ĐỀ CHÍNH THỨC

TUYỂN TẬP
BỘ ĐỀ THI CHÍNH THỨC HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
MÔN: TOÁN 9
NĂM HỌC: 2020 - 2021

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI**
AN GIANG	**CẤP TRUNG HỌC CƠ SỞ**
	Khóa ngày 20/03/2021
ĐỀ CHÍNH THỨC	**MÔN: TOÁN**
(Đề thi có 01 trang)	*Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)*

Câu 1. (3,0 điểm)

Rút gọn

$$A = \frac{\sqrt{5}+1}{3-2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}-2} + 3(\sqrt{2}-\sqrt{5})$$

Câu 2. (4,0 điểm)

Cho ba đường thẳng (d_1): y = x — 6; (d_2): $y = -(2m+6)x + 2m + 1$

(d_3): y = (m + l)x —m — 6.

a. Với giá trị nào của tham số m thi (d1) trùng với (d_2), (d2) trùng với (d3)?

b. Tìm các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho phân biệt và đồng quy.

Câu 3. (4,0 điểm)

Phân tích $2x^2 + 5xy — 3y^2$ thành các nhân tử. Từ đó giải hệ phương trình.

$$\begin{cases} x^2 + xy = 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho a; b là hai số nguyên tố thỏa mãn a^2 - 7b - 4 = O. Tính tổng a + b.

Câu 5. (4,0 điểm)

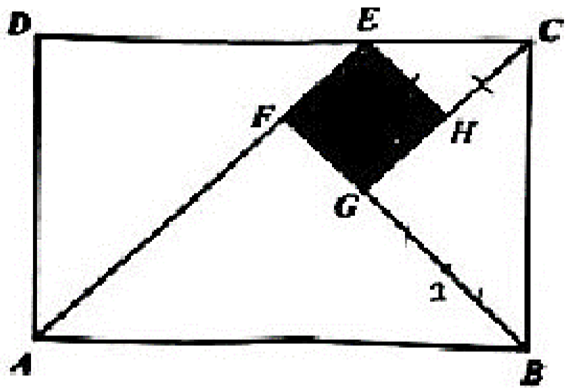
Cho tam giác ABC có hai đường cao BD vả CE (E∈AB; D∈AC) cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của AB.

a. Chứng minh tam giác BMD cân.

b. Chứng minh MD là tiếp tuyến của đường tròn tâm O đường kính CH.

Câu 6. (3,0 điểm)

Chia hình chữ nhật ABCD thành bốn tam giác vuông cân và một hình vuông EFGH như hình vẽ. Biết diện tích hình vuông bằng 2 cm^2. Tính diện tích của hình chữ nhật ABCD.



-------Hết-------

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH BÀ RỊA – VŨNG TÀU	ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9THCS NĂM HỌC 2020-2021
ĐỀ THI CHÍNH THỨC *(Đề thi có 01 trang)*	**Môn: TOÁN** **Thời gian làm bài: 150 phút** **Ngày thi: 23/03/2021**

Câu 1 (3,0 điểm).

1) Rút gọn biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{x-\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{x-5}{x-\sqrt{x}-2}\right)$, với x>0, $x\neq 4$.

2) Tính giá trị của biểu thức $M=x^3-9x+2021$ với $x=\sqrt[3]{12-3\sqrt{13}}+\sqrt[3]{12+3\sqrt{13}}$.

Câu 2 (3,0 điểm).

1) Giải phương trình $\sqrt{4x^2+5x+1}-2\sqrt{x^2-x+1}=9x-3$

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3+2xy^2+12y=0 \\ x^2+8y^2=0 \end{cases}$

Câu 3 (3,0 điểm).

1) Tìm tất cả các số chính phương có ba chữ số và chia hết cho 56.
2) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn phương trình $x^2+2y^2-2xy+3y-4=0$.

Câu 4 (4,0 điểm).

1) Hãy lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $y_1=x_1^3-2x_2$ và $y_2=x_2^3-2x_1$, trong đó x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2-x-5=0$.
2) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $(a+1)(b+1)=4ab$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{\sqrt{3a^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{3b^2+1}}$.

Câu 5 (5,0 điểm). Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}=60^0$. Đường tròn tâm I nội tiếp tam giác ABC, tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại các điểm M, N, P. Đường thẳng IM cắt NP tại K, đường thẳng qua K và song song với BC cắt AB, AC theo thứ tự tại E, F. Gọi G là trung điểm của BC.

1) Chứng minh AEIF là một tứ giác nội tiếp đường tròn.
2) Chứng minh ba điểm A, K, G thẳng hàng.
3) Gọi S_1 là diện tích tứ giác INAP và S_2 là diện tích tam giác IEF. Chứng minh $S_1\leq 4S_2$

Câu 6 (2,0 điểm). Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy điểm E bất kỳ trên cung nhỏ AD (E khác A và D). Gọi M là giao điểm của EC và OA, N là giao điểm của EB và OD. Chứng minh rằng $\dfrac{OM}{AM}+\dfrac{ON}{DN}\geq\sqrt{2}$. Đẳng thức xảy ra khi E ở vị trí nào trên cung nhỏ AD?

……………..HẾT……………

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO **BẮC GIANG**	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HÓA CẤP TỈNH NĂM HỌC 2020-2021 MÔN THI: TOÁN – LỚP 9
ĐỀ CHÍNH THỨC *(Đề thi gồm 03 trang)*	**Ngày thi: 06/3/2021** *Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề.*

Mã đề thi 101

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM *(6 điểm).*

Câu 1: Nghiệm của phương trình

$\left(\frac{1}{1.51}+\frac{1}{2.52}+\frac{1}{3.53}+....+\frac{1}{10.60}\right)x=\frac{1}{1.11}+\frac{1}{2.12}+\frac{1}{3.13}+...+\frac{1}{50.60}$ là

A. $x=5$. **B.** $x=4$. **C.** $x=7$. **D.** $x=9$.

Câu 2: Cho $M=\frac{2\sqrt{a}-16}{a-6\sqrt{a}+8}-\frac{\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}-2}-\frac{2\sqrt{a}+1}{4-\sqrt{a}}$. S là tập hợp các giá trị nguyên của a để M nhận giá trị nguyên. Tập S có tất cả bao nhiêu tập con ?

A. 3. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 3: Cho đường tròn tâm O bán kính R và điểm A sao cho $OA=3R$. Đường thẳng qua A và cắt đường tròn tại hai điểm B, C. Tính $AB.AC$.

A. $AB.AC=5R^2$. **B.** $AB.AC=2R^2$. **C.** $AB.AC=8R^2$. **D.** $AB.AC=3R^2$.

Câu 4: Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ với $x>0, y>0$ thỏa mãn phương trình $4x^2+9y+1=3x+6\sqrt{xy}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH $(H\in BC)$; $AB=2, AC=3CH$. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 6: Có bao nhiêu giá trị x nguyên để biểu thức $A=\frac{2x+3}{x+2}$ nhận giá trị nguyên?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 7: Gọi M là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O trên đường thẳng $y=(m+2)x+m-5$ (với m là tham số). Giá trị lớn nhất của OM bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$ **C.** $4\sqrt{5}$ **D.** $2\sqrt{5}$

Câu 8: Cho biểu thức $f(x)=(x^3+6x-7)^{2021}$. Biết $a=\sqrt[3]{3+\sqrt{17}}+\sqrt[3]{3-\sqrt{17}}$, giá trị của $f(a)$ là

A. 1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 9: Biết điểm $M(x_0;y_0)$ là điểm mà đường thẳng $y=(1-m)x+2m-6$ luôn đi qua với mọi m. Giá trị của biểu thức $A=x_0^2+y_0^2$ là

A. -2. **B.** 20. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 10: Cho hai hàm số $y=(m^2+1)x+2$ và $y=2x+m+1$. Tìm tham số m để đồ thị của hai hàm số đã cho là hai đường thẳng song song.

A. $m=\pm1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

Câu 11: Cho tam giác *ABC* có đường phân giác trong *AD* (*D* thuộc *BC*) sao cho *BD* = *a* ; *CD* =*b*; *a*> *b*. Tiếp tuyến tại *A* của đường tròn đi qua 3 điểm *A, B, C* cắt *BC* tại *M*. Độ dài *MA* được tính theo công thức nào sau đây ?

A. $MA = \dfrac{2ab}{a+b}$ **B.** $MA = \dfrac{2ab}{a-b}$ **C.** $MA = \dfrac{ab}{a-b}$ **D.** $MA = \dfrac{2ab}{2a-b}$

Câu 12: Tìm hai tham số *m n*, để hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y=4 \\ mx-y=n-2 \end{cases}$ có vô số nghiệm.

A. $m=2; n=-2$. **B.** $m=2; n=6$. **C.** $m=-2; n=-2$. **D.** $m=-2; n=2$.

Câu 13: Cho ba số *x, y, z* sao cho $x\geq 1, y\geq 2, z\geq 3$. Giá trị lớn nhất của $P = \dfrac{yz\sqrt{x-1}+xz\sqrt{y-2}+xy\sqrt{z-3}}{xyz}$ là $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{\sqrt{b}}+\dfrac{1}{\sqrt{c}}$, $(a, b, c \in \mathbb{N})$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 22. **B.** 18. **C.** 20. **D.** 19.

Câu 14: Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x+my=2m-1 \\ mx-y=m^2-2 \end{cases}$ (với *m* là tham số) có nghiệm $(x_0; y_0)$. Giá trị lớn nhất của x_0y_0 là

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{9}{4}$. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 15: Cho hệ phương $\begin{cases} \dfrac{4}{x+2y}-\dfrac{1}{x-2y}=-\dfrac{13}{3} \\ \dfrac{1}{x+2y}+\dfrac{6}{x-2y}=1 \end{cases}$ có nghiệm $(x_0;y_0)$. Tính $|y_0-x_0|$.

A. $|y_0-x_0|=4$. **B.** $|y_0-x_0|=2$. **C.** $|y_0-x_0|=-2$. **D.** $|y_0-x_0|=3$.

Câu 16: Cho tam giác *ABC* vuông tại *A*, đường cao *AH* . Giả sử $AB=6cm$, $BH=4cm$. Tính *BC*.

A. 10*cm*. **B.** $BC=9cm$. **C.** $BC=10,5cm$. **D.** $BC=8\sqrt{2}\,cm$.

Câu 17: Phương trình $|2x-5|+3=x$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0 .

Câu 18: Cho đường tròn *(O;R)* và hai điểm *A, B* cố định nằm ngoài đường tròn sao cho *OA*=2*R*. Điểm *C* nằm trên đoạn thẳng *AO* sao cho $OC=\dfrac{R}{2}$ và điểm *M* thay đổi trên đường tròn. Giá trị nhỏ nhất của *MA*+2*MB* bằng

A. *BC* . **B.** 4*BC* . **C.** 3*BC* . **D.** 2*BC* .

Câu 19: Cho đường tròn tâm *O* có bán kính *OA*= *R* , dây cung *BC* vuông góc với *OA* tại trung điểm *M* của đoạn thẳng *OA*, kẻ tiếp tuyến với đường tròn tại *B* , tiếp tuyến đó cắt *OA* tại *E* . Độ dài đoạn thẳng *BE* là

A. 3*R*. **B.** $R\sqrt{2}$ **C.** $R\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{R\sqrt{3}}{2}$

Câu 20: Cho các hàm số $y=0,5x+3$, $y=6-x$, $y=mx$ có đồ thị lần lượt là các đường thẳng d_1, d_2, Δ_m. Với những giá trị nào của tham số *m* thì Δ_m cắt d_1, d_2 tại hai điểm *A, B* sao cho *A* có hoành độ âm, *B* có hoành độ dương ?

A. $-0,5 < m < 1$. **B.** $-1 < m < 0,5$; $m \neq 0$.

C. $-1 < m < 0{,}5$. **D.** $-0{,}5 < m < 1$; $m \neq 0$.

II. TỰ LUẬN

Câu 1. (*5,5 điểm*)

1. Cho biểu thức $A = \dfrac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2} - \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \dfrac{\sqrt{x}+2}{1-\sqrt{x}}$, $(x \geq 0, x \neq 1)$.

a) Rút gọn biểu thức *A*.

b) Tìm các giá trị nguyên của *x* để *A* nhận giá trị nguyên.

2. Cho đường thẳng *d*: $y = ax + b$, $(a \neq 0)$ đi qua $M(1;4)$ và cắt Ox tại điểm *A* có hoành độ dương, cắt Oy tại *B* có tung độ dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = OA + OB$.

Câu 2. (*3,5 điểm*)

1. Giải phương trình $7x^2 - 5x + 6 = (11x-1)\sqrt{x^2+3}$.

2. Cho *a*, *b*, *c* là các số nguyên dương thỏa mãn $a - b$ là số nguyên tố và $3c^2 = ab + bc + ca$. Chứng minh rằng $8c+1$ là số chính phương.

Câu 3. (*4 điểm*) Cho tam giác *ABC* $(AB < BC < CA)$ ngoại tiếp đường tròn tâm I . Lấy *E* và *F* lần lượt trên các đường thẳng *AC* và *AB* sao cho $CB = CE = BF$ đồng thời chúng nằm về cùng phía với *A* so với đường thẳng BC . Các đường thẳng *BE* và CF cắt nhau tại G .

a) Chứng minh rằng bốn điểm C , E , I và G cùng nằm trên một đường tròn.

b) Trên đường thẳng qua G và song song với AC lấy điểm *H* sao cho $HG = AF$ đồng thời *H* nằm khác phía với *C* so với đường thẳng *BG* . Chứng minh rằng $\widehat{EHG} = \frac{1}{2}\widehat{CAB}$

Câu 4. (*1 điểm*) Cho các số thực dương *x*, *y*, *z* thỏa mãn $x + y + z = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{\sqrt{xy+x+y}} + \frac{1}{\sqrt{yz+y+z}} + \frac{1}{\sqrt{zx+z+x}} \geq \sqrt{3}.$$

------ HẾT ------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh: ....Số báo danh:..........................

Cán bộ coi thi số 1 (*Họ tên và ký*)..

Cán bộ coi thi số 2 (*Họ tên và ký*)..

UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2020 - 2021
Môn thi: **TOÁN 9**
Thời gian làm bài: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1 (*4,0 điểm*)

1. Cho $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ và $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=0$. Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

2. Cho biểu thức $P=\frac{2x+2}{\sqrt{x}}+\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$

a. Rút gọn P.

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của P khi $x\ge 4$.

Câu 2 (*2,0 điểm*) Cho phương trình: $x^2-2mx+m^2-m-6=0$ (m là tham số).

1. Tìm m để phương trình có hai nghiệm.
2. Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm x_1 và x_2 sao cho $|x_1|+|x_2|=8$

Câu 3 *(4,0 điểm)*

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3+xy+x=2x^2y+2y^2+2y \\ x+1+\sqrt{4y^2-4x+1}=3\sqrt{2y} \end{cases}$

2. Tìm các số tự nhiên x, y, z sao cho $x^2+y^2+z^2+3<xy+3y+2z$

Câu 4 *(2,0 điểm)* Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=9$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{a}{\sqrt{b^3+5b^2-3b+18}}+\frac{b}{\sqrt{c^3+5c^2-3c+18}}+\frac{c}{\sqrt{a^3+5a^2-3a+18}}$

Câu 5 *(6,0 điểm)*: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB<AC$) ngoại tiếp đường tròn tâm O. Gọi D, E, F lần lượt là tiếp điểm của (O) với các cạnh AB, AC, BC. Đường thẳng BO cắt các đường thẳng EF, DF lần lượt tại I, K.

1. Tính số đo góc BIF.
2. Giả sử M là điểm di chuyển trên đoạn CE.

a. Khi $AM=AB$, gọi H là giao điểm của BM và EF.
Chứng minh rằng ba điểm A, O, H thẳng hàng.

b. Gọi N là giao điểm của đường thẳng BM với cung nhỏ EF của (O); P, Q lần lượt là hình chiếu của N trên các đường thẳng DE và DF.

Xác định vị trí điểm M để độ dài đoạn thẳng PQ lớn nhất.

Câu 6 *(2,0 điểm)*

1. Cho 19 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng nằm trong một hình lục giác đều có cạnh bằng 1. Chứng minh rằng luôn tồn tại một tam giác có ít nhất một góc không lớn hơn 45^0 và nằm trong đường tròn có bán kính nhỏ hơn $\frac{3}{5}$.

2. Tìm các số tự nhiên a, b, c thỏa mãn $1<a<b<c$ và $P=\frac{abc-1}{(a-1)(b-1)(c-1)}$ nhận giá trị nguyên.

====== Hết ======

Họ và tên thí sinh :.. Số báo danh:…......................

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH

Đề chính thức

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9
Năm học: **2020 – 2021**

Môn: **TOÁN** – Ngày thi: **18/03/2021**
*Thời gian làm bài: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)*

-------------------- oOo --------------------

Bài 1. (5.0 điểm)

1. Giải phương trình: $\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}+\sqrt{x+\sqrt{x^2-1}}=2$

2. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\frac{2b-c}{a}\geq 4$

Chứng minh rằng phương trình: $ax^2+bx+c=0$ luôn có nghiệm.

Bài 2. (6.0 điểm)

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $(x^2+y)(x+y^2)=(x-y)^3$.
2. Cho 69 số nguyên dương phân biệt không vượt quá 100. Chứng minh rằng có thể chọn ra từ 69 số đó 4 số sao cho trong chúng có 1 số bằng tổng của 3 số còn lại.

Bài 3. (4.0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, trên nửa đường tròn (O) lấy điểm C sao cho cung BC nhỏ hơn cung AC, qua C dựng tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt AB tại D. Kẻ CH vuông góc với AB $(H\in AB)$, kẻ BK vuông góc với CD $(K\in CD)$; CH cắt BK tại E.

a) Chứng minh $BK+BD<EC$.

b) Chứng minh $BH.AD=AH.BD$

Bài 4. (3.0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A và M là điểm di động trên BC (M khác B C,). Hình chiếu của M lên AB AC, lần lượt là H và K. Gọi I là giao điểm của BK và CH. Chứng minh rằng đường thẳng IM luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5. (2.0 điểm)

Tìm tất cả các giá trị của x để:

$$\sqrt[4]{(x-2)(4-x)}+\sqrt[4]{x-2}+\sqrt[4]{4-x}+6x\sqrt{3x}-x^3\leq 30$$

---------- ꕥ **HẾT** ꕥ ----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP TỈNH**
TỈNH BÌNH DƯƠNG	**Năm học: 2020 – 2021**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**Môn thi: TOÁN**
	Thời gian làm bài: ***150 phút***
	(không tính thời gian phát đề)

Câu 1. ***(4,0 điểm)***

a) Tính giá trị của biểu thức:

$$M=(x^9+x-x^{2020})^{2021}\ với\ x=\frac{(27+9\sqrt{10})\sqrt[3]{37\sqrt{10}-117}}{\sqrt{10}+\sqrt{91-18\sqrt{10}}}$$

b) Rút gọn biểu thức:

$$N=\frac{1}{1+\sqrt{11}}+\frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{21}}+\frac{1}{\sqrt{21}+\sqrt{31}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2011}+\sqrt{2021}}$$

Câu 2. ***(6,0 điểm)***

a) Giải phương trình: $\sqrt{6x^2-7x-20}+3\sqrt{2x-5}-2\sqrt{3x+4}-6=0$

b) Cho 3 số dương x, y, z thỏa x + y + x = 2.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\mathrm{A}=\frac{2}{\mathrm{x}}+\frac{8}{9\mathrm{y}}+\frac{18}{25\mathrm{z}}$.

c) Cho phương trình: $x^3+(2m-5)x^2+(m^2-m+7)x-m^2-m-3=0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có 3 nghiệm dương phân biệt.

Câu 3. ***(5,0 điểm)***

a) Cho 40 số nguyên tố dương thay đổi sao cho có tổng bằng 58. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của tổng các bình phương của chúng.

b) Giả sử ba số thực a, b, c thỏa mãn điều kiện a > 0, $bc = 3a^2$, a + b + c = abc. Chứng minh rằng:

$$a\geq\sqrt{\frac{1+2\sqrt{3}}{3}}.$$

Câu 4. ***(5,0 điểm)*** Cho tam giác ABC cân tại A, có đường tròn nội tiếp *(I)*. Các điểm E, F theo thứ tự thuộc các cạnh CA, AB (E khác C và A; F khác B và A) sao cho EF tiếp xúc với đường tròn *(I)* tại điểm J. Gọi H là hình chiếu của J trên BC.

a) Chứng minh rằng HJ là phân giác của $\widehat{EHF}$.

b) Ký hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích của tứ giác BFJL và CEJK. Chứng minh rằng: $\frac{S_1}{S_2}=\frac{BF^2}{CF^2}$.

c) Gọi D là trung điểm cạnh BC. Chứng minh rằng ba điểm P, J, D thẳng hàng.

……………HẾT……………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 NĂM HỌC 2020-2021

ĐỀ DỰ BỊ

(Đề thi có 01 trang)

Môn: **Toán**
Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 14/03/2021

Câu 1. (5.0 điểm).

1. Cho biểu thức: $M=\left(\frac{x+2\sqrt{x}+4}{x\sqrt{x}-8}+\frac{x+2\sqrt{x}+1}{x-1}\right):\left(\frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-2}+\frac{2\sqrt{x}+10}{x+6\sqrt{x}+5}\right)$

a. Rút gọn M b. Tìm giá trị của x để M >1

2. Cho x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện $\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\left(y+\sqrt{y^2+1}\right)=2.$

Tính giá trị của biểu thức $Q=x\sqrt{y^2+1}+y\sqrt{x^2+1}.$

Câu 2. (5.0 điểm).

1. Giải phương trình: $x^2+2x+7=3\sqrt{\left(x^2+1\right)\left(x+3\right)}$.

2. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}4x^2+4x-y^2=-1\\4x^2-3xy+y^2=1\end{cases}$

3. Trong cùng một hệ toạ độ, cho đường thẳng (d): y = x – 2 và parabol (P): y = - x^2. Gọi A và B là giao điểm của d và (P).

a. Tính độ dài AB.

b. Tìm m để đường thẳng (d’): y = - x + m cắt (P) tại hai điểm C và D sao cho CD = AB.

Câu 3. (5.0 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính AB . Trên cùng mặt phẳng bờ AB vẽ các tiếp tuyến Ax, By của (O). Trên (O) lấy điểm C (CA < CB) và trên đoạn thẳng OA lấy điểm D (D khác O, A). Đường thẳng vuông góc với CD tại C cắt Ax, By lần lượt tại E, F. AC cắt DE tại G, BC cắt DF tại H, OC cắt GH tại I .

a. Chứng minh hai tam giác AGE, FHG đồng dạng và I là trung điểm của GH

b. Gọi J, K lần lượt là trung điểm của DE, DF Chứng minh I, J, K thẳng hàng

c. Gọi M là giao điểm của JO và DK. Chứng minh tam giác JOK vuông và ba đường thẳng DE, IF, KO đồng quy.

Câu 4. (2.0 điểm). Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Các điểm D, E theo thứ tự di chuyển trên AB, AC sao cho BD = AE. Xác định vị trí điểm D, E sao cho tứ giác BDEC có diện tích nhỏ nhất

Câu 5. (3.0 điểm).

1. Các số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện: $x+y+z=1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$F=\frac{x^4}{\left(x^2+y^2\right)\left(x+y\right)}+\frac{y^4}{\left(y^2+z^2\right)\left(y+z\right)}+\frac{z^4}{\left(z^2+x^2\right)\left(z+x\right)}.$$

2. Tìm tất cả các nghiệm nguyên x, y của phương trình: $2x^2+y^2+xy=2\left(x+y\right)$

…..……….HẾT……………

• *Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.*

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO CAO BẰNG

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9
Năm học 2020 – 2021

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề gồm 01 trang)

Câu 1. (4,0 điểm)

Cho biểu thức $A=\dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm các giá trị của x để A<1.

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho hàm số $y=f(x)=(3m^2-7m+5)x-2001$ (*)

Chứng minh rằng với mọi hàm số (*) luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ với mọi m.

Câu 3. (6,0 điểm)

a) Một đoàn học sinh đi tham quan khu di tích lịch sử hang Pác Bó bằng ô tô. Nếu mỗi xe chỉ chở 22 học sinh thì còn thừa một học sinh. Nếu bớt đi một ô tô thì có thể phân phối đều số học sinh vào các xe còn lại. Hỏi lúc đầu có bao nhiêu xe ô tô và có bao nhiêu học sinh đi tham quan, biết rằng số học sinh trên mỗi xe không quá 32 em.

b) Chứng minh rằng tổng $A=1+2+2^2+...+2^{2019}$ chia hết cho 15.

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có đường kính AB = 2R; CD là dây cung di động trên nửa đường tròn sao cho CD = R và C thuộc cung AD (C khác A, D khác B). AD cắt BC tại H, hai đường thẳng AC và BD cắt nhau tại F.

a) Chứng minh tứ giác CFDH nội tiếp.

b) Chứng minh: CF.CA = CH. CB

c) Gọi I là trung điểm của HF. Chứng minh tia OI là tia phân giác của góc COD

d) Chứng minh rằng khi dây cung CD di động trên nửa đường tròn, diện tích tam giác OID có giá trị không đổi.

Câu 5. (2,0 điểm)

Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn:

$$x^2+xy-2019x-2020y-2021=0$$

----------------Hết----------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:……………………………………………Số báo danh:………………

Họ tên, chữ ký của giám thị 1:………………………………………………………...

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KÌ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP THÀNH PHỐ**
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG	**NĂM HỌC 2020 – 2021**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**MÔN: TOÁN**
	Thời gian làm bài: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*
	(Đề thi có 01 trang)

Câu 1. (2,5 điểm)

a) Cho biểu thức $M=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}+\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ với x>0 và $x\neq 1$

Rút gọn M và chứng minh rằng $M<\dfrac{1}{3}$

b) Cho hai số thức dương x, y thỏa mãn điều kiện $x-2y-\sqrt{xy}+\sqrt{x}-2\sqrt{y}=0$

Tính giá trị của biểu thức $P=\dfrac{x+3y}{(\sqrt{x}+3\sqrt{y})\sqrt{x+4y+4\sqrt{xy}}}$

Câu 2. (1,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy (O là gốc tọa độ), cho hình bình hành OABC có điểm A(3;5), điểm C thuộc đường thẳng y=-x và có hoàng độ dương. Biết rằng diện tích của hình bình hành OABC bằng 24. Tìm tọa độ điểm B.

Câu 3. (2,5 điểm)

a) Tìm x biết $\dfrac{\sqrt{2x-4}-\sqrt{x-1}+6}{x}=x^2-5x+8$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}(x+y)(x+y+2z)=15\\(y+z)(2x+y+z)=15\\(x+z)(x+2y+z)=12\end{cases}$

Câu 4. (1,0 điểm) Một số tự nhiên có ba chữ số có tổng chữ số hàng trăm với chữ số hàng đơn vị bằng 9 và nếu đổi chữ hai số hàng trăm và hàng đơn vị cho nhau thì được số mới có ba chữ số nhỏ hơn số ban đầu là 99. Tìm số đã cho, biết rằng số đó chia hết cho 18.

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn có hai đường cao BD, CE cắt nhau tại H. Gọi F là hình chiếu của H trên BC, M là tiếp điểm của EF với đường tròn nội tiếp tam giác DEF, I là giao điểm (khác F) của HF với đường tròn đường kính DF và N là giao điểm của IM và ED.

a) Chứng minh rằng ba điểm A, H, F thẳng hàng và BE.BA+CD.CA=BC^2.

b) Chứng minh rằng hai đường thẳng ED và HN vuông góc với nhau.

c) Cho $BAC=60^0$ và bán kính đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC bằng R. Gọi K là điểm thay đổi trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) và P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của K tren AB và AC. Khi PQ lớn nhất, hãy tính diện tích tam giác OPQ theo R.

---HẾT----

Họ và tên học sinh:…………………………Số báo danh:…………………Phòng thi:…………...

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
ĐĂK LĂK

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN LỚP 9 – THCS
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: 30/3/2021

Bài 1. *(4 điểm)*

1) Cho biểu thức $A=\frac{9}{x-\sqrt{x}-2}+\frac{2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$ với $x\ge 0$ và $x\ne 4$

Tìm tất cả các giá trị nguyên của x sao cho biểu thức A nhận giá trị nguyên

2) Cho phương trình $x^2-(2m+3)x+m=0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2=9$

Bài 2. *(4 điểm)*

1) Cho parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng (d): y=x+b. Tìm b để đường thẳng (d) cắt parabol tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $OI=\sqrt{\frac{13}{2}}$ (với I là trung điểm của AB).

2) Giải phương trình $x^2+1)(x-1)(x-3)=15(2x-1)^2$

Bài 3. *(4 điểm)*

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (x;y) thỏa mãn: $x^2-3xy+2y^2+6=0$
2) Cho x, y, z là các số nguyên đôi một khác nhau. Chứng minh rằng: $(x-y)^5+(y-z)^5+(z-x)^5$ chia hết cho $5(x-y)(y-z)(z-x)$

Bài 4. *(4 điểm)* Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm (O). Các đường cao AD, BE, CF của ΔABC cắt nhau tại H.

1) Chứng minh AF.AB=AE.AC
2) Chứng minh DH là tia phân giác của $\widehat{EDF}$
3) Giả sử $\widehat{ACB}=60^0$. Chứng minh 2EF+BF=$\sqrt{3}$ CF

Bài 5. *(2 điểm)* Cho tứ giác ABCD có $\widehat{BAD}=60^0$, $\widehat{BCD}=120^0$, tia phân giác của $\widehat{BAD}$ cắt BD tại E. Tia phân giác của $\widehat{BCD}$ cắt BD tại F. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{AB}+\frac{1}{BC}+\frac{1}{CD}+\frac{1}{DA}=\frac{\sqrt{3}}{AE}+\frac{1}{CF}$$

Bài 6. *(2 điểm)* Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x+2y\le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{1}{x^2+4y^2}+\frac{1+3x^2y^2}{xy}$

……..HẾT……..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **TỈNH ĐỒNG NAI**	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9** **NĂM HỌC 2020 – 2021**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**Môn: Toán** Thời gian làm bài: 150 phút, đề gồm một trang có sáu câu.

Câu 1. (6 điểm)

1) Cho ba số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a+c\ge b$ và $\sqrt{a}-\sqrt{b}+\sqrt{c}=\sqrt{a-b+c}$

Tính giá trị của biểu thức $P=a^{2021}-b^{2021}+c^{2021}-(a+b+c)^{2021}$

2) Tìm các số thực x, y, z thỏa mãn $\begin{cases} x=y^2 \\ y=z^2x \\ z=x^2y \end{cases}$

Câu 2. (3 điểm)

Tìm các số nguyên x và y thỏa mãn $x^4+5x^2+x+2=y^2$

Câu 3. (3 điểm)

Hỏi có bao nhiêu số nguyên dương nhỏ hơn 2025 nguyên tố cùng nhau với 2021.

Câu 4. (2,5 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn. Chứng minh $\dfrac{a}{2a+b+c}+\dfrac{b}{2b+c+a}+\dfrac{c}{2c+a+b}\le\dfrac{3}{4}$

Câu 5. (1,5 điểm)

Cho một hình chữ nhật và 17 đường thẳng phân biệt thỏa mãn: Mỗi đường thẳng chia hình chữ nhật đã cho thành hai tứ giác có tỉ lệ diện tích bằng $\dfrac{3}{4}$. Chứng minh rằng trong 17 đường thẳng đã cho tồn tại ít nhất 5 đường thẳng đồng quy tại một điểm.

Câu 6. (4 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ngoại tiếp đường tròn (I) và nội tiếp đường tròn (O). Goi D, E, F lần lượt là giao điểm của ba tia AI, BI, CI với đường tròn (O), biết D khác A, E khác B, F khác C. Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng AD và EF, gọi N là giao điểm của hai đường thẳng OD và EF.

1) Chứng minh I là trực tâm của tam giác DEF.

2) Chứng minh $\dfrac{ME}{MF}.\dfrac{NE}{NF}=\left(\dfrac{DE}{DF}\right)^2$

HẾT

(Thí sinh được sử dụng máy tính cầm tay, không được sử dụng tài liệu)

Họ và tên thí sinh:…………………………….Số báo danh:……….Trường:……………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 01 trang)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút *(không kể thời gian phát đề)*
Ngày thi: 04/04/2021

Câu 1 *(4,5 điểm).*

1) Tính giá trị biểu thức $A=\left(x^{30}-5x^{4}+3\right)^{1975}$, biết $x=\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{1-\sqrt{21-12\sqrt{3}}}}$

2) Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho 9p+1 là lập phương của một số tự nhiên.

Câu 2. *(4,5 điểm).*

1) Giải phương trình $4\sqrt{x+3}-\sqrt{19-3x}=-2x+5$

2) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) sao cho $x^{3}+y^{3}+6xy=-5$

Câu 3 *(4,0 điểm).*

Cho hai đường tròn (O,R) và (O',R') tiếp xúc ngoài với nhau tại điểm H và đường thẳng d là một tiếp tuyến chung ngoài tiếp xúc với (O,R), (O',R') lần lượt tại A, B. Tiếp tuyến chung của hai đường tròn trên tại H cắt đường thẳng d tại M.

1) Chứng minh rằng tam giác MOO' là tam giác vuông.

2) Gọi (I,r) là đường tròn tiếp xúc ngoài với hai đường tròn (O,R), (O',R') và tiếp xúc với đường thẳng d. Tính r theo R, R'.

Câu 4 *(3,0 điểm).*

Cho tam giác ABC vuông tại A. Hai đường trung tuyến AM và BN vuông góc với nhau tại điểm H. Biết diện tích tam giác AMC bằng $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ (đơn vị diện tích). Tính độ dài cạnh AB.

Câu 5 *(2,0 điểm).*

Trong một giải bóng đá có n đội tham gia thi đấu vòng tròn một lượt (hai đội bất kỳ thi đấu với nhau đúng một trận). Ở mỗi trận đấu, đội thắng được 3 điểm, đội hòa được 1 điểm, đội thua 0 điểm. Kết thúc giải, người ta nhận thấy số trận thắng – thua gấp đôi số trận hòa và tổng số điểm của tất cả các đội là 280. Hãy tìm n là số đội bóng tham gia thi đấu.

Câu 6 *(2 điểm).*

Trong một cuộc họp có 6 đại biểu. Người ta nhận thấy cứ ba đại biểu bất kỳ có hai người quen nhau. Chứng minh rằng luôn có ba đại biểu trong đó mỗi người đều quen với hai người còn lại.

-------- HẾT --------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2020 - 2021
Môn thi: **TOÁN**
Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1 (3,0 điểm).

Cho biểu thức $Q=\left(\dfrac{x-2\sqrt{x}}{x-4}-\dfrac{x-x\sqrt{x}-6}{x+\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{1-\sqrt{x}}\right).\dfrac{x+39}{x+3\sqrt{x}-10}$ (với $x\ge 0; x\ne 1; x\ne 4$).

a) Rút gọn Q.
b) Tìm x để Q đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 2 (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng $Oxy,$ cho parabol $(P): y=\dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx+2$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 5 (đơn vị diện tích).

Câu 3 (4,0 điểm).

a) Giải phương trình $2x^2+5x+11=(x+7)\sqrt{2x^2+1}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x+y}\left(\sqrt{y}+1\right)=\sqrt{x^2+y^2}+2 & (1)\\ x\sqrt{y-1}+y\sqrt{x-1}=\dfrac{x^2+4y-4}{2} & (2)\end{cases}$.

Câu 4 (2,0 điểm).

Tìm các số nguyên dương a,b,c thỏa mãn $\dfrac{a-b\sqrt{2021}}{b-c\sqrt{2021}}$ là số hữu tỷ và $a^2+b^2+c^2$ là số nguyên tố.

Câu 5 (7,0 điểm).

1. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H, EF cắt (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB).

a) Chứng minh tam giác APQ cân.
b) Chứng minh $DH.DA=DE.DF$.
c) Chứng minh $MN // BC$.

2. Cho đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC, (I) tiếp xúc với ba cạnh BC, CA, AB lần lượt tại các điểm D, E, F. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh các đường thẳng AM, EF, DI đồng quy.

Câu 6 (2,0 điểm). Cho a,b,c là ba số thực dương, tùy ý. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{\sqrt{ab+b^2}}+\frac{b}{\sqrt{bc+c^2}}+\frac{c}{\sqrt{ca+a^2}}\ge\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

…………….**Hết**……………

Họ và tên thí sinh……………………………………… *Số báo danh……………………*

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP THÀNH PHỐ
Năm học: 2020 – 2021
Môn thi: Toán
Ngày thi: 13 tháng 01 năm 2021
Thời gian làm bài: 150 phút
(Đề thi gồm 01 trang)

Bài I *(5,0 điểm)*

1) Giải phương trình $x^2 - x + 8 = 4\sqrt{x+3}$

2) Cho a, b, c là các số thực dương đôi một khác nhau. Chứng minh biểu thức $K = \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-a)}$ có giá trị nguyên.

Bài II *(5,0 điểm)*

1) Biết a, b, c là các số nguyên thỏa mãn a+b+c chia hết cho 3 và ab-bc-ca chia hết cho 3. Chứng minh ab-bc-ca chia hết cho 9.

2) Cho đa thức $P(x) = x^3\text{+ax+b}$ có nghiệm $1+\sqrt{3}$ *(a, b là các số hữu tỉ)*. Chứng minh P(x) chia hết cho đa thức $x^2 - 2x - 2$.

Bài III *(2,0 điểm)*

Với các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$

Bài IV *(6,0 điểm)*

Cho đường tròn (I) nội tiếp tam giác nhọn ABC (AB<AC). Đường tròn (I) tiếp xúc với BC, CA lần lượt tại D, E. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với BI, cắt AI tại J. Gọi P là hình chiếu vuông góc của J trên BC.

1) Chứng minh BD=CP

2) Gọi N là giao điểm của hai đường thẳng AJ và BC. Chứng minh $\frac{1}{AI} + \frac{1}{\text{AJ}} = \frac{2}{AN}$.

3) Gọi Q là giao điểm của hai đường thẳng JP và DE. Gọi K là trung điểm của PQ. Chứng minh BK vuông góc với AP.

Bài V *(2,0 điểm)*

1) Tìm tất cả các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn $3^x + 2^y = 1 + 2^z$.

2) Cho một hình chữ nhật có diện tích bằng 1. Năm điểm phân biệt được đặt tùy ý vào hình chữ nhật sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng (mỗi điểm trong năm điểm đó có thể được đặt trên cạnh hoặc đặt nằm trong hình chữ nhật).

a) Chứng minh mọi tam giác tạo bởi ba điểm trong năm điểm đã cho đều có diện tích không vượt quá $\frac{1}{2}$.

b) Với mỗi cách đặt năm điểm vào hình chữ nhật như trên, gọi N là số tam giác có ba đỉnh là ba điểm trong năm điểm đó và có diện tích không vượt quá $\frac{1}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của N.

---------HẾT----------

Giám thị không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh……………………………………….   Số báo danh:……………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang, gồm 13 câu)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC: 2020 – 2021
PHẦN THI CÁ NHÂN
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

I. PHẦN GHI KẾT QUẢ *(10 điểm, thí sinh chỉ cần ghi kết quả vào tờ giấy thi)*

Câu 1. Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{3+\sqrt{5+2\sqrt{3}}}+\sqrt{3-\sqrt{5+2\sqrt{3}}}$

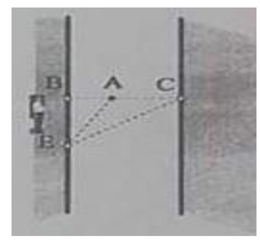
Câu 2. Tính giá trị của biểu thức $M=\dfrac{\sqrt{x^2-6x+16}}{x^3-5x^2+x-1}$ khi $x=3+\sqrt{2}$

Câu 3. Có 5 chữ cái C, O, V, I, D để biểu thị 5 chữ số khác nhau và khác 0. Tổng của 5 chữ số COVID, DCOVI, IDCOV, VIDCO, OVIDC là 277775. Tính C+O+V+I+D.

Câu 4. Để tổ chức kỳ thi HSG lớp 9 Hội đồng thi X dự định sắp xếp mỗi phòng thi 15 thí sinh thì lấy thừa ra 2 em. Nếu bớt đi một phòng thì tất cả thí sinh dự thi vừa đủ chia đều cho các phòng còn lại. Hỏi Hội đồng thi X có tất cả bao nhiêu thí sinh dự thi. Biết rằng các thí sinh dự thi các môn khác nhau có thể ngồi cùng một phòng và mỗi phòng thi không được xếp quá 22 thí sinh.

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2a^2+b^2-2ab-8a+2b+12$

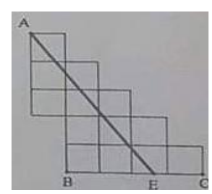
Câu 6. Để đo khoảng cách từ chiếc thuyền đang đậu ở vị trí A đến bờ sông bên kia. Nam xác định các điểm B, C ở hai bờ sông sao cho A, B, C thẳng hàng và BC vuông góc với hai bờ sông (giả thuyết hai bờ sông song song với nhau), rồi chọn một điểm E ở bờ sông bên này (cùng bờ với Nam) (Hình bên). Tiến hành đo được BE=90m và các góc $\widehat{BEA}=30^0, \widehat{BEC}=60^0$. Hỏi Nam tính được khoảng cách từ chiếc thuyền đến bờ sông bên kia bằng bao nhiêu?



Câu 7. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(x+1)-y(y+1)=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$

Câu 8. Cho đường thẳng d: $y=(2m-3)x-1$. Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng d cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 4.

Câu 9. Hình bên gồm 13 hình vuông đều có diện tích bằng 1 cm^2. Các điểm A, B, C là các đỉnh của các hình vuông (như hình vẽ). Điểm E nằm trên cạnh BC sao cho AE chia hình gồm 13 hình vuông bên thành hai phần có diện tích bằng nhau. Tính độ dài đoạn BE.



Câu 10. Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}=90^0, \widehat{ABC}=20^0$. Các điểm P và Q lần lượt nằm trên cạnh AC, AB sao cho $\widehat{ABP}=10^0$ và $\widehat{ACQ}=30^0$. Tính $\widehat{PQA}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN *(10 điểm, thí sinh trình bày lời giải vào tờ giấy thi)*

Câu 11. *(3 điểm)* Giải phương trình $(x^2-1)(x+3)(x+5)=9$

Câu 12. (5 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O. Gọi M là trung điểm AB. Lấy hai điểm D, E lần lượt nằm trên cạnh AB, AC sao cho BD<DA, AE<EC và OD=OE.

a. Chứng minh rằng $OA^2-OD^2=DA.DB$

b. Gọi G, H, K lần lượt là trung điểm của đoạn BE, CD và ED. Chứng minh rằng $\widehat{KGH}=\widehat{EKH}$

Câu 13. *(2 điểm)* Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2+z^2+2xyz=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=xy+yz+zx-xyz$

……..HẾT……..

UBND TỈNH HẢI DƯƠNG **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9

NĂM HỌC 2020 – 2021

MÔN THI: TOÁN

Ngày thi: 27/01/2021

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

(Đề thi gồm 05 câu, 01 trang)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A=\left(\dfrac{\sqrt{x-y}}{\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}}+\dfrac{x-y}{\sqrt{x^2-y^2}-x+y}\right).\dfrac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2-y^2}}$ với x > y > 0.

2. Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn:

$|a+b+c-2020|+\sqrt{2020(ab+bc+ca)-abc}=0$. Tính $P=\dfrac{1}{a^{2021}}+\dfrac{1}{b^{2021}}+\dfrac{1}{c^{2021}}$.

Câu 2. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình : $\dfrac{3x^2-17x+27}{4x-9}=\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}-1}$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 1+\dfrac{y}{x}+\dfrac{1}{xy}=\dfrac{9}{x^2} \\ x^2+xy-4=\dfrac{4y}{x} \end{cases}$

Câu 3. (2,0 điểm)

1. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức: $2x^2 + y^2 + 3xy + 3x + 2y + 3 = 0$.

2. Cho a, b, c là các số nguyên thỏa mãn : (a - b)(b - c)(c - a) = a + b + c.

Chứng minh a + b + c chia hết cho 27.

Câu 4. (3,0 điểm)

1. Cho đường tròn (O; R) và một điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R). Qua A lần lượt kẻ các tiếp tuyến AB, AC đến với đường tròn (O; R) (B, C là các tiếp điểm). Lấy điểm D thuộc đường tròn (O; R) sao cho BD song song với AO, đường thẳng AD cắt đường tròn (O; R) tại điểm thứ hai là E. Gọi M là trung điểm của AC.

a) Chứng minh ME là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).

b) Từ D kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O; R), tiếp tuyến này cắt ME tại T. Gọi r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính các đường tròn nội tiếp của ΔOME, ΔOTE, ΔOMT. Chứng minh khi A thay đổi thì $r_1 + r_2 + r_3$ luôn không đổi.

2. Cho tam giác ABC có ba góc nhon. Chứng minh $\sin^2A + \sin^2B + \sin^2C > 2$.

Câu 5. (1,0 điểm) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: 2xy + 5yz + 6zx = 18xyz.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{16xy}{y+2x}+\dfrac{25yz}{4z+y}+\dfrac{81zx}{x+4z}$.

…………………….. HẾT …………………………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH** **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** *(Đề thi gồm 01 trang)*	**KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP THÀNH PHỐ** **KHÓA THI NGÀY 17.3.2021** **Môn thi: TOÁN** **Thời gian làm bài: 120 phút** *(Không kể thời gian phát đề)*

Bài 1. *(3 điểm)*

Cho hai số a, b thỏa mãn điều kiện a-b=1

Tính giá trị của biểu thức: $P = a^4 - 4ab^3 + 3a^2b^2 - a^3b - 3a^2b + b^4$

Bài 2. *(3 điểm)*

Giải phương trình: $x^2(2-x)^2 = 3(1-x) - 5$

Bài 3. *(4 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A có đường phân giác trong BD ($D \in AC$). Đường tròn (BCD) cắt cạnh AB tại E. Chứng minh AE+AB=BC.

Bài 4. *(3 điểm)*

Cho bốn số thực a, b, c, d thỏa điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4$. Chứng minh bất đẳng thức:

$$(a+2)(b+2) \geq cd$$

Bài 5. *(4 điểm)*

Cho tứ giác ABCD (AB không song song với CD) nội tiếp đường tròn (O) và M là điểm chính giữa của cung nhỏ AB. Các dây MC, MD cắt AB lần lượt tại các điểm F, E.

a) Chứng minh tứ giác CDEF nội tiếp.

b) Gọi I là giao điểm của MC và MD. Gọi J là giao điểm của MD và AC.

Chứng minh: IJ song song với AB.

c) Đường thẳng IJ cắt AD, BC, CD lần lượt tại các điểm P, Q, K.

Chứng minh: KP.KQ=KI.KJ

Bài 6. *(3 điểm)*

Cho phương trình x^2+ax+b=0 (1) với a, b là các tham số nguyên. Giả sử phương trình (1) có một nghiệm là $2-\sqrt{3}$.

a) Tìm a, b.

b) Chứng minh rằng $A = \left(2+\sqrt{3}\right)^{2021} + (2-\sqrt{3})^{2021}$ là một số nguyên và A chia hết cho 4.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HƯNG YÊN **ĐỀ CHÍNH THỨC**	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP TỈNH** **NĂM HỌC 2020 – 2021** **Môn thi: Toán** *Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề*

Câu 1. (4,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $B=(10x^2-30x+11)^{2020}+\dfrac{(2x^2-6x+3)^{2021}}{x^5-3x^4+x^3-1}$ khi $x=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

b) Tìm các cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn $x^2-(2y+3)x-y+1=0$

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Giải phương trình $x^2-x-4=2\sqrt{x-1}(1-x)$

b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm M, N là hai điểm phân biệt di động lần lượt trên trục hoành và trục tung sao cho đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định I(1;2). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{OM^2}+\dfrac{1}{ON^2}$.

Câu 3. (4,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3+y^3=65 \\ x^2y+xy^2=20 \end{cases}$

b) Một nhóm học sinh được giao sắp xếp 810 quyển sách vào tủ ở thư viện trong một thời gian nhất định. Khi bắt đầu làm việc, nhóm được bổ sung thêm học sinh nên mỗi giờ nhóm sắp xếp nhiều hơn dự định 110 quyển sách. Vì vậy không những hoàn thành trước dự định 1 giờ 30 phút mà còn vượt mức được giao 60 quyển sách. Hỏi số quyển sách mỗi giờ nhóm dự định sắp xếp là bao nhiêu?

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{AB.\sin C}+\sqrt{BC.\sin A}+\sqrt{CA.\sin B}=\sqrt{(AB+BC+CA)(\sin A+\sin B+\sin C)}$$

Câu 5. (4,0 điểm)

Cho đường tròn (O;R) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy E là điểm bất kỳ nằm trên cung nhỏ AD (E không trùng với A và D). Đường thẳng EC cắt OA tại M, đường thẳng EB cắt OD tại N.

a) Chứng minh rằng: AM.ED=$\sqrt{2}$.OM.AE

b) Xác định vị trí của điểm E để tổng $\dfrac{OM}{AM}+\dfrac{ON}{DN}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Câu 6. (2,0 điểm)

Cho các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a+b+c\le\dfrac{3}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=(3+\frac{1}{a}+\frac{1}{b})(3+\frac{1}{b}+\frac{1}{c})(3+\frac{1}{c}+\frac{1}{a}).$$

............HẾT............

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **KHÁNH HÒA** **ĐỀ CHÍNH THỨC**	**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI** **NĂM HỌC 2020 - 2021** Môn: Toán – Lớp: 9 Thời gian làm bài: 150 phút **Ngày: 3/12/2020** *(Đề thi gồm: 01 trang)*

Câu 1. *(4,0 điểm)*

a) Rút gọn $A=\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}$.

b) Cho các số thực x,y,z thỏa mãn $x+y+z=3$ và $x^2+y^2+z^2=xy+yz+zx$. Tính giá trị của biểu thức $B=x^{2020}+y^{2020}+z^{2020}+xyz$.

Câu 2. *(4,0 điểm)*

a) Cho đa thức $f(x)=x^2+bx+c$ biết rằng $f(x)$ chia cho $x+4$ dư 3, chia cho $x-1$ dư 8. Tìm b,c.

b) Giải phương trình: $\dfrac{\left(x^2-x-3\right)\left(x^2-3x-3\right)+x^2}{x+1}=0$.

Câu 3. *(5,0 điểm)*

a) Chứng minh rằng $a^2+b^2\ge\dfrac{(a+b)^2}{2}\ge 2ab$ với mọi số thực a,b.

b) Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn điều kiện $abc=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=\frac{1}{a^2+2b^2+3}+\frac{1}{b^2+2c^2+3}+\frac{1}{c^2+2a^2+3}.$$

Câu 4. *(5,0 điểm)*

Cho hình vuông $ABCD$. Điểm I thay đổi trên đường chéo BD (điểm I khác B và D). Gọi M,N theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ I đến AB và AD.

a) Chứng minh rằng $IM+IN$ không đổi.

b) Đường thẳng d đi qua I và vuông góc với MN. Chứng minh đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định.

c) Xác định vị trí điểm I để tam giác CMN có diện tích nhỏ nhất.

Câu 5. *(3,5 điểm)*

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (a,b) sao cho: $\dfrac{a^2b+1}{a+1}$ và $\dfrac{a+1}{b-1}$ là các số nguyên.

b) Trên bản đồ có 2021 đồng xu. Hai bạn An và Bình thực hiện một số trò chơi bằng cách đi lần lượt như sau: mỗi người, đến lượt của mình sẽ lấy đi một số các đồng xu sao cho nó là ước của số các đồng xu hiện có trên bàn. Người lấy đồng xu lượt cuối cùng là thua. Nếu An đi trước, Bình sẽ dùng chiến thuật như thế nào để chiến thắng?

-----HẾT------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KON TUM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2020 – 2021

Môn thi: **TOÁN**
Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 20/3/202.

Bài 1.

a) Tính giá trị của biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{4+\sqrt{2}}+\sqrt{4-\sqrt{2}}}{\sqrt{4+\sqrt{2}}-\sqrt{4-\sqrt{2}}}-\sqrt{15-4\sqrt{14}}$

b) Cho hàm số $y=f(x)=\left(m^2-3m+5\right)x-m+2$ (m là tham số). Đồ thị của nó là đường thẳng Δ. Xác định các giá trị của m để đường thẳng Δ cắt trục Ox tại A, cắt trục Oy tại B (A và B khác O) sao cho OB=3OA.

Bài 2.

a) Cho a, b là các số nguyên thỏa mãn $(2-a^2-b^2)(a+b)^2=4ab+(1-ab)^2$

Chứng minh rằng $M=\dfrac{\sqrt{1+ab}}{a^2+b^2+ab}$

b) Cho hình thang ABCD có $A=D=90^0$; AB=7cm; BC=10cm; DC=13cm. Gọi M là trung điểm của BC, đường trung trực của đoạn BC cắt đường thẳng AD tại N. Tính độ dài đoạn MN.

Bài 3:

Trên đường thẳng d lấy ba điểm A, B, C theo thứ tự đó thỏa mãn AB = 36 cm, AC = 60 cm. Đường tròn (O) đi qua điểm B và C có tâm O không nằm trên đường thẳng AC. Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Đường thẳng BC cắt MN tại K, đường thẳng AO cắt MN tại H và đường tròn (O) tại các điểm P, Q (P nằm giữa A và Q).

a) Tính độ dài đoạn AK.

b) Gọi D là trung điểm của HQ, qua H kẻ đường thẳng vuông góc MD cắt đường thẳng MP tại E. Chứng minh rằng P là trung điểm của ME.

Bài 4.

a) Giải phương trình $10\sqrt{x-5}+x^2+124=25x$

b) Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x+y\neq 1$ và $x^2-3y^2-2xy-2(x-y)+1=0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=y^2+2x+11$

------HẾT------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO LAI CHÂU

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn thi: **TOÁN**
Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 11/4/2021

Bài 1. Cho biểu thức $A=\left(1-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}+\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}\right)$

a) Rút gọn biểu thức A

b) So sánh A với $-\frac{5}{2}$

Bài 2.

a) Chứng minh rằng $2021.(43^{43}-17^{17})+2020$ chia hết cho 5.

b) Giải phương trình $(x+3)(x-1)+\sqrt{(x+1)^2+2}=0$

Bài 3.

1) Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+2m+10=0$

a) Tìm m để phương trình có nghiệm.

b) Giả sử phương trình có hai nghiệm x_1, x_2.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x_1^2+x_2^2+8x_1x_2$

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^2+xy-2y^2=0\\ xy+3y^2+x=3\end{cases}$

Bài 4. Cho đường tròn (O;R) có đường kính AB cố định. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C sao cho AC = R. Qua C kẻ đường thẳng d vuông góc với CA. Lấy điểm M bất kỳ trên đường tròn (O) không trùng với A, B. Tia BM cắt đường thẳng d tại P. Tia CM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N, tia PA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là Q.

a) Chứng minh tứ giác ACPM nội tiếp.

b) Chứng minh rằng PC song song với NQ.

c) Chứng minh rằng trọng tâm G của tam giác CMB luôn nằm trên một đường tròn cố định khi M thay đổi trên đường tròn (O).

Bài 5. Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn x+y+z=2.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2}{y+z}+\frac{y^2}{z+x}+\frac{z^2}{x+y}$

-----HẾT------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LÂM ĐỒNG

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2020 – 2021

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

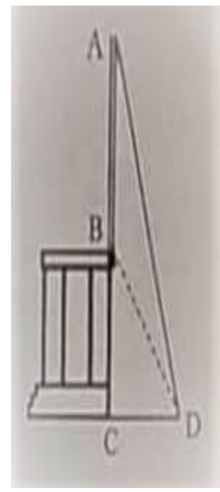
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút
Ngày thi: 05/03/2021

Câu 1. *(2,0 điểm)* Phân tích đa thức thành nhân tử $(x+1)^3+(1-2x)^3+(x-2)^3$.

Câu 2. *(2,0 điểm)* Chứng minh n^2+4n+5 không chia hết cho 8 với mọi n là số lẻ.

Câu 3. *(2,0 điểm)* Cho hình thang cân ABCD (AB//CD) có đường chéo vuông góc với cạnh bên. Biết AB = 7cm, DC = 25cm. Tính chu vi của hình thang.

Câu 4. *(2,0 điểm)* Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(y+2)+y=14 \\ x^3+3x^2+3x=y+1 \end{cases}$



Câu 5. *(2,0 điểm)* Cột ăng ten dài 12 mét được dựng trên mái của một ngôi nhà và có các dây cáp neo từ ăng ten xuống mặt đất. Dây cáp AD được neo từ đỉnh của ăng ten xuống cọc D Dưới mặt đất như hình vẽ (A, B, C nằm trên một đường thẳng vuông góc với CD). Một kỹ sư đã đặt máy và đo được $CBD=30^0$, $ADB=18^0$. Tính độ dài dây neo AD. Biết $\sin 18^0 \approx 0,31$; $\cos 18^0 \approx 0,95$.

Câu 6. *(1,5 điểm)* Lấy điểm C trên nửa đường tròn đường kính AB sao cho AC lớn hơn BC. Tiếp tuyến của nửa đường tròn tại C cắt tiếp tuyến tại A ở D và cắt AB ở E. Gọi H là hình chiếu của A trên DC. Chứng minh DC.CE = CH.DE.

Câu 7. *(1,5 điểm)* Cho một tam giác có độ dài ba cạnh là x, y, z thỏa mãn: $\sqrt{x}+\sqrt{y}-\sqrt{z}=\sqrt{x+y-z}$. Chứng minh tam giác đó là tam giác cân.

Câu 8. *(1,5 điểm)* Trên quãng đường AB dài 6 km, cùng một thời điểm người thứ nhất đi từ A đến B và người thứ hai đi từ B đến A. Sau khi gặp nhau người thứ nhất đi tiếp nửa giờ thì đến B và người thứ hai đi tiếp hai giờ thì đến A. Biết vận tốc hai người không thay đổi trên suốt chặng đường. Tính vận tốc mỗi người.

Câu 9. *(1,5 điểm)* Lấy điểm B nằm trên nửa đường tròn đường kính AD (B khác A và D). Trên cung DB lấy điểm C (C khác B và D). Gọi E là giao điểm của AC và BD, F là giao điểm của hai đường thẳng AB và CD. Chứng minh $\frac{S_{DAC}}{S_{EAD}}+\frac{S_{ABCD}}{S_{FAD}}=1$

Câu 10. *(1,5 điểm)* Cho ba số thực x, y, z. Chứng minh:

$$\frac{x}{y+2z}+\frac{y}{z+2x}+\frac{z}{x+2y}\geq 2-\frac{x}{y+2z}-\frac{y}{z+2y}-\frac{z}{x+2z}$$

Câu 11. *(1,0 điểm)* Cho hình bình hành ABCD có góc A là góc tù. Kẻ AM vuông góc với DC tại M (M nằm giữa D và C) và AN vuông góc với BC tại N (N nằm giữa B và C). Kẻ DI vuông góc với đường thẳng MN tại I và BK vuông góc với đường thẳng MN tại K. Chứng minh MI bằng NK.

Câu 12. *(1,5 điểm)* Cho một dãy các số tự nhiên liên tiếp bắt đầu từ 1. Người ta xóa đi một số thì trung bình cộng của các số còn lại bằng $35\frac{7}{17}$. Tìm số bị xóa

---HẾT---

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH LẠNG SƠN

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn thi: Toán lớp 9 THCS
Thời gian: 150 phút (*không kể thời gian giao đề*)
Ngày thi: 18/3/2021

Bài 1: (4 điểm)

Cho biểu thức:

$$P=\left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{1+\sqrt{xy}}-\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{1-\sqrt{xy}}\right):\left(1+\frac{x+y+2xy}{1-xy}\right) \text{ với } x\geq 0; y\geq 0; xy\neq 1.$$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của P với $y=9+4\sqrt{5}$.

Bài 2: (4 điểm)

Cho phương trình $mx^2+2(m-2)x+m-3=0$ (m là tham số).

a) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

b)Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn: $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}=2$.

Bài 3: (4 điểm)

(a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy+x+y=x^2-2y^2 \\ x\sqrt{2y}-y\sqrt{x-1}=2x-2y \end{cases}$

b) Tìm tất cả các số nguyên dương x,y,z thỏa mãn phương trình

$x^6+y^6+15y^4+z^3+75y^2=3x^2y^2z+15x^2z-125$

Bài 4: (**6 điểm**)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Gọi H là một điểm di động trên đoạn thẳng OA (H khác O và $HA>HO$). Đường thẳng đi qua H và vuông góc với OA cắt cung nhỏ AB tại M. Gọi K là hình chiếu vuông góc của M trên OB.

a) Chứng minh $\widehat{BMK}=\widehat{MAB}$.

b) Các tiếp tuyến của $(O;R)$ tại A và B cắt tiếp tuyến tại M của $(O;R)$ lần lượt tại D và E. OD,OE cắt AB lần lượt tại F và G. Chứng minh rằng $OE.OG=OF.OD$

c) Tìm vị trí điểm H để chu vi tam giác MAB đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5: (2 điểm)

a) Cho a,b,c là các số thực dương thoả mãn $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=6$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=\frac{b^2c^2}{a(b^2+c^2)}+\frac{c^2a^2}{b(c^2+a^2)}+\frac{a^2b^2}{c(a^2+b^2)}$.

b) Cho mỗi điểm trên mặt phẳng được tô bởi một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác mà ba đỉnh và trọng tâm cùng màu.

- - - - - - - - - - - - -HẾT - - - - - - - - - - - - -

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LÀO CAI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn: Toán
Thời gian: 150 phút *(Không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi 16/03/2021
(Đề thi gồm 01 trang, 05 câu)

Câu 1 (4,0 điểm). Cho biểu thức $P=(\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{2\sqrt{x}}{3x+2\sqrt{x}}-\frac{9x+\sqrt{x}+1}{3x-\sqrt{x}-2}):\frac{3\sqrt{x}+1}{7x-7\sqrt{x}}$,

$(x>0, x\neq 1)$.

a) Rút gọn biểu thức P .
b) Tìm x sao cho P nhận giá trị là một số nguyên.

Câu 2 (6,0 điểm).

a) Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+2m-5=0$, (x là ẩn,m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1-x_2|=2\sqrt{2}$.

b) Lúc 7 giờ sáng một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B với khoảng cách là 18 km . Sau khi đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường do xe bị hỏng nên người đó phải dừng lại sửa mất 20 phút rồi đi tiếp trên đoạn đường còn lại với vận tốc kém vận tốc lúc đầu là 8 km/h . Khi đến B người đónghỉ lại 30 phút rồi trở về A với vận tốc bằng một nửa vận tốc đi trên $\frac{1}{3}$ quãng đường AB đầu tiên. Biết người đó trở về A lúc 10 giờ 20 phút sáng cùng ngày. Hỏi xe đạp hỏng lúc mấy giờ?

c) Giải hệ phương trình $\begin{cases}(x+1)^2+y^2=xy+y+1\\2y^3=x+y+1\end{cases}$

Câu 3 (6,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn có AB < AC . Gọi D là trung điểm của BC . Hai đường cao BE và CF cắt nhau tại H . Đường tròn tâm O ngoại tiếp ΔBDF và đường tròn tâm O' ngoại tiếp ΔCDE cắt nhau tại I (I khác D), EF cắt BC tại K . Chứng minh
a) Tứ giác AEIF nội tiếp.
b) Tam giác DCA đồng dạng với tam giác DIC .
c) Ba đường thẳng BE,CF,KI đồng quy.

Câu 4 (2 điểm). Cho 3 số thực dương a,b,c thỏa mãn: $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{a^2b^2}{c(a^2+b^2)}+\frac{b^2c^2}{a(b^2+c^2)}+\frac{a^2c^2}{b(a^2+c^2)}$.

Câu 5 (2,0 điểm). Giải phương trình nghiệm nguyên: $y^4+2y^3-y^2-2y-x^2-x=0$

-----------------------HẾT-----------------------

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay!
Chữ ký của giám thị số 1:……………….......... Chữ ký của giám thị số 2:………………..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **NAM ĐỊNH** **ĐỀ CHÍNH THỨC**	**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI** **NĂM HỌC 2020 - 2021** Môn: **Toán** – Lớp: **9** Thời gian làm bài: 150 phút (Đề thi gồm: 01 trang)

Câu 1: (3,0 điểm)

1) Cho $P=\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt[3]{(a+3)\sqrt{a}-3a-1}:\left(\dfrac{a-4}{3(\sqrt{a}-2}-1\right)$ với $a\ge 0; a\ne 1; a\ne 4$

Rút gọn biểu thức P.

2) Tìm tất cả các số thực x, y, z thỏa mãn điều kiện $2\sqrt{x}+2\sqrt{y-x}+3\sqrt{z-y}=\dfrac{1}{2}(z+17)$

Câu 2. (5,0 điểm)

1) Giải phương trình $6x\sqrt{2x^3+7}=6x^3+2x+22-4\sqrt{2x^3+7}$

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy^2+3x^2=2y \\ x^2y+y^2=-2x \end{cases}$

Câu 3. (3,0 điểm)

1) Tính tổng tất cả các số nguyên x thỏa mãn $x^2+x-a=0$ với a là số nguyên tố.

2) Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình $(x+y)^2+y+3x=z^2+1$

Câu 4. (7,0 điểm) Trên đường tròn (O) lấy ba điểm A, B,C sao cho tam giác ABC nhọn. Gọi AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC; đường thẳng EF cắt đường thẳng BC tại P . QuaD kẻ đường thẳng song song với đường thẳng EF cắt đường thẳng AC và AB lần lượt tại Q và R, M là trung điểm của BC .

1) Chứng minh tứ giác BQCR là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh hai tam giác EPM và DEM đồng dạng.

3) Giả sử BC là dây cung cố định không đi qua tâm O, A di động trên cung lớn BC của đường tròn (O). Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5. (2,0 điểm)

1) Cho 2021 số tự nhiên từ 4 đến 2024 trên bảng, mỗi lần thay một hoặc một vài số bởi tổng các chữ số của nó cho đến khi trên bảng chỉ còn lại các số từ 1 đến 9. Hỏi cuối cùng, trên bảng có bao nhiêu số 3, bao nhiêu số 7?

2) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^3+y^3+z^3=24$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M=\frac{xyz+2(x+y+z)^2}{xy+yz+zx}-\frac{8}{xy+yz+zx+1}$$

------------Hết------------

Họ và tên thí sinh:............................. Số báo danh:..........................Ký tên:..................................

Họ, tên và chữ ký của GT 1:................................Họ, tên và chữ ký của GT 2:...............................

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NGHỆ AN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2020 - 2021
Môn thi: **TOÁN – BẢNG A**
Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1 (3,0 điểm).

a) Tìm tất cả các giá trị nguyên của a để $A = a^2 + 4a + 2021$ là một số chính phương.

b) Cho đa thức P(x) với các hệ số nguyên thỏa mãn P(2019).P(2020)=2021.

Chứng minh rằng đa thức P(x)−2022 không có nghiệm nguyên.

Câu 2 (6,5 điểm).

a) Giải phương trình $x^2 - 5x + 2 = 2\sqrt{x-1} - \sqrt[3]{x+3}$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} y^2 - y(x^2 - x - 1) = x^2 - x \\ y(x^2+1) - x^3 + x^2 = 2 \end{cases}$

Câu 3 (1,5 điểm). Cho ba số thực không âm a,b,c thỏa mãn ab+ bc + ca =1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{a^2+b^2+c^2+3}{a+b+c-abc}$

Câu 4 (6,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC có D,E,F lần lượt là chân các đường cao kẻ từ ba đỉnh A,B,C của tam giác. Gọi H là trực tâm tam giác ABC và K là trung điểm của HC.

a) Chứng minh rằng 4 điểm E,K,D,F cùng thuộc một đường tròn.

b) Đường thẳng đi qua K song song với BC cắt DF tại M. Trên tia DE lấy điểm P sao cho $MAP = BAC$. Chứng minh rằng $\dfrac{S_{AMF}}{S_{AMP}} = \dfrac{MF}{MP}$ *(Trong đó* S_{AMF}, S_{AMP} *lần lượt là diện tích các tam giác* AMF *và* AMP*).*

Câu 5 (3,0 điểm).

a) Cho hình thoi ABCD có AB= a. Gọi R_1,R_2 lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp của các tam giác ABC và ABD. Chứng minh rằng $R_1 + R_2 \ge a\sqrt{2}$.

b) Cho đa giác đều có 2021 đỉnh, sao cho mỗi đỉnh của đa giác đó chỉ được tô bằng một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Chứng minh rằng tồn tại 3 đỉnh của đa giác đã cho là các đỉnh của một tam giác cân mà các đỉnh đó được tô cùng một màu.

……………**Hết**……………

Họ và tên thí sinh…………………………………… Số báo danh……………………

Chú ý: Thí sinh không được phép sử dụng máy tính bỏ túi.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NGHỆ AN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2020 - 2021
Môn thi: **TOÁN – BẢNG B**
Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1 (3,0 điểm).

c) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn $x^2 - y^2 = 6x + 8$.

d) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \in N^*$ thì $n^3 + 5n$ chia hết cho 6.

Câu 2 (6,5 điểm).

c) Giải phương trình $x - 6 = \sqrt{6 - x} - \sqrt{x - 1}$

d) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + 5x = y^3 + 5y \\ x^4 + y^2 = 2 \end{cases}$

Câu 3 (1,5 điểm). Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + z = 3xy$.

Chứng minh rằng $\dfrac{x}{y+z} + \dfrac{y}{x+z} + \dfrac{x^3 + y^3}{16z} \geq \dfrac{7}{8}$.

Câu 4 (6,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC có D,E,F lần lượt là chân các đường cao kẻ từ ba đỉnh A,B,C của tam giác. Gọi H là trực tâm tam giác ABC và K là trung điểm của HC.

c) Chứng minh rằng 4 điểm E, K, D, F cùng thuộc một đường tròn.

d) Đường thẳng đi qua K song song với BC cắt DF tại M. Trên tia DE lấy điểm P sao cho $MAP = BAC$. Chứng minh rằng MA là phân giác FMP

Câu 5 (3,0 điểm).

a) Cho hình thoi ABCD có AB= a. Gọi R_1,R_2 lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp của các tam giác ABC và ABD. Chứng minh rằng $\dfrac{1}{R_1^2} + \dfrac{1}{R_2^2} = \dfrac{4}{a^2}$.

b) Cho đa giác đều có 2021 đỉnh, sao cho mỗi đỉnh của đa giác đó chỉ được tô bằng một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Chứng minh rằng tồn tại 3 đỉnh của đa giác đã cho là các đỉnh của một tam giác cân mà các đỉnh đó được tô cùng một màu.

……………**Hết**……………

Họ và tên thí sinh………………………………… Số báo danh……………………

Chú ý: Thí sinh không được phép sử dụng máy tính bỏ túi.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2020 - 2021
Môn: **Toán** – Lớp: 9
Thời gian làm bài: 150 phút
(Đề thi gồm: 01 trang)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho biểu thức : $P=\dfrac{\sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}}}{\sqrt{x-2}-1}$, khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. $P=1$ khi $2\le x<3$. **B.** $P=1$ khi $x>3$.
C. $P=-1$ khi $x>3$. **D.** $P=1$ khi $x\ne 3$.

Câu 2. Cho x, y là các số thực thoả mãn đẳng thức: $\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\left(y+\sqrt{1+y^2}\right)=1$. Giá trị của biểu thức $A=x^3+y^3$ bằng:

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 3. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hai đường thẳng $(d): y=\left(m^2-1\right)x+4$ và $(d'): y=3x+m+2$ song song với nhau?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 4. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy cho $M(x;y)$ với x, y thoả mãn hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=1+10m \\ x-y=5+11m \end{cases}$

Tìm giá trị của m để điểm $M\in(d): y=x+1$.

A. $m=\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $m=\dfrac{3}{11}$. **D.** $m=-\dfrac{6}{11}$.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị của m để hệ phương trình: $\begin{cases} mx+y=-1 \\ x+y=-m \end{cases}$ có nghiệm duy nhất thoả mãn đẳng thức $x=y(2-y)$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6. Cho Parabol $(P): y=-\dfrac{1}{4}x^2$ và điểm $I(0;-1)$. Biết đường thẳng (d) qua I với hệ số góc luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Độ dài nhỏ nhất của AB là :

A. 4. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 7. Cho phương trình: $\dfrac{x^3+2x+7}{x^3+2x+3}=x^2+2x+1$. Gọi S là tích tất cả các nghiệm của phương trình. Giá trị của S là :

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -1.

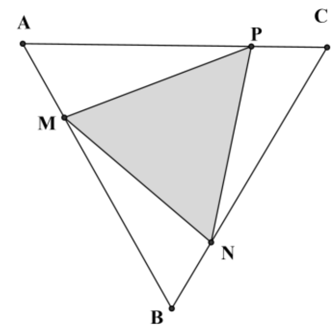
Câu 8. Có bao nhiêu giá trị của tham số a khác 0 để một trong các nghiệm của phương trình $x^2-8x+4a=0$ gấp đôi một trong các nghiệm của phương trình $x^2-x-4a=0$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 9. Cho tam giác ABC, trung tuyến AM. Các tia phân giác của các góc AMB, AMC cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự tại D và E. Biết $BC=8cm$, $AM=6cm$. Độ dài đoạn thẳng DE bằng

A. $5cm$. **B.** $4,5cm$. **C.** $5,2cm$. **D.** $4,8cm$.

Câu 10. Cho tam giác ABC đều cạnh $4a$. Gọi M, N, P là các điểm di động trên các cạnh AB, AC, CA sao cho $AM=BN=CP$ (như hình vẽ bên). Giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác MNP là



A. $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **B.** $2a^2\sqrt{3}$.

C. $a^2\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

Câu 11. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $48cm^3$. Gọi E, E' lần lượt là trung điểm của các cạnh CD, $C'D'$. Thể tích của lăng trụ $ABE.A'B'E'$ bằng:

A. $12cm^3$. **B.** $24cm^3$. **C.** $36cm^3$. **D.** $16cm^3$.

Câu 12. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD. Giá trị của $\cos AMN$ là:

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

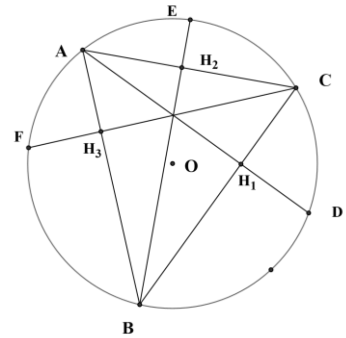
Câu 13. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Gọi I là điểm nằm trong hình vuông sao cho $ABI=BAI=15^\circ$. Giá trị của $IC+ID$ bằng:

A. $\dfrac{7a}{3}$. **B.** $\dfrac{5a}{3}$. **C.** $\dfrac{5a}{2}$. **D.** $2a$.

Câu 14. Cho tam giác ABC vuông tại A, gọi r, R lần lượt là bán kính đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác ABC. Biết $AB=3cm$, $AC=4cm$. Tỉ số $\dfrac{r}{R}$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Câu 15. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AH_1, BH_2, CH_3 cắt đường tròn (O) theo thứ tự ở D, E, F. Tính $\frac{AD}{AH_1}+\frac{BE}{BH_2}+\frac{CF}{CH_3}$. Ta được kết quả là:



A. $\frac{9}{2}$. **B.** 4.

C. $\frac{13}{3}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Câu 16. Từ danh sách giới thiệu giáo viên tham gia làm đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 môn Toán, trong đó có 6 giáo viên nam và 4 giáo viên nữ, thầy Hồng phụ trách muốn chọn 3 giáo viên tham gia làm đề thi. Có bao nhiêu cách chọn nếu trong 3 giáo viên đó có ít nhất một giáo viên nữ?

A. 100. **B.** 21. **C.** 19. **D.** 52.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. ***(3,0 điểm).***

a) Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $(x+y-3)^2+(y-2)^2=y-2$

b) Có bao nhiêu số tự nhiên n không vượt quá 2021 sao cho n^2+2021 chia hết cho 30

Câu 2. ***(3,5 điểm).***

a) Giả sử x_1, x_2, x_3 là ba nghiệm của phương trình: $x^3-4x^2+2x+4=0$. Đặt $S_n=x_1^n+x_2^n+x_3^n$

Chứng minh rằng S_n là số nguyên với mọi n nguyên dương.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x+2}(x+3)=\sqrt{y}\left[\sqrt{y(x+2)}+1\right]\\ x^2+(y+1)(2x-y+5)=x+16\end{cases}$

Câu 3. ***(4,0 điểm).*** Cho đường tròn (O) và một dây cung BC cố định không là đường kính. Xét điểm A thay đổi trên (O) sao cho A không trùng với B, C. Gọi H là trực tâm tam giác ABC, I là trung điểm BC.

a) Chứng minh rằng $AH=2OI$

b) Gọi D là điểm đối xứng với A qua O, M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của D lên BC, BH, CH. Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP luôn đi qua một điểm cố định.

c) Tìm vị trí của điểm A để $HA+HB+HC$ lớn nhất.

Câu 4. ***(1,5 điểm).*** Cho a, b, c là ba số nguyên dương thoả mãn $a+b+c=2021$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P(a,b,c)=\frac{a}{b+e}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}$$

------HẾT------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH PHÚ YÊN ĐỀ CHÍNH THỨC	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9 THCS, NĂM HỌC 2020 - 2021 Môn thi: TOÁN Ngày thi: 30/3/2021 **Thời gian:** 150 phút *(không kể thời gian giao đề)* -----------

Câu 1.*(5,00 điểm)*

a) Chứng minh rằng: $\sqrt[3]{5+2\sqrt{13}}+\sqrt[3]{5-2\sqrt{13}}=1$

b) Biết đa thức $x^4+4x^3+6px^2+4qx+r$ chia hết cho đa thức x^3+3x^2+9x+3. Tính giá trị biểu thức $(p+q)r$

Câu 2.*(3,50 điểm)* Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \dfrac{xy}{2}+\dfrac{5}{2x+y-xy}=5 \\ 2x+y-xy+\dfrac{10}{xy}=4 \end{cases}$$

Câu 3.*(2,50 điểm)* Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $2x^2+5y^2=13$

Câu 4.*(3,00 điểm)* Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại B và C cắt nhau ở D. Gọi E, F lần lượt là giao điểm của DA với (O) và DA với BC; H là giao điểm của OD với BC.

a) Chứng minh tam giác OAH đồng dạng với tam giác ODA.

b) Đường thẳng qua A song song với BC cắt (O) tại K (khác A). Chứng minh rằng E, H, K thẳng hàng

Câu 5.*(3,00 điểm)* Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$P=x^3+y^3$ với $x\neq 0, y\neq 0, \dfrac{1}{xy}(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y})=\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{xy}+\dfrac{1}{y^2}$

Câu 6.(3,00 điểm) Cho tam giác ABC nhọn, có H là trực tâm, (I) là đường tròn nội tiếp. Gọi D, E, F lần lượt là tiếp điểm của (I) với BC, CA, AB. Gọi K là hình chiếu vuông góc của D trên EF.

a) Chứng minh rằng $FKB = EKC$.

b) Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của HB, HC với EF.
Chứng minh đẳng thức: EK.FP = FK .EQ.

c) Chứng minh rằng KD là phân giác của HKI .

---------Hết---------

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:………………………………………;Số báo danh:……………………....…

Chữ kí giám thị 1:………….…………………..;Chữ kí giám thị 2:………..………………………...

SỞ GD&ĐT QUẢNG BÌNH
ĐỀ CHÍNH THỨC

SỐ BÁO DANH:……………

KỲ THI CHỌN HSG TỈNH NĂM HỌC 2020-2021
Khóa ngày 08 tháng 12 năm 2020
Môn thi: TOÁN
LỚP 9 THCS
Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*
Đề gồm có 01 trang và 05 câu

Câu 1 *(2,0 điểm).*

a. Rút gọn biểu thức $A=\left(\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}+3}+\frac{11+x}{7-x}\right):\left(\frac{3\sqrt{x+2}+1}{x-3\sqrt{x+2}+2}-\frac{1}{\sqrt{x+2}}\right)$ (với $x>-2,\ x\neq 7$)

b. Giải phương trình $\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}+\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}=4$

Câu 2 *(2,0 điểm).*

Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho đường thẳng (d): $y=\text{ax}+b\ \ (a\neq 0)$ đi qua điểm A(1;4) và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại B và C (khác O)

a. Viết phương trình đường thẳng (d) sao cho biểu thức OA+OB+OC đạt giá trị nhỏ nhất

b. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{OB.OC}{BC}$

Câu 3 *(3,0 điểm).*

Trong mặt phẳng, cho hai điểm B, C cố định với BC=2a (a>0) và A thay đổi sao cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm của *BC*, đường thẳng đi qua A vuông góc với AM cắt các đường phân giác của các góc AMB, AMC lần lượt tại P, Q. Gọi D là giao điểm của MP với AB và E là giao điểm của MQ với AC.

a. Giả sử AC=2AB, tính số đo góc BQC

b. Chứng minh rằng $\frac{PD}{QE}=\left(\frac{MP}{MQ}\right)^3$

c. Tính giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích hai tam giác *ACQ* và *ABP* theo *a*

Câu 4 *(1,0 điểm).*

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}=2$

Chứng minh rằng $\frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\frac{b+c}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}+\frac{c+a}{\sqrt{c}+\sqrt{a}}\le 4\left(\frac{(\sqrt{a}-1}{\sqrt{b}}+\frac{(\sqrt{b}-1}{\sqrt{c}}+\frac{(\sqrt{c}-1}{\sqrt{a}}\right)$

Câu 5 *(2,0 điểm).*

a. Số nguyên dương n được gọi là số điều hòa nếu tổng các bình phương của các ước dương của nó (*kể cả 1 và n)* bằng $(n+3)^2$. Chứng minh rằng nếu *pq (với p, q là các số nguyên tố khác nhau)* là số điều hòa thì *pq+2* là số chính phương.

b. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (x;y) thỏa mãn $x^3+y^3=x^2+y^2+42xy$

------------HẾT-----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2020 - 2021
Môn thi : Toán
Thời gian: 150 phút (*không kể thời gian giao đề*)
Ngày thi : 10/4/2021

Câu 1. ***(4,0 điểm)***

a) Rút gọn các biểu thức sau:

$$A=\sqrt{13+30\sqrt{4+\sqrt{9-4\sqrt{2}}}}\ ;\ B=\sqrt[3]{\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{12-\frac{4(4-\sqrt{3})^3}{27}}}{2}}+\sqrt[3]{\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{12-\frac{4(4-\sqrt{3})^3}{27}}}{2}}$$

b) Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(x-1)\sqrt{2x-1}-mx+m=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 2. ***(4,0 điểm)***

a) Giải phương trình: $4\sqrt{3+2x}=3x-1+4\sqrt{x-1}$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+y^2-xy+4y+1=0\\3x^2-y(x-y)^2+10y+3=0\end{cases}$

Câu 3. ***(2,5 điểm)***

Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và cạnh bằng $6cm$, điểm M nằm trên cạnh BC.

a) Khi BM=2cm, hạ OK vuông góc với AM tại K. Tính độ dài đoạn thẳng OK.

b) Khi điểm M thay đổi trên cạnh BC *(M không trùng với B và C)*, điểm N thay đổi trên cạnh CD sao cho $\widehat{MAN}=45^0$, E là giao điểm của AN và BD. Chứng minh tam giác AEM vuông cân và đường thẳng MN luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

Câu 4. ***(4,5 điểm)***

Cho hai đường tròn (O;R) và (O';r) tiếp xúc ngoài tại A (R>r). Dựng lần lượt hai tiếp tuyến OB, O'C của hai đường tròn (O';r), (O;R) sao cho hai tiếp điểm B, C nằm cùng phía đối với đường thẳng OO'. Từ B vẽ đường thẳng vuông góc với OO' cắt O'C tại K, từ C vẽ đường thẳng vuông góc với OO' cắt OB tại H.

a) Gọi D là giao điểm của OB và O'C. Chứng minh DO.BO'=CO.DO' và DA là tia phân giác của góc $\widehat{ODO'}$.

b) Đường thẳng AH cắt đường tròn (O;R) tại E (E khác A). Chứng minh tứ giác $OABE$ nội tiếp đường tròn.

c) Đường thẳng AK cắt đường tròn (O',r) tại F (F khác A), L là giao điểm của BC và EF. Chứng minh BF song song với CE và 3 điểm A, D, L thẳng hàng.

Câu 5. ***(5,0 điểm)***

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn đẳng thức:

$$x^3+y^3+3x^2-3y^2-3xy+6x=0$$

b) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn xyz=1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$A=\frac{1}{x+2yz}+\frac{1}{y+2zx}+\frac{1}{z+2xy}$$

---------- HẾT ----------

Họ và tên thí sinh: ……………………………… *Phòng thi*: ……… *Số báo danh*: ………......

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2020 - 2021

Ngày thi: 11/3/2021
Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1: (4,0 điểm)

a) *(1,5 điểm)* Tìm số nguyên dương n lớn nhất để $A = 4^{27} + 4^{2021} + 4^{n}$ là số chính phương.

b) *(1,5 điểm)* Tìm các số nguyên *x, y* thỏa mãn đẳng thức: $xy^3 + y^2 + 4xy = 6$.

c) *(1,0 điểm)* Số nhà bạn An là số có hai chữ số $\overline{ab}$ biết $\overline{ab} = (a-1)^2 + (b-1)^2$.

Tìm số nhà bạn An.

Bài 2: (4,0 điểm)

a) *(2,0 điểm)* Giải phương trình: $\sqrt{5-4x} + \sqrt[3]{x+7} = 3$.

b) *(2,0 điểm)* Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy + 1 = 2x \\ x(x+y)^2 + x - 2 = 2y^2 \end{cases}$.

Bài 3: (4,0 điểm)

a) *(2,0 điểm)* Cho các số dương a, b thỏa mãn: $a + b = \sqrt{2021 - a^2} + \sqrt{2021 - b^2}$. Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 = 2021$.

b) *(2,0 điểm)* Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 1 - xy$; trong đó x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện: $x^{2021} + y^{2021} = 2x^{1010}y^{1010}$.

Bài 4: (7,0 điểm)

a) *(1,5 điểm)* Cho tam giác ABC và điểm M nằm trong tam giác. Từ M kẻ tia MD song song với AB (với D thuộc BC), tia ME song song với BC (với E thuộc AC) và tia MF song song với AC (với F thuộc AB). Chứng minh rằng: $3S_{DEF} \le S_{ABC}$. (S_{ABC} : diện tích tam giác ABC, S_{DEF} : diện tích tam giác DEF).

b) *(5,5 điểm)* Từ điểm P kẻ hai tiếp tuyến PA, PB với đường tròn (O;R); A, B là tiếp điểm. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ A đến đường kính BC của đường tròn.

i) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm của AH.

ii) Cho OP = a. Tính độ dài AH theo R và a.

iii) Đường thẳng d đi qua P sao cho khoảng cách từ O đến đường thẳng d bằng $R\sqrt{2}$, đường thẳng vuông góc với PO tại O cắt tia PB tại M. Xác định vị trí của điểm P trên đường thẳng d để diện tích tam giác POM nhỏ nhất.

Bài 5: (1,0 điểm) Trên công trường có những thanh sắt dài 7,4 m. Người ta muốn cắt các thanh sắt đó thành các đoạn dài 0,7 m và 0,5 m để sử dụng.

a)(0,5 điểm) Em hãy nêu phương án cắt mà không phải hàn nối các đoạn sắt cần dùng.

b)(0,5 điểm) Muốn có 1000 đoạn sắt 0,7 m và 2000 đoạn sắt 0,5 m. Ta phải dùng ít nhất bao nhiêu thanh sắt 7,4 m nêu trên?

HẾT

Ghi chú: *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THCS NĂM 2021
Môn thi: **TOÁN –** Bảng **A**

Ngày thi: **20/03/2021**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: **150 phút**, *không kể thời gian giao đề*

(Đề thi này có 01 trang)

Câu 1: *(3,0 điểm)*. Cho biểu thức $A=\frac{5\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}-\frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}-2}$ với $x\geq 0$ và $x\neq 1$

.

a. Rút gọn biểu thức *A*;

b. Tìm giá trị của *x* để $\frac{A}{2}$ nhận giá trị nguyên.

Câu 2: *(5,0 điểm)*.

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ x^2y+xy^2+5x+5y=32 \end{cases}$.

2. Giải phương trình: $x^2-5x-4\sqrt{x+1}+14=0$.

Câu 3: *(3,0 điểm)*. Cho các số nguyên dương *x*, *y* thỏa mãn: $x^3-9y^2+9x-6y=1$.

a. Chứng minh $\frac{x}{x^2+9}$ là phân số tối giản;

b. Tìm tất cả các cặp số $(x;y)$.

Câu 4: *(7,0 điểm)*. Cho nửa đường tròn tâm *O*, đường kính *AB*. Trên nửa mặt phẳng bờ *AB* chứa nửa đường tròn (*O*) vẽ tia tiếp tuyến *Ax* với nửa đường tròn. Trên tia *Ax* lấy điểm *C* bất kì (*C* khác *A*), đường thẳng *BC* cắt nửa đường tròn (*O*) tại điểm *D* (*D* khác *B*). Gọi *H* là hình chiếu của *A* trên *OC*, đường thẳng *DH* cắt *AB* ở *E*.

a. Chứng minh tứ giác *OBDH* nội tiếp;

b. Chứng minh $EA^2=EO.EB$;

c. Tính tỉ số $\frac{HE}{HB}$.

Câu 5: *(2,0 điểm)*. Cho các số thực dương *x*, *y* thỏa mãn $x+\frac{1}{y}\leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2-2xy+2y^2}{xy+y^2}$.

………………… Hết ………………..

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*
- *Giám thị không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: ………………………………………… Số báo danh: ……………….

Chữ kí giám thị 1:………………………. *Chữ kí giám thị 2:*……………………………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
SÓC TRĂNG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
Năm học 2020 – 2021

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán – Lớp 9

(Thời gian làm bài 150 phút, không kể phát đề)

Đề thi này có 02 trang

Bài 1: (4,0 điểm)

Cho biểu thức $P=\left(\sqrt{x}-1+\frac{1}{\sqrt{x}+2021}\right)\times\left(\frac{x-1}{x-2022\sqrt{x}+2021}+\frac{\sqrt{x}+2021}{x-1}+\frac{\sqrt{x}+1}{2021-\sqrt{x}}\right)$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị của x để P=2021.

Bài 2: (4,0 điểm)

a) Cho số tự nhiên $n=\underbrace{11...1}_{2021}\underbrace{22...2}_{2022}5$ (số n gồm có 2021 chữ số 1, 2022 chữ số 2 và 1 chữ số 5 ở hàng đơn vị). Chứng minh rằng n là một số chính phương.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=10x^2+4y^2+16x-12y-12xy+2031$

Bài 3: (4,0 điểm)

a) Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2-(m-1)x-m^2+m-1=0$. Tìm m để biểu thức $P=\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^3+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^3$ đạt giá trị lớn nhất.

b) Nhân dịp tết Nguyên đán Tân Sửu. Một nhà hàng phân phối bánh kẹo đã chuẩn bị một số giỏ quà để tặng cho các cửa hàng. Tất cả các giỏ quà được đưa vào kho chứa hàng và họ dự định sẽ gửi tất cả giỏ quà đi trong 4 ngày. Ngày thứ nhất, họ vào kho và lấy ra $\frac{1}{7}$ số giỏ quà, sau đó để lại 3 giỏ. Ngày thứ hai, họ tiếp tục vào kho và lấy ra $\frac{1}{3}$ số giỏ quà, đồng thời lấy thêm 4 giỏ nữa. Ngày thứ ba, họ lấy ra $\frac{1}{2}$ số giỏ quà từ kho hàng và lấy thêm 1 giỏ quà nữa. Cuối cùng còn 42 giỏ quà. Hỏi trong mỗi ngày, họ đã lấy ra bao nhiêu giỏ quà?

Bài 4: (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC. Dựng ba tam giác cân ABP, ACQ, BCR lần lượt có AB, AC, BC là cạnh đáy; $PAB = ACQ = ACR$; hai tam giác ABP, ACQ nằm về phía ngoài tam giác ABC; tam giác BCR nằm trên cùng nửa mặt phẳng có bờ chứa cạnh BC với tam giác ABC.

a) Chứng minh ba tam giác sau đồng dạng với nhau: $\Delta ABC, \Delta PBR, \Delta QRC$

b) Một đường thẳng đi qua điểm P và cắtAR, RQ, AQ theo thứ tự tại E, K, G.

Chứng minh $EP^2 = EK.EG$

Bài 5: (4,0 điểm)

Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O;R). Qua M lần lượt vẽ các tiếp tuyến MA, MB (A, B là tiếp điểm) và cát tuyến MDC (MD<MC) với đường tròn (O;R), sao cho ABC là tam giác nhọn.

a) Qua O vẽ đường thẳng vuông góc với OM, cắt các tia MA, MB lần lượt tại I, J. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác MIJ theo R.

b) Gọi E, F lần lượt là chân đường cao kẻ từ A và B của tam giác ABC. Qua M kẻ đường thẳng d song song với EF, d cắt các tia CA, CB lần lượt tại K, L. Chứng minh bốn điểm A, B, L, K cùng nằm trên một đường tròn và trung điểm N của EF nằm trên MC.

-----HẾT-----

SỞ GD&ĐT SƠN LA

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2020 - 2021
Môn thi: Toán
Ngày thi: 14/3/2021

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 *(4,0 điểm).* Cho hai biểu thức $A=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\frac{3-11\sqrt{x}}{9-x}$ và $B=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$

với ($x\ge 0; x\ne 9$)

a) Tính giá trị của B tại $x=\frac{2}{5(45-\sqrt{2021})}+\frac{2}{5(45+\sqrt{2021})}$

b) Rút gọn A.

c) Tìm tất cả các số nguyên x để P = A.B nhận giá trị nguyên

Câu 2 *(4,0 điểm).* Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y=(2m+1)x-2m$ và Parabol (P): $y = x^2$ (m là tham số)

a) Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P) khi m = 2 .

b) Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho biểu thức $E=x_1^2+x_2^2-x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 *(4,0 điểm).*

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} y^2-2xy=8x^2-6x+1 \\ y^2=x^3+8x^2-x+1 \end{cases}$

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2+2y^2+2xy+3y-4=0$

Câu 4 *(6,0 điểm).* Cho tam giác ABC có góc A tù. Vẽ đường tròn (O) đường kính AB và đường tròn (O') đường kính AC . Đường thẳng AB cắt đường tròn (O') tại điểm thứ hai là D, đường thẳng AC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E .

a) Chứng minh bốn điểm B,C,D,E cùng nằm trên một đường tròn.

b) Gọi F là giao điểm thứ hai của hai đường tròn (O) và (O') (F khác A). Chứng minh ba điểmB, F, C thẳng hàng và FA là phân giác của góc EFD.

c) Gọi H là giao điểm của AB và EF. Chứng minh $BH.AD=AH.BD$

Câu 5 *(2,0 điểm).* Cho 3 số thực dương a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{b^2c^2}{a(b^2+c^2)}+\frac{c^2a^2}{b(c^2+a^2)}+\frac{a^2b^2}{c(a^2+b^2)}$

-------------Hết-------------

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:…………………………………………..Số báo danh: …………...

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2020 – 2021

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. *(3,0 điểm)*

Cho $a=\frac{1}{3}\sqrt{\sqrt{3}+\frac{1}{3}}--\frac{\sqrt{3}}{9}$

a) Chứng minh rằng: $9a^2+2\sqrt{3}a-\sqrt{3}=0$

b) Tính giá trị biểu thức: $S=3\sqrt{3}a^2+\sqrt{27a^4+16a+8}$

Câu 2. *(3,0 điểm)*

Cho biểu thức $P(x)=x^4+\text{ax}^3+bx^2+cx+d$ thỏa mãn P(1)=5, P(3)=13, P(5)=29.

Tính giá trị của biểu thức T=P(-4) + 21.P(6)

Câu 3. *(4,0 điểm)*

a) Giải phương trình: $(1-2x)\sqrt{x^2+1}-2x^3-7x-1=0$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+y)^2+y^2+x+4y=0\\ y(x+y)^2=2x^2+2x+13y\end{cases}$

Câu 4. *(2,0 điểm)*

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn: $a^2+b^2+c^2+(a+b+c)^2\le 4$

Chứng minh rằng: $\frac{ab+1}{(a+b)^2}+\frac{bc+1}{(b+c)^2}+\frac{ca+1}{(c+a)^2}\ge 3$

Câu 5. *(3,0 điểm)*

Cho hình vuông ABCD có O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Gọi M là trung điểm của AB. Trên đoạn thẳng BC lấy điểm N (N khác B, NB<NC). Đường thẳng qua A song song với MN cắt DC tại H. Chứng minh $AB^2=2NB.DH$ và tính góc NOH .

Câu 6. *(3,0 điểm)*

Cho đường tròn (O;R) và điểm E cố định, biết OE=a (0<a<R). Qua E vẽ dây AB tùy ý không phải là đường kính của đường tròn (O). Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và tại B cắt nhau ở M. Gọi K là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng OE.

a) Chứng minh rằng điểm K luôn cố định khi dây AB thay đổi.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tứ giác OAMB theo a và R.

Câu 7. *(2,0 điểm)*

Tìm các cặp số tự nhiên (m;n) thỏa mãn: $3^m-n^2+5n=7$

-----HẾT-----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9**
THÁI NGUYÊN	**NĂM HỌC 2020 – 2021**
	Môn: **TOÁN**
ĐỀ CHÍNH THỨC	Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1. a) Cho biểu thức $P=\left(\frac{x+2\sqrt{x}+4}{x\sqrt{x}-8}+\frac{x+2\sqrt{x}+1}{x-1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}+\frac{1}{x-3\sqrt{x}+2}\right)$

Chứng minh rằng giá trị của biểu thức P không phụ thuộc vào x (với $x\geq 0; x\neq 1; x\neq; x\neq 4$)

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): y = ax – 4 ($a\neq 0$) và hai điểm A(0;-2), B(6;0). Tìm các giá trị của a để đường thẳng (d) cắt hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M, N sao cho $S_{OAB}=S_{OMN}$

Bài 2. a) Tìm nghiệm nguyên dương x, y của phương trình $x^2+y^2-6x+4y-4=0$

b) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì ($2020n^2+2$) không phải là lập phương của một số tự nhiên.

c) Tìm các cặp số nguyên tố (p;q) thỏa mãn: $3pq^2+p=q^3+3p^3+3$

Bài 3. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Trên cung nhỏ AC của đường tròn (O) lấy hai điểm M, N sao cho MN song song với AC và AM<AN. Gọi P là giao điểm của BM và AC. Trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) lấy điểm Q sao cho PQ vuông góc với BC. Gọi R là giao điểm của AC và QN; F là giao điểm của AQ và BN.

a) Chứng minh rằng các điểm B, P, Q, R cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng BR vuông góc với AQ.

c) Chứng minh rằng $AFB=BPQ+ABR$

Bài 4. Có n vận động viên tham gia một giải thi đấu cầu lông theo thể thức loại trực tiếp, nghĩa là vận động viên thua sẽ bị loại ngay (không có trận đấu hòa). Theo thể lệ cuộc thi, hai vận động viên chỉ có thể được thi đấu với nhau nếu chênh lệch giữa số trận đã thi đấu của họ không quá 1. Biết rằng, cuối cùng chỉ có đúng một vận động viên vô địch, các vận động viên khác đều bị loại. Tìm n nhỏ nhất sao cho vận động viên vô địch thắng được đúng 10 trận đấu.

Bài 5. Cho các số tự nhiên a, b thỏa mãn $(4a^2+2b^2+4ab+12a+8b+2020)$ chia hết cho 3.

Chứng minh rằng (a-b) chia hết cho 3.

------HẾT------

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO THANH HÓA

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HSG MÔN VĂN HÓA CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2020-2021
Môn thi: TOÁN – Lớp 9 THCS
Ngày thi: *16 tháng 12 năm 2020*
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề gồm có 05 câu, gồm 01 trang)

Câu I: *(4,0 điểm)*

1.Rút gọn biểu thức $P=\left(1-\frac{x-3\sqrt{x}}{x-9}\right):\left(\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}-2}{3+\sqrt{x}}-\frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6}\right)$ với $x\geq 0; x\neq 4; x\neq 9$

2. Cho a, b,c là các số thực đôi một khác nhau thỏa mãn $a^3+1=3a; b^3+1=3b; c^3+1=3c$.
Tính giá trị biểu thức: $Q=a^2+b^2+c^2$

Câu II: *(4,0 điểm)*

1. Giải phương trình: $15\left(x^3+x^2+2x\right)=4\sqrt{5}(x^2+2)\sqrt{x^4+4}$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+xy+y^2-4y+1=0 \\ (x^2+1)(x+y-2)=y \end{cases}$

Câu III: *(4,0 điểm)*

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (x,y) thỏa mãn phương trình:

$$2^x x^2=9y^2-12y+19$$

2. Cho x,y là hai số nguyên dương thỏa mãn x^2+y^2+58 chia hết cho xy.

Chứng minh: $\frac{x^2+y^2+58}{xy}$ chia hết cho 12.

Câu IV: *(6,0 điểm).*

Cho đường tròn (I. r) có hai bán kính IE, IF vuông góc với nhau. Kẻ hai tiếp tuyến với đường tròn(I) tại E và F, cắt nhau tại A. Trên tia đối của tia EA lấy điểm B sao cho EB > r, quaB kẻ tiếp tuyến thứ hai với đường tròn (I). D là tiếp điểm, BD cắt tia AF tại C. Gọi K là giao điểm của AI với FD.

1) Chứng minh hai tam giác IAB và FAK đồng dạng.

2) Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với BC, cắt FD tại P. Gọi M là trung điểm của AB, MI cắt AC tại Q. Chứng minh tam giác APQ là tam giác cân.

3)Xác định vị trí của điểm B để chu vi tam giác AMQ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó theo r

Câu V: *(2,0 điểm)*

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+4xyz=2(xy+yz+zx)$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x(1-y)(1-z)$

Hết

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích thêm.
Họ và tên thí sinh:……………………………………………………….

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỪA THIÊN HUẾ

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm 01 trang)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 THCS_NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN TOÁN
Thời gian làm bài 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. ***(4,0 điểm)***

a) Cho $P(x)=\dfrac{x^3+3x^2+(x^2-4)\sqrt{x^2-1}-4}{x^3-3x^2+(x^2-4)\sqrt{x^2-1}+4}$, với $x\ge 1, x\ne 2, x\ne \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. Hãy tìm các giá trị của x để biểu thức P(x)=0. (Không sử dụng máy tính cầm tay).

b) Cho biểu thức $Q=\left(\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}\right):\dfrac{\sqrt{x}-1}{2}$ $(x>0, x\ne 1)$. Chứng tỏ rằng 0<Q<2.

Bài 2. ***(4,0 điểm)***

a) Giải phương trình: $x+5+3\sqrt{x-1}=\sqrt{x^2+x-2}+4\sqrt{x+2}$

b) Tìm nghiệm nguyên (x nguyên, y nguyên) của hệ phương trình sau

$$\begin{cases}\sqrt[3]{(2x-1)^2}+\sqrt[3]{(y+1)^2}=2.\sqrt[3]{(2x-1)(y+1)}\\ y^4-4=18-16x^3+48x^2-48x\end{cases}$$

Bài 3. ***(3,0 điểm)*** Cho phương trình: $x^2-(2m+1)x-(m+1)=0$ (1). (x là ẩn, m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi m=0.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm âm phân biệt.

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1). Tìm các giá trị của m để biểu thức: $K=\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}+\dfrac{1}{x_1x_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. ***(3,5 điểm)*** Cho tam giác nhọn ABC (AB<AC) có $A=60^0$ nội tiếp đường trong (O;R). Hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Gọi I là giao điểm hai đường thẳng EF và CB. Đường thẳng AI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là M.

a) Tính độ dài cạnh BC theo R.

b) Chứng minh tứ giác AMFE nội tiếp được trong một đường tròn.

c) Kéo dài MH cắt đường tròn (O) tại K. Tính AB.CK + AC.BK theo R.

Bài 5. ***(3,5 điểm)*** Cho tam giác ABC cân (AB=AC) nội tiếp đường tròn (O). M là điểm bất kỳ trên dây BC. Vẽ đường tròn (D) qua M và tiếp xúc với AB tại B; vẽ đường tròn E qua M và tiếp xúc với AC tại C. Gọi N là giao điểm thứ hai của hai đường tròn (D) và (E).

a) Chứng minh tứ giác ABNC nội tiếp.

b) Chứng minh AM.AN=AC^2

c) Khi điểm M thay đổi trên BC thì trung điểm I của đoạn DE chạy trên đường nào?

Bài 6. **(2,0 điểm)** Cho biểu thức: $E=x^2-3x+y^2+xy+2025$. Với giá trị nào của x, y thì E đạt giá trị nhỏ nhất? Tính giá trị nhỏ nhất đó?

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:……………………………………Số báo danh:……………………………………

Họ và tên GT1:………………………………………Họ và tên GT2:…………………………………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH TIỀN GIANG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
TRUNG HỌC CƠ SỞ, NĂM HỌC 2020 – 2021

Môn: **Toán**
Thời gian: **150** phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: **26/02/2021**
(Đề thi có 02 trang, gồm 5 bài)

Bài 1 *(4 điểm)*

1) Tính giá trị của biểu thức: $A=\left(2x^3+5x^2-2x+2020\right)^{2021}$

với $x=\dfrac{\left(\sqrt{5}+2\right)\sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}}{\sqrt{5}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}}$

2) Tìm sáu số nguyên tố liên tiếp mà có tổng là một số nguyên tố.

Bài 2 *(6 điểm)*

1) Cho x, y là các số dương thỏa $\dfrac{18}{x}+\dfrac{2}{y}=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P=x+y.

2) Giải phương trình $7(x^2-x+1)=5(x+\sqrt{x-1})^2$

3) Cho hàm số y=f(x) với f(x) là một biểu thức đại số xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$. Biết rằng $(x+1)f(2-x)+(x^2+x+4)f(2+x)=x^3+1$. Tính giá trị của biểu thức f(5).

Bài 3 *(4 điểm)*

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P): $y=\dfrac{1}{4}x^2$. Đường thẳng Δ: y=m cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. M là điểm tùy ý trên trục Ox. Tìm m để tam giác MAB có diện tích bằng 2021.

2) Một cung thủ bắn hơn 11 lần vào bia và đều trúng vào các vòng 8 điểm, 9 điểm, 10 điểm. Biết tổng số điểm cung thủ đạt được sau các lần bắn là 100 điểm. Hỏi cung thủ đã bắn bao nhiêu lần và mỗi vòng trúng bao nhiêu mũi tên?

Bài 4 *(2 điểm)*

Cho a, b, c là ba số thực khác không thỏa mãn a+b+c=2021 và $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{2021}$.

Chứng minh một trong ba số a, b, c phải có một số bằng 2021.

Bài 5 *(4 điểm)*

Cho tam giác ABC có $BAC = 120^0, ABC = 45^0$ nội tiếp đường tròn tâm O và $AC = a\sqrt{2}$. Các đường cao AN, BP và CQ của tam giác ABC cắt nhau tại H (P thuộc AC, Q thuộc AB và N thuộc BC).

a) Tính bán kính đường tròn (O) theo a và tính độ dài cạnh BC.

b) Chứng minh 5 điểm A, Q, C, O, N cùng thuộc một đường tròn và tính góc NQO.

c) HB, HC cắt (O) tại E, F. Chứng minh tứ giác OEHF nội tiếp đường tròn (C) và tính bán kính đường tròn (C).

--**HẾT**--

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:………………………………………..Số báo danh:…………………...

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRÀ VINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP TỈNH
NĂM HỌC: 2020 – 2021
MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. (4.0 điểm)

Cho biểu thức $M=\left(\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{3x+3}{x-9}\right):\left(1-\dfrac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}\right)$

1. Rút gọn M

2. Tìm x để $M<\dfrac{1}{2}$.

Câu 2. (2.0 điểm)

Cho a+b+c=0. Tính giá trị của biểu thức $N=a^3+b^3+c(a^2+b^2)-abc$

Câu 3. (3.0 điểm)

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-4y=5 \\ 2|x-2y|+|x+y+1|=7 \end{cases}$

Câu 4. (3.0 điểm)

Giải phương trình $(x+4)(x+1)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6$

Câu 5. (2.0 điểm)

Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{1}{1+y}+\dfrac{1}{1+z}=2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P=xyz.

Câu 6. (4.0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH. Gọi I, K theo thứ tự là hình chiếu của H trên AB, AC. Đặt AB=c, AC=b.

1. Tính AH, AI, AK theo b, c.

2. Chứng minh $\dfrac{BI}{CK}=\dfrac{c^3}{b^3}$

Câu 7. (2.0 điểm)

Từ một điểm A ở ngoài đường tròn tâm O, kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với B, C là các tiếp điểm. Trên đoạn OB lấy điểm N sao cho BN=2ON. Đường trung trực của đoạn thẳng CN cắt OA tại M. Tính tỉ số $\dfrac{AM}{AO}$.

……HẾT……

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH TUYÊN QUANG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THCS NĂM 2021
Môn thi: **TOÁN**

Thời gian làm bài: **150 phút**, *không kể thời gian giao đề*

(Đề thi này có 01 trang)

Câu 1. (5.0 điểm)

a)Rút gọn biểu thức : $S=\frac{1}{1^2+2.1}+\frac{1}{3^2+2.3}+\frac{1}{5^2+2.5}+......+\frac{1}{2021^2+2.2021}$

b)Cho $a;b>0$ thỏa mãn : $\sqrt{a+1}+\sqrt{2b}=6$.Chứng minh : $a+b\geq 11$

Câu 2. (5.0 điểm)Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

a) $x^4-5x^2+6=0$

b) $\begin{cases} x^2+xy-2x-y+1=0 \\ \sqrt{2x+y-1}-x+2=0 \end{cases}$

Câu 3. (5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC $AB<AC$ nội tiếp đường tròn (O) và ngoại tiếp đường tròn (I) .Gọi D là tiếp điểm của BC với đường tròn I ; AI cắt lại đường tròn O tại điểm $M\neq A$; MD cắt lại đường tròn O tại $Q\neq M$; AP là đường kính của đường tròn O .Chứng minh rằng

a) ΔMBQ đồng dạng với tam giác MDB

b) $MI^2=MQ.MD$

c)Ba điểm $P;I;Q$ thẳng hàng

Câu 4. (3,0 điểm)

a)Tìm tất cả các số nguyên x thỏa $A=\frac{2x+1}{3x+1}\in Z$

b)Chứng minh rằng : $2^{\frac{2^{p-1}-1}{3}}-1$ chia hết cho 2^p-1 với mọi số nguyên tố $p>3$

Câu 5. *(2,0 điểm)*

Có hai chiếc máy in thẻ đặc biệt A và B có thể in ra những tấm thẻ có chứa các bộ số có dạng $a;b$ trong đó a là mã số của thẻ; b là mã số của người dùng thẻ đó (trên mỗi thẻ có đúng 1 bộ số .Khi đưa thẻ có chứa bộ số $a;b$ vào máy in A máy sẽ in ra thẻ có bộ số $6a;b+5$ và trả lại thẻ có bộ số a,b ban đầu ; khi đưa hai thẻ có bộ số $a;b$ và b,c vào máy in B máy sẽ in ra thẻ có bộ số $6a;c$ và trả lại 2 thẻ có bộ số $a;b$ và b,c ban đầu .Hỏi từ thẻ có bộ số $22,12$ ban đầu ; hai máy in $A;B$ có thể in ra thẻ có bộ số $1975;304$ hay không ?Vì sao .

-----HẾT-----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH LONG	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP TỈNH NĂM HỌC 2020 – 2021
ĐỀ CHÍNH THỨC	Môn: **TOÁN** Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề) Ngày thi: 14/3/2021

Bài 1. (4.0 điểm) a) Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1}\right):\left(1-\dfrac{2\sqrt{x}}{x+1}\right)$ với $x\ge 0, x\ne 1$.

Rút gọn biểu thức P

b) Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{4+2\sqrt{3}}+\sqrt{6-2\sqrt{5}}+\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

Bài 2. (4.0 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy+3y^2+x=3 \\ x^2+xy-2y^2=0 \end{cases}$

b) Giải phương trình $x^2-\dfrac{4}{x}-4x+\dfrac{8}{x}=9$

Bài 3. (2.0 điểm)

Tìm m để phương trình $x^2-2(m+1)x+4m=0$ (x là ẩn, m là tham số) có hai nghiệm x_1, x_2 thảo mãn $x_1^3-x_1^2=x_2^3-x_2^2$.

Bài 4. (2.5 điểm)

a) Cho ba số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $a^3+b^3+c^3$ chia hết cho 14. Chứng minh rằng tích abc cũng chia hết cho 14.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2-3y^2+2xy-2x-10y+4=0$.

Bài 5. (3.0 điểm)

Cho đường tròn (O;R) và M là trung điểm của dây AB của đường tròn (AB<2R). Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho AD=AM. Vẽ dây AC với C là điểm thuộc cung lớn AB. Trên đoạn thẳng AC lấy hai điểm G và Q sao cho AG=GQ=QC. Gọi N là giao điểm của BQ và CM.

a) Chứng minh rằng ba điểm D, G, N thẳng hàng.

b) Gọi P là giao điểm của MG và CD. Biết $BAC=90^0$. Chứng minh tứ giác PGNQ là hình thoi.

Bài 6. (2.5 điểm)

Cho đường tròn (O) và hai điểm A, B nằm trên đường tròn sao cho $AOB=90^0$. Điểm C nằm trên cung lớn AB sao cho AC>BC và tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Các đường cao AI, BK của tam giác ABC cắt nhau ở H. BK cắt (O) ở N (N khác điểm B), AI cắt (O) ở M (M khác điểm A), hai đường thẳng NA và MB cắt nhau ở D. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AHBD nội tiếp được đường tròn.

b) OC song song với DH.

Bài 7. (2.0 điểm)

Cho bốn số thực dương a, b, x, y thỏa mãn a+b=4ab. Chứng minh rằng:

a) $\dfrac{a^2}{x}+\dfrac{b^2}{y}\ge\dfrac{(a+b)^2}{x+y}$ b) $\dfrac{a}{4b^2+1}+\dfrac{b}{4a^2+1}\ge\dfrac{1}{2}$

---HẾT---

Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH PHÚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn thi: **TOÁN**
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1. Cho biểu thức $P=\left(\frac{x+1}{2x-2}+\frac{3}{x^2-1}-\frac{x+3}{2x+2}\right).\frac{4x^2-4}{5}$

a) Tìm điều kiện xác định của P

b) Chứng minh rằng khi P xác định thì giá trị của P không phụ thuộc vào x

Bài 2. a) Cho x, y, z là ba số thỏa mãn xyz = 1 và $x+y+z=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$

Tính giá trị của biểu thức $P=\left(x^9-1\right)\left(y^{2020}-1\right)\left(z^{2021}-1\right)$

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng (d) có phương trình y = ax + b cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 2 và tổng OA + OB đạt giá trị nhỏ nhất. Viết phương trình đường thẳng (d).

Bài 3. a) Cho phương trình $\frac{m+3}{x+1}-\frac{5-3m}{x-2}=\frac{mx+3}{x^2-x+2}$ (m là tham số). Tìm m để phương trình vô nghiệm

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3+2y^2=x^2y+2xy \\ 2\sqrt{x^2-2y-1}+\sqrt[3]{y^3-14}=x-2 \end{cases}$

Bài 4. a) Cho tam giác ABC vuông tại A, có D là chân đường phân giác trong của góc A, H là chân đường vuông góc hạ từ A (D, H thuộc BC), BD = 6 cm, CD = 8 cm. Tính độ dài CH.

b) Tứ giác ABCD có đường tròn đường kính AD tiếp xúc với BC và đường tròn đường kính BC tiếp xúc với AD. Chứng minh rằng $ACD = BAC$.

c) Cho tam giác ABC vuông tại A (AB<AC) có đường cao AH (H thuộc BC). Tia phân giác của CAH cắt CH tại K, gọi M là trung điểm của AC, MK cắt AH tại N. Chứng minh rằng AK song song với BN.

Bài 5. a) Cho các số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng $\frac{a}{b+c}+\frac{25b}{c+a}+\frac{4c}{a+b}>2$.

b) Anh A vào làm ở công ty X với mức lương ban đầu là 10 triệu đồng/tháng. Nếu hoàn thành tốt nhiệm vụ thì cứ sau 6 tháng làm việc, lương của anh sẽ được tăng them 20% so với mức lương mà anh đang hưởng tại thời điểm đó. Hỏi bắt đầu từ tháng thứ mấy kể từ khi vào làm việc tại công ty X, tiền lương mỗi tháng của anh Anhiều hơn 20 triệu đồng (Biết rằng trong suốt thời gian làm ở công ty X, anh A luôn hoàn thành tốt nhiệm vụ).

------HẾT------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH YÊN BÁI

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS
NĂM HỌC 2020 – 2021

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: **TOÁN**
Thời gian: **150 phút** (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: **12/03/2021**

Câu 1. *(4,0 điểm)*

1) Tính giá trị của biểu thức $A=\left(1-x^5+x^7\right)^{2021}$, biết $x=\dfrac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{12}}$

2) Cho biểu thức $B=\dfrac{\sqrt{x}(1-x)^2}{1+x}:\left[\left(\dfrac{1-\sqrt{x^3}}{1-\sqrt{x}}+\sqrt{x}\right)\left(\dfrac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)\right]$

Với $x\ge 0; x\ne 1$. Chứng minh rằng $M=x\left(B-\dfrac{1}{2}\right)\le 0$

Câu 2. *(4,0 điểm)*

1) Giải phương trình: $\sqrt{x+4}+2020\sqrt{x+3}=2020+\sqrt{x^2+7x+12}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+3y=5xy \\ x^2+y^2=5xy^2 \end{cases}$

Câu 3. *(6,0 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại C, nội tiếp đường trong tâm (O) (CA>CB). Lấy M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC. Các đường thẳng AM và BC cắt nhau tại I, các đường thẳng AC và BM cắt nhau tại K.

1) Chứng minh ΔABI cân và tứ giác MICK nội tiếp.

2) Đường thẳng BM cắt tiếp tuyến tại A của (O) tại N. Chứng minh đường thẳng NI là tiếp tuyến của (B;BA) và $NI\perp MO$

3) Đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK cắt đường tròn (B;BA) tại D (D không trùng với I). Chứng minh rằng 3 điểm A, C, D thẳng hàng.

Câu 4. *(4,0 điểm)*

1) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^4=y^2+4y+1$

2) Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho hai số n+50 và n-11 đều là lập phương của hai số nguyên dương nào đó.

Câu 5. *(2,0 điểm)*

Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{x}{y^2+z^2}+\dfrac{y}{z^2+x^2}+\dfrac{z}{x^2+y^2}$

------HẾT------