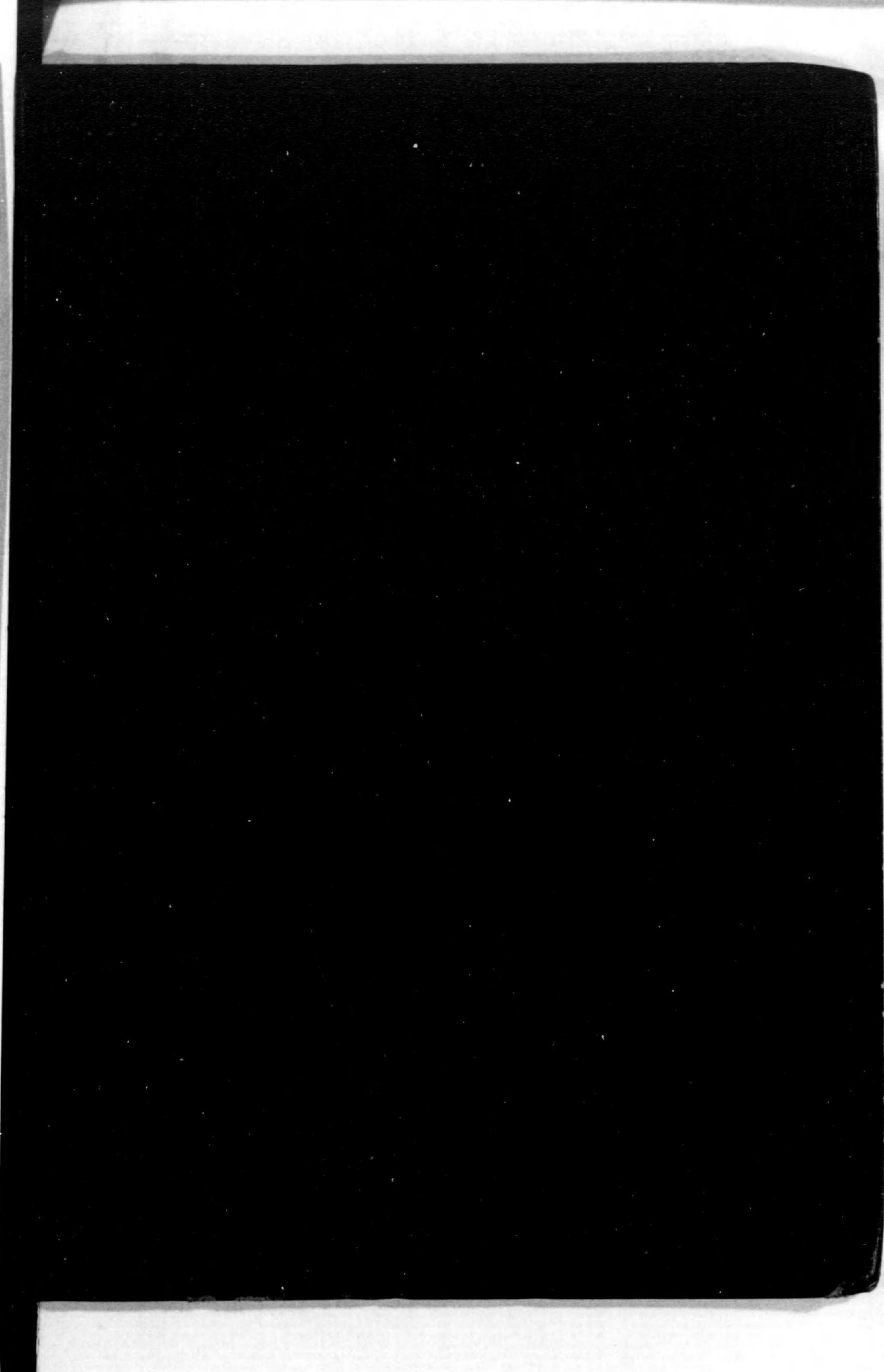
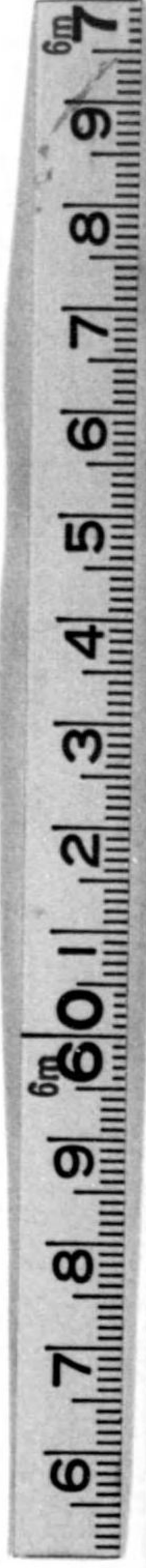




始



420  
Sa 85  
(2)

420  
SAB5  
(2)

高等教育  
物理學  
【下卷】

第二高等學校教授  
東北帝國大學講師

理學博士

佐藤 充 著

東京・大阪  
東洋圖書株式合資會社  
發 兌



## 序

本書下巻は上巻と同一の目的を以つて、同一の主旨に従ひ、*Physical idea* を出来るだけ明瞭に説明することを主眼として編述致しました。たゞ多少上巻と趣を異にして居る所を擧げてみますと、

第一、光學器械、電氣諸種のメーター、諸方面に於ける電氣の應用の如きものゝ中には、物理學の理論的の全體系から見れば左程主要事項でなくても、自然科學を修むる者には、その學科が純正科學たると應用科學たるとに論なく、一般に基礎智識として必要なものがありますから、それ等のものについては比較的詳しく述べました。そのため全體の系統が見通しにくくなつたかと思ひます。

第二、記述事項は出来るだけ古きものを省き、物理學及びその關係科學の最近の發達に後れざらんことを努めました。然し、多方面に亘

ることでもありますから、到底著者の狭き智識を以てしては完全を期することは出来ません。中には時代後れの事もあると思ひますが、これは今後諸方面専門家の示教を仰ぎ訂正したい考であります。

第三、材料の排列は、大體歴史的の順序に従ひました。理論的に排列するならば、電磁氣、電波、光……といふ順序が適當でありませうけれども、こうしては理解が困難かと思ひましたから、幾何光學、物理光學、電磁氣、……といふ順序を採りました。たゞ電子については、歴史的にはづつと後に出て來るのでありますが、そうすると説明を二度繰り返さなければならぬ不便がありますから、これを電氣分解の所で導き入れました。

本書は初め上下略同一の紙數に纏める豫定でありましたが、實際書き上げて見ますと下巻が著しく大きくなりました。これは使用上不便でありませうから、適當な時機に於て略同一の大きさになるように上下の境界を變更したい

考であります。

本書編述に當り、理學士小久保定次郎君、理學士中村貴義君、菊田善三君の多大の助力を得たことを感謝致します。本書下巻は上巻以上疎漏誤謬の點が多いと思ひます。これについては上巻に對して惠まれたと同様諸賢の御忠言を賜はらんことを希望致します。

昭和三年十二月

仙臺に於て 著者記す。

## 目 次

---

### 第二十一章 光の反射及び屈折... [419—432]

- § 182 光線逆進の原理 ... .. 419
- § 183 光の反射の法則及び屈折の法則 ... .. 420
- § 184 全 反 射 ... .. 426
- § 185 平面に於ける屈折によりて生ずる像... 427
- § 186 プリズム... .. 428

### 第二十二章 球 面 鏡 ... .. [433—442]

- § 187 凹 面 鏡 ... .. 433
- § 188 凸 面 鏡 ... .. 441

### 第二十三章 レ ン ズ ... .. [443—469]

- § 189 レ ン ズ ... .. 443
- § 190 球面に於ける屈折... .. 444
- § 191 球面に於ける屈折によりて生ずる像... 448
- § 192 薄いレンズ... .. 450
- § 193 薄いレンズの合成... .. 456
- § 194 薄いレンズの光心... .. 457
- § 195 薄いレンズの副軸... .. 459

§ 196	薄いレンズによつて生ずる像… …	461
§ 197	薄いレンズの焦点距離測定法… …	463
§ 198	合成レンズ及び厚いレンズ… …	464
第二十四章 レンズの収差… … [470—482]		
§ 199	色収差… …	470
§ 200	球面収差… …	474
§ 201	非点収差… …	476
§ 202	像の彎曲及び歪曲… …	479
第二十五章 光學器械… … [483—503]		
§ 203	眼… …	483
§ 204	蟲眼鏡… …	487
§ 205	顯微鏡… …	489
§ 206	天體望遠鏡… …	495
§ 207	尺度及び望遠鏡… …	498
§ 208	寫真レンズ… …	501
第二十六章 光の分散及び色… … [504—518]		
§ 209	分光器及び分光計… …	504
§ 210	虹… …	508
§ 211	物體の色… …	513
§ 212	色の感覺… …	516

第二十七章 光の本性… … [519—537]		
§ 213	光の速さ… …	519
§ 214	光の傳播の方法… …	524
§ 215	單色光の色と波長振動數との關係… …	530
§ 216	光波振動の方向… …	531
§ 217	光のエネルギーと振幅及び振動數 との關係… …	535
第二十八章 波動論による幾何光學 の基礎事實の説明… … [538—547]		
§ 218	ファイゲンスの原理… …	538
§ 219	光の直進の説明… …	539
§ 220	光の反射の法則の説明… …	542
§ 221	光の屈折の法則の説明… …	543
第二十九章 光波の干渉… … [548—572]		
§ 222	薄膜による光波の干渉… …	548
§ 223	ニュートンの色輪… …	550
§ 224	光の定常波… …	551
§ 225	マイケルソンの干渉計… …	552
§ 226	廻折による光波の干渉… …	554
§ 227	廻折格子… …	564

§ 228	顯微鏡の像に及ぼす廻折の影響	567
§ 229	超越顯微鏡	569
§ 230	階段格子	570
第三十章 偏 光 [573—596]		
§ 231	硝子板の反射屈折による偏光	573
§ 232	複屈折	576
§ 233	波動論による複屈折の説明	579
§ 234	複屈折と偏光	583
§ 235	ニコルのプリズム	585
§ 236	平面に偏光せる平行光線束の干渉	587
§ 237	収斂或は發散平面偏光の干渉	589
§ 238	圓偏光及び楕圓偏光	590
§ 239	平面偏光振動面の廻轉	591
§ 240	偏光計或は檢糖計	593
第三十一章 輻射波 [597—606]		
§ 241	像帯及び連續スペクトル	597
§ 242	ドップラーの効果	600
§ 243	螢光及び燐光	602
§ 244	紫外線及び赤外線	604
第三十二章 輻射エネルギー [607—630]		
§ 245	一様媒質中の輻射波の傳播	607

§ 246	輻射能及び吸収能	612
§ 247	光度測定	614
§ 248	溫度輻射	616
§ 249	溫度平衡	618
§ 250	輻射能と吸収能との關係	621
§ 251	スペクトル反轉の説明	623
§ 252	輻射壓	623
§ 253	輻射の法則	624
§ 254	完全暗黒輻射の變位則	629
§ 255	太陽の溫度	630
第三十三章 電 氣 [631—678]		
§ 256	電 氣	631
§ 257	電氣感應	633
§ 258	ウイムスハースト感應起電機	634
§ 259	クーロンの法則	635
§ 260	電 場	639
§ 261	電力線及び電力管	642
§ 262	ガウスの定理	646
§ 263	ガウスの定理の應用	649
§ 264	電 位	652
§ 265	等電位面	656
§ 266	導體と電場	663



- § 267 簡單なる場合に於ける電位 …… 665  
 § 268 電氣容量 …… 669  
 § 269 電氣的エネルギー …… 672  
 § 270 電場のエネルギー …… 675

### 第三十四章 電媒質 …… [679—699]

- § 271 蓄電器 …… 679  
 § 272 ケルビンの絶對電氣計 …… 686  
 § 273 象限電氣計 …… 689  
 § 274 電氣量電氣容量の測定 …… 693  
 § 275 電媒質 …… 693

### 第三十五章 電子 …… [700—725]

- § 276 電流 …… 700  
 § 277 電池 …… 703  
 § 278 電氣分解 …… 705  
 § 279 ヴォルタメーター …… 711  
 § 280 最小荷電 …… 712  
 § 281 電子及びプロトン …… 715  
 § 282 空中電位差の測定 …… 718  
 § 283 是迄述べた諸現象の電子論的説明 …… 719  
 § 284 熱電子 …… 721  
 § 285 壓電氣及び焦電氣 …… 722

### 第三十六章 傳導電流 …… [726—752]

- § 286 電氣抵抗 …… 726  
 § 287 電氣抵抗の電子論的説明 …… 732  
 § 288 抵抗の連結 …… 733  
 § 289 ホイートストーン橋 …… 735  
 § 290 標準抵抗 …… 742  
 § 291 ジュール熱 …… 743  
 § 292 熱線アムメーター及びヴォルト  
 メーター …… 747  
 § 293 電燈 …… 750  
 § 294 光學高温計 …… 751

### 第三十七章 接觸電氣及び熱電氣

- …… [753—765]  
 § 295 接觸電氣 …… 753  
 § 296 熱電流 …… 755  
 § 297 熱電對に依る温度の測定 …… 760  
 § 298 輻射高温計 …… 762  
 § 299 ベルチエ効果 …… 763  
 § 300 トムソン効果 …… 764

### 第三十八章 電池 …… [766—786]

- § 301 標準電池 …… 766

§ 302	電池動電力の測定	767
§ 303	単極電位差及び標準電極	769
§ 304	イオン濃度と単極電位差との関係	771
§ 305	電位差による水素イオンの濃度の測定	773
§ 306	ダニエル電池の理論	774
§ 307	分極電流及び蓄電池	778
§ 308	電池の連結	781
§ 309	キルヒホッフの法則	782
第三十九章 磁 氣 [787—797]		
§ 310	磁 氣	787
§ 311	クーロンの法則	788
§ 312	磁 場	789
§ 313	一つの磁石に依る磁場	790
§ 314	地 磁 氣	793
§ 315	地磁氣測定法	794
第四十章 電流の磁氣作用 [798—813]		
§ 316	電流の微部分の作る磁場	798
§ 317	直線電流による磁場	801
§ 318	電流の電磁單位	803
§ 319	正切電流計	804

§ 320	電流の静電單位と電磁單位との関係	806
§ 321	電磁單位系	807
§ 322	實用單位系	809
§ 323	三つの單位系の關係表	810
§ 324	コイル内の磁場	810
§ 325	吸ひ込み式アムメーター及びヴォルト メーター	813
第四十一章 磁場が電流に及ぼす作用 (814—822)		
§ 326	磁場が電流導線に及ぼす作用	814
§ 327	動コイル電流計	818
§ 328	彈動電流計	819
§ 329	彈動電流計による電氣容量の測定	821
第四十二章 電 磁 感 應 [823—835]		
§ 330	感應電流	823
§ 331	相互感應	828
§ 332	自己感應	829
第四十三章 物質の磁性 [836—849]		
§ 333	磁氣の本性	836
§ 334	鐵の磁化	836

§ 335	鐵の磁化曲線	841
§ 336	磁氣履歴現象	844
§ 337	電磁石	847
§ 338	強磁性體、常磁性體及び反磁性體	847
第四十四章 電氣動力 [850—887]		
§ 339	直流發電機	850
§ 340	直流電氣發動機	857
§ 341	交流發電機	859
§ 342	交流及び交流動電力の實効値	861
§ 343	コンミュテーターモートル	864
§ 344	正弦動電力の合成	865
§ 345	自己感應を有する廻路を流れる交流	867
§ 346	交流のなす仕事	871
§ 347	積算電力計	875
§ 348	變壓機	877
§ 349	感應コイル	878
§ 350	三相交流	879
§ 351	誘導電動機	881
§ 352	整流器	885
第四十五章 電氣振動及び電波 [888—913]		
§ 353	電氣振動	888

§ 354	振動廻路の交感	894
§ 355	變位電流	898
§ 356	電磁波と光波	901
§ 357	ヘルツの實驗	904
第四十六章 無線電信及び無線 電話 [914—935]		
§ 358	無線電信	914
§ 359	高周波發電機による送信	916
§ 360	三極真空管	919
§ 361	真空管式送話	922
§ 362	鑽石受信受話裝置	925
§ 363	真空管受信受話裝置	928
§ 364	増幅裝置	930
§ 365	特殊増幅裝置	933
§ 366	受話廻路内自由振動の防止	934
§ 367	擴聲器	935
第四十七章 眞空放電 [936—956]		
§ 368	陰極線	936
§ 369	エツキス線	941
§ 370	エツキス線の本性	944
§ 371	結晶體の構造	945

§ 372 X線スペクトル	950
§ 373 結晶質の原子構造	955
第四十八章 放射能	[957—969]
§ 374 放射能	957
§ 375 $\alpha$ 線	960
§ 376 $\beta$ 線及び $\gamma$ 線	963
§ 377 放射變移	964
§ 378 放射變移の速さ	968
第四十九章 原子の陽電核	[970—979]
§ 379 ラザーフォードの原子模型	970
§ 380 原子番數	971
§ 381 陽電核	972
§ 382 同位元素	973
§ 383 プロトーン	978
§ 384 原子の人爲的破壊	979
第五十章 電磁波としての光	[980—987]
§ 385 ゼーマン効果	980
§ 386 スタルク効果	984
§ 287 光の反射	984
§ 388 光の分散	986

第五十一章 量子論	[988—1002]
§ 389 量子則	988
§ 390 光電効果	991
§ 391 水素の輝線スペクトル	993
§ 392 バルマー系列に関するボーアの理論	995
§ 393 X線スペクトルの理論	1000
第五十二章 エーテル	[1003—1008]
§ 394 マイケルソンの實驗	1003
§ 395 マイケルソンの實驗に對するローレンツの説明	1007
第五十三章 相對論	[1009—1025]
§ 396 エーテルと物理學的空間	1009
§ 397 光速度不變の原理	1012
§ 398 時間及び空間	1013
§ 399 速度加法の定理	1017
§ 400 ローレンツ變換式	1021
§ 401 相對性原理	1022
§ 402 質量とエネルギー	1023
附録 復習問題集	[1—22]

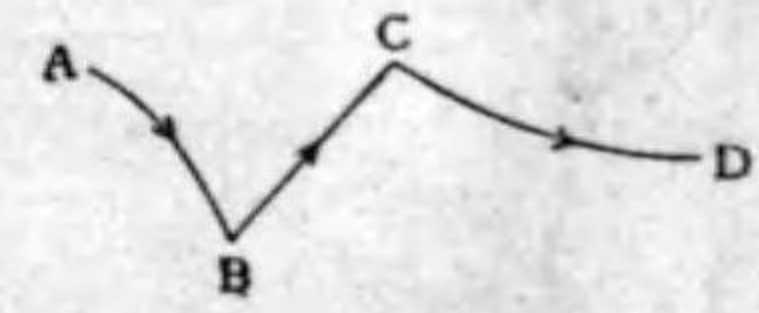
索引 ... [1-23]

### 第二十一章 光の反射及び屈折

§ 182. 光線逆進の原理<sup>(1)</sup> 光の本性が何であるかは後に考究することとし、先づ光の進行する途について論ずる。吾々の日常目撃する事實から、光の通る途は直線或は曲線で表はし得ることが分かる。かゝる線を光線<sup>(2)</sup>といふ。

【注意】 光に関する現象は、ある所までは、光線を幾何學的に取り扱ふことによつて説明される。かくの如き光學の部門を幾何光學<sup>(3)</sup>といふ。これに反し、光の本性に立ち入りて尙ほ廣く且深く光の現象を説明する光學の部門を物理光學<sup>(4)</sup>といふ。これから先づ幾何光學を論ずる。

今、光が ABCD なる途を進行したとする(第 301 圖)。そこで、もし逆に D から C の方に、初めこの線に沿ふて光を送つたとき、光の途はどうかといふと、吾々の多くの經驗から、やはりもとの途 ABCD を逆行することが知られる、即ち、光がある途を進むときは、光はまた同一の途を逆行することができる。これを



第 301 圖

(1) Principle of reversibility of light-path ; das Prinzip von der Reversibilität des Lichtpfades. (2) Ray of light ; der Lichtstrahl. (3) Geometrical optics ; die geometrische Optik. (4) Physical optics ; die physikalische Optik.

Handwritten notes and calculations on the left page. Includes a box with '60分', a vertical calculation '600 / 3600', and other scribbles.

光線逆進の原理といふ。これは、幾何光學の基礎となるものである。

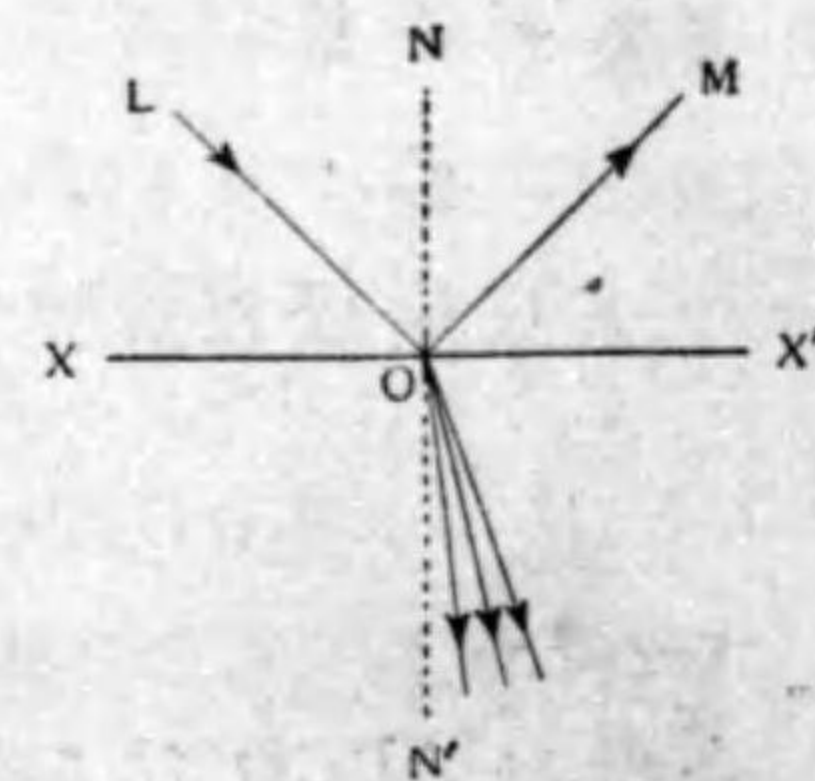
§ 183. 光の反射の法則及び屈折の法則。光は一様な媒質の中では、直線に進む。これを光の直進といふ。また光が異なる媒質の境に達すると、通常その一部分が反射し、他の部分は屈折する。その境の面が滑かなときは次の法則によつて反射する(第 302 圖)。

I. 投射點 O に於て反射面 XX' に立てた法線 NN', 投射線 LO, 及び反射線 OM は同一平面上に在る。

II. 投射線 LO と反射線 OM は法線 ON の兩側に在つて、投射角 LON と反射角 NOM とは相等しい。

これを光の反射の法則といふ。

屈折光線は、普通種々の色の光に分れる。これを光



第 302 圖

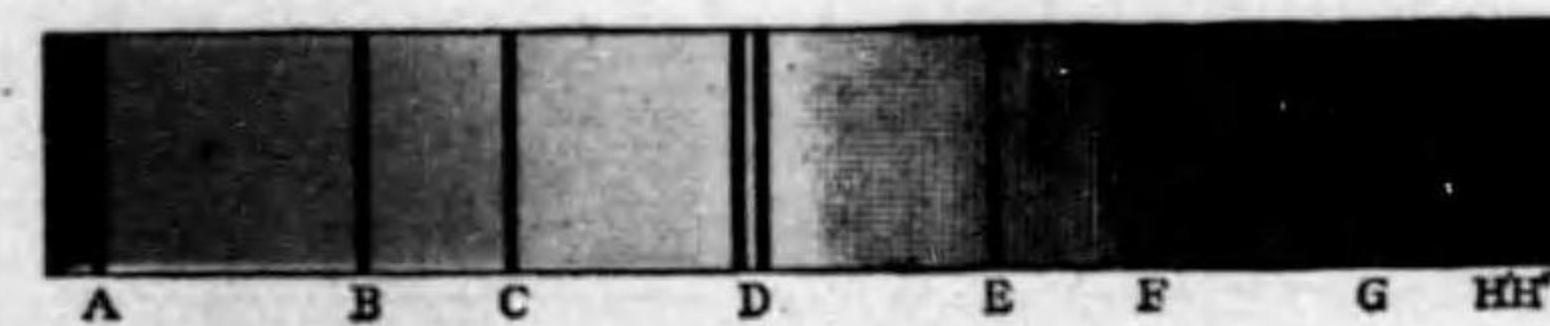
(1) Law of reflection of light ; das Reflexionsgesetz des Lichtes. (2) Law of refraction of light ; das Brechungsgesetz des Lichtes. (3) Rectilinear propagation of light ; die geradlinige Fortpflanzung des Lichtes. (4) Incident point ; der einfallende Punkt. (5) Normal ; das Lot (特に das Einfallslot といふ). (6) Incident ray ; der einfallende Strahl. (7) Reflected ray ; der reflektierte Strahl. (8) Incident angle ; der Einfallswinkel. (9) Angle of reflection ; der Reflexionswinkel.

の分散といふ。

【注意】光の分散といふ語は、上述の意よりも廣義に用ひられる。これは後に述べる。

太陽の光は分散して所謂堇、藍、青、綠、黃、橙及び赤の七色となる。このように、光が種々の色の光に分れたものを光のスペクトルといふ。上述の七色は、スペクトル中の最もよく目立つ色を挙げたのであつて、その間には無数の色がある。その極めて狭い範圍内に在るものは、一様な色の光と見なすことができる。このような光を一様な光或は單色光といふ。

さて、太陽のスペクトルの中には數條の黒線がある(第 303 圖)(その



第 303 圖

實驗法は後に説明する。これはフラウンホーフが發見

したものであるから、フラウンホーフ線といふ。氏は、これに赤の方から堇の方に順次に A, B, C, D, E, F, G, H と命名した。吾々は、これ等の線を目標として色を指定することができる。例へば、D 色の光といへば D 線の在る部分の黄色の光である。

(1) Dispersion of light ; die Dispersion des Lichtes. (2) Violet, indigo, blue, green, yellow, orange and red ; Violett, Ultramarin, Blau, Grün, Gelb, Orang und Rot. (3) Spectrum ; das Spektrum. (4) Homogeneous light ; das homogene Licht. (5) Monochromatic light ; das monokromatische Licht. (6) Jos. von Fraunhofer (1787—1826). (7) Fraunhofer's lines ; die Fraunhofersche Linien.

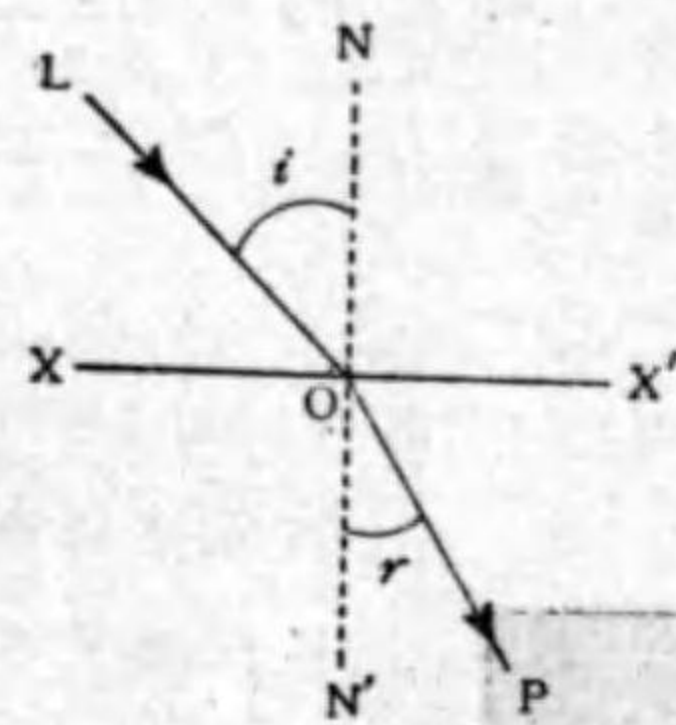
【注意】D光はナトリウム<sup>(1)</sup>の出す光であるから、**ナトリウム光**ともいふ。食鹽水で潤した輕石或は石綿をアンセン燈の焰の中に入れて、黄い焰が出る。これがD光であつて、物理學の實驗にはよく用ひられる。

單色光の屈折については次の法則が成り立つ (第304圖)。

I. 投射線 LO, 屈折線 OP 及び投射點に於て兩媒

質の界面 XX' に立てた法線 NN' は同一の平面上に在る。

II. 投射線 LO と屈折線 OP とは上記の法線の兩側に在る。そして、投射角を  $i$  屈折角を  $r$  とし、



第304圖

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n$$

と置くと、 $n$  は屈折面の兩側に在る

物質及びその物理學的状態(例へば温度、密度等)に依て

定まり、投射角  $i$  には無關係である。これを**スネルの**

**光の屈折の法則**或は單に光の屈折の法則といひ、この

$n$  を**屈折率**といふ。これから便利のため、媒質 A から

B に光がはいつたときの  $n$  を  $n_{AB}$  で表はす。即ち、

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{AB}$$

(1) Sodium-light; das Natriumlicht. (2) Angle of refraction; der gebrochene Winkel. (3) Willebrord Snell van Royen(1581—1626). (4) Refractive index (index of refraction); der Brechungsindex(das Brechungsverhältnis od. Brechungsexponent).

この法則によると、第304圖 P から O に向つて光が進めば、前節に述べた光線逆進の原理により、屈折して OL の方向に進むから、

$$\frac{\sin r}{\sin i} = n_{BA}$$

故に、

$$n_{AB} = \frac{1}{n_{BA}} \quad (1)$$

即ち、甲物質から乙物質にはいるときの屈折率は、乙物質から甲物質にはいるときの屈折率の逆數である。

空氣のような密度の小さいものから、水のような密度の大なるものに光がはいるときには、普通  $i > r$  即ち  $\sin i > \sin r$ , 従て  $n > 1$  である。然るに、これには除外例がある。そこで、吾々は實際の密度の關係はどうあらうとも、 $n_{AB} > 1$  のときは、B が A よりも**光學的に密**であるといふ。

【注意1】 アルコールの密度は水の密度より小であるが、光學的には前者が後者より密である。

【注意2】 媒質 A 及び B 中に於ける光の速度をそれぞれ  $v_A$  及び  $v_B$  とすると、 $n_{AB} = \frac{v_A}{v_B}$  である。この事は後に説明する。

今、互に平行な平面 P, Q 及び R が境となつて媒質 A, B, C 及び A が在るとする(第305圖)。實驗によると、これに光を通したとき、光が B にはいる前と C を出た後は互に平行である。今、P に於ける投射角を  $\alpha$ , Q に

(1) Optically denser; optisch dichter.

於ける投射角を  $\beta$ , 屈折角を  $\gamma$  とすると,

$$n_{BC} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

この右邊の分母子を  $\sin \alpha$  で割ると,

$$n_{BC} = \frac{\frac{\sin \beta}{\sin \alpha}}{\frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}} = \frac{n_{BA}}{n_{CA}}$$

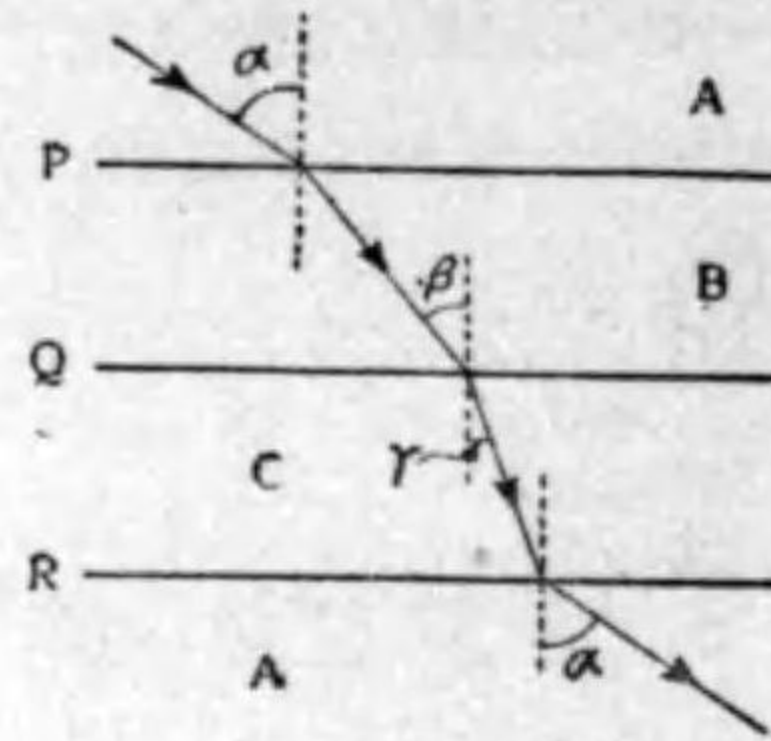
即ち,  $n_{BC} n_{CA} = n_{BA}$ . 然るに, (1)

により  $n_{BA} = \frac{1}{n_{AB}}$  であるから,

$$n_{BC} n_{CA} n_{AB} = 1. \quad (2)$$

【注意】  $n$  の右脇の BC, CA, AB は A, B, C を循環的に換へて排列したものである。

この関係があるから, 色々の媒質間の屈折率の表を作るには, それ等の媒質の二つづゝのあらゆる組合せについて屈折率の値を掲ぐる必要はない。ある一定の媒質, 例へば空気から色々の物質にはいるときの屈折率を掲げて置けば十分である。かゝる表があれば, その中の任意の二物質間の屈折率を知ることができる。例へば, 空気から水にはいるとき及び硝子にはいるときの屈折率  $n_{AW}$  及び  $n_{AG}$  (Aは空気 air, Wは水 water, Gは硝子 glass を表はす) により, 水から硝子にはいるときの屈折率  $n_{GW}$  が知られる。何んとなれば,  $n_{WA} n_{AG} n_{GW} = 1$  であるから,



第305圖

$$n_{GW} = \frac{1}{n_{WA} n_{AG}} = \frac{n_{AW}}{n_{AG}}$$

普通は, 空気から色々の物質に光はいるときの屈折率を單に屈折率として表に作つてある。これから,  $n$  を以つてそれを表はすこととする。

【注意】 屈折率は色によつて違ふ。どれ位違ふものであるかを次表に示す。

屈折率の表(温度 18°C)

フラウンホーフェル線	A	B	C	D	E	F	G	H
水	1.329	1.331	1.332	1.334	1.336	1.338	1.341	1.344
アルコール	1.559	1.360	1.361	1.363	1.365	1.367	1.371	1.374

光が真空からある物質にはいるときの屈折率を絶対屈折率<sup>(1)</sup>といふ。今, 真空, 空気及び他の媒質, 例へば水の三つを考へ, その何れか二つの界に於ける屈折率を表はすに  $n$  の右脇に O, A 及び W の中の二つを附するものとすると (2) により,

$$n_{OW} n_{WA} n_{AO} = 1.$$

故に,  $n_{OW} = \frac{1}{n_{WA} n_{AO}} = \frac{n_{AW}}{n_{AO}} = n_{AW} n_{OA}$  (3)

即ち, 真空に對する水の屈折率を得るには, 普通の水の屈折率に空気の絶対屈折率を乗すればよい。 そうして, 0°C 1 氣壓に於て,  $n_{OA} = 1.000294$  であるから,  $n_0$  を以て任意の物質の絶対屈折率を表はすと,

(1) Absolute refractive index ; der absolute Brechungsindex.

DTW





折した後の光線を逆に延長すると、常に一の曲線の切線になる。即ちその曲線は光線の包絡線<sup>(1)</sup>である。今、斜にPを見ると、實際眼にはいる光はPから出る光の中の僅かの部分であつて、これを逆に水の中の方へ延長すると、上述の曲線中の一<sup>(1)</sup>点P'に集合する。眼は光の来た方向に発光點が在ると判断するから、PはP'に在るように見える。

次に、眼をPの上の方に近づけ、遂にその眞上に来たとすると、P'はQに来る。そして、Qの位置は次のように求めることができる。今、第309圖に於て、Mを極めてOに近いXY上の點とし、

$\angle OPM = \alpha, \angle OQM = \beta$  とすると、

$$OM = OP \tan \alpha \quad OM = OQ \tan \beta$$

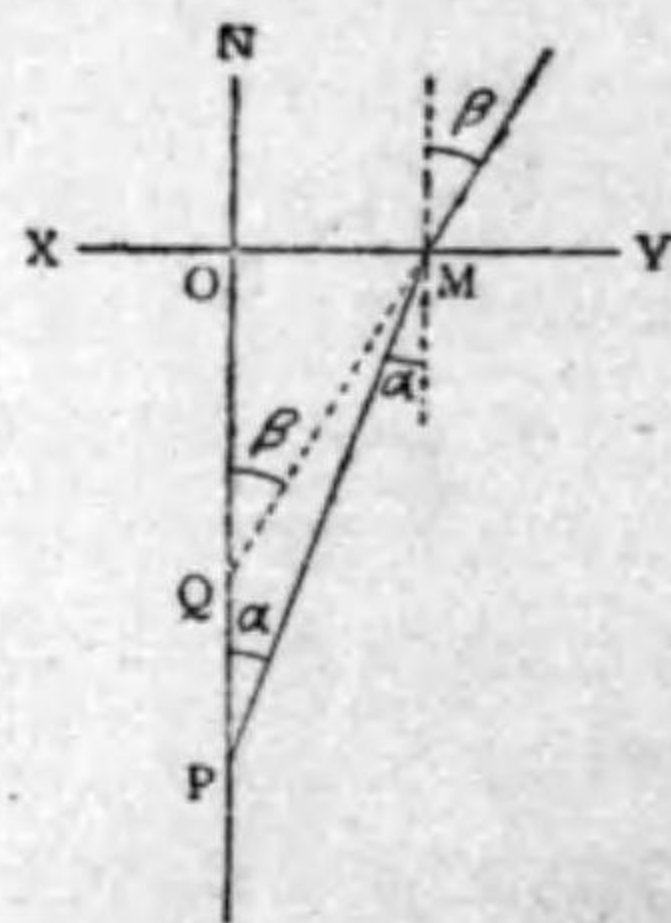
故に、 $OP \tan \alpha = OQ \tan \beta$ , 即ち  $\frac{OP}{OQ} = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$

$\alpha$  と  $\beta$  とは小さいから、§2注意2により、  
上巻4頁

$$\tan \beta = \sin \beta \quad \text{及び} \quad \tan \alpha = \sin \alpha$$

故に、 $\frac{OP}{OQ} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = n$

これを利用し、顕微鏡を用ひて屈折率を測ることができる。<sup>(2)</sup>



第309圖

§ 186. **プリズム**<sup>(3)</sup> プリズムは、普通硝子、水晶等で作つた三角柱である。本節に於ては、光線がプリズムの頂角  $\alpha$  を夾む二つの平面に於ける屈折によつて、如何にその方向を變ずるかを論ずる。但し、光線は常にプリズムの稜に垂直な平面上に在るものとする。

第310圖 ABC を稜に垂直な平面によるプリズムの

(1) Envelope ; die einhüllende Kurve. (2) その實驗方法については早川金之助氏物理實驗測定法 297頁—299頁を見よ。(3) Prism ; das Prisma.

切口, LPQM を光線とし、面

AB に於ける投射角を  $i_1$ , 屈折角を  $r_1$ , 面 AC に於ける投射角を  $i_2$ , 屈折角を  $i_2$  とする。

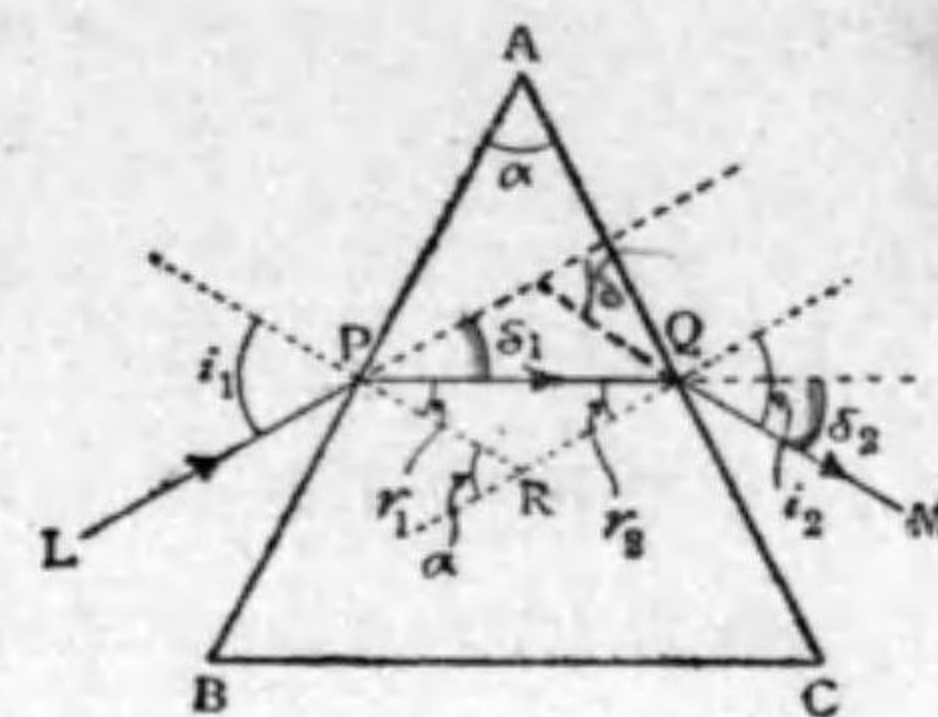
光線は P に於ては方向を

LP から PQ に變ずる。そ

の角を  $\delta_1$  とする。また、Q に於ては方向を PQ から

QM に變ずる。その角を  $\delta_2$  とする。最初の方向 LP

から最後の方向 QM までの方向の變化を  $\delta$  とすると、



第310圖

$$\delta = \delta_1 + \delta_2$$

然るに、 $\delta_1 = i_1 - r_1, \quad \delta_2 = i_2 - r_2$

故に、 $\delta = (i_1 + i_2) - (r_1 + r_2)$

また四邊形 APRQ に於て、

$$\angle APR = \angle AQR = \text{直角}$$

故に、R に於ける外角  $= \alpha$

従つて、三角形 RPQ を考へて、

$$r_1 + r_2 = \alpha \tag{1}$$

依つて、 $\delta = i_1 + i_2 - \alpha$  (2)

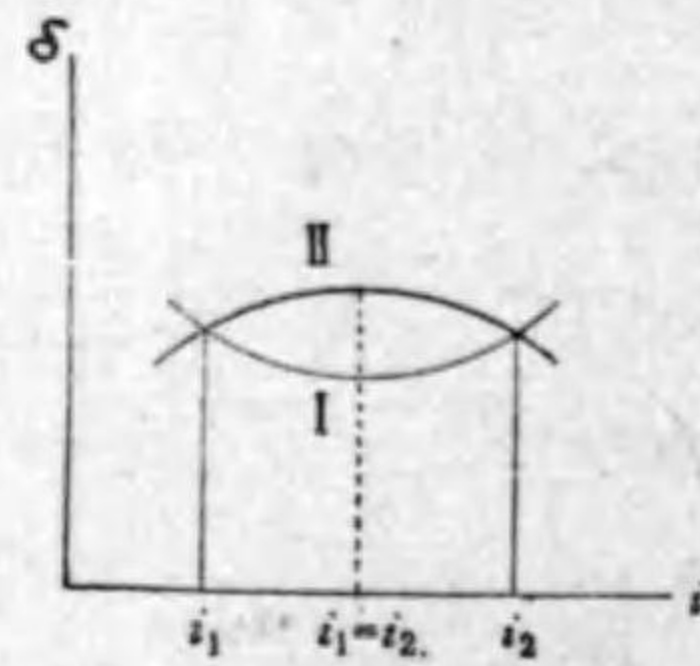
$\delta$  をプリズムに依る光線の**フレ**<sup>(1)</sup>といふ。その大きさは  $i_1$  によつて變る。 $i_1 = i_2$  なるように光線が投射すると、 $r_1 = r_2$  となり、プリズムの内に於ても、また外に於ても、

(1) Deviation ; die Ablenkung.

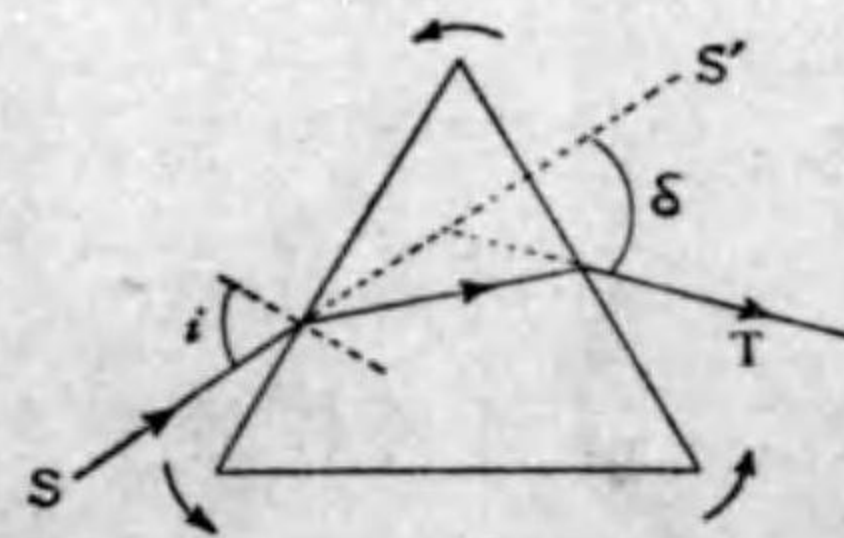
光線は AB 及び AC と等しき角を成す。このときフレは最小である。

何となれば、光線逆進の原理 (§182) により、初め AC に角  $i_2$  で投射すれば、フレはやはり  $\delta$  でなければならぬ。然るに、プリズムの面 AB と AC とは對等であつて、いづれに投射しても同様であるから、投射角を  $i$  で表はすと、 $i=i_1$  のときも  $i=i_2$  のときもフレは等しく  $\delta$  である。故に  $i$  と  $\delta$  との關係を表はすグラフを描いたならば、第 311 圖の I 若しくは II の如き曲線となり、 $\delta$  は  $i_1$  と  $i_2$  との間  $i_1=i_2$  の所に於て極小若しくは極大でなければならぬ。もとより、この

二つは兩立することはできない。いづれか一方が真である。その何れであるかは實驗的に判定することができる。それには、光線を一定の方向  $SS'$  に送り、先づ  $i$  の大なる位置にプリズムを置き、そのときプリズムを通りぬけた光線を T とする (第 312 圖)。今、 $SS'$  の方向は變へずに、プリズムを矢のように廻轉して  $i$  を次第に小さくすると、T は次第に  $S'$  の方に寄り



第 311 圖



第 312 圖

$\delta$  の次第に小さくなることを示す。然るに、T がある位置に達すると、それ以上プリズムを廻轉しても、T は  $S'$  の方に寄らずに却つて逆の方に廻轉する。故に  $i_1=i_2$  のとき  $\delta$  は極小である。これを最小のフレといふ。

【注意】  $i_1=i_2, r_1=r_2$  のときの最小なることは、(1) 及び (2) から數學的に證明することができる。これについては本多光太郎氏、物理學通論 237 頁を見よ。

最小のフレを  $\delta_0$ 、そのときの  $i$  を  $i_0$ 、 $r$  を  $r_0$  とすると (1) 及び (2) により、

$$r_0 = \frac{\alpha}{2}, \quad i_0 = \frac{\delta_0 + \alpha}{2} \quad (3)$$

然るに、

$$\frac{\sin i_0}{\sin r_0} = n$$

であるから、

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_0 + \alpha}{2}\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}} \quad (4)$$

故に、 $\alpha$  と  $\delta_0$  とを測定すれば、(4) によりプリズムを作つてある硝子、水晶等の屈折率を知ることができる。

【注意】實際の方法は分光計の所で説明する。

次に、 $\alpha$  が十分小なるときは、(1) によつて  $r_1$  及び  $r_2$  は十分小であつて、 $\sin r_1 = r_1, \sin r_2 = r_2$  と置くことができる。

(1) Minimum deviation; die Minimumablenkung.

尚ほ,  $\sin i_1 = n \sin r_1$ ,  $\sin i_2 = n \sin r_2$  なる関係があるから,  $i_1$  及び  $i_2$  も小である。故に,  $\sin i_1 = i_1$ ,  $\sin i_2 = i_2$  と置かれる。従つて,  $i_1 = nr_1$ ,  $i_2 = nr_2$ , 依つて (2) は,

$$\delta = n(r_1 + r_2) - \alpha.$$

$$(1) \text{ により } \delta = (n-1)\alpha. \quad (5)$$

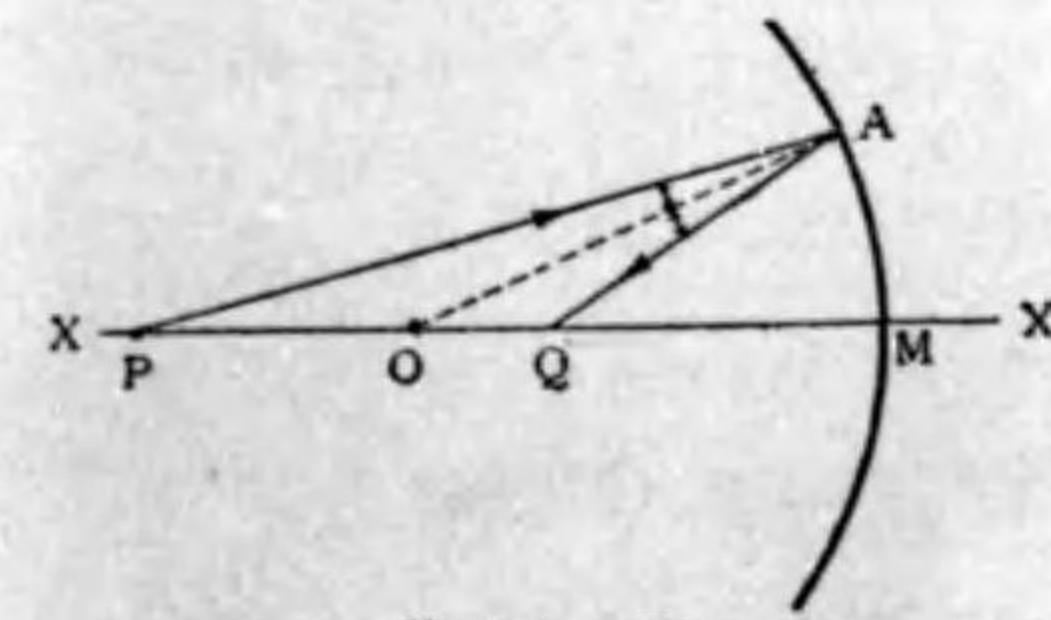
即ち, プリズムの角が十分小なるときは, フレは投射角に無関係である。

【注意】これはレンズの所で應用する。

## 第二十二章 球面鏡

§ 187. 凹面鏡<sup>(1)</sup> 光を反射する面が球面の一部であるような鏡を球面鏡<sup>(2)</sup>といふ。その中, 球の内面を反射面としたものを凹面鏡, 外面を反射面としたものを凸面鏡<sup>(3)</sup>といふ。また, その球面の中心を通り鏡面と交はる直線をその軸<sup>(4)</sup>といふ。

先づ凹面鏡について論ずる。今, 凹面鏡の前方に, 且中心  $O$  の外に, 發光點  $P$  が在るとし,  $P$  から出て鏡面  $A$  に於て反射する光線が,  $P$  を通る鏡の軸  $XX'$  と  $Q$  に於て交るとする(第 313 圖)。これから,  $P$  と  $Q$  との位置



第 313 圖

の關係を論ずる。さて,  $OA$  は  $A$  に於ける鏡面の法線であるから, 反射の法則 (§ 183) により,

$$\angle PAO = \angle QAO \text{ である。}$$

即ち,  $AO$  は  $\triangle PAQ$  の頂角  $A$  の二等分線である。故に  $O$  點は底邊  $PQ$  を  $PA$  と  $QA$  との比に内分する。即ち,

(1) Concave mirror ; der Konkavspiegel (der Hohlspiegel). (2) Spherical mirror ; der Kugelspiegel. (3) Convex mirror ; der Konvexspiegel. (4) Axis ; die Achse.

$$\frac{PO}{QO} = \frac{PA}{QA} \quad (1)$$

PA 及び QA の XX' と成す角が非常に小さいときには近似的に、

$$PA = PM, \quad QA = QM, \quad (2)$$

と置かれる。故に、この範囲内に於ては、(1)は次の如くなる。

$$\frac{PO}{QO} = \frac{PM}{QM} \quad (3)$$

そこで、 $PM = p$ ,  $QM = q$ ,  $OA = OM = R$  と置くと、 $PO = p - R$ ,  $QO = R - q$  であるから、(3)は次の如くなる。

$$\frac{p-R}{R-q} = \frac{p}{q}, \quad \text{即ち} \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R} \quad (4)$$

これは P と Q の位置関係を表はすものである。次に、P から鏡面に向つて發散する光線束があり、その各々 XX' との開きは小さくて、何れも (2) を満足するならば、何れの光線についても (4) が満足されて、Q の位置は一定になる。依つて、その光線束は一點 Q に收斂する。逆に、Q から M の方に向つて發散する光線束は、光線逆進の原理により P に收斂する。かくの如き関係にある二點 P と Q を、この鏡に関する **共軛點**<sup>(1)</sup> といふ。

さて、P から發散した光線束は、凹面鏡によつて Q に收斂されるのであるから、凹面鏡の性能は、その收斂性

(1) Conjugate points ; die konjugierte Punkte.

に在ると見なされる。その收斂能<sup>(1)</sup>の大きさを知るには、投射光線として、發散もせずまた收斂もしないもの、即ち平行光線束を用ひるのが便利である。かかる光線束は、發光點 P が無限遠に在るものと見ることができ、その收斂する點を求めるには、(4)に於て  $p = \infty$  と置けばよい。そうすると、

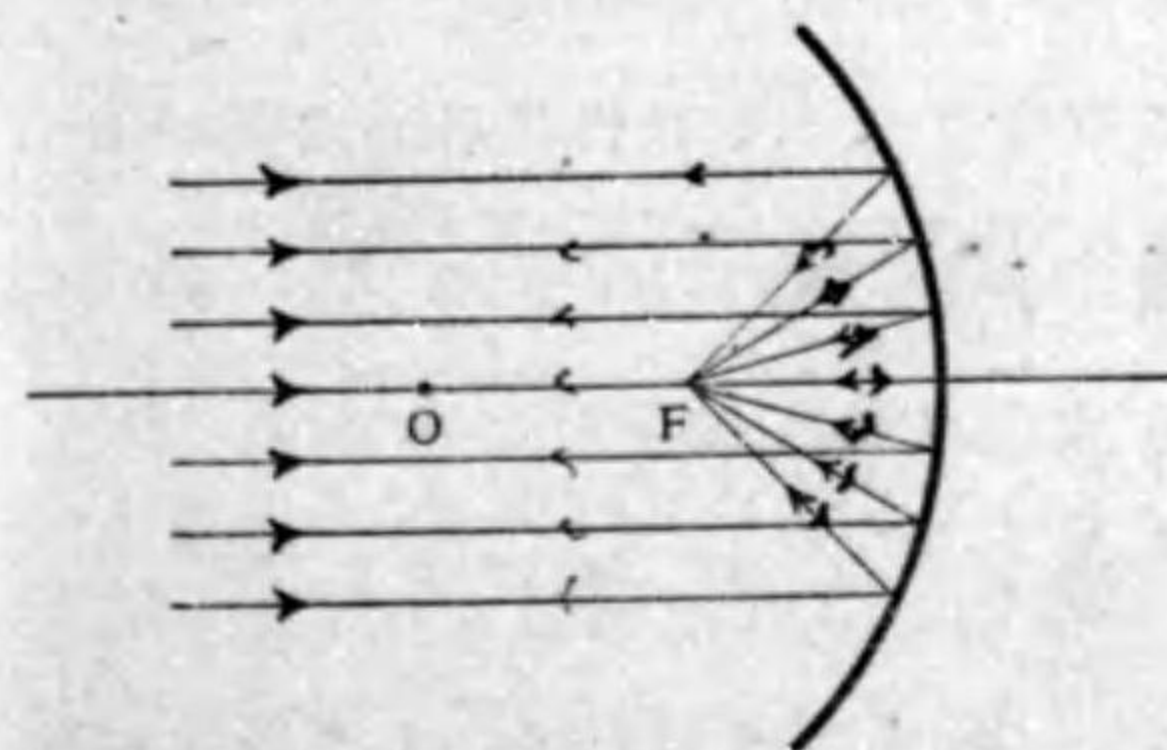
$$\frac{1}{q} = \frac{2}{R}, \quad q = \frac{R}{2} \quad (5)$$

即ち、凹面鏡は平行光線束を、鏡の前方  $\frac{R}{2}$  の點に收斂する性能がある(第 314 圖)。この點 F を凹面鏡の焦點<sup>(2)</sup>  $\frac{R}{2}$

をその焦點距離<sup>(3)</sup>といふ。これを  $f$  で表はすと、(4)は

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{p} + \frac{1}{q} &= \frac{1}{f} \\ \frac{1}{f} &= \frac{2}{R} \end{aligned} \right\} (6)$$

となる。



第 314 圖

【注意】焦點距離  $f$  は半徑  $R$  を知れば (6) によつて計算せられる。球尺を用ひて  $R$  を測ることは §55 に述べた。またこれを測る光學的方法については早川金之助氏物理實驗測定法 262-264 頁を見よ。

さて、 $f$  が大なる程收斂能が小であることを見なすこと

(1) Converging Power ; das Sammelvermögen. (2) Focus ; der Brennpunkt.

(3) Focal length ; die Brennpunktweite.

ができるから、収斂能を  $V$  で表はせば、

$$V = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$$

次に  $\frac{1}{R}$  は鏡の曲率であるから、これを  $K$  とすると、

$$V = 2K \quad (7)$$

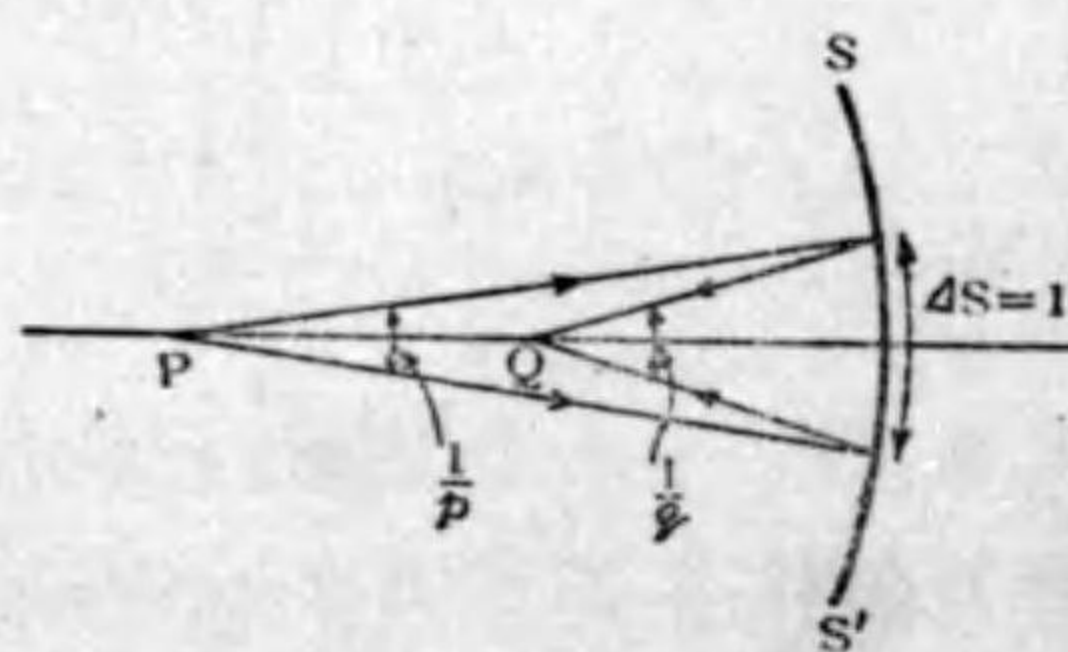
即ち、凹面鏡の収斂能はその曲率の二倍に等しい。

発光点  $P$  を、 $XX'$  上に於て無限遠から次第に  $O$  に近づけると、 $p$  は次第に小さくなるから、 $q$  は次第に大きくなり、 $P$  が  $O$  に合すると、 $Q$  も  $O$  に合し、 $P$  が  $O$  の内側にはいると、 $Q$  は外側に移り、 $P$  が  $F$  に達すると、 $Q$  は無限遠に去ることは(6)から明らかである。

【注意】(4)或は(6)は次のように解釋すると、その物理學的意義がよく分かる。先づこれを變形して、

$$-\frac{1}{p} + \frac{2}{R} = \frac{1}{q} \quad (8)$$

とする。そこで、 $\frac{1}{p}$  及び  $\frac{1}{q}$  の分子の 1 を  $SS'$  上の弧  $AS$  の長さと考え、 $\frac{1}{p}$  はレヂアンを單位とせる投射光線束の開き、即ち發散度<sup>(1)</sup>を表はす(第 315 圖)。



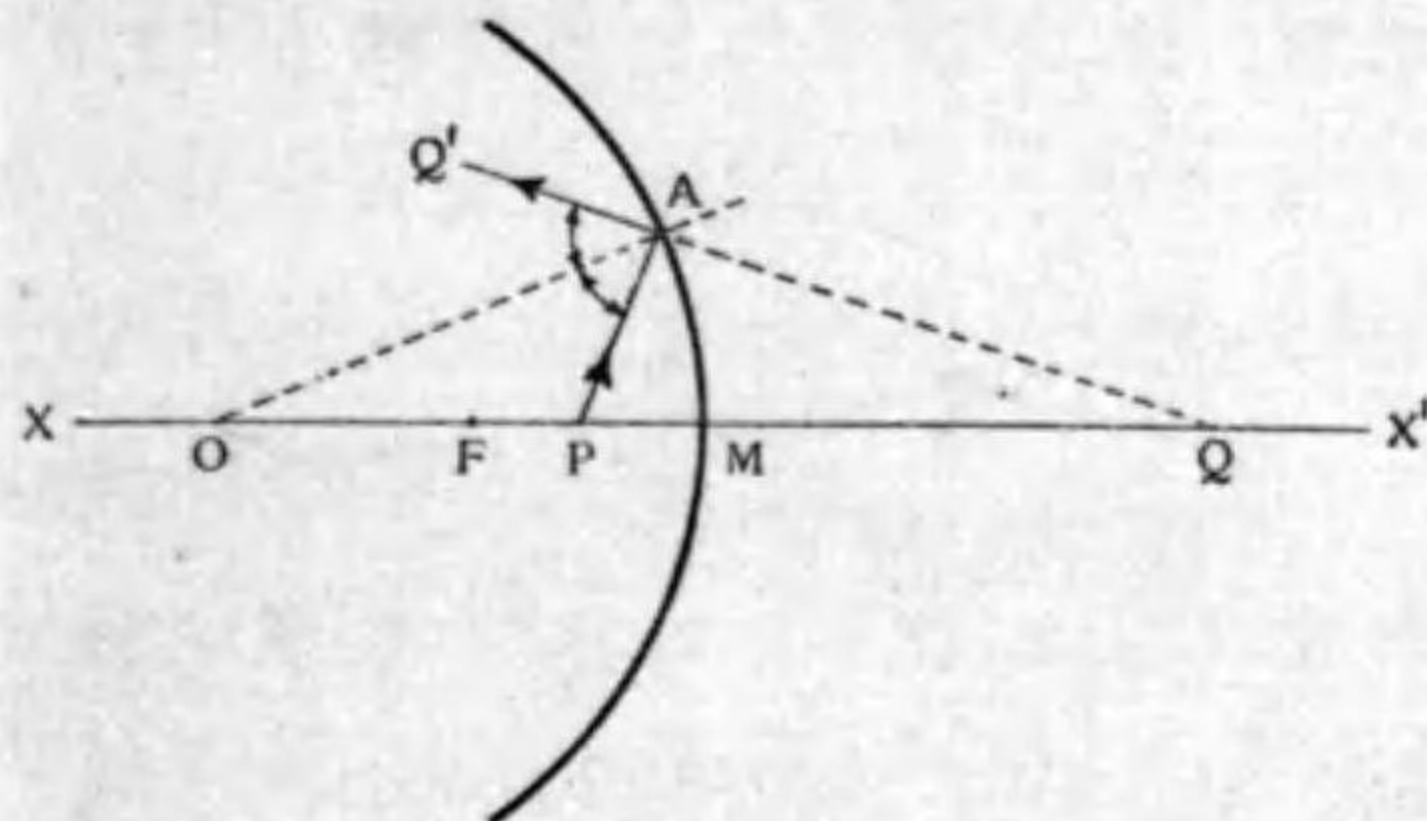
第 315 圖

また、發散は収斂の逆であるから、 $-\frac{1}{p}$  の収斂度を有するものと考へられる。同様に、 $\frac{1}{q}$  は反射光線束の収斂度を表はす。依つて、(8)を左から讀んで、初め  $-\frac{1}{p}$  の収斂度の光線束が  $\frac{2}{R}$  だけ収斂せられて収斂度  $\frac{1}{q}$  の

(1) Degree of divergency ; der Divergenzgrad. (2) Degree of convergency ; der Konvergenzgrad.

光線束に成つたものと解釋される。

發光点  $P$  が焦點  $F$  よりも内にはいると、これまでの理論は適用されない。然し、反射光線  $AQ'$  を逆に延長し、それが  $XX'$  と交はる點を  $Q$  とすると(第 316 圖)、 $AO$  は



第 316 圖

$\triangle APQ$  の  $A$  に於ける外角の二等分線であるから、 $O$  は底邊  $PQ$  を  $AP, AQ$  の比に外分する點である。

即ち、

$$\frac{QO}{PO} = \frac{QA}{PA} \quad (9)$$

$PA = PM = p$ ,  $QA = QM = q$  と置き、且、 $QO = R + q$ ,

$PO = R - p$  と置くと、

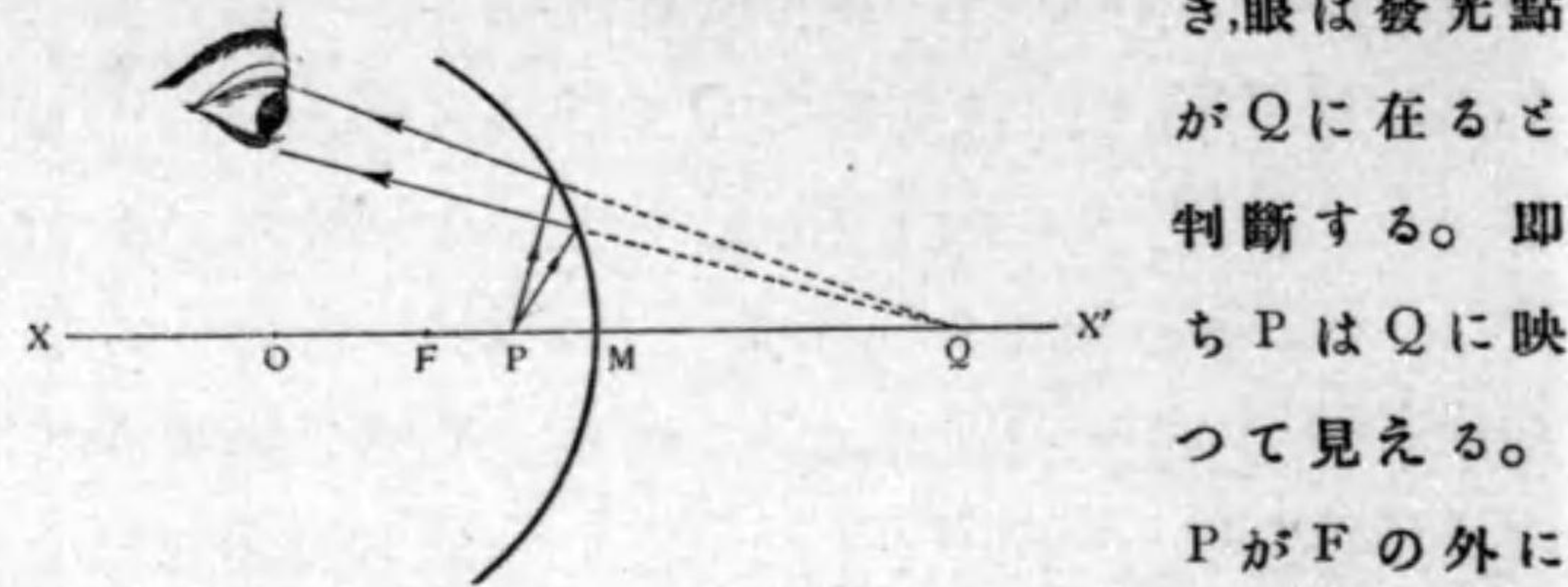
$$\frac{R+q}{R-p} = \frac{q}{p}, \text{ 即ち } \frac{R}{q} + 1 = \frac{R}{p} - 1.$$

故に、 $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{2}{R}$ , 即ち  $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$  (10)

従つて、 $P$  から鏡に向つて發散する光線束は、凹面鏡によつて反射された後にも發散光線であるが、これを逆に延長すると軸上の一點に集合する。

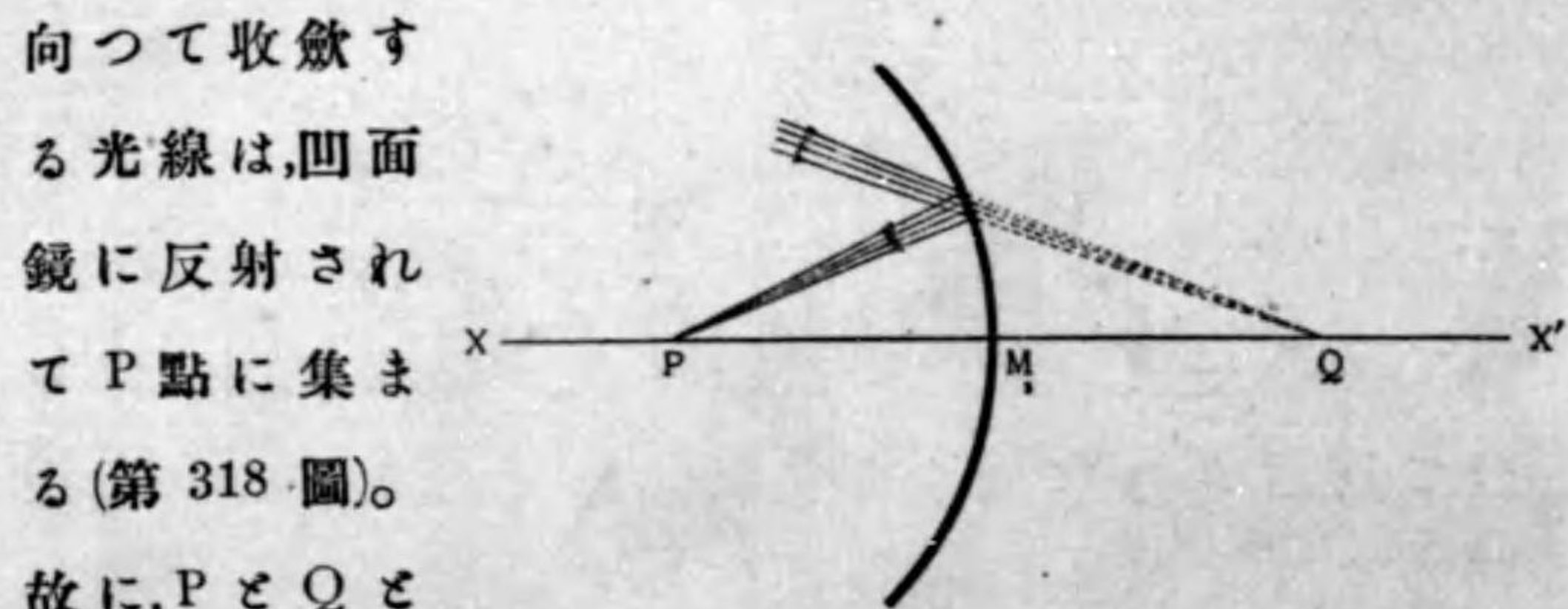
【注意】  $P$  が  $F$  よりも内にはいると、光線束の初めの發散度が  $\frac{2}{R}$  よりも大であるから、これを  $\frac{2}{R}$  だけ収斂しても、尚ほ發散すると解釋される。

さて、このとき鏡から反射する光は、恰も Q から出たかの如くに進行する(第 317 圖)。故に之を眼で見るとき、眼は發光點が Q に在ると判断する。即ち P は Q に映つて見える。P が F の外に在る場合に於ける Q のように、實際光が Q 點を通るときには、Q を P の實像<sup>(1)</sup>といひ、上の場合のように、實際光は Q を通らないけれども、光線を逆に延長したときこれを通るときには、Q を P の虚像<sup>(2)</sup>といふ。



第 317 圖

この後の場合に於ても、光線逆進の原理により、Q に向つて収斂する光線は、凹面鏡に反射されて P 點に集まる(第 318 圖)。故に、P と Q とを共軛點とい



第 318 圖

(1) Real image ; das reelle Bild. (2) Virtual image ; das virtuelle Bild.

ふ。

【注意1】 この場合には、初め収斂せる光線束を更に  $\frac{2}{R}$  だけ収斂するから、P は焦點内に來るものと解釋すればよい。

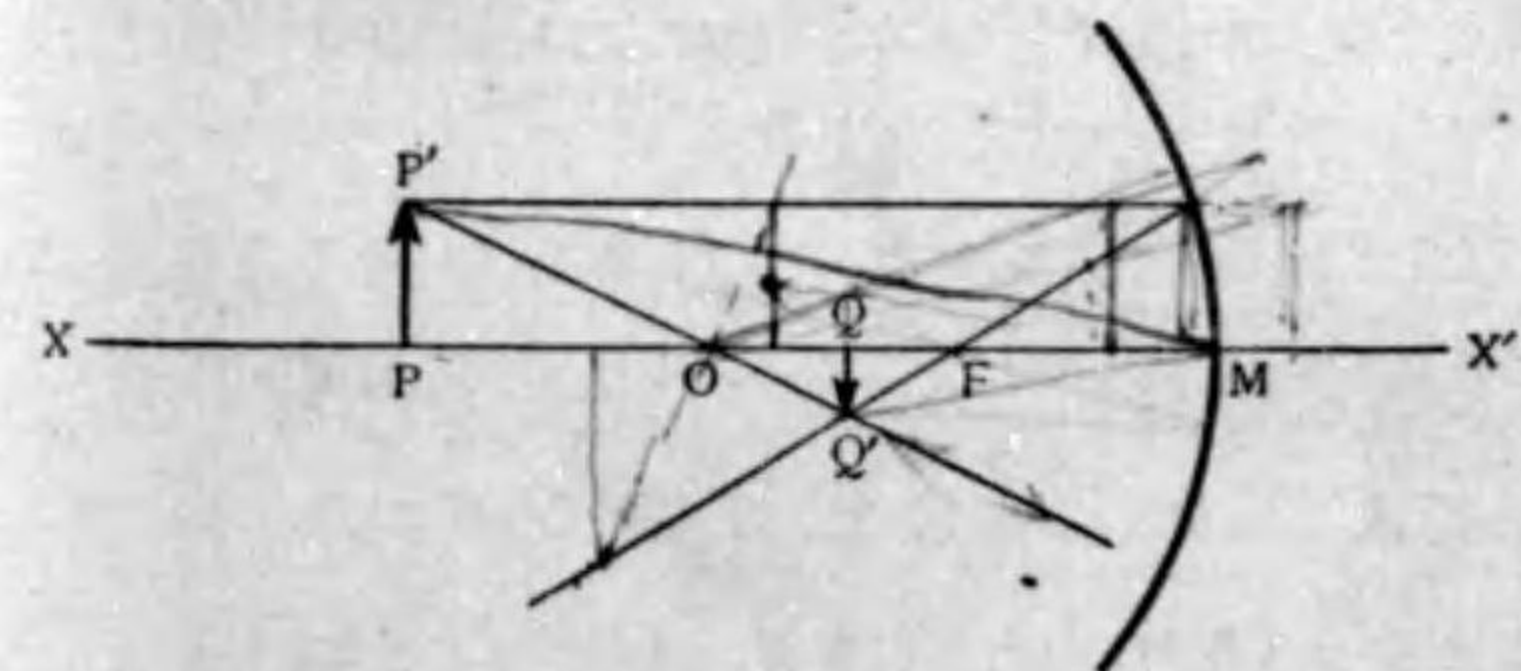
【注意2】 このように、鏡の背後の點に向つて収斂する光線が投射するときは、その點に發光點が在るものとし、(9)に於ける p を負とすればよい。このような見方は屢々用ひられる。

さて、凹面鏡の背後の點と鏡との距離を負とすると、(4)の q それ自身が負であるから、(6)と(10)とは次の一つの式に包括される。

凹面鏡の式 
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad (11)$$

【注意】 P と Q はいづれを發光點とし、いづれを像と見なしてもよい、即ち對等のものであることは、上に述べた所により、また(11)に p と q が對等にはいつて居ることからも分かる。これは、光線逆進の原理の結果によることは明らかである。P 及び Q は鏡の前方に在るときは實後方に在るときは虚である。そして、虚は負に、實は正に對應するのが便利であるから、(11)に於ては p, q は鏡の前方に測るときは正、後方に測るときは負に定めたのである。

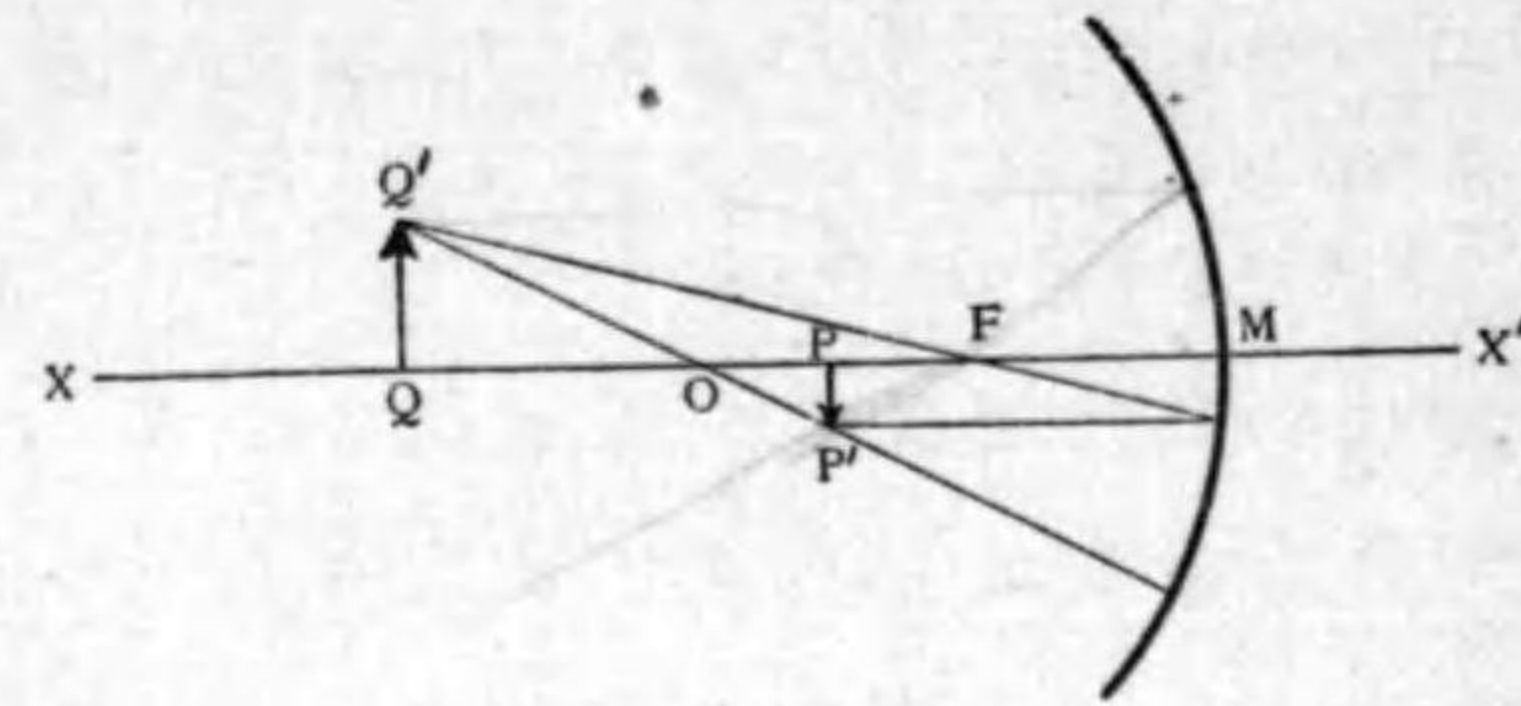
今、凹面鏡の軸 XX' に垂直なる小さい物體 PP' が在



第 319 圖

るとき、その各點は發光點と見なすことができるから、その各點に對する共軛點の集

合は、物體の實像或は虚像である。これは簡単に次の



第 320 圖

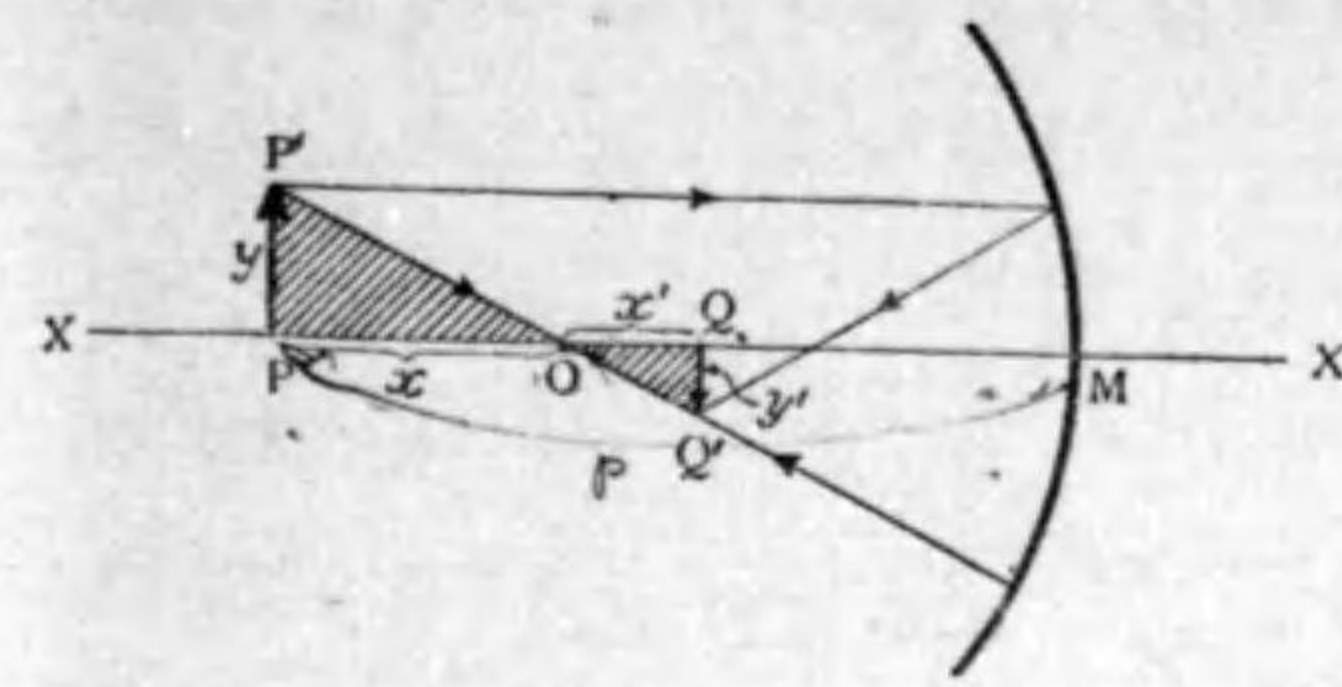
ようにして作  
圖することが  
出来る(第 320  
圖及び第 319  
圖)。P' から出  
た光の中, XX'  
に平行なもの  
は鏡から反射

した後 F を通り, O を通るものはもとの途を逆行する。  
この二光線の交りを Q' とすれば, Q' は P' の像である。  
何となれば, P' を出る, XX' と開きの小なる光線は, いづ  
れも鏡面から反射して一點に集るのであるから, その  
中の特別なもの二つの交はる點は, 即ち凡てのものゝ  
交る點でなければならぬ。そこで Q' から XX' に垂線  
Q'Q を下せば, これが PP' の像である。

【注意1】 P' から出た二つの特別な光線として, P'F 及び P'O を取つてもよい。

【注意2】 今後, 凸面鏡及び種々のレンズによる像を作圖するにも, 上述のような二つの特別な光線の交點として求めることができる。

第 321 圖に於て, QQ' を PP' の像とすると,  $\triangle OPP' \sim \triangle OQQ'$ 。故に,  $PP' = y, QQ' = y', OP = x, OQ = x'$  とすると,



第 321 圖

$$\frac{y}{y'} = \frac{f}{x'} \quad (12)$$

即ち, 軸に垂直なる  
物體の大きさと, それ  
の像の大きさとの比  
は, 鏡の曲率中心か  
らそれ等のものま

での距離の比に等しい。

以上論じた所により, 凹面鏡による像の大きさ及び性質(虚或は實, 正立或は倒立)は, 次の規則によつて知られる。

I. (11)によつて  $q$  を求めて像の位置を定め, またその正負によつて虚實を判定する。

II. 發光點と像とが鏡の曲率中心 O の同一の側に在るか反對の側に在るかを見る。前の場合には正立, 後の場合には倒立である。

III. 發光點及び像から中心 O までの距離を求めて像と實物との大きさの比を求める。

【注意】これから述べる凸面鏡及びレンズの理論の取扱ひ方の要領は, 上述の凹面鏡について述べた所で盡されて居るといつてもよい。讀者は上述の所論を色々の場合に適用吟味し, よくその物理學的意義を了解せられんことを望む。

§ 188. 凸面鏡. 前節と同様の方法により, 凸面鏡は



光線束を發散せしめる作用を有すること、そしてその發散能は $\frac{2}{R}$ であることが分かる。發散を負の收斂と解すれば、凸面鏡の收斂能は、

$$V = -\frac{2}{R} \quad (1)$$

である。また曲率を $-\frac{1}{R} = K$ とすれば、

$$V = 2K \quad (2)$$

となり、 $p$ と $q$ を前節と同様に用ひると、

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = V = 2K \quad (3)$$

となり、前節の式と同一の形となる。また $\frac{2}{R} = \frac{1}{f}$ とす

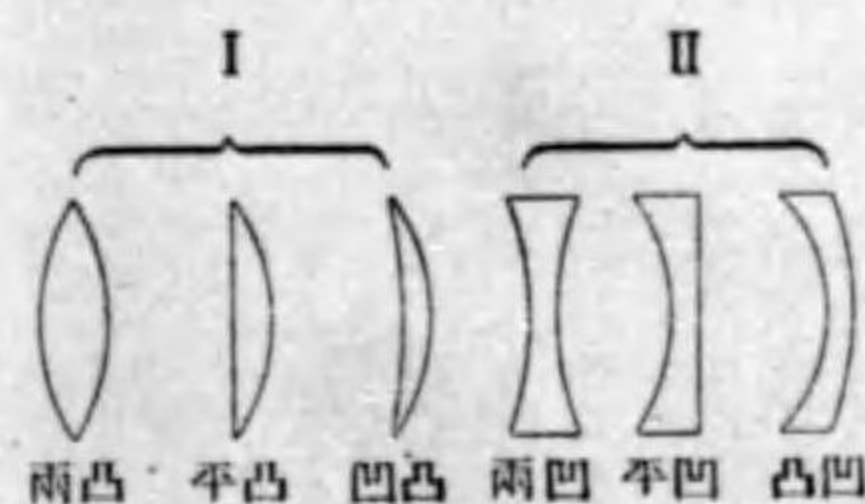
$$\text{ると} \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \quad (4)$$

となる。

【注意】著者によつては球面鏡の半徑 $R$ に正負を考へるけれども、本書にはその方法は採らない。然し、曲率には正負を考へる。但し、その符號の定め方は、收斂能のときは正、發散能のときは負とする。即ち、光學的に定めるのであつて、幾何學的に定めるのではない。また、著者によつては、 $f$ に正負を考へる。これは球面鏡の場合にはさし支へはないが、レンズの場合には兩側に焦點があるため混雜に陥る。故に本書には $f$ は常に正とする。その代りに $K$ 及び $V$ に正負を考へる。

## 第二十三章 レンズ

§ 189. **レンズ**<sup>(1)</sup> 硝子、水晶の如き透明體で作つた、二つの球面、或は一つの球面と一つの平面で境された、第322圖の如き形のものを**レンズ**といふ。そして、I



第322圖

のように、周圍よりも中央の厚いものを**凸レンズ**<sup>(2)</sup>といひ、IIのように、周圍よりも中央の薄いものを**凹レンズ**<sup>(3)</sup>といふ。尙ほ、兩面の形によつて

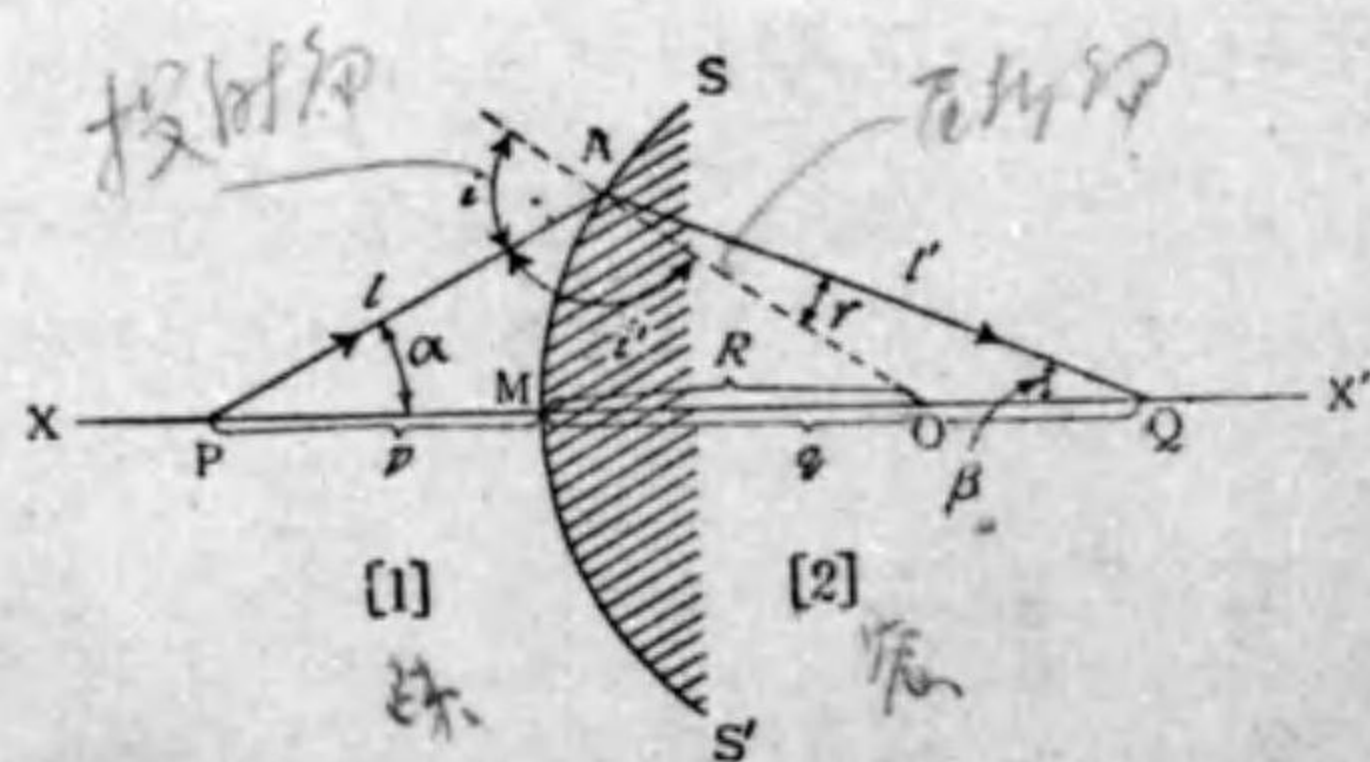
第322圖の下部に記したように、凸レンズを**兩凸レンズ**<sup>(4)</sup>、**平凸レンズ**<sup>(5)</sup>、**凹凸レンズ**<sup>(6)</sup>の三種に分ち、凹レンズを**兩凹レンズ**<sup>(7)</sup>、**平凹レンズ**<sup>(8)</sup>、**凸凹レンズ**<sup>(9)</sup>の三種に分つ。

【注意】レンズの命名法は一定して居ないようであるが、本書に於ては、中央が周圍より厚いか薄いかによつて凸凹の二種に大別する。

(1) Lens ; die Linse. (2) Convex lens ; die konvexe Linse. (3) Concave lens ; die konkave Linse. (4) Double Convex lens ; die bikonvexe Linse. (5) Plano-convex lens ; die plano-konvexe Linse. (6) Concave-convex lens ; die konkavokonvexe Linse. (7) Double concave lens ; die bikonvexe Linse. (8) Plano-concave lens ; die plano-konkave Linse. (9) Convex-concave lens ; die konvexe-konkave Linse.

その凸レンズの両面が、ともに凸なるときは両凸(即ち両面とも凸の凸レンズの意)、いづれか一面が平面なるときは平凸、またいづれか一面が凹なるときは凹凸(即ち凹んだ面のある凸レンズの意)といふ。凹レンズもこれに倣ふ。

§ 190. 球面に於ける屈折. レンズの作用を論ずる準備として、光の球面に於ける屈折を考へる。第 323 圖に於て、 $SS'$  を媒質 [1] と [2] の境の球面、 $O$  をその中心、 $P$  を発光点とし、先づ  $SS'$  は  $P$  の側に凸であるとし、媒質 [2] は [1] より光學的に密であるとする。  $P$  と  $O$  とを連ねる直線と球面との交点を  $M$  とし、 $P$  から發した光線  $l$  が球面  $SS'$  の  $A$  點に於て屈折して  $l'$  となつたとする。  $OA$  は  $A$  に於ける  $SS'$  の法線であるから、圖の  $i$  及び  $r$  は、それぞれ投射角及び屈折角である。屈折の法則 (§ 183) により、



第 323 圖

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{12} \quad (1)$$

である。  $l'$  が  $OM$  と交はる點を  $Q$  とし、  $PM = p$  と  $QM = q$  との關係を求めらる。

$\triangle APO$  及び  $\triangle AQO$  から、

$$\frac{PO}{AO} = \frac{\sin i'}{\sin \alpha} = \frac{\sin i}{\sin \alpha}, \quad \frac{QO}{AO} = \frac{\sin r}{\sin \beta}$$

邊々相割ると、

$$\frac{PO}{QO} = \frac{\sin i}{\sin r} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = n_{12} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

また、 $\triangle APQ$  から、

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{PA}{QA}$$

故に、

$$\frac{PO}{QO} = n_{12} \frac{PA}{QA} \quad (2)$$

然るに、  $PO = p + R$ 、  $QO = q - R$  であつて、  $\alpha$  及び  $\beta$  が小なるときは、  $PA = PM = p$ 、  $QA = QM = q$  と置かれるから、(2) は

$$\frac{p+R}{q-R} = n_{12} \frac{p}{q} \quad \text{即ち} \quad 1 + \frac{R}{p} = n_{12} \left(1 - \frac{R}{q}\right)$$

となる。故に、

$$\frac{1}{p} + \frac{n_{12}}{q} = \frac{n_{12}-1}{R} \quad (3)$$

媒質 [1] 及び [2] の絶対屈折率をそれぞれ  $n_1$  及び  $n_2$  とすると、§ 183 (5) により、  $n_{12} = \frac{n_2}{n_1}$  であるから、(3) は次の如くなる。

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (4)$$

媒質 [1] が空気るときには、  $n_1 = 1$  と置いてもよいから、このときの  $n_2$  を  $n$  とすると、

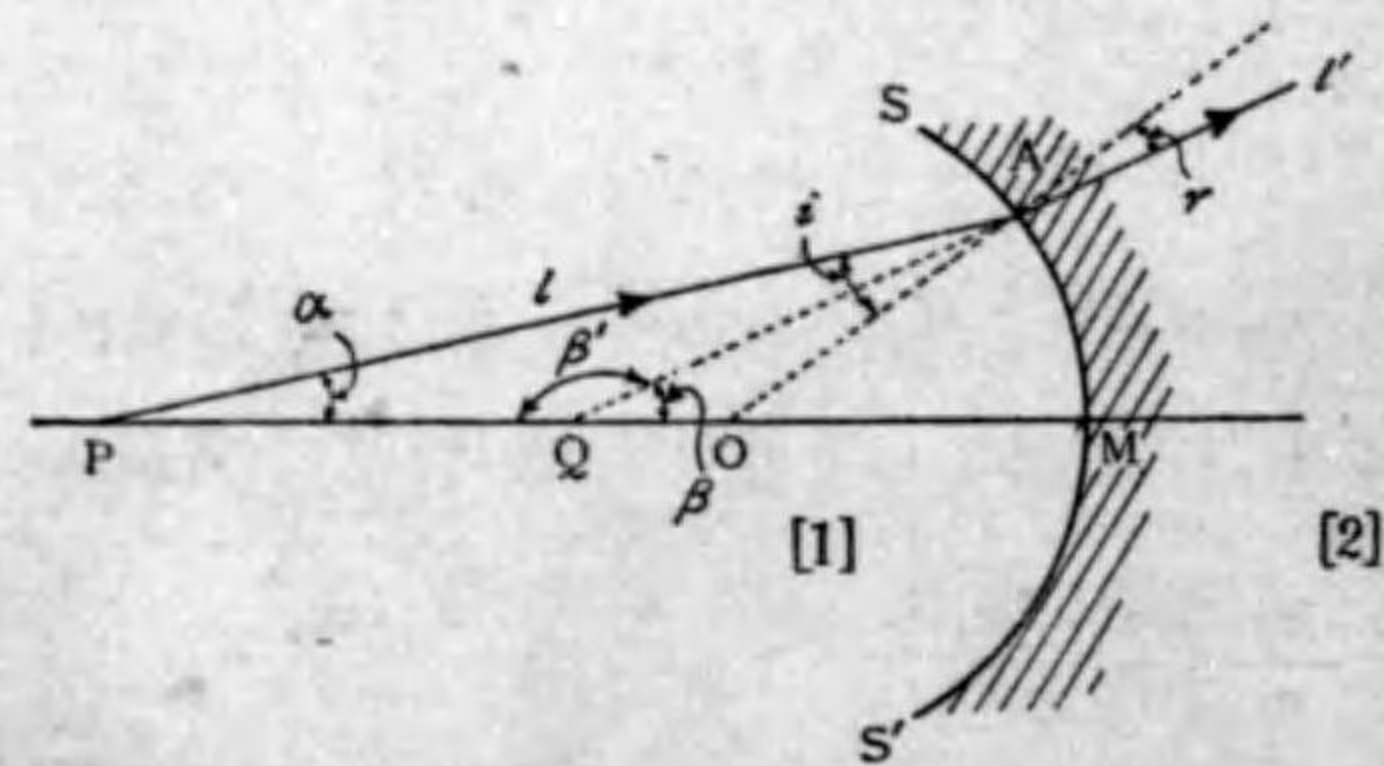
$$\frac{1}{p} + \frac{n}{q} = \frac{n-1}{R} \quad (5)$$

【注意】(4)は凹面鏡の場合§183注意と同様に解釋することができる。但し、こゝでは直接に發散度 $\frac{1}{p}$ 及び $\frac{1}{q}$ を採らずに、 $\frac{n_1}{p}$ 及び $\frac{n_2}{q}$ を採る。これをそれぞれ換算發散度<sup>(1)</sup>及び換算收斂度<sup>(2)</sup>と名づける。これを採るのが至當なること、及びかく名づくべき理由は後に説明する。(4)に於て  $p=\infty$  と置くと、

$$\frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

となる。これを換算收斂能<sup>(3)</sup>と名づけよう。

第 323 圖に於て、Q から SS' の方に光線を逆進せしめると、光線逆進の原理 (§182) により、SS' の作用によつて P に收斂する。その換算收斂能は前と同一であつて  $\frac{n_2 - n_1}{R}$  なることは明らかである。即ち、二種の媒質の境が球面であつて、それが光學的に疎なる媒質の方に凸なる場合には、いづれの側から投射する光線束に對しても收斂作用をなす。その收斂能は兩媒質の絶



第 324 圖

對屈折率の差と球面の曲率との積に等しい。

球面 SS' が光學的に疎な媒質[1]の方に凸なる場合(第 324 圖)も殆ど前の場合と同

(1) Reduced degree of divergency ; der reduzierte Divergenzgrad. (2) Reduced degree of convergency ; der reduzierte Konvergenzgrad. (3) Reduced converging power ; das reduzierte Sammelvermögen.

様に論ぜられる。即ち、 $\triangle APO$  及び  $\triangle AQO$  に於て

$$\frac{PO}{AO} = \frac{\sin i}{\sin \alpha}, \quad \frac{QO}{AO} = \frac{\sin r}{\sin \beta}$$

邊々相割ると、

$$\frac{PO}{QO} = \frac{\sin i}{\sin r} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = n_{12} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = n_{12} \frac{\sin \beta'}{\sin \alpha}$$

また  $\triangle APQ$  から、

$$\frac{\sin \beta'}{\sin \alpha} = \frac{PA}{QA}$$

故に、

$$\frac{PO}{QO} = n_{12} \frac{PA}{QA}$$

然るに、 $PO=p-R$ 、 $QO=q-R$  であり、且つ  $\alpha$  及び  $\beta$  が小なるときは  $PA=PM=p$ 、 $QA=QM=q$  と置き得るから、上式は、

$$\frac{p-R}{q-R} = n_{12} \frac{p}{q}, \quad \text{即ち} \quad 1 - \frac{R}{p} = n_{12} \left(1 - \frac{R}{q}\right). \quad (6)$$

故に、

$$\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = -\frac{n_2 - n_1}{R} \quad (7)$$

これにより SS' の換算發散能は  $\frac{n_2 - n_1}{R}$  に等しいことが分かる。また光線を逆進させた場合にも同一の發散能を有することが分かる。故に次のことが知らる。

二種の媒質の境が球面であつて、疎な方に凹なるときは、光線束を發散せしめる。その發散能は二媒質の絶對屈折率の差と球面の曲率との積に等しい。

さて、(7)に於ては Q が媒質[1]の中に在るから、q 自身が負であると解釋すれば、(4)の左邊と同一の形となる。また、吾々がレンズの面の凸凹を考へるときに、如くに、何時でもより密な媒質のみに着目して球面の

凸凹を考へ、凸なるときはその曲率  $K$  は正、凹のときは負とすれば、(4)と(7)は一つの式

$$\ast \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = (n_2 \sim n_1)K \quad (8)$$

に纏めることができる。そうして、この右邊は正のときは収斂能を表はし、負のときは發散能を表はす。また(8)は

$$\ast \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = D \quad (9)$$

と置かる。この右邊  $D$  は収斂能を表はすもので、

$$\ast D = (n_2 \sim n_1)K \quad (10)$$

である。

【注意1】 吾々は球面の曲率の符號を幾何學的に定めず、光を發散せしめるか収斂せしめるかによつて定めるのであるから、本節の場合には、凸のときは正、凹のときは負、球面鏡の場合には、凸のときは負、凹のときは正である。本節の場合には、光が球面を通過し、球面鏡の場合には反射せしめることを考へたならば、上述の結果の當然であることが了解せられる。また、 $q$  及び  $p$  はそれぞれ  $P$  及び  $Q$  が實なるときは正、虚なるときは負である。

【注意2】  $SS'$  が平面のときは(4)に於て  $R = \infty$  と置けばよい。そうすると、

$$\frac{n_1}{p} = -\frac{n_2}{q}, \text{ 即ち } \frac{-q}{p} = n_{12}$$

例へば、媒質1を水2を空氣とすると、 $\frac{1}{n_{12}}$  は水の屈折率に等しい。

これを  $n$  とすると、 $-\frac{p}{q} = n$  となり §185の結果と一致する。  
下巻122頁

§ 191. 球面に於ける屈折によりて生ずる像。 一つの球面に對して物體が在るとき、その表面の各點は自ら光を發するか

或は外より照らされて光を反射する故、それぞれ一つの發光點と見なすことができる。故に、その各々は球面の屈折によつて實或は虚の像を結び、これが連続して物體の像を生ずる。

今、實物と像との大きさの關係を求め、るために、物體を軸上の一、點  $P$  に直立せる  $PP'$  とし(第325圖)、その像を  $QQ'$  とする。直線  $P'Q'$  は  $O$  を通り、その  $PO$  との開きが小なるときは、 $QQ'$  は  $OQ$  に垂直である。そうして、

$\triangle OPP' \sim \triangle OQQ'$ . 故に

$$\frac{PP'}{QQ'} = \frac{PO}{QO} \quad (1)$$

前節の記號を用ひると、

$$PO = PM + OM = p + R$$

$$QO = QM - OM = q - R$$

また、

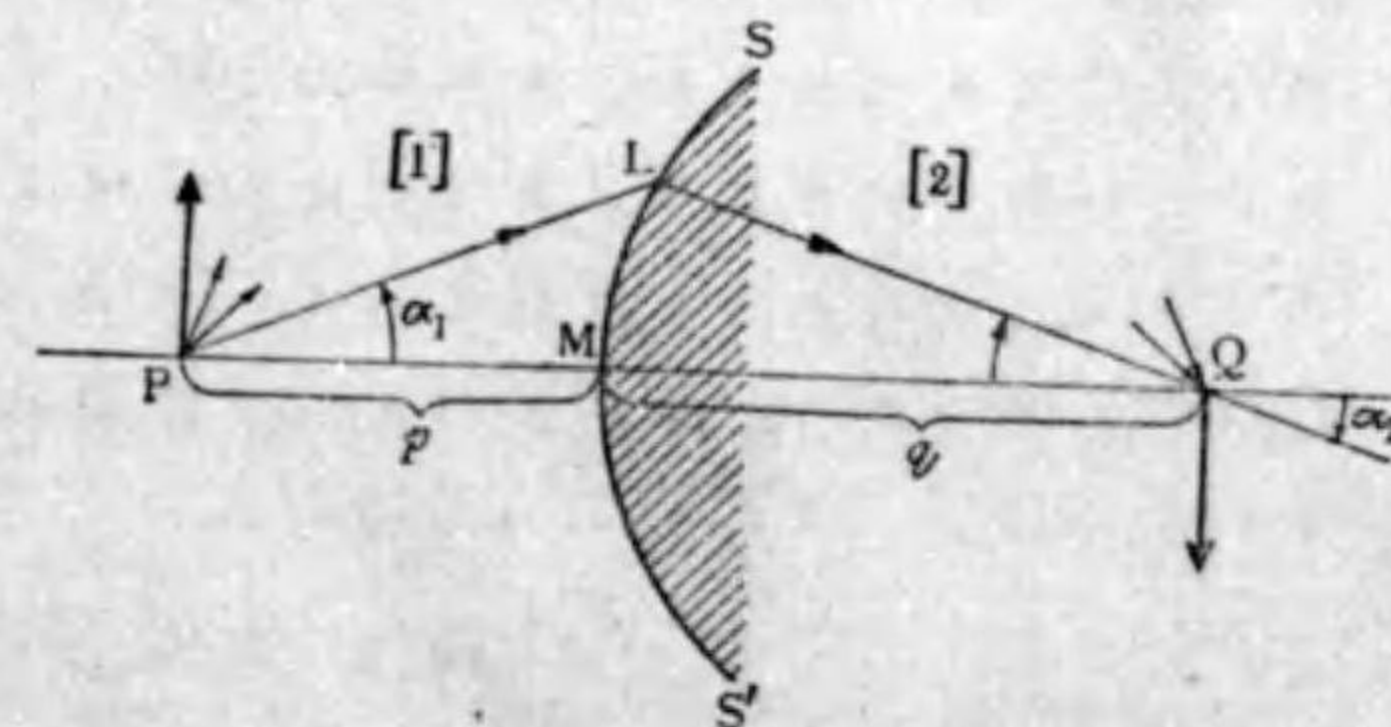
$$PP' = y_1, \quad QQ' = y_2,$$

として(1)に入れると、

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{p+R}{q-R} \quad (2)$$

これに前節(8)によつて求めた  $p$  及び  $q$  の値を入れると實物と像との比が分かる。

次に吾々は、後の便宜のために、上に述べた事を見方を換へて考へる、即ち發光點  $P$  から出た光線束は  $Q$  に集まるのであるから、その一つを探り、 $P$



第326圖

に於てそれと軸との開きを  $\alpha_1$ 、 $Q$  に於ける開きを  $\alpha_2$  としたとき、 $\alpha_1, \alpha_2, y_1, y_2$  の關係を求めてみる。今、その光線の  $SS'$  に交る點を  $L$  とすると、

$$\tan \alpha_1 = \frac{ML}{p}, \quad \tan \alpha_2 = \frac{ML}{q},$$

であるから、

$$\frac{y_1 \tan \alpha_1}{y_2 \tan \alpha_2} = \frac{y_1 q}{y_2 p} = \frac{(p+R) q}{(q-R) p} \quad (3)$$

然るに前節(4)により、

$$\frac{p+R}{q-R} \cdot \frac{q}{p} = \frac{n_2}{n_1} \quad (4)$$

であるから、

$$\frac{y_1 \tan \alpha_1}{y_2 \tan \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{即ち} \quad y_1 \tan \alpha_1 \cdot n_1 = y_2 \tan \alpha_2 \cdot n_2 \quad (5)$$

即ち  $ny \tan \alpha$  は両方の媒質について一定である。これをヘルムホルツの法則といふ。

【注意】この法則は後に合成レンズ及び厚いレンズを論ずるときに應用する。

§ 192. 薄いレンズ<sup>(2)</sup> レンズは二つの球面からできて居るから(平面は半径が $\infty$ の球面と考える)、必ず二つの球の中心が在る。これを結ぶ直線をレンズの主軸<sup>(3)</sup>といひ、これと球面との交点を極<sup>(4)</sup>といふ。

【注意1】球面鏡に於ては、その球面の中心を通る直線は何れも軸と考へることができるが、レンズの場合には主軸は唯一つである。これを單に軸といはずに主軸といふのは、後に述べる副軸に對するからである。

【注意2】レンズの一面が平面のときは、他の面を成す球の中心から、この平面に下した垂線が主軸である。

前述の如く、レンズには色々の種類があるが、その作用は、二つの球面の屈折を二回續けて行ふのであるから、その収斂、發散の合成作用を成すに過ぎない。兩面

(1) Hermann von Helmholtz (1821—1894) (2) Thin lens ; die dünne Linse.

(3) Principal axis ; die Hauptachse. (4) Pole ; der Pol.

凸なるものは兩面とも収斂作用をなし、兩面ともに凹なるものは、兩面とも發散作用をなす。一方凹他方凸なるものは、一方は發散、他方は収斂作用をなし、その曲率の大きい方の作用が他方に勝るのであるから、全體としては中央が周圍より厚いものは収斂作用を成し、中央が周圍より薄いものは發散作用をなす。故に前には凸レンズと凹レンズの二つに別けたがそれをまたそれぞれ収斂レンズ<sup>(1)</sup>及び發散レンズ<sup>(2)</sup>ともいふ。

レンズの主軸上に在る發光點P(それは虚なることもある § 187 注意2)から出る開きの小なる光線束は、レンズによつて主軸上に、實或は虚なる像Qを結ぶ。また、Qを發光點として光線を逆行せしめたならば、光線逆進の原理によりPに像を結ぶ。故にPとQとはこのレンズに關して共軛點といふ。次に共軛點相互の位置の關係を論ずる。

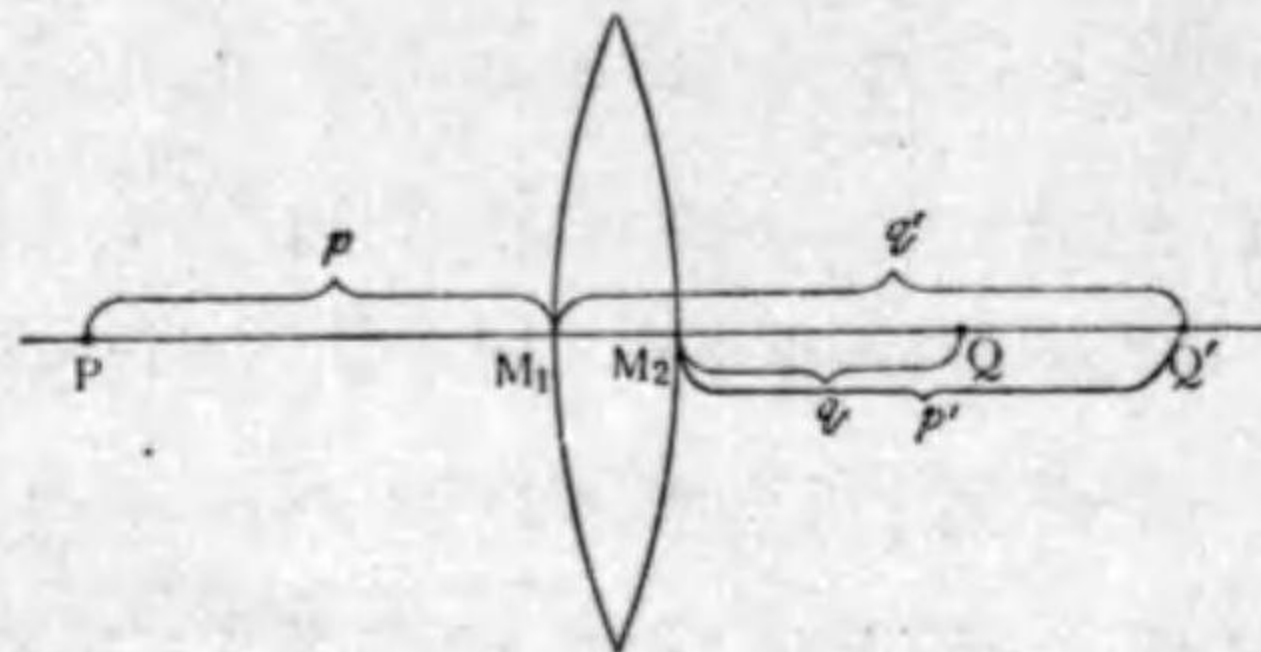
さて、吾々は既に前節に於て、レンズの兩面の作用を別々に論じてあるから、これからそれが如何様に合成されるかを論ずればよい。

主軸上に在る發光點PからM<sub>1</sub>までの距離をp、第一球面によるPの像をQ'、Q'からM<sub>1</sub>までの距離をq'、レンズの周圍の媒質を[1]、レンズの媒質を[2]とし § 190, (8)を

(1) Converging lens ; die Sammellinse (2) Diverging lens ; die Zerstreuungslinse.

適用すると(第327圖),

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q'} = (n_2 - n_1)K_1 \quad (1)$$



第327圖

こゝに  $K_1$  は初めに光の投射した球面の曲率である。次に  $Q'$  は第二の球面に對して發光點と見なすことができる。故に、 $Q'$  から  $M_2$  までの距離を  $p'$ , 第二の球面によつて生ずる  $Q'$  の像を  $Q$  とし、 $Q$  と  $M_2$  との距離を  $q$  とすると、§190(8)により、

$$\frac{n_2}{p'} + \frac{n_1}{q} = (n_2 - n_1)K_2 \quad (2)$$

こゝに  $K_2$  は第二の球面の曲率である。

【注意】  $Q'$  は媒質[2]中に在りて見なすべき發光點であつて、 $p'$  は  $Q'$  と  $M_2$  との距離であるから  $p'$  の分子は  $n_2$  である。

さて、吾々がこゝに薄いレンズといふのは、その厚さが  $p, q, p', q$  に比して小であつて、これを省略し得るものである。従つて、 $Q'$  の第一の球面からの距離  $q'$  と第二の球面からの距離  $p'$  とは相等しいと見なし得る。たゞ  $q'$  は第一球面からレンズの中の方に測つたとき正、 $p'$  は第二球面からレンズの中の方に測つたとき正としたのであるから、その符號は反對である。故に

$p' = -q'$  である。依て(2)は次の如くなる。

$$-\frac{n_2}{q'} + \frac{n_1}{q} = (n_2 - n_1)K_2 \quad (3)$$

(1)と(3)と邊々相加へると、

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_1}{q} = (n_2 - n_1)(K_1 + K_2) \quad (4)$$

これによつて次の事が知らる。薄いレンズの収斂能は、その兩側の球面の収斂能の代數的和に等しい。

普通の場合には媒質[1]は空氣であるから  $n_1 = 1$  と置き得る。故にこの場合に於て  $n_2 = n$  と置くと、

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = (n - 1)(K_1 + K_2) \quad (5)$$

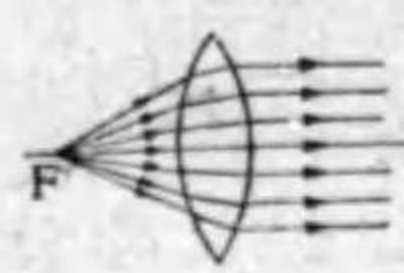
レンズの兩面の曲率半徑  $R$  が知れて居る場合に上式を適用するには、上式の  $K$  を  $R$  で表はせばよい、即ち、

$$\text{凸面のときは } K = \frac{1}{R}, \quad \text{凹面のときは } K = -\frac{1}{R},$$

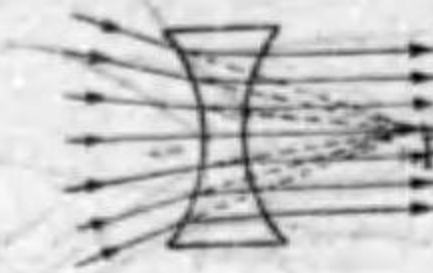
一々についていふと、

$$\left. \begin{aligned} \text{兩凸レンズ} & \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \\ \text{兩凹レンズ} & \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = -(n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \\ \text{平凸レンズ} & \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = (n-1)\frac{1}{R} \\ & \quad (R_1 \text{ 或は } R_2 = \infty) \\ \text{平凹レンズ} & \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = -(n-1)\frac{1}{R} \\ & \quad (R_1 \text{ 或は } R_2 = \infty) \end{aligned} \right\} (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{凹凸レンズ} \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} &= (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), R_1 < R_2 \\ \text{凹凸レンズ} \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} &= -(n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), R_1 < R_2 \end{aligned} \right\}$$



第328圖



第329圖

レンズを出た後の光線が主軸と平行なるべき発光点の位置(第328圖F)及び投射光線がレンズの主軸と平行なときに結ぶ像の位置(第329圖F)をレンズの主焦点<sup>(1)</sup>といふ。

【注意】ここに主焦点の主といふ語を冠した譯は後に述べる。

二つの主焦点は互にレンズの反対の側に在つてレンズからの距離は相等しい。この距離をそのレンズの焦点距離<sup>(2)</sup>といふ。これは(5)に於て  $p = \infty$  と置いたとき  $q$  の絶対値に等しい。即ち

$$\text{焦点距離 } f = \left| \frac{1}{(n-1)(K_1 + K_2)} \right| \quad (7)$$

従つて(5)は次の如く表はされる。

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \pm \frac{1}{f} \quad (8)$$

但し、収斂レンズについては+、發散レンズについては

(1) Principal focus ; der Hauptbrennpunkt. (2) Focal length ; die Brennpunktweite.

-を取る。

上述せる所により、レンズの性能はそれが凸であるか凹であるかといふことゝ、その焦点距離とによつて完全に定まる。然し、レンズの性能をいひ表はすには、焦点距離よりも寧ろその収斂能による方が便利である。  $f$  をメートルで表はしたとき、 $\pm \frac{1}{f}$  をレンズの**ディオプター**<sup>(1)</sup>といふ。これを  $D$  で表はすと、

$$D = \pm \frac{1}{f} = (n-1)(K_1 + K_2). \quad (9)$$

即ち 1ディオプターのレンズといへば、平行光線を1メートルの距離に収斂せしめる収斂能がある、2ディオプターといへば、その2倍の収斂能、即ち平行光線を0.5メートルの距離に収斂せしめる収斂能を有するものである。また、-1ディオプターといへば、平行光線を發散せしめ、1メートルの距離に虚像を結ぶものである。これを用ひてレンズの公式を表はすと、

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = D. \quad (10)$$

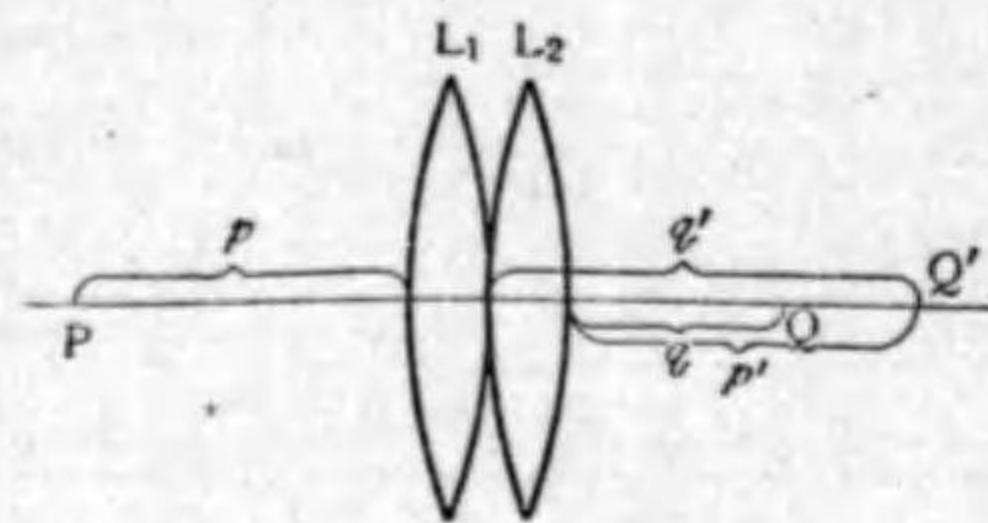
【注意1】上式を用ひる場合には、 $p$  及び  $q$  はメートルを單位に採ることを忘れてはならぬ。

【注意2】レンズのディオプターは、その収斂能を表はすものであるから、収斂レンズにあつては、發散度がそのディオプターを越へない光

(1) Dioptré ; das Dioptric. これは従來主として眼鏡に用ひられて居つたのであるが便利のため一般に用ひることゝする。

線束を投射すれば実像を結び、越過するとき、即ち発光点が主焦点以内に在るときは発散して虚像を結ぶ。また、発散レンズのディオプターは、その発散能を表はすのであるから、投射光線束の収斂度がこれを越へなければ発散して虚像を結び、これを越へるとき、即ち投射光線束が焦点(投射光の反対の側に在るもの)内に収斂するときには、実像を結ぶ。

§ 193. 薄いレンズの合成. 二個のレンズを、その主



第 330 圖

軸が一致するように重ねて置き、光が先きに投射するレンズを  $L_1$ 、他を  $L_2$ 、そのディオプターをそれぞれ  $D_1$  及び  $D_2$  とする(第 330 圖)。

$L_1$  から発光点  $P$  までの距離を  $p$ 、それによる  $P$  の像  $Q'$  までの距離を  $q'$  とすると、

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q'} = D_1 \quad (1)$$

また  $Q'$  から  $L_2$  までの距離を  $p'$ 、 $L_2$  による  $Q'$  の像を  $Q$  とし、 $Q$  から  $L_2$  までの距離を  $q$  とすると、

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{q} = D_2 \quad (2)$$

然るに、 $p' = -q'$  (3)

(1), (2) 及び (3) から  $p'$  及び  $q'$  を消去すると、

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = D \quad (4)$$

但し

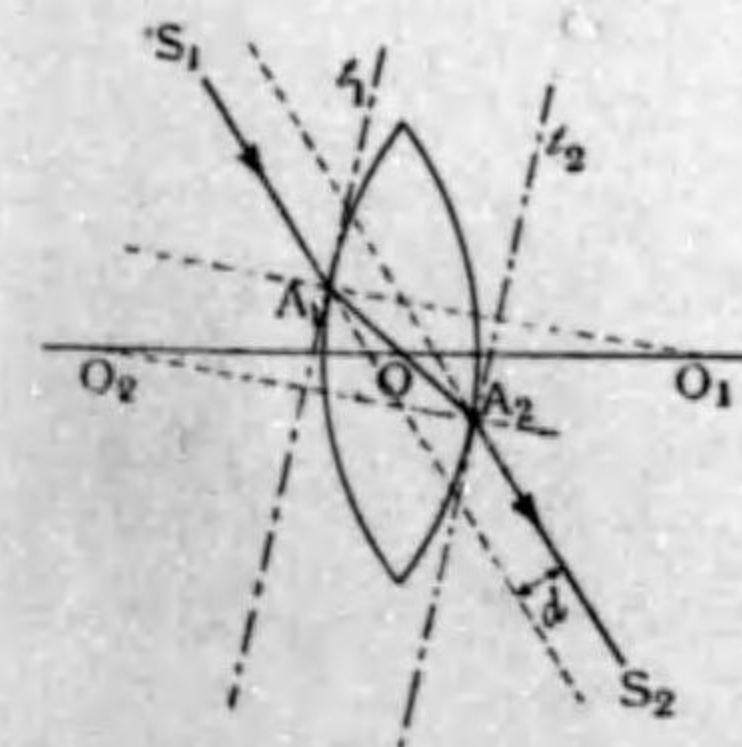
$$D = D_1 + D_2$$

即ち、接触して重ねた薄いレンズのディオプターは、各のレンズのディオプターの代数的和に等しい。 従つてこの合成レンズの焦点距離を  $F$  とすると、

$$F = \left| \frac{1}{D_1 + D_2} \right| \quad (5)$$

§ 194. 薄いレンズの光心<sup>(1)</sup>. 先づ、両凸或は両凹レンズを考へる。その両面を成す球の中心を  $O_1$  及び  $O_2$  とし、 $O_1$  から、それを中心とするレンズの面上の点  $A_1$  に直線  $O_1A_1$  を引き、 $O_2$  から、 $O_2$  を中心とするレンズの面に向かひ、 $A_1O_1$  に平行なる直線  $O_2A_2$  を引き、 $A_1A_2$  と主軸  $O_1O_2$  との交点を  $O$  とすると(第 331 圖)、

$$\triangle OA_1O_1 \sim \triangle OA_2O_2, \text{ 故に } \frac{O_1O}{O_2O} = \frac{O_1A_1}{O_2A_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (1)$$



第 331 圖

即ち  $O$  は、 $O_1O_2$  を兩球の半径の比に内分する点である。依つて、 $O$  は  $A_1$  或は  $A_2$  の位置に無関係な定點である。

今、 $A_1$  及び  $A_2$  に於て、それぞれの球に切平面  $t_1$  及び  $t_2$  を引くと、それは互に平行である。故にレンズの中に於て、 $O$  を通る光線  $S_1A_1A_2S_2$  は、兩面が平行なる板を通りぬけたものと見なすことができる。

(1) Optical centre of a thin lens ; der optische Mittelpunkt einer dünnen Linse.



従つて、光線の方向はレンズによつて變らぬ(§183)。たゞ、一方に少し(圖の  $d$ )片寄るだけである。然るに、レンズが薄く、且光線の主軸に對する開きが小さいときには、片寄り  $d$  を無視することができる。故に、近似的にいへば、その光線はレンズによつて進路の變化を受けない。  $O$  點をレンズの光學的の中心或は略して光心といふ。

【注意1】 兩凸レンズの兩面を成す二つの球の交りな  $C_1$  及び  $C_2$  とすると、直線  $C_1C_2$  と  $O_1O_2$  との交點  $C$  は光心である(第332圖)。何となれば、

$$\triangle CO_1C_1 \sim \triangle CO_2C_2 \text{ 故に,} \\ \frac{O_1C}{O_2C} = \frac{R_1}{R_2} \quad (1)$$

依つて  $C$  は  $O$  と一致する。

また  $O_1O_2$  と兩球との交點を  $M_1$  及び  $M_2$  とすると、 $O$  は  $M_1M_2$  を兩球の半徑の比に内分する點である。

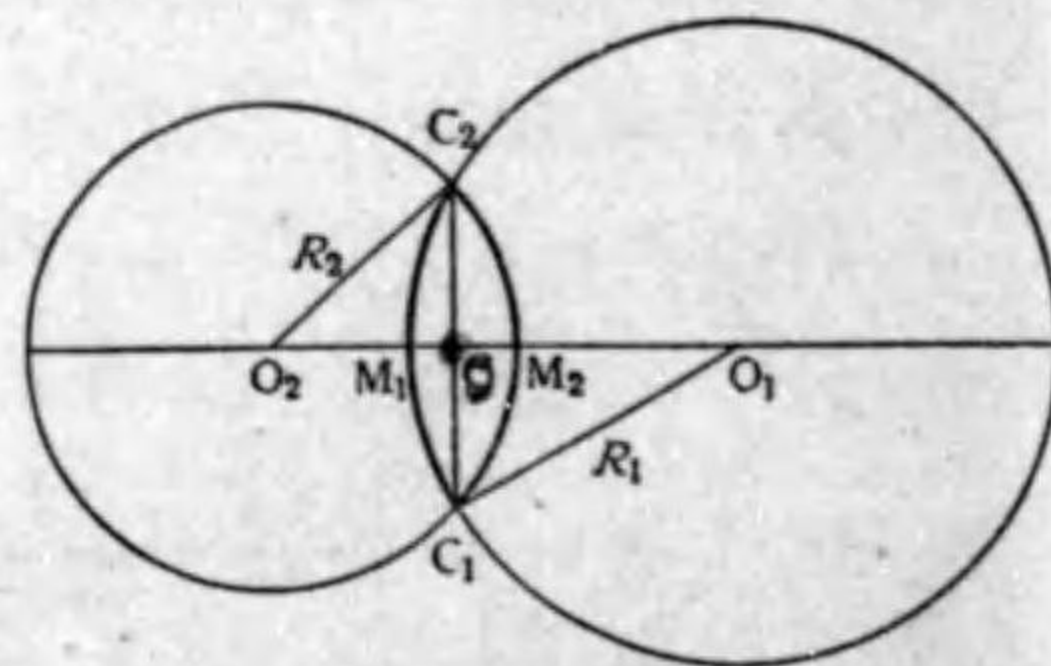
何となれば(1)により

$$\frac{O_1O - R_1}{O_2O - R_2} = \frac{R_1}{R_2} \text{ 即ち } \frac{M_1O}{M_2O} = \frac{R_1}{R_2} \quad (2)$$

これは兩凹レンズについても同様である。

【注意2】 平凸及び平凹レンズでは、レンズの一面の平面(その形圓)の中心が光學的の中心であることは注意1によつて明らかである。

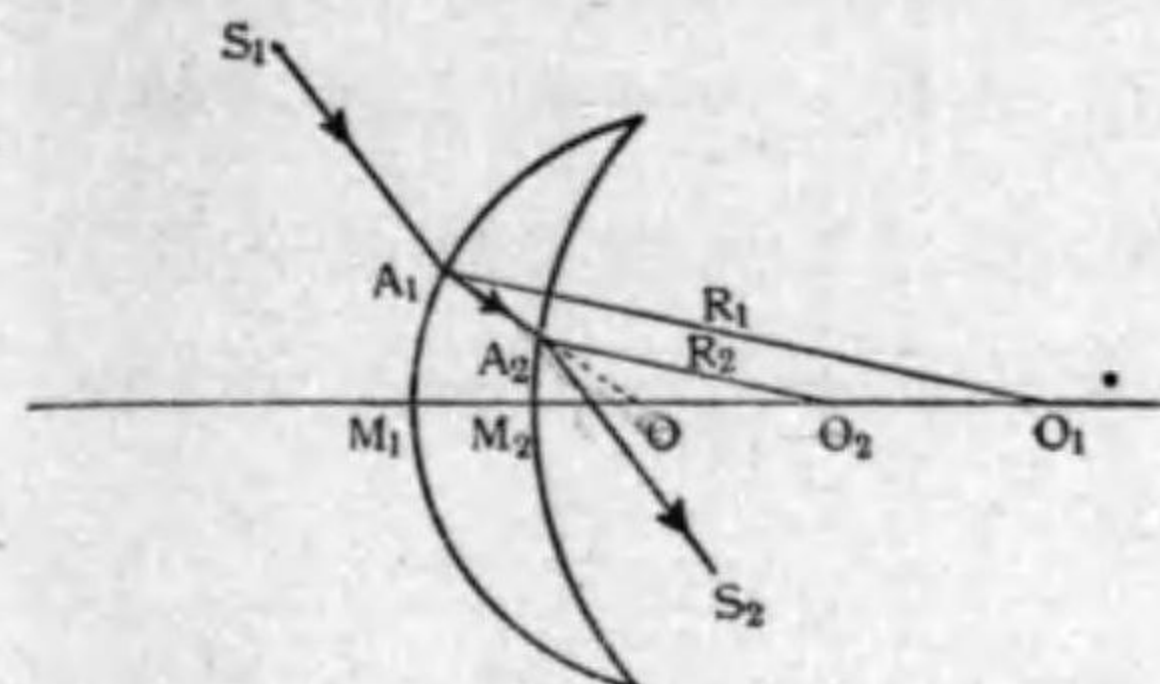
次に、凹凸或は凸凹レンズを考へる(第333圖)。その一つの球心  $O_1$  から前と同様に  $O_1A_1$ 、またこれと平行に  $O_2A_2$  を引き、 $A_1A_2$  と主軸  $O_1O_2$  との交點を  $O$  とすると、



第332圖

$$\frac{O_1O}{O_2O} = \frac{R_1}{R_2} \quad (3)$$

故に、 $O$  は  $O_1O_2$  を兩球の半徑の比に外分する點である。



第333圖

前に述べたように、レンズ内に於ける光の進路を延長したとき、 $O$  を通るときは、その光線の進路はレンズによつて變化を受けない。

$O$  を前と同様にこのレンズの光心といふ。

【注意】  $O_1O_2$  と兩球面との交點を  $M_1M_2$  とすると、 $O$  は  $M_1M_2$  を  $R_1$  と  $R_2$  との比に外分した點である。何となれば(3)から、

$$\frac{R_1 - O_1O}{R_2 - O_2O} = \frac{R_1}{R_2} \text{ 即ち } \frac{M_1O}{M_2O} = \frac{R_1}{R_2}$$

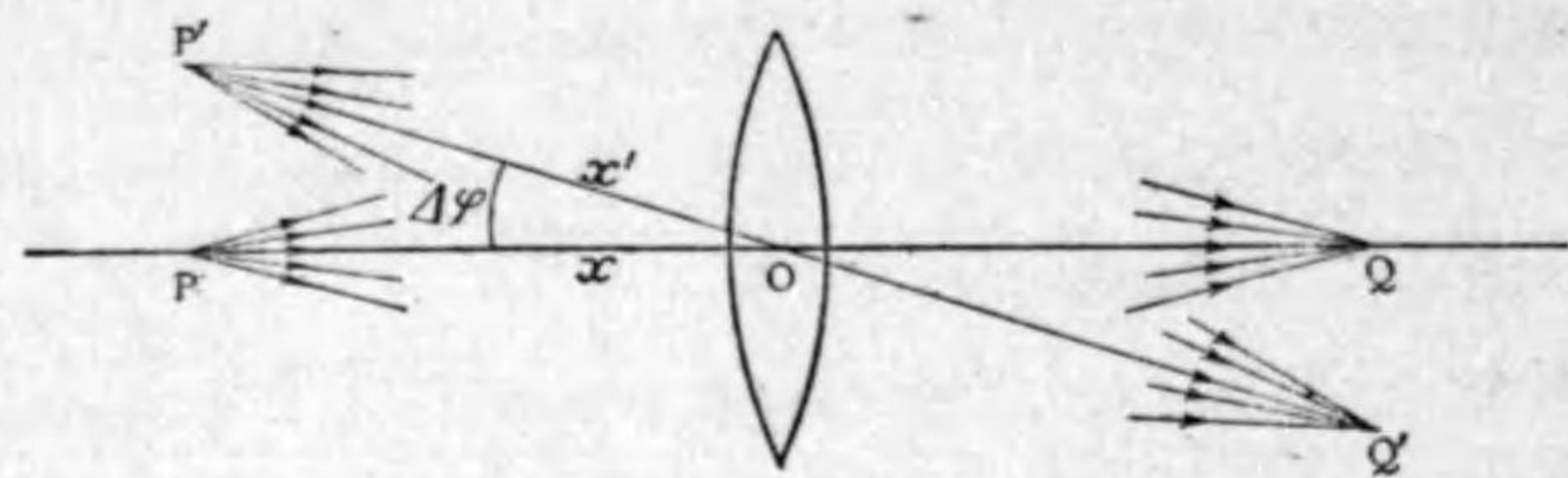
§195. 薄いレンズの副軸 <sup>(1)</sup> レンズの光心を通る直線をその副軸といふ。前節により、副軸と主軸との開きが十分小なるとき、その副軸と一致せる光線の方向はレンズによつて變化を受けない。

【注意】 副軸と名づけたのは、主軸に對するためである。主軸は唯一つ、副軸は無数にある。

$P$  と  $Q$  とをレンズの主軸上に於ける一組の共軛點とする(第334圖)。今レンズは動かさずに、 $P$  を、光心  $O$  を通りて主軸に垂直なる直線(圖では  $O$  を通り紙面に

(1) Auxiliary axis of a thin lens ; die Nebenachse einer dünnen Linse.

垂直)の周りに極僅か  $\Delta\varphi$  だけ廻轉して副軸上の  $P'$  に持ち來したとする。光線束を成す各光線は何れも  $\Delta\varphi$  だけ廻轉せられる。さて、レンズはその小部分を取れ



第334圖

ばプリズムと考へることができる。特にこの場合にはレンズの中でも  $O$  に近い部分のみを考へて居るのであるから、極めて頂角の小さいプリズムと考へてもよい。故に、§186(5)によりレンズを通つた後の光線も、みな  $\Delta\varphi$  だけ廻轉される。故に  $x'$  上の  $Q'$  に集る。依つて、 $P'$  と  $Q'$  とは副軸上に於ける共軛點である。即ち、レンズの公式

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \pm \frac{1}{f}$$

は副軸上に在る共軛點に對しても成り立つ。この式に於て、

$$q = \infty \text{ と置くとき } p = \pm f$$

となる。即ち、光線がレンズを出た後一つの副軸と平行なるためにはその發光點は、その副軸上  $O$  から  $\pm f$

の距離に在らねばならぬ。また、

$$p = \infty \text{ と置くとき } q = \pm f$$

となる。即ち、一つの副軸に平行に投射した光線束は、副軸上に於て、 $O$  から  $\pm f$  の距離に在る點に集る。故に一つの副軸上に於て  $O$  から  $\pm f$  の距離に在る點をその副軸上の焦點<sup>(1)</sup>といふ。

【注意】この焦點に對し主軸上の焦點を主焦點といふのである。

副軸の方向を色々に變ずるとき、その上の焦點の軌跡は、それぞれ各の主焦點を通る面となる。その主軸に近い部分を取れば平面と見なすことができる。これを焦點面<sup>(2)</sup>といふ。

§196. 薄いレンズによつて生ずる像。物體表面の各點は、自ら光を發し或は外から照らされて光を反射するから、發光點と見なすことができる。これを、レンズの一方の側に置くと、その各點はそれぞれ共軛なる位置に實或は虚の像を生じ、それが連続して物體の像を生ずる。その位置はレンズの公式

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = D \quad (1)$$

によつて計算することができる。

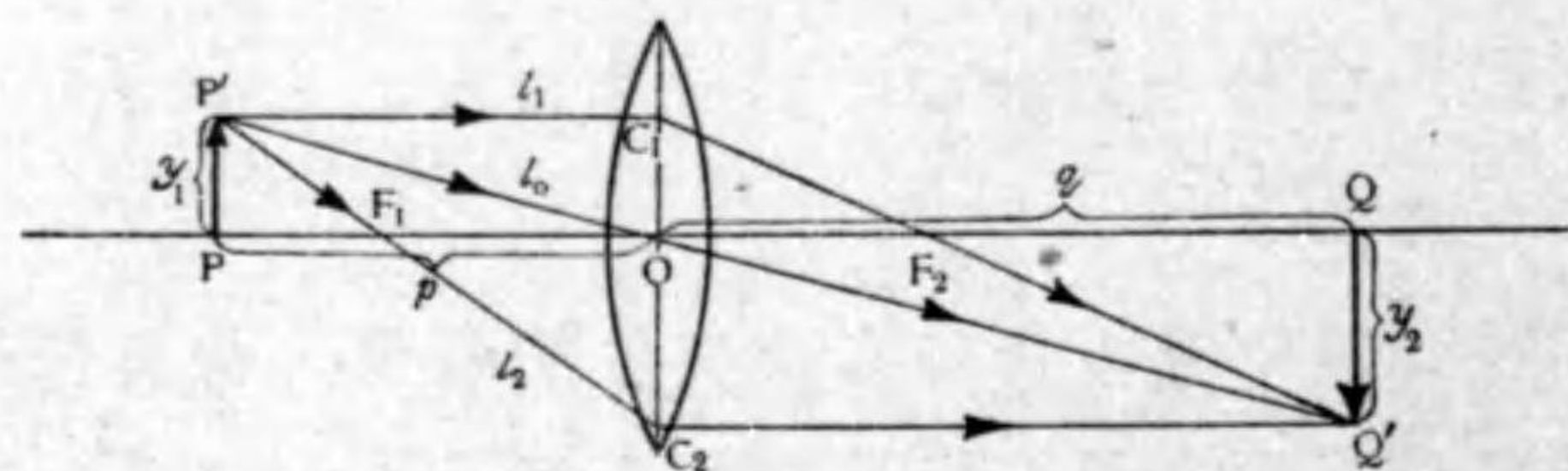
また像は次のように作圖することができる。物體

(1) Focus ; der Brennpunkt. (2) Focal-plane ; die Brennebene.

の一点 P' から發する光線の中、次の特別なる三つを考へる。

第一. 光心 O を通るものはレンズによつて進路が變化されない(第 335 圖  $l_0$ )。

第二. 主軸と平行に投射した光線はレンズを通過した後物體と反對の側の主焦點(収斂レンズの場合)を通り、或はこれを逆に延長したとき物體と同一の側の主焦點(發散レンズの場合)を通る(第 335 圖  $l_1$ )。



第 335 圖

第三. 物體の在る側の主焦點(収斂レンズの場合)或は反對の側の主焦點(發散レンズの場合)に向つて進む光線はレンズを通つた後主軸に平行である(第 335 圖  $l_2$ )。

故に、 $l_0, l_1, l_2$  中のいづれか二つの交點  $Q'$  は  $P'$  の像である。  $P'$  及び  $Q'$  から主軸に垂線  $P'P=y_1$  及び  $Q'Q=y_2$  を下すと、

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{p}{q} \quad (2)$$

然るに(1)により、

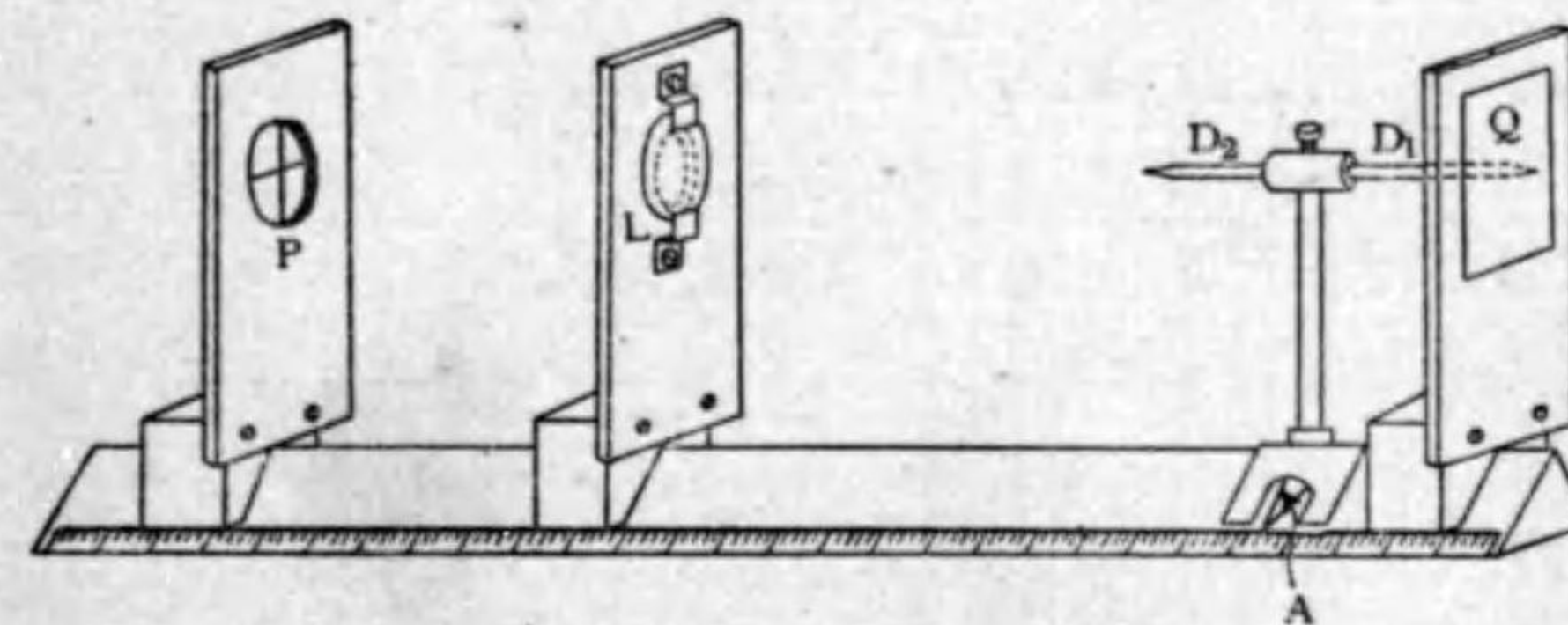
$$1 + \frac{p}{q} = pD \quad \text{即ち} \quad \frac{q}{p} = \frac{1}{pD-1} \quad (3)$$

これによつて (像の大きさ) : (物體の大きさ) 即ち擴大率を知ることができる。

【注意】レンズによつて生ずる像の性質を知るには、第一圖を描いて大體の性質を知り置き、第二(1)によつて  $q$  を求めてその位置を決定し、且虚實、正立倒立を定め、第三(3)によつて大きさを求める。

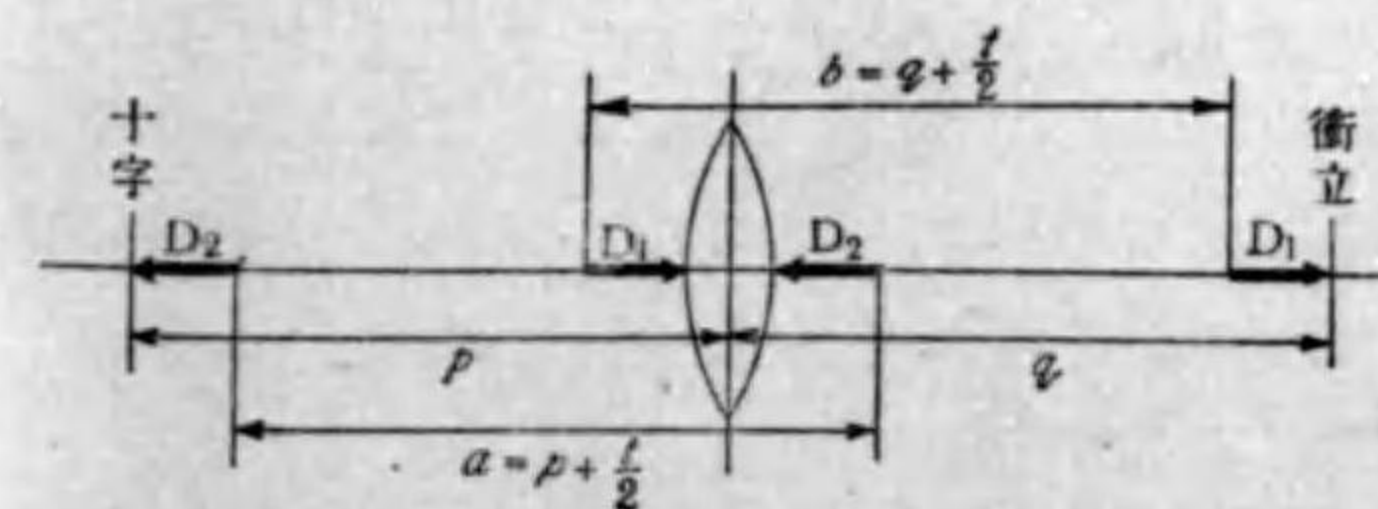
§ 197. 薄いレンズの焦點距離測定法. I. 凸レンズ.

凸レンズの焦點距離は、前節(1)を利用して測ることができる。それには、第 336 圖の如く、細い十字線 P、レンズ L 及び衝立 Q を、同じ高さ



第 336 圖

るように、尺度を刻んだ臺の上に置き、P を光で照らし、その實像を Q 上に結ばしめ、これを観ながら Q の位置を色々變へて、その最も明瞭な位置を求める。そのときの  $p$  及び  $q$  を測る。それには P 及び L と同高



第 337 圖

の棒  $D_1D_2$  を圖の如くに置き、指針 A の指す尺度の目盛により、第 337 圖に示す如くにして、 $a$  と  $b$  から定める。こゝに  $t$  はレン

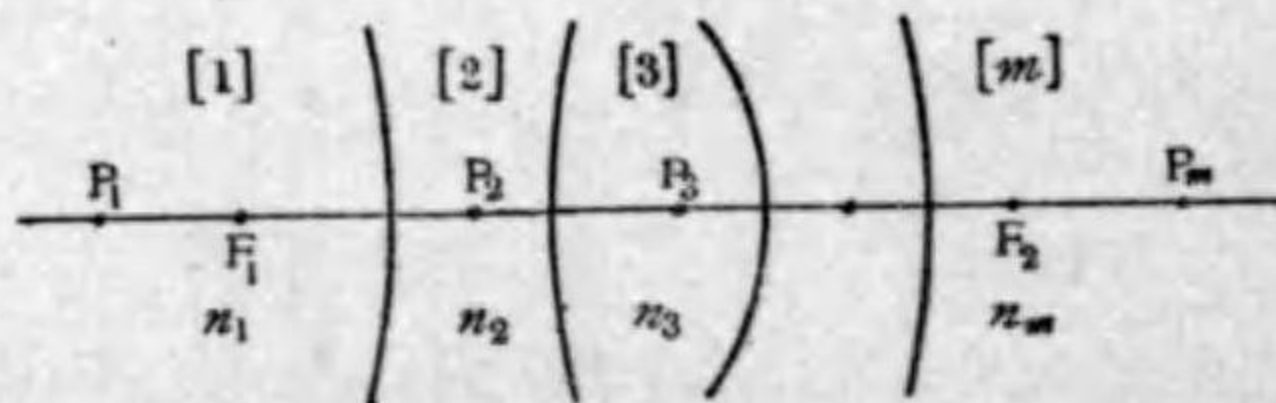
ズの厚さであつて、他の方法(例へばスフェロメーターにて)で測る。これにより(1)から  $D$ 、従つて  $f$  を求める。

Ⅱ. 凹レンズ. 測らうとする凹レンズの發散能よりも收斂能が大きくて且そのジオプターの知れて居る凸レンズを重ね合はしその合成レンズの焦點距離を  $1$  によつて測り、然る後 §193(4)を利用して所要の焦點距離を求めればよい。

【注意】レンズの焦點距離測定には色々の方法がある。その詳細は早川金之助氏物理實驗測定法 266頁—274頁を、或は柏木好三郎氏物理實驗三十題 62頁—65頁を見よ。

§ 198. 合成レンズ及び厚いレンズ. 本節に於ては、二個或は數個のレンズを合成したものと(§ 193はその特別の場合)及び厚いレンズについて論ずるのであるが、これ等のレンズの屈折面は、いずれも同一直線即ち共通の主軸の上に中心を有する數個の球面より成る。かゝる球面の一系を、共軸球狀屈折面系<sup>(1)</sup>といふ。それで、先づ一般的に、これについて論じ、次に具體的のものに適用する。このような場合にも、その球面を別々に考へたならば、前に述べた方法を順次に適用することによつて取り扱はれるが、そうすると非常に複雑であるから、これからは、できるだけすべての球面を一括して取り扱ふようにする。

光線の投射する側から初め、その通過する順序に従ひ、媒質に  $1, 2, 3, 4, \dots, m$  の番號を附け、その屈折率をそれぞれ  $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots, n_m$  とする(第



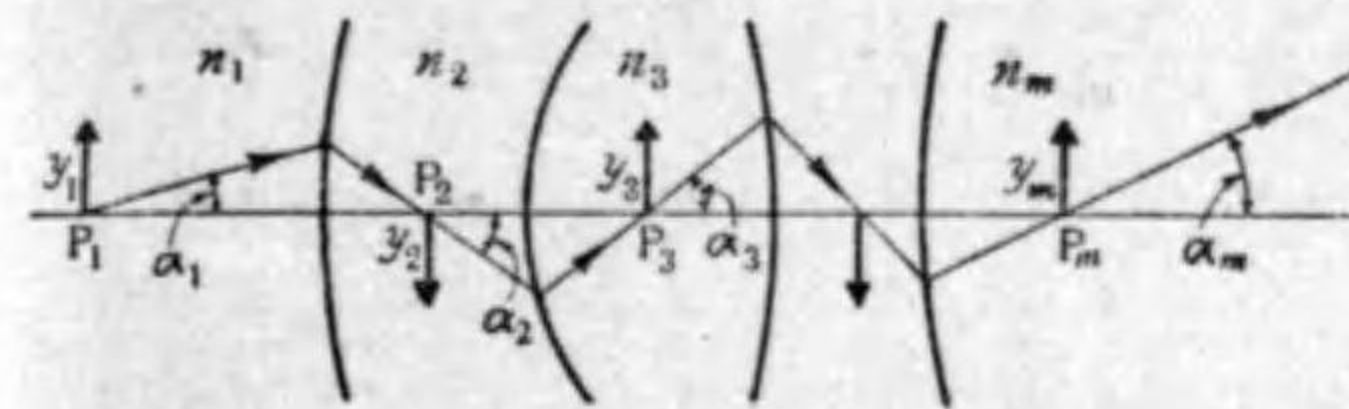
第 338 圖

338 圖)。媒質  $1$  の軸上に發光點  $P_1$  が在るときは、これより發した軸と開きの小なる光線束は、第一の球面によつて軸上の一

(1) Central system of spherical surfaces ; ein zentrierte System brechender Kugelflächen.

また  $P_m$  より光を逆行せしめるときは、光線逆進の原理により、 $P_1$  に集合する。故に、 $P_1$  と  $P_m$  とは、この共軸球狀屈折面系に關して共軛であるといふ。そこで、薄いレンズと同様に、最終の屈折面を通過した光が軸に平行なるときの發光點の位置  $F_1$  を第一主焦點といひ、最初軸と平行に投射した光線が、最終の屈折面を通過した後集合する點  $F_2$  を第二主焦點といふ。

共軛點  $P_1$  と  $P_m$  を取り、 $P_1$  から出て  $P_m$  に達する任意の一つの光線が各の媒質中に於て軸となす開きを  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 、軸に直立せる物體の大き



第 339 圖

びその像の大きさをそれぞれ  $y_1, y_2, \dots, y_m$  とすると(第 339 圖)、ヘルムホルツの法則 §191(5)を繰り返して適用することにより、

$$y_1 \tan \alpha_1 n_1 = y_2 \tan \alpha_2 n_2 = \dots \quad (1)$$

である。

さて、これからこの式の中項の項は必要がないから、 $y_1 \alpha_1 n_1$  はこれまでの如く  $y_1 \alpha_1 n_1$  とし、最後のものを  $y_m \alpha_m n_m$  とする。即ち、

$$y_1 \tan \alpha_1 n_1 = y_m \tan \alpha_m n_m \quad (2)$$

さて、

$$k = \frac{y_m}{y_1} \quad (3)$$

は像と實物との長さの比を表はすものであるから、これを擴大率<sup>(1)</sup>といふ。また、

$$v = \frac{\tan \alpha_m}{\tan \alpha_1} \quad (4)$$

は光線の軸に對する勾配の比を表はすものであつて、これを收斂比<sup>(2)</sup>といふ。そうすると、(2)は次の如くなる。

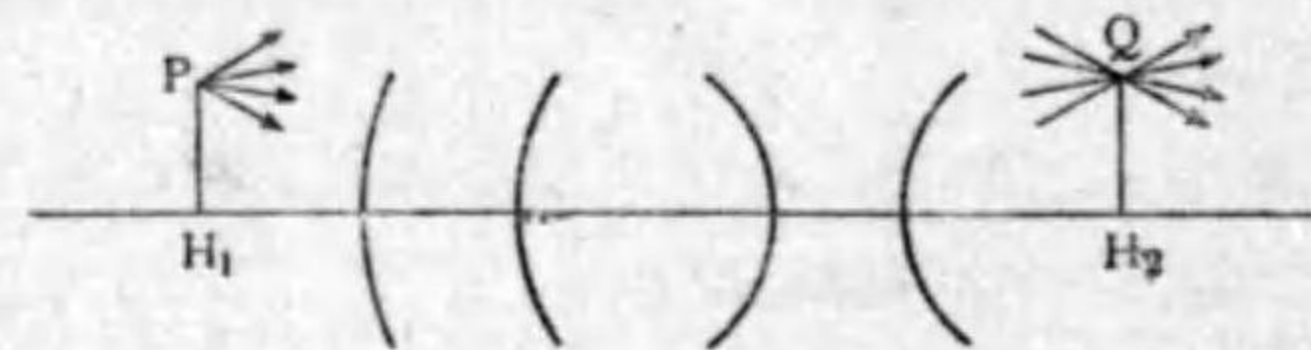
(1) Side magnification ; die Seitenvergrößerung. (2) Convergence ratio ; das Konvergenzverhältnis.

$$kv = \frac{n_1}{n_2} \quad (5)$$

これによつて次の事が分る。

共軸球状屈折面系によつて像を作るときには拡大率と収斂比との積は、両端の媒質の屈折率のみによつて定まり、中間の媒質及び屈折面には無関係である。

一つの共軸球状屈折面系が存在すると、必ず  $k=1$ , 即ち  $y_1=y_2$  なるような一組の共軛点  $H_1$  及び  $H_2$  がある。これを第一主要点<sup>(1)</sup>及び第二主要点<sup>(2)</sup>といふ。(主要点を実験的に求める方法は後に述べる)。第一主要点及び第二主要点を通り軸に垂直な平面をそれぞれ第一主要面<sup>(3)</sup>及び第二主要面<sup>(4)</sup>といふ。主要面の定義により、第一主要面上の一点  $P$  から發散する光線は、この屈折面系によつて屈折せられた後、第二主要面中の一点  $Q$  に収斂し、更にその点から發散する。そうして  $H_1P=H_2Q$  である。



第340圖

また  $v=1$ , 即ち  $x_1=x_2$  なる共軛点の一組が存在する。これを節点<sup>(5)</sup>といふ。両端の媒質が等しいときには、 $n_1=n_2$  であるから、(5)により、

$$kv=1. \quad (6)$$

故に  $k=1$  ならば  $v=1$ , 即ち節点は主要点と一致する。吾々の普通取り扱ふ場合は、両端の媒質がいつでも空気であるから、これからは主要点と節点とが一致する場合のみを考へる。

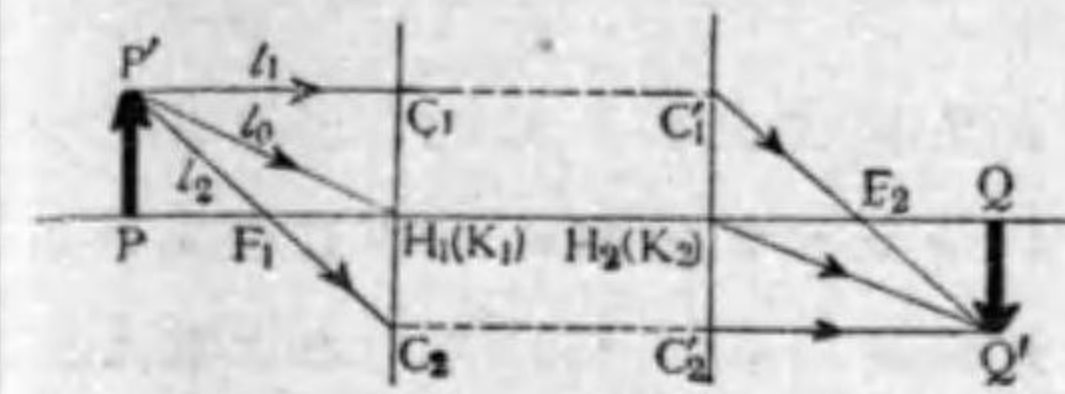
上述の諸点が知られるときは、薄いレンズの場合と同様に像を作図することができる。即ち  $P'$  から發散し、その像  $Q'$  に収斂する光線の

(1) First principal point; der erste Hauptpunkt. (2) Second principal point; der zweite Hauptpunkt. (3) First principal plane; die erste Hauptebene. (4) Second principal plane; die zweite Hauptebene. (5) Nodal point; der Knotenpunkt.

中次の三つの特殊のものがある(第341圖)。

第一 第一主要点  $H_1$  に向つて投射する  $l_0$  は、第二主要点から  $l_0$  に平行に進む。

第二 主軸と平行に第一主要面上の一点  $C_1$  に投射する光線  $l_1$  は、第二主要面上の一点  $C_1'$  ( $H_2C_1'=H_1C_1$ ) から  $F_2$  に向つて進む。



第341圖

第三  $F_1$  を通り第一主要面上の一点  $C_2$  に投射する光線  $l_2$  は、第二主要面上の一点  $C_2'$  ( $H_2C_2'=H_1C_2$ ) から主軸に平行に進む。

この三つの光線  $l_0, l_1$  及び  $l_2$  の中の任意の二つを採り、その交点を求めれば  $P'$  の像  $Q'$  が定まる。故に、 $P'$  及び  $Q'$  から主軸に垂線  $PP'$  及び  $QQ'$  を下せば、 $QQ'$  は  $PP'$  の像である。

次に、 $F_1H_1=f_1, F_2H_2=f_2, PF_1=x_1, QF_2=x_2, PP'=y_1, QQ'=y_2$  と置くと、

$\triangle PPF_1$  と  $\triangle C_2H_1F_1$ ;  $\triangle Q'QF_2$  と  $\triangle C_1'H_2F_2$  から、

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{f_1} \quad \text{及び} \quad \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{f_2} \quad (7)$$

故に、
$$\frac{y_1+y_2}{y_2} = \frac{x_1+f_1}{f_1} \quad \text{及び} \quad \frac{y_1+y_2}{y_1} = \frac{x_2+f_2}{f_2}$$

従つて、
$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{x_2+f_2}{x_1+f_1} \quad (8)$$

然るに、 $\triangle P'PH_1$  と  $\triangle Q'QH_2$  から、

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2+f_2}{x_1+f_1}$$

依つて、
$$\frac{f_1}{f_2} = 1. \quad (9)$$

即ち、両端の媒質が同一なるとき、二つの焦点距離は相等しい。

故に、 $f_1=f_2=f$

と置く。これをこの屈折面系の焦点距離といふ。さて(7)から

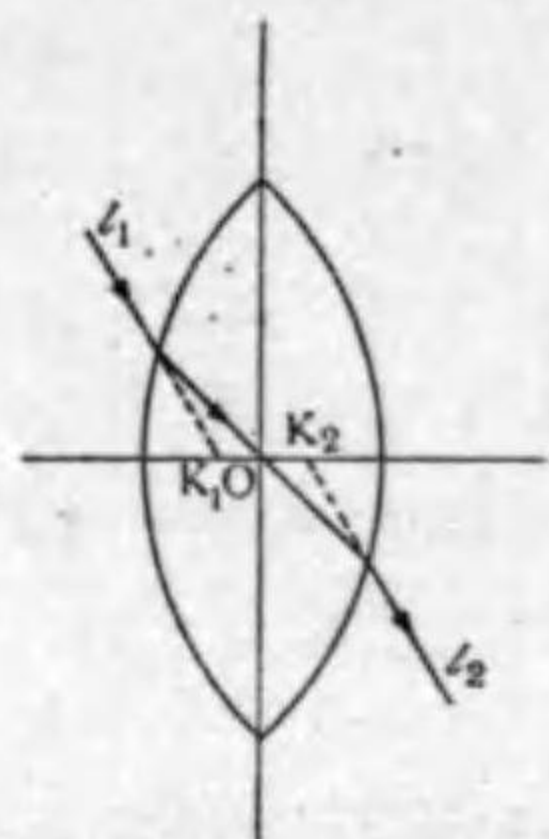
$$\frac{y_1+y_2}{y_2} = \frac{x_1+f}{f}, \quad \frac{y_1+y_2}{y_2} = \frac{x_2+f}{f} \quad (10)$$

従つて 
$$\frac{f}{x_1+f} = \frac{x_2}{x_2+f} \quad (11)$$

$x_1 + f = p, x_2 + f = q$  従つて  $x_2 = q - f$  と置くと

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad (12)$$

となり、薄いレンズと同一の式が得られる。



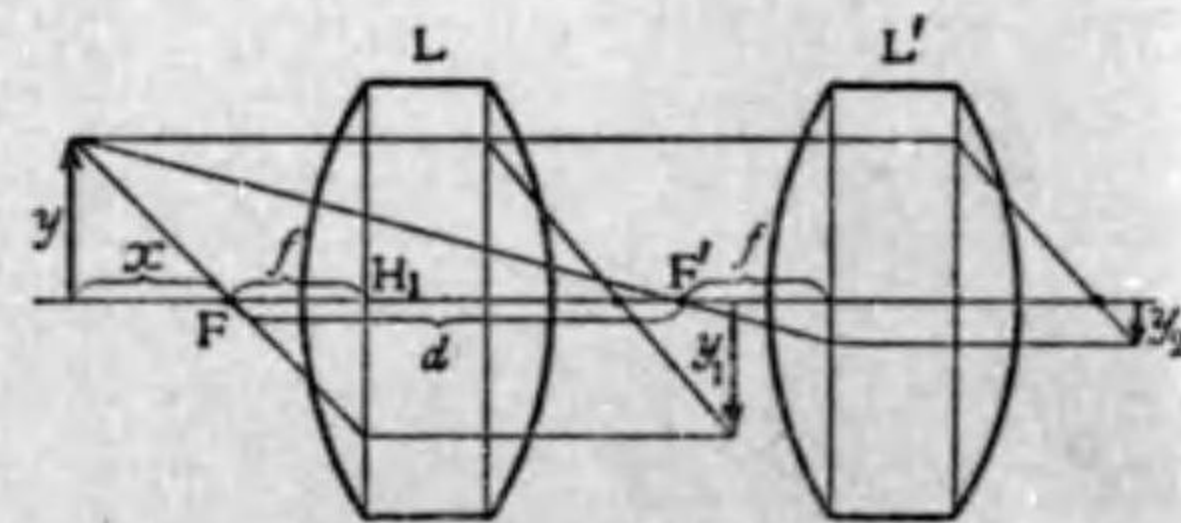
第342圖

考ふる屈折面系が唯一つの厚いレンズである場合には、 $H_1(K_1)$  及び  $H_2(K_2)$  は容易に定めることができる。その方法は、先づ §194 の方法で光心  $O$  を定める。次にレンズの両側の各面に関し  $O$  の共軸点を定めれば、それが  $K_1$  及び  $K_2$  である(第342圖)。何となれば、 $K_1$  と  $O$  とは共軸点であるから、 $K_1$  に向ふ光線  $h_1$  は屈折の後  $O$  を通る。そして、 $O$  と  $K_2$  とは共軸点であるから、次に屈折した光線  $h_2$  を逆に延長すると  $K_2$  を通る。然る、 $O$  は光心であるから、 $h_1$  と  $h_2$  とは平行である。依つて  $K_1$  と  $K_2$  とは節点である。

共軸球状屈折面系の焦点距離は、実験的に定めることができる。次にその原理を、厚い一つのレンズを例に採つて、説明する(第343圖)。レンズが  $L$  に在るとき、物体  $y$  の像を  $y_1$ 、物体から  $F$  までの距離を  $x$ 、 $H_1$  から  $F$  までを  $f$  とすると、

$$\frac{y}{y_1} = \frac{x}{f} \quad (11)$$

然るに、物体の位置をそのままとし、レンズを  $d$  だけ遠ざけて  $L'$  に置くと、焦点も  $d$  だけ遠ざかつて  $F'$  に移る。このとき像の大きさを  $y_2$  とすると、



第343圖

$$\frac{y}{y_2} = \frac{x+d}{f} \quad (12)$$

(11)と(12)を邊々相減すると

$$\frac{y}{y_2} - \frac{y}{y_1} = \frac{d}{f}$$

即ち

$$f = \frac{d}{\frac{y}{y_2} - \frac{y}{y_1}} \quad (13)$$

この右邊は測ることのできるものであるから、これによつて  $f$  が知られる。<sup>(1)</sup>

【注意】レンズが薄いとときには、二つの主要点は光心に一致するものと考えてもよい。故に、第335圖の  $C_1$  及び  $C_2$  を、 $O$  を通る平面上に取ることの至當なることが分かる。  
下巻462頁

(1) 実験法の詳細については柏木好三郎氏、物理実験三十題 65-66 頁を見よ。

## 第二十四章 レンズの収差

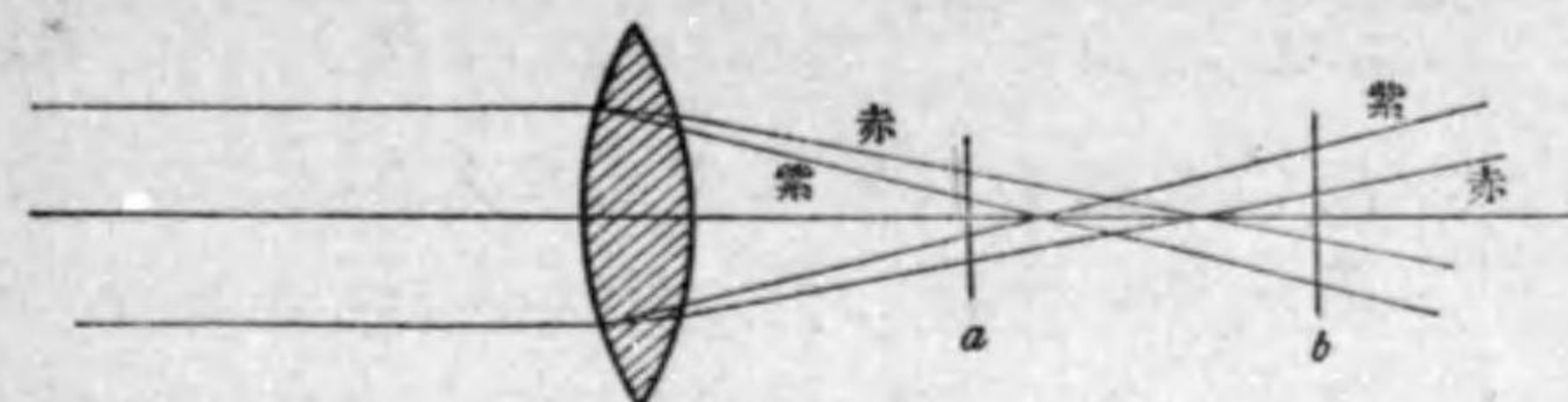
§ 199. 色収差<sup>(1)</sup> 前章に述べたレンズの理論は、既に注意したように、第一、光が単色光であること。第二、光の投射點はレンズの極に近きこと。第三、光の主軸に對する開きの小なることを前提として適用されるものである。是等の條件が満足されぬときは、像に色々の缺點ができるから、それを除く工夫を要する。本章に於てはその缺點について述べる。

【注意】正しく且明瞭な像を得るようにレンズを設計することは、幾何光學應用の主要部分であるが、本書に於ては、像に缺點の生ずる理を説明することに止め、これを取り除く方法に就ては一二の場合の外は述べない。

先づ、第二及び第三の制限はこのまゝになし置き、第一の制限を撤廢し、光が單色光でない場合を考へる。かゝる場合、例へば太陽の光を用ひた場合には、その中の單色光の色の異なるに従ひ、その焦點距離の値が違ふ。例へば、紫 H と赤 A の屈折率をそれぞれ  $n_H$  及び  $n_A$  とすると、 $n_H > n_A$  であるから、§ 192, (7) により、 $f_A > f_H$  である。故に、紫と赤とは異なる點に於て焦點を結ぶ。例へば、収斂レンズの場合には、第 344 圖のようになり、

(1) Chromatic aberration ; die chromatische Aberration.

$a$  の所に白紙を置けば周圍が赤にて色どられ、 $b$  の所



第 344 圖

に置けば周圍が紫にて色どられた像を生ずる。このように、色の異なるために焦點を異にする現象を色収差といふ。この缺點は、鉛を含むことの少い硝子即ちクラウン硝子のレンズと鉛を多く含むフリント硝子のレンズとを組み合わせることによつて除くことができる。かゝるレンズを色消レンズ<sup>(3)</sup>といふ。

さて、太陽のスペクトルの中で最も著しき色は、赤 C 黄 D 及び青 F であつて、D は C と F の中間に在る。故に、C と F との焦點が一致するように工夫したならば、大體全部の焦點が一致することになる。吾々は、この方針に従つて色収差を取除く方法を考へる。今、上述二種類の硝子で作つた二つのレンズを接觸して重ねたものゝチオプターを  $D$ 、その各のチオプターをそれぞれ  $D_1$  及び  $D_2$  とし、これ等のものゝ C 色及び F 色についての値はそれぞれ C 及び F を添記するものとする

(1) Crown glass ; das Kronglas. (2) Flint glass ; das Flintglas. (3) Achromatic lens ; die achromatische Linse.

と,

$$D_C = D_{1,C} + D_{2,C}, \quad D_F = D_{1,F} + D_{2,F} \quad (1)$$

である。故に、上述の目的に對しては、

$$D_C = D_F, \quad D_{1,C} + D_{2,C} = D_{1,F} + D_{2,F}$$

$$\text{即ち, } D_{1,C} - D_{1,F} = -(D_{2,C} - D_{2,F}) \quad (2)$$

なればよい。各のレンズを作つてある硝子の屈折率をそれぞれ  $n_{1,C}$ ,  $n_{1,F}$ ,  $n_{2,C}$  及び  $n_{2,F}$  とすると、

$$D_{1,C} = (n_{1,C} - 1)(K_1 + K_2), \quad D_{2,C} = (n_{2,C} - 1)(K'_1 + K'_2), \quad (3)$$

$$D_{1,F} = (n_{1,F} - 1)(K_1 + K_2), \quad D_{2,F} = (n_{2,F} - 1)(K'_1 + K'_2).$$

但し、 $K_1$  と  $K_2$  及び  $K'_1$  と  $K'_2$  はそれぞれ二つのレンズの両面の曲率である。(3)を(2)に入れると、

$$(n_{1,F} - n_{1,C})(K_1 + K_2) = -(n_{2,F} - n_{2,C})(K'_1 + K'_2). \quad (4)$$

然るに、普通レンズの焦點距離及びディオプターは  $D$  色についていふのであるから、これを單に  $D_1$  及び  $D_2$  で表はすと、

$$D_1 = (n_{1,D} - 1)(K_1 + K_2), \quad D_2 = (n_{2,D} - 1)(K'_1 + K'_2). \quad (5)$$

これから、 $K_1 + K_2$ ,  $K'_1 + K'_2$  を出して(4)に入れると、

$$\frac{D_1(n_{1,F} - n_{1,C})}{n_{1,D} - 1} = -\frac{D_2(n_{2,F} - n_{2,C})}{n_{2,D} - 1} \quad (6)$$

さて、 $n_F - n_C$  は  $F$  と  $C$  とが互に分散する度を表はす。また、光が少しも屈折しなければ、屈折率は 1 であるから、 $n_D - 1$  はスペクトルが全體として、少しも屈折せざ

るもの(もしありとすれば)に對して何程分散したかを表はすものである。故に  $\frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$  を相對分散率<sup>(1)</sup>といふ。

上述の二つのレンズの相對分散率をそれぞれ  $\nu_1$  及び  $\nu_2$  とすると、(6)は次の如くなる。

$$\frac{D_1}{D_2} = -\frac{\nu_2}{\nu_1} \quad (7)$$

即ち、色消しレンズを作れる二つのレンズのディオプターの比は、それ等のレンズの相對分散率の逆比の符號を變へたものに等しくなければならぬ。 $\nu_1, \nu_2 > 0$  であるから  $D_1$  と  $D_2$  は符號が逆である。故に、一方のレンズは収斂レンズ他方は發散レンズでなければならぬ。

$$\text{次に, } D = D_1 + D_2 \quad (8)$$

であるから、(7)と(8)から  $D_1$  及び  $D_2$  を求めると、

$$D_1 = D \frac{\nu_2}{\nu_2 - \nu_1}, \quad D_2 = D \frac{\nu_1}{\nu_1 - \nu_2} \quad (9)$$

普通レンズを作るときには、 $D$  が知られて居る。また  $\nu_1$  及び  $\nu_2$  は右表

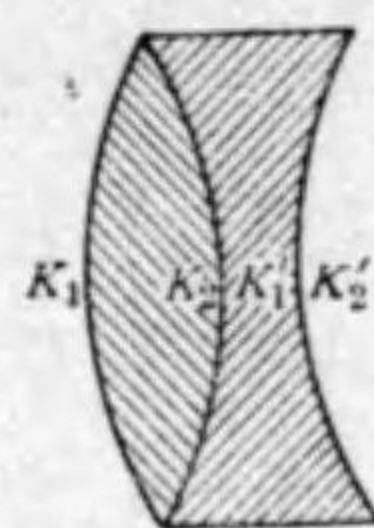
に示す通りであるから、これ等の數値を用ひて  $D_1$  及び  $D_2$  を決定することができる。

硝子の種類.....	$n_D$	$n_F - n_C$	$\frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$
クラウン硝子.....	1.5160	0.0073	0.0141
軽いフリント硝子.....	1.5718	0.0113	0.0197
重イフリント硝子.....	1.7545	0.0274	0.0363
非常に重いフリント硝子.....	1.9625	0.0488	0.0507

(1) Relative dispersion ; die relative Dispersion.



かくの如くして  $D_1$  及び  $D_2$  が定まつたとし、次にはレンズの曲率  $K_1, K_2$  及び  $K'_1, K'_2$  を定める。さて、普通合成レンズに於ては相接する二面を全く一致せしめる



第345圖

のが便利である。  $K_2$  と  $K'_1$  をその接觸面の曲率とすると、  $K_2 = -K'_1$  であるから、

$$D_1 = (n_{1,D} - 1)(K_1 + K_2)$$

$$D_2 = (n_{2,D} - 1)(-K_2 + K'_2) \quad (10)$$

この二式の中には、  $K_1, K_2$  及び  $K'_2$  の三つの未知数がある。故に、これを満足する多くの  $K_1, K_2, K'_2$  の組がある。その中の都合のよいものを取つて所要の曲率とすればよい。

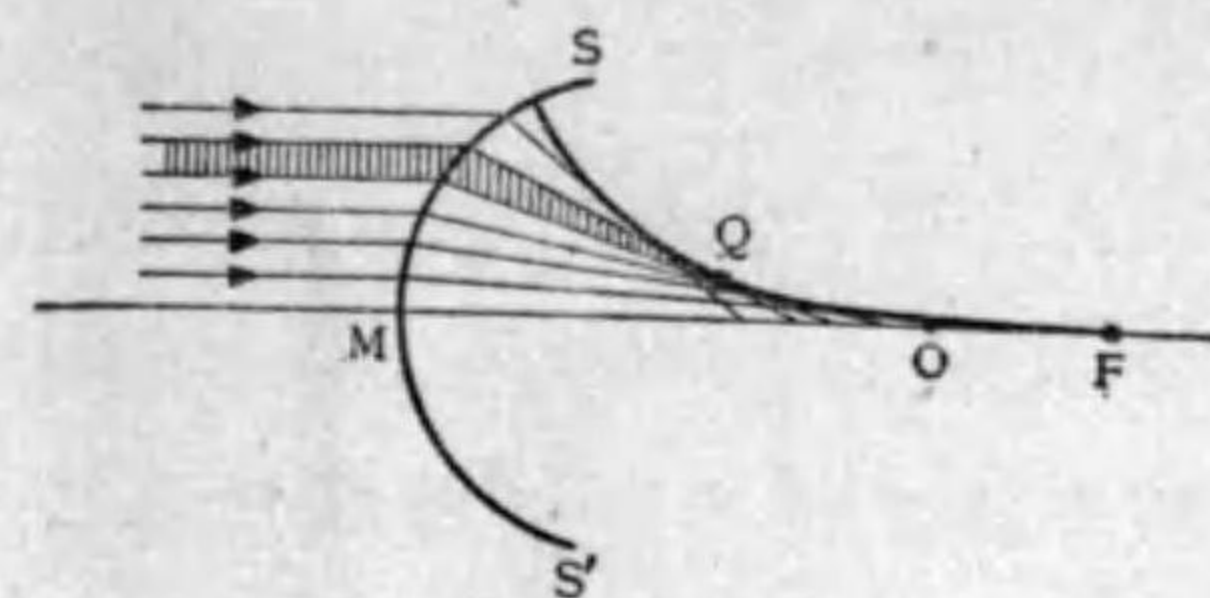
【注意】色消しレンズを作つて居る二つのレンズはその間をカナダバルサムで固着したものと、そうでないものがある。大きいものは、温度による伸縮に對し固着させて置くと都合が悪いから自由にしてあるものが多い。

§ 200. 球面収差<sup>(1)</sup> 色消しレンズを用ひると、前節第一の制限の撤廢による像の缺點は除くことができるから、次には第二及び第三の制限を撤廢すると、像に如何なる缺點が生ずるかを考へる。そのためには、球面の屈折に立ち戻つて論ずる必要がある。

説明を分り易くするために、特別の例について論ず

(1) Spherical aberration ; die spherische A erration.

る。今、光の投射する側に凸なる球面  $SS'$  を考へ(第346



第346圖

圖), その中心を  $O$  とし、圖に於て  $SS'$  の左の媒質よりも右の媒質が光學的に密であるとする。そして、軸

$OM$  に平行に、  $M$  の附近は勿論  $M$  を離れた所にまでも光が投射したとする。

そこで、本節に於ては、  $OM$  を通る一つの平面による切口内に於ける光線の屈折する有様を考へる。球面の各點に於ける屈折光線の方向は、屈折の法則に従ひ作圖によつて定めることができる。その有様は、圖に示すように、  $M$  の附近のものは一點  $F$  に集り、  $M$  から遠く離るゝに従ひ屈折線と軸  $OM$  との交點は  $M$  に近づく。但し、  $SS'$  上の相接近せる二點を取れば、その間に投射する光線(例へば圖の影を施した部分のものは  $MO$  外の一線  $Q$  に集合する。故に、かゝる點の軌跡として明るい線ができる。これは(火線<sup>(1)</sup>)と稱するものである。發光點が軸  $MO$  上に在るときも同様である。また、レンズの場合にも同様である。このように、レンズの主軸を通る平面内に於て、レンズの極よりも離れ

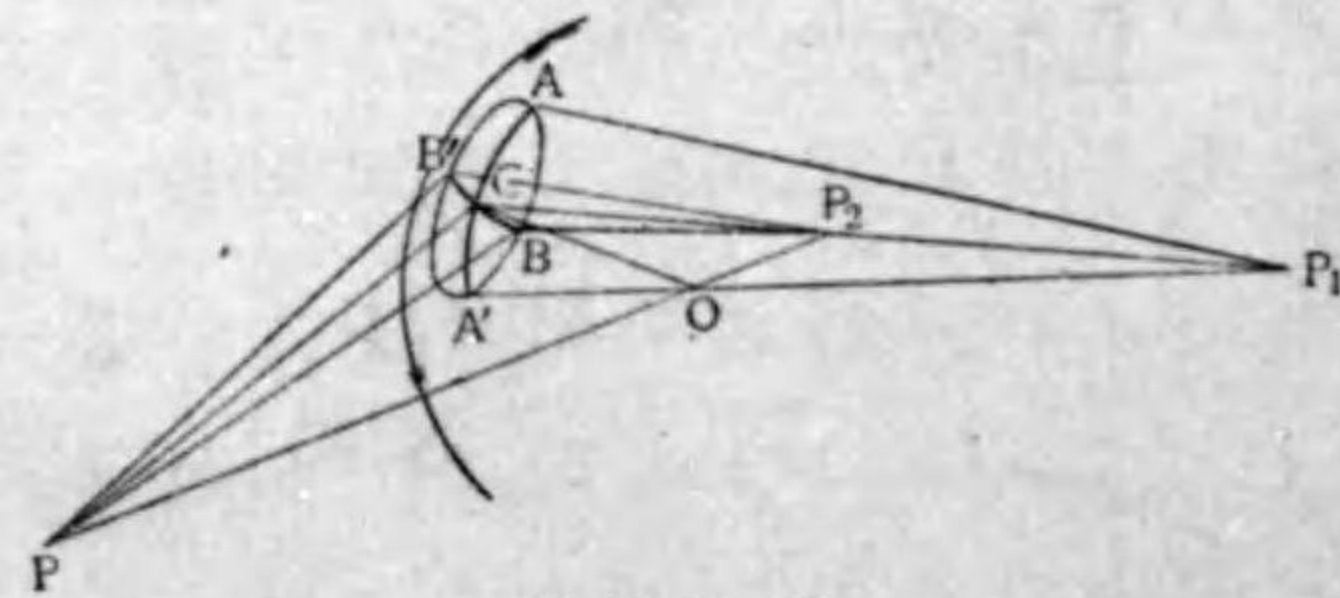
(1) Caustic curve ; die kaustische Kurve.

た所に當る光線が、それぞれ収斂する點を異にすることを球面収差といふ。

【注意】顕微鏡の對物レンズの最下のレンズは、普通開きの大なる厚い収斂レンズであるが、それには殆ど完全に球面収差がない。これは後に説明する。

§ 201. 非點収差<sup>(1)</sup> 前節に於ては、§199に挙げた第二及び第三の制限を取り去つたとき、下巻 170 頁レンズの主軸を含む平面内に於て如何なる収差が起るか述べた。然るに、光線がこの平面以外にも投射する場合には上述の収差とは性質の異なる収差を生ずる。但し、この場合にも、考ふる光線束中の光線相互の開きは小さいものとする。即ち、レンズの面の狭い範圍に投射する光についてのみ考へる。この収差を論ずるために、先づたゞ一つの球面屈折による収斂に立ち戻つて論ずる。

今、發光點 P から O を中心とする球面の一點 C の附近に投射する光線束を考へる(第347圖)。但し、その光



第347圖

線束を成す光線相互の開きは小さく、従て、Cの附近の光線の當る面積は極めて狭いものとする。

POとCを通る平面が球面に交はる大圓の周

(1) Astigmatism ; der Astigmatismus.

をAA',これに垂直なる圓の周をBB'とすると、考ふる光線束はAA'とBB'との二つの方向に擴がれるものと見なすことができる。故に球面の収斂作用はAA'の方向の収斂作用と、BB'の方向の収斂作用とに分解される。但し、PCが球面に殆ど垂直なるときには、PCはAA'及びBB'に對し近似的に對等の位置にある故、この二方向の収斂作用は相等しい。然るに、PCが球面に對し傾く時には、この二方向の収斂作用は等しくない。

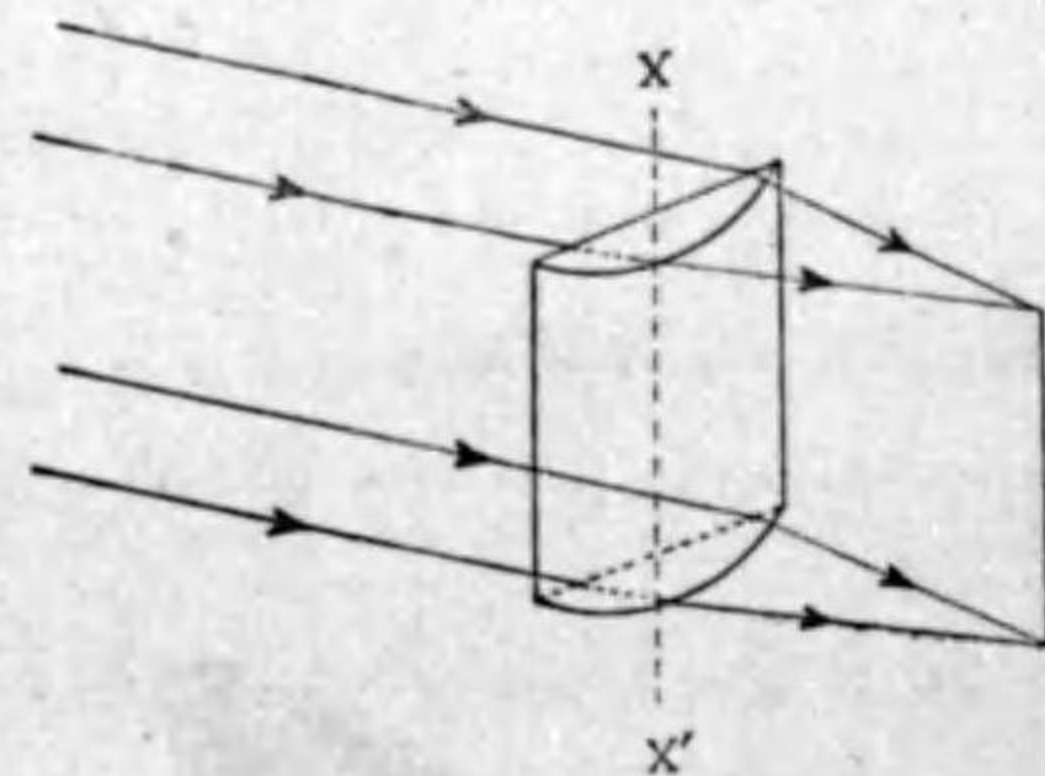
先づ、AA'の方向の収斂を考へる。AとA'を接近した二點とすると、この間に投射する光線は屈折の後P<sub>1</sub>に収斂する。これは、前節に説明したものである。便宜上P<sub>1</sub>をPの第一像と名づける。次に、BB'の方向の収斂を考へる。BとB'とを接近した二點とすると、PBはBとPOとで定める平面中に屈折する。また、PB'はB'とPOの定むる平面中に屈折する。然るに、この二平面は一直線POに於て交る故、屈折光線は一般にOP上の一點P<sub>2</sub>に於て交はる。これを便宜上Pの第二像といふ。

【注意】BP<sub>2</sub>の距離は容易に計算することができる。これについては日下部四郎太氏物理學汎論下巻 543 頁を見よ。

そこで、AA'とBB'との二方向に擴がれる投射光線を

考へる。屈折光線は先づ  $P_2$  に於て  $BB'$  の方向に収斂する。然し、このときにはまだ  $AA'$  の方向には収斂して居ないから、 $P_2$  に於ては一點に収斂せずに、直線に収斂する。次に、 $P_1$  に於ては、 $AA'$  の方向に収斂する。然し、このときには  $BB'$  の方向には發散して居るから、 $P_1$  に於ける直線と垂直の方向の直線に収斂する。このことはレンズの第二の球面に對しても同様である。このように、レンズの収斂能が方向によつて異なるために、光線が一點に集合せずに、最もよく収斂した所でも、一つの直線に収斂する現象を非點収差といふ。

非點収差の現象は、次のような方法により實驗することができる。圓錐の一部をその曲面の母線に平行な平面によつて切つた第348圖



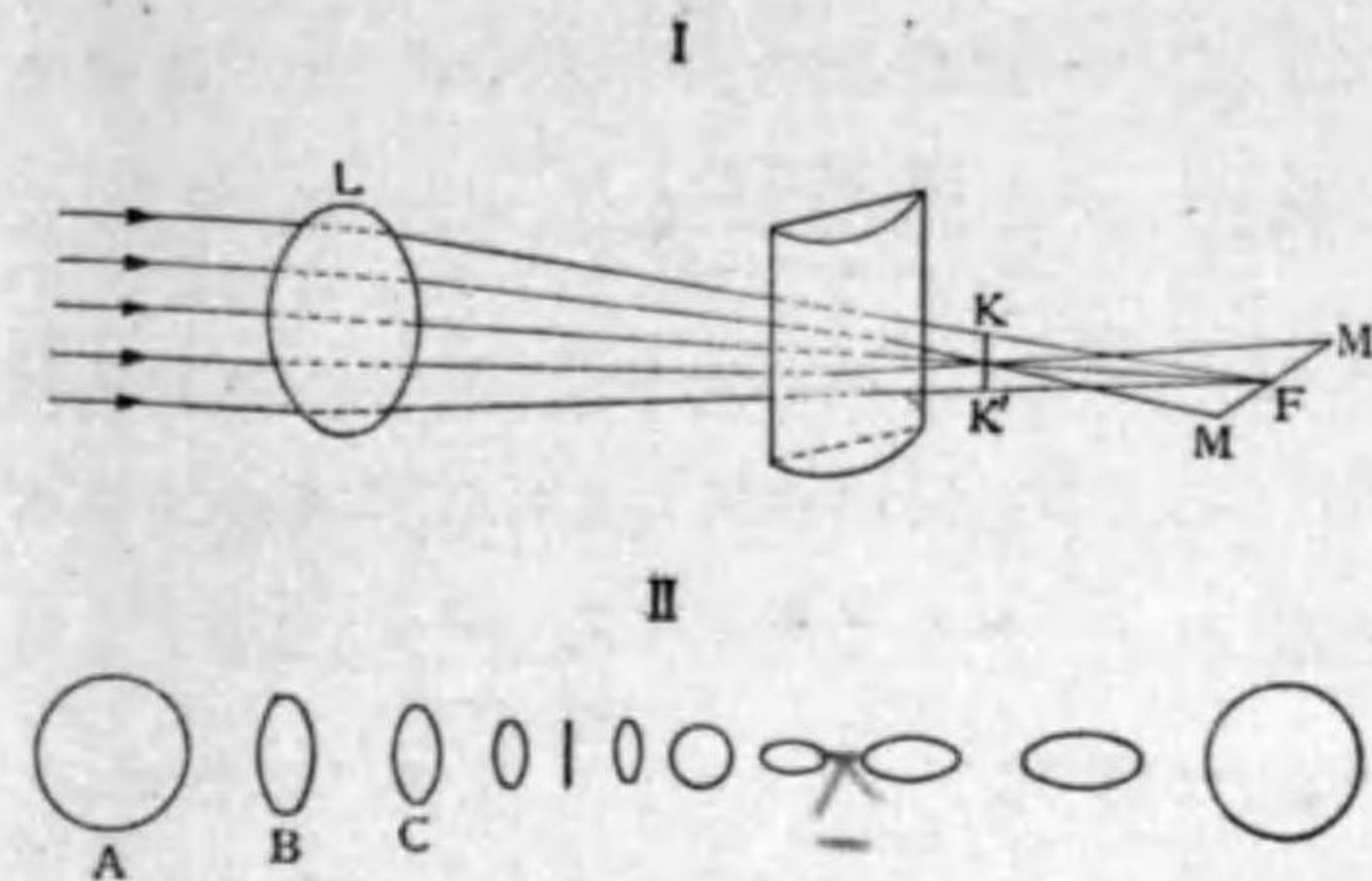
第348圖

垂直の方向には光線を収斂する。

そこで、今先づ普通の収斂レンズ  $L$  で第349圖 I のように光を収斂

のような形のレンズを便宜上圓錐レンズ<sup>(1)</sup>と名づけ、その切口の平面の中央に、圓錐の母線と平行に引いた直線  $XX'$  を便宜上圓錐レンズの軸と名づける。圓錐レンズは、その軸に平行な平面で切ると矩形であるから、軸の方向に光線を収斂する作用はない。然るに、軸に垂直な平面で切ると、平凸レンズの切口と等しいから、軸と

(1) Cylindrical lens ; die zylindrische Linse.



第349圖

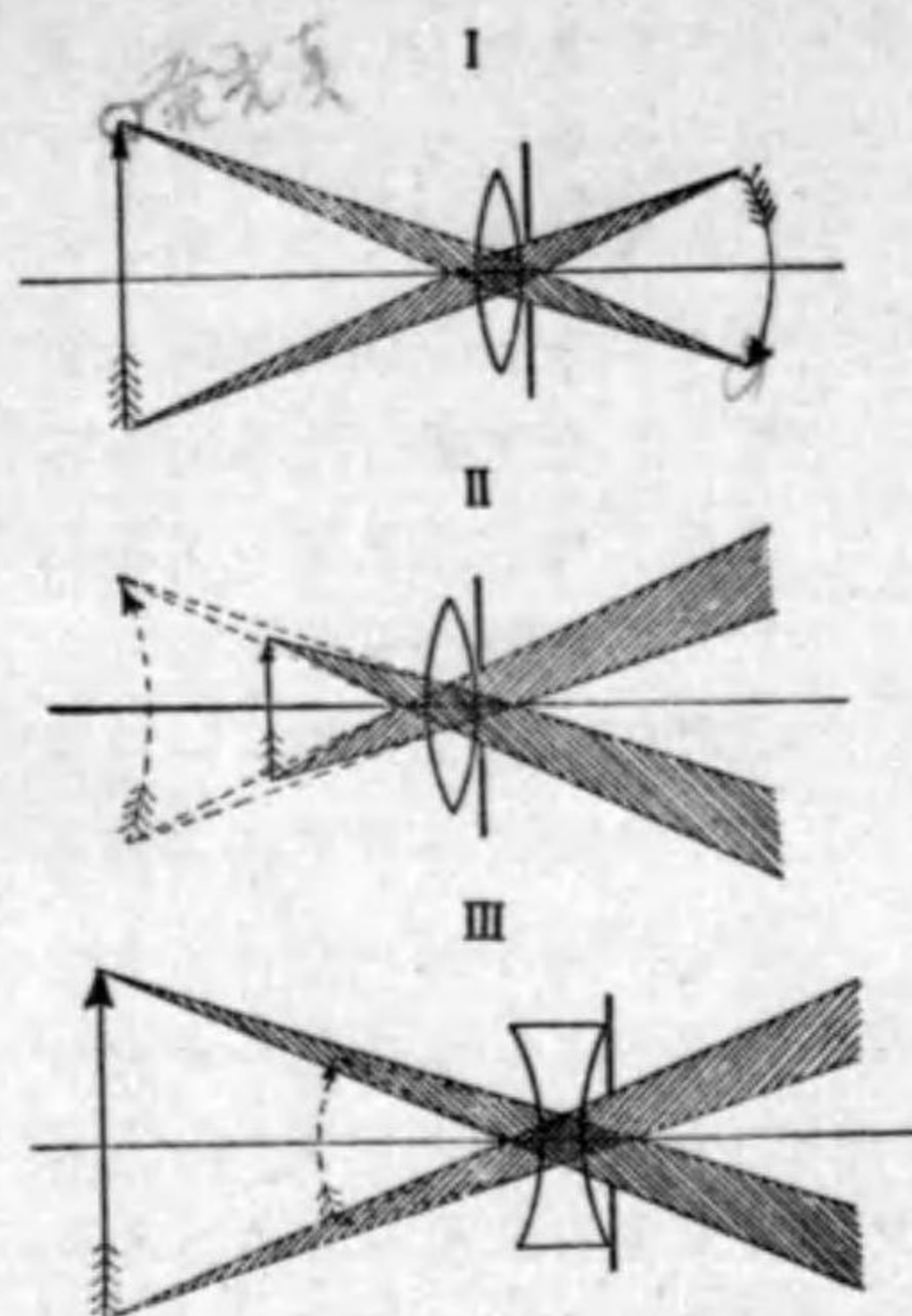
させて置いて、更に之を圓錐レンズで収斂せしめると、その軸と垂直の方向にはレンズ  $L$  の収斂作用を助けるから、光が  $L$  の焦點  $F$  に収斂せぬ以前に収斂して直線  $KK'$  となる。然るに、軸の方向には  $L$  の収斂作用を助けないので、圓錐レンズの無い場合と同様  $F$  に収斂する。このときは、圓錐レンズの作用により一旦  $KK'$  に集合した光を發散せしめる故、光は直線  $MM'$  の上に集合する。依つて、レンズに接近して衝立を置いて、これを次第にレンズから遠ざけると、その上に投ずる像の形は順次に第349圖 I A, B, C ... のようになる。

【注意】吾々の眼に亂視<sup>(1)</sup>と稱するものがある。これは眼のレンズの非點収差に基く。

§ 202. 像の彎曲及び歪曲<sup>(2)</sup> これまで述べたように、レンズに投射する光線の主軸に對する開きが大きいときには、一點から出た光線束(平行光線は無遠の一點から發したものと見る)がレンズを通つた後一點に集合しない。そのため像が不明瞭になるのは無論であるが、尙これ以外に像に缺點ができる。先づレンズの中心部分のみを用ひ、それ以外に投射する光は絞りの如きもので遮る場合を考へる。

第一、凸レンズによる實像。光線の主軸に對する傾きが大なる程その焦點距離は短いから、發光點が主軸を離れる程その像はレンズに

(1) Astigmatic eye ; das astigmatische Auge. (2) Curvature ; die Krümmung. (3) Distortion ; die Distorsion.



第 350 圖

近づく §192(8) 故に、物體の像を全體として考えると、レンズの側が凹む(第 350 圖 I)。

**第二 凸レンズによる虚像。**  
第一の場合と同様の理由により、發光點が主軸を離れる程その虚像はレンズより遠ざかる、§192(8) 故に虚像はレンズの側が凸出する(第 350 圖 II)。

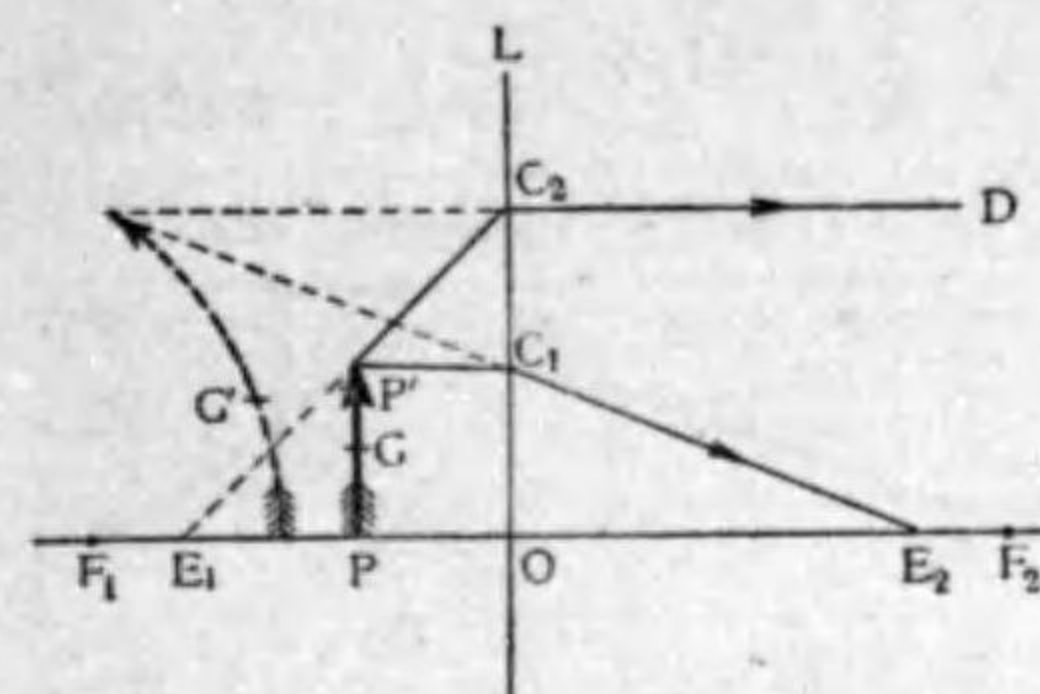
**第三 凹レンズによる虚像。** 上と同様の理由により、物體の兩端に近寄る程像はレンズに近寄る故に像はレンズの側が凹む。

このように光線の開きが大きいときには、その像はレンズの側が凹み或は凸出する。これを像の彎曲

といふ。但し、この場合には物體の各部分と、それに対応する像の部分とを比較すると、その伸縮の割合は何れの部分に於ても同一である。故に虚像を直接眼で視るときには、眼が物體の各部分を見込む角は、その部分の像を見込む角と相等しいから、眼は像の彎曲を認めることはできない。然し、實像を障壁に投ずるような場合には、その中央部を明瞭にしようとすれば周圍がぼやけ、周圍を明瞭にしようとせば中央がぼやける。

次に、レンズの中央部以外の部分をも用ひる場合を論ずる。レンズによる光の屈折は投射點が極を遠ざかる程甚しくなる。例へば凸レンズの主軸に平行な光線は、その投射點がレンズの極を遠ざかるに従ひ、レンズを出た光線が主軸と交はる點は、主焦點よりも次第にレンズに近づく。そこで次のような場合を考へる。

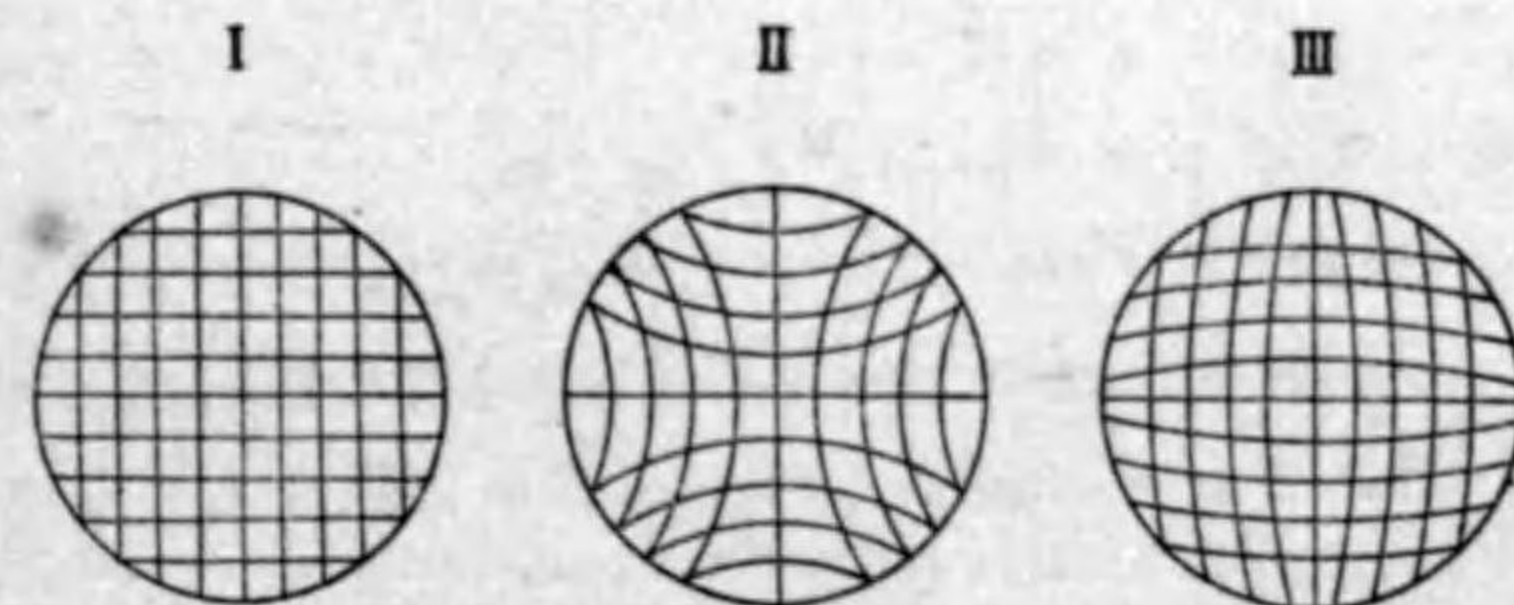
**第一 凸レンズによる虚像。** 凸レンズの主焦點以内に  $PP'$  なる物體が在るとする(第 351 圖)。圖に於て  $O$  はレンズの光心、 $OL$  は主軸に垂直な直線とし、 $P'$  の像を二つの光線の交りとして求める。



第 351 圖

先づ、主軸に平行な光線  $PC_1$  がレンズを通つた後  $E_2$  點に於て主軸に交つたとすると、 $E_2$  は主焦點  $F_2$  よりもレンズに近い。また光線  $PC_2$  がレンズを通つた後主軸と平行に  $C_2D$  の方向に進むとする。

$PC_2$  を逆に延長したものが主軸と  $E_1$  で交つたとすると、 $E_1$  は主焦點  $F_1$  よりもレンズに近い。この作圖に於て、 $E_1$  及び  $E_2$  は主焦點  $F_1$  及び  $F_2$  に相當するものであつて、 $OE_1 = OE_2$  である。  $P$  と  $P'$  との間の點  $G$  を考へると、 $G$  が  $P$  に近づくに従ひ  $OE_1$  及び  $OE_2$  は長くなるから像はレンズの側に凸出する。尙ほ  $OE_1$  及び  $OE_2$  が短くなるのは §196(3) に於て、その收斂能  $D$  が大きくなるのと同一であるから、 $PP'$  の各部分とそれの像とを比較すると、 $P$  を遠ざかる程擴大率が大きくなる。



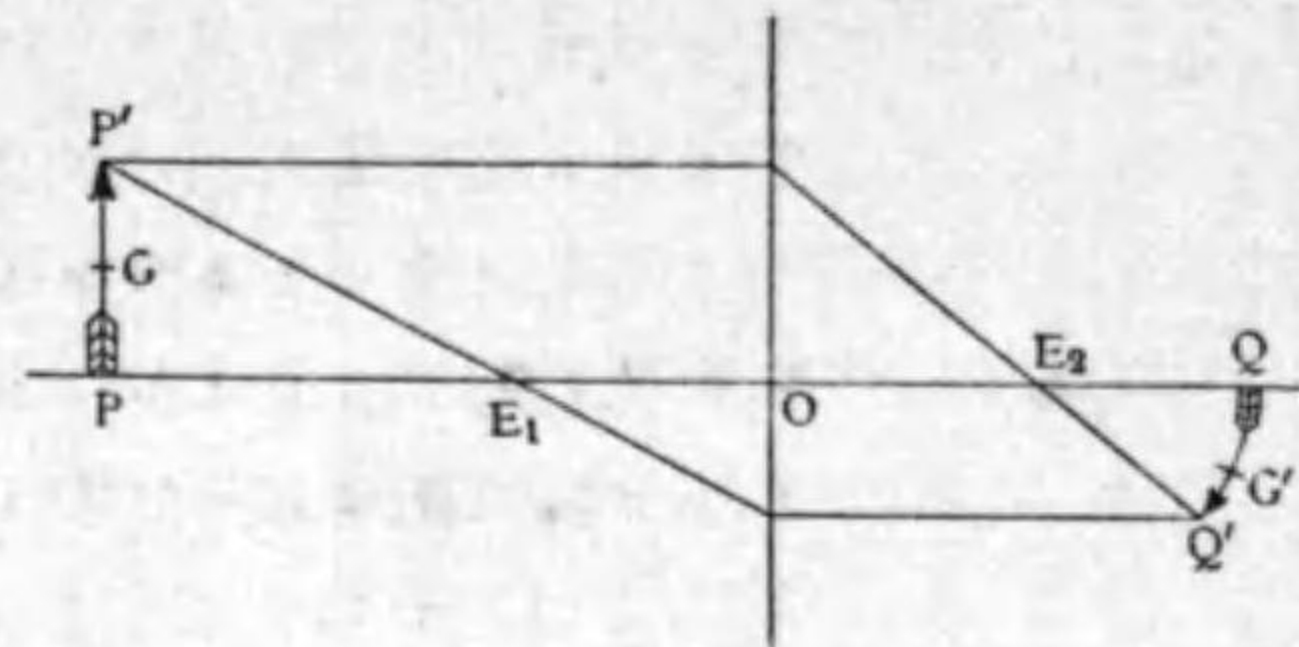
第 352 圖

**【注意】** この場合には、§196(3) に於て  $p > 0$ 、 $q < 0$  故に、 $pD - 1 < 0$ 、即ち故に  $D$  が大きくなると右邊の分母が小さくなるため擴大率が大きくなるのである。」

このように像の擴大率が部分によつて異なり、且曲ることを歪曲といふ。蟲眼鏡で方眼紙を見ると、第 352 圖 I のように見へるのは、周圍に

近づく程拡大率が大きくなるからである。

第二 凸レンズによる實像。第353圖のように、第一の場合と同様に作図することができる。PとP'との間の点Gを考へてみると、焦點距離に相當するもの  $OE_1=OE_2=C$  は、GがP'に近づくに従つて短くなるから、その實像G'は次第にレンズに近づく。また



第353圖

PP'の各部分の像の大きさはPに近い部分程大きくなる。故に像はレンズの側が凹み且主軸に遠い部分程縮まるように歪曲する。第352圖Ⅱはその有

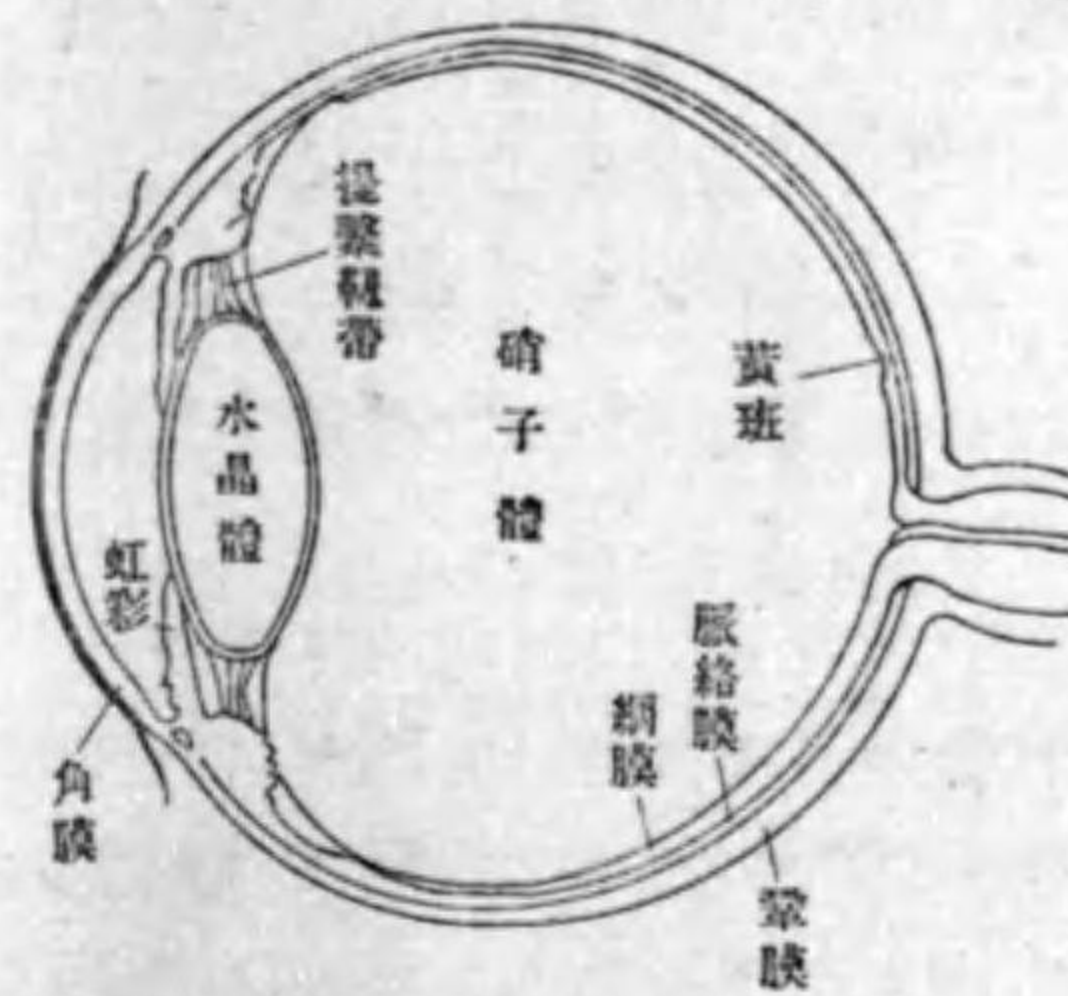
様を示す。

さて像の歪曲はレンズの周に近づくに従ひ、レンズによる光線のフレが大きくなるためであるから、これを避ける一つの方法はなるべくフレを少くすればよい。そのためには、光線がレンズに投射するときとレンズを出てからとレンズの面に對する傾きが、できるだけ等しくなるようにすればよい<sup>(2186)</sup>。これには、平凸レンズの凸面に光線を投射せしめるのが都合がよい。  
下巻 430 頁

【注意】以上述べた像の色々な缺點は、レンズを組み合せることによつて除くことができる。顕微鏡、望遠鏡、寫眞器械の如き光學器械に用ふるレンズが、多くのレンズを組み合してあるのはこのためである。

## 第二十五章 光學器械<sup>(1)</sup>

§ 203. 眼。<sup>(2)</sup> 第354圖は人の眼球の断面を示すものである。眼球の壁は三枚の膜から成つて居る。最も外側のものを鞏膜<sup>(3)</sup>といひ、その前方は角膜<sup>(4)</sup>と稱する透明なる膜に連なる。鞏膜の次に在る膜を脈絡膜<sup>(5)</sup>といふ。これは前方に於て虹彩<sup>(6)</sup>と提挈靭帯<sup>(7)</sup>に連なつて居る。虹彩の中央の孔を瞳孔<sup>(8)</sup>といひ、光はこの孔からのみ眼の中にはいる。虹彩の伸縮により瞳孔は大きくなり或は小さくなつて、眼にはいる光の量が加減される。最も内部の膜を網膜<sup>(9)</sup>といふ。こゝに視神経が分布し、この上に物體の像を映ずるときは、その刺戟は視神経によつて腦に傳はつて視覺を生ずる。視覺は形の感覺<sup>(10)</sup>色の感



第354圖

覺及び光の強さの感覺<sup>(12)</sup>に分解して考へられる。この中、本章の所論に關係の深きものは形の感覺である。

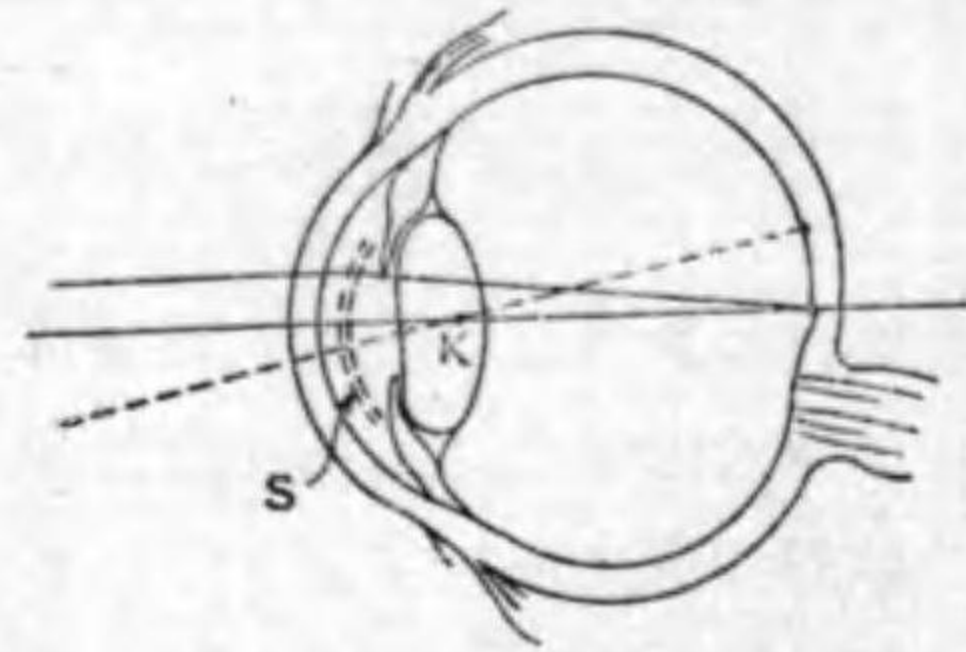
網膜中、視神経の入口の所は光に感じない。これを盲點<sup>(13)</sup>といふ。また黄斑<sup>(14)</sup>と稱して視覺の最も鋭敏な所がある。正確に物を見るときに

- (1) Optical instruments ; die optische Instrumente. (2) Eye ; Das Auge.  
 (3) Sclerotic ; die Lederhaut (Sclerotica). (4) Cornea ; die Hornhaut.  
 (5) Choroid ; die Aderhaut (Chorio'dia). (6) Iris ; die Regenbogenhaut.  
 (7) Suspensary ligament. (8) Pupil ; die Pupill. (9) Retina ; die Netzhaut.  
 (10) Form-vision ; das Formenschen. (11) Colour-vision ; das Farbsehen.  
 (12) Sensation of light-intensity ; die Lichtintensitätsempfindung. (13) Blind spot ; der blinde Fleck. (14) Yellow spot ; der gelbe Fleck.

485以下ハ 596頁以下F=P1.

は、この上に像を結ばせる。黄班上に像を結ばせて視ることを直接視<sup>(1)</sup>といひ、黄班以外によつて視ることを間接視<sup>(2)</sup>といふ。虹彩の後には水晶<sup>(3)</sup>晶體と稱するレンズがある。その前方及び後方はそれぞれ水様液<sup>(4)</sup>及び硝子<sup>(5)</sup>體と稱するもので満たされて居る。

リスチング<sup>(6)</sup>によれば、光學器械としての眼の作用は、近似的に一つの球面(第 355 圖 S)によつて置き換へられる。その曲率中心 K は水晶體中の背面に近く位置する。かくの如く一つの球面によつて置き換へられた眼を簡約眼<sup>(7)</sup>といふ。



第 355 圖

上述の如く、眼の主要部分は、水晶體と網膜であつて、水晶體は凸レンズの作用をなし、物體の實像を網

膜の上に結ばしめる。然るに、水晶體と網膜との距離は定まつて居るから、物體の遠近に係はらず常に網膜上に像を結ばしめるには、物體の遠近に應じて水晶體の焦點距離を變へねばならぬ。それは提繫靱帶の作用によつて行はれる。即ち、これが弛むと、水晶體は自己の弾力によつて膨れ、これが收縮すると、水晶體は薄くなる。この作用を眼の調節<sup>(8)</sup>といふ。但し、調節はあ

(1) Direct vision ; das direkte Sehen. (2) Indirect vision ; das indirekte Sehen. (3) Crystalline humour ; die Kristallinse. (4) Aqueous humour ; der Kammer wasser. (5) Vitreous humour ; der Glaskörper. (6) Joh. Baid Listing(1808—1882). (7) Reduced eye ; das red zierte Auge. (8) Accommodation ; die Akkomodation (das Anfassungsvermögen).

る範圍内に於てのみ可能である。その一方の端の點即ち明瞭に視ることのできる眼に最も近い點を近點<sup>(1)</sup>といひ、他の端の點、即ち最も遠い點を遠點<sup>(2)</sup>といふ。眼から近點までの距離は人によつて違ふが、遠點は健全な眼では無限遠に在る。それは平行光線に對して調節し得ることを意味する。

吾々が眼を休めて居るとき、即ち無調節の状態に於ては、提繫靭帯は緊張し水晶體は最も薄くなり、健全な眼では無限遠の物體を視得る状態になつて居る。また近點を視るように調節したときは、最も努力した状態にある。また、眼が最も明瞭に物體を視得るとき、その物體と眼との距離を明視の距離<sup>(3)</sup>といふ。それは凡そ 25cm である。

間接視に於ては、網膜上に結ぶ像の大きさは、像の兩端が簡約眼の曲率中心に於て張る角によつて定まり、またこの角は、簡約眼の曲率中心から物體を見込む角に等しい。この角を視角<sup>(4)</sup>といふ。物體の見掛けの大きさは視角の *tangent* によつて定まる。

直接視によつて、大きさのある物體を視るときには、物

(1) Near point ; der Nahepunkt. (2) Far point ; der Fernpunkt. (3) Distance of most distinct vision ; die deutliche Sehweite. (4) Visual angle ; der Schwinkel.

體の各點の像が續いて黄班の上に結ぶように、知らず識らずの間に眼球を廻轉する。従つて物體の各點と黄班とを結ぶ直線は眼球中の一點に交はる。これを眼の廻轉中心<sup>(1)</sup>といふ。この場合に於ける視角は廻轉中心から物體を見込む角である。

【注意1】 接近せる二點を二點として視得る能を眼の分解能<sup>(2)</sup>といふ。網膜上に映する二點の像の距離が、 $0.004\text{mm}$ . 以上ならばこれを二點に視分けることができる。このときの視角は約  $1'$  である。

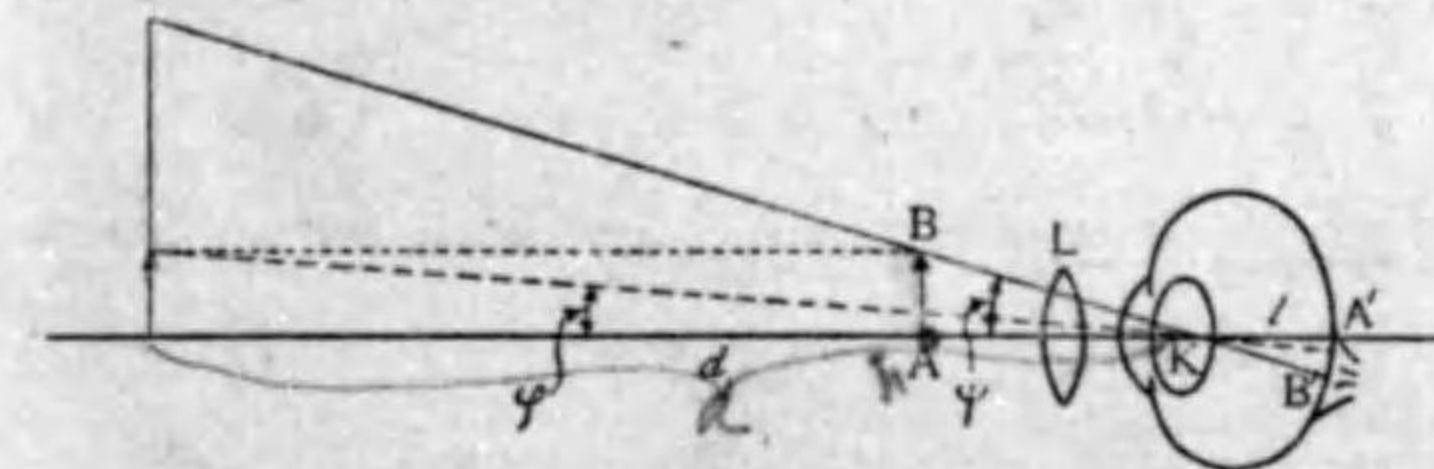
【注意2】 近視<sup>(3)</sup>は眼底深過ぎるか、水晶體が凸であり過ぎる等のために、物體の像が網膜よりも前方に結ぶに因るものである。これを補ふためには、凹レンズを用ひる。遠視<sup>(4)</sup>は眼底浅過ぎるか、水晶體が薄過ぎて、物體の像が網膜の後ろに生ずるに因るものである。これを補ふために、凸レンズを用ひる。また亂視<sup>(5)</sup>は §201 に述べたように、方向によつて収斂の度が異なるために起り、老視<sup>(6)</sup>は近い物體に対する調節力の衰へたために起る。

【注意3】 眼鏡の度といふのは、その焦點距離を單位吋で表はしたものである。近頃はデオプターを用ひる。さて  $1\text{inch}=2.54\text{cm}$  であるから、 $d$  度のレンズの焦點距離は  $f=d\text{inch}=d \cdot 2.54\text{cm}=d \cdot 0.0254\text{meter}$ . 故に、そのデオプターを  $D$  で表はすと  $D=\frac{1}{f}=\frac{1}{d \cdot 0.0254} \doteq \frac{40}{d}\text{dptr.}$ <sup>(7)</sup>

(1) Rotating centre of eye ; der Augendrehpunkt. (2) Resolving power ; die Sehschärfe od. das Auflösungsvermögen. (3) Myopia ; die Kurzsichtigkeit (Myop). (4) Hypermetropia ; die Übersichtigkeit (Hypermetrop). (5) Astigmatism ; die Astigmatismus. (6) Presbyopia ; die Alterssichtigkeit (Presayop). (7) 眼の構造及び作用の詳細については、舟周英之助氏、新撰生理學下卷(増訂第九版)279頁—388頁を見よ。

§ 204. 蟲眼鏡<sup>(1)</sup>. 眼の近點以内に物體を置くときは、その像は網膜の後方に結ぶ。然るにそのとき、眼と物體との間に凸レンズを置けば、その像を網膜上に結ばしめることができる。蟲眼鏡はこれを應用し、微小なる物を擴大して視る装置である。

さてグルストランド<sup>(2)</sup>に従へば、吾々が蟲眼鏡、顯微鏡或は望遠鏡を覗くときには、初めての場合の外は、普通自然に眼を無調節の状態、即ち平行光線が網膜上に像を結ぶ状態に置く。故に、これに適合するためには、物體を蟲眼鏡の焦點に置かねばならぬ。今、蟲眼鏡  $L$  の主軸と眼の主軸とを一致せしめ、 $L$  の焦點に物體  $AB$  を置き、且  $A$  が主軸の上に在つて、 $AB$  と主軸とは垂直



第 356 圖

とする(第 356 圖)。また、 $L$  と眼とを一つの共軸球面系と見なし、その節點を  $K$  とし、 $\angle BKA=\psi$  とする(節點は二

(1) 蟲眼鏡は吾邦に於ける俗稱であつて、小さい蟲を見るために用ひられるからかく名づける。また擴大鏡 Magnifying glass ; das Vergrößerungsglas 單顯微鏡 Simple microscope ; das einfache Mikroskop 或はルーペ die Lupe ともいふ。これはラテン語 Lupus(狼)より起る。その形が狼創 Lupus に似て居るため醫者がかく呼んだことに創まるといふ。

(2) A. Gulstrand.



つ在るけれどもその距離小なるため一つと見なす)。光線 BK はその方向を變することなく網膜上に B の像 B' を結ぶ。また網膜上に於ける A の像を A', A'B' = y' とし、節點 K と網膜との距離を l とすると

$$\frac{y'}{l} = \tan\psi = \frac{AB}{f}$$

である。こゝに f は L の焦點距離である。次に、肉眼で AB を見る際には、普通これを明視の距離 d に置くから、そのとき像の大きさを y,  $\phi$  及び l' に相當するものを  $\phi$  及び l' とすると、

$$\frac{y}{l'} = \tan\phi = \frac{AB}{d}$$

故に、蟲眼鏡を通して見たときの像の大きさ y' と、肉眼で見た像の大きさ y との比を m とすると、 $l=l'$  であるから、

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{l \tan\psi}{l' \tan\phi} = \frac{d}{f} \quad (1)$$

これを蟲眼鏡の倍率<sup>(1)</sup>といふ。また、L のディオプターを D とすると、

$$m = dD \quad (2)$$

但し、d はメートルを單位とする。普通  $d=0.25$

$=\frac{1}{4}$  meter であるから、

$$m = \frac{D}{4} \quad (3)$$

【注意1】上に述べた倍率は物體を凸レンズの焦點に置いた場合についてであるから、外の場合には用ひられない。然し、後に顯微鏡及

(1) Magnification ; die Vergrößerung.

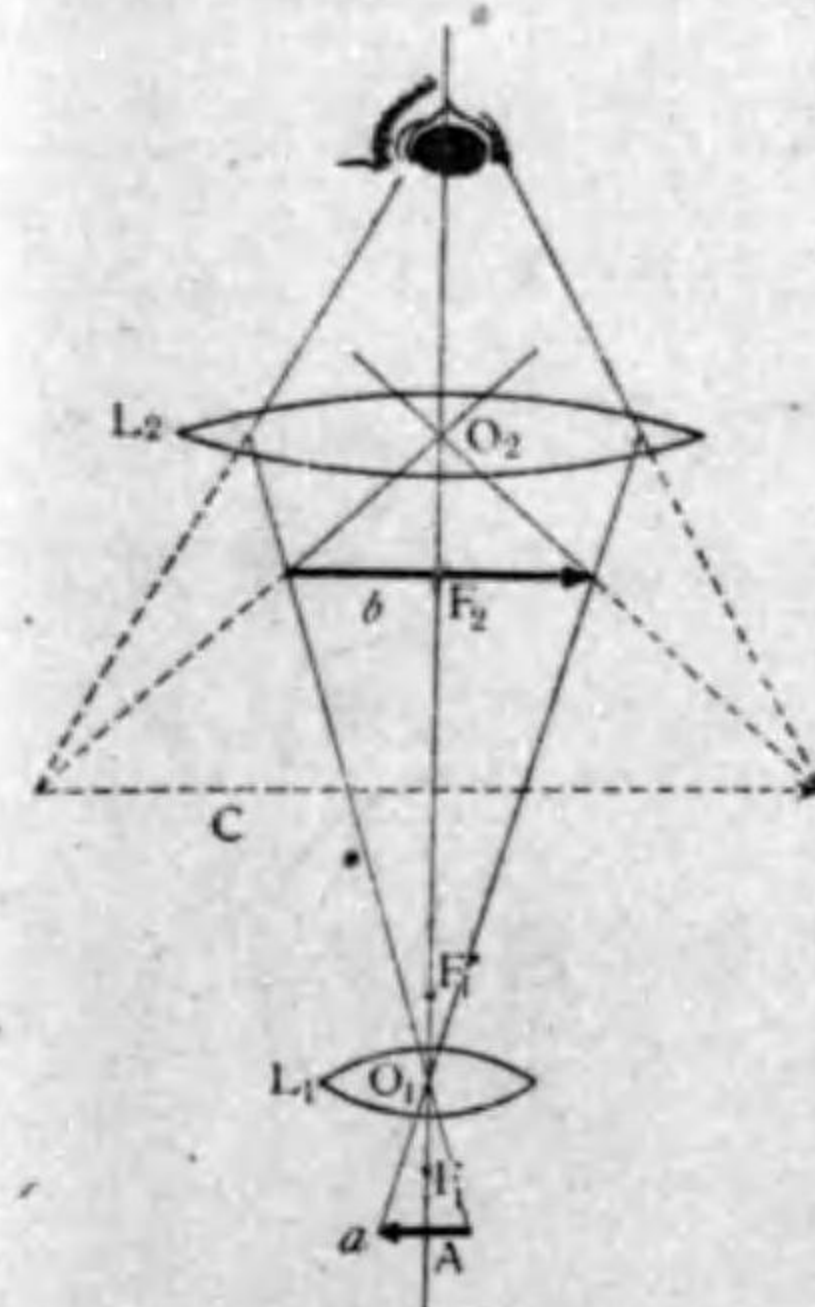
び望遠鏡等に應用するのは多くこの場合であるから、これ以外の場合にはあまり重要でない。

【注意2】上の説明は間接視についてであるけれどもまた K を迴轉中心にすれば直接視にも適用され m の値は變らない。

§ 205. 顯微鏡<sup>(1)</sup>. 顯微鏡の要部は對物レンズ<sup>(2)</sup>と接眼レンズ<sup>(3)</sup>である。いづれも色々の收差を除くために、數枚のレンズを組み合はしたものであるけれども、光學的には各々一枚の收斂レンズ

と見ることができる (§198)。故に、その理を説明するには、便宜上、第 357 圖のように、各々を一枚の凸レンズで代表せしめる。

今、擴大して見ようと思ふ物體 a を對物レンズ L<sub>1</sub> の焦點外に、そうして極めてこれに近く置く、その擴大された實像 b を結ぶ (§196)。そこで、接眼レンズ L<sub>2</sub> を、b がその焦點に在る



第 357 圖

ように置けば、蟲眼鏡の場合と同様に更に b の擴大された像 c を見ることができる。

(1) Microscope ; das Mikroskop 單顯微鏡に對して複顯微鏡 Compound microscope ; das zusammengesetzte Mikroskop ともいふ。(2) Objective lens ; die objektive Linse (3) Eyepiece ; das Okular.

次に、顕微鏡の倍率を計算する。先づ對物レンズの倍率  $m_1$  を考へる。  $a$  と主軸との交點を  $A, L_1$  の光心を  $O_1, L_2$  の内側の主焦點を  $F_2$  とすると、

$$m_1 = \frac{b}{a} = \frac{O_1 F_2}{O_1 A}$$

【注意】 実際の場合には  $O_1$  の代りに對物レンズの主要點を取ればよい。

對物レンズの焦點距離を  $f_1$  とすると、  $O_1 A = f_1$  であるから、

$$m_1 = \frac{O_1 F_2}{f_1}$$

然るに、普通  $f_1$  は數  $mm$  であつて、  $O_1 F_2$  は  $L_1$  の内側の焦點  $F_1'$  と  $F_2$  との距離と近似的に等しいから、

$$m_1 = \frac{F_1' F_2}{f_1} \quad (1)$$

と置くことができる。  $F_1' F_2$  を顕微鏡の筒の長さ<sup>(1)</sup>といふ。これを  $\Delta$  とすると、

$$m_1 = \frac{\Delta}{f_1} \quad (2)$$

また、接眼レンズの倍率を  $m_2$ 、その焦點距離を  $f_2$ 、明視の距離を  $d$  とすると前節(1)によつて、

$$m_2 = \frac{d}{f_2} \quad (3)$$

故に、顕微鏡全體としての倍率を  $M$  とすると、

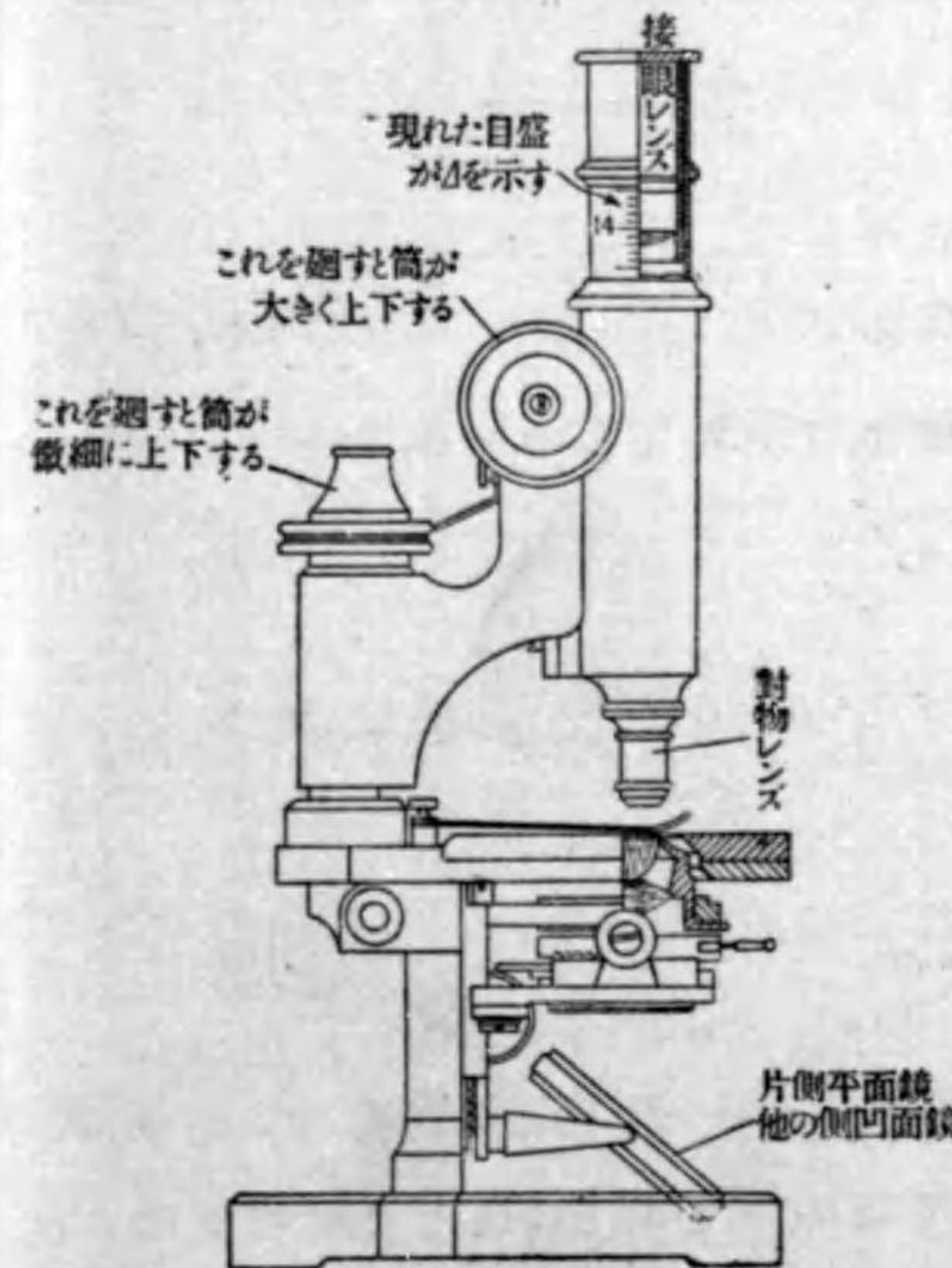
(1) Tube-length ; die Tubslänge.

$$M = m_1 m_2 = \frac{\Delta d}{f_1 f_2} \quad (4)$$

即ち、顕微鏡の倍率は、觀測者の明視の距離と筒の長さとの積に比例し、對物レンズ及び接眼レンズの焦點距離の積に反比例する。

【注意1】 筒の長さ  $\Delta$  は第 358 圖に示すように變へることができる。故に、顕微鏡の倍率は色々に變へ得るものである。

【注意2】 顕微鏡の構造とその作用の概要は第 358 圖及びその説明



第 358 圖

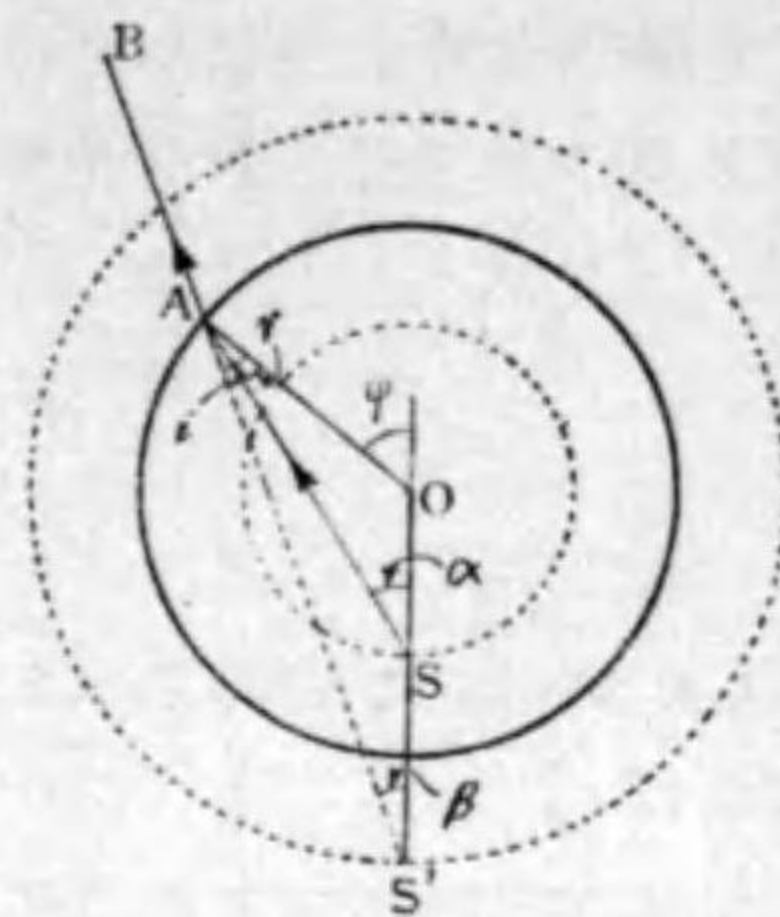
で會得される。筒を上げ下げして調節するといふのは、筒の長さ  $\Delta$  を變へるのではなく、全體として筒の位置を上下し、物體に對する對物レンズの位置を變へて、その實像を接眼レンズの焦點に結ばしめることである。

#### 甲. 對物レンズの構造.

對物レンズは色收差、球面收差を除くために數枚のレンズを組み合はしてある。その前端レンズ<sup>(1)</sup>は半球形のものであるが、その球面收差は殆どない。その理を次に説明する。

今、半徑  $R$  の透明なる球、例へば硝子球中の一點  $S$  から出た光線が球面の一點  $A$  に於て屈折して  $AB$  の方向に進んだとし、 $AB$  を逆に延長

(1) Front lens ; die Frontlinse.



第 359 圖

したとき、直径 OS と S' に於て交はつたとすると、次のことが證明される (第 359 圖)。

もし、 $OS = \frac{R}{n}$  ( $n$  は硝子の屈折率) なるように S を定めるならば、 $OS' = nR$  となり、S から出た光線は凡て (たとへ開きが大きくとも) 屈折の後 S' から出るように見へる。

何となれば  $\alpha, \beta, r$  及び  $i$  を圖に示すように角を表はすものと、三角形 AOS を考へると

$$\frac{OS}{R} = \frac{\sin r}{\sin \alpha} \text{ 故に, } \frac{\sin r}{\sin \alpha} = \frac{1}{n}$$

然るに、

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \text{ 故に, } \frac{\sin r}{\sin \alpha} = \frac{\sin r}{\sin i}$$

依つて、

$$\alpha = i \tag{1}$$

また、三角形 AOS と AOS' との外角  $\psi$  は共通であるから、 $\beta + i = \alpha + r$  故に

$$\beta = r \tag{2}$$

また、三角形 AOS' から

$$\frac{OS'}{R} = \frac{\sin i}{\sin \beta} \text{ 即ち, } OS' = R \frac{\sin i}{\sin \beta} \tag{3}$$

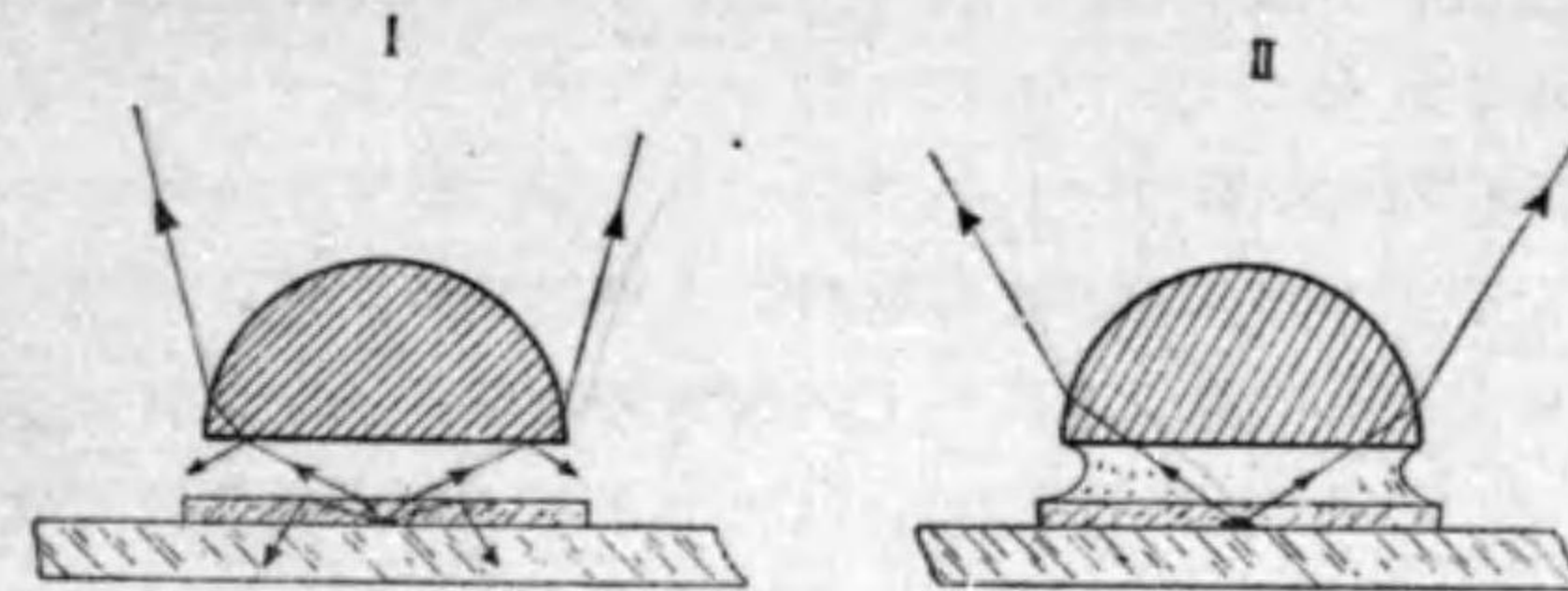
(2) によつて

$$OS' = R \frac{\sin i}{\sin r} = nR$$

さて、この関係は、 $r$  の如何に係らず成立する故、S から出た光線は、それと OS との開きの如何に係らず、球面によつて屈折した後、凡て S' から出たように見へる。かくの如き面を S と S' とに關して無收差面<sup>(1)</sup>といひ、S と S' とをこの球面に關して無收差點<sup>(2)</sup>といふ。實際上に於ては、球の S 以下の部分を取り去り、S を切口の面に接觸せしめてもよい。顯微鏡の對物レンズでは、普通これを半球となし、下の平面に於ける屈折

(1) Aplanatic surface ; die aplanatische Oberfläche. (2) Aplanatic points ; die aplanatische Punkte.

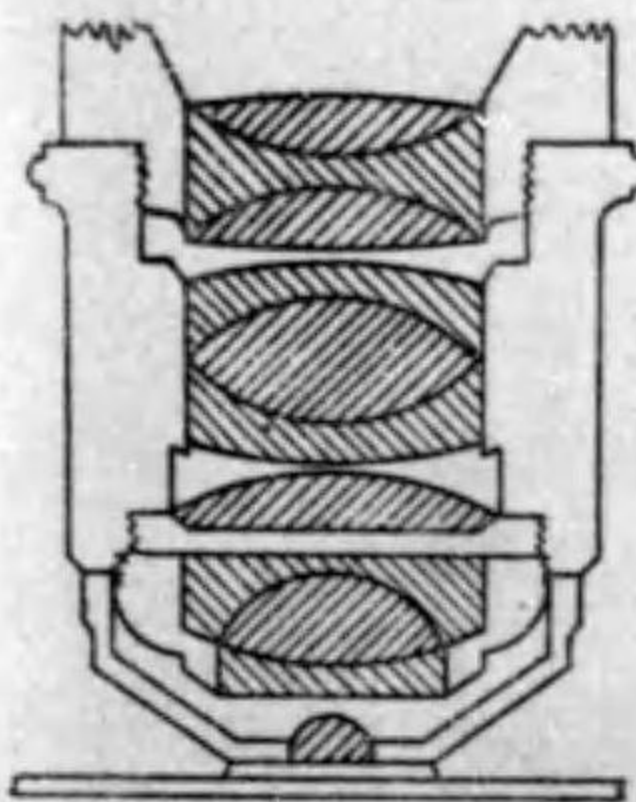
によつて生ずる虚像が S の位置に在るように物體を置くのである。然し、このような場合には、物體からの光線が前端レンズの下面で反射



第 360 圖

されるため明るさが減じ、物體を覆ふた硝子板の面からも反射されて尙更明るさが減ずる (第 360 圖 I)。それを防ぐために、レンズの硝子と同一の屈折率の油 (普通セダー油<sup>(1)</sup>) で平面の下の部分を充たし、物體をその中に浸す (第 360 圖 II)。これを油浸<sup>(2)</sup>といふ。

第 361 圖に示すものは、アポクロマート<sup>(3)</sup>と稱する對物レンズであつて、十個のレンズより成る。但し、アポクロマートとはアツベ<sup>(4)</sup>によつて名けられたものであつて、軸の方向に於て色收差を除いたのみならず、軸と斜めに投射する光線の球面收差は光によつて違ふのであるがこれをも除いたものである。その最良のもの、前端レンズ (即ち最下のレンズ) は螢石<sup>(5)</sup>で作つてある。



第 361 圖

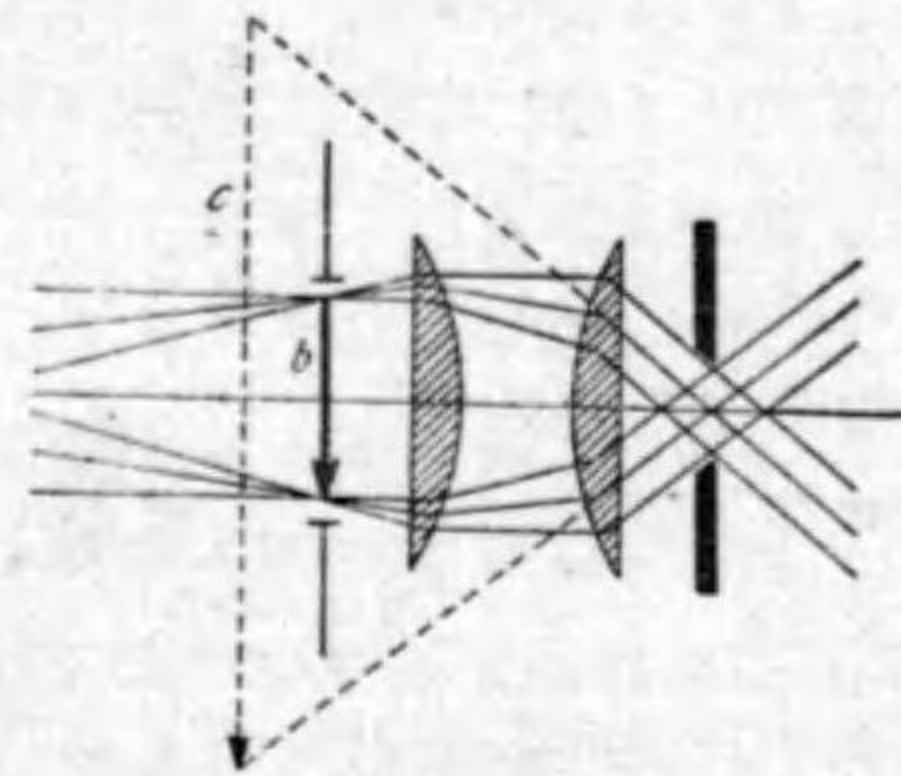
【注意】§203 に述べたように、吾々の眼にはそれぞれ一定の分解能がある。それと同様に、

顯微鏡にも各の場合に應じてそれぞれ一定の分解能がある。即ち、物體の接近せる二點を二點として見分け得る最小の距離がある。油浸法によつて明るさを増す外に分解能をも大ならしめることが

(1) CederOil ; das Zederöl. (2) Oil immersion ; das Ölimmersion. (3) Apochromat. (4) E. Abbe (1840—1905) (5) Fluorite (fluorspart) ; Fluszspar.

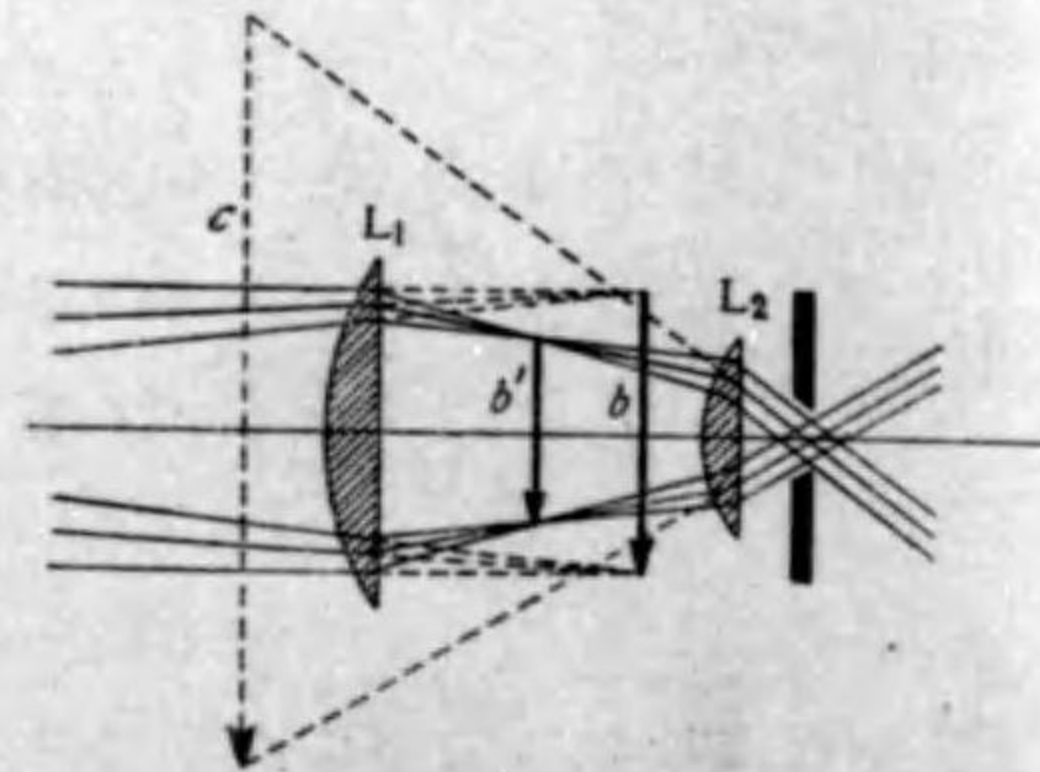
できる。その理論及び一般に顕微鏡の分解能については光の廻折の所で述べる。」

乙. 接眼レンズ. 接眼レンズも数枚のレンズ(少くとも凸レンズ二枚)を組み合はしてある。普通用ひられて居る接眼レンズに二種ある。その一つは焦点距離の等しい平凸レンズの凸面の方を向ひ合はし、その距離を各のレンズの焦点距離或はその三分の二位に等しくしたもので、これをラムデン<sup>(1)</sup>の接眼レンズ(第362圖)といふ。この場合には、對



第362圖

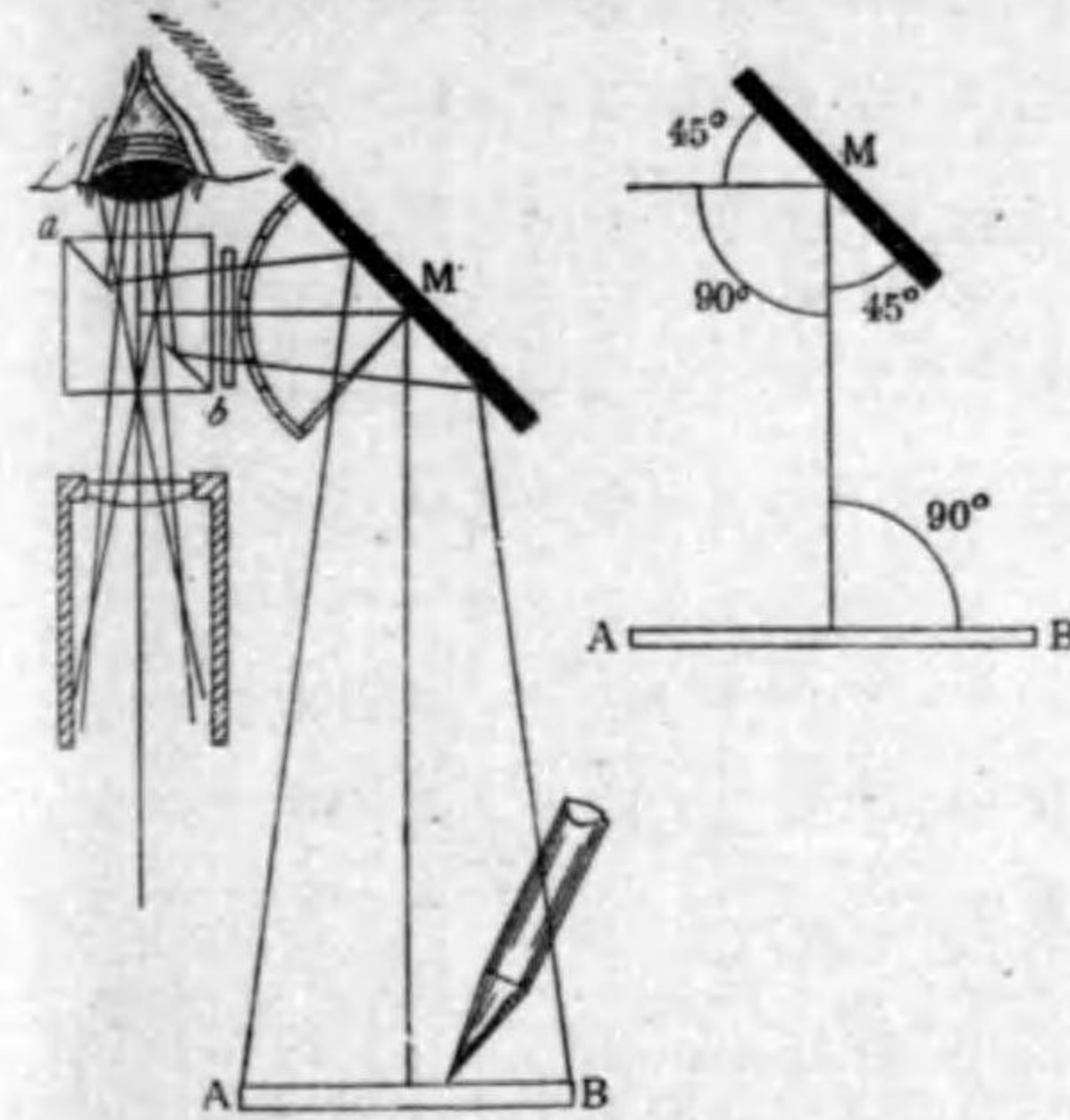
物レンズによつて物体の實像を二つのレンズの外に結ばしめ、接眼レンズにより擴大された虚像cを作るのである。故に十字線<sup>(2)</sup>或は接眼測微尺<sup>(3)</sup>(接眼レンズの方に在る測微尺)はbの位置に置かねばならぬ。他の一つはフイゲンス<sup>(4)</sup>の接眼レンズと稱し、第363圖の如く大小二つの平凸レンズを、二つ共に平面を眼の方に向け、大なるレンズL<sub>1</sub>を對物レンズの方に置き、小レンズL<sub>2</sub>を眼の方に置いてある。その焦点距離はf<sub>1</sub>=3f<sub>2</sub>であつて、レンズの距離をdとするとd=2f<sub>2</sub>である。この場合には對物レンズで實像を結ばぬ前にL<sub>1</sub>で收斂せしめて實像b'を結ばしめ、L<sub>2</sub>でその擴大された虚像cを作つて見るのである。故に十字線或は接眼測微尺は二つのレンズの間b'の位置に置かねばならぬ。



第363圖

(1) Jesse Ramsden (1735—1800) (2) Cross-wire ; das Fadenkreuz. (3) Ocular micrometer ; das Okularmikrometer. (4) Christian Huygens (1629—1695)

丙. カメラ・ルシダ<sup>(1)</sup>. カメラルシダは主として顕微鏡で物を見ながらこれを寫生するための装置である(第364圖)。その要部は、立方體の硝子を、對角線abを通る平面にて切つて二つの直角プリズムとなし、



第364圖

圖の上の方のプリズムの切口の面の中央部(楕圓形)以外を鍍銀し、再びはり合してもとの立方體となしたものである。これを圖のように装置して上から見ると、中央に圓形の透き通つた部分があつて、他の部分には水平面と45°の傾いた鏡が在るようになる。これに水平面と45°傾いた平面鏡Mを對して置き、Mの眞下に寫生せんとする紙ABを置いて、顕微鏡下の

物を見ると、それとAB上に描く畫とが同時に眼にはいるから見た通りの畫を描くことができる。<sup>(2)</sup>

§ 206. 天體望遠鏡<sup>(3)</sup>. 望遠鏡も對物レンズと接眼レンズより成り、その各は色々の收差を除くために数枚のレンズを組み合はしたものであるけれども、光學的にはこれを唯一つの凸レンズと同様に取り扱ひ得る

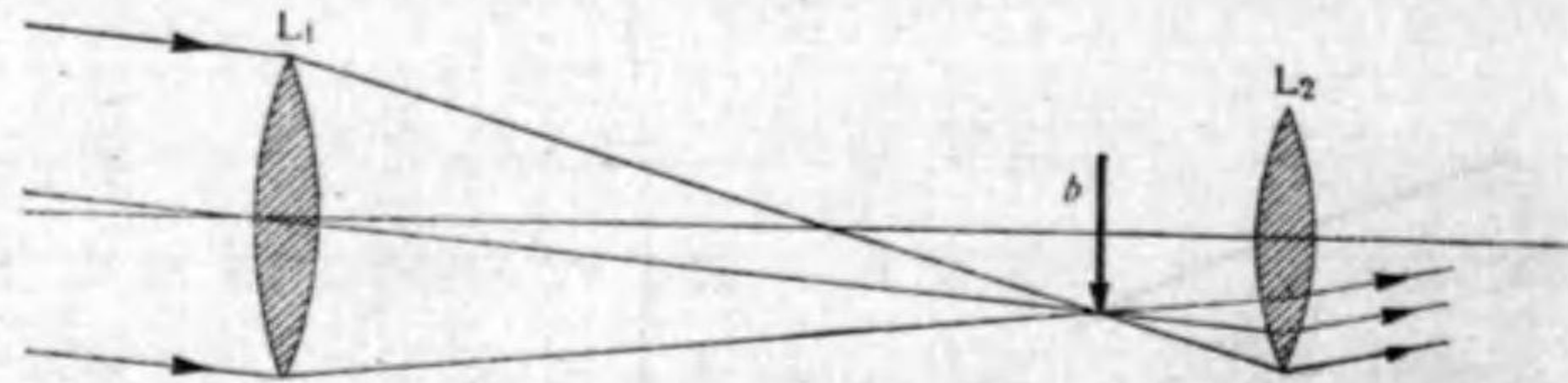
(1) Camera lucida ; Kamera Luzid. 上述のものはアツペの考案にかゝる。

(2) 顕微鏡について詳しくことは山田幸五郎氏、光學の知識(岩波) 167頁—178頁、尙詳細の構造及び使用法については鈴木文太郎氏、顯微鏡及び鏡査(丸善)、Simon Henry Gage, The Microscopeを見よ。

(3) Astronomical telescope ; das astronomische Fernrohr.

ことは顕微鏡の場合と同様である(§198)。顕微鏡は近い物を拡大して見るためのものであるから、對物レンズに投射する光線の開きが大であるけれども、望遠鏡は遠方のものを拡大して見るためのものであるから、對物レンズに投射する光線は平行に近い。

今、第365圖に於て、 $L_1$  及び  $L_2$  をそれぞれ望遠鏡の對

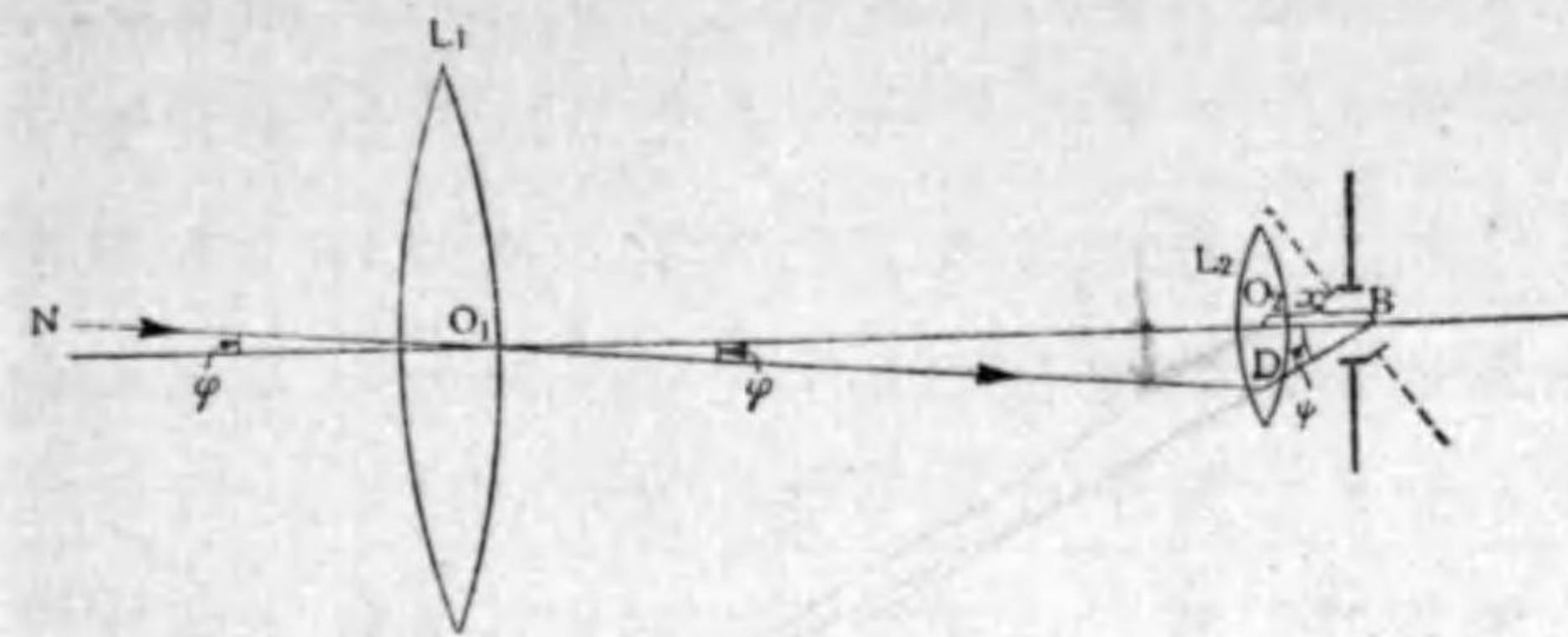


第365圖

物レンズ及び接眼レンズとし、これを遠方に在る物體に向け、 $L_1$  によつてその焦點に倒立した像  $b$  を結ばしめる。 $b$  が  $L_2$  の焦點に在るように装置し、調節せざる眼で覗けば、拡大された倒立の像が認められる。 $L_1$  及び  $L_2$  の焦點距離をそれぞれ  $f_1$  及び  $f_2$ 、 $L_1$  と  $L_2$  との距離即ち筒の長さを  $l$  とすると、圖から直ちに分るように、

$$l = f_1 + f_2 \quad (1)$$

次に倍率を計算する。そのため物體の一方の端から出て、對物レンズの中心を通る光線の眼にはいるまでの途を追跡して考へ、これを  $NO_1DB$  とする(第366圖)。但し、 $O_1$  は  $L_1$  の光心、 $B$  は眼の廻轉中心(§203)である。



第366圖

$NO_1$  及び  $DB$  が望遠鏡の軸と成す角をそれぞれ  $\varphi$  及び  $\psi$  とすると、 $\psi$  は望遠鏡を通して物體を観たときの視角である。また物體は普通相當遠方に在る故、望遠鏡なしに視るときには、眼を  $B$  に置いても  $O_1$  に於ても視角は殆ど同一である。故に肉眼で物體を視た視角は  $\varphi$  に等しい。依て倍率を  $m$  とすると、

$$m = \frac{\tan \psi}{\tan \varphi} \quad (2)$$

然るに、 $L_2$  の光心を  $O_2$  とし  $O_2B = x$  とすると、

$$\tan \varphi = \frac{O_2D}{O_1O_2} = \frac{O_2D}{f_1 + f_2}, \quad \tan \psi = \frac{O_2D}{x}$$

故に、

$$m = \frac{f_1 + f_2}{x} \quad (3)$$

然るに、 $O_1$  と  $B$  とは  $L_2$  に関して共軛點であるから(§192(8))  
により、

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{f_1 + f_2} = \frac{1}{f_2}, \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1 + f_2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{f_1}{f_2(f_1+f_2)}, \quad \frac{f_1+f_2}{x} = \frac{f_1}{f_2}$$

故に,  $m = \frac{f_1}{f_2}$  (4)

即ち、望遠鏡の倍率は、對物レンズの焦點距離を接眼レンズの焦點距離で割つた商に等しい。(1)

上述の望遠鏡では、像の向きが實物と逆である。天體を觀測するにはこれで不便はない。それ故、この式の望遠鏡を天體望遠鏡或はケプレルの望遠鏡といふ。(2)

【注意1】 上式(4)によると、倍率を大きくするには對物レンズの焦點距離を長くせねばならぬ。従つて筒の長さも長くなり對物レンズも薄く且大きくなる。また對物レンズが大きくなれば、望遠鏡にはいる光の量が多くなり、像が明るくなる。このように、望遠鏡に於ては對物レンズの大きさはその望遠鏡の値を定める重要な部分であるから、普通望遠鏡の大きさをいひ表はすに、吋を單位とした對物レンズの直徑でいひ表はして居る。

【注意2】 接眼レンズとしては顯微鏡と同様にラムステン式及びハイゲンス式等が用ひられる。

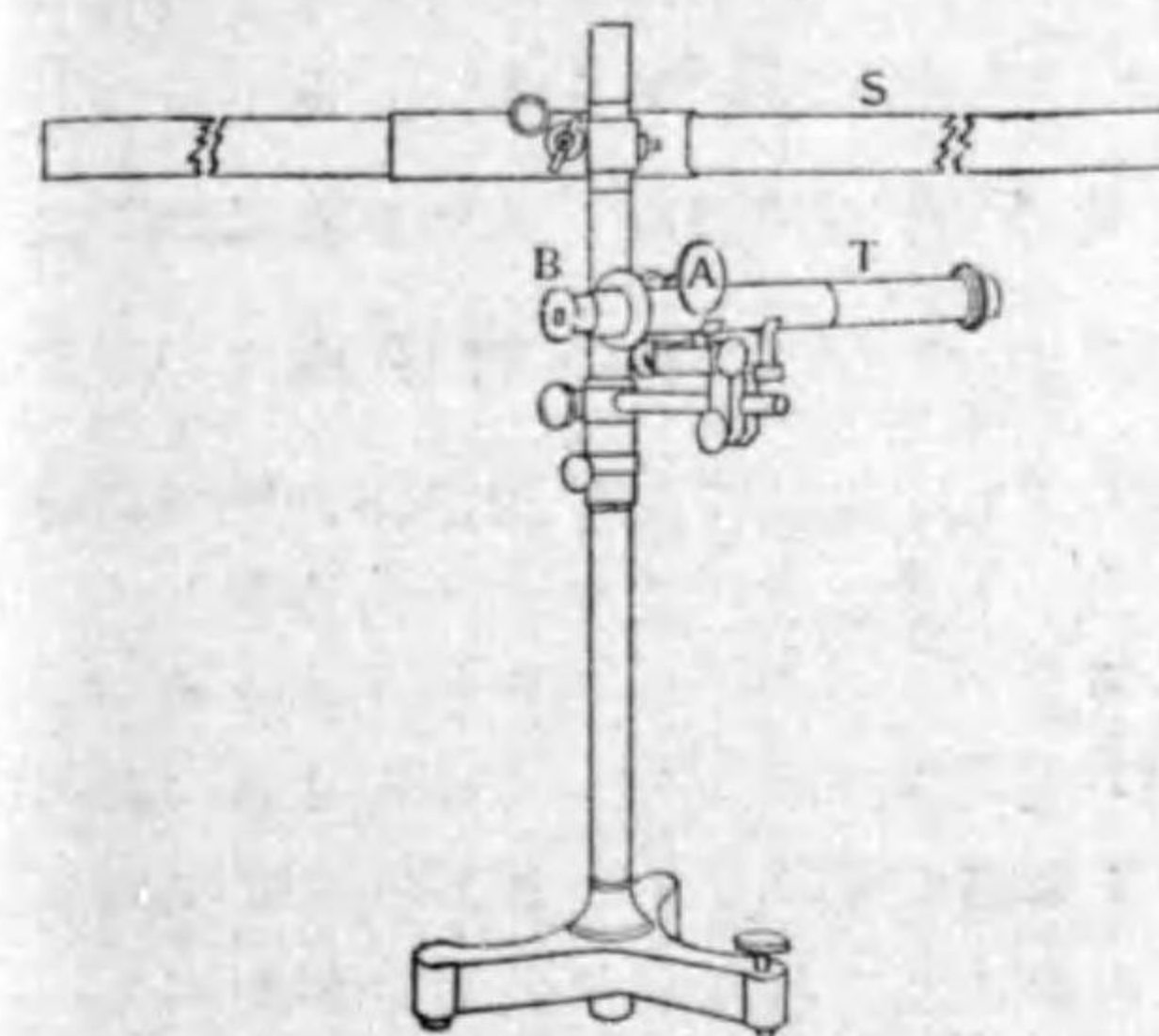
【注意3】 望遠鏡には上述の式の外にガリレイ式、地球望遠鏡、プリズム入望遠鏡、反射望遠鏡等がある。これ等については、山田幸五郎氏、光學の知識(岩波)189頁—200頁を見よ。

### § 207. 尺度及び望遠鏡。(7) 物理學的の實驗に於ては、物體の

(1) 望遠鏡の倍率を實驗的に測定する方法については早川金之助氏、物理實驗測定法 279頁280頁を見よ。(2) Johannes Kepler (1571—1620). (3) Galilei's telescope; das Galileische Fernrohr. (4) Terrestrial telescope; das irdische Fernrohr. (5) Prism-telescope; das Prismenfernrohr. (6) Reflecting telescope; das Reflexionsfernrohr. (7) Scale and telescope; die Skala und Teleskop.

僅かの廻轉角を測る場合に、その物體に小鏡を附け置き、これに光を當て、その反射光線の方向のフレの角を測つて所要の廻轉角を知ることが多い(例へば §70の實驗)。かゝる場合には、普通望遠鏡と尺度とを組み合はしたものを用ひる。これを尺度及び望遠鏡といふ。次にその理を説明する。

第 367 圖はその装置全體を尺度の裏側から見た圖である。T は



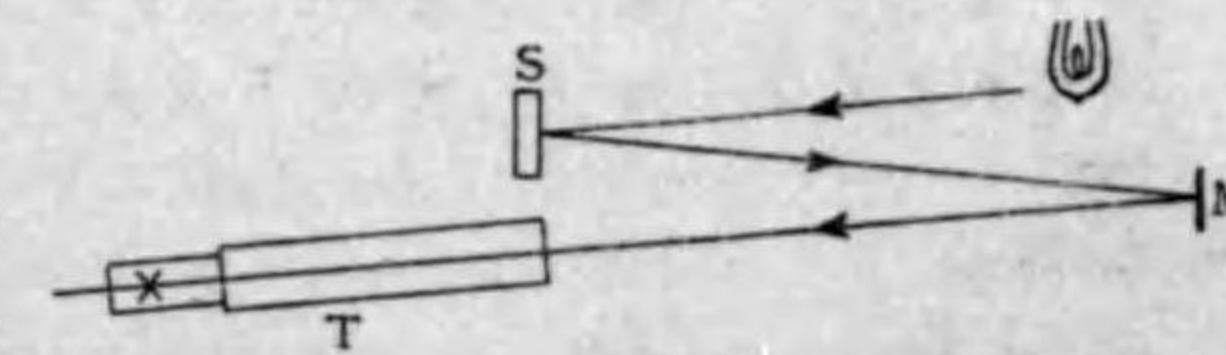
第 367 圖

2—5m 位離れた物體を見るに適した望遠鏡であつて、A を廻轉することによつて接眼レンズを全體として筒の中に出し入れすることができる。即ち、筒の長さを變へることができる。接眼レンズは筒Bをさし込み或は抜き出すことにより、二つのレンズの間の距離を變へ得るようにつてある。故に、この望遠鏡を使用するには、先

づこれを覗きながらBをさし込み或は抜き出して、十字線が明瞭に視へるようにする。S は尺度であつて、普通最小の目盛は 1mm である(圖では向ふ側に尺度の目盛がある)。これを小鏡に映し、望遠鏡で視ると、その像と實物とは上下左右が互に逆になるから、普通尺度の目盛には上下左右を逆にした數字を記してある。

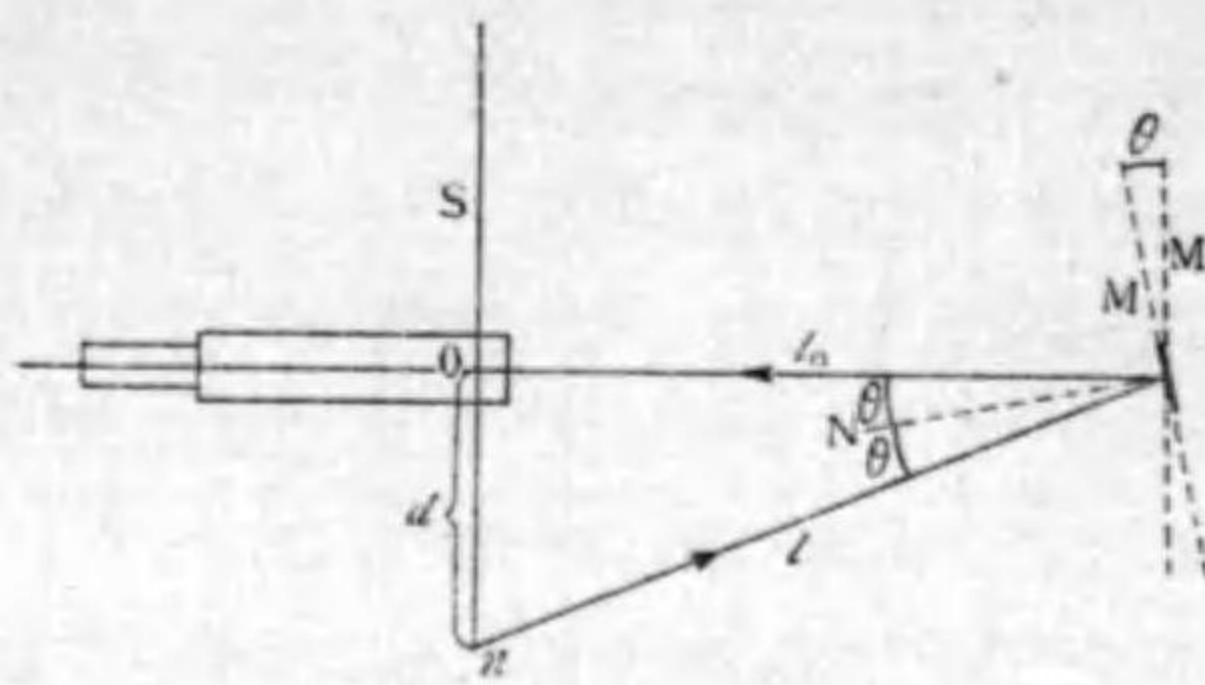
今、第 367 圖の装置を横から見て光線が尺度 S 及び小鏡にて反射し望遠鏡内の十字を通過する

ことを示すと、第 368 圖のようになる。但し、尺度 S は望遠鏡の上に置いて、また下に置いてさし支がない。



第 368 圖

次に第 367 圖の装置を上から見ると、第 369 圖のようになる。さて、初め小鏡が M<sub>0</sub> の位置に在つたとき尺度 O から出た光が M<sub>0</sub> に當つて反



第 369 圖

射した後、ちょうど望遠鏡の十字の交点を通つたとし、M が M の位置に廻轉したとき、尺度の目盛 n が M に當つて望遠鏡の十字の交点を通つたとする。このとき M の法線を N とすると、反射の法則により投射線 l と反射線

l とは N と相等しい角を成す。この角を  $\theta$  とする。そうすると、N は初め l と一致して居つたのであるから、N の廻轉角も  $\theta$  である。また、N の廻轉角は鏡の廻轉角と等しい。依て、

$$M \text{ の廻轉角 } = \theta = \frac{1}{2} \angle nMO$$

従て、

$$\tan 2\theta = \frac{d}{l_0}$$

2 $\theta$  が小なるときは §2 注意 2 により、

$$\tan 2\theta = 2\theta.$$

故に、

$$2\theta = \frac{d}{l_0} \quad \text{即ち} \quad \theta = \frac{d}{2l_0} \quad (1)$$

これにより、望遠鏡の読み n と小鏡から尺度までの距離 l<sub>0</sub> とから小鏡の廻轉角を求めることができる。

【注意 1】  $\tan \alpha = x$  なるとき  $\alpha$  は次式の如く x の無限級数として表はすことができる。

$$\alpha = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots$$

故に、

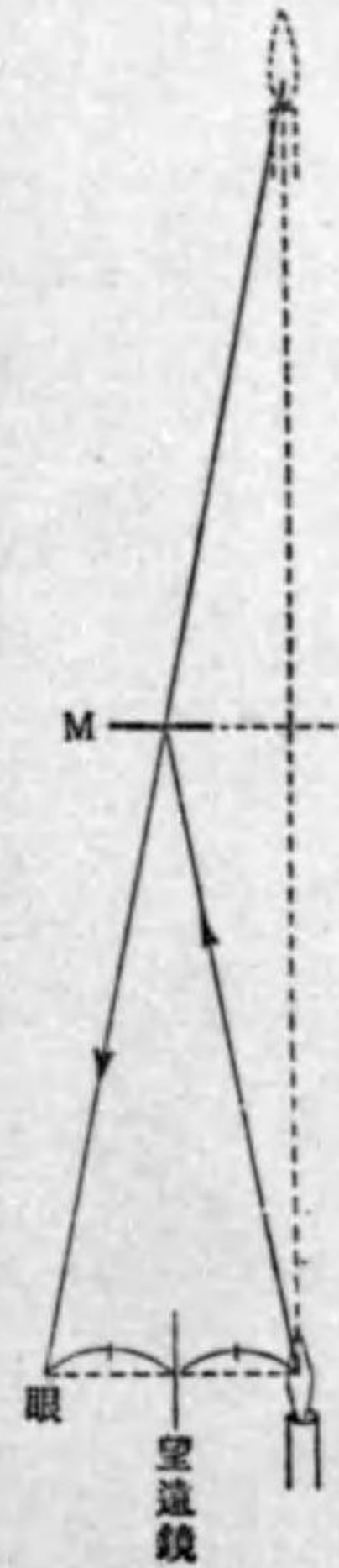
$$\theta = \frac{1}{2} \left\{ \frac{d}{l_0} - \frac{1}{3} \left( \frac{d}{l_0} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{d}{l_0} \right)^5 + \dots + (-1)^n \frac{1}{2n+1} \left( \frac{d}{l_0} \right)^{2n+1} + \dots \right\} \quad (2)$$

となる。(1) で不十分なときは (2) により所要の項まで採つて計算すればよい。

【注意 2】 廻轉角が小さく且廻轉角の比較的の値にて事の足りる場合には (2) の  $\theta$  を知る必要はなく d さへ知れば十分である。

【注意 3】 M としては普通薄い硝子の表面に鍍銀し、その表面を磨いて反射面としたもの所謂表面鏡<sup>(1)</sup>を用ひる。もし、普通の鏡のように、硝子の裏に鍍銀したのものを用ひると、その面のみならず硝子の表面からも反射するから、像の明確を缺くことになる。

【注意 4】 第 367 圖の装置を調節するには、第一、望遠鏡の大體の位置を定めるために、電燈蠟燭光の如きものを用ひ、それと眼とを大體同一水平面上に置き、その位置を色々に變へて小鏡 M に映つた電燈の像を肉眼で視得るようにする。そうすれば、そのとき眼と電燈との中央に望遠鏡を置けばよい(第 370 圖)。第二、望遠鏡を覗きながらその位置を上下し、また筒の長さを變へて、ちょうど小鏡 M が見へるようになる。そこで、その位置方向を變へずに、それと M との距離の 2 倍、即ち 2d 離れた物體を明確に見得るように筒の長さを變へる。これは望遠鏡と、尺度 S の像 S' との距離は 2d であるからである。第三、望遠鏡を覗きながら尺度 S の位置を上下しその像が見へるようにし、且筒の長さを少しづつ變へながら眼を左右に振つても尺度の像と十字との關係位置が變らぬようにする。もしそれが變れば尺度の實像はちょうど十字の位置に結んで居ないのである。



第 370 圖

§ 208. 寫眞レンズ<sup>(2)</sup> 寫眞レンズは、

(1) Surface mirror ; der Oberflächenspiegel. (2) Photographic lens ; die photographische Linse.

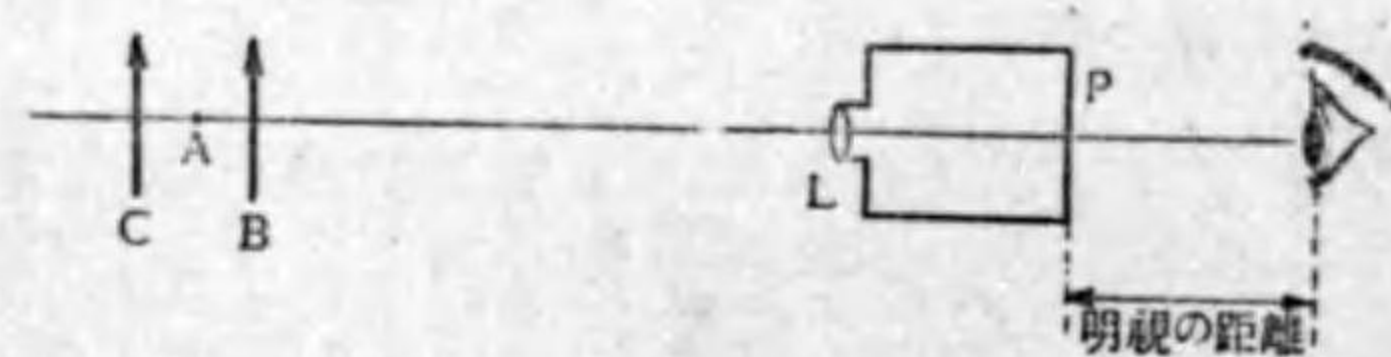
色々の収差を除くために数枚のレンズを合成して作った収斂レンズであつて、これによつて物体の實像を乾板の上に結ばしめ、これを感光せしめる装置である。

【注意1】 乾板は硝子板に硝酸銀を塗り、これにセラチンの薄い膜をつけたものである。どうして、これを乾板といふかといふと、寫真術の幼稚な時代には、濕板と稱し、板を作つて乾かぬ間に映す方法があつたから、これに對し乾いた板といふ意味で乾板といふのである。濕板は今日に於ても製版に用ゐられて居る。

【注意2】 乾板の感光作用については後に述べる。

寫真レンズの良否を定める光學的の條件は、第一、色々の収差を除いてあるかどうかといふこと。第二、明るさ、即ち撮映に要する時間の長短。第三、視角の大小即ちどれだけの開きまでは鮮明に映し得るかといふこと。第四、<sup>(1)</sup>焦點の深度である。

この最後のものゝ意味を次に説明する。第 371 圖



第 371 圖

に於て、L を寫真器のレンズ、A を主軸上の發光點、P を乾板とする。A と P とが互に共軛なる位置に在るとき、A の像は點として P の上に結ぶ。故に A に物体を置くときは鮮明に映る。然るに、A の外に、その前或は後

(1) Depth of focus ; die Tiefe des Brennpunktes.

の B 或は C に發光點があるときは、これは P の上には點として映らずに小圓として映る。従つて鮮明を缺くことになる。

實際寫真をすときには、撮映すべき物体の各點が同一平面上に在るものは殆どない。例へば、吾々の顔にしても、鼻の先きと耳とは同一平面上に無い。故にもし、吾々が寫真を見るとき、眼の分解能が非常に鋭敏なものならば、ある部分を鮮明に映さうとすれば他の部分は必ず不鮮明になる譯である。然るに、吾々の眼の分解能は §203 に述べたように、視角に於て 1 分である。物体を明視の距離に置いたとすると、 $0.07mm$  である。故に、第 371 圖に於て、B 及び C に在る發光點が直徑  $0.07mm$  の小圓として P 上に像を結ぶならば BC の間に在る物体は一様に鮮明に映ることになる。この BC の距離を焦點の深度といふ。

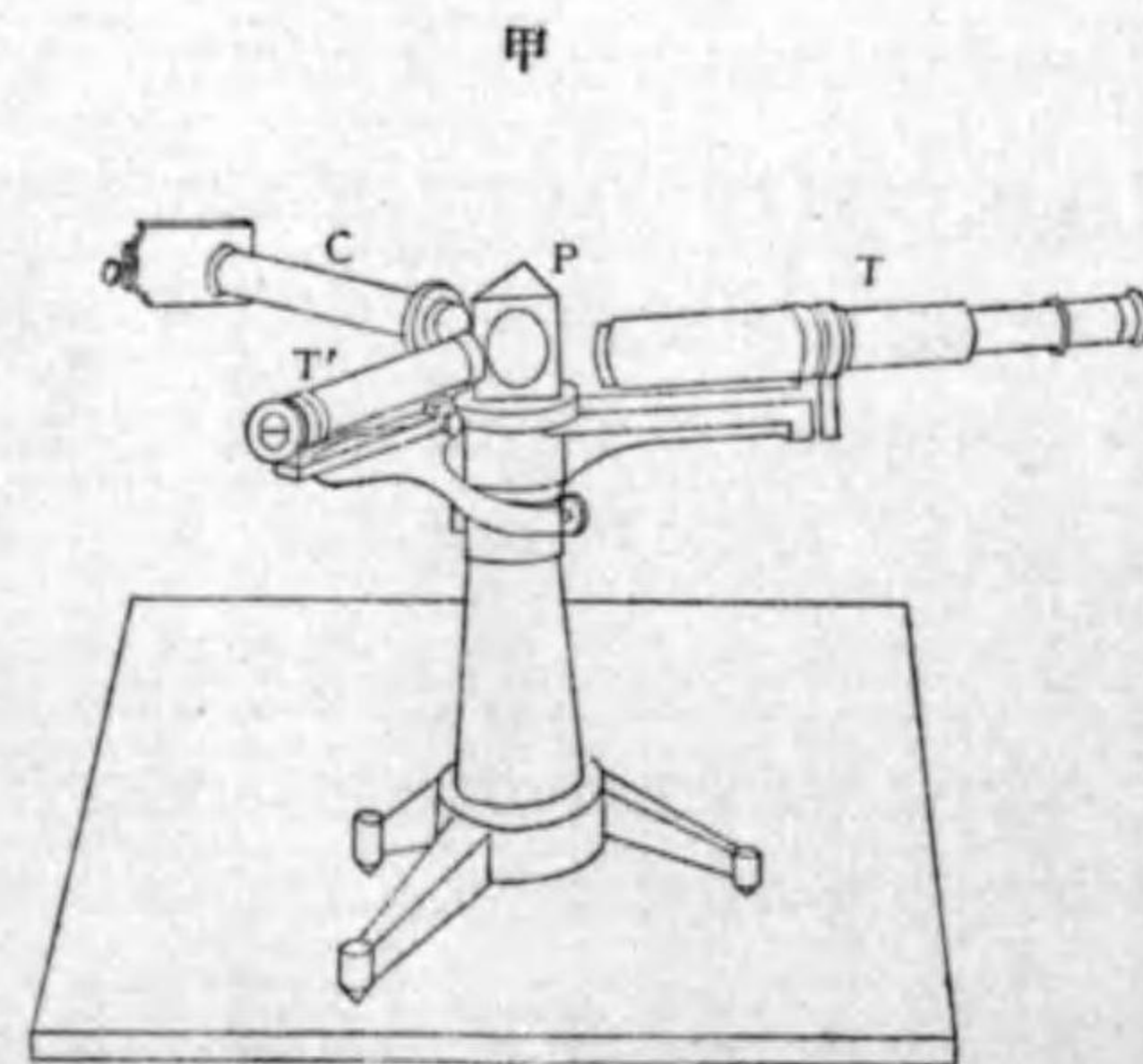
【注意1】 寫真器械の概要については山田幸五郎氏、光學の知識(岩波) 201 頁—233 頁を見よ。また、尙詳細に寫真撮映法等に亘つて知るには C.E.K. Mees, 森芳太郎、通俗講話寫真の原理を見よ。

【注意2】 寫真レンズの焦點の深さは焦點距離、鏡徑及び球面収差の有無に關する。その理論については G. Lindsay Johnson, Photographic Optics and Colour photography, p.93—p.96 を見よ。



## 第二十六章 光の分散<sup>(1)</sup>及び色<sup>(2)</sup>

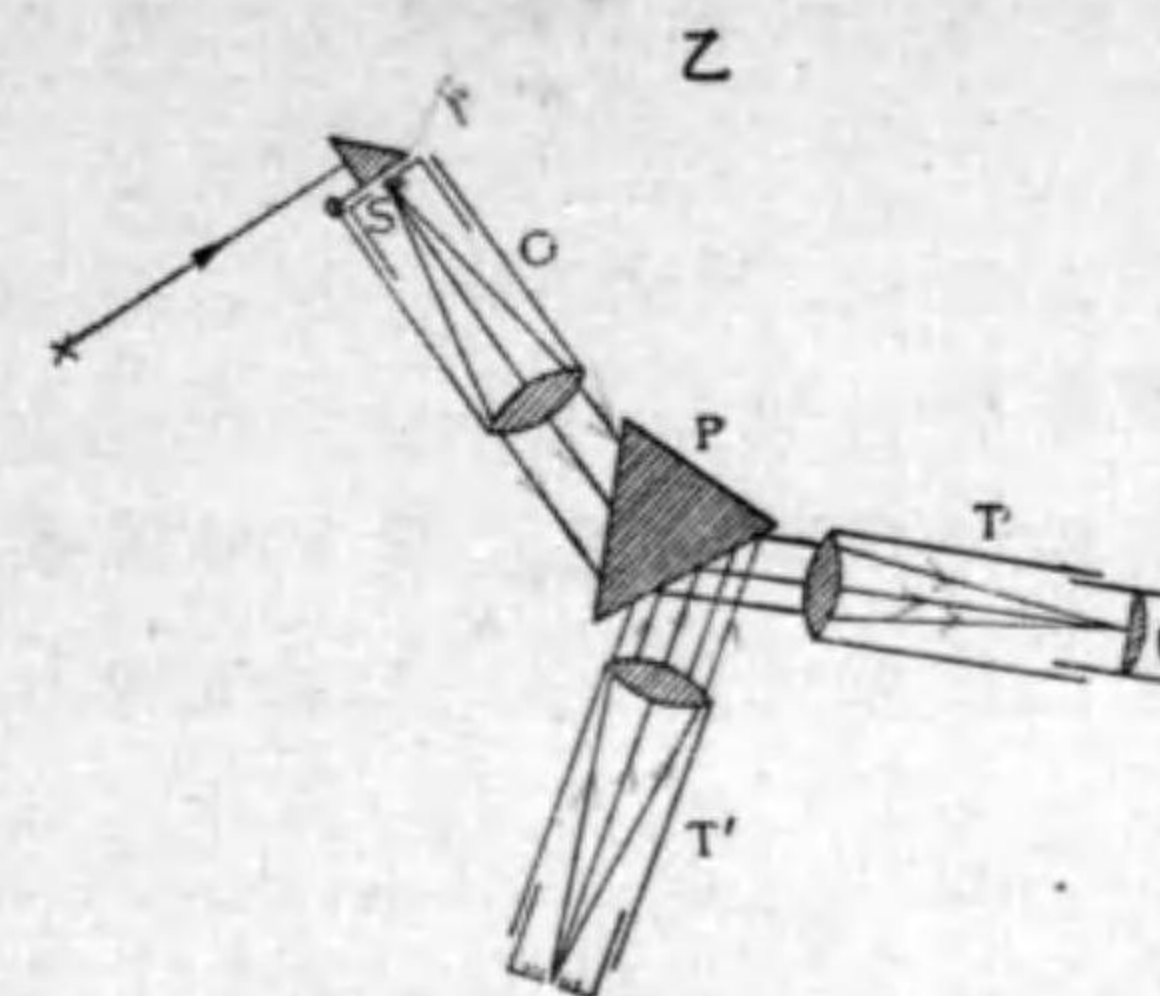
§ 209. 分光器<sup>(3)</sup>及び分光計<sup>(4)</sup>. 細隙を通した太陽の光をプリズムで屈折せしめこれを障壁に投ずると、美麗な色の帯即ちスペクトルが現はれる。これは、既に§ 183に述べたように、太陽の光は種々の色の光より成り、各の色の屈折率が違ふために分散するからである。詳しく光の分散を観るには、分光器或は分光計を用ひるが便利である。



第 372 圖

分光器の構造は第 372 圖に示すようなもので、その甲は全體の圖、乙は上から見た圖である。C はコリマートル<sup>(5)</sup>と稱し光線を平行にする爲めのものである。即ち、細隙<sup>(6)</sup>S が凸レンズの焦

(1) Dispersion of light ; die Dispersion des Lichtes. (2) Colour ; die Farbe.  
 (3) Spectroscope ; das Spektroskop. (4) Spectrometer ; das Spektrometer.  
 (5) Collimator ; der Kollimator. (6) Slit ; der Spalt.



第 372 圖

點に在るようになって居る。故に、S に光を通せばレンズを通過した後は平行光線と成る。P はプリズムであつて、コリマートルを出した光はこれによつて屈折される。そのフレの角は屈折率が大い程大である。T は望遠鏡である。これをプリズムから出る光線の方向に向けると、各の色の光はそのフレの順序に従ひ、望遠鏡の對物レンズの焦點に細隙の像を結び、スペクトルが現はれる。

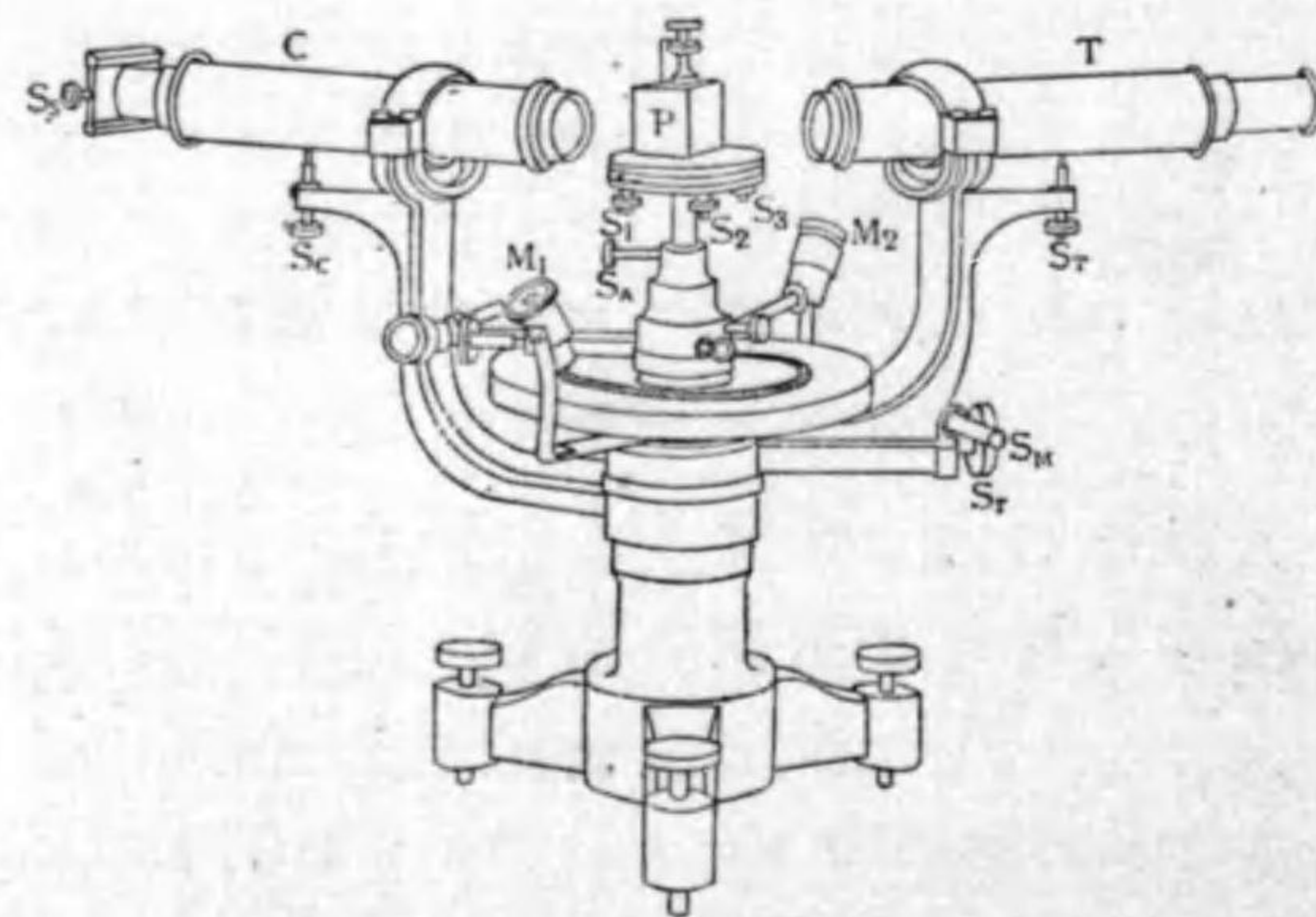
【注意1】 §183 に述べたフラウンホーフェル線は、分光器(或は分光計)の細隙に太陽の光を通せば見ることができる。

後に述べるように、種々のスペクトルを比較するために、スペクトルの各部分の位置を定める必要がある。それには第 372 圖に示すように、分光器のコリマートル及び望遠鏡の外に尺度を具へた圓筒 T' を附したものがあつた。この種の分光器に於ては、T' の外端の尺度を照すと、それがプリズムの面で反射されて T の中に入り、スペクトルと相並んで尺度の像が現はれる。これをスペクトルの各部分と對照してその位置をいひ

表はすことができる。例へば、C線は尺度の何處 F線は何處といひ表はす。

【注意】分光器の實像の所に寫眞の乾板を置いて、スペクトルの寫眞を撮る装置を**スペクトログラフ**<sup>(1)</sup>といふ。

第 373 圖に示すように分光器の望遠鏡 T が鉛直軸の周りに廻轉するように作られ、且その廻轉角度が水



第 373 圖

C, コリマートル, P, プリズム, T, 望遠鏡, S<sub>C</sub>, 細隙を開閉するネジ, S<sub>C</sub>, Cの傾きを直すネジ, S<sub>P</sub>, S<sub>T</sub>, S<sub>A</sub>, Pの臺の傾きを直すネジ, S<sub>T</sub>, Tの傾きを直すネジ, S<sub>A</sub>, 軸を固定するネジ, M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>, 目盛を観る擴大鏡, S<sub>r</sub>, Tを固定するネジ, S<sub>M</sub>, S<sub>r</sub>をしめた後Tを僅かに動かすネジ。

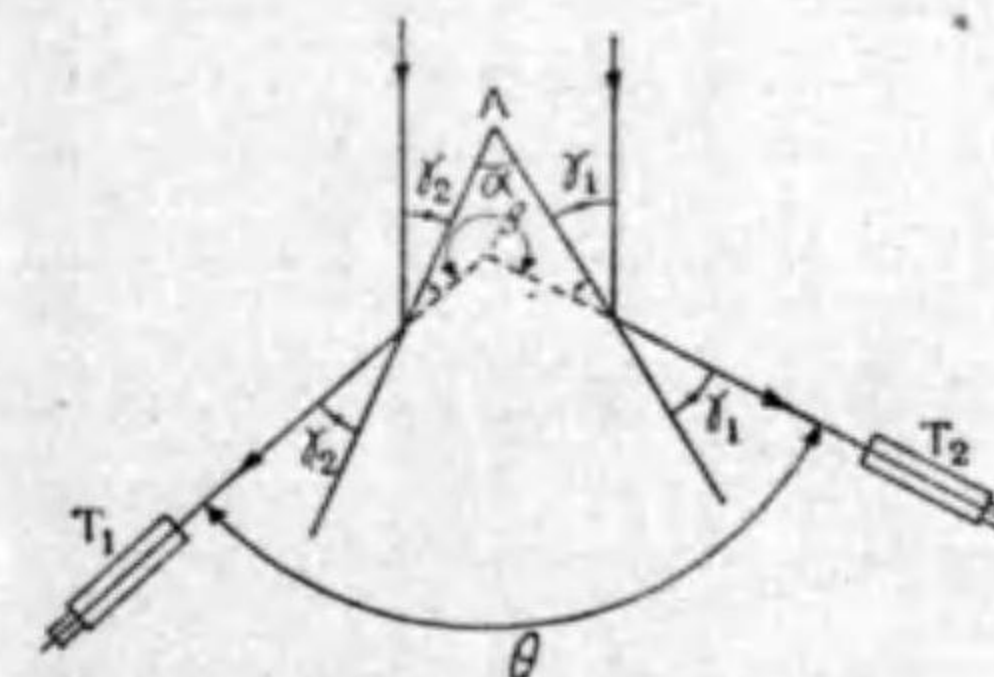
平圓板の周りに刻まれた目盛りによつて知り得るよ  
うに装置したものを**分光計**といふ。分光計の望遠鏡

(1) Spectrograph ; der Spektrograph.

の接眼レンズには十字線が具へてあるから、これをスペクトルの各部分に合はせば、その部分の光のフレの角を知ることができる。<sup>(1)</sup>

【注意】分光計には色々の型がある。第 373 圖に示すものはその一つである。

○ **プリズムの屈折率の測定.** §186(4)に於て、プリズムの頂角と最少のフレの角を測るときは、プリズムを作つてある硝子の屈折率を計算し



第 374 圖

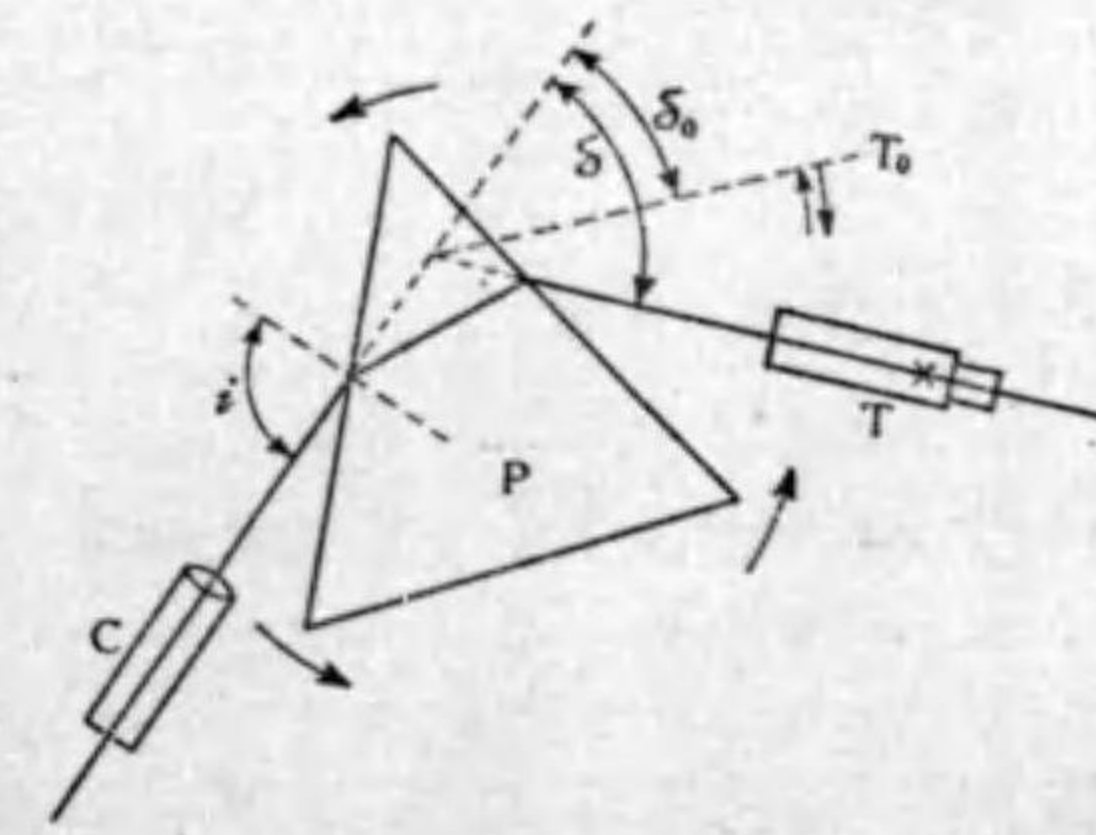
得ることを述べた。その實際の測定は分光計を用ひるのである。プリズムの頂角  $\alpha$  を測るには、第 374 圖に示すように、單色光例へばナトリウム光をコリマートルに入れ、これを頂角 A に當て、 $\Delta$  兩側の面から反射させ、先づ望遠鏡を一方の面からの反射光の方向に向け (圖の T<sub>1</sub>)、次に他方の

面からの反射光の方向に向ける (圖の T<sub>2</sub>)。T<sub>1</sub> と T<sub>2</sub> の間の角は頂角の 2 倍に等しい。何となれば、圖から容易に分かるように、

$$\alpha + \beta + \gamma_1 + \gamma_2 = 360^\circ,$$

故に  $\beta = 360^\circ - 2\alpha$  依つて  $\theta = 2\alpha$

次に、最少のフレの角を測るには、第 375 圖のように、初め投射角  $i$  を十分大きくし、これに望遠鏡 T



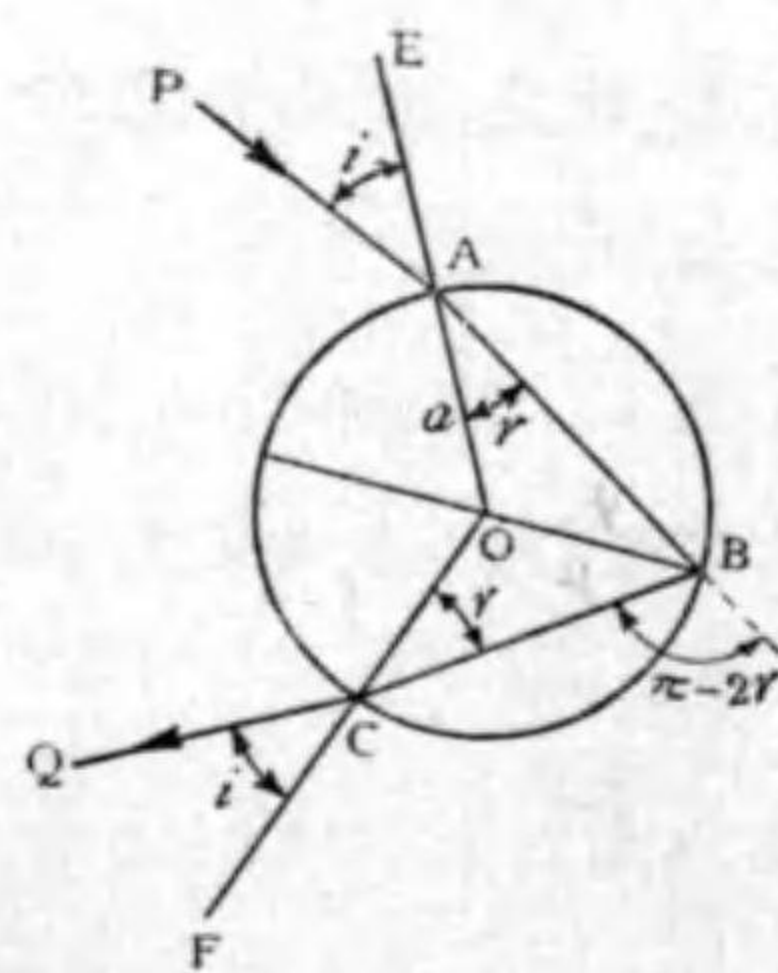
第 375 圖

(1) 分光計の調節法及び使用法については早川金之助氏物理實驗測定法 285 頁—297 頁及び柏木好三郎氏物理實驗三十題 85 頁—101 頁を見よ。

を合はし、 $i$  が小さくなるようにプリズムを廻轉し、 $T$  をこれに合はしながら廻轉して行くと、ある所  $T$  では、プリズムは同じように廻轉するに係はらず、望遠鏡は却て逆に廻轉するを要する。そのときのフレが最小のフレである。

【注意】プリズムの屈折率が分かると、それから液体の屈折率を測ることができる<sup>(1)</sup>。また液体の屈折率を測るには、**プルフリツヒ**の屈折計<sup>(2)</sup>等がある。

§ 210. 虹<sup>(3)</sup>. 虹は太陽の光が空中に浮遊する水滴のために分散されて生ずるものである。今第 376 圖の



第 376 圖

$O$  を水滴の中心、その半径を  $a$  とし、その一點  $A$  に單色光が投射し、 $B$  にて反射し、 $C$  にて屈折して再び空中に出づるものとする。そうすると、光線逆進の原理 (§182) により、光線の徑路  $PABCQ$  は半径  $OB$  に関し對稱でなくてはならぬ。故に、 $AE$  及び  $CF$  をそれぞれ半径  $OA$  及び  $OC$  の延長とすれば、 $\angle PAE = \angle QCF (=i)$ 、また  $\angle OAB = \angle OCB (=r)$ 。また、 $\triangle OAB$  及び  $\triangle OCB$  は二等邊三角形であるから、 $\angle OBA = \angle OBC = r$ 。

(1) 早川金之助氏、物理實驗測定法 302 頁 - 304 頁を見よ (2) Pulfrich's refractometer ; der Pulfrich'sche Refraktometer 柏木好三郎氏、物理實驗三十題 104 頁 - 106 頁を見よ。 (3) Rainbow ; der Regenbogen.

さて、光線は  $A$  に於て  $i-r$ 、 $B$  に於て  $\pi-2r$ 、 $C$  に於て  $i-r$  の角だけフレて居る故、 $PA$  の方向から  $CQ$  の方向に方向が變るための全體のフレを  $D$  とすると、

$$D = (i-r) + (\pi-2r) + (i-r) \\ = 2i - 4r + \pi. \quad (1)$$

次に、上述の水滴の全面に單色平行光線束が投射したとすると、 $i$  はその投射點の異なるに従ひ、即ち  $A$  の位置の異なるに従ひその値が違ふ。従つて、 $r$  の値も違ふため、 $D$  の値が違ふ。故に、投射光線は平行であつても、それが水滴を出て行くときには平行でない。

そこで、投射角  $i$  が極僅か  $\Delta i$  だけ變化するとき、 $D$  がどれだけ變化するかを考へる。  $\Delta i$  の變化に對する  $r$  の變化を  $\Delta r$ 、 $D$  の變化を  $\Delta D$  とすると、(1) から

$$D + \Delta D = 2(i + \Delta i) - 4(r + \Delta r) + \pi. \quad (2)$$

(1) と (2) から、

$$\Delta D = 2\Delta i - 4\Delta r. \quad (3)$$

然るに、

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n, \text{ 即ち } \sin i = n \sin r. \quad (4)$$

こゝに  $n$  は今論じつゝある單色光に對する水の屈折率である。また (4) と同様に、

$$\sin(i + \Delta i) = n \sin(r + \Delta r) \text{ 即ち、}$$

$$\sin i \cos \Delta i + \cos i \sin \Delta i = n(\sin r \cos \Delta r + \cos r \sin \Delta r). \quad (5)$$

$\Delta i$  及び  $\Delta r$  が非常に小さいときには、

$$\sin \Delta i = \Delta i, \quad \sin \Delta r = \Delta r, \quad \cos \Delta i = 1, \quad \cos \Delta r = 1, \quad (6)$$

と置かる(§2)。<sup>上巻4頁</sup> 故に、(5)は次の如くなる。

$$\sin i + \cos i \cdot \Delta i = n(\sin r + \cos r \cdot \Delta r) \quad (7)$$

(4)と(7)から、

$$\cos i \cdot \Delta i = n \cos r \cdot \Delta r \quad \text{即ち} \quad \Delta r = \frac{\cos i \cdot \Delta i}{n \cos r} \quad (8)$$

これを(3)に入れて、

$$\Delta D = \frac{2n \cos r - 4 \cos i}{n \cos r} \Delta i \quad (9)$$

これにより  $\Delta i$  から  $\Delta D$  が分かる。そこでもし、Aが

$$\frac{2n \cos r - 4 \cos i}{n \cos r} = 0 \quad \text{即ち} \quad n \cos r = 2 \cos i \quad (10)$$

を満足する位置に在るならば、 $\Delta D = 0$  である。即ち A に投射した光線について  $i$  と  $r$  が(10)を満足するならば、 $i$  が少し変化しても、 $D$  は変化しない。故に、A の附近に投射した光線は、水滴から出て行くときにも平行である。さて、光線が発散するときは、たとへ途中の媒質に吸収されなくとも、進むに従ひその強さは次第に減ずる。然るに、もし平行光線なるときは、途中の媒質に吸収されなければ光の強さは減じない。故に水

滴からは方々に光が出て行くけれども、(10)を満足するような方向にのみは、特に光の強さが減せず遠くまで進む。その方向を知るために(4)及び(10)の両邊を自乗して、

$$n^2 \sin^2 r = \sin^2 i, \quad n^2 \cos^2 r = 4 \cos^2 i. \quad (11)$$

これを邊々相加へて、

$$\sin^2 i + 4 \cos^2 i = n^2, \quad \cos i = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}}. \quad (12)$$

赤紫について(12)を

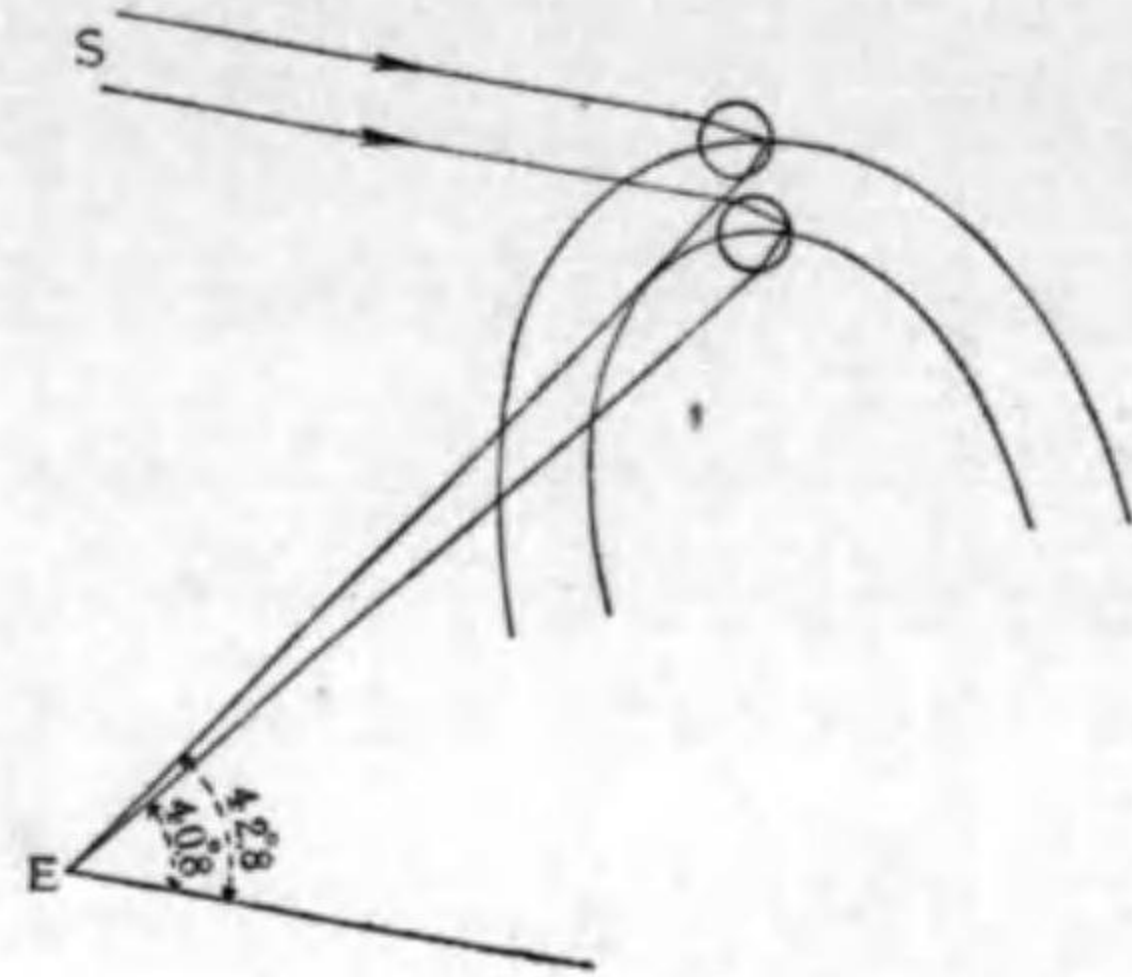
満足する  $i$  を計算し、それを(4)に入れて  $r$  を計算し、その二つから(1)によつ

光の種類	$n$	$i$	$r$	$D$	$180^\circ - D$
赤	1.329	59°.6	40°.5	137°.2	42°.8
紫	1.343	58°.8	39°.6	139°.2	40°.8

て  $D$  及び  $180^\circ - D$  を計算すると、上表の如くなる。

故に、水滴に太陽の光が當ると、その方向と  $42^\circ.8$  の角を成す方向には赤、 $40^\circ.8$  の方向には紫の光、その中間にはスペクトルの色の順序に従つて種々の光を送ることになる。

これは、唯一つの水滴についての事であるが、無數に多くの水滴があるとすれば、各の水滴について上述の事が起る。そこで、眼を一點 E (第 377 圖) に置き、太陽を背にして是等の無數の水滴の方を眺めたならば、太陽と眼とを連ぬる直線と  $42^\circ.8$  の角を成す方向に在る水



第 377 圖

滴からは何れも赤の光、 $40.8^\circ$  の方向のものからは紫の光が来る。故に、もし眼が高く上空に位置し、且すべての方向に水滴が在るならば、Eを通り太陽の光線と平行に引いた直線を軸として

これと  $42.8^\circ$  及び  $40.8^\circ$  の方向に赤及び紫の輪が見へる理であるが、實際は陸に遮らるゝため、また時としては或方向に水滴の無いため、輪の一部が缺けて普通吾々の見る如き虹が見へるのである。

光はまた第 378 圖のように、水滴の内部に於て二回反射される。このときは OP について対称でなければならぬから、光の方向の變化は A, B, C 及び D に於てそれぞれ

$$i-r, \pi-2r, \pi-2r, i-r$$

である。故に、全體のフレは

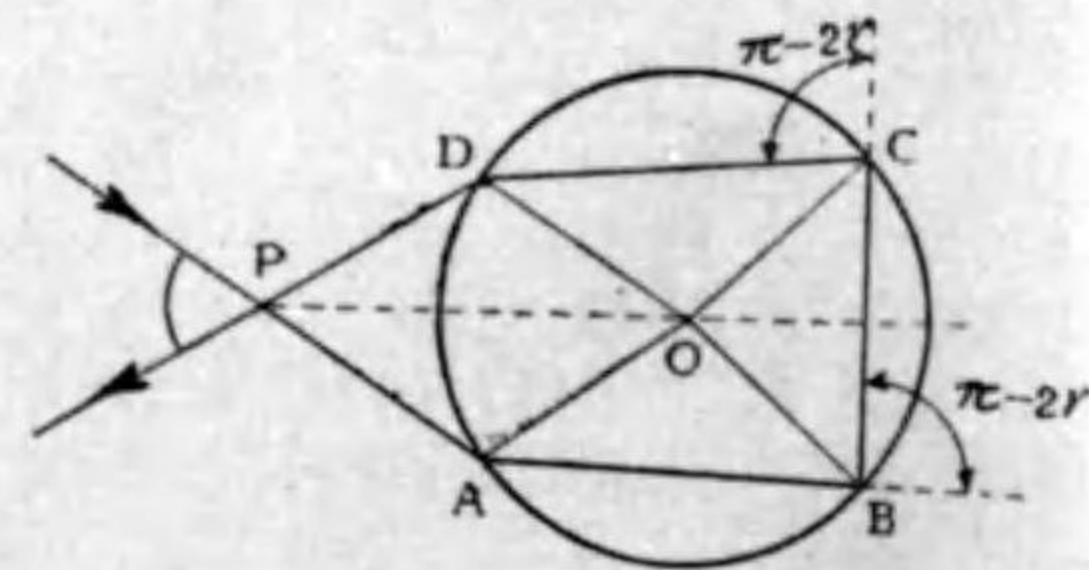
$$D = (i-r) + (\pi-2r) + (\pi-2r) + (i-r) \\ = 2i - 6r + 2\pi. \quad (13)$$

前と同様にと扱ふと、

$$\Delta D = 2\Delta i - 6\Delta r. \quad (14)$$

(8) を入れると、

$$\Delta D = \frac{2n\cos r - 6\cos i}{n\cos r} \Delta i.$$



第 378 圖

故に、 $\Delta D = 0$  なるためには、

$$n\cos r = 3\cos i. \quad (15)$$

(4) と (15) とから  $r$  を消去すると、

$$\cos i = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{8}} \quad (16)$$

これから  $D = 180^\circ$  を計算すると、赤については約  $51^\circ$ 、紫については約  $54^\circ$  となる。故に前述の虹の外側に、更に別の虹が出来る。これを第二の虹といふ。その色の順序は赤が最も内紫が最も外に在つて、第一の順序と逆である。

【注意1】 稀には水滴の内部に於て、3 回或は 4 回の反射によつて太陽と同一の側に虹ができる。その光が弱いため太陽の光が都合よく雲で遮られたときの外見へぬ。

【注意2】 本節に述べた幾何光學的の虹の理論は主としてデカルト<sup>(1)</sup>に負ふものである。これだけでは十分に虹に関する現象を説明することができぬ。虹についての詳しくこと及び虹以外の大氣中の光の現象については岡田武松氏、氣象學(岩波)445頁-483頁を見よ。

§ 211. 物體の色. 物體の表面が粗であつて、これに投射する白光を悉くあらゆる方向に反射する物體は完全白色體<sup>(2)</sup>であり、悉く吸収するものは完全なる黒即ち完全暗黒體<sup>(3)</sup>である。また、白光を合成せる總ての單色光を同じ割合に吸収し、從て同じ割合に反射するものは灰色である。その割合の多少により、灰色に濃淡の區別を生ずる。また、表面滑らかであつて表面及び

(1) Rene Descartes (ラテン名 Rensatus Cartesius) (1596-1650). (2) Perfect white body; der Vollkommenweissenkörper. (3) Perfect black body; der Vollkommenschwarzenkörper.

内部に於て光を少しも吸収することなく小部分は反射し大部分透過するものは完全なる無色透明體<sup>(1)</sup>であつて、各單色光を無差別に吸収し、從て無差別に透過するものは無色半透明體である。

物體が赤、青等の色を有するは、これが白光中の單色光を無差別に反射吸収せずして、あるものは比較的多く、あるものは比較的少く反射或は吸収するに因る。これを選擇的の反射吸収<sup>(2)</sup>といふ。例へば、朱の赤く見へるは、赤を反射し赤以外の色を吸収するためであり、赤硝子を透過光で見たとき赤く見へるのは、赤以外の光を吸収し赤のみを透過するからである。故に、朱を塗つた紙を太陽のスペクトルの種々の部分に置いてみると、赤の部分に置けば著しく鮮かに見へ、他の部分に置けば殆ど暗黒に見える。しかし、赤以外の所に置いても幾分か光を反射する。故に朱を白光で照した場合には、これを合成せる單色光の總てを少しづつは反射して居るはずである。そうして、それを合成すれば白光となる故、朱は赤色光の外に幾分か白光を反射して居る。その他の物體の色についても同様である。

(1) Perfect colourless transparent body ; der Vollkommenfarblosigedurchsichtigenkörper. (2) Selective reflexion and absorption ; das Auswahlreflexion und Ausw. hlaborption.

白光をスペクトルに分解したときの赤、青等は純粹に赤光、青光等であるけれども、物體の呈する赤、青等は、上述の如く、その色の光の外に幾分かの白光がはいつて居る。いはゞ白光によつて色が淡められて居る。このような考へから、スペクトルの呈する各色は飽和<sup>(1)</sup>されて居るといふ。物體から反射する白光の量を増すか、或は選擇的に反射する光を減じて、白光を選擇的の反射光に比して次第に多くすれば、物體の色は次第に不飽和になる。

さて、この選擇的の反射吸収の有様は場合によつて趣きを異にする。例へば、硫酸銅の結晶は、よく知らるゝ如く青綠色であるが、これを碎いて細かくすれば細かくする程その色が不飽和になり、十分細かい粉にすると白に近くなる。これは次のように説明される。

硫酸銅に於ける選擇反射は、その表面に於て行はれるのでなくて、多少なりとも光が内部に進入してから行はれるのである。故に表面からは、白光は白光として反射されて居る。従つて細かく碎けば表面が多くなり、反射光の中の白光が割合に多くなる故、選擇反射による光が割合に少なくなる。そのため色が不飽和になる。このように物體の色がその表面下或は内部

(1) Saturated ; gesättigt.

に於ける選擇的の反射吸収によるときはこれを體色<sup>(1)</sup>  
といふ。

次に、金箔は誰も知つて居るように所謂黄金色を呈して居る。然るに、これを粉にしてもその色は淡くならぬ。尙ほこれを透過光で見ると青色である。故に金は青以外の色を吸収し、青を通す。依つて黄金色は金箔内部の選擇反射によるのではなくて、その作用は表面に在る。このように物體の色がその表面に於ける選擇反射に因るときはこれを表面色<sup>(2)</sup>といふ。

【注意】天空の色、燐光色、螢光色については後に述べる。

§ 212. 色の感覺. 吾々が白光と稱するものを分解すれば、ざつといへば七色となり、詳しくいへばスペクトルに排列された無数の單色光となる。即ちこれ等の單色光が同時に網膜を刺戟すれば白光の感覺を生ずる。然し白光の感覺を生ずるには必ずしもこれと同一の光で刺戟する必要はない。例へば、スペクトルの青綠色の部分と赤色の部分とで同時に網膜を刺戟すれば白光を感ずる。同様の結果は紫と黄綠色とを合成しても得られる。かくの如く、二つの色を合して白光の感覺を生ずるときは、その二色を互に補色<sup>(3)</sup>とい

(1) Body colour; die Körperfarbe. (2) Surface colour; die Oberflächefarbe.

(3) Complementary colours; die Komplementärfarben.

ふ。

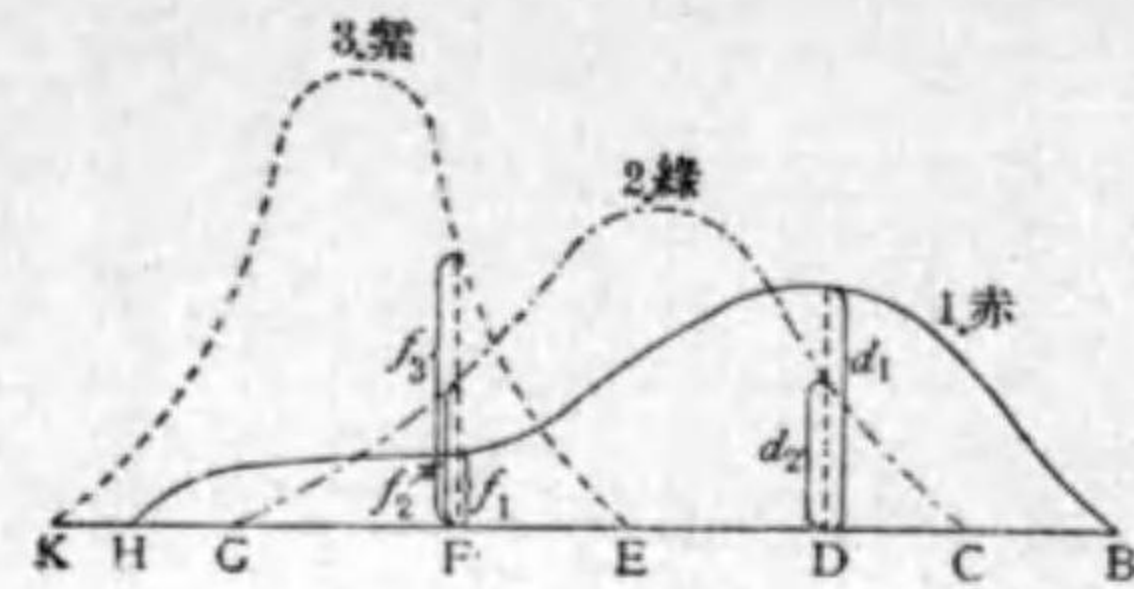
【注意】互に補色なる二色を混じたものは、吾々に白光の感覺を起す故、感覺上では、即ち心理學的には白光といひ得る。然し、これを分解すれば太陽の光を分解したときのスペクトルとは異なるスペクトルを與へるから、物理學的には白光とはいひ得ない。

尙ほ、スペクトルの赤と緑とを合成すれば黄の感覺を生じ、緑と紫とは青の感覺を生ずる。赤、緑及び紫を適當に混ずれば如何なる色の感覺をも生ずる。ヤング<sup>(1)</sup>、ヘルムホルツ<sup>(2)</sup>に従へばこの三色の感覺は色の感覺に於ける原素的感覺<sup>(3)</sup>と稱すべきものである。これは網膜の色の感覺を生ずる圓錐細胞中に、赤に最もよく反應する部分、緑に最もよく反應する部分及び紫に最もよく反應する部分があるによると想像される。便宜上この三部分をそれぞれ赤の神經、緑の神經及び紫の神經と名づけよう。この三色以外の光には三つの神經がある割合に反應する。故に、その割合にこの三つの神經が刺戟されると、その色と同様の感覺を生ずるのである。

ケーニツヒは第 379 圖の如き曲線を以て色の感覺を説明した。そ

(1) Thomas Young (1773—1829). (2) Helmholtz (1821—1894). (3) Primary colour Sensation; die primäre Farbenempfindungen. 普通三原色と稱せられる。然し、物理學的にこの三色が他の色に比べて基礎的の性質を有つて居るのではない。基礎になるといふのは感覺上のことである。

の横線はスペクトルの色の排列を示し、その上の K, H 等はフラウンホー



第 379 圖

-フェル線の位置を表はし 1, 2 及び 3 の曲線はそれぞれ赤線及び紫の神経がスペクトルの各色に反応する度を表はす。例へば、ナトリウム光 D によつて赤神経は  $d_1$ , 緑神経は  $d_2$  の割合に反応し、F(青)色に對して

は 1, 2, 3 は  $f_1, f_2$  及び  $f_3$  の割合に反応する。

色盲に於ては、この三神経の一つ或は二つが缺けて居るのである。普通には赤神経が缺けて居る。このような眼に對しては、D 色光は緑に見へる。

【注意】繪具の混合はスペクトルの色の混合とは違ふ。例へば、青の繪具は青と幾らかの緑を反射し他の殆ど總ての光を吸収し、黄の繪具は黄と幾らかの緑の外の殆ど總ての光を吸収する。故に、この二つの繪具を混合したものに白光を當てると緑のみ反射され外のは總て吸収せられるから緑に見える。

## 第二十七章 光の本性<sup>(1)</sup>

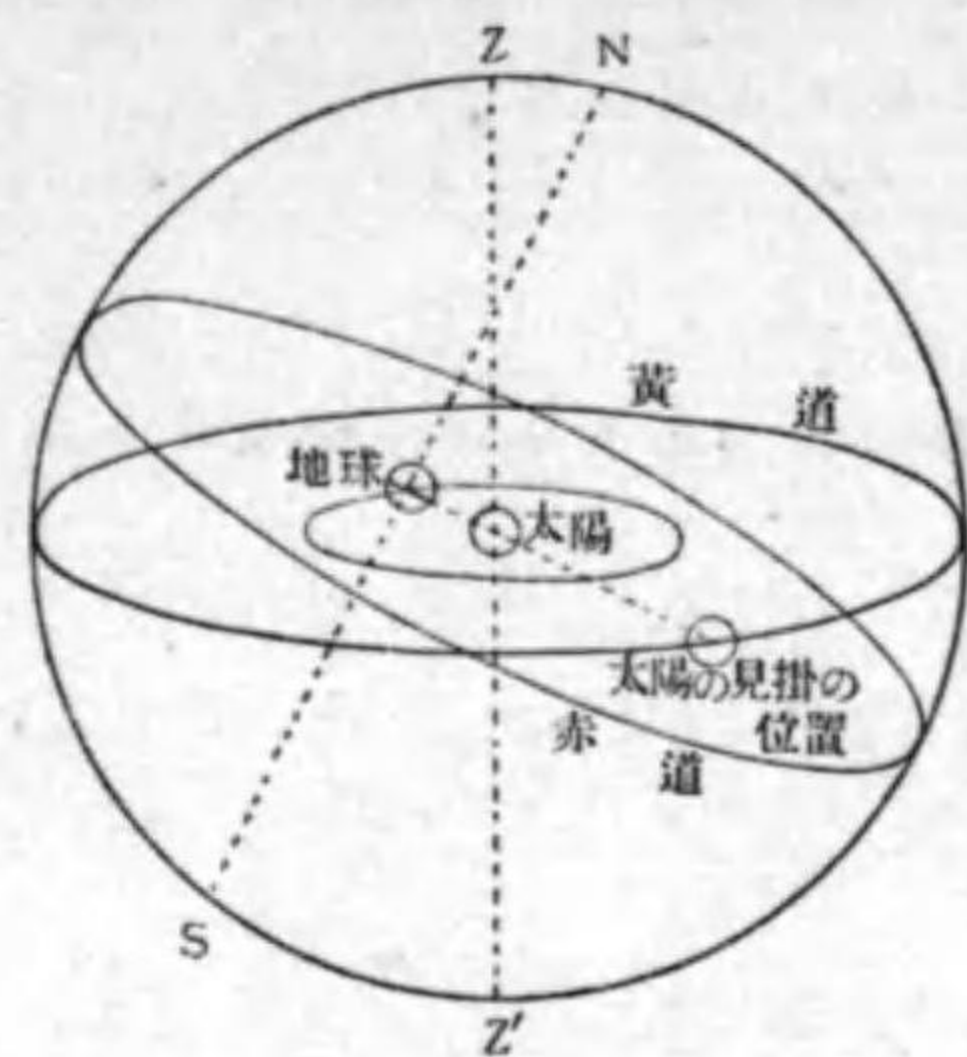
§ 213. 光の速さ<sup>(2)</sup>. 吾々は、これまで光の本性に觸ることなく、單に光線を幾何學的に取り扱つて來た。これからその本性について論じようと思ふのであるが、そのためには、光が如何なる速さで傳播するかといふことが、一つの重要な事柄である。

I. 光の速さを測定する天文學的方法. 光の速さは初めて天文學者レーメル<sup>(3)</sup>により、木星の衛星の蝕を利用して測られたのであるが、本書に於ては後に説明する事項との關係上、ブラドレー<sup>(4)</sup>の方法を述べる<sup>(5)</sup>。それには、先づ天文學上のことを述べて置く必要がある。晴夜天を仰ぐと、總ての星は、吾々を中心とする一つの球面上に在るように見へる。この球面を天球<sup>(6)</sup>といふ(第 380 圖)地軸を延長すれば天球と二點で交はる。その中北の方の點 N 及び南の方の點 S をそれぞれ天球の北極<sup>(7)</sup>及び南極<sup>(8)</sup>といふ(圖には天球の半徑を有限に描いてあるが、實際は無限であるから、N 及び S は地球の位置によつて變らぬ)。また地球の赤道の平面を無限に延長したとき、天球と交る大圓を天球の赤道<sup>(9)</sup>といふ。地球の表面に經度及び緯度を考へて地點の位置をい

(1) Nature of light ; das Wesen des Lichtes. (2) Velocity of light ; die Geschwindigkeit des Lichtes. (3) Ole Rømer (1644—1710). (4) James Bradley (1692—1762). (5) レーメルの方法については、森總之助氏、實驗及び理論物理學(光學) 123 頁或は平塚忠之助氏、高等物理學波動論、音響學、物理光學) 148 頁を見よ。(6) Celestial sphere ; die Himmelskugel. (7) North pole ; der Nordpol. (8) South pole ; der Südpol. (9) Equator ; der Äquator.



ひ表はし得る如く、星の天球上に於ける位置を同様の方法にて定める



第380圖

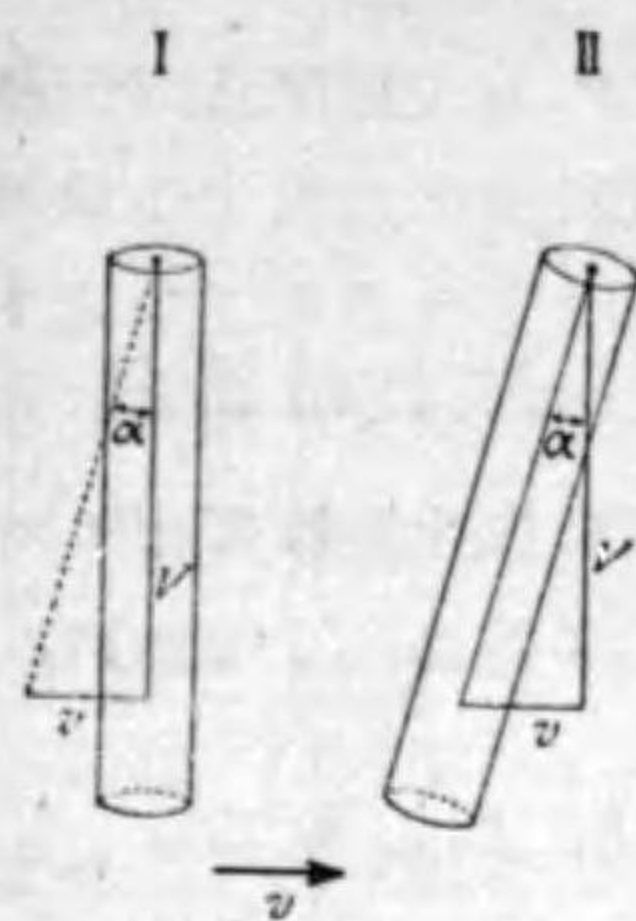
ことができる。その緯度は子午線經過に於て星の方向に引いた視線と、観測點に於ける水平面との成す角から知られ、その経度は基準と定めた天球上の點の子午線經過より、その星の子午線經過までの時間によつて知ることができる。

地球公轉の軌道面を四方に延長した平面と天球との交はりの大圓を黄道<sup>(1)</sup>といふ。太陽は一年間に黄道を一週する如く見へる。黄道面に垂直なる直徑の兩端Z, Z'を黄道の極といふ。

さて、恒星の天球上の位置は一見不變のようであるが、ブラドレーは長期に亘り恒星の位置を測ることにより、1725年次のことを知り得た。いづれの恒星も一年を週期として週期運動をする。その天球上に描く軌道は、黄道の極附近のものは小なる圓、黄道上のものは短き直線、その中間に在るものは小なる楕圓である。星がその平均の位置よりの片寄る方向は、地球が太陽の周りを週轉しつゝある方向と一致し、その軌道である小圓の直徑、直線、楕圓の長軸の視角は總ての星につき同一の値 40."9 である。ブラドレーはこの現象を光行差<sup>(2)</sup>と名づけ、40."9なる角を光行差の定數<sup>(3)</sup>と名づけた。そして、氏はこれを光が有限の速度を有することによつて説明さるべきことを論じ、これと地球の公轉の速度及び光の速度との關係を明かにした。次にその理を例によつて説明する。今、汽車中に於て筒を直立し、その中に、直下する雨滴を通したとすると、雨は筒の壁にあたつて筒の底まで達しない(第381圖

(1) Ecliptic ; die Ekliptik. (2) Aberration of light ; die Aberration des Lichtes. (3) Aberration constant ; die Aberrationskonstante.

1)。筒の軸に沿ふて雨を通すには、筒を前方に傾ければならぬ(第381



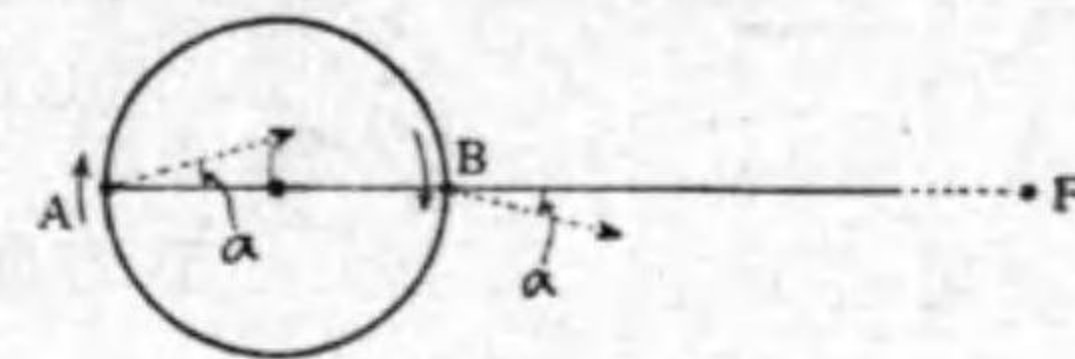
第381圖

圖I)。そこで汽車の速度をv、雨滴の落下速度をV、筒の鉛直に對する傾きをαとすると、

$$\tan \alpha = \frac{v}{V} \quad (1)$$

である。

さて、第382圖の圓を地球公轉の軌道Fを黄道上の恒星とする。地球がAに於て圓の上に向つて進み



第382圖

つゝあるときには、望遠鏡をFの方に向けたのでは、光はその底まで達しない。望遠鏡の軸に沿ふて光を通すためには、或角αだけ地球週轉の方向に傾けなければならぬ。またBに於ては、逆の方向にαだけ傾けなければならぬ。故に  $2\alpha = 40."9$   $\alpha = 20."45$ 。そして、地球公轉の速度は  $30 \frac{km}{sec}$  であるから、Cを光の速度とすると、

$$\tan 20."45 = \frac{3 \times 10^6}{C}, \text{ 即ち } C = \frac{3 \times 10^6}{\tan 20."45} \frac{cm}{sec}$$

然るに、 $\tan 20."45 = 0.0001$  であるから、

$$C = \frac{3 \times 10^6}{0.0001} = 3 \times 10^{10} \frac{cm}{sec} \quad (2)$$

## II. 實驗室に於て光の速さを測る方法・フィゾー<sup>(1)</sup>

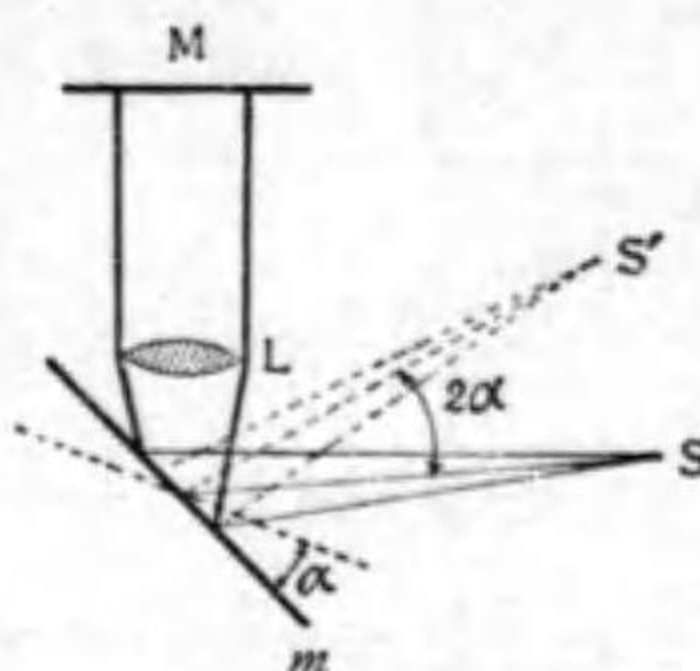
は1849年、初めて地上の光源により光の速さを測つた。<sup>(2)</sup>

またフーコー<sup>(3)</sup>は1862年廻轉鏡を用ひて、これを測り、そ

(1) H. Fizeau (1819—1896). (2) その方法については、平塚忠之助氏、高等物理學(波動論、音響學、物理光學)143頁—149頁或は森總之助氏、實驗及び理論物理學(光學)126頁—128頁を見よ。(3) Leon Foucault (1819—1868);

の方法はマイケルソン<sup>(1)</sup>によつて改良せられ、1882年、1924年に試みられた。次にマイケルソンの方法を述べる。

第383圖 S は細隙であつて、これから光を廻轉鏡  $m$  に投せしめ、こゝで反射して凸レンズ  $L$  によつて平行光線となし、平面鏡  $M$  にて反射せしめる。もし、 $m$  が廻轉しなければ、光はもとの途を逆行して  $S$  に収斂する。



第383圖

然るに、光が  $mM$  間を往復する間に、 $m$  が  $\alpha$  だけ廻轉したとすると、 $m$  からの反射光は投射光と  $2\alpha$  廻轉して  $S'$  に収斂する(第369圖参照)。今、 $SS' = d$ ,  $Sm = r$ ,  $mM = l$ ,  $m$  の毎秒の廻轉數を  $n$  とし、光が  $mM$  間を往復する時間を  $T$  とすると、

$$2\alpha = \frac{d}{r}, \quad T = \frac{\alpha}{2\pi n}$$

従て、

$$C = \frac{2l}{T} = \frac{4\pi ln}{\alpha} = \frac{8\pi lnr}{d}$$

この方法により、マイケルソンの最後の實驗の結果として、

$$C = 2.9985 \times 10^{10} \frac{cm}{sec} \quad (3)$$

(1) Albert Michelson (1852-).

なる値を得た。またニューコム<sup>(1)</sup>は 1882年フーコーの方法を改良し、

$$C = 2.9986 \times 10^{10} \frac{cm}{sec} \quad (4)$$

なる値を得た。

以上述べた實驗により、

$$\text{光の真空中の速さ } C = 3 \times 10^{10} \frac{cm}{sec} \quad (5)$$

とすることができる。

【注意】光の速さを想像するために、1秒間に光が地球を幾廻りするかを計算してみる。地球の周は  $4 \times 10^9 cm$  であるから、

$$\frac{3 \times 10^{10}}{4 \times 10^9} = \frac{30}{4} = 7.5$$

即ち 7.5 回廻轉する。

Ⅱ. 種々の媒質中に於ける光の速さ. フーコー、フィゾー及びマイケルソンは、水及び二硫化炭素中に於ける光の速さを測つた。マイケルソンの結果によると、空氣中の値に比較して、

$$\left. \begin{array}{l} \text{水中に於ては } \frac{1}{1.33} \text{ (屈折率は 1.33)} \\ \text{二硫化炭素中に於ては } \frac{1}{1.76} \text{ (屈折率は 1.76)} \end{array} \right\} (6)$$

である。即ち、光の速さは媒質の屈折率に逆比例する。

【注意】次に述べるように、水、二硫化炭素等の中に於ける光の速度が空氣中のそれに比して大であるか小であるかといふことは、光が微粒子であるか波動であるかを判定する重要な事實である。

(1) Simon Newcomb (1835-1909).

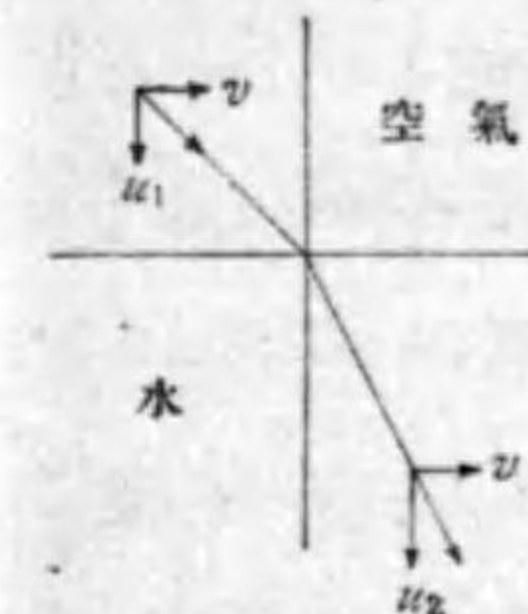
光の速さはその光源の強さによつて變らない。また真空中に於ては、いづれの色の光も同一の速さで傳播する。何となれば、たとへば、もし赤が青よりも速いとすれば、白光の星の蝕を見たとき、初めは赤く終りに青く見へる理であるが、實際にかゝることはない。然し、物質中を傳播する速さは、色によつて違ふ。マイケルソンは二硫化炭素中に於ては、青色光の速さは赤色光のそれよりも1.4%小なる結果を得た。

§ 214. 光の傳播の方法. 以上述べた所によると、光は非常に大なる速さで傳播する。如何なる方法により、このような大なる速度で傳播するのであろうかといふことは、光の本性を究明するに當つて第一に論じなければならぬ問題である。

ニュートンは、發光體から光粒子<sup>(1)</sup>が飛び出す、それが光であると考えた。これを光粒子説<sup>(2)</sup>といふ。氏がかく假定したのは、これによれば、光の直進を説明するに都合がよいからである。當時光の波動説もあつたのであるが、それでは光の直進の説明ができないと思つた。また、氏は初めて光の分散を發見したのであるが、これは光粒子の大きさによるものと想像した。

(1) Light corpuscle ; das Licht korpuskel. (2) Korpuscular theory of light ; die Korpuskulartheorie des Lichtes

光粒子説によれば、彈性球の衝突と同様に反射の法則を説明することができる(§ 72)。また物質が光粒子に引力を及ぼすものとするれば、よく屈折の法則を説明することができる。何となれば、例へば光粒子が空氣から水にはいる前に、水面に平行な分速度を $v$ 、垂直な分速度を $u_1$ とし、水が光粒子に引力を及ぼすものとするると、水にはいると水平速度は變らないが、垂直速度は大きくなる。従つて、屈折角は投射角より小さくなる(第 384 圖)。



第 384 圖

然し、この結果として水中の光の速さは空中に於けるよりも大きくなければならぬ。即ち、物質の屈折率の大なる程、その中の速度が大でなければならぬ。これは前節の實驗の結果に反する。これは光粒子説に對する最も大なる難點である。尙ほ、物質が光粒子に引力を及ぼすとするれば、光粒子がかくも大なる速度で傳播することは想像されない。また、光粒子の速さは、光源の活動即ちその温度等によつて變るものと想像されるが、前節に述べた事實はこれに反する。

フイゲンス<sup>(1)</sup>は 1678 年頃、光の波動論を形作り作つた。その考に従へば、宇宙間にはエーテル<sup>(2)</sup>と稱する物質が彌漫し、その波が光である。

【注意】エーテルが如何なるものであるかは後に論ずる。普通の物質がエーテルと異なる所は、前者は秤によつてその重さが測られ、後者はそれが測られない(少くとも今日までは)。故に、普通の物質を可秤物質<sup>(3)</sup>と名づけてエーテルと區別する。有機物質のエーテルは、上記のエーテルとは關係がないものである。

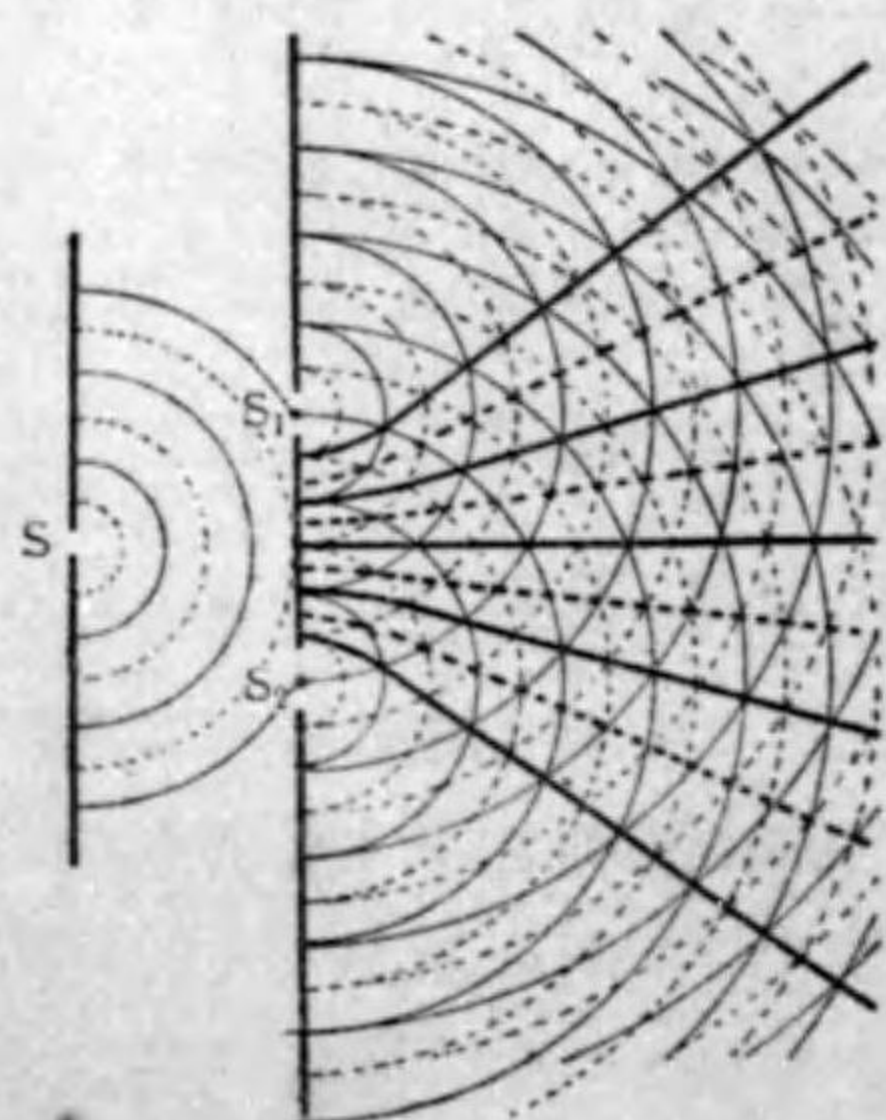
然るに、水波或は音波によつて實驗してみると、波は

(1) Christian Huygens (また Huyghens と書く) (1628—1695). (2) Ether ; der Äther. (3) Ponderable matter ; die Wägbarematerie.

よく障害物を迂廻して傳播する故影が生じない。即ち直進しない。故に波動論は光の直進を説明するのに都合が悪い。この理由によりニュートンはこれに反対したのである。

【注意】波動論による光の直進の説明は後に述べる。

光の波動論は、その後 1802 年ヤング<sup>(1)</sup>に至つて大なる発展をなした。それはどういふことであるかといふと、音波の所 (§ 97, 98) 上巻 221-223 頁で説明したように、干渉の現象は波動の一つの特質であるから、光に干渉の現象のあることが實驗的に證明されたならば、光の波動論は有力なる基礎を得ることになる。ヤングは次のような装置によつてこれを成し得たのである。



第 385 圖

第 385 圖  $S_1$  及び  $S_2$  は相並んだ二つの細隙である(圖は細隙の切口を示す)。光源  $S$  から出た單色光、例へば  $D$  光をこれに通し、これを障壁に投せしめると、明暗の縞ができる。この現象は干渉によつて説明される。何となれば、 $S_1$  及び  $S_2$  に達した波は  $S_1$  及

(1) Thomas Young (1773-1829)

び  $S_2$  を中心として半圓筒形の波を送り出す。さて、光波が如何様な波であるかは分らぬけれども、横波であつても縦波であつても、水波の山と谷、音波の濃厚部と稀薄部の如く、媒質に互に反對なる状態がある。その一方を  $S_1$  及び  $S_2$  を中心とする實線の圓弧で表はし、他の状態を點線で表はす。そうすると、點線と點線の合した所及び實線と實線の合した所は互に助け合ひ、點線と實線と合した所では互に消し合ふ。故に、太い實線で示した所では光は強く、これが障壁に當る所は輝線となる。また、太い點線の所では光が弱く、これが障壁に當つた所は暗線となる。即ち明暗の縞が現はれる。かゝる縞を干渉縞<sup>(1)</sup>といふ。

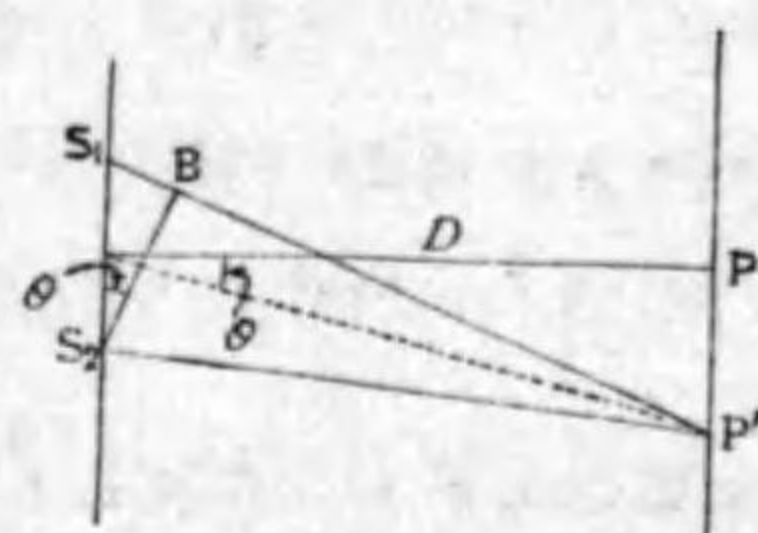
また、この實驗に於て、もし光が幾何學的に直進するものならば、 $S_1$  と  $S_2$  とは別々に各一條の輝線を障壁上に投ずるに止まり、互に干渉しないはずである。故に、この實驗により、光は僅かではあるが障壁を迂廻して傳播することが分かる。これを光の廻折<sup>(2)</sup>といふ。

【注意】二つの光源から出る光を別々に  $S_1$  と  $S_2$  とに通したのでは干渉縞はできない。その理は次の通りである。光源から光が出るといふのは、實は光源の分子或は原子から出て居るのである。即ち無数の分子或は原子の光源が集つて一つの光源となつて居るのである。

(1) Interference fringes; das Interferenzstreifen. (2) Diffraction of light; die Beugung des Lichtes.

そうして、ある分子或は原子から出る光波の位相と、他の分子或は原子から出る光波の位相との間には一定の関係があるのではない。故に、上述の如くすれば  $S_1$  と  $S_2$  とから出る光波は互に干渉するけれども、その助け合ふ所と消し合ふ所とが一定して居らないから、干渉縞が現はれない。然るに、同一の光源を用ひると、各分子或は原子から出た光波が何れも  $S_1$  と  $S_2$  に分れて一定の所で助け合ひまた消し合ふから、上述の如き干渉縞ができるのである。

干渉縞の間隔と波長との間にはある関係がある。



第386圖

第386圖に於て、 $S_1S_2$  の二等分線上の任意の點  $P$  は  $S_1$  及び  $S_2$  から等距離に在る故、兩方の光波は同一の位相に於て出合ふ。然るに、それ以外の點  $P'$  を取ると、

$$S_1P' - S_2P' = m\lambda \quad (m \text{ は整数}, \lambda \text{ は波長}) \quad (1)$$

のときは互に助け合ひ、

$$S_1P' - S_2P' = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad (\text{同上}) \quad (2)$$

のときは互に消し合つて暗くなる。例へば今(1)に於て  $m=1$  とし、 $S_2B \perp S_1P'$  とすれば、 $S_1B = \lambda$  と見なすことができるから、 $S_1S_2 = a$  とすれば、 $a \sin \theta = \lambda$ 。そうして  $\theta$  は小なる故、 $\sin \theta = \tan \theta = \frac{PP'}{D}$ 。故に、 $\lambda = \frac{aPP'}{D}$ 。 (3)

これによつて波長を測ることができる。太陽スペクトル中のフラウンホーフェル線の主なるもの、波長を次表に掲げる。

【注意】波長の精密なる測定法は後に述べる。

	A	B	C	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	F	G	H	K
$\lambda(\text{\AA})$	7628	6870	6563	5896	5890	5270.5	5269.7	4861	4340	3968	3934

光波の波長は普通  $10^{-8}cm$  を單位としこれを**オングストローム**(<sup>(1)</sup>略して  $\text{\AA}$  と書く)といふ。即ち、

$$1\text{\AA} = 10^{-8}cm \quad (4)$$

【注意1】分子の直径は  $10^{-8}cm$  程度のもの(§108, 光の波長は7000-40000  $\times 10^{-8}cm$  であるから、分子の直径に比べると光の波長は非常に大きいものである。

【注意2】第386圖に於て、 $S_1P'$  と  $S_2P'$  との距離の差がある程度迄大きくなると干渉縞はできない。それは次の如く説明される。光源の分子或は原子から出る光は、長時間連続的に振動せる音叉の出す音波のように、長く連続せる光波を出すものではない。他の方法で測つた結果によると、その一連鎖の光波の長さは、15-62cm 位のものである。これを光波の粘着距離<sup>(2)</sup>といふ。今第386圖  $S_1P'$  と  $S_2P'$  との差がこれ以上のときは、一方が  $P'$  に達したとき、それと干渉すべき波は  $P'$  を過ぎてしまつて居るから、縞ができないのである。

【注意3】光波がエーテルの如何なる性質によつて波及するものであるかは、是迄述べた所では決定できないが、吾々は暫く音波と同様に弾性波と考へて置かう。そうすると、§74に述べたように、 $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  なる式でその速度が表はされる理である。但し  $E$  はエーテルのある弾性率で、 $\rho$  は密度である。そうすれば、エーテルは  $\rho$  が非常に小

(1) Andres Jonas Ångström (1814-1874) の名を採つて單位の名としたのである。波の波長はまた Micron  $\mu = \frac{1}{1000}m.m.$  或は Milimicron  $\mu\mu = 10^{-6}m.m.$  を單位とすることもある。(2) Coherent length; die Kohärenzlänge.

さく  $E$  の非常に大なるものと想像される。

【注意4】 光の干渉を説明するフレネルの<sup>(1)</sup>実験及びフレネルのプリズムと稱するものがある。これについては平塚忠之助氏、高等物理学(波動論、音響学、物理光学)154頁—157頁、或は森總之助氏、実験及び理論物理学(光学)154頁—158頁を見よ。

§ 215. 単色光の色と波長、振動数との関係. 白色光を用ひてヤングの実験を行へば、中央に白色の明線ができ、その左右にスペクトルの順序に紫、青、……、赤の色の縞ができる。前節(1)により、これは波長の小なるものより長いものゝ順序に排列されて居ることが分かる。故に、一定の媒質中に於ては一定の単色光は一定の波長を有つて居る。

【注意】 上の実験に於て、中央が白色を呈するは、どの単色光についても、中央は明線となり、それが重なるからである。またこのとき生ずるスペクトルの色の順序はプリズムの分散によるものと逆であることに注意するを要する。

光波も波である以上、その振動数  $\nu$ 、波長  $\lambda$  及びその速さ  $C$  との間には  $\nu\lambda = C$  なる関係があらねばならぬ §93.(3)。さて、ある媒質、例へば、水の中での光の速さは、上巻 218 頁 空気中に於けるそれよりも小である (§213)。然るに速さが小さくなる爲には、下巻 324 頁  $\nu$  が小さくなつても  $\lambda$  が小さくなつてもよい。その何れであるかを決定する爲に、水中に於てヤングの実験を行ふてみると、干渉縞の幅

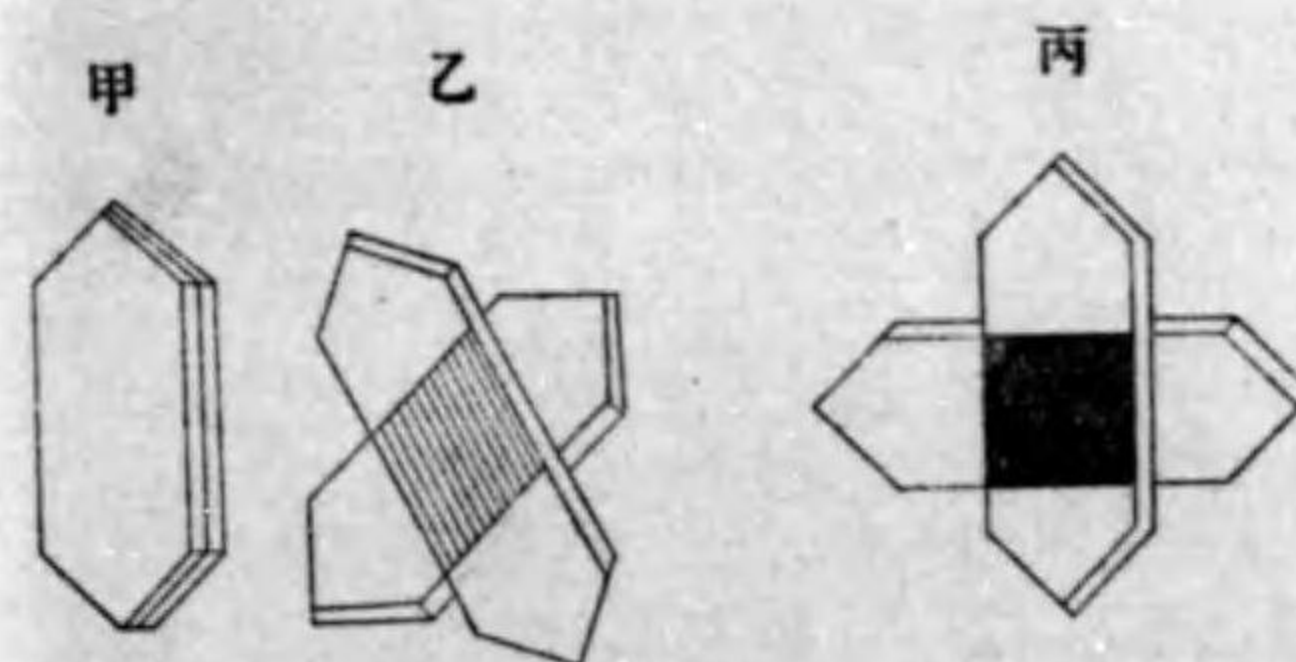
(1) A. J. Fresnel (1788—1827).

が小さくなり、これから測つた波長を  $\lambda'$  とし、光の水中に於ける速さ及び真空中に於ける速さをそれぞれ  $C_w$  及び  $C$  とすると、

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{C}{C_w} \quad (5)$$

なる関係の成立することが分る。故に、媒質によつて光の速度が變るのは、その波長が變るためであつて、振動数が變るためではない。 同して、吾々は媒質によつて色が變ることは認めない。故に、光の色といふものは、その波長によるのではなくて、その振動数によつて定まるものである。

§ 216. 光波振動の方向. 光の本性を明らかにするには、先づ光波が横波であるか縦波であるかを定める必要がある。もし、縦波であるならば、光の進む方向に對し左右の區別はないはずである。然るに、トルマリンの板<sup>(1)</sup>(主軸を含む平面で切つたもの)二枚を重ね、第387



第 387 圖

圖甲のように、二枚の板の軸の方向を一致せしめるとよく光を通るけれども、乙のようにその軸を傾けるに従ひ、

(1) Tourmaline-plate ; die Turmalinplatte.

次第に透過光が弱くなり、丙のように互に垂直にすれば、光は殆ど通らない。故に第一のトルマリンの板を出た光は左右に區別せらるべき性質がある。この事實から光波は横波なることが分かる。

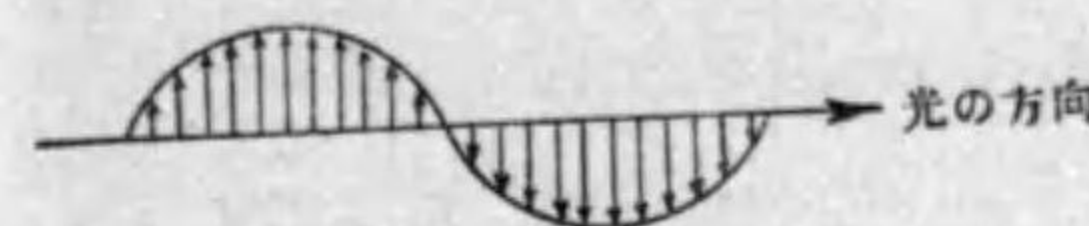
横波の中で、最も簡単なものは振動が常に同一の平面中に行はるゝものである。かゝる光波を平面偏光<sup>(1)</sup>或は直線偏光<sup>(2)</sup>といふ。

【注意】ニュートンは、彼の光粒子説を基礎として偏光の現象を次の如く説明した。磁石に北極南極があるように、光粒子にも極がある。普通の光にあつては、その極の向きが亂雑であるから光線に左右の區別がないが偏光にあつては、その向きが揃つて居るためこの區別ができるのである。故にかゝる光を、極を有つ光 Polarized light と名づけたのである。

さて、光がエーテルの波動であるといふことは、光の通過する途の各點に於けるエーテルの状態が週期的に變化することを意味するものである(§93)。その變化が如何なる種類のものであつても、それが横波である以上、それは光の進行の方向と垂直なる線分で表はすことができる。この線分を光ベクトル<sup>(3)</sup>といふ。例へば、光波がエーテルの歪に基いて生ずる彈性波動であるとするれば、このベクトルはその歪の方向と大

(1) Plane-polarized light ; das geradlingpolarisierte Licht. (2) Linearly polarized light ; das lineare polarisierte Licht. (3) Light-vector ; das Lichtvektor.

さを表はすものである。従つて、平面偏光の光波にありては、光ベクトルの尖端の軌跡は、平面上の波線を以て表はされる(第 388



第 388 圖

圖)。そして、これはまた多くの振動数を異にする正弦波に分解する

ことができる(§ 96)<sub>上巻 220 頁</sub>。よつて、週期  $T$  波長  $\lambda$  の単色平面偏光は次の式で表はされる § 94, (7)<sub>上巻 216 頁</sub>。

$$\xi = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (1)$$

こゝに  $A$  は振幅、即ち光ベクトルの最大値である。また振動数を  $\nu$  光の速さを  $C$  とすれば、

$$\frac{1}{T} = \nu, \quad \lambda \nu = C$$

であるから、

$$\xi = A \sin 2\pi \nu \left( t - \frac{x}{C} \right) \quad (2)$$

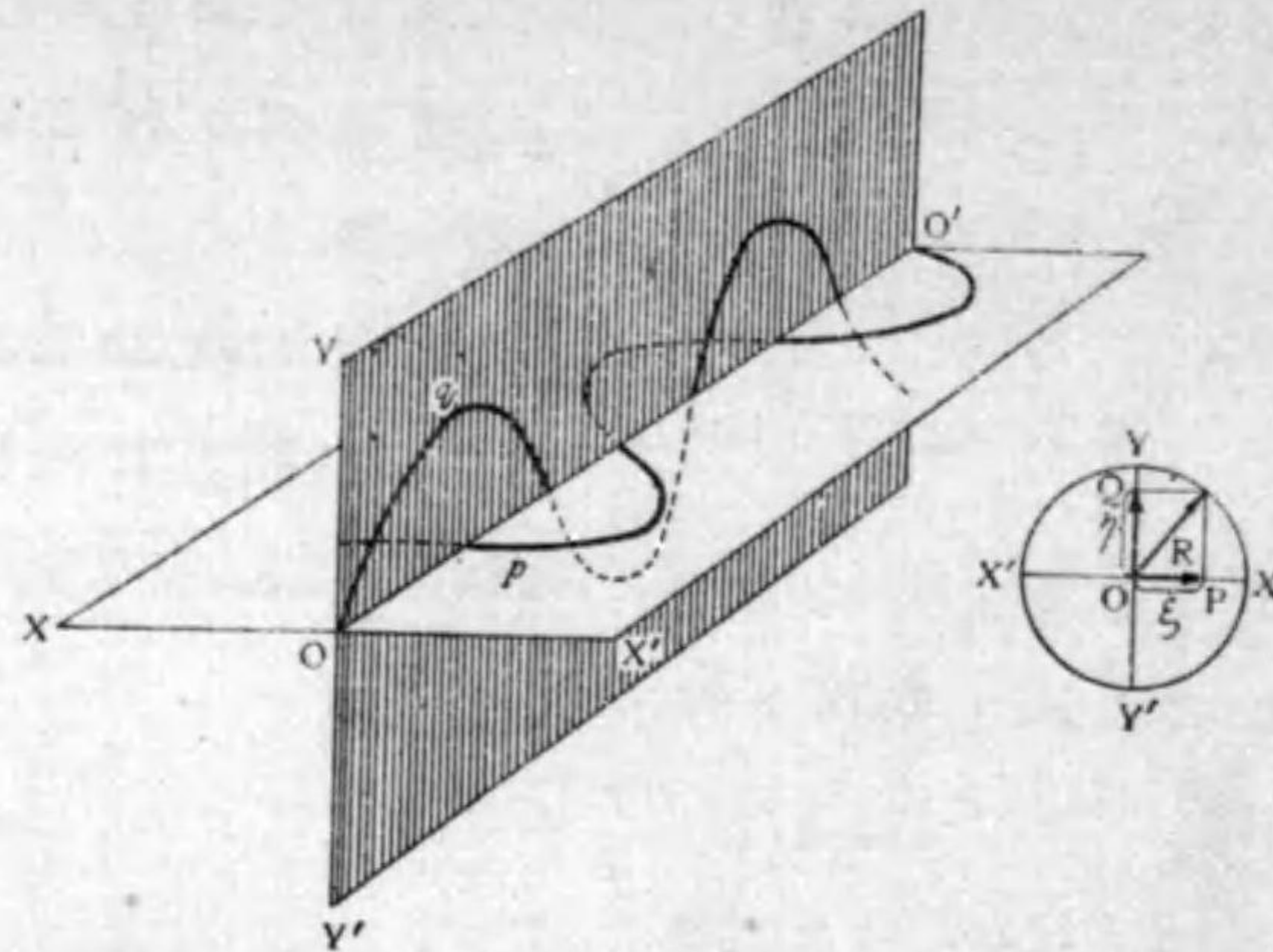
とすることができる。

次に振幅及び週期相等しく、振動の方向が互に垂直なる二つの正弦光波が同一直線上を同方向に進み、且一方最大変位の時他方変位零なるときは、これを合成したものを圓偏光<sup>(1)</sup>といふ。第 389 圖に於て  $XX'$  及

(1) Circular polarized light ; das zirkularpolarisierte Licht.



び  $Y'Y$  を互に垂直なる平面,その交りを  $OO'$  とし,その



第 389 圖

各々の面中に振動する正弦波  $p$  及び  $q$  があり,その一方の變位が最大なるとき,他方の變位は零であるとする。これを  $OO'$  に垂直なる平面に投射すると,  $p$  及び  $q$  の變位はそれぞれ  $XX'$  及び  $YY'$  の上に於ける變位  $\xi$  及び  $\eta$  の點  $P$  及び  $Q$  で表はされる。即ち

$$\left. \begin{aligned} \xi &= A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \\ \eta &= A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{1}{4} - \frac{x}{\lambda} \right) = A \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \end{aligned} \right\} (3)$$

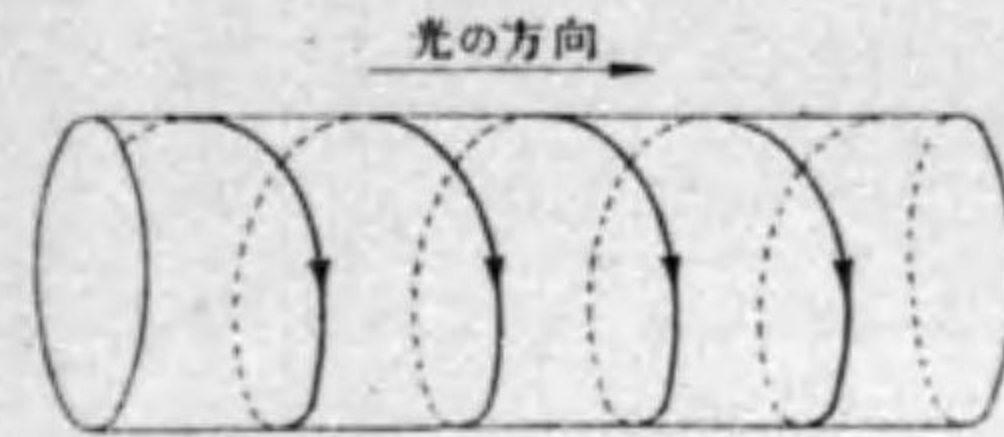
これを合成したものを  $R$  とすると,

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{\xi^2 + \eta^2} = A \left\{ \sin^2 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \cos^2 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= A \end{aligned} \quad (4)$$

即ち,圓偏光にあつては光ベクトルは,その大きさを變ずることなく,その進行に伴ひ,たゞその方向が螺線狀

に變ずるのみである(第

390 圖)。



第 390 圖

もし,(3)の二つの平面偏光の振幅が違ひ,それが  $A$  及び  $B$  なるときは,

$$\xi = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad \eta = B \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (5)$$

即ち,

$$\begin{aligned} \frac{\xi^2}{A^2} + \frac{\eta^2}{B^2} &= \sin^2 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \cos^2 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \\ &= 1, \end{aligned} \quad (6)$$

これは,二つの軸がそれぞれ  $A$  及び  $B$  なる楕圓である。故に,光ベクトルの尖端の軌跡は,第 391 圖のように,



第 391 圖

楕圓嚙の表面に描かれたる螺線狀の曲線となる。かくの如き光線を楕圓偏光<sup>(1)</sup>といふ。

【注意】圓偏光及び楕圓偏光を實際得る方法は後に述べる。

§ 217. 光のエネルギーと振幅及び振動数との關係.

光の強さと光波の振幅及び振動数との關係を論ずるために,先づ彈

(1) Elliptic polarized light ; das elliptisch polarisierte Licht.

性體を伸縮することを考へる(第 104 圖)。このとき弾性螺線の縮んだ長さを  $S$ , 最後に加ふる力を  $F$ , これに要した仕事を  $W$  とすると, §71 により

$$W = \frac{1}{2} FS. \quad (1)$$

然るに, フックの法則 (§59) により

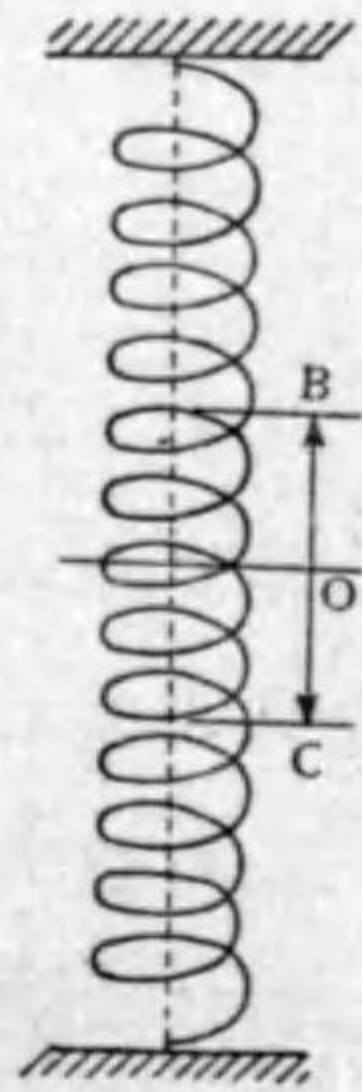
$$F = CS \quad (2)$$

と置くことができる。こゝに  $C$  はある定數である。これを上式に入れて,

$$W = \frac{1}{2} CS^2. \quad (3)$$

これが弾性エネルギーとして蓄へられて居る。次に, 第 392 圖のように装置した弾性螺線の振動に於て, その中點  $O$  は  $BC$  の間を往復運動し, その振幅を  $S$  とする。  $O$  が  $B$  に來たときは, 螺線の上半は壓縮され下半は伸張され, (3) によつて表はさるゝ弾性エネルギーが螺線の中に蓄へられる。また  $C$  に達したときは, 下半が壓縮され上半が伸張され, 同量の弾性エネルギーが蓄へられる。  $O$  が  $BO$  及び  $OC$  の中間に在るとき, 弾性エネルギーの一部分は螺線各部の運動のエネルギーとなり,  $O$  が平衡の位置に還つたとき, 即ち螺線が少しも歪を受けない状態に在るときには全部が運動のエネルギーとなる。そうして, エネルギーの總量は常に (3) に等しい。故に弾性振動に於て, 媒質の有するエネルギーは振幅の自乗に比例する。

光をエーテルの弾性波動とすれば, 上述の事はそのまま應用することができる。即ち同一種類の光にありてはそのエネルギーは, 光波の振幅の自乗に比例する。そうして, 光の強さは光波のエネルギーに比例する故, 光の強さは光波の振幅の自乗に比例する。



第 392 圖

【注意】こゝにいふ光の強さは, 必ずしも視覚の強さと一致しない。

上に述べたのは, 同一種類の光についてのことであるが, 次には異なる振動数の光について述べる。第 392 圖の装置に於て, 振動の週期を  $T$  とし, 振動せる部分の質量を  $m$  とすると §31 (3) により,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} \quad \text{即ち} \quad C = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m.$$

振動数を  $\nu$  とすると  $\frac{1}{T} = \nu$  であるから,

$$C = 4\pi^2 m \nu^2$$

従つて (3) は

$$W = 2\pi^2 m \nu^2 S^2$$

となる。これと同様に

光のエネルギーは, またその振動数の自乗に比例する。

## 第二十八章 波動論による幾何光學の基礎事實の説明

§ 218. <sup>(1)</sup> **フイゲンスの原理**. 吾々はさきに、光の直進、反射及び屈折の法則を基本事實として、その上に幾何光學を建てたのである。故に、光の波動論が完全に成立するためには、先づこの基本的事實が波動論によつて説明されなければならぬ。そのためには、先づ精細に波の波及する状態について考究する必要がある。



第 393 圖

今、水面の波を一つの孔の在る板で遮ぎれば(第 393 圖 I), 孔の部分は新たな波動の中心となり、こゝから圓形の波が板の他の側に波及する。これから考へると、波の各點は新たに波を起す中心となるものである。そこで、もし孔の數を増すならば、新たに波の中心となるべき點も増し(第 393 圖 II), 孔の數を無數に多くすれば、波の各點はいづれも新たな波の中心となる(第 394 圖)。さて、孔の數を無數に

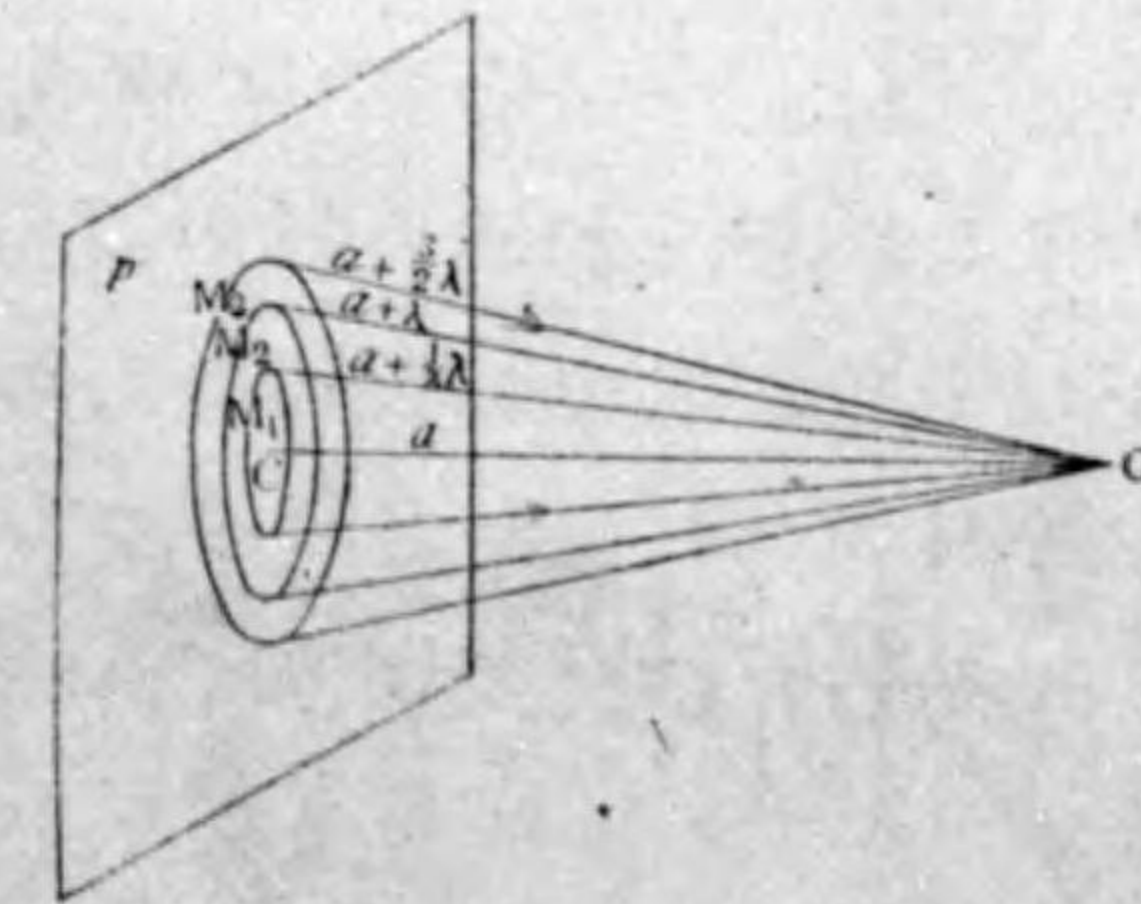
(1) Christian Huygens (Huyghens と書く) (1629-1695).



第 394 圖

多くするといふことは、障壁の板が無いといふことと同一であるから、このとき波及するものはもとの波が何等の變化なしに波及するものと同一物でなければならぬ。故に、次のことが知られる。波の各點は新たななる小波の中心と見なすことができる。その小波を合成した結果は、もとの波の波及したものに等しい。これを**フイゲンスの原理**といふ。

§ 219. **光の直進の説明**. 空間中に傳播する波の同一の位相の點を連結すれば一つの面ができる。この面を波面<sup>(2)</sup>といふ。波面が平面なるときは平面波<sup>(3)</sup>球面<sup>(4)</sup>の場合には球面波といふ。光の直進を波動論により説明するために、簡單のため、波長  $\lambda$  なる單色光の平面波を採る(第 395 圖)。或時刻に於て、その位置を  $P$  とし、その各點から起つた小波



第 395 圖

(1) Elementary waves; die Elementarwellen. (2) Wave front; die Wellenfläche. (3) Planewave; die Ebenewelle. (4) Spherical wave; die Kugelwelle.

がそれから  $a$  だけ離れた  $O$  點に如何なる影響を及ぼすかを考へる。 $O$  から  $p$  に垂線  $OC$  を下し、 $C$  を中心とし  $p$  上に圓  $M_1$  を描く但しその周上の點は  $O$  から  $a + \frac{1}{2}\lambda$  になるようにする。即ち  $M_1$  の半徑を  $r_1$  とすると、

$$r_1^2 = \left(a + \frac{1}{2}\lambda\right)^2 - a^2 = a\lambda + \frac{1}{4}\lambda^2$$

然るに、 $\lambda \ll a$  とすれば、

$$r_1^2 = a\lambda \quad \text{即ち} \quad r_1 = \sqrt{a\lambda}$$

同様に  $C$  を中心とし  $r_2 = \sqrt{2a\lambda}$ ,  $r_3 = \sqrt{3a\lambda}$ , …… なる圓  $M_2, M_3, \dots$  を描くと、その周上の點はそれぞれ  $O$  から

$$a + \lambda, a + \frac{3}{2}\lambda, a + \frac{4}{2}\lambda, \dots$$

となる。またその面積はそれぞれ、

$$\pi\lambda, 2\pi\lambda, 3\pi\lambda, \dots$$

となる。従て、相隣る圓の間の面積はいづれも  $\pi a\lambda$  に等しく、各區域中からは同数の小波が起る。かくの如く區劃された面を名けて、**フレネルの帶狀區域**<sup>(1)</sup> といふ。

さて、各の帶狀區域より出づる小波の  $O$  に及ぼす影響を考へてみると、ある區域の影響は、その隣の區域の影響とは符號が反對である。故に、第一區域、第二區域……からの影響の絶對の値をそれぞれ  $e_1, e_2, \dots$  と

(1) Fresnel's zone; die Fresnelsche Zone. A. T. Fresnel (1788—1827).

し、その合成されたものを  $e$  とすると、

$$e = e_1 - e_2 + e_3 - e_4 + \dots \pm e_n \quad (1)$$

と置かれる。故に、もし  $e_1, e_2, e_3, e_4, \dots$  が相等しければ互に打消して  $O$  には少しも影響が及ばぬこととなる。

然し、實際に於ては、各の區域から  $O$  までの距離は、その區域が  $C$  を離れるに従つて大きくなる故、 $O$  に及ぼす影響も次第に小さくなる。 $e$  の概略の値を知るには、ある區域の影響  $e_n$  は兩隣のもの、 $e_{n-1}$  と  $e_{n+1}$  の和半に等しと置かれる。即ち、

$$e_n = \frac{e_{n-1} + e_{n+1}}{2} \quad (2)$$

【注意】  $e_n$  はその區域から考ふる點までの距離  $a + \frac{n\lambda}{2}$  の函數であるから、

$$e_{n-1} = f\left(a + \frac{n-1}{2}\lambda\right), \quad e_n = f\left(a + \frac{n}{2}\lambda\right), \quad e_{n+1} = f\left(a + \frac{n+1}{2}\lambda\right)$$

と置くことができ、これは次の如く書き直される、

$$e_{n-1} = f\left[\left(a + \frac{n}{2}\lambda\right) - \frac{\lambda}{2}\right], \quad e_{n+1} = f\left[\left(a + \frac{n}{2}\lambda\right) + \frac{\lambda}{2}\right]$$

これにマクローリンの級數を應用すると

$$e_{n-1} = f\left(a + \frac{n}{2}\lambda\right) - \frac{\lambda}{2}f'\left(a + \frac{n}{2}\lambda\right) + \frac{2.1}{1}\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 f''\left(a + \frac{n}{2}\lambda\right) + \dots$$

$$e_{n+1} = f\left(a + \frac{n}{2}\lambda\right) + \frac{\lambda}{2}f'\left(a + \frac{n}{2}\lambda\right) + \frac{2.1}{1}\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 f''\left(a + \frac{n}{2}\lambda\right) + \dots$$

この右邊の第三項以下を省略し二つを邊々加へると、

$$e_{n-1} + e_{n+1} = 2f\left(a + \frac{n}{2}\lambda\right) = 2e_n$$

となつて(2)の關係が成立つ。故に本節に大體といつたのは、上の級數の第三項以下の省略せられる範圍に於てといふことである。

そこで(1)を次のように書く。

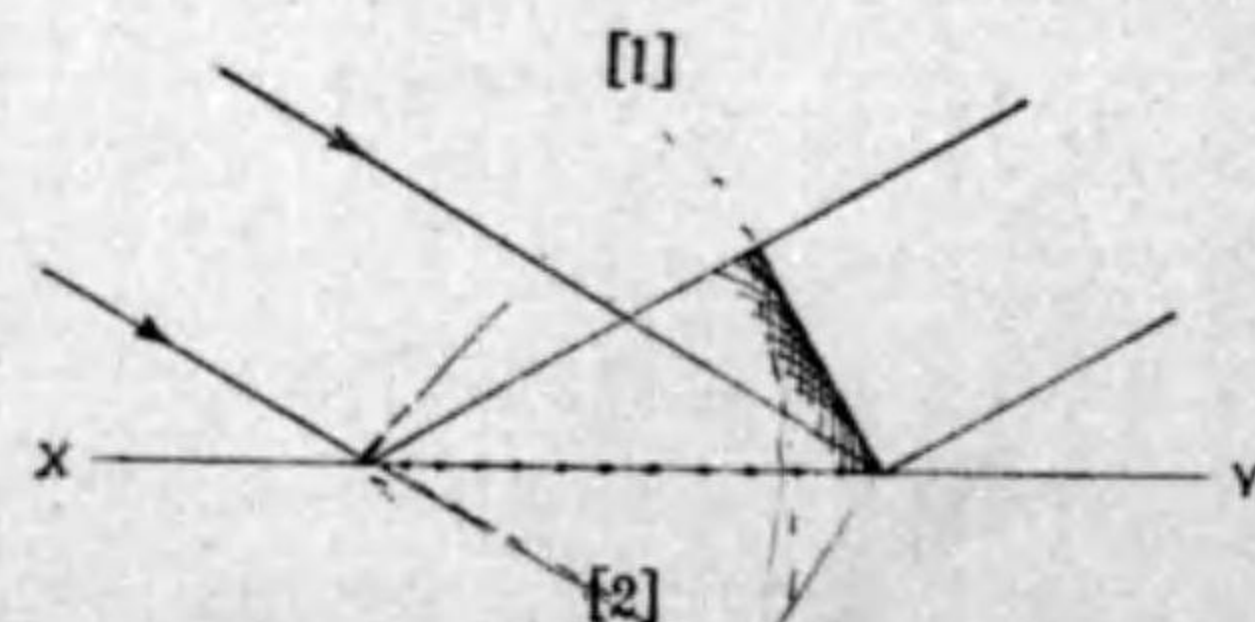
$$e = \frac{e_1}{2} + \left( \frac{e_1}{2} - e_2 + \frac{e_3}{2} \right) + \left( \frac{e_3}{2} - e_4 + \frac{e_5}{2} \right) + \dots + \left( \frac{e_{n-1}}{2} - e_n + \frac{e_{n+1}}{2} \right) + \dots \quad (3)$$

この右邊の括弧の中は(2)によつて皆零であるから、

$$e = \frac{e_1}{2} \quad (4)$$

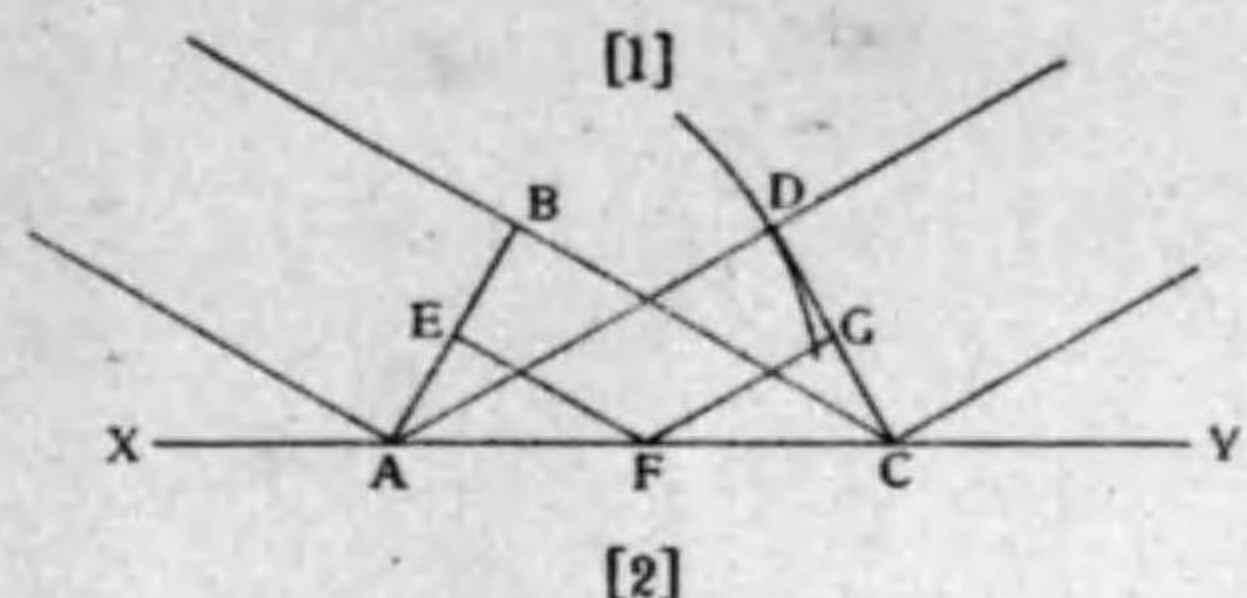
故にOに及ぼす影響は、第一の區域より來るものゝ半に等しい。即ちCを中心とする圓を描き、第一區域を二等分すれば、その内側の圓の影響のみがOに到達すると考へてもよい。もし、これを遮れば光はOに達しない。従つて、光はCからOに直進する如く見へる。

§ 220. 光の反射の法則の説明. 今、平面波が二つの



第396圖

媒質[1]と[2]の境XYに達したとすると(第396圖), 境の各の投射點を中心として[1]及[2]の媒質中に球面の小波が傳播する。その[1]に傳播するものゝ互に重なり合つたものが反射波である。その波面は次のようにして作圖することができる。第397圖 ABを投射波の波面とし、Aが先づXY上に達したとすると。さて小波の速さはもとの主波のそれと相等しいから、主



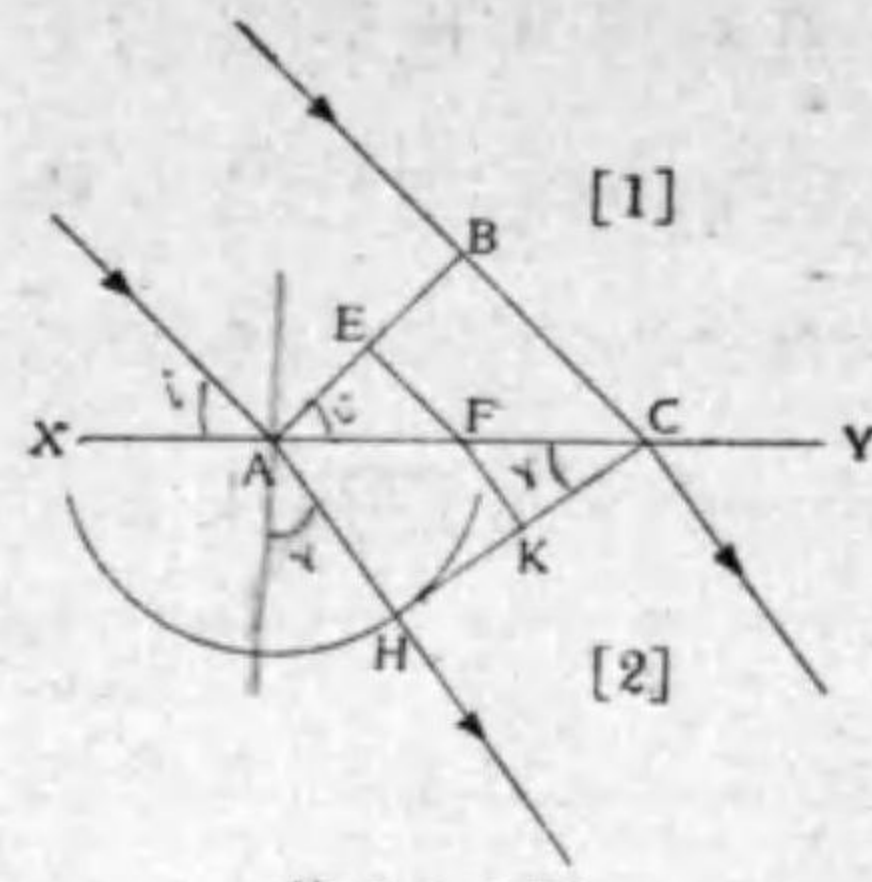
第397圖

波がBからCまで達する間にAから出た小波はAを中心としBCを半径とする圓周上まで達する。Cからその圓に切線CDを引けば、CDは反射波の波面である。何となれば、 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$  であるから、AB上に任意の點Eを取り、 $EF \parallel BC, FG \parallel AD$ とすると、 $EF + FG = BC$  であるから、Eを通る光は、BがCに達するときにGに達するからである。従つて、CDはACの間から出る波の包絡線、即ち反射波の波面である。そうして、投射線と反射線とは法線と相等しい角をなす。

【注意1】 この説明は凡ての波の反射に適用される。例へば音波についても同様である。

【注意2】 本節の説明だけでは投射波と反射波との位相の關係が分らぬ。これは音波と同様に考へ光學的疎なものから密なものに當つて反射するとき位相は $\pi$ だけ變り、逆のときには變らぬものとして置く。尙ほ、この事は電磁波の所で説明する。

§ 221. 光の屈折の法則の説明. 第397圖に於て、[2]の方に傳播するものは屈折波である。本節に於てはこれを考へる(第398圖)。[1]と[2]に於て光の速度が違ふものとし、これをそれぞれ $C_1$ 及び $C_2$ とする。波面ABの一點AがXYに達した時刻から、BがCに達す



第398圖

る時刻までには、Aから出た小波は  $BC \times \frac{c_2}{c_1}$  だけ進む。これを半径として圓を描き、Cから之に切線 CH を引くと、CH が [2] の媒質中の波面である。何となれば、AB 中に任意の一點 E を取り  $EF \parallel BC$ ,  $FK \parallel AH$  とすると、

$$\frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC}, \quad \frac{FK}{AH} = \frac{FC}{AC}$$

邊々相加へると、

$$\frac{EF}{BC} + \frac{FK}{AH} = \frac{AF}{AC} + \frac{FC}{AC} = 1.$$

今  $AH = BC \times \frac{c_2}{c_1}$  と置くと、

$$\frac{EF}{BC} + \frac{FK}{c_2} \times \frac{c_1}{BC} = 1, \text{ 即ち } \frac{EF}{c_1} + \frac{FK}{c_2} = \frac{BC}{c_1} = \mu \quad (1)$$

であるからである。さて、 $AC \sin i = BC$ ,  $AC \sin r = AH$  であるから、

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{BC}{AH} = \frac{c_1}{c_2} = n. \quad (1)$$

即ち屈折率は兩媒質中に於ける光の速さの比をあらはす。これはよく實驗の結果と一致する §213, (6)。

また上に述べたやうに、光波の速度は媒質によつて違ふから、同一の長さの途でもその媒質によつて之を

通るに要する時間が違ふ。今、真空中の光の速度を  $C$ , ある媒質の中での速度を  $C'$  それの絶対屈折率を  $n$  とし、光がその媒質中の  $l'$  なる長さの途を通る時間と真空中の  $l$  なる長さを通る時間は相等しいとすると、

$$\frac{l'}{C'} = \frac{l}{C} \quad l = \frac{C}{C'} l' = n l' \quad (2)$$

この  $l$  のことを  $l'$  の相当行程<sup>(1)</sup> といふ。そうして、 $C' = v \lambda'$   $C = v \lambda$  ( $\lambda$  は振動数)。故に

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{l'}{\lambda'} \quad (3)$$

即ち相当行程中に在る波の数は相等しい。

①【注意】吾々は前に屈折率は色によつて違ふことを述べた。例へば水に対して赤色は 1.3303 紫は 1.3428 である。上に述べた所によると、波長の異なるに従ひ屈折率が違ふといふことは、振動数の異なるに従ひ速度が違ふことを表はして居るものである。例へば、赤及び紫の水の中での速度を夫々  $c_r, c_v$  真空中での速度を  $c$  とすると、

$$\frac{c}{c_r} = 1.3303 \quad \frac{c}{c_v} = 1.3428 \quad \text{故に} \quad \frac{c_r}{c_v} = \frac{1.3428}{1.3303}$$

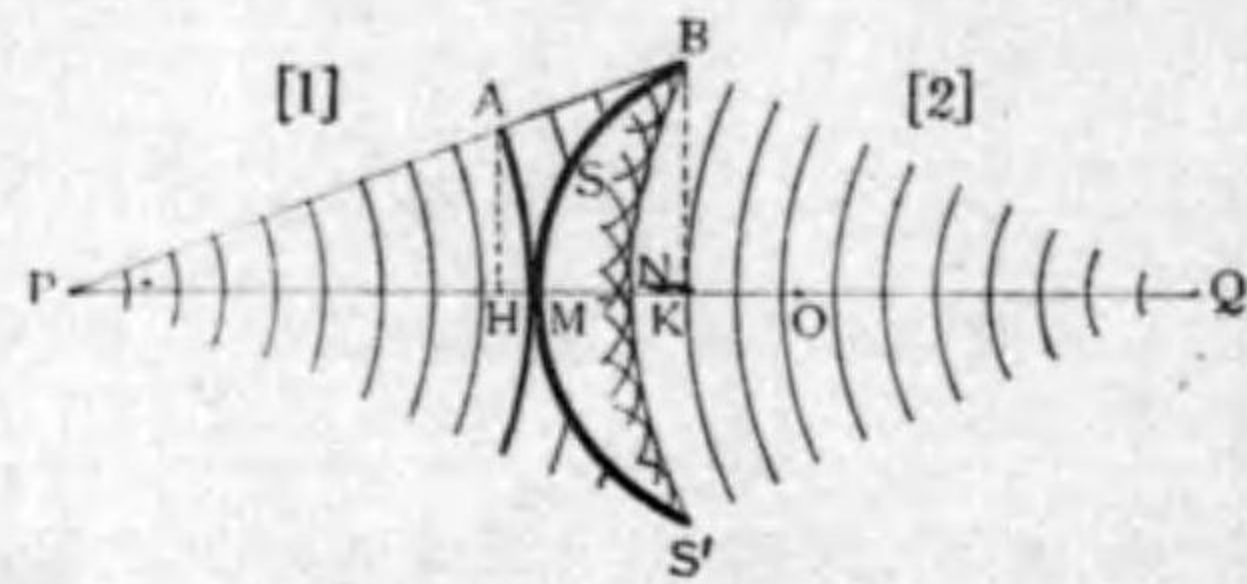
即ち  $c_r$  が  $c_v$  よりも約  $\frac{1}{130}$  だけ大である。故に、赤と紫の光を同時に一緒に同方向に、水や空氣中に送れば、紫の方が次第に後れる。即ち初め一緒であつても次第に分れる。吾々は、白光が屈折によつて、單色光の方向が分れることを分散と名づけた (§183)。然し、この方向に相違を來すのは、速度の相違に基くのであるから、方向が變ると否とに係らず、速度の相違によつて、光が單色光に分れることを一般に分散といふ。光が眞空以外の媒質中を傳播するときには、何時でも

(1) Equivalent path ; der äquivalente Pfad.

分散が起る。故にかゝる媒質を分散媒質<sup>(1)</sup>といふ。

【注意2】以上述べた所により、幾何光學の基礎的事實が波動論によつて説明せられたのであるから、吾々が前に得たプリズム、球面鏡、レンズの諸公式は、波動論を基礎として證明せられたものである。然し、またこれ等の諸公式は直接波動論からも導き得る。

例へば、§190に述べた球面の屈折による光線束の収斂は、次のように説明される。第323圖と同様に、SS'を球面、その凸なる側の媒質



第399圖

[1]は凹なる側の媒質[2]より光學的に疎とし、その絶対屈折率をそれぞれ $n_1$ 及び $n_2$ 、SS'の中心をO、半径をR、Pを發光點、Qをその像、 $PM=p$ 、 $QM=q$ とする(第399圖)。Pから出る光波は球状をなして傳播する故、PO上に於てはそれが既に球面上のMに達しても、他の方向PAに於ては、SS'に達しない、それには尙ほABだけ進まなければならぬ。その間に、Mから出た小波はNまで進み、波面は[2]の方が凹んだ球面となつて、Qに収斂するのである。故に、ABとMNとは相等行程が等しくなければならぬ、即ち

$$n_1 AB = n_2 MN. \quad (4)$$

然るに、A及びBから軸に垂線AH及びBKを下すと、 $AB=HK=HM+MK$ 。また、 $MN=MK-KN$ 。故に、

$$n_1(HM+MK) = n_2(MK-KN). \quad (3)$$

今、 $AH=BK=y$ 、 $HM=x$ と置くと、

$$p^2 = y^2 + (p-x)^2 = p^2 + y^2 - 2px + x^2, \quad HM = x = \frac{y^2}{2p-x} = \frac{y^2}{2p}.$$

同様に、 $KN = \frac{y^2}{2q}$ 、 $KM = \frac{y^2}{2l}$ 。

(1) Dispersive medium ; das dispersive Medium.

これ等の値を(3)に入れて、

$$\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{R}\right)n_1 = \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{q}\right)n_2, \quad \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}. \quad (4)$$

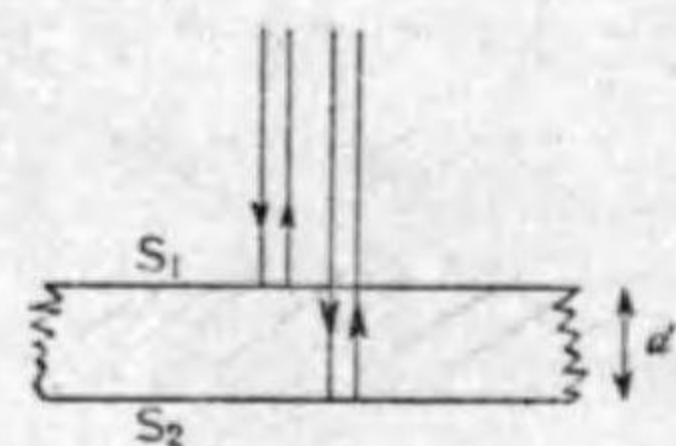
以上の説明により、光がQに収斂するのは、媒質により光の速度に大小あるに因るのであるから、問題となるものは眞の光の傳播距離ではなくて、相當距離であることが分かる。従つて $\frac{1}{p}$ 及び $\frac{1}{q}$ の代りに $\frac{n_1}{p}$ 及び $\frac{n_2}{q}$ を採用するのが當然であつて、且つこれは眞空の場合に換算したものと考へ、換算發散率及び換算収斂率と名けて然るべきことも了解される。

プリズム、球面鏡、レンズの諸公式の波動論による説明については、平塚忠之助氏、高等物理學(波動論音響學物理光學)裳華房59頁—71頁を見よ。

【注意3】光を光線と考へると、第399圖Pから出た光は色々の途を通つてQに集るのであるけれども、光波と考へると波面、即ち同一位相面が一點Qに集るのであるから、その位相の相等しいことは明らかである。これと同一理により、レンズによつて光を集めるときには、光線の途が違つてもその相互の位相關係を變化させるものではない。これは今後屢々用ひられることである。

## 第二十九章 光波の干渉

§ 222. 薄膜による光波の干渉 第 400 圖のように、薄い透明な膜或は板(厚さ  $d$ )に垂直に平行な光を当てると、その一部分は上面  $S_1$  から、又他の一部分は下面  $S_2$  から反射される。反射のとき、前者は位相が  $\pi$  だけ變り、後者は變らない、そして前者よりも通過する途が  $2d$  だけ長い、故に二途に分れた光線は一般に異なる位相に於て再び相會する。もし  $d$  が波長に比して非常に小なるときは、二つの光波は位相が  $\pi$  だけ違ふから、互に消し合ひて板は暗く見える。同様に、 $d = \frac{1}{2}\lambda, \lambda, \frac{3}{2}\lambda, \dots$  なるときは暗く見える。また、 $d = \frac{1}{4}\lambda, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda, \dots$  なるときは、互に助け合ひて明るく見える。



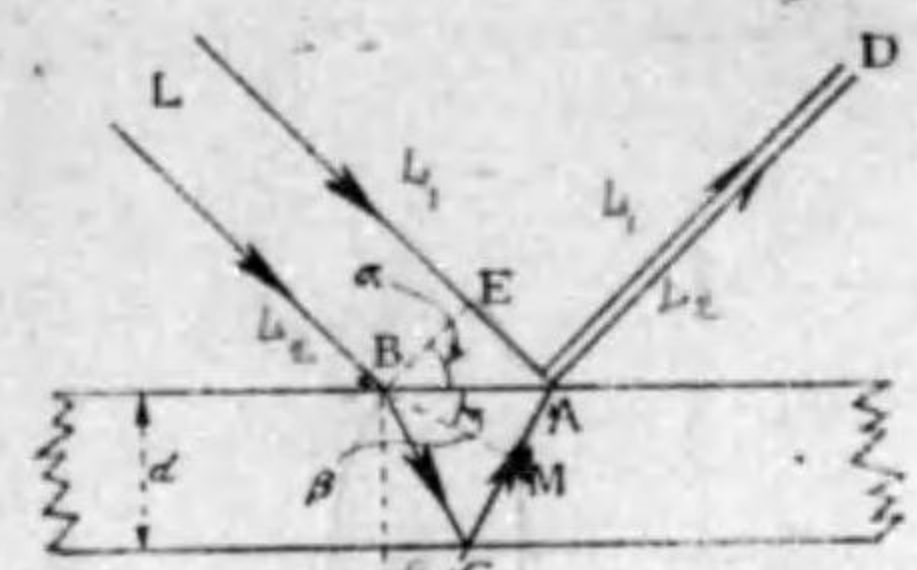
第 400 圖

同じく、 $d = \frac{1}{2}\lambda, \lambda, \frac{3}{2}\lambda, \dots$  なるときは暗く見える。また、 $d = \frac{1}{4}\lambda, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda, \dots$  なるときは、互に助け合ひて明るく見える。

【注意】この  $\lambda$  は膜或は板の中に於ける波長である。もし真空中の波長を取るならば、 $d$  の代りにこれを真空中に直した厚さ  $nd$  ( $n$  は屈折率)を取らねばならぬ。

単色光の代りに白光を用ひるときは、 $d = \frac{1}{4}\lambda, \frac{3}{4}\lambda, \dots$  を満足する波長の単色光波が互に助け合ひて強くなるため、板に色がついて見える。

板に斜に  $L$  の方向に光をあてると(第 401 圖)、板の裏



第 401 圖

面から反射する  $LBCAD$  と、表面から反射する  $LAD$  とに分れ、それが相合するときには、一般にその位相が違ふ。B から  $LA$  への垂線を  $BE$  とすると、B と E に於ては光波の振動の位相は同一であるが、こゝから、一方は空气中  $EA$  を、他方は板の中の  $BCA$  なる途を通る。この板の屈折率を  $n$  とすると、板の中の途  $BC+CA$  は空气中の  $n(BC+CA)$  に相當する (§221)。然るに、表面で反射するものは、こゝで半波長だけ位相が變るから  $n(BC+CA) - EA$  が半波長の偶數倍のときは互に消し合ひて暗く見へ、奇數倍のときは互に助け合ひて明るく見える。即ち、

$$\left. \begin{aligned} n(BC+CA) - EA &= 2m \times \frac{\lambda}{2} \quad (\text{暗}) \\ n(BC+CA) - EA &= (2m+1) \frac{\lambda}{2} \quad (\text{明}) \end{aligned} \right\} \quad (I)$$

こゝに  $\lambda$  は空气中に於ける波長である。板の裏の面に關する B の對稱點を  $B'$  とすると、 $BC+CA=B'A$ 。また、B から  $AC$  への垂線を  $BM$  とすると、 $AE=AB\sin\alpha$ 、 $AM=AB\sin\beta$ 。故に、

$$\frac{AE}{AM} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \quad \text{即ち} \quad AE = n \cdot AM$$

従て、 $n(BC+CA) - EA = nB'A - nAM = nB'M$

$$B'M = \frac{B'M}{2d} \cos\beta$$

$$B'M = 2d \cos\beta = 2dn\lambda$$



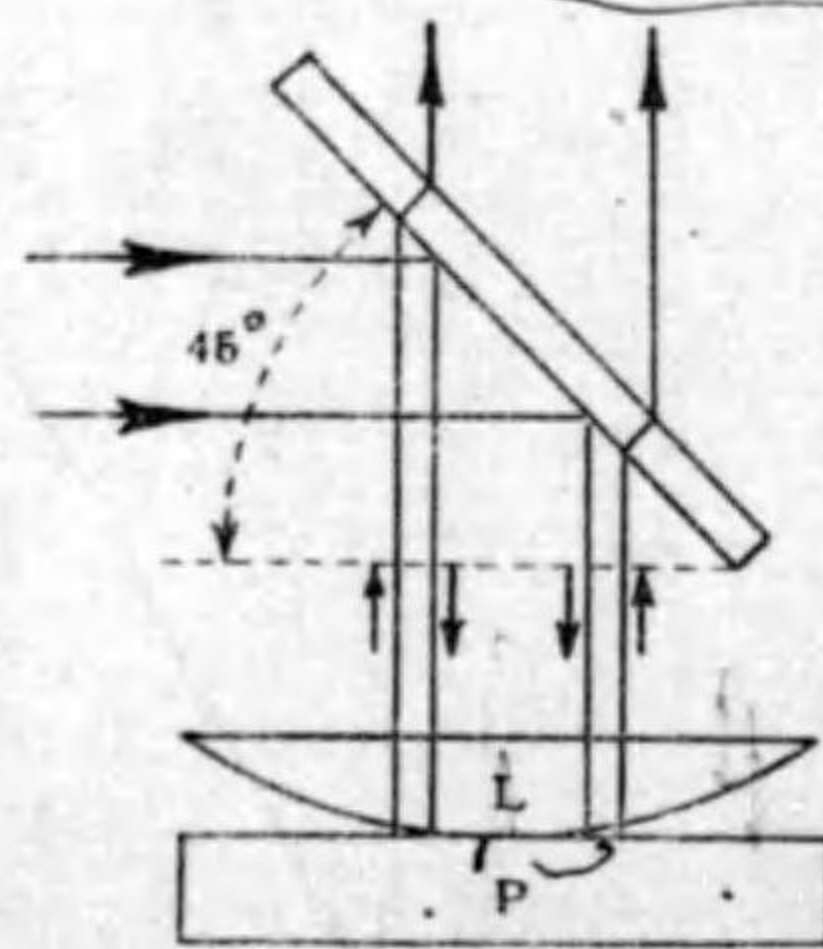
$$=nB' B \cos \beta = 2nd \cos \beta.$$

即ち,

$$\left. \begin{aligned} 2nd \cos \beta &= 2m \times \frac{\lambda}{2} && \text{(暗)} \\ 2nd \cos \beta &= (2m+1) \frac{\lambda}{2} && \text{(明)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

故に、白色を薄板に當て、色々の方向に反射せしめ、之をある方向から見るときは、上の第二の條件を満足する波長の光が強くと見へる。従つて薄板は見る方向によつてその色が違ふ。

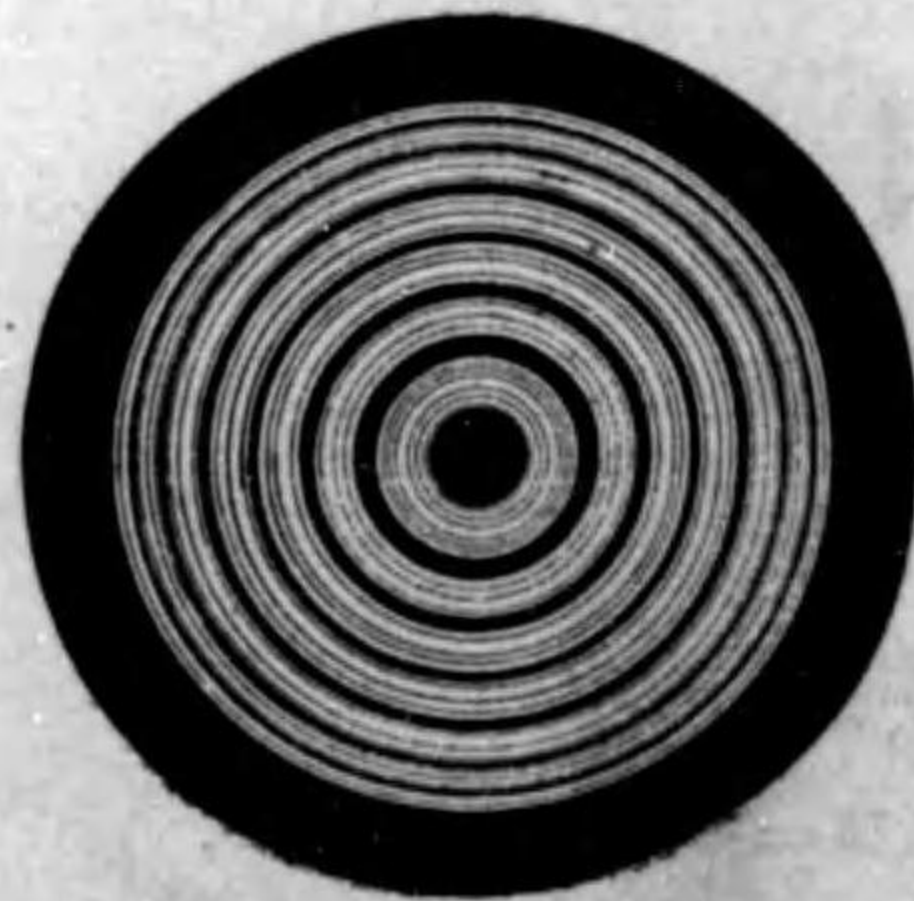
§ 223. ニュートンの色輪<sup>(1)</sup> 第 402 圖の如く、平板硝子 P の



第 402 圖

はレンズと硝子板との間に在る空氣の薄い層の上面と下面とから反射する光の干渉によつて生ずるものである。レンズの球面の半徑を R、輪の半徑を r、空氣層の厚さを d とすると(第 404 圖)。

上に、曲率の小なる平凸レンズ L の凸面が下になるように重ね、その上面に垂直なる單色光を當て、上から見ると、第 403 圖の如く、中央の暗き同心の數個の輪が見へる。これをニュートンの色輪といふ。これ



第 403 圖

(1) Newton's colour ring ; die Newtonsche Farbenringe.

$$(2R-d)d=r^2, \quad \text{即ち} \quad r^2=2Rd-d^2,$$

d は R に比して非常に小であるから、

$$r^2=2Rd, \quad \text{即ち} \quad d=\frac{r^2}{2R}.$$

節(2)により暗輪のあらはるゝためには、

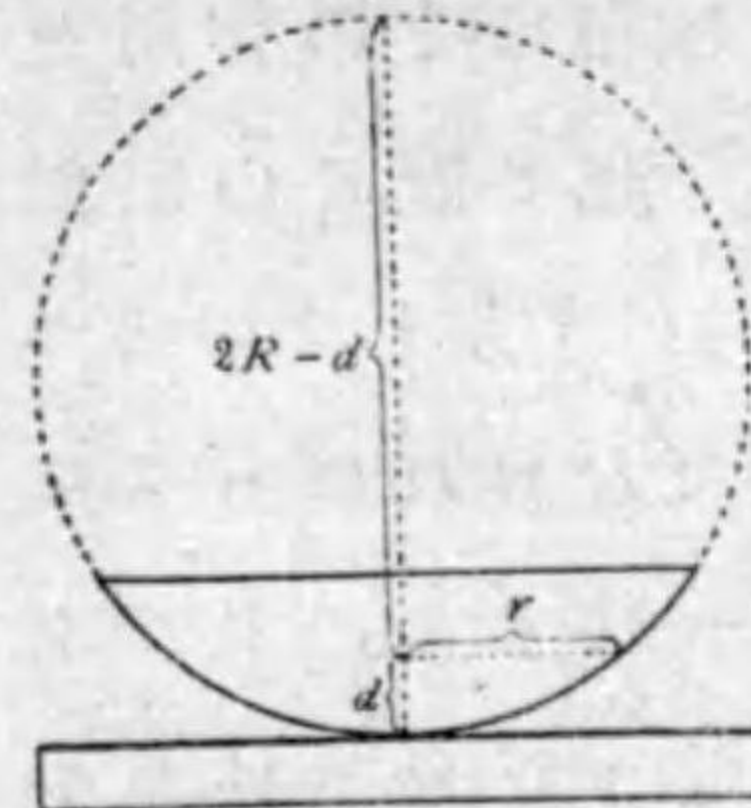
$$2nd \cos \beta = 2m \times \frac{\lambda}{2}.$$

この場合には  $\cos \beta = 1, n=1$  であるから、

$$2d = m\lambda, \quad \text{従つて} \quad r^2 = mR\lambda.$$

m=1, 2, 3, …… とすれば、第一第二、…… の暗輪の半徑が得られる。

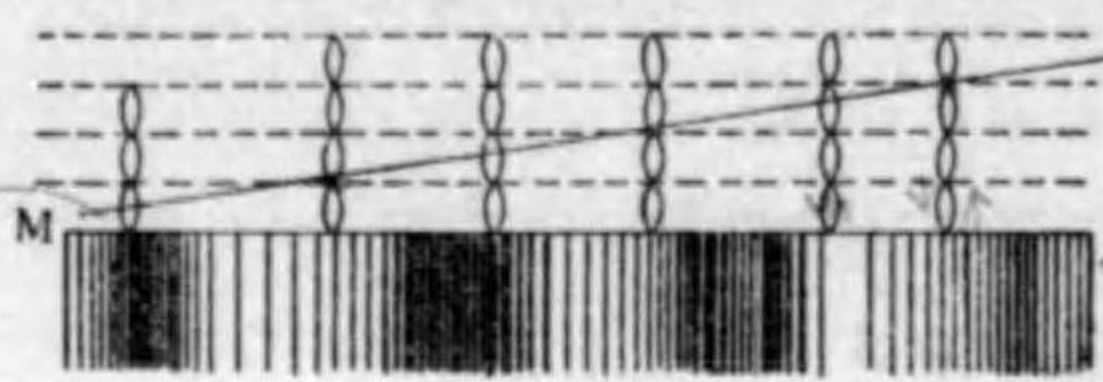
單色光の代りに白光を用ふれば、λ の小なるもの程 r が小なる故、七色の順序に並べる色の輪が見へる。



第 404 圖

§ 224. 光の定常波. 吾々は、ある方向に進む音波と、その反射波との干渉によつて、定常波の生ずることを述べた (§97)。光も波動であるから、同様の方法によつて定常波が生ずる理である。ヴィーネル<sup>(1)</sup>は 1890 年、初めてこれを實驗的に證明した。その方法は、特別の寫真乾板即ちコロヂラン<sup>(2)</sup>の膜の厚さ 0.00002mm 位、即ち光の波長の約  $\frac{1}{30}$  のものゝ感光面を表面鏡の面 M と向ひ合はせ、非常に小なる角 θ だけ傾けて置き、鏡面に垂直に單色光を當て、反射せしめた(第 405 圖)。これを現像すると、膜と M との交りの直線に平行にして等距離の數條の縞が現はれる。これは、投射光波と反射光

(1) O. Wiener (1862—). (2) Collodion ; das Kollodium.



第405圖

波との干渉によつて定常波を生じ、そのある部分、例へば腹は寫真作用を呈し、節はその作用を

呈せざるに因るものと想像される。腹と腹との距離或は節と節との距離は $\frac{\lambda}{2}$ であるから(§97)もしこの考へが正しいとすれば、縞の距離は $\frac{\lambda}{2 \sin \theta}$ でなければならぬ。実際の距離を測つてみると、これと一致する。且つ、ゾーネルの測定によると、最も鏡に近き感光線は鏡から $\frac{\lambda}{4}$ の距離に在る。これによると鏡面に最も近き腹は $\frac{\lambda}{4}$ に在る、従つて鏡面は節であることが分る。

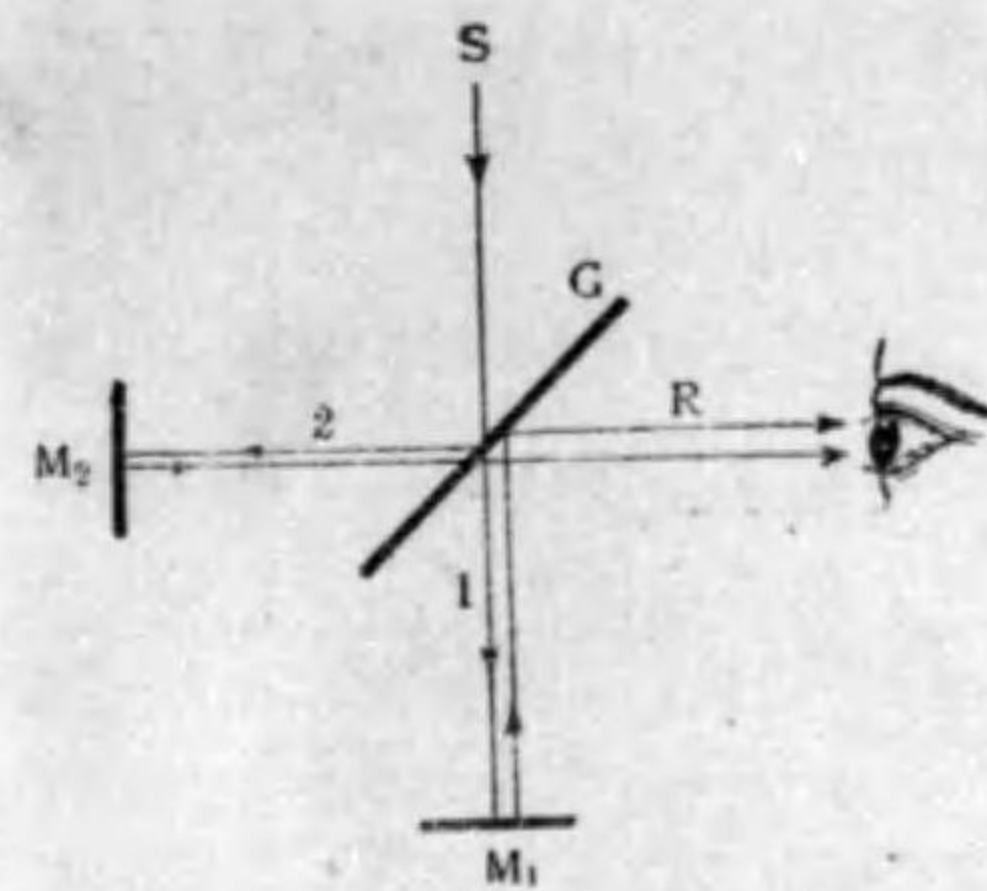
【注意1】最も寫真作用を良く呈する所が節でなくて腹であることの理は後に説明する。

【注意2】リツプマン<sup>(1)</sup>の天然色寫真は上述の定常波を利用したもので、理論上からは面白いが、實用にはならぬ。これについては、平塚忠之助氏、高等物理(波動論、音響學物理光學)169頁—170頁を見よ。また、一般に天然色寫真については、G. Lindsay Johnson, Photographic optics and colour Photography p.216—p.248を見よ。

§ 225. <sup>(2)</sup>マイケルソンの干渉計<sup>(3)</sup> マイケルソンの干渉計は、光の干渉を利用してその波長を測り、或は逆に波長の知れた光を用ひて長さを精密に測る器械であつて、その原理は第406圖に示す通りである。

(1) Gabriel Lippmann (1845—). (2) Albert Abraham Michelson (1852—)

(3) Interferometer; das Interferometer.

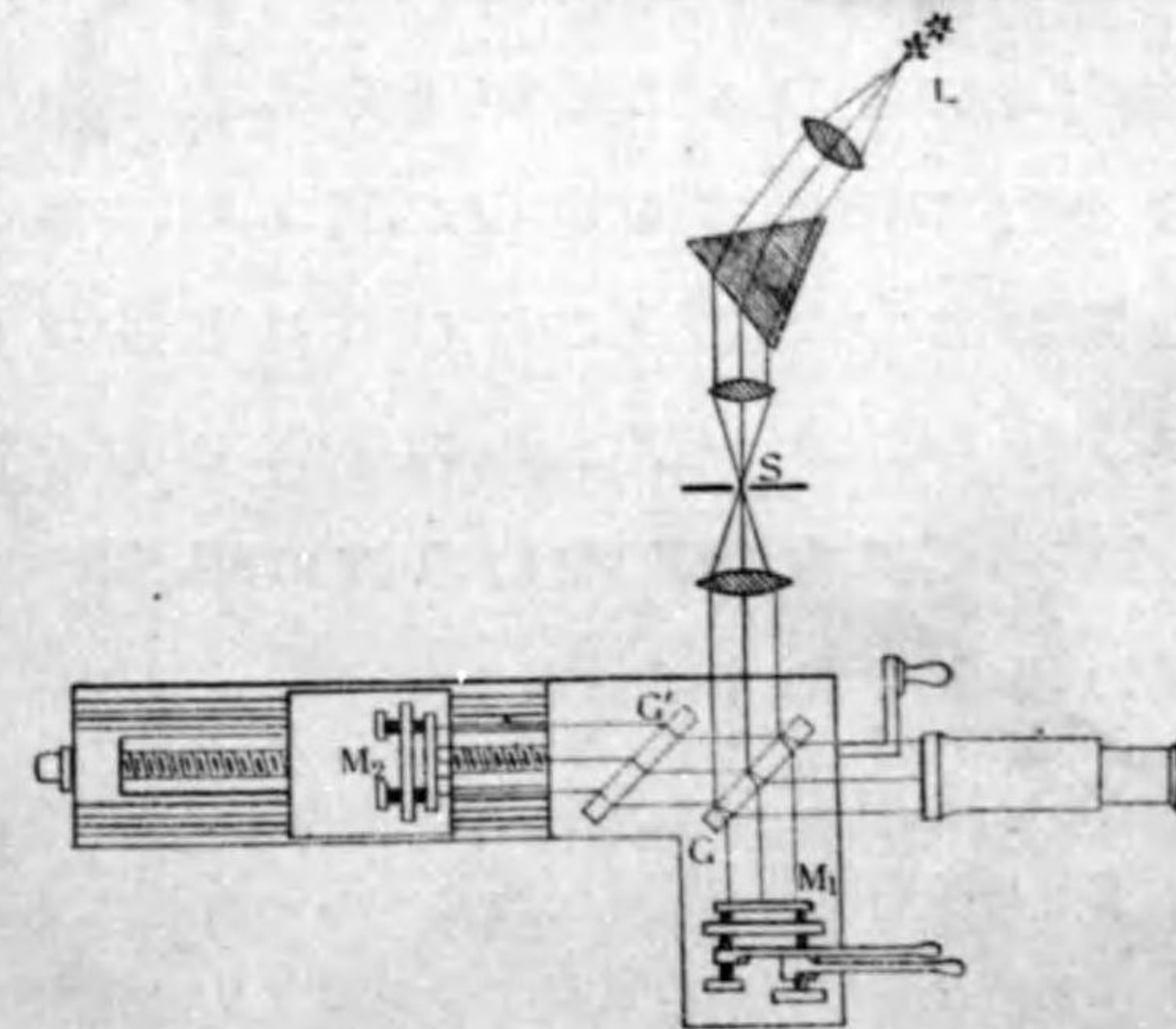


第406圖

光源Sから單色光を硝子板Gに、45°の傾きをなして當てると、屈折部分1と反射部分2に分れる。1は平面鏡M<sub>1</sub>に垂直に投じて反射し、再びGに當つて屈折部分と反射部分とに分かれ、前者はSに還り、後者はRの方に進む。また前の反射部分は平面鏡M<sub>2</sub>に垂直に投射し、反射して再びGに當り、反射部分と屈折部分とに分れ、前者はSに後者はRに進む。故に、M<sub>1</sub>とM<sub>2</sub>がGより等距離に在るときは、1と2との途は相等しき故、Rに於ては互に助け合ふ。この位置から、M<sub>1</sub>或はM<sub>2</sub>をそれ自身と平行に $\frac{1}{4}$ 動かすときは、1と2の光の行程は $\frac{1}{2}\lambda$ 違ひ、互に打ち消して暗く見へ、尙ほ $\frac{1}{4}\lambda$ 動かすときまた明るく見へる。故にM<sub>1</sub>或はM<sub>2</sub>にネジ測微尺(§55)を附し(第407圖)、

知られた距離を動かす、その間に明るくなり或は暗くなる回数を數へるときは、波長を測ることができる。また波長の知れた單色光を用ひるときは、非常に薄い膜の厚さを測ることができる。例へば、厚さdの液膜を1或は2の一方の途に入

るときは、光の行程差は $2(n-1)d$ となる。但しnなる屈折率は知られて居る。故にdを知ることができる。



第407圖

るゝときは、光の行程差は $2(n-1)d$ となる。但しnなる屈折率は知られて居る。故にdを知ることができる。

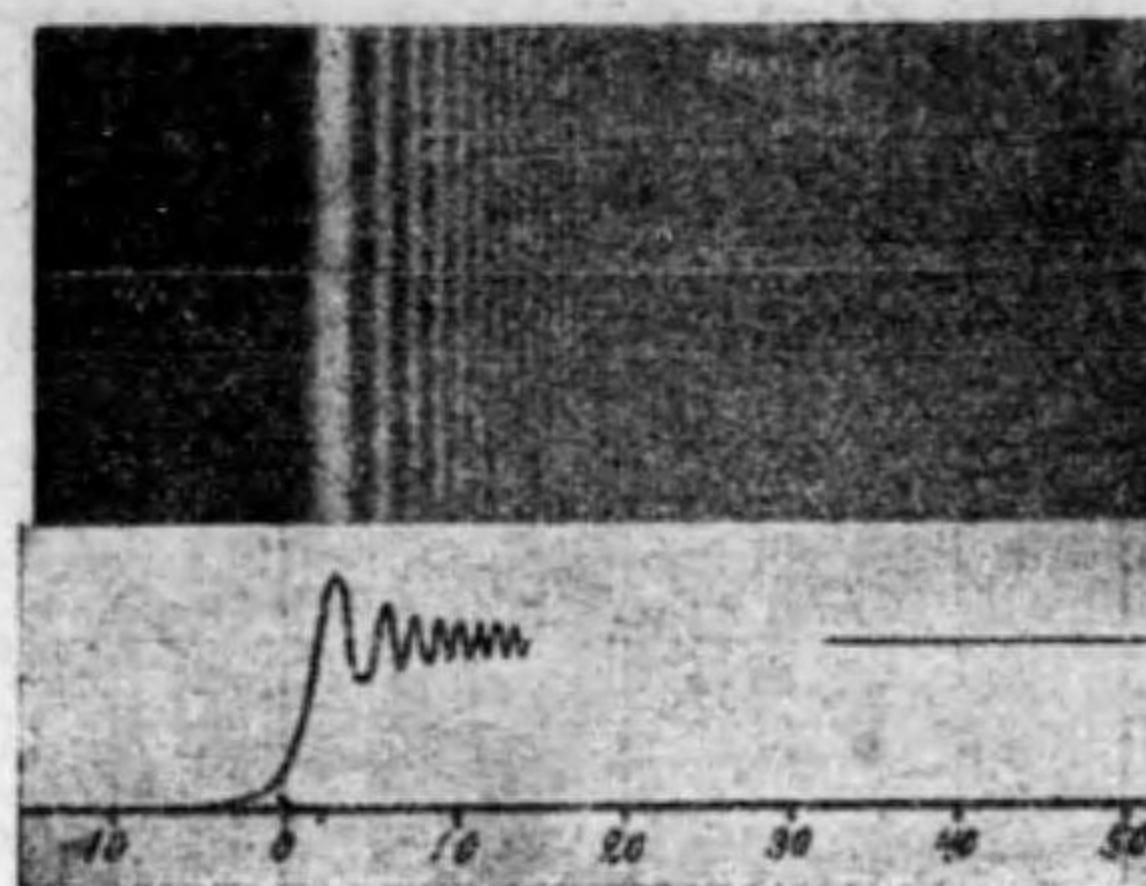
【注意1】 §1に述べたように、マイケルソンは、この方法によつてカドミウム光の波長とメートル原器とを比較した。その方法は、第407圖に示す。即ち光源Lから出たカドミウム光をプリズムで分解して単色光を細隙Sに入れ、メートル原器を基としてその波長を測つたのである。圖のGは光の行程を調節するための硝子板である。

【注意2】 光の速度が観測者の運動によつて違ふかどうかを觀たマイケルソンモーレーの實驗もこの干渉計の理を應用したのである。これについては後に述べる。

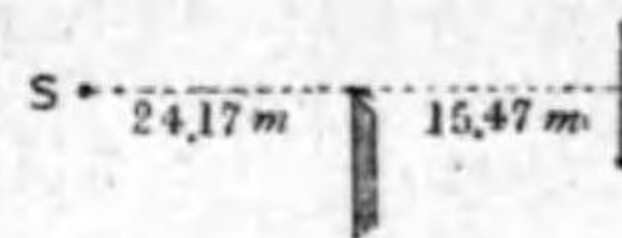
§ 226. 廻折による光波の干渉. 光が幾何學的に直進するものならば、物體の投する影は常に幾何學的に定まるものであるが、§214に述べたように、光は障害物の縁を迂廻して傳播するため、即ち廻折のために、適當な装置を用ふれば、影の周圍がぼやけ、或は干渉の縞を生ずるのを觀ることが出来る。それには、異方向に進む小波の干渉する場合と、同方向に進む小波の干渉する場合とがある。これをそれぞれフレネルの干渉及びフラウンホーフェルの干渉ともいふ。

第一. 異方向に進む小波の干渉. 次に簡單なる二三の場合を論ずる。

A. 眞直なる縁によるもの. 第408圖甲は、同圖乙に示すように、細き細隙Sから出た波長 $0.46\mu$ の單色光を、細隙から、 $24.17m$ 離れ、これと平行な障害物の眞直な縁で遮ぎり、これから $15.47m$ の距離に置いた乾板で映したものである。そして、障害物として用ひたものは、蠟刺の刃である。また甲圖の下の横線上のOは、幾何學的の影の端、曲線は理論上から出した光の強さを示すものである。



第408圖甲

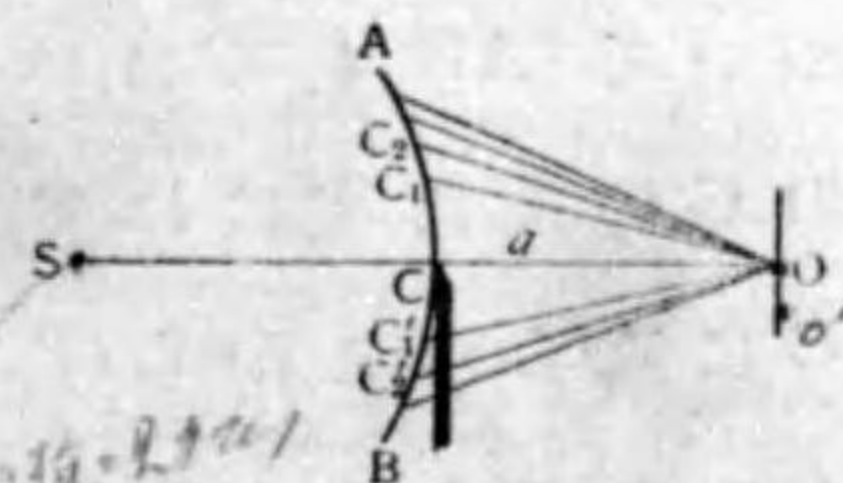


第408圖乙

【注意】 第408圖甲はアルカチユー<sup>(1)</sup>の實驗の結果である。

第408圖の現象は、波動論により次の如く説

明せらる。この場合の波面は圓壘形である。それが障害物に達した位置をAB、直線SCの延長が障壁と交る點をOとする(第409圖)。そうすると、Oより下の



第409圖

部分は幾何學的の影である。

先づ幾何學的には影であるべきはずのOより下の部分に、如何に光が進入するかを論ずる。波面AB上にOに關するフレネル帶狀區域を考へる。即ち、 $CO=a$ とし、Oから $a + \frac{1}{2}\lambda$ ,  $a + \lambda$ ,  $a + \frac{3}{2}\lambda$ , ……なる點 $C_1, C_1', C_2, C_2', \dots$ を取り、これ等の點を通り障害物の縁に平行な直線を引き平行なる帶狀區域に分つ。

【注意】 このとき第二の區域は第一區域の兩側に分れて居る。第三、第四、……についても同様である。

(1) Apiacliew.

§219 と同様に、相隣れる区域が O に及ぼす影響は互に逆であつて、且つ区域の番號が増すに従つてその大きさが減する。尙ほ、ある区域の影響は兩隣のものゝ相加平均と見做すことができる。各の区域は何れも半ば障害物に遮られて居るから、O の受くる影響を  $E_0$  とすれば、§219 と同様に、

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{1}{2} \{ e_1 - e_2 + e_3 - e_4 + e_5 - \dots \} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} e_1 + \left( \frac{1}{2} e_1 - e_2 + \frac{1}{2} e_3 \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} e_3 - e_4 + \frac{1}{2} e_5 \right) + \dots \right\} \\ &= \frac{1}{4} e_1 \quad (1) \end{aligned}$$

O から極僅か下に寄つた点  $O'$  について AB 上にフレネル区域を描くならば、第 409 圖の C の上に現はれて居つた第一区域の上半が幾分か C に遮られるから、 $O'$  点の受ける影響は O に於けるよりも小である。尙ほ  $O'$  から下に進み第一区域が全部遮られる位置を  $O_1$  とし、その受くる影響を  $E_1$  とすると、

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{2} (e_2 - e_3 + e_4 - e_5 + \dots) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} e_2 + \left( \frac{1}{2} e_2 - e_3 + \frac{1}{2} e_4 \right) + \left( \frac{1}{2} e_4 - e_5 + \frac{1}{2} e_6 \right) + \dots \right\} \\ &= \frac{1}{4} e_2 \end{aligned}$$

【注意】さきには、第二、第三、……区域の影響を  $-e_2, e_3, -e_4, \dots$  とし、上

には  $e_2, -e_3, e_4, \dots$  とした。これは、符號に絶對的の意味があるのではなく、たゞ相隣れる区域の影響が互に逆であることを意味するからである。

$O_1$  から下に寄れば、續いて光の強さが減する。故に、これを曲線で示すと第 408 圖の曲線の O の左の部分のようになる。

次に幾何學的の影の外、即ち第 409 圖 O の上部を考へる。O より極僅か上に寄つた点を取ると、第 409 圖に於て障害物に隠されて居る第一区域の下半が幾分か上に現はれるから、その受くる光の強さが増す。第一区域が全部現はれる点を第 410 圖  $O_1'$  とし、その受くる光の強さを  $E_1'$  とすると、

$$E_1' = E_0 + \frac{1}{2} e_1 = \frac{3}{4} e_1 \quad (2)$$

さて、 $\frac{1}{2} e_1$  は少しも障害物の影響を受けない点の光の強さであるから、 $O_1'$  は普通の部分よりも明るく見へる(第 408 圖参照)。今、 $OO_1' = d_1$  とすると、

$$\begin{aligned} (a' + \frac{1}{2}\lambda)^2 &= a^2 + d_1^2, \quad a' = \sqrt{a^2 + d_1^2} - \frac{1}{2}\lambda = a \left( 1 + \frac{d_1^2}{a^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\lambda \\ (r + a')^2 &= (r + a)^2 + d_1^2, \quad a' = \sqrt{(r + a)^2 + d_1^2} - r \\ &= (r + a) \left( 1 + \frac{d_1^2}{(r + a)^2} \right)^{\frac{1}{2}} - r \end{aligned}$$

$\frac{d_1}{a}$  及び  $\frac{d_1}{r+a}$  は小なる故、上式の右邊を二項定理にて展開して第三項以下を省略すると、

$$a' = a \left( 1 + \frac{d_1^2}{2a^2} \right) - \frac{1}{2} \lambda = a + \frac{d_1^2}{2a} - \frac{1}{2} \lambda,$$

$$a' = (r+a) \left( 1 + \frac{d_1^2}{2(r+a)^2} \right) - r = a + \frac{d_1^2}{2(r+a)}$$

上式から  $a'$  を消去すると

$$d_1^2 \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{r+a} \right) = \lambda, \text{ 即ち } d_1 = \sqrt{\frac{a(a+r)}{r} \lambda}.$$

$O_1'$  よりも極僅かに上の点を取ると、第二区域の下の半分が幾分か現はれるから、光は  $O_1'$  よりも弱くなる。第二区域の下の半分が全部現はれる位置を  $O_2'$  とし、その受ける影響を  $E_2'$  とすると、

$$E_2' = E_0 + \frac{1}{2} e_1 - \frac{1}{2} e_2$$

その強さは極小である。然し  $E_0$  よりは大である(第408圖参照)。  $OO_2' = d_2$  とすると、前と同様にして、

$$d_2 = \sqrt{\frac{a(a+r)}{r} 2\lambda}$$

以下同様にして極大極小の値を取り途には  $\frac{1}{2} e_1$  に達する。

**【注意1】** 平行光線を用ひるときには  $r = \infty$  と置けばよい。このときには  $d_1 = \sqrt{a\lambda}$ ,  $d_2 = \sqrt{a2\lambda}$  …… である。

**【注意2】**  $\lambda$  が大きくなると  $d$  が大きくなる。故に白光を用ひて上の実験を行ふと、明るい線の下端は紫、上端には赤い色がつく。

**B. 細い線状の物体によるもの。** 第411圖は直徑 1.97mm の針を  $0.7 \times 4mm$  の細隙の前方 24.17m の所に細隙と平行に置き、細隙を

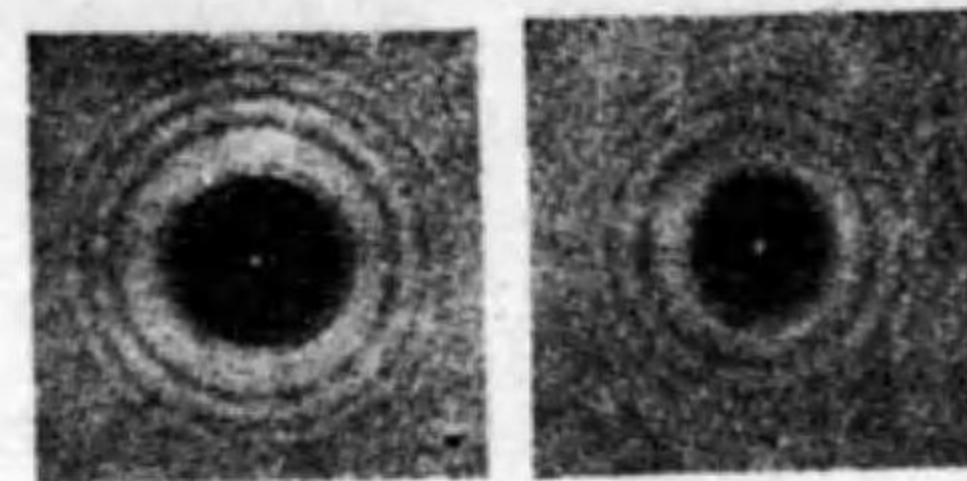


第411圖

$\lambda = 0.46\mu$  の単色光にて照し、針の前方 15.47m の所に乾板を置いて映したものである(アルカヂューの実験)。

**C. 小さい圓形の物体によるもの。**

第412圖は、圓形の細隙から、 $\lambda = 0.46\mu$  の単色光を出し、その前方 27.77m



第412圖

の所に小なる

圓形の金屬板を、光に垂直に置き、またそれから 11.7m の所に乾板を置いて映したものである。

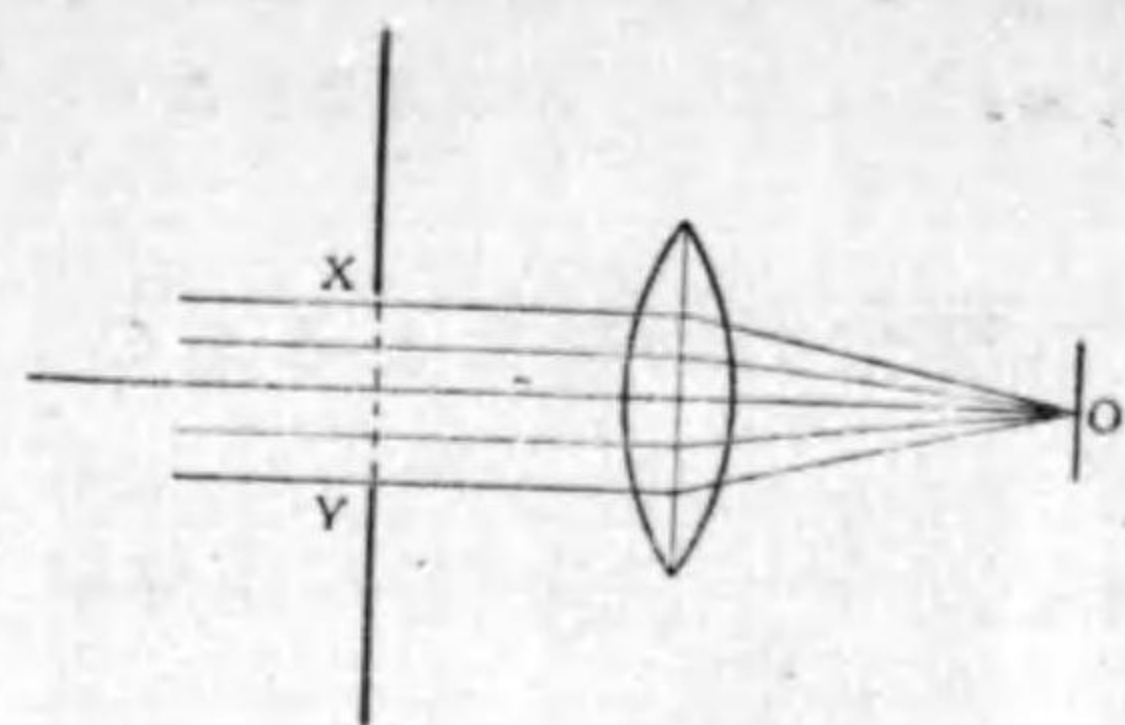
**第二. 同方向の小波の干渉. A. 一つの細隙によるもの。** 第393圖に於て、細隙上の各点を中心としその右側に波及する各の半圓形の小波は、またその見方を變へて各の中心点より右側に發散する光線束と考ふことができる(第413圖)。故に、細隙 XY 上の無數



第413圖

の点から出るかゝる光線束をレンズで收斂せしめると、その中の同方向のものはそれぞれレンズの主焦面の同一の点に集合する (§195)。その集合するものゝ位相の関係によつて或は互に助け合ひ、或は互に消し合ふ。

先づ XY と垂直に進むものは、XY の垂直二等分線上の点 O に集合する(第414圖)。便宜上この点を直進



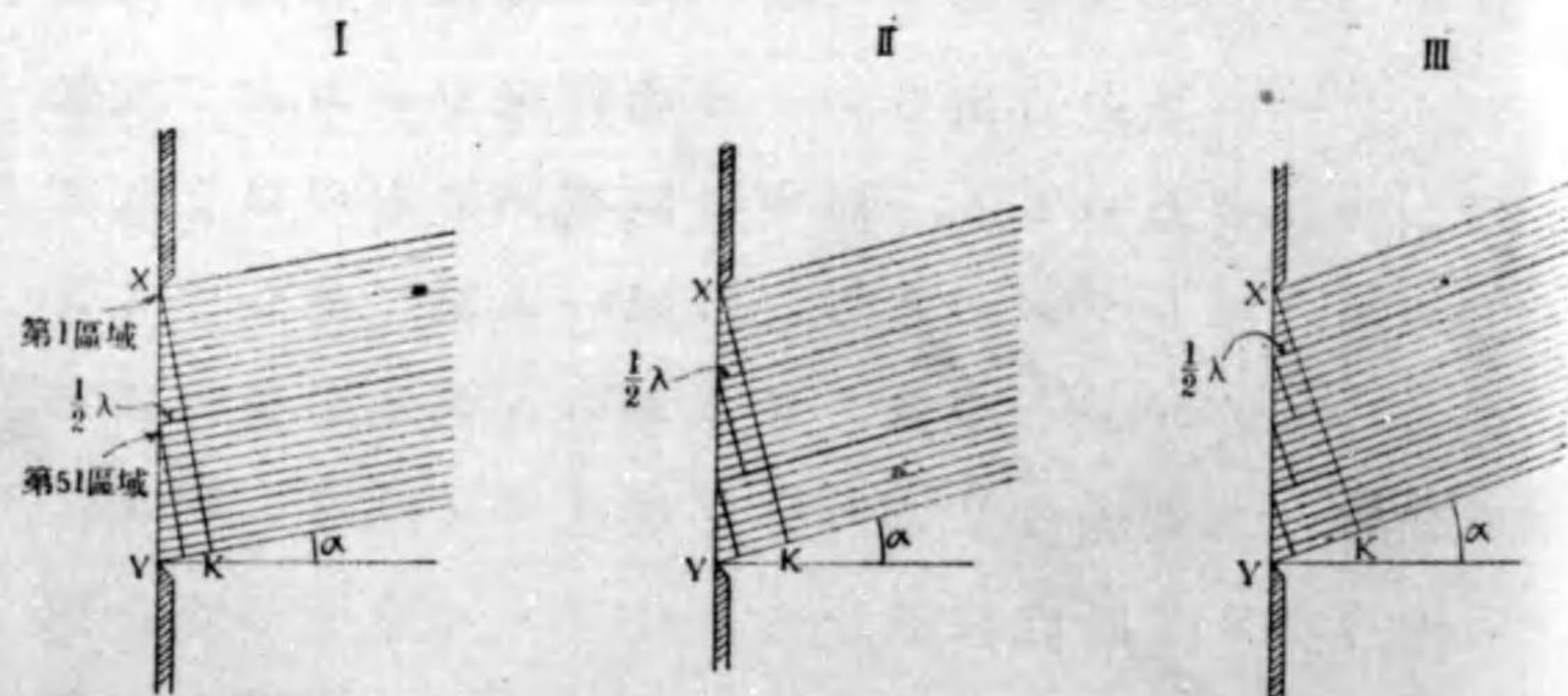
第414圖

投射點といひ、その方向を直進の方向と名づけよう。

【注意】XYは十分小さいものであるから、レンズの収差は考へる必要はない。

このとき凡ての光線

は、XYからOに達するまでに同一の時間を要する (§221)。故に、凡てのものはOに於て互に助け合ふ。従つて、Oは明るく見へる。次に、他の方向の光線束を考へる代りに、直進平行光線束を上或は下の方に次第に傾けていつたときとすると、相會するときの位相は次第に喰ひ違つて来るから、その點の明るさはある所までは次第に減する。何處まで傾けたならば明るさが極小に達するかを知るために、XYの間を、例へば100等分



第415圖

し、その各の區域中の點が小波の中心になるものとする(第415圖)。その數は任意(圖では24)である。さて上述の如く、次第に一方に傾けて、第1區域から出る小波と第51區域から出るものとの行程差がちょうど  $\frac{1}{2}\lambda$  に達したとする(第415圖I)。Xから、Yを通る光線に下した垂線の足をKとすると、 $YK = \lambda$  であるから、光線が直進の方向と成す角を  $\alpha$ 、 $XY = d$  とすると、 $YK = \lambda = dsin\alpha$ 、即ち  $sin\alpha = \frac{\lambda}{d}$  である。かゝる方向の光線中、第1區域と第51區域、第2區域と第52區域、……とは互に消し合ふ、つまり全體が互に全く消し合ふ。尙ほこの位置よりも少しく傾けると相會する點の光度は増す。例へば、第1區域のものと第50區域のものが  $\frac{1}{2}\lambda$  の差が出来るまで傾けると、第1と第50、第2と第51、……第49と第98とが互に消し合ひ、第99と100との影響が残る。故に、第415圖Iの方向に於ては照度が極小である。これから尙ほ傾けると、次第に會點の照度が増す。然し、極大の値がある。何となれば、XYを3等分し、第1部分の第1區域と第2部分の第1區域とが  $\frac{1}{2}\lambda$  違ふようにすれば、第1部分と第2部分が消し合つて第3部分即ち全體の  $\frac{1}{3}$  の部分の影響が残る(第415圖II)。このときには、

$$YK = \frac{3}{2}\lambda = dsin\alpha, \quad sin\alpha = \frac{3\lambda}{2d}$$

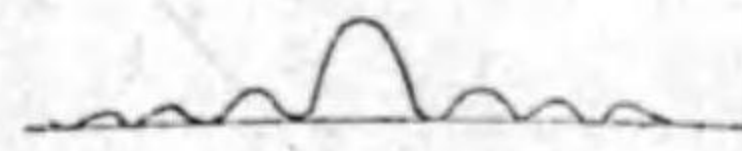
尙ほこれよりも傾けると、會點の照度は次第に減ずる。そうして、XYを4等分し、その1部分の第1區域と第2區域とが全く消し合ふようになれば、第2部分に於ても二つの區域が互に消し合ふ故、會點の照度は零となる(第415圖Ⅲ)。このときは、

$$YK=2\lambda=dsin\alpha, \quad sin\alpha=\frac{2\lambda}{d}$$

以下同様である。要するに、 $m$ を整数とすると、照度は

$$\boxed{sin\alpha=\frac{1}{d}\cdot\frac{\lambda}{2}(2m+1)}$$
 のときは極大、

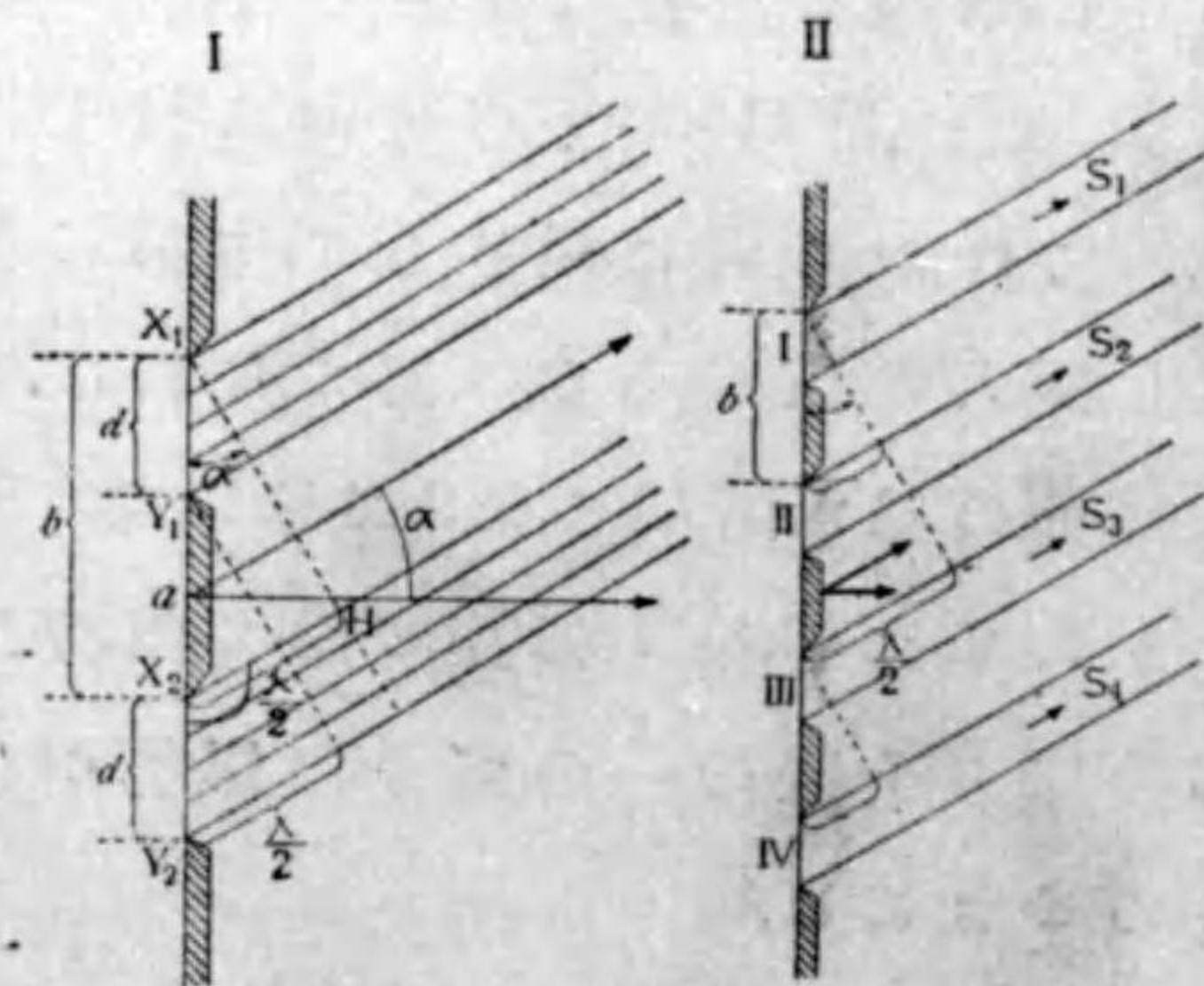
$$sin\alpha=\frac{1}{d}\cdot\frac{\lambda}{2}\cdot 2m$$
 のときは極小(零)。



第416圖

そうして、極大の値は  $m$  が大きくなるに従つて減少し、その有様は第416圖のようになる。

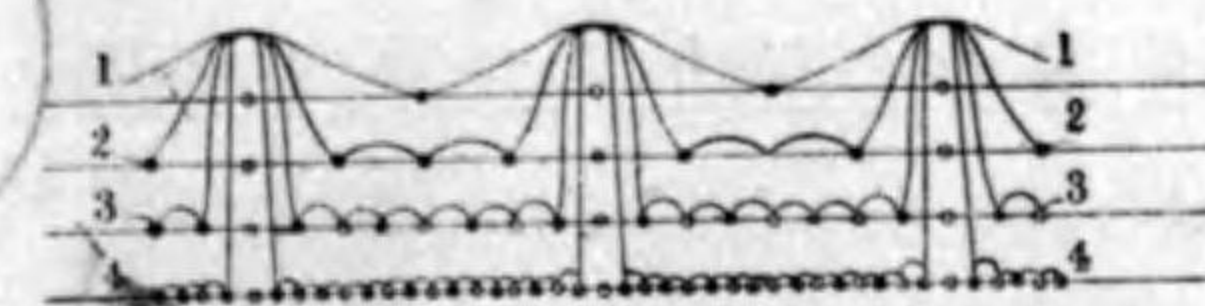
◎ B. 平行なる二つ或は二つ以上の細隙によるもの。二つの細隙が相並んで在る場合には、その各を通る光波の中に於て上に述べたような干



第417圖

渉が起る外に、二つの細隙間に於ても干渉が起る。二つの細隙を  $X_1Y_1$  及び  $X_2Y_2$ 、その幅を  $d$ 、 $Y_1X_2$  を  $a$ 、 $a+d=b$  とする(第417圖Ⅰ)。  $X_1$  から光線に垂線  $X_1H$  を下し、第415圖と同様に考へて、 $X_2H$  が  $\frac{\lambda}{2}$  の奇數倍のときは互に消し合つて零となり、偶數倍のときは完全に助け合ひ、その強さは細隙が一つのときの2倍と成る。その以外の場合には幾分か助け合ふ。考ふる光線の方向と直進方向と成す角を  $\alpha$  とすると、 $X_2H=bsin\alpha$  であるから、

$$\left. \begin{aligned} sin\alpha &= \frac{1}{b} \cdot \frac{\lambda}{2} (2m+1) && \text{のときは極小(零)} \\ sin\alpha &= \frac{1}{b} \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot 2m && \text{のときは極大} \end{aligned} \right\} (1)$$



第418圖

故に第418圖Ⅰのようになる。

【注意】 この場合は細隙一つの場合とは違ひ、極大

値は  $m$  が大きくなつても小さくならぬ。

次に、細隙の數を4個とし、これをⅠ、Ⅱ、Ⅲ、及びⅣ、その各から出る光線束を  $S_1, S_2, S_3$  及び  $S_4$  とする(第417圖Ⅱ)。  $S_1$  と  $S_2$  また  $S_3$  と  $S_4$  相互の干渉については前と同様である。たゞその極大の値は前の2倍になる。

然るに、この場合には  $S_1$  と  $S_3, S_2$  と  $S_4$  とも干渉する。そうしてそれは

$$sin\alpha = \frac{1}{2b} \cdot \frac{\lambda}{2} (2m+1) \text{ のときは極小(零)}$$

$$\sin\alpha = \frac{1}{2b} \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot 2m \quad \text{のときは極大}$$

但し  $S_1$  と  $S_3$  の位相が一致しても  $S_2$  と  $S_4$  とがその幾分か打消すときにはその極小の値は小さいから第 418 圖 2 のようになる。

以下同様に、細隙の数を増せば(1)によつて與へられる極大の値は大きくなり、二つの極大の間の極大の数は次第に多く、その値は次第に小さくなる。

上述の如く、多くの細隙が等距離に並ぶものを格子<sup>(1)</sup>といひ、上に  $b$  で表はしたものを格子常数<sup>(2)</sup>といふ。

上に述べた所により、格子常数が小さくなればなる程隣接する極大を與へる方向の差が大きくなり、格子の数が増加する程極大値が大きくなり、且つ外の部分よりも際立つようになる。

§ 227. 廻折格子<sup>(3)</sup>. 兩面平行平面なる硝子板の面、或は平らかに磨いた金屬の面(或は凹面鏡)に等距離に、數多の線を引いたものを廻折格子といふ。

【注意】ローランド<sup>(4)</sup>によつて作られた最も細かな廻折格子は、1 インチの間に 20000 本の線が引かれてある。従つて  $b=0.000127\text{cm}$  である。

前節に説明したように、廻折格子に單色光を通し(硝子製のものに對して)或はこれを反射せしめ(金屬製の

(1) Lattice ; das Gitter. (2) Lattice constant ; die Gitterkonstante.

(3) Diffraction grating ; das Beugungsgitter. (4) Henry Augustus Rowland (1848-1901)

ものに對して)その透過光或は反射光を収斂レンズによつて障壁上に収斂せしめるときは、

$$\sin\alpha = \frac{1}{b} \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot 2m \quad (1)$$

によつて定められる方向に於ては照度が極大になる。故に障壁上に數條の輝線が映る。

【注意】凹面鏡に線を引いて作つた廻折格子ならば別に収斂レンズを用ひる必要がない。かゝる廻折格子を凹面廻折格子<sup>(1)</sup>といふ。

今、廻折格子と障壁との距離を  $l$ 、直進投射點を  $O$ 、 $O$  から明るい縞までの距離を  $\delta$  とすると、 $\tan\alpha = \frac{\delta}{l}$  である。そして、 $\tan\alpha = \sin\alpha$  と置き得るから、

$$\frac{\delta}{l} = \frac{1}{b} \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot 2m, \quad \delta = \frac{l}{b} \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot 2m. \quad (2)$$

さて、 $b$  は各の廻折格子について定まつて居る。また  $\delta, l$  は實驗から測ることができ、 $m$  は知られた數である(例へば  $O$  から第一の縞までの距離を  $\delta$  とすれば  $m=1$ 、第二の縞を取れば  $m=2$  とする)。故に、波長  $\lambda$  を知るができる。また、廻折格子を分光計に装置すれば  $\alpha$  を測ることができ、従つて  $\lambda$  を求めることができる。<sup>(2)</sup>

單色ならざる光を用ひると、光の直進投射點  $O$  の兩側に波長の順序に従つて輝線が排列され、スペクトル

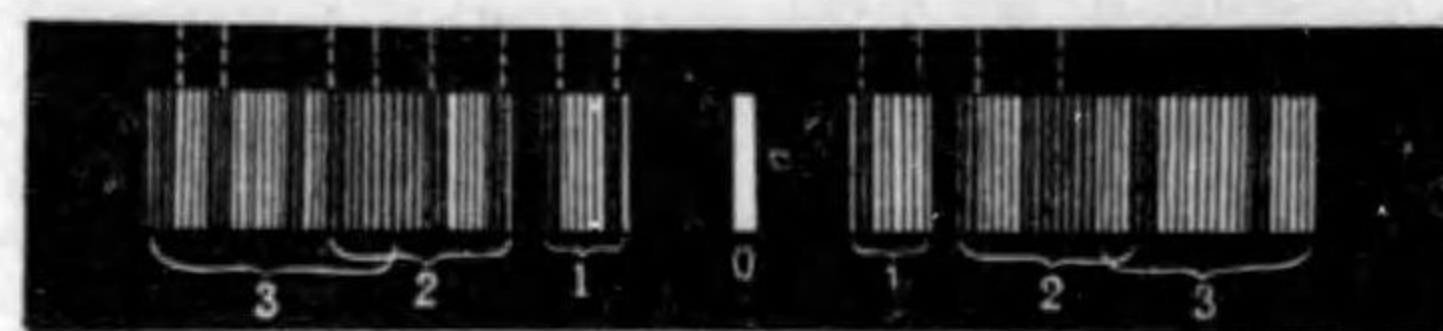
(1) Concave diffraction grating ; das Konkavebeugungsgitter. (2) その實驗法については早川金之助氏、物理測定實驗法 315 頁-318 頁を見よ。



が出来る。これを廻折スペクトル<sup>(1)</sup>といふ。

【注意】プリズムの屈折によつて得らるゝスペクトルは、光の分散に基くもの故分散スペクトルといひ、上述のものは廻折によつて生ずるのであるから廻折スペクトルといふのである。

(2)に於て、 $m=1$  と置けば一つのスペクトルができ、



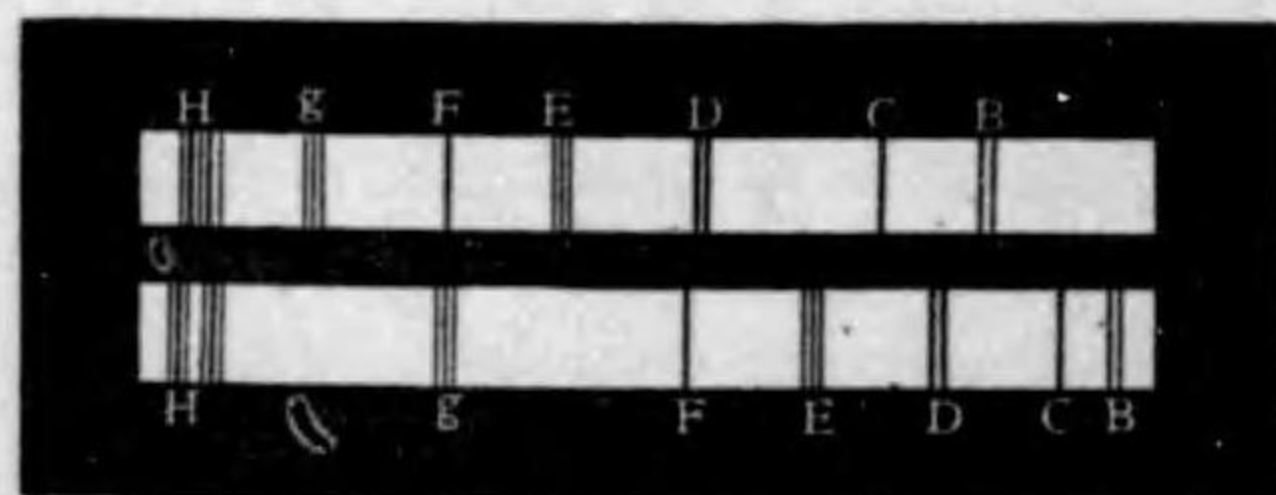
第419圖

$m=2$  と置けば更に一つのスペクトルができる。

以下同様である。

これをそれぞれ第一<sup>(2)</sup>次、第二<sup>(2)</sup>次、……のスペクトルといふ(第419圖)。これ等のスペクトルに於ては、直進投射点からある線までの距離はその波長に比例する故、これを標準スペクトル<sup>(3)</sup>ともいふ。

【注意】(2)に於て $\lambda$ が小なる程 $\alpha$ が小なる故、廻折スペクトルに於ては、直進投射点に近い端が紫、遠い端が赤であつて、分散スペクトルの順序とは逆である。また、分散スペクトルに於ては、フレと波長との間に簡単な関係が成立しないから、これによつて波長を測ることは



第420圖

困難である。第420圖には、兩種スペクトルの線の間を比較を示す。上は標準下は分散である。廻折スペクトルに於て、波長が僅か $\Delta\lambda$ 違

(1) Diffraction spectrum ; das Beugungsspektrum. (2) Spectrum of first, second, ... order ; das Spektrum der ersten, sekunden, ... Ordnung. (3) Normal Spectrum ; das normale Spektrum.

つたために $\alpha$ がどれだけ違ふかといふことは(1)の関係から分かる。何となれば、 $\lambda+\Delta\lambda$ に對して $\alpha+\Delta\alpha$ とすれば(1)から

$$\sin(\alpha+\Delta\alpha) = \frac{m}{b}(\lambda+\Delta\lambda), \text{ 即ち } \sin\alpha\cos\Delta\alpha + \cos\alpha\sin\Delta\alpha = \frac{m}{b}(\lambda+\Delta\lambda).$$

然るに、 $\cos\Delta\alpha=1$ ,  $\sin\Delta\alpha=\Delta\alpha$  と置かるゝ故<sup>(2)</sup>、  
上巻4頁

$$\sin\alpha + \cos\alpha\Delta\alpha = \frac{m}{b}(\lambda+\Delta\lambda). \quad (3)$$

(1)と(3)から

$$\cos\alpha\Delta\alpha = \frac{m}{b}\Delta\lambda.$$

$\alpha$ は普通小さい角であるから、 $\cos\alpha=1$ と置けば、

$$\frac{\Delta\alpha}{\Delta\lambda} = \frac{m}{b}$$

これを廻折格子の分解能<sup>(1)</sup>といふ。

【注意】この式の示す如く廻折格子の分解能は格子常数の小なる程大である。またスペクトルの次数の大なる程大である。然し、第419圖に示すように、次数が大きくなると隣りのスペクトルと重り合ふ。

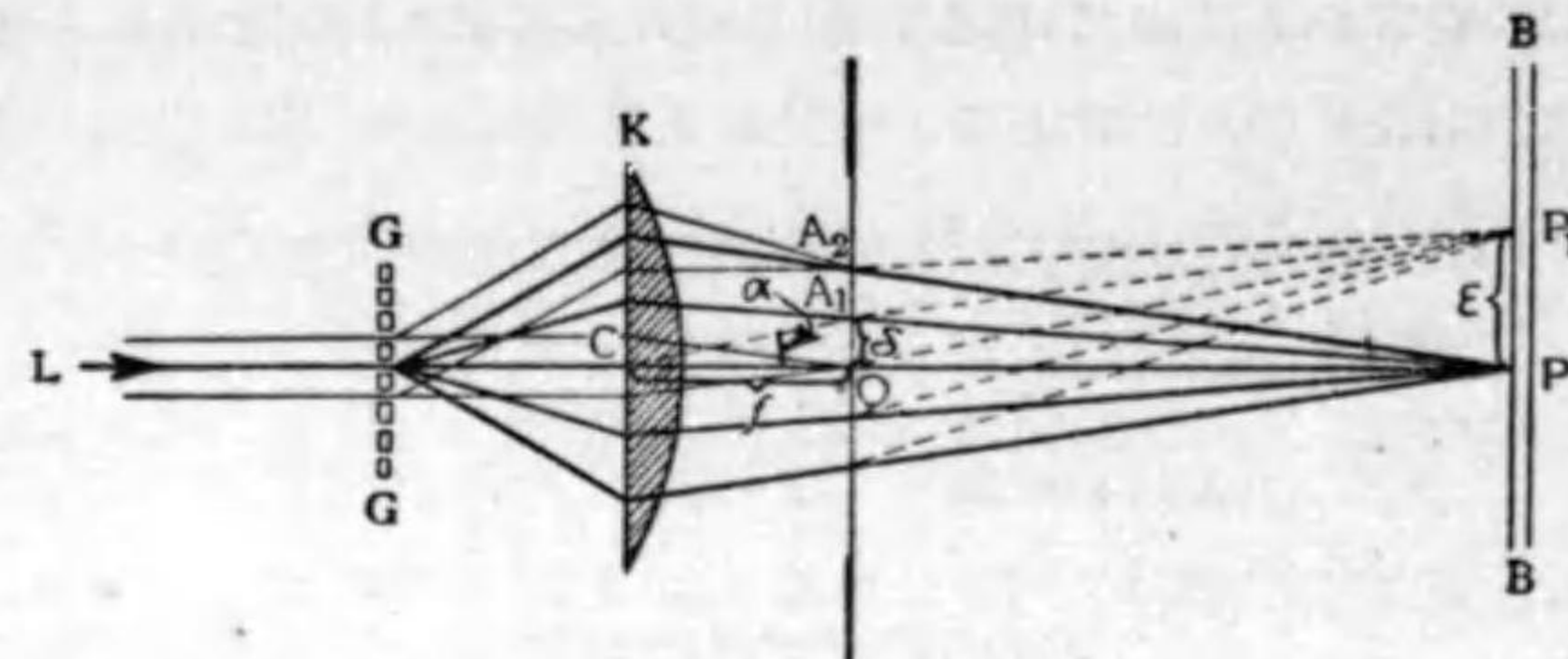
§ 228. 顯微鏡の像に及ぼす廻折の影響。 々は、§205

に於て顯微鏡に於ける像を幾何光學的に論じた。然るに、光に廻折の現象があるから、本節に於てはそれの影響を考へる。

顯微鏡で見る物體は、普通自ら光を發するものではなくて、外から照らすことによつて初めて見得るものである。且つその多くは、比較的透明な部分と比較的不透明な部分から成る細かい組織を有つて居る。故に、こゝにはその最も規則正しい廻折格子を採つて論ずる。

第421圖GGを格子常数 $d$ なる廻折格子とし、これを顯微鏡の對物レンズの焦點外に且つこれに近く置き、平行單色光線Lにて照し、實像をBB上に結ぶとする。これを全體として考へると、Gの各の透明な部分から出た光波は、收斂レンズKによつて波形を變じてBBの方が

(1) Resolving power ; das Auflösungsvermögen.



第421圖

凹になり、BB上に収斂して實像PP<sub>1</sub>を結ぶのであるが(§221注意2参照)これはまた次のように考へられる。

先づ、Gから出た光はフラウンホーフェルの廻折により、Kの焦面上にO、A<sub>1</sub>、A<sub>2</sub>…の明るい線を表はす。OはLに平行なるもの、収斂した点、A<sub>1</sub>、A<sub>2</sub>…は第一、第二の照度極大の点である。O、A<sub>1</sub>、A<sub>2</sub>…はまた光波の中心、即ち格子の透明部分と同一作用をなし、Bに向つて光波を送り、こゝに干渉を起す。このときは別にこれを収斂せしめるレンズは無いけれども、O、A<sub>1</sub>、A<sub>2</sub>…は既にBに収斂するような波面上に在つて凹面格子と同一の作用をするから、このときの廻折もやはりフラウンホーフェルの廻折である。

今、OC=f、OA<sub>1</sub>=δとすると、前節(1)により、 $\sin\alpha = \frac{\lambda}{d}$ である。然るに、αは小さく  $\sin\alpha = \tan\alpha = \frac{\delta}{f}$ と置き得る故、

$$\frac{\delta}{f} = \frac{\lambda}{d}, \text{ 即ち } \delta = f \frac{\lambda}{d}. \quad (1)$$

また、OP=a、PP<sub>1</sub>=εとすると、上と同理により、

$$\frac{\epsilon}{a} = \frac{\lambda}{\delta}, \text{ 即ち } \epsilon = a \frac{\lambda}{\delta}. \quad (2)$$

上の二式から、 $\epsilon = \frac{a}{f} d.$  (3)

この結果から知らるゝことは、第一、PP<sub>1</sub>の距離は波長λに無関係であるから、白光を用ひても同様である。第二、dは幾何光學の結果と同一の割合即ち  $\frac{a}{f}$ に擴大される。以上ばこれまでの結果と同一であるが、

新たに知られたことは、第三、BB上に於ける像P、P<sub>1</sub>はO、A<sub>1</sub>…から出た光波の干渉によつて出来るのであるから、これを正しく且つ明瞭に結ばしめるには、レンズの主軸と開きの小なる光線のみでは不十分である。少くともA<sub>1</sub>が出来るように、

$$\sin\alpha = \frac{\lambda}{d}, \text{ 即ち } d = \frac{\lambda}{\sin\alpha} \quad (4)$$

によつて定められるαの開きを有する光線を對物レンズに入れる必要がある。換言すれば、Oの外にA<sub>2</sub>なる明るい線を生ぜしめるには少くとも(4)によつて定められるαの開きの光を入れる必要がある。もし、A<sub>1</sub>が出来なければ、P<sub>1</sub>は明瞭に出来ない。即ち物體にはdなる距離に二つの線があつても、それに相應する二線の實像が出来ない。従つて、二線の區別がつかないことになる。依つて、(4)によつて與へられるdは顕微鏡によつて二線を區別して認め得る最小の距離即ち**分解能**を表はすものである。油浸法(§205)により、物體と對物レンズとの間に屈折率nの液體を入れると、波長は  $\frac{1}{n}$ になる(§215)。故に、このときは

$$\sin\alpha = \frac{\lambda}{nd} \text{ 即ち } d = \frac{\lambda}{n\sin\alpha} \quad (5)$$

さて、上述の理論は、アツベの建てたものであるが、氏は  $n\sin\alpha$ を開きの數値と名づけた。<sup>(2)</sup> n>1であるから、このdは(4)の値よりも小さい、即ち分解能は油浸によつて増すことができる。尙ほ、紫外線を用ふればλが小なる故分解能が増加する。但し、この場合にはレンズとして水晶、螢石の如き紫外線を吸収せざるものを用ひ、且つ眼では見へないから寫眞に取ることが必要である。

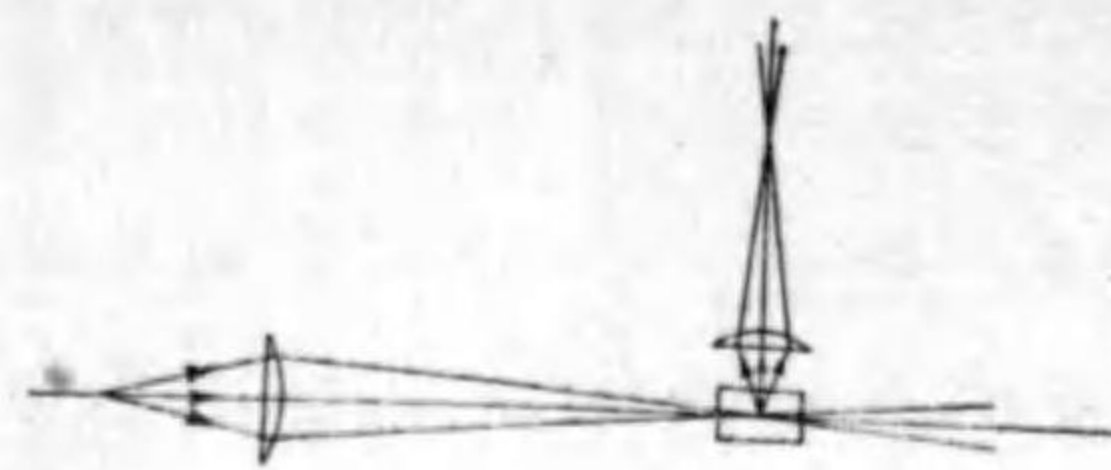
**【注意】** 顕微鏡の倍率と分解能とを混同してはならぬ。倍率は全體として像が擴大される割合を表はし、分解能は物體の組織が如何程微細に像に現れるかを示すものである。

§229. 超越顯微鏡. 室内にさし込む太陽の光を横から見る

(1) E. Abbe (1840—1905). (2) Numerical aperture; die numerische Apertur.

(3) Ultra microscope; das Ultra-Mikroskop. 或は度外顯微鏡といふ。

と、微細なる塵埃の空中に浮遊するのが見へる。これは塵によつて光の廻折を生ずるためである。これと同様に、第 422 圖に示すように、液



第 422 圖

體中に浮遊する微細なる粒例へば膠質に横から光を収斂せしめてこれを強く照らし、上から顕微鏡で見ると、粒そのもの形等は分らなくとも、その廻折によつて生じた粒自身よりも大きい輝ける圓環を見ることが出来る(第 423 圖)。この種の顕微鏡を超越顕微鏡といふ(§ 107, 注意参照)。これを

用ふれば 0.004 $\mu$  までの物體を認めることができる。



第 423 圖

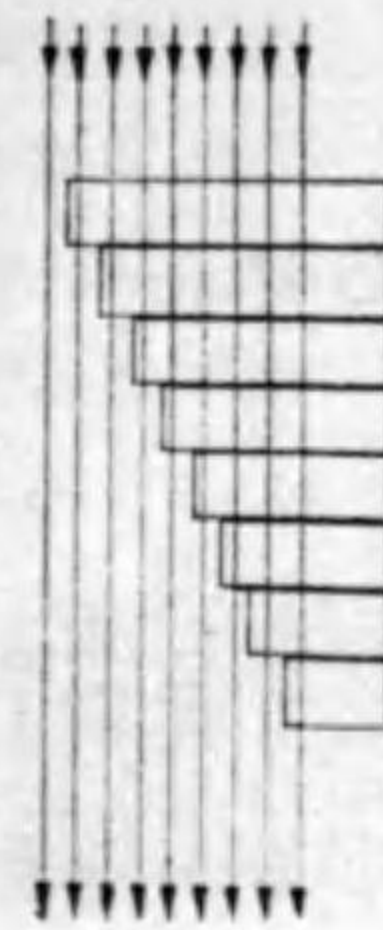
用ふれば 0.004 $\mu$  までの物體を認めることができる。

§ 230. 階段格子<sup>(1)</sup> ナトリウム光即ち D 線は、分解能の小なる分光器で見れば一本の線であるけれども、分解能の大なる廻折格子の如きものを用ふれば二本に分れる。これと同様に、スペクトル線の中には、ざつと観れば一つの線であるけれども、細かく観れば數本の線に分ち得るものがある。かくの如くスペクトル線の構造を精細に調べるには、できるだけ分解能の大なる器械を用ひる必要がある。廻折格子ではこの目的を達することはできぬ。何故なれば、その分解能を更に大ならしめるには、 $h$  を小さくするか  $m$  を大きくするかであるが、 $h$  を小さくすることはある程度以上は許されぬことは明かである。また、 $m$  を大きくすると次數異なるスペクトルが互に重なり合ひ、また非常に片寄るから都合が悪るい。そこで、マイケルソンは片寄りを大きくせず、即ち  $\alpha$  を大きくせずに次數の高いスペクトルを作り得る器械即ち階段格子を工夫した。

階段格子は精密に面が平面で、且つ兩面平行で、厚さ

(1) Echelon grating ; das stufengitter.

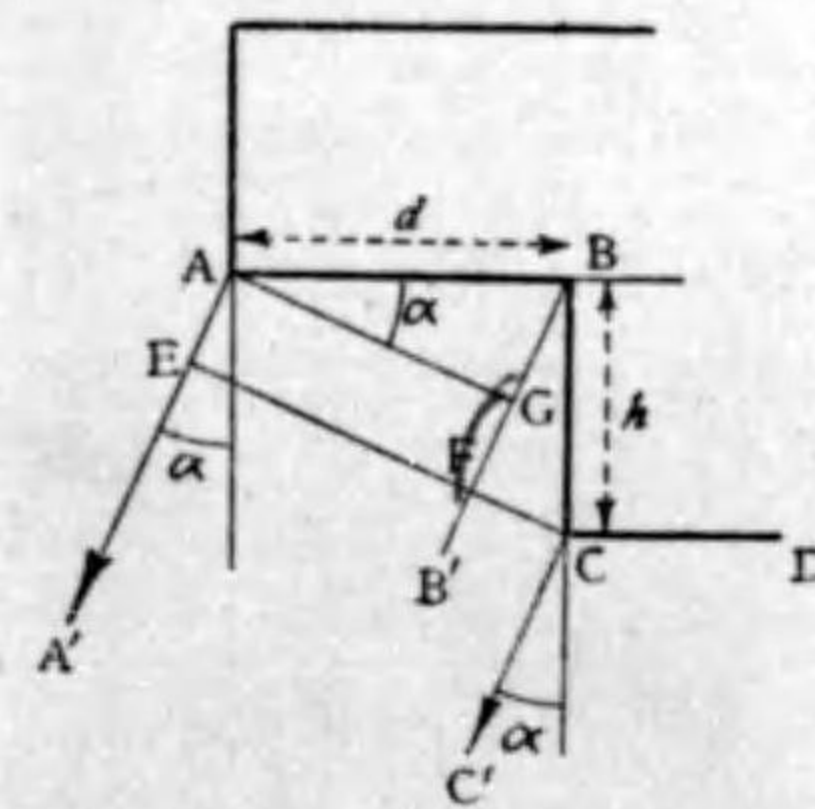
の相等しい等質な硝子板數枚を、第 424 圖に示す如く



第 424 圖

階段状に並べたものである。その硝子板に垂直に單色光を投射せしめると、光は各の段から空氣中に出る。故に、各の段は廻折格子の各の間隙に相當する。各段から出た光は廻折によつて色々の方向に進むから、これを収斂せしむれば、同方向のものはその位相の相違によつて干渉が起る。今、任意の相隣れる二つ

の段 AB 及び CD を取り(第 425 圖)、その相對應する點 A と C から出て直進の方向から  $\alpha$  だけ片寄つて進む



第 425 圖

光線 AA' と CC' の位相關係を考へる。B から AA' に平行に BB' を引き、C から CC' に垂線を引き、これが AA' 及び BB' とそれぞれ E 及び F で交るとする。

また、A から BB' に垂線 AG を引く。さて、A から出た光が空

氣中を AE だけ進むに對し、C から出るものは硝子の中を BC だけ進む。BC =  $h$ 、硝子の屈折率を  $n$  とすると、これは空氣中の  $nh$  の長さに當る(§ 221)。故に、その差は  $\delta = nh - AE$  である。然るに、 $AE = GF = BF - BG$ 。そうし

て,  $AB=d$  とすると,  $BG=dsin\alpha$ ,  $BF=hc\cos\alpha$ . 故に,

$$\begin{aligned} \delta &= nh - (hc\cos\alpha - dsin\alpha) \\ &= h(n - \cos\alpha) + dsin\alpha. \end{aligned}$$

これが波長の整数倍に等しきときは互に助け合つて輝線を生ず。即ち,

$$h(n-1) + dsin\alpha = m\lambda. \quad (m \text{ は整数}) \quad (1)$$

さて,  $h$  と  $d$  は同程度の数,  $sin\alpha$  は  $n-1$  に比して非常に小なる数であるから,  $m$  が略ぼどれ程の数なるかを知るためには, 上式の左邊第二項を略してもよい。即ち,

$$m = \frac{h(n-1)}{\lambda}$$

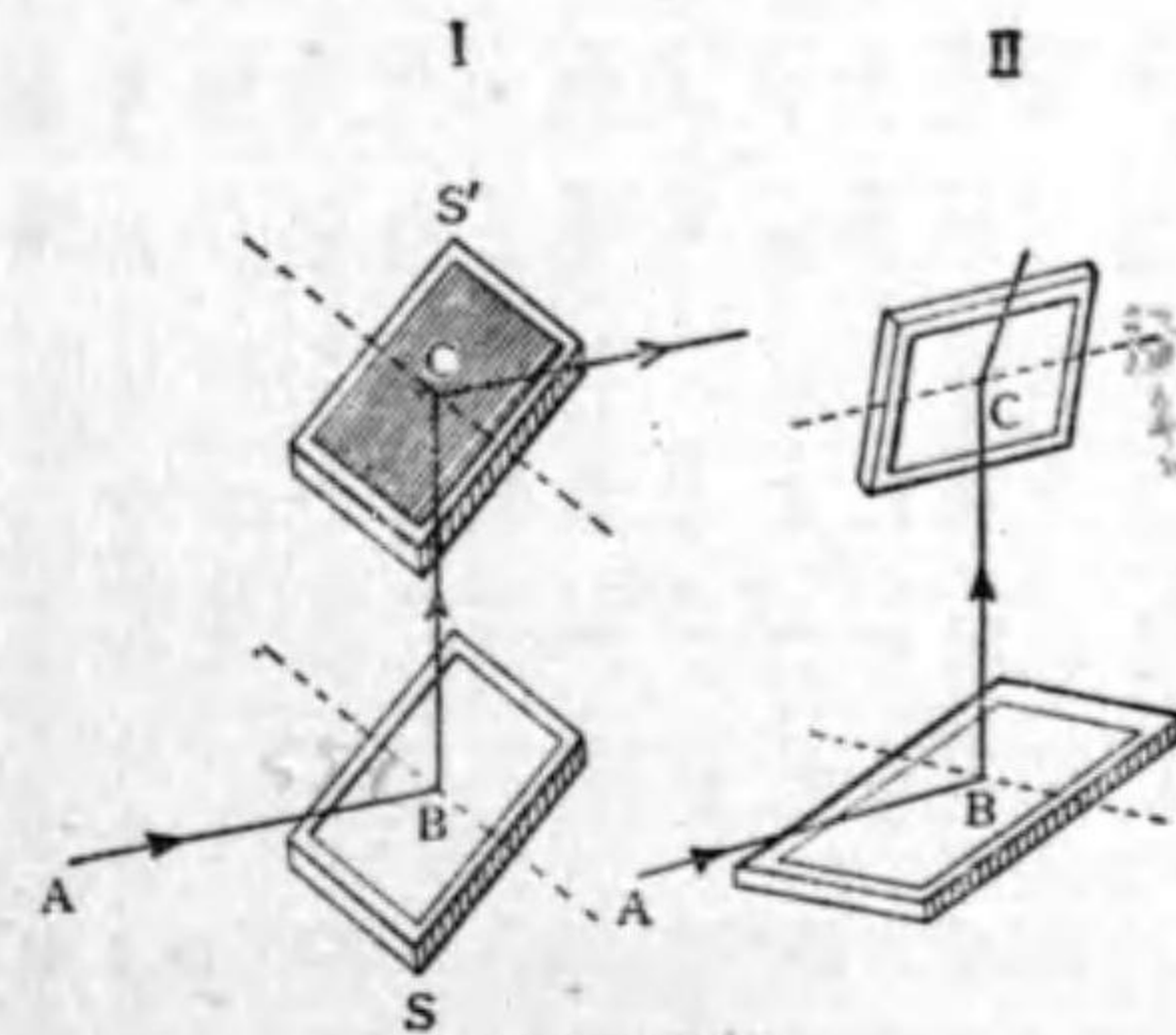
今右邊に於て  $h=1cm$ ,  $n=1.52$  (これ等は普通の値である),  $\lambda$  として D 線の値  $5.896 \times 10^{-5}cm$  と置くと,

$$m = \frac{0.52}{5.896 \times 10^{-5}} = 8820$$

即ち, この階段格子に於ては 8820 次のスペクトルが最も次数の低いものである。

## 第三十章 偏 光

§ 231. 硝子板の反射屈折による偏光. §216 に述べた電気石の板を通すことによつて得られる平面偏光は, また硝子板による反射屈折によつて得られる。今前面のみによつて反射する平面鏡 S (第 426 圖 I) (背面



第 426 圖

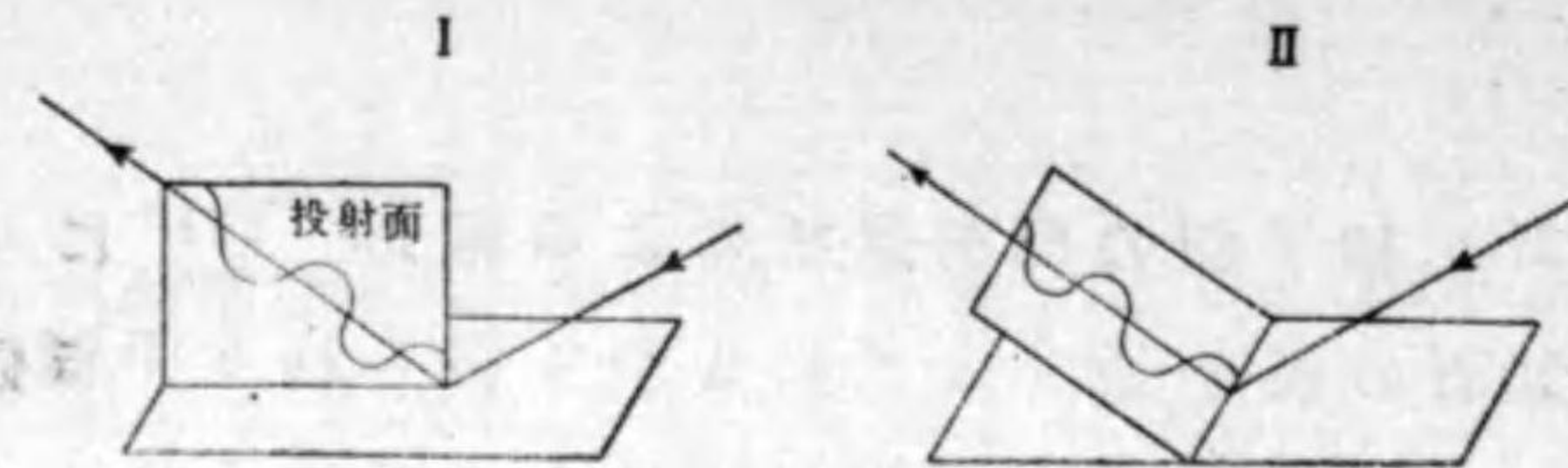
を黒く塗ればよい)に平行光線 AB をあて、その投射角を  $55^\circ$  とし, 更にその光を S と平行に置いた, S と同様の鏡 S' で反射せしめ, BC を軸として S' を  $90^\circ$  廻轉すると, 反射

光は非常に弱くなり(第 426 圖 II), 更に  $90^\circ$  廻轉するともとの如く強くなる。これにより, S' が光線 BC を反射する作用は, 単に BC と S' との傾きの大きさのみによつて定まらず, その傾きの方向によつて違ふ。故に, S から反射した光 BC も亦その進行の方向に對して左右の區別がある, 即ち偏光であることが分かる。

【注意】投射角を  $55^\circ$  とする理は後に説明する。

反射によつて偏光した光波の光ベクトルは, 第

427 圖の I に示すように、投射面(投射線と投射點に於



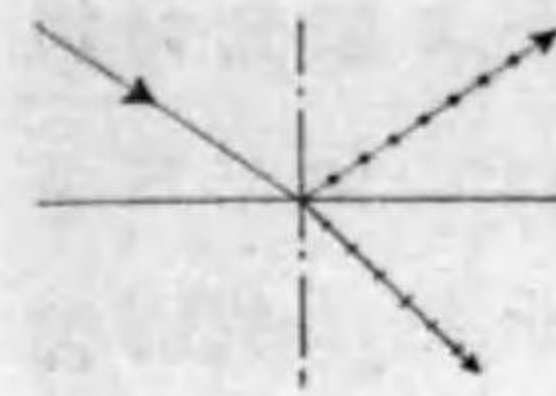
第 427 圖

ける法線を含む平面)中に於て振動するか、また II のように、投射面に垂直に振動するのであるかといふことは、ある時代には學者間の重要な問題であつた。然るに、後に述べるように光が電磁波であることが分かつてから、その二つの主張は互に矛盾するものでなくて、同一現象の各半面を見て居つたことがわかつた、め、この論争は無意味のものとなつた。

【注意1】電磁氣波に關することは後に述べる。吾々は第427圖IIのように振動するものとし、その光ベクトルの在る半面を平面偏光の振動面と名けて置く。

【注意2】從來平面偏光の振動面に垂直な平面即ち第427圖Iの投射面を偏光面と名づけ、この平面内に偏光するといつて居る。これは上に定めた振動面に垂直である。互に混同しないように注意を要する。

硝子板によつて屈折する光をトルマリンの檢光子で検査してみると、幾分か偏光して居ることが分かる。その振動の方向は反射光線の振動面と垂直である。従つて反射光線と屈折光線との振動方向を示すと第



第 428 圖

428 圖のようになる。

【注意】第428圖に於て、光線に垂直に短い線を引いたのは振動面が紙面上に在ることを示し、點を打つたのは紙面に垂直なることを示したのである。

反射及び屈折による偏光の量は、投射角の大きさによつて違ふ。最も多く偏光するときの投射角を偏光角<sup>(1)</sup>といふ。偏光角 $\theta$ 、屈折率を $n$ とすると、實驗上次の關係がある。

$$n = \frac{\sin\theta}{\sin r} = \tan\theta \quad \text{従つて} \quad \sin r = \cos\theta, \quad r + \theta = \frac{\pi}{2}. \quad (1)$$

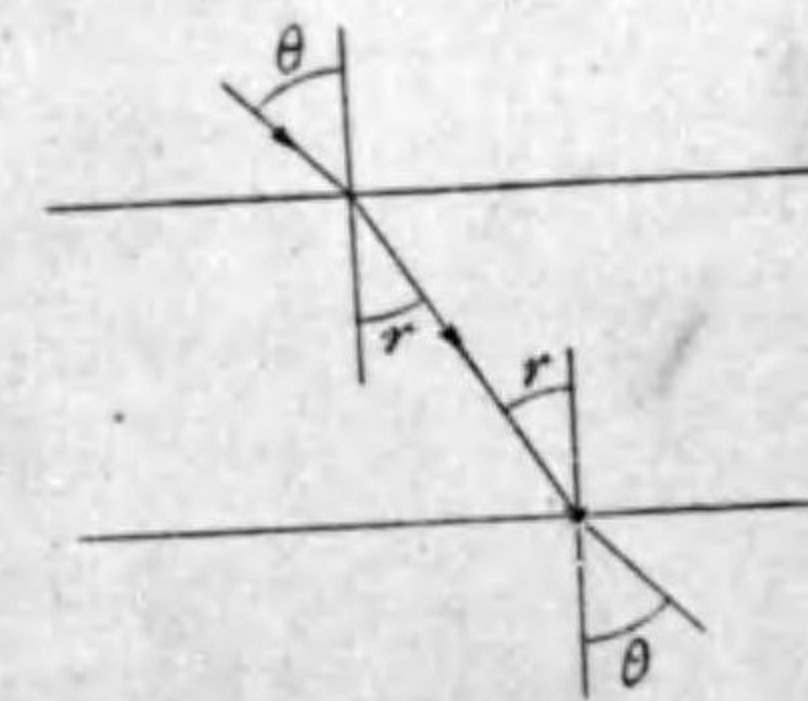
これを**ブリュスターの法則**<sup>(2)</sup>といふ。

【注意】硝子の屈折率を1.5とすると(1)によつて偏光角が約 $55^\circ$ となる。さきに投射角として $55^\circ$ を探つたのは、偏光量を極大ならしめんが爲めである。

次に偏光角で投射した光が硝子にはいり、第二の面から反射することを考へてみ

$$n' = \frac{1}{n} = \frac{\sin r}{\sin\theta} = \frac{\sin r}{\sin(\frac{\pi}{2} - r)} = \tan r.$$

故にこのときにも、光は偏光角で投射する(第429圖)。従つて



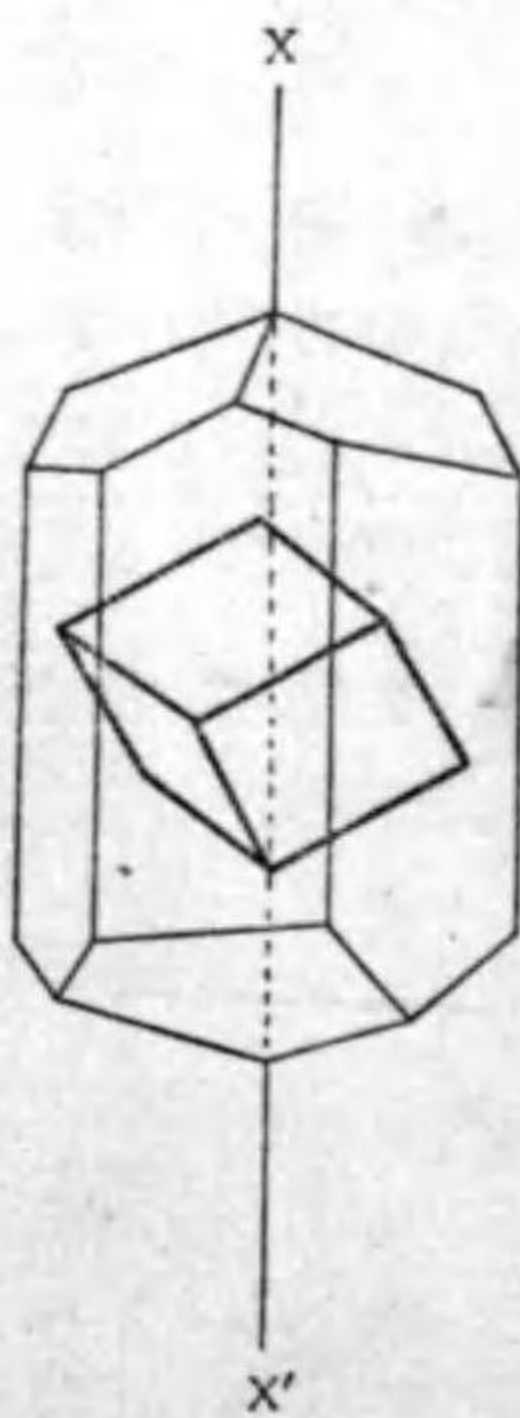
第 429 圖

(1) Angle of polarization ; der Polarizationswinkel. (2) D. Brewster (1781-1861).

屈折光線は、益々振動面が投射面上に在る偏光のみとなる。依つて、薄い硝子を数枚重ね、これに偏光角を以て光をあてると、通りぬけた光の殆ど全部は平面偏光になる。

§ 232. 複屈折<sup>(1)</sup> 一つの光が方向の異なる二つの光線に分れて屈折することを複屈折といふ。これは方解石<sup>(2)</sup>によつて初めて知られた現象である。

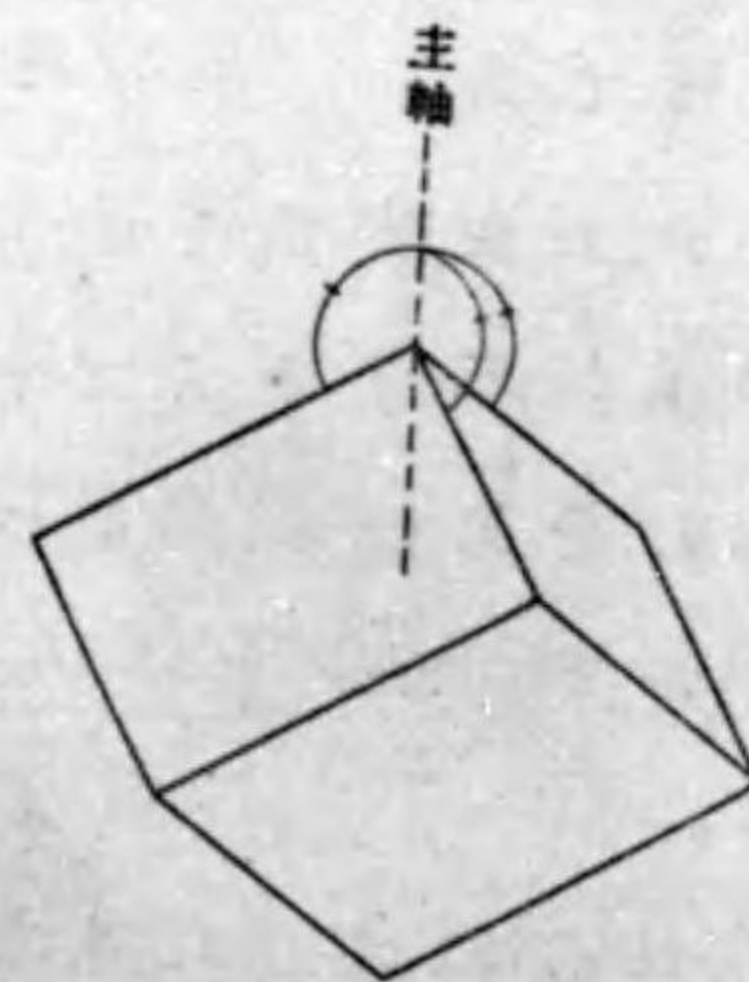
方解石の成分は炭酸カルシウム  $\Delta \text{CaCO}_3$  であつて、その結晶の完全なものは第 430 圖のように六方晶形<sup>(3)</sup>である。かゝる結晶を縦開面によつて小さくすると、六つの平行四邊形によつて圍まる  $\Delta$  平行六面體となる(第 431 圖)。



第 430 圖

その各の面の角は  $101^\circ 55'$  と  $78^\circ 5'$  であつて、八つの立體角の頂點の中相對する二つは三つの鈍角 ( $101^\circ 55'$ ) から成り、他のものは一つの鈍角 ( $101^\circ 55'$ ) と二つの鋭角 ( $78^\circ 5'$ ) とから成つて居る。前の方の頂點の一方からその點にて交る三つの稜と等角を成すように引いた直線は、第 430 圖の  $XX'$  に平行である。

<sup>(4)</sup> この方向を主軸といひ、主軸を通る平面を主截



第 431 圖

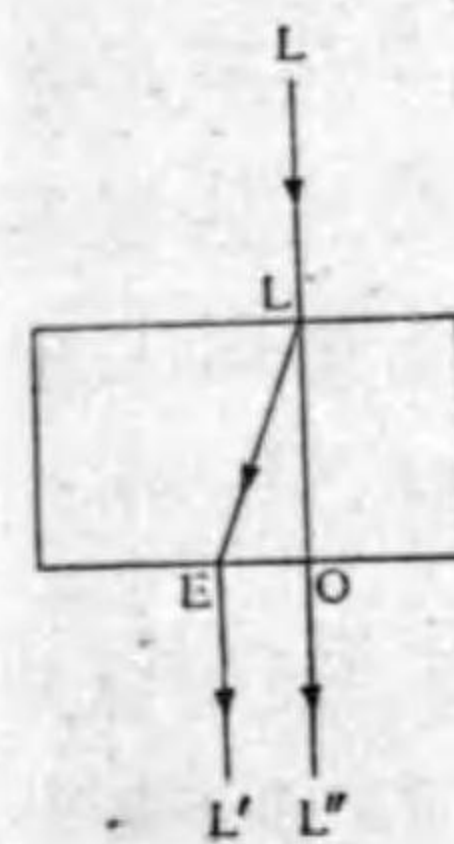
(1) Double refraction ; die Doppelbrechung. (2) Calcite (Iceland spar, calc-spar) ; Karlspat. (3) Hexagonal system ; das hexagonale System. (4) Principal axis ; die Hauptachse.

$\frac{c}{n} = \lambda \cdot n$   $\sin i = n \sin r$   $n = \frac{c}{v}$   $\frac{c}{v} = n$   $\frac{c}{v} = n$   $\frac{c}{v} = n$  複屈折

<sup>(1)</sup> 面といふ。

【注意】主軸といふのは、幾何學的の對稱の軸のように、特別なる一つの直線を指すのではなく、ある方向に平行なる凡ての直線をいふのである。方解石には唯一つの主軸が有る。このような結晶を單軸結晶<sup>(2)</sup>といふ。

第 432 圖に示すように、平行六面體の方解石の一面



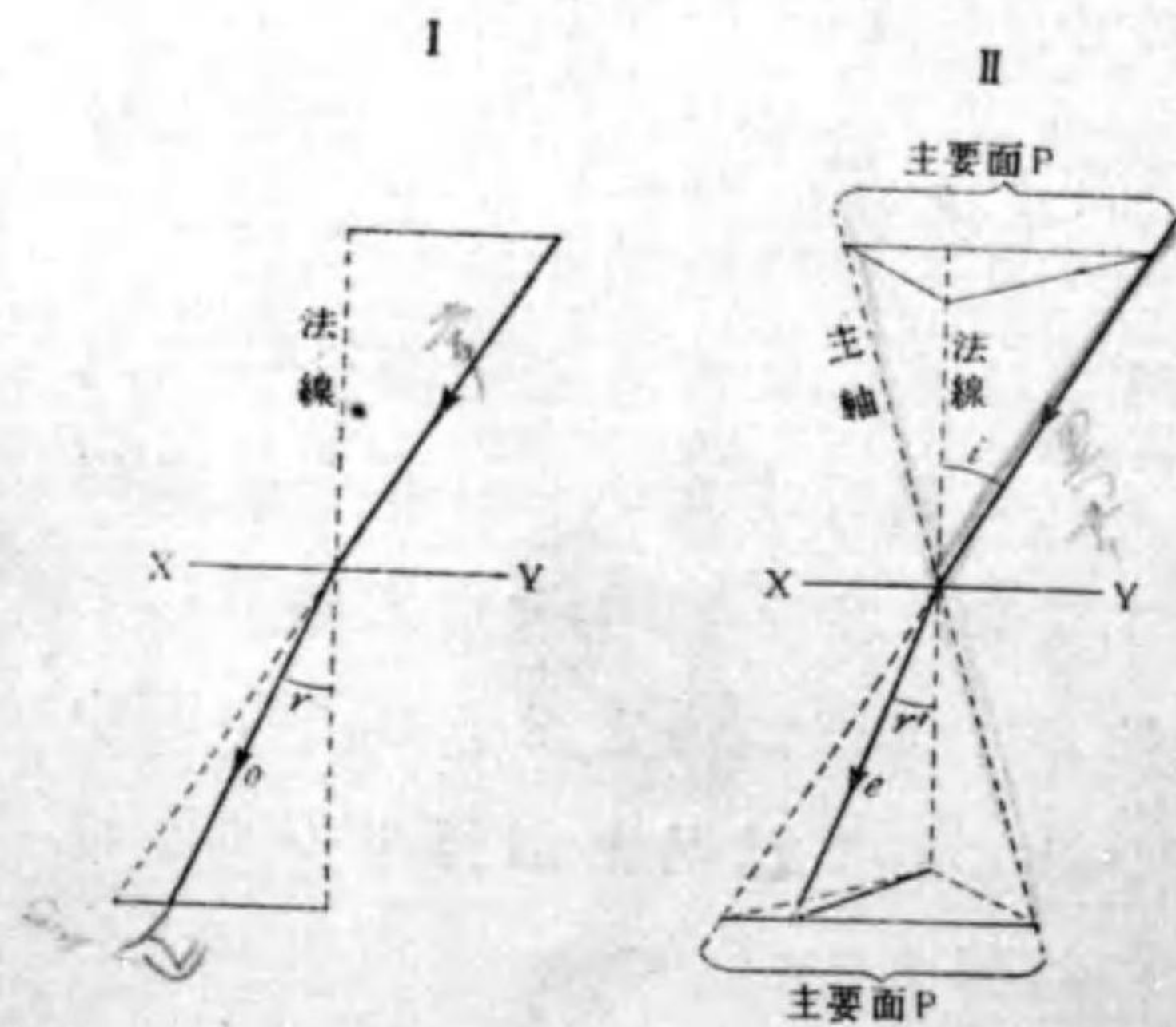
第 432 圖

に垂直に光 LL を投射せしめると、同一の強さの光線 LO 及び LE の二つに分れ、相對する面から互に平行なる光線 OL' 及び EL' として空氣中に出る。この二つの中、LO は LL の延長であつて、光が等方體(例へば硝子)<sup>(3)</sup>の面に垂直に投射したときと同一の進路に在る。これを常光線<sup>(3)</sup>といふ。然るに、LE は等方體の場合とは異なる屈折の法則によつて屈折するから、これを異常光線<sup>(4)</sup>といふ。そして、異常光線 LE は、投射光線 LL と投射點 L を通る主軸とによつて決定せられる平面中に在る。故に、LL を軸として結晶を廻轉するときは、LE は LO の周りに廻轉する。

光が方解石の面に斜に投射するときは、上述の場合

(1) Principal section ; der Hauptschnitt. (2) Uniaxial crystal ; der uniaxiale Kristall. (3) Ordinary ray ; der ordentliche Strahl. (4) Extraordinary ray ; der auszerordentliche Strahl.

と同様に常光と異常光の二つに分れて屈折する。常光は §183 に述べた屈折の法則に従ひ、下巻422頁屈折光線は投射光線と投射點に於ける屈折面の法線とによつて定まる平面中に在り(第 433 圖 I), 投射角の大きさに係らず常に一定の屈折率を有つて居る。例へば, D 線についていふと, その値は 1.65 である。異常光は常光と異なる法則に従つて屈折する。即ち, 第一, 屈折光線は, 投射光線と, 投射點を通る主軸によつて定めらるゝ平面 P 中に在る(第 433 圖 II)。第二, その屈折率は方向によつて



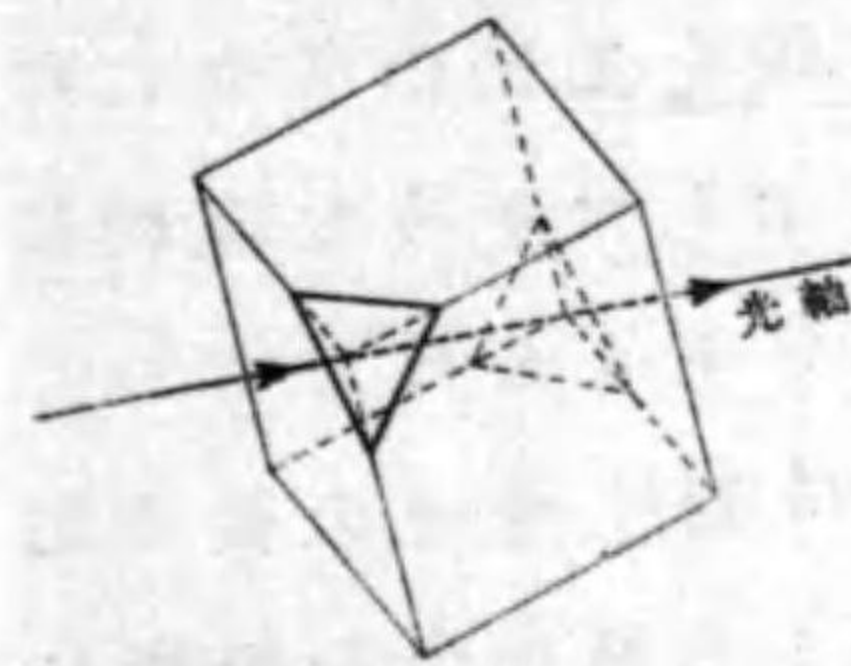
第 433 圖

違ふ。例へば, D 線については, 主軸の方向には最大の値 1.65 を有し, これと垂直の方向に最小の値 1.48 である。かくの如く異常光の屈折に於ては, 投射線と, 投射點を通る主軸とによつて定めらるゝ平面 P は, 常光の屈折に於ける投射面(投射線と投射點に立てた法線を含

ひ平面)と同一の役目をする, この平面を**主要面**<sup>(1)</sup>といふ。

【注意】前に述べた主截面を主要面といふ著者もあるようであるが本書に於ては, 主截面は結晶だけで定まる面, 主要面は投射光線に關して定まる面(勿論主截面の特別なものであるとする)。

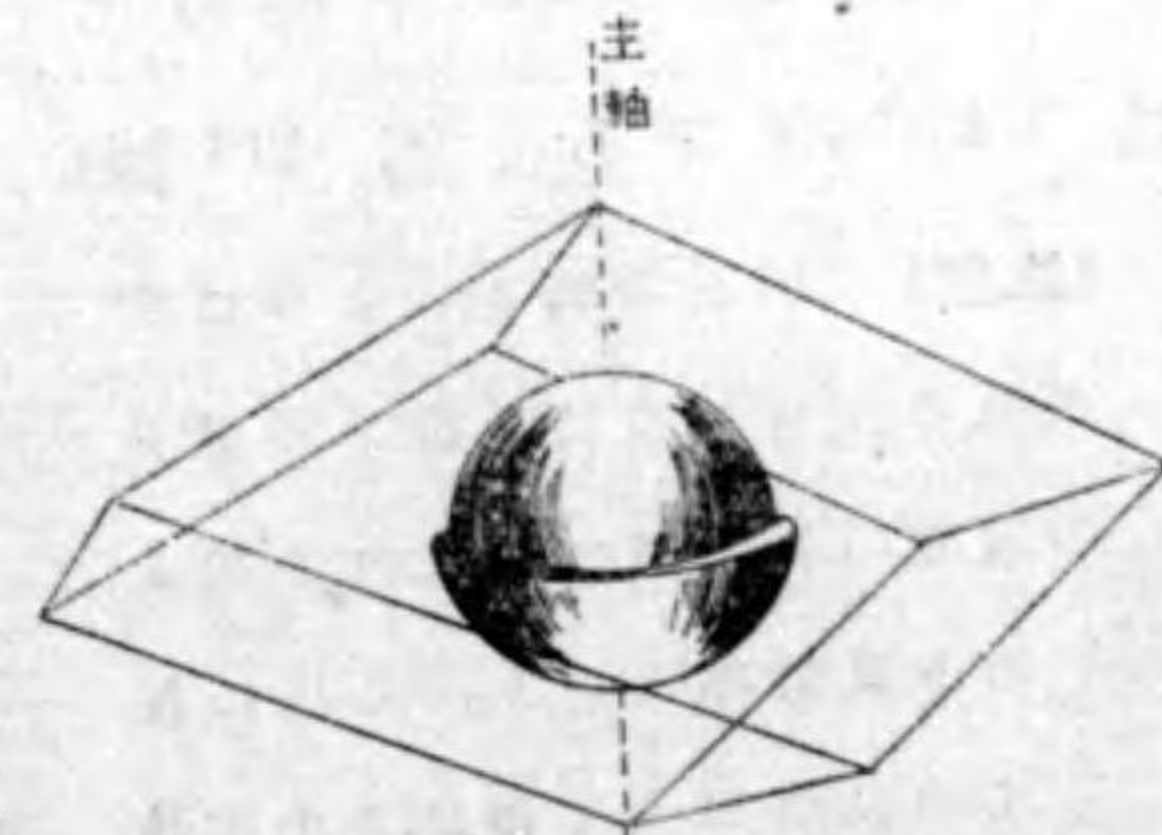
。特別の場合として, 結晶體中に於て光が**主軸**の方向に進むとき, 例へば主軸に垂直な平面によつて結晶を切り, その切口に垂直に投射する場合(第 434 圖)には二つに分れない。故に主軸をまた**光軸**<sup>(2)</sup>ともいふ。



第 434 圖

✓ § 233. 波動論による複屈折

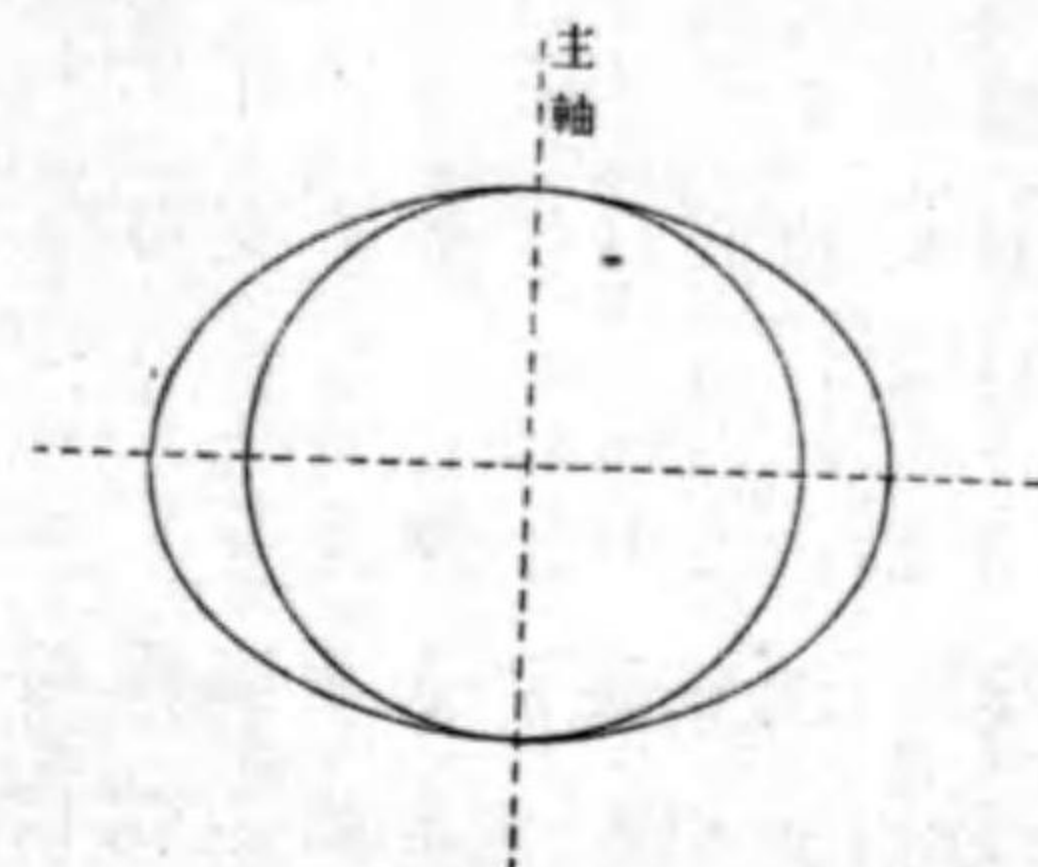
の説明. 方解石に於て, 常光の屈折率が方向に無關係に一定であるといふことは, 常光が方解石中を傳播する速度が, 方向に無關係に一定であるといふことである(§221)。また, 下巻340頁異常光の屈折率が方向によつて違ふといふことは, 方向によつてその速度の異なるを示すものである, 即ち軸の方向に



第 435 圖

(1) Principal plane ; die Hauptebene. (2) Optical axis ; die optische Achse.

於ては速度最小であつて常光のそれに等しく、他の方向に於ては常光より大きく、軸に垂直の方向に於て最大である。故に、方解石中の一點に光源があつて、それから光が四方に傳播するならば、それは二つの波面を作る、即ち常光の波面は球であるけれども、異常光のそ

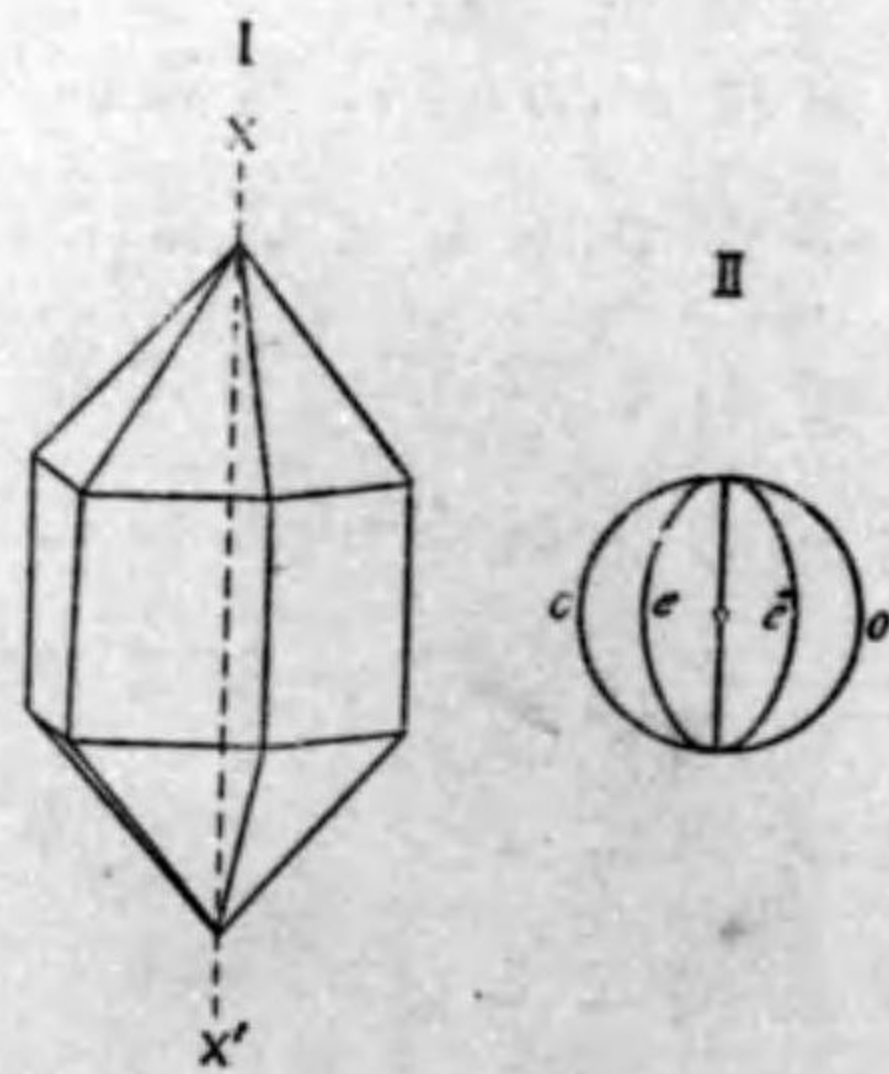


第 436 圖

れは、球を光軸の方向に押しつぶしたやうな廻轉楕圓體であらねばならぬ(第 435 圖)。今その發光點を通る光軸を含む平面によつてこの廻轉楕圓體を切ると、その切口は楕圓で

あつて、その二つの半徑の比は 1.48:16.5 である(第 436 圖)。

【注意】方解石の場合のように、常光線の波面を表はす球が異常光の波面の楕圓體に包まれて居るものを負結晶<sup>(1)</sup>といふ。これに反して水晶の如きものは、その結晶形は第 437 圖 I に示す如く方解石と同様であるが、第 437 圖 II の

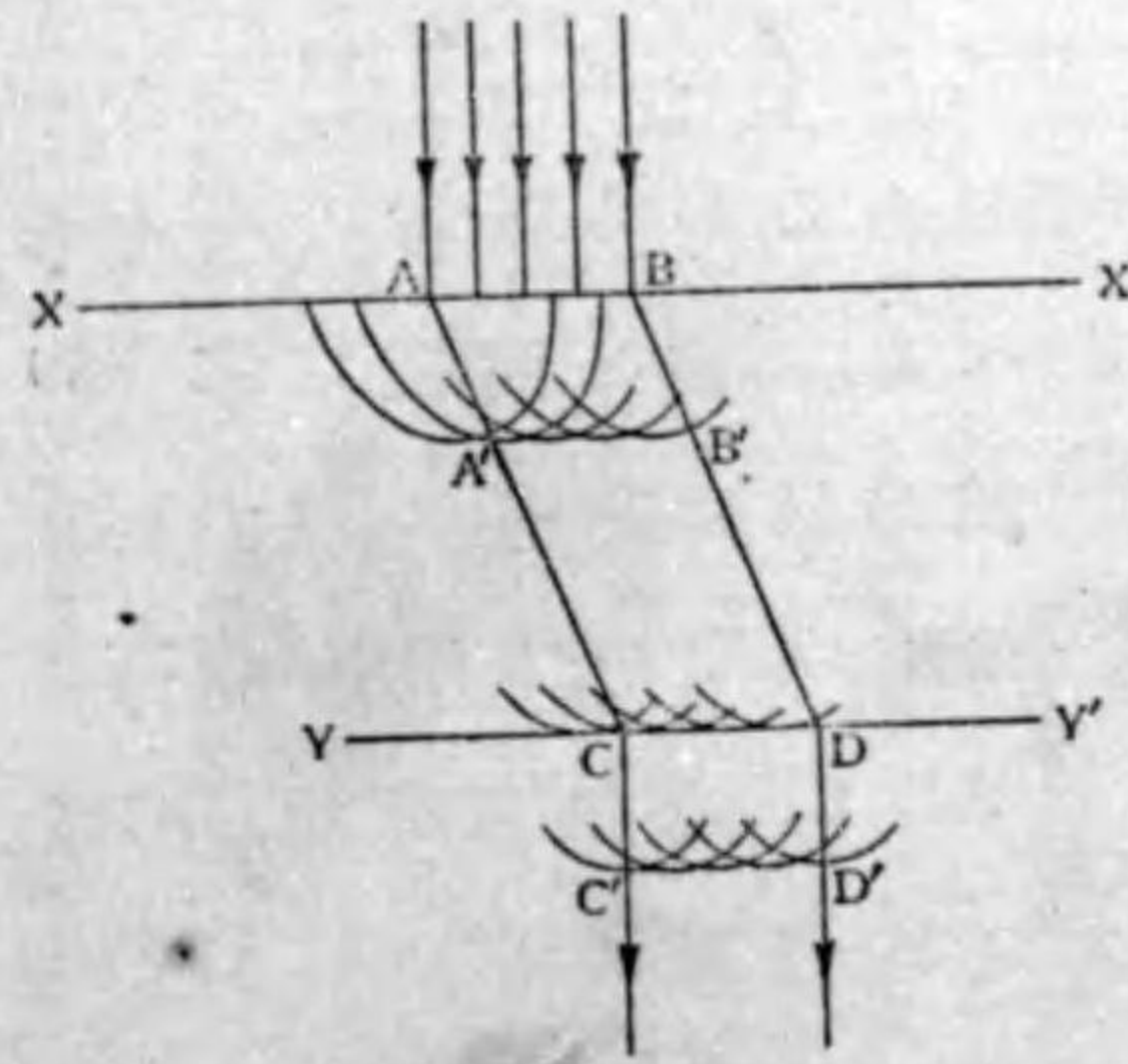


第 437 圖

(1) Negative crystal ; der negative Kristall.

如く異常光の波面が常光の波面に包まれて居る。かゝる結晶を正結晶<sup>(1)</sup>といふ。

今、細い平行光線束が方解石の面に垂直に投じたときには、その各の點が波動の源となつて二種の小波が方解石の中に傳播する。その一つは常光の小波であつて、他は異常光の小波である。前者の波面は球面であつて、この種の波が重なり合つた結果として、投射光線束を延長したものになることは既に §221 に説明した通りである。また、後者の波面は廻轉楕圓體である。この種の多くの小波が重なり合つて、異常光と成る。その有様を知る爲めに、主要面内に於ける小波を考へる。第 438 圖の紙面をその主要面とし、結晶體の面



第 438 圖

XX' の AB の部分に、XX' に垂直に光が投射したとすると、その各點から出た小波が重なり合つて波面 A'B' となる。A'B' は AB と平行であるが、AA' 及び BB' は AB に垂直ではない。次に紙面に平行な面を

(1) Positive crystal ; der positive Kristall.

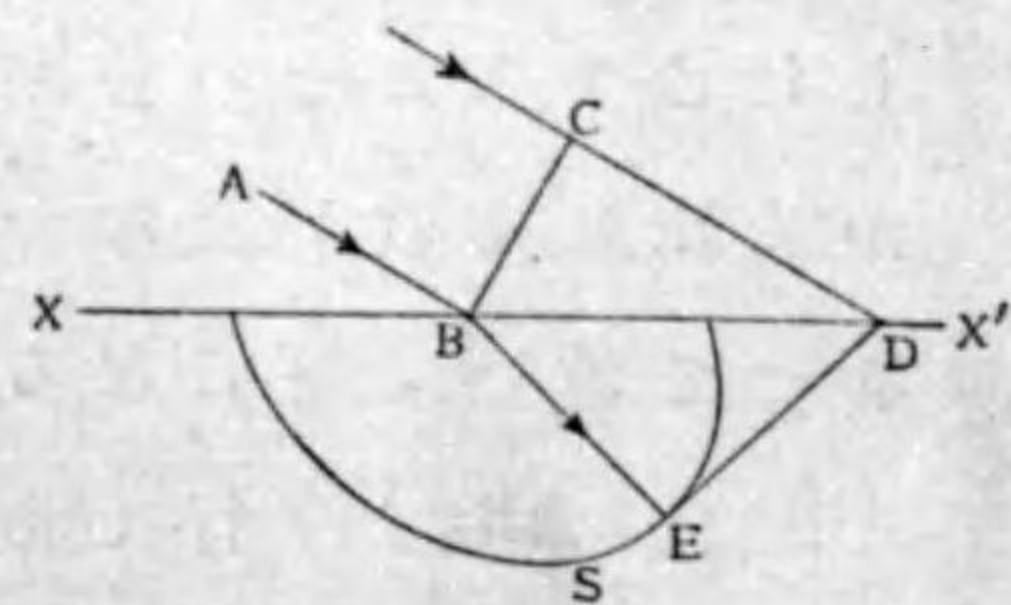


考へると、いづれに於てもこれと同様のことが起る故、結局異常光は主要面内に於て屈折することゝなる。

【注意】光軸が面  $XX'$  に垂直なる場合或は平行な場合には、 $AA'$  が  $AB$  に垂直であること、従つて常光と異常光とに分れないことは明らかである。

異常光が結晶體を出る場合を考へてみる。このときには、波面  $A'B'$  は結晶體の裏の面  $YY'$  の  $CD$  の部分に同時に到着し、その各點が源となつて空氣中に球面の小波を送る。故に、異常光が空氣中に出た後は投射光と平行である。

次に、平行光線束が方解石の面に斜に投じた場合を考へる。前と同様に、結晶體の表面の投射點はそれぞれ源となつて結晶體中に球及び廻轉橢圓體の小波を送る。前者が重なつて常光となることは §221 と同様

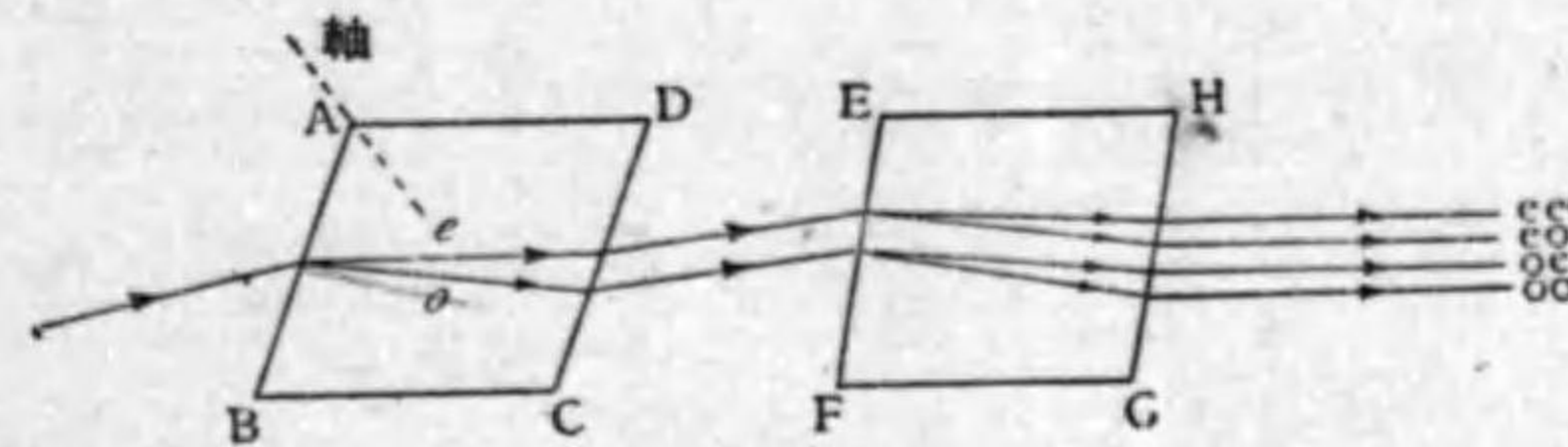


第 439 圖

であるから後者のみを考へる。前と同様に第 439 圖の紙面を一つの主要面とし  $XX'$  を方解石の面、 $AB, CD$  を投射光線、 $BC$  をその波面とする。C が D に達する間に、B から結晶體中に波及する異常光の小波は波面 S に達する。故に、D から S に切線  $DE$  を引けば結晶體中に於ける異常光の波面が得られる。

紙面に平行なる他の平面中に於ては、上に述べたことゝ全く同一のことが行はれるから、結局異常光は主要面中に於て  $DE$  と垂直の方向に屈折する。

§ 234. 複屈折と偏光. 第 440 圖に示すように、方解石  $ABCD$  によつて普通の光線を常光  $o$  と異常光  $e$  とに分ち、それを更に他の方解石  $EFGH$  の面に當ててみると、 $o$  は更に常光  $oo'$  と異常光  $oe'$  に分



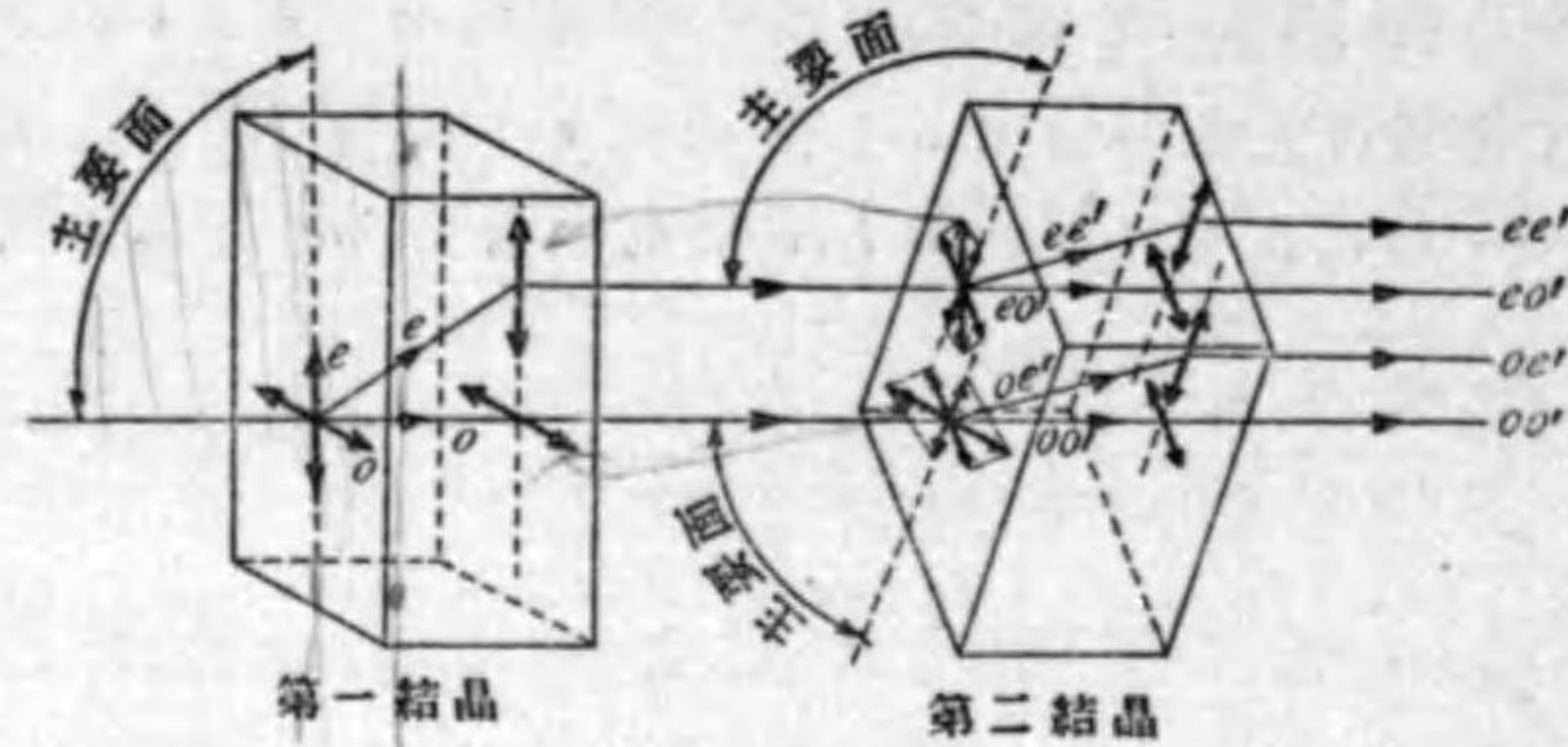
第 440 圖

かれ、 $e$  は更に常光  $oo'$  と異常光  $oe'$  とに分れる。その強さは、二つの結晶の主要面の間の角度によつて違ふ。その角が  $45^\circ$  のときは、 $oo', oe', oo'$  及び  $oe'$  の四つの強さは相等しいが、それから  $o'$  になるように廻轉すると、 $oo'$  と  $oe'$  は次第に弱くなり、主要面が平行になると、この二つは無くなつて  $oo'$  及び  $oe'$  のみとなる。また、その角が  $45^\circ$  から  $90^\circ$  になるように傾けると  $oe'$  及び  $oo'$  は次第に弱くなり、互に垂直になるとこの二つは消滅する。

【注意】この現象は初めてファイゲンスの發見したことであるから、上述の實驗をファイゲンスの實驗ともいふ。

この現象は、方解石を組み立て、居る原子の排列が規則正しいために、その面に當つた光波を主要面内に振動せる平面偏光と、主要面に垂直に振動せる平面偏光とに分つて通過せしめるものとすればよく説明される。何となれば、常光は主要面と垂直の方向に振動

し異常光は主要面中に振動するものとすれば(實際そうであることが実験的に分かる),最初の光は投射線に垂直にあらゆる方向に平等に振動して居るから,第一



第 441 圖

の結晶によつて分れた  $o$  及び  $e$  はその強さ相等しい(第 441 圖)。次に,これを第二の結晶の面に當て,主要面間の角を  $45^\circ$  とした場合には,  $o$  も  $e$  もその振動面と  $45^\circ$  の角を成す二つの方向に分解されるから,四つの強さは等しくなる。また主要面を平行にすれば,  $e$  はそのまま第二の結晶の主要面中に振動しながらこれを通過して  $ee'$  となり,  $o$  はそのまま第二の結晶の主要面に垂直に振動しながらこれを通過して  $oo'$  となるから,  $eo'$  及び  $oe'$  は無くなる。また,二つの主要面を互に垂直にすれば,  $o$  及び  $e$  の振動は第二の結晶に対してはそれぞれ主要面内の振動即ち  $oe'$  及び主要面に垂直なる振動即ち  $eo'$  となるから,  $ee'$  及び  $oo'$  は零となる。

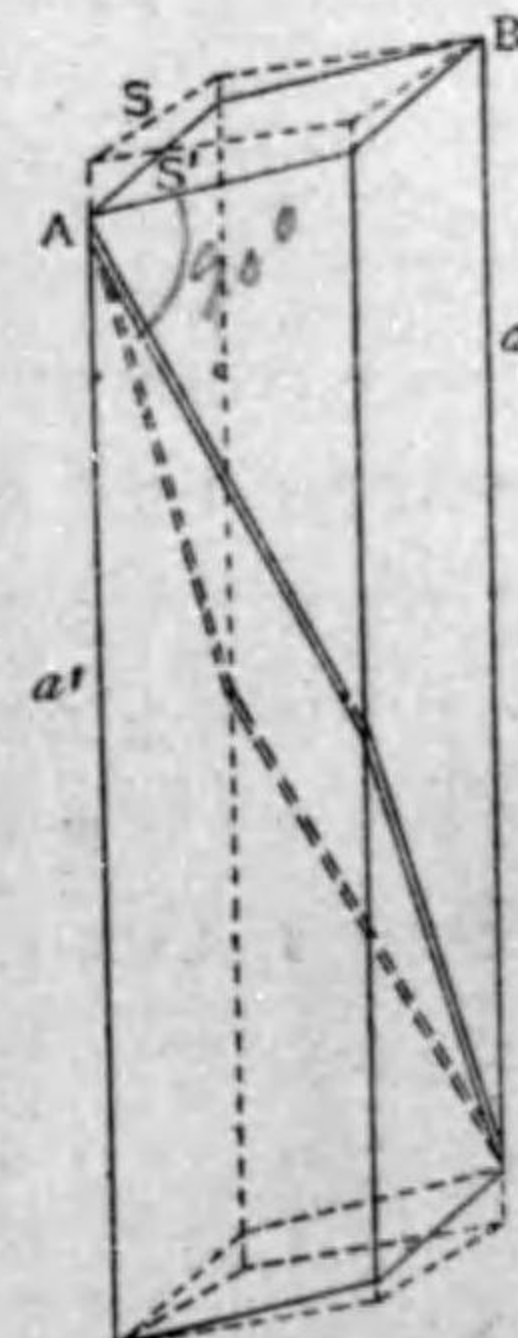
【注意1】 §231, 【注意2】の言ひ表はし方によれば,常光は主要面中に

偏光し,異常光はこれと垂直の方向に偏光する。

【注意2】 一般に,複屈折をなす場合の常光と異常光とはともに平面偏光であつて,その偏光面は互に垂直である。

§ 235. ニコルのプリズム. 方解石を通過した常光及び異常光は,完全な平面偏光であるから,どうかしてこの二つの中の一つのみを通過するようにすれば,完全な平面偏光を得ることが出来る。ニコル<sup>(1)</sup>は次のような方法によつてこれに成功した。

劈開面で境さるゝ平行六面體の方解石(第 442 圖)の一つの稜  $a$  は,一つの面  $S$  と  $71^\circ$  の傾きをして居る。こ



第 442 圖

の面を磨いて  $68^\circ$  の傾きを有する  $S'$  にし,  $S'$  に對する面も  $S'$  と平行にする。そこで頂點  $A$  を通り,且つ,面  $S'$  の對角線  $AB$  を通る主截面に垂直なる平面によつて結晶を二つに切る。従つて,この切口は  $S'$  に垂直になる。その切口を磨き,もとの如くにカナダバルサムではり合す,即ち  $aa'$



第 443 圖

(1) William Nicol (1768-1851)

を含む切口を示すと第 443 圖のようになる。

今、その面 A'B に、 $\alpha$  に平行な光が投射すると、常光と異常光に分れて屈折し、その屈折の度は常光の方が大である。さて、バルサム<sup>1.45</sup>の屈折率は常光に對してもまた異常光に對しても 1.549 であつて、方解石が常光に對する屈折率よりも小であり、異常光に對する屈折率の<sup>1.48</sup>最大値と最小値との中間に在る故、投射光が A'B と成す角を上述の如くにすれば、常光線はバルサムの層で全反射をなし、異常光線は之を通過する。A'B と  $\alpha$  の角を  $68^\circ$  としたのはその爲である。かくすれば、このプリズムを通過した光は完全な偏光である。

【注意 1】 二つのニコルのプリズム  $N_1, N_2$  を第 444 圖のように一直



第 444 圖

線に置き、且つその切断面(カナダバルサムではり附けた面)を平行にすれば二つの主

要面は互に平行になるから、第一のプリズムを通つた平面偏光はよく第二のプリズムをも通過する。かく置いた二つのニコルのプリズムは互に平行<sup>(1)</sup>であるといふ。また、第一或は第二のプリズムを投射光線<sup>(2)</sup>の方向の周りに  $90^\circ$  廻轉すると、第一のプリズムを通つた平面偏光は第二のプリズムによつて全く阻止せられる。このとき二つのプリズムは交叉する<sup>(2)</sup>といふ。

二つのニコルのプリズムの主要面間の角が  $\alpha$  なるとき、第一のプリズムを通過した光の光ベクトル  $A$  を第二のプリズムの主要面の方向及びこれと垂直なる方向に分解すると、 $A \cos \alpha$  と  $A \sin \alpha$  となり、

(1) Parallel ; parallel. (2) Crossed ; gekreuzt.

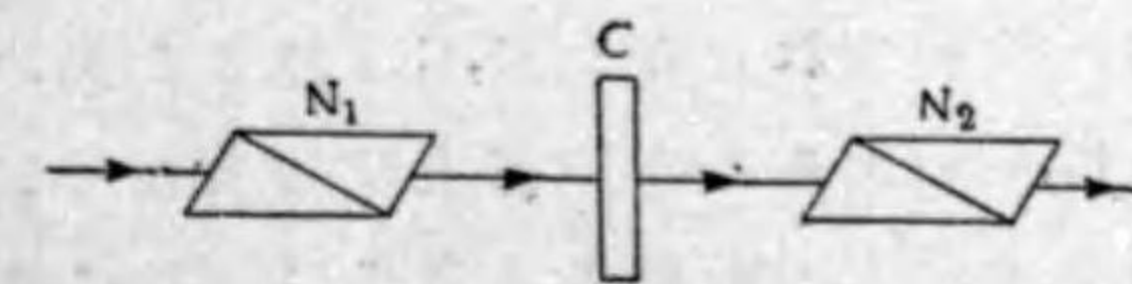
前者のみ通る、然るに光の強さはその光ベクトルの大き即ち振幅の自乗に比例するから(§ 217)透過光と投射光との強さの比は  $\cos^2 \alpha : 1$  になる。これは光度の測定に於てよく利用せられる事である。

【注意 2】 ニコルのプリズムは二つを第 444 圖のように一直線に置いて用ふることが多い。この場合に第一のものを偏光子<sup>(1)</sup>、第二のものを検光子<sup>(2)</sup>といふ。

【注意 3】 § 216 に述べたように、電氣石によつても偏光が得られる。この場合には、方解石の場合と同様に、常光と異常光とに分れ、常光は僅かの厚さのものでも殆んど全部吸収されるから、透過光線は殆んど全部が異常光である。然し、透過光に色が着くために実験用として用ふるには不便である。

### § 236. 平面に偏光せる平行光線束の干渉. 第 445 圖

に示すように、偏光子  $N_1$  と検光子  $N_2$  とを平行に置き、その間に復屈折をなすもの、例へば方解石  $C$  を置いて、平面に偏光した平行光線束を  $C$  に通したとする。もし、 $C$  の主要面が  $N_1$  のそれと平行なるときは、光は何



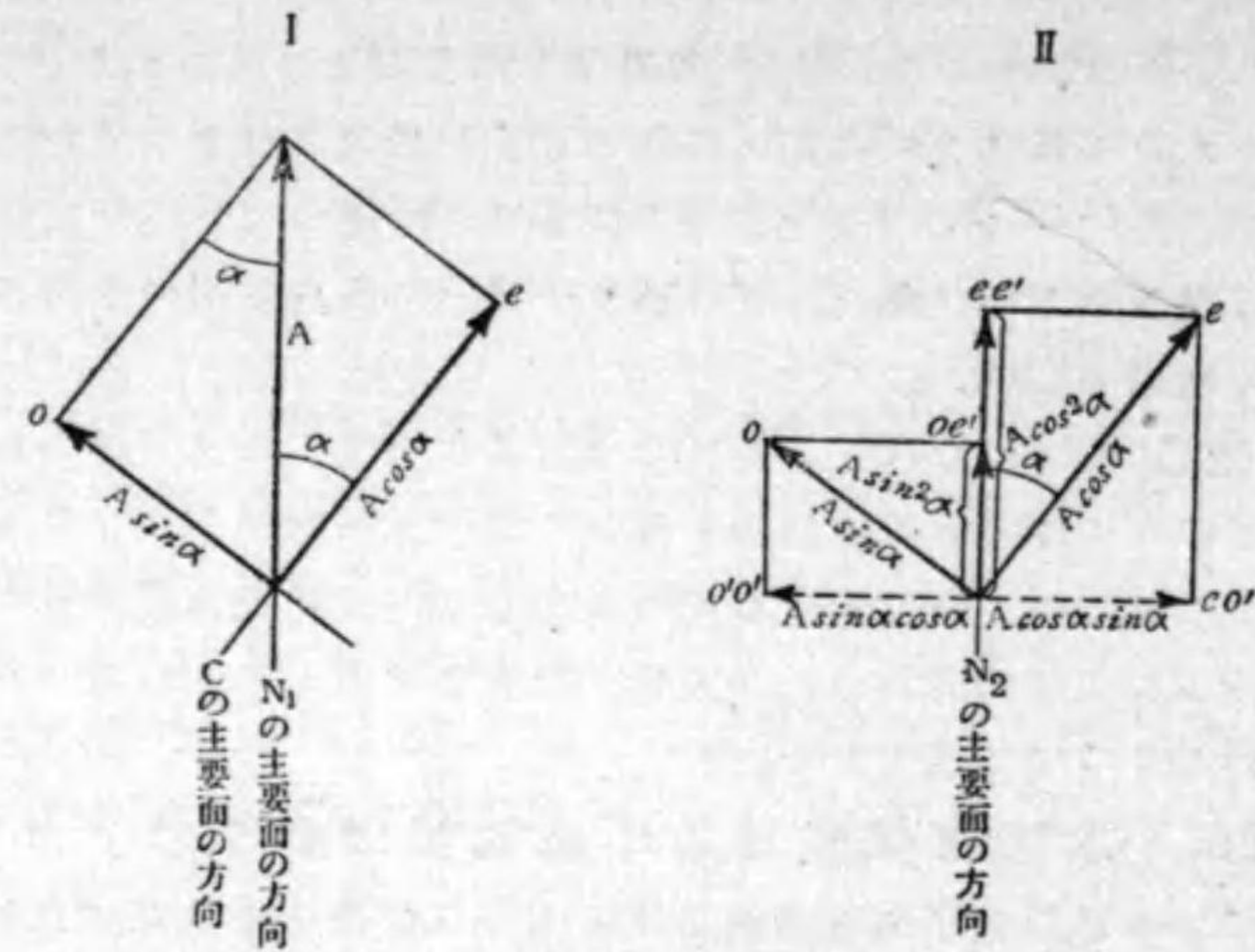
第 445 圖

等の變化を受けずに  $C$  及び  $N_2$  を通過する。また、 $C$  と  $N_1$  の主要面が垂直なるときにも同様である。然るに、 $C$  の主要面

がニコル  $N_1$  の主要面と角  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 90^\circ$ ) の傾きをなすときは  $N_2$  を通つた光に色がつき  $\alpha = 45^\circ$  のとき、それが最も著しい。その理は次の通りである。先づ  $N_1$  を出た平面偏光は  $C$  によつて常光  $o$  と異常光  $e$  とに分れる。初めの振幅を  $A$  とすると、その振幅はそれぞれ  $A \sin \alpha$  及び  $A \cos \alpha$  である(第 446 圖 I)。

次に、 $N_2$  の主要面は  $o$  及び  $e$  の振動面とそれぞれ  $\frac{\pi}{2} - \alpha$  及び  $\alpha$  の角を成す故これを分解して  $N_2$  の主要面に振動する  $oo'$  及び  $eo'$ 、これに垂直に振動する  $oo''$  及び  $eo''$  となし、 $oo'$  及び  $eo'$  のみ透過する。その振幅は

(1) Polariser ; der Polarisator. (2) Analyser ; der Analysator.



第 446 圖

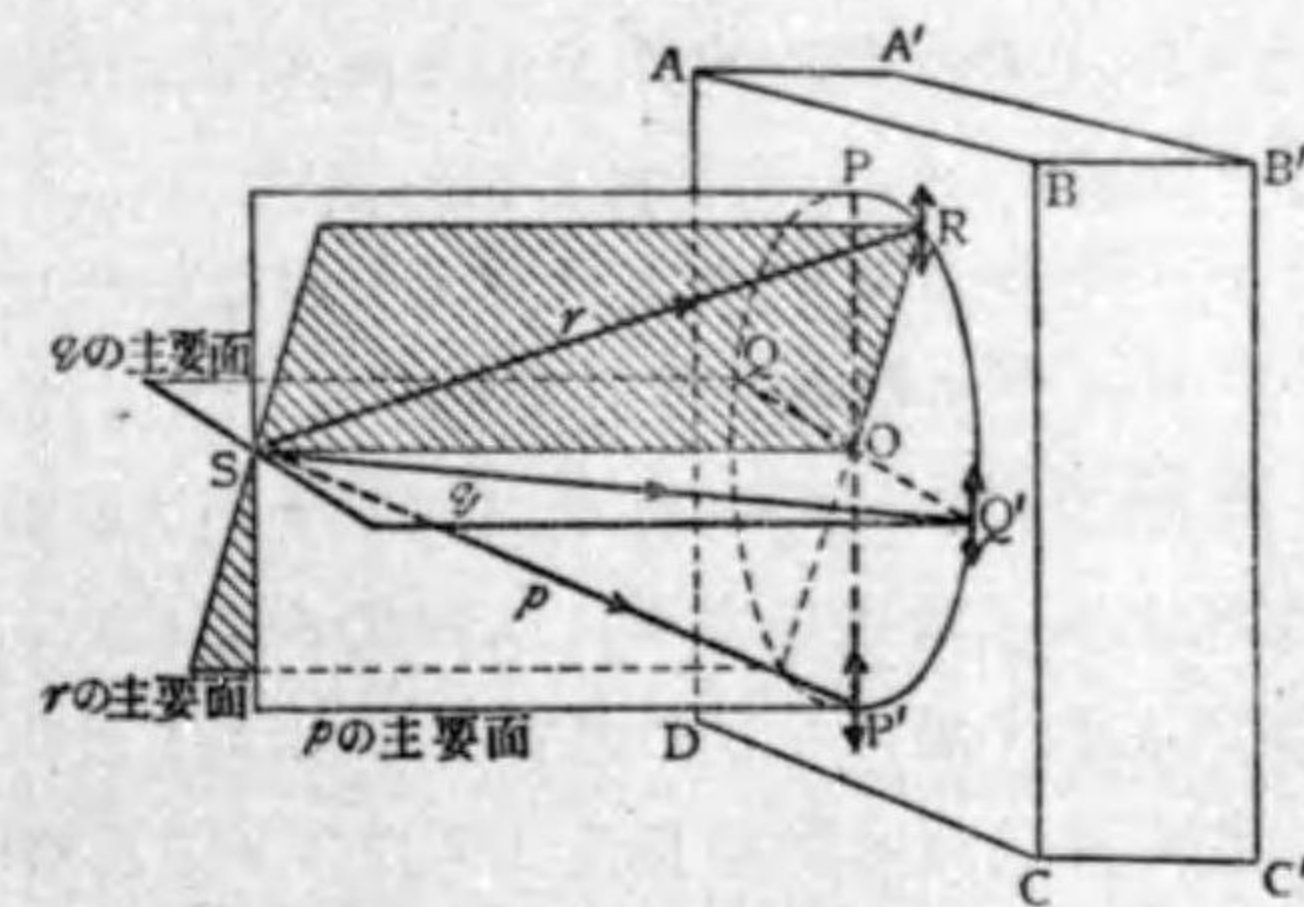
それぞれ  $Asin^2\alpha$  及び  $Acos^2\alpha$  であつて、振動面が同一であるから、干渉して互に助け合ひ或は互に消し合ふ。その何れなるかは、Cの厚さと光の波長によつて定まる。何となれば、Cを通るときの速度は常光と異常光とは違ひ、一方が他方よりも後れるから、Cを出るときには一般に位相が違ふ。故に、Cの厚さが波長 $\lambda$ の単色光に對し、常光と異常光との後れを  $\frac{1}{2}\lambda$  の奇數倍ならしめるようになって居れば、この単色光は互に消し合ひ、偶數倍になるようになって居れば互に助け合ふ。故に、白光を成す単色光の中では助け合ふものと消し合ふものがある。その助け合ふものは強く見へるから、色が附くのである。そして、 $\alpha=45^\circ$  のときには  $oe'$  及び  $ee'$  の強さ相等しきため、干渉の影響が最も大であるから、着色が最も著しいのである。

【注意】Cの代りに硝子、セルロイドのような等方な透明體を置き、これを兩方から壓縮し或は兩方へ引き張ると、上に述べたと同様の現象が起る。故に、等方のものが歪めば、複屈折の作用をすることが分かる。この方法により弾性體が歪んだとき、その歪の分布の有様を

實驗的に知ることが出来る。これを光弾性學といふ。<sup>(1)</sup>

§ 237. 収斂或は發散平面偏光の干渉. 前節の装置に於て、平行なる平面偏光の代りに、収斂或は發散せる平面偏光を用ひた場合を論ずる。但し、その一般の場合には複雑であるから、こゝにはCとしてたゞ、單軸結晶を光軸と垂直に切つて作つた板についてのみ説明する。

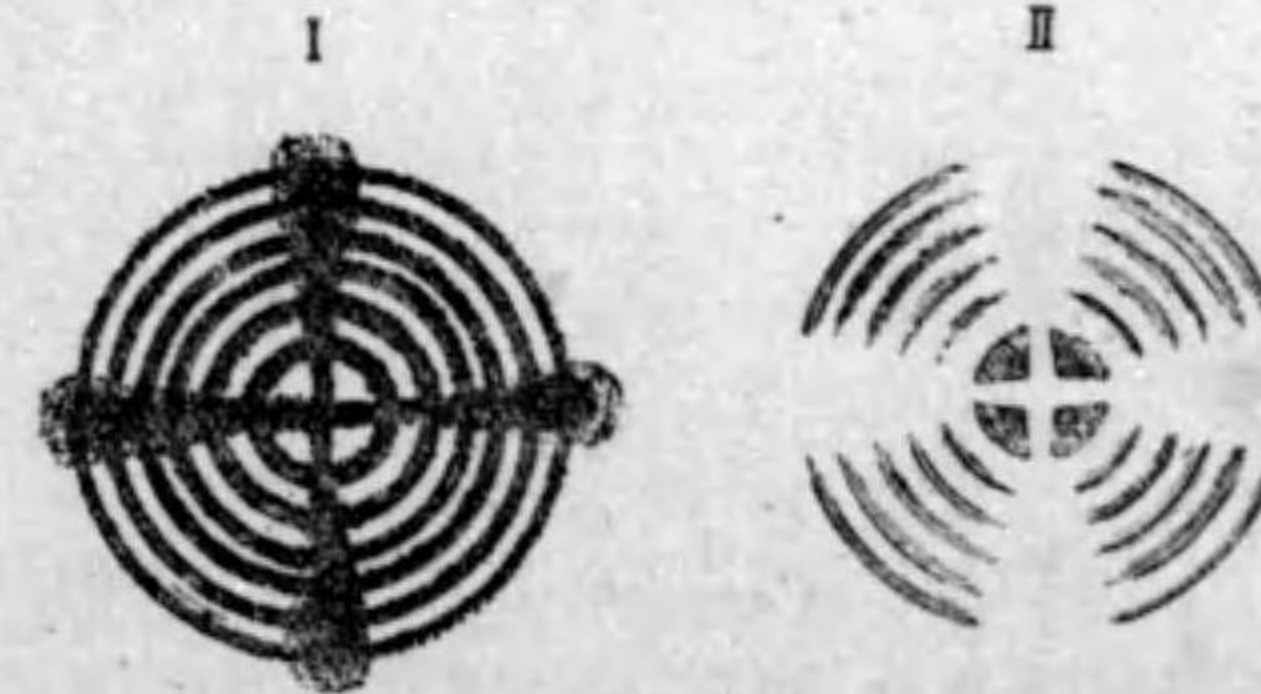
今、第 447 圖  $PP'$  の方向に振動する平面偏光を、Sから發散せしめて上述の如き結晶板の面 ABCD に當てたとする。但し、結晶板の光軸は



第 447 圖

$AA'$  と平行である。先づ、 $PP'$  上に投射する光線  $P$  については、光の振動の方向と主要面とは互に平行である。故に、光は何等の變化なしに結晶體を通過する<sup>§ 234</sup>。また、 $PP'$  に垂直なる  $QQ'$  上に投射するもの  $q$  は、振動の方向が主要面に垂直である。故に、これも何等の變化なしに結晶體を通過する。つまり、切口が十字形なる平面偏光が何等の變化を受けずに結晶體を通過することになる。故に

これを遮ぎるように檢光子を置けば暗き十字が現はれ(第 448 圖 I)、これを通すように置けば明るい十字が現はれる(第 448 圖 II)。然るに、第 447 圖  $PP'$  及び  $QQ'$  以外の點、例へば圖の



第 448 圖

(1) Photoelasticity 光弾性學の一般を知るには福原達三氏、應用光弾性學(丸善)或は湯淺龜一氏、偏光弾性學(丸善)を見よ。