數度衍

六　坎

數度衍十二卷目次

開平方少廣之七

平方積較求長
一負縱益積開平方法
二帶減縱開平方法
平方積和求闊
一帶縱益隅開平方法
一帶縱負隅減縱開平方法
平方積和求長
帶縱負隅減縱翻法開平方法
平方帶縱諸變

一帶縱減積開平方法
二減積帶縱負隅弁縱開平方法
三隅算開平方法
四帶縱隅益積開平方法
五帶縱負隅減縱開平方法
六減積帶縱隅益積開平方法
七帶縱負隅減縱益積開平方法
八帶縱廉開平方法
九帶縱廉負隅開平方法

十帶縱方廉開平方法

十一帶縱廉負隅乘縱減實開平方法

開平圓　少廣之八

積求外周法

積求內徑法

數度衍卷之十二

桐城方中通衍

開平方　少廣之七

珠算開平方法

通曰。四算中惟尺算不便於開方。而珠筆籌法亦不同。故分衍之。

式 橫叄百貳十肆。問平方一面幾何。曰。十八。衍 列實於卯辰巳下。約初商一十。置子位。亦置未位爲方法。左右相呼曰。一一如一。除實一百。卯位叄變二。餘實二百二十四。以方法一十倍爲

二十。為廉法。變未位一為二。約次商八。置丑位。亦置申位為隅法。先左右二八相呼。曰二八一十六。除實一百六十。卯位實盡。辰位貳變六。餘實六十四。次左右八八相呼。曰八八六十四。除實六十四。辰巳二位實盡。則所商之一十八。卽方面也。

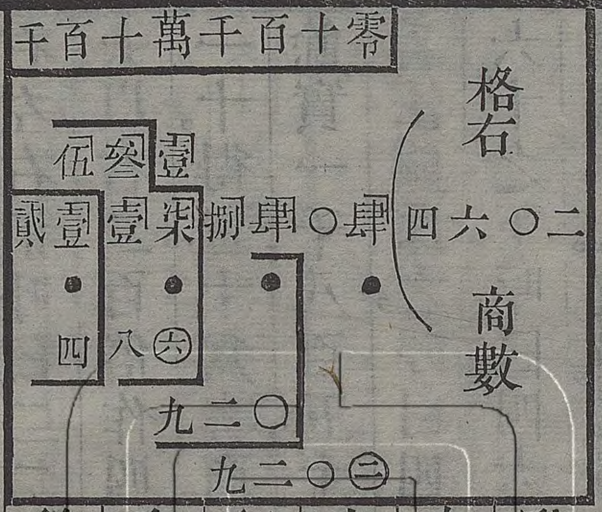
申	未	午	巳	辰	卯	寅	丑	子
八隅	方曰一廉		肆	六貳	三叁		八次商	一初商

通曰。次商與初商不同。須視實內除廉外。尚有隅之自乘否。如次商八。除二八一百六十之外。餘實尚有六十四。可除隅八之自乘。故用八。若止餘六十三。則不用八而用七矣。

歸除開平方式　積五萬四千七百五十六。問平方一面幾何。曰二百三十四。術置實盤中。初商二百。置實首左位。另置二百於右。左右相呼。曰二二如四。除實四萬。餘實一萬四千七百五十六。以右二百倍作四百為法。歸除之。呼曰四一二二。餘二逢四進一十。得三十為次商。置右四百之下。呼曰三三如九。除實九百。餘實一千八百五十六。又以右下三十倍作六十。共四百六十為法。歸除之。呼曰四一二二。餘二逢八進二十。得四為三商。置右六十之下。呼曰四六二十四。除實二百四十。呼曰四四一十六。除實十六。實盡。變為二百三十四。卽方面也。

筆算開平方法

式積貳千壹百壹十柒萬捌千肆百○肆。問平方一面幾何。曰四千六百○二。術列實八位。從末位肆下作點。隔位一點。共四點。知有四回商數也。實首點在次位。以貳壹相連作二十一者。然也。應用自乘有幾十幾數者爲商。今初商用四。註初點下。亦紀格右。相呼四四一十六。於實貳千壹百內除一千六百。抹去貳壹。變伍。完首段矣。餘實伍百壹十柒萬捌千肆百○肆。第二段實至次點止。曰伍壹柒。先立廉法。倍初商四爲八。註實壹下



空次點一位。以待隅法。乃商伍十壹內作五十一有六回八。卽用六爲次商。紀初商四右。亦註六於次點下。爲隅法。如八十六者然也。乃與次商相呼。先呼六八除實四百八十。抹去伍壹變叁。又呼六六除實三十六萬。抹去叁柒變壹。完第二段矣。餘實壹萬捌千肆百○肆。第三段實至三點止。曰壹捌肆。其格右四六倍作九十二。爲廉法。註九於實壹下。二於實捌下空三點一位。以待隅法。壹內不可除九。遇此則知商有○位。竟作○。於商數四六之右。以作第三商。完第三段矣。餘實如故。第四段實至四點止。曰壹捌肆○肆。其格右四六○。作四百六十。倍作九百二十

爲廉法。註九於實捌下。二於實肆下。○於實○下。空四點一位以待隅法。乃商壹十捌內作一十八有二回九。即用二爲四商。紀商數四六○之右。亦註二於四點下爲隅法。如九千二百○二者然也。乃與四商相呼。先呼二九。除實一萬八千。抹去壹捌。又呼二二。除實四百。抹去肆。又呼二二。除實四數。抹去肆。實盡。完四段矣。」則格右之四六○二。即方面四千六百○二也。

通曰。初商點在實首者。三以前用一。八以前用二。九則當用三。點在實首次位者。十五以前用三。三十四以前用四。三十五以前用五。四十八以前用六。六十三以前用七。八十以前用八。九十九以前用九。滿百則點又在實首矣。

用命分式 術倍前商數。加一爲母。餘實爲子。依法命之。如設積六十。開方初商七。除實四十九。餘實十一。今倍前商七作十四。加一得十五爲母。以餘實十一爲子。命曰七又一十五之一十一。而縮試幷初商及分數自之。用奇零整帶零與整帶零乘法。詳筆算下得二二五之一三四五六。以一三四五六爲實。以二二五爲法。除去四十九回二二五。餘二四三一。得四十九又二二五之二四三一也。其二四三一之內尚有十回二二五。如亦歸整。幷四十九爲五十九又二二五之一八一。則不及原積六十矣。

故曰縮。若倍初商不加一爲母。命爲十四之十一。試自之得六十又一九六之一四一。則又過原積而盈矣。舉成數可也。

又術 如開方不盡實。又欲得其小分。則通爲小數。須於餘積之右加兩○。化一爲百也。如法開之。得根數當命爲一十分之幾分也。或加四○。化一爲萬。開得根數。命爲十千分之幾分也。如設積六十巳商七。不盡實十一。欲得其細分。於右加六○。是十一化爲一千一百萬也。如法開之。又得商七四。當命爲一千分之七十四也。

奇零開平方式

術 凡開方不盡實。用命分第一術。又不盡者。用盈不足對稽可也。如實二十者。初商四。除實十六。餘實四。依命分法。立子母化初商用整帶零與整帶零乘法。得八十一之一千六百。以小除大。當以八十一除一千六百也。除得一十九零八十一之六十一。一千六百內有十九回八十一餘六十一則歸整一數 又不盡者八十一之二十。必須另立一法。滿八十一止得六十一尚餘二十 用盈不足對稽。如前用四自乘盈四。用五自乘又不足五也。以不足五。對前四又九九之四。前四者初商也九之四者倍初商加一爲母九餘實爲子曰九之四 而以少減多。以五爲原數以四又九之四爲減數 用奇零整內減整及零法。餘九之五。

原數	減數
五	肆 九之四
減餘	
九之五	

乃以前四零九之四倍之。爲八零九之八。并入

同	母
九／五	九／八
歸	整
九／四	壹
并	得
九／四	玖

減餘九之五。除去整八在外。以九之五與九之八相并。用奇零同母加法。歸整。得一零九之四。乃以在外之整八并入一爲九。得九零九之四

原數	除數
一八／二〇	九／四　玖
除	得
五八八六／〇八一	

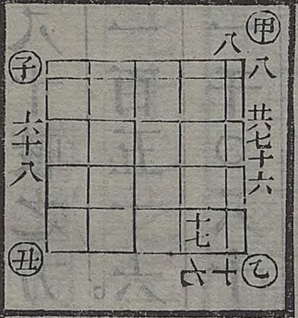
也。又以此九零九之四爲除數。以前餘未盡八十一之二十餘實也爲原數。用奇零整帶零除零法。除得六千八百八十五之一百八十也。又以此除得數與前

異	母
五八八六／〇八一	九／〇四
并	得
五六九一六／〇二〇七七二	
歸	整
五六九一六／〇六一九二　肆	

九之四十相并。九之四十者倍初商四加一共九爲母餘實四爲子曰九之四又用化法以初商四乘母九得三十六再并子四得四十是以四零九之四化爲九之四十也用奇零異母加法。子母

互乘。并母并子。得六萬一千九百六十五之二十七萬七千〇二十也。歸整。以少除多。母數少爲法。除二十七萬七千〇二十。得四。尚餘二萬九千一百六十。是爲四零六二一九六五之二九一六〇也。約之。得十七分之八。乃知實二十者。開方得四零十七分一之八也。

通曰。以開方得四化之。每一數作十七。共化爲六十八。又并入

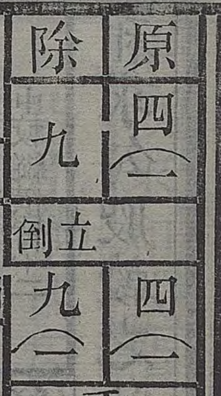


子至丑化爲六十八甲至乙化爲七十六

八。得七十六。爲平方一面之數也。自乘得五千七百七十六。爲方積。實二十亦化之。每一數作十七之自乘。共化爲五千七百

八十。較之方積。則多四也。即以初商四後之餘實四化爲一千一百五十六。以二廉及隅較之。先弁八與十七相乘之數八得一千〇八十八。又弁八自乘共得一千一百五十二。又少四也。則餘實有終不能盡者矣。

又術以四開二十不盡。今用四零二之一以求之。倍初商四得八爲母。以不盡實四爲子。曰四零八之四。約之得四零二之一。化之得二之九。以四乘母二得八加子一共九故化爲二之九母子各自乘得四之八十一。歸整以母四除子八十一得二十零四之一。則實不足矣。另置四之一爲實。將前四零二之一倍數得九爲法除之。以九



立一爲母曰一之九。倒位曰九之一。與四之一相乘。母乘母。子乘子。得三十六之一。又將三十六之一與前二之九相弁。兩母相乘得共母七十二。母子互乘得各子。一曰七十二之二。曰七十二之三百二十四。又相減。

於三百二十四內減

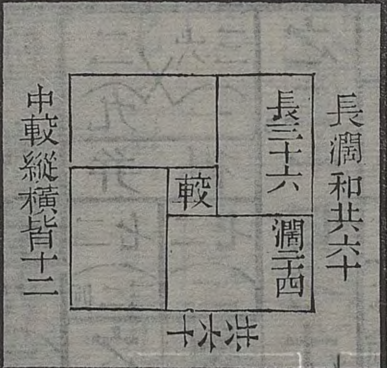
二。餘三百二十二。是七十二之三百二十二也。再以七十二爲法。除三百二十二。歸整得四零七十二之三十四。約爲四零三十六之一十七。

籌算開平方法 見前籌算

平方積較和開法

平方長濶不等者。以長濶相乘爲實積。以長濶相減爲較。以長濶相并爲和。

積和求較式 積八百六十四。長濶和六十。問長多濶幾何。曰十二。術 以和六十自乘得三千六百。四因積得三千四百五十六。相減餘一百四十四。平方開之得一十二。爲長多於濶之較。



通曰。積者勾股相乘之直積也。此乃積與勾股和求勾股較之法。

積較求和式 積八百六十四。濶不及長十二。問長濶和共幾何。曰六十。術 四因積得三千四百五十六。不及十二自乘得一百四十四。相并得三千六百。平方開之。得六十。爲長濶和。

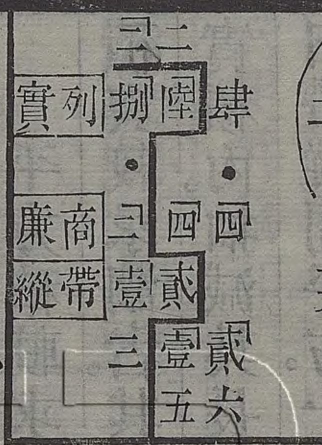
通曰。此乃積與勾股較求勾股和之法。衍此二式以起後法。

平方積較求濶

積與較求濶者。其長之積多於濶。若非加法以帶除其長。當於實積內抽減其長之積。故其法有二。一以較爲縱方。并縱八方。曰帶縱開平方。一以較爲減積。以方乘減。曰減積開平方。

一帶縱開平方法

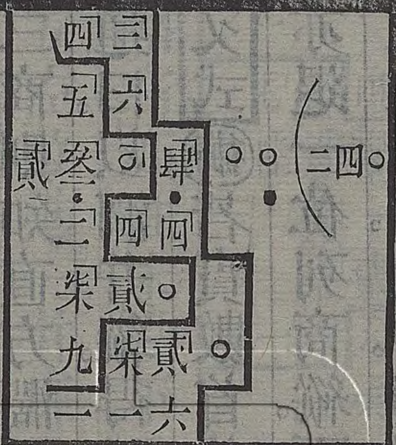
式直積捌百陸十肆。濶不及長壹十貳。問濶幾何。曰。二十四。術



列實定點。以帶縱壹十貳。隨實首列之。初商二。紀格右。亦列首點下。幷縱首壹爲三。抹二壹而註三。相呼二三除實六。首位實捌變二。又呼二貳除實四。次位實陸變二。完首段」餘實二百二十肆。倍初商二爲四作廉法。列次位實下。此退位列也。亦退位列帶縱。以廉四幷縱壹爲五。抹四壹而註五。次商四。紀格右。亦註末點下爲隅法。以隅四幷縱貳爲六。抹四貳而註六。相呼五四除實二十。抹首位餘實二。又呼四六除實二十四。

次位餘實二三位實肆皆抹去實盡所商二四即濶二十四也。

又式 術 如實貳十叁萬〇肆百縱柒百貳十。初商可用四但縱首柒幷四爲十一。實首貳叁無四十四可除。

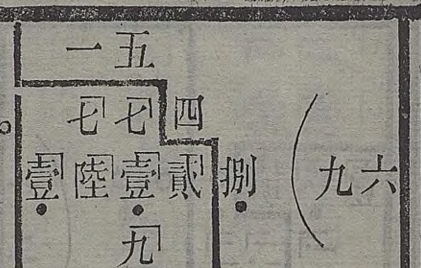


遇此須減商作二。三亦多故用二紀格右。亦註首點下。幷縱柒爲九。抹土柒而註九。相呼二九除實一十八。抹貳叁變五。又呼二貳除實四。五變四。〇變六。完首段」餘實四萬六千肆百。倍初商二作四爲廉法。列實〇下。又列縱於廉下。次商四。紀格右。亦註次點下爲隅法。以廉四幷縱柒爲十一。抹四柒而註一。左位又註一。此十以也

隅四并縱貳爲六抹四貳而註六乃以次商四呼首一曰一四除實四抹四又呼次一曰一四除實四六變二又呼四六除實二十四二肆皆抹去實盡尚有末點未開當於格右紀○以作三商則知直方濶二百四十長九百六十也

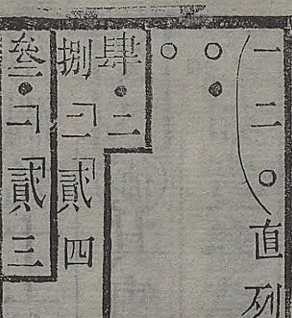
通曰以濶并縱得長也

又式 術 若實數首位寡而帶縱數多不能開者雖點段在首位亦退一位列商縱而減一商也如實壹萬陸千壹百貳十捌帶縱柒十貳數多即減一商三點止兩商也退列縱於次點下起初商九紀格右亦註次點下并縱柒爲十六抹九柒而註六左位註一



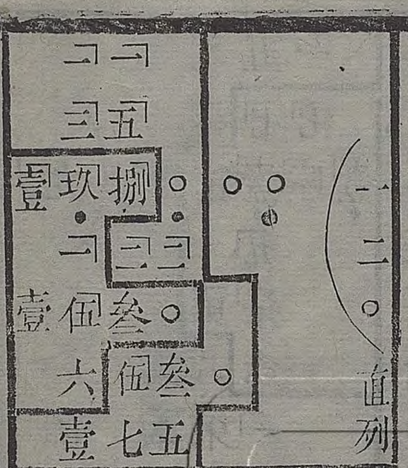
相呼一九除實九抹首壹陸變七又呼六九除實五十四七變一壹變七又呼貳九除實一十八七變五貳變四完首段倍九得一十八爲廉法列之退列縱次商六紀格右亦註末點下爲隅法以廉八并縱柒爲十五抹八柒而註五左位進一并廉一爲十二以隅六并縱貳爲八如法呼除實盡得濶九十六長一百六十八

又式 術 其實首數多帶縱數少可以開除者仍照所點段位開之如實叄萬捌千肆百帶縱貳百首位叄自爲一段初商一紀



右註首位下弁縱貳爲三。呼一三除實叁完首段。倍一作二爲廉。註次位弁縱貳爲四。次商二。紀右。註次點下爲偶。呼除實盡。尚剩一點未開商後加一〇。得濶一百二十。長三百二十。

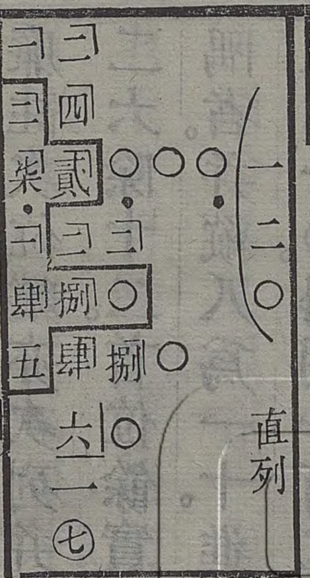
又式 術 若點段開位少而帶縱位反多。如三點該百而帶縱至千之類。以初商



置首點下。以帶縱大數進左列之。必首段係二位者方有此例。如實壹十玖萬捌千。帶縱壹千伍百叁十。遇此則列縱亦須以百隨百而進千矣。初商一。紀右註首點下。次縱伍當隨一下列之。

初商一百也。次縱伍亦百也。首縱壹進列首位下。以初商一弁縱伍爲六。先與縱壹呼一壹除實壹。再呼一六除實六。再呼一三除實三。完首段。倍初商一作二爲廉。註三位實下。帶縱壹退從次位起列伍於廉二下。弁爲七。次商二。紀右。註次點下。弁縱叁爲五。依法與次商呼除。又加一〇。得濶一百二十。長一千六百五十。

又式 術 帶縱弁商數有共十十者。進位再弁可也。如實柒萬貳

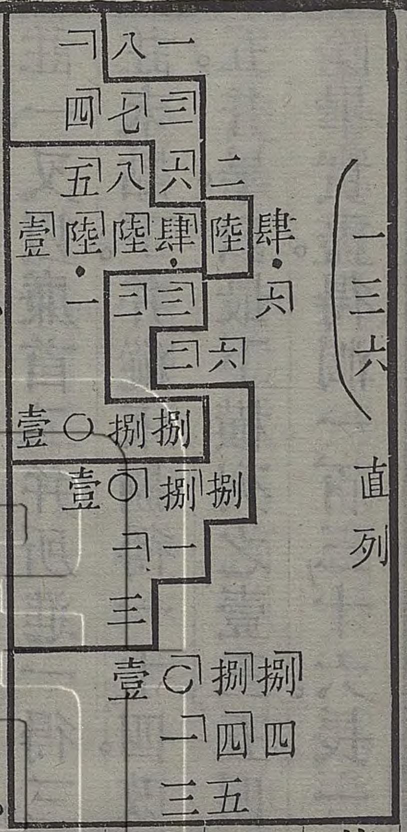


千。縱肆百捌十。點在首位。初商一。紀右。註首點下。縱首隨列。以一弁縱肆爲五。呼除畢。餘實一萬四千。倍初商作二爲

廉。註次位。縱亦次列弁二肆爲六。次商二。紀右註次點下。先呼二六除十二。首位餘實一抹去。次位餘四變二。然後以商二爲隅者。弁縱八爲一十。進位註一本位註○。乃呼一二除二實盡。又加一○。得濶一百二十長六百

通曰。既列次商帶縱。先以廉二弁縱肆爲六。又以隅二弁縱捌爲一十。進一於所弁六下。以一六弁爲七。然後以次商二與七相呼。二七除一十四。抹首位餘實一。次位餘實四亦便

又式 術 若實數縱數商數俱多者。襍糅易淆。務須先將帶弁之數逐一歸弁。各註本位之下。乃以呼除。始不紊亂。如實壹十陸萬陸千肆百陸十肆。縱壹千○捌十捌。初商一。紀右註初點下。三點。知初商係百位。以縱百位○。隨列初商下。列縱



壹千於進位。初商一與縱○無弁。仍是一。先以右一與縱壹呼一壹除一。又以右一與商一呼一一除一。又以右一與縱捌呼一捌除八。又以右一與縱尾捌呼一捌除八。完首段。餘實四萬七千六百陸十肆。倍初商得二爲廉。註三位實下。退列縱數以相弁。廉二與縱○無弁。仍是二。次商三。紀右註次點下。弁縱捌

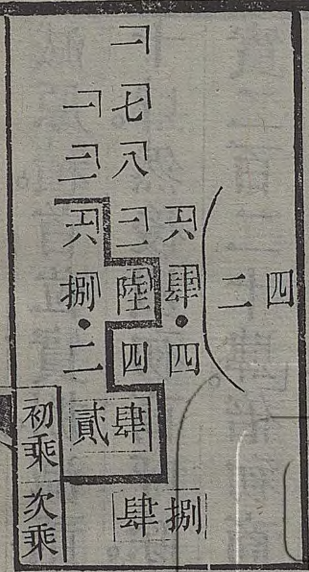
爲一十一。改三捌爲一進位○下註一。又改二○一爲三。并畢。
須以最下橫列之壹三一捌爲主。皆與右三相呼除實也。除畢。
完次段。餘實八千一百二十肆。倍前商一三作二十六爲廉。空
末點位以待隅註。而以六註第五位實下。二註第四位實下。退
列縱數以相并。先以廉六并縱捌。得一十四。註四於捌下。進位
註一。又以廉首二并所進一得三。改二○一爲三。三商六紀右。
註末點下。并縱末捌得一十四。改六捌爲四。進位四加一改作
五。并畢。以最下橫列之壹三五四爲主。皆與右六相呼除實也。
除畢實盡。得濶一百三十六。長一千二百二十四。

通曰。凡圖最上爲餘實。最下爲并縱。并縱者。并廉隅縱爲開方
之法數也。右七式用前積較求和之法。得和減縱半之即濶。然
其變不可不知耳。求長亦然。

二減積開平方法

減積者。於實內減股之積。以就其方也。股即長也

式　直積捌百陸十肆。濶不及長壹十貳。問濶幾何。曰二十四。術
列實點位。另將不及壹十貳爲減積。以
商數乘之。而列乘數。初商二。紀右。註首
點下。乘減積得貳十肆。隨位列之相對



減原積首位實捌減貳餘六次位實陸減肆餘二餘實六百二十肆。然後以初商呼除二二除四首位餘實六變二完首段餘實二百二十肆。倍初商二得四爲廉。註次位實下次商四紀右。註末點下爲隅。以隅乘減積得肆十捌亦隨位列之相對減餘實首次兩位餘實二十二。減肆首位二變一次位二變八次三兩位餘實八十肆。減捌次位八變七三位肆變六共餘實一百七十六。然後以次商與廉隅呼除四四除一十六抹首位餘實一。次位七變一。又呼四四除一十六抹次位一三位六實盡得濶二十四。

通曰。凡定商數須減積後餘實視有商數之自乘否勿以原實定商也。初商列初點下初乘首數亦隨初點下列之二段廉退初商一位則次乘亦退一位也

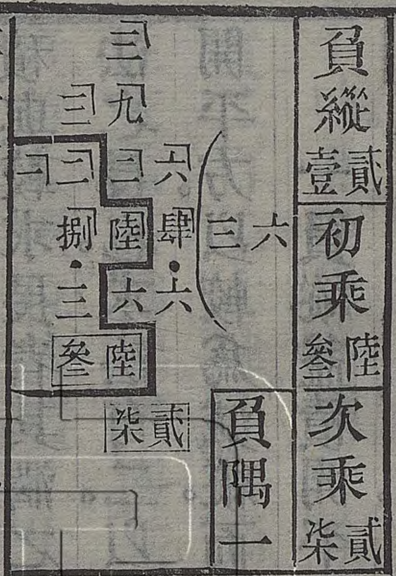
平方積較求長

積與較求長者。其濶之積少於長若非益積以補濶則當損其法之長也。求法有二。以較爲負縱乘上商以添積曰負縱益積開平方以較爲減縱而以負縱減方法。曰帶減縱開平方。

一負縱益積開平方法

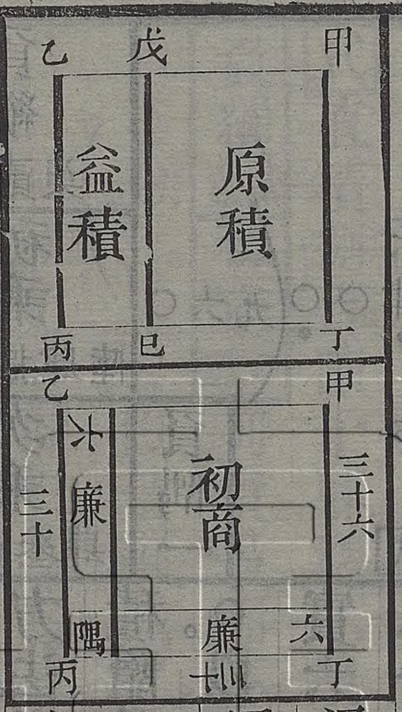
式直積捌百陸十肆。濶不及長壹十貳。問長幾何。曰三十六。術

列實點位另列不及壹十貳爲負縱而初商則約所增負縱之



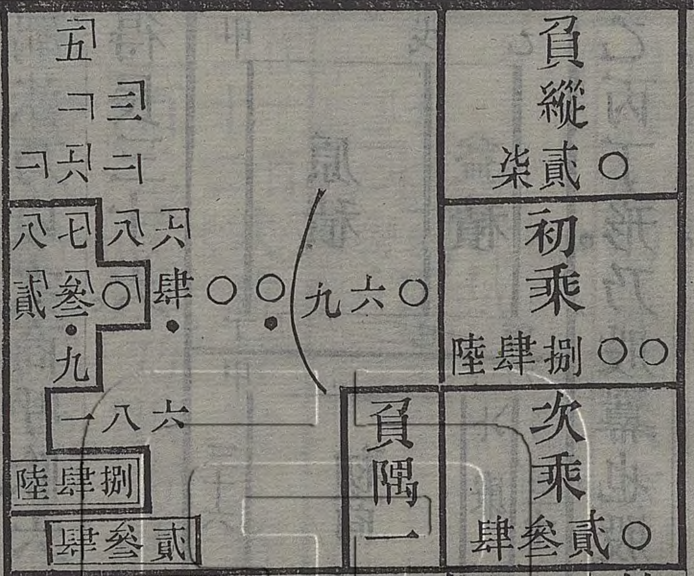
乘商之如首位捌開法宜用二因有負縱之乘。乃商三紀右註首位下爲方法。而以乘負縱得叁十陸註叁於首位陸於次位以并原積捌陸。作八十六得一二二。作一百二十二次位陸變二首位捌變二。進位置一。實首左位益積得一千二百二十肆。乃以方法呼除三三除九。完首段。餘實三百二十肆。倍三作六爲廉註次位次商六紀右以乘負縱得柒十貳退位列之。退初乘位以并餘積三二肆。作三百二十四得三百九十六。末位肆

變六。次位二變九。另置一算爲負隅。以次商六乘之仍得六爲隅法。乃以次商呼除六六除三十六。又呼六六除三十六實盡。得長三十六。



通曰甲戊巳丁形原積八百六十四也戊乙丙巳形益積四百三十二也甲戊濶二十四甲乙長三十六戊乙乃長濶之較十二合成甲乙丙丁形乃股冪也股即長也初商三十自乘得九百二廉濶六長三十。又各相乘得一百八十。隅六自乘得三十六。

又式㊓直積貳十叄萬〇肆百。長濶較柒百貳十。列實點位。列

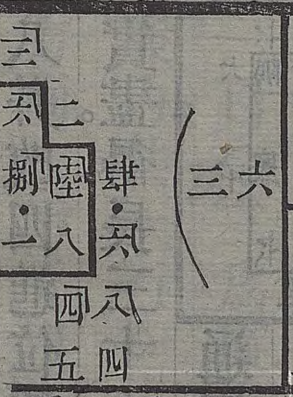


較為負縱。初商九。九百紀右。註首點下為方法。以乘負縱。得陸肆捌。六萬四千八百以益積。隨首列之共加得實為八七八肆〇。以方法呼九九除八十一。完首段。餘實六八肆〇。倍九得一十八為廉。註八於次點之進位。註一於首點下。次商六。六十亦乘負縱。得肆叄貳。四千三百二十以益餘積。退位列之。共加得餘實為一一一六〇。又以次商六乘

負隅一。仍得六。註本段點下為隅法。乃呼一六除六。六八除四十八。六六除三十六。實盡。尚餘一點作〇。得長九百六十。

二帶減縱開平方法

式直積捌百陸十肆。濶不及長壹十貳。問長幾何。曰三十六。㊓

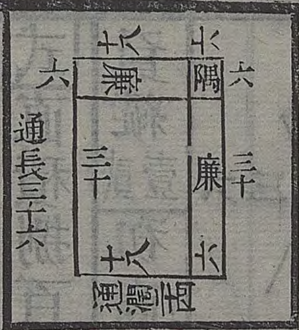


三。列實。另列不及壹十貳為負縱。初商三。三十紀右。以負縱減之。餘一十八。挨註首點下為方法。先呼三八除二十四。八上陸變二。進位捌變六。後呼一三除三。一上六變三。先呼一三亦可餘實三百二十肆。乃於另列初商三右加〇。作三十以并方法。得四十八為廉。

註次位。次商六。紀右註末點下爲隅。而并入廉內得五十四。六

八并改四進位四改五乃呼次商五六除三十。四六除二十四。

實盡得長三十六。 若商數減後首位多於實首亦照例退位。



通曰。初商三十。減縱得十八。相乘除積五百四十。

次商六。并方法爲廉四十八。二廉共長四十八也 相乘除積

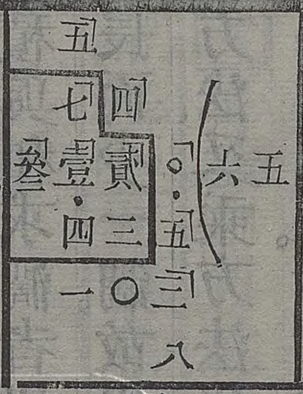
二百八十八。隅六自乘。除積三十六。

又式 有兩方共積若干第云以小方之一面乘大方之一面共

若干。問兩方面各幾何者如大小二方共積六千五百二十九。

以小方大方各一邊相乘。得叁千壹百貳十。先倍兩方乘積得

負縱壹柒 初商六。



六千二百四十。以減共積。餘二百八十九。平方

開之。得較壹十柒。乃列二方乘數爲實。以較爲

負縱。初商六。六十紀右。以負縱減之。餘四十三。註

初點下。爲方法。呼初商四六除二十四。三六除

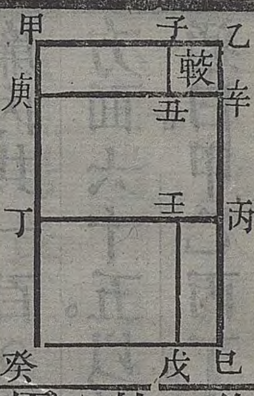
一十八。餘實五百四十。又於初商六右加〇。作六十 以并方法得

一百〇三爲廉。註下。以末三齊次點止 次商五。紀右。註尾點爲隅。并入

廉內。共一百〇八。乃呼次商一五除五。五八除四十。實盡。得大

方面六十五。以較一十七減之。得小方面四十八。

通曰。甲乙丙丁大方形也。丁壬戊癸小方形也。以丙丁邊乘丁



癸邊。得丙丁癸巳形。倍之。得庚辛巳癸形。以減共積乙壬戊癸甲罄折形。則以丙壬戊巳形。補甲子丑庚形而後減之。餘乙子丑辛形爲較冪也。甲乙六十五。減甲子四十八。餘乙子一十七。

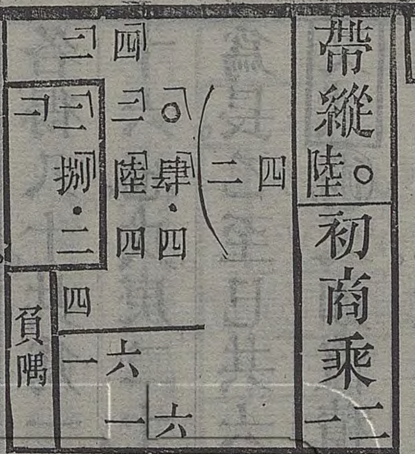
平方積和求濶

積與和求濶者。以和爲縱方。一爲負隅。和幷一長一濶積得一長而少一濶。故用一爲負隅。其法有二。或益隅於積。乘負隅爲方法。又乘方法以益積。曰帶縱益隅開平方。或減隅於積。乘負隅以減縱。命餘縱以除實。曰帶縱負隅減縱開平方。

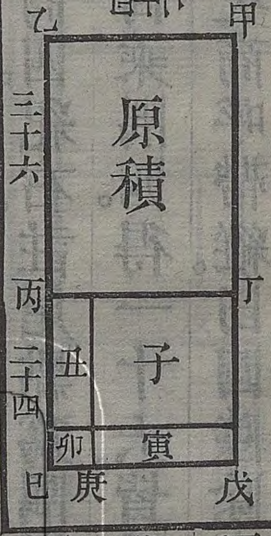
一帶縱益隅開平方法

直積捌百陸十肆。長濶和陸十。問濶幾何。曰二十四。術列實。

式

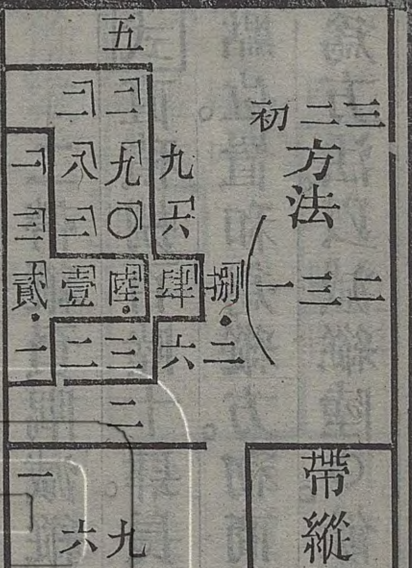


以和爲帶縱。初商二。二十紀右註首點下。自乘得四百爲負隅。以益積。共加得實一千二百陸十肆。乃以初商呼帶縱。曰二陸除實一千二百。餘實陸十肆。倍方得四爲廉。註次位次商四。紀右註尾點爲隅。以次商乘廉四十得一百六十。又以次商乘隅四。得一十六。皆并入餘實。共加得餘實二百四十。乃以次商呼帶縱。曰四陸除實二百四十。實盡。得濶二十四。



通曰。甲乙丙丁形。原積也。丁丙巳戊形。益隅方積也。子方初商二十。自乘得四百。丑寅二廉。各長二十。與次商四相乘。各得八十。共爲一百六十。卯隅四。自乘得十六。共益積五百七十六也。戊庚二十。庚巳四。戊至巳共二十四。爲濶。乙丙三十六爲長。乙至巳共六十。爲和。

又式 術 又如直積貳萬壹千陸百肆十捌。長濶和貳百玖十陸。列實。點位置和爲帶縱。初商一百一列右。爲初方法。註首點下。自乘得一萬。以益積首位貳變三。乃以初方法呼帶縱除實一貳



除二首位三變一。一玖除九。次位壹變二進抹一。一陸除六。三位陸變○。餘實二千○肆十捌。倍方得二爲廉。註退位。次商三。紀右爲次方法。註次點下爲隅。廉隅共二百三十。以乘次方法三十。得六千九百。益入餘積。三上○變九。二上二變八。共加得餘實八千九百肆十捌。乃以次方法呼帶縱貳三。除六。二上八變二。三玖除二十七。三上九變二。進抹二。三陸除一十八。四位肆變六。進抹三。餘實六十捌。又倍次方法得六。爲次廉。註退位。第四位也。幷入前廉二百。

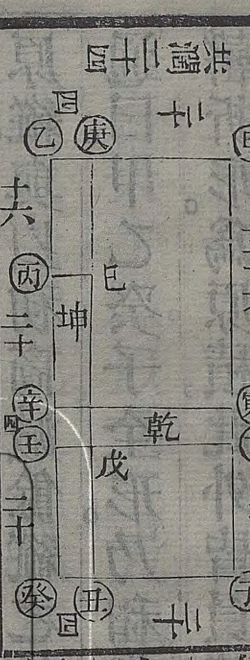
得二百六十三商二紀右爲三方法註尾點下爲隅亦廉隅共
二百六十二以乘三方法二得五百二十四益入餘積尾捌變
二進位六變九又進位加五共加得餘實五百九十二乃以三
方法呼帶縱二貳除四二上五變一二玖除一十八六上九變
一進抹一二陸除二十二實盡得濶一百三十二

二帶縱負隅減縱開平方法

式 直積捌百陸十肆長濶和六十問濶幾何曰二十四 術 列實
點位置和爲縱方初商二紀右註首點下以乘負隅一仍得二
爲方法以減縱陸○餘四○隨首位註之呼初商二四除八抹

原縱○陸
負隅一
四
二 肆·四
三 陸 四 〇
捌·三 四
〇 六
三 一

捌。餘實陸十肆倍方二得四爲廉註退位亦
乘負隅一仍得四十四以減縱陸○餘二○註
下次商四紀右註末點下爲隅又以隅四減
餘縱二十餘一十六附註乃與次商相呼一四除四四六除二
十四實盡得濶二十四　或初商除實訖卽以初商再減餘縱
以所餘爲縱方以次商再減爲下法亦可蓋倍初商爲廉以減
原縱與以初商減餘縱之餘數相同卽可不立廉矣
通曰甲乙癸子全形乃和與濶相乘之形也丙甲乙丙巳戊丁
罄折形爲原積此外皆負積也初段減壬癸縱二十次段減丙



辛縱二十。又減辛壬縱四。餘乙丙縱十六。乃原積形內之數。故不減。今以原積形內之乾形。補原積形外之坤形。而成甲乙辛寅形。得濶二十四。長三十六。

又式 術 列實陸萬玖千叁百陸十。長濶和柒百捌十貳爲縱。初商一百。一乘負隅一。仍得一。以減縱柒。餘六。隨首列餘縱六捌貳。與初商相呼。一六除六。一捌除八。一貳除二。餘實一千一百陸十。倍方得二爲廉。二百。註退位。以減縱。餘五捌貳。退位

二　一　一
〇　〇　陸
二　〇　三　叁玖陸
一　二　一
負隅一
原縱　貳捌柒
貳捌五
貳捌五
貳捌六

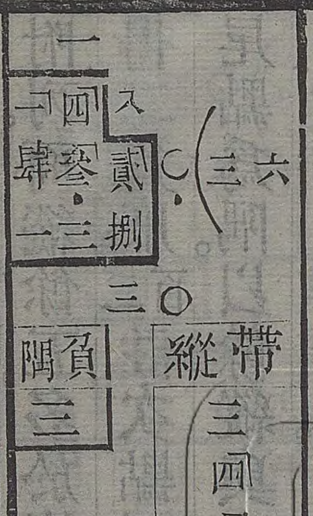
附列。而縱餘五多於實餘一。遇此紀。○於右作次商。倍方一。○得二爲廉。二百。註次點下。以減縱。餘五捌貳。退位附列。三商二。註尾點爲隅。以餘縱與次商相呼。二五除一十。二捌除一十陸。實盡。得濶一百二十。

通曰。縱尾貳。須先以隅二減之。縱餘止五捌。○也。

四　二　貳捌
三　玖捌　伍貳　一貳　一
帶縱　捌貳貳
負隅　五

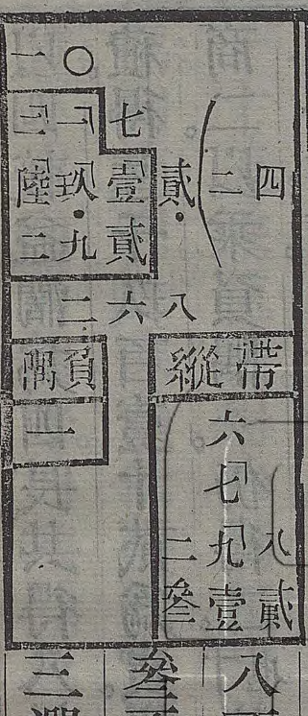
又式 術 若以積與虛長濶共若干。而欲求其濶及長者。如直積捌百陸十肆。三長五濶。共二百二十八。求濶者。以三乘直積。得貳千伍百玖十貳爲實。三長原有三積故以三乘五爲負隅。暗添五濶之積以共貳百貳十捌爲帶

縱。列實點位。初商二乘負隅五得一十百一以減縱首貳。餘一。隨
首列餘縱一貳捌。與初商相呼。一二除貳。二貳除四。二捌除一
十六。餘實三十貳。又以初商二乘負隅五得一十百一減餘縱首
一。止餘縱貳捌。即倍方爲廉也。次商四乘負隅五得二十。再減餘縱貳
十。止餘捌。註末點下。以呼次商四。四捌除三十貳。實盡得濶二十
四。



如右式求長者。以五乘直積得肆
千叄百貳十爲實。以三爲負隅。以
共貳百貳十捌爲帶縱。初商三。以

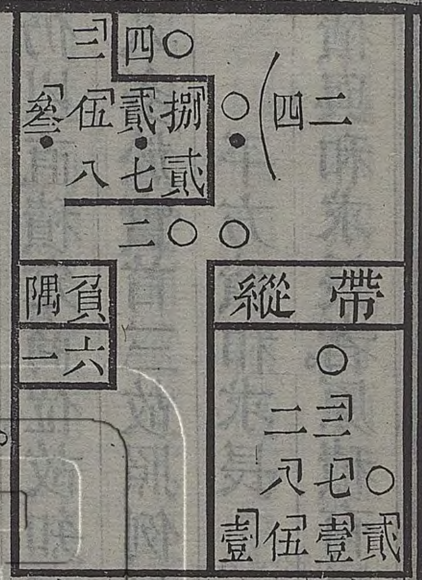
乘負隅三得九。九十以減縱。餘縱一百三十捌。挨註首位下。與初
商相呼。一三除三。三三除九。三捌除二十四。餘實一百八十。復
以初商三乘負隅三得九。九十以減餘縱。止餘縱。止餘四十捌。次商六亦
乘負隅三得一十八。以減餘縱。止餘三十。註餘實下。與次商相
呼。三六除一百八十。實盡得長三十六。



又式 術 又有以積與濶長濶和較共若干求濶及長者。如直積
八百六十四。一長。二濶。三和。四較。共
叄百壹十貳。數乃約三和自具三長
三濶。以并一長二濶。共四長五濶。又

以四較益濶爲四長共得八長而餘一濶求濶者以八長乘直積得陸千玖百壹十貳爲實以一濶爲負隅以共數爲帶縱初商二以乘負隅一仍得二十也以減縱餘縱二百九十貳列實下以呼初商二二除四二九除一十八二貳除四餘實一〇七貳又以初商二乘負隅一得二十以減餘縱止餘二百七十貳次商四又乘負隅一得四以減餘縱止餘二百六十八列餘實下與次商相呼除實盡得濶二十四求長者以一濶乘直積爲實以八長爲負隅也當用翻法詳後

又式 術 又有以虛長虛濶約其子母共若干與積若干求長濶者如直積二千三百五十二只云長取八之五濶取三之二并得六十三以兩母互乘三八得二十四以乘并得之六十三得壹千伍百壹十貳爲帶縱而以



長母八乘濶子二得十六爲濶率以濶母三乘長子五得十五爲長率則知此帶縱數內具有長十五濶十六也求濶者以長一十五乘直積得叁萬伍千貳百捌十爲實以濶一十六爲負隅初商四十也乘負隅得六百四十以減縱餘縱八百七十貳註實下與初商相呼四八除三十二四七除二十八貳四除八餘

實四百。又以初商所乘隅算之六百四十減餘縱。止餘二百三十貳。次商二乘負隅得三十二。亦減餘縱。止餘二百。列餘實下。與次商相呼。二二除四實盡。得濶四十二。以除直積二千三百五十二得長五十六。

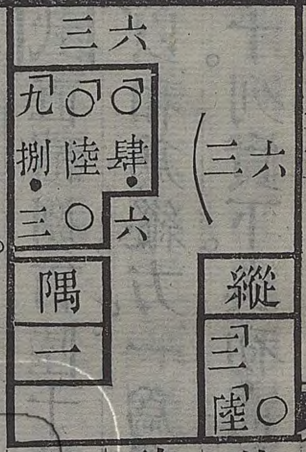
通曰。以長十五乘積爲實。有三點。而直積之二三五二止兩點。仍以直積定商位。故知初商爲十也。餘縱列位。常隨實首。今縱八多於實首三。故照例退位。

平方積和求長

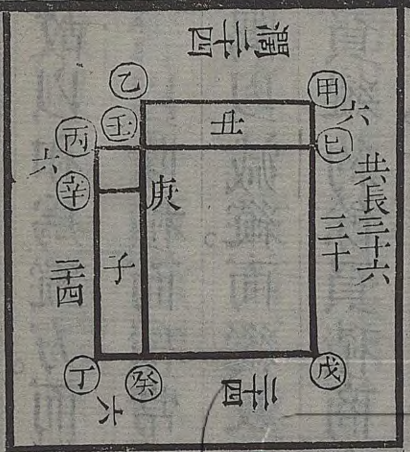
積與和求長者。原積有長濶相乘而無長自乘。宜損濶以益長。故以和爲縱方。而置一算爲負隅。稍贏其商。以減其縱。用減餘者以除積。而積常不足。則翻以積減縱。而餘爲負積。或再商命隅以減縱。而縱反不足。亦翻以縱減商。而餘縱。三者俱負。乃以負縱約餘負積。商命負隅開之。是爲帶縱負隅減縱翻法開平方也。

帶縱負隅減縱翻法開平方法

式 直積捌百陸十肆。長濶和陸十。問長幾何。曰三十六。術 列實。以和爲縱方。一爲負隅。初商三。乘負隅仍得三十。以減縱。餘三十。列實下。與初商相呼。三三應除九百。三十其三十也而實數不足。遇



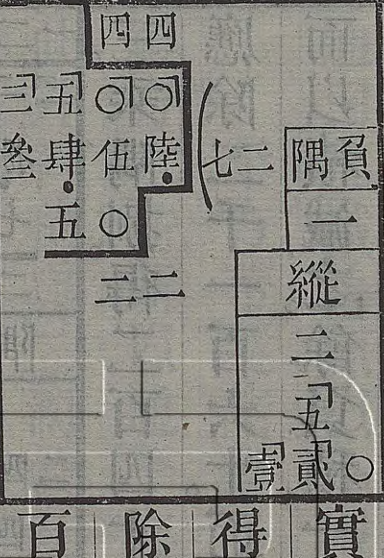
此則翻列九百於原積之上。而以原積捌百陸十肆減之。餘負積三十六。卽爲餘實。再以初商乘負隅之三十。減餘縱。減盡。乃約餘實得次商六。以乘負隅一。仍得六。註尾點。呼次商六六除三十六。實盡。得長三十六。



通曰。巳丙丁戊形。初商餘縱相乘之九百也。內減去巳壬庚辛丁戊磬折形。原積八百六十四。餘壬丙辛庚形三十六。在原積之外也。以子形移至丑形。成甲乙癸戊形。得濶二十四長三十六。

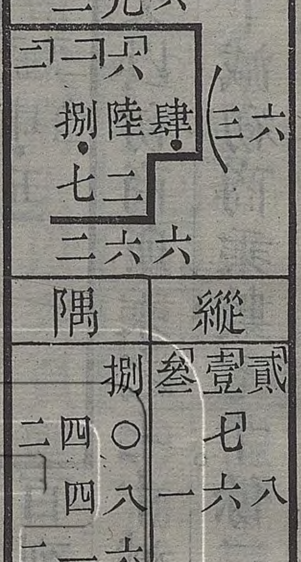
又式

術如直積叁千肆百伍十陸。長濶和壹百貳十。求長者。列



實以和爲縱。一爲負隅。初商七乘負隅仍得七十。減縱餘五十。與初商相呼五七應除三千五百。而原積不足。乃翻以三千五百列上。而以原積減之。餘四十四爲餘實。又以初商乘之七十。減餘縱而餘縱亦不足。乃翻以餘縱五十減初商所乘數七十。餘二十爲廉。註三位下。而縱又爲負。次商二。註尾點爲隅。廉隅共二十二。呼次商除之。實盡。得長七十二。

又式 術 有虛立長濶和較求長者。如直積捌百陸十肆。一長二濶三和四較共叁百壹十貳。依前法衍得八長一濶。以一濶乘直積爲實。捌長爲負隅。共數爲縱方列實。初商三。乘隅捌。得二百四十。以減縱。餘七十貳。列實下。呼初商三七應除二千一百六十。而積不足。乃翻以二一六列上。二乃千數故進位而以積減之。餘負積一千二百九十六。卽爲餘實。又以初商所乘之二百四十減餘縱。而餘縱亦不足。亦翻以餘縱七十貳減之。餘負縱一百六十八。次商六乘負隅捌。得四十八。又幷入負



縱一百六十八。得二百一十六。列實下。以呼次商除之。實盡。得長三十六。

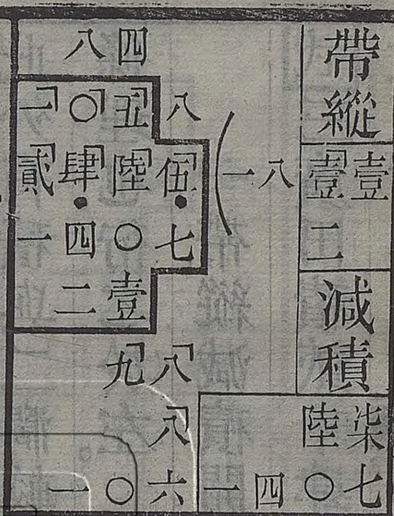
通曰。凡減法原以小減大。故宜用翻法也。

平方帶縱諸變

縱方之術。所以通平方之變。而翻法一術。又所以通縱方之窮。此外有積與二濶較及長濶較求濶者。皆以錯綜爲用。以取其條理也。衍之於左。

一帶縱減積開平方法

式 三廣田積貳千肆百陸十伍步。云中廣不及南廣八步。亦不

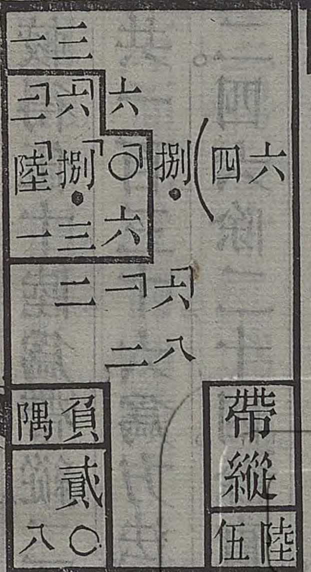


及北廣三十六步。又不及正長六十七步。問三廣各幾何。長幾何。曰中廣十八步。南廣二十六步。北廣五十四步。正長八十五步。術列積爲實。幷不及二廣共四十一四除之。得壹十壹爲帶縱。以不及長陸十柒爲減積。初商一十也幷帶縱得二十壹。隨首點列之爲方法。以乘減積得一千四百〇七。依千百位列實下。先以此呼初商。一一除一。一四除四。一七除七。餘實一〇五八。次以方法二壹呼初商。一二除二。一壹除一。完首段。餘實八四八。倍初商一作二。爲廉。幷帶縱壹十壹及減積陸十柒。共九十八。爲方法。註退位。次商八。討末點。幷方法得一百〇六。列下。呼次商。一八除八。六八除四十八。實盡。得中廣一十八。各加不及。合問。

通曰。初段以乘減積數。依列位幷方法。爲一六一七。呼除亦便。

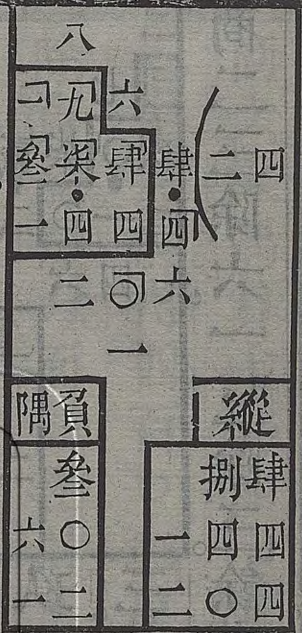
二減積帶縱負隅幷縱開平方法

式大小二方共積七千五百九十二。大方面較小方面多二十八。問大小方面各幾何。曰大方面七十四。小方面四十六。術較自乘得七百八十四。以減積餘陸千捌百〇捌爲實倍



較得伍十陸爲帶縱。二爲負隅。初商四。乘負隅二得八十。并縱。共一百三十六爲方法。註積下。呼初商一四除四三四除一十二。四六除二十四。餘實一三六。捌倍初商作八十。并初方一三六共二百一十六爲廉。註退位。次商六。亦乘負隅二得一十二爲隅。并入廉內共二百二十八。呼次商除之。實盡。得小方面四十六。加較。得大方面七十四。

又式　術　如大小三方共積四千七百八十八。大方面多小方面三十。中方面多小方面十二。大方面多中方面十八也求各面者。以較三十自乘得九百。以較十二自乘得一百四十四。相并得一千〇四



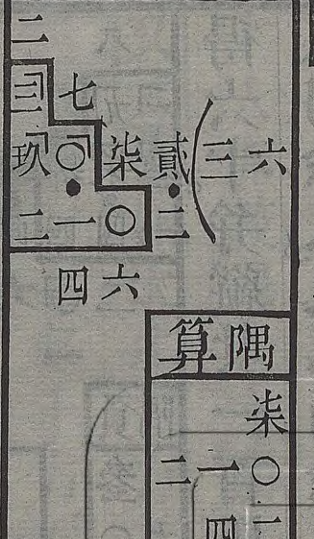
十四。以減共積。餘叁千柒百肆十肆爲實。并二較得四十二。倍得捌十肆爲縱。以三爲負隅。初商二。乘負隅三得六十。并縱共一百四十四爲方法。列實下。呼初商一二除二二四除八。又二四除八。餘實八百六十肆。倍初乘隅六十。得一百二十。爲廉。并縱。得二百〇四。註退位爲方法。次商四。乘負隅三得一十二爲隅。并方法共二百一十六。呼次商除實盡。得小方面二十四。加較十二。得中方面三十六。又加較十八。得大方面五十四。

通曰負隅用二者二方故也用三者三方故也。

三隅算開平方法

凡圓者之四可當方者之三并方圓之率爲七用七爲隅算以求之。

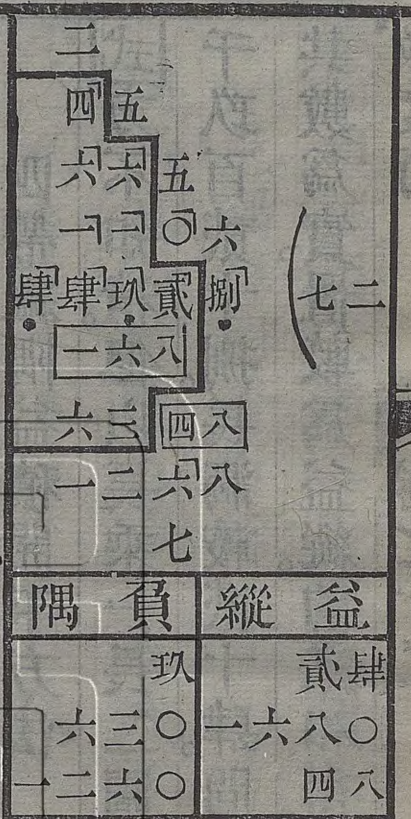
式方圓共積二千二百六十八方面圓徑相等問面徑俱幾何。



曰方面圓徑俱三十六術四乘原積得玖千○柒十貳爲實列七爲隅算初商三乘隅算七得二百一十爲方法呼初商二三除六一三除三餘實二七柒貳倍初商得六十爲廉次商六乘隅算七得四十二爲隅又以次商六乘廉六十得三百六十并隅得四百○二又并入廉六十共四百六十二呼次商除實盡得方面圓徑俱三十六又術以四乘原積得九千○七十二并方四圓三得七爲法除之得一千二百九十六爲實平方開之得三十六更捷

四帶縱隅益積開平方法

式方不知積但以長乘一長二濶三和四較之共數得肆萬肆千玖百貳十捌長濶較貳十肆問長幾何曰七十二術列所乘共數爲實置較爲益縱約三和得三長三濶以并一長二濶得

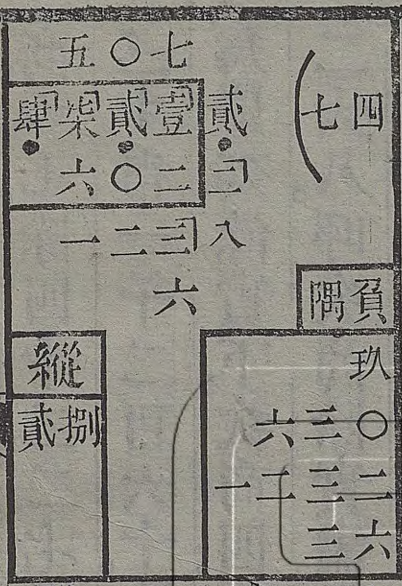


四長五濶。又幷四較取四濶爲長。總得八長一濶。共九段。以九爲負隅。初商七。乘負隅九得六百三十爲隅法。又以初商七乘益縱二十四。得一千六百八十。註實下以益積共加得實肆萬六千六百〇捌。却以隅法六百三十。註實退位與初商相呼。六七除四十二。三七除二十一。餘實二五〇捌。乃倍隅法六百三十得一千二百六十爲方法。註實退位。次商二。又乘負隅九得一十八爲隅法。另以次商二乘益縱二十四。得四十八幷入餘實共加得餘實二五五六。却以方隅幷得一千二百七十八與次商相呼除實盡。得長七十二。

五帶縱負隅減縱開平方法

同右法。或損長以就之。則用此也。

式



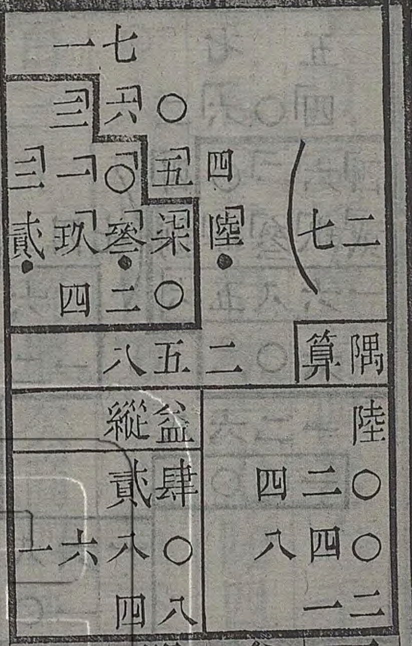
一長二濶三十和四較以長乘之。得肆萬柒千貳百壹十貳。長濶較二十八。問長幾何。曰。七十四。術 列實。較爲縱。如右式推得九爲負隅。初商七。乘負隅九得六百三十爲方法。內減帶縱二十八。餘六百〇二。退位註。呼初

商六七除四十二。二七除一十四。餘實五〇七貳。倍方法六百三十。得一千二百六十。內減帶縱二十八。餘一千二百三十二。為廉。列餘實下。次商四乘負隅九。得三十六為隅法。并廉共一二六八。呼次商除實盡。得長七十四。

六減積帶縱隅益積開平方法

又有同前不知積。知較。而以濶乘共一長二濶三和四較之共數得若干。求長者用此。

式設有一長二濶三和四較之共數。以濶乘之。得二萬九千九百五十二。其較二十四。問長幾何。曰七十二。術以較自乘。得五百七十六。以減原乘積。餘貳萬玖千叄百柒十陸為實。較為益縱。六為隅算。初商七乘隅算六。得四百二十為隅法。註實下。又以初商七十乘益縱二十四。得一千六百八十。以益原實。得三萬一千〇五十陸。乃以隅法呼初商。四七除二萬八千。二七除一千四百。餘實一千六百五十陸。倍隅法四百二十。得八百四十為廉。次商二乘隅算六。得一十二為隅法。另以次商二乘益縱。得四十八。以益餘實。得一千七百〇四。乃并廉隅二法。共八百五十二。註餘實下。

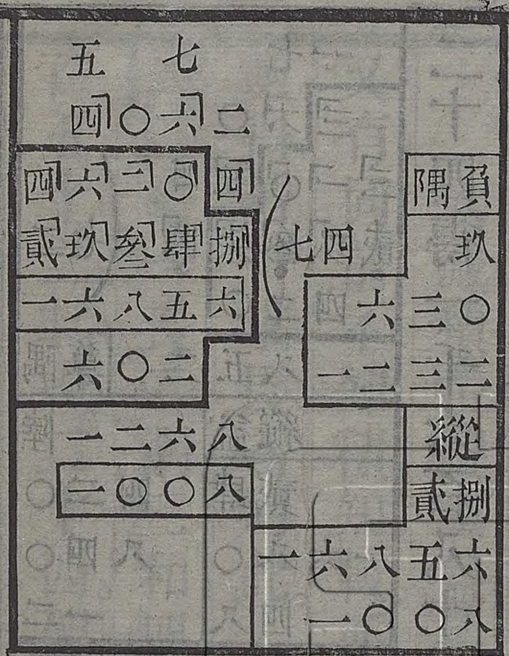


呼次商除實盡得長七十二。

七帶縱負隅減縱益積開平方法

通曰。右式亦可以此法求之。

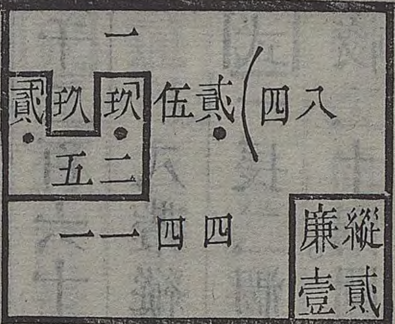
式 設有一長二濶三和四較之共數。以濶乘得貳萬玖千叁百肆十捌。長濶較二十八。問長幾何。曰。七十四。術 列實。較爲縱。九爲負隅。如前法 初商七乘負隅得六百三十爲方法。內減縱二十八。餘六百〇二。註實下。又以乘縱得一萬六千八百五十



六以益原實得四萬六千二百〇四爲實。乃以初商與餘方法六百〇二相呼。六七除四萬二千。二七除一百四十。餘實四千〇六十四。倍方法六百三十得一千二百六十。減縱餘一千二百三十二爲廉。次商四乘負隅得三十六爲隅法。以乘縱得一千〇八以益餘實得五千〇七十二爲餘實。并廉隅二法共一千二百六十八。與次商相呼。除實盡。得長七十四。

八帶縱廉開平方法

式 一長二濶三和四較。以濶乘得貳萬玖千伍百伍十貳。長濶較二十四。問濶幾何。曰。四十八。術 列實減較之半得一十二爲

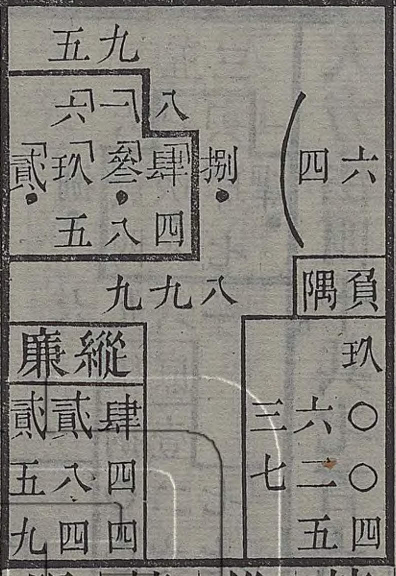


縱廉。而以初商乘之。初商四十爲方法。以乘縱廉。得四百八十。又弁初商得五百二十。退位註實下。呼初商。五四除貳萬。二四除八百。餘實玖千一百伍十貳。倍所乘縱廉四百八十爲九百六十。倍方法四十爲八十。相弁得一千。○四十爲方法。次商八爲隅。以乘縱廉十二。得九十六。再弁入方隅。共一千一百四十四。註實下。呼次商除實盡。得濶四十八。

九帶縱廉負隅開平方法

通曰。右式亦可以此法求之。

式

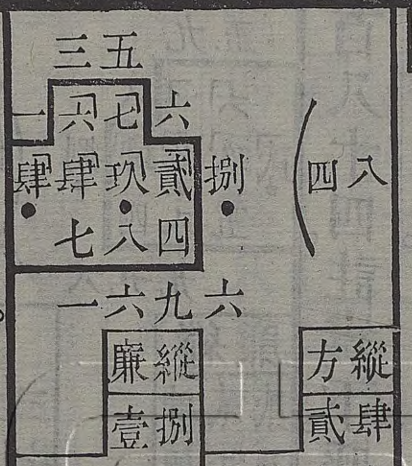


一長二濶三和四較。以濶乘得貳萬玖千叁百肆十捌。長濶較二十八。問濶幾何。曰四十六。術列實。推得共八較九濶。用九爲負隅。以八乘較得二百二十四爲縱廉。初商四。乘負隅九得三百六十爲方法。弁縱廉共五百八十四。註實下。呼初商。五四除二萬。四八除三千二百。四四除一十六。餘實五千九百八十捌。倍方法三百六十爲七百二十爲廉。弁縱廉共九百四十四。次商六乘負隅九得五十四爲隅。再弁入廉。弁縱廉之九百四十四。得九百九十八。註實下呼

次商。除實盡。得濶四十六。

十帶縱方廉開平方法

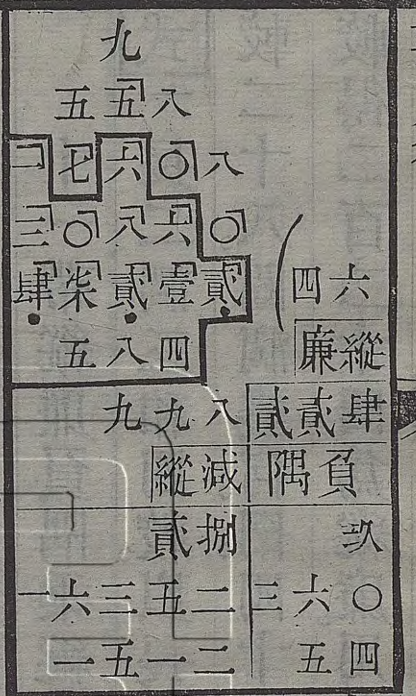
式一長二濶三和四較。以長乘得肆萬肆千玖百貳十捌。長濶



較二十四。問濶幾何。曰四十八。術列實以較爲縱方。推得八長一濶共九段。倍九爲一十八。作縱廉。初商四十爲方法。乘縱廉十八。得七百二十。并入方法四十。共七百六十。又并入縱方二十四。共註實下。呼初商四。七除二萬八千。四八除三千二百。四四除一百六十。餘實一萬三千五百六十捌。倍縱廉乘并之七百六十爲一千五百二十。并入縱方二十四。共一千五百四十四。爲廉。次商八。乘縱廉十八。得一百四十四。爲隅。乃將次商八廉一千五百四十四隅一百四十四共并得一千六百九十六。註實下。呼次商。除實盡。得濶四十八。

十一帶縱廉負隅乘縱減實開平方法

式二長二濶三和四較。以長乘得肆萬柒千貳百壹十貳。長濶較二十八。問濶幾何。曰四十六。術列實推得八長九段。用八乘較得二百二十四。爲縱廉。用九爲負隅。又以較二十八爲減縱



方。初商四十。乘負隅九得三百六十爲方法。幷入縱廉。共五百八十四爲下法。以乘減縱二十八得一萬六千三百五十二以減實餘三萬〇八百六十爲實。乃以下法五百八十四列下。呼初商五四除二萬。四八除三千二百。四四除一百六十。餘實七千五百倍方法三百六十。得七百二十。幷縱廉二百二十四。共九百四十四爲廉。次商六。乘負隅九。得五十四爲隅。又以乘減縱二十八。得一千五百一十二以減餘實。餘五千九百八十八爲餘實。乃將廉九百四十四。隅五十四。共幷得九百九十八列下。呼次商除實盡。得濶四十六。

通曰。正積可以點定位。乘積不可以點定位。故列乘積三點。而商止二位耳。蓋乘積虛增而非實有也。

開平圓　少廣之八

積求外周法

式 圓積二千三百五十二。問外周幾何。曰。一百六十八。術 置積。以十二乘之。得二萬八千二百二十四。爲實。平方開之。得一百六十八。爲外周也。

積求內徑法

式 圓積二千三百五十二。問內徑幾何。曰五十六。術 置積以四乘之得九千四百〇八。以三除之得三千一百三十六為實平方開之得五十六。為內徑也。

數度衍十三卷目次

開立方 少廣之九

開立圓 少廣之十

數度衍卷之十三

桐城方中通衍

開立方　少廣之九

珠算開立方法

式積一百九十五萬三千一百二十五。問立方一面幾何。曰一百二十五。術置積盤中。約初商一百。別立下法。亦置一百以初商自乘再乘得一百萬。以減實餘九十五萬三千一百二十五。以三乘下法一百得三百爲方法。列右。次商二十。置下法一百之次。共一百二十。又以次商乘之。得二千四百爲廉法。再以方

丁	丙	乙	甲	亥	戌	酉	申	未	午	巳	辰	卯	寅	丑	子

方法：
次方法
三○○
三方法
三六○

下法：
一二五
次商廉
二四○○
次商方乘廉
七二○○○○
三商廉
六二五
三商方乘廉
二二五○○○

列實：
一九五三一二五
二三五
三

初商	次商	三商
一	二	五
自乘	自乘	自乘
一萬	四百	二十五
再乘	再乘	再乘
一百萬	八千	一百二十五

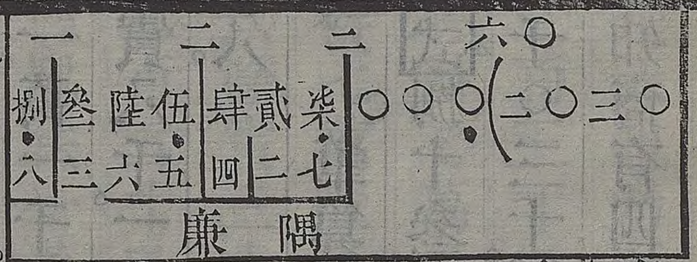
法三百乘廉法得七十二萬以減餘實尚餘二十三萬三千一百二十五又以次商自乘再乘得八千爲隅法以減餘實尚餘二十二萬五千一百二十五以三乘下法一百二十得三百六十爲方法列右三商五。置下法一百二十之次共一百二十五又以三商乘之得六百二十五爲廉法又以方法三百六十乘廉法得二十二萬五千以減餘實尚餘一百二十五又以三商自乘再乘得一百二十五爲隅法以減餘實實盡得面一百二十五。

歸除開立方式積一億○二百五十萬○三千二百三十二。問立方一面幾何曰四百六十八。術置積爲實初商四百於左亦置四百於右自乘得一十六萬乃與左四百相呼一四除實四千萬四六除實二千四百萬餘實三千八百五十萬○三千二百三十二以三乘右下一十六萬得四十八萬爲方法歸除之曰四三七餘二實不足除曰起一還四則次商不可用七止可

用六也乃呼六八除實四百八十萬餘實九百七十萬○三千二百三十二另以次商六十乘初商四百得二萬四千以三乘之得七萬二千爲廉法次商自乘得三千六百爲隅法廉隅并得七萬五千六百却以次商呼除之六七除實四百二十萬五六除實三十萬六六除實三萬六千餘實五百一十六萬七千二百三十二以方法四十八萬并入兩回廉法十四萬四千三回隅法一萬○八百共得六十三萬四千八百爲方法歸除之曰六五八餘二則三商爲八也乃呼三八除實二十四萬四八除實三萬二千八八除實六千四百餘實八萬八千八百三十二再置初次兩商共四百六十以三商八乘之得三千六百八十以三乘之得一萬一千○四十并入三商自乘得六十四共一萬一千一百○四却以三商呼除之一八除實八萬一八除實八千一八除實八百四八除實三十二實盡得面四百六十八

筆算開立方法

式 捌十叁億陸千伍百肆十貳萬柒千問立方一面幾何曰二千○三十術自末位○下作點隔二位一點共四點分爲四段知商有四位也尋原初商得二乃以二自乘再乘得八減首位



實捌完首段。次段實叁陸伍。除點上之伍未用。且作叁十陸開之。乃三倍初商二爲六。作廉法。另置右上。以初商二加。○作二十。以乘六得一百二十。當以此數商除二段之實。而叁十陸反小一百二十反大。遇此。則商有○矣。竟於格右紀○。當作次商。完二段」三段實叁陸伍肆貳柒。除點上之柒未用。且作叁萬陸千伍百肆十貳開之。亦三倍初次兩商之二十爲六十。置右上。亦以二○加○作二百。以乘六十得一萬二千。用此數於實內商之。三商當是三。（實內有三回一萬二千也）以廉六十乘三得一百八十。并一萬二千。共一萬二千一百八十。又以三乘之。得三萬六千五百四十。爲廉。另以三商三自乘再乘。得二十七。爲隅。將廉隅減實。實盡。隅必註點下。故七在柒下。二在貳下也。完三段」。尙餘四段。未開。於右加○。作四商。得面二千○三十。

用命分式 術 通曰。實未盡者。欲再開之。須尾加三圈。則開一商。加六圈。增二商。他命分術無用矣。

籌算開立方法（見籌算）

立方不等開法

通曰。立方有三面。三面俱等者。用前法開之。三面內有一面不

等及三面俱不等者用縱方廉開之三面者高濶長也

一長濶相等高不等法

式積一千二百九十六長濶數等惟高不及三問高與長濶各幾何曰高九長濶皆十二術列實以高不及三自乘得九爲縱方又以不及三倍作六爲縱廉有二點應約初商一十因有縱方只商九自乘得八十一并縱方九得九十又以所商九乘縱廉六得五十四九十者方法也五十四者廉法也相并得一百四十四列實下呼所商九除實一九除九百四九除三百六十四九除三十六

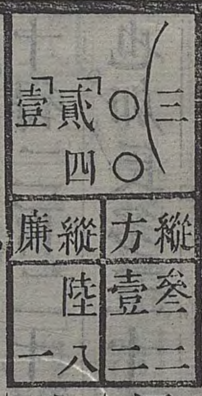
九
陸四
三玖四
三貳一
壹
縱方 玖〇 九
縱廉 陸四 五

實盡得高九加不及三得十二爲長濶數

減積式積一千七百八十七萬五千高濶相等惟長多三十六問長高濶各幾何曰長二百八十六高濶皆二百五十術列實初商二百自乘再乘得八百萬次商五十兩商共二百五十自乘再乘得一千五百六十二萬五千以減積餘二百二十五萬爲實另以所商二百五十乘長多三十六得九千又乘二百五十得二百二十五萬以減積實盡所商之二百五十乃高濶數也加長多三十六得二百八十六乃長也

二長濶高三不等法

式積一百二十。濶多於高二長又多於濶三問長濶高各幾何。

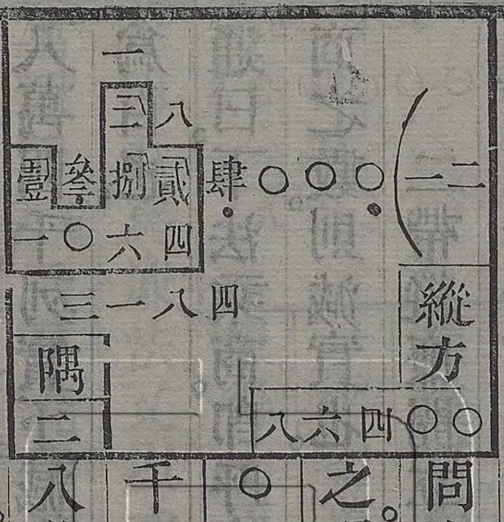


曰高三濶五長八。術通曰濶多於高二高濶較
也長多於濶三長濶較也列實兩較各自乘二
自之得四三自之得九相并得十三為縱方兩較相乘得六為
縱廉約商當是四因此有縱方只商三以三自乘得九并縱方
十三得二十二為方法又以商三乘縱廉六得一十八為廉法
二法相并得四十列實下呼商三四除一百二十實盡得高三
加二得濶五又加三得長八

立方帶縱諸變

一帶縱負隅開立方法

式實二千三百八十二萬四千縱方八萬六千四百二為隅法



問方幾何曰一百二十術列實初商一百自
之得一萬以隅二乘之得二萬并縱得十萬
○六千四百為下法與初商一百相乘得一
千○六十四萬列實下減實餘實三百一十
八萬四千以三乘隅法二萬得六萬為方法
以三乘初商得三百又以隅二乘之得六百為廉次商二十乘
廉得一萬二千為廉法以次商自之得四百以隅二乘得八百

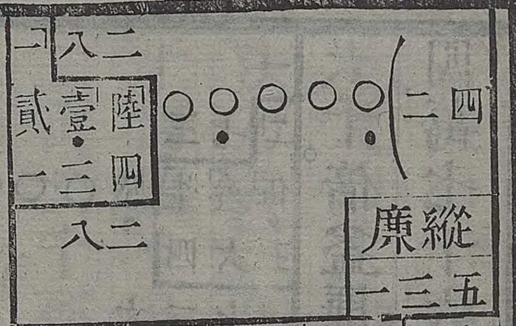
爲隅法。乃幷六萬方法一萬二千廉法八百隅法八萬六千四百縱方共得一十五萬九千二百爲下法。與次商二十相乘得三百一十八萬四千。列實下減實盡得方一百二十末點未開故知初商爲百也。

通曰。下法乘商即呼商也。竟列下法則呼商除實。若列下法乘商之數則減實也。

二帶縱廉開立方法

式 實二千一百六十萬縱廉一百三十五問方幾何曰二百四十。

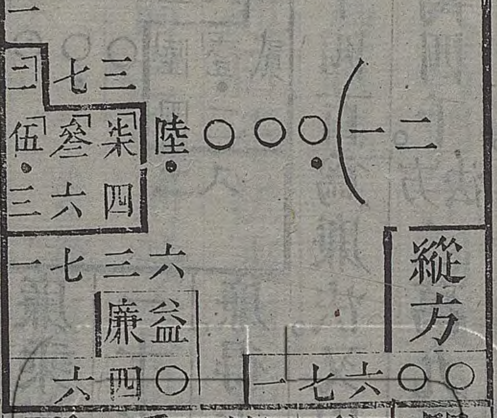
術 列實初商二百乘縱廉得二萬七千。初商自之得四萬爲



隅法。相幷得六萬七千爲下法。乘初商二百得一千三百四十萬。列下減實餘實八百二十萬。倍縱廉乘數得五萬四千。三乘隅法得十二萬相併得一十七萬四千爲方法。三乘初商得六百。又幷縱廉。得七百三十五爲廉。次商四十乘廉得二萬九千四百爲廉法。又以次商自之得一千六百爲隅法。乃幷十七萬四千方法二萬九千四百廉法一千六百隅法共得二十萬○五千爲下法。乘次商四十得八百二十萬。列下減實盡末點未開。得方二百四十。

三帶縱減益廉開立方法

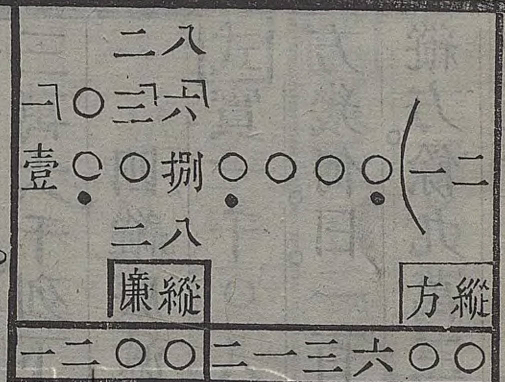
式實五百三十七萬六千縱方一萬七千六百益廉六百四十



問方幾何曰一百二十術列實初商一百乘益廉得六萬四千初商自乘得一萬為隅法以隅法并縱方得二萬七千六百以減益廉乘數餘三萬六千四百為下法乘初商得三百六十四萬列下減實餘實一百七十三萬六千倍益廉乘數得十二萬八千三乘隅法得三萬并縱方得四萬七千六百為方法三乘初商得三百為廉法次商二十乘益廉得一萬二千八百加八倍廉十二萬八千得十四萬〇八百又以次商乘廉法三百得六千又以初商自乘得四百為隅法乃并四萬七千六百方去六千廉乘四百隅法共得五萬四千以減十四萬〇八百餘八萬六千八百為下法乘次商得一百七十三萬六千列下減實盡得方一百二十

四縱廉減縱方翻法開立方法

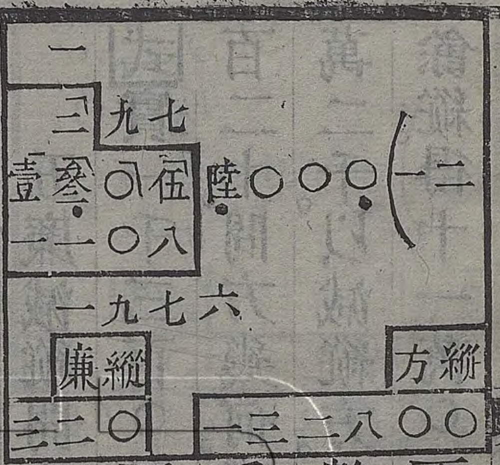
式實一千〇八萬縱方二十一萬三千六百縱廉一千二百問方幾何曰一百二十術列實初商一百乘縱廉得十二萬以減縱方餘九萬三千六百為方法初商自乘得一萬為隅法以并



方法得十萬○三千六百為下法乘初商得一千○三十六萬當以此數減實而實止一千○八萬不足減遇此則反以一千○三十六萬列上為實而以一千○八萬減之餘二十八萬為負積倍縱廉乘數得二十四萬三乘隅法得三萬為方法三乘初商得三百為廉法次商二十乘縱廉一千二百得二萬四千并八倍廉二十四萬得二十六萬四千以減縱方而縱方止二十一萬三千六百不足減遇此則反以二十六萬四千為縱方而以二十一萬三千六百減之餘五萬○四百為負縱又以次商乘廉法三百得六千又以次商自乘得四百為隅法乃并得三萬方法六千廉乘四百隅法以減負縱五萬○四百餘一萬四千為下法乘次商得二十八萬減實盡得方一百二十

五廉減縱開立方法

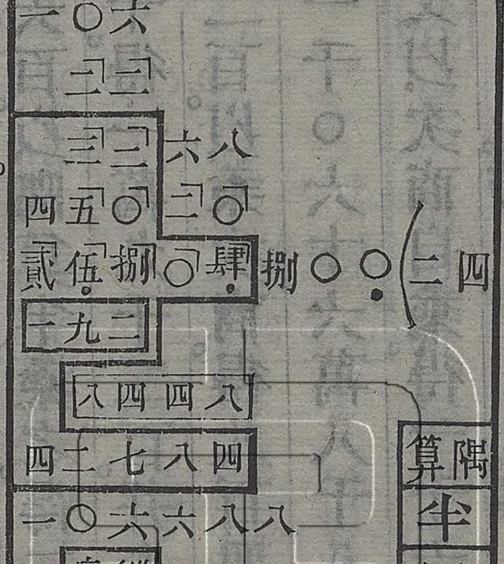
式 實一千三百○五萬六千縱方一十三萬二千八百縱廉三百二十問方幾何曰一百二十 術 列實初商一百乘縱廉得三萬二千以減縱方餘十萬○八百初商自乘得一萬為隅法并餘縱得十一萬○八百為下法乘初商得一千一百○八萬列



下減實。餘實一百九十七萬六千。倍縱廉乘數得六萬四千。三乘隅法得三萬爲方法。三乘初商得三百爲廉法。次商二十。乘縱廉三百二十得六千四百。并入倍廉六萬四千共七萬○四百。以減縱方餘六萬二千四百。又以次商乘廉法三百得六千。又以次商自乘得四百爲隅法。乃并得三萬方法六千廉乘四百隅法。又并餘縱六萬二千四百共九萬八千八百爲下法。乘次商得一百九十七萬六千。減實盡。得方二百二十。

六帶縱以廉益積開立方法

式



實二千五百八十萬○四千八百。縱方一十九萬三千九百二十。縱廉四百八十。半爲隅算。問方幾何。曰。二百四十。術列實。初商二百。乘縱廉。得九萬六千。以乘初商得一千九百二十萬。爲益實。加入原實。共得實四千五百萬○四千八百。又以初商自乘得四萬。以隅算乘之得二萬爲隅法。以并縱方得二十一萬三千九百二十。爲下法。乘初商得四千二

百七十八萬四千。列下減實。餘實二百二十二萬〇八百。倍縱廉乘數得十九萬二千。三乘隅法得六萬為方法。三乘初商得六百。以隅算半乘之得三百為廉法。次商四十乘縱廉四百八十得一萬九千二百。并入倍廉十九萬二千得二十一萬一千二百。以乘次商得八百四十四萬八千為益實。加入餘實共實一千〇六十六萬八千八百。以次商乘廉法三百得一萬二千。又以次商自乘得一千六百。以隅算半乘之得八百為隅法。乃并六萬方法一萬二千廉乘八百隅法及縱方十九萬三千九百二十。共得二十六萬六千七百二十為下法。乘次商得一千〇六十六萬八千八百。減實盡。得方二百四十。

七負隅減縱以廉益縱開立方法

式實一億〇五百八十四萬。縱方五十三萬六千四百。縱廉三千六百。隅算六。問方幾何。曰一百二十。術列實。

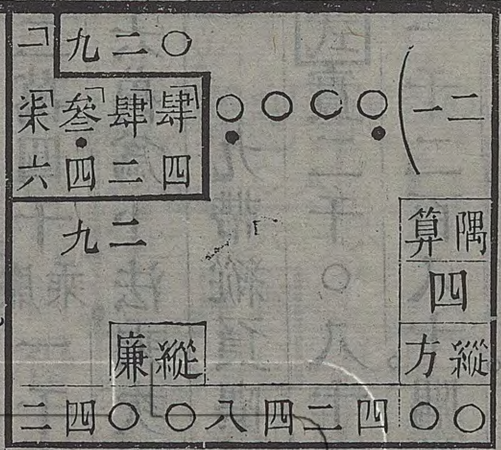
		二二二○
		壹〇伍捌肆○○○○ 一二
		八三六四
		二二二
隅算	縱廉	縱方
六	三六○○	五三六四○○

初商一百乘縱廉得十六萬。初商自乘得一萬。以隅算六乘之得六萬為隅法。以減縱方餘四十七萬六千四百。并縱廉乘數得八十三萬六千四百為下法。乘初商得八千三百六十四萬。減實。餘實二千二百二十萬。倍縱廉乘數得

七十二萬。三乘隅法得十八萬爲方法。三乘初商得三百。以隅
算六乘之。得一千八百爲廉法。次商二十。乘縱廉三千六百得
七萬二千。加入倍廉七十二萬得七十九萬二千爲縱廉。以次
商乘廉法一千六百。得三萬六千。又以次商自乘得四百。以隅
算六乘之。得二千四百爲隅法。乃并十八萬。方法三萬六千。廉乘二
千四百。隅法共二十一萬八千四百。以減縱方餘三十一萬八千。
又并縱廉七十九萬二千。共一百一十一萬爲下法。乘次商得
二千二百二十萬。減實盡。得方一百二十。

入帶縱負隅以廉減縱開立方法

式 實七千三百四十四萬。縱方八十四萬二千四百。縱廉二千
四百。隅算四。問方幾何。曰。一百二十。術通曰。

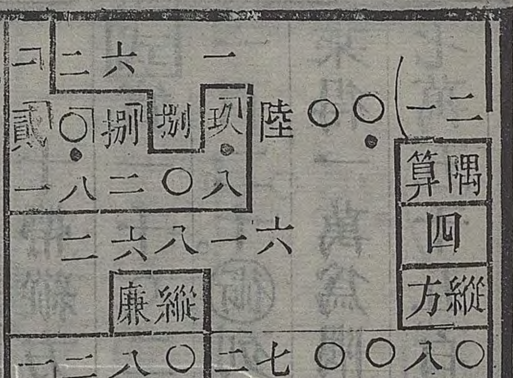


列實。初商一百。乘縱廉得二十四萬。減縱方。
餘六十萬〇二千四百。初商自乘得一萬。以
隅四乘之。得四萬爲隅法。并餘縱共六十四
萬二千四百爲下法。乘初商得六千四百二
十四萬。減實。餘實九百二十萬。倍縱廉乘數得四十八萬。以三
乘隅法得十二萬爲方法。三乘初商得三百。以隅算四乘之得
一千二百爲廉法。次商二十。乘縱廉二千四百得四萬八千。并

入倍廉四十八萬得五十二萬八千以減縱方餘三十一萬四
千四百又以次商乘廉法一千二百得二萬四千又以次商自
乘得四百以隅算四乘之得一千六百爲隅法乃并十二萬方法
二萬四千廉乘一千六百隅法及餘縱三十一萬四千四百共四十
六萬爲下法乘次商得九百二十萬減實盡得方一百二十

九帶縱負隅以廉減縱翻法開立方法

式實二千〇八十八萬九千六百縱方二十七萬〇八十縱廉
一千二百八十隅算四問方幾何曰一百二十術通曰列實初
商一百乘縱廉得十二萬八千減縱方餘十四萬二千〇八十



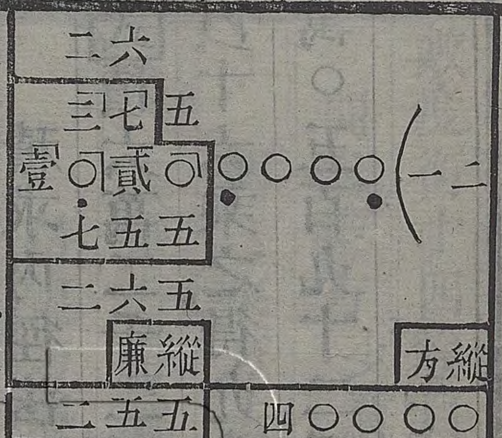
初商自乘得一萬乘隅算四得四萬爲隅法并
餘縱得十八萬二千〇八十爲下法乘初商得
一千八百二十萬〇八千減實餘實二百六十
八萬一千六百倍縱廉乘數得二十五萬六千
以三乘隅法得十二萬爲方法三乘初商得三
百乘隅算四得一千二百爲廉法次商二十乘縱廉得二萬五
千六百并入倍廉得二十八萬一千六百以減縱方不足減反
以縱方二十七萬〇八十減之餘一萬一千五百二十爲負縱
又以次商乘廉法一千二百得二萬四千又以次商自乘得四

百乘隅算四。得一千六百爲隅法。乃弁十二萬方法二萬四千廉乘一千六百隅法共十四萬五千六百。以減負縱。餘十三萬四千○八十爲下法。乘次商得二百六十八萬一千六百。減實盡。得方一百二十。

十帶縱方廉開立方法

式實一千○二十萬。縱方四萬。縱廉二百五十五。問方幾何。曰一百二十。

術列實。初商一百。乘縱廉得二萬五千五百。初商自乘得一萬爲隅法。弁縱廉乘數得三萬五千五百。又弁縱方得七萬五千五百爲下法。乘初商得七百五十五萬。減實。餘實二



百六十五萬。倍縱廉乘數得五萬一千。三乘隅法得三萬。相弁得八萬一千爲方法。三乘初商得三百。弁縱廉得五百五十五爲廉法。次商二十乘廉法得一萬一千一百。又以次商自乘得四百爲隅法。乃弁八萬一千方法一萬一千一百廉乘四百隅法及縱方共十三萬二千五百爲下法。乘次商得二百六十五萬。減實盡。得方一百二十。

通曰。諸式皆三點。因末點皆○。末開。故初商皆爲百也。

開立圓　少廣之十

積求外周法

式 積六萬二千二百○八問立圓外周幾何曰一百四十四。術 置積以四十八乘之得二百九十八萬五千九百八十四用立方開之得方面一百四十四即立圓周也。

積求內徑法

式 積六萬二千二百○八問立圓內徑幾何曰四十八。術 置積以十六乘之得九十九萬五千三百二十八以九除之得十一萬○五百九十二用立方開之得方面四十八即立圓徑也。

數度衍十四卷目次

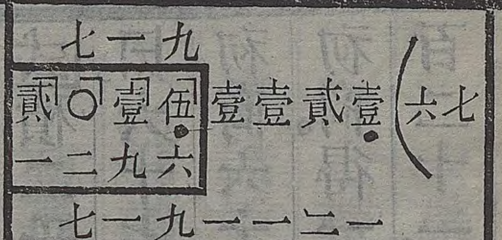
數度衍卷之十四

開三乘方　少廣之十一

桐城方中通衍

開三乘方法

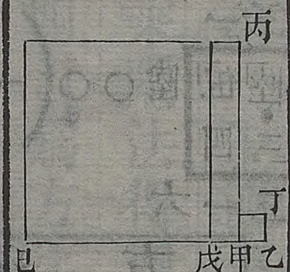
式 積二千〇一十五萬一千一百二十一。問三乘方一面幾何。曰六十七。術 列實。從末位作點。隔三位一點。每一點爲一商也。初商六十。自乘得三千六百。再乘得二十一萬六千。爲隅法。乘初商得一千二百九十六萬。減實。餘實七百一十九萬一千一百二十一。以四乘隅法。得八十六萬四千。爲方法。另以初商自



乘得三千六百以六乘之得二萬一千六百爲上廉。又將初商以四乘之得二百四十爲下廉。次商七自乘得四十九。以七乘之得三百四十三爲隅法。另以次商乘上廉得十五萬一千二百以七乘下廉得一千六百八十。再以七乘之得一萬一千七百六十。乃幷八十六萬四千。方法一十五萬一千二百。上廉乘數一萬一千七百六十。下廉乘數三百四十三。隅法共一百○二萬七千三百○三爲下法。乘次商得七百一十九萬一千一百二十一。減實盡得方六十七。

又術列實平方開之四位商得一面四千四百八十九。又以此數爲實平方開之得一面六十七亦合。

通曰。式內所云以七乘之非次商七也與以四乘以六乘同爲應用之率。次商七蓋偶合耳



通曰。三乘方形雖係長立方然亦大平方也今以小平方邊甲乙自乘得甲丁小平方形再乘得丙戊長方形此形內容甲丁形者十也三乘得丙巳大平方形此形內容甲丁形者百也丙甲邊與甲丁形幷等故甲乙自乘得小平方丙甲自乘得大平方。

三乘方帶縱諸變

一帶縱方廉開三乘方法

式積一百○五億七千六百○六萬五千六百。縱方四百七十三萬○六百四十。縱一廉五十一萬一千九百○七。縱二廉一千四百○六。問方幾何。曰。一百二十。術列實。初商一百。以乘縱一廉。得五千一百一十九萬○七百○初商自乘得一萬。以乘縱二廉。得一千四百○六萬。初商自乘再乘得一百萬。為隅法。乃并縱一廉乘數。縱二廉乘數。隅法及縱方。

一三九七七四三

二一　○○陸　伍陸○陸柒伍○壹
　　　　　　　四三一八九○七

六一三九七七四三

縱方	
○四六○三七四	

縱一廉	
七○九一一五	

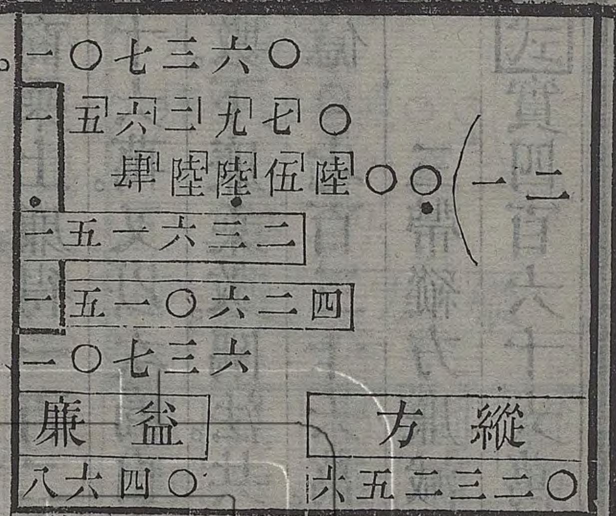
縱二廉	
六○四一	

共七千○九十八萬一千三百四十。為下法。乘初商得七十億○九千八百一十三萬四千。減實。餘實三十四億七千七百九十三萬一千六百。以二乘縱一廉乘數。得一億○二百三十八萬一千四百。以三乘縱二廉乘數。得四千二百一十八萬。以四乘隅法得四百萬。并三數共得一億四千八百五十六萬一千四百。為方法。以初商自乘得一萬。以六乘之。得六萬。又以初商三之。得三百。乘縱二廉。得四十二萬一千八百。并六萬及縱一廉。得九十九萬三千七百○七。為上廉。初商四之得四百。并縱二廉。得一千八百○六。為下廉。次商二十。以乘上廉。得一千九

百八十七萬四千一百四十。以次商自乘得四百乘下廉。得七十二萬二千四百。又以次商自乘再乘得八千為隅法。乃并方法。上廉乘數。下廉乘數。隅法。及縱方。共一億七千三百八十九萬六千五百八十。為下法。乘次商得三十四億七千七百九十三萬一千六百。減實盡。得方一百二十。

一二帶縱廉益積開三乘方法

式 實四百六十六萬五千六百。縱方六十五萬二千三百二十。益廉八千六百四十。問方幾何。曰一百二十。術 列實。初商一百。以乘益廉得八十六萬四千。并縱方得一百五十一萬六千三



百二十。為益積之法。乘初商得一億五千一百六十三萬二千為益實。加入原積。共一億五千六百二十九萬七千六百為通實。乃以初商自乘再乘得一百萬為隅法。乘初商得一億。減實。餘五千六百二十九萬七千六百為次商之實。以二乘益廉乘數。得一百七十二萬八千。以四乘隅法。得四百萬為方法。以初商自乘得一萬。再以六乘之得六萬為上廉。以初商四之得四百為下廉。次商二十。以乘益廉。得十七萬二千八百。加入倍廉。

即二乘益廉數共一百九十萬〇八百。又并縱方共二百二十五萬三千一百二十爲益積之法。乘次商得五千一百〇六萬二千四百爲益實。加入次實共一億〇七百三十六萬爲通實。乃以次商乘上廉得二百二十萬。又以次商自乘得四百。以乘下廉得十六萬。又以次商自乘再乘得八千爲隅法。乃并方法。上廉乘數下廉乘數隅法共五百三十六萬八千爲下法。乘次商得一億〇七百三十六萬減實盡得方一百二十。

三帶縱方廉減隅翻法開三乘方法

式 實四百六十六萬五千六百。縱方六十五萬二千三百二十。縱廉八千六百四十。問方幾何曰一百二十。術

列實初商一百乘縱廉得八十六萬四千。初商自乘再乘得一百萬爲隅法。并縱廉乘數縱方共一百五十一萬六千三百二十。以減隅法。而隅法止一百萬不足減反減并數一百萬餘五十一萬六千三百二十爲負積乘初商得五千一百六十三萬二千。加入原積共五千六百二十九萬七千六百爲次商之實。倍縱廉乘數得一百七十二萬八千。以四乘隅法得四百萬爲方法。以初商自乘得一萬。再以六乘之。得六萬爲上廉。以初商

五六二九七	
肆陸陸伍陸〇〇	（一二
五一六三二	
五六二九七六	
縱廉	縱方
八六四〇	六五二三二〇

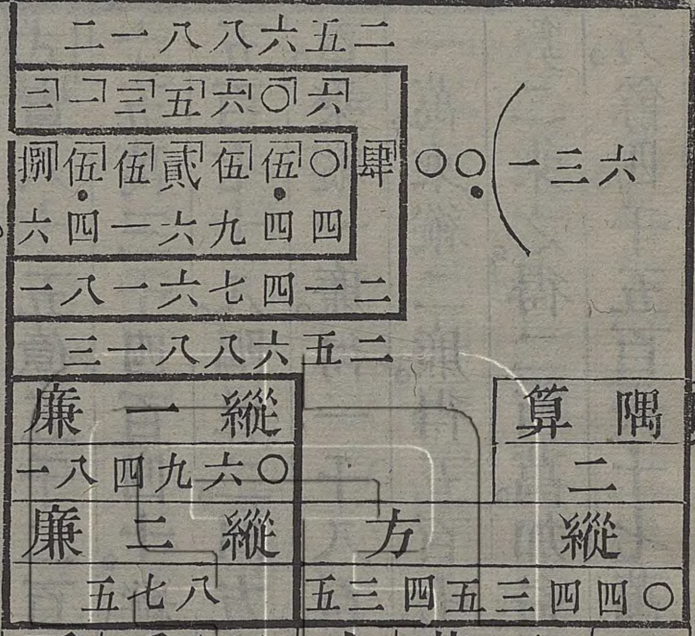
四之得四百爲下廉次商二十以乘縱廉得十七萬二千八百并八倍廉共一百九十萬〇八百以次商乘上廉得一百二十萬又以次商自乘得四百乘下廉得十六萬又以次商自乘再乘得八千爲隅法乃并方法上廉乘數下廉乘數隅法共五百三十六萬八千爲通隅以縱廉共數一百九十萬〇八百并縱方得二百五十五萬三千一百二十以減通隅餘二百八十一萬四千八百八十爲下法乘次商得五千六百二十九萬七千六百減實盡得方一百二十

通曰減法而後益實益實而後減法其餘實一也但開方諸法惟此初商益實次商減實耳

四廉隅減縱開三乘方法

式 實八十五億五千二百五十五萬〇四百縱方五千三百四十五萬三千四百四十縱一廉十八萬四千九百六十縱二廉五百七十八隅算二問方幾何曰一百三十六術列實初商一百乘縱一廉得一千八百四十九萬六千爲益縱初商自乘得一萬乘縱二廉得五百七十八萬爲益隅初商自乘再乘以隅算二乘之得二百萬加益隅共七百七十八萬爲減縱以減縱方餘四千五百六十七萬三千四百四十加益縱共六千四百

一十六萬九千四百四十爲下法。乘初商。得六十四億一千六百九十四萬四千。減實。餘二十一億三千五百六十萬○六千四百爲次商之實。以二乘益縱。得三千六百九十九萬二千爲益縱方。以三乘益隅。得一千七百三十四萬爲益隅之方。以三乘初



商得三百。再乘縱二廉。得十七萬三千四百爲益隅之廉。以四乘隅法二百萬。得八百萬爲方法。以初商自乘得一萬。再以六

乘之。得六萬。又以隅算二乘之。得十二萬爲上廉。以初商四之。得四百。又以隅算二乘之。得八百爲下廉。次商三十。以乘縱一廉。得五百五十四萬八千八百。幷入益縱方。共四千二百五十四萬○八百。爲益縱之廉。以次商乘益隅之廉。得五百二十萬○二千。又以次商自乘得九百。乘縱二廉。得五十二萬○二百。爲益隅之隅。乃幷益隅之方。益隅之廉乘。數益隅之隅。共二千三百○六萬二千二百爲次商益隅。以次商乘上廉。得三百六十萬。以次商自乘得九百乘下廉。得七十二萬。以次商自乘再乘得二萬七千。再以隅算二乘之。得五萬四千爲正隅。乃幷方

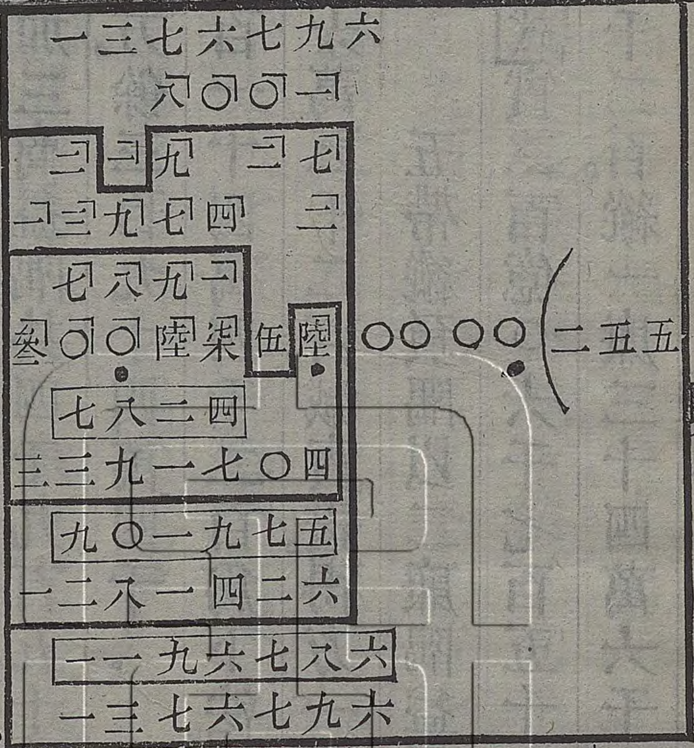
法。上廉乘數。下廉乘數。正隅共一千二百三十七萬四千爲次商隅法。加次商益隅共三千五百四十三萬六千二百爲減縱。以減縱方餘一千八百○一萬七千二百四十。加益縱之廉。共六千○五十五萬八千○四十爲下法。乘次商得十八億一千六百七十四萬一千二百減實。餘三億一千八百八十六萬五千二百爲三商之實。以二乘五百五十四萬八千八百。次商乘縱一廉之數得一千一百○九萬七千六百。弁入益縱方共四千八百○八萬九千六百。爲再益縱方。以二乘益隅之廉乘數得一千○四十萬○四千。以三乘益隅之隅得一百五十六萬○六百。弁

此二乘數。得一千一百九十六萬四千六百。再弁前益隅之方。共二千九百三十萬○四千六百。爲再益隅之方。弁初次兩商得一百三十。以三乘之。得三百九十。以乘縱二廉得二十二萬五千四百二十。爲再益隅之廉。以三乘上廉乘數得七百二十萬。以三乘下廉乘數得二百一十六萬。以四乘正隅。得二十一萬六千。弁此三乘數得九百五十七萬六千。再弁前方法。共一千七百五十七萬六千。爲再方法。弁初次兩商得一百三十。自乘得一萬六千九百。以六乘之得十萬○一千四百。以隅算二乘之。得二十萬○二千八百。爲再上廉。以初次兩商四之得五

百二十以隅算二乘之得一千○四十爲再下廉三商六以乘縱一廉得一百一十萬○九千七百六十并入再益縱方共四千九百一十九萬九千三百六十爲再益縱之廉以三商乘再益隅之廉得一百三十五萬二千五百二十以三商自乘得三十六以乘縱二廉得二萬○八百○八爲再益隅之隅乃并再益隅之方再益隅之廉乘數再益隅之隅共三千○六十七萬七千九百二十八爲三商益隅以三商乘再上廉得一百二十一萬六千八百以三商自乘得三十六乘再下廉得三萬七千四百四十以三商自乘再乘得二百一十六再以隅算二乘之得四百三十二爲再正隅乃并再方法再上廉乘數再下廉乘數再正隅共一千八百八十三萬○六百七十二爲三商隅法加三商益隅共四千九百五十萬○八千六百爲減縱以減縱方餘三百九十四萬四千八百四十加再益縱之廉共五千三百一十四萬四千二百爲下法乘三商得三億一千八百八十六萬五千二百減實盡得方一百二十

五帶縱負隅以二廉隅益積開三乘方法

式實三百億○六千七百五十六萬縱方一億○二十二萬五千二百縱一廉三十四萬六千八百縱二廉五百七十八隅算



二問方幾何曰二百五十五。術
列實初商二百乘縱一廉得六
千九百三十六萬爲益縱。初商
自乘得四萬以乘縱二廉得二
千三百一十二萬爲益隅。初商
自乘再乘得八百萬以隅算二
乘之得一千六百萬爲正隅。并
入益隅共三千九百一十二萬。又以初商乘之得七十八億二
千四百萬爲益實。加入原積得三百七十八億九千一百五十

六萬爲通實。以益縱加入縱方共一億六千九百五十八萬五
千二百爲下法。乘初商得三百三十九億一千七百○四萬。減
實餘三十九億七千四百五十二萬爲次商之實。以二乘益縱。
得一億三千八百七十二萬爲益縱方。以三乘益隅得六千九
百三十六萬爲益隅之方。以三乘初商得六百。乘縱二廉得三
十四萬六千八百爲益隅之廉。以四乘正隅得六千四百萬爲
方法。以初商自乘得四萬。又以六乘之得二十四萬。又以隅算
二乘之得四十八萬爲上廉。以初商四之得八百。以隅算二乘
之得一千六百爲下廉。次商五十。以乘縱一廉得一千七百三

十四萬爲益縱廉幷入益縱方共一億五千六百〇六萬爲益縱以次商乘益隅之廉得一千七百三十四萬以次商自乘得二千五百乘縱二廉得一百四十四萬五千爲益隅之隅乃幷益隅之方益隅之廉乘數益隅之隅共八千八百一十四萬五千爲益隅以次商乘上廉得二千四百萬以次商自乘得二千五百乘下廉得四百萬以次商自乘再乘得十二萬五千以隅算二乘之得二十五萬爲隅法乃幷方法上下廉各乘數隅法共九千二百二十五萬爲正隅加益隅共一億八千〇三十九萬五千以次商乘之得九十億〇一千九百七十五萬爲益實

加入餘實共一百二十九億九千四百二十七萬爲通實以益縱方一億五千六百〇六萬幷縱方得二億五千六百二十八萬五千二百爲下法乘次商得一百二十八億一千四百二十六萬減實餘一億八千〇一萬爲三商之實以二乘益縱廉得三千四百六十八萬幷入益縱方得一億七千三百四十萬爲再益縱方以二乘益隅之廉乘數得三千四百六十八萬以三乘益隅之隅得四百三十三萬五千以前益隅之方合此二數共一億〇八百三十七萬五千爲再益隅方幷初次兩商得二百五十而三之得七百五十乘縱二廉得四十三萬三千五百

爲再益隅之廉。以二乘上廉乘數得四千八百萬。以三乘下廉乘數。得一千二百萬。以四乘隅法。得一百萬。并此三數及前方法。共一億二千五百萬爲方法。并初次兩商自乘得六萬二千五百而六之。得三十七萬五千。又以隅算二乘之得七十五萬爲上廉。并初次兩商而四之。得一千。以隅算二乘之得二千爲下廉。三商五。以乘縱二廉。得一百七十三萬四千爲再益縱廉。并再益縱方得一億七千五百一十三萬四千爲益縱方。以三商乘再益隅之廉得二百一十六萬七千五百。以三商自乘得二十五乘縱二廉。得一萬四千四百五十爲再益隅之隅。乃并再益隅方。再益隅廉乘數。再益隅之隅共一億一千○五十五萬六千九百五十爲益隅。以三商乘上廉得三百七十五萬。以三商自乘得二十五乘下廉。得五萬。以三商自乘再乘得一百二十五。以隅算二乘之得二百五十爲隅法。乃并本段方法上下廉乘數隅法共一億二千八百八十萬○二百五十爲正隅。加本段益隅共二億三千九百三十五萬七千二百。以三商乘之。得十一億九千六百七十八萬六千爲益實。加入餘實得十三億七千六百七十九萬六千爲通實。以本段益縱方并縱方。得二億七千五百三十五萬九千二百爲下法。乘三商得十三

億七千六百七十九萬六千。減實盡。得方二百五十五。

通曰。此以縱一廉益縱。縱二廉益隅也。

六帶縱負隅以三廉減縱開三乘方法

式 實五十億〇二千三百五十萬〇四千。縱方四千七百萬〇一千六百。縱一廉四千四百八十。縱二廉六百四十。隅算三。問方幾何。曰。一百二十。術 列實。初商一百。乘縱一廉。得四十四萬八千。為益縱之法。初商自乘。得一萬。乘縱二廉。得六百四十萬為減縱之法。初商自乘再乘。得一百萬。乘隅算。得三百萬。為隅法。以減縱之法減縱方。餘四千〇六十萬〇一千六百。加益縱之法。得四千一百〇四萬九千六百。并隅法。共四千三百〇四萬九千六百。為下法。乘初商。得四十三億〇四百九十六萬。減實。餘七億〇八百五十四萬四千。為次商之實。以二乘益縱之法。得八十九萬六千為益縱之廉。以三乘減縱之法。得一千九百二十萬為減縱之方。以三乘初商。得三百。乘縱二廉。得十九萬二千。為減縱之廉。以四乘隅法。得八百萬。為方法。以初商自乘。得一萬。而六之。得六萬。又乘隅算。得十二萬。為上廉。以初商四之。得四百。乘隅算。得八百。為下廉。次商二十。以乘縱一廉。得

	七	〇	八		四						
伍	〇	壹	叄	伍	〇	肆	〇	〇	〇	一	二
四	三	〇	四	九	六						
	七	〇	八	五	四	四					

八萬九千六百。幷益縱縱之廉。得九十八萬五千六百爲益縱之法。以次商乘減縱之廉。得三百八十四萬。以次商自乘得四百乘縱二廉。得二十五萬六千。以幷減縱之方。減縱之廉乘數。共二千三百二十九萬。以次商自乘得四百乘上廉。得二百四十萬。以次商乘下廉。得三十二萬。以次商自乘再乘得八千乘隅算得一萬六千。幷方法上下廉乘數。共一千○七十三萬六千爲隅法。以本段減縱之法減縱方。餘二千三百七十萬○五千六百。加本段益縱之法。得二千四百六十九萬一千二百。幷本段隅法。共三千五百四十二萬七千二百爲下法。乘次商得七億○八百五十四萬四千。減實盡得方一百二十。

通曰。如以減縱之法減縱方。而縱方數少不足減。則以益縱之法幷縱方。然後減之。以其餘數幷隅法。不更加益縱之法矣。

七帶縱方廉以二廉減縱開三乘方法

式　實一十九億五千五百一十一萬九千六百八十。縱方二千二百四十七萬二千六百四十。縱一廉一十萬。六千九百二十九。縱二廉六百五十四。問方幾何。曰。七十二。術　列實初商七十。乘縱一廉得七百四十八萬五千○三十爲益縱之實初商

自乘得四千九百乘縱二廉得三百二十萬〇四千六百爲減縱。初商自乘再乘得三十四萬三千爲隅法。以減縱減縱方餘一千九百二十六萬八千〇四十。加益縱之實得二千六百七十五萬三千〇七十。幷隅法共二千七百〇九萬六千〇七十爲下法。乘初商。得一十八億九千六百七十二萬四千九百減

二七
〇
捌
七四九三八
陸玖壹壹伍伍玖壹
九四二七六九八一
八七四九三八五

實。餘五千八百三十九萬四千七百八十爲次商之實。以二乘益縱之實得一千四百九十七萬〇六十爲益縱之廉。以三乘減縱得九百六十一萬三千八百爲減縱之方。以三乘初商得二百一十乘縱二廉。得十三萬七千三百四十爲起下減廉。以四乘隅法。得一百三十七萬二千爲方法。以初商自乘得四千九百而六之。得二萬九千四百爲上廉。以初商四之得二百八十爲下廉。次商二。以乘縱一廉。得二十一萬三千八百五十八。幷益縱之廉。得一千五百一十八萬三千九百一十八爲益縱之實。以次商乘起下減廉得二十七萬四千六百八十爲減縱之廉。以次商自乘得四乘縱二廉得二千六百一十六。以幷減縱之方。減縱之廉。共九百八十九萬一千〇九十六爲減縱之實。以次商乘上廉。得五萬八千八百。以次商自乘得四乘下廉。

得一千一百二十。以次商自乘再乘得八爲正隅。以幷方法。上下廉乘數。共一百四十三萬一千九百二十八爲隅法。以本段減縱之實減縱方。餘一千二百五十八萬一千五百四十四。加本段益縱之實。共二千七百六十二萬五千四百四十二。幷本段隅法。共二千九百一十九萬七千三百九十。爲下法。乘次商得五千八百三十九萬四千七百八十。減實盡。得方七十二。

廣諸乘方 少廣之十二

開諸乘方說

凡積數若干。以平面開之適得自乘之數者。爲開平方。其立方乃開平再乘積也。三乘方長立方也。如以二自乘起者得兩立方以三自乘起者得三立方之類但以平方一邊之數爲準四乘方平面立方也。如長立方得兩方數則進作四立方如長立方得三方數則進作九立方五乘方大立方也。如係二自乘起者有四立方則進幷十六方爲大方如係五自乘起者有二十五立方則進幷一百二十五立方之類自此推之六乘方。視三乘形。七乘方。視四乘形。八乘方。視五乘形。餘乘倣此。可至無窮。今立捷法。由平面至諸乘。總一條理。先以諸乘原委布圖。乘母爲原。乘出之子爲開。

初商尋原圖

凡開方列位。以點分段者。平方每二位點作一段。再乘方每三

位一段。三乘方每四位一段。倣此推之。至九乘則十位一段矣。

一乘	平方	再乘	立方	三乘方	
一	一	一	一	一	一
二	四	二	八	二	一六
三	九	三	二七	三	八一
四	一六	四	六四	四	二五六
五	二五	五	一二五	五	六二五
六	三六	六	二一六	六	一二九六
七	四九	七	三四三	七	二四〇一
八	六四	八	五一二	八	四〇九六
九	八一	九	七二九	九	六五六一

皆自尾小數起。而先以最大數之首段撿上圖以尋其原。即以原數開之。如平方開者。首段數係四十九。平行橫查。知七是原數。用七自乘可開若首段數係六十四者。即知八是原數。用八自乘可開。若係六十三者。不及六十四一數。仍以七開之。如再乘方開者。首段係二十七。查知其原係三。即以三自乘再乘開之。若首段係六十四者。即知四是原數。用四自乘再乘開之。若係六十三。仍以三開之。如三乘方者首段係八十一。即知三是原數。用三自乘再乘三乘開之。

通曰。商還原而如其積。積還原而如其商也。

四乘方	
一	一
二	三二
三	二四三
四	一〇二四
五	三一二五
六	七七七六
七	一六八〇七
八	三二七六八
九	五九〇四九

五乘方	
一	一
二	六四
三	七二九
四	四〇九六
五	一五六二五
六	四六六五六
七	一一七六四九
八	二六二一四四
九	五三一四四一

如四乘方者首段係一千〇二十四卽知四是原數如五乘方者首段係一萬五千六百二十五卽知五是原數

六乘方

						一	一
				一	二	八	二
			二	一	八	七	三
		一	六	三	八	四	四
		七	八	一	二	五	五
	二	七	九	九	三	六	六
	八	二	三	五	四	三	七
二	〇	九	七	一	五	二	八
四	七	八	二	九	六	九	九

如六乘方者首段係二十七萬九千九百三十六卽知六是原數如七乘方者首段係五百七十六萬四千八百〇一卽知七

七乘方

							一	一
					二	五	六	二
				六	五	六	一	三
			六	五	五	三	六	四
		三	九	〇	六	二	五	五
	一	六	七	九	六	一	六	六
	五	七	六	四	八	〇	一	七
一	六	七	七	七	二	一	六	八
四	三	〇	四	六	七	二	一	九

是原數雖千萬乘方其原皆可得也原數卽初商也

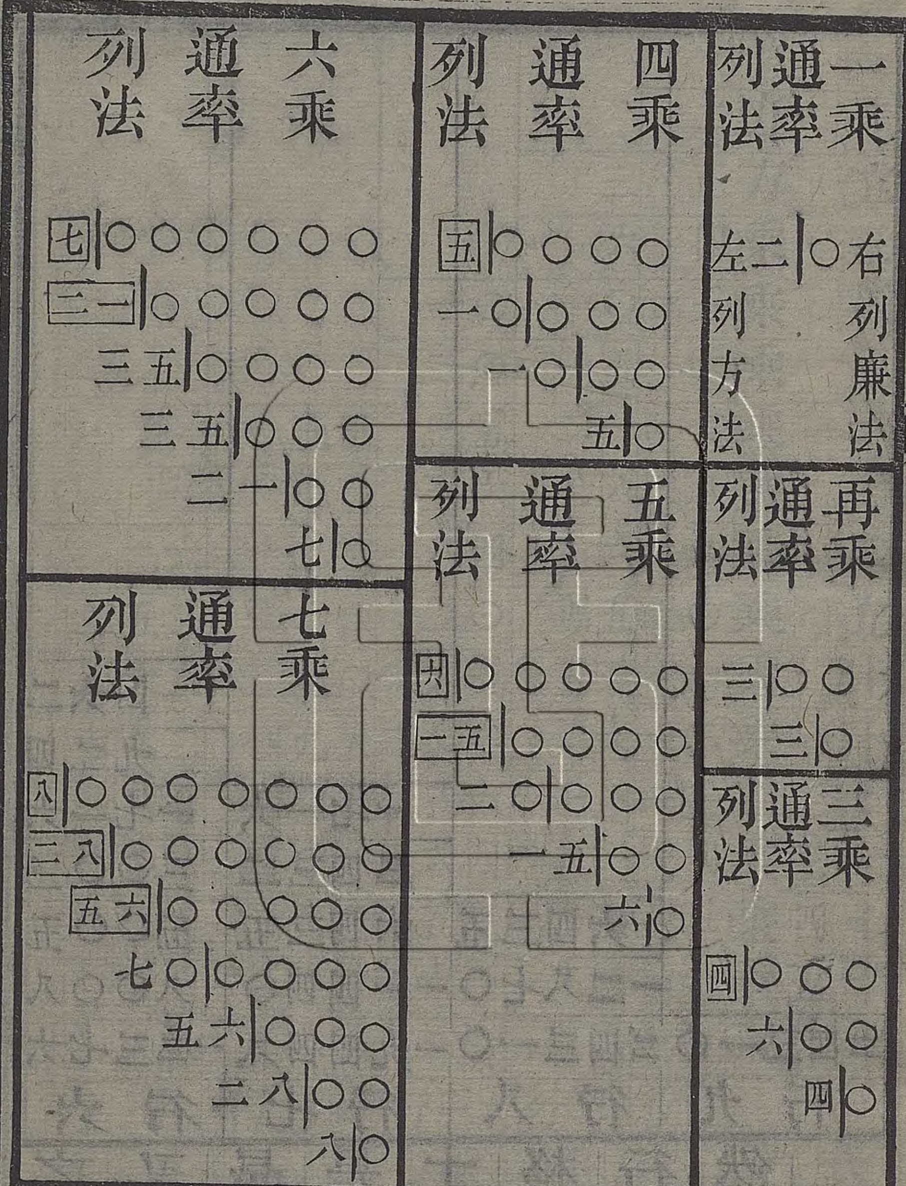
次商用通率圖

右圖已得首位方法餘實倍方爲廉平方者一倍再乘方者再倍三乘方者三倍四乘以上皆以本乘之數倣此倍之別立通率凡平方只一率爲二〇立方有二率爲三〇〇爲三〇三乘方有三率爲四〇〇〇爲六〇〇爲四〇一〇爲十兩〇爲百自此以上諸乘倣此漸加而皆如後圖所推乃以方法之數乘之以乘出之數較餘實約得幾何母之幾何而卽以其母爲廉法也

以首行所列之二爲平方三爲立方四爲三乘方至十七則十

	首行	二行	三行	四行	五行	六行	七行	八行	九行
平方	二								
立方	三	三							
三乘	四	六							
四乘	五	一〇							
五乘	六	一五	二〇						
六乘	七	二一	三五						
七乘	八	二八	五六	七〇					
八乘	九	三六	八四	一二六					
九乘	一〇	四五	一二〇	二一〇	二五二				
十乘	一一	五五	一六五	三三〇	四六二	四六二			
十一乘	一二	六六	二二〇	四九五	七九二	九二四			
十二乘	一三	七八	二八六	七一五	一二八七	一七一六	一七一六		
十三乘	一四	九一	三六四	一〇〇一	二〇〇二	三〇〇三	三四三二		
十四乘	一五	一〇五	四五五	一三六五	三〇〇三	五〇〇五	六四三五	六四三五	
十五乘	一六	一二〇	五六〇	一八二〇	四三六八	八〇〇八	一一四四〇	一二八七〇	
十六乘	一七	一三六	六八〇	二三八〇	六一八八	一二三七六	一九四四八	二四三一〇	二四三一〇

六乘方也。他乘倣此。首行之數自一順列。二行之數承首行上格二數積之。如首行三格是三。二行三格亦是三。相并得六。故二行之四格爲六也。又如首行四格是四。二行四格是六。相併得一十。故三行之五格爲一〇也。三行以至九行皆然。



三乘之四。係迴用。四乘之五。五乘之六。與一五。皆迴用。六乘迴用二位。七乘迴用三位。

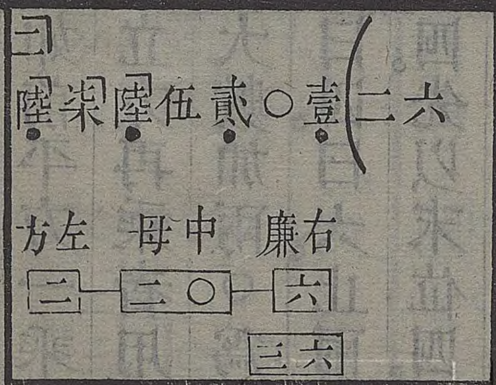
如前平方一乘者用一率曰二乃加一○爲二○與方法相乘。立方再乘者用兩率曰三曰三乃以右小數加一○爲三○左大數加兩○爲三○○而以三百乘方法。其三乘方者用三率曰四曰六止兩數則又迴用右方之四爲一率以補之曰四六四。先以末位四加一○爲四○。次以六加兩○爲六○○。再以首位四加三○爲四○○○。乃以四千乘方法。四乘方者迴用首行之五補足四率曰五曰一十曰一十曰五。然後加○如右圖。五乘方者迴用首行之六及二行之一十五補足五率也。

通曰。凡補一位者止迴用首行之數。補二位者則兼用二行之

數補三位者。則兼用三行之數也。其加○之法每一位加一○。
母論其數之原有○無○。與夫原數之爲零爲幾十幾也。

諸式

一乘方式 即平方

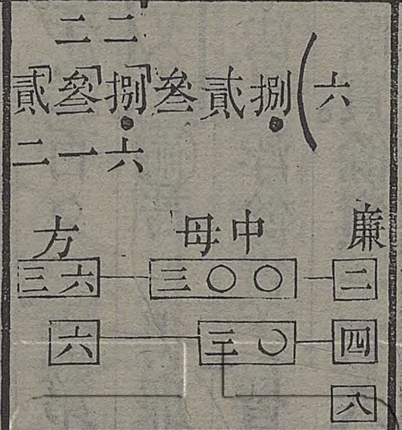


術實六百七十六萬五千二百○一。初商二爲方法。以求廉法立二○。爲通率列中位列方法於左位以相乘得四十。以較餘實之首二七。約得六之一。二段二七六作二百七十六是二百七十內有六回四十也乃立六爲廉法列於右位自乘得三十六爲隅法附列。乃以廉法六乘四十。得二百四十。并隅法三十六共二百七十六。盡第二段餘實五二○一。并廉八方爲二十六。列左乘通率二十得五百二十。以較餘實得一。又以一爲廉法列右自乘仍是一。爲隅法共五二一。而實不足減。乃作五千二百○一。盡第四段商得二六○一也。

又式 術若已得廉法而以乘通率反浮餘實或廉法相合。而隅法又浮餘實者。皆減其廉法以乘之。如實二百八十九初商一除實餘實一百八十九。次商以方法乘通率得二○。以較餘實可用九。除實一百八十而隅法八十一。則浮原積。是九不可用矣。減一數用八。仍不足除。乃用七爲廉法。乘得一四。除實一百

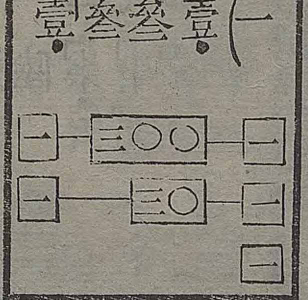
四十。尚餘四十九。足除隅法。故商得一十七也。

再乘方式即立方



術實二十三萬八千三百二十八。尋原母六自乘再乘得二一六。除實餘二萬二千三百二十八。以六爲方法。求廉法。用二率曰三十曰三百。自下而上疊位。以方六對三〇。以方六自乘得三六對三〇〇。各列於左。初乘以三六乘三〇〇得一萬〇八百。以視餘實。約得二之一。乃立二爲廉。以對三〇〇。復以廉二自乘得四。又以二四相乘得八爲隅。皆列右。以廉二乘一萬〇八百。得二萬一千六百。再乘以六乘三〇得一百八十。又以四乘之。得七百二十。并初乘數及隅八。共二萬二千三百二十八。減實盡。商得六十二也。

又式

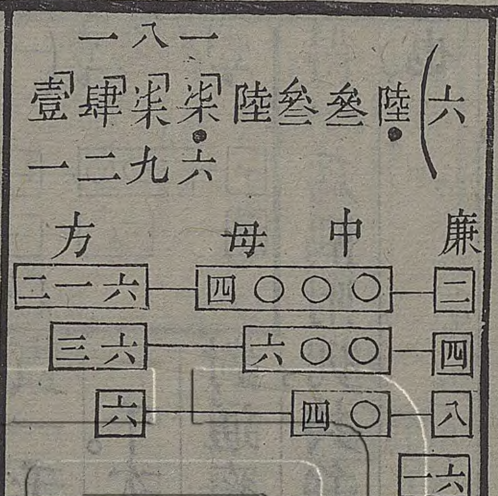


術若初商方法只係一數者。通率無乘。須并諸率除之。如實一千三百三十一。初商以一爲方法。除淨首實一千。次并中位兩通率一。除可淨。即以一爲廉法。對通率三百。廉自乘仍得一。對通率三十。再乘仍得一爲隅。附列。共并得三百三十一。兩率一一隅除實盡。商得一十一也。

通曰。凡以一爲方法者。皆可以諸位通率并之以求也。

三乘方式

術實一千四百七十七萬六千三百三十六。尋原母

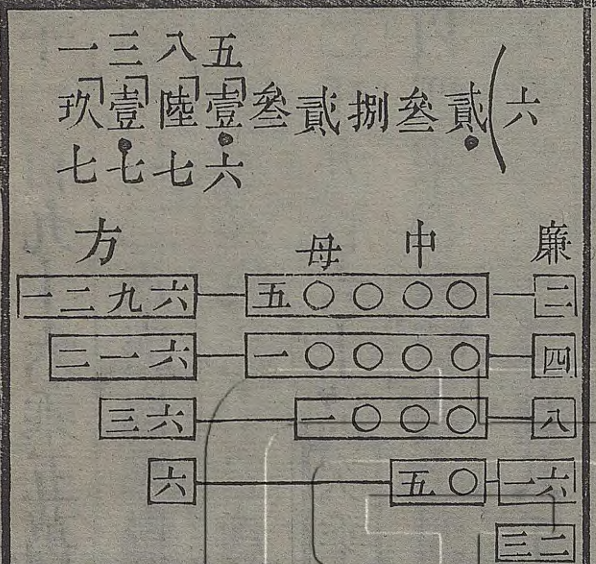


六。自乘再乘三乘。得一二九六。除實。餘一百八十一萬六千三百三十六。以六爲方法。求廉。用通率三位。曰四十。曰六百。曰四千。方六自乘得三六。再乘得二一六。自下而上對列。初乘以二百一十六乘四千。得八十六萬四千。較餘實。約二之一。以二爲廉。自乘得四。再乘得八。三乘得十六。自上而下對列。乃以二乘八十六萬四千得一百七十二萬八千。再乘以三十六乘六百。得二萬一千六百。以

四乘得八萬六千四百。三乘以六乘四十。得二百四十。以八乘得一千九百二十。乃并三數及隅十六。共合餘實。商得六十二。

四乘方式

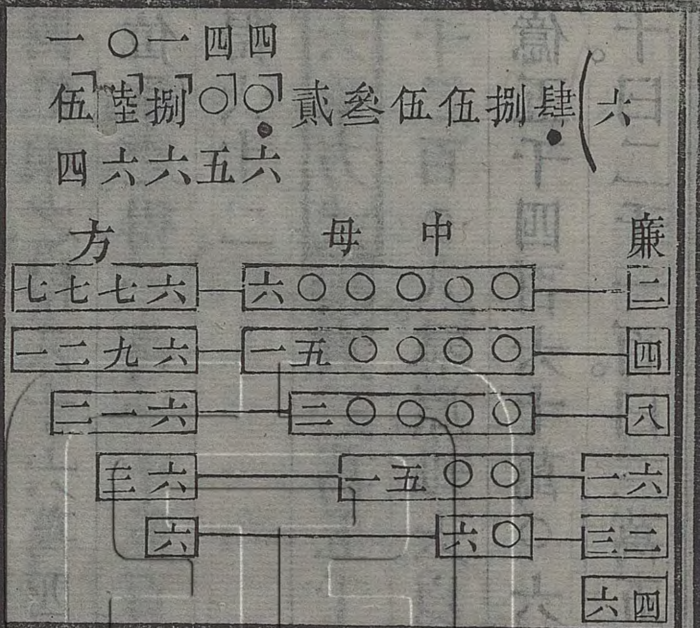
術實九億一千六百一十三萬二千八百三十二。尋



原母六。自乘至四乘。得七七七六。除實。餘一億三千八百五十三萬二千八百三十二。求廉。用四位通率。曰五十。曰一千。曰一萬。曰五萬。以方法六自乘得三十六。再乘得二百一十六。三乘得一千二百九十六。自下而上對列。初乘以一

千二百九十六乘五萬得六千四百八十萬。以較餘實約得二之一。以二爲廉。自乘得四。再乘得八。三乘得十六。自上而下對列。又四乘得三十二爲隅。乃以二乘六千四百八十萬得一億二千九百六十萬。次乘二百一十六乘一萬得二百一十六萬。以四乘得八百六十四萬。三乘三十六乘一千得三萬六千。以八乘得二十八萬八千。四乘六乘五十得三百。以十六乘得四千八百。乃并四次乘數及隅共合餘實。商六十二。

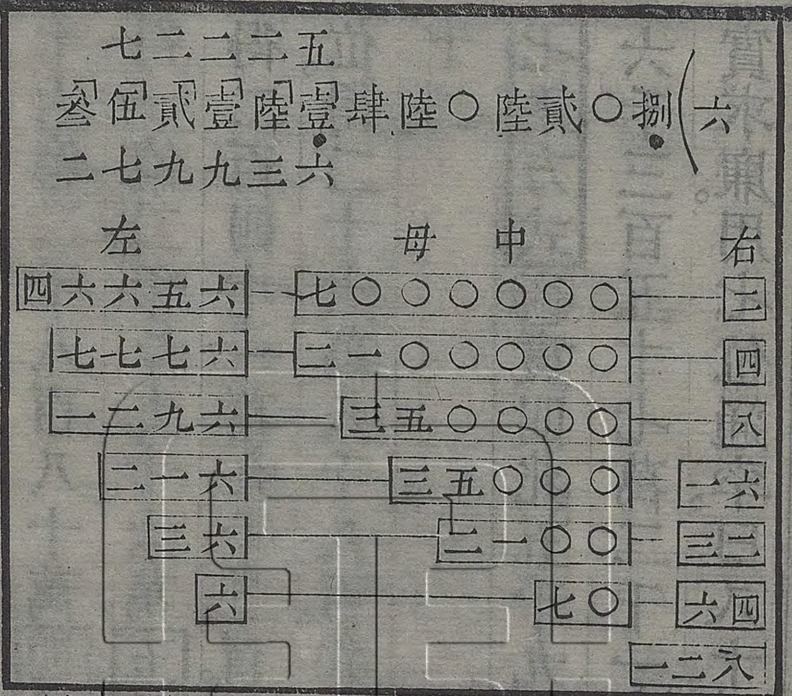
五乘方式 術 實五百六十八億〇二十三萬五千五百八十四。尋原母六。以其五乘數除實。餘一百〇一億四千四百二十三



萬五千五百八十四。求廉用五位通率曰六十。曰一千五百。曰二萬。曰一十五萬。曰六十萬。以方六自乘再乘三乘四乘。自下而上對列。初乘左首位乘中首位得四十六億六千五百六十萬。以較餘實約得二之一。以二爲廉。自乘再乘三乘四乘自上而下對列。又五乘得六十四爲隅。乃以右首位乘所得較數得九十三億三千一百二十萬。次乘左次位乘中次位。又以右次位乘

之得七億七千七百六十萬。三乘左三位乘中三位。又以右三位乘之得三千四百五十六萬。四乘左四位乘中四位。又以右四位乘之得八十六萬四千。五乘左末位乘中末位。又以右末位乘之得一萬一千五百二十。并五次乘數及隅共合餘實商得六十二。

六乘方式 術 實三萬五千二百一十六億一千四百六十萬六千二百○八。尋原母六以其六乘數除實餘七千二百二十二億五千四百六十萬○六千二百○八。求廉用六位通率曰七十。曰二千一百。曰三萬五千曰三十五萬曰二百一十萬。曰七

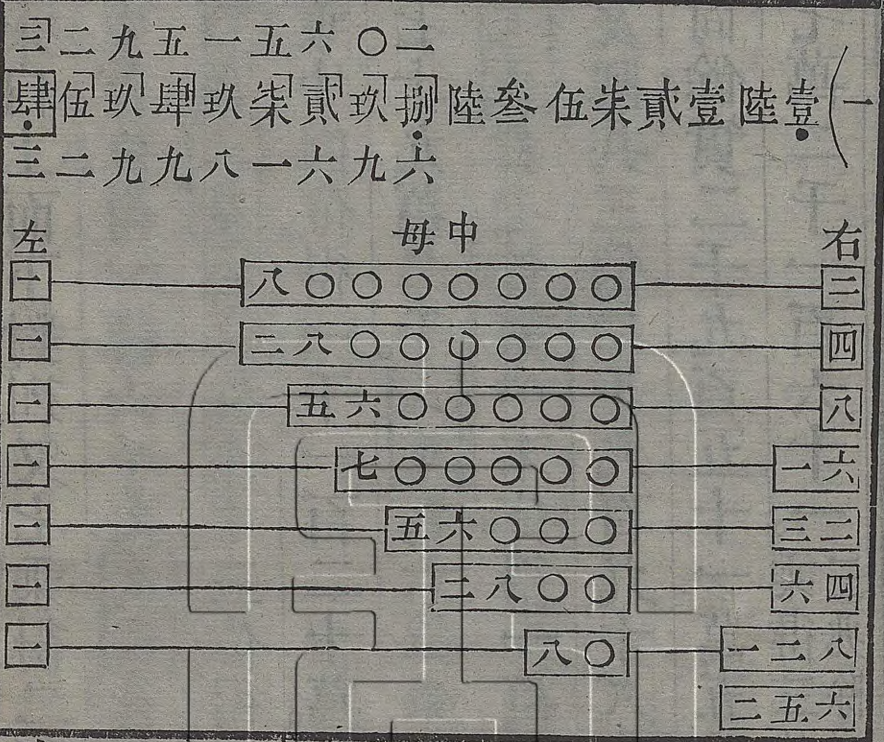


百萬。以方六自乘再乘三乘四乘五乘自下而上對列。初乘左首位乘中首位得三千二百六十五億九千二百萬。以較餘實約得二之一。以二爲廉自乘再乘三乘四乘五乘。自上而下對列。又六乘得一百二十八爲隅。乃以右首位乘所得較數得六千五百三十一億八千四百萬。次乘左次位乘中次位。又乘右次位得六百五十三

億一千八百四十萬。三乘左三位乘中三位。又乘右三位。得三十六億二千八百八十萬。四乘左四位乘中四位。又乘右四位。得一億二千○九十六萬。五乘左五位乘中五位。又乘右五位。得二百四十一萬九千二百。六乘左六位乘中六位。又乘右六位。得二十六萬八千八百。幷六次乘數及隅共合餘實商得六十二。

七乘方式

術實四兆五千九百四十九萬七千二百九十八億六千三百五十七萬二千一百六十一。尋原母一除實一兆。餘實求廉。用七位通率曰八十。曰二千八百。曰五萬六千曰七十萬。曰五百六十萬。曰二千八百萬。曰八千萬。方法一數無乘。當幷通率諸位。以較餘實。而惟首次兩數同爲大數。其餘小數不足爲多寡。且從省只幷首次兩率開之。幷得一億○八百萬。以較餘實。約可用三。然自乘之九乘中次位。其數浮。當減用二爲廉。自乘再乘三乘四乘五乘六



乘自上而下對列又七乘得二百五十六爲隅。初乘右首位乘
中首位得一億六千萬。次乘右二位乘中二位得一億一千二
百萬。三乘右三位乘中三位得四千四百八十萬。四乘右四位
乘中四位得一千一百二十萬。五乘右五位乘中五位得一百
七十九萬二千。六乘右六位乘中六位得一十七萬九千二百
七乘右七位乘中末位得一萬○三百六十八。乃并七次乘數
及隅共三億二千九百九十八萬一千六百九十六以除餘實。
尚餘實二千九百五十一萬五千六百○二億六千三百五十
七萬二千一百六十一。乘得三億從三兆除起再商自首至尾以一段開

二九五一五六○二‧陸叁伍柒貳壹陸壹(一二

左	中	右
三五八三一八○八	八○○○○○○○○	一
三九八五九八四	二八○○○○○○○	一
二四八八三二	五六○○○○○	一
三○七三六	七○○○○○	一
一七二八	五六○○○	一
一四四	二八○○	一
一二	八○	一
		一

之乃并廉八方共一十二。自乘再乘
三乘四乘五乘六乘自下而上對列
於左。初乘左首位乘中首位得二千
八百六十六萬五千四百四十六億
四千萬。以較餘實只可用一。以一爲
廉無乘。隅亦是一。次乘左次位乘中
次位得八十三萬六千○七十五億
五千二百萬。三乘左三位乘中三位。
得一萬三千九百三十四億五千九

百二十萬。四乘左四位乘中四位得一百四十五億一千五百二十萬。五乘左五位乘中五位得九千六百七十六萬八千。六乘左六位乘中六位得四十萬。○三千二百。七乘左末位乘中末位得九百六十。乃并七次乘數及隅共合餘實商得一百二十一。

尋原之法。平方可求立方之原兼平方立方可求多乘之原若三乘方者以平方開之得數又平方開之卽得原矣五乘方者以平方開之得數又立方開之或先開立而後開平卽得原矣。六乘方者作四乘方開二次卽得其原。七乘方者作平方開三次卽得其原。八乘方者作立方開二次卽得其原。九乘方者先開平而後開四乘或先開四乘而後開平卽得其原若十乘方者作四乘方開三次卽得其原矣。

奇零諸乘開方法

式術 凡開方諸法以尋原爲第一義卽奇零中有母數子數俱有原可用者如平方九之四則以三之二爲原以三自乘得九以二自乘得四也如再乘立方二七之八亦以三之二爲原以三自乘再乘得二十七以二自乘再乘得八也又如三乘方所得八一之一六亦以三之二爲原以三自乘再乘三乘得八十一以二

自乘再乘三乘得一十六也。有二數並列子母不同。而亦有原數可用者。如四之二與九之八並列。依對乘法。兩母乘得三十六。兩子乘得一十六。是爲三六之一六。其平方之原爲九之四。以四九三十六。四四一十六。可用四爲鈕數者也。有以全數帶奇零。而亦有原可尋者。如有全數二又二七之一〇。依化法。化得二七之六四。尋其立方之原爲三之四。以三再乘爲二十七。四再乘爲六十四。歸整得一又三之一也。凡有原可尋。則可開。無原可尋。則不可開。必命分之母與得分之子。各有原則可開。若一有原。一無原。則不可開也。尋原之術。數之多者。約之以至於寡。如四五之二〇。約之爲九之四。其開平方之原。卽是三之二也。如八一之二四。約之爲二七之八。其開立方之原。卽是三之二也。他一有原一無原者。如九之六。九有原。六無原。又如三〇之二一。則命分數與得分數俱無原。皆不可開矣。然數窮則變。變則通。不可開者。又立法以開之。如無原。有數之最相近者。可借以爲原。卽以本數析之。又析而相近之原可得也。析之之法。多取進位。平方或析一爲十爲百。立方或析一爲百爲千。數彌多者求彌密。其原亦彌近也。彌近之數。或稍多於所求。或稍約於所求。而皆可以爲原者也。如以五數爲開平方。是爲無原。而任借一〇爲一〇〇之原。以一十自乘

得一百。以五乘得五〇〇。雖一〇不爲五〇〇之原。乃其原之最近者有兩數。其一爲四八四。以二二爲原。二十二自乘得四百八十四也。此近而朒者。其一爲五二九。以二三爲原。二十三自乘得五百二十九也。此近而盈者。何也。試以所借一〇爲命分之母。以二三爲得分之子。以一〇之二三自乘。此係整二又帶零一十之二。所得一〇〇之四八四內除四百爲四整數。餘八四爲一〇〇之八四。夫以四零一〇〇之八四視二零一〇之二。猶五百與二十二之比例也。試以所借一〇爲母。以二三爲子。以一〇之二三自乘。此係整二又零一十之三。得一〇〇之五二九內除五百爲五整數。餘二九爲一〇〇之二九。夫以五零一〇〇之二九視二零一〇之三。猶五百與二十三之比例也。故五可以借一十也。如以九數爲開立方。亦爲無原。而任借一〇爲一〇〇〇之原。以九乘得九〇〇〇。雖九千不以一十爲原。而其近原者亦有兩數。一爲八〇〇〇以二〇爲原。此近而朒者。一爲九二六一以二一爲原。此近而盈者。何也。試以一〇爲母。一〇之二〇係整二數。自乘再乘。即得一〇之八。試以一〇爲母。一〇之二一係整二數零一十之一。自乘再乘。即得九零一〇〇〇之二六一也。母一十自乘再乘得一千子整二化二十并入一爲二十一自乘再乘得九千二百六十一以九千歸整得整九餘爲一千之二百六十一也。故一〇可以爲九借也。如以四〇數爲四乘方。亦爲無原。任借一〇自乘至四乘。得一十萬。以一十乘之。得四百萬。用前法推衍其原之近者。一爲二〇一爲二一何也。以一〇爲二〇之母。則一〇之二〇係整二數。自乘至四

乘。爲一。之三以視四。近而朒。以一。爲三之母。則一。之三係整二
數零一十之一。自乘再乘化整數并子法如前母四乘得一十一萬子自乘再乘得九千二百六十一
三乘四乘。得整四十數零一十萬之八萬四千二百○一。二十一以三乘得一十九萬四千四百八十一以四乘得四百○八萬四千二百○一內以四百萬還原得整四十數其零爲八四二○一
也以視四。近而盈。故一。可以爲四十借也。