中學校師範學校用

美國耶路大學理科學士徐善祥
美國哈佛大學天算碩士秦汾 合編

（上編）

民國新教科書

算術

上海商務印書館出版

The New Scientific Series
Arithmetic
Approved by the Board of Education
The Commercial Press, Limited

中華民國十二年十月初版
十六年五月二二版

民國新教科書 算術一冊
（每冊定價大洋壹元肆角）
（外埠酌加運費匯費）

編纂者 上海 徐善祥 嘉定 秦汾

發行者 商務印書館

印刷所 上海北河南路北首寶山路 商務印書館

總發行所 上海棋盤街中市 商務印書館

分售處 北京 天津 保定 奉天 吉林 龍江 濟南 太原 開封 西安 南京 杭州 蘭谿 安慶 蕪湖 南昌 漢口 長沙 常德 衡州 成都 重慶 廈門 福州 廣州 潮州 香港 梧州 雲南 貴陽 張家口 新嘉坡 商務印書分館

民國二年十一月廿二日稟部註冊十二月二十日領到文字第一百四十六號執照

四六一七ƒ

編輯大意

是書依據教育部令編輯。專爲中學校,女子中學校,及師範學校,女子師範學校之用,一方面爲温習計。故於淺易諸術。如四基法之類。凡已爲小學生徒所熟習者僅述大概。一方面爲預備計。故於實用諸題。如米制,量法,銀行諸章。不厭其詳。學者以此爲階梯。進習代數幾何,以及工商理化等科。庶幾迎刃而解。可無扞格之虞。用是書者。宜注意以下數端。

一. 本書內章節之不甚緊要,及問題之較難演算者。均以〔*〕爲記。倘教授時間無多。概可從略。

二. 是書注重温習。故於問題獨富。然因限於篇幅。有時仍苦未足。教授者宜隨時採擇卷末總習題。或他書之相當者以補之。

三. 本書所設習題。另刊答案及問題詳解。以備參考之用。

四. 米制之法。科學界今已通用。故本書於複名數之外。另編一章以論之。

五. 書末附錄對數與圖解二章。爲他書所未及。似出算術範圍之外。不知二者之原理。雖基於幾何代數。而對數表之檢查。與圖解之應用。實爲習算術者所不可不知。蓋有對數而複雜之演算。化爲簡單。有圖解而隱晦之義。不難明晢。本書於此二者。祇擇淺近之例。以算術解之。設題饒有興味。且皆有裨實用。學有餘暇。兼習及此。則思過半矣。

六. 吾國高等科學。尙多採用歐美書籍。故本書於重要名詞之後。皆註西文。卷末並附索引。以資參考。

至於是書體例。大致與最新之温德華士及司密斯 Wentworth and Smith 二氏合著之算術相彷。所設習題。亦多取材於該書。附誌於此。示不掠美。

第十章銀行計算中所用一切劵式。皆得諸江蘇銀行總理陳光甫君。陳君不憚煩瑣。般般錄示。著者學者。咸受其惠。

編者識

算術總目

上編

(章) (頁)

第一章　數及四基法之温習

第二章　約數及倍數

第三章　分數

第七章　比與比例

下 編

第八章 百分法

第九章　利息

第十章　銀行計算

中學新教科書
算術

第一章

〔一〕論數

1. 量與數 物之長短大小多寡輕重、謂之**〔量〕** Quantity。用以計量者、謂之**〔數〕** Number.

2. 單位 定某量爲標準、以計算長短大小多寡輕重者、謂之**〔單位〕** Units。

如某物爲五尺長.尺卽計算長之單位。又如購物三十六斤.斤卽計算重之單位.

3. 基本單位與輔助單位 原定之標準、謂之**〔基本單位〕** Fundamental Units。由此標準發生者.謂之**〔輔助單位〕** Auxiliary Units。

如長定尺爲基本單位.則凡較大之步與丈.及較小之寸與分.皆爲輔助單位矣.

4. 名數與不名數 凡數之下繫單位者、爲〔名數〕Concrete Numbers or Denominate Numbers。其不繫單位者、爲**〔不名數〕** Abstract Numbers。

如云五尺或三十六斤.皆指實某量而言.故曰名數.若去尺斤等字而泛言五與三十六.則不知所指者爲里數,爲日數,抑爲人數.故曰不名數.

5. 單名數與複名數 名數有單複之別。**〔單名數〕** Simple Quantities or Simple Denominate Numbers 祇含一種單位。**〔複名數〕** Compound Quantities or Compound Denominate Numbers 則所含單位不止一種也。

如云五畝,七分鐘,二升半各數.皆爲單名數.

若云五畝二分,六點三十分四十秒,或二升五合.則皆複名數矣.

(各種單位及複名數.詳後第六章.茲不多贅.)

6. 數字 **〔數字〕** Figures 者、代表數目之記號也。約有二種如下.

7. 亞剌伯數字　〔亞剌伯數字〕Arabic Figures 有九。卽 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 是也。此九字用於印度及亞剌伯，自古已有之。五世紀中，始發現零號〔卽 0〕，西名 Zero 或 Cipher。於是 32 (三十二) 與 320 (三百二十) 及 302 (三百零二) 等數，始有區別。

8. 羅馬數字　〔羅馬數字〕Roman Numerals 通用在亞剌伯字之前。今則其用甚小，除時鐘之時間，書籍之卷數，及年歷外，罕有用以記數者。其法以字代數如下。

I	V	X	L	C	D	M
一	五	十	五十	百	五百	千

羅馬記號，祇此七字。凡一切數，皆由此出。今略論其結構之法。

(1)　重用同字之時，卽知其數爲本字數之幾倍。

〔例〕　III　　XX　　CC

　　　三　　二十　　二百

(2)　數字並列時，若某數之右有較小之數者，其數卽依較小之數而增。

〔例〕 XV VI MDCCLXVIII

十五 六 一千七百六十八

(3) 數字並列時,若某數之左有較小之數者,其數卽依較小之數而減。

〔例〕 IV IX XC CMXLIX

四 九 九十 九百四十九

(4) 某數之上引一橫線者,爲本數之千倍。

〔例〕 $\overline{\mathrm{L}}$ $\overline{\mathrm{C}}$ $\overline{\mathrm{M}}$

五萬 十萬 百萬

(按中國舊用 〡, 〢, 〣, 〤, 〥, 〦, 〧, 〨, 〩, 十爲數字.今已大半改用亞剌伯字.故不復贅.)

9. 頓點及頓撇 〔頓點〕Period 用以記出小數。(詳下第四章) 〔頓撇〕Separatrix 則用以分明頓位(每三位一頓)者也。

〔例〕 1.2 .5 .05

一零十分之二 十分之五 百分之五

1,000 1,000,000 1,000.25

一千 百萬 一千零百分之二十五

(按中國舊法.每四位一頓.本書概用三位.以期與各國一律.)

10.* 指數記號 近世科學發達。鉅細靡遺。有時其數甚大。有時其數甚小。如地球之距恆星、有遠至21,000,000,000,000,里。鈉之光浪、短至0.0005896粍。凡此諸數、爲便利計、均可以〔**指數記號**〕Exponent or Index表之。

如 $21,000,000,000,000=21\times1,000,000,000,000,$

$=21\times(10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10)$

$=21\times10^{12}$

又 $\cdot1=\frac{1}{10}=10^{-1}$; $\cdot01=\frac{1}{100}=\frac{1}{10^2}=10^{-2}$

$\therefore$ $0.0005896=5.896\times10^{-4}$ 或簡作 6×10^{-4}.

(指數之理.詳下附錄一.)

註◦ 指數記號.祇用於科學界中.以代甚大或甚小之數.尋常之數不在此例.故1200不必寫作 12×10^2, $\cdot07$ 不必寫作 7×10^{-2} 也.

問題一

1. 試依次讀以下諸數.

(1) DCCLXXXIV; (2) MCMXII; (3) $\overline{\text{XL}}$MMMCDL

2. 試依次讀以下諸數.

(1) 0.0004, 0.00004, 0.400

(2) 0.123, 100.023

(3) 0.1246, 1200.0046

3* 試以指數之法記以下諸數.

(1) 一立方糎空氣之中含水0.0001114 粟.(1.粟等於 0.0648 克)

(2) 一糎等於 0.0000062138 哩.

(3) 地球距太陽 93,000,000 哩.

(4) 日距海王星 2,788,800,000 哩.

4* 試將以下諸數,用尋常記數法寫之.

(1) 赤道距極 39.377786×10^7 吋.

(2) 地球短半徑 6.35411×10^8 糎.

〔二〕四基法之溫習

11. 四基法 〔四基法〕Four Fundamental Operations 者,卽加減乘除也。今略提其要如下、

12. 加法 合二數或多數以成一總數,是謂〔加法〕Addition。所加之數曰〔加數〕Addends。所成之總數謂之〔和〕Sum。加號爲 + "plus"。如

$$\left.\begin{array}{r}23\\37\\\underline{86}\end{array}\right\}\text{(皆加數)}\quad \text{即 } 23+37+86=146$$
$$\begin{array}{l}146\text{ (和)}\end{array}$$

註。加數之次序,可任意顛倒之。

13. 減法　由某數取去較小之數、以求兩數相差若干、是謂〔減法〕Subtraction。其原數名曰〔被減數〕Minuend。取去之數、名曰〔減數〕Subtrahend。兩數相差之數、名之曰〔較〕Difference。減號爲－"minus"。如

$$\begin{array}{l}73\text{ (被減數)}\\\underline{58}\text{ (減數)}\qquad \text{即 } 73-58=15\\15\text{ (較)}\end{array}$$

減法爲加法之逆算。以 3 加於 5、則得總數 8。若欲求何數加於 5,可得總數 8,則當求 8 與 5 相差之數。

14. 乘法　以某數倍他數而求倍得之數、是謂〔乘法〕Multiplication。某數卽謂之〔乘數〕Multiplier。所倍之他數、曰〔被乘數〕Multiplicand。乘法所得之結果。曰〔積〕Product。乘號爲 ×"into" or "times"。如

$$
\begin{array}{r l}
104 & (被乘數) \\
\underline{72} & (乘數) \\
208 & \\
\underline{728} & \\
7488 & (積)
\end{array}
$$

$\therefore 104\times72=7488$

註。 乘數與被乘數,均爲積之因數,可以互易。

15. 除法 以某數分他數、而求分得之數、是謂**〔除數〕**Division。某數卽謂之**〔除數〕**Divisor。所分之他數、曰**〔被除數〕**Dividend。除法所得之結果、曰**〔商〕**Quotient。其不能除盡之數、則有**〔剩餘〕**Remainder。除號爲÷ "by" or "Divided by"。如

(一) 可除盡者

(除數)(被除數)(商)

$$
\begin{array}{r r l}
12) & 192 & (16 \\
 & \underline{12} & \\
 & 72 & \\
 & \underline{72} &
\end{array}
$$

$\therefore 192\div12=16$

(二)　不能除盡者

(除數)(被除數)(商)(剩餘)

```
13) 278 (21+5
    26
     18
     13
      5
```

$\therefore$ 278÷13=21 餘 5

除法爲乘法之逆算。如以 3 乘 4、則得積 12。若欲求何數乘 4, 可得積 12、則當求以 4 除 12 之商。

註。 乘法中以被乘數爲實數, 以乘數爲法數。除法中以被除數爲實數, 以除數爲法數。

16. 四基法之總結　四基法可以公式表之如下、

(加法)　加數 + 加數 = 和

(減法)　被減數 − 減數 = 較

(乘法)　被乘數 × 乘數 = 積

(除法)　被除數 ÷ 除數 = 商

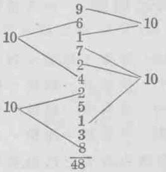
凡此四法、小學諸生、當習之已熟、無事煩贅矣。今將四者之捷速及核驗諸法詳論之。

17. 速加法　將二三數視作一數、合并加之。如下、

(尋常法)	(捷速法)
9365	9 3 6 5
7906	7 9 0 6
3124	3 1 2 4
5412	5 4 1 2
8538	8 5 3 8
9365	9 3 6 5
4573	4 5 7 3
48283	48 2 8 3

〔說明〕 捷法右邊第一行七數、可視作四數(卽 5, 10, 10, 8)、加之得 33。第二行七數、可視作三數(卽 8, 10, 7)。餘可類推。

凡二三數之和爲10者,無論何處皆可連之,視作一數如下、



註。 凡此捷法。全恃心算。不必一一鈎出如上也。

18. 加法之核驗 逆諸數之序而復加之。前後所得之和、當相符合。

19. 速減法 (一)以加代減法。譬如從十一減九、祇須默思何數加於九、可得十一、其數卽所求之差也。

〔例〕 751 右邊第一行 9 加 **2** 等於 11、故書 2 於下.
279 第二行 8 加 **7** 等於 15、故書 7 於下.
472 第三行 3 加 **4** 等於 7、故書 4 於下.

(二) 如被減數之某行、小於同行之減數。則將被減數先增 10、而後減之。

〔例〕

(4)	(9)	(9)	(10)
5	0	0	0
2	7	6	3
2	2	3	7

20. 減法之核驗 減數與較相加之和、當等於被減數。

問題二

試用捷法演算以下諸題.且核驗之.

1. (中國行省)(方哩) (戶口)

直隸……115,800……20,937,000

山東…… 55,970……38,247,900

山 西…… 81,830……12,200,456

河 南…… 67,940……35,316,800

江 蘇…… 38,600……13,980,235

安 徽…… 54,810……23,670,314

江 西…… 69,480……26,532,125

浙 江…… 36,670……11,580,692

福 建…… 46,320……22,876,540

湖 北…… 71,410……35,280,685

湖 南…… 83,380……22,169,673

陝 西…… 75,270…… 8,456,182

甘 肅……125,450……10,385,376

四 川……218,480……68,724,890

廣 東…… 99,970……31,865,251

廣 西…… 77,200…… 5,142,330

貴 州…… 67,160…… 7,650,282

雲 南……146,680……12,324,574

問十八省之土地及戶口各若干.

2. (中國全國)(方哩) (戶口)

十八省……1,532,420……407,253,030

滿洲………363,610…… 16,000,000

蒙古……1,767,600………2,600,000

西藏………463,200………6,500,000

新疆伊犂‥550,340………1,200,000

問中國全國之土地及戶口共若干.

3. 海關造册處,調查中國 1906 與 1909 兩年之進出款如下.

(出款)	(1906)	(1909)
進口貨值	銀 410,276,082 兩…	銀 418,158,067 兩
通商地面之進口金銀	銀————兩…	銀 10,048,867 兩
賠還洋款	銀 38,500,000 兩…	銀 53,700,000 兩
暗中出款	銀 32,000,000 兩…	銀 33,350,000 兩

(入款)	(1906)	(1909)
出口貨值	銀 236,456,739 兩…	銀 338,992,814 兩
通商地面之出口金銀	銀 1,325,059 兩…	銀————兩
暗中入款	銀 147,000,000 兩…	銀 150,500,000 兩

(1) 問 1906 年之出款若干,進款若干.

(2) 問 1909 年之出款若干,進款若干.

(3) 問 1906 年之入不敷出若干.

(4) 問 1909 年之入不敷出若干.

(5) 問 1909 年之出入款,視 1906 年各增若干.

21. 速乘法 乘之捷法極多.茲略舉數例如下、

(1) 若法數為 5 (卽 10 之 $\frac{1}{2}$)、則以 10 乘實數,而以 2 除之。

(2) 若法數為 50(卽 100 之 $\frac{1}{2}$)、則以 100 乘實數,而以 2 除之。

(3) 若法數為 25(卽 100 之 $\frac{1}{4}$)、則以 100 乘實數,而以 4 除之。

(4) 若法數為 2.5(卽 10 之 $\frac{1}{4}$)、則以 10 乘實數,而以 4 除之。

(5) 若法數為 125(卽1000之$\frac{1}{8}$)、則以1000乘實數,而以 8 除之。

(6) 若法數為12.5(卽100之 $\frac{1}{8}$)、則以 100 乘實數,而以 8 除之。餘類推。

(7) 若法數為 $3\frac{1}{3}$ (卽 10 之 $\frac{1}{3}$)、則以 10 乘實數,而以 3 除之。

(8)　若法數爲 $33\frac{1}{3}$(卽 100 之$\frac{1}{3}$)、則以 100 乘實數,而以 3 除之。

(9)　若法數爲$333\frac{1}{3}$(卽1000之$\frac{1}{3}$)、則以1000乘實數,而以 3 除之。餘類推。

(10)　若法數爲 $16\frac{2}{3}$ (卽 100 之$\frac{1}{6}$)、則以 100 乘實數,而以 6 除之。

(11)　若法數爲$166\frac{2}{3}$(卽1000之$\frac{1}{6}$)、則以1000乘實數,而以 6 除之。餘類推。

(12)　若法數爲 $14\frac{2}{7}$ (卽 100 之$\frac{1}{7}$)、則以 100 乘實數,而以 7 除之。

(13)　若法數爲 75 (卽 100 之$\frac{3}{4}$)、則以 100 乘實數, 而由乘積減去其$\frac{1}{4}$。

(14)　若法數爲 $66\frac{2}{3}$ (卽 100 之$\frac{2}{3}$)、則以 100 乘實數, 而由乘積減去其$\frac{1}{3}$。

(15)　若法數爲 9 (卽 10 −1)、則以 10 乘實數, 而減去實數。

(16)　若法數爲 11 (卽 10 +1)、則以 10 乘實數, 而加以實數。

(17) 若法數與10(或10之倍數)相差不遠(或略多或略少)、則先乘以10(或10之倍數)、後乘以差,而求二積之和或較。

例如以98(卽100−2)乘127.

(常法)	(捷法)
127	12700 (卽 127×100)
98	254 (卽 127×2)
1016	12446 (卽上兩積之較)
1143	
12446	

又如以1003 (卽1000+3) 乘127.

(常法)	(捷法)
127	127000 (卽 127×1000)
1003	381 (卽 127×3)
381	127381 (卽上兩積之和)
12700	
127381	

(18) 若法數可約成簡數、則可以各簡數疊乘實數。

例如以48 (卽6×8) 乘67.

(常法)	(捷法)
67	67
48	6
536	402
268	8
3216	3216

(19)　有時法數之各位,自成倍數,則用其倍數乘之.例如以 639 (卽 $630+9=70\times9+9$) 乘 3297

(常法)	(捷法)
$$\begin{array}{r} 3297 \\ 639 \\ \hline 29673 \\ 9891 \\ 19782 \\ \hline 2106783 \end{array}$$	$$\begin{array}{rl} 3297 & \\ 639 & \\ \hline 29673 & \\ 207711 & \cdots\cdots(\text{卽 } 29673\times7) \\ \hline 2106783 & \end{array}$$

(20)　凡有多數連貫相乘者,視最便之法而定其序。例如 $125\times650\times8\times2=125\times8\times650\times2$

$=1000\times1300=1300000.$

22. 乘法之核驗　棄九法 Casting out Nines

欲知乘法之有無錯誤,以棄九法驗之爲最便,今詳論之如下.

23. 九餘數

以九除任何數所剩之殘數,謂之〔九餘數〕Excess of Nines。

如九除十一餘二,二卽十一之九餘數.

24. 求九餘數之法

〔例〕 2348=2000+300+40+8

$$\left.\begin{array}{r} 2000=2\times999+2 \\ 300=3\times\ \ 99+3 \\ 40=4\times\ \ \ 9+4 \\ 8=\qquad\ \ \ 8 \end{array}\right\}$$
$$\overline{2348=(\text{九之倍數})+2+3+4+8}$$

<u>故任何數之九餘數,等於其數各位相加之九餘數。</u>

25. 欲求某數之九餘數,將數中諸位相加,滿九棄之。是之謂〔棄九法〕。

如 1,926,754 數中之 9, 與 1+2+6=9, 及 4+5=9, 皆棄之,得 7, 卽該數之九餘數也.

26. 棄九法之用於乘法核驗 各因數之九餘數相乘,其積之九餘數,當等於原乘積之九餘數。

例如 61×47=2867, 試核驗之.

$$\left.\begin{array}{r} 61\text{之九餘數}=7 \\ 47\text{之九餘數}=2 \end{array}\right\}\text{相乘}$$

2867	14
(九餘數 =5)	(九餘數)=5)

核算時用下圖解之,更易詳晰.

$$\begin{array}{r} 257 \\ 84 \\ \hline 1028 \\ 2056 \\ \hline 21588 \end{array}$$

若上下兩數相符,則乘法無訛。

27. 速除法

除者,乘之逆算也。故 21 節自 (1) 至 (14) 及自 (18) 至 (20) 之諸例,反之皆可用於除法。

如以 5 除某數,則先乘以 2, 後除以 10.

如以 25 除某數,則先乘以 4, 後除以 100.

餘類推.

28. 除法之核驗

以商乘法(卽除數)而加餘數,其結果當等於實(卽被除數)。

如 $21 \div 5 = 4$ 餘 1
(實)　(法)　(商)　(餘)

$4 \times 5 + 1 = 21$
(商)　(法)　(餘)　(實)

29. 棄九法之用於除法核驗

法商之兩九餘數相乘時,其積之九餘數,加於餘數之

九餘數、所得和之九餘數、當等於實之九餘數。

如 1,348,708÷498=2708 餘 124, 試核驗之.

(實) (法) (商) (餘)

$$\left.\begin{array}{r} 498\text{ 之九餘數} = 3 \\ 2708\text{ 之九餘數} = 8 \end{array}\right\}\text{相乘}$$

$$\left.\begin{array}{r} 24\text{ 之九餘數} = 6 \\ 124\text{ 之九餘數} = 7 \end{array}\right\}\text{相加}$$

$$13\text{ 之九餘數} = 4$$

$$1{,}348{,}708\text{ 之九餘數} = 4$$

問題三

試以捷法演算以下諸題,而以棄九法核驗之.

1. 75×628
2. 34×872
3. 27×691
4. 36×987
5. 246×489
6. 492×572
7. $144\div12$
8. $1524\div12$
9. $1331\div11$
10. $2714\div15$
11. $1342\div21$
12. $27{,}634\div128$

第二章

約數及倍數

30. 因數 若某某幾數,相乘即等於某數,則相乘之幾數,謂之某數之〔因數〕Factors。

如 $2\times5\times6=60$; 2, 5, 與 6 皆為 60 之因數.

31. 質數 舍一與本數以外,他數不能除盡之數,謂之〔質數〕Prime Numbers。

如 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 等是也.

32. 質因數 因數之為質數者,謂之〔質因數〕Prime Factors。

如 $2\times2\times3=12$; 2, 2 與 3 皆為 12 之質因數.

33. 合數 舍一與本數之外,尚有他數能除盡之者,謂之〔合數〕。Composite Numbers。亦名〔非質數〕

如 $10=2\times5$, 故 10 為合數.

又 $286=11\times13\times2$, 故 286 為合數.

34. 偶數奇數 凡 2 能除盡之數為【偶數】Even Numbers。2 不能除盡之數為【奇數】Odd Numbers。

如 1, 3, 5, 7, 9, 等為奇數.

2, 4, 6, 8, 10,等為偶數.

35. 法定質數之法

1, $\underline{2}$, $\dot{3}$, $\underline{4}$, 5, $\underline{\dot{6}}$, 7, $\underline{8}$, $\dot{9}$, $\underline{10}$, 11, $\underline{\dot{12}}$, 13, $\underline{14}$, $\dot{15}$, $\underline{16}$, 17, $\underline{\dot{18}}$,

19, $\underline{20}$, $\dot{21}$, $\underline{22}$, 23, $\underline{\dot{24}}$, 等

〔說明〕 上行乃將各整數排列書之.各偶數以劃記出.3 與 3 之倍數之上,皆冠以點,凡質數皆無劃無點.有劃兼有點者,皆為 6 之倍數.將見各質數(如 5, 7, 11,13,17,19,23,等)適在 6 之各倍數之或前或後.由是可斷言之如下.

自 6 以上、若數為質數、則其數必較 6 之倍數、或多一,或少一。

〔注意〕 上例若反言之卽不確.因較 6 之倍數多一(如 25)或少一(如 35)之數、不必盡為質數也.

36. 質因數之求法

〔例題一〕 求 144 之質因數.

〔演算〕
$$\begin{array}{r|l} 2 & 144 \\ \hline 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$\therefore 2\times2\times2\times2\times3\times3=144$

$2^4\times3^2=144$

〔例題二〕 求 233 之質因數.

〔解法〕 歷試諸數.知 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 各質數,皆不能除盡 233. 故皆非本數之因數.17 以上.不必再試.因以 17 除 233 時所得之商,已小於 17.其他不待言矣.故 233 自爲質數.

由上二題、可得下法

(一) 取能除盡本數之各質數、連疊除之、至不能再除而後止。連次之法數(即除數)及末次之商、即本數之質因數。

(二) 若以各質數歷除本數、直至所得之商、較法數爲小、而仍未得因數。則其數可決爲質數。

37. 因數之驗法

(1) 若數爲偶數,則其因數之一必爲 2。

(2) 若數之末二位;4 能除盡,則其因數之一必爲 4 (卽 2^2)。

(3) 若數之末三位,8 能除盡,則其因數之一必爲 8 (卽 2^3)。

(4) 若數各位之和,3 能除盡,則其因數之一必爲 3。

(5) 若偶數各位之和,3 能除盡,則其因數之一必爲 6 (卽 2×3)。

(6) 若數各位之和,9 能除盡,則其因數之一必爲 9 (卽 3^2)。

(7) 若數之末位,爲 5 或 0,則其因數之一必爲 5。

(8) 若數之末二位,25 能除盡,則其因數之一必爲 25 (卽 5^2)。

(9) 若數之末三位,125 能除盡,則其因數之一必爲 125 (卽 5^3)。

(10) 若數各偶位之和,與各奇位之和,相差爲 0 或爲 11 之倍數,則其因數之一必爲 11。

38. 質數表

質數	7	11	13	17	19	23	29	31	37
質數之自乘積	49	121	169	289	361	529	841	961	1369
本質數乘下質數之積	77	143	221	323	437	667	899	1147	1517
質數	41	43	47	53	59	61	67	71	73
質數之自乘積	1681	1849	2209	2809	3481	3721	4489	5041	5329
本質數乘下質數之積	1763	2021	2491	3127	3599	4087	4757	5183	5767
質數	79	83	89	97	101	103	107	109	113
質數之自乘積	6241	6889	7921	9409	10201	10609	11449	11881	12769
本質數乘下質數之積	6557	7387	8633	9797	10403	11021	11663	12317	14351

39. 質數表之說明及用法 今若以11(或11以上之數),除121(卽11^2)以下之數、其商必小於11無疑。若以11除121 (卽 11×11) 及 143 (卽 11×13) 兩數間之數、其商必在11及13.兩數之間無疑。然11及13兩數之間、並無質數。故苟商爲整數、則其數必爲合數、而其因數必小於11也。於是得定例如下。

<u>若某合數小於兩相隣質數之乘積、則其質因數至少必有一個等於或小於較小質數。</u>

如 4087 (61×67) 以下之合數 3721 (61×67), 其質因數皆爲61。

又如 4063 (17×239), 其一個質因數 17 小於61。

〔例題〕 求 610,764 之質因數.

$$\begin{array}{r|l} 2^2 & 610,764 \\ \hline 3 & 152,691 \\ \hline 7 & 50,897 \\ \hline 11 & 7,271 \\ \hline & 661 \end{array}$$

按 37 節諸法驗之.第一行 610,764 之末二位爲 64,以 4 除之恰盡.故 4 爲第一因數.(8 不能除盡 764,故不用.)第二行 152,691 各位之和,以 3 除之恰盡.故 3 爲第二因數.第三行 50,897 之末位,非 0 非 5,故 5 非其因數.以 7 試除之,適得 7,271.故 7 爲第三因數.第四行 7,271 偶位之和 $(7+7)$ 減奇位之和 $(1+2)$ 得 11.故 11 爲第四因數,末行 661,以六除之餘一.由 35 節之說言之.661 或爲質數.試以 11, 13, 17, 19 諸質數除之,皆不能盡.按上節之表求之.則小於 667 (卽 23×29) 而大於 529 (卽 23×23).故 661 必非合數.以其無 23 以下之質因數故也.旣非合數.必爲質數.

故 $610,764=2^2\times3\times7\times11\times661$.

問題四

求以下之質因數.

1. 148	*4.* 183	*7.* 346
2. 264	*5.* 173	*8.* 343
3. 178	*6.* 187	*9.* 210

10.	353	*19.*	83	*28.**	1551
*11.**	5280	*20.**	2125	*29.*	38
12.	231	*21.**	2353	*30.*	82
*13.**	31,416	*22.**	2333	*31.*	129
*14.**	1369	*23.*	165	*32.*	72
*15.**	1368	*24.*	168	*33.*	66
16.	247	*25.**	2148	*34.*	68
17.	327	*26.**	16,662	*35.*	65
18.	179	*27.*	321	*36.*	76

最大公約數

40. 約數　某數之〔約數〕Measure 云者、即能除盡某數之數也。

如2與5俱爲10之約數．又如二十呎長之布,以呎量之,二十次適盡.若以碼尺(卽三呎)量之,則七次不足,六次有餘.故二十呎之約數爲呎而非碼.

41. 公約數　一數能除盡某某諸數者、爲諸數之〔公約數〕Common Measure。

如7能除盡 14, 21, 42 等數.故謂之 14, 21, 42 之公

約數.

又如碼尺可用以量3呎, 6呎, 18呎等諸長.故碼爲3呎6呎18呎之公約數.

42. 最大公約數 公約數中之最大者、爲諸數之**〔最大公約數〕** Greatest Common Measure。

如84之約數爲1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42,

而36之約數爲1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18,

上二項中1, 2, 3, 4, 6, 12, 等數.爲84, 及36兩數之公約數.其中以12爲最大.故曰最大公約數.

43. 互質數 無公約(除1之外)之兩數、謂之**〔互質數〕** Numbers prime to each other。

如27與32無公約數.故謂之互質數.

〔注意〕 互質數之各數.不必自爲質數。

44. 求最大公約數之第一法 求各數之公共因數而取其積。

〔例題一〕 求84, 126, 210, 之最大公約數

〔解法〕 先化各數爲質因數如下.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 84 \\ \hline 2 & 42 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 126 \\ \hline 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 210 \\ \hline 3 & 105 \\ \hline 5 & 35 \\ \hline & 7 \end{array}$$

或

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 84 & 126 & 210 \\ \hline 3 & 42 & 63 & 105 \\ \hline 7 & 14 & 21 & 35 \\ \hline & 2 & 3 & 5 \end{array}$$

三數之公共因數爲 2, 3 與 7. 故最大公約數爲 $2\times3\times7=42$.

〔例題二〕 求 40 與 72 之最大公約數.

〔解法〕

$$\begin{array}{r|l} 2 & 40 \\ \hline 2 & 20 \\ \hline 2 & 10 \\ \hline & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

故最大公約數$=2^3=8$

問題五

求以下諸數之最大公約數.

1.　4, 6, 10　　*4.*　14, 98, 42

2.　9, 12, 21　　*5.*　30, 18, 54

3.　10, 15, 25　　*6.*　14, 56, 42

7. 96, 36, 48
8. 84, 105, 63
9. 24, 60, 84, 128
10. 45, 81, 27, 90
11. 78, 18, 54, 42
12. 98, 28, 70, 42
13. 96, 112, 80, 32
14. 24, 96, 48, 120
15. 84, 252, 168, 210
16. 33, 88, 77, 55
17. 252, 315, 420 504
18. 128, 192, 320, 368 432
19. 136, 204, 357, 459
20. 909, 1414, 2323, 4242

45. 求最大公約數之第二法

數之不易求因數者、依下法演之。

〔例題〕 求 69 與 184 之最大公約數.

〔解法〕

```
69)184(2
   138
   ---
    46)69(1
       46
       --
       23)46(2
          46
          --
```

法將較小數除較大數.以餘數除前法數.如此數次.直至除盡無餘.其末次之法數 23,卽所求之最大公約數.

上法本於下二原理。

〔原理一〕 某數之因數、亦卽其倍數之因數。

如 4 爲 12 之因數.亦爲 24, 36, 48 等之因數.

〔原理二〕 兩數之公共因數、亦卽兩數和與兩數較

之因數。

如 6 爲 24 與 36 之公共因數. 亦爲 60 (卽 36+24) 及 12 (卽 36−24) 之因數.

準上例言之. 23 旣爲 23 (本數) 及 46 之因數. 亦必爲 69 (卽 23+46) 之因數. (原理二)

又 23 旣爲 69 之因數. 亦必爲 $2\times69=138$ 之因數. (原理一)

又 23 旣爲 46 及 138 之因數. 亦必爲 $46+138=184$ 之因數.

故 23 爲所求之公約數.

46. 觀前節之原理。可知每次除後之餘數、必含所求之最大公約數,爲餘數及法數所公共者。由是可得特別簡法。如下、

〔一〕若餘數中尋得某因數,顯與法數爲互質數者、則可將此因數先除餘數,而以所得之商爲新法數。

〔二〕若演時尋得某因數,顯爲法數與餘數所公共者、則先將此數除餘及法、俟末次之法數尋得,再將此數還乘之、以爲最大公約數。

今試舉例以明之.

〔例題一〕 求 4627 及 8593 之最大公約數.

〔解法〕

```
4627) 8593 (1
      4627              6 為 3966 之因數.
    6)3966              而與 4627 為互
       661)4627(7       質數.故除去之.
           4627
```

〔例題二〕 求 72,471 及 134,589 之最大公約數.

〔解法〕

```
3)72471         134589
  24157  )       44863(1
                 24157
               6)20706
             3451)24157(7
                  24157
```

3 為兩數之公共因數.故先用以除.後用以乘

6 對於 24157 為互質數.故先除而去之.

最大公約數 $=3451\times 3=10,353$.

47. 若欲求兩數以上之最大公約數.則可先求兩數之最大公約數.再求所得公約數與第三數之最大公約數.依法推演.即得諸數之最大公約數.

〔例題〕 求 2943, 2616, 4578 之最大公約數

〔解法〕

```
2616)2943(1
     2616
     ----
      327)2616(8
          2616
          ----
      327)4578(14
          327
          ----
          1308
          1308
          ----
```

故 327 爲所求之最大公約數.

問題六

求以下之最大公約數

1. 2479, 3589
2. 3045, 6195
3. 568, 712
4. 11023, 6493
5. 1485, 2160
6. 1003, 2419
7. 419, 52301
8. 30072, 133784
9. 4257, 10836
10. 17104, 27794
11. 44323, 61087
12. 232353, 39699
13. 855, 1197, 1596
14. 3864, 3404, 3657
15. 15561, 11115, 13585
16. 1177, 1391, 1819
17. 4939, 1347, 3143
18. 740, 333, 296
19. 833, 1785, 1309
20. 4994, 7491, 9988, 12485, 16571

最小公倍數

48. 倍數 某數之〔倍數〕Multiple 云者,卽可爲某數所除盡之數也。

如 20 爲 4 或 5 之倍數.

49. 公倍數 一數之可爲某某諸數除盡者,謂之諸數之〔公倍數〕Common Multiple。

如 $2\times6=12$; $6\times2=12$; $4\times3=12$; $3\times4=12$

故 12 爲 6, 2, 3, 4 等數之公倍.

50. 最小公倍數 某某諸數公倍數中之最小者,謂之諸數之〔最小公倍數〕Least Common Multiple。

如 3 之倍數.爲 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 等數.

4 之倍數.爲 4, 8, 12, 16, 20, 24 28 等數.

其中 12, 24 等數.爲 3 與 4 之公倍數. 12 最小.故曰最小公倍數.

51. 最小公倍數之求法

(其一) 若各數爲互質數,則各數之連乘積,卽爲其最小公倍數。

如 230, 17, 31 三數無公約數.故其最小公倍數、卽爲 $17\times31\times230=121,210$

(其二)　若非互質數、則先分解爲質因數、而取各質因數最大方次之連乘積。如下、

〔法一〕 $18=2\times3^2$ 　$28=2^2\times7$ 　$108=2^2\times3^3$ 　$105=3\times5\times7$

最小公倍數中必含各質因數.且所含之各質因數,必爲最大之方次.故若本題之最小公倍數中不含 2^2, 則不能爲 28 或 108 之倍數.不含 3^3, 則不能爲 108 之倍數.不含 7 與 5, 則不能爲 28 及 105 之倍數.

$\therefore 2^2\times3^3\times5\times7=3780$. (卽最小公倍數)

〔法二〕 上例中之 18、一望而知其爲 108 之因數。故竟可消去之、而法亦可從簡。如下、

$$
\begin{array}{r|rrrr}
7 & \cancel{18} & 28 & 108 & 105 \\
\hline
\end{array}
$$
$$
\begin{array}{r|rrr}
3 & \cancel{4} & 108 & 15 \\
\hline
 & & 36 & 5
\end{array}
$$

$\therefore 7\times3\times36\times5=3780$ (卽最小公倍數)

〔釋例　法將各數橫列,而以各質數連除之.其不能除盡者,仍書原數於下. (如第一行 7、除 108 不能盡,仍書 108 於下.) 其同橫行中有某數爲他數之因

數者消去之.(如第一行之18爲108之因數.第二行4又爲108之因數.故皆消去不用.)直至所得之商爲互質數.(如末行之36與5)乃將此末次各商,與前次各法數連乘之,卽得最小公倍數.

(其三) 二數之不易求因數者,則將其最大公約數除第一數,而以所得之商乘第二數,所得之積,卽其最小公倍數。

如 1247, 1769 二數,其求法如下.

```
1247)1769(1
     1247
   2| 522
   9| 261
   29)1247(43
       116
        87
        87
```

最大公約數=29

$1247=29\times43$

$1769=29\times61$

故最小公倍數 $=29\times43\times61$

$\left.\begin{array}{l}=61\times1247\\ \text{或}43\times1769\end{array}\right\}$

卽76,067也.

52. 若欲求兩數以上之最小公倍數.則可先求兩數之最小公倍數,再求所得之公倍數與第三數之最小公倍數。如是推演,卽得諸數之最小公倍數。

〔例題〕 求 2021, 3619, 6407 之最小公倍數.

〔解法〕

```
2021)3619(1
     2021
   2|1598
      799)2021(2
          1598
        9|423
           47)799(17
              47
              329
              329
```

$2021 \div 47 = 43$

$43 \times 3619 = 155,617$

(兩數之最小公倍數)

```
6407) 155617 (24
      12814
       27477
       25628
        1849)6407(3
             5547
          20|860
             43)1849(43
                172
                 129
                 129
```

$155617 \div 43 = 3619$

$3619 \times 6407 = 23186933$

(三數之最小公培數)

問題七

求以下諸數之最小公倍數.

1. 7, 14, 15, 21, 45
2. 16, 25, 81
3. 26, 39, 52, 65
4. 80, 72, 225, 48
5. 10, 20, 30, 40, 50, 60
6. 30, 42, 105, 70
7. 36, 24, 35, 20
8. 7, 11, 14, 15
9. 12, 18, 27, 63, 28
10. 34, 26, 65, 85, 51, 39
11. 12, 18, 96,144
12. 84, 156, 63, 99
13. 17, 51, 119, 210
14. 16, 30, 48, 56, 72
15. 27, 33, 54, 69, 132
16. 15, 26, 39, 65, 180
17. 44, 126, 198, 280,330
18. 50, 338, 675, 975
19. 552, 575, 920
20. 228, 304, 342
21. 今有紙一堆.十五人,二十人,或二十五人分之,皆可分盡.問該堆至少有紙幾張.
22. 今有酒一罎.以32兩之壺挹之適盡.以48兩之壺挹之亦適盡.問罎至少能容酒若干兩.
23. 今有蘋果一簍.分爲六隻一堆.則剩五隻.分爲七隻八隻或九隻一堆.則所剩亦各爲五隻.問蘋果至少有若干隻.

53. 棄公約法 取法實兩數中相同之因數,兩對銷之.是謂〔棄公約法〕Cancellation.

棄公約法,實乃除之簡法,不可不知.

〔例題〕 試將 $(3\times9\times15)$ 除 $(11\times27\times30)$

〔解法〕 $$\frac{11\times\overset{9}{\cancel{27}}\times\overset{2}{\cancel{30}}}{\cancel{3}\times\cancel{9}\times\cancel{15}}=\frac{11\times1\times2}{1\times1\times1}=22.$$

法將法數書於下.實數書於上.而以線隔之.以法數中之3,約上數中之27,得9.適與下數中之9對銷再將下數中15,約上數中之30,得2.乘以11得22.再除以1仍得22.

問題八

求下各數之商.

1. $(6\times8\times99)\div(3\times4\times11)$
2. $(8\times12\times51)\div(4\times9\times17)$
3. $(9\times30\times38)\div(6\times10\times19)$
4. $(12\times21\times57)\div(9\times14\times19)$
5. $(13\times20\times91)\div(13\times13\times14)$
6. $(12\times32\times78)\div(9\times16\times26)$
7. $(15\times25\times64)\div(10\times80\times102)$

8. $(24\times 34\times 44\times 54)\div(3\times 8\times 17\times 33)$

9. $(15\times 18\times 48\times 75)\div(25\times 30\times 36\times 24)$

10. $(24\times 63\times 82\times 91)\div(41\times 13\times 21\times 12)$

11. 如被除數爲 $68\times 91\times 95$, 而除數爲 12 及 20 間各質數之積求商。

12. 問 203×230 之積中.合 20 及 30 間各質數之乘積共幾倍.

13. 肥皂每箱 60 塊.每塊值銀四分糖菓每箱 2 打(一打=12 罐). 每罐值銀四錢,問 16 箱肥皂.可換糖菓幾箱.

14. 今有大小二箱.其一長 35 寸濶 27 寸,高 8 寸其一長 18 寸,闊 12 寸.高 7 寸,問大者可容小者之幾倍.

第三章

分數

54. 整數分數 數有整與分之別。〔整數〕Integer or Integral Number 表單位之個數。〔分數〕Fraction 表單位之一份或數份也。分數之寫法、將兩數分列上下、而以線隔之。

如二分之一(書作$\frac{1}{2}$),指單位之半.四分之三(書作$\frac{3}{4}$),指單位均分爲四份而取其三.

55. 分數之項 分數有兩項。線之下曰〔分母〕Denominator、乃指單位之析爲若干等份。線之上曰〔分子〕Numerator。乃指所取之份數也。

如$\frac{3}{4}$之3爲分子,4爲分母.

56. 分數之別類 (一)〔單簡分數〕Simple Fraction。分母分子同爲整數者也。

如$\frac{2}{3}$ $\frac{107}{100}$之類.

(二) 〔複分數〕 Compound Fraction 者、整數或分數之幾份之幾也。

如 $\frac{3}{8}\times4$, $\frac{2}{9}\times\frac{5}{3}$ 之類.

(三) 〔繁分數〕 Complex Fraction、分母或分子含有分數者也.

如 $\frac{\frac{3}{4}}{7}$, $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{7}}$, $\frac{3\frac{1}{2}}{4}$, $\frac{2+3\frac{5}{6}}{1-\frac{7}{8}}$, $\frac{6\div1\frac{1}{6}}{4\times\frac{7}{12}}$ 之類.

57. 單簡分數之別類 (一) 〔眞分數〕 Proper Fraction, 分子小於分母者也。

如 $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$ 之類.

(二) 〔假分數〕 Improper Fraction、分子不小於分母者也。

如 $\frac{4}{4}$, $\frac{9}{7}$ 之類.

(三) 〔帶分數〕 Mixed Fraction、整數與分數相合而成者也。

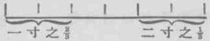
如 $1\frac{1}{3}$, $6\frac{2}{7}$ 之類.

問題九

試將下數書作分數而別其類.

1. 七分之三
2. 九分之四
3. 五分之八
4. 十分之七
5. 九分之十
6. 五百分之一
7. 八零五分之二
8. 八除九分之七
9. 畫一 3 寸長之線.而分每寸爲四.
10. 畫一 3 寸長之線.而記出四分寸之五.
11. 畫一 3 寸長之線.而於此端記出一寸之$\frac{4}{4}$.於彼端記出一寸之$\frac{4}{7}$.
12. 畫一四寸長之線.而分每寸爲四.於此端記出一寸之$\frac{2}{4}$,於彼端記出一寸之$\frac{1}{2}$問兩端相較如何.

58. 分數之性質 試將二寸長之線、以長豎均



分全線爲二、以短豎均分每寸爲三。於左端取一寸之 $\frac{2}{3}$、右端取二寸之 $\frac{1}{3}$。相較之下、其長適等。是知一寸之被乘於 $\frac{2}{3}$、等於二寸之被除於三。故曰、分數者、除法之變相也。法爲分母、實爲分子。由是得規則如下。

〔一〕 以某數乘分子,或以某數除分母、等於以某數乘分數、

如 $\frac{2\times3}{5}=\frac{2}{5\div3}=\frac{2}{5}\times3$

〔二〕 以某數除分子,或以某數乘分母、等於以某數除分數。

如 $\frac{2\div3}{5}=\frac{2}{5\times3}=\frac{2}{5}\div3$

〔三〕 以同數乘分子及分母,或以同數除分子及分母時、分數之值恆不變。

如 $$\frac{2\times3}{5\times3}=\frac{2}{5}\times\frac{3}{3}=\frac{2}{5}\times1=\frac{2}{5}$$

$$\frac{2\div3}{5\div3}=\frac{2}{5}\div\frac{3}{3}=\frac{2}{5}\div1=\frac{2}{5}$$

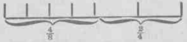
59. 化分法　凡變分數之式而不變其值者，謂之〔化分法〕Reduction。

如 $\frac{3}{2}$ 與 $\frac{6}{4}$，其值不變，而其式則異。

分數之化分

60. 化分數爲較低項　變分數之式，使其分子及分母，較原分數之分子及分母爲小，即是〔化分數爲較低項〕。以同數除分子及分母，分數之值不變。故欲化分數爲較低項時，可取同數除其分母與分子。

如 $\frac{10}{20}=\frac{10\div2}{20\div2}=\frac{5}{10}=\frac{5\div5}{10\div5}=\frac{1}{2}$



上圖將一線分爲2爲4爲8。觀圖知線之 $\frac{4}{8}$ 等於其 $\frac{2}{4}$ (即 $\frac{4}{8}\div\frac{2}{2}$)。亦即等於其 $\frac{1}{2}$(即 $\frac{4}{8}\div\frac{4}{4}$.)

61. 化分數爲最低項　變分數之式，使其分子與分母爲互質數，即是〔化分數爲最低項〕。用約分法(＝棄公約法)約盡分母分子之公共因數，或以其最大公約數，並除兩項，則分母與分子爲互質數，而分數成最低項。

如$\frac{24}{30}$以2約之,得$\frac{12}{15}$.再以3約之得$\frac{4}{5}$.

4與5爲互質數.故$\frac{4}{5}$爲最低項.

問題十

化以下分數爲最低項.

1.	$\frac{120}{192}$	8.	$\frac{3960}{12672}$	15.	$\frac{5760}{7000}$	22.	$\frac{17596}{26145}$
2.	$\frac{105}{135}$	9.	$\frac{1848}{3003}$	16.	$\frac{875}{10000}$	23.	$\frac{44323}{61087}$
3.	$\frac{928}{1320}$	10.	$\frac{924}{1092}$	17.	$\frac{2208}{4140}$	24.	$\frac{339}{1243}$
4.	$\frac{1728}{2448}$	11.	$\frac{2640}{2970}$	18.	$\frac{1015}{1566}$	25.	$\frac{1177}{2675}$
5.	$\frac{1296}{6561}$	12.	$\frac{324}{1092}$	19.	$\frac{516}{2107}$	26.	$\frac{11445}{15369}$
6.	$\frac{2310}{3080}$	13.	$\frac{6732}{9108}$	20.	$\frac{3872}{92807}$	27.	$\frac{14141}{16289}$
7.	$\frac{1848}{2352}$	14.	$\frac{6840}{27360}$	21.	$\frac{78473}{94653}$	28.	$\frac{428571}{999999}$

62. 化分數爲較高項　化分數之式,使其分子及分母,較原分數之分子及分母爲大,即是〔化分數爲較高項〕.以同數乘分子分母,可化分數爲較高項.(分數無最高項.)若欲化分數爲某定分母之分數,

則以分數之分母除所定之分母,其所得之商,即分子分母之公乘數也。

如欲化$\frac{11}{12}$分數使其分母為60.則將12除60得5.以5乘上下兩項.得$\frac{11\times5}{12\times5}=\frac{55}{60}$.

問題十一

化下分數為較高項.(括弧內之數為新分數之分母)

1. $\frac{3}{4}$, (20)	4. $\frac{7}{13}$, (39)	7. $\frac{3}{16}$, (144)
2. $\frac{2}{3}$, (24)	5. $\frac{5}{18}$, (90)	8. $\frac{7}{18}$, (144)
3. $\frac{3}{5}$, (50)	6. $\frac{2}{9}$, (108)	9. $\frac{7}{12}$, (156)

63. 化整數為假分數　將所定之分母乘整數,即得假分數之分子。

如欲化8為分數.使其分母成7.則將7乘8得56.

$$\therefore 8=\frac{56}{7}$$

64　化假分數為整數或帶分數　以分母除分子.能除盡則所得為整數,不能除盡,則所得為帶分數。

〔例〕

$$\begin{array}{r} \underline{78} \\ 13)78(6 \\ \underline{78} \end{array} \qquad \therefore \tfrac{78}{13}=6$$

$$\begin{array}{r} \underline{17} \\ 11)17(1 \\ \underline{11} \\ 6 \end{array} \qquad \therefore \tfrac{17}{11}=1\tfrac{6}{11}$$

65. 化帶分數爲假分數 以分母乘整數而加於分子,爲新分子,其分母不變。

如 $5\frac{7}{13}=\frac{(5\times13)+7}{13}=\frac{65+7}{13}=\frac{72}{13}$

問題十二

補以下之闕項.

1. $4=\frac{?}{2}$　　*4.* $8=\frac{?}{6}$　　*7.* $3=\frac{?}{9}$

2. $5=\frac{?}{1}$　　*5.* $11=\frac{?}{3}$　　*8.* $14=\frac{?}{12}$

3. $6=\frac{?}{5}$　　*6.* $7=\frac{?}{7}$　　*9.* $9=\frac{?}{14}$

化以下諸分數爲整數或帶分數。

10. $\frac{13}{7}$　　*11.* $\frac{21}{8}$　　*12.* $\frac{25}{4}$

13. $\frac{107}{11}$	*15*. $\frac{63}{7}$	*17*. $\frac{44}{5}$
14. $\frac{91}{9}$	*16*. $\frac{72}{8}$	*18*. $\frac{9}{2}$

將下數化爲假分數

19. $3\frac{4}{9}$	*23*. $25\frac{3}{5}$	*27*. $162\frac{8}{11}$
20. $5\frac{9}{10}$	*24*. $17\frac{3}{8}$	*28*. $44\frac{6}{7}$
21. $12\frac{4}{11}$	*25*. $8\frac{5}{12}$	*29*. $2\frac{108}{109}$
22. $8\frac{3}{7}$	*26*. $9\frac{9}{14}$	*30*. $3\frac{44}{45}$

通　分

66. 相似分數　分母相同之分數、謂之〔相似分數〕Similar Fractions。其分母謂之〔公分母〕Common Denominator。如 $\frac{3}{8}$ 與 $\frac{5}{8}$ 爲相似分數、8 爲公分母.化各分數使相似、謂之〔通分〕Reduction。

如 $\frac{2}{3}$ 與 $\frac{3}{4}$ 等於 $\frac{8}{12}$ 與 $\frac{9}{12}$ 是也.

76. 最小公分母　諸分母之最小公倍數、謂之〔最小公分母〕Least Common Denominator。

如 $\left.\begin{array}{l}\frac{3}{4}=\frac{9}{12}=\frac{18}{24}=\cdots \text{等類} \\ \frac{2}{3}=\frac{8}{12}=\frac{16}{24}=\cdots \text{等類}\end{array}\right\}$ 12爲最小公分母

68. 通分之法、先將各分數化成最低項、後求最小之公分母、逐一化之、使各相似、

如 $\frac{7}{8}$, $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{5}{64}$ 之最小公分母爲192, 故

$$\left.\begin{array}{l}\frac{7}{8}=\frac{(192\div 8)\times 7}{192}=\frac{24\times 7}{192}=\frac{168}{192} \\ \frac{1}{24}=\frac{(192\div 24)\times 1}{192}=\frac{8\times 1}{192}=\frac{8}{192} \\ \frac{1}{32}=\frac{(192\div 32)\times 1}{192}=\frac{6\times 1}{192}=\frac{6}{192} \\ \frac{5}{64}=\frac{(192\div 64)\times 5}{192}=\frac{3\times 5}{192}=\frac{15}{192}\end{array}\right\}$$

69. 欲知分數之大小、非通分不可。

如 $\frac{2}{7}=\frac{10}{35}$; $\frac{1}{5}=\frac{7}{35}$; $\frac{10}{35}$ 大於 $\frac{7}{35}$;

故知 $\frac{2}{7}$ 大於 $\frac{1}{5}$.

問題十三

將下1至18所列之分數通分之.

1. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{6}$

2. $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{10}$

3. $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{21}$, $\frac{19}{35}$

4. $\frac{2}{15}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{3}{25}$, $\frac{8}{45}$

5. $\frac{12}{25}$, $\frac{17}{40}$, $\frac{13}{60}$, $\frac{19}{75}$

6. $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{30}$, $\frac{4}{35}$, $\frac{3}{28}$, $\frac{19}{24}$

7. $\frac{11}{16}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{23}{30}$, $\frac{17}{54}$

8. $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{13}{15}$

9. $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{13}{24}$, $\frac{19}{30}$

10. $\frac{7}{8}$, $\frac{17}{24}$, $\frac{19}{32}$, $\frac{11}{48}$

11. $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{15}{16}$

12. $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{14}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{2}{21}$

13. $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{3}{64}$, $\frac{3}{256}$

14. $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{11}{24}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{17}{45}$

15. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{13}{18}$, $\frac{4}{21}$

16. $\frac{11}{12}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{14}{15}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{17}{20}$, $\frac{29}{30}$

17. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{7}{44}$, $\frac{9}{22}$

18. $\frac{9}{14}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{13}{28}$, $\frac{17}{70}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{31}{56}$

19. 問 $\frac{13}{20}$ 與 $\frac{17}{25}$ 孰大. $\frac{5}{6}$ 與 $\frac{7}{9}$ 孰大. $\frac{3}{5}$ 與 $\frac{7}{12}$ 孰大.

20. 試將 $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{18}$, $\frac{13}{24}$ 三數,依大小排列之.

21. 試將 $\frac{5}{12}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{7}{18}$ 四數.依大小排列之.

22. 試將 $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{9}{19}$, $\frac{10}{23}$ 四數,依大小排列之.

分數之加法

70. 〔例題一〕 求 $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{7}{12}$ 之和.

〔解法〕 $\frac{5}{12}+\frac{1}{12}+\frac{7}{12}=\frac{5+1+7}{12}=\frac{13}{12}=1\frac{1}{12}$

〔例題二〕 求 $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{12}$ 之和

〔解法〕

$$分母\cdots\begin{cases}4\ =2^2\\6\ =2\times3\\9\ =3^2\\12=2^2\times3\end{cases}$$

$\therefore$ 最小公分母 $=2^2\times3^2=36$

$$\therefore \frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{7}{9}+\frac{5}{12}=\frac{27+30+28+15}{36}=\frac{100}{36}=\frac{25}{9}=2\frac{7}{9}$$

〔例題三〕 求 $4\frac{11}{20}$, $2\frac{7}{15}$, $5\frac{5}{12}$ 之和.

〔解法〕 依上法求得最小公分母爲 $2^2\times3\times5-60$

$4\frac{11}{20}+2\frac{7}{15}+5\frac{5}{12}=11\frac{33+28+25}{60}=11\frac{86}{60}=12\frac{26}{60}=12\frac{13}{30}$

由上三例。得分數相加之法。曰、

(一) 分數相似、則可相加。加法以分子之和爲和之分子、以公分母爲和之分母。

(二)　若各分數不相似,則先化爲相似分數而後加之。

(三)　若所加之數,內有整數或帶分數,則將整數及分數,分別加之而倂其和。

問題十四

求以下諸數之和.

1. $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}$

2. $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}$

3. $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}$

4. $1\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}$

5. $1\frac{1}{3}+2\frac{2}{3}$

6. $3\frac{1}{4}+\frac{3}{4}$

7. $2\frac{3}{5}+3\frac{4}{5}$

8. $1\frac{7}{8}+\frac{3}{8}$

9. $\frac{9}{17}+\frac{3}{17}+\frac{14}{17}+\frac{11}{17}$

10. $8\frac{9}{17}+6\frac{3}{17}+5\frac{14}{17}+\frac{11}{17}$

11. $\frac{4}{5}+\frac{5}{6}$

12. $\frac{3}{4}+\frac{7}{8}$

13. $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}$

14. $\frac{4}{15}+\frac{11}{20}$

15. $\frac{5}{16}+\frac{11}{24}$

16. $12\frac{5}{8}+7\frac{3}{16}$

17. $85\frac{7}{12}+27\frac{11}{18}$

18. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$

19. $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}$

21. $5\frac{17}{20}+11\frac{19}{30}+24\frac{21}{40}+\frac{9}{50}+17\frac{8}{15}+14+11\frac{5}{12}$

22. $9\frac{4}{7}+15\frac{11}{28}+163\frac{17}{63}+1\frac{11}{42}+10\frac{1}{4}$

23. $3\frac{3}{5}+4\frac{2}{3}+1\frac{5}{6}+2$

24. $1\frac{3}{20}+2\frac{2}{25}+5\frac{7}{30}+\frac{4}{15}$

25. $\frac{2}{7}+1\frac{4}{9}+2+3\frac{3}{8}+4\frac{5}{12}$

20. $\frac{5}{6}+\frac{11}{12}+\frac{8}{15}+\frac{7}{20}+\frac{13}{30}$

26. $4\frac{4}{9}+3\frac{3}{8}+2\frac{2}{7}+1\frac{1}{6}+\frac{9}{14}$

27. $\frac{11}{35}+\frac{7}{40}+10+\frac{23}{60}$

28. $\frac{27}{50}+\frac{29}{60}+\frac{31}{80}+\frac{33}{100}+\frac{37}{240}$

71. 分數之減法

〔例題一〕 由 $\frac{5}{18}$ 減 $\frac{3}{18}$ 餘若干.

〔演算〕 $\frac{5}{18}-\frac{3}{18}=\frac{5-3}{18}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$

〔例題二〕 由 $\frac{17}{24}$ 減 $\frac{5}{18}$ 餘幾何.

〔演算〕 兩數之最小公分母爲27.

$\therefore \frac{17}{24}-\frac{5}{18}=\frac{51-20}{72}=\frac{31}{72}$

〔例題三〕 由 $4\frac{11}{15}$ 減 $3\frac{11}{24}$ 餘若干.

〔演算〕 兩數之最小公分母爲120.

$\therefore 4\frac{11}{15}-3\frac{11}{24}=1\frac{88-55}{120}=1\frac{33}{120}=1\frac{11}{40}$

〔例題四〕 由 $5\frac{1}{12}$ 減 $2\frac{7}{8}$ 餘若干。

〔演算〕 $5\frac{5}{12}-2\frac{7}{8}=3\frac{10-21}{24}=2\frac{24}{24}+\frac{10}{24}-\frac{21}{24}$

$=2\frac{34-21}{24}=2\frac{13}{24}$

由是得下法。

(一) 分數相似、則可相減。減法以分子之差爲差之分子、以公分母爲差之分母。

(二) 若兩數不相似、則先化爲相似之分數、而後減之。

(三) 若相減兩數,內有整數或帶分數、有時可視演法之便否、將整數及分數分別減之、而併其差。

問題十五

求下數之差。

1. $52\frac{1}{8}-46$
2. $\frac{6}{9}-\frac{3}{9}$
3. $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$
4. $\frac{8}{15}-\frac{5}{12}$

5. $\frac{11}{18}-\frac{3}{14}$

6. $4-\frac{1}{2}$

7. $7-\frac{2}{3}$

8. $3-\frac{5}{6}$

9. $8-\frac{3}{7}$

10. $5-\frac{4}{5}$

11. $5-\frac{7}{9}$

12. $6\frac{1}{3}-5\frac{1}{6}$

13. $4\frac{2}{3}-3\frac{3}{7}$

14. $7\frac{1}{3}-2\frac{3}{10}$

15. $7\frac{2}{5}-4\frac{8}{9}$

16. $6\frac{2}{3}-2\frac{3}{4}$

17. $9\frac{4}{5}-4\frac{5}{6}$

18. $4\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$

19. $6\frac{3}{4}-4\frac{2}{3}$

20. $7\frac{1}{2}-2\frac{3}{4}$

21. $8\frac{1}{5}-4\frac{4}{7}$

22. $85\frac{7}{22}-27\frac{11}{18}$

23. $8\frac{7}{10}-2\frac{11}{16}$

24. $10-3\frac{5}{8}$

25. $120\frac{21}{32}-110\frac{13}{24}$

26. $5\frac{17}{28}-\frac{27}{35}$

27. $13\frac{3}{40}-2\frac{15}{44}$

28. $2\frac{151}{240}-1\frac{163}{192}$

72. 若一題之中,加減雜出、則由各加項之和,減各減項之和。

〔例題〕 $5\frac{4}{5}-4\frac{3}{4}+3\frac{2}{3}-2\frac{7}{10}$。試簡單之.

〔演算〕 $5\frac{4}{5}+3\frac{2}{3}=8\frac{12+10}{15}=8\frac{22}{15}=9\frac{7}{15}$

$$4\frac{3}{4}+2\frac{7}{10}=6\frac{15+14}{20}=6\frac{29}{20}=7\frac{9}{20}$$

$$9\frac{7}{15}-7\frac{9}{20}=2\frac{28-27}{60}=2\frac{1}{60}$$

或從簡捷如下。

$$5\frac{4}{5}+3\frac{2}{3}-4\frac{3}{4}-2\frac{7}{10}$$

$$2\frac{(48+40)-(45+42)}{60}=2\frac{88-87}{60}=2\frac{1}{60}$$

問題十六

化下諸項爲單簡式.

1. $3\frac{2}{5}-2\frac{5}{8}+4\frac{3}{10}+1\frac{7}{9}-5\frac{8}{15}$

2. $1\frac{5}{11}-\frac{11}{12}+7\frac{3}{8}-2\frac{1}{3}-1\frac{11}{18}$

3. $12-3\frac{2}{7}-1\frac{3}{10}-4\frac{5}{28}+2\frac{13}{20}-4\frac{3}{5}$

4. $43\frac{7}{15}-1\frac{1}{3}-1\frac{31}{48}-2\frac{23}{24}-2\frac{13}{48}-2\frac{7}{12}-2\frac{43}{48}-3\frac{5}{12}$

5. $\frac{1}{2}+\frac{4}{13}+7\frac{9}{40}+8\frac{14}{39}+7\frac{1}{4}+8\frac{3}{10}+4\frac{1}{12}-36\frac{1}{40}$

6. $(8\frac{5}{18}+1\frac{10}{27}+17\frac{11}{36}+40)-(30\frac{13}{40}+11\frac{11}{20})$

7. $(172\frac{19}{78}+93\frac{14}{117})+(172\frac{19}{78}-93\frac{14}{117})$

8. $(172\frac{19}{78}+93\frac{14}{117})-(172\frac{19}{78}-93\frac{14}{117})$

9. $(\frac{3}{13}-\frac{2}{39})+(\frac{5}{78}+\frac{7}{156})$

10. $\frac{4}{9}-\frac{3}{11}-2\frac{3}{4}+3\frac{2}{3}+7\frac{7}{12}-1\frac{3}{5}-\frac{3}{22}$

11. $\frac{3}{10}-\frac{7}{100}-\frac{9}{1000}-\frac{5}{10000}$

12. $9\frac{5}{8}-7-\frac{3}{4}-\frac{5}{6}$

13. $5\frac{2}{3}+8\frac{3}{4}-1\frac{3}{5}-4\frac{7}{9}$

14. $6\frac{3}{4}-5\frac{2}{3}+4\frac{2}{5}-4\frac{5}{12}$

15. $14\frac{7}{18}+9\frac{3}{5}-6\frac{3}{4}-12\frac{4}{5}-3\frac{3}{5}$

16. $20\frac{2}{3}-2\frac{5}{8}-9\frac{5}{9}+10\frac{3}{10}-14\frac{7}{18}$

分數之乘法

73. 以整數乘分數　將整數乘分子、以所得之積,書於原分母之上爲新分子、其可約者先約之。

如 $\frac{3}{4}\times 6=\frac{3\times \overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{2}{\cancel{4}}}=\frac{9}{2}=4\frac{1}{2}$

74. 以分數乘整數　其法與整數乘分數同、惟命意有異耳。

如每碼半元(卽$\$\frac{1}{2}$)之布.七碼卽七倍其價.此以整數乘分數也、

又如每碼七元之布.半碼卽半其價.此以分數乘整數也.

然$\$7\times\frac{1}{2}=\$\frac{1}{2}\times 7$;因同等於$\$3\frac{1}{2}$也.

問題十七

求下數之積

1. $\frac{3}{4}\times 2$　　4. $15\times\frac{3}{3}$

2. $\frac{3}{4}\times 9$　　5. $\frac{9}{21}\times 7$

3. $10\times\frac{2}{5}$　　6. $16\times\frac{5}{8}$

7. $\frac{5}{8}\times 2$

8. $\frac{2}{15}\times 5$

9. $27\times\frac{5}{9}$

10. $\frac{13}{20}\times 2$

11. $\frac{13}{20}\times 3$

12. $\frac{13}{20}\times 4$

13. $450\times\frac{7}{10}$

14. $\frac{6}{100}\times 1000$

15. $\frac{9}{50}\times 210$

16. $\frac{12}{25}\times 90$

17. $\frac{5}{7}\times 434$

18. 468之$\frac{11}{9}$

19. $\frac{12}{11}$之三十倍

20. $100\times\frac{16}{15}$

21. $\frac{25}{12}$之五十四倍

22. 48之$\frac{21}{32}$

23. $72\times\frac{19}{16}$

24. $\frac{15}{32}\times 128$

25. 若每册書値銀八分兩之三.問17册共値若干

26. 火車速率每分鐘行六分里之五.問 132 分鐘時能行若干遠.

27. 黑呢每碼銀七錢二分.問一碼之$\frac{5}{8}$値銀若干.

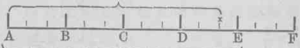
28. 紡綢每尺銀九角六分.問十寸五分.値銀若干.

75. 以分數乘分數 法將各分母相乘之積爲新分母、各分子相乘之積爲新分子、其可約者先約之.

〔例題一〕 問 $\frac{4}{5}$ 之 $\frac{2}{3}$ 爲若干.

〔解法〕 今繪圖以明之.將一線均分爲五.如 A B, B C. 等段.

AE 之 $\frac{2}{3}$ = 全線之 $\frac{8}{15}$



全線之 $\frac{4}{5}$

每段等於全線之 $\frac{1}{5}$. 自A至E. 爲 $\frac{1}{5}$ 之四倍,故爲 $\frac{4}{5}$. 次將每段復分爲三.於是全線分爲十五小段.而每小段祇爲全線之 $\frac{1}{15}$, 即 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$ 也.

如是 $\frac{1}{3}\times\frac{4}{5}$ 必爲 $\frac{1}{15}$ 之四倍 卽 $\frac{1}{15}\times\frac{4}{1}=\frac{4}{15}$.

而 $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$ 必爲 $\frac{4}{15}$ 之二倍 卽 $\frac{4}{15}\times2=\frac{8}{15}$ (卽自 A 至X).

$\therefore \frac{4}{5}$ 之 $\frac{2}{3}=\frac{4\times2}{5\times3}=\frac{8}{15}$

〔例題二〕 $\frac{13}{15}\times\frac{45}{91}=$?

〔演算〕 $\frac{\cancel{13}}{\cancel{15}}\times\frac{\overset{3}{\cancel{45}}}{\underset{7}{\cancel{91}}}=\frac{3}{7}$

問 題 十 八

求以下諸積.

1. $\frac{5}{8}\times\frac{24}{25}$

2. $\frac{3}{8}\times\frac{16}{21}$

3. $\frac{7}{8}\times\frac{32}{35}$

4. $\frac{9}{16}\times\frac{4}{9}$

5. $\frac{7}{16}\times\frac{5}{7}$

6. $\frac{5}{16}\times\frac{32}{45}$

7. $\frac{13}{16}\times\frac{2}{3}$

8. $\frac{15}{16}\times\frac{2}{5}$

9. $\frac{7}{12}\times\frac{4}{9}$

10. $\frac{5}{12}\times\frac{3}{5}$

11. $\frac{11}{12}\times\frac{4}{5}$

12. $\frac{11}{16}\times\frac{4}{11}$

13. $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}$

14. $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$

15. $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$

16. $\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{8}$

17. $\frac{3}{4}\times\frac{3}{8}\times\frac{4}{5}$

18. $\frac{5}{8}\times\frac{7}{8}\times\frac{3}{8}$

19. 一畝之$\frac{3}{8}$之$\frac{5}{8}$爲幾何.

20. 一刻鐘之$\frac{2}{3}$,爲一點鐘幾分之幾.

21. 方田之四周藩籬,共長$\frac{7}{8}$.里問每邊長若干里.

22. 某村距鎮$\frac{5}{11}$里.若自村至鎮,已行過全路之$\frac{5}{16}$問

距鎮尚有若干里.

23. 火車自甲站至乙站,需時三刻鐘.問行全路之 $\frac{3}{5}$, 需時一點鐘幾分之幾.

24. 布一疋售 $\$\frac{5}{8}$.問 $\frac{4}{5}$ 疋之價若干. $\frac{3}{5}$ 疋之價若干.

25. 某公司之股東,認股九分之五.今取其所有之 $\frac{3}{5}$ 售之.問所售之股,爲全公司之若干份.

26. 時計之分針(卽長針)達 40 分鐘時.轉全盤之 $\frac{2}{3}$.問 32 分鐘時轉過若干.

27. 55 分鐘時,分針轉過全盤之 $\frac{11}{12}$.問 33 分鐘時轉過若干.

28. 自行車之前輪每轉一周,車進前 $\frac{5}{6}$ 碼.問輪旋 $\frac{3}{4}$ 周時.車進若干.

76. 以整數乘帶分數

法以整數分乘帶分數之整數部與分數部,而取兩積之和.

〔例題〕 試以 9 乘 $7\frac{1}{8}$.

〔演算〕

$$\begin{array}{r} 7\frac{1}{8} \\ 9 \\ \hline 63 \\ 1\frac{1}{8} \\ \hline 64\frac{1}{8} \end{array}$$

77. 以帶分數(或分數)乘帶分數

法將帶分數化爲假分數.而依第75節之法乘之。

〔例題一〕　以$9\frac{3}{4}$乘$2\frac{1}{3}$　　〔例題二〕　以$2\frac{1}{3}$乘$\frac{6}{7}$

$$\left.\begin{aligned} 9\tfrac{3}{4} &= \tfrac{39}{4} \\ 2\tfrac{1}{3} &= \tfrac{7}{3} \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{\overset{13}{\cancel{39}}}{4}\times\frac{7}{\cancel{3}}=\frac{91}{4}=22\tfrac{3}{4}$$

$$2\tfrac{1}{3} = \tfrac{7}{3}$$

$$\frac{\cancel{7}}{\cancel{3}}\times\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\cancel{7}}=\frac{2}{1}=2$$

問題十九

求以下之諸積.

1. $9\times6\frac{5}{6}$	9. $\frac{3}{7}\times2\frac{1}{10}$
2. $19\times5\frac{1}{4}$	10. $2\frac{2}{5}\times2\frac{1}{2}$
3. $10\times15\frac{1}{2}$	11. $4\frac{4}{5}\times2\frac{1}{7}$
4. $12\times2\frac{3}{4}$	12. $4\frac{5}{6}\times9\frac{1}{3}$
5. $19\times1\frac{1}{19}$	13. $1\frac{2}{3}\times4\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}$
6. $32\times22\frac{2}{9}$	14. $\frac{11}{12}\times5\frac{1}{3}\times4\frac{1}{8}\times\frac{7}{22}\times5$
7. $41\times9\frac{1}{6}$	15. $12\frac{1}{2}\times\frac{8}{15}\times16\frac{2}{3}\times\frac{9}{50}$
8. $19\times6\frac{2}{13}$	16. $5\frac{3}{4}\times8\frac{2}{5}$

17. $2\frac{8}{23}\times1\frac{32}{63}\times\frac{7}{180}\times2\frac{4}{19}$　*18.* $3\frac{1}{9}\times2\frac{5}{36}\times1\frac{5}{22}\times\frac{18}{35}$

19. 花緞每尺,值$\$2\frac{1}{4}$.問9尺之值若干.

20. 四方形每邊長$26\frac{3}{16}$寸.問周長若干.

21. 書賈售書16册.每册定價$\$3\frac{3}{4}$.問書共值若干.

22. 英制一桿.長$16\frac{1}{2}$呎.問26桿爲若干呎.

23. 若汽車速率爲每秒$1\frac{3}{8}$里.問七秒鐘能行若干里.

24. 甲乙丙三鎮.甲距乙$1\frac{3}{4}$里.丙距甲爲甲乙距離之三十五倍.問甲丙之距離若干.

25. 房租每月銀$66\frac{2}{3}$圓.問六個月半之租銀若干.

26. 火車每點鐘行$48\frac{3}{4}$里、問$2\frac{1}{3}$點鐘能行若干里.

27. 印墨紙每張厚$\frac{3}{64}$寸.問$2\frac{2}{3}$打紙疊起時高若干.

28. 如算術書每册厚$1\frac{1}{8}$寸.而文法書每册厚$\frac{15}{16}$寸.問算術二册與文法八册疊起時.應高若干.

分數之除法

78. 除爲乘之逆算。故取前五節諸例反之、卽得下法。

(一) 若除數爲整數。則將整數乘分母以除分子、其可約者先約之.

(二)　若除數爲分數,則顚倒其分子分母,以乘被除數。

(三)　法實之爲帶分數者,當先化成假分數,後依(一)(二)法演之。(惟法爲整數實爲帶分數者,不在此例。)

〔例一〕

$$\frac{15}{16}\div 6=\frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{16\times\underset{2}{\cancel{6}}}=\frac{5}{32}$$

〔例二〕

$$15\times\frac{3}{5}=15\times\frac{5}{3}=\frac{\overset{5}{\cancel{15}}\times 5}{\cancel{3}}=25$$

〔例三〕

$$\frac{5}{8}\div\frac{5}{6}=\frac{\cancel{5}}{\underset{4}{\cancel{8}}}\times\frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{5}}=\frac{3}{4}$$

〔例四〕

$$17\tfrac{1}{2}\div 3\tfrac{1}{4}=\frac{35}{2}\div\frac{13}{4}=\frac{35}{\cancel{2}}\times\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{13}=\frac{70}{13}=5\tfrac{5}{13}$$

〔例五〕

$$177\tfrac{1}{2}\div 5=35+2\tfrac{1}{4}\div 5=35+\left(\frac{\cancel{5}}{2}\times\frac{1}{\cancel{5}}\right)=35+\frac{1}{2}=35\tfrac{1}{2}$$

或

$$\begin{array}{r} 5)\,177\tfrac{1}{2} \\ \hline 35\tfrac{1}{2} \end{array}$$

問題二十

求以下諸商.

1. $\frac{24}{35}\div 6$

2. $\frac{10}{11}\div 5$

3. $\frac{3}{7}\div 8$

4. $18\frac{2}{3}\div 7$

5. $\frac{5}{8}\div\frac{3}{4}$

6. $\frac{12}{16}\div\frac{5}{8}$

7. $1\frac{3}{4}\div 3\frac{1}{3}$

8. $5\frac{1}{5}\div 4\frac{2}{3}$

9. $8\frac{2}{9}\div 4\frac{1}{9}$

10. $7\frac{1}{5}\div 4\frac{2}{7}$

11. $6\frac{3}{4}\div 9\frac{1}{2}$

12. $8\frac{2}{3}\div 4\frac{2}{3}$

13. $3\frac{5}{9}\div\frac{17}{27}$

14. $4\frac{3}{7}\div 6\frac{8}{9}$

15. $5\div 4\frac{2}{7}$

16. $4\frac{2}{3}\div\frac{7}{8}$

17. $8\frac{3}{5}\div 6\frac{1}{7}$

18. $8\frac{4}{5}\div 1\frac{1}{10}$

19. $100\div 6\frac{2}{3}$

20. $\frac{14}{15}\div\frac{12}{25}$

21. $3\frac{1}{3}\div 5$

22. $1000\div 33\frac{1}{3}$

23. $1000\div 37\frac{1}{2}$

24. $7\frac{1}{7}\div 6\frac{1}{4}$

25. $\frac{1}{9}\div\frac{1}{11}$

26. $6\frac{2}{5}\div 32$

27. $3\frac{1}{7}\div 3\frac{3}{7}$

28. $1\frac{7}{15}\div\frac{11}{25}$

29. $11\frac{1}{5}\div\frac{8}{9}$

30. $100\div83\frac{1}{3}$

31. $50\div16\frac{2}{3}$

32. $\frac{15}{22}\div1\frac{1}{2}$

33. $1\frac{13}{38}\div1\frac{2}{19}$

34. $20\frac{1}{4}\div5$

35. $16\frac{2}{3}\div\frac{4}{9}$

36. $22\frac{2}{9}\div16\frac{2}{3}$

37. 書九册值銀$6\frac{3}{4}$圓.問每册價銀若干.

38. 布17疋售銀$20\frac{2}{5}$圓.問每疋售銀若干.

39. 紙每張厚$\frac{1}{16}$寸.問製$1\frac{1}{8}$寸厚之紙墊,需紙幾層.

40. 車行一尺.輪旋$\frac{1}{12}$次.問輪轉$17\frac{3}{4}$次時.車行幾尺.

79. 由一數之幾分之幾以求全數

〔例題〕 若$\frac{3}{4}$包之麵粉售洋三圓.問$\frac{1}{4}$包售洋若干.

又問全包售洋若干.

〔演算〕 $\frac{3}{4}$包之價=\$3.00

$\therefore\frac{1}{4}$(卽$\frac{3}{4}$之$\frac{1}{3}$)包之價=\$1.00

$\therefore$ 1(卽$\frac{4}{4}$卽$\frac{1}{4}$之四倍)包之價 $=\$4.00$

$\therefore$ 全包之價 $=\$3.00\times\frac{4}{3}$

故曰、欲由幾分之幾以求全數、可將表該分之分數、顚倒而乘之。

問題二十一

1. 煤$\frac{5}{6}$噸價銀十五兩.問一噸之價若干.

2. 問25爲何數之$\frac{5}{6}$.

3. 布疋之$\frac{4}{15}$爲$6\frac{2}{3}$碼.問全疋長若干.

4. 若$\frac{3}{7}$畝地價銀32圓.問一畝値銀若干.

5. 問$21\frac{2}{3}$爲何數之$\frac{13}{17}$.

6. 問$6\frac{2}{9}$爲何數之$\frac{14}{27}$.

7. 問$2\frac{13}{22}$爲何數之$\frac{19}{11}$.

8. 若$\frac{5}{7}$擔石子.售銀十五角.問每擔之價若干.又問$7\frac{1}{3}$擔售銀若干.

9. 若$\frac{4}{11}$筐之梨.售錢四百四十文.問12筐售錢若干.

10. 問125較何數多四分之一.

11. 問 132 較何數少四分之一.

12. 某數之 $\frac{3}{4}$ 之 $\frac{2}{9}$ 之 $\frac{6}{7}$ 爲 $12\frac{5}{7}$. 求該數.

13. 某股東之股份,爲某公司之 $\frac{1}{3}$.今將其所有之 $\frac{3}{4}$ 售銀 1200 兩.問公司之資本共若干.

14. 60 爲某數之 $\frac{3}{7}$ 之 $\frac{1}{3}$ 之 $\frac{7}{4}$. 求該數.

80. 求一數爲他數之幾分之幾

〔例題一〕 問 3 爲 4 之幾分之幾.

〔演算〕 $1=4$ 之 $\frac{1}{4}$

$3=3\times1=4$ 之 $\frac{1}{4}$ 之 3 倍

$\therefore 3=4$ 之 $\frac{3}{4}$. (即 $3\div4$)

〔例題二〕 問 $\frac{3}{7}$ 爲 $\frac{3}{2}$ 之幾分之幾.

〔演算〕 $1=\frac{3}{2}$ 之 $\frac{2}{3}$

$\therefore \frac{1}{7}=(\frac{3}{2}\times\frac{2}{3})$ 之 $\frac{1}{7}$

$\frac{3}{7}=(\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{7})$ 之 3 倍

$=(\frac{3}{2}\times\frac{2}{3})$ 之 $\frac{3}{7}=(\frac{3}{2})\times\frac{2}{7}$

$\therefore \frac{3}{7}$ 爲 $\frac{3}{2}$ 之 $\frac{2}{7}$ (即 $\frac{3}{7}\div\frac{3}{2}$)

故曰,欲求甲數爲乙數之何分,則以乙除甲,即得.

問題二十二

下列諸題中問第一數爲第二數之何分

1. 3, 8	*10.* $2\frac{3}{4}$、$1\frac{1}{4}$
2. 8, 3	*11.* $7\frac{1}{8}$, $2\frac{1}{3}$
3. 7, 9	*12.* $2\frac{1}{8}$, $7\frac{1}{3}$
4. 9, 7	*13.* $8\frac{1}{7}$, $3\frac{1}{3}$
5. 12, 8	*14.* \$$1\frac{1}{2}$, \$2
6. 8, 12	*15.* \$5, \$$2\frac{1}{3}$
7. $\frac{3}{5}$, $2\frac{1}{5}$	*16.* \$$\frac{1}{4}$, \$$\frac{3}{4}$
8. $2\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$	*17.* \$$\frac{3}{8}$, \$$\frac{5}{4}$
9. $1\frac{1}{4}$, $2\frac{3}{4}$	*18.* \$$\frac{1}{8}$, \$$2\frac{3}{4}$

繁分數

81. 繁分數化簡之法　取分母之倒數、以乘分子。

〔例一〕 $\dfrac{2\frac{5}{6}}{4\frac{6}{7}}=\dfrac{17}{6}\div\dfrac{34}{7}=\dfrac{\cancel{17}}{6}\times\dfrac{7}{\underset{2}{\cancel{34}}}=\dfrac{7}{12}$

〔例二〕 $\dfrac{4\frac{7}{9}-3\frac{1}{2}-2\frac{1}{3}+1\frac{7}{18}}{3\frac{5}{9}-2\frac{2}{3}+2\frac{1}{2}-\frac{7}{18}}=\dfrac{\frac{43}{9}-\frac{7}{2}-\frac{7}{3}+\frac{25}{18}}{\frac{32}{9}-\frac{8}{3}+\frac{5}{2}-\frac{7}{18}}$

分母分子各項之最小公分母爲18,通分而並乘之,得下式.

$$\frac{86-63-42+25}{64-48+45-7}=\frac{6}{54}=\frac{1}{9}.$$

〔例 三〕 $\dfrac{6\frac{3}{4}-1\frac{8}{9}}{\frac{7}{12}\times1\frac{2}{3}}=\dfrac{\frac{27}{4}-\frac{17}{9}}{\frac{7}{12}\times\frac{5}{3}}=\dfrac{\frac{243-68}{36}}{\frac{35}{36}}=\dfrac{175}{35}=5.$

問 題 二 十 三

取下分數簡單之.

1. $\dfrac{2\frac{3}{11}}{3\frac{3}{4}}$

2. $\dfrac{3}{7\frac{1}{5}}$

3. $\dfrac{17\frac{1}{7}}{13\frac{1}{3}}$

4. $\dfrac{\frac{5}{9}}{8\frac{1}{3}}$

5. $\dfrac{5\frac{1}{2}}{8}$

6. $\dfrac{1\frac{4}{5}\text{之}3\frac{1}{2}}{4\frac{1}{5}\text{之}\frac{2}{10}}$

7. $\dfrac{2\frac{1}{2}-1\frac{5}{9}}{1\frac{5}{6}-1\frac{5}{8}}$

8. $\dfrac{10\frac{2}{5}-1\frac{5}{7}}{7\frac{1}{8}-3\frac{3}{40}}$

9. $\dfrac{\frac{3}{7}\times2\frac{1}{17}}{1\frac{2}{3}\div2\frac{3}{7}}$

10. $\dfrac{6\frac{3}{4}-1\frac{5}{14}}{2\frac{1}{5}+1\frac{3}{7}}$

11. $\dfrac{5\frac{4}{5}+2\frac{3}{7}}{4\frac{2}{3}-3\frac{1}{13}}$

12. $\dfrac{8\frac{3}{4}}{14}-\dfrac{\frac{2}{5}}{1\frac{1}{7}}$

13. $\dfrac{3\frac{3}{7}}{11\frac{1}{4}}之\dfrac{3\frac{3}{8}}{2\frac{2}{5}}$

14. $\dfrac{5\frac{8}{9}-4\frac{11}{12}}{5\frac{3}{8}-2\frac{17}{18}}$

15. $\dfrac{2\frac{3}{4}+2\frac{7}{8}}{4\frac{3}{4}-3\frac{1}{7}}$

16. $\dfrac{2\frac{3}{5}\times\frac{9}{11}}{3\frac{5}{7}\div4\frac{1}{8}}$

17. $\dfrac{\frac{17}{20}+\frac{11}{15}+\frac{7}{10}+\frac{4}{5}}{\frac{17}{20}-\frac{11}{15}+\frac{7}{10}-\frac{4}{5}}$

18. $\dfrac{4\frac{1}{7}-2\frac{1}{4}}{6\frac{1}{2}-2\frac{1}{7}}$

19. $\dfrac{2\frac{27}{40}-4\frac{4}{7}+3\frac{1}{8}}{5\frac{6}{7}-4\frac{7}{8}+\frac{2}{5}}$

20. $\dfrac{1\frac{1}{4}\times1\frac{2}{7}+\frac{1}{3}之2\frac{1}{4}-\frac{13}{28}+2}{\frac{13}{28}之2+\frac{1}{3}之2\frac{1}{4}-1\frac{1}{4}+1\frac{2}{8}}$

21. $2\frac{1}{4}\times\dfrac{10\frac{3}{4}-4\frac{11}{12}}{6\frac{3}{16}+7\frac{1}{3}}\times\dfrac{3\frac{5}{11}}{1\frac{2}{5}\times9\frac{1}{11}}$

22. $\dfrac{8\frac{7}{8}-7\frac{6}{7}+5\frac{5}{6}-4\frac{4}{5}}{9\frac{9}{10}-8\frac{13}{15}+7\frac{7}{8}-6\frac{6}{7}}$

23. $\dfrac{\frac{1}{7}}{8}\times\dfrac{\frac{8}{7}}{9\frac{1}{2}}\times\dfrac{7\frac{1}{9}}{\frac{8}{9}}\times\dfrac{4\frac{3}{4}}{7\frac{3}{14}}\times\dfrac{3}{27}\times1\frac{1}{8}$

24. $\dfrac{27}{37\frac{4}{5}}\times\dfrac{87\frac{2}{9}}{98\frac{1}{8}}\times\dfrac{\frac{7}{8}}{2\frac{1}{2}}\times\dfrac{89\frac{5}{11}}{128}$

25. $\dfrac{4\frac{1}{17}}{6\frac{1}{19}}\times\dfrac{170}{399}\div\dfrac{12\frac{2}{3}}{7\frac{7}{9}}$

26. $\left(1-\dfrac{426}{697}+\dfrac{2\frac{1}{2}}{8\frac{1}{2}}\right)\div\dfrac{3\frac{1}{3}}{5\frac{1}{5}}$

27. $\dfrac{\frac{1}{6}之1\frac{13}{16}+1\frac{1}{6}之6\frac{1}{4}-1\frac{1}{3}之5\frac{4}{9}}{\frac{1}{6}\times2\frac{5}{6}\times5\frac{2}{5}}$

28. $\dfrac{\frac{37}{66}\times\frac{51}{111}\times\frac{152}{176}\times\frac{153}{171}}{5\frac{1}{2}}$

29. $\dfrac{\frac{3}{11}\times9\frac{3}{13}\times3\frac{1}{7}\times9\frac{1}{10}}{\frac{4}{17}\times3\frac{9}{19}\times12\frac{1}{7}\times2\frac{10}{33}\times\frac{7}{28}}$

30. $\dfrac{2\frac{3}{4}\times7\frac{7}{11}}{\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times18\frac{3}{5}}$

第四章

小數

82. 小數與分數之別 〔小數〕 Decimals or Decimal Fractions 亦分數之一種,惟其分母恆爲10或10之十進倍數,故記數時祇記分子而不書分母。其整數與小數之間以點隔之。

如 $1\frac{1}{10}$ 書作 1.1; $\frac{1}{4}$ (即 $\frac{25}{100}$) 書作 0.25 是也。

83. 小數之定理

(一) 小數分母之大小,視點後之位數而定。

如 0.5 爲 $\frac{5}{10}$

5.25 爲 $\frac{25}{100}$

0.125 爲 $\frac{125}{1000}$

餘類推。

(二) 小數之後,可任意加圈,不變其値。

如 0.5=0.50=0.500 等.

因 $\frac{5}{10}=\frac{50}{100}=\frac{500}{1000}$ 等故也.

(三) 任何小數、可以加圈於後、使成相似小數.(相似小數,即同分母之小數.)

如 0.4 與 0.72 兩小數之分母.一爲 10 而一爲 100.若將 0.4 改成 0.40, 則與 0.72 相似矣.

小數之加減乘除

84. 小數之四基法、一如整數.所當特別注意者、惟小數點之位置耳.今條列之.如下、

(一) 各數加減時.其小數點須同一直行.

如 $\left.\begin{array}{r}5.25\\10.025\end{array}\right\}$ 相加 $\quad \left.\begin{array}{r}10.025\\5.25\end{array}\right\}$ 相減

$$\begin{array}{r}5.25\\10.025\\\hline 15.275\end{array}\qquad\qquad\begin{array}{r}10.025\\5.25\\\hline 4.775\end{array}$$

(二) 乘積之小數位數.等於法與實小數位數之和.

如 (1) (2)

$$\begin{array}{r}1.255\\0.75\\\hline 6275\\8785\ \\\hline 0.94125\end{array}\qquad\qquad\begin{array}{r}0.069\\0.07\\\hline 0.00483\end{array}$$

以上二例.實之小數,俱有三位.法之小數,俱有二

位. $2+3=5$; 故積之小數有五位.惟第二例之數字,祇佔三位.故必加兩圈於前,以補足小數之位數.

(三) <u>商之小數位數,等於實之小數位數,減法之小數位數</u>。

如　1.2) 17.28 (14.4

$$
\begin{array}{r}
12 \\
\hline
52 \\
48 \\
\hline
48 \\
48 \\
\hline
\end{array}
$$

上例實之小數有二位.法之小數有一位.

$2-1=1$; 故商之小數有一位.

注意一　除之便法:將法實之小數點同時移右,使法數先成整數,然後以之除實.

如　$17.28\div1.2=172.8\div12$

$$
\begin{array}{r@{\,}r}
 & 14.4 \\
\cline{2-2}
12) & 172.8 \\
 & 12 \\
\cline{2-2}
 & 52 \\
 & 48 \\
\cline{2-2}
 & 48 \\
 & 48 \\
\cline{2-2}
\end{array}
$$

注意二 若爲除不盡之數、則可任意加圈於實數小數之後、以求略近之商。

如 $5.273 \div 0.24 = 527.3 \div 24$

```
       21.9708+
    ___________
 24)527.3000
    48
    --
     47
     24
     --
     233
     216
     ---
      170
      168
      ---
        200
        192
        ---
          8 (餘數)
```

85. 小數之應用 小數以十進。故凡度量衡幣之以十進者、恆以小數演之。今舉數例如下、

	1000	100	10	1	·1	·01	·001
度	粁	粨	籵	粎	粉	糎	粍
衡	兛	兡	兙	克	兝	兣	兞
量	十石	石	斗	升	合	勺	撮
幣	千兩	百兩	十兩	兩	錢	分	釐

問題二十四

求下諸數.

1. $0.234+14.3812+0.01+32.47+0.00075$
2. $232.15+3.225+21+0.0001+34.005+0.001304$
3. $14.94+0.00857+1.5+5607.25+530+0.0057$
4. $0.08+165+1.327+0.0003+2760.1+9$
5. $213.5-1.8125$
6. $0.0516-0.0094187$
7. $603-0.6584003$
8. $17.5-13.0046$
9. 0.0046×7.85
10. 0.00846×0.00324
11. 0.314×0.0021
12. 0.009×0.00846
13. $30.26\div89; 302.6\div8.9; 3.026\div890$
14. $18.53\div10.9; 1.853\div109; 185.3\div1.09$
15. $10.22\div280; 1.022\div2.8; 1022\div0.28$
16. $20.387\div703; 2.0387\div0.703; 0.020387\div7.03$
17. $0.08571\div25.603$(至小數點後四位爲止)
18. $4.6513\div596.8$ (至小數點後四位爲止)
19. $28.294\div21.37$ (至小數點後四位爲止)
20. $2.6576\div72.81$ (至小數點後四位爲止)
21. $\dfrac{7.2\times8.4}{5.6}$

22. $\frac{0.085}{0.34\times1.25}$

23. 三角形之邊.為4.86粉,5.52粉及3.61粉.問三邊之共長.尚不及1.4粎者若干.

24. 某甲原有銀百兩.第一日用去14.2兩,第二日17.4兩,第三日3.5兩,若謂所餘者約65兩,問與確實之剩餘.相差若干.

25. 今有米桶三隻.甲桶可容4斗6升4合.乙桶5斗零2合.丙桶6斗7升.今合三桶計之.或言16斗3升.或言16斗4升.問二數之與確數,相差孰近.幷問所差幾何.

26. 今有一10粉之正方形.與一10.1粉長9.9粉闊之長方形.問二者之面積孰大.相差若干.

27. 圓之周為其徑之3.1416倍有奇.問28粎徑之車輪.周為若干. 又問49.6粎周之車輪.徑為若干.

28. 水銀比水重13.5倍.若一立方粍水重一克.問3780克之水銀.當佔若干立方粉.

小數與分數之化分

86. 化小數為分數法　將小數部去點作為分子,而以小數之分母為分母,可約則約之。(小數之分母,即 10 或 10 之十進倍數,其圈數與小數之位數同。)

〔例一〕　$0.527=\frac{5}{10}+\frac{2}{100}+\frac{7}{1000}=\frac{500+20+7}{1000}=\frac{527}{1000}$

〔例二〕　$18.375=18\frac{375}{1000}=18\frac{15}{40}=18\frac{3}{8}$

問題二十五

試化下數為分數(或帶分數).

1. 0.125	*8.* 35.01024	*15.* 8.00725
2. 0.625	*9.* 7.015625	*16.* 20.018375
3. 0.675	*10.* 20.100256	*17.* 125.6048
4. 10.864	*11.* 10.012575	*18.* 0.128
5. 50.84	*12.* 104.235	*19.* 0.73125
6. 3.00025	*13.* 50.0004	*20.* 1.1875
7. 8.1075	*14.* 100.001	*21.* 0.603125

87. 化分數爲小數法 <u>以分數之分母除其分子。</u>

〔例 題〕 試化$\frac{5}{8}$爲小數.

$$
\begin{array}{r}
5 \\
\hline
8)5.000(0.625 \\
48 \\
\hline
20 \\
16 \\
\hline
40 \\
40 \\
\hline
\end{array}
$$

$\therefore \frac{5}{8}=0.625$

問 題 二 十 六

試化下數爲小數.

1. $\frac{7}{8}$
2. $\frac{15}{16}$
3. $\frac{9}{32}$
4. $\frac{9}{25}$
5. $\frac{5}{64}$
6. $4\frac{11}{800}$
7. $5\frac{5}{32000}$
8. $9\frac{123}{25000}$
9. $11\frac{19}{4000}$
10. $\frac{9}{125}$
11. $\frac{17}{4000}$
12. $\frac{119}{128}$
13. $\frac{13}{625}$
14. $\frac{11}{256}$
15. $\frac{3}{160}$
16. $\frac{124}{16}$
17. $\frac{2}{3}\times1\frac{4}{5}$
18. $\frac{3}{4}\times\frac{5}{8}\times\frac{7}{10}$
19. $3\frac{3}{5}\times4\frac{1}{9}$
20. $\frac{29}{32}\times\frac{49}{64}$

循環小數

88*. 分數化成最低項時。若其分母之質因數,僅爲 2 或 5、則化成小數時爲能盡之小數。否則爲不盡之小數。

如 $\frac{3}{11}$ 化成小數時,爲 0.272727……;無論除至何位,必有奇零.若爲 $\frac{1}{50}$ (即 $\frac{1}{2\times5\times5}$) 則化小數時適爲 0.02 而無餘數。

89*. **循環小數**　不盡之小數。若將其點後各位之數、一一寫出。必有相同之項 (或一數或幾數)、循環出現。若是者謂之〔循環小數〕Recurring Decimals。

如 $\frac{3}{11}$ =0.272727……; 27 二數循環無已.

90*. **純循環小數與混循環小數**　小數之全部循環者、謂之〔純循環小數〕。其祇有一部份循環者、謂之〔混循環小數〕。

如 $\frac{8}{11}$ =0.727272……自第一位起即循環.故曰純循環小數. $\frac{29}{88}$ =0.329545454…… 隔三位始循環.故曰混循環小數.

91.* **循環之符號**　循環小數之記法,將點冠於循環部首尾之上。

如 0.3333……書作 $0.\dot{3}$

0.5454……書作 $0.\dot{5}\dot{4}$

0.369584584……書作 $0.369\dot{5}8\dot{4}$ 之類

化分數爲循環小數

92.* 〔例題一〕 試化 $\frac{6}{7}$ 爲小數.

〔演算〕 $\frac{6}{7}$ 之分母爲質數.而非 2 與 5.故小數必爲循環.以 7 除 6 (見前 87 節).得下式.

$$7\,\underline{)\,6.000000}$$
$$0.857142+\ \text{餘數}\ 6$$

餘數與前數同.再除之.其商必仍爲 857142,循至無窮.故循環部爲 857142.而小數可書作 $0.\dot{8}5714\dot{2}$.

〔例題二〕 試化 $12\frac{15}{27}$ 爲小數.

〔演算〕 先舉分數部化之.

```
      0.53571428
28)15.00000000
   140
   ---
   100
    84
   ---
   160*
   140
   ---
    200
    196
    ---
      40
      28
     ---
     120
     112
     ---
       80
       56
      ---
      240
      224
      ---
       16 (餘數)
```

餘數16.已見於前(即*處).則571428必爲循環部.無庸復除矣.故 $12\frac{15}{28}=12.5\dot{3}57142\dot{8}$

〔注意一〕若分母含2或5爲因數.則小數不循環部之位數.等於其因數之方次數.如本題分母 $28=4\times7=2^2\times7$；故循環部前之小數有二位.

〔注意二〕第一次除後之餘數100與法數28.以4約之.得 $\frac{100}{28}=\frac{25}{7}$.故除法可簡之如下.

```
             0.5
4)28)  15.0
  ---  14.0
   7  ------
     4)1.00
     ------
   7)  .25000000
       ---------
       .0̇357142̇8 }
       .5         } 相加
       ---------
       .5̇357142̇8
```

問題二十七*

試化下數爲小數.

1. $\frac{5}{9}$	5. $3\frac{17}{48}$	9. $9\frac{11}{102}$	13. $\frac{13}{33}$
2. $\frac{5}{11}$	6. $2\frac{5}{37}$	10. $11\frac{4}{35}$	14. $\frac{37}{70}$
3. $3\frac{5}{12}$	7. $\frac{3}{3700}$	11. $\frac{15}{86}$	15. $2\frac{58}{255}$
4. $\frac{11}{60}$	8. $11\frac{11}{84}$	12. $\frac{8}{21}$	16. $5\frac{6}{25}$

17. 問 $\frac{117}{5^7\times 2^3}$ 化成之小數.應有幾位循環乎否乎.

18. 問 $\frac{119}{2^5\times 13}$ 化成小數時.其不循環部有幾位.

19. 問 $\frac{57}{5^2\times 7}$ 化成小數時.其不循環部有幾位.

化循環小數爲分數

93.* 〔例題一〕 試化 $0.\dot{2}\dot{7}$ 爲分數.

〔演算〕 由 $100\times 0.\dot{2}\dot{7}$ 卽 $27.2727\cdots\cdots$

減 $1\times 0.\dot{2}\dot{7}$ 卽 $0.272727\cdots\cdots$

餘 $99\times 0.\dot{2}\dot{7}=27$

故 $0.\dot{2}\dot{7}=\frac{27}{99}=\frac{3}{11}$

〔例題二〕試化 $0.5\dot{2}4\dot{3}$ 爲分數

〔演算〕　由　$10,000\times0.5\dot{2}4\dot{3}$ 卽 $5243.243243\cdots\cdots$

減　$10\times0.5\dot{2}4\dot{3}$ 卽　$5.243243\cdots\cdots$

餘　$9990\times0.5\dot{2}4\dot{3}=5243-5$

故　$0.5\dot{2}4\dot{3}=\dfrac{5243-5}{9990}=\dfrac{5238}{9990}=\dfrac{97}{185}$

〔說明〕先取某數乘之,使小數點適在循環部之後,次取另一數乘之,使小數點適在循環部之前,乃以乘數之差除乘積之差,卽得所求之分數,由是得下定例.

循環小數化成分數時。(一)其分子爲全小數減去不循環部之差。(二)其分母爲 9 或 9 之倍數。循環部每多一位、分母多一 9 字。不循環部每多一位、分母後多一圈。(三)約之。

問題二十八*

試化下數爲分數.

1. $0.2\dot{4}\dot{5}$	5. $2.53\dot{0}\dot{6}$	9. $1.41\dot{6}$
2. $0.4\dot{2}\dot{5}$	6. $0.004\dot{2}\dot{6}$	10. $0.5\dot{5}7\dot{5}$
3. $53.00\dot{2}4\dot{3}$	7. $31.2\dot{0}\dot{3}$	11. $2.0\dot{8}\dot{1}$
4. $7.2\dot{0}1\dot{1}$	8. $0.\dot{3}5\dot{1}$	12. $5.12\dot{2}9\dot{7}$

13. $0.35\dot{9}\dot{0}$	*17*. $0.\dot{2}36\dot{8}$	*21*. $5.878\dot{3}$
14. $4.\dot{3}16\dot{2}$	*18*. $1.1\dot{3}\dot{6}$	*22*. $1.\dot{6}\dot{9}40\dot{8}$
15. $0.7\dot{2}8\dot{3}$	*19*. $1.\dot{5}3\dot{1}$	*23*. $0.48\dot{3}2\dot{4}$
16. $5.\dot{1}4285\dot{7}$	*20*. $3.28\dot{9}6\dot{3}$	*24*. $0.00\dot{1}221\dot{3}$

(此節須與後級數章第296節參看.)

第五章

米制（即萬國權度通制）

94. **沿革**〔米制〕Metric System 起於法國、通行歐洲、科學界用之尤廣。其法以十進、世界便之。我國近亦採用、定爲乙種權度、名曰〔萬國權度通制〕。

95. **粎** 長度(界說見後第六章)之單位爲〔粎〕(卽米突尺 Metre)。

註◎ 標準米尺、貯於巴黎、以白金爲之、長約地球子午線四千萬分之一。

96. **竡** 容量(界說見後第六章)之單位爲〔竡〕(卽立特 Liter)、係每邊$\frac{1}{10}$粎之立方體。

97. **克** 重量(界說見後第六章)之單位爲〔克〕(卽克蘭姆 Gram)、乃百度表四溫度時一立方糎水之重量也。

98. **中西命名法** 名詞分別之法、西文以字首、中文以右旁。如下、

數	西文字首	中文右旁	舉 例
千	kilo-(啓羅)	() 千	kilogram = 瓩
百	hekto-(海克脫)	() 百	hektoliter = 竡
十	deka- (特卡)	() 十	dekameter = 籵
一			
十分之一	deci-(特西)	() 分	decimeter = 粉
百分之一	centi- (生的)	() 厘	centigram = 甅
千分之一	milli- (密里)	() 毛	milliliter = 竓

長度

99. 長度米制表

千粎爲粁	= kilometer	(啓羅米突)	(km)
百粎爲粨	= hektometer	(海克脫米突)	(hkm)
十粎爲籵	= dekameter	(特卡米突)	(dkm)
1粎	= meter	(米突)	(m)
$\frac{1}{10}$粎爲粉	= decimeter	(特西米突)	(dm)
$\frac{1}{100}$粎爲糎	= centimeter	(生的米突)	(cm)
$\frac{1}{1000}$粎爲粍	= millimeter	(密里米突)	(mm)

上圖乃一粉(卽十分粎之一)之長也。

註。營造尺一尺 =.32 粎

海關尺一尺 =.358 粎

∴一粎 = 營造尺 3.125 尺

= 海關尺 2.793 尺

100. 化法 米制以十進、故化分之法、祗須移小數之點、或左或右。

如 2475.0 粍 =247.5 糎=24.75 粉 =2.475 粎.

35.25 粁 =35,250 粎 =35,250,000 粍是也.

問題二十九

化下數爲粎.

1. 25 粁	*6*. 237 粉	*11*. 2965 糎
2. 3.7 粁	*7*. 47.5 粉	*12*. 48,750 糎
3. 0.7 粁	*8*. 2.75 粉	*13*. 29,375 粍
4. $62\frac{1}{2}$ 粁	*9*. 725 糎	*14*. 96,400 粍
5. $57\frac{3}{4}$ 粁	*10*. $68\frac{1}{2}$ 糎	*15*. 250,000 粍

定一粎＝營造尺3.125尺.化以下諸數爲粎.

16. 1.5625尺	*19*. 112.5寸	*22*. 7丈
17. 62.5尺	*20*. 93.75寸	*23*. 2.5丈
18. 12.5尺	*21*. 218.75寸	*24*. 3丈

化下數爲營造尺.

25. .32粎	*28*. 96粉	*31*. 288粴
26. 22.4粎	*29*. 16粉	*32*. 25,000粍
27. 12.8粎	*30*. 800粴	*33*. 192粍

定一粁爲1.736里,化下數爲里.

34. .576粁	*36*. 5.184粁	*38*. 4.032粁
35. 3.456粁	*37*. 115.2粁	*39*. 0.2304粁

化下數爲粁

40. 10.417里	*41*. 34.722里	*42*. 6.944里

43. 南京距上海603里.問合粁若干.

44. 法京距比京313粁.問合里若干.

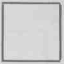
45. 聲之速率.每秒332.4粎.問170秒鐘能行若干里.

46. 光之速率.每秒484,902里.問5秒鐘能行若干粁.

面積

101. 方 〔方〕者、平面形之有四直角四等邊者也。

102. 方粎　面積之單位爲〔方粎〕Square Metre。方粎者、每邊一粎（卽十粉）見方之面積也。故每方粎中共有一百方粉、一方粉中共有一百方糎、其餘皆以百進、可以類推。



103. 面積米制表

1,000,000 方粎爲方粁

10,000 方粎爲方粨

100 方粎爲方料

1　方粎

$\frac{1}{100}$ 方粎爲方粉

$\frac{1}{10000}$ 方粎爲方糎

$\frac{1}{1000000}$ 方粎爲方粍

104. 安　丈地面積之單位爲〔安〕Are。安者、一方料也。

安之表如下.

100 安 = 𥪕(卽 10,000 方米)

1 安 (卽 100 方米)

$\frac{1}{100}$ 安 = 𥪜(卽 1 方米)

註。 一安 =.16276 畝.

問 題 三 十

化下數爲方米.

1. 275 方粁 *4*. 4875 方粨 *7*. 123,450 方粍

2. 3.45 方粁 *5*. 9235 方粨 *8*. 2,250,000 方粍

3. 0.75 方粁 *6*. 64,275 方粨 *9*. 37,375,000 方粍

化下數爲𥪕.

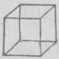
10. 10,000 方米 *12*. 175,000 方米 *14*. 65104 畝

11. 45,000 方米 *13*. 325,500 方米 *15*. 4 畝

16. 問 0.81 𥪕之方田,每邊長若干.

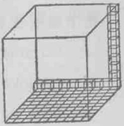
立 積

105. 立方 〔立方〕者、六面等邊形之立體也。



106. 立方米 體積之單位爲〔立方米〕(簡作立米 Cubic Meter)。立米者、每邊一米立方之

體積也。其每面爲一方积。



一立方积可分爲十層、(每層一积方,一粉厚.)一層可分十條、(每條一粉寬,一积長.)一條可分十塊、(每塊係一立方粉.)由是觀之。一立积中有一千立粉、一立粉中有一千立糎、其餘皆以千進、依此類推。

107. 體積米制表

$1,000,000,000$ 立积 $=1$ 立秄

$1,000,000$ 立积 $=1$ 立秳

$1,000$ 立积 $=1$ 立籵

1 立积

$\frac{1}{1,000}$ 立积 $=1$ 立粉

$\frac{1}{1,000,000}$ 立积 $=1$ 立糎

$\frac{1}{1,000,000,000}$ 立积 $=1$ 立秏

108. 司脫 量木時一立积亦名〔司脫〕Ster。

問題三十一

化下數爲立粎.

1*. 725.25 司脫

2. 2,750,000 立粉

3. 4,625,750 立粉

4. 9,125,000 立粉

5. 8,125,000 立糎

6. 9,275,000 立糎

7. 25,325,000,000 立粍

8. 37,250,000,000 立粍

9*. 今有木一堆.高2.5粎,闊1粎.長28.7粎問合司脫若干.

容　量

109. 竔 容量之單位爲〔竔〕(卽立特 Liter)。一竔等於一立粉。列表如下。

100竔爲竡

10竔爲竍

1竔

$\frac{1}{10}$竔爲竕

$\frac{1}{100}$竔爲竰

$\frac{1}{1000}$竔爲竓

註。按一竔合我國0.965747升.或簡作0.966升.

注。意。體積各位,遞以千進。容量各位,遞以十進。

問題三十二

化下數爲竔.

1. 750竡　　3. 92.75竡　　5. 750竕

2. 275竡　　4. 9.375竡　　6. 975竰

化下數爲竔.

7. 28.98升　8. 1.932升　9. 77.28升　10. 0.3864升

化下數爲升.

11. 1.0355竔　　13. 6125竰　　15. 0.0932竡

12. 828.4竕　　14. 2071竓　　16. 0.0021竏

17. 問一立粎,容竔若干.

18. 問長7粎,闊6粎,高3粎之室中,容空氣若干竡.

19. 有一立方形之水池.每邊各長 2.25 粎.問內容水若干竔.

20. 積穀之倉,長 11.25 粎,闊 4.8 粎,高 1.6 粎.問容米若干竡.又問合竔若干.

重量

110. 克　重量之單位爲〔克〕、克者攝氏四溫度時,一立糎水之重也。

今列表如下。

1,000 克 = 兛

100 克 = 兡

10 克 = 兙

1 克

$\frac{1}{10}$ 克 = 兝

$\frac{1}{100}$ 克 = 兣

$\frac{1}{1000}$ 克 = 兞

此外尙有 1,000,000 克、謂之〔米噸〕Metric Ton。

註。 按一克合庫秤 0.02681 兩,關秤 0.02647 兩.

一兛合庫秤 1.67556 斤,關秤 1.65418 斤.

問題三十三

化下數爲克.

1. 1.7 赶　*3*. 0.25 赶　*5*. 700 趰　*7*. 7500 趆

2. 0.9 赶　*4*. 3.75 赶　*6*. 950 趰　*8*. 8125 趆

化下數爲趆.

9. 7 克　*11*. 0.27 克　*13*. 15 赶　*15*. 75 趰

10. 8.7 克　*12*. 4.25 克　*14*. 2.7 赶　*16*. 9.8 趰

化下數爲兩(關秤).

17. 7.5 克　*18*. 2.3 趏　*19*. 248 趰　*20*. 7 赸

化下數爲赶.

21. 27 米噸　*23*. 250 克

22. 0.5 米噸　*24*. 66.1672 斤(關秤)

求以下水之重量.

25. 一竡水重若干.　*26*. 一立粎水重若干.

比重

111. 比重 某質之重量,較同積水重或大或小之倍數,謂之該質之**〔比重〕**Specific Gravity.

如1立粉之銅重8.9瓩,則銅之比重爲8.9;因1立粉=1竔,而一竔之水重1瓩,故銅較水重8.9倍也.

註◎ (一) 求體積之法.將物質沉入滿水之器中.其溢出水之多少.卽所求之體積.

(二) 有比重之法.則物質之純雜可以立現.

(三) 液體之比重.以水爲標準.氣體之比重.以空氣爲標準.

問題三十四

1. 2竔之火酒重1.58瓩,問火酒之比重爲何.

2. 5竔之煤油重$3\frac{1}{2}$瓩,問煤油之比重爲何.

3. 軟木7立糎,重1.68克,求比重.

4. 牛乳6.5竔,重$6.69\frac{1}{2}$瓩,求比重.

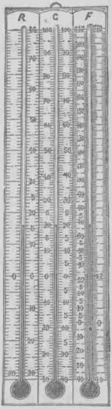
5. 銀之比重爲10.5.今有重371.7克之茶匙置之水中.水溢出者計35.4立糎,問此匙是否係純銀製成.

6. 物之衡於水中,較空氣中爲輕,兩重之差適等於其物體所擠開水之重.今若有金塊.空氣中重9.65克,水中重9.15克.求金之比重.

溫度

112. 溫度

溫度表 Thermometer 有三種。攝氏百度表 Centigrade 以百分計算、故合於米制。其表以冰點爲零度卽 0°, 沸點爲百度卽 100°, 科學上用之。



華氏表 Fahrenheit 爲普通量天氣寒暖之用。以冰點爲 32°,沸點爲 212°。

列氏 Reaumer 則以冰點爲零度,沸點爲八十度、除俄德之外,罕有用之者。

註⊙ 數後右角之小圈,卽度之記號.

113. 化華氏度爲攝氏度

若以 C 字 (原文 Centigrade) 代表攝氏。而以 F 字 (原文 Fahrenheit) 代表華氏。

將見 $(212^\circ-32^\circ)\ F=180^\circ\ F$ (冰點以上) $=100^\circ\ C$

$\therefore\ 1^\circ F$ (冰點以上) $=\frac{100}{180}{}^\circ C=\frac{5}{9}{}^\circ C$

例如 $98^\circ F=(98^\circ-32^\circ)\ F=66^\circ F$(冰點以上)

$66\times\frac{5}{9}{}^\circ C=36\frac{2}{3}{}^\circ C$

即 $98^\circ F=36\frac{2}{3}{}^\circ C$

114. 化攝氏度爲華氏度

$100^\circ C=180^\circ F$(冰點以上)

$\therefore\ 1^\circ C=1.8^\circ F$(冰點以上)

例如 $36\frac{2}{3}{}^\circ\ C=36\frac{2}{3}\times 18^\circ F$(冰點以上)

$=66^\circ F$(冰點以上)

$(66^\circ+32^\circ)\ F=98^\circ F$(零度以上)

即 $36\frac{2}{3}{}^\circ C=98^\circ F$

問題三十五

化下數爲攝氏度

1. 59°F *3.* 75°F *5.* 108°F *7.* 150°F *9.* 5°F

2. 42°F *4.* 86°F *6.* 112°F *8.* 200°F *10.* 10°F

11. −10°F(卽零度下十度) *12.* −15°F *13.* −25°F

化下數爲華氏度

14. 40°C *16.* 10°C *18.* 200°C *20.* −15°C

15. 75°C *17.* 150°C *19.* −10°C *21.* −25°C

22. 欲化攝氏爲列氏度,當若何.

23. 欲化列氏爲攝氏度,當若何.

24. 欲化華氏爲列氏度,當若何.

25. 欲化列氏爲華氏度,當若何.

[illegible]

第六章

複名數總論

115. 長度　面積　體積　物之長短,闊狹,厚薄,均謂之**〔長度〕**Length。有長短及闊狹二者爲面。面之大小,謂之**〔面積〕**Area。有長短闊狹及厚薄三者爲體。體之大小,謂之**〔體積〕**Volume。

116. 容量　器之**〔容量〕**Capacity云者,卽此器所能容之物之體積也。

117. 物之輕重名曰**〔重量〕**Weight。

118. 〔一〕中國之度量衡　度長短者曰**〔度〕**。量多寡者曰**〔量〕**。權輕重者曰**〔衡〕**。中國度量衡,分爲甲乙二種。甲種曰**〔營造尺庫秤制〕**。乙種曰**〔萬國權度通制〕**。

119. 營造尺庫秤制　長度之單位爲尺。營造尺一尺,合米制0.32粎。營造尺之外,又有所謂海關尺者,乃遵通商條約而製,其長約等於米制0.358粎。尋常尺字,乃指營造尺言也。

長度表
10分＝1寸
10寸＝1尺
5尺＝1步
2步＝1丈
180丈＝1里

					寸	分
				尺	1＝	10
			步	1＝	10＝	100
		丈	1＝	5＝	50＝	500
	里	1＝	2＝	10＝	100＝	1,000
1＝	180＝	360＝	1,800＝	18,000＝	180,000	

面積之單位爲方尺。惟量地時以畝爲單位。每畝合米制6,144安。

面積表
100方寸＝1方尺
25方尺＝1方步
4方步＝1方丈
6方丈＝1分
10分＝1畝
540畝＝1方里

					方尺	方寸
				方步	1=	100
			方丈	1=	25=	2,500
		分	1=	4=	100=	10,000
	畝	1=	6=	24=	600=	60,000
方里	1=	10=	60=	240=	6,000=	600,000
1=	540=	5,400=	32,400=	129,600=	3,240,000=	324,000,000

體積之單位爲一立方尺、每立方寸約合米制0.0328竔。

體　積　表
1000立寸＝1立尺
125立尺＝1立步
8立步＝1立丈

		立尺	立寸
	立步	1=	1,000
立丈	1=	125=	125,000
1=	8=	1,000=	1,000,000

容量之單位爲升、一升之容積爲31.6立寸、約合米制1.0355竔。

容量表
10抄＝1撮
10撮＝1勺
10勺＝1合
10合＝1升
10升＝1斗
10斗＝1石

						撮	抄
					勺	1＝	10
				合	1＝	10＝	100
			升	1＝	10＝	100＝	1,000
		斗	1＝	10＝	100＝	1,000＝	10,000
	石	1＝	10＝	100＝	1,000＝	10,000＝	100,000
	1＝	10＝	100＝	1,000＝	10,000＝	100,000＝	1,000,000

重量以兩爲單位。庫秤一兩、約合米制 37.301 克。又有所謂關秤者、一兩合米制 37.783 克。尋常云兩、多指庫秤而言。

衡制表
10分＝1錢
10錢＝1兩
16兩＝1斤
100斤＝1擔
2擔＝1引

				錢	分
			兩	1=	10
		斤	1=	10=	100
	擔	1=	16=	160=	1,600
引	1=100=	1,600=	16,000=	160,000	

$1=2=200=3,200=32,000=320,000$

120. 萬國權度通制　卽米制.已詳第五章.其譯名與我國定名對照如下表。

長度對照表

譯名	粁	粨	籵	粎	粉	糎	粍
定名	公里	公引	公丈	公尺	公寸	公分	公釐

地積對照表

譯名	⿰女百	安	⿰女厘
定名	公頃	公畝	公釐

容量對照表

譯名	竏	竡	竍	竔	竕	竰	竓
定名	公秉	公石	公斗	公升	公合	公勺	公撮

重量對照表

譯名	兛	兡	兙	克	兝	兣	兞
定名	公斤	公兩	公錢	公分	公釐	公毫	公絲

問題三十六

1. 問一千六百里等於幾丈.六里等於幾尺.

2. 問七畝等於幾方尺. 276 方丈等於幾畝.

3. 二十三里十七丈一步.化成步數爲若干.

4. 七里三十五步三尺.化成尺數爲若干.

5. 長 144 步寬 98 步之地面.其面積爲若干畝.

6. 三石七斗八升九合五勺爲若干升.

7. 三立方步等於若干立方尺.等於若干立方寸.

8. 試化二十七斤爲錢.

9. 太平洋之面積.爲 175,641,850 方粁.問合若干方里.

10. 喜馬拉峯高 8,840 粎.問合營造尺若干.

11. 今有一器.長 8 寸,闊 6 寸,高 10 寸.問此器能容米若干斗.

12. 問前器能容水幾竔.

13. 攝氏溫度 4° 時一立糎之水重一克.問一升水重幾克.

14. 又問一升水重幾兩.(關秤)

15. 今有長方盆,長一尺二寸,闊七寸,高三寸.問中容水幾斤.(闕秤)

16. 若前盆滿以水銀(較水重13.6倍).問應重若干斤.

17. 今以鐵製有蓋之方桶一隻.高18寸,厚2寸,底面爲每邊5寸之正方,問桶重若干.(鐵較水重7.8倍.)

18. 若桶中滿貯清水.共水重若干.

19. 若桶中滿以水銀.問水銀應重若干.

20. 若前桶半盛以水.半盛水銀.問連桶共重若干.

121. 〔二〕外國之度量衡

(1) 英美制度

長度表	
12 吋(inches)	=1 呎(foot)
3 呎	=1 碼(yard)
$5\frac{1}{2}$ 碼	=1 桿(rod)
320 桿	=1 哩(mile)

哩	桿	碼	呎	吋
			1=	12
		1=	3=	36
	1=	$5\frac{1}{2}$=	$16\frac{1}{2}$=	198
1=	320=	1,760=	5,280=	63,360

按。 英1呎 = 法0.3048粎 = 中0.9525尺.

英1哩 = 法1.6093粁 = 中2.7939里.

又1浬(卽一海里)=1.152哩.

面積表	
144方吋(square inches)	=1方呎(square foot)
9方呎	=1方碼(square yard)
$30\frac{1}{4}$方碼	=1方桿(square rod)
160方桿	=1噉(acre)
640噉	=1方哩(square mile)

				方呎	方吋
			方碼	1=	144
		方桿	1=	9=	1,296
	噉	1=	$30\frac{1}{4}$=	$272\frac{1}{4}$=	39,204
方哩	1=	160=	4,840=	43,560=	6.272,640

1=640=102,400=3,097,600=27,878,400=4,014,489,600

按。 英1方呎 = 法0.0929方粎 = 中0.9072方尺.

英1噉 = 法0.4047䂸 = 中6.5864畝.

英1方哩 = 法2.5900方粁 = 中7.8062方里.

體積表	
1728 立吋(cubic inches)	=1 立呎(cubic foot)
27 立呎	=1 立碼(cubic yard)

	立呎	立吋
立碼	1=	1,728
1=	27=	46,656

按◎ 英一立呎 = 法 0.0283 立粎 = 中 0.8641 立尺.

容量表(乾量)	
2 呏(pint)	=1 嗧(quart)
8 嗧	=1 呌(peck)
4 呌	=1 蒲(bushel)

		嗧	呏
	呌	1=	2
蒲	1=	8=	16
1=	4=	32=	64

按◎ 英一蒲 = 2218.19 立吋 = 法 36.35 竔 = 中 0.351 石.

美一蒲 = 2150.42 立吋 = 法 35.24 竔 = 中 0.340 石.

容量表(液量)

4 哈(gills) =1 品+ (pint)

4 哈(gills)	=1 呏(pint)
2 呏	=1 唡(quart)
4 唡	=1 嗧(gallon)
$31\frac{1}{2}$ 嗧	=1 桶(barrel)

			呏	哈
		唡	1=	4
	嗧	1=	2=	8
桶	1=	4=	8=	32
1=	$31\frac{1}{2}$=	126=	252=	1,008

按。 英一嗧 = 277.27 立吋 = 法 4.544 竔 = 中 4.388 升.

美一嗧 = 231.00 立吋 = 法 3.785 竔 = 中 3.656 升.

注。意。 乾量之呏.與液量之呏.英制同而美制異.不可不知.如下.

乾量一呏 $\begin{cases}\text{英} = 34.66\ \text{立吋} = \text{法}\ 0.5679\ \text{竔} = \text{中}\ 0.5485\ \text{升} \\ \text{美} = 33.60\ \text{立吋} = \text{法}\ 0.5506\ \text{竔} = \text{中}\ 0.5317\ \text{升}\end{cases}$

液量一呏 $\begin{cases}\text{英} = 34.66\ \text{立吋} = \text{法}\ 0.5679\ \text{竔} = \text{中}\ 0.5485\ \text{升} \\ \text{美} = 28.87\ \text{立吋} = \text{法}\ 0.4732\ \text{竔} = \text{中}\ 0.4570\ \text{升}\end{cases}$

常衡表	
16 唡(ounces)	=1 磅(pound)
2000 磅	=1 輕噸(short ton 美制)
2240 磅	=1 重噸(long ton 英制)

	磅		唡
噸	1	=	16
1 (輕) =	2,000	=	32,000
1 (重) =	2,240	=	35,840

按。常衡 1 唡 = 法 28.35 克 = 中 0.76 兩.

1 磅 = 法 0.45 兛 = 中 0.76 斤.

美 1 噸 = 中 1520.0 斤.

英 1 噸 = 中 1702.4 斤.

金衡以 12 唡為一磅,每唡合中 0.82 兩

(2) 日制

長度表	
10 寸	=1 尺
6 尺	=1 間
60 間	=1 町
36 町	=1 里

			尺	寸
		間	1=	10
	町	1=	6=	60
里	1=	60=	360=	3,600
1=	36=	2,160=	12,960=	129,600

按。 日 1 尺 = 法 0.303 粎 = 中 0.947 尺.

日 1 里 = 法 3.929 粁 = 中 6.818 里.

面積表
36 方尺 =1 坪(或步)
30 坪 =1 畝
10 畝 =1 段
16 段 =1 町

			坪	方尺
		畝	1=	36
	段	1=	30=	1,080
町	1=	10=	300=	10,800
1=	10=	100=	3,000=	108,000

按。 日 1 坪 = 法 3.306 方粎 = 中 32.283 方尺.

日 1 畝 = 法 0.991 安 = 中 0.1614 畝.

體積表
1000立寸=1立尺
216立尺=1立坪

	立尺	立寸
立坪	1=	1,000
1=	216=	216,000

按。日1立坪=法6.0105立秖=中183.436立尺.

衡制表
160匁=1斤
$6\frac{1}{4}$斤=1貫

	斤	匁
貫	1=	160
=	$6\frac{1}{4}$=	1,000

按。日1匁=法3.75克=中0.1005兩.

日1斤=中16.085兩.

日1貫=中100.5兩.

(3) 法制(卽米制,見前)

122. 各制之通法 以某制合他制時、先將複名數化成單簡、然後通之。

〔例一〕 問36哩80碼爲幾尺.

〔演算〕
$$\begin{array}{r}
36\text{哩} \\
1760 \\
\hline
2160 \\
252 \\
36 \\
\hline
63360\text{碼} \\
80 \\
\hline
63440\text{碼} \\
3 \\
\hline
190320\text{呎} \\
.95 \\
\hline
951600 \\
1712880 \\
\hline
180,804.00\text{尺}
\end{array}$$

〔例二〕 今有一田.長70碼,闊64碼,問合中制若干.

〔演算〕 $\frac{64\times70}{4840}\times6.586=6$ 畝 $.096$
$$\begin{array}{r}
60 \\
\hline
5\text{方丈}.760 \\
100 \\
\hline
76.000\text{方尺}
\end{array}$$

$\therefore$ 田 $=6$ 畝5方丈76方尺.

問題三十七

1. 問7磅合幾斤.

2. 問1浬合幾里.

3. 問1方哩合幾方里.

4. 問長度一町爲幾尺.又爲幾粎.

5. 問1,254,280方吋.合我國幾畝.

6. 問217,800方呎.合我國幾畝.

7. 今有長方田、長100日尺.闊72日尺.問合華制幾畝.

8. 某器之裏面.長8呎,寬7.6呎,高2.2呎.問能容米若干噸.若以華制計之.當得幾石.

9. 前題之器.以0.2呎厚之木爲之.上加以蓋.問此器之外面面積.共應若干方尺.

10. 若前器之木.每立吋重二唡.問此器連蓋共重幾斤.

11. 水每立糎重一克.問每立呎重幾磅.且合華制幾斤.

12. 若第八題之器.滿之以水.問容水若干噅(美制).

13. 問前題之器連水重幾斤.

14. 若前器以鐵爲之.問此器無水時重幾貫.(鐵之比重爲7.84.)

15. 問每邊一町之方田.其面積幾町.(前町字指長度,後町字指面積.)

16. 問英制一哩.抵日制幾里.又問英制一畝,抵日制幾畝.

17. 若以米一英呏換米一日升.問以華制計之.盈虧該若干升.(日 1 升 = 法 1.8039 竔 = 中 1.7421 升.)

18. 英國酒每罌值銀二圓,美國酒每罌值銀三圓,今以英酒五罌與美酒四罌合之.問每升(華制)值銀若干.

19. 問一吋爲幾寸.一方吋爲幾方寸.一立吋爲幾立寸.

20. 試由下列諸重量推之.各種金類.每立吋應重幾唡.

金每立寸重 631.11 克.
銀每立寸重 345.05 克.
銅每立寸重 290.00 克.
鉛每立寸重 371.90 克.
鋅每立寸重 233.60 克.

貨幣

123. 主幣輔幣 〔貨幣〕分主輔二種。〔主幣〕即幣制之原單位、如中國之兩與圓,英國之鎊是也。其與主幣相輔而行者,謂之〔輔幣〕、如兩之有錢,圓之有角,金鎊之有先令本士是也。

〔一〕 中國幣制

124.* 中國幣制略說 我國之幣制。向以銀爲主。鑄成錠形(一兩,五兩,十兩,五十兩,等錠),馬蹄形(即馬蹄銀),或各種散塊。互市之後。墨西哥銀圓(俗名英洋)。充斥全國。前清製龍圓以圖抵制。外加銀角(俗名小洋),銅元(俗名銅子),以輔之。然幣價漲落無定。銀圓本重庫平七錢二分。而時價自七錢至八錢不等。每圓本定易銀十角或銅元百枚。今且易銀十一二角,或銅元一百三四十枚矣。交易雖藉銀元爲用。然本位仍以兩爲主。其制亦復不一(見下表)。庫銀而外。完稅則用關銀。貿易則用規銀(上海商界通用)。其關係甚複雜。今列表如下。

125. 中國幣制表

(甲)銀兩	(乙)銀圓
10分 = 1錢	10分 = 1角
10錢 = 1兩	10角 = 1圓

	錢	分		角	分
兩	1=	10	圓	1=	10
1=	10=	100	1=	10=	100

附註。 銀兩之符號爲Tls. (卽西文Taels之簡筆). 銀圓之符號爲$.如一兩二錢五分,書作 Tls. 1.25;十圓五角六分,書作$10.56.此二號今皆通用.取其便也.

126. 庫銀關銀規銀換算表

庫銀兩	關銀兩	規銀兩
1	.983353	1.095455
1.016929	1	1.114
.912862	.897666	1

附註。 庫銀依庫秤計算. 關銀海關所定.專用以收稅餉.規銀則按上海市價.他處不通用

127. 〔二〕外國貨幣各表

英　制
12 本士(pence =1 先令(Shilling)
20 先令　=1 鎊(pound or sovereign)

	先令	本士
鎊	1=	12
1=	20=	240

按○英金1鎊 = 庫銀$\begin{cases}8.042168\text{ 兩(最高)}\\5.974276\text{ 兩(最低)}\end{cases}$

(尋常計算,一本士約值墨銀四分,一先令約值五角,一鎊約值十圓.)

法　制
100 參(centimes)　=1 佛郎(franc)

按○法1佛郎 = 庫銀$\begin{cases}.318870\text{ 兩(最高)}\\.236372\text{ 兩(最低)}\end{cases}$

(尋常計算,一佛郎約值墨銀四角.)

德 制
100 費尼(pfennigs) = 1 馬克(mark)

按○德1馬克 = 庫銀$\begin{cases}.393667\text{ 兩(最高)}\\.292435\text{ 兩(最低)}\end{cases}$

(尋常計算.一馬克約值墨銀五角.)

日 制
100 錢 = 1 圓

按○日1圓 = 庫銀$\begin{cases}0.8237412\text{ 兩(最高)}\\0.6119137\text{ 兩(最低)}\end{cases}$

(尋常計算.日一圓約合墨銀一圓.)

美 制	
10 分(cents)	= 1 角(dime)
10 角	= 1 圓(dollar, *gold*)

按○美1圓 = 庫銀$\begin{cases}1.65357\text{ 兩(最高)}\\1.22761\text{ 兩(最低)}\end{cases}$

(尋常計算.美一圓約值墨銀二圓.)

俄　制
100 戈比(copeks) =1 盧布(ruble)

按。俄 1 盧布 = 庫銀 $\begin{cases} .850241\ \text{兩(最高)} \\ .631599\ \text{兩(最低)} \end{cases}$

(尋常計算.一盧布約值墨銀一圓.)

128.* 泉幣兌換　泉幣兌換之價。時有出入。大概銀行定例。買進則稍低。賣出則稍高。出入之差。約千分之四五。如某日銀圓換銀之市價爲 .745 (卽七錢四分五釐)。則買進時每圓祇值七錢四分三釐。賣出時每圓值銀七錢四分七釐是也。然此特就常時言之耳。若金融恐慌之候。則錢莊居奇。任意漲落。今將西曆1912年十月三日上海市價。枚舉如下。

匯　票

(一)　銀行賣出行情.(皆以規銀計算.)

英國電匯(每兩換)二先令十本士八之五.

現匯(每兩換)二先令十本士十六之十一.

四個月票(每兩換)二先令十本士十六之十五.

法國電匯(每兩換)三佛郎六五.

現匯(每兩換)三佛郎六五五.

四個月票(每兩換)三佛郎七一.

德國電匯(每兩換)二馬克九五.

現匯(每兩換)二馬克九五五.

四個月票(每兩換)二馬克九七五.

美國電滙(每百兩換)七十圓.

現匯(每百兩換)七十圓八之一.

四個月票(每百兩換)七十一圓八七五.

(二) 銀行買進行情.

英國四個月票(每兩換)二先令十一本士十六之五.

法國四個月票(每兩換)三佛郎七一.

德國四個月票(每兩換)三馬克零一五.

美國四個月票(每百兩換)七十一圓八之七.

錢市

龍洋(每圓換銀)七錢四分三釐七五.

英洋(每圓換銀)七錢四分七釐一二五.

本洋(卽西班牙銀圓)(每圓換銀)一兩.

小洋(每十角換銀)六錢四分三釐七五.

銅圓(每銀百兩換)一百七十六千文.

市錢(每銀百兩換)一百五十千文.

衣牌(每洋換錢)一千三百二十文.

小洋(每角換錢)一百十四文.

小洋貼水(每角貼錢)十八文.

〔例題一〕上海某銀行於十月三日售出四個月先令匯票一紙.值墨銀二千圓.後即以此數買進先令.問一出入間盈餘若干.

〔演算〕 0.747125兩$+2000=1494.25$兩$=\frac{5977}{4}$(兩).

買進價 $=2$先令 $11\frac{5}{16}$本士

賣出價 $=2$先令 $10\frac{15}{16}$本士

每兩盈 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$本士

$\frac{3}{8}$本士 $\times\frac{5977}{4}=\frac{17931}{32}$本士 $=560\frac{11}{32}$本士 $=46$先令 $8\frac{11}{32}$本士

〔例題二〕某商於十月三日以墨銀二千圓.購四個月馬克匯票.次日因有急用.將票兌回現洋.若兩日市價相等.問一出入間虧折若干.

〔演算〕 $0.747125\times2000=1494.25$(兩).

買進票額 $=2.975\times1494.25=4445.39375$(馬克).

兌回銀 $=4445.39375\div3.015=1474.425$(兩).

虧折銀 $=1494.25-1474.425=19.825$(兩).

19.825兩$\div0.747$兩$=26.54$(圓).

問題三十八

化下數爲本士.

1. 7鎊. *2*. 24鎊. *3*. 5鎊6先令. *4*. 7鎊2先令4本士.

化下數爲先令.

5. 27鎊. *6*. 32鎊. *7*. 120本士. *8*. 720本士.

化下數爲鎊及先令.

9. 95先令. *10*. 72先令. *11*. 127先令. *12*. 342先令.

化下數爲佛郎.

13. 750參. *14*. 275參. *15*. 680參. *16*. 1250參.

化下數爲馬克.

17. 450費尼. *18*. 275費尼. *19*. 1680費尼. *20*. 9275費尼.

化下數爲圓.

21. 560角. *22*. 7900分. *23*. 16角. *24*. 5954分.

化下數爲盧布.

25. 7005戈比 *26*. 99戈比. *27*. 798戈比 *28*. 200戈比.

試將下幣兌換銀兩(兌換率依128節表中之現匯市價計算.)

*29.** 2鎊6先令.　*33.** 490馬克.

*30.** 12鎊15先令2本士.　*34.** 10000費尼.

*31.** 350佛郎.　*35.** 60美圓.

*32.** 5975佛郎.　*36.** 4,75美圓.

時　間

129. 日 自一日日中至次日日中,爲一**〔太陽日〕** Solar Day。太陽日長短,微有不同。(如十二月二十二日較九月十五日,幾長一分鐘.)就一年平均之,定爲時間之單位,命之曰**〔平均太陽日〕** Mean Solar Day,省之曰**〔日〕**。列表如下。

時間表	
60秒(seconds)	=1分(Minute)
60分	=1小時(hour)或點
24小時	=1日(day)
7日	=1星期(week)
365日	=1常年(common year)
366日	=1閏年(leap year)
100年	=1周(century)

				分	秒
			小時	1=	60
		日	1=	60=	3600
	星期	1=	24=	1440=	86,400
	1=	7=	168=	10,080=	604,800
常年 = 約 52	=365	=8760	=525,600	=31,536,000	
閏年 = 約 52	=366	=8784	=527,040	=31,622,400	

130. 月 一年又分十二月Months、月以三十日計.惟逐月計之、則長短不同、有如下表.

每月日數表

一月(January)	= 31 日
二月(February)	= 28 日 / 29 日
三月(March)	= 31 日
四月(April)	= 30 日
五月(May)	= 31 日
六月(June)	= 30 日
七月(July)	= 31 日
八月(August)	= 31 日
九月(September)	= 30 日
十月(October)	= 31 日
十一月(November)	= 30 日
十二月(December)	= 31 日

131. **日數歌** 各月日數.雖似複雜.然假下列歌訣.甚易記憶.

歌曰.四六九月與十一.

每月各有三十日.

其餘則皆三十一.

二月廿八閏加一.

附註. (一) 計時以日中十二時爲準.謂之〔**正午**〕.正午之前爲〔**上午**〕.正午之後爲〔**下午**〕.

(二) 地球繞日一周.需時365日5小時48分46秒.約$365\frac{1}{4}$日.準此計算.每4年缺一日.故必須有一閏日以補足之.

(三) 閏年亦有一定.常例四年一閏.以西曆計之.凡尋常年數之可以4整除.及逢百年數之可以400整除者.皆爲閏年.不然則否.如1912年與1600年皆爲閏年.而1913與1800年則非閏年也.

問題三十九

1. 360分爲幾秒.
2. 18小時爲幾分.
3. 36小時爲幾分.
4. 16日爲幾小時.
5. 36日爲幾小時.
6. $48\frac{1}{2}$日爲幾小時.
7. 52星期爲幾日.
8. 26星期爲幾日.
9. $46\frac{3}{7}$星期爲幾日.
10. 8年爲幾日.

11. 16年爲幾日. *16.* 168小時爲幾星期.

12. 32年爲幾日. *17.* 132月爲幾年.

13. 360秒爲幾分. *18.* $182\frac{1}{2}$日爲幾年.

14. 720分爲幾小時. *19.* 25年爲幾周.

15. 504小時爲幾星期. *20.* 365日爲幾星期.

21.* 問自三月五日至六月五日,共有幾日.

22.* 問自六月十日至十一月十日,共有幾日.

23. 若以$365\frac{1}{4}$日爲一年,問半周中有若干日.

24. 若以$365\frac{1}{4}$日爲一年,問182,625日爲幾年.

25.* 問以下西曆紀年何年爲閏: 1925, 1926, 1927, 1928, 1929, 1930, 1940, 1950, 1960, 1972, 1982, 2000.

26.* 當西曆1912年一月一日爲星期一.問次年一月初一爲星期之何日.

27. 化15小時32分17秒爲秒數.

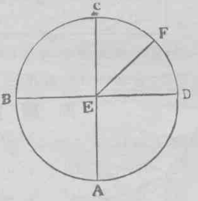
28. 化2日7小時29分爲分數.

29. 化8星期5日2小時3分爲分數.

30.* 問西曆1948年之二月.應有若干小時.化成分數若干.

角度弧度

132. 圓 以點爲心,以曲線爲界,界之距心,處處相等,其形曰**〔圓〕**Circle。如圖爲圓形,E爲**〔中心點〕**Center, ABCD爲**〔圓周〕**Circumference。EF, ED等線,卽中心離周之距,各各相等,謂之**〔半徑〕**Radius。BD, AC等線,謂之**〔直徑〕**Diameter。



133. 弧度與角度 將圓周分爲360等分,每分謂之**〔一度之弧〕**One-degree Arc。此弧兩端之半徑,於中心點所成之角,謂之**〔一度之角〕**One-degree Angle。故圓周每有一弧,中心點必有一等度之角與之相當。九十度之角,當圓周四分之一者,謂之**〔直角〕**Right Angle。

(一) 角度表	
60 秒(seconds)	=1 分(minute)
60 分	=1 度(degree)
360 度	=4 直角(right angees)

(二) 弧 度 表	
60 秒(seconds)	=1 分(minute)
60 分	=1 度(degree)
360 度	=1 圓 周(circumference)

注。意。 度之號爲(°);分爲(');秒爲(").

如 36° 8' 12" 讀作三十六度八分十二秒.

問題四十

化下爲秒.

1. 17' *3*. 48' *5*. 3° *7*. 3°5' *9*. 8°5'8"

2. 32' *4*. 56' *6*. 27° *8*. 4°8' *10*. 9°6'2"

化下爲分.

11. 480" *12*. 900" *13*. 27° *14*. 9°9' *15*. 27°56'

化下爲度.

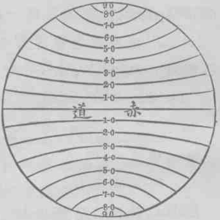
19. 4800" *17*. 1800" *18*. 2700' *19*. 180,000' *20*. 7200'

經線及緯線

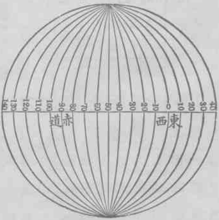
134. 經緯 地形似球。地軸兩端曰兩極。居中大圈曰赤道。小圈之與赤道平行者曰緯線 Parallels of Latitude。大圈之通過兩極者曰經線,卽子午線 Meridian。【緯度】Degrees of Latitude 自赤道起算、南北各九十度。一

地之緯度,卽通過該地點之緯線,距赤道之度數也。故緯度有南北之分。各國之**〔經度〕** Degrees of Longitude, 多自其京師起算。然航海者多自英之格林威契 Greenwich 天文臺起算,東西各一百八十度。一地之經度,卽該地經線與本初經線 Prime Meridian 在赤道上相距之度數也。故經度有東西之分。

緯線



經線



註〇一〇 緯度用南(S)北(N)記之。經度用東(E或−)西(W或+)記之。如 73°26'7" N, 79°8'28" E, (或 − 79°8'28") 讀作北緯度七十三度二十六分七秒,東經七十九度八分二十八秒是也。

註〇二〇 本初經線卽經過格林威契天文臺之經線。

135. 經緯差之計算　欲知兩地點經緯之差。當先察方向之異同。同向則相減。異向則相加。(其故令學者自求之.)

〔例題〕 甲地點之經緯.爲 73°26'7'' N, 179°8'28'' E. 乙地爲 15°50'10'' S, 78°28'16'' E. 求甲乙之經緯差.

〔演算〕 甲 73° 26' 07'' N…………179° 8' 28'' E

乙 15° 50' 10'' S………… 78° 28' 16'' E

緯差 = 89° 16' 17''　　經差 = 100° 40' 12''

(異向相加)　　(同向相減)

注意　計算道里.恆以最近之距爲準.若兩經相距在 180° 之外.則當由 360° 減去之.如下.

179° E } 相加	360°
178° W }	357°
357°	相隔 3°

136*. 地面上距離之不同　赤道上經線每隔一度,計距 69.16 哩。上下依度遞減。及達兩極、則兩點合一而距等於 0。(觀圖.)緯線旣皆與赤道平行,則每度之距離,理當相等。(觀圖.)然亦參差不一者,則以地球爲扁圓而非整圓也。地之直徑在赤道較長(卽經地心

與赤道上某地點之直徑,計長 7926.61 哩)。南北較短(即經地心與兩極之軸,計長 7899.74 哩)。徑長則弧短。徑短則弧長。故近兩極處一緯度,較近赤道處一緯度、約長 0.7 哩。今將各地點一緯度之長、列表如下。

近　赤　道　處,一緯度長 68.70 哩.

近南北 20° 處,一緯度長 68.79 哩.

近南北 40° 處,一緯度長 68.99 哩.

近南北 60° 處,一緯度長 69.23 哩.

近南北 80° 處,一緯度長 69.39 哩.

近　兩　極　處,一緯度長 69.41 哩.

137. 世界各大都會之經緯度表

地名	緯	經
北京	39° 53′ N	116° 29′ E
上海	31° 13′ N	121° 27′ E
漢口	30° 35′ N	114° 18′ E
天津	39° 08′ N	117° 16′ E
倫敦	51° 32′ N	0° 5′ W
柏林	52° 31′ N	13° 23′ E
巴黎	48° 50′ N	2° 20′ E
東京	35° 43′ N	139° 40′ E
紐約	41° 06′ N	74° 0′ W

138. 中國各省城之經緯度表

行省	省城	北緯度	東經度
直隸	保定	38° 53′	115° 28′
山東	濟南	36° 42′	117° 15′
安徽	安慶	30° 36′	117° 06′
山西	太原	37° 53′	112° 29′
陝西	西安	34° 05′	108° 50′
甘肅	蘭州	36° 02′	103° 48′
四川	成都	30° 42′	104° 06′
貴州	貴陽	26° 18′	106° 40′
雲南	雲南	25° 15′	102° 48′
廣東	廣州	23° 12′	113° 17′
江西	南昌	28° 30′	115° 50′
廣西	桂林	25° 16′	110° 18′
湖北	武昌	30° 35′	114° 46′
湖南	長沙	28° 22′	112° 50′
河南	開封	34° 53′	114° 40′
福建	福州	26° 07′	119° 18′
浙江	杭州	30° 15′	120° 16′
江蘇	江寧	32° 03′	118° 53′
奉天	奉天	41° 54′	123° 58′
吉林	吉林	43° 52′	126° 53′
黑龍江	龍江	47° 28′	124° 06′
蒙古	庫倫	48° 00′	107° 00′
新疆	迪化	43° 27′	88° 28′
西藏	拉薩	29° 48′	91° 05′

按經緯度之推算,各書微有不同.上表度數,乃以倫敦最新出版之費力氏所著商會地圖 Philip's Chamber of Commerce Atlas 爲準.

問題四十一

求以下各地之經緯差.

1. 北京距江寧.
2. 上海距漢口.
3. 成都距杭州.
4. 吉林距拉薩.
5. 北京距倫敦.
6. 倫敦距巴黎.
7. 柏林距紐約.
8. 東京距江寧.
9. 庫倫距廣州.
10. 迪化距福州.

求以下諸地相隔之哩數。

	甲地		乙地	
	緯度	經度	緯度	經度
11.	0°	5°35′ E	0°	30° 5′ E
12.	0°	8°12′ E	0°	7° 8′ W
13.	0°	119°13′16″ E	0°	19°12′ 4″ E
14.	0°	168° 8′ 3″ W	0°	156°21′57″ E
15.	4°5′ 7″ N	170° 10′ E	5°0′ 53″ S	170°10′ E
16.	43° 18′ N	11° 6′ E	38°6′ N	11° 6′ E
17.	62°9′27″ N	0°	60°2′ 15″ N	0°
18.	10°3′24″ N	180°	4°26′36″ S	180°

19. 赤道上兩地點相隔7900哩.求兩地之經度差.

20. 某島經度爲0°,在格林威契之北 1600哩.問該地緯度若干.(格林威契緯度 =51° 28′ N)

21. 問桂林距雲南約幾哩.(北緯25°之處,經度每隔 1 度,約距50哩.)

22. 問赤道周圍共幾哩.

經度與時間之關係

139. 經與時之關係　地球於二十四小時間自轉一周。故地面上之物、一晝夜間、行經 360 度。由是有下二表。

〔表一〕 經度合時

$360°=24$ 小時

$1°=24$ 小時之 $\frac{1}{360}=\frac{1}{15}$ 小時 $=4$ 分鐘

$1'=4$ 分鐘之 $\frac{1}{60}=\frac{1}{15}$ 分鐘 $=4$ 秒鐘

$1''=4$ 秒鐘之 $\frac{1}{60}=\frac{1}{15}$ 秒鐘

〔表二〕 時合經度

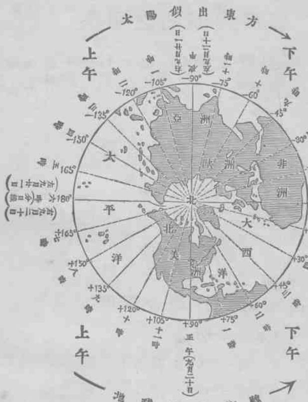
24 小時 $=360°$

1 小時 $=360°$ 之 $\frac{1}{24}=15°$

1 分鐘 $=15°$ 之 $\frac{1}{60}=\frac{1}{4}°=15'$

1 秒鐘 $=15'$ 之 $\frac{1}{60}=\frac{1}{4}=15''$

140.* 晨西晚東　地球繞軸旋轉。由西而東。吾人不覺其轉。祇見太陽自東徂西。故地球之東部。較西部得太陽爲早。如圖 $+90°$ (卽西經 90 度) 處。爲九月二



十日正午十二時。然在 +75° 處(卽 +90° 之東十五度)觀之。則日已偏西。已爲下午一時矣。若在 +105° 處(卽 +90° 之西十五度。)則日尙未正。方上午十一時耳。依此準之。每東十五度。必過一小時。及達 −90°(卽東經

90 度)處。適爲九月二十日之夜半。後至 180° 處(東西經同)。則爲次日(九月二十一日)日出時。再往東至 +90° 處。當爲次日之正午。是地點未易。而時間已相去一日也。有是理乎。究此矛盾之原因。實由不定界線之故。現今世界。已公認 180° 爲界線。命之曰**〔分日線〕** Date Line。凡計算時間。至此爲止。如圖 +90° 正午時。+90° 之東。計算至 180° 爲止。180° 以東諸地點之時間。則由 +90° 向西計算。亦以 180° 爲止。如是 180° 之東旁。爲九月二十日。180° 之西旁。則爲九月二十一日。分日線爲航海家所必知。舟之過此線者必易一日。自西至東。則去一日。(卽改九月二十一日仍爲九月二十日。)自東至西。則加一日。(卽改九月二十日爲九月二十一日。)學者當自按圖硏究之。

141. 由經度求時差

〔例題〕 太平洋中兩郵船，經度相隔，計 25° 24′ 15″，問時間相差若干。

〔演算〕 由 139 節第一表中、1° 1′ 及 1″ 之時間、得下式、

25× 4 分 =	100 分鐘 =	1 小時 40 分	
24× 4 秒 =	96 秒鐘 =		1 分 36 秒
$15\times\frac{1}{15}$ 秒 =			1 秒
25° 24′ 15″ =			1 小時 41 分 37 秒

問題四十二

下列之數為各地點之經度差,求時間差.

1. 15° 15′	*6.* 25° 15′	*11.* 5° 10′ 15″
2. 15′ 15″	*7.* 32° 30′	*12.* 7° 25° 30″
3. 30° 15′	*8.* 48° 45′	*13.* 28° 42′ 30″
4. 45° 30′	*9.* 127° 15″	*14.* 62° 27′ 45″
5. 60° 30″	*10.* 168° 30″	*15.* 128° 6′ $7\frac{1}{2}$″

16. 兩舟相隔經度 32° 40′ 30″.求時間差.

17. 兩天文臺隔經度 42° 27′ 45″.求時間差.

*18.** 在西經 15° 處之某船,正午時發無線電信至格林威契,問接電適當何時.

*19.** 某船在西經 58° 17′ 20″ 處,正午時接得西經 43° 2′ 5″ 處之電,問發電當在何時.

*20.** 某客離上海時按東經 120° 之時刻,較準其時計,兩日之後,舟過東經 140° 若復出時計觀之,快慢應若干.

142. 由時差求經度差 其法與前節相仿。惟用 139 節第二表演算。學者當自得之。

問題四十三

由下時差求經度差.(點與小時同)

1. 2點3分	*4*. 10點 4秒	*7*. 5點25分
2. 4點7分	*5*. 11點 8秒	*8*. 7點 6分 8秒
3. 6點9分	*6*. 4點20分	*9*. 9點35分40秒

10. 兩地時間相差11點58分48秒,求經度差.

11.* 格林威契時計正午時,舟上時計已下午二時.問舟行至何處.

12.* 舟中方正午時,格林威契時計已報午後三時.問舟行至何處.

13.* 舟中方正午時,格林威契時計已報午後二時.問舟行至何處.

14.* 某旅客所攜之時計,乃按格林威契較準者.數日之後正午時,其時計已快1點54分.問旅行至何處.

143.* 標準時　世界交通迅速。所用時刻。斷宜限以區域。區域之內。皆用劃一之時。以符標準。現今文明各國所用之**〔標準時〕**Standard Time。大都以每隔一小時之子午線(卽距本初子午線15°或15°之倍數)爲準。凡在此線東西 $7\frac{1}{2}°$ 範圍之內。悉用其線之時。今將世界通用之標準時。列表如下。

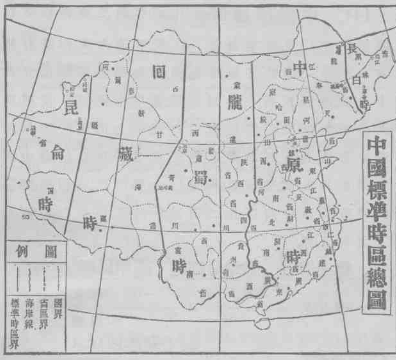
標準時表

子午線	標準時名	通用之各地
0°	西歐時	英、比、和蘭、
−15°	中歐時	挪威、瑞典、丹墨、德、意、奧、瑞士、士耳其(西部)
−30°	東歐時	君士坦丁堡、東歐諸小國、非洲英屬、
−120°	西澳時	澳大利亞洲西部、日本琉球、
−135°	南澳時	澳大利亞洲南部、日本台灣、
−150°	東澳時	澳大利亞洲東部、
+75°	東美時	北美洲 東部
+90°	中美時	北美洲 中部
+105°	落基山時	北美洲 西部(落基山之東)
+120°	太平洋時	北美洲 西部(落基山之西)

注◎意◎ 時之有標準．本所以便交通．故尋常易時地點．恆以鄰近之鐵道都會為準．不拘定於子午線也．如美國自紐約至舊金山之火車．至白弗羅 Buffalo (=78° 54′ W) 而易時．(自東至西．每次退後一小時．)至芝加哥 Chicago (=87° 40′ W) 而再易．至台恩浮 Denver (=105° 05′ W) 而三易．比至舊金山 San Francisco (=122° 25′ W)．乃用太平洋時．較始初所用之時(卽東美時)．實後四小時．

144.* 中國標準時　中國幅員至廣。西起格林維基東經72度。東至東經 135 度。里差多至四時有餘。其不能用一種時刻通行全國。彰彰明矣。民國紀元前十年間。海關爲劃一時刻起見。嘗以東經 120 度經線之時刻。爲沿海各關道通用時刻。謂之海岸時。實卽西澳標準時。其時區範圍。未經規定。至於現在。已將中國全部。劃爲五區。整時區凡三。曰中原時區。曰隴蜀時區。曰回藏時區。半時區凡二。曰昆侖時區。曰長白時區。如下之表及圖。

標準時名	標準時經線	通用區域
(一) 昆侖時	$-82°30'$	$-72°$ 以東 $-82°30'$以西
(二) 回藏時	$-90°$	$-82°30'$以東 $-97°30'$以西
(三) 隴蜀時	$-105°$	$-97°30'$以東 $-112°30'$以西
(四) 中原時	$-120°$	$-112°30'$以東 $-127°30'$以西
(五) 長白時	$-127°30'$	$-127°30'$以東 $-135°$ 以西



標準時區域。雖依經線而分。仍以省區界線爲界限。距省區界線較遠者。則擇重要城鎮以誌之。如中原時區。包括奉天、熱河、察哈爾、京兆、直隸、山東、山西、河南、江蘇、安徽、江西、浙江、福建、湖北、湖南、廣東、等省區。及黑龍江省愛琿、綏化、以西。吉林省哈爾濱、吉林城、以西。及綏遠區歸綏以東等地。

問題四十四*

(下題皆依所擬標準時計算)

1. 問北京正午時.東京,江寧,柏林,倫敦等處.當在何時.

2. 問拉薩當夜半時.武昌,庫倫,杭州,福州等處爲何時.

3. 問成都當下午一點四十五分時.上海,漢口,巴黎等處爲何時.

4. 問倫敦當上午十點時.上海,桂林,迪化,拉薩等處當爲何時.

5. 倫敦某公司於上午九時發電至舊金山,若傳遞共需一小時.問電至舊金山,當在何時.(舊金山之經度 = 122°25′ W)

6. 前清末年十月十日上午九時.民軍崛起於武昌.三小時後,各國公使,卽直接由北京發電報告本國.問英法德俄美日各京得電各在何時.

(俄京聖彼得堡之經度 =30°26′ E)

(美京華盛頓之經度 =77°03′ W)

7. 舊金山大地震,在1906年4月18日晨5點15分.若以45分鐘耗於轉電,15分鐘耗於投遞.問電至上海當在何時.

8. 問杭州確準時刻.較標準時刻遲速若干.

9. 問成都確準時刻.較標準時刻遲速若干.

10. 問拉薩確準時刻.較標準時刻遲速若干.

第七章

比與比例

比

145. 界說 若某數爲某數之幾倍或幾分。則此倍數或分數。卽第一數對於第二數之**〔比〕**Ratio。

如2與3之比爲$\frac{2}{3}$。意謂2卽3之三分之二也.

146. 比號及項 比之符號爲：。號前之數爲**〔前項〕**Antecedent。號後之數爲**〔後項〕**Consequent。

如$\frac{2}{3}$書作2 : 3; 2爲前項. 3爲後項.

147. 比之要理 〔一〕 比之兩項、必爲相似數。其比之値、必爲不名數。

如$2與$3比. 6與7比. 8尺與9尺比. 其比之値. 爲$\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{8}{9}$等不名數.

注意。 不相似之數. 必先化之. 乃可相比.

如 8 尺不可與 9 寸比.故必先化 8 尺爲 80 寸 (或 9 寸爲 0.9 尺) 而後可以相比.卽 $80:9=\frac{80}{9}$;或 $8:0.9=\frac{8}{0\cdot 9}=\frac{80}{9}$.

〔二〕 <u>比之兩項,以同數乘之,其比之值不變。</u>

如 $2\frac{1}{2}:3\frac{1}{3}=\dfrac{2\frac{1}{2}}{3\frac{1}{3}}=\dfrac{\frac{5}{2}}{\frac{10}{3}}=\dfrac{5}{2}\times\dfrac{3}{\underset{2}{\cancel{10}}}=\dfrac{3}{4}$.

若以 6 乘之. $2\frac{1}{2}\times 6:3\frac{1}{3}\times 6=15:20=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$.

〔三〕 <u>兩比之大小,視兩比化成分數之大小而定。</u>

如欲知 $5:7$ 與 $12:18$ 二比之大小.祇須將二比化成相似之分數.如下.

$5:7=\frac{5}{7}$　　$12:18=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$.

$\frac{5}{7}=\frac{15}{21}$; $\frac{2}{3}=\frac{14}{21}$ (見上定理二)

$\frac{15}{21}>\frac{14}{21}$; $\therefore 5:7>12:18$.

148. 正比反比 甲數對於乙數之**〔反比〕**Inverse Ratio 云者,卽甲數之倒數,對於乙數之倒數之比也。對於反比言,則甲數對於乙數之比,謂之**〔正比〕** Direct Ratio。

如 $\frac{1}{5}:\frac{1}{3}$ 爲 5 對於 3 之反比.

149. 前項後項比值三者,任知其二,可得其三。

卽　　　　**前項：後項＝比值**

∴ (1) 比值 $=\frac{\text{前項}}{\text{後項}}$

(2) 前項 = 後項 × 比值

(3) 後項 $=\frac{\text{前項}}{\text{比值}}$

150. 配比法

〔例題〕 今有銀六十三元.試依3:4配分之.

〔演算〕 命$63之兩部份爲甲與乙.

甲部每得$3,乙部必得$4.

故甲乙兩部之和,每次必爲$7.

甲部必爲全數之$\frac{3}{7}$;乙部必爲全數之$\frac{4}{7}$.

$\$63\times\frac{3}{7}=\$27$; $\$63\times\frac{4}{7}=\$36$.

∴ $\$27:\$36=\frac{3}{4}$.

問題四十五

問以下諸比.孰大孰小.

1. 5:8與6:9
2. 7:10與9:12
3. 8:9與10:17
4. 6:12與8:14
5. 十兩:十五兩,與$7:$9
6. 5寸:7寸,與8尺:11尺
7. 9畝:6畝,與5日:3日
8. $\frac{2}{3}$斤:$\frac{1}{2}$斤,與$\frac{5}{6}$秖:$\frac{3}{4}$秖

求下缺項.

9. $\frac{?}{4}=2$ 11. $\frac{?}{9}=\frac{1}{3}$ 13. $\frac{?}{10}=\frac{3}{5}$ 15. $?:9=2$

10. $\frac{6}{?}=2$ 12. $\frac{5}{?}=\frac{1}{4}$ 14. $\frac{7}{?}=\frac{1}{5}$ 16. $7:?=\frac{1}{2}$

試將下括弧內之數.依各比配分之.

17. (28), 3:4 20. $(31\frac{1}{2})$, $2\frac{1}{2}$:5 23. ($78), 3:10

18. (45), 4:5 21. ($72), 1:8 24. (341), 15:16

19. (260), 5:8 22. ($96), 3:5 25. (492), $5\frac{1}{3}$:15

26. 求十兩對於一斤之比.

27. 求五分鐘對於三點鐘之比.

28. 求 2500 磅對於一輕噸之比.

29. 求攝氏溫度表一度對於華氏溫度表一度之比.

30. 求六呎對於五碼之比.

附應用問題

31. 蘋果中水與定質之比.爲 427:77.問 250 斤蘋果.容水若干.

32. 今有米一包.重 162 斤.其糠粃與穀粒之比.爲 1:4.問包中白米重若干.

33. 甲乙合股營業.十年內獲利\$3750.若甲之本金爲\$2750,乙爲\$3500.問分利時各得若干.

34. 大麥肥料之成分;硝酸鈉$=12\frac{1}{2}$分,他質$=15$分;問$412\frac{1}{2}$磅肥料中.應置硝酸鈉若干.

35. 甲乙二戶之田.相對在河之兩岸.相約以\$2240爲疏通河道之用.其費按畝數分攤.若甲田80頃.乙田120頃.問各人應出費若干.

36. 張王二人合租一牧場.年租\$115.張有牛9頭王有牛14頭.問各人應出若干.

37. 徐姓以7:6之比.量入爲出.若一年出款爲\$1800.問進款若干.

38. 方形之邊與其對角線之比.約爲5:7.問每邊35尺之方形.其對角線長若干.

39. 圓形之周與其直徑之比.約爲22:7.問徑長14尺.周長若干.

40. 衞生局分析處.測得某種牛乳中.其酪與乳之比爲1:5.問375磅牛乳中.酪若干.

比 例

151. 界說 兩比相等,則成〔**比例**〕Proportion.

如 $\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$ 化成比例式時,卽 $2:3=10:15$.

152. 符號及項 比例之號爲 ∷ (不用 ∷ 時可以 = 代之)。比例至少必有四數,各名曰〔**項**〕。

首末二數謂之〔**外項**〕Extremes。中間二數謂之〔**內項**〕Means。

如 $2:3=10:15$ 可書作 $2:3::10:15$.

2 與 15, 外項也. 3 與 10, 內項也.

若中二項相等,則總名曰〔**比例中數**〕Mean Proportional。

如 $2:4::4:8$; 4 卽比例中數.

153. 比例之要理 比例外項相乘之積,等於內項相乘之積。

設比例式爲 $2:3::10:15$; 則 $\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$.

兩比相等,故同數除乘之,其値不變.

今以 3×15 分乘之,得

$$\frac{2\times\cancel{3}\times15}{\cancel{3}}=\frac{10\times3\times\cancel{15}}{\cancel{15}}.$$

$$2\times15=10\times3.$$

154*. 比例之變式 比例之四項、有交互之關係、故可由交換而得種種變式。如下、

設第一項$=1$;第二項;$=2$;第三項$=3$;則第四項$=6$.

〔一〕 若$1:2::3:6$;則$2:1::6:3$.

(證) $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$; $1\times6=2\times3$; $2\times3=1\times6$.

以1×3分除之,則得

$$\frac{2\times\cancel{3}}{1\times\cancel{3}}=\frac{\cancel{1}\times6}{\cancel{1}\times3}=\frac{2}{1}=\frac{6}{3}.$$

即 $2 : 1 :: 6 : 3$

(第二項) (第一項) (第四項) (第三項)

〔二〕 若$1:2::3:6$;則$1:3::2:6$.

(證) $1\times6=2\times3$.

以3×6分除之,則得

$$\frac{1\times\cancel{6}}{3\times\cancel{6}}=\frac{2\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times6}=\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$$

即 $1 : 3 :: 2 : 6$

(第一項) (第三項) (第二項) (第四項)

〔三〕 若$1:2::3:6$;則$3:1::6:2$.

〔四〕 若1 : 2 ∷ 3 : 6; 則3 : 6 ∷ 1 : 2.

〔五〕 若1 : 2 ∷ 3 : 6; 則6 : 3 ∷ 2 : 1.

〔六〕 若1 : 2 ∷ 3 : 6; 則2 : 6 ∷ 1 : 3.

〔七〕 若1 : 2 ∷ 3 : 6; 則6 : 2 ∷ 3 : 1.

自〔三〕至〔七〕,證法同上。舉一反三、是在學者。

155. 比例之求項法 由153節之要理比例之四項、任知其三,則第四項可求而得之。如下,

〔例題一〕 求(?) : 6 ∷ 9 : 27之缺項.

〔演算〕 所缺之項爲第一項(外項之一).故以第四項(亦外項之一)除二三兩項(內項)之乘積.卽得缺項.

$$(?)=\frac{\overset{2}{\cancel{6}}\times\cancel{9}}{\underset{3}{\cancel{27}}}=2.$$

〔例題二〕 求3 : 7 ∷ (?) : 35之缺項.

〔演算〕 所求之項爲內項之一.故求法與前適相反.當求外項相乘之積.以內項除之.

$$(?)=\frac{\overset{5}{\cancel{35}}\times3}{\cancel{7}}=15.$$

問題四十六

求下諸題中之缺項.

1. 24 : 18 :: 16 : ?	6. 18 : ? :: 32 : 45
2. 35 : ? :: 15 : 21	7. ? : 12 :: 5 : 18
3. 45 : 40 :: ? : 32	8. 8 : 17 :: ? : 119
4. 30 : 27 :: 40 : ?	9. 9 : 16 :: 12 : ?
5. ? : 36 :: 4 : 3	10. 17 : 3 :: ? : 12

11. 29, 435, 17, 255 四數.成比例.試證明之.

12. 217, 2821, 311, 3421 四數.何以不得為比例.

13. 某數與21之比.猶16與35之比.問某數為若干.

14. 7與16之比.猶63與某數之比.求某數.

15. 證明401與5287為某比例之內項.311與6817為同比例之外項.且將此比例書成三式.

156. 正比例與反比例　若比例之兩比相等.則此比例為**〔正比例〕**Direct Proportion。若比例之第一比等於第二比之反比.則此比例為**〔反比例〕**Inverse Proportion。

如2 : 3與4 : 6為正比例.因$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$也.

如3 : 2則與4 : 6為反比例.因$\frac{3}{2}=\frac{1}{\frac{4}{6}}$也.

157. 正比例與反比例之別。以實事證之。較易明晰。今舉數例如下。

(1) 購物愈多,其值愈大.故物數與價値爲正比例.
(2) 體積增大,重量亦增.故體積與重量爲正比例.
(3) 步速則行多,步緩則行少.故速率與行程爲正比例.
(4) 同速度之人,時久者行遠.故時間與行程爲正比例.

正

(1) 合作一事,工人愈多,成功愈速.故人數與日數爲反比例.
(2) 一定距離,速率愈大,需時愈少.故速率與時間爲反比例.
(3) 體之傳熱,相隔愈遠,熱量愈微.故距離與熱量爲反比例.
(4) 體受壓縮,壓力增加,體積減小.故壓力與體積爲反比例.

反

〔例題一〕 若五噸礦石.値銀八十七元半.問二十一噸.値銀若干.

〔演算〕 礦石之値與噸數俱增.故爲正比例.卽

(原有) (今有) (原値) (今値)

$$\therefore\ 5\text{噸} : 21\text{噸} :: \$87.50 : \$(?)$$

$$\underbrace{\frac{5\text{噸}}{21\text{噸}}=\frac{5}{21}}\text{(不名數)}$$

$$\therefore \$(?)=\frac{21\times \overset{\$17.50}{\cancel{\$87.50}}}{\cancel{5}}=\$\,367.50.$$

注意 上例將未知數列第四項.與之對峙之數列第三項.乃最普通之法.(參看下節)其實未知數任置何項.其結果皆同.如下.

21 噸 : 5 噸　:: $ (?) : $ 87.50

或　$ (?) : $ 87.50 :: 21 噸 :　5 噸

或　$87.50: $ (?)　:: 5 噸 : 21 噸

〔例題二〕今有一事.八人爲之.九日可竣.問十二人爲之.應需幾日.

〔演算〕同是一事.作者多則需時少.故本題之式.爲反比例.即

(今有人數)(原有人數)(原需日數)(今需日數)

12　:　8　::　9　　(?)

$(?)=\frac{8\times 9}{12}=6$ 日.

158. 比例之普通解法 定未知數爲第四項.與之對峙之數爲第三項.其他二數.則按比例之性質(或正或反).而分列第一第二兩項.

問題四十七

1. 今有一事.二十四人爲之.十四日可竣.問二十一人爲之.需日若干. 16日

2. 雇工掘井.每日作工九時.十三日可竣事.今令每日工作十時.問需幾日可竟全功.

3. 某甲一步跨2呎5吋.某乙一步跨2呎7吋.若所行之距相等.問甲跨2480步時.乙跨幾步.

4. 若$\frac{6}{13}$擔之米,值銀6兩.問13斤米值若干.

5. 本金百圓之利息.爲五圓五角.求本金八百二十圓之利息.

6. 某要塞本有守兵1200人,其糧足供80日23日之後,因餉缺遣散 250 人.問餘糧足以支持幾日.

7. 某甲負債\$5270.按破產律售其產.共得\$896.58.除中金\$62.43外.餘金分償債主.問放貸\$450.者應得若干.

8. 砂糖16斤,值\$1.56.求24斤之價.

9. 兔走八步之距離,犬僅六步可達.問犬走七十二步時,兔須行幾步.

10. 男子三人之食量.等於女子五人之食量.今有男子十人,女子五人,二十六日之糧.令女子十人食之.問幾日可完.

11. 銀圓一枚.糴上米可得一斗三升.糴下米可得一斗六升.問上米七斗八升.可換下米若干.

12. 有一事二十人爲之.十五日可畢.今欲早三日畢之.應增幾人.

13. 天井舊鋪石板 950 塊.每塊$1\frac{5}{6}$方呎.今掘起重鋪.添用新石 836 方.求每方之面積.

14. 每分鐘行$\frac{5}{13}$里之火車.$3\frac{1}{4}$點鐘時.可達次站.問每分鐘行$\frac{7}{15}$里之火車.需時若干.

15. 若$4\frac{2}{3}$呎長之竿.其影爲$7\frac{1}{4}$呎.問 11 呎長之竿.影長若干.

16. 水筒之小管.每分鐘放水四噚.其大管每分鐘放水七噚.若小管三點鐘時可以放盡筒中之水.問大管需時若干.

17. 若上題二管並開.問筒中之水.幾時可以放盡.

18. 蓄水池之進口管.每分鐘注水$7\frac{1}{2}$竔.其出管每

分鐘放水 5 AH.若開第一管 4 分 15 秒鐘可以注滿.問第二管需幾許時可以放盡.

19. 若上題二管並開.問水池幾時可滿.

20. 車輪之周.前 $6\frac{3}{4}$ 尺.而後 $9\frac{1}{2}$ 尺.問前輪轉 3762 次.後輪轉幾次.

21. 若 27.93 吋高之水銀重 0.76 磅.問 29.4 吋高之水銀重若干.

22. 法幣 1090.98 佛郎,換英金 42 鎊 10 先令 8 本士.英金 100 鎊,換佛郎若干.

23. 若每邊 $1\frac{1}{3}$ 尺之方石,重 537.6 斤.問每邊 $2\frac{1}{6}$ 尺之方石重若干.

24. 若每邊三丈二寸之方田.值 $456.02.問每邊二丈一尺之方田.值價若干.

25. 10 立方吋純金,與 193 立方吋之水等重.今有金一塊,其重與一立方呎之水相等.求金塊之立積.

26. 縮繪時以 $1\frac{1}{9}$ 吋之線,代表 38 呎之長竿.問 45 呎高之樹,當以何線表之.

27. 凸凹地圖以 $5\frac{1}{2}$ 呎之線表 630 哩長之鐵道.問高山 15750 呎之高山.圖上應高起若干.

28. 火車速率.每 18 秒鐘行 $\frac{1}{4}$ 哩.問一點鐘能行若干.

29. 四噸半煤.所佔之立積.爲九呎長,五呎闊,五呎高.今有一郵船,每日燒煤二十噸.所載之煤,可敷三星期之用.問煤房之容積至少若干.

30. 有兩時鐘.其一每日快二分.其一每日遲二分.今若將兩鐘同時較準.問幾日後差半小時.

複比例

159. 單比複比　比之各項爲一數所成者、謂之**〔單比〕** Simple Ratio。若爲諸單比相合而成、則謂之**〔複比〕** Compound Ratio。複比者、諸單比相乘之積也。

如 $2:3, 6:8, 5:9$ 三單比所成之複比,

爲 $2\times6\times5:3\times8\times9=\frac{2}{3}\times\frac{6}{8}\times\frac{5}{9}$.

160. 複比例　凡含複比之比例,謂之**〔複比例〕** Compound Proportion。

〔例題一〕 甲乙二田.其價高下相等.甲田長 88 步闊 36 步.乙田長 64 步濶 38 步.若甲田值 \$ 1056.問乙田值銀若干.

〔演算〕 田價旣等.則其値必視田之大小爲定.田愈大則値愈多.卽田之値與其面積爲正比例.

(甲田面積) (乙田面積) (甲田之值) (乙田之值.)

$$88\times36 \quad : \quad 64\times38 \quad :: \quad \$\,1056 : \quad (?)$$

$$3168 \quad : \quad 2432 \quad :: \quad \$\,1056 : \quad (?)$$

$$(?)=\frac{2432\times\cancel{1056}}{\underset{3}{\cancel{3168}}}=\$810\tfrac{2}{3}$$

若以複比之理演之.(原値爲第三項.今値爲第四項.)

(1) 値與長爲正比例.故長之比爲88 : 64.

(2) 値與闊亦爲正比例.故闊之比爲36 : 38.

連乘之得 $\left.\begin{matrix}(1)\quad 88:64\\(2)\quad 36:38\end{matrix}\right\}\$1056:?$

$$(?)=\frac{64\times38}{88\times36}\times1056=810\tfrac{2}{3}\text{(結果同上)}$$

〔例題二〕 四人每日工作十四小時.五日可耕十五畝.若每日工作十三時.問七人幾日可耕$19\frac{1}{2}$畝.

〔演算〕 本題所求者爲日數.故以對峙數五日爲第三項.

(1) 若畝數不變.同爲15.則工人愈多.需時愈少(卽反比例).故人數之比爲7 : 4.

(2) 今畝數不同.耕 $19\frac{1}{2}$ 畝所需之日.自應較 15 畝所需爲多(卽正比例).故畝數之比爲 $15:19\frac{1}{2}$.

(3) 上二條乃指每日工作之時數相等也.今時又不同.則得第三比.同是一業.每日工作愈久.需日愈少(卽反比例).故時數之比爲 13:14.

合上三者.得比例如下.

$$\left.\begin{array}{ll}(1) & 7:4\\ (2) & 15:19\frac{1}{2}\\ (3) & 13:14\end{array}\right\}::5:(?)$$

連乘之.得 $\dfrac{(?)}{5}=\dfrac{4\times19.5\times14}{7\times\ \ 15\times13}$.

以5分乘前後項.得

$$(?)=\frac{4\times\overset{\overset{0.5}{\cancel{1.5}}}{\cancel{19.5}}\times\overset{2}{\cancel{14}}\times\cancel{5}}{\underset{8}{\cancel{7}\times\cancel{15}}\ \times\cancel{13}}=8\times0.5=4(\text{日})$$

161. 因果相求法

〔原理〕 比例中種種名數。可分爲〔因〕Cause〔果〕Effect兩類。如工作之人,交易之貨,因也。若所成之事,貨物之値,則皆爲果。凡事同因恆有同果。故因與因之關係、必如其果與果之關係。

〔法則〕 依上原理。則得比例之第二法。其法不將已知或未知數、拘定何項。惟按因果定之、凡數之屬於因者,歸入前項,其屬於果者,歸入後項、區別而後計之。

〔例題〕 試將上節第二題.用因果法求之.

〔演算〕 法以工作之人.與日,及時三者爲因.以所耕田爲果.按下分之.

$$\begin{array}{ccccccc} \text{前因} & & \text{後因} & & \text{前果} & & \text{後果} \\ \left.\begin{array}{l}\text{四人}\\ \text{五日}\\ \text{十四時}\end{array}\right\} & : & \left.\begin{array}{l}\text{七人}\\ \text{(?)日}\\ \text{十三時}\end{array}\right\} & :: & \text{十五畝} & : & \text{十九畝半} \end{array}$$

前因 × 後果 = 後因 × 前果.

$$\therefore (?) = \frac{4\times5\times\overset{2}{\cancel{14}}\times\overset{1.5}{\cancel{19.5}}}{\cancel{7}\times\cancel{13}\times\underset{\underset{2}{10}}{\cancel{15}}} = 4.$$

注意。此法之難處.在於分明因果.因果旣明.則比例之正反.可置不論.而自無顚倒之虞.實較第一法爲直捷簡便也.

問題四十八

1. 今有一事.以 24 人爲之.每日工作 10 時.15 日可完.以 60 人爲之.每日減工二時.幾日可竣.

2. 牛馬力之比,如 8 : 7. 其速之比,如 5 : 8. 前用牛車 8 輛馬車 20 輛,於 5 日間運米 280 袋,至 $1\frac{1}{2}$ 里之遠.今用牛馬車各 10 輛,於 10 日間運米 350 袋.問第二次運送之路程若干

3. 鐵價每噸 \$37.50 時, 4418 噸礦石煉出之鐵值 \$36, 190. 問鐵價每噸 \$47 時,由 2275 噸礦石中煉出之鐵,其值若干.

4. 今有鐵條二.其一長 $3\frac{1}{3}$ 呎,寬 3 吋,厚 $2\frac{3}{4}$ 吋.其一長 $3\frac{2}{3}$ 呎,寬 4 吋,厚 $2\frac{1}{3}$ 吋.若第一條重 93 磅.求第二條之重量.

5. 甲乙兩齒輪.互相交錯.甲有齒十六.乙有齒十八.若甲轉四十五次時.需三分四十五秒.問乙於十分三十秒間旋轉幾次.

6. 原有一濠.長150尺,寬6尺,深$4\frac{1}{2}$尺.是以18人12日之力所掘成.今雇16人掘一新濠.長210尺,寬5尺,深4尺.問需若干日.

7. 一書原有810頁.每頁40行.每行60字.若重印時每頁增10行,每行增12字.問頁數可減若干.

8. 若3280顆42磅重之炮彈,值\$3000.問\$4200可購32磅重之彈若干.

9. 工作之效率.計男子一人,抵童子三人.女子一人,抵童子二人.以三男四女五童每日工作十時,於六日間可耕九十畝.今有七男六女十一童,每日作十一時,以耕三百三十畝.問需日若干.

10. 長方之水池.長15碼,深4呎,貯水32,500罌.今將此池加長18呎,加深1呎.問可貯水若干罌.

11. 金銀每立方吋之重,如88:47之比.今有$\frac{3}{4}$吋之方銀條.不知其長.祇知與$6\frac{3}{4}$吋長$\frac{1}{3}$吋見方之金條等重.求未知數.

12. 甲乙二人.甲每步跨2.85尺.乙每步跨2.1尺.每甲移7步時,乙多移4步.問乙行66丈時,甲行若干.

13. 自某處至某處,尋常六點鐘可到.今將行程減四分之一,速率加半.問需時若干.

14. 七人同耘一田,每日工作十時,六日可竣事.今以五人耘之,八日而竣.問每人每日工作幾時.

15. 大理石之比重(界說見前111節)爲2.8 水 1 立方寸,重 0.8785 兩.今有石條長1尺4寸,縱橫各1寸2分,求重量.

16. 兵千五百名,每名每日給米五合,計存糧可支六十日.今增兵三百名,問每兵每日給米若干,方可支五十五日.

17. 羊毛34瓩,可織門面寬0.6粨之呢25粨.今以羊毛108.8瓩,織門面寬0.8粨之呢.問呢長若干.

18. 今有5.40粨長,0.63粨厚,0.57粨寬之木柱.重1469.25瓩.復有一柱.長4.87粨,厚0.58粨,寬0.53粨.問應重若干.

19. 空氣之熱漲係數爲0.00367.今筒中之空氣,於攝氏溫度27.8°時量之,爲195.5立方呎.問攝氏100°時應佔容積若干.

註。 熱漲係數者.單位體積(法美用立方糎英用立方呎)之物質.加熱一度(攝氏)時所增之積也.如空氣之熱漲係數.在英制爲0.00367,乃謂一立方呎之空氣每增一溫度(攝氏).其體積即當漲大0.00367立方呎也.下仿此.

20. 器中空氣之溫度,爲攝氏15.6°.每立方吋所受之壓力,爲12磅.其體積爲4立方呎.問溫度增至48.7°(攝氏),壓力增至14磅時.該空氣應佔若干容積.

注。 空氣(或他氣)之容積.溫度不變時.與壓力爲反比例.

試以因果法解決以下諸問題.

21. 甲乙二人.甲能一日間耕其田之$\frac{3}{11}$乙之田$5\frac{1}{4}$倍於甲,工作之速.$1\frac{2}{3}$倍於甲.惟每日工作之時,僅爲甲之$\frac{7}{8}$.問乙欲耕其田之$\frac{5}{6}$,需時若干.

22. 今有一事.四壯夫或七童子爲之.六日可竣.問六壯夫與九童子同力合作之.幾日可竟.

注。意。

23. 原有之濠.長100丈,寬2丈,深3丈.係以50人6日之力掘成.計每日工作9時.今於其旁復掘一50丈長6丈寬,5丈深之新濠.限9日掘成.若每人日作10時,而工程倍難於前.問需工匠幾人.

24. 若12人 9 日間能耘田40畝.問16人 3 日間能耘幾畝.

25. 幼童之工作效率,祇爲壯夫之半.尋常壯夫日作10小時.今欲以42幼童45日所作之事,與27壯夫28日所成者相抵.問每童每日至少須工作幾小時.

26. 若日作11小時之女工 7 人, 8 日內賺 \$22.00.問日作10小時之女工12人,幾日內可賺\$360.

27. 明燈25盞.每晚燃點 5 小時,計40日耗油 4.25斤.今有油 7.65 斤,預備 1 月之用.若每晚祇用 4 小時,問可點幾盞.

28. 料草每噸値\$15時.馬房所儲之費,可供8匹馬12日之用.若料草跌價 3 元,馬數減少 2 匹,問可支持幾日.

29. 某處鐵礦,離鐵道甚遠.所產之鐵,槪以馬力轉運.第一次用馬二十匹,每日行路八小時,每星期歇一日,計 14 星期可達.第二次加馬四匹,每日少行一小時.每星期多歇一日.若兩次所運噸數相同,問第二次幾星期可達.

30. 有稻田二.其一縱 200 丈,橫 150 丈.以六人耘之,日作 12 小時, 4 日可竣.其二縱 300 丈.橫 250 丈.以八人耘之.日作 10 小時,問幾日可竟.

連比與連比例

162. 連比 凡二數以上連疊之比,謂之**連比** Continued Ratio。

3:5
7:8 =21:35:40

如甲與乙之比爲 $3:5$
乙與丙之比爲 $7:8$ 求甲乙丙之連比.

甲乙之比 $=3:5=3\times7:5\times7=21:35$
乙丙之比 $=7:8=7\times5:8\times5=35:40$

$\therefore$ 甲乙丙之連比 $=21:35:40$

$\therefore$ 甲丙之比 $=21:40$

163. 連比例 若順次所列之數,互有關係,則可由各數之關係,而求首數與末數之關係。

〔例題〕 三匹馬換羊十六頭,七頭羊換牛二頭,五頭牛換米四十二石.問一百二十八石米,換馬幾匹.

〔演算〕 若用單比例法次第求之,則

(1) 42石米 : 128石米 ∷ 5牛 : (?)牛

$$(?)=\frac{128\times5}{42}\text{牛}$$

(2) 2牛 : $\frac{128\times5}{42}$牛 ∷ 7羊 : (?)羊

$$(?)=\frac{128\times5\times7}{42\times2}\text{羊}$$

(3)　$16\text{羊}:\frac{128\times5\times7}{42\times2}\text{羊}::3\text{馬}:(?)\text{馬}$

$$(?)=\frac{\overset{\overset{\overset{2}{\cancel{4}}}{\cancel{8}}}{\cancel{128}}\times5\times\cancel{7}\times\cancel{3}}{\underset{\underset{2}{\cancel{6}}}{\cancel{42}}\times\cancel{2}\times\cancel{16}}=2\times5=10\text{ 匹馬}$$

若用連比例法解之.

左項		右項	
馬 (?) 匹	=	米 128 石	視作不名數而連乘之.
米 42 石	=	牛 5 頭	
牛 2 頭	=	羊 7 頭	
羊 16 頭	=	馬 3 匹	

$$(?)\times42\times2\times16=128\times5\times7\times3$$

$$(?)=\frac{\overset{\overset{2}{\cancel{8}}}{\cancel{128}}\times5\times\cancel{7}\times\cancel{3}}{\underset{\underset{2}{\cancel{6}}}{\cancel{42}}\times\cancel{2}\times\cancel{16}}=10\text{ 馬}\ \left(\text{即}\frac{\text{右項之連乘積}}{\text{已知左項之連乘積}}=\text{未知數}\right)$$

〔說明〕法以已知未知各數、按其相當之對偶、分左右列之務使每項之下、無同類之名數。左項各數、旣等於右項各數。以相等數乘相等數、其結果仍相等。故左項各數之連乘積、等於右項各數之連乘積。以左邊已知各項之積、除右邊各項之積、即得未知數。

註。意。 同類之名數,單位必用同等.如米 128 石祇可與 42 石比.不可與 420 斗比也.

問題四十九

1. 上中下三等米價之比.計上米三升,抵中米三升二合.中米四升,抵下米四升五合.若下米二斗五升之價為 \$3.75, 問上米七石二斗,價值若干.

2. 絹八尺可易綿三斤.綿五斤可易米七升,米三升可易炭五簍.問幾簍炭可易絹六尺.

3. 若墨銀二圓,合規銀一兩四錢六分.規銀百兩,合美金六十六圓.美金二十圓,合英金四鎊.英金二鎊,合德幣四十一馬克.德幣十七馬克,合法幣二十一佛郎.問墨銀五十一圓,可換法幣幾佛郎.

4. 甲乙丙三人.甲七日之工,等於乙之三日.乙五日之工,等於丙之三日.若甲四日之工資為 \$3.60, 問丙工作六日後,應得工資若干.

5. 鷄四隻換鴨三隻.鴨七隻換鵝二隻.鵝九隻換鶴五隻.若鷄每隻價售 \$0.54, 問鶴一隻值價若干.

6. 火車行十八里時,馬車祇行六里.馬車行五里

時,人力車祇行四里.若自行車之速率,等於人力車之二倍.問火車行三十里時,自行車行若干里.

7. 甲乙丙丁四人.各有田若干.甲與乙之比,如27 : 16.乙之十一倍,等於丙之十二倍、丙之四分之一,祗丁之三分之一.若已知丁有六十六畝,問甲有幾畝.

8. 百步之競走,甲勝乙四步.百五十步之競走,丁勝丙五步.百八十步之競走,甲後丁五步.問百七十四步之競走,乙丙之勝負如何.

9. 三童繞池而行.甲行八周時,乙行五周.乙行三周時,丙行二周零三十六步.若甲之速率倍丙,問池之周圍共爲幾步.

10. 今有職工五人.甲十五日之業,當乙之二十五日.丙八日之業,當丁之十二日.戊十日之業,當甲乙兩人合作三日之業,或丙丁兩人合作二日之業.問丙成一事時,甲成事之幾份.

比例之應用

164. 商業及科學界中。比例之應用最廣。今略舉數例如下。

(一) 配 分

165. 界說及法則 按所定之比例。將某數分爲若干分、是謂〔配 分〕Division into Proportional Parts。

配分之法。以各比爲分子、以各比之和爲分母、依次求之。

〔例題一〕 今有\$391. 試依 5, 7, 11 之比分之.

〔演算〕 \$391 之全數共分爲 $5+7+11=23$ 份.

甲部得 5 份, 即 $\$391\times\frac{5}{23}=\$85$.

乙部得 7 份, 即 $\$391\times\frac{7}{23}=\$119$.

丙部得 11 份, 即 $\$391\times\frac{11}{23}=\$187$.

若以比例之理推之, 結果亦同.

(甲) $23:5::\$391:(?)$; $(?)=\$85$.

(乙) $23:7::\$391:(?)$; $(?)=\$119$.

(丙) $23:11::\$391:(?)$; $(?)=\$187$.

〔例題二〕 試將\$248 按 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{25}$ 諸比分之.

〔演算〕 $\frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{25}$之最小公分母爲150.

以150分乘各比.得15, 10, 6三數.

故全數可視作$15+10+6=31$份.

各部可視作$\frac{15}{31}$,, $\frac{10}{31}$, $\frac{6}{31}$各份.

(甲)　$31:15::\$248:(?)$;　$(?)=\$120$.

(乙)　$31:10::\$248:(?)$;　$(?)=\$80$.

(丙)　$31:6::\$248:(?)$;　$(?)=\$48$.

問題五十

1. 試將$12,000按$3:4:5$分之.

2. 試將815斤按$\frac{1}{2}:\frac{2}{3}:\frac{3}{4}:\frac{4}{5}$分之.

3. 試將6853磅之羊毛,分爲三股,與$1\frac{3}{4}$, $2\frac{4}{5}$, $5\frac{5}{8}$三數作比例.後合而復分之,使與三數之倒數作比例.

4. 兄弟二人.合置一產.兄出資$1250.弟出資$1000.若三年後所置之產,價值漲至$3600.問各人名下應得若干.

5. 鑄礮之原料.爲三份錫與百份銅之合質.問重721磅之礮.內有銅錫各若干.

6. 鑄鐘之原料.爲78份銅與22份錫之合質.問重937磅之鐘.鑄時需銅錫各若干.

7. 火藥100瓩之中.計有硝75瓩,木炭與硫黃各12.5瓩.今欲製礮彈一千萬顆.每顆實以火藥五克.問共需原料各若干.

8. 黃銅者.銅二份鋅一份之合質也.問一斤重之黃銅鼎.中含銅鋅各幾兩.

9. 鑄字之鉛.爲鉛銻二質合成.計每鉛39份雜銻11份.今欲製957磅鑄字鉛.問須用鉛銻各若干.

10. 以鉛二份錫一份和之.即成釬錫.問100磅釬錫之中.該錫鉛若干.

11. 空氣者.即淡養二氣之混合物也.計每100立方粎空氣中.含養氣21立方粎,淡氣79立方粎.若每竔(即一立方粉)養氣,重1.4295克.而每竔淡氣,重1.2577克.問100克之空氣中.該淡養氣各若干克.

12. 五人合作一事,二十日而成,共得工資$251.1其間斷者惟二人,一假五天,一假二天.問工資應若何分派,方爲公平.

(二) 混合

166. 界說 〔混合〕Alligation 者,配分之對也。其法以品值不一之物混合之,或由成分以求均數,或由均數而求成分。

〔例一〕 有酒三種,一種八升,每升六十文.一種一斗二升,每升五十文.一種六升,每升四十文.今將三種混合之.問每升應售若干.

〔演算〕 $60\times 8=480$(文.)

$50\times 12=600$(文.)

$\underline{40\times 6=240}$(文.)

共 26 升 $=1320$(文.)

(升)　(升)　(文)　(文)。

$26:1::1320:(?)$

$$(?)=\frac{1320}{26}=50\tfrac{10}{13}(\text{文.})$$

〔例二〕 上茶每斤價銀八角五分.下茶每斤價銀四角二分.混合之.而得平均價七角.求混合量.

(演算)	
上茶本價 \$0.85	下茶今價 \$0.70.
今價 \$0.70	原價 \$0.42.
每斤損 \$0.15	每斤益 \$0.28.
$\therefore \frac{1}{15}$ 斤損 \$0.01	$\therefore \frac{1}{28}$ 斤益 \$0.01.

$\therefore \frac{1}{15}$斤上茶之虧 $= \frac{1}{28}$斤下茶之盈.

(上) (下) (上) (下)

$\frac{1}{15} : \frac{1}{28} = 28 : 15.$

$\therefore$ 上茶 = 28 斤
下茶 = 15 斤

注意 28 : 15之倍數,皆可爲所求之斤數,惟答案務求其最小者.

二種以上之混合,亦可依此法求之.如下。

〔例三〕 上中下酒三種,每斤爲 \$0.35, \$0.30, \$0.20 等價.今欲混合之而使每斤價爲\$0.26.問各種之混合量如何.

〔演算〕 上酒原價\$0.35
今價\$0.26
每斤損\$0.09
上酒 $\frac{1}{9}$ 斤損\$0.01 (1)

下酒今價\$0.26
原價\$0.20
每斤益\$0.06
下酒 $\frac{1}{6}$ 斤益\$0.01 (3)

中酒原價\$0.30
今價\$0.26
每斤損\$0.04
中酒 $\frac{1}{4}$ 斤損\$0.01 (2)

由(1)與(3),得上酒 6 斤與下酒 9 斤,盈虧相抵.

$\therefore$ 上 6 斤 = 下 9 斤 (4)

$\therefore$ 上 2 斤 = 下 3 斤 (5)

由(2)與(3),得中酒6斤與下酒4斤,盈虧相抵

$$\therefore 中6斤 = 下4斤 \quad (6)$$

$$\therefore 中3斤 = 下2斤 \quad (7)$$

按算學之定理.凡相等之數相加.其結果仍相等.故

$$\begin{array}{ccc} (上) & (中) & (下) \\ \left.\begin{array}{ccc} 2 & & = 3 \\ & 3 & = 2 \end{array}\right\}\text{相加} \\ \hline 2 & + 3 & = 5 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{即上酒2斤}\\ \text{中酒3斤}\end{array}\right\}\text{兩項之虧} = \text{下酒5斤之盈也.}$$

$$\therefore 上酒:中酒:下酒 = 2:3:5$$

注意. 2:3:5以同數乘之.其值不變.前例已言之詳矣.然倍數之外.亦有種種混合之比.由組合之不同而得者.不可不注意也.如下例.

	上酒	中酒	下酒
(I)	2	3	5………由(5)與(7)
(II)	6	6	13………由(4)與(6)
(III)	4	3	8………由(5)×2與(7)
(IV)	2	6	7………由(5)與(7)×2

由是類推.以至無窮.演算時取其最小之數可矣.

問題五十一

1. 蜀茶五斤,每斤價$0.40.浙茶二斤,每斤價 $0.55.粵茶三斤,每斤價$0.35.今混合之.問每斤應售銀若干.

2. 每升三十二文之酒三斗五升,每升三十六文之酒二斗五升,每升三十七文之酒二斗,與水五升混合之.問每升之價若干.

注。意。 水對於酒.可視作無代價之物.

3. 有酒三種.每斤之價.甲爲三角三分,乙爲三角六分,丙爲四角八分.混合之比爲2:5:8.求每斤之平均價值.

4. 每斤五十一文之茶與每斤五十九文之茶混合之.而得平均價每斤五十四文.問混合之法若何.

5. 甲乙丙丁四種酒.每斤之價.甲爲三角一分,乙爲三角四分,丙爲三角八分,丁爲四角.問若何混合之.方可使成每斤三角五分之酒.

6. 今將每升 $0.60, $0.50, $0.35 之酒三種.與水混合.使成每升$0.45之酒.問混合之法若何、

7. 有每升三十五文之酒五斗.以每升四十文之酒攙入之.問須攙若干.方可成每升三十八文之酒.

註。由混合之比.求未知之名數.

8. 今有每斤 $\frac{9}{7}$ 圓之茶21斤,每斤 $\frac{3}{2}$ 圓之茶60斤,與每斤 $\frac{8}{9}$ 圓之茶混合.而成每斤 1 圓之茶.問後入之茶當爲幾斤.

9. 有茶四種.每斤之價爲\$0.22, \$0.25, \$0.29及\$0.31.今混合之.使均平價爲 \$0.26. 祗知甲乙丙混合之比爲6:4:3.求丙丁之比.

10. 某銀行發行5圓及10圓兩種紙幣,共150張,計銀1000圓.問各種應若干張.

11. 每斤七分八分及一角三分之砂糖混合.而得每斤一角之糖三十五斤.問每種斤數各若干.

12. 三種蛋之價.爲鵝五分鴨三分雞半分.今以一百分銀.易一百個蛋.問各種應得若干.

(三) 合 股

167. 界說 凡二人或二人以上,出資以營業,謂之**〔合股〕** Partnership。其所成之團體,或曰**〔店〕** Firm,或曰**〔公司〕** Company。合股之人爲**〔股東〕** Shareholders,亦名曰**〔夥〕** Partners。

168. 存項欠項 公司之一切所有,謂之**〔存項〕**(卽資本 Assets)。其一切所負,謂之**〔欠項〕**(卽負債 Liabilities)。

169. 公例 凡公司之盈虧,皆股東任之。其分派之數,視各股東投資之多少,及入股之先後,以爲比例。

〔例題一〕 張王二人,合資營業,張投資 \$4000, 王投資 \$5000, 若公司共賺 \$1800, 問每人應得若干.

〔演算〕 $\$4000+\$5000=\$9000$ (公司之總資本)

$\$9000:\$1800::\$1:(?)$

$(?)=\dfrac{1800}{9000}=\$0.20$ (一元資本應派之利)

$\left.\begin{array}{l}\text{張姓之利}=\$4000\times0.2=\ \$800\\ \text{王姓之利}=\$5000\times0.2=\$1000\end{array}\right\}$

〔例題二〕 趙姓出資 1000 圓開一店,一年後李姓以 3000 圓附股,若二年所賺共 \$1400,問每人應派若干.

〔演算〕趙投資二年.李投資一年.故趙之資本.應作加倍算.

$$\$2000\times2=\$4000\ (\text{趙姓之資})$$
$$\$3000\times1=\underline{\$3000}\ (\text{李姓之資})$$
$$\$7000$$

$$\$7000:\$1400::\$1:(?)$$
$$(?)=\$0.20$$

$$\$4000\times0.2=\$800\ (\text{趙姓應派之利})$$
$$\$3000\times0.2=\$600\ (\text{李姓應派之利})$$

注意　趙資 \$2000.爲計二年之利.故暫作 \$4000.以後仍作 \$2000.蓋公司之總共資本爲 \$2000+\$3000=\$5000,並不加多故也.

問題五十二

1. 甲乙丙三人.甲出 \$18,150;乙出 \$19,360;丙出 \$10,890.合資營業.若公司賺 \$12,100.問每人應得若干.

2. 四人合營一業.獲利 \$1200.若所投之資爲 \$3000,\$5000,\$4200 及 \$2400,各數.問每人應派利若干.

3. 某甲欠張王李三人.\$8050,\$2970,\$7170 各數.死後依破產律.售其餘產得 \$13,646.問各債主應得若干.

4. 某乙死後,尚負債 $2000.歸其三子分償.若所分之遺產,值 $4700, $3200 及 $12, 500. 問每人各得若干.

5. 張王二姓.合股營業.張姓投資八個月,計繳 $6000. 王姓投資六個月,計繳 $4000. 若所賺爲 $2000, 問每人應派利若干.

6. 趙姓出資二千五百圓.獨營一業.三年後加本一千二百五十圓.並招李姓入股.繳銀五千圓.如是者復四年.然後析股.若所獲總利爲九千五百六十二圓五角.問每人應派得若干.

7. 某公司之股東.爲甲乙丙三人.甲投資 $800, 三個月後加添 $250; 乙投資 $950, 二個月後提去 $200; 丙投資 $650, 六個月後加添 $400. 年終結帳時.共得贏餘 $2516. 問各人應派得若干.

8. 某店股東二人.甲有資本 $3500, 乙有 $8700. 甲爲經理,於常利外例得贏餘之一成二(即 12 %), 以作酬勞.若一年內獲利 $1906.25, 問各人應得若干.

9. 張趙二姓.合資營業.張出資 $2100; 趙出資 $1750. 一年之後.各加資本 $700,復招李姓入股,計投資 $2500.

若李姓入股十八個月後之總利爲 \$2166.50, 問各人應派得若干.

10. 甲乙丙三人,共出資\$132.50, 合租一地,以作牧場.甲有牛10頭,放牧三個月.乙有牛12頭,放牧四個月.丙有牛14頭,放牧二個月.問各人應出租金若干.

11. 甲乙二人.合營一業.各出資 \$2000. 甲於二月之後加\$500, 七月之後復加\$500; 乙則於三月之後加\$800; 若年終結賬時獲利\$3605.25. 問每人應得若干.

12. 甲乙二人資本金之比,爲7:11.七個月後甲提去其本之一半,乙提去其三分之一.再經十一個月獲利共\$5148.50. 問各人應派利若干.

上編總問題

1. 用1, 2, 3三數字書作六數.而求其和.

2. 不用計算.證明8, 9, 11三數.皆爲36,432之因數.

3. 天津有油800簍.烟臺404.簍牛莊756.簍若須運至上海.若新銘船到時,祇能裝490簍.問每處各裝若干簍.方爲公允.

4. 某教習列三數於黑板.命諸生求其最小公倍數.其三數一爲3425.一爲1829.第三數則已忘却.祇記數有五位耳.某生不愼.將第一數誤作3245.乃所得之結果.竟相符合.問第三數究爲何數.

5. 某人以\$2.25購頭二三等火車票各一張.計趁車45里.若頭等爲二等之$1\frac{2}{5}$.二等爲三等之$1\frac{1}{4}$.問每票售銀若干.又問每等每里售銀若干.

6. 問自1836年五月十五日至1858年三月十五日共有幾日.

7. 某甲進出款之比.如4 : 5.其每年之進款.比之前一年.如9 : 10之比.若1912年之出款.較1910年之進款多五十圓.問1910年之進款若干.

8. 今有一箱.長 1.7 粎,闊 87 糎,高 31 糎.問內容水幾竔.米幾斗.

9. 今有一箱.長 2.3 粎,闊 1.8 粎,深 74 糎.若橄欖油之比重爲 0.915. 問需油若干瓩.方可滿箱.

10. 今有長方大理石一塊.長 4 呎,闊 34 吋,厚 17.3 吋.比重爲 2.73.問石重幾噸.(水每立呎重 64.1 磅).

11. 有罎二.其一容酒一磊.其一容水一磊.今由第一罎中取酒一听置第二罎中.復由此混合液中取出一听置第一罎中.則第一罎中之水量,與第二罎中之酒量相等試證明之.

12. 物質受熱則漲.其每度之所漲,謂之熱漲係數.攝氏百度時之熱漲係數.於鐵則爲 0.0012; 於玻璃則爲 0.00085. 今有鋼鐵與玻璃各一條.於攝氏 0° 時.均長 3 呎.問熱至華氏 80° 時.二條相差若干吋.

13. 赤金一錢打成之金葉.足鋪 90 方寸.今有每邊 3 尺之方塊.欲以金葉包之.問需金若干兩.

14. 吾人呼吸之度.計每人每分鐘,需空氣 8 立呎今有 400 人.入一禮堂聽講.若堂長 70 呎,闊 40 呎,高 20

呎,問室中空氣,可敷若干時之用.

15. 校中課堂高10呎,闊20呎,長25呎,內容學生五十人,問上課後至多幾時,必須洞開窗戶,方不有礙衞生.

16. 某汽船之速率,每小時行14.04浬.航路共長4043浬.每日燒煤87重噸.問該船須載煤若干.方可敷航海一次之用.

x 17. 甲乙二人共作一事,$13\frac{1}{2}$ 日可竟.甲丙二人需 $10\frac{2}{3}$ 日.甲乙丙三人,祗需 $7\frac{1}{2}$ 日.問甲一人獨爲之.需若干日.

18. 八人耘20畝田.每日工作12小時.四日可竣事.今有一田,長 180 步,闊60步,限12日耘畢.若工作每日12小時.問需農夫若干.

19. 試將$1270.按 $4\frac{1}{3}$($5\frac{1}{6}$, $6\frac{2}{7}$ 各份分之.

20. 問二方尺與二尺見方何別.一方尺與一尺見方何別.半方尺與五寸見方何別.

21. 若22° 30′之弧長6吋.問全圓周長若干.

22. 若一浬等於赤道周之一分.問赤道上20度.合

哩數若干.

23. 問攝氏表何度.等於華氏之 68°.

24. 酒精與水重之比.為 0.792 : 1. 求一竔酒精之重量.

25. 有茶四十斤.中雜紅茶四分之一.餘皆綠茶.若欲紅綠參半.問須加入紅茶若干.

26. 若八人能於四日內成事之 $\frac{2}{3}$.問六人爲之.幾日可竟.

27. 一竔之水銀.重 13,598 克.問水銀較水重若干倍.

28. 甲乙二人.合股營業,甲投資 \$250, 共 40 日,賠 \$80. 乙投資 \$350, 賠 \$70. 問乙投資若干日.

29. 丙丁二人.合股營業.丙投資 \$450, 共 8 個月.獲利 \$180. 丁投資 7 個月,獲利 \$175. 問丁之資本若干.

30. 今有酒罈三隻.容量同爲 32 升.罈中之物水酒交融.第一罈祇半滿,其中水酒參半.第二罈滿至四分之三,中有酒 9 升.第三罈全滿,中有水 28 升.若將第三罈之液.注於第二罈使滿.再將第二罈中之混合液注滿第一罈.問此時第一罈中.有水與酒各若干升.

第八章

百分法

170. 界說 〔**百分法**〕Percentage 者、關於百分之計算也。百分之一爲一釐、百分之五爲五釐、百分之十爲十釐(卽一分)、餘依此類推。

(按百分之本義.應稱百分之一爲一分.但我國向來.皆稱小數之第一位爲分.第二位爲釐.第三位爲毫.而在商業場中.「分」字之命義.又多兩種歧出.如一寸二分之分.爲單位寸之十分之一.一畝六分之分.爲單位畝之十分之一.二錢四分之分.則爲單位兩之百分之一.又年利一分.指每百元取息十元.是以分爲十分之一.月利一分.指每百元取息一元.又以分爲百分之一.卽計利一事.而兩種混用.尤淆聽聞.本章論百分法.以百分之一 One percent 爲單位.定其名曰釐.俾與小數之名稱一貫.而於利息之稱「按月一分」者.亦改稱按月一釐.若「常年一分」.則仍其舊.明知習用已久.驟改非易.惟圖名稱之劃一.不得不爾.)

171. 符號 百分之符號爲%。

如百分之二十,書作20%; 百分之五,書作5%

此％之符號.讀爲百分兩字可也.卽讀爲釐字亦可也.

172. 百分法之各項

(一) 〔母數〕 Base、卽原有之數,取其百分之幾者。

(二) 〔分率〕 Rate、卽所取母數之百分之幾也。

(三) 〔子數〕 Percentage、卽由母數案分率取得之數也。

如 300 元之 10% 爲 30 元. $300 卽母數, 10% 卽分率, $30 卽子數.

〔公式〕 母數 × 分率 = 子數

173. 百分與分數小數之關係

三者之別、祇在形式.視演算之便否、而定所用之式。

如 13.5% 爲 $\frac{13.5}{100}\left(=\frac{27}{200}\right)$, 亦爲 0.135,乘時用小數式爲便.若 $33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3} = 0.3333\cdots$. 則與其以 0.3333 乘之,不若以 3 除之之爲便矣.

174. 化百分爲分數法

〔例題〕 $37\frac{1}{2}\% = \frac{37\frac{1}{2}}{100} = \frac{37.5}{100} = \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$

〔定法〕 將分率爲分子、100 爲分母,而約至最低項。

175. 化百分爲小數法

〔例題〕 $37\frac{1}{2}\% = \dfrac{37.5}{100} = 0.375$

〔定法〕 去百分之符號,而以小數點移左二位。

問題五十三

化下數爲分數.

1. $62\frac{1}{2}\%$
2. $87\frac{1}{2}\%$
3. $66\frac{2}{3}\%$
4. $37\frac{1}{2}\%$
5. $83\frac{1}{3}\%$
6. $18\frac{3}{4}\%$
7. 95%
8. 70%
9. $144\frac{4}{9}\%$
10. $262\frac{1}{2}\%$

化下數爲小數.

11. 20%
12. 80%
13. 25%
14. 50%
15. 75%
16. 5%
17. 10%
18. $12\frac{1}{2}\%$
19. $16\frac{3}{4}\%$
20. $11\frac{1}{8}\%$

176. 化分數為百分法

〔例題〕 化 $\frac{2}{5}$ 爲百分得幾何.

$$1=\frac{100}{100}=100\%$$

$$\frac{2}{5}=\frac{2}{5}\times 1=\frac{2}{5}\times\frac{100}{100}=\frac{2}{5}\times 100\%=40\%$$

〔定法〕 以100爲實,而以分數乘之。

177. 化小數爲百分法

〔例題〕 $0.4575=\frac{4575}{10000}=\frac{45.75}{100}=45.75\%=45\frac{3}{4}\%$

〔定法〕 將小數點移右二位,而加百分之符號。

問　題　五　十　四

化下數爲百分.

1. $\frac{1}{2}$	6. $\frac{4}{5}$	11. 0.25	16. $0.\dot{3}$
2. $\frac{1}{4}$	7. $\frac{8}{25}$	12. 0.6	17. $0.1\dot{6}$
3. $\frac{3}{8}$	8. $\frac{7}{20}$	13. 0.75	18. $0.8\dot{3}$
4. $\frac{1}{3}$	9. $\frac{2}{9}$	14. 0.9	19. 0.875
5. $\frac{1}{6}$	10. $\frac{7}{16}$	15. 0.65	20. 1.375

178. 尋常之分率,如下列諸數,以分數演算最便,

故當熟記。

$50\%=\frac{1}{2}$	$37\frac{1}{2}\%=\frac{3}{8}$	$16\frac{2}{3}\%=\frac{1}{6}$	$20\%=\frac{1}{5}$
$25\%=\frac{1}{4}$	$62\frac{1}{2}\%=\frac{5}{8}$	$33\frac{1}{3}\%=\frac{1}{3}$	$40\%=\frac{2}{5}$
$12\frac{1}{2}\%=\frac{1}{8}$	$87\frac{1}{2}\%=\frac{7}{8}$	$66\frac{2}{3}\%=\frac{2}{3}$	$60\%=\frac{3}{5}$
$6\frac{1}{4}\%=\frac{1}{16}$	$3\frac{1}{8}\%=\frac{1}{32}$	$83\frac{1}{3}\%=\frac{5}{6}$	$80\%=\frac{4}{5}$

百分之演算

179. 求子數法 以分率乘母數,即得子數。(見前公式)

〔例題一〕求 288 之 $16\frac{1}{3}\%$

$16\frac{1}{3}\%=0.16\frac{1}{3}$

$0.16\frac{1}{3}\times 288=47.04$

故 288 之 $16\frac{1}{3}\%=47.04$

〔例題二〕求 288 之 $16\frac{2}{3}\%$

$16\frac{2}{3}\%=0.16\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$

$\frac{50}{3}\times\frac{1}{100}=\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}\times 288=48$

故 288 之 $16\frac{2}{3}\%=48.$

問題五十五

試以小數解以下諸題,

1. 1728 之 23%
2. 1861 之 44%
3. 14.22 之 87%
4. 2.832 之 63%

5. 841 之 72%	*8.* 12.5 之 122%
6. 846 之 2%	*9.* 48.2 之 287%
7. 24.87 之 9%	*10.* 7854 之 1%

試以分數解以下諸題.

11. 363 之 $33\frac{1}{3}$%	*16.* 216 之 $62\frac{1}{2}$%
12. 545 之 20%	*17.* 360 之 $37\frac{1}{2}$%
13. 1728 之 25%	*18.* 486 之 $83\frac{1}{3}$%
14. 8642 之 50%	*19.* 456 之 $66\frac{2}{3}$%
15. 432 之 75%	*20.* 2.56 之 $12\frac{1}{2}$%

21. 某城戶口.十年中增加8%.若十年之前有12,275戶.問現有若干戶.

22. 某處礦石.含鐵7%.問365噸之礦.可煉純鐵若干.

23. 火藥之成分如下,硝石 =75%,硫黃 =10%,木炭 =15%.問每噸火藥中.含原料各若干磅.

24. 空氣之成分.養氣 =20.0265%,淡氣 =79.9735%.問1750立方呎之空氣中,含養氣若干立方呎,

25. 一營兵共750名.若出戰時死者2%,傷者6%,不知去向者4%.問可用者尙有幾人.

26. 某甲售其車馬.虧折 $16\frac{2}{3}$%.若原價爲六十圓.問售價若干.

27. 某乙售書.獲利 $33\frac{1}{3}$%.若每册書原價爲$1.50,問售價爲若干.

28. 某校女生居全校人數之 $17\frac{1}{2}$%.其餘皆男生.若全校生共80人.問男生若干.

29. 某處鉛礦.含鉛60%.而鉛中復含銀1%之 $\frac{3}{4}$.問1200噸之礦.含銀鉛各若干.

30. 某地居民共 27,000,000.若87%爲本地人.問外籍人若干.

180. 求分率法　以母數除子數,而化成百分.

〔例題〕 問3爲4之何分.

$$3=\frac{3}{4}\times 4=4\text{ 之 }\frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4}=100\%=75\%$$

$$\therefore 3=4\text{ 之 }75\%$$

問題五十六

1. 問16爲64百分之幾.

2. 問64爲16百分之幾.

3. 問50磅爲450磅百分之幾.

4. 問450磅爲50磅百分之幾.

5. 問$130.20爲$465百分之幾.

6. 問$807.04爲$832百分之幾.

7. 問$2289.84爲$987百分之幾.

8. 某窰燒磚. 29,800塊中 完全可用者, 祇有29,734塊.問燒壞者共幾成(即百分之幾.)

9. 價値$4,000之室.租金每年$360.問年租爲屋價之幾成.

10. 以穀子四兩種於田中.春收時得穀七十五斤.問所穫爲所種之幾成.

11. 某城戶口.十年前爲26,275.今加至31,530.問該城戶口較前多幾成.

12. 製造$31\frac{1}{4}$噸之火藥.需硫黄$3\frac{3}{4}$噸.問火藥中硫黄之成分若干.

13. 七擔之沙.淘得純金一兩.問沙中金之成分爲若

干.(十六兩爲一斤,百斤爲一擔.)

14. 若$12\frac{1}{2}$斤之鐵.由235斤石礦中煉出.求礦中鐵質之成分.

試由下表求各區十年中戶口增加之成數.

		(十年前之戶數)	(今日之戶數)
15.	中區	1,206,594	1,513,501
16.	東區	503,304	1,099,850
17.	西區	846,981	1,046,964
18.	南區	566,689	806,343
19.	北區	362,535	448,477

20. 二十五斤火酒.攙水二斤.求混合液中水及火酒之成分.

21. 若今日某城之戶口.較十年前增加一倍.而十年後之戶口.又較今日增多$\frac{1}{10}$倍.問今後十年.較以前十年.其增率以百分計之.當爲若干.

22. 某甲於乙丑年重量增3%.丙寅年重量又減3%.問丁卯年初之重量.與乙丑年初之原重較之.爲百分之幾.

23. 若七磅海綿.曬乾後失重三唡.問所含之水爲

原重之若干%.

24. 若海綿失水三兩之後.仍重七磅.問水爲原重之若干%.

25. 若海綿吸水三兩之後.始重七磅問水爲原重之若干%.

26. 純銀之內.雜以銅20%.問銅爲雜質之若干%.

27. 若銀銅雜質中之20%爲銅.問銅爲銀之若干%.

28. 淡氣之重.爲同積水重之1%之$\frac{1}{8}$.求淡氣之比重.(參觀第五章第111節.)

29. 養氣之重.爲同積水重之1%之$\frac{1}{7}$.求養氣之比重.

30. 空氣.爲4份養氣與13份淡氣之混合物.求空氣之比重.

181. 求母數法 以分率除子數.即得母數.

〔例題一〕若某數之17%爲799.問原數爲若干.

$$數之17\% = 799$$

$$數之1\% = \frac{799}{17} = 47$$

$$數之100\% = 47 \times \frac{100}{1} = 4700.$$

〔例題二〕 若某數之$16\frac{2}{3}\%$爲 432，問原數爲若干.

$16\frac{2}{3}\%=\frac{1}{6}$

數之$\frac{1}{6}=432$

數之$\frac{6}{6}=432\times6=2592$.

〔例題三〕 問 1 400 較何數多$16\frac{2}{3}\%$.

$100\%+16\frac{2}{3}\%=116\frac{2}{3}\%=1\frac{1}{6}=\frac{7}{6}$

數之$\frac{7}{6}=1400$

數之$\frac{1}{6}=\frac{1400}{7}=200$

數之$\frac{6}{6}=\frac{1400}{7}\times6=200\times6=1200$.

〔例題四〕 問 1700 較何數少 15%.

$100\%-15\%=85\%$

數之$85\%=1700$

數之 $1\%=\frac{1700}{85}=20$

數之$100\%=20\times100=2000$.

182. 以上三法，皆可由第 172 節之公式推得之。如下、

〔公式〕 母數 × 分率 = 子數.

$\therefore$(一)子數 = 母數 × 分率.

(二)分率 $=\dfrac{\text{子數}}{\text{母數}}$

(三)母數 $=\dfrac{\text{子數}}{\text{分率}}$

問題五十七

1. 某數之75% 爲 15. 求原數.
2. 某數之 4% 爲 500. 求原數.
3. 某數之 27% 爲 324. 求原數.
4. 問 288 較何數多 20%.
5. 問 145 較何數多 25%.
6. 問 1240 較何數少 55%.
7. 問 260 較何數少 $33\frac{1}{3}$%.
8. 問 91 較何數多 40%.
9. 問 901 較何數多 $6\frac{1}{4}$%.
10. 如某數之 $8\frac{3}{4}$% 爲 4140.15, 問全數爲若干.
11. 如某數之 3% 爲 $2\frac{5}{8}$. 問全數爲若干.
12. 如某數之 140% 爲 630. 問原數爲若干.
13. 如某數之 $6\frac{1}{4}$% 爲 33.25, 問原數爲若干.
14. 某城之居民.因戰事減少11%.若現有居民4539

人.問原有若干.

15. 某校有女生200名.計佔全校額數之40%.問男女學生共若干.

16. 某機廠每日用煤24噸.其中消耗於煙者居20%.若此耗可免,問每日祗需若干噸.

17. 某城居民為4539人.計比前年少25%.問前年居民若干.

18. 某處金礦含金1%之$\frac{3}{80}$.問欲煉金7磅.需若干重噸.(1重噸=2240磅.)

19. 某店拍賣存貨.得$2667.50.計虧3%.問貨本若干.

20. 存貨售現時跌價5%.若呢布數疋售$14.25,問原價若干.

百分法之應用

〔一〕折扣

183. 界說　凡所定之價,或所負之積,減成計算者、謂之【折扣】Discount。折扣恒以百分計算、如八折乃指原值之80%、九五扣乃指100%中扣去5%尚餘95%也。

184 折扣之計算法　計算折扣有二法。其一

以折淨之成數計算,我國用之,如八折九折是也。其一以折扣之成數計算,西國用之,如 20% 扣分, 10% 扣分是也。要之名稱以第一爲便,而演算則第二法較爲清楚。今並列於後。以作比較。

〔例題〕 今有 $300. 若以八折計算.淨餘若干.

〔演算〕 (一)

$$\left.\begin{array}{r}\$300\\ .80\ (\text{卽 } 80\%)\\ \hline \$240.00\end{array}\right\}\text{相乘}$$

(二)

$$\left.\begin{array}{l}\$300\\ \$\ 60(\text{卽 }\$300\text{ 之 }20\%)\\ \hline \$240\end{array}\right\}\text{相減}$$

計算不同,簿記亦異。用第一法者,其賬單恆爲竪式。用第二法者,其賬單恆爲橫式。如下、

(竪式)

脅賬(壬子)
三月二日 修身教科書三册洋四元五角
三月十日 算學教科書七册洋八元四角
又 博物教科書一册洋一元一角
共計洋十四元 九折
計實洋十二元六角
黃自由君照上 商務印書館總發行所結單

(橫式)

黃自由君
商務印書館總發行所結單
壬子年

三月二日 修身教科書三册	$4.50
三月十日 算學教科書七册	$8.40
三月十日 博物教科書一册	$1.10
共計	$14.00
減 10% = 1.40	
折實	$12.60

185. 連折扣　凡折而又折,扣而又扣者、謂之〔連折扣〕Discount Series。其中第一次折扣、乃對原値而言。第二次以下。則對餘値而言。如雙九扣、謂原値100%中折去10%餘90%、再由90%中扣去90%之10%(卽9%)餘81%也。又如銀一元。八九兩扣連扣之、其演算法如下。

原値 =$1.00
第一次扣$1.00之 20%=$0.20
餘 $0.80
第二次扣$0.80之 10%=$0.08
折淨得 $0.72

186. 化連折扣爲單折扣　若爲數過繁、不便計算、則可將連折扣先化成單箇式、後用第184節之法演算之。

〔例題〕 $95.80以八折九折五折連扣之.淨餘若干.

〔演算〕 定原値爲　100%
第一次扣 20%=20%
餘 80%
第二次扣80%之10%= 8%
餘 72%
第三次扣72%之50%=36%
餘 36%

$$\begin{array}{r} \$95.80 \\ .36 \\ \hline 57480 \\ 28740 \\ \hline \$34.488 \end{array}$$

問題五十八

1. 今有$1550.九五扣計算.問淨餘若干.

2. 今有$88.八九雙扣計算.問淨餘若干.

3. 今有$800.問連扣75%, 5%, $2\frac{1}{2}$%之後.淨餘若干.

4. 今有$272.問連扣$\frac{1}{2}$(卽50%,) 10%, 5%之後.淨餘若干.

5. 今有$1440.問連扣55%, 10%, 5%之後.淨餘若干.

6. 今有$1125.問連扣$\frac{1}{2}$, 10%, 10%, 10%及5%之後.尙餘若干.

7. 今有$872.29.問連扣$\frac{1}{3}$, 20%, 25%之後.尙餘若干.

8. 今有$1272.36.問一次之對折(卽50%),與兩次之七五折較之.相差若干.

9. 機器25部.每部定價$40.若以15%, 10%, 5%連扣購之.後照定價九折售之.問售價若干.獲利若干.

10. $72之債.祗收得65%.若扣所得之5%以作收債

費.問債主實收若干.

〔二〕賺賠

187. 界說　營業而有贏餘謂之**〔賺〕** Gain。虧本謂之**〔賠〕** Loss。賺賠與折扣同,亦對百分計算。惟折扣對於定價而言,賺賠則對於原價而言也。

問題五十九

1. 機器兩部各值銀415兩.若第一部售銀500兩.第二部售銀400兩.問先後賺賠各百分之幾.

2. 某甲購牛二十四頭.每頭 \$80. 失其六而售其餘.每頭售銀105圓.問賠賺百分之幾.

3. 價值 \$6.80, \$8.60, \$9.60, 之白米三種.攙和售之.每石售\$9. 問賠賺百分之幾.

4. 貨物定價爲 \$1173.92. 售出時賺 \$153.12. 問獲利幾成.

5. 百科全書一部售 \$253.80 時.獲利 $17\frac{1}{2}$%. 問原價若干.

6. 某甲有馬一匹.售 \$200 時虧折 $12\frac{1}{2}$%.若售\$250.問須賺賠幾成.

7. 某乙購酒七十五罎,留十罎自用而售其餘.若原價每罎 $3.25, 獲利 5%, 問每罎售洋若干.

8. 奸商輕出重入,以圖漁利,若買物秤每斤十八兩,賣物秤每斤十二兩,問賣買之利若干.

9. 某店售現,由定價減去 20% 後,仍能獲利 20%.問定價較原價多幾成.

10. 茶商賺 $800 時,計獲利 $12\frac{1}{2}$%.問原價爲若干.

11. 甲乙兩書肆,同售一書,定價同爲 $0.40.而賺利大小不同,甲得原價之 $33\frac{1}{3}$%.乙得售價之 $33\frac{1}{3}$%.問原價各若干.

12. 某紳售其車馬,得 $117, 計賠 10%.若當初欲賺 10%.當售銀若干,

〔三〕酬 金

188. 界說 倩人代理錢財之事,而取其値之某成以作酬勞者,謂之**〔酬金〕**Commission、用錢中金之類是也。

酬金亦以百分計算。若爲收租索欠。則由收得之數扣之。若爲賣買、則成數以售價計算之。

問題六十

1. 問 \$2595 之 $2\frac{1}{2}\%$ 酬金爲若干,

2. 某甲代某乙售去麵粉 200 包每包計銀 6.25 兩.又酒 600 瓶.每瓶銀六錢五分.若甲之酬金爲 $1\frac{3}{4}\%$,問乙淨得若干.

3. 洋貨一宗.計售銀 5216 兩.今以 $2\frac{1}{4}\%$ 付用錢,以銀 51 兩付棧費.問淨餘銀若干.

4. 某行代銷之貨.值 \$1570. 原主淨得 \$1546.45. 問用錢爲幾成.

5. 白米 2250 石.每石售銀 6.25 兩若運費每石五錢之外.尚須付用錢 2% 及銀行擔保費 $1\frac{1}{2}\%$. 問淨得若干.

6. 今有地 420 畝售出.每畝計 \$40. 中金 $1\frac{1}{4}\%$. 問中金共若干.

7. 某行代銷土貨.扣 $4\frac{1}{2}\%$ 以作酬金.若所扣者爲 \$313. 問貨值若干.

8. 某商有氊 730 碼.每碼原價 \$1.25. 若以 1% 之 $\frac{3}{4}$ 作酬金,以 \$23.58 付運費.問每碼至少須售若干,方可獲利 20%.

9. 某掮客代銷洋胰5000塊,每塊售銀1錢4分,用錢2%.後將淨餘之銀轉購洋燭.每包價銀1錢,酬金$1\frac{1}{2}$%.問代購之洋燭共若干包.

10. 某掮客爲某公司代售麵粉500包,將淨餘之銀轉購白糖,若麵粉每包銀五兩五錢,公司認貼運費銀250兩,糖價每磅銀$4\frac{2}{3}$分.兩項用錢均爲$2\frac{1}{2}$%.問代購之糖若干磅,又問兩次之用錢合計銀若干.

〔四〕保險

189. 界說 公司與人立約、承認意外之損失、賠償其值、謂之**〔保險〕**Insurance。

保險單 保險公司與保險者所立之合同、謂之**〔保險單〕**Policy。

保險單額面值 保險單上註明應賠之數、謂之**〔保險單之額面值〕**Face of Policy。

保險費 保險者恆以額面值之某成(**即保險率**)、按期付於保險公司、以作**〔保險費〕**Premium。

保險之種類 保險約分二類、水火等險、**〔財產之保險〕**也。人壽、**〔生命之保險〕**也。

保險定章　財產之險、所保大概不過原值之$\frac{2}{3}$或$\frac{3}{4}$。遇有意外、亦惟視損失之多少賠償之。其全損失者,始賠額面值。人壽則視年齒之老幼以定保險費。

問題六十一

1. 永平公司為王姓保火險$2650.收保險費1%之$\frac{1}{2}$.問合銀若干.

2. 某公司人壽保險章程.凡年三十者.每季收保費$2\frac{1}{4}$%.若所保者為$2500.問保險費應收若干.

3. 大同輪船造費共$36,400.所保祇原值之$\frac{3}{4}$若保險率為$6\frac{3}{4}$%.問須付保費若干.

4. 大通船值$16,000.保$\frac{3}{4}$.保率為$7\frac{1}{4}$%.問應付保險費若干.

5. 保率為$1\frac{1}{4}$%所付之費為$150.問所保若干.

6. 大安船值銀128,000圓.僅保值之$\frac{3}{4}$.每年保費.以$3\frac{7}{8}$%計.三年之後.被撞沈沒.問輪船公司共損失若干.

7. 價值$7500之產.祇保三分之二.如保率為1%之$\frac{1}{8}$.問每年應出保費若干.

8. 某行共得六萬圓.由四公司承保如下.

(公司)	(保險金)	(保率)
甲	$20,000	1% 之 $\frac{3}{4}$
乙	$10,000	1% 之 $\frac{3}{4}$
丙	$15,000	1% 之 $\frac{5}{8}$
丁	$15,000	1% 之 $\frac{1}{2}$

問某行每年應出保險費若干.

9. 若上題之某行.偶遇不測.損失$4,500.問每公司應賠若干.

10. 王姓保壽險$10,000.每年先付保費$350.第五期保費應繳之前一日.王姓病故.若公司從保險費所得之利息爲$175,問公司損失若干.

〔五〕租 稅

190. 租稅 **〔租稅〕** Tax 者、由人民納於國庫、以供國家一切費用者也。我國租稅、約分**〔地租〕** Land Tax 與**〔關稅〕** Duties or Customs 兩大宗。

按地租等稅、直接由業戶完納者、統名之曰**〔直接稅〕** Direct Tax。其他如貨物等稅、名爲商家完納、實仍用者身受之、凡此者謂之**〔間接稅〕** Indirect Tax。

191.　中國地租略說　就地徵稅、是爲地租。(中國地租一覽表、詳卷末附錄中。)我國自古皆納糧米。後因不便、改折銀錢、故又名〔錢糧〕。明時地租外有丁稅 Poll Tax。前清括丁稅於地租之中、故又稱〔地丁稅〕。江浙等省糧米、多由漕運、因又名〔漕糧〕。徵收之期分上忙下忙二節。徵稅之法、視地之肥瘠、分爲上中下三等。上地定稅若干、中下以次遞減。或將上地一畝爲一畝、中地二畝爲一畝、下地三畝爲一畝、按額完納、名曰〔大糧〕。

192*.　實徵　中國各處地稅之定額、爲國家所定,官民不得絲毫裁減者、謂之〔實徵〕。實徵恆以庫秤爲準。實徵之外、往往官胥舞弊、多取於民、有輕封漏規,兌錢,色數等種種名目。合并計之、實出之數、恆倍於實徵。今設例以明之。

193*.　〔例題〕某處有上地一百五十萬畝.中地九十萬畝.(每三畝抵上地二畝).下地六十萬畝.(每三畝抵上地一畝.)定制上地每畝徵銀七分.庫秤大於市秤五分之一.該縣兌糧,以錢爲主.每庫秤一兩作三千文,爲常價.其中除却色數及各種陋規,計每兩錢三百文.官

吏徵稅後.得買銀兌於國家.每市秤一兩,合錢一千五百文.問國家所得幾%.官吏所得幾%.陋規幾%.

〔演算〕 中地 $900,000 \times \frac{2}{3} = 600,000$ 畝(上地)

下地 $600,000 \times \frac{1}{3} = 200,000$ 畝(上地)

$\underline{1,500,000}$ 畝(上地)

共合 $2,300,000$ 畝(上地)

$2,300,000 \times 0.07 = 161,000$ 庫秤兩(國家實徵)

$161,000 \times 3000 = 483,000,000$ 文(民間實出)

1庫秤兩 : $1\frac{1}{5}$ 市秤兩 :: 161,000 庫秤兩 : (?) 市秤兩

$\therefore$ 161,000 庫秤兩 = 193,200 市秤兩

市秤兩 $193,200 \times 1500 = 289,800,000$ 文(官兌與國家)

庫秤兩 $161,000 \times 300 = \underline{48,300,000}$ 文(陋規等費)

$338,100,000$ 文

$483,000,000 - 338,100,000 = 144,900,000$ 文(官得)

$$\frac{289,800,000}{483,000,000} = 60\%$$ (國家收得)

$$\frac{144,900,000}{483,000,000} = 30\%$$ (官吏所得)

$$\frac{48,300,000}{483,000,000} = \underline{10\%}$$ (陋規)

100% (民間所出

問題六十二

1. 今有上地720畝.每畝納銀2錢1分.中地960畝.每畝納銀1錢4分.下地1200畝.每畝納銀7分.問共徵銀數若干.

2.* 今有上地864畝.每畝徵銀4分8釐7毫.中地1010畝.每畝徵銀3分8釐6毫.下地648畝.每畝徵銀2分9釐1毫.庫秤一兩.大於市秤1錢8分4釐.且交兌時每市秤一兩外加輕封銀2錢.如市秤每兩換錢1460文.問共出錢若干.

3. 問江蘇全省之地稅.以平均每畝七分半計之.當年得若干兩.(參看後178頁地租一覽表.)

4. 中國二十二行省農地.共約919,500,000畝.歲入銀26,500,000兩.問每畝平均徵銀若干.

5. 若上地居30%.中地(每二畝抵上地一畝)居30%下地(每三畝抵上地一畝)居40%.問以前題計之三等地每畝徵若干.

6. 某農夫耕田十五畝.終歲每畝可獲利七兩.若按0.2%徵之.每年應繳租若干.

7. 若農夫所入.每畝六兩.租稅每畝銀三分.問租

率爲若干.

8. 西國納稅之例.除丁稅外,按財產之多寡計之.若財產值\$4500,而所抽爲1.1%.問納稅若干.

9. 財產值\$12,500,稅率1.3%.問納稅若干.

10. 稅率1.3%,納稅\$97.5.問財產值若干.

11. 財產值\$6500,納稅\$78.求稅率.

12. 某城財產總値\$486,500.政府欲令其繳租\$5,838.問每千分抽若干.

13. 若稅率爲1.4%.某甲連丁稅(\$2.00)共納\$54.64,問甲之財產值若干.

14. 某甲之財產共值\$5,000.若國抽0.1%,省抽$0.3\frac{1}{2}$%縣抽0.4%問甲應共納稅若干.

15. 某人財產值\$39,750.稅率$0.5\frac{1}{2}$%.收捐人按租加1%爲酬勞.問共納若干.

16. 稅吏收租.按租加$1\frac{1}{2}$%.若連酬金共得\$49,760.73,問酬金爲若干.

194. 中國關稅略說 就貨徵稅.謂之〔關稅〕。中國收稅之地分兩種。通商口岸設〔海關〕。內地則設〔常關〕、又名〔釐卡〕、所抽之稅卽〔釐金〕.

195. 稅則 **〔稅則〕**Tariff 爲總稅務司所定,分頒各海關,以作標準,約分貨物爲三種。(1)**〔按件抽稅〕**Specific duty、藥材布疋之類是也。(2)**〔按值抽稅〕**Ad valorem、古玩機器之類是也。若外國運來之米,麵,以及金,銀,中西書籍,水陸各圖,新聞紙等物,則概歸(3)**〔免稅〕**Duty free 一項。大概貨物進出,值百抽五。

按東西各國.出口貨大概無稅.即有之亦較進口爲輕.所以維持國內工業也.我國關稅之權.操諸外人.故貨稅進出相等.且有時出口貨稅(如煤與銅鉛之類).反較進口爲多.加以釐卡密布.內地之貨.必先完納釐金多道.方能運至海口.此洋貨所以充斥,國貨所以滯銷歟.

問題六十三

試求以下按值所徵之各稅餉.

1. 貨值$475,抽稅30%
2. 貨值$625,抽稅35%
3. 貨值$750,抽稅40%
4. 貨值$835,抽稅45%
5. 貨值$975,抽稅60%
6. 貨值$1,500抽稅25%
7. 貨值$1,650,抽稅30%
8. 貨值$2,700,抽稅35%
9. 貨值$3,650,抽稅40%
10. 貨值$7,575,抽稅50%
11. 貨值$12,450,抽稅20%
12. 貨值$42,375,抽稅30%

13. 今有洋藥熟膏土藥三種.斤數相同.洋藥與土藥每百斤抽關稅三十兩,釐金八十兩.熟膏每百斤抽關稅六十兩.釐金一百六十兩.今三種共抽一千七百六十兩.問每種各若干斤.

X 14. 糧食進口無稅.出口每石抽銀一錢.若白米每石價洋七圓八角.秈米每石六圓五角.高小麥每石四圓五角.陳小麥每石三圓.問各種之稅率若干.(每一圓作銀七錢三分).

15. 燕窩定稅.上等每斤銀五錢半.中等四錢半.下等一錢半.若稅率爲$1\frac{1}{2}$%.問各種每斤值銀若干.

16. 布疋稅則如下.哆囉呢每丈一錢二分.嗶嘰每丈四分五釐羽綢每丈五分.羽紗每丈三分五釐.羽緞每丈一錢.今每種各五百丈.按原價抽百分之二.問總值若干.

温

第九章

利息

196. 界說 取貸於人、而於歸還時在原數之外，酌加幾成、以爲貸主之酬金、謂之〔利息〕Interest。

197. 利息之四要素 計算利息時、下列四者、缺一不可。

(一)〔本金〕Principal、卽原貸之數也。

(二)〔利金〕Interest、卽貸主所取之酬金也。

(三)〔期限〕Period、卽假貸時日之長短也。

(四)〔利率〕Rate of Interest、卽某期限利金對於本金之比、猶成數也。

如以\$840存於銀行或假於人.年利五釐.(卽5%.)二年後可生利息 $\$840\times5\%\times2=\$84$. \$840卽本金.\$84卽利金.二年卽期限. 5%卽一年之利率也.

198. 本利和 若以某期所生之總利,加於本金、則所得爲〔本利和〕Amount。

上題一年後之本利和,爲 $840+$42=$882.

二年後之本利和,爲 $840+$42+$42=$924.

199. 分類 尋常利息、可分二類。其本金永遠不變,利金各期皆同者、謂之**〔單利〕** Simple Interest。若以每期末之本利和、爲下期之新本、則每屆所生之利、必較上屆爲多。是爲**〔複利〕** Compound Interest。(俗名**〔利上加利〕**)

單利

200. 單利之計算法 每期之利金、爲本金之某成、而此成數又視利率爲定。故四要素中、任知三數、可求其四。

〔例一〕本金 $750. 年利五釐半.求 3 年 6 月之利

〔演算〕3 年 6 月 $=3\frac{6}{12}=3.5$ 年

一年之利息 =$750 之 $5\frac{1}{2}$ %$41.25

3.5 年之利息 $=\$41.25\times3.5=\$144.38$

〔例二〕年利 6%.三年六月之後.生利 $52.50.求本金.

〔演算〕 $3\frac{1}{2}$ 年之利 =$52.50

1 年之利 $=\dfrac{\$52.50}{3.5}=\$15.00$ (=本之 6%)

本之 $6\% = \$15.00$

本之 $1\% = \frac{\$15.00}{6} = \$2.50$

$\therefore$ 本金卽本之 $100\% = \$2.50 \times 100 = \$250.$

〔例三〕 年利六釐.問幾年後 \$540 可生息 \$109.80.

〔演算〕 先求一年所生之利

$\$540 \times 6\% = \$32.40$

\$32.40 爲一年之利

\$1 爲 $\frac{1}{32.40}$ 年之利

$\$109.80 = \frac{109.80}{32.40}$ 年之利

$= 3\frac{7}{18}$ 年 $= 3$ 年 $4\frac{2}{3}$ 月 $= 3$ 年 4 月 20 日

〔例四〕 \$600 之本金.三年內生息 \$81. 求利率.

〔演算〕 先假定 1% 爲利率

\$600 本金年利一釐時,三年內生息 \$18

$\$18 =$ 年利 1% 時之利金

$\$ 1 =$ 年利 $\frac{1}{18}\%$ 時之利金

$\$81 =$ 年利 $\frac{81}{18}\%$ 時之利金

$\therefore$ 利率 $= \frac{81}{18}\% = \frac{9}{2}\% = 4\frac{1}{2}\%$

〔例五〕 年利六釐.二年四月後之本利和爲$570.求本金.

〔演算〕 先求一元之本利和.

利率6%時$2\frac{1}{3}$年之本利和 = $1.14

本利和$1.14之原本 =$1.00

$1本利和之原本 $=\frac{\$1}{1.14}$

$570本利和之原本 $=\frac{\$570}{1.14}=\$500$

201. 由上諸例,可得下式.用之演算,尤爲便捷.

(1) 利 = 本 × 率 × 期

(2) 本 = $\frac{\text{利}}{\text{率}\times\text{期}}$

(3) 期 = $\frac{\text{利}}{\text{率}\times\text{本}}$

(4) 率 = $\frac{\text{利}}{\text{本}\times\text{期}}$

(5) 本利和 = 本 +〔本 × 率 × 期〕

〔注意〕 計算利息時.以$1爲本金之本位.以1年爲期限之本位.以1%爲利率之本位.

問題六十四

求以下諸題中之缺項.以?號記出者.

	本金	利金	年利率	期限	本利和
1.	\$ 326	\$ 220.05	?	15年	——
2.	\$ 745	\$ 603.45	? 0.045	18年	—— 1348.45元
3.	\$ 980	——	?	9月	\$ 1016.75
4.	\$ 450	\$ 72	4%	? 4年	—— 522元
5.	? 750	\$ 90	4%	3年	—— 840
6.	\$ 470.50	\$ 141.15	?	5年	——
7.	?	\$ 63	$6\frac{1}{4}$%	3年	——
8.	\$ 1587.75	——	$5\frac{1}{2}$%	?	\$ 1611.68
9.	\$ 238.75	\$ 64.46	$4\frac{1}{2}$%	?	——
10.	\$ 10	——	6%	?	\$ 17
11.	\$ 195	? 25.44	$6\frac{1}{2}$%	2年2日	—— [illegible]
12.	\$ 653	\$ 5.52	8%	?	——
13.	\$ 520	——	$4\frac{1}{2}$%	2月3日	——
14.	?	\$ 1000	$4\frac{1}{2}$%	一年	——
15.	\$ 1025.20	\$ 25.72	?	4月9日	——
16.	\$ 4000	——	$5\frac{1}{2}$%	?	\$ 4625.00

17.	?	\$ 12	5%	7月	——
18.	?	\$ 50	$4\frac{1}{2}$%	228日	——
19.	\$ 1024	?	$5\frac{1}{2}$%	2年8月	——
20.	\$ 3631.25	——	?	7月	\$ 3715.98
21.	\$ 8440	?	$4\frac{1}{2}$%	2年7月24日	——
22.	?	\$ 1746.60	6%	3年5月	——
23.	\$ 350	——	$4\frac{1}{3}$%	3年7月6日	?
24.	\$ 502.67	——	$4\frac{1}{2}$%	3年4月	?

25. 欲十四年後.本利相等.問年利須取若干.

26. 以銀一圓存銀行.年利4%.欲其加倍.須存幾年.

27. 四年二月後之本利和爲本金之$\frac{29}{24}$.求利率.

28. 三年一月十五日之息.適爲本金之$\frac{1}{8}$.求利率.

29. 若一年以365日計算.問\$680.20本金73日之利爲若干.(定利率爲$7\frac{1}{2}$%)

30. 問一圓本金年利一分(10%)與按月八毫(0.8%)之年息.相差若干

實利

202. 實利 尋常計算、以30日爲一月、360日爲一年、惟銀行流水賬、每日一結、以365日爲一年計算利

息、是爲〔實利〕Exact Interest。

203. 時日表 我國舊歷、以29日爲小月、30日爲大月、兩年加一閏月。今用新曆、各月日數、長短不齊、然皆一定不移、學者不難熟記。

正月…31日　四月…30日　七月…31日　十月……31日
二月…28日　五月…31日　八月…31日　十一月…30日
三月…31日　六月…30日　九月…30日　十二月…31日

〔注意〕新曆四年一閏。閏時二月多加一日.
(參見第六章130,131兩節)

204. 日差表

自＼至	正月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
正月	365	31	59	90	120	151	181	212	243	273	304	334
二月	334	365	28	59	89	120	150	181	212	242	273	303
三月	306	337	365	31	61	92	122	153	184	214	245	275
四月	275	306	334	365	30	61	91	122	153	183	214	244
五月	245	276	304	335	365	31	61	92	123	153	184	214
六月	214	245	273	304	334	365	30	61	92	122	153	183
七月	184	215	243	274	304	335	365	31	62	92	123	153
八月	153	184	212	243	273	304	334	365	31	61	92	122
九月	122	153	181	212	242	273	303	334	365	30	61	91
十月	92	123	151	182	212	243	273	304	335	365	31	61
十一月	61	92	120	151	181	212	242	273	304	334	365	30
十二月	31	62	90	121	151	182	212	243	274	304	335	365

各月日數、長短不同、故計算時恆用日差表,上式卽其一種也。

上表乃計一年內某月至某月之日數.一年之外則加365或其倍數.如欲知本年八月七日至十二月七日之日數.祗須於第八橫行第十二直行內求之.卽122.又如本年十月十六日至次年三月二十三日(亦在一年之內).爲151+(23−16)=158.若自1912年六月五日至1915年二月三日.則其計算法如下.

1912年六月五日至1914年六月五日 =365×2×730日

1914年六月五日至1915年二月三日 =245−2=243日

共計973日

〔例題〕 今有$1241出貸.自1911年十二月二十一日至1912年二月九日.年利五釐.求實利.

〔演算〕 按表計日數=50, 實利 = $\$1241\times .05\times\frac{50}{365}$

$$\frac{\overset{17}{\cancel{1241}}\times\cancel{5}\times\cancel{50}}{\underset{73}{\cancel{365}}\times\underset{2}{\cancel{100}}}=\frac{17}{2}=\$8.50$$

問題六十五

求以下諸題之實利.(所定期限.皆在一年之內)

1. 年利6%.本金$250七十五日之實利若干.

2. 年利5%.本金$275八十五日之實利若干.

	本金	期限	年利
3.	$325	自四月二日至七月一日	五釐
4.	$350	自五月七日至九月九日	五釐
5.	$425	自正月六日至八月四日	六釐
6.	$460	自二月九日至七月九日	六釐
7.	$500	自五月十五日至十二月十六日	六釐
8.	$219	自八月十四日至正月十一日	五釐
9.	$292	自九月二十七日至正月二十五日	五釐
10.	$438	自七月十五日至六月十五日	五釐
11.	$730	自八月十七日至四月十四日	四釐
12.	$1460	自五月二十三日至三月十九日	四釐
13.	$1533	自二月一日至十二月二十八日	五釐半
14.	$7300	自三月三日至十月四日	五釐半
15.	$3650	自五月二十三日至正月二十三日	四釐半
16.	$1825	自十一月十九日至六月十七日	四釐半
17.	$5475	自十二月二十一日至六月十九日	三釐半

205. 六釐法〔六釐法〕Six per cent Method 用以計算尋常利息、最爲簡捷。其法以年利 6% 爲本位、由

是二月之利為6%之$\frac{1}{6}$即1%.六日之利為二月之$\frac{1}{10}$即1%之$\frac{1}{10}$=0.1%.任何期限、皆可依此演之。

〔例題〕 求年利六釐.本金\$720.五月十七日之利金.

〔演算〕

五月之利 $\begin{cases} \text{二月之利為\$720之1\%=} & \$7.20 \\ \text{二月之利為\$720之1\%=} & 7.20 \\ \text{一月之利為二月利金之}\frac{1}{2}= & 3.60 \end{cases}$

十七日之利 $\begin{cases} \text{十五日之利為一月利金之}\frac{1}{2}= & 1.80 \\ \text{一日之利為十五日利金之}\frac{1}{15}= & .12 \\ \text{一日之利為十五日利金之}\frac{1}{15}= & .12 \end{cases}$

總結五月十七日之利金 =\$20.04

六釐法之普通演算如下。

將本金之小數點移左二位、以作60日(卽二月)之利。移左三位、以作6日之利。其餘依此推之。

〔注意〕 銀行短期票.每以30日60日或90日為期.故上法用於此種計算為最便

問題六十六

以下諸題皆以年利六釐計算.

1. 求\$1278.75一月,二月,三月,四月之利

2. 求\$2265.50一月,二月,三月,四月,之利

3. 求 \$1840.25 三十日,六十日,九十日,之利.

4. 求 \$1946.75 三十日,六十日,九十日之利.

5. 求 \$744.20 三年六月十八日之利

6. 求 \$625.44 六年七月十二日之利.

7. 求 \$124.87 二年十月十六日之利.

8. 求 \$847.64 自 1916 年正月十二日至 1919 年八月七日之利.

〔注意〕以 30 日為一月.360 日為一年.下同.

9. 求 \$84.84 自 1915 年三月二十二日至 1918 年正月一日之利.

10. 求 \$1248.27 自 1914 年四月七日至 1917 年五月十七日之利.

206. 由六釐率求他利率之法　先求六釐率應得之利金。然後按所定利率加減之。

如 5% 比 6% 小 $\frac{1}{6}$.則利金亦應少 $\frac{1}{6}$. $7\frac{1}{2}$% 比 6% 大 $\frac{1}{4}$.則利金亦應多 $\frac{1}{4}$.餘類推.

〔例題〕求 \$1240 年利 5% 三月三日之利.

〔演算〕5% 比 6% 小 $\frac{1}{6}$

$1240利率六釐之利 $\begin{cases}\text{二月之利為\$1240之1\%} & =\$12.40\\ \text{一月之利為二月之}\frac{1}{2} & = 6.20\\ \text{三日之利為一月之}\frac{1}{10} & = .62\end{cases}$

六釐率之利……………共計$19.22

減去其$\frac{1}{6}$…………………………3.20

五釐率之利…………………$16.02

問題六十七

求下題之利金.

	本金	期限	年利
1.	$680.40	2年4月6日	6%
2.	$25.62	0年0月30日	6%
3.	$85.85	1年7月21日	6%
4.	$1100.00	3年4月0日	5%
5.	$1275.00	3年2月15日	8%
6.	$475.16	0年0月27日	$4\frac{1}{2}$%
7.	$1290.50	0年0月60日	6%
8.	$125.00	1年2月2日	9%
9.	$250.80	0年10月10日	$3\frac{1}{2}$%
10.	$258.85	0年3月18日	5%
11.	$380.00	2年11月27日	$4\frac{1}{2}$%
12.	$475.05	1年9月14日	$7\frac{1}{2}$%

	本金	期限	年利
13.	\$875.00	自 1917 年 5 月 5 日 至 1918 年 6 月 21 日	$5\frac{1}{2}\%$
14.	\$758.50	自 1919 年 1 月 5 日 至 1919 年 7 月 1 日	$4\frac{1}{2}\%$
15.	\$342.42	自 1917 年 2 月 5 日 至 1919 年 3 月 15 日	7%
16.	\$540.00	自 3 月 5 日 至 9 月 21 日	$3\frac{1}{3}\%$

求下題之本利和.

	本金	期限	年利
17.	\$431.50	自 1914 年 2 月 3 日 至 1916 年 10 月 3 日	$4\frac{1}{2}\%$
18.	\$476.50	自 1910 年 7 月 5 日 至 1911 年 2 月 9 日	4%
19.	\$319.20	自 4 月 7 日 至 8 月 31 日	$3\frac{1}{4}\%$
20.	\$6460.00	自 1917 年 6 月 15 日 至 1919 年 5 月 7 日	$4\frac{1}{4}\%$

	本金	期限	年利
21.	\$150.00	自 1917 年 8 月 5 日 至 1919 年 3 月 17 日	7%
22.	\$527.20	自 1 月 1 日 至 11 月 20 日	$4\frac{1}{2}$%
23.	\$1250.00	自 1917 年 11 月 15 日 至 1918 年 3 月 1 日	5%
24.	\$624.36	自 3 月 5 日 至 12 月 20 日	$7\frac{3}{10}$%
25.	\$12,260.00	自 5 月 6 日 至 10 月 24 日	$3\frac{3}{4}$%
26.	\$11,216.00	自 10 月 20 日 至 12 月 31 日	1%(月利)

複利

207. 單利複利之別 複利之界說、已詳於前、今申言之。單利之本、始終如一。期限無論久暫、其息概依原本計算。複利則有定期爲限(或一年,或半年,或三月,或一月不等)。過期不支息、則將其息加於原本、以爲新本。下期不支、亦如之。故其本利和之增加、較

單利爲賺。今設題演算，以作比較如下、

〔例題〕今有本金五百元，年利四釐（卽4%。）問三年後之本利和，依單利算爲若干，依一年一結之複利算爲若干。

〔演算〕單利算

一年之利 = \$500 之 4% = \$20.00

3

三年之利 =………………… \$60.00

加原本……………………… \$500.00

三年後之本利和 = … \$560.00

複利算

第一年之利 = \$500 之 4% = \$20.

本利和 = \$500 + \$20 = \$520

第二年之利 = \$520 之 4% = \$20.80

本利和 = \$520 + \$20.80 = \$540.80

第三年之利 = \$540.80 之 4% = \$21.63

本利和 = \$540.80 + \$21.63

= \$562.43.

由上例題，可得下式。

單利算

三年之本利和 $=\$560$

$=\$500+60$

$=\$500+(\$500\times.04\times3)$

∴ **本利和 = 本 +(本 × 率 × 期)**

複利算

第一年之本利和 $=\$520=\$500\times(1+.04)$

第二年之本利和 $=\$540.80=\$520+20.80$

$=\$500\times(1+.04)^2$

第三年之本利和 $=\$562.43=\$500\times(1+.04)^3$

∴ **本利和 = 本 ×(1 + 率)^{期}**

問題六十八

求下複利之本利和.

1. 本金 \$356.25;年利 5%;期限四年;一年一結.
2. 本金 \$637.50;年利 4%;期限二年半;一年一結.
3. 本金 \$800.00;年利 6%;期限三年九月;一年一結.
4. 本金 \$39.35;年利 5%;期限四年九月;一年一結.
5. 本金 \$300.00;年利 4%;期限二年;半年一結.

6. 本金\$525;年利5%;期限一年半;三個月一結.

7. 本金\$10,000;年利6%;期限六個月;一月一結.

期利

208. 期利之定義 單利複利之外、又有所謂〔期利〕Annual Interest 者、其每期未付之息、亦須於末次總付時,按率計利。性質與複利相仿、惟複利則利上之利,每期加算。期利則利上之利,必俟末次計算耳。今設題如下、以作比較。

〔例題〕 今有本金\$400,年利5%,每年一結,問四年七月二十日後之本利,依複利算爲若干.又問依期利算爲若干.

〔演算〕〔一〕 複利算

第一年之利爲\$400之5%=\$20;本利和=\$420.00

第二年之利爲\$420之5%=\$21;本利和=\$441.00

第三年之利爲\$441之5%=\$22.05;本利和=\$463.05

第四年之利爲463.05之5%=\$23.15;本利和=\$486.20

七月二十日之利爲 $= \$486.20 \times .05 \times \frac{230}{360} = \$15.53$

本利和 $= \$486.20 + \$15.53 = \$501.73$

〔二〕 期利算

$400年利五釐,4年7月20日之單利………=$92.78

每年應付之息為 $\$400\times5\%=\$20$

第一年未付之息$20,應算3年7月20日之利

第二年未付之息$20,應算2年7月20日之利

第三年未付之息$20,應算1年7月20日之利

第四年未付之息$20,應算0年7月20日之利

總計四年未付之息,應算8年6月20日之息

$20年利五釐,8年6月20日之單利…………=$8.56

總利 =$101.34

本 =$400.00

本利和 =$501.34

觀上例題.可知期利雖以單利之名貸出.而實則與複利所得.相去無幾.此所以為文明法律所不容也.

問題六十九

下列諸數.皆以一年為期.期滿不付息.以期利計算.

1. 本金$1247.75;年利六釐;假貸共三年五月十日.求本利和.

2. 求本金$987.25,年利4%,四年九月六日之總利.

3. 本金$742.60;年利四釐半;假貸共五年十一月二十七日.求總利.

4. 本金$1224.60;年利五釐;假貸日爲1914年十二月之二十六日;結算日爲1918年五月之十九日.求總利.

5. 本金$215,50;年利$5\frac{1}{2}\%$,於1916年正月四日借出;問1918年五月二十七日結算時,該本利和若干.

6. 某甲於1915年正月八日將$3115.20貸於乙,年利5%.問1917年正月十六日.乙應付還甲共若干.

攤款

209. 所欠之款、不能一時付清,而陸續抜還者、謂之〔**攤款**〕Partial Payments。凡攤還之款、其息應自攤還之日截止。其計算之法有二。若爲一年內之短期欠票、則用下第一法。若欠期過一年之後、則用下第二法。

210. 〔第一法〕(一)計算全數之總本利和、由借貸日以至結算日。

(二)計算每次攤款之本利和、各款之利息、由攤還之日起算、以迄結算日。

(三)(自)一)、減二所得卽結欠之本利和。

〔例題〕 王姓於正月二十日,借某號\$460,年利6%.陸續扻還如下.

三月二十六日還\$140
六月十六日還\$100
十月十四日還\$160

問十二月二十二日結算時,共欠本利若干.

〔演算〕 每月以三十日計算.

正月二十至十二月廿二共11月2天;\$1之利 $=0.055\frac{1}{3}$

三月廿六至十二月廿二共8月26天;\$1之利 $=0.044\frac{1}{3}$

六月十六至十二月廿二共6月6天;\$1之利 $=0.031$

十月十四至十二月廿二共2月8天;\$1之利 $=0011\frac{1}{3}$

\$460之利 $=460\times\$0.055\frac{1}{3}=\$25.45$; 總本利和 $=\$485.45$

\$140之利 $=140\times\$0.044\frac{1}{3}=6.21$; 本利和 $=\$146.21$

\$100之利 $=100\times\ 0.031\ =3.10$; 本利和 $=\$103.10$

\$160之利 $=160\times\ 0.011\frac{1}{3}=1.81$; 本利和 $=\$161.81$

總共攤還之本利和 =……\$411.12

十二月二十二日結欠…\$74.33

問題七十

求以下之結欠.

欠款及立票日	攤還各款	攤還各日	結算日	利率
1. $618.75	(1)$126.50	六月五日	癸丑正月一日	6%
壬子四月十七	(2)$137.25	八月二十		
	(3)$210.00	十一月十七		
2. $1000.00	(1)$200.00	五月六日	二年正月一日	5%
元年四月一日	(2)$225.37	七月五日		
	(3)$322.00	十月十八		
3. $835.25	(1)$157.50	八月二十	二年正月一日	$4\frac{1}{2}$%
元年七月一日	(2)$180.25	九月二十一		
	(3)$200.00	十月五日		
	(4)$ 80.00	十二月一日		
4. $1247.50	(1)$350.40	四月十四	元年十月十八	5%
元年三月十日	(2)$212.85	六月十六		
	(3)$316.45	八月二十五		
5. $1648.25	(1)$212.60	三月一日	二年正月廿二	5%
元年正月廿二	(2)$168.40	五月廿六		
	(3)$244.40	八月四日		
	(4)$744.80	十月一日		

211. 〔第二法〕(一) 若攤還之款、等於所欠之利.或過於所欠之利.則自欠款之日起、至攤還之日止、結算總欠。(二) 由此總欠、減去攤還之款。(三) 以餘額爲新本、仍如前計算。

〔例題〕 有人欠某甲\$1520,於去年五月二十日立借據,每年6%起息,後於去年十月二日還\$300,今年二月二十六日還\$25,四月二日還\$570,八月九日還\$600.問今年十二月六日結欠本利若干.

〔演算〕

$\left\{\begin{array}{l}\text{自去年五月二十日(立契日)}\\ \text{至去年十月二日(初次攤還期)}\end{array}\right.$

共4月12天 \$1之利 $=0.022$

$\left\{\begin{array}{l}\text{自去年十月二日(初次結算日)}\\ \text{至今年二月廿六(第二次攤還期)}\end{array}\right.$

共4月24天 \$1之利 $=0.024$

$\left\{\begin{array}{l}\text{自今年二月廿六(第二次結算日)}\\ \text{至今年四月二日(第三次攤還期)}\end{array}\right.$

共1月6天 \$1之利 $=\$0.006$

$\left\{\begin{array}{l}\text{自今年四月二日(第三次結算日)}\\ \text{至今年八月九日(第四次攤還期)}\end{array}\right.$

共4月7天 \$1之利 $=\$0.021\frac{1}{6}$

$\left\{\begin{array}{l}\text{自今年八月九日(第四次結算日)}\\ \text{至今年十二月六日(末次結算日)}\end{array}\right.$

共3月27天 \$1之利 $=0.019\frac{1}{2}$

$1520 (最初本金)
.022

$33.44 (初次結算之利)
1520.00

共 $1553.44 (初次結欠之本利)
300.00 (初次拔還之款)

餘 $1253.44 (第二次新本)
.024

$30.08 (第二次之利)

第二次攤還之款僅 $25. 不足付息.故按上 (一) 條該款應歸併下次計算.故下次之本.仍爲 $1253.44

$1253.44 (第三次新本與第二次同)
.006

$7.52 (第三次結算之利)
30.08 (上次結算之利)
1253.44

共 $1291.04 (第三次結欠之本利)
$25 + $570 = 595.00 (兩次攤還之和)

餘 $696.04 (第四次新本)
$.021\frac{1}{6}$

$14.73 (第四次結算之利)
696.04

710.77 (第四次結欠之本利)
600.00 (第四次拔還之款)

餘 $110.77 (第五次新本)
$.019\frac{1}{2}$

2.16 (末次結算之利)
110.77

$112.93 (末次結欠)

問題七十一

求以下諸結欠.

原欠及立契日	拔還各款	拔還日期	結算日	利率
1. $2,000	(1) $100	元年五月二十	二年三月一日	6%
元年一月廿二	(2) 325	七月二十		
	(3) 20	十一月二日		
	(4) 125	十二月廿三		
2. $1662.50	(1) $ 25	元年四月三十	二年五月十二	$5\frac{1}{2}$%
元年一月十五	(2) 25	六月廿四		
	(3) 625	九月二日		
	(4) 700	二年一月三十		
3. $4560	(1) $2000	二年一月十一	三年六月十五	5%
元年一月廿二	(2) 500	八月三十一		
	(3) 1200	三年一月十五		
	(4) 860	三月四日		
4. $785.50	(1) $100	元年七月十七	三年七月廿三	5%
元年一月三十	(2) $100	二年一月廿九		
	(3) 20	二年十二月三十一		
	(4) 300	三年三月十六		
	(5) 50	三年六月十八		

原欠及立契日	找還各款	找還日期	結算日	利率
5. $ 300.25	(1)$100	元年十月十四	三年七月廿二	$4\frac{1}{2}\%$
元年八月四日	(2) 100	二年七月廿一		
	(3) 50	二年十月十一		
	(4) 50	三年一月十九		
6. $1475.40	(1)$370.00	元年七月廿二	四年六月十六	5%
元年二月十二	(2) 426.50	元年十二月廿六		
	(3) 112.40	二年八月廿四		
	(4) 163.25	二年十月六日		
	(5) 185.85	三年四月十四		
7. $5762.45	(1)$ 500	元年五月十七	三年十月二日	5%
元年一月二日	(2) 750	元年十月十二		
	(3) 1000	二年二月四日		
	(4) 1250	二年八月廿五		
	(5) 1500	三年三月一日		
	(6) 1050	三年六月十五		

第十章

銀行計算 Banking

212. 銀行之職務 **〔銀行〕** Bank 爲疏通金融之機關。其最要之職務有三、**〔貸款及折扣〕** Making Loans and Discounting Bills, **〔代貯存款〕** Holding Deposits, 及 **〔兌匯〕** Issuing Drafts 是也。

按我國向無銀行.祇有票號與錢莊二種.票號又名匯兌莊.專以匯兌存放爲主.錢莊則兼營兌換及賣買銀錢等業.二者營業之性質.與銀行相仿.錢莊資本極小.固不能與銀行相頡頏.票號近來勢力大衰.將來或歸天然淘汰之例.故本章祇言銀行不及其他.

〔一〕貸款及折扣

213. 折扣票券 凡正式之票券 (或自己或他人之期票), 足以取信於銀行者、可由銀行先期代收代付。惟須扣去未滿期若干日之利息、餘數以現款付之。若是之票、謂之 **〔折扣票券〕** Discounted Notes。其所扣

之利息,謂之**〔銀行折扣〕** Bank Discount。餘數謂之**〔淨餘〕** Proceeds、又名**〔現值〕** Present Worth。票值謂之**〔額金〕** Face of Note。

〔例題一〕 某甲以二箇月期票稱貸於銀行.若額金爲$2000,折扣率爲0%.問淨餘若干.(折扣率恆以年利計算)

〔演算〕 額金……………………………$2000

折扣(60日6%之利息)……20

淨餘……………………………$1980

〔例題二〕 十月十五日.王姓售貨於李姓.李以三個月期票付之.票值$350.年利五釐(5%).一個月後王因急於用款.照6%折售於銀行.問淨得若干.

〔演算〕 額金……………………………………$350.00

三個月息(年利5%計算)……………4.38

期滿時之本利和………………… $354.38

折扣($354.38二個月年利6%之息)…3.54

淨餘$350.84

〔注意〕票息照額金 $350 三個月計算.銀行折扣.則照本利和 $354.38 二個月計算.因二個月後銀行應得之數.非 $350 乃 $350 外加利息 $4.38 也.

214. 抵押借券

抵押借券式（均存銀行）

立抵押借券人（　）今於（　）月（　）日借到
江蘇銀行𠄘規銀（　）兩正利息（　）計算並抵押條約如下
一將後列產業股票證據作爲抵押
一如過期不還江蘇銀行有完全無缺之權變賣抵償借款及因變賣產業股票證券之各項用費並無須先期知照（　）或得（　）之允許
一如變賣抵押所得之款逾出所借之數銀行有權以之移還（　）他項未到期之借款或他項賬目
一如抵押之產業股票證據市價跌落（　）願隨時補押務足（　）之數如不照補江蘇銀行有權變賣抵償如數目不足仍由（　）擔負責成
一所有補押之產業股票證券均照原押件之辦法辦理
一無論抵押產業股票證券市價低落及因變賣或抵押於銀行時致有虧損江蘇銀行不負責成
（　）年（　）月（　）日（　）押
抵押件列下
（　）（　）
（　）（　）

立借券人（　）今借到
江蘇銀行𠄘元（　）兩正按（　）行息定於（　）月（　）日
本利如數歸還此據
中華民國（　）年（　）月（　）日借款人（　）押

若期票不足取信於銀行、或所貸之數較大、則須以財產爲〔抵押〕Collateral Security。上式卽江蘇銀行抵押借劵。凡抵押劵之息、可於期滿時與本並付、無須先扣。故其計算之法、與利息同。

問題七十二

求下諸劵之折扣額及淨餘額.

	額金	期限	票息	折扣率
1.	$250	30 日	無	6%
2.	$575	30 日	無	6%
3.	$625	60 日	無	6%
4.	$125	60 日	無	5×
5.	$225	60 日	無	5%
6.	$175	30 日	無	5%
7.	$1275	60 日	無	$5\frac{1}{2}$%
8.	$2350	60 日	無	$5\frac{1}{2}$%
9.	$275.5	90 日	無	6%
10.	$527.5	90 日	無	6%

求下諸期票之折扣及淨餘額.

	額金	立券日	期滿日	票息	折售日	折扣率
11.	$250	一月一日	七月一日	5%	一月十五	6%
12.	$375	十月七日	一月七日	5%	十月七日	6%
13.	$425	十月十八	二月十八	6%	十月十八	6%
14.	$550	九月二十	一月二十	5%	十一月一日	6%
15.	$675	十一月十六	五月十六	6%	十二月一日	5%
16.	$1250	八月七日	二月七日	5%	十一月十五	5%
17.	$375.5	五月十六	九月十六	6%	七月一日	6%
18.	$827.25	七月一日	二月一日	6%	十月一日	6%

19. 今有一$1225二個月無息期票.於立券日折扣6%售於銀行.求折扣額.

20. 若前券註明年利5%.問銀行扣得若干.

〔二〕代貯存款

215. 貯款之法　貯款於銀行有二法。一曰〔定期存款〕Fixed Deposit。一曰〔活期存款〕、或名來往帳 Cuarent Account。今分論如下、

216. 定期存款 凡按定期存款於銀行者、未到期前、不能支取、卽支取亦無息。其息之多少、視期之長短而定。其率各銀行不同。大概三個月之存款、按年利 3% 行息。六個月之存款、年利 4% 行息。一年之存款、年利 5% 行息。下式卽存券之一種也。

存券式(右半給存款人左半存銀行)

存券

今由（　）此項定期存款不得於未到期時支取如未到期支取概不給息倘逾期支取亦不期外加息
存到（　）
期訂（　）息按週年（　）
至（　）年（　）月（　）日到期給此
憑券存照
（　）年（　）月（　）日
經理（　）章
上海江蘇銀行
總務（　）

（　）字第（　）號

存根

（　）年（　）月（　）日由（　）存到（　）
期訂（　）息按週年（　）至（　）年（　）月（　）日
到期
江蘇銀行留根

217. 活期存款　活期存款、隨時隨數、可以提用。銀行任收支之勞、所存大半無息、有之亦至多年利

來往帳收銀據式（上半交存銀者收回下半存銀行）

上海
江蘇銀行
收銀簿根
今請收（　）（　）（　）（　）（　）來往帳
共計（　）
（　）年（　）月（　）日
此收據一聯須俟交下付銀時須帶本行蓋印字號如未蓋印者不足為憑

上海
江蘇銀行
收銀簿
今收到
（　）來往帳
（　）
（　）
（　）
共計（　）
（　）年（　）月（　）日（　）交來
如付來各項均須詳細註明此頁

支票式（上半存出票人處下半由支銀者交與銀行以支款）

（　）字第（　）號
此票交與（　）
向上海
江蘇銀行
支（　）
（　）年（　）月（　）日
支票留根

（　）字第（　）號
憑票祈交（　）或交來人
（　）
此致上海
江蘇銀行照付
（　）年（　）月（　）日（　）押

1% 或 2% 耳。上式一爲存銀時之收據、一爲支銀時之票劵也。

註。 定期存款之本利計算法,與複利無異.如某甲以一千元存於某銀行.一年爲期.5%行息.期滿不支息.則本利和爲新本.($1000+$50=$1050)移於下年.餘仿此.活期存款.大都半年一結.

問題七十三

以下皆爲一年期之存款.年利 4%.(未滿整年者末次之本卽無息)

1. 求 $250 存款 3 年後之總數.
2. 求 $375 存款 4 年後之總數.
3. 求 $425 存款 3 年後之總數.
4. 求 $650 存款 5 年後之總數.
5. 求 $875 存款 6 年後之總數.
6. 求 $1250 存款 $2\frac{1}{3}$ 年後之總數.
7. 求 $1500 存款 $1\frac{1}{2}$ 年後之總數.
8. 求 $2650 存款 $3\frac{1}{3}$ 年後之總數.
9. 求 $2575 存款 $4\frac{1}{4}$ 年後之總數.

以下皆爲半年期之存款.年利 3%.(未滿半年者末次之本卽無息)

10. 求 \$100 存款 4 年後之總數.

11. 求 \$250 存款 3 年後之總數.

12. 求 \$575 存款 2 年後之總數.

13. 求 \$650 存款 3 年後之總數.

14. 求 \$980 存款 5 年後之總數.

15. 求 \$1350 存款 $2\frac{1}{2}$ 年後之總數.

16. 求 \$2500 存款 $3\frac{1}{4}$ 年後之總數.

17. 求 \$1650 存款 $4\frac{1}{2}$ 年後之總數.

18. 求 \$1700 存款 $4\frac{3}{4}$ 年後之總數.

以下爲活期存款.年利 2%.求結算日之息及總數(一年作三百六十日一月作三十日.)

	日期	存項	支項	結算日
19.	七月一日	\$1000		十二月三十一
	七月二十	\$ 500		
	八月六日		\$200	
	九月一日	\$ 100		
	十月一日		\$ 50	
20.	一月一日	\$ 500		六月三十日
	一月十六	\$ 75		
	三月十六		\$101	
	四月廿一		\$ 50	
	五月廿一		\$ 75	

〔三〕兌 匯

218. 銀行匯票 銀錢之由銀行匯劃者，其所出之據，謂之【銀行匯票】Bank Drafnt。銀行於額金之外，另收小費（約額面之0.1%或$\frac{1}{4}$%）。以為酬勞，名曰【匯水】Premium。下列卽三聯匯票之式。

匯票式

（　）年（　）月（　）日匯付
拾頭（　）整
訂明（　）月（　）日期向（　）
江蘇銀行照解
票根

（　）字第（　）號

江蘇銀行匯票
憑票匯付（　）
（　）整
訂明（　）月（　）日期向（　）
江蘇銀行驗付
總務（　）
（　）年（　）月（　）日　章
經理（　）

（　）字第（　）號

（　）年（　）月（　）日匯付
拾頭（　）整訂明（　）月（　）日期向（　）
江蘇銀行照付
江蘇銀行留根
填票人（　）

如上海某甲.欲將 $100 寄與南京某乙.則可將銀及匯水.付與上海江蘇銀行.購一匯票.郵寄與乙.乙得此票後.即可按期向南京江蘇分銀行.支取 $100.(如無分銀行.可由他銀行匯劃)國外匯票之率無定.隨市價而漲落.其匯水已算入兌換價中.故不另計.

219. 電匯 有時道路遙遠、需用孔急、則可由甲地銀行、電告乙地銀行、請其支付。惟匯水略昂、電報費亦由寄報人擔任、是之謂〔電匯〕Telegraphic Transfer。

220. 郵匯 郵政交通之處、可於郵局購〔郵政匯票〕Postal Money Order。其用實較銀行匯票尤便也。

按各國國內之郵政滙票.匯水頗廉.約百圓取洋三角.中國國內郵匯.每元取洋二分其外復加貼水(隨市價漲落).滙水之大.實爲各國所無.

問題七十四

求下匯票之數.

1. 額面 $2500, 水 1%

2. 額面 $3750, 水 1%

3. 額面 \$4850, 匯水 1%

4. 額面 \$4800, 匯水 2%

5. 額面 \$5600, 匯水 2%

6. 額面 \$ 250, 匯水 $\frac{1}{8}$%

7. 額面 \$ 750, 匯水 $\frac{1}{5}$%

8. 額面 \$ 640, 匯水 $\frac{1}{4}$%

9. 額面 \$1280, 匯水 $\frac{1}{4}$%

10. 從上海匯\$100至北京.若匯水爲3%.外加電報費\$1.92.問電匯費共若干.

11. 紐約四個月匯票行情.每銀百兩換美金七十一圓半.若墨銀一圓等於規銀七錢三分五.問匯美金一萬六千圓至紐約時.需墨銀若干圓.

12. 倫敦四個月匯票.每銀一兩換二先令十本士.若墨銀每圓等於七錢二分五.問匯金四百鎊至倫敦時.需墨銀若干圓.

221. 儲蓄銀行 〔儲蓄銀行〕、Savings Bank 亦銀行之一種.專代公衆存放零星款項.使一般勞働家、皆知儲積以廣利殖.其存款之利息.較尋常略厚.實複

利之一種,惟所儲之款,隨時隨數可以提用,結息有定期(一月,三月,半年不等),息按期內最小之存款計算,惟至少須半年後,方可利上加利。

222. 〔設例〕某甲存款於儲蓄銀行,年利4%,半年一結,其來往帳有如下式.

日　期	存款		利息		支款		結餘	
1923								
七月一日	$600	00					$600	00
七月二十	75	00					675	00
九月六日					$120	00	555	00
十二月七日	60	00					615	00
十二月二十					65	00	550	00
1924								
一月一日			$11	00			561	00
五月九日	200	00					761	00
七月一日			11	22			772	22

〔說明〕 年利4% = 半年利2% = 3月利1%

結餘項下第一期(半年)中之最小存款為$550.00,以2%計之,獲息$11.00,加於餘本,得$561.00,即下期之新本也.

第二期(半年)內最小存款為$561.00,以2%乘之,約

$11.22. 故 1924 年七月一日結算時.共餘 $772.22.

上題之息.若每三月一結算.則可分爲四期.

初期最小之存款爲 $555, 1% 乘之,約息 $5.55 ⎫
二期最小之存款爲 $550, 1% 乘之,約息 $5.50 ⎭ 共 $11.05

三期最小之存款爲 $561, 1% 乘之,約息 $5.61 ⎫
四期最小之存款爲 $561, 1% 乘之,約息 $5.61 ⎭ 共 $11.20

結算日本利共 $772.27. 與前相差.祇 $05 耳.

問題七十五

下列諸款.皆按年利 4% 起息.求結算日之本利和.并繕正式之清帳.

	存	款	支	款	計算期	結算日
1.	一月一日	$750	三月七日	$230	半年	七月一日
	二月三日	425	五月六日	26.75		(本年)
	六月一日	37.5				
2.	一月一日	$675.5	二月七日	$327.4	半年	一月一日
	三月二日	923.75	十月十日	750		(次年)
	九月五日	327.6				
3.	一月一日	$500	三月六日	$325	半年	一月一日
	二月二日	300	五月十一	275		(次年)
	三月十六	250	九月十二	25		
	八月一日	50	十一月十五	100		
	十月五日	125				

	存	款	支	款	計算期	結算日
4.	三月一日	$200	三月八日	$50	三個月	一月一日
	六月三日	675	五月十七	60		(次年)
	七月一日	350	七月八日	50		
5.	四月一日	$375	五月三日	$75	三個月	七月一日
	五月二十五	460	九月六日	50		(次年)
	六月十四	380	十一月八日	130		
	八月八日	750	二月一日 (次年)	200		

6. (1912)一月一日存款$2500.年利4%計算期半年。(1915)一月一日結算求本利和.

7. 若6題之款.按單利每年5%存之.可多得利息若干.

第十一章

乘方及開方

223. 方次 某數任何幾次之自乘冪、謂之該數之〔**方次**〕Power。如 $7\times7\times7=343$; 343 卽 7 之三次方.

224. 平方 某數自乘、其冪謂之〔**平方**〕Square.(或名二次方 Second Power)

如 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 之平方,

爲 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 等是也.

225. 立方 某數自乘再乘、其冪謂之〔**立方**〕Cube.(或名三次方 Third Power)

如 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 之立方,

爲 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, 等是也.

此外尙有四次五次等方.茲不具論.

226. 方根 反是言之、凡任何幾次自乘冪之因數、卽謂之冪數之〔**方根**〕Root。

如 $7\times7\times7=343$; 7卽343之第三方根.

求根之法.謂之〔開方〕Evolution。

227. 平方根 自乘冪之因數、謂之冪數之〔平方根〕Square Root。

如 $5\times5=25$; 5卽25之平方根.

228. 立方根 自乘再乘冪之因數、謂之冪數之〔立方根〕Cube Root。

如 $2\times2\times2=8$; 2卽8之立方根.

此外如四次五次方根.皆可依此類推.

229 指數 5之平方、書作5^2。5之立方、書作5^3。其右隅之小數字、謂之〔指數〕Index or Exponent。

230. 根號與根數 64之平方根、書作$\sqrt{64}$。64之立方根、書作$\sqrt[3]{64}$。其$\sqrt{\ }$謂之〔根號〕Radical Sign。左隅之小數字、謂之〔根數〕Radical。

注。意。(一)平方根之根數爲2.故$\sqrt{64}$本當書作$\sqrt[2]{64}$惟2爲最低根數.有根號已足分別.故略去根數.

(二)根數亦可以分數之指數代之.如$\sqrt{64}$可作$64^{\frac{1}{2}}$; $\sqrt[3]{64}$可作$64^{\frac{1}{3}}$是也.

231. 整方與不盡根 凡數之爲整數或分數之完全乘羃者、謂之**〔整方〕**、亦名**〔完全方〕**。(如完全平方 Perfect Square 之類.) 否則爲**〔不整方〕**、亦名**〔不盡根〕** Surds。

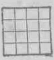
如 $\sqrt{4}=2$ 爲整平方.

$\sqrt{2}=1.414+\cdots\cdots$ 爲不整平方.

開平方

232. 平方根與方積之關係

觀右圖方之每邊爲四、其面積爲十六。



故 <u>方之邊等其面積之平方根。</u>

故 凡整方之根、可以求因法得之。

如 $144=2\times2\times2\times2\times3\times3=(2\times2\times3)(2\times2\times3)$

故 $\sqrt{144}=2\times2\times3=12$

問題七十六

求下各邊所成之方積.

1. 17尺　*3.* 2.9寸　*5.* .62分　*7.* $\frac{4}{5}$里

2. 19尺　*4.* 3.7寸　*6.* 1.27分　*8.* $\frac{7}{8}$丈

求下諸方積之邊.

9. 1.44方寸　　11. 2500方尺　　13. .09方里

10. 1.21方寸　　12. 3600方尺　　14. .81方里

求下各方積之周界.

15. 5184方寸　　17. 23.04方尺　　19. 65.61方丈

16. 576方寸　　18. 40.96方尺　　20. 110.25方丈

試用求因法求以下諸數之平方根.

21. 196　　24. 400　　27. 625　　30. 900

22. 225　　25. 324　　28. 441　　31. 729

23. 256　　26. 484　　29. 784　　32. 1024

233 兩數和之平方

〔例題〕 問47之平方爲何.

〔解釋〕 47可視作40+7之和.

故47之平方.可以下法求之.(觀圖)

$$
\begin{array}{rl}
 & 40+7 \\
 & 40+7 \\
\hline
 & (40\times7)+7^2 \\
 & 40^2+(40\times7) \\
\hline
 & 40^2+2\times(40\times7)+7^2 \\
\text{即} & 1600+2\times280+49 \\
\text{即} & 1600+560+49 \\
\text{即} & 2209\text{是也.}
\end{array}
$$

280	49
1600	280

a=40 d=7

故 凡兩位數之平方。等於十位數之平方、加十位數與個位數相乘積之二倍、加個位數之平方。

234. 分段 開平方之第一步、分實數爲段、每段二位。

$1^2=1,\quad 10^2=100,\quad 100^2=10000.$

$9^2=81,\quad 99^2=9801,\quad 999^2=998001.$

觀上諸例。一位數之平方、或一位或二位。二位數之平方、或三位或四位。三位數之平方、或五位或六位。以此準之。可知百以下之數、其平方根祇有一位。百以上萬以下之數、其平方根必爲二位。餘可類推。簡言之。卽實數每增二位、平方根增一位。故將實數自右至左(自個位起)、分成小段、每段二位。惟末一段或一或二、位數不定。如 9807851 之數.可書作下式.

9 80 78 51 或 9, 80, 78, 51, 或 9|80|78|51.

235. 兩位根之開平方法 實之因數不易求者、可以下法演之。

〔例題〕 求 289 之平方根.

〔解法〕〔第一步分段〕實有三位.

可分二段.故知平方根有二位.

$$\begin{array}{r|l} & 2\,|\,89\,(17 \\ & 1 \\ 20 & 189 \\ 27 & 189 \\ \hline \end{array}$$

〔第二步求初商〕左端第一段中2之最大整方爲1. $\sqrt{1}=1$. 故知平方根之十位數爲1(卽10). 記於實之右.定爲初商.

〔第三步求次商之實〕由實2減去初商之平方1,餘1.連於下段爲189.以作次商之實.

〔第四步求次商〕由233節之定理.

$$\underset{(數之平均)}{實} = \underset{(十位數)}{初商^2} + 2\underset{(十位數)}{(初商)} \times \underset{(個位數)}{(次商)} + \underset{(個位數)}{次商^2}$$

$$\therefore 實 - 初商^2 = 2(初商)(次商) + 次商^2$$

$$= (次商)\{2(初商) + 次商\}$$

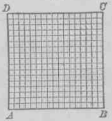
故以初商視作十位,二倍之 $(2\times 10=20)$ 爲<u>廉法</u>.以商實,得次商 7. 加於廉 20 得 27, <u>爲廉隅共法</u>.以次商乘之,得 189. 相減適盡.故知平方根之個位爲7.

$$\therefore \sqrt{289}=10+7=17$$

〔核驗法〕 $17\times 17=289$

236. 以圖解釋開平方之理

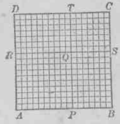
(1)



設 (1) 圖爲 289 小方所成之大方。其中所含十位之最大整方爲 $10\times10=100$。因 $20\times20=400$，而此則僅 289 也。

由 (1) 取出 APQR (卽 $10^2=100$)。如 (2) (3) 兩圖，所餘爲 189 小方。如 (4)。

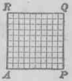
(2)



將 (4) 圖橫列如 (5) 圖。

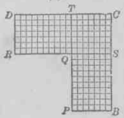
(5) 之面積與 (4) 相等，同爲 189 小方。以理度之 (5) 圖 BD 之長，當爲 $10+10=20$ 有零 (若無 CTQS 一方，則長適 20。)

(3)



以長除面積當得 PB 之闊。今未知實長若干，故祇可將幾近之長 20 (卽廉法) 除面積 189，得 9，姑作次商。

(4)



如 PB 之闊爲 9，則 BD 之全長必爲 $20+9=29$，以假定之闊 9，乘假定之長 29 得 261，大過原面積 189 矣。故知次商不足 9 也

同法證明8爲次商亦過大.

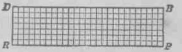
再將7試之. 20+7=27 (廉隅共法).

以7乘之爲189. 適減盡無餘.

故知7爲PB之闊也.

10+7=17 卽所求之數.

(5)



問題七十七

求以下諸數之平方根.

1.	841	*4.*	1369	*7.*	3249	*10.*	8281
2.	961	*5.*	1681	*8.*	3721	*11.*	9801
3.	529	*6.*	1521	*9.*	1849	*12.*	6241

13. 某方田有7569方尺.問每邊若干尺.

237. 多位根之開平方 四位以上之數、皆可以235節普通之法演之。惟每次將已得之根、對於將求之根、視作十位之初商。如可.

```
      17,47,24, |418
      16
   80)147
   81) 81
  820)6624
  828)6624
```

演此之法,一與前同,惟第三段 (24) 移下後,將 41 視作十位之初商 (41×10=410) 而二位之 (410×2=820), 以作廉法.其餘手續,與前無異.

238. 小數之開方法 凡含小數之數,亦可如上開方,惟分段時以小數點為中心,左右分推,每二位為一段.如下.

```
        52.27,29 |7.23
        49
      ___________
    140)327
    142)284
     ________
     1440)4329
     1443)4329
          ____
```

觀實數小數點之左有二位,故知根之整數部有一位.
觀實數小數點之右有四位,故知根之小數部有二位.

問題七十八

求以下諸數之平方根.

1. 190,969	6. 804,609	11. 1036.84	16. 3.9204
2. 743,044	7. 194,481	12. 82.2649	17. 462.25
3. 401,956	8. 173,056	13. .063001	18. .003969
4. 758,641	9. 174,724	14. 1.5129	19. .182329
5. 117,649	10. 509,796	15. 2.6244	20. .054756

21. 求12321方尺面積之邊.

22. 設有一方紙.面積共8046.09方寸.問每邊若干寸.

23. 今有一四方形.面積為1944.81方寸.求周界.

24. 今有一立方體.總面積為355.74方寸.問每邊長若干.又問其容積若干.

239. 幾近平方根即不盡平方根 不完全之平方、可於小數點後、任意加圈若干、而求幾近之平方根。若是之根、謂之〔**不盡平方根**〕。

〔例題〕 求19之平方根至小數後之三位。

```
        19.00000000|4.3588+
        16
 80)300
 83)249
 860)5100
 865)4325
 8700)77500
 8708)69664
 87160)783600
 87168)697344
       .........
```

4.3588近4.3590, 故可作4.359－。

240. 總結 開平方之法.今總結之如下。

(1) 由小數點起、左右分推、每二位分爲一段。

(2) 求左邊第一段中之最大整方、而記其根於右、作爲初商。

(3) 由第一段減去初商之平方、而連餘數於下段、以作次商之實。

(4) 視初商爲十位、二倍之、作爲廉法、以商實而得次商。

(5) 加次商於廉法、作爲廉隅共法。

(6) 以次商乘廉隅共法、而由實減之、連餘數於下段、以作三商之實。

(7) 如是次第演之、直至末段爲止。

241. 分數之平方根、可將分子分母,視作二數、分別求之。

〔注意〕 若分母非整方、則有二法。〔一〕先將分數變成小數、然後開方。〔二〕將上下兩數各乘以某數、使分母成整方。如$\frac{1}{2}$之平方根。係常法開之, $=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}}=\frac{1}{1\cdot4142}$ 分母過繁.除之不易.不若下法之簡便.

〔一〕 $\frac{1}{2}=0.5 \quad \sqrt{.5}=707$

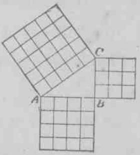
〔二〕$\sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}\,(1.414+) = .707+$

242*. 直角三角形及弦　三角形之有一直角(90°)者、謂之〔**直角三角形**〕Right Triangle。其對直角之一邊、謂之〔**弦**〕Hypotenuse。

如下圖 ABC 爲直角三角形其 AC 邊謂之弦.(AB 爲底線.BC 爲垂線.)

243*. 定理　直角三角形弦上之方積、等於底線垂線上兩方積之和。

$$(弦)^2 = (垂線)^2 + (底線)^2$$



圖中　$25 = \quad 9 \quad + \quad 16$

$$由是得\begin{cases} 弦 = \sqrt{底^2 + 垂^2} \\ 底 = \sqrt{弦^2 - 垂^2} \\ 垂 = \sqrt{弦^2 - 底^2} \end{cases}$$

故知直角三角形之兩邊、其第三邊可推而得。

問題七十九

求以下諸數之平方根.

1. $\frac{49}{144}$	3. $\frac{225}{361}$	5. $\frac{529}{726}$	7. $\frac{1369}{1681}$
2. $\frac{121}{169}$	4. $\frac{441}{265}$	6. $\frac{961}{1089}$ $\frac{31}{33}$	8. $\frac{841}{1849}$ $\frac{29}{43}$

開以下平方至小數後之二位.

9. 2	11. 11	13. 30	15. 125
10. 7	12. 15	14. 50 7.07	16. 650

化下數之分母爲整方.開方至小數後二位.

17. $\frac{1}{3}$	18. $\frac{2}{5}$	19. $\frac{2}{3}$	20. $\frac{3}{8}$

化下分數爲小數.開方至小數後二位.

21. $\frac{5}{8}$	22. $\frac{4}{7}$ .5714 .75	23. $\frac{3}{5}$	24. $\frac{5}{12}$ .64

以下之三角形.已知垂底二線.求弦.

25.* 39 尺,52 尺　　27.* 51 尺,68 尺

26.* 21 尺,72 尺　　28.* 82 尺,35 尺

以下諸三角形.已知弦及垂線,求底線,

29.* 10 尺, 6 尺　　31.* 26 寸,10 寸

30.* 17 尺,15 尺　　32.* 15 尺, 6 尺

(28 及 32 二題.祗須開方至小數後三位.)

以下諸數.爲各方形之邊,求對角線.

33.* 20 寸　34.* 32 寸　35.* 45 寸　36.* 70 寸

開立方

244. 立方根與立積之關係

觀右圖立方形之每邊爲3. $3\times3=9$爲一層.因有三層.故再以3乘之得27.

如是 $3\times3\times3=27$ 卽立積.

故立方形之每邊.等其立積之立方根。

245. 整立方之根、亦可用求因法得之。

如 $1728=2\times2\times2\times2\times2\times2\times3\times3\times3$

$=(2\times2\times3)\times(2\times2\times3)\times(2\times2\times3$

$=(2\times2\times3)^3$

故 $\sqrt[3]{1728}=2\times2\times3=12$

問題八十

求以下各數.

1. 37^3	*4.* 7.5^3	*7.* $\sqrt[3]{1331}$	*10.* $\sqrt[3]{5832}$
2. 49^3	*5.* 4.8^3	*8.* $\sqrt[3]{3375}$	*11.* $\sqrt[3]{9261}$
3. 59^3	6. 0.69^3	*9.* $\sqrt[3]{4096}$	*12.* $\sqrt[3]{10648}$

13. 今有一立方器.內容 13,824 立方寸.問器之每邊若干.

246. 兩數和之立方

依 233 節之原理. $47=40+7$.

$$(40+7)^2=40^2+2\times(40\times7)+7^2$$

$$\left.\begin{array}{r}40^2+2\times(40\times7)+7^2\\40+7\end{array}\right\}\text{相乘}$$

$$\begin{array}{llr}
 & (40^2\times7)+2\times(40\times7^2)+7^3 & (\text{用 7 乘之積})\\
40^3+2(40^2\times7)+ & (40\times7^2) & (\text{用 40 乘之積})\\
\hline
40^3+3(40^2\times7)+3 & (40\times7^2)+7^3 &
\end{array}$$

由上例題.得定理如下.

凡兩位數之立方。等於下四者相合之和。

(1) 十位數之立方。
(2) 十位數之平方、乘個位數之三倍。
(3) 個位數之平方、乘十位數之三倍。
(4) 個位數之立方。

247. 分段

開立方之第一步.將實數分爲小段、每段三位。

$1^3=1$;　　$10^3=1000$;　　$100^3=1000000$;

$9^3=729$;　　$99^3=970299$;　　$999^3=997002999$.

觀上諸例。一位數之立方、自一位至三位。二位數之立方、自四位至六位。以此準之。可知千以下之數、其立方根必爲一位。千以上百萬以下之數,其立方根必爲二位。簡言之。即實數每增三位、立方根必增一位也。

故將實數自個位起、由右至左、分成小段、每段三位。惟末一段或一位或二位或三位不等。如 9802123 數可任擇。下式之一書之。

9 802 123 或 9,802,123 或 9|802|123.

248. 兩位根之開立方法

〔例題〕 求 2197 之立方根.

〔解法〕〔第一步分段〕

實有四位,可分二段.

故知根有二位.

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2197\ (13 \\
 & 1 \\
\hline
3\times10^2=300 & 1197 \\
3\times10\times3=\ 90 & \\
3^2=\ \ 9 & \\
\hline
399 & 1197 \\
\hline
\end{array}
$$

〔第二步求初商〕 左端第一段中之最大整立方爲1. $\sqrt[3]{1}=1$; 故定1爲根之十位數.是爲初商.

〔第三步求次商之實〕由第一段2減去1,餘1.連於下段得1197.以作次商之實.

$(a+b)^3$
a^3+

〔第四步求次商〕由246節之原理,推得下式.

$$\underset{(\text{數之立方})}{\text{實}}=\underset{(\text{十位數})}{\text{初商}}^3+3\times(\text{初商})^2\times\underset{(\text{個位數})}{(\text{次商})}+3(\text{初商})(\text{次商})^2+\text{次商}^3$$

$$\therefore \text{實}-\text{初商}^3=3\times(\text{初商})^2\times(\text{次商})+3(\text{初商})(\text{次商})^2+\text{次商}^3 \quad (1)$$

$$=(\text{次商})\times\{3(\text{初商}^2+3\text{初商})(\text{次商})+\text{次商}^2\} \quad (2)$$

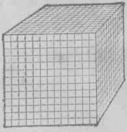
是知次商之實,以(2)括弧內之數除之,可得次商.顧未得次商之前,所知者惟初商.故將初商視作十位,自乘而三倍之,得300.以商實1197,得3.姑作爲次商.

次商之法數卽上(2)式括弧內三數之和,卽399.以假定之次商3乘之,得1197.與實相減適盡.故知立方根之個位數爲3.

故　$\sqrt[3]{2197}=13$.

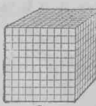
〔核驗法〕$13\times13\times13=2197$.

249. 以圖解釋開立方之理　A圖爲包含2197小方之大立方形.其中最大之十位整立方爲$10\times10\times10=1000$.因$20^3=8000$,將大於原數也.



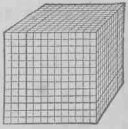
A

如是將A劃分之(如C).而由其中取出B塊.(卽1000個小方.餘剩之物為D.



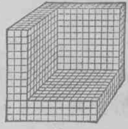
B

次將D塊各拆開平置之如E圖.E之立積與D相等.同為1197個小方.



C

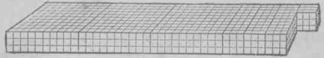
以理度之.若將E之面積除其立積1197,當得其厚.惟此面積與未知之厚有關係.其厚未得.其面積亦不能全知.所知者不過一部分.卽其中三大方板之面積,共為300小方也.



D

故祇可將此300試除1197.得幾近之數3假定為E之厚.

有此假定之厚.卽可得假定之面積,卽三方板(面積各為100)



E

三長條(面積各為$3\times10=30$)與一小立方塊(面積為3^2)之總面積($3\times100+3\times30+3^2=399$)也.

於是以假定之厚(3);乘假定之面積(399),得1197.與所餘之立積相除恰盡.故知A為整立方.而3確為E塊之厚.

$$10+3=13$$

$$故\quad\sqrt[3]{2197}=13$$

註。此處之3.一索而得.亦偶然事.尋常計算時.往往商得之數過大.必歷試較小諸數而後得之.

問題八十一

求以下諸數之立方根.

1. 2197	4. 13,824	7. 226,981	10. 857,375
2. 4913	5. 29,791	8. 132,651	11. 884,736
3. 6859	6. 110,592	9. 373,248	12. 941,192

13. 今有一方盒.可容778,688立方寸.問盒每邊長若干寸.

14. 又有一方盒.可容205,379立方寸.問盒每邊長若干寸.

250. 多位根之開立方

248節之法、亦可用以開六位以上數之立方。惟須注

意一端。即每次已求得之總根、對於將求之根、當視作十位之初商也。如下、

	57 512 456(386
	27
$3\times30^2=2700$	30 512
$3\times(30\times8)=720$	
$8^2=64$	
3484	27 872
$3\times380^2=433200$	2 640 456
$3\times(380\times6)=6840$	
$6^2=36$	
440076	2 640 456

251. 小數之開立方　凡含小數之數、亦可依前法演之。以小數點爲中心、左右分推、每三位爲一段如下、

	187.149 248(5.72
	125
$3\times50^2=7500$	62 149
$3\times(50\times7)=1050$	
$7^2=49$	
8599	60 193
$3\times570^2=974700$	1 956 248
$3\times(570\times2)=3420$	
$2^2=4$	
978124	1 956 248

觀實數小數點之左有三位.故知根之整數部有一位.
觀實數小數點之右有六位.故知根之小數部有二位.

252. 幾近之立方根 求不盡之立方根、可任意繫圈若干於實之小數點後、而推其幾近數。

如 $\sqrt[3]{1250.6894}=?$

$$
\begin{array}{rr|l}
 & & 1\ 250.689\ \underline{400}(10.77 \\
 & & 1 \\
\hline
3\times10^2= & 300 & 250 \\
\hline
\multicolumn{3}{c}{300>250\ \text{故根之次商為}0} \\
\hline
3\times100^2= & 30000 & 250\ 689 \\
3\times(100\times7)= & 2100 & \\
7^2= & 49 & \\
\hline
 & 32149 & 225\ 043 \\
\hline
3\times1070^2= & 3434700 & 25\ 646\ 400 \\
3\times(1070\times7)= & 22470 & \\
7^2= & 49 & \\
\hline
 & 3457219 & 24\ 200\ 533 \\
\hline
 & & 1\ 445\ 867\ 000\ \text{以至無窮}
\end{array}
$$

253. 分數之開立方 其法與開平方同、視分母分子爲兩數、分別求之。若分母爲不盡根、則將分數先化成小數、然後開之.

問題八十二

開以下立方根,至小數二位.

1. 71.296 *3.* 7.1296 *5.* 21.782 *7.* 37.487

2. 643.25 *4.* .75475 *6.* .1234 *8.* 81.492

求以下之分數之立方根.

9. $\frac{8}{729}$ *10.* $\frac{1331}{1728}$ *11.* $\frac{4913}{6859}$ *12.* $\frac{2197}{9261}$ *13.* $\frac{3375}{4096}$

求以下不盡根至小數三位.

14. $\sqrt[3]{2}$ *15.* $\sqrt[3]{3}$ *16.* $\sqrt[3]{5}$ *17.* $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ *18.* $\sqrt[3]{\frac{7}{8}}$

254. 總結 開立方之法、今總結之如下。

(一) 小數點起、左右分推、分實爲段、每段三位。

(二) 求左端首段中之最大整立方、而定其根爲初商。

(三) 由首段減去初商之立方、而以數餘連於下段。爲次商之實。

(四) 將初商視作十位,自乘而三倍之、以試除實。所得之商、假定次商。

(五) 初商(十位)平方之三倍加初商(十位)次商相乘積之三倍,加次商之平方、以此三者之和,爲次商之法數。

(六) 以次商乘法數、而由實減其積。(若積大於實、則假定之次商過大、必須歷試較小諸數。)將餘數連於下段為三商之實。

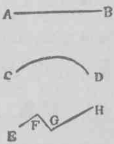
(七) 其餘三商四商等、亦如是依次求之。

第十二章

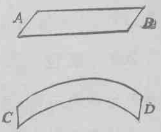
量法

255. 界說 **〔量法〕** Mensuration (舊譯求積)者,計算線之長短,面之廣狹,及體之大小者也。

256. 點與線 凡指示位置,而無長闊厚之可言者,謂之**〔點〕** Point。一點行動,其軌迹為一**〔線〕** Line。線有長無闊無厚,有直(如 AB) 有曲(如CD),有連有斷(如 EFGH)。

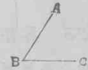


257. 面 以線爲界,有長闊而無厚者,謂之**〔面〕** Surface。有**〔平面〕** Plane Surface,如 AB 是也。有**〔曲面〕** Curved Surface,如 CD 是也。

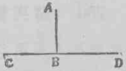


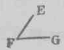
258. 立體 以面爲界、而有長闊厚者、謂之〔立體〕Solid。其面與面之交線、謂之〔稜〕Edge。稜與稜之交點謂之〔頂〕(或名尖)Vertex。

259. 角 兩線相交而成〔角〕Angle。(如 ABC.)



260. 直角 一直線立於他直線上、使所成之角、左右相等者、則其角謂之〔直角〕Right Angle。(如右圖中之 ABC 或 ABD.)





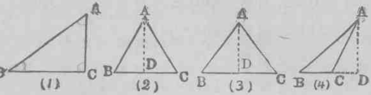
261. 銳角 鈍角 角之小於直角者爲〔銳角〕Acute Angle.

(如 EFG.)大於直角者爲〔鈍角〕Obtuse Angle。(如 HIJ.)

262. 單位 定一標準以便計算、謂之〔單位〕(見前第一章第二節)。若在米制、則長之單位爲粎,面積之單位爲方粎,體積之單位爲立方粎。

平 面 形 Plane Figures

263. 三角形 〔三角形〕Triangle有數種如下.



(1) 〔直角三角形〕Right-angled Triangle、如 (1)。

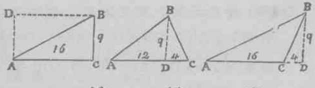
(2) 〔等腰三角形〕Isosceles Triangle、如 (2)。

(3) 〔等邊三角形〕Equilateral Triangle 如 (3)。

(4) 〔不等邊三角形〕Scalene Triangle、如 (4) 之 ABC。三角形中 A, B, C 等點謂之〔尖〕Vertex. BC 謂之〔底〕Base. (1) 之 AC 及 (2) (3) (4) 之 AD 均為〔高〕Altitude。

264. 三角形之面積 $=\frac{1}{2}$ 高 × 底……………〔公式一〕

右(1)圖中 ABC 直角三角形、為ADBC長方形之半。



(1) (2) (3)

ADBC之面積 $=9\times16$(見下)

$\therefore$ ABC之面積 $=\frac{1}{2}(9\times16)$

(2) ABC三角形 $=$ABD三角形 $+$ BDC三角形

$$\left.\begin{aligned}&\text{ABD之面積}=\tfrac{1}{2}(9\times12)\\&\text{BDC之面積}=\tfrac{1}{2}(9\times\ 4)\end{aligned}\right\}\text{相加}$$

$\therefore$ ABC之面積 $=\frac{1}{2}(9)\times(12+4)=\frac{1}{2}(9\times16)$.

(3) ABC三角形 $=$ABD三角形 $-$CBD三角形

$$\left.\begin{aligned}&\text{ABD之面積}=\tfrac{1}{2}(9\times20)\\&\text{CBD之面積}=\tfrac{1}{2}(9\times\ 4)\end{aligned}\right\}\text{相減}$$

$\therefore$ ABC之面積 $=\frac{1}{2}(9)\times(20-4)=\frac{1}{2}(9\times16)$.

265. 若已知三角形之各邊,則其面積可用下法求之。

$$\left.\begin{aligned}&\text{由周界之半、次第減去每邊、以半周}\\&\text{乘三餘數之連乘積,而開末數之平方。}\end{aligned}\right\}\cdots\text{〔公式二〕}$$

(證法詳三角學中.因過繁故不載,)

〔例題〕今有三角形.其邊爲五尺七尺及八尺.求面積

半周 $=\frac{1}{2}(5+7+8)=10$

面積 $=\sqrt{10\times(10-5)\times(10-7)\times(10-8)}$

$=\sqrt{300}=17.32$ 方尺

問題八十三

1. 今有三角形.高16尺.底20尺.求面積.

2. 今有三角田.其邊爲13,14及15尺.求面積.

3. 今有等邊三角形.邊爲5尺.求面積.

4. 若三角形之面積爲 436 方尺.底爲18尺.問高若干.

5. 若三角形之面積爲 114 方尺.高爲19尺.問底若干.

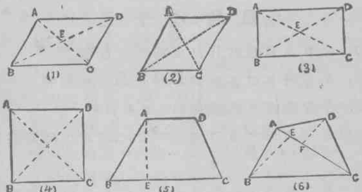
6. 今有底爲16尺之三角形.其面積等於高12尺底8尺之第二三角形.問第一三角形之高若干.

7. 直角三角形之弦爲50尺.高30尺.求面積.

8. 直角三角形之弦及底等於甲乙兩方田之各邊.若甲田之面積爲225方尺.乙爲144 方尺.求三角形之面積.

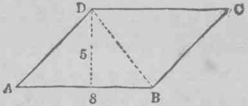
266. 四邊形 Quadrilateral

- **平行四邊形** Parallelogram
  - **長斜方形** Rhomboid, 如 (*1*).
  - **斜方形** Rhombus, 如 (*2*).
  - **長方形** Rectangle, 如 (*3*).
  - **方形** Square, 如 (*4*).
- **梯形** Trapezoid, 如 (*5*).
- **無法四邊形** Trapezium, 如 (*6*).



267.〔平行四邊形〕者、對邊兩兩平行之四邊形也、

平行四邊形之面積＝高×底……………〔公式三〕



設平行四邊形ABCD之高爲5.其底爲8

圖中ABD三角形＝CBD三角形(其底與高皆相同)

$\therefore$ ABCD$=2\times$(ABD)

ABD 之面積$=\frac{1}{2}$(高×底)$=\frac{1}{2}(5\times8)$

$\therefore$ ABCD之面積$=2\times\{\frac{1}{2}(5\times8)\}$

$=5\times8$

268. 四邊形之不同點,在角與邊。

(1) **〔長斜方形〕** 隣邊不等,角非直角。

(2) **〔斜方形〕** 四邊皆等,角非直角。

(3) **〔長方形〕** 兩對邊相等,角皆直角。

(4) **〔方形〕** 四邊皆等,角皆直角。

∴ **方形之面積 = 邊^2** ……………………〔公式四〕

長方形之面積 = 闊 × 長 ………………〔公式五〕

斜方形之面積 = 兩對角線相乘積之半〔公式六〕

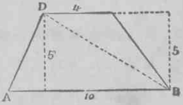
(觀266節各圖自明.)

269. **〔梯形〕** 惟上下二邊,互相平行。其平行之兩邊曰**〔上底〕〔下底〕**。其間之距曰**〔高〕**。

$$\text{梯形之面積} = \frac{(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高}}{2} \quad \cdots\cdots\text{〔公式七〕}$$

設ABCD梯形之高為5. 上底為4下底為10.

圖中ABCD梯形為ABD與BCD兩三角形所合成.



$$\left.\begin{array}{l} \text{ABD 之面積} = \tfrac{1}{2}\,(5\times10) \\ \text{BCD 之面積} = \tfrac{1}{2}\,(5\times\ 4) \end{array}\right\}\text{相加}$$

$$\therefore \text{ABCD 之面積} = \tfrac{1}{2}\,(5\times10)\ + \tfrac{1}{2}\,(5\times4)$$

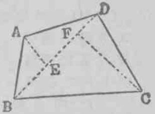
$$= \frac{(10+4)\ \times5}{2}$$

270. 〔無法四邊形〕者、四邊形之無平形邊者也。

無法四邊形之面積.

＝對角線所成兩三角形面積之和〔公式八〕

如ABCD無法四邊形.可分成ABD, BCD兩三角形.兩面積相加.即所求之面積.



問題八十四

1. 長方形之長爲48尺.闊爲36尺.求對角線.

2. 長方形之底爲52尺.其對角線長65尺.求高與面積.

3. 斜方形之兩對角線爲24及32尺.求面積.

4. 每邊23尺方田之對角線長若干.

5. 方形之對角線爲36尺.問邊與面積各若干.

6. 平行四邊形之面積爲180方寸.底爲60寸.求高.

7. 一畝方田之每邊約若干丈.

8. 梯形之上底爲18尺.下底爲24尺.高爲9尺.求面積.

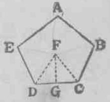
9. 若270節圖中無法四邊形之BD=10尺;AE=2尺;CF=6尺.問ABCD之面積若干.

10. 設ABCD田. AB=14丈; BC=18丈; CD=22丈; DA=20丈, AC=30丈.求面積.

11. 斜方形之邊及短對角線.各爲一尺.求面積.

12. 某方形之面積.與梯形相等.若梯形高8尺,上底9尺,下底16尺;問方形之每邊爲若干尺.

271. 多角形 凡直線所成之形、皆謂之**〔多角形〕** Polygon。多角形之角邊皆等者、謂之**〔有法多角形〕** Regular Polygon。



如ABCDE爲有法多角形其A, B, C, D, E各點.皆謂之**〔尖〕** Vertex。F謂之**〔中心點〕** Centre. FC謂之**〔輻〕**(卽半徑 Radius). FG謂之**〔小輻〕** Apothem (卽垂直距). AB, BC, CD, DE, EA五線之總長.謂之**〔周界〕** Perimeter。

圖中FDC三角形之面積 $=\frac{1}{2}$ (高 × 底) $=\frac{1}{2}$ (FG×DC).

而ABCDE形.可分爲三角形五個.各各等於FDC.

諸三角形之總面積$=\frac{1}{2}(FG)\times(AB+BC+CD+DE+EA)$。

∴ **有法多角形之面積$=\frac{1}{2}$(小輻 × 周界)〔公式九〕**

272. 有法多角形之小輻,與其邊有一定之比例。假定邊為1。則下表即尋常有法多角形各小輻之長。

三角形………0.2887	七角形………1.0383
四角形………0.5000	八角形………1.2071
五角形………0.6882	十角形………1.5388
六角形………0.8660	十二角形…1.8660

〔例題〕 有法六角形之邊為3寸。求面積。

法以 $.8660\times3=2.598$ (即小輻之長)

周 $=3\times6$(即邊數)$=18$

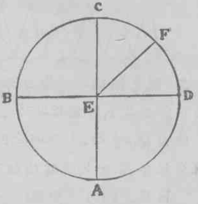
∴ 面積 $=\dfrac{18\times2.598}{2}=23.382$ 方寸

273. **無法多角形面積之求法。**將該形分為若干三角形,而求面積之和。………………………………〔公式十〕

其法與270節同。

274 圓. 〔圓〕Circle者。一平面形,自其中心點至界線,處處相等者也。

如圖為圓形.E為〔中心點〕Centre. EB=EC=EF=ED=EA, 各為〔半徑〕Radius. BD或AC為〔直徑〕Diameter. ABCFD曲線為〔圓周〕Circumference.



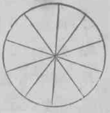
275. 徑與圓周之一定比例(即π)

徑與圓周之比為 1:3.1416、尋常計算時、用$3\frac{1}{7}$足矣.其3.1416或$\frac{22}{7}$、恆以π號代之。

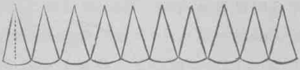
如輪之對徑為7尺.則其圓周為$3\frac{1}{7}\times 7=22$尺.若以3.1416乘7.則其積為21.9912尺.相差無幾耳.

276. 圓面積之求法

若以圓面分成無數三角形、如圖所示。則各三角形之高,約為圓之半徑、其底(曲線)之和,約為圓之周。



每三角形之面積$=\frac{1}{2}$(底×高)



∴ 圓之面積 $=\frac{1}{2}$(周 × 半徑)……………〔公式十一〕

如半徑爲2寸,周爲12.5664寸.

則面積 $=\frac{1}{2}\times 2\times 12.5664=12.5664$ 方寸.

若全以半徑表之,則其法如下。

面積 $=\frac{1}{2}$(周 × 半徑)

而周 $=3.1416\times 2\times$ 半徑

故面積 $=\frac{1}{2}\times(3.1416\times 2\times$ 半徑$)\times$ 半徑

∴ 圓之面積 $=\pi\times$ 半徑^2…………………〔公式十二〕

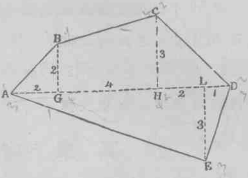
如半徑爲2寸,則面積 $=3.1416\times 2^2=12.5664$ 方寸.

問題八十五

求以下諸面積.

1. 每邊 $5\frac{1}{2}$ 寸之有法五角形.
2. 每邊2寸之有法八角形.
3. 每邊132寸之等邊三角形.
4. ABCDE 無法多角形.其 AB=14; BC=13; CD=13, DE=15; EA=13; AC=15; EC=14.求面積.

5. 右圖 ABCDE 多角形. (AG=2寸; GH=4寸; HL=2寸; LD=1寸; BG=2寸; CH=3寸; EL=3寸.)

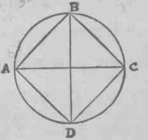


6. 半徑爲10寸之圓形.

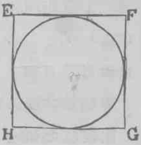
7. 直徑爲10尺之圓形.

8. 周爲30尺之周形.

9. ABCD 圓形之直徑爲16寸. 求圓內方形之面積. 并問上圖之圓周, 與內方形之周界. 相差若干. 又問上圖圓與方之面積. 相差若干.



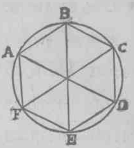
10. 右圖 EFGH 之方形. 繪於8寸直徑圓形之外. 求面積. 且求圓周及方周之差.



$\sqrt{6^2+6^2}$

11. 20寸直徑之圓形紙,改成正方,其最大之面積爲何.

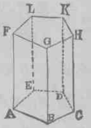
12. ABCDEF之徑爲12寸.求內容六角形之面積,及周.



立體 Solids

277. 【直稜柱】Right Prium之上下兩面爲多角形、互相平行,其旁面則皆爲矩形。

如圖中ABCDE−FGHKL爲直稜柱;其ABCDE及FGHKL兩面.謂之【底面】Base. ELKD, DKHC等面.謂之【側面】Lateral Surface.其AB, AF, FL,等線.均謂之【邊】Sides.其A, B, C諸點.皆謂之【頂】Apex.

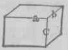


由圖所示,可知

直稜柱之側面積＝高×底面之周……〔公式十三〕

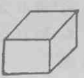
直稜柱之體積＝高×底面積…………〔公式十四〕

278. 〔矩形柱〕Rectangular Prism 者、六面皆矩形之直稜柱也。



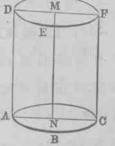
矩形柱之體積＝長×闊×高…………〔公式十五〕

279. 〔立方體〕Cube 者、六面皆方形之矩形柱也。



立方體之體積＝邊^3……〔公式十六〕

280. 〔直圓柱〕Right Cylinder 以圓形爲底面(如 ABC 及 DEF)、與側面垂直者也。(如右圖.)其連上下圓底中心之線、謂之〔軸〕(如 MN)。其側面展平時成矩形。由圖可知



直圓柱之側面積＝高×圓底周………〔公式十七〕

直周柱之體積＝高×圓底面積………〔公式十八〕

問題八十六

1. 方稜柱之底面.每邊 14 尺.柱高 7 尺.求側面積.

2. 六角稜柱之底面.每邊 3 尺.柱高 10 尺,求全面積.

3. 某室長 16 尺,寬 14 尺,高 12 尺.求東南上角至西北下角之距.且繪圖以明之.

4. 求每邊六尺立方體之對角線.

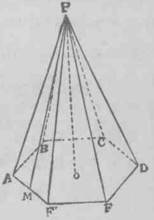
5. 圓筒形杯高3寸.底之半徑爲$1\frac{1}{3}$寸求側面積.並問該杯容水若干.

6. 圓柱之高爲8尺.底之半徑爲$2\frac{1}{3}$尺.求全面積.

7. 圓柱之體積爲3078.768立方寸.底之半徑爲7寸求高.

8. 圓筒之高爲24糎.底之半徑爲2糎.問容水若干.

281. 〔**直稜錐**〕Right Pyramid 以有法多角形(如ABCDEF)爲底面、以面積相等之等腰三角形(如APB等)爲側面、相交於頂尖(如P)。

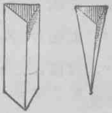


自頂尖至底面中心之距、卽錐之〔**高**〕(如PO)。自頂至底邊之中點、卽其〔**斜高**〕(如PM)。

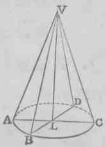
圖中P-ABCDEF之側面積, 卽 APB, APE, 等六箇三角形面積之和.

∴ **直稜錐之側面積** $=\frac{1}{2}$(底周 × 斜高)…〔公式十九〕

直稜錐之體積 $=\frac{1}{3}$(底面積 × 高)……〔公式二十〕



證明第二十公式之法.取等高等底之空稜柱空稜錐各一(如右圖).而滿以水.將見直稜錐所容之水.適爲直稜柱所容之三分之一.

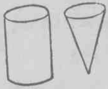


282. 【直圓錐】 Right Cone 以圓爲底面 (如 ABCD)、四旁係一弧面、交於頂尖(如V)。

圓錐之側面展開時爲一弧形、高爲斜高而底爲周。

∴直圓錐之側面積$=\frac{1}{2}$(圓底周×斜高)…〔公式廿一〕

直圓錐之體積$=\frac{1}{3}$(圓底面積×高)…〔公式廿二〕



證明第二十二公式之法.與前節同.觀右二圖自明.

問題八十七

1. 五角直稜錐之底.每邊長6尺.錐之斜高爲8尺.

求側面積.

2. 直圓錐高48寸.底之直徑28寸.求體積.

3. 直圓錐之斜高爲15寸.其圓底之周爲26寸.求側面積.

4. 方稜錐高8尺.底邊長6尺.求斜高.

5. 直圓錐之斜高爲10寸.底之半徑爲6寸.求高.

6. 圓錐形酒杯.深3寸.口闊3寸.問杯$\frac{2}{3}$滿時.容酒若干立方寸.

7. 埃及之金字塔高$480\frac{3}{4}$呎.底爲方形.每邊764呎.求塔之體積.

283. **〔球〕** Sphere 者、以點爲中心、以弧面爲界、面之距中心點、處處相同者也。通過球心、達於球面之線.曰球之**〔直徑〕**。

(1)　假以盤繞半球之繩,纏於直徑相等,高爲球徑之圓柱,則繩纏之處,適爲圓柱之半。由是可知

球之面積＝等徑同高圓柱之側面積

惟是圓柱之側面積＝高×圓底周。…〔見前公式十七〕

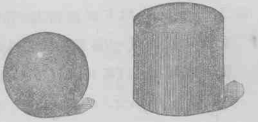
而球之高卽其直徑。

$\therefore$ 球之面積＝直徑×(圓底周)＝直徑×(直徑×3.1416)

$\therefore$ 球之面積＝直徑^2　$\times\pi$…………………〔公式廿三〕

(計算時用$3\frac{1}{7}$代3.1416亦可。)

(2) 假以球置空圓柱中,如右圖。柱之半徑卽球之半徑,柱之高卽球之直徑,球旁空隙處,



滿以水或沙。則水或沙所佔之地位,適爲圓柱容積之三分之一。故知球所佔之地位,必爲圓柱容積之三分之二。

惟是圓柱之體積＝高×圓底面積…〔見前公式十八〕

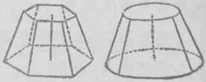
＝直徑×(3.1416×半徑^2)＝2×半徑×半徑^2×3.1416.

$\frac{2}{3}$圓柱之體積 $=\frac{2}{3}(2\times$半徑$^3\times3.1416)$

$\therefore$ **球之體積** $=\frac{4}{3}(\pi\times$ 半徑$^3)$……………〔公式廿四〕

或 $=\frac{1}{6}(\pi\times$ 直徑$^3)$……………〔公式廿五〕

284. 截體 若稜錐(或圓錐)之上部、爲與底平行之平面截去、則所餘之部分、謂之**〔稜錐(或圓錐)之截體〕** Frustrum of a Pyramid or of a Cone。



設上底面積爲A;下底面積爲B.則

截體之側面積 $=\frac{1}{2}$(斜高×上下兩周之和)…〔公式廿六〕

截體之體積 $=\frac{1}{3}$〔高 $\times(A+B+\sqrt{A\times B})$〕…〔公式廿七〕

註。 第二十六公式之理.觀前第七公式自明.第二十七公式之理詳幾何學.不易以算術證明之.故不贅.

問題八十八

1. 球之半徑爲6寸.求面積及體積.
2. 球之體積爲 $1437\frac{1}{3}$ 立方寸.求直徑.
3. 球之周爲132寸.求面積及體積

4. 以三寸直徑之球.置之滿水圓筒中.若筒之高爲三寸.徑亦三寸.問水之不溢出者.若干立方寸.

5. 圓錐截體之底徑.上3寸而下5寸.斜高8寸.求截體之側面積.

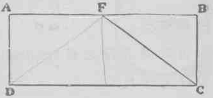
6. 六角稜錐截體之底邊.上5尺而下10尺.斜高8尺.求側面積.

7. 方斗之口.長3寸.底邊長2寸.斗深6寸.問斗可容米若干.

8. 九寸深之圓形漱盂.口小於底.若口之徑爲4寸底之徑爲6寸.問盂能容水若干.

量法總問題

1. ABCD長方田.AB=160丈;BC=60丈;F爲AB之中點.由F至C.築籬隔之.問籬長若干.又問籬內之三角形田.共有若干畝.



2. 一梯共十五級.每級闊9寸.高12寸.問梯之欄杆.應長若干.

3. 長28尺寬22尺之室.中舖地氈.若氈之長爲24尺,寬18尺.問地板尙露出若干.

4. 某處有一圍牆.長120尺,闊60尺.中有一屋.長48尺,寬42尺.問牆內空地尙餘若干.

5. 今有一長36寸寬20寸之鏡.配以木架.若木寬6寸.問架之面積若干.

6. 今以34寸長26寸寬之大紙.裁成書頁.若書之長爲6寸,寬爲4寸問一紙至多可裁若干頁.

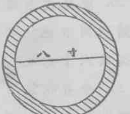
7. 今以白鐵板剪成圓片.若板長30寸,寬24寸.圓片徑爲4寸.問一板至多可剪若干片.

8. 火車每點鐘行45哩.若其輪周爲16呎.問每分鐘輪轉幾次.

9. 市政廳大鐘之長針(分針).長$10\frac{2}{3}$尺.問每點鐘針尖行若干尺.

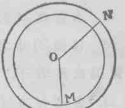
10. 上題之針盤.直徑爲22尺.求盤之面積.

11. 馬戲場之中央.豎一40尺之長桿.桿端有索.繫於外圍之木樁.若索之長爲50尺.問場之面積若干.



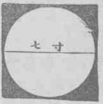
12. 直徑 8 寸之圓畫.配以一寸闊之架.問架之面積爲若干方寸.

13. 十六尺見方之室.中鋪地氈而圍以布.若布之所蓋.爲全室地板之$\frac{15}{64}$.問布寬若干.



14. 圓場之外.有路一週.外半徑爲 8 丈(卽ON).內半徑爲 6 丈(卽 OM).求路之面積.

15. 某路長一里.兩旁種樹.相隔30尺.問全路有樹幾株.

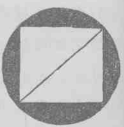


16. 將七寸見方之紙.剪成圓形.問須耗紙若干方寸.

17. 欲掘一井.深 40 尺,徑 8 尺.問須挖去泥若干.

18. 今欲以一寸厚之板.作一木箱.箱之外面長12寸,寬 10 寸,高 8 寸.問需板若干方寸.

19. 欲以前箱貯米.可容若干斗.



20. 圓地之上建一方場.其餘鋪草.問草地佔若干方尺.(設圓徑爲六十六尺)

21. 今有花鋼石一塊.長 4 呎寬 3 呎,高 1.5 呎.若石之比重爲 2.78,而水之重每立方呎爲 62.5 磅.問石重若干.

22. 水管高 14 粎.內徑長 5 粉.問能容水若干竏.

23. 每邊 20 寸之立方體.周圍以銅 1261 立方寸包之.問銅皮厚若干.

24. 金葉每方寸值銀二角.用以鍍一立方塊.若塊之體積爲 1728 立方寸.問需用金葉合銀圓若干.

25. 一立方尺之鐵塊.製成 2.5 寸之方條.問該條應長若干.

26. 一立方呎之鐵.重 550 磅.今有一 2 吋厚之空鐵管.長 8 呎,外徑 4 呎.問管重若干磅.

27. 橡皮球之徑爲 8 吋.問製 100 球時.需橡皮布若干方碼.

28. 六吋徑之球.鍍以半吋厚之銅.若每立方吋之銅.值銀一角六分.問鍍費若干.

第十三章*

級數

285 級數 大小各數、依一定之規則、循序排列、則成〔級數〕Series。

286. 項及和 級數之各數、謂之〔項〕Terms。合各項而加之、則得〔級數之和〕Sum of a Series。

287. 升降 級數之各項、由小而大者、爲〔升級數〕Ascending Series。由大而小者、爲〔降級數〕Descending Series。

288. 有限無限 級數之項數有盡者、爲〔有限級數〕Finite Series。其無盡者、爲〔無限級數〕Infinite Series。

289. 分類 級數分三類。曰〔差級數〕、曰〔倍級數〕、曰〔諧級數〕。

差級數

(亦名算術級數 Arithmetical Series)

290. 界說 級數中任何一項、與前項有一定差數者、謂之〔**差級數**〕。相差之數、名曰〔**公差**〕Common Difference。如下、

	(第一項)	(第二項)	(第三項)	(第四項)	
(1)	2,	5,	8,	11	爲升級數,公差 =3
(2)	50,	46,	42,	38	爲降級數,公差 =4

〔注意〕凡升級數其後項大於前項.凡降級數其前項大於後項.

291. 求差級數之各項 細玩上節之級數。如

$$\left.\begin{array}{l}(1)\begin{cases}\text{第二項}\ 5=2+1\times(3)\\ \text{第三項}\ 8=2+2\times(3)\\ \text{第四項}\ 11=2+3\times(3)\end{cases}\\ (2\begin{cases}\text{第二項}\ 46=50-1\times(4)\\ \text{第三項}\ 42=50-2\times(4)\\ \text{第四項}\ 38=50-3\times(4)\end{cases}\end{array}\right\}\text{由是得定例如下。}$$

凡升級數，則 **末項＝首項＋(項數－1)×公差**

凡降級數，則 **末項＝首項－(項數－1)×公差**

四數之中、任知三數、可得第四數。

〔例題一〕 求6, 10, 14……級數之第七項.

〔演算〕 首項爲6；項數爲7；公差爲4.

末項＝首項6＋(項數7－1)×公差4

$\therefore$ 末項 $=6+6\times4$

$=6+24$

$=30$

〔例題二〕 首項爲34.末項爲198.項數爲42求公差.

〔演算〕 末項198＝首項34＋(項數42－1)×公差

$\therefore 198=34+41\times$ 公差

$\therefore$ 公差 $\times41=198-34=164$

$\therefore$ 公差 $=\frac{164}{41}=4$

問題八十九

1. 求3, 5, 7…級數之第七項.

2. 求2, $2\frac{5}{7}$, $3\frac{3}{7}$…級數之第六項.

3. 求 21, 19, 17…級數之第七項.

4. 求 18, $17\frac{1}{3}$, $16\frac{2}{3}$…級數之第十二項.

5. 首項爲5, 公差爲$2\frac{1}{4}$.求第十三及十八兩項.

6. 第四項爲18,公差爲3. 求第七及十一兩項.

7. 首項爲1, 四項爲19,求公差.

8. 四項爲14,十二項爲38.求公差.

9. 公差爲5,十五項爲72.求首項.

10. 公差爲$1\frac{1}{4}$, 二十項爲$25\frac{3}{4}$. 求首項.

292. 求差級數之和 下列爲七項之級數。

$$\left.\begin{array}{rl} & 3+\ 5+\ 7+\ 9+11+13+15 \\ \text{倒之得} & \underline{15+13+11+\ 9+\ 7+\ 5+\ 3} \end{array}\right\}\text{相加}$$

和之二倍$=18+18+18+18+18+18+18$

$2\times$ 和$=7\times18$

故　和$=\frac{1}{2}(7\times18)$

惟是 $18=(3+15)=$ 首項與末項之和

故　**差級數之和**$=\frac{1}{2}$(首項 + 末項)× 項數

〔例題〕 求 3, 7, 11…級數八項之和.

〔演算〕 先求末項. (公差 $=4$)

末項 $=3+(8-1)\times4=3+28-31$

$\therefore$ 和 $\frac{8}{2}(3+31)=4\times34=136$

問題九十

1. 求1,5,9…級數二十項之和.

2. 求8,$7\frac{2}{3}$, $7\frac{1}{3}$…級數十六項之和.

3. 求37至53各數之總數.

4. 首項爲21,末項爲59,求三十項之和.

5. 首二項爲3與9,末一項爲75,求全級之和.

6. 二十項級數之第三第五兩項爲10與15.求和.

7. 石自塔尖落下.歷七秒鐘而及地.若第一秒時經$16\frac{1}{12}$呎.其後每秒鐘多加$32\frac{1}{6}$呎.求塔之高.

8. 某甲第一天行8里,第二天行11里,第三天行14里.如是十七天.始追及某乙.若乙與甲同日起身.乙之速率始終不變.問乙每日能行若干里.

9. 某處開運動會.中有拾石賽跑一則.其法將石子各一百顆.順行排開.相隔各3尺.運動者從離首石三尺處跑起.每次拾一石奔回.石盡乃止.問往返跑若干遠.

10. 一晝夜之內.時鐘共鳴幾響.

倍級數

(亦名幾何級數 Geometrical Series)

293. 界說 級數中任何一項、爲前項之一定倍數者、名曰〔**倍級數**〕。其一定之倍數曰〔**公倍**〕Common Ratio。如

3, 6, 12, 24. 爲倍級數.公倍爲2.

(6爲3之二倍,12爲6之二倍,餘類推)

〔注意〕 公倍大於一.則爲升級數.公倍小於一.則爲降級數.

294. 求倍級數之各項 由下級數(公倍爲3)

(第一項)	(第二項)	(第三項)	(第四項)	(第五項)
2	6	18	54	162
	(2×3)	(2×3^2)	(2×3^3)	(2×3^4)

可知 **末項＝首項 ×(公倍)$^{項數-1}$**

〔注意〕 公倍＝某項÷前項

〔例題〕 倍級數之首項爲5.公倍爲3.求第五項數

〔演算〕 此處項數＝5;首項＝5;公倍＝3

末項 $=5\times3^{5-1}=5\times3^4=5\times81=405.$

問題九十一

1. 求 $2, 6, 18, \cdots$ 級數之第八項.

2. 求 $8, 4, 2, \cdots$ 級數之第五項.

3. 求 $2, 3, 4\frac{1}{2}, \cdots$ 級數之第七項.

4. 求 $4, 2\frac{2}{3}, 1\frac{7}{9}, \cdots$ 級數之第六項.

5. 求 $4, 10, 25, \cdots$ 級數之第八項.

6. 求 $\frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \cdots$ 級數之第五項.

7. 求 $4, 2, 1, \cdots$ 級數之第九項.

8. 求 $6, 9, 13\frac{1}{2} \cdots$ 級數之第六項.

9. 倍級數之第七第九兩項.爲 100 及 144.求第十二項.

10. 一千圓之本金.每年生息百分之六.問第六年初之本利和若干.

295. 求倍級數之和　下列五項級數.其公倍爲 3。

$$4,\ 12,\ 36,\ 108,\ 324.$$

以公倍 3 乘各項得 $12+36+108+324+972$ (卽和之三倍)

由此減各項卽 $4+12+36+108+324$　(卽和)

餘　$972-4$　(卽和之二倍)

$$故和=\frac{972-4}{2}=\frac{(324\times3)-4}{3-1}$$

$$\therefore 倍級數之和=\frac{(公倍\times末項)-首項}{公倍-1}$$

惟末項 = 首項 × (公倍)$^{項數-1}$..................... (294 節)

故　和 $=\dfrac{\{首項\times(公倍)^{項數}\}-首項}{公倍-1}$

$$倍級數之和=\frac{首項\{(公倍)^{項數}-1\}}{公倍-1}$$

〔例題一〕 首項為 2, 末項為 128, 公倍為 2. 求和.

〔演算〕 此處首項 =2; 末項=128; 公倍 =2.

故和 $=\dfrac{(2\times128)-2}{2-1}=\dfrac{256-2}{2-1}=254$

〔例題二〕 有人每年儲蓄千金.存行生息.按年三釐.利上加利.問第五年之初共存若干.

〔演算〕 第一年初之存款 =\$1000

第二年初之存款 =\$1000+.\$1000 × 1.03

第三年初之存款

$=\$1000+\$1000\times1.03+1000\times1.03\times1.03$

是知每年之本利總, 為倍級數之和. 故第五年初之存款為 $\$1000+\$1000\times1.03+\$1000\times(1.03)^2+\$1000\times(1.03)^3+\$1000\times(1.03)^4$

若用前式解之. 首項 =\$1000;公倍 =1.03; 項數 =5

和 $=\dfrac{\$1000(1.03^5-1)}{.03}=\dfrac{\$1000(1.159-1)}{.03}$

$=\dfrac{\$1000\times.159}{.03}\times\$1000\times5.3=\$5300$

問 題 九 十 二

1. 首項爲2;末項爲486;公倍爲3求級數之和.

2. 首項爲1;末項爲256;公倍爲2.求級數之和.

3. 求3, 9, 27,…級數五項之和.

4. 求2, 3, $4\frac{1}{2}$,…級數八項之和.

5. 求1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$,…級數八項之和.

6. 求1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$,…級數十項之和.

7. 首項爲3;公倍爲5;求級數首六項之和.

8. 首項爲3;公倍爲$\frac{1}{3}$;求級數首八項之和.

9. 某甲每年貯金二千圓.按正七兩月分存銀行.年利4%.每半年一結.問四年之終共存若干.

10. 某乙第一年積銀64圓.其後九年.每年所積爲前年之$1\frac{1}{3}$.問共積若干.

296. 無限降級數之和 無限級數之和、往往爲無限大。若爲降級數、則其和有時亦可求得。如下、

〔例題一〕 求 $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\cdots\cdots\cdots\cdots$無限降級數之和

〔演算〕 此處首項爲1.

末行可作爲0

公倍爲$\frac{1}{3}$.

$$和=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\cdots\cdots\cdots+0$$

$$以公倍\ \frac{1}{3}\ 乘和=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\cdots\cdots\cdots+0$$

相減$=1$………(卽和減去和之三分之一得1)

$$\therefore(-\tfrac{1}{3})和=1$$

$$\therefore 和=\frac{1}{\frac{2}{3}}=\frac{3}{2}=1\tfrac{1}{2}$$

〔例題二〕 求循環小數 $0.5\dot{2}4\dot{3}$ 之值.

〔演算〕 此小數 $=0.5+0.0243\ 243\ 243\ +\cdots\cdots$

試先取其循環部演之如下.

$$0.0\dot{2}4\dot{3}=\frac{243}{10,000}+\frac{243}{10,000,000}+\frac{243}{10,000,000,000}+\cdots\cdots$$

此處首項爲 $\frac{243}{10,000}$;末項可作爲0;公倍爲 $\frac{1}{1000}$

$$\therefore\ 和=\frac{243}{10,000}+\frac{243}{10,000,000}+\frac{243}{10,000,000,000}+\cdots+0$$

$$以公倍\frac{1}{1000}乘和=\frac{243}{10,000,000}+\frac{243}{10,000,000,000}+\cdots+0$$

$$和-\frac{1}{1000}和=\frac{243}{10,000}$$

$$(1-\frac{1}{1000})和=\frac{243}{10,000}$$

$$\frac{999}{1000}和=\frac{243}{10,000}$$

$$和=\frac{243}{10,000}\times\frac{1000}{999}=\frac{243}{9990}=\frac{9}{370}$$

$$\frac{9}{370}+0.5=\frac{9}{370}+\frac{1}{2}=\frac{194}{370}=\frac{97}{185}$$

問題九十三

求以下無限級數之和

1. $6-3+1\frac{1}{2}-\cdots$　*3.* $1-\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\cdots$　*5.* $2-\frac{2}{5}+\frac{2}{25}-\cdots$

2. $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\cdots$　*4.* $2+\frac{4}{5}+\frac{8}{25}+\cdots$　*6.* $4+2\frac{2}{3}+1\frac{7}{9}+\cdots$

求以下循環小數之值.

7. 0.454545……　*9.* 0.020303……　*11.* 0.64389389……

8. 0.11342342…　*10.* 0.7283283…　*12.* 0.55862862……

諧級數 Harmonical Series

297. 界說　凡級數各項之倒數,成差級數者,爲**〔諧級數〕**。如 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \cdots\cdots$ 是也。

298.　解諧級數最便之法,書各項之倒數,而以差級數法演之、

〔例題〕 插諧級數四項於 24,……6 之間。

〔演算〕 $24=\frac{1}{\frac{1}{24}},\ 6=\frac{1}{\frac{1}{6}}$

倒數之差級數有六項.$\frac{1}{24}$ 爲首項,$\frac{1}{6}$ 爲末項.

按 121 節之式.末項 = 首項 +(項數 −1)× 公差

$$\frac{1}{6}=\frac{1}{24}\quad+(6-1)\times\text{公差}$$

$$=\frac{1}{24}\quad+5\times\text{公差}$$

$$\text{公差}\times 5=\frac{1}{6}-\frac{1}{24}=\frac{3}{24}$$

$$\text{公差}=\frac{3}{24}\times\frac{1}{5}=\frac{3}{120}$$

由是得差級數為$\frac{5}{120}$, $\frac{8}{120}$, $\frac{11}{120}$, $\frac{14}{120}$, $\frac{17}{120}$, $\frac{20}{120}$.

即 $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{11}{120}$, $\frac{7}{60}$, $\frac{17}{120}$, $\frac{1}{6}$.

故諧級數為 24, 15, $\frac{120}{11}$, $\frac{60}{7}$, $\frac{120}{17}$, 6.

即 24, 15. $10\frac{10}{11}$, $8\frac{4}{7}$, $7\frac{1}{17}$, 6也.

問題九十四

1. 求2與4間之諧級中項.

2. 求1…13間之諧級中項.

3. 插二諧級項於4…12之間.

4. 插三諧級項於$2\frac{2}{5}$…12之間.

5. 插四諧級項於1…6之間.

6. 求4, 2, $1\frac{1}{3}$…諧級數之第六項.

7. 求$2\frac{1}{2}$, $1\frac{12}{13}$, $1\frac{9}{16}$…諧級數之第二十一項.

8. 求$1\frac{1}{3}$, $1\frac{11}{17}$, $2\frac{9}{13}$…諧級數之第六項.

9. 諧級數之第十三項為$\frac{1}{25}$;其第二十一項為$\frac{1}{41}$.求首三項.

10. 諧級數之第二項為2 其第三十一項為$\frac{4}{31}$.求首三項.

附錄一*

對數

299. 界說 任取一數爲【底】Base、若此數之某次方等於某數、則此次數謂之某數之【對數】Logarithm、對於對數而言、某數卽謂之【眞數】Natural Numbers。

如 (1) $3^4=81$; 4 卽 3 爲底時 81 之對數.

(2) $2^8=256$; 8 卽 2 爲底時256之對數.

(3) $10^2=100$; 2 卽 10 爲底時100之對數.

上例中之 81, 256, 100, 皆眞數也.

300. 符號 對數之符號爲 log、在英文中爲 logarithm 之簡筆。

如 $5^3=125$ 可書作 $\log_5 125=3$

301. 常用對數 除一之外(一自乘仍爲一)、無論何數、均可用作對數之底。惟記數法以十進、故尋常計算時、以10作底爲最便。凡以 10 爲底之對數、謂之【常用對數】Common Logarithm。常用對數之底恆爲

10、故10字可從略。

如　$\log_{10}100=2$　可省作 $\log 100=2$

〔注意〕本章所論,專指常用對數.

302. 指數之定理　對數本爲指數、故論對數之本性、不可不先知指數之定理。

(一) 同數兩冪相乘時,其積之指數、等於兩因數之指數之和。

如　$2^3=2\times2\times2$;　$2^5=2\times2\times2\times2\times2$

$2^3\times2^5=2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$

$=2^8$

$\therefore 2^3\times2^5=2^{3+5}$

(二) 同數兩冪相除時、其商之指數、等於實法兩指數之較。

如　$2^5\div2^3=\dfrac{2\times2\times2\times2\times2}{2\times2\times2}$

$=2^2$

$\therefore 2^5\div2^3=2^{5-3}$

(三) 方次之指數,等於方指數乘原指數.

如　$(2^3)^4=2^3\times2^3\times2^3\times2^3$

$=2^{3+3+3+3}$　〔見上(一)〕

$=2^{12}$

$\therefore (2^3)^4=2^{3\cdot4}$

(四)　方根之指數,等於根指數除原指數。

如　$\sqrt{2^4}=(2^4)^{\frac{1}{2}}$

$=2^{4\times\frac{1}{2}}=2^{\frac{4}{2}}$　〔見上(三)〕

$\therefore\sqrt{2^4}=2^{4\div2}$

303. 對數之性質

(一)　任取何數爲底,1之對數恆爲0。

如　$\frac{10^2}{10^2}=1;\quad 1=10^{2-2}=10^0$　〔見上節(二)〕

$10^0=1;\quad \therefore \log 1=0$

(二)　底之對數恆爲1。

如　$10^1=10;\quad \therefore \log 10=1$

(三)　乘積之對數,等於諸因子對數之和。

如　$10^1=10;\qquad \left.\begin{array}{l}\log 10\ \ =1\\ \log 100\ =2\end{array}\right\}$

$10^2=100;$

$10^3=1000;\qquad \log 1000=3=1+2$

$\therefore \log(10\times100)=\log 10\times\log 100.$

(四) 分數之對數,等於分子之對數,減分母之對數。

如 $\left.\begin{array}{l}\log 1000=3\\ \log 10 \quad =1\end{array}\right\}$

$\log 100 = 2 = 3-1$

$\therefore \log \frac{1000}{10} = \log 1000 - \log 10.$

(五) 乘方之對數,等於方數乘原對數。

如 $\log 100^2 = \log 10000 = 4 = 2\times 2$

$\therefore \log 100^2 = 2\log 100$

(六) 方根之對數,等於根數除原對數。

如 $\log \sqrt{100} = \log 100^{\frac{1}{2}} = \log 10 = 1 = 2\div 2$

$\therefore \log \sqrt{100} = \frac{1}{2}\log 100$

304. 對數有正有負

由第303節(一)(二)所言推之。

$$\left.\begin{array}{lll}1000= & 10^3; & \therefore \log 1000=3\\ 100= & 10^2; & \therefore \log 100-2\\ 10= & 10^1; & \therefore \log 10=1\end{array}\right\}\text{正}$$

$$\begin{array}{lll}1= & 10^0; & \therefore \log 1=0\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{lll}.1=\frac{1}{10} & =10^{-1}; & \therefore \log 1=-1\\ .01=\frac{1}{10^2} & =10^{-2}; & \therefore \log 01=-2\\ .001=\frac{1}{10^3} & =10^{-3}; & \therefore \log 001=-3\end{array}\right\}\text{負}$$

餘類推

305. 首數尾數 準上節之理推之

凡在 1 與 10 間之數、其對數必在 0 與 1 之間。

凡在 10 與 100 間之數、其對數必在 1 與 2 之間。

凡在 1 與 0.1 間之數、其對數必在 0 與 −1.之間。

凡在 0.1 與 0.01 間之數、其對數必在 −1 與 −2 之間。

餘類推。

是知凡非 10 自乘(或自除)之數、其對數必有奇零。

如 34.062 一數,大於 10^1 (卽 10) 而小於 10^2 (卽100)。故其對數必在 1 與 2 之間.卽 $10^{1+奇零}=34.062$

$\therefore \log 34.062=1+$ 奇零.

又如 0.06 一數.大於 10^{-2} (卽 0.01) 而小於 10^{-1} (卽0.1) 故其對數必在 −2 與 −1 之間.卽 $10^{-1+零奇}=0.06$

$\therefore \log 006=-1+$ 奇零.

故對數有兩部。其整數部謂之〔首數〕Characteristic。小數部謂之〔尾數〕(卽奇零之部 Mantissa)。

306. 尾數之負者、當變爲正、而以負號冠於首數之上。

如 $\log 0.0284=-1.5467=-2+(1-.5467)$

$=-2+\ 4533$ 書作 $\overline{2}.4533$

307. 對數之具負首數者、可加10(或10之倍數)於首數以變其式、而於末後減去之。

如　對數爲 $\overline{2}.4533$, 則可改爲 $8.4533-10$

如　對數爲 $\overline{13}.4533$, 則可改爲 $7.4533-20$

308. 首數定法　由304節諸例、可得以下定法。

(一)　若數大於一。則從其小數點左之位數減一,以爲首數、其號爲正。

(二)　若數小於一。則從其小數點右之圈數加一,以爲首數、其號爲負。

如　log 7849.27 之首數爲 3, 因眞數之整數有四位也。

log 0.037 之首數爲 -2, 因眞數之小數點後有一圈也。

〔注意〕　小數點左之圈. 及點右隔數之圈. 與首數無關係.

如　log 0.06 之首數仍爲 -2.(因 $0.06=.06$ 故也.)

log 0.060003 之首數亦爲 -2.

309. 尾數　常對數之尾數、視數目而異。眞數逐位之數目不變、則尾數亦不變。

此理甚易明曉。因小數點之移右移左、不過以十之倍數或乘或除而已。故其對數視10之倍數而增減、僅變首數而不變尾數也。

如

$27,196=10^{4.4345}$; $\therefore \log 27,196=4.4345$

$2719.6=10^{3.4345}$; $\therefore \log 2719.6=3.4345$

$2.7196=10^{0.4345}$; $\therefore \log 2.7196=0.4345$

$0.27196=10^{9.4345-10}$; $\therefore \log 0.27196=9.4345-10$

$0.0027196=10^{7.4345-10}$; $\therefore \log 0.0027196=7.4345-10$

310. 四位對數表 下列表中、爲各對數之尾、至小數後四位爲止、凡自一至千之對數、皆可按表求之。(用法詳後)

四位表之準確、祇及小數後之三位。其第四位則以四捨五取法得之。

如 對數爲.54544, 則作.5454.

如 對數爲.54545, 則作.5455.

如 對數爲.54547, 則作.5455.

對數表位數愈多、算愈準確。然在尋常計算、四位表已足應用。

對 數 表

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	08 4	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	18.8	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3341	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3833	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6821	9830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6928	6837	6946	6955	6964	6972	6981
50	6990	6968	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067
57	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396

對　數　表

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
57	7559	7596	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	7069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	3579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	3768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	8020	9025
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9343	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9541	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996

311. 由眞數求對數法

〔一〕 定首數。(法見前308節.)

〔二〕 定尾數。

(甲) 若眞數爲一位、則其對數之尾,與二位者無異。

如 4之對數尾 =40 之對數尾 =.6021

(乙) 若眞數爲二位、則其對數之尾, 於 N 項下直行內求之。

如 $\log 28 = 1.4472$

$\log 0.086 = 8.9345 - 10$

(丙) 若眞數爲三位、則首二位在 N 直行內, 第三位在書頂橫行之內求之。其第三位項下直行內,與首二位同一橫行者、卽所求之尾數也.

如 $\log 742 = 2.8704$

$\log 6090 = 3.7846$

$\log 84100 = 4.9248$

$\log 000261 = 7.4166 - 10$

(丁) 若眞數爲四位或四位以上、則先求上下兩尾數之差,以眞數之小數差乘之, 而加其積於小尾數、是之謂【插入法】Interpolation。

〔例一〕 求 2034 之對數.

〔演算〕 2034 之對數尾 =203.4 之對數尾

眞數	對數尾數
204	.3096
203	.3075

$$\begin{array}{r} .0021 \\ .4 \\ \hline .00084 \\ .3075 \\ \hline .30834 \end{array}$$

$\therefore \log 2034 = 3.3083.$

〔例二〕 求 0.0015764 之對數.

〔演算〕 .0015764 之對數尾 =157.64 之對數尾

眞數	對數尾數
158	.1987
157	.1959

$$\begin{array}{r} .0028 \\ 64 \\ \hline .001792 \\ .1959 \\ \hline .1977 \end{array}$$

$\therefore \log 0.0015764 = 7.1977 - 10$

〔注意〕 眞數為差級數、對數為倍級數,故插入法所得之尾數、僅為近似而非確準。學者不可不知。

問題九十五

求以下之對數.

1.	70	6.	6897	11.	77,860	16.	5.0009
2.	101	7.	9901	12.	30,127	17.	.3769
3.	333	8.	4389	13.	730.84	18.	.070707
4.	3491	9.	1111	14.	.008765	19.	.03723
5.	1866	10.	58,343	15.	8.0808	20.	98.871

312 眞數定位法 反308節之說而言之,則得下列。

(一) 若對數之首數爲正,則眞數小數點前之位數,較首數之數目多一。

(二) 若對數之首數爲負,則眞數爲小數,而小數點後之圈數,較首數之數目少一。

313. 由對數求眞數法 此卽311節之反,須參觀之。

(一) 按表尋相符之尾數。其N下直行內,與此尾數同一橫行者,卽所求眞數之首二位。頂行內與此尾數同一直行者,卽眞數之第三位。

(二)　若表內無相符者,則求接近之兩尾數,而以較小者之三位,爲眞數之首三位,其第四位以上,仍用插入法求之。

(三)　依上節所言,定眞數之位數。

〔例一〕　求 0.1206 之眞數

與此尾數相當之三位爲 132.

首數爲 0,故眞數爲 1.32

〔例二〕　求 3.7936 之眞數

表中無相符之尾數.其最近者爲 ·7931 及 .7938 兩尾數.與 .7931 尾數相當者爲 621. 即眞數首三位之數.

其第四第五等位,可以下法求之.

$$\begin{array}{r} .7938 \\ \underline{.7931} \\ .0007 \end{array} \qquad \begin{array}{r} .7936 \\ \underline{.7931} \\ .0005 \end{array}$$

(兩接近尾數之差)　(本尾數與較小尾數之差)

故知眞數 621 後之諸數.必爲 I 之 $\frac{5}{7}$ 即. 714+.

對數之首數爲 3. 故知眞數之整部有四位

$\therefore$ 3.7936 之眞數 $=6217.14+$

問題九十六

求與以下對數相當之眞數.

1. 3.9017	*7.* 2.9850	*13.* 8.7324−10
2. 1.2076	*8.* 4.5388	*14.* 9.5555−10
3. 0.4442	*9.* 0.8550	*15.* 6.0216−10
4. 1.0090	*10.* 9.9992−10	*16.* 7.0080−10
5. 4.8697	*11.* 7.0016−10	*17.* 8.2361−10
6. 1.9214	*12.* 9 2618−16	*18.* 9.4513−10

314. 對數之利用 詳審303節(一)(二)(三)(四)四段、可知對數之用、能以加代乘、以減代除、以乘代乘方、以除代開方。

〔例一〕 以對數法求 $908.4\times0.05392\times2.117$ 之連乘積.

〔演算〕 $\log(908.4\times0.05392\times2.117)$

$$= \log 908.4 + \log 0.05392 + \log 2.117.$$

$$\begin{aligned}
\log 908.4 &= 2.9583 \\
\log 0.05392 &= 8.7318-10 \\
\log \underline{2.117} &= \underline{0.3257} \\
\text{和} &= 12.0158-10 = 2.0158 \\
&= \log 103.7
\end{aligned}$$

∴所求之連乘積$=103.7$

〔例二〕 以對數法求 $905.6 \div 38.45$ 之商.

〔演算〕 $\log(905.6 \div 38.45) = \log 905.6 - \log 38.45$

$$\begin{array}{rl} \log 905.6 = & 2.9569 \\ \underline{\log 38.45 =} & \underline{1.5849} \\ \text{差} = & 1.3720 \\ = & \log 23.55 \end{array}$$

$\therefore$ 所求之商 $= 23.55$

〔例三〕 以對數法求 $(0.097)^4$

〔演算〕 $\log(0.097)^4 = 4 \log 0.097.$

$$\begin{array}{rl} \log 0.097 = & 8.9868-10 \\ & \underline{\qquad\qquad 4} \\ \text{積} = & 35.9472-40 \\ = & 5.9472-10 \\ & \log 0.00008856 \end{array}$$

$\therefore$ 所求數 $= 0.00008856$

〔例四〕 以對數法開 271 之立方.

〔演算〕 $\log \sqrt[3]{271} = \log(271)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log 271$

$$\begin{array}{rl} \log \quad 271 = & 2.4330 \\ & 3)\,2.4330 \\ \text{商} = & 0.8110 \\ = & \log 6.471+ \end{array}$$

$\therefore$ 所求數 $= 6.471+$

315. 餘對數 某數之倒數之對數,謂之原數之〔餘對數〕 Co-logarithm 餘對數之號為 colog。

如 $\operatorname{colog} 30 = \log \frac{1}{30} = \log 1 - \log 30$

$\log 1 = 0$

$\therefore \operatorname{colog} 30 = -\log 30$

此處 $(-\log 30)$ 之前有負號,故全式中之首數尾數,皆受其影響。欲變負尾數為正,可用下法。

$$-\log 30 = (10 - \log 30) - 10$$

(注意) 加減之兩數同為10.故原數之值不變.

〔例一〕 求 4007 之餘對數.

〔演算〕 10. −10

$$\begin{array}{rl} & 10. \quad -10 \\ \log 4007 = & \underline{3.6028} \\ \operatorname{colog} 4007 = & 6.3972 - 10 \end{array}$$

〔例二〕 求 0.004007 之餘對數.

〔演算〕 10 −10

$$\begin{array}{rl} & 10 \quad -10 \\ \log 0.004007 = & \underline{7.6028 - 10} \\ \operatorname{colog} 0.004007 = & 2.3972 \end{array}$$

〔注意〕餘對數可以心算得之.不必一一演出.其法將10視作9.999…而默減之如下.

$$\begin{array}{rrrrrl} (9. & 9 & 9 & 9 & 10) & -10 \\ 2. & 6 & 0 & 2 & 8 & \\ \hline 2. & 3 & 9 & 7 & 2 & -10 \end{array}$$

316. 餘對數之用,在能以加代減,節省手續.

〔例題〕問 $\frac{7.56\times4667\times567}{899.1\times0.00337\times23435}$ 爲若干.

〔演算〕

$$\begin{aligned} \log 7.56 &= 0.8785 \\ \log 4667 &= 3.6690 \\ \log 567 &= 2.7536 \\ \operatorname{colog} 899.1 &= 7.0462-10 \\ \operatorname{colog} 0.00337 &= 2.4724 \\ \operatorname{colog} 23.435 &= \underline{5.6301-10} \\ & \quad 2.4498 \quad = \log 281.7 \end{aligned}$$

(附註) $\log 899.1=2.9538, \therefore \operatorname{colog} 899.1=(10-2.9538)-10$

$=7.0462-10$

$\log 0.00337=7.5276-10,$

$\therefore \operatorname{colog} 0.00337=[10-(7.5276-10)]-10=10-7.5276$

$=2.4724$

$\log 23435=4,3699, \therefore \operatorname{colog} 23435=(10-4.3699)+10$

$=5.6301-10$

問題九十七

用對數法解釋以下諸題

1. $\dfrac{56.407}{13.045}$

2. $\dfrac{857.03}{3079.8}$

3. $\dfrac{0.9387}{598.6}$

4. $\dfrac{3069}{0.7891}$

5. $\dfrac{75.46\times0.0765}{93.08\times98.071}$

6. $\dfrac{98\times537\times0.0079}{67309\times0.0947}$

7. $\dfrac{314\times7.18\times8132}{519\times827\times3.215}$

8. $\dfrac{212\times2.16\times8002}{536\times351\times7.256}$

9. $\left(\dfrac{61}{72}\right)^4$

10. $\left(\dfrac{13}{71}\right)^3$

11. $\left(5\frac{5}{11}\right)^2$

12. $\left(4\frac{4}{13}\right)^3$

13. $\left(\dfrac{412}{617}\right)^5$

14. $\left(\dfrac{83}{97}\right)^6$

15. $\left(\dfrac{507}{622}\right)^3$

16. $\left(\dfrac{1741}{1816}\right)^7$

17. $\dfrac{19.258\times3.1416\times812.72}{716.4\times8.002\times21.465}$

18. $\dfrac{2018\times0.00261\times1728}{1412\times0.0965\times0.08621}$

19. $\dfrac{44{,}816\times17.265\times181}{28{,}754\times1.2871\times206.45}$

20. $\dfrac{216.1\times5280\times144.2}{187.42\times4622.6\times156.8}$

21. $\dfrac{5982.55\times0.02987\times0.9852}{42.875\times34.62\times28.47}$

22. $\dfrac{14.718\times48.67\times96.542}{2746.2\times0.0467\times2.1876}$

23. $\sqrt{\dfrac{83.25\times4267\times0.008576}{0.0327\times687.5\times0.005003}}$

24. $\sqrt[3]{\dfrac{4.163^2\times17.74^4\times0.7183^{\frac{1}{2}}}{3.013^2\times34.34\times0.08137^{\frac{1}{2}}}}$

25. $\sqrt[4]{\dfrac{0.7132\times9.245\times0.5477^2}{76.93\times0.000173^{\frac{1}{3}}\times0.01}}$

26. $\sqrt[5]{\dfrac{65.02^2\times0.002753\times97.98^{\frac{1}{2}}}{7.298\times0.04754\times8.156^2}}$

27. $\sqrt[6]{\dfrac{23.79^2\times0.00756\times0.4648^3}{4723^{\frac{1}{2}}\times0.6571\times0.8246^{\frac{1}{4}}}}$

28. $\sqrt[7]{\dfrac{0.6012\times0.6012^{\frac{1}{2}}\times0.6012^{\frac{1}{3}}}{0.5926\times0.5926^{\frac{1}{2}}\times0.5926^{\frac{1}{3}}}}$

29. $\left(\dfrac{0.03214\times3.718^3\times0.07824^{\frac{1}{2}}}{0.05142\times0.4718^{\frac{1}{5}}\times1.239^3}\right)^{\frac{3}{4}}$

30. $\left(\dfrac{0.07986\times0.7555^{\frac{1}{3}}\times0.5557^{\frac{1}{3}}}{0.06897\times0.5777^{\frac{1}{3}}\times0.05698^2}\right)^{\frac{3}{7}}$

對數之應用

317. 對數之用甚廣。今略舉數例如下。

(1)複利 假以(本)代表本金,(率)表利率,(和)表本利之和.則若本金爲一元,其

第一年之和$=(1+\text{率})$

第二年之和$=(1+\text{率})^2$

第三年之和$=(1+\text{率})^1$

任何年之和$=(1+\text{率}^{\text{年數}}$

若本金爲(本)則任於何年.

$$\text{和}=\text{本}\times(1+\text{率})^{\text{年數}}$$

$$\therefore \log\text{和}=\log\text{本}+\text{年數}\times\log(1+\text{率})$$

故本金,利率,年數,與本利之和、知其三者、可求其第四

〔例一〕 今有本金150元.年息四釐.複利計算.求六年後之本利和.

〔演算〕 此處:本 $=150$; 率 $=0.04$; 年 $=6$,

以諸數代入公式中.得下式.

$$\log\text{和}=\log 150+6\times\log 1.04$$

$$\log 150=2.1761$$

$$\underline{6\ \log 1.04=0.1020}$$

$$\log\text{和}=2.2781$$

$$\therefore \text{和}=189.70\text{ 元}$$

〔例二〕 今有本金360元.複利借出.五年之後.本利總結481.80元.求利率.

〔演算〕 此處:本 =360;年 =5;和 =481.80.

$\therefore \log 481.80 = \log 360 + 5\log(1+\text{率})$

如將未知數移左.已知數移右.則得

$5\log(1+\text{率}) = \log 481.80 - \log 360$

$$\log(1+\text{率}) = \frac{\log 481.80 - \log 360}{5}$$

$$\begin{array}{ll} \log 481.80 & = 2.6828 \\ \text{colog } 360 & \underline{= 7.4437 - 10} \\ & 5\overline{)\underline{0.1265}} \end{array}$$

$\log(1+\text{率}) = 0.0253$

$\therefore 1+\text{率} = 1.06$

$\text{率} = 1.06 - 1 = 0.06$

卽利率 $= 6\%$

318. 下列之表、乃藉對數編成。用以計算複利、更爲利便。

複利表

(一元本金之本利和)

利率 / 年數	2%	2½%	3%	3½%	4%
1	1.02000	1.02500	1.03000	1.03500	1.04000
2	1.04040	1.05063	1.06090	1.07123	1.08160
3	1.06121	1.07689	1.09273	1.10872	1.12486
4	1.08243	1.10381	1.12551	1.14752	1.16986
5	1.10408	1.13141	1.15927	1.18769	1.21665
6	1.12616	1.15969	1.19405	1.22926	1.26532
7	1.14869	1.18869	1.22987	1.27228	1.31593
8	1.17166	1.21840	1.26677	1.31681	1.36857
9	1.19509	1.24886	1.30477	1.36290	1.42331
10	1.21899	1.28009	1.34392	1.41060	1.48024
11	1.24337	1.31209	1.38423	1.45997	1.53945
12	1.26824	1.34489	1.42576	1.51107	1.60103
13	1.29361	1.37851	1.46853	1.56396	1.66507
14	1.31948	1.41297	1.51259	1.61870	1.73168
15	1.34587	1.44830	1.55797	1.67535	1.80094
16	1.37279	1.48451	1.60471	1.73399	1.87298
17	1.40024	1.52162	1.65285	1.79468	1.94790
18	1.42825	1.55966	1.70243	1.85749	2.02582
19	1.45681	1.59865	1.75351	1.92250	2.10685
20	1.48595	1.63862	1.80611	1.98979	2.19112

利率 / 年數	4½%	5%	5½%	6%	7%
1	1.04500	1.05000	1.05500	1.06000	1.07000
2	1.09203	1.10250	1.11303	1.12360	1.14490
3	1.14117	1.15763	1.17424	1.19102	1.22504
4	1.19252	1.21551	1.23882	1.26248	1.31080
5	1.24618	1.27628	1.30696	1.33823	1.40255
6	1.30226	1.34010	1.37884	1.41852	1.50073
7	1.36086	1.40710	4.45468	1.50363	1.60578
8	1.42210	1.47746	1.53469	1.59385	1.71819
9	1.48610	1.55133	1.61909	1.28948	1.83846
10	1.55297	1.62889	1.70814	1.79085	1.96715
11	1.62285	1.71034	1.80209	1.89830	2.10485
12	1.69588	1.79586	1.90121	2.01220	2.25219
13	1.77220	1.88565	2.00577	2.13293	2.40985
14	1.85194	1.97993	2.11609	2.26090	2.57853
15	1.93528	2.07893	2.23248	2.39656	2.75903
16	2.02237	2.18287	2.35526	2.54035	2.95216
17	2.11338	2.29202	2.48480	2.69277	3.15882
18	2.20848	2.40662	2.62147	2.85434	3.37993
19	2.30786	2.52695	2.76565	3.02500	3.61653
20	2.41171	2.65330	2.91776	3.20714	3.86968

〔例一〕 設複利之年率爲六釐.十年後之利息爲1898.04元.問本金若干.

〔演算〕 按表求年利六釐十年後一元之複利息得0.79085元.

$\therefore 0.79085 : 1898.04 :: 1 :$ (本)

$$本=\frac{1898.04}{.79085}=2400\text{ 元}.$$

〔例二〕 若本金爲 1600 元.利率爲四釐半.問幾年之後.可生1000元之息、

〔演算〕 1600元之息 =1000元.

$$\therefore 1\text{ 元之息 }=\frac{1000}{1600}=0.625\text{ 元}$$

$\therefore$ 1元之本利和 =1.625元

按表求之.$4\frac{1}{2}\%$ 項下.

11年終之本利和 =1.62285元.

12年終之本利和 =1.69588.元。

故所求之數.爲十一年有幾也.

319. (2)期金 〔期金〕 Annuities 云者.按期應付之款也。期有長短.或一年或半年或一季不定.其息多以複利計之。

計算期金之法,實與倍級數求和相同。(參觀294節.)

〔例〕 設每年應付之款(即首項)爲5元;利率爲1%;則第一期末每元期金之本利和(即公倍)爲1.01元;若期(即項數)爲四次;(和)爲四期後應付未付之款,則

期	應付之款
第一期末	$=(5)$
第二期末	$=(5)+(5\times1.01)$
第三期末	$=(5)+(5\times1.01)+(5\times1.01^2)$
第四期末	$=(5)+(5\times1.01)+(5\times1.01^2)+(5\times1.01^3)$

$$\begin{cases} \text{和}=(5)+(5\times1.01)+(5\times1.01^2)+(5\times1.01^3)\cdots\cdots(1) \\ 1.01\times\text{和}=(5\times1.01)+(5\times1.01^2)+(5\times1.01^3)+(5\times1.01^4)\cdots(2) \end{cases}$$

$(1.01-1)$和$=(5\times1.01^4)-(5)$……………………即由(2)減(1)

$$\text{和}=\frac{(5\times1.01^4)-(5)}{1.01-1}=\frac{5(1.01^4-1)}{1.01-1}$$

$$\text{即　和}=\frac{\text{首項}(\text{公倍}^{\text{項數}}-1)}{\text{公倍}-1}$$……與294節結果恰同

〔注意〕 上式中之(公倍-1)即每期每元之利息,其(公倍$^{\text{項數}}-1$)即某期每元之複利息也.

若應付之款項。已歷數期。則如欲求現值若干。可將(本)代表之、而以(率)表利率、以複利計之。

$$\text{某期後之本利和} = \text{本}(1+\text{率})^{\text{期數}}$$

$$= \text{本} \times \text{公倍}^{\text{項數}} \cdots\cdots\cdots (\text{見301及本節})$$

$$\text{惟} \qquad \text{和} = \frac{\text{首項}(\text{公倍}^{\text{項數}}-1)}{\text{公倍}-1}$$

$$\text{故} \quad \text{本} \times \text{公倍}^{\text{項數}} = \frac{\text{首項}(\text{公倍}^{\text{項數}}-1)}{\text{公倍}-1}$$

$$\text{即} \quad \text{本} = \frac{\text{首項}(\text{公倍}^{\text{項數}}-1)}{(\text{公倍}-1)(\text{公倍}^{\text{項數}})} = \frac{\text{首項}}{\text{公倍}-1} \times \left(\frac{\text{公倍}^{\text{項數}}-1}{\text{公倍}^{\text{項數}}}\right)$$

$$= \frac{\text{首項}}{\text{公倍} \times 1} \times \left(1 - \frac{1}{\text{公倍}^{\text{項數}}}\right)$$

若係永遠期金、則項數爲無限大、而$\frac{1}{\text{公倍}^{\text{項數}}}$可作爲0。

$$\text{故} \qquad \text{本} = \frac{\text{首項}}{\text{公倍}-1}$$

$$\text{即} \qquad \text{現值} = \frac{\text{期金}}{\text{利率}}$$

〔例一〕某城每年提出銀六千圓.存行生息.以償公債是爲【償金】Sinking Fund，設利率爲四釐.則六年之後.可以清償.試問該城總欠若干.

〔演算〕 $和=\dfrac{首項(公倍^{項數}-1)}{公倍-1}=\dfrac{6000\times(1.04^{6}-1)}{0.04}$

用四位對數計之.得和 =39,750 元.

〔例二〕 今有期金500元.期爲 5 年.利率四釐.求現值若干.

〔演算〕 $本=\dfrac{首項}{公倍-1}\times\dfrac{公倍^{項數}-1}{公倍^{項數}}=\dfrac{500\times(1.04^{5}-1)}{0.04\times1.04^{5}}$

$\log 1.04=0.0170$

$\underline{\qquad 5}$

$\log 1.04^{5}=0.0850=\log 1.216$

$\therefore 本=\dfrac{500}{0.04}\times\dfrac{0.216}{1.216}$

$\log 500 \ =2.6990$

$\log .216 \ =9.3345-10$

$\text{colog}\ 0.04 \ =1.3979$

$\underline{\text{colog}\ 1.216=9.9150-10}$

$\log 本 =3.3464$

$\therefore 本 =2.220$ 元(卽現値)

〔例三〕 今有永遠期金500元.利率4%.求現値.

〔演算〕 $現値=\dfrac{期金}{利率}=\dfrac{500}{0.04}=12,500$ 元.

問題九十八

用對數解釋以下諸題.

1. 某甲將銀60圓,存儲蓄銀行.年利四釐(複利).八年之後.連本取出.問本利和若干.

2. 一百圓本金.存行生息.年利八釐.半年一結.問七年後之本利和若干.

3. 六釐起息之存款.每年一結.問幾年之後.本可加倍.又問幾年之後.本可三倍.

4. 八十七圓之本金.複利借出.若年利三釐.每年一結.問幾年之後.可得99元之本利和.

5. 欲12年後本金加倍.須定利率若干.欲19年後本金三倍.須定利率若干.

6. 利率每年五釐.七年後之本利.和爲1200元.問本年若干.

7. \$462.50之本金.12年後生息\$277.98.若以複利計算.利率應若干.

8. 若10年後之本利和爲\$3612.22.利率每年六釐.半年一結.問本金若干.

9. 今有期金 \$600. 期爲四年. 息爲五釐半. 求現值.

10. 今有永遠期金 \$900. 息 $3\frac{1}{2}\%$. 求現值.

11. 某行每年提起銀 \$25,000. 存行生息. 以備償金. 若利率 $4\frac{1}{2}\%$.七年之後.可以淸債.問該行欠債若干.

12. 某紳欲建一屋.而苦資不足.爰每年積金 \$18,000. 存行生息.每年複利 $3\frac{1}{2}\%$. 如是 5 年.乃達目的. 問建築費若干.

附錄二

圖解

320. 變數 若某某等數,在不同之時,其值不盡同,則其數謂之〔變數〕Variables。

如茶葉之值,爲每斤若干兩.倍其斤數,卽倍其值斤數三倍,則值亦三倍.是其值視斤數而增減,故值與斤均爲變數.

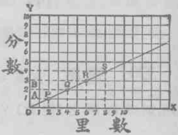
又如火車每時行若干里.時愈久則行愈遠.故時與距亦爲變數.

321. 恒數 在一題之內,數之值不變者,謂之〔恒數〕Constants。

如上節茶葉之定價,火車之速率是也.

322. 數之恆變,以〔圖解〕Graphs 之法明之,最易領會。

〔例一〕 火車每分鐘行二里。試以圖表時與距之關係。其法由O點橫畫一線(OX)、分為等段、以每段代表一里。又豎畫一線(OY),亦分為等段、以每段代表一分鐘。(如右第1圖。)次將火車每時間所行之里數、列表如下。



(1)

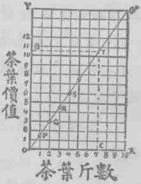
分鐘	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二
數里	二	四	六	八	十	十二	十四	十六	十八	二十	二二	二四

如是由O點向上度一格至A、由A向右度二格至P、特別記出之。再由O向上度二格至B、由B向右度四格、記出Q點。其餘R, S等點、皆如此按表記出、而以直線連之。此線(PQRS)卽火車任至何時所行里數之圖解也。

〔例二〕 如茶葉每斤銀一兩五錢、問七斤該銀若干。

依前法以第2圖OX之每段爲茶葉一斤。而以OY之每段代銀一兩。列表如下.

茶葉斤數	一	二	三	四
銀　　兩	一兩半	三兩	四兩半	六兩



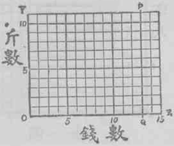
如前於圖上記出P,Q,R三點。

(2)

由此三點。知本題之圖解、亦爲直線。故將此線引長至O、而於OX上數出七格、向上豎一直線、使遇OO′線於T點。TC與OB等長、故知茶葉七斤、值銀十兩半。

323. 凡恒數亦可以直線表之。

如第3圖茶葉之定價爲一兩三錢（即PQ線）無論購茶多少，此價不變也。



(3)

問題九十九

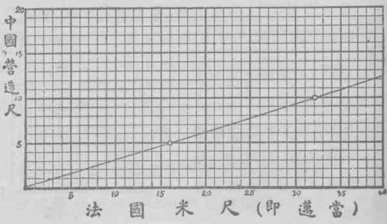
試用圖解之法.演算以下諸題.

1. 某廠工人,每日得工資三角.問每星期得資若干.

2. 火車二點鐘能行三十二里, 問二十五點鐘能行若干里.

3. 甲每行三里.乙行四里.問甲行八十一里時.乙行若干.

324. 度量衡幣、各國不同。比較之法、圖解爲便。例如第4圖爲我國營造尺與法國粎之比較。我國一



(4)

尺,爲法0.32粎。即5尺等於1.6粎、10尺等於3.2粎。故祇畫直線經此二點,而其餘之數、一望可知矣.(按圖中每一横格,代表$\frac{1}{10}$粎,每一豎格,代表一尺.)

問題一百

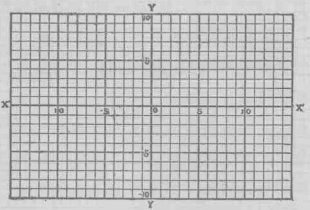
1. 吾國一寸,等於英國1.26吋,試作寸吋比較圖.

2. 吾國一里,等於1800尺.法國一粁,等於一千粎,試作粁里比較圖.(參看例題)

3. 英衡一磅,合我國十二兩.試圖示斤磅之比較.

4. 規銀最高時換3.05先令,最低時僅換2.27先令.問銀二十五兩,漲跌若干.

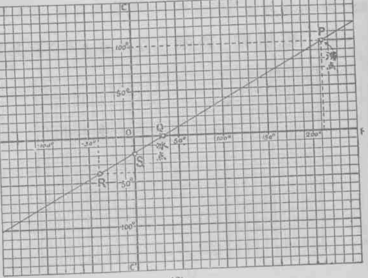
325. 縱橫軸 象限 在平面上作XX′及YY′



(5)

二線、互爲垂線。則全平面分爲四部份、每部份謂之**〔象限〕** Quadrant。二線謂之**〔坐標軸〕** Axes of Coordinates。XX' 名爲**〔橫軸〕** Axis of Abscssa。YY' 名爲**〔縱軸〕** Axis of Ordinate。二軸相交處 (如 O)、爲之**〔原點〕** Origin。橫軸上計算之數、在原點之右者爲正、左爲負。縱軸上計算之數,在原點之上者爲正、下爲負。

例如攝華二氏溫度表,刻度之法不同,攝氏以零度爲冰點,一百度爲沸點,華氏則以三十二度爲冰點,



(6)

二百十二度爲沸點.

(一) 問華氏零度時,攝氏約爲若干度.

(二) 問二表何處,刻度相同.

(一) 法以 FF' 各段(第 6 圖)代表華氏度數(OF 爲零度以上之溫度, OF' 爲零度以下之溫度),而以 CC' 各段代表攝氏度數(OC 爲零度以上之溫度, OC' 爲零度以下之溫度).

如前定沸冰二點,連以直線其必爲直線之故詳下節)而延長之,使遇 OC' 於 S 點.此處華氏表爲零度.(凡在 CC' 線上者,華氏皆爲零度.)量度 OS 之長,卽知攝氏表此時約爲負十七度.

(二) 攝氏負十七度時,華氏爲零度.而攝氏百度時,華氏已爲二百十二度.故知二度之間必無相同之點.有之,必在兩表零度以下無疑也.由是將 PQS 線向左引長,沿線蹤跡之,得 R 點.此處華攝二表均爲零度以下之四十度.卽所求之點也.

問題一百一

1. 列氏寒暑表以零度爲冰點八十度爲沸點.(1)試作列攝二表比較圖.(2)問二表何處刻度相同.

2. 如前題以圖解表明華列二表之不同.且求刻度相同之點.

3. 地面以下.每深三十呎溫度增高一度.若地面上平均溫度爲15°C,試作圖解以明之.

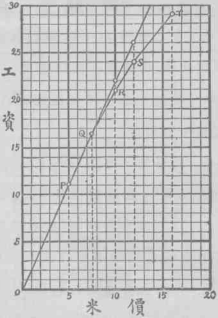
4. 某甲由某處起身.向北行七里向東行八里.復向南行十三里.問此時距起身處若干里.

326. 比例之性質、可以圖解驗之。

凡直線之圖解、其代表之諸數、必爲正比例。

上列諸題.如茶葉之值.火車之距,視斤數時數而增.皆係同級之數,循一定之比率,同增同減者.而其圖解皆爲直線.故知直線必代表正比例也.

〔例題〕 某甲雇某乙爲工訂定合同.言明每月之工資,應與米價之漲跌爲正比例.五個月後乙將每月所得之工資,開列下表.控諸公堂,謂甲背約.問可用何法解決之.



(7)

	第一月	第二月	第三月	第四月	第五月
米價	五元	七元半	十元	十二元	十六元
工資	十一元	十六元半	廿一元	廿四元	廿九元

依表作圖(如第7圖),圖中P與Q點,與O成直線.故知第一第二兩月,甲不背約.惟R, S, T三點,皆出直線之外.故知第二月後之工資,不依正比例之率.曲在甲也.

問題一百二

1. 童之軀體.與年俱增.問其增高之度。是否與年歲爲正比例.試任舉一例以明之.

2. 某甲十二秒鐘時能跑二百十尺. 問一點鐘時能跑三十五里否.

3. 火車第一分鐘行八百五十尺. 問五分鐘能行若干遠.又問一點鐘能行若干里.

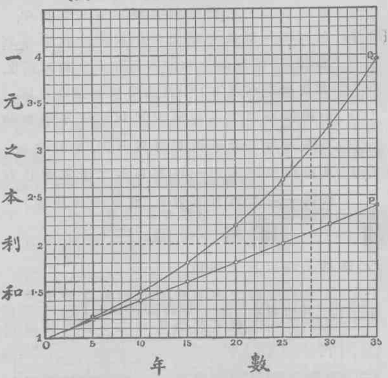
4. 一千馬力之汽船,每點鐘能行十一海里.而三千馬力之船,每點鐘不能行三十海里.何也.

5. 火車二分鐘間行過700碼;三分半鐘行過1300碼;四分半鐘行過2100碼;六分半鐘行過4400碼. (一)試以圖解證明其所經之距,不與時間爲正比. (二)若二分鐘後速率均等,問六分半鐘之終,行過若干碼.

6. 某城戶口,每年增十分之一.若1905年之初有居民2000人.問1905, 1906, 1907, 1908及1909五年之末,應有居民若干. 試以圖解證明戶口之增加, 不與年數爲正比例.

327. 凡非單簡正比例之數、其圖解必非直線。

〔例一〕 利息圖 (8)



下表爲一圓本金(年利四釐)歷年之本利和。

年數		0	5	10	15	20	25	30	35
本利和	單利算	1	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00	2.20	2.40
	複利算	1	1.22	1.48	1.80	2.19	2.67	2.24	3.95

(一) 試用圖解驗明兩比例之性質,

(二) 按圖求二十八年終之各本利和.

(三) 如欲本加一倍,問單利需幾年,複利需幾年.

〔演算〕 (一) 以一圓爲起點,依表作圖,圖中代表單利者(卽 OP)係直線,故知其本利和與年數爲正比.其代表複利者(卽 OQ)爲曲線,故知其非正比.

(二) 由圖推得二十八年終之本利和,依單利算約二圓一角二分.依複利算爲三圓.(觀豎虛線.)

(三) 又由圖推得本加一倍,單利需二十五年,複利祇需十七年八月有零也.(觀圖中橫虛線.)

問 題 一 百 三

1. 試就上圖求以下諸數.

(一) 三十四年終之本利和,按複利算該若干.

(二) 二十七年之終,單利與複利之本利和,相差若干.

(三) 幾年之後,複利之本利和,與二十年終單利之本利和相仿.

(四) 幾年之後,單利與複利之本利和,相差約一圓二角.

2. 今有本金一元,年利五釐.試編表繪圖,且求以下諸數.

(一) 二十三年終,單利與複利兩者本利和之差.

(二) 二十六年終一百圓複利之本利和.

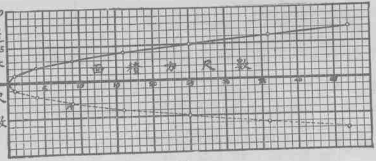
(三) 照複利計算,幾年後一百圓本金可加四倍.

3. 本金兩項單利借出,利率不同.祇知第一項之本利和,六年後爲二百六十圓,十五年後爲三百五十圓.第二項之本利和,五年後爲三百三十圓,二十年後爲四百二十圓.試繪圖以求下列諸數.

(一) 兩本利和何年相同.

(二) 兩項之本金各若干.

328. 〔例二〕 平方圖



(9)

方之面積,與其邊之自乘積爲正比例.如以縱軸上之每段爲邊之一尺,而以橫軸上之每段,爲面積之一方尺,則其圖解有如第9圖所示.

註● 圖名拋物線Parabola,其下尙有一半(如虛線)玆姑不論

問題一百四

試按上圖求以下諸數.

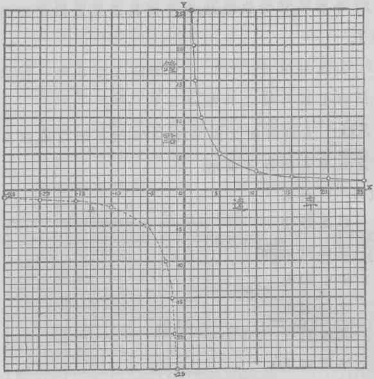
1. 十之方根.
2. 二十之方根.
3. 每邊五尺之面積.
4. 一方碼之每邊.

329. 〔例三〕 反比例圖

甲乙二處,相距二十五里,若每點鐘行二里.問需時若干.

速率	1	2.5	5	$7\frac{1}{2}$	10	15	25
鐘點	25	10	5	$3\frac{1}{3}$	2.5	$1\frac{2}{3}$	1

(10)



觀表知速度增加,鐘點減少。依表繪出,其圖解有如第10圖。按圖求之,知速率每點二里時,需時十二點半也。

註◎ 圖名雙曲線 Hyperbola 其下亦有一半如虛線茲亦不贅

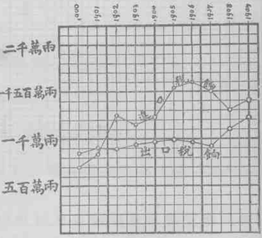
問題一百五

1. 今有一16方里之地,欲以換長二里之田,問田闊若干。

2. 某處築屋,需工百二十人,需時九十日.問一百,二百,三百,七百人築之,各需時若干.

330. 上列諸題之圖解、皆爲連續不斷之線。然圖解之線、亦有間斷不連者。

〔例一〕如第11圖乃中國海關十年中關稅之一覽表。其線屈折不齊、高下不定。中惟1902－1905之出口稅。似乎連續、



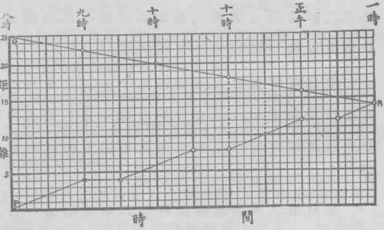
中國進出口稅之比較

(11)

然亦偶然得此,不足爲例.

大概關於册籍版圖之記載,其圖解恆有此象。數之增減無定率不能強齊也.

〔例二〕 甲乙二人由P,Q二處(相距24里),同於晨8時起對面進行.甲一時可行四里,每行一時,休息半時.乙則續行不息,每時行2里.(一)問二人於何時何地,可以相遇.(二)又問上午十一點鐘時,二人相隔幾里.(三)又問二人何時相隔7里.



(12)

第12圖以橫軸代時,縱軸代里.乙之速率均等.續行不

息,故其圖解為一連續之直線.(即QR)甲則時行時止.故其圖解為斷續之線(即PR).

由圖推得(一)下午一時二人遇於R點,即距Q十里處;(二)上午十一點時二人相距十里;(三)二人距七里時,適為上午十一時三十分也.

問題一百六

試以圖解演以下諸題.

1. 某甲以正午起身,步行每時六里.午後一時三十分,某乙乘馬追之.若馬之速率為每時八里,問何時可以追及.又問甲於何時,在乙前五里.

2. 乘自行車者二人.由相距九十五里之兩地點,相對進行.甲於上午八時起身,每時行十里.乙於九時三十分起身,每時行十五里.問兩人相遇於何時何地.又問二人於何時相距三十七里半.

3. 某司事之俸金逐年遞增.若六年後增至一百二十八圓,十五年後增至二百圓,問第一年之俸若干.又問第二十一年之俸若干.

4. 上海距吳淞,約三十五里.某甲於晚九時自滬至淞,步行每時四里.歷二時後,休息十八分,騎馬以代步,每時行十二里.某乙於九時四十八分自淞至滬,每時行三里,問何時何地,二人相遇.又問二人何時相距七里半.

5. 七十五里之程,以七點鐘行之.設初速率為每點鐘九里,後改每點鐘十五里,求改速之鐘點.

6. 蘇滬距離一百六十里.問一點零五分由滬開蘇之快車(速率每點鐘105里),於何時何地,與一點五十分由蘇開滬之慢車(速率每點鐘70里)相遇.又問按此速率,快車何時到蘇,慢車何時到滬.

7. 甲點距乙點一百十九里.設有人自甲處正午時起身,第一時行二十六里,其後每時減速三里.問自甲至乙共需時若干.

8. 某甲以三點鐘行六十里路程,舟車並用.設當初全程捨舟用車,可以省却舟行時間三分之二,如是可早到一點鐘.問舟行若干里,車行若干里.

附錄三

中國地租一覽表

行省	農地畝數	每畝科銀兩數		每畝糧米升數	
		最少	最多	最少	最多
直隸	68,841,000	0.0081	0.1300	1.000	10.000
東三省	189,193,356	0.0100	0.0300		
山東	98,472,846	0.0032	0.1091	0.020	3.000
山西	53,285,401	0.0011	0.1000	0.150	20.000
河南	71,820,864	0.0014	0.2270	0.070	2.200
江蘇	64,754,727	0.0090	0.1411	1.4700	19.260
安徽	34,078,600	0.0150	0.1060	0.210	7.100
江西	46,218,727	0.0013	0.1170	0.140	10.720
福建	12,862,664	0.0169	0.1625	0.020	2.470
浙江	46,412,026	0.0150	0.2550	.0.0003	19.000
湖北	59,443,944	每石折銀 0.2545	每石折銀 2.9741	0.006	24.140
湖南	31,304,272	每石折銀 0.2004	每石折銀 1.8804	2.940	14.690
陝西	25,840,212	每石折銀 1.0590	每石折銀 2.7730	0.010	10.160
甘肅	23,536,621	0.0002	0.1504	0.030	8.110
四川	46,381,939	0.0016	0.0850	折銀每斗四分	
廣東	34,390,309	0.0081	0.2232	0.650	2.290
廣西	664,179	0.0204	0.2000	3.700	5.150
雲南	9,317,709	0.0055	0.0465	1.940	15.000
貴州	2,685,400	0.0100	0.6500	0.500	45.000

此表係按孫著農業經濟及法規教科書之調查.

*貴州地租指民之苗田而言.

下編總問題

〔注意〕 凡有*號之題.演算時或用對數或用圖解.若不習附錄.則此等題亦可從略.

1*. 用2,3,5三數字.書作六數.而求其連乘積.

〔注意〕 凡題之可用對數言之者.則當用對數法.下仿此.

2*. 用8,7,3三數字.書作六數.而求其連乘積.

3*. 下列諸比例中之缺項.試用對數法求之.

(1) 7.13:3.57::4.18:?　　(3) 7.37:?　::86.1　:43.7

(2) 5.89:76.3::?　:38.7　(4) ?　:69.7::3.79.:29.4

4*. 試用對數求下諸值.

(1) $008^{\frac{1}{3}}$　　(4) $7^{3.6}$

(2) $2734^{\frac{1}{3}}$　　(5) $9.71^{\frac{7}{5}}$

(3) $21.97^{\frac{1}{3}}$　　(6) $7.936^{\frac{5}{7}}$

5*. 問$\sqrt[5]{\dfrac{4.79^2\times3.1416\times12.72}{0.5236\times14.28}}$爲若干.

6. 甲乙兩竿.其高相差34尺.今以線接其尖.線長1534尺.問兩竿平地上相距若干尺.

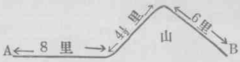
7. 甲乙兩地點相距一哩.高差347呎,問平地上相距若干呎.

8. 若甲乙兩地相距半哩.平離2316呎,求高差.

9 長方氈之對角線爲34.6尺.闊17.8尺.求長.

10. 河邊燈塔高55尺.塔尖距對岸78尺.問河闊若干尺.

11*. 下圖爲由A至B之路徑.甲乙二人.同時由兩處起身.對向行來.其速率爲 4:3 之比.若甲之速率.平地每時可行四里.上山每時三里.下山每時五里.問二人相遇時當在何處



12. 甲行$7\frac{1}{2}$里時,乙祇行6里.二人同處起身,向前行,若乙先行20里.問乙行至50里時,甲相去幾里.又問甲行至130里時.距乙幾里.又問乙在甲後4里時.已行過幾里.

〔注意〕 凡上文題之類.須以圖解法演之.

13*. 某河水向東流.每點鐘流$1\frac{1}{2}$里.舟子逆水行船.達某點而返.泊於距起點之西二里處.若往返需時共2點鐘零10分.而靜水中行船速率爲每小時$4\frac{1}{2}$里.問舟逆流行至何處.試以圖解之法演之.

14. 大風吹折旗竿.竿尖及地彼端仍連於本.若竿長6丈,而未折之部長28尺8寸.問竿尖於地上離根若干.

15. 有樹十七株,沿直線而植.每二十丈植一株.今有人自第一株行至第二株而返.復行至第三株.仍返原處.如是直達末株.復歸原處.問往返共行若干丈.

16. 徑長18.3寸之球.面積若干.

17. 問徑長100丈之圓田.中有幾畝.

18. 二球之徑.一長10寸.一長20寸.問體積各若干.且求二體積之比.

19. 某江輪價值$100,000保險率$4\frac{7}{8}$%.問需保險金若干.始本金保費.皆可收回.

20. 若每磅茶售$.60,則店賠本8%.問須照售價加多少.方可賺利15%.

21. 某省鐵路之斜坡.最峻處每哩高1980呎.問每呎高若干.又問距與高之成分爲若干.

22*. 求 .0043 倒數之平方根.至小數點後四位爲止.

23. 某城之戶口.1910年爲12298.計比1900年少$8\frac{1}{3}$%.若1900年之戶口.較1890年多$7\frac{1}{2}$%.問1890年該城共有戶口若干.

24*. 某旅行團.由某處起身.至距三里遠之某鎮.計一小時可到.行方半里.中有一人.因忘攜要件.須返原處取之.問速率當爲若干.方能與他人同時到鎮.試用圖解以證明之.

25. 某甲欠乙.原約五年後.連本償還$300今付乙$230,以作淸欠.若以複利每年5%計之.甲當獲贏若干.

26. 今有一環.內徑7.36寸.外徑10.64寸.求環之面積.

27. 三角形之邊爲12寸,5寸,及13寸.求面積.

28. 今有ABCD不規則之田.其四邊依次量之.爲237呎,253呎,244呎及261呎.其對角線BD之長爲351呎.求田之面積若干.并草圖以明之.

29. ABCD不規則田.依次量其四邊.得361呎,561呎,443呎,357呎四數.其AC對角線長682呎.問田之面積若干方呎.并草圖以明之.

30. 若三角形之每邊爲1000尺.問高應幾尺.

31. 三角形之各邊.爲 17.8 粍, 23.6 粍, 及 31.5 粍.求三位置之各高.

32. 金球之半徑爲 12.37 寸.問面積爲若干方寸.

33. 今欲將徑 4 寸長 6 寸之圓柱.改爲圓球.問球之面積爲若干方寸.

34. 直徑 10 寸之球.其體積爲若干立方寸.

35. 今有大樹一株.圍之得 17 呎 6 吋.問直徑長若干.若將樹製成各種木球.問最大之球.其面積及體積各當爲若干.

36*. 試用對數球下各金類球之重量.以瓩,磅,及庫秤斤計之.

(1) 鐵球………直徑 21.5 糎………比重 7.47

(2) 錫球………直徑 13.0 糎………比重 7.29

(3) 鉛球………直徑 17.3 糎………比重 11.35

(4) 銅球………直徑 18.2 糎………比重 8.79

(5) 銀球………直徑 1.31 糎………比重 10.47

(6) 金球………直徑 0.62 糎………比重 19.26

37. 冰較水輕 0.07. 若有冰球三.其直徑爲 1 糎, 1 粉. 1 粎等數.問重量及面積各若干.

38. 今有圓桶一具.深9呎,徑13呎.問能容水幾罌(美制).

39. 今有圓桶.長12吋,徑10吋.求下底面積,側面積,全面積及容積.(容積以美罌計算.)

40. 今有一10吋深之圓桶.能容一美罌.問直徑若干.

41*. 今有圓桶三具.高各等其直徑.一容一升,一容一罌,一容一竔.求三桶之高.以寸,吋,粴計之(用對數法).

42. 直稜錐之高為123呎.其底為210呎見方.問容積為若干立方碼.

43. 今有一方錐形之杯.其口每邊4吋.其四旁皆等邊三角形,求容積.

44. 埃及國最大之金字塔高147粌.底邊231粌見方.問體積為若干立方粌.

45. 今有尖底圓形杯.口徑8粴.自口至底(卽斜高)計長93粍.問杯容若干竔.

46. 圓錐之體積為一立方粌.若其高等於其底之半徑.問高若干粌.

47. 問面積為78.54方呎之圓形.直徑長若干.若面積為314.16方呎.問直徑長若干.

48. 半圓形之椀.口徑長10寸.問容水若干立方寸.

49. 今有屋上圓頂.徑長10尺.欲鍍以金.若每方尺索價半圓.問共需鍍費若干.

50. 地球直徑.長7920哩.分包空氣厚40哩.問包圍地球之空氣.共若干立方哩.

51. 前清會典升斗之制.內底與內口同.若升口每邊四寸.斗口每邊八寸.問內高各若干寸.

52. 會典斛式.上窄下廣.內口6.6寸見方.內底16.寸見方.內高11.7寸.問內容若干立方尺.

53. 今有酒缸一.口徑5粎,底徑4.57粎,深11.7粎.問能容酒若干竡.

54. 圓球面積方糎之數.等於其體積立方糎數之三倍.試求其周.

55. 圓周之吋數.等於其面積之方呎數.試求其直徑

56. 某路平且直.計長一哩車行其上.自始至終.輪轉幾次.(尋常車輪之直徑爲3呎2吋.)

57. 右圖爲油簍之形.計上部徑6糎,高75粍.下部徑13糎,高153粍,若全簍之長爲30糎,問簍能容油若干竔.

58. 今有22糎高之漏斗,上半係椀形,下半爲圓管,若口徑175耗,管徑16耗.問漏斗之容積爲若干竏.

59. 今有長4粎,徑26糎之火爐烟囱,以1耗厚之白鐵皮爲之.若接處摺疊1糎問需鐵皮若干方糎.若白鐵之比重爲7.8,問全烟囱重若干.

60. 汽機之鍋,爲一大鐵管,兩端皆半圓形,徑與管同,若管長3.4粎,內徑長.8粎.問鍋半滿時,容水若干竡.

61. 某貨零售時賺利 $33\frac{1}{3}\%$. 若批發價照零售價折扣12%.問批發時賺利若干成.

62. 若原價之$\frac{2}{3}$,等於售價之$\frac{4}{5}$.問售出時盈虧若干.

63. 某書定價,每册 \$.90. 照價扣 $16\frac{2}{3}\%$, 售與書肆.若書肆仍照定價售出,可獲利幾成.

64. 某掮客三月間經售貨物,値\$2000,得用錢\$250,四月間貨物滯銷祗售得\$1684,若兩月內酬金之率相同.問四月份之用錢若干.

65. 某甲於五月一日向某乙貸\$200,年利$4\frac{1}{2}\%$計算,十二月一日籌款歸還,若債戶按月計利,而債主必欲按日計利.問利息相差若干.

66. 某甲於年初以 \$100 存於儲蓄銀行.若年利 3%.三月一結.問年終本利共若干.

67. 問 $\sqrt{11\frac{1}{9}}$ 爲若干.

68. 先將 11025 分爲質因數,後開平方.

69. 電車二輛,同時離站,東西分馳,其一每點鐘行 20 里,其一每點鐘行 25 里.問離站幾分鐘後,相距恰一里.

70. 等腰三角形之周界等於 45 呎,若底爲其邊之半.問底長若干.

中西名詞索引

A

B

C

D

E

Q

R

S