里。膠濟線破壞地段為張店譚家坊間五六公里，坊子女姑口間一三七公里，張博支線六公里，八陡支線九公里，羅家莊支線約七公里，總計破壞地段，共長二一五公里。全區路線破壞總長計七三六公里。

政府頒佈停止衝突命令後，原期和平有望，必能進行搶脩。當時本局立即編擬搶脩計劃，並組織搶脩隊。津浦線天津隊擬定自馮家口向南搶脩，濟南方面一隊自晏城向北進修，一隊由泰安向南進脩。徐州方面由利國驛向北進修。膠濟線擬定張店搶脩隊自張店向東進脩。坊子組成兩隊分向東西進脩，青島搶脩隊自女姑口向西進脩。不料搶脩開始後，阻擾時生。津浦線雖四隊均能開始工作，旋即先後被阻停工。膠濟線僅張店搶脩隊得能開工，不久亦被阻停工，青島坊子雖數度交涉，均未能開工。全區路線搶脩停工

後雖經各地軍調小組，多次交涉，而枝節橫生，搶修工事終未能順利進行。此次搶修計津浦線共脩七一、五一〇公里，膠濟線共脩三三、三四〇公里，此為三十五年第一期搶脩，全區共脩復路線總長一〇四八五〇公里。嗣後至五月再度開始破壞，津浦北段捷地以南路線復被侵據。六月六日後，奸匪突行全面澈底破壞，桑梓店以北及黨家莊韓莊間路線，南新泰支線，臨棗支線，陶莊炭礦線，均完全被匪侵據破壞。當時幹支線破壞總長計五六二公里，膠濟線六月六日後郭店譚家坊間坊子女姑口間及已修復之張博支線等復被破壞二二八公里，並毀大小橋梁一四四座，車站四四站，路線破壞連前被毀未修之八陡及羅家莊支破總計二四四公里，電訊二五五公里，均遭破壞，全區被毀路線總長八七六公里，（包括德石線七十公里在內）約佔全區路線總長百分之五十一。

迄六月下旬徐州以北，濟南以東，青島以西，軍事均日見推進，乃得再度進行搶脩，為卅五年度第二期搶脩。

津浦線徐州搶脩隊於七月十八日自韓莊南運河橋向北搶脩，曾一度被阻。至十月二十四日在沙溝北公里六〇七加七四〇處，與臨城出發之搶脩隊接軌，計搶脩路線二一、九〇〇公里，橋梁十四座。更於十月廿九日開始搶脩臨棗支線，於十一月二十三日進抵棗莊，脩復路線三十一公里，橋梁十六座。再於十一月十三日由臨城北公里六〇一加六〇〇處向北搶脩，至十一月廿四日修抵公里五九八加〇二〇處受阻，計脩復路線三、三三〇公里。總計本次搶脩津浦南段徐州臨城間及臨城以北並棗莊支線，共修復路線長五六、二三〇公里，搶脩橋梁三十座。並臨時脩復給水設備與車站房屋及沿線電信設備，此外並於六月十一日至十九日，自雲亭南公里四四四加四八〇處，修至大汶口站四五一加九五〇處，計修復路線七、四七〇公里。

膠濟線六月下旬軍事沿膠濟線推進，本

路遂分組青島坊子、張店，濟南四個搶修隊。濟南搶修隊於六月二十七日由郭店以東公里三六五加八六〇處開始東進，七月二十四日修抵張店，計修復路線二八、五二〇公里，大小橋樑二十五座。張店搶修隊於七月二十二日至八月六日修復張博支線南定博山間破壞路線七公里及橋樑三座。自張店向東於八月四日起開始東進，至九月十九日搶修至益都，修復路線四一、四五〇公里，大小橋樑三十座。在濟南搶修隊自張店東進之前，坊子搶修隊已於七月二十九日由譚家坊西進至八月四日修至瀾河橋東岸，公里二二七加四〇〇處，九月二日至十七日自瀾河橋修至益都，與濟南隊接軌，坊子濟南間路線遂告接通。譚家坊益都間搶修路線一四、六〇〇公里，橋樑二座，坊子青島間路線早由青島搶修隊於六月廿日起，開始自女姑口西修至城陽後被阻停脩。七月十六日再自城陽西脩，十二月十二日脩至太堡莊東公里一三二、九〇〇處，與坊子東進搶修隊接軌。修復路線一〇一、五五〇公里，大小橋樑七十八座。至坊子搶修隊於接通濟坊間路線後，折返坊子東進，自十月七日至十二月十二日在上述接軌處與青島隊相會，計修路線三五、〇五〇公里，大小橋樑六座。總計第二次搶修膠濟幹支線共長二二八、一七〇公里，橋樑一百四十四座，沿線各站站房，計一九二〇方公尺，電訊三二二、八一〇公里。此外搶修路線時期計路線零星被毀七十五次，橋樑被毀十九座均隨時修復。

綜計本局在三十五年度一年間，隨毀隨修之路線橋樑不計外兩期正式搶修路線計長三九六、七二〇公里（參閱附表四）橋樑一九〇座。

#### （四）本年破壞與搶修

三十五年十二月搶通膠濟線後，本年原計劃以全力搶修津浦線，以竟全功，未料二月下旬膠濟線軍事驟生變化，全線除青島南

泉間坊子堯溝間郭店濟南間三段共長一一〇公里路線外，均再度淪陷匪區。事後調查破壞情形較歷次尤為巨烈，僅幹線及張博魯山西支線破壞路線計長三一六公里，破壞損失計幹線路基破壞二一七公里，計須填土約六十一萬五千公方。軌道被毀二七〇公里，連同各站蜷線岔道共長約三二三公里。鋼軌失去百分之七十，枕木全失，張魯兩支線軌道四十六公里，共匪將軌距改為一公尺用以通輕便車，計損失枕木百分之二十二。此外幹支線共破壞大小橋樑一七七座，站房四十二站，給水設備十所，（以上破壞損失前被毀未修之八陡及羅家莊兩支線均未計入。）

津浦線臨棗及陶莊兩支線，於二月下旬亦再度被匪侵佔，路線共長約三十五公里復被破壞。津浦北段六月十二日夜獨流鎮滄縣間路線突遭破壞，靜海縣以南各站均被侵據，六月下旬軍事向南推進，曾隨軍搶修自獨流鎮南公里四三加七〇〇處修至陳官屯南公里六一加〇八〇處後，七月四日夜靜海以南路線又被匪軍侵據，計靜海滄縣間路基被挖土五萬公方，待修長度七十三公里。鋼軌損失約百分之十二，枕木損失約百分之六十，此外被毀橋樑三座，站房八站，給水設備兩處，電訊設備七三公里。

津浦南段臨城至磁陽縣間幹線，勝利後即被共匪侵據，破壞嚴重，計路線被毀八〇、五七〇公里，計須填土四十二萬公方。鋼軌損失百分之九十八，配件枕木全失，橋樑多被炸落於河底，橋墩橋台亦被炸壞，共破壞大小橋樑六十座，計十公尺以上大橋二十九座，小橋三十一座，沿線站房均被拆毀無一完整者，水塔被炸倒，水井用石塊填塞，電訊設備完全被毀。

二月臨城以北軍事進展，乃於三月八日自臨城北公里五九四加七四〇處向北填築路基，於四月二十九日修至鄒縣車站，與由兗州向北修築路基隊銜接修竣。舖軌隊於三月十一日自臨城北公里五九八加〇八〇處向北

附表4. 三十五年度津浦線全區搶修路線長度表

期 別	線 別	日 期		站 間		里 程		搶 修 (公 里) 長 度	備 攷	
		自	至	自	至	自	至			
第 一 期	膠 濟 線	3月8日	4月19日	張店	淄河店東	280K150	250K800	27.550	搶修長度蟻 線未包括在 內。	
		2月21日	2月27日	張博支線		8K400	34K754	5.790		
		小 計								33.340
	津 浦 線		3月13日	3月15日	馮家口	泊頭				3.450
			3月23日	4月17日	晏城	禹城北	313K200	300K580		12.620
			3月7日	3月28日	泰安	雲亭南	427K800	444K170		13.670
			3月8日	4月3日	南新泰支線 華豐樓德		6K990	18K800		9.570
			3月12日	4月3日	利國驛	臨城	632K000	606K400		25.600
			截止3月22日		臨棗支線		0K000	6K600		6.600
	小 計							71.510		
	第 一 期 總 計									104.850
	第 二 期	膠 濟 線	6月27日	7月24日	郭店	張店	365K860	283K230		28.520
			8月4日	9月19日	張店	益都	282K050	240K600		41.450
			7月29日	9月17日	譚家坊	益都	226K000	240K600		14.600
			6月20日自 7月16日自	26K200 城陽	12月 12日	太堡莊	26K200	132K900		101.550
10月7日			12月12日	坊子	丈嶺	168K600	132K900	35.050		
7月22日			8月6日	張博支線		7K000	38K320	7.000		
小 計							228.170			
津 浦 線			6月11日	6月19日	雲亭	大汶口	444K480	451K950	7.470	
			7月18日	10月24日	韓莊	臨城	運河橋	604K070	21.900	
			11月13日	11月24日	臨城以北		601K600	598K020	3.330	
		10月29日	11月23日	臨棗支線				31.000		
小 計							63.700			
第 二 期 總 計								291.870		
第 一 第 二 兩 總								396.720		

舖軌，兗州方面則於五月九日自公里五一—一處向南搶修，兩隊分向南北並進，於五月十八日在程家莊東灘站間公里五二〇加六五〇處接軌。共計舖設正線八七、〇八〇公里，連同各站蜷線總長九五、六二一公里，橋梁亦於同時竣工，係用枕木架支撐橋身，暫維行車。各站站房僅就原有較好牆壁加以修葺，藉避風雨，給水在滕縣站增設臨時設備一處，電訊因限於材料，僅設銅線一對，鐵線一條，以維通車。

三月臨城向北開始搶修後，為期打通濟南浦口間路線，即籌劃由濟南向南進修，惟濟方材料極為缺乏，雖擬在濟拆除站內岔道移用，所得有限，因而計劃泰安以北路基及橋梁由濟南出發搶修隊修復。舖軌則儘在濟所籌材料數量，由黨家莊向南舖設，其餘一切軌料及主要橋梁材料，則須仰給部撥由浦口北運。自兗州向北舖軌。濟南方面乃於四月廿三日利用撤退來濟之棚工，由黨家莊向南修築路基，惟黨泰間治安不良，且限於材料，延至七月十二日始得自黨南公里三七一加一五〇處向南舖軌。至七月廿九日修至固山南公里三七九加八二〇處。因料盡停工，共舖軌八、六七公里，且炒米店固山間每軌只舖設枕木五根，僅能通摩托車藉以運輸材料。路基截至八月卅一日止，修至固山南公里三八四加〇〇六處，共填土二萬五千公方。並自七月十一日起至九月十七日搶修黨家莊固山間橋梁六座，正式修復固山張夏間橋梁兩座。近因黨泰間治安恢復，自九月九日起黨泰間大橋七座已陸續開工。此外黨泰間尚有土方二十餘萬公方，正籌備由本局各處抽調工人填築。至兗州方面，於五月六日自兗北公里四九七加二〇〇處向北修築路基，至六月十八日修至大汶口，計填土三萬五千公方，並於六月六日自公里五〇八加一三〇處向北舖軌，至七月三日修至大汶河便道南端公里四五四加八七〇處。（原有大汶河小汶河兩大橋均被澈底破壞，修復困難，故暫

修便道）便道已完成百分之三十，適山洪暴發所搭枕木架被水壞沖，繼之魯南軍事又生變化，搶修隊被迫撤退至兗州臨城一帶，兗北新修路線再度淪陷。計此次舖軌五四、四三〇公里，搶修橋梁廿一座，幸不久軍事漸形開展，路線破壞尚屬輕微。惟因已入雨季，又值今年雨水特大，臨城以北新修路基既未十分沉實，且缺乏石渣，逢此連續大雨，沿線軌道均須加工修護整理，因而搶修工作不能前進。至九月初臨城以北路線已形改善，乃再前進至大汶口，重修便道。惟因河水水面仍高，施工困難，現便道正在趕修，大汶口泰安間路基亦正在填築中。

津浦北段靜海陳官屯間路線，於七月初復被破壞後，七月下旬軍事推進，靜滄間路線完全收復，乃於七月廿九日再度由靜海南公里五二加五〇〇處向南填築路基，於九月十四日修抵唐官屯站。並於八月二日自靜海南公里五七加〇三〇處向南舖軌，至八月卅一日修至陳官屯南公里六四加五二〇處。因枕木用盡停工待料，計舖軌七、四九〇公里。

膠濟線於八月中旬全線完全收復，本局料款俱缺，除計劃在青島拆移岔道，先將南泉藍村修復外，並已編具十里堡。（郭店東公里三六六加，七一〇處所設之臨時站）。張店間及張博豐山兩支線搶修計劃及概算呈部審核，並請撥工款材料。青島搶修隊已於九月十日自南泉西公里四二加八〇〇處向西舖軌，正在進行中。

總計本年截至八月底止，除隨毀隨修者外，本區津浦線共搶修路線計長一五七、六七〇公里，（參閱附表五）膠濟線除南泉藍村間正在進行修復外，其餘尚未能開始搶修。

### （五）此後修復計劃

本區路線，自敵人降服迄本年八月底止，僅津浦線天津磁陽縣間及膠濟全線之軌道即被破壞達一千八百七十次。除零星破壞隨

附表5. 三十六年度津浦區全區搶修路線長度表 (截止8月31日止)

線別	日期	站間	里程	搶修長度 (公里)	備 攷
津 浦 線	8月2日—31日	靜海縣 唐官屯	57K030M—64K520M	7.490	蝮線未計算在內
	7月12日—29日	黨家荒 崗山	371K150M—379K820M	8.670	
	6月6日—7月3日	滋陽縣 大汶口	508K130M—大汶口河便道	54.430	
	3月11日—5月18日	臨城 滋陽縣	578K080M—511K000M	87.080	
膠濟線	—	—	—	—	本年度尙未能開始搶修
總 計				1.57.670	

時予以修復外，每次大破壞後，一俟局勢好轉立即編擬計劃，進行搶修。奈局勢變化莫測，計劃亦不能不適應局勢隨時變更，本局本年七月曾擬計劃於本年十月將津浦線由兗州修通濟南，明年上半年通至天津，並修通膠濟線濟南張店間及南泉高密間下半年修通膠濟全線。惟近三月來魯南局勢一度變化，搶修工作停工兩月之久，修通至濟南或將延至年底，而膠濟全線亦於八月完全收復，局勢頓形改觀。此後自須配合軍事予以適當之變更，俟津浦線修至濟南後，或須先搶修膠濟線十里堡張店間路線及張博支線。然材料工款均有待於交通部之統盤籌劃，本局惟有積極於準備工作也。

### 五、結論

本局接收以來，幾無日不從事於路線之

搶修，初尙期望短期內恢復全區通車，故隨毀隨修再接再厲，以與惡劣環境相抗爭。迄至三十五年一月中旬時歷數月之久，未曾稍懈，在事員工亦均不避艱險忠勇效命，終得一度將膠濟線搶修通車。乃自三十五年一月十三日政府頒佈停止衝突令後，共匪初則多方阻難，繼則變本加厲，迭次澈底破壞路線。僅以本區所轄津浦線天津磁陽縣及膠濟全線統計被毀軌道長一千二百餘公里，橋梁七百四十八座，九百五十孔，站房一百九十六站，給水設備卅七處，其他電訊機車車輛等均損害重大。(參閱附表六)本局逢此厄運，職責所在，惟有奮勉從事努力於路線之重建。目下轄內路線尙有百分之五十約長八百五十公里亟待修復。(參閱附表七)現政府已明令動員勦亂，所冀匪氛早日肅清，能得順利搶機修會庶全區修復通車早告功成。

# 津浦區鐵路管理局 路產所受匪害損失情況表

津浦線——天津—磁陽

膠濟線——幹線及支線

(一)路線,橋梁,站房,給水設備,被毀損失統計表 36年9月18日製

年度	線別	被毀次數					被毀數量					備註			
		軌道	橋梁	站房	給水	共計	被毀長度及損失材料								
							被毀長度 (公里)	鋼軌 (根)	枕木 (根)	路基 (公尺)	橋座		橋孔	站房 (站)	給水 (所)
34年度 8月15 日—12 月31日	津浦線 德縣—滋陽	375	50	23	2	450	97.903	4,280	55,901	41,910	45	48	23	2	津浦線天 津至德縣 段及德石 線未計算 在內
		453	85	34	5	577	141.074	12,302	88,019	40,230	57	64	30	5	
35年度 1月1日 —12月 31日	津浦線 天津—滋陽	220	238	62	8	528	276.803	35,847	249,511	160,370	204	302	48	8	德石線因 未能調查 故未計算 在內
		449	291	87	12	839	244.642	37,662	270,141	124,174	223	204	45	12	
36年度 1月1日 —8月 31日	津浦線 天津—滋陽	102	16	8	—	126	83.681	3,238	143,205	134,540	16	27	8	—	德石線因 未能調查 故未計算 在內
		271	212	42	10	534	390.075	45,841	528,788	217,020	203	305	42	10	
總計		1,870	892	256	37	3,054	1,234.178	139,170	1,335,565	718,244	748	950	196	37	

附表7.

## (二)電訊被毀損失統計表

年 度	線 別	被 毀 次 數	電 綫 損 失 數 量 (公 尺)	電 桿 損 失 數 量 (根)	備 註
34年8月15日至	津 縣—滋 陽 德 縣—滋 陽	177	5,986,990	6,035	津浦線天津至德縣段，及德石線未計算在內。
35年9月30日止	濟 線及支線	287	11,404,639	9,750	
36年10月1日至	天 津—磁 陽	113	818,390	1,352	德石線因未能調查，故未計算在內。
36年8月31日止	膠 濟及支線	64	6,374,639	7,054	
總 計		641	24,584,486	24,191	

附表8.

## (三)機車、車輛，被毀損失統計表

年 度	線 別	車 輛 損 失 數 量	機 車 損 失 數 量	備 註
34年8月15日至35年 12月31日止	津 縣—滋 陽 德 縣—滋 陽	461	26	津浦線天津至德縣段，及德石線未計算在內
	膠 濟及支線	140	18	
36年1月1日至36年 8月31日止	天 津—滋 陽	14	98	德石線未計算在內
	膠 濟及支線	147	11	
總 計		762	153	

附表7. 津浦區鐵路管理局截至8月31日止尚未修復路線統計表

線別	站 間	公 里 程	破 壞 長 度 (公 里)	備 攷
津 浦 線	陳官屯—桑 南	64K520—337K360	272.840	I. 津浦區鐵路管理局轄內幹 支線全長計1717.592公里 2. 向未修復路線約佔津浦區 轄內路線全長50%
	固 山—磁 窰	379K820—大汶口便道	73.880	
	南新泰支線	0K000—66K380M	66.380	
	臨 棗 支 線	0K000—31K020M	31.020	
	陶 莊 炭 礦 線	0K000—3K600M	3.600	
	小 計		447.720	
膠 濟 線	南 泉—坊 子	42K800—168K700	125.900	
	譚家坊—十里堡	222K500—366K600	144.100	
	張 博 支 線	0K000—39K220	39.220	
	豐 山 支 線	0K000—6K980	6.980	
	八 陡 支 線	0K000—9K330	9.330	
	羅 家 莊 支 線	0K000—6K560	6.560	
	小 計		332.090	
德石線	買家台—德 縣	111K000—180K653	69.653	
			849.463	



# 湘桂黔鐵路工程進展概略

袁 夢 鴻

湘桂黔兩鐵路，爲西南交通大動脈，關係國防民生，至爲重要，三十三年敵人內侵，全遭破壞。三十四年黔桂鐵路，將都勻南丹段修復，長僅二百餘公里。中樞爲統一事權，便利修復起見，於三十五年元月將兩路合併改組，成立湘桂黔鐵路工程局。路線所經，計前湘桂綫由衡陽經廣西桂林柳州邕寧，以接南鎮段而出鎮南關，與越南鐵路同登相啣接，前黔桂綫由廣西柳州，經南丹獨山都勻，而達貴陽。支綫則湘桂綫有零陵支綫，黔桂綫有柳州至大灣支綫，全路共長壹仟肆百餘公里。三十六年初，中央決定興建西南西北國防大幹綫，爲溝通海口計，本路後奉命兼辦來湛段，廣東湛江市（廣州灣）至廣西來賓一段新工，長約三百九十餘公里，預計兩年完工，計本路全綫總長達壹仟捌百餘公里。將來全路完成，則西出安南，東啣粵漢，南達廣州灣，北至貴陽，而接川黔綫。西南鐵路網是貫通，其對國計民生，實有莫大裨益焉。

本路係應抗戰需要而興建，當時因戰事方殷，財力物力均感缺乏，工程進展，困難萬分。幸賴在事員工之努力，卒能完成千餘公里。三十三年湘桂之役，敵騎內侵，深入黔南獨山一帶全綫破壞，情形至爲嚴重。當三十四年初，抗戰末期，當局爲（一）配合軍事反攻（二）樹立鐵路復員基礎，容納鐵路失業員工（三）搜存路料（四）安定民心，促進黔南農村經濟恢復等因素，遂於敵寇貴退至河池黔南，秩序漸次恢復之時，令本局積極進行都丹段復軌工作。茲將兩年來工程進展情形概略，分述於後：

（一）都丹段（都勻至南丹）復軌工程一

三十四年初交通部曾派員來都丹段調查破壞情形，并擬定修復計劃。旋於四月中旬開始復軌工作，該段計長二〇二公里。沿綫破壞情形，除路基軌道略存殘餘外，所有機車、車輛、電訊、給水、房屋標誌，以及大小橋梁、隧道、涵洞等設備，幾破壞無遺。所能利用者，僅十之二三而已。更因款料之不足，故工程進展，困難叢生。惟鑒於本段之修復，乃爲爭取勝利，配合軍事反攻，及建立鐵路復員基礎，使命異常重大，在趕工條件不足之困難情況下，仍集中人力物力財力，并在（一）工程方面：作初步修復，祇求通車，俟後再加改善；（二）機務方面：盡量利用原有路料，修配機車車輛；（三）積極趕趕，盡量縮短修復期限；（四）所有廠房，均以最簡單方式并擇急需修復之原則下，經四個月之晝夜趕趕，卒於三十四年八月間，如期通車，而達成首期復軌之使命。

（二）桂柳柳來柳懷等三段復軌工程一本局於三十五年初改組成立，即擬具全面復軌計劃。計分正式及初步修復計劃兩種。奉准照初步修復計劃，先行搶修桂柳（桂林至柳州）柳來（柳州至來賓「包括大灣支綫」）及柳懷（柳州至懷遠）等三段。列爲第一期修復工程。該三段計桂柳綫長一七八公里，柳來綫長七〇公里，大灣支綫長一九公里，柳懷

綫長一〇六公里，共長三七三公里。均係在敵人未投降前所收復者，故沿綫一切工程，及機務設備，破壞程度最甚，其修復工作亦倍加困難。為縮短通車期限，配合復員運輸起見，所有修復工程，亦因陋就簡，積極進行，其間各大小橋樑，所需鋼梁，因無國產材料供應，外洋鋼梁一時亦不能運到，乃利用原炸毀鋼梁，盡量改配。其無法利用者，則暫建便橋，維持通車。經半年餘之全力趕趕，已先後通車，計柳來段於三十五年八月八日通車，桂柳段於三十六年一月十六日通車，柳懷段於三十六年二月間通車。

- (三) 衡桂及懷金段復軌工程—衡桂及懷金兩段，係第二期修復工程。衡桂段（衡陽至桂林）計長三五五公里，懷金段（懷遠至金城江）長五〇公里。在敵人佔據期內，未予修復利用，僅在桂林衡陽間，將路基略加修整，架設木便橋通行軌道汽車。迨三十四年春，敵人開始撤退，兩綫復遭再度摧殘，益以民間之盜竊焚燒，致使全綫支離破碎，滿目瘡痍，修復工作，已屬匪易。三十四年西南粵桂兩公路，為搶修橋樑，以配合軍事進展計，拆用本路路軌三十餘公里。三十五年春，粵漢鐵路積極搶修，以鋼軌橋梁等材料不敷應用。又將全州以東至衡陽一段之鋼軌約二百三十公里，暨沿綫存置之鋼梁材料等，悉數拆除，運往濟急。該段僅存有殘缺之路基而已。全綫修復工程之艱鉅，概可想見。三十六年初本路奉准搶修該兩段復軌工程，原計劃衡全所缺軌料，除粵漢允撥還六十公里外，不足

之數，將金城江至南丹一段路軌拆移備用，期於三十六年九月底分別通車。嗣以外洋鋼梁未能如期運到，粵漢允還之鋼軌迨七月份始行延續撥交，尤以半年來沿綫物價高漲數倍，原預算不敷分配，致影響工進甚鉅。追加預算案，於八月初奉准追加後，乃配合加緊趕趕。其桂林至全州一段，已於九月初先行通車，至衡全及懷金兩段，預計十一月底，均可分別趕通。

- (四) 金丹段—金丹段復軌工程，以該段坡度較大，高架橋山洞亦多，戰時均遭澈底破壞，修復工程，頗為艱鉅。所需大量外洋材料，一時不能運到，具該段一部份軌料，移鋪衡桂段，故本年內先作準備工作，俟衡桂懷金兩段通車後，再行着手搶修。
- (五) 已復軌地段改善工程—本路已復軌都丹柳懷柳來桂柳等四段，均係照初步修復計劃施工，兼以施工期間，物價波動巨烈，預算不能照需要追加，所有設施，不得不因陋就簡，以資節省。惟通車以來，對於行車安全，營運業務諸待改善，尤以軌道欠佳，正式橋樑，亦待繼續完成，故此項工作，均在逐步改善。
- (六) 都筑工程進展概況—都筑段乃延長黔桂綫，由都勻至貴陽之最末段。除貫通湘桂黔全路外，將來尚可聯接川黔滇黔兩綫。其提早打通，實屬時務之急。該段計長一五二公里，於三十五年五月初成立都筑段工程處，負責辦理。該段新工路綫，跨雲霧山脈，所經多崇山峻嶺，地形複雜，本路工程以該段最稱艱巨。重要工程計隧道共三十七處，其中有長達九百六十公尺者，隧道

長六公里弱。土方約六百萬立公方。改河改綫約九千公尺，大橋二十五座，總跨度二千餘公尺。小橋壹百二十餘座，禦牆護坡約十八萬立公方尺。該項工程，大部均在山坡削壁之上。故工程至為艱鉅。路基土方部份，係與黔省府合作進行，由民工分三期辦理。現第二期民工土方，業已完竣。其餘橋梁山洞等工程，均已發包施工。如款料能源源接濟，可望於三十八年底全部竣工。

(七)來湛段工程進展概況—來湛段係西南西北國防幹綫吐納海口之一段。三十六年初，本局設粵境及桂境兩

工程處，分別辦理，該段新工。粵境計長九十公里，桂境長三〇二公里。現定綫測量業已蒞事。該段路綫除紅水河鬱江兩大橋，及湛江港口等工程，較為艱鉅外，餘尚簡易。預計三十八年六月底，當可完成。

本路工進概況略如上述。惟以物價高漲不已，預算不敷支配，雖盡力計款施工，仍感配撥困難。更以材料不濟，所有工程及業務進展，直接或間接所受影響，實非淺鮮。然中央對本路完成全面通車期望頗殷，本局仰體斯旨，自應全力以赴，庶全綫貫通，早觀厥成。以達交通建設之使命於一隅也。

# 台灣碱業有限公司

## == 主 要 出 品 ==

燒 鹽 漂 液 溴 氣 氯 氣 氯 氣 氫 硫  
 酸 化 化 化 氧 化 酸  
 碱 酸 粉 氣 素 鉀 鈣 鎂 鎂 鎂

## ▲ 接 洽 處 ▲

總 公 司	地 址：高雄市草衙四二四號	信 箱：高雄市第四號
	電 掛：四 三 五 四 號	電 話：高雄市一五〇號
上海辦事處	地 址：四川中路六七〇號四樓	電 話：一一〇三轉一二號
台北辦事處	地 址：漢口街三二九號	電 話：三 〇 三 四 號

資 源 委 員 會  
材 料 供 應 事 務 所

◀供應工礦電化器材

辦理採儲運銷業務▶

代銷資源委員會各廠產品

硫	硫	硫	焊	承	三	酒	矽	鎊	電	固	人	水
	化	化		軸	角					體	造	
				合	皮					燒	石	
酸	碱	元	錫	金	帶	精	鐵	白	石	碱	膏	泥

地址 上海黃浦路十七號二樓  
電話 四二二五五

分 所

華北分所：天津羅斯福路二三八號  
台灣分所：台北懷寧街二段二四號三樓  
華南辦事處：廣州泰康路四號之一樓下  
漢口辦事處：漢口沿江大道一二六號

資源委員會

# 台灣金銅鑛務局

==主要產品==

精銅

(99.4%)

電銅

(99.96%)

◀代外服務▶

驗鑛

分析

驗鑛及分析設備齊全，代外選驗  
各種鑛砂及分析各種鑛物及全屬

台灣省基隆區金瓜石

電報掛號 6894

地址：

台北市中正西路 208 號

上海江西路 451 號

資源委員會  
**天津紙漿造紙有限公司**  
 鷹牌商標



產 品 種 類

道	林	紙	新	聞	紙
鈔	票	紙	牛	皮	紙
證	券	紙	包	裝	紙
毛	邊	紙	各	種	捲
有	光	紙	各	色	筒
連	史	紙	紙	有	光
					紙
					板

各 種 加 工 花 紙

地 址：天津第二區華安街十四號  
 電 話：四局 0896 1163 1367  
 電報掛號：3364

資源委員會中央機器有限公司

# 天津機器廠

歡

迎

營業所 天津羅斯福路255號 電話(2)4566  
北平王府井大街122號 電話(5)2156

辦公處：天津第三區小王莊 電話(6)1659

廠址 一分廠：天津(3)小王莊 電話(6)1040  
二分廠：天津(5)小孫莊 電話(4)1512  
三分廠：天津(6)陳塘莊 電話(8)0500

交

貨

## 主要出品

訂 購	柴	捲	織	各	各	自	鍍	刺	鋼	洋	木	各種機械及配件
	油	揚	布	式	式	行	鋅	鐵	絲		螺	
	機	機	機	水	風	車	鐵	絲	繩	釘	絲	

迅  
速



# 臺灣電力公司

供電  
普遍

總管理處：台北市和平東路一段三九號

電話：總機 三一〇一 三一〇二

三一〇三 三一〇四

總經理室 三一〇〇

協理室 四一四〇

服務  
週到

收費  
低廉

各區  
管理處  
台北基隆  
宜蘭新竹台中  
彰化嘉義台南  
高雄屏東東區等處

資源委員會台灣鋁業公司籌備處



大量供應 各種產品

品質優異 價格低廉

交貨迅速 歡迎採用

總公司 台灣高雄  
 台北辦事處 台灣台北中正西路二〇八號  
 上海通訊處 上海中山東一路(外灘)六號

品 產

錠	鋁	級	各
金	合	種	各
件	鑄	種	各
粉	金	砂	鋁



資源委員會  
中央機器有限公司

上海蘇州路二一五號

電話 15135 11030 (15,16,24,26分機) 電報掛號 4490或0892

出品

工具機	原動機	紡織機	鑛用機	鋼絲繩
鼓風機	自行車	抽水機	木螺絲	砂輪具
焊條	洋釘	彈簧	鐵絲	工具

製造廠

上海 天津 昆明 瀋陽

營業所

上海東大名路325號  
天津羅斯福路255號  
北平王府井大街122號

昆明環城東路357號  
重慶上清寺92號  
瀋陽中華路40號樓下41室

To

Authors of science, engineering, agriculture, medicine, etc. :

This issue is printed by

**JING HWA PRINTING CO., NANKING BRANCH,**

a first-class printer, *special in printing theses, magazines, and books of natural and practical sciences, in English, French, or Chinese.*

Guarantee no ridiculous typesetting error. You authors need not bother spending much time in proofreading repeatedly. Our service saves your precious time to do your scientific work which is more valuable to human being.

*Moderate price, Timely delivery.*

*Bring your masterpiece to us.*

*Guarantee your satisfaction.*

94 CHUNG SHAN ROAD, NANKING  
PHONE 20 (EXT. 90143)

*Our name and address in Chinese can be found on next page.*

# 工程雜誌第二十卷第一期

民國三十七年六月一日出版

內政部登記證 警字第788號

編輯人 中國工程師學會 總編輯 吳承洛

發行人 中國工程師學會 副總編輯 羅英

印刷處 京華印書館 (地址：南京中山路九十四號)  
電話撥20後叫90143

經理處 (一) 中國工程師學會總會 (南京寧海路34號) 及  
各地分會

重慶 成都 昆明 貴陽 桂林 蘭州 西安 泰和 康定 衡陽 西昌  
嘉定 瀘縣 宜賓 長壽 自貢 大渡口 遵義 平越 宜山 柳州 全州 耒陽 祁陽  
麗水 城固 永安 天水 迪化 辰谿 大庾 贛縣 曲江 灌縣 上海 南京 廣州  
北平 武漢 南寧 湛江 錦州 老君廟 白沙沱 青島 濟南 天津 瀋陽 台灣  
太原 蘇州 福州 杭州 塘沽 開封 香港 美洲 南昌 南平 內江 上饒 西寧

(二) 中國各專門工程學會 中國土木工程學會

中國水利工程學會 中國化學工程學會 中國機械工程學會 中國自動機工程學會  
中國市政工程學會 中國建築師學會 中國電機工程學會 中國動力工程學會  
中國衛生工程學會 中國航空工程學會 中國礦冶工程學會 中國紡織學會  
中國造船工程學會等 及其各地分會

(三) 中國工鑛技師公會籌備委員會及各地各科公會籌備委員會

(四) 中國工程出版公司 南京四條巷163號 (電話23989)

## 本刊定價表

每兩月一期 全年一卷共六期 逢雙月一日發行

零售每期國幣 30 萬元  
預定全年國幣 150 萬元

郵購時須寫明姓名或機關名稱及  
住址 上海或南京支票均可通用

## 廣告價目表

地位	每 期 國 幣
外 底 封 面	5000 萬元 (繪圖製版費另加)
內 封 裏	3000 萬元 (繪圖製版費另加)
內 封 裏 對 面	2000 萬元 (繪圖製版費另加)
普 通 全 面	1000 萬元 (繪圖製版費另加)
普 通 半 面	600 萬元 (繪圖製版費另加)

定閱及登載廣告請向上列編輯人發行人及經理處印刷處函洽或面洽

本刊總辦事處：南京北門橋唱經樓衛巷新安里新18號總編輯部吳潤東先生 (電話33326)

廠總配修車汽區津



平局總路公部通交

出品

飛鷹牌二輪汽車、各種汽車配件、汽車輪胎、電池、各種輕車胎、三角帶、平帶、泡沫滅火器。

承製

各種鋼鉄、鋁合金、銅合金鑄品、各種翻砂模型、各式客貨車身、各種築路工具、各種電鍍物品、各種橡膠質物品。

修理

各式汽車、各種機械、各式電機

代辦

車輛保養救濟、代管車輛、經銷各廠商有關公路工程運輸之產品。

總廠辦公處：

天津南開三馬路二百三十二號  
電話二局一〇七四一六八五

天津營業所：東南城角興安路五號電話二局一〇二五  
北平營業所：西安門大街四號電話二局〇二七一

天津北平青島濟南石家莊  
均設有修理工場

