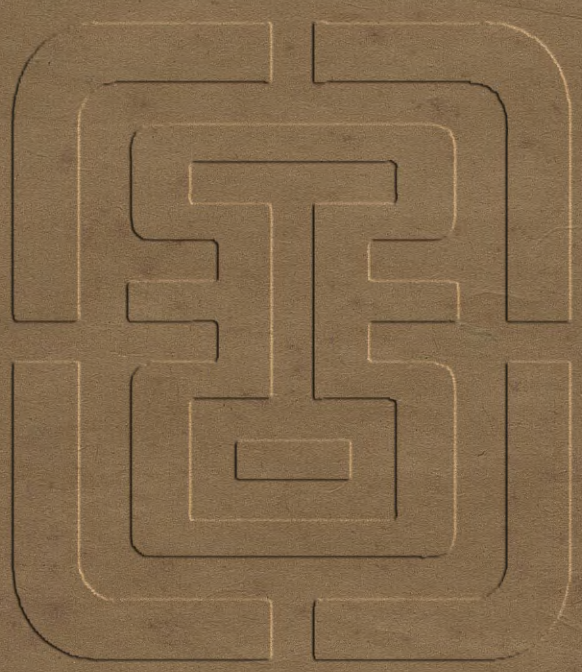
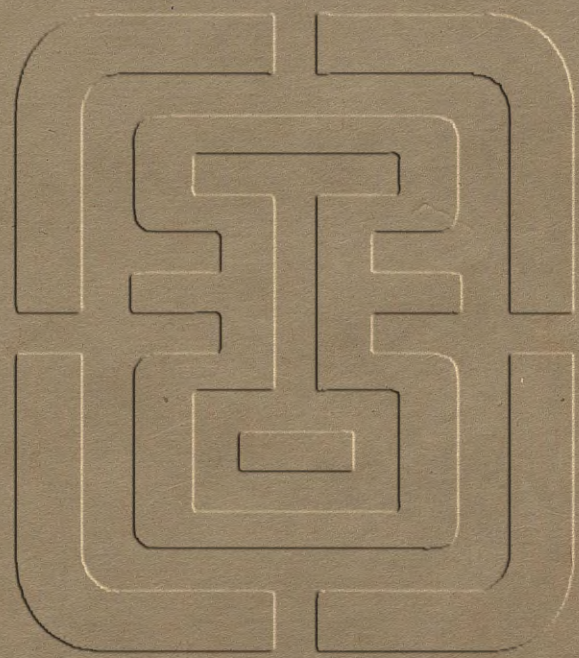


20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
4

920-00  
847

212





割圓



周髀曰。圓出於方。方出於矩。矩者所謂直角。卽勾股也。蓋因方易度。而圓難測。方有盡。而圓無盡。故古人用割圓之法。內弦外切。屢求勾股。爲無數多邊形。以切近圓界。使弧線直線。漸合爲一。而圓周始得。是則推圓者以方。推方者以矩矣。劉宋祖沖之以圓容六邊起算。元趙友欽以圓容四邊起算。自明末西法入中國。又有割圓八線六宗三要等說。而圓度內外諸線相求之法始備。要之圓內六邊起算者。圓徑折半。

御製數理精蘊 卷十一 圓  
即圓內六邊之一。乃用屢求勾股之法。自六邊而十  
二邊。自十二邊而二十四邊。自二十四邊而四十八  
邊。如是累至億萬邊。設徑爲一。而周得三一四一五  
九二六五三有餘。圓內四邊起算者。則以圓徑爲內  
容。正方之斜弦。自乘折半開方而得四邊之一。亦用  
屢求勾股之法。自四邊而八邊。自八邊而十六邊。自  
十六邊而三十二邊。如是累至億萬邊。設徑爲一。而  
周亦得三一四一五九二六五三有餘。圓外四邊起  
算者。圓徑即四邊之一。圓徑自乘倍之開方。即圓外

正方之斜弦。減去圓徑。即圓外兩角之餘。又即圓外  
八邊之一。以八邊之一折半爲勾。半徑爲股。求得弦。  
與半徑相減。即股弦較。又即小同式形之勾。乃以八  
邊之一折半之勾爲一率。半徑之股爲二率。小同式  
形之勾爲三率。推得四率爲小同式形之股。倍之即  
十六邊之一。如是累至億萬邊。設徑爲一。而周亦得  
三一四一五九二六五三有餘。圓外六邊起算者。圓  
徑爲弦。半徑爲勾。求得股。倍之即圓外三邊之一。取  
其三分之一。即圓外六邊之一。以六邊之一折半爲

衍斐斐珠米齋編 卷十五  
勾半徑爲股。求得弦。與半徑相減。卽股弦較。又卽小  
同式形之勾。乃以六邊之一折半之勾爲一率。半徑  
之股爲二率。小同式形之勾爲三率。推得四率爲小  
同式形之股。倍之卽十二邊之一。如是累至億萬邊。  
設徑爲一。而周亦得三。一四。一五。九二。六五。三有餘。  
此兩法者。或自圓內容形之邊爲勾股法。使無數勾  
股小弦。逼近圓周。將與圓周合而爲一。或自圓外切  
形之邊爲勾股法。使無數勾股小股。逼近圓周。亦將  
與圓周合而爲一。二法旣立。故凡圓周圓徑諸法。皆

可以互相比例矣。割圓八線。則將圓周分爲三百六  
十度。先求弧度通弦。折半爲正弦。旣得正弦。而圓內  
之正矢。圓外之正切。正割。由之而生。至於餘弦。餘矢  
餘切。餘割。則又由正而得名。三百六十度。平分四象  
限。每一象限九十度。九十度之中。得其正角爲正。餘  
角爲餘。是以正餘相對。而割圓八線之表。以立一象  
限中。成勾股形者五千四百。故凡勾股三角測量諸  
法。皆可以互相比例矣。自圓內容形。屢求勾股而得  
無數多邊。自圓外切形。屢求勾股而得無數多邊。內

外湊集。則圓周漸變為直線。而設圓界為度分者。內而正弦。外而切線。至於無數。則圓周亦漸變為直線。二者互相參考。俱為相符。可見理之至者。先後一揆。法之精者。中外一理。然則勾股即割圓之體。而割圓即勾股之用。二者交相成而兩相得乎。



圓內容六邊起算

設如圓徑二兆。用內容六邊起算。問得圓周幾何。

法以圓徑二兆折半得一兆。為圓內所

容六邊形之每一邊。乃以半徑一兆為

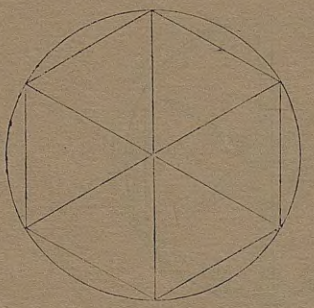
弦。六邊之一邊。一兆折半得五千億為

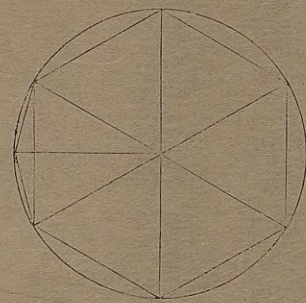
勾。求得股八千六百六十億二千五百

四十萬三千七百八十四。小餘四三八

三七二二三一七〇七五二與半徑相減。九三六一八三四七一

餘一千三百三十九億七千四百五十





九萬六千二百一十五。小餘五六一三  
七六八二九二四七。○復為勾六邊之

一。邊折半之五千億為股。求得弦五千

一百七十六億三千八百零九萬零二

百零五。小餘○四七五二四六九九七七  
九七六六七五二四八○九六六

五七六為圓內所容十二邊形之每一

邊。如是屢求得圓內二十四邊形之每

一邊為二千六百一十億五千二百三

十八萬四千四百四十零。小餘一○三  
一八三○九

六八一二四五五七七九。○圓內四十八

邊形之每一邊為一千三百零八億零

六百二十五萬八千四百六十零。小餘  
二八

六十三三六三○六三一七一七圓內

九十六邊形之每一邊為六百五十四

億三千八百七十六萬五千六百四十

三。小餘五五二二八四一二七三一  
二八八二四一六○八六七八四三

○圓內一百九十二邊形之每一邊為

三百二十七億二千三百四十六萬三



千二百五十二。小餘九七三五六三二八五九二八五六五八

九九一八九九八。三三二二一三 園內三百八十四邊形

之每一邊為一百六十三億六千二百

二十七萬九千三百零七。小餘八七四二五八五七

三九八七四六五八九。五二六六七九九六四 園內七百六

十八邊形之每一邊為八十一億八千

一百二十萬八千零五十二。小餘四六九五七七

一八九二四八二一九九一。〇三六二五二二三三七 園內一千

五百三十六邊形之每一邊為四十億

九千零六十一萬二千五百八十二。小餘

三二八一九〇二二八八二六一一。七九六八八五八五一九〇〇三九九 園

內三千零七十二邊形之每一邊為二

十億四千五百三十萬七千三百六十

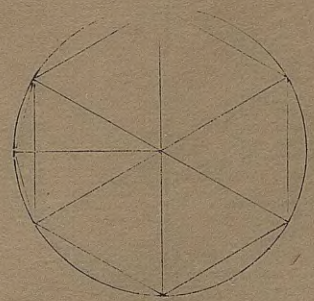
零。小餘六七六六〇九〇八二三八五九二二二二九二一〇二〇七九〇二

九。園內六千七百四十四邊形之每一

邊為七十億二千二百六十五萬三千

八百一十四。小餘〇二七三九五〇二二〇二八五九九五八

八五二二四。三九一七 園內一萬二千二百八十



八邊形之每一邊為五億一千一百三

十二萬六千九百二十三。小餘七二四  
八三四六二

八一二三二九九〇三一  
九〇八八四七六七九 園內二萬四

千五百七十六邊形之每一邊為二億

五千五百六十六萬三千四百六十三。

小餘九五五二三〇九四八〇五二三四  
四九〇七十一四一〇六三一七六

園內四萬九千一百五十二邊形之每

一邊為一億二千七百八十三萬一千

七百三十一。小餘二三六七七六六二六  
一八六九四七六四六四



〇四九二〇  
九九九七 園內九萬八千三百零四

邊形之每一邊為六千三百九十一萬

五千八百六十六。小餘一五一〇二二  
七一六〇七〇

八〇七一二六三  
八七〇七五三 園內一十九萬六千

六百零八邊形之每一邊為三千一百

九十五萬七千九百三十三。小餘〇七  
九五九〇

九〇三一〇九三八一五四  
一九三〇六五三八〇 園內三十

九萬三千二百一十六邊形之每一邊

為一千五百九十七萬八千九百六十



六。小餘五四〇三〇五五二八八六九  
二四八七七九三七二三七五九六

七。園內七十八萬六千四百三十二邊

形之每一邊為七百九十八萬九千四

百八十三。小餘二七〇二一六四六五

四二八〇六六六八一〇五

八。園內一百五十七萬二千八

百六十四邊形之每一邊為三百九十

九萬四千七百四十一。小餘六三五一

一七四五二九

九。園內三百一十

四萬五千七百二十八邊形之每一邊

為一百九十九萬七千三百七十零。小

餘八一七五五九〇九六六六四〇五

十。園內一千四百五十六邊

形之每一邊為九十九萬八千六百八

十五。小餘四〇八七七九六七二八三

九七五五七七四〇六一一三

十一。園內一千二百五十八萬二千九

百一十二邊形之每一邊為四十九萬  
九千三百四十二。小餘七〇四三三八九  
八五一九八三三一  
十二。園內二千五百一十  
二三六三九九八二  
九九六三五五五





六萬五千八百二十四邊形之每一邊。

為二十四萬九千六百七十一。小餘三五二一

九四九二七九三七〇八八八六 園內五

千零三十三萬一千六百四十八邊形

之每一邊為一十二萬四千八百三十

五。小餘六七六〇九七七四六四二一一

八 園內一億零六十六萬三千二百九

十六邊形之每一邊為六萬二千四百

一十七。小餘八三八〇四八七三二二一

八七八 園內二億零一百三十二萬六

千五百九十二邊形之每一邊為三萬

一千二百零八。小餘九一九〇二四三

四二六九一 園內四億零二百六十

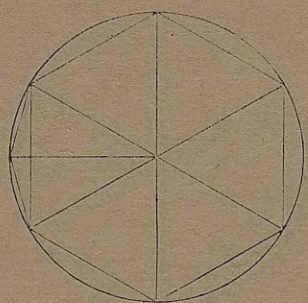
五萬三千一百八十四邊形之每一邊

為一萬五千六百零四。小餘四五九五

三六四三九四九七一 園內八億零五

百三十萬六千三百六十八邊形之每

一邊為七千八百零二。小餘二二九九七



一八二七九一五〇四 園內一十六億  
八二九一五一四二

一千零六十一萬二千七百三十六邊

形之每一邊為三千九百零一 小餘一四八

七八〇四五七五九一四六九 園內三  
九六五八一四八七〇一五

十二億二千一百二十二萬五千四百

七十七邊形之每一邊為一千九百五

十零 小餘五五七四三九〇二二八七

九五七四五二九五三四四〇六 園內六十四億四千二百四十五

萬零九百四十四邊形之每一邊為九

百七十五 小餘二七七八七一九五一

四三九七七八七三二九三六 園內一百二十八億八千四

百九十萬一千八百八十八邊形之每

一 邊為四百八十七 小餘六三三九三五

八九三六七七四九 園內二百五十七

億六千九百八十萬三千七百七十六

邊形之每一邊為二百四十三 小餘八

七九八七七八五九九四六八 園內五

白一十五億三千九百六十萬七千五



百五十二邊形之每一邊為一百二十

一。小餘九〇九八三九九三九九二九九七三四一四二四七九九八七九〇

九。乃以五百一十五億三千九百六十

萬七千五百五十二邊之數與其每一

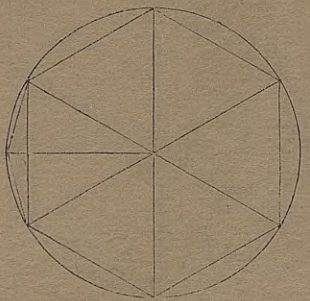
邊一百二十一。小餘九〇九八三九九

一四二四七九。之數相乘得六兆二千

八百三十一億八千五百三十萬七千

一百七十九。小餘五八六四七六五八

五〇一〇八。為圓徑二兆之周數。



圓內容四邊起算

設如圓徑二兆。用內容四邊起算。問得圓周幾何。

法以圓徑二兆折半得一兆。自乘得一

穰。倍之開方得一兆四千一百四十二

億一千三百五十六萬二千三百七十

三。小餘〇九五〇四八八〇一六八八

九。為圓內所容四邊形之每一邊。乃以

半徑一兆為弦。四邊之一邊一兆四千

一百四十二億一千三百五十六萬二



千三百七十三。小餘〇九五〇四八八

〇九六九八〇七八五六九折半得七千零七十一

億零六百七十八萬一千一百八十六

小餘五四七五二四四〇〇八四四三六三一〇四八四九〇三九二八四

為勾。亦即為股。四邊折半所成之勾與

半徑相減。餘二千九百二十八億九千

三百二十一萬八千八百一十三。小餘四五

二四七五五九九一五五六三七八九五一五〇九六〇七一六復為

勾。四邊之一邊折半之七千零七十一

億零六百七十八萬一千一百八十六

小餘五四七五二四四〇〇八四四三六二一〇四八四九〇三九二八四

為股。求得弦七千六百五十三億六千

六百八十六萬四千七百三十零。小餘一七

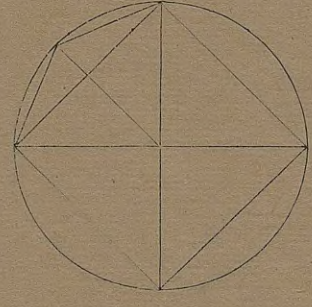
九五四三四五六九一九九六八為圓

內所容八邊形之每一邊。復以半徑一

兆為弦。八邊之一邊折半得三千八百

乙十六億八千三百四十三萬二千三

百六十五。小餘〇八九七七一一七二八四五九九八四〇三〇三九



八八六六六為勾求得股九千二百三十

八億七千九百五十三萬二千五百一

十一小餘二八六七五六一二八一八

二八二與半徑相減餘七百六十一億二

千零四十六萬七千四百八十八小餘七一

三二四三八七一八一六八一〇復為

勾八邊之一邊折半之三千八百二十

六億八千三百四十三萬二千三百六

十五小餘〇八九七七七一七二八四五

七六為股求得弦三千九百零一億八

千零六十四萬四千零三十二小餘二五六五

三五六九六五六九九七三六九為園內

所容十六邊形之每一邊如是屢求得

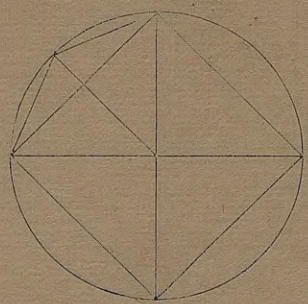
園內三十二邊形之每一邊為一千九

百六十億三千四百二十八萬零六百

五十九小餘九一二二七二七二八三六

九一七園內六十四邊形之每一邊為

九百八十一億三千五百三十四萬八





千六百五十四。小餘八三六。二八五

四一九二一八。園內一百二十八邊形

之每一邊為四百九十億八千二百四

十五萬七千零四十五。小餘八二四五

七。六。七。園內二百五十

六邊形之每一邊為二百四十五億四

千三百零七萬六千五百七十一。小餘

九八五二一五八八一七八。園內

五百一十二邊形之每一邊為一百二

十二億七千一百七十六萬九千二百

九十八。小餘三〇八九五〇七一。九二

五。園內一千零二十四邊形之每

邊為六十一億三千五百九十一萬

三千五百三十五。小餘九三四八一八

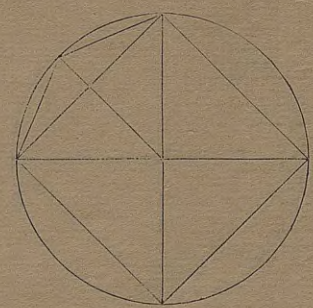
八。園內二千零四十八

邊形之每一邊為三十億六千七百九

十六萬零三百七十二。小餘五六九五

五。園內四千零九





十六邊形之每一邊為一十五億三千

三百九十八萬零六百三十七。小餘四八五四

○九○五三八七七二一六八 園內八

千一百九十二邊形之每一邊為七億

六千六百九十九萬零三百七十五。小餘

一四二七七九一七七八一四四九六 園

內一萬六千三百八十四邊形之每一

邊為三億八千三百四十九萬五千一

百九十四。小餘六二一四○六六一四八七九八三九一四六七五

四三七○ 園內三萬二千七百六十八

邊形之每一邊為一億九千一百七十

四萬七千五百九十八。小餘一九一九五四六九一七

四一○四四四三三三 園內六萬五千

五百三十六邊形之每一邊為九千五

百八十七萬三千七百九十九。小餘二六

三三七六九○九八○一二二九 園內一

十三萬一千零七十二邊形之每一邊

為四千七百九十三萬六千八百九十





九。小餘六一六八三六四三七四五八  
三七五五六五七一七七一一三四八二

七。園內二十六萬二千一百四十四邊

形之每一邊為二千三百九十六萬八

千四百四十九。小餘八一〇一三九四  
一二八四三〇四四三

七四六一七五  
二八三三三〇園內五十二萬四千二

百八十八邊形之每一邊為一千一百

九十八萬四千二百二十四。小餘九〇  
五二八四

八五五六八五七六〇〇四  
九三二九五五四六八八園內一百

零四萬八千五百七十六邊形之每一

邊為五百九十九萬二千一百一十二。

小餘四五二六六九三二一五〇〇九  
〇九九三八七二六〇〇六〇六五

園內二百零九萬七千一百五十二邊

形之每一邊為二百九十九萬六千零

五十六。小餘二二六三三八〇二二四  
五七七〇八七一一二〇二

五三九  
六園內四百一十九萬四千三百

零四邊形之每一邊為一百四十九萬

八千零二十八。小餘一一三一六九四  
三一四四二二六一〇

七五三四七四  
二九三三園內八百三十八萬八





千六百零八邊形之每一邊為七十四萬九千零一十四。小餘〇五六五八四七六八二四七八〇

六三七七七四六五 圓內一千六百七十

七萬七千二百一十六邊形之每一邊

為三十七萬四千五百零七。小餘〇二八二九二

三九〇六八九七三七六六 圓內三千

三百五十五萬四千四百三十二邊形

之每一邊為一十八萬七千二百五十

三。小餘五二四一四六一九六一六五五九八一一四四三五〇一〇八二二二

四。圓內六千七百一十萬八千八百六

十四邊形之每一邊為九萬三千六百

二十六。小餘七五七〇七三〇九八八五三九〇二三五九二四六

五〇三 圓內一億三千四百二十一萬

七千七百二十八邊形之每一邊為四

萬六千八百一十三。小餘三七八五三六五四九一〇五

五一九〇一三四三 圓內二億六千八

百四十三萬五千四百五十六邊形之

每一邊為二萬三千四百零六。小餘六八九二



六八二七四五五四三六二四  
園內五  
九三六四九〇九九七八四

億三千六百八十七萬零九百一十二

邊形之每一邊為一萬一千七百零三

小餘三四四六三三四一三七二七七三  
八一六二〇一九一二四八三二一

園內一十億七千三百七十四萬一千

八百七十四邊形之每一邊為五千八

百五十一  
小餘六七二二三一七〇六八  
六三八七一一五八五六七六

六四六一  
四六四園內二十一億四千七百四

十八萬三千六百四十八邊形之每一

邊為二千九百二十五  
小餘八三六六一  
五八五三四三

一九三六一〇五九二  
一七〇八五三九四園內四十二億

九千四百九十六萬七千二百九十六

邊形之每一邊為一千四百六十二  
小餘

九十八〇七九二二六七一五九六八  
九二〇九六二七七四五二九園

內八十五億八千九百九十三萬四千

五百九十二邊形之每一邊為七百三

十一  
小餘四五九〇三九六三三五七七  
九八四〇五〇三一四〇一六六

七〇二園內一百七十一億七千九百八



十六萬九千一百八十四邊形之每一邊為三百六十五。小餘七二九五九九八

○二五七六八四 圓內三百四十三億

五千九百七十三萬八千三百六十八

邊形之每一邊為一百八十二。小餘八六四七

五九九〇八三九九六〇一 乃以三

百四十三億五千九百七十三萬八千

三百六十八邊之數與其每一邊一百

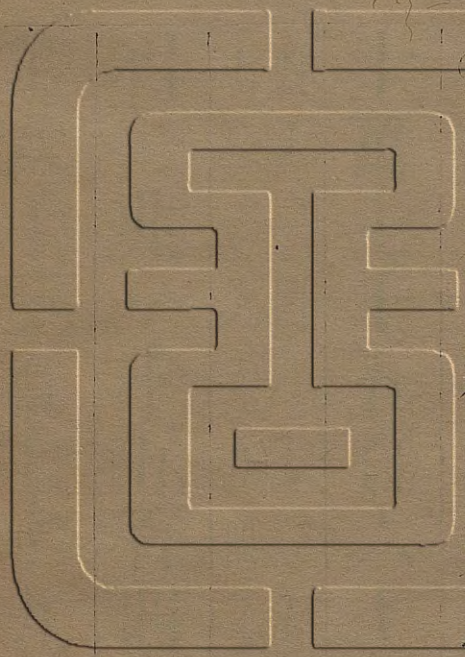
八十二。小餘八六四七五九九〇八三

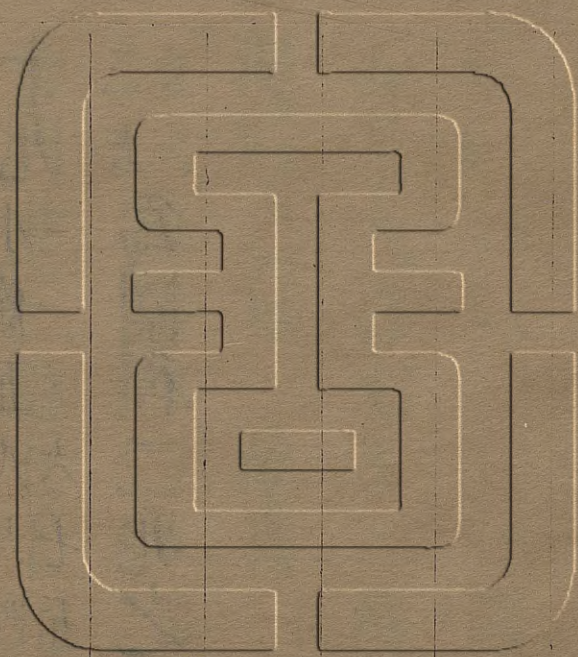
六〇七 之數相乘得六兆二千八百三

十一億八千五百三十萬七千一百七

十九。小餘五八六四七六八六三〇八

三六 為圓徑二兆之周數。





### 圓外切六邊起算

設如圓徑二兆。用外切六邊起算。問得圓周幾何。

法以圓徑二兆為弦。半徑一兆為勾。求

得股一兆七千三百二十億五千零八

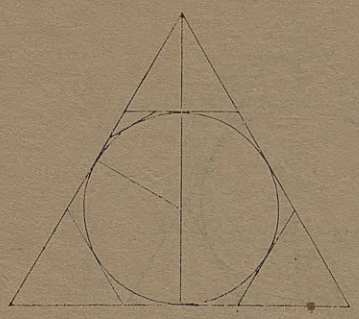
十萬七千五百六十八。小餘八七七二

四六三四一五〇五八取其三分之二。

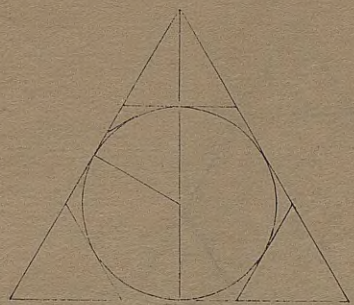
得十兆一千五百四十七億零五十三

萬八千三百七十九。小餘二五二

五六一一〇三九一即圓外六邊形之



四九一一二九五面部



每一邊。蓋圓徑為弦。半徑為勾。所得股倍之為圓外三邊形之每一邊。其每一邊之三分之一。即圓外六邊形之每一邊。今以六邊起算。故省求三邊。止以所得之股。取其三分之二。為六邊形之每一邊。乃以六邊形之每一邊一兆一千

五百四十七億零五十三萬八千三百

七十九。小餘二五六一五二九〇一八二

九五。二折半得五千七百七十三億五

千零二十六萬九千一百八十九。小餘六二

五七六四五〇九一四八七八。〇為勾。

半徑一兆為股。即用六邊之一邊為弦。

圓內六邊與半徑等。圓外六邊亦與本形半徑等。故即用六邊之一邊為弦也。

與半徑相減。餘一千五百四十七億零

五十三萬八千三百七十九。小餘二五

三九一八二九七五六一〇。〇即股弦較。

又即小同式形之勾。復以六邊形之一

邊折半之勾五千七百七十三億五千

零二十六萬九千一百八十九。小餘六

六四五〇九一四八七八。〇五為一率。



半徑之股一兆為二率。小同式形之勾

一千五百四十七億零五十三萬八千

三百七十九小餘二五二九〇一

九一四九為三率。推得四率二千六

百七十九億四千九百一十九萬二千

四百三十一小餘一二二七〇六四七

三〇五七為小同式形之股。倍之得

五千三百五十八億九千八百三十八

萬四千八百六十二小餘二四五四一

三一六九八八二五為圓外十二邊形

之每一邊。如是屢求得圓外二十四邊

形之每一邊為二千六百三十三億零

四百九十九萬五千一百七十四小餘

七〇六九四三〇五二九一四圓外

四十八邊形之每一邊為一千三百一

十億八千六百九十二萬五千六百三

十零小餘四七六四五七一二九〇八

八四圓外九十六邊形之每一邊為六

二八四





百五十四億七千三百二十二萬零八

百二十五小餘九四五一七二八七八

九二四七圓外一百九十二邊形之每

一邊為三百二十七億二千七百八十

四萬四千二百七十零小餘六二二三一

八二一五七二二五九圓外三百八十

四邊形之每一邊為一百六十三億六

千二百八十二萬六千八百零七小餘

七七五二七四〇七五〇一二二四圓外

七百六十八邊形之每一邊為八十一

億八千一百二十七萬六千五百零一

小餘五七四七一三三四〇五二八六

五四七〇二〇六三七八四二四六圓外一千五百三十六邊形之每一邊

為四十億九千零六十二萬一千一百

三十八小餘四三九九四八七一七七〇

七〇八六圓外三千零七十二邊形之每

一邊為二十億四千五百三十萬八千

四百三十零小餘一八九六八二三〇



圓外切六邊形起算



四〇七三〇。園外六千一百四十四邊  
形之每一邊為一十億二千二百六十

五萬三千九百四十七。小餘七一六五

〇七九二二三木一七。園外一萬二千

二百八十八邊形之每一邊為五億一

千一百三十二萬六千九百四十零。小餘

四三五九九七二三。一六二四八

外二萬四千五百七十六邊形之每一

邊為二億五千五百六十六萬三千四

百六十六。小餘〇四〇二〇一六六四

九一五。園外四萬九千一百五十二

邊形之每一邊為一億二千七百八十

三萬一千七百三十二。小餘四九七八

〇五六〇七七四。園外九萬八千

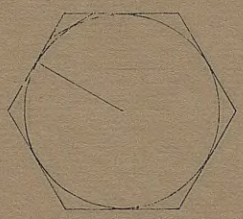
二百零四邊形之每一邊為六千三百

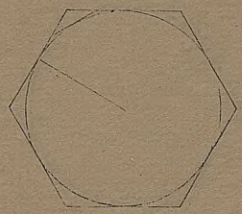
九十七萬五千八百六十六。小餘一八

一四〇三三三五六四。園外一十

九萬六千六百零八邊形之每一邊為

九萬六千六百零八邊形之每一邊為





三千一百九十五萬七千九百三十三。  
小餘〇八三六七〇七七〇六三八八九  
二五一四九七五〇二五一六九四

圓外二十九萬三千二百一十六邊形  
之每一邊為一千五百九十七萬八千

九百六十六。小餘五四〇八一五四一  
八四三七〇一〇三七九

三〇二九四圓外七十八萬六千四百

三十二邊形之每一邊為七百九十八

萬九千四百八十三。小餘二七〇二八  
〇二一三三五八

二一〇八七二五八圓外一百五十七

萬二千八百六十四邊形之每一邊為

三百九十九萬四千七百四十一。小餘  
六三

五一二四一六九六五六九圓外

三百一十四萬五千七百二十八邊形

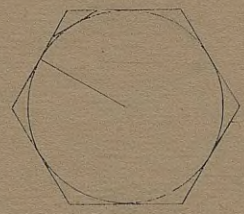
之每一邊為一百九十九萬七千三百

七十零。小餘八一七五六〇九二七  
二五四六七四七四九七七六

四四二圓外六百二十九萬一千四百

五十六邊形之每一邊為九十九萬八

千六百八十五。小餘四〇八七七九七  
九七三四七三八一六



○七九七七四二 園外一千二百五十八  
七五二九九八

萬二千九百一十二邊形之每一邊為

四十九萬九千三百四十二 小餘七〇  
四三八九

八六七五四六七七  
七八〇九四六一二 園外二千

五百一十六萬五千八百二十四邊形

之每一邊為二十四萬九千六百七十

一〇小餘三五二一九  
五二二〇一六八八二八八四八六

二 園外五千零三十三萬一千六百四

十八邊形之每一邊為一十二萬四千

八百三十五 小餘六七六〇  
四四五四九〇二二九九八

八一三七二  
三〇八二 園外一億零六十六萬三

千二百九十六邊形之每一邊為六萬

二千四百一十七 小餘八三八〇  
七三二一六六六五

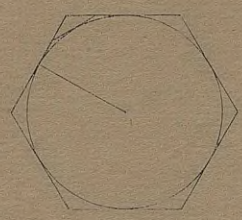
六四三三三七〇  
二九六九七六 園外二億零一百三

十二萬六千五百九十二邊形之每一

邊為二萬一千二百零八 小餘九一九  
〇二四三六

六〇七五七七二八  
三八八七六五四二 園外四億零

二百六十五萬三千一百八十四邊形



之每一邊為一萬五千六百零四。小餘四五

九五五二二一八三〇三六九一四 園外 五一八〇一一一五六一六〇八〇

八億零五百三十萬六千三百六十八

邊形之每一邊為七千八百零二。小餘二二

九七五六〇九一五一一八二三八 園外 五一九二二二八八九七

一十六億一千零六十一萬二千七百

三十六邊形之每一邊為三千九百零

一。小餘一一四八七八〇四五七五九

一五四四一七一四四八四二五六 二。園外三十二億二千一百二十二萬

五千四百七十二邊形之每一邊為一

千九百五十零。小餘五五七四三九〇

五三二六三四 園外六十四億四千二

百四十五萬零九百四十四邊形之每

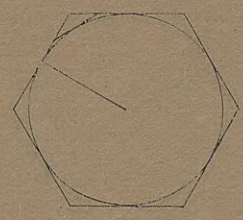
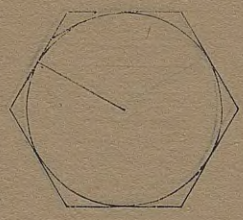
一。邊為九百七十五。小餘二七八七一

七八七四四四七一 園外一百二十八

億八千四百九十萬一千八百八十八

邊形之每一邊為四百八十七。小餘六

五九七五五七一八九三六 園外二 九三三六九八五五八〇二



園外切六邊起算

百五十七億六千九百八十萬三千七

百七十六邊形之每一邊為二百四十

三。小餘八十九六七九八七七八五九九四六八四三〇六一二七七六〇

六。園外五百一十五億三千九百六十

萬七千五百五十二邊形之每一邊為

一百七十一。小餘九〇九八三九九三

二五十六。乃以五百一十五億三千

九百六十萬七千五百五十二邊之數

與其每一邊一百二十一。小餘九〇九

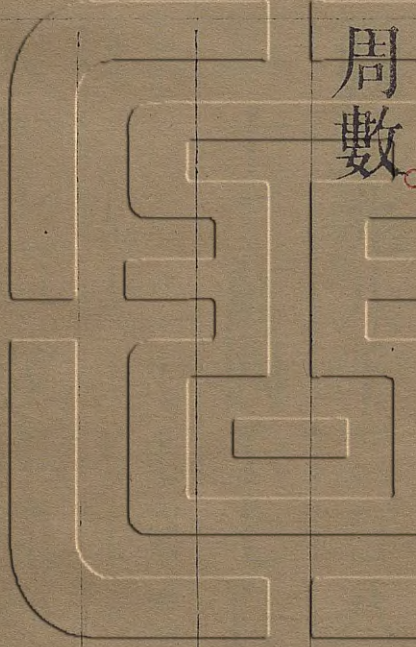
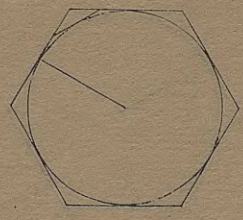
八九二九九七二四二一之數相乘得

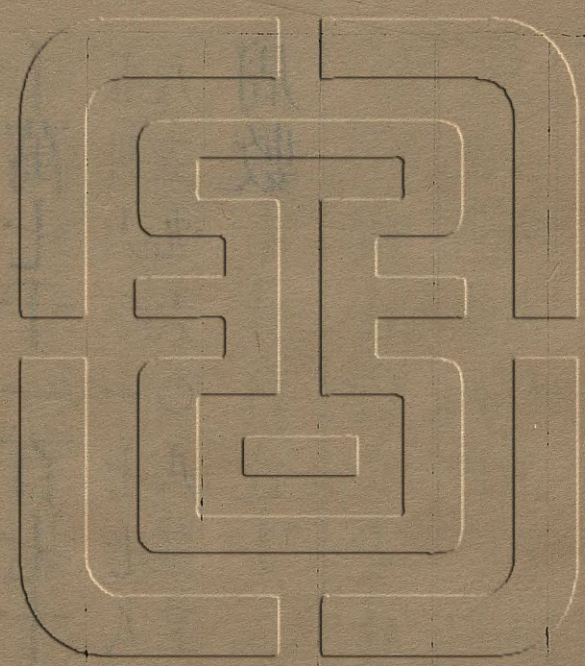
六兆二千八百三十一億八千五百三

十萬七千一百七十九。小餘五八六四

五四六〇七七七八二為園徑二兆之

周數。八三九六〇八三二





圓外切四邊起算

設如圓徑二兆。用外切四邊起算。問得圓周幾何。

法以圓徑二兆為外切四邊形之每一

邊。乃以圓徑二兆為股。亦即為勾。求得

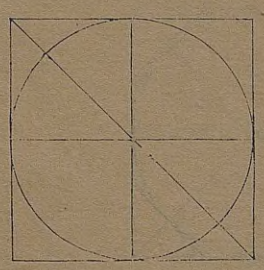
弦二兆八千二百八十四億二千七百

一十二萬四千七百四十六。小餘一九

六〇三二七七四四八一為圓外四

邊形之斜弦。與圓徑相減。餘八千二百

八十四億二千七百一十二萬四千七



百四十六。小餘一九〇〇九七六〇三三七七四四八四一九三九

六。一五七。即園外八邊形之每一邊。又

以八邊形之每一邊八千二百八十四

億二千七百一十二萬四千七百四十

六。小餘一九〇九七六〇三三七七六四四八四一九三九

八。折半得四千一百四十二億一千三

百五十六萬二千三百七十三。小餘〇九五〇

四八八〇一六八八七二四二。〇九六九八〇七八五六九為勾半

徑一兆為股。求得弦一兆零八百二十

三億九千二百二十萬零二百九十二

。小餘三九三九六八八九九四四六四一〇七三二七七八八四〇一二一

與半徑相減。餘八百二十三億九千二

百二十萬零二百九十二。小餘三九三九六八八九

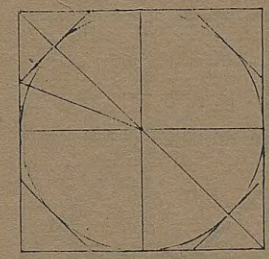
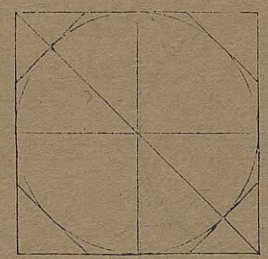
九四四六四四一〇七三二。即股弦較。又

即小同式形之勾。復以八邊形之一邊

折半之勾四千一百四十二億一千三

百五十六萬二千三百七十三。小餘〇九五〇

四八八〇一六八八七二四二。為一率。〇九六九八〇七八五六九



半徑之股一兆為二率小同式形之勾

八百二十三億九千二百二十萬零二

百九十二小餘三九三九六八八九九

八八四〇為三率推得四率一千九百

八十九億一千二百三十六萬七千三

百七十九小餘六五八〇〇六九一一

六二二八為小同式形之股倍之得三

千九百七十八億二千四百七十三萬

四千七百五十九小餘三一六一〇一三

五二八九三三二為園外十六邊形之

每一邊如是屢求得園外三十二邊形

之每一邊為一千九百六十九億八千

二百八十萬六千七百一十四小餘三

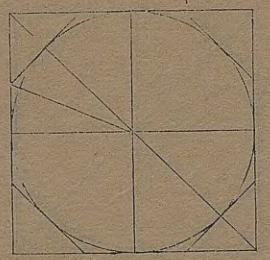
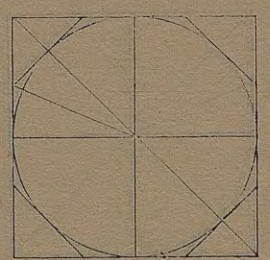
六一五四三九五〇四二五園外六

十四邊形之每一邊為九百八十二億

五千三百六十九萬九千五百三十八

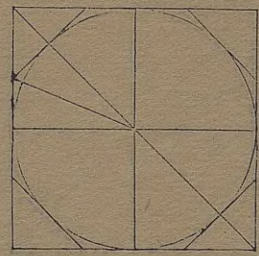
小餘九三四五〇八二一〇六八六六

園外一百二十八邊形之每一邊為四



園外切四邊起算





百九十億九千七百二十四萬四千二百一十七。小餘八五〇八八八二〇九一五九九五〇七九二一八一

七四四二。圓外二百五十六邊形之每一邊為二百四十五億四千四百九十

二萬四千七百五十九。小餘一三二五五〇四六一七

七五。六四六八五。圓外五百一十七邊形之每一邊為一百二十二億七

千二百萬零三百一十五。小餘二四六八〇三九二

八五八八七七三一二〇。二。圓外一千零二十四邊形之每一邊為六十一億三

千五百九十四萬二千四百零二。小餘八四

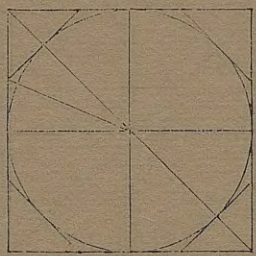
五三二九九七四一四七八三一。圓外三千零四十八邊形之每一邊為三十

億六千七百九十六萬三千九百八十八。小餘一七七三三〇五六九八五

四四一六三六七〇〇八七四九四。圓外四千零九十六邊形之每一邊

為一十五億三千三百九十八萬一千零八十八。小餘六八六一八五二一〇

三四六四一五四二二二五。



三四六四一五四二二二五。

五八四七。園外八千一百九十二邊形

之每一邊為七億六千六百九十九萬

零四百三十一。小餘五四二八八一

六八二五四四。園外一萬六千三百八

十四邊形之每一邊為三億八千三百

四十九萬五千二百零一。小餘六七一

二九一五五五。二。園外三萬二

千七百六十八邊形之每一邊為一億

九千一百七十四萬七千五百九十九。

小餘〇七三二〇六〇八〇〇九二二

園外六萬五千五百三十六邊形之每

一邊為九千五百八十七萬三千七百

九十九。小餘三十一六二九〇一九二四

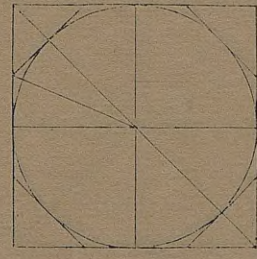
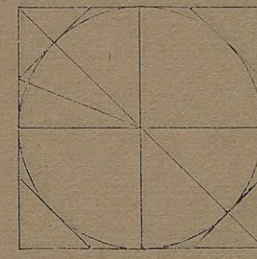
一。園外一十三萬一千零七十二

邊形之每一邊為四千七百九十三萬

六千八百九十九。小餘六三〇六〇五

七五二九八八九。園外二十六萬二千

一百四十四邊形之每一邊為二千三



百九十六萬八千四百四十九。小餘八

六〇六〇六九五七〇二三二 園外五

十二萬四千二百八十八邊形之每一

邊為一千一百九十八萬四千二百二

十四。小餘九〇五五〇〇四九五

三六 園外一百零四萬八千五百七十

六邊形之每一邊為五百九十九萬二

千一百一十二。小餘四五二六九六二

六〇一五二八〇 園外二百零九萬七千

一百五十二邊形之每一邊為二百九

十九萬六千零五十六。小餘二二六三

六四九六二三〇六三 園外四百一十

九萬四千三百零四邊形之每一邊為

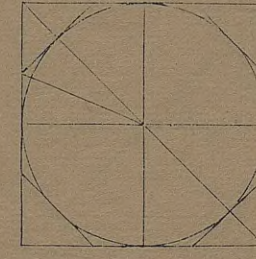
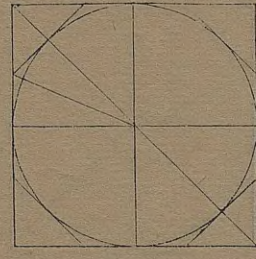
一百四十九萬八千零二十八。小餘一

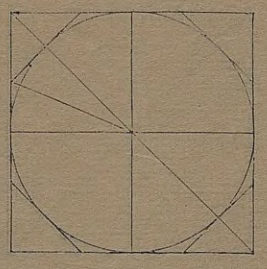
六九八五一六五五五六七七 園外八

百五十八萬八千六百零八邊形之每

一。邊為七十四萬九千零一十四。小餘

六五八四八二〇七七四四八二 園外





一千六百七十七萬七千二百一十六

邊形之每一邊為三十七萬四千五百

零七。小餘〇二八二九二九九二七四〇四

七三。圓外三千三百五十五萬四千四

百三十二邊形之每一邊為一十八萬

七千二百五十三。小餘五一四一四六一

七四四四四七七。圓外六千七百一十

萬八千八百六十四邊形之每一邊為

九萬三千六百二十六。小餘七五七〇

八七九九八一三九九四七。圓外一億三千

四百二十一萬七千七百二十八邊形

之每一邊為四萬六千八百一十三。小

三七八五三六五四九一一八三五。圓

外二億六千八百四十三萬五千四百

五十六邊形之每一邊為二萬三千四

百零六。小餘六八九二六八二七四五

九三九。圓外五億三千六百八十七萬

零九百一十二邊形之每一邊為一萬

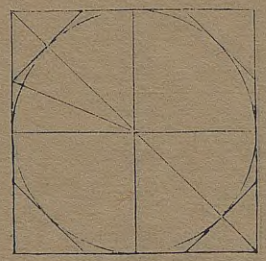


一千七百零三。小餘三四四六三四一  
三七二七七五八一九  
九二九九四六九。○ ○ ○ 九六 圓外一十億七千三百



七十四萬一千八百二十四邊形之每  
一。邊為五千八百五十一。小餘六七二  
三一七〇六  
八六三八七四〇九〇三。一三  
一七七五四四〇 圓外二十一

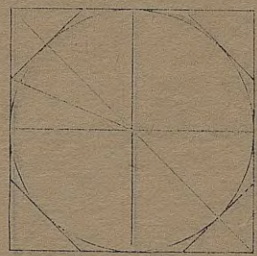
億四千七百四十八萬三千六百四十  
八邊形之每一邊為二千九百二十五。  
小餘八三六一五八五三四三一九三  
六四一八九八八一七八三九四  
圓外四十二億九千四百九十六萬七



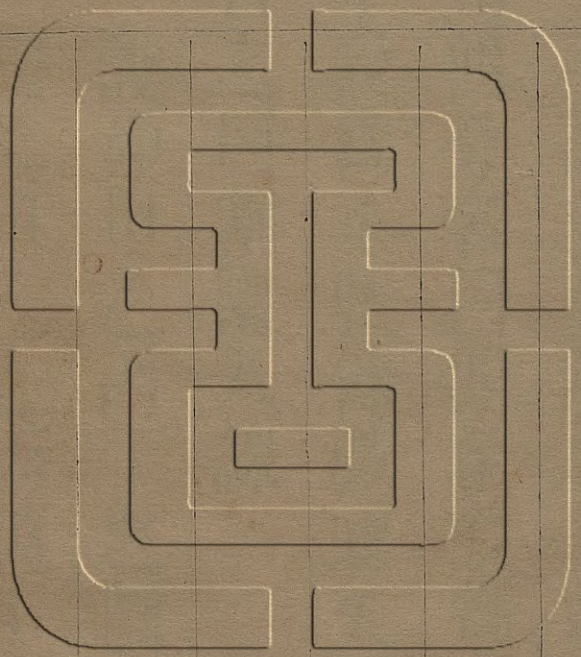
千二百九十六邊形之每一邊為一千  
四百六十二。小餘九一八〇七九二六  
七一五九六八一三九八  
三六九九八五。○ 二五二 圓外八十五億八千九百

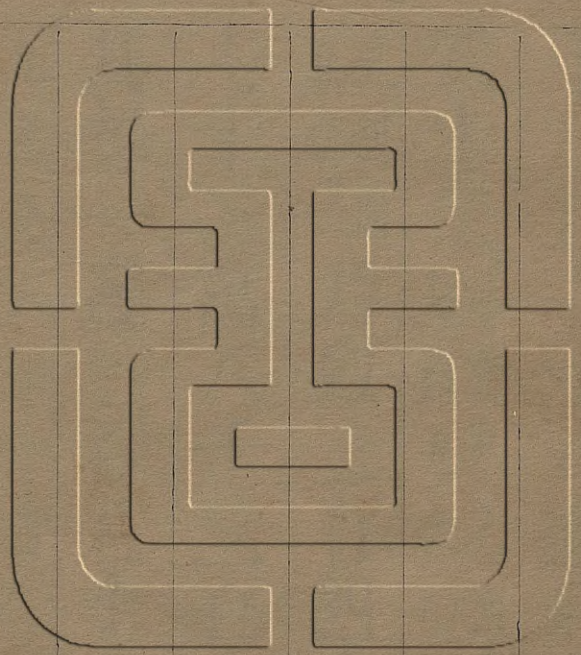
九十二萬四千五百九十二邊形之每  
一。邊為七百三十一。小餘四五九〇三  
九六三三五七九  
八四〇六一三四。六三六七一六六 圓外一百七十一

億七千九百八十六萬九千一百八十  
四邊形之每一邊為三百六十五。小餘  
七二  
九五一九八一六七八九九二〇。二八八八四四三三六三八三八 圓外



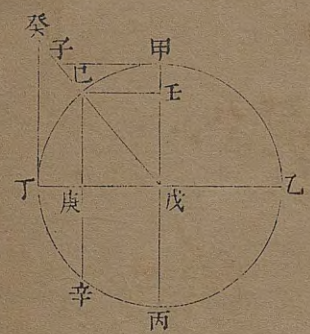
三百四十三億五千九百七十三萬八千三百六十八邊形之每一邊為一百八十二。小餘八六四七五九九〇八三九四九六〇一四二六九二九五〇四乃以三百四十三億五千九百七十三萬八千三百六十八邊之數與其每一邊一百八十二。小餘八六四七五九九〇八三九四九六〇一四二六之數相乘得六兆二千八百三十一億八千五百三十萬七千一百七十九。小餘五八六四七七三一二七一為圓徑二兆之周數。



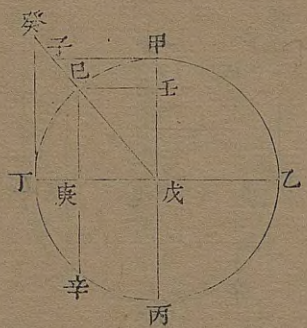
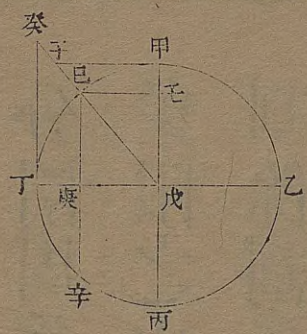


割圓八線

圓周定為三百六十度。大而周天。小而寸許。皆如之。  
 蓋圓有大小。而度分隨之。其為數則同。自圓心平  
 分圓周為四分。名曰四象限。每一象限九十度。一  
 象限之中。設為正弦餘弦。正矢餘矢。正切餘切。正  
 割餘割。名之曰割圓八線。

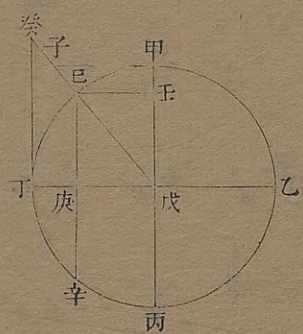


設如甲乙丙丁之圓。自圓心戊。平分全  
 圓為甲乙乙丙丙丁丁甲四象限。其每  
 一象限皆九十度。乃自圓心戊。任作一

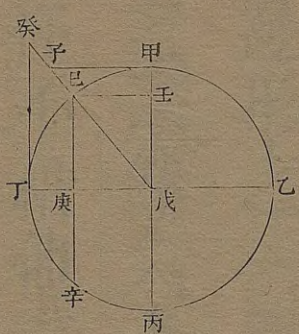


戊已半徑。則將甲丁九十度之弧。分爲  
 甲已已丁二段。已丁爲已戊丁角所對  
 之弧。甲已爲甲戊已角所對之弧。如命  
 已戊丁爲正角。則甲戊已爲餘角。甲戊  
 已爲正角。則已戊丁爲餘角。正角所對  
 爲正弧。餘角所對爲餘弧。今以已丁爲  
 正弧。故甲已爲餘弧。又自已與甲丙全  
 徑平行。作已辛線。謂之通弦。其對已丁  
 正弧而立於戊丁半徑者。曰正弦。又與  
 戊丁半徑平行。作壬已線。謂之餘弦。以  
 其爲甲已餘弧之所對也。於戊丁半徑  
 內。減戊庚。餘庚丁。謂之正矢。於甲戊半  
 徑內。減壬戊。餘甲壬。謂之餘矢。自圓界  
 與甲戊半徑平行。立於戊丁半徑之末。  
 作垂線。仍與已戊丁角相對者。曰正切。  
 將已戊半徑引長。與正切相遇於癸。成  
 戊癸線。謂之正割。又自圓界與戊丁半  
 徑平行。作甲子線。謂之餘切。戊癸正割。



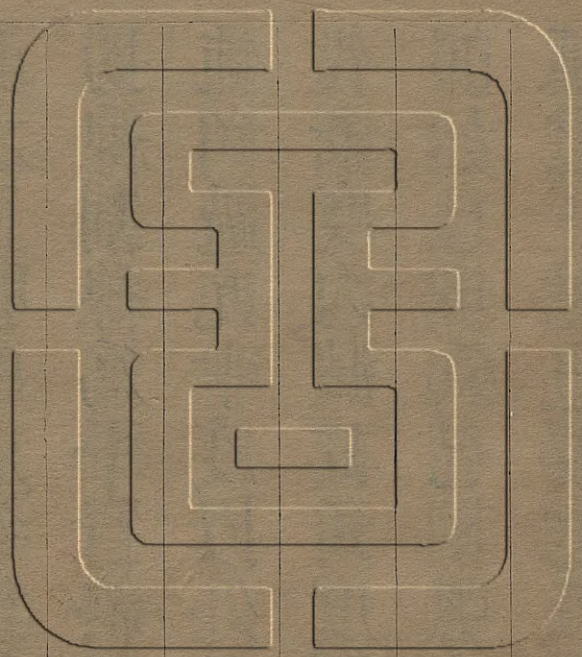


被甲子餘切截於子。所分戊子謂之餘割。每一角一弧。卽有正弦餘弦。正矢餘矢。已成四線於圓界之內。復引出半徑於圓界之外。而成正切餘切。正割餘割之四線。內外共爲八線。故曰割圓八線。逐度逐分。正弧之餘。卽爲餘弧之正。餘弧之正。卽爲正弧之餘。是以前四十五度之八線。正餘互相對待爲用。不必復求。後四十五度之八線也。凡此八線。皆九十度以內。銳角之所成。若直角九十度者。則不能成八線。蓋因半徑卽九十九度之正弦。甲戊半徑。卽甲丁弧之弦。而切線割線爲平行。終無相遇之處也。若鈍角過九十度以外者。則於半周一百八十度內。減其角度。用其餘度之八線。卽如巳庚爲已下弧之正弦。亦卽乙巳弧之正弦也。要之八線。以正弦爲本。有正弦則諸線皆由此生。故六宗三要皆



九十度以內。銳角之所成。若直角九十度者。則不能成八線。蓋因半徑卽九十九度之正弦。甲戊半徑。卽甲丁弧之弦。而切線割線爲平行。終無相遇之處也。若鈍角過九十度以外者。則於半周一百八十度內。減其角度。用其餘度之八線。卽如巳庚爲已下弧之正弦。亦卽乙巳弧之正弦也。要之八線。以正弦爲本。有正弦則諸線皆由此生。故六宗三要皆

係正弦之法



六宗三要 二簡法附

西洋曆算家作割圓八線表。始自圓內容六邊四邊十邊三邊五邊十五邊。名曰六宗。蓋用圓徑求各等邊形之一邊。為相當弧之通弦。以為立表之原。故謂之宗。然六者實本於三。如六邊形之一邊。即圓之半徑。不藉他求。數無零餘。而理最易見。此其一也。四邊形之一邊。則為半徑所作正方形之對角斜弦。此又其一也。十邊形之一邊。則為半徑所作連比例三率之中率。西法謂之理分中末線。此又其一也。至於三

邊形則出於六邊。五邊形則出於十邊。十五邊形則  
又出於三邊及五邊。非別自立一法也。既得此六種  
形之一邊。各半之。即得六種弧之各正弦。爰命此六  
種弧爲本弧。按法可求本弧之餘弦。可求倍本弧之  
正弦餘弦。亦可求半本弧之正弦餘弦。是爲三要。又  
以不等兩弧之正弦餘弦。求相加相減弧之正弦。又  
兩弧距六十度前後之度等。得其兩正弦之較。即得  
距弧之正弦。是又名爲二簡法。由此錯綜之。可得正  
弦一百二十。其中最下者爲四十五分之弦。其次一  
度三十分。又次爲二度十五分。又次爲三度。如此每  
越四十五分而得一弦。其自一分至四十四分之弦  
則以比例求之。因弧分甚微。與直線所差無幾。故以  
弦求弦而得之。此西法立割圓八線表之大綱也。爾  
來西法對數表內。有設連比例四率。以求圓內容七  
邊九邊二法。因推廣其理於六宗之外。增求圓內容  
十八邊形十四邊形之法。俱以半徑爲首率。求連比  
例四率之第二率。即十八邊形十四邊形之每一邊。  
而九邊七邊。又因之以生。亦猶三邊之出於六邊。五

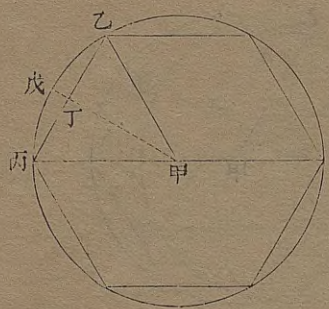
邊之出於十邊也。有此二形與六宗相參伍。可得正弦三百六十。其中最小者為十五分之正弦。又增一法。求十五分之三分之一五分之正弦。所少者止一分。至四分之正弦。較之四十五份為尤密。可知矣。今以六宗三要二簡法。理分中末線并新增數法。皆按類具例於左。

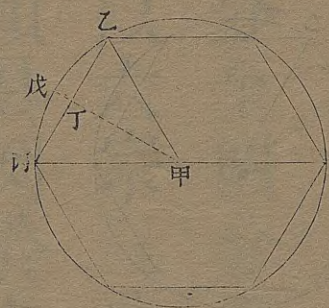
六宗

圓內容六邊形。四邊形。三邊形。十邊形。五邊形。十五邊形。

設如圓徑二十萬。求內容六邊形之一邊幾何。

法以圓徑二十萬折半得半徑十萬。即圓內容六邊形之每一邊也。如甲圓內容六邊形。每邊之弧得圓周六分之一。皆六十度。試自圓心甲至圓界乙丙二處。作甲乙甲丙二半徑線。成甲乙丙三角形。則甲角所對之弧為六十度。而甲乙甲丙兩腰俱為半徑。既相等。則乙角



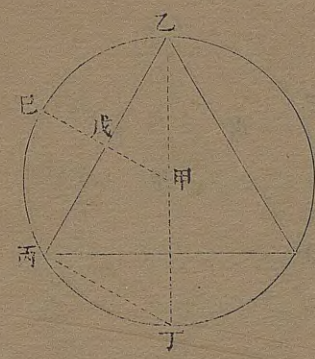


丙角亦必相等。而各為六十度矣。三角既等。則三邊亦必相等。故乙丙邊即與甲乙甲丙半徑相等也。乙丙弧既為六十度。則乙丙邊十萬為六十度之通弦。折半得乙丁五萬。即乙戊弧三十度之正弦也。此即六邊起算之理。前設圓徑為二兆者。所以求其密合。今設圓徑為二十萬。所以取其便於用也。

設如圓徑二十萬。求內容三邊形之一邊幾何。

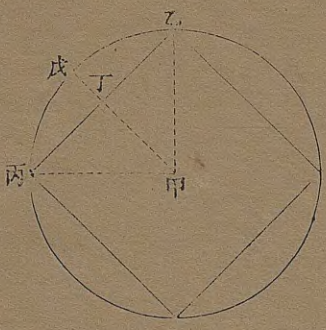


法以圓徑二十萬為弦。自乘得四百億。又以半徑十萬為勾。自乘得一百億。相減餘三百億。開方得股一十七萬三千二百零五。小餘〇八。即圓內容三邊形之每一邊也。如甲圓內容三邊形每邊之弧。得圓周三分之一。皆一百二十度。為六邊形每邊弧之一倍。試自乙角過圓心至對界。作乙丁全徑線。又自丁依半徑度至丙。作丁丙線。則成六邊形。

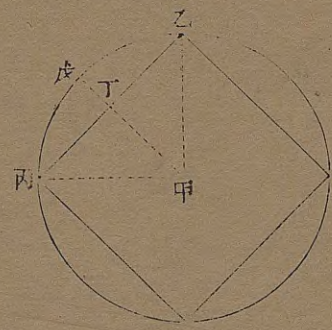


之每一邊。其丙丁弧即為三邊形之每邊弧之一半。而丙角立於圓界之一半。必為直角。故半徑為勾。全徑為弦。求得股。即三邊形之每一邊也。乙丙弧既為一百二十度。則乙丙邊一十七萬三千二百零五。小餘〇八。七五六八。為一百二十度之通弦。折半得乙戊八萬六千六百零二。小餘五四。三七八四。即乙己弧六十度之正弦也。

設如圓徑二十萬



求內容四邊形之一邊幾何。法以圓徑二十萬折半得半徑十萬。自乘得一百億。倍之得二百億。開方得一十四萬一千四百二十一。小餘三五六二。二三七三。即圓內容四邊形之每一邊也。如甲圓內容四邊形。每邊之弧得圓周四分之一。皆九十度。試自圓心甲至圓界乙丙二處。作甲乙甲丙二半徑線。成甲乙丙勾股形。若命甲乙半徑為股。則甲丙半



徑為勾。若命甲丙半徑為股。則甲乙半徑為勾。因勾股皆為半徑。故以半徑自乘。倍之開方而得弦也。乙丙弧既為九十度。則乙丙邊七十四萬一千四百二十。一。小餘三五六。為九十度之通弦。折半得乙丁七萬零七百一十。小餘六七八一。即乙戊弧四十五度之正弦也。

### 理分中末線

此西法名也。因命一線為首率。將此首率分為大小兩分。大分為中率。小分為末率。與原線共為相連比例三率。故謂之理分中末線也。

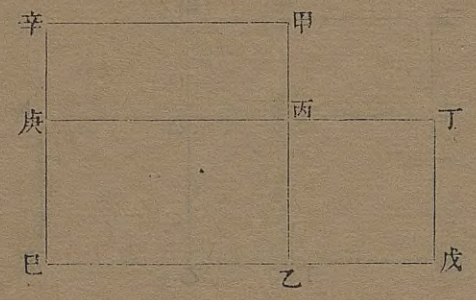
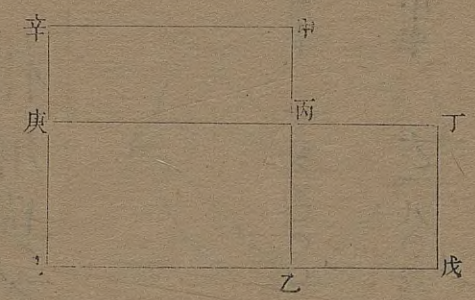
設如以十萬為首率。作相連比例三率。使中率末率相加。與首率等。求中率末率各幾何。

首率 一〇〇〇〇

中率 六一八〇三

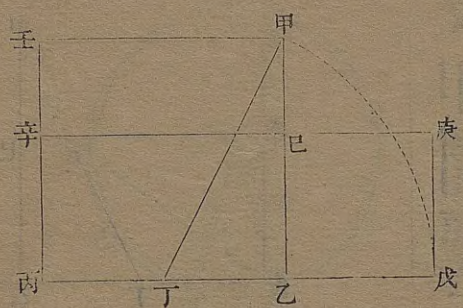
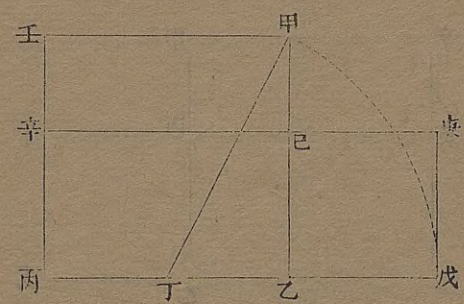
末率 三八一九七

法以十萬自乘。得一百億為長方積。以十萬為長闊之較。用帶縱較數開方法算之。得闊六萬一千八百零三。即相連比例之中率。以中率與首率十萬相減。餘三萬八千一百九十七。即相連比例之末率也。此法蓋因連比例三率之首



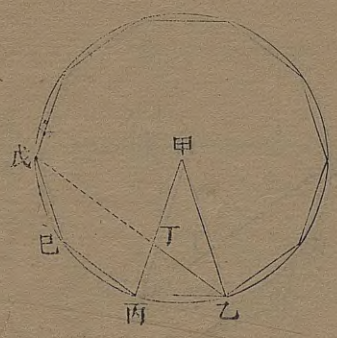
率末率相乘之長方積與中率自乘之  
 正方積等。而首率之中。有一中率一末  
 率之數。故首率自乘之一正方積中。有  
 首率中率相乘之一長方。又有首率末  
 率相乘之一長方。即如甲乙為首率。丙  
 乙為中率。甲丙為末率。丙乙中率自乘  
 之正方。為丁戊乙丙。甲丙末率與甲乙  
 首率相乘之長方。為甲丙庚辛。甲辛與  
甲乙等  
 此一正方一長方之積等。而甲乙首率  
 自乘之正方。為甲乙己辛。丙乙中率與  
 甲乙首率相乘之長方。為丙乙己庚。丙  
庚  
 與甲乙等。夫甲丙庚辛之長方。既與丁戊乙  
 丙之正方等。則甲乙己辛之正方。亦必  
 與丁戊己庚之長方等。是以丁戊己庚  
 長方形之闊即中率。其長比闊之較即  
 首率。故以首率自乘為長方積。仍以首  
 率為長比闊之較。用帶縱平方法開之。  
 得闊為中率也。



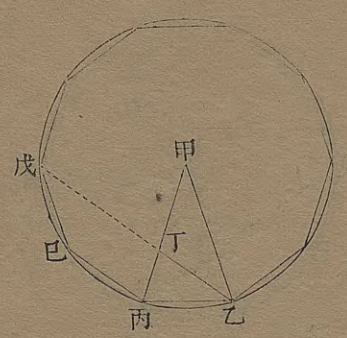


又法以首率十萬為股。首率十萬折半得五萬為勾。求得弦一十一萬一千八百零三。內減勾五萬。餘六萬一千八百零三。為相連比例之中率。以中率與首率相減。餘三萬八千一百九十七。即為相連比例之末率也。如圖甲乙與乙丙皆為首率。今以甲乙為股。乙丙折半得乙丁為勾。求得甲丁弦。試依甲丁弦度。將丁乙勾引長至戊。作丁乙戊線。仍自甲至戊作一圓界。則甲丁戊同為半徑。且皆為弦。於戊丁弦內減乙丁勾。所餘乙戊與已乙等。即中率。於甲乙首率內減去與乙戊相等之已乙中率。所餘甲已即末率也。此法與前法理實相同。帶縱較數開方法。有以半較自乘。與原積相加。開方得半和。於半和內減半較得闊者。今此法以首率為股。自乘得甲乙丙壬正方形。即與庚戊丙辛長方形

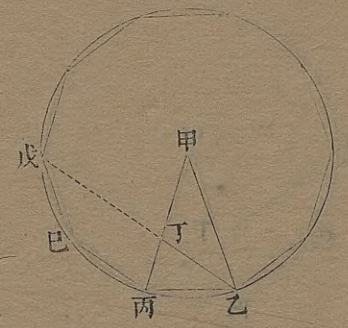




三角形復自園界乙至園界戊作一乙  
 戊線則截甲丙線於丁。又成乙丙丁三  
 角形。而乙戊遂為一百零八度之通弦。  
 此乙丙丁三角形與甲乙丙三角形為  
 同式形。乙丙丁三角形之乙角當戊丙  
 弧為乙丙弧之倍。則乙丙丁三  
 角形之乙角與甲乙丙三角形之甲角  
 等。又同用丙角。其餘一角亦必等。故為  
 同式形。其相當各邊俱成相連比例。故甲  
 乙與乙丙之比同於乙丙與丙丁之比。  
 為相連比例三率。而甲乙為首率。乙丙  
 為中率。丙丁為末率也。又甲乙丙三角  
 形。其甲角既居全園十分之一。為三十  
 六度。則乙角必比甲角大一倍。為七十  
 二度。三角形之三角共一百八十度。甲  
 角既為三十六度。則乙丙兩角必  
 為一百四十四度。平分之二。各得  
 七十二度。比甲角為大一倍也。而乙丙  
 丁三角形之乙角與甲乙丙三角形之  
 甲角等。則甲丁乙三角形之乙角亦必  
 與甲角等。是則甲丁乙三角形為兩邊  
 相等之三角形。而乙丙丁三角形亦為



相等之三角形。而乙丙丁三角形亦為



兩邊相等之三角形也。夫甲丁既與丁乙等。而丁乙又與乙丙中率等。則甲丁亦必與中率等矣。是以甲丁中率與丁丙末率相加。與甲丙首率等。故用連比例三率。有首率求中率法算之。得中率為十邊形之一邊也。

又法以圓徑二十萬折半得半徑十萬為股。自乘得一百億。又以半徑十萬折半得五萬為勾。自乘得二十五億。相加得一百二十五億。開方得弦一十一萬

一千八百零三。小餘三九九八於弦數內

減去勾數。餘六萬一千八百零三。小餘三九九

八八七四九即圓內容十邊形之每一邊也。

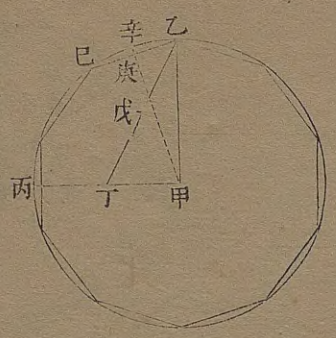
如甲圓內容十邊形。每邊之弧。得圓周

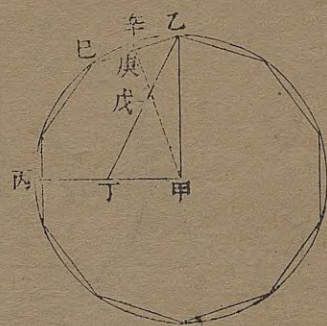
十分之一。皆三十六度。試自圓心甲至

圓界乙。作甲乙半徑線為股。又自圓心

甲取直角。作甲丙半徑線。折半得甲丁

為勾。求得乙丁弦。內減與甲丁相等之





戊丁餘乙戊即與乙己等為圓內容十  
 邊形之每一邊也乙己弧既為三十六  
 度則乙己邊六萬一千八百零三小餘三九  
 八八七為三十六度之通弦折半得乙  
 庚三萬零九百零一小餘六九九即乙  
 辛弧十八度之正弦也

設如圓徑二十萬求內容五邊形之一邊幾何

法以半徑十萬為底仍以半徑十萬與  
 圓內容十邊形之一邊六萬一千八百

零三小餘三九九八為兩腰用三角形求

中垂線法算之得中垂線五萬八千七

百七十八小餘五二二五倍之得一十一

萬七千五百五十七小餘〇五〇即圓

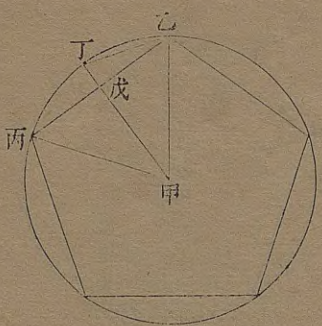
內容五邊形之每一邊也如甲圓內容

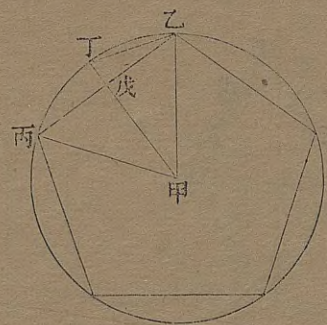
五邊形每邊之弧得圓周五分之一皆

七十二度試自圓心甲至圓界乙丙二

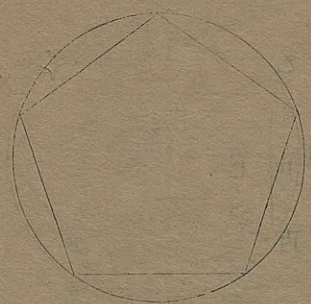
處作甲乙甲丙二半徑線遂成甲乙丙

三角形其乙丙邊為七十二度之通弦

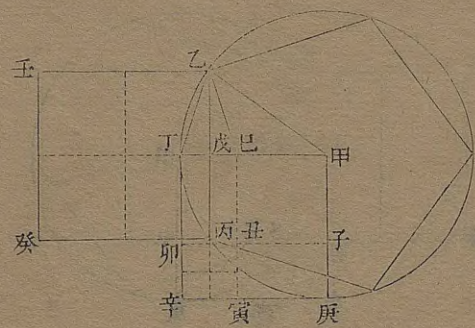
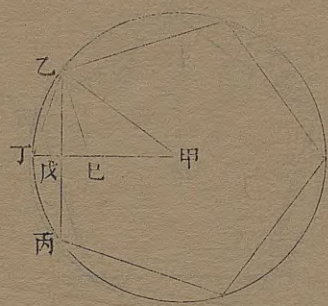




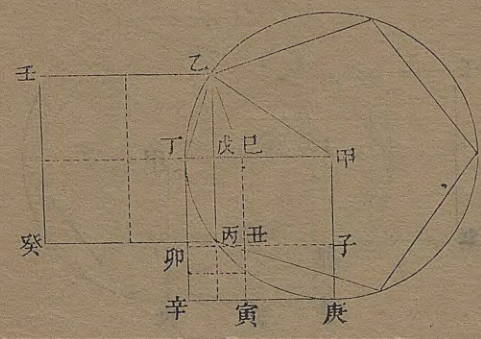
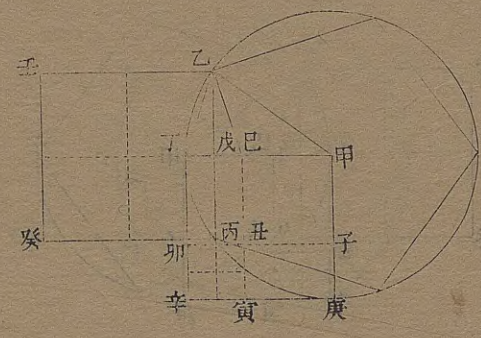
如以乙丙弧七十二度折半於丁。作乙丁線。即園內容十邊形之一邊。仍自園心甲至園界丁。作甲丁半徑線。又成甲乙丁三角形。而甲丁線平分乙丙線於戊。此乙戊線為甲乙丁三角形之中垂線。即五邊形每邊之一半。故以甲丁半徑為底。甲乙半徑為大腰。乙丁十邊形之一邊為小腰。求得乙戊中垂線。倍之為五邊形之每一邊也。



又法以半徑十萬為股。自乘得一百億。園內容十邊形之一邊六萬一千八百零三。小餘三九九八為勾。自乘得三十八億一千九百六十六萬零一百一十二。小餘四八九九九相加得一百三十五八五八五〇〇七。開方得弦一十一萬七千五百五十七。小餘〇五〇四即園內容五邊形之每一邊也。此法蓋因



半徑自乘。十邊形之一邊自乘。兩自乘。方積相併。即與五邊形之一邊自乘之方積等。故用勾股求弦之法算之。如甲圓內容五邊形。將乙丙弧折半於丁。作乙丁線。即圓內容十邊形之一邊。仍自圓心甲至丁。作甲丁半徑線。遂成甲乙丁三角形。又依乙丁線度。截甲丁半徑於巳。作乙巳線。成乙巳丁三角形。與甲乙丁三角形為同式形。故甲乙為首率。乙丁為中率。巳丁為末率。甲巳亦與乙丁等。為中率。而乙丙邊平分巳丁末率於戊。又成乙戊丁勾股形。乙戊五邊形每邊之半為股。丁戊末率之半為勾。乙丁中率為弦。試依甲丁半徑度。作甲庚辛丁正方形。又依乙丙五邊形之一邊度。作乙丙癸壬正方形。其甲庚辛丁正方形內甲子丑巳為乙丁弦自乘之一正方形。甲巳既與乙丁弦等。故甲子丑巳為弦自乘之正方形。巳寅辛



丁長方形亦與乙丁弦自乘之一正方形

等。丁辛原與甲丁首率等。已丁末率與丁辛首率相乘。自與乙丁中率自乘

之正而子庚寅丑長方形為乙丁弦自

乘之一正方形內少勾自乘之四正方形。蓋

庚辛卯長方形為首率與末率相乘之

長方形與乙丁中率自乘之正方形內却

少丑寅辛卯正方形而丑寅辛卯正方形

實為戊丁勾自乘之四正方形故子庚

寅丑長方形為乙丁弦自乘之

一正方形少勾自乘之四正方形也。是則甲

丁半徑自乘之甲庚辛丁正方形內有

弦自乘之三正方形而少勾自乘之四正

方。再加乙丁弦自乘之一正方形共得弦

自乘之四正方形而少勾自乘之四正

大凡弦自乘之正方形內原有勾自乘之

一正方形股自乘之一正方形今弦自乘之

四正方形內少勾自乘之四正方形即與股

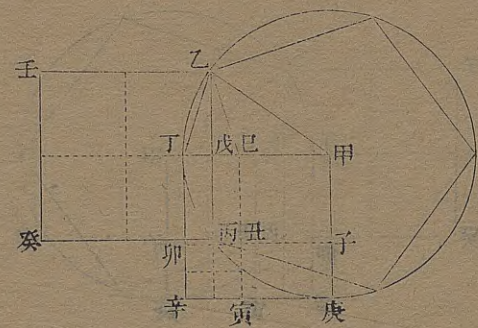
自乘之四正方形等而乙丙一邊自乘之

乙丙癸丑正方形實為乙戊股自乘之

四正方形然則甲丁半徑自乘方與乙丁

十邊形之一邊自乘方相併既與乙戊





股自乘之四正方等。而乙丙一邊自乘之正方形。豈不與甲丁半徑自乘乙丁十邊形之一邊自乘之兩正方形等乎。故以甲丁半徑為股。乙丁十邊形之一邊為勾。求得弦而為五邊形之一邊也。

又法以半徑十萬自乘得一百億為長方積。仍以半徑十萬為長闊之較。用帶縱較數開方法算之。得長一十六萬一

千八百零三。小餘三九九八折半得八萬

零九百零一。小餘六九九九為自圓心至

五邊形每邊之垂線。乃以半徑十萬為弦。圓心至五邊形每邊之垂線為股。求

得勾五萬八千七百七十八。小餘五二二九

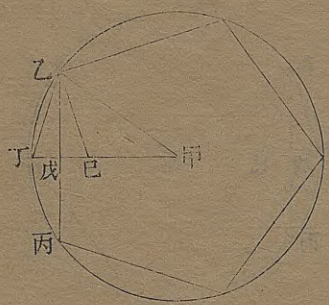
二倍之得十一萬七千五百五十七。

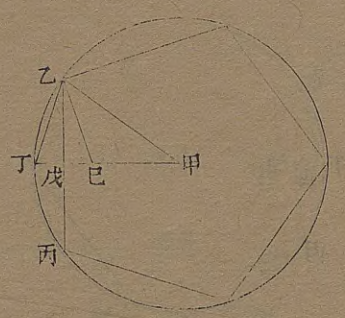
小餘〇五〇即圓內容五邊形之每一

邊也。如甲圓內容五邊形。將乙丙弧折

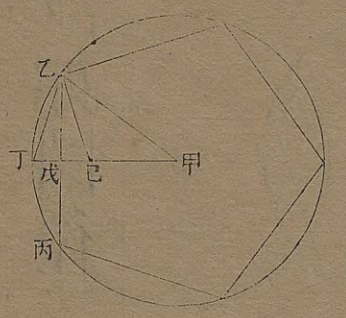
半於丁。作乙丁線。即圓內容十邊形之

一邊。仍自圓心甲至丁。作甲丁半徑線。

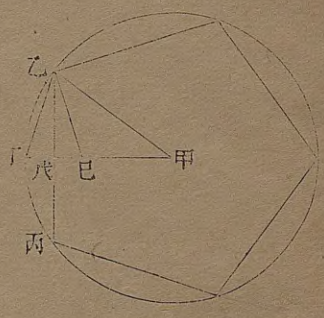




成甲乙丁三角形。又依乙丁線度截甲丁半徑於己。作乙己線。成乙己丁三角形。與甲乙丁三角形為同式形。故甲乙為首率。乙丁為中率。己丁為末率。甲己亦與乙丁等。為中率。而乙丙邊平分己丁。末率於戊。是以己戊與戊丁俱為半中率。而甲戊自圓心至邊之垂線。則為一中率。半末率之共數。今以半徑首率自乘為長方積。開帶縱平方得長。乃首率與中率之和。其內有兩中率一末率。折半得一中率半末率。即甲戊自圓心至邊之垂線。既得甲戊垂線。乃以甲乙半徑為弦。甲戊垂線為股。求得乙戊勾。倍之得乙丙。即圓內容五邊形之一邊也。或以乙丁中率為弦。戊丁半末率為勾。求得乙戊股。倍之亦即圓內容五邊形之一邊也。乙丙弧既為七十二度。則乙丙邊一十一萬七千五百五十七。小餘



乙丙邊一十一萬七千五百五十七。小餘



設如圓徑

○五〇四 為七十二度之通弦折半得  
五八四

乙戊五萬八千七百七十八 小餘五二五二二九

二 卽乙丁弧三十六度之正弦也

十萬求內容十五邊形之一邊幾何

法以半徑十萬為弦 圓內容五邊形之

半五萬八千七百七十八 小餘五二二五二二九

為勾求得股八萬零九百零一 小餘六九九四

三七 內減半徑之半五萬餘三萬零九

百零一 小餘六九九四 為股次以圓內容

三邊形之一邊一十七萬三千二百零

五 小餘八〇 內減圓內容五邊形之

一邊一十一萬七千五百五十七 小餘五

八 四四 餘五萬五千六百四十八 小餘三

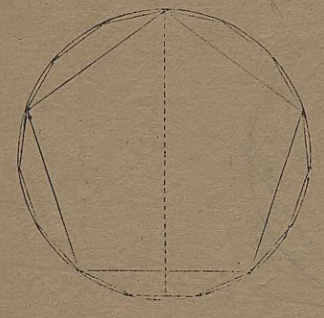
八 二九 折半得二萬七千八百二十四

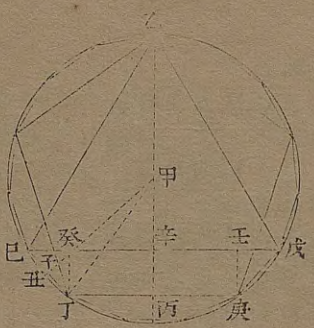
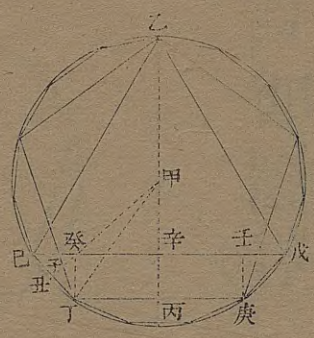
一 四九 為勾求得弦四萬一千五

百八十二 小餘三三八 卽圓內容十五

邊形之每一邊也如甲圓內容十五邊

形每邊之弧得圓周十五分之一皆二





十四度。試從圍界乙作圍內容三邊形。又作圍內容五邊形。將三邊形之每一邊弧分五段。五邊形之每一邊弧分三段。即得十五邊形之每一邊弧。如戊庚與己丁二段皆為十五邊形之弧。故以甲丁半徑為弦。丁丙五邊之半為勾。求得甲丙股。內減甲辛自圍心至三角底邊之垂線。為半徑之半。餘辛丙與癸丁或壬庚等。復於三邊形之戊己邊內減五邊形之庚丁邊。即如戊己線內減壬癸。餘戊壬與癸己二段。折半得癸己或戊壬。今任以癸丁或壬庚為股。癸己或戊壬為勾。求得己丁弦。或戊庚弦。即圍內容十五邊形之每一邊也。己丁弧既為二十四度。則己丁邊四萬一千五百八十一。小餘三二一八。為二十四度之通弦。折半得己丁二萬零七百九十一。小餘一六九〇。即己丑弧十二度之正弦也。

即已丑弧十二度之正弦也。



三四七

三	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
一	〇	三	九	三	〇	四	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
九	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	一	三	九	三	〇	四	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
一	二	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	一	九	三	〇	四	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

三四七二

三	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
一	〇	四	一	七	八	一	九	二	三	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
九	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	一	四	一	七	八	一	九	二	三	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
一	二	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	二	一	七	八	一	九	二	三	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
二	一	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	七	八	一	九	二	三	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

之一百二十兆餘一十九兆三千零四  
 十億為第三位實以法之三百億除之  
 得六百所餘太多因益積故取略大之  
 數為七百合前兩位所得三萬四千共  
 三萬四千七百自乘再乘得四十一兆  
 七千八百一十九億二千三百萬仍益  
 於原實一千兆內得一千零四十一兆  
 七千八百一十九億二千三百萬為共  
 實按除法減首位所得三萬與法三百  
 億相因之九百兆又減次位所得四千  
 與法三百億相因之一百二十兆又減  
 三位所得七百與法三百億相因之二  
 十一兆餘七千八百一十九億二千三  
 百萬為第四位實以法之三百億除之  
 得二十合前三位所得三萬四千七百  
 共三萬四千七百二十自乘再乘得四  
 十一兆八千五百四十二億一千零四  
 萬八千仍益於原實一千兆內得一千

三四七二九

三	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇			
一	〇	四	一	八	五	四	二	一	〇	〇	〇	四	八	〇	〇
〇	一	四	一	八	五	四	二	一	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

三四七二九

三	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	
一	〇	四	一	八	八	六	七	六	六	四	〇	〇	二	四	八	九
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

零四十一兆八千五百四十二億一千  
 零四萬八千爲其實。按除法減首位所  
 得三萬與法三百億相因之九百兆。又  
 減次位所得四千與法三百億相因之  
 一百二十兆。又減三位所得七百與法  
 三百億相因之二十一兆。又減四位所  
 得二十與法三百億相因之六千億。餘  
 二千五百四十二億一千零四萬八千  
 爲末位實。以法之三百億除之得八。所  
 餘亦太多。因益積。仍取略大之數爲九。  
 合前四位所得三萬四千七百二十。共  
 三萬四千七百二十九。自乘再乘得四  
 十一兆八千八百六十七億六千六百  
 四十萬零二千四百八十九。仍益於原  
 實一千兆內。得一千零四十一兆八千  
 八百六十七億六千六百四十萬二千  
 四百八十九爲其實。按除法以五次所  
 得之數與法相因之數遞減之。仍餘一

三	○	四	七	二	九	三
○	二	○	四	八	九	○
○	二	○	四	八	九	○
○	二	○	四	八	九	○
○	二	○	四	八	九	○
○	二	○	四	八	九	○
○	二	○	四	八	九	○
○	二	○	四	八	九	○
○	二	○	四	八	九	○
○	二	○	四	八	九	○
○	二	○	四	八	九	○

百六十七億六千六百四十萬二千四百八十九不盡。是共除得三萬四千七百二十九為相連比例之二率也。以二

率之三萬四千七百二十九自乘得一百一十二億零六百一十萬三千四百四十一。以一率之十萬除之得一萬二千零六十一為三率。以二率之三萬四千七百二十九為三倍之得十萬四千一百八十七。內減去一率之十萬餘四千一百八十七為四率。如以三率之一萬二千零六十一自乘以二率之三萬四千七百二十九除之亦得四千一百八十七為四率也。此為益實歸除之法。蓋因此法止有一率之數。作相連比例四率使一率與四率之共數與二率三倍等。而連比例四率之理。一率自乘。用四率再乘。與二率自乘再乘之數等。今立法以一率自乘再乘為原實較之三倍二率

以二率之十萬除之得一萬二千零六十一為三率。以二率之三萬四千七百二十九為三倍之得十萬四千一百八十七。內減去一率之十萬餘四千一百八十七為四率。如以三率之一萬二千零六十一自乘以二率之三萬四千七百二十九除之亦得四千一百八十七為四率也。此為益實歸除之法。蓋因此法止有一率之數。作相連比例四率使一率與四率之共數與二率三倍等。而連比例四率之理。一率自乘。用四率再乘。與二率自乘再乘之數等。今立法以一率自乘再乘為原實較之三倍二率

以二率之十萬除之得一萬二千零六十一為三率。以二率之三萬四千七百二十九為三倍之得十萬四千一百八十七。內減去一率之十萬餘四千一百八十七為四率。如以三率之一萬二千零六十一自乘以二率之三萬四千七百二十九除之亦得四千一百八十七為四率也。此為益實歸除之法。蓋因此法止有一率之數。作相連比例四率使一率與四率之共數與二率三倍等。而連比例四率之理。一率自乘。用四率再乘。與二率自乘再乘之數等。今立法以一率自乘再乘為原實較之三倍二率

以二率之十萬除之得一萬二千零六十一為三率。以二率之三萬四千七百二十九為三倍之得十萬四千一百八十七。內減去一率之十萬餘四千一百八十七為四率。如以三率之一萬二千零六十一自乘以二率之三萬四千七百二十九除之亦得四千一百八十七為四率也。此為益實歸除之法。蓋因此法止有一率之數。作相連比例四率使一率與四率之共數與二率三倍等。而連比例四率之理。一率自乘。用四率再乘。與二率自乘再乘之數等。今立法以一率自乘再乘為原實較之三倍二率

以二率之十萬除之得一萬二千零六十一為三率。以二率之三萬四千七百二十九為三倍之得十萬四千一百八十七。內減去一率之十萬餘四千一百八十七為四率。如以三率之一萬二千零六十一自乘以二率之三萬四千七百二十九除之亦得四千一百八十七為四率也。此為益實歸除之法。蓋因此法止有一率之數。作相連比例四率使一率與四率之共數與二率三倍等。而連比例四率之理。一率自乘。用四率再乘。與二率自乘再乘之數等。今立法以一率自乘再乘為原實較之三倍二率

以二率之十萬除之得一萬二千零六十一為三率。以二率之三萬四千七百二十九為三倍之得十萬四千一百八十七。內減去一率之十萬餘四千一百八十七為四率。如以三率之一萬二千零六十一自乘以二率之三萬四千七百二十九除之亦得四千一百八十七為四率也。此為益實歸除之法。蓋因此法止有一率之數。作相連比例四率使一率與四率之共數與二率三倍等。而連比例四率之理。一率自乘。用四率再乘。與二率自乘再乘之數等。今立法以一率自乘再乘為原實較之三倍二率

以二率之十萬除之得一萬二千零六十一為三率。以二率之三萬四千七百二十九為三倍之得十萬四千一百八十七。內減去一率之十萬餘四千一百八十七為四率。如以三率之一萬二千零六十一自乘以二率之三萬四千七百二十九除之亦得四千一百八十七為四率也。此為益實歸除之法。蓋因此法止有一率之數。作相連比例四率使一率與四率之共數與二率三倍等。而連比例四率之理。一率自乘。用四率再乘。與二率自乘再乘之數等。今立法以一率自乘再乘為原實較之三倍二率

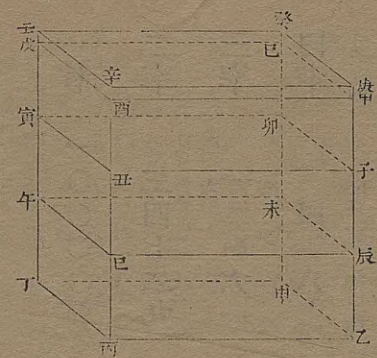
一率 一〇〇〇〇

二率 三四七二九

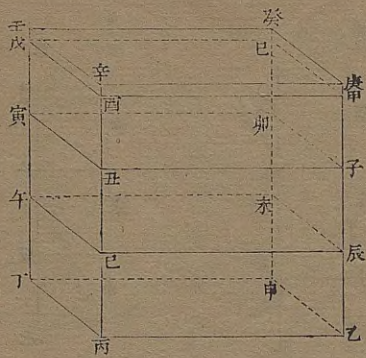
三率 一二〇六一

四率 四一八七

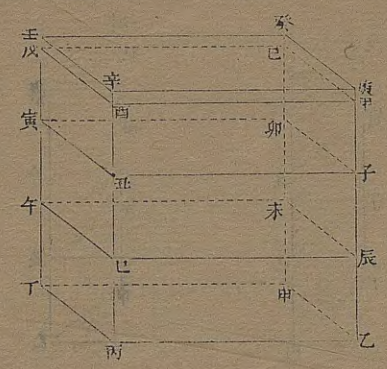




與一率自乘之面積相乘之數。却少一  
 二率自乘再乘之數。故以累除所得之  
 數。屢次自乘再乘。益入原實。然後按法  
 除之。始足一率三倍之數也。如圖甲乙  
 為一率。庚子子辰辰乙皆為二率。庚甲  
 為四率。庚乙為一率。四率之共數。又為  
 二率之三倍。甲乙丙丁戊己為一率。自  
 乘再乘之。正方體。庚乙丙丁壬癸為三  
 倍。二率與一率自乘面積相乘之。長方



一率自乘。三因之。得三平面。如以二  
 率乘之。成三扁方體。合之。即成三倍  
 二率乘一率自乘  
 面積之一長方體。比一率自乘再乘之  
 正方體。多一庚甲酉戊壬癸扁方體。此  
 扁方體。即一率自乘用四率再乘之數。  
 與二率自乘再乘之積等。若於一率自  
 乘再乘之。正方體內。加入二率自乘再  
 乘之。正方體。即如於甲乙丙丁戊己正  
 方體上。加一庚甲酉戊壬癸之扁方體。  
 成庚乙丙丁壬癸之長方體。而以一率



自乘之乙丙丁申方面除之。必得庚乙  
 為二率之三倍。苟合乙丙丁申與辰巳  
 午未及子丑寅卯三方面除之。必得庚  
 子。或于辰。或辰乙為二率。若不加積。止  
 以三方面除之。則所得仍為一率之三分  
 分之七。此二率數必小。故以屢除所得  
 之數。屢次自乘再乘。益入原積。則積漸  
 增而得數亦漸大。遞及末位。則所少之  
 積已足。而除得之數。即為二率之全數  
 焉。

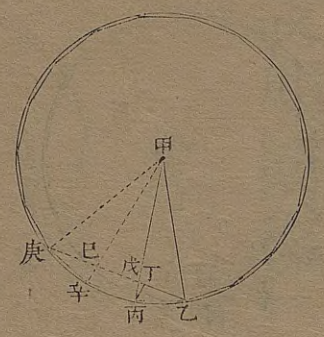
設如圓徑二十萬。求內容十八邊形之一邊幾何。



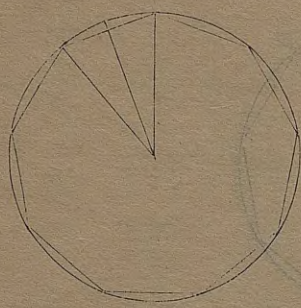
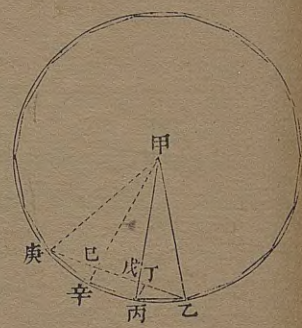
法用連比例四率有一率求二率使一  
 率與四率相加與二率三倍等之法。以  
 圓徑二十萬折半得十萬為一率。自乘  
 再乘得一千兆為實。又以半徑十萬自  
 乘。因之得三百億為法。按益實歸除  
 之法。除實得三萬四千七百二十九小餘  
 六三五五五為二率。即圓內十八邊形之  
 三三四四。



每一邊也。如甲園內容十八邊形。每邊之弧。得園周十八分之一。皆二十度。其通弦。即園內十八邊形之一邊。試自園心至園界乙丙。作甲乙甲丙二半徑線。遂成甲乙丙三角形。復自園界乙至園界庚。作一乙庚線。則截甲丙線於戊。又成乙丙戊三角形。而乙庚為六十度之通弦。復自園界丙按丙戊線度。至乙庚線之丁。作一丙丁線。則又成丙丁戊三角形。此三三角形皆為同式形。乙丙戊之乙角當庚丙弧。為乙丙弧之倍。則乙丙戊三角形之乙角與甲乙丙三角形之甲角等。又與甲乙丙三角形同用丙角。丙丁戊三角形之丁丙線與甲辛半徑平行。則丙丁戊三角形之丙角與甲丙辛三角形之甲角為相對錯角。亦必等。又與乙丙戊三角形同用戊角。是此三三角形之各角互相相等。而為同式形也。其相當各邊俱成相連比例。故甲乙與乙丙之比。同於乙丙與丙戊之比。乙丙與丙戊之比。又同於丙戊與戊丁之比。為相連比例四率。而甲乙為一率。乙



此為相連比例四率。而甲乙為一率。乙



設如圖徑一

丙為二率丙戊為三率戊丁為四率也。又乙庚為六十度之通弦與甲乙一率

等而乙戊丁己己庚三段皆與乙丙二

率等是乙庚一率中有乙丙二率之三

倍而少一丁戊四率也必以乙庚一率

與丁戊四率相加方與乙丙二率之三

倍等故用連比例四率有一率求二率

法算之得二率為十八邊形之一邊也

乙丙弧既為二十度乙丙邊三萬四千

七百二十九小餘六三五五為二十度之

通弦折半得一萬七千三百六十四小餘

八一七七即十度之正弦也

十萬求內容九邊形之一邊幾何

法以半徑十萬為底仍以半徑十萬與

圓內容十八邊形之一邊三萬四千七

百二十九小餘六三五五為兩腰用三角

形求中垂線法算之得中垂線三萬四

千二百零二小餘〇一四倍之得六萬

八千四百零四

小餘〇二八六六五二

即園內容

九邊形之每一邊也。如甲園容九邊形

每邊之弧得園周九分之一。皆四十度

試自園心甲至園界乙丙二處作甲乙

甲丙二半徑線遂成甲乙丙三角形其

乙丙邊為四十度之通弦。如以乙丙弧

四十度折半於丁作乙丁線即園內容

十八邊形之一邊仍自園心甲至園界

丁作甲丁半徑線又成甲乙丁三角形

而甲丁線平分乙丙線於戊此乙戊線

為甲乙丁三角形之中垂線即九邊形

每邊之一半故以甲丁半徑為底甲乙

半徑為大腰乙丁十八邊形之一邊為

小腰求得中垂線倍之為九邊形之每

一邊也乙丙弧既為四十度乙丙邊為

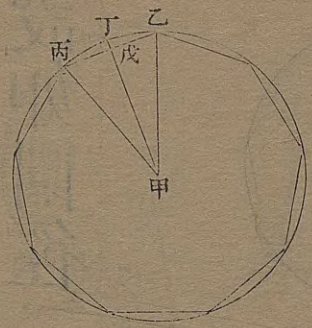
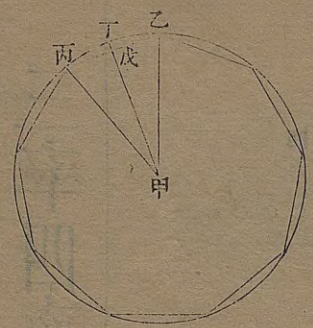
四十度之通弦其乙戊中垂線三萬四

千二百零二

小餘〇一四三三二六

即乙丁弧二

十度之正弦也



按分作相連比例四率又法

設如以十萬為一率。作相連比例四率。使一率與四率相加。與二率兩倍再加一三率之數等。問二率三率四率各幾何。

法以一率十萬自乘。再乘得一千兆。一成

立方為實。又以一率十萬自乘。二因之。

得二百億。成二平面積為法。以除原實一千

兆。得五萬為盡數。因減實大於益實。故

取略小之數為四萬。乃以四萬自乘。再

乘。得六十四兆。益於原實一千兆內。得

一千零六十四兆。為益實。復以所得四

萬自乘。得一十六億。以一率十萬再乘。

得一百六十兆。於益實內減之。餘九百

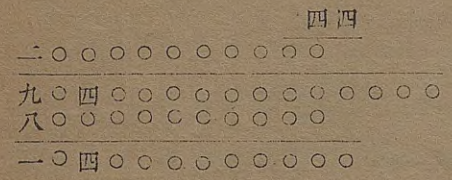
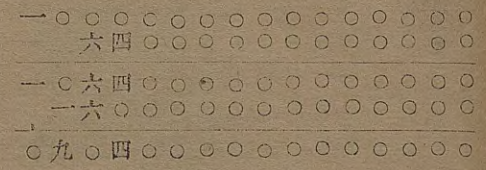
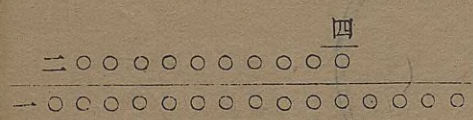
零四兆。為正實。按除法。以所得四萬與

法三百億相因。得八百兆。與正實相減。

餘一百零四兆。為第二位實。以法之二

百億除之。得五千。仍取略小之數為四

千。乃以首位所得四萬。合次位所得四



一○○○○○○○○○○○○○○○○  
八五一八四○○○○○○○○○○

一○○八五一八四○○○○○○○○○  
一九三六○○○○○○○○○○○○○

○八九一五八四○○○○○○○○○○

四四五

二○○○○○○○○○○○○○○○○

八九一五八四○○○○○○○○○○

八○○○○○○○○○○○○○○○○

○九一五八四○○○○○○○○○○

八○○○○○○○○○○○○○○○○

一一五八四○○○○○○○○○○

一○○○○○○○○○○○○○○○○

八八一二一一二五○○○○○○○

一○○八八一二一一二五○○○○○○○

一九八二五○○○○○○○○○○○○○

○八九○○九六一二五○○○○○○○

千共四萬四千自乘再乘得八十五兆

一千八百四十億益於原實一千兆內

得一千零八十五兆一千八百四十億

為益實復以所得四萬四千自乘得一

十九億二千六百萬以一率十萬再乘

得一百九十三兆六千億於益實內減

之餘八百九十一兆五千八百四十億

為正實按除法減首位所得四萬與法

二百億相因之八百兆又減次位所得

四千與法二百億相因之八十兆餘一

十一兆五千八百四十億為第三位實

以法之二百億除之得五百合前兩位

所得四萬四千共四萬四千五百自乘

再乘得八十八兆一千二百一十一億

二千五百萬益於原實一千兆內得一

千零八十八兆一千二百一十一億二

千五百萬為益實復以所得四萬四千

五百自乘得一十九億八千零二十五

萬以。一率十萬再乘得一百九十八兆

零二百五十億。於益實內減之。餘八百

九十兆零九百六十一億二千五百萬

為正實。按除法。減首位所得四萬與法

二百億相因之八百兆。又減次位所得

四千與法二百億相因之八十兆。又減

三位所得五百與法二百億相因之一

十兆。餘九百六十一億二千五百萬為

第四位實。以法之二百億除之。實不足

法。乃以第四位為空位。而第五位得四

故以四為末位。合前四位所得四萬四

千五百空十。共四萬四千五百零四。自

乘再乘得八十八兆一千四百四十八

億九千零一十三萬六千零六十四。益

於原實一千兆內得一千零八十八兆

一千四百四十八億九千零一十三萬

六千零六十四為益實。復以所得四萬

四千五百零四自乘得一十九億八千

四四五〇四

二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
八九〇〇九六一二五〇〇〇〇〇
八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
九〇〇九六一二五〇〇〇〇
八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一〇〇九六一二五〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇九六一二五〇〇〇〇〇

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
八八一四四八九〇一三六〇六四
一〇八八一四四八九〇一三六〇六四
一九八〇六〇六〇一六〇〇〇〇〇
〇八九〇〇八四二八八五三六〇六四

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
八八一二一一二五〇〇〇〇〇〇〇
一〇八八一二一一二五〇〇〇〇〇〇〇
一九八〇二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇八九〇〇九六一二五〇〇〇〇〇〇





一率	一〇〇〇〇
二率	四四五〇四
三率	一九八〇六
四率	八八一四

得八千八百一十四為四率也。此為益

實兼減實歸除之法。蓋因此法止有一

率之數。作相連比例四率。使一率與四

率之共數與二率兩倍再加一三率之

數等。而相連比例四率之理。一率自乘

用四率再乘。與二率自乘再乘之數等。

又一率自乘。用三率再乘。與二率自乘

用一率再乘之數等。今立法以一率自

乘再乘為原實。較之二率加倍與一率

自乘之面積相乘之數。却少一一率自

乘四率再乘之數。又多一一率自乘三

率再乘之數。故以屢除所得之數。屢次

自乘再乘。益入原實。又以屢除所得之

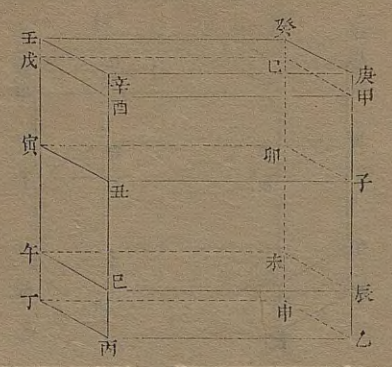
數。屢次自乘。以一率再乘。與益實相減。

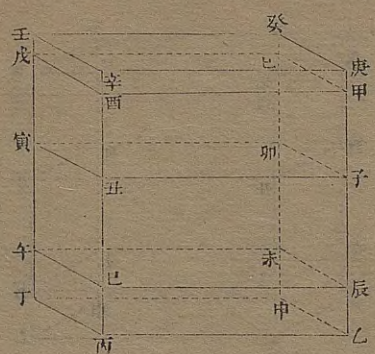
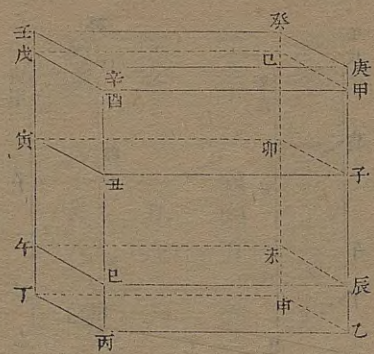
然後按法除之。始足二率兩倍之數也。

如圖甲乙為一率。庚子子辰皆為二率。

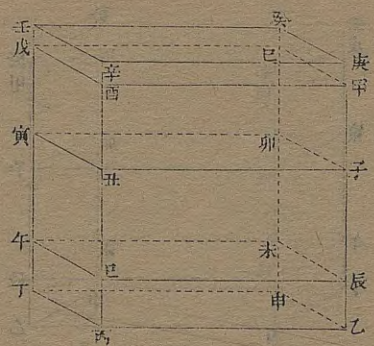
辰乙為三率。庚甲為四率。庚乙為一率。

四率之共數。又為二率兩倍再加一三





率之共數。甲乙丙丁戊己爲一率自乘  
再乘之。正方體。庚乙丙丁壬癸爲兩倍  
二率併三三率與一率自乘面積相乘  
之長方體。此一率自乘再乘之正方體。  
多一庚甲酉戌壬癸扁方體。此扁方體  
卽一率自乘四率再乘之扁方體。與二  
率自乘再乘之積等。比兩倍二率與一  
率自乘面積相乘之扁方體。多一辰乙  
丙丁午未扁方體。此扁方體卽一率自  
乘三率再乘之扁方體。與二率自乘一  
率再乘之積等。若於一率自乘再乘之  
正方體內。加入二率自乘再乘之數。再  
減去二率自乘一率再乘之數。卽如於  
甲乙丙丁戊己正方體內。加入庚甲酉  
戌壬癸之扁方體。減去辰乙丙丁午未  
之扁方體。成一庚辰巳午壬癸之扁方  
體。而以一率自乘之辰巳午未方面除  
之。必得庚辰爲二率之兩倍。苟合辰巳



午未子丑寅卯二方面除之。必得庚子或子辰爲一率。若不益少減多。而以二方面除之。則所得仍爲一率之二分之二。比一率數必大。故以屢除所得之數。屢次自乘再乘。益入原積。復以屢除所得之數自乘。用一率再乘。逐層與原積相減。遞及末位。則所少之積漸足。所多之積漸消。而除得之數。卽爲二率之全數焉。

設如圓徑二

十萬。求內容十四邊形之一邊幾何。

法用連比例。四率有一率。求第二率。使

一率與四率相加。與二率兩倍再加一

三率等之法。以圓徑二十萬折半得十

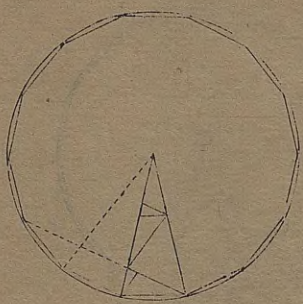
萬爲一率。自乘再乘得一千兆爲實。又

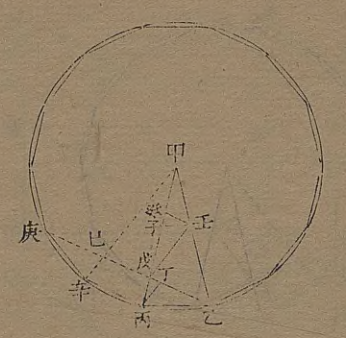
以半徑十萬自乘。倍之得二百億爲法。

按益實兼減實歸除之法。除實得四萬

四千五百零四小餘一八六爲二率。卽

圓內十四邊形之每一邊也。如甲圓內

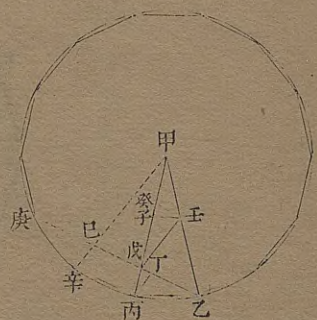




容十四邊形。每邊之弧得圓周十四分之一。皆二十五度四十二分五十一秒有餘。其通弦即圓內十四邊形之一邊。試自圓心至圓界乙丙。作甲乙。甲丙。二半徑線。遂成甲乙丙三角形。復自圓界乙至圓界庚。作一乙庚線。則截甲丙線於戊。又成乙丙戊三角形。復自圓界丙按丙戊線度。至乙庚線之丁。作一丙丁線。則又成丙丁戊三角形。此三三角形皆為同式形。乙戊丙三角形之乙角當丙庚弧。為乙丙弧之倍。則乙戊丙三角形之乙角。與乙甲丙三角形之甲角等。又與乙甲丙三角形同用丙角。而丙丁戊三角形之丁丙線。與甲辛半徑平行。即丙丁戊三角形之丙角。與甲丙辛三角形之甲角。為相對錯角。亦必等。又與乙丙戊三角形同用戊角。是此三三角形之各角。其相當各邊俱成相連比例。故甲乙與乙丙之比。同於乙丙與丙戊之比。乙丙與丙戊之比。又同於丙戊與戊丁之比。為相連比例四率。而甲乙為一率。乙丙為二率。丙戊為



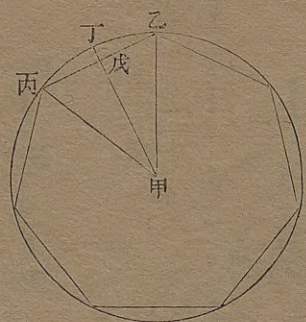
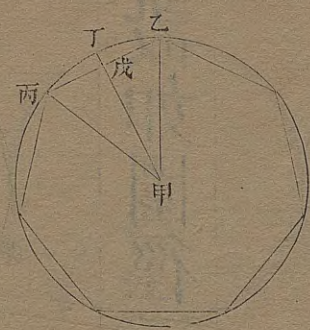
率。而甲乙為一率。乙丙為二率。丙戊為



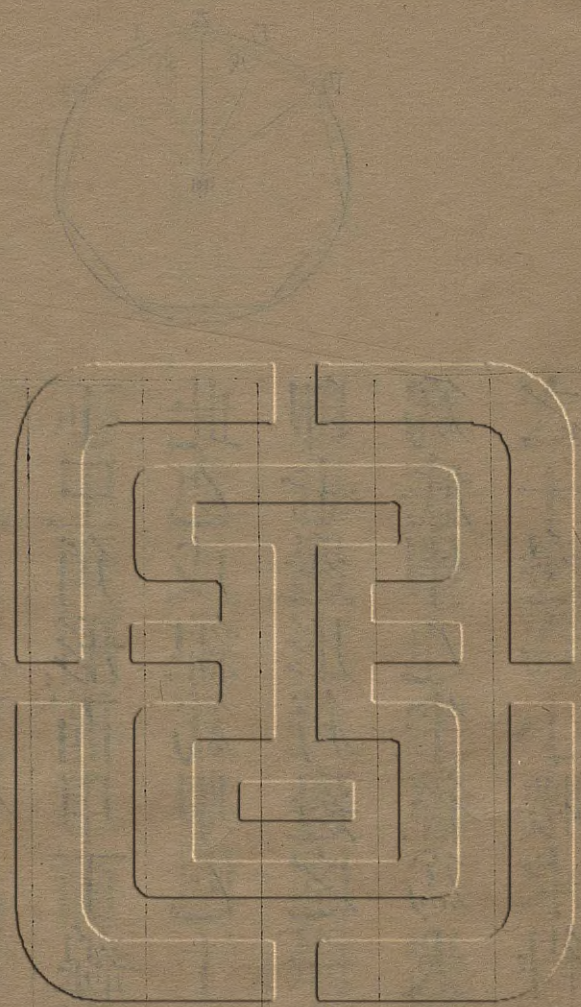
設如圓徑二

三率。戊丁為四率也。又按乙戊度作壬  
 戊線與丁丙平行。則截甲乙線於壬。乃  
 自壬與乙丙平行。作壬子線。復自壬與  
 乙戊平行。作壬癸線。則又成甲壬子與  
 壬戊癸兩三角形。與乙丙戊三角形等。  
 成壬癸子一三角形。與丙丁戊三角形  
 等。其甲子癸戊皆與乙丙二率等。而癸  
 子與丁戊四率等。是甲丙一率內有兩  
 二率。一三率而少一四率也。若以甲丙  
 一率與癸子四率相加。方與二率之兩  
 倍再加一三率之數等。故用連比例四  
 率有一率求二率法算之。得二率為十  
 四邊形之每一邊也。  
 十萬求內容七邊形之一邊幾何。  
 法以半徑十萬為底。仍以半徑十萬與  
 圓內容十四邊形之一邊四萬四千五  
 百零四小餘一八六為兩腰。用三角形  
 求中垂線法算之。得中垂線四萬三千

百零四小餘一八六為兩腰。用三角形  
 求中垂線法算之。得中垂線四萬三千



三百八十八。小餘三七三。倍之得八萬  
 六千七百七十六。小餘七四七。即園內  
 容七邊形之每一邊也。如甲園容七邊  
 形。每邊之弧得園周七分之一。皆五十  
 一度二十五分四十二秒有餘。試自園  
 心甲至園界乙丙二處作甲乙甲丙二  
 半徑線。遂成甲乙丙三角形。其乙丙邊  
 為五十一度二十五分四十二秒有餘  
 之通弦。如以乙丙弧五十一度二十五  
 分四十二秒有餘折半於丁。作乙丁線。  
 即園內容十四邊形之一邊。仍自園心  
 甲至園界丁。作甲丁半徑線。又成甲乙  
 丁三角形。而甲丁線平分乙丙線於戊。  
 此乙戊線為甲乙丁三角形之中垂線。  
 即七邊形每邊之一半。故以甲丁半徑  
 為底。甲乙半徑為大腰。乙丁十四邊形  
 之一邊為小腰。求得乙戊中垂線。倍之  
 為七邊形之每一邊也。



三要

有本弧之正弦。求本弧之餘弦。有本弧之

正弦餘弦。求倍弧之正弦餘弦。有本弧之

設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八

小餘五二五  
二二九二

求餘弧五十四度之正弦幾何

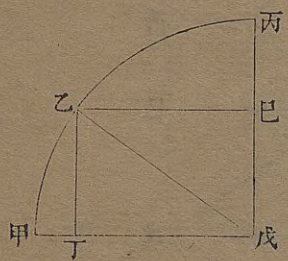
法以三十六度之正弦五萬八千七百

七十八小餘五二五為勾。半徑十萬為

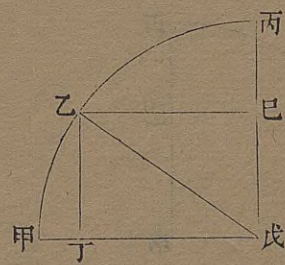
弦。求得股八萬零九百零一小餘六九九四三七

五。為五十四度之正弦。即三十六度之

餘弦也。如甲乙丙九十度之一象限。其







甲乙正弧三十六度乙丙餘弧五十四度乙丁爲三十六度之正弦試自乙至象限中心戊作乙戊半徑線遂成乙丁戊勾股形乙戊爲弦乙丁爲勾求得丁戊股與乙巳等爲乙丙餘弧五十四度之正弦卽甲乙正弧三十六度之餘弦也

設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八

小餘五二五  
二二九二

餘弦八萬零九百零一

小餘六九九  
四三七四

求倍弧七十二度之正弦餘弦各幾何

法以半徑十萬爲一率本弧之正弦五

萬八千七百七十八

小餘五二五  
二二九二

爲二

率本弧之餘弦八萬零九百零一

小餘  
六九

九四三  
七五爲三率求得四率四萬七千五

百五十二

小餘八二五  
八一四七

倍之得九萬五

千一百零五

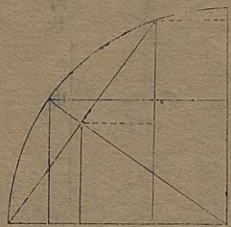
小餘六五一  
六二九四

卽倍弧七十

二度之正弦也求餘弦則以三十六度

之正弦五萬八千七百七十八

小餘五  
二五二



二九 自乘以半徑十萬除之得三萬四  
千五百四十九。小餘一五〇。倍之得六

萬九千零九十八。小餘三〇〇。與半徑

十萬相減餘三萬零九百零一。小餘六

三六 即倍弧七十二度之餘弦也。如甲

乙丙九十度之一象限。其甲乙弧三十

六度。倍之為甲丁弧七十二度。乙巳為

三十六度之正弦。庚乙為三十六度之

餘弦。與戊辛等。蓋辛甲與乙巳等。則戊

庚乙 丁壬為七十二度之正弦。試與乙

巳平行。作辛癸線。遂成戊乙巳戊辛癸

同式兩勾股形。其戊乙巳勾股形之戊

乙弦與乙巳勾之比。同於戊辛癸勾股

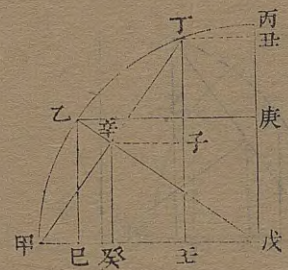
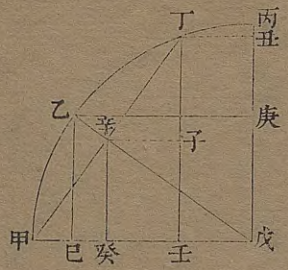
形之戊辛弦與辛癸勾之比。為相當比

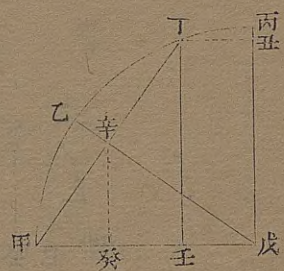
例四率。而辛癸與子壬等。為丁壬之半。

蓋辛甲為丁甲之半。則 故倍之得丁壬

為甲丁七十二度之正弦也。又如求餘

弦。其甲辛戊甲癸辛為同式兩勾股形。





其甲辛戊勾股形之甲戊弦與甲辛勾  
 之比同於甲癸辛勾股形之甲辛弦與  
 甲癸勾之比為相連比例三率既得甲  
 癸倍之得甲壬蓋甲丁為甲辛之倍則  
 甲壬亦為甲癸之倍  
 與甲戊半徑相減餘壬戊與丁丑等即  
 甲丁七十二度之餘弦也

設如本弧四十五度之正弦七萬零七百一十小餘六七

八六一一餘弦亦七萬零七百一十小餘六七求

半弧二十二度三十分之正弦幾何

法以本弧之正弦七萬零七百一十小餘

六七八一為股本弧之餘弦七萬零七

百一十小餘六七與半徑十萬相減

餘二萬九千二百八十九小餘三二一

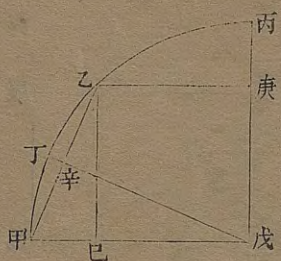
為勾求得弦七萬六千五百三十六小餘

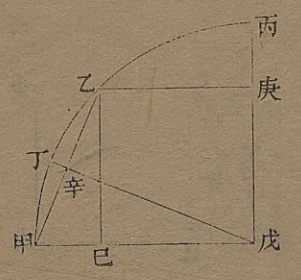
七八六四折半得三萬八千二百六十

八小餘三五即半弧二十二度三十

分之正弦也如甲乙丙九十度之一象

限其甲乙弧四十五度折半為丁乙弧





二十二度三十分乙已爲四十五度之  
 正弦戊已與庚乙等爲四十五度之餘  
 弦於戊甲半徑內減去戊已餘已甲爲  
 勾乙已爲股求弦得乙甲爲四十五度  
 之通弦折半得乙辛卽丁乙二十二度  
 三十分之正弦也

又捷法以本弧四十五度之餘弦七萬  
 零七百一十小餘六七八與半徑十萬

相減餘二萬九千二百八十九小餘二一八

折半得一萬四千六百四十四小餘

與半徑十萬相乘開方得三

萬八千二百六十八小餘三四三卽半

弧二十二度三十分之正弦也蓋乙已

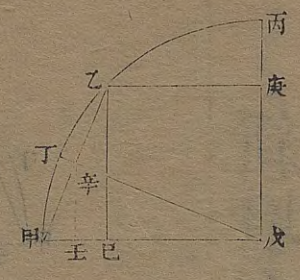
爲四十五度之正弦甲已爲四十五度

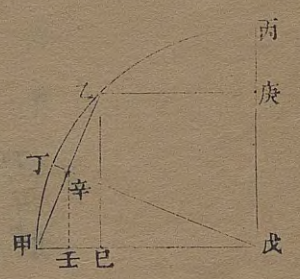
之正矢乙辛辛甲皆二十二度三十分

之正弦如與乙已平行作一辛壬線平

分甲已於壬成甲辛戊甲壬辛同式兩

勾股形其甲辛戊勾股形之甲戊弦與





甲辛勾之比同於甲壬辛勾股形之甲  
 辛弦與甲壬勾之比為連比例三率故  
 首率甲戊與末率甲壬相乘首率甲戊與末率甲  
 壬相乘與中率甲辛自乘之積相等開方得甲辛為二十  
 二度二十分之正弦也

餘弦

新增有本弧之餘弦求倍弧之餘弦及半弧之

設如本弧三十六度之餘弦八萬零九百零一小餘六九九

九四三  
 七四〇  
 求倍弧七十二度之餘弦幾何

法以本弧三十六度之餘弦八萬零九  
 百零一小餘六九九自乘以半徑十萬

除之得六萬五千四百五十小餘八四九

與半徑十萬相減餘三萬四千五百

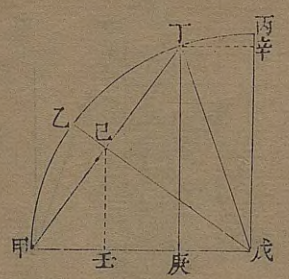
四十九小餘一五〇倍之得六萬九千

零九十八小餘二六〇仍與半徑十萬

相減餘三萬零九百零一小餘六九九

即倍弧七十二度之餘弦也如甲乙丙

九十度之一象限其甲乙弧三十六度



倍之為甲丁弧七十二度。丁巳為三十

六度之正弦。戊巳為三十六度之餘弦。

丁庚為七十二度之正弦。辛丁為七十

二度之餘弦。與戊庚等。試自巳至壬作

巳壬垂線。遂成甲巳戊。巳壬戊。同式兩

勾股形。其甲巳戊勾股形之戊甲弦。與

戊巳股之比。同於巳壬戊勾股形之戊

巳弦。與戊壬股之比。為連比例三率。故

中率戊巳自乘。以首率戊甲除之。得末

率戊壬。既得戊壬。與戊甲半徑相減。餘

壬甲。倍之。得庚甲。仍與戊甲半徑相減。

餘戊庚。與辛丁等。即甲丁弧七十二度

之餘弦也。

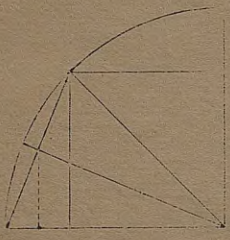
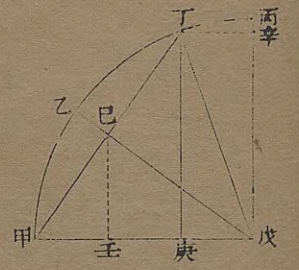
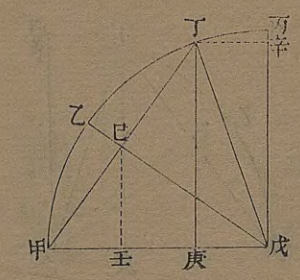
設如本弧四十五度之餘弦七萬零七百一十。小餘六七

八六一 求半弧二十二度三十分之餘弦幾何。

法以本弧四十五度之餘弦七萬零七

百一十。小餘六七八 與半徑十萬相減。

餘二萬九千二百八十九。小餘三二一



折半得一萬四千六百四十四。小餘六六〇九

四〇與本弧四十五度之餘弦七萬零

七百一十一。小餘六七八六相加得八萬五

千三百五十五。小餘三三九九與半徑十

萬相乘開方得九萬二千三百八十七。

小餘九五三二五即半弧二十二度三十分

之餘弦也。如甲乙丙九十度之一象限。

其甲乙弧四十五度折半為丁乙弧二

十二度三十分。乙已為四十五度之正

弦。戊已與庚乙等為四十五度之餘弦。

乙辛為二十二度三十分之正弦。戊辛

為二十二度三十分之餘弦。戊已四十

五度之餘弦與戊甲半徑相減餘已甲

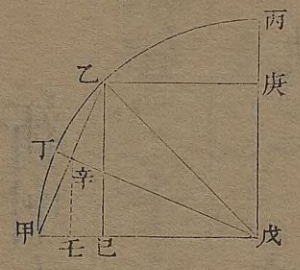
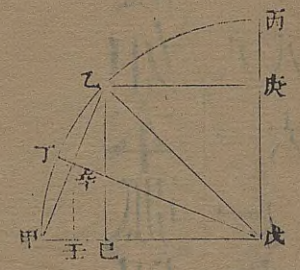
折半得已壬再與戊已相加得戊壬試

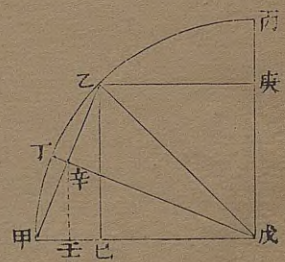
自辛至壬作辛壬垂線遂成甲辛戊辛

壬戊同式兩勾股形其甲辛戊勾股形

之戊甲弦與戊辛股之比同於辛壬戊

勾股形之戊辛弦與戊壬股之比為連





比例三率。故首率戊甲與末率戊壬相乘。開方得戊辛。為二十二度三十分之餘弦也。

新增有本弧之正弦求其三分之一弧之正弦

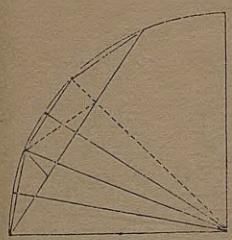
設如三十六度之正弦五萬八千七百七十八

小餘五二

五二二二 求其三分之一十二度之正弦幾何。

九二

法用連比例四率。有一率求二率使一率與四率相加與二率三倍等之法。以三十六度之正弦五萬八千七百七十



八 小餘五二二五 倍之得一十一萬七千

八二二九九二

五百五十七 小餘〇五〇 為七十二度

四五八四

之通弦。乃以半徑十萬自乘。得一百億。

用七十二度之通弦再乘。得一千一百

七十五兆五千七百零五億零四百五

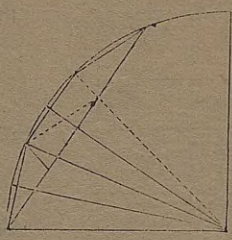
十八萬四千為實。又以半徑十萬自乘。

三因之。得三百億為法。按益實歸除之。

法除實得四萬一千五百八十二 小餘三三

八一六 為二十四度之通弦。折半得二

三四





萬零七百九十一。小餘一六九。即十二

度之正弦也。如甲乙丙九十度之一象

限。其甲乙弧三十六度。甲丁為其正弦

倍之得甲已。即甲乙已七十二度弧之

通弦。試以七十二度取其三分之一二

十四度為甲庚弧。其通弦甲庚與甲戊

庚戊兩半徑成一戊甲庚三角形。又庚

戊半徑截甲已通弦於辛。成一庚甲辛

三角形。又依庚辛度向辛甲邊作庚壬

線。成一庚辛壬三角形。此兩三角形俱

與戊甲庚三角形為同式形。其相當各

邊俱成相連比例。故戊甲為一率。甲庚

為二率。庚辛為三率。辛壬為四率也。今

甲已七十二度之通弦內有甲庚二率

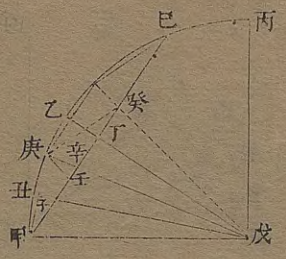
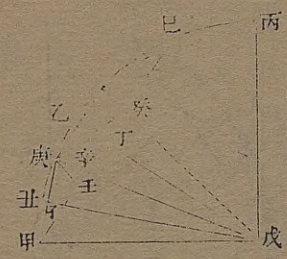
之三倍而少一辛壬四率。蓋已癸癸壬

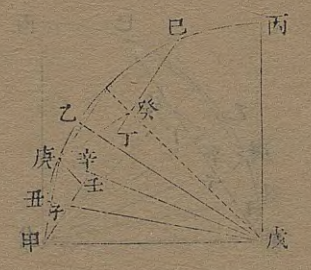
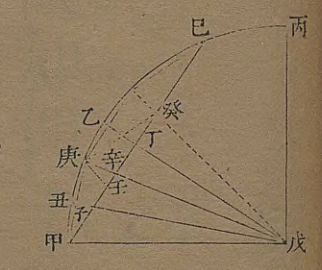
與甲庚二率等。而癸壬辛甲二段內。却

重辛壬一小段。是甲已通弦內有已癸

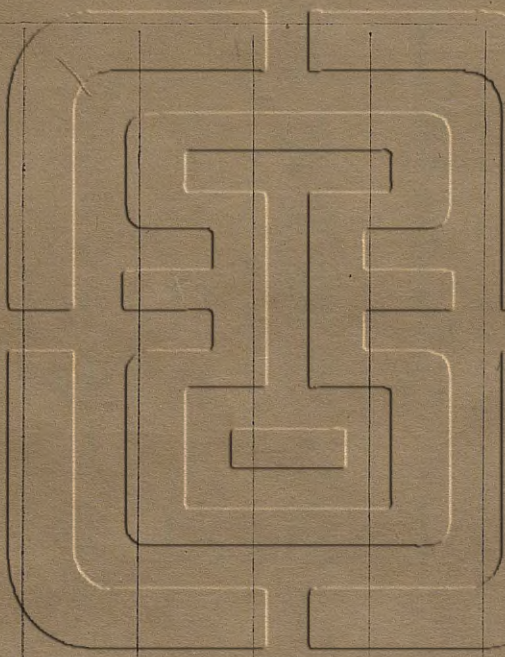
癸壬辛甲三二率。而少一辛壬四率也。若以甲已通弦為

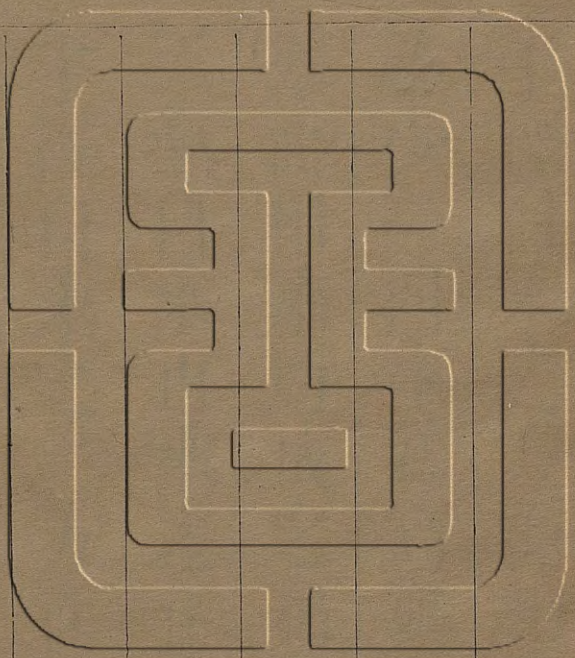
高。與一率半徑自乘之。方面相乘所成





之長方體則比三倍二率為高與一率  
 半徑自乘之方面相乘所成之長方體  
 必少一四率為高與一率半徑自乘之  
 方面相乘所成之扁方體此扁方體與  
 二率自乘再乘之正方體等故以一率  
 半徑自乘之三方面為法除實每次所  
 得二率之數自乘再乘益入原積則積  
 漸增與三倍二率與一率半徑自乘之  
 方面相乘所成之長方體合而除得之  
 數即為二率既得甲庚二率為二十四  
 度之通弦半之得甲子即甲丑弧十二  
 度之正弦也





一簡法 有兩弧之正弦餘弦求兩弧相加相減之正弦有距六十度前後相等弧之正

弦求距弧之正弦

設如四十五度之正弦七萬零七百一十 小餘六七八一

六餘弦亦七萬零七百一十 小餘六七八一 又有二

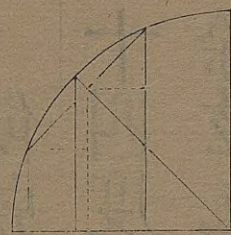
十四度之正弦四萬零六百七十三 小餘六六四三〇七五

餘弦九萬一千二百五十四 小餘五四五七六四二 求兩弧

相加六十九度之正弦及兩弧相減二十一度之

正弦各幾何

法以半徑十萬為一率四十五度之正



弦七萬零七百一十一小餘六七八為二

率二十四度之餘弦九萬一千三百五

十四小餘五四五為三率求得四率六

萬四千五百九十七小餘四一八又以

半徑十萬為一率四十五度之餘弦七

萬零七百一十一小餘六七八為二率二

十四度之正弦四萬零六百七十三小

六六四三為三率求得四率二萬八千

七百六十小餘六二三乃以兩四率相

加得九萬三千三百五十八小餘〇四

六即兩弧相加所得六十九度之正弦

如以兩四率相減餘三萬五千八百三

十六小餘七九四即兩弧相減所餘二

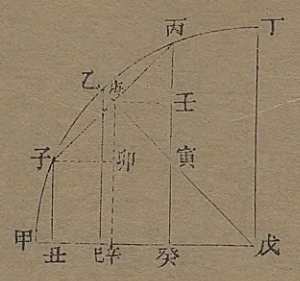
十一度之正弦也如甲乙丙丁九十度

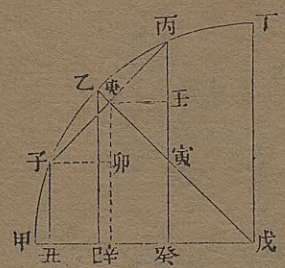
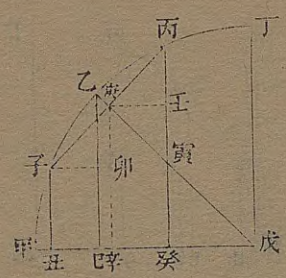
之一象限其乙甲弧四十五度乙已為

四十五度之正弦已戊為四十五度之

餘弦於乙甲弧四十五度加丙乙弧二

十四度得丙甲弧六十九度又於乙甲





弧四十五度減乙子弧二十四度餘子

甲弧二十一度試自丙至子作丙子線

則丙乙弧乙子弧皆為二十四度丙庚

與庚子皆為二十四度之正弦庚戌則

為二十四度之餘弦今以乙戌半徑為

一率乙巳四十五度之正弦為二率庚

戌二十四度之餘弦為三率求得四率

庚辛與壬癸等又以乙戌半徑為一率

已戌四十五度之餘弦為二率丙庚二

十四度之正弦為三率求得四率丙壬

故以丙壬加於庚辛庚辛原與壬癸等共得丙

癸即丙甲弧六十九度之正弦如於庚

辛內減與丙壬相等之庚卯餘卯辛與

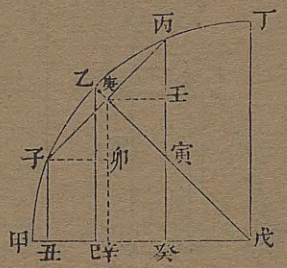
子丑等即子甲弧七十一度之正弦也

蓋乙巳戌與庚辛戌為同式勾股形故

乙戌與乙巳之比同於庚戌與庚辛之

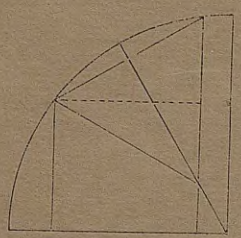
比為相當比例四率又寅癸戌與乙巳

戌亦為同式勾股形而寅癸戌勾股形

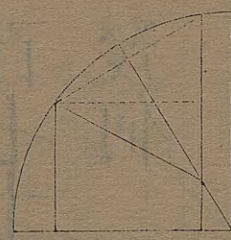


之寅角與丙庚寅勾股形之寅角為兩  
 尖相對角其度等。癸角與庚角俱為直  
 角其度又等。則戊角必與丙角等。如作  
 庚壬線成丙壬庚勾股形。則此形之丙  
 角既與乙己戊勾股形之戊角等。而壬  
 角又為直角。與乙己戊勾股形之己角  
 等。故亦為同式勾股形。而乙戊與己戊  
 之比。同於丙庚與丙壬之比。為相當比  
 例四率也。

設如八十四度之弧。距六十度二十四度。其正弦九  
 萬九千四百五十二。小餘一八九 又有三十六度  
 之弧。距六十度亦二十四度。其正弦五萬八千七  
 百七十八。小餘五二五 求距弧二十四度之正弦  
 幾何。



法以八十四度之正弦九萬九千四百  
 五十二。小餘一八九 內減三十六度之  
 正弦五萬八千七十八。小餘五二  
 餘四萬零六百七十二。小餘六六四



即距弧二十四度之正弦也。如有距六十度前二十四度為三十六度。其正弦

五萬八千七百七十八。小餘五二五距

弧二十四度之正弦四萬零六百七十

三。小餘六六四求距六十度後二十四

度為八十四度之正弦。則以三十六度

之正弦五萬八千七百七十八。小餘五二

二。九與距弧二十四度之正弦四萬零

六百七十三。小餘六六四相加得九萬

九千四百五十二。小餘一八九即八十

四度之正弦也。又如距六十度後二

十四度為八十四度。其正弦九萬九千

四百五十二。小餘一八九距弧二十四

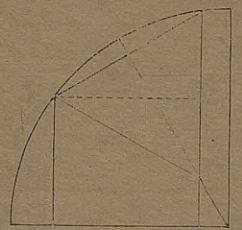
度之正弦四萬零六百七十三。小餘六

六。七求距六十度前二十四度為三十

六度之正弦。則以八十四度之正弦九

萬九千四百五十二。小餘一八九與距

弧二十四度之正弦四萬零六百七十



三小餘六六四相減餘五萬八千七百

七十八小餘五二五即三十六度之正

弦也如甲乙丙丁九十度之一象限其

已甲弧六十度丙甲弧八十四度丙距

已二十四度乙甲弧三十六度乙距已

亦二十四度丙庚為八十四度之正弦

乙辛為三十六度之正弦與壬庚等丙

壬為兩正弦之較試自已至象限中心

戊作已戊線又自丙至乙作丙乙線則

丙癸癸乙皆為距弧二十四度之正弦

與丙壬兩正弦之較相等蓋已戊甲角

六十度則已戊丁角為三十度丙庚與

丁戊平行則丙子已角與丁戊已角為

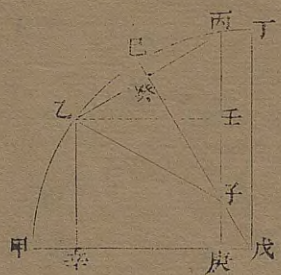
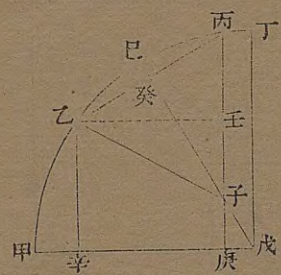
七平行線上所成之內外角必相等皆

為三十度丙癸子角為直角則子丙癸

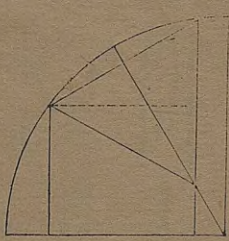
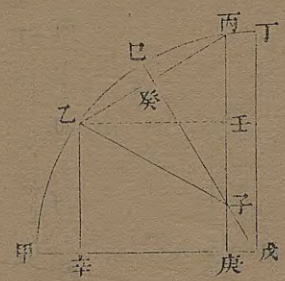
角必為六十度矣又自乙至子作乙子

線則乙癸子與丙癸子為同式勾股形

癸乙子角亦必為六十度癸子乙角亦

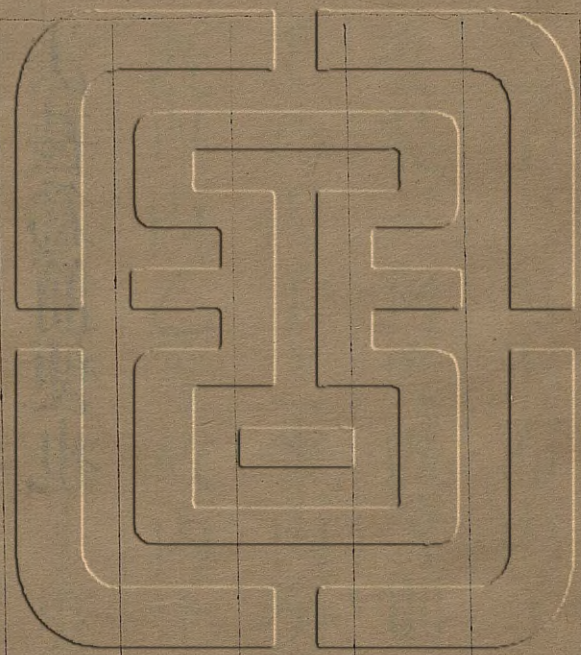






必為三十度。兩勾股形合之共成一丙乙子三角形。而丙子乙角亦必為六十度矣。三角度既等。則三邊必相等。今丙子為丙子之半。丙癸為丙乙之半。丙子既與丙乙等。故丙壬亦必與丙癸等也。有此法。凡有六十度以前各弧之正弦。則以各距弧之正弦與之相加。可得六十度以後三十度各弧之正弦。若有六十度以後各弧之正弦。則以各距弧之正弦與之相減。可得六十度以前三十度各弧之正弦。六十度前後三十度之正弦。用加減而即得。較之勾股比例諸法。甚為簡便也。





八線相求

設如四十八度之正弦七萬四千三百一十四小餘四八

二五四餘弦六萬六千九百一十三小餘六〇

求正矢正切正割各幾何。

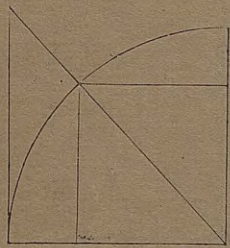
法以半徑十萬內減四十八度之餘弦

六萬六千九百一十三小餘〇六〇餘

三萬三千零八十六小餘九三九為正

矢以餘弦六萬六千九百一十三小餘〇六

〇六三為一率正弦七萬四千三百一



十四小餘四八二為二率。半徑十萬為

三率。求得四率一十一萬一千零六十

一小餘二五一為正切。以餘弦六萬六

千九百一十三小餘〇六〇為一率。半

徑十萬為二率。仍以半徑十萬為三率。

求得四率一十四萬九千四百四十七

小餘六五四為正割也。如圖甲乙弧四

十八度。甲丙為正弦。甲丁為餘弦。與丙

戊等。乙丙為正矢。故乙戊半徑內。減與

甲丁餘弦相等之丙戊。餘乙丙。即為正

矢。已乙為正切。已戊為正割。甲丙戊。已

乙戊。兩勾股形為同式形。故丙戊餘弦。

與甲丙正弦之比。同於乙戊半徑與已

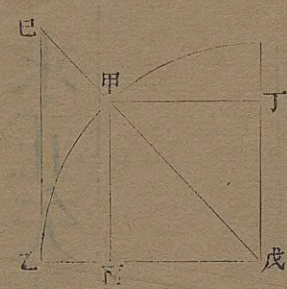
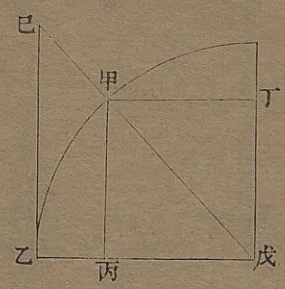
乙正切之比。為相當比例四率。又丙戊

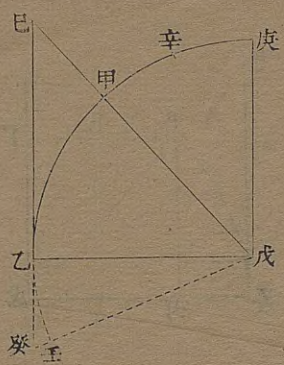
餘弦與甲戊半徑之比。同於乙戊半徑

與已戊正割之比。亦為相當比例四率

也。

又正切求正割捷法。以餘弧折半得二





十一度。乃以二十一度之正切三萬八

千三百八十六。小餘四〇三與本弧之

正切一十一萬一千零六十一。小餘二

八三。相加得一十四萬九千四百四十

七。小餘六五四即為本弧之正割也。如

圖甲乙弧四十八度。已乙為正切。已戊

為正割。試將甲庚餘弧四十二度折半

得庚辛二十一度。移於乙壬。又作乙癸

為乙壬弧二十一度之正切。與已乙相

加。得已癸與已戊正割相等。蓋甲戊乙

角四十八度。已乙戊角為直角九十度。

二角併之為一百二十八度。於一百八

十度內減之。餘四十二度。為戊已乙角。

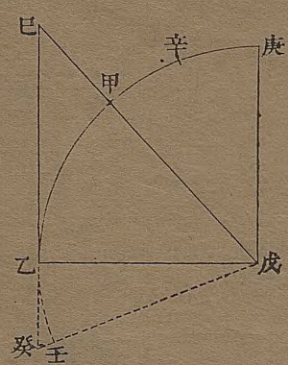
今於甲戊乙角四十八度。加乙戊壬角

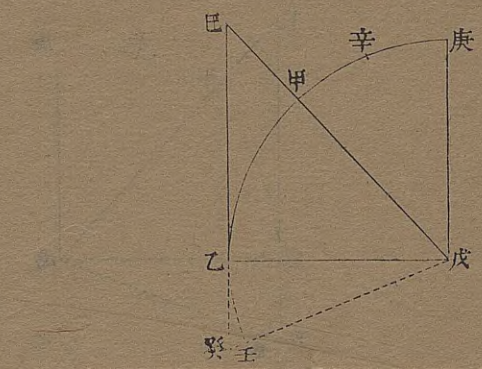
二十一度。遂成已戊癸角。為六十九度。

仍與戊已乙角四十二度相加。於一百

八十度內減之。所餘亦六十九度。即為

戊癸已角。戊癸已角既與已戊癸角相





等則已戊與已癸邊亦必相等也。有此  
 法則凡有逐度逐分之切線求割線可  
 止用加法不用四率矣。又凡有本弧之  
 正切正割相減即得半餘弧之正切。若  
 有本弧之正割及半餘弧之正切相減  
 即得本弧之正切也。

設如四十八度之正弦七萬四千三百一十四小餘四八

三五四餘弦六萬六千九百一十三小餘〇六〇

求餘矢餘切餘割各幾何。

法以半徑十萬內減四十八度之正弦

七萬四千三百一十四小餘四八二餘

二萬五千六百八十五小餘五一七為

餘矢以正弦七萬四千三百一十四小

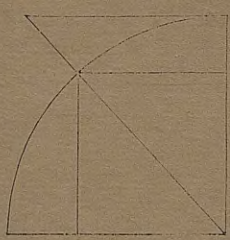
四八二五為一率餘弦六萬六千九百

四七七為二率半徑十萬

為三率求得四率九萬零四十小餘四

二九為餘切以正弦七萬四千三百一

十四小餘四八二為一率半徑十萬為



二率。仍以半徑十萬為三率。求得四率

一十三萬四千五百六十三小餘二七

七。為餘割也。如圖甲乙弧四十八度甲

丙為正弦。與丁戊等。甲丁為餘弦。已丁

為餘矢。故已戊半徑內減與甲丙正弦

相等之丁戊餘已丁即為餘矢。庚已為

餘切。庚戊為餘割。甲丁戊庚已戊兩勾

股形為同式形。故丁戊正弦與甲丁餘

弦之比。同於已戊半徑與庚已餘切之

比。為相當比例四率。又丁戊正弦與甲

戊半徑之比。同於已戊半徑與庚戊餘

割之比。亦為相當比例四率也。

又餘切求餘割捷法。以本弧折半得二

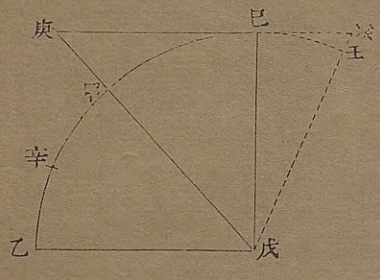
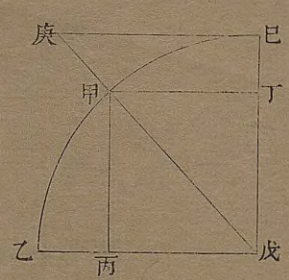
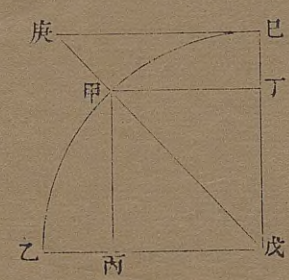
十四度。乃以二十四度之正切四萬四

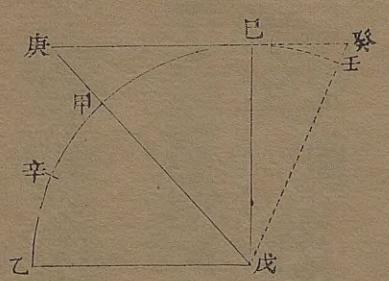
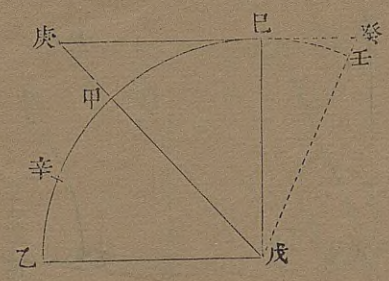
千五百二十二小餘八六八與本弧之

餘切九萬零四十四小餘四〇四相加得

一十三萬四千五百六十三小餘二七

七。即為本弧之餘割也。如圖甲乙弧四

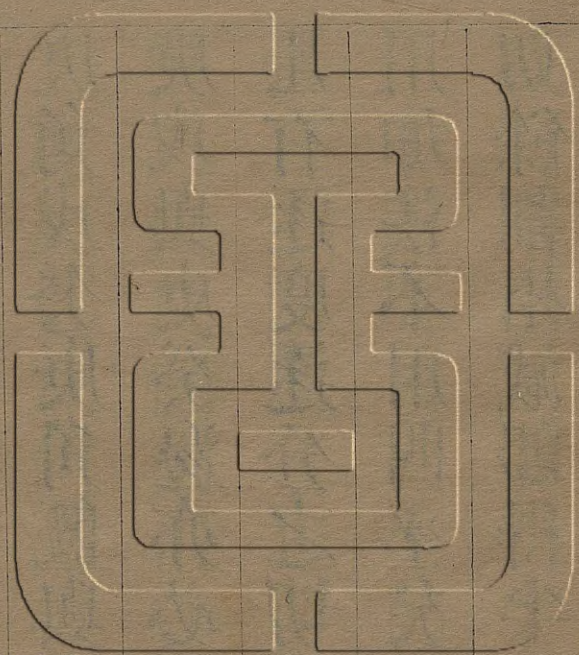




十八度庚巳為其餘切庚戌為其餘割  
 試將甲乙正弧四十八度折半得辛乙  
 二十四度移於壬巳又作癸巳為壬巳  
 弧二十四度之正切與庚巳相加得庚  
 癸與庚戌餘割相等蓋甲戌巳角四十  
 二度庚巳戌角為直角九十度二角相  
 併為一百三十二度於一百八十度內  
 減之餘四十八度為戊庚巳角今於甲  
 戊巳角四十二度加巳戌壬角二十四  
 度遂成庚戌癸角為六十六度仍與戊  
 庚巳角四十八度相加於一百八十度  
 內減之所餘亦為六十六度即為戊癸  
 庚角戊癸庚角既與庚戌癸角相等則  
 庚戌與庚癸邊亦必相等也有此法則  
 凡有逐度逐分之切線求餘割亦可止  
 用加法不用四率矣又凡有本弧之餘  
 切餘割相減即得半本弧之正切若有  
 本弧之餘割及半本弧之正切相減即

御製欽定四庫全書 算學 卷十一 八線相求 面部

得本弧之餘切矣。



求象限內各線總法

六宗併新增十八邊形及九邊形之每邊各半之得  
 八弧之正弦。用要法之一。各求其餘弦。次取十二度。  
十五邊 用要法之二。折半四次。得六度三度一度三  
 十分及四十五分之正弦。復用新增法求其三分之  
 一。得十五分之正弦。復求其三分之一。即得五分之  
 正弦。既得五分之正弦。乃用簡法之一。求六十度以  
 內之正弦。每越五分而得一弦。可得七百二十。又用  
 簡法之二。求六十度以外之正弦。亦越五分而得一

御製數理精蘊 下 卷十一 求象限內各線 面部



弦又得三百六十。如以一度之弦與五十九度之弦相加。即六十一度之弦。以二度之弦

與五十八度之弦相加。即六十二度之弦。以至二十九度之弦。與三十一度之弦相加。即得八十九度

之弦。總而計之。一象限中共得正弦一千零八十。已

居全表五分之一。象限中逐分計之。共正弦五千四百。故一千零八十為五分之一也。

再以五分之弦。用要法之三。得二分三十秒之弦。復

用新增法。求其三分之一。得五十秒之弦。乃以五十

秒之弧為一率。五十秒之弦為二率。一分之弧化六

十秒為三率。得四率為一分之弦。既得一分之弦。即

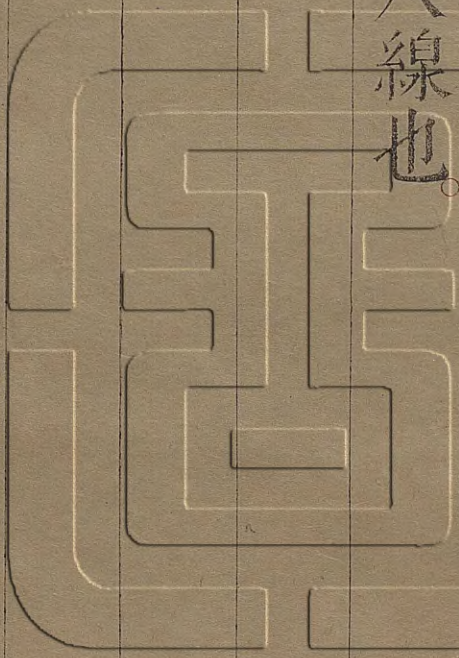
用簡法之一。簡法之二。錯綜加減之。則一象限中每

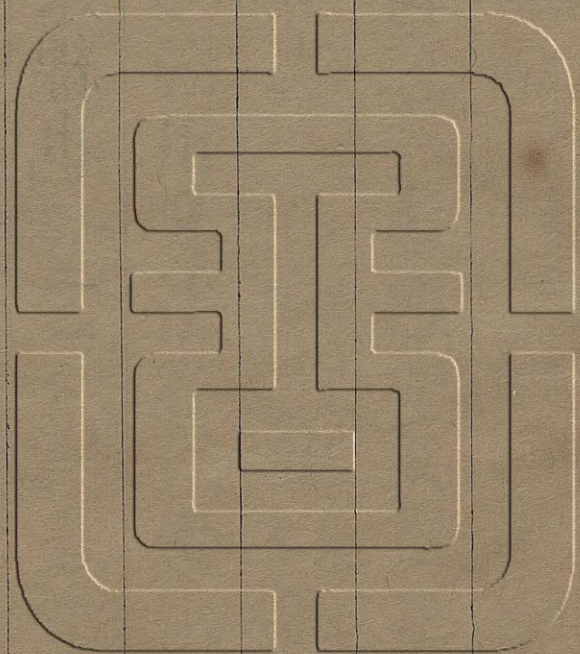
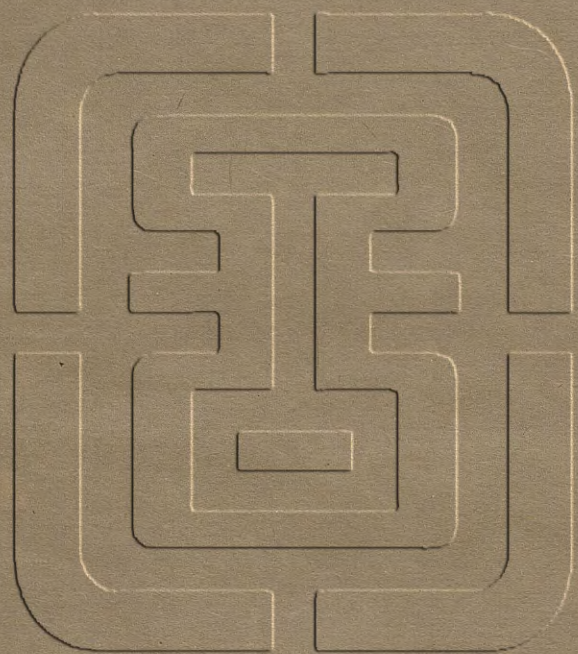
度每分之正弦悉得矣。既得每度每分之正弦。則用

前八線相求之法。即得每度每分之切割諸線矣。如

於一分之中。欲析為六十秒。則以比例四率求之。即

得每秒之八線也。





行世才婁我光系編

先

三

