

代
數
學

山本信實編

三

特37-156

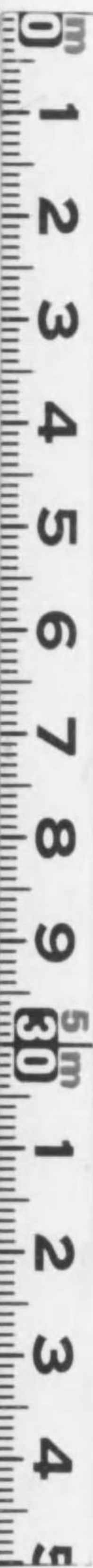


1200800188467

特37

156

二
三
号



始



10
Case 2
shel. 2

明治九年十月

代

類算數
屬代數
冊十
函五

在部省

學

文部省

明治九年十月廿四日交付

代數學上編卷三目錄

- 一 獨項式ノ乘方
- 一 多項式ノ乘方
- 一 獨項式開方
- 一 多項式開方
- 一 設題

交付

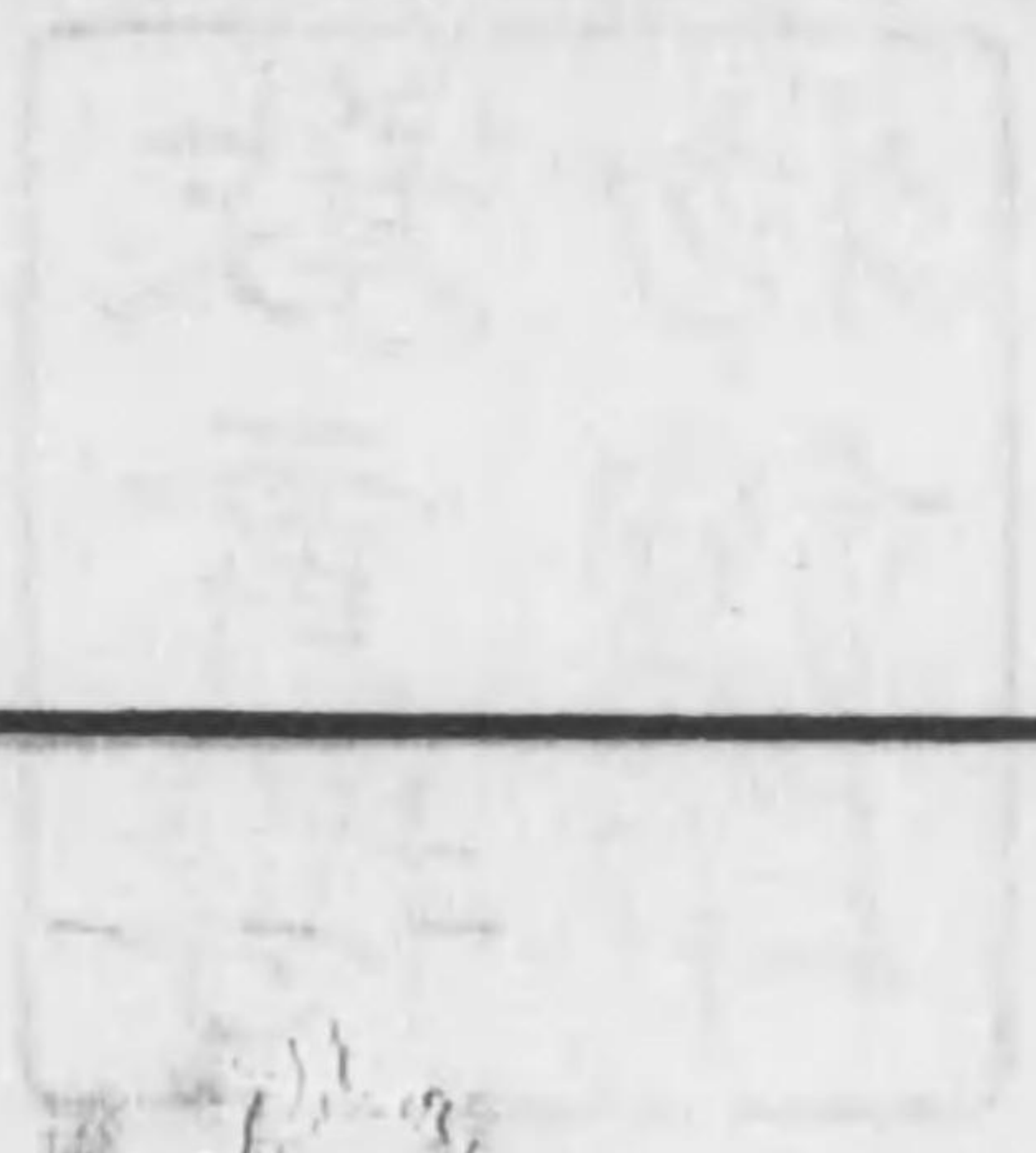


教育博物館印

代數學 卷三 目錄

文部省

不... 卷三... 三...



一... 二... 三... 四... 五...

代數學上編卷三目錄

代數學上編卷三

乘方及其開方論

山本信實編

第一款凡ソ何數何式ニ關セズ自カラ累乘シテ得ル所ノ積之ヲ名ケテ乘方ト云フ蓋其累乘ニ二箇三箇或ハn箇ナル者アリ故ニ乘方ヲ分ツテ二乘方三乘方或ハn乗方ト爲ス○假令ハa數ヲ累乘シテn乗方ニ至レバ則チ其a數ヲ名ケテ其乘方ノ根ト云ヒnヲ名ケテ方指數ト云フ

代數學 卷三 一 大邦館

系、凡ソ何數ニ拘ラス數ノ乗方ハ都テ常ノ乗
法ヲ以テ求ムルヲ得ハレ今猶其表ヲ作り
テ左ニ掲ケル

乗方表

二乗	三乗	四乗	五乗	六乗	七乗
1	1	1	1	1	1
4	8	16	32	64	128
9	27	81	243	729	2187
16	64	256	1024	4096	16834
25	125	625	3125	15625	78125
36	216	1296	7776	46656	279936
49	343	2401	16807	117649	823543
64	512	4096	32768	261441	2097152
81	729	6561	59049	531441	4782969
100	1000	10000	100000	1000000	10000000

第二款 凡ソ乗方數アリテ其根數ヲ求ムルノ

法ヲ名ケテ開方法ト云フ今乗方ノ如ク之ヲ分

ツテ二乗方、三乗方、四乗方等ノ開方トナス

開方ハ乗方ノ還元ナリ故ニ其法ノ則、乗方ニ基

カザルヲ得ズ是ヲ以テ始メニ乗方ヲ論ジ次ニ

開方法ニ及ブ可シ

第三款 凡ソ一項多項ノ代數式ヲシテ幾何乗

方トナサント欲ス必ズ公則ヲ要ス今之ヲ左ニ舉グ

第四款 獨項式ノ乘法三則乘方ノ

獨項式ノ乘法三則乘方ノ

第一公則 連乘積ノ乗方ハ必ズ其諸乗數ノ
幾乗方ノ連乘ニ等シ則チ (p q r s ...) 乗方ハ

$p^n q^n r^n s^n \dots$ 二等キヲ云フナリ

(p q r s ...) ⁿ = (p q r s ...) 証

× (p q r s ...) × (p q r s ...) -----

又之
ヲ變
化ス

(p p p ...) × (q q q ...) × (r r r ...) -----

× (s s s ...) -----

故

$p^n \times q^n \times r^n \times s^n \dots$ -----

即チ公則

第一公則 連乘積ノ乗方ハ必ズ其諸乗數ノ
幾乗方ノ連乘ニ等シ則チ (p q r s ...) 乗方ハ

幾乗方ノ連乘ニ等シ則チ (p q r s ...) 乗方ハ

チ a^n ヲ m 乗方スレバ a^{mn} トナルガ如シ

証

$(a^n)^2 = a^n \times a^n = a^{2n}$

$(a^n)^3 = a^n \times a^n \times a^n = a^{3n}$

$(a^n)^4 = a^n \times a^n \times a^n \times a^n = a^{4n}$

∴

$(a^n)^m = a^n \times a^n \times a^n \dots$ 乗數 m 箇

$= a^{n+n+n \dots}$

乘數 m 箇
ナルヲ以テ
下ノ如シ

$(a^n)^m = a^{n+n+n \dots} = a^{mn}$

則チ公則ト合ス

第四公則

分數ノⁿ乗方ハ必ず其分母ノⁿ

乗方ヲ以テ分子ノⁿ乗方ヲ除スルニ等シ則

チ $(\frac{a}{b})^n$ 乗方ハ $\frac{a^n}{b^n}$ ニ等キガ如シ

証

$$(\frac{a}{b})^n = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \dots$$

乗數箇數ⁿ

故ニ分數乘法
ノ則ニ據レバ

$$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$$

ト合ス
則チ公則

右ノ三公則ヲ用ユレバ何獨項式ヲ論ズルナ
ク俱ニ幾何乗方トナス下ヲ得可シ

第五款

凡ソ多項式ノ乗方ヲ求メシト欲セバ

多項式ノ乗方

(一) $(3ab)^2 = 9a^2b^2$

(二) $(7axy)^3 = 343a^3x^3y^3$

(三) $(\frac{1}{2}ax)^4 = \frac{1}{16}a^4x^4$

(四) $(\frac{3}{5}a^2y)^3 = \frac{27}{125}a^6y^3$

(五) $(-7ax^2y^3)^2 = +49a^2x^4y^6$

(六) $(-3ax^2)^3 = -27a^3x^6$

(七) $(-\frac{7}{11}bx^2z^3)^2 = +\frac{49}{121}b^2x^4z^6$

(八) $(-\frac{2}{3}ac^2z^3)^5 = -\frac{2^5}{3^5}a^5c^{10}z^{15}$

(九) $(\frac{3a}{4b})^2 = \frac{9a^2}{16b^2} = \frac{9}{16} \times \frac{a^2}{b^2}$

(十) $(\frac{-7ax^2}{by})^2 = -\frac{49a^2x^4}{b^2y^2}$

必ズ常ノ乘法ヲ用ヒテ之ヲ累乘ス可シ

譬ハ式アリ之ヲ四乗方トナスヲ求ム其

布算ノ草左ノ如シ

$$\begin{array}{r}
2a+5b \\
2a+5b \\
\hline
4a^2+10ab \\
\quad +10ab+25b^2 \\
\hline
4a^2+20ab+25b^2 \\
2a^2+5b \\
\hline
6a^4+40a^2b+50ab^2 \\
\quad +20a^2b+100ab^2+125b^3 \\
\hline
6a^4+60a^2b+150ab^2+125b^3
\end{array}$$

是レ則チ求ムル所ノ三乗方ナリ

第一系凡ソ乗方及ヒ開方ノ法共ニ二項式

$a+b$ ノ諸乗方ニ基ク故ニ其諸乗方ノ詳式ヲ左

三列ス

一乗方 $(a+b)^1 = a+b$

二乗方 $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

三乗方 $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

四乗方 $(a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$

五乗方 $(a+b)^5 = a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$

餘ハ之ヲ略ス

第二系今細ニ右 $a+b$ 諸乗方ノ詳式ヲ推攻ス

ル⁷左ノ如シニ
 一凡^{a+b}ソ^{a+b}諸乗方ノ詳式ハ必ず相對式ヲナスナ
 リ蓋シ其式中 a b ヲレテ互ニ對換スルモ
 其乗方ノ詳式異ナル⁷ナレ故ニ之ヲ相對
 ノ式ト名ヅク
 二凡^{a+b}ソ^{a+b}ノ乗方詳式ニ於テ其諸項ノ箇數ハ
 一必ず其方指數ヨリ大ナル⁷一箇ナリ
 三凡^aソ首項中^aノ乗方ト尾項中^bノ乗方ト
 ハ常ニ方指數ニ等シ其諸乘方ノ詳式
 四凡^aソ^aノ指數ハ各項毎ニ一箇ヲ減シ^bノ

指數ハ之ニ反シテ各項毎ニ一箇ヲ増加ス
 故ニ a ヲ以テ之ヲ云ハハ遞降乗方詳式ト
 名ケ^bヲ以テ之ヲ云ハハ遞昇詳式ト名ク
 五凡^aソ詳式ノ諸項中首尾ニ項ヲ除クノ外皆
 a b 乗方ノ相乘ニレテ其兩方指數ノ和ハ
 ハ必ず $a+b$ 式ノ方指數ニ等シ
 六凡^aソ初項ヨリ中項ニ至ル諸項ノ係數ハ必
 ス増加シ中項ヨリ尾項ニ至ルノ諸係數ハ
 必ず減少ス而シテ其増加減少ノ數互ニ相
 等シ

七凡ソ a b 相對スルノ諸項ハ其係數恆ニ相等シ譬ヘハ五乘方詳式ノ如キ初項尾項ノ兩係數二項ト五項トノ兩係數及ヒ三項ト六項トノ兩係數必ズ相等シ

八凡ソ $a+b$ 若干乘方ノ詳式ノ第二項ノ係數ハ必ズ其前乘方詳式第一項ノ係數ト第二項ノ係數トノ和ニ等シ又第三項ノ係數ハ必ズ前詳式第二項ト第三項トノ係數ノ和ニ等シ餘ハ皆之ニ倣ス可シ但シ初項ノ係數ヲ譬ハ $(a+b)^4$ ノ詳式ニ依テ五乘方各項ノ係數ヲ

推セバ

- 第一項 係數 = 1
- 第二項 係數 = 1 + 4 = 5
- 第三項 係數 = 4 + 6 = 10
- 第四項 係數 = 6 + 4 = 10
- 第五項 係數 = 4 + 1 = 5
- 第六項 係數 = 1

第三系 若シ遞降方級數 $a^n, a^{n-1}, a^{n-2}, a^{n-3}, a^3, a^2, a$

1ニ遞昇方級數 $1, b, b^2, b^{n-1}, b^n$ 以テ

乘ズレバ之ヲ依テ生ズル所ノ $a^n, a^{n-1}, a^{n-2}, a^{n-3}, a^3, a^2, a$

等箇 $a^3 b^{n-3}, a^2 b^{n-2}, a b^{n-1}, b^n$ 必ズ方級數ヲナス可シ但シ

而ノ其各項必ズ $(a+b)^n$ 詳式ノ各項係數ヲハシ

等レ故ニ各項ノ係數ヲ以テ右方級數ノ諸項
 ニ乗ズレバ必ズ $(a+b)^n$ ノ詳式ヲナスナリ○英國
 ノ奈端氏其係數ヲ求ムルノ一簡法ヲ造レリ
 其法先ツ n ヲ以テ乘方ノ數トナレ次ニ $\frac{n-1}{1}$
 $\frac{n-2}{2}$ $\frac{n-3}{3}$ $\frac{n-4}{4}$ $\frac{n-5}{5}$ $\frac{n-6}{6}$ $\frac{n-7}{7}$ 等ノ如キ分數ヲ作
 リ其第一分數ヲ以テ第二項ノ係數トレ第一
 二分數ノ相乘積ヲ以テ第三項ノ係數トレ第
 一二三分數ノ相乘積ヲ以テ第四項ノ係數ト
 ス逐次此ノ如クニテ諸係數ヲ推求ス可レ此
 法ヲ名ヅケテ奈端氏合名法ト云フ

合名公式

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^{n-3}b^3 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} a^{n-4}b^4 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} a^{n-5}b^5 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} a^{n-6}b^6 + \dots$$

ナ	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{8}{8}$	ハ	等	$\frac{n}{1}$	ト	今
ス	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{10}{1}$	ノ	$\frac{n-1}{2}$	ス	n
故		$\frac{3}{8}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{9}{2}$	分	$\frac{n-2}{3}$	レ	ヲ
=	ヲ				數		バ	10

(一) = 10 (二) = $\frac{10}{1} \times \frac{9}{2} = 45$ (三) $45 \times \frac{8}{3} = 120$
 (五) $120 \times \frac{7}{4} = 210$ (六) $210 \times \frac{6}{5} = 252$

(*) $252 \times \frac{5}{6} = 210$

(八) $210 \times \frac{4}{7} = 120$

(九) $120 \times \frac{3}{8} = 45$

(+) $45 \times \frac{2}{9} = 10$

因

テ

$(a+b)^{10} = a^{10} + 10a^9b + 45a^8b^2 + 120a^7b^3 +$

$210a^6b^4 + 252a^5b^5 + 210a^4b^6 + 120$

$a^3b^7 + 45a^2b^8 + 10ab^9 + b^{10}$

幾乗方ニ抱
ラズ此法ヲ
用ユレハ共
= 其詳式ヲ
造ルノ容易
ナル可シ

第五系 若シ合名公式ニ於テボヲ以テ負ト

ナセバ其偶項ノ號必ズ負トナル可シ蓋シ負

數ハ偶乗方ハ正ニ奇乗方ハ負ナシバナリ

多項式乗方ヲ求ムル簡法

一第一項ヲ以テ遞降方級數ヲ作り其最高ノ

乗方ヨリ起リ各項毎ニ一乗方ヲ降シ末項

ニ至リテ一箇ヲ造ル可シ

二一箇ヨリ起リ第二項ハ一乗方ニ乗方三乗

方等ヲ以テ各項トナシ方級數ヲ造リ之ヲ

前級數ノ下ニ置ク可シ

三右二級數ノ下ニ $\frac{n-1}{2}$ $\frac{n-2}{3}$ $\frac{n-3}{4}$ $\frac{n-4}{5}$ 等ノ二

箇三箇四箇五箇等ノ相乘積ヲ記ス可シ

四次ニ此三級數ノ相對項ヲ相乘ス可シ然ル

片ハ之ニ由テ自カラニ項ノ乘方詳式ヲ得

可シ

例乘方式 $(2a^3 - 3bc^2)^6$ 其詳式ヲ求ム其布算ノ草左

如シ

其詳式ヲ求ム其布算ノ草左

草算

$$64a^{18} + 32a^{15} + 16a^{12} + 8a^9 + 4a^6 + 2a^3 + 1$$

$$1 - 3bc^2 + 9b^2c^4 - 27b^3c^6 + 81b^4c^8 - 243b^5c^{10} + 729b^6c^{12}$$

$$1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1$$

此級數ノ相對各相乘ノ項ヲ相乘スバ

$$64a^{18} - 576a^{15}bc^2 + 2160a^{12}b^2c^4 - 4320a^9b^3c^6$$

$$+ 4860a^6b^4c^8 - 2916a^3b^5c^{10} + 729b^6c^{12}$$

是即テ望ム所
 $(2a^3 - 3bc^2)^6$
 詳式ナリ

第六系 二項式ノ乗方詳式ニ據レバ三項四
 項五項等ノ多項式モ亦々簡易ニ其乗方詳式
 ヲ求ムルヲ得可シ

例 式アリ其五乗方詳式ヲ求ム

法 式ノ末二項ヲ括リ獨項トナシ之ヲ二項式

$3a - (2b - 4c)$ 式
 式ノ末二項ヲ括リ獨項トナシ之ヲ二項式
 二變シ而シテ其五乗式ヲ作ル可シ

其布算ノ草左ノ如シ

算 草

$$(3a - (2b - 4c))^5 = 243a^5 - 405a^4(2b - 4c) + 270a^3(2b - 4c)^2 - 90a^2(2b - 4c)^3 + 15a(2b - 4c)^4 - (2b - 4c)^5$$

如バヲメ式方ノ式
 レ下解テヲノ諸中
 ノケ之求詳乘 $2b - 4c$

$$(2b - 4c)^1 = 2(b - 2c)$$

$$(2b - 4c)^2 = 4(b^2 - 4bc + 4c^2)$$

$$(2b - 4c)^3 = 8(b^3 - 6b^2c + 12bc^2 - 8c^3)$$

$$(2b - 4c)^4 = 16(b^4 - 8b^3c + 24b^2c^2 - 32bc^3 + 16c^4)$$

$$(2b - 4c)^5 = 32(b^5 - 10b^4c + 40b^3c^2 - 80b^2c^3 + 80bc^4 - 32c^5)$$

故ニ

第四題	第三題	第二題	第一題	獨項式
$8a^{3m-1}b^{2n+4}c$	$9a^m b c^n$	$2\frac{1}{2}a^2 b c^3$	$2abc$	二乘
$9a^{5m-2}d^{4n-1}$	$3a^{2m}c^n x^p$	$3\frac{3}{4}a^5 b^8 c^4$	$3a^2 b d^8$	ヲ求ム
及	$-8a^{3m}x^2 y^2$	$4\frac{5}{6}a^6 b^3 d^4$	$6a^4 b^3 d^2$	ト第一設題
式アリ	及	$8\frac{7}{8}a^6 b^4 d^5 x$	$9a^5 c^4 x^2$	ノ二乗方ヲ求ム
其二乗方ヲ求ム	式アリ	$12\frac{1}{4}a^3 d^2 x y^5$	$13a^2 b^8 c^4$	ノ二乗方ヲ求ム
	其二乗方ヲ求ム	式ノ二乗方ヲ求ム		

$$(3a-2b+4c)^5 = 243a^5 - 810a^4b + 1620a^4c + 1080a^3b^2 - 4320a^3bc + 4320a^3c^2 - 720a^2b^3 + 4320a^2b^2c - 8640a^2bc^2 + 5760a^2c^3 + 240ab^4 - 1920ab^3c + 5760ab^2c^2 - 7680abc^3 + 3840ac^4 - 32b^5 + 320b^4c - 1280b^3c^2 + 2560b^2c^3 - 2560bc^4 + 1024c^5.$$

則チ求ム所ノ五
乗方ノ詳式ナリ

	第二題	第一題	多項式ノ二乗方ヲ求ム ト第二設題
$a^m - a^n + a$	$5a^m b^n - 3a^n b^m$		
$a^{m-1} + b^{n-1} + c$	$6a^{m-1} - 7b^{n+2}$		
$a+b+c+d$	今	今	
及	及		
$a-b+2c$	$a+b+c$	$a+2b$	
$4a^m + 3a^n + 2a^p + a^q$	$2a+3b+4c$	$2a-3b$	
式ヲリ其二乗方ノ詳式ヲ求ム	其二乗方ノ詳式各幾何ナルヤ	$3b+5c$	
		$5x-1$	
		$8a-9$	
		$6a^2 b - c^2$	
		$-3ab^2 + 5b^3$	
		$7a^3 - 6b^3$	
		$9a^m - 5b^n$	
		$3a^r b^s + 2c^t$	

第八題	第七題	第六題	第五題
$41a^{4m} y^n z^2$	$19a^m b^n$	$108a^3 b^0 e^{4n}$	$0,5a^2 b^3 c^4 d$
$901a^{5n} y^m z^{-1}$	$205a^p b^r$		
$0,05p^m q^{m-2} r^{m+b}$	$2,8a^5 b^{2m+2} c^8$	$4,5a^5 b^9 c^8$	$18a^5 b^4 c x$
$104p^3 q^{3m+5} r^{5-3m}$	$5,07x^m y^{m+5} z^{-8}$	$9,7a^m b^n x^{-1}$	$0,01a^8 b^5 o^4$
及	及	及	及
$4,15a^m b^{5-2n} c^3$	$1,9lx^{2m+5} y^{5m+4}$	$8,09x^{-3} y^{4m}$	$0,019ab^2 xy$
$6,09a^{2m} b^{n+5} c^8$	$61a^2 b^{m-2} c^{n+4}$		
分數ヲリ其二乗方ヲ求ム	分數ヲリ其二乗方ヲ求ム	アリ其二乗方ヲ求ム	アリ其二乗方ヲ求ム

獨項式諸乘方ヲ求ムト第三設題

第一題 今

$$(ab^3e^2)^2$$
$$(a^2b^4c^3)^3$$
$$(a^9b^5e)^4$$
$$(x^5y^4z^3)^5$$

及ヒ
如キ乘方式

有リ其詳式各幾何ナルヤ

第二題 今

$$(4a^3b^5c)^3$$
$$(3a^5b^4c^0d)^5$$
$$(9a^8b^{-1}c^4d)^6$$
$$(-8a^6b^4c^2)^3$$

及ヒ
如キ乘方式

有リ其詳式各幾何ナルヤ

第三題 今

$$(\pm 2\frac{1}{3}a^m b^m e)^3$$
$$(\pm 5\frac{1}{2}a^{m+n} b^m c^p)^5$$
$$(\pm 3\frac{3}{4}a^{-2} b^{-5})^4$$
$$(\pm 1\frac{1}{8}a^{m-3} b^{2m+5} c^3)^6$$
$$(\pm 6\frac{3}{5}a^{n-1} b^{r+3} c^q)^r$$

及ヒ
如キ乘方式

有リ其詳式各幾何ナルヤ

第四題 今

$$\left(\frac{5a^3b^2c^4}{7d^2e^5f}\right)^3$$
$$\left(\frac{4a^5b^nd^{-2}}{5e^7f^3g^m}\right)^5$$
$$\left(\frac{6\frac{2}{3}a^mb^nc^p}{2\frac{2}{3}ab^3c^2}\right)^5$$
$$\left(\frac{-3\frac{1}{3}a^{-5}b^{-7}}{1\frac{1}{4}d^7e^{-4}}\right)^4$$
$$\left(\pm \frac{1\frac{4}{5}a^m b^5 c^{n+p}}{4\frac{1}{2}a^{-5} b^{-m} c^{-p}}\right)^6$$

及ヒ
如キ乘方式

如キ分式乘方アリ其詳式ヲ求ム

第五題 今

$$\left(\pm \frac{1,3a^2b^5}{1,2d^5x^2y}\right)^3$$
$$\left(\pm \frac{0,4a^{-2}b^5}{0,07c^{-3}d^4}\right)^4$$
$$\left(\pm \frac{0,3x^{-m}y^n}{0,01z^{m-n}}\right)^n$$
$$\left(\pm \frac{0,2d^{m-n}e^rf^5p}{8,9d^nm_e^{-r}f^4}\right)^4$$
$$\left(\pm \frac{0,05a^mb^{m-n}c^{-r}}{0,003a^{-2}b^{-n}c^{p-r}}\right)^5$$

及ヒ
如キ乘方式

如キ分式乘方アリ其詳式如何

第六題 今

$$\left(\frac{3c}{1+2b}\right)^3$$
$$\left(\frac{7ab^2c^3}{7ab^2c^3}\right)^2$$
$$\left(\frac{7abd}{6xy}\right)^5$$
$$\left(\frac{21a^2bd^3}{3x^2y^3}\right)^3$$

其詳式ヲ求ム

如キ分式ノ乗方アリ其詳式各幾何ナルヤ

第四題 今

$$\left(2a(6a^3b + \frac{9c^2d^2}{2a})\right)^5$$

$$\left(5x^2(4vw - \frac{8yz^4}{10x^2})\right)^4$$

$$\left(\frac{8a^2b}{5c^2d} + \frac{16a^4b^5}{10c^6d^7}\right)^3$$

及ヒ

$$\left(\frac{5ab^2c}{3d^4e^2} - \frac{15a^3bc^2}{3d^2e^5}\right)^6$$

及ヒ

$$\left(\frac{3a^3b^2}{5c^2d^2} + \frac{4c^2d^2}{6ab^2}\right)^7$$

其詳式各幾何ナルヤ

第三題 今

$$(2(8a^2 + 12b^3))^5$$

$$(3a(5a^3b - 9c^2d^8))^6$$

$$(6a^n \pm 9b^m)^4$$

$$(2x(4y^3z^2 + 8x^2))^4$$

$$(2x^2(4x^2y - 6w^3z^4))^7$$

$$(8a^{m-1} - 9b^{n-1})^5$$

及ヒ

$$(5a^4b^3c^2 \pm 15a^7b^6c^4)^8$$

式アリ

從ヒテ詳式ヲ作レバ各幾何ナルヤ

第二題 今

$$(5a^3 \pm 15ab^2)^6$$

$$(8a^2x \pm 4ax^2)^7$$

$$(9a^3b^2 \pm 15a^2b^3)^5$$

$$(7a^2bx \pm 21ab^3x^2)^8$$

$$(4a^2b^3x \pm 6ab^5x^3)^4$$

式アリ其方指數

幾何ナルヤ 式アリ其方指數ニ依テ詳式ヲ作レバ各

第一題 今

$$(8a^3bc - 7c^2d^3)^3$$

$$(a+3b)^3$$

$$(2a-5b)^4$$

$$(3a-6b)^5$$

$$(4a+8b)^6$$

$$(5a+4b)^4$$

$$(6a-b)^5$$

$$(1a^2-5b^2)^3$$

$$(3ab^2+5b^3)^3$$

$$(6abc-9ad^2)^8$$

及ヒ

多項式ノ諸乗方ヲ求ムト第四題

第五題

今 $(a+b+c)^8$
及 $(a-b-c)^4$
何 $(a-2b+3c)^3$
三項式 $(2a+5b-3c)^5$
乗方 $(6a-5b-4c)^6$
其詳式 $(2a^2-3b^2+4c^2)^3$
 $(3a^3-5b^4+7c^6)^4$
 $(6a^4+4a^3-2a^2)^3$
 $(8a^4b-6a^3b^2-4a^2b^3)^4$
 $(9a^4b^5+7a^2b^3-5b)^3$

$(13a^6b^3+11a^4bc^3+9a^2b^2c^5)^4$

第六題

今 $(8a^m-9a^{m-1}+7a^{m-2})^4$
各幾何 $(3^3+2^2+4^4)^5$
及 $(5x^3-7x^2-6x)^7$
乗方 $(9x^3y^2+9x^2y^3+3xy^4)^3$
其詳式

$(a^m+b^n+c^p)^5$

第七題

今 $(5abx+4cdy-2z^4)^3$
及 $(9^5-7^3+6^2)^4$
何 $(8^5-6^4-4^3)^3$
乗方 $(6a^2b+9c^3d^2+11e^4f^2)^4$
其詳式

第八題

今 $(a+b)^n+(a-b)^n$
及 $(a+b)^m-(a-b)^m$
二項累乗ノ加減
其詳式幾何ナルヤ

第九題

今 $(a+b)^8$
及 $(3a+5b)^{10}$
何 $(5a-6b)^{12}$
乗方 $(6a^2-9b^2)^{14}$
其詳式
兩中
其詳式
兩中
其詳式
兩中

第十題 今

$$(7a^3+5b^4)^7$$

$$(6a^2b-9ab^2)^3$$

$$(5abc-8bd)^{11}$$

$$(12a^4c^3d^2-16a^2c^5d^3)^{15}$$

及ヒ

$$\left(\frac{4a^6}{9b^4}-1\right)^{19}$$

、如キ諸乗方アリ其詳式ノ

中項各幾何ナルヤ

第十一題 今

、如キ二箇ノ乗方アリ其詳式ノ第六項ト第十五項トヲ求ム

第十二題 今

$$(3a^3b^2c-6a^2e^3)^{14}$$

$$(6a^2b^3+9c^2d^3)^{20}$$

及ヒ

$$(5a^4b^3d-20ab^2d)^{28}$$

$$\left(1+\frac{9a^2b}{5c^2d}\right)^{16}$$

ノ如キ乗方アリ其詳式ノ第三項及ヒ第十二項ヲ求ム

代數開方ヲ論ズ

第六款 凡ソ何數何式ニ關セズ之ヲ開方スルハ其數或ハ式ヲ以テ乗方トナスノ根ヲ求メント欲スルニアリ ○假令バ四號ノ如キハaヲ以テ乗方トナスノ根ヲ表ス 卷之十一ニ詳カナリニ若シ設ケル所ノ數ヲ以テ若干乗方トナレテ之ヲ開ケバ其根必ス一箇二箇或ハ數箇ノ數目字ヲナス而シテ其數ハ一位十位等ノ諸數ノ和ナリ故ニ一數ノ乗方根ハ必ズa+b+c+d...式ノ如ク攷ヘテ可ナリ ○是ヲ以テ此式ヲ自ラ相乘シ

$$(a+b+c)^2 = a^2$$

$$+ (2a+b) \times b$$

$$+ (2a+2b+c) \times c$$

推乘ノノd b テヲ同
スヲ(自和等o a以法)

$$(a+b+c+d+e+f)^2 = a^2 \text{ (甲)}$$

$$+ (2a+b) \times b$$

$$+ (2a+2b+c) \times c$$

$$+ (2a+2b+2c+d) \times d$$

$$+ (2a+2b+2c+2d+e) \times e$$

$$+ (2a+2b+2c+2d+2e+f) \times f$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + (2a+b) \times b$$

$$((a+b)+c)^2 = (a+b)^2 + (2a+2b+c)c$$

トテ (a+b)² 今
セ a²+(2a+b)b ヲ式
バ ト 代 中

第七款

幾乗方トナセバ則チ其乗方ト根數トノ關係
如何ヲ知ルヲ得ベレ故ニ之ニ依テ又開方ノ法
ヲ求ムルヲ得ベキナリ今 a+b+c+d+e+f 式ノ諸
乗方ヲ求ムルヲ得ル下款ノ如シ
變式ヲ
如下
若レ
數ト
レ
ト
加
ヘ
之
以
一
式
中
代
入
ス
ル
バ
下
ノ
如
シ
ト
ナ
セ

代數學 卷三 六 代數省

第八款 又前同法ヲ以テ a+b+c+d 式ノ三乘方及ヒ四乘方ノ詳式ヲ求ムルニ左ノ如シ

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + (3a^2 + 3ab + b^2) \times b$$

故

$$(a+b+c+d+e)^3 = a^3 + (3a^2 + 3ab + b^2) \times b + (3(a+b)^2 + 3(a+b)c + c^2) \times c + (3(a+b+c)^2 + 3(a+b+c)d + d^2) \times d + (3(a+b+c+d)^2 + 3(a+b+c+d)e + e^2) \times e$$

三乘方詳式

則

$$a+b+c$$

式ノ

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$= a^4 + (4a^3 + 6a^2b + 4ab^2 + b^3) \times b$$

故

$$(a+b+c+d+e)^4 = a^4 + (4a^3 + 6a^2b + 4ab^2 + b^3) \times b + (4(a+b)^3 + 6(a+b)^2c + 4(a+b)c^2 + c^3) \times c + (4(a+b+c)^3 + 6(a+b+c)^2d + 4(a+b+c)d^2 + d^3) \times d + (4(a+b+c+d)^3 + 6(a+b+c+d)^2e + 4(a+b+c+d)e^2 + e^3) \times e$$

則

四乘方詳式ナリ

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

故

$$(a+b+c+d+e)^5 = a^5 + (5a^4 + 10a^3b + 10a^2b^2 + 5ab^3 + b^4) \times b + (5(a+b)^4 + 10(a+b)^3c + 10(a+b)^2c^2 + 5(a+b)c^3 + c^4) \times c$$

則チ式ノ五乗方ノ詳式ナリ餘ハ類推ス可シ其他何多項式ヲ論スルナク皆ナ此例ヲ以テ其乗方ノ詳式ヲ求ムルヲ得可シ

第九款 前款既ニ $a+b+c+d+\dots$ 式諸乗方ノ詳式

ヲ論ズ此款猶ホ $(a+b+c+d+\dots)^n$ 乗方ノ公詳式ヲ求ムルノ法ヲ舉ゲテ之ヲ明カニス

式詳公ノ方乘式項ニ

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n$$

故ニ前同法ヲ以テ $(a+b+c+d+\dots)^n$ 式ノ詳式ヲ求ムレハ左ノ如シ

一 詳式ノ第一項ハ a^n ナリ

二 第二項ハ $\binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + n a b^{n-1} + b^n$

二 ナリ
三 第三項ハ第二項中ノ a b ヲ代ヘテ a+b c

トナスノ式ニ等シ

四 合名係數 n $\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$ 等ハ恒ニ變化スル

1 ナレ $\frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$

五 第四第五第六等ノ各項ハ第二項中ノ a

b ヲ代ヘテ (a+b+c) 及ヒ d, a+b+c+d 及、等ト

ナスノ諸式ニ等シ

六 詳式ノ諸項ハ其式必ズ等勢ナリ

式詳公ノ方乘諸式項多

$$(a+b+c+d \dots)^n = a^n$$

$$+ n a^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2} b^2 + \dots + \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots k} a^{n-k} b^k + \dots$$

$$+ \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} (a+b)^{n-2} c + \dots + n(a+b)^{n-2} c^{n-1} e$$

$$+ \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} (a+b+c)^{n-2} d + \dots + n(a+b+c)d^{n-2} + d^{n-1} d$$

$$+ \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} (a+b+c+d)^{n-2} e + \dots + n(a+b+c+d)e^{n-2} + e^{n-1} e$$

第十款 凡ソ開方ニ注意スヘキノ要事三例アリ左ハ如シ

一例 凡ソ根數十箇ナレバ其幾何乘方 10^n ハ

一 必ズ十箇ノ下ニ零 n 箇ヲ連續スルニ等シ
 二 例凡ソ十箇ヨリ小ナル數ヲ以テ根數ト
 ナセバ其 n 乗方ハ必ズ n 箇ノ數目字ヨリ
 ナル可シ○又十箇ノ二乗三乗四乗及ビ p
 乗方ヨリ小ナル數ヲ以テ根數トナセバ其
 n 乗方ハ必ズ $2n$ $3n$ $4n$ 及ビ pn 箇ノ數字ヲ以
 テ生ス可シ故ニ若シ某數ヲ分ツテ數區ト
 ナシ其各區ヲ n 箇ノ數目字ヲ函セシメ
 バ其數ノ n 乗方根ハ必ズ區數ニ等キ數目
 字ヲ為スナリ

三 例凡ソ $p+1$ 箇ノ數目字ヲ以テナル所ノ諸

乘數必ズ定位法ニ依テ

$$10^p \times a + 10^{p-1} \times b + 10^{p-2} \times c + 10^{p-3} \times d + 10^{p-4} \times e$$

箇式ヲナス可シ○式中 $a b c d e \dots$ 及 $g r s t u$

等ハ必ズ正整數〇一二三四五六七八九中ノ一ナリ
 又乗方ノ第二則ニ依テ等數アリ左ノ如シ

例

$$(100)^n = 10^{2n}$$

$$(1000)^n = 10^{3n}$$

$$(10000)^n = 10^{4n}$$

及ヒ其公式

$$(10^p)^n = 10^{pn}$$

第十(一)款 凡ノ數ノ n 乗方根ヲ求ムルニ六公則有リ左ノ如シ

第一則 凡ソ開方セント欲スルノ數ハ之ヲ

分テ數區トナシ其每區ヲメ n 箇ノ數目字ヲ函

セシム可シ然ル片ハ其根ハ必ズ區數ニ等キ

箇數ノ數目字ヲ以テ生ズ

第二則 一 二 三 四 五 六 七 八 九 諸數ノ乗方表

ヲ造ル可シ 第一款見レテ

第三則 首區ノ數ヲ以テ乗方表ノ數ト比較

シテ根數ノ首數ヲ求ム可シ 假令ハ首區ノ數

5^n 6^n 乗方ノ中間ニアレバ其 n 乗方根ノ首數

ハ必ズ五ナリ而メ首區ノ乗方根ハ五六兩數

ノ間ニアリ○若シ區數 $p+1$ ナレバ其 n 乗方根

ノ首數必ズ 5×10^p 6×10^p 乗方根ハ

ニアリ

第四則 次ニ 5^n ヲ以テ首區ノ數ヨリ減ズレ

バ其餘數ト諸次區トノ和ハ必ズ諸次根ノ和ノ n 乗

方ノ諸次項ノ和ニ等シ

第五則

$(a+b+c+d)^n$

乗方ノ詳式第二項

$$+ (na^{n-1} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2} b + \dots + na^n b^{n-2} + b^{n-1}) \times 0 =$$
 二項を求めん凡ノ式中 a b ハ $a \times 10^p$ $b \times 10^{p-1}$ テ根ノ第

式トナス故ニ第一項 na^{n-1} ト第二項 $\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2} b$ ハ十

トトノ比ハ如ク又其第二項ト第三項 $\frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^{n-3} b^2$

ハ十ト一トノ比ノ如キナリ餘ハ之ニ準ス

先ツ根ノ首數 a $n-1$ 乘シ之ニ n a $n-1$ 乘シ之ニ n a $n-1$ 乘シ之ニ餘數

ノ首ヲ除シ餘數ヲ命シテ A トス b n a $n-1$ 得之ヲ

第二ノ根トナシ次 $= a^{n-1}, a^{n-2}, \dots, a^2, a, 1$ ノ諸

乘方ニ合名係數 $n, \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}, \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}, \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$

及ヒ $\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}, n, 1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$

級數ヲ以テ乘シ其諸積ノ和ヲ以テ

A n a $n-1$ 減ス可シ

第六則 又其餘リ A n a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$

項 $(n(a+b)^{n-1} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} (a+b)^{n-2} a + \dots + n(a+b)^n a^{n-1})$

= 依テ根ノ第三 a n a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$

B n a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$

右ノ公則中 n a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$ a $n-1$

平開立ノ原因自カラ明カナル可キ也

若シ根指數、分名可キ數ナレバ其根號式ヲ變
シテ累根號式トナスヲ得可シ例左ノ如ク

$$\sqrt[4]{a} = \sqrt{\sqrt{a}}$$

$$\sqrt[6]{a} = \sqrt[3]{\sqrt{a}}$$

$$\sqrt[8]{a} = \sqrt[4]{\sqrt[2]{a}}$$

$$\sqrt[9]{a} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{a}}$$

$$\sqrt[10]{a} = \sqrt[5]{\sqrt[2]{a}}$$

餘ハ類推可シ

第十二款 凡ソ分數、整數ヲ論スルナク之ヲ分
ツテ有理、無理ノ乘方トナス假令ハ a 數アリテ
若シ a 數ノ n 乘方ニ等ケレバ之ヲ名ケテ有理
ノ乘方ト云フ若シ a 數、他數ノ乘方ナレバ

之ヲ名ケテ無理ノ乘方ト云フ又之ヲ無根又同
理ヲ以テ代數式ヲ分テ有理、無理ノ乘方トナス

$$a^2 + b$$

$$3a^3 - 2a^2b + ab^2 - 2b^3$$

式ノ如キ之ヲ無理ノ平方ト名ク
式ノ如キ之ヲ無理ノ立方ト名ク

餘ハ類推ス可シ
第一公則 凡ソ a 、 b 、 o 、 d 等ノ諸數ノ連乘積
ノ n 乘方根ハ必ズ其各數ノ n 乘方根ノ連乘

ニ等シ

假令ハ $\sqrt[n]{abcd}$ ノ如キハ $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} \times \sqrt[n]{c}$
ニ等シ

証 若シ $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{p}$ $\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{q}$ $\sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{r}$ 命シテ p q r 等トスレ

バ a ハ p^n b ハ q^n c ハ r^n d ハ s^n 等ク a b c d
ハ類推 故ニ等數アリ左ノ如シ

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} \times \sqrt[n]{c} \times \sqrt[n]{d} = \sqrt[n]{p^n} \times \sqrt[n]{q^n} \times \sqrt[n]{r^n} \times \sqrt[n]{s^n} = \sqrt[n]{p^n q^n r^n s^n} = \sqrt[n]{(pqr)^n} = pqr$$

故ニ

$$\sqrt[n]{abcd} = \sqrt[n]{pqr} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} \times \sqrt[n]{c} \times \sqrt[n]{d}$$

系 右公則ニ據レバ $\sqrt[n]{a^m b^n}$ 式ノ如キハ左ノ如ク
ナス可シ

$$\sqrt[n]{a^m b^n} = \sqrt[n]{a^m} \times \sqrt[n]{b^n} = a^{m/n} b$$

注 時アリテ無理ノ乘方中其同類ノ有理乘
方ヲ以テ除約レ得可キ者アリ此ノ如キハ左ノ如ク

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \times 2}$$

$$= 3\sqrt[3]{2}$$

又

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b^n c}$$

$$= b \sqrt[n]{c}$$

餘ハ類推スヘシ

則 凡ソ無理ノ整數ヲ乘方ニ開カント欲

セバ先ツ其 a 數ニ最大ノ約數アルヤ否ヤヲ
驗レ若シ約數 b^n アレバ $\sqrt[n]{a}$ ハ $\sqrt[n]{b^0}$ ニ等レ

附則

- 一 若レ不可分ノ數 P アリテ a ノ二數ヨリ
小ニノ且ツ二數ノ約數ナラザレバ其 P 數
ハ又 a ノ相乘積ノ約數ニ非ズ
- 二 若シ不可分數 P アリテ a ノ b 等ノ諸數
ノ約數ニアラザレバ則 P 又諸數連乘積ノ
約數ニ非ズ
- 三 若レ不可分數 P アリテ a ノ約數ニアラ

ザレバ其 P 又必ズ a^n 乗方ノ約數ニ非ズ

四 若シ a ノ二數互ニ度ル能ハザレバ則 $\frac{a^n}{b}$
 $\frac{a^{n-2}}{b^2}$ $\frac{a^{n-3}}{b^3}$ \dots $\frac{a^n}{b^n}$ 諸分數ハ必ズ整數ニ非ズ

第二公則 若シ整數 a アリテ其 n 乗方根整
數 b ヨリ大ニノ整數 $b+1$ ヨリ小ナレバ其乗方

根 $\sqrt[n]{a}$ ハ必ズ $b+\frac{p}{q}$ ノ如キ帶分數ヲ為ス $\sqrt[n]{a}$ 能ハズ
第三公則 若シ $\sqrt[n]{a}$ 乗方根アリテ其同數 b ヨ

リ大ニノ $b+1$ ヨリ小ナレバ其同數ヲレテ十全
ナラシム能ハズ然リト雖モ其漸近ノ帶分
數ノ如キハ之ヲ求ムルヲ得可シ

今 a 數 $= 10^n 10^{2n} 10^{3n}$ 等ノ級數ヲ以テ乘シ其積ヲ開キテ n 乗方根ヲ求ムレバ

$$10\sqrt[n]{a}, 100\sqrt[n]{a}, 1000\sqrt[n]{a}, \dots$$

又 P 或 $\langle P+1$
 又 Q 或 $\langle Q+1$
 又 R 或 $\langle R+1$

是レ則チ $\sqrt[n]{a}$ 根ノ漸近數ナリ

因テ

$$\sqrt[n]{a} \rangle \frac{P}{10} \text{ 或 } \langle \frac{1}{10}(P+1).$$

$$\sqrt[n]{a} \rangle \frac{Q}{100} \text{ 或 } \langle \frac{1}{100}(P+1).$$

$$\sqrt[n]{a} \rangle \frac{R}{10000} \text{ 或 } \langle \frac{1}{1000}(R+1).$$

第十三款 凡ツ二箇ノ幾何アリテ若シ其兩幾

何ニ最大等數アレバ之ヲ名ヅケテ互ニ度ル可

キ幾何ト云フ若シ最大公約數ナケレバ之ヲ名

ケテ互ニ度ル能ハザルヲ幾何ト云フ可シ

第四公則 若シ整數 a 有理ノ n 乗方ニアラ

ザレバ則チ $\sqrt[n]{a}$ 及ヒ a ノ兩幾何必ず相度ルヲ能ハザル可シ

第十四款 凡ソ代數分式ノ根號式ハ必ず分子

ノ乗方根ヲ分母ノ乗方根ヲ以テ除スルニ等シ

証す能く分母を乗るも其の根式は

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\right)^n &= \frac{(\sqrt[n]{a})^n}{(\sqrt[n]{b})^n} \\ &= \frac{a}{b} \end{aligned}$$

ハ開ケ

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

則チ款ト合ス

○凡ソ式ヲ化シテ整式ノ根號式トナサ
 ント欲セバ先ツ前法ニ依テ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ トナシ而シテ
 其分母ヲ分母 b^{n-1} 乗方ヲ以テ乘ス可シ
 其算草左ノ如シ

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{\frac{a}{b}} &= \frac{\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b^{n-1}}}{\sqrt[n]{b} \times \sqrt[n]{b^{n-1}}} \\ &= \frac{\sqrt[n]{ab^{n-1}}}{\sqrt[n]{b^n}} \\ &= \frac{1}{b} \sqrt[n]{ab^{n-1}} \end{aligned}$$

若シ分母 b^n ナレバ根號式ノ
 分母子 b^{n-2} ナレバ又分母 b^3
 ナレバ b^{n-3} ナレバ又分母 b^3
 根號式共ニ此法ヲ照シテ整
 式ノ根號式トナス可シ

若シ根號内ノ分式帶分數ナレバ之ヲ化シテ
 混分式トナシ而シテ前法ニ依テ整式ニ變
 化ス可シ
 假令ハ $\sqrt[3]{\frac{10}{3}}$ ノ如キハ $\sqrt[3]{\frac{10 \times 3}{3 \times 3}} = \sqrt[3]{\frac{30}{9}}$ 餘ハ類推ス

整獨項式ノ開方
第十五款 凡ソ整獨項式ノ幾乘方根ヲ求メ

ト欲セバ必ズ先ヅ其式中諸元ノ方指數ニ根指數
ヲ以テ除約シ得可キ者有ルヤ否ヤヲ驗シ而

後チ除約シ得可キモノハ除約シテ之ヲ根號外
ニ記シ除約シ得ベカラザルモノハ之ヲ根號内

ニ記ス可シ
式ノ如キハ其根數ハ
以テ除約シ得ベキガ故ナリ
例一 $\sqrt[3]{18a^2b^3c^4}$
例二 $\sqrt[3]{3abc^2\sqrt{2b}}$
例三 $\sqrt[3]{32a^4b^7c^9x^4}$
例四 $\sqrt[8]{\frac{7}{9}a^{3n+1}b^7x^{3n+2}}$

猶五例ヲ擧ゲテ之ヲ詳カニ

例一 $\sqrt[3]{27a^3b^3x^3} = 3abx$
 $\sqrt[3]{9b^2x^4 \times 3abx} = 3bx^2\sqrt[3]{3abx}$
 例二 $\sqrt{\frac{4}{5}a^3bx^3z^7} = \sqrt{\frac{4 \times 5}{5 \times 5}a^2x^2z^6 \times abxz} = \frac{2}{5}axz^3\sqrt{5abxz}$

例三 $\sqrt[3]{32a^4b^7c^9x^4} = \sqrt[3]{8a^4b^6c^9x^3} \times 4abx = 2a^{1/3}b^{2/3}c^3x \sqrt[3]{4abx}$
 例四 $\sqrt[8]{\frac{7}{9}a^{3n+1}b^7x^{3n+2}} = \sqrt[8]{\frac{1}{9}a^{3n}b^6x^{3n}} \times 7abx^2 = \frac{1}{8}a^{3n/8}b^{6/8}x^{3n/8} \sqrt[8]{7abx^2}$

例 三

$$\sqrt[3]{\frac{5a^4x}{3(c+x)^2}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{a^4 \times 5x \times 9(c+x)}{3(c+x)^2 \times 9(c+x)}}$$

$$= \frac{a}{3(c+x)} \sqrt[3]{45ax(c+x)}$$

例 四

$$\sqrt[5]{\frac{3(a+y)^2}{8(a+y)^6}}$$

$$\sqrt[5]{\frac{3(a+y)^2 \times 4(a-y)^4}{8(a-y)^8 \times 4(a-y)^4}}$$

$$= \frac{1}{2(a-y)^2} \sqrt[5]{12(a^3 - a^2y - ay^2 + y^3)^2}$$

例 一

$$\sqrt{\frac{7a^3}{24bx^2}}$$

$$\sqrt{\frac{a^2 \times 7a \times 6b}{24bx^2 \times 6b}}$$

$$= \frac{a}{12bx} \sqrt{42ab}$$

例 二

$$\sqrt{\frac{5}{9} \times \frac{bx}{cy}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{9} \times \frac{5bx \times cy}{cy \times cy}}$$

$$= \frac{1}{3cy} \sqrt{5bcxy}$$

今左 = 五例ヲ舉ゲテ猶之ヲ明カニス

第十六款 凡ソ分式ノ幾乗方根ヲ求メント欲
セバ前十四款ノ法ヲ兼用シテ之ヲ得可
シ

分式ノ開方法

例 五

$$\sqrt[5]{\frac{2}{9} a^7 b^5 x^{11}}$$

$$\sqrt[5]{\frac{2 \times 3^8}{3^2 \times 3^8} a^7 b^5 x^{11}}$$

$$= \sqrt[5]{\frac{1}{3^5} a^5 b^5 x^{10}}$$

$$\times 54 a^2 x$$

∴

$$\frac{1}{8} a b x^2 \sqrt[5]{54 a^2 x}$$

式

$$\sqrt{\frac{3a}{4b}}$$

如

キ

ハ

十

四

款

ニ

依

テ

其

根

ヲ

求

メ

ン

ト

欲

ス

$$\frac{1}{2b} \sqrt{3ab}$$

ト
テ
ス

伊
葉
算
術
卷
三

例五

$$\sqrt[7]{1\frac{7}{9} \times \frac{(p+q)^2}{p^2q^2}}$$

$$\sqrt[7]{\frac{16}{9} \times \frac{(p+q)^2}{p^2q^2}}$$

$$\sqrt[7]{\frac{16(p+q)^2 \times 3^5 p^5 q^5}{3^2 p^2 q^2 \times 3^5 p^5 q^5}}$$

$$= \frac{1}{3pq} \sqrt[7]{16 \times 3^5 (p+q)^2 \times p^5 q^5}$$

$$\frac{1}{3pq} \sqrt[7]{3888 (p+q)^2 p^5 q^5}$$

餘例皆此式準ズ
第十七款凡ソ多項式ノ幾乘方根ヲ求メント
欲セバ必ズ前十一款ノ則ヲ以テ之ヲ得可シ
其例ヲ左ニ舉グ

式

$$9x^4 - 12x^3 + 28x^2 - 16x + 16$$

二乗方根更求

$$9x^2 - 12x^3 + 28x^2 - 16x + 16 \quad (3x^2 - 2x + 4)$$

甲	$-9x^4$	
乙	$-----$	$12x^3 + 28x^2$
丙	$-----$	$12x^3 + 4x^2$
丁	$-----$	$24x^2 - 16x + 16$
戊	$-----$	$24x^2 - 16x + 16$
		0

法 右ノ如ク先ツ x ノ指數ノ大小ニ從テ之ヲ列シ而ノ原式ノ首項 $9x^4$ ヲ平方ニ開キ $3x^2$ ヲ得之ノ根ノ首項トナシ其自乗ヲ以テ原式ヨリ減シ如^甲ノ餘式如^乙ヲ得次ニ根ノ首項二倍ヲ以テ餘式ノ首項ヲ除約シ $2x$ ヲ得テ根ノ第二項トナシ根ノ首項ニ倍ト第二項トヲ相加ヘ第二項ヲ以テ之ニ乘シ其積如^丙ヲ餘式ヨリ減シ又餘式如^丁ヲ得再ニ根ノ首項次項ノ和ノ二倍ヲ以テ其餘式ヲ除シ $+4$ ヲ得テ根第三項トナシ之ヲ根ノ首次二項ノ二倍ノ和ニ

其加ヘ又其三項ヲ以テ之ニ乘シ如^戊ノ其積ヲ餘式丁ヨリ減ズルニ餘式ナシ故ニ $3x^2+2x+4$ ハ必ズ原式ノ平方根ナリ

式 $8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$

アリ其立方根ヲ求ム下ノ如シ

$$\begin{array}{r}
 8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3 \quad | \quad 2a - 9b \\
 \text{甲} \quad 8a^3 \\
 \text{乙} \quad \hline
 \quad \quad 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3 \\
 \text{丙} \quad \hline
 \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

法 先ツ a ノ方指數ノ大小ニ從テ原式ヲ列
 レ其首項ノ立方根ヲ求ノ $2a$ ヲ得之ヲ根ノ初
 項トナレ其三乗方ヲ以テ原式ヨリ減レ餘式
 如 b ノヲ得次ニ根ノ初項ヲ自乘レ其三倍ヲ以
 テ餘式乙ノ首項ヲ除レ商 $3b$ ヲ得テ根ノ次項
 トナレ而ノ根初項ノ自乘ニ初次二項相乘ヲ
 加 b 三ヲ以テ之ニ乘レ又之ニ根次項ノ自乘
 ヲ加 b 再ヒ之ニ次項ヲ乘レ餘式ヨリ減ズル
 ニ餘式ナレ如 b ノ故ニ $3a-3b$ ハ則原式ノ立方根ナリ
 其他幾乗方ノ開方ト雖モ皆此例ニ準ズ

今猶ホ五例ヲ舉ゲテ左ニ之ヲ明カニス

第一例 $4y^6 - 16y^4 + 12y^2 + 16y^2 - 24y + 9$ 式ヲ $\sqrt{\quad}$ 其

平方根ヲ求 Δ 其布算ノ草左ノ如シ

$$\begin{array}{r}
 \text{原 式} \\
 (2y^3)^2 = 4y^6 \\
 \hline
 4y^6 - 16y^4 + 12y^2 + 16y^2 - 24y + 9(2y^3 - 4y + 3) \\
 \text{根} \\
 \hline
 -16y^4 + 12y^2 + 16y^2 \\
 \hline
 (4y^3 - 4y) \times -4y = -16y^4 \\
 \hline
 +12y^2 \\
 \hline
 -24y + 9 \\
 \hline
 (4y^3 - 8y + 3) \times 3 = +12y^2 - 24y + 9 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

第二例 $5x^4 - 42x^3\sqrt{5} + (441 + 14\sqrt{15})x^2 - 294x\sqrt{3} + 147$
 式アリ其平方根ヲ求ハ算草次ノ如シ

原式	根
$(x^2\sqrt{5})^2 = 5x^4$	$5x^4 - 42x^3\sqrt{5} + (441 + 14\sqrt{15})x^2 - 294x\sqrt{3} + 147(x^2\sqrt{5} - 21x + 7\sqrt{3})^2 = 5x^4$
$(2x^2\sqrt{5} - 21x)21x = -42x^3\sqrt{5} + 441x^2$	$-42x^3\sqrt{5} + 441x^2 + 14x^2\sqrt{15}$
$(2x^2\sqrt{5} - 42x + 7\sqrt{3}) \times 7\sqrt{3} =$	$14x^2\sqrt{15} - 294x\sqrt{3} + 147$
	0

第三例 $125x^8y^8 - 525x^2y^4 + 735xy^5 - 343y^6$ 式アリ其立方根ヲ求ハ算草次ノ如シ

原式	根
$(5xy)^3 = 125x^3y^3$	$125x^3y^3 - 525x^2y^4 + 735xy^5 - 343y^6(5xy - 7y^2)$
$(75x^2y^2 - 105xy^3 + 49y^4) \times 7y^2 =$	$-525x^2y^4 + 735xy^5 - 343y^6$
	0

第四例 $\frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{4}x^2y + \frac{1}{6}xy^2 - \frac{1}{27}y^3$ 式アリ其立方根ヲ求ハ

原式	根
$(\frac{1}{2}x)^3 = \frac{1}{8}x^3$	$\frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{4}x^2y + \frac{1}{6}xy^2 - \frac{1}{27}y^3(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y)$

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{4}x^2y + \frac{1}{6}xy^2 - \frac{1}{27}y^3. \\ \left(\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}xy + \frac{1}{9}y^2\right)^2 &= -\frac{1}{4}x^2y + \frac{1}{6}xy^2 - \frac{1}{27}y^3. \\ \times 3y & \quad \quad \quad 0 \end{aligned}$$

第五例 今 $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$ 式アリ其
五乘方根ヲ求ム

$$\begin{aligned} (a+b)^5 &= a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5 \\ (5a^4 + 10a^3b + 10a^2b^2 + 5a^4 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5) \times b &= 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5 \\ & \quad \quad \quad 0 \end{aligned}$$

第十八款 前諸例ノ如キ皆ナ有理乘方ノ開方
ヲ示ス故ニ其式皆ナ開キ盡ス可キナリ若レ無
理ノ乘方ナレバ之ヲ開クト雖モ決レテ開キ盡
スレ能ハズレテ其根式必ズ無窮級數ヲ爲ス可
レ

假令 $x^2 - 3ax + 2a^2$ ノ如キ無理ノ二乗方アリ其根式ヲ求ム

其布算ノ草左ノ如シ
法 前款中多項式ノ開方法ヲ用ユ可シ

代數學 卷三 三七 文部省

第三題

今

$$961a^{2m-2}c^{4p}d^2$$

$$1296a^{4n-6}c^{2m}d^2$$

$$9801a^{6m-8}c^{4m-6}d^{2n-4}$$

及
ヒ

$$625a^{8m-6}b^{4m-8}$$

平方根各幾何ナルヤ
ノ如キ獨項式アリ其

第二題

今

$$25a^{2m}c^6$$

$$49a^{4n}c^{2p}$$

$$64a^{2r}c^{6p}d^2$$

及
ヒ

$$121a^{4m}b^{6n}c^{2p}$$

平方根各幾何ナルヤ
ノ如キ獨項式アリ其

第一題

今

$$4a^2b^4c^6$$

$$16a^6b^8c^2$$

$$81a^4b^{12}c^8$$

及
ヒ

$$64a^2b^4c^2$$

獨項式ノ平方根ヲ求ム
ト第五設題
ノ如キ獨項式アリ其

平方根各幾何ナルヤ

獨項式ノ平方根ヲ求ム

原式

$$x^2 - 3ax + 2a^2 \left(x - 1\frac{1}{2}a - \frac{a^2}{8x} - \frac{3a^3}{16x^2} \right)$$

$$x^2 - 3ax + 2a^2$$

$$(2x - 1\frac{1}{2}a) \times 1\frac{1}{2}a = -2ax + 2\frac{1}{4}a^2$$

$$(2x - 3a - \frac{a^2}{8x}) \times \frac{a^2}{8x} = -\frac{1}{4}a^2 + \frac{3a^3}{8x} + \frac{a^4}{64x^2}$$

$$\frac{3a^2}{8x} + \frac{a^4}{64x^2}$$

如ハ、ノ、ニ、ク、此
レ、下、推、各、根、次、ノ
、セ、項、式、第、如

根式

$$x - 1\frac{1}{2}a - \frac{a^2}{8x} - \frac{3a^3}{16x^2} - \frac{37a^4}{128x^3}$$

代數學 卷三

第四題

今

$$121a^4b^{-6}c^{-8}$$

$$0,0361a^{-4}b^{2m+6}c^{6n-8}$$

$$6,25a^{-8}b^{4m-9}c^3$$

及

ヒ

$$3,24a^{-4m}x^{6m+8}y^{10n+4}$$

ル

其

平方

根

各

幾

何

ナ

第五題

今

$$1\frac{9}{16}a^2b^4$$

$$3\frac{6}{25}a^8x^{10}y^4$$

$$3\frac{1}{36}x^4y^6z^2$$

及

ヒ

$$7\frac{1}{9}x^{12}y^{10}z^8$$

ル

其

平方

根

各

如何

ナ

リ

第六題

今

$$51\frac{21}{25}a^{2n}b^{4m}$$

$$150\frac{1}{16}x^{6m-2}y^{4n+4}z^2$$

$$251\frac{22}{49}a^{6p+4}b^{2c}8^{q-6}$$

及

ヒ

$$3038\frac{49}{64}x^{-6}y^{-4}z^{6p-8}$$

ル

其

平方

根

各

幾

何

ナ

リ

第七題

今

$$9a^2b^4c^2$$

$$25d^6g^2h^8$$

$$36a^6b^8c^{+2}$$

及

ヒ

$$64x^8y^2z^4$$

$$81a^2b^2c^4$$

ル

其

平方

根

各

幾

何

ナ

第八題

今

$$361a^{2m}b^{4n}c^{2p-2}$$

$$3,24d^{4q+2}e^8$$

$$6,25d^{3m+2}e^{4p}$$

$$0,01a^8d^{6n-4}$$

$$1296a^{4m-4}b^{6n+8}$$

$$6,76c^{-2r}d^{4n-6}$$

及

ヒ

$$0,1369a^{2m-2}b^{4m+8}d^2$$

$$0,2401a^{8p+4}b^{8n-6}e^2$$

ル

其

平方

根

各

第一題

根

$$\sqrt{48a^5b^6c^7}$$

$$\sqrt{128x^5y^5z^3}$$

$$\sqrt{75x^7a^5c^4}$$

$$\sqrt{245b^3c^4d^5}$$

及

$$\sqrt{320a^8b^4c^6d^{10}}$$

ヲ

求

ム

其

簡

式

獨

項

ノ

根

號

式

ヲ

化

シ

テ

簡

式

ト

ス

ル

ヲ

求

ナルヤ

代數學 卷三

三

代數學

代數學 卷三 第二題

第二題

根號式

$$\sqrt{108a^{5m+2}b^{6n-5}}$$

$$\sqrt{192a^{4m}b^{2n}c^{3p}}$$

$$\sqrt{50a^{2m+1}b^6d^{2n}}$$

$$\sqrt{243a^{7m+5}b^{6n-8}d^7}$$

$$\sqrt{405x^{m-3}y^{3n+4}z^{5-4p}}$$

第三題

根號式

$$\sqrt{2,56a^{5+6n-1}b^{9m+p}}$$

$$\sqrt{18,05a^{4+8n}d^2}$$

$$\sqrt{128a^{-2}b^{-4}c}$$

$$\sqrt{245a^{-5}b^4c^{6p+8}d^{10}}$$

第四題

根號式

$$\sqrt{0,08a^{3p+4q}c^2d}$$

$$\sqrt{0,28a^{5+6m+1}b^{2n-1}c}$$

$$\sqrt{0,0405a^{3+5m-1}b^{3n+p}c^5d^5}$$

$$\sqrt{0,0448a^{7-9}b^{9p}d^{5p}}$$

第五題

$$\sqrt{\frac{0,64a^7b^4c^2}{0,98d^7e^2}}$$

$$\sqrt{\frac{2a^8c^3d^2}{19x^5y^4z}}$$

$$\sqrt{\frac{27a^9c^{10}d^2}{50b^5c^4}}$$

$$\sqrt{\frac{35a^3b^5g^2}{72b^7c^2d^{10}}}$$

$$\sqrt{\frac{25x^5y^4z^3}{192a^6b^7c^8d}}$$

第六題

$$\sqrt{\frac{0,72a^4b^5c}{0,147d^5g^4}}$$

$$\sqrt{\frac{1,92a^8b^7c^6}{4,05d^6}}$$

$$\sqrt{\frac{0,72a^5+0,36x^3y}{0,49z^4}}$$

$$\sqrt{\frac{0,2a^{m+3}b^{2n+5}}{0,63a^4b^5cd}}$$

$$\sqrt{\frac{0,0144x^{2p+2}y^{3q+r}z^s}{0,1805x^{4q}y^{4q+9r}z^s}}$$

第七題

根號式

$$\sqrt{\frac{4\frac{1}{2}a^5b^3}{6m^2n}}$$

$$\sqrt{\frac{1\frac{1}{2}a^3b^5}{6m^2n}}$$

$$\sqrt{\frac{3p^2q^2}{a^3b}}$$

$$\sqrt{\frac{p^3q^2}{a^2b^2}}$$

$$\sqrt{\frac{5x^2y^2c^2 \cdot 2x^2y}{3ab^2 \cdot 6a^2bc}}$$

$$\sqrt{\frac{2c^2d^2}{5a^3b^m} + \frac{abc^2d^2}{2\frac{1}{2}a^5b^m c^2}}$$

代數學 卷三 第三題

其最簡式

ヲ求ム

ル

三九

如キ

簡式ヲ求ム
如キ根號

簡式ヲ求ム
幾何最

其最簡式ヲ求ム
為最簡式ヲ求ム
之ヲ化シ

式ヲ求ム
其最簡式ヲ求ム

獨項式ノ諸乗方根ヲ求ム
第七設題

第一題

今 $\sqrt[3]{8a^6b^9c^3}$
 $\sqrt[4]{81a^{12}b^8c^4}$
 $\sqrt[5]{3125a^{10}b^5c^{15}}$
及 $\sqrt[4]{1296a^8b^4c^{12}d^{16}}$
及 $\sqrt[8]{256a^8b^{16}c^{16}}$
其根數ヲ求ム
如キ開方式アリ

第二題

今 $\sqrt[5]{-32a^{20}b^{15}c^{10}}$
 $\sqrt[4]{625a^{4m-4}b^{8m+4}}$
 $\sqrt[4]{-64a^{8m+8}b^{2m+2}c^{12}}$
 $\sqrt[4]{-2187a^{14}b^7c^{21}}$
及 $\sqrt[3]{\pm 125a^9b^6c^6}$
其根數ヲ求ム
如キ開方式アリ

第三題

今 $\sqrt[3]{27a^6x^3y^3}$
 $\sqrt[4]{64a^8b^6c^9}$
 $\sqrt[4]{81a^{4m+4}b^8}$
 $\sqrt[4]{2401x^4y^8}$
 $\sqrt[5]{\frac{1}{2}a^5b^{10}}$
 $\sqrt[5]{\frac{1}{16}a^{10}b^{15}}$
 $\sqrt[6]{729a^{12}b^{12}c^6}$
 $\sqrt[6]{\frac{1}{4096}a^{6m}b^{12m}c^{12m}}$
及 $\sqrt[7]{\pm \frac{128x^{14}y^{21}z^{21}}{2187}}$
其根數ヲ求ム
如キ開方式アリ

開方式アリ其根數ヲ求ム

第四題

今 $\sqrt[2q]{2^{4q}a^{8q}c^{6q}}$
 $\sqrt[2r]{3^{4r}x^{6r}y^{8r}}$
 $\sqrt[3]{\pm 5^6g^{3z}h^{-6}}$
 $\sqrt[4]{9^{8p}a^{16p}b^{8p}c^{4p}}$
 $(a+b)^{16r^2}$
及 $\sqrt[5t]{\frac{8^{5t}p^{10t}q^{-5t}}{2^{20t}r^{5t}}}$
其根數ヲ求ム
如キ開方式アリ

諸開方式ヲ最簡式トナス
第八設題

第一題

今 $\sqrt[3]{8a^4b}$
 $\sqrt[3]{-54a^5b^2}$
 $\sqrt[4]{162b^5c^4d^6}$
 $\sqrt[4]{-243x^6yz^5}$
及 $\sqrt[5]{\pm 96a^7b^7c^{11}}$
其最簡式ヲ求ム
如キ開方式アリ

第二題

今 $\sqrt[3]{\pm 8a^5b^4c^{10}}$
 $\sqrt[4]{+80p^6q^3r^5}$
 $\sqrt[n]{-3^{5n}q^{mn}}$
 $\sqrt[2p]{9^{4r}r^{8p}q^{mp}}$
及 $\sqrt[6]{6a^{2r}b^{5m}c^{31}}$
其最簡式ヲ求ム
如キ開方式アリ

平 七 節

第三題

今

$$\sqrt[3]{\frac{3a^5b^3c}{4d^2e^4}}$$

$$\sqrt[4]{\frac{8p^m q^3 r^5}{27s^3 t^2 u^4}}$$

$$\sqrt[5]{\frac{625a^7 b^4 c^2}{243d^9 e^8}}$$

$$\sqrt[4]{\frac{3d^5 e^{4m} f^2}{1536a^3 b^2 c^4 d^5}}$$

及

$$\sqrt[5]{\frac{2a^{-10} b^{-8} c^4}{125d^{-15} e^{-5} f^2}}$$

如

キ

開方式アリ其最簡式ヲ求ム

第四題

今

$$\sqrt[8]{\frac{9d^{16} e^{11} f^9}{64a^5 b^7 c^2}}$$

$$\sqrt[7]{\frac{7a^{12} b^{16} c^{15}}{128(a+b)^{11}}}$$

$$\sqrt[6]{\frac{2^m x^{5m} y^{7m} z}{3^{mn} p^5 q^{4m}}}$$

及

$$\sqrt[n]{\frac{3^{2n} d^{5n+3} e^n}{2a^{3n-1} b^2}}$$

如

キ

開方

式アリ其最簡ノ式ヲ求ム

多項式ノ平方根ヲ求ム

第九設題

第一題

今 $a^2 + 2ab + b^2$ ノ如キ

多項式アリ其平方

根幾何ナルヤ

第二題

今 $a^2 + 6ab + 9b^2$ 式アリ其平方根幾何ナルヤ

第三題

今 $4a^2 - 20ab + 25b^2$ 多項式アリ其平方根

第四題

今 $9x^4 - 36x^2y^2 + 36y^4$ 多項式アリ其平方根

幾何ナルヤ

第五題

今 $64x^4y^2 + 144x^2y^4 + 81y^6$ 多項式アリ其平方

根幾何ナルヤ

第六題

今 $100a^6b^4 - 140a^3b^2c^2d + 49c^6d^2$ 多項式アリ其平

方根幾何ナルヤ

第七題 今 $121a^8b^2 - 264a^4bd^4 + 144d^8$ 多項式アリ其平方根ヲ求ム

第八題 今 $256w^{10}u^8 + 448u^8w^4x^6y^6 + 196x^{12}y^{10}$ 多項式アリ其平方根ヲ求ム

第九題 今 $16c^{2m} - 40c^m b^{2m} + 25b^{4m}$ ノ如キ多項式アリ其平方根ヲ求ム

第十題 今 $81c^{2m+2} - 108a^{m+1}b^{2m-2} + 36b^{2m-4}$ ノ如キ多項式アリ其平方根ヲ求ム

第十一題 今 $49a^{4m-6} + 112a^{2m-3}y^{n-1}z + 64y^{2m-2}z^2$ ノ如キ多項式アリ其平方根ヲ求ム

第十二題 今 $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^2y^2 + \frac{1}{9}y^6$ ノ如キ多項式アリ其平方根ヲ求ム

第十三題 今 $\frac{111}{2}a^4b^2 - \frac{53}{5}a^2b^2c^2 + \frac{54}{9}b^2c^4$ ノ如キ多項式アリ其平方根ヲ求ム

第十四題 今 $\frac{21}{2}a^6b^2 + 14\frac{2}{5}a^3b^7c^2 + 10\frac{6}{25}b^{10}c^4$ ノ如キ多項式アリ其平方根ヲ求ム

第十五題 今 $a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$ ノ如キ多項式アリ其平方根ヲ求ム

第十六題 今 $a^2 - 4ab + 4b^2 - 6ac + 12bc + 9c^2$ ノ如キ多項式アリ其平方根ヲ求ム

第十七題 今 $4a^2 + 12ab + 9b^2 - 16ac - 24bc + 16c^2$ ノ如キ多項

式アリ其平方根ヲ求ム

第十八題 今 $25a^4 - 40a^2b^2 + 16b^4 + 30a^2c^2 - 24b^2c^2 + 9c^4$ ノ如キ

多項式アリ其平方根ヲ求ム

第十九題 今 $16x^6y^2 - 24x^5y^3 - 7x^4y^4 + 12x^3y^5 + 4x^2y^6$ ノ如キ

多項式アリ其平方根ヲ求ム

第二十題 今 $25a^4b^2 - 40a^3b^3 + 76a^2b^4 - 48ab^5 + 36b^6$ ノ如キ多項

式アリ其平方根ヲ求ム

第二十一題 今 $a^{2m} + 2a^m b^n + b^{2n} + 2a^m c^p + 2b^n c^p + c^{2p}$ ノ如キ多項

式アリ其平方根ヲ求ム

第二十二題 今 $4a^{2r} - 12a^r b^s + 9b^{2s} + 16a^r c^m - 24b^s c^m + 16c^{2m}$ ノ如

キ多項式アリ其平方根ヲ求ム

第二十三題 今 $a^{2m-2} + 2a^{m-1} b^{n-1} + b^{2n-2} - 2a^{m-1} c^{p+1} - 2b^{n-1} c^{p+1} + c^{2p+2}$

ノ如キ多項式アリ其平方根ヲ求ム

第二十四題 今 $25a^{4m-6} - 30a^{2m-3} b^{p+2} + 9b^{2p+4} + 10a^{2m-3} c^{q-1} - 6b^{p+2}$

$c^{q-1} + c^{2q-2}$ ノ如キ多項式アリ其平方根ヲ求ム

第二十五題 今 $\frac{1}{9}a^2 + \frac{1}{6}ab + \frac{1}{16}b^2 + \frac{2}{15}ac + \frac{1}{10}bc + \frac{1}{25}c^2$ ノ如キ多

項式アリ其平方根ヲ求ム

第二十六題 今 $\frac{17}{8}a^4 - 3\frac{1}{3}a^2b^2 + 1\frac{6}{16}b^4 + 2\frac{2}{9}a^2c^2 - 2\frac{1}{18}b^2c^2 + \frac{25}{86}c^4$

ノ如キ多項式アリ其平方根ヲ求ム

諸數ノ開方根ヲ求ム 第十設題

第二題 今左ノ如キ諸數アリ其立方根ヲ求ム
 千七百二十八、〇四萬六千六百五十六、〇九十
 七萬、〇二百九十九、〇百二十九萬五千二十九
 〇千三百八十二萬四千、〇四千百六萬三千六
 百二十五、〇九億六千五百五十萬四千八百三〇
 二十四億九千八百八十四萬六千四百三十三
 〇百十一兆二百十億九千七百七十七萬四千
 三百二十八〇二十三京八千四百二十四兆八
 千八百九億二千四百七十五萬二千七百四

第二題 今左ノ如キ諸數アリ其立方根ヲ求ム
 五十九個、三一九〇一個、七七五六一〇零個、
 五〇四四六二五〇零個、〇九三五〇零個、
 〇〇九〇一七五

第三題 今左ノ如キ分數アリ其立方根ヲ求ム
 二十七分ノ八〇千三百三十一分ノ二百十六
 〇一萬九千六百八十三分ノ二千百九十七〇
 九百二十又千三百三十一分ノ五百三十三〇
 一萬二千百八十七又二千百九十七分ノ千四百二十五
 第四題 今左ノ如キ整數及七分數アリ其立方

根以近數ヲ求但近數ヲ記スヘシ其立

十五〇七十九〇八十八又十分一八二十五

第五題 今左ノ如キ整数ヲ其四乗方根ヲ求ム

五百三十万八千四百十六〇二億二千八百八十八万六千六

百四十二分八八〇十三百三十一分六十六百十六

第六題 今左ノ如キ整数ヲ其五乗方根ヲ求ム

五千二十七億五千六百三十九万七千〇九十九〇七百六十八

第七題 今左ノ如キ二整数ヲ其六乗方根ヲ求ム

三十四京千二百四十七兆五百四十三億四千

二百三十二萬六千七百六十六其〇九千二百十六

第十多項式ノ開方根ヲ求ム 第十一設 題ト為ス

第一題 今 $a^6 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ノ如キ多項式アリ其

立方根ヲ求ム

第二題 今 $8a^2 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$ ノ如キ多項式アリ

其三乗方根ヲ求ム

第三題 今 $216a^3 - 432a^2b + 288ab^2 - 64b^3$ ノ如キ多項式

アリ其三乗方根ヲ求ム

第四題 今 $125x^5 + 450x^4y^2 + 540x^2y^4 + 216y^6$ ノ如キ多項

式アリ其三乗方根ヲ求ム

第五題 今 $512a^8 - 576a^6b^2 + 216a^3b^6 - 27b^9$ ノ如キ多項式

第六題 今 $729a^3b^3 - 972a^2b^2c + 432abc^2d^2 - 64c^3d^3$ 、如キ
 多項式アリ其三乗方根ヲ求ム
 第七題 今 $343a^6b^3 + 735a^5b^4 + 525a^4b^5 + 125a^3b^6$ 、如キ多
 項式アリ其三乗方根ヲ求ム
 第八題 今 $125a^6b^6 - 300a^4b^4c^2d^2 + 240a^2b^2c^4d^4 - 64c^6d^6$ 、如キ
 多項式アリ其三乗方根ハ幾何ナルヤ
 第九題 今 $512a^3c^3d^3 - 1768a^2c^3d^2e + 384ac^3d^2e^2 - 64c^3d^3e^3$ 、如
 キ多項式アリ其三乗方根ハ幾何ナルヤ
 第十題 今 $27a^{12}c^6d^8 - 54a^8b^3c^4d^4 + 36a^4b^6c^2d^5 - 8b^9d^6$ 、如キ

多項式アリ其三乗方根ハ幾何ナルヤ
 第十一題 今 $8a^{3m} + 36a^2b^{2m} + 54a^mb^{2m} + 27b^{3m}$ 多項式アリ其
 三乗方根ハ幾何ナルヤ
 第十二題 今 $27a^{3m-3} - 108a^{2m-2}b^{m-2} + 144a^mb^{12m-4} - 64b^{3m-6}$ 多項
 式アリ其三乗方根ハ幾何ナルヤ
 第十三題 今 $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 3a^2c + 6abc + 3b^2c + 3ac^2 + 3bc^2 +$
 c^3 多項式アリ其三乗方根ヲ求ム
 第十四題 今 $8a^8 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3 + 24a^2c - 72abc + 54b^2c$
 $+ 24ac^2 - 36bc^2 + 8c^3$ 多項式アリ其三乗方根幾何ナ

第十五題 $\hookrightarrow 27a^6 - 108a^4b^2 + 144a^2b^4 - 64b^6 + 135a^4c^2 - 360a^2b^2c^2 + 240b^4c^2 + 225a^2c^4 - 300b^2c^4 + 125c^6$ 多項式アリ其三乘方

根幾何ナルヤ
第十六題 $\hookrightarrow a^{3m} - 3a^{2m}b^m + 3a^mb^{2m} - b^{3m} - 3a^{2m}c^p + 6a^mb^m c^p - 3b^{2m}c^p$

$+ 3a^m c^{2p} - 3b^m c^{2p} - c^{3p}$ 多項式アリ其三乘方根幾何ナルヤ

第十七題 $\hookrightarrow 64a^3b^3 + 240a^2b^4 + 12a^7b^5 - 595a^6b^6 - 18a^5b^7 + 540a^4b^8 - 216a^3b^9$ 多項式アリ其三乘方根幾何ナルヤ

第十八題 $\hookrightarrow 27a^9b^3 + 135a^8b^4 + 63a^7b^5 + 415a^6b^6 - 126a^5b^7 - 540a^4b^8 - 216a^3b^9$ 多項式アリ其三乘方根幾何ナルヤ

第十九題 $\hookrightarrow 8a^{9m} - 36a^{8m} + 102a^{7m} - 171a^{6m} + 204a^{5m} - 144a^{4m} + 64a^{3m}$ 多項式アリ其三乘方根ヲ求ム

第二十題 $\hookrightarrow 81a^4 + 432a^3b + 864a^2b^2 + 768ab^3 + 256b^4$ 多項式アリ其四乘方根幾何ナルヤ

第二十一題 $\hookrightarrow 625a^8 - 3500a^6b^2 + 7350a^4b^4 - 6860a^2b^6 + 2401b^8$ 多項式アリ其四乘方根幾何ナルヤ

第二十二題 $\hookrightarrow 1024b^5 - 6400b^4c + 16000b^3c^2 - 20000b^2c^3 + 12500bc^4 - 3125c^5$ 多項式アリ其五乘方根幾何ナルヤ

第二十三題 $\hookrightarrow 64a^{18} - 960a^{15}b^3 + 60000a^{12}b^6 - 20000a^9b^9 + 37500a^6b^{12} - 37500a^3b^{15} + 15625b^{18}$ 多項式アリ其六乘方根幾何

第十題 $x^{10} + 10x^8 + 35x^6 + 35x^4 + 10x^2 + 1 = 0$ 其六乗方根ヲ求ム

第十一題 $x^{10} + 10x^8 + 35x^6 + 35x^4 + 10x^2 + 1 = 0$ 其五乗方根ヲ求ム

第十二題 $x^{10} + 10x^8 + 35x^6 + 35x^4 + 10x^2 + 1 = 0$ 其四乗方根ヲ求ム

第十三題 $x^{10} + 10x^8 + 35x^6 + 35x^4 + 10x^2 + 1 = 0$ 其三乗方根ヲ求ム

第十四題 $x^{10} + 10x^8 + 35x^6 + 35x^4 + 10x^2 + 1 = 0$ 其二乗方根ヲ求ム

第十五題 $x^{10} + 10x^8 + 35x^6 + 35x^4 + 10x^2 + 1 = 0$ 其一次方根ヲ求ム

無理乗方ノ根數ヲ求ム 第十二設 題ト為ヌ

第一題 今 $a^2 + x^2$ ノ如キ乗方式アリ其平方根ヲ求ム

第二題 今 $a^3 + x^3$ ノ如キ乗方式アリ其立方根ヲ求ム

第三題 今 $a^4 + x^4$ ノ如キ乗方式アリ其四乗方根ヲ求ム

第四題 今 $a^5 + x^5$ ノ如キ乗方式アリ其五乗方根ヲ求ム

第五題

今 $a^6 - x^6$ 求如キ乘方式アリ其六乗方根ヲ

第六題

今 $x^8 - 1$ 求如キ乘方式アリ其八乗方根ヲ

第七題

今 $x^{10} + 3$ 求如キ乘方式アリ其十乗方根ヲ

第一題

今 $x^2 + 2$ 求如キ乘方式アリ其平古根ヲ

代數學第三卷答

第一設題答

(一)

$$4a^2 b^2 c^2$$

$$9a^4 b^2 d^6$$

$$36a^8 b^6 d^4$$

$$81a^{10} c^8 x^4$$

及

$$169a^4 b^6 c^8 d^2$$

(二)

$$6\frac{1}{4}a^4 b^2 c^6$$

$$14\frac{1}{16}a^{10} b^{16} c^8$$

$$23\frac{13}{36}a^{12} b^6 d^8$$

$$78\frac{49}{64}a^{12} b^8 d^{10} x^2$$

及

$$600\frac{1}{4}a^2 b^6 d^4 x^2 y^{10}$$

(三)

$$81a^{2m} b^2 c^{2n}$$

$$9a^{4m} c^{2n} x^{2p}$$

$$6561a^{6m} x^{2n} y^4$$

及

$$361a^{4m} c^{6n} d^{8p}$$

(四)

$$64a^{6m-2} b^{4n-8} c^2$$

$$81a^{10m-4} d^8 x^{10n-2p}$$

及

$$49a^{2m+10} d^{6n-4p} y^8$$

(五)

$$0,25a^4 b^6 d^2$$

(六)

$$3,24a^{10} b^8 c^{16}$$

$$0,001a^6 b^{10} c^8$$

及

$$0,000361b^8 x^2 y^2$$

$$1,1664a^6 c^8$$

$$20,25a^{10} b^{18} c^{16}$$

$$04,09a^{2m} b^{2n} x^{-2}$$

及

$$6,54481a^{-6} y^{8m}$$

$$3,61a^{2m-2p} b^{2n-2r}$$

(七)

$$5,2025$$

$$\begin{aligned}
& +16b^3+1 & 36a^{2m-2}-84a^{m-1}b^{m+2}+49b^{2m+4} \\
& 49a^4-84a^3+50a^2-12a+1 & 121a^{4m+4}-286a^{2m-2}b^{3m+6}+169a^{6m+12} \\
& 64a^6-96a^5-28a^4+ & \\
& 48a^3+16a^2 & a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2 \\
& 81a^8-108a^6-18a^4+36a^2+9 & a^2-2ab+b^2+4ac-4bc+4c^2 \\
& 3^{2n}-3 \cdot 2^{n+1}+2^{2n}-23^n+2^{n+1}+1 & 4a^2+12ab+9b^2+16ac+24bc \\
& a^{2m}-2a^{m+n}+2a^{m+1}+a^{2n} & +16c^2 \\
& -2a^{n+1}+a^2 & 9a^2+30ab+25b^2+24ac+70bc \\
& a^{2m-2}+2a^{m-1}b^{n-1}+b^{2n-2}+2 & +49c^2 \\
& a^{m-1}c+2b^{n-1}c+c^2 & 16x^4+40x^2y^2+25y^4+48x^2 \\
& a^2+2ab+2ac+2ad+b^2+ & z^2+60y^2z^2+36z^4 \\
& 2bc+2bd+c^2+2cd+d^2 & 81a^6+144a^3b^3+64b^6+18a^3
\end{aligned}$$

六

(-)

$$\begin{aligned}
& a^2+4ab+4b^2 \\
& 4a^2-12ab+9b^2 \\
& 9b^2+30bc+25c^2 \\
& 25x^2-10x+1 \\
& 64a^3-144a+81 \\
& 36a^4b^2-12a^2bc^2+c^4 \\
& 9a^2b^4-30ab^5+25b^6 \\
& 49a^6-84a^3b^3+36b^6 \\
& 81a^{2m}-90a^mb^m+25b^{2m} \\
& 9a^{2r}b^{2s}+12a^rb^sc^t+c^{2t} \\
& 25a^{2m}b^{2n}-30a^{m+n}b^{m+n} \\
& +9a^{2m}b^{2m}
\end{aligned}$$

第二設題答

$$\begin{aligned}
& \frac{7,84a^{10}b^{4m-8}c^{-4}}{25,7049x^{2m}y^{8m+10}z^{-16}} \\
& \text{及} \\
& \frac{36481a^{4m-10}y^{10m-8}z^2}{37,21a^4b^{2m-4}c^{2n+8}} \\
& \text{及} \\
& \frac{16,81a^{8m-10n}y^{2n-2m}z^6}{81,1801} \\
& \frac{25p^{2m-6}r^{8m-2}}{10816q^{4m+14}} \\
& \text{及} \\
& \frac{17,2225}{37,0881a^{2m}b^{6n}c^{10}}
\end{aligned}$$

$$\pm \frac{3125a^{5m+10}b^{5m}}{0,00243c^{5p}}$$

$$\frac{3125a^{5m}b^{5n}c^{5p}}{32a^5b^{15}c^{10}}$$

設第
答題四

$$\frac{4096a^{28}e^{16}}{81a^{20}b^{28}}$$

及

(一)

$$a^3+9a^2b+27ab^2+27b^3 \quad \frac{64a^{6m+30}b^{6m+30}c^{8(n+p)}}{15625e^{24}}$$

$$16a^4-160a^3b+600a^2b^2-1000$$

$$\pm 1271 \frac{a^6b^{15}}{d^{15}x^6y^3}$$

$$a^2b^3+625b^4$$

$$243a^5-2430a^4b+9720a^3b^2$$

$$\frac{256b^{20}c^{12}}{0,2401a^8d^{16}}$$

$$-19440a^2b^3+19440ab^4$$

$$-7776b^5$$

$$\pm \text{或} + \frac{3^n x^{-mn} y^{n^2}}{0,1 z^{n(m-n)}}$$

$$4096a^6+49152a^5b+243$$

$$\frac{16d^{8m}e^{8p}f^{20p}}{62742241d^{8n}f^{16}}$$

$$960a^4b^2+655360a^3b^3+$$

及

$$-512a^{18}b^{12}c^6 \quad 16a^{2m}+24a^{mn}+16a^{m+p}+8a^{m+q}+a^{2n}$$

$$256a^{36}c^{-8}d^{16} \quad +12a^{m+p}+6a^{m+q}+4a^{2p}+4a^{2q}+a^{2q}$$

(三) (一)

設第
答題三

$$\pm 12 \frac{19}{2^n} a^{3n} b^{3m} c^3$$

(一)

$$\pm 5032 \frac{27}{3^2} a^{5m+5} b^{5n} c^{5p}$$

$$a^2 b^6 c^4, a^6 b^{12} c^9$$

$$197 \frac{193}{256} a^{-8} b^{-20}$$

$$a^{36} b^{20} c^4, x^{25} y^{20} z^{15}$$

$$2 \frac{7158}{262144} a^{6m-18} b^{12n+30} c^{48}$$

及

$$\pm 6 \frac{3}{5} a^{n-r} b^{p+r} c^{qr}$$

$$x^{12} y^{24} z^{30} w^{12}$$

(四)

(二)

$$\frac{125a^9 b^6 c^{12}}{343d^6 e^{15} f^3}$$

$$64a^9 b^{15} c^3$$

$$1024a^{25} b^{5n} d^{-10}$$

$$243a^{25} b^{20} d^5$$

$$3125e^{25} f^{15} g^{5m}$$

$$531441a^4 b^{24} d^6$$

及

$$\begin{aligned}
& 2097152a^{14}x^7 \pm 7840032a^{13}x^8 + 110100618a^{12}x^9 \\
& \pm 9175040a^{11}x^{10} + 4587520a^{10}x^{11} \pm 1796256a^9 \\
& x^{12} + 299396a^8x^{13} \pm 21384a^7x^{14} \\
& 59049a^{15}b \pm 492075a^{14}b + 1640250a^{13}b \pm 273 \\
& 3750a^{12}b^3 + 2278125a^{11}b^4 \pm 759375a^{10}b^5 \\
& 5764801a^{16}b^8x^8 \pm 138355224a^{15}b^{10}x^9 + 145272 \\
& 9852a^{14}b^{12}x^{10} \pm 8716379112a^{13}b^{14}x^{11} + 332052 \\
& 53760a^{12}b^{16}x^{12} \pm 23405329360a^{11}b^{18}x^{13} + \\
& 11767091801a^{10}b^{20}x^{14} \pm 100860958296a^9b^{20}x^{15} \\
& + 60882063361a^8b^{24}x^{16} \\
& 256a^8b^{12}x^4 \pm 1536a^7b^{14}x^6 + 3456a^6b^{16}x^8 \pm \\
& 3456a^5b^{18}x^{10} + 1296a^4b^{20}x^{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 983040a^2b^4 + 786432ab^5 + 278144b^6 \\
& 625a^4 + 2000a^3b + 2400a^2b^2 + 1280ab^3 + 256b^4 \\
& 7776a^5 - 6480a^4b + 2160a^3b^2 - 360a^2b^3 + 30ab^4 - b^5 \\
& 64a^6 - 240a^4b^2 + 300a^2b^4 - 125b^6 \\
& 27a^3b^6 + 135a^2b^7 + 225ab^8 + 125b^9 \\
& 216a^3b^3c^3 - 972a^2b^2c^2de^2 + 1458abc^2e^4 - 729d^4e^8 \\
& 512a^9b^3c^3 - 1344a^6b^2c^4d^3 + 1176a^3bc^5d^8 - 343e^6d^9 \\
& 15625a^{18} \pm 281250a^{16}b^2 + 2109375a^{14}b^4 \pm 843 \\
& 7500a^{12}b^5 + 18984375a^{10}b^8 \pm 22981250a^8b^{10} + \\
& 11390625a^6b^{12}
\end{aligned}$$

代數學

$$+351589120w^{12}x^{27}y^3z^{18}-334430208w^{15}x^{25}y^2z^{20}+167215104w^{18}x^{23}yz^{24}-35831808w^{21}x^{21}z^{28}$$

$$32768a^{5m+5}-184320a^{4m+4n-1}+414720a^{3m+3n-2}$$

$$-466560a^{2m+2n-3}+262440a^{m+1n-4}-59049b^{5n-5}$$

$$390625a^{32}b^{24}c^{16} \pm 9375000a^{35}b^{27}c^{18}+984375$$

$$00a^{38}b^{30}c^{20} \pm 590625000a^{41}b^{33}c^{22}+22148437$$

$$50a^{44}b^{36}c^{24} \pm 5315625000a^{47}b^{39}c^{26}+79734$$

$$37500a^{50}b^{42}c^{28} \pm 6834375000a^{53}b^{45}c^{30}+$$

(iii)

$$2562890625a^{58}b^{48}c^{32}$$

(iv)

$$248832a^{20}b^5+933120a^{16}b^4c^2+1399680a^{12}b^3$$

$$c^4d^4+1049760a^8b^2c^6d^6+393660a^4b^8c^8d^8+59049c^{10}d^{10}$$

三

(v)

$$1048576a^{10}+7864320a^8b^3+23592960a^6b^6+$$

$$35389440a^4b^9+26542080a^2b^{12}+7962624b^{15}$$

$$11390625a^{24}b^6-123018750a^{21}b^5c^2d^8+553584375$$

$$a^{18}b^4c^4d^6-1328602560a^{15}b^5c^6d^9+179334000a^{12}$$

$$b^2c^8d^{12}-1291401630a^9b^9c^{10}d^{15}+387420489a^6c^{12}d^{18}$$

$$1296a^{4n} \pm 7776a^{3n}b^m+17496a^{2n}b^{2m} \pm 17496a^n$$

$$b^{3m}+6561b^{4m}$$

$$4096x^4y^{12}z^8+32768x^6y^9z^6+98304x^8y^6z^4$$

$$+131072x^{10}y^3z^2+65536x^{12}$$

$$2097152x^{35}y^7-22020096w^3x^{33}y^6z^4+9909$$

$$0432w^6x^{31}y^5z^8-247726080w^9x^{29}y^4z^{12}+$$

代數學

三

(五)

$$\begin{aligned}
& a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 3a^2c + 6abc + 3b^2c + 3ac^2 + \\
& 3bc^2 + c^3 . \\
& a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + 12a^2c + 6a^2c^2 - 4ab^3 - \\
& 12ab^2c - 12abc^2 + b^4 + 4b^3 + 6b^2c^2 - 4ac^3 + 4bc^3 + c^4 . \\
& a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3 + 9a^2c - 18abc + 36b^2c + \\
& 27ac^2 - 54bc^2 + 27c^3 . \\
& 32a^5 + 400a^4b - 240a^4c + 2000a^3b^2 - 2400a^3bc + \\
& + 720a^3c^2 + 5000a^2b^3 - 9000a^2b^2c + 5400a^2bc^2 - \\
& 1080a^2c^3 + 6250ab^4 - 15000ab^3c + 13500ab^2c^2 - \\
& 5400abc^3 + 81ac^4 + 3125b^5 - 9375b^4c + 11250b^3c^2 - \\
& c^2 - 6750b^2c^3 + 2025bc^4 - 243c^5 . \\
& 46656a^6 - 233280a^5b + 486000a^4b^2 - 54000
\end{aligned}$$

代數學 卷三 五十四

$$\begin{aligned}
& 160000x^{12}v^4w^4 - 128000x^{10}v^3w^3yz^4 + 38400x^8v^2 \\
& w^2y^2z^8 - 5120x^6vwyz^{12} + 256x^4y^4z^{16} \\
& \frac{512a^6b^3}{125c^6d^2} + \frac{1536a^8b^7}{125c^{10}d^9} + \frac{1536a^{10}b^{11}}{125c^{14}d^{15}} + \frac{512a^{12}b^{15}}{125c^{18}d^{21}} \\
& \frac{15625a^6b^{12}c^6}{729d^{24}e^{12}} + \frac{31250a^8b^{11}c^7}{81d^{22}e^{15}} + \frac{78125a^{10}b^{10}c^8}{27d^{20}e^{18}} \\
& \frac{312500a^{12}b^9c^9}{27d^{18}e^{21}} + \frac{78125a^{14}b^8c^{10}}{3d^{14}e^{24}} \\
& \frac{31250a^{16}b^7c^{11}}{d^{14}e^{27}} + \frac{15625a^{18}b^8c^{12}}{d^{12}e^{30}} \quad \text{及 七} \\
& \frac{2187a^{21}b^{14}}{78125c^{14}d^{14}} + \frac{3402a^{17}b^{10}}{15625c^{10}b^{10}} + \frac{2268a^{13}b^6}{3125c^6d^6} \\
& \frac{168a^9b^2}{125c^2d^2} + \frac{112a^5c^2d^2}{75b^2} + \frac{224ac^6d^6}{225b^6} + \frac{448c^{10}d^{10}}{1215a^3b^{10}} \\
& \pm \frac{128c^{14}d^{14}}{2187a^7b^{14}} .
\end{aligned}$$

代數學

$$\begin{aligned}
& 4116a^3c^{18} + 6860b^4c^{18} + 2401c^{24} \\
& 216a^{12} + 432a^{11} + 72a^{10} - 192a^9 - 24a^8 + 48a^7 - 8a^6 \\
& 4096a^{16}b^4 - 12288a^{15}b^5 + 5632a^{14}b^6 + 11520a^{13}b^7 \\
& - 6384a^{12}b^8 - 5760a^{11}b^9 + 1408a^{10}b^{10} + 1536a^9b^{11} \\
& + 256a^8b^{12} \\
& 729a^{12}b^{15} + 1701a^{10}b^{13} + 108a^8b^{11} + 1547a^6b^9 \\
& 60a^4b^7 + 525a^2b^5 - 125b^3 \\
& 28561a^{24}b^{12}c^4 + 96668a^{22}b^{10}c^6 + 201786a^{20}b^8 \\
& c^8 + 269984a^{18}b^6c^{10} + 266659a^{16}b^4c^{12} + 160292a^{14} \\
& b^2c^{14} + 96714a^{12}c^{16} + 32106a^{10}c^{18} + 6561a^8c^{20} \\
& a^{5m} + 5a^{4m}b^n + 10a^{3m}b^{2n} + 10a^{2m}b^{3n} + 5a^mb^{4n} + b^{5n} \\
& + 5a^{4m}c^p + 20a^{3m}b^nc^p + 30a^{2m}b^{2n}c^p + 20a^mb^{3n}c^p
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a^3b^3 + 337500a^2b^4 - 112500ab^4 + 15625b^5 \\
& 186624a^5c + 777600a^4bc + 1296000a^3b^2c + 108000 \\
& 0a^2b^3c - 450000ab^4c + 75000b^5c + 311040a^4c^3 - 1036 \\
& 800a^3bc^2 + 1296000a^2b^2c^2 - 720000ab^3c^2 + 15000 \\
& 0b^4c^2 - 276480a^3c^3 + 691200a^2bc^3 - 576000ab^2c^3 + \\
& 1542400b^3c^3 + 138240a^2c^4 - 230400abc^4 + 96000 \\
& b^2c^4 - 36864ac^5 + 30720bc^5 + 4096c^6 \\
& 8a^6 - 36a^4b^2 - 16a^4c^2 + 32a^2c^2 + 54a^3b^4 - 144a^2b^2c^2 \\
& + 96a^2c^4 + 27b^6 + 108b^4c^2 - 144b^2c^4 + 64c^6 \\
& 81a^{12} - 540a^9b^4 + 1350a^6b^8 - 1500a^3b^{12} + 625b^{16} \\
& - 759a^9c^6 + 3780a^6b^4c^6 - 6300a^3b^8c^6 + 3500 \\
& b^{12}c^6 + 2646a^6c^{12} - 8820a^3b^4c^{12} + 7350b^8c^{12}
\end{aligned}$$

$$729x^9y^6 + 2187x^8y^7 + 2916x^7y^8 + 2187x^6y^9 + 972x^5y^{10} + 243x^4y^{11} + 27x^3y^{12}$$

(七)

$$125a^3b^3x^3 + 300a^2b^2cdx^2y - 150a^2b^2x^2z^4 + 240abc^2d^2xy^2 - 240abcdxyz^4 + 60abxz^8 + 64c^3d^3y^3 - 98c^2d^2yz^4 + 48cdyz^8 - 8z^{12}$$

$$9^{20} - 4 \cdot 7^3 \cdot 9^{15} + 4 \cdot 3^2 \cdot 9^{15} + 6 \cdot 7^6 \cdot 9^{10} - 2 \cdot 6^8 \cdot 7^3 \cdot 9^{10} + 6^5 \cdot 9^{10} - 4 \cdot 7^9 \cdot 9^5 + 2 \cdot 6^3 \cdot 7^6 \cdot 9^5 - 2 \cdot 6^5 \cdot 7^3 \cdot 9^5 + 4 \cdot 6^6 \cdot 9^5 + 7^{12} - 4 \cdot 6^2 \cdot 7^9 + 6^5 \cdot 7^6 - 4 \cdot 6^6 \cdot 7^3 + 6^9$$

$$2^{27} - 2^{22} \cdot 3^5 + 2^{17} \cdot 3^9 - 2^{12} \cdot 3^{12}$$

$$1296a^8b^4 + 7776a^6b^3c^3d^2 + 17496a^4b^2c^6d^4 + 17496a^2bc^9d^6 + 6561a^{12}d^8 + 9504a^6b^3e^4f^2 + 42768a^4$$

$$+ b^{4n}c^p + 10a^{2m}c^{2p} + 30a^{2m}b^nc^{2p} + 30a^mb^{2n}c^{2p} + 10b^{3n}c^{2p} + 10a^{2m}c^{3p} + 20a^mb^{2n}c^{3p} + 10b^{2n}c^{3p} + 5a^m c^{4p} + 5b^n c^{4p} + c^{5p}$$

(六)

$$4096a^{4m} - 18432a^{4m-1} + 45440a^{4m-2} - 71712a^{4m-3} + 79809a^{4m-4} - 62748a^{4m-5} + 44790a^{4m-6} - 12348a^{4m-7} + 2401a^{4m-8}$$

$$3^{15} + 5 \cdot 2^{10} \cdot 3^{12} + 10 \cdot 2^{20} \cdot 3^9 + 10 \cdot 2^{30} \cdot 3^6 + 5 \cdot 2^{40} \cdot 3^3 + 2^{50}$$

$$78125x^{21} - 765625x^{20} + 3121875x^{19} - 6718125x^{18} + 7913125x^{17} - 3664675x^{16} + 777765x^{15} - 117883x^{14} + 54606x^{13} + 223908x^{12} - 23954x^{11} + 99792x^{10} - 107744x^9 - 326592x^8 - 279936x^7$$

$$1419870365043152343750a^{40}b^{40}$$

(+)

$$10504375a^{12}b^{12} \text{ 及 } 7503125a^9b^{16}$$

$$6428310336a^{14}b^{18} \text{ 及 } 9642465504a^{18}b^{14}$$

$$236544000000a^6b^{11}d^5 \text{ 及 } 378470400000$$

$$a^6b^{11}d^6$$

$$-742742710521755074560a^{46}c^{59}d^{37} \text{ 及 } 7$$

$$990961322529006766080a^{44}c^{61}d^{38}$$

$$-\frac{96865353728a^{60}}{3486784401b^{40}} \text{ 及 } \frac{24216338432a^{54}}{387422489b^{36}}$$

(±)

第一詳式 第六項 $430452329703154384896a^{30}$

$$b^{45}c^{10}d^{15}$$

$$b^3c^3d^2e^4f^2+64152a^2bc^6d^4e^4f^2+320e^9d^6e^4f^2+2613$$

$$6a^4b^2e^8f^4+78408a^2bc^3d^2e^8f^4+58806c^6d^4e^8f^4+$$

$$7986a^2bc^{12}f^6+11979c^3d^2e^{12}f^6+14641e^{16}f^8$$

(八)

$$2\left(a^n + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2} b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} a^{n-4} b^4\right.$$

$$\left. + \dots \right)$$

$$2\left(\frac{m}{1} a^{m-1} b + \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^{m-3} b^3 +\right.$$

$$\left. \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} a^{m-5} b^5 + \dots \right)$$

(九)

$$70a^4b^4; 270112500a^5b^5; 673596000000$$

$$a^6b^6; -4595191300665088a^{14}b^{14} \text{ 及 } 7$$

(二)

±5a^mc³, ±7a²ⁿc^r, ±8a^rc^{3r}d 及 ± 11a^{2m}b³ⁿc^p.

(三)

±31a^{m-1}c^{2r}d, 36a²ⁿ⁻³c^{m-2}p, 99a^{8m-4}c^{2m-8}dⁿ⁻²

及 ± 25a^{4m-3}b^{2m-4}.

(四)

$\frac{11a^2}{b^3c^4}$, $\frac{0,19b^{m+3}c^{8n-4}}{a^2}$, $\frac{2,5b^{2m-8}}{a^4}$ 及 ±

$\frac{1,8x^{3m+4}y^{5r+2}}{c^{2m}}$

(五)

1 $\frac{1}{4}$ ab², 1 $\frac{4}{5}$ a⁴x⁵y², 1 $\frac{5}{6}$ x²y³z 及 ± 2 $\frac{2}{3}$ x⁶y⁵z⁴.

(六)

7 $\frac{1}{5}$ aⁿb^{2m}, 12 $\frac{1}{4}$ x^{3m-1}y²ⁿ⁺²z, 15 $\frac{6}{7}$ a^{2l+2}b^{4q-3} 及 ±

$\frac{55\frac{1}{8}z^{3p-4}}{x^3y^2}$.

第一詳式 第十五項 41370084011461652924160

$a^{12}b^{18}c^{28}d^{42}$

第二詳式 第六項 -117411840×5²⁸a⁹⁷b⁷⁹d²⁸

第十五項 7488432×4¹⁴×5²⁸a⁷⁰b⁷⁰d²⁸

(±)

第一詳式 第三項 1741000716a³⁶b²⁴c¹²d⁴e⁶

第十二項 -19656×6¹¹a⁹b⁶c³d²²e³²

第二詳式 第三項 $\frac{1944a^4b^2}{5c^4d^2}$

第十二項 $\frac{4368×9^{11}a^{22}b^{11}}{5^{11}c^{22}d^{11}}$

答ノ題設五第

(-)

±2ab²c³, ±4a³b⁴c, ±9a²b⁶c⁴ 及 ±

±8ab²c.

$$9x^{-1}y^{n+2}z^{2-2p}\sqrt{5x^{m-1}y^n z}.$$

$$(三) \quad 16a^2b^{3n}c^{4m}\sqrt{ab^{-1}c^{m+p}}; 19a^2b^{3n}d\sqrt{5}.$$

$$\frac{0,8}{ab^2}\sqrt{2c} \quad \text{及} \quad \frac{0,7b^2c^{3p+4}d^5}{a^2}\sqrt{5a}.$$

$$(四) \quad 0,2a^{3p}b^{2q}c\sqrt{2d}, 0,2a^2b^{3m}d^{n-1}\sqrt{7abcd},$$

$$0,09a^4b^{2m}c^nd^2\sqrt{5b^{m-1}c^{n+p}d} \quad \text{及} \quad 0,08b^2$$

$$c^{3r-4}d^{2p}\sqrt{7bc^{r-1}d^p}.$$

$$(五) \quad \frac{4a^2b^2e}{7d^4e}\sqrt{2ad}, \frac{a^4cd}{19x^3y^2z}\sqrt{38cxz}, \frac{3a^4c^5d}{10b^3e^2}$$

$$\sqrt{6ab}, \frac{ag}{12b^4cd^3}\sqrt{7cbdg} \quad \text{及} \quad \frac{5x^2y^2z}{24a^3b^4c^4d}$$

$$\sqrt{3b dxz}.$$

$$(七) \quad \frac{3ab^2c}{5d^3gh^4}, \frac{6a^3b^4}{7cdx^2y^3} \quad \text{及} \quad \frac{8x^4yz^2}{9abc^2}$$

$$(八) \quad \frac{19a^m b^{2n} c^{p-1}}{18d^{2q+r} e^4}, \frac{25b^{m+1}c^{2r}}{a^4d^{3n-2}}, \frac{18a^{2m-2}b^{3n+4}c^r}{13d^{2n-3}}$$

$$\text{及} \quad \frac{37a^m c^{2m+7}d}{49a^{3p+3}c^4re}.$$

答 / 題設六第

$$(一) \quad 4a^2b^3c^3\sqrt{3ac}, 8x^2y^2z\sqrt{2xyz}, 5x^3a^2c^2\sqrt{3ax}$$

$$7a^2d^2\sqrt{5abd} \quad \text{及} \quad 8a^4b^2c^3d^5\sqrt{5}.$$

$$(二) \quad 5a^m b^3\sqrt{2ad}, 6a^{2m+1}b^{3m-2}\sqrt{3a^m b^{-1}}, 8a^{2m}b^n$$

$$\sqrt{3c}, 9a^{3m+2}b^{3n-4}d^2\sqrt{3a^{m+1}d} \quad \text{及} \quad$$

$$\frac{3a^2xy}{4de^2f^3}, \frac{3a^{m+1}b^2xy^2}{7} \sqrt{-1}, -\frac{8ab^2}{d^2ef^8}, \pm \frac{4ab^2e}{3xc^{2m}} \text{ 及 } \pm \frac{2}{3}x^2yz^3.$$

$$\pm 4a^4c^3, \pm 9x^3py^{4q}, \pm 25gh^{-2} \text{ s } \text{ノ} \text{奇數}$$

$$\pm \frac{8la^4b^{2q-1}}{(a+b)^{4r}} \text{ 及 } \pm \frac{p^{2p-1}}{2q} \text{ t } \text{ノ} \text{奇數トス}$$

$$\frac{p^{2p-1}}{2q} \sqrt{-1} \text{ t } \text{ノ} \text{偶數トス}$$

答、題設八第

$$\pm 2a^2\sqrt{2b}, -3a\sqrt{2a^2b^2}, \pm 3bcd\sqrt{2bd^2}, 3xz$$

$$\sqrt[4]{-3x^2yz} \text{ 及 } \pm 2bc^2\sqrt[5]{3ab^2c}.$$

$$\frac{2a^2b^2}{7d^3g^2} \sqrt{6bcd}, \frac{8a^4b^3c^3}{45d^3} \sqrt{15b}, \frac{6x}{7z^2} \sqrt{x(2x^2+y)}$$

$$\frac{b^{2n-3}c}{0,3a^2d} \sqrt{0,2a^m b^{n+1}c^p d} \text{ 及 } \pm \frac{12x^{n-1}}{95y^{q+2r}z^2} \sqrt{5y^q s}$$

$$\frac{ab}{2mn} \sqrt{3abn(a^2+2b^2m)}, \frac{pq}{a^2b} \sqrt{a(3bq-ap)},$$

$$\frac{x}{3abc} \sqrt{3cy(5ac^3xy-b)} \text{ 及 } \pm \frac{d}{5a^2b^m} \sqrt{10b^m d(ac^2b)}$$

答、題設七第

$$2a^2b^3c, \pm 3a^3b^2c, 5a^2bc^3, \pm 6a^2bc^3d^4 \text{ 及 } \pm 2a^nb^{2m}.$$

$$-2a^4b^3c^2, \pm 5a^{m-1}d^{2m+1}, 2a^{2m}b^{n-2}c^3\sqrt{-1}$$

$$-3a^2bc^{3m} \text{ 及 } \pm 5a^3b^2c^{-2}$$

$$\pm \frac{9d^5e}{a^3} \sqrt[n]{\frac{ad^3}{2b^2}} \text{ 又 } n \text{ 偶數ト為セバ}$$

$$\frac{9d^5e}{a^3} \sqrt[n]{-\frac{ad^3}{2b^2}}$$

答、題設九第

(一) (二) (三) (四)

$$\pm(a+b), \pm(a+3b), \pm(2a-5b), \pm(3x^2-6y^2)$$

(五) (六) (七)

$$\pm(8x^2y+9y^3), \pm(10a^3b^2-7c^3d), \pm(11a^4b-12d^4)$$

(八) (九) (十)

$$\pm(16v^8w^4+14x^6y^5), \pm(4a^m-5b^{2n}), \pm(9a^{m+1}-6b^{2m-2})$$

(十一) (十二) (十三)

$$\pm(7x^{2m-3}+8y^{n-1}z), \pm(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}y^3), \pm(1\frac{1}{5}a^2b-2\frac{1}{3}bc^2)$$

(二)

$$3acd^3 \sqrt[3]{3a^2b^2cd}, 2pr \sqrt[4]{-5p^2q^3r^2}, -243$$

$$q^m \sqrt[n]{r}, n \text{ 奇數トス 及ヒ } 243q^{m/n} \sqrt[n]{-r} \text{ } n \text{ 偶$$

$$\text{數トス, } \pm 81r^4 \sqrt[4]{q^m} \text{ 及ヒ } \frac{6a^2b^{3m}}{c^9}$$

(三)

$$\frac{ab}{2de^2} \sqrt[3]{6a^2cde^2}, \pm \frac{r}{3stu} \sqrt[4]{24p^m q^3 r s t^2}$$

$$\frac{a}{3d^2e^2} \sqrt[5]{625a^2b^2c^2}, \pm \frac{e^4}{8abc} \sqrt[4]{8ab^2f^2} \text{ 及ヒ}$$

$$\frac{d^3e}{5a^2b^2f} \sqrt[5]{50b^2c^4f^3}$$

(四)

$$\pm \frac{ef}{2abc} \sqrt[8]{36a^3bc^6d^8e^8f}, \frac{ab^2e^2}{2(a+b)^2} \sqrt[7]{7a^5b^2e(a+b)^3}$$

(五)

$$\frac{2x^5y^7}{3^n q^4} \sqrt[m]{\frac{z}{p^5}} \text{ } m \text{ 奇數トス又 } m \text{ 偶數トスレバ}$$

$$\frac{2x^5y^7}{3^n q^4} \sqrt[m]{\frac{z}{p^5}} \text{ 及ヒ } n \text{ 奇數ト為セバ}$$

(一) 987, 1357, 48062, 620084

(二) 39, 121, 0465, 04538, 0026

(三) $\frac{2}{3}$, $\frac{0}{11}$, $\frac{13}{27}$, $9\frac{8}{11}$, $23\frac{5}{13}$

(四) 或, 或

(五) 18, 123, (六) 219, 3,77

(七) 789, 459.

答, 題設一十第

(一) $a+b$, (二) $2a-3b$, (三) $6a-4b$, (四) $5x^2+6y^2$

(五) $8a^3-3b^3$, (六) $9ab-4cd$, (七) $7a^2b+5ab^2$

(五) $\pm(2\frac{1}{5}a^2b^2+3\frac{1}{5}b^5c^2)$, (六) $\pm(a-b+c)$, (七) $\pm(a-2b-3c)$

(八) $\pm(2a+3b-4c)$, (九) $\pm(5a^2-4b^2+3c^2)$

(十) $\pm(4x^3y-3x^2y^2-2xy^3)$, (十一) $\pm(5a^2b-4ab^2+6b^3)$

(十二) $\pm(a^m+b^n+c^p)$, (十三) $\pm(2a^r-3b^s+4c^m)$

(十四) $\pm(a^{m-1}+b^{n-1}-c^{p+1})$, (十五) $\pm(5a^{2m-3}-3b^{p+2}+c^{q-1})$

(十六) $\pm(\frac{1}{3}a+\frac{1}{4}b+\frac{1}{5}c)$, (十七) $\pm(1\frac{1}{3}a^2-1\frac{1}{4}b^2+\frac{5}{6}c^2)$

答, 題設十第

(一) 12, 36, 99, 109, 240, 345

代數學 卷三 三

$$\begin{aligned}
 \text{(二)} \quad & a + \frac{x^3}{3a^2} - \frac{x^6}{9a^5} + \frac{5x^9}{81a^8} \text{-----} \\
 \text{(三)} \quad & a + \frac{x^4}{4a^3} - \frac{3x^8}{32a^7} + \frac{7x^{12}}{128a^{11}} \text{-----} \\
 \text{(四)} \quad & a - \frac{x^5}{5a^4} + \frac{2x^{10}}{25a^9} - \frac{6x^{15}}{125a^{14}} \text{-----} \\
 \text{(五)} \quad & a - \frac{x^6}{6x^5} + \frac{5x^{12}}{72a^{11}} + \frac{55x^{18}}{1296a^{17}} \text{-----} \\
 \text{(六)} \quad & x - \frac{1}{8x^7} + \frac{7}{128x^{15}} + \frac{35}{1024x^{23}} \text{-----} \\
 \text{(七)} \quad & x + \frac{8}{10x^9} - \frac{81}{200x^{19}} + \frac{1539}{2000x^{29}} \text{-----}
 \end{aligned}$$

代數學上編三卷終

$$\begin{aligned}
 \text{(八)} \quad & 5a^2b^2 - 4c^2d^2, \quad \text{(九)} \quad 8acd - 4cde, \quad \text{(十)} \quad 3a^4cd - 2b^3d^2 \\
 \text{(十一)} \quad & 2a^n + 3b^m, \quad \text{(十二)} \quad 3a^{m-1} - 4b^{n-2}, \quad \text{(十三)} \quad a + b + c \\
 \text{(十四)} \quad & 2a - 3b + 2c, \quad \text{(十五)} \quad 3a^2 - 4b^2 + 5c^2, \quad \text{(十六)} \quad a^n - b^m - c^p \\
 \text{(十七)} \quad & 4a^3b + 5a^2b^2 - 6ab^3, \quad \text{(十八)} \quad 3a^3b - 5a^2b^2 - 6ab^3 \\
 \text{(十九)} \quad & 2a^{3m} - 3a^{2m} + 4a^m, \quad \text{(二十)} \quad 3a + 4b, \quad \text{(二十一)} \quad 5a^2 - 7b^2 \\
 \text{(二十二)} \quad & 4b - 5c, \quad \text{(二十三)} \quad 3a^3 - 5b^3
 \end{aligned}$$

答，題設二十第

$$\text{(一)} \quad a + \frac{x^2}{2a} - \frac{x^4}{8a^3} + \frac{x^6}{16a^5} - \frac{5x^8}{128a^7}$$

$$\begin{aligned}
(一) \quad & \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1 \\
(二) \quad & \frac{4}{5} + \frac{1}{5} = 1 \\
(三) \quad & \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1 \\
(四) \quad & \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1 \\
(五) \quad & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \\
(六) \quad & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \\
(七) \quad & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1
\end{aligned}$$

伊婁學上卷三

終