19.7 Esercizi

19.7.1 Esercizi dei singoli paragrafi

19.1 - Equazione lineare in due incognite

19.1. Completa la tabella delle coppie di soluzioni dell'equazione $x + 2y - 1 = 0$.

x		-1	0		$\frac{1}{2}$			$2{,}25$	
y	0			-1		$\frac{3}{4}$	2		$1{,}5$

19.2. Completa la tabella delle coppie di soluzioni dell'equazione $3x - 2y = 5$.

x		0	1		$\frac{1}{6}$			$-\sqrt{2}$	$0{,}25$
y	0			-1		$\frac{3}{4}$	$\sqrt{2}$		

19.3. Completa la tabella delle coppie di soluzioni dell'equazione $3x - 2\sqrt{2}\,y = 0$.

x		0			$\frac{1}{6}$		$\sqrt{2}$
y	0		1	-1		$\sqrt{2}$	

19.4. Risolvi graficamente le seguenti equazioni in due incognite.

a) $2x - 2y + 3 = 0$;

b) $-\dfrac{1}{5}x - \dfrac{5}{2}y + 1 = 0$;

c) $-2y + 3 = 0$;

d) $x + 2y + \dfrac{7}{4} = 0$.

19.5. Risolvi graficamente le seguenti equazioni in due incognite.

a) $-2x + 4y - 1 = 0$;

b) $2y + \dfrac{2}{3}x + 6 = 0$;

c) $\sqrt{2}\,x + \sqrt{6}\,y = 0$;

d) $\sqrt{3}\,y + \sqrt{6} = -x$.

19.6. Stabilisci quali coppie appartengono all'Insieme Soluzione dell'equazione.

a) $5x + 7y - 1 = 0$ $\quad \left(-\frac{7}{5}; 0\right), \left(-\frac{1}{5}; -1\right), \left(0; \frac{1}{7}\right), \left(\frac{2}{5}; -\frac{1}{7}\right)$;

b) $-x + \dfrac{3}{4}y - \dfrac{4}{3} = 0$ $\quad (0; -1), \left(\frac{1}{12}; \frac{7}{9}\right), \left(-\frac{4}{3}; 0\right), (-3; 4)$;

c) $-x - y + \sqrt{2} = 0$ $\quad \left(\sqrt{2}; 0\right), \left(0; -\sqrt{2}\right), \left(1 + \sqrt{2}; -1\right), \left(1; -1 - \sqrt{2}\right)$.

19.2 - Risoluzione di sistemi di equazioni lineari

19.7. Risolvi i seguenti sistemi con il metodo di sostituzione.

a) $\begin{cases} y = -2 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} y = -x + 1 \\ 2x + 3y + 4 = 0 \end{cases}$.

19.8 (*). Risolvi i seguenti sistemi con il metodo di sostituzione.

a) $\begin{cases} x = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} y = x \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2y=2 \\ x+y=1 \end{cases}$.

19.9 (*). Risolvi i seguenti sistemi con il metodo di sostituzione.

a) $\begin{cases} 3x-y=7 \\ x+2y=14 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 3x+y=2 \\ x+2y=-1 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ 4y-6x=-2 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x+4y-1=3 \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+1=-\dfrac{x}{6}-1 \end{cases}$.

19.10 (*). Risolvi i seguenti sistemi con il metodo di sostituzione.

a) $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ 6x-9y=6 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x+2y=1 \\ -2x-4y=2 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} x+2y=14 \\ 3x-y=7 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ -6x+3y=-9 \end{cases}$.

19.11 (*). Risolvi i seguenti sistemi con il metodo di sostituzione.

a) $\begin{cases} \dfrac{x-4y}{3}=x-5y \\ x-2=6y+4 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 3x-\dfrac{3}{4}(2y-1)=\dfrac{13}{4}(x+1) \\ \dfrac{x+1}{4}-\dfrac{y}{2}=\dfrac{1+y}{2}-\dfrac{1}{4} \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{y^2-4x+2}{5}=\dfrac{2y^2-x}{10}-1 \\ x=-2y+8 \end{cases}$; d) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=0 \\ \dfrac{y-x-1}{2}+x-y+1=\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

19.12 (*). Risolvi i seguenti sistemi con il metodo di sostituzione.

a) $\begin{cases} y-\dfrac{x}{3}+\dfrac{3}{4}=0 \\ \dfrac{2x+1}{1-x}+\dfrac{2+y}{y-1}=-1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}y-\dfrac{1}{6}x=5-\dfrac{6x+10}{4} \\ 2(x-2)-3x=40-6\left(y-\dfrac{1}{3}\right) \end{cases}$;

b) $\begin{cases} x+y=2 \\ 3\left(\dfrac{x}{6}+3y\right)=4 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2\dfrac{y}{3}+x+1=0 \\ \dfrac{y+1}{2}+\dfrac{x-1}{3}+1=0 \end{cases}$.

19.13 (*). Risolvi i seguenti sistemi con il metodo di sostituzione.

a) $\begin{cases} (x-2)^2+y=x^2-2x-3y+6 \\ \dfrac{x}{4}-2y=2 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x+y+1=0 \\ x-y+k=0 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} y - \dfrac{3-2x}{3} = \dfrac{x-y}{3} + 1 \\ \dfrac{x+1}{2} + \dfrac{5}{4} = y + \dfrac{2-3x}{4} \end{cases}$;

d) $\begin{cases} x - 2y - 3 = 0 \\ kx + (k+1)y + 1 = 0 \end{cases}$.

19.14. Risolvere il sistema che formalizza il problema 19.4 a pagina 487:

$$\begin{cases} 2x + \dfrac{1}{2}y = 98 \\ 2x + 3y = 170 \end{cases}$$

e concludere il problema determinando l'area del rettangolo.

19.15. Determinare due numeri reali x e y tali che il triplo della loro somma sia uguale al doppio del primo aumentato di 10 e il doppio del primo sia uguale al prodotto del secondo con 5.

19.16 (*). Applica il metodo del confronto per risolvere i seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} x + y = 0 \\ -x + y = 0 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} x = 2 \\ x + y = 3 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} x = -1 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$.

19.17 (*). Applica il metodo del confronto per risolvere i seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2x \end{cases}$;

b) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} x + y = 2 \\ -x - y = 2 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x - \dfrac{1}{2}y = 2 \end{cases}$.

19.18 (*). Applica il metodo del confronto per risolvere i seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} y - \dfrac{3x-4}{2} = 1 - \dfrac{y}{4} \\ 2y - 2x = -\dfrac{4}{3} \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{2}{3}x - y + \dfrac{1}{3} = 0 \\ x - \dfrac{2}{3}y + \dfrac{1}{3} = 0 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}y - \dfrac{1}{6}x = 5 - \dfrac{6x+10}{8} \\ 8(x-2) + 3x = 40 - 6\left(y - \dfrac{1}{6}\right) \end{cases}$;

d) $\begin{cases} x = \dfrac{y-4}{3} + 1 \\ y = \dfrac{x+3}{3} \end{cases}$;

e) $\begin{cases} x - y + k = 0 \\ x + y = k - 1 \end{cases}$.

19.19. In un triangolo isoscele la somma della base con il doppio del lato è 168m e la differenza tra la metà della base e 1/13 del lato è 28m. Indicata con x la misura della base e con y quella del lato, risolvete con il metodo del confronto il sistema lineare che formalizza il problema. Determinate l'area del triangolo.

19.20 (*). Risolvere i seguenti sistemi con il metodo di riduzione.

a) $\begin{cases} x+y=0 \\ -x+y=0 \end{cases}$;
b) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$;
c) $\begin{cases} 2x+y=1+y \\ 4x+y=2 \end{cases}$;
d) $\begin{cases} x+y=0 \\ x-y=-1 \end{cases}$.

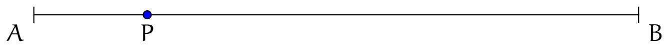
19.21 (*). Risolvere i seguenti sistemi con il metodo di riduzione.

a) $\begin{cases} x-y=0 \\ -2x+3y=1 \end{cases}$;
b) $\begin{cases} 2x=3-x \\ 2x+y=3 \end{cases}$;
c) $\begin{cases} \dfrac{2}{3}x+\dfrac{2}{3}y=3 \\ \dfrac{3}{2}x-\dfrac{3}{2}y=2 \end{cases}$;
d) $\begin{cases} 5y+2x=1 \\ 3x+2y+2=0 \end{cases}$.

19.22 (*). Risolvere i seguenti sistemi con il metodo di riduzione.

a) $\begin{cases} -3x+y=2 \\ 5x-2y=7 \end{cases}$;
b) $\begin{cases} 2x=3-x \\ \\ 2x+y=3 \end{cases}$;
c) $\begin{cases} \dfrac{4}{3}x-\dfrac{4y-x}{2}+\dfrac{35}{12}-\dfrac{x+y}{4}=0 \\ \dfrac{3(x+y)}{2}-\dfrac{1}{2}(5x-y)=\dfrac{1}{3}(11-4x+y) \end{cases}$;
d) $\begin{cases} x+ay+a=0 \\ 2x-ay+a=0 \end{cases}$;
e) $\begin{cases} 2ax+2y-1=0 \\ ax+y=3 \end{cases}$.

19.23. Il segmento AB misura 80cm; il punto P lo divide in due parti tali che il quadruplo della parte minore uguagli il triplo della differenza fra la maggiore e il triplo della minore. Determinare $\overline{AP}$ e $\overline{PB}$ formalizzando il problema con un sistema lineare che risolverete con il metodo di riduzione.



19.24. Stabilire se il sistema è determinato:

$$\begin{cases} (x-1)(x+1)-3(x-2)=2(x-y+3)+x^2 \\ x(x+y-3)+y(4-x)=x^2-4x+y \end{cases} .$$

19.25. Verificare che il determinante della matrice del sistema è nullo:

$$\begin{cases} \dfrac{3}{2}x-\dfrac{7}{4}y=10^5 \\ \\ 6x-7y=5^{10} \end{cases} .$$

19.26 (*). Risolvere con la regola di Cramer i seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} x-3y=2 \\ x-2y=2 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 5y+2x=1 \\ 3x+2y+2=0 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 2x+2y=3 \\ 3x-3y=2 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 5x+2y=-1 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$.

19.27 (*). Risolvere con la regola di Cramer i seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}y-\dfrac{2}{3}y=2 \\ \dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{2}y=1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 2(x-2y)+3x-2(y+1)=0 \\ x-2(x-3y)-5y=6(x-1) \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{y}{5}-\dfrac{x}{2}=10 \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=5 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 4-2x=\dfrac{3}{2}(y-1) \\ \dfrac{2x+3y}{2}=\dfrac{7+2x}{2} \end{cases}$.

19.28 (*). Risolvere con la regola di Cramer i seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} 3x+y=-3 \\ -2x+3y=+2 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 10x-20y=-11 \\ x+y-1=0 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 6x-2y=5 \\ x+\frac{1}{2}y=0 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2x-3y+1=0 \\ 4x+6y=0 \end{cases}$.

19.29 (*). Risolvere con la regola di Cramer i seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x+4y=1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} ax+ay=3a^2 \\ x-2y=-3a \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 3x+2y=4 \\ \frac{3}{2}x+y=2 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 3x-2y=8k \\ x-y=3k \end{cases}$.

19.30. Risolvi col metodo di Cramer il sistema

$$\begin{cases} 25x-3y=18 \\ \dfrac{3(y+6)}{5}=5x \end{cases}.$$

Cosa osservi?

19.31 (*). Risolvi i seguenti sistemi applicando tutti e quattro i metodi.

a) $\begin{cases} 3-x=\dfrac{y-x}{4}-\dfrac{2+x}{7} \\ \dfrac{17}{3}-y=\dfrac{y-3x}{6}-\dfrac{2y-x}{3} \end{cases}$; b) $\begin{cases} \dfrac{4+x}{4}-\dfrac{x+y}{2}=\dfrac{5y-7x}{6} \\ \dfrac{2y-x}{7}-4=\dfrac{6y-x}{2} \end{cases}$;

c) $\begin{cases} \dfrac{2x-y}{4}-4=\dfrac{1}{3}-\dfrac{x+y}{3} \\ \dfrac{2x-3y}{4}-\dfrac{5}{6}=2-\dfrac{3x-2y}{6} \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2x-\dfrac{4y}{7}=2+\dfrac{2x}{7} \\ 3x-\dfrac{25}{2}=4y \end{cases}$.

19.32 (*). Risolvi i seguenti sistemi applicando tutti e quattro i metodi.

a) $\begin{cases} \dfrac{12-19x}{6}=\dfrac{(x+1)(1-y)}{2}+\dfrac{xy}{2} \\ \dfrac{5}{9}-\dfrac{3x-2y}{3}=\dfrac{\frac{1}{3}-y-2x}{2} \end{cases}$; c) $\begin{cases} 2x-5=\dfrac{3}{5}y \\ 2x-\dfrac{6}{5}(y-1)=5 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{2}{5}x-\dfrac{3}{4}y=-\dfrac{5}{6} \\ 3x+\dfrac{1}{2}y-6=0 \end{cases}$; d) $\begin{cases} \dfrac{5}{2}x-\dfrac{4}{3}=\dfrac{1}{4}y \\ \dfrac{10}{3}x+\dfrac{3}{2}y-3=0 \end{cases}$.

19.33. Per ciascuno dei seguenti sistemi stabilisci se è determinato, indeterminato o impossibile.

a) $\begin{cases} x-2y=3 \\ 4x-8y=12 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x-6y=12 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x-4y=5 \end{cases}$; d) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}y=-2 \\ \dfrac{5}{4}x-\dfrac{15}{4}y=-\dfrac{5}{2} \end{cases}$.

19.34. Per ciascuno dei seguenti sistemi stabilisci se è determinato, indeterminato o impossibile.

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{7}x-\dfrac{4}{5}y=0 \\ \dfrac{5}{4}x-7y=\dfrac{19}{2} \end{cases}$; c) $\begin{cases} -40x+12y=-3 \\ 17x-2y=100 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x-y=3 \\ -x+y=1 \end{cases}$.

19.35. Per ciascuno dei seguenti sistemi stabilisci se è determinato, indeterminato o impossibile.

a) $\begin{cases} -x+3y=-\dfrac{8}{15} \\ 5x-15y=\dfrac{2^3}{3} \end{cases}$; b) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}=-\dfrac{y}{2}+1 \\ x+y=2 \end{cases}$.

19.36. La somma di due numeri reali è 16 e il doppio del primo aumentato di 4 uguaglia la differenza tra 5 e il doppio del secondo. Stabilisci, dopo aver formalizzato il problema con un sistema lineare, se è possibile determinare i due numeri.

19.37. Stabilisci per quale valore di a il sistema $\begin{cases} ax + y = -2 \\ -3x + 2y = 0 \end{cases}$ è determinato. Se $a = -\frac{3}{2}$ il sistema è indeterminato o impossibile?

19.38. Perché se $a = \frac{1}{3}$ il sistema $\begin{cases} x + ay = 2a \\ 3x + y = 2 \end{cases}$ è indeterminato?

19.39. Per quale valore di k il sistema risulta impossibile?

$$\begin{cases} 2x - 3ky = 2k \\ x - ky = 2k \end{cases}.$$

19.40. Per quale valore di k il sistema risulta indeterminato?

$$\begin{cases} (k-2)x + 3y = 6 \\ (k-1)x + 4y = 8 \end{cases}.$$

19.41 (*). Risolvi graficamente i sistemi; in base al disegno verifica se le rette sono incidenti, parallele o coincidenti e quindi se il sistema è determinato, impossibile o indeterminato.

a) $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} y = x - 1 \\ 2y = 2x - 2 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = 3x + 1 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 2y - x = 2 \end{cases}$.

19.42 (*). Risolvi graficamente i sistemi; in base al disegno verifica se le rette sono incidenti, parallele o coincidenti e quindi se il sistema è determinato, impossibile o indeterminato.

a) $\begin{cases} 3x + y = -3 \\ -2x + 3y = -2 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 3x + y = -3 \\ -2x + 3y = +2 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2x = 2 - y \\ 2x - y = 1 \end{cases}$.

19.43 (*). Risolvi graficamente i sistemi; in base al disegno verifica se le rette sono incidenti, parallele o coincidenti e quindi se il sistema è determinato, impossibile o indeterminato.

a) $\begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 2x = 3 - x \\ 2x + y = 3 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 2x = 2 - y \\ 2x - y = 1 \end{cases}$.

19.44. Vero o falso?

a) Risolvere graficamente un sistema lineare significa trovare il punto di intersezione di due rette? V F
b) Un sistema lineare determinato ha una sola coppia soluzione? V F
c) Un sistema lineare è impossibile quando le rette che rappresentano le sue equazioni coincidono? V F

19.45. Completa:

- se $r_1 \cap r_2 = r_1 = r_2$ allora il sistema è . . . . ;
- se $r_1 \cap r_2 = P$ (punto singolo) allora il sistema è . . . . ;
- se $r_1 \cap r_2 = \emptyset$ allora il sistema è . . . .

19.3 - Sistemi frazionari o fratti

19.46 (*). Verifica l'insieme soluzione dei seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} \dfrac{4y+x}{5x}=1 \\ \dfrac{x+y}{2x-y}=2 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} y=\dfrac{4x-9}{12} \\ \dfrac{y+2}{y-1}+\dfrac{1+2x}{1-x}+1=0 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} 2+3\dfrac{y}{x}=\dfrac{1}{x} \\ 3\dfrac{x}{y}-1=\dfrac{-2}{y} \end{cases}$;

d) $\begin{cases} \dfrac{y}{2x-1}=-1 \\ 2\dfrac{x}{y-1}=1 \end{cases}$.

19.47 (*). Verifica l'insieme soluzione dei seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} 3\dfrac{x}{y}-\dfrac{7}{y}=1 \\ 2\dfrac{y}{x}+\dfrac{5}{x}=1 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 2\dfrac{x}{3y}-\dfrac{1}{3y}=1 \\ \dfrac{3}{y+2x}=-1 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{9y}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3y} \\ 9\dfrac{y}{2x}-1-\dfrac{3}{x}=0 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} \dfrac{x}{2-\dfrac{y}{2}-2}=1 \\ \dfrac{x-y}{x+\dfrac{3}{2}y-1}=1 \end{cases}$.

19.48 (*). Verifica l'insieme soluzione dei seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} \dfrac{\dfrac{x}{2}+\dfrac{2y}{3}-\dfrac{1}{6}}{x+y-2}=6 \\ x+y=1 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{x-2y}{4}=\dfrac{\dfrac{x-y}{2}+2x}{4} \\ \dfrac{x}{\dfrac{y}{3}+1}=1 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} \dfrac{x+3y-1}{x-y}=\dfrac{1}{y-x} \\ x=2y-10 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} \dfrac{2}{x-2}-\dfrac{3}{y+3}=1 \\ \dfrac{5}{y+3}=\dfrac{6}{2-x}-4 \end{cases}$.

19.49 (*). Verifica l'insieme soluzione dei seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} y-\dfrac{x}{3}+\dfrac{3}{4}=0 \\ \dfrac{2x+1}{1-x}+\dfrac{2+y}{y-1}=-1 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} x+y=2 \\ y\left(\dfrac{x}{y}+3\right)=4 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=0 \\ \dfrac{y(y-x-1)}{y+1}+x-y+1=\dfrac{1}{2} \end{cases}$; d) $\begin{cases} \dfrac{3x-7y+1}{4x^2-9y^2}=\dfrac{4}{18y^2-8x^2} \\ \dfrac{4(1-3x)^2}{2}=\dfrac{72x^2-30x+9y}{4}+2 \end{cases}$.

19.50 (*). Verifica l'insieme soluzione dei seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} \dfrac{2x-3y}{x-2y}-\dfrac{3y-1}{x+5y}=\dfrac{2(x^2+2xy)-(3y-2)^2}{x^2+3xy-10y^2} \\ x+y=-19 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{x-3}{x-3y+1}+\dfrac{xy-y}{x-3y-1}=\dfrac{x^2-3xy+x^2y-3xy^2+3y^2}{x^2+9y^2-6xy-1} \\ \dfrac{x-3}{5y-1}-\dfrac{y-3}{1+5y}=\dfrac{x+5y^2-5xy+2}{1-25y^2} \end{cases}$;

c) $\begin{cases} \dfrac{x-2y}{x^2-xy-2y^2}-\dfrac{1}{y}=2 \\ \dfrac{4}{y}-\dfrac{5}{x+y}=-9 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} 2x-y-11=0 \\ \dfrac{y+1}{x-1}+\dfrac{3-y}{5x-5}-\dfrac{2}{3}=0 \end{cases}$.

19.51. Verifica l'insieme soluzione dei seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} \dfrac{x+1}{x}=\dfrac{y+2}{y-2} \\ \dfrac{3x-1}{3x-2}=\dfrac{1+y}{y-2} \end{cases}$; d) $\begin{cases} \dfrac{x-y+1}{x+y-1}=2 \\ \dfrac{x+y+1}{x-y-1}=-2 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{2}{5x-y}=\dfrac{-3}{5y-x} \\ \dfrac{1}{4x-3y}=\dfrac{2x+y-1}{3y-4x} \end{cases}$; e) $\begin{cases} \dfrac{2}{x-2}=\dfrac{3}{y-3} \\ \dfrac{1}{y+3}=\dfrac{-1}{2-x} \end{cases}$.

c) $\begin{cases} \dfrac{\sqrt{3}}{x-\sqrt{2}}+\dfrac{2\sqrt{2}}{y-\sqrt{3}}=0 \\ \dfrac{1}{x-\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{6}}{2\left(y+2\sqrt{2}\right)}=0 \end{cases}$;

19.4 - Sistemi letterali

19.52 (*). Risolvere e discutere il seguente sistema. Per quali valori di a la coppia soluzione è formata da numeri reali positivi?

$$\begin{cases} x + ay = 2a \\ \dfrac{x}{2a} + y = \dfrac{3}{2} \end{cases}.$$

19.53. Perché se il seguente sistema è determinato la coppia soluzione è accettabile?

$$\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ \dfrac{2x - y}{x + 1} = \dfrac{1}{a} \end{cases}.$$

19.54. Nel seguente sistema è vero che la coppia soluzione è formata da numeri reali positivi se $a > 2$?

$$\begin{cases} \dfrac{a - x}{a^2} + a + \dfrac{y - 2a}{a + 1} = -1 \\ 2y = x \end{cases}.$$

19.55. Spiegate perché non esiste alcun valore di a per cui la coppia $(0; 2)$ appartenga a I. S. del sistema:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ \dfrac{2x - y}{x + 1} = \dfrac{1}{a} \end{cases}.$$

19.56 (*). Nel seguente sistema determinate i valori da attribuire al parametro a affinché la coppia soluzione accettabile sia formata da numeri reali positivi.

$$\begin{cases} \dfrac{y}{x} - \dfrac{y - a}{3} = \dfrac{1 - y}{3} \\ a(x + 2) + y = 1 \end{cases}.$$

19.57 (*). Risolvere i seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} x + ay = 2a \\ \dfrac{x}{2a} + y = \dfrac{3}{2} \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{x^3 - 8}{x - 2} = x^2 - 3x + y - 2 \\ \dfrac{x^2 - 4xy + 3y^2}{3y - x} = k \end{cases}$;

c) $\begin{cases} kx - y = 2 \\ x + 6ky = 0 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} kx - 8y = 4 \\ 2x - 4ky = 3 \end{cases}$.

19.58 (*). Risolvere i seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} 4x - k^2y = k \\ kx - 4ky = -3k \end{cases}$;

b) $\begin{cases} kx - 4ky = -6 \\ kx - k^2y = 0 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} (k - 1)x + (1 - k)y = 0 \\ (2 - 2k)x + y = -1 \end{cases}$.

19.5 - Sistemi lineari di tre equazioni in tre incognite

19.59 (*). Determinare la terna di soluzione dei seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} x-2y+z=1 \\ x-y=2 \\ x+3y-2z=0 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2x-y+3z=1 \\ x-2y+z=5 \\ x+2z=3 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} x+y+z=4 \\ x-3y+6z=1 \\ x-y-z=2 \end{cases}$; e) $\begin{cases} x+2y-z=1 \\ y-4z=0 \\ x-2y+z=2 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} x+2y-3z=6-3y \\ 2x-y+4z=x \\ 3x-z=y+2 \end{cases}$; f) $\begin{cases} x-3y+6z=1 \\ x+y+z=5 \\ x+2z=3 \end{cases}$;

19.60 (*). Determinare la terna di soluzione dei seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} x-4y+6z=2 \\ x+4y-z=2 \\ x+3y-2z=2 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x-3y=3 \\ x+y+z=-1 \\ 2x-z=0 \end{cases}$; e) $\begin{cases} 4x-6y-7z=-1 \\ x+y-z=1 \\ 3x+2y+6z=1 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 4x-y-2z=1 \\ 3x+2y-z=4 \\ x+y+2z=4 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2x-y+3z=1 \\ x-6y+8z=2 \\ 3x-4y+8z=2 \end{cases}$; f) $\begin{cases} 4x-3y+z=4 \\ x+4y-3z=2 \\ y-7z=0 \end{cases}$.

19.61 (*). Determinare la terna di soluzione dei seguenti sistemi.

a) $\begin{cases} 3x-6y+2z=1 \\ x-4y+6z=5 \\ x-y+4z=10 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 2x+y-5z=2 \\ x+y-7z=-2 \\ x+y+2z=1 \end{cases}$; e) $\begin{cases} x-4y+2z=7 \\ -3x-2y+3z=0 \\ x-2y+z=1 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 4x-y-7z=-12 \\ x+3y+z=-4 \\ 2x-y+6z=5 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 3x-y+z=-1 \\ x-y-z=3 \\ x+y+2z=1 \end{cases}$; f) $\begin{cases} -2x-2y+3z=4 \\ 2x-y+3z=0 \\ 2x+y=1 \end{cases}$.

19.62. Quale condizione deve soddisfare il parametro a affinché il sistema seguente non sia privo di significato? Determina la terna soluzione assegnando ad a il valore 2.

$$\begin{cases} x+y+z=\dfrac{a^2+1}{a} \\ ay-z=a^2 \\ y+ax=a+1+a^2z \end{cases}.$$

19.63. Determina il dominio del sistema e stabilisci se la terna soluzione è accettabile:

$$\begin{cases} \dfrac{5}{1-x}+\dfrac{3}{y+2}=\dfrac{2x}{xy-2+2x-y} \\ \dfrac{x+1-3(y-1)}{xyz}=\dfrac{1}{xy}-\dfrac{2}{yz}-\dfrac{3}{xz} \\ x+2y+z=0 \end{cases}.$$

19.64. Verifica se il sistema è indeterminato:

$$\begin{cases} x+y=1 \\ y-z=5 \\ x+z+2=0 \end{cases}.$$

19.65. Determina il volume del parallelepipedo retto avente per base un rettangolo, sapendo che le dimensioni della base e l'altezza hanno come misura (in cm) i valori di x, y, z ottenuti risolvendo il sistema:

$$\begin{cases} 3x+1=2y+3z \\ 6x+y+2z=7 \\ 9(x-1)+3y+4z=0 \end{cases}.$$

19.6 - Sistemi da risolvere con sostituzioni delle variabili

19.66 (*). Risolvi i seguenti sistemi per mezzo di opportune sostituzioni delle variabili.

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{2x}+\dfrac{1}{y}=-4 \\ \dfrac{2}{3x}+\dfrac{2}{y}=1 \end{cases}$; sostituire $u=\dfrac{1}{x}; v=\dfrac{1}{y}$.

b) $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ x^2-y^2=5 \end{cases}$; sostituire $u=x^2; v=y^2$

c) $\begin{cases} \dfrac{1}{x+y}+\dfrac{2}{x-y}=1 \\ \dfrac{3}{x+y}-\dfrac{5}{x-y}=2 \end{cases}$; sostituire $u=\dfrac{1}{x+y}; v=\dots$.

19.67 (*). Risolvi i seguenti sistemi per mezzo di opportune sostituzioni delle variabili.

a) $\begin{cases} \dfrac{5}{2x}-\dfrac{2}{y}=2 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}=1 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}=3 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{y}=4 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} \dfrac{2}{x}+\dfrac{4}{y}=-3 \\ \dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{y}=4 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} \dfrac{1}{x+1}-\dfrac{2}{y-1}=2 \\ \dfrac{2}{x+1}-\dfrac{1}{y-1}=3 \end{cases}$.

19.68 (*). Risolvi i seguenti sistemi per mezzo di opportune sostituzioni delle variabili.

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}-\dfrac{3}{y}+\dfrac{2}{z}=3 \\ \dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{y}+\dfrac{2}{z}=4 \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{4}{y}-\dfrac{1}{z}=-3 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{4}{x^2}-\dfrac{2}{y^2}-\dfrac{2}{z^2}=0 \\ \dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{z^2}=2 \\ \dfrac{2}{y^2}-\dfrac{2}{z^2}=0 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} x^3+y^3=9 \\ 2x^3-y^3=-6 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x^2+y^2=-1 \\ x^2-3y^2=12 \end{cases}$.

19.7.2 Esercizi riepilogativi

Gli esercizi indicati con (†) sono tratti da *Matematica* 2, Dipartimento di Matematica, ITIS V. Volterra, San Donà di Piave, Versione [11-12] [S-A11], pg. 53; licenza CC, BY-NC-BD, per gentile concessione dei professori che hanno redatto il libro.

19.69 (*). Risolvi i seguenti sistemi con più metodi ed eventualmente controlla la soluzione graficamente.

a) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} -x+2y=1 \\ 3x-y=3 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 2x=1+3y \\ -y-2x=3 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 5x-y=2 \\ 2x+3y=-1 \end{cases}$.

19.70 (*). Risolvi i seguenti sistemi con più metodi ed eventualmente controlla la soluzione graficamente.

a) $\begin{cases} x+2y=3 \\ 3x-y=2 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 5x+3y=2 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x+2y=2 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 7x-2y=4 \\ 8x-6y=9 \end{cases}$.

19.71 (*). Risolvi i seguenti sistemi con più metodi ed eventualmente controlla la soluzione graficamente.

a) $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ 2x+3y=5 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 3x-2y=2 \\ 2y-2x=-\frac{4}{3} \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 3x-y=7 \\ x-2y=5 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 5x-2x=7 \\ -x-2y=-\frac{1}{2} \end{cases}$.

19.72 (*). Risolvi i seguenti sistemi con più metodi ed eventualmente controlla la soluzione graficamente.

a) $\begin{cases} \dfrac{2}{3}x-2y=-\dfrac{1}{6} \\ -y-\dfrac{2}{3}y=\dfrac{3}{2} \end{cases}$; c) $\begin{cases} -\dfrac{1}{3}x+\dfrac{3}{2}y-1=0 \\ 3x-\dfrac{1}{5}y+\dfrac{3}{2}=0 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{1}{3}x-\dfrac{3}{2}y+1=0 \\ 9y-2x-6=0 \end{cases}$; d) $\begin{cases} -\dfrac{2}{3}y+3x=y \\ x-\dfrac{1}{2}y+3=0 \end{cases}$.

19.73 (*). Risolvi i seguenti sistemi con più metodi ed eventualmente controlla la soluzione graficamente.

a) $\begin{cases} 5y + \dfrac{3}{2}x = -2 \\ 3x + 10y - 3 = 0 \end{cases}$; c) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x - 3y = \dfrac{1}{2} \\ 3(y-2) + x = 0 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x - y = 5 \end{cases}$.

19.74 (*). Risolvi i seguenti sistemi con più metodi ed eventualmente controlla la soluzione graficamente.

a) $\begin{cases} 2x + 2y = 6 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{1}{3}x + 3y + 2 = 0 \\ 2x + \dfrac{1}{2}y = \dfrac{11}{2} \end{cases}$; d) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}y = 1 \\ \dfrac{2}{3}x + \dfrac{1}{3}y = 1 \end{cases}$.

19.75 (*). Risolvi i seguenti sistemi con più metodi ed eventualmente controlla la soluzione graficamente.

a) $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 4x + \dfrac{1}{2}y = \dfrac{5}{2} \end{cases}$; c) $\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ 4x + 2y + 6 = 0 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 2x + \dfrac{1}{2}y = -\dfrac{3}{10} \\ -25x + 5y = 6 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + \dfrac{1}{2}y = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

19.76 (*). Risolvi i seguenti sistemi con più metodi ed eventualmente controlla la soluzione graficamente.

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{3}y = 1 \\ 3x - 2y = 3 \end{cases}$; c) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}(x-3) - y = \dfrac{3}{2}(y-1) \\ \dfrac{3}{2}(y-2) + x = 6\left(x + \dfrac{1}{3}\right) \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 10x - 5y = 26 \\ x + 5y = -\dfrac{42}{5} \end{cases}$; d) $\begin{cases} \dfrac{x+4y}{6} - 3 = 0 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{4} = 0 \end{cases}$.

19.77 (*). Risolvi i seguenti sistemi con più metodi ed eventualmente controlla la soluzione graficamente.

a) $$\begin{cases} 3(x-4) = -\dfrac{4y}{5} \\ 7(x+y)+8\left(x-\dfrac{3y}{8}-2\right)=0 \end{cases};$$

b) $$\begin{cases} \dfrac{2}{5}(y-x-1) = \dfrac{y-x}{3}-\dfrac{2}{5} \\ (x-y)^2 - x(x-2y) = x+y(y-1) \end{cases};$$

c) $$\begin{cases} 2x-3(x-y) = -1+3y \\ \dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{3}y = -\dfrac{1}{6} \end{cases};$$

d) $$\begin{cases} (y+2)(y-3)-(y-2)^2+(x+1)^2 = (x+3)(x-3)-\dfrac{1}{2} \\ \left(y-\dfrac{1}{2}\right)\left(y+\dfrac{1}{4}\right)-(y-1)^2+2x+3 = \dfrac{3}{4} \end{cases}.$$

19.78 (*). Risolvi i seguenti sistemi con più metodi ed eventualmente controlla la soluzione graficamente.

a) $$\begin{cases} \dfrac{\frac{x}{2}-y+5}{\frac{4}{3}-\frac{5}{6}} = x - \dfrac{\frac{x}{2}-\frac{y}{3}}{2} \\ -x-\dfrac{\frac{y}{3}-x}{2} = 1 \end{cases};$$

b) $$\begin{cases} x^2+\dfrac{y}{4}-3x = \dfrac{(2x+1)^2}{4}-\dfrac{y}{2} \\ (y-1)^2 = -8x+y^2 \end{cases};$$

c) $$\begin{cases} \dfrac{\frac{x+1}{2}-y}{2} = y-20x \\ x-\dfrac{y}{4} = \dfrac{x-y}{6} \end{cases};$$

d) $$\begin{cases} \dfrac{4y-\frac{5}{2}x+\frac{3}{2}}{\frac{5}{6}} = x-2y \\ x = 3y \end{cases}.$$

19.79 (*). Risolvi i seguenti sistemi letterali.

a) $$\begin{cases} x-a = by \\ 2x+ay-3a = 2b \end{cases};$$

b) $$\begin{cases} x+y = 2a \\ bx+ay = a^2+b^2 \end{cases};$$

c) $$\begin{cases} x+ay = 3a \\ 2x-3ay = a \end{cases};$$

d) $$\begin{cases} x+y = 2a \\ 2x+ay = 2a^2 \end{cases}.$$

19.80 (*). Risolvi i seguenti sistemi letterali.

a) $$\begin{cases} \dfrac{x-2a}{a}+\dfrac{y-3b}{b} = 0 \\ \dfrac{3x+2y}{a}+\dfrac{x-2y}{b} = \dfrac{6b}{a}+\dfrac{2a}{b} \end{cases};$$

b) $$\begin{cases} \dfrac{x-a}{a-1}+\dfrac{y-2}{a+1} = 0 \\ \dfrac{x}{a}-\dfrac{y}{a+1} = \dfrac{a-1}{a+1} \end{cases};$$

c) $\begin{cases} x + my = m^2 + 1 \\ 2x - y = m + 3 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} \dfrac{x}{a} - \dfrac{y}{b} = 0 \\ \dfrac{x}{b} + \dfrac{y}{a} = \dfrac{a^2 + b^2}{ab} \end{cases}$.

19.81 (*). Risolvi i seguenti sistemi letterali.

a) $\begin{cases} \dfrac{x+y}{4x-4y} - \dfrac{x-y}{4x+4y} = \dfrac{x^2-1}{x^2-y^2} \\ \dfrac{x}{a+1} + \dfrac{y}{a} = 2 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{2x}{a+b} - \dfrac{y}{a-b} = 1 \\ \dfrac{(a-b)x}{a+b} - \dfrac{(a+b)y}{a-b} = -2b \end{cases}$;

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{3-a} + \dfrac{y}{a} = \dfrac{2}{a} \\ \dfrac{x}{a-1} - \dfrac{y}{2-a} = \dfrac{4-2a}{a-1} \end{cases}$;

d) $\begin{cases} \dfrac{x+y-2}{a-1} - \dfrac{x-y}{a+1} = 0 \\ \dfrac{x+ay}{a^2-1} + \dfrac{x-ay}{a+1} = \dfrac{a^2-a+2}{a^2-1} \end{cases}$.

19.82. Determina due numeri sapendo che la loro somma è 37 e la loro differenza è 5.

19.83 (*). Il doppio della somma di due numeri è uguale al secondo numero aumentato del triplo del primo, inoltre aumentando il primo numero di 12 si ottiene il doppio del secondo diminuito di 6.

19.84 (*). Determina tre numeri la cui somma è 81. Il secondo supera il primo di 3. Il terzo numero è dato dalla somma dei primi due.

19.85 (*). Determina due numeri sapendo che la loro somma è pari al doppio del minore aumentato di 1/4 del maggiore, mentre la loro differenza è uguale a 9.

19.86 (*). Determina due numeri la cui somma è 57 e di cui si sa che il doppio del più grande diminuito della metà del più piccolo è 49.

19.87 (*). Determina tre lati sapendo che il triplo del primo lato è uguale al doppio del secondo aumentato di 10m; la differenza tra il doppio del terzo lato e il doppio del secondo lato è uguale al primo lato aumentato di 12; la somma dei primi due lati è uguale al terzo lato.

19.88 (*). Determina un numero di due cifre sapendo che la cifra delle decine è il doppio di quella delle unità e scambiando le due cifre si ottiene un numero più piccolo di 27 del precedente.

19.89 (*). Determina il numero intero di due cifre di cui la cifra delle decine supera di 2 la cifra delle unità e la somma delle cifre è 12.

19.90 (†). Determina due numeri naturali il cui quoziente è 5 e la cui differenza è 12.

19.91 (*, †). Determinare un numero naturale di due cifre sapendo che la loro somma è 12 e che, invertendole, si ottiene un numero che supera di 6 la metà di quello iniziale.

19.92 (†). Determinare la frazione che diventa uguale a 5/6 aumentando i suoi termini di 2 e diventa 1/2 se i suoi termini diminuiscono di 2.

19.93 (*, †). La somma delle età di due coniugi è 65 anni; un settimo dell'età del marito è uguale ad un sesto dell'età della moglie. Determinare le età dei coniugi.

19.94 (*, †). Un numero naturale diviso per 3 dà un certo quoziente e resto 1. Un altro numero naturale, diviso per 5, dà lo stesso quoziente e resto 3. Sapendo che i due numeri hanno per somma 188, determinali e calcola il quoziente.

19.95 (*). Giulio e Giulia hanno svuotato i loro salvadanai per comparsi una bici. Nel negozio c'è una bella bici che piace a entrambi e costa € 180, ma nessuno dei due ha i soldi sufficienti per comprarla. Giulio dice: «Se mi dai la metà dei tuoi soldi compro io la bici». Giulia ribatte: «se mi dai la terza parte dei tuoi soldi la bici la compro io». Quanti soldi hanno rispettivamente Giulio e Giulia?

19.96. A una recita scolastica per beneficenza vengono incassati € 216 per un totale di 102 biglietti venduti. I ragazzi della scuola pagano € 1, i ragazzi che non sono di quella scuola pagano € 1,5 e gli adulti pagano € 3. Quanti sono i ragazzi della scuola che hanno assistito alla recita?

19.97. Da un cartone quadrato di lato 12cm, si taglia prima una scriscia parallela a un lato e di spessore non noto, poi si taglia dal lato adiacente una striscia parallela al lato spessa 2cm in più rispetto alla striscia precedente. Sapendo che il perimetro del rettangolo rimasto è 33,6 cm, calcola l'area del rettangolo rimasto.

19.98 (*). Al bar per pagare 4 caffè e 2 cornetti si spendono € 4,60, per pagare 6 caffè e 3 cornetti si spendono € 6,90. È possibile determinare il prezzo del caffè e quello del cornetto?

19.99 (*). Al bar, Mario offre la colazione agli amici perché è il suo compleanno: per 4 caffè e 2 cornetti paga € 4,60. Subito dopo arrivano altri tre amici che prendono un caffè e un cornetto ciascuno, e questa volta Mario paga € 4,80. Quanto costa un caffè e quanto un cornetto?

19.100 (*). Un cicloturista percorre 218km in tre giorni. Il secondo giorno percorre il 20% in più del primo giorno. Il terzo giorno percorre 14km in più del secondo giorno. Qual è stata la lunghezza delle tre tappe?

19.101 (*). In un parcheggio ci sono moto e auto. In tutto si contano 43 mezzi e 140 ruote. Quante sono le auto e quante le moto?

19.102. Luisa e Marisa sono due sorelle. Marisa, la più grande, è nata 3 anni prima della sorella e la somma delle loro età è 59. Qual è l'età delle due sorelle?

19.103. Mario e Lucia hanno messo da parte del denaro. Lucia ha € 5 in più di Mario. Complessivamente potrebbero comprare schede prepagate per i cellulari per € 45. Quanto possiede Mario e quanto Lucia?

19.104. Una macchina per ghiaccio produce 10 cubetti di ghiaccio al minuto, mentre una seconda macchina ne produce 7 al minuto. Sapendo che in tutto sono stati prodotti 304 cubetti e che complessivamente le macchine hanno lavorato per 22 minuti, quanti cubetti ha prodotto la prima macchina e quanti ne ha prodotti la seconda?

19.105 (*). In un parcheggio ci sono automobili, camion e moto per un totale di 62 mezzi. Le auto hanno 4 ruote, i camion ne hanno 6 e le moto ne hanno 2. In totale le ruote sono 264. Il numero delle ruote delle auto è uguale al numero delle ruote dei camion. Determina quante auto, quanti camion e quante moto ci sono nel parcheggio.

19.106. Un vasetto di marmellata pesa 780g. Quando nel vasetto rimane metà marmellata, il vasetto pesa 420g. Quanto pesa il vasetto vuoto?

19.107 (*). Una gelateria prepara per la giornata di Ferragosto 30kg di gelato. Vende i coni da due palline a € 1,50 e i coni da tre palline a € 2,00. Si sa che da 2kg di gelato si fanno 25 palline di gelato. A fine giornata ha venduto tutto il gelato e ha incassato € 272,50. Quanti coni da due palline ha venduto?

19.108 (Prove Invalsi 2004-2005). Marco e Luca sono fratelli. La somma delle loro età è 23 anni. Il doppio dell'età di Luca è uguale alla differenza tra l'età del loro padre e il triplo dell'età di Marco. Quando Luca è nato, il padre aveva 43 anni. Determina l'età di Marco e di Luca.

19.109 (Giochi d'autunno 2010, Centro Pristem). Oggi Angelo ha un quarto dell'età di sua madre. Quando avrà 18 anni, sua madre avrà il triplo della sua età. Quanti anni hanno attualmente i due?

19.110 (Giochi di Archimede, 2008). Pietro e Paolo festeggiano il loro onomastico in pizzeria con i loro amici. Alla fine della cena il conto viene diviso in parti uguali tra tutti i presenti e ciascuno dovrebbe pagare € 12. Con grande generosità però gli amici decidono di offrire la cena a Pietro e Paolo; il conto viene così nuovamente diviso in parti uguali tra gli amici di Pietro e Paolo (cioè tutti i presenti esclusi Pietro e Paolo) e ciascuno di loro paga € 16. Quanti sono gli amici di Pietro e Paolo?

19.111 (*). Al bar degli studenti caffè e cornetto costano € 1,50; cornetto e succo di frutta costano € 1,80, caffè e succo di frutta costano € 1,70. Quanto costano in tutto 7 caffè, 5 cornetti e 3 succhi di frutta?

19.112 (†). Un negozio ha venduto scatole contenenti 6 fazzoletti ciascuna ed altre contenenti 12 fazzoletti ciascuna, per un totale di 156 fazzoletti. Il numero delle confezioni da 12 ha superato di 1 la metà di quello delle confezioni da 6. Quante confezioni di ogni tipo si sono vendute?

19.113 (*, †). Nella città di Nonfumo gli unici negozi sono tabaccherie e latterie. L'anno scorso le tabaccherie erano i 2/3 delle latterie; quest'anno due tabaccherie sono diventate latterie cosicché ora le tabaccherie sono i 9/16 delle latterie. Dall'anno scorso a quest'anno il numero cimplessivo dei negozi di Nonfumo è rimasto lo stesso. Quante latterie c'erano l'anno scorso a Nonfumo?

19.114. Un rettangolo di perimetro 80cm ha la base che è i 2/3 dell'altezza. Calcolare l'area del rettangolo.

19.115 (*). Un trapezio isoscele ha il perimetro di 72cm. La base minore è i 3/4 della base maggiore; il lato obliquo è pari alla somma dei 2/3 della base minore con i 3/2 della base maggiore. Determina le misure delle basi del trapezio.

19.116 (*). Calcola l'area di un rombo le cui diagonali sono nel rapporto 3/2. Si sa che la differenza tra le due diagonali è 16cm.

19.117. In un triangolo rettangolo i 3/4 dell'angolo acuto maggiore sono pari ai 24/13 dell'angolo acuto minore. Determinare l'ampiezza degli angoli.

19.118 (*). In un triangolo, un angolo supera di 16° un secondo angolo; il terzo angolo è pari ai 29/16 della somma dei primi due. Determina le misure degli angoli del triangolo.

19.119. In un rettangolo di perimetro 120cm, la base è 2/3 dell'altezza. Calcola l'area del rettangolo.

19.120. Determina le misure dei tre lati x, y, z di un triangolo sapendo che il perimetro è 53cm. Inoltre la misura z differisce di 19cm dalla somma delle altre due misure e che la misura x differisce di 11cm dalla differenza tra y e z.

19.121 (*). Aumentando la base di un rettangolo di 5cm e l'altezza di 12cm, si ottiene un rettangolo di perimetro 120cm che è più lungo di 12cm del perimetro del rettangolo iniziale. Quanto misurano base e altezza del rettangolo?

19.122 (*). In un triangolo isoscele di perimetro 64cm, la differenza tra la base e la metà del lato obliquo è 4cm. Determina la misura della base e del lato obliquo del triangolo.

19.123 (*). Un segmento AB di 23cm viene diviso da un suo punto P in due parti tali che il triplo della loro differenza è uguale al segmento minore aumentato di 20cm. Determina le misure dei due segmenti in cui viene diviso AB dal punto P.

19.7.3 Risposte

19.8. a) $(1;0)$, b) $(-2;-2)$, c) $(0;1)$, d) $(0;1)$.

19.9. a) $(4;5)$, b) indeterminato, c) $(1;-1)$, d) $(-4;2)$.

19.10. a) indeterminato, b) $(4;5)$, c) impossibile, d) indeterminato.

19.11. a) $(-66;-12)$, b) $(2;3)$, d) $(0;0)$.

19.12. a) $\left(-\frac{9}{8};-\frac{9}{8}\right)$, b) $\left(\frac{28}{17};\frac{6}{17}\right)$, d) $(1;-3)$.

19.13. a) $\left(-4;-\frac{3}{2}\right)$, c) $\left(\frac{1}{6};\frac{35}{24}\right)$.

19.16. a) $(0;0)$, b) $(2;-1)$, c) $(2;1)$, d) $(-1;-3)$.

19.17. a) impossibile, c) impossibile, d) indeterminato.

19.18. a) $\left(\frac{2}{3};0\right)$, b) $\left(-\frac{1}{5};\frac{1}{5}\right)$, c) $(3;4)$, d) $(0;1)$.

19.20. a) $(0;0)$, b) $(0;1)$, c) $\left(\frac{1}{2};0\right)$, d) $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

19.21. a) $(1;1)$, b) $(1;1)$, c) $\left(\frac{35}{12};\frac{19}{12}\right)$, d) $\left(-\frac{12}{11};\frac{7}{11}\right)$.

19.22. a) $(-11;-31)$, b) $(1;1)$, c) $(1;2)$.

19.26. a) $(2;0)$, b) $\left(\frac{13}{12};\frac{5}{12}\right)$, c) $\left(-\frac{12}{11};\frac{7}{11}\right)$, d) $\left(0;-\frac{1}{2}\right)$.

19.27. a) $(21,-12)$, b) $\left(-\frac{240}{19};\frac{350}{19}\right)$, c) $\left(\frac{34}{37};\frac{16}{37}\right)$, d) $\left(1;\frac{7}{3}\right)$.

19.28. a) $(-1;0)$, b) $\left(\frac{1}{2};-1\right)$, c) $\left(\frac{3}{10};\frac{7}{10}\right)$, d) $\left(-\frac{1}{4};\frac{1}{6}\right)$.

19.29. a) impossibile, b) indeterminato, c) $(a;2a)$, d) $(2k;-k)$.

19.31. a) $(5;9)$, b) $(-4;-2)$, c) $(5;2)$, d) $\left(\frac{1}{6};-3\right)$.

19.32. a) $\left(\frac{4}{11};-\frac{1}{3}\right)$, b) $\left(\frac{5}{3};2\right)$, c) $\left(\frac{31}{10};2\right)$, d) $\left(\frac{3}{5};\frac{2}{3}\right)$.

19.41. a) rette parallele, sistema impossibile, b) $(-3;-8)$, c) rette identiche, indeterminato, d) $(2;2)$.

19.42. a) $(-1;0)$, b) $(2;0)$, c) $(-1;0)$, d) rette parallele, impossibile.

19.43. a) $\left(0;-\frac{1}{2}\right)$, b) $(1;1)$, c) $\left(\frac{3}{4};\frac{1}{2}\right)$.

19.46. a) indeterminato, b) $(3;3)$, c) $\left(-\frac{5}{11};\frac{7}{11}\right)$, d) impossibile.

19.47. a) $\left(\frac{9}{5};-\frac{8}{5}\right)$, b) $(-1;-1)$, c) impossibile, d) $\left(-\frac{1}{5};\frac{2}{5}\right)$.

19.48. a) $(39;-38)$, b) $\left(\frac{3}{4};-\frac{3}{4}\right)$, c) $(-6;2)$, d) $(-2;-5)$.

19.49. a) $\left(-\frac{9}{8};-\frac{9}{8}\right)$, b) $(1;1)$, c) impossibile, d) $\left(-\frac{3}{17};\frac{6}{17}\right)$.

19.50 a) $(-18;-1)$, b) $\left(\frac{7}{4};\frac{1}{2}\right)$, c) $(2;-1)$.

19.52. $a > 0$.

19.56. $-\frac{1}{2} < a < \frac{1}{2}$.

19.57. a) $a \neq 0 \to (a;1)$, b) determinato per $k \neq 14$, $k \neq \frac{6}{7}$ con soluzioni $\left(\frac{k-6}{4};\frac{5k-6}{4}\right)$; se $k = 14 \vee k = \frac{6}{7}$ impossibile, c) determinato $\forall k$ con soluzioni $\left(\frac{12k}{6k^2+1};\frac{2}{6k^2+1}\right)$, d) determinato per $k \neq -2$, $k \neq 2$ con soluzioni $\left(\frac{4k-6}{k^2-4};\frac{8-3k}{4(k^2-4)}\right)$; se $k = -2 \vee k = 2$ impossibile.

19.58. a) Determinato per $k \neq -4$, $k \neq 4$, $k \neq 0$ con soluzioni $\left(\frac{3k^2+4k}{16-k^2};\frac{k+12}{16-k^2}\right)$; se $k = -4 \vee k = 4$ impossibile; se $k = 0$ indeterminato con soluzioni tipo $(0;t)$ con $t \in \mathbb{R}$, b) determinato per $k \neq 0, k \neq 4$ con soluzioni $\left(\frac{6}{4-k};\frac{6}{k(4-k)}\right)$; se $k = 0 \vee k = 4$ impossibile, c) determinato per $k \neq 1, k \neq \frac{3}{2}$ con soluzioni $\left(\frac{1}{2k-3};\frac{1}{2k-3}\right)$; se $k = \frac{3}{2}$ impossibile; se $k = 1$ indeterminato con soluzioni del tipo $(t;-1)$.

19.59. a) $(0;-2;3)$, b) $\left(3;\frac{8}{9};\frac{1}{9}\right)$, c) $(1;1;0)$, d) $(-21,-7,12)$, e) $\left(\frac{3}{2};-\frac{2}{7};-\frac{1}{14}\right)$, f) $(-5;6;4)$.

19.60. a) $(2;0;0)$, b) $(1;1;1)$, c) $(0;-1;0)$, d) $\left(\frac{2}{3};-\frac{2}{3};-\frac{1}{3}\right)$, e) $\left(\frac{9}{31};\frac{17}{31};-\frac{5}{31}\right)$, f) $\left(\frac{7}{6};\frac{7}{30};\frac{1}{30}\right)$.

19.61. a) $(5;3;2)$, b) $\left(-\frac{60}{43};-\frac{53}{43};\frac{47}{43}\right)$, c) $\left(\frac{10}{3};-3;\frac{1}{3}\right)$, d) $(6;11;-8)$, e) $\left(-5;-\frac{33}{4};-\frac{21}{2}\right)$, f) $\left(-\frac{5}{2};6;\frac{11}{3}\right)$.

19.66. a) $\left(-\frac{1}{27};\frac{2}{19}\right)$, b) $(3;2), (-3;2), (3;-2), (-3;-2)$, c) $\left(\frac{55}{9};-\frac{44}{9}\right)$.

19.67. a) $\left(\frac{7}{6};14\right)$, b) $(1;1)$, c) $(2;-1)$, d) $\left(-\frac{1}{4};-2\right)$.

19.68. a) $\left(1;-\frac{5}{8};-\frac{5}{7}\right)$, b) $(1;1;1)$, $(-1;1;1)$, $(1;-1;1)$, $(1;1;-1)$, $(-1;-1;1)$, $(-1;1;-1)$, $(1;-1;-1)$, $(-1;-1;-1)$, c) $(1;2)$, d) $\emptyset$.

19.69. a) $(0;1)$, b) $(-1;-1)$, c) $\left(\frac{7}{5};\frac{6}{5}\right)$, d) $\left(\frac{5}{17};-\frac{9}{17}\right)$.

19.70. a) $(1;1)$, b) $\left(\frac{4}{5};\frac{3}{5}\right)$, c) $\left(\frac{7}{19};\frac{1}{19}\right)$, d) $\left(\frac{3}{13};-\frac{31}{26}\right)$.

19.71. a) $\left(\frac{22}{13};\frac{7}{13}\right)$, b) $\left(\frac{9}{5};-\frac{8}{5}\right)$, c) $\left(\frac{2}{3};0\right)$, d) $\left(\frac{7}{3};-\frac{11}{12}\right)$.

19.72. a) $\left(-\frac{59}{20};-\frac{9}{10}\right)$, b) indeterminato, c) $\left(-\frac{123}{266};\frac{75}{133}\right)$, d) $(-30;-54)$.

19.73. a) Impossibile, b) $(-1;2)$, c) $\left(\frac{13}{3};\frac{5}{9}\right)$, d) $(2;-3)$.

19.74. a) $(1;2)$, b) $(3;-1)$, c) $(2;1)$, d) $(1;1)$.

19.75. a) $\left(\frac{1}{2};1\right)$, b) $\left(-\frac{1}{5};\frac{1}{5}\right)$, c) impossibile, d) $\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

19.76. a) $\emptyset$, b) $\left(\frac{8}{5};-2\right)$, c) $\left(-\frac{50}{47};-\frac{10}{47}\right)$, d) $(2;4)$.

19.77. a) impossibile, c) $(1;-2)$, d) $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

19.78. a) $\left(-\frac{92}{27};\frac{38}{9}\right)$, b) $\left(\frac{1}{8};1\right)$, c) $\left(-\frac{1}{21};-\frac{10}{21}\right)$, d) $\left(\frac{27}{26};\frac{9}{26}\right.$.

19.79. a) $(a+b;1)$, b) $(a+b;a-b)$, c) $(2a;1)$, d) $(0;2a)$.

19.80. a) $(2a;3b)$, b) $(a;2)$, c) $(m+1;m-1)$, d) $(a;b)$.

19.81. a) $(a+1;a)$, b) $(a+b;a-b)$, c) $(3-a;2-a)$, d) $\left(a;\frac{1}{a}\right)$.

19.83. $(18;18)$.

19.84. 18,75; 21,75; 40,5.

19.85. $(27;36)$.

19.86. $(26;31)$.

19.87. (12m, 13m, 25m).

19.88. 63.

19.89. 75.

19.91. 84.

19.93. $(35;30)$.

19.94. $(70;118;23)$.

19.95. $(108;144)$.

19.98. Indeterminato.

19.99. € 0,7 e € 0,9.

19.100. 60km; 72km; 86km.

19.101. 27; 16.

19.105. 30 auto; 20 camion; 12 moto.

19.107. 135.

19.111. € 11,90.

19.113. 30.

19.115. $\frac{288}{23}$cm; $\frac{216}{23}$cm.

19.116. $1\,536\,\mathrm{cm}^2$.

19.118. $24°$; $40°$; $116°$.

19.121. Impossibile.

19.122. 16cm; 24cm.

19.123. 7cm; 16cm.