御製厤象攷成

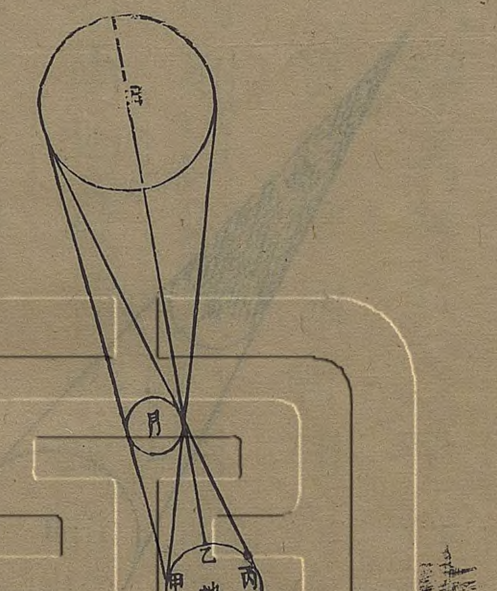
御製麻象考成上編卷六

交食總論

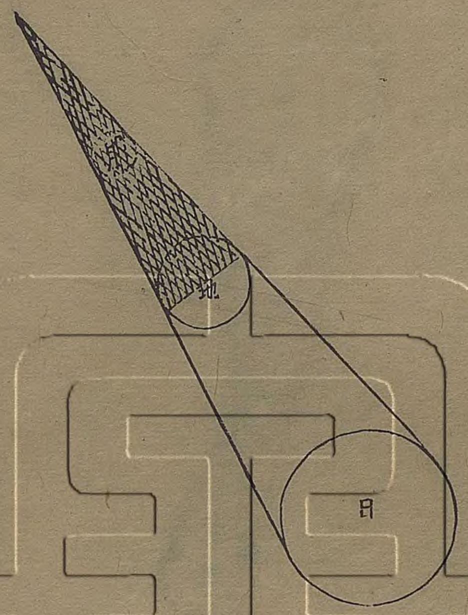
太陰及於黃白二道之交。因生薄蝕。故名交食。然白道出入黃道南北。太陰每月必兩次過交。而或食或否。何也。月追及於日而無距度爲朔。距日一百八十度爲望。此皆爲東西同經。其入交也。正當黃道而無緯度。是爲南北同緯。雖入交而非朔望。則同緯而不同經。當朔望而不入交。則同經而不同緯。皆無食。必經緯同度而後有食也。葢合朔時。月在日與地之間。人目仰觀。與日月一線參直。則月掩蔽日光。卽爲日

食望時。地在日與月之間。亦一線參直地蔽日光而生闇影。其體尖圓。是爲闇虛。月入其中。則爲月食也。

按日爲陽精。星月皆借光焉。月去日遠。去人近。合朔之頃。特能下蔽人目。而不能上侵日體。故食分時刻。南北迥殊。東西異視也。若夫月食。則月入闇虛。純爲晦魄。故九有同觀。但時刻有先後耳。至於推步之法。日食須用高下南北東西三差。委曲詳密。而月食惟論入影之先後淺深。無諸視差之繁。故先總論交食之理。次論月食。乃及日食。因日食立法較難。故後論加詳焉。



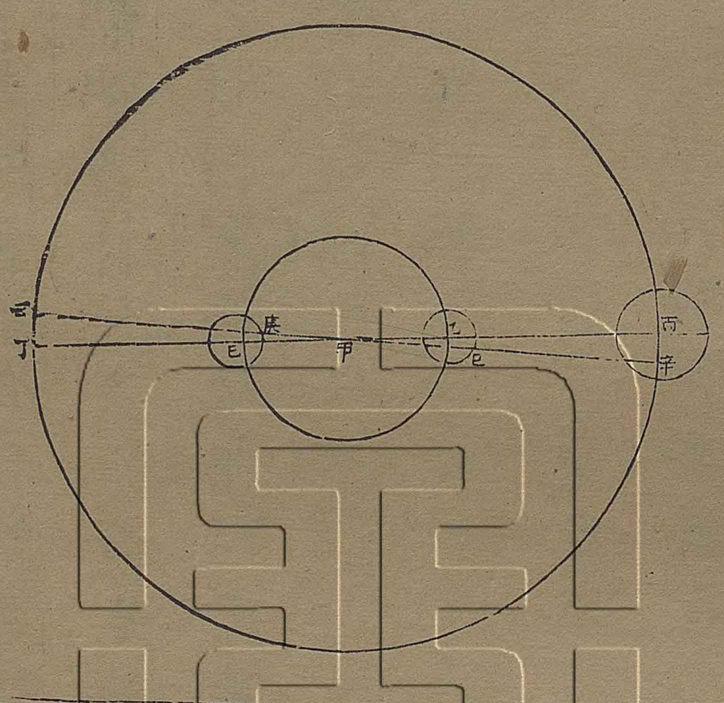
如圖。合朔時。月在地與日之間。人在地面居甲者見日月全掩日。居乙者見月掩日之半。居丙者但見日月兩周相切而不相掩。故日食隨地不同。乃月蔽人目。不見日光。而日體初無異也。



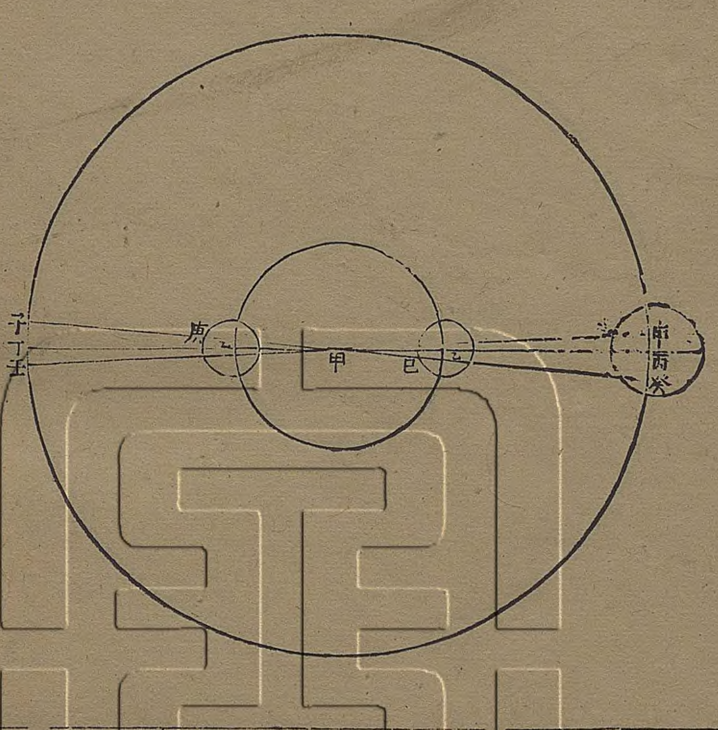
如地在日月之間日大地小地向日之面爲晝背日之面則生尖影人在影中不見日光爲夜望時月入影中而不能借日光全爲晦魄故月食爲普天同視也

朔望有平實之殊

日月相會爲朔相對爲望而朔望又有平實之殊平朔望者日月之平行度相會相對也實朔望者日月之實行度相會相對也故平朔望與實朔望相距之時刻以兩實行相距之度爲準蓋兩實行相距之度以兩均數相加減而得而兩朔望相距之時刻則以兩實行相距之度變爲時刻以加減平朔望而得實朔望故兩實行相距無定度則兩朔望相距亦無定時也

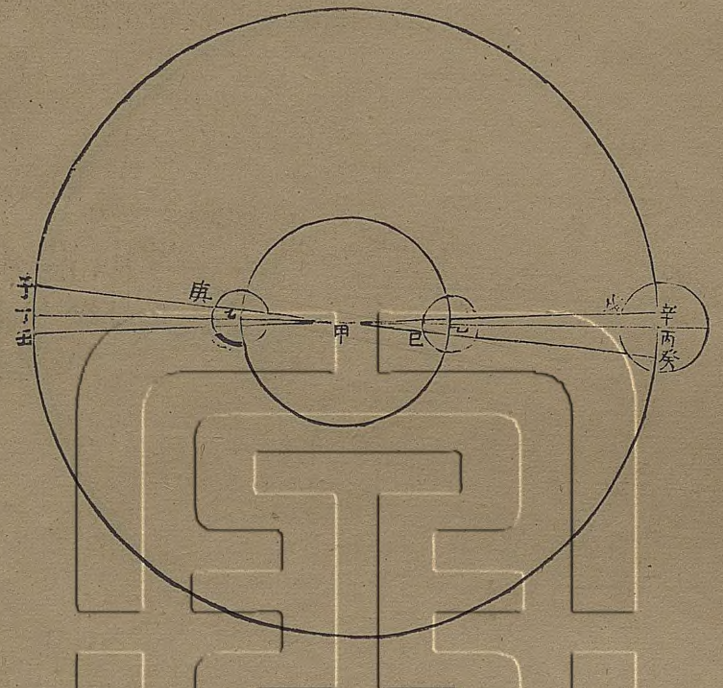


如圖。甲為地心即日月本天心。乙為月本輪心。丙為日本輪心。日月止用本輪心者。因明平實之理。取其易於辨析也。兩輪心俱在甲乙丙及甲乙丁直線上。為平朔望。而丙為黃道上平朔之度。丁為黃道上平望之度。如日在本輪之戊。月在本輪之己。或在本輪之

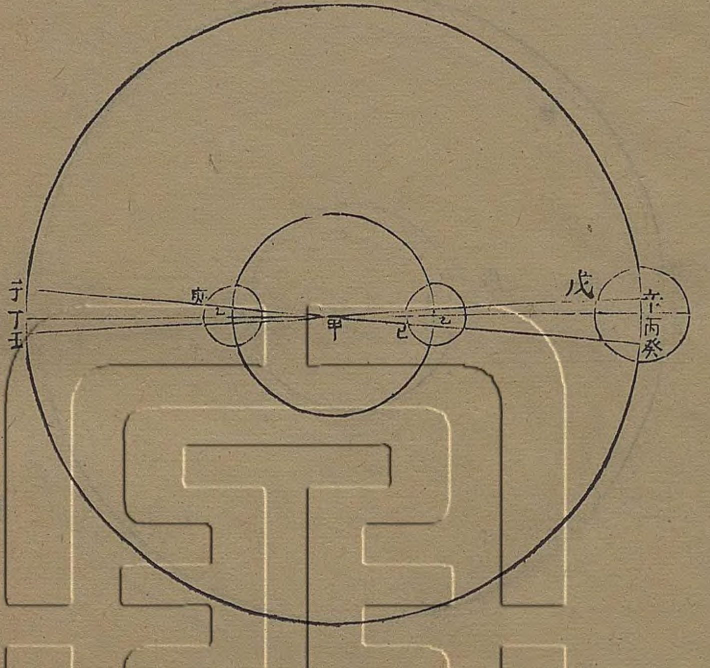


庚。俱在甲己戊辛及甲庚壬直線上。則為實朔望。而辛為黃道上實朔之度。壬為黃道上實望之度也。

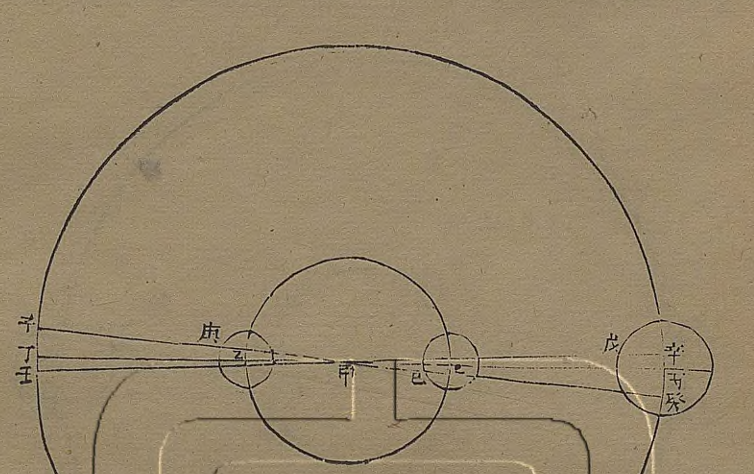
如平朔望在丙在丁。而日在戊月在己。或在庚。則日之實行度在辛。相對之度在壬。而辛丙及壬丁皆為加均。乃實行過於平行之



度。月之實行度。朔在癸。望在子。而癸丙及子丁皆為減均。乃實行不及平行之度。故以辛丙加均與癸丙減均相併。得癸辛弧。為兩實行相距之度。亦即實朔距平朔之度。以壬丁加均與子丁減均相併。得子壬弧。為兩實行相距之度。亦

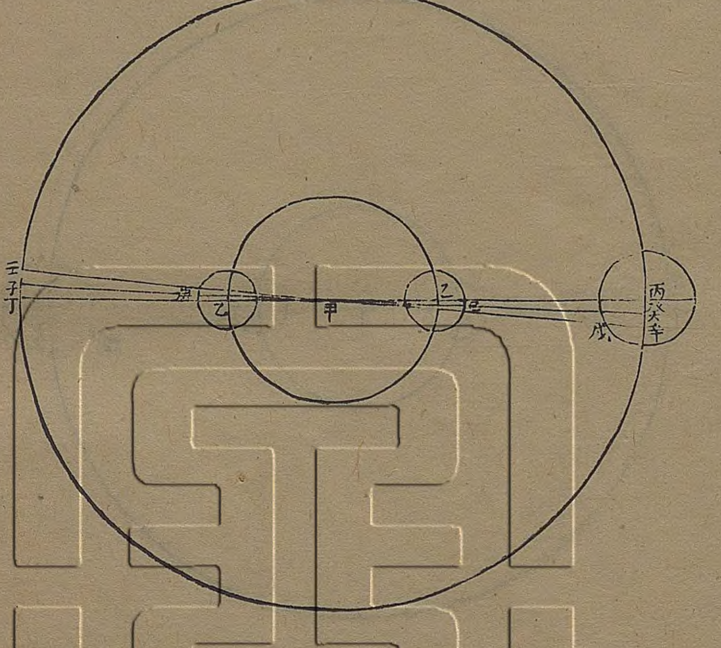


即實望距平望之度也。此日為加均。月為減均。故日實行在月實行之前。為實朔望在平朔望之後。必計月得若干時分而後行過癸辛弧及子壬弧。始能與日相會相對。故以癸辛弧及子壬弧變為時分。以加平朔望而得實朔望也。若

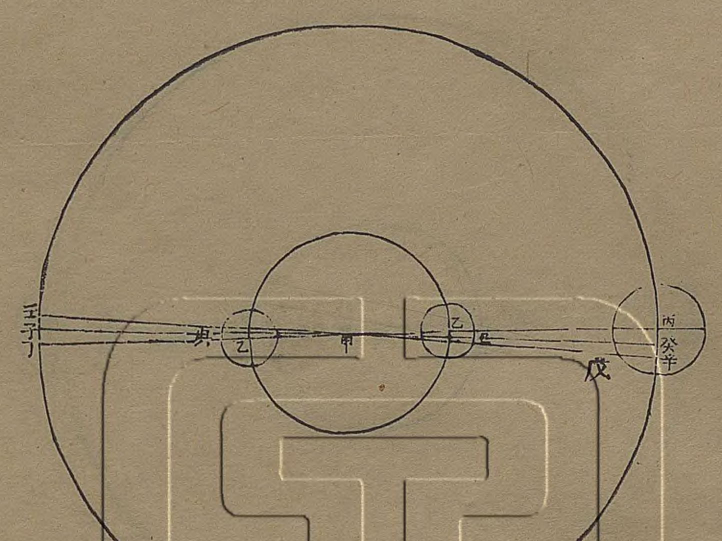


日為減均。月為加均。則日實行在月實行之後。而實朔望在平朔望之前。即以實行相距之時分減平朔望而得實朔望。其理亦同也

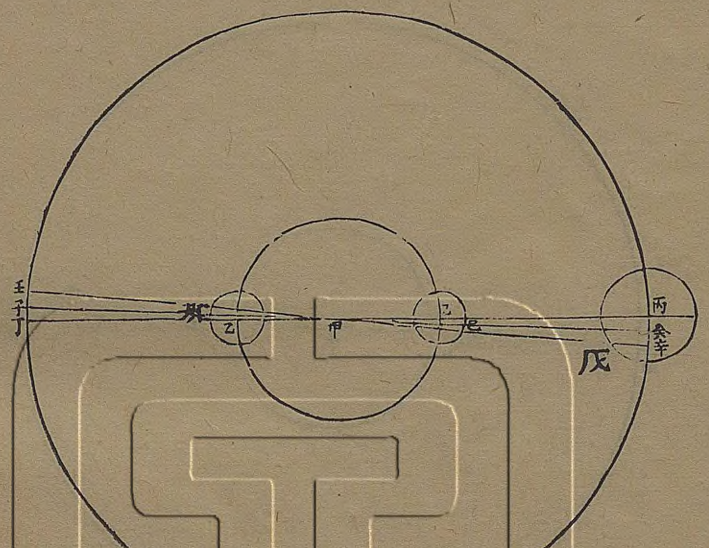
如平朔望在丙在丁。而日在戊月在己。或在庚。則日之實行度在辛。相對之度



在壬。而辛丙及壬丁皆為減均。乃實行不及平行之度。月之實行度朔在癸望在子。而癸丙及子丁亦皆為減均。乃實行不及平行之度。故以辛丙減均。與癸丙減均相減。餘辛癸弧。為兩實行相距之度。亦即實朔距平朔之度。以壬丁減



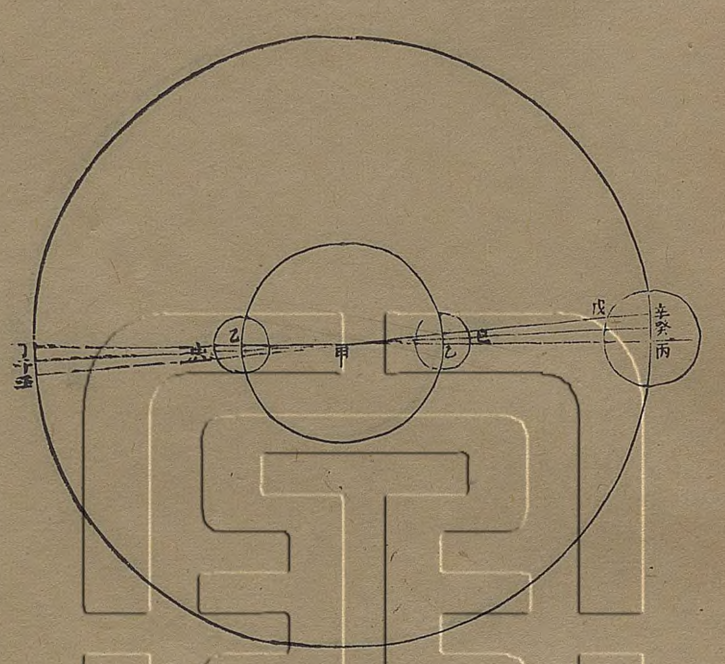
均與子丁減均相減。餘壬子弧。爲兩實行相距之度亦卽實望距平望之度也。此日之減均大於月之減均。故日實行在月實行之後。而實朔望在平朔望之前。必計月已行過與日相會相對若干時分。爲辛癸弧及壬子弧。故以辛癸弧



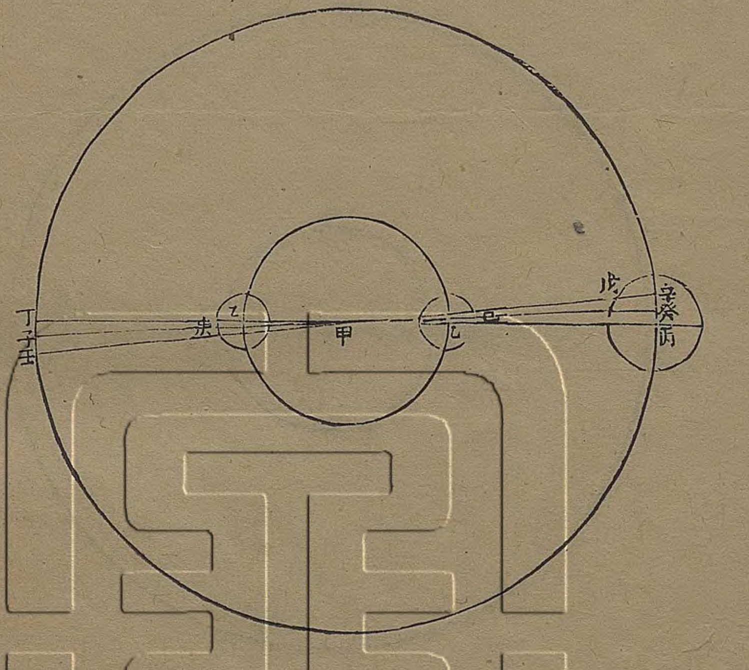
及壬子弧變爲時分。以減平朔望而得實朔望也。若日之減均小於月之減均。則日實行在月實行之前。而實朔望在平朔望之後。卽以實行相距之時分加平朔望而得實朔望。其理亦同也。

朔望有平實之殊

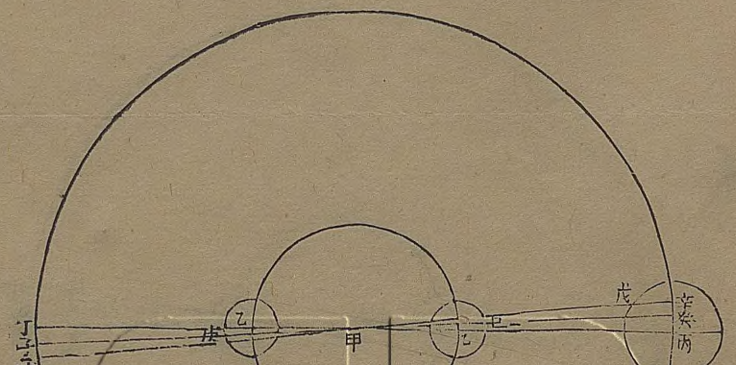
如平朔望在丙在丁。而日



在戊。月在己或在庚。則日之實行度在辛相對之度在壬。而辛丙及壬丁皆爲加均。乃實行過於平行之度。月之實行度。朔在癸望在子。而癸丙及子丁亦皆爲加均。乃實行過於平行之度。故以辛丙加均與癸丙加均相減。餘辛癸弧。爲



兩實行相距之度。亦即實朔距平朔之度也。以壬丁加均與子丁加均相減。餘壬子弧。爲兩實行相距之度。亦即實望距平望之度也。此日之加均大於月之加均。故日實行在月實行之前。而實朔望在平朔望之後。必計月得若干時分



而後。行過辛癸弧及壬子弧。始能與日相會相對。故以辛癸弧。及壬子弧。變爲時分。以加平朔望而得實朔望也。若日之加均小於月之加均。則日實行在月實行之後。而實朔望在平朔望之前。卽以實行相距之時分。減平朔望而得實朔望。其理亦同也。

朔望用時

太陽與太陰實行相會相對。為實朔望。但實朔望之時刻。按諸測驗。猶有數分之差。或早。或遲。差至一刻。以其猶非用時也。蓋實朔望。固兩曜實會實對之度。而推算時刻。則仍以平行所臨之位為時。皆依黃道而定。今推平行與實行既有盈縮差。則時刻亦有增減。又時刻以赤道為主。而黃道赤道既有升度差。則時刻亦有進退。故必以本時太陽均數與升度差。俱變為時分。以加減實朔望之時刻。為朔望用時。乃與測驗脗合。

此即日躔時差加減之理也。

求日月距地與地半徑之比例

太陽太陰距地之遠近。日躔月離地半徑差篇言之詳矣。顧求地半徑差止用最高最卑中距三限。而交食之日月視徑。以及影徑影差。則逐度不同。且太陰在最高。兩弦尤高。太陰在最卑。兩弦尤卑。交食在朔望。其高卑皆不及兩弦。故欲求日月逐度之高。必先定最高最卑中距之距地心線。今依日月諸輪之行。求得太陽在最高距地心一〇一七九二〇八。本天半徑。加本輪半徑。減均輪半徑。其與地半徑之比例為一與一千一百

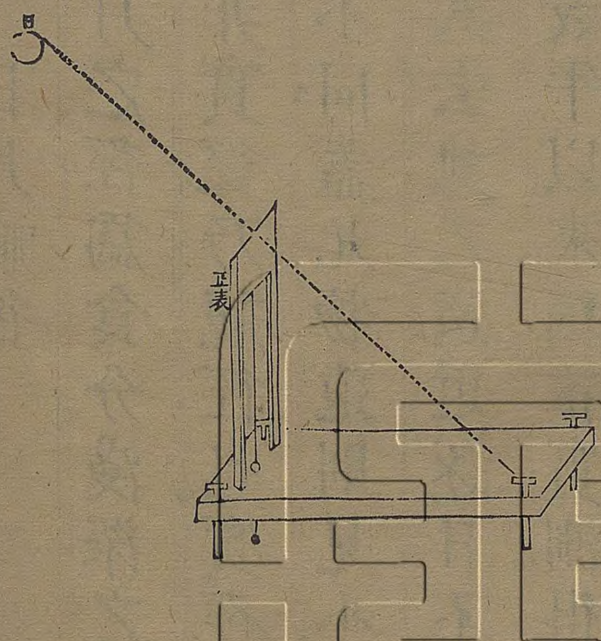
六十二。詳日躔麻理。中距距地心一〇〇〇六四二一。求均數時並求太陽距地心之邊即得。其與地半徑之比例為一與一千一百四十二。最卑距地心九八二〇七九二。本天半徑。減本輪半徑。加均輪半徑。其與地半徑之比例為一與一千一百二十一。太陰在最高朔望時距地心一〇一七二五〇〇。本天半徑。加負圈半徑。減均輪半徑。又減次輪半徑。又減次均輪半徑即得。俱詳月離二三均數圖。其與地半徑之比例為一與五十八又百分之一十六。中距朔望時距地心九九二〇二七三。求初均數時。並求太陰距地心之邊。內減次均輪半徑即得。蓋朔望時無二三均。但距地心少次均輪半徑耳。其與地半徑之比例為一與五十六又百分之七十二。詳月離地半徑差篇。最高最卑。皆以此為比例。最卑朔望時。距地心九五九二五〇〇。本天半徑。減負圈半徑。加均輪半徑。又加次輪半徑。減次均輪半徑即得。其與地半徑之比例為一與五十四又百分之八十四。如求太陽在最高前後四十度距地心與地半徑之比例則以太陽最高距地心一〇一七九二〇八為一率。一千一百六十二為二率。太陽在最高前後四十度之距地心線一〇一三九八九八為三率。得四率一千一百五十七。即當時日距地與地半徑之比例也。求

月距地之法倣此。

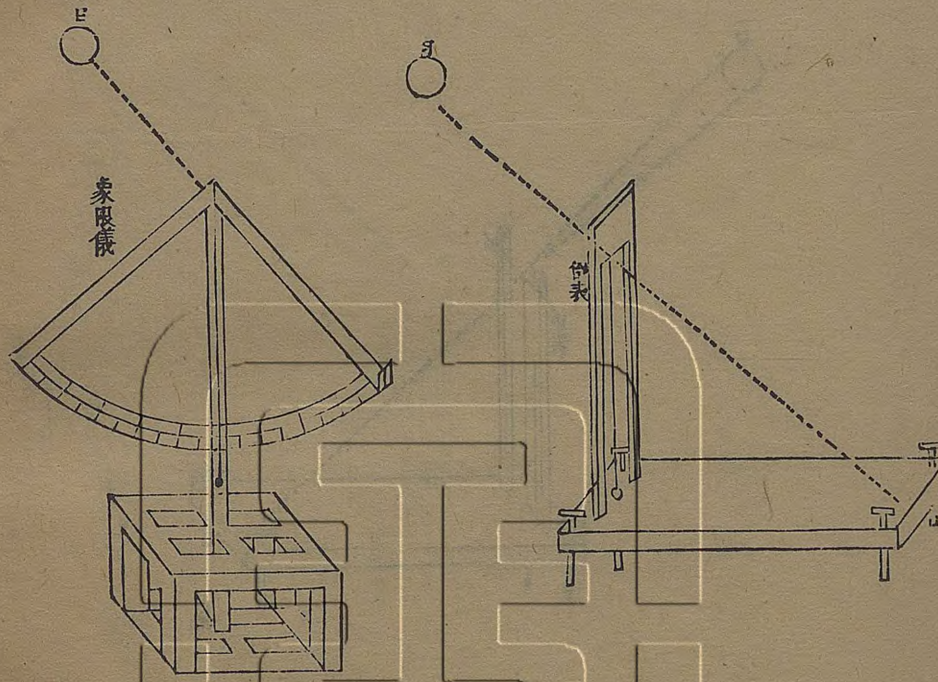
日月視徑

日月之徑。為食分淺深之原。所關甚大。但人目所見者。非實徑。乃視徑也。實徑為一定之數。而視徑則隨時不同。蓋凡物遠則見小。近則見大。日月之行有高卑。其去地之遠近逐日不同。故其視徑之小大亦不等。數年以來。精推實測。得太陽最高之徑為二十九分五十九秒。最卑之徑為三十一分零五秒。比舊定日徑。最高少一秒。最卑多五秒。朔望時太陰最高之徑為三十一分四十七秒。最卑之徑為三十三分四

十二秒。比舊定月徑。最高多一分一十七秒。最卑少五十八秒。而以日月高卑比例推算。今數為密。茲將測算之術詳著於篇。

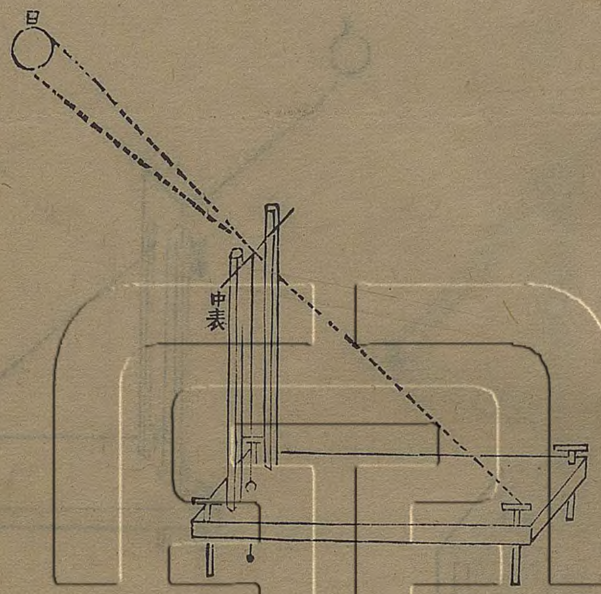


測太陽徑。一法用正表倒表。各取日中之影。求其高度。兩高度之較。即太陽之徑也。蓋正表之影。乃太陽上邊之光射及表之上邊。其所得為太陽上邊距地



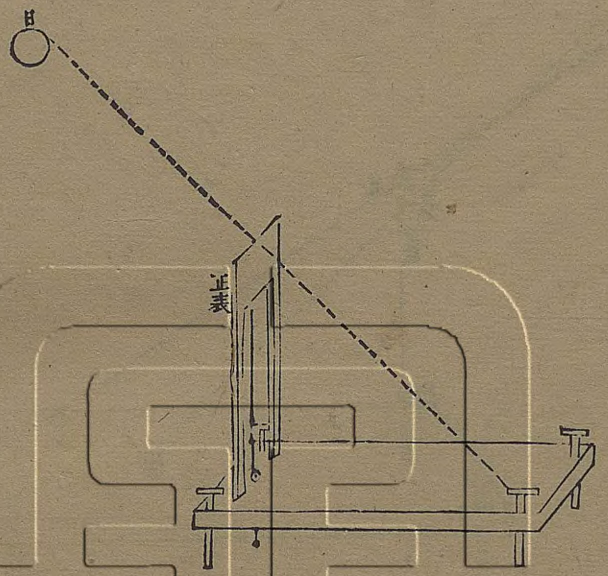
平之高度。倒表之影。乃太陽下邊之光射及表之下邊。其所得為太陽下邊距地平之高度。故兩高度之較。即太陽之徑也。

一法。用儀器測得太陽午正之高度。復用正表測影。亦求其高度。兩高度之較。即太陽之半徑也。蓋儀器



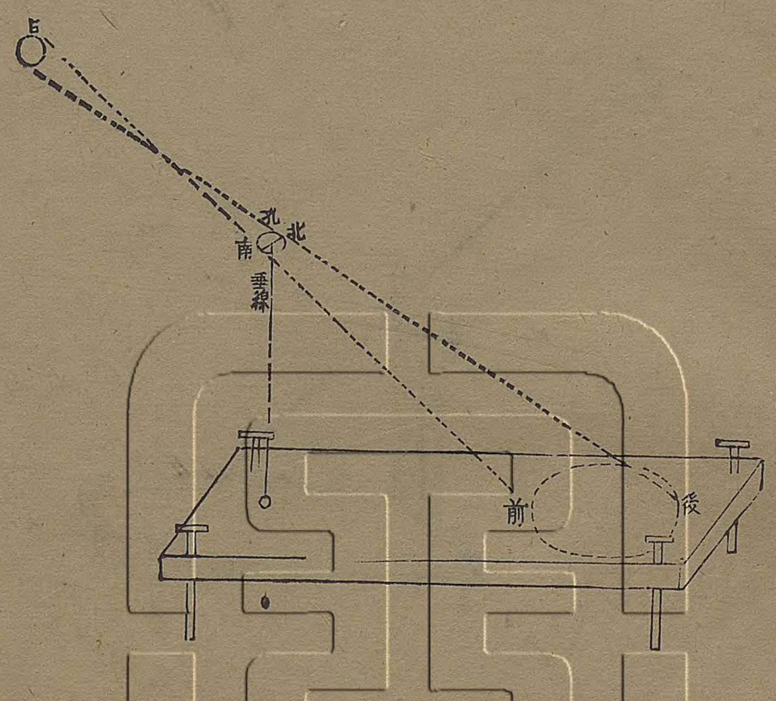
所得者。太陽中心之度。表影所得者。太陽上邊之度。故兩高度相較。即得太陽之半徑也。

二法。用中表。正表。各取日中之影。求其高度。兩高度之較。即太陽之半徑也。蓋中表係橫梁上下皆空。太陽上邊之光射橫梁之下

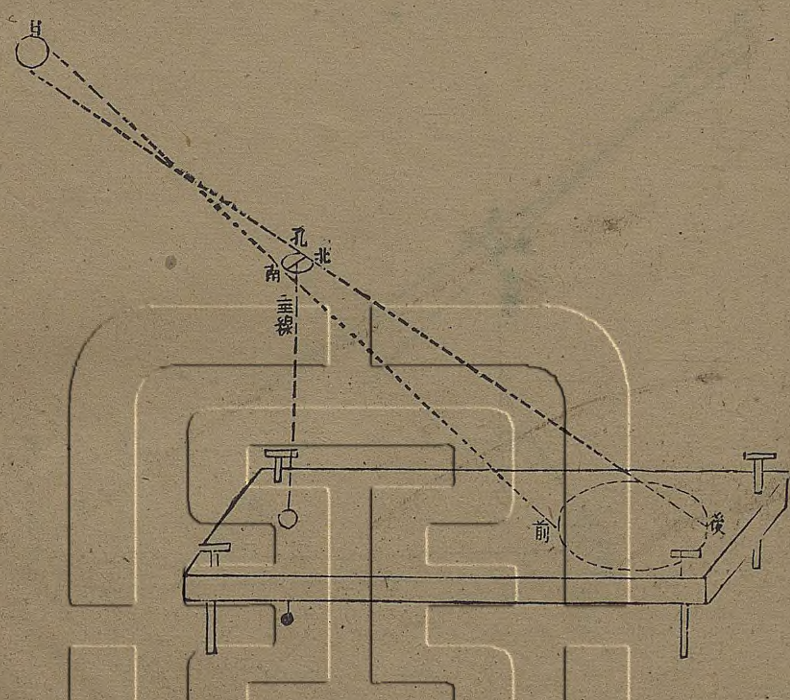


面太陽下邊之光。射橫梁之上面。其所生之影。必當太陽之中心。故以中表所測之高度與正表所得太陽上邊之高度相較。即得半徑也。

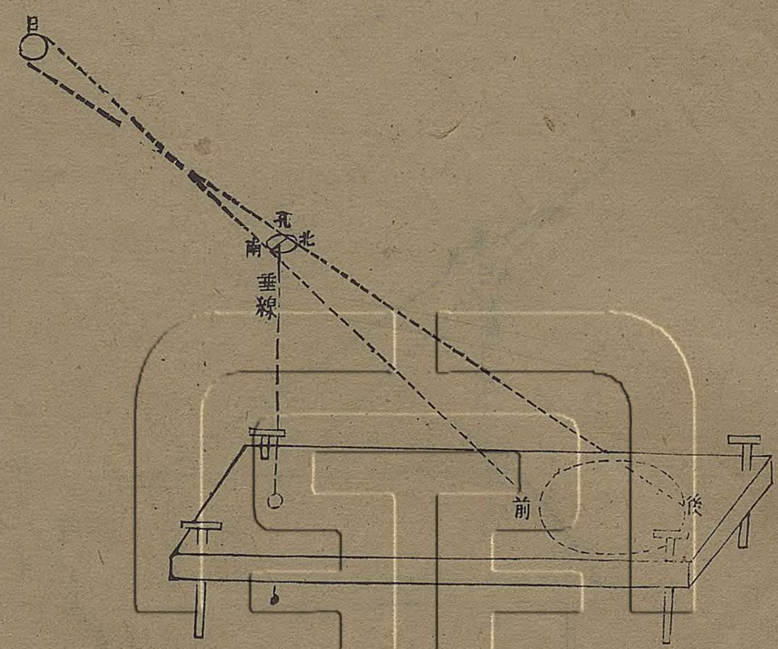
一法。治一暗室。令甚黝黑於室頂上開小圓孔。徑一寸。或半寸。以透日光。孔面頂平。不



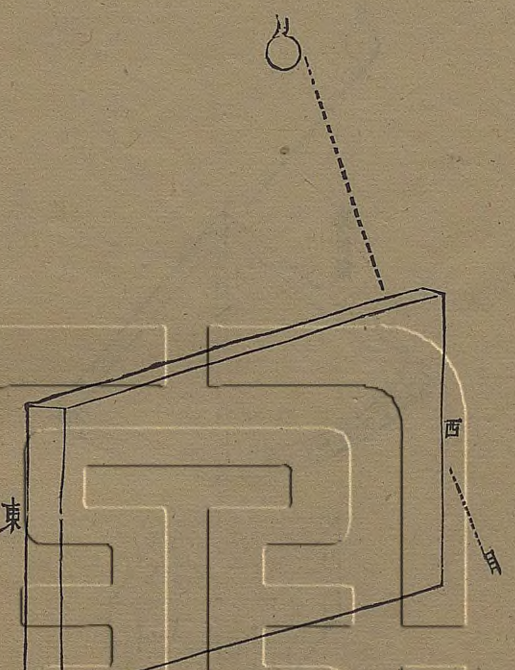
可欹側。室內置平案。孔中心懸垂線至案中線。正午時日光射於案上。心成橢圓形。爰從案上對垂線處量至橢圓形之前後兩界。垂線至前界加孔之半徑。為前影。垂線至後界減去孔之半徑為後影。乃以垂線。即孔距案面。為一率。前後影



各為二率。半徑一千萬為三率。得四率。並查入線表之餘切線。得前後影之兩高度相減之較。即太陽之全徑也。蓋太陽上邊之光。從孔南界射入至案為橢圓形之前界。與正表之理同。太陽下邊之光從孔北界射入至案為橢圓形之

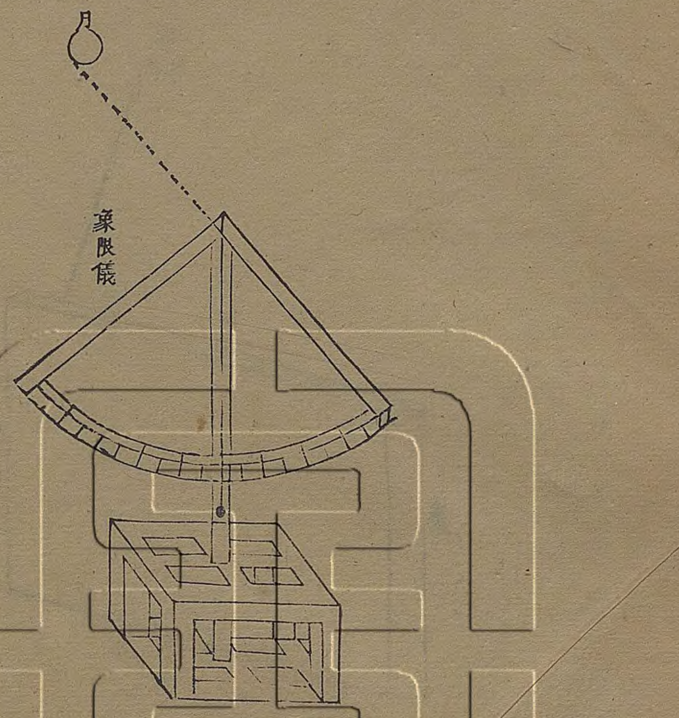


後界。與倒表之理同。故兩高度之較。即爲太陽之徑也。至於前後影必加減孔之半徑者。因量影時俱對孔之中心起算。然前影則自孔之南界入。在中心之前。而後影則自孔之北界入。在中心之後。較之中心並差一半徑。故必須加減



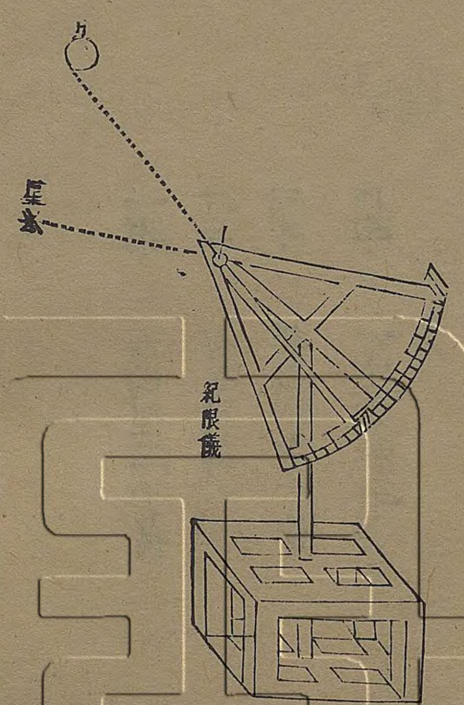
半徑而後立算也。

測太陰徑。一法春秋分望時。用版或牆爲表。以其西界當正午線。人在表北依不動之處。候太陰之西周切於正午線。看時辰表是何時刻。俟太陰體過完。其東周纔離正午線。復看時辰表是何時刻。乃計太陰



過正午線共得幾何時刻。以時刻變度。每時之四分爲一度。內減本時分之太陰行度。餘即太陰之徑也。

七法。兩人各用儀器。候太陰當正午時。同時並測。一測其上弧高度。一測其下弧高度。兩高度之較。即太陰之徑也。



一法。用附近恒星。以紀限儀測其距太陰左右兩弧之度。其兩距度之較。即太陰之徑也。

以上諸法。逐時測量。即得太陽太陰自高及卑之各半徑以立表。又法。不用逐時測量。止測得最高最卑時之兩半徑相減。用其較

一率　本輪徑二千萬
二率　矢五百萬
三率　徑差六十六秒
四率　一十六秒半

數與本輪之矢度爲比例。即可得高卑間之各半徑數也。如太陽最高之徑爲二十九分五十九秒。最卑之徑爲三十一分零五秒。相差一分零六秒。化爲六十六秒。今求距高卑前後六十度之視徑。則命本輪徑爲二千萬爲一率。六十

一率　本輪徑二千萬
二率　矢五百萬
三率　徑差六十六秒
四率　一十六秒半

度之矢五百萬爲二率。徑差六十六秒爲三率。得四率一十六秒半。以加最高之徑二十九分五十九秒。得三十分一十五秒半。爲最高前後六十度之視徑。以減最卑之徑三十一分零五秒。得三十分四十八秒半。爲最卑前後六十度

之視徑也。太陰之法並同。

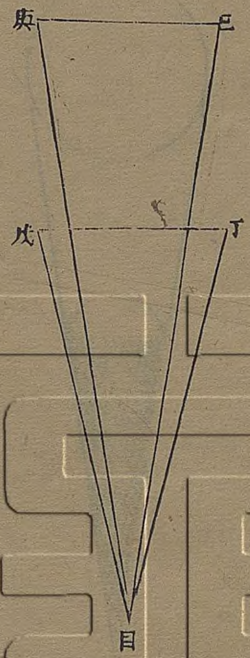
求日月實徑與地徑之比例

日月地三體各有大小之比例。日最大。地次之。月最小。新法厤書載日徑爲地徑之五倍有餘。月徑爲地徑之百分之二十七強。今依其法。用日月高卑兩限各數推之。所得實徑之數。日徑爲地徑之五倍又百分之七。月徑爲地徑之百分之二十七弱。皆與舊數大致相符。足徵其說之有據而非誣也。

凡明暗兩體相對。明體施光。暗體受之。其背卽生黑

影。若兩體同大。則其影成平行長圓柱形。其徑與原體相同。其長至於無窮而無盡也。如甲圖然。若明體小。暗體大。則其影漸大成圓墩形。其徑雖與原體相同。其長至於無窮。其底之大亦無窮也。如乙圖然。惟明體大。暗體小。則其影漸

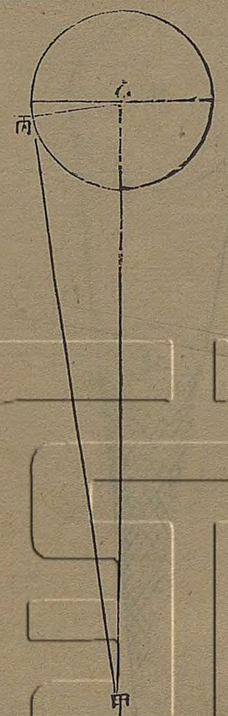
小成尖圓體。其徑與原體等。其下漸小而盡成銳角。如丙圖然。使日小於地。或與地等。則地所生之影宜如甲乙兩圖。其長無窮。今地影不能掩熒惑。何況歲星。以上諸星。是地影之長有盡。必如丙圖而日之大於地也。其理明矣。又凡人



目視物。近則見大。遠則見小。如丁戊與己庚兩物同大。人目視之成兩三角形。丁戊近目。其兩腰短。故底之對角大。己庚遠目。其兩腰長。故底之對角小。若去人目有遠近而視之若等。則遠者必大。近者必小。今仰觀日月。其徑畧等。而日

去地甚遠。月去地甚近。則月必小於日也可知矣。夫地徑小於日而地影之徑又漸小於地。月過地影則食。食時月入影中多歷時刻而後生光。則月必小於地影。月既小於地影。則其必小於地也又何疑焉。求日實徑之法。如圖甲爲地

求日月實徑與地徑之比例



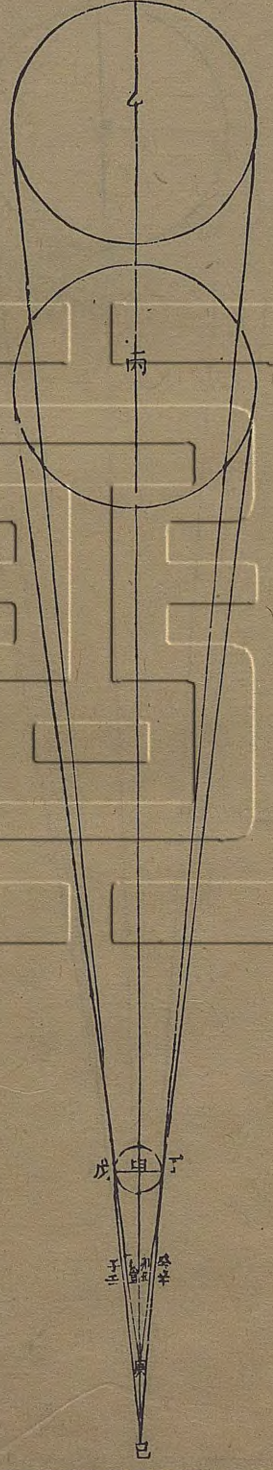
心。乙為日心。甲乙為兩心相距。乙甲丙角為日視半徑角。乙丙為日半徑。用甲乙丙直角三角形。此形有丙直角。有甲角十四分五十九秒三十微。為日在最高之視半徑。有乙甲邊一千一百六十二。為日在最高距地心之數。求得乙丙五又百分之七。為日實半徑。即為地半徑之五倍又百分之七也。求月實徑之法倣此。

地影半徑

太陽照地而生地影。太陰過影而生薄蝕。凡食分之淺深。食時之久暫。皆視地影半徑之大小。其所係固非輕也。但地影半徑之大小隨時變易。其故有二。一緣太陽距地有遠近。距地遠者影巨而長。距地近者影細而短。此由太陽而變易者也。一緣地影爲尖圓體。近地麤而遠地細。太陰行最卑距地近。則過影之麤處。其徑大。行最高距地遠。則過影之細處。其徑小。此由太陰而變易者也。今依太陽在最高所生之大

影爲率。而以太陰從高及卑各距地心之地半徑數。求其相當之影半徑。爲影半徑表。復求得太陽從高及卑所生之各影。各求其太陰在中距所當之影半徑。俱與太陽在最高所生之大影相較。餘爲影差。列於本表之下。用時以太陰引數宮度查得影半徑。復以太陽引數宮度查得影差。以減影半徑。卽得所求之地影實半徑也。

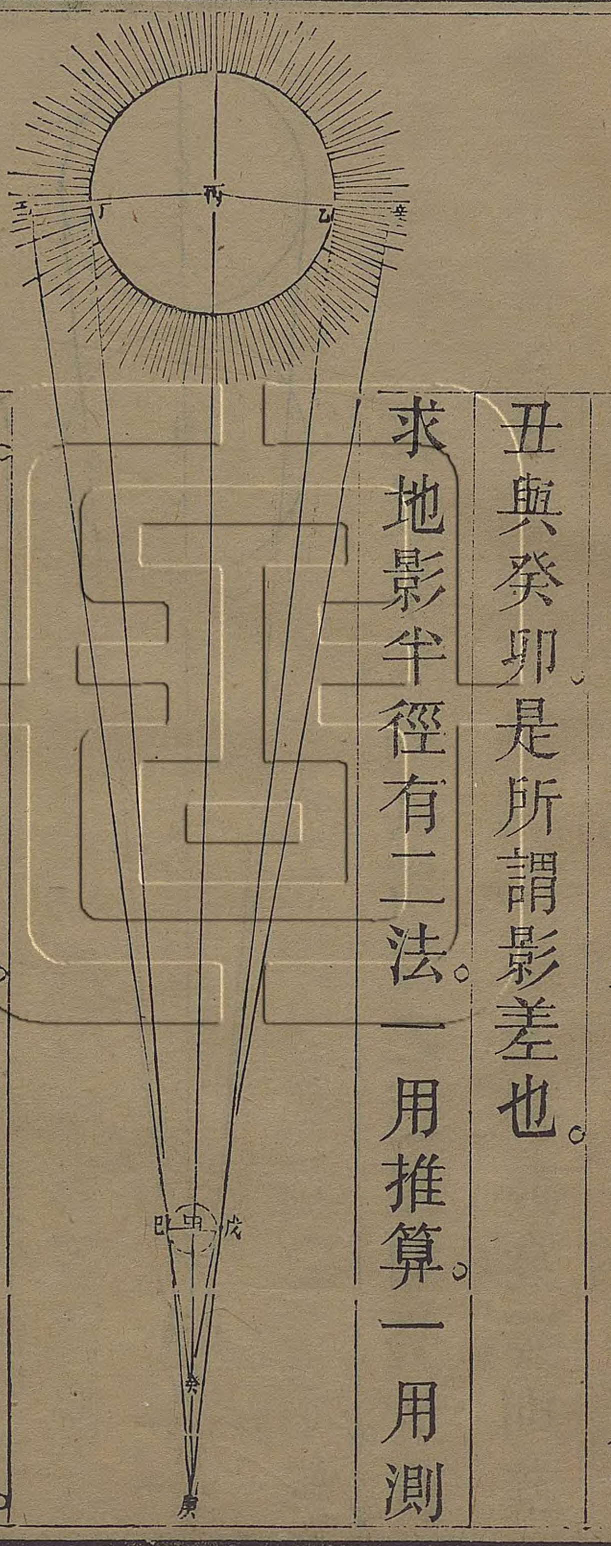
如圖。甲爲地球。乙丙皆爲太陽。乙爲最高。丙爲最卑。太陽從最高乙發光。則地影長大。爲丁己戊。從最卑丙發光。則地影短小。爲丁庚戊。太陰遇丁己戊大影而在最高辛。則其所當之影徑如辛壬。

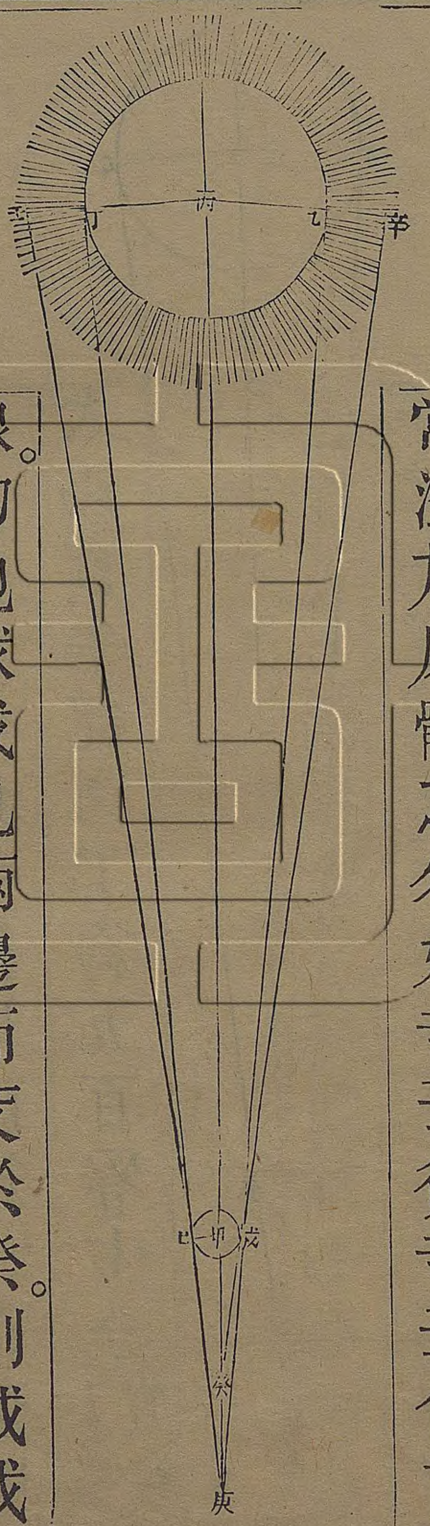


在最卑癸。則其所當之影徑如癸子。若太陰遇丁庚戊小影而在最高辛。則其所當之影徑如丑寅。在最卑癸。則其所

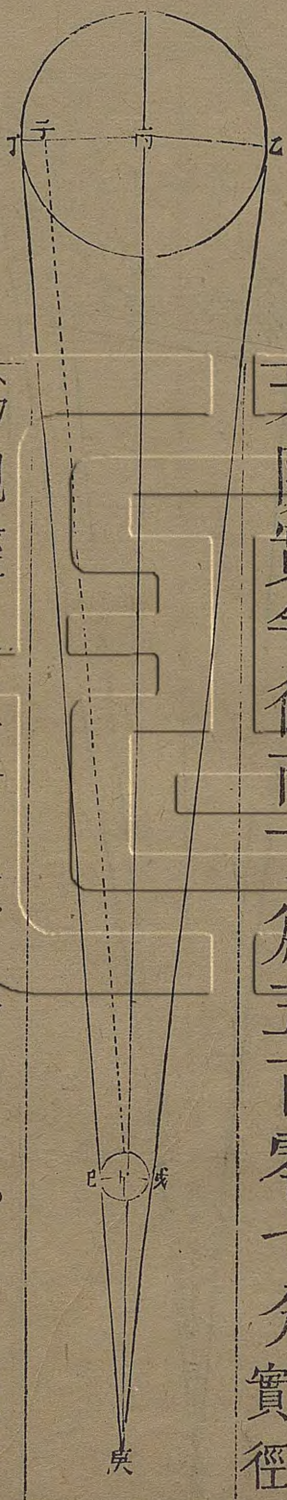
當之影徑如卯辰。其兩半徑之較為辛丑與癸卯。是所謂影差也。

求地影半徑有二法。一用推算。一用測量。而推算所得之數。比測量所得之數常多數分。蓋因太陽光大。能侵削地影故也。如甲為地球。乙丙、丙丁為太陽實



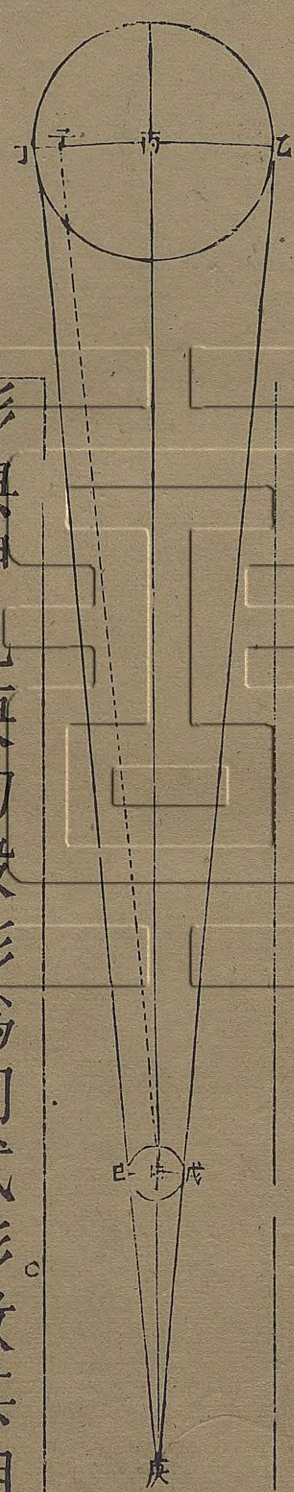


半徑。從乙丁作兩線。切地球戊己兩邊而交於庚。則成戊庚己影。然太陽光芒常溢於原體之外。如辛壬從辛壬作兩線。切地球戊己兩邊而交於癸。則成戊癸己影而小於戊庚己影。論其實則推算之數為眞。欲合仰觀則測量之數為

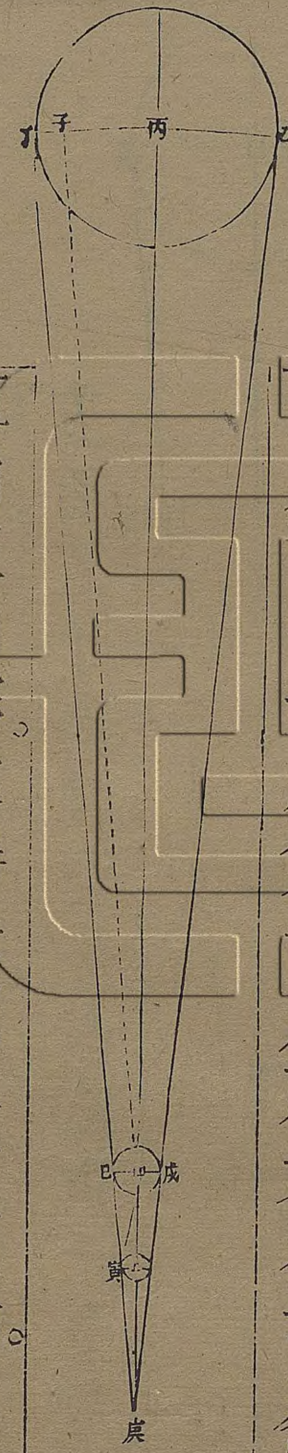


準。故地影表所列之數。皆小於推算之數也。

推算之法。命地半徑甲己為一百分。則太陽實半徑丙丁為五百零七分。太陽實徑為地徑之五倍又百分之七。今以地半徑為一百分。則太陽實半徑為五百零七分。以甲己與丙丁相減。餘丙子四百零七。乃以丙子四百零七為一率。太陽在最高距地心之丙甲一千一萬六千二百即地半徑之一千一百六十二倍。為二率。甲己地半徑一百為三率。得四率甲庚二萬八千五百五十為地影之長。蓋丙子甲勾股形與甲己庚勾股形為同式形。故其相當各界。皆可為比例也。既得甲庚地影之長。乃求得甲庚己角一十二分零二

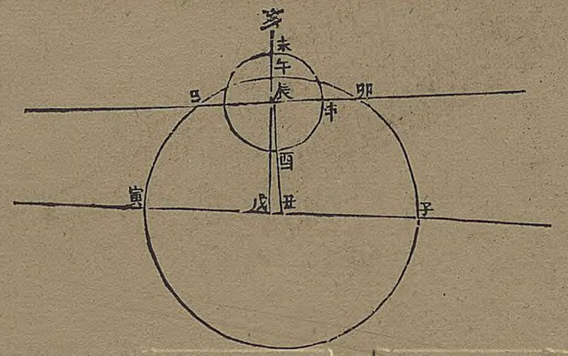


秒。又於甲庚地影之長內減去太陰在中距朔望時距地心之甲丑五千六百七十二（即地半徑之五十六倍又百分之七十二。）餘二萬二千八百七十八為丑庚。於是用丑庚寅直角三角形。求得丑寅八十有餘。又用甲丑寅直角三角形。求得甲角四十八分三十四秒。為太陰在中距時所過地

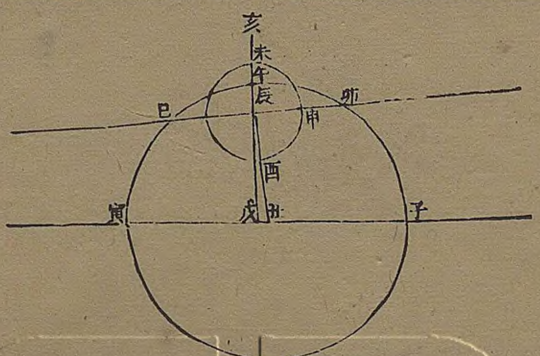


影之半徑。查地影半徑表為四十四分四十三秒。多三分五十一秒。

測量之法。如康熙五十六年丁酉八月十七日月食。其實引為二宮三度四十一分零三秒。距地心五十七地半徑零百分之四十一。測得緯度在黃道北三十六分一十八秒。月半徑為一十六分一十秒。食分為二十三分三十秒。乃以黃道緯度三十六分一十八秒。求得白

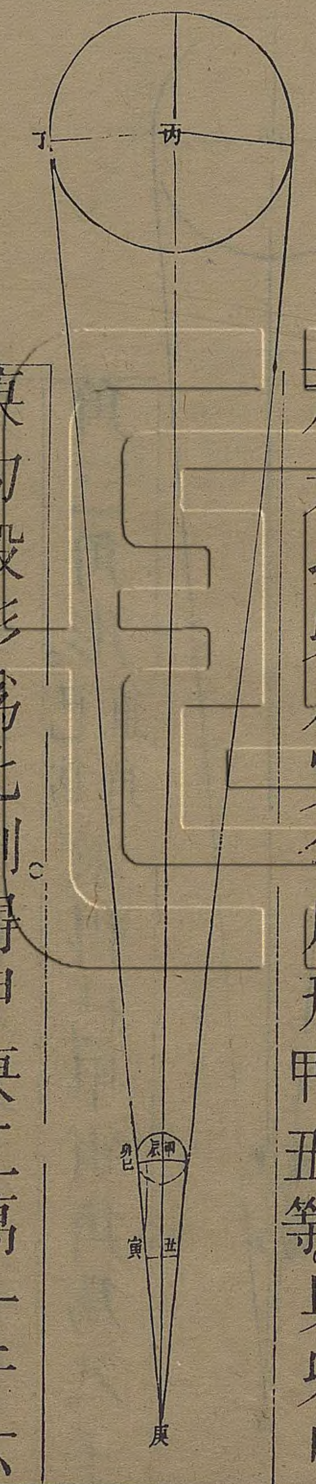


道緯度三十六分二十六秒。爲食甚距緯。與食分二十三分三十秒。相加得五十九分五十六秒。內減月半徑一十六分一十秒。餘四十三分四十六秒。爲地影半徑。查地影半徑表爲四十三分五十四秒。相差八秒。乃本時太陽之影差也。表數乃太陽在最高之影。今太陽在八宮。故差八秒。如圖。子丑寅爲黃道。卯辰巳爲白道。卯子寅巳爲地影。午丑爲地影半徑。未申酉爲月。未

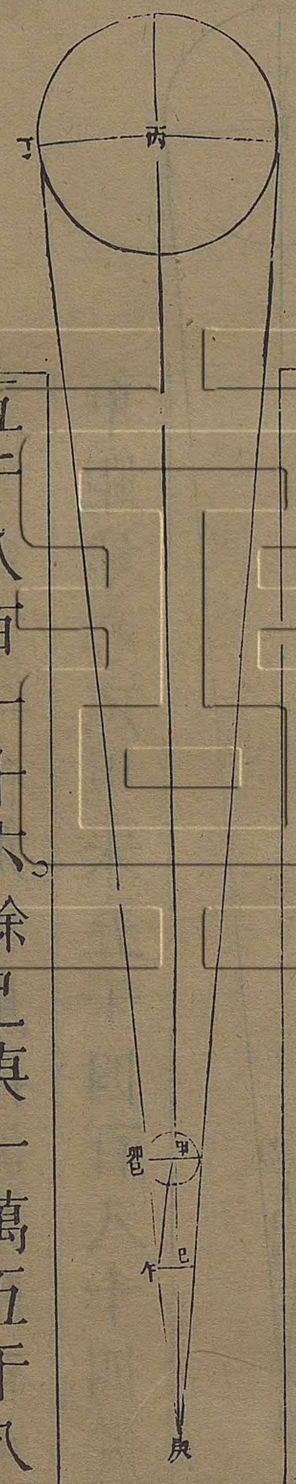


辰爲月半徑。月行白道從卯至辰。距地影心丑最近。是爲食甚。午酉即爲食分。辰戌爲黃道緯度。辰丑即白道緯度。用辰丑戌正弧三角形。此形有辰角與黃白交角等。有戌直角。有辰戌邊。求得辰丑爲食甚距緯。以午酉食分與辰丑距緯相加。成亥丑。內減與月半徑未辰相等之亥午。餘午丑。即爲地影之半徑也。推算所得之數。既大於測量所得之數。

則太陽光大之能侵削地影可知矣。然不得太陽之光分、雖逐時測量。又有影差雜於其內。則地影之大小終不能得其真。今立法以太陰在中距之地影半徑四十四分四十三秒爲準。前測月食實引二宮三度近中距。而其影畧與表合。故以中距之地影爲準。求太陽之光分。命地半徑甲己爲一百分。則太陰在中距距朔望時距地心之甲丑爲五千六百七十二。丑甲寅角卽爲四十四分四十三秒。用己丑寅直角三角形。求得丑寅爲七十三小餘七八。甲寅爲五千六百七十二小餘四八。又用甲己寅直角三角形。己爲直角。求得己甲寅角爲八十八度五十九分二十四秒。於象限內減去己甲寅角。又減去丑甲寅角餘一十五分五十三秒。爲卯甲己角。乃用卯甲

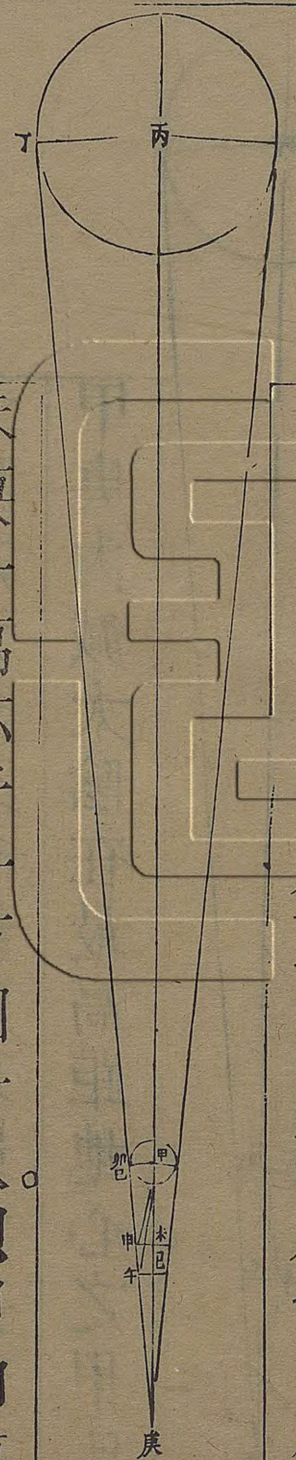


己直角三角形。（己為直角）求得甲卯為一百又千分之一。甲卯內減去與丑寅相等之甲辰。餘二十六小餘二二一為辰卯。於是以卯辰寅勾股形（辰寅與甲丑等）與卯甲庚勾股形為比例。得甲庚二萬一千六百三十二。即地影之長。又以甲己庚勾股形與丙丁庚勾股形為比例。得丙丁



六百三十七。即太陽之光分為地半徑之六倍又百分之三十七也。既得丙丁太陽之光分。又得甲庚地影之長。乃於甲庚內減太陰在最高距地心之甲巳五千八百一十六。餘巳庚一萬五千八百一十六。以甲卯庚勾股形與巳午庚勾股形為比例。得巳午七十三小餘一

一。又用甲巳午直角三角形求得甲角四十三分一十三秒。為太陰在最高所過地影之半徑。於甲庚內減太陰在最卑距地心之甲未五千四百八十四。餘



未庚一萬六千一百四十八。以甲卯庚勾股形與未申庚勾股形為比例。得未申七十四小餘六五。又用甲未申直角

三角形。求得甲角四十六分四十八秒。為太陰在最卑所過地影之半徑。比舊表。最高多一十三秒。最卑少一十二秒。蓋舊表固由實測。要亦準於太陰之高卑。今測太陰之在最高。較舊數為稍卑。故月徑大而影徑亦大。太陰之在最卑。較舊數為稍高。故月徑小而影徑亦小。然月徑約以三十分為十分。影徑差一十二秒。食分止差四秒。固不失為密合。

況影徑隨月徑而大小。尤不致舛謬也。於是以隨時太陰距地心之地半徑數各與地影之長相減。以求得地影之半徑線。又各求其相當之角。即得太陰隨時之影半徑。以立表。

求影差之法。用太陽在最高所生之長影。求得太陰在中距時所當之影半徑四十四分四十三秒為率。而以太陽在最卑所生之短影。亦求得太陰在中距所當之影半徑為四十四分零八秒。相差三十五秒。為太陽最高最卑兩限之影差。其餘影差。俱依此例推之。

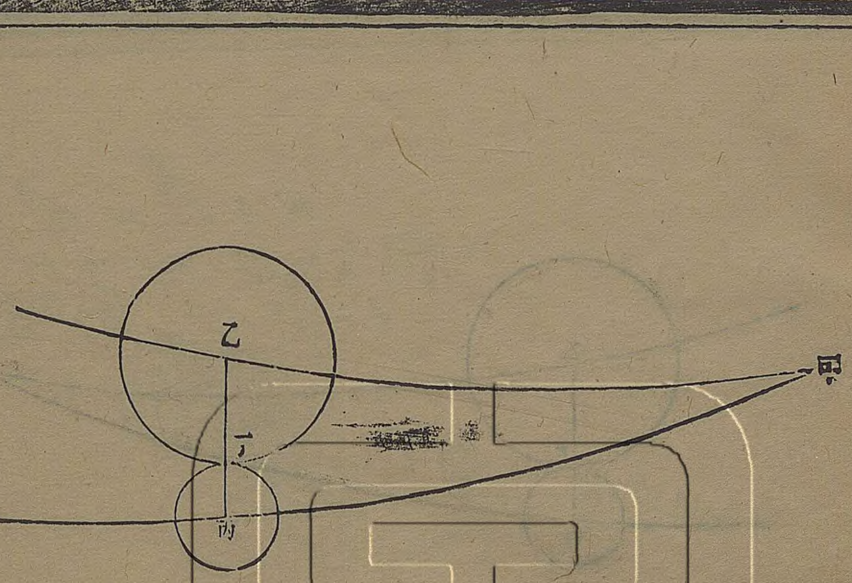
御製厤象考成上編卷七

太陰食限

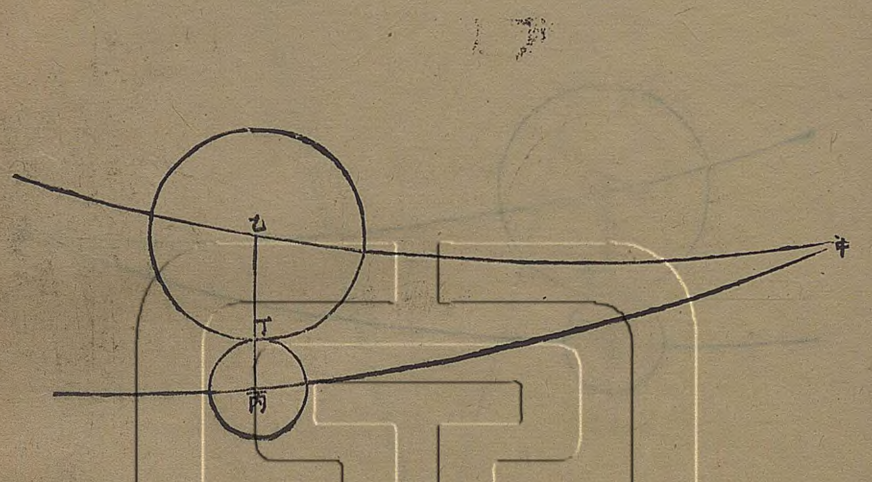
食限者推太陰交周度距交若干爲入食限之始也。太陰半徑與地影半徑相切卽入食之限故以兩半徑相併之數當黃白兩道之距緯度而求其相當之經度得距交一十一度一十六分四十五秒爲必食之限。距交一十二度一十六分五十五秒爲可食之限。葢必食者無不食可食者或食或不食也二者皆實望之限若論平望其限尤寬得距交一十四度五十四分卽爲有食之限矣解之如左

地影半徑最小者。四十二分三十八秒。太陰半徑最小者。一十五分五十三秒三十微。相併得五十八分三十一秒三十微。黃白距緯度在此數以內者。月必食。以此數當距緯求其經度。則用黃白大距四度五十八分三十秒之正切與

半徑爲比例。卽得一十一度一十六分四十五秒。爲必食之限。如圖甲乙爲黃道。甲丙爲白道。甲爲二道之交。乙爲地影心。丙爲月心。兩周相切於丁。乙丁丙爲兩半徑之共數。若距度在此數以內。則月周侵入地影內而見食。故用甲乙



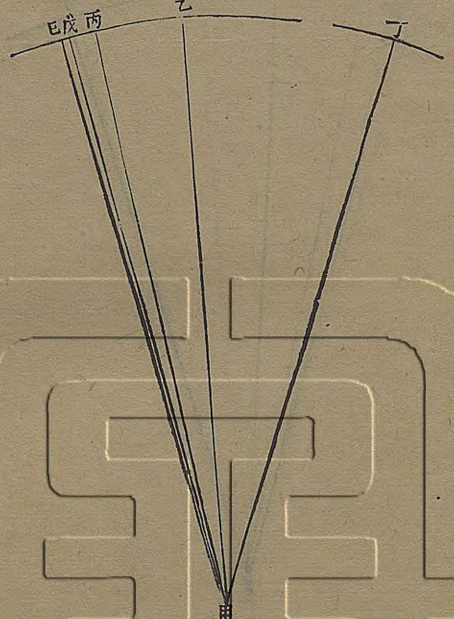
丙正弧三角形。求甲丙交周度距交若干。此形有丙直角。有甲角黃白大距度四度五十八分三十秒。有乙丙兩半徑相併五十八分三十一秒三十微。今以甲角正切與半徑之比。同於乙丙距緯正切與甲丙經度正弦之比而得一十



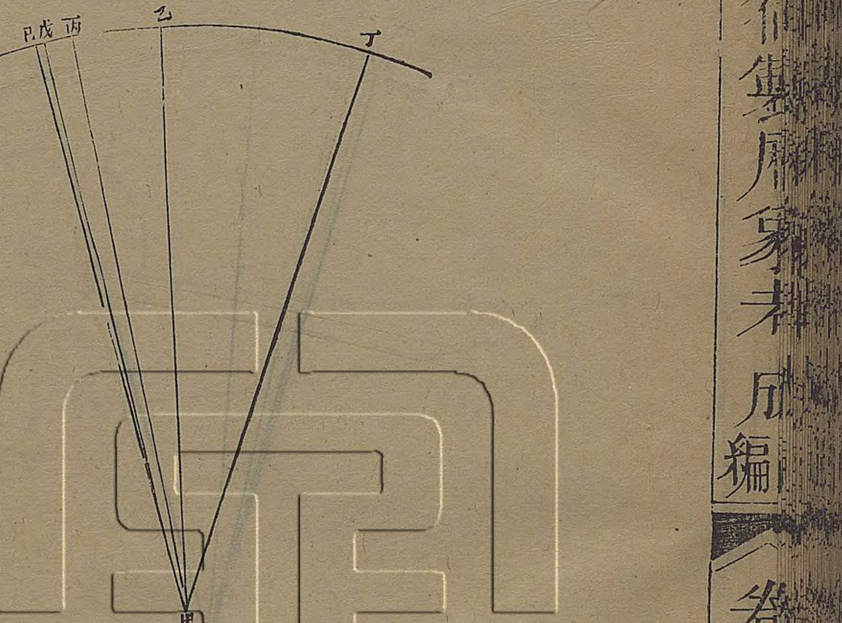
一度一十六分四十五秒。爲甲丙距交之度也

地影半徑最大者四十六分四十八秒。太陰半徑最大者一十六分五十一秒。相併。得一度零三分三十九秒。黃白距緯度在此數以內者月可食。以此數當距緯。按前法求經度得一

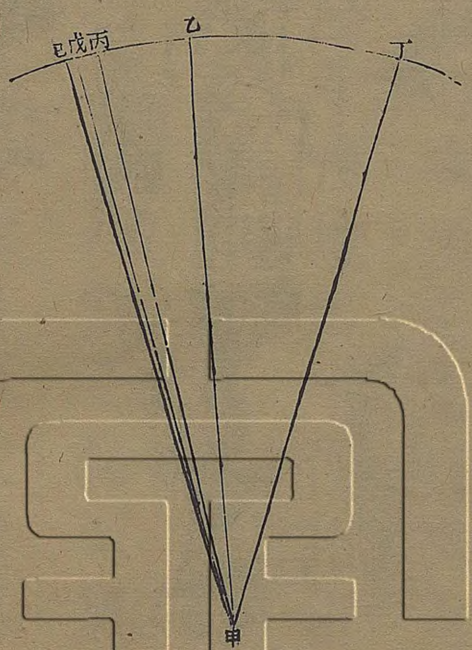
十二度一十六分五十五秒。為可食之限。其或不食者。何也。蓋必兩半徑俱最大而後得食。若有一半徑畧小。即兩周不得相切而不食矣。平望之限又寬於實望之限而為一十四度五十四分。何也。蓋太陽最大之均數二度零三分一



十一秒。太陰最大之均數四度五十八分二十七秒。相併得七度零一分三十八秒。為兩實行相距最遠之度。如圖甲為地心。乙為黃道上平望之點。日之實行正對之度在丙。乙丙弧為二度零三分一十一秒。月之實行度在丁。丁乙弧



爲四度五十八分二十七秒。兩實行相併。得丁丙弧七度零一分三十八秒。爲日實行正對之點與月實行相距之度。迨月實行遂及於日實行正對之丙。則日正對之點又行三十一分餘至戊。月更行至戊。則日正對之點又行二分餘

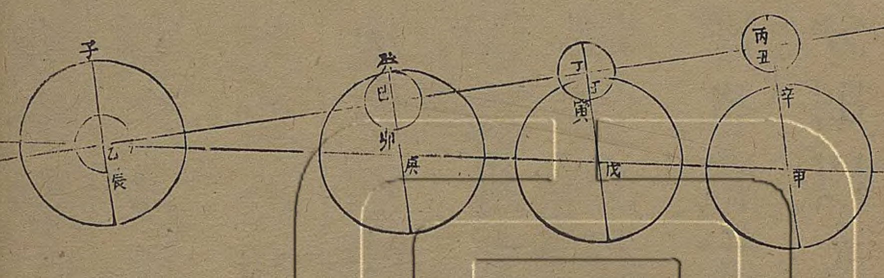


至己。月必又行至己方爲實望。共計乙己弧得二度三十七分有餘。爲實望距平望之數。以此數與實望之限相加。得一十四度五十四分。乃爲平望之食限也。

月食分秒

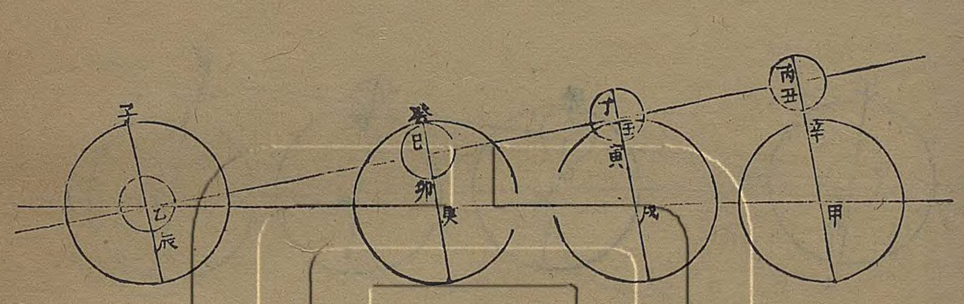
月食分數之淺深。視黃白距緯之多少。距緯愈少。太陰心與地影心相去愈近。則太陰入影愈深。故用太陰半徑地影半徑相併而與距緯相較。併徑大於距緯之較。即爲月食之分。若併徑小於距緯。則月不食若太陰恰當交點而無距緯。則併徑全爲食分。爲月食之最深也。但太陰與地影之半徑分秒。皆係弧度。而論食分則以太陰全徑直線計之。其法命太陰全徑爲十分。以太陰視徑分秒與併徑距緯之較之比

無距緯者。卽
以併徑爲比。

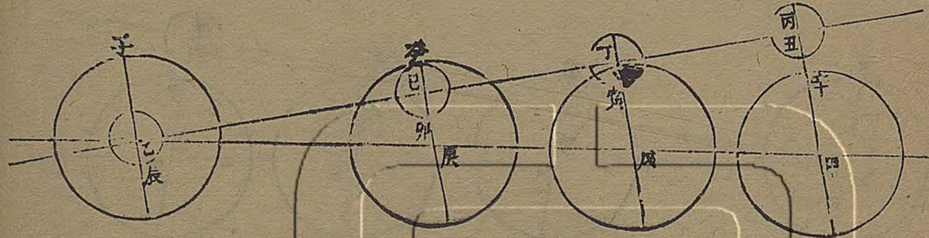


同於太陰全徑與食分之比也。

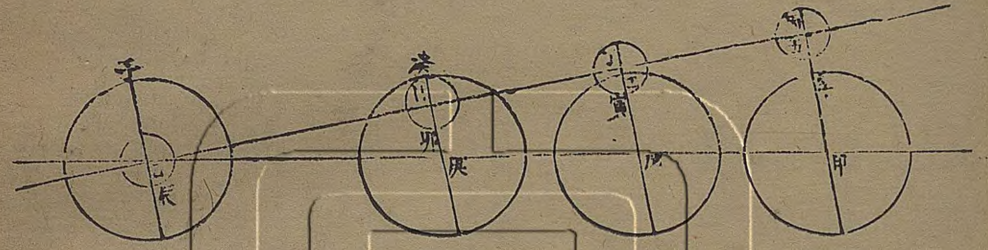
如圖甲乙爲黃道。丙乙爲白道。乙爲二道之交。丙甲丁戊己庚。皆爲黃白距度。辛甲壬戊癸庚子乙皆爲地影半徑。丙丑丁寅己卯乙辰皆爲太陰半徑。如太陰心在丙。地影心在甲。丙丑辛甲兩半徑相併小於



丙甲距緯。則太陰不入於影。故不食也。如太陰心在丁。地影心在戊。丁寅壬戊兩半徑相併。大於丁戊距緯。其較爲壬寅。卽太陰入影之分也。又如太陰心在己。地影心在庚。己卯癸庚兩半徑相併大於己庚距緯其較爲癸卯與太陰全



徑相等。即太陰入影之分。此為月食十分。蓋月體全入影中。纔食既而即生光也。又太陰恰當交點。全無距緯。太陰心。地影心。相會於乙。即以子乙。乙辰。兩半徑相併。為太陰入影之分。月食遇此。其食分為最深也。設太陰在最高。其視半



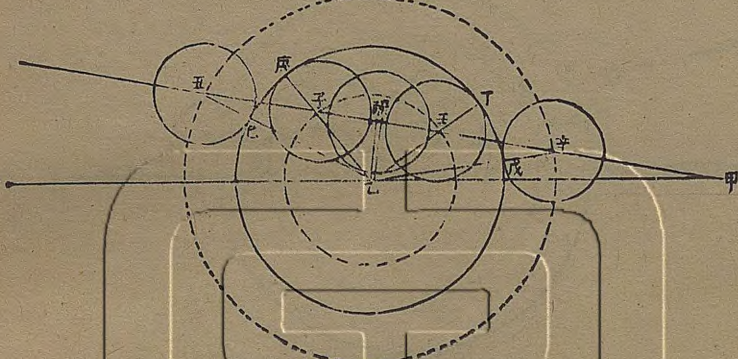
徑一十五分五十三秒三十微。地影半徑四十三分一十三秒。相併。得五十九分零六秒三十微。乃以太陰視徑三十一分四十七秒為一率。併徑五十九分零六秒三十微為二率。太陰全徑十分為三率。得四率一十八分三十七秒。為

月食之最大分也。

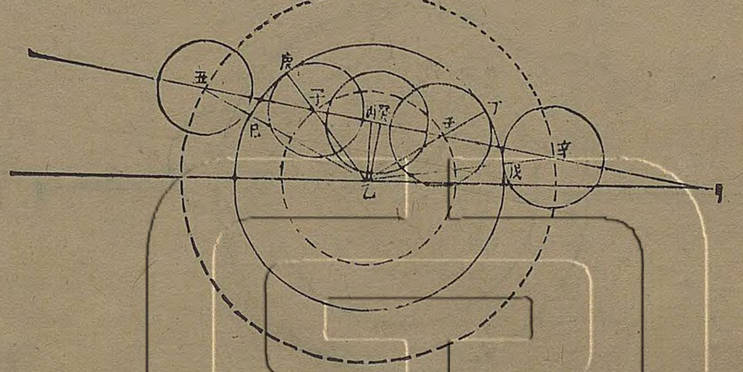
月食五限時刻

月食五限。一曰食甚。乃月入影最深之限也。一曰初虧。月將入影。兩周初切也。一曰食既。月全入影。其光盡掩也。是二者在食甚前。一曰生光。月將出影。其光初吐也。一曰復圓。月全出影。兩周方離也。是二者在食甚後。月食十分以上者有五限。十分以下者止三限。無食既與生光也。其時刻之多寡。則由於入影之淺深。過影之遲速。蓋距緯有寬狹。寬則入影淺而時刻少。狹則入影深而時刻多。又月與影之半徑各有

小大。月大影小。則過影速而時刻少。月小影大。則過影遲而時刻多。抑且自行有遲疾。遲則出影遲。疾則出影速。故雖距緯同。半徑同。而自行不同。即時刻亦不同也。其食甚前後各限相距之時刻恆等。而食甚又非實望之時。所差雖微。而理則實異。夫地影之心即太陽正對之點。地影心距交之黃道經度與月心距交之白道經度等。是爲東西同經。即爲實望。然月心與影心斜距猶遠。惟從白極出弧線。過影心至白道。與白道成直角。月心臨此直角之點。乃爲食甚。蓋惟此時月心與影心相距甚近。食分最深也。

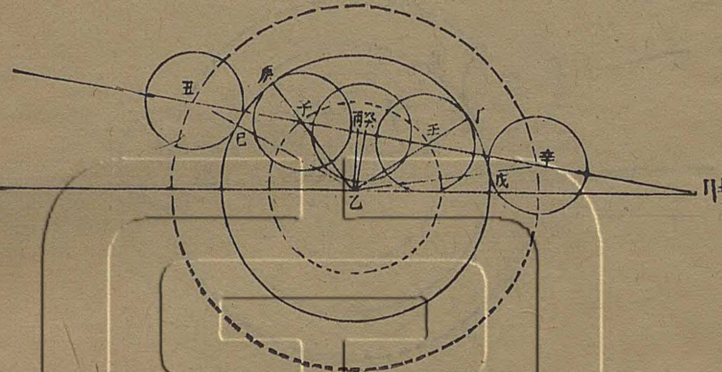


如圖甲乙爲黃道。甲丙爲白道。甲爲交點。丙爲實望之度。丁戊己庚爲地影。乙爲影心。甲乙與甲丙等。辛。壬。癸。子。丑爲五限月心所在。辛爲初虧。戊爲初虧之點。壬爲食既。丁爲食既之點。癸爲食甚。癸乙爲食甚

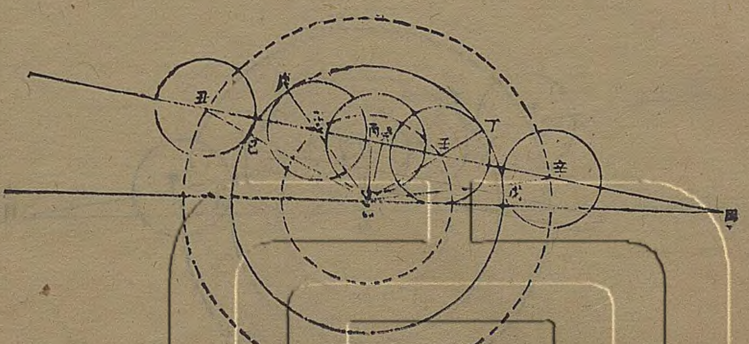


距緯較丙乙為近此線引長必過白極故與白道成直角子為生光庚為生光之點丑為復圓巳為復圓之點癸丙為食甚距實望之弧辛癸為初虧距食甚之弧與復圓距食甚之癸丑弧等壬癸為食既距食甚之弧與生光距食甚之

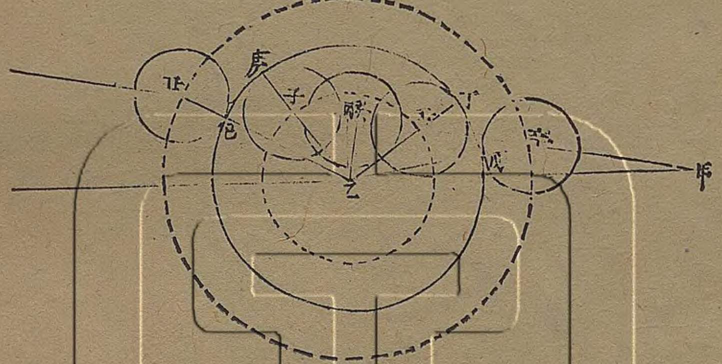
御製曆象考成上編 卷十七



癸子弧等故求得食甚前兩限距食甚之時刻以減食甚時刻得食甚前兩限之時刻以加食甚時刻得食甚後兩限之時刻也若以丙為食甚則丙乙之距大於癸乙必非入影最深之處而前後各限之距俱不相等矣

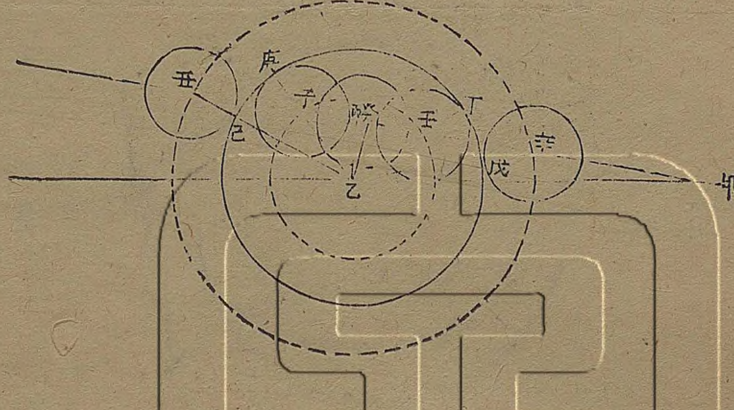


推食甚時刻求癸丙弧法。用乙甲癸正弧三角形。此形有癸直角。有甲角。有甲乙黃道度與甲丙交周度等。求得甲癸。以甲癸與甲丙相減得癸丙。乃用變時法。以一時之月實行與一時之比。同於癸丙度分與時分之比。即得時之若干



分秒而行癸丙弧。為食甚距實望之時分。加減實望時刻。即得食甚之時刻矣。

推初虧復圓時刻。用辛乙癸正弧三角形。此形有癸直角。有癸乙弧。有辛戊月半徑與戊乙影半徑相加之辛乙弧。求得辛癸。為初虧距食甚之弧。亦用一時



之月實行比例得時分以減食甚時刻得初虧時刻以加食甚時刻得復圓時刻也。

推食既生光時刻用壬乙癸正弧三角形此形有癸直角有癸乙弧有丁壬月半徑與丁乙影半徑相減之壬乙弧求得壬癸爲食既距食甚之弧亦用一時之月實行比例得時分以減食甚時刻得食既時刻以加食甚時刻得生光時刻也。

見食先後

月食深淺分數。天下皆同。而虧復各限時刻不同者。非月入影有先後。乃人居地面有東西也。蓋日之所之爲時。隨人所居。各以見日出入爲東西。日中爲南爲子午。而平分時刻。故其地同居一子午線者。雖南北懸殊。北極出地高下不同。而時刻不異。若東西易地。雖北極同高。而西方見食必先。東方見食必後也。凡東西差一度。則時差四分。今以京師爲主。視各省之子午線在京師東者。以時差加。在京師西者。以時差減。皆加

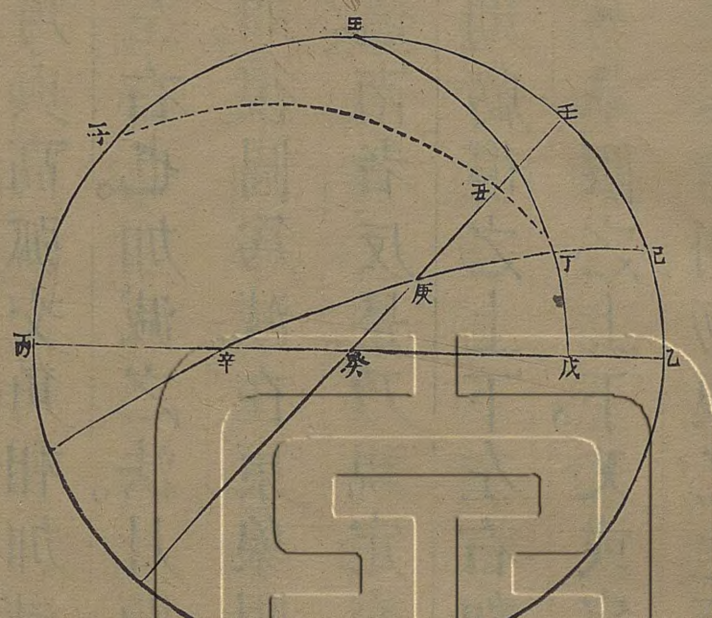
減京師各限時刻爲各省各限時刻也。是故欲定各省之時刻。必先定各省之子午線。而欲定各省之子午線非分測各省之月食。其道無由也。

定月食方位

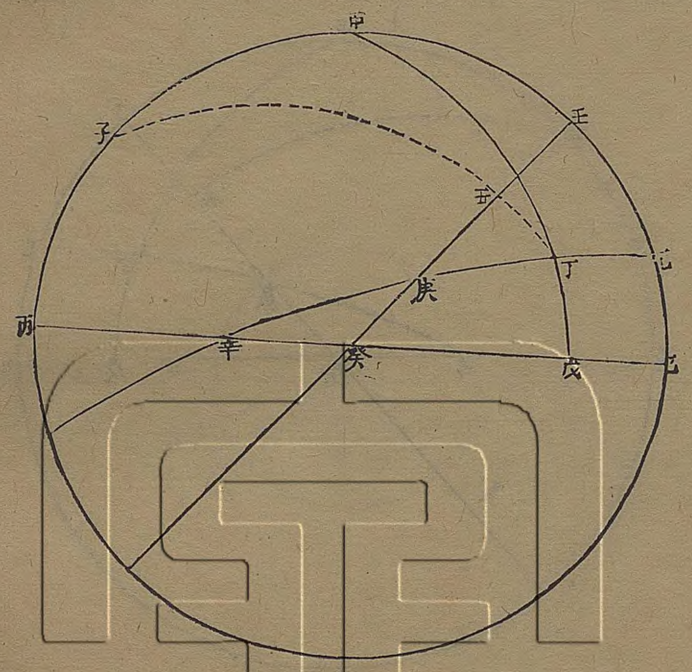
歷來厤書定月食初虧復圓方位。距緯在黃道北。初虧東南。復圓西南。在黃道南。初虧東北。復圓西北。食八分以上。則初虧正東。復圓正西。此東西南北。主黃道之經緯言。非謂地平經度之東西南北也。惟月實行之度在初宮六宮初度。望時又爲子正。則黃道經緯之東西南北與地平經度合。否則黃道升降有邪正。而加時距午有遠近。故兩經緯迥然各別。而所推之東西南北。必不與地平之方位相符。不如實指其

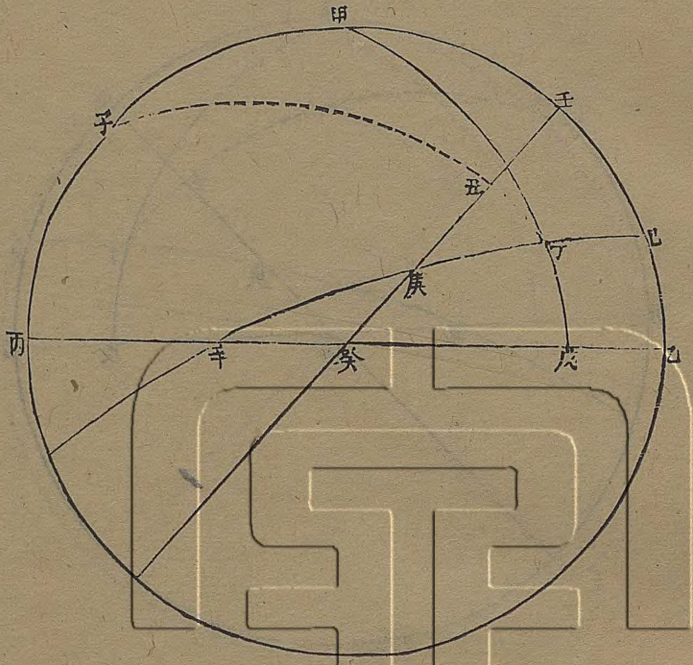
在月體之上下左右。為衆目所共覩。乃為親切也。其法從天頂作高弧。過月心至地平。即分月體為左右兩半周。又平分為上下兩象限。即成左上。左下。右上。右下。四象限。而黃道在地平上之半周。亦平分為東西兩象限。乃於初虧復圓二限。各求其黃道交高弧之角。若月當黃道無距緯。而交角滿九十度。則初虧正左。復圓正右。在黃道西象限。而交角在四十五度以上。初虧左稍偏上。復圓右稍偏下。交角在四十五度以下。初虧上稍偏左。復圓下稍偏右。在黃道東象

限者反是。若月在交前後有距緯。則又須求得緯差角與高弧交角相加減。為定交角。然後可定其上下左右也。加減之法。月距黃道北而在西象限。初虧為加。復圓為減。在東象限。初虧為減。復圓為加。月距黃道南者反是。乃視定交角為相加者。在九十度以內。則虧復之上下左右如前論。若過九十度為鈍角。則易象限之上下。又或定交角為相減者。而交角內減去差角。則虧復之上下左右如前論。若差角內減去交角。則易象限之左右也。

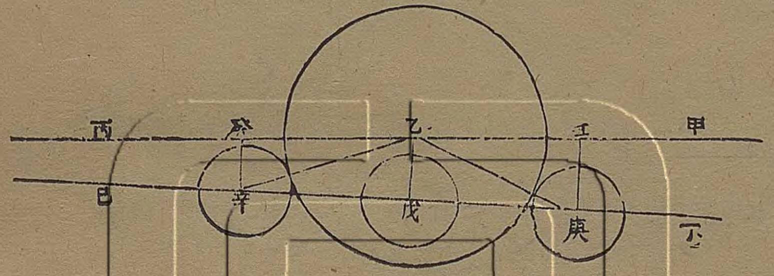


求黃道高弧交角。如圖。甲乙丙為子午規。甲為天頂。乙丙為地平。甲丁戊為高弧。己庚辛為黃道。壬庚癸為赤道。庚為春分。子為北極。子丑丁為過極經圈。丁庚為月距春分黃道度。丑庚為月距春分赤道度。壬丑為月距正午赤道度。即食甚時太陽距子正赤道度。壬庚為春分距正午赤道度。月實行度在丁。求黃道與高弧相交之丁角。先用庚辛癸斜弧三角形。求黃道交地平之辛角。此形有庚角為春分角。有癸角為赤道高減半周之餘。有庚癸春分距地平弧。為春分距正午之餘。

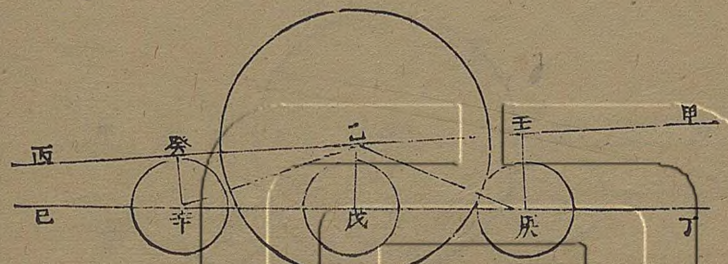




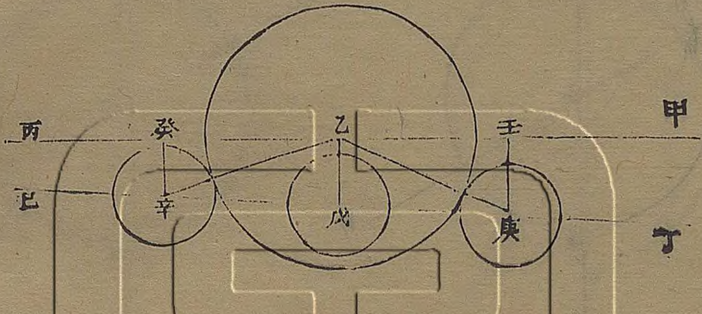
求得辛角爲黃道交地平之角。并求得庚辛弧爲黃道距地平之邊。乃以丁庚月距春分度與庚辛弧相加。得丁辛弧。因用丁辛戊正弧三角形求丁角。此形有丁辛弧。有辛角有戊直角。卽求得丁角。爲黃道與高弧相交之角也。



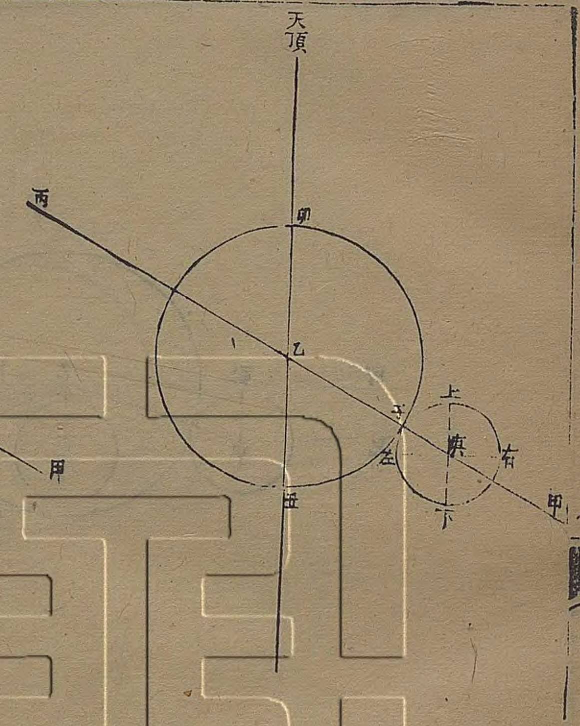
緯差角者。初虧復圓時月與地影兩心相距之線。與黃道相交之角也。如圖甲乙丙爲黃道丁戊己爲白道。乙爲地影心。庚。戊。辛。皆爲月心。乙戊爲距緯。卽食甚時兩心相距之數。乙庚爲併徑。卽初虧時兩心相距之數。壬庚爲距緯。乙辛

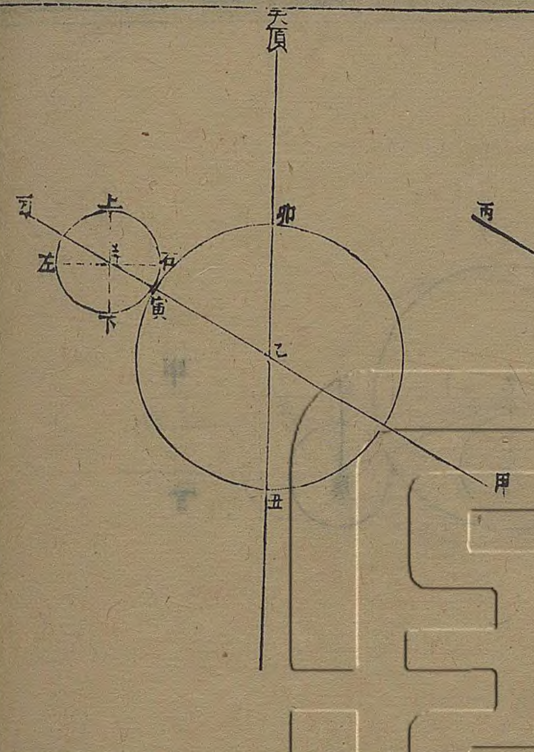


亦併徑。爲復圓時兩心相距之數。癸辛爲距緯。如月適當黃道無距緯。則初虧復圓時兩心相距之線。與甲乙丙黃道相合而無差角矣。因有緯度。故乙庚兩心相距之線。與甲乙丙黃道相離。即成甲乙庚角。乙戊之距愈寬。其差角愈大

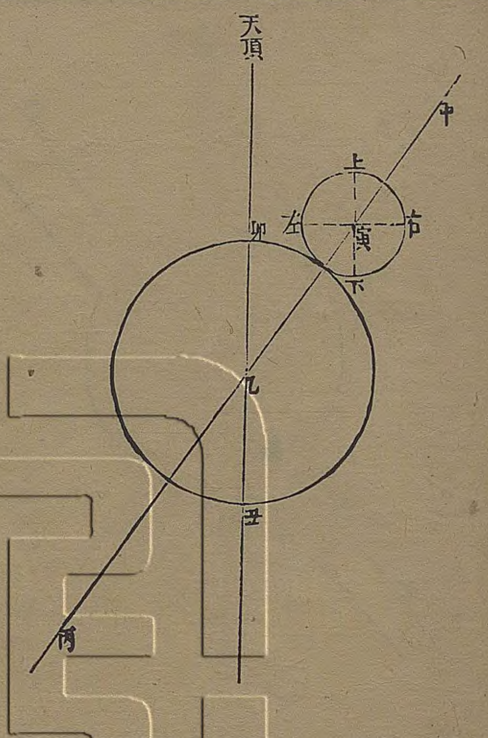


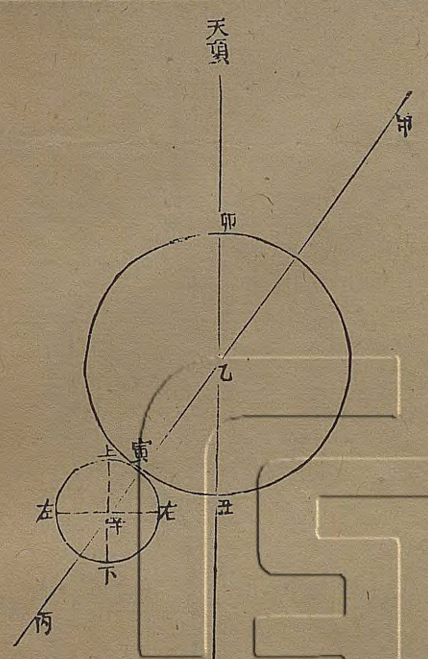
也。法以乙庚併徑之正弦與初虧距緯壬庚之正弦爲比。同於半徑一千萬與乙角之正弦爲比。即初虧之緯差角也。又以乙辛併徑之正弦與復圓距緯癸辛之正弦爲比。同於半徑一千萬與乙角之正弦爲比。即復圓之緯差角也。



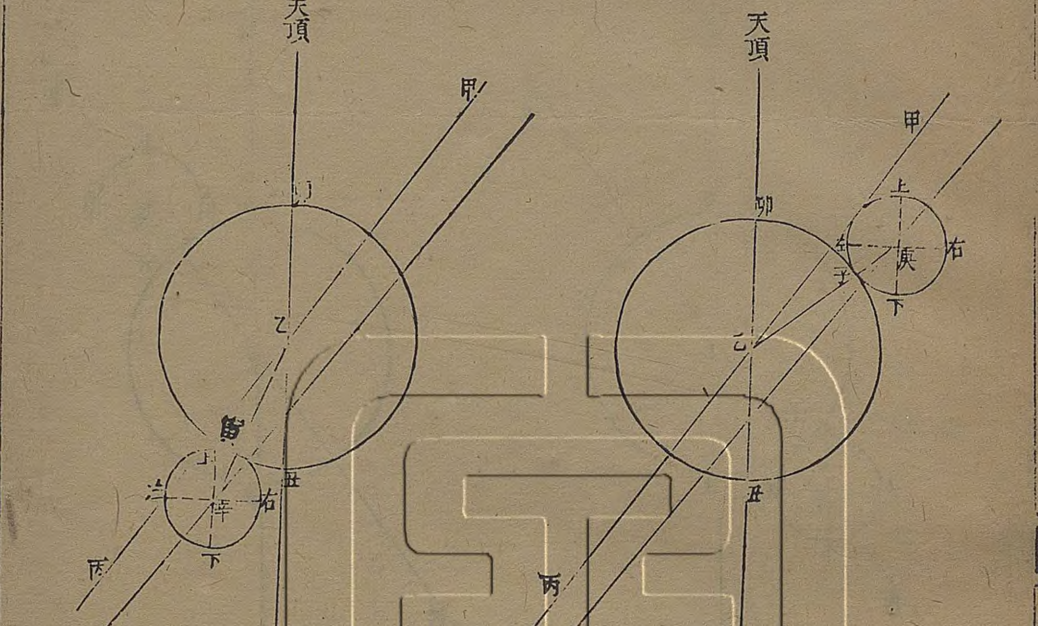


月正當交點無距緯。則無緯差角。如圖甲乙丙爲黃道一象限。庚爲初虧月心。辛爲復圓月心。如在黃道西象限。則黃道左昂右低。而甲乙丑或丙乙卯交角在四十五度以上。故初虧子點在月體之左稍偏上。復圓寅點在月體之右稍

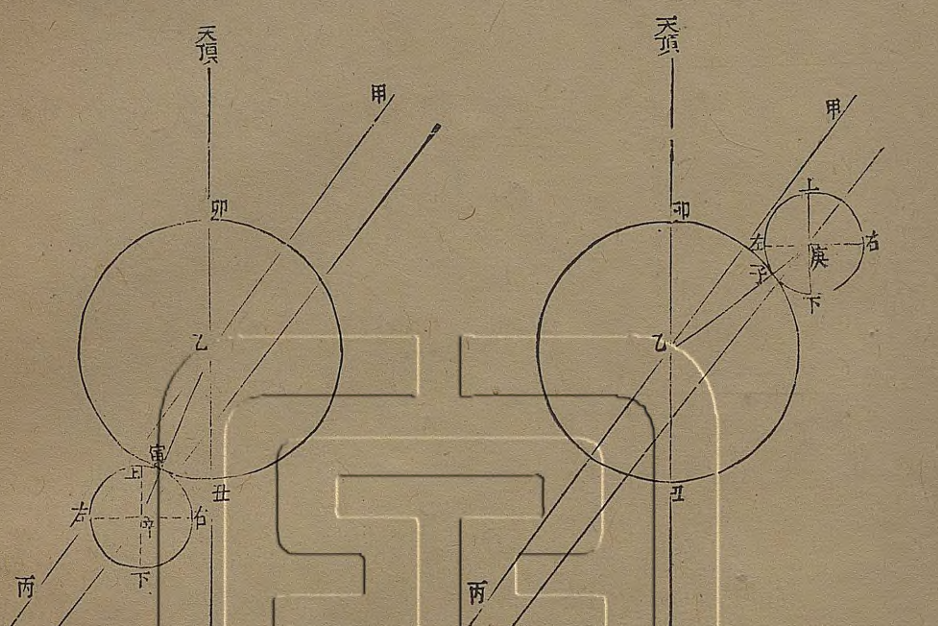




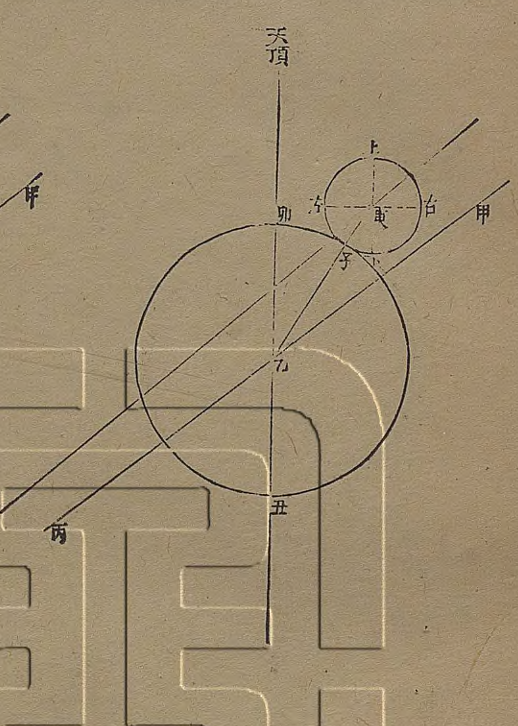
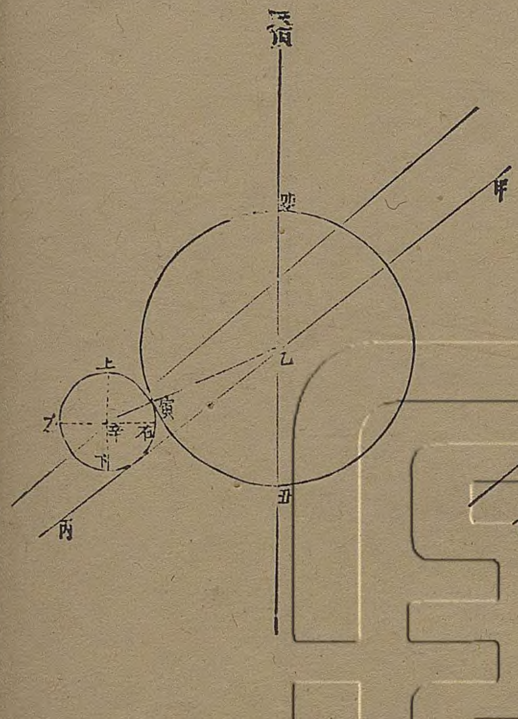
偏下也。如交角在四十五度以下。則初虧爲上稍偏左。復圓爲下稍偏右。若在黃道東象限。則黃道左低右昂。而甲乙丑或丙乙卯交角在四十五度以下。故初虧子點在月體之下稍偏左。復圓寅點在月體之上稍偏右也。如交角在四十五度以上。則初虧爲左稍偏下。復圓爲右稍偏上。



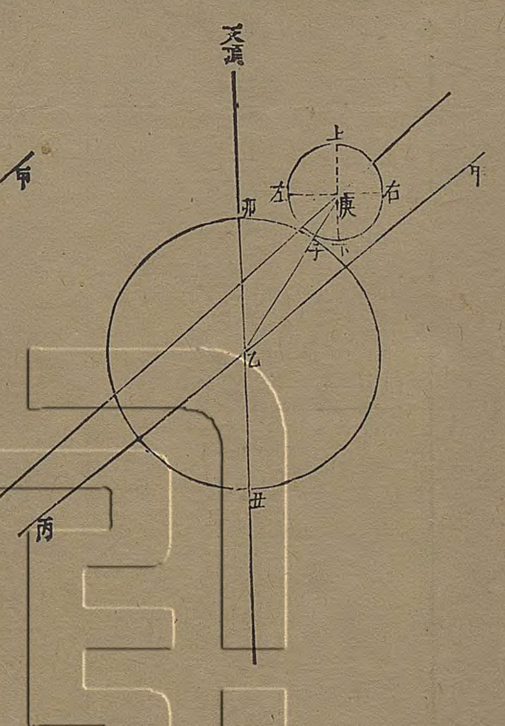
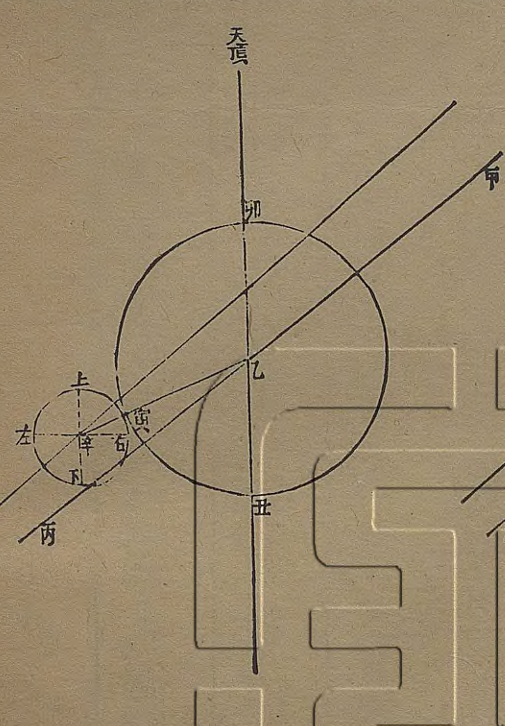
如月距黃道之南。而在黃道東象限。如圖。甲乙卯或丙乙丑爲黃道交高弧之角。庚乙甲爲初虧緯差角。辛乙丙爲復圓緯差角。因月距黃道之南。初虧時。宜以庚乙甲緯差角與甲乙卯交角相加。得卯乙庚爲定交角。在四十五度以上。



故初虧子點在月體之左稍偏下。復圓時。須以辛乙丙緯差角與丙乙丑交角相減。餘丑乙辛爲定交角。在四十五度以下。故復圓寅點在月體之上稍偏右也。若在黃道西象限。則初虧之緯差角爲減。復圓之緯差角爲加。與此相反。

如月距黃道之北。而在黃道東象限。如圖。甲乙卯或丙乙丑爲黃道交高弧之角。庚乙甲爲初虧緯差角。辛乙丙爲復圓緯差角。因月距黃道之北。初虧時。宜以庚乙甲緯差角與甲乙卯交角相減。餘卯乙庚爲定交角。在四十五度以下。

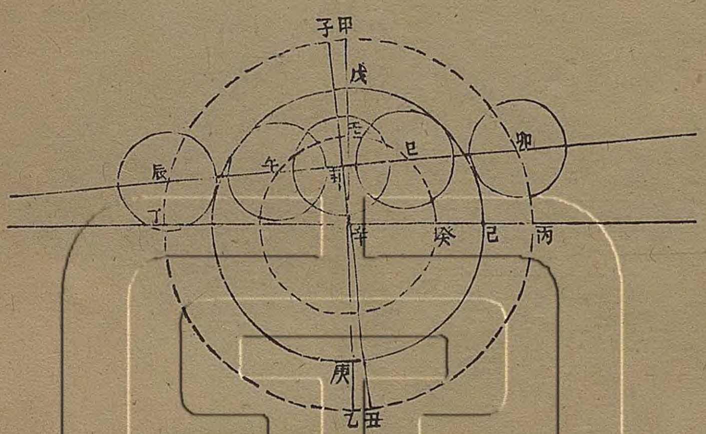



故初虧子點在月體之下稍偏左。復圓時。須以辛乙丙緯差角與丙乙丑交角相加。得丑乙辛爲定交角。在四十五度以上。故復圓寅點在月體之右稍偏上也。若在黃道西象限。則初虧之緯差角爲加。復圓之緯差角爲減。與此相反。

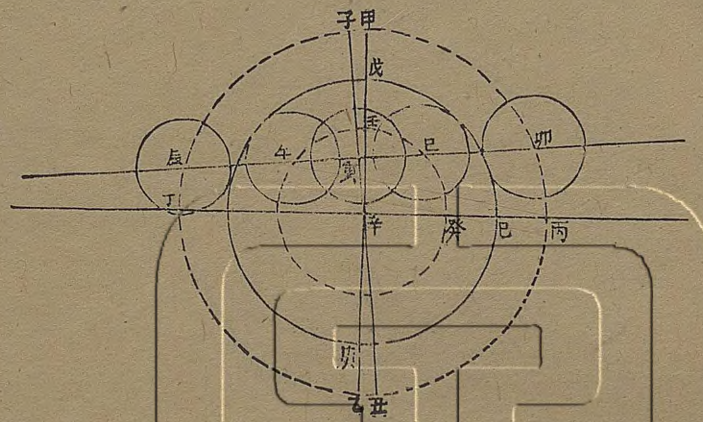
繪月食圖

凡繪月食圖。先作橫豎二線。直角相交。橫線當黃道。豎線當黃道經圈。用地影半徑爲度。於中心作圜以象闇虛。又以月半徑與地影半徑相減。用其餘數爲度。作內虛圈爲食既生光之限。又以兩半徑相併爲度。作外虛圈爲初虧復圓之限。次視實交周在初宮十一宮。於外虛圈上周黃經線右取黃白大距五度作識。實交周在五宮六宮。於外虛圈上周黃經線左取黃白大距五度作識。乃自所識作線過圜心至外

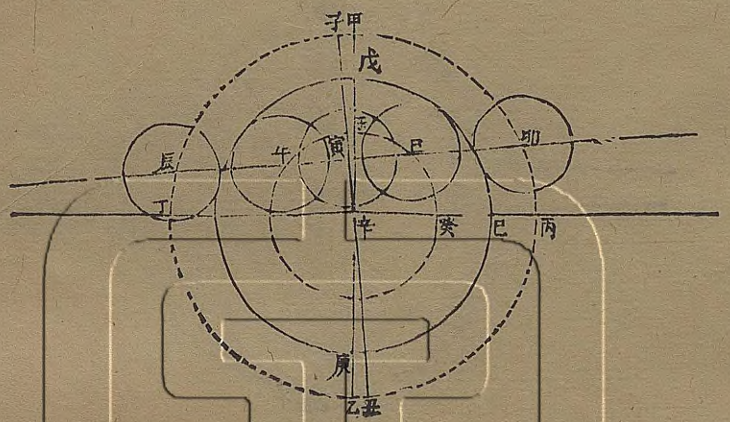
虛圈下周卽爲白道經圈。於此線上自圜心取食甚距緯度作識。卽食甚時月心所在。從此作橫線與白道經圈相交成直角。卽爲白道。而白道割外虛圈右周之點。乃初虧時月心所在。割內虛圈右周之點。乃食既時月心所在。割內虛圈左周之點。乃生光時月心所在。割外虛圈左周之點。乃復圓時月心所在也。末以五限月心所到之點爲心。月半徑爲度。作各小圜以象月體。卽初虧食既食甚生光復圓之象俱備矣。



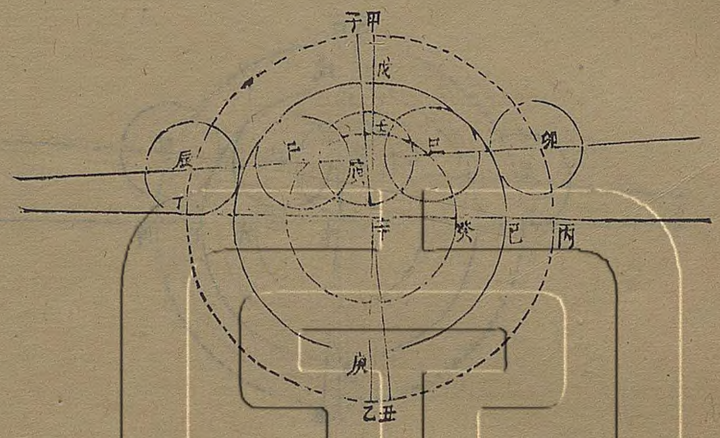
如圖。甲乙豎線。如黃道經圈。丙丁橫線。如黃道。戊己庚圈爲地影。甲丙乙丁外虛圈爲初虧復圓之限。其丙辛半徑。爲月與地影兩半徑相併之數。壬癸內虛圈。爲食既生光之限。其癸辛半徑。爲月與地影兩半徑相較之數。設實交周五



宮或六宮。則於外虛圈上周甲乙經線之左。取黃白大距五度如子。從子作線過圈心辛至下周丑爲白道經圈。於子丑白道經圈上。自圈心辛向上取食甚距緯度如寅辛。此寅點卽食甚時月心所在也。此以實交周五宮爲例。其緯在北。故自圈心辛向上取寅點。若



實交周是六宮。其緯在南。則自圈心辛向下取寅點乃從寅取直角作卯辰線與子丑白道經圈相交。卽爲白道。而白道割外虛圈右周卯點爲初虧限。割內虛圈右周巳點爲食既限。割內虛圈左周午點爲生光限。割外虛圈左周辰點爲復圓限。於卯。巳。寅。午。辰



五點各爲心。月半徑爲度。作圓以象月體。即見月心在卯。其周正切闇虛而光將缺。是爲初虧。月心至巳。其體全入闇虛而光盡掩。是爲食既。月心至寅。其體深入闇虛。兩心相距甚近。是爲食甚。月心至午。其體將出闇虛而光初吐。是爲生光。月心至辰。其體全出闇虛而光纔滿。是爲復圓也。