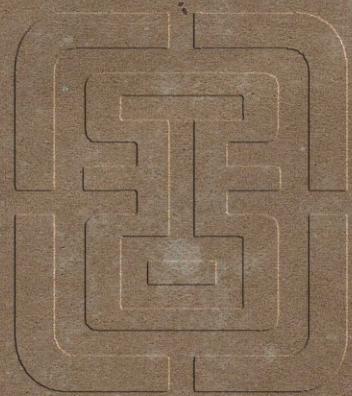


23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37

御製麻象
考成後編



光緒戊戌春
富強齋敬印

御製厯象考成後編

卷一

日躔數理

卷二

月離數理

卷三

交食數理

卷四

日躔步法

御製天象考月編

月離步法

卷五

月食步法

卷六

日食步法

卷七

日躔表

卷八

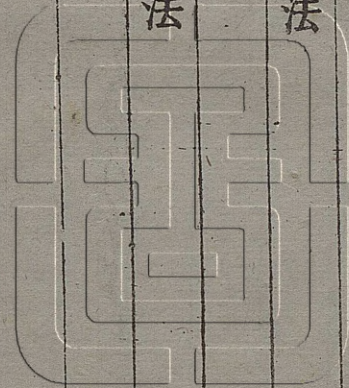
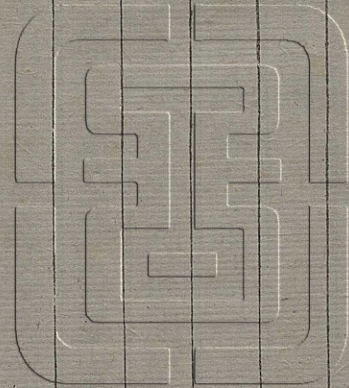
月離表上

卷九

月離表下

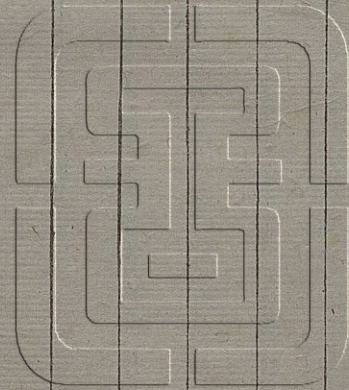
卷十

交食表



御製天象考月編後目錄

二



雍正八年六月二十八日欽天監監正 明圖

謹

奏竊惟日月行度積久漸差法須旋改始能脗合

天行 臣等欽遵

御製所象考成推算時憲七政頒行天下茲據 臣監監

正戴進賢監副徐懋德推測校勘覺有微差蓋

所象考成原按新法所書纂定而新法所書用

表之已久是以日月行度差之微芒漸成分秒若

不修理恐愈久愈差 臣圖愚昧未經考驗不敢

遠

奏今於雍正八年六月初一日日食臣等公同在

臺敬謹觀候實測之與推算分數不合伏念厯

法關係緊要臣監職所專司不敢墮於

上聞謹繕摺具

奏伏乞

皇上睿鑒

勅下戴進賢徐懋德挑選熟練人員詳加校定修理

細數繕寫條目進

呈

御覽爲此謹

奏請

旨奉

旨准其重修欽此

乾隆元年五月十一日總理事務和碩莊親王

臣允祿和碩果親王臣允禮大學士伯臣鄂爾

泰大學士伯臣張廷玉署大學士尚書臣徐本

謹

奏府丞梅穀成奏請敷布

御製律厯淵源以廣

聖孝等因一摺敬惟

聖祖仁皇帝集古今之大成統天人而一貫研究數十年蒼萃成書以嘉惠來學現今書板存貯禮部外間並無翻刻之板是以未能流通應如梅穀成所奏令禮部招募坊賈人等刷印鬻賣嚴禁書吏阻撓需索至於省直書院並所屬各學自應發給收存以爲士子觀覽學習之用但外省遣人赴部刷印未免跋涉不若卽由禮部印發各省之便應交禮部將現存書板印刷數百部按省分之大小酌量發給其書坊有情願翻刻者聽其翻刻鬻賣廣布流通再臣民翻刻書板理宜敬避

御名

臣

等酌量議擬將此書翻刻時改爲象數淵源

合併奏明又據梅穀成奏請令學臣摘取數條發問合式者與優生一體獎賞並拔取精通之人送部錄用等語查象數之學廣大精微非初

學所能究悉若卽以考試士子恐未能貫通登
答應將所奏毋庸議奉

旨此係

皇祖

皇考所定之書豈可因朕名而改易翻刻時仍爲律曆
淵源天下臣民口呼爲律書淵源可耳餘依議欽
此

乾隆二年四月十八日協辦吏部尚書事臣顧

琮謹

奏竊查七政時憲書本用前明徐光啟所譯西洋
之法所爲新法厯書者其書非出於一人之筆
故圖與表不合而解多隱晦難曉欽惟

聖祖仁皇帝特命諸臣詳攷古法研精闡微俾圖與數
表脗合無遺錫名厯象考成

世宗憲皇帝御極繼志述事刊刻頒行實屬盡善但新
法厯書之表出自西洋積年旣多表漸不準推
算交食分數間有不合是以又

允監臣之請纂修日躔月離二表以推日月交食並交

御製所錄考成編
宮過度晦朔望晝夜永短以及凌犯共三十
九頁續于厯象考成諸表之末但此表並無解
說亦無推算之法查作此表者係監正加禮部
侍郎銜西洋人戴進賢能用此表者惟監副西
洋人徐懋德與食員外郎俸五官正明安圖此
三人外別無解者若不增修明白何以垂示將
來則後人無可推尋究與未經修纂無異可否
令戴進賢爲總裁以徐懋德明安圖爲副總裁
令其盡心攷驗增補圖說務期可垂永久如厯
象考成內倘有酌改之處亦令其悉心改正至
推算較對繕寫之人於欽天監人員內酌量選
用其修書紙張公費仍照算書處之例支給凡
一應事宜及告成刊刻均令禮部兼理速爲告
竣則制法愈密推算愈精我
朝敬授人時可以垂諸萬年矣伏乞

皇上睿鑒謹

奏奉

旨卽著顧琮專管欽此

御製所錄考成後
奏議

乾隆二年五月初八日協辦吏部尚書事 臣 顧

琮謹

奏 臣 於乾隆二年四月十八日

奏請增修躔度表解圖說一摺奉

旨卽著顧琮專管欽此欽遵 臣 謹會同總裁欽天監

監正加禮部侍郎銜 臣 戴進賢副總裁監副 臣

徐懋德食員外郎俸五官正 臣 明安圖議得增

修躔度表解圖說俱用欽天監人員請卽在欽

天監開館俾伊等就近纂修不致有悞監中事

務實爲妥便查雍正八年重修日躔月離表係

欽天監監正加太常寺卿銜 臣 明圖監修伏乞

皇上恩准令明圖協同 臣 管理凡修書一應文移俱

照 臣 部體式而用欽天監印信鈐蓋再查增修

表解圖說必須通曉算法兼善文辭之人修飾

潤色庶義蘊顯著查從前修算書處修書翰林

現在者有順天府府丞梅穀成原任工部侍郎

何國宗二員仰懇

天恩准將梅穀成命爲總裁何國宗協同總裁効力

行走謹

奏請

旨奉

旨知道了欽此

乾隆三年四月十五日和碩莊親王臣允祿等

謹

奏竊惟欽若授時爲邦首務堯命羲和舜齊七政尚矣三代以後推測浸疎至元郭守敬本實測以合天行獨邁前古明大統法因之然三百餘年未加修改未免久而有差我

朝用西洋新法數旣本於實測而三角八線立法尤密但其推算皆用成表其解釋又多參差隱晦非一家之言故學者鮮知其立法之意我

聖祖仁皇帝學貫三才精研九數

御製厯象考成一書其數惟黃赤大距減少二分餘皆仍新法算書西人第谷之舊其理則揆天協紀七政經緯究極精詳其法則彰往察來千歲日至可坐而致於是卽數可以窮理卽理可以定

法合中西爲一揆統本末於一貫非惟極一時之明備實以開千古之顯蒙縱或久而有差因時損益其道舉不越乎此矣自康熙年間以來西人有噶西尼法蘭德等輩出又新製墜子表以定時千里鏡以測遠爰發第谷未盡之義大端有三其一謂太陽地半徑差舊定爲三分今測止有十秒其一謂清蒙氣差舊定地平上爲三十四分高四十五度止有五秒今測地平上止三十二分高四十五度尚有五十九秒其一

謂日月五星之本天舊說爲平圓今以爲橢圓

兩端徑長兩腰徑短以是三者則經緯度俱有

微差臣戴進賢臣徐懋德習知其說而於天未

有明徵未敢斷以爲是雍正八年六月朔日食

按舊法推得九分二十二秒今法推得八分十

秒驗諸實測今法果合蓋自第谷至今一百五

十餘年數旣不能無差而此次日食其差最顯

所當隨時修改以合天也隨經臣明圖奏請增

修日月交食表二本奉

世宗憲皇帝諭旨發武英殿刊刻續於

御製歷象考成之末現在遵行乾隆二年四月十八日

經臣顧琮奏請增補圖說以垂永久以臣戴進

賢爲總裁臣徐懋德臣明安圖爲副總裁奉

旨卽著顧琮專管欽此嗣於五月初八日又經臣顧

琮奏請以臣梅穀成爲總裁臣何國宗協同總

裁効力並選得分修提調等官三十一員奉

旨知道了欽此嗣於十一月二十七日奉

上諭著臣允祿總理欽此欽遵該臣等查得數象首

重日躔日與天會以成歲也次月離月與日會

以成月也日月同度而日爲月揜則日食日月

相對而地隔日光則月食皆以日月行度爲本

今依日躔新表推算春分比前遲十三刻許秋

分比前早九刻許冬夏至皆遲二刻許然以測

高度惟冬至比前高二分餘夏至秋分僅差二

三十秒蓋測量在地面而推算則以地心今所

定地半徑差與地平上之蒙氣差皆與前不同

故推算每差數刻而測量所差究無多也至其

立法以本天為橢圓雖推算較難而損益舊數以合天行頗為新巧臣等按法推詳闡明理數著日躔九篇計一百九頁表六十二頁用數算法七頁謹繕稿本恭呈

御覽俟月離交食全書告竣以類相從再分卷帙再查

御製曆象考成原分上下二編今所增修事屬一例故凡前書已發明者即不復解說至書中語氣多攷據西史臣等敷其意義伏請

聖裁洪惟

御製曆象考成

聖祖仁皇帝指授臣允祿等率同詞臣於

大內蒙養齋編纂每日進呈

親加改正

世宗憲皇帝

御製序文刊刻頒行天下煌煌鉅典與日月同光矣我

皇上道隆繼述學貫天人今所增修伏乞

親加裁定顏曰

御製曆象考成後奏議

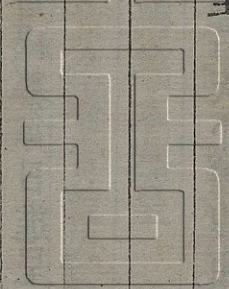
御製厯象考成後編與前書合成一帙所有應行修飾文義以合體製之處伏乞

發下改正再呈

御覽恭請

欽定庶

聖聖相承備



三朝之制作後先輝映昭一代之鴻模矣臣等未敢擅便伏乞

皇上睿鑒施行謹

奏奉

旨著刊刻欽此

乾隆七年四月十二日和碩莊親王臣允祿等謹

奏竊惟欽若授時當順天以求合故必隨時修改此古今之恒憲也我

朝之用西法本於前明徐光啟所譯新法算書其書非一家之言故圖表或有不合而解說多所難曉

聖祖仁皇帝御製曆象考成上下二編鎔西法之算數
 入中法之型模理必窮其本源數必究其根抵
 非惟極一時推測之精固已具萬世修明之道
 矣近年以來西人噶西尼等又作新法其數目
 算術皆與舊微有不同而日食則用圖算更與
 舊法迥異臣戴進賢臣徐懋德素習其術每遇
 交食欽天監附圖進呈雍正八年六月朔日食
 新法密合

世宗憲皇帝命修新表續於曆象考成之後乾隆二年

臣顧琮奏請增修表解圖說永垂千古奉

旨允行數年以來臣等悉心研究凡新法與舊不同
 之處無不窮極根源乃得通其條貫其理雖不
 越上下二編之範圍而其用意之精巧細密有
 昔人所未及者皆抉盡底蘊層解條分合日躔
 月離交食共成書十卷謹繕稿本二套恭呈

御覽伏乞

皇上親加裁定

御製序文弁於卷端以光鉅典所有在館襄事諸臣

職名照例另摺開列請

旨除臣允祿及總裁諸臣不敢仰邀議叙外其餘分

修算書及分修協紀辨方書官員供事一併開

列名單進呈

御覽可否交部分別議叙之處出自

聖恩為此謹

奏請

旨奉

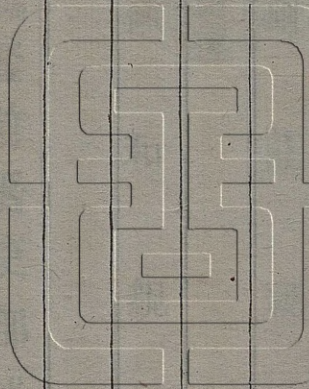
旨在事官員著交部分別議叙具奏欽此

乾隆七年六月初二日奉

旨朕志殷肯構學謝知天所請序文可勿庸頒發宜

將歷降諭旨及諸臣原奏開載於前則修書本末

已明欽此



乾隆七年四月十二日奉

旨開載諸臣職名

總理

和

碩

莊

親

王_臣允祿

武英殿監理

和

碩

和

親

王_臣弘晝

彙編

漕運總督前署吏部尚書_臣顧琮

經筵講官刑部左侍郎_臣張照

御製所象考成後職名

原任工部右侍郎臣何國宗

鴻臚寺卿紀錄一次臣梅毅成

欽天監監正兼佐領紀錄二次臣進愛

欽天監監正加禮部侍郎銜加四級臣戴進賢

欽天監監副加三級臣徐懋德

食員外郎俸欽天監五官正加五級臣明安圖

分校

原任刑部員外郎臣高澤

戶部欽天監時憲科春官正加三級事臣孟泰巖

工部主事留欽天監時憲科秋官正加一級臣方毅

國子監算學教習原任福建汀州府知府臣何國棟

欽天監時憲科博士加四級臣潘汝瑛

提調

欽天監主簿今陞佐領臣朝可托

欽天監天文科五官靈臺郎紀錄二次臣薩哈圖

欽天監主簿加一級紀錄一次臣毛嘉梓

收掌

欽天監時憲科博士紀錄一次臣永定

欽天監博士臣張弘漢

欽天監時憲科博士加一級臣祝喬齡

欽天監時憲科天文生加一級臣李鏊

欽天監時憲科天文生加一級臣白士傑

推算

欽天監時憲科博士加一級臣羅廷

欽天監時憲科博士加一級臣孫君德

欽天監時憲科博士臣王德明

欽天監時憲科天文生臣劉必顯

欽天監時憲科天文生加一級臣徐文學

欽天監天文科天文生加一級臣徐彭年

欽天監時憲科天文生臣路銓

欽天監候補天文生臣文有德

考測

欽天監天文科五官靈臺郎加三級臣陳世銓

欽天監時憲科博士紀錄一次臣鮑懷仁

欽天監時憲科天文生臣何國政

欽天監天文科天文生臣歐天瑞

欽天監候補天文生臣陶琨

校錄

欽天監時憲科天文生加一級臣董又新

欽天監時憲科天文生臣門泰

欽天監時憲科天文生臣潘從源

欽天監時憲科天文生臣何廷祿

欽天監候補天文生臣孫君禮

欽天監候補天文生臣何廷璿

欽天監候補天文生臣郎大受

武英殿監造

內務府南苑郎中兼佐領加五級紀錄十次臣雅爾岱

內務府錢糧衙門郎中兼佐領加五級紀錄十一次臣永保

內務府慎刑司員外郎紀錄一次臣永忠

內務府廣儲司司庫加二級臣三格

監造加一級臣李保

監造臣鄭桑格

庫掌臣李延偉

職名

庫

掌臣 虎什泰

御製月象考後編卷一上

日躔數理

日躔總論

歲實

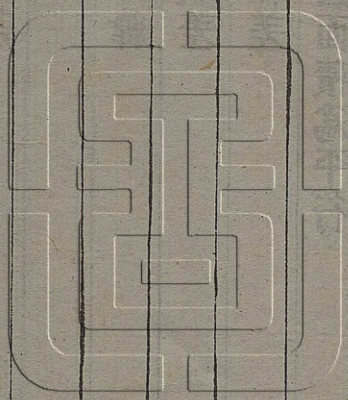
黃赤距緯

清蒙氣差

地半徑差

用橢圓面積為平行

求兩心差及橢圓與平圓之比例



日躔總論

欽若授時。以日躔為首務。蓋日出而為晝。入而為夜。與月會而為朔。行天一周而為歲。歲月日皆於是乎紀。故堯典以賓饑永短。定治歷之大經。萬世莫能易也。其推步之法。三代以上不可考。漢晉諸家。皆以日行一度。三百六十五日四分日之一。而一周天。自北齊張子信始。覺有入氣之差。而立損益之率。隋劉焯立盈縮躔度。與四序為升降。厥法加詳。至元郭守敬乃分盈縮初末四限。較前代為密。西法自多祿敏以

至第谷。則立爲本天高卑。本輪均輪諸說。用三角形推算。其術尤精。上編言之備矣。近世西人刻白爾噶西尼等。更相推考。又以本天爲橢圓。均分其面積爲平行度。與舊法迥殊。然以求盈縮之數。則界乎本輪均輪所得數之間。蓋其法之巧合。雖若與第谷不同。而其理則猶是本天高卑之說也。至若歲實之轉增。距緯與兩心差之漸近。地半徑差。蒙氣差之互爲大小。則亦由於積候。損益舊數以成一家之言。今用其法。並釋其義云。

歲實

日行天一周爲歲。周歲之日分爲歲實。古法日行一度。故周天爲三百六十五度四分度之一。歲實爲三百六十五日四分日之一。周日爲一萬分。四分爲一。爲二千五百分。堯典曰。暮三百有六旬有六日。杜預謂舉全數而言。則有六日。其實五日四分日之二是也。漢末劉洪始覺冬至後天。以爲歲實太強。減歲餘分二千五百爲二千四百六十二。晉虞喜宋何承天祖沖之謂歲當有差。乃損歲餘以益天周。歲差之法由斯而立。元郭守敬

取劉宋大明戊寅以來相距之積日時刻求得歲實
爲三百六十五日二千四百二十五分。比四分日之
一減七十五分。而天周卽爲三百六十五度二千五
百七十五分矣。西法周天三百六十度。第谷定歲實
爲三百六十五日五時三刻二分四十五秒。以周日
一萬分通之。得三百六十五日二四二一八七五。較
之郭守敬又減萬分之三有奇。以除周天三百六十
度。得每日平行五十九分零八秒一十九微四十九
纖五十一忽三十九芒。卽十分度之九分八歲差則

謂恒星每年東行五十一秒不特天自爲天。歲自爲
歲。而星又自爲星。其理甚明。其用尤便。上編仍之。厥
後西人奈端等屢測歲實。又謂第谷所減太過。酌定
歲實爲三百六十五日五時三刻三分五十七秒四
十一微三十八纖二忽二十六芒五十六塵。以周日
一萬分通之。得三百六十五日二四二二三三四四二
〇一四一五。比第谷所定多萬分之一有奇。以除周
天三百六十度。得每日平行五十九分零八秒一十
九微四十四纖四十三忽二十二芒零三塵。卽十分

分八五六四六九六九
 三五一一二八二二五。比第谷所定少五織有奇。每
 年少三十微有奇。蓋歲實之分數增。則日行之分數
 減。據今表推雍正元年癸卯天正冬至。比第谷舊表
 遲二刻日。躔平行根。比舊表少一分一十四秒。見推
 用。而第谷去今一百四十餘年。以數計之。其差恰合。
 是亦取前後兩冬至相距之積日時刻而均分之。非
 意為增損也。至於歲實消長。統天授時用之。新法算
 書雖為之說。而實未用其數。茲不具論。

黃赤距緯

黃赤距緯。古今所測不同。自漢以來皆謂黃道出入
 赤道南北二十四度。元郭守敬所測為二十三度九
 十分三十秒。以周天三百六十度每度六十分約之。
 得二十三度三十三分三十二秒。新法算書用西人
 第谷所測為二十三度三十一分三十秒。康熙五十
 二年

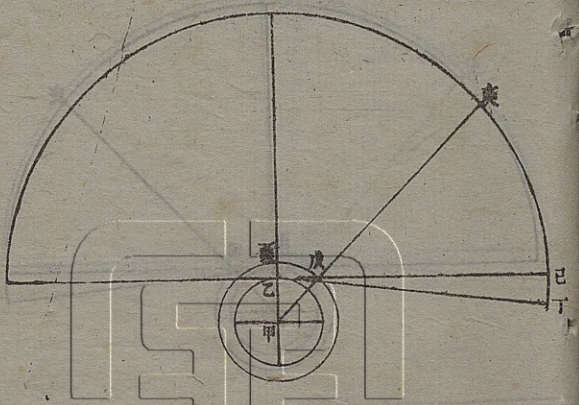
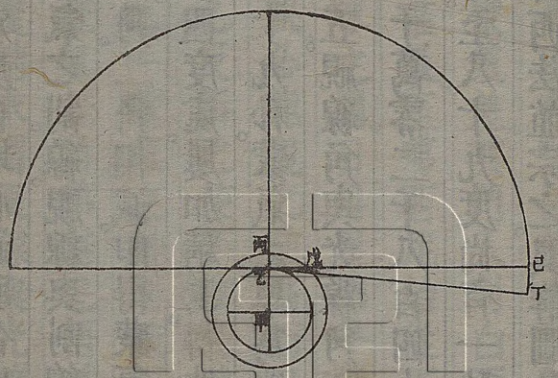
皇祖聖祖仁皇帝命和碩莊親王等率同儒臣於暢春園
 蒙養齋開局測太陽高度。得黃赤大距為二十三度

二十九分三十秒今監臣戴進賢等歷考西史第谷所測蓋在明隆萬時而漢時多祿畝所測爲二十三度五十一分三十秒較第谷爲多我朝順治年間刻白爾改爲二十三度三十分後利酌理噶西尼又改爲二十三度二十九分俱較第谷爲少其前後多少之故或謂諸家所用蒙氣差地半徑差之數各有不同故所定距緯亦異然合中西考之第谷以前未知有蒙氣差而多祿畝與古爲近至郭守敬則與第谷相若而去多祿畝則有十數分之多康熙年間所用蒙氣差地半徑差俱仍第谷之舊與刻白爾噶西尼等所用之數不同而所測大距又相去不遠由此觀之則黃赤距度古今實有不同而非由於所用差數之異所當隨時考測以合天也近日西法並宗噶西尼故黃赤大距爲二十三度二十九分至於測量之術推算之理上編闡奧發微千古不易故不復載

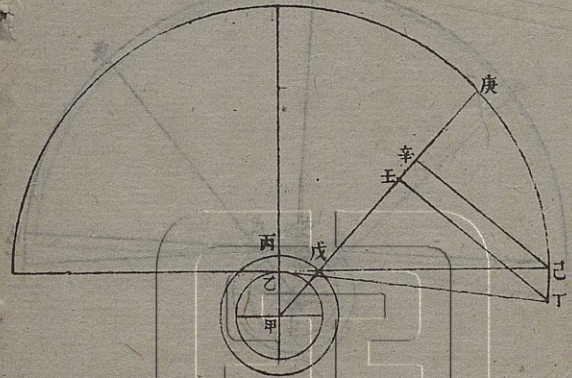
清蒙氣差

清蒙氣差。西人第谷始發其義。謂地中遊氣上騰。能升卑為高。映小為大。而蒙氣之厚薄。升像之高下。又隨地不同。其所作蒙氣差表。謂其國北極出地五十五度。測得地平上最大蒙氣差三十四分。自地平以上。其差漸少。至距地高四十五度。猶差五秒。更高則無蒙氣矣。厥後西人又言北極高四十八度。太陽高四十五度時。蒙氣差尚有一分餘。自地平至天頂。皆有蒙氣差。上編具載其說。而表則仍新法算書第谷

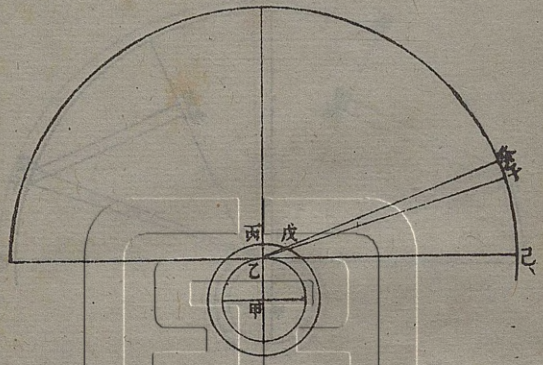
之舊也。今監臣戴進賢等歷考西史。第谷所定地平
上蒙氣差。其門人刻白爾卽謂失之稍大。而猶未定
有確數。至噶西尼始從而改正焉。其說謂蒙氣繞乎
地球之周。日月星照乎蒙氣之外。人在地面爲蒙氣
所映。必能視之使高。而日月星之光線入乎蒙氣之
中。必反折之使下。故光線與視線在蒙氣之內則合
而爲一。蒙氣之外則岐而爲二。此二線所交之角。卽
爲蒙氣差角。第谷已悟其理。然猶未有算術。噶西尼
反覆精求。謂視線與光線所岐雖有不同。而相合則
有定處。自地心過所合處作線抵圓周。則此線卽爲
蒙氣之割線。視線與割線成一角。光線與割線亦成
一角。二角相減。卽得蒙氣差角。爰在北極出地高四
十四度處。屢加精測。得地平上最大差爲三十二分
一十九秒。蒙氣之厚爲地半徑千萬分之六千零九
十五。視線角與光線角正弦之比例。常如一千萬與
一千萬零二千八百四十一。用是以推逐度之蒙氣
差。至八十九度尚有一秒。驗諸實測。較第谷爲密。近
日西法並宗之。具詳圖法於左。



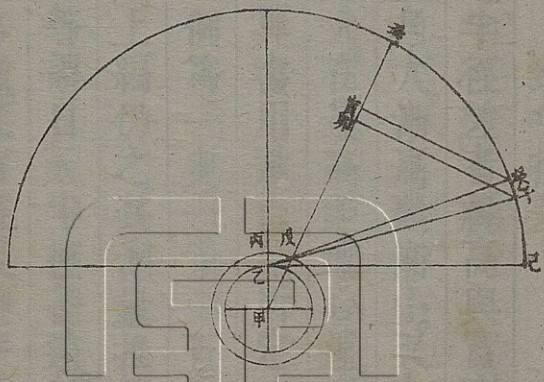
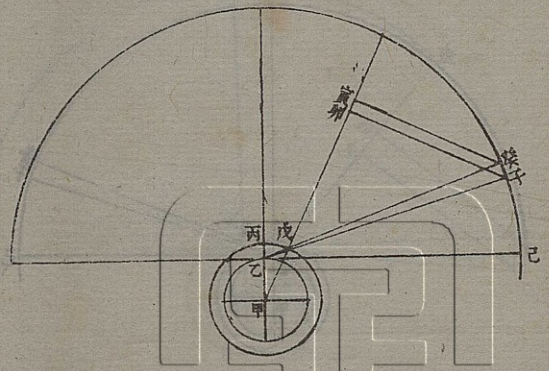
如圖甲為地心。乙為地面
 乙甲為地半徑一千萬。丙
 乙為蒙氣之厚六千零九
 十五。丁為太陽。月星
 做此。照於
 蒙氣之戊。人自地面乙視
 之。則見日於戊者。當本天
 之巳。已戊乙為視線。丁戊
 乙為光線。是視線常高。光
 線常卑。視線常直。光線常
 折。在戊點蒙氣之內。則光
 線與視線合。同為戊乙。出
 乎戊點之外。則視線已戊
 光線丁戊。岐而為二。故已
 戊丁角為蒙氣差角。試自
 地心甲出線過戊點至庚
 則庚甲即為地平上蒙氣
 之割線。已戊庚角為視線
 與割線所成之角。丁戊庚



二分一十九秒。小餘四二即丁
 戊庚角其正弦為九九九
 六七四八。小餘二五夫視線角
 之正弦已辛為九九九三
 九〇八。小餘七一則光線角之
 正弦丁壬為九九九六七
 四八。小餘二五若設已辛為一
 千萬則丁壬必為一〇〇
 〇二八四一。此兩角正弦



之比例也。既得兩弦之比
 例。而蒙氣差之戊角。與視
 線交蒙氣割線之戊角。同
 以在地平為最大。漸近天
 頂則漸小。則是二者常相
 因。而逐度之蒙氣差皆可
 以兩弦比例而推。如求地
 平上高二十度癸巳弧之
 蒙氣差。則癸戊乙為視線



子戊乙為光線。丑戊甲為地。平上二十度蒙氣之割線。戊乙丙角為七十度。癸戊丑角。為視線與割線所成之角。其正弦為癸寅。子戊丑角為光線與割線所成之角。其正弦為子卯。先用甲戊乙三角形。求得戊角六十九度五十四分一十五秒。小餘九五。即癸戊丑角。

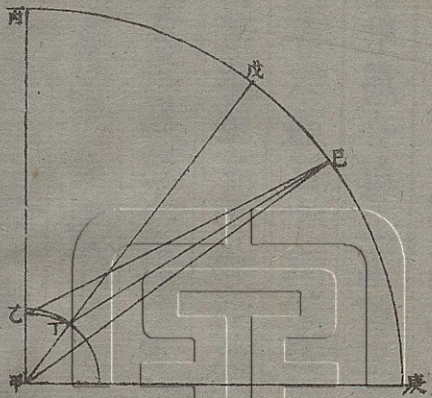
又以一千萬與一〇〇〇二八四一之比。同於癸寅與子卯之比。而得子戊丑角為六十九度五十六分五十五秒。小餘九二。兩角相減。餘癸戊子角二分四十秒。小餘三七。即地平上二十度之蒙氣差也。餘做此。

地半徑差

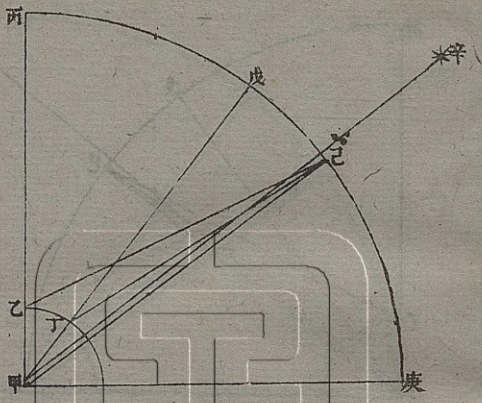
地半徑差者。視高與實高之差也。太陽距地平近則
差角大。漸高則漸小。又太陽在最卑距地心近。則差
角大。在最高距地心遠。則差角小。在中距爲適中。新
法算書用歌白尼所定地半徑與中距日天半徑之
比例爲一與一千一百四十二。地平上最大差爲三
分。上編仍之。其測量推算之法言之詳矣。自後噶西
尼等謂日天半徑甚遠。無地半徑差。而測量所係只
在秒微。又有蒙氣雜乎其內。最爲難定。因思日月星

之在天。惟恒星無地半徑差。若以日與恒星相較。可得其準。而日星不能兩見。是測日不如測五星也。土木二星在日上。去地尤遠。地半徑差愈微。金水二星雖有時在日下。而其行繞日。逼近日光。均爲難測。惟火星繞日而亦繞地。能與太陽衝。故夜半時。火星正當子午線。於南北兩處測之。同與一恒星相較。其距恒星若相等。則是無地半徑差。若相距不等。卽爲有地半徑差。其不等之數。卽兩處地半徑差之較。且火星衝太陽時。其距地較太陽爲近。則太陽地半徑差必更小於火星地半徑差也。噶西尼用此法。推得火星在地平上最大地半徑差爲二十五秒。比例得太陽在中距時地平上最大地半徑差爲一十秒。驗之交食。果爲脗合。近日西法並宗其說。今用所定地半徑差求地半徑與日天半徑之比例。中距爲一與二萬零六百二十六。最高爲一與二萬零九百七十五。最卑爲一與二萬零二百七十七。以求地平上最大之地半徑差。最高爲九秒五十微。最卑爲一十秒一十微。測算之法。並述於左。

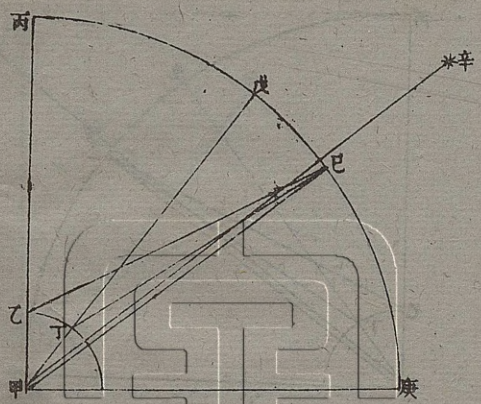
測算之法。並述於左。



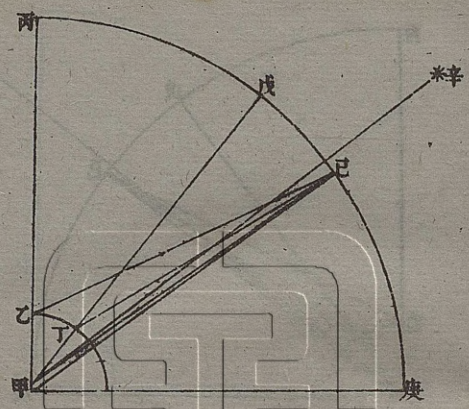
康熙十一年壬子。秋分前十四日。火星與太陽衝西人噶西尼於富郎濟亞國測得火星距天頂五十九度四十分一十五秒。利實爾於噶耶那島測得火星距天頂一十五度四十七分五秒。同時用有千里鏡能測秒微之儀器與子午



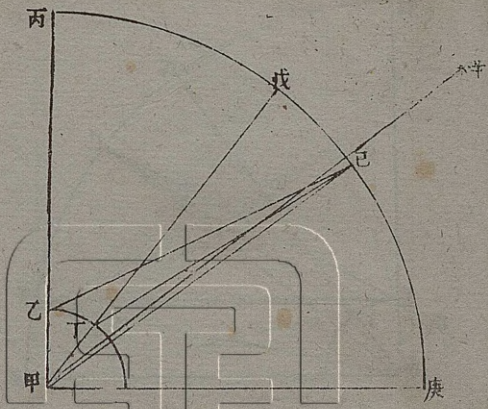
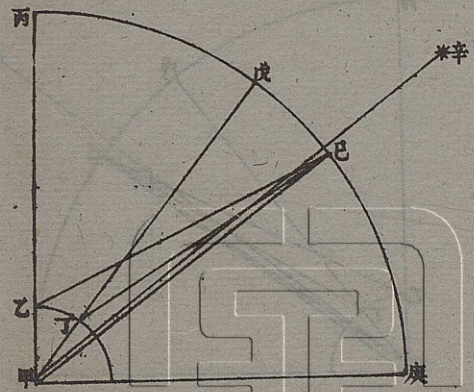
線上最近一恒星測其相距。噶西尼所測火星較低一十五秒。如噶西尼測得四十分一十五秒。利實爾測得火星距恒星下四十分。又逐日細測恒星距天頂。噶西尼測得為五十九度。利實爾測得為一十五度七分五秒。各與所測火星距恒星之數相加。即各得火星距天頂之度。以之立法。甲為地心。乙為富郎濟亞國地面。丙為天頂。



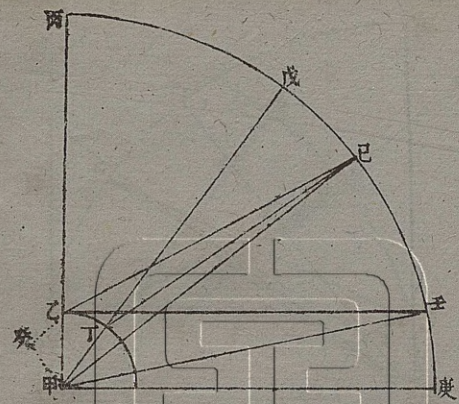
丁為噶耶那島地面。戊為天頂。巳為火星。丙戊已庚為子午線。如兩地面不同。在一子午線。則須按東西里差。求其同一子午線之高度。見上編日躔。 丙角為乙處火星視距天頂五十九度四十分一十五秒。巳丁戊角為丁處火星視距天頂一千五百四十七分五秒。地



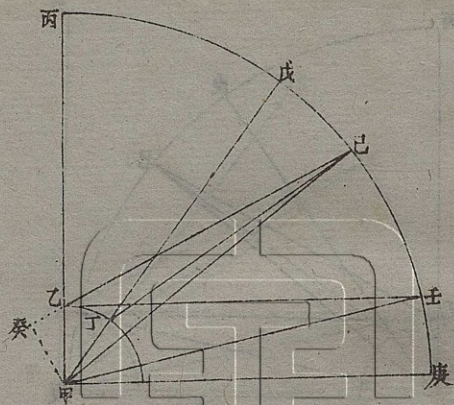
為視距地。辛為恒星。辛甲心為實距。 丙角為乙處恒星距天頂之度。辛甲戊角為丁處恒星距天頂之度。因恒星距地甚遠。地面所視與地心無異。故無地半徑差。假若火星亦無地半徑差。則乙處火星實距天頂當為巳甲丙角。丁處火星實距天



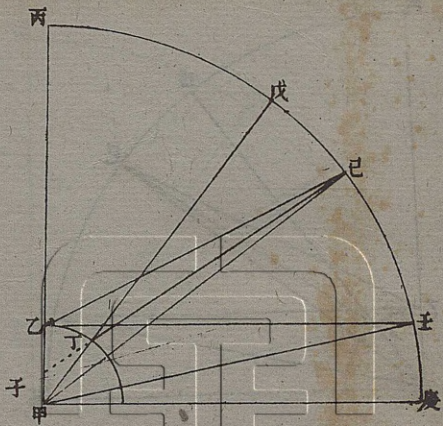
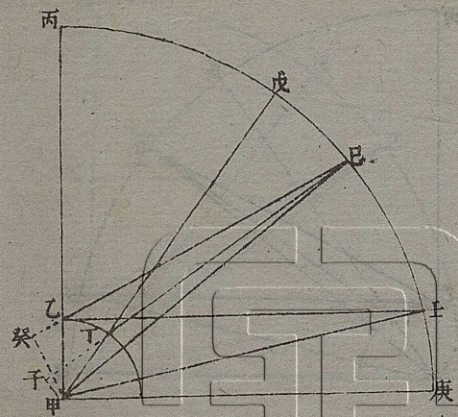
頂當爲已甲戊角。而火星與恒星之相距卽同爲已甲辛角。無高低之異。乃乙處所測火星距天頂爲已乙丙角。較之實距天頂之已甲丙角低一乙已甲角。是卽乙處之地半徑差也。丁處所測火星距天頂爲已丁戊角。較之實距天頂角。是卽丁處之地半徑差也。夫火星之距恒星一也。因乙處所測火星距天頂遠故乙已甲差角大。丁處所測火星距天頂近。故丁已甲差角小。則乙處所測火星距恒星較丁處低一十五秒。卽兩差角相減所



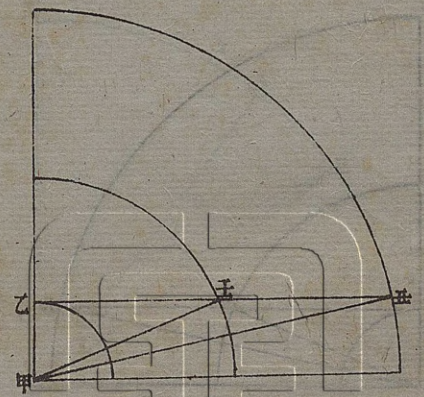
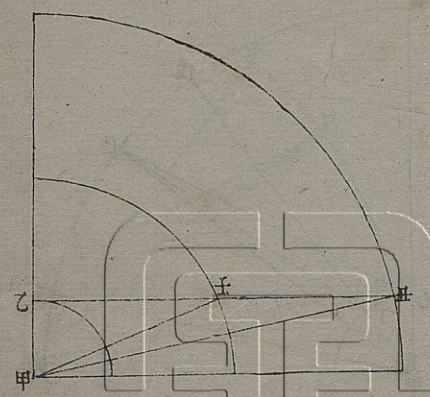
餘之丁巳乙角。乃兩處地
 半徑差之較也。既得地半
 徑差較丁巳乙角。而欲求
 地平上最大差甲壬乙角。
 則以兩處所測火星距天
 頂之正弦相減與地半徑
 差較秒數之比。即同於半
 徑一千萬與地平上最大
 差秒數之比。蓋將巳乙線



引長至癸。自甲作甲癸垂
 線。成甲癸乙直角形。癸為
 直角。乙角與巳乙丙為對
 角。即乙處火星距天頂之
 度。甲癸為地半徑差。乙巳
 甲角之正弦。甲巳為地半徑故。甲乙
 為地半徑。即最大差甲壬
 乙角之正弦。甲壬為地半徑故。其法
 為乙角正弦與甲癸之比。

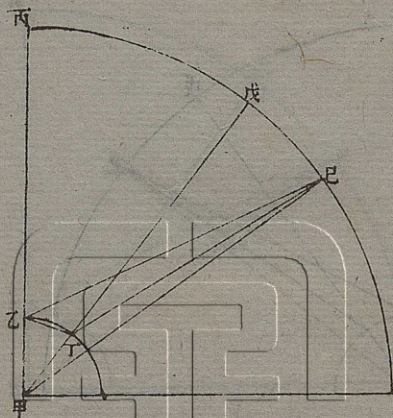
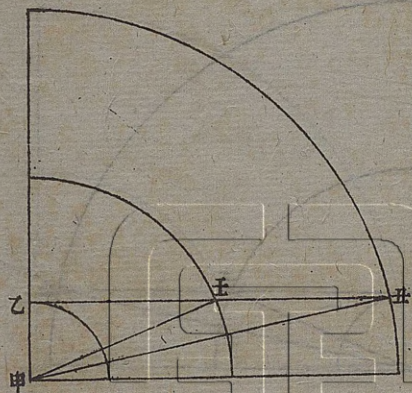


同於癸直角正弦一千萬
 與甲乙之比檢表而得壬
 角也又將已丁線引長至
 子自甲作甲子垂線成甲
 子丁直角形子為直角丁
 角與已丁戊為對角即丁
 處火星距天頂之度甲子
 為地半徑差丁已甲角之
 正弦甲丁與甲乙等亦為
 最大差甲壬乙角之正弦
 其法為丁角正弦與甲子
 之比同於子直角正弦一
 千萬與甲丁之比亦檢表
 而得壬角也夫兩視距天
 頂之正弦與兩地半徑差
 正弦之比既皆同於一千
 萬與最大差正弦之比則
 兩視距天頂正弦相減之



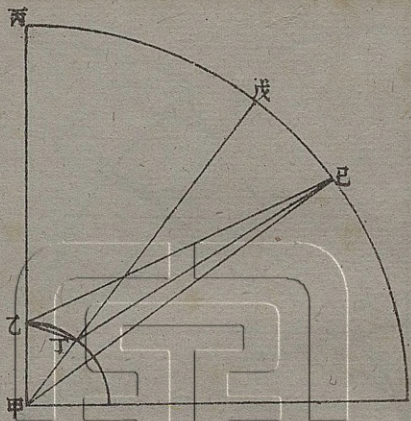
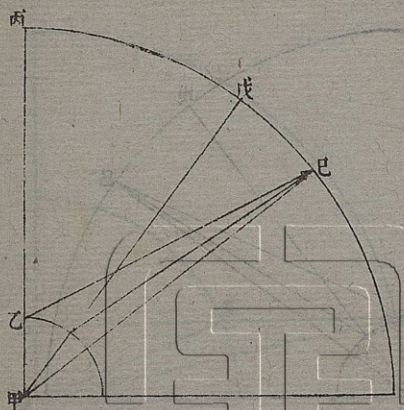
求得四率二十五秒小餘三七
 即甲壬乙角為火星在地
 平上最大之地半徑差也。
 既得火星地半徑差甲壬
 乙角。而欲求太陽地半徑
 差甲丑乙角。據歌白尼第
 谷測得火星距地甲壬與
 太陽距地甲丑之比。如一
 百與二百六十六。其法當

先用甲乙壬形。以乙角正
 弦為一率。甲壬為二率。壬
 角正弦為三率。甲乙為四
 率。此第一比例也。次用甲
 乙丑形。以甲丑為一率。乙
 角正弦為二率。甲乙為三
 率。丑角正弦為四率。此第
 二比例也。然第二比例之
 二率三率。即第一比例之



一率四率。而一率四率相乘。原與二率三率相乘之數等。故即以甲丑二六六爲一率。甲壬一〇〇爲二率。壬角二十五秒。小餘三七爲三率。求得四率九秒。小餘五三進爲一十秒。爲丑角度。因壬丑二角甚小。正弦與角度可以相爲比例。故壬角用秒。丑角即太陽在地平上亦得秒。即太陽在地平上最大之地半徑差也。

又按上編日躔求地半徑差法。以兩處恒星距天頂相減餘四十三度五十二分五十五秒爲戊丙弧。即戊甲丙角。先用乙甲丁三角形。甲乙甲丁二邊俱命爲一千萬。以甲角折半之。正弦倍之得七四七三〇。



二三為乙丁邊。又以甲角

與半周相減餘數半之得

六十八度三分三十二秒

三十微為乙角亦即丁角

次用乙已丁三角形此形

有乙丁邊有已乙丁角五

十二度一十六分一十二

秒三十微半周內減去甲乙丁角又減去

已乙丙角餘有已丁乙角

一百二十七度四十三分

三十二秒三十微半周內減去甲

丁乙角加已丁戊有乙已

丁角一十五秒乙丁二角相併與半

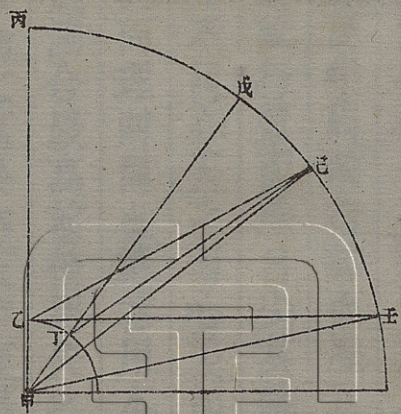
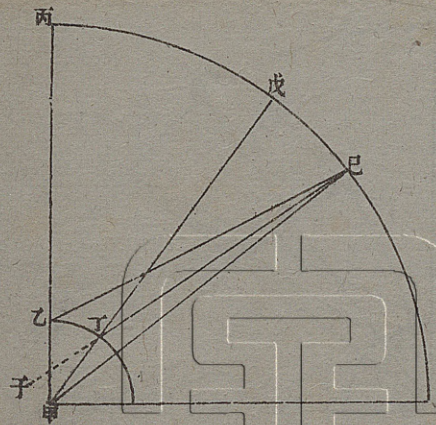
周相減餘即已角與前地半徑差較合求得

已丁邊八一二七五一一

五一五四小餘二九次用已丁

甲三角形此形有甲丁邊

有丁已邊有丁外角一十



五度四十七分五秒。即火

星距天頂。將巳丁線引長至子。

成甲子丁直角形。丁角正

弦二七二〇二三六五。小餘

即甲子邊丁角餘弦九六

二二九〇六即丁子邊。以

丁子與巳丁相加得巳子

八一二八四七四八〇六

〇小餘二九為股。甲子為勾。求

得弦八一二八四七四八

一一二為甲巳邊與甲壬

等。即火星距地心數以地

半徑較之其比例為一與

八千一百二十八。又以甲

壬為一率。甲乙為二率。一

千萬為三率。求得四率一

二三〇小餘二四為壬角之正

弦。檢表得二十五秒。小餘三七

御製天學考

卷一

三

為火星在地平上最大差
 與前法所得數同。上編求日躔地
 半徑差亦可用前法算但
 兩處所測太陽一在天頂
 南一在天頂北其差角為
 地半徑差總當以兩距天
 頂之正弦相加與地半徑
 差總秒數之比同於一千
 萬與地平上最大
 差秒數之比耳。

用橢圓面積為平行

太陽之行有盈縮。由於本天有高卑。春分至秋分行
 最高半周。故行縮而歷日多。秋分至春分行最卑半
 周。故行盈而歷日少。其說一為不同心天。一為本輪
 而不同心天之兩心差。即本輪之半徑。故二者名雖
 異而理則同也。第谷用本輪以推盈縮差。惟中距與
 實測合最高前後則失之小。最卑前後則失之大。又
 最高之高於本天半徑。最卑之卑於本天半徑者非
 兩心差之全數而止及其半。故又用均輪以消息乎

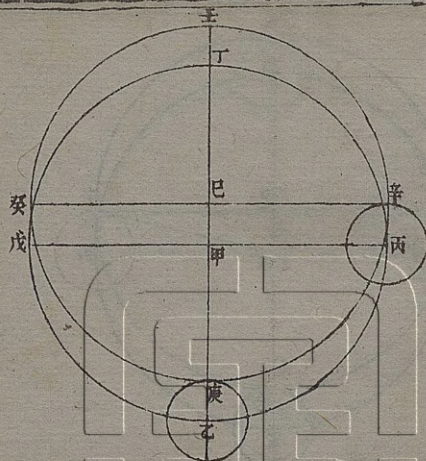
御製天學考

卷一

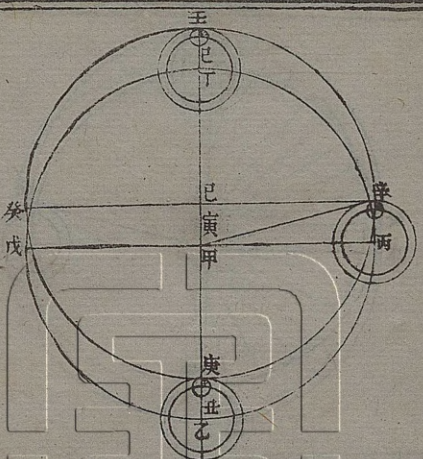
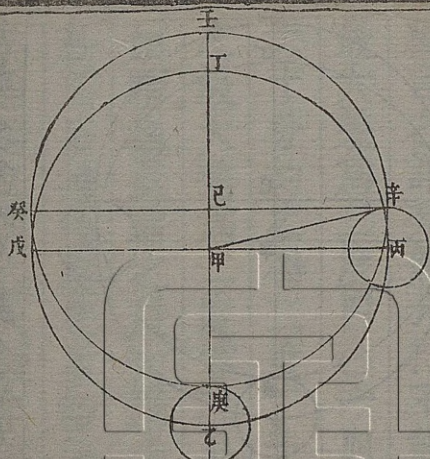
用橢圓面積為平行

三

其間而後高卑之數盈縮之行與當時實測相合上
 編言之詳矣。然天行不能無差。元郭守敬定盈縮之
 最大差為二度四〇一四以周天三百六十度每度
 六十分約之得二度二十二分。新法算書第谷所定
 之最大差為二度零三分一十一秒。刻白爾以來屢
 加精測盈縮之最大差止有一度五十六分一十二
 秒。又以推逐度之盈縮差最高前後本輪固失之小
 矣。均輪又失之大。最卑前後本輪固失之大矣。均輪
 又失之小。乃設本天為橢圓。均分橢圓面積為逐日
 平行之度。則高卑之理既與舊說無異而高卑前後
 盈縮之行乃俱與今測相符。具詳圖說如左。

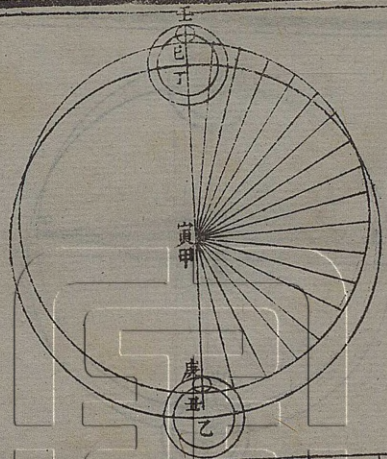
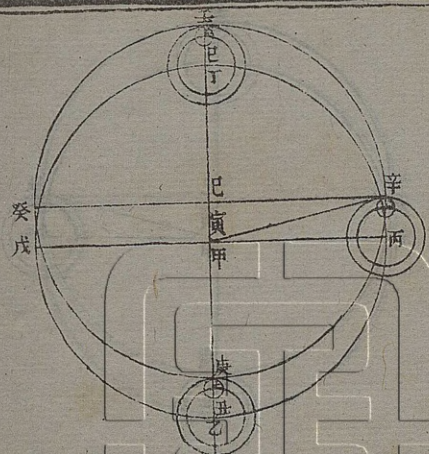


如圖甲為地心。乙丙丁戊
 為黃道。己為不同心天之
 心。庚辛壬癸為不同心天
 乙庚為本輪半徑。與甲己
 兩心差等。以本輪之法論
 之最卑時。本輪心在乙。太
 陽在庚。中距時。本輪心在



丙。太陽在辛。乙丙為平行九十度。辛甲丙角為平行實行之最大差。以不同心天之法論之。太陽自最卑庚行至辛亦九十度。巳辛甲角為平行實行之最大差。與辛甲丙角等。故本輪之法與不同心天之法相同。以均輪之法論之。最卑時。本輪心在乙。均輪心在子。太陽在丑。中距時。本輪心在丙。均輪心在卯。太陽在辛。最高時。本輪心在下。均輪心在辰。太陽在巳。辛甲丙角最大差仍當甲巳之全。而丑乙之卑於本天半徑。巳丁之高於本天半徑者。止及甲巳之半。與甲

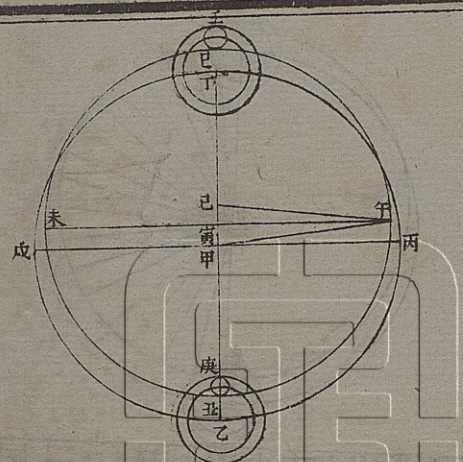
用橢圓面積為平行



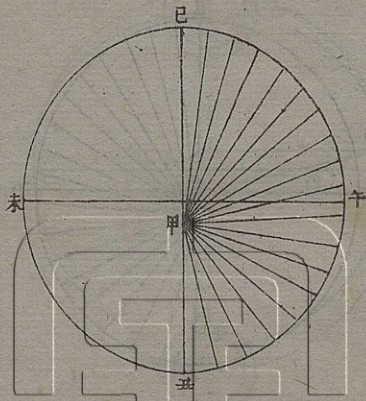
寅等。故以推盈縮差惟中
 距與本輪同。最高半周比
 之本輪則大。距地近故角大。最卑
 半周比之本輪則小。距地遠故角小。
 此其所以消息乎本輪
 之行度者當時必有所據
 而自刻白尔以來。則謂高
 卑之數均輪所定誠是。但
 其數漸減耳。至以推盈縮
 差則均輪之所消息者又
 屬太過。惟以寅為不同心
 天之心。作橢圓形。自地心
 甲瓜分之計。太陽在橢圓
 周右旋其所行之分。橢圓
 面積。日日皆相等。而用以
 推黃道實行之盈縮。則在
 本輪均輪所得數之間。而
 與實測脗合。試以寅為心。

用橢圓面積為平行

辰

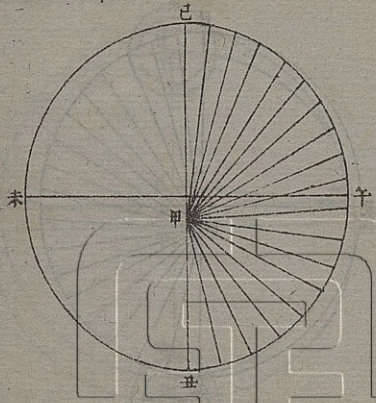


與巳丑作十字線。又取寅丑之度。從甲截橫線於午。使午甲。午巳。皆與寅丑半徑等。乃以甲巳兩點各為心。午為界。各用一針釘之。圍以絲線。末以鉛筆代午針引而旋轉。即成丑午巳未橢圓形。寅丑寅巳為橢圓大半徑。寅午。寅未為橢

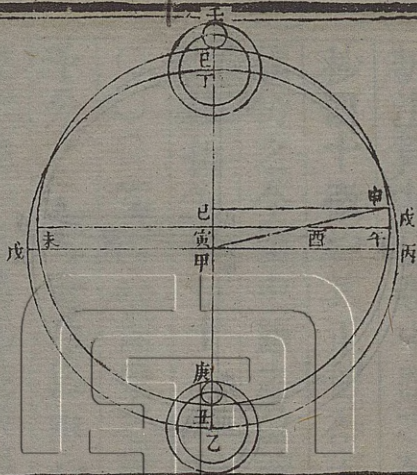


圓小半徑。則橢圓不以甲巳為心。而以寅為心。丑乙之卑於黃道。巳丁之高於黃道者。止及甲巳之半。與寅甲等。是高卑之理。與均輪合矣。又將橢圓面積以甲為心。均分為三百六十分。每分之積皆為一度。每

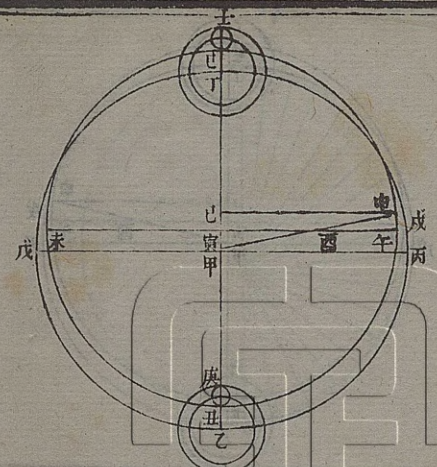
用橢圓面積為平行



日右旋。當每一度積之五十九分有奇。是為平行。在最卑半周。甲心至橢圓界之線短。則角度必寬。是為行盈。在最高半周。甲心至橢圓界之線長。則角度必狹。是為行縮。故太陽循橢圓周行。惟所當之面積相等。而角不等。其角度與積



度之較。即平行實行之差中距平行至申。甲申丑積為橢圓四分之一。為平行九十度與寅午丑積等。甲午積微大于酉寅甲積。亦然所差無多。故為相等。亦與申己甲角等。而自地心甲計之。巳當黃道之戌。戌甲丑角為實行之差。是中距為平行實行之差。是中距



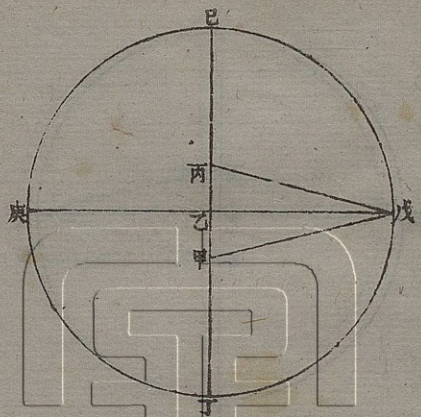
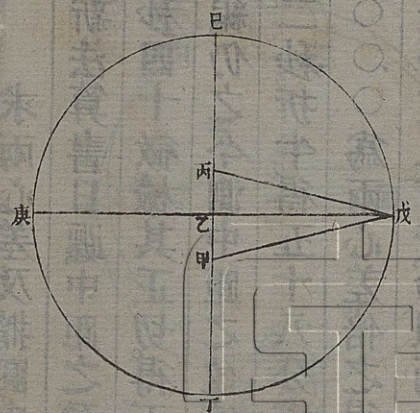
求兩心差及橢圓與平圓之比例

之盈縮差與本輪均輪皆合矣。用是以推逐度之盈縮差。在最高半周。比之本輪固大。比之均輪又微小。最卑半周。比之本輪固小。比之均輪又微大。驗諸實測。庶為近之。推算之法。具詳後篇。

新法算書曰。躔中距之盈縮差為二度零三分零九秒四十微。檢其正切。得兩心差為三五八四一六。上編仍之。今測中距之盈縮差。得一度五十六分一十二秒。折半。得五十八分零六秒。檢其正弦。得一六九〇〇。為兩心差。倍之。得三三八〇〇。比舊數少千分之二有奇。乃以兩心差一六九〇〇。為勾。平圓半徑一千萬為弦。求得股九九八五七一。小餘八四。一。即橢圓之小半徑。而凡橢圓之正弦角度面九一。

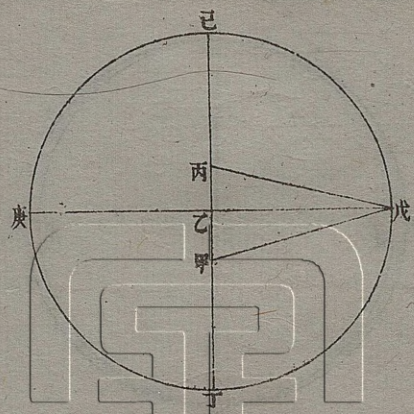
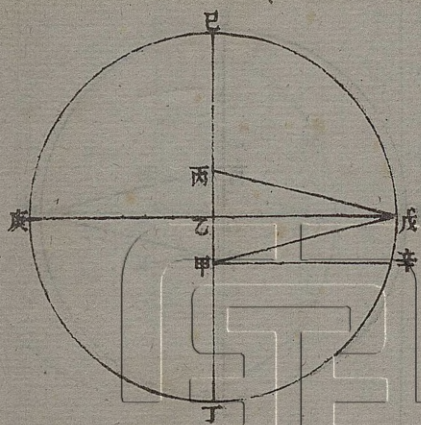
求是派 卷一 求兩心差及橢圓

積與平圓之比例。皆同於橢圓之小半徑與平圓半徑之比例焉。



如圖。甲為地心。乙為本天
 心。甲乙為兩心差。甲丙為
 倍差。丁戊已庚橢圓為本
 天。乙丁為大半徑一千萬。
 乙戊為小半徑。丙戊。甲戊。
 皆與乙丁等。太陽行至戊。
 甲戊丁分橢圓面積八十
 九度一分五十四秒為平
 行。其小於九十度之五十
 八分六秒。即甲乙戊勾股
 積。乙戊丁積為橢圓四分
 之一。必九十度。故甲戊
 丁積小於九十度之
 積。即甲乙戊勾股積。亦即
 乙戊甲角。甲乙戊勾股積
 乙戊邊即小徑。其積介乎
 大小徑之間。與分平圓面
 相似。故積度即角度。若近
 甲丁。則邊短而角大。近甲
 乙。則邊長而角小。詳後篇。
 戊甲丁角九

求兩心差及橢圓



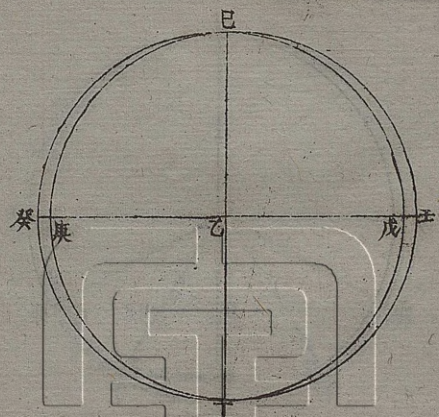
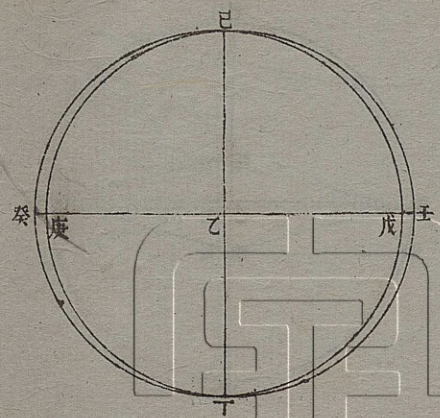
十度五十八分零六秒爲
 實行其大於九十度者亦
 五十八分六秒。卽戊甲辛
 角與乙戊甲角等。亦與丙
 戊乙角等。平行實行之差
 一度五十六分一十二秒
 卽甲戊丙角折半得五十
 八分零六秒。卽乙戊甲角
 甲戊既爲一千萬。則甲乙
 卽乙戊甲角之正弦。故檢
 表得一六九〇〇〇。卽甲
 乙兩心差。以甲乙爲勾。甲
 戊爲弦。求得乙戊股九九
 九八五七一。小餘八四八
 一。九一。
 卽指圓小半徑也。旣得指
 圓小徑。則凡指圓之面線
 及角度。皆可以得其比例。
 以正弦之比例言之。試以

求兩心差及指圓

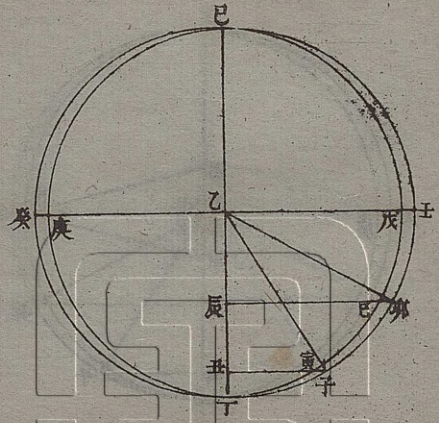
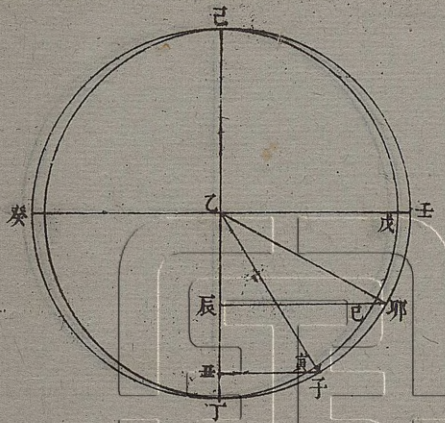
後

卷一

三



乙為心。乙丁為半徑。作丁壬巳。癸平圓。則橢圓乙丁大半徑。與平圓乙壬半徑相等。戊乙小半徑之小於平圓半徑者。即壬戊橢圓差若逐度割之。則橢圓之餘弦必與平圓之餘弦相等。而橢圓之正弦必小於平圓之正弦。然平圓正弦與橢圓正弦之比例。必同於平圓半徑與橢圓小半徑之比例也。如丁點為初度。無正弦。丁乙為初度之餘弦。平圓與橢圓等。丁壬為九十度。無餘弦。壬乙為平圓九十度之正弦。即大半徑。戊乙為橢圓九十度之正弦。即小半徑。壬戊

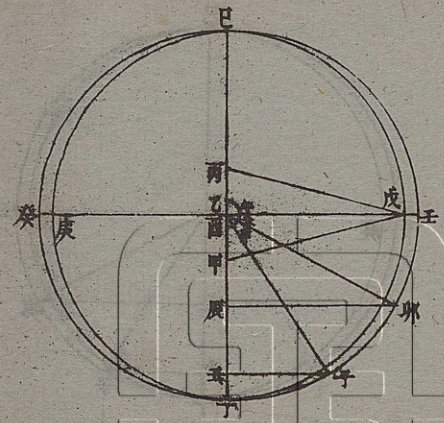


即九十度之橢圓差。丁子
 弧為三十度。丑乙為三十
 度之餘弦。平圓與橢圓等。
 子丑為平圓三十度之正
 弦。寅丑為橢圓三十度之
 正弦。子寅為三十度之橢
 圓差。丁卯弧為六十度。辰
 乙為六十度之餘弦。平圓
 與橢圓等。卯辰為平圓六
 十度之正弦。巳辰為橢圓
 六十度之正弦。卯巳為六
 十度之橢圓差。則子丑與
 寅丑之比。卯辰與巳辰之
 比。皆同於壬乙與戊乙之
 比。而子丑與子寅之比。卯
 辰與卯巳之比。皆同於壬
 乙與壬戌之比也。奚以明

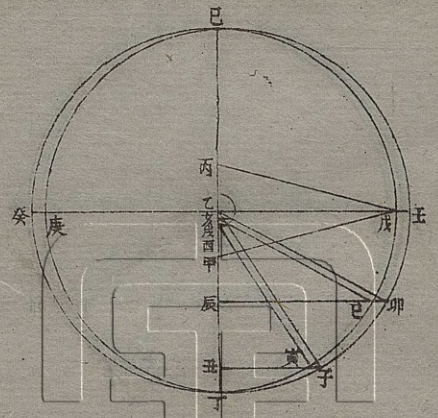
其然也。蓋橢圓之與平圓。

戒兩心差及橢圓

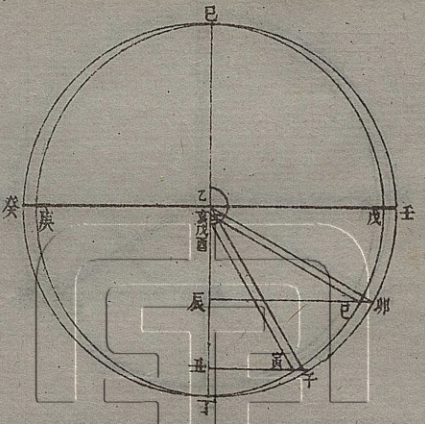
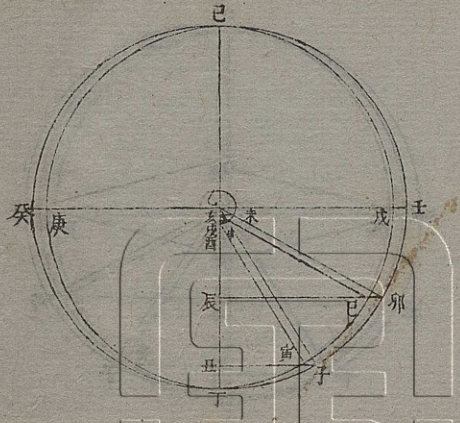
差



處處皆有一小半徑藏乎其內。試取壬戌之分。於乙心作圓。則午乙未乙申乙酉乙皆與壬戌等。壬午卯未子申。丁酉皆與戌乙等。是推而抵於平圓之界。各有一小半徑在也。又自甲丙二點出線合於戌。則小徑之端在戌而末在乙。自

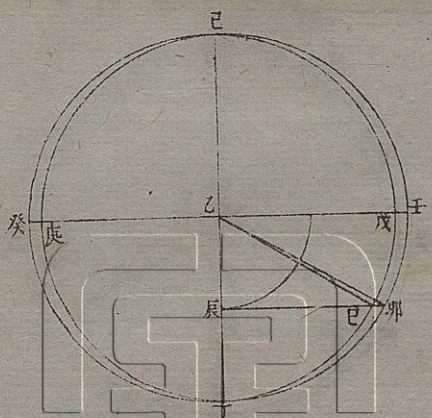
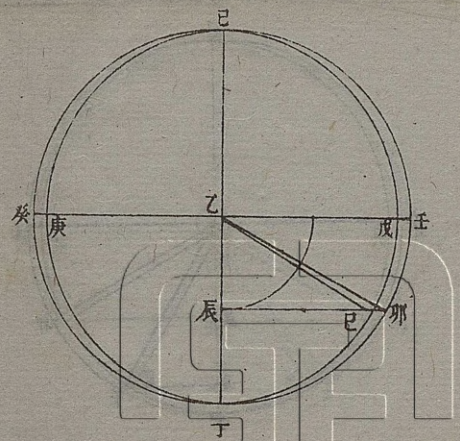


甲丙二點出線合於丁。則小徑之端在丁而末在酉。若自甲丙出二線合於寅。則小徑必端在寅而末在戌。合於巳。則小徑必端在巳而末在亥。是引而歸於平圓之徑。又各有一小半徑在也。夫寅戌巳亥。既皆為小徑。而申戌未亥。又與



子丑卯辰爲平行。則寅戌與子申。巳亥與卯未。亦必爲平行。而申戌與子寅。未亥與卯巳。必各相等。故乙子丑與戌寅丑及乙申戌爲同式形。乙卯辰與亥巳辰及乙未亥亦爲同式形。而子丑與寅丑之比同於子乙。即壬乙。與寅戌。即戌乙。之比。卯辰與巳辰之比。同於卯乙。即壬乙。與巳亥。即戌乙。之比。又子丑與申戌。即子寅之比。同於子乙。即壬乙。與申乙。即壬乙。之比。卯辰與未亥。即卯戌之比。同於卯乙。即壬乙。與未乙。即壬乙。之比。是平圓與

橢圓正弦之比例。同於大徑與小徑之比例也。以角



度之比例言之設卯乙辰

角為平圓六十度即丁卯弧求

橢圓之巳乙辰角試以乙

辰為半徑作弧則卯辰為

卯乙辰角之正切巳辰為

巳乙辰角之正切夫卯辰

與巳辰之比既同於壬乙

與戌乙之比則卯乙辰角

之正切與巳乙辰角正切

之比亦必同於壬乙與戌

乙之比故以壬乙一千萬

為一率戊乙九九八五

七小餘八五為二率卯乙辰

角六十度之正切一七三

二〇五〇八為三率求得

四率一七三一八〇三四

為巳乙辰角之正切檢表

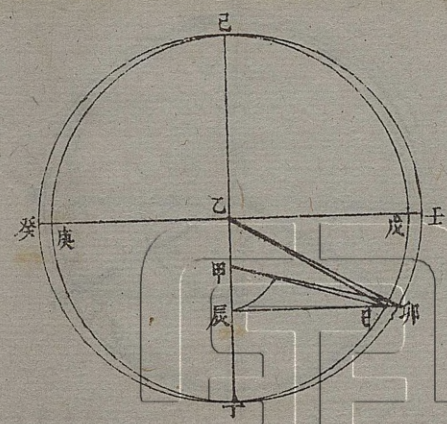
得五十九度五十九分四

印製承錄考校後

卷一

求兩心差及橢圓

辰



十七秒即已乙辰角而卯

乙巳角一十三秒為攆圓

差角卯乙辰角內減已乙辰角餘即卯乙巳角

又設已甲辰角六十度五

十分三十二秒求卯甲辰

角試以甲辰為半徑作弧

則已辰為已甲辰角之正

切卯辰為卯甲辰角之正

切夫卯辰與已辰之比既

同於壬乙與戊乙之比則

已辰與卯辰之比必同於

戊乙與壬乙之比而已甲

辰角之正切與卯甲辰角

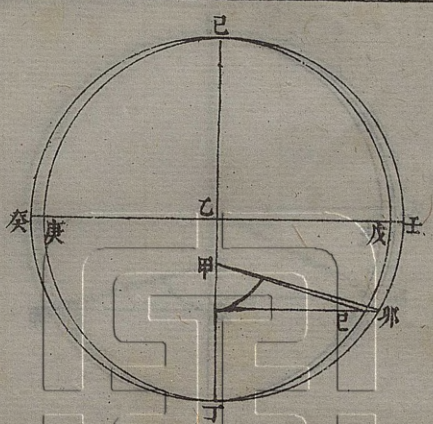
正切之比亦必同於戊乙

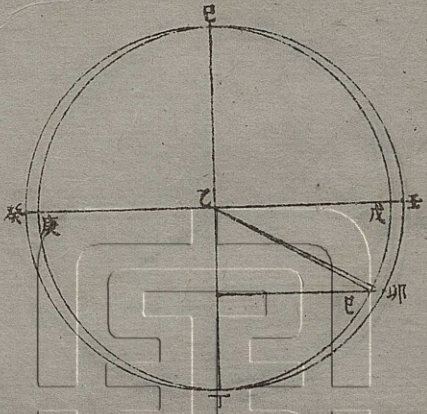
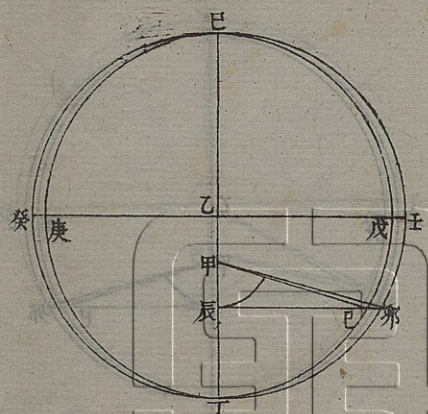
與壬乙之比故以戊乙九

九九八五七一小餘八五為一

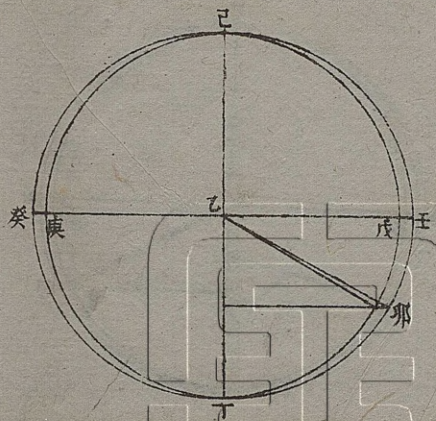
率壬乙一千萬為二率已

甲辰角之正切一七九二





三八九七為三率。求得四
 率一七九二六四五七為
 卯甲辰角之正切。檢表得
 六十度五十分四十五秒
 卽卯甲辰角。而卯甲巳角
 一十三秒為橢圓差角。是
 平圓與橢圓角度之比例。
 亦同於大徑與小徑之比
 例也。再以面積之比例言
 之。凡平圓面積與橢圓面
 積之比例。同於平圓外切
 正方面積與橢圓外切長
 方面積之比例。亦卽同於
 橢圓大徑與小徑之比例。
 橢圓大徑。卽平圓徑。見幾
 何原本八卷第十二節。
 如求橢圓六十度之面積。
 則先設丁卯弧六十度。求
 乙卯丁六十度之平圓面



積以比之法以半周率三

一四一五九二六五定率

一千萬則圓周為三一四圓徑

一五九二六五今一千萬

為半徑故周用三分之得

率為半周。一〇四七一九七五五為

卯丁弧線。因卯丁弧六十

度為半周三分

之一。故三分半周率而得

卯丁弧線若有奇零則須

用比與乙卯半徑一千萬

例法折半得五二三五九

八七七五〇〇〇〇〇〇即

乙卯丁分平圓六十度之

面積而為丁壬己癸平圓

全積六分之一。又以壬乙

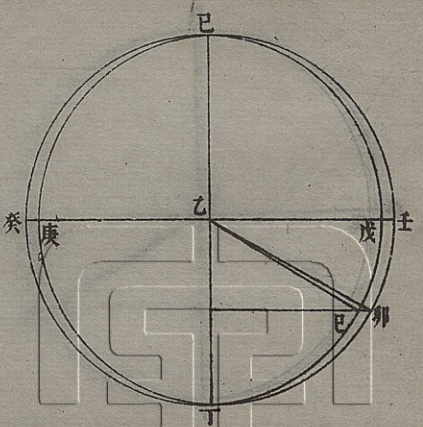
大半徑一千萬為一率。戊

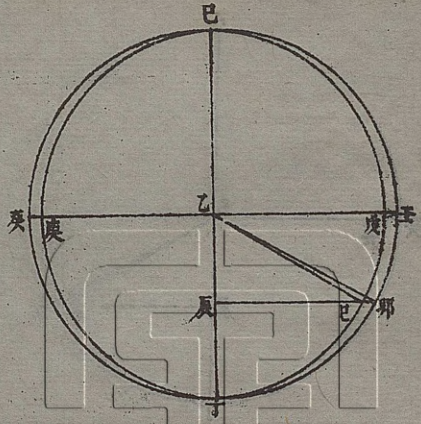
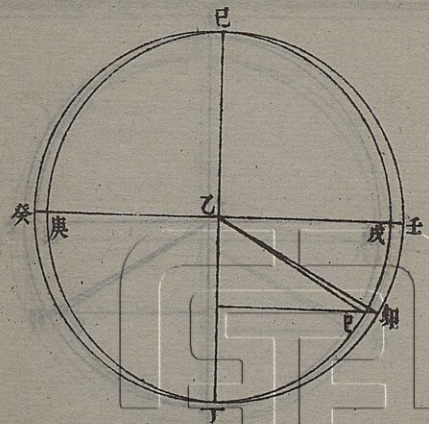
乙小半徑九九八五七

一小餘為二率。乙卯丁積

為三率。求得四率五二三

五二三九九七二四〇九





五卽乙巳丁分橢圓六十

度之面積而爲丁戊巳庚

橢圓全積六分之一也

此所得六十度積較之全積六

分之一尾數稍大因小徑

之小餘爲八四八進爲八

五之故然於圓度只差纖

忽可不蓋將平圓橢圓二

面積依壬癸橫徑縷析之

則皆成線矣其線與線之

比既同於大徑與小徑之

比則面與面之比亦同於

大徑與小徑之比故分之

丁卯辰弧矢積與丁巳辰

弧矢積之比卯辰乙勾股

積與巳辰乙勾股積之比

皆同於大徑與小徑之比

而合之乙卯丁分平圓面

積與乙巳丁分橢圓面積

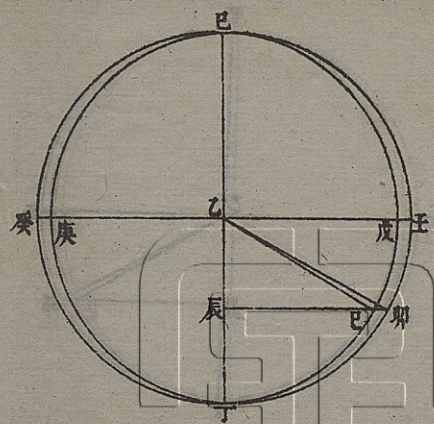
之比亦必同於大徑與小

卯辰

卷一

求兩心差及橢圓

五



徑之比也。既得橢圓與平圓之各比例。則面線角度皆可得而求。至於橢圓正弦。以平圓命度。而角度不同。分橢圓面積與全積相當。而角不相應。則橢圓差之所生。而與平圓之所以別也。

