ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

ENERO 1936. — ENTREGA I. — TOMO CXXI

SUMARIO

BUENOS AIRES
Calle Santa Fé 1145
1936

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, **Santa Fe 1145.**

B. Aires - Est. Gráfico "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-25 - U. T. 21-1733

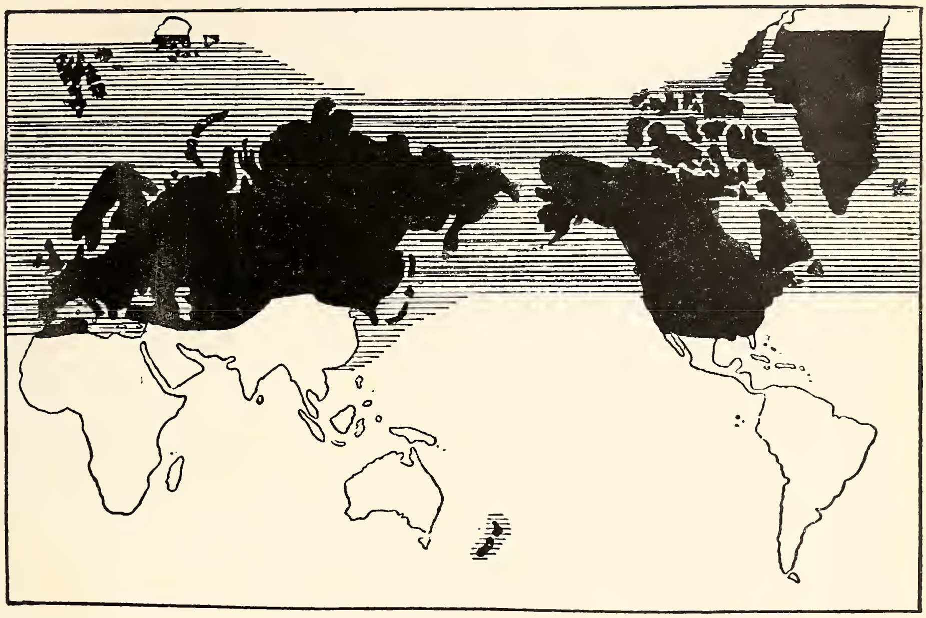


FIG. 1. — Planisferio que demuestra el área de dispersión de los salmónidos.

FIG. 2. — Forma en que fueron transportados los primeros embriones de salmónidos introducidos desde Neuquen hasta San Carlos de Bariloche, penosa travesía que duraba alrededor de 20 días.

Fig. 3. — Vista de la primera estación de Pisicultura de Bariloche, cuya ubicación y construcción fué obra del Sr. J. Titcomb, en el año 1904.

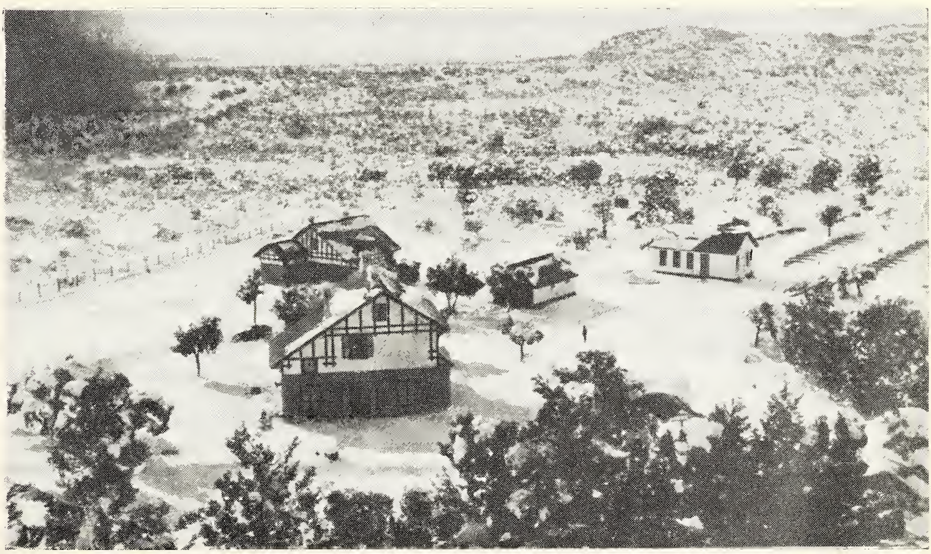


Fig. 4. — Vista del nuevo vivero de salmónidos de San Carlos de Bariloche, compuesto de casa del superintendente, casa de empleados, garage, sala de incubación con los estanques que se observan en el último plano.

LOS SALMÓNIDOS EN NUESTRO PARQUE NACIONAL DE NAHUEL HUAPÍ

(COMENTARIOS A LOS TRABAJOS DE PISCICULTURA REALIZADOS EN EL PAÍS) [1]

POR EL DR. TOMAS L. MARINI

Mucho se ha dicho y se ha escrito en los últimos tiempos acerca de los Salmónidos que habitan en los lagos de la zona del Parque Nacional de Nahuel Huapí; no es de extrañar pues que su fama haya salvado los límites de nuestro país, llegando hasta el extranjero, donde, principalmente en los países sajones, existen verdaderos entusiastas de la pesca como deporte, en la que se utiliza la mosca artificial para atrapar los peces, siendo los salmónidos las especies más estimadas a tal efecto por la emotividad que procura su captura, debido a la tenaz y valiente defensa que hacen de su libertad.

Con la prolongación de las líneas de los FF. CC. del Estado hasta San Carlos de Bariloche, en Río Negro, y la eficaz acción de la Dirección de Parques Nacionales, a cuyo frente se encuentran hombres dinámicos, animados de patriótico afán para la consecución del progreso y mejor conocimiento de las zonas que con tal finalidad se han puesto bajo su dirección, ha aumentado considerablemente el número de turistas que, respondiendo con entusiasmo a la acertada propaganda realizada, se dirigen a conocer esos privilegiados parajes del país.

Para atraer la atención del viajero, además de las bellezas que ofrecen los pintorescos panoramas, con que la Naturaleza ha dotado tan pródigamente a esa región, es necesario procurarle distracciones que le permitan alternar sus paseos y excursiones con los deportes y demás atracciones sociales.

(1) Conferencia leída en el acto público del 8 de noviembre de 1935, patrocinado por la Sociedad Científica Argentina.

La pesca de Salmónidos en nuestro Parque Nacional del Sud, constituye una de esas diversiones que sorprenderá al que la practique, si es novicio en ese deporte y colmará las aspiraciones de los más avezados, despertando en todos los casos un entusiasmo tal, que infaliblemente se aspira a visitar nuevamente los lugares en que puede practicarse un deporte que procura tan intensas emociones, las que sólo pueden explicarse cuando se han experimentado. Por eso la pesca de los Salmónidos considerada desde el punto de vista deportivo, es y será siempre uno de los mayores atractivos que brinda al turista el Parque de Nahuel Huapí.

No es ésta la opinión aislada de un especialista que, por otra parte, admira tanto a los salmones como a los bagres o cualquier otra especie ictiológica, y que viene ante ustedes a hacer la propaganda de su tema favorito, sino la de numerosos compatriotas y extranjeros que han tenido oportunidad de visitar la región de los lagos, y es bien sabido que la justa fama de que goza el Traful ha atraído a numerosos viajeros desde Inglaterra y los EE. UU. de Norte América, quiénes no han quedado por cierto defraudados a pesar de la larga travesía que se han visto obligados a realizar.

Recientemente, la empresa del F. C. Sud, cuya dirección sabe despertar en forma inteligente el interés del turista, que se traduce al mismo tiempo en beneficioso para sus líneas, editó dos amenos folletos de propaganda de la zona de Río Negro; en uno de ellos se refiere casi exclusivamente a las truchas salmonadas y salmones existentes en los lagos de la zona, transcribiendo los artículos que una de nuestras más difundidas revistas porteñas publicara en varios de sus números, dedicando varias páginas al Parque Nacional de Nahuel Huapí, y en las que el tema principal lo constituían los salmónidos y su pesca.

Para muchos aficionados a la pesca como deporte, esas crónicas, que reflejaban fielmente las emociones que procuran su práctica, los indujeron, según propia declaración, a reincidir en su debilidad por la captura del salmón, por medio de la mosca artificial.

En su reciente trabajo *La Patagonia y sus problemas,* el coronel José M. Sarobe, al referirse al porvenir ictícolo de la región dice:

« El éxito de las iniciativas oficiales en la cuenca de Nahuel Huapí sobre aclimatación de peces, debe ser un estímulo para su cultivo y reproducción en los otros ríos y lagos de la Patagonia, donde la industria pesquera ofrece las más halagüeñas perspectivas ».

Más adelante, entre otras consideraciones muy acertadas, el coronel Sarobe hace las manifestaciones que transcribo:

« La dependencia de Piscicultura de Bariloche, que sólo cuenta « para sus trabajos y estudios de hidrobiología con una exígua par- « tida de pesos 8.000 anuales en el presupuesto, debe ser dotada de « recursos que le permitan realizar una acción más amplia y más « eficiente ».

En este último párrafo se le ha deslizado un error al señor coronel Sarobe, pues nunca se han realizado estudios de hidrobiología en el vivero de salmónidos de Bariloche; tampoco se ha contado con la referida partida de $ 8.000 anuales, ya que actualmente con la de $ 11.000 que tiene asignados, debemos atender los gastos que originan anualmente las tres estaciones de piscicultura, además de los de la Oficina central.

En cuanto a lo demás estamos en un todo de acuerdo con el autor en que los servicios de piscicultura deben ser dotados de mayores recursos.

De los antecedentes mencionados, así como de otros que podrían traerse para relacionarlos, se deduce que la importancia adquirida por los salmones en la Patagonia es considerable, aunque por ahora sólo se la considera desde el punto de vista deportivo y en algunos casos como variante del menú del hotel, gracias a algún afortunado pescador; mañana podrá tenérsele en cuenta como el plato casi diario de esas poblaciones, y es de esperar que, en tiempo no lejano — si como es de desear se fomenta acertadamente su multiplicación — pueda llegar a constituir otra nueva fuente de riqueza de nuestro suelo.

Mas, desgraciadamente vivimos en una época de materialismo; hoy sólo se presta atención a lo que significa una riqueza en el presente. ¡Grave error! Nadie se preocupa de estudiar lo que puede constituir nuevas fuentes para el futuro, lo que es de lamentar.

Hay que recordar que en la región del Parque Nacional de Nahuel Huapí, hace recién unos pocos años que recogemos los frutos de los inteligentes trabajos — que mencionaré más adelante — realizados para poblar esas aguas en los años 1904 - 1909, y ello me obliga a recordar a nuestros gobernantes, que es necesario tener presente que en nuestra Patagonia, dotada de numerosos y hermosos lagos, sólo unos pocos de ellos han tenido el privilegio de ser favorecidos con trabajos de piscicultura, y que aún esperan una acción oficial eficiente, muchos millones de metros cúbicos de hermosas aguas, para brindarnos su fruto, de acuerdo a las sabias leyes biológicas.

Podríamos citar entre dichos lagos el Carrileuquen, el Aluminé, el Huechu - Lauquen, el Lolog, el Falkner, el Tromen, el Lacar y otros menores en el Territorio de Neuquén; el Rivadavia, el Fontana, el Colhué, el Musters, en el Territorio del Chubut. El Buenos Aires, el Pueyrredón, el Posadas, el Belgrano, el Quiroga, el Strobel, el Cardiel, el San Martín, el Viedma, el Misterioso y el Argentino, en el Territorio de Santa Cruz.

Todos estos ambientes y muchos otros que sería largo enumerar, esperan, como digo, impacientes nuestra labor para devolvernos generosamente el ciento por uno. Y como no cabe duda de que en todas las aguas citadas, además de las de los lagos del Parque Nacional, las distintas especies de salmónidos adquirirán una importancia primordial, me permitiré explicarles qué son los salmónidos, dónde y cómo viven, por qué se encuentran en nuestras aguas, y el gran porvenir que les aguarda. Trataré, además, lo más brevemente posible para no cansar la atención que se me dispensa, otros puntos que considero interesantes, sirviéndome esto de disculpa por si me explayo más de lo que quisiera, ya que es evidente el interés que habría en fomentar en la República el desarrollo de estas especies.

Los Salmónidos

Los Salmónidos son los representantes de una familia de peces que los ictiólogos han denominado *Salmonidæ*.

Su distribución geográfica o área natural de dispersión, tanto para las especies marinas como fluviales y lacustres, es el hemisferio Norte, extendiéndose desde el círculo ártico, hasta el 30° latitud Norte.

En América los representantes de esta familia sólo llegan hasta el Sud de los EE. UU. y como puede verse en el planisferio que se acompaña, Fig. 1, no se encuentran representantes en el continente Sud Americano.

Los Salmónidos están comprendidos en un grupo de peces que se caracterizan por tener sus aletas provistas de radios blandos y articulados, con su aleta ventral siempre en posición abdominal, y diferenciándose de los de su grupo, por tener otra aleta más pequeña que, por carecer de radios y tener una consistencia especial, recibe el nombre de aleta adiposa y representa la segunda aleta dorsal de otros peces; poseen una vegija natatoria simple y bien desarrollada que comunica con el tubo digestivo por medio de un conducto llamado neumático. Presenta a menudo vivos y variados colores que varían según la edad y la calidad de las aguas en que viven estos peces.

En la época de la reproducción presentan un dimorfismo sexual apreciable, cambios de coloración, y en los machos adultos el hocico se hipertrofia, poniéndose ganchudo.

Todas las especies de esta familia son carnívoras, y algunas de ellas, como los coregonos, de boca pequeña y desprovista de dientes, sólo pueden aprovechar pequeños invertebrados acuáticos, principalmente microcrustáceos. En los salmones, como en nuestros pejerreyes, se encuentran especies marinas y fluviales, pero a diferencia de estas últimas, parece que para su reproducción las marinas se ven obligadas a remontar los ríos hasta sus nacientes si no se lo impiden los obstáculos que tratan de salvar en prodigiosos saltos hasta de 4 ó 5 metros, buscando aguas frescas y límpidas, ricas en oxígeno, con un fondo de arena y pequeñas piedritas, donde el agua, si bien circula con abundancia, no lo hace con violencia; la hembra busca una pequeña concavidad en ese lecho arenoso para depositar sus huevos que son fertilizados de inmediato por el macho. Estos huevos por su densidad quedan siempre en el fondo; la puesta es protegida seguidamente por arena gruesa y pequeñas gravas que no sólo impiden que los huevos sean arrastrados por la corriente, sino que, en un exceso de previsión, estos peces preparan las cosas en forma tal, que en caso de descenso algo prolongado de las aguas, los huevos se conservan siempre en un estado de humedad suficiente para proseguir su incubación. Unos cincuenta días posteriores a la postura, saldrán los pequeños alevinos provistos ventralmente de una bolsa o vesícula umbilical, donde encontrarán su alimento hasta que su desarrollo les permita dedicarse a la caza de otros organismos para su alimentación.

Tanto los huevos embrionados como los alevinos, están expuestos continuamente a numerosos peligros; son apetecidos por numerosos seres acuáticos, pereciendo otras veces en grandes cantidades, ya sea por el descenso de las aguas o cuando grandes crecientes arrastran troncos y piedras pesadas. Otras veces la fecundación, a causa de fuertes correntadas, se realiza en malas condiciones, quedando muchos huevos privados de la fertilización.

Para evitar algunos de estos inconvenientes, se aconseja a veces dejar desovar a los salmónidos, se juntan luego los huevos en los lugares de cría, trasladándolos posteriormente, con todos los cuidados necesarios a establecimientos que posean instalaciones adecuadas para continuar su incubación, salvándose de esta manera un gran porcentaje de embriones que sin esas precauciones hubieran perecido.

Los jóvenes salmónidos vuelven al mar, cuando cuentan ya cerca de un año de vida, para emprender largos viajes cuyos recorridos son aún un misterio para la ciencia. Poco se sabe pues de cómo es la vida de los salmónidos en el mar, pues nunca han sido pescados en mar libre y aún muy pocas veces en aguas costeras. Es posible que los salmones vivan en pleno mar en aguas de profundidad media, alejada a la vez del fondo y de la superficie, en regiones a donde todavía no han llegado los artificios conocidos de la pesca, empleados hasta ahora por el hombre, los que, por otra parte, tratándose de esta especie, darían resultados dudosos.

En efecto, las grandes redes sólo operan en profundidades poco considerables, y las pequeñas, que se utilizan para grandes fondos en las campañas de investigación científica, pueden ser cómodamente esquivadas por los salmones que son grandes nadadores.

En cuanto a las nasas y los anzuelos cebados, que también son artes de pesca que pueden llegar hasta grandes profundidades, resultan ineficaces, pues los salmones como otros peces, se alimentan exclusivamente de determinadas especies de animales, y aún en caso de llegar a conocerlos, sería muy difícil su captura y más aún conservarlos vivos para utilizarlos como cebo.

Los salmones durante su estada en el mar son sumamente voraces, pero cuando emprenden su ruta hacia las aguas dulces disminuyen su alimentación y llegan hasta dejar de comer. Examinando el contenido estomacal e intestinal de salmones que han permanecido ya un tiempo en agua dulce, se observa que su tubo digestivo apenas contiene sustancias alimenticias o en la mayoría de los casos se encuentra vacío.

Después de permanecer 3 ó 4 años en el mar, los salmones retornan nuevamente para su reproducción a los lugares de donde son originarios.

Actualmente se conocen unas 90 especies, cuya belleza, la facilidad de su pesca, así como su aceptación para la mesa, a causa de su carne excelente y desprovista de espinas, hacen de ella una de las de mayor valor económico. Son así las preferidas por los pescadores de caña, no sólo por tratarse de peces para cuya captura es necesario poseer una destreza que es motivo de orgullo entre los que cultivan tal deporte, sino porque se trata de una pesca valiosa.

Por estas razones es que se ha dispensado a estos peces mucha más atención que a ningún otro grupo, y ya en el año 1725, Stephan Jacobi, en Hohenhausen (Alemania), hacía el primer ensayo de fecundación artificial de peces, con truchas y salmones; este hecho no fué dado a la publicidad sino en 1763 y no se le recordó hasta 1848 en que los franceses se interesaron en explotar esta nueva industria, divulgándose rápidamente los nuevos descubrimientos y los métodos empleados, en todos los países europeos.

En 1871 se creó en los EE. UU. el Bureau of Fisheries, dirigido por Spencer Baird y un conjunto de buenos investigadores, cuyos estudios y trabajos fueron provechosos para el mundo entero. Luego, poco a poco, en todos los países se crearon servicios de piscicultura con el fin de controlar sus aguas y repoblarlas metódicamente de acuerdo a las necesidades, siendo los Salmónidos las especies a la que se concedió siempre mayor importancia.

Por su valor económico, por constituir su pesca un interesante deporte, así como por la facilidad de su propagación, han sido objeto de introducción e intercambio en numerosas aguas del mundo, donde ellos no existían, o sólo había pocas especies o bien su número era reducido. Así las especies europeas fueron introducidas en los EE. UU. y las americanas fueron llevadas a Europa.

En el hemisferio Sud donde no existían representantes de ésta familia, fueron introducidas en Australia, Sud Africa, Nueva Zelandia, Argentina, Chile, Perú, Ecuador, Tasmania, etc.

Las faunas tanto terrestres como acuáticas, a través de los tiempos llegan a equilibrarse, y la ruptura de ese equilibrio que establece la Naturaleza de acuerdo a sabias leyes biológicas, debe ser respetado. Basándose en estos argumentos, muy dignos de ser tenidos en cuenta, el doctor F. Lahille, cuando se inició en el país la importación de Salmónidos, dió su voz de alarma y pocos años después encontró algunos pejerreyes en el contenido estomacal de truchas importadas. Pero no obstante ello, si estudiamos detenidamente las aguas de los lagos de la zona del Parque Nacional de Nahuel Huapí y su escasa población ictícola, donde sólo se encuentran 4 ó 5 especies indígenas, de las cuales sólo es aprovechable el pejerrey (*Odontesthes hatcheri*) y la trucha criolla (*Percichthys* *trucha)*, resulta que no es alarmante la introducción a ese ambiente de algunas especies de Salmónidos, pues el número de peces indígenas fué siempre muy reducido.

Además, después de muchos años se ha observado que, a pesar de haberse desarrollado varias especies de truchas salmonadas, no ha disminuído en forma alarmante el número del pejerrey y de la trucha criolla, los que debe reconocerse, no son superiores a los salmónidos, tanto por su consumo como por servir de atracción al turista. Fundándome en tales motivos, considero que debe continuarse la propagación de los salmones en las aguas del Sud.

En la provincia de Buenos Aires y en la parte central del país, existe otra especie de pejerrey — el *Odontesthes bonariensis* — que es muy apreciada, y que da origen a numerosas explotaciones, existiendo ya algunos criaderos de importancia dedicados al cultivo de esta especie, destacándose el que posee el señor José Mosso, en Coronel Baigorria (Córdoba), quien ha logrado embalsar más de 3.000.000 de m^3 de agua para la cría del pejerrey. Por este motivo, la introducción de cualquier especie que pueda propagarse en las aguas donde existe pejerrey, debe ser objeto de un detenido estudio. Aprovecho pues la ocasión para llamar la atención sobre el peligro constante que nos puede reportar el desconocimiento de estos asuntos.

Muchos compatriotas que visitan el Viejo Mundo luego, a su regreso, en la creencia de hacer algo útil para el país, nos proponen traer la carpa. La experiencia adquirida en los Estados Unidos y otros países al respecto, nos aconseja evitar este ensayo cuyo resultado sería inundar todas las aguas de nuestras lagunas, sacrificando al pejerrey; no ya porque la carpa sea un pez voraz, sino por sus hábitos, dado que se la considera como una destructora constante de fondos; perjudicaría la vegetación donde se encuentran miles de huevos de pejerrey, malogrando los desoves de esa valiosa especie. Por todo ello, debemos evitar a toda costa la propagación de la carpa, cuyo hallazgo reciente de algunos ejemplares en los lagos de Palermo, tanto entusiasmó a algunos de sus partidarios.

La dificultad mayor con que se ha tropezado para la propagación de determinadas especies en los lagos del Sud, ha sido la pobreza de alimentación. Esto se explica teniendo en cuenta que esas aguas provienen de la fusión de las nieves y por lo tanto son escasos los microorganismos vegetales y animales que contienen. Para alimento de los peces sólo podríamos citar unas pocas especies de crustáceos y algunos moluscos, cuya cantidad es muy limitada. Pero no hay duda de que en cada lago se podrían preparar ambientes biológicos bien estudiados, aumentando la vegetación acuática que favorezca el desarrollo de pequeños invertebrados, larvas de insectos y crustáceos, permitiendo al mismo tiempo una mejor defensa de las crías contra sus enemigos.

Introducción de los Salmónidos

El Dr. Fernando Lahille, en una conferencia leída en el Centro Naval el 21 de diciembre de 1905, sobre « Aclimatación y piscicultura ; sus primeros pasos en el país y su porvenir », expresó que en honor a la verdad debía decir que fué el Dr. Francisco P. Moreno quien tuviera la primera idea de aclimatar nuevas especies de peces en los grandes lagos de la Cordillera, lo que se confirma leyendo sus memorias de los trabajos de reconocimiento de la región andina, en las que cita en varias ocasiones, la escasez de peces que observó en los grandes lagos que tuvo ocasión de recorrer en sus viajes. En el año 1892, el Dr. F. P. Moreno invitó al Dr. Lahille a venir al país con el fin de estudiar la fauna y las condiciones biológicas de las aguas de los lagos cordilleranos.

En realidad, la primera introducción de Salmónidos fué hecha con un lote de huevos de trucha arco - iris, por cuenta de un particular, que se colocaron en el arroyo de Hurlingham, donde como es de suponer, no pudieron prosperar.

En el año 1900, el entonces Ministro de Agricultura Dr. M. García Merou, que fué un gran entusiasta por la introducción de los Salmónidos, ordenó se hicieran estudios para planear su importación.

Fué en esa oportunidad que el gran naturalista italiano Dr. Felipe Silvestri exploró el río Santa Cruz hasta sus nacientes y estudió la posibilidad de introducir el salmón del Atlántico en los ríos de la Patagonia.

Por su parte, el Dr. Lahille recorrió la confluencia del Limay y el Neuquén con el mismo propósito, y una vez terminadas sus exploraciones informó que consideraba que los conocimientos adquiridos hasta entonces, eran insuficientes, sobre todo en lo concerniente a la fauna acuática, a las variaciones de temperatura anual, y demás condiciones biológicas, que permitieran emprender en ese punto, con probabilidades de éxito, la introducción de Salmónidos.

Aparentemente, esas consideraciones no convencieron al Dr. García Merou, quien en 1903, al hacerse cargo de la Embajada Argentina en Wáshington, contrató los servicios de uno de los hombres más competentes en la materia, y que en ese momento se hallaba al frente de la División de Piscicultura del Departamento de Comercio de los EE. UU., el Sr. John W. Titcomb, con el propósito de que estudiara la posibilidad de aumentar la capacidad de producción ictícola de nuestras aguas, y organizara, como se había ya hecho en otros países, una oficina que se encargara del fomento de la piscicultura, ya sea difundiendo especies indígenas o introduciendo para su cría, especies exóticas de peces que pudieran tener importancia económica.

Llegado a Buenos Aires el referido técnico, se propuso visitar rápidamente, distintos lugares del país para realizar los estudios que le habían sido encomendados.

Comenzó por visitar la zona de los lagos del Sur, y con ese fin el 20 de octubre de 1903 se trasladó a Neuquén, empleando desde ese punto 19 días para llegar al lago Nahuel Huapí. Permaneció en esa región cerca de tres meses recorriendo ríos y lagos, estudiando las condiciones de sus aguas, sus temperaturas y la vida de los organismos que allí se albergaban, a fin de aconsejar cuáles serían las especies exóticas más convenientes para introducir en esos ambientes.

Al mismo tiempo buscó un lugar apropiado para iniciar los trabajos de piscicultura y después de mucho recorrer eligió un sitio próximo a un ojo de agua que producía, sin interrupción, durante todo el año, 500 litros de agua por minuto, con una temperatura invariable entre 9º y 10º, en todas las estaciones. Fué el agua más fría que se encontró en esos meses de verano y se la consideró como muy buena para la incubación de los primeros embriones de Salmónidos que llegarían después de un viaje de 50 días, durante los cuales debían permanecer acondicionados entre hielo, en una cámara frigorífica a 4º C.

Se efectuó una pequeña construcción a fin de dejar preparadas las bateas donde se incubarían los huevos que llegarían meses después.

En un pequeño bote el técnico norteamericano navegó el río Limay, estudiando sus aguas y las de sus afluentes hasta el Neuquén, regresando a Buenos Aires el 9 de enero de 1904.

Mientras tanto, se contrató a otro técnico de renombre para preparar la primera remesa de huevos embrionados de Salmónidos;

esta elección recayó en Mr. E. Tulian, quien se encargó del cuidado de los mismos durante su largo viaje. Posteriormente, dicho técnico fué el primer Jefe que tuvieron los servicios de Piscicultura en el país, cargo que desempeñó durante cinco años.

Siendo esa la primera vez en que se efectuaba un envío de consideración a tan larga distancia, se adoptaron todas las precauciones necesarias y se trató de formar un lote seleccionado de las especies que la experiencia adquirida por Mr. Titcomb indujo a aconsejar como aptas para su aclimatación en nuestras aguas de la zona de los lagos del Sur.

El 19 de enero de 1904, el Sr. E. A. Tulian se embarcó en Nueva York con destino a nuestro país, conduciendo siete cajones que contenían:

1.000.000	de	embriones	de	White Fish (*Coregonus cupleaformis* Mitch.)
102.700	»	»	»	Brook trout (*Salvelinus fontinalis* Mitch.)
53.000	»	»	»	Lake trout (*Cristivomer namaycush* Walb.)
50.000	»	»	»	Landlocked Salmon (*Salmo sebago* Girard.)
1.205.700	de	embriones		

Este primer lote compuesto por 4 especies de agua dulce ascendía a 1.205.700 embriones, llegó a Buenos Aires por vía Southampton (Inglaterra), en razón de que los vapores que hacían el servicio New York - Buenos Aires, no poseían cámaras frigoríficas que pudieran contener los cajones, que ocupaban un volúmen de varios metros cúbicos, no quedando otra solución que transportarlos por la línea inglesa que disponía de vapores frigoríficos que llevaban nuestras carnes a Gran Bretaña y donde las cámaras son lo suficientemente espaciosas como para trabajar con comodidad en el cuidado constante que requieren los embriones durante su transporte. El 4 de marzo fueron llevados al criadero preparado cerca del lago Nahuel Huapí; habiendo durado el recorrido cerca de 50 días, viaje que actualmente podría hacerse en 19.

El éxito de ésta primera tentativa superó a todo cálculo, pues sólo en un cajón con truchas de arroyo hubo pérdidas que alcanzaron al 50 %.

Puede calcularse que las pérdidas en conjunto, del lote, fueron alrededor de un 10 %, descompuesto en esta forma:

Whitefish	10 %
Brook trout	20 »
Lake trout	5 »
Landlocked salmon	10 »

Los 900.000 alevinos que se obtuvieron de la incubación del Whitefish, fueron colocados en su totalidad en el lago Nahuel Huapí; como se obtuvo la certeza del éxito, por ese primer resultado, no se volvió a insistir en la introducción de esta especie, que puede ser considerada como una de las más convenientes. Poco tiempo después de realizada esta siembra, algunos pobladores manifestaron haber encontrado unos peces que por la descripción que de ellos hicieron, se supuso fuera dicha especie, pero lo cierto es que, hasta la fecha, no se ha producido ningún hecho concreto que permita pensar que esta especie se ha aclimatado en el lago Nahuel Huapí.

Considero que cuando se inicien nuevas importaciones de peces, los Whitefish deberían tenerse muy en cuenta, pues son Salmónidos de boca chica que no pueden destruir otros peces y su aclimatación en los lagos donde existe el pejerrey no podría nunca llegar a perjudicar el desarrollo de las especies indígenas.

No hay duda que una nueva tentativa de introducción de esta especie tendrá éxito y la experiencia adquirida en estos últimos años en el transporte de dichos peces a numerosas regiones, nos facilitará mucho la empresa.

Los alevinos que se obtuvieron de la incubación de las demás especies introducidas fueron distribuídos en los lagos Nahuel Huapí, Trafúl, Espejo y Gutiérrez, además se guardaron en aquel vivero buenos planteles con los cuales, tres años después, en los meses de mayo y junio de 1907, se realizó por primera vez en Sud América el desove de un lote de truchas de arroyo, obteniéndose 270.000 huevos que evolucionaron en perfectas condiciones.

También en 1904 se realizó una segunda importación de otras especies, cuyo desove se producía un poco más tarde. El transporte de estos embriones estuvo a cargo de Mr. Ormsby, que salió de New York en los primeros días del mes de junio de ese año trayendo dos cajones que contenían:

Steelhead trout (*Salmo gardneri*)	20.000
Rainbow trout (*Trutta iridea*)	50.000

llegando a Buenos Aires el 9 de julio. El resultado obtenido con esa remesa fué desastroso, pues al acercarse a la costa de Brasil comenzaron a hacer eclosión gran parte de los embriones.

Al día siguiente de su arribo a Buenos Aires, Mr. Ormsby emprendió viaje hacia Nahuel Huapí con los pocos embriones que llegaron en buen estado, pero debido a que la marcha se hacía lentamente a causa de los malos caminos y las grandes nevadas propias de la estación, este nuevo piscicultor, teniendo en cuenta lo avanzado del desarrollo de estos embriones, resolvió, antes de perderlos por completo, sembrarlos en la primera laguna que encontrara en el camino, que resultó ser la denominada La Grande, distante unas 40 leguas de Bariloche y 60 de General Roca.

Luego Mr. Ormsby continuó viaje hasta Bariloche, para hacerse cargo de esa estación, reemplazando a Mr. Tulian quien debía regresar a Buenos Aires para estudiar y planear las nuevas remesas de embriones que se había proyectado traer al país, con las cuales debían poblarse otras aguas de distintos lugares del mismo.

El referido piscicultor visitó la provincia de Córdoba y quedó decidido que parte de la nueva remesa sería destinada a un punto ubicado cerca de la localidad de Alta Gracia.

A principios de enero de 1905, se realizó la tercera remesa que llegó a Buenos Aires el 4 de febrero, al cuidado del piscicultor Mr. A. H. Mahoner, quien traía los siguientes embriones:

Brook trout	300.000
Lake trout	224.000
Quinnat salmo	100.000
Rainbow trout	92.000
Landlocked salmo	30.000
Total	746.000

A su llegada a Buenos Aires se verificó que las ovas del Quinnat salmo se habían perdido en su totalidad, atribuyéndose ese hecho a que no habían sido refrescadas con agua con la debida frecuencia durante el viaje. También hubo que lamentar considerables pérdidas en el lote de truchas « arco iris ».

Al día siguiente de su arribo se llevaron al criadero instalado provisoriamente en Alta Gracia, para su incubación, las siguientes especies:

Brook trout	126.500
Rainbow trout	43.600
Lake trout	12.000
Landlocked salmo	10.400
Quinnat salmon	5.000

Debido a la alta temperatura del manantial que se utilizó para su incubación, que tenía cerca de 18º, los resultados de este ensayo fueron malos, registrándose pérdidas elevadas. El resto de esa remesa fué enviado a Nahuel Huapí donde se desarrollaron en muy buenas condiciones, distribuyéndose luego los alevinos en los ríos de la zona.

El éxito obtenido entusiasmó tanto a las autoridades, que se ordenó intensificar los trabajos. A ese objeto, el Sr. Tulian se embarcó el 19 de octubre de 1905 con destino a Europa y los Estados Unidos para preparar el envío de otra remesa de huevos de salmones y truchas.

Llegó a Inglaterra el 4 de noviembre, donde comprometió un lote de Salmón del Atlántico (*Salmo salar*) y Trucha europea (*Salmo fario*); continuó viaje a New York donde arribó el 24 del mismo mes.

Después de visitar las mejores estaciones de piscicultura de diversos Estados, a efectos de solicitar y organizar la preparación del cuarto envío de embriones que se haría a la Argentina, se embarcó de regreso en New York, el 10 de febrero de 1906, llevando a Southampton doce cajones conteniendo:

Quinnat salmón (*Oncorhynchus tschawyscha*) . .	300.000
Sockeye salmón (*Oncorhynchus nerka*)	122.500
Silver salmón (*Oncorhynchus kisutch*)	92.200
Trucha de lago (*Cristivomer namaycush*)	80.000
Trucha de arroyo (*Salvelinus fontinalis*)	60.000
Salmón de agua dulce (*Salmo sebago*)	30.000
Trucha arco-iris (*Trutta iridea*)	25.000

De Southampton salió el 23 del mismo mes, habiendo cargado allí previamente embriones de las siguientes especies:

Salmón del Atlántico (*Salmo salar*)	25.000
Trucha europea (*Salmo fario*)	6.000
Total	746.700

llegando a Buenos Aires el 17 de marzo con todos los huevos en excelente estado de conservación, con excepción de los de la Trucha europea.

Debido a que no se pudo obtener vapor para conducir los embriones a Santa Cruz, hubo que demorar su salida hasta el 27 de marzo, fecha en que se efectuó el viaje en la corbeta « Uruguay », demora que ocasionó que algunos huevos de Salmón del Atlántico y Trucha de arroyo hicieran eclosión en los cajones cuando fueron desembarcados en el criadero de Santa Cruz el día 7 de abril, debido al largo trayecto que fué necesario recorrer.

Desde que empezó el embalaje de estos huevos en los Estados Unidos e Inglaterra, hasta que los alevinos fueron sembrados después de la reabsorción del saco umbilical, las pérdidas no excedieron del 4 al 8 % en los salmones y truchas, excepto el Salmón del Atlántico, la Trucha europea, la arco - iris y la de arroyo, cuyas pérdidas fueron considerablemente mayores.

Con respecto a los salmones de mar, que por primera vez se traían al país, Mr. Tulian en un informe elevado a la Superioridad manifestaba que no abrigaba duda alguna sobre el éxito que tendría la propagación de estas especies en nuestra costa patagónica, pues se había comprobado en trabajos recientemente realizados en Nueva Zelandia, que dichos salmones volvían a los ríos de ese país, y no habría dudas respecto al éxito de esa introducción. Los primeros huevos de salmones que fueron introducidos e incubados en Nueva Zelandia a principios de 1903, procedían de las costas de California.

Los salmones jóvenes permanecen hasta los 6 meses o un año en los ríos donde nacieron, y luego, indefectiblemente, van hacia el mar y nada se vuelve a saber de ellos hasta los 4 años en que regresan a las aguas dulces para depositar sus huevos.

Es de lamentar que no se conozcan los resultados de estas siembras en los ríos de Santa Cruz y será necesario realizar investigaciones, que han demorado demasiado, pues habiendo pasado 30 años desde que se iniciaron las siembras en dichos ríos, aún se ignora si existen en los mismos salmones de estas especies.

El 18 de enero de 1908 se despachó desde los Estados Unidos el quinto envío, para cuya preparación Mr. Tulian se había trasladado nuevamente a ese país, donde contrató al señor F. Brophy, para reemplazar a uno de los piscicultores norteamericanos que por razones de salud tuvo que abandonar el país. Desde entonces el señor Brophy es el único de esos técnicos que continúa prestando servicios en el país, habiendo permanecido al frente de nuestro vivero de Bariloche casi veinte años.

En esta nueva remesa se importaban algunas especies no introducidas hasta entonces, cuyo lote se descomponía, a su salida de New York, vía Southampton, en la siguiente forma:

Cod fish o Bacalao (*Gadus morrhua*)	3.000.000
Salmón Quinnat (*Oncorhynchus tschauyscha*) . .	300.000
Salmón lomo azul (*Oncorhynchus nerka*)	104.000

Salmón plateado (*Oncorhynchus kisutch*)	90.000
Trucha arroyo (*Salvelinus fontinalis*)	75.000
Trucha lago (*Cristivomer namaycush*)	75.000
Trucha arco-iris (*Trutta iridea*)	30.000
Salmón encerrado (*Salmo sebago*)	15.000

A su llegada a Inglaterra, la pérdida de los embriones de bacalao era casi completa, motivo por lo que se desistió de continuar el transporte de dicha especie, cuya aclimatación siempre hubiera sido de dudoso éxito. El 30 de enero se reembarcaron en el vapor « Thames » con destino a Buenos Aires, agregándose al lote 20.000 salmones del Atlántico, quedando, desde ese momento, la partida a cargo del Sr. F. Brophy, el que una vez llegado a esta Capital se trasladó a Santa Cruz donde llegó el 1º de marzo. Estos embriones arribaron en buenas condiciones, salvo el pequeño lote de Salmón del Atlántico que se perdió en su casi totalidad y un 30 % de pérdidas que arrojó el lote de truchas « arco - iris ».

Una vez incubados, estos embriones se distribuyeron en las aguas de la Patagonia en la forma siguiente:

La trucha de lago, el salmón encerrado y el salmón sockeye, fueron sembrados en el lago Argentino y otros manantiales próximos.

Las otras especies de salmones fueron libertadas en el río Santa Cruz y tributarios, como el río Gallegos y sus afluentes. La trucha de arroyo fué sembrada en distintos tributarios de los ríos anteriormente mencionados, como ser el Lago Argentino y el San Martín. La trucha « arco - iris » se sembró en su totalidad en el río Santa Cruz.

Mientras tanto Mr. Tulian, que había quedado en Inglaterra, regresó a los Estados Unidos después de recorrer durante tres meses las principales estaciones de piscicultura de Francia, Alemania y Bélgica, donde adquirió algunos elementos de piscicultura y embriones con destino a nuestro país, y preparó una nueva remesa que constituiría el sexto envío. El referido técnico salió el 6 de mayo de New York con unos 300.000 embriones de truchas « cabeza de acero », y llegando a Inglaterra agregó allí a la partida 50.000 embriones de truchas « arco - iris » que había encargado pocos meses antes en su jira por Alemania.

Llegó a Buenos Aires el 7 de junio y pocos días después se trasladó al criadero instalado en La Cumbre, provincia de Córdoba.

La pérdida de huevos durante el viaje fué muy pequeña, alcanzando sólo a un 10 %, siendo esa la primera vez que se lograba transportar esta especie con un porcentaje reducido de pérdidas. Desgraciadamente éstas se elevaron algo durante la incubación, pero así mismo se consiguió que nacieran un porcentaje numeroso de estos embriones.

Al año siguiente, 1909, se volvió a introducir la séptima remesa de importancia, para su cuidado se comisionó al señor L. Valette y fué la primera vez que estos embriones fueron conducidos sin tener necesidad de contratar personal en Estados Unidos.

El señor Valette salió de New York, vía Southampton, con el siguiente cargamento:

Salmón Quinnat (*Oncorhynchus tschawyscha*) .	200.000	ovas
Salmón plateado (*Oncorhynchus kisutch*) . . .	100.000	»
Salmón lomo azul (*Oncorhynchus nerka*) . . .	100.000	»
Trucha de arroyo (*Salvelinus fontinalis*) . .	50.000	»
Trucha de lago (*Cristivomer namaycush*) . . .	25.000	»
Trucha arco-iris (*Trutta iridea*)	50.000	»
Salmón encerrado (*Salmo sebago*)	15.000	»
Total	540.000	ovas

La totalidad de esta partida fué destinada a la estación de Piscicultura de Santa Cruz, donde se desarrollaron en buenas condiciones y sus siembras se efectuaron en el curso del río Santa Cruz y río Chico.

Este fué el último lote que se introdujo bajo la dirección del señor Tulian; poco después dicho técnico renunció el cargo de Jefe de la División de Piscicultura, junio de 1909, y regresó a los Estados Unidos.

Luego se hizo cargo de estos servicios el señor Luciano Valette, quien solicitó de la Superioridad que se contratara un nuevo técnico especializado en estos trabajos y pocos meses después se logra traer al país al piscicultor H. Kelly, a quien se le encargó del cuidado de una nueva remesa.

El señor Kelly salió de Nueva York, vía Southampton, a principios de enero y llegó a Buenos Aires el 17 de febrero de 1910, trayendo:

Salmón Quinnat (*Oncorhynchus tschawyscha*) .	200.000	ovas
Salmón de lomo azul (*Oncorhynchus nerka*) .	100.000	»
Salmón plateado (*Oncorhynchus kisutch*) . . .	100.000	»
Salmón de agua dulce (*Salmo sebago*)	25.000	»
Trucha de lago (*Cristivomer namaycush*) . . .	50.000	»
Total	475.000	ovas

que llegaron en excelentes condiciones y fueron nuevamente destinadas en su totalidad al criadero de Santa Cruz.

Años después se realizaron otras introducciones, pero de poca importancia.

En 1930, estando al frente de la División de Pesca, solicité del Gobierno Chileno se me informara si era posible obtener en ese país algunas especies de salmónidos que hasta entonces no habían prosperado en nuestras aguas; este pedido fué atendido con toda deferencia.

En junio de ese año me trasladé a Chile donde se me entregaron cuatro cajones conteniendo 50.000 embriones de Salmón del Traful *(Salmo sebago)* y 175.000 de la Trucha europea *(Salmo fario)*, que llegaron en buenas condiciones, sembrándose en su totalidad en la zona del Parque Nacional.

Posteriormente recibimos otra remesa de 125.000 huevos embrionados de Trucha « arco - iris » que destinaba al embalse del Río III°, pero por causas diversas hubo que lamentar grandes pérdidas, malográndose así una importante iniciativa.

Desde que llegó al país la primera remesa de huevos embrionados, el Ministerio de Agricultura mantuvo hasta hace poco tiempo el vivero de Bariloche siempre en el mismo lugar que había elegido con su gran experiencia Mr. J. T. Titcomb. Nunca fué posible disponer en ese vivero de mayores comodidades, pero felizmente se disponía de agua en excelentes condiciones, aunque no en grandes cantidades, pero contando con la suficiente, que era lo esencial para esta índole de trabajos.

Las instalaciones y casa - habitación eran bien modestas, como pueden observarse en las fotografías que se acompañan del antiguo vivero (Fig. 2).

En el verano del año 1923 el doctor Tomás Le Breton, entonces Ministro de Agricultura, visitó la región y después de observar personalmente las precarias condiciones en que se realizaban los trabajos de piscicultura, a su regreso a Buenos Aires proyectó la creación de un gran vivero, montado con las instalaciones más modernas, de acuerdo a lo que había observado en su permanencia en los EE. UU. de Norte América, cuando era titular de nuestra Embajada ante aquella nación.

Lástima grande fué no aprovechar ese momento tan favorable para estudiar a fondo el asunto. No intento formular críticas, pero lo cierto es que sin mayor fundamento se cambió de ubicación el antiguo vivero, levantándose dos hermosos edificios para casa - habitación, cochera y una pequeña sala de incubación, pero... podría decir, casi sin exagerar, que los peces fueron olvidados ya que no se les destinó las comodidades indispensables para guardar los reproductores, ni para la incubación de sus embriones, así como tampoco para la crianza posterior de sus alevinos, no obstante haberse invertido más de 100.000 pesos en las mencionadas construcciones. Fué una verdadera lucha conseguir una pequeña suma para construir los estanques en que debían guardarse los reproductores. (Fig. 4).

Trasladada la estación a su nuevo edificio, nos encontramos con dificultades insalvables debido a la mala calidad del agua de que se dispone en ese punto para los trabajos. En la anterior ubicación contábamos con el agua de un manantial, la que además de ser mineralizada, posee la ventaja de su temperatura constante y su limpieza, condiciones éstas esenciales para la incubación de los embriones; pero en nuestro vivero actual se dispone del agua del arroyo Cascadas que arrastra gran cantidad de sedimento, aparte de que su temperatura varía mucho, no sólo durante el día, sino a veces en un lapso de pocas horas.

Por tal motivo y a fin de no desperdiciar las costosas instalaciones, se proyecta construir una nueva sala de incubación que se levantará a unos 300 metros de la actual, en la margen del río Gutiérrez, lo que subsanará en parte los inconvenientes mencionados, contribuyendo a aumentar nuestra producción, por ahora sumamente escasa. Pero esta solución momentánea que he propuesto, no resuelve el problema en la forma satisfactoria que sería de desear, como si pudiéramos disponer de una ubicación más adecuada.

En el corriente año, con un esfuerzo digno de mención, se han obtenido 800.000 embriones de los cuales se produjeron pérdidas superiores a un 30 % durante su proceso de incubación, además de otro 35 % que ya se ha perdido en el proceso de reabsorción de la vesícula umbilical de los alevinos, debiendo atribuirse todos estos inconvenientes al hecho de no haber previsto las deficiencias de estas instalaciones.

En los trabajos realizados durante el año en curso en el río Traful, las pérdidas apenas alcanzaron a un 15 % y de efectuarse las tareas en las condiciones debidas, podrían reducirse al 10 % o aún menos. Comparadas estas pérdidas con las sufridas en el vivero de Bariloche, que como manifesté, alcanzaron en estos últimos años al 70 %, quedan claramente evidenciadas las malas condiciones de su instalación.

No hay duda, pues, de que no es conveniente continuar trabajando en esta forma, ya que desde hacen tres años se vienen repitiendo pérdidas de considerable importancia, lo que me ha inducido a esbozar un plan mínimo de trabajos, que nos permita cuanto antes suprimir las referidas dificultades.

Como los fondos de que dispone la División de Piscicultura son escasos, se ha recurrido a la Dirección de Parques Nacionales, que ha puesto de manifiesto sus mejores deseos de prestar su colaboración. Si ésta llega a concretarse, unos meses antes de la iniciación del nuevo desove, se realizarían en el Vivero de Bariloche algunos trabajos complementarios, consistentes en la construcción de un canal que tomara el agua del río Gutiérrez y de una nueva sala de incubación de mayor capacidad, en la que se usaría el agua del río citado.

Efectuadas esas mejoras, se podría elevar la obtención de embriones a 2.000.000 y conseguir algo más importante aún: la reducción del alto porcentaje de las pérdidas sufridas durante el período de incubación, en los últimos años.

Los resultados del desarrollo de las especies de Salmónidos importados durante los años 1904 a 1908, no han sido debidamente controlados ni aprovechados, tan es así que la obtención de embriones en los años posteriores fué escasa y no se poblaron nuevas aguas. Las reglamentaciones respectivas, cuando se dictaron, carecieron de energía y no se dispuso de los elementos necesarios para su aplicación por lo que no pudieron llevarse a la práctica sus disposiciones, por último la dinamita se encargó de destruir en poco tiempo el esfuerzo de muchos años de labor.

Creo también conveniente poner de relieve el hecho de que oficialmnte desconocemos en forma absoluta los resultados de las siembras realizadas hace ya más de veinticinco años en algunos ríos y lagos de la Gobernación de Santa Cruz.

Después de haber recorrido una gran extensión de los EE. UU. de Norte América y del Canadá, donde tuve ocasión de observar con detenimiento la gran importancia que allí se concede al aprovechamiento de toda masa de agua y teniendo en cuenta lo poco que en ese sentido se ha hecho en nuestro país, considero que es indispensable intensificar estos trabajos y por tal motivo estimo conveniente proponer:

1º Repetir cuanto antes las actividades desarrolladas durante los años 1904 a 1908, importando por varios años buenos lotes de Salmónidos que podríamos conseguir tanto de los EE. UU. de Norte América, como de Europa, donde los precios de dichos embriones sean más convenientes y se acordaran mayores facilidades para su obtención.

Dichos embriones se utilizarían para realizar una repoblación metódica de los lagos andinos.

No hay duda de que en estos últimos 30 años las vías de comunicación han mejorado sensiblemente y que el viaje desde el exterior que antes demandaba 50 días, hoy se ha reducido a la tercera parte.

Una vez llegados los embriones a Buenos Aires, en los casos urgentes se podría utilizar los aviones de nuestra armada para conducirlos a los puntos que se deseara poblar.

De llevarse a cabo las referidas importaciones, habría un especial interés en insistir en la introducción del White fish o *Coregono cupleaformis,* cuyas ventajas he mencionado anteriormente.

2º Al procederse a la siembra de estos embriones en los distintos lagos del Sud, aprovecharíamos la ocasión de realizar algunas investigaciones que ya han demorado bastante en llevarse a cabo y que tendrían por objeto establecer los resultados de las siembras efectuadas en los años 1906 y 1910.

Este plan aunque sencillo y que considero un deber el proponer ponerlo en ejecución cuanto antes, como Jefe de los servicios de Piscicultura de la Nación, no cabe duda que ofrecerá algunas dificultades para poder llevarlo a la práctica. En primer término, por la carencia de personal especializado y por otra parte a causa de la falta de fondos indispensables para su realización.

Por estas razones no puedo hacerme muchas ilusiones de ver realizada en un plazo cercano esta obra. No obstante, me queda la satisfacción de haber hecho pública la necesidad de llevar a cabo estos trabajos y es posible que otras personas más capacitadas o con mayores medios de acción, se hallen más adelante en condiciones de realizar algo más concreto que lo que está a mi alcance efectuar.

El plan de trabajos que he esbozado se habría podido llevar a cabo en forma integral si se hubiera obtenido la aprobación en el corriente año de la Ley de Caza y Pesca Marítima, sobre cuya sanción hay que insistir y que tuvo despacho unánime de la Comi-

RESUMEN DE LOS HUEVOS

ENVIOS

	1°	2°	3°
ESPECIES LACUSTRES O FLUVIALES			
Trucha de arroyo (*Salvelinus fontinalis*)	102.00		300.000
» arco iris (*Trutta iridea*)		60.000	92.000
» cabeza de acero (*Trutta gairdneri*)		20.000	
» de lago (*Cristivomer namaycush*)	53.000		224.000
» europea (*Salmo fario*)			
Salmón encerrado (*Salmo sebago*)	50.000		30.000
White fish (*Coregonus clupeaformis*)	1.000.000		
ESPECIES MARINAS			
Salmón quinnat (*Oncorhynchus tschawyscha*)			100.000
» lomo azul » *nerka*)			
» plateado » *kisutch*)			
» Atlántico (*Salmo salar*)			
Bacalao (*Gadus morrhua*)			
Totales de cada envío	1.205.700	80.000	746.000
Fecha del envío, salió de Nueva York	19/1/1904	10/6/904	10/1/1905
Llegada a Buenos Aires	4/3/1904	9/7/904	4/2/1905
Destino	N. Huapí	N. Huapí	Córdoba N. Huapí
Conducido por	Mr. Tulian	Ormsby	Mahoner
Pérdidas	10 %	100 %	50 %
Procedencia	EE. UU.	EE. UU.	EE. UU.

EMBRIONADOS INTRODUCIDOS

4º	5º	6º	7º	8º	9º	Totales
60.000	75.000		50.000			587.700
35.000	30.000	(1) 40.000	50.000		125.000	422.000
		(2) 300.000				320.000
80.000	75.000		25.000	50.000		507.000
6.000					175.000	181.000
30.00	15.000		15.000	25.000	50.000	215.000
						1.000.000
300.000	300.000		200.000	200.000		1.100.000
122.500	104.000		100.000	100.000		426.500
98.200	90.000		100.000	100.000		388.200
25.000	20.000					45.000
	3.000.000					3.000.000
746.700	3.709.000	300.000	540.000	475.000	Total 350.000	8.085.400
10/2/906	18/1/908	6/V/1908	/I/1909	10/1/910	4/VI/931	
17/3/906	10/2/908	7/VI/1908	/II/1909	17/2/910	7/IX/931	
S. Cruz	S. Cruz	La Cumbre Cór.	S. Cruz	S. Cruz	Bariloche Córdoba	
Tulián	F. Brophy	Tulián	L. Valette	H. Kelly	T. Marini C. Diaz	
4-8 %	30 %	15 %	30 %			
Inglaterra EE. UU.	Inglaterra EE. UU.	(2) EE. UU. (1) Alemania	EE. UU. Inglaterra	EE. UU.	Chile	

RESUMEN DE LOS HUEVOS EMBRIONADOS INTRODUCIDOS

ENVIOS	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	Totales
Especies lacustres o fluviales										
Trucha de arroyo (*Salvelinus fontinalis*)	102.00		300 000	60.000	75.000		50.000			587.700
» arco iris (*Trutta iridea*)		60.000	92.000	35.000	30.000	(1) 40.000	50.000		125.000	422.000
» cabeza de acero (*Trutta gairdneri*)		20.000				(2) 300.000				320.000
» de lago (*Cristivomer namaycush*)	53.000		224.000	80.000	75.000		25.000	50.000		507.000
» europea (*Salmo fario*)				6.000					175.000	181.000
Salmón encerrado (*Salmo sebago*)	50.000		30.000	30.00	15.000		15.000	25.000	50.000	215.000
White fish (*Coregonus clupeaformis*)	1.000.000									1.000.000
Especies marinas										
Salmón quinnat (*Oncorhynchus tschawyscha*)			100.000	300.000	300.000		200.000	200.000		1.100.000
» lomo azul » (*nerka*)				122.500	104.000		100.000	100.000		426.500
» plateado » (*kisutch*)				98.200	90.000		100.000	100.000		388.200
» Atlántico (*Salmo salar*)				25.000	20.000					45.000
Bacalao (*Gadus marrhua*)					3.000.000					3.000.000
Totales de cada envío	1.205.700	80.000	746.000	746.700	3.709.000	300.000	540.000	475.000	Total 350.000	8.085.400
Fecha del envío, salió de Nueva York	19/1/1904	10/6/904	10/1/1905	10/2/906	18/1/908	6/V/1908	/I/1909	10/1/910	4/VI/931	
Llegada a Buenos Aires	4/3/1904	9/7/904	4/2/1905	17/3/906	10/2/908	7/VI/1908	/II/1909	17/2/910	7/IX/931	
Destino	N. Huapí	N. Huapí	Córdoba N. Huapí	S. Cruz	S. Cruz	La Cumbre Cór.	S. Cruz	S. Cruz	Bariloche Córdoba	
Conducido por	Mr. Tulian	Ormsby	Mahoner	Tulián	F. Brophy	Tulián	L. Valette	H. Kelly	T Marini C. Diaz	
Pérdidas	10 %	100 %	50 %	4-8 %	30 %	15 %	30 %			
Procedencia	EE. UU.	EE. UU.	EE. UU.	Inglaterra EE. UU.	Inglaterra EE. UU.	(2) EE. UU. (1) Alemania	EE. UU. Inglaterra	EE. UU.	Chile	

sión de Comercio e Industria de la H. Cámara de Diputados, y cuya aplicación, en el caso de sancionarse, nos proveerá de los fondos indispensables para efectuar estos importantes cuán necesarios trabajos de piscicultura en nuestros lagos del Sur, así como en otras aguas del país.

Por estos motivos, señores, me permito sugerir que si alguno de los presentes en esta reunión o quienes más adelante leyeran estas líneas, tuvieran a su alcance los medios necesarios para realizar algo positivo, que nos permitiera poblar nuestros lagos de la Patagonia y pudiera interesar tanto a nuestros gobernantes como a los legisladores, en ese sentido, no vacile en prestar su colaboración, ya que con ello se haría acreedor a que su nombre quede inscrito entre el de los ciudadanos que hicieron algo útil para la incorporación de nuevas fuentes de riqueza en nuestro país.

Buenos Aires, noviembre de 1935.

LA ELECTRICIDAD EN EL ORGANISMO

Por P. MAGNE DE LA CROIX

RÉSUMÉ

L'electricité n'est pas seulement representée en l'organisme des êtres compliqués, comme les mammifères, par les courants circulant par le système nerveux; en ces êtres la force electrique est admise sous forme de ions et de charges et doit toujours être desequilibrée en faveur du sens négatif, en l'organisme elle circule sous forme de courants sans fils et par fils, la relation entre ces deux genres de courants explique en biologie et en pathologie bien de fails restés inexpliqués jusqu'a ce jour.

En el curso de mis investigaciones sobre la evolución de la locomoción constaté, hace ya tiempo, que las leyes mecánicas regulan sólo partes muy reducidas en esta evolución; esto me dejó perplejo; es entonces que mi amigo el Dr. Ch. Blondel me aconsejó orientar mis estudios por el lado de la evolución del sistema nervioso; al principio las limité al estudio de la repetición de las impresiones cinestésicas, estudio que publiqué aquí mismo (1).

Pero, encaminadas en esta vía mis observaciones, no tardaron en revelarme que las corrientes circulaban en el ser viviente por hilos y sin hilos y que había que encarar el papel de los iones y de las cargas.

El papel de los iones acaba de ser bien definido recientemente; la importancia que desempeñan para la introducción de electricidad en el organismo (2) fué señalado la primera vez en 1901 por Caspari y Aschkinass, después vinieron los trabajos de Sklow en Rusia, de Steffens en Alemania, de Pech en Francia y esta cuestión al fin fué completamente definida por Vassiliey y Tchijevski en Rusia.

(1) P. Magne de la Croix, *Repetition des impresions cinesthesiques.* «Anales de la Sociedad Científica Argentina», tomo CXI.

(2) P. Magne de la Croix, *El electrocambio orgánico.* «La Medicina Argentina». Octubre 1935.

De los trabajos de estos autores resulta que los pulmones captan en el aire iones positivos y negativos, pero en más grande cantidad estos últimos, de modo a asegurar el desequilibrio negativo que es necesario al organismo. Estos autores concluyen: « Así pues los pulmones poseen, junto con el cambio gaseoso e hídrico, una función todavía desconocida para los fisiólogos, que es la reglamentación del estado electro-químico de los elementos coloides celulares de la sangre efectuada por la vía de la inspiración de los iones atmosféricos de tal o cual signo. Hemos llamado a esta función electro-cambio pulmonar ».

Pero además de los iones y de las corrientes con hilos hay en el organismo de un ser complicado, como lo es un mamífero, cargas y corrientes sin hilos. He estudiado detenidamente el papel de cada uno de ellos en un trabajo que publiqué en la « Semana Médica » y del que repetiré aquí el párrafo siguiente: « Los espermatozoïdes y los óvulos de los seres superiores son, cada uno, una célula y no poseen, por consiguiente sistema nervioso; éste solo aparece en un cierto grado de la evolución del feto; además la supervivencia del sistema de corrientes sin hilos está probada por ciertos hechos como el que los leucocitos, células a las cuales no llega ningún nervio, son, sin embargo, enviados por el organismo donde son necesarios; también la telepatía viene a probar la existencia de estas corrientes ».

Los iones, como lo hemos visto, son admitidos en el organismo por los pulmones; las cargas lo son por el intestino, siendo ingeridos con los alimentos, las corrientes sin hilos del organismo provienen generalmente de iones y cargas, pero algunos son captados directamente del exterior por contacto y parecen, más que todo, circular en la supurficie del ser.

Mis trabajos respecto a cargas y corrientes sin hilos interesaron principalmente en el extranjero y en París el conocido Dr. Foveau de Courmelles consagró un largo artículo a estas investigaciones bajo el título: « A propós des courants sans fils et par fils de M. Magne de la Croix » [1] que termina así: « El Sr. Magne de la Croix abre una vía tan interesante que me pareció oportuno, si no precisarla, al menos afirmar su existencia y mostrar sus posibilidades de estudios y de desarrollos científicos los más útiles ».

(1) P. Magne de la Croix, *Cargas, corrientes sin hilos y con hilos en el organismo.* « Semana Médica », nº 13, año 1935.

(1) Foveau *de* Courmelles, *A propós des courants sans fils et par fils de M. Magne de la Croix.* « Revue de Pathologie Comparée ». Paris, Mai 1935.

Las relaciones de las cargas, corrientes sin hilos y por hilos vienen a explicar muchos hechos en biología como en patología. Entre los hechos biológicos explicados por estas relaciones citaré el de que ciertos vertebrados no nacen en posesión de sus andares y que otros nacen en posseión de ellos, así como el estado de crisálida.

No me extenderé aquí sobre este último punto que merece un trabajo especial, pero repetiré lo que he dicho relativamente al shock [1] en mi trabajo « Cargas, corrientes sin hilos y con hilos en el organismo », que explica porqué ciertos vertebrados nacen en posesión de sus andares y otros no; es lo siguiente:

« He llegado a la convicción, que este accidente (el shock) al cual dejaré su nombre consagrado por el uso, habría sido mejor designado con la palabra desacuerdo; hay desacuerdo en — o en + entre las corrientes sin hilos y con hilos; en el segundo caso se puede todavía concebir un shock, pero en el primero, que era justamente el único conocido, no hay en realidad shock.

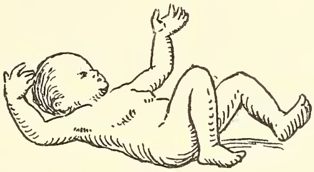


FIG. 1. — Ciertos mamíferos, como el hombre, nacen sin saber caminar.

« Pero veamos en qué consiste el accidente: las corrientes transmitidas sin hilos, lo son con mucho más cansancio de parte del ser y los órganos transmisores y receptores, que se nos escapan, pueden perfeccionarse con mucha más rapidez que el sistema nervioso y, en este caso, sí, pueden transmitir una corriente más poderosa que la empleada por el sistema nervioso, puede haber shock en +. Pero si este sistema puede perfeccionarse con más rapidez, decae lo mismo y, si el cansancio de los órganos transmitidores y receptores es muy grande, éstos pueden caer en el sueño, de donde shock en — (se comprende que en este caso convendría mucho más la palabra desacuerdo).

« Y si ahora vemos la consecuencia de estos hechos en evolución locomotriz, constataremos que el punto en el cual un animal principia

(1) Los que deseen más datos a este respecto pueden ver mi trabajo, *El shock*. « Semana Médica », nº 27, 1934.

su evolución es siempre determinado por un shock en +. Si el shock no ha sido de paro, sino solamente divergente, el animal nace con el encéfalo embrionario y sin poseer ningún andar, apareciendo el empleo de éstos solamente más tarde; pero si el shock ha sido violento, el animal nace en posesión de sus andares definitivos y con el encéfalo adulto.

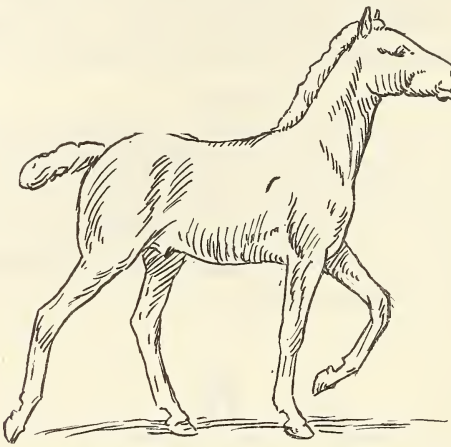


Fig. 2. — Otros mamíferos nacen ya en posesión de sus andares.

« Notemos que eso es lógico; los antepasados de estos animales, habiendo adquirido un poder de corriente sin hilos, inutilizable por el sistema con hilos del adulto, este poder se emplea en los fetos antes de la aparición del sistema nervioso y la aceleración del desarrollo adquirido entonces se continúa por el sistema con hilos; notemos que estos hechos explican también el estado de crisálida, que ha quedado sin explicar hasta hoy día.

« El shock en — tiene pocas consecuencias en la herencia; los seres en los cuales se produce no están por lo general definitiva o provisoriamente en estado de reproducirse ».

Entre los hechos explicados en patología por la relación de las cargas, corrientes sin hilos y con hilos, citaré el cáncer, el shock en —, el reumatismo, la inmunidad y la anafilaxia.

He expuesto lo que respecta al cáncer en el « Boletín del Instituto de Medicina Experimental para el estudio y tratamientos del cáncer » (1) que dirige con tanto acierto el bien conocido Dr. Angel H.

(1) Año X, nº 34. Diciembre 1933.

Roffo; he dado en la « Semana Médica » [2] lo que respecta al shock en — que puede producir estados patológicos entre los cuales el shock operatorio es uno de los más conocidos, dejaré para más tarde la cuestión inmunidad y anafilaxia y diré algunas palabras del reumatismo que he expuesto brevemente a la « Societé de Pathologie » de París (Noviembre 1935) y que expongo detenidamente en un artículo que va a aparecer próximamente en « Anales de Biotipología », haciendo notar que antes de esta explicación, ninguna había sido dada, como fué reconocido en la última reunión internacional de médicos, *ocupándose* del reumatismo, que tuvo lugar en Aix les Bains en 1934.

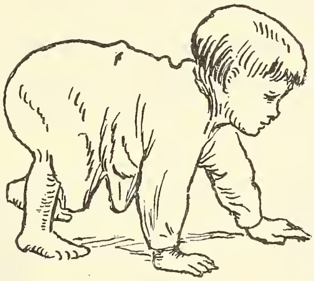


Fig. 3. — El punto en el cual principia la evolución locomotriz es siempre determinado por un shock percibido por los antepasados del ser.

De lo que he expuesto anteriormente resulta que existen en el organismo de los vertebrados: cargas, corrientes sin hilos y por hilos (nervios), pero hay que tener presente que hay seres inferiores que poseen únicamente el primer sistema y otros, tales las plantas, que poseen solamente el primero y el segundo.

En los seres que poseen los tres sistemas, ellos aparecen sucesivamente en el orden indicado anteriormente; las cargas proceden, o de la ingerencia que es hecha de ellas y de iones, o de un exceso de corriente convertido en ellas.

Si una persona absorbe más cargas que las que necesita su organismo, en su cuerpo circulará una cantidad anormal de cargas y el mismo hecho se producirá si el organismo deja de emplear las cargas que utiliza normalmente.

Si por lo que antecede es fácil comprender el reumatismo que se produce en caso de frío, de exceso de alimentación o de falta de

(2) Nº 27, 1934.

ejercicio, queda más difícil comprender al principio el reumatismo que se produce en personas insuficientemente alimentadas, pero esto se explica si se recuerda que en este caso la sangre es fatalmente pobre y que la primera parte que sufre de esta pobreza de la sangre es el sistema nervioso, que, en consecuencia de la debilidad consecutiva, no puede emplear la totalidad de la corriente transmitida por el sistema sin hilos; de aquí proviene el exceso de cargas que van a acumularse en los sitios donde provocan disturbios.

Cuando apareció en la « Semana Médica » mi trabajo ya citado, « Cargas, corrientes sin hilos y con hilos en el organismo », consagré al final algunas líneas a las pretendidas resurrecciones que acababan de ser obtenidas en América del Norte, demostrando que no debían ser consideradas como resurrecciones. Pero después la publicidad que se ha hecho alrededor de estos hechos se ha extendido y estas « resurrecciones » a las cuales se conserva esta designación equivocada se han obtenido en varias partes del mundo, lo que hace necesario volver a hablar de ellas.

El doctor Crile que al principio obtuvo estas pretendidas resurrecciones dejó de hablar de ellas, ignoro porqué; pero lo seguro es que bien establecidos los hechos, ellos destrozaban la teoría del shock que él había edificado y que es la más difundida hoy día.

Otros médicos después de él obtuvieron los mismos resultados, denominándolos también resurrección y los escritores después se apoderaron del asunto; es así que la señora Noelle Roger escribió en « L'Illustration » [1] de Francia una novela titulada « Le nouveau Lazare » en la cual la autora admitiendo una resurrección ve la necesidad de adornar el cuerpo resucitado de una nueva alma.

Ciertos escritores científicos, tal el doctor Carlos Citrino que escribe temas médicos en la revista « Ciencia Popular » [2], trataron de reprimir esta admisión demasiado fácil de la resurreción, pero los que la admiten son ya mayoría.

Sin embargo no hay resurrección en estos casos, si uno concibe bien la relación de las cargas corrientes sin hilos y con hilos entre sí, se dará muy bien cuenta de lo que ocurre en estas circunstancias.

En tales casos se produce el agotamiento de las reservas de cargas y el *sueño* de las corrientes sin hilos a consecuencia de un esfuerzo

(1) En los números 733, 734 y 735 de « La Petite Illustration » (Julio a Agosto 1935).

(2) Número de Septiembre 1935.

excesivo. No se transmite más corriente al sistema con hilos, de aquí una muerte aparente que puede volverse después muerte verdadera, pues la corriente sanguínea deja de alimentar el organismo del cual el sistema nervioso es la parte más sensible a esta falta de corriente.

Pero si se hace funcionar el corazón, por cargas introducidas con adrenalina o por una corriente cualquiera, éste sigue alimentando el sistema nervioso que queda en estado de transmitir las corrientes cuando le son de nuevo transmitidas por el sistema sin hilos.

Los hechos, que se han obtenido con la introducción de cargas por la adrenalina o por introducción de corriente en el corazón y en los músculos, han hecho evidente que el sistema muscular puede ser accionado por cualquier corriente eléctrica mientras que las otras partes del organismo necesitan, por ser activadas sin daño, una corriente específica; el hecho resulta más evidente si se recuerda las experiencias obtenidas, hace ya tiempo, por Duchenne que pudo

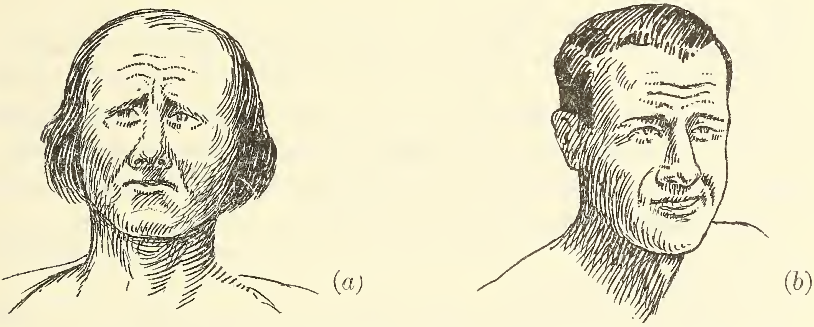


Fig. 6. — Expresiones de dolor (*a*) y de atención (*b*) obtenidos por el efecto de las corrientes sobre los músculos (la figura *a* es una de las fotografías obtenidas por Duchenne.

accionar por corriente eléctrica los varios músculos de un individuo que padeciendo de anestesia de la cara quedaba insensible al pasaje de las corrientes eléctricas en su piel y en su tejido adiposo, lo que no habría podido hacerse con un individuo normal.

¿En qué consiste la especialidad necesaria de las corrientes orgánicas: regularización del balance entre fuerza positiva y negativa en favor de esta última? Estas son cosas que hay que estudiar todavía para definirlas.

De todo lo que acabamos de ver se deduce pues que nuestro organismo no cuenta sólo con las corrientes circulando por los nervios, sino también con iones, cargas y corrientes sin hilos y que un estudio detenido de las relaciones de estos varios sistemas es necesario para comprender bien el funcionamiento del organismo.

LOS ERRORES EN LA ESTADISTICA PROVENIENTES DE LAS IRREGULARIDADES EN EL CALENDARIO

Por ISMAEL GAJARDO REYES

Uno de los principales elementos en la *Estadística* es la *medida del tiempo,* pues, la bondad de los registros estadísticos y compilaciones dependen, en gran parte, de la exactitud en las principales unidades de tiempo que se usan, tales como los *años, trimestres, meses, semanas, días* y *horas.*

En la época de intensa actividad económica en que vivimos, en que tanto los negocios públicos como privados dependen, en grande escala, de las *estadísticas,* y en que las exigencias son cada día mayores para que éstas sean exactas, comprensibles y prácticas, las actuales irregularidades del *Calendario* constituyen un serio embarazo y una fuente perenne de errores.

Estos errores en el *Calendario* no son solamente *cuantitativos,* sino también *cualitativos.*

Los *errores cuantitativos* son aquellos que conciernen a la diferente duración de las divisiones del *Año Civil,* tales como los *meses, trimestres* y *semestres,* y los *cualitativos* provienen de que el *número de los diversos días de la semana de cada una de las divisiones del calendario* cambia de *mes a mes en el año* y dentro del *mismo mes de un año a otro,* como también de que los *días festivos* quedan muy desigualmente distribuídos.

Teóricamente, una gran parte de estos errores, que se manifiestan en los registros estadísticos, se pueden eliminar por el *método de las compensaciones;* pero, prácticamente, estas correcciones son a menudo difíciles y a veces imposibles de realizar. En algunos casos, el efecto causado por las irregularidades en el *Calendario* no puede ser corregido, porque no se le conoce con exactitud, y en otros casos la corrección es muy complicada.

Sin duda alguna, ningún *estadígrafo* experimentado dejará de lamentar estas irregularidades, por cuanto los problemas que hay que resolver por medio de la *Estadística,* especialmente en el campo de los negocios, exigen la mayor exactitud posible de comprobación y de verificación.

Los defectos del actual calendario, que más poderosamente influyen en los estudios estadísticos, son: I, la *desigual duración de cada una de las divisiones del año;* II, la *diferencia en el número de los diversos días de la semana de cada una de las divisiones del año;* III, la *variación del calendario de año en año;* y IV, la *movilidad de los días festivos,* incluyendo en éstos a la *Pascua* y a todas las *Fiestas Religiosas* que de ella dependen.

Vamos, pues, a analizar separadamente cada uno de estos efectos en la *Estadística.*

I

Los *meses* del actual calendario fluctúan entre 28 y 31 días; los *trimestres* varían desde 90 hasta 92 días; y los *semestres* de 181 a 184 días.

Hay, pues, *un error claro y evidente* en las estadísticas, que se refleja en cada mes como *un duodécimo del año.*

En muchas compilaciones estadísticas mensuales se toman muy en cuenta y se aplican compensaciones para atenuar los efectos de estas variaciones.

Así, por ejemplo, en las *estadísticas demográficas chilenas* se calcula un *índice mensual,* relacionando los días que tiene cada mes con los 365 días del año.

De aquí resulta que el mes de *Febrero Normal,* con 28 días da un *índice de 13.0;* los meses de *30 días* dan *12.2;* y los meses de *31 días* un *índice de 11.8.*

Cuando todos los días del mes tienen el mismo valor para las estadísticas — como, por ejemplo, en las estadísticas de la *natalidad* y *mortalidad* — entonces el *error producido* por la *desigual duración de los meses* puede alcanzar hasta un *once por ciento,* como se ve inmediatamente al establecer una comparación entre *Febrero* y *Marzo.*

Este error puede ser aún mayor, si sólo se toma en cuenta el *número de los diversos días de la semana,* como ocurre en las *estadísticas de la producción industrial* y en las del *cambio monetario* y *cuentas bancarias.*

Puede aumentar todavía más en las *estadísticas* que conciernen únicamente a *ciertos días de la semana,* como sucede en las *plazas comerciales* que tienen *días especiales de mercados o ferias.*

Otros ejemplos, de la influencia de la extensión de los meses en la *Estadística,* podemos también encontrar: en las cifras de la Producción Agrícola e Industrial; en las Estadísticas Demográficas; en las Actividades de la Edificación; en el Comercio Exterior; en el Movimiento Marítimo y en el Transporte de Pasajeros y Carga por los Ferrocarriles y Vías Fluviales; en las Ventas al por Menor; en los Ingresos por Impuestos a los Artículos de Consumo y al Comercio; en las Operaciones Bancarias y Monetarias y en las Causas de Insolvencia y Quiebras; y, finalmente, en las Sociedades Anónimas, incluyendo en éstas a la organización y liquidación de Empresas Comerciales e Industriales.

La corrección de estos errores se hace, generalmente, volviendo a repetir los cálculos en proporción al número de días que hay en cada período. Por ejemplo, en las estadísticas oficiales alemanas de *Población,* las cifras mensuales y trimestrales de nacimientos y defunciones se calculan de nuevo, ya sea a *razón de tanto por día* o a *razón de tanto por año.* Pero este método no sirve en las estadísticas de los *matrimonios,* porque todos los días de la semana no tienen el mismo valor o importancia para éstos. En Alemania, por ejemplo, los matrimonios se acumulan con exceso en los *Sábados* y en los días que preceden a los *Festivos.* Muy pocos son los que se efectúan en *Domingos* o *Días Festivos.* En Chile, por el contrario, casi todos los *matrimonios religiosos* se llevan a cabo en *Sábados, Domingos* y *Días Festivos,* y en cuanto a los *matrimonios civiles,* en los que se apoya toda la *Estadística Oficial Chilena,* ocurre lo mismo que en *Alemania,* pues, las *Oficinas del Registro Civil* permanecen cerradas en *Domingos* y *Días Festivos,* y no se pueden llevar a cabo en estos días.

En consecuencia, ni los totales mensuales ni la repetición de los cálculos, sobre la base de *tanto por día,* nos puede dar un valor efectivo de dichos errores.

Las correcciones estadísticas exactas a esas cifras son, por ahora, imposibles, debido a la falta de *índices ideales* para diversos países y distritos.

En los cuadros oficiales alemanes de la *Producción de Carbón,* las *estadísticas mensuales* se corrigen sobre la base del número efectivo de *días trabajados* en cada mes.

Además, se hacen también correcciones mensuales, al *número de días trabajados,* en las estadísticas de *movimiento marítimo* y en las de *carga movilizada por los ferrocarriles.* La necesidad de estas correcciones, se demuestra muy bien con los informes de las exportaciones realizadas, en ese país, durante tres meses del año 1930. Así, en *Enero,* hubo una exportación de *1.092 (millones de Reich-* hubo una *disminución,* según estas cifras, de *66 millones de Reich-marks)*; en *Febrero 1.026;* y en *Marzo, 1.104.* En consecuencia, hubo una disminución, según estas cifras, de *66 millones de Keich-marks en Febrero,* y un *aumento* de *78 millones en Marzo,* comparado con el mes anterior. Pues bien, si no se tomasen en cuenta los *días comerciales,* los totales para *Febrero* producirían una impresión de pesimismo, y los cifras para *Marzo* de optimismo; pero, una vez hecha la compensación o ajuste para cada uno de estos meses, es fácil ver que las diferencias en los tres meses son muy pequeñas, y que la curva del gráfico dibujada con estos valores, es exactamente opuesta a la indicada por los totales mensuales de los días del calendario.

En la *Estadística Chilena* se procede en esta forma. Así, para calcular el *índice bruto de la minería,* esto es, *sin ajuste de días trabajados,* se considera como *normal* un *mes con 25 días de trabajo,* o sea *25 = 1.000,* y a mayor número de *días trabajados* el coeficiente es menor y viceversa.

La tabla de valores es la siguiente:

23	días	=	1.087
24	«	=	1.042
25	«	=	1.000
26	«	=	0.962
27	«	=	0.926

Ahora bien, para calcular, por ejemplo, el *índice ideal de la minería* en los *distintos meses del año 1935,* es decir, *con ajuste de días trabajados,* se parte de la cifra de *78.7 % puntos,* que se obtuvo como *índice bruto* para el *mes de Enero de 1935,* en relación con la producción de los años de *1927* a *1929,* que se considera como *normal* e igual a *100.0.*

Pues bien, como el referido mes tuvo *26 días hábiles de trabajo,* la cifra *78.7* se multiplica por el coeficiente respectivo: *0.962,* y se obtiene, como cifra definitiva, la de *75.7,* que se considera como « *ideal* ».

Febrero da, con *75.8* y *24 días,* cuyo coeficiente es: *1.042,* un *índice ajustado* de *78.9,* y así sucesivamente para los siguientes meses de 1935.

Estos ejemplos sirven para demostrar cómo los estadísticos se ven obligados a corregir sus *estadísticas mensuales y trimestrales,* volviendo a rectificar sus cálculos en proporción al *número de días del calendario, de días trabajados,* o de *las semanas* incluídas dentro de estos períodos de tiempo.

En muchos casos, estas correcciones son relativamente sencillas y satisfactorias; pero también hay materias en que tales ajustes o compensaciones no se pueden hacer, porque, sin duda alguna, los agentes de errores provienen de otras imperfecciones del calendario, que no pueden quedar incluídas dentro de la *desigual duración de los meses.*

A este respecto, hicimos ya notar que la corrección de la duración del mes no tiene valor efectivo en el ajuste de las *estadísticas de matrimonios.*

Las condiciones que influyen en las *Estadísticas de Ventas al por Menor* son también de esta misma índole, y lo mismo se puede decir respecto a muchas *Estadísticas de Impuestos Directos e Indirectos.*

Los ejemplos, relativos a dificultades en éstos, se manifiestan, principalmente, en los que se aplican al azúcar, cerveza, alcoholes, tabaco y tráfico.

En todos estos casos, se han rectificado los cálculos sobre la base del número de *días trabajados,* pero sin resultados satisfactorios, debido a influencias del calendario que no pueden ser exactamente expresadas por ningún *índice o módulo.*

En las *Estadísticas de Salarios,* las irregularidades del calendario son muy notables. Si en cierta industria, por ejemplo, los salarios se cancelan al fin del mes, surgen inmediatamente toda clase de errores, pues, como el pago de los obreros se hace generalmente sobre la base de *horas trabajadas,* el total del mes queda afectado por diversos factores, y las correcciones que hay que aplicar, a algunos de éstos, pueden dar origen a deformaciones en el resultado final, mirado desde otro punto de vista.

Así, pues, si los sueldos se pagan a razón del *promedio de horas trabajadas,* las diferencias de tiempo trabajado en los diferentes meses se eliminarían, como asimismo las desigualdades de los meses del calendario; pero estos son dos factores de calidad y significado enteramente distinto, y no hay que perder de vista que la imprudente eliminación de tan diversos elementos es perjudicial y destruye algunos de los resultados estadísticos que se deben conservar intactos.

II

La más crítica y perjudicial de las fallas del calendario, desde el punto de vista de la *Estadística,* es, sin duda, la variación en el *número de días de la semana que contienen las diversas subdivisiones del año,* o, en otros términos, el modo cómo se presentan, por ejemplo, de mes a mes, para que los meses y trimestres queden con distintas agrupaciones de esos días.

Pues bien, como los *diversos días de la semana* no tienen los mismos valores en la vida social y comercial, la agrupación a veces de *cuatro* y en otras ocasiones de *cinco Sábados, Domingos* u *otros días de la semana,* en los mismos meses del año, puede descompaginar completamente las estadísticas y hacer imposible toda comparación.

Hemos demostrado ya que en algunos casos se pueden hacer correcciones eliminando los *Domingos* y *Días Festivos* y volviendo a repetir los cálculos sobre la base del promedio del *día semanal* o *día trabajado.* Pero hay también otros casos en que estas correcciones no corrigen nada, y sólo es posible conseguir una justeza en los resultados estadísticos cuando se conoce el valor medio del *día semanal.* Sin embargo, esto obliga a una compensación muy laboriosa y compleja, y que, por lo general, no se puede poner en práctica.

Es evidente, entonces, que un desmenuzamiento de las estadísticas en esta forma, para los *días considerados aisladamente,* raras veces se puede poner en vigencia, porque la operación resultaría muy laboriosa y cara. En verdad, en la mayoría de los casos en que esta corrección se necesita, para conseguir la debida exactitud, no se conocen las cifras estadísticas precisas para cada uno de los días de la semana, tomados por separado, pues, no se obtienen así de las oficinas que envían los datos, y sería también demasiado engorroso entrar en tantos detalles.

En la *Estadística Chilena* no se corrigen estos *errores cualitativos,* pues, se estima que, por lo general, no tienen gran influencia en los resultados finales.

Todos los gobiernos dedican actualmente mucha solicitud y atención al perfeccionamiento de las *estadísticas demográficas*, en las cuales están incluídos los nacimientos, defunciones y matrimonios. Como es bien notorio, estas estadísticas de *Población* han servido de base y de piedra angular para la elaboración de todos los métodos científicos de la *Estadística Moderna*. Sin embargo, están muy lejos de ser perfectas, pues, en las *estadísticas mensuales de los matrimonios* aparecen influencias del calendario, que se deben a factores todavía desconocidos, tanto en lo que concierne a su causa como a su efecto. En Alemania, como lo hicimos ya notar, la mayoría de los matrimonios tienen lugar en días *Sábados*, y muy pocos en *Domingos*. Pero los otros días de la semana también demuestran caprichosas variaciones.

Así, según las estadísticas de matrimonio del *Estado Germánico de Hamburgo*, que son las únicas que se han hecho para *cada uno de los días de la semana*, los resultados, en un total de *53.000 matrimonios*, han sido los siguientes: *Domingo*, 0,32 % ; *Lunes*, 2,78 % ; *Martes*, 7,55 % ; *Miércoles*, 6,23 % ; *Jueves*, 7,37 % ; *Viernes*, 7,89 % ; *Sábado*, 67,86 %.

Se ve inmediatamente, por estos datos, que el número total de matrimonios en el mes, o el promedio diario mensual, dependen, en gran parte, del número de veces que *ciertos días de la semana*, especialmente los *Sábados*, se repiten en dicho mes.

Hay también muchas otras series estadísticas importantes en las cuales tienen marcada influencia las variaciones del *número de veces en que se repiten los días de la semana;* pero el cálculo de los errores que engendran es imposible, por falta de informaciones precisas.

Así, por ejemplo, hay más movimiento de carga por los ferrocarriles en los *días de trabajo* que en los *Domingos* y *Festivos*.

Además, las *Compañías de Transportes de Berlín* nos demuestran, por sus estadísticas, que sus tranvías urbanos, ferrocarriles subterráneos y autobuses transportan un tercio menos de pasajeros en los *Domingos* que en los *días de la semana*, como es fácil ver por los siguientes resultados:

	Tranvías urbanos	Ferrocarriles subterráneos	Autobuses
Domingo	10,2 %	9,2 %	11,6 %
Lunes	14,7	15,1	14,4
Martes	14,8	15,0	14,6
Miércoles	14,9	15,0	14,5
Jueves	14,8	15,1	14,5
Viernes	14,9	15,2	14,6
Sábado	15,7	15,4	14,8

III

Uno de los mayores defectos del calendario, desde el punto de vista de la estadística, es también su variación de año en año. Este defecto se debe a que el *año común* consta de *52 semanas y un día,* y el *bisiesto* de *52 semanas y dos días,* con el resultado de que el principio del año cambia de posición dentro de la semana, de un año para otro, y, por tanto, *todos los días del calendario ocurren,* cada año, en *diferentes días de la semana.*

Estadísticamente, esto aminora el valor de muchos cuadros comparativos, porque *altera el número de los diversos días de la semana,* en cada mes y en cada trimestre. En consecuencia, la comparación de los mismos períodos, en diferentes años, sufre notablemente, cuando *cada día de la semana* tiene un determinado valor social o comercial.

Como ejemplo de esto, las estadísticas de matrimonios en el *Estado de Hamburgo* nos ofrecen un amplio campo de estudio y de ilustración.

Así, es interesante analizar las *curvas de los años 1924, 1926, 1928* y *1929,* porque en estos años saltan a la vista los grandes efectos de las *irregularidades del calendario.*

Las cifras correspondientes al *segundo semestre del año 1929* fueron objeto de grandes comentarios, pues mostraban gran discrepancia con las del año anterior. Así, en *Septiembre de 1929* aparecía una *disminución muy marcada en los matrimonios,* con respecto a la del año precedente, mientras que los resultados de *Octubre* y de *Noviembre* arrojaban cifras bastante mayores. Se insinuó que la *frecuencia de los matrimonios* había sido alterada por *variaciones estacionales* de un *carácter desconocido,* y se tejieron muchas historietas alrededor de este hecho tan sorprendente.

Sin embargo, después de un cuidadoso estudio, se vió que el *Calendario* era el único responsable de las grandes oscilaciones que se notaban en las *curvas de los gráficos,* y la explicación fué muy sencilla. En efecto, se vió inmediatamente que *Septiembre de 1928* tuvo *cinco Sábados* y *Septiembre de 1929* sólo *cuatro Sábados.* Por consiguiente, era muy lógico el *descenso de la curva* en este último año. En cambio, como *Agosto* y *Noviembre de 1929* tuvieron *cinco Sábados,* era también muy natural que la curva experimentara una brusca subida en estos meses.

Las *estadísticas de matrimonios* sólo constituyen un ejemplo de este género de errores del calendario, porque también se pueden citar otros. Así, por ejemplo, se encuentran cosas muy curiosas en las estadísticas de *Ventas al por Menor,* en las que una organización estadística alemana ha tratado de crear ciertos *índices correccionales,* fijándoles arbitrariamente el valor de *1,3* a los « *días normales de ventas* » que preceden a los *Domingos* y *Festivos,* y agregando también, de igual modo, un cierto número a los « *días normales de ventas* » durante el período « *preparatorio* », que en Alemania precede a la *Pascua* y a *Pentecostés.*

Este método, tan arbitrario de corrección, sirve para darnos una pequeña idea de los engorrosos cálculos que hay que hacer para corregir las *variaciones estacionales* en las *Ventas al por Menor.*

En la *Estadística Chilena* se aplica también una corrección, por el *Método de* PEARSONS, (1) a ciertos artículos que tienen una marcada *variación estacional,* como, por ejemplo, la *cerveza.*

Dicho método es *muy complicado;* pero, en términos generales, consiste en esto:

1. — Se ordenan horizontalmente los *índices mensuales,* teniendo cuidado de colocar un mes más a fin de poner tener el dividendo para el último mes de la serie;

2. — Se divide el *índice de cada mes* por el anterior, y se continúa así sucesivamente, con los demás meses, hasta formar una nueva serie;

3. — Una vez hecho esto, se *suma cada mes* y se *divide por el número de años que se tomó para la serie,* obteniéndose, de esta manera, un *término medio de la serie por meses;*

4. — Debajo de esta serie se colocará, para el mes de *Enero,* el *índice 100;* para *Febrero, 100* multiplicado por las cifras de la serie que corresponden a este mes, y dividido por *100;* para *Marzo,* las cifras de la serie que corresponden a este mes, multiplicadas por las

(1) Los fundamentos científicos - matemáticos de este método, se encuentran en la obra de *Pearsons,* denominada: « *La Ciencia de la Coyuntura* », que habían sido ya antes desarrollados y explicados por *Vesley C. Mitchell,* en su importante libro: « *Business Cycles* » (Memoirs of the University of California, Berkeley 1913); pero el que desee tomar completo conocimiento de ellos, deberá consultar el texto de *Frederic Cecil Mills,* intitulado: « *Statistical Methods* » (London 1925).

Es muy importante también consultar el « *Curso de Estadística* », de *Corrado Gini.* (Editorial Labor. Buenos Aires. 1935).

del mes anterior y dividido el producto por *100*; y así sucesivamente hasta formar una nueva serie. Finalmente, el *último índice,* o sea el de *Diciembre,* se multiplica por el *primero de la serie anterior,* o sea por el de *Enero,* y se vé si el producto *excede* o es *inferior a 100,* lo cual servirá para *ajustar la serie.*

5. — En el caso de haber *exceso,* se restará éste, por *onceavas partes,* de cada uno de los meses del año, con excepción de *Enero,* hasta llegar a *Diciembre,* del cual se restarán 11/11, o sea el *total del exceso.* Hecha esta operación, se tendrá una *nueva serie ajustada.*

Por el contrario, si hubiera faltado una cantidad de puntos para completar *100,* esos *onceavos* no se restarían, sino que se sumarían para *ajustar la serie*;

6. — En seguida, súmese la nueva serie así formada y divídase *1.200* por este resultado. Este *nuevo factor* se multiplica por cada uno de los meses de la última serie, y el resultado será el *movimiento estacional* correspondiente a cada mes. La suma total de esta serie debe ser *1.200.*

En fin, para *excluir el movimiento estacional,* divídase cada *índice simple* por la cifra del mes correspondiente a la última serie.

Otro ejemplo, de *estos mismos errores del calendario,* lo encontramos, asimismo, en las estadísticas de los *Bancos Internacionales de Emisión.* Estos bancos publican sus *informes semanales* en *cierto día fijo de la semana;* pero el dinero que circula en el mercado está siempre sometido a ciertas *variaciones de importancia en sus cotizaciones,* que tienen gran repercusión en las estadísticas, y, por consiguiente, pierden éstas todo su valor, o se deforman, para los efectos de las comparaciones, por el hecho mismo de que esos *boletines* o *informes semanales,* se publican en *distintas fechas del calendario.*

IV

La oscilación de la Pascua y de las fiestas religiosas movibles, vinculadas a ella, trae consigo serias y visibles perturbaciones en muchas comparaciones estadísticas. Este factor es, por cierto, de variable importancia en los distintos países, y depende, en gran parte, del sectarismo que se apliqce a dichas festividades religiosas. En Alemania tiene, por ejemplo, un enorme efecto, especialmente en relación con los períodos cuyos centros se localizan en la *Pascua* y en *Pentecostés.*

Cualquiera de estas fiestas puede ocurrir en distintos meses en los años sucesivos; la *Pascua* puede caer en el *primer* o en el *segundo trimestre*, y, en los países en que el *año fiscal* se cuenta desde el *1 de Abril,* bien puede suceder el caso de que esas dos festividades caigan en un mismo año, y otros en que la *Pascua de Resurección* no se produzca.

Fuera de estas dificultades estadísticas, la posición de los *Días Festivos*, con respecto a la *Estación,* tiene también una marcada influencia en los negocios. Así, los viajes y el movimiento de turistas será distinto en el caso de una *Pascua tardía*, y los negocios de *Primavera* del Hemisferio Norte, en la industria de paños y artículos similares, se desarrollarán también de un modo muy diferente. Por consiguiente, las oscilaciones que se advierten de año en año, en los gráficos económicos, dificulta enormemente la comparación de las estadísticas comerciales.

Por regla general, la *Pascua* ejerce en la Estadística una influencia verdaderamente notable. Repercute en tan remotos campos como son los de la industria del carbón, las estadísticas de la Edificación, y las de Quiebras y Letras Protestadas. Los matrimonios se acumulan, en grande escala, precisamente antes de esas fiestas: la frecuencia de matrimonios en las ciudades alemanas es casi siempre doble, del promedio general, en la semana que precede a *Pentescostés*. *Mayo* es normalmente el mes preferido para los matrimonios; pero en 1930, cuando la semana de *Pentecostés* cayó en *Junio, Mayo* y *Junio* ocuparon igual rango, gracias, en mucha parte también, a que *Mayo* tuvo ese año *cinco Sábados.*

Como resultado, pues, de los errores del Calendario, que afectan a las estadísticas de matrimonios, es un hecho bien comprobado que no se pueden sacar conclusiones estadísticas seguras de los gráficos de matrimonios en Alemania, para los meses de *Marzo a Junio.*

Las estadísticas del *Comercio* y de la *Producción* sufren también enormemente con la movilidad de esas fiestas. Así, hay acumulación de importaciones y exportaciones, que es muy notoria, muchas semanas antes de esas *Festividades.* Además, la iniciación de este movimiento varía de año en año y entorpece el desarrollo de los *gráficos estacionales normales.* Por ejemplo, en *1929,* el alza en las importaciones y exportaciones, originada por las festividades de la *Pascua,* fué de beneficios para *Febrero;* en *1930,* para *Marzo.*

Se produce también una subida anormal de la moneda circulante en las festividades de *Pascua* y de *Pentecostés,* y la movilidad de aquélla es el causante de este desconcierto en diferentes príodos, con grave daño para todas las comparaciones estadísticas.

La influencia de la movilidad de los *Días Festivos* es, no obstante, de mucho más alcance de lo que pudiera imaginar cualquier observador inexperto. Las estadísticas de *Ventas al por Menor* nos demuestran que no sólo hay un aumento en el comercio antes de cada una de esas fiestas, sino que hay también una *reacción*, que se traduce en una *marcada disminución* después de terminadas aquéllas. Así, pues, la oscilación de los *Días Festivos* lanza estos factores ya en un período, ya en otro, con grave desconcierto de las comparaciones estadísticas.

En fin, para ilustrar mejor esto: tomemos cuatro años típicos:

Año A. — Domingo de Pascua el 24 de Marzo, y Pentecostés el 12 de Mayo;
Año B. — Domingo de Pascua el 31 de Marzo, y Pentecostés el 19 de Mayo;
Año C. — Domingo de Pascua el 12 de Abril, y Pentecostés el 31 de Mayo;
Año D. — Domingo de Pascua el 23 de Abril, y Pentecostés el 11 de Junio.

En el *Año A*, tanto los negocios de *Pascua* como la reacción, después de ésta, tienen lugar en *Marzo*. Los negocios y la reacción de *Pentecostés* ocurren ambos en *Mayo*.

En el *Año B*, los negocios de *Pascua* caen todos en *Marzo*, y la reacción, terminada ésta, ocurre toda en *Abril*. Los negocios y la reacción de *Pentecostés* son análogas a los del *Año A*.

En el *Año C*, los negocios y la reacción de *Pascua* suceden en *Abril*. Los negocios de *Pentecostés* en *Mayo*, y la reacción de *Pentecostés* en *Junio*.

En el *Año D*, los negocios y la reacción de *Pascua* caen en *Abril*, y los negocios y la reacción de *Pentecostés* en *Junio*. Estadísticamente, la transferencia, con respecto al *Año A*, ha sido postergada en un mes.

Saltan inmediatamente a la vista las dificultades que tendrán forzosamente que presentarse al hacerse las comparaciones estadísticas mensuales del *Comercio* y de la *Producción* en estos cuatro años. Además, estos ejemplos no son simplemente teóricos, porque el *Año A* corresponde al año 1940; el *Año B* fué el de 1929; el *Año C* fué 1925, y el *Año D* casi corresponde con el de *1930*.

V

El movimiento actual en favor de la *Reforma del Calendario* deriva, principalmente, de las necesidades de orden social y económico, y, entre las que generalmente se dan para llevarla a cabo, ocupan el primer lugar las exigencias de los estadísticos, con especial alusión a las estadísticas de la *Industria* y del *Comercio*. Se ha llegado hasta decir que la *Reforma del Calendario* está principalmente inspirada « *ad majorem statisticæ gloriam* », o sea, para « *darle más lustre a la Estadística* ».

Sin duda alguna, muchos de los errores del *Calendario* se pueden corregir o atenuar por un experto estadístico; pero no hay cuestión de que un arreglo, más simétrico y armónico de éste, será de gran beneficio y utilidad para ellos.

En algunos negocios y empresas industriales se están empleando ya calendarios auxiliares para facilitar su desenvolvimiento; pero su aplicación es muy limitada, pues, sólo son paliativos que no pueden eliminar los múltiples defectos e inconvenientes de que adolece el *Calendario Gregoriano* de uso en casi todos los pueblos civilizados.

Buenos Aires, 30 de Noviembre de 1935.

NOTICIARIO

Por E. R.

El 6 de Enero ha muerto, mientras escalaba el Aconcagua, el explorador norteamericano señor Newell Bent, (hijo).

El Aconcagua es una de las más altas montañas de América, y su ascensión constituye una proeza que tienta a los más arriesgados alpinistas efectuándola por primera vez Surbriggen en 1897.

El Sr. Newell Bent, de 25 años de edad, había llegado hace poco tiempo a Chile, comisionado por la Universidad de Haward para realizar estudios entomológicos y geográficos en general, sobre el Aconcagua y las cumbres andinas vecinas. Organizó una expedición con el concurso de algunos guías chilenos, entre ellos el famoso Mario Pasten, y al frente de ellos inició la ascensión de la montaña, consiguiendo llegar hasta los 6.000 metros de altura, donde la ruptura de un vaso sanguíneo le produjo una hemorragia y más tarde la muerte.

Recordaremos que la última tentativa afortunada, entre los muchos fracasos a que ha dado motivo la ascensión al Aconcagua, fué realizada hace muy poco tiempo por el ingeniero Federico Strasser, acompañado del Sr. Anselmi y del citado guía chileno Mario Pasten.

Partieron del lado argentino, desde Puente del Inca, internándose en el Valle de los Horcones hasta llegar al borde del ventisquero Horcones Superior a 4.500 m., siguiendo después hasta los 5.500 metros por la estribación que va desde el Aconcagua hasta el Cerro Cuerno, empleando varios días en esta ascensión con objeto de permitir la aclimatación del organismo a los efectos de la altura.

La recorrida del tramo final hasta la cumbre, fué iniciada de noche. a la luz de linternas eléctricas. « El frío más intenso, — dice el informe del ingeniero Strasser, — lo sentimos poco antes de la salida del Sol; 30° grados bajo cero, aproximadamente, cuando nos encontrábamos a los 6.700 metros. El camino elegido fué el de la cresta oriental del Aconcagua, que va hasta alcanzar la pirámide final de roca viva ».

« Habíamos pensado en atacar dicha pirámide desde el Este, por donde veníamos, pero no era posible, pues la arista de la pirámide no estaba a continuación de la cresta sino que arrancaba desde la gran pared helada y casi a pique de la vertiente Sur de la montaña ».

« Por esta razón, doblamos hacia la derecha siguiendo la base de la pirámide que en toda esta parte se presenta como una pared vertical, hasta llegar al Oeste de la misma. En adelante, el único camino posible es la gran pendiente de acarreo del Aconcagua, que nace de la misma cumbre y se extiende descendiendo hasta los 4.500 metros, con rumbo hacia la depresión situada entre las dos cumbres principales del Aconcagua, pues tiene dos, una al Este que es la más alta y otra al Oeste, no escalada aún por nadie, a pesar de que es algunos metros más baja. Distan entre sí unos dos kilómetros, y están unidas por una cresta viva que divide la vertiente Norte de la Sur de la montaña. Marchando unos metros más abajo de esta arista, para defenderse del viento que podría fácilmente arrojarnos al abismo, de la falda Sur, se llega a la cumbre ».

« Tardamos dos horas en vencer los últimos cien metros, debiendo ganar terreno palmo a palmo y descansando cada dos o tres pasos. Hacia las doce del día, alcanzamos la cima. La arista se ensancha en esta parte, dando lugar a una plataforma de 40 metros de largo por 15 de ancho, ligeramente inclinada hacia el Oeste ».

« Imposible describir la majestuosa belleza del panorama que se contempla desde aquel punto, a los 7.010 metros de altura. Se domina completamente la zona que va desde el Tupungato (6.650 m.) hasta el Mercedario (6.800 m.), en dirección Norte-Sur; y desde la Pampa argentina hasta el Pacífico, en dirección Este-Oeste ».

⁂ ⁂ ⁂

El 11 de Enero partió hacia las Orcadas a bordo del transporte nacional « Pampa », la comisión científica de observadores meteorologos que periódicamente envía el Ministerio de Agricultura de la Nación para relevar al personal que atiende el Observatorio Meteorológico instalado en aquellas islas australes y que funciona desde 1904.

En la comisión actual, figuran como jefe el Sr. AAGE JOHANSEN; como segundo jefe el Sr. FÉLIX A. MONTI y los observadores CARLOS A. S. FLUGERTO y HUMBERTO PAPA, además de otros empleados, pero es la primera vez desde su fundación, que todo el personal del Observatorio es de nacionalidad argentina.

El director de Meteorolgía, Geofísica e Hidrología, ingeniero A. GALMARINI, despidió a los viajeros con breves palabras, exhortándoles a que trabajando como verdaderos camaradas intensifiquen sus observaciones y procuren poner en claro los numerosos problemas que se plantean a la meteorología y a la geofísica en aquellas extremas latitudes, colaborando en esa forma al progreso científico de la Argentina.

El señor JOHANSEN manifestó que la comisión lleva instrumental nuevo, con el que esperan poder realizar observaciones que hasta ahora no ha sido posible efectuar y confía en que los nuevos trabajos a realizarse resultarán de sumo provecho para la Dirección de Meteorología.

⁂ ⁂ ⁂

El 15 de Enero ha fallecido en Buenos Aires, el ingeniero peruano JULIO B. FIGUEROA, que a través de más de cuarenta años realizó entre nosotros una intensa labor, vinculando su nombre a importantes obras públicas argentinas.

Nacido en Huanuco, pueblo trasandino del Perú en 1859, fué enviado a Europa en edad muy temprana, realizando sus estudios en las Universidades de París y Bruselas, y graduándose en el instituto de estudios superiores de Gante, como ingeniero de puentes y caminos, en 1880. En España realizó luego estudios especiales sobre diversas obras ferroviarias y después de tres años de permanencia en ese país, emprendió viaje a la Argentina, patria de su padre. Se estableció en la provincia de Salta, en donde desarrolló una activa labor profesional ininterrumpida hasta 1915, relacionándose con podersas empresas, para las cuales efectuó estudios de tanta trascendencia como el del ferrocarril a Salta por el Valle de Lerma, el del ferrocarril de Mercedes a Villa Mercedes y el de Mendoza a Puente del Inca.

Tras de revalidar su título en la Universidad nacional de Buenos Aires, ingresó al servicio de la provincia de Buenos Aires, tocandole ejercer la dirección final de las obras del Puerto de La Plata hasta su terminación. Planteó luego el sistema de irrigación en Patagones, delimitando las zonas tributarias que corresponden a los ríos Colorado y Negro. Intervino también en los proyectos y trabajos de defensa de Patagones y Viedma contra las inundaciones y crecidas extraordinarias del Río Negro, y realizó también un estudio muy completo de los puertos actuales y posibles a lo largo de toda la costa de la provincia.

Por cuenta del Gobierno de la Nación, practicó estudios definitivos sobre las condiciones de la zona que afecta al Puerto Militar de Bahía Blanca, y proyectó un puerto en Mar del Plata, que fué aprobado por el Poder Ejecutivo y ordenada su construcción por el Congreso.

En sus empresas de carácter comercial, intervino también en numerosas construcciones portuarias de diversa índole. Actuó en numerosas instituciones y congresos, presidió los debates en la sección Vías y Obras del Congreso Sudamericano de Ferrocarriles, celebrado en Buenos Aires en 1910, y fué como representante argentino al Congreso Internacional de Ferrocarriles de Lima en 1924.

Su obra escrita comprende varios tomos, sobresaliendo entre ellos el dedicado al estudio de la costa bonaerense. Finalmente, vale la pena señalar su especial versación en cuestiones artísticas. En 1912, estrenó en el Politeama una obra lírica, de inspirado vuelo musical, basada en la vida heroica del General San Martín. Fué también autor de un drama en tres actos, titulado « Leyenda de los siglos de América ».

La ciudad de Quilmes, en las cercanías de Buenos Aires, contará dentro de poco con un monumento recordatorio de los indios quilmes, oriundos de Catamarca, que fueron sus primeros pobladores. La piedra fundamental del futuro monumento ha sido traída desde Catamarca, por una comisión estudiantil quilmeña que ha hecho el viaje en este mes de Enero.

El nombre de Quilmes, en la provincia de Buenos Aires, tiene su remoto origen en la reducción de Santa Cruz de los Quilmes, formada en épocas de la colonia con los restos de una tribu indígena que habitó en las quebradas de las sierras catamarqueñas cerca de Santa María y más especialmente en el paraje denominado « Fuerte Quemado », a 40 km. de Santa María. Estos indios, al igual que los araucanos de Chile, lucharon bravamente contra los conquistadores, prolongando su resistencia durante más de medio siglo, y hubieran debido encontrar entre sus enemigos, un Ercilla que, como en Arauco, cantase tan épicas hazañas.

Vencidos al fin, los conquistadores decidieron sacarlos de sus lares y dispersarlos, distribuyéndolos en tres reducciones principales, ubicadas sobre el litoral este, cerca de los puntos poblados que eran asiento de las fuerzas españolas, para tener así más bajo mano a tan indómitos guerreros. Una de estas reducciones de indios, es la que originó con el correr del tiempo, la presente ciudad de Quilmes, cuyos fundadores puede decirse que fueron los indios de este nombre.

La iniciativa de recordar estos hechos ha encontrado en todo tiempo la mejor acogida entre los habitantes de Quilmes y pronto hará cuarenta años que se trabaja por llevarla a la práctica. A principios de siglo se destacaron entre sus entusiastas partidarios, los señores José Augusto Otamendi y Andrés López. Más tarde recogió la idea el Ateneo Popular de Quilmes, prestigiosa institución que editó una revista y propició numerosas conferencias destinadas al culto de la tradición de la zona. Una monografía escrita sobre el tema por Clemente Onelli, quedó señalada como interesante documento de positivo valor histórico.

En 1932, un grupo de 40 alumnos del Colegio Nacional de Quilmes se trasladó a Catamarca llevando una artística placa de bronce, obra del escultor Perlotti, que fué colocada sobre las piedras rocosas de las montañas en el lugar donde según la leyenda se concentró la última y heroica resistencia de los indios quilmes.

Ahora, una nueva comisión, auspiciada por el Ministerio de Justicia e Instrucción Pública, dirigida por el profesor José S. del Valle e integrada por alumnos secundarios y universitarios, partió a Catamarca para traer como piedra fundamental del monumento a eregirse, un trozo de roca arrancado de las mismas montañas que sirvieron de refugio a los quilmes. Al mismo tiempo, recogieron rastros de alfarería indígena, y objetos característicos de la región, con destino al Museo Arqueológico de Quilmes.

El conocimiento geográfico de las comarcas recorridas se beneficiará también de esta excursión, pues se trata de partes del país muy poco visitadas. Partiendo de Catamarca por vía Andalgalá, se dirigieron a lomo de mula hasta Santa María, recorriendo durante veinte días los valles de los alrededores hasta « Fuerte Quemado », de donde se extrajo un gran bloque de piedra. La vuelta no pudo hacerse por el mismo camino, debido a las fuertes lluvias caídas y a la impedimenta que se transportaba, todo lo cual obligó a seguir hacia el norte, pasando por Cafayate y siguiendo por los valles calchaquíes hasta Salta.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arbecchi, Armando C.
Arce, Manuel J.
Arditi Thompson, H.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Arroyo, Rufino
Avila Méndez, Delfín
Ayerza, Rafael
Aztiria, Ignacio
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Baidaff, Bernardo I.
Balbiani, Atilio
Bancalari, Agustín
Barabino Amadeo, S.
Barbieri, Antonio
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barrancos, Leónidas A.
Berdoy, Pedro A.
Berrino, Juan B.
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Blaquier, Juan
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano
Bontempi, Luis
Bordato, Miguel
Bordenave, Pablo E.
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Breyer, Adolfo (h.)
Briano, Juan A.
Buldrini, Alvaro G.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Cailliet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Camus, Nicolás
Canale, Humberto
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceriale, Marcelino A.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Corvalán Mendilaharzu, Dardo
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chelía, Francisco
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
Debenedetti, José
De Cesare, Elías A.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Demarchi, Marco
Deulofeu, Venancio
Devoto, Franco E.
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dotto, Enrique S.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Edelberg, Benjamín
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Forn, Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Dívico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Gil, Martín
Gonella, Juan B.
González, Juan B.
Gottschalk, Otto
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gurewitsch, Marco
Gutiérrez, Ricardo J.
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Howard, Jorge W.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Keiper, Guillermo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Kohan, Zoilo
Kraglievich, Nicolás T.
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lea, Allán B.
Lignières, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López, P. José
Loyarte, Ramón G.
Lozano, Nicolás
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Marini, Tomás L.
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Massaro, César O.
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Mermoz, Francisco A.
Mohring, Walther
Molfino, José F.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nelson, Ernesto
Nielsen, Juan
Oliveri, Alfredo E.
Ortega Belgrano. Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello Héctor
Outes, Félix F.
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paltoví y Oliveras, A.
Paquet, Carlos
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Pauly, Antonio
Paz, José Máximo
Paz Anchorena, José M.
Peralta Ramos (h.), Alberto G.
Pérez Hernández, A.
Pérez Pirán, Juan A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Piana, Juan S.
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Polti, Modesto
Posadas, Carlos
Quartino, José N.
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Modesto
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo

Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Ravignani, Emilio
Rebuetlo, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rossell Soler, Pedro A.
Rossi, Arturo R.
Ruata, Luis E.

Ruíz Moreno, Isidoro
Ruíz Moreno, Adrián
Sabaria, Enrique
Sagastume Berra, A. E.
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schmidt, Max
Schoo Lastra, Oscar
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Seeber, Ricardo
Sesma, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.

Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Storni, Carlos David
Suárez, Angel
Taiana, Alberto F.
Tamini, Luis Augusto
Tarragona, José
Tedeschi, Virgilio
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valls, José
Vallebella, Colón B.

Valentiner, Hugo
Valentini, Argentino
Vallejo, Segundo E.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino (h.)
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Volpatti, Eduardo
White, Guillermo J.
Wauters, Carlos
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Arbecchi, Atilia A.
Bazzanella, José
Devoto, Arnaldo Carlos
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl

Folcini, Martín L. G.
Girbau, Mansueto
Goyena, Ricardo J.
Laporte, Julio A.
Magne de la Croix, P.A.

Milesi, Emilio Angel
Monca, Jacobo Isaac
Muñoz Cabrera, René
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano

Rusconi, Carlos
Somonte, Eduardo
Viglione, Fausto E.
Walls, I. Figueras de
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Ernesto Baroni y Cía.
Francisco Disí
Angel Estrada y Cía.

Imprenta Kidd
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone

Otto Hess, S. A.
Est. Gráf. "Tomás Palumbo"

Jacobo Peuser, S. A. Lda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

S E C C I O N C O R D O B A

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis
Aguiar, Henoch D.
Aliaga de Olmos, E.
Amaya, Arturo A.
Anduze, Fernando L.
Arrambide, Miguel
Astelarra, Publio F.
Arreguine, Víctor
Astrain, Antonio
Beltrán Posse, F.
Bermann, Gregorio

Bernard, René
Bobone, Jorge E.
Bodenbender, G.
Bonet, Rafael
Berzacow, Wladimir
Bracaccini, Osvaldo J.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Bustos, Ernesto
Buteler, Jesús E.
Cabrera, Pablo

Cabrera Molina, P.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Castellanos, Domingo S.
Castellanos Posse, F.
Catinari, Altavino E.
Centeno, Dionisio
Cordeiro, Juan Carlos
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo

De la Colina, Bmé.
Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
De Villafañe Lastra, T.
Devoto, Heraclio A.
Di Riemzo, Sabino
Esteban, Fernando
Evans, Eduardo W.
Fernández, Miguel
Ferrer, Baltasar
Fitz Simon, Sgo. E.

Fortana, Lorenzo
Fracassi, Humberto
Fuchs, Guillermo J.
Furque, Rafael
Galíndez Vivanco, C.
García, Daniel
García Voglino, A.
Garzón, Ernesto
Garzón, Juan Manuel
Garzón, Rafael
Gavier, Daniel E.
Gavier, Ernesto
Gibert, Víctor
Giménez de Azúa, F.
Godoy, Salvador A.
Gómez, Calixto A.
Gordillo, Pedro N.
Granillo Barros, M.
Hernández Ramírez, R.
Hosseus, Carlos Curt
Jagsich, Juan
Kegeler, Juan Walter
Kronfuss, Juan
Lafayette Zimmer, M.
Lagrange, Francisco

Larrauri, Agustín C.
Lewis, Donald G.
Licurzi, Ariosto
Lo Celso, Angel T.
Luque, Eduardo R.
Lutzow Holm, Olaf.
Mácola, Berardo A.
Mainé, Manuel Martín
Marck, Carlos
Marsal, Alberto
Martínez, Rodolfo
Martínez Bustos, V.
Martínez Carreras, J.M.
Masjoan, Juan
Melo, Carlos R.
Mirizzi, Pablo Luis
Montes, Aníbal
Moreau, Raúl L.
Ninci, Carlos A.
Ninci, Mario
Ninci, Raúl T.
Nolte, Gustavo Ernesto
Nottaris, Carlos E.
Novillo Corvalán, S.

Olsacher, Juan
Pagliari, Arturo
Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani de
Perrine, Carlos D.
Ponce Laforgue, C.
Portela, Benigno
Ponssa, Marco
Puga, Agustín
Revol, Carlos A.
Revuelta, Miguel C.
Rietti, Dardo A.
Roca, Jaime
Roggeri, Domingo
Rothlin, Edwin
Saibene, Natalio J.
Sánchez Sarmiento, F.
Sartori, Antonio
Sayago, Gumersindo
Sayago, Marcelino
Schmiedecke, Augusto
Seckt, Hans
Servetti Reeves, J. C.
Sicco, Juan Carlos

Padula, Federico
Sigal, Moisés
Sobrino Aranda, Luis
Soria, Benito
Sparn, Enrique
Strada, Ferdinando
Stucchi, Alberto
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Terrera, Pascual
Torres, Valeriano G.
Trebino, Natalio
Tretter, José
Urciuolo, Victorio
Valdés, José M.
Vanni, Alberto
Varsi, Tomás
Vázquez de Novoa, F.
Velazco, Román
Vercello, Carlos
Villalba, Aquiles D.
Yadarola, Mauricio L.
Zeballos Cristobo, José

SECCION SANTA FE

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Argüelles, Eugenio
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco
Bonazzola, César J.
Borruat, Luis
Borruat, Luis (hijo)
Bruzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Claus, Guillermo
Courault, Pablo

Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christem, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá Tolrá, Antonio

Kleer, Gregorio
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Morisot, Augusto
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo

Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Antonio E.
Reinares, Sergio
Reuzaut, Rodolfo
Regis Mallorquin, Juan
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonetti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Basso, Germinal
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Carette, Eduardo
Ceriotto, Emilio
Croce, Francisco M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo

García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Granzella, Sinibaldo
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Mácola, Tulio

Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Miyara, Santos
Oviedo Marcó, Carlos
Oviedo Ortíz, Carlos
Pelaia, Dante

Piovano, Abelardo P.
Sammartino, Miguel
Sánchez C., Juan V.
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Toso, Juan P.
Vicchi, Juan A.

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán..........	Rafael (México)
Amaral, Afranio de..........	San Pablo (Br.)
Ameghino, Carlos.............	La Plata
Arteaga, Rodolfo de.........	Montevideo
Avendaño, Leónidas...........	Lima
Alvarez, Antenor..............	Sgo. del Estero
Bonarelli, Guido..............	Gubbio (It.)
Borel, Emile..................	París
Bachmann, Carlos J...........	Lima
Bolívar, Ignacio...............	Madrid
Bragg, William Henry........	Londres
Bruch, Carlos.................	Olivos
Cabrera, Blás.................	Madrid
Carabajal, Melitón M.........	Lima
Corti, José S..................	Mendoza
Dávila, Rubén.................	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto.............	La Plata
Escomel, Edmundo............	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Asunc. (Par.)
Fontecilla Larrain, Arturo....	Chile
Fort, Michel..................	Lima
González del Riego, Felipe....	Lima
Greve, Germán................	Chile
Guinier Philibert.............	Nancy (Franc.)
Hadamard, Jacques...........	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hassler, Emilio...............	San Bernardino (Paraguay)
Hernández, Juvenal...........	Chile
Hijar y Haro, Luis...........	México
Janet, Pierre..................	París
Jiménez de Asúa, Luis.......	Madrid
Kinart, Fernando.............	Amberes
Lahille, Fernando.............	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul...............	París
Lobo, Bruno...................	Río de Janeiro
Lehmann Nitsche, Roberto....	Berlín
Mardones, Francisco..........	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique..............	Concepc. (Ch.)
Majarás, Jesús................	México
Moretti, Gaetano..............	Milán
Oliver Schneider, Carlos......	Chile
Pereira d'Andrade, Lancaster.	Nova Goa (I.P.)
Perrin, Tomás G..............	México
Porter, Carlos E..............	Santiago (Ch.)
Pi y Suñer, Augusto..........	Barcelona
Reyes Cox, Eduardo..........	Antofag. (Ch.)
Rospigliosi y Vigil, Carlos....	Lima
Rowe, Leo S.................	Wáshington
Shepperd, William R..........	New York
Tello, Julio C................	Lima
Torres Quevedo, Leonardo....	Madrid
Villarán, Manuel V...........	Lima
Vélez, Daniel M..............	México
Valle, Rafael H..............	México
Volterra, Vito................	Roma
Vitoria, Eduardo..............	Barcelona

// ANALES
DE LA
SOCIEDAD CIENTIFICA
ARGENTINA
ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

FEBRERO 1936. — ENTREGA II. — TOMO CXXI

SUMARIO

BUENOS AIRES
Calle Santa Fé 1145
1936

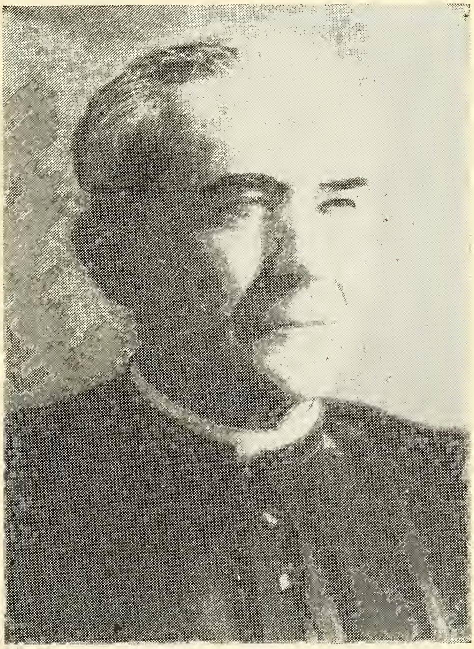
SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

B. AIRES - EST. GRÁFICO "TOMAS PALUMBO" - LA MADRID 321-25 - U. T. 21-1733

MONSEÑOR PABLO CABRERA

SOCIO FUNDADOR DE LA SECCIÓN CÓRDOBA DE LA SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA
Y MIEMBRO DE HONOR DE SU COMISIÓN DIRECTIVA



Ha muerto en Córdoba, el 29 de Enero próximo pasado a la edad de 78 años, el ilustre Sacerdote Monseñor PABLO CABRERA, representativa figura de la iglesia y de la ciencia argentina.

Hijo de don Pablo J. Cabrera y de doña Melitona Mercado Quiroga, había nacido en San Juan de Cuyo, el 12 de Septiembre de 1857. Pasó en la provincia andina sus primeros años, recibiendo allí la influencia de la montaña, que infiltró en su espíritu superior, la serenidad augusta que fué la característica de su existencia.

Descendía de una familia tradicional, y en el hogar paterno, austero y recogido, a la antigua, se educó en el culto de la patria y de la fe cristiana, sintiendo desde temprana edad, vocación por los estudios religiosos. Cuando contaba apenas 10 años, asoló la provincia de San Juan la epidemia de cólera y PABLO CABRERA tuvo ocasión de ayudar al presbítero CRISTÓBAL CAVALLI en su piadosa misión de consolar enfermos y visitar familias enlutadas por la desgracia. El espectáculo de tanta desolación, parece que lo impresionó fuertemente, decidiendo su consagración al sacerdocio y el 19 de Mayo de 1870, aún no cumplidos los trece años, ingresó como seminarista en los primeros cursos del Colegio de Nuestra Señora de Loreto en Córdoba. Regenteaba entonces este Seminario Conciliar monseñor ULADISLAO CASTELLANOS, ex-arzobispo de Buenos Aires, quien vislumbrando las brillantes dotes naturales del nuevo educando, lo hizo uno de sus discípulos predilectos, infundiéndole su pasión entusiasta por la oratoria eclesiástica. Como detalle curioso, se recuerda que en la vida de las aulas, sobresalió el padre CABRERA por su afición y dominio de los conocimientos musicales, habiendo sido durante varios años, director de la banda de música que poseía el Colegio.

Obtenida su licenciatura en teología, se trasladó a Mendoza en 1883, donde se ordenó de sacerdote celebrando su primera misa. Tras una breve permanencia en la capital cuyana, volvió a Córdoba, donde publicó sus dos primeros folletos: « Fundamentos de la religión » y « Liberales de aquende y allende ». Escribió después algunos textos elementales de enseñanza para las escuelas cristianas y al fundarse el difundido cotidiano « *Los Principios* », entró a formar parte de su redacción. Aquí fué donde se empezaron a manifestar sus preferencias por el estudio y exposición de los temas de carácter histórico, que poco a poco fueron absorbiendo todas sus preferencias.

El 15 de Diciembre de 1895 fué nombrado cura rector de la Parroquia del Pilar, cargo que conservó hasta 1929. Ya afianzado en su verdadera vocación, dejó otras tareas tal vez más lucrativas, para entregarse por entero a las investigaciones históricas, empezando por estudiar los orígenes de la formación artística argentina, en los tiempos de la colonia, reuniendo objetos de valor histórico y documental, hasta el punto de convertir la iglesia y sus habitaciones particulares adyacentes en un verdadero museo de arte religioso. Lienzos antiguos, tallas coloniales, efigies de Santos, Cristos, imágenes vetustas, etc., formaron pronto un conjunto de altísimo interés, muy apreciado por los especialistas. Simultáneamente, ejercía con amplia eficacia los deberes inherentes a su sagrado ministerio, dándose por entero a obras de caridad y beneficencia, que mermaban sus recursos a la vez que lo aureolaban con fama de bondad y de santa modestia. El mismo monseñor CABRERA recordaba algunas veces sus días de franciscana pobreza, cuando el Dr. JOAQUÍN V. GONZÁLEZ le aplicaba el verso del poeta español:

El cura del Pilar de la Horadada,
como todo lo dá, no tiene nada.

Conocido y admirado su nombre entre un grupo selecto pero reducido de historiadores y eruditos, conquistó también al gran público surgiendo en la escena intelectual del país como destacado orador sagrado. Por encargo del gobierno de la Nación pronunció en la Catedral de Buenos Aires el sermón destinado a celebrar la fraternidad americana a raíz de la firma de los pactos con Chile en 1902, y la ardorosa elocuencia de su vibrante palabra, produjo impresión extraordinaria.

En ese mismo año integró la comisión que llevó a Chile los originales firmados de los pactos que nos trajeron la paz con el país vecino, aprovechando su viaje para gestionar el traslado de los restos de don PEDRO IGNACIO DE CASTRO BARROS, hallándose identificados en Chile dos años antes, por el Sr. DUTARI RODRÍGUEZ.

En 1903, como delegado de la Universidad de Córdoba repitió su éxito oratorio del año anterior con el magnífico discurso pronunciado al inaugurarse la estatua del Cristo Redentor en la Cordillera de los Andes. Cuando por fallecimiento de fray MARCOLINO DEL CARMELO BENAVENTE quedó vacante la silla obispal de Cuyo, el nombre de monseñor CABRERA figuró entre los más calificados candidatos.

Aparte de su labor patriótica y humanitaria en pro de la confraternidad internacional, y la no menos valiosa de sus menesteres eclesiásticos, iba desarrollando una ímproba tarea de investigador. Debido exclusivamente a sus esfuerzos personales de autodidacta, se constituyó en arqueólogo, lingüista e historiador de recia envergadura. Conoció minuciosamente las existencias de Archivos y Bibliotecas y logró así esclarecer muchos puntos oscuros de los orígenes argentinos a fuer de paciencia, sagacidad y aplicación persistente de la más severa disciplina en el examen de los documentos. Las oficinas capitulares y parroquiales, y otros repositorios de Córdoba, Cuyo, Tucumán, Buenos Aires y Santiago de Chile, fueron minuciosa y sistemáticamente revisados por monseñor CABRERA. Igualmente rebuscó en las grandes colecciones documentales de don JOSÉ TORIBIO DE MEDINA y en el magno archivo de los Tribunales de Córdoba, verdadero emporio de valiosas informaciones originales: en todas partes donde algo podía encontrarse de interés histórico, acudió infatigable y diligente el padre CABRERA para entregarse a la tarea abrumadora de releer, copiar, extractar y anotar los primeros testimonios de los hechos históricos notables, de que tan rica es la época de la conquista: actas fundacionales de pueblos y ciudades, títulos de encomiendas, mercedes y capellanías aclaratorias del origen remoto de latifundios actuales; reparticiones de herederos y partidas eclesiásticas reveladoras del paulatino afincamiento familiar que se realizaba en las ciudades recién fundadas; expedientes curialescos acerca de los más diversos litigios y por los cuales se viene hoy en cabal conocimiento sobre el espíritu y la acción de aquellos hombres; y en fin, papeles en los que aparece el indio aborigen como sujeto de la economía social propia de aquella época, todo fué utilizado con amplia visión de historiador y sereno juicio de crítico.

Entre sus felices hallazgos, se mencionan los antecedentes genealógicos de Garay y el descubrimiento del acta de fundación de Tucumán.

Aprendió lenguas indígenas para ponerse en condiciones de efectuar más fácilmente sus búsquedas y cotejos, y cuando su conocimiento fué realmente grande y bien cimentado, comenzó a escribir, produciendo una obra copiosísima, tal vez carente de método en algunos aspectos, pero que asombra por su extensión y es utilísima por la novedad absoluta de los temas que en ella se abordan.

En cuanto a la lingüística americana, monseñor CABRERA alcanzó conocimientos profundos aplicando el método toponímico que había concebido por sí mismo y que le granjeó tan profícuos resultados en su paciente y formidable labor. No cabe aquí, naturalmente, un juicio acabado acerca de esta faz de la actividad intelectual de monseñor CABRERA. Sólo cumple decir que ella ha sido apreciada debidamente por autoridades indiscutibles. Para citar únicamente a dos personalidades vinculadas a nuestra cultura, recordaremos que GROUSSAC, a propósito de un trabajo de esa índole, exclamaba con satisfacción: « Qué interesantes resultan siempre los que hablan de lo que saben », y que el sabio ERIC BOMAN, cuya competencia es superfluo señalar, decía en cierta ocasión al padre CABRERA: « El documento publicado por usted es simpremente sensacional y constituye la más importante contribución moderna a la historia tan escasa del idioma cacán. Sus magistrales comentarios y notas, dilucidan de una manera perfecta los datos del documento y dan una idea precisa de la ubicación de los Capayanes y de los orígenes de Vinchina ».

No es extraño pues, que se creara para él una cátedra especial de etnografía indígena argentina, en la Universidad Nacional de Córdoba, y que la misma institución le concediera hace más de 10 años el título de doctor « honoris causa », en reconocimiento de sus extraordinarios trabajos. En esta ocasión, el padre CABRERA recibió un tributo de admiración inolvidable, que tuvo carácter nacional. Poco después con motivo de sus bodas de oro sacerdotales fué objeto de un nuevo homenaje al que se adhirió su Santidad Pío XI, felicitándolo « por su « obra vastísima, verdadero monumento de sabiduría, que señalará a los tiempos « venideros su paso por el mundo ».

Entre los cargos que ocupó y los títulos honoríficos que le fueron justicieramente otorgados, cuéntanse los de Profesor del Seminario Conciliar; miembro titular de la Academia Nacional de Ciencias de Córdoba; miembro correspondiente del Instituto Geográfico Argentino; director de la sección manuscritos de la Biblioteca de la Universidad Nacional de Córdoba; miembro de la Sociedad de Americanistas, de París; miembro de la Sociedad Alemana de Estudios Históricos, de Berlín; presidente de la entidad filial, en Córdoba de la Junta de Historia y Numismática Americana, de Buenos Aires, y director del Museo Colonial de Córdoba, institución esta última a la que monseñor CABRERA donó sus colecciones etnográficas, reputadas por don CLEMENTE ONELLI como las primeras del país. Caballero de la Real Orden de Isabel la Católica; socio honorario de la Sociedad Ibero-Americana con sede en Hamburgo; miembro de la Comisión de límites entre Córdoba y Santiago del Estero, etc.

Concurrió a diversos certámenes y congresos realizados en el país y en el extranjero, como el Congreso Científico Panamericano realizado en Buenos Aires en 1910 y el que en 1924 se realizó, con los auspicios de la misma entidad, en Lima. Organizó la sección Historia del archivo de los tribunales de Córdoba. El gobierno de Córdoba lo designó su delegado al segundo Congreso Nacional de Historia y Geografía que se realizó en Jujuy en 1927. También fué miembro de la última convención provincial que reformó la Constitución de Córdoba en 1922.

En 1923 representó a la Universidad de Córdoba en el Congreso de Americanistas celebrado en La Plata.

Finalmente contribuyó a los trabajos de organización de la Sección Córdoba de la Sociedad Científica Argentina, hablando sobre un tema histórico en el acto de la inauguración el 3 de Agosto de 1934.

Entre sus innumerables trabajos figuran obras de recopilación, preciosas monografías, ensayos biográficos, y exégesis luminosas que serán siempre material indispensable y utilísimo para la reconstrucción histórica de nuestro pasado. Recordaremos algunos títulos: « Ensayos sobre etnología argentina », « Cultura y beneficencia durante la colonia », « Córdoba de la nueva Andalucía », « Ensayo histórico sobre la fundación de Córdoba », « Aborígenes del país de Cuyo », « Universitarios de Córdoba en el Congreso de Tucumán », « Corona lírica del poeta José de Tejada », « Estudios históricos y geográficos del Tucumán », « Los Andes », « Datos sobre Etnografía Diagüita », « Etnografía ríoplatense », « Algunos aspectos de la familia charrúa », « Onomástico antiguo del Tucumán », « La segunda imprenta de la Universidad », « Misceláneas », « Córdoba prehispánica y protohistórica », « Ulterioridades del drama de Cruz Alta », « El divorcio es un retroceso a la barbarie », « Un héroe ignorado », reivindicando los prestigios del General Bolaños, héroe en la batalla del Desaguadero; « Tríptico histórico », « Los Mercedarios de Tucumán », « Trejo y su obra », « Tiempos y Campos heroicos », « Bosquejo de la Compañía de Jesús en Córdoba », etc.

Estas obras y otras muchas más, sin contar numerosos artículos en la Revista de la Universidad Nacional de Córdoba, habían atraído ya, desde hace tiempo, la admiración y el respecto de todos sobre el nombre del insigne polígrafo. Pero él, siguió incansablemente con su acostumbrado ritmo de trabajo, aumentando de continuo el sólido prestigio de que disfrutaba entre los especialistas y justificando así los honores discernidos por las instituciones científicas del país y del extranjero.

En 1929, publicó un voluminoso estudio monográfico acerca del virrey Sobremonte, cuya personalidad estudia desde nuevos puntos de vista que le permiten rectificar el juicio que de este gobernante formaron sus contemporáneos. Estas « rectificaciones históricas », son otro de los grandes servicios que las investigaciones de Monseñor Cabrera han prestado a la historia del país. Fundando siempre sus afirmaciones en citas de primera mano o en documentos fehacientes encontrados por él en los Archivos que tantas veces escudriñó, hacía valer implacablemente tales testimonios para comprobar la veracidad de sus asertos. Se recuerda, por ejemplo, la forma con que enrostró al padre Lozano, a pesar de considerarlo como su mentor más venerado entre los historiadores coloniales, los errores ortográficos con que traslada nombre de personas y cosas, creando confusiones y errores de interpretación.

En 1934, publicó en estos « Anales » una nota de carácter histórico, titulada « Un topónimo interesante relacionado con uno de los conquistadores más célebres del Tucumán ». Su último trabajo, es una « Introducción a la historia eclesiástica del Tucumán, 1535 a 1590 », editada en dos volúmenes a principios de 1935 por la Biblioteca de Doctrina Católica, y que constituye una importante obra de gran aliento, llamada a prestar incalculable servicio a los historiógrafos dedicados a investigar el pasado argentino. En ella revindica al obispo Victoria, defendiéndolo contra las falsas aseveraciones vertidas por los cronistas coetáneos y de las que se han hecho eco ulteriores publicistas.

No ha desmentido pues, ni en los días finales de su laboriosa vida, la fibra resistente de trabajor tesonero y concienzudo en las disciplinas de su predilección. Apesar de acercarse a los 80 años de edad, todavía en 1935 se ocupaba activamente en la preparación de un libro titulado « Etnología ríoplatense » y en terminar el tercer tomo de « Misceláneas », donde iba recogiendo sus artículos dispersos en diarios y revistas. Continuaba también compilando elementos para proseguir su Historia Eclesiástica del Tucumán, cuando a mediados de año se alteró profundamente su salud, agregándose a las dolencias propias de su avanzada edad, los efectos de una diabetes crónica y algunos trastornos mentales, frutos tal vez del excesivo trabajo.

Tras algunas alternativas, su estado se agravó en el mes de Diciembre, falleciendo en Córdoba el 29 de Enero de 1936. El gobierno de la Provincia, la Universidad Nacional y multitud de Instituciones Científicas, rindieron honores al ilustre desaparecido.

A continuación transcribimos dos de los discursos pronunciados en el acto del sepelio:

Discurso del presbítero doctor Vera Vallejo.

La iglesia de Córdoba y su clero no pueden guardar silencio ante el nuevo claro que se abre entre las filas de sus presbíteros, y sobre el féretro de quien lo fuera no sólo por el carácter sacerdotal de sus manos ungidas, sino también por el prestigio de la sabiduría y de la virtud, más que por la nieve de los años que cayera sobre su frente.

En nombre de esa iglesia y de ese clero tengo el honroso encargo de despedirlo ante esta puerta de la última morada, donde viene a descansar junto a sus hermanos en el sacerdocio, con quienes convivió los lejanos días de la juventud, el retiro del Seminario, el ajetreo de las aulas, las vigilias sobre los libros, la solemnidad de las clásicas pruebas en la Casa de Trejo y la ansiosa expectación de su sacerdocio, para llegar con ellos a la dicha de la fracción del pan y de la participación de un mismo cáliz en la mesa eucarística del altar.

Como ellos pudo repetir con verdad el verso del Salmista: llegaré hasta el altar de Dios y me acercaré al Señor que alegra mi juventud. Y satisfecho ese anhelo de su alma, que alumbró con crepúsculos de aurora los días de su juventud, al lado de estos hermanos que le precedieron y de los que quedan aun sobre la mies, trabajó en la viña del Padre de familia desde la hora de prima con todo el entusiasmo de los obreros noveles, con todo el optimismo y la generosidad de los que han hecho de la gloria de Dios un ideal para su vida. En la cátedra sagrada, en la prensa y en el libro hizo como soldado de la sagrada milicias sus primeras armas y combatió con todo el fervor de los apóstoles los combates de la fe y las grandes batallas por la causa de Dios y de su inglesia que le tocó afrontar en los largos años de su vida.

Le cupo así formar la vanguardia de los clérigos de su tiempo en los días aciagos de los primeros ataques del laicismo y de la irreligión a las instituciones cristianas de su patria; formó entonces en las primeras filas y estuvo sobre la brecha con las nuevas armas que fué preciso esgrimir de acuerdo a las modalidades de la época, el diario, la revista, la conferencia y el libro; y cuando los primeros avances del socialismo en la Metrópoli hicieron sentir la necesidad de una acción económica social sobre las clases trabajadoras de la República que desde Buenos Aires iniciara el padre Grote con los llamados Círculos de Obreros, el doctor Cabrera fué en Córdoba el primer sacerdote que respondió al llamado y descendió a la arena de la nueva táctica contra los enemigos de la fe y del bienestar de su pueblo, fundando y siendo en esta ciudad el primer director de su Círculo de Obreros.

Y aunque las aptitudes de su mentalidad y las aficiones de su espíritu lo llevaron después por los caminos menos frecuentados y no menos difíciles de las investigaciones históricas y de las disciplinas artísticas, el doctor Cabrera, desde el aislado castillo de sus moradas donde había fijado su puesto de observación y el taller de sus creaciones, no olvidó nunca que en la llanura abierta y en la arena de la polémica y de la acción social a donde era forzoso bajar siguiendo las orientaciones del gran León XIII y del inmortal Pío X que quiso instaurar todas las cosas en Cristo, trabajaban a sol y sombra sus hermanos en el sacerdocio y en la fe, los sacerdotes y los laicos; y de ellos estuvo en todo momento muy cerca, tan cerca que con ellos y por ellos parecían renovarse hasta sus últimos días los entusiasmos y los bríos de su juventud.

Así se lo vió participar en espíritu y verdad de los trabajos y del optimismo de sus hermanos cuando sucesivamente se fundaron en la República para defensa de nuestros ideales la Unión Católica, la Liga Social, la Unión Popular y finalmente en nuestros días la Acción Católica Argentina a la cual consagró todo su aplauso y todas sus simpatías.

Si sus aptitudes oratorias lo llevaron a la cátedra sagrada donde fué apologista de la verdad, paladín de la fe, panegirista de la virtud de nuestros santos y del patriotismo de nuestros héroes, obtuvo en ella verdaderos triunfos de la elocuencia que lo consagraron el orador clásico de nuestras grandes efemérides y lo llevaron como representante del clero argentino al lado del ilustre obispo Jara a predicar la paz junto al Cristo de los Andes cuando el bronce de su imagen redentora fué a trazar la línea divisoria en el territorio de dos pueblos y a unir en un solo abrazo el alma de dos naciones.

Si sus aficiones literarias y su espíritu de investigador lo atrajeron por los senderos menos trillados aún de las inquisiciones históricas, el doctor Cabrera apareció como un nuevo descubridor sobre el campo inexplorado de la historia de América en esta parte sud del continente. Su afición a lo desconocido y su constancia lo llevaron a navegar por todos los mares ignotos, a desafiar todos los escollos y a abordar en todos los puertos; la étnica y la lingüística, la iconografía y el arte, la hagiografía, la crónica colonial y el archivo de nuestra historia nacional nada le fué ajeno en los dominios de lo que podríamos llamar el pasado heroico de nuestras tierras.

Parece que la Divina Providencia lo hubiera dotado de aficiones y de aptitudes desconocidas en nuestro ambiente, cual si plasmara y cincelara en él la personalidad de un nuevo descubridor, el Cristóbal Colón, permitidme la expresión, que tras el ensueño de un mundo desconocido y reputado por los demás una quimera, en la noche de la ignorancia y del olvido desde el castillo de su nave diera el grito de ¡tierra! ¡tierra!...

Era la tierra heroica de nuestros padres que él descubriera y sacara de las sombras a la luz; la tierra legendaria de los Incas, conquistada con la sangre y las instituciones de un pueblo tan grande como la raza hispana y reconquistada de nuevo para la libertad y para el porvenir del mundo por la valentía y el heroismo de sus hijos; era la tierra del Paraguay, del antiguo Tucumán y del Río de la Plata que el doctor Cabrera fué amojonando y delineando en sus escritos para trazarnos el itinerario de los bravos conquistadores y las huellas de los primeros misioneros; para señalarnos el lugar y la época del primer altar levantado por un fraile mercedario hace cuatro siglos en las selvas perfumadas de Jujuy; para seguirlo al franciscano Bolaños y a San Francisco Solano en sus correrías de apóstoles por los ríos del Paraguay y a lo largo del antiguo Tucumán; para presenciar con don Jerónimo Luis de Cabrera en la margen derecha del Suquis la fundación de esta Córdoba de la nueva Andalucía y hacernos asistir después a todos al desenvolvimiento de su vida religiosa, política y cultural. Pudo así señalarnos el abolengo de sus pobladores y delinearnos el trazado de sus solares; contarnos las leyendas de sus hijos, las reyertas de sus cabildeos y los conflictos de sus gobernadores y de sus ilustres obispos; y destacarnos especialmente desde su origen toda la crónica y la tradición de gloria que significan la fundación y la historia cultural de ese foco de luz alzado sobre las tinieblas de la barbarie y del coloniaje que se llamó la Casa de Trejo. El doctor Cabrera, su ilustre alumno y doctor Honoris Causa, el último clérigo de Córdoba que pasó por su aulas cerrando la serie de los ilustres graduados de su tiempo, se había como identificado con ella, y si en el campo de los archivos y de la crónica colonial nada le era desconocido, en los dominios de la historia universitaria de Córdoba que es como decir en el núcleo central de la colonia y de la historia patria, llegó a ser una verdadera autoridad reconocida más allá de los confines de la República por los más altos exponentes de la cultura americana.

El arte indígena y el arte colonial fué una de las más caras predilecciones de su espíritu y cuando nadie tenía entre nosotros el menor aprecio por los tesoros y las reliquias que en iglesias, conventos y casas coloniales salvaran a la ola destructora del caudillaje o de la ignorancia, su exquisita curiosidad y su afán de coleccionista inteligente recogieron con amor como en un arca de Noé todos esos tesoros para salvarlos a la destrucción o a la codicia del extranjero y logró por fin despertar en este medio provinciano y especialmente en nuestro clero el aprecio ilustrado y la guardia fiel de esos tesoros del pasado y del arte. Pero señores: yo no he venido a trazar su biografía ni a enumerar los méritos de este sacerdote ilustre ante la iglesia y la cultura nacional; es obra que no cabe en estos momentos y superior a mi admiración y a mi cariño por su personalidad digna del mejor elogio; yo tengo solamente el encargo de explicaros en este momento solemne donde no cabe la hipérbole ni el hallazgo, porqué el clero de Córdoba contrariamente a sus prácticas de mesura y de silencio, toma parte tan principal en este duelo y no ha podido callar en la despedida de este hermano nuestro.

Hace tres años con el aplauso y el auspicio de toda la sociedad de Córdoba en sus más altos valores y en todas sus clases sociales lo acompañaron entusiastas en la celebración de sus bodas de oro sacerdotales en que él, saliendo de sus hábitos y de sus modalidades de sencillez y de retiro pareció transfigurarse con la gloria de su Tabor.

« Bonum est nos hic esse ». Que bien se está aquí, nos decía; era la fruición de cincuenta años de trabajos y de apostolado, de cosechas espirituales y de abnegación, de sacrificios del corazón y de sacrificios eucarísticos en el altar.

« Sacerdos alter Christus », el sacerdote es otro Cristo: era la frase que no se caía de sus labios radiantes de gozo en aquellos días... ; vino después la gloria del magno Congreso Eucarístico que le fué dado saborear y saturarse de ella como de un antesala del Paraíso. Ahora, a entonar el *Nunc dimittis,* le oí repetir entusiasmado y fuera de sí como el anciano Simeón después de haber visto con sus ojos ya casi muertos la dicha envidiable de su patria y la gloria de su Señor.

¿Qué le restaba ver ni escudriñar sobre la tierra? nada señores...

Y por que el sacerdote es otro Cristo aquí lo traemos sus hermanos para dejarlo humildemente en la obscuridad de este sepulcro, donde la iglesia que es madre llora como María la momentánea separación de su hijo, y donde su cuerpo a la sombra de la Cruz esperará la aurora de la resurección que habrá de brillar un día sobre su frente, mientras su alma, nosotros lo esperamos, habrá entrado ya o entrará bien pronto a las eternas Bodas del Cordero y al abrazo de su Señor.

Es el mismo que hace más de cincuenta años alegraba los días de su juventud. « Ad Deum qui laetificat juventutem meam ».

Que él dé nueva luz a sus ojos apagados y que continúe alumbrando sus caminos por los siglos de los siglos. Requien aeternam dona et Domine, et lux perpetua luceat.

Discurso del doctor Enrique Martínez Paz En nombre de la Universidad y de la Junta de Historia y Numismática.

Ha caída por fin el obrero infatigable, como el roble centenario abatido por una ruda tempestad.

Desde su juventud reveló el presbítero Cabrera las extraordinarias cualidades de su espíritu. Orador sagrado, en sus discursos junto al vuelo de las ideas y al fuego de su imaginación daba realce, la dignidad de su modales, su arrogante apostura. La cátedra de la oratoria eclesiástica contemporánea, no ha alcanzado notas más altas que las que le arrancara el presbítero Cabrera en la Catedral de Buenos Aires al celebrar los pactos de la Paz, o al implorar de rodillas, en una magnífica oración, desde las cumbres de los Andes, ante la imagen del Crucificado, el divino pacificador, las bendiciones de la fraternidad para los pueblos de América.

La cátedra sagrada fué en aquella ocasión para el presbítero Cabrera, la palestra en que revelara su temperamento de artista; en verdad, ninguna de las formas del arte le fueron extrañas. Fué poeta por el cultivo de la rima y por la delicada percepción de esa música interior que revela la emoción en la prosa. Fué también músico, y solía repetir con sostenido encanto las frases de una melodía o las severas modulaciones del canto llano. Su verdadero hogar fueron sus cuadros y sus santos; cuando los apremios de la vida lo pusieron en el doloroso trance de dispersar por la venta sus valiosas colecciones, no tuvo el valor de desprenderse de sus lienzos predilectos, fué a colgarlos entre el desorden de sus libros y documentos, que la miseria diezmaba, y puede decirse que ha cerrado los ojos de la razón, contemplando con mirada melancólica los serenos rostros de las madonas de Rafael que endulzaron las horas de su prolongada agonía.

Esta sensibilidad tan delicada no alcanzó sin embargo a definir su vocación. No sé si por una humilde contensión o porque oyera la voz interior que lo llamaba a su verdadero destino, el presbítero Cabrera renunció a los halagos del prestigio mundano, que su ingenio brillante, la elegancia de sus maneras y lo insinuante de su trato, le habían conquistado en el ambiente de los salones cultos y hasta en los campos de la política, en la que llegó a pagar los tributos de su iniciación.

Aquella ardiente imaginación de sus primeros años, lo había de iluminar más tarde en el camino de la investigación científica. El prestbítero Cabrera se convirtió entonces en el obrero paciente y silencioso, que por más de cuarenta años ha pasado recluído en los archivos acumulando su prodigiosa erudición documental, que lo ha hecho el historiador más prestigioso de nuestros orígenes coloniales. Su dominio fué tanto que comenzó a vivir, como por una abstracción: el viejo arcón o el lujoso bargueño fueron revelando sus secretos, de los amarillentos legajos comenzaron a ordenarse ante sus ojos los hechos dispersos y con ellos las costumbres y lo que es más maravilloso, se le fueron revelando por un esfuerzo de adivinación las lenguas indígenas desaparecidas y así nació el lingüista y el etnólogo eminente, que las academias y los sabios han celebrado,

En aquellas nobles disciplinas se le fué acentuando ese sentido de simpatía, de comprensión humana, esa noble tolerancia, que sin transigir le ha permitido vivir rodeado de respeto en un campo de luchas y contradicciones en que alguna vez ha debido esgrimir las armas de su punzante ironía.

Otros harán el elogio del sacerdote ejemplar, del cristiano de conciencia inmaculada, del hijo abnegado de la Iglesia; pero no sería justo que faltara aquí, en este intento de ofrecer los rasgos de la personalidad del ilustre muerto, cuando menos una evocación, para la que fué su madre espiritual, término de todos sus pensamientos, mensajera de luz y de amor entre los hombres, como la llamó en una ocasión solemne y en cuyo regazo se ha dormido ayer en el sueño definitivo de la muerte.

Monseñor Cabrera: Los que desde la orilla te hemos visto partir, quedamos con el corazón acongojado, pero no nos conturba ni la zozobra ni la inquietud; estamos ciertos que iluminado por tu fe inquebrantable has ascendido por la escala excelsa de Jacob y descansas ya en el seno de la perfecta beatitud, en la paz y en el reposo eterno.

Señores: La Universidad de Córdoba que nutrió su intelecto en su juventud, « tamquan si nutrix » y que lo acogió más tarde en la dignidad de su doctorado de honor y la Junta de Historia y Numismática que en su ausencia presido, rinden por mi intermedio el homenaje debido a las virtudes y al saber de este ilustre muerto.

MICRODETERMINACION CERIMETRICA DE GLUCOSA SOBRE 0,1 ml. DE SANGRE

POR

REINALDO VANOSSI y RAUL FERRAMOLA

Recientemente (1), hemos dado a conocer un micrométodo volumétrico que permite valorar pequeñas cantidades de glucosa (0.003 a 0.3 mg) mediante el uso de sulfato cérico 0.00025 ó 0.0005 N, en determinadas condiciones. Ese método, aplicable a soluciones puras de glucosa, consiste en tratar ésta por un exceso de ferricianuro de potasio, en medio alcalino, calentar un tiempo adecuado al B. M. y valorar luego, en medio sulfúrico, el ferrocianuro formado, mediante $(SO_4)_2$ Ce, en presencia de violeta de metilo, como indicador interno.

Las ventajas que entonces señalamos, nos llevaron a tratar de aplicarlo a la valoración de glucosa en líquidos orgánicos, especialmente sangre, (2) para lo cual fué menester estudiar la eliminación de substancias proteicas de ésta, como también la acción que el defecante utilizado pudiera tener sobre la oxidación de la glucosa por el ferricianuro.

De las numerosas técnicas indicadas para desproteinizar la sangre, muchas presentan diversos inconvenientes que impiden su aplicación directa al método por nosotros expuesto. Para no citar más que las generalmente usadas en la práctica corriente, diremos que el defecante a base de hidróxido de zinc, indicado por Hagedorn y Jensen, carece de aplicabilidad en nuestro caso, porque el zinc que pasa soluble, precipita el ferrocianuro formado, lo que impide su valoracción

(1) *Anales Asoc. Quím. Arg.* T. 23, N° 124, p. 162.

(2) En el transcurso de éste y del anterior trabajo ha aparecido una publicación de W. Z. HASSID (Ind. Eng. Chem. — Anal. Ed. *8*, 138; 1936) que trata de la determinación de glucosa en jugos azucarados por ferricianuro y cerimétricamente (indicador o. fenantrolina, SO_4 Fe) para 1 — 10 mg., $(SO_4)_2$ Ce 0,01 N; y anteriormente otro, de R. B. WHITMAYER (ibid, *6*, 268; 1934) que emplea como indicador alfazurina G.

final; el ácido túngistico utilizado en el método de Folin-Wu forma complejos y análogas observaciones podríamos hacer de los varios defecantes conocidos y que hemos ensayado.

Los hidróxidos de Fe y Al como agentes desproteinizantes, han sido también experimentados y de éstos, el último se ha mostrado particularmente apropiado para nuestros fines.

La formación de hidróxido de aluminio se efectúa, en presencia de la sangre, y en caliente, por acción de una solución de carbonato de sodio sobre otra solución de sulfato de aluminio, previamente mezclada con la sangre; se calienta al B. M., agitando repetidas veces a fin de que la precipitación de las proteinas sea completa. Se filtra a través de lana de vidrio, lavando tubo y embudo con agua destilada hirviente.

El líquido que se obtiene es perfectamente límpido y su contenido en nitrógeno no proteico es normal y prácticamente igual al que se obtiene defecando mediante los procedimientos usuales.

El uso de una suspensión de hidróxido de aluminio en agua destilada (orto-oxido c γ) cuyas altas propiedades adsorbentes son conocidas presenta en este caso particular el inconveniente de ser de preparación algo larga y disminuir su poder adsorbente con el tiempo, según hemos podido observar.

A fin de establecer la acción que el defecante pudiera ejercer sobre la glucosa y sobre el proceso de oxidación de ésta, hemos realizado una serie de experiencias que transcribimos a continuación.

En ella hemos considerado las siguientes influencias posibles:

1°) Influencia de la fracción soluble del defecante sobre el ferrocianuro y ferricianuro.

2°) Acción de dicha fracción durante el proceso de oxidación de la glucosa.

3°) Influencia del $(HO)_3$ Al sobre la glucosa.

En todos los ensayos se ha operado en condiciones que corresponden a las de valoración de glucosa en sangre (véase *método*) [3]

(3) Se ha empleado 2 ml. de sol. alcalina de ferricianuro, porque los ensayos sobre distintas sangres, empleando cantidades de ferricianuro y de CO_3Na_2 variables han dado mayores diferencias que cuando se opera con glucosa pura; lo que significa que interviene la parte reductora «no glucosa» que pasa soluble después de desproteinizar las sangres.

1°) *Influencia de la fracción soluble del defecante sobre el ferrocianuro y ferricianuro de potasio.*

A fin de estudiar la posible acción del defecante sobre las sustancias indicadas, hemos procedido en la siguiente forma:

El líquido proveniente del tratamiento de la solución de sulfato de aluminio con carbonato, previamente centrifugado para eliminar el $(HO)_3$ Al formado, se trató con cantidades variables de ferrocianuro y del reactivo ferricianuro alcalino, completando el volumen en todos los ensayos a 14 ml. Se calentó 10 minutos al B. M. enfriando y valorando finalmente en medio sulfúrico N, con sulfato cérico 0.0005 N.

Los resultados obtenidos, fueron prácticamente iguales a los que resultan de utilizar agua destilada en vez del líquido defecante; y si bien en algunos casos se han obtenido datos ligeramente superiores (0.02 — 0.05 ml.) dichas diferencias provienen de impurezas contenidas en las drogas utilizadas, según hemos comprobado, y no en una acción del defecante sobre el ferrocianuro y el ferricianuro.

Operando con solución de ferricianuro, solo, en presencia del líquido defecante centrifugado, los datos son también prácticamente iguales a los que da el ferricianuro solo, en presencia de agua destilada, salvo las ya mencionadas diferencias originadas por ligeras impurezas de las drogas $(SO_4)_3 Al_2$, 8 H_20 y $CO_3 Na_2$, utilizadas.

Puede asegurarse en consecuencia, que la fracción soluble del desproteinizante no afecta el comportamiento del ferricianuro agregado, ni del ferrocianuro que se origina en el proceso.

Pasamos a ver ahora, su acción en la reacción de oxidación de la glucosa.

2° *Acción de la fracción soluble del defecante en el proceso de oxidación de la glucosa.*

Se ha operado con soluciones conteniendo cantidades variables de glucosa, con y sin agregado del líquido centrifugado proveniente del defecante.

El cuadro siguiente expone algunos de los resultados obtenidos (en ml. de $(SO_4)_2$ Ce 0.0005 N):

CUADRO I. — *Influencia del defecante sobre la oxidación de la glucosa.*

mg. de glucosa	disuelto en	Tiempo de calentamiento				
		8′	10′	12′	15′	20′
0 03	Agua destilada	1.45	1.53	1.54	1.56	1.57
	Líquido del defecante	1.43	1.53	1.56	1.58	1.60
0.09	Agua destilada	4.56	4.69	4.70	4.72	4.74
	Líquido del defecante	4.53	4.71	4.74	4.78	4.80
0.18	Agua destilada	9.20	9.37	9.40	9.43	9.50
	Líquido de defecante	9.16	9.40	9.50	9.50	9.61
0.30	Agua destilada	15.00	15.56	15.75	15.80	15.88
	Líquido del defecante	14.88	15.67	15.88	1 .94	16.02
En blanco:						
2 ml.	ferricianuro alcal.	0.20	0.20	0.21	0.21	0.22
2 ml	ferrician. + líquido defec.	0.18	0.20	0.22	0.22	0.22

Se deduce de este cuadro que si bien los ensayos que llamaremos «en blanco» (correspondientes a ferricianuro con o sin fracción soluble del defecante) dan resultados casi iguales, las experiencias efectuadas con glucosa indican que la oxidación de ésta es afectada ligeramente por la fracción mencionada.

Esta influencia es más evidente con mayores cantidades de glucosa y además se presenta el hecho interesante de que varía con el tiempo de calentamiento.

Así, con un tiempo de calentamiento de 6-8 minutos (en el cuadro solo se indica 8 minutos) los resultados son algo inferiores cuando se opera en presencia del líquido defecante; se aproximan hacia los 10 minutos y pasan a ser superiores cuando se prolonga el calentamiento por más de dicho tiempo. Esta influencia del mayor tiempo de calentamiento se exalta cuando se opera con sangres (véase cuadro II).

CUADRO II. — *Influencia del tiempo de calentamiento sobre el filtrado de sangres.*

Sangre N°	$(SO_4)_2$ Ce 0.0005 N, utilizados			
	10′	12′	15′	20′
1	5.40	5.44	5.47	5.51
2	6.08	6.13	6.15	6.17
3	5.42	5.43	5.48	5.52
4	4.58	4.65	4.69	4.71
5	4.80	4.83	4.85	·4.90

A los 10 min., tiempo que aceptamos para las determinaciones de glucosa en un volumen final de 14 ml. de acuerdo con las conclusiones de nuestro anterior trabajo (l. c.) la influencia del líquido proveniente del defecante es de + 0.02 ml. de sulfato cérico 0.0005 N, tendiendo a aumentar con una mayor concentración de glucosa.

Con algunas soluciones de sulfato de aluminio y carbonato de sodio las diferencias pueden llegar a 0.1 ml. (para 0.15-0.20 mg. de glucosa). No nos ha sido posible establecer qué agente o agentes pueden provocar esta acción, pero lo fundamental es que con reactivos p. a. y con el máximo ciudado en la limpieza del material los resultados están dentro de los términos indicados en el cuadro I.

Por lo tanto, si bien en las determinaciones corrientes pueden tolerarse diferencias de 0.1 ml. de $(SO_4)_2$ Ce 0.0005 N, conviene, si se desean valoraciones exactas efectuar periódicamente un ensayo de las soluciones desproteinizantes en presencia de glucosa a fin de establecer la influencia que gravita en las determinaciones.

3°) *Influencia del $(HO)_3$ Al sobre la glucosa.* — Falta establecer si en la operación de desproteinización de la sangre interviene el precipitado de $(OH)_3$ Al, actuando sobre la glucosa o adsorbiéndola parcialmente.

Para efectuar los ensayos se han tratado cantidades variables de glucosa — 0.09-0.27 mg. — en los tubos indicados para la defecación, con 5 ml. de la solución de $(SO_4)_3$ Al_2; se calentaron 1 min. a B. M. agregando luego 1 ml. de CO_3 Na_2; finalmente se continuó el calentamiento agitando durante 3 minutos y se centrifugó. El residuo se lavó 2 veces con 3 ml. de agua destilada hirviente. Los líquidos reunidos — vol. final 12 ml. — se trataron con ferricianuro alcalino siguiendo luego la técnica indicada.

Por otra parte, el residuo constituido por $(HO)_3$ Al, fué sometido dos veces a un lavado con 6 ml. cada vez de agua destilada hirviente, líquido que se trató, como anteriormente, con ferricianuro alcalino; el coágulo asi lavado se sometió al final, directamente — suspendido en 12 ml. de agua destilada — también a la acción del ferricianuro alcalino.

Los datos obtenidos se indican en el cuadro que sigue:

Cuadro III. — *Influencia de la desproteinización*
Tiempo de calentamiento 10′ (4)

	$(SO_4)_2$ Ce 0.0005 N. usados					
	0.09 mg. gluc.		0.18 mg. gluc.		0.27 mg. gluc.	
	des-prot.	sin des-prot.	des-prot.	sin des-prot.	des-prot.	sin des-prot.
Sol. centrifugada con glucosa, más líquido de 2 lavados	5.03	5.00	10.08	10.04	14.10	14.15
Líquidos (12 ml.) de los dos lavados del residuo de $(HO)_3$ Al	0.01	—	0.03	—	0.15	—
$(HO)_3$ Al + 12 ml. agua destilada	0.04	—	0.03	—	0.12	—
Ensayos «en blanco»						
Ferricianuro solo	0.25					
Ferric. + líquido del defecante. . .	0.26					
Ferric. + $(HO)_3$ Al	0.22					

Los resultados obtenidos con los líquidos correspondientes a las operaciones de desproteinización, confirman los del cuadro I; es decir, que si bien en el ensayo «en blanco» solo se obtienen diferencias de + 0.01 ml. entre ferricianuro solo y ferricianuro más líquido del defecante, esta diferencia aumenta algo en presencia de glucosa. Por otra parte, se observa que, para cantidades de glucosa normales en la sangre, 2 lavados con 3 ml. de agua hirviente destilada son suficientes.

(4) Otros ensayos en tiempo menor y mayor de calentamiento confirman en términos generales los datos del cuadro I.

Para el ensayo con mayor cantidad de glucosa, — 0.27 mg. (2.70 ‰ en sangre) — después de dos lavados con agua hirviente, queda una cantidad de glucosa equivalente a 0.15 ml. de $(SO_4)_2$ Ce 0.0005 N, como lo indican los dos lavados suplementarios (1 % de la cantidad originaria); cantidad que puede llegar a 0.2-0.3 ml. de solución cérica, si el agua de lavado no se halla a la temperatura de ebullición.

Por otra parte, el ensayo posterior con el coágulo residual de $(HO)_3$ Al indica un valor de 0.12 ml. al que debe agregarse 0.03 ml. — por acción del coágulo sobre el ferricianuro (véase ensayos en blanco) — y que sumado al dato correspondiente a los dos lavados suplementarios, representa la cantidad total de glucosa retenida por el coágulo e igual a 0.30 ml.

Sumando esto al valor 14.10 ml. obtenido con la solución de glucosa sometida a la acción del defecante, se obtienen 14.40 ml. cantidad que se diferencia del dato normal en + 0.25 ml. Esta cifra, concuerda (ver cuadro I) con la indicada anteriormente al hablar de la acción de la fracción soluble del defecante en la reacción de la oxidación de la glucosa.

Por lo tanto para cantidades de glucosa cercanas o superiores a 0.27 mg., los valores obtenidos directamente serían inferiores en un 2 % aproximadamente.

Metodo

Reactivos y material de trabajo

1) Solución de $(SO_4)_3$ Al_2, 18 H_20, al 0.42 %.
2) Solución de CO_3 Na_2, al 1 %.

Estas soluciones se corresponden estequiométricamente.

Por tal razón conviene asegurarse que el $(SO_4)_3$ Al_2, 18 H_20, contiene la riqueza en óxido que da la fórmula. Un ensayo aproximado puede hacerse mezclando 5 ml. de la solución al 0.42 % con 1 ml. de la solución de carbonato, calentar y filtrar. El líquido se divide en 2 partes; ninguna de ellas debe dar precipitado (10 minutos) al agregar a una, 1 gota de la solución de sulfato de aluminio y a la otra una de ácido clorhídrico y luego 2-3 de NH_3 en caliente. Una concentración inadecuada de cualquiera de las dos soluciones puede originar una desproteinización deficiente de la sangre.

3) Solución de Fe $(CN)_6$ K_3, 0.005 N (1.65 g. ‰) con alcalinidad en carbonato de sodio 0.2 N (10.6 g. ‰). Esta solución se conserva bien al abrigo de la luz. Por otra parte la variación que sufre se determina por el ensayo en blanco.

4) Solución de $SO_4 H_2$, 20 N (aproximada). Diluir 557 ml. de $SO_4 H_2$, d: 1. 84 hasta 1 litro.

5) Solución de violeta de metilo al 0.1 %.

Esta solución se debilita con el tiempo, pero entonces basta emplear mayor cantidad al hacer las valoraciones.

6) Solución de $(SO_4)_2$ Ce 0.0005 N. De acuerdo con lo que hemos indicado en nuestro trabajo anterior, esta solución se prepara a partir de una 0.1 ó 0.05 N [5] en medio $SO_4 H_2$, N. Si la solución original es de título conocido se diluye directamente en $SO_4 H_2$ N, teniendo en cuenta que la solución 0.0005 N resultante, conserva su título durante las primeras horas (empleando agua y ácido de la mayor pureza) y luego se va debilitando sensiblemente; generalmente a los 2 días de su preparación, el título se estabiliza (dentro del 1 %) por espacio de 15 días, siempre que se la conserve al abrigo de la luz. En todo caso conviene establecer el título de esta solución cada vez que se lo juzgue neceasrio.

La valoración de la solución 0.1 ó 0.05 N se efectúa midiendo 25-30 ml. de solución reciente de Fe $(CN)_6 K_4$ 0.1 N (de contenido en agua conocido o con su valor oxidimétrico determinado) o mejor por pesadas directas de las cantidades equivalentes de la droga, acidulando con $SO_4 H_2$ 20 N, hasta llevar a una acidez N y valorando con la solución cérica en presencia de varias gotas de la solución de violeta de metilo hasta la obtención de virada.

La valoración de la solución 0.0005 N se efectúa análogamente utilizando 20 ml. de solución de Fe $(CN)_6 K_4$, 0.0005 N, cuyo título permanece estable durante 1-3 horas si el agua utilizada es muy pura.

7) Tubos de vidrio para la defecación de 15×75 mm, con pico; embudos de unos 30 mm; tubos para la oxidación y subsiguiente valoración de 25×170 mm, espesor de paredes 1 mm (aprox.); pipetas de 5, 2, 1 y 0.1 ml. (esta última, en volumen «contenido» exactamente contraloreada), bureta de 10 ó 20 ml. (contral.) graduada al 1/20 ml. Este material lavado con mezcla sulfocrómica caliente y agua dest.

En lugar de la pipeta de 0.1 ml. común se puede emplear y es aconsejable, una pipeta con ensanchamiento, según indica la figura. Se determinó el volumen contenido mediante solución 0.05 ó 0.1 N de ferrocianuro, con la cual se carga la pipeta hasta cierta altura, que

(5) La sol. 0,1 ó 0.05 N se prepara disolviendo ca. 22 ó 11 g. de $(SO_4)_2 Ce, 4 H_2O$ en 500 ml. de $SO_4 H_2$ N, o sino partiendo del $Ce O_2$ por la línea indicada en l. c. conservando su título prácticamente inalterado durante 1-2 años.

se marca provisoriamente; se seca bien la extremidad, exteriormente, y se arrastra con agua destilada introducida en el ensanchamiento, haciendo la valoración con la solución cérica 0.0005 N. Considerando el título de la solución cérica respecto del ferrocianuro, se deduce el volumen y mediante ensayos de este tipo se puede al fin marcar definitivamente 0.1 ml. exacto.

Toma de la muestra. — La sangre para el análisis puede obtenerse por punción de la yema del dedo o del lóbulo de la oreja en la forma corriente.

Conviene desechar la primera gota y pipetear luego directamente hasta un poco más arriba del enrase, a fin de ajustar luego exactamente 0.1 ml. mediante repetidos toques con papel de filtro en la extremidad de la pipeta, previamente limpia exteriormente.

El uso de oxalato, citrato o floruro de sodio es prohibitivo y si se desea efectuar el análisis sobre una muestra obtenida por punción venosa, deberá desfibrinarse la sangre por agitación con perlas de vidrio. Sin embargo la muestra se puede conservar también, tratándola enseguida por la solución defecante y manteniéndola así o mejor efectuando la desproteinización.

Los siguientes datos efectuados sobre una misma sangre indican las posibilidades de conservación, variando las condiciones de tratamiento.

1) Desproteinización, filtración y valoración inmediatos. 7.10 ml. de sol. cérica

2) » y » inmediata; valoración a los 24 h. 7.05 ml. de sol. cérica

3) » inmediata; filtración y valoración a las 24 h. 7.10 ml. de sol. cérica

4) Conservación de la sangre en la sol. de $(SO_4)_3 Al_2$; a las 24 h. tratamiento con $CO_3 Na_2$ filtración y valoración 7.25 de sol. cérica.

Otras sangres han demostrado un comportamiento análogo ($\pm$ 0.1 ml). Es decir que es posible conservar la muestra 24 h. después de la extracción, aún sin filtrar y que es menos conveniente dejar la desproteinización para 24 h. después (tendencia a obtener resultados altos).

Desproteinización: En un tubo de 80 $\times$ 18 mm. aprox. se introduce 5 ml de $(SO_4)_3 Al_2 . 18 H_20$, al 0.42 %; se deja escurrir la sangre contenida en la pipeta, hacia el fondo y luego se la lava, aspirando suavemente el líquido límpido de la parte superior, operación que se repite a fin de eliminar todo resto de sangre del interior.

Más simple es operar con la pipeta indicada en la figura, con una parte ensanchada soldada en la parte superior, en cuyo caso una vez cargada con la sangre, se introduce dentro de un tubo para desproteinizar y se vierte en el embudo 5 ml. de la sol. de sulfato de aluminio la cual se deja escurrir, soplando al final si fuese necesario.

La mezcla se agita, y se coloca en un B. M. (o a llama directa sin llegar a ebullición), hasta que el líquido adquiera color pardo obscuro — ca 1′ — se vierte enseguida 1 ml. de solución de $CO_3 Na_2$ al 1 %, se agita por rotación y se sumerge al B. M. o a llama directa sin llegar a ebullición, hasta obtención de un coágulo que deje por reposo de algunos segundos, un líquido límpido sobrenadante.

Es fundamental, para obtener una buena coagulación, agitar repetidas veces, sin exceso de energía, mientras se calienta. Alcanzado este punto se deja de calentar, se reposa unos 30 segundos y se filtra por embudo o por pipeta-filtro.

Filtración. — Hemos operado con algodón de vidrio como medio filtrante pues el algodón común, lavado previamente repetidas veces con agua, nos ha dado en algunos casos datos ligeramente superiores a los reales. En trabajos comunes, con la precaución de un buen lavado previo con agua destilada hirviente (4-6 veces), podría aceptarse pero no es seguro. Por otra parte el filtro con algodón de vidrio es fácil de preparar: unas fibras de éste se colocan en un pequeño embudo de 3 cm de diámetro mojándolas y empujándolas con el extremo de la varilla de modo de provocar la reunión de las fibras en el vértice del cono. El grado de presión que se debe ejercer, ha de regularse a fin de evitar que quede muy apretado, pues la filtración se hace muy lenta; y de lo contrario pasarían partículas de coágulo. Debe lavarse repetidas veces con agua hirviente, dejando al final el agua que suele quedar en el tubo, pues facilita la ulterior filtración.

El líquido de la desproteinización, caliente, se vierte en el embudo, colocado sobre un tubo y una vez escurrido se lava dos veces, tubo y embudo, con 3 ml. cada vez de agua hirviente. El líquido final que queda en el tubo del embutido, se deja caer, levantando cuidadosamente con un alambre un borde del block filtrante. Si el filtro se obtura, durante la filtración, basta mover con un alambre fino la superficie del coágulo depositado sobre la lana de vidrio.

La filtración normal dura en total de 5 á 7 minutos. Una filtración prolongada afecta los resultados; menor tiempo, tanto mejor, pero en todos los casos debe observarse el líquido, el cual debe aparecer libre de opalescencia o de partículas de coágulo, aunque a menudo deje ver pequeñísimas hebras de vidrio, las que no tienen influencia.

Oxidación. — Se vierte en el tubo que contiene el líquido filtrado 2 ml. de la solución de ferricianuro alcalino, llevándolo, previa agitación, a un B. M. hirviente donde quedará 10 minutos exactos. La interrupción de la ebullición, en B. M. al introducir el ó los tubos no debe ser superior a 15 segundos. Las variaciones de tiempo de calentamiento tienen, como ya se indicó, una influencia más sensible que en el caso de operar con soluciones de glucosa pura.

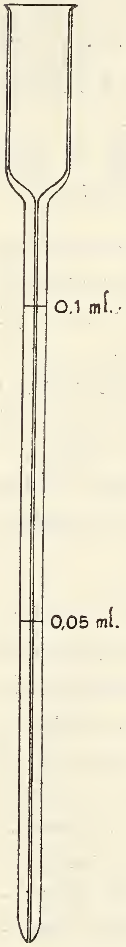
Al finalizar los 10 minutos de calentamiento, se sumerge el tubo enseguida en agua fría, la cual se renovará hasta total enfriamiento.

Valoración. — Se acidifica el líquido con 0.7 ml. de $SO_4 H_2$ 20 N., se agrega 2 gotas de indicador violeta de metilo al 0.1 % y se valora con solución de $(SO_4)_2$ Ce 0.0005 N hasta obtención de virada (el color verdoso pasa al amarillento). Recordaremos (l. c.) que hacia el final debe agregarse el reactivo de a gota cada 1-2 segundos (tiempo de inercia del indicador) y debe considerarse terminado, cuando el color queda prácticamente estable unos 5-6 segundos (en estas circunstancias existe un exceso de 0.02-0.03 ml de solución cérica, lo que deberá tenerse en cuenta como referencia para todo los ensayos, incluso los llamados «ensayo en blanco»).

Ensayo «en blanco». — Simultáneamente con el ensayo anterior, se ejecuta uno con 12 ml. de agua destilada y 2 ml. de la sol. de ferricianuro alcalino, calentando el mismo tiempo, enfriando, acidificando y valorando con la solución cérica en la forma indicada. El valor del «ensayo en blanco» generalmente está comprendido entre 0.15-0.25 ml. Si las soluciones de sulfato de aluminio y carbonato de sodio no tienen la pureza que corresponde, o sea que provoca reducción del ferricianuro, el ensayo en blanco debe hacerse, en rigor, teniendo en cuenta esta influencia. Para ello, se provoca la formación del precipitado de $(HO)_3$ Al en un tubo de defecación en las mismas condiciones que para la sangre y luego, como la filtración no es posible, porque el precipitado pasa por el algodón de vidrio, se centrifuga recogiendo el líquido, el cual después de completado a 12 ml. con agua destilada, se trata con 2 ml. de ferricianuro alcalino, se calienta 10 minutos al B. M., se enfría y se valora en las condiciones indicadas. Este ensayo «en blanco» no da mayor diferencia de 0.01 ml. con respecto al efectuado con agua destilada, si las drogas son puras.

En el trabajo habitual, teniendo «stock» de estas sol. se puede efectuar este ensayo periódicamente y limitarse, cada vez, a efectuar el ensayo simple con agua destilada y ferricianuro alcalino.

Técnica simplificada. — Una simplificación que evita la filtración por embudo es decir, la parte más engorrosa de la técnica, consiste en lo siguiente:



Se mide en un tubo para desproteinizar, exactamente 5 ml. de la solución de sulfato de aluminio, se introduce la sangre (0.1 ml.) (o se utiliza la pipeta embudo en cuyo caso la operación es más fácil aún) y después de calentar 1 minuto, se agrega 1 ml. de la sol. de carbonato de sodio, calentando otros 2′-3′, en las condiciones ya indicadas.

Terminada la coagulación, se agita, tratando de reunir el agua condensada en las paredes del tubo, se sumerge éste en agua fría y una vez alcanzada la temperatura ambiente se efectúa la medición de una porción límpida del líquido.

Para esto, a una pipeta de 5 ml. graduada al 1/20, limpia y seca, se le adapta en la punta unos milígramos de algodón vegetal puro, aplicándolo con los dedos secos y limpios y arrollándolo de modo que forme una cubierta en la extremidad de la pipeta, y tratando de que el orificio de ésta, quede bien cubierto. Este algodón queda relativamente flojo después de arrollarlo; mayor adhesión, si es deseable, se consigue depositando 0.03 ml. de agua destilada y apretando suavemente, pero este agregado de agua introduce un pequeño error por dilución, que vale decirlo, puede despreciarse en trabajos comunes.

La pipeta así preparada se sumerge en el tubo con el coágulo y se absorbe líquido suavemente hasta llegar a un poco más de los 5 ml. (a medida que se va absorbiendo el líquido se sumerge más la pipeta); se retira la pipeta y con un papel de filtro se saca el algodón adherido a la extremidad, secando las paredes de la pipeta. Se observa si el líquido está perfectamente límpido y sin pequeñas fibras de algodón y después de enrasar a 5 ml., se deja caer en un tubo para la oxidación ulterior. Después se agrega 7 ml. de agua destilada y 2 ml. de ferricianuro alcalino y se sigue la técnica habitual.

No hay inconveniente en pipetear menos líquido en cuyo caso se tendrá en cuenta para el cálculo.

Por otra parte debe considerarse la pérdida por evaporación al efectuar la desproteinización en caliente (hemos encontrado, por pesada, valores comprendidos entre 0.03-0.06 ml. de líquido evaporado) y el volumen de líquido existente en el momento de efectuar la pipeteada, es decir después de formado el coágulo. Dadas las condiciones de éste, hemos deducido por un método práctico, indirecto, el volumen neto de líquido existente en el momento de efectuar la pipeteada es decir, hemos comparado los datos obtenidos operando por la técnica normal con los obtenidos mediante pipeteada de 5 ml.

Como término medio encontramos que el volumen neto del líquido después de efectuada la coagulación es de 6.05 ml. Por tanto para deducir la cantidad de glucosa, basta establecer la relación:

$x = \frac{v \times 6.05}{5} = 1.21\, v$; donde x es el volúmen de solución cérica que corresponde al líqiuido total (6.05 ml.), siendo v el volumen gastado de aquella por los ml. pipeteados.

Lo fundamental es, algodón limpio y que el filtrado sea límpido y libre de fibras de algodón.

Cálculo de los resultados. — Del dato obtenido con la sangre, se resta el del ensayo «en blanco» y el valor resultante (que corresponda a 0,1 ml. de sangre) se multiplica por el factor de la solución cérica (determinado respecto a ferrocianuro 0.0005 N).

Los ml. de solución 0.0005 N exactos, multiplicados por 0.0192 (mg. de glucosa correspondientes a 1 ml. de solución cérica 0.0005 N) dan, de acuerdo con las conclusiones de nuestro trabajo anterior, los mg. de glucosa contenidos en 0.1 ml. de sangre, es decir gramos por cien ml.

En casos de hipoglucemia (gasto de solución cérica inferior a 3.12 ml.) el factor correspondiente se obtiene mediante la fórmula:

$$f = 0.0200 - 0.00025 \times a \qquad (a = \text{ml. de solución cérica})$$

El siguiente cuadro corresponde a 30 muestras de sangre de individuos normales y diabéticos analizados por los métodos de Hagedorn y Jensen y el que proponemos.

CUADRO IV. — *Concentración en glucosa para 100 ml. de sangre.*

SANGRE	POR CERIMETRIA	HAGEDORN Y JENSEN
1	0.110	0.115
2	0.088	0.090
3	0.104	0.102
4	0.082	0.080
5	0.096	0.096
6	0.108	0.105
7	0.146	0.150
8	0.111	0.115
9	0.225	0.220
10	0.198	0.188
11	0.099	0.102
12	0.079	0.080
13	0.094	0.095
14	0.102	0.098
15	0.220	0.215
16	0.120	0.115
17	0.090	0.090
18	0.140	0.136
19	0.170	0.172
20	0.080	0.080
21	0.098	0.095
22	0.102	0.098
23	0.100	0.098
24	0.086	0.088
25	0.098	0.102
26	0.152	0.160
27	0.078	0.800
28	0.096	0.950
29	0.115	0.110
30	0.110	0.108

En general existe una concordancia aceptable, entre ambos métodos dentro del 5 % como máximo.

Las diferencias obtenidas son evidentemente producidas por el distinto comportamiento de los agentes desproteinizantes, desde el punto de vista de la precipitación directa o adsorción de la sustancias reductoras «no glucosa».

En resumen, el método que proponemos acusa una sensibilidad final 3-4 veces superior al de Hagedorn Jensen y en nuestra opinión exige una técnica más sencilla y menor tiempo para ejecutarlo.

La parte fundamental es familiarizarse con la virada del indicador empleado.

La apreciación final, considerando los errores que intervienen en una determinación de glucosa pura y los que se suman debidos a la operación con sangre (medición, desproteinización, formación de coágulo heterogéneo, etc.) da un valor de 1.5-3 %.

La elevada sensibilidad que hemos mencionado permite operar sobre menor cantidad de sangre y este asunto lo trataremos próximamente.

Laboratorio de Química Biológica
Fac. de Ciencias Exactas F. y N.
Buenos Aires

SOBRE LOS POLINOMIOS ORTOGONALES A DOS VARIABLES Y GENERALIZACIÓN DE LA SUPERFICIE DE BRAVAIS (*)

POR

FERNANDO L. GASPAR
(Inst. de Estadística - Univ. del Litoral)

RÉSUMÉ

Avec ce travail, nous introduisons les polynômes $\lambda(x, y)$, à deux variables, qui accomplissent la même condition d'orthogonalité pondérée, que ceux de Tschebycheff d'une variable.

Cette condition d'orthogonalité, rend innécessaire le procédé des polynômes adjoints, que l'on était obligé d'employer, pour éviter des calculs inextricables.

Nous montrons comme, ces polynômes là, reflètent, dans leur structure, la nature de la fonction de probabilité avec laquelle ils sont orthogonaux par leur décomposition dans le produit de deux autres, de la même succession. Cela permet, d'ailleurs, de simplifier leur génération, soit par des déterminants, soit par dérivation.

On donne une application pour la généralisation de la fonction de Bravais et les calculs de ses fonctions signalétiques.

1. — Si se tiene una sucesión de polinomios

$$X_1(x),\ X_2(x),\ \ldots,\ X_n(x),\ \ldots$$

y una función $\varphi(x)$, definida en el intervalo (α, β) — finito o infinito — para todo punto del cual

$$\varphi(x) > 0$$

siendo, además,

$$\int_\alpha^\beta \varphi(x)\, dx = 1$$

se dice que los polinomios $X_n(x)$, forman una sucesión ortogonal con $\varphi(x)$, si

$$\int_\alpha^\beta \varphi(x)\, X_m(x)\, X_n(x)\, dx \begin{cases} = 0 & m \neq n \\ \neq 0 & m = n \end{cases} \qquad [1]$$

Esos polinomios, son los de Tschebycheff.

(*) Agradezco al Prof. Carlos E. Dieulefait, las sugestiones y crítica, que tan útiles me han sido, en el desarrollo de este trabajo. — F. L. G.

La condición de ortogonalidad que ellos cumplen, es la llamada ortogonalidad simple, ponderada.

Utilizando la conocida notación

$$X_n(x) = X_n\,[x\ ;\ \alpha\ ;\ \beta\ ;\ \varphi\,(x)]$$

Dichos polinomios, permiten desarrollar una función $f(x)$, en serie de polinomios ortogonales, con $\varphi(x)$ como función de primera aproximación

$$f(x) = \varphi(x) \sum_{v=0}^{\infty} \omega_v\, X_v(x)$$

La determinación de los coeficientes, se hace por el clásico procedimiento de Euler-Fourier. Teniendo en cuenta [1]

$$\omega_v = \frac{\displaystyle\int_\alpha^\beta f(x)\, X_v(x)\, dx}{\displaystyle\int_\alpha^\beta \varphi(x)\, X_v^2(x)\, dx}\ ; \qquad v = 0, 1, 2, \ldots$$

2. — En el campo de dos variables, si se tiene una sucesión de polinomios

$$X_{p,q}(x, y) \quad ; \quad p, q = (\overline{0, \infty})$$

y una función $F(xy)$, definida en el dominio D —finito o infinito— del plano de las xy, para todo punto del cual

$$F(x, y) > 0$$

pudiendo ser, además, para caer en el caso de una función de probabilidad

$$\iint_D F(x, y)\, dx\, dy = 1$$

se dice que los polinomios $X_{p,q}(x, y)$, forman una sucesión ortogonal con $F(xy)$, si

$$\iint_D F(x, y)\, X_{m,n}(x, y)\, X_{r,s}(x, y)\, dx\, dy \begin{cases} = 0 & m + n \neq r + s \\ \neq 0 & m + n = r + s \end{cases} \qquad [2]$$

Aplicando la notación anterior, en el caso de dos variables,

$$X_{p,q}(x,y) = X_{p,q}[x \ ; \ y \ ; \ D \ ; \ F\,(x,y)]$$

en que $X_{p,q}(x,y)$ es un polinomio en xy, de grado complexivo $p+q$.

Si se quiere, con ellos, desarrollar una función de dos variables $f(xy)$, en serie de polinomios ortogonales, con $F(xy)$ como función de primera aproximación

$$f(x,y) = F\,(x,y) \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{s} \Omega_{s-j|j}\, X_{s-j|j}(x,y)$$

Para la determinación de un coeficiente $\Omega_{m,n}$, la condición [2], nos lleva a una expresión de esta forma

$$\iint_D f\,(x,y)\, X_{m,n}(x,y)\, dx\, dy =$$

$$= \sum_{j=0}^{m+n} \Omega_{m+n-j|j} \iint_D F\,(x,y)\, X_{m+n-j|j}(x,y)\, X_{m,n}(x,y)\, dx\, dy$$

que importa la resolución de un sistema de $m+n+1$ ecuaciones, lo que conduce a cálculos inextricables y, a poco que aumente la aproximación, prácticamente irrealizables.

La ortogonalidad definida por la fórmula [2], se llama ortogonalidad a sistema.

Ella es una consecuencia, específica, del método derivativo, tal como se lo usa, para la generación de dichos polinomios.

3. — Nos proponemos determinar una sucesión de polinomios

$$\lambda_{r,s}(x,y) \quad ; \quad r,s = (\overline{0,\infty})$$

$$\lambda_{r,s}(x,y) = \lambda_{r,s}\,[x \ ; \ y \ ; \ D \ ; \ F\,(x,y)]$$

de tal naturaleza que sea

$$\iint_D F\,(x,y)\, \lambda_{m,n}(x,y)\, \lambda_{r,s}(x,y)\, dx\, dy \begin{cases} = 0 & m,n \neq r,s \\ \neq 0 & m,n = r,s \end{cases} \qquad [3]$$

es decir, que cumplan, en el campo de dos variables, la misma condición de ortogonalidad simple, que cumplen los polinomios de Tschebycheff, en el campo de una variable.

Los polinomios que define el siguiente determinante, verifican la condición [3] (*)

$$\lambda_{r,s}(x,y) = \frac{(-1)^{s+\sum_{v=1}^{r+s} v}}{\Delta_{r,s}} \left| \begin{array}{cccccccccc} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & \cdots & x^{r+1} y^{s-1} & x^r y^s \\ \mu_{00} & \mu_{10} & \mu_{01} & \mu_{20} & \mu_{11} & \mu_{02} & \mu_{30} & \cdots & \mu_{r+1,s-1} & \mu_{r,s} \\ \mu_{10} & \mu_{20} & \mu_{11} & \mu_{30} & \mu_{21} & \mu_{12} & \mu_{40} & \cdots & \mu_{r+2,s-1} & \mu_{r+1,s} \\ \mu_{01} & \mu_{11} & \mu_{02} & \mu_{21} & \mu_{12} & \mu_{03} & \mu_{31} & \cdots & \mu_{r+1,s} & \mu_{r,s+1} \\ \cdot & & & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & & & \\ \mu_{r+1,s-1} & \mu_{r+2,s-1} & \mu_{r+1,s} & \mu_{r+3,s-1} & \mu_{r+2,s} & \mu_{r+1,s+1} & \mu_{r+4,s-1} & \cdots & \mu_{2(r+1),2(s-1)} & \mu_{2r+1,2s-1} \end{array} \right| \quad [4]$$

(rows: $s+1+\sum_{v=1}^{r+s} v$; columns: $s+1+\sum_{v=1}^{r+s} v$)

(*) El método es de carácter general. De inmediata aplicación, en forma paralela, al caso de n variables. En este trabajo, se trata el caso particular de $n = 2$.

Estos determinantes satisfacen las condiciones de los del tipo de Hankel-Jacobi (*).

$\Delta_{r,s}$ es el menor complementario del último término del polinomio. Por la definición de momentos, de una función de probabilidad, es

$$\mu_{j,k} = \iint_D F(x,y)\, x^j\, y^k\, dx\, dy \qquad [5]$$

Entonces

$$\lambda_{r,s}(x,y) = \sum_{l=0}^{r+s} \sum_{j=0}^{l} \gamma_{r,s/l-j,j}\, x^{l-j}\, y^j \qquad [6]$$

con

$$\gamma_{r,s/r,s} = 1$$

y cuyo desarrollo termina en el término que contiene $x^r y^s$.

La sucesión completa de estos polinomios, está dada por el desarrollo de

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{n} \lambda_{n-j/j}(x,y) \qquad [7]$$

Para la demostración de la ortogonalidad impuesta en la [3], tomemos la cupla $\lambda_{m,n}$; $\lambda_{r,s}$, con $m, n \neq r, s$ por lo que siempre será, en el orden de la sucesión que define [7], $\lambda_{m,n}$ antes que $\lambda_{r,s}$ o a la inversa. Supongamos sea $\lambda_{r,s}$ el de rango mayor. Definimos según [4] al de rango mayor; desarrollamos según [6] al de rango menor; ejecutamos la doble integración y teniendo en cuenta [5]

$$\iint_D F(x,y)\, \lambda_{m,n}\, \lambda_{r,s}\, dx\, dy = \frac{(-1)^{s+\sum_{v=1}^{r+s} v}}{\Delta_{r,s}} \sum_{l=0}^{m+n} \sum_{j=0}^{l} \gamma_{m,n/l-j,j} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} \mu_{l-j,j} & \cdots & \mu_{l-j+r+1,j+s-1} & \mu_{l-j+r,j+s} \\ \mu_{0,0} & \cdots & \mu_{r+1,s-1} & \mu_{r,s} \\ \mu_{1,0} & \cdots & \mu_{r+2,s-1} & \mu_{r+1,s} \\ \mu_{0,1} & \cdots & \mu_{r+1,s} & \mu_{r,s+1} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \mu_{r+1,s-1} & \cdots & \mu_{2(r+1),2(s-1)} & \mu_{2r+1,2s-1} \end{vmatrix}$$

(*) v. Guido Castelnuovo. *Calcolo delle probalità.* T. II.

En virtud del desarrollo de los $\lambda(x, y)$ que define [6] y ser $\lambda_{r,s}$ de rango mayor que $\lambda_{m,n}$, $\lambda_{r,s}$ contiene todas las potencias de xy contenidas en $\lambda_{m,n}$. En estas condiciones, la primera fila del determinante anterior es, necesariamente, igual a alguna de las $s + \sum_{v=1}^{r+s} v$ siguientes, con lo que el determinante es nulo y la condición de ortogonalidad [3] está probada. Estos polinomios $\lambda(x, y)$, permiten dar la definición analítica de una superficie de frecuencias experimentales, de la que $F(xy)$, función de probabilidad de dos variables, en relación estocástica, es función de primera aproximación. Entonces, $F(xy)$, siempre puede ser escrita así

$$F(x,y) = \varphi(x)\,\Phi_x(y) =$$

$$= \rho(y)\,R_y(x)$$

que define los puntos de esa superficie de probabilidad, como una probabilidad compuesta, producto de la probabilidad de verificarse una de las variables, por la probabilidad de verificarse la otra, cuando la primera se ha verificado.

$\varphi(x)$ y $\varrho(y)$, son las funciones de las marginales de la x, y de la y, respectivamente. Entonces

$$\varphi(x) = \int_D F(x,y)\,dy$$

$$\rho(y) = \int_D F(x,y)\,dx$$

$\Phi_x(y)$ y $R_y(x)$, son las funciones ligadas; ambas funciones de x y de y.

Sea

$$f(x,y)$$

la función de la superficie de frecuencias experimentales. Como está entendido que, siempre, nos referimos a frecuencias relativas, puede ser mirada como una superficie de probabilidad y ponerse

$$f(x,y) = \varphi(x)\,\Phi_x(y) =$$

$$= \rho(y)\,R_y(x)$$

Definiendo $f(xy)$ en función de los $\lambda(x, y)$ y $F(x, y)$, en la forma en que lo hace el Prof. Dieulefait, en su método de las marginales (*),

$$f(x,y) = F(x,y) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{n} \Omega_{n-j|j} \lambda_{n-j|j} \qquad [8]$$

La determinación de los coeficientes, por el método de Euler-Fourier da, en virtud de [3],

$$\Omega_{r,s} = \frac{\iint_D f(x,y) \lambda_{r,s} \, dx \, dy}{\iint_D F(x,y) \lambda^2_{r,s} \, dx \, dy} \; ; \qquad r, s = (\overline{0, \infty}) \qquad [9]$$

Se ve que es

$$\Omega_{0,0} = 1$$

Con lo que, la [8], toma esta forma

$$f(x,y) = F(x,y) \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=0}^{n} \Omega_{n-j|j} \lambda_{n-j|j} \right] \qquad [10]$$

que destaca, netamente, el rol de función de primera aproximación de $F(xy)$ y, el de la expresión entre corchetes, como factor corrector de aquélla, nulo cuando fuera $f(xy) \equiv F(xy)$, por la nulidad del numerador de [9], en virtud de [3].

En una aproximación complexiva de grado m función de sus $\frac{m^2 + 3m}{2} + 1$ parámetros Ω, ellos no hacen mínima la dispersión en relación a la [10], sino a una expresión de esta forma

$$\frac{f(x,y)}{\sqrt{F(x,y)}} = \sqrt{F(y,x)} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=0}^{n} \Omega_{n-j|j} \lambda_{n-j|j} \right]$$

La aplicación de la fórmula de generación [4], al caso concreto

(*) CARLOS E. DIEULEFAIT. *Contribución à l'ètude de la théorie de la corrélation.* « Biometrika ». Vol. XXVI. Part. III y IV.

de la función que define la superficie de Bravais, da el siguiente repertorio, de los $\lambda(x, y)$, hasta los de 4º grado inclusive

$$\lambda_{1,0} = x$$
$$\lambda_{0,1} = - r x + y$$
$$\lambda_{2,0} = - 1 + x^2$$
$$\lambda_{1,1} = - r x^2 + x y$$
$$\lambda_{0,2} = - (1 - r^2) + r^2 x^2 - 2 r x y + y^2$$
$$\lambda_{3,0} = - 3 x + x^3$$
$$\lambda_{2,1} = r x - y - r x^3 + x^2 y$$
$$\lambda_{1,2} = - (1 - r^2) x + r^2 x^3 - 2 r x^2 y + x y^2$$
$$\lambda_{0,3} = 3 r (1 - r^2) x - 3 (1 - r^2) y - r^3 x^3 + 3 r^2 x^2 y - 3 r x y^2 + y^3$$
$$\lambda_{4,0} = 3 - 6 x^2 + x^4$$
$$\lambda_{3,1} = 3 r x^2 - 3 x y - r x^4 + x^3 y$$
$$\lambda_{2,2} = (1 - r^2) - x^2 + 2 r x y - y^2 + r^2 x^4 - 2 r x^3 y + x^2 y^2$$
$$\lambda_{1,3} = 3 r (1 - r^2) x^2 - 3 (1 - r^2) x y - r^3 x^4 + 3 r^2 x^3 y - 3 r x^2 y^2 + x y^3$$
$$\lambda_{0,4} = 3 (1 - r^2)^2 - 6 (1 - r^2) r^2 x^2 + 12 (1 - r^2) r x y - 6 (1 - r^2) y^2 + \\ + r^4 x^4 - 4 r^3 x^3 y + 6 r^2 x^2 y^2 - 4 r x y^3 + y^4. \qquad (r \equiv \mu_{1,1})$$

El cálculo de los Δ permite obtener una fórmula recurrente que liga los de dos polinomios consecutivos

$$\Delta_{r-1, s+1} = r ! \, s ! \, (1 - r^2)^s \, \Delta_{r, s}$$

4. — La generación de polinomios ortogonales por determinantes, conduce a cálculos largos y engorrosos. El método derivativo apareja economía de cálculos.

En el campo de una variable, cuando la derivada logarítmica de la función de ponderación existe, en forma de fracción irreductible, teniendo, en su denominador, una expresión analítica, cualquiera, definiendo dos ceros que determinan los extremos del intervalo en que dicha función varía, en todo punto del cual ella es finita, se debe al Prof. Carlos E. Dieulefait (*) el método para la determinación del núcleo derivativo $F(k, x)$ tal que

$$D^{(k)} [\varphi(x) F(k, x)] = \varphi(x) P_k(x)$$

en que

$$P_k(x) = P_k [x ; \alpha ; \beta ; \varphi(x)]$$

es un polinomio en x de grado k.

(*) CARLOS E. DIEULEFAIT. *Teoría de la correlación*, 1935.

Vimos que la definición de los puntos de una superficie de probabilidad, como una probabilidad compuesta, en ligazón estocástica, permitía poner

$$F(x,y) = \varphi(x)\,\Phi_x(y)$$

y podemos considerar a la función ligada $\Phi_x(y)$ —que es función de x y de y—como variable en y y paramétrica en x.

Entonces, si $\varphi(x)$ y $\Phi_x(y)$ cumplen las mismas condiciones que, en el caso de una variable, son necesarias para generar por derivación, y es posible determinar un núcleo derivativo $F(k\,,xy)$ tal que

$$\frac{\partial^{(k)}}{\partial y^k}\,[\Phi_x(y)\;F(k,xy)] = \Phi_x(y)\;Q_k(x,y)$$

en que, siendo $E_1(x)$ y $E_2(x)$ las ecuaciones explícitas del contorno $D(x\,,y)=0$,

$$Q_k(x,y) = Q_k\,[y\;;\;E_1(x)\;;\;E_2(x)\;;\;\Phi_x(y)]$$

es un polinomio en xy de grado k, es inmediato que, dada una cupla $P_r(x)$, $Q_s(x\,,y)$, se verificará

$$P_r(x)\;Q_s(x,y) = R_{r+s}(x,y) = R_{r+s}\,[x\;;\;y\;;\;D\;;\;F(x,y)]$$

Entonces, $R_{r+s}(x\,,y)$ pertenece, en menos de una constante multiplicativa, a la sucesión de los $\lambda(x\,,y)$ que define [4]. Es decir, que existirá, en dicha sucesión, un $\lambda_{r\,,\,s}(x\,,y)$ tal que

$$\lambda_{r,s}(x,y) = c\,\frac{\dfrac{d^{(r)}}{dx^r}\,[\varphi(x)\,F(r,x)]\;\dfrac{\partial^{(s)}}{\partial y^s}\,[\Phi_x(y)\,F(s,xy)]}{F(x,y)} \quad (c = \text{const.}) \; [11]$$

Las fórmulas [4] y [11] definen unos nuevos entes. Los polinomios de la sucesión de los $\lambda(x\,,y)$, con las propiedades estudiadas, que se introducen como el instrumento matemático más propio y natural, para el tratamiento de las superficies de probabilidad y para la definición analítica de una superficie experimental de frecuencias de la que, una función de probabilidad de dos variables, en relación estocástica, es función de primera aproximación.

Se ha estudiado, en análisis, la ortogonalidad a dos variables (*) en forma abstracta o con prescindencia de los conceptos de probabilidad; pero las funciones que ortogonalizan los polinomios que se

(*) v. P. APPEL y J. KAMPÉ DE FÈRIET. *Fonctions hipergéométriques et hipersphériques. Polynômes d'Hermite.* París, 1926.

obtienen, siempre que no cambien de signo en el dominio en que están definidas, pueden ser llevadas al caso de una función de probabilidad de dos variables y entonces, ellas están en independencia o en dependencia estocástica. El primer caso no interesa por lo banal y porque, en definitiva, el segundo lo comprende. De esta naturaleza son, precisamente, las funciones que definen los problemas que plantea la física teórica y la estadística matemática. La descomposición de la función de probabilidad en el producto de la independiente por la ligada, permite la generación, en forma sencilla, de los polinomios que cumpliendo, en el espacio, las condiciones de ortogonalidad de los de Tschebycheff en el plano, reflejan, en su estructura, la relación estocástica existente entre las dos variables de la función de probabilidad que los ortogonaliza.

Hacemos la aplicación del método derivativo al caso de la función de Bravais, dada en forma reducida; la designaremos $B(xy)$; $B_x(y)$ a la ligada de y en x; $\varphi_0(x)$ a la correspondiente en independencia. Es

$$B(x, y) = \varphi_0(x) \, B_x(y)$$

Siendo

$$B(x, y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-r^2}} \, e^{-\frac{1}{2(1-r^2)}(x^2 - 2rxy + y^2)}$$

que puede ser descompuesta así

$$B(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \, e^{-\frac{x^2}{2}} \, \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-r^2)}} \, e^{-\frac{(y-rx)^2}{2(1-r^2)}}$$

Al ser

$$\varphi_0(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(x, y) \, dy$$

sale de inmediato:

$$\varphi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \, e^{-\frac{x^2}{2}}$$

(que es la función reducida de Laplace-Gauss)

$$B_x(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-r^2)}} \, e^{-\frac{(y-rx)^2}{2(1-r^2)}}$$

Para la aplicación de [11] necesitamos calcular los núcleos $F(k, x)$ y $F(k, xy)$.

En el campo de una variable, el Prof. Dieulefait, define $F(k, x)$ como el denominador, elevado a la potencia k-ésima, de la derivada logarítmica de la función de probabilidad.

En el caso de $\varphi_0(x)$ se tiene que

$$F(k, x) = 1$$

Al considerar $B_x(y)$ variable en y, y paramétrica en x, aplicamos el mismo método, para la determinación de $F(k, xy)$, que lo definimos como el denominador, elevado a la potencia k-ésima, de la expresión siguiente

$$\frac{\dfrac{\partial}{\partial y} B_x(y)}{B_x(y)}$$

con lo que

$$F(k, x\, y) = (1 - r^2)^k$$

En la aplicación de [11] la determinación de la constante da

$$c = (-1)^{r+s}$$

obteniéndose

$$(-1)^{r+s} \frac{\dfrac{d^{(r)}}{dx^r} \varphi_0(x) \dfrac{\partial^{(s)}}{\partial y^s} [B_x(y)\,(1 - r^2)^s]}{B(x, y)} \equiv \lambda_{r,s}(x, y)$$

siendo

$$\frac{\dfrac{d^{(r)}}{dx^r} \varphi_0(x)}{\varphi_0(x)} (-1)^r \equiv \lambda_{r,o}(x, y) \equiv H_r(x)$$

en que $H_r(x)$, es un polinomio de Hermite de grado r.

$$\frac{\dfrac{\partial^{(s)}}{\partial y^s} [B_x(y)\,(1 - r^2)^s]}{B_x(y)} (-1)^s \equiv \lambda_{o,s}(x, y) \qquad [12]$$

Como la función ligada puede ser escrita así

$$B_x(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1 - r^2)}}\, e^{-\frac{\left(\frac{y - r x}{\sqrt{1 - r^2}}\right)^2}{2}}$$

los polinomios derivados de ella, pueden ser mirados como hermitianos de argumento $\frac{y - r x}{\sqrt{1 - r^2}}$, por lo que será

$$\lambda_{o,s}(x, y) = C H_s\left(\frac{y - r x}{\sqrt{1 - r^2}}\right) \quad (C = \text{const.})$$

Hecha la determinación de la constante se obtiene

$$C = (1 - r^2)^{\frac{s}{2}}$$

y al ser

$$\lambda_{r,s}(x, y) = \lambda_{r,o}(x, y)\, \lambda_{o,s}(x, y)$$

es

$$\lambda_{r,s}(x, y) = (1 - r^2)^{\frac{s}{2}} H_r(x)\, H_s\left(\frac{y - r x}{\sqrt{1 - r^2}}\right)$$

Para cualquier cupla $\lambda_{r,s}$; $\lambda_{m,n}$ con $s \neq 0$ o $n \neq 0$, de [12], se deduce que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y)\, \lambda_{o,s}\, \lambda_{o,n}\, dy \begin{cases} = 0 & s \neq n \\ \neq 0 & s = n \end{cases}$$

ello importa que sea

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y)\, \lambda_{r,s}\, \lambda_{m,n}\, dy \begin{cases} = 0 & s \neq n \\ \neq 0 & s = n \end{cases} \quad \text{(sean cuales fueran } r \text{ y } m)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y)\, \lambda_{r,s}\, y^n\, dy \begin{cases} = 0 & n < s \\ \neq 0 & n \geqslant s \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y)\, \lambda_{r,s}\, dy = 0 \text{ para cualquier } s \neq 0 \text{ (sea cual fuere } r)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y)\, \lambda_{r,s}\, \lambda_{m,n}\, dx\, dy \begin{cases} = 0 & s \neq n \\ \neq 0 & s = n \end{cases} \text{(sean cuales fueren } r \text{ y } m)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y)\, \lambda_{r,s}\, dx\, dy = 0 \text{ para cualquier } s \neq 0 \text{ (sea cual fuere } r)$$

Se concluye que, quitando los $\lambda_{r,0}$ en la sucesión de los bihermitianos, los demás polinomios restantes, son ortogonales con la función ligada. La demostración es inmediata. Tomemos el caso más general

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y)\ \underset{(n<s)}{\lambda_{r,s}\ \lambda_{m,n}}\ dy$$

Entonces: desdoblando ambos polinomios, definiendo según [12], al que contiene la mayor potencia de y, $\lambda_{0,s}$ desarrollando, según [6], a $\lambda_{0,n}$, separando las integrales e integrando por partes, queda

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y)\ \lambda_{r,s}\ \lambda_{m,n}\ dy = \lim_{\epsilon \to \infty} (-1)^s H_r(x)\ H_m(x)$$

$$\left\{ \int_{-\epsilon}^{+\epsilon} \frac{\partial^{(s)}}{\partial y^s} \left[B_x(y)\ (1-r^2)^s \right] y^n\ dy + \ldots \right\} =$$

$$= (-1)^s H_r(x)\ H_m(x) \lim_{\epsilon \to \infty} \left\{ \left| \frac{\partial^{(s-1)}}{\partial y^{s-1}} [B_x(y)\ (1-r^2)^s]\ y^n \right|_{-\epsilon}^{+\epsilon} - \ldots + \right.$$

$$\left. + (-1)^n \left| \frac{\partial^{s-n-1}}{\partial y^{s-n-1}} [B_x(y)\ (1-r^2)^s] \right|_{-\epsilon}^{+\epsilon} + \ldots \right\} = 0$$

puesto que al ser

$$\frac{\partial^{(n)}}{\partial y^n} \underset{(n<s)}{[B_x(y)\ (1-r^2)^s]} = B_x(y)\ [(y-r\,x)^n\ (1-r^2)^{s-n}\ (-1)^n +$$
$$+ \text{Términos conteniendo potencias de } (y - r\,x) \text{ de grado menor que } n]$$

la nulidad, de la expresión anterior, surge de la del

$$\lim_{\epsilon \to \infty} \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-r^2)}}\ e^{-\frac{(y-r\,x)^2}{2(1-r^2)}}\ y^t \right|_{-\epsilon}^{+\epsilon} = 0$$

al ser

$$\lim_{y \to \infty} e^{-\frac{y^2}{2}}\ y^t = 0$$

La condición de ortogonalidad de los polinomios derivados de la función ligada, hace que sea

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} B(x,y)\ \lambda_{r,s}\ x^m\ y^n\ dx\ dy \begin{cases} = 0 \begin{cases} n < s \text{ (sea cual fuere } m) \\ n = s \text{ y } m < r \\ n > s \text{ y } (m+n-s) < r \end{cases} \\ \neq 0 \begin{cases} n = s \text{ y } m \geqslant r \\ n > s \text{ y } (m+n-s) \geqslant r \end{cases} \end{cases}$$

La fórmula que da el desarrollo de uno cualquiera de los polinomios derivados de la función ligada es

$$\lambda_{o,s}(x,y) = \sum_{v=0}^{E\left(\frac{s}{2}\right)} (-1)^v \frac{(S)_{2v}}{2^v\, v\,!} (1-r^2)^v (y - r\,x)^{s-2v}$$

$$\left[E\left(\frac{s}{2}\right) = \text{mayor entero contenido en } \frac{s}{2} \;;\right.$$

$$\left.(S)_n = = s\cdot(s-1)\cdot(s-2)\ldots(s-n+1)\right]$$

Por ello y recordando la fórmula que da el desarrollo de los polinomios de Hermite, la que da el desarrollo de uno cualquiera de los $\lambda(x,y)$ es

$$\lambda_{r,s}(x,y) =$$

$$= \sum_{j=0}^{E\left(\frac{r}{2}\right)} \sum_{v=0}^{E\left(\frac{s}{2}\right)} (-1)^{j+v} \frac{(r)_{2j}\,(s)_{2v}}{2^{j+v}\, j!\, v!} (1-r^2)^v\, x^{r-2j} (y - r\,x)^{s-2v}$$

El cociente de $\dfrac{\lambda_{o,s}}{\lambda_{o,s-1}}$, dos polinomios consecutivos, de la sucesión derivada de la función ligada, permite hallar su fórmula recurrente, que liga a tres polinomios consecutivos

$$\lambda_{o,s} = (y - r\,x)\,\lambda_{o,s-1} - (s-1)\,(1-r^2)\,\lambda_{o,s-2}$$

Por ésta y recordando la fórmula de recurrencia de los polinomios de Hermite, la fórmula recurrente de los $\lambda(x,y)$ es

$$\lambda_{r,s} = (y - r\,x)\,[x\,\lambda_{r-1,s-1} - (r-1)\,\lambda_{r-2,s-1}]$$
$$+ (1-r^2)\,[(r-1)\,(s-1)\,\lambda_{r-2,s-2} - (s-1)\,x\,\lambda_{r-1,s-2}]$$

El cálculo de los módulos, que están en el denominador de [9], da

$$I_{r,s/r,s} = r!\; s!\; (1-r^2)^s$$

Entonces, la sucesión normalizada, de los $\lambda(x,y)$, ortogonales con la función de Bravais, es

$$\lambda_{\overline{r,s}} = \frac{1}{\sqrt{r!\; s!\; (1-r^2)^s}}\,\lambda_{r,s} \qquad [13]$$

5. — La descomposición de la función de probabilidad en el producto de una función en independencia de probabilidad por otra ligada, va a permitir simplificar, también, la generación, por determinantes, de los $\lambda(x, y)$ que define [4].

Consideremos, nuevamente, la función de Bravais.

Dijimos que

$$B(x, y) = \varphi_o(x)\, B_x(y)$$

Por la definición de momentos es

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_o(x)\, x^r\, dx = \mu_r \equiv \mu_{r,o}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y)\, y^s\, dy = \psi(x) = \mu_s(x) \neq \mu_{o,s}$$

Definimos con el siguiente determinante, un polinomio en x, $P_r(x)$

$$P_r(x) = \frac{(-1)^r}{\Delta_r} \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & \dots & x^r \\ \mu_o & \mu_1 & \mu_2 & \dots & \mu_r \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ \mu_{r-1} & \mu_r & \mu_{r+1} & \dots & \mu_{2r-1} \end{vmatrix} \qquad [14]$$

en que

$$\left.\begin{aligned} P_r(x) &= P_r[x\,;+\infty\,;-\infty\,;\varphi_o(x)] \\ P_r(x) &= P_r[x\,;+\infty\,;-\infty\,;B(x, y)] \end{aligned}\right\} \qquad [15]$$

y también

Definimos con este otro, un polinomio en xy, $Q_s(x, y)$

$$Q_s(x, y) = \frac{(-1)^s}{\Delta'_s} \begin{vmatrix} 1 & y & y^2 & \dots & y^s \\ \mu_o(x) & \mu_1(x) & \mu_2(x) & \dots & \mu_s(x) \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ \mu_{s-1}(x) & \mu_s(x) & \mu_{s+1}(x) & \dots & \mu_{2s-1}(x) \end{vmatrix} \qquad [16]$$

en que

$$\left.\begin{aligned} Q_s(x, y) &= Q_s[y\,;+\infty\,;-\infty\,;B_x(y)] \\ Q_s(x, y) &= Q_s[y\,;+\infty\,;-\infty\,;B(x, y)] \end{aligned}\right\} \qquad [17]$$

y también

Multiplicando miembro a miembro [14] y [16]

$$P_r(x)\, Q_s(x,y) = \frac{(-1)^{r+s}}{\Delta_r\, \Delta'_s} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} 1 & \dots & x^r \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ \mu_{r-1} & \dots & \mu_{2r-1} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & \dots & y^s \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ \mu_{s-1}(x) & \dots & \mu_{2s-1}(x) \end{vmatrix} = R_{r+s}(x,y)$$

en que $R_{r+s}(x,y)$, que está definido por el determinante producto, es un polinomio en xy, de grado complexivo $r+s$ que, en virtud de [15] y [17], será

$$R_{r+s}(x,y) = R_{r+s}\,[x\,;y\,;+\infty\,;-\infty\,;B(x,y)]$$

Es decir, que $R_{r+s}(x,y)$ pertenece a la sucesión de los $\lambda(x,y)$ que define [4] o discrepa en una constante multiplicativa.

Se constata que

$$\begin{aligned} P_r(x) &\equiv \lambda_{r,o}(x,y) \equiv H_r(x) \\ Q_s(x,y) &\equiv \lambda_{o,s}(x,y) \\ R_{r+s}(x,y) &= \lambda_{r,o}(x,y)\, \lambda_{o,s}(x,y) \equiv \lambda_{r,s}(x,y) \end{aligned}$$

Se concluye que los polinomios en xy que definen [4] y [11] y cumplen, con una función de probabilidad de dos variables, las condiciones de ortogonalidad simple, de los polinomios de Tschebycheff del plano, pueden ser descompuestos en el producto de otros dos polinomios de la misma sucesión, definidos por los determinantes formados: uno con los momentos de la función independiente; el otro con los momentos funcionales, de la función en dependencia estocástica, descomposición que trasunta, en el campo de la ortogonalidad, la definición de los puntos de la superficie de probabilidad, como una probabilidad compuesta en ligazón estocástica. (*)

6. — La determinación de los polinomios $\lambda(x,y)$ ortogonales con la función de Bravais, hace interesante su aplicación para la definición analítica de una superficie experimental de frecuencias, de

(*) Operando con la ligada de x en y, $B_y(x)$, y con la independiente en en y, $\varphi_0(y)$, se obtiene la sucesión simétrica de los $\lambda(x,y)$, que estará definida por un determinante simétrico del que define [4].

la que, la función de Bravais, lo fuera de primera aproximación, dando, además de la ecuación de la superficie, las de las funciones signaléticas que la individualizan.

En los últimos tiempos, estos estudios han ocupado la atención de destacados investigadores, pudiendo citarse, entre los más importantes los de Edgeworth (1896-1905-1917); Van der Stock (1907-1908); Charlier (1914); Jorgensen (1916); Wicksell (1917); Pearson (1925); Rhodes (1925).

No cabe, dentro de los límites que hemos impuesto a la presente nota, una relación histórica de dichos estudios que, por otra parte, ya ha sido hecha por S. J. Pretorius (*), cuyo trabajo es interesante consultar.

En las aplicaciones que haremos, en todos los casos de funciones ligadas, consideraremos las ligadas de y en x. Las de x en y son las simétricas.

Ecuación de la superficie. — Designemos con:

$\mu_{r,s}$ un momento reducido de orden r, s de la función de Bravais.

$\mu'_{r,s}$ un momento reducido de orden r, s de la función experimental.

Aplicamos [10] para una aproximación complexiva de 4º grado y teniendo presente que

$$\left.\begin{array}{l} \mu'_{1\cdot 0} = \mu_{1\cdot 0} \\ \mu'_{0\cdot 1} = \mu_{0\cdot 1} \end{array}\right\} = 0 \qquad \text{(origen en el baricentro)}$$

$$\left.\begin{array}{l} \mu'_{20} = \mu_{20} = \sigma_x^2 \\ \mu'_{02} = \mu_{02} = \sigma_y^2 \end{array}\right\} = 1$$

$$\Omega_{1\cdot 0} = \Omega_{0\cdot 1} = \Omega_{2\cdot 0} = \Omega_{1\cdot 1} = \Omega_{0\cdot 2} = 0$$

la ecuación de la superficie, dentro de la aproximación fijada, queda

$$f(x,y) = B(x,y)\left[1 + \sum_{n=3}^{4}\sum_{j=0}^{n} \Omega_{n-j/j}\,\lambda_{n-j/j}\right]$$

(*) S. J. Pretorius. *Skew bivariate frequency surfaces.* « Biometrika ». Vol. XXII. Part. I y II.

Aplicando [9], calculamos los coeficientes, cuya fórmula general es

$$\Omega_{l,s} = \frac{\sum\limits_{j=s}^{0} (-1)^{s-j}\, r^{s-j} \binom{s}{j} \left[\mu'_{l+s-j/j} - \mu_{l+s-j/j}\right]}{l!\, s!\, (1-r^2)^s} \qquad [18]$$

que también puede escribirse, simbólicamente, poniendo el numerador de la fracción, bajo forma de diferencia de las potencias s-ésimas de los binomios $(r - \mu'_{l+s/o})$ y $(r - \mu_{l+s/o})$, teniendo en cuenta que las potencias de μ' y μ, dan los respectivos segundos subíndices, que deben restarse de los primeros, puesto que, la suma de ambos, debe permanecer constante e igual a $l + s$. Entonces.

$$\Omega_{l,s} = \frac{(r - \mu'_{l+s/o})^s - (r - \mu_{l+s/o})^s}{l!\, s!\, (1-r^2)^s}$$

En la determinación de las funciones signaléticas que vamos a efectuar, se presentan los siguientes tipos de integrales:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y)\, y^n\, dy = \sum_{v=0}^{E\left(\frac{n}{2}\right)} \frac{(n)_{2v}}{2^v\, v!} (1-r^2)^v (r\,x)^{n-2v} \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y)\, \underset{(n \geq s)}{\lambda_{o,s}}\, y^n\, dy = (n)_s \sum_{v=0}^{E\left(\frac{n-s}{2}\right)} \frac{(n-s)_{2v}}{2^v\, v!} (1-r^2)^{s+v} \times (r\,x)^{n-s-2v}$$

[19]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y) \left[1 + \sum_{n=3}^{4} \sum_{j=0}^{n} \Omega_{n-j/j}\, \lambda_{n-j/j}\right] y^s\, dy = \sum_{v=0}^{E\left(\frac{s}{2}\right)} \frac{(s)_{2v}}{2^v v!} \times$$

$$\times (1-r^2)^v (r\,x)^{s-2v} + \sum_{k=0}^{4} (\Omega_{3-k/k} H_{3-k} + \Omega_{4-k/k} H_{4-k}) \times$$

$$\times (S)_k (1-r^2)^k . \sum_{v=0}^{E\left(\frac{s-k}{2}\right)} \frac{(S-k)_{2v}}{2^v\, v!} (1-r^2)^v (r\,x)^{s-k-2v} \qquad (s = 0, 1, 2, \ldots)$$

Ecuación de la línea de regresión. — ($\bar{y}_x$)

$$\bar{y}_x = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\, y\, dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\, dy} =$$

$$= \frac{\varphi_o(x) \int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y) \left[1 + \sum_{n=3}^{4} \sum_{j=0}^{n} \Omega_{n-j/j}\, \lambda_{n-j/j}\right] y\, dy}{\varphi(x)}$$

Desarrollando $\varphi(x)$ en serie de Gram-Charlier, dentro de la aproximación fijada,

$$\varphi(x) = \varphi_o(x) \sum_{n=0}^{4} \omega_n H_n(x)$$

Debe tenerse presente que, en este caso, es

$$\omega_0 = 1 \quad ; \quad \omega_1 = \omega_2 = 0 \quad ; \quad \omega_3 \equiv \Omega_{3\cdot 0} \quad ; \quad \omega_4 \equiv \Omega_{4\cdot 0}$$

Entonces

$$\bar{y}_x = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y) \left[1 + \sum_{n=3}^{4} \sum_{j=0}^{n} \Omega_{n-j/j}\, \lambda_{n-j/j}\right] y\, dy}{1 + \omega_3 H_3 + \omega_4 H_4}$$

Aplicando [19] y simplificando, se tiene

$$\bar{y}_x = r\, x + (1 - r^2) \frac{\Omega_{2\cdot 1} H_2 + \Omega_{3\cdot 1} H_3}{1 + \omega_3 H_3 + \omega_4 H_4} \qquad [20]$$

Ecuación sedástica. — ($\sigma_{y_x}{}^2$)

$$\sigma_{y_x}{}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_x(y) \left[y - \bar{y}_x\right]^2 dy$$

Al ser

$$f(x,y) = \varphi(x)\, \Phi_x(y)$$

podemos poner

$$\sigma_{y_x}{}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) \left[y - \bar{y}_x\right]^2 dy}{\varphi(x)} =$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y) \left[1 + \sum_{n=3}^{4} \sum_{j=0}^{n} \Omega_{n-j/j}\, \lambda_{n-j/j}\right] \left[y - \bar{y}_x\right]^2 dy}{1 + \omega_3 H_3 + \omega_4 H_4}$$

Desarrollando el binomio, aplicando [19] y simplificando

$$\sigma_{y_x}{}^2 = (1 - r^2) + r^2 x^2 +$$

$$+ \frac{2 r x (1 - r^2) (\Omega_{21} H_2 + \Omega_{31} H_3) + 2 (1 - r^2)^2 (\Omega_{12} H_1 + \Omega_{22} H_2)}{1 + \omega_3 H_3 + \omega_4 H_4} -$$

$$- 2 \bar{y}_x \left[r x + (1 - r^2) \frac{\Omega_{21} H_2 + \Omega_{31} H_3}{1 + \omega_3 H_3 + \omega_4 H_4} \right] + \bar{y}_x{}^2$$

Sustituyendo $\bar{y}_x$, según [20], y simplificando queda, finalmente,

$$\sigma_{y_x}{}^2 = (1 - r^2) \left\{ 1 + (1 - r^2) \left[2 \frac{\Omega_{12} H_1 + \Omega_{22} H_2}{1 + \omega_3 H_3 + \omega_4 H_4} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \left(\frac{\Omega_{21} H_2 + \Omega_{31} H_3}{1 + \omega_3 H_3 + \omega_4 H_4} \right)^2 \right] \right\} \qquad [21]$$

Coeficiente de relación de correlación. — ($\eta^2_{y_x}$).

Según la definición de Karl Pearson, es

$$\eta^2_{y_x} = 1 - \frac{S^2_y}{\sigma^2_y}$$

en que

$$S^2_y = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \, [y - \bar{y}_x]^2 \, dx \, dy$$

En nuestro caso, por ser

$$\sigma_x = \sigma_y = 1$$

es

$$\eta^2_{y_x} = 1 - S^2_y$$

Tenemos que calcular S^2_y.

Desarrollando el binomio, separando las integrales, aplicando [19], sustituyendo $\bar{y}_x$ según [20], y simplificando

$$S^2_y = 1 - r^2 - (1 - r^2)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_0(x) \, \frac{(\Omega_{21} H_2 + \Omega_{31} H_3)^2}{1 + \omega_3 H_3 + \omega_4 H_4} \, dx$$

Entonces

$$\eta^2_{y_x} = r^2 + (1 - r^2)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} \frac{(\Omega_{21} H_2 + \Omega_{31} H_3)^2}{1 + \omega_3 H_3 + \omega_4 H_4} dx$$

La resolución de la integral, depende de la ecuación de 4º grado que está en el denominador, cuyas raíces, al ser funciones de los coeficientes, que están definidos por los momentos experimentales, deben ser discriminadas, en cada caso, de acuerdo a los datos de la experiencia.

Ecuación clítica (de simetría parcial) $\left(\sqrt{\beta_1(y)_x}\right)$

$$\sqrt{\beta_1(y)_x} = \frac{\mu_3(y)_x}{\mu_2^{3/2}(y)_x}$$

Tenemos que calcular $\mu_3(y)_x$

$$\mu_3(y)_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_x(y)\,[y - \bar{y}_x]^3\,dy =$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y) \left[1 + \sum_{n=3}^{4} \sum_{j=0}^{n} \Omega_{n-j/j}\,\lambda_{n-j/j}\right] [y - \bar{y}_x]^3\,dy}{1 + \omega_3 H_3 + \omega_4 H_4}$$

Desarrollando el binomio, aplicando [19] y simplificando

$$\mu_3(y)_x = r\,x\,[3\,(1 - r^2) + r^2 x^2] - 3\,\bar{y}_x\,[(1 - r^2) + r^2 x^2] + 3\,\bar{y}_x^{\,2}\,r\,x - y_x^{\,3} +$$

$$+ 3\,\frac{(\Omega_{21} H_2 + \Omega_{31} H_3)\,(1 - r^2)\,[(1 - r^2) + r^2 x^2 - 2\,\bar{y}_x\,r\,x + \bar{y}_x^{\,2}]}{1 + \omega_3 H_3 + \omega_4 H_4} +$$

$$+ 6\,\frac{(\Omega_{12} H_1 + \Omega_{22} H_2)\,(1 - r^2)^2\,(r\,x - \bar{y}_x) + (\Omega_{03} + \Omega_{13} H_1)\,(1 - r^2)^3}{1 + \omega_3 H_3 + \omega_4 H_4}$$

Al ser

$$\mu_2(y)_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_x(y)\,[y - \bar{y}]^2\,dy = \sigma_{y_x}^{\;2}$$

Se tiene que

$$\sqrt{\beta_1(y)_x} = \frac{\left\{\begin{array}{l} r\,x\,[3\,(1-r^2)+r^2x^2] - 3\,\bar{y}_x\,[(1-r^2)+r^2x^2] + 3\,\bar{y}_x^2\,r\,x - \bar{y}_x^3 + \\ +\,3\,\dfrac{(\Omega_{21}H_2+\Omega_{31}H_3)\,(1-r^2)\,[(1-r^2)+r^2x^2-2\,\bar{y}_x\,r\,x+\bar{y}_x^2]}{1+\omega_3H_3+\omega_4H_4} + \\ +\,6\,\dfrac{(\Omega_{12}H_1+\Omega_{22}H_2)\,(1-r^2)^2\,(r\,x+\bar{y}_x)+(\Omega_{03}+\Omega_{13}H_1)\,(1-r^2)^3}{1+\omega_3H_3+\omega_4H_4} \end{array}\right\}}{\left[(1-r^2)\left\{1+(1-r^2)\left[2\,\dfrac{\Omega_{12}H_1+\Omega_{22}H_2}{1+\omega_3H_3+\omega_4H_4} - \left(\dfrac{\Omega_{21}H_2+\Omega_{31}H_3}{1+\omega_3H_3+\omega_4H_4}\right)^2\right]\right\}\right]^{\frac{3}{2}}}$$

Ecuación kúrtica (de normalidad parcial) $(\beta_2(y)_x - 3)$

$$\beta_2(y)_x - 3 = \frac{\mu_4(y)_x}{\mu_2^2(y)_x} - 3$$

Tenemos que calcular $\mu_4(y)_x$

$$\mu_4(y)_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_x(y)\;[y-\bar{y}_x]^4\,dy =$$

$$= \frac{\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y)\left[1+\sum_{n=3}^{4}\sum_{j=0}^{n}\Omega_{n-j/j}\,\lambda_{n-j/j}\right][y-\bar{y}_x]^4\,dy}{1+\omega_3H_3+\omega_4H_4}$$

Desarrollando el binomio, aplicando [19], simplificando y sustituyendo $\mu_2(y)_x$, según [21],

$$\beta_2(y)_x - 3 = \frac{\left[\begin{array}{l} 3\,(1-r^2)^2 + 6\,(1-r^2)\,r^2x^2 + r^4x^4 - 4\,[3\,(1-r^2) + r^2x^2]\,y_x\,r\,x + 6\,[(1-r^2)+r^2x^2]\,y_x^2 - \\ -4\,\bar{y}_x^3\,r\,x + \bar{y}_x^4 + \left\{\dfrac{\begin{array}{l} 4\,(\Omega_{21}H_2 + \Omega_{31}H_3)\Big\{[3\,(1-r^2)+r^2x^2]\,(1-r^2)\,r\,x - 3\,[(1-r^2)+r^2x^2]\,(1-r^2)\,\bar{y}_x + \\ +3\,(1-r^2)\,r\,x\,\bar{y}_x^2 - (1-r^2)\,\bar{y}_x^3\Big\} + 12\,(\Omega_{12}H_1 + \Omega_{22}H_2)\,(1-r^2)^2\Big\{(1-r^2)+r^2x^2 - \\ -2\,r\,x\,\bar{y}_x + \bar{y}_x^2\Big\} + 24\,\Big\{(\Omega_{03} + \Omega_{13}H_1)\,(1-r^2)^3\,(r\,x - \bar{y}_x) + \Omega_{04}\,(1-r^2)^4\Big\} \end{array}}{1 + \omega_3 H_3 + \omega_4 H_4}\right\} \end{array}\right]}{\left[(1-r^2)\left\{1 + (1-r^2)\left[2\,\dfrac{\Omega_{12}H_1 + \Omega_{22}H_2}{1 + \omega_3H_3 + \omega_4H_4} - \left(\dfrac{\Omega_{21}H_2 + \Omega_{31}H_3}{1 + \omega_3H_3 + \omega_4H_4}\right)^2\right]\right\}\right]^2} - 3$$

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arbecchi, Armando C.
Arce, Manuel J.
Arditi Thompson, H.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Arroyo, Rufino
Avila Méndez, Delfín
Ayerza, Rafael
Aztiria, Ignacio
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Baidaff, Bernardo I.
Balbiani, Atilio
Bancalari, Agustín
Barabino Amadeo, S.
Barbieri, Antonio
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barrancos, Leónidas A.
Berdoy, Pedro A.
Berrino, Juan B.
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Blaquier, Juan
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano
Bontempi, Luis
Bordato, Miguel
Bordenave, Pablo E.
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Breyer, Adolfo (h.)
Briano, Juan A.
Buldrini, Alvaro G.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Camus, Nicolás
Canale, Humberto
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceriale, Marcelino A.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Corvalán Mendilaharzu, Dardo
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chelia, Francisco
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
Debenedetti, José
De Cesare, Elías A.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Demarchi, Marco
Deulofeu, Venancio
Devoto, Franco E.
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Dominguez, Juan A.
Dotto, Enrique S.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Edelberg, Benjamín
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Forn, Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Dívico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Gil, Martín
Gonella, Juan B.
González, Juan B.
Gottschalk, Otto
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gurewitsch, Marco
Gutiérrez, Ricardo J.
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Howard, Jorge W.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Keiper, Guillermo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Kohan, Zoilo
Kraglievich, Nicolás T.
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lea, Allán B.
Lignières, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López, P. José
Loyarte, Ramón G.
Lozano, Nicolás
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Marini, Tomás L.
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Massaro, César O.
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Mermoz, Francisco A.
Mohring, Walther
Molfino, José F.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nelson, Ernesto
Nielsen, Juan
Oliveri, Alfredo E.
Ortega Belgrano, Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello Héctor
Outes, Félix F.
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví y Oliveras, A.
Paquet, Carlos
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Pauly, Antonio
Paz, José Máximo
Paz Anchorena, José M.
Peralta Ramos (h.), Alberto G.
Pérez Hernández, A.
Pérez Pirán, Juan A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Plana, Juan S.
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Polti, Modesto
Posadas, Carlos
Quartino, José N.
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Modesto
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo

Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Ravignani, Emilio
Rebuetlo, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rossell Soler, Pedro A.
Rossi, Arturo R.
Ruata, Luis E.
Ruiz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Sabaria, Enrique
Sagastume Berra, A. E.
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schmidt, Max
Schoo Lastra, Oscar
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Seeber, Ricardo
Sesma, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Storni, Carlos David
Suárez, Angel
Taiana, Alberto F.
Tamini, Luis Augusto
Tarragona, José
Tedeschi, Virgilio
Telló, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valls, José
Vallebella, Colón B.
Valentiner, Hugo
Valentini, Argentino
Vallejo, Segundo E.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino (h.)
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Volpatti, Eduardo
White, Guillermo J.
Wauters, Carlos
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Arbecchi, Atilia A.
Bazzanella, José
Devoto, Arnaldo Carlos
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
Girbau, Mansueto
Goyena, Ricardo J.
Laporte, Julio A.
Magne de la Croix, P.A.
Milesi, Emilio Angel
Monca, Jacobo Isaac
Muñoz Cabrera, René
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Somonte, Eduardo
Viglione, Fausto E.
Walls, I. Figueras de
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Ernesto Baroni y Cía.
Francisco Disí
Angel Estrada y Cía.
Imprenta Kidd
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
Est. Gráf. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Lda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis
Aguiar, Henoch D.
Aliaga de Olmos, E.
Amaya, Arturo A.
Anduze, Fernando L.
Arrambide, Miguel
Astelarra, Publio F.
Arreguine, Víctor
Astrain, Antonio
Beltrán Posse, F.
Bermann, Gregorio
Bernard, René
Bobone, Jorge E.
Bodenbender, G.
Bonet, Rafael
Berzacow, Wladimir
Bracaccini, Osvaldo J.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Bustos, Ernesto
Buteler, Jesús E.
Cabrera, Pablo
Cabrera Molina, P.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Castellanos, Domingo S.
Castellanos Posse, F.
Catinari, Altavino E.
Centeno, Dionisio
Cordeiro, Juan Carlos
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
De la Colina, Bmé.
Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
De Villafañe Lastra, T.
Devoto, Heraclio A.
Di Riemzo, Sabino
Esteban, Fernando
Evans, Eduardo W.
Fernández, Miguel
Ferrer, Baltasar
Fitz Simon, Sgo. E.

Fortana, Lorenzo
Fracassi, Humberto
Fuchs, Guillermo J.
Furque, Rafael
Galíndez Vivanco, C.
García, Daniel
García Voglino, A.
Garzón, Ernesto
Garzón, Juan Manuel
Garzón, Rafael
Gavier, Daniel E.
Gavier, Ernesto
Gibert, Víctor
Giménez de Azúa, F.
Godoy, Salvador A.
Gómez, Calixto A.
Gordillo, Pedro N.
Granillo Barros, M.
Hernández Ramírez, R.
Hosseus, Carlos Curt
Jagsich, Juan
Kegeler, Juan Walter
Kronfuss, Juan
Lafayette Zimmer, M.
Lagrange, Francisco

Larrauri, Agustín C.
Lewis, Donald G.
Licurzi, Ariosto
Lo Celso, Angel T.
Luque, Eduardo R.
Lutzow Holm, Olaf.
Mácola, Berardo A.
Mainé, Manuel Martín
Marck, Carlos
Marsal, Alberto
Martínez, Rodolfo
Martínez Bustos, V.
Martínez Carreras, J.M.
Masjoan, Juan
Melo, Carlos R.
Mirizzi, Pablo Luis
Montes, Aníbal
Moreau, Raúl L.
Ninci, Carlos A.
Ninci, Mario
Ninci, Raúl T.
Nolte, Gustavo Ernesto
Nottaris, Carlos E.
Novillo Corvalán, S.

Olsacher, Juan
Pagliari, Arturo
Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani de
Perrine, Carlos D.
Ponce Laforgue, C.
Portela, Benigno
Ponssa, Marco
Puga, Agustín
Revol, Carlos A.
Revuelta, Miguel C.
Rietti, Dardo A.
Roca, Jaime
Roggeri, Domingo
Rothlin, Edwin
Saibene, Natalio J.
Sánchez Sarmiento, F.
Sartori, Antonio
Sayago, Gumersindo
Sayago, Marcelino
Schmiedecké, Augusto
Seckt, Hans
Servetti Reeves, J. C.
Sicco, Juan Carlos

Padula, Federico
Sigal, Moisés
Sobrino Aranda, Luis
Soria, Benito
Sparn, Enrique
Strada, Ferdinando
Stucchi, Alberto
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Terrera, Pascual
Torres, Valeriano G.
Trebino, Natalio
Tretter, José
Urciuolo, Victorio
Valdés, José M.
Vanni, Alberto
Varsi, Tomás
Vázquez de Novoa, F.
Velazco, Román
Vercello, Carlos
Villalba, Aquiles D.
Yadarola, Mauricio L.
Zeballos Cristobo, José

SECCION SANTA FE

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Argüelles, Eugenio
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco
Bonazzola, César J.
Borruat, Luis
Borruat, Luis (hijo)
Bruzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Claus, Guillermo
Courault, Pablo

Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christem, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá Tolrá, Antonio

Kleer, Gregorio
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Morisot, Augusto
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo

Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Antonio E.
Reinares, Sergio
Reuzaut, Rodolfo
Regis Mallorquin, Juan
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonetti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Basso, Germinal
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Carette, Eduardo
Ceriotto, Emilio
Croce, Francisco M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo

García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Granzella, Sinibaldo
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Mácola, Tulio

Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Miyara, Santos
Oviedo Marcó, Carlos
Oviedo Ortíz, Carlos
Pelaia, Dante

Piovano, Abelardo P.
Sammartino, Miguel
Sánchez C., Juan V.
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Toso, Juan P.
Vicchi, Juan A.

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán..........	Rafael (México)
Amaral, Afranio de..........	San Pablo (Br.)
Ameghino, Carlos.............	La Plata
Arteaga, Rodolfo de.........	Montevideo
Avendaño, Leónidas...........	Lima
Alvarez, Antenor..............	Sgo. del Estero
Bonarelli, Guido..............	Gubbio (It.)
Borel, Emile..................	París
Bachmann, Carlos J...........	Lima
Bolívar, Ignacio...............	Madrid
Bragg, William Henry........	Londres
Bruch, Carlos.................	Olivos
Cabrera, Blás.................	Madrid
Carabajal, Melitón M.........	Lima
Corti, José S..................	Mendoza
Dávila, Rubén.................	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto.............	La Plata
Escomel, Edmundo............	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Asunc. (Par.)
Fontecilla Larrain, Arturo....	Chile
Fort, Michel..................	Lima
González del Riego, Felipe....	Lima
Greve, Germán................	Chile
Guinier Philibert.............	Nancy (Franc.)
Hadamard, Jacques...........	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hassler, Emilio...............	San Bernardino (Paraguay)
Hernández, Juvenal...........	Chile
Hijar y Haro, Luis...........	México
Janet, Pierre..................	París
Jiménez de Asúa, Luis.......	Madrid
Kinart, Fernando.............	Amberes
Lahille, Fernando.............	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul...............	París
Lobo, Bruno..................	Río de Janeiro
Lehmann Nitsche, Roberto....	Berlín
Mardones, Francisco..........	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique...............	Concepc. (Ch.)
Majarás, Jesús................	México
Moretti, Gaetano..............	Milán
Oliver Schneider, Carlos......	Chile
Pereira d'Andrade, Lancaster.	Nova Goa (I.P.)
Perrin, Tomás G..............	México
Porter, Carlos E..............	Santiago (Ch.)
Pi y Suñer, Augusto..........	Barcelona
Reyes Cox, Eduardo..........	Antofag. (Ch.)
Rospigliosi y Vigil, Carlos....	Lima
Rowe, Leo S.................	Wáshington
Shepperd, William R..........	New York
Tello, Julio C................	Lima
Torres Quevedo, Leonardo....	Madrid
Villarán, Manuel V...........	Lima
Vélez, Daniel M..............	México
Valle, Rafael H..............	México
Volterra, Vito................	Roma
Vitoria, Eduardo..............	Barcelona

// ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

MARZO 1936. — ENTREGA III. — TOMO CXXI

SUMARIO

BUENOS AIRES

Calle Santa Fé 1145

1936

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

B. Aires - Est. Gráfico "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-25 - U. T. 21-1733

EVALUACIÓN DE LOS COMPUESTOS DE MANGANESO EN ALGUNAS VARIEDADES DE TRIGOS ARGENTINOS

Por C. M. ALBIZZATI y F. CARRADÓ

La finalidad principal que perseguimos al publicar este trabajo consiste en dar a conocer la distribución cuantitativa del manganeso en diversas variedades de trigos argentinos, poniendo de manifiesto la relación existente entre este elemento y el contenido de cenizas y substancias proteicas, tema éste de interés en química biológica dado el importante rol que desempeñan las substancias minerales en la vida de los vegetales y animales.

Si se somete a la semilla de trigo a la acción del calor en condiciones especiales, se observará que se destruye la materia orgánica quedando como residuo una substancia blanca que recibe el nombre de cenizas y que contiene una serie de elementos minerales, entre los cuales se encuentra presente el manganeso que será objeto de nuestra atención en el presente artículo y que ya el agrónomo Carradori en 1810 puso en evidencia su importancia y difusión en los vegetales.

El manganeso ha sido objeto de importantes estudios por parte de numerosos investigadores, especialmente en esta última década debido a que aun no se conoce con exactitud el verdadero rol que desempeña en el intrincado problema de la fisiología vegetal el susodicho catalizador, estimulante o compuesto oligodinámico, como así lo han denominado algunos autores. Gabriel Bertrand manifiesta que *« les metalloides et des metaux, présents dans le corps de la plante en proportions infimes, peuvent cependant etre des éléments physiologiques, aussi necessaires au metabolisme général que le carbone et l'azote ».*

Es el manganeso un elemento químico descubierto por Scheele en 1774 que se halla muy difundido en la naturaleza especialmente combinado al estado de óxido. Se le encuentra en cantidad apreciable en numerosos minerales y en pequeña cantidad en los tejidos animales y vegetales, hallándosele especialmente en los órganos verdes de las plantas. Su presencia puede denotarse también en casi todas las tierras de labor. De los análisis realizados por G. BERTRAND y ROSENBLATT sobre un incontable número de vegetales han hallado la presencia del manganeso en todas las investigaciones practicadas, lo que demuestra la presencia de ese elemento como un constituyente normal en las cenizas de las plantas. MC. HARGUE (1914, 1922, 1926, 1931), le prestó suma atención al estudio de este elemento.

Influencia del manganeso en el cultivo de la avena

(GABRIEL BERTRAND Y THOMASSIN)

Cuadro Nº 1

Superficie de cada parcela: 2.000 metros cuadrados.

Naturaleza del suelo: arcilloso, muy débilmente calcáreo. Contiene 0,024 % de manganeso soluble en ácido acético caliente al centésimo y 0,033 % de manganeso soluble solamente en ácido clorhídrico concentrado y caliente.

Abonos agregados por hectáreas: 1º a cada parcela, 200 kilogramos de superfosfato mineral a 15 % aproximadamente de P 205 y 75 kilogramos de sulfato de amonio a 20,5 % de nitrógeno; 2º a la parcela en experiencia 50 Kg. de sulfato de manganeso a 31,58 % de Mn.

	Sin manganeso	Con manganeso
Peso total de la cosecha	1.290 kg.	1.580 kg.
Peso por hectárea	6.450 »	7.900 »
Peso después de la trilla:		
Peso del grano	518 »	608 »
Peso del grano por hectárea	2.590 »	3.040 »
Peso de la paja y de la cáscara del grano	768 »	968 »
Peso de la paja por hectárea	3,840 »	4.840 »
Análisis del grano:		
Peso por hectólitro	44 »	46 »
Humedad a + 110 grados	17,48 %	16,85 %
Cenizas	2,82 »	2,88 »
Manganeso	0,004 »	0,004 »
Nitrógeno total	1,61 »	1,58 »

Diferencia en favor del manganeso:

Por el conjunto de la cosecha	22,5 %
Por el grano	17,4 »
Por la paja	26,0 »

Acción fisiológica. — GABRIEL BERTRAND demostró la acción estimulante que posee el manganeso sobre algunas enzimas vegetales de carácter oxidante el cual actúa acelerando el efecto de estos compuestos biológicos. Así fué como puso de manifiesto que agregando sales de manganeso a la lacasa, esta enzima aumentaba proporcionalmente su actividad oxidante.

En el suelo existe la posibilidad de que las sales de manganeso intervengan como agentes catalíticos, habiendo ya notado CARRADORI desde hace mucho tiempo que los suelos abonados con sales de manganeso suministraban cosechas más abundantes, revelándose con claridad la importancia económica que posee este elemento en agricultura. G. BERTRAND puntualizó estos hechos y otros más en incontables experiencias realizadas durante más de diez años y nosotros hemos creído útil para la mejor información del lector, transcribir a título ilustrativo la que dicho autor ha considerado como la más típica y que insertamos en el cuadro Nº 1.

Las cifras indicadas en el cuadro que precede nos enseñan que el agregado de 50 kilogramos de sulfato de manganeso por hectárea ha producido un aumento de 450 kilogramos de granos y de 1000 kilogramos de paja.

Influencia del manganeso sobre el cultivo del « Aspergillus niger »

(G. BERTRAND Y JAVILLIER)

Cuadro Nº 2

Cultivos en matraces de 2 litros.
Volumen del líquido nutritivo: 250 cm^3.
Temperatura: + 32°.
Duración: 4 días.

Cantidad de manganeso introducido	Dilución de manganeso	Peso seco de la recolección	Cantidad de manganeso fijadas
0 (testigo)	—	1 gr. 331	0 mgr. 001
0 mgr. 5	1/500.000	1 » 490	0 » 030
1 » 5	1/250.000	1 » 635	0 » 036
2 » 5	1/100.000	1 » 700	0 » 056
10 » 5	1/25.000	2 » 190	0 » 106
25 » 5	1/10.000	2 » 380	0 » 190
100 » 5	1/2.500	2 » 700	0 » 700
500 » 5	1/500	2 » 765	4 » 000
1.250 » 5	1/200	3 » 510	10 » 000
2.500 » 5	1/100	3 » 390	22 » 000

Se observa esta acción benéfica cuando este elemento mineral se agrega o se halla en pequeña cantidad, resultando ser perjudicial cuando su presencia excede de una determinada concentración. Las experiencias de G. BERTRAND ponen de manifiesto que la totalidad de manganeso que se encuentra a disposición de la planta, no es asimilado sino en parte por este organismo, existiendo una relación positiva entre la cantidad de manganeso disponible y la cantidad fijada por el vegetal, como bien lo expresan las cifras de GABRIEL BERTRAND y JAVILLIER consignadas en el cuadro Nº 2.

El manganeso al igual que los demás elementos constitutivos de las cenizas son absorbidos por el vegetal de los estratos acuosos procedentes del suelo y su distribución cuantitativa en los principales cereales se consignan de inmediato en el cuadro Nº 3.

Contenido de manganeso en cereales. (J. DAVIDSON).

Cuadro Nº 3

Cereal	Manganeso (Mn_3O_4)
Trigo	0.0034 - 0.0086
Centeno	0.0105 - 0.0157
Arroz	0.0043 - 0.0061
Cebada	0.0012 - 0.0020
Avena	0.0067 - 0.0204
Maíz	0.0009 - 0.0018

Los compuestos de manganeso se encuentran contenidos en los cereales como en los demás vegetales en general, en muy pequeña cantidad, pudiendo apreciarse una mayor concentración de este elemento en las plantas de Te y de Tabaco especialmente. Según MAUMENÉ, 50-60 g. de cenizas procedentes de la incineración de 1 Kg. de Te contienen término medio 5 g. de manganeso.

Material y método empleado. — De las cuatro variedades de trigo *38 M. A., Kanred, San Martín* y *Lin Calel* cuya semilla ha llegado a nuestro poder de distintas regiones del país, hemos podido escoger un total de 25 muestras de cada variedad.

La determinación cuantitativa del manganeso fué realizado por el método colorimétrico el cual se encuentra basado en la transformación de los compuestos manganosos a ácido permangánico por la acción del persulfato de amonio, de acuerdo a la siguiente ecuación química:

$$2\,Mn(NO_3)_2 + 5(NH_4)_2S_2O_8 + 8\,H_2O =$$
$$= 5(NH_4)_2SO_4 + 5\,H_2SO_4 + 4\,NHO_3 + 2\,HMnO_4$$

La reacción tiene lugar en presencia del nitrato de plata que actúa como agente catalítico habiendo adoptado una técnica cuyo detalle la encontrará el lector en la página 101 de la « *Association of Official Agricultural Chemists* », segunda edición, 1925.

Las substancias proteicas fueron evaluadas determinando el nitrógeno por el método de KJELDHAL empleando el selenio como agente catalítico.

Para la obtención de las cenizas se ha seguido el método oficial de la *A. O. A. C.*

RESULTADOS OBTENIDOS

Las determinaciones químicas y biométricas obtenidas en el presente trabajo ponen de manifiesto que los porcentuales de manganeso contenidos en las diferentes variedades de trigo no guardan ninguna relación digna de mención con el contenido de cenizas, como así también debemos hacer notar que no existe correlación entre el contenido de manganeso y los porcentuales de proteína en las variedades estudiadas.

Determinaciones químicas.

Cuadro N° 4

Trigo (variedad)	Carácter	Promedio 25 análisis	Mínimo	Máximo
38 M. A.	Manganeso	0.0050	0.0028	0.0090
	Ceniza %	1.559	1.438	2.000
	Proteína %	11.073	9.98	12.360
Kanred	Manganeso	0.0051	0.0029	0.0070
	Ceniza %	1.653	1.296	1.954
	Proteína %	11.94	9.98	15.18
San Martín	Manganeso	0.0052	0.0036	0.0086
	Ceniza %	1.5001	1.396	1.700
	Proteína %	10.682	9.860	12.110
Lin Calel	Manganeso	0.0044	0.0033	0.0065
	Ceniza %	1.564	1.370	1.789
	Proteína %	11.941	10.280	13.390

Salta especialmente a la vista dicho comentario, al echar una ojeada a las notas gráficas (figs. 1 a 8) que acompañan a esta información.

Determinaciones biométricas.

Cuadro N° 5

Trigo (Variedad)	Carácter	Frecuencia	Media aritmética	Error probable de la media aritmética	Desviación standard D. S.	Error probable de la D. S.	Coeficiente de variabilidad C. V.	Error probable del C. V.
38 M. A.	Manganeso . . .	25	0.0050	± 0.0002	0.0012	± 0.0001	24.00	± 2.372
	Cenizas	25	1.559	± 0.0185	0.137	± 0.0132	8.790	± 0.0847
	Proteína	25	11.073	± 0.0939	0.696	± 0.0670	6.291	± 0.6062
Kanred	Manganeso . . .	25	0.0051	± 0.0002	0.0011	± 0.0001	22.00	± 2.119
	Cenizas	25	1.653	± 0.02473	0.1833	± 0.01766	11.089	± 1.0685
	Proteína	25	11.941	± 0.1928	1.429	± 0.1377	11.967	± 1.1531
San Martín . .	Manganeso . . .	25	0.0052	± 0.0001	0.0012	± 0.0001	23.07	± 2.224
	Cenizas	25	1.501	± 0.01104	0.0819	± 0.00789	5.4565	± 0.5258
	Proteína	25	10.682	± 0.08134	0.603	± 0.05810	5.645	± 0.5439
Lin Calel . . .	Manganeso . . .	25	0.0044	± 0.00014	0.0012	± 0.00010	27.27	± 2.627
	Cenizas	25	1.564	± 0.0136	0.101	± 0.0097	6.458	± 0.6222
	Proteína	25	11.941	± 0.0977	0.7244	± 0.0695	6.0665	± 0.5845

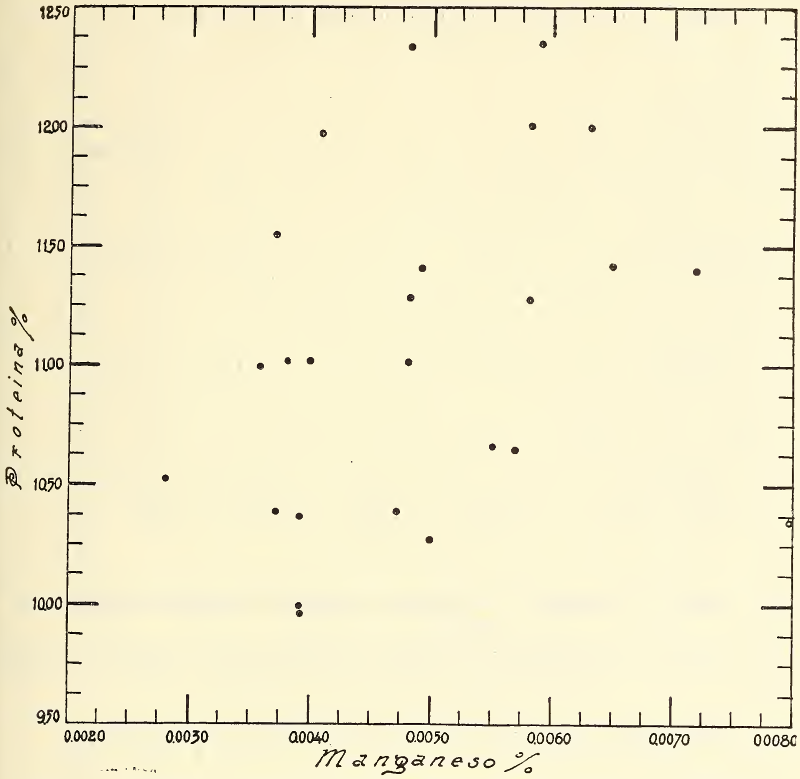


FIG. 1. — Diagrama de dispersión que enseña la relación entre la cantidad de manganeso y el porcentual de proteína en el trigo 38. M. A.

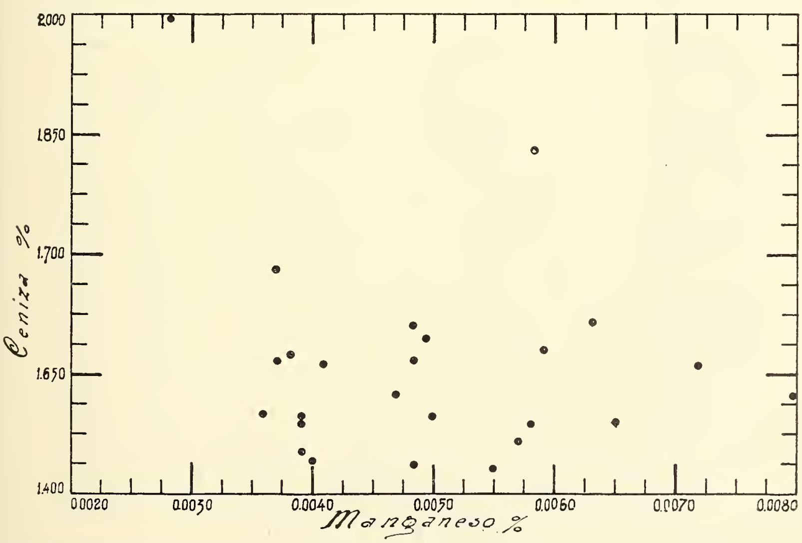


FIG. 2. — Diagrama de dispersión que registra la relación entre el porcentaje de manganeso y el contenido de cenizas en el trigo 38. M. A.

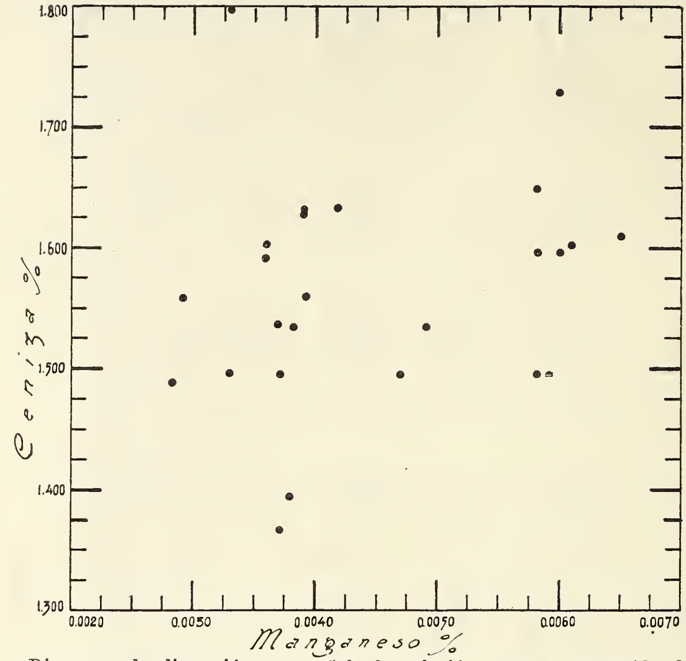


FIG. 3. — Diagrama de dispersión que señala la relación entre el contenido de cenizas y el de manganeso en el trigo Lin Calel.

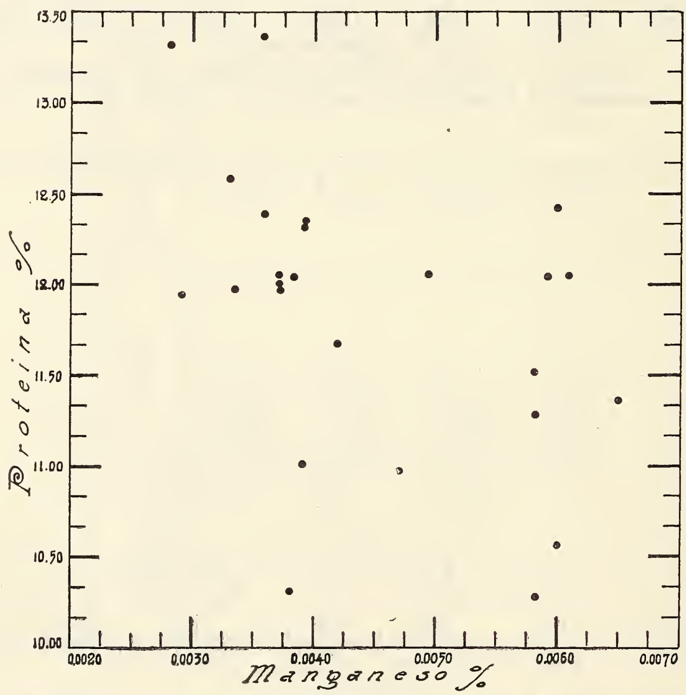


FIG. 4. — Diagrama de dispersión que acusa la relación entre los porcentuales de manganeso y proteína en el trigo Lin Calel.

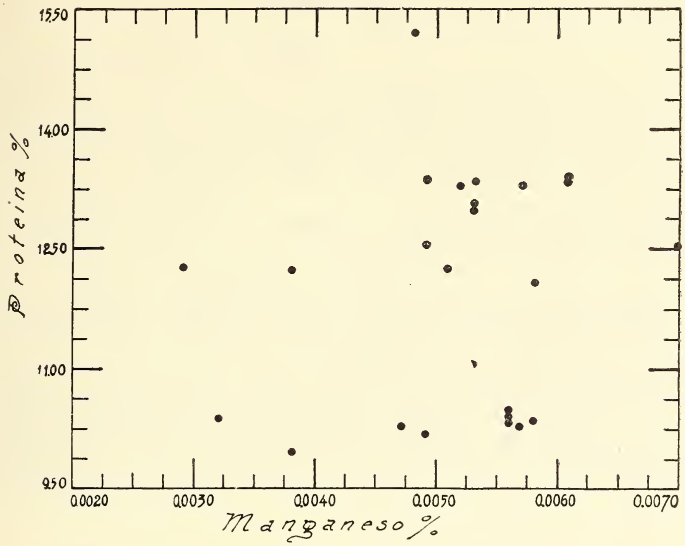


FIG. 5. — Relación entre el contenido de manganeso y proteína en el trigo Kanred.

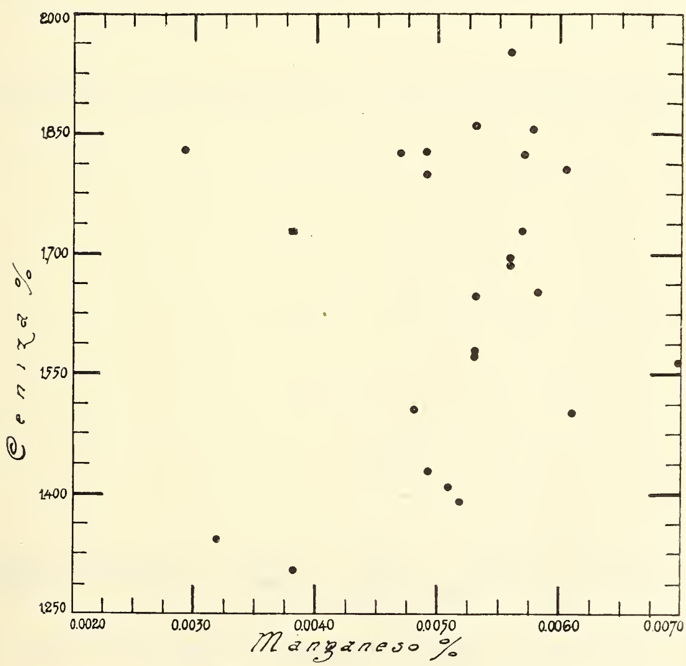


FIG. 6. — Representación gráfica de la relación entre manganeso y ceniza en el trigo Kanred.

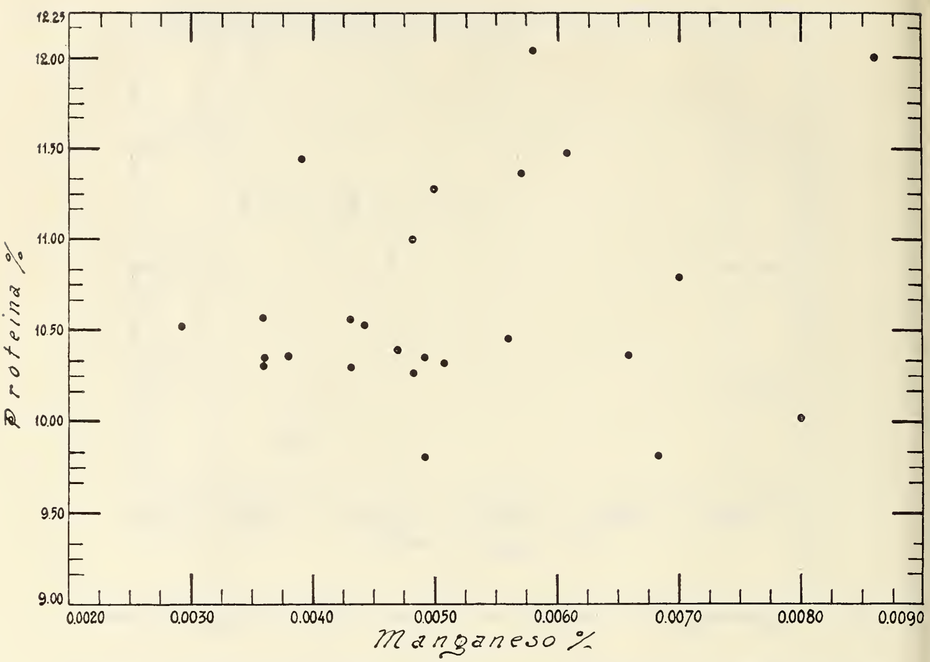


FIG. 7. — Diagrama que muestra la relación entre manganeso y proteína en el trigo San Martín.

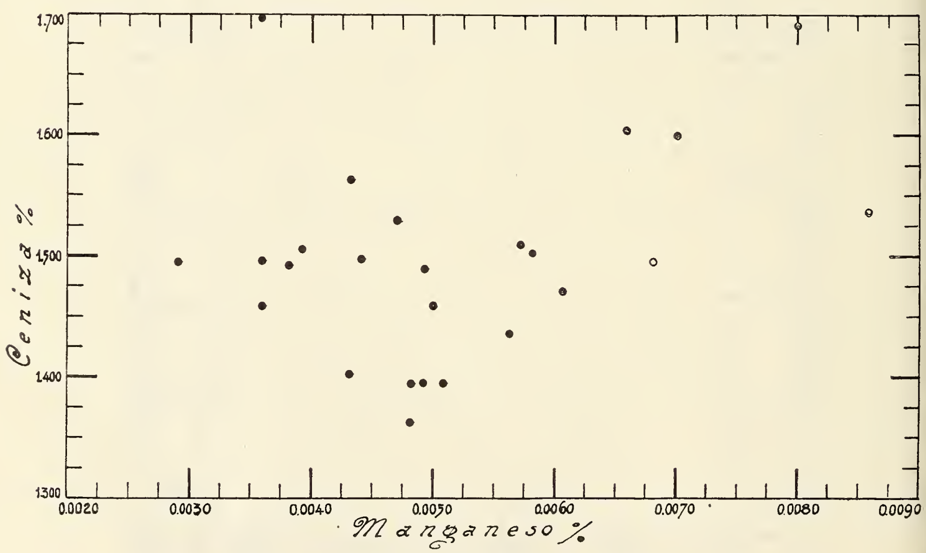


FIG. 8. — Diagrama de dispersión que muestra la relación entre la ceniza y el manganeso contenido en el trigo San Martín.

BIBLIOGRAFIA

1925 A. O. A. C. Methods of analysis.

1912 Bertrand Gabriel. Sur le role des infiniment petits chimiques en agriculture. *Ann. Inst. Pasteur,* t. 26, Nº 11, p. 852-867.

1921 Bertrand Gabriel. Sur la présence générale du manganèse dans le règne végétal (en collaboration avec Mme. Rosenblatt). *C. R. Ac. Sc.,* t. CLXXIII, p. 333-6.

Bertrand Gabriel. Sur la repartition du manganèse dans l'organisme des plantes superioures (en collaboration avec Mme. Rosenblatt). *C. R. Ac. Sc.,* t. CLXXIII, p. 1118-20.

1929 Davidson Jehiel. Manganese in Cereals and Cereal Mill Products. *Cereal Chem.* Vol. VI, Nº 2, p. 128-133.

Lara J. B. Influencia de los componentes de las aguas y tierras y acción bioquímica de sales de zinc y manganeso en la producción de la vid. *Tesis Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.*

1884 Maumené M. E. Sur l'existence du manganèse dans les animaux et les plantes et sur son rôle dans la vie animale. *C. R. Ac. Sc.,* t. 98, p. 1416.

SOBRE EL NÚMERO COMPLEJO DUAL

Por J. C. VIGNAUX
Doctor en Ciencias Matemáticas

1. Introducción. — En el estudio de los números complejos binarios se presentan tres tipos fundamentales; los complejos ordinarios $a + bi$ donde $i^2 = -1$, los complejos de la forma $a + bj$ donde $j^2 = +1$, los cuales hemos denominado complejos hiperbólicos (1) y finalmente los complejos duales $a + bk$ con $k^2 = 0$; siendo los primeros como se sabe, los únicos que satisfacen a todas las reglas formales del cálculo algebraico (2).

En este trabajo nos proponemos desarrollar el estudio sistemático del número complejo dual. A fin de obtener una expresión factorial de este número, se introducen algunas funciones trigonométricas, que permiten desarrollar la teoría paralelamente al complejo ordinario.

Finalmente se define una geometría seudoeuclídea, mediante la cual, este número recibe una sencilla interpretación geométrica.

2. Definiciones. — *Se llama número complejo dual el par ordenado* $[a, b]$ *de números reales, los cuales cumplen a las siguientes condiciones*:

La igualdad de dos complejos duales

$$[a, b] = [a', b']$$

queda definida por las condiciones

$$a = a' \quad , \quad b = b' .$$

(1) J. C. Vignaux. *Sobre el número complejo hiperbólico y su relación con la geometría de Borel.* « Contribución al Estudio de las Ciencias Físicomatemáticas », V. I. E. 1ª (1935).

(2) A. Durañona y J. C. Vignaux. *Sobre las series de números complejos hiperbólicos.* « Contribuciones », V. I. E. 2ª (1935).

La igualdad es por tanto, *reflexiva, simétrica* y *transitiva.*

Dos números duales no iguales, se dicen desiguales y esta relación se representa con el símbolo

$$[a\,,b] \neq [a'\,,b'] \,.$$

Dados los complejos duales $[a\,,b]$, $[a'\,,b']$, se llama *suma* de éstos, al complejo dual $[a+a'\,,\,b+b']$. Es decir

$$[a\,,b] + [a'\,,b'] = [a+a'\,,b+b'] \,.$$

La suma es *conmutativa* y *asociativa.* Esta definición de suma no difiere por tanto de la suma de complejos ordinarios y de la suma de complejos hiperbólicos.

El *producto* de los números $[a\,,b]$, $[a'\,,b']$ está definido por la relación

$$[a\,,b] \times [a'\,,b'] = [a\,a'\,,a\,b' + a'\,b] \,.$$

El producto es *conmutativo* y *asociativo* como fácilmente se ve.

Si se tiene n complejos duales iguales $A[a\,,b]$, su producto se llama *potencia enésima* y se indica con la notación

$$[a\,,b]^n = [a\,,b] \times [a\,,b] \times \ldots \overset{n}{\smile} [a\,,b] \,.$$

3. Número real. — El número complejo $[a\,,0]$ es idéntico al número real a; pondremos

$$[a\,,0] = a \,.$$

Un complejo dual se reduce a un número real solamente cuando su segunda componente es nula.

El número $(1\,,0) = 1$ representa la *unidad real,* el complejo $[0\,,0]$ se dice *cero* escrito en forma compleja.

No siendo contradictorias entre sí estas condiciones, ellas determinan un conjunto de números, como pares ordenados de números reales que forman el cuerpo de los números complejos duales.

4. Unidad dual. — La unidad imaginaria dual está definida por el complejo dual $[0\,,1] = k$.

De la definición de producto, se tiene

$$[0\,,1] \times [0\,,1] = [0\,,0] = 0$$

esto es

$$k\,.\,k = k^2 = 0\,.$$

Teniendo presente el valor de k^2, resultan

$$k^1 = k \quad , \quad k^2 = 0 \quad , \quad k^3 = 0, \ldots k^n = 0, \ldots$$

Además se tiene

$$[b\,,0] \times [0\,,1] = [0\,,b]$$

es decir

$$= bk = kb\,.$$

Dado el complejo dual $[a\,,b]$, se puede escribir en la forma

$$[a\,,0] + [0\,,b] = [a\,,b]$$

y como es

$$[a\,,0] = a\,,\ [0\,,b] = bk\,,$$

resulta

$$[\,a, b\,] = a + bk\,,$$

que llamaremos la *forma normal* del complejo dual.

De aquí, se deduce que si

$$a + bk = a' + b'k$$

es

$$a = a' \quad , \quad b = b'$$

y recíprocamente. También

$$(a + bk) + (a' + b'k) = (a + a') + (b + b')\,k$$

y

$$(a + bk) \times (a' + b'k) = aa' + (ab' + a'b)\,k\,.$$

5. La anulación del producto. — *Dados dos complejos duales, si uno de ellos es nulo su producto es también nulo;* pues

$$(a + bk) \times (0 + 0k) = (0\,,0) = 0\,.$$

Si se tiene el producto de varios complejos duales, entre los cuales hay uno *nulo*, el resultado es también nulo.

Recíprocamente *si el producto de dos complejos duales* (con $a \neq 0$) *es nulo, uno de los factores es nulo.*

Sea $\alpha = (a + bk)$ un complejo dual distinto de cero y sea $\beta = x + yk$ otro complejo dual, tal que

$$\alpha\,\beta = (a + bk) \times (x + yk) = 0$$

$$\alpha\,\beta = ax + (ay + bx)\,k = 0$$

luego

$$ax = 0 \qquad , \qquad ay + bx = 0$$

y de aquí $x = 0$ e $y = 0$ puesto que a y b son distintos de cero. En consecuencia, el complejo dual $x + yk$ deberá ser nulo.

Hay sin embargo un caso en que dicho producto puede ser nulo, y es cuando los factores son *complejos duales incompletos,* es decir de la forma $b\,.\,k$. Se tiene

$$b\,.\,k \times c\,.\,k = b\,.\,c\,.\,k^2 = 0\,.$$

Por tanto, los divisores de cero distintos de cero solo son números de la forma mk.

6. Módulo y norma. — Llamaremos *módulo* o *valor absoluto del complejo dual* $a + bk$ al número positivo: $+\sqrt{a^2 + b^2}$ e indicaremos con la notación

$$|\,a + bk\,|$$

El número $a^2 + b^2$ dícese *norma.*

Un complejo dual es nulo cuando su módulo es igual a cero y solamente en este caso.

Puesto que

$$\sqrt{(a + a')^2 + (b + b')^2} \leq \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{a^{2\prime} + b^{2\prime}}$$

resulta que el *módulo de la suma de dos complejos* $(a\,,b)$ y $(a'\,,b')$, *es menor o igual a los módulos de sus términos.*

7. Complejos duales conjugados. — Los complejos duales

$$a + bk \qquad , \qquad a - bk$$

los llamaremos conjugados. Resulta que

$$(a + bk) + (a - bk) = 2\,a$$

y que

$$(a + bk) \times (a - bk) = a^2\,.$$

Al número positivo

$$N = a^2$$

llamaremos *norma dual* y $a + \sqrt{N} = |\,a\,|$, *módulo dual del complejo* $a + bk$.

8. Operaciones inversas. — *La diferencia* de los dos complejos duales $a + bk$, $a' + b'k$ es otro complejo dual tal que sumado al segundo reproduce el primero.

Se tiene entonces

$$(a + bk) - (a' + b'k) = (a - a') + (b - b')\,k\,.$$

En particular

$$(a + bk) - (a - bk) = 2bk\,.$$

Llamaremos *recíproco* o *inverso* del complejo dual $a + bk$ a todo complejo dual $x + yk$ que multiplicado por el primero dé por producto 1.

Si el número dado no es nulo o un complejo puro, existe siempre su inverso y está determinado unívocamente. Sea $a + bk \neq 0$ y $a \neq 0$; la igualdad

$$(a + bk) \times (x + yk) = 1$$

que define el inverso $x + yk$ nos da

$$ax + (ay + bx)\,k = 1$$

es decir

$$ax = 1 \quad , \quad ay + bx = 0$$

$$x = \frac{1}{a} \quad , \quad y = -\frac{b}{a^2}$$

luego

$$x + yk = \frac{1}{a} - \frac{b}{a^2} \cdot k$$

es el complejo dual que satisface. Pondremos

$$\frac{1}{a + bk} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a^2} k .$$

Los números duales puros bk no tienen inverso.

La *división* de dos complejos duales $a + bk$ y $a' + b'k$ donde el segundo es distinto de cero se reduce a

$$\frac{a + bk}{a' + b'k} = (a + bk) \times \frac{1}{a' + b'k} =$$

$$= (a + bk) \times \left(\frac{1}{a'} - \frac{b'}{a'^2} k\right)$$

$$= \frac{a}{a'} + \frac{a'b - ab'}{a'^2} \cdot k$$

es decir

$$\frac{a + bk}{a' + b'k} = \frac{aa'}{a'^2} + \frac{a'b - ab'}{a'^2} \quad \text{si} \quad a' \neq 0 .$$

La división es por tanto siempre posible y unívoca, excepto la división por cero o por un *dual* puro (complejo sin parte real).

La potencia de exponente entero y positivo del número dual $a + bk$ es igual a

$$(a + bk)^n = a^n + na^{n-1} b . k$$

En efecto; esta relación se cumple para $n = 2, 3 \ldots$; supongamos que ella es cierta para el entero n, probaremos que es también cierta para $n+1$. Se tiene

$$\begin{aligned}(a+bk)^{n+1} &= (a+bk)^n (a+bk) = \\ &= (a^n + na^{n-1}bk)(a+bk) \\ &= a^{n+1} + (n+1)a^n b \,.\, k\end{aligned}$$

lo cual prueba la proposición.

En el caso del exponente *entero* y *negativo* $(-n)$ la potencia se define mediante la relación

$$\begin{aligned}(a+bk)^{-n} &= \frac{1}{(a+bk)^n} \\ &= \frac{1}{a^n + na^{n-1} \,.\, b \,.\, k} = \\ &= \frac{a^n - na^{n-1} \,.\, b \,.\, k}{a^{2n}}\end{aligned}$$

Esto implica naturalmente que el complejo $a+bk$ no sea puro. En particular, se tiene

$$(a+bk)^0 = 1 \,.$$

La *raíz cuadrada* del complejo $a+bk$

$$\sqrt{a+bk}$$

será todo *complejo dual* $x+yk$ tal que su cuadrado sea igual a $a+bk$.

Se tiene

$$\begin{aligned}a+bk &= (x+yk)^2 \,. \\ &= x^2 + 2\,xyk\end{aligned}$$

de donde

$$a = x^2 \quad , \quad b = 2\,xy$$

Si $a > 0$ resulta $x = \pm\sqrt{a}$, y por tanto, para y se tienen los valores correspondientes:

$$\begin{cases} x = +\sqrt{a} \\ y = \dfrac{1}{2\sqrt{a}} \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -\sqrt{a} \\ y = -\dfrac{1}{2\sqrt{a}} \end{cases}$$

Resulta en consecuencia, como raíces cuadradas del complejo dual $a + bk$ ($a > 0$) los números complejos

$$\alpha_1 = \frac{1}{2\sqrt{a}}(2\,a + bk) \qquad , \qquad \alpha_2 = -\frac{1}{2\sqrt{a}}(2\,a + bk)\,. \qquad [2]$$

Todo número dual $a + bk$ cuya primer componente es positiva, tiene dos raíces complejas duales, las cuales están dadas por las expresiones [2].

9. Forma trigonométrica. — Dado el número complejo dual $a + bk$, se puede siempre determinar dos números ϱ y φ tales que

$$a = \rho\cos\varphi \qquad , \qquad b = \rho \operatorname{sen}\varphi\,,$$

de donde resulta

$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

y

$$a + bk = \rho\,(\cos\varphi + k\operatorname{sen}\varphi)\,.$$

El número ϱ llamaremos *módulo* y el número φ su *argumento*.

Si se multiplican dos complejos duales, puestos en esta forma

$$\alpha = \rho\,(\cos\varphi + k\operatorname{sen}\varphi) \qquad , \qquad \alpha' = \rho'\,(\cos\varphi' + k\operatorname{sen}\varphi')$$

resulta

$$\alpha\,.\,\alpha' = \rho\rho'\,[\cos\varphi\cos\varphi' + k\operatorname{sen}(\varphi + \varphi')]\,, \qquad [2]$$

y por tanto, no se cumple el conocido teorema de Moivre de los complejos ordinarios.

Sin embargo la fórmula [2] nos permite obtener una expresión simple del módulo del producto en función de los módulos y de los argumentos de los complejos factores. En efecto; es

$$|\alpha . \alpha'|^2 = \rho^2 \rho'^2 [\cos^2 \varphi \cos^2 \varphi' + \operatorname{sen}^2 (\varphi + \varphi')] =$$

$$= \rho^2 \rho'^2 [\cos^2 \varphi' + \operatorname{sen}^2 \varphi' \cos^2 \varphi + 2 \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi' \cos \varphi']$$

$$= \rho^2 \rho'^2 \left[1 - \operatorname{sen}^2 \varphi . \operatorname{sen}^2 \varphi' + \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2 \varphi . \operatorname{sen} 2 \varphi'\right]$$

Si ponemos

$$M (\varphi \varphi') = 1 - \operatorname{sen}^2 \varphi . \operatorname{sen}^2 \varphi' + \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2 \varphi \operatorname{sen} 2 \varphi'$$

resulta finalmente

$$|\alpha . \alpha'| = \rho . \rho' \sqrt{M (\varphi , \varphi')} .$$

El valor máximum de la función $M(\varphi , \varphi')$ es igual a $\frac{4}{3}$ (1); por tanto resulta la siguiente limitación

$$|\alpha . \alpha'| \leqq \rho\rho' \frac{2}{\sqrt{3}} .$$

A fin de poder desorrollar la teoría del número complejo dual en la forma trigonométrica, paralelamente al complejo ordinario, nos vemos obligado a introducir nuevas funciones trigonométricas que pasaremos a definir.

Sea h una recta de ecuación $x = +1$ y h' su simétrica respecto del eje Oy, de ecuación $x = -1$.

Consideremos un punto móvil M sobre la recta h; si llamamos con y la ordenada de M y con S el área del triángulo variable MOA, se tiene

$$S = \frac{1}{2} y .$$

Esta área estará afectada del mismo signo de la ordenada y. Pondremos $\sigma = 2 S$.

(1) Observación del Sr. M. Sadosky.

Llamaremos *seno dual* y *coseno dual* del número σ (argumento dual), a las funciones de σ definidas por la relación

$$\overline{OA} = \cos d\,\alpha \quad , \quad \overline{MA} = \operatorname{sen} d\,\sigma$$

Cuando el punto M parte del punto A, situado sobre Ox, y recorre de manera continua el semi-rayo h, el argumento σ crece de una manera continua, de O a $+\infty$, $\cos d\alpha$ es constante e igual a $+1$; $\operatorname{sen} d\sigma$ crece constantemente de O a $+\infty$ y varía de modo continuo.

Por definición, la *tangente dual* y la *cotangente dual* están definidas por las relaciones

$$\operatorname{tg} d\alpha = \frac{\operatorname{sen} d\alpha}{\cos d\alpha} \quad , \quad \operatorname{ctg} d\alpha = \frac{\cos d\alpha}{\operatorname{sen} d\alpha}$$

De aquí resulta inmediatamente que

$$\cos d\alpha = \cos d\,(-\alpha)$$

$$\operatorname{sen} d\alpha = -\operatorname{sen} d\,(-\alpha)$$

$$\operatorname{tg} d\alpha = -\operatorname{tg} d\,(-\alpha)$$

y el teorema de adición

$$\cos d\,(\alpha + \alpha') = \cos d\alpha \,.\, \cos d\alpha' = 1$$

$$\operatorname{sen} d\,(\alpha + \alpha') = \operatorname{sen} d\alpha \cos d\alpha' + \operatorname{sen} d\alpha' \cos d\alpha \,.$$

relaciones que se prueban inmediatamente.

10. Forma factorial. — Sea $a + bk$ un complejo dual $(a > 0)$; se tiene

$$a + bk = a\left(1 + \frac{b}{a}\,k\right)$$

y pongamos

$$\frac{b}{a} = \operatorname{sen} d\alpha \qquad 1 = \cos d\alpha\,,$$

resulta

$$a + bk = a\,(\cos d\alpha + k \operatorname{sen} d\alpha)$$

que es la forma factorial del complejo dual. El número a lo llamaremos *módulo dual* y a α *argumento dual* del complejo $a + bk$.

Dados los complejos duales

$$(a\,,b) = a\,(\cos d\,\alpha + k \operatorname{sen} d\alpha)$$

$$(a'\,,b') = a'\,(\cos d\,\alpha' + k \operatorname{sen} d\alpha')\,,$$

la condición necesaria y suficiente para que sean iguales es que

$$a = a' \quad , \quad \alpha = \alpha'\,.$$

11. Módulo y argumento dual del producto. — Si multiplicamos los complejos $(a\,,b)$, $(a'\,,b')$ resulta

$$(a\,,b) \times (a'\,,b') = aa'\,[\cos d\alpha \cos d\alpha' + k\,(\operatorname{sen} d\alpha \cos d\alpha' +$$

$$+ \operatorname{sen} d\alpha' \cos d\alpha)] =$$

$$= aa'\,[\cos d\,(\alpha + \alpha') + k \operatorname{sen} d\,(\alpha + \alpha')]\,,$$

luego *el producto tiene por módulo dual el producto de los módulos duales de sus factores y como argumento dual, la suma de sus argumentos duales.*

En particular, el producto de

$$\beta = a + bk \qquad \bar{\beta} = a - bk$$

es

$$\beta\,.\,\bar{\beta} = a^2 = N \quad (\textit{norma dual})$$

El caso de n factores, se reduce al anterior. Sean n complejos

$$\alpha_n = a_n\,(\cos d\alpha_n + k \operatorname{sen} d\alpha_n)$$

se tiene

$$\alpha_1\,\alpha_2 \ldots \overset{n}{\smile}\,\alpha_n = a_1\,a_2 \ldots a_n\,[\cos d\,(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n) +$$

$$+ \operatorname{sen} d\,(\alpha_1 + \ldots + \alpha_n)]$$

De aquí: *El producto de varios complejos duales tiene por módulo dual,* el producto de sus módulos duales y por argumento dual, la suma de sus argumentos duales.

12 Del cociente. — Sea el complejo

$$\alpha = (a\ , b) = a \cos d\ \theta + k \text{ sen } d\ \theta)$$

y multipliquemos por el complejo

$$\beta = \frac{1}{a} [\cos d\ (-\ \theta) + k \ . \text{ sen } d\ (-\ \theta)]$$

resulta

$$\alpha \ . \ \beta = 1 \ ,$$

es decir

$$\frac{1}{a\ (\cos d\theta + k \text{ sen } d\theta)} = \frac{1}{a} [\cos d\ (-\ \theta) + k \text{ sen } d\ (-\ \theta)] \ .$$

$$= \frac{1}{a} (\cos d\theta - k \text{ sen } d\theta) \ .$$

De aquí, *el inverso de un complejo dual no nulo ni puro, tiene por módulo dual* $\frac{1}{a}$ *y por argumento dual* $-\ \theta$.

El cociente de los complejos

$$\alpha = a\ (\cos d\theta + k \text{ sen } d\theta) \qquad , \qquad \alpha' = a'\ (\cos d\theta' + k \text{ sen } d\theta')$$

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \alpha \ . \ \frac{1}{\alpha'} = \frac{a}{a'} [\cos d\ (\theta - \theta') + k \text{ sen } d\ (\theta - \theta')] \ .$$

Es decir, el cociente de un complejo dual por otro no nulo ni puro, tiene por módulo dual el cociente de sus módulos duales y por argumento dual, la diferencia de sus argumentos duales.

13. Extensión de la fórmula de Moivre. — Dado el complejo dual

$$\alpha = \rho\ (\cos d\theta + k \text{ sen } d\theta)$$

formemos la potencia

$$\alpha^n = \underbrace{\alpha \ . \ \alpha \ . \ . \ . \ \alpha}_{n}$$

Según el teorema del producto, resulta

$$\alpha^n = \rho \, . \, \rho \, \ldots \overset{n}{\smile} \rho \, [\cos d \, (\theta + \theta + \ldots \overset{n}{\smile} \theta) + k \operatorname{sen} d \, (\theta + \theta + \ldots \theta)]$$

es decir

$$[\rho \, (\cos d\theta + k \operatorname{sen} d\theta]^n = \rho^n \, (\cos dn\theta + k \operatorname{sen} dn\theta) \, .$$

Esta fórmula es también válida para exponente entero y negativo $n = -p$, $(p > 0)$.

En efecto;

$$\alpha^n = \frac{1}{\alpha^p} = \frac{1}{\rho^p \, (\cos dp\theta + k \operatorname{sen} dp\theta)}$$

$$= \rho^{-p} \, [\cos d \, (-p\theta) + k \operatorname{sen} d \, (-p\theta)]$$

$$= \rho^n \, (\cos dp\theta + k \operatorname{sen} dp\theta) \, .$$

14. La potencia e^z. — La potencia de exponente $z = x + ky$, la definiremos de modo que satisfaga a la propiedad fundamental

$$e^{z+z'} = e^z \, . \, e^{z'} \, .$$

Consideremos en primer lugar el caso de e^{ky} y pongamos

$$e^{ky} = \cos d\, y + k \operatorname{sen} dy = 1 + ky \, .$$

Si multiplicamos por la potencia

$$e^{ky'} = \cos dy' + k \operatorname{sen} dy' = 1 + ky'$$

resulta

$$e^{ky} \, . \, e^{ky'} = \cos d \, (y + y') + k \operatorname{sen} d \, (y + y') = 1 + k \, (y + y') \, .$$

Además, si se quiere conservar las reglas del cálculo ordinario, la operación e^{x+ky} deberá significar el producto de e^x por e^y. Por tanto se tiene

$$e^z = e^{x+ky} = e^x \, . \, (\cos dy + k \operatorname{sen} dy) = e^x \, (1 + ky) \, .$$

Esta definición cumple con todas las reglas fundamentales de la potencia. En efecto:

$$e^z \,.\, e^{z'} = e^{x+ky} \,.\, e^{x'+ky'} = e^x (\cos dy + k \operatorname{sen} dy) \,.$$

$$. \, e^{x'} (\cos dy' + k \operatorname{sen} dy') =$$

$$= e^{x+x'} [\cos d\,(y + y') + k \operatorname{sen} d\,(y + y')] =$$

$$= e^{x+x'} \,.\, e^{(y+y')\,k} = e^{z+z'} \,.$$

La potencia e^z, tiene por módulo dual al número e^x y por argumento dual al número y.

Del mismo modo se verifica que

$$e^0 = 1 \,,\, e^1 = e \,,\, (e^z)^m = e^{mz} \,,\, \frac{e^z}{e^{z'}} = e^{z-z'} \ldots$$

15. Logaritmo neperiano. — Llamaremos *logaritmo neperiano del número complejo dual $a + bk$,* a todo número dual $z = x + ky$ que verifique la igualdad

$$e^z = a + bk = u \,.$$

Supongamos que $a > 0$; se tiene

$$e^z (1 + ky) = a (1 + k\sigma) \qquad [1]$$

donde σ es el argumento dual del complejo $a + bk$.

La condición [1] exige que

$$e^x = a \qquad y = \sigma$$

de donde

$$x = \log a \qquad y = \sigma \,.$$

luego

$$z = \log (a + bk) = x + ky =$$

$$= \log a + k\,\sigma$$

$$= \log a + k\,\frac{b}{a}$$

Simbólicamente

$$\log(u) = \log a + k\,\sigma\,.$$

Las reglas del cálculo de los logaritmos reales se extienden a este campo. Sea el número

$$u' = a' + b'k \qquad a' > 0$$

a' y σ' su módulo y su argumento dual; se tiene según hemos visto

$$\log(u') = \log a' + k\sigma'$$

y sumando los logaritmos, resulta

$$\log(u) + \log(u') = \log(a\,.\,a') + k\,(\sigma + \sigma')\,.$$

Como: $a.a'$ es igual al módulo dual del producto $u.u'$ y $\sigma + \sigma'$ es igual a su argumento dual; resulta entonces

$$\log(u) + \log(u') = \log(u\,.\,u')\,.$$

Igualmente, se tiene

$$\log(u^m) = m \log(u)$$

donde m es un número racional real.

De las relaciones

$$e^{ky} = \cos dy + k \operatorname{sen} dy = 1 + ky$$

$$e^{-ky} = \cos dy - k \operatorname{sen} dy = 1 - ky$$

resulta

$$\cos d\,y = \frac{e^{ky} + e^{-ky}}{2} = 1 = \cos dh\,ky$$

$$k \operatorname{sen} dy = \frac{e^{ky} - e^{-ky}}{2} = ky = \operatorname{sen} d\,hky$$

Además, se tiene que

$$a + bk = a(\cos d\theta + k \operatorname{sen} d\theta) = ae^{k\theta}$$

$$a - bk = a(\cos d\theta - k \operatorname{sen} d\theta) = ae^{-k\theta}\ .$$

Reresentación geométrica

Dado en un plano, un sistema de dos ejes rectangulares, representaremos el complejo dual $x + ky$ por un punto del mismo de coordenadas x e y.

El módulo

$$|x + yk| = +\sqrt{x^2 + y^2}$$

es por tanto, la distancia euclídea del punto M (afijo) al origen de coordenadas O.

Sean

$$\alpha = a + bk \qquad \text{y} \qquad \alpha' = a' + b'k$$

dos complejos duales, M y M' sus afijos; la suma: $\alpha + \alpha'$ está representada por un punto M'' de coordenadas $(a + a'\ ,\ b + b')$, vértice del paralelogramo construído sobre los segmentos $\overline{OM}$ y $\overline{OM'}$ como lados.

Del triángulo OMM'' se concluye que el módulo de una suma de dos complejos duales es menor o igual a la suma de los módulos de sus términos y mayor o igual que su diferencia.

Si adoptamos ahora como eje polar el eje Ox y como polo el origen y designamos con ϱ y ω las coordenadas polares de punto $M(a, b)$ que representa al complejo $a + bk$, no se puede desarrollar la teoría del número dual paralelamente al complejo ordinario; puesto que los teoremas relativos al módulo y al argumento del producto, cociente, etc., no subsisten.

Esto se consigue en cambio, mediante la expresión factorial del complejo dual

$$a + bk = a(\cos d\varphi + k \operatorname{sen} d\varphi)\ ,$$

como se ha visto anteriormente.

En este caso la interpretación geométrica ordinaria no es posible.

Con este objeto, vamos a estudiar una geometría afin particular que nos permitirá resolver simplemente la cuestión.

16. Geometría dual. — Las traslaciones y las rotaciones de esta geometría vienen definidas analíticamente en la siguiente forma:

Traslación dual. — Fijado un sistema de coordenadas Oxy, a todo punto $M(x, y)$, la *traslación dual* $T(a, b)$ hace corresponder un punto M' de coordenadas X e Y definidas por la relación

$$\left.\begin{aligned} x &= a + X \\ y &= b + Y \end{aligned}\right\} \qquad \left\{\begin{aligned} X &= a - x \\ Y &= b - y \end{aligned}\right. \qquad [1]$$

a y b son constantes reales.

Las traslaciones duales forman grupo, puesto que dos traslaciones sucesivas $T(a, b)$ y $T(a', b')$ equivalen a una traslación única $T(a + a', b + b')$.

Como estas traslaciones no difieren de las traslaciones euclídeas, subsiste en esta geometría, la teoría ordinaria de las paralelas.

Rotaciones dual. — Una rotación dual de centro en el origen y de *amplitud* θ, es una operación geométrica $R(\theta)$ tal que a todo punto $M(x, y)$ hace corresponder un punto $M'(X, Y)$ definida por la relación

$$\left.\begin{aligned} x &= X \cos d\theta \\ y &= Y \operatorname{sen} d\theta \end{aligned}\right\} \qquad [2]$$

Existe la operación inversa $R^{-1}(\theta)$, y como las rotaciones euclídeas, éstas forman también grupo.

Desplazamiento dual. — Los desplazamientos duales que comprenden las traslaciones $T(a, b)$ y las rotaciones $R(\theta)$ alrededor de un punto cualquiera (a, b) están definidas por la expresión

$$\left.\begin{aligned} x &= a + X \cos d\theta \\ y &= b + Y \operatorname{sen} d\theta \end{aligned}\right\} \qquad [3]$$

Distancia dual. — Dados los dos puntos $A(x_1 y_1)$ y $B(x_2 y_2)$ la transformación de coordenadas [3] deja invariante la forma cuadrática

$$\delta^2 = (x_1 - x_2)^2$$

puesto que de

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a + X_1 \cos d\theta \\ x_2 &= a + X_2 \cos d\theta \end{aligned} \right|$$

resulta

$$(x_1 - x_2)^2 = (X_1 - X_2)^2 = \delta^2 .$$

Al número

$$\delta = + \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = | x_1 - x_2 |$$

lo llamaremos *distancia dual* de los dos puntos A y B.

En particular, la distancia dual del punto $M(x, y)$ al origen $O(0, 0)$ es

$$\overline{OM} = \sqrt{x^2} = | x | .$$

La *unidad dual* de longitud es

$$\overline{OM} = | x | = 1 .$$

De modo que el lugar de los puntos del plano que están a una *distancia dual constante* c del origen, son las rectas de ecuación

$$| x | = C .$$

El conjunto de estas rectas ($x = c$, $x = - c$) hacen en esta geometría el papel de las dos ramas de hipérbola equilátera; y por tanto desempeñan el papel de circunferencias.

En particular la circunferencia dual de radio 1 y centro en el origen es

$$| x | = 1 .$$

Consideremos una recta cualquiera (Δ) que pasa por el origen cuyo coeficiente angular es m, y sea m' el coeficiente angular de su transformada (Δ') mediante la rotación dual $R(x)$ alrededor del origen

$$\left. \begin{aligned} x &= X \cos d\alpha \\ y &= Y \operatorname{sen} d\alpha \end{aligned} \right|$$

Se tiene

$$\frac{y}{x} = \frac{Y}{X} \operatorname{tg} d\alpha$$

es decir

$$m = m' \operatorname{tg} d\alpha$$

o

$$\operatorname{tg} d\alpha = \frac{m}{m'} = \alpha \, ;$$

tal es la relación que liga a los coeficientes angulares m y m' de la recta Δ y de su transformada mediante la operación $R(\alpha)$.

17. Rectas isótropas duales. — Las dos rectas isótropas reales de la geometría hiperbólica que pasan por el origen O, coinciden en la geometría dual con el eje Oy. En efecto; la recta de ecuación $x = 0$ queda invariable en las rotaciones duales alrededor del origen; y la *distancia dual* de dos puntos cualquiera de esta recta, es siempre nula.

Todas las rectas paralelas a la recta isótropa $x = 0$, gozan de la misma propiedad, esto es, la distancia dual de dos puntos cualesquiera $M(x_1, y_1)$ y $M(x_2, y_2)$ de la misma, es siempre nula; puesto que

$$\overline{MM'} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = 0 \, .$$

De lo anterior se deduce que el *módulo dual* del complejo $a + bk$

$$\rho = \sqrt{a^2} = |\, a \,| \, ,$$

es la *distancia dual* del afijo $M(a, b)$ del complejo al origen.

En particular el módulo dual del número complejo puro bk es nulo puesto que su afijo pertenece a la recta isótropa $x = 0$.

Sea M un punto de coordenadas (x, y), y $R(\alpha)$ una rotación dual de centro O

$$x' = x$$

$$y' = y \operatorname{sen} d\alpha$$

según la cual, a M le corresponde el punto $M'(x', y')$. Se tiene

$$x' + ky' = x + ky \operatorname{sen} d\alpha$$

$$x' - ky' = x - ky \operatorname{sen} d\alpha$$

de donde

$$\frac{x' + ky'}{x' - ky'} = \frac{x + ky \operatorname{sen} d\alpha}{x - ky \operatorname{sen} d\alpha}$$

Si m es el coeficiente angular de una recta cualquiera (Δ) que pasa por O, y m' el de su transformada (Δ') por la rotación $R(\alpha)$; se tiene

$$\frac{1 + km'}{1 - km'} = \frac{1 + km \operatorname{sen} d\alpha}{1 - km \operatorname{sen} d\alpha} = \frac{1 + km\,\alpha}{1 - km\,\alpha}$$

es decir

$$\frac{e^{m'k}}{e^{-m'k}} = \frac{e^{km\,a}}{e^{-km\,a}}$$

$$\therefore$$

$$e^{2m'k} = e^{k\,2m\,a}$$

es decir

$$1 + 2m' = 1 + 2m\,\alpha$$

y finalmente

$$\alpha = \frac{m'}{m} \cdot$$

BIBLIOGRAFIA

G. Scorza. *Corpi numerici e Algebre,* Messina 1921.
M. Cipolla. *Analisi Algebrico,* Palermo 1914.
E. Dickson. *Linear Algebras,* Cambridge 1914.
B. L. Van Der Waerden. *Moderne Algebra,* Berlín 1931 (2º T.).

SOBRE LA DERIVADA AREOLAR Y SIMETRICA DE LAS FUNCIONES DE UNA VARIABLE COMPLEJA DUAL

POR

J. C. VIGNAUX y MISCHA COTLAR

En la teoría de las funciones polígenas de una variable compleja dual, y de la variable compleja hiperbólica, se ha introducido las nociones de *derivada simétrica* y de *derivada areolar* en dos formas distintas (1).

Además en el caso de las funciones de variable compleja hiperbólica, se prueba que con un cambio de variables, el estudio de estas derivadas queda reducido al cálculo de derivadas parciales ordinarias, y las demostraciones de los teoremas relativos adquieren una forma sencilla (2).

En esta Nota se obtienen resultados análogos para las *funciones polígenas* de una variable *compleja dual.*

2. DERIVADA. — Sea

$$w = f(z) = u(x, y) + kv(x, y),$$

una función de la variable compleja dual $z = x + ky$ donde k es la unidad imaginaria dual $(k^2 = 0)$ (3). Consideremos un punto fijo z y m una dirección dada que parte de z. Sea $\Delta w = \Delta u + k\Delta v$ el in-

(1) Véase: J. C. VIGNAUX, *La teoría de las funciones polígenas de una y de varias variables complejas dual.* « Contribución al Estudio de las Ciencias Físicas y Matemáticas », V. I. E. 3ª, 1935, La Plata.

(2) *Sobre las funciones no-monógenas de una y de varias variables complejas hiperbólicas.* Publicación de la Facultad de Ciencias Exactas, etc., de Bs. Aires.

(3) J. C. VIGNAUX, *Sobre el número complejo dual.* « Anales de la Soc. Científica Argentina » (1936).

cremento de la función correspondiente al incremento $\Delta z = \Delta x + k\Delta y$ de la variable independiente z; si

$$\text{lím}\ \frac{\Delta y}{\Delta x} = m$$

cuando el $|\Delta z|$ tiende a cero; se tiene

$$\lim_{|\Delta z| \to 0} \frac{\Delta w}{\Delta z} = \left(\frac{dw}{dz}\right)_m = \frac{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} m + k\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} m\right)}{1 + mk}$$

en el supuesto que las funciones u y v sean derivables. A este número $\left(\frac{dz}{dz}\right)_m$, que depende de la dirección m, se llama la *derivada de la función $f(z)$ según la dirección m*.

Una función que admite una derivada en un punto, para toda dirección m, se dice que es *función polígena* en dicho punto.

3. Derivada areolar y simétrica. — La expresión anterior, que nos da la derivada de una función $f(z)$ según la dirección m, se puede poner en otra forma. En efecto; se tiene

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_m = \frac{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} m + k\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} m\right)}{1 + mk} \qquad [1]$$

$$= \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} k + \frac{\partial v}{\partial x} k\right) \frac{1 + mk}{1 + mk} +$$

$$+ \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} k + \frac{\partial v}{\partial y} k\right) \frac{m - k}{1 + mk}$$

y además, de la relación

$$1 + mk = e^{mk},$$

resulta

$$m - k = m\left(1 - \frac{1}{m} k\right) = me^{-\frac{1}{m} k}$$

por tanto

$$\frac{m - k}{1 + mk} = me^{-k\left(m - \frac{1}{m}\right)}$$

y la igualdad [1] resulta

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_m = \frac{\partial u}{\partial x} + k\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) +$$

$$+ \left[\frac{\partial u}{\partial y} - k\left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x}\right)\right] m\, e^{-k\left(m - \frac{1}{m}\right)}$$

Se llama *derivada areolar dual* de $f(z)$ y se indica con la notación $D_a f(z)$, a la expresión

$$D_a f(z) = \frac{\partial u}{\partial y} + k\left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x}\right), \qquad [2]$$

y llamaremos *derivada simétrica dual* a la expresión

$$D_s f(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + k\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y}\right). \qquad [3]$$

Según esto, la derivada de una función polígena, según la dirección *m*, toma la forma

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_m = D_s f(z) + m e^{-k\left(m - \frac{1}{m}\right)} \cdot D_a f(z) .$$

La condición para que la derivada de w sea independiente de la dirección *m*, se obtiene anulando su segundo término; es decir

$$D_a f(z) = 0 \qquad (\text{con } m \neq 0)$$

de donde se deduce

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} ;$$

y por tanto

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} . k .$$

En tal caso se dice que la función $f(z)$ es *monógena* dual en el punto z.

Según esto, las funciones monógenas de la variable compleja dual, se comportan respecto a la derivación areolar, como las constantes respecto a la derivación ordinaria.

La condición

$$D_s f(z) = 0$$

nos da en cambio, las relaciones

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} .$$

5. — El estudio de las funciones polígenas de una variable compleja dual, se simplifica, con el siguiente cambio de variables.

Pongamos

$$z = x + k y ,$$

y al mismo tiempo consideremos la variable

$$z' = y - kx ;$$

resulta

$$x = z - z' k \quad , \quad y = z' + zk .$$

Mediante dicho cambio de variables, toda función de la variable compleja dual

$$w = f(z) = u(x, y) + kv(x, y)$$

resulta una función de las variables z y z'.

Por tanto,

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial z} + k\left(\frac{\partial v}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial z}\right)$$

$$= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}k + k\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}k\right)$$

es decir

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}k + \frac{\partial v}{\partial x}k = \frac{\partial u}{\partial x} + k\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right).$$

por tanto,

$$\frac{\partial f}{\partial z} = D_s f(z) .$$

Análogamente, se tiene

$$\frac{\partial f}{\partial z'} = \frac{\partial u}{\partial x}(-k) + \frac{\partial u}{\partial y} + k\left(\frac{\partial v}{\partial x}(-k) + \frac{\partial v}{\partial y}\right) =$$

$$= \frac{\partial u}{\partial y} + k\left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x}\right)$$

es decir

$$\frac{\partial f}{\partial z'} = D_a f(z) .$$

Teniendo presente estas dos relaciones; se tiene

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_m = \frac{\partial f}{\partial z} + m\, e^{-k\left(m-\frac{1}{m}\right)} \cdot \frac{\partial f}{\partial z'} .$$

La derivada areolar dual coincide con la derivada de $f(z, z')$ respecto a z'; mientras que la derivada simétrica dual, coincide con la derivada parcial de $f(z, z)$ respecto a z.

De este modo, las operaciones representadas por los símbolos D_a y D_s, quedan reducidas a simple derivaciones parciales de la función w considerada como función de las variables z y z'.

6. Regla de cálculo. — El cálculo de la derivada areolar y de la derivada simétrica de una suma, producto, etc., de dos o más funciones se obtienen simplemente, mediante las anteriores expresiones.

Resulta en efecto:

$$D_a (f_1 \pm f_2) = \frac{\partial}{\partial z'} (f_1 \pm f_2) = \frac{\partial f_1}{\partial z'} \pm \frac{\partial f_2}{\partial z'} = D_a f_1 \pm D_a f_2$$

$$D_a (f_1 \,.\, f_2) = \frac{\partial}{\partial z'} (f_1 \,.\, f_2) = f_1 \frac{\partial f_2}{\partial z'} + f_2 \frac{\partial f_1}{\partial z'} = f_1 D_a f_2 + f_2 D_a f_1 \,.$$

$$D_a \left(\frac{f_1}{f_2} \right) = \frac{f_1 D_a f_2 - f_2 D_a f_1}{(f_2)^2} \,;$$

y fórmulas análogas se obtienen para la derivada simétrica.

LA INASISTENCIA ARGENTINA AL CONGRESO CIENTIFICO AMERICANO DE MEXICO, VII DE LA SERIE ORGANIZADA EN 1898 POR LA SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

Por primera vez desde 1898 que tuvo lugar el primer Congreso para conmemorar el XXV aniversario de la fundación de la Sociedad y en la serie de los mismos organizados porteriormente, ella no ha concurrido a la reunión celebrada en México en setiembre último. En las magnas sesiones anteriores (1898 Buenos Aires; 1901 Montevideo; 1905 Río de Janeiro; 1908 Santiago de Chile; 1905 Wáshington; 1924 Lima) concurrió la Sociedad con una delegación numerosa y multitud de trabajos y los representantes oficiales argentinos, alcanzaron siempre en cada una a treinta y más especialistas y hombres de ciencia.

Designada la ciudad de San José de Costa Rica en Lima como asiento del VII Congreso, el Gobierno Nacional encargó a la Sociedad Científica Argentina organizar la representación nacional como para los Congresos anteriores. Dicha reunión debió celebrarse en 1928 en la ciudad citada, pero un gran incendio ocurrido en la misma redujo a escombros el principal hotel local y otras salas donde debían realizarse las sesiones. Algunos años después de Costa Rica se transfirió el Congreso a México pero la Sociedad y nuestra Cancillería no fueron informadas del cambio.

Las notas cambiadas al respecto —y que a continuación transcribimos— informan sobre las razones que motivaron la ausencia, tan lamentable de nuestro país en el importante certamen.

Señor Presidente de la Sociedad Científica Argentina.

Cevallos 269 — Capital.

La Comisión Organizadora del Séptimo Congreso Científico Americano, que habrá de celebrarse en la ciudad de México, Distrito Federal, del 8 al 17 de setiembre del presente año, tiene el placer de invitar a Vd., y por su apreciable conducto a esa Institución que dignamente preside, a fin de que pueda estar representada en el citado Congreso, patrocinado por el C. Presidente de los Estados Unidos Mexicanos y los C. C. Secretarios de Educación Pública y de Relaciones Exteriores.

Adjunto encontrará Vd. un folleto explicativo de los puntos esenciales de la Organización del Congreso, y no escapará a su distinguida ilustración la grande importancia que encierran los asuntos que habrán de tratarse durante su celebración, y las evidentes ventajas que se obtendrán al establecerse un intercambio de valores intelectuales y un conocimiento más efectivo de la labor que desarrollan los hombres de ciencia del Continente.

Confiando en que esa Institución pueda estar representada en el Congreso, y que varios de sus miembros más destacados puedan contribuir con sus conocimientos al mejor éxito del mismo, nos permitimos rogar a Vd. se sirva tomar nota de la presente invitación y contestarla oportunamente.

Con este motivo nos complacemos en presentar a Vd. las seguridades de nuestra atenta y distinguida consideración.

El Secretario General
Lic. LUIS SÁNCHEZ PONTÓN

El Presidente
PEDRO C. SÁNCHEZ

Buenos Aires, julio 3 de 1935.

Señor Presidente del Séptimo Congreso Científico Americano,

INGº PEDRO C. SÁNCHEZ

México, D. F.

Tengo el agrado de dirigirme a Vd. acusando recibo de su circular impresa, sin fecha, que nos ha llegado en el día de ayer, relativa a la organización de ese Congreso que se realizará en México del 8 al 17 de setiembre de este año de 1935.

Esta Sociedad organizadora de estos Congresos, de los cuales el primero se celebrara en Buenos Aires en 1898 y los siguientes en Montevideo, Río de Janeiro, Santiago, Washington y Lima, ha sido siempre encargada por el Gobierno Argentino de organizar nuestra representación a los certármenes; y cuando el séptimo Congreso de la serie debió realizarse en Costa Rica, también recibió idéntico encargo, el que quedó paralizado por el gran incendio del Hotel de San José.

Ahora al recibir la invitación de Vds., con solo dos meses de anticipación, y sin que sepamos que nuestro Gobierno tenga la invitación oficial del Gobierno Mexicano, nos hallamos ante la imposibilidad material de invitar a nuestros estudiosos, que éstos preparen sus trabajos, los remitan a esta Sociedad y ella a su vez los envíe a México, se prepare la delegación argentina, el Gobierno arbitre los fondos, se pongan en marcha los representantes del país y lleguen a ese gran país antes del 8 de setiembre.

De ordinario para este trabajo preparatorio se ha requerido un año de tiempo y no creemos que sea posible en menos de seis meses prepararlo. Todo lo que se había reunido para el Congreso cuando debió realizarse en San José, no puede utilizarse, pues fué publicado, está anticuado o requiere retoques de importancia.

Por estas razones creo del caso solicitar la prórroga de la apertura para un término que nos permita disponer de seis meses de tiempo desde el instante en que llegue la comunicación a los diversos países americanos hasta la apertura del Congreso, debiendo tenerse presente la dificultad de los viajes a México, desde Buenos Aires, Montevideo, Santiago, etc., y el tiempo que dichos viajes requieren.

Saludo a Vd. con distinguida consideración.

N. Besio Moreno
Presidente

México, D. F. diciembre 10 de 1935.

Señores Presidente y Secretario de la Sociedad Científica Argentina.

Santa Fé 1145 — Buenos Aires, Argentina.

Tengo el gusto de referirme a la apreciable nota de Vds. fechada el 3 de julio del año en curso, que llegó a esta Oficina con fecha 15 de octubre próximo pasado.

La circunstancia de que esta Asamblea se reunió entre los días 8 al 17 de setiembre del presente año y de que las labores de Oficina se concretaron a hacer los preparativos necesarios para la impresión de las « Memorias del Congreso », impidió de modo directo que fuera dable contestar a Vds. desde luego.

Por otra parte habiéndome conferido el Gobierno de mi país la comisión de representarlo, en unión de un grupo distinguido de intelectuales mexicanos, para asistir oficialmente, ante la Segunda Asamblea del Instituto Panamericano de Geografía e Historia que se efectuó en Washington, E. U. de A. a mediados del citado octubre, a mi regreso fuí informado de la existencia de la nota de Vds. a que me he venido refiriendo, lo cual vino a ser una nueva causa en la demora para contestarla.

Por último, el recargo de quehacer con motivo de la preparación de las « Memorias » a que hice alusión antes, determinó que no hubiera tenido el gusto de dirigirme a Vds., como hoy lo hago.

Desde luego he procedido a examinar, que el envío de su comunicación nos llegó bajo doble cubierta, estando una, membretada con el nombre de la insigne Sociedad Científica Argentina y canceladas sus estampillas postales con sellos de fecha 5 de julio de 1935 o sea dos días después de aquella en que aparece datada la nota. Al reverso del sobre que estoy examinando, aparecen los sellos del servicio postal que imponen los trámites legales, desde el momento de depositar en Buenos Aires, hasta cumplir el término de Ley después de su recepción en esta Metrópoli y habiendo sido pregonada y no reclamada pasó al Directorio que ordenó su devolución a los remitentes. Es de hacerse notar que dicho sobre vino rotulado así: « Señor Presidente del Séptimo Congreso Científico Americano, Ingº Pedro C. Sánchez. México, D. F. », sin indicar dirección precisa.

En la segunda cubierta, aparecen las estampillas canceladas con fecha 4 de octubre de 1935 y está la rotulación correcta, pues se menciona la « Secretaría de Educación » que fué la auspiciadora del Congreso, por cuya razón pudimos recibir la nota de referencia.

A propósito he considerado conveniente entrar en los pormenores que anteceden para que sirvan de justa explicación del gran retraso con que llegó dicha correspondencia.

Ahora pasaré a referirme a su texto y convengo desde luego en todo lo que Vds. manifiestan por ser la verdad, y con respecto a la solicitud que al terminar hacen Vds. para que se porrogara la apertura del Congreso por un término de seis meses, es obvio recalcar que fué materialmente imposible para nosotros enterarnos oportunamente del objeto de esa petición que se sirvieron hacernos.

Comprendo ahora, que por todas las razones expresadas por Vds., se encontraron los hombres de ciencia de esa Nación hermana, en la imposibilidad de concurrir y de prestar su valiosa colaboración en los distintos y muy interesantes asuntos de que se ocupó el Congreso. Asimismo comprendo que igual origen debe haber tenido la ausencia de representación oficial, atendiendo a la enorme distancia geográfica que existe entre ese gran país y el nuestro. Y ante estas consideraciones no tengo más, que expresar a Vds. con toda sinceridad, que hemos lamentado profundamente todas estas circunstancias que vinieron a privarnos de la satisfacción de contar entre los Delegados que asistieron a nuestro Certamen, a elementos representativos de la cultura argentina.

Ruego a Vds. que slrva la presente como disculpa muy cortés y muy amplia por si acaso en algo contribuímos a la concurrencia de todo lo que llevo dicho.

Con este motivo, me complazco en reiterar a Vds. las seguridades de mi atenta y distinguida consideración.

El Secretario General

(Fdo.): Luis Sánchez Pontón

NOTICIARIO

Por E. R.

Por noticias telegráficas recibidas en Buenos Aires el 20 de Enero, se ha conocido la decisión del Consejo de la Sociedad de las Naciones, de nombrar al director del Instituto Bacteriológico Argentino, Dr. Alfredo Sordelli, miembro de la Comisión de Salud Pública, de la entidad ginebrina, para ocupar el sitial dejado por el extinto Dr. Carlos Chagas, eminente investigador brasilero, que fué director del Instituto Osvaldo Cruz de Río de Janeiro.

Aunque bien difundida y estimada la personalidad del Dr. Sordelli, aprovechamos esta ocasión tan satisfactoria para nuestro país, para recordar que los trabajos de Sordelli sobre inmunología, hace ya tiempo que han tenido repercusión mundial, al punto que en institutos extranjeros, Bruselas, por ejemplo, el suero antidiftérico se prepara por el método ideado por él; igualmente se admiran sus investigaciones sobre la sueroterapia antigangrenosa; sobre gérmenes anaerobios — una especie es universalmente llamada « bacilus Sordelli » —; sobre el suerodiagnóstico de la lúes y la lepra, sobre los antígenos, sobre la oligodinámica, sobre la fiebre ondulante y las disenterias bacilares humanas, etc.

El doctor Sordelli colaboró últimamente en la organización del Instituto Bacteriológico de Chile, en el cual instaló la sección sueroterapia y dictó cursos sobre inmunidad y gérmenes anerobios, en razón de cuyos servicios el gobierno chileno le acordó la orden del Mérito. En su último viaje por Europa y Norte América, ha dictado cursos en Nueva York, Nápoles, Roma y Milán. Es miembro de las academias nacionales de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y de Ciencias Médicas de Buenos Aires; miembro correspondiente de las academias de medicina de Lima y de Roma, de la Societé de Biologie de París y de la Sociedad Chilena de Microbiología.

Hace pocos años fué designado miembro de la comisión permanente de « standardización » biológica de la organización de higiene de la Sociedad de las Naciones, entidad que ahora vuelve a requerir sus conocimientos, para una colaboración no menos importante que aquélla.

⁂ ⁂ ⁂

El 24 de Enero zarpó de la dársena Sur el antiguo barco pesquero « Gama », convenientemente transformado y equipado por el Instituto Oceanográfico Argentino, para efectuar exploraciones científicas marítimas en la zona de la plataforma continental comprendida entre Cabo San Antonio y Mar del Plata, con un viaje posterior a San Blas.

Merecen destacarse los fines científicos que guían a esta expedición, que es la primera que efectúa el Instituto Oceanográfico desde que posee una embarcación adecuada, dotada de los elementos necesarios para este género de estudios oceanográficos.

El itinerario a seguir por el « Gama » comprende principalmente un recorrido frente a Mar del Plata, formando un triángulo equilátero de 120 millas marinas de lado, en el cual se efectuarán los estudios más importantes, ya que es en esa zona donde mayor información se necesita para el estudio de las condiciones que favorecen el desarrollo de la industria pesquera. Se harán numerosas estaciones principales y secundarias para el estudio de corrientes, toma de muestras de aguas de superficie y de distintas profundidades. En esas estaciones se estudiará también la trasparencia y coloración del agua, se obtendrán muestras del fondo, se tomará la temperatura del agua a diferentes profundidades y se efectuarán observaciones meteorológicas.

Entre las estaciones se tomarán muestras de « plankton », para el análisis cuantitativo, mediante las redes especiales para exploraciones horizontales a velocidad.

En las estaciones principales se recogerán muestras mediante aparatos de pesca vertical para profundidades entre 0 y 50 metros y entre 50 y 100 metros.

El estudio de las muestras que obtenga el « Gama » será después efectuado por el laboratorio del Instituto Oceanográfico, en Mar del Plata, siguiendo los métodos adoptados por el Consejo Permanente Internacional para la exploración del mar, sito en Copenhague, métodos que son también los que emplea el laboratorio oceanográfico de nuestra marina para el análisis de las muestras obtenidas en las misiones hidrográficas del litoral marítimo.

Los estudios que emprende el « Gama » durarán aproximadamente un mes. Las expediciones subsiguientes, según se nos informa, dependerán del apoyo moral y material que reciba el Instituto Oceanográfico de parte de las autoridades nacionales y de las entidades particulares que tienen intereses en el mar.

⁂ ⁂ ⁂

El Instituto del Museo de la Universidad Nacional de La Plata, organizó a fines del mes de Enero las diversas expediciones de investigación que deberán efectuarse durante la presente época de vacaciones.

El director del Museo, doctor JOAQUÍN J. FRENGUELLI, irá a Neuquén con el propósito de recorrer, principalmente, todo el curso del río Limay y proseguir sus estudios geológicos y paleontológicos en esa zona.

El jefe del departamento de zoología (invertebrados), doctor MAX BIRABÉN, y la profesora suplente de zoología, doctora MARÍA ISABEL SCOTT DE BIRABÉN, efectuarán un largo viaje por la Patagonia austral en un recorrido que comprenderá todo el perímetro de la gobernación de Santa Cruz. Partirán de Comodoro Rivadavia hacia el lago Buenos Aires y, dirigiéndose hacia el Sur, visitarán los lagos Pueyrredón, Belgrano, Stroebel, Cardiel, San Martín, Viedma y Argentino ,desde donde irán a Puerto Gallegos para volver al lugar de partida. En su largo recorrido, los esposos BIRABÉN se detendrán en los puntos más favorables de la costa, en las zonas comprendidas entre Gallegos, Coyle, Santa Cruz, San Julián, Bahía Laura, Deseado, Caleta Olivia, Bahía del Fondo y Comodoro Rivadavia.

El propósito esencial del viaje responde al deseo de completar el mejor conocimiento del territorio y en especial al acrecentamiento de las colecciones del Museo de La Plata en lo referente a formas animales de esas regiones.

Para el mejor desarrollo de la tarea encomendadas, el doctor BIRABÉN se ha provisto de un camión-automóvil equipado como vivienda y laboratorio, con el cual realizará el recorrido de más de 2.500 kilómetros.

El jefe del departamento de zoología (vertebrados), doctor EMILIANO J. MAC DONAGH, reanudará en el territorio nacional de Río Negro los estudios que inició en el año 1931 sobre larvas de lampreas.

También el jefe del departamento de antropología, doctor MILCIADES A. VIGNATTI, partirá para la región Nordeste de la provincia de San Luis con el propósito de completar estudios anteriores, y la jefa de trabajos prácticos del departamento de zoología (invertebrados), doctora ERNESTA R. LANGMANN, partió para la zona del valle de Lerma, en la provincia de Salta, donde permaneció un mes a fin de estudiar y reunir material, especialmente de insectos.

Finalmente, del departamento de botánica han partido, con fines de estudio y herborización, los jefes de trabajos, doctor ANGEL L. CABRERA, para la provincia de Mendoza y límites con Chile; doctora MARÍA M. JOB, a la provincia de Santa Fe, en la zona de Rosario, Santa Fe, Reconquista y Tostado, y doctora AMÉRICA DEL PILAR RODRIGO, a la provincia de Córdoba, en la zona comprendida por la Sierra Chica, la Sierra Grande (inclusive la Pampa de Achala) y el Valle de Punilla.

* * *

A fines de Enero, se ha anunciado, por parte de la comisión nacional de climatología y aguas minerales la publicación de los primeros volúmenes con el resultado de los estudios que le fueron encomendados por la ley 11621, sancionada en 1932.

De acuerdo a dicha ley, se creó una comisión bajo la dependencia del Ministerio del Interior, compuesta por técnicos en las materias correspondientes, para el estudio, desde el punto de vista terapéutico, del clima y de las aguas minerales y termales existentes en el territorio argentino.

La República Argentina posee los climas y las fuentes termales más variadas, y por eso su estudio con vistas al tratamiento de las numerosas dolencias del ser humano tiene una importancia fundamental. Las enfermedades pulmonares y nerviosas mejoran y sanan totalmente por el cambio de lugar, en un clima adecuado; lo mismo sucede con las reumáticas y dermatosis. Pero en la República hay muchos climas apropiados para cada una de ellas que, en muchos casos, no sólo los profanos, sino hasta los mismos médicos desconocen. Como también se expresó al discutirse la ley, convendría hacer un estudio de la « geografía médica » del país, de la climatología y de las aguas termominerales.

La comisión que desde 1933 ha estudiado estas cuestiones — presidida por el ingeniero ALFREDO GALMARINI — va a publicar los primeros volúmenes de sus conclusiones, pertenecientes a la serie de « aguas minerales ». El primero corresponde a la parte general, descriptiva, y le seguirán los que traten a Buenos Aires (ya terminado), Catamarca, Córdoba, Jujuy, La Rioja, Mendoza (terminado también), Salta, San Juan, San Luis, Santiago del Estero, Tucumán, Neuquén y, por último, el de los otros territorios nacionales. El volumen que corresponde a la parte general, incluye los siguientes puntos, en seguida de la introducción: sipnosis histórica, definiciones y normas, clasificación de las aguas minerales, métodos de observación y de medida, presentación e interpretación de los resultados, bibliografía hidrológica de la República Argentina. El volumen de Buenos Aires incluye: manantiales, surgentes, lagos y lagunas, datos geológicos, aplicaciones terapéuticas; índices de manantiales surgentes, lagos y lagunas con criterio de salinidad; índice con criterio de composición química, índice alfabético. El volumen de Mendoza trata: manantiales, surgentes, datos geológicos, aplicaciones terapéuticas, índice con criterio de termalidad, índice con criterio de salinidad, índice con criterio de composición química, índice alfabétio de manantiales y surgentes.

También anuncia la comisión que el estudio de la provincia de San Juan, ya está planeado por los doctores HERRERO DUCLOUX, ISNARDI, ESPINOSA y CRESCENTINO, quienes se encuentran en esa tarea. En lo que atañe a las observaciones a realizarse en Copahué (Neuquén), el doctor CASTILLO ha salido para recoger datos de aplicaciones terapéuticas, lo que, unido al estudio geológico del doctor GROEBER y químicos del doctor HERRERO DUCLOUX — que incluyen a los del doctor CORTI, en 1929, — se completará con las observaciones y medidas en las fuentes que van a hacer los doctores JORGE, padre e hijo.

El estudio de Córdoba estará listo pronto y aparecerá con el estudio del doctor BRANDAM en la serie de climatología.

* * *

El 31 de Enero ha cumplido 84 años el ingeniero ZACARÍAS SÁNCHEZ, prestigiosa figura de actuación destacada en cargos directivos de acentuada responsabilidad.

Había actuado ya en la guerra del Paraguay, cuando en 1857 se incorporó al Departamento topográfico de su provincia natal, Corrientes, trazando el primer mapa catastral de la misma. Actuó más tarde en política, (1895), e intervino luego en la cuestión de límites con Chile, dirigiendo numerosas operaciones geodésicas en la cordillera y el levantamiento topográfico de la parte meridional de la Puna de Atacama.

Desde Agosto de 1900 a Abril de 1903, el ingeniero SÁNCHEZ desempeñó interinamente el cargo de perito internacional en el pleito limítrofe occidental, por ausencia del perito oficial, doctor FRANCISCO P. MORENO. En 1910 dirigió la ejecución del Mapa General de la República que cedió luego al Instituto Geográfico Argentino, institución que lo publicó con motivo del centenario de la Revolución de Mayo.

Su actuación en la Administración Nacional, continuó después con el desempeño de la Dirección de Límites internacionales, al frente de la cual llevó a cabo importantes trabajos de índole geográfica.

El 18 de Febrero de 1936 se ha cumplido el centenario del nacimiento del ingeniero PEDRO BENOIT, cuyo nombre se encuentra estrechamente ligado a la fundación y desarrollo de la ciudad de La Plata.

Era hijo de un oficial de marina francés, que había actuado en la época de Napoleón. Vino a América después de Waterloo, trayendo una carta para Bolívar, quien a la sazón dirigía la guerra por la independencia de Colombia; pero por causas imprevistas vino al Río de la Plata, donde se radicó. Aquí contrajo matrimonio y su hijo, PEDRO BENOIT, nació en la ciudad de Buenos Aires el 18 de Febrero de 1836. Hizo aquí sus estudios en la Universidad Nacional de Buenos Aires donde se recibió de ingeniero civil con brillantes notas.

Cuando el gobernador de Buenos Aires doctor DARDO ROCHA afrontó el grave problema de dar capital propia a la provincia, a raíz de la federalización de la ciudad de Buenos Aires, el ingeniero BENOIT realizó la traza de La Plata. Se inspiró para ello en el plano de la ciudad de Wáshington, que en esa época era, con sus diagonales, una ciudad moderna y típica. Fué BENOIT el primer jefe del departamento de Ingenieros de la provincia y en tal carácter proyectó y dirigió la construcción de la mayoría de los edificios públicos de La Plata, con un criterio monumental. A él pertenecen los planos de la catedral de La Plata, cuya construcción no se ha terminado aún.

El ingeniero BENOIT proyectó y dirigió además la construcción de muchos edificios, particulares y de entidades diversas en esta capital federal, y trazó los planos de la iglesia de San Pedro en Mar del Plata.

En 1894 fué nombrado Intendente Municipal de La Plata, realizando una administración progresista.

Falleció en Mar del Plata en el año 1897.

BIBLIOGRAFIA

I. Sqriabine, *Les Matériaux Constitutifs de l'Appareillage chimique* (Leur resistancia a la corrosion), 1934, 1 vol., en 8º, 100 págs., 23 figuras. Editor: Cr. Beranger, París. Precio: 20 francos.

El autor trata en su obra todo lo relativo a material de construcción de útiles e instalaciones de la industria química. Se inicia con lo relativo al precio y lo relacionado con la resistencia química, conductibilidad térmica y propiedades mecánicas; para dar un esbozo, claro y conciso, sobre la teoría de la corrosión. Luego estudia en particular el hierro y sus aleaciones, incluso las más modernas; los metales no ferrosos (plomo, aluminio, zinc, cadmio, magnesio, cobre, níquel, cromo, cobalto, estaño, plata, metales preciosos) para terminar con los materiales minerales no metálicos (grés, esmaltes, vidrios, etc.) y los de origen orgánico (madera, caucho, resinas).

Numerosos gráficos acompañan al texto, de modo que resulta un conjunto claro y homogéneo que da una idea concreta sobre el tema motivo de estudio.

R. V.

Investigaciones sobre las células sexuales de los anfibios anuros. — El proceso meiótico en Bufo arenarum (Hensel), por F. A. Saez, P. Rojas y E. De Robertis. *En Obra del cincuentenario del Museo de La Plata*, tomo II, pp. 95-143, con 2 figuras en el texto y VII láminas. Buenos Aires, 1936.

Uno de los problemas culminantes de la biología actual es sin duda el de la determinación del sexo y su diferenciación citológica en los vertebrados inferiores, punto inicial del fenómeno en la serie de las demás formas superiores. En el trabajo de Saez, Rojas y De Robertis, sobre el período meiótico de nuestro sapo común, se ha estudiado profundamente este aspecto tan interesante habiendo efectuado los autores el descubrimiento de un cromosoma que llaman tetrada diferencial y cuyo comportamiento, un tanto irregular, ha arrojado mucha luz sobre el mecanismo y diferenciación de los cromosomas sexuales en los animales.

Hasta el presente todos los autores que se han ocupado de este problema en los anfibios estaban de acuerdo en que existían cromosomas determinantes del sexo y que tales elementos se ponían de manifiesto durante los estadios tempranos de la profase y en la metafase meiótica.

Las conclusiones del presente trabajo discrepan radicalmente con esta concepción. El fino análisis del proceso meiótico ha revelado que no se trata de cromosomas sexuales sino de autosomas comunes que se comportan siguiendo distintas modalidades y cuyo hábito en el huso es fluctuante. Los autores emiten la idea de que en los peces y en los anfibios no es posible diferenciar citológicamente los cromosomas sexuales, aunque éstos se hallen presentes en las células del individuo puestos de manifiesto por las experiencias genéticas, queriendo éstos significar que aunque no se les encuentre morfológicamente no se puede deducir que el sexo masculino sea homozigótico en los anfibios anuros. Apoyan esta concepción basándose en los hechos observados en peces y en los anfibios urodelos donde no ha sido posible diferenciar a dichos elementos sexuales por el análisis citológico, llegando a la conclusión de que es posible que la diferenciación de los cromosomas sexuales se halle en íntima relación con los fenómenos heteropicnóticos, causa por la cual es recién a partir de los reptiles que podrá verificarse por el análisis microscópico su presencia.

Un detenido estudio del origen de las tetradas ha conducido a los autores a admitir que citológicamente se ponen en evidencia las relaciones filogenéticas entre urodelos y anuros, considerando que los cromosomas anulares que se insertan verticalmente en el huso, llamados tetradas atelomíticas tangenciales, es la forma ancestral del tipo cromosómico en los anfibios y que su organización, reveladas por las relaciones de las cromátidas con respecto al punto de inserción, es fundamentalmente la misma. Demuestran pues que los anuros actuales han modificado sus cromosomas perdiendo el tipo de apertura anular amplia, que es el característico de los urodelos, adoptando en cambio la tetrada anular simple, también atelomítica, pero mucho más condensada.

Es el trabajo de Saez, Rojas y De Robertis uno de los más originales y completos que se han publicado sobre la citología de anfibios y cuyas proyecciones generales son de singular importancia, para los conceptos biológicos.

El opúsculo está ilustrado por siete bien impresas láminas, más dos figuras y el capítulo bibliográfico comprende 71 fichas citadas en el texto.

J. F. M.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arbecchi, Armando C.
Arce, Manuel J.
Arditi Thompson, H.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Arroyo, Rufino
Avila Méndez, Delfín
Ayerza, Rafael
Aztiria, Ignacio
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Baldaff, Bernardo I.
Balbiani, Atilio
Bancalari, Agustín
Barabino Amadeo, S.
Barbieri, Antonio
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barrancos, Leónidas A.
Berdoy, Pedro A.
Berrino, Juan B.
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Blaquier, Juan
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano
Bontempi, Luis
Bordato, Miguel
Bordenave, Pablo E.
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Breyer, Adolfo (h.)
Briano, Juan A.
Buldrini, Alvaro G.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Camus, Nicolás
Canale, Humberto
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceriale, Marcelino A.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Corvalán Mendilaharzu, Dardo
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chelia, Francisco
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
Debenedetti, José
De Cesare, Elías A.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Demarchi, Marco
Deulofeu, Venancio
Devoto, Franco E.
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Dominguez, Juan A.
Dotto, Enrique S.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Edelberg, Benjamín
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Forn, Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Dívico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Gil, Martín
Gonella, Juan B.
González, Juan B.
Gottschalk, Otto
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gurewitsch, Marco
Gutiérrez, Ricardo J.
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Howard, Jorge W.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Keiper, Guillermo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Kohan, Zoilo
Kraglievich, Nicolás T.
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lea, Allán B.
Lignières, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López, P. José
Loyarte, Ramón G.
Lozano, Nicolás
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Marini, Tomás L.
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Massaro, César O.
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Mermoz, Francisco A.
Mohring, Walther
Molfino, José F.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nelson, Ernesto
Nielsen, Juan
Oliveri, Alfredo E.
Ortega Belgrano, Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello Héctor
Outes, Félix F.
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitovi y Oliveras, A.
Paquet, Carlos
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Pauly, Antonio
Paz, José Máximo
Paz Anchorena, José M.
Peralta Ramos (h.), Alberto G.
Pérez Hernández, A.
Pérez Pirán, Juan A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Plana, Juan S.
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Polti, Modesto
Posadas, Carlos
Quartino, José N.
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Modesto
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo

Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Ravignani, Emilio
Rebuetlo, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rossell Soler, Pedro A.
Rossi, Arturo R.
Ruata, Luis E.
Ruíz Moreno, Isidoro
Ruíz Moreno, Adrián
Sabaria, Enrique
Sagastume Berra, A. E.
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schmidt, Max
Schoo Lastra, Oscar
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Seeber, Ricardo
Sesma, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Storni, Carlos David
Suárez, Angel
Taiana, Alberto F.
Tamini, Luis Augusto
Tarragona, José
Tedeschi, Virgilio
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valls, José
Vallebella, Colón B.
Valentiner, Hugo
Valentini, Argentino
Vallejo, Segundo E.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino (h.)
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Volpatti, Eduardo
White, Guillermo J.
Wauters, Carlos
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Arbecchi, Atilia A.
Bazzanella, José
Devoto, Arnaldo Carlos
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
Girbau, Mansueto
Goyena, Ricardo J.
Laporte, Julio A.
Magne de la Croix, P.A.
Milesi, Emilio Angel
Monca, Jacobo Isaac
Muñoz Cabrera, René
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Somonte, Eduardo
Viglione, Fausto E.
Walls, I. Figueras de
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Ernesto Baroni y Cía.
Francisco Disí
Angel Estrada y Cía.
Imprenta Kidd
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
Est. Gráf. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Lda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis
Aguiar, Henoch D.
Aliaga de Olmos, E.
Amaya, Arturo A.
Anduze, Fernando L.
Arrambide, Miguel
Astelarra, Publio F.
Arreguine, Víctor
Astrain, Antonio
Beltrán Posse, F.
Bermann, Gregorio
Bernard, René
Bobone, Jorge E.
Bodenbender, G.
Bonet, Rafael
Berzacow, Wladimir
Bracaccini, Osvaldo J.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Bustos, Ernesto
Buteler, Jesús E.
Cabrera, Pablo
Cabrera Molina, P.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Castellanos, Domingo S.
Castellanos Posse, F.
Catinari, Altavino E.
Centeno, Dionisio
Cordeiro, Juan Carlos
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
De la Colina, Bmé.
Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
De Villafañe Lastra, T.
Devoto, Heraclio A.
Di Riemzo, Sabino
Esteban, Fernando
Evans, Eduardo W.
Fernández, Miguel
Ferrer, Baltasar
Fitz Simon, Sgo. E.

ortana, Lorenzo
racassi, Humberto
uchs, Guillermo J.
urque, Rafael
alíndez Vivanco, C.
arcía, Daniel
arcía Voglino, A.
arzón, Ernesto
arzón, Juan Manuel
arzón, Rafael
avier, Daniel E.
avier, Ernesto
ilbert, Víctor
iménez de Azúa, F.
odoy, Salvador A.
ómez, Calixto A.
ordillo, Pedro N.
ranillo Barros, M.
Iernández Ramírez, R.
Iosseus, Carlos Curt
agsich, Juan
Kegeler, Juan Walter
Kronfuss, Juan
afayette Zimmer, M.
agrange, Francisco

Larrauri, Agustín C.
Lewis, Donald G.
Licurzi, Ariosto
Lo Celso, Angel T.
Luque, Eduardo R.
Lutzow Holm, Olaf.
Mácola, Berardo A.
Mainé, Manuel Martín
Marck, Carlos
Marsal, Alberto
Martínez, Rodolfo
Martínez Bustos, V.
Martínez Carreras, J.M.
Masjoan, Juan
Melo, Carlos R.
Mirizzi, Pablo Luis
Montes, Aníbal
Moreau, Raúl L.
Ninci, Carlos A.
Ninci, Mario
Ninci, Raúl T.
Nolte, Gustavo Ernesto
Nottaris, Carlos E.
Novillo Corvalán, S.

Olsacher, Juan
Pagliari, Arturo
Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani de
Perrine, Carlos D.
Ponce Laforgue, C.
Portela, Benigno
Ponssa, Marco
Puga, Agustín
Revol, Carlos A.
Revuelta, Miguel C.
Rietti, Dardo A.
Roca, Jaime
Roggeri, Domingo
Rothlin, Edwin
Saibene, Natalio J.
Sánchez Sarmiento, F.
Sartori, Antonio
Sayago, Gumersindo
Sayago, Marcelino
Schmiedecke, Augusto
Seckt, Hans
Servetti Reeves, J. C.
Sicco, Juan Carlos

Padula, Federico
Sigal, Moisés
Sobrino Aranda, Luis
Soria, Benito
Sparn, Enrique
Strada, Ferdinando
Stucchi, Alberto
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Terrera, Pascual
Torres, Valeriano G.
Trebino, Natalio
Tretter, José
Urciuolo, Victorio
Valdés, José M.
Vanni, Alberto
Varsi, Tomás
Vázquez de Novoa, F.
Velazco, Román
Vercello, Carlos
Villalba, Aquiles D.
Yadarola, Mauricio L.
Zeballos Cristobo, José

SECCION SANTA FE

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Argüelles, Eugenio
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco
Bonazzola, César J.
Borruat, Luis
Borruat, Luis (hijo)
Bruzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Claus, Guillermo
Courault, Pablo

Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christem, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá Tolrá, Antonio

Kleer, Gregorio
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Morisot, Augusto
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo

Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Antonio E.
Reinares, Sergio
Reuzaut, Rodolfo
Regis Mallorquin, Juan
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonetti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Basso, Germinal
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Carette, Eduardo
Ceriotto, Emilio
Croce, Francisco M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo

García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Granzella, Sinibaldo
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Mácola, Tulio

Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Miyara, Santos
Oviedo Marcó, Carlos
Oviedo Ortíz, Carlos
Pelaia, Dante

Piovano, Abelardo P.
Sammartino, Miguel
Sánchez C., Juan V.
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Toso, Juan P.
Vicchi, Juan A.

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán	Rafael (México)
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Ameghino, Carlos	La Plata
Arteaga, Rodolfo de	Montevideo
Avendaño, Leónidas	Lima
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos
Cabrera, Blás	Madrid
Carabajal, Melitón M.	Lima
Corti, José S.	Mendoza
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto	La Plata
Escomel, Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Asunc. (Par.)
Fontecilla Larrain, Arturo	Chile
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe	Lima
Greve, Germán	Chile
Guinier Philibert	Nancy (Franc.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hassler, Emilio	San Bernardino (Paraguay)
Hernández, Juvenal	Chile

Hijar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Kinart, Fernando	Amberes
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Lobo, Bruno	Río de Janeir
Lehmann Nitsche, Roberto	Berlín
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Majarás, Jesús	México
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Chile
Pereira d'Andrade, Lancaster	Nova Goa (I.P.)
Perrin, Tomás G.	México
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Reyes Cox, Eduardo	Antofag. (Ch.)
Rospigliosi y Vigil, Carlos	Lima
Rowe, Leo S.	Wáshington
Shepperd, William R.	New York
Tello, Julio C.	Lima
Torres Quevedo, Leonardo	Madrid
Villarán, Manuel V.	Lima
Vélez, Daniel M.	México
Valle, Rafael H.	México
Volterra, Vito	Roma
Vitoria, Eduardo	Barcelona

2

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

ABRIL 1936. — ENTREGA IV. — TOMO CXXI

SUMARIO

Pág.

BUENOS AIRES

Calle Santa Fé 1145

1936

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, **Santa Fe 1145.**

B. Aires - Est. Gráfico "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-25 - U. T. 21-1733

MEMORIA ANUAL

DEL PRESIDENTE DE LA SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

ING. NICOLÁS BESIO MORENO

CORRESPONDIENTE AL SEXAGÉSIMO TERCERO PERÍODO ADMINISTRATIVO

(1º DE ABRIL DE 1935 A 31 DE MARZO 1936)

LEÍDA EN LA ASAMBLEA DEL 3 DE ABRIL DE 1936

INTRODUCCIÓN

Señores consocios:

La Sociedad Científica Argentina ha visto correr felizmente un año más de su vida de cultura, de actividad y de bien público.

Recorriendo las páginas de la Memoria que sigue podrá advertirse la considerable función que ha tenido por sí misma y por las entidades que han realizado obra científica y docente en sus salas, en sus *Anales*, en su Biblioteca, en sus reuniones, en su obra constructiva.

Empero a lo que más atendió la Sociedad fué a perfeccionar sus finanzas, a regular el equilibrio de sus presupuestos, a asegurar la vitalidad de sus *Anales* por las reservas económicas que — en verdad — jamás faltáronle en los CXX volúmenes publicados de los mismos. Se propuso la Sociedad, por una política severa de reducción de salidas y aumento de entradas, extinguir su pasivo y aumentar su activo, cosa la primera que ha logrado desembarazadamente en el año transcurrido. Cubierto totalmente el presupuesto que la costosa mudanza de la Sociedad a su nueva actual sede, determinó, extinguidas las deudas, especialmente la pesada que los *Anales* tenían con la casa editora de Coni, se ha entrado en un período de serenidad financiera por así decir, que ha permitido sin esfuerzo aumentar nuestras reservas con la suma de $ 5.300 en títulos municipales de renta adquiridos y que han ido a engrosar el capital disponible.

Como se verá este esfuerzo no ha sido en desmedro de la vida científica de la Sociedad, según, también, es del conocimiento de los señores socios, mas no hay duda que librada la Junta Directiva de la preocupación que las finanzas determinaron podrá en 1936 proyectar, proponer y realizar un plan más profundo y extensivo de labor cultural.

Vuelve la Sociedad a ser un organismo indispensable en la vida del país. La hora de la especialización, provocó la formación primero y el engrandecimiento después de una serie de entidades, no pocas de ellas nacidas de su seno o en su sede, de las cuales quedan actualmente varias de poderosa vida. Entre las que nacieron de su seno o en su sede, por el vivo clima intelectual que nuestra Sociedad creaba, podemos citar: Instituto Geográfico Argentino, ya desaparecido desgraciadamente, Unión Industrial Argentina, Centro de Ingenieros, Asociación Química Argentina, Museo Social Argentino, Instituto Argentino de Cultura Itálica y las sociedades de las diversas ramas de las ciencias naturales.

La fuerza de la especialización, es sin embargo, la mejor aliada de la necesidad de síntesis y de coordinación y del mismo modo que al crecer y encumbrarse las ciencias puras, parecieron ensombrecer a la filosofía, así cuando aquellas adquirieron su conocido vuelo sideral renació la filosofía de sus cenizas, como nueva ave fénix, así también cuando las sociedades especializadas alcanzaron gran poder, vióse y compréndese que una entidad que permita unirlas con un vínculo desinteresado se hace indispensable, se fortalece y presta irreemplazables servicios a la sociedad y a las ciencias que vincula, acerca y enlaza.

Vendrán pues para nuestra entidad nuevos días de gloria y de felíz aplicación al servicio de la Nación y de la sociedad humana.

De acuerdo con lo que dispone el Art. 19, inciso 9 del Reglamento general en vigencia, según el cual debo presentar anualmente a la Asamblea de la primera semana de abril una Memoria detallada de la actuación de la Sociedad durante el año transcurrido (1º de abril 1935 a 31 marzo 1936), paso a continuación a daros cuenta de ella:

ASAMBLEA

Durante el período que termina, la Sociedad Científica Argentina ha realizado una sola Asamblea: la ordinaria del 5 de abril de 1935. En ella se aprobó la Memoria correspondiente al 62 período administrativo, distribuída oportunamente a los señores socios, e integrada la Junta Directiva en la forma que ha sesionado hasta la fecha.

CONSEJO CIENTÍFICO

En la Memoria anterior os anunciamos la creación de un Consejo Científico de la Sociedad, cuyos fines y organización en ella se esbozaban.

La Creación del Consejo Científico fué resuelto a moción del Vicepresidente Dr. Vanossi en sesión de 15 marzo 1935, en cuya reunión se aprobó en general el proyecto, cuya aprobación en particular tuvo efecto en la sesión de 26 del mismo mes y año.

Organización. — El artículado entonces sancionado es el siguiente:

« Art. 1º — Créase en la Sociedad Científica Argentina un Consejo Cientí-
« fico constituído hasta por 30 socios activos designados por la Junta Direc-
« tiva y que durarán en sus cargos mientras sean socios de la Sociedad.

« Art. 2º — El Consejo Científico se reunirá por lo menos una vez al mes,
« pudiendo deliberar con un quórum de 8 miembros, actuando como secreta-
« rios los de la Sociedad, quienes no forman parte del Consejo. El Presidente
« de la Sociedad o quien ejerza sus funciones será miembro nato del Consejo.

« ART. 3º — Al Consejo Científico se le someterán por la Junta Directiva « todos los asuntos que por su particular interés para la Sociedad merezcan ser « tratados, especialmente los de carácter científico. En el seno del mismo se « tratarán, además, todas las ideas y proposiciones que se le presenten, pu« diendo concretarlas en votos y proposiciones.

« ART. 4 — La Junta Directiva de la Sociedad en la primera reunión si« guiente a la que celebre el Consejo Científico, tomará nota de las ideas « vertidas y concretadas en el seno de la reunión y tratará de llevarlas a la « práctica y, en todo caso, informará en su oportunidad al Consejo Científico « del desarrollo de los planes correspondientes.

« ART. 5º — Las Secciones de la Sociedad pueden proponer a la Junta Di« rectiva hasta cinco personalidades científicas, socios de la respectiva sección, « para integrar como representantes de ellas, el Consejo Científico. Los miem« bros designados constituyen parte del Consejo y se relacionarán por corres« pondencia con el cuerpo en caso de no poder asistir, a efectos de la coordi« nación de actividades generales o locales ».

Plan estructural. — En sesión de 16 de abril del mismo año 1935, se resolvió establecer que las ciencias que estarían representadas en el Consejo Científico constituirían los siguientes seis grupos:

I. — Ciencias matemáticas y físicas.
(Matemática, Astronomía, Física, Química, Mineralogía).

II. — Ciencias económicas.
(Economía, Estadística, Finanzas).

III. — Ciencias naturales.
(Zoología, Botánica, Geología y Paleontología).

IV. — Ciencias antropológicas y geográficas.
(Arqueología, Antropología, Etnografía, Geografía, Oceanografía).

V. — Ciencias biológicas.

VI. — Ciencias filosóficas.
(Filosofía, Jurisprudencia, Historia, Pedagogía, Bellas artes).

Componentes. — Establecidas estas líneas fundamentales se resolvió designar para formar el Consejo Científico de la Sociedad, a los siguientes especialistas, entre los cuales se dispuso no incluir ninguno de los miembros actuales de la Junta Directiva.

La nómina respectiva es actualmente la siguiente:

Ingº Félix Aguilar; Ingº José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Prof. Félix F. Outes; Ingº Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de Fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Contralmirante Segundo R. Storni; Dr. Adolfo T. Williams; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

En la Asamblea general ordinaria del 5 de abril ppdo., de acuerdo con lo que dispone el Art. 13 del Reglamento, se llenaron las siguientes vacantes que la renovación anual determina:

Presidente: Ingº Nicolás Besio Moreno, reelegido por dos años.

Vipresidente 2º: Dr. Gonzalo Bosch, elegido por dos años.

Secretario de actas: Dr. Antonio Casacuberta, elegido por un año para completar el período de dos años del Dr. Lucio D'Ascoli, que renunció.

Secretario de correspondencia: Dr. Elías A. De Cesare, elegido por dos años.

Protesorero: Prof. José F. Molfino, elegido por dos años.

Vocales: Dr. Juan Ubaldo Carrea, elegido por dos años; Dr. Arturo R. Rossi, elegido por dos años; Gral. Ingº Arturo M. Lugones, elegido por dos años; Ingº Carlos Posadas, elegido por dos años.

Con la integración indicada, la Junta Directiva quedó en la siguiente forma:

Presidente	Ingº Nicolás Besio Moreno
Vicepresidente 1º	Dr. Reinaldo Vanossi
» 2º	Dr. Gonzalo Bosch
Secretario de actas	Dr. Antonio Casacuberta
» » *correspondencia*.	Dr. Elías A. De Cesare
Tesorero	Arqº Carlos E. Géneau
Protesorero	Prof. José F. Molfino
Bibliotecario	Ingº José S. Gandolfo
Vocal	Dr. Juan Ubaldo Carrea
»	Dr. Arturo R. Rossi
»	Gral. Ingº Arturo M. Lugones
»	Ingº Carlos Posadas
»	Ingº Carlos A. Lízer y Trelles
»	Ingº Guillermo Buontempo
»	Dr. Ingº Eduardo M. Huergo
»	Ingº Pedro Rossell Soler

La Junta Directiva así constituída ha realizado 31 sesiones; las principales resoluciones tomadas, son las siguientes:

Sesión del 2 de abril de 1935

Por indicación del señor Tesorero Arqº Géneau, se resuelve solicitar de las Obras Sanitarias de la Nación, de los Ferrocarriles del Estado, de los Yacimientos Petrolíferos Fiscales y de los Ministerios de Justicia e Instrucción Pública, de Agricultura, de Guerra y de Marina, se suscriban a los *Anales* de la Sociedad.

— Se da lectura de la Memoria enviada por la Sección Santa Fé de la Sociedad, unida al balance de Tesorería, acordándose publicarla en hoja suelta para ser distribuída a los socios en la próxima Asamblea.

— Se resuelve completar el Reglamento del Consejo Científico de la Sociedad aprobado en la sesión anterior, con el siguiente agregado:

ART. 5º — Las Secciones de la Sociedad pueden proponer a la Junta Directiva hasta cinco personalidades científicas, socios de la respectiva sección, para integrar como representantes de ellas, al Consejo Científico. Los miembros designados constituyen parte del Consejo y se relacionarán por correspondencia con el cuerpo en caso de no poder asistir, a efectos de la coordinación de actividades generales o locales.

Para constituir el primer núcleo de miembros del Consejo Científico de la Sociedad, se resuelve designar a los socios activos siguientes: Ingº Félix Aguilar, Dr. Rómulo D. Carbia, Dr. Claro C. Dassen, Prof. Carlos E. Dieulefait, Dr. Juan A. Domínguez, Dr. Alfredo Franceschi, Dr. Cristofredo Jakob, Dr. Ramón G. Loyarte, Dr. Emiliano J. Mac Donagh, Dr. Julio Méndez, Prof. Félix F. Outes, Ingº Lorenzo R. Parodi, Dr. Franco Pastore, Capitán de Fragata Héctor R. Ratto, Dr. Rodolfo Rivarola, Contralmirante Segundo R. Storni, Dr. Adolfo T. Williams y Dr. Enrique V. Zappi.

Sesión del 9 de abril de 1935

Se resuelve confirmar para el presente ejercicio la designación de los miembros de la Junta, Ingº Guillermo Buontempo, Arqº Carlos E. Géneau y Dr. Antonio Casacuberta para integrar la Comisión de Hacienda.

— El señor Tesorero Arqº Géneau en nombre de la Comisión de Hacienda, informa sobre la propuesta de alquiler aceptada « ad referendum » de la Junta Directiva para el arrendamiento de la propiedad calle Cevallos 269, sobre las siguientes bases:

1ª Alquiler de $ 130 m/n mensuales.
2ª Contrato dos años con opción a dos años más.
3ª Locatario: Arqº Francisco J. Squirru.
4ª Fiador: Publicidad Eureka S. A. Argentina.
5ª Referencias: West India Oil Cº, Avenida Roque Sáenz Peña 567 y Banco de Italia y Río de la Plata, Suc. 2.
6ª Refacciones y mejoras por cuenta del locatario, quedando a beneficio de la propiedad.
7ª Para estudio de arquitecto e ingeniero con las obligaciones inherentes a la locación.

Se resuelve aceptar la propuesta y encomendar a la Comisión de Hacienda la redacción del contrato.

Sesión del 16 de abril de 1935

El señor Presidente Ingº Besio Moreno, en virtud de la facultad acordada por la Junta Directiva en su sesión del 9 del corriente, designa, con asentimiento de todos los presentes, para integrar la Comisión de Conferencias al Gral. Ingº Arturo M. Lugones y a los doctores Gonzalo Bosch y Juan Ubaldo Carrea, quienes se repartirán las tareas de acuerdo con sus especialidades, quedando considerado como Presidente de la Comisión el Ingº Lugones.

— En conocimiento de que en breve vendrán a Buenos Aires dos intelectuales británicos: Lord Hugh Pattison Macmillan y Sir Ricard Redmayne y el hombre de ciencia español, Dr. Gustavo Pittaluga, que darán un ciclo de conferencias con el auspicio de la Asociación Argentina de Cultura Inglesa y de la Institución Cultural Española, respectivamente, se resuelve, de acuerdo con lo dispuesto en la sesión del 11 de setiembre del año pasado, poner a disposición de dichas instituciones el salón de actos.

— El Dr. Vanossi propone y así se resuelve, que el Gerente tome nota de las noticias que se tengan sobre la llegada de hombres de ciencia y trasmita la información al Presidente de la Comisión de Conferencias, quien propondrá al Presidente de la Junta la invitación, para el envío de la nota de práctica, de todo lo cual se dará cuenta a la Junta Directiva.

— Se hace constar que el plan orgánico del Consejo Científico comprende el siguiente conjunto de materias:

I. — Ciencias matemáticas y físicas (matemática, astronomía, física, química, mineralogía).

II. — Ciencias económicas (economía, estadística, finanzas).

III. — Ciencias naturales (zoología, botánica, geología y paleontología).

IV. — Ciencias antropológicas y geográficas (arqueología, antropología, etnografía, lingüística, geografía, oceanografía).

V. — Ciencias biológicas.

VI. — Ciencias filosóficas (filosofía, jurisprudencia, historia, pedagogía, bellas artes, etc.).

— Se da lectura a una comunicación del señor delegado de la Sección Mendoza, Dr. Eduardo Carette, quien envía una nota por la cual 20 socios de esa filial solicitan autorización para constituir la Comisión Directiva local que señalan las Bases para la creación de secciones de la Sociedad Científica Argentina en el interior del país (Art. 4º). Se resuelve manifestarle que, de acuerdo con el Art. 4º de las Bases, queda facultado para convocar a la elección de una Comisión Directiva local, haciendo votos la Junta Directiva por el éxito de las gestiones y felicitar al Dr. Carette por el resultado obtenido, debiendo informar con anticipación la fecha de la constitución y del acto inaugural.

— El Dr. Vanossi hace moción para que en lo relativo a las donaciones verificadas para la adquisición de revistas se haga saber a los socios las inversiones efectuadas; solicitarles la cuota correspondiente al año 1935 e invitarlos a donar a la Biblioteca las revistas cuyas colecciones no tengan interés en conservar en su poder de un modo permanente. Se resuelve postergar la consideración definitiva en la próxima sesión con la presencia del señor Bibliotecario.

— El vocal Dr. Rossi informa que hizo conocer el edificio social al señor Concejal municipal Dr. Susini, quien le ofreció prestar su cooperación a la Sociedad en tal carácter y prometió presentar un proyecto de ordenanza a fin de que el Teatro Colón sea concedido para realizar festivales a beneficio de la Sociedad Científica y Sociedad de Biotipología. Se autoriza a la presidencia para realizar las gestiones necesarias.

— Se lee una solicitud del Intendente del edificio y se resuelve, por unanimidad, que el local permanecerá cerrado después de las 21 horas, salvo los días destinados a reuniones concedidas o mediando algún pedido justificado de un socio, hecho con anticipación.

— Se aprueba por unanimidad una moción del Dr. Vanossi y pasar circular a los socios en la siguiente forma: La Junta Directiva adopta una resolución de carácter general haciendo saber que todo socio a quien se designe para formar parte de una comisión y no manifestara su aceptación o dejara de concurrir a tres sesiones consecutivas, se le considerará renunciante del cargo y se nombrará substituto.

— El señor Presidente, Ingº Besio Moreno informa sobre un proyecto de modificaciones en los Estatutos, cuyos fundamentos principales expone, que modifican substancialmente la estructura de la Sociedad. Se destina a la Comisión respectiva.

Sesión del 26 de abril de 1935

— Con motivo de la próxima visita a este país del Excmo. señor Presidente del Brasil, Dr. Getulio Vargas, se resuelve tributar un homenaje, cuya forma se resolverá en una próxima reunión.

— El señor Bibliotecario informa sobre las donaciones recibidas para contribuir a las suscripciones de nuevas revistas científicas y la posibilidad de obtener una gran parte de ellas por medio del canje, recurriendo a la suscripción solamente en los casos de absoluta necesidad. Agregó que para ello se requiere que la publicación de los *Anales* se encuentre al día y mientras tanto aconseja se continúe solicitando la contribución de los socios a fin de invertir el dinero recolectado en la forma más ventajosa, demorando por el momento las suscripciones nuevas.

Después de un breve debate en el que intervinieron los doctores Vanossi, Bosch y Carrea, se aprobó una moción del Ingº Lugones, resolviendo remitir una circular explicativa a los socios manifestando que el dinero recolectado se encuentra disponible en cuenta especial y pedirles, además, mencionen el nombre de revistas de interés que no lleguen al país.

— La Sociedad resuelve adherirse al tercer aniversario de la Academia Francesa y designa al socio correspondiente, Prof. Emilio Borel, para que la represente en los actos por celebrarse.

— Informa el Arq° Géneau a nombre de la Comisión de Hacienda sobre el Presupuesto de Recursos y Gastos para el período administrativo de 1935/1936, según detalle que se expresa a continuación, y que se aprueba:

Recursos:

Subsidio del Gobierno Nacional	$	3.800,—
Subsidio Municipal (por una sola vez)	»	10.000,—
Cuotas de socios (1)	»	11.890,—
Suscripciones a los *Anales*	»	2.600,—
Contribuciones a Gastos Generales	»	1.620,—
Contribuciones para suscripciones revistas	»	300,—
Intereses de títulos	»	500,—
Alquiler casa Cevallos	»	1.430,—
Total	$	32.140,—
Déficit presupuesto	»	2.880,—
(1) Promedio de los últimos 5 años. Total	$	35.020,—

Gastos:

Gastos Generales (comprende gastos de impresión de invitaciones, programas, formularios, útiles de escritorio, libros, impresos, consumo de luz y de fuerza motriz, gas, teléfono, suscripción a diarios y gastos menores)	$	5.830,40
Casa Cevallos 269 (impuesto municipal, obras sanitarias y contribución territorial)	»	669,60
Sueldos	»	7.920,—
Comisiones	»	1.300,—
Anales (incluso amortización deuda)	»	9.300,—
Biblioteca (1) . . . . . Supeditado a cobranzas de subsidios	»	4.000,—
Muebles y Utiles (2) . . Supeditado a cobranzas de subsidios	»	4.000,—
Eventuales (1) . . . . . Supeditado a cobranzas de subsidios	»	2.000,—
Total	$	35.020,—

(1) Incluyendo suscripción a revistas $ 1.000,—

(2) Incluyendo pago butacas . . . . » 2.166,65

(1) No se calculan impuestos de Santa Fé 1145, por haberse solicitado del H. Congreso la exoneración.

Extinguido el pago de butacas del Salón, lo que ocurrió en el mes de junio de 1935, el Déficit ha desaparecido.

Sesión del 3 de mayo de 1935

Anales:

No habiendo concurrido el Ing° Rebuelto, se posterga la consideración de este punto y se pide al Arq° Géneau quiera requerirle al Director de los *Anales* el deseo de que active la publicación de los mismos. Se resuelve incluir en la orden del día de la próxima sesión y tratar la conveniencia de publicar avisos.

— La Junta Directiva en conocimiento del homenaje que se ha tributado al miembro de la Junta, Dr. Rossi, no pudiendo adherirse a él por haber resuelto no hacer homenajes a especialistas aún vivos, resuelve presentarle sus saludos en las presentes circunstancias.

— El Ingº Pedro Rossell Soler insiste en su renuncia del cargo de vocal de la Junta. Se acepta, agradecen los servicios prestados y se resuelve llenar la vacante oportunamente.

Sesión del 10 de mayo de 1935

— Puesto a consideración el punto de la orden del día sobre homenaje al Brasil, intervienen los Dres. Vanossi, De Cesare, Bosch y Rossi, el Arqº Géneau y el Ingº Lugones, acordándose realizar un acto de homenaje en los días 15, 17, 18 ó 19 del corriente, consistente en una conferencia y números de música. Se autoriza a la presidencia para que verifique su organización en la forma que estime más conveniente, solicitando la cooperación de la Dirección de Alumbrado de la Municipalidad de la Capital para el adorno de la calle y edificio.

— La Sección Santa Fé comunica la constitución de la nueva Comisión Directiva para el período 1935/1936. Se resuelve acusar recibo y publicar en los *Anales.*

Sesión del 17 de mayo de 1935

— Con motivo de la nota del Primer Congreso Universitario Argentino, insinuando la conveniencia de que la Sociedad presente sus puntos de vista sobre los temas oficiales del Congreso antes del 31 de julio próximo, se resuelve pedir varios ejemplares del Reglamento y de los temas y enviarlos a los señores miembros del Consejo Científico.

— Se resuelve realizar el lunes 20 del actual el acto oficial de incorporación a la Biblioteca social de la « Donación Eduardo Girondo » ofrendada a la Sociedad por la familia de nuestro eminente ex-socio.

— La Sociedad resuelve adherirse al Congreso de Antropología Colonial de Porto.

— El Ingº Gandolfo suministra una amplia información relacionada con el procedimiento llamado « Fotofix » para la reproducción de dibujos, láminas, gráficos, imágenes, etc., y los trabajos que pueden realizarse, que estima de gran utilidad y conveniencia. Se resuelve autorizarlo a gastar hasta la suma de $ 280,— nacionales (doscientos ochenta pesos moneda nacional).

Sesión del 3 de junio de 1935

— El Dr. Carrea fundamenta su proyecto consistente en realizar un homenaje a los socios más antiguos con un discurso a cargo del señor Presidente, entrega de diplomas y terminando con un lunch. Se resuelve aceptar la iniciativa, confeccionar una lista de socios con antigüedad de 15 años y tratar definitivamente el asunto en una sesión próxima.

— A raíz de la nota de la Sección Santa Fé consultando si la Sección debe necesariamente designar 5 miembros o un número inferior para la integración del Consejo Científico; se resuelve aclararle que corresponde a las Secciones designar hasta cinco miembros, no siendo indispensable nombrarlos en una sola vez.

— El Ingº Lizer y Trelles propone la siguiente lista de candidatos chilenos para socios correspondientes extranjeros de la Sociedad Científica Argentina:

1, Juvenal Hernández; 2, Enrique Molina; 3, Carlos Oliver Schneider; 4, Germán Greve; 5, Arturo Fontecilla Larrain. Se aceptan y por indicación del Ingº Besio Moreno se resuelve pedirles datos biográficos para su publicación en los *Anales*.

— Con motivo del fallecimiento del señor Fernando A. Coni, antiguo impresor de los *Anales*, a moción del Ingº Lugones se resuelve ponerse de pié en homenaje a su memoria, enviando nota de condolencia a su hijo y estimado consocio Dr. Fernando A. Coni Bazán y solicitar del Director de los *Anales* quiera publicar una nota necrológica con la biografía y fotografía del extinto.

— Se acepta una proposición del Dr. Carrea por la cual se dispone que los asuntos de trámite sean resueltos por la Presidencia dejando los fundamentales para la Junta.

— Se resuelve señalar los jueves a las 18.30 horas para efectuar las sesiones de la Junta Directiva.

Sesión del 13 de junio de 1935

En la ciudad de Buenos Aires, a los trece días del mes de junio de mil novecientos treinta y cinco, reunidos los miembros de la Junta Directiva cuyas firmas figuran al margen, el señor Presidente Ingº Besio Moreno declaró abierta la sesión siendo las diez y ocho horas y treinta minutos, pronunciando las siguientes palabras:

Señores miembros de la Junta Directiva:

Estamos asistiendo a un instante de verdadera emoción colectiva en la ciudad, en la República y en América. Los dos países hermanos de Bolivia y Paraguay, que dirimían por las armas sus diferendos territoriales, han firmado en el día de hoy un acuerdo de paz por la intervención acendrada de sus hermanos del continente, hondamente conmovidos ante el espectáculo de dolor y destrucción que se venía ofreciendo al mundo desde las selvas enemigas del chaco boreal.

La parte que ha cabido a nuestro país en el arreglo de la contienda y la circunstancia de ser Buenos Aires el asiento de las conversaciones, nos ha colocado en el centro mismo del campo de emoción americana que se formó precisamente en un desacuerdo entre hermanos en el cual todos los términos de conciliación habían sido estériles y solo ha triunfado y se ha impuesto la influencia gravital de toda América y la intensa expectativa de Buenos Aires arrancada una vez y bien oportunamente, de la indiferencia cosmopolita que la adormece de ordinario.

Es el de hoy un día de gloria americana y la Sociedad Científica Argentina, cuyas actividades más que semiseculares, han consistido en el estudio y conocimiento del suelo americano, como nadie se siente vinculada a sus desdichas y a sus progresos y así vivió horas de duelo ininterrumpidas desde que estallaron las hostilidades hace tres años y vive ahora momentos de dicha al contemplar el espectáculo de la paz reinando otra vez sobre las fronteras americanas.

Pocas veces el rayo de la guerra hase desatado sobre el pomposo suelo de este continente, porque sus auras son de fraternidad, a diferencia del venerando suelo de Europa constantemente regado por la sangre primorosa de los grandes pueblos de la historia.

Aquel continente desventurado parece que debiera pagar sus luces soberanas y las galas de su saber cuantioso como un prodigio perpetuo, con la lucha, el sacrificio y el dolor. Loada sea la América si logra no seguir esa ruta sino por el sendero de la ciencia, del arte y del progreso de las ideas y de los estudios.

América readquiere desde hoy una fisonomía que parecía borrarse, porque a su influjo dos pueblos de su suelo cesan de lidiar para entregarse a la obra férrea del trabajo fructífero en la paz como mortífero en la guerra.

Me he permitido, señores miembros de la Junta Directiva, dirigir sendos telegramas a las universidades bolivianas de La Paz, Cochabamba, Sucre y Oruro y a la de Asunción para expresarles nuestros ardientes saludos de amistad y puesto que aprobais esta medida y nos animan iguales propósitos con respecto a los pueblos hermanos os invito a levantar la sesión en homenaje a los hombres de ciencia de Bolivia y Paraguay y a todos los hombres que estudian en los países del Norte.

Puestos de pié los señores miembros de la Junta Directiva, resuelve levantar la sesión, comunicando esta acta al Presidente de la República, al Ministerio de Relaciones Exteriores y a los Ministros Argentinos en Bolivia y Paraguay, siendo las diez y nueve horas.

Sesión del 21 de junio de 1935

Sesión del Consejo Científico.

Empieza el señor Presidente manifestando que los señores miembros del Consejo Científico habían sido invitados a concurrir a fin de consultarles sobre la participación de la Sociedad, por intermedio de su representante el Dr. Vanossi, Vicepresidente 1º, en la *Comisión Nacional de Cultura*, que tiene al estudio el plan de fomento cultural esbozado en la Ley 11.723, de régimen legal de la propiedad intelectual.

A continuación el Dr. Vanossi expresó que ya había representado a la Sociedad en el seno de la Comisión de Cultura, pero que antes de asistir a la próxima reunión deseaba conocer la opinión de los presentes acerca del proyecto de Reglamento, al que dió lectura.

El Dr. Rivarola hace notar que la Ley anterior preveía premios de pesos 30.000,—, $ 20.000.— y $ 10.000,— a la producción científica y literaria y a su juicio no estaba claro si había sido derogada esa parte de la Ley.

El Dr. Vanossi, continuando la lectura del proyecto de Ley y Reglamento, consulta sobre la parte que se refiere a las becas. Explica que, a su entender, este asunto debe ser estudiado detenidamente a fin de que sean debidamente aprovechados los conocimientos adquiridos por los becados a su regreso al país. Cita casos conocidos de becados que, a su vuelta, no teniendo ocupación prefijada optaron por aceptar empleos subalternos que no tenían relación con los estudios de perfeccionamiento efectuados como becados.

El Dr. Rivarola, en apoyo de esa manifestación cita casos que él ha conocido en los cuales no fueron aprovechados los conocimientos adquiridos por los becados en su especialidad y está de acuerdo en que las becas deberían concederse fijando de antemano el destino de los becados a su regreso.

Tras un prolongado debate en el que intervienen además de los nombrados, el Dr. Dassen, el Dr. De Césare, el Dr. Zappi, el Ingº Besio Moreno y el Dr. Franceschi, se introducen algunas modificaciones, quedando encomendada al Dr. Vanossi la tarea de concretarlas a fin de que se distribuyan copias del proyecto enmendado a los señores miembros del Consejo Científico y de la Junta Directiva, con el objeto de que puedan dar su opinión definitiva en la próxima reunión o dado el caso de que no pudieran asistir, se sirvan enviar por escrito sus observaciones.

— Se resuelve adherirse a los actos conmemorativos del tercer centenario de su fundación de la « Académie Française ».

Sesión del 27 de junio de 1935

Sesión del Consejo Científico.

El señor Vicepresidente 1º Dr. Reinaldo Vanossi da lectura a los artículos del Reglamento enmendado, de la Comisión Nacional de Cultura, haciendo constar las opiniones que se han recibido por escrito de los señores: Dr. Cristofredo Jakob, Prof. Rómulo D. Carbia, Dr. Alfredo Franceschi e Ingº Carlos Posadas, que se excusan de no poder asistir a esta sesión.

Se discuten uno por uno los artículos enmendados, interviniendo en el debate todos los presentes y queda encomendada al Dr. Vanossi la redacción del proyecto definitivo.

En lo concerniente al Artº 7º, en la enmienda relativa a publicaciones por los becados, el Ingº Gandolfo pide se haga constar que, en su opinión las publicaciones de los becados deberían, en primer término hacerse en revistas argentinas. A juicio de los demás miembros presentes es suficiente que en todos los casos (inclusive revistas extranjeras) haga constar que el trabajo se ha realizado en su calidad de becado de la Comisión Nacional de Cultura.

Sesión del 4 de julio de 1935

Se resuelve dejar hasta más adelante para fijar la fecha y los detalles del homenaje a tributar a los socios más antiguos.

— Con motivo del Séptimo Congreso Científico Americano en México, se lee la circular impresa y sin fecha recibida, invitando a la Sociedad a estar representada en dicho Congreso a celebrarse del 8 al 17 de setiembre y ante la imposibilidad material de concurrir, dada la exigüidad del plazo disponible, el señor Presidente Ingº Nicolás Besio Moreno ha redactado ya una nota a remitir por avión al señor Ingº Pedro C. Sánchez, Presidente del Certamen; se aprueba el texto de dicha nota como también la dirigida al señor Embajador Argentino en México. En cuanto a la nota dirigida al señor Ministro de Relaciones Exteriores se hace un agregado para el caso de que no fuera posible postergar el referido Congreso. También se aprueba la nota dirigida al señor Embajador de México en ésta.

— Se suscita nuevamente una discusión acerca de si debe o no publicarse avisos en los « *Anales* ». El señor Tesorero informa haber conseguido un aviso de la Librería « El Ateneo », pero a una tarifa menor que la que se había propuesto con anterioridad. Se resuelve no publicar avisos hasta tanto se reuna un cierto número de casas anunciadoras, ofreciendo los vocales doctores Carrea y Rossi obtener algunos.

— Se lee la nota enviada por el Dr. Félix F. Outes, presentando su renuncia del cargo de miembro del Consejo Científico. Se resuelve encomendar al señor Presidente Ingº Nicolás Besio Moreno la gestión pertinente a fin de obtener el retiro de esta renuncia.

— El Protesorero, Prof. José F. Molfino hace moción para que la Sociedad se adhiera al IX Congreso Internacional de Botánica, de Amsterdam, a celebrarse en setiembre, abonando la suma respectiva que calcula en $ 30,— aproximadamente, que dará derecho a recibir las publicaciones, con lo que se enriquecerá la Biblioteca. Se resuelve afirmativamente, quedando encomendada al Prof. Molfino la redacción de la nota.

— Se lee la nota recibida del Instituto Argentino de Racionalización de Materiales, por la que solicita de la Sociedad quiera considerar la posibilidad de inscribirse como miembro activo. Dado el monto relativamente elevado ($ 100,—) de la cuota respectiva; se resuelve contestar que la Sociedad lamenta no poder contribuir pecuniariamente.

Sesión del 11 de julio de 1935

Al considerar el pedido formulado por la Sección Córdoba, en su nota fecha 6 de junio p. pdo., la Junta Directiva resuelve refundir los artículos 9 y 10 de las Bases de creación de las seccionales en la siguiente forma: Artº 9. Los socios activos afiliados a una sección abonarán por intermedio de las autoridades de la Sección, la cuota mensual de $ 2,00 m/n, de los cuales se pondrá $ 1,50 m/n a disposición de la sede central, quedando el resto para gastos de secretaría de la Sección. El Artº 11 pasa a ser Artº 10 de las Bases.

— Se resuelve adherirse al Congreso de Química Industrial y encomendar la representación de la Sociedad al socio correspondiente, Prof. Luciano Hauman, residente en Bruselas.

— Nota del Instituto Internacional de Cooperación Intelectual de la Liga de las Naciones, solicitando la suscripción a varias obras sobre historia americana. Después de escuchar la opinión favorable del señor Bibliotecario y del Director de los Anales, se resuelve aceptar la suscripción a la edición francesa.

— El Ingº Gandolfo presenta un informe sobre las tarifas que podrían aplicarse para las copias en papel fotográfico a obtenerse por intermedio del procedimiento « Fotofix » cuya adquisición se resolvió en la sesión del 17 de mayo del corriente año. Se resuelve que el servicio sea de carácter público, es decir, para socios y no socios, debiendo recargarse a estos últimos el 50 % de la tarifa. La correspondencia deberá dirigirse a la Biblioteca de la Sociedad Científica Argentina, Sección Copias Fotográficas. Se posterga la adquisición del equipo para cuando el señor Tesorero estime conveniente poder verificar el gasto.

Sesión del 18 de julio de 1935

Se resuelve abstenerse por el momento de opinar sobre los temas del Primer Congreso Universitario Argentino, por ser de carácter puramente universitario.

— Con el objeto de celebrar la conmemoración del LXIII aniversario de la fundación de la Sociedad, se resuelve realizar un almuerzo el día 27 del corriente mes a las 12,30 horas, que tendrá lugar en nuestro local social para darle un carácter más propio de la significativa fecha que deséase conmemorar, al cual se invitarán a los señores socios y familias, fijándose el precio del cubierto (todo incluso) en la suma de \$ 6,00 nacionales. Al efecto se designa una Comisión compuesta de los Dres. Vanossi y Casacuberta y el Arq° Géneau para que verifiquen las diligencias necesarias.

— Se resuelve gestionar ante el H. Senado de la Nación un subsidio del Gobierno Nacional de acuerdo con el siguiente proyecto:

ART. 1° — Acuérdase a la Sociedad Científica Argentina un subsidio anual de pesos cincuenta mil moneda nacional para fomentar la investigación libre de las ciencias exactas, físicas y naturales en el territorio argentino, de acuerdo con el plan que formule el Consejo Científico de dicha Sociedad.

ART. 2° — De la suma antedicha podrá destinarse hasta el 25 % para publicaciones y el resto se dedicará exclusivamente a fomentar estudios, gabinetes y adquirir instrumental y bibliografía relativa a las ciencias mencionadas en el campo de la investigación libre.

ART. 3° — El Consejo Científico de la Sociedad Científica Argentina, presentará anualmente por intermedio de ésta al Congreso Nacional, el plan de trabajos para el año subsiguiente y las obras realizadas en el año anterior.

ART. 4° — Mientras la partida a que se refiere el artículo primero no figure en el Presupuesto Nacional, ella se tomará de rentas generales con imputación a la presente ley.

Sesión del 25 de julio de 1935

El Arq° Géneau informa las diligencias efectuadas en compañía del Dr. Casacuberta para la verificación del almuerzo en el local social el día 27 del corriente, habiendo contratado los servicios de la Confitería « Real ». Se aprueba lo actuado y se resuelve invitar especialmente, sin cargo, a las siguientes personas: Directores de los diarios « La Prensa » y « La Nación », Rector de la Universidad Nacional de Buenos Aires, Presidente del H. Concejo Deliberante, Ministro de Justicia e Instrucción Pública, Presidente del Centro Argentino de Ingenieros, Presidente de la Comisión Nacional de Cultura y Presidente de la Comisión de Cultura Popular, Previsión y Asistencia Social.

— Nota de la Comisión de Homenaje al Prof. Dr. Angel H. Roffo a fin de ofrendarle un « Libro de Oro » con motivo de cumplir sus bodas de plata con la cancerología, se dispone, de acuerdo con lo resuelto en casos anteriores — Dres. Méndez, Houssay y Rossi — sin adherirse, presentarle los cordiales saludos de esta Sociedad en las presentes circuntancia.

— Se resuelve autorizar al señor Tesorero para preparar un presupuesto del costo de una mesa para la Junta Directiva y muebles para una sala de conversación, trasladando la Gerencia a la sala actualmente de expedición.

Sesión del 22 de agosto de 1935

Habiendo resuelto la Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires la conversión de los títulos denominados Bonos Hipotecarios de Construcciones Económicas, 7 %, mediante la entrega en canje de nuevos títulos denominados « Bonos Hipotecarios de Construcciones Económicas, 5 ½ % 1935 más una prima del 10 % en títulos de igual denominación y una prima adicional de 1 % en efectivo, se resuelve autorizar al señor Tesorero, Arq° Carlos E. Géneau para que firme la carta de aceptación.

— Nota del Dr. Humberto H. Carelli comunicando su renuncia del cargo para presidir la Comisión encargada de organizar la Exposición de Instrumental Científico. Se resuelve pedirle que conserve el cargo hasta tanto puedan variar las circunstancias y anticiparle que se pedirá un subsidio.

— Se resuelve adherirse y ofrecerle el edificio social a la Segunda Reunión Argentina de Geografía a realizarse del 19 al 26 de setiembre próximo, auspiciada por la Sociedad Argentina de Estudios Geográficos « Gaea ».

Sesión del 5 de setiembre de 1935

Se resuelve enviar nota a los señores miembros de la Comisión encargada de organizar la Exposición de Instrumental Científico, haciéndoles saber que se suspende momentáneamente las actividades de dicha Comisión hasta tanto cambie la situación internacional.

— Se resuelve adherirse al Congreso Internacional de Zoología en Lisboa y designar representante de la Sociedad Científica Argentina al socio correspondiente, Dr. Fernando Lahille, actualmente en Francia.

Sesión del 24 de setiembre de 1935

Se resuelve dirigir una nota al señor Director de los « *Anales* » ratificando el deseo de que ponga al día la publicación con tres pliegos por número, en virtud de diversos pedidos de socios y autores que así lo solicitan, estando la Sociedad en condiciones de solventar el gasto correspondiente.

— El señor Tesorero Arq° Géneau informa sobre las gestiones verificadas para la adquisición de una mesa « directorio » aconsejando la aceptación del presupuesto presentado por la firma Fred Berg e C° por la suma de pesos 350,— m/n neto. Aceptándose sin observación los informes y el presupuesto, se autoriza la adquisición y pago, después de efectuada la entrega de conformidad.

— El señor Tesorero de la Sección Córdoba remite la nómina de socios a quienes debe suspenderse el envío de los « *Anales* » por su morosidad en el pago de las cuotas reglamentarias. Se resuelve confirmar la suspensión del envío de los « *Anales* » a los 34 socios de acuerdo a la lista consignada. No obstante ello se resolvió también pedirle quiera tener a bien pasar una nota-circular a dichos señores manifestándoles que antes de considerarlos separados de la Sociedad se desearía saber si desisten de formar parte de la misma y en caso contrario quieran ponerse al día en el pago de la cuota mensual.

— Se resuelve solicitar antecedentes a los socios nuevos al remitirle el diploma y reiterar el pedido de datos biográficos a los que no los han hecho.

Sesión del 3 de octubre de 1935

El Ing° Besio Moreno y el Dr. Casacuberta informan sobre las gestiones realizadas ante los miembros del Senado y Cámara de Diputados de la Nación. A continuación se transcriben las sanciones recaídas: Cámara de Diputados. Sesión 26 de setiembre de 1935, pág. 2428 del Diario de Sesiones N° 37. Asunto 36. Exención de Impuestos. Orden del día N° 206 — N° 5. Honorable Cámara. La Comisión de Presupuesto y Hacienda ha tomado en consideración la solicitud presentada por la Sociedad Científica Argentina pidiendo se le exima del pago de todos los derechos que la gravan; y, por las razones que dará el miembro informante, aconseja la sanción del siguiente Proyecto de ley. — El Senado y Cámara de Diputados, etc. Artículo 1º Exímese a la Sociedad Científica Argentina del pago del impuesto de contribución territorial. Artº 2º Comuníquese, etc. Sala de la Comisión, setiembre 17 de 1935. Raúl Godoy, Adolfo Dickmann, José M. Bustillo, Alfredo Alonso, Juan F. Morrogh Bernard, Eduardo Bruchou, Julio A. Noble, Abraham de la Vega, Benjamín Palacio, Juan Simón Padrós, José Luis Pena, Américo Ghioldi, Héctor S. López, Luis Grisolía. Se vota y aprueba en general y en particular. Cámara de Senadores de la Nación. Sesión del 27 de setiembre de 1935, pág. 1596, 43ª reunión, Asunto 20. Subsidio a la Sociedad Científica Argentina. Orden del día 19, Asunto Nº 5. Despacho de la Comisión. Honorable Senado: Vuestra Comisión de Presupuesto ha tomado en consideración la solicitud de subsidio presentada por la Sociedad Científica Argentina; y, por las razones que dará el miembro informante, os aconseja la sanción del siguiente Proyecto de ley: El Senado y Cámara de Diputados, etc. Artº 1º Acuérdase a la Sociedad Científica Argentina un subsidio extraordinario de cien mil pesos moneda nacional, por una sola vez, para la adquisición de libros y revistas científicas con destino a su biblioteca y como ayuda a la obra cultural que realiza. Artº 2º Este gasto se abonará de rentas generales con imputación a la presente ley. Artº 3º Comuníquese al Poder Ejecutivo. Sala de la Comisión, setiembre 24 de 1935. Matías G. Sánchez Sorondo, Atanasio Eguiguren, Rudecindo S. Campos. A moción del Sr. Martínez se agrega como complemento «y otra anual de $ 50.000 m/n a la Biblioteca Nacional, para compra de libros». Se aprueba sin observación con el agregado propuesto por el señor senador por Córdoba.

Sesión del 17 de octubre de 1935

La Sección Santa Fe comunica que en virtud a lo establecido en el Artº 5º del Reglamento del Consejo Científico de la Sociedad, esa Sección ha designado representantes a los consocios Dr. Horacio Damianovich, Dr. Joaquín Frenguelli, Dr. Gustavo A. Fester, Dr. Josué Gollán (h) e Ingº José Babini.

— Se aclara que la antigüedad de los socios se computará por los años efectivos aunque fueran discontinuos, hallándose en dichas condiciones los siguientes socios: Juan F. Sarhy (1887), Rufino Varela (1889), Carlos Paquet (1890), Luis J. Dellepiane, (1890) y Arturo M. Lugones (1893), debiendo la Gerencia confirmarlo. Se resuelve que en el acto de la entrega pronunciará un discurso alusivo el Presidente Ingº Nicolás Besio Moreno, en nombre de la Sociedad, que contestará uno de los homenajeados, y solicitar, por intermedio del señor Presidente o del Vocal Dr. Carrea, el concurso del Prof. Baldini, de la Sociedad Lago di Como, quien podría proporcionar algunos números de música selecta, procurando comprometer la asistencia de los socios a quienes se tributa el homenaje.

— A propuesta del Arqº Géneau y del Prof. Molfino se resuelve designar al Dr. C. Fiebrig y Prof. Philibert Guinier socios correspondientes, debiéndose comunicar la designación del Prof. Guinier al Instituto de la Universidad de París en Buenos Aires. El primero de los nombrados será correspondiente en la ciudad de Asunción (Paraguay) y el segundo en Nancy (Francia).

— El señor Bibliotecario informa que ha recibido varios volúmenes del Congreso organizado por The Nelkerlands Botanical Society.

— A moción del señor Bibliotecario se resuelve que al aceptar las renuncias de socios se debe averiguar si adeudan libros y ampliar la lista de los libros que no se prestan, quedando autorizado el Bibliotecario.

Sesión del 24 de octubre de 1935

La Gerencia informa que ha verificado el cómputo de años efectivos según el archivo de la Sociedad, con respecto a los socios más antiguos, resultando que exceden de 40 años, únicamente los ingenieros Juan F. Sarhy, Rufino Varela y Carlos Paquet, por cuanto los ingenieros Luis J. Dellepiane y Arturo M. Lugones tienen intervalos de 11 años y 5 meses y 6 años y 8 meses, respectivamente. Se deja constancia y se resuelve encomendar la confección de las medallas.

— La Distribuidora Internacional de Publicaciones (Río de Janeiro) ofrece obtener suscriptores a los «*Anales*» y pide un descuento. En mérito al intercambio entre el Brasil y la Argentina, se resuelve acordarle una bonificación del 30 % y remitirle el número correspondiente a los meses de enero a marzo 1935.

— Extrañando la falta de noticias respecto a la constitución y actividades de la Sección Mendoza, se acuerda encomendar a los vocales Prof. Molfino y Dr. Rossi verifiquen averiguaciones de carácter particular.

Sesión del 31 de octubre de 1935

Se resuelve que se computarán, a los efectos de la antigüedad de los socios, todo el tiempo en que, sin pertenecer a la categoría de socios activos, tenían los mismos derechos que éstos. La Gerencia informará definitivamente.

— El señor Vicepresidente Dr. Reinaldo Vanossi informa sobre su actuación y resoluciones de la Comisión Nacional de Cultura. Se encarga al doctor Vanossi un proyecto sobre organización de la comisión de premios.

— Se resuelve encomendar a la Comisión de Hacienda un proyecto de interpretación del Art° 4° de los Estatutos.

— Después de leída por el Bibliotecario una lista de socios que adeudan libros, se resuelve: 1° Hacer un control de lo que actualmente falta. 2° Gestionar la devolución por intermedio de un empleado de la Sociedad. 3° Obtener por compra la reposición, procurando cobrar al socio el importe. 4° Anular cuando no sea posible la recuperación y 5° Limitar a lo importante y estrictamente indispensable que no se haya repuesto.

Sesión del 7 de noviembre de 1935

La Gerencia informa sobre la siguiente nómina de socios con más de 40 años de antigüedad y en las condiciones previstas en la sesión anterior: Ing° Juan F. Sarhy, Ing° Rufino Varela, Ing° Carlos Paquet, Gral. Ing° Arturo M. Lugones, Ing° Enrique Chanourdie, Ing° Mauricio Durrieu, Ing° Sebastián Ghigliazza, Ingº Julio Labarthe, Ingº Juan Rospide, Dr. Claro C. Dassen e Ingº Domingo Selva.

— Se acepta definitivamente el nuevo presupuesto de la casa José F. Piana a razón de $ 52,— m/n por cada medalla.

Sesión del 14 de noviembre de 1935

El Secretario Dr. Casacuberta hace moción para que las resoluciones de carácter general que se adopten por la Junta Directiva lo sean con despacho de Comisión. Se acepta por unanimidad.

— Se acepta una proposición del señor Presidente sobre adhesión de la Sociedad Científica Argentina a la Comisión de Homenaje al 4º Centenario de la Primera Fundación de Buenos Aires.

— Se autoriza al señor Tesorero Arqº Carlos E. Géneau la adquisición de una máquina duplicadora.

Sesión del 21 de noviembre de 1935

— El Secretario da lectura del proyecto del Dr. Vanossi sobre premios y becas que se transcribe a continuación:

Con referencia a la participación que a la Sociedad Científica Argentina le corresponde en el seno de la Comisión Nacional de Cultura, de acuerdo con la Ley, se resuelve que el representante de la Sociedad someta a consideración de la Comisión Nacional, en nombre de la Junta Directiva y del Consejo Científico los nombres de los miembros integrantes de las Comisiones asesoras de los grupos de ciencias que a continuación se transcriben, grupos que están dentro de la clasificación aceptada por el Superior Gobierno de acuerdo con la oportuna proposición de la Comisión Nacional de Cultura.

Grupo 1º: Ciencias Físicas, Químicas y Matemáticas.
« 3º: Ciencias aplicadas a la Medicina.
« 4º: Solo la parte relativa a la « Arqueología », siendo la designación total del grupo: « Obras de Historia, Arqueología y Filología ».
« 5º: Ciencias Naturales y Biológicas.
« 9º: Ciencias Aplicadas y Tecnología.

A los grupos indicados corresponden las disciplinas cultivadas particularmente por la Sociedad de lo cual da razón la obra realizada en sus 63 años de vida, expuesta en los 119 tomos de sus « *Anales* », ya publicados, conferencias, actos, etc.

Se considera que no le corresponde intervención en los grupos restantes, que son:

Grupo 2º: Obras de imaginación en prosa.
« 4º: La parte relativa a Historia y Filología.
« 6º: Obras de Filosofía y Crítica y Ensayos.
« 7º: Ciencias Sociales, Políticas y Jurídicas.
« 8º: Poesías.

Además se resuelve ofrecer a la Comisión Nacional de Cultura la organiazción, de parte de la Sociedad Científica Argentina, de las sub-comisiones asesoras, que fuese necesario, dependientes de las respectivas comisiones, a efectos de que se puedan juzgar, con amplio conocimiento y justicia, las divrsas obras que se presenten para optar a premios.

Se convino finalmente, en que los miembros que se propongan para integrar las comisiones y sub-comisiones, sean elegidos entre los que representan la más alta autoridad en el país en sus respectivas especialidades, pudiendo elegirse a personas no miembros de la Sociedad cuando, en una determinada disciplina, no existan dentro de la Institución quienes reunan las condiciones indicadas. Déjase constancia que esta determinación se toma en homenaje a la alta función que le corresponde desempeñar a la Sociedad en el seno de la Comisión Nacional de Cultura y la responsabilidad que se crea ante el ambiente científico del país. Se aprueba por unanimidad.

— El Secretario Dr. Casacuberta informa que en la sesión del H. Concejo Deliberante Municipal se aprobó sin observación el despacho de la Comisión de Hacienda autorizando al Departamento Ejecutivo a imputar con cargo al Empréstito de 1933 el subsidio del año 1931 de $ 2.000 m/n.

El Dr. Vanossi propone conste en acta el agradecimiento de la Sociedad al Dr. Casacuberta por las gestiones verificadas para la obtención y cobro de nuestros subsidios. Así se resuelve.

Sesión del 28 de noviembre de 1935

El señor Bibliotecario formula un amplio y minucioso informe relacionado con la adquisición de libros con descuento para los socios y de las empeñosas gestiones que ha verificado ante las casas editoras de España, Italia, Francia, Inglaterra, Alemania y Estados Unidos de Norte América. Se aprueba y se resuelve remitir una circular informativa a los señores socios estableciendo, como condición, que acompañarán un giro por el importe correspondiente.

— El señor Presidente informa haber recibido un presupuesto de la Imprenta y Casa Editora «Coni» para la impresión de los «*Anales*». Se da traslado a la Comisión de Hacienda conjuntamente con el Ingº Rebuelto y el Prof. Molfino.

— En conocimiento de las tramitaciones realizadas entre nuestro antiguo consocio Ingº Enrique Chanourdie y las autoridades de la Asociación de Ingenieros de Salta, que acepta ser corresponsal o representante de la Sociedad Científica Argentina, se resuelve remitirle un ejemplar de las Bases y pedirles intenten constituir una Sección.

— De acuerdo con lo resuelto en la sesión 17 octubre p. pdo. ofrecerá el homenaje a los socios más antiguos el señor Presidente Ingº Nicolás Besio Moreno y contestará el Ingº Domingo Selva, fijándose para el acto el día 12 de diciembre a las 18 horas y 15 minutos al cual serán invitados especialmente el Excmo. señor Presidente de la República, el Rector de la Universidad, el Intendente Municipal, el Presidente del H. Concejo Deliberante, Ministros del Poder Ejecutivo, Concejales, Presidentes de las Academias, de las sociedades residentes, de las Secciones, Decanos de las Facultades y sociedades científicas. Se designa una Comisión organizadora compuesta por el Arqº Géneau, el Dr. Casacuberta y el Prof. Molfino.

— El Prof. Molfino presenta un proyecto a fin de que se verifiquen las gestiones necesarias para obtener la designación de dos estaciones del Ferrocarril de B. A. al Pacífico con los nombres de los naturalistas Dr. Guillies y Dr. José Redhead, quienes actuaron en las zonas de influencia de dicha

Empresa. Se aprueba por unanimidad y para fundamentar la iniciativa se publicará un artículo en los «*Anales*». También se resuelve pedir a las municipalidades de Mendoza, Godoy Cruz y Salta la denominación de calles con esos nombres.

— Se aprueba un proyecto de la Comisión de Hacienda, apoyado por los señores vocales Ingº Lugones y Prof. Molfino y señor Bibliotecario Ingº Gandolfo, estableciendo que «desde la fecha se formará un fondo de reserva, destinado exclusivamente a la conservación y mejoras del edificio social, constituído con el 5 % de los ingresos en concepto de cuotas de socios y el 5 % de las contribuciones mensuales de las sociedades residentes. Dicho fondo se invertirá en títulos de la deuda pública nacional o municipal y el capital e intereses se utilizará cuando sea necesario a los fines de su creación.

— El señor Presidente propone la apertura de una cuenta especial en el Banco de la Nación titulada «Sociedad Científica Argentina - Anales» en la cual se depositarán $ 500,— m/n mensuales, cuyo importe será destinado al pago de la publicación. El señor Director de los «*Anales*» propone autorizar un promedio anual de 4 pliegos durante el año 1936. A la Comisión de Hacienda y Director de los «*Anales*» ambos proyectos.

Sesión del 5 de diciembre de 1935

El señor Tesorero Arqº Géneau informa que, haciendo uso de la autorización conferida en la sesión del 14 noviembre p. pdo. ha adquirido en la suma de $ 400,— m/n una máquina duplicadora en las condiciones mencionadas en el presupuesto del 31 de octubre p. pdo. Se toma nota y se aprueba la compra.

— El Ingº Carlos Posadas propone se hagan gestiones para obtener informes relativos a los precios y condiciones de aparatos de proyecciones para conferencias a fin de mejorar los elementos de que dispone la Sociedad para la realización de conferencias científicas en el próximo ciclo. Se aprueba y encomienda al Ingº Posadas quien informará oportunamente.

— El señor Bibliotecario formula la siguiente moción: Queda autorizado el Bibliotecario para donar a las bibliotecas públicas los libros que por su índole no puedan ficharse en la biblioteca de la Sociedad y los duplicados de libros y revistas no científicas. La moción se destina a la Comisión de Biblioteca que quedará compuesta por los ingenieros Gandolfo y Rebuelto y el Dr. Vanossi.

— El Arqº Géneau en nombre de la comisión organizadora del homenaje designada en la sesión del 18 de noviembre p. pdo., informa que ya se han verificado todos los preparativos y expone el programa de acuerdo con el plan resuelto por la Junta. Se aprueba sin observación.

Sesión del 17 de diciembre de 1935

El señor Tesorero Arqº Géneau informa que constituída la Comisión de Hacienda con el Dr. Casacuberta y con la presencia del Gerente señor Porral y del cobrador D. Alfredo Della Riccia, se ha procedido a verificar un recuento de los recibos en poder de dicho cobrador, resultando una diferencia de 42 recibos de $ 4 m/n que importan $ 168,— y 35 recibos de $ 2,— que ascienden a $ 70,—, formando un total de $ 238,— m/n. Oídas las explicaciones del caso la Comisión de Hacienda entiende que la falla es de antigua data y sería imposible aclararla, aconsejando su cancelación por la cantidad expresada. Así se resuelve por unanimidad.

— La Comisión de Hacienda constituída en su mayoría por el Arq° Géneau y el Dr. Casacuberta, presenta el siguiente proyecto: 'En vista del aumento en el movimiento de la Sociedad en su nuevo local y la necesidad de organizar el archivo y mantenerlo al día, foliar los libros copiadores de secretaría y otras atenciones, se encomienda a la Intendencia la organización de dicho trabajo, verificar todos los pagos, cobrar lo proveniente de locales, efectuar depósitos bancarios, abrir la correspondencia de trámite y preparar la tramitación correspondiente, pedir presupuestos para la confección de trabajos, correr con todo el movimiento interno, que no necesite la intervención de la Junta Directiva, despachar conjuntamente con la Gerencia todas las notas de trámite, llevar el control de asistencia del personal, la expedición y empaque de la correspondencia e impresos, remitir a los autores las pruebas de los artículos de los « *Anales* » que le sean entregados por el Director, quedando, además de lo expuesto, en pie todas las obligaciones que tiene actualmente. A los efectos del mejor cumplimiento de estas disposiciones se nombra auxiliar de la Intendencia al actual ordenanza Lorenzo Cantero, quedando, también, bajo la vigilancia de la misma la Biblioteca en las horas de lectura, siempre que no esté presente el empleado.

Se aprueba este proyecto de la Comisión de Hacienda, cuyas disposiciones regirán desde el 1° de enero de 1936 y se autoriza a la Intendencia para contratar los servicios de un peón de limpieza desde el 1° de marzo. Se resolvió asimismo, modificar los sueldos en la siguiente forma: Adolfo E. Porral $ 160,—, Claudio López $ 150,—, Lorenzo Cantero $ 130,—, Benito López $ 130,—, Eduardo Palazzo $ 130,— y Mariano Sánchez $ 110,—.

A propuesta del Arq° Carlos E. Géneau y del Dr. Reinaldo Vanossi se designan para integrar el Consejo Científico a los Dres. Bernardo A. Houssay y R. Armando Marotta.

— Con motivo de la designación del Ing° Carlos A. Lizer y Trelles por el Gobierno Nacional como delegado al Congreso Científico en El Cairo, se resuelve adherirse y designarlo delegado de la Sociedad ante las similares que visite.

Sesión del 12 de marzo de 1936

A pedido del señor Tesorero Arq° Carlos E. Géneau y de acuerdo con el Art. 18, inciso 7°, se designan a los socios Dr. Raúl Ortega Belgrano e Ing° Ludovico Ivanissevich, miembros de la Comisión « Revisora de Cuentas » a fin de revisar el Balance Anual que la Sociedad presentará en la próxima Asamblea.

— Se acepta el presupuesto de la firma Arturo Barzi por dos juegos de asientos compuestos cada uno de un sofá de tres cuerpos y dos sillones tapizados en cuero flor con resortes « New Spring » y cinchas metálicas, por un total de $ 1.500,— m/n.

— La señora Elina G. A. de Correa Morales, Presidenta de la Sociedad Argentina de Estudios Geográficos « Gaea » y el Secretario de la misma, Dr. Wernicke, presentes en esta sesión, en conocimiento de que la Sociedad Científica

Argentina realizará actos con motivo del Cuarto Centenario de la Primera Fundación de Buenos Aires, proponen la realización de una serie en conjunto y también como homenaje a España, empezando el 24 ó 25 de mayo próximo. Se acepta por unanimidad.

ANALES

Durante el año transcurrido, los *Anales* de la Sociedad han llegado al año 60 de su existencia, bajo la Dirección inteligente del ingeniero Emilio Rebuelto.

En algunos momentos la aparición de los números mensuales sufrió breve retraso por la necesidad de adaptarse a la nueva imprenta y a las nuevas circunstancias, pero salvado ese punto inicial la revista aparece con la regularidad que fué práctica en ella de muchos períodos.

En las entregas aparecidas durante el último período que son V y VI del tomo CXVIII, I a VI del tomo CXIX y I a V del tomo CXX, figuran los siguientes trabajos publicados:

José Babini: *Sobre algunas propiedades de la* (*z*) *de Riemann.*

Amelia Larguía de Crouzeilles: *Algunos datos arqueológicos sobre paraderos indígenas en la provincia de Santa Fe.*

Gustavo A. Fester y Francisco A. Bertuzzi: *La secreción almizclada de las glándulas del Yacaré.*

Horacio Damianovich: *Inercia y actividad química de los gases raros.*

Sección Santa Fe de la Sociedad Científica Argentina: Sesión del 10 de agosto de 1934 y resúmenes de las comunicaciones científicas, presentadas por el Ingº José Babini, Sra. Amelia Larguía de Crouzeilles, Dres. G. Fester y Cruellas, Dr. Piazza e Ingº Urondo. Sesión del 21 de noviembre de 1934. Discurso del Ingº N. Besio Moreno — Resúmenes de las comunicaciones científicas presentadas por los señores H. J. Guinle, Fester y Bertuzzi y Dr. Horacio Damianovich.

Rufino Luro Cambaceres: *Comunicaciones aeronáuticas en la Argentina.*

Enrique Sparn: *Las sociedades de antropología, etnología y prehistoria. Su cronología, diferenciación, números de miembros y distribución geográfica.*

Carlos Rusconi: *La ingresión marina belgranense en Belgrano.*

Marcelino A. Ceriale: *Racionalización de materiales para servicios públicos oficiales y particulares en la República Argentina* (Conclusión).

Carlos Wauters: *Explotación de la central hidro-eléctrica del río Tercero.*

Adolfo T. Williams: *La persistencia de las líneas de intercombinación.*

Clotilde C. Molle: *Anatomía comparada de las maderas de tres especies de leguminosas argentinas del género «Lonchocarpus» H. B. K.*

Luis A. Bontempi: *Los lemas de Kirchoff y el puente de Wheatstone.*

P. Magne de la Croix: *El Bipedismo.*

A. E. Sagastume Berra: *Clasificación elemental de los grupos de orden* ≤ 14.

Manuel Iriondo: *Discurso inaugural de la Conferencia Nacional contra el analfabetismo.*

Nicolás Besio Moreno: *Memoria anual del Presidente de la Sociedad Científica Argentina, correspondiente al sexagésimo segundo período administrativo.*

Sección Santa Fe de la Sociedad Científica Argentina: Asamblea y sesión de comunicaciones del 26 de abril de 1935. Extractos de los trabajos presentados por los señores Regis Mallorquin, José Babini, F. E. Urondo, G. A. Fester y G. Berráz. Memoria correspondiente al período 1933 - 1935. — Comisión Directiva, período 1935 - 1936 — Socios activos — Balances de Tesorería, octubre 1933 - abril 1935. — Sesión de comunicaciones del 31 de mayo de 1935. Extracto de los trabajos presentados por los señores J. Piazza, C. Christen y E. Virasoro, F. Falco y J. Babini.

Carlos Rusconi: *Observaciones sobre los gaviales fósiles argentinos.*

Emilio L. Díaz: *Sobre la circulación atmosférica.*

Josué Gollán: *La ciencia del suelo aplicada a la ingeniería.*

P. Köhler: *Lepidoptera Bergiana. A propósito de «Dirphia Lauta», Berg.*

Kenneth J. Hayward: *Los «pyrginæ» argentinos. Adiciones y anotaciones.*

Kenneth J. Hayward: *Los «pamphilinæ» argentinos. Adiciones y anotaciones.*

Antonio Carelli: *El salicilato de soda en el tratamiento de las enfermedades producidas por algunos virus filtrables.*

Otto Gottschalk: *Nuevo y sencillo análisis elástico de estructuras derivado de métodos mecánicos.*

J. C. Vignaux: *Acerca del teorema de Abel para las series dobles.*

J. C. Vignaux: *Sobre las funciones polígenas de una y de varias variables complejas.*

J. C. Vignaux: *Sobre un teorema de Pringsheim y su extensión a los integrales.*

Carlos Wauters: *Las autoridades nacionales en las actividades eléctricas del país.*

Enrique V. Zappi y Helvecio Degiorgi: *L'existence d'hydrogene actif dans le chloroforme et les formules de coordination de Mm. Urbain et Tchakirian.*

P. Magne de la Croix: *La locomoción de las lombrices, su relación con la de las larvas de insectos.*

Sección Santa Fe de la Sociedad Científica Argentina. Ciclo de conferencias. La pasteurización de la leche. — Sesión de comunicaciones del 28 de junio de 1935 — Extracto de los trabajos presentados por los señores H. Damianovich, G. Berráz y C. Christen, F. E. Urondo y C. E. Hotschewer.

Mauricio Durrieu: *Consideraciones sobre la reforma de la legislación civil de la medianería proyectada por el doctor Juan A. Bibiloni.*

A. J. Pozzi y L. F. Bordale: *Cuadro sistemático de los peces marinos de la República Argentina.*

Sección Santa Fe de la Sociedad Científica Argentina: Ciclo de conferencias — Matemática y poesía. Sesión de comunicaciones del 27 de setiembre de 1935. Extracto de los trabajos presentados por los señores G. A. Fester, F. E. Urondo, H. Damianovich y J. Piazza, J. Piazza y H. Damianovich. Ciclo de conferencias — Concepción actual del universo. Sesión especial de comunicaciones del 22 de octubre de 1935. Ciclo de conferencias: *La radiación ósmia. El fallecimiento del Dr. Angel Mantovani.*

Roberto Dupeyron: *El Observatorio Meteorológico del Cristo Redentor.*

Salvador Canale Frau: *La araucanización de la Pampa.*

Antonio Carelli: *La fiebre tifoidea, endémica en San Juan de Cuyo.*

DONACIÓN EDUARDO GIRONDO

Tuvo efecto en 1935 la incorporación oficial a la de la Sociedad de la considerable biblioteca que fuera del Ingº don Eduardo Girondo, donadas, así como el mueble importante que la contiene por la familia del eminente ex-socio, donación de que están informados los señores socios.

La importante ceremonia tuvo lugar en la sala « Domingo F. Sarmiento » de la Sociedad, frente al gran muro en que se halla a la vista la valiosa donación, asistiendo al acto un representante del señor Presidente de la Nación, varios Ministros de Estados, Diplomáticos, Rectores de universidades, Decanos, Académicos, Consejeros, etc. Abrió el acto el Presidente de la Sociedad, siguiéndole en el uso de la palabra con un estudio medular el insigne literato don Leopoldo Lugones. El cuarteto de cuerdas integrado por los profesores Pedro N. Napolitano, violín; Víctor Ormaechea, violín; Edgardo Gambuzzi, viola; Alberto Schiuma, cello; interpretó algunos números de música de cámara.

BIBLIOTECA

Se ha proseguido la cuidadosa atención que merecen las importantes colecciones que contienen y que constituyen, sin lugar a dudas, el más valioso patrimonio de la Sociedad.

Durante el año transcurrido se han mantenido con toda cordialidad las relaciones con las instituciones que nos distinguen con sus canjes y sus donaciones, y asimismo se han iniciado otras, a las que se les desea un proficuo intercambio de mutuo interés científico.

Las colecciones de la Biblioteca continúan aumentando en avanzado ritmo, con el ingreso permanente de las revistas que se reciben en canje con nuestros *Anales* y en donación; además, algunas casas editoras, publicistas e instituciones, nos han honrado con la donación de obras de reciente edición. Las obras y publicaciones adquiridas o suscriptas completan este acopio de material de estudio o consulta.

También corresponde señalar especialmente las generosas donaciones de publicaciones con que nos han favorecido consocios y amigos, debiendo citarse por su importancia las de la señorita Julia Besio Moreno, de la familia del señor Federico Biraben y Dr. Rodolfo Rivarola.

La Biblioteca ha incorporado un servicio especial de reproducción fotográfica de su material impreso a precio sumamente económico. Ya ha sido utilizado por diversos consocios con todo éxito y se espera que sea aún mayor, por la verdadera importancia que inviste el poder disponer de copias fieles de trabajos especializados que a menudo se encuentran en revistas de limitada circulación en el país o exclusivamente entre nuestras existencias.

Otra aspiración que ha tomado forma, ha sido la de facilitar y abaratarle a nuestros consocios la adquisición de obras extranjeras. La Biblioteca dispone ahora de un servicio de adquisiciones, para lo cual ha gestionado rebajas interesantes de las casas editoras más importantes del mundo y los catálogos completos, actualizados periódicamente, de las obras que editan.

La organización interna de la Biblioteca permite informar rápidamente acerca de su contenido; no obstante, se introducen progresivos perfeccionamientos técnicos para su mejora, dentro de la medida en que lo hace posible el personal empleado.

Actualmente cuenta con una existencia de 38.600 volúmenes y 10.750 folletos; entre los primeros se incluyen los ejemplares o tomos de las 1.400 colecciones distintas de revistas.

Resumen del movimiento habido en la Biblioteca durante el año transcurrido.

Canjes nuevos

Faculty of Science — *Osaka Imperial University,* Osaka (Japón); *Instituto Sieroterápico Milanese,* Milano (Italia); *Oceanographic Laboratories* (University of Wáshington Library), *Seattle,* Wáshington (Estados Unidos); *Institut Botanique de l'Académie des Sciences de l'U. R. R. S.,* Leningrado (Rusia); *Archivos de la Asociación Médica del Hospital Pirovano* (Capital); *Societá Meteorologica Italiana,* Perugia (Italia); *Compte-Rendus de l'Académie des Sciences* (Institut de France), París (Francia); *Servicio Hidrográfico* — Ministerio de Marina (Capital); *Societá Veneziana di Storia Naturale,* Venezia (Italia); *Publications Biologiques de l'Ecole des Hautes Etudes Veterinaires,* Brno (Checoeslovaquia); *Arquivos de Clínica Oftalmológica e Oto-Rino Laringológica,* Porto Alegre (Brasil); *Biologja Lekarska,* Warzawa (Polonia); *Giornale Medico dell'Alto Adige,* Bolzano (Italia); *Rivista La Pediatria del Medico Pratico,* Torino (Italia); *Ateneo de Clínica Quirúrgica,* Montevideo (R. O. del Uruguay); Revista «*Estudios*» (Capital); *Institut Botanique de Tifflis,* Tifflis (Georgia); *University of Pennsylvania,* Philadelphia (Estados Unidos); *Instituto de Biología Vegetal,* Río de Janeiro (Brasil); *Departamento Nacional de Produçao Animal,* Río de Janeiro (Brasil); *Instituto Internacional Americano de Protección a la Infancia,* Montevideo (R. O. del Uruguay); *All Union Scientific Research Institute for Medicinal and Technical Plants,* Simferopol - Crimea (Rusia); *Transports,* París (Francia); *The University of Texas,* Austin - Texas (Estados Unidos); *Institut de Cosmobiologie,* Nice (Francia); *Deutsche Kolonial und Uebersee-Museum, Bremen,* Bahnhofsplatz (Alemania); *Lingnan Science Journal* (Lingnan University), Canton (China); *Société Chimique de France,* París (Francia); *Institut Industrielle de la Transcaucasie,* Tifflis (Georgia); *The National Museum,* Bloemfontein (Sud Africa).

Canjes reiniciados

Société d'Etude des Sciences Naturelles de Béziers, Béziers (Francia); *R. Istituto Superiore d'Ingegneria di Padova,* Padova (Italia); *Instituto Oswaldo Cruz,* Río de Janeiro (Brasil).

Canjes de baja

Archives Internationales de Pharmacodynamie et de Thérapie, Gand (Bélgica); *Arquivos do Jardin Botanique do Rio de Janeiro,* Río de Janeiro (Brasil). En reemplazo de esta publicación aparece *Arquivos do «Instituto de Bio-*

logía Vegetal» — (ver canjes nuevos); *Revista de Zootecnia e Veterinaria,* Río de Janeiro (Brasil). En reemplazo de esta publicación aparece Revista do «*Departamento Nacional da Produçao Animal*» — (ver canjes nuevos); *Archivo Nacional del Perú,* Lima (Perú); *Sociedad Geológica del Perú,* Lima (Perú).

Nuevas donaciones

Departamento General de Irrigación (Mendoza, R. A.); *The Explosives Engineer,* Wilmington - Delaware (Estados Unidos); *Dirección General de Estadística de la Provincia* (Mendoza, R. A.); *Société Prehistorique Française,* París (Frania); *Instituto y Observatorio de Marina,* San Fernando - Cádiz (España); *Société Anonyme des Ateliers de Constructions Mécaniques Escher Wyss,* Zurich (Suiza); *Instituto Geográfico, Catastral y de Estadística,* Madrid (España); *Rieles Argentinos,* (Capital); *Revista de Tisiología* (México, D. F.); *Asociación Argentina de Dermatología y Sifilología* (Capital); *El Día Médico Uruguayo,* Montevideo (R. O. del Uruguay); *Departamento de Minas y Petróleo del Ministerio de Industrias,* Bogotá (Colombia); *The Review of Scientific Instruments With Physics News and Views,* New York (Estados Unidos); *Sociedad de Obstetricia y Ginecología de Buenos Aires* (Capital); *Revue Positiviste Internacionale,* París (Francia); *Instituto del Museo de la Universidad Nacional de La Plata* (La Plata, R. A.); *Observatorio Astronómico de Madrid,* Madrid (España); *Revista Argentina de Paleontología y Antropología «Ameghinia»* (Capital); *Academia Nacional de Agronomía y Veterinaria* (Capital); *Societá Nazionale delle Officine di Savigliano* — Bollettino Tecnico Savigliano — Torino (Italia); *The General Electric C° Ltd.* — G. E. C. Journal —, Londres (Inglaterra); *Revista Siemens,* Berlín (Alemania); *Metropolitan - Vickers Gazette,* Manchester, 17 (Inglaterra); *Rivista Marelli,* Milano (Italia); *Rothamsted Experimental Station,* Harpenden, Herts (Inglaterra); *Revista «Actas Ciba»* (Capital); *Sociedade de Medicina e Cirugia de Sao Paulo,* Sao Paulo (Brasil); *Revista Cubana* — Dirección de Cultura — (Secretaría de Educación), La Habana (Cuba); *Sociedad Médico Quirúrgica del Guayas,* Guayaquil (Ecuador); *Agricultural Experiment Station* — College of Agriculture — West Virginia University, Morgantown, West Virginia (Estados Unidos); *Instituto de Investigaciones Agronómicas,* Madrid (España); *Instituto Bacteriológico de Chile,* Santiago (Chile); *Croce Rosse* — Rivista Sanitaria—, Roma (Italia); *Información Médica,* Valladolid (España); *Junta Reguladora de Vinos* (Capital); *Revista* Aeronáutica Argentina «*Alas*» (Capital); *Ibero - América,* Berlín (Alemania); *La Farmacia Argentina* (Santa Fé), R. A.); *Gaceta Odontológica* (Capital); *Revista Sudamericana de Botánica,* Montevideo (R. O. del Uruguay); *Departamento Nacional do Café,* Río de Janeiro (Brasil); *Instituto do Café do Estado de Sao Paulo,* Sao Paulo (Brasil); *El Electrotécnico* (Capital); *Anales Gráficos* (Capital); *Asociación Chilena de Química y Farmacia,* Santiago (Chile); *Instituto Nacional Mejía,* Quito (Ecuador); *Universidad de la Habana,* Habana (Cuba); *Le Monde Médical* (edic. española), París (Francia); *Revista Médica Veracruzana,* Veracruz (México); *Laboratoire de Plasmogenie,* (México, D. F.); *Sociedade de Medicina de Alagoas, Maceió - Alagoas* (Brasil); Secretaría da Agricultura, *Industria e Viaçao,* Recife - Estado de Pernambuco (Brasil).

Donaciones de baja

Servicio Hidrográfico — Ministerio de Marina (Capital). Estas publicaciones pasan a ser canje (ver canjes nuevos); *V. D. I.* (Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, Berlín (Alemania); *Folha Academica,* Río de Janeiro (Brasil); *A Folha Medica,* Río de Janeiro (Brasil).

Suscripción de baja

Compte-Rendus de l'Académie des Sciences (Institut de France), París (Francia). Esta publicación ha pasado a ser canje (ver canjes nuevos).

Publicación refundida

Por fusión de las revistas *Giornale di Chimica Industriale ed Applicata* y *L'Industria Chimica,* se adopta el título «La Chimica e l'Industria», llevando como subtítulo el nombre de ambas.

La Sociedad cuenta en la actualidad con 643 canjes, distribuídos en la siguiente forma:

Argentina, 86; Alemania, 49; Australia, 6; Austria, 4; Bélgica, 10; Bolivia, 1; Brasil, 26; Canadá, 10; Colombia, 3; Costa Rica, 2; Cuba, 9; Checoeslovaquia, 7; Chile, 10; China, 3; Dinamarca, 3; Ecuador, 3; Egipto, 1; España, 28; Estados Unidos, 83; Estonia, 2; Filipinas, 3; Finlandia, 5; Francia, 35; Georgia, 4; Holanda, 8; Hungría, 6; India Inglesa, 2; Inglaterra, 12; Irlanda, 2; Italia, 60; Japón, 20; Letonia, 8; Madagascar, 1; Marruecos, 2; México, 9; Nueva Zelandia, 3; Noruega, 2; Palestina, 1; Perú, 9; Polonia, 7; Portugal, 11; Rumania, 4; Rusia, 37; Serbia, 1; Suecia, 8; Suiza, 9; Sud Africa, 2; Transvaal, 1; Ukrania, 2; Uruguay, 20; Venezuela, 2; Yugoeslavia, 1.

Los libros (obras) prestados a los señores socios suman 55 y siguen siendo muy consultadas las numerosas colecciones de revistas, contándose 500 aproximadamente.

El movimiento habido en el período que terminó, puede observarse a través del siguiente detalle:

Canjes nuevos, 33; Canjes de baja, 5; Nuevas donaciones, 52; Canjes reiniciados, 3; Libros prestados, 55; Donaciones (libros y folletos), 355; Notas enviadas, 382; Notas recibidas y acuses de recibo, 565; Acuses de recibo y pedidos de revistas, enviados, 610.

LXIII ANIVERSARIO DE LA SOCIEDAD

Correspondía, como de ordinario, festejar el día 27 de julio el sexagésimo tercer aniversario de la fundación de nuestra Sociedad y decidió, como sabéis, la Junta Directiva realizarlo por medio de una reunión en la propia casa social, en que se encontraron los señores socios y sus familias. Tuvo lugar el acto en la gran sala de lectura « Domingo F. Sarmiento ».

Fué especialmente invitado a ese acontecimiento el Presidente de la Comisión Nacional de Cultura, Senador Nacional don Matías G. Sánchez Sorondo; en esta Comisión creada recientemente por la Ley Nacional Nº 11.723, tiene un representante la Sociedad, de carácter permanente.

Numerosa concurrencia acudió a la reunión y en ella se tuvo oportunidad de formular votos por el progreso de la Sociedad, su creciente prestigio y su actividad en aumento en beneficio de la cultura nacional y del saber público universal.

HOMENAJE A LOS SOCIOS MÁS ANTIGUOS

La circunstancia de ser relativamente moderno el movimiento de cultura no oficial en nuestro país, coloca a nuestra Sociedad en condiciones excepcionales por su obra de 63 años ininterrumpidos de labor, consolidados por sus CXX volúmenes de *Anales* de la Sociedad también ininterrumpidos desde la creación de aquéllos en el año 1876.

Así revisando la lista de socios, se encontró con que algunos nombres, considerados eminentes por sus contemporáneos, llevaban hasta más de medio siglo de pertenecer al grupo de sus socios. Creyó entonces justiciero la Junta, celebrar a aquellos socios activos que tuvieron más de 40 años de estar vinculados a la Sociedad en esa calidad de socios. Decidióse entonces organizar un acto de homenaje el cual tuvo lugar el día 12 de diciembre último, en el que se les ofreció un signo conmemorativo a los socios que lo habían sido durante 40 años por lo menos, entregándosele una medalla de oro que tenía en el anverso y reverso las siguientes inscripciones:

Sociedad Científica Argentina — 1872

Honor al socio .... en el XL aniversario de su

incorporación, 1935.

He aquí la nómina de los señores socios que se hallaban en esas condiciones con el número de años que fueron socios de la Sociedad:

Ingº Juan F. Sarhy	55 años
Ingº Rufino Varela	46 »
Ingº Sebastián Ghigliazza	46 »
Ingº Juan Rospide	45 »
Ing. Enrique Chanourdie	44 »
Ingº Julio Labarthe	44 »
Dr. Claro C. Dassen	43 »
Ingº Carlos Paquet	42 »
Ingº Mauricio Durrieu	41 »
Ingº Domingo Selva	41 »
Gral. Ingº Arturo M. Lugones	40 »

Solo faltaron al hermoso acto los señores socios Labarthe y Rospide ausentes de Buenos Aires, hallándose representados en él el señor Presidente de la Nación nuestro consocio Gral. Ingº Agustín P. Justo y las altas autoridades directivas, académicas y docentes de la vida científica nacional.

Ofreció la demostración el Presidente de la Sociedad Ingº Besio Moreno quien se refirió a la obra de la Sociedad, la autoridad de que goza y el alto valor científico y cultural de los socios celebrados, exponiendo los méritos, calidades y actuación de cada uno.

A estas palabras contestaron agradeciendo la demostración por sí y por sus compañeros los señores socios, Ingº Domingo Selva y Dr. Claro C. Dassen. Intervinieron algunos números de música de cámara a cargo del Trío « Buenos Aires » integrado por los profesores Luzzati, Napolitano y Pratesi.

ACTUACIÓN DE LA SOCIEDAD EN EL SENO DE LA COMISIÓN NACIONAL DE CULTURA

La Comisión Nacional de Cultura es un organismo creado por la Ley Nº 11.723, de Régimen legal de la Propiedad Intelectual, la que en su Art. 70 establece:

« A los fines establecidos en el artículo precedente créase la Comisión « Nacional de Cultura la que deberá dictarse su propio reglamento ad-refe- « rendum del Poder Ejecutivo, que se compondrá de doce miembros escogidos, « en la siguiente forma: Por el Rector de la Universidad de Buenos Aires; « por el Presidente del Consejo Nacional de Educación; por el Director de « la Biblioteca Nacional; por el Presidente de la Academia Argentina de « Letras; por el Presidente de la Comisión Nacional de Bellas Artes; por « el Director del Registro Nacional de Propiedad Intelectual; por el Presiden- « te de la Sociedad Científica Argentina; por un representante de la Sociedad « de Escritores; por un representante de la Sociedad de Autores Teatrales; « por un representante de la Sociedad de Composiciones de Música Popular « y de Cámara y por dos representantes del Congreso Nacional ».

Como integrante de esta Comisión Nacional, la Sociedad, por intermedio de su representante ha tomado la participación que le corresponde, en lo que se refiere particularmente a la parte científica, ofreciendo su colaboración, que ha sido siempre aceptada.

En particular ha debido intervenir en primer lugar en la reglamentación de los premios de estímulo y becas de perfeccionamiento, a cuyo efecto se citó oportunamente al Consejo Científico de la Sociedad el cual, en unión de la Junta Directiva precisó los detalles y delineamientos generales que, para la indicada reglamentación, propuso el representante de la Sociedad a la Comisión Nacional. Cumplo dejar constancia que salvo detalles de forma, las indicaciones de la Sociedad han sido aceptadas por la Comisión y luego por el Poder Ejecutivo de la Nación.

También hemos intervenido en la organización de las comisiones asesoras. Efectivamente, de acuerdo con el ofrecimiento hecho, la Comisión

Nacional aceptó que la Sociedad le propusiese a los miembros que habrían de constituir las comisiones y subcomisiones asesoras en las materias de carácter científico que integran los nueve grupos en que se ha clasificado la producción intelectual y artística. Corresponde transcribir el texto del ofrecimiento expuesto en el seno de la Comisión:

« Con referencia a la participación que a la Sociedad Científica Argentina « le corresponde en el seno de la Comisión Nacional de Cultura, de acuerdo « con la Ley, se resuelve que el representante de la Sociedad someta a con- « sideración de la Comisión Nacional, en nombre de la Junta Directiva y « del Consejo Científico los nombres de los miembros integrantes de las comi- « siones asesoras de los grupos de ciencias que a continuación se transcriben, « grupos que están dentro de la clasificación aceptada por el Superior Go- « bierno de acuerdo con la oportuna proposición de la Comisión Nacional de « Cultura.

« Grupo 1º: Ciencias Físicas, Químicas y Matemáticas.
« « 3º: Ciencias aplicadas a la Medicina.
« « 4º: Solo la parte relativa a la « Arqueología », siendo la designación total del grupo: « Obras de Historia, Arqueología y Filología ».
« « 5º: Ciencias Naturales y Biológicas.
« « 9º: Ciencias Aplicadas y Tecnología.

« A los grupos indicados corresponden las disciplinas cultivadas particu- « larmente por la Sociedad de lo cual da razón la obra realizada en sus 63 « años de vida, expuesta en los 119 tomos de sus « *Anales* », ya publicados « conferencias, actos etc.

« Se considera que no le corresponde intervención en los grupos restan- « tes, que son:

« Grupo 2º: Obras de imaginación en prosa.
« « 4º: La parte relativa a Historia y Filología.
« « 6º: Obras de Filosofía y Crítica y Ensayos.
« « 7º: Ciencias Sociales, Políticas y Jurídicas.
« « 8º: Poesías.

« Además se resuelve ofrecer a la Comisión Nacional de Cultura la organi- « zación, de parte de la Sociedad Científica Argentina, de las subcomisiones « asesoras, que fuese necesario, dependientes de las respectivas comisiones, a « efectos de que se puedan juzgar, con amplio conocimiento y justicia, las « diversas obras que se presenten para optar a premios ».

El Presidente de la Comisión contestó en los siguientes términos:

« Buenos Aires, diciembre 13 de 1935. Señor Presidente de la Sociedad « Científica Argentina, Ingº Nicolás Besio Moreno. De mi consideración: « Tengo el agrado de dirigirme al señor Presidente comunicándole que esta « Comisión en la sesión celebrada el 11 del corriente mes, ha considerado el « ofrecimiento formulado por el Dr. Reinaldo Vanossi en nombre de la « Sociedad Científica Argentina, referente a la forma de designar los seño- « res miembros que constituirán las comisiones asesoras para la asignación « de los premios a la producción científica.

« La Comisión Nacional de Cultura resolvió por unanimidad aceptar la

« colaboración de la Sociedad Científica Argentina; seguir el procedimiento « aconsejado en la mencionada oportunidad, y agradecer a dicha entidad su « valiosa cooperación.

« A esos efectos, pongo en su conocimiento que, de acuerdo con la regla- « mentación respectiva, la Sociedad Científica Argentina deberá proponer a « esta Comisión, antes de fin de año, los nombres de los señores miembros « que deben integrar las comisiones asesoras en las siguientes materias: « 1º Ciencias físicas, químicas y matemáticas; 2º Ciencias aplicadas a la « medicina.

« La Sociedad Científica Argentina determinará el número de miembros « que propondrá a esta Comisión, ya que la reglamentación respectiva no fija « ninguno.

« Me es grato saludar al señor Presidente con mi consideración más dis- « tinguida ». (Fdo.) M. G. Sánchez Sorondo, Presidente Homero M. Guglielmini, Secretario ».

De acuerdo con las constancias anteriores, se dió también intervención al Consejo Científico y Junta Directiva y se hicieron las propuestas pertinentes, previa consulta con las personas que habían sido elegidas. Dichas propuestas fueron aceptadas en su totalidad por el Presidente de la Comisión Nacional, autorizado para ello por resolución de la misma Comisión; habiendo ya tenido lugar una reunión preparatoria de esas comisiones asesoras, en la que acordó elevar un proyecto de reglamento interno.

Toca a la Sociedad, en consecuencia, desempeñar un papel fundamental en el seno de este nuevo organismo, en la parte relativa a actividades científicas.

Felizmente ha encontrado en sus gestiones y proposiciones el mejor apoyo, respetándose la opinión del representante, opinión que significa la de la Sociedad Científica Argentina, ya que en todos los casos en que se han debido tratar asuntos de carácter básico, aquél ha llevado el planteo de los mismos al seno de la Junta Directiva y Consejo Científico.

Es de esperar que en el futuro, la actuación de la Sociedad en el seno de la Comisión Nacional siga dentro de los términos en que se ha iniciado, procurando desempeñar la digna misión que la ley le ha acordado, con el más elevado sentido de responsabilidad; y tanto más cuanto que, reconocida su tradición en el ambiente intelectual del país, es la única de las instituciones científicas que interviene como constituyente de la Comisión Nacional de Cultura.

VII CONGRESO CIENTÍFICO AMERICANO

Al realizarse la conmemoración del XXV aniversario de nuestra Sociedad el entonces Presidente de la misma, doctor Angel Gallardo, propició la reunión de un Congreso Científico Latino Americano, cuya primera conferencia tuvo lugar en Buenos Aires en 1898.

A esa reunión siguieron las de Montevideo, Río de Janeiro y Santiago de Chile. En esta última celebración se incorporó al Congreso un nuevo estado: la Unión americana, por lo que dicho Congreso se llamó IV Congreso Científico, I Pan Americano. La V reunión (y segunda panamericana) se efectuó en Wáshington y la VI (tercera panamericana), tuvo lugar en Lima, pero en ella el Congreso resolvió adoptar la denominación seriada que se iniciara en Buenos Aires y así se llamó VI Congreso Científico Americano.

La VII reunión de este gran organismo se celebró en México en 1935 sin la participación de la Sociedad y sin la de la propia Nación en realidad. Lo que mejor ilustrará este lamentable episodio es el contenido de las notas cambiadas entre la Sociedad y el Comité organizador del Congreso, radicado en una Subsecretaría del Gobierno mexicano, recibidas oportunamente por los señores consocios, en que esa entidad lamenta las circunstancias que nos mantuvieron alejados del certamen.

CONFERENCIAS, CURSOS Y ACTOS

Como en años anteriores, la Sociedad ha realizado en sus diversas salas numerosas conferencias sobre temas relacionados con las diferentes ramas de las ciencias, las que estuvieron a cargo de distinguidas personalidades e intelectuales.

Además de las conferencias se ha dictado un cursillo de especialización « Sobre la teoría de los grupos », desarrollado por el Dr. Alberto E. Sagastume Berra.

La nómina de las conferencias patrocinadas por la Sociedad, es la siguiente:

7 de mayo. Dr. Fritz Merck: *Resumen de investigaciones científicas realizadas por los laboratorios E. Merck, con preferencia sobre las vitaminas.*

11, 13 y 14 mayo. Prof. Carlos E. Dieulefait: *La teoría de las funciones de frecuencias en la Estadística matemática.* — Sumario: *Probabilidad y frecuencia. La Estadística matemática. Los esquemas fundamentales. El método del Prof. Karl Pearson. Las generalizaciones mediante series de polinomios ortogonales. La serie de Gram - Charlier. Las normalizaciones de funciones de frecuencias. Consecuencias.*

16 de mayo. Dr. Oscar Fontecilla: *¿Qué se ha hecho la histeria?*

20 de mayo. Dr. Santín Carlos Rossi: *El criterio fisiológico y sus diversas aplicaciones.*

31 de mayo. Sr. Guillermo Hoxmark: *Nuevos rumbos en las previsiones meteorológicas.*

7 de junio. Dr. Luciano R. Catalano: *Factores científicos que intervienen en la formación de los penitentes de nieve.*

12 de junio. Prof. Pedro Serié: *Hábitos de nidificación de aves argentinas.*

14 de junio. Dr. Cristofredo Jakob: *Alrededor del Tronador: Una excursión biogeográfica.*

19 de junio. Prof. Pedro Serié: *Batracios argentinos. Sus formas y costumbres.*

27 de junio. Sr. Guillermo Hoxmark: *Importancia económica de la Meteorología agrícola.*

3 de julio. Dr. Rómulo D. Carbia: *Una nueva historia del descubrimiento de América.*

10 de julio. Prof. Ernesto Nelson: *Teoría y Práctica de la Enseñanza de la Higiene.*

4 de agosto. M. Valentín Brifaut: *El porvenir de la navegación aérea.* (Esta conferencia fué también auspiciada por el Instituto de Cultura Belga Argentino).

12 de agosto. Dr. Hellmut Simons: *La Coordinación de Transportes en la Ciudad de Berlín. Algunas sugestiones para la solución de nuestro problema.*

13 de agosto. Prof. Gustavo Pittaluga: Cajal — *La técnica y la ética en el trabajo científico.*

2 de setiembre. Acto de homenaje en Conmemoración del aniversario de la Independencia del Brasil: Palabras del señor Presidente del Instituto Argentino Brasileño de Cultura, Dr. Rodolfo Rivarola. Conferencia del señor Fermín Estrella Gutiérrez, en representación de la Sociedad Argentina de Escritores, sobre «*El Brasil intelectual*».

6 de setiembre. Acto de homenaje al Brasil. Dr. Pedro Belou: *La Medicina Brasileña en 1922.* Dr. Pedro Escudero: *Orientación de la Ciencia Médica en el Brasil.* (Acto auspiciado por el Instituto Argentino - Brasileño de Cultura, por el Museo Social Argentino, por la Cámara de Comercio Argentino - Brasileña, por el Círculo Argentino de Escritores, por el Colegio de Abogados y por el Ateneo Ibero Americano).

10 de octubre. Ingº Carlos Posadas: *La antigüedad del mundo y del hombre.*

15 de octubre. Prof. Philibert Guinier: *La madera en la construcción y en la industria moderna.*

25 de octubre. Dr. Divico Alberto Fürnkorn: *Valores y factores económicos de la Asistencia Social.*

8 de noviembre. Dr. Tomás L. Marini: *Las truchas y salmones en nuestro Parque Nacional de Nahuel Huapí.*

Exhibición cinematográfica: *Peces y pescadores en el Parque Nacional del Sud,* presentada por el Dr. José Llauró.

16 de noviembre. Dr. Gregorio Aráoz Alfaro: *La Educación Física y Moral de nuestros niños.* (Auspiciada por la Asociación por los Derechos del Niño).

30 de diciembre. Dr. Ismaél Gajardo Reyes: *Los errores en la estadística provenientes de las irregularidades del calendario.*

La Sociedad Nacional de Biología, Sección de la Sociedad Científica Argentina, ha efectuado dos reuniones científicas, a saber:

9 de noviembre. Reunión Científica en homenaje al Dr. Carlos E. Porter (de Chile) de acuerdo con el siguiente orden del día:

Prof. F. L. Soler y C. Soler: *Papel de los músculos intercostales.*

Prof. Marcos Breyter: *Reacción de Friedman comparativa presentado por el Dr. A. Gascón.*

Prof. F. L. Soler: *Inhibición neumogástrica en algunas especies argentinas silvestres.*

Dr. A. Gascón: *Tensión de* O^2 *y eritroglobulia.*

Profª Lucía Negrete: *a*) *Nota inicial sobre un alcaloide del Solanum argentinum. Sentd; b*) *Contribución al estudio de la Vallesia Glabra* (Link); *c*) *Nota inicial químico - farmacodinámico de la Senesbonina, del Senecio Bomani R. E. Fries; d*) *Sobre el predominio de efectos hipertensores de la cocaína del Fagaro Coco*; *e*) *Contribución al estudio farmacodinámico de la*

Senesbrasilina del Senecio Brasiliensis. Lees; *f) Acción hipertensora predominante de la Senecinina bonariensis. Hook et Arn; g) Estudio farmacodinámico de la xanthoseylina del Fagaro Naranjillo.* Griseb; *h) Investigación de saponinas en la Bongainvillex stipitata y B. stipitata var Longispina.* Heimerl.

Dr. A. Gascón: *Consideraciones sobre el verdadero valor de la reserva alcalina.* (Método de Van Slyke).

11 enero 1936. Dres. Holmberg y F. L. Soler: *La lengua del camaleón pequeño del Cabo de Buena Esperanza.*

Dra. Lucía Negrete: *a) Normas adoptadas para la representación de las colecciones botánicas, farmacológicas y biológicas; b) Nuevas investigaciones Fitoquímicas.*

Dr. Benjamín D. Martínez (h): *Contribución al diagnóstico de la meningitis tuberculosa.*

Sr. Ricardo Orfila: *Los loros como enemigos de la fruticultura.*

El cursillo de especialización dictado por nuestro distinguido consocio, Dr. Alberto E. Sagastume Berra, « Sobre la teoría de los grupos », consideró los siguientes puntos:

1º de agosto. *El concepto de grupo. Definiciones y axiomas. Grupos de permutaciones, transformaciones, etc. Clasificación de los grupos. Grupos poliédricos. Grupos abelianos.*

8 de agosto. *Subgrupos, clases contiguas, subgrupos invariantes. Insoforfismo. Representación de los grupos abstractos. Teorema de Cayley. Representación regular.*

22 de agosto. *Grupos de sustituciones o de matrices. Matrices diagonales. Grupos equivalentes. Grupos reducibles e irreducibles. Representación idéntica. Ejemplos.*

29 de agosto. *Caracteres de los grupos. Relaciones entre ellos. El grupo adjunto.*

5 de setiembre. *Los grupos infinitos discretos. Grupos libres. Elementos generadores. Grupos con relaciones. Problemas fundamentales. El teorema de Tietzé. Aplicaciones.*

Patrocinadas por « Los Amigos de la Ciudad »

25 de julio. Dr. Adolfo D. Holmberg: *Nueva ubicación del Jardín Zoológico.*

8 de agosto. Dr. Raúl Ortega Belgrano: *El hombre enemigo de sí mismo.*

29 de agosto. Dr. Camilo Marchesi: *Ruidos molestos.*

2 de octubre. Concierto vocal e instrumental por el cuarteto Pessina y charla sobre urbanismo, con proyecciones luminosas, por el Arqº Rómulo Ruíz Moreno.

20 de noviembre. Prof. Alberto Sartori: *La Ciudad Corporativa.*

Patrocinadas por el Instituto Cultural Argentino Germano

27 de julio. Conferencia y proyecciones luminosas acerca de: *Castillos Románticos de Alemania. El Museo de Munich y el Crecimiento de las Plantas,* a cargo del Director del Departamento de Enseñanza, Dr. Guillermo Keiper.

29 de noviembre. Dr. Guillermo Keiper: *Las nuevas tendencias pedagógicas en Alemania.*

Patrocinadas por la Asociación Argentina de Biotipología, Eugenesia y Medicina Social

1º de abril. Acto de inauguración de los cursos de la Escuela Politécnica de Biotipología.

9 de mayo. Dr. Raúl Ortega Belgrano: *Los llamados incurables.*

Patrocinadas por la Asociación Argentina de Cultura Inglesa

14 de agosto. Dr. Lord Mac Millan: *The Commerce of ideas.*

26 de agosto. Ingº Sir Richard Redmayne: *The growth of the British Civil Service.*

16 de agosto. Festival cultural destinado a la propagación del idioma inglés en la Argentina.

Patrocinadas por la Asociación de Visitadoras de Higiene Social de la Facultad de Ciencias Médicas

1º y 22 de agosto. Dr. Pílades Dezeo: *La Higiene y los problemas económicos.*

12 de setiembre. Dr. Carlos F. Gandolfo: *El rol de la visitadora.*

3 de octubre. Dra. Carolina Tobal Gancía: *Rol de la visitadora en los problemas de la conducta infantil.*

24 de octubre. Dr. Isidoro R. Steinberg: *La mujer en la medicina.*

Patrocinadas por el Instituto Argentino de Cultura Itálica

21 de noviembre. Ingº Agrº Victorino Vezzani: *La industria zootécnica italiana y las directivas de su incremento.*

28 de noviembre. Sr. Aquiles Campanile: *¿Qué es el humorismo?* (Auspiciada por la Academia Nacional de Agronomía y Veterinaria).

Patrocinadas por la Academia Nacional de Agronomía y Veterinaria

30 de setiembre. Prof. Blas Longo: *La metamórfosis en las plantas.*

12 de noviembre. Prof. Alberto Sartori: *Problemas de Urbanismo Mundial.*

Patrocinadas por el Instituto de Cultura Belgo Argentina

5 de agosto. Sr. Armando Tombeur: *San Martín en Bruselas. El General Roca y su época.*

4 de setiembre. M. Valentín Brifaut: *Porvenir de la Navegación aérea.*

Patrocinadas por el Círculo de Bellas Artes «Juan Sebastián Bach»

11 de octubre. Concierto y conferencia sobre obras de Juan Sebastián Bach, conmemorando el tercer aniversario de la fundación del Círculo Bach.

14 de diciembre. Concierto de piano y conferencia: Homenaje póstumo en memoria del malogrado aviador civil don Santiago Pascual Barrios.

Patrocinadas por el Club de Madres

3 de abril. Exhibición cinematográfica.
13 de diciembre. Sra. Josefina Moyano de Renard: *Educación Pre-escolar.*

Patrocinada por la Cámara Argentina de Colonización

19 de agosto. Sr. Walter Schlesinger: *Reflexiones sobre el problema de la colonización. Colonias agrícolas húngaras en la República Argentina.* Terminada la conferencia se exhibió la película del Gobierno de Hungría, titulada « La Hungría actual ».

Patrocinadas por la Sociedad Argentina de Estudios Geográficos « Gaea »

19 al 26 de setiembre. Conferencias, disertaciones, rodaje de cintas. Sesiones inaugural y de clausura de la *Segunda Reunión Argentina de Geografía.*

Patrocinadas por la Asociación Bioquímica Argentina

31 de agosto. Inauguración del Tríduo científico.
3 de setiembre. Sesión de clausura del Triduo científico.

Patrocinada por la Confederación Femenina Argentina

9 de octubre. Dra. María Teresa F. de Garosino: *El alcoholismo en la mujer.*

Patrocinada por la Asociación del Profesorado

18 de noviembre. Exhibición cinematográfica por el « Cine Club Argentino ».

Patrocinadas por el Cine Club Argentino

3 de abril. Inauguración oficial de la temporada. Exhibición cinematográfica de carácter panorámico.
2 de julio. Exhibición cinematográfica.
28 de setiembre. Exhibición cinematográfica.
4 de octubre. Exhibición cinematográfica.
2 de noviembre. Exhibición cinematográfica.
18 de noviembre. Exhibición cinematográfica.

Patrocinada por la Sociedad Argentina de la Cruz Roja

19 de julio. Distribución de diplomas a las Samaritanas y Enfermeras egresadas el último año escolar.

Patrocinado por la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales

5 de octubre. Homenaje a la memoria del Dr. José M. de la Rúa, ex-profesor de la Universidad Nacional de Buenos Aires y ex-Presidente de la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales.

Patrocinada por la Asociación Argentina de Música de Cámara

19 de diciembre. Recital de canto y piano por la señorita Esther Calero Michielsens, y exhibición cinematográfica por el « Cine Club Argentino ».

Patrocinado por el Instituto Grafotécnico

28 de setiembre. Homenaje a Lope de Vega en el tercer centenario de su fallecimiento, auspiciado por el Consejo Superior y la Dirección del Instituto, bajo la presidencia del Rector de la Universidad de Buenos Aires.

Patrocinado por el Primer Congreso Argentino de Urbanismo

18 de octubre. Acto con motivo de la Sesión de clausura de dicho Congreso.

Patrocinados por el Círculo Musical

29 de abril. Concierto.
6 de mayo. Concierto.
1 de junio. Concierto.

Patrocinado por la Asociación Cultural y Social « Helena Larroque de Roffo »

16 de agosto. Acto de entrega de premios.

Patrocinada por el Touring Club Argentino

18 de junio. Dr. Federico Reichert: *Expedición al glaciar del valle del Río Plomo.*

A todas estas conferencias y actos fueron invitados nuestros socios.

SOCIEDADES RESIDENTES

De acuerdo a la resolución adoptada por la Junta Directiva de la Sociedad, en sesión de 25 de setiembre de 1934, la que figura íntegramente transcripta en las páginas 10 y 11 de la Memoria impresa correspondiente al ejercico de aquel año, entraron a ocupar locales de la Sociedad algunas entidades de cultura estrictamente desinteresadas.

Fuimos solicitados en diversas oportunidades por instituciones diversas de gran autoridad y de verdadera importancia para que las admitiéramos en nuestra sede, pero la Junta no accedió a ello, pues aunque se trataba de instituciones de prestigio, responsabilidad y calidad científica, sus fines no eran rigurosamente desinteresados, pues las considerábamos gremiales a la par que científicas. Dichas sociedades podrán realizar actos culturales o reuniones en la Sociedad pero no entrar a ella como instituciones residentes.

El día 31 de diciembre de 1935 las sociedades residentes en nuestras salas eran las siguientes:

Academia Nacional de Agronomía y Veterinaria.
Sociedad Argentina de Estudios Geográficos « Gaea ».
Asociación Argentina de Biotipología, Eugenesia y Medicina Social.
Asociación por los Derechos del Niño.
Cine Club Argentino.

Todas ellas de gran labor cultural, científica y docente, de positivo prestigio y de gran seriedad en su acción.

Ningún inconveniente ha emanado de esta feliz convivencia y muchas ventajas, entre otras el uso en común por parte de los socios de todas las bibliotecas especiales de cada una de las sociedades y entidades enumeradas.

SECRETARÍAS

Las secretarías han sido desempeñadas: la de actas por el Dr. Antonio Casacuberta y la de correspondencia por el Dr. Elías A. De Cesare.

Tanto el Secretario de actas como el de correspondencia, han atendido las delicadas tareas que dichos cargos requieren con encomiable dedicación y laboriosidad, despachando todos los asuntos entrados y resueltos por la Junta Directiva, redactando las actas de Asamblea, de Junta Directiva y del Consejo Científico, y toda la correspondencia social.

Durante el año transcurrido, como lo dije anteriormente, la Junta Directiva ha sesionado 31 veces y las notas despachadas en igual período alcanzan a la cantidad de 820, a las cuales debe agregarse las 2800 circulares firmadas remitidas a los señores socios, relativas: *a*) adquisición por parte de los señores socios de obras científicas de casas editoras extranjeras, con descuento; *b*) solicitando la remisión de datos biográficos con destino al legajo personal y archivo; *c*) creación de un servicio anexo a la Biblioteca, de carácter público, de reproducción fotográfica a escala natural de páginas impresas, fotografías, diseños, planos, mapas, etc.; *d*) propuestas hechas a la Comisión Nacional de Cultura para integrar las comisiones asesoras que han de dictaminar sobre las obras que opten a los premios nacionales de ciencias; *e*) datos ilustrativos sobre el estado financiero de la Sociedad durante los años 1934 y 1935; *f*) notas cambiadas entre las autoridades del VII Congreso Científico Americano y la Sociedad, relativas a las razones que motivaron la ausencia argentina en el importante certamen; *g*) solicitando a los miembros del Consejo Científico y de la Junta Directiva sus puntos de vista sobre los temas oficiales del Congreso Argentino Universitario.

Si a las dos cifras mencionadas anteriormente, agregamos las 225 notas despachadas por la Gerencia, habremos de convenir que la labor de los señores secretarios ha sido ardua e intensa.

Me es grato dejar constancia de que el Dr. Casacuberta, además de las tareas inherentes a su cargo, ha trabajado con empeño encomiable en el de Apoderado General de la Sociedad y en el de la Comisión de Hacienda, debiéndosele a su constante perseverancia, muchos de los beneficios y mejoras obtenidas en la parte financiera de la Institución.

TESORERÍA

El Arq° Carlos E. Géneau, además de desempeñar el cargo de Tesorero, ha integrado la Comisión de Hacienda conjuntamente con el Dr. Antonio Casacuberta y el Ing° Guillermo Buontempo, atendiendo ambos asuntos con asidua y constante atención.

El movimiento de socios habido durante el período administrativo terminado, ha sido el siguiente:

En 31 de marzo de 1935	315	36
Han ingresado durante el período	41	5
Se han reincorporado	5	—
Totales	261	41
Se han eliminado por diferentes causas	44	10
Quedan en 31 de marzo de 1936	317	31

Durante el período han ingresado los siguientes socios:

Activos: Ing° Rafael Ayerza (reincorporado), Sr. Nicolás Camus, Ing° Benjamín Edelberg, Ing° Luis Curutchet (reincorporado), Dr. Samuel Madrid Páez, Dra. Clotilde C. Molle, Ing° Bruno F. Quinterno, Dr. Julio C. de Kinkelin Pelletan, Dr. Antonio Carelli, Dr. Luis Siri, Dr. Angel Robles, Prof. Ernesto Nelson, Ing° Julio Vela Huergo, Dr. Gregorio Aráoz Alfaro (reincorporado), Ing° Juan E. De la Iñi, Dr. Raúl Ortega Belgrano, Ing° Héctor Ottonello, Dr. Guillermo Schultz (reincorporado), Sr. Martín Gil, Dr. Juan B. Gonella, Dr. Hellmut Simons, Dr. Bernardo A. Houssay, Dr. José Valls, Dr. Miguel Bordato, Sr. Dardo Corvalán Mendilaharzu, Gral. José Pascual Páez, Dr. Emilio Ravignani, Ing° Emilio J. Ringuelet, Dr. Alberto G. Peralta Ramos (h.), Ing° Alfredo G. Galmarini (reincorporado), Sr. Hernando W. Figuerero, Ing° Carlos Mario Zavalla, Dr. Luciano P. Allende Lezama, Ing° Franco E. Devoto, Dr. Divico A. Fürnkorn, Dr. Tomás L. Marini, Dr. José Llauró, Dr. Modesto Polti, Dr. R. Armando Marotta, Dr. Ricardo Seeber, Dr. Guillermo Keiper, Sr. Enrique de la Cárcova, Dr. Juan Carlos Podestá, Dr. Aníbal F. Chizzini Melo, Dr. Santo E. Faré, Ing° Eduardo E. Baglietto, Dr. Alejandro von der Becke, Sr. Juan Antonio Andrioletti.

Adherentes: Señores Julio Adolfo Laporte, Raúl A. Ruy, Martín L. C. Folcini, Wolf Wechsler, Tirso Alberto Zenarruza Johnson.

Correspondientes: Dr. Luis Jiménez de Asúa (Madrid), Dr. Juvenal Hernández (Santiago, Ch.), Dr. Carlos Oliver Schneider (Concepción, Ch.), Ing° Germán Greve (Santiago, Ch.), Ing° Arturo Fontecilla Larrain (Santiago, Ch.), Dr. Carlos Fiebrig (Asunción), Ing° Philibert Guinier (Nancy, Fr).

La Sociedad ha tenido que lamentar durante el año transcurrido el fallecimiento de los siguientes socios: Ing° Francisco Seguí, Ing° Carlos M. Albarracín, Ing° Guillermo Céspedes, Ing° Alfredo Galtero, Dr. Samuel Madrid Páez y señor Juan Santiago Hall, a quienes la Junta Directiva les tributó el correspondiente homenaje.

Los socios honorarios con que cuenta actualmente la Sociedad son los siguientes: Dr. Eduardo L. Holmberg, Dr. Walther Nernst, Ingº Guillermo Marconi y Dr. Alberto Einstein.

Los socios honorarios que ha tenido la Sociedad desde su fundación, son: Dr. Pedro Visca, Dr. Mario Isola, Dr. Germán Burmeister, Dr. Benjamín A. Gould, Dr. R. A. Philippi, Dr. Guillermo Rawson, Dr. Carlos Berg, Dr. Valentín Balbín, Dr. Florentino Ameghino, Dr. Carlos Darwin, Dr. César Lombroso, Ingº Luis A. Huergo, Ingº Vicente Castro, Dr. Juan J. J. Kyle, Dr. Estanislao S. Zeballos, Ingº Santiago E. Barabino, Dr. Carlos Spegazzini, Ingº J. Mendizábal Tamborel, Dr. Enrique Ferri, Ingº Eduardo Huergo y Dr. Angel Gallardo. Todos ellos fallecidos.

En resumen, los socios con que cuenta actualmente la Sociedad, son los siguientes:

Honorarios	4	
Vitalicio	1	
Correspondientes	56	
Activos	317	
Adherentes	31	
Protectores de la Organización Didáctica de Buenos Aires	3	412
Sección Córdoba	141	
Sección Santa Fé	55	
Sección Mendoza	33	229
Total general		641

BALANCE DE COMPROBACION Y SALDOS
Año económico 1935/936

	Debe	Haber	Debe	Haber
2 Capital		851.171,75		851.171,75
3 Organización Didáctica . . .	1.380,70	5.099,05		3.718,35
4 Acciones Edificio Social . .		3.710,—		3.710,—
5 Muebles y Utiles	29.721,01		29.721,01	
7 Edificio Social (Cevallos) .	41.893,78		41.893,78	
16 Tít. Deuda Ext. Bs. Aires .	227,27		227,27	
17 Céd. Hip. Arg. Serie E. . .	3.648,—		3,648,—	
18 Céd. Hip. Arg. Serie C. . .	1.442,10		1.442,10	
19 Cert. Emp. de Canc. y Fom. .	8.492,89		8,492,89	
20 Nuevo Edificio Social . . .	464.008,78		464.008,78	
38 Conc. terreno Santa Fé . . .	118.104,—	3.108,—	114.996,—	
40 Gobierno Nacional	22.000,—	6.300,—	15.700,—	
42 Comité VII Cong. Científico	181.90		181,90	
47 Comisiones	1.331,60		1.331,60	
49 Biblioteca	161.117,65		161.117,65	
51 Fernando A. Coni	2.144,05	2.144,05		
53 Sueldos	8.880,—		8,880,—	
57 Recibos al cobro	19.340,—	16.328,—	3.012,—	
59 Intereses		828,31		828,31
62 Bonos Hip. Const. Econ. . .	484,50		484,50	
64 Banco de la Nación	37.119,10	29.743,10	7,376,—	
67 Anales	7.033,92	3.756,32	3,277,60	
68 Gastos Generales	6.389,26	3.259,25	3,130,01	
71 Caja	63.533,60	63.223,22	310,38	
76 Cuotas de socios	2.080,—	15.422,—		13.342,—
79 Tomás Palumbo	7.121,98	7.121,98		
81 Subsidio Gob. Nacional . .	10.133,34	5.066,67	5.066,67	
82 Subsidio Municipal	14.000,—	9.000,—	5.000,—	
83 Sección Santa Fé		850,—		850,—
84 Conc. Sub. Gob. Nacional . .		3.800,—		3.800,—
86 Sección Córdoba		944,93		944,93
87 Casa Cevallos 269	518,45	1.300,—		781,55
91 Contribuc. a G. Generales .		3.259,25		3.259,25
93 Amort. conc. ter. Santa Fé	3.108,—		3.108,—	
Sumas iguales	1035435,88	1035435,88	882.406,14	882.406,14

Buenos Aires, marzo 31 de 1936.

CARLOS E. GÉNEAU
Tesorero

Vº Bº

ADOLFO E. PORRAL
Gerente

NICOLÁS BESIO MORENO
Presidente

ANTONIO CASACUBERTA — ELÍAS A. DE CESARE
Secretarios

BALANCE GENERAL

ACTIVO

Muebles y Utiles	$	29.721,01
Edificio Social (Cevallos 269	»	41.893,78
Título Deuda Pública Externa Provincia Buenos Aires	»	227,27
Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie E.	»	3.648,—
Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie C.	»	1.442,10
Certificados Empréstito de Cancelación y Fomento	»	8.942,89
Bonos Hipotecarios de Construcciones Económicas	»	484,50
Concesión terreno Santa Fé 1145	»	114.996,—
Nuevo Edificio Social (Santa Fé 1145)	»	464.008,78
Gobierno Nacional	»	15.700,—
Comité VII Congreso Científico Argentino	»	181,90
Biblioteca Social	»	161.117,05
Recibos al cobro	»	3.012,—
Subsidio Gobierno Nacional	»	5.066,67
Subsidio Municipal	»	5.000,—
Banco de la Nación Argentina	»	7.376,—
Caja	»	310,38
Total	$	862.678,93

CARLOS E. GÉNEAU
Tesorero

ADOLFO E. PORRAL
Gerente

DEMOSTRACION DE

DEBE

Amortización concesión terreno Santa Fé	$	3.108,—
Gastos Generales	»	3.130,01
Sueldos	»	8.880,—
Comisiones	»	1.331,60
Anales	»	3.277,60
Utilidad del ejercicio	»	4.078,83
Total	$	23.806,04

CARLOS E. GÉNEAU
Tesorero

ADOLFO E. PORRAL
Gerente

AÑO ECONOMICO 1935/1936

		PASIVO
Capital Social	$	855.250,58
Organización Didáctica de Buenos Aires	»	3.718,35
Acciones Edificio Social (Cevallos 269)	»	3.710,—
Total	$	862.678,93

Buenos Aires, marzo 31 de 1936.

Vº Bº

NICOLÁS BESIO MORENO
Presidente

ANTONIO CASACUBERTA — ELÍAS A. DE CESARE
Secretarios

GANANCIAS Y PERDIDAS

		HABER
Cuotas de socios	$	13.342,—
Intereses	»	828,31
Sección Santa Fé	»	850,—
Sección Córdoba	»	944,93
Concesión Subsidio Gobierno Nacional	»	3.800,—
Casa Cevallos 269	»	781,55
Contribución a Gastos Generales	»	3.259,25
Total	$	23.806,04

Buenos Aires, marzo 31 de 1936.

Vº Bº

NICOLÁS BESIO MORENO
Presidente

ANTONIO CASACUBERTA — ELÍAS A. DE CESARE
Secretarios

BALANCE GENERAL AÑO ECONOMICO 1935/1936

ACTIVO		
Muebles y Utiles	$	29.721,01
Edificio Social (Cevallos 269	»	41.893,78
Título Deuda Pública Externa Provincia Buenos Aires	»	227,27
Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie E.	»	3.648,—
Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie C.	»	1.442,10
Certificados Empréstito de Cancelación y Fomento	»	8.942,89
Bonos Hipotecarios de Construcciones Económicas	»	484,50
Concesión terreno Santa Fé 1145	»	114.996,—
Nuevo Edificio Social (Santa Fé 1145)	»	464.008,75
Gobierno Nacional	»	15.700,—
Comité VII Congreso Científico Argentino	»	181,90
Biblioteca Social	»	161.117,05
Recibos al cobro	»	3.012,—
Subsidio Gobierno Nacional	»	5.066,67
Subsidio Municipal	»	5.000,—
Banco de la Nación Argentina	»	7.376,—
Caja	»	310,38
Total	$	862.678,93

PASIVO		
Capital Social	$	855.250,58
Organización Didáctica de Buenos Aires	»	3.718,35
Acciones Edificio Social (Cevallos 269)	»	3.710,—
Total	$	862.678,93

Buenos Aires, marzo 31 de 1936.

Vº Bº

CARLOS E. GÉNEAU
Tesorero

ADOLFO E. PORRAL
Gerente

NICOLÁS BESIO MORENO
Presidente

ANTONIO CASACUBERTA — ELÍAS A. DE CESARE
Secretarios

DEMOSTRACION DE GANANCIAS Y PERDIDAS

DEBE		
Amortización concesión terreno Santa Fé	$	3.108,—
Gastos Generales	»	3.130,01
Sueldos	»	8.880,—
Comisiones	»	1.331,60
Anales	»	3.277,60
Utilidad del ejercicio	»	4.078,83
Total	$	23.806,04

HABER		
Cuotas de socios	$	13.342,—
Intereses	»	828,31
Sección Santa Fé	»	850,—
Sección Córdoba	»	944,93
Concesión Subsidio Gobierno Nacional	»	3.800,—
Casa Cevallos 269	»	781,55
Contribución a Gastos Generales	»	3.259,25
Total	$	23.806,04

Buenos Aires, marzo 31 de 1936.

Vº Bº

CARLOS E. GÉNEAU
Tesorero

ADOLFO E. PORRAL
Gerente

NICOLÁS BESIO MORENO
Presidente

ANTONIO CASACUBERTA — ELÍAS A. DE CESARE
Secretarios

PATRIMONIO DE LA SOCIEDAD

Los bienes del activo de la Sociedad están comprobados por los documentos y elementos que a continuación se detallan y que son las constancias de su existencia legal:

a) *Muebles y útiles*, por valor de $ 29.921,01 m/n, se encuentran en el nuevo edificio social; adornan sus salas, habitaciones y dependencias.

a) *Edifico social*, avaluado en $ 41.893,78 m/n, cuyo título de propiedad se encuentra en la Gerencia de la Sociedad.

c) *Títulos y acciones*, que suman $ 14 294,26 m/n, ($ 15.050,— m/n nominales y $ 100 o/s nominales) y que se encuentran depositados en custodia en el Banco de la Nación Argentina con la siguiente distribución:

1º Un título de la Deuda Pública Externa de la Provincia de Buenos Aires, Nº 163.257, por valor de cien pesos oro sellado nominales ($ 100,00 o/s n.).

2º Nueve mil pesos nominales ($ 9.000,—) de Certificados provisorios del Empréstito de Cancelación y Fomento General; cuatro mil pesos nominales ($ 4.000,—) de Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie E. y mil quinientos pesos nominales ($ 1.500,—) de Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie C.

3º Un título Bonos Hipotecarios de Construcciones Económicas (Municipal), segunda serie, Nº 158.587, por valor de quinientos cincuenta pesos nominales ($ 550,—). ($ 50,— nominales corresponde a la prima de conversión).

d) Concesión terreno Santa Fé 1145, avaluada en $ 155.400,— m/n. Emerge de la Ordenanza Municipal de fecha 14 de julio de 1922 que acuerda el terreno para construir el palacio de la Sociedad

e) Nuevo edificio social, costo real $ 464.008,78 m/n, gastados por el Gobierno Nacional para levantar el palacio de la calle Santa Fé 1145.

f) Biblioteca social, avaluada en $ 161.117,65 m/n y representada por 38.600 volúmenes, folletos, « *Anales* », etc.

SANCIONES DE LAS CÁMARAS

Por la importancia que tienen, aun cuando no llegaron a convertirse en ley todas ellas por falta material de tiempo, dada la importancia que tienen, transcribimos a continuación algunas sanciones de las Cámaras del Congreso Nacional que se refieren a la Sociedad.

Esperamos que estas sanciones han de convertirse en leyes nacionales en el corriente año parlamentario.

He aquí las sanciones referidas:

Cámara de Diputados. Sesión 26 de setiembre de 1935, pág. 2428 del Diario de Sesiones Nº 37. Asunto 36. Exención de impuestos. Orden del día Nº 206-Nº 5. Honorable Cámara: La Comisión de Presupuesto y Hacienda ha tomado en consideración la solicitud presentada por la Sociedad Científica Argentina pidiendo se le exima del pago de todos los derechos que la gravan; y, por las razones que dará el miembro informante, aconseja la sanción del siguiente Proyecto de ley. - El Senado y Cámara de Diputados, etc. Art. 1º Exímese a la Sociedad Científica Argentina del pago de impuesto de contribución territorial. Art. 2º Comuníquese, etc. Sala de la Comisión, setiembre 17 de 1935. (Fdo.): Raúl Godoy, Adolfo Dickmann, José M. Bustillo, Alfredo Alonso, Juan F. Morrogh Bernard, Eduardo Bruchou, Julio A. Noble, Abraham de la Vega, Benjamín Palacio, Juan Simón Padrós, José Luis Pena, Américo Ghioldi, Héctor S. López, Luis Grisolía. Se vota y aprueba en general y en particular.

Cáamara de Senadores de la Nación. Sesión del 27 de setiembre de 1935, pág. 1596, 43ª reunión. Asunto 20. Subsidio a la Sociedad Científica Argentina. Orden del día 19. Asunto Nº 5. Despacho de la Comisión. Honorable Senado: Vuestra Comisión de Presupuesto ha tomado en consideración la solicitud de subsidio presentada por la Sociedad Científica Argentina; y, por las razones que dará el miembro informante, os aconseja la sanción del siguiente Proyecto de ley: El Senado y Cámara de diputados, etc. Art. 1º Acuérdase a la Sociedad Científica Argentina un subsidio extraordinario de cien mil pesos moneda nacional por una sola vez, para la adquisición de libros y revistas científicas con destino a su Biblioteca y como ayuda a la obra cultural que realiza. Art. 2º Este gasto se abonará de rentas generales con imputación a la presente ley. Art. 3º Comuníquese al Poder Ejecutivo. Sala de la Comisión, setiembre 24 de 1935. — Matías G. Sánchez Sorondo, Atanasio Eguiguren, Rudecindo S. Campos. A moción del señor Martínez se agrega como complemento « y otra anual de $ 50.000 m/n a la Biblioteca Nacional, para compra de libros ». Se aprueba sin observación con el agregado propuesto por el señor Senador por Córdoba.

RADIOTELEFONÍA

De acuerdo con una invitación de la Dirección General de Correos y Telégrafos dirigida a esta Sociedad, referente a la futura estación radiodifusora del Estado, en una entrevista mantenida con el Director de Telégrafos, se convino en que la Sociedad presente a aquél un plan de la labor que nuestra Institución crea conveniente desarrollar por radiotelefonía. Ese plan podría abarcar todas aquellas cuestiones de interés general y científico que signifiquen un esfuerzo cultural, tal como el que realizó hace tres años la Sociedad por intermedio de la estación radiodifusora Municipal. Pero en el caso actual se ha hablado también de la posibilidad de que puedan ser irradiadas desde el mismo salón de actos de la casa social, aquellas conferencias que por su tema convengan y sea útil darles la amplitud de divulgación que corresponde a este medio de publicación.

La Junta Directiva dentro de poco tratará de concretar un plan de trabajo tal que se satisfaga el espíritu de este proyecto.

OBRAS EN LOS EDIFICIOS DE LA SOCIEDAD

En el año transcurrido se han ejecutado las siguientes obras en el edificio de la Sociedad, de la calle Santa Fé 1145, todas realizadas por la Dirección General de Arquitectura de la Nación, y que importan la suma aproximada de $ 6.300,00 m/n.

Son las siguientes:

a) Cierre de los cinco nichos, destinados al servicio contra incendio, existentes en los diversos pisos, con puertas vidrieras de hierro, colocando, además dentro de cada uno de ellos, una llave y una manga con lanza y sus correspondientes soportes.

b) Tendido de asfalto de 1,5 cm. de espesor en toda la superficie de la azotea a fin de asegurar la impermeabilidad de la misma.

c) Colocación de celosías metálicas en las ventanas de la planta baja, del frente, por razones de seguridad.

d) Colocación de cuatro cierre-puertas « Yale », dos en la planta baja y dos en el segundo piso.

e) Cambio de dos fallebas en dos puertas del Salón de conferencias, y una en la puerta de entrada de la Biblioteca, a fin de de poderse abrir de ambos lados.

f) Colocación de puerta en nicho de radiador, existente en el hall de planta baja.

g) Pintura al óleo, a una mano, de todas las estructuras de hierro, con excepción de la baranda de la escalera principal y puerta calle.

h) Colocación de vidrios ingleses, en lugar de comunes transparentes, en las puertas del local 20, en las ventanas del 24, 26 y 13, en las puertas del 11 y en las ventanas del 1 y 16.

i) Colocación de bañadera y bidet, en el baño existente en el entrepiso.

j) Modificación de los circuitos eléctricos del Salón de conferencias y Depósito de libros, a fin de economizar el consumo de corriente.

Trabajos en ejecución que prosiguen en 1936:

k) Construcción de tocador en el 3er. piso, con w. c., mingitorio y lavatorio, por carecer de instalación alguna de esta clase.

l) Instalación de calefacción en los locales 58, 60 y 62 del 3er. piso, por encontrarse habilitados para oficinas y carecer de instalación de esta clase.

m) Instalación de equipo hidroelevador, para atender el servicio general de agua y contra-incendios.

En el edificio de la calle Cevallos 269 se ejecutaron estos trabajos:

Arreglos generales de mampostería, cambio de cañerías, arreglos de las azoteas, de las instalaciones de obras sanitarias, de los pisos, de la carpintería en general, construcción de un vestíbulo, pintura general del edificio, colocación de vidrios, arreglo general de la instalación eléctrica, colocando la totalidad de las cañerías nuevas, empapelado de oficinas, arreglos de herrería, etc., etc.

Fueron realizados por los actuales inquilinos e importan la suma aproximada de $ 3.400,00 m/n.

CONCLUSIÓN

Quedáis, señores consocios, informados sobre la actividad desarrollada por la Sociedad Científica Argentina, en período 1935 - 31 marzo - 1936.

Dos formas primordiales tiene el pensamiento humano de acrecentar su poderío y afianzar su acción, al través de la múltiple vida del espíritu. Es el primero el que emana de la chispa del genio, brote individual, porfiado y agresivo en el que el cerebro que la crea, cruza el firmamento contra las corrientes vivas de su hora y sin aceptar ni la conexión, ni el auxilio de cuanto le rodea; es la misión suprema en funciones creativas que lleva a las sombras inermes la luz del saber personal. Es el segundo la ascensión gradual por las laderas del estudio en el que los hombres en colaboración progresan por etapas innúmeras y sostenidas. Aquella es función involutiva e increable, nace de lo suyo y se alimenta de su savia; nadie sabe como ungirla y despertarla. Esta es hija de la voluntad, y creación humana; está en nuestras manos y en nuestra posibilidad.

A este grado pertenece la Sociedad Científica Argentina y por ello busca la colaboración de todos sus socios, de todos los especialistas, de todos los hombres de buena voluntad para ejercer la obra de bien público que la incumbe. Por ello solicita esa colaboración, como el instrumento poderoso, busca el hábil brazo que lo esgrime, la solicita de sus asociados que son a la vez sus beneficiarios y protectores.

N. Besio Moreno.

CONTRIBUCION AL ESTUDIO DE LA INVESTIGACION TOXICOLOCICA DEL ACIDO CIANHIDRICO

INVESTIGACION DE INTOXICACIONES POR DOSIS MINIMAS DE ACIDO CIANHIDRICO

Por PLUTARCO R. ORELLA

En este trabajo se estudian algunos aspectos de la investigación toxicológica del ácido cianhídrico libre y disimulado en forma de ácido sulfociánico, con el fin de precisar y aún de simplificar su determinación en medios tan complejos como es el de las vísceras frescas y viejas en los cuales primordialmente se ha realizado esta labor.

En 1926 G. Sensi y M. Revello, publicaron en « Annales de Chimica applicata », 16, 273, 1926, un trabajo sobre « La producción de los ácidos cianhídrico y sulfociánico en el organismo animal por efecto de la putrefacción cadavérica, considerada desde el punto de vista químico-toxicológico ». Según estos autores la identificación del ácido sulfociánico no prueba terminantemente si el envenenamiento por el ácido cianhídrico ha ocurrido. Además sostienen que cuando se administra justamente la cantidad de ácido cianhídrico para causar la muerte, éste no puede ser revelado aún inmediatamente después de la muerte. Por consiguiente en el envenenamiento por el ácido cianhídrico gaseoso, cuando la muerte ocurre sin introducción en el organismo de un exceso de ácido cianhídrico es imposible su identificación. Para que el análisis toxicológico revele la presencia del ácido cianhídrico, es necesario que la cantidad de éste, administrada, sea alrededor de tres veces la dosis letal y si el análisis no se practica dentro de breve plazo, después de la muerte, hasta dosis de esta magnitud pueden no ser reveladas. No todo el ácido cianhídrico introducido en el organismo, se encuentra en el momento de la autopsia, aunque ésta se efectúe inmediatamente. Una parte se elimina, otra viene destruída y la parte que queda libre, se transforma parcialmente en ácido sulfociánico. Sensi y Revello, sostienen además, que la putrefacción cadavérica, puede dar lugar a la formación y también a la demolición de este ácido sulfociánico por la acción de los numerosos compuestos que se producen en la puetrefacción y atribuyen al hidrógeno naciente y activo que se libera, la propiedad de combinarse con el azufre de las substancias proteicas, para dar hidrógeno sulfurado y también la de reaccionar con el ácido sulfociánico para liberar el ácido cianhídrico. En sus experiencias estos autores no encontraron ácido sulfociánico en vísceras normales al primer día de producida la intoxicación y la muerte, a los 10 días una cantidad apreciable, a los 30 días el máximo, a los 45 días empieza a destruirse y solamente encuentran rastros a los 60 días.

Frente a las conclusiones a que han llegado en sus experiencias estos autores, nació la idea de comprobar experimentalmente las dos conclusiones más importantes por ellos obtenidas: la imposibilidad de revelar la presencia del ácido cianhídrico libre o disimulado en el caso de que la muerte se produzca por absorción de la dosis mínima letal y la posibilidad de revelarlo en casos en que la muerte del sujeto no se produjo por intoxicación cianhídrica.

PARTE EXPERIMENTAL

A los efectos de comprobar experimentalmente se intoxicaron tres perros, uno por vía respiratoria, con ácido cianhídrico gaseoso, los otros dos mediante la ingestión por vía bucal de 0,20 gramos de cianuro de potasio. Un cuarto perro fué muerto por estrangulación.

Se les practicó de inmediato la autopsia y sus vísceras se envasaron en frascos cerrados al esmeril para realizar sus análisis al 1º, 8º, 30º y 60º días después de la muerte, sobre el conjunto de vísceras torácicas por una parte y el conjunto de vísceras abdominales por otra y además, análisis parciales sobre sangre, pulmón, estómago y su contenido e hígado. Los análisis fueron efectuados por el procedimiento de Chelle (« C. R. Ac. Sciences », Octubre y Noviembre 1920) con algunas modificaciones con respecto al aparato y al líquido fijador del ácido cianhídrico.

La figura Nº 1 representa el aparato de destilación utilizado, para la investigación del ácido cianhídrico libre.

Consta de *B*, balón; *A*, ampolla de decantación; *D*, deflegmador; *R*, refrigerante de Liebig (dimensiones: tubo 82 cm., camisa 52 cm.); *t*, tubo cuyo extremo es capilar; *V*, vaso de precipitación.

La figura N° 2 representa el aparato utilizado para la investigación del ácido cianhídrico combinado. La figura N° 3 representa el mismo aparato simplificado.

Consta de: *F*, frasco de 20 litros de capacidad lleno de agua, atravesando su tapón, tres tubos de vidrio: uno *C*, en comunicación con un grifo de agua: *S*, sifón provisto de una pinza a tornillo que permite el desagotamiento del agua contenida en el frasco y otro que

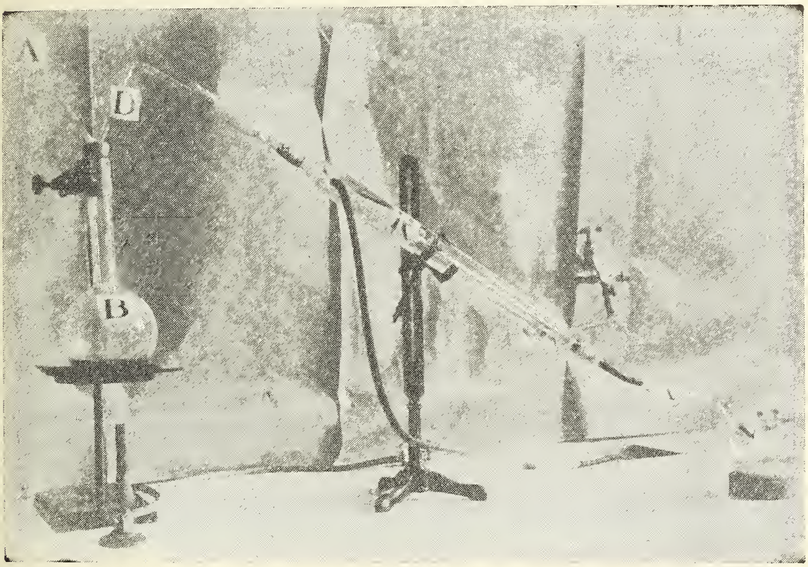


Fig. 1.

lleva la llave *Ll*, de tres vías y que comunica, por una de ellas con el resto del aparato, cuando éste funciona y por otra con el aire exterior, cuando el frasco *F*, se llena de agua. L_1, lavador de 300 cm^3 de capacidad con un tubo de burbujeo capilar, donde se verifica la reacción de fijación del ácido cianhídrico; L_2, ampolla de burbujeo vacía y seca que sirve de trampa de seguridad. L_3, lavador de 400 cm^3 de capacidad, destinado a contener el líquido a analizar. *A*, ampolla de decantación, por la cual se vierte la mezcla sulfocrómica; atraviesa el tapón esmerilado del frasco y su tubo interior llega al fondo del mismo; un tubo de mayor diámetro concéntrico con el de la ampolla conduce el aire desprovisto de anhidrido carbónico y comunica con los frascos lavadores antepuestos L_4 y L_5. El mismo tapón esmerilado del frasco destinado a contener el líquido a analizar, sirve para otros tres de capacidad menores y que fueron empleados cuando se operaba con cantidades menores de líquido. El lavador L_3, está colocado en un vaso de ppción. V, que contiene agua a una temperatura de 40° aproximadamente. t, termómetro. L_4 y L_5 lavadores de 200 cm³ de capacidad que contiene cada uno 100 cm³ de solución al 30 % de hidrato de sodio, destinada a privar al aire de su anhi-

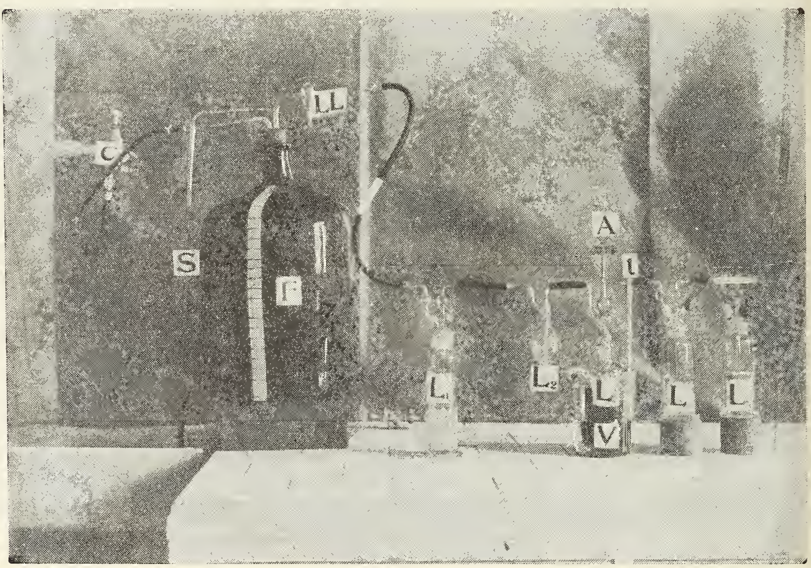


Fig. 2.

drido carbónico. La corriente de aire es establecida por aspiración provocada por la salida del agua del frasco F, mediante el sifón S. Chelle emplea como fijador del ácido cianhídrico disimulado una solución diluída de hidrato de potasio, por lo cual es condición indispensable que el aire esté desprovisto de anhidrido carbónico; en cambio en estas experiencias hemos usado como fijador una solución de nitrato de plata amoniacal, adicionada de unas gotas de yoduro de potasio al 20 % con el objeto de utilizar la turbidez provocada por el yoduro de plata coloidal formado, como indicador. Operando en estas condiciones pueden suprimirse los frascos lavadores L_4 y L_5 que contienen la solución de hidrato de sodio.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Perro Nº 1. — Intoxicado por vía respiratoria mediante ácido cianhídrico gaseoso. La investigación del ácido cianhídrico libre dió en todos los casos, resultado negativo. En cambio en todos los casos se encontró ácido cianhídrico combinado o disimulado, notándose un aumento, en todos los órganos analizados, desde el primer día, hasta

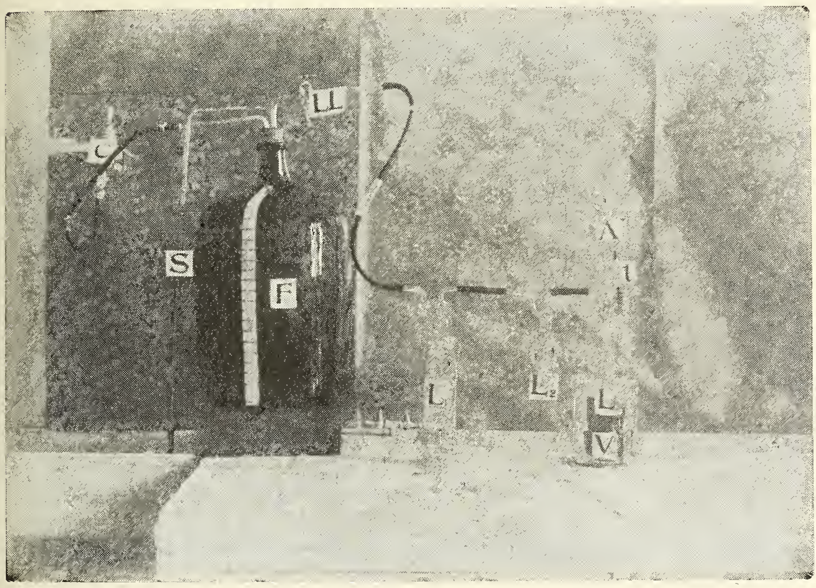


Fig. 3.

los treinta días y una disminución a partir de los treinta días, llegando casi a la cantidad inicial. Parecería tratarse de una destrucción del ácido sulfociánico, formado en los primeros días. No obstante en el hígado ocurrió el fenómeno contrario; el ácido cianhídrico disimulado fué en ascenso hasta los sesenta días.

Perro Nº 2. — Intoxicado por vía bucal mediante la ingestión de cianuro de potasio. El análisis efectuado el primer día, reveló presencia de ácido cianhídrico libre en vísceras torácicas y abdominales. A los ocho días, no encontramos ácido cianhídrico libre en las vísceras torácicas, ni abdominales; en cambio se encuentra vestigios en sangre y una cantidad apreciable en el estómago y su contenido. A los treinta y sesenta días, no se encontró ácido cianhídrico libre en vísceras torácicas, ni en abdominales, ni en los análisis aislados de sangre, pulmón, estómago y su contenido e hígado. En cambio la investigación del ácido cianhídrico combinado demuestra un aumento desde el primer día, hasta los treinta días y una disminución a partir de los treinta días, fenómeno análogo al ocurrido con las vísceras del perro nº 1. Estos resultados demuestran, que tratándose de muertes producidas por dosis mínimas de ácido cianhídrico, se encuentran en el análisis cantidades muy pequeñas y que distan mucho de la cantidad que provoca la muerte, pero son revelables en contra de las conclusiones de Sensi y Revello.

Perro Nº 3. — Intoxicado por vía bucal, mediante la ingestión de cianuro de potasio. Los análisis acusan resultados muy ilustrativos por cuanto demuestran que en los casos de intoxicación por vía bucal, conviene efectuar la investigación del ácido cianhídrico no sólo en el estómago, sino también en la sangre.

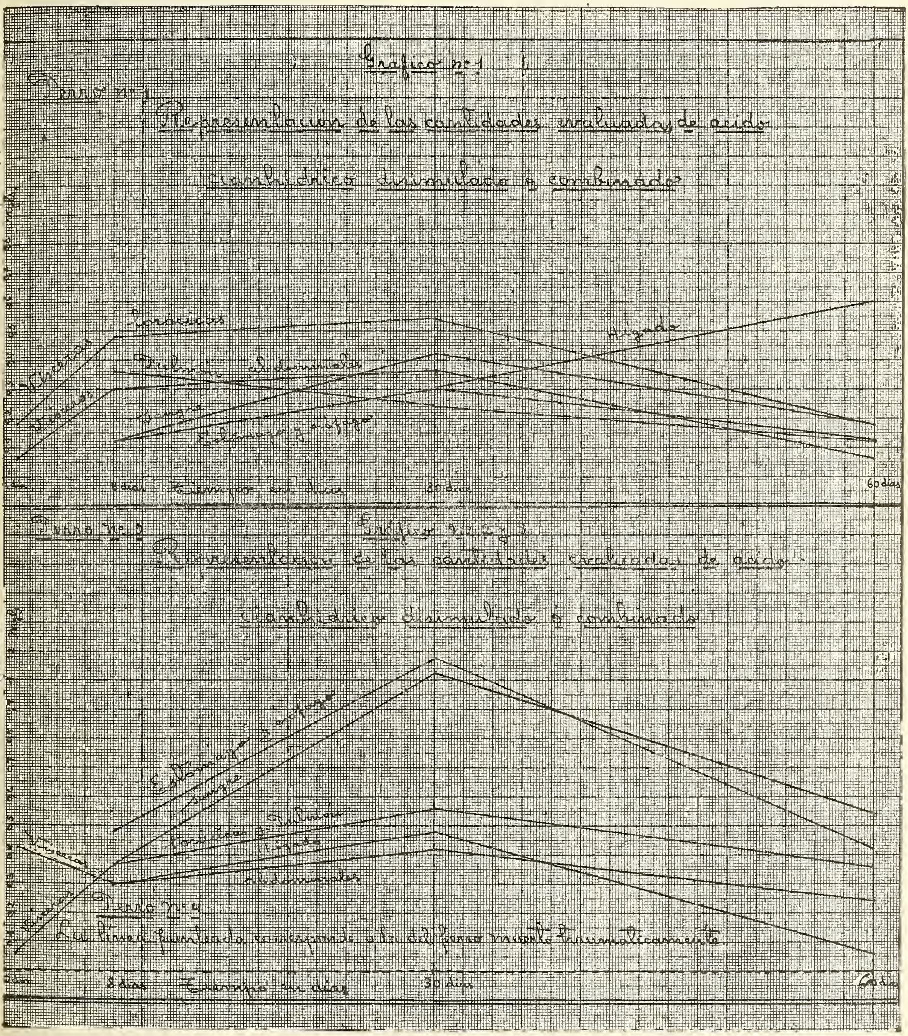
Perro Nº 4. — Muerto por estrangulación. Los análisis no revelan en ningún caso, presencia de ácido cianhídrico libre o combinado, resultado interesante, por cuanto demuestran que la observación de Sensi y Revello, acerca de la generación del ácido sulfociánico, en vísceras normales, que no hubieran experimentado la intoxicación cianhídrica, no puede aceptarse, sin un buen contralor, realizado examinando muchos casos y en especial, para vísceras humanas, sobre las que no se tenga ninguna duda acerca, de que la muerte del sujeto, no ha sido producida por intoxicación cianhídrica, lo que podría ser motivo de un trabajo sumamente interesante.

Con este mismo fín, se hicieron análisis de vísceras de cobayo, intoxicados mediante inyecciones intraperitoneales de dosis mínimas de ácido cianhídrico, las que fueron efectuadas después de varios años. Las vísceras fueron conservadas en frascos de vidrios cerrados al esmeril. Los resultados son interesantes porque demuestran, la posibilidad de revelar cantidades muy pequeñas de ácido cianhídrico, después de transcurridos largos intervalos de tiempo a condición de que el material sea conservado adecuadamente.

Se acompaña un cuadro con la representación gráfica de las cantidades evaluadas de ácido cianhídrico disimulado o combinado.

SUSTITUCIÓN DEL PROCEDIMIENTO DE CHELLE POR EL DE LA DESTILACIÓN PARA LA INVESTIGACIÓN DEL ÁCIDO CIANHÍDRICO

El procedimiento de Chelle, tiene el inconveniente de exigir un tiempo excesivo para el arrastre total del ácido cianhídrico. Por esta



razón se pensó en la posibilidad de sustituirlo por una destilación en un medio oxidante constituído por la mezcla sulfocrómica habitual.

La investigación toxicológica del ácido cianhídrico libre y combinado se reduciría en estas condiciones a practicar dos destilaciones sucesivas en el mismo aparato; la primera en medio fosfórico, para el ácido cianhídrico libre, hasta eliminación total del mismo y la segunda previa adición al residuo de la mezcla sulfocrómica, la que pone en libertad, el ácido cianhídrico del sulfociánico. El procedimiento sería de una sencillez notable, pero previamente era necesario dilucidar dos cuestiones importantes:

1º) La posibilidad de oxidación del ácido cianhídrico generado, por la mezcla sulfocrómica por efecto de la temperatura.

2º) La posibilidad de generar en esas condiciones ácido cianhídrico a expensas de las materias proteicas.

Con el objeto de aclarar el primer punto, hicimos una serie de experiencias con soluciones de sulfocianuros de potasio de diferentes títulos de 2 m/10, 2 m/100, 2 m/1000. Las experiencias se realizaron utilizando el aparato destilatorio indicado en la figura Nº 1.

Primera destilación: En medio fosfórico o sulfúrico. Como resultado de estas experiencias, puede establecerse, que en las condiciones anotadas el ácido sulfociánico no pone ácido cianhídrico en libertad.

Segunda destilación: Previa adición de la mezcla sulfocrómica. Como pudo observarse en estas experiencias los resultados son análogos a los obtenidos con el procedimiento de Chelle.

Para aclarar el segundo punto, es decir con el propósito de comprobar si podía generarse ácido cianhídrico en vísceras normales, realizamos una serie de experiencias en vísceras de buey frescas y que habían sufrido los efectos de la putrefacción, por el procedimiento clásico de Chelle y el procedimiento de destilación. Las experiencias realizadas demuestran:

1º) Que la recuperación del ácido cianhídrico por oxidación del sulfociánico es análoga, desde el punto de vista cuantitativo, operando sea con el procedimiento de Chelle o por destilación.

2º) Que en las condiciones experimentales fijadas no se genera ácido cianhídrico a expensas de las materias proteicas.

Faltaba antes de adoptar definitivamente el procedimiento, comprobar la verdad de estas dos conclusiones, mediante análisis sobre vísceras humanas normales y procedentes de sujetos muertos por intoxicación cianhídrica paralelamente ejecutadas con el procedimiento clásico de Chelle y con el procedimiento propuesto.

Para fijar el ácido cianhídrico libre, se empleó 10 cm³ de una solución de hidrato de sodio al 50 %, ya que no es posible emplear aquí una solución de nitrato de plata amoniacal, debido al desprendimiento del hidrógeno sulfurado. Conviene emplear solución de hidrato de sodio al 50 % y no soluciones diluídas, porque dada la fácil hidrolización de las soluciones de cianuro alcalino, pueden ocurrir pérdidas de ácido cianhídrico.

Para la fijación del ácido cianhídrico disimulado procedente de la segunda destilación, puede emplearse la solución de nitrato de plata amoniacal, sin el menor inconveniente, por cuanto en el transcurso de la primera destilación todo el hidrógeno sulfurado existente ha sido desalojado. En la mayoría de los casos es suficiente llevar la destilación durante unos cuarenta minutos para asegurar el pasaje de todo el ácido cianhídrico.

La segunda destilación en ningún caso fué necesario prolongarla más de cuarenta minutos. Se ha observado que la destilación con la mezcla sulfocrómica es bien regular y no hay sino muy poca formación de espuma. La acción de la mezcla sulfocrómica sobre las vísceras en caliente, trae como consecuencia generación de anhidrido carbónico. Por esta circunstancia, las soluciones diluídas de hidrato de sodio no convienen para fijar el ácido cianhídrico. Si se desea emplear como solución fijadora la de hidrato de sodio, también para el ácido cianhídrico disimulado, conviene que sea lo más concentrada posible (alrededor del 50 %). Con todo, mucho más seguro como fijador es la solución de nitrato de plata amoniacal y a ella conviene recurrir siempre que no sea posible el desprendimiento de hidrógeno sulfurado, como ocurre para la destilación del ácido cianhídrico disimulado.

CARACTERIZACIÓN Y EVALUACIÓN DEL ÁCIDO CIANHÍDRICO LIBRE Y DISIMULADO

La evaluación del ácido cianhídrico libre y disimulado puede hacerse gravimétrica o colorimétricamente. Para la evaluación gravimétrica procedimos de la siguiente manera: una vez que se ha realizado la caracterización del ácido cianhídrico, mediante su transformación en azul de Prusia, en el vasito de ppción. que contiene el destilado, se filtra en crisol de Gooch, previamente desecado y tarado, se le lava con agua destilada y por último con éter sulfúrico, con el objeto de privarlo de materias grasas que puede contener, se deseca en estufa a 100-105°C, se enfría en un desecador y se pesa; el peso multiplicado por el factor 0,5651, nos da el peso en ácido cianhídrico obtenido.

La evaluación gravimétrica resulta conveniente, cuando se trata de cantidades grandes de azul de Prusia. Para cantidades pequeñas, el dosaje colorimétrico, es cómodo, rápido y preciso. Para practicarlo, preparamos dos escalas de tubos con cantidades conocidas de ácido cianhídrico, que se transformó en azul de Prusia, mediante la técnica de Chelle. Para la práctica del dosaje, se precipita el ácido cianhídrico libre o el disimulado al estado de azul de Prusia, se lleva a un volumen dado, del cual se toma en un tubo, de igual diámetro

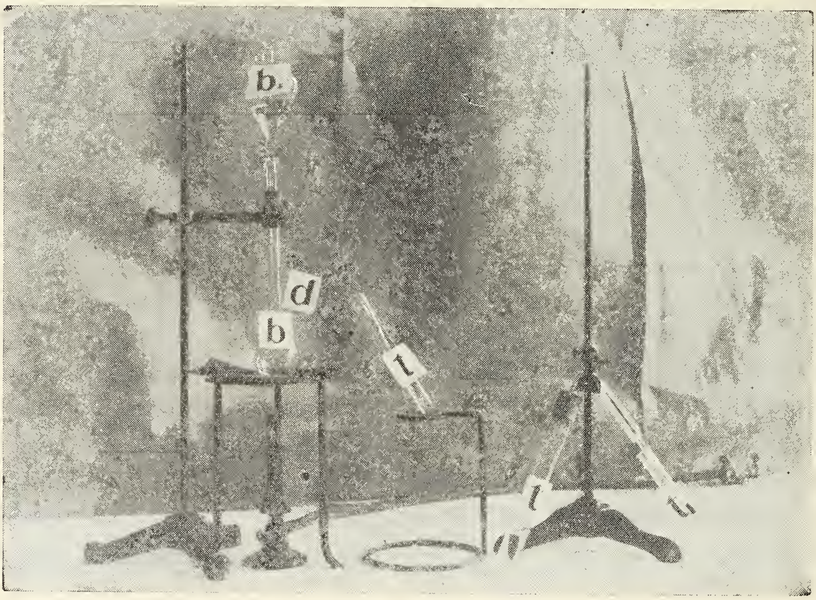


Fig. 4.

de los empleados para las escalas, un volumen igual para hacer la comparación colorimétrica. La cantidad encontrada se refiere al volumen total.

Para la fijación del ácido cianhídrico disimulado se empleó como fijador una solución titulada de nitrato de plata amoniacal volumétricamente equivalente a una solución de cianuro de potasio. En este caso puede hacerse la valoración por vía volumétrica, para lo cual se lleva el destilado a un volumen dado, por ejemplo a 100 cm^3. De esta solución se toma una parte para la caracterización del ácido cianhídrico, mediante la reacción azul de Prusia, utilizando pequeños aparatitos de destilación como los de la figura Nº 4.

El dosaje del ácido cianhídrico se practica sobre el líquido que resta, después, de la caracterización, con una solución de cianuro de potasio volumétricamente equivalente (una molécula de nitrato de plata, a dos de cianuro de potasio) a la de nitrato de plata empleada, añadiendo gota a gota y agitando fuertemente hasta desaparición completa de la opalescencia. Los numerosos análisis comparativos practicados mediante el procedimiento de Chelle y el de la destilación propuesto, acusan datos concordantes, a condición de emplear como solución fijadora para el ácido cianhídrico disimulado el nitrato de plata amoniacal. Los resultados que se obtienen, empleando solución de hidrato de sodio al 50 %, son en todos los casos más bajos, que los obtenidos empleando nitrato de plata amoniacal, lo que indica muy probablemente que hay pérdidas. El hecho no queda terminantemente demostrado por cuanto no es posible una repartición homogénea del tóxico en los órganos, pero tampoco es posible admitir que a los análisis en que la fijación del ácido cianhídrico era efectuada por solución de hidrato de sodio, correspondiesen siempre las partes de órganos más pobres en tóxico, máxime vista la similitud de resultados obtenidos por el procedimiento de Chelle y por el de la destilación en los que empleaba nitrato de plata amoniacal. Por esta circunstancia conviene abstenerse en lo posible de emplear soluciones de hidrato de sodio como fijadoras para el ácido cianhídrico, salvo en aquellos casos en que no es posible el empleo de la de nitrato de plata amoniacal.

CONCLUSIONES

De las experiencias realizadas se desprenden las siguientes conclusiones:

1º) El análisis toxicológico permite revelar intoxicaciones por dosis mínimas de ácido cianhídrico, ocurridas por vía respiratoria o por vía gástrica.

2º) El mejor fijador para el ácido cianhídrico es la solución de nitrato de plata amoniacal, la que debe ser preferida en el análisis toxicológico.

3º) Las soluciones de hidratos alcalinos empleados como fijadores en los casos en que no conviene la de nitrato de plata amoniacal, deben ser fuertemente concentradas.

4º) En ningún caso ha podido constatarse generación de ácido cianhídrico, por la putrefacción, en vísceras normales, humanas y animales (buey y perro).

5º) En ningún caso ha podido constatarse generación de ácido cianhídrico por la acción de la mezcla sulfocrómica, en frío o en caliente, sobre las materias proteicas.

6º) Puede sustituirse con gran ventaja, dada su rapidez y aplicación sencilla, el método de Chelle por el de destilación en medio oxidante, para la investigación del ácido cianhídrico disimulado.

7º) Los resultados obtenidos por el método de Chelle y por el de destilación en medio oxidante, son perfectamente comparables.

BIBLIOGRAFIA

1. J. Ogier y E. Kohn Albrest, « Chimie Toxicologique », T. I. París 1924, pág. 335.
2. G. Anderson, *Essai des Methodes les plus importants pour le recherche qualitative de HCN.* « Bs. Ch. P. », 23, 245, 1916.
3. J. M. Kolthoff, *Sur la recherche et la dosage de petites quantités de HCN.* « Bs. Ch. P. », 26, 266, 1918.
4. L. Rosenthaler y H. Seiler, *Microdosificación del HCN.* « Bs. Ch. P. », 34, 1638, 1923.
5. L. Chelle, *Búsqueda y dosificación de trazas de HCN y HSCN en medios complejos.* « Bull. de la Soc. de Pharmacie de Burdeaux », 3, 154, 1918.
6. L. Chelle, *Influencia de la putrefacción en el HCN.* « C. R. Ac. Sciences ». Octubre y Noviembre 1920.
7. J. Magnin, *Algunos conceptos sobre la investigación del HCN en toicología por medio de la reacción de Chelle.* « Journal Pharmacie et Chimie », 2, 336, 1925.
8. N. A. Roozendaal, *Búsqueda del ácido cianhídrico.* « Chem. Zentr. », 11, 143, 1927.
9. E. Kohn Abrest y Leiper, *Escape del ácido cianhídrico.* « Compt. rend », 187, 362, 1928.
10. Tupi Caldas, *El mecanismo de la acción del hiposulfito de sodio sobre el ácido cianhídrico.* « Boll. Assoc. Brasil Pharm. », 8, 25, 1927.
11. E. Milanese, *El hiposulfito de sodio como antídoto del envenenamiento del ácido cianhídrico.* « Arch. Intern. Pharmacodynamie », 32, 156, 1926.
12. L. de Saint Rat, *Explicación de una sorprendente resistencia a la acción tóxica del ácido cianhídrico.* « A. Zolh. Ztg. », 65, 139, 1927.
13. Alexander Hynd, *Antagonismo de la glucosa y cianuros in vivo.* « Biochem. J. », 21, 1094, 1927.
14. G. Sensi y M. Revello, *La producción del ácido cianhídrico y sulfociánico en el organismo animal, por efecto de la putrefacción cadavérica, mirado desde el punto de vista químico toxicológico.* « Annali di Chimica Applicata », 16, 268, 1926.
15. G. Sensi, *Investigación espectroscópica del ácido cianhídrico en la sangre.* « Ann. Chim. Applicata », 16, 612, 1926.
16. C. Heymans y R. Saeneu, *La glucosa no impide el envenenamiento por los compuestos cianógenos.* « Compt. rend. suc. biol. », 96, 202, 1927.

17. F. Lavialle y L. Varenne, *Caracterización del ácido cianhídrico en toxicología por la reacción de sulfocianuro férrico.* « J. Pharm. Chim. », 12, 74, 1915.
18. Joseph Barcroft, *La toxicidad de la atmósfera que contenga ácido cianhídrico.* « J. Hyg. », 31, 1, 1931.
19. F. Moretti y G. Muscolino, *Influencia de algunos carbohidratos en la toxicidad del ácido cianhídrico.* « Arch. Farmacol. Sper. », 51, 135, 1930.
20. F. Keeser, *La presencia del hierro y la resistencia del organismo para el ácido cianhídrico e hidrógeno sulfurado.* « Arch. Explh. Path. Fharmakol », 156, 340, 1930.
21. J. Magnin, *Investigación del ácido cianhídrico y sus sales alcalinas por medio de su transformación en azul de Prusia.* « Anales de Farmacia y Bioquímica », 2, 103, 1931.

INSTITUTO DE COSMOBIOLOGIA

Una Asociación internacional, cuyo objeto es el estudio de las radiaciones solares, terrestres y cósmicas, así como de sus efectos biológicos y patológicos, ha sido fundada en Niza, en 1932.

La poderosa influencia de estas radiaciones, cuyos máximos coinciden con la producción de los grandes movimientos atmosféricos y telúricos, (tempestades, ciclones, mareas extraordinarias, erupciones volcánicas, movimientos sísmicos, etc.), no puede ya ser negada: ni tampoco el hecho de que estos grandes movimientos de la atmósfera y la corteza terrestre, están acompañados o seguidos por épocas anormales, de sequías o de lluvias, de inundaciones, o de cambios en la temperatura y en el clima habitual de una región, y por lo tanto de modificaciones a veces profundas en el rendimiento de los cultivos, cantidad y calidad de las cosechas, etc., que se traducen finalmente en perturbaciones económicas.

Por otra parte, investigaciones recientes demuestran que los animales, al igual que las plantas, sienten también sus efectos, que poco a poco se van constatando experimentalmente sobre todos los seres vivos. En particular, los hombres, se muestran influenciados por estas radiaciones: y la recrudescencia de las enfermedades en determinadas épocas, los accidentes de diversa clase, las muertes súbitas, los suicidios, crímenes, crisis en los alienados, y hasta las iniciaciones de guerras y revoluciones, parecen presentarse paralelamente con las perturbaciones cósmicas, atmosféricas y telúricas. Hay motivos fundados para sospechar que, además de las ya conocidas, deben existir muchas otras radiaciones no descubiertas aún, que influyen sobre nuestro cuerpo, que ejercen en nosotros una acción biológica y patológica y que es en estas causas donde debemos buscar la explicación de ciertos fenómenos individuales y sociales.

El objeto de la Asociación creada en Niza, es el de elaborar un conocimiento científico, sistemático, de todo lo concerniente a estos temas. Establecerá Laboratorios y Observatorios destinados a controlar y registrar los hechos cuya causa se sospeche sean estas radiaciones que ahora se empiezan a percibir, pero que escapan aún a nuestros sentidos y a los aparatos registradores de la física actual. Los instrumentos usuales de medida, nos permiten estudiar el calor, la luz, el sonido, el magnetismo, la presión atmosférica, la humedad del aire, las ondas de la telegrafía sin hilos, algunas manifestaciones de la electricidad, etc. Pero deben existir muchas otras fuerzas naturales, otras ondas, radiaciones, o manifestaciones distintas de la energía, que obran directa y poderosamente sobre la vida, la actividad intelectual y física del hombre, su estado humoral, evolución de enfermedades, etc.

Para trabajar en este sentido, se trata de unir los esfuerzos de todos los observadores que en diversas partes del mundo, constaten hechos de esta clase: astrónomos, meteorologistas, aviadores, físicos, médicos, radiólogos, biólogos, naturalistas, agrónomos, electrotécnicos, radiofonistas, telegrafistas, etc. La Asociación espera reunir los estudios de tan diverso origen en una compilación ordenada, fácil de consultar y a propósito para divulgar las conquistas conseguidas, las verdades ya demostradas y los nuevos métodos de investigación. También establecerá vinculaciones entre las Sociedades científicas de todo el mundo, principalmente entre las Astronómicas y Médicas.

La rápida evolución de las ciencias, que es una de las características más acentuadas de nuestra época, antoriza a pensar que esta colaboración dará resultados inmediatos y de sorprendente interés.

El 19 de Noviembre de 1933, se inauguró el primer Observatorio de cosmobiología, en el local del Observatorio astronómico de Niza, a 372 m. de altura, con el concurso de la Universidad de París, de la cual depende este Observatorio. Se han instalado dos puestos más de observación, uno a nivel del mar y otro a 1.200 m. de altura, todos en la región de Niza, por la facilidad excepcional que da a las observaciones su atmósfera clara y transparente, consiguiéndose 55 días de observación diurna y nocturna, aun en los meses invernales de Enero y Febrero.

Se han instituído cursos y series de conferencias para la exposición y el análisis crítico de las ciencias antiguas y modernas que conciernen a estas relaciones entre el Universo y la vida terrestre. A principios de 1935, el Prof. Giraud de la Facultad de Medicina de Montpellier, habló sobre *La meteorología viviente y la bioclimatología mediterránea;* el Prof. Laignel-Lavastine, de la Facultad de

Medicina de París, expuso un resumen histórico titulado *De la Astrología a la Cosmobiología;* y el Prof. Bontasic, de la Facultad de Ciencias de Dijon, trató sobre *La gama de las ondas.*

La Asociación publica un Boletín en el que se anuncian la aparición de las tempestades electro-magnéticas en el borde oriental del Sol y las fechas de su paso por el meridiano, fechas que son particularmente indicadas para observar las perturbaciones atmosféricas, humanas y telúricas, que siempre las acompañan. Las conferencias, los trabajos presentados y la crónica de las sesiones, aparecen en una edición trimestral titulada « *Revue de Cosmobiologie* ». Las Memorias de mayor importancia, conteniendo estadísticas, resultados de experiencias, gráficos, etc., se publican en el volumen anual de los *Annales de l'Office Météorologique de Nice.*

Los interesados en conocer más detalles, o en colaborar en los trabajos de esta Asociación pueden dirigirse al Dr. M. Maure, 24, rue Verdi, Nice (France). El Dr. Faure, además de director del Instituto internacional de Estudios de Radiaciones Solares, Terrestres y Cósmicas, es presidente de la Sociedad Médica del litoral mediterráneo.

NOTICIARIO

Por E. R.

En los primeros días del próximo mes de Setiembre y como número inagural de las fiestas con que será celebrado el centenario de la fundación de Valparaíso, se reunirá en dicha ciudad el IX Congreso Científico General chileno, organizado por la Sociedad Científica de Chile.

La *Sociedad Científica Argentina* ha sido objeto de una distinción por parte de la Academia Francesa, consistente en una medalla que lleva la efigie del cardenàl Richeliu, fundador de dicha corporación hace tres siglos, en 1635.

Obedece esta distinción al hecho de nuestra adhesión a los festejos organizados para conmemorar el tercer centenario de la fundación de la Academia Francesa, haciéndose representar en los mismos por su socio correspondiente el profesor Emilio Borel. Con tal motivo se dirigió además una nota al señor Gabriel Hanotaux, presidente de la Academia, manifestando que al asociarse a dichos festejos, se creía así interpretar los sentimientos de gratitud de la Nación Argentina y aun de la América Latina, respecto de los grandes genios franceses cuya obra magnífica ha contribuído en tan vasta escala a los progresos intelectuales de estas comarcas.

Se ha recibido una nota de la « Institution of civil Enginieers » de Londres, en la que esta importante sociedad inglesa comunica que su directorio ha decidido hacer saber a las sociedades análogas de ingenieros y a las sociedades científicas en general, del mundo entero, que a los miembros de tales sociedades que visiten Inglaterra, provistos de su credencial respectiva, se les acordará como una cortesía, el derecho de asistir a las reuniones de la Institución y de usar la Biblioteca y Salas de lectura de la misma. Además, a los visitantes así acreditados, se les entregará, si lo desean, notas de presentación ante miembros de la Institución para permitirles que visiten las obras públicas y establecimientos de ingeniería del país.

La Comisión Nacional de Cultura, se ha dirigido a la *Sociedad Científica Argentina,* comunicando que está reuniendo los datos y antecedentes de los escritores, autores, científicos y artistas radicados en el país, con el propósito de formar un archivo completo y ordenado de las personas cuya actividad intelectual entra en los fines de fomento de las artes y letras especificados en la Ley 11.723. Ha remitido también, al mismo efecto, fichas personales que podrán llenar los señores socios que así lo deseen.

En la ciudad de Santa Fé, van a celebrarse entre los días 2 y 5 del mes de Julio las « Sesiones Químicas » correspondientes al año en curso. Los trabajos a presentarse podrán remitirse a la Secretaría de la *Asociación Química Argentina,* Cerrito 1250, Buenos Aires o a la Comisión compuesta por los doctores Damianovich, Fester y Gollan, con sede en la Facultad de Química Industrial y Agrícola de Santa Fé.

La junta directiva de la Sociedad argentina de estudios geográficos « Gea », ha creado un premio anual al que pueden optar los alumnos del profesorado de geografía, consistente en una medalla de oro y un diploma.

El premio se otorgará al autor del mejor trabajo monográfico original sobre cualquier temar de geografía argentina.

Los trabajos deberán ser presentados hasta el 30 de Octubre, escritos a máquina, con espacio normal, en tres ejemplares, no pudiendo pasar de 50 carillas de formato oficio.

Un jurado de tres miembros designados por la junta directiva de « Gea » fallará sin apelación.

La entrega del premio se hará en acto público y el trabajo laureado, como los otros que a juicio del jurado resultaran de positivo mérito, serán publicados por la sociedad « Gea ».

El 11 de Marzo se cumplió el tercer aniversario de la muerte del doctor Cristóbal M. Hicken, sabio profesor cuya vida fué un ejemplo constante de estudio y dedicación a las ciencias naturales. Su nombre ha quedado unido a interesantes investigaciones sobre helechos argentinos, en cuyas descripciones y clasificación sistemática era un verdadero especialista.

Sus colecciones botánicas, se conceptúan las más importantes de Sud América. Fruto de sus trabajos fué la organización del Museo y Biblioteca « Darwinion », en el que reunió más de 10.000 libros de carácter científico, la mayor parte de ellos dedicados al estudio de la flora sudamericana, y cerca de 150.000 ejemplares de plantas debidamente clasificadas.

Actualmente el « Darwinion » es propiedad nacional, en virtud del legado hecho por Hicken y aceptado por el gobierno en Abril de 1934. Su nueva organización y funcionamiento como centro superior de cultura dedicado a investigaciones botánicas, está bajo la dirección de la Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arbecchi, Armando C.
Arce, Manuel J.
Arditi Thompson, H.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Arroyo, Rufino
Avila Méndez, Delfín
Aztiria, Ignacio
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Baldaffi, Bernardo I.
Balbiani, Atilio
Bancalari, Agustín
Barabino Amadeo, S.
Barbieri, Antonio
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berdoy, Pedro A.
Berrino, Juan B.
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Blaquier, Juan
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano
Bontempi, Luis
Bordato, Miguel
Bordenave, Pablo E.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buldrini, Alvaro G.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Camus, Nicolás
Canale, Humberto
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceriale, Marcelino A.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Corvalán Mendilaharzu, Dardo
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chelis, Francisco
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
Debenedetti, José
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Demarchi, Marco
Deulofeu, Venancio
Devoto, Franco E.
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Dominguez, Juan A.
Dotto, Enrique S.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Edelberg, Benjamín
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Forn, Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Dívico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Gil, Martín
Gonella, Juan B.
Gottschalk, Otto
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gurewitsch, Marco
Gutiérrez, Ricardo J.
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Howard, Jorge W.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Keiper, Guillermo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Kohan, Zoilo
Kraglievich, Nicolás T.
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lea, Allán B.
Lignières, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López, P. José
Loyarte, Ramón G.
Lozano, Nicolás
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Marini, Tomás L.
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Massaro, César O.
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Mermoz, Francisco A.
Mohring, Walther
Molfino, José F.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nelson, Ernesto
Nielsen, Juan
Oliveri, Alfredo E.
Ortega Belgrano Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitovi y Oliveras, A.
Paquet, Carlos
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Pauly, Antonio
Paz, José Máximo
Paz Anchorena, José M.
Peralta Ramos (h.), Alberto G.
Pérez Hernández, A.
Pérez Pirán, Juan A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Plana, Juan S.
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Polti, Modesto
Posadas, Carlos
Quartino, José N.
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Modesto
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro

Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Ravignani, Emilio
Rebuetlo, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rossell Soler, Pedro A.
Rossi, Arturo R.
Ruata, Luis E.
Ruiz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Sabaria, Enrique
Sagastume Berra, A. E.
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schmidt, Max
Schoo Lastra, Oscar
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Seeber, Ricardo
Sesma, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Soler, Frank L.
Sordelli, Alfredo
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Storni, Carlos David
Suárez, Angel
Taiana, Alberto F.
Tamini, Luis Augusto
Tarragona, José
Tedeschi, Virgilio
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valls, José
Vallebella, Colón B.
Valentiner, Hugo
Valentini, Argentino
Vallejo, Segundo E.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino (h.)
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Volpatti, Eduardo
White, Guillermo J.
Wauters, Carlos
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.
Valentinuzzi, Máximo

SOCIOS ADHERENTES

Arbecchi, Atilia A.
Bazzanella, José
Devoto, Arnaldo Carlos
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
Girbau, Mansueto
Goyena, Ricardo J.
Laporte, Julio A.
Magne de la Croix, P.A.
Milesi, Emilio Angel
Monca, Jacobo Isaac
Muñoz Cabrera, René
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Somonte, Eduardo
Viglione, Fausto E.
Zenarruza Johnson, Tirso A.
Walls, I. Figueras de
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Ernesto Baroni y Cía.
Francisco Disí
Angel Estrada y Cía.
Imprenta Kidd
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
Est. Gráf. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Lda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis
Aguiar, Henoch D.
Amaya, Arturo A.
Anduze, Fernando L.
Arrambide, Miguel
Astrain, Antonio
Bermann, Gregorio
Bobone, Jorge E.
Bodenbender, G.
Bonet, Rafael
Berzacow, Wladimir
Bracaccini, Osvaldo J.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Bustos, Ernesto
Buteler, Jesús E.
Cabrera Molina, P.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Castellanos Posse, F.
Catinari, Altavino E.
Centeno, Dionisio
Cordeiro, Juan Carlos
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
De la Colina, Bmé.
Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
De Villafañe Lastra, T.
Devoto, Heraclio A.
Di Riemzo, Sabino
Espinosa, Manuel
Esteban, Fernando
Evans, Eduardo W.
Fernández, Miguel
Ferrer, Baltasar
Fitz Simon, Sgo. E.
Fortana, Lorenzo
Fracassi, Humberto
Fuchs, Guillermo J.
Galíndez Vivanco, C.
García, Daniel
Garzón, Rafael

avier, Daniel E.
avier, Ernesto
bert, Víctor
ménez de Azúa, F.
odoy, Salvador A.
ómez, Calixto A.
ordillo, Pedro N.
ranillo Barros, M.
ernández Ramírez, R.
osseus, Carlos Curt
agsich, Juan
egeler, Juan Walter
ronfuss, Juan
afayette Zimmer, M.
arrauri, Agustín C.
ewis, Donald G.
o Celso, Angel T.

Luque, Eduardo R.
Lutzow Holm, Olaf.
Mácola, Berardo A.
Marsal, Alberto
Martínez, Rodolfo
Martínez Bustos, V.
Masjoan, Juan
Melo, Carlos R.
Mirizzi, Pablo Luis
Montes, Aníbal
Ninci, Carlos A.
Ninci, Mario
Ninci, Raúl T.
Nottaris, Carlos E.
Novillo Corvalán, S.
Olsacher, Juan
Pagliari, Arturo

Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani de
Perrine, Carlos D.
Ponce Laforgue, C.
Ponssa, Marco
Puga, Agustín
Revol, Carlos A.
Revuelta, Miguel C.
Rietti, Dardo A.
Roca, Jaime
Roggeri, Domingo
Rothlin, Edwin
Sánchez Sarmiento, F.
Sartori, Antonio
Sayago, Gumersindo
Sayago, Marcelino
Schmiedecke, Augusto

Servetti Reeves, J. C.
Sicco, Juan Carlos
Padula, Federico
Sigal, Moisés
Sparn, Enrique
Strada, Ferdinando
Stucchi, Alberto
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Terrera, Pascual
Trebino, Natalio
Tretter, José
Urciuolo, Victorio
Vanni, Alberto
Vercello, Carlos
Villalba, Aquiles D.
Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

SOCIOS ACTIVOS

nadón, Leónidas
rgüelles, Eugenio
riotti, Juan Carlos
abini, José
erraz, Guillermo
ertuzzi, Francisco
onazzola, César J.
orruat, Luis
orruat, Luis (hijo)
ruzone, Rodolfo
ossi, Celestino
aballero, Martín A.
laus, Guillermo
ourault, Pablo

Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christem, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá Tolrá, Antonio

Kleer, Gregorio
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Morisot, Augusto
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo

Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Antonio E.
Reinares, Sergio
Reuzaut, Rodolfo
Regis Mallorquin, Juan
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonetti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

SOCIOS ACTIVOS

llurralde, Juan Carlos
Basso, Germinal
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Carette, Eduardo
Cerlotto, Emilio
Croce, Francisco M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo

García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Granzella, Sinibaldo
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Mácola, Tulio

Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Marcso, José Angel
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Miyara, Santos
Oviedo Marcó, Carlos
Oviedo Ortíz, Carlos
Pelaia, Dante

Piovano, Abelardo P.
Sammartino, Miguel
Sánchez C., Juan V.
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Toso, Juan P.
Vicchi, Juan A.

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán..........	Rafael(México)
Amaral, Afranio de..........	San Pablo (Br.)
Arteaga, Rodolfo de.........	Montevideo
Avendaño, Leónidas...........	Lima
Alvarez, Antenor..............	Sgo. del Estero
Bonarelli, Guido..............	Gubbio (It.)
Borel, Emile..................	París
Bachmann, Carlos J...........	Lima
Bolívar, Ignacio..............	Madrid
Bragg, William Henry........	Londres
Bruch, Carlos.................	Olivos
Cabrera, Blás.................	Madrid
Carabajal, Melitón M.........	Lima
Corti, José S.................	Mendoza
Dávila, Rubén.................	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto.............	La Plata
Escomel, Edmundo............	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Asunc. (Par.)
Fontecilla Larrain, Arturo....	Chile
Fort, Michel..................	Lima
González del Riego, Felipe....	Lima
Greve, Germán................	Chile
Guinier Philibert.............	Nancy (Franc.)
Hadamard, Jacques...........	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hassler, Emilio...............	San Bernardino (Paraguay)
Hernández, Juvenal...........	Chile
Hijar y Haro, Luis...........	México
Janet, Pierre.................	París
Jiménez de Asúa, Luis.......	Madrid
Kinart, Fernando.............	Amberes
Lahille, Fernando.............	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul...............	París
Lobo, Bruno..................	Río de Janei[ro]
Lehmann Nitsche, Roberto....	Berlín
Mardones, Francisco..........	Santiago (Ch.
Molina, Enrique...............	Concepc. (Ch
Majarás, Jesús................	México
Moretti, Gaetano..............	Milán
Oliver Schneider, Carlos......	Chile
Pereira d'Andrade, Lancaster.	Nova Goa (I.P.
Perrin, Tomás G..............	México
Porter, Carlos E..............	Santiago (Ch
Pi y Suñer, Augusto..........	Barcelona
Reyes Cox, Eduardo..........	Antofag. (Ch
Rospigliosi y Vigil, Carlos....	Lima
Rowe, Leo S..................	Wáshington
Shepperd, William R..........	New York
Tello, Julio C................	Lima
Torres Quevedo, Leonardo....	Madrid
Villarán, Manuel V...........	Lima
Vélez, Daniel M..............	México
Valle, Rafael H..............	México
Volterra, Vito................	Roma
Vitoria, Eduardo..............	Barcelona

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

MAYO 1936. — ENTREGA V. — TOMO CXXI

SUMARIO

BUENOS AIRES
Calle Santa Fé 1145

1936

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, **Santa Fe 1145.**

B. Aires - Est. Gráfico "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-25 - U. T. 21-1733

LOS SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES Y SUS APLICACIONES AL ESTUDIO DE LOS CUERPOS CONVEXOS

POR

FRANCISCO LA MENZA

RÉSUMÉ

Ce mémoire est une exposition ordonnée, la plus complète possible, des sistèmes des inéquations linéaires en commençant par leurs propriétés les plus simples, par raison d'unité.

Comme applications on étudie les polyèdres et regions polyédriques convexes de l'hyperespace, leur détermination et leur classification en types, au point de vue du nombre de faces (problème de J. Steiner).

Dans la deuxième partie, les inéquations modulaires, et, en général, les inéquations avec des coefficients variables, dépendants d'un ou de plusieurs paramètres, permettent d'étudier tous les corps convexes et de résoudre l'intéressant problème de l'approximation des fonctions par la combinaison linéaire des autres fonctions données.

Ces algorithmes, étendus a d'autres champs, sont les plus appropriés pour l'investigation de propriétés morphologiques de figures de l'espace et de beaucoup de propriétés topologiques.

El estudio de los poliedros convexos y, en general, de los cuerpos convexos del espacio ordinario y del espacio de cualquier número de dimensiones puede hacerse en forma analítica, mediante sistemas de inecuaciones lineales en número finito o no, que, como es fácil comprender, cuando son compatibles, representan regiones convexas limitadas o no, del espacio que se considere (1).

Por este camino, que creemos no ha sido explorado todavía (2),

(1) Cuando son poliédricas y limitadas suelen ser también llamadas *Polytopos;* véase en la *Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften* en *Geometrie*, tomo III, el interesante artículo de Ernst Steinitz: *Morphologie der Polyeder*.

(2) En la larga bibliografía que hemos consultado, respecto al estudio de los poliedros, no aparece ninguna idea del método aquí empleado.

hemos obtenido algunos resultados nuevos que, tal vez, sean de utilidad en todas esas interesantes cuestiones relativas, particularmente, a la *Morfología* y aún a la *Topología* de los poliedros. En cuanto a la morfología, no obstante los numerosos trabajos que sobre ella se han publicado, en especial para el espacio ordinario, puede afirmarse que se carece hasta hoy de resultados definitivos (1), y los que se poseen son bastante pocos, como lo hace notar, con justificada razón, HENRI LEBESGUE (2), el cual dice al respecto:

« *Euler a essayé d'etudier les polyèdres, ces êtres mathématiques connus depuis les Grecs et sur lesquels on ne sait à peu pres rien dire d'autre que leur définition. Pour voir clair dans cet amas désordonné de figures, il faudrait les classer en familles homogènes et par suite s'occuper de la détermination des polyèdres* ».

Está, además, todavía sin resolver, para el espacio ordinario, el problema de J. STEINER que consiste en saber cuántos poliedros convexos *distintos* hay que tienen n caras (3).

En esta primera parte estudiamos los poliedros convexos del espacio de cualquier número de dimensiones: *segmentos,* para el de una dimensión; *polígonos convexos,* para el de dos dimensiones; *poliedros convexos ordinarios,* para el de tres dimensiones; *hiperpoliedros* o *polytopos convexos,* para el de más de tres dimensiones, y en general, toda región *poliédrica convexa.*

En los dos primeros capítulos se establecen las propiedades generales de los sistemas de inecuaciones lineales comenzando desde las más elementales; pues creemos útil hacer una exposición sistemática lo más completa posible de estas cuestiones tan poco estudiadas. En el Cap. III el concepto de *permanencia* de una matriz, introducido por nosotros por primera vez, permite obtener una representación biuní-

(1) Todas las publicaciones relativas a este asunto, toman como base para su estudio, el teorema de EULER, el cual expresa una propiedad de carácter topológico, pero no morfológico. Por tal motivo creemos nosotros que no puede dar resultados fecundos en el estudio morfológico de los poliedros. Por otra parte, dicho teorema es una condición necesaria, pero no suficiente, de existencia de un poliedro; esta es la razón por la cual, en todo este estudio, no se hace uso de él.

(2) Véase su trabajo: *Remarque sur les deux premiers démonstration du théorème d'Euler relatif aux polyèdres,* en el Bulletin de la Societé Mathématique de France, tomo 52, año 1924, pág. 317.

(3) Véase al respecto el artículo de M. BRÜCKNER: *Ueber die Anzahl* $\psi(n)$ *der Allgemeinen Vielfläche,* pág. 5. Atti del Congresso Internazionale dei matematici. Bologna, 3, 10, Settembre 1928 (VI). Tomo IV. N. Zanichelli. Bologna.

voca constructiva directa de cada tipo de poliedro, para un espacio de cualquier número de dimensiones.

En el Cap. IV se resuelve el problema fundamental de la clasificación, poniendo en claro qué debe entenderse por *poliedros convexos distintos* en el problema de STEINER más arriba mencionado; se demuestra un teorema análogo al teorema métrico de CAUCHY para el espacio ordinario, válido aquí para un espacio de cualquier número de dimensiones y se pone en claro la verdadera naturaleza combinatoria del problema de STEINER, el cual puede considerarse resuelto aún para el hiperespacio, porque enseñamos a obtener efectivamente todos los hiperpoliedros convexos de un dado número de caras y a separar de éstos los que tienen la misma forma, quedando, solamente los distintos entre sí (1).

Esto era precisamente lo que exigía A. CAYLEY cuando, refiriéndose al problema de STEINER decía:

« *I consider that the problem is to find the different polyhedra rather than to count them* ».

El ideal de la solución completa del problema de STEINER es obtener la función ψ (n) (2) que da el número de poliedros convexos distintos, de n caras, sin necesidad de construírlos efectivamente. Creemos que para el espacio ordinario y para el caso trigonal, será posible resolver la cuestión y, tal vez, en un próximo trabajo, nos ocuparemos solamente de ella. Para el hiperespacio la dificultad es mayor.

Damos, finalmente una extensión muy general del concepto de figura convexa.

En la segunda parte, estudiaremos los sistemas funcionales de inecuaciones lineales, las inecuaciones modulares y sistemas de éstas. Veremos que tienen interesantes aplicaciones en las cuestiones de convexidad y de aproximación de funciones mediante combinación lineal de funciones previamente dadas, tanto en el campo real como en el campo complejo (3).

(1) Esta cuestión está resuelta para el espacio ordinario en cierta forma que diremos *recurrente*, en el sentido de que mediante unas construcciones fundamentales, se deducen sucesivamente, del tetraedro!!. Véase al respecto la importante obra del Dr. MAX BRÜCKNER: *Vielecke und Vielfläche Theorie und Geschichte*, pág. 78. Leipzig, 1900, B. G. Teubner.

(2) Véase la comunicación de M. BRÜCKNER al Congreso Matemático de Bologna del año 1928, ya citada.

(3) Un estudio bastante sistemático de otros tipos de desigualdades puede verse en la reciente obra *Inequalities* de G. H. HARDY, J. E. LITTLEWOOD y G. POLYA. Cambridge at the University Press. 1934.

CAPITULO I

§ 1. — SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES (1)

1. **Definiciones y notaciones.** — Por la analogía, en parte, de estos sistemas, con los sistemas de ecuaciones lineales, utilizaremos expresiones análogas para expresar hechos parecidos. Está demás indicar que todo lo que sigue se refiere al campo real, únicamente. Diremos que un sistema de inecuaciones lineales es *compatible* cuando admite alguna solución, *incompatible,* en caso contrario.

Dos sistemas que tienen las mismas soluciones, se llamarán *equivalentes;* ellos representan la misma región del espacio que se considere. En virtud de las leyes de monotonía, resulta inmediato que:

I. — *Si se suman o restan expresiones enteras a los dos miembros de una inecuación, o si se multiplican o dividen por números positivos, o si se multiplican o dividen por números negativos y se invierte, al mismo tiempo, el sentido de la inecuación, la que resulta, es equivalente a la inecuación dada.*

Dado un sistema cualquiera de inecuaciones lineales, multiplicando por la unidad negativa las inecuaciones negativas que contiene e invirtiéndolas, se obtiene un sistema equivalente al sistema dado cuyas inecuaciones tienen todas el sentido *positivo.*

Un sistema que tiene todas sus inecuaciones de sentido positivo, lo llamaremos *sistema normal.* Escribiremos todas las inecuaciones de un sistema normal en la forma *reducida,* es decir, pasando todos sus términos al primer miembro de la inecuación, el cual se llamará *polinomio de la inecuación.*

En virtud de ésto, bastará estudiar solamente los sistemas normales, a los cuales nos referiremos en todo lo que sigue y, que a veces, para abreviar, los designaremos con la palabra *Sistema.*

En virtud de las mismas leyes de monotonía, se tiene que:

II. — *Todo sistema* S′ *formado por combinaciones lineales con números no negativos de las inecuaciones de otro sistema* S, *es equivalente a éste.*

Si en un sistema dado de m inecuaciones se anulan sucesivamente, *uno, dos, . . ., s* $\leq m$ polinomios, conservando las demás inecuaciones,

(1) Un resumen de esto ha sido publicado en el tomo IV, pág. 199, del *Congresso Internazionale dei Matematici,* obra citada.

habremos formado sistemas que contienen ecuaciones e inecuaciones, o solamente ecuaciones, y que llamaremos *sistemas subordinados* del sistema dado, de *1º, 2º, . . ., sº* orden, respectivamente.

Un sistema se llama *parcial* o parte propia de otro, si está formado solamente por inecuaciones de aquél, pero no por todas. Son inmediatas las propiedades siguientes:

III. — *Un sistema parcial tiene todas las soluciones del sistema total.*

IV. — *Sistemas parciales de sistemas compatibles, son también compatibles.*

Los polinomios lineales que forman los primeros miembros de las inecuaciones de un sistema:

$$\sum_{j=1}^{j=n} a_{ij}\, x_j + c_i > 0 \ , \qquad (i = 1, 2 \ldots m), \tag{1.1}$$

los indicaremos, para abreviar, con la notación $P_i[x]$.

Matriz de un sistema, es la matriz formada con los coeficientes a_{ij}, de sus incógnitas x_j. *Matriz ampliada, M_h, del sistema,* es esta misma matriz a la cual se le ha agregado la columna de términos independientes, c_i, del sistema. La *característica, h,* de la matriz del sistema, es la *característica del sistema.* El número n, de incógnitas, es la *dimensión* del sistema y la diferencia, n-h, es su *grado de indeterminación.*

Es inmediato que

V. — *Si* h *es la característica de un sistema* S, *la característica de todo sistema parcial de* S, *no supera a* h.

Si S_1, es un sistema subordinado de orden $s \leqq m$ de [1.1], llamaremos *característica subordinada* del sistema S_1, a la característica, $k \leqq h$, del sistema de las s ecuaciones de S_1.

Es claro que resolviendo este sistema parcial de las s ecuaciones de S_1, se lograrán expresar k incógnitas en función de las restantes n-k no principales, en dicho sistema, con lo cual quedarán en S_1 solamente n-k incógnitas independientes. Esta diferencia n-k es la *dimensión* del sistema subordinado de orden $s \leqq m$ de [1.1].

Dos sistemas se llaman *opuestos* si sus matrices ampliadas son opuestas, es decir, si son de la forma

$$\| a_{ij} \, , c_i \| \qquad \text{y} \qquad \| - a_{ij} \, , - c_i \| \, .$$

Por razones de comodidad, indicaremos abreviadamente un sistema con la notación $S_h\ (m, n)$, poniendo en evidencia su característica h, su número m, de inecuaciones y su dimensión n. Cuando ésto no sea necesario, se indicará con $S\ (m, n)$ o S, simplemente. Los determinantes de orden h, de la matriz del sistema, orlados con los términos independientes y cada una de las filas restantes, si las hay, se llaman *determinantes orlados del sistema.* Son de orden $h + 1$.

Como en toda esta teoría, frecuentemente será preciso poner en evidencia las filas de la matriz que forman sus determinantes; los de orden h, formados con las filas $a_1, a_2, \ldots, a_h$, los indicaremos con la notación

$$(a_1\, a_2\, \ldots\, a_h)\ ,$$

y su orlado con la última columna de la matriz ampliada y la fila a_r, análogamente, con la notación

$$(a_1\, a_2\, \ldots\, a_h\, a_r)$$

que es un determinante de orden $h + 1$ y que por esto no podrá ser confundido con uno de orden h.

Un sistema, se llama *homogéneo,* cuando todas sus inecuaciones son homogéneas.

2. Sistemas compatibles. — La existencia de sistemas, $S_h\ (m, n)$, compatibles, es inmediata.

Por ejemplo el $S_3(4,3)$ siguiente:

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ z > 0 \\ -x - y - z + 1 > 0 \end{cases}$$

Es compatible. Todas sus soluciones son los puntos interiores al tetraedro de vértices

$(1, 0, 0)$; $(0, 1, 0)$; $(0, 0, 1)$; $(0, 0, 0)$.

Vamos a establecer algunas de sus propiedades fundamentales.

I. — *Todo sistema compatible tiene infinidad de soluciones independientes.*

Sea el sistema [1.1] y x^0 una solución del mismo. Mediante la sustitución

$$x_j = x_j^0 - x_j' \qquad (j = 1, 2 \ldots, n) \qquad [2.1]$$

en los polinomios $P_i[x]$ de [1.1], resulta

$$P_i\ [x^0] - (a_{i1}\, x_1' + \ldots + a_{ij}\, x_j' + \ldots + a_{in}\, x_n') > 0. \qquad (i = 1, 2, \ldots, m).$$

Sea ahora, $P_\mu[x^0]$ el valor que no supera a ninguno de los $P_i[x^0]$ y *M*, un número positivo mayor que el valor absoluto de los coeficientes de todos los polinomios del sistema. El conjunto de valores independientes [1] x_j de [2.1] tales que sea

$$P_\mu[x^0] > M \sum_{j=1}^{j=n} |x_j'|$$

satisface también al sistema, puesto que se tiene:

$$P_i[x^0] - \sum_{j=1}^{j=n} (a_{ij} x_j') > P_\mu[x^0] - M \sum_{j=1}^{j=n} |x_j'| > 0. \qquad [2.2]$$
$$(i = 1, 2, 3, \ldots, m).$$

II. — *Si* $[x^0]$ *y* $[x^1]$ *son soluciones de un sistema, todos los valores* $[x]$ *del intervalo* $[x^0, x^1]$ *son también soluciones del sistema,* pues mediante la sustitución

$$x_j = x_j^0 + \lambda (x_j^1 - x_j^0) \qquad (j = 1, 2, \ldots, n), \qquad [2.3]$$

en los polinomios de [1.1] resulta:

$$P_i[x] = P_i[x^0] + \lambda P_i[x^1] - \lambda P_i[x^0],$$

expresión positiva para $\lambda = 0$ y $\lambda = 1$ y, para todo $0 < \lambda < 1$, es siempre

$$\lambda P_i[x^0] < P_i[x^0].$$

Luego

$$P_i[x] > 0,$$

para todo

$$0 \leqq \lambda \leqq 1 \qquad (i = 1, 2, \ldots, m).$$

Esta propiedad la expresaremos diciendo que el conjunto de sus soluciones es *convexo.*

(1) Véase E. Bertini: *Introduzione alla Geometria Proiettiva degli iperspazi.* Giuseppe Principato Messina. 2ª edición, 1923, pág. 3 y sig.

Es fácil probar también que:

III. — *Si* $[x^1]$ *es solución de un sistema subordinado de cualquier orden de un sistema dado y* $[x^0]$ *es una solución del sistema, son también soluciones del sistema todas las del intervalo semiabierto por la derecha,* $[x^0, x^1]$.

En efectoo, mediante la sustitución [2.3], en los polinomios de [1.1] indicando con P_s aquellos que se anulan para $[x^1]$, $(s = 1, 2, \ldots, k \leqq m)$ y con P_i, los restantes, si los hay, que se conservan positivos, tendremos:

$$\begin{cases} P_s[x^0] - \lambda P_s[x^0] > 0 \\ P_i[x^0] + \lambda P_i[x^1] - \lambda P_i[x^0] > 0 \ , & \begin{matrix}(s = 1, 2, \ldots, k \leqq m) \\ (i = k+1, k+2, \ldots, m)\end{matrix} \end{cases}$$

sistema que se verifica para todo λ que cumpla la condición:

$$0 \leqq \lambda < 1 .$$

En virtud de esta propiedad, las soluciones de los sistemas subordinados de un sistema dado se pueden considerar como *soluciones límites* de éste, porque el sistema tiene soluciones *tan próximas a ellas como se quiera.*

3. **Sistemas irreducibles.** — Puede suceder que un sistema tenga inecuaciones *sobrantes,* es decir, inecuaciones que pueden suprimirse sin alterar sus soluciones. Cuando un sistema carece de inecuaciones sobrantes, diremos que es *irreducible.* Demostraremos que:

I). *Si un sistema* S*, compatible, tiene un polinomio, ninguno de cuyos ceros satisface al sistema parcial* S'*, formado por los demás polinomios, este sistema es equivalente al dado. La inecuación correspondiente a dicho polinomio es sobrante.*

En efecto, toda solución $[x^1]$ del sistema S es también solución, (1, III), del S'. Recíprocamente, probaremos que toda solución $[x^2]$ de S' es también de S. Sea $P_r[x]$, el polinomio de S cuyos ceros no satisfacen a S'. Si para $[x^2]$ fuese $P_r[x^2] < 0$, tendría $P_r[x]$ un cero $[x^0]$ en el intervalo $[x^1, x^2]$; pero este cero de $P_r[x]$ sería también (2, II), solución de S', contra lo supuesto, luego es $P_r[x^2] > 0$.

Esta propiedad de los polinomios lineales que hemos supuesto para $P_r(x)$ puede establecerse independientemente de la continuidad, como sigue:

Si para $[x^0]$ y $[x^1]$ es Sg. $P[x^0] \neq$ Sg. $P[x^1]$, indicando con Sg. $P[x]$ el *signo* de $P[x]$, mediante la sustitución [2.3] en el polinomio $P[x]$, se tiene

$$P[x] = P[x^0] + \lambda (P[x^1] - P[x^0]);$$

para

$$\lambda = \frac{P[x^0]}{P[x^0] - P[x^1]}$$

evidentemente mayor que cero y menor que 1, resulta $P[x] = 0$.

Recíproco.

II). *Si un sistema compatible S, es equivalente a otro sistema S', parcial del primero, ningún cero de los polinomios de S, que no son de S', satisfacen al sistema S'.*

Si un cero de tales polinomios satisficiese al S', éste tendría una solución distinta de las del sistema S, y entonces ellos no serían equivalentes.

En resumen:

III). *La condición necesaria y suficiente para que una inecuación sea sobrante en un sistema compatible, es que ninguno de los ceros del correspodiente polinomio, satisfaga a las demás inecuaciones del sistema.*

Obs.: Esta propiedad permitirá referirnos a sistemas irreductibles. Más adelante daremos criterios para la reducción efectiva de sistemas.

Las inecuaciones de un sistema irreducible y sus correspondientes polinomios se dirán, respectivamente, *inecuaciones principales* y *polinomios principales* del sistema.

IV). *El sistema formado por constantes positivas y cualquier número de inecuaciones, es reducible solamente al de éstas,* pues aquéllas carecen de ceros.

En particular:

V). *El sistema formado por cualquier número de constantes positivas se verifica idénticamente.*

Recíprocamente:

VI). *Todo sistema que se verifica idénticamente, se reduce a constantes positivas,* pues basta observar que, en virtud de (1, III), todas sus inecuaciones se verifican también idénticamente. Si hubiera en el sistema una inecuación cuyo polinomio no se redujese a una constante positiva, como la inecuación opuesta siempre tiene solución, el sistema dado no se verificaría idénticamente.

Estos sistemas que, en consecuencia, (3, III), carecen de inecuaciones principales, los llamaremos *sistemas idénticos*. Es claro que:

VII). *Todo sistema idéntico tiene dimensión nula y, por lo tanto,* (1), *característica nula.*

Un sistema compatible no idéntico puede reducirse, a lo sumo, a una sola inecuación.

En todo lo que sigue, cuando hablemos de sistemas, sin otra especificación, excluiremos el caso trivial de los *sistemas idénticos,* por lo tanto, consideraremos sistemas cuyas matrices tienen, por lo menos, características $h \leqq 1$.

Establezcamos, finalmente, el teorema fundamental de la equivalencia entre dos sistemas compatibles:

VIII). *La condición necesaria y suficiente para que dos sistemas compatibles (no idénticos), sean equivalentes, es que a cada inecuación en uno de ellos, corresponda una inecuación en el otro que difiera de aquélla en un factor positivo arbitrario.*

La condición es necesaria. En efecto, sean S y S' los sistemas, puesto que no son idénticos, tienen, (VI), inecuaciones principales. Sea $[x^0]$ una solución común y $[x^1]$ un cero de un polinomio principal $P_r[x]$ de S. Este sistema se verifica, (2, III), para todo x tal que sea

$$x_j = x_j^0 + \lambda\,(x_j^1 - x_j^0) \quad .\cdot. \quad 0 \leqq \lambda < 1. \qquad (j = 1, 2, 3, \ldots, n).$$

Si x^1 no fuese cero de ningún polinomio de S', como tampoco puede ser solución de S' porque no es de S, habría, en S', polinomios que tendrían necesariamente signo negativo para $x = x^1$. Todos ellos, (I), tendrían un cero en el intervalo $(x^0\ ,\ x^1)$.

Sea λ_μ, el menor valor que corresponde a tales ceros, pues son en número finito. Para

$$0 \leqq \lambda < \lambda_\mu < 1\,,$$

resultan soluciones de S', pero él no tiene soluciones para

$$\lambda_\mu \leqq \lambda < 1\,,$$

en cambio, las tiene S, lo cual no es posible. Luego es también un cero de algún polinomio $P_s'[x]$ de S'. Pero esto significa que, x^1, es solución de los sistemas subordinados de S y S' en los cuales son nulos los polinomios P_r y P_s', respectivamente. Pero (2, I), hay infinitas soluciones independientes, es decir que estos dos polinomios tienen infinitos ceros comunes, sus coeficientes y términos independientes, son, pues, proporcionales, y, como ellos son positivos para $[x^0]$, dicha razón es positiva.

De que la condición es suficiente, es inmediato.

Dos sistemas *idénticos cualesquiera* se considerarán siempre equivalentes.

4. **Compatibilidad.** — Vamos a estudiar, ahora, las condiciones necesarias y suficientes que caracterizan la compatibilidad de los sistemas normales.

I). *En todo sistema no idéntico compatible hay, por lo menos, un sistema subordinado de primer orden, también compatible.*

Si el sistema se reduce a una sola inecuación, el teorema es cierto porque todo polinomio lineal, distinto de una constante, tiene por lo menos, un cero. Supongamos que consta de más de una inecuación; en virtud de (3, III), podemos suponerlo irreducible. Consideremos un cero de uno cualquiera de sus polinomios. Si este cero hace positivos a todos los demás, el teorema está demostrado. Si anula a todos, esto no puede suceder para n, o para n-*1* ceros independientes de dicho polinomio, según que no sea o sea homogéneo, (pues suponemos un sistema n-dimensional), porque, en tal caso, los coeficientes de todos ellos, como también sus términos independientes, serían proporcionales a los del polinomio y el sistema sería reducible (1, II), a la única inecuación correspondiente al polinomio considerado. Por la misma razón, tampoco puede suceder que haya algún polinomio que tenga infinitos ceros independientes que hagan positivos a unos y nulos a otros. En resumen hay algún cero de cada polinomio del sistema, que hace positivos a unos y negativos a otros, a lo sumo. Sea P_1 el polinomio y $[x^1]$ dicho cero. Puesto que el sistema es compatible, sea $[x^0]$ una solución. En el interior del intervalo (x^0, x^1), se anulan todos los que son negativos para x^1, (3, I), mientras siguen siendo positivos los restantes (2, III). Entre los valores λ de [2.3], para los cuales se anulan los mencionados polinomios, hay uno mínimo λ_μ, no nulo, por tratarse de un número finito. En consecuencia, entre los valores del intervalo considerado, en que es

$$0 \leqq \lambda < \lambda_\mu ,$$

hay un cero del mencionado polinomio que hace positivos a todos los demás del sistema. Es decir, el sistema dado tiene un sistema subordinado de primer orden también compatible.

Recíprocamente:

II). *Si en un sistema, existe un sistema subordinado de primer orden compatible, el sistema dado también es compatible.*

Sea $[x^0]$ una solución del sistema subordinado de primer orden del sistema dado en el cual sea $P_1(x) = 0$; tendremos:

$$\begin{cases} P_1\,[x^0] = 0 \\ P_i\,[x^0] > 0 \qquad (i = 2, 3, \ldots, m). \end{cases}$$

Mediante la sustitución [2.1] en las expresiones [1.1] y teniendo en cuenta las precedentes resulta:

$$\begin{cases} -\,(a_{11}\,x_1' + \ldots + a_{1n}\,x_n') > 0 \\ P_i\,[x^0] - (a_{1i}\,x_1' + \ldots + a_{in}\,x_n') > 0. \quad (i = 2, 3, \ldots, m) \end{cases} \qquad [4.1]$$

Sistema siempre posible de satisfacer. En efecto, sea $P_\mu[x^0]$ el valor no mayor entre los $P_i[x^0]$ y M un número positivo mayor que el valor absoluto de los coeficientes a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{in}, de todos los polinomios, $(i = 2, 3, \ldots, m)$. El sistema [4.1] se reduce a lo sumo, en virtud de las relaciones [2.2], al sistema de las dos inecuaciones:

$$\begin{cases} -\,(a_{11}\,x_1' + \ldots + a_{1n}\,x_n') > 0 \\ P_\mu\,[x^0] - M \sum_{j=1}^{j=n} |\, x_j' \,| > 0\,, \end{cases}$$

que se resuelve a su vez, inmediatamente. Por ejemplo, si es $a_{11} \neq 0$, lo cual siempre es lícito suponer, la primera inecuación se satisface poniendo

$$\mathrm{Sg.}\, x_1' = -\,\mathrm{Sg.}\, a_{11} \quad , \quad x_2' = x_3' = \ldots = x_n' = 0\,,$$

y en la segunda, tomando

$$|\, x_1' \,| < \frac{P_\mu\,[x^0]}{M} > 0\,.$$

La proposición queda, pues, demostrada.

III) *En todo $S_h(m\,,n)$ compatible de características $h \geqq 1$, hay, por lo menos, un sistema subordinado compatible de orden no infe-*

rior a h, si los determinantes de orden $h+1$ de su matriz ampliada, no son todos nulos, o no existen, y de orden no inferior a $h-1$, si dichos determinantes son todos nulos, y recíprocamente.

Sea [1.1] el sistema dado. Hay en él (I), un sistema subordinado compatible que es, por lo menos, de primer orden. Sea

$$\begin{cases} P_1[x] = 0 \\ P_i[x] > 0 \qquad\qquad (i = 2, 3, \ldots, m) \end{cases}$$

dicho sistema. Como no todos los coeficientes a_{1j}, en P_1, son nulos, de lo contrario carecería de ceros y el sistema no sería irreducible, sea $a_{11} \neq 0$.

El sistema precedente se puede escribir

$$\begin{cases} x_1 = R_1(x_2, \ldots, x_n) \\ P_{i2}(x_2, \ldots, x_n) > 0, \end{cases}$$

siendo R_1 y P_{i2} polinomios lineales con una variable menos.

Aplicando a este último sistema, P_{i2}, de inecuaciones, también compatible, el mismo teorema, después de h procesos análogos si los determinantes de orden $h+1$ de su matriz ampliada, no son todos nulos, o no existen, o después de $h-1$, si son todos nulos, se encuentran, respectivamente, h o $h-1$ polinomios, por lo menos, que cumplen la condición, porque tal proceso no es otra cosa que la solución del sistema

$$\begin{cases} P_1 = 0 \\ \cdots\cdots\cdots \\ P_s = 0 \\ P_{s+1} > 0 & s \geqq h \text{ en el primer caso,} \\ \cdots\cdots\cdots & s \geqq h-1 \text{ en el segundo,} \\ P_m > 0\,. & s \lesseqgtr m, \text{ en ambos casos.} \end{cases}$$

En cuanto al recíproco, es inmediato, pues si algún sistema subordinado de orden h o de orden $h-1$ es compatible, en virtud de [II], el sistema también es compatible. En ambos casos, repitiendo el proceso de cálculo efectivo de las soluciones del sistema, como en el teorema directo, resulta que, en el primero, no pueden ser todos nulos los determinantes de orden $h + 1$, de la matriz ampliada del sistema, o bien no existen, de lo contrario el cero común a dichos h polinomios, no satisfaría a los demás. Análogamente, en el segundo caso, deben ser todos nulos los determinantes de orden $h + 1$ de la matriz ampliada, de lo contrario, existiría algún sistema subordinado compatible de orden h, contra lo supuesto.

Obs.: Los teoremas (I) y (II), directo y recíproco, dan la condición necesaria y suficiente de compatibilidad de un $S_h(m, n)$. Pero del teorema (III) deduciremos un criterio práctico que permitirá reconocer esta compatibilidad, mediante ciertas relaciones de signo entre los determinantes de su matriz.

Indicando con X_i, una indeterminada no negativa, que llamaremos *variable auxiliar* correspondiente al polinomio P_i, podemos escribir todo $S(m, n)$ en la forma

$$\sum_{j=1}^{j=n} a_{ij}\, x_j + c_i = X_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, m) \qquad [4.2]$$

que, considerado como un sistema de ecuaciones de incógnitas x, tiene la misma característica que el sistema dado. A este sistema lo llamaremos *sistema de ecuaciones adjunto* del sistema de inecuaciones dado, o simplemente, sistema *adjunto*.

IV) *El sistema adjunto,* [4.2], *de ecuaciones, y el* $S(m, n)$ *correspondiente, son simultáneamente compatibles o simultáneamente incompatibles.*

Estudiaremos, por lo tanto, la compatibilidad del sistema dado mediante la de su sistema adjunto. Habrá que distinguir dos casos:

a) *Si la característica h del sistema, es igual al número de inecuaciones,* el problema es trivial, pues se reduce a la solución del sistema [4.2], obteniéndose las incógnitas x en función de las $n - h$ incógnitas no principales arbitrarias y de las m variables auxiliares X_i, también arbitrarias pero no negativas. El sistema, en este caso, es *simpre compatible.*

b) *La característica h, del sistema, es menor que el número de sus inecuaciones.*

En este caso, elijamos, en el sistema adjunto, [4.2], h incógnitas principales y pasemos todas las demás al segundo miembro. En virtud del teorema de Rouché-Frobenius, obtendremos las relaciones a las cuales deben satisfacer las variables auxiliares, X_i, que resuelven la cuestión. Se tiene así:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1h} & X_1 & -c_1 & +Q_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{h1} & \dots & a_{hh} & X_h & -c_h & +Q_h \\ a_{h+r,1} & \dots & a_{h+r,h} & X_{h+r} & -c_{h+r} & +Q_{h+r} \end{vmatrix} = 0; \qquad (r = 1, 2, \dots m-h),$$

donde $Q_1, Q_2, \dots, Q_h, \dots, Q_{h+r}, \dots$ son polinomios lineales homogéneos de las incógnitas no principales del sistema.

Recordando que todos los determinantes de orden $h+1$, de la matriz del sistema son nulos, pues ella tiene, por hipótesis, característica h, resulta:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1h} & X_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{h1} & \dots & a_{hh} & X_h \\ a_{h+r,1} & \dots & a_{h+r,h} & X_{h+r} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1h} & c_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{h1} & \dots & a_{hh} & c_h \\ a_{h+r,1} & \dots & a_{h+r,h} & c_{h+r} \end{vmatrix}.$$

Llamaremos *matriz principal* del sistema a la formada por los coeficientes de las h incógnitas principales.

Desarrollando estos determinantes respecto de la última columna, indicando con α_{ri} el adjunto del elemento, en esta columna, que ocupa la fila de rango i, relativo al determinante orlado con la fila de rango $h+r$; con Δ_r este orlado, es decir, el del segundo miembro de la precedente expresión, y con δ el primer determinante de la matriz de orden h, no nulo, se tendrá

$$\delta\, X_{h+r} + \alpha_{rh} X_h + \dots + \alpha_{r1} X_1 = \Delta_r . \qquad (r = 1, 2, \dots m-h) \qquad [4.3]$$

Sistema de $m-h$ ecuaciones en las variables auxiliares, X_i, que llamaremos *resolvente del sistema dado relativo al determinante* δ.

En el caso a) y en el de los sistemas idénticos, llamaremos *resolvente del sistema* a su correspondiente sistema *adjunto*. Para distinguirlos, diremos *resolventes propios*, a los del caso b) y *resolventes impropios*, a los otros.

Si δ es el determinante (no nulo) de orden h, indicaremos brevemente el correspondiente resolvente propio, o impropio, cuando se trate de sistemas no idénticos, con la notación $R_h(\delta)$.

Las variables auxiliares que corresponden a las filas de un determinante δ, de un resolvente $R_h(\delta)$, se llamarán *variables auxiliares paramétricas de* $R_h(\delta)$, cuyo número es, precisamente, h, como lo prueba la ecuación [4.3], es decir, igual a la característica del sistema.

Finalmente, el sistema [4.3] es, en realidad, un sistema compuesto de m inecuaciones $X_i \geqq 0$, y de $m - h$ ecuaciones. La *matriz* de un sistema resolvente propio está formada por los determinantes δ y α_{rj} de orden h; su *matriz ampliada*, es esta misma matriz completada con una última columna cuyos elementos son todos los determinantes orlados del determinante δ.

Probemos ahora que:

V) *La condición necesaria y suficiente para que un* $S_h(m, n)$, *de característica* $h < m$, *sea compatible, es que algún determinante* δ, *de orden* h, *de su matriz, tenga el mismo signo que todos sus orlados, y si algunos o todos éstos son nulos, la condición es que exista por lo menos una columna de la matriz de su resolvente respecto de* δ, *cuyos determinantes no nulos de orden* h *tengan signo opuesto a* δ.

La condición es *necesaria*. En efecto, si el sistema es compatible hay en él, (III), por lo menos, un sistema subordinado compatible de orden h o de orden $h - 1$, según el caso. Si es $h = 1$, resulta demostrado en virtud de (I). Si es $h > 1$, considerando los h o $h - 1$ polinomios en cuestión que tienen ceros comunes, los cuales satisfacen a todas las demás inecuaciones de $S_h(m, n)$, tomando un resolvente del sistema cuyas variables auxiliares paramétricas sean, en [4.2], los correspondientes a dichos polinomios, e indicando con δ el determinante no nulo de orden h, formado, en el primer caso, con los coeficientes de las incógnitas principales de estos h polinomios principales y, en el segundo, con los $h - 1$ principales y los de cualquier otro polinomio del sistema con tal que δ no resulte nulo, el cual existe siempre porque la característica del sistema es h, por hipótesis, tendremos un resolvente de la forma [4.3]. Si todos los orlados Δ_r de δ, son distintos de cero, como para

$$X_1 = X_2 = \ldots = X_h = 0$$

es, (III), $X_{h+r} > 0$, para todo $(r = 1, 2, \ldots, m - h)$, resulta, en [4.3],

$$\delta X_{h+r} = \Delta_r$$

luego:

$$\text{Sg. } \delta = \text{Sg. } \Delta_r .$$

Si todos los orlados Δ_r, son nulos, para algún cero común a $h - 1$ polinomios principales, es también, (III), $X_{h+r} > 0$, de donde, de [4.3], resulta

$$\text{Sg. } \delta = - \text{Sg. } \alpha_{rj} , \qquad (r = 1, 2, \ldots, m - h)$$

siendo X_j la variable auxiliar correspondiente al polinomio que no forma parte, en [4.3], de los $h - 1$ polinomios principales nulos. Es claro que, si en este caso, todos los determinantes α_{rj} fuesen nulos, el sistema se reduciría o bien a los h polinomios de las filas de δ, y entonces se vuelve al caso *a*), o bien resultaría necesariamente también $\delta = 0$, contra lo supuesto.

En resumen, la primera posibilidad puede suceder solamente cuando sean homogéneas las restantes $m - h$ inecuaciones del $S_h(m, n)$ dado, que no corresponden a las filas de δ. Si una de ellas no lo es, entonces no todos los α_{rj} pueden ser nulos.

Finalmente, si solo son nulos algunos orlados Δ_r y otros no, algún cero común a $h - 1$ polinomios principales satisface a las demás inecuaciones y por lo tanto, en las ecuaciones [4.3], cuyo segundo miembro es nulo, se tendrá

$$\text{Sg. } \delta = - \text{Sg. } \alpha_{sj}$$

para todos los s, tales que

$$\Delta_s = 0 ,$$

y para el cero común a los h polinomios principales, resultará, como en el primer caso,

$$\text{Sg. } \delta = \text{Sg. } \Delta_r ,$$

en todas las ecuaciones de [4.3], cuyo segundo miembro, Δ_r, sea distinto de cero.

La condición es también *suficiente*. Pues, escribiendo las ecuaciones [4.3] en la forma

$$\delta X_{h+r} = \Delta_r - (\alpha_{rh} X_h + \ldots + \alpha_{r1} X_1) \qquad (r = 1, 2, \ldots, m - h) \qquad [4.4]$$

resulta:

Si los Δ_r son todos diferentes de cero, siendo por hipótesis, para todo $(r = 1, 2, \ldots m - h)$,

$$\text{Sg. } \delta = \text{Sg. } \Delta_r ,$$

existen valores positivos suficientemente pequeños de las variables auxiliares paramétricas arbitrarias $X_1, X_2, \ldots, X_h$, para los cuales el segundo miembro de [4.4] toma el signo de su primer término, y por lo tanto resulta, también

$$X_{h+r} > 0 .$$

Si todos, o solamente algunos de los determinantes Δ_r, orlados, son nulos, siendo, por hipótesis, en las ecuaciones del resolvente donde se tenga

$$\Delta_s = 0$$

$$\text{Sg. } \delta = - \text{Sg. } \alpha_{sj} ,$$

para valores positivos arbitrarios de las restantes $h - 1$ variables auxiliares X_i, el segundo miembro de [4.4] tiene el signo de su primer término, luego eligiendo convenientemente los valores positivos de la otra incógnita X_j, lo cual siempre es posible porque es arbitraria, resultará también

$$X_{r+h} > 0 . \qquad (r = 1, 2, \ldots, m - h).$$

Por consiguiente, el sistema es compatible. A todo determinante que cumple las condiciones precedenes, lo llamaremos *determinante principal del sistema,* conservando esta misma denominación también en el caso *a*), para todo δ no nulo, puesto que en este caso el sistema es siempre compatible. Finalmente, como todo sistema idéntico es compatible y tiene, como matriz de sus coeficientes, cualquier matriz *nula,* diremos que todo determinante (nulo) de su matriz, es también un *determinante principal* del sistema.

Resulta inmediato que:

VI) *Todo sistema parcial de un $S_h(m, n)$ que contiene a las inecuaciones correspondientes a las filas de un determinante principal* δ *del sistema, tiene este mismo determinante principal* δ.

Como todo sistema $S_h(m, n)$ de característica *h,* tiene, a lo sumo $\binom{m}{h}$ resolventes propios, puede que no todos ellos satisfagan a las condiciones del teorema anterior, (V), llamaremos *resolventes principales del sistema,* a los que las cumplen.

Así por ejemplo, el siguiente sistema normal el cual tiene $h = 2$, $m = 4$; $\binom{m}{h} = 6$ resolventes; sólo los formados por los siguientes determinantes principales: (12); (24); (43); (31), cumplen las condiciones mencionadas. Los otros no.

$$\begin{array}{rl} 1) & \left\{\begin{array}{l} \ldots\ldots\ldots\ldots\ x > 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ y > 0 \\ \ldots\ldots -x - y + 1 > 0 \\ \ldots\ldots -2x + y + 1 > 0. \end{array}\right. \end{array}$$

En cuanto a los impropios resulta de (a) y de (3, VI) que:

VII) *Todo resolvente impropio es principal.*

La [4.3] prueba que un resolvente propio de un $S_h(m, n)$ contiene como coeficientes de sus ecuaciones,

$$N = h(m - h) + 1$$

determinantes de orden h de toda matriz principal del sistema.

Veremos, más adelante, que ellos son todos los determinantes independientes de orden h que en ella existen. La condición de compatibilidad del sistema, puede enunciarse ahora, brevemente, de este modo:

VIII) *Condición necesaria y suficiente para que un $S_h(m, n)$ sea compatible, es que admita, por lo menos, un resolvente principal.*

Notemos, finalmente, que esta condición equivale también a la siguiente:

IX) *La condición necesaria y suficiente para que un $S_h(m, n)$ sea compatible, es que todas las soluciones de sus sistemas subordinados compatibles de orden h, que no contienen a un polinomio P_i, de S, satisfagan a la correspondiente inecuación de éste, cuando no todos los determinantes de orden $h + 1$ de S son nulos; si son todos nulos, la condición es que la satisfagan todas las soluciones de sus sistemas subordinados compatibles de orden $h - 1$*; pues basta considerar todos los resolventes de $S_h(m, n)$ que no contienen, entre sus h variables auxiliares paramétricas, la correspondiente al polinomio P_i.

Resulta también que

X) *Todo sistema parcial de un $S_h(m, n)$, formado por s polinomios cuyas s filas forman parte del determinante δ, de un resolvente principal del sistema $S_h(m, n)$, tiene característica igual a s;* de lo contrario el determinante δ de dicho resolvente principal sería nulo.

§ 2. — APLICACIONES GEOMETRICAS

5. **Significado geométrico de un $S_h(m, n)$. Sistemas correlativos.** — Si las n variables x_j, de un sistema compatible $S_h(m, n)$, se interpretan como coordenadas cartesianas de un espacio euclídeo n-dimensional E_n, espacio de $S_h(m, n)$, se obtiene en E_n una región convexa, como resulta de la propiedad demostrada en (2, II), que llamaremos *región poliédrica convexa n-dimensional* del espacio E_n correspondiente al sistema $S_h(m, n)$. Esta región está *limitada*, en virtud de (2, III), por las regiones convexas que representan, en E_n, todos los sistemas subordinados compatibles del sistema dado, que se llama *contorno* de la región, el cual está constituído por *vértices, aristas, caras,* etc. Los hiperplanos que la definen, se llamarán, por esta razón, *hiperplanos límites de la región.* Se llamará *región completada* (1), al conjunto de puntos interiores más los del contorno (2).

Consideremos, ahora, las inecuaciones del sistema, escritas en coordenadas cartesianas homogéneas agregando la nueva variable z y donde las coordenadas absolutas son:

$$\frac{x_1}{z}, \frac{x_2}{z}, \ldots, \frac{x_j}{z}, \ldots, \frac{x_n}{z}.$$

Si indicamos con Z una nueva variable auxiliar no negativa, agregando a las ecuaciones [4.2] la ecuación

$$0\,x_1 + 0\,x_2 + \ldots + 0\,x_n + z = Z$$

lo que equivale a poner $z \geqq 0$, se obtiene el sistema adjunto

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{j=n} a_{ij}\,x_j + c_i\,z = X_i \\ &0\,x_1 + \ldots + 0\,x_n + z = Z, \qquad (i = 1, 2, 3, \ldots, m) \end{aligned} \tag{5.1}$$

el cual, para $z > 0$, da el adjunto del sistema en coordenadas absolutas.

(1) Una *región completada* es un recinto cerrado (*fermé*). Para evitar confusiones con el concepto corriente de región cerrada, usamos aquella denominación.

(2) Otra interesante aplicación geométrica de estos sistemas, a la división del hiperespacio por hiperplanos se encuentra en nuestra nota al *Congresso dei matematici* de Bologna, ya citada.

Es claro que subsistirán para este último sistema, las mismas condiciones de compatibilidad que para el sistema [4.2], porque sus resolventes son los mismos que los de aquél, solo que los segundos miembros están multiplicados por la nueva variable z, la cual, por hipótesis, no es negativa. Nótese que la última inecuación agregada no implica ninguna restricción al sistema puesto que ella se satisface idénticamente para cualquier punto del E_n. Pero tiene importancia, en cambio, en el E_n ampliado, E_n', con la introducción de las coordenadas homogéneas. Este espacio E_n' no es otro que el llamado *espacio arguesiano* (1), o sea el espacio euclídeo más los *puntos impropios* de todas sus rectas.

Las ecuaciones [5.1] son susceptibles, como se sabe (2), de una doble interpretación geométrica en el espacio arguesiano E_n', de $n > 1$ dimensiones, según que se consideren como ecuaciones de *hiperplanos* del E_n', o bien como ecuaciones de *puntos* del E_n', para cada sistema de valores fijados a las variables auxiliares. Estas variables auxiliares no negativas desempeñan el papel de *parámetros.* Al variar éstos cada ecuación del sistema [4.1] describe, o bien un semiespacio, o bien una semirrecta, según que se refiera a la primera o a la segunda interpretación, respectivamente.

En efecto, al variar el parámetro no negativo X, de 0 a $+\infty$, la ecuación

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n + c z = X \qquad z \geqq 0 ,$$

describe, en E_n' un semiespacio mediante hiperplanos paralelos entre sí.

Poniendo, como es lícito por ser $z \geqq 0$, $X = z.X'$ con $X' \geqq 0$, a cada hiperplano corresponde un punto de coordenadas homogéneas

$$(a_1 , a_2 , \ldots , a_n , c - X')$$

cuyas coordenadas absolutas son

$$\left(\frac{a_1}{c - X'} , \frac{a_2}{c - X'} , \ldots , \frac{a_n}{c - X'} \right) .$$

La ecuación del segmento completo, resulta, entonces

$$\frac{x_1}{a_1} = \frac{x_2}{a_2} = \ldots = \frac{x_n}{a_n} = \frac{1}{c - X'} .$$

Su sostén, es pues, una recta de E_n', perpendicular al hiperplano homólogo, recta que pasa por el origen de coordenadas.

(1) LUCIÉN GODEAUX: *La Géometrie*, pág. 23. Hermann, París.
(2) E. BERTINI: obra citada, pág. 34.

Las distancias del hiperplano π y de su punto P, homólogo, al origen de coordenadas, son inversas entre sí. Pues se tiene

$$d^2_\pi = \frac{c^2}{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2} \quad ; \quad d_p^2 = \frac{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2}{c^2} .$$

En ambas interpretaciones, cuando el sistema es compatible, representa una región *poliédrica n-dimensional* del espacio E_n' que puede considerarse *convexa* en virtud de (2, II), pues basta observar que al segmento completo

$$\begin{cases} x_j = x_j^0 + \lambda\,(x_j^1 - x^0) \\ z = z^0 + \lambda\,(z^1 - z^0)\ , \end{cases}$$

$$0 \leqq \lambda \leqq 1\ ; \qquad (j = 1, 2, 3, \ldots, n)$$

de *extremos*

$$(x_1^0, \ldots, x_j^0, \ldots, x_n^0, z^0) \quad ; \quad (x_1^1, \ldots, x_j^1, \ldots, x_n^1, z^1)$$

en la primera interpretación, corresponde un ángulo completo de E_n' en la otra, de caras [1]

$$(x_1^0, \ldots, x_j^0, \ldots, x_n^0, z^0) \quad ; \quad (x_1^1, \ldots, x_j^1, \ldots, x_n^1, z^1) .$$

A estas dos interpretaciones de las inecuaciones de un sistema en E_n', corresponden regiones poliédricas distintas entre sí. Llamaremos *duales* o también *correlativos,* uno de otro, a cada uno de los sistemas que resultan de interpretar un mismo sistema de inecuaciones normales, de una o de otra manera y los indicaremos con las notaciones $S_h(m\,, n)$ y $S_h'(m\,, n)$ según que se trate de la primera o de la segunda interpretación, respectivamente. Diremos que las correspondientes regiones en E_n' también son duales o correlativas la una de la otra.

A un sistema compatible $S_h(m\,, n)$ en E_n', $(n > 1)$, corresponde una región de puntos de E_n', *región puntual convexa,* a su dual, $S_h'(m\,, n)$, una región de *hiperplanos* de E_n', *región hiperplanar convexa.* Así, pues, el teorema (2, II) expresa para la primera que:

(1) Así como el *sostén* del segmento, es una recta de E_n', espacio lineal de dimensión $d = 1$, el sostén del ángulo correlativo, es un espacio lineal de E_n' de $d' = n - 2$ dimensiones. Véase más adelante.

Si dos puntos A *y* B *pertenecen a una región puntual convexa de* E_n', *uno de los dos segmentos completos de extremos* A *y* B, *pertenece a la misma región.*

Para la segunda que:

Si dos hiperplanos a *y* b *pertenecen a una región hiperplanar convexa de* E_n', *uno de los dos ángulos completos de caras* a *y* b *pertenece a la misma región.*

Estos dos teoremas, duales entre sí, son el fundamento de la ley de dualidad que permite pasar de una propiedad de una región de E_n' a su dual.

El grupo fundamental mediante el cual, un sistema $S_h(m, n)$ del espacio arguesiano, E_n', se transforma en otro sistema o en sí mismo, o en su dual, es el de las *afinidades* de E_n', o sea

$$\rho\, x_i = \sum_{r=1}^{r=n} \alpha_{ir}\, x_r' \qquad [5.2]$$

$$\rho\, z = z' \qquad \text{siendo} \qquad \rho > 0,$$

y el determinante

$$|\alpha_{ir}| \neq 0 .$$

Es claro que en esta transformación, a sistemas compatibles, corresponden sistemas también compatibles.

Teniendo en cuenta la relación dimensional (1) entre dos espacios lineales correlativos cualesquiera de E_n', indicando con $d < n$, la dimensión de uno, la del otro es $n - d - 1$.

Resulta que todo sistema subordinado compatible de característica subordinada $k \leqq h$ de $S_h(m, n)$, por tener en E_n' la dimensión $d = n - k$, (1), tiene, como correspondiente en el sistema dual, $S_h'(m, n)$, un sistema subordinado compatible de dimensión $d' = n - (n - k) - 1 = k - 1$. De donde $d + d' = n - 1$.

Se puede hallar también una relación entre la característica subordinada k de un sistema subordinado compatible de $S_h(m, n)$ y la característica subordinada k' del sistema subordinado en $S'(m, n)$ que tiene la misma dimensión que aquél.

En efecto, sea d la dimensión de un sistema subordinado de ca-

(1) G. VERONESE: *Fondamenti di Geometria,* pág. 512.
E. BERTINI: obra citada, pág. 115.

racterística subordinada k, del primero, y d' la de su correspondiente sistema subordinado en el segundo. Es

$$d = n - k \quad ; \quad d' = n - k'$$

$$d + d' = 2n - (k + k'),$$

y, como

$$d + d' = n - 1,$$

resulta también

$$k + k' = n + 1.$$

Por otra parte, para $d' = d$, se tiene,

$$k + k' = 2(n - d),$$

relación que permite obtener las características subordinadas de cada par de sistemas subordinados compatibles de $S_h(m, n)$ y $S_h'(m, n)$ que tienen, en uno de ellos y en su dual una misma dimensión dada d. Siendo para $d' = d$, $d' = d = \frac{n-1}{2}$, se deduce que:

I) *En los espacios arguesianos E_n', $n > 1$, de dimensión impar, existe una sola pareja de sistemas subordinados compatibles correlativos entre sí, que tienen igual dimensión $d' = d = \frac{n-1}{2}$, y tienen, además, igual característica subordinada, pero no existe ninguna pareja de tales sistemas en los espacios E_n', de dimensión par;* como se desprende inmediatamente de las precedentes relaciones entre n, d, d' y k, k'.

Las relaciones de dualidad entre $S_h(m, n)$ y $S_h'(m, n)$ permiten, pues, deducir, inmediatamente que, en particular, a la región de $S_h(m, n)$ corresponde una región del $S_h'(m, n)$ con tantos *vértices* como *caras* tiene la otra y viceversa.

Nótese que la transformación dual afín en la cual es

$$\begin{cases} \rho x_j' = x_j \\ \rho z' = z \qquad \rho > 0 \end{cases}$$

y en que (x_j', z') son coordenadas homogéneas de hiperplanos de E_n', no es otra cosa que la *polaridad* con respecto a la cuádrica n-dimensional imaginaria del E_n', $(n > 1)$ (¹)

$$\Phi \equiv x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 + z^2 = 0.$$

(¹) E. Bertini: obra citada, pág. 115.

Las regiones de $S_h(m, n)$ y $S_h'(m, n)$ son pues, *polares recíprocas.*

Obs.: Desde el punto de vista puramente intuitivo, en general, la región hiperplanar de un $S_h'(m, n)$ compatible en E_n', no aparece, aún en los espacios *bi* y *tri* dimensionales, tan claramente delimitada por sus puntos límites, como la correlativa $S_h(m, n)$ de puntos del E_n', por sus hiperplanos límites. Por esto suele confundirse comúnmente el poliedro polar de un poliedro, con el contorno de aquél. Pero, en realidad, esta confusión no conduce a error porque es cierto el teorema siguiente:

II) *El conjunto de hiperplanos límites de una región* (R'), *correlativa de una región puntual convexa* (R), *que corresponde a un* $S_h(m, n)$ *de característica* $h = n$, *define, a su vez, una región puntual convexa* (R_1').

En efecto, sean [5.1], las ecuaciones del sistema adjunto de $S_h(m, n)$ que define la región (R) en el espacio puntual E_n', y

$$\begin{array}{l} \pi_1\ (a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}, c_1) \\ \pi_2\ (a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n}, c_2) \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \pi_n\ (a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nn}, c_n) \end{array}$$

n, hiperplanos de (R) que forman uno de sus vértices $(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$.

Sean

$$\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \zeta$$

las coordenadas homogéneas cartesianas de puntos en E_n' que contiene a la región (R'), siendo

$$\frac{\xi_1}{\zeta}, \frac{\xi_2}{\zeta}, \dots, \frac{\xi_n}{\zeta},$$

las coordenadas absolutas.

La ecuación cartesiana del hiperplano, límite de (R') correlativo del vértice $(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$ de (R), escrita, por comodidad, en la forma que sigue, es:

$$\delta_1(\xi) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & c_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & c_n \\ \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_n & \zeta \end{vmatrix} = 0.$$

El determinante $\delta_1(\xi)$, tiene signo constante o es nulo, cuando, en lugar de las variables ξ_j, ζ, se colocan los números

$$a_{i1}\,,\ a_{i2}\,,\ \ldots,\ a_{in}\,,\ c_i \qquad \text{o bien} \qquad 0,\ 0,\ \ldots,\ 0,\ 1$$

para todos los valores de i, distintos de 1, 2, 3, ..., h, puesto que, (4, V), resultan ser todos ellos los determinantes orlados de orden $h+1=n+1$, del determinante principal

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

del sistema $S_h(m\,,n)$ compatible.

En virtud de (4, IX) el sistema normal, cuyas inecuaciones tienen por primeros miembros los polinomios $\delta_1(\xi)$, uno para cada vértice de (R), es compatible, porque dichos valores de las variables ξ_j son los de los sistemas subordinados compatibles de orden $h=n$ de $S_n'(m\,,n)$, los mismos por hipótesis, que los del sistema formado por los polinomios $\delta_1(\xi)$.

Un teorema análogo vale para los demás casos, es decir, cualesquiera que sean h y n.

Es particularmente útil esta polaridad cuando el polo del hiperplano impropio es interior a la región (R) dada. En este caso vamos a probar que:

III) *Si la región (R) correspondiente a un $S_h(m\,,n)$ de característica $h=n$, contiene en su interior al polo O del hiperplano impropio π'_∞, su polar (R') puede ser engendrada mediante sistemas de hiperplanos paralelos a sus propios hiperplanos límites.*

En efecto, puesto que (R) contiene al polo, su dual (R'), contiene al hiperplano impropio de E_n'. Sean, ahora, $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_i, \ldots, \alpha_\nu$, $\nu \geqq n$ hiperplanos límites que forman un vértice A de (R). A éstos corresponden en (R'), otros tantos puntos $A_1', A_2', \ldots, A_i', \ldots, A_\nu'$, que pertenecen a un mismo hiperplano límite α' de (R') homólogo del punto A de (R). Unamos, en (R), el polo O, con el punto A, y tomemos, en este segmento, un punto P, distinto de A y de O. Tracemos por P, interior a (R), (2, III), ν hiperplanos $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_i, \ldots, \beta_\nu$ respectivamente paralelos a $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_i, \ldots, \alpha_\nu$.

A cada uno de estos hiperplanos, β_i, corresponde, en (R'), un punto B_i'.

Como a todos los hiperplanos, paralelos al β_i que generan el semiespacio limitado por α_i en (R), corresponde en (R') un segmento completo, limitado por el punto A_i', homólogo del hiperplano α_i; los puntos B_1', B_2', ..., B_ν', homólogos de los hiperplanos $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_\nu$, pertenecen a otros tantos segmentos completos limitados, respectivamente, por los puntos A_1', A_2', ..., A_ν', en (R'), siendo el otro punto límite de dichos segmentos, como es sabido, el polo.

Luego al punto

$$P \equiv \beta_1 \beta_2 \dots \beta_i \dots \beta_\nu ,$$

corresponde el hiperplano

$$p' \equiv B_1' B_2' \dots B_i' \dots B_\nu' .$$

Pero en (R), P está alineado con el polo O, y el punto A; en (R'), el hiperplano p', concurre, entonces, a un mismo punto con el hiperplano impropio de E_n' y con el hiperplano límite

$$\alpha' \equiv A_1' A_2' \dots A_i' \dots A_\nu' ,$$

es decir, son paralelos.

Procediendo así, con cada hiperplano límite de (R'), resulta el teorema, puesto que a todo punto interior a (R), distinto del polo, puede hacérsele corresponder un hiperplano paralelo a un hiperplano límite de (R').

En resumen, la región puntual (R_1'), complementaria de la región limitada (R_1'), considerada, a su vez, en E_n' como región de puntos, tiene el mismo contorno que (R'). Esta región puntual convexa (R_1'), es la que impropiamente se llama región polar de (R), con respecto a la cuádrica imaginaria Φ, de E_n.

6. **Determinantes de una misma matriz.** — Deduciremos, brevemente, las relaciones entre los determinantes de orden h y de orden $h+1$ de una matriz principal ampliada de un $S_h(m, n)$, limitándonos a las que nos sean estrictamente necesarias en este estudio. Es claro que bastará reducirse al caso de que el sistema tiene resolvente propio, porque en el otro caso la matriz del sistema es cuadrada y tiene un solo determinante de orden máximo h.

Sea entonces $S_h(m, n)$ el sistema, y $R_h(\delta)$ uno de sus resolventes, que, como hemos dicho, es propio. Escribamos este resolvente poniendo en evidencia, en cada uno de sus determinantes de orden h, y de orden $h+1$, las filas que los forman, de acuerdo con la notación del número 1.

Indicando con $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_h$ las filas que componen su determinantes δ, de orden h y con i_p una fila variable de la matriz principal del sistema que puede eventualmente, coincidir con cualquier fila fija, el resolvente, $R_h(\delta)$ [4.3], se puede escribir también en la forma:

$$(a_1 a_2 \ldots a_h)Xi_p - (a_1 a_2 \ldots a_{h-1} i_p)Xa_h + \ldots + (-1)^h (a_2 a_3 \ldots a_h i_p)Xa_1 = (a_1 a_2 \ldots a_h i_p), \quad [6.1]$$

como resulta de su definición (4, b) [4.3]; pues sus ecuaciones no son otra cosa que los determinantes de orden $h+1$ formados por las filas fijas $a_1, a_2, \ldots, a_h$ y la fila variable i_p, desarrolladas respecto de su última columna $Xa_1, Xa_2, \ldots, Xa_h, Xi_p$, según la mencionada notación.

Haciendo ocupar a i_p sucesivamente el primer lugar en $(a_2 a_3 \ldots a_h i_p)$, el segundo lugar, en el anterior, etc., en todos los determinantes que contienen a i_p, en la expresión precedente, teniendo en cuenta de los cambios de signo y pasando todos esos términos al segundo miembro y, al primero, el término independiente, se tiene, cualquiera que sea h:

$$(a_1 a_2 \ldots a_h)Xi_p - (a_1 a_2 \ldots a_h i_p) = (i_p a_2 \ldots a_h)Xa_1 + \ldots + (a_1 a_2 \ldots a_{h-1} i_p)Xa_h \quad [6.2]$$
$$(p = 1, 2, \ldots, m-h).$$

Consideremos, ahora, la matriz de los coeficientes de los términos del segundo miembro de esta última relación. Tiene h columnas y $m-h$ filas.

Calculemos sus determinantes de máximo orden $k \leqq h$.

Indiquemos con $\alpha_{a_k, j}$ los adjuntos de los elementos de un determinante de orden h de la matriz principal del sistema, de fila a_k y de columna j. Haciendo el producto por filas de los dos determinantes

$$(\alpha_{a_1}\, \alpha_{a_2} \ldots \alpha_{a_k} \ldots \alpha_{a_h}) \quad \text{y} \quad (i_1\, i_2 \ldots i_k \ldots i_h)$$

donde el primer factor es el determinante adjunto del considerado escrito según la notación del número 1; resulta [1]

$$\Delta_h = \begin{vmatrix} (i_1\, a_2 \ldots\ldots a_h) & \ldots\ldots & (a_1\, a_2 \ldots\ldots a_{h-1}\, i_h) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ (i_k\, a_2 \ldots\ldots a_h) & \ldots\ldots & (a_1\, a_2 \ldots\ldots a_{h-1}\, i_k) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ (i_h\, a_2 \ldots\ldots a_h) & \ldots\ldots & (a_1\, a_2 \ldots\ldots a_{h-1}\, i_h) \end{vmatrix}.$$

(1) E. PASCAL. *I determinanti*, pág. 173 (segunda edición), 1923. U. Hoepli. Milano.

Por otra parte, el determinante adjunto $(\alpha_{a_1}\,\alpha_{a_2}\,\ldots\,\alpha_{a_h})$ vale

$$(a_1\,a_2\,\ldots\,a_h)^{h-1}.$$

Ahora bien, si es $k < h$, en el determinante Δ_h, a partir de k en adelante, los $i_{k+1}, i_{k+2}, \ldots, i_h$ coincidirán con las a_h y Δ_h se descompondrá en el producto de dos determinantes de la forma

$$\Delta_h = (a_1\,a_2\,\ldots\,a_h)^{h-k}\,\Delta_k\,,$$

porque en cada fila de Δ_h, donde hay coincidencias, se puede lograr que se anulen todos los elementos, excepto los de la diagonal principal. Teniendo en cuenta la primera relación, también es

$$\Delta_h = (a_1\,a_2\,\ldots\,a_h)^{h-1}\,(i_1\,i_2\,\ldots\,i_k\,\ldots\,i_h) \qquad [6.3]$$

de donde resulta, finalmente,

$$\Delta_k = (a_1\,a_2\,\ldots\,a_h)^{k-1}\,(i_1\,i_2\,\ldots\,i_k\,\ldots\,i_h)\,, \qquad k \leqq h,$$

fórmula en la cual, cuando sea $k < h$, será menester sustituir las filas $i_{k+1}, i_{k+2}, \ldots$ etc., con las a_h con que coinciden. En particular, si todas las i_p coinciden con las a_h resultan identidades.

Por ejemplo, para los determinantes de tercer orden de la matriz siguiente

$$\left\|\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ \cdot\;\cdot & \cdot\;\cdot & \cdot\;\cdot \\ \cdot\;\cdot & \cdot\;\cdot & \cdot\;\cdot \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \end{matrix}\right\|,$$

de cinco filas 1, 2, 3, 4, 5 procederemos del siguiente modo:

Tomemos en ella un determinante de tercer orden no nulo

$$\left|\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}\right|,$$

como ser el formado por sus tres primeras filas que, de acuerdo con la notación del número (1), se indicará con (123).

Consideremos el determinante adjunto de éste,

$$\left|\begin{matrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{matrix}\right|$$

que según la mencionada notación lo designaremos con $(\alpha_1\,\alpha_2\,\alpha_3)$.

Hagamos ahora el producto, por filas, de este último determinante, por uno cualquiera de tercer orden de la matriz dada, es decir formado por tres filas cualesquiera de ella i, j, k, que designamos con $(i\,j\,k)$. Tal producto será un determinante de tercer orden, cuyos elementos son, a su vez, determinantes de tercer orden de esa misma matriz. En efecto, se tiene

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} \\ a_{j1} & a_{j2} & a_{j3} \\ a_{k1} & a_{k2} & a_{k3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_{i1} & A_{i2} & A_{i3} \\ A_{j1} & A_{j2} & A_{j3} \\ A_{k1} & A_{k2} & A_{k3} \end{vmatrix}.$$

Pero siendo

$$A_{i1} = a_{i1}\,\alpha_{11} + a_{i2}\,\alpha_{12} + a_{i3}\,\alpha_{13}$$

$$A_{i1} = \begin{vmatrix} a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = (i\,23)\,,$$

que no es sino el determinante dado, de tercer orden de la matriz, en el cual se ha sustituído la primera fila, por la de rango i. Según la notación empleada, podemos escribir

$$A_{i1} = (i\,23)\,.$$

Análogamente, para los demás elementos de Δ_3. Así pues resulta

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} (i\,23) & (1\,i\,3) & (12\,i) \\ (j\,23) & (1\,j\,3) & (12\,j) \\ (k\,23) & (1\,k\,3) & (12\,k) \end{vmatrix}.$$

Por otra parte ese mismo producto vale

$$\Delta_3 = (123)^2\,(i\,j\,k),$$

por ser el primer factor $(\alpha_1\,\alpha_2\,\alpha_3)$, el determinante adjunto del determinante dado. Finalmente

$$(i\,j\,k)\,(123)^2 = \begin{vmatrix} (i\,23) & (1\,i\,3) & (12\,i) \\ (j\,23) & (1\,j\,3) & (12\,j) \\ (k\,23) & (1\,k\,3) & (12\,k) \end{vmatrix}.$$

Haciendo tomar a las filas variables i, j, k, todos los valores posibles (1, 2, 3, 4, 5), la precedente expresión, cuando no se reduce a una identidad, da todas las relaciones entre los determinantes de tercer orden de la dada matriz. En este caso resultan las tres siguientes:

$$(123)(145) = \begin{vmatrix} (124) & (134) \\ (125) & (135) \end{vmatrix}$$

$$(123)(245) = \begin{vmatrix} (124) & (234) \\ (125) & (235) \end{vmatrix}$$

$$(123)(345) = \begin{vmatrix} (134) & (234) \\ (135) & (235) \end{vmatrix}.$$

Relaciones todas independientes entre sí (1).

Nótese lo cómodo que resulta la notación elegida para expresar este tipo de relaciones.

Haciendo recorrer, en el determinante Δ_k a la variable i_p las filas de la matriz, se obtienen todas las relaciones existentes entre los $\binom{m}{h}$ determinantes de máximo orden h, de una matriz principal del sistema. De estas relaciones resulta que hay, en ella, solamente

$$N = h\,(m - h) + 1 \qquad [6.4]$$

determinantes independientes de orden h, máximo, porque basta observar que los elementos del determinante Δ_k, más el determinante δ, o sea el $(a_1\, a_2 \ldots a_h)$, en función de los cuales se expresan todos los demás, son los determinantes de orden h de la matriz de un mismo resolvente [4.3], del sistema.

Es claro que análogas relaciones se obtienen para los determinantes de orden $h + 1$ de una matriz principal ampliada del sistema. Basta formar, para ello, el determinante Δ_{k+1}, análogo al Δ_k.

Consideremos, ahora, el determinante de orden $h + 1$

$$D_{h+1} = \begin{vmatrix} (i_1 \quad a_2 \ldots\ldots a_h) & \ldots\ldots & (a_1\, a_2 \ldots\ldots a_h\ i_h) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ (i_k \quad a_2 \ldots\ldots a_h) & \ldots\ldots & (a_1\, a_2 \ldots\ldots a_h\ i_k) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ (i_h \quad a_2 \ldots\ldots a_h) & \ldots\ldots & (a_1\, a_2 \ldots\ldots a_h\ i_h) \\ (i_{h+1}\, a_2 \ldots\ldots a_h) & \ldots\ldots & (a_1\, a_2 \ldots\ldots a_h\ i_{h+1}) \end{vmatrix} \qquad [6.5]$$

análogo al Δ_h, en el cual se ha sustituído la última columna por cada uno de los determinantes orlados de $(a_1\, a_2 \ldots a_h)$ con las filas i_1, i_2, i_3, ..., valores de la variable i_p que, eventualmente pueden

(1) T. VAHLEN: *Relationen zwischen den Determinanten einer Matrix*, Crelle's J. Vol. CXII, pág. 306, 1893.

coincidir con las fijas, pudiendo ser dichos orlados, nulos o no. Reemplazando cada determinante orlado por su expresión, que es, [6.1], de la forma

$$(a_1a_2...a_h i_k) = (a_1a_2...a_h) c_{i_k} — (a_1a_2...a_{h-1} i_k) c_{i_h} + ... + (—1)^h (a_2a_3...a_h i_k) c_{a_1}$$

donde c_1, c_2, c_3, ..., son los elementos de la última columna de la matriz principal ampliada del sistema y observando que todos los determinantes resultan nulos, excepto uno solo, el que tiene la columna $(a_1\, a_2\, \ldots\, a_h) c_{i_k}$, se tiene:

$$D_{h+1} = (a_1\, a_2\, \ldots\, a_h) \begin{vmatrix} (i_1 \quad a_2 \ldots a_h) \ldots (a_1 \ldots a_{h-1}\, a_h)\, c_{i_1} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ (i_{h+1}\, a_2 \ldots a_h) \ldots (a_1 \ldots a_{h-1}\, a_h)\, c_{i_{h+1}} \end{vmatrix} .$$

Desarrollando con respecto a la última columna y teniendo en cuenta [6.3], resulta

$$D_{h+1} = (a_1\, a_2\, \ldots\, a_h)^h\, (i_1\, i_2\, \ldots\, i_h\, i_{h+1}) \, . \qquad [6.6]$$

Si en D_{h+1} hay coincidencias, es decir que la fila variable i_p es igual a algunas filas fijas y estas coincidencias son en número de k, es fácil ver, como en el caso anterior, que D_{h+1} se descompone en el producto de dos determinantes de la forma

$$(a_1\, a_2\, \ldots\, a_h)^{h-k}\, D_{k+1} \, .$$

De donde se obtiene también

$$D_{k+1} = (a_1\, a_2\, \ldots\, a_h)^k\, (i_1\, i_2\, \ldots\, i_p\, \ldots\, i_{h+1}) \, . \qquad [6.7]$$

Demostraremos, finalmente, el teorema siguiente:

I) *Dada una matriz ampliada de m filas, n columnas y de característica h, existen infinitas matrices ampliadas, no necesariamente proporcionales a la dada, de igual número de filas, igual número de columnas y de igual característica, cuyos determinantes de orden h y de orden* $h + 1$, *son iguales a sus homólogos, en la matriz dada.*

En efecto, sean i_1, i_2, i_3, ..., i_m las m filas de la matriz dada. Formemos una nueva matriz con h primeras filas arbitrarias a_1, a_2, a_3, ..., a_h, tal que el determinante $(a_1\, a_2\, a_3 \ldots a_h)$ sea igual a *1,* y donde las filas siguientes son las m dadas, $i_1, \ldots, i_m$, conservando, naturalmente, el mismo número, n, de columnas. Se puede lograr que esta nueva matriz de $h + m$ filas tenga característica h, eligiendo convenientemente los elementos de las h filas arbitrarias. La matriz aquí formada, cuyos elementos son los determinantes de orden h, en ella indicados, para las h primeras columnas y de orden $h + 1$, para la última, satisface al teorema,

$$\left\| \begin{array}{ccccc|c} (i_1\, a_2 \ldots a_h) & (a_1\, i_1 \ldots a_h) & \ldots & (a_2 \ldots a_h\, i_1) & (a_1\, a_2 \ldots a_1\, i_1) & \ldots i_1' \\ (i_2\, a_2 \ldots a_h) & (a_1\, i_2 \ldots a_h) & \ldots & (a_2 \ldots a_h\, i_2) & (a_1\, a_2 \ldots a_h\, i_2) & \ldots i_2' \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ (i_m\, a_2 \ldots a_h) & (a_1\, i_m \ldots a_h) & \ldots & (a_2 \ldots a_h\, i_m) & (a_1\, a_2 \ldots a_h\, i_m) & \ldots i_m' \end{array} \right\|$$

pues tiene m filas, h columnas y $h + 1$ la matriz ampliada; haciendo corresponder ordenadamente las filas de la matriz dada $i_1, i_2, i_3, \ldots, i_m$, con las filas $i_1', i_2', \ldots, i_m'$ de ésta, en virtud de las relaciones [6.3] y [6.6] se cumplen las condiciones del enunciado, y es claro que si $h < n$, se pueden agregar $n - h$ nuevas columnas a la matriz no ampliada, de manera que siga siendo h su característica, y ampliándola después con la misma columna. Hay infinitas, porque las h filas $a_1, a_2, \ldots, a_h$, son arbitrarias, con la única condición que sea $(a_1\, a_2\, a_3 \ldots a_h) = 1$.

7. **Resolventes de un sistema $S_h(m, n)$.** — Consideremos un resolvente de un $S_h(m, n)$ de característica $h < m$, es decir, *propio*:

$$\begin{cases} \delta\, X_{h+r} + \alpha_{rh} X_h + \ldots + \alpha_{rj} X_j + \ldots + \alpha_{r1} X_1 = \Delta_r \neq 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \delta\, X_{h+s} + a_{sh} X_h + \ldots + \alpha_{sj} X_j + \ldots + \alpha_{s1} X_1 = \Delta_s = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases} \qquad [7.1]$$

con ν determinantes orlados nulos Δ_s y los demás orlados Δ_r no nulos, siendo, por lo tanto,

$$0 \leqq \nu \leqq m - h\,.$$

Diremos que un resolvente es *singular,* si tiene orlados nulos, *regular,* en caso contrario. El *grado de singularidad* del resolvente es el número de determinantes orlados nulos que contiene. Todo resolvente *impropio* se considerará *regular.*

Dos resolventes propios, se llaman *iguales,* si tienen matrices ampliadas iguales o proporcionales. Se llaman *opuestos,* si solamente son opuestas las matrices de sus coeficientes y tienen iguales determinantes orlados.

Dos resolventes *impropios* de sistemas no idénticos se dirán *iguales* si tienen igual el correspondiente determinante δ y *opuestos* si éstos son opuestos.

Dos resolventes de sistemas idénticos se considerarán siempre *iguales.* Resultan casi inmediatas las siguientes propiedades:

I) *Todo sistema tiene, por lo menos, un resolvente,* puesto que si no es idéntico, tiene por lo menos (3, VI), una inecuación principal, y si es idéntico sabemos que el resolvente es su sistema adjunto.

II) *El grado de singularidad de un resolvente* $R_h(\delta)$ *de un sistema* $S_h(m, n)$, *es, a lo sumo,* $m - h$, porque siendo su determinante δ de orden h, quedan en la matriz del sistema, $m - h$ filas orlantes.

III) *Si un resolvente de un* $S_h(m, n)$, *tiene el máximo grado de singularidad,* $m - h$, *todos los demás resolventes del sistema tienen el mismo grado de singularidad* $m - h$, pues esto es consecuencia inmediata de las relaciones entre los determinantes de orden $h + 1$ de una misma matriz principal; en este caso, de la matriz principal ampliada del sistema.

Un sistema que tiene algún resolvente singular, se llama *singular, regular,* en caso contrario. Un sistema que tiene un resolvente con el máximo grado de singularidad, se llamará *totalmente singular.*

En particular, los sistemas *homogéneos* son sistemas totalmente singulares.

IV) *Dos sistemas opuestos, totalmente singulares, tienen resolventes iguales,* como resulta inmediatamente de [7.1] por ser todos nulos los determinantes orlados.

V) *Si dos sistemas tienen un resolvente igual, todos los demás resolventes son iguales; los dos sistemas tienen, en tal caso, igual característica e igual número de inecuaciones;* es consecuencia inmediata de las relaciones [6.3] y [6.6] entre los determinantes de una misma matriz principal, en el caso de ser un resolvente propio; y en el caso de ser impropio, resulta, por definición.

Es inmediato que:

V) *Existen infinitos sistemas con resolvente impropio que tienen un determinante dado, no nulo, de orden también dado.*

Las relaciones [6.3] y [6.6] permiten demostrar también que:

VI) *Existen infinitos sistemas que tienen un resolvente propio, previamente dado.*

Un resolvente está dado, [7.1], cuando se dan todos sus determinantes de orden h, su determinante principal δ y sus orlados de orden $h+1$.

Sean $X_1, X_2, \ldots, X_h$, las variables auxiliares paramétricas del $R_h(\delta)$ dado y $X_{h+1}, \ldots, X_m$, las restantes. Consideremos, primeramente, una matriz $M_h(m, h)$, con sus $h-1$ primeras columnas arbitrarias y sean $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m$, los elementos de su última columna, correspondientes a las filas *1, 2, 3, ..., i, ..., m* de dicha matriz.

Escritos los $h(m-h)+1$, [6.4], determinantes dados del $R_h(\delta)$, de orden h bajo la forma:

$$(123\ldots h-1\,i) = (123\ldots h-1)x_i - (123\ldots h-2\,i)x_{h-1} + \ldots + (-1)^{h-1}(23\ldots h-1)x_1, \quad [7.2]$$

obtendremos $h(m-h)+1$ ecuaciones en las incógnitas x_i. Pero, en virtud de las relaciones [6.3], es fácil ver que solamente son independientes las primeras $m-h+1$ que provienen de dar a i los valos $h, h+1, \ldots, m$. Las demás se expresan linealmente en función de éstas. Ahora bien, en ellas figuran las m incógnitas x_i, y es posible lograr que formen un sistema compatible

$$m - (m - h + 1) = h - 1$$

veces indeterminado con solo elegir las otras columnas de la matriz de manera que algún determinante de orden $m-h+1$ del sistema [7.2] sea diferente de cero. Basta para ello que sea, por ejemplo, $(123\ h-1\ i) \neq 0$ para todo $i = h, h+1, \ldots, m$.

De este modo quedan formadas infinitas matrices de característica h, cuyos determinantes independientes de orden h son iguales a los dados.

Ahora bien, sea δ el determinante principal del $R_h(\delta)$ dado. Consideremos una sola de las infinitas matrices mencionadas. Ella tendrá el determinante δ de orden h. Ampliémosla con una $h+1$ *ésima* columna de elementos $c_1, c_2, c_3, \ldots, c_m$ indeterminados que calcularemos del siguiente modo: formemos un orlado cualquiera de δ en la matriz así ampliada. Si la fila orlante es i, asignemos valores arbitrarios a las c_r que corresponden a las filas de δ. Puesto que nos han dado los $m-h$ determinantes de orden $h+1$, obtendremos $m-h$ ecuaciones que dan inmediatamente los valores de los $m-h$

restantes c_i, igualando cada orlado de δ con cada uno de los orlados dados. El teoremas está, pues, demostrado.

8. **Sistemas $S_h(m, n)$ iguales. Figuras poliédricas convexas.** — Se puede definir, entre los sistemas de inecuaciones lineales, una relación muy amplia que goza de las mismas propiedades que la relación de igualdad. Ella está fundada en el siguiente hecho: las únicas sustituciones lineales posibles que transforman un sistema normal en otro sistema también normal, o en el opuesto, y de modo que a resolventes principales de uno correspondan, en el transformado, también resolventes principales, son las sustituciones lineales enteras de módulo no nulo. Para llegar a tal concepto, que también llamaremos de *igualdad,* son fundamentales las proposiciones siguientes:

I) *Si se transforman las incógnitas de un $S_h(m, n)$, no idéntico, mediante una sustitución lineal entera unimodular, el sistema dado y el sistema transformado tienen el mismo resolvente, o resolvente opuesto, relativo a cualquier determinante de orden máximo de su matriz.*

Sean

$$x_1, x_2, \ldots, x_h$$

las incógnitas principales del sistema $S_h(m, n)$ dado. Escribamos su sistema adjunto en la forma

$$a_{i1} x_1 + \ldots + a_{ih} x_h + c_i = X_i + Q_i \qquad (i = 1, 2, 3, \ldots m) \qquad [8.1]$$

siendo Q_i polinomios lineales homogéneos en las variables restantes, no principales.

Sea también

$$\left\{\begin{array}{ll} x_j = \beta_{j1} x_1' + \ldots + \beta_{jh} x_h' + \beta_j, & \\ & (j = 1, 2, 3, \ldots, h) \\ x_{h+p} = x'_{h+p} & (p = 1, 2, 3, \ldots, n-h) \end{array}\right. \qquad [8.2]$$

la sustitución lineal entera dada de determinante

$$\beta = \begin{vmatrix} \beta_{11} & \ldots & \beta_{1h} \\ \beta_{21} & \ldots & \beta_{2h} \\ . & . & . \\ . & . & . \\ \beta_{h1} & \ldots & \beta_{hh} \end{vmatrix} = \pm 1.$$

Sustituyendo en [8.1] se obtiene el sistema

$$a'_{i1}\, x_1' + \ldots + a'_{ir}\, x_r' + \ldots + a'_{ih}\, x_h' + c_i' = X_i + Q_i' \quad [8.3]$$
$$(i = 1, 2, \ldots, m)$$

siendo

$$\begin{cases} a'_{ir} = a_{i1}\, \beta_{1r} + \ldots + a_{ih}\, \beta_{hr} \\ c_i' = a_{i1}\, \beta_1 + \ldots + a_{ih}\, \beta_h + c_i\,, \end{cases}$$

que es el transformado de [8.1] mediante la [8.2].

Cualquier resolvente propio de este sistema [8.3], en virtud de las propiedades de las sustituciones lineales, tiene las mismas ecuaciones del resolvente homólogo del sistema [8.1], multiplicadas por el determinante de la sustitución. Luego el resolvente es el mismo, en este caso. Si el sistema tiene resolvente impropio, el sistema transformado tendrá resolvente igual u opuesto según que el determinante de la sustitución valga $+1$ ó -1, respectivamente.

Recíprocamente,

II) *Si dos sistemas no idénticos, S y S', tienen un resolvente propio igual, o un resolvente impropio igual u opuesto, existe una sustitución lineal entera de módulo unitario entre sus incógnitas principales, que los transforma el uno en el otro, y ella es única.*

Puesto que los dos sistemas dados tienen un resolvente propio igual, opuesto o igual en el caso impropio, tienen, (7, V) la misma característica h y el mismo número m de inecuaciones.

Escribamos sus sistemas adjuntos, dejando en el primer miembro las h incógnitas principales, y sean respectivamente

$$S\colon\quad a_{i1}\, x_1 + \ldots + a_{ih}\, x_h + c_i = X_i + Q_i\;;$$

$$S'\colon\quad a'_{i1}\, x_1' + \ldots + a'_{ih}\, x_h' + c_i' = X_i' + Q_i'\,. \qquad (i = 1, 2, 3, \ldots, m).$$

Apliquemos al sistema S una sustitución [8.2] y veamos si existen los coeficientes β_{jp} y términos independientes β_j, que lo transforman en el sistema S' dado. Se obtienen, en las incógnitas β_{jp}, h sistemas de ecuaciones lineales con m ecuaciones en cada uno, de la forma

$$a_{i1}\, \beta_{1p} + \ldots + a_{ih}\, \beta_{hp} = a'_{ip} \qquad (i = 1, 2, 3, \ldots m) \qquad [8.4]$$

que dan, para cada valor fijo de $p = 1, 2, 3, \ldots, h$), unívocamente los h^2 coeficientes de la sustitución [8.2] y un solo sistema

$$a_{i1}\,\beta_1 + \ldots + a_{ih}\,\beta_h = c_i' - c_i \qquad (i = 1, 2, 3, \ldots m) \qquad [8.5]$$

de m ecuaciones lineales que permite calcular también, unívocamente, los h términos independientes de la dada sustitución.

En efecto, tanto los h sistema [8.4] como el sistema [8.5], tienen característica h porque su matriz es la misma:

$$\| a_{ij} \| \qquad \begin{matrix} (i = 1, 2, 3, \ldots, m) \\ (j = 1, 2, 3, \ldots, h). \end{matrix}$$

Probemos, ahora, que todos ellos son compatibles. Empecemos por los h sistemas que dan los coeficientes de [8.2].

Para que éstos sean compatibles, en virtud del teorema de ROUCHÉ-FROBENIUS, se deben cumplir relaciones de la forma

$$\begin{vmatrix} |a_{ij}| & \ldots & a'_{ip} \\ ' & & ' \\ ' & & '' \\ ' & & a'_{hp} \\ a'_{h+r,1} & & a'_{h+r,p} \end{vmatrix} = 0 \qquad [8.6]$$

donde $| a_{ij} |$ indica el determinante δ del sistema dado S que forma el resolvente dado y [8.6], su orlado de orden $h + 1$ con la columna de términos independientes de [8.4] y cada una de las $m - h$ filas restantes si las hay. Pero tales relaciones se cumplen, efectivamente, porque si desarrollamos ese determinante respecto de su última columna obtendremos las $m - h$ expresiones siguientes:

$$\delta\, a'_{h+r,p} + \ldots + \alpha_{rj}\, a'_{jp} + \ldots + \alpha_{r1}\, a'_{1p} \qquad [8.7]$$
$$(r = 1, 2, 3, \ldots, m - h)$$

donde los determinantes δ y α_{rj} son, precisamente, en el caso de un resolvente propio, los coeficientes de un resolvente del sistema S relativo al determinante δ, los cuales, por hipótesis, son respectivamente iguales a los coeficientes del resolvente igual del sistema S'. Reemplazando en [8.7] estos determinantes de orden h por sus iguales, se tiene

$$\delta'\, a'_{h+r,p} + \ldots + \alpha'_{rj}\, a'_{jp} + \ldots + \alpha'_{r1}\, a'_{1p},$$

expresión nula porque ella no es sino el determinante

$$\begin{vmatrix} a'_{11} & \dots a'_{1h} & a'_{1p} \\ \dots & \dots & \dots \\ a'_{h+r,1} & \dots a'_{h+r,h} & a'_{h+r,p} \end{vmatrix}$$

el cual tiene, para todo $(r = 1, 2, \dots, m - h)$, dos columnas iguales, por ser $p \leqq h$.

Resulta así probada la compatibilidad de los h sistemas [8.4]. Es claro que, en el caso de un resolvente impropio, el resultado es inmediato.

Siendo h la característica, podría suceder que todos ellos admitiesen la única solución

$$\beta_{jp} = 0\ ,$$

para todo j y p, en cuyo caso la sustitución sería singular. Probaremos que tal hipótesis es imposible viendo que la sustitución es unimodular. Esto resulta directamente de [8.4], resolviendo los sistemas y notando que se obtiene

$$\delta\ \beta_{sp} = a'_{1p}\ \delta_{1s} + \dots + a'_{jp}\ \delta_{js} + \dots + a'_{hp}\ \delta_{hs}\ ,$$

donde los δ_{js} son los adjuntos de los elementos de la s-ésima columna del determinante

$$\delta = |\ a_{ij}\ |\ ,$$

de orden h. El determinante β es, pues, el producto del determinante

$$\delta' = |\ a'_{ij}\ |\ ,$$

homólogo de $\delta = |\ a_{ij}\ |$ en el resolvente igual de los dos sistemas, multiplicado por el determinante de los adjuntos δ_{js} de δ.

Pero, como por hipótesis es, en el caso propio, $\delta = \delta'$ y en el caso impropio $|\ \delta\ | = |\ \delta'\ |$ resulta

$$|\ \delta^h\ |\ \ |\ \beta\ | = |\ \delta'\ |\ \ |\ \delta^{h-1}| = |\ \delta^h\ |\ \therefore$$

$$|\ \beta\ | = 1.$$

La compatibilidad del sistema [8.5] se prueba del mismo modo, observando que los orlados de su determinante principal no son sino la diferencia entre los determinantes Δ_r y Δ_r' iguales, por hipótesis, en los resolventes de S y S' homólogos, dados.

Finalmente la sustitución [8.2], así obtenida, es única, porque todos los sistemas lineales [8.4], como el [8.5], son determinados.

Nótese que ella no sería única sino fuese de la forma [8.2].

Obs.: El hecho de resultar unimodular la sustitución, podría hacer sospechar que es ortogonal. En general, esto no ocurre, como lo prueba el siguiente ejemplo

$$\begin{cases} x_1 = X_1 \\ x_2 = X_2 \\ -x_1 - 2x_2 + 2 = X_3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1' = X_1' \\ x_1' + x_2' - 1 = X_2' \\ -3x_1' - 2x_2' + 4 = X_3' \end{cases}$$

cuyas respectivas matrices son

$$\left\| \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{matrix} \right\| , \quad \left\| \begin{matrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ -3 & -2 \end{matrix} \right\| .$$

Se transforman, el uno en el otro, mediante la sustitución

$$\begin{cases} x_1' = x_1 \\ x_2' = -x_1 + x_2 + 1 \end{cases}$$

que no es ortogonal.

(Continuará)

EL ARSÉNICO DEPOSITADO EN LOS FRUTOS POR LOS TRATAMIENTOS CON LOS INSECTICIDAS ARSENICALES

Por C. M. ALBIZZATI

Es común sentir en cierta época del año, principalmente en verano, ciertos trastornos intestinales (diarrea), atribuyéndolos generalmente al consumo de fruta no bien sazonada, trastornos, que también se originan aun cuando se haya hecho consumo de fruta bien madura.

En este último caso se le atribuye a veces a la propiedad laxativa algo exaltada para ciertos organismos, por la presencia de ácidos orgánicos, tales como el cítrico, tartárico, málico, etc., y otras veces a la celulosa, que en la generalidad de los casos facilita la evacuación del bolo fecal.

No habiendo encontrado en el país ningún antecedente, mi investigación sobre el particular y suponiendo mayores causas en esos trastornos intestinales, me decidí hacer algunos estudios al respecto, investigando el arsénico que queda adherida a la fruta después de las curas que se realizan para defender la producción, de ciertos insectos que tienden a disminuir los rendimientos y a desmejorar la calidad de la misma.

Aconsejase generalmente comer la fruta con la cáscara, por la cantidad de vitaminas que contiene, ingiriéndose al mismo tiempo el arsénico, pues a pesar del lavado, este tóxico queda fuertemente adherido a la epidermis de la fruta, como he podido comprobar por los estudios realizados con diversas frutas: manzanas y peras.

Tal consideración es primordial dado que los productos arsenicales juegan un rol importante en la defensa de la arboricultura y son los que hasta la fecha han tenido mayor aceptación como insecticida por ingestión.

Considero de interés indicar someramente algunos de los compuestos arsenicales que entran en la preparación de distintos productos, como medio de defensa contra el ataque de los insectos perjudiciales a la agricultura en general:

$Pb_3(AsO_4)_2$ arseniato de plomo

$PbH(AsO_4)$ arseniato ácido de plomo

$PbOH(AsO_4)$ arseniato básico de plomo

$3\ Cu(AsO_2)_2Cu(C_2H_3O_2)O_2$ Verde de París

$Ca(AsO_2)_3Ca_3(AsO_4)_2$ arsenito y arseniato de cal.

En cuanto al peligro de intoxicación del hombre por la ingestión de frutos de plantas tratadas con productos arsenicales, existe una serie de experiencias realizadas tanto en Europa como en Estados Unidos de N. A. que confirman que la cantidad de arsénico que llevan los frutos no pueden perjudicar al organismo humano, siempre que las pulverizaciones se realicen en condiciones y épocas adecuadas.

Es por tal motivo que Estados Unidos considera que si se guardan las condiciones, para que las curas de los frutales se efectúen dentro de cada período de desarrollo de la fruta y se suspenden tales pulverizaciones en su oportunidad, han podido por las experiencias llevadas a cabo, fijar la tolerancia en el contenido de las frutas para el consumo no mayor de 0,01 gramo de As_2O_3 por libra, o sea un equivalente de 0,00141 por kilogramo.

En cuanto a las leyes inglesas toleran para la fruta importada de América, las cifras arriba indicadas.

En posesión de estos antecedentes realicé algunos ensayos para conocer la cantidad de arsénico que posee nuestra fruta, especialmente manzanas y peras, al ser librada al consumo. Estos ensayos los efectué con los frutos arriba indicados, adquiridos en diferentes puestos de venta de la Capital y La Plata, como así mismo con fruta que me fuera entregada por la Dirección de Agricultura provenientes de embarques al exterior.

El método usado para tales determinaciones analíticas está basado en la reacción de Berzelius y Marsh en la que todos los compuestos arsenicales son reducidos por el hidrógeno naciente en solución ácida a hidrógeno arseniado según las siguientes reacciones:

$$As_2O_5 + 8\ H_2 = 5\ H_2O + 2\ H_3As$$

$$As_2O_3 + 3\ H_2 = 3\ H_2O + 2\ H_3As$$

Siendo propiedad del hidrógeno arseniado la de reaccionar en presencia de papel impregnado con bicloruro de mercurio, procedimiento éste descripto primeramente en 1874 por los químicos Mayencon y Berguet y posteriormente estudiado por Fückiger (1879) y Lehmann (1892), se obtiene una coloración amarilla o rojiza, según sea la cantidad de hidrógeno arseniado desprendido y cuya reacción se expresa de la manera siguiente:

$$H_3As + 2\,HgCl_2 = 2\,HCl + \frac{AsH(HgCl)_2}{\text{amarillo}}$$

$$H_3As + 3\,HgCl_2 = 3\,HCl + \frac{As(HgCl)_3}{\text{rojizo-marrón}}$$

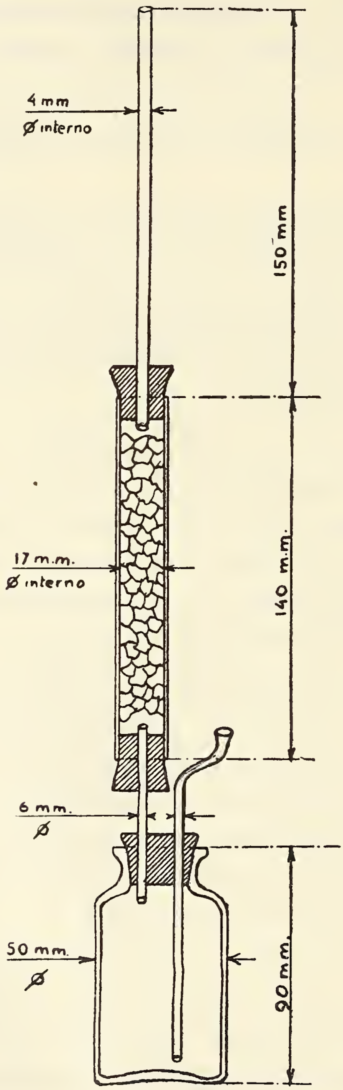
reacciones éstas designadas en algunos textos como de Gutzeit y de cuya sensibilidad y exactitud son los suficientemente aceptables para esta clase de investigaciones.

Dada la facilidad con que dicha coloración tiende a desaparecer en el papel reactivo en que J. Criber (1921) perfeccionó el procedimiento fijando las bandas de papel, después de haber terminado la operación sumergiéndolas en una solución de ioduro de potasio al 10 %, dando por resultado una intensificación y cambio de coloración del amarillo al marrón, habiéndose así ganado una mayor sensibilidad para la mejor apreciación de dicha reacción.

Para la ejecución del procedimiento analítico he seguido en líneas generales lo indicado por C. L. Sanger, y para que los resultados sean lo más comparables posibles, he tenido en cuenta las observaciones que los diferentes autores indican al realizar la determinación del arsénico por medio del aparato de Marsh y que son uniformidad del granulado y cantidad del zinc, concentración del ácido, diámetro de los tubos, etc. El aparato construído para mis determinaciones es el que se reproduce en el presente trabajo.

Modo operatorio. — Se toma alrededor de 300 gramos de fruta fresca, y se pela; la cáscara se lleva a la estufa a secar, una vez seca se pesa una cantidad que puede oscilar entre 5 á 10 g, se introduce en un balón Kjeldahl, agregando un gr. de sulfato de cobre y 35 cm^3 de ácido sulfúrico purísimo (previamente comprobada su ausencia en arsénico) para análisis hasta destrucción total de la materia orgánica. El contenido del balón se trasvasa a un balón aforado de 100 cm^3 y se completa a volumen con agua destilada.

El desprendimiento de hidrógeno arseniado lo realicé de la manera siguiente: 5 g de zinc se coloca en el fondo del recipiente y se agrega el líquido a analizar, completando con agua destilada que contenga



6 gotas de cloruro de estaño hasta el volumen de 50 cm^3, teniendo la precaución de que la concentración del ácido sea siempre la misma, operación ésta que se deja durante 45 minutos y al cabo de ese tiempo

se retira el papel impregnado en bicloruro de mercurio y se lo sumerge durante 5 minutos en una solución de yoduro de potasio al 10 %, lavando luego con agua destilada; una vez seco se lo compara con una escala que de exprofeso se ha construído para tal determinación, calculándose posteriormente el porciento de arsénico que contiene.

Para la preparación del papel sensibilizado, usé papel Wadman sumergido en una solución de 1 % de bicloruro de mercurio durante una hora, luego se lo retira y deja secar a la oscuridad. Una vez seco se corta en tiras de 10 cm de largo por 3 mm de ancho. A continuación se expresan los datos obtenidos:

Cantidad de arsénico depositado en los frutos adquiridos en diferentes puestos de venta en la Capital y La Plata

Muestra Nº	Fruta	As_2O_3 por Kg de fruta fresca
1	Pera	0 mgr 36
2	»	1 » 25
3	»	1 » 41
4	»	1 » 41
5	»	0 » 56
6	»	1 » 68
7	»	0 » 56
8	»	0 » 31
9	»	1 » 10
10	»	1 » 05
11	»	1 » 62
12	»	1 » 50
13	»	0 » 34
14	»	1 » 00
15	»	1 » 46
16	»	1 » 59
17	»	1 » 00
18	»	0 » 65
19	»	1 » 57
20	»	1 » 24
21	Manzana	1 » 32
22	»	0 » 56
23	»	0 » 78
24	»	0 » 80
25	»	0 » 25
26	»	1 » 64

Muestra N°	Fruta	As_2O_3 por Kg de fruta fresca
27	Manzana	1 mgr 68
28	»	1 » 71
29	»	1 » 38
30	»	1 » 42
31	»	1 » 00
32	»	1 » 39
33	»	0 » 85
34	»	1 » 18

Datos obtenidos sobre fruta de exportacióni remitida por la Dirección de Agricultura

Muestra	Fruta	As_2O_3 por Kg de fruta fresca
A	Pera	1 mgr 84
B	»	0 » 92
C	»	1 » 90
D	»	0 » 52
E	»	0 » 81
F	»	1 » 89
G	»	0 » 83
H	»	0 » 30
I	»	1 » 18
J	»	1 » 60
K	»	0 » 76
L	»	0 » 58
M	»	0 » 46

Conclusión: Si bien el número de ensayos realizados son reducidos para obtener conclusiones definitivas, no deja por eso de llamar la atención sobre el porciento de fruta analizada, la cantidad de arsénico que ellas contienen, siendo superior a los valores admitidos por los países que han legislado sobre la cuestión y que hoy muchosde ellos son nuestros consumidores. Por lo tanto considero necesario que el IV Congreso Frutícola ha realizarse en San Juan, haga sancionar el siguiente voto que propongo, manifestando la necesiddd, dado los altos intereses puestos en juego en la producción frutícola, de que se lleven a cabo, estudios en las diferentes zonas del país, realizando ensayos en forma sistemática durante la época del tratamiento de los frutales con los insecticidas a base de arsénico, para reunir así mayor número de datos y poder legislar con eficacia sobre tan interesante problema que atañe nuestro medio económico y al no menos importante problema de orden higiénico y toxicológico.

Buenos Aires, abril 20 de 1936.

BIBLIOGRAFIA

FOTOGRAMETRIA: El Señor CH. ABDULLAH ha publicado en la colección de manuales «*Actualites scientifiques et Industrielles*» un interesante volumen que lleva por título «Notions de photogrametrie terrestre é aerienne».

El eminente Ingeniero H. ROUSSILHE, toda una autoridad en la ciencia geodésica-topográfica y en grado especial en aerofotogrametría, ha escrito el prólogo de esta obrita, en el que condensa en pocas líneas, el juicio que le merece el contenido de la misma. Dice ROUSSILHE: «El señor CH. ABDULLAH se inicia recién «en la fotogrametría, Ingeniero consejero de larga actuación, especialista en mate- «ria de organización, ha querido estudiar las perspectivas industriales de esta «joven ciencia y, sin quererlo quizás, se ha convertido en historiador y técnico «a la vez».

«Rinde así, un señalado servicio poniendo *a punto* en un compendio — no ex- «ento de útiles referencias — la situación de la fotogrametría terrestre y aérea «en el mundo entero. Llena también una laguna de la bibliografía internacional, «abriendo horizontes a una verdadera enseñanza técnica de esta materia, al con- «densar en este pequeño volumen todo lo que debe saberse antes de abordar el «estudio a fondo de esta especialidad».

Como se ve, no se trata de una obra dedicada a especialistas, sino más bien a todos aquellos que tengan interés o curiosidad en conocer las primeras nociones de fotogrametría. No obstante, el método de exposición y los temas glosados conservan una unidad perfecta, que convierte a la obra mencionada en una verdadera guía muy útil, aun para aquellos versados en el asunto. D.

E. LEDUC Y G. CHENU, *Chaux, Ciments et Platres*. 1 vol. en 8º, 340 págs., 67 figuras y 3 cuadros. 1936. Editor: Ch. Beranger. Precio: 45 francos.

La obra forma parte de la colección de manuales prácticos de análisis químicos publicados bajo la dirección de M. F. Bordas y E. Roux; y como en general, las de esta serie, constituye una excelente ayuda de laboratorio para análisis de los materiales a que se refiere el título.

Trata de la extracción de muestras y análisis de calcáreos, sistemático y sumario, interpretación de resultados; análisis de materiales hidráulicos, resumiendo datos sobre su constitución, fabricación, clasificación e interpretación. No descuidan, los autores, la parte relativa a ensayos físicos y mecánicos.

A esto se agrega lo relativo a puzolanas, arenas, morteros, cales y yesos.

Dentro de la categoría de manual, esta obra cumple satisfactoriamente el fin que se han propuesto los autores.

R. V.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arbecchi, Armando C.
Arce, Manuel J.
Arditi Thompson, H.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Arroyo, Rufino
Avila Méndez, Delfín
Aztiria, Ignacio
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Baidaff, Bernardo I.
Balbiani, Atilio
Bancalari, Agustín
Barabino Amadeo, S.
Barbieri, Antonio
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berdoy, Pedro A.
Berrino, Juan B.
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Blaquier, Juan
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano
Bontempi, Luis
Bordato, Miguel
Bordenave, Pablo E.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buldrini, Alvaro G.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Camus, Nicolás
Canale, Humberto
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceriale, Marcelino A.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Corvalán Mendilaharzu, Dardo
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chelia, Francisco
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
Debenedetti, José
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Demarchi, Marco
Deulofeu, Venancio
Devoto, Franco E.
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dotto, Enrique S.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Edelberg, Benjamín
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Forn, Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Dívico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Gil, Martín
Gonella, Juan B.
Gottschalk, Otto
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gurewitsch, Marco
Gutiérrez, Ricardo J.
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Howard, Jorge W.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Keiper, Guillermo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Kohan, Zoilo
Kraglievich, Nicolás T.
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lea, Allán B.
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López, P. José
Loyarte, Ramón G.
Lozano, Nicolás
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Marini, Tomás L.
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Massaro, César O.
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Mermoz, Francisco A.
Mohring, Walther
Molfino, José F.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nelson, Ernesto
Nielsen, Juan
Oliveri, Alfredo E.
Ortega Belgrano, Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví y Oliveras, A.
Paquet, Carlos
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Pauly, Antonio
Paz, José Máximo
Paz Anchorena, José M.
Peralta Ramos (h.), Alberto G.
Pérez Hernández, A.
Pérez Pirán, Juan A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Plana, Juan S.
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Polti, Modesto
Posadas, Carlos
Quartino, José N.
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Modesto
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro

Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Ravignani, Emilio
Rebuetlo, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rossell Soler, Pedro A.
Rossi, Arturo R.
Ruata, Luis E.
Ruiz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Sabaria, Enrique
Sagastume Berra, A. E.
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schmidt, Max
Schoo Lastra, Oscar
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Seeber, Ricardo
Sesma, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Soler, Frank L.
Sordelli, Alfredo
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Storni, Carlos David
Suárez, Angel
Taiana, Alberto F.
Tamini, Luis Augusto
Tarragona, José
Tedeschi, Virgilio
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valls, José
Vallebella, Colón B.
Valentiner, Hugo
Valentini, Argentino
Vallejo, Segundo E.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino (h.)
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Volpatti, Eduardo
White, Guillermo J.
Wauters, Carlos
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.
Valentinuzzi, Máximo

SOCIOS ADHERENTES

Arbecchi, Atilia A.
Bazzanella, José
Devoto, Arnaldo Carlos
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
Girbau, Mansueto
Goyena, Ricardo J.
Laporte, Julio A.
Magne de la Croix, P. A.
Milesi, Emilio Angel
Monca, Jacobo Isaac
Muñoz Cabrera, René
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Somonte, Eduardo
Viglione, Fausto E.
Zenarruza Johnson, Tirso A.
Walls, I. Figueras de
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Ernesto Baroni y Cía.
Francisco Disí
Angel Estrada y Cía.
Imprenta Kidd
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
Est. Gráf. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Lda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

S E C C I O N   C O R D O B A

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis
Aguiar, Henoch D.
Amaya, Arturo A.
Anduze, Fernando L.
Arrambide, Miguel
Astrain, Antonio
Bermann, Gregorio
Bobone, Jorge E.
Bodenbender, G.
Bonet, Rafael
Berzacow, Wladimir
Bracaccini, Osvaldo J.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Bustos, Ernesto
Buteler, Jesús E.
Cabrera Molina, P.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Castellanos Posse, F.
Catinari, Altavino E.
Centeno, Dionisio
Cordeiro, Juan Carlos
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
De la Colina, Bmé.
Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
De Villafañe Lastra, T.
Devoto, Heraclio A.
Di Riemzo, Sabino
Espinosa, Manuel
Esteban, Fernando
Evans, Eduardo W.
Fernández, Miguel
Ferrer, Baltasar
Fitz Simon, Sgo. E.
Fortana, Lorenzo
Fracassi, Humberto
Fuchs, Guillermo J.
Galíndez Vivanco, C.
García, Daniel
Garzón, Rafael

Gavier, Daniel E.	Luque, Eduardo R.	Pasqualini, Clodoveo	Servetti Reeves, J. C.
Gavier, Ernesto	Lutzow Holm, Olaf.	Peláez, J. Gambastiani de	Sicco, Juan Carlos
Gibert, Víctor	Mácola, Berardo A.	Perrine, Carlos D.	Padula, Federico
Giménez de Azúa, F.	Marsal, Alberto	Ponce Laforgue, C.	Sigal, Moisés
Godoy, Salvador A.	Martínez, Rodolfo	Ponssa, Marco	Sparn, Enrique
Gómez, Calixto A.	Martínez Bustos, V.	Puga, Agustín	Strada, Ferdinando
Gordillo, Pedro N.	Masjoan, Juan	Revol, Carlos A.	Stucchi, Alberto
Granillo Barros, M.	Melo, Carlos R.	Revuelta, Miguel C.	Stuckert, Guillermo V.
Hernández Ramírez, R.	Mirizzi, Pablo Luis	Rietti, Dardo A.	Taravella, Ambrosio L.
Hosseus, Carlos Curt	Montes, Aníbal	Roca, Jaime	Tarragó, Emeterio
Jagsich, Juan	Ninci, Carlos A.	Roggeri, Domingo	Terrera, Pascual
Kegeler, Juan Walter	Ninci, Mario	Rothlin, Edwin	Trebino, Natalio
Kronfuss, Juan	Ninci, Raúl T.	Sánchez Sarmiento, F.	Tretter, José
Lafayette Zimmer, M.	Nottaris, Carlos E.	Sartori, Antonio	Urciuolo, Victorio
Larrauri, Agustín C.	Novillo Corvalán, S.	Sayago, Gumersindo	Vanni, Alberto
Lewis, Donald G.	Olsacher, Juan	Sayago, Marcelino	Vercello, Carlos
Lo Celso, Angel T.	Pagliari, Arturo	Schmiedecke, Augusto	Villalba, Aquiles D.
			Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas	Crouzeilles, A. L. de	Kleer, Gregorio	Pozzo, Hiram J.
Argüelles, Eugenio	Cruellas, José	Mai, Carlos	Ragonese, Antonio E.
Ariotti, Juan Carlos	Christen, Carlos	Mántaras, Fernando	Reinares, Sergio
Babini, José	Christem, Rodolfo G.	Marelli, Hipólito	Reuzaut, Rodolfo
Berraz, Guillermo	Damianovich, Horacio	Martino, Antonio E.	Regis Mallorquin, Juan
Bertuzzi, Francisco	Falco, Federico	Morisot, Augusto	Salaber, Julio
Bonazzola, César J.	Fester, Gustavo A.	Mounier, Celestino	Salgado, José
Borruat, Luis	Frenguelli, Joaquín	Muzzio, Enrique	Santini, Bruno L. P.
Borruat, Luis (hijo)	Gollán Josué (h.)	Nigro, Angel	Schivazappa, Mario
Bruzone, Rodolfo	Gschwind, Eduardo P.	Niklison, Carlos A.	Simonetti, Atilio A.
Bossi, Celestino	Guinle, Hugo José	Oliva, José	Tissembaum, Mariano
Caballero, Martín A.	Hereñú, Rolando	Peresutti, Luis	Urondo, Francisco E.
Claus, Guillermo	Hotschewer, Curto	Piazza, José	Virasoro, Enrique
Courault, Pablo	Juliá Tolrá, Antonio	Piñero, Rodolfo	

SECCION MENDOZA

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Cárlos	García, José Federico	Magistretti, Guillermo	Piovano, Abelardo P.
Basso, Germinal	Godoy Vergelin, G.	Maneschi, Ernesto	Sammartino, Miguel
Bidone, Mario	Granzella, Sinibaldo	Maroso, José Angel	Sánchez C., Juan V.
Borsani, Carlos Pablo	Guiard, Ricardo	Mayorga, Santiago C.	Silvestre, Tomás
Carette, Eduardo	Jofré, Alberto L.	Miyara, Salomón	Stura, Angel C.
Ceriotto, Emilio	Lara, Juan B.	Miyara, Santos	Toso, Juan P.
Croce, Francisco M.	Lucero, Braulio G.	Oviedo Marcó, Carlos	Vicchi, Juan A.
Gabrielli, Francisco J.	Lugones, Manuel G.	Oviedo Ortíz, Carlos	
Galeano, Edgardo	Mácola, Tulio	Pelaia, Dante	

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán..........	Rafael (México)
Amaral, Afranio de..........	San Pablo (Br.)
Arteaga, Rodolfo de.........	Montevideo
Avendaño, Leónidas...........	Lima
Alvarez, Antenor..............	Sgo. del Estero
Bonarelli, Guido..............	Gubbio (It.)
Borel, Emile...................	París
Bachmann, Carlos J...........	Lima
Bolívar, Ignacio...............	Madrid
Bragg, William Henry........	Londres
Bruch, Carlos..................	Olivos
Cabrera, Blás..................	Madrid
Carabajal, Melitón M.........	Lima
Corti, José S...................	Mendoza
Dávila, Rubén.................	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto.............	La Plata
Escomel, Edmundo............	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Asunc. (Par.)
Fontecilla Larrain, Arturo....	Chile
Fort, Michel...................	Lima
González del Riego, Felipe....	Lima
Greve, Germán................	Chile
Guinier Philibert.............	Nancy (Franc.)
Hadamard, Jacques...........	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hassler, Emilio...............	San Bernardino (Paraguay)
Hernández, Juvenal...........	Chile
Hijar y Haro, Luis...........	México
Janet, Pierre..................	París
Jiménez de Asúa, Luis.......	Madrid
Kinart, Fernando.............	Amberes
Lahille, Fernando.............	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul...............	París
Lobo, Bruno...................	Río de Janeiro
Lehmann Nitsche, Roberto....	Berlín
Mardones, Francisco..........	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique...............	Concepc. (Ch.)
Majarás, Jesús................	México
Moretti, Gaetano..............	Milán
Oliver Schneider, Carlos......	Chile
Pereira d'Andrade, Lancaster.	Nova Goa (I.P.)
Perrin, Tomás G..............	México
Porter, Carlos E..............	Santiago (Ch.)
Pi y Suñer, Augusto..........	Barcelona
Reyes Cox, Eduardo..........	Antofag. (Ch.)
Rospigliosi y Vigil, Carlos....	Lima
Rowe, Leo S...................	Wáshington
Shepperd, William R..........	New York
Tello, Julio C................	Lima
Torres Quevedo, Leonardo....	Madrid
Villarán, Manuel V...........	Lima
Vélez, Daniel M..............	México
Valle, Rafael H...............	México
Volterra, Vito.................	Roma
Vitoria, Eduardo..............	Barcelona

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

JUNIO 1936. — ENTREGA VI. — TOMO CXXI

SUMARIO

BUENOS AIRES
Calle Santa Fé 1145
1936

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, **Santa Fe 1145.**

B. Aires - Est. Gráfico "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-25 - U. T. 21-1733

SECCION OFICIAL

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

SECCION "SANTA FE"

Asamblea y sesión de comunicaciones del 3 de Abril de 1936

Bajo la presidencia del Ing. Francisco E. Urondo se inició la asamblea a las 21 horas en una de las aulas de la Facultad de Química Industrial y Agrícola. Después de haberse leído y aprobado la memoria y balances de la «Sección Santa Fe de la Sociedad Científica Argentina» correspondientes al período Abril 1935-1936 y haberse procedido a la elección de las autoridades de la Sección para el período 1936-1937, se prosiguió con la sesión de comunicaciones científicas, considerándose las comunicaciones cuyos resúmenes se publican a continuación:

LA RAFAELITA DE AUCA MAHUIDA

POR GUSTAVO A. FESTER

La mina de Auca Mahuida(1), que se trabaja de nuevo desde dos años, se encuentra a unos 120 km al noroeste de la estación Contralmirante Cordero del F. C. S. Las formaciones de la comarca son preferentemente de edad cretácea, encontrándose en el camino en abundancia fósiles del Daniano marino. La veta misma, de unos 600 m de largo y tres de ancho, está encajonada en areniscas continentales, habiéndose encontrado por el ingeniero, leña fósil y un hueso de dinosaurio, probablemente un radio(2). La roca encajonante, una arenisca calcífera, demuestra interesantes fenómenos de contacto, un blanqueo

(1) Compárese el estudio de RASSMUS en *Dir. Gral. de Minas*, bol. N° 6, pág. 18, 1923.

(2) Examinado por el Dr. J. FRENGUELLI.

por la reducción de óxido férrico y cristalitos de pirita, ambos producidos indudablemente por la acción del hidrógeno sulfurado desprendido durante la subida de la masa bituminosa. El origen de ésta

Veta de Auca Mahuida.

Mina de Auca Mahuida.

se debe probablemente, como ya he expuesto en otro lugar(3), a la penetración de diques magmáticos en estratos de esquisto bituminoso formado durante la regresión marina en el cretáceo inferior o jurásico. Si bien el centro de la Sierra de Auca Mahuida queda a unos

(3) *Rev. Fac. Quím. S. Fe*, tomo III, pág. 76, 1934 y *Bol. Soc. Geol. del Perú*, tomo VII, Fasc. 1, 1935.

25 km de la mina, las efusiones basálticas alcanzaron muy cerca a ella.

El carácter del mineral, su fusibilidad relativa y su solubilidad perfecta([4]), que justifican también su valor comercial, dejan suponer que la expulsión del bitumen se haya efectuado a temperaturas relativamente bajas. Especialmente en este caso, pero también para la mayor parte de las otras asfaltitas, es de suponer que la génesis era menos una «ortomagmática», es decir por contacto directo con la roca ígnea, (fenómeno que tendría más un carácter local y llevaría a una carbonización progresada), sino más bien una «pneumatolítica» hasta «hidrotermal» con intercalación de agua o vapor de agua recalentados. Con este concepto concuerda también el desprendimiento de hidrógeno sulfurado (desde sulfuros metálicos y compuestos orgánicos de azufre), la expulsión de la brea bituminosa en escala grande y su penetración a largas distancias que presume presiones considerables.

La existencia del mineral en explotación es bastante grande. Calculando únicamente la cantidad arriba de la galería que se encuentra a unos 30 metros de profundidad, serían unas 60.000 toneladas y el yacimiento total tendría por lo menos el cuádruple, si se tiene en cuenta que una perforación oblicua hecha al lado tropezó todavía en 118 m de profundidad con el mineral.

INFORME SOBRE UN TRABAJO PUBLICADO POR EL Prof. ANGEL CABRERA TITULADO «LAS ESPECIES DEL GENERO GLOSSOTHERIUM»

Por ROLANDO HEREÑÚ

El objeto de mi breve exposición es tan solo informar a los consocios, y a pedido de la Presidencia, sobre un trabajo publicado por el Sr. Angel Cabrera, del Museo de La Plata, titulado «Las Especies del Género Glossotherium», trabajo realizado a raíz del exámen de restos de un milodóntido enviados por esta asociación para su estudio.

Tales restos fueron extraídos de las excavaciones realizadas para cimentar los pilares del nuevo puente del F. C. S. F. sobre la Laguna

([4]) La solubilidad de una asfaltita está influída tambien (en sentido desfavorable) por los agentes atmosféricos y la luz en la superficie de la veta, de modo que no se puede juzgar el valor del mineral sin extraerlo de cierta profundidad. Sobre los datos analíticos de la rafaelita de Auca Mahuida véase la cita anterior y *Bol. Acad. Nac. Córdoba*, XXX, pág. 117, 1927.

Setubal, y pertenecerían a un individuo de caracteres análogos al Pseudolestodon tarijensis de Ameghino.

Al hacer una revisión de los restos existentes atribuídos al género (Ameghino) o subgénero (Kraglievich) Pseudolestodon, encuentra el Sr. Cabrera que los caracteres señalados como distintivos no son constantes. Para él, todos estos individuos pertenecerían al género Glossotherium, pues «resulta imposible encontrar, dice, un grupo de caracteres, ni aún un solo carácter importante, que autorice a establecer una división subgenérica».

Sin embargo, cree haber encontrado un carácter que permitiría agrupar a todos los individuos conocidos del género Glossotherium, incluyendo Pseudolestodon, en dos especies; sería este, «la longitud rostral, medida en línea recta desde un plano vertical que pase por el borde anterior de las órbitas hasta un plano vertical tangente al extremo anterior de los maxilares». Y así tendríamos los G. de rostro corto, cuyo extremo sería el Mylodon robustus Owen, y los G. de rostro largo cuyo tipo más definido sería el Pseudolestodon tarijensis Ameghino.

El examen crítico del Prof. Cabrera es muy interesante, pues él importa una nueva y saludable reacción contra la casi manía, ya muchas veces señalada, de nuestros paleontólogos de crear una especie y hasta un género sobre cada ejemplar fósil que ha caído en sus manos.

UNA RELACION ENTRE LAS EXPRESIONES FACTORIALES DE BASE IGUAL AL GRADO

Por JOSE BABINI

En esta comunicación el autor demuestra la relación

$$\frac{n^{(n,\,d}}{\underline{|n-1}} = \sum_{\substack{q,\,p \geq 0 \\ r > 0 \\ p+q+r=n}} \frac{p^{(p,\,d}}{p\,!}\,\frac{q^{(q,\,d}}{q\,!}\,\frac{r^{(r,\,d}}{r\,!} - d \sum_{\substack{p \geq 0 \\ q,\,r > 0 \\ p+q+r=n}} \frac{p^{(p,\,d}}{p\,!}\,\frac{q^{(q,\,d}}{q\,!}\,\frac{r^{(r,\,d}}{r\,!} \qquad (n \geq 1)$$

entre las expresiones factoriales de igual base y grado natural, de la cual se deduce como caso particular la relación

$$\frac{n^n}{\underline{|n-1}} = \sum_{\substack{p,\,q \geq 0 \\ r > 0 \\ p+q+r=n}} \frac{p^p}{p!}\,\frac{q^q}{q\,!}\,\frac{r^r}{r!}$$

entre las potencias de igual grado y base.

Informe de la Presidencia leído en Asamblea Ordinaria de fecha Abril 3 de 1936

Estimados consocios:

Al concluir el período para que fuera designada la actual Comisión Directiva de la Sociedad Científica Argentina Sección Santa Fe, cumplo con el deber de informarles sobre la labor realizada.

Hemos debido lamentar la pérdida de nuestro querido consocio el Dr. Angel Mantovani, asesinado en su mesa de trabajo de la Oficina Química Nacional. El Dr. Mantovani fué uno de los fundadores de la antigua Sociedad Científica de Santa Fe y en la actual Sección Santa Fe de la Sociedad Científica Argentina era Vocal de la Comisión Directiva que hoy termina su mandato. En esta oportunidad no puedo dejar de reiterar el pesar que provocara su imprevista desaparición. La Sección Santa Fe de la Sociedad Científica Argentina, cumplió con el penoso deber de expresar sus condolencias a la familia del extinto, y además envió una ofrenda floral y se hizo uso de la palabra en el acto del sepelio. En los Anales de la Sociedad se publicó un comentario referente a su actuación brillante y méritos notorios.

Comunicaciones Cientificas

Continuando con la práctica ya establecida se han realizado, con la de hoy, cinco sesiones de comunicaciones científicas disertando el 27 de Mayo ppdo:

Piazza José. — Contribución al estudio de la destilación fraccionada. Nuevo método para la determinación rápida de las curvas de equilibrio entre temperatura y composición del líquido y del vapor.
Christen Carlos y Virasoro Enrique. — Sobre la transformación de la caseina en paracaseina. Sus espectros de absorción en el ultravioleta.
Falco Federico. — Contribución al estudio del glutatión.
Babini José. — Sobre los triángulos aritméticos.

En la sesión del 24 de Junio ppdo. se consideraron las siguientes comunicaciones:

Damianovich H. — Fijación de helio por el paladio.
Berraz G. y Christen C. — Valoración simultánea de calcio y magnesio por volumetría potenciométrica. Su aplicación a análisis de aguas.

Urondo F. E. — Dosajes de radón y torón del aire del subsuelo de Santa Fe.

Hotschewer C. E. — La acción del hombre y el paisaje geográfico santafecino. Algunas observaciones.

En la sesión del 23 de Setiembre ppdo. fueron presentados los siguientes trabajos:

Fester G. — La isomería del citronelol.

Urondo F. E. — Radioactividad del aire de exhalación de la superficie terrestre.

Damianovich H. y Piazza J. — Descomposición térmica de las combinaciones platino-helio.

Damianovich H. y Piazza J. — Variaciones de la densidad de las combinaciones platino-helio durante su descomposición térmica.

El 1° de octubre ppdo. el Dr. José Piazza disertó sobre el tema «Investigaciones sobre destilación fraccionada y presentación de un nuevo aparato de rectificación», ante un numerosísimo auditorio de profesores, estudiantes, industriales y público en general.

En la sesión de hoy se considerarán los trabajos:

Fester G. — La Rafaelita de Auca Mahuida.

Hereñu R. — Informe sobre un trabajo de Dn. Angel Cabrera sobre especies del género «Glossotherium» (Estudio realizado sobre una pieza perteneciente a nuestra Sociedad y facilitada al Museo de Historia Natural de la Universidad de La Plata).

Babini José. — Una relación entre las expresiones factoriales de base igual al grado.

Conferencias

La Comisión Directiva resolvió efectuar conferencias públicas de carácter científico y técnico. El 7 de Junio ppdo. inició esta serie el malogrado Dr. Angel Mantovani que disertó sobre el tema en que tanto trabajó personalmente: «La pasteurización de la leche» de acuerdo con el siguiente sumario:

1°) Necesidad de la higienización de la leche de consumo.
2°) Definición y concepto de lo que es pasteurización.
3°) Proceso de la pasteurización.
4°) Métodos y aparatos de calentamiento. Factores que rigen.
   a) Pasteurización alta.
   b) Pasteurización baja.
   c) Pasteurización en capa delgada.
   Crítica a cada uno de estos métodos.

5°) Criterios para elegir un método conveniente de pasteurización.

El 8 de agosto ppdo. el Ing. J. Babini desarrolló su conferencia sobre «Matemática y Poesía» con el siguiente sumario:

La matemática y la poesía como productos del espíritu humano. El ritmo. El lenguaje. La matemática y la poesía como procesos. Los ensayos para abordar la experiencia estética por la matemática. La «época de la poesía» en la matemática. La tendencia hacia la objetividad.

El 16 de octubre ppdo. expuso el Rev. P. Ignacio Puig, S. J. Director del nuevo Observatorio de Física Cósmica de San Miguel (Pvcia. de Buenos Aires) sobre el tema «Concepción actual del Universo» con el sumario :

1°) Disposición general de los astros.
2°) La Galaxia o Vía Láctea.
3°) Las nebulosas galacticas.
4°) Las nebulosas extragalácticas.
5°) Dimensiones del espacio explorado.

El 24 de octubre ppdo. disertó el suscripto sobre el tema «La radiación cósmica» con el siguiente sumario:

1°) El descubrimiento de la «radiación espontánea».
2°) La «radiación de altura» y la «radiación cósmica».
3°) Teoría de Millikan.
4°) Los últimos descubrimientos y teorías actuales sobre «radiación cósmica».

Esta conferencia fué auspiciada por nuestra Sociedad y organizada por el Centro de Estudiantes de Ingeniería Química de la Facultad de Química Industrial y Agrícola, y formando parte del curso de Metodología e Historia de las Ciencias de esa Facultad.

Todas estas conferencias se realizaron en el Salón de actos de la Facultad de Química Industrial y Agrícola de esta Ciudad, cedido gentilmente por el Sr. Decano, nuestro estimado consocio el Dr. Horacio Damianovich, y algunas se propalaron radiotelefónicamente por la radiofusora del Instituto Social de la Universidad Nacional del Litoral, contando todas con una numerosísima concurrencia.

Biblioteca

La Comisión Directiva ha efectuado cinco reuniones en las cuales se tomaron diversas disposiciones entre las que solo citaré la ordenación y clasificación de folletos, revistas y libros acumulados desde la fundación de la Sociedad Científica de Santa Fe y la publicación de la nómina de esas existencias en un folleto que fué entregado a todos nuestros consocios. Además todas esas publicaciones se ubicaron ordenadamente en una biblioteca que se construyó en los talleres de la Escuela Industrial de la Nación de esta Ciudad y reiteramos, en esta ocasión, nuestro agradecimiento al Director y Vice Director de aquel establecimiento, nuestros apreciados consocios Ings. A. J. Nigro y J. Salgado, que ordenaron la ejecución gratuita de ese mueble, de modo que nuestra Sociedad solo debió abonar el importe de la madera utilizada.

Como complemento de esta medidas sobre nuestra biblioteca se adquirió un libro para el registro del movimiento de la misma a fin de que los Sres. socios puedan llevar a sus domicilios aquellas publicaciones de su preferencia, por un término prudencial.

También el Sr. Decano de la Facultad de Química Industrial y Agrícola permitió utilizar el local de la Biblioteca de la Facultad para depositar nuestra biblioteca, ordenando al respectivo Bibliotecario la atención de la misma.

Al realizarse la tarea de compilación se solicitó de nuestros cons cios la donación de libros y folletos habiéndolo hecho los consocios Babini J., Berraz G., Borruat L., Christen C. y Virasoro E., Damianovich H., Fester G., Bertuzzi F., Gollan J., Mantovani A., Niklison C., Piazza J., y Urondo F. por lo que agradecemos tales donaciones en nombre de la Sociedad.

Canje

También deseo informarles sobre las gestiones realizadas para reiniciar el canje de las publicaciones que paulatinamente han dejado de llegar a esta Sociedad por causas diversas. No disponiendo de empleados para atender la tarea de correspondiencia referente al canje se ha hecho más meritorio el esfuerzo de nuestro Secretario el Ing. Químico R. Rouzaut para organizar lo referente a esas tareas. Hasta la fecha se ha logrado la reiniciación de canje con cuatro instituciones habiendo llegado siete publicaciones periódicas nuevas. Se han enviado notas ofreciendo la regularización de canje a 30 Instituciones diversas.

Movimiento de socios

En la actualidad la Sociedad cuenta con 54 socios activos y un socio honorario habiendo en trámite dos solicitudes de ingreso. En el período que hoy termina ha fallecido un socio y renunciado otro, habiéndose incorporado cinco socios.

Tesoreria

El movimiento de fondos ha sido similar al de años anteriores, y no contando con ningún subsidio o ayuda extraordinaria, las entradas de la Sociedad provienen de las cuotas sociales mensuales. La situación financiera de nuestra Sección es holgada pues no tiene deudas ni déficits y la delicada tarea del manejo de fondos ha sido celosamente atendida por nuestro estimado consocio el Ing. C. Christen, cuya escrupulosidad y control debemos agradecer especialmente. El balance adjunto muestra un total de $ 1.511,91 en concepto de cuotas cobradas más el saldo el ejercicio anterior, habiéndose depositado $ 921 a la cuenta de la Sociedad Científica Argentina Central, y gastado por comisiones de cobranza, impresiones diversas y gastos varios $ 431,93, quedando un saldo en efectivo en Tesorería de $ 158,98 que pasarán al ejercicio siguiente.

Podrán apreciar nuestros consocios la óptima situación financiera de nuestra Sección.

Secretaria

Diligentemente atendida por nuestros consocios R. Rouzaut y C. Hotschewer las tareas de Secretaría se han desarrollado en forma eficiente habiéndose enviado 82 notas, recibidas 6, sin contar las circulares y tarjetas de invitación a las sesiones de comunicaciones científicas a nuestros consocios. La Sociedad Científica Argentina Central ha facilitado el uso de estampillas oficiales para la correspondencia de nuestra Sección.

Anales

Los resúmenes de las comunicaciones científicas y algunos trabajos en extenso, han aparecido en los Anales de la Sociedad, habiéndose recibido varios tirajes aparte de 150 ejemplares cada vez, para el mantenimiento de nuestro canje de acuerdo a lo convenido con la Sociedad Científica Argentina cuando la antigua Sociedad Científica de Santa Fe, pasó a formar parte de aquella entidad. Debemos agradecer la actividad de nuestro consocio J. Babini que tuvo a su cargo lo referente a publicaciones y corrección de pruebas de los Anales en la parte que nos atañe.

Consejo cientifico

De acuerdo a la resolución de la Sociedad Científica Central sobre constitución de un Consejo Científico, esta Sección designó para integrarlo a los consocios Dr. Joaquín Frenguelli, Dr. Josué Gollán (h.), Dr. Horacio Damianovich, Dr. Gustavo Fester e Ing. José Babini.

Hemos encontrado un amplio espíritu de colaboración en la Comisión Directiva Central, que ha facilitado nuestras tareas, lo que complacidos deseamos resaltar. Asimismo deseo destacar la labor de nuestros compañeros de Comisión Directiva pues con la colaboración y entusiasmo de todos se pudo realizar la labor que someto a vuestra consideración.

R. Rouzaut
Secretario

F. E. Urondo
Presidente

Comision Directiva

Período 1936-1937

Presidente	Ing. Francisco E. Urondo
Vice-presidente	Dr. Gustavo A. Fester
Secretario de actas	Sr. Curto E. Hotschewer
Secretario de correspondencia	Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut
Tesorero	Ing. Quím. Carlos Christen
Vocal titular I	Dr. Jose Piazza
Vocal titular II	Prof. Rolando Hereñu
Vocal suplente I	Ing. Quím. Enrique Virasoro
Vocal suplente II	Ing. Quím. Jose Cruellas
Encargado de publicaciones	Ing. Jose Babini

SOCIOS ACTIVOS

Anadon Leonidas
Arguelles Eugenio
Ariotti Juan Carlos
Babini José
Berraz Guillermo
Bertuzzi Francisco
Bonazzola César J.
Borruat Luis
Borruat Luis (h)
Borzone Rodolfo
Bossi Celestino
Caballero Martín A.
Camo José
Cerana Miguel
Claus Guillermo
Courault Pablo
Crouzeilles A. L. de
Cruellas José
Christen Carlos
Christen Rodolfo
Damianovich Horacio
Falco Federico
Fester Gustavo A.
Frenguelli Joaquín
Gollan Josué (h.)
Gschwind Eduardo P.
Guinle Hugo José
Hereñú Rolando
Hotschewer Curto E.
Julia Tolrá A.
Kleer Gregorio
Mai Carlos
Mantaras Fernando
Marelli Hipólito
Marino Antonio E.
Montpellier Luis
Morisot Augusto
Mounier Celestino
Muzzio Enrique
Nigro Angel J.
Niklison Carlos A.
Oliva José
Peresutti Luis
Piazza José
Piñero Rodolfo
Pozzo Hiram J.
Ragonese Antonio E.
Reinares Sergio
Rouzaut Rodolfo
Regis Mallorquin Juan
Salaber Julio
Salgado José
Santini Bruno L. P.
Schivazappa Mario
Simonutti Atilio
Tissembaum Mariano
Urondo Francisco E.
Virasoro Enrique

BALANCE DE TESORERIA

EJERCICIO 26 - IV - 35 — 3 - IV - 36

DEBE			HABER		
Saldo del ejercicio anterior	$	373.91	— Depositado en cuenta corriente del Banco de la Nación Arg. a la orden de la Sociedad Científica Argentina	$	921.00
Importe de 14 recibos de la Sociedad Científica de Santa Fe	»	28.00	— Por Comisión cobranza de 569 recibos de la Sociedad Científica de Santa Fe y Sociedad Científica Argentina (Sección Santa Fe)	»	170.70
Importe de 555 recibos de la Sociedad Cient fica Argentina (Secc:ón Santa Fe)	»	1110.00	— Impresión folleto con el índice de las obras de la biblioteca	»	120.00
			— Impresiones varias	»	41.50
			— Franqueo, flete, acarreo	»	32.13
			— Adhesiones a congresos científicos	»	10.00
			— Artículos de librería	»	11.30
			— Madera para construcción de la biblioteca de la Sociedad	»	16.30
			— Homenaje Dr. Mantovani	»	30.00
			— Efectivo en tesorería	»	158.98
		1511.91			1511.91

C. Christen
Tesorero

Santa Fe, 3 de Abril de 1936

F. E Urondo
Pretidente

Excursión a la Fábrica de Productos Cerámicos Alassio Hnos. & Cía.

El 17 de abril la Sociedad Científica Argentina Sección Santa Fe realizó una visita a la «Fábrica de Productos Cerámicos Alassio Hnos. y Cía» situada en el paraje denominado La Guardia de la ciudad de Santa Fe. Los visitantes fueron gentilmente atendidos por los dueños de la fábrica, que facilitaron minuciosas explicaciones sobre todos los

detalles del proceso de fabricación de caños para instalaciones sanitarias, desde la extracción de la tierra en el lugar, hasta el calentamiento en los hornos especiales. Participaron los socios Dr. Horacio Damianovich, Ing. Quím. Francisco Bertuzzi Ing. Quím. J. Cruellas, Ing. Quím. C. Christen. Dr. G. Fester, Prof. R. Hereñú, Prof. C. E. Hotschewer, Ing. C. Mounier, Prof. E. Muzzio, Ing. A. Nigro, Dr. J. Piazza, Ing. Quím. M. Schivazappa, Dr. M. Tissembaun, Ing. F. E. Urondo, Ing. Quím. E. Virasoro.

También participaron en la excursión, invitados por nuestra Sociedad, los siguientes estudiantes de la Facultad de Química Industrial y Agrícola de Santa Fe: V. Amadeo, R. Mendez, R. Cordiviola, L. A. Cerana, L. Mutinelli, V. Calvo, E. Jagou, S. Galay, J. Popón, J. B. Lara, O. Mallea, R. Pintos, O. Fanti, L. Beltrame, M. Codoni, Elsa Tramezzi, M. Godoy, S. G. Lexow, W. González, E. Grioni,

E. Hertz, R. Pujals, V. P. Lombardozzi, A. Maguid, D. Muchnik, R. A. Susini y N. de la Puente; y los estudiantes de la especialidad Química de la Escuela Industrial anexa a la Facultad de Química Industrial; G. Bennazar, F. Doce, A. Faisal, M. Fermández, J. Ferrando, A. González, M. Massolo, A. Martínez, E. Musuruana, R. Paradot, L. Rico, L. Viñuelas, R. Fiameni, H. Strina, E. Zoccola.

Todos los participantes quedaron gratamente impresionados por la importancia de las instalaciones que revelaban el creciente progreso de esta floreciente industria local.

APUNTES SOBRE LOS ANDARES TRANSITORIOS E IRREGULARES

Por P. MAGNE DE LA CROIX

RÉSUMÉ

Des allures irrégulières marquent la transition entre deux allures régulières; pour les pas ces dernières peuvent seulement se fixer si le déssaccord entre le mouvement d'un antérieur et celui d'un postérieur se chiffre par un nombre exact de sixième de l'évolution du membre ou disparait, un nouveau pas n'est fixé que quand un de ces résultat est atteint.

Dans les pas reguliers, deux d'entre eux comportent normalement des bases bipédales en lesquelles deux membres sont associés, ce sont le trot et l'amble; mais si le cheval a passé le premier de ces pas dans l'échelle évolutive et peut y redescendre pour prendre le trot enlevé, il n'en est pas de même pour l'amble marché, que certains chevaux atteignent presque, mais pas complétement, et c'est pour cela que même dans l'amble de course du cheval (à tort appelé amble, car on eut dû lui créer un autre nom) il n'y a jamais complet accord entre les mouvements des antérieurs et ceux des postérieurs.

Cuando el « Journal of mammology » publicó mi trabajo « The evolution of locomotion in mammals » recibí del señor S. H. Chubb, « asociate-curator » de la sección « anatomy » del Museo de Historia Natural de New-York, la carta siguiente:

IN RE "The Evolution of Locomotion in Mammals." CABLE ADDRESS "MUSEOLOGY NEW YORK"

THE AMERICAN MUSEUM OF NATURAL HISTORY
77TH STREET AND CENTRAL PARK WEST
NEW YORK CITY

DEPARTMENT OF COMPARATIVE AND HUMAN ANATOMY
WILLIAM K. GREGORY, PH.D., CURATOR
H. C. RAVEN, ASSOCIATE CURATOR
S. H. CHUBB, ASSOCIATE CURATOR
MARCELLE ROIGNEAU, STAFF ASSISTANT
J. H. MCGREGOR, PH.D., RESEARCH ASSOCIATE
DUDLEY J. MORTON, M.D., RESEARCH ASSOCIATE
FREDERICK TILNEY, M.D., PH.D., RESEARCH ASSOCIATE

April 21, 1936.

Señor P. Magne de la Croix,

My dear Senor Magne de la Croix:

I am very glad to receive your paper on « The Evolution of Locomotion in Mammals », and am particulary pleased to see it appear in the February 14, 1936 issue of « The Journal of Mammalogy », one of our good publications which I recommended to you a few months ago.

I have read your paper with much interest and am impressed by the wide extent of your study of this subject. Your figures, too, are very instructive.

May I, however, offer one suggestion regarding the « precise unison » of movement in the pace of the horse. I have not investigated the great variety of types which you have studied but my observations indicate a very interesting law of animal locomotion, which forbids the simultaneous movement of any two feet. You will see, in the enclosed photograph of a pacer, that there is still a considerable amount of weight suported on the right front foot, while the right hind foot has just left the ground.

In the trot of the horse we have the most nearly simultaneous movement which thus far I have found but even here, out of a great number of photographs taken, I find no absolutely simultaneous movement. It would be interesting to know if there are any exceptions to this rule.

Thank you also for « Ce qu'est le rhumatisme ».

Very truly yours,

S. H. CHUBB.

En contestación a esta carta debo exponer la razón de la semiambladura del caballo y también hablar algo sobre los andares irregulares que se encuentran continuamente en la escala de la evolución locomotriz; andares sobre los cuales no he podido detenerme bastante a pesar de haberles consagrado ya dos trabajos.

Después de largas investigaciones que se prolongaron durante cerca de 35 años, logré por fin, en 1929, establecer las leyes de la « Filogenia de las locomociones cuadrupedales y bipedales en los vertebrados ». Publiqué mis resultados en los « Anales de la Sociedad Científica Argentina » (T. CVII, p. 383); había conseguido estos resultados con la sola consideración de los andares regulares, sin preocuparme de los andares irregulares que abundan en la escala de la evolución de los andares.

En adelante, sin embargo, mencioné la existencia de los andares irregulares e hice referencia al papel que desempeñan en la evolución en un trabajo que titulé « Andares irregulares y transitorios, su papel en la evolución » (« Physis », T. X, 1930).

Más tarde aún hice notar que la frecuencia de estos andares irregulares en los diversos pasos del caballo habían sido la causa del error cometido por el Cnel. Gossart cuando llegó a creer, en vista de su extraordinaria frecuencia y variedad, que eran los andares irregulares los normales y que los regulares eran anormales (ver mi trabajo: « Concordancias y discordancias entre los trabajos de Gossart y los míos sobre la locomoción » (« Physis », T. XI, 1931).

Pero, puesto que los andares irregulares no podían servir para establecer la escala de los andares, no tuve más en cuenta, para construirla, sino los regulares y en un trabajo más profundo sobre la « Evolución de la locomoción terrestre en los vertebrados » (volúmenes XV a XIX de la « Revista de medicina veterinaria », 1932) me limité a señalar la existencia de estos andares irregulares, lo que hice en estos términos: « Hay siempre entre dos andares regulares una serie de andares irregulares que marca la transición ».

Más tarde publiqué artículos más condensados sobre el mismo tema: en Francia en « La Nature » (1º Febrero 1934), aquí en « La Nación » (22 Julio 1934) y por fin en América del Norte en « Journal of Mammology » (14 de Febrero 1936); en este último, el más resumido de todos, no hice mención de los andares irregulares.

Los dos trabajos anteriormente citados son los únicos que había escrito hasta entonces, sobre los andares irregulares. Había momentáneamente dejado éstos porque no me servían para establecer las líneas generales de la filogenia de la locomoción. La carta del señor Chubb viene a punto para hacerme ver la necesidad de demostrar mejor el papel de estos andares como también la de explicar el « pseudo-amble » del caballo.

En la filogenia de los andares hay una escala de andares regulares ligados entre sí por andares irregulares; la influencia de estos últimos se acentúa en la serie de andares que constituyen los pasos. En esta clase de andares, cuando son regulares, el animal llega a tener solo bases bipedales (fig. 1), pero vuelve a bases tripedales en los pasos irregulares que sirven de transición entre dos pasos regulares, (en los andares reptilianos hay bases cuadrupedales y tripedales). Los pasos regulares sólo pueden fijarse cuando hay entre la evolución de los posteriores y la de los anteriores, una diferencia que se cifra en un número exacto de $^1/_6$ de la evolución del miembro o cuando no existe diferencia. Las bases tripedales y la instabilidad son características de los pasos transitorios (fig. 2).

El caballo utiliza normalmente dos pasos regulares: el diagonal y el lateral (emplea más el primero que el segundo); pero emplea más a menudo los andares irregulares que separan estos dos andares

FIG. 1. — Evolución de los pasos regulares (indicación del adelante de los anteriores sobre los posteriores).

regulares; además para tomar el trote saltado recae en los andares irregulares que van del paso diagonal al trote y, a veces, en los andares irregulares que se encuentran en la escala abajo de ese; otras

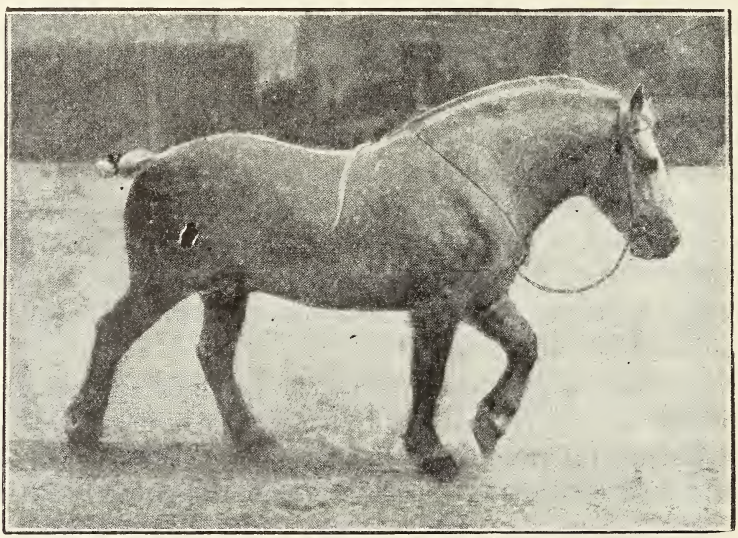


FIG. 2. — « Urbain », caballo percherón en el paso mediano (pas moyen) término medio de los andares irregulares ubicados entre el paso diagonal y el paso lateral.

veces se larga en los andares irregulares que se extienden más allá del paso lateral en dirección a la ambladura caminada a la cual casi nunca llega.

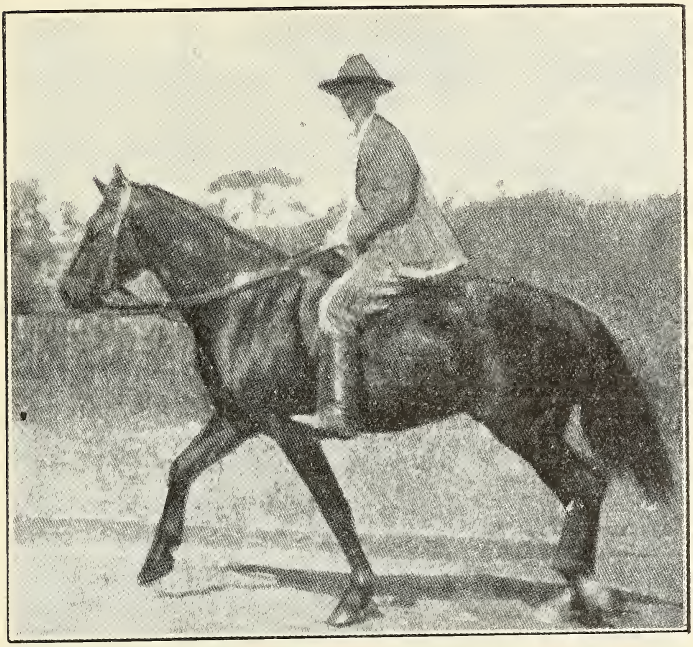


Fig. 3. — « Brasileiro », caballo manga-larga en la andadura castellana (*allure normande* en francés). Fotografía del señor J. F. Diniz-Junqueiro.

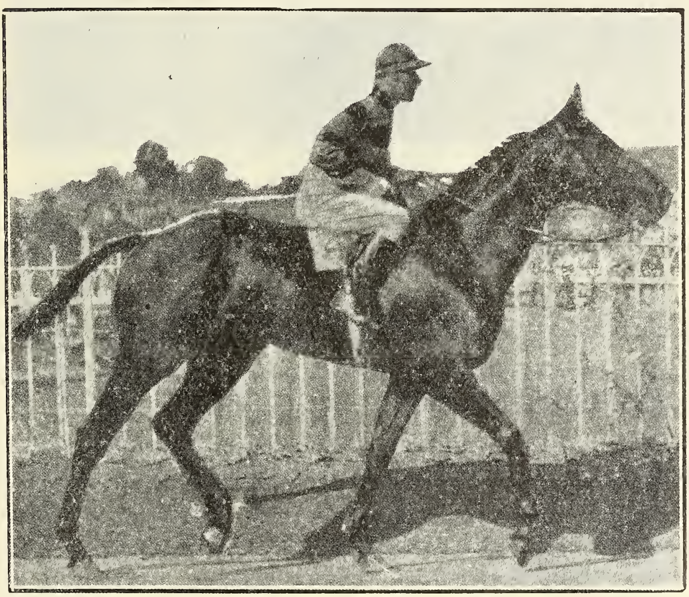


Fig. 4. — « Roble », caballo de pura sangre al pequeño trote; la duración del contacto con el suelo de los anteriores es más grande que la de los posteriores.

Pues bien, el caballo emplea más pasos irregulares que regulares y esta particularidad es la que llevó a Gossart, que había estudiado la locomoción solo en los caballos, a decir que los pasos irregulares son los normales, y que los regulares son los anormales.

Si en los caballos los pasos evolucionan según esta escala, hay que hacer notar que, entre ellos, sólo una cierta cantidad llega hasta el paso lateral, que el paso diagonal es el paso regular más empleado por estos animales y que los pasos irregulares que emplean más a menudo son los que van del paso diagonal al paso

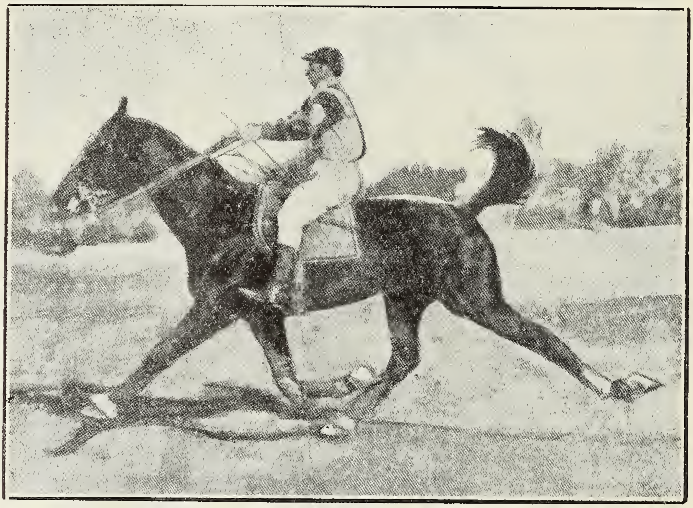


Fig. 5. — Caballo al trote de carrera, el contacto con el suelo de los posteriores, es de más duración que el de los anteriores. Fotografía del « Sport Universel ».

lateral. Muchos autores adoptaron como paso normal del caballo el « paso mediano » (en francés *pas moyen*) (fig. 2), que marca el término medio de las irregularidades que se encuentran entre el paso diagonal y el paso lateral.

Este andar marca el término medio de la transición entre el paso diagonal y el paso lateral; su característica es la igualdad de duración de los apoyos bipedales diagonales y de los laterales.

Los animales que han abandonado los pasos reptilianos no están todos en el mismo caso que el caballo; algunos poseen solo un paso regular limitándose a ir o un poco atrás o un poco adelante en los pasos irregulares que le avecinan; otros oscilan solo entre dos pasos regulares. Hemos visto cuanto más amplio es el campo de oscilación del caballo en el empleo de los pasos; pero conviene notar que la adquisición de los pasos que se extienden del paso lateral hasta la ambladura caminada o cerca de ella es artificial (en mi vida he visto solo a un caballo emplear la ambladura verdadera).

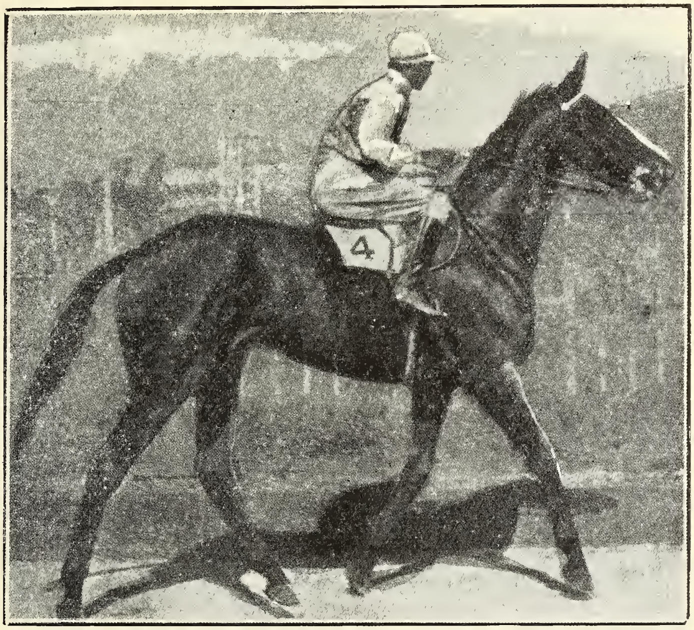


FIG. 6. — « Lalia », yegua de pura sangre al trote; en este andar la duración del contacto con el suelo es igual por las posteriores y anteriores; el suelo es tocado simultáneamente por el posterior y el anterior de un mismo bípedo diagonal.

En los pasos inferiores a los que emplean generalmente, es decir el paso diagonal, el paso lateral y los pasos irregulares que separan estos dos últimos pasos regulares, los caballos pueden bajar fácilmente hasta el trote caminado, del cual salen al trote saltado y algunos, principalmente en los especializados en el trote, bajan todavía más abajo en andares irregulares en dirección del paso pitecoïde; de estos pasos pueden salir en un semi-trote en el que no son unidos en su acción un posterior y un anterior; es el andar que se llama en español « andadura castellana » y en francés « allure normande » (fig. 3) ; pero cuando el animal sale del trote caminado la acción de los miembros va unida.

A pesar de ello en el verdadero trote puede ocurrir que, sean los anteriores, sean los posteriores, alargan o acortan su contacto con el suelo ; el más largo contacto de los anteriores con el suelo se encuentra más bien en los trotes lentos (fig. 4) y el más largo contacto de los posteriores es general en los trotes veloces (fig. 5) ; pero en estos casos tratándose de trote verdadero, el miembro que realiza con el suelo el contacto más corto lo toca solo cuando existe el contacto con el suelo del miembro que realiza el contacto más largo.

En los trotes de velocidad mediana es frecuente encontrar la

Fig. 7. — « Bandeïrante », caballo manga-larga en andadura muy lenta y en la cual el bípedo lateral es muy desunido. Fotogrfía del señor J. F. Diniz-Junqueiro.

coincidencia del contacto del miembro posterior con el del anterior diagonalmente opuesto (fig. 6). Pero lo que pasa con el trote no es lo que ocurre en el caso de la ambladura o mejor dicho de la andadura del caballo.

Si ciertos caballos poseen por herencia los pasos irregulares que se extienden más allá del paso lateral en dirección de la ambladura caminada, casi nunca tienen esta ambladura verdadera como otros animales la poseen.

He dicho en otra parte que esta herencia es artificial, los animales que la poseen la tienen de los « caballos de andares » que fueron amaestrados para las señoras y los burgueses, en la época medioeval. A estos caballos se les hizo adquirir los pasos irregulares que suceden al paso lateral (1) y que fueron llamados en español « paso llano » y « andadura », en francés « pas relevé » et « allure » y en inglés « pace » y cuando es más veloz « pace » o « rack ».

El hecho que el caballo fué incitado a tratar de tomar un andar saltado, antes de haber llegado a poseer la ambladura caminada verdadera, tiene por consecuencia que el animal no llega nunca a rea-

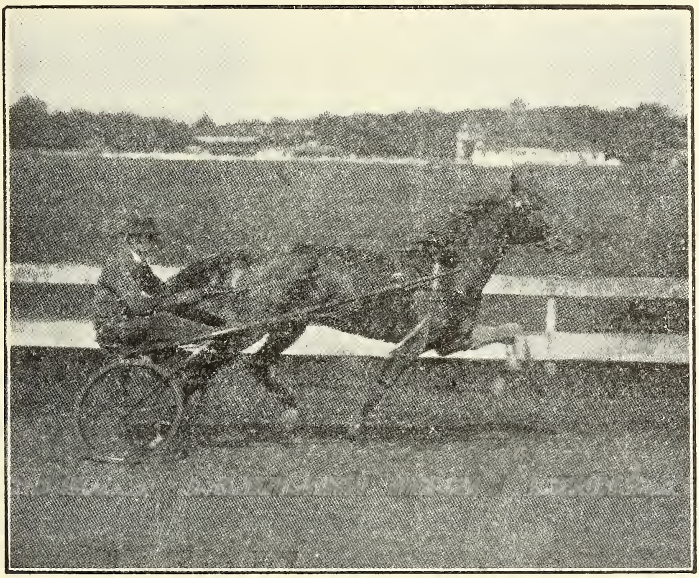


FIG. 8. — « Pacer », fotografía del señor S. H. Chubb.

lizar la unión completa en relación de los miembros posteriores y anteriores.

Si trata de emplear un andar saltado, poco tiempo después de abandonar el paso lateral, sucede que si poseyendo, en su andar, un bípedo diagonal de corta duración, mientras la más larga duración corresponde al bípedo lateral; en este andar existen períodos durante los cuales el animal está sobre el apoyo de un pie (fig. 7); si el andar se acelera, la base diagonal desaparece totalmente, pero

(1) El caballo que los emplea es a menudo llamado « pazuco ».

como el animal no ha alcanzado a la ambladura verdadera, realiza una semi-ambladura (como por ejemplo en las carreras) (fig. 8), en la que los contactos del posterior y del anterior con el suelo no son completamente unidos.

Por lo tanto, los franceses se equivocan, cuando llaman « amble » a este andar empleado en las carreras, lo mismo que los que, en idioma español, lo llaman « ambladura »; tienen razón los que dicen que se trata de « andadura » y los que en idioma inglés siguen llamándole « pace » o « rack ».

CONTRIBUCION AL ESTUDIO DE LAS VARIEDADES DE TRIGOS "BLACKHULL", SUPER HARD "BLACKHULL" CON Y SIN BARBA

Por CARLOS M. ALBIZZATI

De las diferentes zonas en que se ha dividido el país a efecto de la tipificación de los cereales y oleaginosos, es la zona de Bahía Blanca, la que produce los trigos duros, más semejantes al « manitoba », trigo que prefieren y pagan con prima los molinos europeos para ser usados como « blending » o correctores de su producción.

Para levantar el nivel que corresponde y el prestigio de la producción de esa zona, es el esfuerzo que realizan las instituciones oficiales y particulares en dotarla de variedades de « corte » para que paulatinamente se obtengan otras que superen las actuales y satisfagan el mercado europeo.

No escapará al criterio de los entendidos, cuán difícil es diferenciar variedades que por sus caracteres exteriores son casi análogos, en forma, color, etc., siendo completamente diferentes en su comportamiento industrial.

Conocer el valor intrínseco del grano es primordial para la formación de los tipos, pues en caso contrario se perjudicará enormemente la producción cerealera de cada región.

Para corroborar tal aserto, demostraré como un trigo de aspecto excelente y semejante en sus caracteres al Kanred (trigo duro del Sud), el « Blackhull », en todas sus variedades Superhard, con barba y sin barba, desmejora gradualmente la formación del tipo « Bahía Blanca » según el porcentaje de éstas que contengan las mezclas.

Dicho trigo por su semejanza exterior se confunde con el Kanred y como tal se le admite en mezclas del tipo exportación.

Este hecho produjo severas críticas de parte de los técnicos de esta especialidad, dada su calidad inferior, aconsejando su necesaria eliminación, por cuanto las variedades que poseemos en dicha zona serán paulatinamente substituídas por ésa u otras semejantes, debido a su mayor rinde.

El problema es grave y con el tiempo se palparán las consecuencias, si no se pone remedio inmediato.

Pese a la opinión de los técnicos, quienes en diversos trabajos han dejado sentado el inconveniente de seguir cultivando dicha variedad por su deficiencia en la utilización industrial, encuéntranse hoy indirectamente los agricultores alentados al conocer que la Comisión Provisional, designada para la organización de los servicios y la reglamentación de la ley Nº 12.253, lo ha incluído en la formación del tipo semi-duro de la zona de Bahía Blanca, zona ésta característica de trigos « blending », que llegará, continuando con el cultivo de variedades como el Blackhull o similares, a la categoría de zona de producción de trigo de relleno o « filler ».

Las aseveraciones que sostengo en cuanto a su mala calidad han sido ampliamente confirmadas por una de las más grandes autoridades en cuestiones trigueras, el señor E. Tailor, en su publicación « Wheat cultive in Argentine », 1935.

Considerando todavía de actualidad la cuestión sobre la calidad de las variedades citadas, he realizado un sinnúmero de ensayos sobre diferentes muestras provenientes de la zona de mayor difusión; por encontrar concordancia entre los datos únicamente inserto en este trabajo las muestras remitidas por el Agrónomo Regional de Coronel Suárez, Ing. Faustino J. Aranbula, de la cosecha 1935-36.

Para poder dilucidar el comportamiento de las variedades citadas, he aplicado los siguientes procedimientos, hoy en boga para estudios de esta índole:

a) estudio físico del grano,
b) estudio químico del grano,
c) estudio físico-químico,
d) ensayo de panificación experimental,
e) ensayos mecánicos —farinográficos y fermentográficos.

En el orden de los estudios físicos del grano se han determinado los siguientes datos: peso hectolitro, peso de 1000 granos y vidriosidad.

Variedad	Peso hectolitro	Peso 1000 granos	% granos harinosos	% granos vidriosos
Blackhull	81.95	28.948	25	75
Superhard Blackhull con barba	80.80	27.040	10	90
Superhard Blackhull sin barba	84.15	33.132	11	89

Por las cifras arriba indicadas, se desprende sin duda alguna sus excelentes condiciones comerciales por su alto peso hectolitro, e igualmente acontece con el peso de 1000 granos, donde más fielmente nos expresa la buena granazón de dichas variedades.

En cuanto al alto porcentaje de vidriosidad es la parte más discutida que se presentan en estas variedades, pues esto hace suponer dureza del trigo, pero tal hecho se desvirtúa, cuando se comprueba que tal apariencia puede ser el resultado de un mayor porcentaje de proteína o la acumulación de cuerpos químicos que responden al grupo de los carotenes ($C_{40}H_{56}$), y se presta por tal motivo a confundirlo con granos de tipo duro.

En las determinaciones de orden químico se efectuaron los siguientes ensayos: humedad, cenizas, proteína total, de acuerdo a los procedimientos de uso corriente.

Variedad	Humedad %	Cenizas %	Proteína total % N × 5,7	Proteína en base de 13,5 % humedad
Blackhull	11.38	1.45	14.38	14.03
Superhard Blackhull sin barba	12,01	1.57	14.98	14.73
Superhard Blackhull con barba	12.28	1.60	13.78	13.61

Analizadas las cifras del cuadro precedente y con mayor interés del contenido total de proteína, se desprende indiscutiblemente que el porcentaje que acusan es suficientemente satisfactorio, pero veremos más adelante que dicha cantidad no está de acuerdo a su calidad.

Los procedimientos físico-químicos adoptados, son aquellos que por su rapidez pueden discernir « a priori » el comportamiento de una variedad, tal como el procedimiento denominado « tiempo de fermentación », que por primera vez lo apliqué en el país para el estudio de los diferentes trigos de pedigree y tipos de exportación (ver « Estudio comparativo entre los trigos de « pedigree » y los tipos de exportación en el 1er cuatrimestre de 1933 », *Rev. de Farmacia y Bioquímica,* Nº 11-12/1933, pág. 25) y posteriormente adoptado por los diferentes laboratorios del país según técnica de Pelshenke, que en resumen es una modificación del antiguo procedimiento de Saunders, debiéndose advertir que esta determinación, es solo de orientación, pero lo suficientemente práctica, para clasificar los trigos en cuanto a su comportamiento: en duros, semiduros y tiernos.

Otro de los procedimientos usados, para conocer la calidad de un trigo, es el método propuesto por Berliner y Koopman, que tiene por objeto dar una idea sobre la propiedad que posee el gluten al expandirse, cuando éste se lo sumerge en un medio ácido, diferenciándose el comportamiento uno de otro, por el volumen ocupado, cuando es de buena calidad o en su defecto por la disolución del mismo, cuando la calidad es inferior. La técnica seguida para esta determinación es la siguiente: Se toma una cantidad de la molienda proveniente del trigo a analizarse, y se lo trata en un mortero con unos cm^3 de agua, se extrae el gluten con una solución de un pH 6.8 a temperatura de 18°C, operación ésta que debe realizarse lo más rápidamente posible. Después de obtener el gluten, se lava con agua corriente para sacar el exceso de sal, se exprime con la mano y se pesa un gramo. Después se le da al gluten una forma alargada y se corta en 20 o más pedacitos, mientras tanto se han calentado en baño maría a 36°C tubos graduados, que contienen ácido láctico N 50. Se vierte el contenido de un tubo en una cápsula de porcelana, en la cual se van echando los trocitos de gluten. Finalmente se agita suavemente la cápsula y se vierte su contenido en el tubo, se tapa y se coloca horizontalmente en el baño maría. Es conveniente que quede en el tubo algunas burbujas de aire, para que así se mantengan separados los trocitos de gluten. Cada 30 minutos durante las 2½ horas que dura la operación, se hace girar el tubo paulatinamente para que la acción del ácido sea lo más perfecta posible, al cabo de ese tiempo se lee la altura ocupada y el estado en que se encuentra el gluten.

Otro factor que considero de interés para tener una idea más acabada sobre la calidad del gluten es la determinación de la extensibilidad según el procedimiento propuesto por W. Kraiz, cuyo modo operatorio es el siguiente: Sobre una cantidad de trigo molido se extrae el gluten con una solución acuosa al 2 % de ClNa, a una temperatura de 18°C, se seca el gluten obtenido, exprimiéndose sobre superficies lisas. Se pesa luego 2 gramos de gluten, se le da forma esférica, efectuando esta operación con rapidez para evitar el calentamiento del mismo con las manos, luego se lo suspende colocando en la parte inferior un peso constante de 4 gramos, dentro de una probeta graduada, que contenga una solución de ClNa al 2 %, encontrándose ésta en la estufa a 25°C. Las lecturas se hacen, anotando el tiempo en que tarda en cortarse, y la longitud que alcanza.

Variedad	Tiempo de fermentación min.	B. y Koopman Nº hinchamien. cm.	Extensibil. o alargam. tiempo	cm.	Prot. N × 5,7 en base 13,5 % humedad
Blackhull	96	7.5	16′	36	14.03
Superhard Blackhull sin barba	122	10.0	13′	36	14.73
Superhard Blackhull con barba	112	7.5	14′	36	13.61

Si se comparan las cifras obtenidas del « tiempo de fermentación » de las variedades estudiadas, con la variedad « Kanred » (valor medio 180 minutos), destácase de inmediato la supremacia de esta variedad con respecto a las otras.

Referente a las cifras obtenidas por Berliner y Koopman, en las variedades estudiadas son inferiores al término medio (Kanred 13.3) y en cuanto a la extensibilidad o alargamiento, acontece lo mismo, valor medio para el Kanred 66 minutos y 21 cm. de longitud, quedando por lo tanto justificado la inferioridad de los trigos estudiados con respecto a la variedad semejante en su aspecto exterior con la del Kanred.

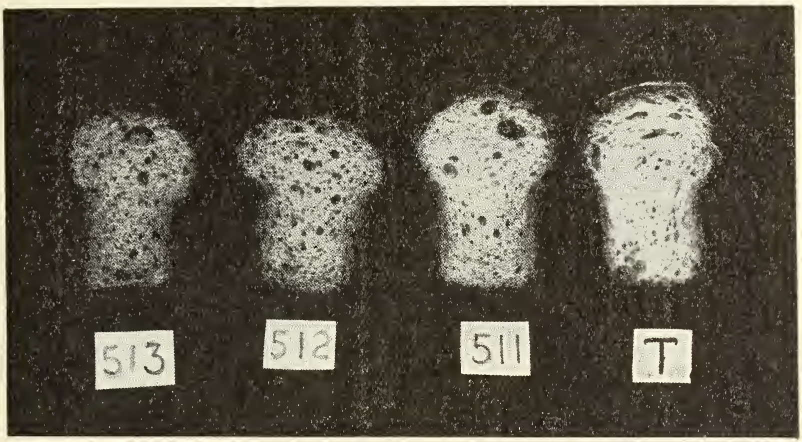
Ensayo de panificación: Para estas determinaciones hemos adoptado el sistema que se sigue en la panificación experimental; el cálculo del valor panadero que indica la expresión final es el resultado de un conjunto de datos representados en una cifra que sirve para discernir o diferenciar cual de la variedad revela superioridad con respecto a la otra. En estas determinaciones se ha utilizado el método empleado por Wermann (Backzahl) número de panificación o valor panadero, e igualmente el utilizado por el Laboratorio de Molienda y Panificación del Ministerio de Agricultura.

Las variedades estudiadas se molieron en molino experimental, obteniendo una extracción aproximada al 65 %; con estas harinas, después del descanso correspondiente, se realizaron las pruebas de panificación, cuyos datos se expresan y cuyas fotografías de los panes obtenidos se reproducen:

Variedad	Gluten seco %	Volumen por 100 gr. harina	Absorción de agua	Poros s/Mohs	Blancura miga	Valor panadero	
						s/Neumann	s/M. de Agr.
Harina testigo .	11.28	540.0 cm³	58.0	9	100.0	147.5	99.0
Blackhull . . .	14.52	475.0 cm³	69.4	7	93.0	123.3	93.5
Superherd Blackhull sin barba	14.80	460.0 cm³	72.0	6	92.5	120.5	90.1
Superhard Blackhull con barba	14.00	480.0 cm³	71.3	7	92.0	126.0	94.2

En el cuadro que antecede se verá que en los dos métodos seguidos para calcular el valor panadero, expresan aunque con cifras distintas la superioridad de éstas con respecto al valor medio del Kanred (118.3) (85.8). Si se toman únicamente en consideración los valores obtenidos en este ensayo, nos haría formar un juicio equivocado dada la superioridad del pan obtenido con estas variedades sobre el Kanred. La falta del poder corrector en dichas variedades se evidencian aún más fuera de los ensayos físico-químicos ya citados, en el comportamiento mecánico de éstos con el farinógrafo de Brabender.

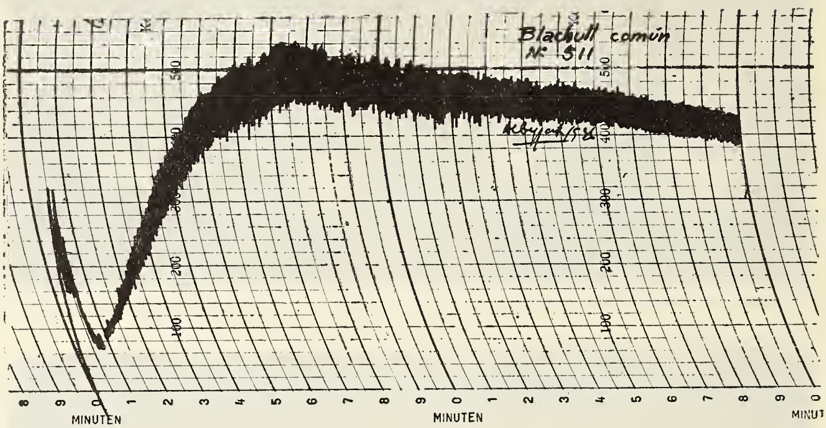
Cuando en el año 1933 estudié por primera vez en el país la calidad de la producción triguera con el farinógrafo de Brabender, demostré que la variedad Blackhull, cultivada y difundida en la zona de Bahía Blanca no había respondido a la calidad de un trigo superior como lo era el Kanred y otras variedades similares (ver « Aplicación del Farinógrafo de Brabender en el estudio de los trigos argentinos », *Rev. Fac. Agron. de La Plata*, tomo XIV, Nº 3, 1933). Desde aquella época hasta la fecha he seguido estudiando dicha variedad e igualmente en estos últimos tiempos a los Superhard Blackhull y los resultados obtenidos siguen confirmando el

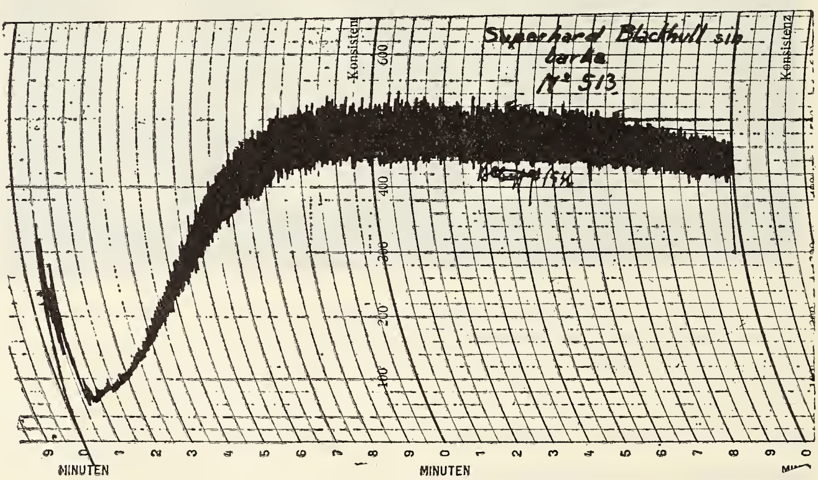


513. — Superhard Blackhull. Sin barba.
512. — Superhard Blackhull. Con barba.
511. — Blackhull común.

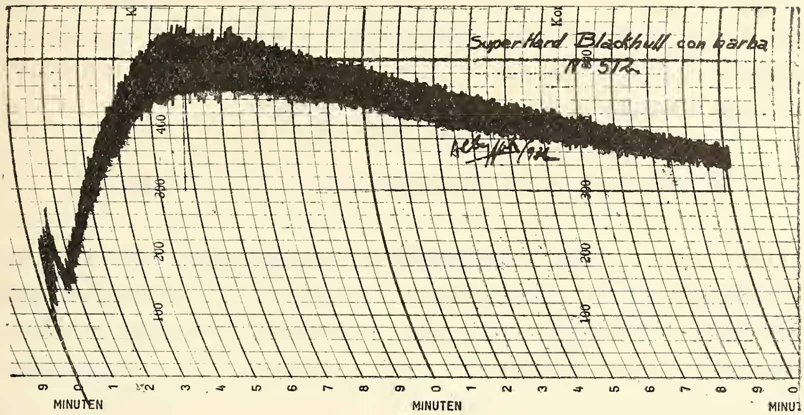
juicio primitivo. A continuación expreso los valores obtenidos y los farinógrafos correspondientes:

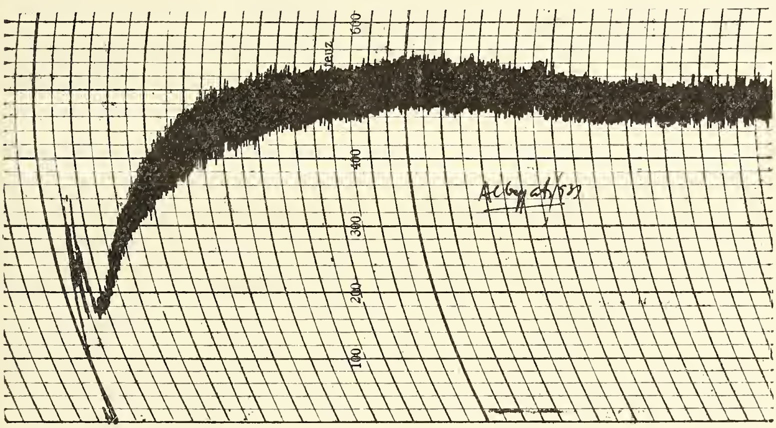
Variedad	Tolerancia de fermentación en minutos	Grado de aflojamiento U. H. a 20′	Extensibilidad en mm.	Tiempo de desarrollo en minutos
Blackhull	1 ½	120	15.0	7′
Superhard Blackhull sin barba	5 ½	40	15.0	8.5′
Superhard Blackhull con barba	1	140	20.0	4.5′
Kanred	8	0	16.0	6.0′





El simple cotejo de estos datos y de los farinogramas obtenidos con los de la variedad Kanred, publicados en el trabajo anteriormente citado, nos pone bien de manifiesto, la ineptitud correctiva de estas variedades comportándose más bien como trigos blandos y de escasa capacidad panificadora, pues dentro de la zona de su cultivo, existen variedades que lo superan.





A continuación como dato ilustrativo inserto los valores correspondientes al desprendimiento de CO_2 obtenido con el fermentograma de Brabender:

Blackhull		Superhard Blackhull sin barba		Superhard Blackhull con barba	
cm³ de CO_2	tiempo	cm³ de CO_2	tiempo	cm³ de CO_2	tiempo
540	1ª hora	440	1ª hora	480	1ª hora
900	2ª »	820	2ª »	780	2ª »
200	3ª »	460	3ª »	1000	3ª »
				520	4ª »
1640 en 3 horas		1720 en 3 horas		2780 en 4 horas	

Los datos fermentográficos obtenidos, confirman su deficiente calidad de gluten, no siendo capaz de retener el anhidrido carbónico formado durante la fermentación, cuando se lo somete a la cocción, obteniendo un pan de poco volumen comparado con las variedades principales del tipo de trigos blandos.

CONCLUSIÓN

Queda una vez más evidenciado por los resultados obtenidos, que el agregado de la denominación Superhard a la variedad Blackhull trae únicamente confusión e inconvenientes para la formación de los tipos; cuando con mayor justicia podría denominárselo « Super Solft », y de esta manera lo colocaríamos dentro de las condiciones de un trigo sin mayor poder corrector y de mediocre utilización cuando se usa en molienda directa.

Junio 3/936.

UNA ERA NUEVA
EN EL ESTUDIO DE LAS CIENCIAS NATURALES [1]

Por FRANCISCO ALBERTO SAEZ [2]

Es bien notorio que el movimiento que anima al pensamiento científico es tan irregular y discontinuo como la propia evolución orgánica. A esta conclusión llegaremos si hacemos una incursión retrospectiva en la historia del desenvolvimiento de una disciplina científica. Esto es más evidente aún en las ciencias biológicas, donde a cada época ha correspondido una modalidad distinta en los métodos de ataque para dilucidar los problemas de investigación. Gracias a esta acción renovada constantemente, es que progresa le ciencia. Con el advenimiento de nuestro siglo se ha iniciado una etapa nueva para las ciencias de la vida. El siglo pasado estuvo caracterizado por el predominio de la especulación excesivamente subjetiva, más romántica si se quiere, pero de menos eficacia para el progreso de nuestros conocimientos, pues existían relativamente pocos hechos fundamentales que suministrasen un robusto apoyo a tanto derroche imaginativo. No había compensación entre el esfuerzo mental y la conquista positiva de nuevos hechos. Nuestro siglo ha corregido este desequilibrio. Quiero exponeros, aunque en forma muy somera, cuales han sido las causas principales que han influenciado en la profunda transformación que hoy vivimos, de nuestros conceptos biológicos. Al final del siglo pasado las especulaciones transformistas y filogenéticas sustentadas por una gran cantidad de hechos puramente descriptivos, era la orientación dominante en la mayoría de los naturalistas.

(1) Conferencia pronunciada en el aula magna de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires, el 30 de Octubre de 1935, con el auspicio del Centro de Estudiantes del Doctorado en Ciencias Naturales.

(2) Del Departamento de Zoología, (Vertebrados) del Museo de La Plata, y del Instituto de Anatomía General y Embriología de la Facultad de Ciencias Médicas de Buenos Aires.

Cabe destacar sin embargo, un grupo de investigadores, botánicos y zoólogos todos ellos, que con sus importantes descubrimientos de los que luego me ocuparé, prepararon el terreno para la comprensión de las nuevas ideas de nuestro siglo. El legado que nos dejaron esos hombres fué valiosísimo.

Una vez sentada definitivamente por el botánico SCHLEIDEN y el zoólogo SCHWANN, en 1838-39, la teoría celular y establecidas la líneas fundamentales de la biología celular llamada así por el sabio monje CARNOY, figuras de la talla de MOHL, UNGER y NAGELLI del lado de la Botánica y de KOLLIKER, REMAK y VIRCHOW de la zoología robustecieron el concepto del organismo multicelular considerado como un conjunto de unidades elementales o células.

Esta concepción fué magistralmente aprovechada por el gran VIRCHOW que de manera singular mostró su aspecto fisiológico y preparó el camino para una revolución de la fisiología y de la patología. De singular importancia fueron sobre todo dos conclusiones las que se sacaron de este período: una de ellas fué de que las células se producen por división de otras células preexistentes, lo cual encierra el principio trascendental de que la división celular constituye la base material de la ley de continuidad genética de los seres vivos.

La otra, fué la demostración de que el protoplasma (núcleo y citosoma) constituye la base física de la vida. De esta manera se iniciaron los primeros sondeos para efectuar el análisis biológico de la substancia celular.

Se desconocía, sin embargo, una serie de fenómenos que eran un misterio impenetrable, la formación de las células sexuales, la fecundación del huevo y los primeros pasos en el desarrollo embrionario, se consideraban como problemas enigmáticos que todos ansiaban conocer. Es a partir del año 1870 que se inicia una era brillante para el conocimiento de los intrincados procesos celulares. Fué una época memorable que descorrió el velo a numerosas incógnitas abriendo un nuevo horizonte a la investigación biológica. Los grandes descubrimientos realizados por FOL, AUERBACH, BÜTSCHLI, O. HERTWIG, VAN BENEDEN, FLEMMING, STRASBURGER, CARNOY y BOVERI pusieron de manifiesto la existencia de los íntimos mecanismos de la formación de los gametos, la división celular, la penetración del huevo por el espermatozoide y su segmentación ulterior para constituir un nuevo ser, así como la fina estructura del núcleo y citoplasma. Puede decirse que en este período nació una nueva ciencia, la citología, que hasta entonces había figurado dentro de la histología clásica.

Es a CARNOY a quien debemos la clara distinción entre ambas, magníficamente tratada en su « *Biologie Cellulaire* » aparecida en 1884.

La Citología surgió como tal cuando se hizo accesible la investigación de la célula con recursos técnicos adecuados, empleados sobre material fácil para la observación. No deja de ser significativo el hecho de que no fueran precisamente los histólogos quienes iniciaran esta emancipación sino que ella partió de los embriólogos, más o menos 30 años después de enunciarse la teoría celular. Conjuntamente con la revelación de los procesos que se cumplen en las células y que significaron un positivo avance, aparecieron las contribuciones teóricas de tres grandes figuras: Roux, Nagelli y Weismann, en las cuales se esbozaron admirablemente con todas sus consecuencias lógicas, el aspecto celular de la embriología y de la herencia. Nagelli, llamó la atención sobre la posibilidad de que la herencia fuese transmitida por un plasma germinal específico o idioplasma. Un año antes, en 1883, Roux, emitió la hipótesis de que la substancia cromatínica debía hallarse ordenada en forma lineal, siendo cualitativamente distinta en las diferentes regiones, lo cual, aseguraría la transmisión y distribución por parte del núcleo, de cualidades específicas. El descubrimiento de Van Beneden, realizado entonces, sobre la maduración, fecundación y segmentación del *Ascaris megalocephala* (nematode parásito del caballo) seguido de los celebrados trabajos de Boveri, polarizaron la atención científica hacia esos elementos nucleares, llamados cromosomas y su posible participación como vehículos de transmisión hereditaria. D. Hertwig y Strasburger confirmaron en los animales y vegetales respectivamente, la identidad del idioplasma de Nagelli, con la substancia nuclear. Pero lo que más contribuyó a reafirmar las estrechísimas relaciones entre los fenómenos celulares y la herencia fueron los admirables ensayos de Weismann, que constituyeron una de las piezas más importantes de la literatura científica de la época.

Weismann fué un visionario, sus predicciones teóricas, se han convertido en hermosas realidades. Mucho antes de conocerse objetivamente lo que hoy ha demostrado la citología y la genética, vislumbró que la cromatina constituía la base física de la herencia y que ésta estaba organizada en partículas determinantes que se hallaban ordenadas a lo largo del filamento cromático, es decir, del cromosoma. Predijo, sin haberlo visto nunca, que en una de las dos mitosis de maduración durante la génesis del óvulo y del espermatozoide, debería ocurrir un proceso tendiente a reducir el número de cromosomas a la mitad del que contienen habitualmente las células somáticas. Una de estas divisiones sería distinta de la otra y la llamó división reductora, para distinguirla de la otra mitosis ordinara, a la que bautizó como división ecuacional. Con sobrada razón ha dicho CONKLIN que esta profecía científica es un ejemplo tan brillante como aquel en que se indicó la presencia del planeta Neptuno, antes de que se enfocase con el telescopio. Tal era el estado de los conocimientos sobre la naturaleza de los fenómenos celulares en las postrimerías del siglo pasado que finalizó con un descubrimiento sensacional realizado por J. LOEB en 1899, el de la fecundación artificial o partenogénesis.

En el campo de la especulación pura un acontecimiento inusitado había conmovido al pensamiento filosófico a mediados del siglo XIX, la aparición en 1859 del libro de CARLOS DARWIN sobre el origen de las especies.

Uno de los argumentos en que dicha teoría fundaba la evolución de los seres vivos era el de la transmisión de las variaciones. El hecho principal admitido por DARWIN fué el de la variabilidad que sería inherente al germen y sobre ella actuaría la selección natural suprimiendo ciertas variaciones y permitiendo que otras mejor adaptadas se transmitiesen por herencia, siendo éste el origen de las transformaciones. Gracias al entusiasmo que despertaron las ideas de DARWIN, atrajo la atención una obra olvidada casi cincuenta años: « *La Philosophie Zoologique* » del naturalista francés de principio del siglo pasado, JUAN BAUTISTA LAMARK, en la que exponía con más detalles sus conceptos transformistas. LAMARK veía las causas en la acción del medio. La necesidad de adaptarse a las modificaciones de éste, obligando a los seres al uso preferente de unos órganos y al desuso de otros, lo cual sería la causa de la evolución. Para el naturalista francés, los caracteres adquiridos se transmitirían por herencia. De manera que es el medio el que determina la transformación de los animales, pero por vía del estímulo funcional que ejerce. Las modificaciones de una generación serán heredadas por su descendencia, y de este modo llevarían a cabo la lenta y gradual transformación de los organismos. El lamarkismo, implica, pues, una acción directa del medio sobre la constitución de la especie, mientras que la teoría de la selección exige sólo una influencia indirecta del ambiente, pero en ambas concepciones el ambiente desempeña un papel preponderante en el encauzamiento de la evolución.

El aporte vigoroso que significaron las ideas de WEISMANN, quien con su severa crítica negó la herencia de los caracteres adquiridos diciendo que los caracteres deben estar predeterminados y no preformados en las células sexuales en forma de unidades hereditarias, así como que las variaciones hereditarias son producidas por influencia directa sobre la estructura del plasma germinativo, contribuyeron poderosamente a ordenar el caos ideológico que reinaba.

Era menester la experimentación racional, científica, la adquisición de hechos para demostrar el valor de las teorías y fué entonces cuando florecieron las investigaciones que brindaron los importantes descubrimientos a que nos referimos anteriormente, con seguridad alentados por las ideas de DARWIN. Entre tanto, mientras todo esto ocurría en los círculos científicos más calificados del mundo, en la humilde huerta de un viejo convento de agustinos, enclavado allá en Moravia, en la ciudad de Brünn, un monje de aquel claustro, GREGORIO JUAN MENDEL, realizaba sus experiencias de cruzamiento de distintas variedades de arvejas. Reunidas sus observaciones después de algunos años de minucioso estudio, las presentó bajo el título de « *Experimentos sobre las plantas híbridas* » a una opaca sociedad local de naturalistas, en el transcurso del año 1865. Nadie fijó su atención ni sospechó que en esa comunicación se escondía la más universal de las leyes con que cuenta la biología de todos los tiempos. Ninguno de los sabios contemporáneos de MENDEL, entre ellos DARWIN, tuvieron conocimiento de lo que había hecho. NAGELLI, con quien mantuvo correspondencia, no supo interpretarlo. Y así en el más completo anónimo, pasaron treinta y cinco años hasta que tres insignes botánicos, CORRENS en Alemania, DE VRIES en Holanda y TCHERMAK en Austria, trabajando simultáneamente en experiencias de hibridación, descubren en 1800 que habían tenido un precursor genial en la persona del humilde monje de Brünn.

Las conclusiones de MENDEL son revolucionarias. Anuló por completo las complicadas teorías hereditarias de sus antecesores.

Sintetizado en dos leyes simples está todo el contenido de su gran descubrimiento. La segregación de las unidades hereditarias en el híbrido y su libre combinación independiente para entrar en células distintas. MENDEL nos enseñó que existen unidades hereditarias separables que pueden seguirse en diferentes generaciones, demostrándonos de qué manera ha de reaparecer un carácter determinado, ya sea ocultando su presencia, recesivo, o bien poniéndose en evidencia desde un principio, dominando en los diferentes cruzamientos. Bien pronto se confirmaron los datos aportados por MENDEL, por los tres botánicos precitados y por CUÉNOT, en los animales. Se generalizaron después a todos los organismos comprobando su pasmosa regularidad. Las experiencias de hibridación habían llegado a un grado de adelanto inusitado. Independientemente por otra parte recordemos que existía un caudal de conocimientos que podían servir de fundamento para la explicación de esas leyes. La Citología, se hallaba preparada felizmente para comprender los fenómenos de la herencia. En la época de MENDEL no se tenía la menor noción del mecanismo que se cumple en la formación de las células sexuales. Había que hallar la explicación causal del maravilloso mecanismo que realizan las unidades hereditarias al pasar de los padres a la progenie.

En 1901, M MONTGOMERY, sin conocer los postulados de MENDEL, halló que los cromosomas paternos y maternos se unían en parejas, conjugando antes de separarse en la formación de las células sexuales. Pero cuando se estableció el riguroso paralelismo entre el mecanismo de los factores mendelianos y los cromosomas fué al publicarse tres trabajos célebres en los que se evidenciaban las diferencias morfológicas y fisiológicas de los citados elementos cromatínicos. BOVERI y McCLUNG en 1902 pusieron de manifiesto sus diferencias funcionales y SUTTON demostró las características morfológicas.

El primero de los nombrados, estudiando larvas de equinodermos en las cuales había alterado experimentalmente la combinación normal de los cromosomas por medio de una doble fecundación, llegó a la conclusión de que no era necesario un determinado número sino una determinada combinación de cromosomas para que cumpla el desarrollo normal de un individuo, siendo para esto necesario que los cromosomas individuales posean cualidades diferentes.

McCLUNG emitió la hipótesis de que el cromosoma accesorio impar estudiado por él en las langostas era el determinante del sexo, sugiriendo por vez primera la asociación entre un cromosoma particular y un carácter dado.

Debemos a SUTTON, joven discípulo de McCLUNG y WILSON, el descubrimiento realizado también en un insecto ortóptero *Brachystola magna*, de que los cromosomas de origen biparental eran homólogos y se unían en parejas. En la subsiguiente división de los elementos de cada pareja se separaban de modo que cada célula germinal formada contenía sólo uno de los cromosomas de dicha pareja. Esta unión de cromosomas en parejas conjugadas o sinópticas y su separación ulterior en la mitosis reductora, constituye el más perfecto paralelismo con la segregación mendeliana y suministra la base material de la herencia. Con estos grandes descubrimientos que marcaron el comienzo de una importante convergencia entre dos disciplinas independientes hasta entonces, el estudio microscópico de las células y la investigación experimental de la herencia y evolución, se echaron los cimientos de una ciencia, cuyo sorprendente desarrollo y alcance ha conmovido profundamente la biología de nuestro siglo. Esta ciencia fué bautizada por Bateson con el nombre de genética en el año 1906. La evolución que esta noval disciplina ha experimentado es tan fantástica que sin pecar de exageración, puedo afirmar que no tiene precedentes en la historia de la Ciencia.

El estudio crítico de la herencia, basado en el triple consorcio de la botánica, zoología y antropología aunadas en una unidad funcional común, inauguró un período de extraordinaria actividad que preparó el campo a un nuevo movimiento que se inicia en el año 1910 cuando Thomas Hunt Morgan y sus tres célebres colaboradores, Bridges, Muller y Sturtevant dieron comienzo a sus investigaciones genéticas, que constituyen el imponente edificio del morganismo superior contemporáneo. Cuatro años antes Bateson y Punnett contribuyeron con un importante agregado a las clásicas leyes de Mendel, es el llamado « ligamiento » hallado en la arvejilla de olor (*Lathryrus*) que no dió las proporciones conocidas.

Morgan halló en su material, la extraordinaria mosquita *Drosophila*, que dos factores o genes se hallan ubicados en el cromosoma sexual y seguían la distribución de éste en las sucesivas generaciones. Se comprobó que no se cumplía la relación constante de la segunda ley de Mendel y he aquí donde el genio de Morgan explicó esta aparente aberración como producto del intercambio de genes hereditarios entre los dos cromosomas X de la hembra. Luego siguieron descubrimientos de nuevos factores, una profusión de formas nuevas, variaciones hereditarias, de mutaciones en fin. Estas mutaciones difieren del animal silvestre en gran cantidad de detalles estructurales, color de los ojos, pigmentación del tegumento con alas deformadas o sin alas, sin ojos, de multitud de caracteres morfológicos internos o externos y funcionales.

En posesión de todo este juego de mutaciones, hoy se conocen más de quinientas de estas razas que difieren en un factor, Morgan ha podido realizar toda clase de cruzamientos y establecer con base inconmovible la actual teoría del gene. En 25 años de trabajo se han estudiado más de veinticinco millones de moscas.

Morgan, postulando con los genes al igual que el físico con los electrones, ha constituído un nuevo y vasto dominio científico como no lo soñaron jamás los naturalistas del siglo pasado. Se ha comprobado y está demostrado perfectamente que cada gene tiene una determinada ubicación en el cromosoma de la célula y se ha construído ubicación en serie lineal de cada uno de los genes. Mediante determinados métodos es posible prever cualquier cruzamiento antes de la experiencia, llegándose a un grado de exactitud como nunca lo han tenido las disciplinas biológicas. Hoy se han agregado nuevas leyes a las dos de MENDEL. El morganismo puede expresarse en las cuatro siguientes:

Ley de la combinación.
Ley del ligamiento de los grupos combinados.
Ley del crossing-over (intercambio).
Ley de la ordenación lineal de los genes en los cromosomas.

Están todas ellas perfectamente conectadas entre sí y constituyen una unidad biológica completa.

Los resultados obtenidos son estupendos. Esto ha motivado que se le acordase el premio Nobel de fisiología y medicina al ilustre investigador norteamericano en 1933 y conviene recordar aquí que es la primera vez que se otorga tan magna recompensa a un naturalista, a un zoólogo puro.

Pero aquí no han terminado las constantes sorpresas que nos mueven el espíritu a admirar las maravillosas conquistas de la genética.

Cuando MORGAN llegó a sus sensacionales conclusiones, lo hizo por el análisis estadístico, que es el método de la genética, sin que fuese posible salvo casos excepcionales, el examen directo del cromosoma.

Pero he aquí que las más recientes investigaciones citológicas han venido a demostrar con toda evidencia la verdad de los resultados. Sabemos ahora que la localización de los genes en el cromosoma no es una concepción abstracta, sino — como dijo alguien — una verdad estereométrica. Esta es la parte que le ha tocado a la citología en su constante colaboración con la genética en el desarrollo de una fecunda e importante línea de trabajo, la citogenética. Es notable lo que hoy puede resolverse por este filón tan reciente. Antes se creía que la conjugación de los cromosomas homólogos tenía lugar únicamente cuando eran aportados por el padre uno, y la madre el otro, pero ésto es hoy un error, pues existen casos en que los dos cromosomas conjugados han provenido de la línea materna. No sólo es necesario que los cromosomas conjugados sean iguales, sino que deben serlo en sus partículas estructurales más ínfimas, debe existir una atracción de gene a gene, punto por punto. De ello, existen ejemplos abundantes que no podemos mencionar en esta exposición por razones de tiempo. Empezóse por la bella demostración citológica del crossing-over, es decir de su realidad física, realizada por STERN en 1931 en *Drosophila* y luego en el maíz por CREIGHTON y MAC CLINTOCK en el mismo año. Un control del establecimiento de los mapas cromosómicos por el método puramente genético se ha realizado también por la observación citológica directa estudiando organismos que presentan anomalías en sus cromosomas, especialmente fragmentaciones y translocaciones (cambio de segmentos entre cromosomas no homólogos) que son fáciles de producir por medio de los rayos X, tal como lo han llevado a cabo MULLER y PAINTER (1929) y DOBZHANZKY (1930-32), habiéndose obtenido mapas citológicos donde se ha fijado la posición de los genes. Comparando ambos planos topográficos se ha comprobado su coincidencia Por otra parte HEITZ, en 1933, ha demostrado — estudiando los cromosomas sexuales de *Drosophila* — que existen dos clases de cromatinas; la eucromatina que es genéticamente activa y la heterocromatina que es genéticamente inactiva.

Y llegamos por fin a la última palabra de la biología que nos revela la íntima estructura de la materia viva, haciéndonos penetrar en un microcosmos maraviloso. El notable descubrimiento de PAINTER, el distinguido zoólogo de Texas.

Nos referimos a los cromosomas gigantes de las glándulas salivales.

Recordaremos que BALBIANI había observado en las larvas de *Chironomus*, en 1881, un pelotón filamentoso, arrollado en los núcleos, en las glándulas salivales, que él designó como espirema. Pues bien, ese espirema que se observa en los núcleos de todas las células salivales en casi todos los dípteros, no representa un filamento continuo sino un grupo de elementos diferentes cuyo número corresponde al número haploide de cromosomas de la especie; no es exacto en *Drosophila*, donde hay 6 grupos salivales y $n = 4$.

Son en realidad filamentos dobles y corresponden a los cromosomas homólogos apareados, representan por lo tanto una sinopsis somática.

Estos cromosomas gigantes ofrecen un excelente material, pues son alrededor de ciento cincuenta veces más grandes que los cromosomas comunes en metafase de *Drosophila*. Estos elementos están constituídos por una serie de bandas o anillos de distinto espesor que se tiñen intensamente, entre los cuales se intercalan regiones acromáticas, siendo su disposición siempre constante y se han construído mapas detallados de cada uno de ellos, por PAINTER el año pasado y este año por BRIDGES.

El extraordinario interés de estas estructuras, radica en que se pueden establecer las relaciones entre los cromosomas, los cromomeros y los genes. PAINTER ha podido comprobar por observación, que la ausencia de ciertos genes (fenómeno llamado deficiencia) corresponde a la desaparición de un segmento de cromosoma. Lo mismo con respecto a las inversiones de trozos cromosómicos, que acarrean disturbios genéticos, se les ha visto bajo el microscopio. Es ésta la más formidable constatación del riguroso paralelismo entre los hechos genéticos y citológicos. Sin embargo, se ha llegado más lejos. MULLER este año ha logrado provocar en el cromosoma sexual por medio de los rayos X, rupturas muy cercanas entre gene y gene, pudiéndose por este medio calcular el tamaño de un gene y su número.

Parece ser que el espesor de un gene es de 0.05 (cinco centésimas de micrón) y su número alrededor de 10.000, llegándose a establecer un mapa cromomérico, esto con respecto al cromomero 2 del cromosoma X de *Drosophila*.

De modo que es posible casi ver, los genes, los elementos que gobiernan nuestro desarrollo, nuestra herencia y nuestra evolución!

Con sobrada razón ha dicho ANATOLE FRANCE en *El Jardín de Epicuro* que lo admirable no está en que el campo de las estrellas sea tan vasto sino en que el hombre lo haya medido.

Los hechos que acabo de exponer han conducido necesariamente a considerar bajo un nuevo aspecto de conjunto al ser vivo. La acción fisiológica de los genes sobre el protoplasma y a su vez del protoplasma sobre los genes rige indudablemente el mecanismo intrínseco del organismo.

No se trata aquí ya de la explicación de uno de los fenómenos más complejos de la vida como es el de la herencia, sino de que la genética contemporánea nos muestra en tòda su magnitud que los fenómenos vitales están supeditados íntimamente al funcionamiento de los genes y de sus portadores los cromosomas.

Por vez primera se ha proporcionado a las ciencias biológicas una base física de la estructura del organismo. Es en aquellos elementos donde debemos indagar las causas básicas de problemas enormes que para el naturalista de hace veinticinco años parecían abismos insondables.

Es merced a su influencia por ejemplo, que el gran problema de la evolución es hoy perfectamente explicable. En la actualidad se pueden producir experimentalmente mutaciones, por radiaciones de onda corta, por el calor o agentes químicos que han arrojado muchísima luz en este sentido. Todo radica para el proceso de la evolución en tres puntos fundamentales: cambios en los grupos cromosómicos, cambios en la composición de los cromosomas particulares y en los cambios originados entre los mismos genes. Para el biólogo moderno ha dicho CONKLIN, el zoólogo de Princeton, la evolución no está en saber, ni se discute, cómo un organismo totalmente desarrollado se transmuta en otro, pues se sabe que esto nunca ocurre, sino en conocer cómo un tipo de cromosoma o gene se transforma en otro. La influencia en la morfogénesis que tienen los cromosomas está demostrada por hechos numerosísimos. La embriología es hoy su gran problema. Se están indagando en este momento métodos que ayuden a determinar la relación de los genes con los caracteres embrionarios y adultos, creando una disciplina de trabajo, posiblemente la de más trascendencia en este instante, la de la acción de los genes en la fisiología de la diferenciación embrionaria, eje de la mecánica del desarrollo.

Las reacciones del individuo en función del ambiente y sus fenómenos adaptativos concomitantes que es fundamental en los problemas ecológicos, están condicionadas por la constitución genotípica de las diversas formas.

La sistemática ha sufrido una verdadera revolución, ya que hoy podemos producir por experimento especies sintéticas, verdaderas especies lineanas, lo cual demuestra que ellas se deben principalmente a diferentes combinacions del material génico y cromosómico. Recuerdo que en una comunicación que hiciera yo a la Sociedad Entomológica Argentina en 1928, dije que era menester encauzar las investigaciones citológicas con vistas a los problemas filogenéticos, sobre grupos que entre otras características presentasen marcada variabilidad somática. Es en estos grupos sistemáticos críticos donde el citólogo puede dilucidar el problema orientando al taxónomo sobre las intercorrelaciones de las formas de un grupo definido y controlando sus métodos de trabajo. Los progresos de la citogenética de estos últimos años, han venido a confirmar con creces que no estaba equivocado. Nuestro concepto de especie tiene que ser necesariamente modificado.

No siempre el método estadístico de poner en evidencia semejanzas y diferencias por medio del cruzamiento que es el empleado por la genética clásica, ha sido el más eficaz para indagar la naturaleza de las diferencias existentes entre las razas, las especies y los géneros.

Este método es largo y laborioso en algunos casos, ya que es menester esperar que el organismo llegue a su estado de madurez.

Estos inconvenientes se han simplificado mucho mediante un método sumamente refinado, la investigación microscópica de determinados fenómenos que ocurren en los cromosomas durante la maduración de las células sexuales, que evidencian con claridad las diferencias de los diversos representantes de un grupo taxonómico.

Por este método además, es posible conocer la naturaleza híbrida de un organismo cualquiera. Taxonómicamente sabemos, por ejemplo, que un híbrido es un organismo que morfológicamente es intermediario entre dos formas distintas. Genéticamente el término híbrido tiene un sentido mucho más amplio. Es un organismo heterozigótico para uno o más caracteres genéticos, en una palabra, puede ser genéticamente un híbrido y ser no obstante taxonómicamente una especie pura.

Un joven investigador inglés Darlington, ha formulado hace poco, una teoría perfectamente documentada en hechos bien demostrativos, es la teoría quiasmatípica del apareamiento de los cromosomas que dice que el modo de constituirse las parejas de cromosomas durante la metafase meiótica, está directamente determinado por la formación y retención de los quiasmas (puntos de intercambio entre segmentos de cromosomas) durante la profase. Se ha comprobado además que la frecuencia de los quiasmas es proporcional al largo de los cromosomas.

En *Triticum* por ejemplo, la frecuencia de los quiasmas del híbrido de la F_1 es menor que la de sus progenitores, lo cual demuestra que la no homología, reduce la longitud de los cromosomas conjugados y por tanto la frecuencia quiasmática. Luego la frecuencia de los quiasmas es una medida de la homología y por tanto de la hibridez de un organismo.

Por medio del análisis citogenético, se ha podido hacer más aún respecto a la fertilidad de un organismo. Se sabe que la esterilidad por ejemplo, se debe a la asociación y separación de cromosomas que no son perfectamente iguales, que no hay completa homología. Podemos predecir, de este modo, si una forma determinada va a ser estéril, si previamente se efectúa el análisis de los cromosomas de sus progenitores. Se descuenta la enorme importancia que tienen estos resultados en agricultura o ganadería, ya que antes de hacer un cruzamiento estaremos en condiciones de saber si será fecundo o estéril el individuo a obtenerse.

En estos momentos esta clase de investigaciones se está llevando a cabo con numerosos representantes de la fauna y flora de distintas partes del mundo.

Qué diremos respecto al problema del sexo, uno de los más apasionados de la biología; basta sólo recordar que en el siglo XVII existían ya 262 hipótesis sobre determinación de sexo. Pero ahora tenemos la clave del descubrimiento de su mecanismo, la teoría cromosómica de la determinación del sexo fundada por el zoólogo MacClung, mi ilustre maestro, en 1902, es una de las adquisiciones más importantes de la biología contemporánea.

Al impulso de la genética no han escapado la patología general, ni la fisiología y muchos problemas médicos han sido puestos en claro después de habérseles considerado durante mucho tiempo inexplicables. El tipo de herencia llamada ligada al sexo ha enseñado cómo se cumple el mecanismo de transmisión de una gran cantidad de enfermedades y malformaciones congénitas.

Estas concepciones tan ricas en consecuencias teóricas y filosóficas han iluminado también considerablemente las ciencias aplicadas.

La fitotecnia y la zootecnia dedicadas al mejoramiento de los animales y las plantas cultivadas, así también como la eugenesia, sublime aspiración del hombre hacia una sociedad biológicamente organizada y mejor, son su fruto inmediato y la metodología es en la actualidad muy distinta a la que se empleaba hace algunos años.

En último análisis vemos que son las estructuras infinitamente pequeñas las que nos dan la pauta del fenomenismo intrincado de la materia viva.

Es que en Biología, lo mismo que en Físico o Química, las causas primeras no se hallan en los cuerpos voluminosos sino en los más diminutos componentes estructurales.

La rápida evolución de la genética, ha dejado en la mente de algunos hombres algo de escepticismo. Se explica en parte la oposición a tan revolucionarias concepciones, la cual se ejerció sobre todo en su época inicial.

Ya son muy pocos los que no han cedido ante la pujante presión de los hechos. Resulta imposible criticar progresos tan positivos sin conocerlos previamente, y cuando se han comprendido en toda su magnitud ya no se puede continuar con la prédica negativa.

Un zoólogo o un botánico, y me refiero a ellos especialmente aunque como es natural esto atañe a todo aquel que cultive cualquier disciplina biológica, no pueden desconocer en la actualidad sin pecar de indiferentes los adelantos de esta rama fundamental del conocimiento.

Todas las universidades del mundo conceden preferente atención en sus estudios a estas disciplinas. En Estados Unidos ha llegado a popularizarse tanto que en las escuelas primarias se realizan prácticas sobre cruzamientos con la mosca *Drosophila.*

Las más celebradas instituciones científicas oficiales llevan a cabo en forma intensiva, investigaciones genéticas. En Alemania, en Inglaterra, Noruega, Suiza, Bélgica, Holanda, Japón y varios otros países, los directores de los más conocidos Institutos de Botánica, Zoología y Biología General o Aplicada son figuras de vanguardia en tales disciplinas. El número de publicaciones aparecidas en 25 años pasa de 25.000.

Ningún hombre de ciencia serio ha dejado de informarse sólidamente sobre la marcha de estas nuevas ideas y sus proyecciones en todas las ramas biológicas.

Todos vosotros conocéis seguramente por su fama al notable fisiólogo ruso PAVLOV; pues bien, este venerable anciano ha hecho cambiar recientemente el nombre de su célebre Instituto de Fisiología el cual ahora se llama Genético-Fisiológico, dándonos con ello un magnífico ejemplo de fina intelectualidad siempre abierta a las corrientes renovadoras de la ciencia.

En nuestro medio, triste es confesarlo, este impulso vivificador que ha invadido a todo el hemisferio norte del mundo no ha tenido la acogida que en el estado de nuestra cultura hubiera sido de esperar. En nuestros planes de estudio, sobre todo en las carreras del ciclo desinteresado, como la de ciencias naturales, existe una sobrecarga de materias inútiles para el naturalista botánico o zoólogo, y están ausentes en cambio dos asignaturas imprescindibles, Fisiología y Genética.

El desconocimiento de estas ciencias implica desde luego, no sólo una limitación en la cultura biológica, sino que restringe el radio de acción en la investigación científca.

Es ahora cuando nuestros naturalistas están en el deber de utilizar métodos modernos, y entiéndase bien no porque son modernos, sino por su eficacia indiscutible, si desean trabajar y producir con contenido original y universal.

Sea cual fuere el problema biológico que se estudia: sistemático, morfológico, ecológico, experimental o descriptivo, es menester abordarlo con pleno dominio de los conceptos dominantes en toda la biología actual.

El criterio fisiológico o genético debe primar en la orientación de las investigaciones, de lo contrario se obstaculiza visiblemente la función inquisitiva restándole amplitud y profundidad a los resultados obtenidos. Y tal cosa es fatal para el progreso de la ciencia.

Jóvenes que me escucháis, muy pronto seréis cada uno de vosotros un naturalista más, un nuevo hombre dedicado al trabajo científico que ha de enriquecer en la medida del propio esfuerzo nuestro medio intelectual.

Os imagino pletóricos de entusiasmo, ungidos por la sagrada llama de una irresistible vocación científica, anhelantes por dar rienda suelta al ensueño que escondéis en vuestra frente pensativa.

La naturaleza de nuestro suelo os espera con sus infinitos secretos, recordad que lo más trascendental para descorrer sus velos es el método de ataque.

Ha llegado la hora de renovar viejos moldes de los que nos han precedido. Sus normas de trabajo, si bien dignas de respeto, deben transformarse en su totalidad, actualizándolas con el pensamiento imperante.

Vivimos una era nueva que asombra por la audacia de sus técnicas y vosotros que sois el porvenir seréis los encargados de superarlas. Sólo así, trabajando con altas miras engrandeceréis nuestra ciencia y nuestra patria.

LA FRUTA - LA CALCIFICACION DEL TERRENO SU INFLUENCIA EN LA CONSTITUCION OSEA Y DENTARIA DE LOS HABITANTES DE SAN JUAN

POR EL

Dr. ANTONIO CARELLI

Es una cosa ya terminada y que no se discute en fisiología humana; que cuando se producen abundantes caries dentarias, prematuras, hay una causa que impide la buena calcificación. Y esas causas pueden ser la falta de aporte por la alimentación, de sales calcáreas (carbonatos de cal, etc.) al organismo; o porque una causa patológica trae una necesidad urgente de grandes cantidades de sales calcáreas, (como en la tuberculosis, la movilización de sales calcáreas al foco baciloso para la defensa natural de aislarlo); o en momentos fisiológicos apremiantes, como la gestación, para las formaciones óseas del nuevo ser.

En S. Juan es cosa que no escapará a la atención de ningún dentista ni médico observador, el hecho de que la gran mayoría de la población, especialmente la clase pobre, en todas las edades, desde la primera infancia, existe la pérdida de gran número de piesas dentarias; cuando no está toda la dentadura desastrosamente cariada.

No es necesario detallar aquí el significado que esto tiene como signo de una mala nutrición; de padecimiento vitales y de consecuencia para graves trastornos del aparato digestivo de quien lo padece.

Igualmente en S. Juan, existe la bacilosis humana en el mismo porcentaje que en la Cap. Federal, y eso que en S. Juan contamos con un clima seco de montaña, tan benéfico para combatir dicho mal, y con una abundancia de rayos ultravioletas de potente sol a través de un cielo límpido. Y es sabida la importancia del calcio para las defensas orgánicas contra esa enfermedad.

Todo esto me ha llevado a estudiar la influencia que puede tener la composición del terreno de S. Juan, en esta grave deficiencia orgánica de sus habitantes.

Es sabido que los seres son en parte un producto del suelo que habitan.

Las tierras de cultivo de S. Juan son pobres en sales calcáreas; me remito a las conferencias y experiencias del agrónomo regional Dr. E. Riveros quien ha demostrado que son arcillosas y potásicas muy pobres en cal, lo que redunda bajo su punto de vista en perjuicio para el desarrollo de la planta y la cantidad y calidad del fruto.

El origen aluvional de las tierras cultivables de S. Juan, justifica la pobreza en cal; porque los aluviones no pudieron arrastrar la piedra calcárea que está en los cerros. (Dr. Riveros). Mientras en las más ricas tierras del Rhin y de la Champagne se llega hasta el 70 por mil de cal, véase a continuación lo que pasa en S. Juan.

Año 1924 Análisis de tierras en S. Juan, por el Ministerio de Agricultura de la Nación. Remitidas por el Dr. E. Riveros.

Dep. 25 de Mayo

Tierras fuertes arcillosas, algo calcárea, bien provista de ázoe y potasa y ácidos fosfóricos.

Cal (Ca O), 21 por mil.

Valle Fertil

Tierras liviano silicosas, algo calcáreas ricas en potasa, regularmente provistas de fosfatos.

Cal (Ca O), 19 por mil

Concepción (Chimbas)

Terreno algo calcáreo bien provisto de potasa y fosfatos.

Cal (Ca O), 21 por mil.

Cañada Honda

Terreno algo calcáreo, Cal (Ca O), 15 por mil

Los Berros

Terreno algo calcáreo. Cal (Ca O), 17 por mil

Zonda

Terreno muy pobre en cal. (Ca O), 7 por mil

Ullum

Algo calcáreo. (Ca O), 16 por mil

Caucete

Algo calcáreo. (Ca O), 13 por mil

Carpintería

Terreno calcáreo. (Ca O), 50 por mil.

Analisis de fruta fresca de San Juan, practicado en la fecha por el Ing. Polo y el Dr. A. Carelli:

Duraznos contienen		0.grs.399	de cenizas por ciento de fruta fresca				
»	»	0.grs.00805	de calcio (Ca.O)	»	»	»	»
»	»	2.grs.017	» »	»	»	»	cenizas

Uvas (grano total) contienen 0. grs. 352 de cenizas por ciento de fruta fresca.

Uvas (grano total) contienen 0. grs. 020 de calcio (Ca. O) por ciento de fruta fresca.

Uvas (grano total) contienen 5. grs. 68 de calcio (Ca. O) por ciento de cenizas.

En el año 1594 Corrado Heresbach afirmaba que los terrenos más pobres eran transformados por la cal en fertilísimos campos y agotada la cal del terreno éste vuelve a ser esteril. Y afirma esta antiquísima observación el hecho de que la calcificación de los terrenos se practicaba mucho en Italia desde los tiempos de Julio César.

La deficiencia de cal no solo se refleja en las plantas sino también en los animales de la zona, quienes tienen sus huesos menos calcificados y más frágiles; y dan menos leche en la época de la lactancia; creciendo más lentamente los animales jóvenes. Estos resultados son aplicables a la alimentación humana.

Franck Ewart Corrie, dice en su libro: «La Cal en Agricultura».

«Los factores que influyen en la fertilidad del terreno son de tres clases: químicos, mecánicos y biológicos; para mantenerlos en equilibrio es necesaria cierta cantiad de cal.

La cal constituye un alimento de primera necesidad para la planta y a través de la planta para los seres animales. La cal combate a la acidez de los terrenos que perjudica a las plantas más útiles. Obra químicamente sobre las materias vejetales del suelo y libera el ázoe nítrico que sirve de alimento a la planta. La cal obra sobre los fosfatos insolubles de hierro y de alúmina del suelo transformándolos en fosfatos de cal, muy útil para la nutrición de la planta. La cal tiene efectos benéficos sobre las condiciones mecánicas y físicas del terreno y especialmente en los arcillosos, la tierra se hace más frágil y más fácil el trabajo de prepararla; en las tierras ligeras aumenta la cohesión, haciendo menos susceptibles los daños de la sequedad. La cal favorece el desarrollo de aquellos fermentos y microorganismos que convierten las materias orgánicas en alimentos solubles para la planta y de aquellas bacterias que fijan el ázoe libre del aire nitrificado las tierras».

Está demostrado que disminuye la cantidad de sales calcáreas, en las frutas que se producen en terrenos pobres en cal y que la uva es una fruta que tiene mucho porcentaje de cenizas, siendo capaz de asimilar, comparativamente gran cantidad de sales calcáreas.

En 100 partes de cenizas de uvas tenemos

Oxido de calcio	7,21	por ciento (*)
» » magnesio	5,33	»
» » potasio	60,15	»
Anhidrido fosfórico	10,88	»

La mayor parte de los tejidos de la vid tienen sales de calcio, acumuladas en células especiales. Por eso la vid puede prosperar hasta cierto límite en terrenos pobres en calcio. Puede asegurarse que la calidad y perfume del vino es influenciada por el calcio.

La proporción de cal que se encuentra en las cenizas de las diversas partes de la vid es superior a la mayor parte de las otras plantas.

Las peras	contienen	0.31 %	de cenizas(*)
» manzanas	»	0.49 %	»
» uva	»	0.53 %	»

En el aprovechamiento del calcio en el organismo humano, influyen los siguientes factores: Primero es necesario el aporte suficiente de calcio en los alimentos; segundo, no debe faltar los elementos fijadores, y que son los rayos ultravioletas del sol y la vitamina D. que se encuentra en las sustancias animales y vegetales frescas; tercero un buen funcionamiento de las glándulas paratiroides.

El tercer factor se descarta porque los casos de decalcificación por deficiencias de glándulas paratiroides, en patología humana son escasísimos, tan escasos que en S. Juan no se puede tener en cuenta. El segundo factor; los rayos ultravioletas y la vitamina D. juegan un rol importante en las grandes ciudades de clima muy frío y húmedo, donde rara vez se vé asomar los rayos solares y gran parte de las substancias alimenticias que se consumen son conservadas; esto no sucede en nuestra ciudad. ¿Cuál factor debe tenerse en cuenta en nuestro caso? El primero: la escasez del elemento primordial; el calcio, en la alimentación popular.

(*) Del libro de Viticoltura del Prof. DONUZIO CAVAZZA.
(*) Del libro *Le Fruta» de ALFREDO MASONI.

Hay una relación evidente en la ciudad de S. Juan, entre la pobreza en calcio de sus tierras, la consiguiente pobreza en calcio en la fruta y demás productos de la tierra y la mala calcificación ósea y dentaria, en gran parte de sus habitantes. La fruta en la alimentación de los habitantes podría llegar a subsanar esta gran deficiencia; pero la fruta de tierras calcificadas. La uva es de las frtas que más calcio puede llevar en sus elementos constitutivos. Por eso la uva de terrenos calcificados, es la fruta que se debe recomendar para conservar buena calcificación dentaria, mejorar las condiciones vitales y calcificar los focos bacilosos incipientes. Al hacerse la calcificación de las tierras en S. Juan, es preferible usar la cal apagada común, pero debe elegirse aquella que no tenga mucha magnesia, porque su exceso impide la absorción de la cal por la planta.

En los análisis de los huesos mal calcificados de los seres humanos, se nota un exceso de magnesia.

La repartición oficial que atañe debe auspiciar una campaña con la propaganda y los consejos necesarios para convencer y facilitar a los agricultores la calcificación de sus campos en forma beneficiosa.

MEMORIA

DE

«GAEA» SOCIEDAD ARGENTINA DE ESTUDIOS GEOGRAFICOS

CORRESPONDIENTE AL EJERCICIO 1935-1936

PRESENTADA POR LA SRA. PRESIDENTA PROF. A. G. DE CORREA MORALES

Señores consocios:

En cumplimiento de lo dispuesto por el artículo 33 de nuestros estatutos sociales, os presento hoy la Memoria correspondiente al ejercicio del 1° de abril de 1935 hasta el 31 de marzo 1936, por la cual habéis de conocer la marcha general de la sociedad y la labor realizada por la Junta Directiva.

Al agradecer hoy a los socios el concurso prestado durante el año social fenecido a la Junta Directiva que me honro en presidir, sean mis primeras palabras de agradecimiento para el señor Presidente de la República, general Agustín P. Justo, por el vivo interés que en su elevado carácter de primer magistrado ha dispensado a nuestra institución y sus actividades, lo que ha resultado de útil apoyo a la sociedad y de estímulo a seguir en la ruta emprendida hace catorce años al fundarse nuestra GAEA.

SEGUNDA REUNION ARGENTINA DE GEOGRAFIA. — La Junta Directiva trabajó empeñosamente en la realización de esta Asamblea. Fuera de celebrar cuatro sesiones ordinarias y seis extraordinarias, se constituyó en sesión permanente desde el doce de septiembre hasta el treinta del mismo mes, a fin de atender a la Reunión. Hoy agradezco a los señores miembros de la Junta Directiva sus desvelos, pues me consta el verdadero sacrificio de tiempo que se originó a los más.

En nuestro número de los «Anales Gaea» se dará oportunamente cuenta de todo lo pertinente a la Segunda Reunión Argentina de Geografía, la cual continúa en el orden numérico como la sucesora de la Primera Reunión Nacional de Geografía celebrada en 1931. La Segunda fué realizada en esta ciudad desde el 19 hasta el 28 de septiembre en el edificio de la Sociedad Científica Argentina en esta ciudad.

Adelantándome a la publicación en los Anales, creo un deber de dar la nómina de quienes desde sus altos cargos nos acompañaron en la realización de la Reunión. Ella fué presidida por una COMISION DE HONOR formada por el señor Presidente de la República, los ocho Ministros del Poder Ejecutivo Nacional, Intendente de Buenos Aires y el Presidente del Consejo Nacional de Educación.

Se instituyó también una Comisión HONORARIA, cuyos presidentes fueron los señores Rectores de las Universidades Nacionales de Buenos Aires, La Plata, Córdoba, Tucumán y Santa Fe, desempeñando las vicepresidencias los decanos de Filosofía y Letras de la Capital Federal, de Humanidades de la Academia Nacional de Ciencias Naturales, director del Museo de La Plata, director del Museo Etnográfico en Buenos Aires. Fueron vocales los señores presidentes de la Sociedad Científica Argentina, de la Sociedad de Ciencias Naturales y de la Sociedad Ornitológica.

La Comision Organizadora, ya en ejercicio desde 1934, fué ampliada de acuerdo con el Reglamento aprobado aquel mismo año, quedando constituída con la siguiente:

Comision Ejecutiva: Presidente, el señor presidente del Comité Nacional de Geografía; vicepresidente la señora profesora Elina G. A. de Correa Morales; ingeniero Alfredo G. Galmarini, Dr. Juan Keidel; secretarios: profesores Federico Daus, Francisco de Aparicio y señor Edmundo Wernicke; tesorero, señor Alberto Breyer; vocales, los señores doctor Pablo Groeber y Carlos D. Storni, ingenieros Aquiles Armani, Roberto Dupeyron, capitanes de fragata Rómulo R. Roverano y Héctor Ratto, profesores Augusto Tapia, Eugenio Corbett France, Faustino Juárez, Rómulo Ardisone, Ana Palese..

La Reunión celebró dos sesiones plenarias, o sea la de inauguración del día 19 de septiembre y la de clausura del 28 del mismo mes. La importancia de la sesión inaugural fué enaltecida por la concurrencia de las primeras autoridades nacionales, representantes de las Universidades e institutos de enseñanza y una crecida cantidad de congresales y amigos de los estudios geográficos. Las diversas divisiones trabajaron con empeño y estudiaron colaboraciones presentadas, que oportunamente irán publicándose, lo mismo que los votos aceptados, cuya redacción definitiva será aprobada próximamente. Se realizaron dos excursiones de estudio, que llevaron igualmente un gran número de congresales y adherentes, hacia la isla de Martín García y Punta del Este. En cuanto al aspecto financiero de la Reunión os informa el balance de Tesorería.

Subsidio. — El señor Presidente de la República, general Agustín P. Justo, recibió en audiencia a una Comisión formada por la señora presidente doña Elina G. A. de Correa Morales; vicepresidente, ingeniero Alfredo G. Galmarini, y secretario general, don Edmundo Wernicke, y secretario de la Comisión Organizadora profesor Federico Daus, y al imponerse de las aspiraciones de Gaea dispuso la entrega de un subsidio de diez mil pesos a la Sociedad, que se percibieron y cuyo destino os da a conocer igualmente la Tesorería.

La deuda con la Casa Peuser. — Una deuda por varios miles de pesos con la casa Peuser ha podido ser liquidada gracias a ese apoyo, como veréis en el informe mencionado. Hemos agradecido a la razón social su actitud de espera durante varios años y su noble gesto de una rebaja concedida a la Junta Directiva, que comisionó a los señores A. Breyer, C. D. Storni y R. Dupeyron trataran al objeto con la mencionada Casa.

Centenario del IV Aniversario de la Ciudad de Buenos Aires. — Con la Sociedad Científica Argentina, en la cual en este acto reiteramos nuestro agradecimiento por la cesión del local para nuestra labor, la J. Directiva ha convenido en realizar varios actos de comunicaciones y conferencias, que a la vez de recordar la memorable fecha deben ser estimadas como un homenaje a España por parte de ambas sociedades. El primer acto se realizará en el mes de mayo del corriente año.

SEMANA GEOGRAFICA. — Dando forma práctica al voto presentado en la Segunda Reunión de Geografía por el señor ingeniero Alfredo Galmarini, la Junta Directiva ha instituído la SEMANA DE GEOGRAFIA anual dentro de un amplio margen de presentación de trabajos, pero con un carácter menos representativo y más económico. Allí podrán concurrir cuantos desean presentar sus trabajos e investigaciones. Guardamos fundadas esperanzas de poder contar con el concurso del Ministerio de Instrución Pública.

DISCUSION SOBRE UNA CARTA GEOGRAFICA DE EMERGENCIA. — Con la aceptación del proyecto del señor ingeniero Aquiles Armani, de celebrar una discusión sobre la conveniencia de coordinar los elementos para la preparación de la carta geográfica de emergencia de la República, Gaea ha contraído un nuevo compromiso de orden científico. La Junta Directiva designó a los señores Ingenieros Armani, Roberto Dupeyron y Miguel A. Rodríguez para correr con los pormenores de la organización, debiendo celebrarse esa asamblea en el próximo mes de julio del corriente año.

LA OBRA DE LA GEOGRAFIA ARGENTINA. — Otra constante preocupación de la Junta ha sido la de dar cumplimiento a una iniciativa de años atrás, de iniciar la obra integral y monumental de la Geografía Argentina, en la cual daría oprtunidad a colaborar a los hombres de ciencia especializados en las diversas fases de su estudio. Un expediente iniciado años atrás y despachado favorablemente por un Acuerdo de Ministros en tiempo de la Presidencia Alvear, con el decidido apoyo del Ministro doctor Ernesto Padilla, se halla paralizado.

Una comisión compuesta por la profesora Elina G. A. Correa Morales, ingeniero A. Galmarini, ingenieros Armani y Dupeyrón, fué recibida en audiencia por el Excmo. señor Presidente de la Nación, quien prometió prohijar la iniciativa.

PREMIO GAEA. — A moción del mismo consocio A. Galmarini, la Junta Directiva acordó instituir un premio anual consistente en una medalla de oro y un diploma de honor al mejor trabajo monográfico sobre un tema de Geografía argentina, al cual pueden optar los alumnos del profesorado de Geografía. El premio será entregado en acto público que se celebrará por primera ocasión en el último trimestre de este año.

PUBLICACIONES. — Hállase en imprenta un nuevo tomo de los Anales; otro en el cual se tratará sobre la Segunda Reunión de Geografía está en preparación.

La Sociedad ha repartido, en las cantidades que le fueron donados, los siguientes trabajos: El del doctor Juan José Nágera, titulado: Extremidad Mediterránea de Tandilia; del doctor Egidio Feruglio: Relaciones estratigráficas y faunísticas en la Patagonia; el del señor Edmundo Wernicke: titulado Ciencia y Experiencia en el Ambiente Rural, donado parcialmente por el Instituto Social de la Universidad del Litoral y parcialmente por el autor.

Socios. — Cuenta la Sociedad actualmente con cieto treinta y tres socios, y es de esperar sigan ingresando, pues el ambiente para los estudios geográficos en la Argentina, va indudablemente en aumento.

Sociedades afines y Distinciones a socios. — La Sociedad ha mantenido sus buenas relaciones de siempre con las asociaciones culturales de iguales propósitos, tanto con las del país como del Exterior. La Academia de Historia y Geografía de México nombró miembro correspondiente a la presidenta de Gaea Sra. Elina G. A. de Correa Morales. Otro consocio Dr. J. Frenguelli fué designado director del Museo de la Plata y el Sr. prof. F. de Aparicio obtuvo el premio literario municipal por su obra «La vivienda natural de la región serrana en el sur de la Provincia de Córdoba.

Administrativas. — Los trabajos de secretaría fueron intensos pues se emprendió la obra de clasificar el archivo en forma debida lo que por falta de empleados no fuera posible antes. Como las atenciones a la Segunda Reunión y el nuevo programa que se ha impuesto Gaea demandan mayores esfuerzos, la Junta Directiva resolvió aumentar a dos el número de señoritas empleadas cuyo módico sueldo por otra parte no resulta oneroso a la sociedad. Las tareas se reparten entre secretaría y archivo y otras entre tesoreria biblioteca y mapoteca. También a esta se presta atención pues el número de libros y folletos va en aumento y llega hoy a 4.288 ejemplares. Hago constar que las señoritas empleadas han colaborado en muchas ocasiones aún a deshoras, y ayudado eficazmente en la realización de la Reunión de 1936.

Prensa diaria. — Aún en este año la prensa diaria tanto nacional como extranjera nos prestó deferente atención y sus más representativos órganos mantuvieron durante la Reunión sus reporteros en actividad continua. A ella nuestro reconocimiento. Al terminar agradezco el constante concurso que me prestaron en su carácter de Secretaria General y Tesorero los Sres. Edmundo Wernicke y Alberto Breyer. He dicho.

Edmundo Wernicke
Secretario General

Elina G. A. de Correa Morales
Presidenta

BIBLIOGRAFIA

E. DAMOUR, *Cours de Verrerie*. Tomo III. 1 vol. en 8º, 273 págs, 72 figuras. 1936. Editor: Ch. Beranger. Precio: 55 francos.

Este volumen constituye la continuación de los dos anteriores. «'La chimie du verre» y « Physique thermique du verre», respectivamente, del mismo autor.

Los elogiosos comentarios que han merecido los volúmenes anteriores, deben confirmarse con éste. El conjunto de la obra forma una importante contribución al estudio completo y serio de los vidrios, en sus múltiples aspectos.

El tomo a que nos referimos trata particularmente el mecanismo de la devitrificación, condiciones que se refieren a ésta, medios de evitarla y utilización de vidrios devitrificados. El temple y sus distintos aspectos merecen dos capítulos, ampliamente tratados.

La segunda parte de la obra se refiere al trabajo del vidrio en sus variadas formas, trabajo a mano y mecánico; cristales, etc. La tercera parte comprende las propiedades mecánicas, ópticas, de solubilidad y corrosión y finalmente el control de vidrios, (ensayos, etc.).

La resumida enumeración de los tópicos tratados permite dar una idea aproximada del conjunto. R. V.

ERICH SIEBEL, *Le Façonnage des métaux par deformation plastique*. Traducción de la 1ª edición alemana (revisada, corregida y aumentada por el autor,) por A. COLLINET. 1 vol. en 8º, 258 págs., 195 figuras, 1 plancha.

Editor: Ch. Beranger. Precio: 70 francos.

Tratan, las tres partes en que está dividida la obra: los principios y leyes de la deformación plástica; el estudio de las fuerzas y del escurrimiento de la materia en los procedimientos industriales de trabajo y estudio de las condiciones en las cuales se operan las deformaciones en algunos procedimientos industriales.

Las numerosas figuras y cuadros numéricos que contiene complementan el contenido valioso en datos que trae la obra. Su valor, para quienes tratan este aspecto de la cuestión, justifica la traducción que se termina de publicar y que comentamos. R. V.

JEAN JUNG, *Principes de Gáologie du pétrole*. 1 vol. de 184 págs. con 50 figuras. 1935. Editor: Ch. Beranger. Precio: 34 francos.

El autor es profesor en la Facultad de Ciencias de Clermont-Ferrand y de la Escuela Nacional Superior de Petróleo y Combustibles líquidos de

Estrasburgo; y el libro que nos ocupa, constituye un resumen de los cursos dictados en este último establecimiento.

La geología del petróleo es uno de los temas abundantemente tratados en las grandes obras de geología, así como también en las innumerables monografías que le han consagrado los técnicos, en Inglaterra, Estados Unidos y Alemania, especialmente, sin olvidar el importantísimo aporte de los investigadores rusos y rumanos, que han enriquecido la bibliografía del petróleo con valiosas contribuciones.

Pero en todo este conjunto de obras, no se encuentra expuesto en forma sintética y sencilla, lo que constituye el fundamento, los principios básicos, el concepto elemental de la aplicación científica de la geología, al estudio del petróleo. Mr. Jung ha creído útil llenar este vacío y su trabajo tiende a evidenciar cuáles son y cómo se aplican los principios de la geología del petróleo, dentro de los grandes cuadros de la geología general.

Se persigue pues, un objetivo práctico, y a tal razón obedece el estilo sencillo, la ausencia de palabras o terminologías de carácter especialista, los croquis abundantes, la brevedad de los capítulos, los subtítulos explicativos, etc. La obra resulta así de lectura fácil y muy provechosa, para todos los que deseen iniciarse en estos conocimientos, aunque no dispongan de gran preparación anterior en cuestiones geológicas.

Está dividida en cinco partes, que comprenden sucesivamente: El origen de los hidrocarburos naturales. La concentración y dispersión del aceite. La clasificación de los yacimientos. La geología en la prospección y en la explotación. Los yacimientos de petróleo en el mundo.

En la primera parte, es de interés el Cap. III, donde enumera las « facies » o aspectos característicos de los terrenos petrolíferos, su litología, fauna y flora, y las diferentes teorías sobre el origen del petróleo y su relación con los gases naturales, los esquistos bituminosos y los carbones.

Entre los puntos considerados en la segunda parte, sobresale el de los movimientos o migraciones del petróleo, que una vez formado en un terreno, puede trasladar hacia otro, donde se acumula.

La tercera parte, dedicada a clasificar los yacimientos según sus diferentes tipos, expone muy sintéticamente los principios de estas clasificaciones y su desarrollo, según que se trate de yacimientos ligados a factores de orden únicamente estructural, o a factores estructurales combinados con otros sedimentarios, o a factores diversos.

De mayor importancia práctica es la cuarta parte, donde se encuentran útiles indicaciones sobre los índices superficiales de los terrenos petrolíferos; los métodos propios de la prospección geológica de la superficie, de la prospección geofísica, y de los sondajes; la estimación de las reservas, la distancia racional entre los pozos, las curvas de producción y otros problemas geológicos relacionados con la explotación.

Por último, en la parte final del libro se hace una rápida enumeración de los yacimientos del globo, después de haber esbozado una ley general fundada en la paleogeografía. El Cap. V, relativo a los yacimientos de la América del Sud, menciona sucesivamente los de Colombia, Venezuela y Trinidad, en los Andes septentrionales; los de Ecuador, Perú y Bolivia en los Andes sud-ecuatoriales, y los de la Argentina, país del cual acompaña un mapa esquemático. Las líneas consagradas a los yacimientos argentinos, son tan breves, que pueden transcribirse íntegramente: ellas dicen:

« Les champs pétrolifères argentins sont égrenés a l'Est de la Cordillère.
« Un premier centre comprend les champs de *Salta* et de *Jujuy,* tout au
« Nord de l'Etat, sur les rides sub-andines, prolongeant celles de la Bolivie.
« Leur équipement date de 1922. La production, très modeste, se trouve dans
« le Dévonien.

« A 1.500 kilomètres plus an Sud, les champs de *Plaza Huincul* dans le « district de Neuquen, trouvant du pétrole dans le Crétecé d'une ride sub- « andine.

« Mais l'essentiel de la production est fourni par le gisement de *Comodoro* « *Rivadavia,* grâce auquel la République Argentine a pu se placer, en 1922, « immédiatement après la Colombie, parmi les producteurs mondiaux, avec « 1.881.000 tonnes. Le gisement est situé sur la côte atlantique par 46° de « latitude Sud, en pleine Pampa tabulaire. La série stratigraphique comprend « du Tertiari, du Crétacé, puis une série mal datée èpaisse de 1000 mètres, « descendant peut-être jusqu'au Trias. L'huile se trouve dans des grès bi- « garrés dévoniens. La structure du gisement es un dôme subtabulaire affecté « de cassures. Aucun indice n'est visible en surface et le gisement a été « découvert par hasard, en 1907, a 535 mètres de profondeur, par un son- « dage cherchant de l'eau pour l'irrigation ».

E. R.

ROBERT LONSTAN, *Méthode scientifique et améliorations dans les mines.* 1 vol. de 200 págs. con 16 figuras y 25 planchas. 1934. Editor: Ch. Beranger.

El autor, ingeniero civil de minas, se ha propuesto exponer en un libro, la forma como puede aplicarse a las empresas industriales en general, y a las mineras en particular, los principios deducidos de un método riguroso para « economizar energía », en las diversas manifestaciones que ella puede revestir. Estos principios, se basan en los ya expuestos por Descartes en su *Discours de la Mèthode,* del cual se transcriben en el libro de Loustan algunos párrafos.

El primer principio, o de la « tabla rasa », es la necesidad de olvidar, de una vez por todas, cuando se trata de mejorar algo, las ideas preconcebidas: hay que declarar la guerra a la rutina.

El segundo princiipo, es el de la « división, o análisis ». Hay que dividir y subdividir cada dificultad en tantas partes, como sea necesario para reducirla a términos lo suficientemente sencillos para que su solución sea inmediata: y analizar, cada una de las partes que integran un concepto, lo más profundamente que sea posible para asegurarse de que nada ha escapado a nuestro análisis.

El tercer principio, sería el de « síntesis »: el estudio de la organización que se trata de mejorar es la fase preparatoria de la acción que debe seguir a semejante estudio de análisis: y esta acción, al aplicar el conjunto de elementos producidos por el análisis, es un trabajo de síntesis.

Viene después la determinación de las diferentes etapas sucesivas en que debe irse desarrollando la aplicación del método fundado en estos principios.

No es posible seguir al autor en sus prolijos comentarios, que pueden resumirse en esto:

1º Debe empezar por definirse el « hecho » en estudio, precisando el « fin » que se persigue, y las « circunstancias » o ambiente en que va a actuarse.

2º Analizar después todos los elementos constitutivos del « hecho ».

3º Medir estos elementos en el instante considerado y determinar su valor en función del tiempo, a lo largo de un cierto período.

4º Discutir los resultados a que se va llegando, para descubrir las variables o causas de las cuales depende el hecho estudiado.

5º Efectuar una síntesis, con los elementos suministrados por el análisis anterior, dando a las variables los valores susceptibles de realizar el « fin » perseguido, dentro del « ambiente » actual.

En la segunda parte de su obra, el autor aplica este método, de reglas un poco vagas e imprecisas al caso concreto de la dirección de una mina de carbón, y en la tercera parte, a diferentes ejemplos de la organización técnica de la industria hullera. Numerosos cuadros, gráficos, diagramas, planillas de trabajos y salarios, etc., complementan las interesantes aplicaciones desarrolladas en esta obra, que constituye una contribución valiosa al estudio del complejo tema de dirigir, mejorar y abaratar las organizaciones del trabajo en las industrias modernas.

E. R.

INDICE GENERAL

DE LAS MATERIAS CONTENIDAS EN EL TOMO CENTÉSIMO VIGÉSIMO PRIMERO

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alvarez, Raúl J.
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Arditi Thompson, H.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Arroyo, Rufino
Avila Méndez, Delfín
Aztiria, Ignacio
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Bancalari, Agustín
Barabino Amadeo, S.
Barbieri, Antonio
Bargna, Juan L.
Bariiari, Mariano J.
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berdoy, Pedro A.
Berrino, Juan B.
Beslo Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano
Bontempi, Luis
Bordato, Miguel
Bordenave, Pablo E.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buldrini, Alvaro G.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Camus, Nicolás
Canale, Humberto
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceriale, Marcelino A.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Corvalán Mendilaharzu, Dardo
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chelia, Francisco
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
Debenedetti, José
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Demarchi, Marco
Deulofeu, Venancio
Devoto, Franco E.
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dotto, Enrique S.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Edelberg, Benjamín
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Forn, Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Dívico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Gil, Martín
Gonella, Juan B.
Gottschalk, Otto
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gurewitsch, Marco
Gutiérrez, Ricardo J.
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Howard, Jorge W.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Keiper, Guillermo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Kohan, Zoilo
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lea, Allán B.
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López, P. José
Loyarte, Ramón G.
Lozano, Nicolás
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Marini, Tomás L.
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Massaro, César O.
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Mermoz, Francisco A.
Mohring, Walther
Molfino, José F.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nelson, Ernesto
Nielsen, Juan
Oliveri, Alfredo E.
Ortega Belgrano Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví y Oliveras, A.
Paquet, Carlos
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Pauly, Antonio
Paz, José Máximo
Paz Anchorena, José M.
Peralta Ramos (h.), Alberto G.
Pérez Hernández, A.
Pérez Pirán, Juan A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Polti, Modesto
Posadas, Carlos
Quartino, José N.
Quinos, José Luis

Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Modesto
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Ravignani, Emilio
Rebuetlo, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto

Rospide, Juan
Rosell Soler, Pedro
Rossi, Arturo R.
Ruata, Luis E.
Ruiz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Sabaria, Enrique
Sagastume Berra, A. E.
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schmidt, Max
Schoo Lastra, Oscar
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Seeber, Ricardo

Sesma, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Soler, Frank L.
Sordelli, Alfredo
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Storni, Carlos David
Suárez, Angel
Taiana, Alberto F.
Tamini, Luis Augusto
Tarragona, José
Tedeschi, Virgilio
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.

Trucco, Sixto E.
Valls, José
Vallebella, Colón B.
Valentiner, Hugo
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallejo, Segundo E.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino (h.)
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Volpatti, Eduardo
White, Guillermo J.
Wauters, Carlos
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Devoto, Arnaldo Carlos
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
Girbau, Mansueto

Goyena, Ricardo J.
Laporte, Julio A.
Magne de la Croix, P. A.
Milesi, Emilio Angel
Monca, Jacobo Isaac

Muñoz Cabrera, René
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Somonte, Eduardo

Viglione, Fausto E.
Zenarruza Johnson, Tirso A.
Walls, I. Figueras de
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Ernesto Baroni y Cía.
Francisco Disí
Angel Estrada y Cía.

Imprenta Kidd
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone

Otto Hess, S. A.
Est. Gráf. "Tomás Palumbo"

Jacobo Peuser, S. A. Lda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis
Aguiar, Henoch D.
Amaya, Arturo A.
Anduze, Fernando L.
Arrambide, Miguel
Astrain, Antonio
Bermann, Gregorio
Bobone, Jorge E.
Bodenbender, G.
Bonet, Rafael
Berzacow, Wladimir

Bracaccini, Osvaldo J.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Bustos, Ernesto
Buteler, Jesús E.
Cabrera Molina, P.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Castellanos Posse, F.
Catinari, Altavino E.
Centeno, Dionisio

Cordeiro, Juan Carlos
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
De la Colina, Bmé.
Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
De Villafañe Lastra, T.
Devoto, Heraclio A.
Di Riemzo, Sabino
Espinosa, Manuel

Esteban, Fernando
Evans, Eduardo W.
Fernández, Miguel
Ferrer, Baltasar
Fitz Simon, Sgo. E.
Fortana, Lorenzo
Fracassi, Humberto
Fuchs, Guillermo J.
Galíndez Vivanco, C.
García, Daniel
Garzón, Rafael

Gavier, Daniel E.
Gavier, Ernesto
Gibert, Víctor
Giménez de Azúa, F.
Godoy, Salvador A.
Gómez, Calixto A.
Gordillo, Pedro N.
Granillo Barros, M.
Hernández Ramírez, R.
Hosseus, Carlos Curt
Jagsich, Juan
Kegeler, Juan Walter
Kronfuss, Juan
Lafayette Zimmer, M.
Larrauri, Agustín C.
Lewis, Donald G.
Lo Celso, Angel T.
Luque, Eduardo R.
Lutzow Holm, Olaf.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Marsal, Alberto
Martínez, Rodolfo
Martínez Bustos, V.
Masjoan, Juan
Melo, Carlos R.
Mirizzi, Pablo Luis
Montes, Aníbal
Ninci, Carlos A.
Ninci, Mario
Ninci, Raúl T.
Nottaris, Carlos E.
Novillo Corvalán, S.
Olsacher, Juan
Pagliari, Arturo
Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani de
Perrine, Carlos D.
Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, C.
Ponssa, Marco
Puga, Agustín
Revol, Carlos A.
Revuelta, Miguel C.
Rietti, Dardo A.
Roca, Jaime
Roggeri, Domingo
Rothlin, Edwin
Sánchez Sarmiento, F.
Sartori, Antonio
Sayago, Gumersindo
Sayago, Marcelino
Schmiedecke, Augusto
Servetti Reeves, J. C.
Sicco, Juan Carlos
Padula, Federico
Sigal, Moisés
Sparn, Enrique
Strada, Ferdinando
Stucchi, Alberto
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Terrera, Pascual
Trebino, Natalio
Tretter, José
Urciuolo, Victorio
Vanni, Alberto
Vercello, Carlos
Villalba, Aquiles D.
Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Argüelles, Eugenio
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco
Bonazzola, César J.
Borruat, Luis
Borruat, Luis (hijo)
Bruzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Como, José María
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christem, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá Tolrá, Antonio
Kleer, Gregorio
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Morisot, Augusto
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Antonio E.
Reinares, Sergio
Reuzaut, Rodolfo
Regis Mallorquin, Juan
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonetti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Anzorena, Pedro
Basso, Germinal
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Carette, Eduardo
Ceriotto, Emilio
Croce, Francisco M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Mácola, Tulio
Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Miyara, Santos
Oviedo Marcó, Carlos
Oviedo Ortíz, Carlos
Pelaia, Dante
Piccione, Cayetano C.
Piovano, Abelardo P.
Pontis, Raafel Edmundo
Ruiz, Aníbal
Ruiz Leal, Adrián
Sammartino, Miguel
Sánchez C., Juan V.
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Toso, Juan P.
Vicchi, Juan A.
Villanueva, Migual Angel

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán..........	Rafael(México)
Amaral, Afranio de..........	San Pablo (Br.)
Arteaga, Rodolfo de.........	Montevideo
Avendaño, Leónidas...........	Lima
Alvarez, Antenor..............	Sgo. del Estero
Bonarelli, Guido..............	Gubbio (It.)
Borel, Emile..................	París
Bachmann, Carlos J...........	Lima
Bolívar, Ignacio...............	Madrid
Bragg, William Henry........	Londres
Bruch, Carlos..................	Olivos
Cabrera, Blás..................	Madrid
Carabajal, Melitón M.........	Lima
Corti, José S..................	Mendoza
Dávila, Rubén.................	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto.............	La Plata
Escomel, Edmundo............	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Asunc. (Par.)
Fontecilla Larrain, Arturo....	Chile
Fort, Michel...................	Lima
González del Riego, Felipe....	Lima
Greve, Germán.................	Chile
Guinier Philibert.............	Nancy (Franc.)
Hadamard, Jacques...........	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hassler, Emilio...............	San Bernardino (Paraguay)
Hernández, Juvenal...........	Chile
Hijar y Haro, Luis...........	México
Janet, Pierre..................	París
Jiménez de Asúa, Luis.......	Madrid
Kinart, Fernando.............	Amberes
Lahille, Fernando.............	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul...............	París
Lobo, Bruno..................	Río de Janeiro
Lehmann Nitsche, Roberto....	Berlín
Mardones, Francisco..........	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique...............	Concepc. (Ch.)
Majarás, Jesús................	México
Moretti, Gaetano..............	Milán
Oliver Schneider, Carlos......	Chile
Pereira d'Andrade, Lancaster.	Nova Goa (I.P.)
Perrin, Tomás G..............	México
Porter, Carlos E..............	Santiago (Ch.)
Pi y Suñer, Augusto..........	Barcelona
Reyes Cox, Eduardo..........	Antofag. (Ch.)
Rospigliosi y Vigil, Carlos....	Lima
Rowe, Leo S.................	Wáshington
Shepperd, William R..........	New York
Tello, Julio C................	Lima
Torres Quevedo, Leonardo....	Madrid
Villarán, Manuel V...........	Lima
Vélez, Daniel M..............	México
Valle, Rafael H..............	México
Volterra, Vito.................	Roma
Vitoria, Eduardo..............	Barcelona

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

JULIO 1936. — ENTREGA I. — TOMO CXXII

SUMARIO

BUENOS AIRES
Calle Santa Fé 1145

1936

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, **Santa Fe 1145.**

Est. Gráf. "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

JULIO 1936. — ENTREGA I. — TOMO CXXII

BUENOS AIRES
Calle Santa Fé 1145

1936

SOBRE LAS SERIES CONVERGENTES SIMPLES Y MULTIPLES DE FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA DUAL

POR J. C. VIGNAUX

RÉSUMÉ

Dans un travail antérieur, l'auteur, aprè avoir donné les fondements de la théorie des fonctions polygènes de variable complexe dual, étudie une classe spéciale de ces fonctions les fonctions holomorphes duales.

Dans le présent memoire on traite d'abord, les séries simples et doubles de puissance qui définisseent ce type de fonctions, en faisant une étude des propiètés fondamentales et du champ de convergence.

On étudie ensuite les séres de fonctions et les série de polynômes, en fixant le champ de convergence et quelques proprietés de celle-la.

Le travail termine par l'étude des séries simples et doubles de Dirichelet de variable complexe duelle; on établit son champ de convergeance et l'on prouve plusieurs théorèmes fondamentaux.

Dans un autre mémoire, qui suit celui-ci, on généralise tous ces résultats, par la notion de sommabilité (B) que l'on introduit pour ces séries.

Introducción

En la presente memoria nos proponemos hacer el estudio sistemático, de las series simples y múltiples convergentes de funciones, de una y de varias variables complejas duales.

En el capítulo I, que consta de dos partes, se desarrolla la teoría de las series de potencias. Se determina el campo *circular* de convergencia absoluta, y luego, la región más amplia de convergencia de tales series que resulta ser, una *faja indefinida* del plano de la variable z cuyos lados son paralelos al eje imaginario y simétricos del mismo. Estas series definen en dicho campo de convergencia, funciones holomorfas con derivadas de todos los órdenes.

Se introduce luego la noción de convergencia uniforme y la serie de Taylor.

En la segunda parte se define como aplicación de lo que precede algunas trascendentes elementales.

En el capítulo II se estudian las series dobles de potencias. Los sistemas de círculos asociados de convergencia forman los dominios circulares de convergencia. Se introduce los sistemas de *fajas asociadas* de convergencia que son los dominios de convergencia más amplios de tales series y se prueban varios teoremas fundamentales.

En el capítulo III, se estudian las series funcionales. El campo de convergencia de las series de funciones holomorfas es una *faja* de lados paralelos al eje imaginario. Termina este capítulo con las series de polinomios.

En el capítulo IV, nos ocupamos de las series simples y dobles de Dirichlet de variable compleja dual. Se establece el dominio de convergencia y se prueban varios teoremas.

En otro trabajo se extiende el método de sumación de M. Borel, a las series divergentes de potencias de variable compleja dual, con lo cual se obtienen resultados mucho más generales que los estudiados en este trabajo.

CAPITULO I

1) SERIES SIMPLES DE POTENCIAS

2. Series numéricas. — Dada la sucesión de números complejos[1] duales $\{\alpha_n = a_n + kb_n\}$ diremos que tiene por límite el número complejo dual $\alpha = a + kb$, si a todo número $\varepsilon > 0$ arbitrario, existe un entero p, tal que

$$| \alpha - \alpha_n | < \varepsilon \qquad \text{para} \qquad n \geq p \, , \tag{1}$$

y anotaremos

$$\lim_{n \to a} \alpha_n = \alpha \qquad \text{o bien} \qquad \alpha_n \to \alpha$$

(1) Para un estudio sistemático de la clase de los números complejos duales, véase nuestro trabajo « Sobre el número complejo dual », *Anal. Soc. C. Arg.* T. CXXI. Marzo 1936.

La condición [1] se puede escribir

$$\sqrt{(a - a_n)^2 + (b - b_n)^2} < \varepsilon \quad \text{para} \quad n > p$$

de donde resulta

$$| a - a_n | < \varepsilon \qquad | b - b_n | < \varepsilon$$

esto es

$$a_n \longrightarrow a \quad , \quad b_n \longrightarrow b \tag{2}$$

Recíprocamente si la [2] se verifica resulta

$$\alpha = \lim_{n \to \infty} \alpha_n$$

Por tanto; *la condición necesaria y suficiente para que la sucesión* $\{\alpha_n\}$ *tenga por límite el número* α *es que las componentes de* α_n *tengan por límite las componentes respectivas de* α.

Sea $\{u_n = a_n + b_n k\}$ una sucesión de números complejos duales; llamaremos serie a la expresión

$$\sum_0^\infty u_n = u_0 + u_1 + \dots \tag{3}$$

Pongamos

$$S_n = \sum_0^n u_i = \sum_0^n a_i + k \sum_0^n b_i$$

si el límite de S_n cuando $n \to \infty$ es un número finito S la serie [3] es *convergente con suma* S. Se tiene

$$\lim_{n \to \infty} S_n = \lim_{n \to \infty} \sum_0^n a_i + k \lim_{n \to \infty} \sum_0^n b_i$$

es decir

$$S = A + k B$$

En el caso que

$$S_n \longrightarrow +\infty \qquad \text{ó} \qquad S_n \longrightarrow -\infty$$

la serie es *divergente* y si S_n no tiene límite, la serie [1] es *oscilante*, y los números

$$\overline{\lim_{n \to \infty}} S_n = S' \qquad \underline{\lim_{n \to \infty}} S_n = S''$$

son sus *límites de oscilación.*

3. CRITERIO DE CONVERGENCIA. — *Es condición necesaria y suficiente para que la serie*

$$\sum_0^\infty u_n, \tag{1}$$

sea convergente, que a todo número $\varepsilon > 0$, *corresponda un entero positivo* N, *tal que*

$$| S_{n+1} + S_{n+2} + \cdot \cdots + S_{n+p} | < \varepsilon$$

para $u \gtrless N$ y $p = 1, 2, 3, \ldots.$

De aquí resulta:

1º) *Condición necesaria para que una serie sea convergente, es que su término general* $u_n \to 0$, *cuando* $n \to \infty$.

2º) *Condición suficiente para que una serie sea convergente, es que sea convergente la serie formada con los valores absolutos de sus términos.*

3º) *Si la serie a términos positivos*

$$\sum_0^\infty v_n,$$

es convergente y, $| u_n | \leq v_n$; *las series*

$$\sum_0^\infty | u_n | \qquad \text{y} \qquad \sum_0^\infty u_n,$$

también convergen.

Diremos que una serie *converge absolutamente,* si la serie formada con los *módulos* de sus términos es convergente.

Todos los teoremas relativos a las series convergentes de números complejos ordinarios, subsisten también cuando sus términos son números complejos duales.

4. Series de potencias. — Sea $\{u_n\}$ una sucesión dada de números complejos duales; llamaremos *serie de potencias,* a la serie

$$\sum_0^\infty u_n (z - z_0)^n = u_0 + u_1 (z - z_0) + \dots + u_n (z - z_0)^n + \dots \qquad [1]$$

donde z_0 es un número complejo dual *fijo,* y z una variable compleja dual. En particular si $z_0 = 0$, resulta

$$\sum_0^\infty u_n z^n = u_0 + u_1 z + \dots + u_n z^n + \dots \qquad [2]$$

donde

$$u_n = a_n + k\, b_n \quad , \quad z = x + k\, y\, . \qquad (k^2 = 0)$$

El campo de convergencia de la serie [2] es el conjunto de puntos del plano z para los cuales ella converge.

Puesto que

$$\begin{aligned} u_n z^n &= (a_n + k\, b_n)(x + k\, y)^n \\ &= (a_n + k\, b_n)(x^n + k_n\, x^{n-1}\, y) \\ &= a_n x^n + k\, y \,.\, a_n\, n\, x^{n-1} + k\, b_n\, x^n \end{aligned}$$

se tiene

$$\sum_0^\infty a_n z^n = \sum_0^\infty a_n x^n + k \left(y \sum_1^\infty a_n\, n\, x^{n-1} + \sum_0^\infty b_n x^n \right)$$

Por tanto, para que la serie [2] converja en un punto $z = x + ky$ es *condición necesaria y suficiente que sean convergentes las dos series potenciales*

$$\sum_0^\infty a_n x^n \quad , \quad \sum_0^\infty b_n x^n . \qquad [3]$$

Igualmente; *la condición necesaria y suficiente para que ella sea absolutamente convergente es que converjan absolutamente las series* [3].

Los teoremas que siguen fijan el campo de convergencia simple y absoluto de una serie de potencias.

TEOREMA I. — *La serie de potencias*

$$\sum_0^\infty u_n z^n, \qquad [4]$$

es absolutamente convergente en el interior de un círculo de centro O y radio

$$R = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{\overline{\lim\limits_{u \to \infty}} \sqrt[n]{|u_n|}}$$

En efecto; se tiene (1)

$$|u_n z^n| \leq \frac{2}{\sqrt{3}} |u_n| \, |z^n| < \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^n |u_n| \, |z|^n$$

desde que

$$|z^n| = |z \,.\, z \ldots z| = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{n-1} |z|^n ;$$

y como la serie a términos reales y positivos

$$\sum_0^\infty |u_n| \left(\frac{2}{\sqrt{3}} |z|\right)^n,$$

tiene por radio de convergencia el número

$$R_1 = \frac{1}{\overline{\lim\limits_{n \to \infty}} \sqrt[n]{|u_n|}}$$

resulta que la serie [4] converge absolutamente para todo valor de z, tal que

$$\frac{2}{\sqrt{3}} |z| < R_1 ,$$

es decir, para

$$|z| < \frac{\sqrt{3}}{2} R_1 = R .$$

(1) Véase: J. C. VIGNAUX, *loc. cit.*, pág. 116.

A este círculo de centro en O y radio igual a R, lo llamaremos *círculo de convergencia* de la serie [1] y al número R, su *radio de convergencia.*

5. — Sean las dos series potenciales

$$[1] \qquad \sum_{0}^{\infty} u_n z^n \quad , \quad \sum_{0}^{\infty} v_n t^n \qquad [2]$$

donde

$$u_n = a_n + k\, b_n \quad , \quad v_n = a_n + i\, b_n$$

$$z = x + k\, y \quad , \quad t = x + i\, y \qquad (i^2 = -1)\,.$$

resulta

$$|\, u_n \,| = |\, v_n \,| = \sqrt{a^2_n + b^2_n}\,.$$

$$|\, z \,| = |\, t \,| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

de modo que si r y R son respectivamente los radios de los círculos de convergencia de las series [1] y [2], se tiene

$$r = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{\overline{\lim}\ \sqrt[n]{|\, u_n \,|}} \qquad R = \frac{1}{\overline{\lim}\ \sqrt[n]{|\, v_n \,|}}$$

por tanto

$$r = \frac{\sqrt{3}}{2}\,.\,R$$

De aquí resulta que $r < R$ es decir, el círculo de convergencia de la serie [1] es interior al de la serie [2].

Observación. — Consideremos la serie de potencias de variable compleja hiperbólica (¹),

$$\sum_{0}^{\infty} u_n z^n \qquad [3]$$

con

$$u_n = a_n + j\, b_n \qquad z = x + j\, y \qquad (j^2 = +1)\;;$$

(¹) J. C. Vignaux y A. Durañona y Vedia: *Sobre la teoría de las funciones de una variable compleja hiperbólica.* « Contribución al Estudio de las C. Físicomatemática », V. I., E 2º. Julio (1935), Cap. II.

su radio del círculo de convergencia es igual a

$$R' = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\lim \sqrt[n]{|u_n|}} = \frac{1}{\sqrt{2}} R$$

es decir

$$R' < R$$

Entre estos tres radios existe por tanto la relación

$$R' < r < R .$$

El teorema anterior nos da solamente el *dominio circular máximum de convergencia* de la serie- [1].

6. — Vamos a determinar ahora, la región más amplia de convergencia de la serie [1].

TEOREMA II. — *Si la serie de potencias*

$$\sum_0^\infty n_n z^n , \qquad [1]$$

converge en el punto $z = z_0$, ella converge en todos los puntos interiores de una faja, de lados paralelos al eje imaginario, uno de los cuales pasa por z_0 y el otro es simétrico respecto de dicho eje.

De la convergencia de la serie numérica

$$\sum_0^\infty n_n z_0 \quad , \quad z_0 = x_0 + k y_0 \qquad [2]$$

resulta que también convergen las series componentes

$$\sum_0^\infty a_n x_0^n \quad , \quad \sum^\infty n a_n x_0^{n-1} \quad , \quad \sum_1^\infty b_n x_0^n \ ,$$

y por tanto ellas convergen en todo el intervalo real: $|x| \leq |x_0|$, y representan las funciones

$$A(x) \quad , \quad A'(x) \quad \text{y} \quad B(x).$$

En consecuencia, la serie

$$\sum_0^\infty n_n z^n = \sum_0^\infty a_n x^n + k y \sum_0^\infty n a_n x^{n-1} + \sum_0^\infty b_n x^n$$

es convergente en todo punto z de la faja y tiene por suma a

$$f(z) = A(x) + k[yA'(x) + B(x)].$$

TEOREMA III. — *Sea la serie de potencias*

$$\sum_{0}^{\infty} a_n z^n \quad , \qquad z = x + k\, y \tag{3}$$

donde sus coeficientes a_n son números reales. La serie [3] *converge en una faja simétrica del eje Oy, y cuya distancia a los lados es*

$$\delta = \frac{1}{\overline{\lim\limits_{n \to \infty}}\ \sqrt[n]{|\,a_n\,|}}$$

En efecto; se tiene que

$$a_n z_n = a_n (x + k\, y)^n = a_n (x^n + k\, n\, x^{n-1}\, y)$$

por tanto

$$\sum_{0}^{\infty} a_n z^n = \sum_{0}^{\infty} a_n x^n + k\, y \sum_{1}^{\infty} a_n\, n\, x^{n-1}\,. \tag{4}$$

La serie de potencia real

$$P(x) = \sum_{0}^{\infty} a_n x^n\,, \tag{5}$$

es absolutamente convergente para todo valor de x tal que

$$|\,x\,| < \delta \qquad \text{y divergente para} \qquad |\,x\,| > \delta$$

En cuanto a la serie

$$\sum_{1}^{\infty} n\, a_n\, x^{n-1}\,, \tag{6}$$

siendo la serie derivada de la [4], su intervalo de convergencia es igual al número δ, y tiene por suma la derivada $P'(x)$ de $P(x)$

$$P'(x) = \sum_{1}^{\infty} a_n\, n\, x^{n-1}\,, \qquad \text{para} \qquad |\,x\,| < \delta$$

De aquí resulta, en consecuencia, que la serie de potencia [5] es convergente en el dominio $(-\delta < x < +\delta,\ -\infty < y < +\infty)$.

Llamaré a este dominio *faja de convergencia* de la serie de potencia [4] y la distancia δ de sus lados al eje *Oy, radio de convergencia* de la faja.

La serie potencial [4] de coeficientes reales a_n, define por su suma, en el interior su faja de convergencia una función $f(z)$ dada por la expresión

$$f(z) = P(x) + k\,y\,P'(x)\,.$$

Cuando los coeficientes a_n son números complejos duales, el campo de convergencia está definido por el siguiente

Teorema IV. — *Dada la serie*

$$\sum_0^\infty u_n z^n\,, \tag{7}$$

donde

$$u_n = a_n + k\,b_n \quad , \quad z = x + k\,y\,,$$

ella converge absolutamente en una faja simétrica del eje Oy y cuyo radio δ *es el menor de los dos números*

$$\mu_1 = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}} \quad , \quad \mu_2 = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{|b_n|}}\,.$$

En efecto; se tiene

$$\begin{aligned} u_n z^n &= (a_n + k\,b_n)(x + k\,y)^n \\ &= (a_n + k\,b_n)(x^n + n\,k\,y\,x^{n-1}) \\ &= a_n x^n + k\,(b_n\,x + y\,a_n\,n\,x^{n-1})\,. \end{aligned}$$

por tanto,

$$\sum_0^\infty u_n z^n = \sum_0^\infty a_n x^n + k\left(y \sum_1^\infty n\,a_n x^{n-1} + \sum_0^\infty b_n\,x^n\right). \tag{8}$$

La serie de potencias

$$P(x) = \sum_0^\infty a_n x^n\,,$$

converge absolutamente, para todo valor de x tal que

$$|x| < \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}} = \mu_1$$

y diverge para $|x| > \mu_1$. La serie derivada

$$P'(x) = \sum_1^\infty n\,a_n\,x^{n-1}\,,$$

tiene el mismo intervalo de convergencia absoluta que la serie anterior.

En cuanto a la serie de potencia

$$Q(x) = \sum_0^\infty b_n x^n ,$$

ella converge absolutamente para

$$|x| < \frac{1}{\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[n]{|b_n|}} = \mu_2$$

y diverge para $|x| > \mu_2$.

Si ponemos

$$\delta = \text{menor}(\mu_1, \mu_2)$$

la serie de potencia [8], y por tanto la [7] converge absolutamente en la faja común de las dos fajas de convergencia, es decir en la faja de radio δ. La suma de esta serie es por tanto igual a

$$f(z) = P(x) + k[y P'(x) + Q(x)]$$

De estos teoremas se deduce la siguiente conclusión:

Toda serie de potencia converge absolutamente en el interior de su faja de convergencia y no converge en los puntos exteriores a la misma.

En los puntos del contorno, la serie puede o no ser convergente.

Además: *toda serie de potencia define por su suma, en los puntos interiores de su faja de convergencia, una función compleja $f(z)$ de la variable compleja dual z.*

Si $R = \infty$, la serie [7] converge en todo el plano; diremos en tal caso que la serie define una *trascendente entera.*

Si $R = 0$, la faja se reduce al eje yy'.

Sea

$$f(z) = \sum_0^\infty z^n = \sum_0^\infty x^n + k\, y \sum_1^\infty n\, x^{n-1} \qquad [9]$$

se tiene

$$R = 1, \quad f(x) = \frac{1}{(1-x)} = \sum_0^\infty x^n \qquad |x| < 1$$

$$f'(x) = \frac{1}{(1-x)^2} \equiv \sum_0 n\, x^{n-1} \qquad |x| < 1$$

luego

$$f(z) = \frac{1}{1-x} + k \,.\, y \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{1}{1-z}$$

La serie geométrica [9] *converge en la faja de radio* $\delta = 1$ *y su suma es*

$$f\,(z) = \frac{1}{1 - z}$$

7. Convergencia uniforme. — Dada la serie

$$\sum_0^\infty u_n\, z^n \qquad [1]$$

convergente en un conjunto de puntos $E(z)$, diremos que ella *converge uniformemente* en este conjunto, cuando fijado un $\varepsilon > 0$ arbitrario existe un $v(\varepsilon)$, tal que

$$|\, u_{n+1}\, z^{n+1} + \ldots + u_{n+p}\, z^{n+p} \,| < \varepsilon$$

para todo $n > v$, y z de (E).

La serie [1] se puede siempre descomponer en la forma

$$\sum_0^\infty u_n\, z^n = \sum_0^\infty a_n\, x^n + k\left(y \,.\, \sum_0^\infty a_n\, n\, x^{n-1} + \sum_0^\infty b_n\, x^n\right)$$

por tanto, *la condición necesaria y suficiente para que una serie de potencia sea uniformemente convergente, es que converjan uniformemente sus dos componentes reales*

$$\sum_0^\infty a_n\, x^n \qquad \text{y} \qquad \sum_0^\infty b_n\, x^n \,.$$

é y, sea acotada.

Teorema V. — *La serie de potencia* [1] *converge uniformemente en todo rectángulo de lados paralelos a los ejes coordenados con centro en el origen e interior a la faja de convergencia de la misma.*

Sea la serie

$$\sum_0^\infty u_n\, z^n$$

con radio de convergencia R.

Sea $r < R$, y consideremos el rectángulo de lados

$$x = +\, r \quad , \quad x = -\, r \quad , \quad y = \pm\, \overline{OM}$$

$\overline{OM}$ arbitrario, pero fijo.

Se tiene, según hemos visto anteriormente

$$f(z) = \sum_0^\infty u_n z^n = \sum_0^\infty a_n x^n + k\left(y \sum_1^\infty a_n n x^{n-1} + \sum_0^\infty b_n x^n\right)$$

y como sus componentes

$$\sum_0^\infty a_n x^n \quad , \quad y \sum_0^\infty a_n n x^{n-1}, \sum_0^\infty b_n x^n$$

convergen uniformemente cuando

$$-r < x < +r \qquad \text{y} \qquad |y| < \overline{OM}$$

de aquí resulta la convergencia uniforme de la serie [1] en el interior y sobre el contorno de dicho rectángulo.

8. Continuidad. — *La función $f(z)$ definida por la serie* [1] *es continua en este rectángulo.* En efecto; en todo intervalo

$$|x| < r < R$$

las funciones

$$P(x) = \sum_0^\infty a_n x^n \quad , \quad P'(x) = \sum_1^\infty a_n n x^{n-1},$$

y

$$Q(x) = \sum_0^\infty b_n x^n$$

son *continuas;* así como también la función $y \,.\, P'(x)$. Por tanto, la función

$$f(z) = P(x) + k\,[y P'(x) + Q(x)]$$

es función continua en el rectángulo antes definido interior a la faja de convergencia.

TEOREMA VI. — *Sea una serie*

$$f(z) = \sum_{0} u_n z^n \qquad [1]$$

convergente en una faja D, y z_0 un punto cualquiera de su contorno. Si la serie numérica

$$\sum_{0}^{\infty} u_n z_0^n = S$$

converge con suma S, entonces el límite de $f(z)$ para $z \to z_0$ por todo camino interior a la faja, es igual a S.

En efecto; se tiene

$$f(z) = \sum_{0}^{\infty} a_n x^n + k\left(y \sum_{1}^{\infty} a_n n x^{n-1} + \sum_{0}^{\infty} b_n x^n\right) \qquad [2]$$

donde las series

$$\sum_{0}^{\infty} a_n x^n \qquad \text{y} \qquad \sum_{0}^{\infty} b_n x^n ,$$

suponemos convergen para

$$| x | < R$$

Como el punto z_0 es por hipótesis un punto del contorno de la faja, resulta entonces

$$| x | = R = x_0$$

Además de la convergencia de la serie

$$S = \sum_{0}^{\infty} u_n z_0^n = S' + k (y_0 S'' + S''')$$

resulta la convergencia de las series

$$S' = \sum_{0}^{\infty} a_n x_0^n , \; S'' = \sum_{1}^{\infty} a_n n x_0^{n-1} , \; S''' = \sum_{0}^{\infty} b_n x^n{}_0$$

y aplicando el clásico teorema de Abel, resulta

$$\lim_{x \to x_0} P(x) = S' \quad , \quad \lim_{x \to x_0} P'(x) = S'' \,,$$

$$\lim_{x \to x_0} Q(x) = S'''$$

La igualdad [2] nos da entonces

$$\lim_{z \to z_0} f(z) = S' + k\,(y_0\, S'' + S''') = S \,.$$

Dentro de su faja de convergencia, excluído su contorno, una serie de potencia representa por tanto, una función continua de la variable z

$$f(z) = \sum_0^{\infty} u_n\, z^n \,.$$

9. Serie derivada. — Dada la serie de potencias

$$u_0 + u_1\, z + \ldots + u_n\, z^n + \ldots \qquad [1]$$

la serie que se obtiene, derivando término a término

$$u_1 + 2\, u_2\, z + \ldots + n\, u_n\, z^{n-1} + \ldots \qquad [2]$$

llamaremos *serie derivada primera.*

La serie derivada [2] *tiene la misma faja de convergencia de la serie* [1] *y su suma, es la derivada* $f'(z)$ *de la suma de la serie* [1].

Sea D la faja de convergencia de la serie [1] ; se tiene

$$f(z) = \sum_0^{\infty} a_n\, z^n + k\left(y \sum_1^{\infty} a_n\, n\, x^{n-1} + \sum_0^{\infty} b_n\, x^n\right)$$

$$= P(x) + k\,[y \,.\, P'(x) + Q(x)]$$

donde las series de potencias

$$P(x) = \sum_0^{\infty} a_n\, x^n \qquad Q(x) = \sum_0^{\infty} b_n\, x^n$$

convergen para $|\, x \,| < R.$

De aquí resulta que las series de potencias

$$P'(x) = \sum_0^\infty a_n\, n\, x^{n-1} \quad , \quad P''(x) = \sum_2^\infty a_n\, n\, (n-1)\, x^{n-2}$$

$$Q'(x) = \sum_1^\infty b_n\, n\, x^{n-1}$$

tienen la misma faja de convergencia; por tanto, la serie

$$f'(z) = P'(x) + k\,[y\,.\,P''(x) + Q'(x)] = \sum_1^\infty n\, u_n\, z^{n-1}$$

converge en dicha faja.

Razonando sobre la serie [2] como hemos hecho anteriormente sobre la [1], se concluye que la fórmula $f(z)$ admite una derivada segunda

$$f''(z) = 2\, u_2 + 2\,.\,3\, u_3\, z + \ldots + u\,(u-1)\, u_n\, z^{n-2} + \ldots$$

y así sucesivamente.

La función $f(z)$ definida por la serie [1], *admite en su faja de convergencia* (D) *una sucesión ilimitada de derivadas $f^{(n)}(z)$ que están definidas por las series derivadas correspondientes.*

10. Serie de Mac Laurin. — Sea

$$f(z) = \sum_0^\infty u_n\, z^n \qquad [1]$$

una función definida por la serie convergente en una faja D de convergencia.

Según se ha visto anteriormente, se tiene

$$f^{(n)}(z) = 1\,.\,2 \ldots n\, u_n + 2\,.\,3 \ldots n\,(n+1)\, u_{n+2} + \ldots$$

$$(n = 0, 1, 2 \ldots)$$

Si hacemos en estas derivadas sucesivamente $z = 0$, resulta

$$f(0) = u_0 \ , \ f'(0) = u_1 \, , \ldots \frac{f^{(n)}(0)}{n\,!} = u_n \, , \ldots$$

de tal suerte, el desarrollo de $f(z)$ se puede escribir

$$f(z) = f(0) + \frac{z}{1!} f'(0) + \ldots + \frac{z^n}{n!} f^{(n)}(0) + \ldots \qquad [1]$$

que llamaremos serie de Mac Laurin.

Por tanto: *Toda serie de potencias* [1] *define por su suma, una función $f(z)$ continua y con derivadas de todos los órdenes, en el interior de su faja de convergencia.*

2) FUNCIONES ELEMENTALES

Como aplicación inmediata del estudio anterior, vamos ahora a definir las trascendentes elementales e^z, sen z, cos z, . . .

11. Función exponencial e^z. — Consideremos la serie de potencias

$$f(z) = \sum_0^\infty \frac{z^n}{n!},$$

la cual, tiene por círculo de convergencia, el círculo de radio $R = \infty$; por tanto, ella define una trascendente entera.

Sean u y v, dos valores de z, se tiene

$$f(u) = \sum_0^\infty \frac{u^n}{n!} \quad [1] \quad , \quad f(v) = \sum_0^\infty \frac{v^n}{n!} \qquad [2]$$

$$f(u+v) = \sum_0^\infty \frac{(u+v)^n}{n!} \qquad [3]$$

Multiplicando la [1] por la [2] resulta

$$f(u)\, f(v) = \sum_0^\infty w_n$$

donde

$$w_n = 1 . \frac{v^n}{n!} + \frac{u}{1!} \frac{v^{n-1}}{(n-1)!} + \ldots + \frac{u^{n-1}}{(n-1)!} \frac{v}{1!} + \frac{u^n}{n!} 1 =$$

$$= \frac{1}{n!} \left[v^n + \frac{n}{1!} u\, v^{n-1} + \ldots + u^n \right] = \frac{(u+v)^n}{n!}$$

luego

$$f(u) . f(v) = f(u+v) \qquad [4]$$

Por satisfacer $f(z)$, a esta ecuación funcional y reducirse a la función e^x para $z = x$ real, pondremos

$$f(z) = e^z$$

y llamaremos a e^z *función exponencial* de la *variable dual z*.

Según la [4] resulta que

$$e^z \,.\, e^{z'} = e^{z+z'}$$

como en el dominio real.

Según la fórmula de adición es

$$e^{x+ky} = e^x \,.\, e^{ky},$$

pero

$$e^{ky} = 1 + \frac{k\,y}{1\,!} + 0 + 0 + \ldots = 1 + k\,y$$

luego

$$e^{x+ky} = e^x\,(1 + k\,y) = e^x + k\,y\,e^x$$

La función e^z, es holomorfa (1) en todo el plano, puesto que

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + k\,\frac{\partial v}{\partial x} = e^x + k\,y\,e^x = e^z\,.$$

Se puede llegar también a estos mismos resultados razonando en la siguiente forma. Sea

$$f(z) = \sum_0^\infty \frac{z^n}{n\,!} = \sum_0^\infty \frac{x^n}{n\,!} + k\,y \sum_1^\infty \frac{x^{n-1}}{(n-1)\,!} \qquad [1]$$

y como la serie de potencia real

$$e^x = \sum_0^\infty \frac{x^n}{n\,!}$$

(1) Véase: J. C. Vignaux, *Sobre la teoría de las funciones polígenas de una y de varias variables complejas dual.* « Contribución al Estudio de las C. Físicomatemáticas », V. I., E 3º (1936), Cap. II.

tiene por radio de convergencia $R = \infty$, la serie [1] converge absolutamente en todo el plano, y define la función

$$f(z) = e^x + k\, y\, e^x$$

Además como ella coincide con e^x cuando el complejo dual $z = x + ky$ es igual a x, es decir $y = 0$; pondremos $f(z) = e^z$, luego

$$\boxed{e^z = e^x + k\, y\, e^x} \qquad [2]$$

De aquí resulta, siendo $z' = x' + ky'$ otro valor de z, que

$$e^{z} = e^{x} + k\, y'\, e^{x'} \qquad [3$$

y multiplicando miembro a miembro la [2] con [3] ; se tiene

$$e^z \,.\, e^{z'} = e^{x+x'} + k \,.\, y'\, e^{x+x'} + k\, y\, e^{x+x'} =$$

$$= e^{x+x'} + k\,(y + y')\, e^{x+x'} = e^{z+z'}$$

propiedad característica de la función exponencial.

Finalmente, se puede definir e^z como el límite de la sucesión

$$\left(1 + \frac{z}{n}\right)^n \qquad \text{para} \qquad n \longrightarrow \infty\,.$$

12. Funciones circulares. — Consideremos las dos series de potencias

$$\left.\begin{aligned} f(z) &= \frac{z}{1} - \frac{z^3}{3\,!} + \frac{z^5}{5\,!} - \dots \\ g(z) &= 1 - \frac{z^2}{2\,!} + \frac{z^4}{4\,!} - \dots \end{aligned}\right\} \qquad [1]$$

Estas series convergen en todo el plano, y por tanto, ellas definen dos funciones enteras que se reducen para z real: $z = x$, al sen x y cos x respectivamente.

Por esta razón designaremos así

$$\operatorname{sen} z = f(z) \qquad \text{y} \qquad \cos z = g(z)$$

en el dominio *complejo dual.*

Si $x = 0$ resulta $z = ky$, luego la [1] nos da

$$\boxed{\operatorname{sen} k\,y = k\,y} \quad , \quad \boxed{\cos k\,y = 1}$$

Las funciones *sen z* y *cos z son holomorfas en todo el plano y resulta*

$$D \operatorname{sen} z = \cos z \quad , \quad D \cos z = - \operatorname{sen} z$$

que se obtiene derivando las series [1] (y aplicando la teoría general).

La expresión binómica de las funciones $\cos z$ y $\operatorname{sen} z$ es la siguiente

$$\cos z = \frac{(x + k\,y)}{1\,!} - \frac{(x + k\,y)^3}{3\,!} + \ldots$$

$$= \left(1 - \frac{x^2}{2\,!} + \frac{x^4}{4\,!} - \ldots\right) - k\,y \left(x - \frac{x^3}{3\,!} + \frac{x^5}{5\,!} - \ldots\right)$$

de donde

$$\boxed{\cos z = \cos x - k \,.\, y \operatorname{sen} x} \qquad [A]$$

Del mismo modo

$$\operatorname{sen} z = \left(\frac{x}{1\,!} - \frac{x^3}{3\,!} + \ldots\right) + k\,y \left(1 - \frac{x^2}{2\,!} + \frac{x^4}{4\,!} - \ldots\right)$$

es decir

$$\boxed{\operatorname{sen} z = \operatorname{sen} x + k\,y \cos x} \qquad [B]$$

De [A] y [B] resulta nuevamente: $\cos ky = 1$, $\operatorname{sen} ky = ky$.

Aplicando la fórmula

$$f'\,(z) = \frac{\partial\, u}{\partial\, x} + k \frac{\partial\, v}{\partial\, x}$$

que define la derivada de una función holomorfa, se tiene

$$D \cos z = - \operatorname{sen} - k\,y \cos x = - \operatorname{sen} z$$

$$D \operatorname{sen} z = \cos x - k\,y \operatorname{sen} x = \cos z\ .$$

Las restantes funciones circulares se definen a partir de las dos anteriores.

De las relaciones [A] y [B] se deducen simplemente las relaciones que ligan a estas funciones

Así

$$\operatorname{sen}^2 z + \cos^2 z = 1$$

13. Funciones hiperbólicas duales. — Del mismo modo se definen el seno y el coseno hiperbólico de la variable compleja dual, mediante las series

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{sen}h\, z &= \frac{z}{1\,!} + \frac{z^3}{3\,!} + \dots \\ \cos h\, z &= 1 + \frac{z^2}{2\,!} + \frac{z^4}{4\,!} + \dots \end{aligned}\right\} \qquad [1]$$

que convergen en todo el plano z.

Si $x = 0$, es $z = ky$, luego

$$\operatorname{sen} h\, ky = ky \quad ; \quad \cos h\, ky = 1\,.$$

es decir

$$\operatorname{sen} h\,.\,ky = \operatorname{sen} ky = ky$$

$$\cos h\, ky = \cos k\, y = 1\,.$$

Las funciones sen hz, cos hz, son *holomorfas en todo el plano*

$$D \operatorname{sen} h\, z = \cos h\, z \quad , \quad D \cos h\, z = \operatorname{sen} h\,.$$

Se tiene además

$$\cos h\, z = \frac{(x + ky)}{1\,!} + \frac{(x + ky)^3}{3\,!} + \dots$$

$$= \left(1 + \frac{x^2}{2\,!} + \frac{x^4}{4\,!} + \dots\right) + k\, y \left(x + \frac{x^3}{3\,!} + \frac{x^5}{5\,!} + \dots\right)$$

es decir

$$\boxed{\cos h\, z = \cos h\, x + k\, y \operatorname{sen} h\, x}$$

También resulta

$$\boxed{\operatorname{sen} h\, z = \operatorname{sen} h\, x + k\, y \cos h\, x}$$

De las relaciones [1] se deduce

$$\cos h\, z + \operatorname{sen} h\, z = \left(1 + \frac{z}{1\,!}\right) + \left(\frac{z^2}{2\,!} + \frac{z^3}{3\,!}\right) + \ldots$$

$$= 1 + \frac{z}{1\,!} + \frac{z^2}{2\,!} + \ldots = e^z$$

es decir

$$\cos h\, z + \operatorname{sen} h\, z = e^z\,,$$

y

$$\cos h\, z - \operatorname{sen} h\, z = e^{-z}$$

Finalmente de estas últimas resulta

$$\cos h\, z = \frac{e^z + e^{-z}}{2} \quad , \quad \operatorname{sen} h\, z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}$$

Relaciones que ligan a las funciones hiperbólicas duales con la exponencial dual; y de las cuales se deducen fácilmente las relaciones que ligan a estas funciones.

14. Función logarítmica. — La serie de potencias

$$f\,(z) = \frac{z}{1} - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \ldots$$

converge en la faja de radio igual a 1, luego ella define una función de la variable compleja dual $f(z)$. Esta función coincide para z real con la función logarítmica log $(1 + z)$; por tanto pondremos para toda z de la faja de convergencia

$$\log\,(1 + z) = \frac{z}{1} - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \ldots$$

La expresión binómica es la siguiente

$$\log (1 + z) = \frac{x + k\,y}{1} - \frac{(x + x\,k)^2}{2} + \ldots \pm \frac{(x + ky)^n}{n} \mp \ldots$$

$$= \left(x - \frac{x^2}{2} + \ldots \pm \frac{x^n}{n} \mp \ldots\right) +$$

$$ky\,(1 - x + \ldots \pm x^{n-1} \mp \ldots)\,,$$

como las series componentes son absolutas convergentes para $|\,x\,| < 1$, se tiene

$$\log (1 + z) = \log (1 + x) + \frac{1}{1 + x}\,k\,y$$

$$\log (1 + x) + k\,y\,D_x \log (1 + x)\,.$$

Del mismo modo se tiene

$$\log (1 - z) = \frac{z}{1} + \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} + \ldots$$

15. Serie primitiva. — Dada la serie de potencias

$$u_0 + u_1\,z + \ldots + u_n\,z^n + \ldots \qquad [1]$$

la serie formada por la primitiva de sus términos

$$u_0\,z + u_1\,\frac{z^2}{2} + u_2\,\frac{z^3}{3} + \ldots + u_n\,\frac{z^{n+1}}{n + 1} + \ldots \qquad [2]$$

llamaremos *serie primitiva* de la serie [1].

La serie primitiva [2] *tiene la misma faja de convergencia de la serie* [1] *y su suma es la primitiva de la suma de la serie* [1].

Sea D la faja de convergencia de la serie [1]; se tiene en el interior de la misma

$$f\,(z) = \sum_0^\infty u_n\,z^n = \sum_0^\infty a_n\,x^n + k\left(y\,\sum_1^\infty a_n\,n\,x^{n-1} + \sum_0^\infty b\,n\,x^n\right)$$

$$= P\,(x) + k\,[y\,P'\,(x) + Q\,(x)]$$

Si R es el radio de convergencia de la faja de convergencia de la serie [1], las series de potencia

$$\int P(x)\,dx = \sum_0^\infty a_n \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad , \quad \int P'(x)\,dx = P(x)$$

$$\int Q(x)\,dx = \sum_0^\infty b_n \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

convergen en el intervalo $(-R, +R)$; luego la serie

$$f(z) = \int f(z)\,dz = \sum_0^\infty u_n \frac{z^{n+1}}{n+1} =$$

$$= \sum_0^\infty a_n \frac{x^{n-1}}{n+1} + k\left[y \sum_0^\infty a_n x^n + \sum_0^\infty b_n \frac{x^{n+1}}{n+1}\right]$$

es convergente en la faja (D), y tiene por suma $F(z)$ la primitiva de $f(z)$.

Sea la serie convergente

$$\frac{1}{1+z} = 1 - z + z^2 - \ldots$$

en la faja de convergencia de radio $R = 1$.

De la anterior se deduce la serie primitiva

$$\int \frac{dz}{1+z} = \frac{z}{1} - \frac{z^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \ldots$$

la cual converge en la misma faja y representa la función

$$\log(1+z) = \int \frac{dz}{1+z}\cdot$$

CAPITULO II

SERIES DOBLES DE POTENCIAS

16. Series doble numérica. — Dada una sucesión doble de números complejos duales

$$\left\{ \alpha_{m,n} = a_{m,n} + k\, b_{m,n} \right\}, \qquad [1]$$

diremos que tiene por límite el número complejo dual

$$\alpha = a + b\, k,$$

si, fijado un $\varepsilon > 0$ arbitrario, existe un número p, tal que

$$| \alpha - \alpha_{m,n} | < \varepsilon, \qquad \text{para} \qquad m\,, n > p$$

La sucesión [1] *converge acotadamente* si además de ser convergente, existe un número positivo M tal que

$$| \alpha_{m,n} | < M$$

para todo m y n natural.

Se dirá que la sucesión [1] tiende regularmente a su límite α si

$$\lim_{m \to \infty} \alpha_{m,n} = \alpha_n \qquad , \qquad \lim_{n \to \infty} \alpha_{m,n} = \alpha_m$$

y el doble límite

$$\lim_{m,n \to \infty} \alpha_{m,n} = \alpha$$

existe.

Es condición necesaria y suficiente para que la sucesión doble [1] *converja simple, acotada o regularmente, que la sucesión doble $a_{m,n}$ y $b_{m,n}$ converjan simple, acotada o regularmente respectivamente.*

Llamaremos serie doble numérica a la expresión

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} u_{m,n} \qquad [1]$$

Pongamos

$$S_{m,n} = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} u_{ij} ,$$

si, la sucesión doble $\{S_{m,n}\}$, tiene un límite finito S, la serie [1] es convergente, con suma S.

La serie doble [1] es acotada o regularmente convergente si $\{S_{m,n}\}$, converge acotada o regularmente, respectivamente.

Es condición necesaria y suficiente para que la serie [1] *converja simple, acotada o regularmente, que converjan simple, acotada o regularmente las series dobles de sus componentes, respectivamente.*

$$\sum_{0}^{\infty} \sum_{0}^{\infty} a_{m,n} \quad \text{y} \quad \sum_{0}^{\infty} \sum_{0}^{\infty} b_{m,n}$$

La serie doble [1] *converge absolutamente* si, converge la serie doble formada con los módulos de sus términos.

Es condición *necesaria* y *suficiente* para que la serie doble [1] sea *absolutamente convergente,* que converjan absolutamente, las series dobles de sus componentes.

17. Serie doble de potencias. — Consideremos la serie doble de potencias

$$\sum_{0}^{\infty} \sum_{0}^{\infty} u_{m,n}\, z^m z'^n , \qquad [1]$$

$u_{m,n}$ son números complejos duales:

$$u_{m,n} = a_{m,n} + k\, b_{m,n} \quad \text{y} \quad z, z'$$

son dos variables complejas duales

$$z = x + k\, y \quad , \quad z' = x' + k\, y' .$$

El conjunto (z, z') de los valores de las variables z y z' para los cuales la serie doble [1] converge, se llama dominio de convergencia.

Los teoremas que siguen fijan el dominio de convergencia de una serie doble del tipo [1].

TEOREMA V. — *La serie doble*

$$\sum_0^\infty \sum_0^\infty u_{m,n}\, z^m\, z'^n$$

es absolutamente convergente para todo conjunto (z, z') *de valores de la variable* z y z' *tal que*

$$|z| < \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{h(p)} \quad , \quad |z'| < \frac{\sqrt{3}}{2}\, \frac{p}{h(p)} \qquad [\alpha]$$

siendo

$$h(p) = \overline{\lim_{m+n \to \infty}} \sqrt[m+n]{|u_{m,n}|\, p^n} \quad , \quad (0 < p < \infty)$$

En efecto se tiene

$$|u_{m,n} \,.\, z^m z'^n| < \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} |u_{m,n}|\, |z^m|\, |z'^n|$$

y como

$$|z^m| = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{m-1} |z|^m \quad \text{y} \quad |z'^n| = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{n-1} |z'|^n$$

resulta

$$|u_{m,n}\, z^m\, z'^n| < \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^m \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^n |z|^m\, |z'|^n \qquad [2]$$

La serie doble de potencias

$$\sum_0^\infty \sum_0^\infty |u_{m,n}| \left(\frac{2}{\sqrt{3}} |z|\right)^m \left(\frac{2}{\sqrt{3}} |z'|\right)^n$$

real y a términos positivos, converge según el teorema de Lemaire, para todo z y z' tal que

$$\frac{2}{\sqrt{3}} |z| < \frac{1}{\lambda(p)} \quad \text{y} \quad \frac{2}{\sqrt{3}} |z'| < \frac{p}{\lambda(p)}$$

por tanto teniendo presente la desigualdad [2], la serie doble [1] converge absolutamente para todos los valores de z y z' que cumplen a la condición [α].

Si representamos a las variables z y z' en dos sistemas de ejes rectangulares situados en un mismo plano, el teorema anterior nos dice que la serie doble [1] converge en los puntos interiores de los dos círculos cuyos centros coinciden con los orígenes y sus radios son los números

$$R(p) = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{\lambda(p)} \qquad R'(p) = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{p}{\lambda(p)} \qquad [\beta]$$

respectivamente.

Para cada valor del parámetro p corresponde un par de círculos. A este sistema de círculos llamaremos *círculos asociados de convergencia* y los números $R(p)$ y $R'(p)$ los *radios asociados* de convergencia.

18. — Consideremos las dos series dobles

$$\sum_0^\infty \sum_0^\infty U_{m,n}\, z^m z'^n \quad [1] \qquad \sum_0^\infty \sum_0^\infty V_{m,n}\, Z^m Z'^n \qquad [2]$$

donde

$$U_{m,n} = A_{m,u} + k\, b_{m,n}$$

$$V_{m,n} = A_{m,n} + i\, b_{m,n}\ ,$$

y

$$z = x + k\, y \quad , \quad Z = x + i\, y$$

Se tiene

$$|\, U_{m,n} \,| = |\, V_{m,n} \,| = \sqrt{a^2_{m,n} + b^2_{m,n}}$$

y

$$|\, z \,| = |\, Z \,| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

de modo que si designamos respectivamente con

$$r(p) \quad , \quad r'(p)$$

y

$$R(p) \quad , \quad R'(p)$$

los radios asociados de los círculos asociados de convergencia de las series [1] y [2] se tiene

$$r(p) = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{\lambda(p)} \quad , \quad r'(p) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{p}{\lambda(p)}$$

por tanto

$$r(p) = \frac{\sqrt{3}}{2} R(p) \quad , \quad r'(p) = \frac{\sqrt{3}}{2} R'(p)$$

De aquí resulta que

$$r(p) < R(p) \qquad r'(p) < R'(p)$$

es decir, que los pares de los círculos asociados de la serie [1] son interiores a los pares correspondientes de la serie [2].

19. — El teorema anterior nos da el dominio *circular* más amplio en el interior del cual, la serie doble de potencias, converge absolutamente; pero estas series tienen un dominio más amplio de convergencia.

Vamos a determinar este campo de convergencia. Consideremos primeramente la serie doble

$$\sum_0^\infty \sum_0^\infty u_{m,n} z^m z'^n \qquad \begin{array}{l} z = x + k y \\ z' = x' + k y' \end{array}$$

donde sus coeficientes $u_{m,n}$ son números reales $a_{m,n}$.

Se tiene,

$$\begin{aligned} a_{m,n} z^m z'^n &= a_{m,n} (x + k y)^m (x' + k y')^n = \\ &= a_{m,n} (x^m + k m x^{m-1} y)(x'^n + k n x'^{n-1} y') \\ &= a_{m,n} (x^m x'^n + k m x^{m-1} y x'^n + k n x'^{n-1} y' x^m) \end{aligned}$$

por tanto

$$\sum_0^\infty \sum_0^\infty a_{m,n} z^m z'^n = \sum_0^\infty \sum_0^\infty a_{m,n} x^m x'^n + k y \sum_1^\infty \sum_0^\infty m x^{m-1} x'^n +$$
$$+ k y' \sum_0^\infty \sum_1^\infty n x^m x'^{n-1} .$$

La serie doble de potencia real

$$P(x, x') = \sum_0^\infty \sum_0^\infty a_{m,n}\, x^m\, x'^n$$

es absolutamente convergente para todo valor de x y x', tal que

$$|\, x \,| < \frac{1}{\mu\,(p)} = R\,(p) \quad , \quad |\, x' \,| < \frac{p}{\mu\,(p)} = R'\,(p)$$

donde

$$\mu\,(p) = \overline{\lim_{m+n}} \sqrt[m+n]{|\, a_{m,n} \,|\, p^n}$$

y diverge cuando una o las dos de estas desigualdades no se verifica.

Sea $P(x\,, x')$ la función real de la variable x y x' en el dominio

$$|\, x \,| < R\,(p) \qquad\qquad |\, x' \,| < R'\,(p)$$

por ella definida. Las dos series dobles

$$\sum_1^\infty \sum_0^\infty m\, a_{m,n}\, x^{m-1}\, x'^n \quad , \quad \sum_0^\infty \sum_1^\infty n\, a_{m,n}\, x^m \,.\, x'^{n-1}$$

tienen el mismo dominio de convergencia absoluta que la serie doble [1], y tienen por suma, a las derivadas parciales de $P(x\,, x')$,

$$P'_x\,(x\,, x') = \sum_0^\infty \sum_0^\infty m\, a_{m,n}\, x^{m-1}\, x'^n\,, \qquad [3]$$

$$P'_{x'}\,(x\,, x') = \sum_0^\infty \sum_0^\infty n\, a_{m,n}\, x^m\, x'^{n-1}\,. \qquad [4]$$

De aquí resulta, que la serie doble [1], es convergente en el dominio

$$|\, x \,| < R\,(p) \quad , \quad |\, x' \,| < R'\,(p) \quad -\infty < y < +\infty\,. \qquad [\alpha]$$

Si representamos las variables z y z', en sus respectivos planos coordenados, el dominio (α) está formado por dos fajas indefinidas, cuyos lados son simétricos a los ejes Oy y Oy', y cuya distancia a los mismos están dadas por las expresiones $R(p)$ y $R'(p)$.

A este sistema de fajas llamaremos *fajas asociadas de convergencia* y a los números $R(p)$ y $R'(p)$, los *radios asociados* de las fajas asociadas

La serie doble [1] define por su suma en el interior de un sistema de fajas asociadas de convergencia una función $f(z, z')$, de dos variables z y z' igual a,

$$f(z, z') = P(x\, x') + k\,[y\, P_x'(x, x') + y'\, P'_{x'}(x, x')]$$

Podemos formular el siguiente teorema:

Toda serie doble de potencia [1], *de coeficientes reales, converge absolutamente en el interior de un sistema de fajas de convergencia, cuyos radios asociados están ligados por las relaciones*

$$R(p) = \frac{1}{\mu(p)} \qquad R'(p) = \frac{p}{\mu(p)}$$

$$\mu(p) = \overline{\lim_{m+n \to 0}} \sqrt[m+n]{|a_{m,n}|\, p^n} \quad , \quad (0 < p < +\infty)$$

20. — Supongamos ahora que los coeficientes de la serie doble [1] sean números complejos duales

$$u_{m,n} = a_{m,n} + k\, b_{m,n}$$

Se tiene,

$$u_{m,n} z^m z'^n = (a_{m,n} + k\, b_{m,n})\,(x + k\, y)^m\,(x' + k\, y')^n =$$

$$= (a_{m,n} + k\, b_{m,n})\,(x^m x'^n + m\, k\, y\, x^{m-1} x'^n + k\, y'\, n\, x^m x'^{n-1}$$

de donde

$$u_{m,n} z^m z'^n = a_{m,n} x^m x'^n + k\, b_{m,n} x^m x'^n +$$

$$+ a_{m,n} m\, k\, y\, x^{m-1} x'^n + a_{m,n} k\, y'\, x^m x'^{n-1}$$

y por tanto,

$$\sum_0^\infty \sum_0^\infty u_{m,n} z^m z'^n = \sum_0^\infty \sum_0^\infty a_{m,n} x^m x'^n + k \sum_0^\infty \sum_0^\infty b_{m,n} x^m x'^n +$$

$$+ k\, y \sum_1^\infty \sum_0^\infty a_{m,n}\, m\, x^{m-1} x'^n + k\, y' \sum_0^\infty \sum_1^\infty a_{m,n}\, n\, x^m x'^{n-1} \qquad [2]$$

La serie doble de potencias

$$P(x, x') = \sum_{0}^{\infty} \sum_{0}^{\infty} a_{m,n} x^m x'^n \qquad [3]$$

converge absolutamente, para todo valor de x de x', tal que

$$|x| < \frac{1}{\mu(p)} = R \;\; ; \;\; |x'| < \frac{p}{\mu(p)} = R' \;\; ; \;\; \mu(p) = \overline{\lim} \sqrt[m+n]{|a_{m,n}| p^n},$$

y no converge, si una de estas desigualdades no se verifica.

Las series derivadas

$$P'_x(x, x') = \sum_{1}^{\infty} \sum_{0}^{\infty} a_{m,n} m x^{m-1} x'^n$$

$$P'_{x'}(x, x') = \sum_{0}^{\infty} \sum_{1}^{\infty} a_{m,n} n x^m x'^{n-1}$$

tienen, los mismos intervalos asociados de convergencia absoluta, que los de la serie doble anteriores.

En cuanto a la serie doble

$$Q(x, x') = \sum_{0}^{\infty} \sum_{0}^{\infty} b_{m,n} x^m x'^n, \qquad [4]$$

ella converge absolutamente, para

$$|x| < \frac{1}{\nu(q)} = R_1 \;, \;\; |x'| < \frac{p}{\nu(q)} = R_1' \;, \;\; \nu(q) = \lim \sqrt[m+n]{|b_{m,n}| q^n} \;;$$

y diverge para

$$|x| > R_1, \qquad ó \qquad |x'| > R'_1 .$$

En consecuencia, fijado un valor para p y uno para q la serie doble [2] converge absolutamente en la faja asociada común a las series [3] y [4] y tiene por suma a la función

$$f(z, z') = P(x, x') + k\,[y\, P'_x(x, x') + y'\, P'_{x'}(x, x') + Q(x, x')]$$

21. — Sea la serie doble geométrica

$$f(z, z') = \sum_0^\infty \sum_0^\infty z^m z'^n = \sum_0^\infty \sum_0^\infty x^m x'^n +$$

$$+ k\left(y \sum_1^\infty \sum_0^\infty m\, x^{m-1} x'^n + y' \sum_0^\infty \sum_1^\infty n\, x^m x'^{n-1}\right) \qquad [1]$$

Las tres series dobles que figuran en el segundo miembro, son convergentes absolutamente, para

$$|x| < 1 \qquad |x'| < 1$$

y se tiene

$$\frac{1}{(1-x)(1-x')} = \sum_0^\infty \sum_0^\infty x^m x'^n$$

$$\frac{1}{(1-x)^2 (1-x')} = \sum_1^\infty \sum_0^\infty m\, x^{m-1} x'^n$$

$$\frac{1}{(1-x)(1-x')^2} = \sum_0^\infty \sum_1^\infty n\, x^m x'^{n-1}$$

y por tanto la [1], resulta

$$f(z, z') = \frac{1}{(1-x)(1-x')} + k\left[\frac{y}{(1-x)^2 (1-x')} +\right.$$

$$\left. + \frac{y'}{(1-x)(1-x')^2}\right] = \frac{1}{(1-x)(1-x')} +$$

$$+ k \frac{y(1-x') + y'(1-x)}{(1-x)^2 (1-x')^2} = \frac{1}{(1-z)(1-z')}.$$

22. Convergencia uniforme. — Consideremos la serie doble

$$\sum_0^\infty \sum_0^\infty u_{m,n} \, z^m \, z'^n , \qquad [1]$$

absolutamente convergente en un dominio D; la serie [1] *converge uniformemente* en D, si fijado un $\varepsilon > 0$ arbitrario, existe un número p, tal que

$$\left| S - \sum_0^m \sum_0^n u_{m,n} \, z^m \, z'^n \right| < \varepsilon ,$$

para $m , n > p$ y cualesquiera sean los valores de z y z', de D.

De la igualdad

$$\sum_0^\infty \sum_0^\infty u_{m,n} \, z^m \, z'^n = \sum_0^\infty \sum_0^\infty a_{m,n} \, x^m \, x'^n + k \sum_0^\infty \sum_0^\infty b_{m,n} \, x^m \, x'^n +$$

$$+ k \, y \sum_1^\infty \sum_0^\infty a_{m,n} \, m \, x^{m-1} \, x'^n + k \, y' \sum_0^\infty \sum_1^\infty a_{m,n} \, n \, x^m \, x'^{n-1} \qquad [2]$$

se deduce que: *la condición necesaria y suficiente para que la serie doble* [1] sea uniformemente convergente, es que converja uniformemente, las series doble de potencia

$$\sum_0^\infty \sum_0^\infty a_{m,n} \, x^m \, x'^n \quad \text{y} \quad \sum_0^\infty \sum_0^\infty b_{m,n} \, x^m \, x'^n$$

y las variables y é y', sean acotadas.

Sea D una faja asociada de convergencia de la serie [1], y consideremos dos rectángulos de lados paralelos a los ejes coordenados y centros coincidentes con los orígenes de los ejes.

Las cuatro series doble reales que figuran en el segundo miembro de la [2], convergen uniformemente en el dominio D, por tanto la serie doble [1], converge uniformemente en el interior y sobre el contorno de dichos rectángulos.

23. Series derivadas. — Dada la serie

$$f(z, z') = \sum_{0}^{\infty} \sum_{0}^{\infty} u_{m,n} z^m z'^n \qquad [1]$$

convergente en una faja asociada de convergencia, las series que se obtienen derivando parcialmente, término a término

$$\sum_{1}^{\infty} \sum_{0}^{\infty} u_{m,n} \, m \, z^{m-1} z^n \quad [2] \qquad \text{y} \qquad \sum_{0}^{\infty} \sum_{1}^{\infty} u_{m,n} \, n \, z^m z'^{n-1} \quad [3]$$

llamaremos series doble derivadas primeras.

Las series [2] y [3] *tienen la misma faja asociada de convergencia de la* [1], *y sus sumas son respectivamente, las derivadas parciales.*

$$f_z'(z, z') \qquad \text{y} \qquad f'_{z'}(z, z')$$

De la hipótesis resulta según vimos

$$f(z, z') = P(x, x') + k\,[y\, P_x'(x, x') + y'\, P'_{x'}(x, x') + Q(x, x')]$$

y como las series de potencias

$$P_x'(x, x') = \sum_{1}^{\infty} \sum_{0}^{\infty} a_{m,n} \, m \, x^{m-1} x'^n$$

$$P''_{x^2}(x, x') = \sum_{2}^{\infty} \sum_{0}^{\infty} a_{m,n} \, m\,(m-1)\, x^{m-2} x'^n$$

$$P''_{x, x'}(x, x') = \sum_{1}^{\infty} \sum_{1}^{\infty} a_{m,n} \, n \, . \, m \, . \, x^{m-1} x'^{n-1}$$

y

$$Q'_x(x, x') = \sum_{0}^{\infty} \sum_{1}^{\infty} b_{m,n} \, n \, x^m x'^{n-1},$$

tienen el mismo intervalo asociado de convergencia, que la serie propuesta. Por tanto la serie derivada

$$f'_z(z, z') = P'_x + k\,[y\, P''_x + y'\, P''_{x'x} + Q'_x] =$$

$$= \sum_{1}^{\infty} \sum_{0}^{\infty} m \, u_{m,n} \, z^{m-1} z^n$$

converge, en la misma faja asociada.

Igual conclusión se obtiene para la $f'_{z'}$ y las derivadas sucesivas.

Se puede enunciar el teorema:

La función $f(z, z')$ definida por la serie doble [1], *tiene en la faja asociada de convergencia, una sucesión ilimitada de derivadas parciales*

$$\frac{\partial^{m+n} w}{\partial z^m . \partial z'^m},$$

que están definidas por las series derivadas correspondientes.

De aquí se deduce inmediatamente un desarrollo de Mac Lauren para la función $f(z, z')$.

CAPITULO III

a) SERIES DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE

24. — Consideremos una serie

$$\sum_0^\infty f_n(z) = \sum_0^\infty [u_n(x, y) + k v_n(x, y)] \qquad [1]$$

cuyos términos son funciones complejas,

$$f_n(z) = u_n + k v_n$$

de la variable compleja dual: $z = x + yk$.

Supongamos que la serie [1] sea convergente en todos los puntos de un cierto dominio D; ella define una función $f(z)$, de z, en este dominio. Se tiene

$$f(z) = \lim_{n \to \infty} \sum_0^n f_i(z) = \lim_{n \to \infty} \sum_0^n u_i(x, y) + k \lim_{n \to \infty} \sum_0^n v_i(x, y)$$

La convergencia es *uniforme* en D, si fijado un $\varepsilon > 0$, existe un número $N(\varepsilon)$ *independiente* de z, tal que

$$\left| f(z) - \sum_0^n f_i(z) \right| = |R_n(z)| < \varepsilon$$

para $n > N$.

La condición necesaria y suficiente para la convergencia simple o uniforme de la serie [1], *es que, las series de sus componentes converjan simple o uniformemente, respectivamente.*

Los criterios de convergencia uniforme de las series ordinarias subsisten también para las series de funciones de una variable, compleja dual.

TEOREMA VI. — *Sea una serie*

$$f(z) = \sum_{0}^{\infty} f_n(z)$$

de funciones continuas, uniformemente convergente en un dominio D; se tiene (1)

$$\int_c f(z)\, dz = \sum_{0}^{\infty} \int_c f_n(z)\, d\, z$$

donde c es una curva rectificable interior a D.

En efecto de la igualdad

$$f(z) = S_n(z) + R_n(z) \qquad [2]$$

donde $R_n(z)$ es el resto de la serie propuesta; resulta

$$\int_c f(z)\, d\, z = \int_c S_n(z)\, d\, z + \int_c R_n(z)\, dz\,. \qquad [3]$$

De la convergencia uniforme de la serie [1], a todo $\varepsilon > 0$ arbitrario, corresponde un número $N(\varepsilon)$, tal que

$$|\, R_n(z)\, | < \varepsilon\,, \qquad \text{para} \qquad n \geq N$$

por tanto

$$\left| \int_c R_n(z)\, d\, z \right| \leq \frac{\sqrt{3}}{2}\, \varepsilon \int_c |\, d\, z\, | = \frac{\sqrt{3}}{2}\, \varepsilon\,.\, l \qquad [4]$$

donde l es la longitud de la curva c.

(1) La noción de integral de una función de variable compleja dual y sus propiedades hemos dado en nuestro trabajo *La teoría de las funciones polígenas de una y de varias variables complejas duales.* « Contribución al Estudio de las Ciencias Físicas y Matemáticas », E. (3) (1936).

Según la desigualdad [4], la [3] nos da

$$\left| \int_c f(z)\, d\, z - \int_c S_n(z)\, d\, z \right| \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \,.\, \varepsilon\, l \quad \text{para} \quad n > N$$

de donde resulta

$$\int_c f(z)\, d\, z = \int_c f_0(z)\, d\, z + \int_c f_1(z)\, d\, z + \ldots$$

25. — Si los términos de la serie

$$\sum_0^\infty f_n(z) \qquad [1]$$

son funciones holomorfas dual, en el dominio D de convergencia; se tiene

$$f_n(z) = P_n(x) + k\,[y\, P'_n(x) + Q_n(x)]$$

por tanto

$$\sum_0^\infty f_n(z) = \sum_0^\infty P_n(x) + k\, y \sum_0^\infty P'_n(x) + k \sum_0^\infty Q_n(x) \qquad [2]$$

luego: *es condición necesaria y suficiente para que la serie converja simple o uniformemente en un dominio D que converjan simple o uniformemente las series reales*

$$\sum_0^\infty P_n(x) \qquad \sum_0^\infty P'_n(x) \qquad \text{y} \qquad \sum_0^\infty Q_n(x)$$

y la variable y sea acotada.

El dominio de convergencia de una serie de funciones holomorfas dual, es siempre una faja paralela al eje imaginario. Sea

$$\sum_0^\infty f_n(z) \qquad [1]$$

una serie de funciones holomorfas dual; se tiene

$$\sum_0^\infty f_n(z) = \sum_0^\infty P_n(x) + k \left[y \sum_0^\infty P'_n(x) + \sum_0^\infty Q_n(x) \right]$$

Llamemos (a, b), (a', b') y (a'', b'') a los intervalos de convergencia de las series

$$\Sigma P_n(x) \qquad \Sigma P'_n(x) \qquad \text{y} \qquad \Sigma Q_n(x)$$

respectivamente. Si (α, β) es el intervalo común de estos tres intervalos, la serie [1], converge en todo punto $z = x + ky$ situado en la *faja*, cuyos lados son las rectas de ecuación $x = \alpha$ y $x = \beta$.

A esta faja llamamos *faja de convergencia* de la serie [1] y al número $\delta = |\beta| + |\alpha|$, *amplitud de la faja de convergencia.*

TEOREMA VII. — *La suma $f(z)$ de una serie de funciones holomorfas duales*

$$\sum_0^\infty u_n(z), \tag{1}$$

uniformemente convergente en una faja D, es también holomorfa dual en D.

En efecto; de la convergencia uniforme de la serie [1], resulta que a todo $\varepsilon > 0$ corresponde un número entero $p = p(\varepsilon)$ tal que

$$|R_n(z)| < \varepsilon \qquad \text{para} \qquad n \geq p. \tag{2}$$

La serie [1] se puede escribir en la forma

$$f(z) = \sum_{i=0}^{p} u_i(z) + R_n(z), \tag{3}$$

e integrando los dos miembros de la [2] sobre una curva cerrada c de longitud finita L, toda ella contenida en el dominio D, se tiene

$$\int_c f(z)\, dz = \int_c R_n(z)\, dz \qquad (n \geq p) \tag{4}$$

puesto que

$$\int_c \sum_{i=0}^{p} u_i(z)\, dz = \sum_0^p \int_c u_i(z)\, dz = 0.$$

De la [4] se deduce, según la [2]

$$\left| \int_c f(z)\, dz \right| < \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \varepsilon \cdot L ,$$

y como la integral del primer miembro existe, por ser $f(z)$ función continua en D, ella deberá ser nula por ser ε arbitrariamente pequeño, por tanto $f(z)$ es holomorfa dual en el dominio D.

Teorema VIII. — *Sea $f(z, x)$, una función de la variable dual z y de la variable real $x (a \leq x \leq b)$, y tal que para todo x de su intervalo, ella es función holomorfa dual de z en D, y*

$$f(z, x) \longrightarrow f(z)$$

uniformemente en D, cuando $x \to x_0$. La función límite $f(z)$ es holomorfa dual en D. En efecto; de la hipótesis resulta que a todo $\varepsilon > 0$ corresponde un $\delta = \delta(\varepsilon)$ tal que

$$| f(z, x) - f(z) | < \varepsilon \quad \text{para} \quad | x - x_0 | < \delta , \quad \text{y} \quad z \text{ de } D .$$

Sea c una curva cerrada simple de longitud L, contenida en D; se tiene

$$\left| \int_c f(z, x)\, dz - \int_c f(z)\, dz \right| \leq \int_c | f(z, x) - f(z) | \cdot | dz | < \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \varepsilon L$$

Además es

$$\int_c f(z, x)\, dz = 0 ,$$

y siendo $\varepsilon > 0$ arbitrario, será

$$\int_c f(z)\, dz = 0 ,$$

luego $f(z)$ es función holomorfa dual en el dominio D.

b) SERIES DE POLINOMIOS

26. — Consideremos una sucesión $[p_n(z)]$ de polinomios de una variable compleja dual $z = x + ky$,

$$P_n(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n$$

donde los coeficientes a_n son números reales complejos duales. Vamos a estudiar el campo de convergencia de la serie

$$\sum_0^\infty P_n(z) \qquad [1]$$

Supongamos en primer término que los coeficientes a_n sean números reales; se tiene entonces:

$$P_n(z) = a_0(x + k\,y)^n + a_1(x + k\,y)^{n-1} + \dots a_n =$$

$$= a_0(x^n + k \,.\, n\,x^{n-1}\,y) + a_1(x^{n-1} + k\,(n-1)\,x^{n-2}\,y) + \dots + a_n$$

y separando la parte real de la imaginaria, resulta

$$P_n(z) = (a_0\,x^n + a_1\,x^{n-1} + \dots + a_n) +$$

$$+ k\,y\,(a_0\,n\,x^{n-1} + a_1\,(n-1)\,x^{n-1} + \dots + a_{n-1})$$

es decir

$$P_n(z) = A_n(x) + k\,y\,A'_n(x)$$

donde $A_n(x)$ es un polinomio real de la variable real x y $A'_n(x)$ el polinomio derivado del $A_n(x)$.

La serie (1) se puede escribir en la forma

$$\sum_0^\infty P_n(z) = \sum_0^\infty A_n(x) + k\,y \sum_0^\infty A'_n(x)$$

Por tanto; *es condición necesaria y suficiente para que la serie* (1) *sea convergente, que la serie de polinomios reales* (series componentes)

$$[2] \qquad \sum_0^\infty A_n(x) \quad , \quad \sum_0^\infty A'_n(x) \qquad [3]$$

sean convergentes.

Si (a, b) y $(a' \; b')$ son intervalos de convergencia de las series de polinomios (2) y (3); y éstos intervalos tienen una parte común, la serie de polinomios (1′) converge en la faja indefinida *interferencia* de las dos fajas

$$F\,(x = a\,,\, x = b) \quad \text{y} \quad F'\,(x = a'\,,\, x = b')\,.$$

De aquí se desprende fácilmente los diversos casos que se pueden presentar, pudiendo en consecuencia formular la siguiente conclusión.

La serie de potencia de una variable compleja dual a coeficientes reales, converge en una faja indefinida, de lados paralelos al eje 0 y.

Consideremos ahora el caso más general que los coeficientes de los términos del polinomio sean complejos duales

$$a_n = \alpha_n + k\,\beta_n$$

Se tiene

$$\sum_0^\infty P_n(z) = \sum_0^\infty (\alpha_n + k\,\beta_n)\,(x + k\,y)^n =$$

es decir

$$\sum_0^\infty P_n(z) = \sum_0^\infty A_n(x) + k \sum_0^\infty B_n(x) + k y \sum_0^\infty A'_n(x) \qquad [1'']$$

donde

$$A_n(x) = \alpha_0\,x^n + \alpha_1\,x^{n-1} + \ldots + \alpha_n$$

$$A'_n(x) = n\,\alpha_0\,x^{n-1} + (n - 1)\,\alpha_1\,x^{n-1} + \ldots + \alpha_{n-1}$$

$$B_n(x) = \beta_0\,x^n + \beta_1\,x^{n-1} + \ldots + \beta_n$$

La serie [1″] es convergente para todo punto $z = x + k\,y$ interior a la faja de interferencia de las tres fajas paralelas al eje Oy. y cuyos lados pasan por los extremos $(\alpha\ , b)$, $(a'\ , b')$ y $(a''\ , b'')$ de los intervalos de convergencia respectivos de las series de polinomios reales

$$\sum_0^\infty A_n\,(x) \qquad \sum_0^\infty A_n'\,(x) \qquad \text{y} \qquad \sum_0^\infty B_n\,(x)\ .$$

En toda la faja de convergencia, la serie de polinomio

$$f\,(z) = \sum_0^\infty P_n\,(z)$$

define una función $f\,(z)$, de la variable compleja dual z.

En el capítulo que sigue nos ocuparemos de las series de Dirichlet del tipo general

$$\sum_0^\infty a_n\, e^{-\lambda_n z} \quad , \quad \sum_0^\infty \sum_0^\infty a_{m,\,n}\, e^{-\lambda_n z + \mu_n z'}$$

de las variables complejas duales

$$z = x + ky \quad , \quad z' = x' + ky'.$$

(Continuará)

LA EXPEDICION DE DON PEDRO DE MENDOZA Y LA FUNDACION DE BUENOS AIRES

POR

JOSE TORRE REVELLO

El derecho a la ocupación de las riberas del Plata, que se disputaban Portugal y España, a raíz de la expedición de Nuño Manuel hecha en nombre de la nación lusitana en 1514, y la de Juan Díaz de Solís, que enarbolando el pendón de Castilla, surcó las aguas del estuario en los primeros meses del año 1516, hizo crisis a raíz de conocerse en Lisboa en octubre de 1528 la llegada de los emisarios de Sebastián Caboto, llamados Jorge Barlow y Hernando Calderón, quienes dieron en la capital lusitana, al embajador español, informaciones tan extraordinarias de las tierras de donde acababan de llegar que enseguida se comentaron en Lisboa, dando origen a que el gobierno portugués organizase de inmediato una expedición, que puso al mando de Martín Alfonso de Sousa, con el propósito de hacer valer su soberanía en ambas márgenes del río Solís, el que según diversas referencias conducía directamente a la fabulosa Sierra de la Plata, en cuya conquista habían fracasado las expediciones de Sebastián Caboto y Diego García de Moguer.

En plena organización se encontraba la expedición de Sousa, cuando el monarca portugués recibía confidencialmente la noticia de que había arribado a Sevilla el piloto Sebastián Caboto, con quién habían retornado algunos portugueses, entre ellos, Enrique Montes, náufrago de la expedición de Solís, y el después famoso piloto Gonzalo de Acosta, que durante muchísimos años había vivido en San Vicente; ambos conocían las lenguas de los indios, y las sugestivas referencias que corrían entre los naturales de las costas del Brasil, sobre el llamado Rey Blanco, el inca de los peruanos, y de la famosa Sierra de la Plata, ubicada en tierras de los caracaraes, nombre con que eran designados los peruanos en el armonioso idioma guaraní, al decir de Manuel Dominguez.

Enrique Montes, enseguida, ofreció sus servicios para integrar la expedición preparada en Lisboa; no así Gonzalo de Acosta, que después de haber estado en la capital lusitana, adonde había ido al ser llamado por su monarca, resolvió huir con rumbo a Sevilla, en donde después de arribar, dió cuenta a las autoridades españolas de los propósitos que guiaban al monarca portugués, de conquistar aquellas tierras de las que se tenían tan fabulosas referencias, y que hacían sospechar la existencia de un imperio tan rico, como el que años antes, había conquistado Hernán Cortés para la corona de España.

Pasaremos por alto las discusiones diplomáticas que se originaron sobre estos hechos, las que por otra parte no pudieron retener la salida de la expedición de Martín Alfonso de Sousa, que se dió a la vela el 3 de diciembre de 1530.

Después de algunas peripecias y después de haber perdido numerosos hombres, que partieron por tierra desde la Cananea con el propósito de alcanzar la sugestionante Sierra de la Plata, la armada de Sousa sufría la pérdida de la nao capitana, en un temporal que la alcanzó en las cercanías de Chuy, en el actual límite fronterizo entre las repúblicas del Uruguay y del Brasil. Desde ese lugar destacó el jefe portugués a su hermano Pero Lopes de Sousa, para que con un bergatín recorriese la costa oriental del estuario con el objeto de inquirir noticias relacionadas con esa fabulosa Sierra, que alcanzarían después otros hombres más afortunados, penetrando por la ruta del Pacífico, y que tantos hombres costaría a España, que se empeñaron en alcanzarla siguiendo la ruta de los grandes afluentes del Plata.

El bergantín de Pero Lopes de Sousa, partió del Chuy y el 23 de noviembre de 1531, recalaba al pié del cerro de Montevideo. Siguiendo su exploración, penetró por el Paraná Guazú, hasta alcanzar el brazo del Bravo, recorriendo durante varias días los riachos del delta, hasta que el 13 de diciembre resolvio poner proa hacia la desembocadura del Plata.

De su ligera excursión por el estuario dejó Pero Lopes de Sousa constancia colocando elegantes padrones de piedra, que ostentaban, tallados, el escudo de la nación portuguesa, y que en el correr de los años, serían hallados por hombres que militaban bajo el pendón de Castilla, alarmando seriamente a los monarcas hispanos. Con esos padrones pretendía justificar la nación lusitana que había tomado posesión del Plata, al considerar que éste, entraba bajo su jurisdición dentro de la línea de demarcación fijada en 1494 en Tordesillas, entre los plenipotenciarios de ambas naciones, España y Portugal.

Los preparativos y la salida de la expedición de Martín Alonso de Sousa, no pasaron desapercibidos para la corona de España, que constantemente recibía de su embajador en Lisboa, noticias que éste adquiría por diversos conductos, lo que dió origen para que de inmediato se organizase una armada que contrarrestase la acción que pretendía desarrôllar Portugal.

Hay constancia documental, de que ya en 1532, se estaba organizando la armada, que tres años más tarde, habría de salir de Sanlúcar de Barrameda, bajo el mando supremo del primer adelantado del Río de la Plata, el granadino don Pedro de Mendoza.

*

Las gestiones que hicieran para realizar la conquista del Río de la Plata, el comendador Miguel Herrera, vecino y alcalde de Pamplona y el adelantado de las islas de Canarias, don Pedro Fernández de Lugo, fracasaron sin causas que lo justifiquen; el último de los citados incluso había puesto en juego la influencia del presidente del Consejo Real de las Indias, don García Fernández Manrique, conde de Osorno; sin embargo, Fernández de Lugo llegó a recibir reiteradas invitaciones, en nombre del rey, para que pasase a la corte o enviase en su lugar un emisario con «poder bastante», y a fin de concedérsele la capitulación que le autorizase suficientemente la deseada conquista. La noticia que se extendió por España, a raíz de haber arribado al puerto de Sevilla un navío el 5 de diciembre de 1533. que era portador de cuantioso tesoro procedente de la conquista del imperio de los incas, hecha por huestes de Francisco de Pizzarro, soliviantó las ansias y la codicia de muchos hombres, que pretendían emular con sus hechos a aquellos otros afortunados que habían abatido al poderoso monarca peruano, enriqueciéndose de manera tan rápida y en forma tan fantástica, que más bien parecían leyendas los relatos que se hacían de la conquista de ese poderoso reino, que hechos verídicos alcanzados por un puñado de hombres con suma astucia, y con procedimientos, que ni el tiempo, ni la circunstancia y forma como se realizó, pueden justificarse ante la historia.

Los tesoros y ricas joyas que iban desembarcando otros navíos enviados por los conquistadores del Perú, fué el acicate que decidió a la corona de España a conceder a don Pedro de Mendoza, una capitulación datada en Toledo a 21 de mayo de 1534, por la que se le concedía la conquista y población del Río de Solís, que ya era llamado de la Plata, en los mismos documentos españoles, como también lo expresa el documento referido.

Dos eran los principales objetivos que iba a tener la expedición, que al mando de Mendoza, habría de venir a recalar en nuestras playas. La primera de carácter internacional, o sea la de tomar posesión de nuestro estuario y sus costas en nombre de la corona de España, y consolidar con acción ejecutiva su soberanía legal, soberanía siempre puesta en duda y discutida por Portugal; la segunda, de más importancia para los fines particulares del adelantado, era la de conquistar la legendaria Sierra, que tantas victimas ya había causado con el imán de sus sugestionantes riquezas. Los capitanes del adelantado, a poco después de firmarse la capitulación, comenzaron a recorrer con bandera de enganche, a voz de pregonero y ruidosis redobles de tambores, las villas y pueblos de Andalucía y de otras regiones colindantes a ella, ofreciendo puestos de soldados en las filas de la expedición.

Muchos más sin embargo, fueron los afanosos de riquezas que se presentaron expontáneamente en los cuarteles de Sevilla para incorporarse y así fueron integrándose las filas de la expedición con hombres procedentes de casi todas las regiones de España; y entre los extranjeros que se incorporaron hay constancia de que se enrolaron flamencos y portugueses en gran número, y en cantidad más reducida alemanes, ingleses, ital anos y griegos.

*

Por el artículo 7 de las capitulaciones otorgadas a don Pedro de Mendoza, se estipula en forma clara, cuales eran los derechos o impuestos que se debían ingresar a favor de la corona, con motivo de la prisión o muerte de «algún príncipe o Señor principal».

Tres fortalezas de piedra debía levantar don Pedro de Mendoza en las tierras de su mando, en los lugares que más convinieran para la conquista del suelo y se le prometía entre otras gracias a su favor, cuando el éxito coronase su empresa, un título de conde y diez mil indios como vasallos tributarios.

Entre las obligaciones que contraía don Pedro de Mendoza, se le señalaba la de llevar religiosos, frailes y clérigos, con el fin de destinarlos a la conversión y adoctrinamiento de los naturales de las tierras que alcanzase a dominar con sus hombres.

*

Se ignora cuando y como, el adelantado contrajo un terrible mal, conocido por el «morbus galico», que habría de llevarlo a la tumba y el que a la vez sería causante de la constante depresión de su espíritu. Muchos meses antes de la partida de la expedición, ya se había visto obligado a guardar cama, y hasta circuló el rumor de que había desistido de lanzarse a la empresa temeroso de morir en la larga travesía, sin embargo, Fernández de Oviedo, que entonces se hallaba en Sevilla y que conoció personalmente al adelantado, destruye con sus informes ese rumor, diciendo que Mendoza había sido aconsejado que no se pusiera en viaje dado al estado delicado de su salud, pero que aquel temeroso de perder el crédito y cuanto había gastado en la organización de la expedición, resolvió «ponerse a lo que viniere; y procedió adelante con la gente».

En la organización de la armada, tuvo activa participación el maestre de campo Juan de Osorio, a quién don Pedro de Mendoza confió el enganche de hombres.

Refiriéndose a la activa participación que Osorio tuvo en los preparativos de la expedición fundadora, nos dice Fernández de Oviedo en su conocida *Historia*, que merced a su «buena maña é diligencia avia [Osorio] en Sevila sostenido el armada, e sin él nunca don Pedro la pudiera colmar, porque era muy seco é no sabía tractar gente en paz ni en guerra».

Este sintético y fiel retrato del primer adelantado del Río de la Plata, se confirma con su actuación posterior, al entregarse más bien por el estado de su espíritu, vencido y decaído, que a la endeblez de su carácter, a un grupo de ambiciosos y aduladores, que le festejaban sus bromas y que iban a la vez soliviantando su espíritu, hasta convertirle en instrumento de sus propias ambiciones.

*

Después de haberse cumplido el plazo dado a Mendoza para lanzarse a la vela, y de habérsele prorrogado su salida por algunos meses más, se recibió en la corte de España una información enviada por el embajador en Lisboa, en la que éste daba cuenta de estarse preparando una expedición, cuyo destino según se decía públicamente, era la conquista del Río de la Plata. Ante una noticia tan alarmante, se dió orden a don Pedro de Mendoza de que activara los apuestos de su armada, diciendosele que no habiendo cosa que se lo impidiera, zarpara el 1 de agosto de 1535.

Don Pedro de Mendoza, ante las noticias y rumores que circulaban en desprestigio de su persona, a las que se sumaban las graves noticias recibidas de Portugal, dió mayor actividad a la organización de su empresa y el 24 de agosto, zarpaban de Sanlúcar de Barrameda, en la desembocadura del Guadalquivir, los primeros navíos de su armada con rumbo a las islas Canarias.

Tenemos varias razones para suponer que las naos de la armada de don Pedro de Mendoza no zarparon todas en la misma fecha, por cuya causa, hasta nuestros días quienes se ocuparon de ella, han reducido el número de las unidades que la componían.

Podemos aseverar, con pruebas que serán dadas en su tiempo, que contando la urca de Schmidel, eran doce, las embarcaciones que partieron casi simultáneamente de Sanlúcar y Cádiz. El 13 de septiembre partía retrasada tras de la armada, la nao *Santiago*, de la que era capitán Cristóbal Frias Marañón, quién habría de valerse de diversos suterfugios para no darle alcance en las islas Canarias. Frías Marañon después de tocar con su navío en las islas de Cabo Verde cambió rumbo, yendo a parar finalmente de arribada a la isla de Santo Domingo.

A los doce navíos que formaron el principal convoy de la armada del adelantado, se le incorporaron en las Canarias, tres navíos más que le cedió en venta a Mendoza el adelantado Pedro Fernández de Lugo, sumando en un total quince unidades las naos que partieron de dicho lugar en los primeros días de octubre con dirección a las islas de Cabo Verde, en donde después de renovar las aguas y cargar bastimentos, ya desengañado el adelantado de que la *Santiago* no le daría alcance, se lanzó con los quince navíos, que en esa circunstancia integraba su armada, con rumbo hacia el Atlántico sur.

Un recio temporal sufrió en la navegación la armada de Mendoza a la altura del Cabo San Agustín, dispersando los navíos. Una de las unidades más pequeñas, fué a dar de arribada al río Marañón, en tierras donde moraban los indios pitiguales que practicaban la antropofagía, quienes cautivaron a sus tripulantes y los devoraron. Los que marcharon al Río de la Plata, nunca supieron el trágico fin de sus compañeros, y en España se tuvo noticia de ese suceso por una información que enviara el embajador en Portugal, fechada el 16 de julio de 1536, cuando hacía pocos meses que Mendoza poblaba con su gente el pueblo de Buenos Aires.

*

Bien conocido es el trágico drama desarrollado en la bahía de Guanabara, en Río de Janeiro, en que de manera alevosa fué ultimado el maestre de campo Juan de Osorio, de la que fué mentor y ejecutor principal Juan de Ayolas, llamado por el piloto portugués Gonzálo de Acosta el «envidioso». La desaparición de Osorio la habría de lamentar, lloroso, el propio don Pedro de Mendoza, que había decretado su muerte por una inicua sentencia que suscribiera.

*

En las slas de San Gabriel se hallaban anclados —bajo el mando de Diego de Mendoza, hermano del adelantado— los navíos de la expedición que no recalaron en Río de Janeiro; sus tripulantes y parte de sus pasajeros se hallaban entregados a la construcción de algunos barquichuelos, que se proponían utilizar en futuras exploraciones, cuando en los primeros días de enero fondeaban en el lugar cuatro navíos que venían retrasados.

Ambos hermanos Mendoza, se comunicarían entre sí las novedades de la navegación, a la vez que entre sus tripulantes y expedicionarios se iban difundiendo las referencias del sangriento drama desarrollado en la bahía de Guanabara. Se temía entonces y con razón que muchos soldados intentaran desertar, abandonando la conquista, cansados de ser vilipendiados continuamente, por lo que se resolvió con el fin de cortarles cualquier intento de fuga hacia las costas del Brasil, poblar sobre la banda occidental del Plata, aprovechando a la vez esa posición con el fin de poder abrir algún día el camino hacia el reino del Perú.

*

Para buscar el lugar más apropósito donde hacer puerto y pueblo en la banda occidental fué comisionado el piloto portugués Hernando Báez, quién según su propio decir no pudo hallarse mejor lugar que aquel en que después se levantó el pueblo.

Hallado el lugar conveniente, a raíz de la exploración que hiciera Báez, los catorce navíos que formaban en ese momento la armada de don Pedro de Mendoza, pusieron sus proas con dirección a nuestras playas.

Conviene, antes de proseguir refiriendo las distintas etapas relacionadas con el pueblo que fundara Mendoza, que digamos algo sobre quienes venían embarcados en sus naves.

Según Fernández de Oviedo, que conoció en Sevilla a muchos de los componentes de la expedición, dice de los mismos, que eran «muy hermosa e lucida gente y, muy bien armados y proveydos». Entre esos hombres, había individuos que ostentaban el tratamiento «de don» y otros que eran descendientes de ilustres casas, amigos o compañeros del adelantado, en aquellas famosas andanzas con las huestes españolas, que invadieron y saquearon a Roma en 1527.

Entre la gente de rancia estirpe, figuró un hermano de aquella admirable mujer, que hoy muestra su imagen en los altares de los templos católicos con el nombre de Santa Teresa de Jesús. Se llamaba, Rodrigo de Cepeda, hijo, —según reza en la lista de pasajeros que se asentaron en la casa de la Contratación— de Alonso Sánchez de Cepeda y de doña Beatriz de Ahumada. Este infortunado hermano de la Santa, tenía cuatro años más que ella, y fué uno de los que pronto habrían de sucumbir en estas tierras de infieles.

De la familia del adelantado, además de su hermano Diego, figuró también su sobrino Pedro de Benavides. Ambos habrían de morir el mismo día y en la misma acción de guerra contra los naturales, en el conocido combate de Corpus Chisti.

Entre los hombres, que consideramos como de más confianza con el adelantado, se encontraba el siniestro y perverso Juan de Ayolas, a quién designó el adelantado como su sucesor en la conquista; cargo este que nunca llegaría a ocupar Ayolas; como sabemos, después de alcanzar este lugarteniente de Mendoza, la llamada Sierra de la Plata, tendría por tumba las selvas chaqueñas, sacrificado a traición por bárbaras tribus que exterminaron a todos sus compañeros, y a muchos de los indios auxiliares que les acompañaban.

Ayolas fué el único de los embarcados en la expedición que extendió poderes en Sevilla para que sus representantes pudieran recabar de la Contratación, los metales y piedras preciosas que enviase desde las Indias. Este siniestro personaje, que salió de España en calidad de criado y mayordomo de don Pedro de Mendoza, ostentando a la vez el cargo de alguacil mayor, habría de alcanzar tal ascendencia sobre su persona que con procedimientos condenables conseguiría convertirlo fácilmente en un instrumento de sus perversas ambiciones haciéndole firmar una inicua sentencia de muerte contra el maestre de campo Juan de Osorio, que él mismo se encargaría de ejecutar, traidoramente, con puñal en mano, hasta conseguir arrancarle el alma del cuerpo. Sus ambiciones de riquezas, no le hacían detener en sus propósitos, sacrificando a cuantos le pudieran molestar en alcanzar los fines que se proponía.

Oigamos lo que dijo el clérigo Luis de Miranda Villafaña, en su doloroso romance de la conquista del Río de la Plata, al referirse al hecho recordado:

Y comenco la traydora
tan a ciegas y siniestro
q luego mata al maestro
q tenia
Joan osorio se dezia
el valiente capitan
Joan de ayolas y luxan
y medrano.
Salazar por cuya mano
tanto mal nos sucedió
dios aya quien lo mando
tan sin tiento
tan sin ley y fundamento
con tan sobrado temor
con tanta envidia y rrencor
y covardia.

Rencor sentía Ayolas contra Osorio, por las gallardas dotes de hombre de guerra, aunque como es sabido era algo bravucón y dicharachero. Cobardía había también en su espíritu por los viles procedimientos usados contra Osorio para eliminarle.

Muchos otros personajes figuraban en las listas de los conquistadores, que inscribieron sus nombres en la historia por la intervención que tuvieron en algunos de los episodios más destacados; citaremos entre ellos al capitán Francisco Ruiz de Galán y al capitán Juan Salazar de Espinosa, el fundador de la ciudad de la Asunción.

Los cronistas Ulrich Schmidel, Francisco de Villalta, Pero Hernández, y tantos otros que en páginas llenas de dolor humano, testimonian hechos y documentan acciones; pero de entre toda esa gente acuciada «por vanidad como por codicia de oro y plata», al decir de cierto relator de hechos acaecidos en la conquista, merece, citarse señalando a la vez sus altas dotes de caudillo, el vizcaino Domingo Martínez de Irala, brazo ejecutor de la despoblación de Buenos Aires que consiguió imponerse a los diezmados conquistadores por su audacia y tesón.

Entre las mujeres venidas en la expedición, si esceptuamos la esposa del piloto Gonzálo de Acosta, y a María Sánchez, que lo era de Juan Salmerón, las otras al decir de cierta información levantada en la Asunción, hacían una vida nada morigerada en la primitiva Buenos Aires.

Entre las que han dejado constancia documentales de su existencia, se registran los nombres de Catalina Pérez y María Dávila, criadas del adelantado. La última de las citadas, al parecer, fué contagiada del mal que padeció don Pedro, por lo que éste, en uno de los codicilos que extendiera a bordo de la *Magdalena,* cuando iba de retorno a España, encargaba a sus albaceas, que en llegando a Sevilla les dieran la suma de dinero que estimasen para que María Dávila se pudiera curar.

Elvira Hernández o Pineda, también figura como criada, al servicio del inmolado Juan de Osorio. Otro nombre de mujer más, Isabel de Guevara, de la que se conoce una carta escrita veinte años después de fundar el pueblo Pedro de Mendoza, en la que si admitimos como ciertas las referencias que en ella se hacen, las mujeres debían sumar un número bien considerable, pues al decir de la Guevara «todos los travajos, cargavan de las pobres mugeres; ansi en lavarles las ropas como en curarles, hazerles de comer lo poco que tenían, alimpiarlos, hazer sentinela, rondar los fuegos, armar las vallestas», y sobre todo a «dar arma por el campo, a bozes, sargenteando y poniendo en orden los soldados».

Muy mal parados quedan los conquistadores, si nos damos por convencidos de cuantas proezas cuenta la varonil esposa de Pedro de Esquivel, con quién debió contraer enlace en la Asunción, después de ser despoblada Buenos Aires, y a ella, sin duda, se referiría cierto recatado testigo en una declaración que hiciera al citar cierta mujer, cuyo nombre no pronunciaron sus labios por ser en aquel entonces mujer casada.

A pesar de haberse recomendado especialmente a los religiosos de la orden de Poverino de Asis, para que embarcaran con don Pedro de Mendoza, con el propósito de difundir la doctrina de Cristo entre los naturales del Río de la Plata, lo cierto es que, entre los conventuales que con la expedición vinieron, no figuró ningún religioso fransciscano.

En cambio los mercedarios, contaron con los PP. Juan de Salazar y Juan de Almacian. Al primero de los citados, por la ascendencia espiritual que tuvo sobre diversos personajes de relieve en la expedición, nosotros en varios escritos le hemos atribuído cierta intervención en el bautizo del lugar, bajo la advocación de Nuestra Señora Santa María del Buen Aire. Varios religiosos Jerónimos, un tal Cristóbal, completaban la lista de los representantes de las órdenes monásticas, que vinieron con la armada.

Los clérigos sobrepasaron en corto número a los frailes profesos, y sus nombres han sido registrados en varios documentos. Fueron ellos, Juan Gabriel de Lazcano, el primer cura que ofició en la población fundada por Mendoza; el ya recordado Luis de Miranda Villafaña; Francisco de Andrada; Juan de Santander; Julián Carrasco, el primer cura párroco de la iglesia del Espíritu Santo levantada en Buenos Aires en el interinato de Francisco Ruiz de Galán; Francisco de la Fuente que regresó a España en la nao en que murió el adelantado; Diego de Quintanilla que después en Santo Domingo dió valiosos informes al cronista Fernández de Oviedo, Francisco Sánchez Baradero y el bachiller Martín de Armencia.

El computo total de los expedicionarios que vinieron embarcados en la armada de don Pedro de Mendoza no puede señalaise con exactitud. Si descartamos el dato erróneo del cronista Antonio de Herrera y de sus seguidores, diversos testigos emiten cifras que oscilan entre 1500 hombres hasta 2650 que señala Schmidel.

Si tenemos en cuenta que de los diez y seis navíos que integraban la expedición, sólo arribaron a nuestras playas catorce; sobre un total de 2000 hombres que nosotros fijamos como el de los componentes de la misma, a su partida de Canarias, incluyendo en esa suma también a los hombres que desertaron con la *Santiago* podemos aseverar, con muchas probabilidades de acertar, que en Buenos Aires desembarcaron 1700 hombres, cantidad que Ruy Díaz de Gúzman la reduce a 1200.

Es digno de señalarse que la edad de los expedicionarios, en su mayor parte, fluctuaba entre los 15 á 30 años. Jóvenes soñadores, que se lanzaban tras vaporosas quimeras, y a quienes la realidad, con su duro contraste, convirtió enseguida en héroes anónimos de una atrayente ilusión.

*

Pedro de Mendoza, después de pisar tierra en nuestras playas, pasó revista a sus hombres, antes de proceder a levantar el pueblo o real, cuyo acto puede calcularse que fué iniciado entre los días 2 y 3 de febrero de 1536. Al lugar que fundara, como ya lo hemos referido, le fué impuesto el nombre de Nuestra Señora de Santa María del Buen Aire, advocación que era familiar a los curtidos marinos, que la invocaban llenos de fervor en sus horas de amarguras y de desaliento. Dicha advocación tuvo su origen en Cagliari, capital de la isla Cerdeña, en 1370. De Cerdeña, posesión de los reyes de España, fueron difundidos sus milagros a lo largo de las costas del «Mare Nostrum».

Como una consagración fervorosa, cuando Sevilla multiplicaba sus actividades navieras, los mareantes que traficaban con América, entonces para España ricas Indias Occidentales, resolvieron fundar en Sevilla una cofradía, consagrándola a su numen tutelar, llevándola a la práctica en 1561, o sea un cuarto de siglo más tarde que su advocación se impusiera al primer lugar o población levantada por don Pedro de Mendoza.

*

Para fijar con alguna precisión el lugar en que se fundara la primitiva Buenos Aires, vamos a proceder en forma lógica sin sugestiones extrañas.

Conviene ante todo, tener en cuenta, que en las Ordenanzas de Poblaciones de 1523, se mandaba, que los pueblos «que de nuevo se hicieren, se ha de mirar que sean en sitios sanos y no anegadizos». Ya hemos referido que desde San Gabriel, don Pedro de Mendoza comisionó al piloto Hernando Báez, para que recorriese nuestra costa a fin de buscar el lugar más a propósito en el que hacer población. El propio Báez, manifestó en cierta declaración que hiciera en la Asunción, que el sitio que se eligió fué el mejor que se encontró «e no se pudo hallar ni halló otro mejor asiento ni tal como la parte donde fué asentado». Como vemos, esta declaración concuerda perfectamente en su espíritu con lo que se mandaba en las Ordenanzas que antes hemos recordado.

Para no singularizarnos en la prueba vamos a citar, con el propósito de dilucidar el problema, lo que declararon algunos de los testigos que asistieron a la fundación. Empezaremos por el flamenco Simón Jacques, quien manifestó que «vido asentar pueblo e puerto en el . . . rrio parana», que debe aclararse es el de la Plata; lo mismo afirman el clérigo Miranda, el capitán Juan Romero, Rodrigo Gómez y el mercedario fray Juan Salazar. Este último agregó, por otra parte, al referirse a la despoblación de Buenos Aires, que ñno vido que [Irala] dexase en el dicho rrio parana otro puerto alguno»; finalmente citaremos otros testimonios, repitiendo la declaración de Gonzalo de Arévalo, quien manifestó, que «vido fundar e asentar el dicho pueblo e puerto en el dicho rrio parana».

En el momento de fundar Mendoza a Buenos Aires, corría a lo largo de la costa, un canal de cierta profundidad, entre la playa y las toscas del río, como es fácil observarlo en los planos de la ciudad ejecutados en el siglo XVIII, canal que se desviaba hacia el interior del río en las cercanías de la actual calle Victoria, hasta perderse a la altura del Retiro. En las postrimerías de ese siglo, el mencionado canal, que fué puerto y refugio de las naves de Mendoza, se hallaba en parte cegado; por entonces a fines del siglo XVIII se diseña otro canal que se abría diagonalmente hacia el nordeste, más allá de los bancos de toscas, que se extendían a varias cuadras de la ribera.

La existencia del canal a que nos hemos referido, lo confirma una declaración del piloto Hernando Báez hecha en 1539, en donde decía: en «este puerto pueden entrar en el navíos de occhenta toneles e de ciento cargados, y este testigo vido que entro la nao *Santa Catallina* cargada que hera nao de ciento y quarenta toneles y que la nao que se perdio de pancaldo y la que truxo alonso de cabrera no se perd eron con tormenta sybno por que no syguieron la canal y por no traer batel para alargar ancla».

Por todo lo aducido, y por los meritorios aportes hechos recientemente por destacados hombres de estudio, podemos afirmar, sin temor a yerro, que el pueblo levantado por don Pedro de Mendoza, tenía su emplazamiento en el sitio que actualmente ocupa el Parque de Lezama, extendiéndose en lo alto de la meseta con dirección hacia el norte y su puerto natural se ubicaba al pié del poblado junto al canal.

*

Mientras en el primitivo pueblo de Buenos Aires no se dió término a la cerca de adobe y al foso que a su alrededor se hiciera, para su mejor defensa, los expedicionarios pernoctaron a bordo de los navíos, para evitar la acechanza de los naturales, que habilmente con certeros golpes de las boleadoras les hacían sentir sus mortíferos efectos, o bien los ataques temibles de las onzas o gatos monteses que ya cebados con la carne humana, diezmaban a los pobladores.

Construido el recinto, se comenzaron a levantar chozas de adobe, que se techaron de paja; para el adelantado se construyó una casa fuerte, que sin duda no sería más sólida que la parte restante del caserío.

Hay constancia también de que se dedicó un solar para plaza púpública, junto al chozo que servía de iglesia.

Desde los primeros momentos de fundarse Buenos Aires, el hambre mostró su siniestra figura por lo que después de haberse reducido la ración entre sus habitantes hubo necesidad de despachar el 3 de marzo, al navío *Santa Catalina*, al mando de Gonzalo de Mendoza hacia las costas del Brasil, en busca de bastimentos.

*

Seis años después de ser fundada Buenos Aires, se efectuaría su despoblación, con el objeto de concentrar las diezmadas fuerzas expedicionarias en la Asunción, lugar elegido entonces como base de operaciones, por aquellos esforzados hombres, a quienes la codicia de alcanzar las tierras, donde brotaban los metales, les hacían realizar proezas sobrehumanas, muy superiores por sus reveses, a aquellas conquistas alcanzadas por Hernán Cortés y por Francisco Pizarro, que engrandecieron sus nombres por los imperios que subyugaron, pero no por los sufrimientos y fracasos, que expedición tras expedición acechaban a los lucidos hombres, que formaron en las huestes del primer adelantado del Río de la Plata, don Pedro de Mendoza, natural de Guadix, en el reino de Granada.

*

Treinta y nueve años más tarde, debía resurgir de nuevo Buenos Aires, sobre las ruinas de su primitivo emplazamiento, entonces como una necesidad imperiosa, buscando, al decir de la feliz frase de Juan de Garay «puertas a la tierra». Retornaban a la repoblación, los descendientes de aquellos férreos espíritus de la primer hora, entre ellos un sólo sobreviviente de las huestes de Mendoza, el portugués Antonio Thomás, reliquia viviente de aquel largo proceso histórico, que se inicia en su despoblación de 1541 y se finaliza en la fundación que bajo el nombre hace tiempo olvidado, de la Santísima Trinidad ejecutara Juan de Garay en 1580.

*

A partir de ese momento, no soñarían los repobladores de Buenos Aires, en los sugestionantes metales que enloquecían a los hombres, llenándolos de codicias y ambiciones; todo el anhelo se consagraría entonces, a hacer productivas las inmensas llanuras que la circundaban, don precioso que la naturaleza brindaba al esfuerzo constante de los hombres, como premio generoso y noble recompensa a sus afanes y trabajos.

TRATAMIENTO DE LA TUBERCULOSIS PULMONAR POR LA SOBREALIMENTACION

Por P. MAGNE DE LA CROIX

Résumé

De tous les modes de traitement employés en cas de tuberculose pulmonaire, le seul qui donne un resultat positif net, est celui denommé suralimentation. Pourquoi ces bons resultats limités aux cas de tuberculose pulmonaire?

Parce que cette suralimentation est en realité une alimentation surchargée dans le sens negatif et qui rétablit le deséquilibre nécessaire que ne peuvent plus maintenir les poumons malades.

Uno se pregunta ¿Por qué la sobrealimentación a menudo empleada con éxito en caso de tuberculosis pulmonar no da ningún resultado si la tuberculosis es localizada en otras partes del organismo? Por lo general no se busca demasiado la comprensión del hecho, se le constata y basándose sobre los buenos resultados obtenidos se sigue aplicando el método.

Sin embargo la determinación es interesante y me parece que gracias a los trabajos de Vassiliey y Tchijevsky sobre la admisión de iones negativos y positivos por el pulmón y a los mios sobre el papel de las cargas, de corrientes sin hilos y con hilos en el organismo se puede muy bien llegar a determinar el porqué de los buenos resultados obtenidos con la aplicación de dicho método y por consiguiente llegar a elegir muy juiciosamente los alimentos que conviene dar al enfermo.

Se concibe muy bien que cuando la tuberculosis se localiza en los pulmones molesta el funcionamiento de estos órganos y hace disminuir la absorción posible de aire ¿pero cómo llega la sobrealimentación a suplir esta deficiencia?

No hay que olvidar la conclusión a la cual llegan Vassiliey y Tchjevski (1) después de numerosas experiencias.

«Así pues, los pulmones poseen, junto con la de los cambios gaseosos e hídricos, una función todavía desconocida de los fisiologistas; es la regularización del estado electroquímico de los elementos coloideos celulares de la sangre efectuada por la inspiración de iones de tal o cual signo. Hemos llamado esta función electro cambio.»

Así pues los pulmones se presentan como los órganos que producen el electro cambio orgánico y el desarreglo de esta función en caso de tuberculosis pulmonar es incontestable; recordamos además a este respecto que, hace algún tiempo, después de numerosos exámenes de sangre de enfermos padeciendo de tuberculosis pulmonar el Dr. Tchejevski declaró que es indudable el hecho «que se hace más lenta la reacción de la precipitación de las hematies bajo la influencia de la aeronoterapia.

De eso resulta que en caso de tuberculosis pulmonar, el organismo deja de absorber la cantidad de iones necesaria y que además deja de mantener el desequilibrio negativo igualmente necesario.

La cosa es grave puesto que si este estado continúa, sobrevendrá la muerte, mientras que si por cierto medio se llega a reemplazar por otra esta admisión pulmonar de iones se podrá dar al paciente tiempo para reaccionar contra la enfermedad.

En mis trabajos «*Relations normales et pathologiques des courants sans fils et par fils*» (2) y «*Cargas, corrientes sin hilos y con hilos en el organismo*» (3) he expuesto las relaciones que existen entre las cargas y las corrientes sin hilos y entre éstas y las corrientes por hilos e indicado también que la fuerza era captada en gran parte por el organismo bajo forma de cargas ligadas a partículas materiales.

De lo que preceda resulta que un organismo padeciendo de tuberculosis pulmonar ve reducirse en gran parte la admisión de iones hecha por los pulmones pero que si por otra parte, las cargas son absorbidas con los alimentos, la sobrealimentación puede remediar en gran parte esta insuficiencia pulmonar.

Pero como es bajo forma de iones que la fuerza eléctrica es admitida por los pulmones y que, en consecuencia, es entonces dividida en electricidad positiva y negativa, esta admisión pulmonar puede ser regularizada de modo a admitir más un signo que el otro y lo es efec-

(1) *Revue de Pathologie comparée.* Julio, 1934.
(2) «*Revue de Pathologie Comparée*» Paris Feorier, 1435.
(3) *La Semana Médica,* N° 13, 1935.

tivamente admitiendo más abundantemente los iones negativos que los positivos manteniendo en el organismo la superioridad de los primeros que es necesaria.

Pero en caso de tuberculosis pulmonar parece que los pulmones se hayan vuelto impotentes a asegurar la superioridad del signo negativo ¿Por qué? esto queda por establecer; posiblemente esta selección necesita un trabajo que no puede ya cumplir el organismo enfermo, pero de todos modos el hecho es y se sabe cuánto se mejora la función de los pulmones en el enfermo que se trasporta a una altitud en la cual predominen los iones positivos.

Pero si la función de este órgano se mejora, la admisión hecha en gran cantidad de iones positivos no asegura al organismo el desequilibrio necesario en el sentido negativo y es por eso que si a veces la cura de las alturas da en apariencia buenos resultados momentáneos es muy raro que los enfermos, que hacen esta cura, mejoren definitivamente.

La cura por la sobrealimentación da más frecuentemente buenos resultados y el número de estos aumentará al darse clara visión de lo que se debe obtener de ella.

En un libro que hace algunos años el Dr. Le Gendre consagró a Charles Bouchard(1) «dice: «Los resultados favorables, a veces muy rápidos, en cuanto a recuperación de peso obtenidos en tuberculosos ya muy deprimidos, animaron a numerosos médicos a adoptar esta suralimentación con la cual los directores de Sanatorios alemanes habían obtenido éxito.

«Pero una más larga experiencia clínica hizo ver después de algunos años el error de los adeptos del «gavage» y de la suralimentación que obtenían solo mejoras momentáneas y comprometían a veces el porvenir del enfermo perturbando el aparato digestivo».

Estos malos resultados provienen de la mala comprensión de la suralimentación; no se trata de hacer absorber al enfermo una cantidad enorme de alimentos pero sí ce hacerle ingerir alimentos que aseguran el desequilibrio necesario en el sentido negativo.

Hay que reglamentar la alimentación de tal modo que introduzca en el cuerpo cargas más abundantes de modo a reemplazar los iones que los pulmones no admiten más en cantidad suficiente, pero hay que introducir en el organismo cargas en las cuales predomina ya el

(1) *P. Le Gendre.* «CHARLES BOUCHARD *con oeuvre et son temps*» Masson ed. Paris, 1924.

signo negativo siendo dado que los pulmones no pueden ya asegurar la predominencia necesaria de este signo y es por eso que tan buenos resultados han sido obtenidos empleando como alimento la carne cruda de caballo, animal de una gran actividad pulmonar y en el cual hay tan franco exceso de negatividad en las cargas.

Pero de todo lo que antecede resulta que la denominada sobrealimentación debe ser más que todo una alimentación elegida de modo a asegurar la predominencia del signo negativo que no puede más mantenerse por medio de los pulmones.

BIBLIOGRAFIA

DE LIBROS RECIBIDOS EN LA ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

POR C. C. D.

Fascículos, editados por Hermann & Cía., de la colección « Actualités Scientifiques et Industrielles ». $16\frac{1}{2} \times 25\frac{1}{2}$. Número de pág. y precios variables. París.

Nº 219. — BOULIGAND (G.), GIRAUD (G.) y DELENS (P.), *Le Problème de Le Dérivée Oblique en Théorie du potentiel.* 80 páginas, 1935. Precio: 18 francos.

Constituye el fascículo VI de la serie parcial « Exposés de Géométrie », dirigida por E. Cartan.

Los autores son profesores de las Facultades de Ciencias: de Poitiers el primero, de Clermond Ferrand el segundo.

El tercero lo es, en carácter de agregado, en el Liceo del Hâvre; es doctor en ciencias matemáticas.

Bouligand ha tratado la primera parte a título de Introducción General, y expone en ella, después del enunciado del problema de la derivada oblícua, consideraciones sobre los problemas lineales de la teoría del potencial, la función de Neumann, los aspectos singulares de aquel problema, etc.

Jorge Giraud, en la segunda parte, da una solución rigurosa de ese prob'ema, satisfaciendo a condiciones muy generales para el caso llamado *regular;* abarca cuatro capítulos. El primero se ocupa de la definición y primeras propiedades de las integrales principales; el 2º del problema preparatorio; el 3º de las ecuaciones con integrales principales; el 4º de las aplicaciones a las funciones armónicas. Además, al final, trae un índice bibliográfico.

Por último, el profesor Pablo Delens expone la teoría geométrica de las congruencias de curvas en sus relaciones con el problema homogéneo de la derivada oblícua. Trae también un Indice bibliográfico.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alvarez, Raúl J.
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Arditi Thompson, H.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Arroyo, Rufino
Avila Méndez, Delfín
Aztiria, Ignacio
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Bancalari, Agustín
Barabino Amadeo, S.
Barbieri, Antonio
Bargna, Juan L.
Bariiari, Mariano J.
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berdoy, Pedro A.
Berrino, Juan B.
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano
Bontempi, Luis
Bordato, Miguel
Bordenave, Pablo E.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buldrini, Alvaro G.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Camus, Nicolás
Canale, Humberto
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceriale, Marcelino A.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Corvalán Mendilaharzu, Dardo
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chelis, Francisco
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
Debenedetti, José
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Delleplane, Luis J.
Demarchi, Marco
Deulofeu, Venancio
Devoto, Franco E.
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dotto, Enrique S.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Edelberg, Benjamín
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Foin, Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Dívico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Gil, Martín
Gonella, Juan B.
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gurewitsch, Marco
Gutiérrez, Ricardo J.
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Howard, Jorge W.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Keiper, Guillermo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Kohan, Zoilo
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lea, Allán B.
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López, P. José
Loyarte, Ramón G.
Lozano, Nicolás
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Marini, Tomás L.
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Massaro, César O.
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Mermoz, Francisco A.
Mohring, Walther
Molfino, José F.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nelson, Ernesto
Nielsen, Juan
Oliveri, Alfredo E.
Ortega Belgrano, Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paltoví y Oliveras, A.
Paquet, Carlos
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Pauly, Antonio
Paz, José Máximo
Paz Anchorena, José M.
Peralta Ramos (h.), Alberto G.
Pérez Hernández, A.
Pérez Pirán, Juan A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Polti, Modesto
Posadas, Carlos
Quartino, José N.
Quinos, José Luis

Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Modesto
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Ravignani, Emilio
Rebuetlo, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rosell Soler, Pedro
Rossi, Arturo R.
Ruata, Luis E.
Ruiz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Sabaria, Enrique
Sagastume Berra, A. E.
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schmidt, Max
Schoo Lastra, Oscar
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Seeber, Ricardo
Sesma, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Soler, Frank L.
Sordelli, Alfredo
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Storni, Carlos David
Suárez, Angel
Taiana, Alberto F.
Tamini, Luis Augusto
Tarragona, José
Tedeschi, Virgilio
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valls, José
Vallebella, Colón B.
Valentiner, Hugo
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallejo, Segundo E.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino (h.)
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Volpatti, Eduardo
White, Guillermo J.
Wauters, Carlos
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Devoto, Arnaldo Carlos
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
Girbau, Mansueto
Goyena, Ricardo J.
Laporte, Julio A.
Magne de la Croix, P.A.
Milesi, Emilio Angel
Monca, Jacobo Isaac
Muñoz Cabrera, René
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Somonte, Eduardo
Viglione, Fausto E.
Zenarruza Johnson, Tirso A.
Walls, I. Figueras de
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Ernesto Baroni y Cía.
Francisco Disí
Angel Estrada y Cía.
Imprenta Kidd
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
Est. Gráf. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Lda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Ramón A. Brandán; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Gumersindo Sayago; Vocales: Ing. Daniel E. Gavier; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. B. de la Colina; Ast. N. Lafayette Zimmer; Ing. Vladimir Borsacow; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis
Aguiar, Henoch D.
Amaya, Arturo A.
Anduze, Fernando L.
Arrambide, Miguel
Astrain, Antonio
Bermann, Gregorio
Bobone, Jorge E.
Bodenbender, G.
Bonet, Rafael
Berzacow, Wladimir
Bracaccini, Osvaldo J.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Bustos, Ernesto
Buteler, Jesús E.

Cabrera Molina, P.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Castellanos Posse, F.
Catinari, Altavino E.
Centeno, Dionisio
Cordeiro, Juan Carlos
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
De la Colina, Bmé.
Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
De Villafañe Lastra, T.
Devoto, Heraclio A.
Di Riemzo, Sabino
Espinosa, Manuel
Esteban, Fernando
Evans, Eduardo W.
Fernández, Miguel
Ferrer, Baltasar
Fitz Simon, Sgo. E.
Fortana, Lorenzo
Fracassi, Humberto
Fuchs, Guillermo J.
Galíndez Vivanco, C.
García, Daniel
Garzón, Rafael
Gavier, Daniel E.
Gavier, Ernesto
Gibert, Víctor
Giménez de Azúa, F.
Godoy, Salvador A.
Gómez, Calixto A.
Gordillo, Pedro N.
Granillo Barros, M.
Hernández Ramírez, R.
Hosseus, Carlos Curt
Jagsich, Juan
Kegeler, Juan Walter
Kronfuss, Juan
Lafayette Zimmer, M.
Larrauri, Agustín C.
Lewis, Donald G.
Lo Celso, Angel T.
Luque, Eduardo R.
Lutzow Holm, Olaf.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Marsal, Alberto
Martínez, Rodolfo
Martínez Bustos, V.
Masjoan, Juan
Melo, Carlos R.
Mirizzi, Pablo Luis
Montes, Aníbal
Ninci, Carlos A.
Ninci, Mario
Ninci, Raúl T.
Nottaris, Carlos E.
Novillo Corvalán, S.
Olsacher, Juan
Pagliari, Arturo
Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani de
Perrine, Carlos D.
Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, C.
Ponssa, Marco
Puga, Agustín
Revol, Carlos A.
Revuelta, Miguel C.
Rietti, Dardo A.
Roca, Jaime
Roggeri, Domingo
Rothlin, Edwin
Sánchez Sarmiento, F.
Sartori, Antonio
Sayago, Gumersindo
Sayago, Marcelino
Schmiedecke, Augusto
Servetti Reeves, J. C.
Sicco, Juan Carlos
Padula, Federico
Sigal, Moisés
Sparn, Enrique
Strada, Ferdinando
Stucchi, Alberto
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Terrera, Pascual
Trebino, Natalio
Tretter, José
Urciuolo, Victorio
Vanni, Alberto
Vercello, Carlos
Villalba, Aquiles D.
Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Francisco E. Urondo; Vice-presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Secretario de correspondencia, Ing. Rodolfo Rouzaut; Secretario de actas, Prof. Curto E. Hotschewer; Tesorero, Ing. Carlos Christen; Vocal 1º, Dr. José Piazza; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Suplente 1º, Ing. Enrique Virasoro; Suplente 2º, Ing. José Cruellas.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Argüelles, Eugenio
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco
Bonazzola, César J.
Borruat, Luis
Borruat, Luis (hijo)
Borzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Camo, José María
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá Tolrá, Antonio
Kleer, Gregorio
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Morisot, Augusto
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Antonio E.
Rouzaut, Sergio
Reuzaut, Rodolfo
Regis Mallorquin, Juan
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. José S. Corti; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Dr. Juan B. Lara; Vocales: Prof. Tomás P. Silvestre; Dr. Germinal Basso; Dr. Mario Bidone; Ing. Francisco M. Croce.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Anzorena, Pedro
Basso, Germinal
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Carette, Eduardo
Ceriotto, Emilio
Croce, Francisco M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Mácola, Tulio
Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Miyara, Santos
Oviedo Marcó, Carlos
Oviedo Ortíz, Carlos
Pelaia, Dante
Piccione, Cayetano C.
Piovano, Abelardo P.
Pontis, Rafael Edmundo
Ruiz, Aníbal
Ruiz Leal, Adrián
Sammartino, Miguel
Sánchez C., Juan V.
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Toso, Juan P.
Vicchi, Juan A.
Villanueva, Miguel Angel

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán..........	Rafael (México)
Amaral, Afranio de..........	San Pablo (Br.)
Arteaga, Rodolfo de.........	Montevideo
Avendaño, Leónidas..........	Lima
Alvarez, Antenor..............	Sgo. del Estero
Bonarelli, Guido..............	Gubbio (It.)
Borel, Emile...................	París
Bachmann, Carlos J..........	Lima
Bolívar, Ignacio...............	Madrid
Bragg, William Henry........	Londres
Bruch, Carlos..................	Olivos
Cabrera, Blás..................	Madrid
Carabajal, Melitón M.........	Lima
Corti, José S..................	Mendoza
Dávila, Rubén..................	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto.............	La Plata
Escomel, Edmundo............	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Asunc. (Par.)
Fontecilla Larrain, Arturo....	Chile
Fort, Michel....................	Lima
González del Riego, Felipe....	Lima
Greve, Germán.................	Chile
Guinier Philibert.............	Nancy (Franc.)
Hadamard, Jacques...........	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hassler, Emilio...............	San Bernardino (Paraguay)
Hernández, Juvenal..........	Chile
Hijar y Haro, Luis...........	México
Janet, Pierre..................	París
Jiménez de Asúa, Luis.......	Madrid
Kinart, Fernando.............	Amberes
Lahille, Fernando............	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul...............	París
Lobo, Bruno..................	Río de Janeiro
Lehmann Nitsche, Roberto....	Berlín
Mardones, Francisco..........	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique...............	Concepc. (Ch.)
Majarás, Jesús................	México
Moretti, Gaetano..............	Milán
Oliver Schneider, Carlos......	Chile
Pereira d'Andrade, Lancaster.	Nova Goa (I.P.)
Perrin, Tomás G..............	México
Porter, Carlos E..............	Santiago (Ch.)
Pi y Suñer, Augusto..........	Barcelona
Reyes Cox, Eduardo..........	Antofag. (Ch.)
Rospigliosi y Vigil, Carlos....	Lima
Rowe, Leo S..................	Wáshington
Shepperd, William R..........	New York
Tello, Julio C.................	Lima
Torres Quevedo, Leonardo....	Madrid
Villarán, Manuel V...........	Lima
Vélez, Daniel M..............	México
Valle, Rafael H..............	México
Volterra, Vito................	Roma
Vitoria, Eduardo..............	Barcelona

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

Director: EMILIO REBUELTO

AGOSTO 1936. — ENTREGA II. — TOMO CXXII

SUMARIO

BUENOS AIRES
Calle Santa Fé 1145

1936

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, **Santa Fe 1145.**

Est. Gráf. "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

INTERPRETACION DE LA NINFOSIS (1)

Por P. MAGNE DE LA CROIX

RÉSUMÉ

Dans le présent travail l'auteur rappelle que les relations, dans l'être, des ions, des charges, des courants sans fils et des courants par fils, depuis qu'il a pu partiellement les démontrer, sont venues apporter l'explication d'une quantité de faits qui étaient restés inexpliqués jusqu'à ses travaux, lesquels sont venus donner, entre autres explications, celle du pourquoi certains vertébrés naissent en possession de leurs allures définitives et d'autres non.

Ceci rappelé, il indique que pour comprendre le phénomène si simple de la chrysalide il faut se convainere que les retours d'évolution peuvent exister dans un être au cours de sa vie. Ce qui les limite énormément et les réduit à une limite infime chez les vertébrés supérieurs c'est la spécialisation de plus en plus grande de leurs tissus; mais ces retours, ces répétitions d'évolution sont loin d'être aussi impossibles aux vertébrés appartenant au bas de l'échelle qu'à ceux arrivés à son sommet.

Si chez les vertébrés l'évolution s'est faite de plus en plus rapide dans le sens de la spécialisation, il n'en a pas été de même chez les arthropodes en lesquels elle s'est effectuée dans le sens de la polyvalence et ceci a tel point que l'on voit, chez eux, des cellules adipeuses se mettre a remplir le rôle de reins et devenir de nouveau, par la suite, de simples cellules adipeuses.

Quand dans l'être il y a conversion d'une grande quantité de charges en courants sans fils, il en résulte toujours un grand dépôt d'urates, les arthropodes peuvent les évacuer plus ou moins facilement suivant le degré d'évolution auquel ils sont arrivés relativement à la polyvalence des cellules adipeuses; mais les vertébrés, à cause de la spécification acquise des tissus, ne peuvent les éliminer qu'en quantité très limitée et déterminée, il peut y avoir quelques accumulations locales, comme en la goutte, mais une accumulation trop grande ou se généralisant serait rapidement fatale et, en conséquence, ne compte pas pour l'hérédité.

(1) Traído por la presente investigación al terreno de la entomología me ví a menudo, para llevarla a buen fin, obligado a acudir en procura de datos referentes a la anatomía de los insectos al Dr. M. E. Jörg, que es ciertamente la persona más competente al respecto que hay en el país; y, por lo que toca a la entomología general, a los doctores F. Lahille, E. del Ponte y J. Liebermann, así como al señor ingeniero agrónomo C. A. Lizer y Trelles y al señor R. N. Orfila. Que todos estos amigos reciban aquí mis sinceros agradecimientos.

Mais ce qui s'est produit souvent chez les vertébrés c'est une régularisation à l'état foetal des rapports des courants sans fils aves ceux par fils, régularisation qui avait été impossible pour les parents chez qui, le courant augmenté dans le système sans fils, avait été employé par le système par fils.

Chez le foetus, avant l'apparition du système nerveux, cette augmentation de la puissance avait très bien pu être employée et l'accétération acquise fut transmise au système nerveux quand il apparut, d'où il résulte que les animaux en ce cas naissent avec l'encephale adulte et en possession de leurs allures définitives.

Chez ceux des arthropodes qui n'out pas très évolué dans le sens de la polyvalence des tissus il peut arriver un report d'une partie assez grande de l'évolution à l'état embryonnaire, tel est le cas des sauterelles, mais le report produit en ce cas résulte, non d'un désaccord de puissance entre les courants sans fils et ceux par fils, sinon d'un désaccord de puissance entre les charges et les courants sans fils qui a lieu parce que ces insectes n'avaient pas acquis encore assez puissante la polyvalence de leurs cellules adipeuses pour leur permettre l'évacuation des urates produits en ce cas.

Mais pour ceux des insectes qui ont bien poursuivi leur évolution en ce sens et out acquis une grande polyvalence des tissus avant d'entrer plus avant dans l'évolution générale, les cellules adipeuses se convertissant facilement en organes capables d'éliminer les urates, la conversion nécessaire se produit sans aucune difficulté. L'élimination des urates s'effectuant, rien ne motive plus le report àl'état embryonnaire de cette phase de l'évolution.

La transformation de ces insectes, d'abord lente et méthodique, s'est activée par la suite et s'est même contractée et résumée, au moment de la grande production d'urates provoquée par la conversion de charges en courants sans fils, l'animal a senti venir le sommeil et s'est préparé à le passer.

Les premiers insectes ont donc dû reporter une partie de leur évolution à l'état embryonnaire chose qui n'a plus été nécessaire à ceux qui ont pu ensuite résumer leur évolution au cours de l'état postembryonnaire, ayant acquis la polyvalence des tissus adipeux.

Il n'y a donc pas lieu pour expliquer ces faits de recourrir à la supposition que les insectes à évolution complète descendent de ceux qui avaient reporté une partie de leur évolution à l'état embryonnaire.

I

COMO VINE A OCUPARME DEL PROBLEMA DE LA NINFOSIS

Una breve reseña indicando como fuí llevado a ocuparme de la cuestión de la ninfosis me parece necesaria al principio de este trabajo, para poder exponer después con una brevedad relativa el resultado de mis búsquedas al respecto.

Lo que me llevó al terreno de las investigaciones científicas, es el interés que como pintor animalista tenía en representar movimientos justos. Si a veces la fotografía puede ser útil para determinar exactamente el tiempo que corre entre una fase de movimiento y otra, así como para probar al público lo que se ha visto, no es indispensable para el estudio y aún diré que es completamente insuficiente para llevar a fondo un estudio serio que solo puede ser hecho por medio de los ojos, pues solo el que por medio de ellos mira constantemente animales en movimiento, es el que puede llegar a comprender la locomoción; lo cierto es que por este procedimiento llegué primero a poder establecer la escala evolutiva de la locomoción en los vertebrados y a establecer algunos puntos de determinación en la de los invertebrados.

Al principio pasé 35 años anotando andares de animales; sus variantes eran tan grandes y tan desconcertadoras que durante todo este tiempo no pude darme cuenta de lo que había podido ser la evolución de los andares; en esa época una observación hecha sobre los saltos y los galopes me permitió reconstituir la evolución de estos últimos y después, la filogenia general de los andares en los vertebrados.

Pero establecida ésta, y a pesar de darme cuenta de que no podía ser otra, quedé completamente extrañado al constatar que en ella no se podía seguir una evolución mecánica regular, pues se observaba, en esta evolución, adelantos mecánicos seguidos de retrocesos.

Mi amigo el conocido psicólogo doctor Ch. Blondel puesto al corriente de las dificultades con las cuales tropezaba, me aconsejó tratar de encontrar la explicación de los hechos constatados en la evolución del sistema nervioso. Esta indicación al principio me desconcertó, no sabía cómo empezar semejante búsqueda, cuando me vino la idea de comprobar la repetición de las impresiones cinestésicas y entonces comprobé que, tanto en la rama principal de la evolución como en las ramas divergentes, esta repetición se producía siempre de más en más veloz, y para una fracción de movimiento de más en más reducida.

Encaminado así, no tardé en darme cuenta de la existencia de los sistemas de corrientes sin hilos, de los iones, de las cargas y de la relación que éstos tenían con el sistema nervioso. Este encerraba la explicación de varios puntos oscuros hasta este día, y entre ellos el por qué ciertos vertebrados nacen en posesión de sus andares definitivos y otros no; esto lo expuse en mi trabajo « El shock y su papel en la herencia ».

Mis trabajos sobre las corrientes sin hilos y las relaciones que existen entre estas corrientes y las con hilos atrajeron la atención en el extranjero [1] y, en París, el conocido Dr. FOVEAU DE COURMELLES publicó en la « Revue de Pathologie Comparée » (Mayo 1935) un largo artículo titulado « A propós des courants sans fils et par fils de M. MAGNE DE LA CROIX » que termina así: « El señor MAGNE DE LA CROIX abre camino tan interesante que me ha parecido necesario, si no de precisarlo por lo menos de hacer ver las posibilidades de estudios y de los desarrollos científicos los más útiles que son su consecuencia ».

Pero el estudio de las relaciones entre iones, cargas, corrientes sin hilos y con hilos me había llevado a investigar al mismo tiempo problemas patológicos y biológicos; en 1933 había publicado en el « Boletín del Instituto de Medicina Experimental » que dirige tan hábilmente el Dr. A. ROFFO un trabajo titulado « Indications pathologiques resultant d'investigations sur la locomotion »; este trabajo, que me había llevado a una indicación relativa al cáncer, me llevó también a una determinación precisa de lo que es el reumatismo; expuse estos resultados a la « Société de Pathologie Comparée » (1º de Diciembre 1935) y en la misma sociedad, algunos meses después (Abril 1936) el Dr. LEVAGGI publicó las curaciones que había obtenido, en pura sangre padeciendo, de este mal por la aplicación de un tratamiento que tiene solo su explicación en mi definición de este estado patológico; por otra parte el conocido Dr. E. MOUCHET, profesor en la Facultad de Medicina de Buenos Aires, demostró en un curso que hizo en esta Facultad que mi teoría era la primera que traía luz sobre lo que era el reumatismo. En efecto, en 1934, en la conferencia internacional de médicos, ocupándose de este estado patológico en Aix-les-Bains, había sido declarado que no se sabía lo que era esta enfermedad.

Debe parecer a los que me leen que estamos muy lejos de la ninfosis, pero no lo estamos tanto como lo parece y esta breve reseña era necesaria para comprender lo que va a seguir; en efecto, al hacer mis investigaciones relativas a la determinación del reumatismo, después de comprobar que el reumatismo provenía de una acumulación de cargas que no podían convertirse en corrientes sin hilos o con hilos, pude darme cuenta que una acumulación de uratos, existía en ciertos casos de reumatismo y que una más abundante existía en los

(1) Estos trabajos han sido publicados aquí y también en Francia en la « Revue de pathologie comparée », gracias al interés que demostró para ellos el distinguido histólogo Prof. GABRIEL PETIT, miembro de la « Académie de Médecine » de Francia.

casos de gota; comprobé después que esta acumulación en lugar de ser la causa del mal, como se creía generalmente, era su consecuencia y que parecía provenir de la conversión de una parte de las cargas en corrientes sin hilos en consecuencia de la acumulación de las primeras.

Los órganos de eliminación de los vertebrados siendo completamente especializados, resulta de eso una acumulación fatal de uratos cuando éstos se producen en cantidad exagerada en ciertas partes del organismo.

Si estudiaba cuestiones patológicas no había por eso abandonado mis investigaciones biológicas y al mismo tiempo que me ocupaba del reumatismo trataba de resolver el problema de la ninfosis; este hecho me fué favorable, pues al mismo tiempo que comprobaba la aglomeración peligrosa de uratos en los vertebrados, en caso de reumatismo, pude darme cuenta que los insectos al pasar por el estado de ninfosis producían una grande cantidad de uratos que parecían provenir también de la conversión de cargas en corrientes sin hilos; pero esta producción era sin inconvenientes para ellos, pues siendo dada la gran cantidad de uratos a evacuar las células adiposas venían a ayudar las glándulas de Malpighi haciendo función de riñones en miniatura para volver después al estado de sencilla célula adiposa cuando la eliminación de uratos en exceso dejaba de ser necesaria.

Después llegué a la convicción que mientras los vertebrados perfeccionan sus tejidos en el sentido de la especialización, los articulados lo hacían en el sentido de la polivalencia y que eso les da posibilidades que no existen para los vertebrados, que por otra parte obtienen una más grande precisión en sus funciones. Eso era interesante a señalar antes de abordar el problema de la ninfosis, al cual hasta ahora no se había dado ninguna explicación; como además antes de mis investigaciones sobre el « shock » ninguna explicación había podido ser dada al hecho que ciertos vertebrados nacen en posesión de sus andares definitivos mientras que otros nacen sin caminar, y, cuando principian a hacerlo, toman su evolución locomotriz muy atrás de lo que será cuando llegarán a emplear sus andares definitivos.

II

LO QUE SE HA DICHO SOBRE LA CUESTIÓN DE LA NINFOSIS ANTES DEL PRESENTE TRABAJO

Desde largo tiempo atrás la cuestión de la ninfosis despierta la curiosidad de la humanidad y eso indujo a investigar todo lo que fué posible relativamente a este fenómeno; pero si, en los trabajos numerosos que se hicieron a este respecto algunos pretendieron explicar el fenómeno, en realidad ninguno lo hizo y, como lo dijo muy bien Henneguy en su libro « Les insectes », estas pretendidas explicaciones son sencillas constataciones de lo que pasa pero que no explican nada y el autor de dicho libro concluye reconociendo que el problema queda por resolver.

Uno de los más antiguos trabajos sobre este tema es el de Aristóteles y la definición que dió de estas metamorfosis fué tomada de nuevo dos mil años después por W. Harvey, célebre por su descubrimiento de la circulación de la sangre.

« Harvey, dice Carpinter, suponía que el huevo de una mariposa no contiene la suficiente cantidad de alimento almacenado para completar la formación de un organismo tan complicado como el insecto adulto, pudiendo solo producir la imperfecta larva. Explicábase así la voracidad de la larva para proveerse de gran cantidad de substancia nutritiva, después de lo cual se creía que al convertirse en ninfa volvía al estado de huevo, pero mucho mayor que el primero, del cual pudiera salir el insecto alado ».

Huevos y ninfas tienen evidentemente ciertos puntos de coincidencia, pero hay una profunda diferencia; es que uno se coloca al principio de la vida del ser y el otro en su curso, además esta similitud no explica en nada porqué se produce el fenómeno.

Mucho tiempo pasó en el cual fueron pocos los que se interesaron en la cuestión, pero al fin del siglo pasado se multiplicó el número de los investigadores que pretendieron explicarla.

Uno de los primeros trabajos que fueron publicados en esta época fué el de Luboch (1873) ; en realidad es una sencilla constatación de los hechos que concluye por la declaración que la inmovilidad de la ninfa es el resultado de la rapidez de las transformaciones que se efectúan en ella.

En 1894 Miall ha querido comparar las metamorfosis del insecto a las de los anfibios anuros, pero Perez le sostuvo que no había ninguna relación entre los dos fenómenos; de todos modos es muy lejana y habría, por lo menos, para poder presentar eso como un resultado, que explicar el porqué de esa otra serie de evolución, lo que no ha hecho Miall.

En 1897 Boas señaló las diferencias entre la larva y el insecto completo; pero si este autor da las diferencias, nada en su trabajo indica en realidad el porqué de estas transformaciones; en 1898 Packard y con él Fritz Muller, llegaron a una conclusión justa, según mi opinión, a creer que la metamorfosis completa es un proceso adquirido y resumido después, pero no explican nada relativamente al porqué de este resumen.

Luego WEISSMANN y VIALLANES han emitido la opinión que el fenómeno era la consecuencia de la disgregación de las células pero sin explicar el porqué; METCHNIKOFF, KOWALSKY y VAN REISS edificaron una teoría de la fagocitosis, sin ninguna indicación de lo que limitaba su acción; PÉREZ expuso una teoría de una crisis genital y en la degeneración KOROTNEFF, DE BRUYNE, RENGEL, KARAWAIEW, TERRE, ANGLAS, BRESLE, KELLOGG y BATAILLON han creído ver la explicación del fenómeno, pero en realidad eso no explica nada. BATAILLON et TERRE han emitido en 1900 la teoría de la asfixia; las perturbaciones puestas de relieve por estos autores prueban que dejan de funcionar bien el sistema respiratorio y el nutritivo en la ninfa, pero de ningún modo que sean la causa de la transformación; a este respecto METCHNIKOFF y PÉREZ han dicho con razón: « Si había un malestar causado en las células por las condiciones de asfixia, este mal debería ser general; pero no es así, ciertos tejidos (tubos de Malpighi, glándulas salivares) desaparecen bruscamente histolisados; hay otros que sufren una transformación progresiva ».

Pero en el siglo actual si se continuó investigando sobre la ninfosis, pocos autores trataron de explicar el fenómeno; CARPINTER en su interesante libro « La vida de los insectos », después de exponer con cierta simpatía la hipótesis de DEEGENER concluye sin embargo confesando la ignorancia respecto a la causa del fenómeno que nos ocupa aquí.

« En una discusión reciente sobre las transformaciones de los insectos, dice este autor, P. DEEGENER (1909), ha sostenido que la larva debe ser estimada como el grado más modificado del desarrollo del insecto; porque mientras todos los órganos del adulto están representados en la larva, aunque sea como gérmenes imaginables; hay por lo común, en la larva órganos especiales adaptativos, que no se hallan en el imago; por ejemplo, las antepatas de las orugas o las aguallas de la piel de las larvas de los mosquitos ».

Pero a pesar de esta simpatía concluye más lejos:

« Nuestro estudio de la historia de la vida de los insectos... nos pone frente a frente del más instructivo, aunque humillante, hecho de que « hay muchas cosas que ignoramos ».

Es así que, hace poco, CARPINTER expresaba su opinión al respecto. Ahora creo haber encontrado la explicación de estos hechos que resulta de mis búsquedas pero, antes de enunciarla, creo bueno recordar que los insectos se dividen en cuatro grandes grupos establecidos según el modo en el cual se presentan sus metamorfosis [1], estos grupos son:

1º Ametabolos.
2º Hemimetabolos.
3º Metabolos
4º Hipermetabolos.

Si comparamos entre sí, de una parte los animales de los 1º y 2º grupos y de otra parte los de los 3º y 4º grupos, constatamos entre ellos una gran diferencia; los de la primera agrupación han transferido una gran parte de su evolución al estado embrionario, mientras los de la segunda sufren sus metamorfosis al estado postembrionario.

Los jóvenes insectos de la primera agrupación tienen, desde su nacimiento, o la misma forma o casi la misma que el insecto perfecto, la principal diferencia siendo, en el segundo caso, la inexistencia de las alas al principio de la vida, las cuales se ven aparecer en las últimas mudas; estos animales han transferido todo el principio de su evolución al estado embrionario.

Los insectos de los dos últimos grupos que encaramos, que constituyen la última categoría, nacen al estado de larva; en este estado difieren completamente de lo que serán al estado de imago, y para evolucionar de su primera forma hasta la última, pasan, por el estado de ninfa.

Pues bien, si encaramos estas dos grandes categorías de insectos, constataremos que la primera es la más antigua y la segunda la más reciente; cuando ya existían insectos de la primera categoría, los de la segunda eran solo representados por larvas que hicieron su evolución después y pudieron resumirla más tarde.

En el capítulo que sigue expondré porqué no creo que los de la segunda categoría descienden de los de la primera.

[1] Otro modo de dividir los insectos a este respecto consiste en considerar de una parte los ametabolos y de otro los metabolos que se dividen en metabolos incompletos, holometabolos e hipermetabolos, pero como en esta última clasificación el segundo grupo abarca animales habiendo reportado una parte de su evolución al estado fetal y otros no, nos conviene más adoptar para el presente trabajo la clasificación que damos.

III

COMO SE PUEDE LLEGAR A DEFINIR LO QUE ES LA NINFOSIS

El libro de HENNEGUY sobre los insectos, documentado con tan grande precisión termina así: « Ninguna de las hipótesis emitidas hasta ahora para explicar el origen de la metamorfosis no me parece resolver el problema del cual la solución, como la de todas las cuestiones relativas a la filogenia, no podrá ser dada sino que por un estudio profundizado de los documentos dados por la paleontología.

« Estos documentos faltan absolutamente en lo que se refiere a los estados larvales y es muy posible que estos estudios tan interesantes de la embriología general queden por mucho tiempo o por siempre sin ser fijados. Pero podemos consolarnos de nuestra importancia para determinar ciertas cuestiones dándonos cuenta que quedan muchas a resolver en el vasto campo de la anatomía, de la histología, de la embriología y de la fisiología de los insectos ».

Cierto es que la paleontología en la actualidad, y posiblemente para siempre, es incapaz de darnos los documentos necesarios para solucionar el problema; pero hay otro camino que puede permitir llegar a este resultado y es el estudio de las relaciones, en el organismo, de los iones, cargas, corrientes sin hilos y corrientes con hilos; este estudio ya me permitió resolver algunos otros problemas biológicos que quedaron en apariencia insolubles hasta mis trabajos al respecto.

Es bueno recordar brevemente estas relaciones: Los trabajos de VASSILIEY y TCHIJEVKY sobre la admisión de iones en el organismo (1) y los míos sobre las cargas y las corrientes sin hilos han establecido que en el ser vivo no existen sólo, como se tenía tendencia a concebirlo, corrientes con hilos (nervios) sino también iones, cargas y corrientes sin hilos.

Anteriormente, antes de haber definido completamente la relación entre sí de los diferentes sistemas de energía, había expuesto en un

(1) Los trabajos de VASSILIEY y TCHIJEVKY al hacer ver de modo preciso la manera por la cual los pulmones captan bajo forma de iones, la electricidad del aire, desequilibrándola en el sentido negativo, ponen en evidencia que se debe modificar completamente el sentido dado a la expresión influjo vital.

trabajo sobre el « shock » cómo las relaciones de las corrientes sin hilos y de las con hilos venían a explicar ciertos hechos en biología y entre ellos los que se refieren al estado del encéfalo y al de los andares en el momento del nacimiento.

Creo que es bueno resumir aquí los efectos que resultan para un vertebrado de un desacuerdo o « shock » en + entre las corrientes sin hilos y las con hilos (en favor de aquéllos) ; veamos primero el caso de un « shock » en + liviano, en tal caso los descendientes de los que han recibido el « shock » nacen con el encéfalo embrionario y sin poder caminar, pero, cuando toman sus andares, principian a dar los que se avecinan al punto donde se produjo el « shock » en su evolución locomotriz; pero si el « shock » en + ha sido violento el animal nace con el encéfalo de tipo adulto y en posesión de sus andares definitivos.

La fuerza de la corriente sin hilos no ha podido ser empleada por los adultos que han sufrido este violento « shock » en +, pero los productos, al estado fetal, han podido emplearla antes de la aparición del sistema nervioso y la velocidad de desarrollo adquirida antes de su aparición continúa cuando éste principió a desarrollarse.

Los fenómenos que acabamos de constatar en los vertebrados están motivados por un desacuerdo entre las corrientes sin hilos y con hilos que no pudiendo equilibrarse al estado de vida consiguen solo su regularización al estado fetal, en los descendientes de los animales que han sufrido un violeto « shock » en +.

Los fenómenos que vamos a comprobar en los artrópodos son motivados no por un desacuerdo entre la corriente sin hilos y la con hilos, pues el último de estos dos sistemas no está tan desarrollado como para motivar semejante desacuerdo, pero sí por una discordancia entre el poder de las cargas y la aceptación de corrientes por el sistema sin hilos.

Cuando hay transferencia de la fuerza, proveniente de las cargas a las corrientes sin hilos, se comprueba siempre la presencia de uratos cuya evacuación es solo posible en los seres que han conseguido la polivalencia de sus células adiposas.

Los insectos que no han conseguido dicha polivalencia están obligados a transferir al estado embrionario toda la parte primitiva de su evolución incluyendo el momento en que se debe producir la gran transferencia de fuerza entre cargas y el sistema de corriente sin hilos.

Una transferencia semejante, aunque relativamente reducida, del momento en el que existe cierta producción exagerada de los uratos, ocasiona siempre trastornos en los animales que no han adquirido por completo la polivalencia de sus tejidos adiposos y es así que vemos ciertas especies de langostas en las cuales se forma un depósito de uratos tardar un tiempo enorme en evacuarlo y sufrir por este hecho un gran atraso en su maduración sexual; es así que PLOTNIKOV explica estos hechos, a mi parecer con razón.

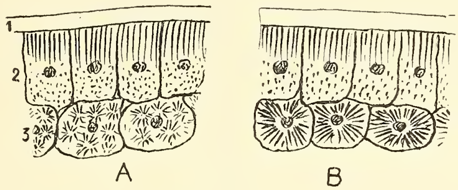


FIG. 1. — Células adiposas habiendo acumulado uratos. — 1, cutícula; 2, epidermis; 3, células a uratos; A, uratos al principio de la condensación; B, uratos muy condensados.

Esta evacuación de uratos, tan difícil si se trata de cantidades pequeñas, e imposible si ellas son mayores, provoca la transferencia de una gran parte de la evolución en los insectos ametabolos y hemimetabolos, al estado fetal; al contrario esta evacuación es muy fácil para los insectos que han conseguido la polivalencia de sus tejidos y particularmente de sus células adiposas, antes de conseguir su completa evolución y, para ellos, una gran conversión de cargas en corriente sin hilos no necesita ser transportada al estado fetal.

Relativamente a las células adiposas que eliminan los uratos he aquí lo que de ellas dice JANET que las ha estudiado particularmente: « Estas células son muy a menudo, por ejemplo en los *Himenópteros,* íntimamente asociadas a un adiposito normal y a veces incluídas en él. Este no parece ser el resultado de una presión mecánica sino más bien el de una asociación funcional.

« PAUL MARCHAL ha estudiado la secreción del ácido úrico en los insectos. Ha constatado en un esfégido del género *Pelopoeus* que las células que eliminan los uratos están diseminadas en el espesor del cuerpo adiposo y que se hallan llenas de glóbulos refringentes de más o menos 15 μ. Esos glóbulos son pequeñas vesículas llenas de urato de amoníaco con una estructura irradiada alrededor de un punto central. En las larvas ya grandes de *Calliphora* el tejido no tiene todavía uratos. Al principio de la ninfosis no pasa lo mismo y contienen urato. Si se aclara una parte del tejido adiposo opaco, disolviendo las materias grasas con éter se constata que quedan en las células adiposas numerosos glóbulos refringentes de 5 a 6 μ. El examen microquímico, después de la instilación de una gota de ácido acético muestra que las células adiposas encierran uratos y que los glóbulos

Fig. 2. — Sistema nervioso de la larva de *Bibio hortalanus*.

refringentes son los elementos en los cuales ellos se depositan.... Los glóbulos refringentes de que se trata son partes diferenciadas de la célula adiposa que contienen el ácido úrico proveniente de la desasimilación en el momento del trabajo tan activo de la ninfosis ».

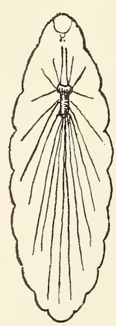


Fig. 3. — Sistema nervioso de la larva *Phrynée vanessae*, según Künkel d'Herculais.

Por lo que antecede se constata que una gran acumulación de uratos se produce en el momento de la ninfosis y eso equivale a decir que este depósito se produce cuando hay gran transmisión de fuerza entre las cargas y las corrientes sin hilos; lo que ahora es comprensible mientras no lo era antes de hacer esta constatación y es por eso que personas competentes habiéndose ocupado de este asunto, y entre ellas HENNEGUY, a pesar del desagrado que tienen de recurrir a este extremo, pensaban que el único modo de explicar parcialmente la formación de la crisálida era admitir que los insectos más antiguos, después de haber transferido una parte de su evolución en el estado

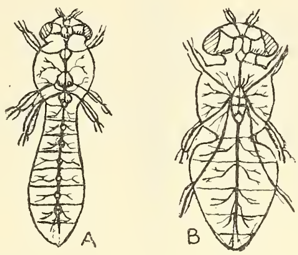


FIG. 4. — Dos sistemas nerviosos diferentes de Diptères. — A, tipo primitivo *Chrinomus plumosis;* B, tipo evolucionado *Sacrophaga carnaria,* según Lang.

embrionario, la habrían de nuevo transferido al estado postembrionario.

Por mi parte nunca me agradó mucho esta explicación y es eso que me impulsó a proseguir estas investigaciones; reconozco que al principio creía que los regresos no existían en el curso del desarrollo o

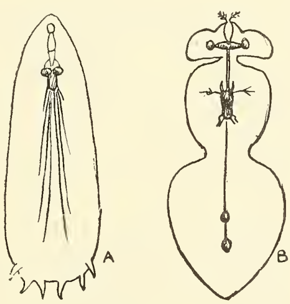


FIG. 5. — Insecto teniendo el sistema nervioso concentrado en la larva y un poco más extendido en el imago (3er. grupo), *Volucella zonaria.* A, larva; B, imago.

que si existían eran muy limitados; esta reserva la hacía porque no podía dejar de comprobar que ciertos vertebrados en su extrema vejez presentaban andares ancestrales que muchas veces, aun siendo jóvenes, no habían poseído.

Pero cuando comencé la presente investigación sobre el estado de ninfosis, pronto fuí obligado a admitir los regresos en los individuos, pues hay hechos que no dejan ninguna duda a este respecto al que observa los insectos tales como el que se constata en los *mirmeleonidos* que tienen un sistema nervioso más evolucionado en el estado de larva que en su estado adulto.

Fig. 6. — Sistema nervioso de la larva de hormiga-león según Dolfin.

Recordaré a este respecto que la relación del estado del sistema nervioso de la larva con el del adulto hace dividir los insectos en cinco grupos, a saber:

1º El sistema nervioso es primitivo en la larva y queda como tal en el adulto: ej. *Timarcha tenebricosa.*

2º El sistema nervioso no concentrado en la larva lo es en el adulto: ej. *Apis melifica.*

3º El sistema nervioso concentrado en la larva lo es menos en el adulto: ej. *Tabánidos.*

4º El sistema nervioso concentrado en la larva, no lo es en el adulto: ej. *Mirmeleonidos.*

5º El sistema nervioso es concentrado en la larva y en el adulto: ej. *Estridos.*

Evidentemente el 4º grupo no es muy abundante pero es muy interesante, pues él y el 3º grupo evidencia la posibilidad de los regresos en el curso de la vida animal. Pero es importante señalar que si el sistema nervioso es bien francamente resumido en las larvas del 5º y 3º grupo, tal la de la *Volucella zonaria,* no lo es tanto en los insectos del 4º grupo como lo señala H. Weber apoyándose en los trabajos de Dolfin, pero el sistema nervioso de estos insectos, casi resumido en la larva y de nuevo extendido en el imago, hace bien ver las regresiones que pueden producirse en el insecto.

Este hecho y muchos otros me probaron la posibilidad de regresos, a veces muy acentuados, en el curso de la vida de los insectos y prosiguiendo mis investigaciones a este respecto llegué a ver la posibilidad de los regresos en el curso de la vida de todos los seres vivos, pero más limitados en los vertebrados y particularmente en los vertebrados superiores, mientras son más abundantes en los artrópodos

FIG 7. — Imago de la hormiga-león.

y particularmente en los artrópodos más evolucionados en el sentido de la polivalencia de los tejidos.

Como estos hechos son muy importantes hay que precisarlos bien: Si encaramos los cordados, que se dividen en procordados y vertebra-

FIG. 8. — Ninfa de « Bicho canasto » (*Oeceticus kirbyi*) en su capullo.

dos, constatamos que la primera de estas divisiones, a la cual además pertenecieron los antepasados de los vertebrados, encierra animales que presentan regresos flagrantes, se puede ver en los procordados algunos seres que después de presentarse bajo la forma de una larva bastante parecida a un renacuajo sufren una verdadera retrogradación, en ciertos procordados: los tunicados; el doctor L. LAHILLE ha estudiado las regresiones evidentes en las larvas de estos animales cuando se fijan, en ese momento pierden, al pasar al estado adulto la cuerda dorsal y su único aparato de visión. Pero en los vertebrados se produce la especialización de los tejidos y son ya imposibles, en los vertebrados aun inferiores, regresos semejantes.

Esta diferencia aumenta mucho con la evolución de los seres, pues los vertebrados evolucionan en el sentido de la especialización de sus tejidos y de sus órganos, mientras los artrópodos (y entre ellos los insectos) evolucionan en el sentido de la polivalencia de los tejidos y esta polivalencia ya no difusa sino bien precisa para ciertas funciones y aumentada por la evolución, da a numerosas células adiposas el poder de evacuar los uratos producidos a consecuencia de la conversión de la fuerza de las cargas en corrientes sin hilos.

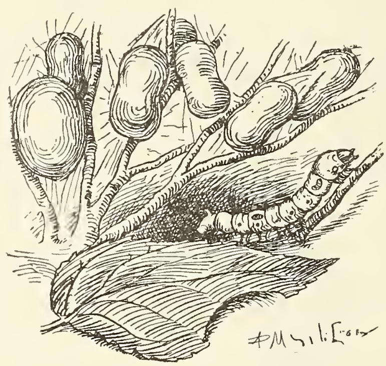


FIG. 9. — Capullos de gusano de seda (*Bombyx mori*).

Esta evolución en la polivalencia celular hace posible la evacuación de los uratos, lo que no sucedía antes. En los de los artrópodos, en los cuales no existe la polivalencia de las células adiposas, o al menos en grado suficiente, es solo en el estado embrionario que puede producirse el período de conversión de las fuerzas de las cargas en corrientes sin hilos. Los de los insectos que llegaron a hacer esta conversión después de haber adquirido la polivalencia de las células adiposas pudieron conservarla al estado postembrionario, esta evolución al concentrarse después produjo la ninfa; la perturbación y el cansancio que produce en el ser el acercamiento de este momento, provoca el sueño para el cual el animal se prepara lo mejor posible haciendo por lo general un capullo.

No hay pues que recurrir a la inverosímil suposición de que algunos de los antiguos insectos después de haber transferido la primera parte de su evolución al estado embrionario la hayan después sacado de allá para transferirla de nuevo al período postembrionario.

Lo que me parece es que los insectos primitivos (ametabolos y hemimetabolos) no pudiendo evacuar los abundantes uratos que produce una conversión a gran escala de la fuerza de las cargas en corrientes sin hilos, tuvieron que transferir este período al estado embrionario [1] como lo hicieron algunos vertebrados para la conversión de corrientes sin hilos en corrientes con hilos.

En cuanto a lo que se refiere a los metabolos e hipermetabolos, que solamente eran larvas cuando los otros habían ya llegado a su evolución final, habiendo ya adquirido la polivalencia especial de ciertos tejidos que permiten la evacuación de los uratos cuando se produjo para ellos la necesidad de convertir la fuerza de las cargas en corrientes sin hilos, no tuvieron ninguna necesidad de pasar este período de su vida al estado embrionario.

La falta de continuidad regularmente progresiva que resulta de la brusca transformación de las cargas en corrientes sin hilos, así como el reemplazo momentáneo de ciertos órganos por otros, son probablemente el motivo por el cual, en ciertos casos, al concentrarse después de la evolución para producir la ninfosis, el desarrollo de ciertos órganos no se haya terminado completamente.

IV

CONCLUSIÓN

En el ser existen iones, cargas, corrientes sin hilos y corrientes con hilos; las relaciones que se constatan entre ellos han traído luz sobre una cantidad de hechos que habían quedado sin explicar hasta mis trabajos al respecto.

Además de comprender el papel importante que desempeñan estas

(1) En los seres inferiores las células tienen aptitudes múltiples, al evolucionar en los vertebrados se especializan en una función mientras las otras retroceden hasta perderse; en los artrópodos las células se especializan en una o varias funciones y las otras aptitudes retroceden pero no tan francamente y una o varias de ellas pueden especializarse después dando a los tejidos la polivalencia.

relaciones en el fenómeno de la ninfosis hay, para llegar a penetrarlo bien, que darse cuenta de las regresiones de la evolución que pueden presentarse en el curso de la vida de un ser; lo que reduce estas regresiones a casi nada en el curso de la vida de los vertebrados superiores es la especialización de más en más grande de sus tejidos; pero estas vueltas de evolución no son tan imposible en los vertebrados inferiores.

Pero si en los vertebrados la evolución se ha hecho de más en más veloz en el sentido de la especialización lo mismo pasó en los articulados, entre los cuales la evolución llegó a dar la polivalencia de los tejidos y ésto a tal punto que en ellos se ven células adiposas ponerse a desempeñar el papel de riñón y volverse después a su papel de célula adiposa.

Cuando en el ser hay conversión de una gran cantidad de cargas en corriente sin hilos se constata siempre un gran depósito de uratos, los articulados pueden evacuarlos, más o menos fácilmente según el grado de evolución al cual han llegado; pero los vertebrados, y más que todo los más evolucionados, a causa de la especialización adquirida de los tejidos pueden sólo eliminarlos en cantidad muy reducida, algunas acumulaciones locales pueden producirse, como en la gota, pero una acumulación grande y generalizada sería rápidamente fatal y en consecuencia no puede tener influencia en la herencia. Pero lo que puede muy bien producirse en los vertebrados es una regularización, al estado fetal, de la relación de las corrientes sin hilos con las con hilos, aún después de no haber podido operarse en los parientes, cuando en estos seres el primero de estos dos sistemas ha adquirido un exceso de potencial.

Esta regularización así efectuada da, como es fácil constatarlo, seres naciendo con el encéfalo adulto y en posesión de sus andares definitivos.

Para los de los insectos que no son muy evolucionados en el sentido de la polivalencia de los tejidos puede haber transporte de una parte bastante grande de la evolución al estado embrionario como ocurre para las langostas; este transporte parece haber sido motivado por un desacuerdo o « shock » en + de las cargas con las corrientes sin hilos, « shock » que se había producido porque estos insectos no habían evolucionado bien todavía la polivalencia de sus tejidos.

Pero para los insectos que han seguido su evolución en esta dirección y han adquirido gran polivalencia, antes de adelantar su evolución general, las células adiposas se convierten fácilmente en órganos capaces de eliminar los uratos; la conversión necesaria, produciéndose con facilidad si esta eliminación es posible, no hay más ninguna razón que motive el pasaje de este período al estado embrionario.

Las transformaciones de estos insectos, al principio lentas y metódicas, se han activado después y aún han llegado a concentrarse al momento en el cual la gran conversión de la fuerzas de las cargas en corrientes sin hilos se ha hecho posible, gracias a la conversión de los uratos.

Los primeros insectos han tenido, pues, que transferir una gran parte de su evolución al estado embrionario, cosa que no ha sido más necesaria a los que han podido resumir después, en el curso de su vida, su evolución gracias a la polivalencia adquirida de sus tejidos.

No hay pues ninguna necesidad para explicar estos hechos de recurrir a la suposición que los insectos de evolución completa descienden de los que habían transferido una parte de su evolución al estado fetal.

Para resumir todo en pocas palabras diré que los insectos primitivos habiendo adquirido una gran potencia de cargas no pudieron emplearla durante su vida, siendo incapaces de evacuar la cantidad de uratos que hubiera motivado semejante conversión; pero los productos de estos insectos pudieron hacer esta conversión al principio del estado embrionario, en el cual los tejidos no son todavía especializados en una o varias direcciones y tienen en consecuencia una polivalencia un poco difusa pero general.

Recordaré que ciertos vertebrados reportaron así al estado fetal la conversión de corrientes sin hilos en corrientes con hilos.

Los insectos que necesitaron hacer esta conversión de uratos solo después de haber adquirido la posibilidad de hacerlo por sus células adiposas no tuvieron necesidad de reportar esta parte de su evolución al estado embrionario y ella quedó en el período de vida como la parte subsiguiente de su evolución y es en estado postembrionario que concentraron una parte de esta evolución, en lo que se llama ninfosis.

BIBLIOGRAFIA

ANGLAS (J.), « Quelques caractères essentiels de l'histolyse pendant la métamorphose ». Bul. Soc. entomologique de France, nº 17, 1901.

— « Nouvelles observations sur les métamorphoses internes ». Arch. d'anat. microscop. T. IV, 1902.

BATAILLON (E.), « La théorie des métamorphoses de M. Ch. Perez ». Bul. Soc. entomolog. de France, nº 3, 1900.

— « Le problème des métamorphoses ». C. R. de la Soc. de Biol. Marzo 1900.

BERLESE, « Gli insetti ». Milano 1925.

BOAS (J. E. V.), « Einige Bemerkungen über die Metamorphose der Insecten ». Zool. Jahrbücher Spengel. syst. Bd XII, 1899.

BREYER, « Des espèces monomorphes et de la parthenogenèse des Insectes ». An. Soc. Entom. Belge, T. VI, 1862.

BRUYNE (DE), « Recherches au sujet de l'intervention de la phagocytose dans le développement des invertébrés ». Archives de Biologie, T. XV, 1898.

CARPENTER (G. H.), « La vida de los insectos ». Madrid, s. f.

FOVEAU DE COURMELLES, « A propos des courants sans fils et par fils de M. Magne de la Croix ». Revue de Pathologie comparée, Mayo 1935.

GIRARD (A.), « La métamorphose est-elle une crise de maturité genitale? ». Bul. Soc. Entom. de France, Febrero 1900.

HENNEGUY (L. F.) (notas recogidas por Lecaillon y Poirault), « Les insectes », Paris 1904.

HÜNCKEL D'HERCULAIS (J.), « Mecanisme physiologique de l'eclosion, des mues et de la métamorphose chez les Insectes orthoptères de la famille des Acridides ». C. R. Acad. des Sc., T. CX, Paris 1890.

IMMS, « General Textbook of Entomologie », Londres 1929.

JANET, « L'ontogenèse des insectes », Limoges 1909.

KARAWAIEW (W.), « Ueber .anatomie und Metamorphose des Darmkanals der Larve von *Anobium paniceum* ». Biol. Zentralblatt, Bd IX, 1899.

KELLOGG (V. L.), « Phagocytosis in the post-embryonic development of the Diptero ». Am. Nat., Vol. XXXV, 1901.

KOROTNEFF (A.), « Histolyse und Histogenèse des Muskelgewebes bei der Metamorphose der Insecten ». Biol. Zentralblatt, Bd XII, 1892.

KOWALESKY (A.), « Sur les organes excreteurs chez les arthropodes terrestres ». Congrès international de Zool. Moscou 1892.

KULAGIN (N.)., « Notice sur l'origine et les parentés des arthropodes ». Congrès intern. de Zool. Moscou 1892.

LAHILLE (F.), « Les contractions alternantes du coeur chez les tuniciers », Toulouse 1885.

— « Recherches sur les tuniciers des côtes de France », Toulouse 1890.

LEVAGGI (G.), « L'accident rhumatismal chez le pursang à l'entrainement ». Revue de Pathologie comparée, Abril 1936.

LUBBOCK (J.), « De l'origine et des metamorphoses des insectes ». (Trad. Grolous), 1880.

MAGNE DE LA CROIX (P.), « Repetition des impressions cinesthesiques dans l'évolution des allures ». An. de la Soc. Cient. Argentina, T CXI, 1931.

— « Parallèle entre l'évolution locomotrice des vertebrés et celle des articulés. An. de la Soc. Cient. Arg., T. VCIV, 1932.

— « Indications pathologiques resultant d'investigations sur la locomotion ». Bol. del Inst. de Med. Exp., nº 34, 1933.

— « El shock y su papel en la herencia ». Semana Médica, nº 27, 1934.

— « La locomoción de las lombrices, su relación con la de las larvas de insectos ». An. de la Soc. Cient. Arg., T. CXX, 1935.

— « Cargas, corrientes sin hilos y con hilos en el organismo ». Semana Médica, 28 de Mayo 1935.

— « Ce qu'est le rhumatisme ». Revue de Pathologie comparée, Paris 1935.

MALPIGHI (M.), « Dissertatio epistolica de Bombyce ». Societali regiae Londoni and scientiam naturalem promovendam institutae dicata, London 1669.

MARCHALL (P.), « L'acide urique et la fonction renale chez les invertebrés ». Mem. Soc. Zool. Franc. T. 3, 1890.

MARSHALL (S. A. K.), « Seasonal dimorphism in Butterflies of the genus *Precis* ». An. Mag. Nat. Hist., serie 7, Vol. II, 1898.

METCHNIKOFF (E.), « Embryologishe studien an Insecten ». Zeitschr. f. wiss. Zool. Bd XVI, 1866.

MIALL (L. C.), « Transformations of Insects ». Nature, 1895.

MEINERT, « Contribution a l'étude des Fourmilions », 1889.

MULLER (F.), « Larven von Mücken and Haarflüglern ». Antom. Nachr. 1888.

NELSON, « The Embryology of the Honey Bee ». Princeton 1915.

PACKARD (A. S.), « Text book of Entomology ». London 1898.

PEREZ (CH) , « Contribution à l'étude des métamorphoses ». Bul. Sc. de la France et de la Belgique, T. XXXVII, 1902.

PLOTNIKOV (V. J.), « Some observations on the variability of Locusta migratoria in breedings experiments ». Bul. Ent. Res XIV, 1924.

TERRE (L.), « Metamorphose et phagocytose ». C. R. Soc. Biol., 1900.

— « Sur l'histolyse du corps adipeux chez l'abeille ». C. R. de la Soc. Biol., 1900.

VASSILIEY et TCHIJEVKY, « La theorie de l'électroéchange organique ». Revue de Path. Comp. Julio 1934.

VANEY (C.), « Contribution à l'étude des phenomènes de métamorphose chez les *Diptères* ». C. R. Ac. Sc. T. CXXXI, 1900.

VIALLANES (H.), « Recherches sur l'histologie des insectes ». An. de Sc. Nat., 6ª serie, T. XIV, 1882.

WEBER (H.), « Lehrbuch der entomologie ». Jena 1933.

WEISSMANN (A.), « Zur Embryologie der Insecten ». Arch. f. Anat. u. Physiól. 1864.

LOS SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES Y SUS APLICACIONES AL ESTUDIO DE LOS CUERPOS CONVEXOS

POR

FRANCISCO LA MENZA

*(Continuación *)*

Se tiene entonces que:

III) *La condición necesaria y suficiente para que dos sistemas* $S_h(m, n)$ *y* $S_h'(m, n)$ *no idénticos sean transformables el uno en el otro mediante una única sustitución lineal entera unimodular, entre sus incógnitas principales, es que tengan un resolvente propio igual, o un resolvente impropio igual u opuesto.*

Del mismo modo se prueba que:

IV) *La condición necesaria y suficiente para que dos sistemas sean transformables entre sí mediante una sustitución lineal entera de módulo no nulo* (unimodular o no) *entre sus incógnitas principales es*:

a) Si sus resolventes son impropios, $(h = m)$, *que tengan la misma característica;*

b) Si sus resolventes son propios, que éstos sean iguales.

Pero es fácil ver que dos sistemas que cumplen la precedente condición pueden ser reducidos a sendos sistemas irreducibles respectivamente equivalentes a ellos, tales que en el caso *a*) tengan resolventes iguales u opuestos y en el caso *b*), resolventes iguales. Luego de (III) se deduce que:

V) *Si dos sistemas son transformables entre sí mediante una sustitución lineal entera de módulo no nulo entre sus incógnitas principales, existen sendos sistemas irreducibles equivalentes a los sistemas dados, transformables el uno en el otro por una sustitución lineal entera unimodular entre las mismas incógnitas.*

Dado un sistema $S_h(m, n)$ compatible cuyo grado de indeterminación $n - h$ no sea nulo, todos los sistemas obtenidos de él, eligiendo una matriz principal y prefijando valores a las incógnitas no principales,

(*) Véase pág. 248, Entrega V, Tomo CXXI, Mayo 1936.

los llamaremos sistemas *particulares* deducidos del sistema con respecto a esa matriz principal.

En particular, como en un mismo sistema S_h (m, n), pueden existir varias matrices principales, (4), las cuales dependen de las incógnitas que se elijan como tales, cabe naturalmente, la duda, si dos sistemas particulares S_h' (m, n) y S_h'' (m, n) deducidos de un mismo sistema S_h (m, n) con respecto a distintas matrices principales en él, puedan ser transformados el uno en el otro mediante una sustitución lineal entera unimodular entre sus incógnitas principales. Las relaciones [8.4] y [8.5], permiten contestar inmediatamente a esta cuestión en forma afirmativa.

Por lo tanto, de (III), resulta también que:

VI) *Los resolventes de un sistema no dependen de cuál sea la matriz principal que se considere en el sistema.*

Ejemplo:

Sean

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 > 0 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2 > 0 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z + d_3 > 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 = X_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2 = X_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z + d_3 = X_3 \end{cases}$$

un sistema y su adjunto.

Supongamos que su característica h valga dos, es decir que:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0 \quad ,$$ y que además los tres determinantes de segundo orden

de la matriz

$$\begin{Vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{Vmatrix} \qquad [a]$$

sean distintos de cero.

Se pueden elegir, entonces, en este sistema tres matrices principales distintas que son:

$$\begin{Vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{Vmatrix} \quad ; \quad \begin{Vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{Vmatrix} \quad ; \quad \begin{Vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{Vmatrix} .$$

Los resolventes del sistema con respecto al primer determinante de cada una de estas matrices, pueden escribirse también (4; IV, b) en la forma:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & X_1 \\ a_2 & b_2 & X_2 \\ a_3 & b_3 & X_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} \; ; \; \begin{vmatrix} a_1 & c_1 & X_1 \\ a_2 & c_2 & X_2 \\ a_3 & c_3 & X_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix} \; ; \; \begin{vmatrix} b_1 & c_1 & X_1 \\ b_2 & c_2 & X_2 \\ b_3 & c_3 & X_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

Pero siendo $\Delta_3 = 0$ y distinto de cero los tres determinantes de la matriz [a] existen dos números no nulos λ y μ tales que

$$c_1 = \lambda\, a_1 + \mu\, b_1$$
$$c_2 = \lambda\, a_2 + \mu\, b_2$$
$$c_3 = \lambda\, a_3 + \mu\, b_3\,.$$

Sustituyendo estas expresiones en las dos últimas, resulta el primero de los tres resolventes. Es decir, son iguales entre sí. En efecto, en el segundo, se tiene

$$\begin{vmatrix} a_1 & \lambda\, a_1 + \mu\, b_1 & X_1 \\ a_2 & \lambda\, a_2 + \mu\, b_2 & X_2 \\ a_3 & \lambda\, a_3 + \mu\, b_3 & X_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & \lambda\, a_1 + \mu\, b_1 & d_1 \\ a_2 & \lambda\, a_2 + \mu\, b_2 & d_2 \\ a_3 & \lambda\, a_3 + \mu\, b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

$$\mu \begin{vmatrix} a_1\, b_1\, X_1 \\ a_2\, b_2\, X_2 \\ a_3\, b_3\, X_3 \end{vmatrix} = \mu \begin{vmatrix} a_1\, b_1\, d_1 \\ a_2\, b_2\, d_2 \\ a_3\, b_3\, d_3 \end{vmatrix}$$

Del mismo modo, en el tercero

$$\begin{vmatrix} b_1 & \lambda\, a_1 + \mu\, b_1 & X_1 \\ b_2 & \lambda\, a_2 + \mu\, b_2 & X_2 \\ b_3 & \lambda\, a_3 + \mu\, b_3 & X_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 & \lambda\, a_1 + \mu\, b_1 & d_1 \\ b_2 & \lambda\, a_2 + \mu\, b_2 & d_2 \\ b_3 & \lambda\, a_3 + \mu\, b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

$$\lambda \begin{vmatrix} b_1\, a_1\, X_1 \\ b_2\, a_2\, X_2 \\ b_3\, a_3\, X_3 \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} b_1\, a_1\, d_1 \\ b_2\, a_2\, d_2 \\ b_3\, a_3\, d_3 \end{vmatrix}$$

que coincide también con el primero cambiando en los dos miembros, la primera columna con la segunda.

Por ejemplo, para el sistema numérico

$$\begin{cases} x + z > 0 \\ y + z > 0 \\ -x - y - 2z + 1 > 0 \end{cases}$$

resulta el único resolvente principal

$$X_3 + X_2 + X_1 = 1.$$

Diremos que dos sistemas normales, no idénticos, de inecuaciones lineales son *iguales*, cuando son transformables, el uno en el otro, mediante una sustitución lineal entera de módulo no nulo.

Convendremos en considerar *iguales* dos sistemas idénticos cualesquiera.

Puesto que todas las sustituciones lineales enteras de módulo no nulo forman grupo y las de módulo unitario forman un subgrupo de ellas, la igualdad así definida, que no depende (III) y (IV) de la matriz principal elegida en cada sistema, goza de todas las propiedades características de esta relación, incluso el caso de sistemas idénticos.

Los teoremas (III) y (7, V) dan un criterio práctico para reconocer la igualdad de dos sistemas, puesto que todo $S_h(m,n)$ tiene un número finito de resolventes.

De la definición resulta:

VII) *Dos sistemas equivalentes, son iguales,* pues reduciéndolos previamente y suprimiendo en las inecuaciones de uno de ellos, los factores en que difieren, (3, VIII), de las del otro, se obtiene el mismo sistema.

Por lo tanto en virtud de esto y de (V), para estudiar las relaciones de igualdad entre dos sistemas, podemos siempre, considerar sustituciones lineales enteras unimodulares.

VIII) *Todos los sistemas particulares deducidos de un mismo sistema con respecto a cualquier matriz principal del mismo, son iguales entre sí.*

Es consecuencia inmediata de (III) y de (VI).

IX) *Existen infinitos sistemas iguales a un sistema* $S_h(m,n)$, *dado,* puesto que (6, I) existen infinitas matrices cuyos determinantes de orden h y de orden $h+1$, son iguales a los de una matriz dada.

X) *Si un sistema es compatible, todos los sistemas iguales a él, también son compatibles,* puesto que tienen resolventes iguales al resolvente principal del sistema dado.

Cuando un sistema S_h (m, n) no idéntico es compatible, todos los sistemas iguales a él, cualesquiera que sean sus dimensiones, definen (5), en sus respectivos espacios euclídeos, infinitas regiones poliédricas convexas. Diremos, entonces, que todas esas regiones tienen o pertenecen a la misma *figura poliédrica convexa,* o simplemente *figura convexa* y, con frecuencia, diremos también brevemente, *figura.* En caso contrario, es decir, cuando dos sistemas compatibles no son iguales, diremos que las regiones correspondientes tienen figuras *poliédricas convexas distintas.*

En particular, para cada grupo de valores arbitrarios asignados a las incógnitas no principales de S_h (m, n) si las tiene, y de cualquier otro sistema igual a él, se obtienen infinitas regiones poliédricas convexas *afines* entre sí. Corresponden a sistemas particulares deducidos del sistema dado.

En lo sucesivo, cuando hablemos de la *figura* correspondiente a un sistema normal compatible, $S_h(m,n)$, nos referiremos a cualquiera de las infinitas regiones convexas hiperespaciales, definidas por el sistema y por los sistemas iguales a él.

La figura correspondiente a un S_h (m, n), está pues, caracterizada por uno cualquiera de sus *resolventes principales* los cuales, (III), permanecen *invariantes* en las sustituciones lineales enteras de módulo no nulo y del tipo [8.2] aplicadas a las variables, x, del sistema. La característica h de un sistema y el número $m - h$, son también *invariantes*.

En particular, la figura correspondiente a cualquier sistema idéntico, es todo el *espacio*.

Los resolventes son, en realidad, *covariantes* del sistema. Por esta razón, cuando son principales, definen una propiedad geométrica común a todos los sistemas iguales entre sí que es la *figura* a la cual ellos pertenecen.

En el capítulo tercero veremos cómo es posible obtener otro *invariante*, de naturaleza muy distinta al resolvente de un sistema, el cual nos permitirá definir la *forma* de una figura. De ese modo, los conceptos de *región* de puntos, *figura* y *forma*, tan usados en *Geometría*, adquirirán un sentido preciso; particularmente estos dos últimos.

La característica h del sistema S_h (m, n) y de todo sistema igual a él, es *la dimensión* de la figura que corresponde a los sistemas particulares obtenidos asignando valores arbitrarios a las $n - h$ incógnitas no principales, si las hay. Este número es también la dimensión del espacio mínimo dimensional que puede contenerla. Se llamará *espacio de pertenencia* [1] *de la figura particular*, relativa a la del sistema considerado.

Es inmediato que:

XI) *Toda figura de dimensión h, puede pertenecer a un espacio lineal de dimensión n, mayor que h,* pues basta agregar a cada inecuación de cualquier sistema que la define, $n - h$ nuevas variables de modo que la característica del sistema siga siendo todavía h, lo cual es siempre posible.

De los teoremas (III) y (IV) se pueden deducir condiciones puramente geométricas que caracterizan la *afinidad*, pero como el objeto de este trabajo, es el estudio general de la forma con independencia de toda propiedad métrica, no nos ocuparemos de ello. Creemos útil hacer notar, de paso, que con el mismo procedimiento, se pueden estudiar la *semejanza*, la *homotecia*, y por medio de sustituciones ortogonales, los *movimientos* y *pseudo-movimientos* y caracterizarlos por los elementos de la matriz del sistema.

[1] Véase E. Bertini. Obra citada, pág. 12 al pié, de donde hemos tomado tal designación.

Sería, por ejemplo, interesante en el estudio de las congruencias, la investigación de criterios para que dos figuras sean *congruentes*, o más general, *iguales*. Lo único que se conoce, en estas cuestiones, es el teorema de CAUCHY [1] sobre la igualdad de dos poliedros convexos del espacio ordinario.

9. **Reducción de un sistema compatible.** Hemos estudiado algunas propiedades de los sistemas irreducibles, pero no hemos dado, hasta ahora, ninguna regla para reducir efectivamente un sistema de modo que carezca de inecuaciones sobrantes.

Es claro que la propiedad (3, III), por sí sola no permite, en general, efectuar tal reducción, porque un polinomio lineal de más de una variable independiente, tiene infinitos ceros. Lograremos este objeto, mediante los resolventes principales del sistema cuya expresión general, para el caso propio, ha sido establecida en el número (7), fórmula [7.1].

Notemos también que en el caso de sistemas *idénticos* no hay problema, como tampoco en el caso (4, *a*), de resolventes impropios, porque en el primero, todas las inecuaciones son sobrantes y en el segundo, no sobra ninguna. Solamente se presenta la cuestión en el caso (4, *b*), es decir, de un resolvente propio.

Con tal objeto probaremos antes que:

I) *En un resolvente principal propio, $R_h(\delta)$, de un $S_h(m, n)$ irreducible no todos los coeficientes α_{rj}, α_{sj}, de una misma ecuación pueden tener signo opuesto al signo del determinante principal δ ni ser todos nulos. En particular, en toda ecuación homogénea de $R_h(\delta)$, hay más de un coeficiente α_{sj} de signo opuesto al signo de δ.*

En primer lugar, si todos los coeficientes de una misma ecuación de $R_h(\delta)$, tuviesen signo opuesto al signo de δ, como las variables X_j no son negativas, para ningún cero de la correspondiente X_{h+p}, de una ecuación homogénea o no, de $R_h(\delta)$, se satisfarían en [7.1] todas las demás inecuaciones del sistema y, en consecuencia (3, III), la inecuación $P_{h+p}(x) > 0$, sería sobrante, contra lo supuesto.

Si todos los coeficientes α_{rj} o α_{sj} de una ecuación homogénea o no de $R_h(\delta)$ fuesen nulos ello querría decir (4), que la correspondiente inecuación es combinación lineal, con números no negativos de otras del sistema, o bien una constante no negativa y, por lo tanto, también sobrante.

En segundo lugar, si en una ecuación homogénea de $R_h(\delta)$, hubiese

[1] Véase A. CAUCHY, Tomo I, serie II, pág. 37. *Oeuvres complètes.*

un solo coeficiente α_{sj} de signo opuesto al de δ, ningún cero de su correspondiente variable X_j, satisfaría a todas las demás inecuaciones del sistema, como lo prueba inmediatamente la expresión [7.1]. Por la misma razón, la inecuación $P_j(x) > 0$ sería sobrante.

Obs.: El teorema precedente puede ser útil, a veces, para reducir un sistema, pero no siempre se lograrán eliminar todas las inecuaciones sobrantes porque no es cierto el recíproco, como lo prueba el siguiente:

Ejemplo: Sean

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ -x - y + 1 > 0 \\ 2x - y + 2 > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = X_1 & [1] \\ y = X_2 & [2] \\ -x - y + 1 = X_3 & [3] \\ 2x - y + 2 = X_4 & [4] \end{cases}$$

un sistema y su adjunto.

Un resolvente principal con respecto al determinante (12) puede escribirse (4, IV) en la forma:

$$\begin{cases} \begin{vmatrix} 1 & 0 & X_1 \\ 0 & 1 & X_2 \\ -1 & -1 & X_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \\ \\ \begin{vmatrix} 1 & 0 & X_1 \\ 0 & 1 & X_2 \\ 2 & -1 & X_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}. \end{cases}$$

De donde

$$\begin{cases} X_3 + X_2 + X_1 = 1 \\ X_4 + X_2 - 2X_1 = 2. \end{cases}$$

Los coeficientes de la última ecuación de este resolvente principal no son todos de signo opuesto al signo del coeficiente de X_4 y sin embargo la inecuación correspondiente, es decir la

$$2x - y + 2 > 0$$

es sobrante en el sistema dado.

En efecto, basta probar (3, III) que ninguno de sus ceros satisface a las demás del sistema. Es decir que el sistema

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ -x - y + 1 > 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

es incompatible. En efecto, resulta el sistema equivalente siguiente:

$$\left\{\begin{array}{rl} x & > 0 \\ 2x + 2 & > 0 \\ -3x - 1 & > 0 \\ y & = 2x + 2 \end{array}\right. \qquad [\alpha]$$

que es evidentemente incompatible, puesto que en la primera inecuación es $x > 0$, mientras que en la tercera debe ser $x < -\frac{1}{3}$. A la misma conclusión se llega aplicando el criterio general de compatibilidad (4, VIII), al sistema de las tres primeras inecuaciones del [α].

Se puede, sin embargo, dar una regla general válida para todos los casos mediante la cual lograremos la reducción total de un $S_h(m, n)$ compatible. En primer lugar observaremos que de la definición (4, *b*) de resolvente principal de un sistema $S_h(m, n)$ se deduce inmediatamente que:

II) *Si un sistema no es totalmente singular, todas las variables auxiliares paramétricas de sus resolventes principales*, o lo que es lo mismo, *todas las filas de sus determinantes principales, corresponden a polinomios principales del sistema y* recíprocamente, *todo polinomio de un sistema no totalmente singular, corresponde a alguna variable auxiliar paramétrica de algún resolvente principal del mismo.*

Esta conclusión no subsiste para un sistema totalmente singular. Basta recordar (4, *b*) que en este caso, para formar un determinante principal δ, de $R_h(\delta)$, se eligen $h - 1$ polinomios principales solamente y otro cualquiera del sistema con la única condición que no resulte nulo el determinante δ formado con las h filas correspondientes.

Así, pues, solo podemos afirmar que en cada h variables auxiliares paramétricas de las ecuaciones de un $R_h(\delta)$ principal relativo a un $S_h(m, n)$ totalmente singular, hay, por lo menos, $h - 1$, que corresponden a polinomios principales del sistema.

En este caso el siguiente teorema permite también reconocer cuáles son las que corresponden a polinomios principales:

III) *Si en la matriz de coeficientes de un resolvente principal* $R_h(\delta)$ *de un sistema totalmente singular existe una sola columna cuyos elementos* (no todos nulos) *tienen signo opuesto al signo de* δ, *la relativa variable auxiliar paramétrica corresponde a una inecuación sobrante en el sistema* y recíprocamente, *toda inecuación sobrante que* *no sea combinación lineal de otras, en un sistema tal, corresponde a una variable auxiliar paramétrica de un* $R_h(\delta)$ *cuya matriz tiene la mencionada propiedad en la columna de coeficientes relativos a dicha variable paramétrica y solamente a ella.*

En efecto, en cuanto al teorema directo es inmediato, pues si en el $R_h(\delta)$ existe una sola columna X_j con coeficientes de signo opuesto al de δ, como todas sus ecuaciones son homogéneas, puesto que el sistema es totalmente singular, en virtud de (I) ningún cero de X_j satisface a todas las demás inecuaciones, luego $P_j(x) > 0$ es sobrante.

En cuanto al recíproco, si X_j corresponde a una inecuación sobrante no combinación lineal de otras del sistema, elegidas $h - 1$ principales, formemos el correspondiente $R_h(\delta)$ de modo que X_j sea también variable auxiliar paramétrica en éste, lo cual es posible (4, V) porque resultará $\delta \neq 0$. Ahora bien siendo X_j sobrante, ningún cero de ella puede satisfacer a todas las demás del sistema, luego en el $R_h(\delta)$ considerado no puede haber ninguna otra columna con coeficientes de signo opuesto al de δ, y como $R_h(\delta)$ es principal, la única que goza de esta propiedad es la columna j, (4, V).

El teorema (4, VIII), y estos últimos limitan el problema de la compatibilidad y el de la reducibilidad de un sistema, a la obtención de sus resolventes. Para ello, dado un sistema, eligiremos una matriz principal cualquiera. Habrá en el sistema $S_h(m, n)$ dado, $\binom{m}{h}$ resolventes a lo sumo. Si entre éstos hay alguno principal, el sistema es compatible de lo contrario, no es compatible.

Si el sistema es compatible, formemos todos sus resolventes principales. Los dos teoremas precedentes permiten obtener la reducción final del sitema a sus inecuaciones principales y solamente a éstas. Resulta, en definitiva, la regla siguiente:

IV) *Para reducir un sistema* $S_h(m, n)$ *compatible a sus inecuaciones principales y solamente a éstas se procede del siguiente modo:*

a) Si $S_h(m, n)$ *no es totalmente singular, se forman todos sus determinantes principales,* (son en número finito), *las filas que, eventualmente, no pertenecen a ninguno de éstos, corresponden a inecuaciones sobrantes, y de este modo,* (II), *se obtienen todas.*

b) Si $S_h(m, n)$ *es totalmente singular, se forman todos sus resolventes principales,* (son en número finito). *La aplicación del teorema* (III), *permite determinar todas las inecuaciones sobrantes.*

Ejemplo 1:

Es fácil ver que en el sistema siguiente no totalmente singular,

$$\begin{cases} x > 0 & [1] \\ y > 0 & [2] \\ z > 0 & [3] \\ -x - y - z + 1 > 0 & [4] \\ x + y - z + 2 > 0 & [5] \end{cases}$$

la inecuación

$$x + y - z + 2 > 0$$

es la única sobrante, pues el sistema admite solamente los siguientes determinantes principales: (123) ; (124) ; (134) ; (234) , escritos según la notación del número 1.

Ejemplo 2:

En el sistema totalmente singular

$$\begin{cases} x > 0 \\ -x - y + 1 > 0 \\ x - y + 1 > 0 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x = X_1 & [1] \\ -x - y + 1 = X_2 & [2] \\ x - y + 1 = X_3 & [3] \end{cases}$$

sus resolventes principales, se reducen al siguiente

$$-X_3 + X_2 + 2X_1 = 0,$$

en el cual, de acuerdo con (I) y con (III), el polinomio correspondiente a X_3, es decir, la última inecuación, es sobrante en el sistema, pues para $X_3 = 0$; no se verifica la precedente relación, con $X_1 > 0$, $X_2 > 0$.

Nótese que mediante los resolventes quedan automáticamente eliminadas todas las inecuaciones del sistema que, eventualmente, sean combinaciones lineales con números no negativos de otras inecuaciones del mismo.

Más adelante veremos que el estudio de los sistemas totalmente singulares, que aparentemente, presentan anomalías, se reduce al de sistemas regulares. Entonces daremos un criterio más uniforme para la reducción de sistemas.

En virtud de esto, y aún cuando no lo digamos explícitamente, en todo lo que sigue nos referiremos siempre a sistemas *irreducibles*. Es decir, a sistemas que carecen de inecuaciones sobrantes (3).

Es también útil para ciertas cuestiones la operación inversa a la *reducción* de un $S_h(m, n)$. Es decir, la que consiste en *agregar* a un sistema dado, una nueva inecuación de modo que el sistema $S_h(m+1, n)$ así formado, sea equivalente al dado. O sea que dicha inecuación resulte sobrante en el $S_h\,(m+1, n)$. Y es claro que esta operación puede hacerse con todo sistema, pero demostraremos que:

V) *A todo sistema compatible* $S_h\,(m, n)$ *se puede agregar una inecuación, no combinación lineal de otras del sistema, de modo que resulte sobrante en el* $S_h\,(m+1, n)$ *así obtenido, y tal, que cada uno de sus coeficientes dependa linealmente de* h *variables positivas arbitrarias.*

Sean, en efecto,

$$\mu_{r1}\ ,\ \mu_{r2},\ \ldots,\ \mu_{rh},\ \ldots,\ \mu_{rn},\ \mu_r$$

los coeficientes y término independiente de la nueva inecuación. Por lo pronto, tratemos que el nuevo sistema $S_h\,(m+1, n)$ tenga característica h, igual a la del $S_h\,(m, n)$. Esto se logrará tomando los coeficientes

$$\mu_{r,h+1}\ ,\ \mu_{r,h+2}\ ,\ \ldots,\ \mu_{rn}\ ,$$

de modo que cada uno sea una conveniente combinación lineal de los h restantes

$$\mu_{r1}\ ,\ \mu_{r2},\ \ldots\ \mu_{rh}\ .$$

Para que la nueva inecuación resulte sobrante, bastará, (I), que los coeficientes α_{rj} de la ecuación relativa a la fila r, en un resolvente principal de $S_h\,(m+1, n)$ con respecto a un determinante común, δ, de ambos sistemas, tengan signos opuestos al signo de δ. Así, pues, para determinar los h coeficientes

$$\mu_{r1}\ ,\ \mu_{r2}\ ,\ \ldots,\ \mu_{rj}\ ,\ \ldots,\ \mu_{rh}$$

se obtienen las h inecuaciones siguientes

$$Sg.\ \alpha_{rj} = -\ Sg.\ \delta. \qquad (j = 1, 2\ 3, \ldots, h).$$

Desarrollando los determinantes α_{rj} resultan h inecuaciones lineales en las incógnitas μ_{rj} cuyos coeficientes son todos los menores de orden $h-1$ del determinante δ. El determinante del sistema precedente está formado, pues, por todos los de orden $h-1$ de δ, Es, en consecuencia, el determinante adjunto de δ y, por lo tanto no es cero. Entonces el sistema tiene h inecuaciones y característica h, luego (4, *a*), todas sus incógnitas μ_{rj}, son funciones lineales de h indeterminadas positivas arbitrarias.

Por otra parte el determinante orlado Δ_r de δ con la fila agregada, debe tener, en virtud de la compatibilidad (4, V), signo igual al signo de δ. Fijado, con esta condición, cualquier valor a Δ_r, se logra también expresar linealmente en función de este valor y de las h indeterminadas positivas arbitrarias, el término independiente μ_r.

El teorema queda así demostrado por cuanto cada uno de los coeficientes de la inecuación sobrante resulta una función lineal de h variables positivas arbitrarias.

Obs.: Nótese que esta operación de agregar inecuaciones de modo que resulten sobrantes, no altera la igualdad de dos o más sistemas porque tampoco modifica sus resolventes principales.

Antes de terminar este capítulo demostremos la propiedad fundamental en base a la cual pueden ser investigados muchos caracteres métricos de las figuras de sistemas iguales entre sí.

Para ello bastará establecer las condiciones en virtud de las cuales la sustitución [8.2] que transforma un sistema en otro resulta, además, *ortogonal*. Probaremos que:

VI) *La condición necesaria y suficiente para que dos sistemas iguales,* $S_h(m,n)$ y $S_h'(m,n)$ (no idénticos), *sean transformables entre sí mediante una sustitución ortogonal entre sus incógnitas principales, es que existan sendas matrices principales en ambos sistemas, tales que la suma de los cuadrados de los coeficientes de estas incógnitas en cada una de las inecuaciones de un sistema, sean iguales a la suma de los cuadrados de los coeficientes homólogos en las correspondientes inecuaciones del otro sistema.*

La condición es necesaria. En efecto, puesto que $S_h(m,n)$ y $S_h'(m,n)$ son iguales, (8), existe una sustitución [8.2] que transforma un sistema en el otro.

Se tendrá [8.4]:

$$a_{i1}\,\beta_{1p} + \ldots + a_{ij}\,\beta_{jp} + \ldots + a_{ik}\,\beta_{kp} + \ldots + a_{ih}\,\beta_{hp} = a'_{ip}$$
$$(p = 1, 2, 3, \ldots, h).$$

Elevando al cuadrado y sumando respecto de p

$$\sum_{p=1}^{p=h} (\Sigma_{j,k}\, a_{ij}\, a_{ik}\, \beta_{jp}\, \beta_{kp}) = \sum_{p=1}^{p=h} a'^2_{ip} \qquad [9.1]$$
$$(j\,,\, k = 1, 2, 3, \ldots, h).$$

Escribiendo separadamente las sumas de cuadrados $(j = k)$ y las de los dobles productos $(j \neq k)$, se tiene

$$\sum_{p=1}^{p=h} (\Sigma\, a^2_{ij}\, \beta^2_{jp}) + \sum_{p=1}^{p=h} (\Sigma_{j,k}\, a_{ij}\, a_{ik}\, \beta_{jp}\, \beta_{kp}) = \sum_{p=1}^{p=h} a'^2_{ip}\,.$$

Desarrollando estas sumas y siendo para cada j y k fijos, por hipótesis

$$\sum_{p=1}^{p=h} \beta_{jp}^2 = 1 \quad ; \quad \sum_{p=1}^{p=h} \beta_{jp}\,\beta_{kp} = 0\,, \qquad (j \neq k)$$

resulta

$$\sum_{j=1}^{j=h} a_{ij}^2 = \sum_{p=1}^{p=h} a_{ip}'^2\,. \qquad (i = 1, 2, 3, \ldots, m)$$

La condición es suficiente. Para demostrar esto, agreguemos, si es necesario, a ambos sistemas $S_h\,(m, n)$ y $S'_h\,(m, n)$ iguales, un conveniente número de inecuaciones sobrantes, elegidas de manera que la suma de los cuadrados de los coeficientes de las incógnitas principales en una, sean iguales a las sumas análogas de la correspondiente inecuación en el otro sistema y que, además, para los sistemas así formados, la matriz del sistema cuadrático

$$\sum_{p=1}^{p=h} (\Sigma_{j,k}\, a_{ij}\, a_{ik}\, \beta_{jp}\, \beta_{kp}) = \sum_{p=1}^{p=h} a_{ip}'^2 \qquad [9.2]$$

$$(j\,, k = 1, 2, 3, \ldots, h)$$
$$(i = 1, 2, 3, \ldots, m, \ldots, m')$$
$$m' \geqq m$$

y la de su análogo que se obtiene cambiando en éste las a por las a' y viceversa, resulten tener característica igual a $\frac{h\,(h+1)}{2}$, igual al número de términos de la [9.2]. Los coeficientes de las nuevas inecuaciones los indicamos también con a_{ij} y a'_{ij} respectivamente y con c_i y c'_i los correspondientes términos independientes. Dichas condiciones son siempre posibles de ser cumplidas, en virtud de (V) porque cada coeficiente de las inecuaciones sobrantes agregadas es función lineal de h variables positivas arbitrarias.

Desarrollando todas las sumatorias de [9.2] y considerando como incógnitas cada suma de cuadrados para un mismo valor de $j = k$ fijo y para $p = 1, 2, 3, \ldots, h$; y también como incógnitas cada suma de productos binarios para cada $j \neq k$, fijos y $p = 1, 2, 3, \ldots, h$; resulta en [9.2], un sistema lineal compatible no homogéneo puesto que no siendo idéntica ninguna inecuación de dichos sistemas las $\sum_{p=1}^{p=h} a_{ip}'^2$ no son nulas. Además es un sistema con solución única porque es única (8, III), la sustitución unimodular [8.2]. Resolviendo este sistema por la conocida regla de CRAMER queda inmediatamente probada la proposición. Basta observar que el determinante de cada incógnita resulta igual al del sistema, cuando en lugar de los coeficientes de una suma de cuadrados en éste, se ponen los términos independientes, para los cuales, se tiene, por hipótesis

$$\sum_{p=1}^{p=h} a'^2_{ip} = \sum_{j=1}^{j=h} a^2_{ij}, \qquad (i = 1, 2, 3, \ldots, m, \ldots, m')$$

y es igual a cero cuando dichos términos sustituyen a los coeficientes de una suma de productos binarios.

Será útil también, para tal objeto, hacer notar una interesante propiedad métrica del resolvente de un sistema. Si en un resolvente [7.1], de un $S_h\,(m, n)$ se pone

$$X_h = X_{h-1} = \ldots = X_1 = 0\,,$$

es decir, se considera un sistema subordinado de orden h, indicando con $X^0{}_{h+r}$ el valor que toman las otras variables auxiliares no paramétricas, resulta

$$X^0{}_{h+r} = \frac{\Delta_r}{\delta} \qquad (r = 1,2,3, \ldots, m - h).$$

Dividiendo este número por la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los coeficientes de las incógnitas principales de la inecuación correspondiente a la variable auxiliar X_{h+r}, en el sistema, pues dicha suma no es nunca nula para un $S_h\,(m, n)$ irreducible, se obtiene la *distancia* d_{h+r}, del o de los puntos de dicho sistema subordinado de orden h al correspondiente hiperplano dado por la ecuación

$$P_{h+r}(x) = 0\,.$$

Luego:

$$d_{h+r} = \frac{\Delta_r}{\delta\sqrt{a^2{}_{h+r,1} + a^2{}_{h+r,2} + \ldots + a^2{}_{h+r,h}}} \qquad [9.3]$$

$$(r = 1, 2, 3, \ldots, m - h).$$

CAPITULO II

§ 3. - CARACTERES GENERALES DE LOS SISTEMAS NORMALES

10. **Sistemas subordinados compatibles de un $S_h(m, n)$.** Vamos a estudiar, ahora, los sistemas subordinados compatibles de diversos órdenes que *pertenecen* a un mismo sistema, es decir, que se deducen de él, anulando polinomios y conservando las demás inecuaciones, si las hay. Recordemos que según las notaciones usadas en el capítulo I, son correspondientes los elementos siguientes:

$P_i(x)$, polinomio de $S_h(m, n)$;
i, fila de la matriz ampliada $M_h(m, n)$, del sistema;
X_i, variable auxiliar del sistema adjunto de $S_h(m, n)$, relativa al polinomio $P_i(x)$, y a la fila i de $M_h(m, n)$.

Dado un sistema compatible, todo sistema subordinado suyo de orden s, queda unívocadamente determinado cuando se dan, además, los s polinomios nulos, o correspondientemente, las s variables auxiliares nulas, en su sistema adjunto. Diremos, indistintamente, que se ha considerado el sistema subordinado de orden s del sistema, *relativo* a dichos polinomios, o a sus correspondientes variables auxiliares.

Como, (3, VI), los sistemas idénticos carecen de sistemas subordinados, cuando hablemos del sistema subordinado de un $S_h(m, n)$, sobreentenderemos que el $S_h(m, n)$ no es idéntico.

Es claro que el sistema resolvente de un sistema subordinado de $S_h(m, n)$ se deduce de un resolvente cualquiera de éste, anulando las correspondientes variables auxiliares, como resulta, inmediatamente, de las relaciones entre el sistema y su adjunto [4.2]. Pero interesan solamente los sistemas subordinados compatibles de un sistema $S_h(m, n)$ dado. Ellos se pueden obtener de los resolventes principales de $S_h(m, n)$ investigando en éstos, cuáles son los grupos de variables auxiliares que pueden ser anuladas de manera que los nuevos resolventes, así obtenidos, resulten tambien principales. A cada grupo de tales variables auxiliares nulas corresponde un único sistema subordinado compatible del $S_h(m, n)$, dado.

Todos los sistemas subordinados compatibles, cuyos resolventes principales se deducen de un mismo resolvente principal del sistema dado, quedan así perfectamente determinados. Diremos que *pertenecen* a dicho resolvente.

Ahora bien, la investigación de tales sistemas subordinados de todos los órdenes posibles se hace cómodamente formando todos los resolventes principales del sistema, los cuales son en número finito (4), y viendo cuáles son, en cada uno de ellos, los grupos de sus variables auxiliares paramétricas que pueden ser anuladas, de modo que haya ceros comunes de éstas que satisfagan a las demás, o por lo menos, que no las hagan negativas.

La importancia de esta cuestión resulta evidente, si se tiene en cuenta (5), que los sistemas subordinados compatibles de un $S_h(m,n)$, permiten determinar el *contorno* de la región que corresponde al sistema y, por lo tanto, son elementos indispensables para el estudio de la *figura* y de la *forma.*

Podemos pues, concluir, en base a los teoremas del número (4), relativos a la compatibilidad, que:

I) *La condición necesria y suficiente para que un sistema subordinado de orden s relativo a s polinomios dados de un* $S_h(m, n)$ *irreducible, sea compatible es:*

a) *Si* $s < h$, *que exista, por lo menos, un resolvente principal del sistema entre cuyas variables auxiliares paramétricas figuren las correspondientes a las de los s polinomios dados;*

b) *si* $s \geqq h$, *que entre todos los resolventes del sistema cuyas variables auxiliares paramétricas correspondan a h polinomios de los s dados, haya, por lo menos, un resolvente principal;*

c) *que, en ambos casos, almenos un cero común a dichos s variables auxiliares paramétricas, no haga negativas a las demás variables auxiliares que figuran en el correspondiente resolvente principal del sistema.*

En el primer caso *a*), el o los resolventes principales del sistema subordinado dado que así se obtienen, resultan tener $h - s > 0$ variables auxiliares paramétricas.

En el segundo caso *b*), el o los resolventes principales se reducen, a lo sumo, a $m - h$ ecuaciones sin variables auxiliares paramétricas. Es claro que, cuando en este caso, sea, además, $h = m$, que es el de un resolvente impropio, no resulta ninguna ecuación. Pero el teorema es inmediato (4, *a*), porque, entonces, es también $s = h$.

Se deduce que:

II) *Todos los sistemas subordinados compatibles pertenecientes a un mismo resolvente* $R_h(\delta)$ *del sistema tienen un determinante principal común, que es el de* $R_h(\delta)$.

Para un resolvente principal regular de un $S_h(m,n)$, resultan las propiedades siguientes que permiten, reconocer en este caso, todos los sistemas subordinados compatibles que pertenecen a él:

III) *Si* δ *es el determinante principal de un resolvente regular de un* S_h (m, n) *irreducible, todos los sistemas subordinados que resultan de anular* $h - 1$ *polinomios cualesquiera correspondientes a las filas de* δ, *son compatibles.*

Puesto que el resolvente es regular y S_h (m, n) es irreducible, carece de ecuaciones homogéneas. Dichos polinomios corresponden, (4), a las variables auxiliares principales del resolvente dado. Anulándolas, se obtienen siempre resolventes también principales, como prueba el sistema [4.3]. Por lo tanto, los correspondientes sistemas subordinados (4, V), son también compatibles.

Recíproco:

IV) *Si todos los sistemas subordinados que se obtienen anulando* $h - 1$ *polinomios cualesquiera entre* h *dados de un* S_h (m, n) *irreducible, son compatibles, el resolvente, cuyo determinante* δ *está formado por las filas correspondientes a dichos* h *polinomios, es un resolvente principal regular del sistema.*

Sea R_h (δ), el resolvente en cuestión. El es principal (4, *b*). Veamos que R_h (δ) es regular. En efecto, si no fuese regular, habría en él, por lo menos [4.3], una ecuación homogénea; como [9, I], en esta ecuación algún determinante α_{sj}, tiene necesariamente signo igual a δ, puesto que S_h (m, n) es irreducible, el sistema subordinado de orden $s = h - 1$ en el cual es

$$X_1 = X_2 = \ldots = X_p = 0 \quad ; \quad X_j \neq 0 \qquad j \leqq h ,$$

resulta, (4, *b*), incompatible, contra lo supuesto. Es claro que para un resolvente impropio, la propiedad es inmediata (4, *a*).

Estos dos teoremas, directo y recíproco, permiten obtener fácilmente todos los sistemas subordinados compatibles de orden $h - 1$ de un S_h (m, n) que pertenecen a un mismo resolvente principal regular del sistema. En cuanto a la determinación de los que pertenecen a un resolvente singular, si lo tiene, la reduciremos más tarde al caso regular.

Resulta también inmediatamente de (4, V) que:

V) *Si* δ *es el determinante principal de un resolvente regular de un* S_h (m, n) *irreducible, todos los sistemas subordinados que resultan de anular* $1, 2, \ldots, s, \ldots, h$, *polinomios correspondientes a las filas de* δ, *son compatibles.*

11. **Sistema fundamental de un sistema subordinado.** Sea S' un sistema subordinado compatible de un S_h (m, n) relativo a $s \leqq m$ polinomios dados del sistema. Podemos suponer que éstos

son los s primeros. El sistema adjunto de S', será, entonces, de la forma:

$$\left\{\begin{array}{llllll} a_{11}\,x_1 & +\,a_{12}\,x_2 & +\,\ldots +\,a_{1n}\,x_n & +\,c_1 & = 0 \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ a_{s1}\,x_1 & +\,a_{s2}\,x_2 & +\,\ldots +\,a_{sn}\,x_n & +\,c_n & = 0 \\ a_{s+1,1}\,x_1 & +\,a_{s+1,2}\,x_2 & +\,\ldots +\,a_{s+1,n}\,x_n & +\,c_{n+1} & = X_{s+1} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ a_{i1}\,x_1 & +\,a_{i2}\,x_2 & +\,\ldots +\,a_{in}\,x & +\,c_i & = X_i \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1}\,x_1 & +\,a_{m2}\,x_2 & +\,\ldots +\,a_{mn}\,x_n & +\,c_m & = X_m\,; \end{array}\right. \qquad [11.1]$$

el cual resulta de anular en el sistema adjunto del sistema dado las s primeras variables auxiliares.

Estudiemos el sistema precedente, según que sea $s < h$, o bien $s \geqq h$, siendo, como de costumbre, h la característica del sistema dado.

a) $s < h$. En esta hipótesis, en virtud de (10, I), existe un resolvente principal $R_h\ (\delta)$ del sistema, entre cuyas variables auxiliares paramétricas figuran las s dadas. Podemos suponer también, sin restricción, que el determinante principal δ del $R_h\ (\delta)$, resolvente que puede ser propio o impropio, esté formado también por las h primeras filas y las h primeras columnas de la matriz del sistema dado. Siendo s, la característica subordinada de S', en las hipótesis hechas, es distinto de cero el determinante

$$\delta_s = \begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1s} \\ a_{21} & \ldots & a_{2s} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{s1} & \ldots & a_{ss} \end{vmatrix} \neq 0\,.$$

Por lo tanto, en el sistema parcial del [11.1] formado por las s ecuaciones, se podrán expresar las s primeras incógnitas $x_1, x_2, \ldots, x_p, \ldots, x_s$, en función de las $n - s$ restantes. Se tendrán determinantes de la forma

$$\delta_s . x_1 = \begin{vmatrix} Q_1 & a_{12} & \ldots & a_{1s} \\ Q_2 & a_{22} & \ldots & a_{2s} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ Q_p & a_{p2} & \ldots & a_{ps} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ Q_s & a_{s2} & \ldots & a_{ss} \end{vmatrix} = H_1\,,$$

iendo

$$Q_p = -\,a_{p,s+1}\,x_{s+1} - a_{p,s+2}\,x_{s+2} -, \ldots, -\,a_{p,n}\,x_n - c_p$$
$$(p = 1, 2, 3, \ldots, s)\,.$$

Análogamente

$$\delta_s \, x_p = H_p$$

en donde H_p es un determinante igual al precedente formado sustituyendo en el δ_s la columna p, por la de los polinomios Q_p, según la conocida regla de Cramer.

El sistema S', es equivalente al sistema:

$$\left\{\begin{array}{l}
x_1 = \dfrac{H_1}{\delta_s} \\
\cdots\cdots \\
\cdots\cdots \\
x_s = \dfrac{H_s}{\delta_s} \\
a_{s+1,1}\dfrac{H_1}{\delta_s} + \ldots + a_{s+1,s}\dfrac{H_s}{\delta_s} + a_{s+1,s+1}\, x_{s+1} + \ldots + a_{s+1,n}\, x_n + c_{s+1} = X_{s+1} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
a_{i1}\dfrac{H_1}{\delta_s} + \ldots + a_{is}\dfrac{H_s}{\delta_s} + a_{is+1}\, x_{s+1} + \ldots + a_{in}\, x_n + c_i = X_i \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
a_{m1}\dfrac{H_1}{\delta_s} + \ldots + a_{m,s}\dfrac{H_s}{\delta_s} + a_{m,s+1}\, x_{s+1} + \ldots + a_{m,n}\, x_n + c_m = X_m \,.
\end{array}\right.$$

Con fáciles cálculos resulta:

$$\left\{\begin{array}{l}
x_1 = \dfrac{H_1}{\delta_s} \\
\cdots\cdots\cdots \\
x_s = \dfrac{H_s}{\delta_s} \\
\dfrac{1}{\delta_s}\left\{ \begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1s} & a_{1,s+1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{s1} & \ldots & a_{ss} & a_{s,s+1} \\ a_{i1} & \ldots & a_{is} & a_{i,s+1} \end{vmatrix} x_{s+1} + \ldots + \begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1s} & c_1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{s1} & \ldots & a_{ss} & c_s \\ a_{i1} & \ldots & a_{is} & c_i \end{vmatrix} \right\} = X_i
\end{array}\right. \qquad [11.2]$$

$$(i = s + 1, s + 2, \ldots, m).$$

Interesa especialmente el sistema residual S'', constituído por las $m - s > 0$ inecuaciones y por las $n - s > 0$ incógnitas de [11.2]. Lo llamaremos *sistema fundamental* del sistema subordinado S'.

Es fácil probar que la característica de este sistema fundamental S'', es igual a $h - s$; para ello basta observar que, si en el resolvente principal R_h (δ), se anulan las s variables auxiliares paramétricas relativas a los polinomios nulos del sistema S', resulta, en virtud de (10, I) y de (4, V), un resolvente también principal del sistema S'' con $h - s$ variables auxiliares paramétricas, y este número es precisamente, (4), igual a la característica del sistema S''.

Esta conclusión resulta también directamente. Pero el camino es mucho más largo y laborioso. Sería preciso para ello, formar la matriz del sistema fundamental y recordar las relaciones existentes entre los determinantes cuyos elementos son, a su vez, determinantes formados con las filas y columnas de otro determinante.

b) $s \geqq h$. En este caso, también en virtud de (10, I), existe un resolvente principal R_h (δ), del sistema cuyas h variables paramétricas corresponden a h polinomios de los s dados. Por otra parte el sistema [11.2] prueba que, si es, además, $h < m$, los primeros miembros de as $m - s > 0$ últimas relaciones, se reducen a constantes no negativas. Luego el sistema fundamental S'', del sistema subordinado S', es un sistema idéntico, tiene, por lo tanto, característica nula. Si es $h = m$, dicho sistema no existe, porque en tal caso, R_h (δ) es impropio. Cuando esto ocurra, convendremos en decir que también se obtiene un sistema fundamental S'' que se verifica idénticamente. Esta convención está justificada, si se tiene en cuenta que a todo sistema se le puede agregar cualquier número de inecuaciones idénticas. En resumen:

I) *Todo sistema fundamental de un sistema subordinado compatible de orden s de un S_h (m, n), es también compatible y tiene característica igual a $h - s$ para todo $s < h$ y nula para todo $s \geqq h$.*

Se puede probar también inmediatamente que:

II) *Existen infinitos sistemas iguales a todo sistema subordinado compatible de un S_h (m, n).*

En efecto, si S' es este sistema subordinado compatible de orden s y de característica subordinada k, relativo a s polinomios dados de $S_h(m,n)$ y si es $k < n$, existen a lo sumo $\binom{n}{k}$ sistemas fundamentales del sistema S', los que resultan de elegir en el sistema de las s ecuaciones de S', las k incógnitas principales. Ahora bien, todos estos sistemas S'', como asimismo el sistema S', tienen iguales resolventes porque éstos no dependen de las variables auxiliares paramétricas nulas ni de cuál sea la matriz principal elegida, (8, VI), luego (8), son iguales entre sí; y, como existen (8, IX), infinitos sistemas iguales a uno dado, queda probada la proposición.

Notemos que todos estos sistemas iguales a cualquier sistema fundamental de S' y, por lo tanto, también iguales a éste, tienen la misma característica, que vale $h' = h - s$, para $s < h$ y *cero* para $s \geqq h$. Este número, es pues, (8), un *invariante* de S'. Lo llamaremos *característica complementaria* del sistema S', que no debe confundirse con la caracteristica h del sistema S', [11.1], compuesto de s ecuaciones y $m - s$ inecuaciones. La designación de característica complementaria está justificada por el hecho de ser

$$h' + k = h ,$$

porque siendo k la característica subordinada del sistema S', es siempre, (1, V),

$$k \leqq h .$$

En este caso, $k = s$ para $s < h$ y $k = h$ para $s \geqq h$.

Obs.: El significado geométrico del número $h' = h - k$ es bien claro. En el sistema S', quedan solamente $n - k$ variables independientes cuyo número es, (1), la dimensión de S'. En cambio el número $h - k$, el cual no supera al $n - k$ puesto que es $h \leqq n$, es la dimensión (8), del espacio de menor dimensión que contiene a toda figura particular relativa a la figura del sistema S', es decir, el espacio de pertenencia de dichas figuras.

Así pues, como k puede tomar todos los valores naturales desde h hasta *0*, resulta que los espacios de pertenencia de las figuras de los sistemas subordinados compatibles de un mismo sistema S_h (m, n), tienen todas las dimensiones siguientes:

$$h - k = 0, 1, 2, \ldots, h .$$

Entre éstos presentan particular importancia los de dimensión igual a 1, que corresponden a sistemas subordinados compatibles de orden $s = h - 1$ y que estudiaremos en los números siguientes.

Los coeficientes de los polinomios P'' en los sistemas fundamentales S'', polinomios que, eventualmente, pueden resultar constantes no negativas son, como lo prueba el cálculo indicado precedentemente, determinantes de orden $s + 1$, para todo $s < h$, y para $s \geqq h$, son siempre de orden $h + 1$, divididos, en ambos casos, por el determinante δ_s, no nulo, de orden s del sistema de las s ecuaciones lineales mencionadas. Así, en el polinomio P_i'', el coeficiente de la incógnita x_j se obtiene orlando con la columna j y la fila i el determinante δ_s y dividiendo el determinante que así resulta, por el mismo δ_s.

Estos coeficientes a_{ij}'' de los polinomios P_i'' de uno cualquiera de esos sistemas fundamentales, sus variables auxiliares X_i y las filas i, de la correspondiente matriz, las designaremos con los mismos índices i, de las filas orlantes de δ_s, distintas, naturalmente, de las que corresponden a los s polinomios dados.

Tal notación permitirá, como luego veremos, relacionar fácilmente ciertas propiedades de las filas de la matriz ampliada $M_h(m, n)$, del sistema dado, con las de la matriz ampliada de S'', cuya matriz de coeficientes a_{ij}'' designaremos con $M_{h-k}(m-s, n-s)$, o simplemente con M_{h-k} y que llamaremos *matriz fundamental de* $M_h(m, n)$ relativa a s filas y a s columnas dadas.

Su característica h' la cual vale $h-s$ para todo $s<h$ y *cero*, para todo $s \geqq h$, es (I), la característica complementaria del sistema subordinado S'. La matriz de característica igual a k, correspondiente al sistema de las s ecuaciones del sistema subordinado S', la designaremos con la notación M_k (m, n), o simplemente M_k y la llamaremos *matriz parcial* de orden k de la matriz M_k (m, n) del sistema S', considerado.

Una matriz fundamental M_{h-k}, relativa a s filas dadas de la matriz M_h (m, n), se forma, pues, considerando cualquier determinante δ, no nulo, de orden k, de la matriz parcial (no ampliada) de $M_h(m, n)$ constituída por las k filas elegidas entre las s dadas, de modo que el elemento de fila i y columna j de M_{h-k}, sea el determinante orlado de δ con la fila i de M_h (m, n) y la columna j de la matriz parcial ampliada M_k considerada dividido por el mismo determinante δ, siendo j, una cualquiera de las $n+1-k$ columnas restantes de ésta, es decir, que no pertenecen al determinante δ, e i, una cualquiera de las otras $m-k$ filas de M_h (m, n), distintas de las dadas.

En particular, para $s \geqq h$, las matrices fundamentales ampliadas de M_h, o bien son nulas, o bien tienen su única columna formada con números no negativos. Corresponden a sistemas *idénticos*.

Notemos, finalmente, que existen, a lo sumo, $\binom{n}{k}$ matrices M_{h-k} de una misma M_h (m, n) relativa a s filas dadas. Pero como todas corresponden a sistemas fundamentales iguales entre sí, (8, VI) es indiferente tomar una cualquiera de ellas.

Apliquemos, por ejemplo, estas consideraciones a un caso concreto. En el sistema:

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 u + k_1 > 0 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2 u + k_2 > 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_i x + b_i y + c_i z + d_i u + k_i > 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

$$(i = 3, 4, \dots, m),$$

sean

$$\delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0 \quad \text{y} \quad h = 4 .$$

Consideremos su sistema subordinado compatible de segundo orden relativo a los dos primeros polinomios.

Escribamos:

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z \quad + d_1 u \quad + k_1 = 0 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z \quad + d_2 u \quad + k_2 = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dfrac{1}{\delta_2} (a_i \, \delta_2 x + b_i \, \delta_2 \, y + c_i \, \delta_2 \, z + d_i \, \delta_2 \, u + k_i \, \delta_2) > 0 . \end{cases}$$

De las dos primeras ecuaciones, calculemos las incógnitas x e y:

$$\delta_2 \, x = \begin{vmatrix} -c_1 z - d_1 u - k_1, & b_1 \\ -c_2 z - d_2 u - k_2, & b_2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} z - \begin{vmatrix} d_1 & b_1 \\ d_2 & b_2 \end{vmatrix} u - \begin{vmatrix} k_1 & b_1 \\ k_2 & b_2 \end{vmatrix} ;$$

$$\delta_2 \, y = \begin{vmatrix} a_1, & -c_1 z - d_1 u - k_1 \\ a_2, & -c_2 z - d_2 u - k_2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} z - \begin{vmatrix} a_1 & d_1 \\ a_2 & d_2 \end{vmatrix} u - \begin{vmatrix} a_1 & k_1 \\ a_2 & k_2 \end{vmatrix} .$$

Sustituyendo en todas las demás resulta:

$$\frac{1}{\delta_2} \left[\left(a_i \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} - b_i \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} c_i \right) z + \left(a_i \begin{vmatrix} b_1 & d_1 \\ b_2 & d_2 \end{vmatrix} - b_i \begin{vmatrix} a_1 & d_1 \\ a_2 & d_2 \end{vmatrix} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} d_i \right) u + a_i \begin{vmatrix} b_1 & k_1 \\ b_2 & k_2 \end{vmatrix} - b_i \begin{vmatrix} a_1 & k_1 \\ a_2 & k_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} k_i \right] > 0 .$$

Luego:

$$\frac{1}{\delta_2} \left(\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_i & b_i & c_i \end{vmatrix} z + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_i & b_i & d_i \end{vmatrix} u + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & k_1 \\ a_2 & b_2 & k_2 \\ a_i & b_i & k_i \end{vmatrix} \right) > 0 .$$

El sistema subordinado es, pues, equivalente al

$$\begin{cases} a_1\, x + b_1\, y + c_1\, z + d_1\, u + k_1 = 0 \\ a_2\, x + b_2\, y + c_2\, z + d_2\, u + k_2 = 0 \\ \dfrac{1}{\delta_2}\left(\begin{vmatrix} a_1\, b_1\, c_1 \\ a_2\, b_2\, c_2 \\ a_i\, b_i\, c_i \end{vmatrix} z + \begin{vmatrix} a_1\, b_1\, d_1 \\ a_2\, b_2\, d_2 \\ a_i\, b_i\, d_i \end{vmatrix} u + \begin{vmatrix} a_1\, b_1\, k_1 \\ a_2\, b_2\, k_2 \\ a_i\, b_i\, k_i \end{vmatrix} \right) > 0\,. \end{cases}$$

$$(i = 3, 4, 5, \ldots, m)\,.$$

En cambio el sistema fundamental S'' es solamente el formado por:

$$\left\{ \dfrac{1}{\delta_2}\left(\begin{vmatrix} a_1\, b_1\, c_1 \\ a_2\, b_2\, c_2 \\ a_i\, b_i\, c_i \end{vmatrix} z + \begin{vmatrix} a_1\, b_1\, d_1 \\ a_2\, b_2\, d_2 \\ a_i\, b_i\, d_i \end{vmatrix} u + \begin{vmatrix} a_1\, b_1\, k \\ a_2\, b_2\, k_2 \\ a_i\, b_i\, k_i \end{vmatrix} \right) > 0\,. \right.$$

$$(i = 3, 4, \ldots, m)$$

Según las notaciones indicadas en este número, la matriz del sistema fundamental S'', en consideración, es:

$$\left\| \begin{matrix} \begin{vmatrix} a_1\, b_1\, c_1 \\ a_2\, b_2\, c_2 \\ a_i\, b_i\, c_i \end{vmatrix}, & \begin{vmatrix} a_1\, b_1\, d_1 \\ a_2\, b_2\, d_2 \\ a_i\, b_i\, d_i \end{vmatrix}, & \begin{vmatrix} a_1\, b_1\, k_1 \\ a_2\, b_2\, k_2 \\ a_i\, b_i\, d_i \end{vmatrix} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \end{matrix} \right\|$$

$$(i = 3, 4, 5, \ldots, m)\,.$$

En cambio, la matriz ampliada parcial de segundo orden del sistema subordinado dado, es:

$$\left\| \begin{matrix} a_1\, b_1\, c_1\, d_1\, k_1 \\ a_2\, b_2\, c_2\, d_2\, k_2 \end{matrix} \right\|,$$

las que no deben ser confundidas con la matriz ampliada del sistema subordinado, la cual está formada por los coeficientes y términos independientes de todas sus ecuaciones e inecuaciones.

Con respecto a las matrices fundamentales de un sistema y a la matriz del mismo, se tienen las proposiciones siguientes:

III) *Si en la matriz ampliada, M_h (m, n), de un S_h (m, n), h filas dadas, son las de un determinante principal δ del sistema y el sistema S' subordinado, relativo a $s < h$ polinomios que corresponden a s filas de las h dadas, es compatible; en una cualquiera de las matrices fundamentales ampliadas M_{h-s}, relativas a las s filas de tales polinomios, las $h - s$ filas restantes en ella, entre las $m - s$ que contiene, forman tam-*

bién un determinante principal δ'', *de orden* $h - s$, *del correspondiente sistema* S'', *igual al* S' *considerado.*

Esto es inmediato por cuanto se obtiene, respecto de las h filas dadas un resolvente principal de $S_h(m, n)$, en el cual, anulando las s variables auxiliares paramétricas en este resolvente y que corresponden a polinomios principales del sistema, resulta (I), un resolvente principal de S'. Formemos, ahora en un S'' el resolvente cuyas $h - s$ variables auxiliares principales sean precisamente las que corresponden en su matriz M_{h-s}, a las $h - s$ filas restantes de las h dadas. Obtendremos el mismo resolvente anterior, (I). Luego su determinante es también principal.

Recíproco:

IV) *Si en una matriz fundamental ampliada* M_{h-s} *de la* $M_h(m, n)$ *de un* $S_h(m, n)$, *relativa a* $s < h$ *filas dadas de ésta, un determinante* δ'', *de orden* $h - s$, *es principal del correspondiente sistema* S'', *el determinante* δ, *de orden* h *de* $M_h(m, n)$, *formado por las filas homólogas,* (*es* decir, del mismo índice), *y las* s *dadas, es también principal del sistema* $S_h(m, n)$ *dado y el sistema* S', *subordinado de orden* s, *relativo a los* s *polinomios correspondientes a tales filas, es compatible.*

En efecto, puesto que el sistema fundamental S'', correspondiente a la matriz M_{h-s}, es compatible, él es igual (II), a algún sistema subordinado S' de orden s de $S_h(m, n)$, el cual tiene que ser necesariamente, por la definición de S'', el relativo a los s polinomios de las $s < h$ filas dadas de $M_h(m, n)$. Por lo tanto, de todos los resolventes principales de $S_h(m, n)$ que contienen, entre sus variables auxiliares principales, las s de tales polinomios, hay uno solo que contiene, además, a las $h - s$ restantes, puesto que S'' y S' tienen los mismos resolventes principales. En consecuencia, el determinante δ de este resolvente es el mencionado; δ es, pues, principal, y S' es compatible.

En particular,

V) *Si el sistema fundamental es idéntico, el correspondiente sistema* S', *en* $S_h(m, n)$, *es subordinado compatible de orden* $s \geqq h$ *y* recíprocamente.

La correspondiente matriz fundamental tiene característica nula.

Obs.: Las propiedades precedentes permiten estudiar los sistemas subordinados compatibles de un $S_h(m, n)$ dado, independientemente, en cierto modo, de éste, considerando sistemas iguales a sus correspondientes sistemas fundamentales y, por lo tanto (II), a ellos mismos.

Hemos demostrado en (II) que un sistema subordinado compatible de un $S_h(m, n)$ y su correspondiente sistema fundamental, son iguales entre sí. Geométricamente esto significa, (8), que la figura de un sistema subordinado compatible, es la misma que la de cualquier sistema fundamental suyo. Dicha figura está completamente caracterizada por todo resolvente principal de este último sistema.

La figura de un sistema no debe ser confundida con la región definida por él. Así, la figura de un sistema fundamental idéntico es (8), todo el espacio. En cambio la región definida por el correspondiente sistema subordinado es el conjunto de puntos que lo satisfacen y que está dado por todas las soluciones de los sistemas de la forma [11.1]. Dicho conjunto puede ser en, particular, un número finito de puntos.

Notemos también que las variables auxiliares que corresponden a los polinomios anulados no forman parte de los resolventes principales del correspondiente sistema fundamental. Es, pues, independiente de éstas. De igual modo, las filas relativas a los polinomios nulos no deben ser tenidas en cuenta en los sistemas fundamentales puesto que no corresponden a ninguna inecuación de éstos, como lo prueba claramente su expresión [11.2].

Un sistema fundamental de un sistema subordinado de un $S_h(m, n)$, puede, a su vez, tener inecuaciones sobrantes. La reducción de estos nuevos sistemas a sus inecuaciones principales, se hará aplicando la regla general (9, IV).

Es claro que del hecho de ser irreducible el sistema dado $S_h(m, n)$, no se sigue que lo sean también sus sistemas subordinados compatibles, porque, en realidad éstos no son sino sistemas parciales, (1), del $S_h(m, n)$ dado, a los cuales se han adjuntado ciertas ecuaciones anulando polinomios del mismo $S_h(m, n)$.

Ejemplo:

Sea el sistema y su adjunto

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ -z > 0 \\ x + y + z + 1 > 0 \\ x + z + 1 > 0 \end{cases} ; \qquad \begin{cases} x = X_1 & [1] \\ y = X_2 & [2] \\ -z = X_3 & [3] \\ x + y + z + 1 = X_4 & [4] \\ x + z + 1 = X_5 & [5] \end{cases}$$

Como $(123) = -1$, $(1234) = -1$, $(1235) = -1$, es compatible. Su resolvente principal con respecto a (123) es:

$$\begin{cases} X_4 + X_3 - X_2 - X_1 = 1 \\ X_5 + X_3 + OX_2 - X_1 = 1 \end{cases}$$

en el cual todas las inecuaciones son principales, como resulta de estas últimas relaciones.

Consideremos el sistema subordinado de segundo orden en el cual es $x = z = 0$:

$$\begin{cases} x & = 0 \\ y & > 0 \\ -z & = 0 \\ x + y + z + 1 & > 0 \\ x + z + 1 & > 0\,. \end{cases}$$

Su correspondiente sistema fundamental está dado por

$$\begin{cases} y & > 0 \\ y + 1 & > 0 \\ 1 & > 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} y & = X_3 & [2] \\ y + 1 & = X_4 & [4] \\ 1 & = X_5 & [5] \end{cases}$$

uno de cuyos resolventes principales es:

$$\begin{cases} X_4 - X_2 = 1 \\ X_5 + OX_2 = 1\,. \end{cases}$$

La primera de estas ecuaciones prueba que la inecuación correspondiente a X_4 es sobrante en el sistema fundamental, pues ningún cero de X_4 satisface a las otras dos. Del mismo modo la segunda, prueba que la correspondiente a X_5, también es sobrante.

Dicho sistema subordinado se reduce a la única inecuación $y > 0$, como resulta, por otra parte, directamente del correspondiente sistema fundamental.

Para la formación efectiva de los resolventes de un sistema $S_h(m\,,n)$ con resolvente propio respecto de una matriz principal prefijada en la matriz del sistema, convendremos en usar, también, para lo sucesivo, la notación siguiente:

$$\left\| \begin{matrix} a_{11} & \dots & a_{1h} & X_1 \\ a_{21} & \dots & a_{2h} & X_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{i1} & \dots & a_{ih} & X_i \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m1} & \dots & a_{mh} & X_m \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} a_{11} & \dots & a_{1h} & c_1 \\ a_{21} & \dots & a_{2h} & c_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{i1} & \dots & a_{ih} & c_i \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m1} & \dots & a_{mh} & c_m \end{matrix} \right\|, \qquad [11.3]$$

o su equivalente:

$$\left\| \begin{matrix} a_{11} & \ldots & a_{1h} & X_1 & -c_1 \\ a_{21} & \ldots & a_{2h} & X_2 & -c_2 \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdots & \\ a_{i1} & \ldots & a_{ih} & X_i & -c_i \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdots & \\ a_{m1} & \ldots & a_{mh} & X_m & -c_m \end{matrix} \right\| = 0,$$

cuyo significado es bien claro. La igualdad entre las dos matrices significa que cada determinante de orden $h+1$ en la primera, correspondiente a uno no nulo de orden h, debe ser igualado a su homólogo en la segunda.

Diremos que la [11.3] es el conjunto de sistemas resolventes del $S_h(m, n)$ dado con respecto a la matriz principal prefijada.

En el ejemplo precedente tal conjunto está dado por la igualdad simbólica:

$$\left\| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & X_1 \\ 0 & 1 & 0 & X_2 \\ 0 & 0 & -1 & X_3 \\ 1 & 1 & 1 & X_4 \\ 1 & 0 & 1 & X_5 \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix} \right\| .$$

Es claro que la precedente notación no tiene sentido para un sistema de resolvente impropio. Pero para éstos no interesa, por cuanto tienen un único resolvente principal (4), que es el mismo sistema adjunto.

Las relaciones entre un sistema y las de sus sistemas subordinados compatibles, particularmente, los de primer orden, pueden ser cómodamente investigadas en los resolventes del sistema, como así las relaciones entre la figura de un sistema y la figura de sus sistemas subordinados compatibles. Para ello basta recordar [7.1], que un resolvente está determinado cuando se dan todos los coeficientes de las variables auxiliares X_i y además todos los determinantes orlados del correspondiente determinante principal. Así, pues, un resolvente $R_h(\delta)$ de sistemas de característica h y de m inecuaciones, está determinado dando los

$$h(m-h)+1$$

determinantes de orden h que forman los coeficientes de las variables auxiliares X_i, y los $m - h$ determinantes orlados de δ. En total

$$h(m-h)+1+(m-h)=(h+1)(m-h)+1 \qquad [11.4]$$

condiciones independientes entre sí.

En particular, para $m = h$ resulta una sola condición.

Ahora bien, siendo el resolvente un covariante que define la figura de todos los $S_h(m, n)$ iguales entre sí, podemos pues, afirmar que tales condiciones son las que determinan la correspondiente figura convexa.

Es claro que estas mismas condiciones, puesto que son independientes entre sí, en lugar de darse directamente, pueden también ser dadas indirectamente por medio de sistemas subordinados compatibles de los supuestos sistemas que corresponden a dicha figura. En particular, tales condiciones permiten investigar, en cada caso, cuántas y cuáles son las figuras de sistemas subordinados de primer orden que determinan una figura dada y del mismo modo las relaciones de igualdad entre dos o más sistemas en base a la de sus sistemas subordinados de primer orden.

Hemos visto que para $m = h$ se obtiene una sola condición. Este caso corresponde al de sistemas con resolventes impropios. La figura de éstos queda perfectamente determinada dando su característica h, puesto que, (8), todos los sistemas de resolventes impropios con la misma característica son iguales entre sí.

Una cuestión no exenta de interés en este orden de ideas está planteada por el siguiente:

Probl. 1: *Establecer las condiciones a las cuales deben satisfacer m sistemas compatibles dados de características $h - 1 < m$,*

$$S^1_{h-1}\,,\quad S^2_{h-1}\,,\ \ldots,\ S^i_{h-1}\,,\ \ldots,\ S^m_{h-1}$$

para que exista un sistema compatible $S_h(m, n)$ de característica h y de m inecuaciones, de modo que cada sistema subordinado suyo de primer orden sea igual a un sistema prefijado de los m dados.

Indiquemos con $\| a^i_{rs}\,, c^i_r \|$, la matriz ampliada del sistema S^i_{h-1}, con $\| a_{rs}\,, c_r \|$ la del sistema incógnito $S_h(m, n)$ y con $X_1, X_2, \ldots, X_i, \ldots, X_m$ sus variables auxiliares no negativas. Supongamos que al sistema subordinado de primer orden de $S_h(m, n)$, en que es $X_i = 0$, corresponda un sistema igual al sistema S^i_{h-1}. Es claro que el sistema S^i_{h-1} no podrá tener más de m inecuaciones principales, de lo contrario el problema no sería posible porque todo sistema subordinado de un sistema dado no puede tener, por definición (1), más inecuaciones principales que el sistema. Designando, entonces, con $X_1, X_2, \ldots, X_{i-1}, X_{i+1}, \ldots, X_{m'}$, $(m' \leqq m)$, $(i = 1, 2, 3, \ldots, m)$, las variables auxiliares del sistema $S^i{}_{h-1}$ y prefijando en los sistemas dados y en el $S_h(m, n)$, supuesto existente, las respectivas matrices principales, deben verificarse relaciones de la forma:

$$\left\| \begin{matrix} a_{11} & \ldots a_{1h} & X_1 & -c_1 \\ a_{21} & \ldots a_{2h} & X_2 & -c_2 \\ \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot \\ a_{i-1,1} & \ldots a_{i-1h} & X_{i-1} & -c_{i-1} \\ a_{i1} & \ldots a_{ih} & O & -c_i \\ a_{i+1,1} & \ldots a_{i+1h} & X_{i+1} & -c_{i+1} \\ \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot \\ a_{m1} & \ldots a_{mh} & X_m & -c_m \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} a^i{}_{11} & \ldots a^i{}_{1h} & X_1 & -c^i{}_1 \\ a^i{}_{21} & \ldots a^i{}_{2h} & X_2 & -c^i{}_2 \\ \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot \\ a^i{}_{i-1,1} & \ldots a^i{}_{i-1h} & X_{i-1} & -c^i{}_{i-1} \\ a^i{}_{i+1,1} & \ldots a^i{}_{i+1h} & X_{i+1} & -c^i{}_{i+1} \\ \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot \\ \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot \\ a^i{}_{m'1} & \ldots a^i{}_{m'h} & X_{m'} & -c^i{}_{m'} \end{matrix} \right\| = 0$$

$$(i = 1, 2, 3, \ldots, m)$$

igualdad simbólica que expresa la identidad de cada resolvente del segundo miembro con su correspondiente resolvente en el primero. En virtud de (7, V) basta que se verifique solamente para dos. Así, pues, convendrá identificar un resolvente principal del segundo miembro con su correspondiente en el primero, con lo cual se obtendrán todas las condiciones pedidas haciendo tomar a la variable i los valores $1, 2, 3, \ldots, m$.

Es claro que si en cada uno de los m sistemas dados el número de sus inecuaciones es $h - 1$, todos ellos tienen resolventes impropios; según que sea $m = h$, o $m > h$ el $S_h(m, n)$ será respectivamente, un sistema con resolvente impropio o propio.

En el primer caso, las relaciones precedentes no existen, pero el problema es inmediato porque todo sistema de característica igual a h y de h inecuaciones cumple la condición. En el segundo caso, existe el primer miembro de las relaciones precedentes pero no, el segundo miembro. El problema se resuelve también fácilmente en este caso, imponiendo al sistema incógnito $S_h(m, n)$, la condición de que todos sus sistemas subordinados de primer orden se reduzcan a $h - 1$ inecuaciones principales solamente; con lo cual resultarán todos ellos con resolventes impropios.

Finalmente, todos los sistemas $S_h(m, n)$ que cumplen dichas condiciones, si existen, son iguales entre sí (8). Es decir, pertenecen a una misma figura convexa, la cual queda unívocamente determinada por las m figuras de los m sistemas dados.

Ejemplo 1:
Sean dados los cuatro sistemas siguientes:

$$S_2^1 \quad , \quad S_2^2 \quad , \quad S_2^3 \quad , \quad S_2^4 \quad ,$$

que tengan por resolventes principales respectivamente:

$$\begin{array}{llrcl}
\text{de} & S_2^1 & : & X_4 + 2X_3 + 3X_2 = 1 \\
\text{,,} & S_2^2 & : & X_4 + 2X_3 + X_1 = 1 \\
\text{,,} & S_2^3 & : & X_4 + 3X_2 + X_1 = 1 \\
\text{,,} & S_2^4 & : & 2X_3 + 3X_2 + X_1 = 1 .
\end{array}$$

Es inmediato que todo sistema $S_3(4, 3)$ cuyo resolvente principal es

$$X_4 + 2X_3 + 3X_2 + X_1 = 1$$

tiene como sistemas subordinados de primer orden, sistemas iguales a los dados.

Ejemplo 2:
He aquí otro ejemplo del mismo caso.
Sean dados los siguientes sistemas

$$S_2^1 \quad , \quad S_2^2 \quad , \quad S_2^3 \quad , \quad S_2^4 \quad , \quad S_2^5 \quad ,$$

cuyos respectivos resolventes principales son,

para

$$S_2^1 : \begin{cases} X_3 - X_4 + X_2 = 2 \\ X_5 + 2X_4 - X_2 = 1 \end{cases} ; \qquad S_2^2 : \begin{cases} X_3 - X_4 + X_1 = 2 \\ X_5 + 2X_4 - X_1 = 1 \end{cases}$$

$$S_2^3 : \begin{cases} X_2 - X_4 + X_1 = 2 \\ X_5 + 2X_4 - X_1 = 1 \end{cases} ; \qquad S_2^4 : \begin{cases} X_3 + X_2 + X_1 = 2 \end{cases}$$

$$S_2^5 : \begin{cases} X_3 + X_2 + X_1 = 2 . \end{cases}$$

Todo sistema $S_3(5, n)$, uno de cuyos resolventes principales es

$$\begin{cases} X_3 - X_4 + X_2 + X_1 = 2 \\ X_5 + 2X_4 - X_2 - X_1 = 1 \end{cases}$$

tiene como sistemas subordinados de primer orden sistemas respectivamente iguales a los dados, como resulta de anular sucesivamente en los correspondientes resolventes principales, cada una de las variables paramétricas.

El significado geométrico de estos resultados es muy simple. Los tres primeros sistemas considerados tienen por figuras geométricas en E_2, tres cuadriláteros convexos. Los dos últimos, dos triángulos. Los $S_3(5, n)$ obtenidos tienen por figura, en el espacio E_3, un pentaedro convexo. A cada sistema particular $S_3(5, n)$, uno de cuyos resolventes principales está dado por la precedente expresión, define en el E_3 una región convexa que es un pentaedro cuyas caras son respectivamente *afines* a cada uno de los cinco polígonos dados.

En cuanto a los otros casos mencionados nos ahorramos los ejemplos porque uno de ellos es inmediato y en el otro se procede en forma análoga.

Cuando un conjunto de $m > h - 1$ sistemas de característica $h - 1$ cumplen las condiciones del problema precedente, diremos que ellos constituyen los elementos de orden $h - 1$ de una *configuración convexa* de orden h (1).

Una configuración convexa no forma necesariamente una figura convexa. Así la figura plana del E_2 que resulta de proyectar sobre una cara de un polígono convexo de E_3 los demás vértices y aristas que no pertenecen a ella, más los vértices y aristas de ella misma, constituye una configuración convexa. Y del mismo modo se pueden considerar configuraciones convexas de espacios superiores.

§ 4. — SISTEMAS ACOTADOS — RESOLUCION DE SISTEMAS.

12. Sistemas finitos y sistemas infinitos. Diremos que un sistema $S_h(m, n)$ es *acotado,* si todas sus soluciones están acotadas y *no acotado,* en caso contrario.

Teniendo en cuenta el sistema adjunto [4 . 2], del $S_h(m, n)$, es fácil probar que:

I) *La condición necesaria y suficiente para que un sistema compatible sea acotado, es que estén acotadas las variables auxiliares X_i de su sistema adjunto y su característica, h, sea igual a su dimensión n.*

De que la condición es necesaria, es inmediato; pues siendo acotado el sistema, están acotadas las variables x_j y, en consecuencia, carece de incógnitas no principales, luego es $h = n$. Por lo tanto, en su sistema adjunto [4.2], resultan también acotadas las variables auxiliares X_i.

La condición es suficiente porque, estando acotadas las variables

(1) Un estudio muy general de las configuraciones geométricas puede verse en la obra del Dr. FRIEDRICH LEVI, *Geometrische Konfiguration.* S. Hirzel, Leipzig, 1929.

X_i y siendo $h = n$, las soluciones x, del sistema resultan todas acotadas, como lo prueba su sistema adjunto [4.2], puesto que las x_j del sistema vienen dadas en función de las X_i solamente.

Obs.: Hemos visto (8) que un sistema S_h (m, n), compatible define una región poliédrica convexa de n dimensiones del espacio euclídeo E_n.

Cuando es $h < n$, según el teorema precedente, el sistema no es acotado, es decir, sus soluciones no están acotadas. La correspondiente región tampoco está acotada en el espacio E_n.

Con respecto a la acotación de un sistema, pueden presentarse diversas eventualidades que será conveniente distinguir, las cuales dependerán de las variables auxiliares X_i de su sistema adjunto y del grado $n - h$ de indeterminación del sistema. Son las siguientes:

a) Todas las X_i están acotadas y el grado de indeterminación del sistema es nulo; es decir, $h = n$.

En este caso, (I) el sistema es acotado y define (8), en el E_n euclídeo una región poliédrica convexa también acotada.

b) No todas las variables X_i están acotadas y el grado de indeterminación del sistema es cualquiera. El sistema no es jamás acotado. Define, (8) en el E_n-euclídeo, una región convexa no acotada.

c) Todas las variables X_i están acotadas y el grado de indeterminación del sistema es diferente de cero. Es decir, es $h < n$. En este caso, el sistema no es acotado y tampoco lo es la región que define en el E_n. Pero para todo sistema de valores asignados a sus $n - h \neq 0$ incógnitas no principales, resultan siempre, (I), sistemas particulares acotados. Cada uno de estos sistemas, todos iguales entre sí (8, VI), representa, en E_n, una región poliédrica convexa que está acotada y cuya dimensión es el número h. Todas ellas, (8), tienen la misma figura poliédrica convexa.

Para nuestro objeto interesa distinguir, sin embargo, solamente dos casos; aquél en que todas las variables auxiliares X_i están acotadas y aquél en que no están todas acotadas.

Diremos que un sistema S_h (m, n) compatible es *finito*, cuando todas las variables auxiliares X_i, de su sistema adjunto, están acotadas, *infinito*, en caso contrario.

Ejemplo 1:
Sean

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 > 0 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 > 0 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 > 0 \end{cases} ; \quad \begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 = X & [1] \\ a_2 x + b_2 y + c_2 = X_2 & [2] \\ a_3 x + b_3 y + c_3 = X_3 & [3] \end{cases}$$

un sistema S_2 $(3, 2)$ y su adjunto.

Su resolvente se compone de una sola ecuación que es

$$(12)\ X_3 + (31)\ X_2 + (23)\ X_1 = (123)\ ,$$

donde

$$(12) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \ ; \quad (31) = \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} \ ; \quad (23) = \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} \ ,$$

$$(123) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} .$$

a) Si ninguno de estos cuatro determinantes es nulo y además es

$$Sg.\ (12) = Sg.\ (31) = Sg.\ (23) = Sg.\ (123)\ ,$$

las X_1, X_2, X_3, resultan acotadas; el sistema es acotado y define un triángulo en el plano euclídeo E_2.

b) Si, en cambio, fuese

$$Sg.\ (12) = Sg\ (31) = Sg\ (123)\ ,$$

pero

$$Sg.\ (23) = -\ Sg.\ (123)\ ;$$

las variables auxiliares X_2 y X_3 no resultarían acotadas. El sistema no es acotado y define una región no acotada de E_2.

Nótese que estas hipótesis son posibles porque en la matriz de los coeficientes del sistema hay efectivamente 3 determinantes independientes de segundo orden, según la fórmula [6.4] :

$$2\ (3 - 2) + 1 = 3\ .$$

Es decir, todos los de la matriz

$$\begin{Vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{Vmatrix} .$$

Ejemplo 2:

c) Sean ahora

$$\begin{cases} a_1\, x + b_1\, y + c_1\, z + d_1 > 0 \\ a_2\, x + b_2\, y + c_2\, z + d_2 > 0 \\ a_3\, x + b_3\, y + c_3\, z + d_3 > 0 \\ a_4\, x + b_4\, y + c_4\, z + d_4 > 0 \end{cases} ; \quad \begin{cases} a_1\, x + b_1\, y + c_1\, z + d_1 = X_1 & [1] \\ a_2\, x + b_2\, y + c_2\, z + d_2 = X_2 & [2] \\ a_3\, x + b_3\, y + c_3\, z + d_3 = X_3 & [3] \\ a_4\, x + b_4\, y + c_4\, z + d_4 = X_4\ , & [4] \end{cases}$$

un sistema S_2 (4,3) y su adjunto, de característica $h = 2$. Supongamos que:

$$(12) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0\ ;$$

es decir que x e y, sean incógnitas principales, y que (12) sea, además, un determinante principal del sistema. El resolvente principal R_2 (δ), respecto de este determinante es:

$$\begin{cases} (12)\, X_3 + (31)\, X_2 + (23)\, X_1 = (123) \\ (12)\, X_4 + (41)\, X_2 + (24)\, X_1 = (124)\,. \end{cases}$$

Se tiene por hipótesis que

$$Sg.\ (12) = Sg.\ (123) = Sg.\ (124)\,,$$

por ser (12) determinante principal del sistema. Si además, resulta

$$Sg.\ (31) = Sg.\ (23) = Sg.\ (123)$$

o bien

$$Sg.\ (41) = Sg.\ (24) = Sg.\ (124)\,,$$

lo cual siempre es lícito suponer; el sistema tiene todas sus variables auxiliares, X_1, X_2, X_3, X_4, acotadas, pero no es acotado, puesto que sus soluciones dependen, además, de la incógnita arbitraria no principal z. Pero para cada valor asignado a z, resulta, efectivamente, un sistema particular acotado que define en el E_3 euclídeo un cuadrilátero. Es fácil ver que la figura de todos ellos, es decir, la de la región definida por el sistema en E_3, es un prisma cuadrangular no acotado, (sin bases). Este es un ejemplo que ilustra el caso c).

Nota: Recuérdese que los determinantes de segundo orden que figuran en el resolvente principal R_2 (δ) son los de la matriz de coeficientes:

$$\begin{Vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \\ a_4 & b_4 \end{Vmatrix}.$$

Los determinantes orlados son respectivamente:

$$(123) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} \quad ; \quad (124) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_4 & b_4 & d_4 \end{vmatrix}.$$

En esta matriz hay, precisamente, fórmula [6.4]:

$$2\ (4 - 2) + 1 = 5\,,$$

determinantes independientes de segundo orden. Por eso son lícitas las hipótesis hechas sobre sus signos.

Del resolvente principal de un sistema pueden deducirse fácilmente criterios que caracterizan la *finitud* o *infinitud* de un S_h (m, n):

II) *La condición necesaria y suficiente para que un* S_h (m, n) *compatible sea finito es que admita un resolvente principal propio* R_h (δ) *y que no exista en la matriz de* R_h (δ) *ninguna columna con elementos* *todos nulos o de signos opuestos al signo del determinante principal* δ.

En efecto, la condición es necesaria. En primer lugar no puede tener resolventes impropios (4, a), puesto que, en este caso, siendo todas las variables auxiliares independientes entre sí, el sistema no sería finito. Luego debe tener resolventes propios. Estos tienen la forma [7.1]. Si existiese en uno de ellos una misma columna con coeficientes todos nulos o de signos opuestos al de δ, la [7.1] prueba inmediatamente que existiría una variable auxiliar paramétrica no acotada. El sistema no sería finito.

La condición es suficiente. Se deduce inmediatamente de la expresión [7.1] de todo $R_h(\delta)$ propio.

De aquí resulta que:

III) *Todo sistema de característica h, igual al número de sus inecuaciones es infinito,* pues carece (4, a) de resolventes propios.

IV) *Todo sistema compatible totalmente singular, es infinito, como también todos sus sistemas subordinados compatibles.*

Pues, por ser compatible y totalmente singular, hay en la matriz de sus resolventes principales, $R_h(\delta)$, (4, b), por lo menos una columna con elementos de signo opuesto al de δ, (4, V). Luego (II), es infinito, pues la correspondiente variable auxiliar paramétrica no resulta acotada. A la misma conclusión se llega si hubiese una columna en $R_h(\delta)$ con elementos todos nulos. Ahora bien, como todo sistema subordinado compatible, pertenece (10, I), a algún resolvente principal del sistema y todos ellos tienen, (7, III), el máximo grado de singularidad, estos sistemas subordinados son también totalmente singulares, luego son también infinitos.

V) *Todo sistema subordinado compatible de un* $S_h(m, n)$ *finito, es también finito,* puesto que todos los sistemas subordinados compatibles de un mismo sistema, pertenecen (10, I), a resolventes principales del sistema.

VI) *Todo sistema irreducible y finito de* $h + 1$ *inecuaciones y de característica h, tiene* $h + 1$ *resolventes principales.*

Por ser compatible tiene un resolvente principal (4, VIII), que consta, [4.3], de $h + 1 - h = 1$, ecuación no homogénea, de lo contrario, por ser totalmente singular sería (IV), infinito. Sea esta ecuación:

$$\delta X_{h+1} + \alpha_{1h} x_h + \ldots + \alpha_{1j} X_j + \ldots + \alpha_{11} X_1 = \Delta_1 \neq 0 .$$

Por ser finito, todas las X_j están, (I), acotadas y, como son positivas, se debe tener necesariamente

$$Sg.\ \alpha_{1j} = Sg.\ \Delta_1 . \qquad (j = 1, 2, \ldots, h) .$$

Como Δ_1 no es otro que el orlado de α_{1j}, está probado que todos éstos son determinantes principales, pues, en virtud de (II), ninguno de ellos puede ser nulo. Luego el sistema tiene $h + 1$ resolventes principales, uno para cada determinante de orden h.

Recíproco:

VII) *Todo sistema no singular de $h + 1$ inecuaciones y característica h que tiene $h + 1$ resolventes principales, es finito.*

El sistema es irreducible porque cualquiera de sus polinomios es principal, (9, II), y es finito (II), porque en la única ecuación de su resolvente principal R_h (δ), tanto el determinante δ como todos los α_{1j} son principales, es decir tienen igual signo que Δ_1, el cual, a su vez, no es nulo.

Notemos finalmente que:

VIII) *Dos sistemas iguales son ambos finitos o ambos infinitos*, porque (8, IV) las trasnformaciones lineales enteras conservan sus resolventes principales.

IX) *Un sistema subordinado compatible S' de un S_h (m, n) es finito o infinito según que lo sea cualquier sistema fundamental suyo y recíprocamente*, porque tanto el sistema S' como sus sistemas fundamentales tienen, (11, II) los mismos resolventes y, por lo tanto (8), son iguales entre sí.

Obs.: Observemos finalmente que la clasificación de los sistemas en cuanto a su acotación puede hacerse también utilizando su expresión en coordenadas homogéneas [5.1].

Resultan así acotados o no, en el espacio euclídeo E_n contenido en el espacio arguesiano E'_n, según que en este último no contengan o contengan puntos del infinito, es decir soluciones para $z = 0$.

(Continuará)

BIBLIOGRAFIA

DE LIBROS RECIBIDOS EN LA ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

Por C. C. D.

Nº 227. — Fabre (René), *Altération du sang dans les intoxications professionnelles.* 52 páginas con algunas figuras. Precio 25 francos. 1935.

Fascículo I de la serie « Exposés de Toxicologie et Hygiène Industrielle », dirigida por el autor, profesor de Toxicología en la Facultad de Farmacia y en el Instituto de Higiene industrial y de Medicina del trabajo de la Facultad de Medicina de París. Farmacéutico de los Hospitales de esa Capital.

Después de recordar la composición de la sangre, y de su papel biológico, el autor estudia los venenos hemáticos y plasmáticos, manteniéndose en el dominio de la toxicología industrial, la que, del punto de vista social presenta, en nuestros días, una importancia cada vez mayor justificando así la necesidad de vigilarlo mucho en salvaguardia de la Higiene y de la Salud pública.

Después de una Introducción, un primer capítulo trae el estudio biológico de la sangre en sus relaciones con la toxicología. Un segundo capítulo trata el papel desempeñado por la sangre en las intoxicaciones profesionales ya respecto de los venenos hemáticos ya de los leucocitarios y plasmáticos. Viene, luego, una bibliografía de las obras de consulta y una tabla analítica de materias.

Nº 235, 237, 249, 250, 256, 257, 262, 263, 292, 293, 294, 306. — Fabre (René), *Leçons de Toxicologie.* Once folletos, así distribuídos:

I. Introducción al estudio de la Toxicología. Generalidades sobre los venenos. 100 páginas con varias tablas y figuras; 15 francos.

II y III. Toxicología de los gases; 12 francos la primera parte; 15 francos la segunda; 60 y 80 páginas respectivamente.

IV. Alcoholes. Anestésicos. Solventes. 78 páginas; 15 francos.

V. Acido cianhídrico, derivados aromáticos. 60 páginas; 12 francos.

VI. Venenos orgánicos diversos. Acido oxálico, veronales y sulfonales. Cafeína y Teobromina. Cantáridas. Digital y Estrofantos. Toxinas e intoxicaciones alimenticias. 60 páginas; 12 francos.

VII. Alcaloides. Generalidades, ptomainas y leucomainas. Drogas con alcaloides líquidos tóxicos. Opio y sus alcaloides. 66 páginas; 12 francos.

VIII. Alcaloides. Soláneos midriáticos. De la Coca, de los Acónitos, de los Stríeneos liliáceos. Genalcaloides. 60 páginas; 12 francos.

IX-X-XI. Tóxicos minerales: Generalidades. Arsénico, Antimonio (70 páginas; 12 francos); Mercurio, Bismuto, Plomo, Talio (58 páginas; 12 francos); Cobre, Zinc, Cromo, Níquel, Manganeso, Bario, Radio, Metaloides varios (70 páginas; 15 francos).

Todos los folletos han sido publicados en 1935.

Este trabajo del profesor de Toxicología de la Facultad de Farmacia de París constituye un resumen del Curso de Toxicología que dicta en dicha Facultad. Si bien no abarca pues toda la Toxicología, se encuentran en él las nociones fundamentales de la ciencia de los venenos. Se propone, especialmente, facilitar la tarea a los estudiantes de Farmacia. Pero pueden sacar partido los mismos farmacéuticos ya que encontrarán en estas Lecciones, clasificados y valorizados los numerosos progresos de la técnica física, química o fisiológica aplicada a los problemas de Toxicología. Igualmente pueden ser utilizadas por los que se ocupan de Higiene Industrial, y también por los investigadores que se interesan en cuestiones de Fisiología y Farmacología, pues podrán documentarse en ellas relativamente a la noción del veneno, su modo de acción y el destino de ciertas substancias tóxicas en el organismo.

Un primer capítulo se ocupa de la orientación moderna de la toxicología, de la noción del veneno y de los diversos modos de intoxicaciones; otro indica la manera como penetrà el veneno; otro se ocupa de la distribución y localización de los venenos en el organismo; de la manera como actúan los venenos; de las modificaciones que experimentan los venenos en el organismo; de la eliminación de los venenos; de la intoxicación durante la vida fetal. Vienen luego las nociones de toxicidad y el tratamiento de las intoxicaciones.

Tal es el contenido del fascículo I.

Los fascículos II y III se ocupan de la toxicología de los gases anhidrido sulfuroso, cloro, vapores nitrosos, amoníaco, del hidrógeno fosforado y del arseniado, de los arsinos, del óxido y del anhidrido carbónico, del aire confinado, de los hidrocarburos acíclicos gaseosos o volátiles (carburos saturados, etilénicos, acetilénicos, benzeno y homólogos) y del gas de alumbrado.

El fascículo IV trata del sulfuro de carbono, alcohol etílico y metílico, derivados halógenos de los carburos; cloruro y bromuro de metilo y de etilo, cloroformo, tetracloruro de carbono, tetracloroetano, tricloretileno; éter común, nitrocloroformo, sulfuro de etilo diclorado; aldehido fórmico, metacetaldehido, hidrato de cloral, acetona, acetato de amilo.

El V se ocupa del ácido cianhídrico y derivados cianhídricos; fenoles y alquitranes; derivados nitrados y aminos de los carburos aromáticos y de los fenoles; derivados nitrados de los carburos aromáticos; mononitrobenceno, derivados dinitrados del benceno y del tolueno; derivados amíneos de los carburos aromáticos: anilina, metafenileno diamino, parafenileno diamino, paraminofenol; derivados nitrados de los fenoles: dinitro y trinitrofenol.

Y así, los fascículos restantes, de los venenos que indican sus títulos.

N° 252. — Blaschke (Wilhelm), *Integral geometrie.* 22 páginas. Precio: 7 francos.

Constituye el fascículo I de la serie « Exposés de Geometrie » publicada con la dirección del autor, profesor en la Universidad de Hamburgo. Está escrito en idioma alemán y su contenido es el siguiente: § 1, Die Dichten in der sphärischen Geometrie. § 2, Invarianz beweise. § 3, Die Dichten in der Euklidischen Geometrie. § 4, Die Kinematische Dichte der Sphärischen Geometrie. § 5, Die Kinematische Dichte in E_m. § 6, Umsturzinvarianz der Kinematischen Dichte. § 7, Berich über weitere Untersuchungen.

En un preámbulo, dice el autor W. Blaschke, profesor en la Universidad de Hamburgo, que, por pedido de la casa editora, publicará una serie de trabajos relativos a investigaciones científicas que se han realizado en el seminario de Matemáticas de aquella ciudad; y se complace en el hecho de que en el tema inicial de esos trabajos, hayan colaborado geómetras franceses, ingleses y alemanes. Sólo que, a juicio de algunos de éstos, es la intuición que entra en juego, y para otros, la abstracción. La dificultad consiste en precisar el punto y anuncia que en nada puede, él, contribuir en la resolución de esa controversia.

N° 253. — Sivadjian (J.), *Les Fièvres et les Médicaments Antithermiques.* 98 páginas; 32 gráficos. 1935. Precio: 15 francos.

Fascículo 1° de la serie « Exposés de Chimie Thérapeutique » publicada con la dirección del miembro de la Academia de Medicina, jefe del servicio del Instituto Pasteur, Dr. Ernesto Fourneau. El autor es doctor en ciencias.

Después de una introducción en la que apunta, entre otras cosas, la complejidad de la cuestión de establecer una comparación neta entre los diversos antipiréticos y de formarse una idea de su valor real, entra en materia ocupándose, sucesivamente, de la fiebre experimental, de los agentes químicos hipertermisantes, de la elección del animal, de las acciones de los ácidos amíneo sobre la temperatura, de los tóxicos del simpático y temperatura, de la acción de algunos fenoxialcoilaminas substituídos, sobre la temperatura, de la de las substancias antipiréticas sobre el metabolismo, de la acción sobre el sistema nervioso, de la discusión de los resultados. Llega a la conclusión que existen antipiréticos puramente periféricos, y otros de naturaleza netamente central; que, dadas las modalidades diversas de los hipertermios y de la termólisis, el estudio completo de un antipirético exige, en primer lugar, ensayos previos sobre la temperatura del animal en estado normal y en estado de fiebre; y luego, mediante medidas de intercambios, la determinación de la parte de cada factor de la termoregulación en el efecto antipirético observado.

Una larga noticia bibliográfica termina el trabajo.

N° 267. — Freundlich (H.), *Thixotropy.* 50 páginas con algunos gráficos. Precio: 12 francos; 1935.

Fascículo 1 de la serie « The Collodail State » dirigida por F. G. Donnan, profesor de la Universidad de Londres.

El autor, profesor en la « University College » de Londres, después de una Introducción, desarrolla el tema en cuatro capítulos. En aquélla explica el significado del vocablo *Thixotropy;* en éstos indica las causas probables de dicha Thixotropia y su existencia en geología, biología e industria. Una abundante bibliografía termina el folleto.

« La tixotropía es un fenómeno que se produce en ciertos medios coloidales líquidos y susceptibles, con el reposo, de transformarse en una masa elástica más o menos rígida según la naturaleza y la cantidad de la materia coloidal contenida en ellos. Inversamente, si ese medio, transformado así en jalea elástica, es agitado fuertemente, vuelve nuevamente a ser líquido comc antes y un nuevo reposo lo transforma en jalea y así indefinidamente. Aun cuando la existencia de esos hechos se conoce desde mucho tiempo atrás solo hace poco se ha emprendido el estudio de ese fenómeno asaz curioso y cuyas causas no son aun conocidas con certeza. El cambio de sólido a líquido se produce por desplazamiento las unas respecto de las otras de las partes constitutivas de la masa; y por eso Peterfi ha dado el fenómeno el nombre de tixotropía, del griego *thixio* tocar y *tropein* cambiar » (Paul Bert, Larousse Mensuel, nº 350).

Nº 268. — DUBRIDGE (LEE A.), *New Theories of the Photoelectric Effect.* 60 páginas con algunas figuras. Precio: 12 francos; 1935.
Folleto 1º de la serie « L'Effet Thermique et la Photoélectricité » dirigida por K. K. Darrow.

El autor es profesor de física en la Universidad de Rochester; después de una Introducción explicativa del tema, expone éste en la siguiente forma: La Teoría de Sommerfeld; Distribución espectral: teoría, pruebas experimentales y efectos térmicos; Distribución energética de los fotoelectrones; energías normales y totales, pruebas experimentales. Al final trae conclusiones y referencias relativas al tema.

Nº 269. — TRILLAT (JEAN J.), *La Diffraction des Électrons dans ses applications.* 62 páginas con 13 figuras en el texto y 5 láminas fuera del mismo. Precio: 18 francos. 1935.

Fascículo V de la serie « Exposés de Physique Atomique Expérimentale » dirigida por Maurice de Broglie.

En otro fascículo (el nº 110) de esta colección, el profesor Trillat de la Facultad de Ciencias de Besançon indicó cómo los fenómenos de difracción electrónica han traído una decisiva prueba favorable a la teoría de la Mecánica Ondulatoria.

Esos mismos fenómenos han sido utilizados casi inmediatamente como nuevo método de investigación de la Materia. El presente fascículo se ocupa solo de tales aplicaciones.

El trabajo viene dividido en cinco capítulos precedidos de una Introducción y seguidos de una bibliografía.

La conclusión es que la difracción de los electrones ha dado lugar en los últimos años a numerosísimos resultados experimentales y que ese nuevo método de investigación ha sido fecundo tanto en dominios físicos como en químicos.

Esa difracción ha mostrado que el movimiento de los proyectiles corpusculares podía preverse aplicándoles leyes hasta entonces reservadas a la óptica, abriendo así un nuevo campo al estudio de las estructuras atómicas y moleculares.

El autor presenta los hechos de que se ocupa en forma resumida y simple.

Nº 270. — GODEAUX (LUCIEN), *Les Involutions Cycliques appartenant à une Surface Algébrique.* 45 páginas. Precio: 12 francos. 1935.

Fascículo VII de la serie « Exposés de Géométrie », dirigida por E. Cartan.

El autor dió una conferencia en la Universidad de Poitiers en mayo 1934, relativamente al tema. En este fascículo desarrolla dicha conferencia, y su exposición está completada con una lista copiosa de los trabajos consagrados a las correspondencias entre dos superficies algébricas; además indica las obras donde el lector puede hallar la exposición de las teorías de la geometría algébrica utilizada en el folleto.

En una *Introducción,* rememora los trabajos realizados por E. Picard sobre las superficies cuyos puntos tienen coordenadas expresadas con funciones abelianas de dos parámetros. Recuerda también los estudios de Humbert, de Enriques, Severi, Bagnera y De Franchis.

Dadas dos superficies de género *uno,* las que, por medio de transformaciones birracionales pueden siempre reducirse a superficies de orden $2\pi - 2$, con secciones hiperplanas de género π, pertenecientes a un espacio lineal de π dimensiones (para $\pi = 4$ se obtienen superficies de 4º orden), las correspondencias en ellas conducen a involuciones con un número finito de puntos unidos, y manifiesta Godeaux que son ellas las que, por consejo de Enriques, ha estudiado.

Nº 271. — KOSTITZIN (V. A.), *Évolution de l'Atmosphère. Circulation organique. Époques glaciaires.* 46 páginas. Precio: 12 francos. 1935.

Fascículo VIII de la serie « Exposés de Biométrie et de Statique Biologique » dirigida por Georges Teissier, subdirector de la Estación Biológica de Roscoff.

El problema tratado en este trabajo ha sido planteado varias veces por los químicos y los mineralogistas. El autor lo trata del punto de vista matemático. Apoyándose en algunos postulados empíricos es posible construir ecuaciones diferenciales y deducir de ellas conclusiones verificables por la experiencia, ya enseguida, ya en un futuro más o menos alejado.

Es lo que el autor manifiesta en el prefacio. Expone luego la cuestión tratando sucesivamente lo relativo a la constitución de la atmósfera y el papel desempeñado por la materia orgánica; las ecuaciones y sus soluciones; el origen de las épocas glaciales, y el porvenir de la atmósfera y de la vida.

Una bibliografía termina el estudio.

El autor manifiesta que la duración de la vida del conjnto de los seres vivientes está asegurada por un tiempo indefinido si no ocurre una catástrofe cósmica que destruya bruscamente a la Tierra. La desaparición misma de la atmósfera no puede ser considerada como final de la vida.

Nº 272. — BUSSIT (JACQUES), *Recherches analytiques sur l'Arginine et l'Histidine.* 100 páginas. Precio: 20 francos. 1935.

Fascículo III de la serie « Exposés de Chimie Analytique (chimie organique et *Biologique* », dirigida por M. Nicloux, profesor de la Facultad de Medicina de Estrasburgo. El autor es doctor en Farmacia.

La arginina y la histidina son ácidos diamíneos o bases exónicas. Parecen indispensables al crecimiento. Por lo demás, la evolución del tenor en ácidos diamíneos de los proteidos de un organismo vivo, animal o vegetal, en el curso de su desarrollo y particularmente en el momento de la reproducción y del nacimiento, es tema importante para los estudios fisiológicos. Esas dos sustancias no son extraídas por el alcohol butílico, salvo en el punto isoeléctrico y aun así su extracción completa es muy larga. El autor hace un estudio sucesivamente de los métodos de fraccionamiento de los ácidos amíneos, de los del dosaje de la arginina y de la histidina, de la precipitación de una y otra al estado de sal de plata. De la separación de una y otra con compuestos mercúricos, de la extracción de los ácidos amíneos con el alcohol butílico. Formula conclusiones y trae una larga bibliografía del tema tratado.

Nº 275. — MUND (W.), *L'Action chimique des Rayons Alpha en phase gazeuse.* 56 páginas. Precio: 15 francos. 1935.

Fascículo VI de la serie « Exposés de Chimie Générale et Minérale », dirigida por Paul Pascal, de la Sorbona. El autor es profesor de la Universidad de Lovaina, y el folleto que nos ocupa es continuación de otros tres publicados por él, sobre el mismo tema, en 1924, 1927 y 1930. Se limita, ahora, a discutir cuestiones puestas sobre el tapete. Trata sucesivamente: Los elementos radioactivos empleados como fuentes de los rayos α en las investigaciones de radioquímica; la energía de los rayos α; el alcance de las partículas α; la ionisación a lo largo de una trayectoria de partícula α; rayos δ, ionisación segundaria y recombinación; cálculo de la ionisación total producida en un gas irradiado por las partículas α en las condiciones de las experiencias radioquímicas; relación general entre la ionisación y los efectos químicos; la distinción entre las reacciones primarias y secundarias; el papel de la afinidad en las reacciones radioquímicas; dependencia del rendimiento cónico respecto de los diversos factores; las acciones de pared.

El autor termina con algunas consideraciones teóricas; formula conclusiones y trae una bibliografía del tema.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alvarez, Raúl J.
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Arditi Thompson, H.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Arroyo, Rufino
Avila Méndez, Delfín
Aztiria, Ignacio
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Bancalari, Agustín
Barabino Amadeo, S.
Barbieri, Antonio
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berdoy, Pedro A.
Berrino, Juan B.
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano
Bontempi, Luis
Bordato, Miguel
Bordenave, Pablo E.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buldrini, Alvaro G.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Camus, Nicolás
Canale, Humberto
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceriale, Marcelino A.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Corvalán Mendilaharzu, Dardo
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chelia, Francisco
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
Debenedetti, José
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Iní, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Demarchi, Marco
Deulofeu, Venancio
Devoto, Franco E.
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dotto, Enrique S.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Edelberg, Benjamín
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Forn, Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Dívico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Gil, Martín
Gonella, Juan B.
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gurewitsch, Marco
Gutiérrez, Ricardo J.
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Howard, Jorge W.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Kelper, Guillermo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Kohan, Zoilo
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lea, Allán B.
Lignières, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López, P. José
Loyarte, Ramón G.
Lozano, Nicolás
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Marini, Tomás L.
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Massaro, César O.
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Mermoz, Francisco A.
Mohring, Walther
Molfino, José F.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nelson, Ernesto
Nielsen, Juan
Oliveri, Alfredo E.
Ortega Belgrano, Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paltovi y Oliveras, A.
Paquet, Carlos
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Pauly, Antonio
Paz, José Máximo
Paz Anchorena, José M.
Peralta Ramos (h.), Alberto G.
Pérez Hernández, A.
Pérez Pirán, Juan A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Polti, Modesto
Posadas, Carlos
Quartino, José N.
Quinos, José Luis

Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Modesto
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Ravignani, Emilio
Rebuetlo, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rosell Soler, Pedro
Rossi, Arturo R.
Ruata, Luis E.
Ruiz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Sabaria, Enrique
Sagastume Berra, A. E.
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schmidt, Max
Schoo Lastra, Oscar
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Seeber, Ricardo
Sesma, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Soler, Frank L.
Sordelli, Alfredo
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Storni, Carlos David
Suárez, Angel
Taiana, Alberto F.
Tamini, Luis Augusto
Tarragona, José
Tedeschi, Virgilio
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valls, José
Vallebella, Colón B.
Valentiner, Hugo
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallejo, Segundo E.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino (h.)
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Volpatti, Eduardo
White, Guillermo J.
Wauters, Carlos
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Devoto, Arnaldo Carlos
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
Girbau, Mansueto
Goyena, Ricardo J.
Laporte, Julio A.
Magne de la Croix, P. A.
Milesi, Emilio Angel
Monca, Jacobo Isaac
Muñoz Cabrera, René
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Somonte, Eduardo
Viglione, Fausto E.
Zenarruza Johnson, Tirso A.
Walls, I. Figueras de
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Ernesto Baroni y Cía.
Francisco Disí
Angel Estrada y Cía.
Imprenta Kidd
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
Est. Gráf. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Lda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Ramón A. Brandán; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Gumersindo Sayago; Vocales: Ing. Daniel E. Gavier; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. B. de la Colina; Ast. N. Lafayette Zimmer; Ing. Vladimir Borsacow; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis
Aguiar, Henoch D.
Amaya, Arturo A.
Anduze, Fernando L.
Arrambide, Miguel
Astrain, Antonio
Bermann, Gregorio
Bobone, Jorge E.
Bodenbender, G.
Bonet, Rafael
Berzacow, Wladimir
Bracaccini, Osvaldo J.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Bustos, Ernesto
Buteler, Jesús E.

Cabrera Molina, P.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Castellanos Posse, F.
Catinari, Altavino E.
Centeno, Dionisio
Cordeiro, Juan Carlos
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
De la Colina, Bmé.
Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
De Villafañe Lastra, T.
Devoto, Heraclio A.
Di Riemzo, Sabino
Espinosa, Manuel
Esteban, Fernando
Evans, Eduardo W.
Fernández, Miguel
Ferrer, Baltasar
Fitz Simon, Sgo. E.
Fortana, Lorenzo
Fracassi, Humberto
Fuchs, Guillermo J.
Galíndez Vivanco, C.
García, Daniel
Garzón, Rafael
Gavier, Daniel E.
Gavier, Ernesto
Gibert, Víctor
Giménez de Azúa, F.
Godoy, Salvador A.
Gómez, Calixto A.
Gordillo, Pedro N.
Granillo Barros, M.
Hernández Ramírez, R.
Hosseus, Carlos Curt
Jagsich, Juan
Kegeler, Juan Walter
Kronfuss, Juan
Lafayette Zimmer, M.
Larrauri, Agustín C.
Lewis, Donald G.
Lo Celso, Angel T.
Luque, Eduardo R.
Lutzow Holm, Olaf
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Marsal, Alberto
Martínez, Rodolfo
Martínez Bustos, V.
Masjoan, Juan
Melo, Carlos R.
Mirizzi, Pablo Luis
Montes, Aníbal
Ninci, Carlos A.
Ninci, Mario
Ninci, Raúl T.
Nottaris, Carlos E.
Novillo Corvalán, S.
Olsacher, Juan
Pagliari, Arturo
Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani de
Perrine, Carlos D.
Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, C.
Ponssa, Marco
Puga, Agustín
Revol, Carlos A.
Revuelta, Miguel C.
Rietti, Dardo A.
Roca, Jaime
Roggeri, Domingo
Rothlin, Edwin
Sánchez Sarmiento, F.
Sartori, Antonio
Sayago, Gumersindo
Sayago, Marcelino
Schmiedecke, Augusto
Servetti Reeves, J. C.
Sicco, Juan Carlos
Padula, Federico
Sigal, Moisés
Sparn, Enrique
Strada, Ferdinando
Stucchi, Alberto
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Terrera, Pascual
Trebino, Natalio
Tretter, José
Urciuolo, Victorio
Vanni, Alberto
Vercello, Carlos
Villalba, Aquiles D.
Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Francisco E. Urondo; Vice-presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Secretario de correspondencia, Ing. Rodolfo Rouzaut; Secretario de actas, Prof. Curto E. Hotschewer; Tesorero, Ing. Carlos Christen; Vocal 1º, Dr. José Piazza; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Suplente 1º, Ing. Enrique Virasoro; Suplente 2º, Ing. José Cruellas.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Argüelles, Eugenio
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco
Bonazzola, César J.
Borruat, Luis
Borruat, Luis (hijo)
Borzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Camo, José María
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá Tolrá, Antonio
Kleer, Gregorio
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Morisot, Augusto
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Antonio E.
Rouzaut, Sergio
Reuzaut, Rodolfo
Regis Mallorquin, Juan
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. José S. Corti; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Dr. Juan B. Lara; Vocales: Prof. Tomás P. Silvestre; Dr. Germinal Basso; Dr. Mario Bidone; Ing. Francisco M. Croce.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Anzorena, Pedro
Basso, Germinal
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Carette, Eduardo
Ceriotto, Emilio
Croce, Francisco M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Mácola, Tulio
Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Miyara, Santos
Oviedo Marcó, Carlos
Oviedo Ortíz, Carlos
Pelaia, Dante
Piccione, Cayetano C.
Piovano, Abelardo P.
Pontis, Rafael Edmundo
Ruiz, Aníbal
Ruiz Leal, Adrián
Sammartino, Miguel
Sánchez C., Juan V.
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Toso, Juan P.
Vicchi, Juan A.
Villanueva, Miguel Angel

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán..........	Rafael (México)
Amaral, Afranio de..........	San Pablo (Br.)
Arteaga, Rodolfo de.........	Montevideo
Avendaño, Leónidas...........	Lima
Alvarez, Antenor..............	Sgo. del Estero
Bonarelli, Guido..............	Gubbio (It.)
Borel, Emile..................	París
Bachmann, Carlos J...........	Lima
Bolívar, Ignacio..............	Madrid
Bragg, William Henry........	Londres
Bruch, Carlos.................	Olivos
Cabrera, Blás.................	Madrid
Carabajal, Melitón M.........	Lima
Corti, José S.................	Mendoza
Dávila, Rubén................	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto.............	La Plata
Escomel, Edmundo............	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Asunc. (Par.)
Fontecilla Larrain, Arturo....	Chile
Fort, Michel..................	Lima
González del Riego, Felipe....	Lima
Greve, Germán................	Chile
Guinier Philibert.............	Nancy (Franc.)
Hadamard, Jacques...........	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hassler, Emilio...............	San Bernardino (Paraguay)
Hernández, Juvenal...........	Chile
Hijar y Haro, Luis...........	México
Janet, Pierre..................	París
Jiménez de Asúa, Luis.......	Madrid
Kinart, Fernando.............	Amberes
Lahille, Fernando.............	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul................	París
Lobo, Bruno..................	Río de Janeiro
Lehmann Nitsche, Roberto....	Berlín
Mardones, Francisco..........	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique..............	Concepc. (Ch.)
Majarás, Jesús................	México
Moretti, Gaetano.............	Milán
Oliver Schneider, Carlos......	Chile
Pereira d'Andrade, Lancaster.	Nova Goa (I.P.)
Perrin, Tomás G..............	México
Porter, Carlos E..............	Santiago (Ch.)
Pi y Suñer, Augusto..........	Barcelona
Reyes Cox, Eduardo..........	Antofag. (Ch.)
Rospigliosi y Vigil, Carlos....	Lima
Rowe, Leo S.................	Wáshington
Shepperd, William R..........	New York
Tello, Julio C................	Lima
Torres Quevedo, Leonardo....	Madrid
Villarán, Manuel V...........	Lima
Vélez, Daniel M..............	México
Valle, Rafael H..............	México
Volterra, Vito.................	Roma
Vitoria, Eduardo..............	Barcelona

ANALES
DE LA
SOCIEDAD CIENTIFICA
ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

SEPTIEMBRE 1936. — ENTREGA III. — TOMO CXXII

SUMARIO

BUENOS AIRES
Calle Santa Fé 1145
1936

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †
Dr. Mario Isola †
Dr. Germán Burmeister †
Dr. Benjamín A. Gould †
Dr. R. A. Philippi †
Dr. Guillermo Rawson †
Dr. Carlos Berg †
Dr. Valentín Balbín †
Dr. Florentino Ameghino †
Dr. Carlos Darwin †
Dr. César Lombroso †
Ing. Luis A. Huergo †
Ing. Vicente Castro †
Dr. Juan J. J. Kyle †
Dr. Estanislao S. Zeballos †
Ing. Santiago E. Barabino †
Dr. Carlos Spegazzini †
Dr. J. Mendizábal Tamborel †
Dr. Enrique Ferri †
Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Walter Nernst
Dr. Eduardo L. Holmberg
Ing. Guillermo Marconi
Dr. Alberto Einstein
Dr. Angel Gallardo †
Dr. Cristóbal M. Hicken †

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Contralmirante Segundo R. Storni; Dr. Adolfo T. Williams; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1936-1937)

Presidente	Ingeniero Nicolás Besio Moreno
Vicepresidente 1º	Ingeniero Jorge W. Dobranich
Vicepresidente 2º	Doctor Gonzalo Bosch
Secretario de Actas	Doctor Antonio Casacuberta
Secretario de Correspondencia.	Doctor Elías A. De Cesare
Tesorero	Arquitecto Carlos E. Géneau
Protesorero	Profesor José F. Molfino
Bibliotecario	Ingeniero José S. Gandolfo
Vocales	General Ingeniero Arturo M. Lugones Doctor Juan Ubaldo Carrea Ingeniero Carlos Posadas Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez Doctor Angel H. Roffo Capitán de fragata Héctor R. Ratto Doctor Jorge Magnin

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

Est. Gráf. "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

LOS PROBLEMAS DEL HEMO Y DE LA CLORÓFILA

POR ENRIQUE V. ZAPPI

INTRODUCCIÓN

El conocimiento de la estructura química y de las relaciones que existen entre el colorante verde de las plantas, la *clorófila,* y el colorante rojo de la sangre de los vertebrados, el *hemo,* alcanzado en estos últimos tiempos, constituye la solución de un apasionante probl ma debatido durante muchos años entre los hombres de ciencia.

Una cantidad de observaciones y de hechos experimentales parecían afirmar que ambos pigmentos deberían hallarse constituídos por las mismas unidades químicas fundamentales, diferenciadas por la existencia de *magnesio* en la clorófila y de *hierro* en el hemo.

No obstante la enorme masa de trabajo acumulado, de habilidad experimental ejercitada y de talento desplegado por muchos investigadores, el enigma se mantenía insoluble hasta que Hans Fischer, de Munich, halló la solución, descubriendo que el núcleo de la *porfina* constituye el esqueleto común de los colorantes de la sangre y de las hojas.

Mediante brillantes experimentos, llevados con una lógica admirable, llegó a efectuar la síntesis de la hemina, del hemo y de substancias muy próximas a la clorófila, lo cual le valió el premio Nobel de 1930.

Tales investigaciones han adquirido después una verdadera trascendencia filosófica al comprobarse que los diversos *pigmentos respiratorios,* distribuídos en toda la escala animal y vegetal son complejos metálicos de la porfina, no solo con el hierro o con el magnesio como en el caso del hemo o de la clorófila, sino también con otros metales: *cobre, vanadio* o *manganeso.*

De donde viene a resultar que el núcleo común a todos esos colorantes, *la porfina, es el grupo esencial elegido para la función biológica de la respiración en toda la Naturaleza animada.*

La sangre y la resina verde de las plantas

Posiblemente no existe substancia alguna que haya sido más estudiada que la sangre, ese «jugo muy particular» que decía Mefistófeles.

Desde los tiempos más remotos los médicos, los químicos y los fisiólogos han tratado de determinar su naturaleza y de establecer su constitución y sus propiedades.

Ya en las postrimerías del siglo XVIII se reconoció que la sangre contenía una materia colorante que le es propia, designada con el nombre de *hematosina*, un complejo mal definido de albúminas y de una verdadera especie química, la *hematina*, que fué aislada en 1826 por Tiedemann y Gmelin.

En realidad la materia colorante de la sangre es una albúmina coloreada, un *cromo-proteido*, que se llama *hemoglobina*, descubierta por Hoppe-Seyler en 1862.

Tiene a su cargo la función respiratoria en los animales de sangre caliente, pues en contacto con el aire pulmonar se transforma en *oxihemoglobina* que arrastrada por el torrente circulatorio vá cediendo su oxígeno a los distintos órganos y regenera nuevamente la hemoglobina, que vuelve a oxidarse en los pulmones y así sucesivamente.

Fuera del organismo la hemoglobina fija el oxígeno atmosférico en una forma más estable y produce la *metahemoglobina*, que a diferencia de la oxihemoglobina no puede ya regenerar la hemoglobina.

La hemoglobina, en su carácter de *proteina* conjugada se halla formada por un *grupo protéico*, la *globina* y por un *grupo prostético*, que se llamó el *hemocromógeno* (Hoppe-Seyler, 1870).

En 1925, Anson y Mirsky, de Cambridge, demostraron que el hemocromógeno es también una proteina conjugada, de un peso molecular menor que la hemoglobina, pero formado idénticamente por globina y por el verdadero grupo prostético, un complejo ferroso común a todos los derivados de la hemoglobina, que denominaron: *hemo*.

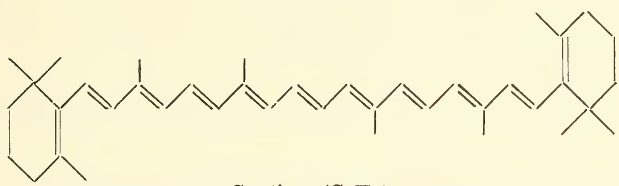
El mecanismo químico del fenómeno respiratorio se funda en la capacidad que tiene el hierro del hemo de oxidarse, pasando de ferroso a férrico, y de reducirse nuevamente a ferroso cediendo su oxígeno. En la oxihemoglobina se halla contenido un peróxido inestable del hemo; en la metahemoglobina un óxido estable. De los principales compuestos conocidos, la hematina es un óxido hidratado y la hemina un cloruro de hemo.

$C_{34}H_{32}O_4N_4Fe$	$C_{34}H_{32}O_4N_4Fe - OH$	$C_{34}H_{32}O_4N_4FeCl$
Hemo	Hematina	Hemina

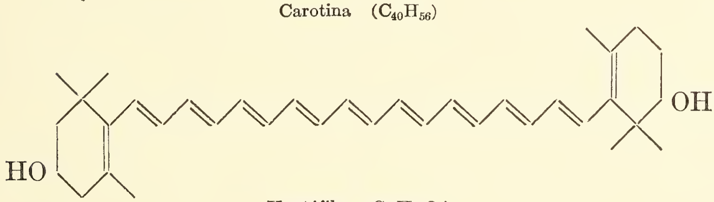
La historia de la clorófila es más moderna. En 1818, Pelletier y Caventou extrajeron de las hojas y tallos de diversas plantas herbáceas, por medio del alcohol, una substancia verde obscura que denominaron por su aspecto *resina verde de las plantas*, y luego *clorófila*.

Estudios posteriores demostraron que la clorófila bruta es una mezcla muy compleja, separándose de ella además de dos ceras incoloras, un colorante verde y otro amarillo.

Este último se desdobló más tarde en otros dos: *carotina* y *xantófila*, substancias íntimamente relacionadas con la *vitamina A* y a las cuales Karrer (1933) atribuye la estructura siguiente (*)



Carotina ($C_{40}H_{56}$)



Xantófila ($C_{40}H_{56}O_2$)

La composición química y la fórmula molecular de la clorófila fueron discutidas durante largo tiempo antes de que pudiera llegarse a un acuerdo al respecto.

Así como la existencia del hierro en la hemoglobina fué establecida con certeza y aceptada desde muy temprano, en la clorófila, en cambio, la presencia de magnesio fué siempre controvertida hasta que en 1906 los trabajos de Willstätter la hicieron admitir definitivamente.

Aún en 1908, Stoklasa y otros químicos, sostenían que en la clorófila existía fósforo bajo forma de ácido glicerofosfórico y que ella era en realidad una verdadera lecitina.

(*) Para interpretar estos esquemas hay que tener presente que en cada ángulo de las figuras o en cada extremo de línea existe un átomo de carbono cuyas valencias libres deben ser saturadas por átomos de hidrógeno o por diversos grupos funcionales.

Finalmente, en 1910, Willstätter demostró que la clorófila de las plantas no es única, sino que se halla constituída por una mezcla de otras dos de composición química muy vecina y las denominó *clorófila a* y *clorófila b:*

$C_{55}H_{72}O_5N_4Mg$	$C_{55}H_{70}O_6N_4Mg$
Clorófila A	Clorófila B

cuyas fórmulas moleculares se consideran exactas.

En cambio, lo que mejor se estableció desde los primeros estudios, fué el rol biológico que desempeña la clorófila en la asimilación del carbono y en la respiración de los vegetales.

La clorófila de las hojas, bajo la influencia de los rayos solares, descompone el ácido carbónico eliminando un volumen igual de oxígeno y formando los hidratos de carbono: *azúcares*, *almidones* y *celulosa* que necesitan las plantas para u sustento.

$$n\ CO_2 + n\ H_{20} \rightleftarrows n\ CO_3H_2 \xrightarrow[\text{clorófila}]{\text{luz}} n\ O_2 + (CH_2O)_n$$

La *función clorofiliana* es pues totalmente opuesta a la de la respiración en los animales. Estos absorben el oxígeno del aire y emiten ácido carbónico en tanto que los vegetales toman el ácido carbónico del aire viciado por los animales y devuelven oxígeno.

A pesar de esto la oposición es más aparente que real y en el fondo subsiste la analogía entre ambos pigmentos respiratorios de animales y vegetales, pues el mecanismo de su acción es idéntico: ambos ejerejercitan su función tomando oxígeno; el hemo del aire y la clorófila del ácido carbónico.

Tal parecido en la función biológica de dichos colorantes hizo surgir tempranamente la idea de que se hallaran íntimamente relacionados entre sí.

Ya en el año 1852, Verdeil creyó demostrarlo al obtener, por la acción del percloruro de hierro sobre la clorófila, un producto muy parecido a la hemina y que probablemente era un complejo férrico de la feofitina.

La confirmación de las hipótesis sobre el estrecho parentesco que debía existir entre los colorantes de la sangre y de las plantas, halló sus bases realmente sólidas hacia el año de 1900, por obra de Nencki, Piloty, Küster, Willstätter y una legión de colaboradores, que demostraron la identidad de los productos obtenidos al demoler las moléculas de la clorófila y de la hemina.

La hemina y la clorófila poseén un núcleo común

Los métodos empleados para lograr una degradación sistemática de tan complicadas moléculas, fueron los siguientes:

1°. La reducción enérgica por medio del ácido yodhídrico y del yoduro de fosfonio, aplicada por Nencki Piloty y Küster, desde 1901.

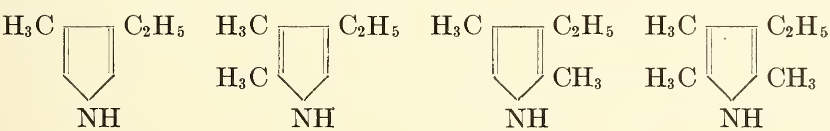
2°. La oxidación fuerte por medio de la mezcla crómica, empleada por Küster en 1912.

3°. La hidrólisis, o sea el desdoblamiento por acción del agua, en diversos medios ácidos, alcalinos, etc., usada especialmente por Willstätter y sus colaboradores, desde el año 1906.

La reducción enérgica de los colorantes de la sangre, así como de la clorófila o de la bilis:

$C_{34}H_{32}O_4N_4Fe$	$C_{34}H_{33}O_5N_4Fe$	$C_{34}H_{32}O_4N_4FeCl$
Hemo	Hematina	Hemina
$C_{55}H_{72}O_5N_4Mg$	$C_{55}H_{70}O_6N_4Mg$	$C_{33}H_{36}O_6N_4$
Clorófila *a*	Clorófila *b*	Bilirubina

por medio del ácido yohídrico y del yoduro de fosfonio, conduce a los siguientes pirroles substituídos:

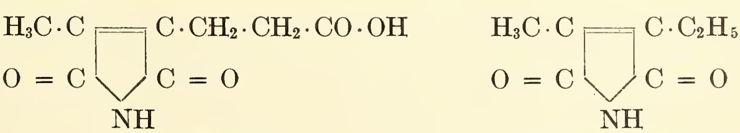


Opsopirrol 3-metil-4-etil-pirrol — *Hemopirrol* 2-3-dimetil-4-etil-pirrol — *Criptopirrol* 2-4-dimetil-3-etil-pirrol — *Fitopirrol* 2-3-5-trimetil-4-etil-pirrol

(Vérse el cuadro *A* de la Lámina)

Si la reducción no es muy avanzada se obtienen los ácidos *opso-*, *hemo-*, *cripto-* y *filo-pirrol carbónicos*, que llevan un resto de *ácido propiónico*, $—CH_2—CH_2—CO\cdot OH$ en lugar del grupo *etilo* de los pirroles respectivos.

La oxidación, por medio del bicromato de potasio y del ácido sulfúrico, produce especialmente el *ácido hematínico* y la *imida metil-etil-maléica:*



Acido hematínico — *Imida metil-etil-maléica*

(Véase el cuadro *B* de la Lámina)

La acción suave de los ácidos sobre el hemo, sobre la hematina o la hemina:

$$C_{20}H_4N_4 \left\{ \begin{array}{l} Fe \\ (CH_3)_4 \\ (CH = CH_2)_2 \\ (CH_2 \cdot CH_2 \cdot COOH)_2 \end{array} \right. \qquad C_{20}H_4N_4 \left\{ \begin{array}{l} FeOH \\ (CH_3)_4 \\ (CH = CH_2)_2 \\ (CH_2 \,.\, CH_2 \,.\, COOH)_2 \end{array} \right.$$

Hemo — Hematina

$$C_{20}H_4N_4 \left\{ \begin{array}{l} FeCl \\ (CH_3)_4 \\ (CH = CH_2)_2 \\ (CH_2 \cdot CH_2 \cdot COOH)_2 \end{array} \right.$$

Hemina

les hace perder respectivamente, Fe, Fe(OH) y FeCl, que son reemplazados por 2 H, dando la *protoporfirina* (*) que reducida produce la *mesoporfirina.* Esta sometida a la acción del calor pierde dos moléculas de anhídrido carbónico y dá la *meso-etioporfirina.* (Véase el cuadro *C* de la Lámina).

Es interesante recordar aquí que la primera porfirina fué preparada en el año 1880 por Hoppe-Seyler haciendo actuar sobre la hematina una mezcla hirviente de ácidos clorhídrico y acético concentrados. Designó con el nombre de *hematoporfirina* al producto obtenido. Este es un derivado de hidratación de los dos grupos etilidénicos del hemo, lo cual se comprueba porque reducido pierde dos oxhidrilos, que son reemplazados por hidrógeno, dando la mesoporfirina. (Véase el cuadro *C* de la Lámina).

La clorófila sometida a la acción del hidrógeno naciente en medio ácido, sufre una serie de transformaciones complejas produciendo *rodoporfirina* y por decarboxilación, sucesivamente, *pirroporfirina* y *pirro-etioporfirina.* (Véase cuadro *D*, «reducción ácida», de la Lámina).

Estas dos últimas porfirinas se hallan íntimamente relacionadas con las porfirinas de la hemoglobina. Observando las fórmulas del Cuadro *C*, vemos que la mesoporfirina y la meso-etioporfirina tienen respec-

(*) En lugar de presentar simplemente las fórmulas moleculares, que no dicen nada sobre la constitución de las substancias nombradas, he preferido dar fórmulas parciales de estructura, exhibiendo junto al núcleo de constitución indeterminada aún, en ese momento, los grupos funcionales de existencia más tempranamente admitida, y que demuestran como esas series de transformaciones no afectan para nada al núcleo central que permanece invariado.

tivamente un resto de ácido propiónico y un radical etilo, más que la pirroporfirina y que la pirro-etioporfirina.

Sintéticamente se ha logrado pasar de una serie a la otra efectuando los cambios indicados por las flechas horizontales, es decir quitando un resto de ácido propiónico a la mesoporfirina se obtuvo la pirroporfirina y añadiendo un resto etilo a la pirro-etioporfirina se pasó a la meso-etioporfirina.

Con esto quedó definitivamente comprobado que el núcleo de la pirro-etioporfirina es común a la clorófila y al hemo.

La descomposición de la clorófila con ácido clorhídrico concentrado provoca una hidrólisis brusca acompañada por desprendimiento de anhídrido carbónico y produce un cuerpo llamado *filoeritrina* (16) por el químico Marchlewski que la descubrió en 1903.

Por degradación se transforma sucesivamente en *filoporfirina* y *filo-etioporfirina*.

Según puede observarse por comparación de las fórmulas respectivas la filo-etioporfirina es un homólogo superior de la pirro-etioporfirina.

Este hecho pasó desapercibido para Willstätter que consideró la mezcla de ambos productos, extremos de hidrogenación de la clorófila, como una sola especie química que denominó «*etioporfirina*» idéntica a la «*etioporfirina*» obtenida por la hidrogenación de la hemina (actual meso-etioporfirina).

Así fué llevado a considerar que su «etioporfirina» constituía el núcleo común de los pigmentos de la sangre y de la clorófila.

Sometidas a una reducción enérgica la meso-, la pirro- y la filo-etioporfirinas, así como la «etioporfirina» de Willstätter, se desdoblaron en la mezcla de los metil-etil-pirroles citados más arriba (ver cuadro A de la Lámina) demostrando que todas ellas se hallaban constituidas pr la unión de cuatro núcleos pirrólicos.

Efectuadas estas constataciones, surgieron inmediatamente las hipótesis destinadas a resolver cual era la forma de unión de los núcleos pirrólicos en las porfirinas.

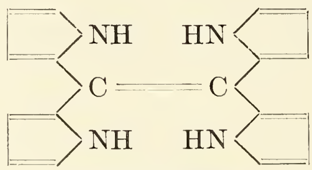
Las estructuras preferidas fueron las del *tetrapirril-metano* del *tetrapirril-etano* y una forma alternada de *pirrol-carbono*; de acuerdo a estos esquemas:

tetrapirril-metano	tetrapirril-etano	Mesobilirubina
$\begin{matrix}Pi \\ Pi\end{matrix}\!\!>\!C\!<\!\!\begin{matrix}Pi \\ Pi\end{matrix}$	$\begin{matrix}Pi \\ Pi\end{matrix}\!\!>\!C-C\!<\!\!\begin{matrix}Pi \\ Pi\end{matrix}$	—Pi—C—Pi—C—Pi—C—Pi

Pi = núcleo pirrólico

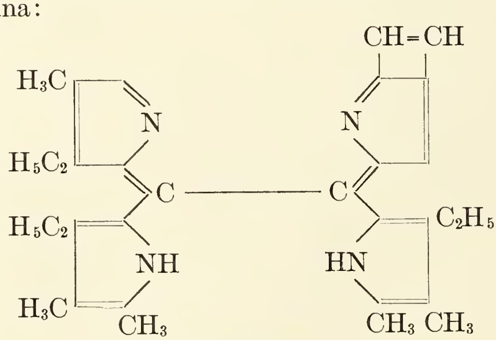
El tetrapirril-metano no es conocido. El tetrapirril-etano fué preparado por Willstätter mediante la reacción del glioxal sobre trimetil-pirrol y produce isómeros coloreados. La forma alternada de pirrol y carbono fué hallada en la cadena de la mesobilirubina, un colorante de la bilis.

Willstätter fundándose en sus síntesis: en la facilidad con que el tetrapirril-etano da productos coloreados; en la existencia de leuco derivados incoloros de la clorófila y de la hemina, obtenibles por reducción, como en el caso del índigo blanco, optó para desarrollar la estructura de su «etioporfirina» por una fórmula del tipo indigoide derivada del *tetrapirril-etileno*

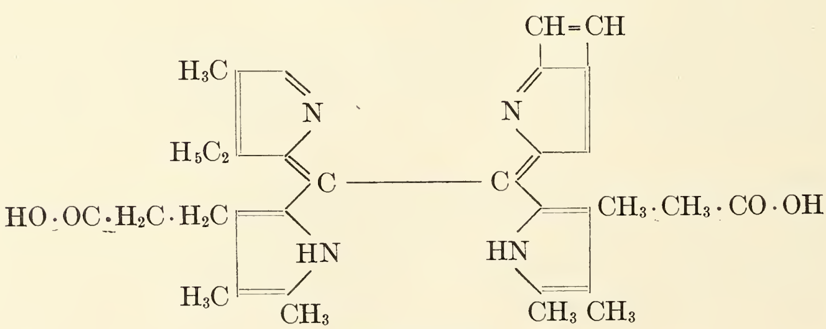


Tetrapirril-etileno

Hizo derivar de esta fórmula la correspondiente a la «etioporfirina» y a la *hemoporfirina*, un producto intermedio de la reducción de la hematoporfirina:



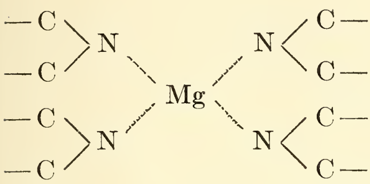
Etioporfirina

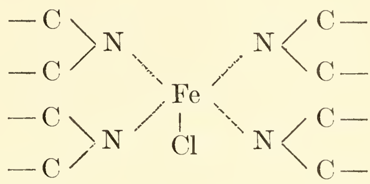


Hemoporfirina

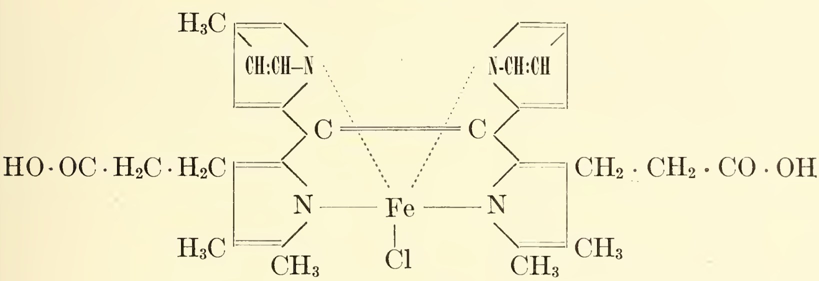
Según *Willstätter* (1913)

Basándose en los trabajos de Werner y Tschugaeff sobre los compuestos de coordinación de las diaminas, considera que el Mg de la clorófila y el Fe de la hemina se hallan combinados como complejos de este tipo:

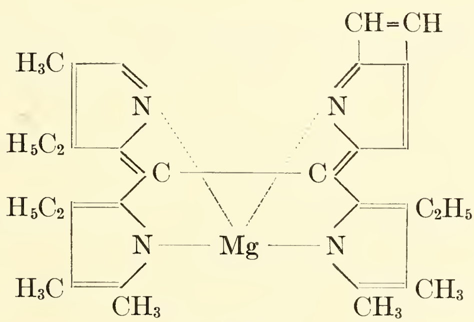




y propuso para la hemina la fórmula siguiente:



Hemina



Etiofilina

Según Willstätter (1913)

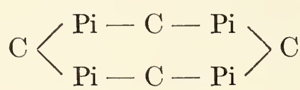
Haciendo actuar el reactivo de Grignard sobre la «etioporfirina» obtuvo un complejo magnesiano, que denominó *etiofilina* y que consideró como un derivado muy cercano a la clorófila.

Con respecto a la constitución de la clorófila, la fórmula más avanzada a que llegó Willstätter consistió en reconocer agrupadas sobre el núcleo de la etiofilina dos carboxilos, esterificados por un metilo y por un fitilo, y una función lactona fácilmente hidrolizable y susceptible de reformarse en otra posición, condición necesaria esta última, para explicar el fenómeno de las fases coloreadas descubierto por él, y del cual nos ocuparemos más adelante.

$$C_{31}H_{29}N_3Mg \begin{cases} CO \cdot O - C_{20}H_{39} & \alpha \\ CO \cdot O - CH_3 & \beta \\ -CO & \gamma \\ \quad | & \\ -NH & \gamma \end{cases}$$

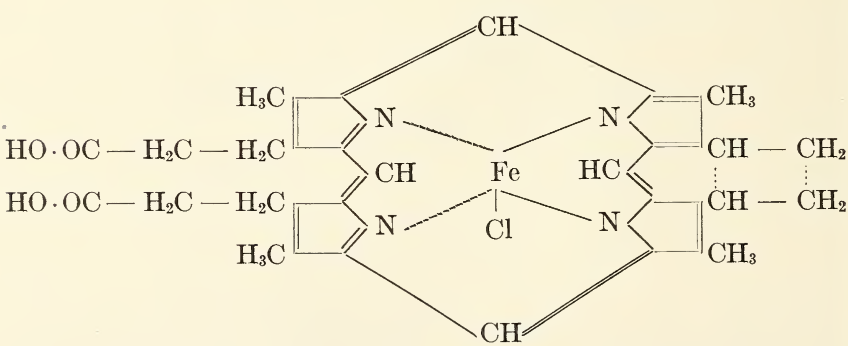
Clorófila (a) según *Willstätter* (1912)

Por su parte Küster volviendo nuevamente a la estructura de la «etioporfirina» advirtió que aún era posible otra manera de combinar los cuatro núcleos pirrólicos y los cuatro carbonos, a saber: adoptando una estructura cíclica sobre la cual construyó su fórmula de la hemina,



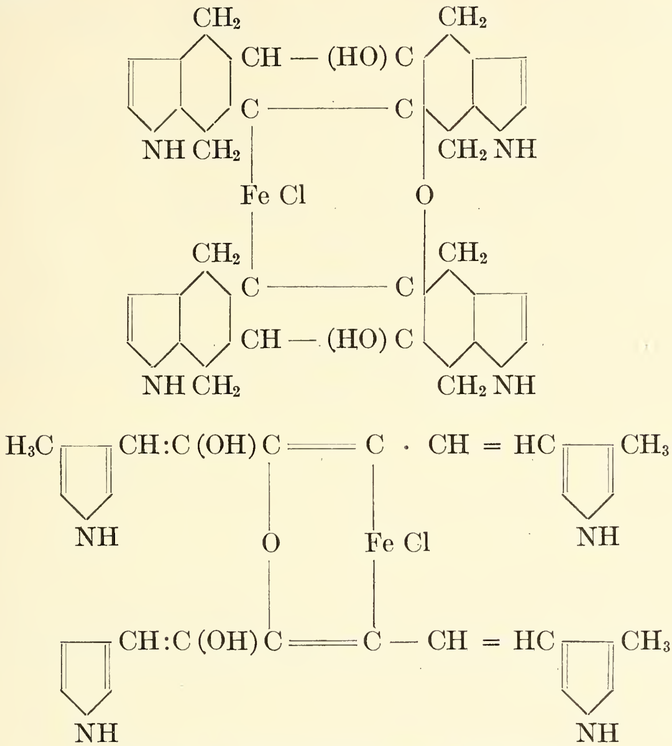
Ciclo-tetrapirril-metano

presentada en 1912, y cuyo verdadero valor solo fué reconocido por Hans Fiscer veinte años más tarde, al hallarla prácticamente exacta.

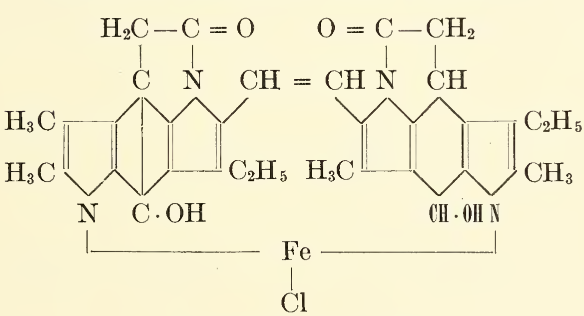


Hemina según Küster (1912)

Las fórmulas de Nencki y Zaleski (1901) y la de Piloty (1911), que damos más abajo, solo presentan un interés histórico por ser las primeras propuestas para explicar la tan complicada estructura de la hemina:



Fórmulas de la *Hemina* según NENCKI y ZALESKI (1901)



Hemina según PILOTY (1911)

LA HIDROLISIS DE LA CLOROFILA

Diversos procedimientos de hidrólisis aplicados a la clorófila, permitieron a Willstatter y a sus discípulos obtener numerosos derivados y llegar a un conocimiento bastante exacto sobre la constitución, estructura y transformaciones de dicha substancia.

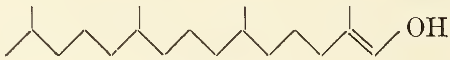
La *clorófila a*, la única que nos ocupará por ahora, sometida a la acción de los álcalis diluídos, se desdobla en *clorofilina a*, que es el complejo magnesiano de un ácido bibásico, en *alcohol metílico* y en *fitol*:

$$\underset{\text{Clorófila } a}{C_{55}H_{72}O_5N_4Mg} + 2H_2O \xrightarrow{\text{álcalis}} \underset{\text{Clorófilina } a}{C_{32}H_{30}ON_4Mg} \begin{cases} COOH \\ COOH \end{cases} +$$

$$+ CH_3OH + \underset{\text{Fitol}}{C_{20}H_{39}OH}$$

(ver cuadro D, «álcalis», de la Lámina)

El fitol es un alcohol sesquiterpénico, relacionado con los carotinoides y cuya estructura responde al siguiente esquema:



Fitol ($C_{20}H_{39}OH$)

Bajo la acción de la *clorofilasa*, una diastasa que existe en las hojas verdes de todas las plantas, la clorófila es hidrolizada parcialmente perdiendo el resto fitilo y produciendo *clorofilido a*, que es el éster metílico ácido de la clorofilina a.

Cuando la clorofilasa actúa sobre la clorófila disuelta en alcohol metílico o etílico se forman respectivamente los ésteres neutros metílicos o etílicos del clorofilido *a*, que se denominan metil- o etil-clorofilidos *a*.

$$\underset{\text{Metil-clorofilido-}a}{C_{32}H_{30}ON_4Mg \begin{cases} CO \cdot OCH_3 \\ CO \cdot OCH_3 \end{cases}} \qquad \underset{\text{Etil-clorofilido-}a}{C_{32}H_{30}ON_4Mg \begin{cases} CO \cdot OCH_3 \\ CO \cdot OC_2H_5 \end{cases}}$$

Los álcalis saponifican a todos los clorofilidos, transformándolos en clorofilina a.

(ver cuadro D, «clorofila», de la Lámina)

Por un tratamiento alcalino más enérgico tanto el clorofilido a, como la clorofilina a, pierden su átomo de magnesio y se transforman respectivamente en *feoforbido a* y en *clorina e*.

La acción del ácido clorhídrico diluído sobre la clorófila, le elimina inmediatamente el magnesio y produce la *feofitina a*, que luego se hidroliza completamente por el mismo reactivo y se transforma en el *feoforbido a*.

Este, sometido durante algunos segundos a la acción del metilato de potasio, produce la clorina e.

(Véase cuadro D, — Mg, de la Lámina).

La hidrólisis sucesiva de la clorina e, condujo al través de una serie complicada de porfirinas, que estudiaremos más adelante, a la *rodo-* y a su isómero la *verdo-porfirina*, que por decarboxilación dan lugar a la formación de las *pirro* y pirro-etio-porfirinas, tan íntimamente relacionadas con las porfirinas del hemo, según explicamos anteriormente (ver pág. 134)

Sobre la obtención de la filoeritrina (ver pág. 135)

La porfina y las porfirinas

Tal era el estado de los conocimientos, cuando se presenta Hans Fischer en el campo de la investigación de los colorantes de la bilis y de la sangre.

Nacido en 1881 y discípulo de Emilio Fischer, comienza sus trabajos en 1911 con una contribución al conocimiento de los colorantes de la bilis, retomando las anteriores investigaciones de Nencki y demostrando que su «*hemopirrol*» no era puro.

De allí es llevado a estudiar metódicamente la constitución y síntesis de los pirroles substituídos y sus relaciones con las porfirinas obtenidas de la bilis, de la sangre y de la clorófila, terminando por enfrentarse directamente con el problema de la estructura de dichos colorantes y resolviéndolo brillantemente, a través de una masa enorme de trabajo experimental.

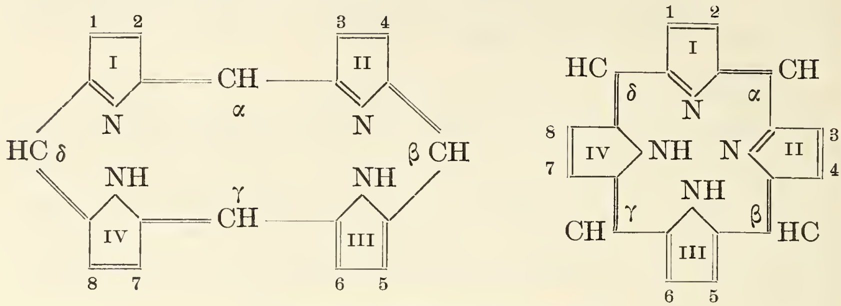
La idea conductora de sus investigaciones fué que la fórmula de la hemina propuesta por Küster en 1912 (ver pág. 13) era fundamentalmente exacta. Hans Fischer percibió que ella contenía la agrupación molecular que presentía común de todos los colorantes a cuyo estudio se había consagrado.

Del mismo modo como su maestro Emilio Fischer inventara el núcleo hipotético de la *purina* que necesitaba para explicar y desarrollar la química del *ácido úrico* y de sus derivados, Hans Fischer extrajo de la fórmula de Küster el ciclo de pirrol-carbono lo designó con el nombre de «*porfina*» y lo tomó como base de todo su razonamiento.

La *porfina* es pues un compuesto hipotético * formado por la unión

* Recientemente Fischer y Gleim, realizaron la síntesis de la porfina, condensando el α-pirrol-aldehido con ácido fórmico (Ann., 1935, t. 521; p. 157).

alternada de cuatro núcleos pirrólicos con cuatro carbonos metínicos, que se representa de varias maneras, dos de las cuales son:



Núcleo de la *Porfina* de HANS FISCHER

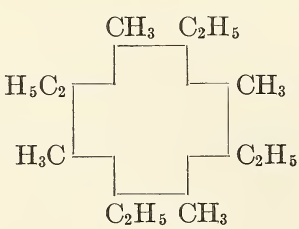
Ya con la adopción del núcleo de la porfina introdujo una sistematización de la nomenclatura caprichosa que hasta entonces se empleaba.

Los derivados de la porfina son las *porfirinas* (del griego *porfyr* = púrpura). Substituídas por alquilos, constituyen las *porfirinas básicas*; por restos ácidos: las *porfirinas ácidas*. Si tienen grupos metínicos libres, se denominan las *deuteroporfirinas*. Por introducción de Fe dan las *heminas* y por la del Mg, producen las *filinas*.

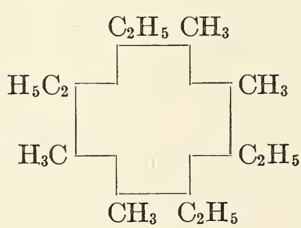
Las *tetrametil-tetraetil-porfirinas*, constituyen las *etioporfirinas*, productos últimos de la reducción de la hemina de la sangre (10) y de varias porfirinas patológicas, como ser la *copro-* y la *uro-porfirina* (3-4).*

Así planteado el problema, la primera preocupación de Hans Fischer fué la de establecer cuantas etioporfirinas eran teóricamente posibles.

Representando esquemáticamente el núcleo de la porfina, en forma simplificada, indicando únicamente las posiciones 1 á 8, halló que substituyendo esos hidrógenos por cuatro grupos metilos y por cuatro etilos, se puede preestablecer la existencia de las cuatro etioporfirinas siguientes, que designó con los números romanos de I a IV:

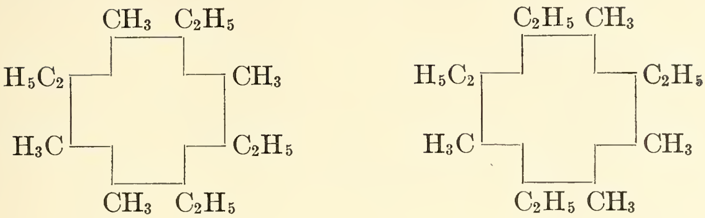


(I)



(II)

* Los números entre parèntesis, indícan las fórmulas desarrolladas que figuran en el texto.

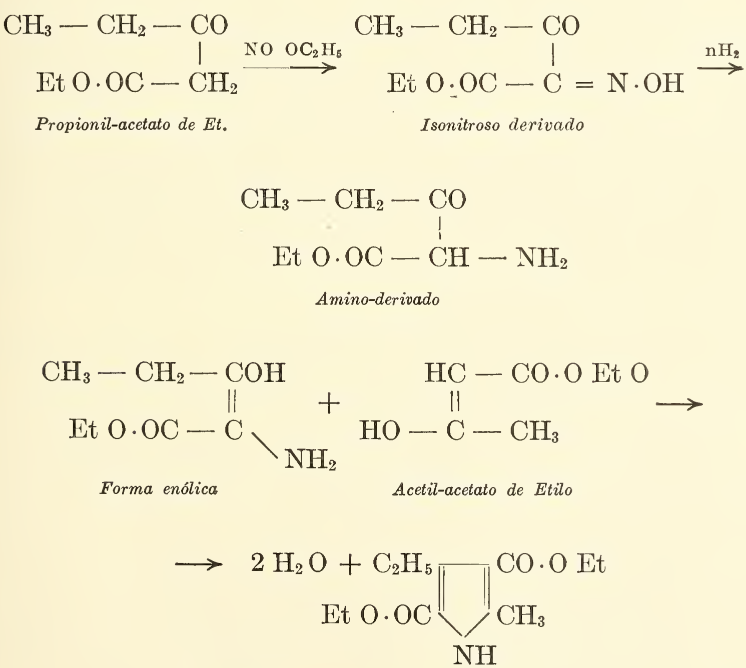


(III) (IV)

Esquema de las cuatro *etioporfirinas* posibles

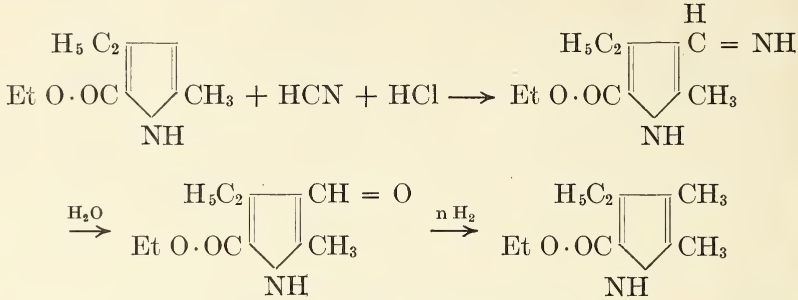
Logrado esto, el próximo paso consistía en la preparación sintética de dichas etioporfirinas, a fin de compararlas con las etioporfirinas naturales y establecer de manera indubitable la estructura de estas últimas.

Pero antes de intentar la síntesis de las etioporfirinas fué necesario obtener en cantidad, con alto grado de pureza y absoluta seguridad respecto a su constitución, los pirroles substituídos: el hemopirrol, criptopirrol, etc., que debían emplearse. Ello se logró después de largos estudios sistemáticos, gracias a procedimientos como el siguiente:



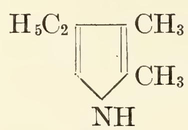
Propionil-acetato de Et. — *Isonitroso derivado* — *Amino-derivado* — *Forma enólica* — *Acetil-acetato de Etilo* — *2-Me-4-Et-pirrol-3-5-dicarbonato de Etilo*

El SO_4H_2 saponifica y elimina como CO_2 el grupo carboxietilo en 3 y se puede introducir un metilo en esa posición utilizando la síntesis de Gattermann:

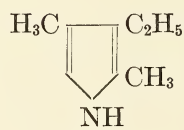


2-3-di Me-4-Et-pirrol-5-carbonato de Et.

por saponificación del cual y eliminación de CO_2 se llega al *2-3-dimetil-4-etil-pirrol* o *hemopirrol.*



Hemopirrol

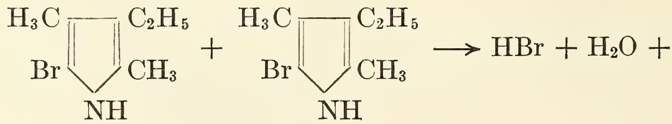


Criptopirrol

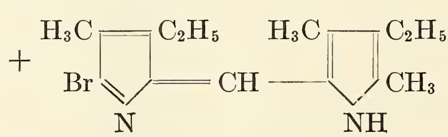
Una marcha idéntica, pero saliendo del acetilo acetato de etilo y condensando su amino derivado con acetilacetona y reducción del producto, permitió obtener el 2-4-di Me-3 Et-pirrol o cripto pirrol, y con procedimientos parecidos se sintetizaron el filo- y el opsopirrol.

El segundo paso hacia la obtención de los fragmentos esenciales para la síntesis final fué la obtención de los *dipirril-metenos,* que efectuó Hans Fischer por alguno de los siguientes procedimientos cuyas variantes le permitieron preparar numerosos dipirrilmetenos básicos y ácidos:

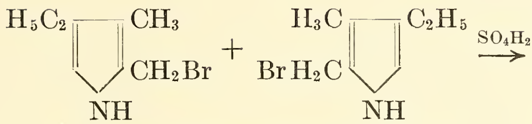
1) La acción del bromo sobre los pirroles provoca una condensación de los núcleos que por oxidación sucesiva dan los metenos.



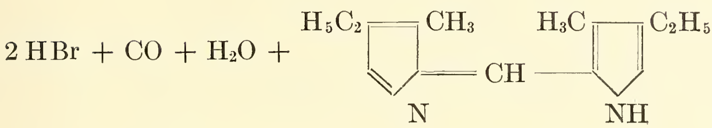
2 mol. de *5-Br-criptopirrol*



Meteno del Br-cripto-pirrol

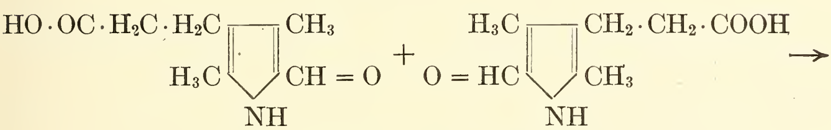


2 mol. de *2-Br-metil-opsopirrol*

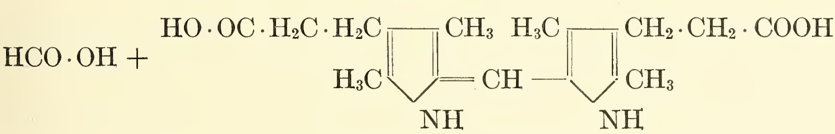


Meteno del opso-cripto-pirrol

2) Condensación de los aldehídos pirrólicos por medio de la solución muy concentrada de HBr en ácido fórmico, con lo cual salta uno de los grupos formilos como óxido de carbono y agua.



2 mol. *de aldehido del ácido criptopirrol-carbónico*



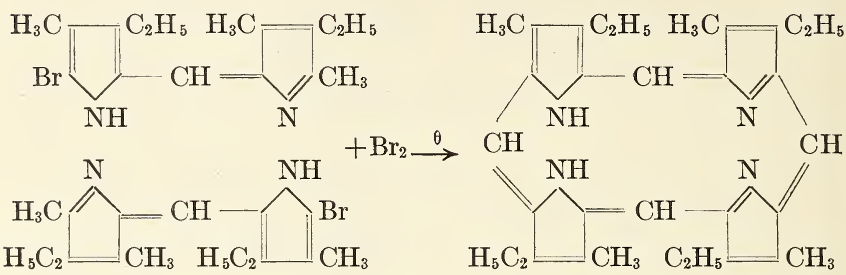
Meteno del ácido criptopirrol-carbónico.

Todos los numerosos isómeros posibles de esta especie de cuerpos fueron previstos y separados en reacciones semejantes.

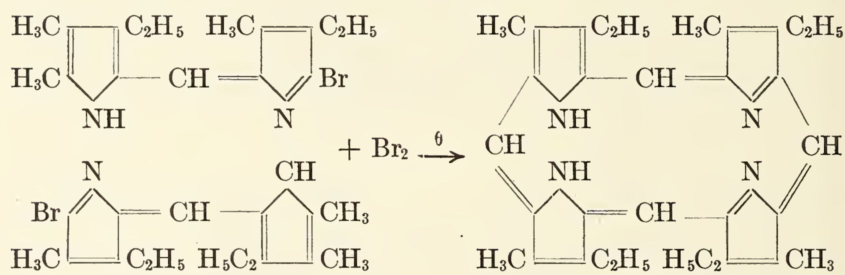
Los pirrilmetenos son compuestos intensamente coloreados y que tienen una tendencia extraordinaria a formar complejos metálicos con el Fe, Cu, Mg, y otros metales.

Pueden condensarse entre sí de varias maneras, especialmente por fusión de sus bromo-derivados, con resorcina o con ácido succínico que actúan como deshalogenantes, y se transforman en porfirinas.

Las cuatro etioporfirinas fueron obtenidas de esa manera. Describiremos a continuación la síntesis de las etioporfirinas I y III que son las más importantes.



2 mol. de *Br-criptopirril-meteno* — *Etioporfirina I* (1)



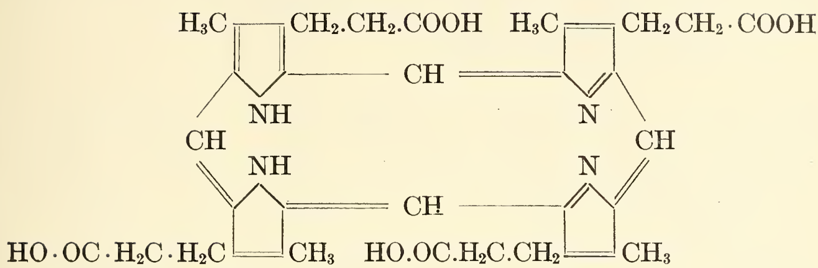
Br-hemo-pirril-meteno + Br-cripto-hemo-pirril-meteno. — *Etioporfirina III* o *Mesoetio-porfirina.* (2)

Del estudio de estas substancias resultó que la etioporfirina III (2) era idéntica por su espectro, por su forma cristalina y por otras propiedades, con la etioporfirina obtenida de la hemina, llamada actualmente *mesoetioporfirina*.

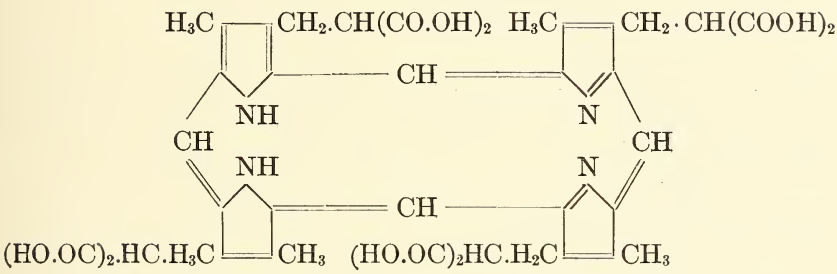
En las orinas de sujetos enfermos atacados de «porfirinuria» aisló Fischer dos porfirinas, la *Uro-* y la *Copro-porfirina* (3-4) que enérgicamente reducidas produjeron la misma etioporfirina, que se identificó con la *etioporfirina I* (1).

Llegó así a la conclusión de que todos esos compuestos tenían la misma estructura química y solo se diferenciaban por una diferente ordenación de sus grupos etilos y metilos.

Como la coproporfirina posée cuatro carboxilos y la uroporfirina ocho carboxilos y las fórmulas moleculares $C_{36}H_{38}O_8N_4$ y $C_{40}H_{38}O_{16}N_4$ dedujo para cada una las siguientes estructuras confirmadas luego por varias síntesis.



Coproporfirina
(3)



Uroporfirina
(4)

Volviendo a la etioporfirina III, idéntica como dijimos a la mesoetioporfirina obtenida de la hemina, y remontando la columna de los productos de desintegración del cuadro C, de la Lámina, pudo Hans Fischer planear las estructuras hipotéticas de los quince isómeros posibles y buscar en cada caso la confirmación de sus ideas mediante la síntesis.

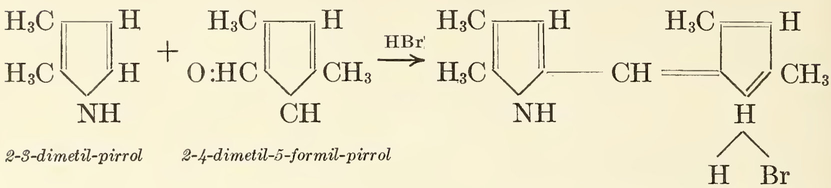
Todos esos estudios fueron coronados por el éxito más rotundo, una verdadera sucesión de triunfos, cuando obtuvo sintéticamente la mesoporfirina (8), la hematoporfirina (7), la protoporfirina (9) y finalmente la hemina (10) y su complejo ferroso fundamental: el *hemo* (11).

Sintesis de la hemina y del hemo

La síntesis total de la hemina se funda en la obtención de la *deuteroporfirina* (5), análoga en su estructura a la protoporfirina (9) de la que se diferencia por tener 2H libres en lugar de dos grupos vinilos —$CH:CH_2$ que esta última posee en las posiciones 2-4.

Esta síntesis comprende la preparación de los pirril-metenos adecuados y su condensación, que resumimos así:

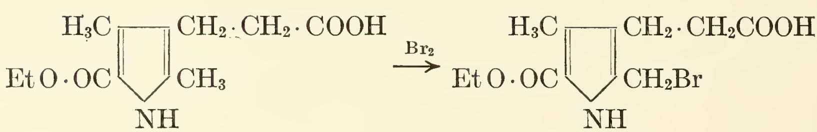
1°.) Síntesis del meteno básico:



2-3-dimetil-pirrol *2-4-dimetil-5-formil-pirrol*

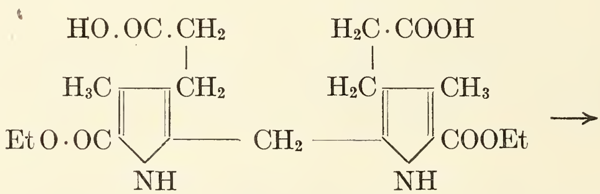
4-5-3'-5'-tetrametil-pirro-(2-2')-meteno

2°.) Síntesis del meteno ácido:

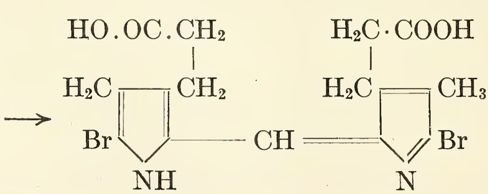


Acido 2-4-dimetil-5-carbetoxi-3-propiónico *2-Br-derivado*

Estas dos moléculas se condensan entre sí por acción del agua hirviendo y por hidrólisis, pérdida del carboxilo en 5- y bromuración en esa misma posición, se llega al meteno ácido:

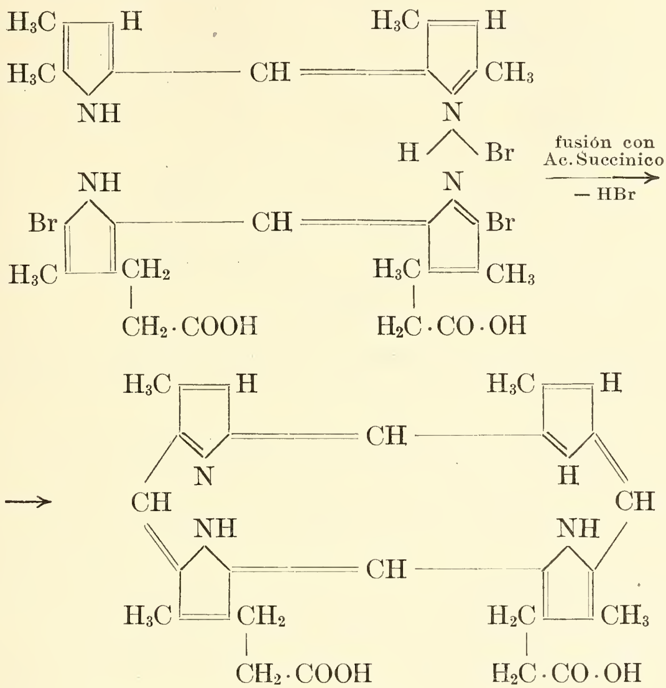


4-4'-dimetil-5-5'-dicarbetoxi-3-3'-dipropiónico-pirro-(2-2')-metano



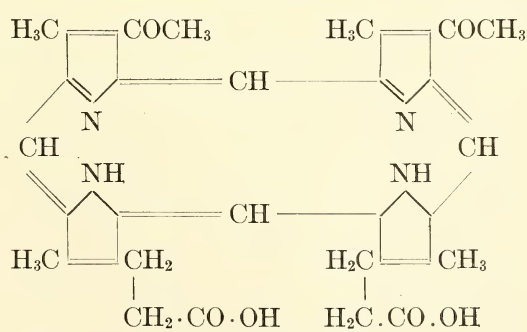
Acido 4-4'-dimetil-5-5'-di-Br-3-3'-dipropiónico-pirro-(2-2')-meteno.

3°.) Obtención de la deuteroporfirina, por fusión de ambos metenos en ácido succínico:

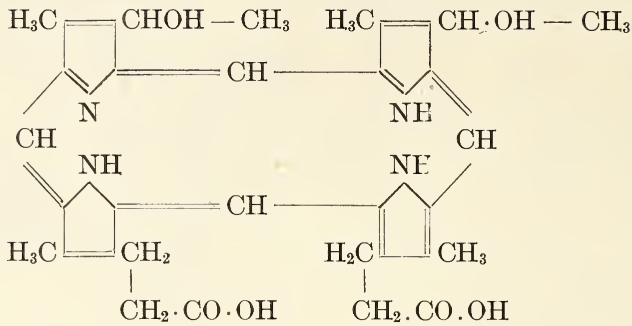


Deuteroporfirina
(5)

Los hidrógenos metínicos 2-4- fueron acetilados por acción del anhídrido acético en presencia del Sn Cl_4, que tiene una acción catalítica especial, y se sintetizó así una *diacetil-deuteroporfirina* (6) que reducida resultó idéntica a la hemato-porfirina (7) preparada por Hoppe-Seyler hacen ya más de 50 años.

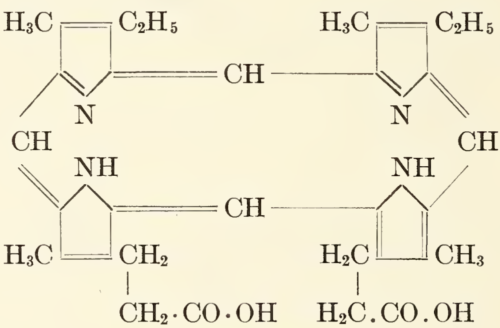


Diacetil-deuteroporfirina
(6)



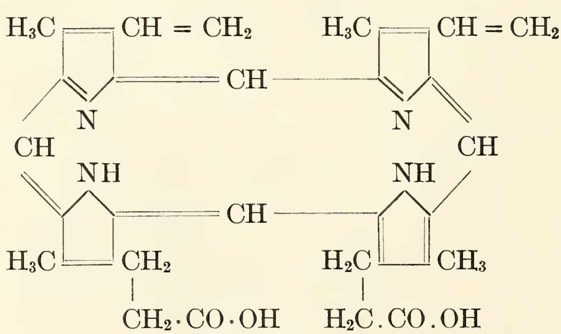
Hemato-porfirina
(7)

Por una reducción de la hematoporfirina pasó a la mesoporfirina (8), comprobando así su estructura:

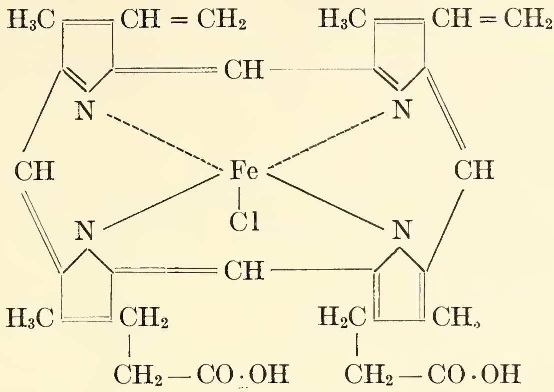


Mesoporfirina
(8)

Por deshidratación de la hematoporfirina (7) llegó Hans Fischer a la protoporfirina (9) que tiene dos grupos vinilos en posición 2-4 y que con el cloruro de hierro produce una *hemina* (10) idéntica a la extraída de la sangre.



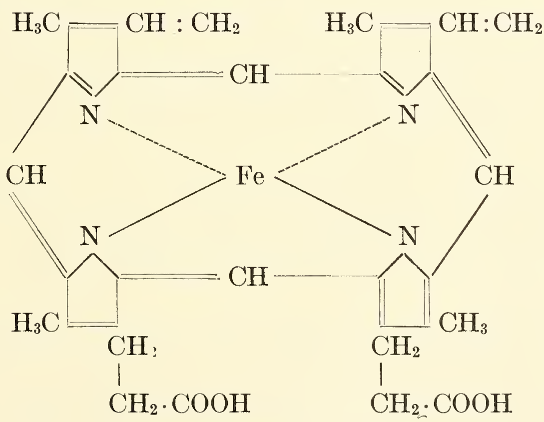
Proto-porfirina
(9)



Hemina
(10)

Por adición de 2 H_2 la protoporfirina (9) cambia sus grupos vinilos ($—CH:CH_2$) en etilos ($— C_2H_5$) y tenemos la *meso-porfirina* cuya decarboxilación origina la *mesoetio-porfirina* o *etioporfirina III* (2) (ver pág. 143).

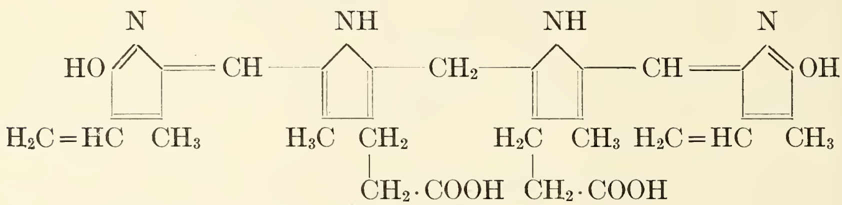
La hemina (10) tratada por el acetato de sodio cede su cloro, como Na Cl, y se obtiene así el *hemo* (11) el complejo ferroso fundamental del *hemocromógeno* y de la *hemoglobina*, descubierto en 1925 por Anson y Mirsky.



Hemo
(11)

Es importante recordar aquí, que el hemo es probablemente la unidad fundamental de todos los pigmentos naturales del tipo hemoglobina. Por adición de globina se transforma en un hemocrógeno que no se diferencia en nada del natural y puede combinarse con otras proteinas, aminoácidos, etc., dando un número prácticamente infinito de «hemocromógenos» y de «heminas» de propiedades similares pero no idénticas.

Finalmente el hecho de que la hemina (10) y la protoporfirina (9) oxidadas se transformen en *bilirubina* (12) ha llevado a asignar a este colorante de la bilis la siguiente constitución, por rotura del ciclo de la porfirina:



Bilirubina
(12)

La clorofila A

El conocimiento y demostración de la estructura del núcleo fundamental de la clorófila se basa en las relaciones halladas entre sus productos últimos de reducción, o sea entre la pirro- y la pirroetio-porfirina, con los productos de reducción del hemo, o sea, con la meso- y la mesoetio-porfirina. (ver cuadros C y D de la Lámina).

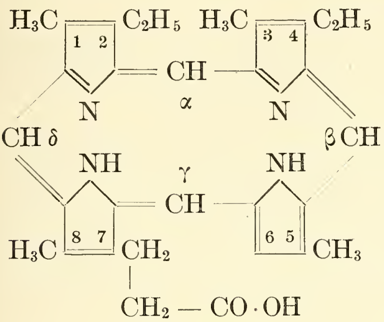
El razonamiento seguido por Hans Fischer fué el siguiente:

1°. La estructura del núcleo fundamental de la meso- y de la mesoetio-porfirina, ha quedado establecida después de la síntesis de ambos productos, que tienen las constituciones representadas por los esquemas (8-2).

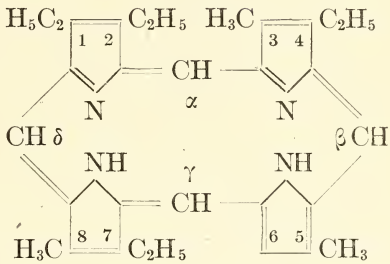
2°. La pirro- y la pirroetio-porfirina poseen la misma estructura fundamental que las anteriores, pero se diferencian de ellas por contener, respectivamente, un resto de ácido propiónico y un radical etilo, menos.

3°. La pirro- y la pirroetio-porfirina tienen un hidrógeno libre en la posición 6.

4°. En consecuencia, la estructura de la pirro- y de la pirroetio-porfirina corresponde a los esquemas (13-14) todo ello demostrado por síntesis de los principales derivados.

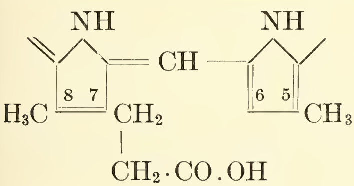


Prirro-porfirina
(13)

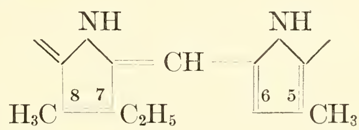


Pirroetio-porfirina
(14)

Resumiendo, para terminar: las porfirinas de la clorófila tienen el mismo esqueleto fundamental que las del hemo y toda la diferencia entre los derivados de ambos pigmentos reside en la mitad inferior de su molécula, que puede representarse así:

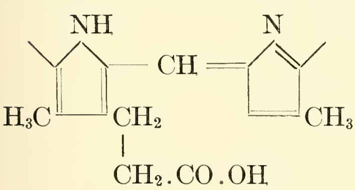


Pirro-porfirina

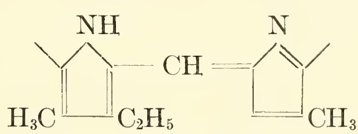


Pirro etio-porfirina

o en una forma tautómera (*).



Pirroporfirina
(13 *a*)



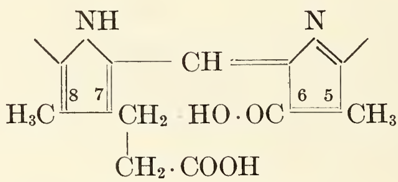
Pirroetio-porfirina
(14 *a*)

(*) Hasta aquí hemos desarrollado nuestro razonamiento sobre una forma única de las porfirinas aunque en realidad pueden existir varios isómeros de dichas sustancias. En efecto, por la migración de los hidrógenos imínicos se provocan desplazamientos de las dobles ligaduras dando varias formas tautómeras de las porfirinas. Todas ellas son posibles; no se sabe cuales predominan, pero cada una puede servir preferentemente para discutir y explicar determinados hechos en la química tan complicada de la clorófila.

El conocimiento de la llamada «estructura fina» de la clorófila, ha sido mucho más difícil de alcanzar que el de la hemina y no obstante los esfuerzos y los adelantos realizados no se halla todavía definitivamente establecido.

Hans Fischer después de evidenciar por primera vez en 1931, que existe una porfirina común a la hemina y a la clorófila, según dijimos más arriba, abordó el nuevo tema en la siguiente forma.

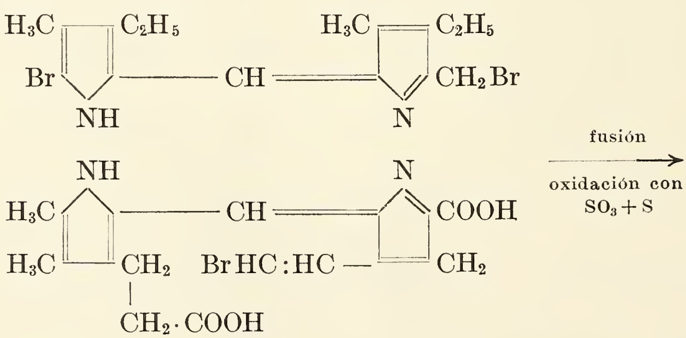
Se sabe que la clorófila, los feoforbidos, y su ácido libre la *feoporfirina* a_5 (19) por acción del HCl o HI concentrados pierden CO_2 y producen la *filoeritrina* (16) (ver cuadro D de la Lámina y pág. 135). La filoeritrina posee un grupo cetónico y oxidada produce finalmente rodo- y verdo-porfirinas (15), que son derivados de la pirro-porfirina, con un carboxilo en 6-:



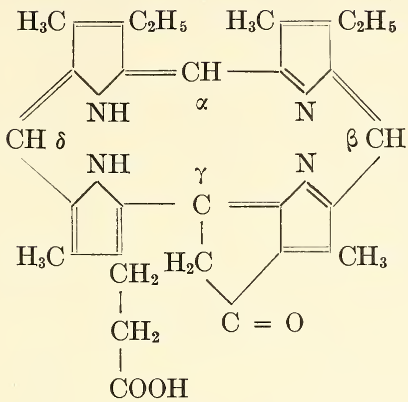
Rodo- y Verdo-porfirinas
(15)

La interpretación de este hecho llevó a Fischer a admitir que tanto la filoeritrina, como la clorófila y sus productos superiores, tenían una nueva cadena pentacarbonada e isocíclica, hipótesis de donde se derivó la actual estructura de las clorófilas.

De entre las varias estructuras posibles eligió la siguiente (16), cuya exactitud demostró por síntesis, fundiendo los metenos correspondientes:

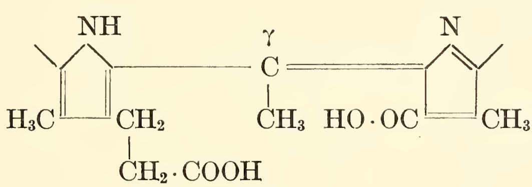


Meteno del opso-cripto-pirrol + Meteno de los ácidos Hemopirrol-carbónico y 3-vinil-4-Metil-pirrol-5-carbónico

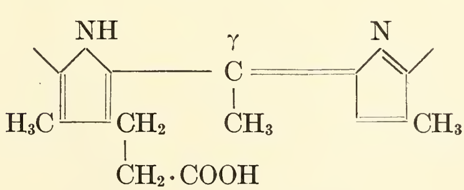


Filoeritrina
o *Acido 1-3-5-8-tetrametil-2-4-dietil-7-propiónico-6-γ-etanon-porfina.*
(16)

En consecuencia la filo-porfirina (17) y la filoetio-porfirina (18) productos de degradación de la filoeritrina (16) resultan ser homólogos superiores de la pirro- y de la pirroetio-porfirina (13*a*-14*a*) cuyo H del carbono γ se halla reemplazado por un metilo:

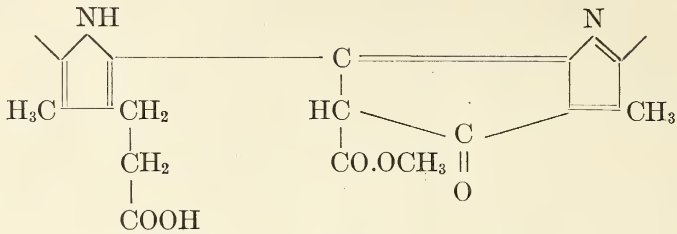


Filo-porfirina
(17)

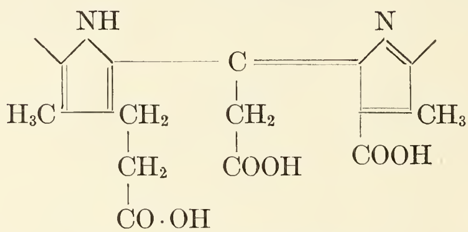


Filoetio-porfirina
(18)

El *feoforbido* (19) y la *clorina e* (20) que resulta de su hidrólisis con metilato de potasio, poseen esta constitución:

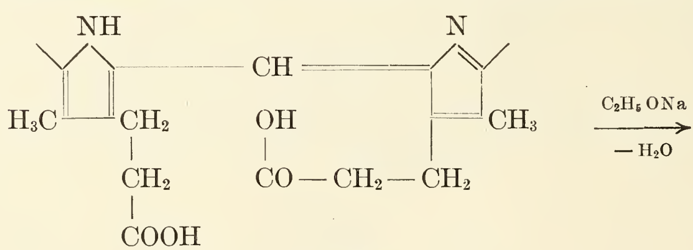


Feoforbido
el ácido libre = *feoporfirina* a_5
(19)

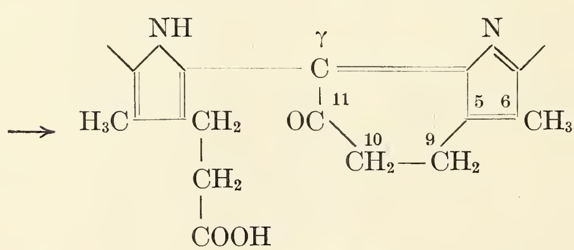


Clorina e o *cloroporfirina* e_6
(20)

Fischer halló un nuevo pasaje desde la serie de la hemina a la de la clorófila, tratando la mesoporfirina (21) por el etilato de sodio, con lo cual se deshidrata y se transforma en mesorodina (22):

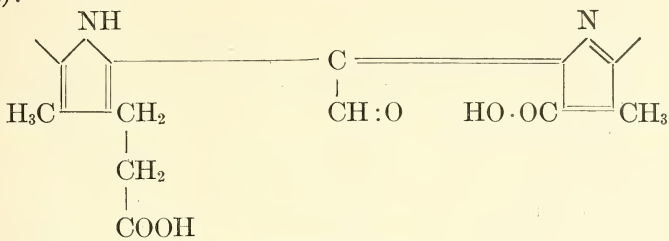


Mesoporfirina
(de la hemina)
(21)

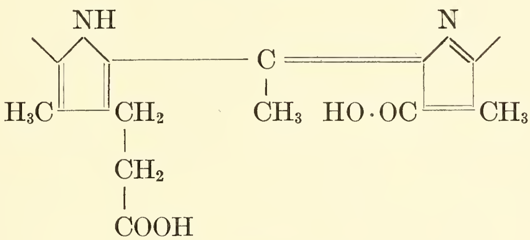


Mesorodina
(22)

La *mesorodina* (22) oxidada por el permanganato de potasio produce *cloroporfirina* e_5 (23) reducible a *cloroporfirina* e_4 (24) las cuales pueden también obtenerse por degradación de la *clorina* e_6 (20): (ver la lámina):

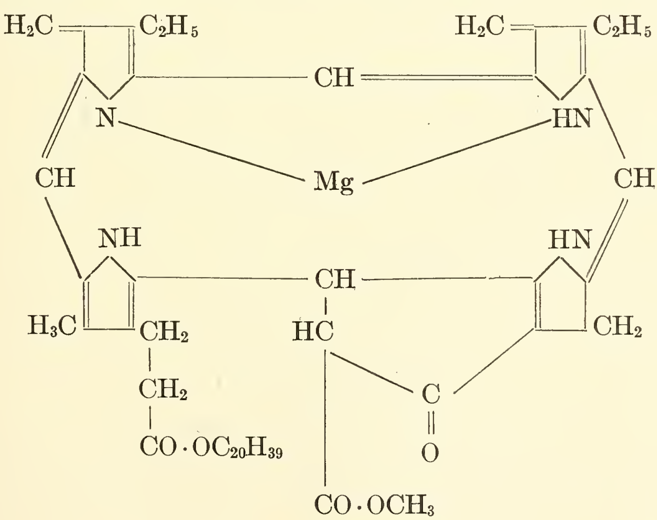


Cloroporfirina e_5
(23)

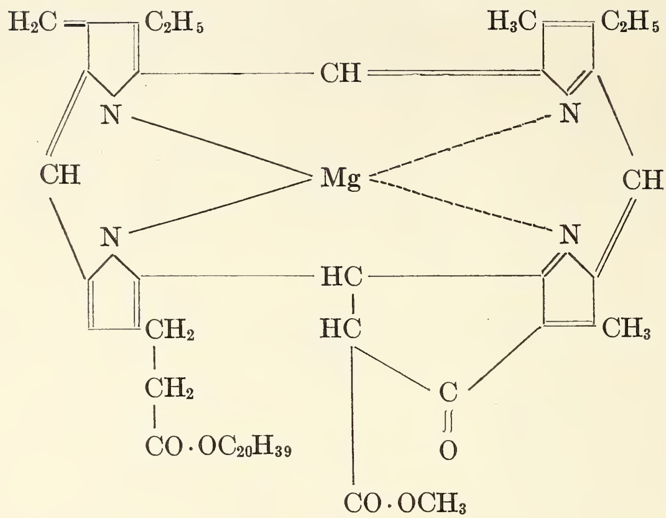


Cloroporfirina e_4
(24)

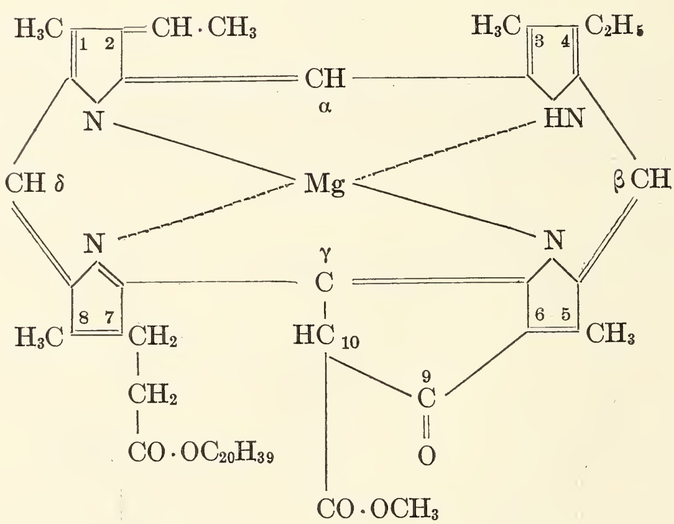
En 1932 presentó Hans Fischer la primera fórmula de estructura de la clorófila a, seguida luego por las modificaciones de 1933 y de 1934 y volviendo a principios de 1935 a la fórmula de 1933 (25).



1932 ($C_{55}H_{72}O_5N_4Mg$)



1934 ($C_{55}H_{74}O_5N_4Mg$)

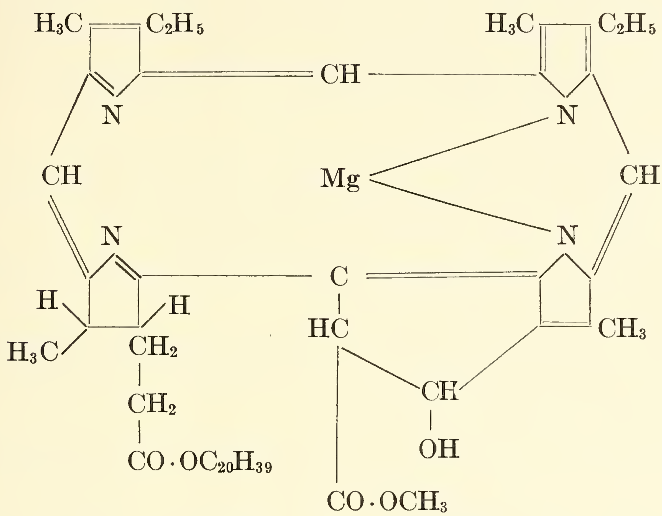


1933 y 1935 ($C_{55}H_{72}O_5N_4Mg$)

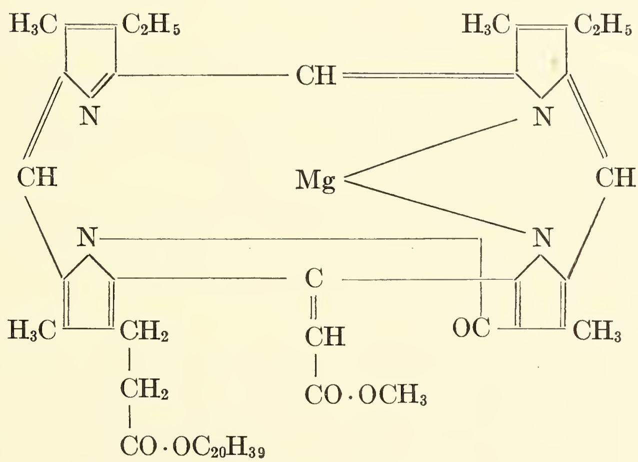
Clorófila a según HANS FISCHER

(25)

En 1933 Stoll propuso una estructura parecida a la de Hans Fischer (26) pero con 2H más y sin carbonilo en la posición 9-. Al mismo tiempo Conat presentó una fórmula con función lactama (27).



Clorófila a según STOLL (1933)
($C_{55}H_{76}O_5N_4Mg$)
(26)



Clorófila a según CONANT (1913)
($C_{55}H_{72}O_5N_4Mg$)
(27)

Ambas fórmulas debieron descartarse por varias razones y especialmente cuando Hans Fischer preparó la oxima de la clorófila a' en 1934.

La fórmula de constitución que mejor explica las propiedades de la clorófila a, es la última propuesta por ese gran químico (25).

Pueden seguirse en ella todas las transformaciones de que hemos hablado, con la mayor lógica y sin forzar ningún razonamiento.

La cadena isocíclica propuesta por Fischer es en realidad un ácido β-cetónico, capaz de enolización y de producir las demás reacciones características de ese tipo de substancias, en medios ácidos o alcalinos.

La formación de la filoeritrina (16) por acción del HCl concentrado sobre la clorófila a, con pérdida de CO_2, no es pues otra cosa que un «*desdoblamiento cetónico*» de ese acido β-cetónico.

La producción de la *clorina* e_6 (20) es sencillamente un «*desdoblamiento acidico*» del mismo cuerpo.

Solamente la unión del átomo de Mg no se halla seguramente esblecida, lo cual se comprende por la facultad de tautomerizarse que presentan los núcleos pirrólicos.

Recientemente Hans Fischer ha efectuado una síntesis parcial del *metil-clorofilido a* haciendo actuar el bromuro de etil-magnesio sobre el *metil-feoforbido a* natural y por sus reacciones y por su espectro, el producto sintético es idéntico al obtenido por desdoblamiento de la clorófila a por la *clorofilasa* en presencia del alcohol metílico. (Ver pág. 140).

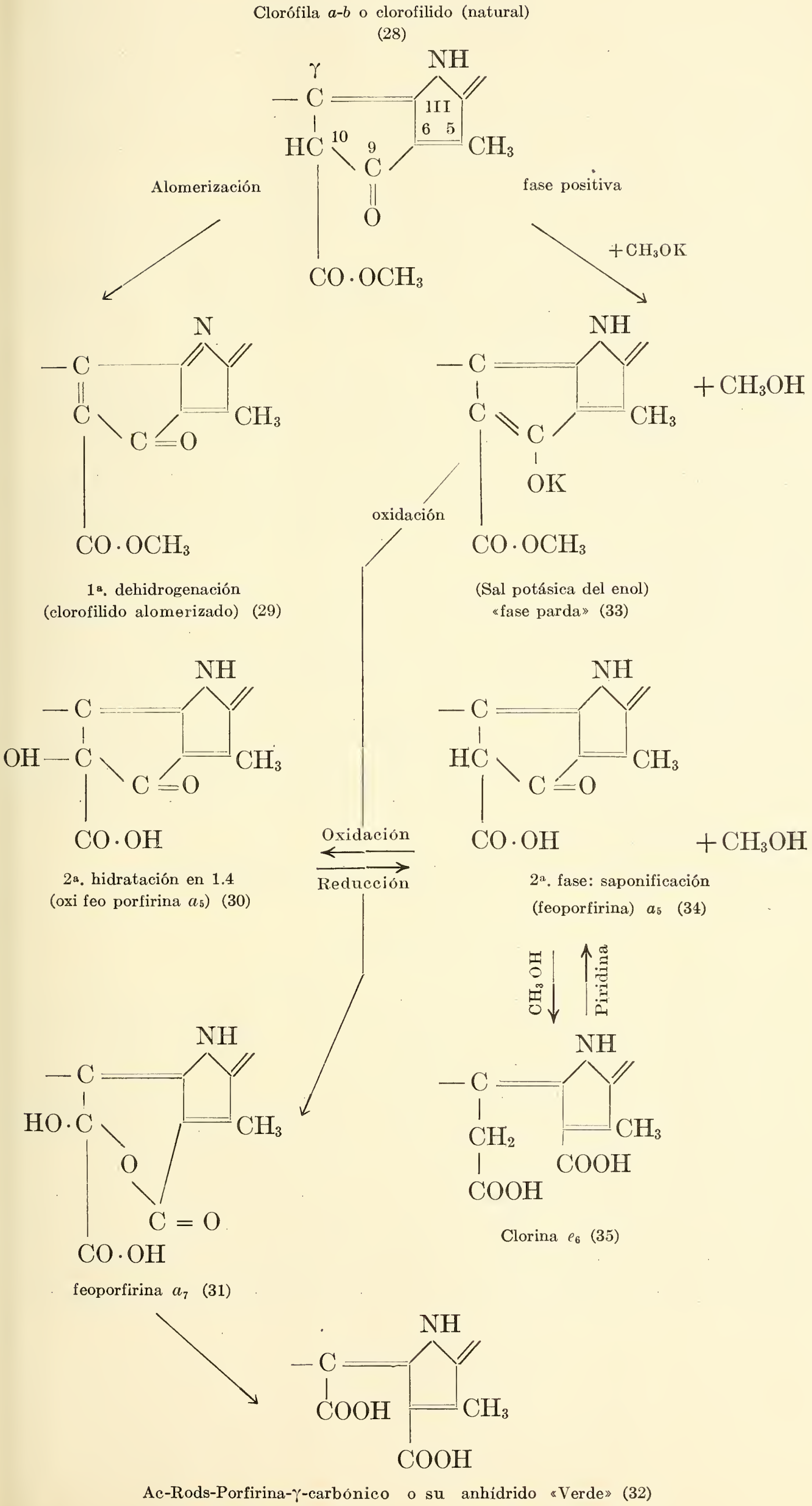
El fenomeno de las fases y la «alomerizacion»

Dos transformaciones típicas de la clorófila intacta son la «*prueba de fase*» y la «*alomerización*».

La primera es producida por la clorófila fresca, cuya solución verde al ser adicionada de metilato de potasio produce una fuerte coloración parda (la «*fase parda*») que rápidamente desaparece y retorna al verde inicial.

La «*alomerización*» se observa cuando la clorófila o los clorofilidos se evaporan a sequedad de sus soluciones alcohólicas: pierden la facultad de cristalizar y no producen ya la fase parda por acción del metilato de potasio, no obstante lo cual se disuelven dando la misma coloración final, verde, que el producto «*fase-positivo*».

Estos fenómenos descubiertos por Willstatter, y atribuídos por él a una apertura de la unión lactámica en γ-γ (ver pág. 138) y a su reconstrucción en posición diferente, fueron frecuentemente confundidos entre sí y su verdadero mecanismo solo recientemente ha comenzado a aclararse.


Clorófila *a-b* o clorofilido (natural)
(28)
Alomerización
fase positiva
$+CH_3OK$
1ª. dehidrogenación
(clorofilido alomerizado) (29)
oxidación
(Sal potásica del enol)
«fase parda» (33)
$+CH_3OH$
2ª. hidratación en 1.4
(oxi feo porfirina a_5) (30)
Oxidación
Reducción
2ª. fase: saponificación
(feoporfirina) a_5 (34)
$+CH_3OH$
CH_3OH
Piridina
feoporfirina a_7 (31)
Clorina e_6 (35)
Ac-Rods-Porfirina-γ-carbónico o su anhídrido «Verde» (32)

Conant, de la Universidad de Harvard, fué quien descubrió en 1931 el hecho fundamental de que en la alomerización se producen una deshidrogenación y una oxidación de la clorófila y sus derivados.

Hans Fischer interpretó esos hechos, admitiendo que la deshidrogenación se produce perdiendo los H del C-10 y del NH del núcleo pirrólico III, con formación de una doble entre los C-10-γ y de un sistema conjugado con el indicado N. (28-29).

La oxidación consiste en la adición de OH-H en los extremos 1-4 del sistema conjugado produciéndose la oxi-feoporfirina a_5 (30).

En medio alcalino ésta se oxida y pasando sucesivamente por la *feoporfirina* a_7 (31) y por su forma cetónica, origina el *ácido rodo-porfirin-γ-carbónico* (32) cuyo *anhídrido* tiene color verde.

Según Hans Fischer, la formación de las fases o «*pruebas de fase*» como también se llama, es una consecuencia de la «*enolización*» de la función cetónica del C-9 por el H del C-10 (28-33).

El color pardo es debido a la sal alcalina del «*enol*» y desaparece rápidamente porque la «*descomposición acídica*» de la cadena isocíclica, β-cetónica se continúa, pasando por la *feoporfirina* a_5 (34) hasta llegar a la *clorina e* (35).

Durante esas transformaciones en medio alcalino, interviene la oxidación por alguna manera aun no establecida, hasta llegar al ácido rodo-porfirin-γ-carbónico (32) cuyo anhídrido es verde, según vimos más arriba.

Se comprende ahora que las clorófilas y los clorofilidos alomerizados que ya no poseen H sobre el C-10 no puedan enolizarse, no puedan dar coloración parda al ser tratados por el metilato de potasio y en consecuencia son «*fase-negativos*».

El cuadro de pág. 161 resume todas estas transformaciones.

La clorofila B

La *clorófila b* se encuentra en la proporción de 1:3 de clorófila a. Su conocimiento se halla más retardado a causa de la dificultad que existe para tenerla pura y en cantidades.

La clorófila b de Willstätter no fué nunca pura y contenía un 10% de su isómero a, que solo pudo separarse gracias a la aplicación de los métodos del análisis cromatográfico por Winterstein y Stein.

Este método ideado hacen unos 20 años por el botánico Tswett, consiste en filtrar una solución que contiene los principios que se desean separar, al través de una capa de una substancia adsorbente (azúcar en este caso) colocada en un tubo de vidrio. La diferente adsorción se nota por la formación de capas diversamente coloreadas que pueden separarse mecánicamente y extraerse por disolventes apropiados.

No obstante aquella dificultad Willstätter estableció la fórmula molecular de la clorófila b = $C_{55}H_{70}O_6N_4Mg$ (o bien H_{72}). La diferencia esencial entre ambas clorófilas reside en que la b tiene un átomo más de oxígeno que su isómero a.

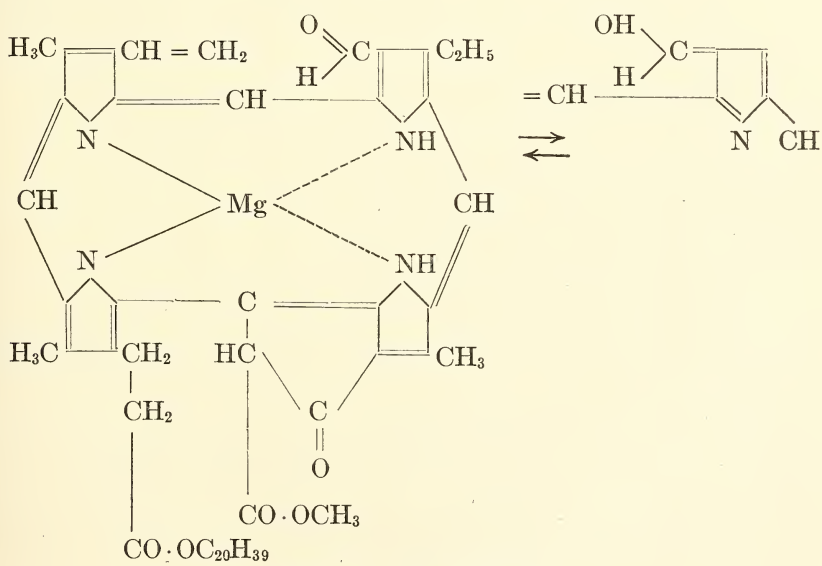
Willstätter demostró también que su degradación produce rodina g (componente equivalente a la clorina e, característico de la clorófila b) y luego las mismas filo-, pirro-, verdo- y rodo-porfirinas, que pueden decarboxilarse hasta las etio-porfirinas producidas por la clorófila a.

La estructura de la clorófila b tiene que estar calcada sobre la de su isómero a, y así lo han admitido todos los investigadores modernos.

El oxígeno suplementario se halla bajo forma de un nuevo carbonilo (C = O) que Conant ubica en reemplazo del C-β y Stoll en el C-10 rompiendo la cadena isocíclica.

Hans Fischer a principios del año 1935, ha propuesto una fórmula basada sobre la que atribuye a la clorófila a, en la cual reemplaza el CH_3 de la posición -3 por una función aldehído, que puede isomerizarse en el enol correspondiente.

Ultimamente ha reemplazado el grupo etilideno del C-2 por un vinilo y esta sería según Fischer la mejor reoresentación actual de la estructura de la clorófila b (36):



Clorófila b ($C_{55}H_{70}O_6N_4Mg$)
según Hans Fischer, (1935)
(36)

Tales son los últimos y más notables resultados a que se ha llegado en la elucidación de los problemas que se plantearon sobre la estructura y las relaciones del hemo y de la clorófila.

Enorme ha sido la labor; inmenso el esfuerzo desplegado, pero una magnífica cosecha de descubrimientos ha venido a coronar tantos desvelos. Y si aún quedan algunos puntos a resolver, debemos admitir que en su conjunto el problema ha sido ampliamente iluminado gracias al trabajo metódico y paciente de los químicos, especialmente por los de la escuela alemana.

En la modesta capacidad de mis fuerzas he intentado hacer llegar a los lectores un reflejo de esa maravillosa disposición siempre creciente, que tiene la Química Orgánica para penetrar en la estructura de los más intrincados compuestos naturales; para demoler gradualmente sus complicados edificios moleculares y para reedificarlos sistemáticamente gracias a la síntesis.

Y en estos momentos de perturbación científica, de tumultoso surgir de nuevas doctrinas y de injustificado desdén hacia otras, es cuando conviene traer, para ejemplo de impacientes renovadores, que el hallazgo de la constitución y síntesis de los colorantes de la sangre y de la clorófila constituye un triunfo más de la Química Orgánica, basado en las teorías clásicas de la valencia y de la estructura que, han edificado toda la química moderna.

Buenos Aires, Abril de 1936.

BIBLIOGRAFIA

VERDEIL, *C. R.*, 1851, 33; 689
WILLSTATTER, *Ann.*, 1913, 400; 182, 3. *Physiol. Chem.*, 1912, 82, 423.
NENCKI y ZALESKI, *Ber.*, 1901, 34; 997.
PILOTY, *Ann.*, 1910, 377; 314 id. 388; 313.
KÜSTER, *Z. Physiol. Chem.*, 1912, 82; 463.
TREIBS y WIEDEMANN, *Ann.*, 1929, 471; 146,
RICHTER, *Chemie d. Kohlenstoff verb.*, 1, 827, 3-35.
FISCHER, *Ann.*, 1926, 448; 193 *Ber.*, 1927, 60; 2639 *Naturw.*, 1930, 1026.
FISCHER, *Ann.*, 1928, 459; 53.
FISCHER, *Ann.*, 1927, 458, 117; *Ber.*, 47-2544; *Ber.*, 55-1942; *Ber.*, 56-1204; *Ann.*, 466, 165.
FISCHER, STANGLER, *Ann.*, 1927, 459; 53.
FISCHER y TREIBS, *Ann.*, 1928, 466; 188.
FISCHER y KIRSTAHLER, *Ann.*, 1929, 466; 178; *Ann.*, 1927, 458; 135.
FISCHER y ZIELE. *Ann.*, 468, 98.
TREIBS F., ZEILE C., *Z. Physiol. Chem.*, 1931, 195.
FISCHER y RIEDL, *Ann.*, 1931, 486, 178.

as (15)

Hematoporfirina (7)

$$C_{20}H_6N_4 \begin{cases} (CH_2-CH_2-C\ldots \\ (CH_3)_4 \\ (CH\ OH\ CH_3)_2 \end{cases}$$

…OOH

(1ª porfirina, aislada por Hoppe-Seyler en 1880)

por re…

…OOH

Filoeritrina (16)

$$C_{21}H_6N_4 \begin{cases} CO \\ CH_2-CH_2-COOH \\ (CH_3)_4 \\ (C_2H_5)_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Oxidación}}$$

(Marchlewski (1903))

Filoporfirina (17)

$$C_{20}H_5N_4 \begin{cases} COOH \\ CH_2-CH_2-COOH \\ (CH_3)_5 \\ (C_2H_5)_2 \end{cases}$$

14)

…)$_4$

…$_5$)$_3$

Filo-etioporfirina 18

$$C_{20}H_6N_4 \begin{cases} (CH_3)_5 \\ (C_2H_5)_3 \end{cases}$$

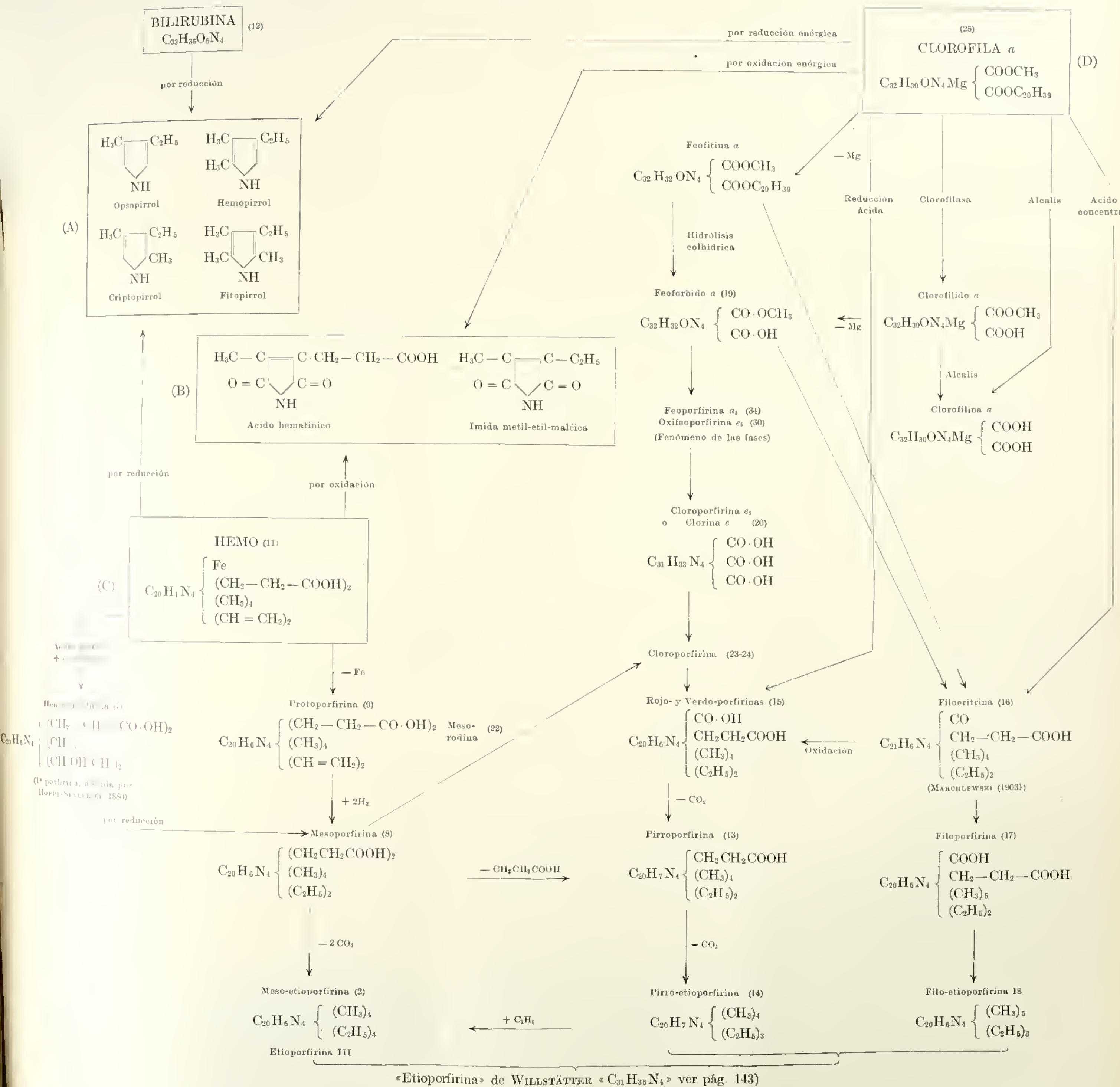
…)

Los números entre parént…esarrolladas en el texto.

TRANSFORMACIONES QUIMICAS Y RELACIONES EXISTENTES

entre los colorantes

de la SANGRE, de la BILIS y la CLOROFILA



Los números entre paréntesis que figuran al costado del nombre de las substancias, son los correspondientes a las fórmulas desarrolladas en el texto.

FISCHER, MOLDENHAVER y SUS, *Ann.*, 1931, 485; 1.
FISCHER y RIEDMAIR, *Ann.*, 1932 497; 181.-1932, 499; 288.-1931, 490; 91.
FISCHER y EBERSBERGER, *Ann.*, 1934, 509; 19.
FISCHER, *Soc.*, 1934; 245.
TREIBS, *Angew. Chem.*, 1934, 47; 294.
DIETZ, *J. Chem. Ed.*, 1935, 12; 208.
STOLL y WIEDEMANN, *Helv. Chem.*, Acta 1933, 16; 183.
ARMSTRONG, *Chem.* and *Ind.*, 1933, 52; 809.
WILLSTÄTTER, *Ber.*, 1914, 47; 2831.
WILLSTÄTTER y UTRINGER, *Ann.*, 380, 177.-382, 129 y 94.
ISCHER, RIEDMAIR y HASENKAMP, *Ann.*, 1934, 508; 224.
ISCHER y HASENKAMP, *Ann.*, 1934, 513; 107.
ISCHER y SPIELBERGER, *Ann.*, 1934, 510; 156.
ONANT, *J. Am. Chem Soc.*, 1931, 53; 359-352.
ISCHER, SUS y KLEBS, *Ann.*, 1931, 490; 38.
ISCHER y RIEDMAIR, *Ann.*, 1933, 506; 107.
WINTERSTEIN y STEIN, *Z. Physiol. Chem.*, 1933, 263.-1934, 139.
KUHN, *Z. Physiol. Chem.*, 1931, 197; 141. Id., 200; 108.
KARRER, *Bull.*, 1935, 2; 93.
CONANT, DIETZ y WERNER, *J. Am. Chem. Soc.*, 1931, 53, 4436.
STOLL y WIEDEMANN, *Helv. Chem.* Acta, 1934, 17; 456.
FISCHER y BREITNER, *Ann.*, 1934, 511; 183 id. 1935, 516, 61.
FISCHER y GRASSL, *Ann.*, 1935,. 517.

INDICE

TRATAMIENTO RACIONAL DE LOS EPILEPTICOS

POR

EDUARDO KRAPF

DEL HOSPICIO DE LAS MERCEDES

El título de este artículo habla del tratamiento de *los epilépticos* y no del de *las epilepsias* ni mucho menos de *la epilepsia*. Este modo de formular el tema no es resultado casual o arbitrario, sino producto de una intención bien deliberada. En realidad no hay más que epilépticos individuales. Toda agrupación o clasificación tiene siempre algo de artificial y de forzado. Quien desee ver todos los problemas de lo epiléptico en su entera extensión, debe considerar *cada enfermo* como *un problema especial*, un problema, que hay que estudiar detenidamente, antes de que se pueda formar un criterio sobre los nexos causales.

Tal análisis del caso individual es el fundamento necesario para la constitución del edificio de un tratamiento realmente racional del síndrome epiléptico. No es camino bueno narcotizar el cerebro del enfermo tan intensamente, que no sea ya capaz de producir ataques, pero igualmente falle en todas sus demás capacidades. Tampoco conviene aferrarse a la primera causa real o supuesta que revele el exámen y tratarla única y unilateralmente. Lo que se necesita es un tratamiento *racional e individual* basado sobre el análisis preciso del caso especial en cuanto a los factores causales que justamente aquí y ahora están en juego.

El ataque convulsivo es una forma de reaccionar propia de ciertos cerebros o, mejor dicho, de ciertos organismos frente a determinadas nocividades que les afectan. Hay algunos individuos, en quienes, frente a tales nocividades, la reacción epiléptica se desencadena con una facilidad especial. Por ejemplo, es sabido que el cerebro infantil responde ya muy a menudo con un ataque convulsivo a un ascenso brusco de temperatura. Hay otras personas en quienes la nocividad debe llegar a una cierta intensidad antes de que se produzca la reacción epiléptica. Este grupo comprenderá la mayoría de los individuos, con la reserva de que la intensidad de la noxis epileptógena podrá variar de caso a caso. Hay muy probablemente también individuos enteramente o casi enteramente incapaces de sufrir ataques epilépticos. Habla en favor de la existencia de este tercer grupo el hecho de que no conozcamos ninguna nocividad que, al agredir el organismo humano, cause siempre y sin excepción ataques epilépticos.

Considerada desde este punto de vista la clasificación usual de los trastornos epilépticos en formas *sintomáticas* de un lado y *esenciales* (criptogenéticas) del otro, parece no menos artificial y forzada que todas las otras. Las investigaciones sobre los sucesos fisiopatológicos antes y en el ataque epiléptico, y el estudio de las alteraciones morfológicas que causan ataques frecuentes y seriados en el cerebro, indican en forma inequívoca que no existe ninguna diferencia esencial entre los ataques llamados sintomáticos y los genuinos. Sólamente las convulsiones del tipo Jacksoniano, caracterizadas por la conservación de la conciencia y por la propagación paulatina «en forma de tejado» («in compound sequence») de los fenómenos motores, requieren una posición aparte. Todos los demás ataques pertenecen a una sola entidad fisiopatológica, de tal modo que se puede decir que no hay ataque epiléptico que no sea simultáneamente esencial y sintomático.

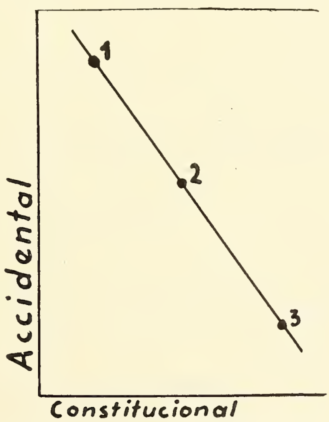


Fig. 1. - Esquema de los factores causales en las epilepsias.

Hay que insistir sobre la fórmula de que un ataque epiléptico se produce únicamente al actuar una *nocividad epileptógena* sobre un *cerebro epileptófilo;* fórmula, cuyo valor explicativo no depende de las proporciones respectivas de lo constitucional y de lo accidental en la suma de los factores causales. En la figura 1 trato de esquematizar los hechos. El caso representado por el punto 1 se llamaría en la terminología corriente «sintomático», el caso 3 «esencial». Sobre el caso marcado por el punto 2 se levantarían esas discusiones clasificatorias tan bien conocidas entre los psiquiatras.

En cuanto a las llamadas epilepsis *sintomáticas,* este concepto está fundado, como ya tuve oportunidad de decir, sobre el hecho de que el ataque epiléptico no es síntoma obligatorio de ninguna afección cerebral del hombre. Ni tumores, ni infecciones ni intoxicaciones producen siempre y en todos los casos ataques convulsivos. Por consiguiente, no podemos explicar los casos sintomáticos sin la suposición de un factor constitucional.

La demostración de la constante existencia de factores accidentales en casos «*esenciales*» parece un poco más difícil. Sin embargo, hay bastantes argumentos también en su favor. Demostraré más tarde varios hechos al respecto. Aquí haré únicamente algunas observaciones generales. No me cabe duda de que la diferencia de frecuencia de las epilepsias para cada edad (véase figura 2), con nada se explica tan

Fig. 2. - Estallido de la epilepsia en 2567 epilépticos del Asilo de Berlin-Wuhlgarten (*Wolffenstein*)

fácilmente como con los factores accidentales que acarrean los diferentes estados de la evolución individual. Los enormes cambios que se hacen notar en cuanto a la frecuencia de los ataques según las estaciones (véase figura 3) se comprenden de modo análogo. El momento accidental estaría representado aquí por las condiciones climáticas o, mejor dicho, por los cambios que en estas se producen de estación a estación y de mes a mes. Más importante aún es quizás la consideración de que en un padecer como la llamada «epilepsia esencial», la causa accidental es a veces inhallable, pues aunque haya existido en el comienzo, no perdura por siempre. Ya en 1881 insistió Gowers con mucha razón sobre el concepto de la epilepsia como «enfermedad perpetuada por sí misma («epilepsy, a self-perpetuating disease»). O. Foerster (1926) dice lo mismo al formular que cada ataque epiléptico podría ser considerado en parte como «consecuencia del ataque precedente y causa del siguiente». Todo médico, que haya tenido

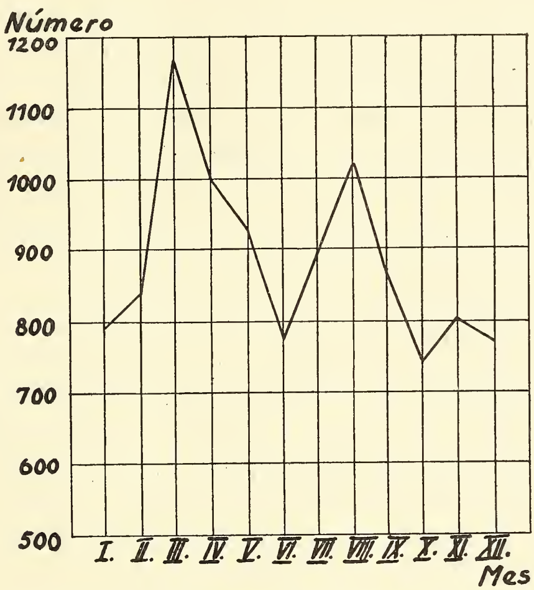


Fig. 3. - Distribución de los ataques sóbre los meses del año (*Gallus*).

la oportunidad de ver una vez un estado de mal, se conformará con este concepto, aún sin argumentación más detallada. Resulta de todo esto, que en el caso de un individuo muy dispuesto a la reacción epiléptica, la causa accidental actuará posiblemente sólo en la producción del primer ataque, mientras que los siguientes, como preparados por el primero, podrían prescindir de causas accidentales o contentarse con un estímu o irritador insignificante. El ataque epiléptico puede ser considerado en cierto sentido como «reflejo condicionado» que puede convertirse en «hábito». Es interesante que el eminente conocedor de la epilepsia, Muskens, de Amsterdam (1927), interpreta el ataque epiléptico sin reservas como «descarga central atrasada» («central after discharge» de Sherrington) de un reflejo mioclónico, y que los ilustres investigadores norteamericanos Lennox y Cobb en su importante monografía sobre la epilepsia (1928) hablan expresamente del «habit», del hábito, que puede llegar a ser la reacción convulsiva.

Con esto ya tenemos en manos un importante trozo de material para el establecimiento de una terapia realmente racional de los epilépticos. Después de lo arriba dicho no puede caber duda de que las perspectivas del tratamiento son tanto más favorables, cuanto menos se haya hecho hábito la reacción epiléptica, vale decir, cuanto más temprano empecemos el tratamiento. Se ve, pues, que la importancia del *tratamiento del primer ataque* (y, por lo tanto, de su diagnóstico), no puede ser exagerada. Una segunda conclusión importante consiste en que debemos esforzarnos por crear a toda costa *intervalos largos* libres de ataques. Con otras palabras: tenemos que facilitar al organismo la oportunidad de escapar al círculo vicioso de la reacción epiléptica, de olvidar, por así decir, sus hábitos epilépticos. Aún sin que entremos aquí en detalles, se concebirá con facilidad que de todo lo dicho resultarán notables diferencias en cuanto al tratamiento de los epilépticos recientes y de los inveterados.

Si ahora nos preguntamos en qué punto de la patogénesis del ataque epiléptico sería recomendable y útil nuestra intervención terapéutica, por de pronto tenemos que renunciar a la posibilidad seductora de influir sobre la disposición epiléptica del cerebro. Ahí nos falta todo camino de acceso. Ni siquiera sabemos en que consiste esa disposición. Yo mismo tiendo a la hipótesis de que el cerebro epileptófilo es un órgano funcionalmente o morfológicamente primitivo, tal vez atrasado en su desarrollo. Podría aducirse en favor de esta concepción el hecho de que el cerebro infantil reacciona de modo epiléptico con especial facilidad, y que el ataque epiléptico es un síntoma casi constante de ciertas enfermedades abioplásticas con formación de heterotopias del cerebro, como la esclerosis tuberosa. Otra consideración que posiblemente aboga en el mismo sentido, se funda en la comprobación de que hasta ahora no conocemos más que un solo genio indudablemente epiléptico: Dostoyevsky. Sea como fuere, la disposición epiléptica del cerebro no ofrece ningún punto accesible a nuestra intervención. Tenemos que buscarlo por otro lugar.

Dos posibilidades se presentan. Podemos tratar de evitar que se agreda al cerebro, vale decir: podemos arrancar la mano que quiere poner en marcha el mecanismo epiléptico. Podemos en segundo término tratar de disminuir la excitabilidad neuro-muscular, es decir, podemos sustraer al mecanismo epiléptico en función la transmisión sobre la periferia. Esta segunda posibilidad me parece mucho menos valiosa que la primera. La influencia nociva del suceso epiléptico sobre el cerebro sigue siendo la misma, venga o no venga la convulsión muscular, trátese de grandes ataques o solamente de «vértigos». Hasta es posible que la convulsión muscular tenga una influencia favorable sobre el curso de la enfermedad. Ha sido notado varias veces, y por buenos observadores, que los casos con muchos vértigos tienen no raramente una mayor tendencia a la demencia que los casos con muchos ataques grandes. Felizmente la decisión sobre el camino a emprender está facilitada por el hecho notable (y, a mi modo de ver, no casual) de que las medidas terapéuticas que defienden al cerebro contra agresiones epileptógenas son frecuentemente capaces también de disminuir la excitabilidad neuromuscular (p. ej.: el calcio).

La agresión sobre el cerebro de que hablamos y que resolvimos combatir en primer lugar, ¿en qué consiste? Trataré de exponerlo, aunque conste, que a pesar de la enorme labor realizada, muchos detalles quedan aún en lo obscuro, de manera que la exposición siguiente tendrá, en parte por lo menos, carácter hipotético.

Para ilustrar la incertidumbre que en ciertas partes reina, solo diré que en cuanto al suceso fundamental neurofisiológico se defienden no menos que cinco teorías, de las cuales ninguna puede ser completamente rechazada: las teorías de *irritación*, de *desinhibición*, de *corto circuito*, de *descarga* y de *explosión*.

Felizmente disponemos de un gran material de comprobaciones absolutamente seguras e indiscutibles justamente en lo que concierne al suceso del ataque y al modo de ser del elemento agresor; de manera que por lo menos acá, donde no vamos a teoretizar, sino que tratamos de proponer un tratamiento útil, nos encontramos en tierra bastante firme.

En la figura 4 reproduzco un esquema de O. Wuth (1926), con el cual yo no me identificaría hasta el último detalle, pero que nos facilitará por lo menos una conclusión importante:

El ataque epiléptico representa evidentemente siempre el eslabón final de toda una cadena de causas y efectos; causas y efectos, que no solamente se relacionan hierárquicamente, sino que a veces también están coordinados, horizontalmente trabados.

Según mi opinión, el último eslabón de la cadena, la «causa final» de la descarga epiléptica, es una alteración más o menos repentina en el estado coloidal del cerebro, probablemente una quelificación (imbibición). Hay muchos argumentos en favor: entre otros, que mencionaré más tarde, el estallido súbito y la reversibilidad completa de este grave trastorno cerebral; además, el aumento del volumen del cerebro, que ha sido observado durante el ataque por muchos autores (p. ej.: en el curso de una trepanación).

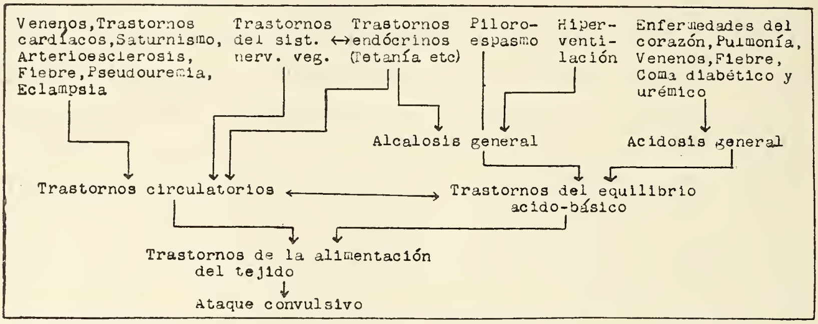


Fig. 4. - Esquema patogenético de *O. Wuth.*

Tal quelificación puede producirse bajo la acción de varias causas:

1° Por irritación directa (mecánica) del tejido cerebral.

2° Por un trastorno más o menos grave en el bilán del agua, o bien en el metabolismo mineral, cuya trabazón íntima con el bilán de los líquidos es ampliamente conocida.

3° Por una derivación de la reacción de los medios internos hacia el alcalosis. Este cambio, a su vez, favorece una retención de agua y quelificación, y daña a la alimentación de las células, disminuyendo, por ejemplo, la capacidad de disociación de la oxihemoglobina, con lo cual se reduce el aporte de oxígeno al tejido (Haldane).

4° Por un entorpecimiento de la llegada de oxígeno al organismo en general y, por lo tanto, al cerebro.

5° Por trastornos vasomotores de cierta intensidad, que producen también una deficiencia de oxígeno, deficiencia cuya consecuencia inmediata es una ligera acidificación del tejido, y que secundariamente —en una forma conocida hace mucho entre los investigadores de tal índole— provoca la quelificación.

¡Miremos un poco más detalladamente estos cinco caminos al ataque epiléptico! En el 1 mencionaremos en primer lugar los ataques epilépticos producidos por tumores cerebrales. He revisado ocasionalmente el material de la Clínica Neuropsiquiátrica de Munich con respecto a los ataques por neoplasma, y he podido comprobar que entre los individuos que habían tenido ataques a raíz de un tumor, no había ni uno solo sin imbibición del cerebro («Hirnschwellung» de Reichardt), según los protocolos de autopsia. El hecho indiscutible de que tumores de crecimiento rápido causen más ataques que neoplasmas de evolución lenta, corresponde evidentemente a la frecuencia más o menos grande de imbibiciones en estas dos clases de neoformaciones. El estímulo directo (mecánico) favorece posiblemente también la producción de ataques epilépticos después de traumatismos cerebrales; pero seguramente habrá en esto también otros mecanismos, tal vez más importantes [1]. La importancia de los trastornos en el metabolismo del agua y de los minerales, mencionados en 2, es grande no solamente por sí, sino también por la repercusión de estos trastornos sobre la vasomotilidad y la reacción del medio interno. Mencionaré brevemente no más el significado del cloruro de sodio para el bilán de los líquidos. Se entiende que por vía metabolismo hidromineral pueden influir ciertas glándulas endócrinas: citaré la acción deshidratante de la secreción tiroidea. El alcalosis nombrado en 3, se produce p. ej. en la llamada «hiperventilación» (O. Foerster 1924). Hablando de alcalosis hay que añadir, que no se tratará por lo general, de una alcalinidad de la «reacción actual», sino solamente de una disminución de la reserva alcalina. Una de las causas principales de las muchas divergencias entre los investigadores, es indudablemente la negligencia de la importantísima diferencia entre acidosis y alcalosis actual y potencial. También aquí hay que recordar la influencia de las glándulas endócrinas: la deficiencia de secreción paratireoídea conduce notoriamente a la alcalosis (tetanía). La disminución del aporte de oxígeno, mencionada en 4, se realiza p. ej. al ahorcarse o ahogarse un individuo. Se sabe que en los dos casos aparecen convulsiones. Hay que insistir sobre el hecho de que el estímulo reside, en efecto, en la reducción del oxígeno y no, como podría suponerse, en el aumento del ácido carbónico. La inspiración de ácido carbónico conduce a la acidosis y tiene por lo tanto mas bien un efecto favorable (Fitz 1926, Sheldon 1927, Lennox 1928). Los trastornos vasomotores, citados en 5, son de importancia esencial para la génesis de ataques epilépticos. Mencionaré únicamente los casos más interesantes de epilepsia vasomotriz: los ataques a raíz de desangramiento, de ligaduras de las arterias cerebrales, de compresión de las arterias carótidas, de simpatectomía periarterial según Leriche, de saturnismo,

[1] Si el cerebro está francamente lesionado por el traumatismo, se puede conasiderar que esta lesión lo «primitiviza» y, por lo tanto, lo hace más accesible a le agresión epileptógena. En los casos sin lesión aguda, influye fuertemente la gravo irritación del sistema nervioso vascular, que causa hasta un traumatismo livian- (Ricker) y que, a su vez, (indirectamente, por trastorno vasomotor) puede conducir al ataque epiléptico.

arteriohipertonía, nefropatía etc. Hablaré en dos palabras del parentesco de lo epiléptico con los trastornos clasificados en el grupo de las «neurosis vasomotrices tróficas» (enfermedad de Raynaud, etc.). Por su acción sobre la vasomotilidad se explicará posiblemente también la influencia epileptógena de ciertas proteínas, que provocan ataques ya en cantidades minimas, sugiriendo así la existencia de una epilepsia, por así decir, anafiláctica, una sugestión, que dicho sea de paso, parece estar indicada también por otros fenómenos antes y después del ataque (Buscaino 1922).

Me parece probable que la acción epileptógena de emociones fuertes, por cierto raramente observada, y, sin embargo, indiscutible, obra también por intermedio de la vasomotilidad. He observado en el Asilo Suizo para Epilépticos en Zurich una joven que había tenido unos cuantos ataques entre los 8 y 12 años, y que después parecía curada. Esta chica terminó sus estudios en el colegio, se colocó, trabajó bien y finalmente se comprometió. A los 21 años, poco antes de casarse, recibió la noticia de que su novio había perecido en un accidente de tráfico. En la noche siguiente volvió a sufrir un ataque y desde entonces la joven quedó epiléptica con dos y tres ataques semanales. La enferma se caracterizaba por reacciones vasamotrices extremadamente acentuadas (rubor, palidez, transpiración, etc.).

La larga exposición hecha hasta aquí sobre el origen y la naturaleza de ataque epiléptico, se justificará teniendo en cuenta que sirve de fundamento para el sistema terapéutico de que vamos a tratar ahora. Vamos a discutir medida por medida, poniendo cada una en relación con la base teórica para convertir así el caos de las posibilidades en un edificio lógico y racional. Puesto que el modo de actuar de varias medidas permite interpretaciones distintas y que algunas parecen influir en varios lugares a la vez, estimo que el principio apropiado de clasificación no es la acción fisiológica, sino el modo de aplicación. Por lo tanto, trataremos consecutivamente las medidas *higiénicas*, las *dietéticas* y las *medicamentosas*. [1]

Si hablo en primer lugar de las *medidas higiénicas*, lo hago a propósito, puesto que aquí se trata de una clase de procedimientos, cuya

[1] Se entiende que ataques epilépticos p. ej. los causados por ciertos neoplasmas cerebrales necesitan un tratamiento especial (operativo). No entraré en detalles al respecto. Sin embargo, diré que la posibilidad de la existencia de un tumor motivará un exámen neurológico (muy a menudo también radiológico) muy escrupuloso frente a cualquier enfermo con ataques. En el acto de examinar se recordará siempre que los mismos ataques causan a veces ligeros síntomas focales, de manera que una insignificante diferencia de reflejos no podrá considerarse desde ya como indicación para la intervención quirúrgica.

importancia es difícil de exagerar y que, sin embargo, muy a menudo no encuentran el interés que merecen. En mi opinión, en cuanto a la higiene diaria no hay nada que no se tenga que puntualizar expresamente. El individuo común comete continuamente los más graves errores al respecto, y el médico tiene que dar órdenes concretas y detalladas, si desea una vida verdaderamente sana para su enfermo. Mas todavía que en otros casos se necesitan órdenes concretas y detalladas frente a un individuo epiléptico: aquí se trata casi siempre de personas lastimosas, muy a menudo de corta edad, no rara vez caprichosas y por todo esto casi siempre mimadas; de manera que sin la concisión exigida no se tomarían en muchos casos ni las precauciones básicas.

Una higiene escrupulosa se precisa especialmente para los epilépticos recientes. Una enfermedad epiléptica comienza muy rara vez con muchos ataques. Quien tratara un niño que haya tenido su primer ataque, o tres o cuatro durante un año, con dosis altas de barbitúricos o bromuros, dispararía, a mi modo de ver, cañonazos para matar un chingolo, sin hablar del peligro de inflingir al cerebro juvenil un daño con esta medicación grosera, más grave tal vez del que sufriría por los mismos ataques.

La primera exigencia y la que menos se cumple en general, desgraciadamente, tiende a establecer una regularidad estricta en la vida del enfermo. Hay que considerar cada epiléptico como constitucionalmente lábil y, por lo tanto, dispuesto a responder a pequeñas desviaciones del orden acostumbrado con grandes desequilibrios capaces de provocar ataques. Estoy convencido de que la conocida pedantería de los epilépticos avanzados no es otra cosa que una actitud de protección, adoptada inconscientemente por el enfermo para excluir en lo posible sorpresas físicas y psíquicas. Me parece probable que la mejoría que se nota a veces en epilépticos recién internados en un asilo sea debida en gran parte a la mayor regularidad de la vida de hospital. Será, por lo tanto, obligación del médico velar por la regularidad de las comidas, del cambio entre actividad y reposo, vigilia y sueño, etc. Grandes esfuerzos físicos que dejan al enfermo sin aliento y, por lo tanto, lo hiperventilan y lo hacen alcalósico, deben ser evitados a toda costa. Parecen favorables, en cambio, los ejercicios físicos moderados, que por los productos catabólicos de la actividad muscular acidifican al enfermo. Los baños muy fríos y muy calientes son nocivos a causa de su fuerte acción sobre la vasomotilidad. Es de gran importancia proveer al enfermo de un abasto suficiente, y hasta copioso, de oxígeno; con otras palabras: el epiléptico no debe permanecer continuamente en la casa, sino que debe salir frecuentemente a tomar aire fresco. Hay que observar y regularizar la digestión de los epilépticos, no solamente porque sufren muy amenudo de constipación, sino también teniendo en cuenta la posibilidad de autointoxicaciones intestinales. Me parece oportuno intercalar mensualmente un día de purga, durante el cual el enfermo debe permanecer en ayunas. (Sobre el significado del ayuno para los epilépticos véase más abajo). Puesto que los ataques suelen acumularse en las horas de la madrugada (véase figura 5) puede ser provechoso dejar al enfermo en cama hasta las 9 ó 10 de la mañana.

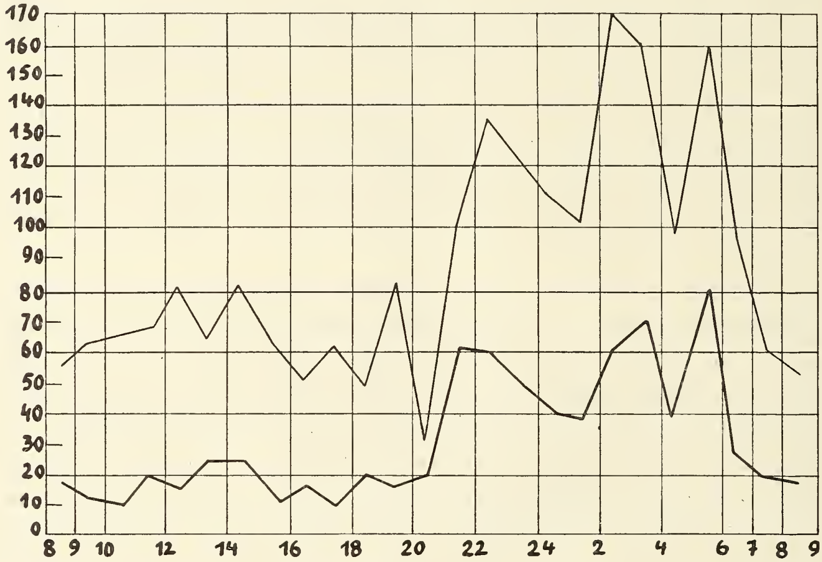


Fig. 5. - Distribución sobre el día de 760 ataques convulsivos (abajo) y 2141 vértigos (arriba), observados en 40 enfermos durante ocho meses (*Gatlus*).

En algunos casos muy obstinados ví resultados halagüeños manteniendo al enfermo en cama durante varias semanas. La tranquilidad psíquica ayuda mucho al tratamiento. Es obtenida, no solo de modo pasivo, alejando las emociones fuertes, sino también activamente por medio de una psicoterapia tranquilizadora.

Sobre la importancia de las *medidas dietéticas* en el tratamiento de los epilépticos ya habló Hipócrates. Dice en su tratado sobre la epilepsia: «Mas quienquiera conozca este cambio en el hombre y pueda por régimen hacer a este hombre húmedo y seco, caliente y frío, podría también curar esta enfermedad». Así la alimentación siempre ha sido usada como remedio para los epilépticos; muchas veces por cierto sin criterio bien preciso y de un modo netamente empírico, llegando así infaliblemente a hacer la vida del enfermo muy desagradable, sin obtener siempre el efecto curativo correspondiente.

Al prescribir la dieta es necesario individualizar en lo posible. Sin embargo, hay algunas reglas generales.

El epiléptico debe abstenerse completamente de las bebidas alcohólicas. Tiene que evitar manjares muy condimentados. En cuanto al café y al té conviene mayor liberalidad; el café resulta hasta favoraleb en algunos casos.

Muy provechoso es en todos los casos restringir el consumo de líquidos. No solamente hay que pensar en las bebidas, sino que deben suprimirse también las sopas. Regulando así el bilán de agua del organismo, disponemos sin duda de un medio dietético especialmente sencillo y eficaz a la vez para combatir los ataques. Es sabido desde hace mucho que en los epilépticos se encuentran trastornos de esta índole (Rohde 1908, Allers 1912, Frisch y Walter 1922): el epiléptico aumenta de peso antes del ataque; simultáneamente es oligúrico; después del ataque se nota un fuerte derramamiento de líquido; simultáneamente baja de peso. He tratado de provocar ataques en personas epilépticas por la administración de golpes de una fuerte cantidad de agua («Wasserstoss», «golpe de agua»), completamente inofensiva para un individuo normal, y tuve resultados positivos en varios casos. Estudios análogos han sido publicados por Mc Quarrie y Peeler (1931), quienes provocaron ataques administrando la hormona antidiurética del lóbulo posterior de la hipófisis (Pitressin). El contenido ep agua del organismo influye evidentemente en dos sentidos: con respecto a la fisiología celular y en relación con los sucesos hemodinámicos y vasomotores. Teniendo en cuenta estas circunstancias, conocedores de los problemas de la epilepsia han restringido desde mucho tiempo el consumo de líquidos. La prueba concluyente fué aportada por T. Fay (1929), Mc Quarrie y su escuela (Engel, Mc Quarrie y Ziegler, 1934) y otros autores, sobre todo norteamericanos. Una deshidratación análoga se efectúa también por la reducción del cloruro de sodio en los alimentos, tal como ha sido preconizada por Richet y Toulouse (1900). No será necesario insistir mucho sobre este tratamiento tan conocido. Se sabe que el metabolismo del cloruro de sodio está íntimamente ligado al bilán de agua y que la capacidad de los tejidos de enriquecerse en agua depende en gran escala del aporte de cloruro de sodio al organismo. Quisiera recalcar la necesidad de no contentarse con la simple prescripción de reducir la sal, sino de enseñar simultáneamente al enfermo y a su familia, como deben proceder para hacer la comida dietética apetitosa a la vez. Es una antigua experiencia que sin esta preocupación gastronómica del médico el enfermo no se abstiene de la sal más que una semana, declarándose después abiertamente en huelga, o, peor aún, salándose las comidas clandestinamente.

Según el estado actual de nuestros conocimientos no hay motivo alguno para hacer lo que muchos médicos consideran la primera regla en la dietética de los epilépticos: prohibir la carne o las proteínas animales en general. Puede estar justificado el restringir la carne en ayuda de una dietética deshidratante (escasa en cloruro de sodio).

Habiendo epilépticos que son hipersensibles para ciertas categorías de proteínas en un grado hasta anafiláctico, será conveniente fijarse si no hay relaciones estrictas entre el consumo de ciertos manjares y la aparición de ataques.

Pagniez (1929) relata el caso de un muchacho epiléptico de 13 años, que tenía sus ataques curiosamente siempre los domingos por la mañana. El análisis de las condiciones demostró que el enfermo tomaba chocolate como desayuno dominical. Al suprimirlo, cesaron por completo los ataques. Yo conozco un caso análogo en el cual la proteína de huevos asumía el papel de agente provocador. Tratábase también de un niño. La supresión radical de los huevos causó un intervalo libre de varios meses. El comer de un solo huevo duro provocó de inmediato otro ataque.

Se entiende que la supresión de un alimento determinado no debe hacerse sin pruebas concluyentes acerca de su nocividad. Conviene, por lo tanto, en ciertos casos, hacer cutireacciones diagnósticas con una serie de substancias proteícas sospechosas. Hay que agregar que las investigaciones respectivas no están aun terminadas.

De las dietas especiales mencionaré aquí: el *régimen azucarado*, la *dieta de ayuno*, y el régimen de carne y grasas o *régimen cctógeno.*

El régimen azucarado, nuevamente propuesto por Wladyczko (1925), se justifica con la observación de que algunos epilépticos acusan hipoglucemias antes del ataque, y sobre todo con el hecho de que la inyección de insulina provoca a veces ataques convulsivos. Se recomienda, por consiguiente, la administración de una dosis de 250 gramos de azúcar por día en combinación con la comida común. El modo de actuar de este régimen no está suficientemente esclarecido Un aporte fuerte de hidratos de carbono altera seguramente el equilibrio iónico. Muy probablemente se conseguirá también una cierta deshidratación: se sabe que la inyección de soluciones hipertónicas de glucosa deshidrata enérgicamente, acción que discutiremos luego al hablar del tratamiento del estado de mal. Sin embargo, me parece que el régimen azucarado debería limitarse estrictamente a los casos en que esté irrefutablemente probada la hipoglucemia antes del ataque. Para los demás casos será mejor prescindir de ella.

La dieta de ayuno y el régimen de carne y grasas actúan ambos en primer lugar produciendo acidosis (cetosis). Por la dieta de ayuno se obtiene además una pérdida grande de líquidos: se sabe que en los hambrientos la cantidad de sangre p. ej. disminuye considerablemente.

En la dieta de ayuno preconizada por A. Marie y Guelpa (1911), Geyelin (1921) y otros autores, sobre todo norteamericanos, el modo de proceder es muy sencillo. Se da al enfermo nada más que 1 1/2 a 2 litros de agua por día, y esto durante dos a tres semanas. No recibiendo ninguna alimentación verdadera, el organismo está obligado a comerse a sí mismo, lo que no significaría otra cosa que un régimen exclusivo de carne y grasas. Describir el procedimiento equivale a indicar que se trata de algo muy desagradable para el enfermo y seguramente muy difícil para quienes lo rodean. La dieta de ayuno se aplicará, por lo tanto, raramente, tanto más cuanto que disponemos en el régimen de carne y grasas de un método de igual eficacia y de ejecución más fácil.

Este régimen cetónico fué introducido en el tesoro terapéutico por la escuela de Mayo (Wilder 1921, Petermann 1924). La cura se inicia con una semana de ayuno. Después el enfermo recibe una alimentación que se calcula a base de 77 calorías por kilogramo del propio peso y en el cual la grasa predomina de tal modo, que constituye el doble, triple o cuadruple de los hidratos de carbono y de las proteínas juntamente (según Petermann p. ej. 15 gramos de hidrato de carbono, 25 gr. de proteína, 180 gr. de grasa). Para evitar indigestiones se recomienda dar al princip o algo más de hidratos de carbono y algo menos de grasa y cambiar lenta y paulatinamente la proporción en favor de las grasas. Habiendo obtenido un intervalo sin ataques de 3 a 4 meses, se puede atenuar la dieta, dando mensualmente 5 gr. más de proteínas o hidratos de carbono y reduciendo más despacio aun la cantidad de grasas. Cada recaída será motivo de volver a hacer más riguroso el régimen. Es claro que así pueden transcurrir años antes de que se pueda dar por terminado el tratamiento. Esto y la necesidad de ejecutarlo, por lo menos en parte y sobre todo en el comienzo, intramuros del hospital dificulta considerablemente la aplicación. Sin embargo, hay casos recientes con muchos ataques para los cuales, a pesar de la paciencia que precisa y del dinero que cuesta, es el tratamiento de elección. Es una lástima que no sirva en igual escala para los adultos que para los niños. En los primeros el equilibrio iónico está demasiado protegido, de manera que es difícil llegar a una acidosis fuerte y prolongada. En los niños innegablemente los resultados son muy halagüeños: de 160 enfermos tratados con dieta cetógena en la clínica de Mayo se curaron 36 % y mejoraron 21 % (Helmholz y Keith 1933).

El primer lugar entre las *medidas medicamentosas* merece sin duda la prescripción del ácido etilfenilbarbitúrico (luminal, gardenal), propuesta en 1912 por Kino y Hauptmann. Hay que empezar con un decígramo por día, aumentando la dosis paulatinamente, hasta llegar a 3 a 4 decígramos. Desaparecidos los ataques, se retrocede muy despacio para encontrar el umbral. La dosis permanente se hallará 1/2 decígramo por encima de la cantidad eficaz. La usual repartición esquemática de la dosis diaria en 3 porciones iguales no me parece recomendable. También aquí hay que individualizar; p. ej. a un enfermo que tiene sus ataques sobre todo de noche, se le da la mayor parte antes de acostarse. En lo que toca a la repartición durante el día, opino que la administración de muchas porciones pequeñas (p. ej. en forma de luminaletas) tiene más eficacia que la de pocas dosis grandes. El argumento principal para esta recomendación es que, según todo parecer, el ácido etilfenilbarbitúrico no actúa, como muchos suponen, ante todo en calidad de narcótico. O. Wuth (1930) insiste muy justificadamente en que el medicamento actúa con frecuencia favorablemente ya en dosis pequeñísimas, seguramente no narcóticas; que en los casos refractarios ni siquiera un aumento muy fuerte de la dosis disminuye el número de ataques; y, finalmente, que los epilépticos librados de ataques por los barbitúricos no pueden, de ningún modo, considerarse narcotizados. Tenemos motivo para suponer que el ácido etilfenilbarbitúrico actúa contra los ataques sobre todo por el efecto tranquilizador que tiene sobre el sistema vascular.

Se sabe que este medicamento sirve para el tratamiento de un sinnúmero de trastornos vasomotores; p. ej. se usa mucho en los hipertónicos esenciales. Su modo de influir en la arteriohipertonía ha sido demostrado en forma muy linda por F. Lange (1930). Este autor ideó un método que permite juzgar el grado de excitabilidad vasomotriz, método, en el cual se observa la corriente capilar en la ranura de las uñas y se mide el tiempo que transcurre entre la supresión de la corriente sanguínea en el brazo y el paro total de la corriente capilar en el lugar observado. Como se ve en la figura 6, la reacción hipertónica no es solamente exagerada, sino también paradojal (bajo la acción del calor, prolongación; bajo la acción del frío, reducción del tiempo medido). Basta suministrar luminal para normalizar completamente la curva, o, mejor

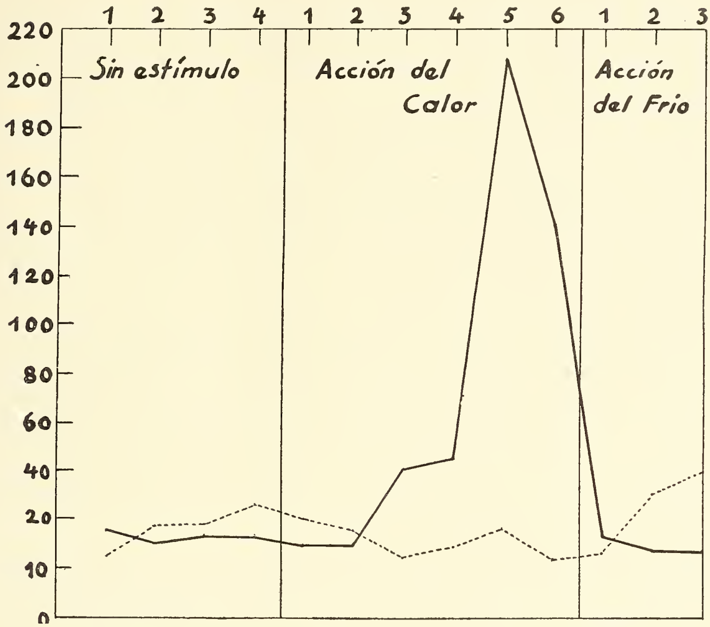


Fig. 6. - Experimento de *Lange*: ——— Sin luminal 27-1-1930.
············ Con luminal 28-1-1930.

dicho, la reacción vascular que en ella se traduce. Partiendo de la hipótesis de que en muchos epilépticos existe también una hiperexcitabilidad vasomotriz,

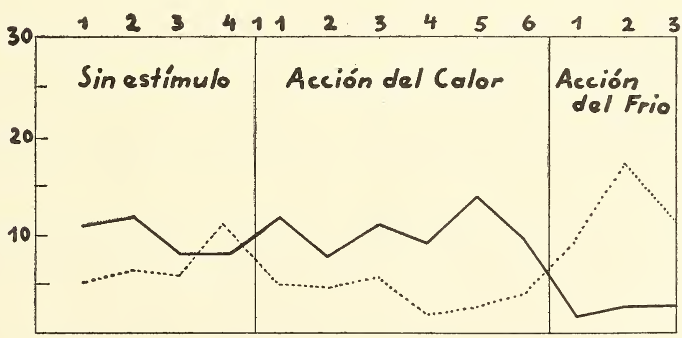


Fig. 7. - Experimento propio: ——— Sin luminal 9-3-32.
············ Con luminal 15-3-32.

he examinado una serie de epilépticos con el método de Lange. En la figura 7 reproduzco una curva, tomada de esta serie de observaciones aún no publicadas, curva, que demuestra claramente su parentesco con la de Lange, aunque moviéndose sobre un nivel más bajo (1).

Es sabido que ciertos individuos no toleran el ácido etilfenilbarbitúrico, reaccionando a su administración con eritemas y fiebre. En casos de esta índole hay que interrumpir la medicación y hacer más tarde un nuevo ensayo, que a veces resulta más favorable. Una administración continua de dosis altas conduce a veces a intoxicaciones barbitúricas, cuya sintomatología no podemos describir aquí. En tales casos hay que suprimir el medicamento por completo, teniendo en cuenta que no se debe abandonar rápidamente por el inminente peligro del estado de mal.

Este peligro existe por supuesto también para los enfermos que no se atienen a su prescripción y abandonan el medicamento de un día a otro, p. ej. por habérseles agotado durante un viaje. Conviene, por lo tanto, combinar el ácido etilfenilbarbitúrico siempre que se pueda con un medicamento de mayor tendencia a la acumulación en el organismo y que pueda servir de última reserva antiepiléptica: el bromuro.

El modo de actuar del tratamiento bromúrico no está aun completamente esclarecido. Indudablemente es de alguna importancia que los iones bromuro expulsen del organismo a los iones cloruro, y que este cambio en el metabolismo mineral tenga influencia sobre el bilán de agua. Consta, sin embargo, que el bromuro actúa además en forma específica sobre las células de la corteza cerebral. Conviene empezar el tratamiento con 1 gr. diario, aumentándolo gradualmente hasta 5 y 6 gramos, para después disminuir la dosis hasta algo por encima de la cantidad eficaz. La forma más agradable de suministrar el bromuro constituye el sedobrol, introducido en 1912 por Ulrich de Zurich. El sedobrol se fabrica en cubitos, que corresponden cada uno a un gramo de bromuro de sodio y que, diluídos en agua caliente, dan una sopa apetitosa, debido a las substancias extractivas vegetales contenidas en los cubitos.

Desgraciadamente el tratamiento bromúrico es de aplicación bastante complicada. Prescribir bromuros sin regular simultáneamente el

(1) El parentesco patofisiológico entre arteriohipertonía y epilepsia, indicado por mí ya en 1932, ha sido comprobado últimamente (1934) por Marx y Weber. Estos autores encontraron en la sangre de epilépticos, inmediatamente antes del ataque, grandes cantidades de substancias vasoactivas del mismo tipo como se hallan en la sangre de los hipertensos. Después del ataque y en el intervalo libre no se identificaron tales substancias.

aporte de cloruros equivale a ejecutar una operación quirúrgica en la obscuridad. No se sabe lo que se hace: «No tiene ningún sentido prescribir dosis precisas de bromuro a un enfermo que toma cantidades variables de sal; si se le permite tomar sal a capricho, se le podría igualmente permitir tomar el bromuro en las cantidades que guste» (O. Wuth). Para concebir esto hay que recordar que los halógenos se conducen en el organismo como antagonistas. Los iones se expulsan mutuamente, vale decir, no solamente el cloruro al bromuro, sino también viceversa. El contenido del organismo en cloruros y bromuros respectivamente, corresponde siempre a la proporción de los dos halógenos en la alimentación (y medicación). Quedando iguales las respectivas dosis, se establece en el organismo un estado de equilibrio; vale decir, el ión cloruro y el ión bromuro quedan constantemente en la misma porporción con respecto a la totalidad de los alógenos del organismo. Cambiando el aporte, sea del uno o del otro, el organismo queda obligado a buscarse un nuevo equilibrio. Por consiguiente, un tratamiento realmente racional exige ir acompañado de una serie de exámenes de la sangre o de la orina, de tal modo que primero se comprueba el nivel óptimo de bromuros para el enfermo tratado y después se confirma cada una o dos semanas el mantenimiento de ese nivel.

Para este análisis se empleará con provecho el método del cloruro de oro indicado por Walter y modificado por Wuth. Se precisan para el examen soluciones patrón de 50 a 300 mg. % contenido de bromuro. A cada 5 cm³ de solución de bromuro de sodio se agrega 1 cm³ de ácido tricloracético al 20 % y 4 cm³ de cloruro de oro amarillo al 1/2 %. La serie de tubitos de color distinto que así se obtiene, debe quedar en la obscuridad para que siga siendo utilizable durante algunas semanas. Si se quiere medir el contenido bromúrico de una orina hay que diluirla primero con agua destilada 1: 3. Luego se agregan a 10 cm³ de esta dilución 15 centigramos de carbón animal finísimo; se agita bien y se filtra por un filtro liso. A 5 cm³ de filtrado se agrega (igual como a la solución patrón) 1 cm³ de ácido tricloracético y 4 cm³ de cloruro de oro amarillo. Una vez mezclados bien los líquidos, se compara el color de la prueba examinada con el de la serie patrón.

El bromuro también causa intoxicaciones si se lo toma durante mucho tiempo en dosis altas. Hay que saber que la sensibilidad frente a este medicamento cambia mucho de individuo a individuo. El tratamiento de la intoxicación es sencillisimo, puesto que es suficiente dar un poco más de cloruro de sodio con los alimentos para eliminar del organismo la cantidad deseada de bromuro.

Al lado de los dos medicamentos clásicos arriba mencionados se han recomendado muchos otros.

A veces es provechoso prescribir substancias deshidratantes. La purgación necesaria o el «día de purga» arriba mencionado se ejecutarán, por lo tanto, con sulfato de sodio o magnesio. La eficacia del calcio, cuya acción desquelificante se conoce y que además favorece la aparición de una acidosis, se fundará, al menos en parte, con seguridad sobre su efecto deshidratante. Se prescribe calcio láctico o calcio Sandoz en dosis de 5 a 10 gramos diarios. La influencia favorable de la cafeína y teobromina se basa probablemente en primer lugar en la acción diurética que a estos medicamentos corresponde. A veces se obtienen resultados brillantes con la administración de preparaciones de mercurio como Novasurol, Salyrgan y otros, sobre todo si el enfermo se halla simultáneamente acidificado (véase más abajo). Es notable que el efecto favorable del mercurio ha sido experimentado empíricamente hace ya mucho por Muskens, sin que este autor haya podido dar una explicación satisfactoria del fenómeno.

Otro grupo de medicamentos debe su efecto favorable a su capacidad de producir acidosis. Usanse con tal finalidad los ácidos clorhídrico, sulfúrico y fosfórico. Actualmente se recomienda sobre todo el cloruro y el nitrato de amonio, tomados en 3 dosis diarias de 4 a 6 gramos. Conviene mucho administrar substancias acidificantes, ya que estas facilitan considerablemente la deshidratación. Se entiende que la inhalación de una atmósfera rica en ácido carbónico, siempre que contuviera mucho oxígeno, constituiría un tratamiento especialmente eficaz. Lástima es que las dificultades técnicas de semejante procedimiento sean demasiado grandes. Sin embargo, estoy convencido de que el buen efecto de baños de ácido carbónico, varias veces observado por mí, se debe no solo a la acción del baño sobre los vasos cutáneos, sino también a la respiración simultánea de ácido carbónico.

El tratamiento por el borotartrato de sodio o potasio, introducido con el nombre de tratamiento bórico por P. Marie, Crouzon y Bouttier en 1920, es posiblemente también un tratamiento por acidificación. El bórax y el ácido bórico disminuyen el grado de explotación de los alimentos y aumentan la combustión de las grasas. Según experimentos recientes de C. Maier tienen además un efecto deshidratante. Por mi parte, nunca he visto un éxito franco obtenido con este tratamiento.

La administración de medicamentos cardíacos como la digital y el estrofanto se recomienda sobre todo en obras antiguas. Ultimamente ha sido bastante desatendida. No cabe duda, sin embargo, de que estas substancias, al emparejar las condiciones circulatorias, contribuyen a veces muy eficazmente a la disminución de la hiperexitabilidad vasomotriz de muchos epilépticos. Tiene un efecto análogo la acetilcolina que disminuye la presión sanguínea y cuya eficacia como antiepiléptico ha sido comprobada por varios autores franceses e italianos (Bolsi, Aschieri y otros).

Han sido recomendadas en varias oportunidades la belladona, la atropina, el opio y otros alcaloides. Me parece tân difícil formarse un criterio sobre su acción que no puedo considerar su uso recomendable. Aproximadamente lo mismo diría sobre el tratamiento con tiroidina, preconizado en 1913 por el médico holandés Bolten. En los últimos años y siguiendo las últimas modas en medicina, se ha ensayado también tratar a los epilépticos con piretoterapia (inyección de proteínas ajenas, leche, etc.) y con hormonas circulatorias (padutina etc.). Según los respectivos autores se obtuvieron con estos métodos ciertos éxitos. Sin embargo, conviene una actitud algo reservada al respecto, puesto que cada conocedor de la epilepsia sabe demasiado bien en que escala el ritmo de los trastornos epilépticos está influído a veces por cambios hasta minúsculos en las condiciones vitales.

Para ilustrar esta última experiencia recordaré el hecho conocido de que cualquier intervención quirúrgica, en cualquier parte del organismo, causa a veces una cesación de los ataques durante algunas semanas. Se entiende que los ataques desaparecen transitoriamente también después de intervenciones sobre el cráneo. De ahí proviene la opinión de algunos cirujanos en cuanto al supuesto efecto curativo de la trepanación decompresiva en epilépticos sin proceso tumoral en el cráneo.

Finalmente algunas palabras sobre el *tratamiento del estado de mal.* Para este se precisan reglas especiales, puesto que existe un peligro inmediato y que muchas medidas no se pueden tomar, por no permitirlo las condiciones físicas del enfermo.

En principio se pueden encarar tres caminos: Como sabemos que durante el estado de mal el cerebro aumenta de volumen y, por lo tanto, se halla comprimido en la cápsula craneal, se puede tratar de descomprimirlo haciendo una punción lumbar y sacando gran cantidad de líquido cefalorraquídeo. En segundo lugar se puede intentar deshidratar el cerebro inyectando solución hipertónica de glucosa o solución de calcio (calcio Sandoz). La tercera posibilidad es la de narcotizar el cerebro mediante la inyección intravenosa de somnífeno, dándole así el tiempo necesario para reponerse. Este último procedimiento es el de elección hoy en día. La aplicación es sencillísima;

se inyectan muy lentamente en la vena, según el peso del enfermo, de 2 a 4 cm³, con lo cual los ataques desaparecen en general de golpe o, por lo menos, dentro de pocos minutos. Si es necesario, la inyección puede repetirse. Pero no conviene dar más de 10 cm³ dentro de las 24 horas [1].

Hablando del tratamiento del estado de mal, quisiera repetir que, en vista de la cantidad de insulina administrada hoy en día, cada estado de mal debe despertar la sospecha de convulsiones hipoglucémicas. Por lo tanto, siempre será indicado examinar la glucemia si el médico se halla ante un enfermo con estado de mal sin disponer de suficientes datos anamnésicos. El tratamiento de las convulsiones hipoglucémicas es sencillísimo y sumamente eficaz: bastan algunas inyecciones intravenosas de 10 cm³ de solución de glucosa al 25 % y 1 a 2 litros de solución de glucosa al 5 % en clisma. Si entre 20 o 50 casos de estado de mal se descubre uno solo con hipoglucemia, la labor de los innecesarios exámenes de sangre se hallará ampliamente recompensada.

El tamaño de esta exposición y la cantidad de medidas propuestas demuestran mejor que muchas palabras que aún no existe la panacea contra el ataque epiléptico. Hablando francamente, no creo que se hallará jamás. Más bien soy de opinión de que los futuros progresos en el tratamiento de los epilépticos se obtendrán de igual manera que los obtenidos hasta ahora: una penetración cada vez más profunda en el origen y la esencia de los fenómenos epilépticos nos permitirá individualizar nuestra actuación en mayor escala aún. Cuanto más profundamente penetramos, tanto más cariño y diligencia exige el caso individual; y tanto más comprendemos la sabiduría de la frase pronunciada hace más de dos siglos por el famoso médico holandés Boerhaave: «Epilepsia mirabilis morbus ille».

BIBLIOGRAFIA

Hasta 1928 consúltese:

W. Lennox and St. Cobb: *Epilepsy* (Baillière, Tindall y Cox, London 1928).

Publicaciones posteriores citadas en este trabajo:

Aschieri, G.: *L'acetilcolina nella terapia dell'epilessia.* Note Psichiatr. 63, 25 (1934).

Bolsi, D.: *Sur le rôle des spasmes vasculaires dans la pathogénie des accès épileptiques.* Revue neurol. 39, 1321 (1932).

Engel, R., F. Mc. Quarrie und M. Ziegler: *Mineralhaushaltstudien bei jugendl. Epileptikern.* Arch. exp. Path. 174, 555 (1934).

[1] Ultimamente la punción ha sido complementada por la insuflación de aire, procedimiento que parece mejorar los resultados (L. Guttmann).

FAY, T.: *Some factors in the «mechanical theory of epilepsy», etc.* Amer. Journ. Psychiatry 8, 783 (1929).

GUTTMANN, L.: *Pathophysiologische, pathohistologische und chirurgisch-therapeutische Erfahrungen bei Epileptikern.* Z. Neur. 136, 1 (1931).

HELMHOLZ, H. F. and H. M. KEITH: *Ten year's experience in the treatment of epilepsy with ketogenic diet.* Arch. of Neur. 29, 808 (1932).

KRAPF, E.: *Ueber Spaetepilepsie.* Arch. f. Psychiatr. 97, 323 (1932).

LANGE, F.: *Therapeutische Beeinflussung der Hypertonie, etc.* Verh. dtsch. Ges. f. inn. Med. 42, 227 (1930).

MC. QUARRIE, F. and D. B. PEELER: *The effects of sustained pituitary antidiuresis and forced water drinking in epileptic children.* Journ. Clin. Invest. 10, 915 (1934).

MAIER, C.: *Pharmakologische Untersuchungen über die Grundlagen der Bortherapie bei Epilepsie.* Mschr. f. Psychiatr. 91, 41 (1935).

MARX, H. und P. WEBER: *Zur Pathogenese des epileptischen Anfalls.* Nervenarzt 7, 183 (1934).

PAGNIEZ, PH.: *L'épilepsie.* (Masson et Cie., París 1929).

WUTH, O.: *Die medikamentoese und diaetetische Behandlung der Epilepsie.* Fortschr. Neurol. 2, 459 (1930).

WUTH, O. und A. HENNICKE: *Weitere Grundlagen zur Bromtherapie.* Z. Neur. 145, 721 (1933).

NOTICIARIO

Por E. R.

A fines de Febrero, ha vuelto a ser escalado el Aconcagua por el explorador y alpinista alemán Hans Link; aparte del interés que tienen hazañas de esta clase desde un punto de vista meramente deportivo, queda siempre después de cada expedición al famoso macizo andino, algunos nuevos conocimientos útiles para la geografía: en el caso presente, se han estudiado además varios detalles meteorológicos de la región y en especial las corrientes de aire a fin de establecer hasta qué punto y en qué condiciones es posible el vuelo en planeadores sobre esta parte de la cordillera.

⁂ ⁂ ⁂

El Ministerio de Agricultura, ha informado en el pasado mes de Marzo, que en la Escuela Agrícola de Las Delicias (Entre Ríos), se ha dado término a una serie de trabajos de selección de semillas, iniciados en 1926, y con los cuales se consiguió crear en aquel establecimiento una nueva variedad de linos, que da altos rendimientos, representando este resultado un nuevo triunfo de la genética argentina.

El nuevo lino ha sido inscrito en los registros con el nombre de «lino H. 39, selección Delicias M. A.».

La nueva variedad creada procede de una hibridación entre lineta de flor blanca y lino francés « gross-grain », tipos que fueron elegidos como puntos de origen teniendo en cuenta la resistencia de la primera a las enfermedades y la vigorosa fuerza de crecimiento del segundo. Es de flores blancas y grano grueso, y con un rendimiento de 1800 kilos por hectárea, deducido de la producción recogida en 24 hectáreas, en campos de Entre Ríos.

La sección Fitotécnica ha ensayado ya el nuevo lino en 17 localidades diferentes, comparándolo con otras 20 variedades distintas de linos y linetas, y comprobando en todos los casos la superioridad del nuevo tipo.

⁂ ⁂ ⁂

En nota dirigida al ministro de Gobierno de Córdoba por el director del Museo Provincial de Ciencias Naturales Dr. Juan Olsacher, se informa acerca de las excursiones científicas que se acaban de realizar por la falda oriental de la Sierra Grande, de la provincia, con fines de investigación sobre su constitución geológica.

Expresa en su comunicación que en viajes hechos en enero y febrero últimos en la llanura del oeste de la sierra de Pocho y al pie de ésta, en la cuesta Jatán, se encontraron interesantes formaciones. Y añade que ha sido un descubrimiento de mucho interés, pues se ha logrado la ubicación cronológica de otros depósitos sedimentarios, de edad dudosa hasta ahora (areniscas de Sampacho, cerro Colorado, sierra del Anti, etcétera).

Al sur de Nono, dice después, se recogieron algunos fragmentos de fósiles del pampeano, entre ellos restos correspondiente a gliptodontes, los que se han traído para su clasificación y exhibición en el museo, por ser de gran interés paleontológico. En las proximidades del mismo lugar se pudo establecer la existencia de un paradero indígena.

Se informa más adelante que a fines del verano pasado se realizaron varios viajes de estudios por diversas regiones de Calamuchita, con el propósito de estudiar los yacimientos de serpentina de El Pantanillo, que son interesantes desde el punto de vista geológico y de los cuales se tenían pocas informaciones.

Todo ese material mineralógico, petrográfico y geológico se exhibe en las secciones correspondientes del museo y se han tomado observaciones que serán consignadas en la « Geología de Córdoba », que editará el mismo.

En otra nota del doctor Olsacher insiste en pedir a las autoridades que se adopten medidas a fin de proteger las pictografías del cerro Colorado, en donde la afluencia de turistas despreocupados, las inscripciones que los mismos realizan y, en algunos casos, los deterioros ocasionados por la falta de comprensión de determinados visitantes, pueden llegar a comprometer el valor histórico del referido monumento arqueológico.

⁂ ⁂ ⁂

El Ministerio de Agricultura de la Nación ha dispuesto extender, en el presente año, el procedimiento adoptado en los dos últimos, para combatir la langosta, consistente en el espolvoreo con arsenito de sodio.

Este prcedimiento destructivo fué adoptado después de haberse establecido que la langosta voladora se reproduce, precisamente, en la zona donde causa sus estragos, regresando hacia el norte en el otoño; pasa el invierno en constante movimiento y vuelve en la primavera hacia el sur.

Establecido que la langosta nace y muere dentro del territorio de nuestro país, su persecución quedó reducida a un problema nacional.

Los anteriores ensayos tuvieron resultados muy satisfactorios, y ello ha inducido al Ministerio a aplicar el procedimiento en mayor escala. Se aprovecharán los grandes fríos en el norte, momento en que las mangas están semialetargadas, para diezmarlas en todos los lugares donde puedan funcionar las máquinas espolvoreadoras.

⁂ ⁂ ⁂

A mediados del mes de mayo próximo pasado se informó desde San Cristóbal que había surgido mineral de petróleo de las perforaciones que realiza la Dirección de los Yacimientos Petrolíferos Fiscales. Con tal motivo se destacó un técnico que recogió muestras del líquido para ser analizado. En un reciente informe se hace saber que las muestras eran pequeñas cantidades de petróleo con algunas burbujas de gas desprendidas de la perforación, no obstante haber sido llenado el foso cuidadosamente, hecho sucedido en situaciones análogas en otros pozos, pero sin importancia. Para aclarar debidamente el origen del mineral extraído, en los últimos días de mayo, fueron realizadas experiencias con una máquina portátil para estudios geofísicos, extrayéndose agua acompañada con algunas manchas de petróleo. Los resultados de estas perforaciones y las conclusiones de los análisis, constituyen un incentivo para proseguir los trabajos que la dependencia realiza en esta zona.

Finalmente, la Dirección de los Yacimientos Petrolíferos prepara un plan para realizar sondajes eléctricos en el pozo de San Cristóbal como última tentativa antes de abandonar los trabajos de perforación.

⁂ ⁂ ⁂

El Presidente de la Comisión Meteorológica Internacional señor Th. Hessenberg, comunicó en el mes de junio que, de acuerdo con una resolución de la primera Conferencia Sudamericana de Meteorología y Servicios Radioeléctricos, celebrada en 1935 en Río de Janeiro, el comité internacional ha oficializado la constitución de la comisión regional de la América del Sur, con fecha 1º de mayo último.

Agrega la comunicación que el comité indicado ha nombrado presidente de esa comisión al ingeniero Alfredo G. Galmarini, director de Meteorología, en su carácter de miembro del comité del ramo internacional y vicepresidente de las subcomisiones técnicas del indicado organismo.

Esta comisión regional es la tercera formada por el comité meteorológico internacional, de acuerdo con la resolución 116 de la conferencia de directores reunida en Varsovia en septiembre del año próximo pasado. La comisión regional I es la de Africa y la comisión regional II corresponde al Extremo Oriente (Asia), presidida por el profesor Dr. M. Bruzón. Ejerce la presidencia de la comisión regional I de Africa el profesor A. Walter.

Incumbe a estas comisiones regionales la tarea de la organización meteorológica de sus respectivos continentes, resolviendo todos los problemas relativos a dicha finalidad, y en especial el intercambio, centralización y difusión de informaciones meteorológicas para los fines sinópticos y de la aeronáutica.

El primer problema a que está abocada esta nueva comisión sudamericana es el de resolver la distribución de los números indicativos de las estaciones meteorológicas de la América del Sur, de acuerdo con las normas establecidas en los demás continentes. En ese sentido, la subcomisión internacional de informaciones sinópticas, que preside el profesor Gold, de la organización meteorológica internacional, ha remitido ya al ingeniero Galmarini toda la documentación necesaria para que se efectúe en la América del Sur la distribución del quinto bloque de números característicos, conforme con una distribución racional.

Además del ingeniero Galmarini, integran la comisión regional sudamericana los siguientes miembros:

Doctor Herminio Silva (Brasil), capitán J. Valenzuela (Chile), Rvdo. P. S. Sarasola. S. J. (Colombia), ingeniero Saúl Deleón (Guatemala), ingeniero G. Wagner (Perú), capitán Fernando Fuentes (Uruguay), y E. Sifontes (Venezuela).

Los nombrados, en su totalidad, son los directores de los servicios meteorológicos de los países indicados.

⁂ ⁂ ⁂

El 6 de junio regresó al país el Dr. Alfredo Sordelli, que se había trasladado a Europa para concurrir, en su carácter de reemplazante del eminente hombre de ciencia brasileño Dr. Chagas, a la reunión periódica del Comité de Higiene de la Liga de las Naciones que sesionó durante el mes de abril próximo pasado.

Se trataron temas de indudable interés, relacionados con la alimentación, habitación, epidemias, standardización de los productos biológicos, sueros y vacunas, investigaciones recientes sobre virus filtrables, etc.

Entre otros establecimientos científicos, el Dr. Sordelli visitó el Instituto Pasteur, de París; el National Institute for Medical Researches, de Londres, y realizó algunos estudios en la misma capital con el doctor Bedson sobre psitacosis, en el London Hospital, especialmente en lo que se refiere a la difusión del virus, diagnósticos y métodos.

—A pesar de no haber permanecido más de un mes en Europa —ha manifestado el doctor Sordelli—, he trabajado intensamente y no exageraría si dijera que traigo material de estudio para más de cinco años.

⁂ ⁂ ⁂

Noticias telegráficas llegadas a Buenos Aires el 10 de junio informaban que el ingeniero argentino Augusto José Durelli, había recibido el título de Dr. en Ciencias Sociales en la Universidad Libre de París, institución que funciona bajo la alta autoridad del cardenal Baudrillart.

El Sr. Durelli había partido para Europa hace tres años como titular de la beca Sauberan y con el fin de perfeccionar los estudios de su especialidad.

Egresado de nuestra Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales en diciembre del año 1932, había realizado una brillante carrera que le valió la medalla de oro al mejor alumno y el premio Rosetti. Simultáneamente había terminado los cursos de la Aliance Française con altas clasificaciones. A su paso por las aulas presidió el Centro de Estudiantes de Ingeniería, y por lo tanto, según el sistema de rotación establecido, la Federación Universitaria de Buenos Aires. Autor de diversos trabajos, los estudios sociológicos le interesaron muy particularmente; de modo que cuando hubo cumplido los propósitos de la beca Sauberan continuó en París los estudios que ahora culmina con el título de Doctor en Ciencias Sociales, logrado con la más alta distinción —« cum maxima laude », según la expresión consagrada en la vieja casa de la « rue » de Vaugirard—, por su tesis, titulada « Essais sur les mentalités contemporaines ».

⁂ ⁂ ⁂

El 16 de junio se reunió la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales bajo la presidencia del titular, ingeniero Agustín Mercau, y con asistencia de los académicos Pedro T. Vignau, Raúl Wernicke, Luis

Guglialmelli, Claro C. Dassen, Enrique M. Hermitte, Martín Doello Jurado, Franco Pastore, Enrique Herrero Ducloux, Abel Sánchez Díaz y Juan A. Briano. Fué considerada la adjudicación del premio municipal Eduardo L. Holmberg, correspondiente al año 1933.

En primer lugar, y a fin de que el beneficio de esa recompensa pueda alcanzar a un mayor número de autores, se resolvió que los que hubiesen merecido dicho premio con anterioridad serán considerados fuera de concurso por un período de cinco años, a contar desde la fecha de la adjudicación respectiva, estando establecido, asimismo que los miembros de la Academia quedan automáticamente excluídos de los concursos expresados.

A continuación el profesor Doello Jurado relató los fundamentos del dictamen del jurado que hizo el estudio de los trabajos considerados, aconsejando por unanimidad otorgar el premio mencionado al Dr. José Imbelloni por su trabajo titulado « Los pueblos deformadores de los Andes. La deformación intencional de la cabeza, como arte y como elemento diagnóstico de las culturas ».

El Dr. Imbelloni, que dentro de las ciencias naturales se ha especializado en antropología en el instituto que dirige el profesor Tedeschi, en Italia, es actualmente jefe de la Sección Antropológica del Museo Argentino de Ciencias Naturales, perteneciendo también a la Universidad de Buenos Aires como profesor extraordinario de antropología y etnología; ha publicado más de cien monografías sobre etnología general, relaciones de los pueblos y culturas de América con los demás continentes, determinaciones sobre craneología, génesis y organización del Estado entre los pueblos andinos, etc.

El trabajo que ha merecido el premio mencionada reune numerosas observaciones del autor sobre el problema de la deformación artificial del cráneo, curiosa práctica de las tribus indígenas de diferentes regiones de la tierra que ha sido motivo de estudio por muchos antropólogos extranjeros y nacionales, llegando el Dr. Imbelloni a establecer una clasificación racional de las deformaciones, sólidamente establecida sobre la mecánica fisiológica y sobre los instrumentos con que las madres alteraban la forma natural del cráneo desde la más tierna edad de los niños. La clasificación propuesta ha sido favorablemente acogida por los principales especialistas y está incorporada ahora a algunos de los últimos tratados fundamentales de antropología editados en Europa, lo que realza el valor del trabajo de referencia.

Oportunamente y en acto público se hará entrega del premio mencionado, como también del que fué discernido al profesor Dr. Juan Bacigalupo por su trabajo « Distomatosis por fasciola hepática », correspondiéndole el premio Eduardo L. Holmberg, del año 1934.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alvarez, Raúl J.
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arbecchi, Armando C.
Arce, Manuel J.
Arditi Thompson, H.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Arroyo, Rufino
Avila Méndez, Delfín
Aztiria, Ignacio
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Bancalari, Agustín
Barabino Amadeo, S.
Barbieri, Antonio
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berdoy, Pedro A.
Berrino, Juan B.
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Bologuini, Héctor
Bonanni, Cayetano
Bontempi, Luis
Bordato, Miguel
Bordenave, Pablo E.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buldrini, Alvaro G.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Camus, Nicolás
Canale, Humberto
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceriale, Marcelino A.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Corvalán Mendilaharzu, Dardo
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chelia, Francisco
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
Debenedetti, José
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Demarchi, Marco
Deulofeu, Venancio
Devoto, Franco E.
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Dominguez, Juan A.
Dotto, Enrique S.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Edelberg, Benjamín
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Florit, Carlos J.
Forn, Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Dívico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Gil, Martín
Gonella, Juan B.
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gurewitsch, Marco
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Howard, Jorge W.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Keiper, Guillermo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Kohan, Zoilo
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lea, Allán B.
Lignières, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López, P. José
Loyarte, Ramón G.
Lozano, Nicolás
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Marini, Tomás L.
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Massaro, César O.
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Mermoz, Francisco A.
Mohring, Walther
Molfino, José F.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nelson, Ernesto
Nielsen, Juan
Oliveri, Alfredo E.
Ortega Belgrano Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paltovi y Oliveras, A.
Paquet, Carlos
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Pauly, Antonio
Paz, José Máximo
Paz Anchorena, José M.
Peralta Ramos (h.), Alberto G.
Pérez Hernández, A.
Pérez Pirán, Juan A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Polti, Modesto

Posadas, Carlos
Quartino, José N.
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Modesto
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Ravignani, Emilio
Rebuetlo, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo

Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rosell Soler, Pedro
Rossi, Arturo R.
Ruata, Luis E.
Ruiz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Sabaria, Enrique
Sagastume Berra, A. E.
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schmidt, Max
Schoo Lastra, Oscar
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo

Seeber, Ricardo
Sesma, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Soler, Frank L.
Sordelli, Alfredo
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Storni, Carlos David
Suárez, Angel
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tamini, Luis Augusto
Tarragona, José
Tedeschi, Virgilio
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis

Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Vallebella, Colón B.
Valentiner, Hugo
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallejo, Segundo E.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino (h.)
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Volpatti, Eduardo
White, Guillermo J.
Wauters, Carlos
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Devoto, Arnaldo Carlos
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
Girbau, Mansueto

Goyena, Ricardo J.
Laporte, Julio A.
Magne de la Croix, P.A.
Milesi, Emilio Angel
Monca, Jacobo Isaac

Muñoz Cabrera, René
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Somonte, Eduardo

Viglione, Fausto E.
Zenarruza Johnson, Tirso A.
Walls, I. Figueras de
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Francisco Dist
Angel Estrada y Cía.

Imprenta Kidd
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone

Otto Hess, S. A.
Est. Gráf. "Tomás Palumbo"

Jacobo Peuser, S. A. Lda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Ramón A. Brandán; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Secretarios, Dr. Guillermo V Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Gumersindo Sayago; Vocales: Ing. Daniel E. Gavier; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. B. de la Colina; Ast. N. Lafayette Zimmer; Ing. Vladimir Borsacow; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis
Aguiar, Henoch D.
Amaya, Arturo A.
Anduze, Fernando L.

Arrambide, Miguel
Astrain, Antonio
Bermann, Gregorio
Bobone, Jorge E.

Bodenbender, G.
Bonet, Rafael
Berzacow, Wladimir
Bracaccini, Osvaldo J.

Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Bustos, Ernesto
Buteler, Jesús E.

Cabrera Molina, P.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Castellanos Posse, F.
Catinari, Altavino E.
Centeno, Dionisio
Cordeiro, Juan Carlos
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
De la Colina, Bmé.
Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
De Villafañe Lastra, T.
Devoto, Heraclio A.
Di Riemzo, Sabino
Espinosa, Manuel
Esteban, Fernando
Evans, Eduardo W.
Fernández, Miguel
Ferrer, Baltasar
Fitz Simon, Sgo. E.
Fortana, Lorenzo
Fracassi, Humberto
Fuchs, Guillermo J.
Galíndez Vivanco, C.
García, Daniel
Garzón, Rafael
Gavier, Daniel E.
Gavier, Ernesto
Gibert, Víctor
Giménez de Azúa, F.
Godoy, Salvador A.
Gómez, Calixto A.
Gordillo, Pedro N.
Granillo Barros, M.
Hernández Ramírez, R.
Hosseus, Carlos Curt
Jagsich, Juan
Kegeler, Juan Walter
Kronfuss, Juan
Lafayette Zimmer, M.
Larrauri, Agustín C.
Lewis, Donald G.
Lo Celso, Angel T.
Luque, Eduardo R.
Lutzow Holm, Olaf.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Marsal, Alberto
Martínez, Rodolfo
Martínez Bustos, V.
Masjoan, Juan
Melo, Carlos R.
Mirizzi, Pablo Luis
Montes, Aníbal
Ninci, Carlos A.
Ninci, Mario
Ninci, Raúl T.
Nottaris, Carlos E.
Novillo Corvalán, S.
Olsacher, Juan
Pagliari, Arturo
Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani de
Perrine, Carlos D.
Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, C.
Ponssa, Marco
Puga, Agustín
Revol, Carlos A.
Revuelta, Miguel C.
Rietti, Dardo A.
Roca, Jaime
Roggeri, Domingo
Rothlin, Edwin
Sánchez Sarmiento, F.
Sartori, Antonio
Sayago, Gumersindo
Sayago, Marcelino
Schmiedecke, Augusto
Servetti Reeves, J. C.
Sicco, Juan Carlos
Padula, Federico
Sigal, Moisés
Sparn, Enrique
Strada, Ferdinando
Stucchi, Alberto
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Terrera, Pascual
Trebino, Natalio
Tretter, José
Urciuolo, Victorio
Vanni, Alberto
Vercello, Carlos
Villalba, Aquiles D.
Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Francisco E. Urondo; Vice-presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Secretario de correspondencia, Ing. Rodolfo Rouzaut; Secretario de actas, Prof. Curto E. Hotschewer; Tesorero, Ing. Carlos Christen; Vocal 1º, Dr. José Piazza; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Suplente 1º, Ing. Enrique Virasoro; Suplente 2º, Ing. José Cruellas.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Argüelles, Eugenio
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco
Bonazzola, César J.
Borruat, Luis
Borruat, Luis (hijo)
Borzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Camo, José María
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá Tolrá, Antonio
Kleer, Gregorio
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Morisot, Augusto
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Antonio E.
Rouzaut, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Regis Mallorquin, Juan
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. José S. Corti; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Dr. Juan B. Lara; Vocales: Prof. Tomás P. Silvestre; Dr. Germinal Basso; Dr. Mario Bidone; Ing. Francisco M. Croce.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Anzorena, Pedro
Basso, Germinal
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Carette, Eduardo
Ceriotto, Emilio
Croce, Francisco M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Mácola, Tulio
Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Miyara, Santos
Oviedo Marcó, Carlos
Oviedo Ortiz, Carlos
Pelaia, Dante
Piccione, Cayetano C.
Piovano, Abelardo P.
Pontis, Rafael Edmundo
Ruiz, Aníbal
Ruiz Leal, Adrián
Sammartino, Miguel
Sánchez C., Juan V.
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Toso, Juan P.
Vicchi, Juan A.
Villanueva, Miguel Angel

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán	Rafael (México)
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Arteaga, Rodolfo de	Montevideo
Avendaño, Leónidas	Lima
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bruch, Carlos	Londres
Cabrera, Blás	Olivos
Carabajal, Melitón M.	Madrid
Corti, José S.	Lima
Bragg, William Henry	Mendoza
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto	La Plata
Escomel, Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Asunc. (Par.)
Fontecilla Larrain, Arturo	Chile
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe	Lima
Greve, Germán	Chile
Guinier Philibert	Nancy (Franc.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hassler, Emilio	San Bernardino (Paraguay)
Hernández, Juvenal	Chile
Hijar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Kinart, Fernando	Amberes
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Lehmann Nitsche, Roberto	Berlín
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Majarás, Jesús	México
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Chile
Pereira d'Andrade, Lancaster	Nova Goa (I.P.)
Perrin, Tomás G.	México
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Reyes Cox, Eduardo	Antofag. (Ch.)
Rospigliosi y Vigil, Carlos	Lima
Rowe, Leo S.	Wáshington
Shepperd, William R.	New York
Tello, Julio C.	Lima
Torres Quevedo, Leonardo	Madrid
Villarán, Manuel V.	Lima
Vélez, Daniel M.	México
Valle, Rafael H.	México
Volterra, Vito	Roma
Vitoria, Eduardo	Barcelona

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

OCTUBRE 1936. — ENTREGA IV. — TOMO CXXII

SUMARIO

BUENOS AIRES

Calle Santa Fé 1145

1936

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

B. Aires - Est. Gráfico "TOMAS. PALUMBO" - La Madrid 321-325 - U. T. 21-1733

EXTENSION DEL METODO DE SUMACION DE M. BOREL A LAS SERIES DE FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA DUAL E HIPERBOLICA

Por J. C. VIGNAUX

Introducción

En trabajos anteriores, nos hemos ocupado del estudio de las series convergentes de funciones de variable compleja dual (1) y de variable compleja hiperbólica.

En la presente memoria se extiende a estas series, el método de sumación de E. Borel, lográndose de este modo resultados mucho más generales que los enunciados en aquélla.

Comprende dos capítulos. En el primero se define el método de sumación exponencial de Borel y el de Sannia y luego el método (B), para las series de números complejos duales, y luego se aplican a las series de potencias de una variable compleja dual

$$\sum_{0}^{\infty} u_n z^n , \qquad [1]$$

donde: $u_n = a_n + kb_n$, $z = x + ky$, siendo k la *unidad imaginaria dual* $(k^2 = 0)$.

El dominio de *sumabilidad* (B) de la serie [1] es el conjunto de los puntos interiores a una *faja* indefinida de lados paralelos al eje imaginario, perfectamente determinada en función de los coeficientes de la serie. La faja de sumabilidad (B), contiene en su interior a la faja de convergencia de la misma.

(1) *Sobre las series convergentes simples y múltiples de funciones de una y de varias variables complejas duales.* « Anales de la Soc. Cient. Argentina ». En su *Geometrie der Dynamen,* E. Study, da una brevísima indicación sobre las series simples de potencias de una variable compleja dual, pág. 198. Esta información me fué dada gentilmente por el Dr. A. Sagastume Berra. En nuestro trabajo antes citado, se hace un estudio sistemático no solamente de estas series, sino también de las series dobles de potencias, de las funcionales, y de las series simples y dobles de Dirichlet.

Este dominio de sumabilidad se extiende a todo el plano, cuando las series reales

$$A\,(x) = \sum_0^\infty a_n\, x^n \quad \text{y} \quad B\,(x) = \sum_0^\infty b_n\, x^n\,,$$

no tienen ningún punto *singular* sobre el *eje real.*

Después de dar algunos teoremas, termina esta parte con el estudio de algunas series elementales.

En la segunda parte, nos ocupamos de las series funcionales. En primer término se estudian las series de funciones continuas de una variable compleja dual. Se introduce la noción de sumabilidad uniforme (B), noción ésta que da condiciones suficientes para la continuidad de la suma, la integración y derivación de tales series; y luego se estudian las series de funciones holomorfas duales.

En el capítulo II, se hace un estudio análogo para las series funcionales de una variable compleja hiperbólica.

CAPITULO I

1) SERIES DE POTENCIAS DE UNA VARIABLE COMPLEJA DUAL

1. Series numéricas. — Sea la serie

$$\sum_0^\infty u_n = \sum_0^\infty (a_n + k\, b_n) \quad , \quad (k^2 = 0) \tag{1}$$

de números complejos duales, y consideremos la serie de potencias (*serie adjunta*),

$$U\,(\alpha) = \sum_0^\infty S_n \frac{\alpha^n}{n\,!} = \sum_0^\infty (A_n + k\, B_n) \frac{\alpha^n}{n\,!} \tag{2}$$

donde

$$\begin{aligned} S_n &= u_0 + u_1 + \ldots + u_n = \\ &= (a_0 + a_1 + \ldots + a_n) + k\,(b_0 + b_1 + \ldots + b_n) = \\ &= A_n + k\, B_n\,, \end{aligned}$$

α una variable real, $\alpha \geq 0$.

Si la serie [2] converge para todo $\alpha \geq 0$ y el

$$\lim_{\alpha \to \infty} e^{-\alpha} U(\alpha) = S = A + kB$$

existe y es finito, diremos que la serie [1], es *sumable con el método exponencial, con suma* S.

Adoptando como serie adjunta en lugar de la [2], la siguiente

$$U_1(\alpha) = \sum_0^\infty S_n \frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)!}, \qquad [3]$$

formada con las primitivas de los términos de la serie [2]; y tomando como definición de suma, al

$$\lim_{\alpha \to \infty} e^{-\alpha} U_1(\alpha) = S_1 = A_1 + k B_1, \qquad [4]$$

cuando existe y es finito, obtenemos un método de sumación más potente que el anterior, el cual ha sido estudiado por G. Sannia para las series de números complejos ordinarios (1).

En este último caso diremos que la serie [1] es *sumable* (S), *con suma* S_1.

El método de sumación (S) es más potente que el método exponencial, pues se tiene:

Si la serie [1] *es sumable con el método exponencial, ella es también sumable* (S) *con igual suma, pero la recíproca no tiene lugar necesariamente.*

En efecto; puesto que $U(\alpha)$ es la derivada de la función $U_1(\alpha)$, resulta según el teorema de Hopital-Stolz (2), que, si existe el límite de la relación

$$\frac{U(\alpha)}{e^\alpha}, \quad \alpha \to +\infty$$

(1) G. Sannia *Nuovo metodo di sommazione delle serie* etc. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, t. XLII (1917) pág. 307.

(2) *Si las funciones* $f(x)$ y $g(x)$ *son derivables* $f'(x)$ y $g'(x)$ *en un entorno de* $x = \xi'$ (ξ finito o infinito), si $g'(x)$ *tiene un signo constante* y $\lim_{x \to \xi} g(x) = \pm\infty$, *se tiene*:

$$\lim_{x \to \xi} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x \to \xi} \frac{f(x)}{g(x)}$$

siempre que existe el límite del primer miembro; pero no recíprocamente. Este teorema ha sido también utilizado por O. Perron para demostrar un lema de Hardy.

también existe el límite de

$$\frac{U_1(\alpha)}{e^\alpha}, \quad \alpha \longrightarrow +\infty$$

y son iguales, pero no *recíprocamente.*

El método de sumación de la integral de Borel, se extiende igualmente en la misma forma.

La serie [1] es *sumable* (B), si la serie

$$u(\alpha) = \sum_0^\infty u_n \frac{\alpha^n}{n!} = \sum_0^\infty (a_n + k\, b_n) \frac{\alpha^n}{n!}$$

es convergente para $\alpha \geq 0$ y la integral

$$u = \int_0^\infty e^{-\alpha}\, u(\alpha)\, d\alpha,$$

converge con el valor u, suma de la serie propuesta.

El método de *sumación* (S) es *equivalente* al método de sumación (B); puesto que:

Si la serie [1] *es sumable* (S) *con suma* u, *ella es también sumable* (B) *con igual suma y recíprocamente.*

En efecto; si la serie adjunta

$$U_1(\alpha) = \sum_0^\infty S_n \frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)!}$$

converge para $\alpha \geq 0$, la serie asociada

$$u(\alpha) = \sum_0^\infty u_n \frac{\alpha^n}{n!}$$

es también convergente para $\alpha \geq 0$ y recíprocamente.

Además, se tiene que

$$\frac{d}{d\alpha}[e^{-\alpha} U_1(\alpha)] = e^{-\alpha} u(\alpha) .$$

De la relación anterior resulta, integrando entre los límites 0 y α

$$e^{-\alpha} U_1(\alpha) = \int_0^{\alpha} e^{-\alpha} u(\alpha)\, d\alpha ,$$

puesto que: $U_1(0) = 0$;, y tomando límites de ambos miembros para $\alpha \rightarrow + \infty$, se tiene

$$\lim_{\alpha \to \infty} e^{-\alpha} U_1(\alpha) = \lim_{\alpha \to \infty} \int_0^{\alpha} e^{-\alpha} u(\alpha)\, dx = \int_0^{\infty} e^{-\alpha} u(\alpha)\, d\alpha ,$$

por tanto, si existe el límite del primer miembro, existe también el límite del segundo y recíprocamente, y ambos límites son iguales.

De los teoremas anteriores resulta que, el método de *sumación* (B), es más potente que el método exponencial.

Observación. — Este método de demostración elemental, ha sido utilizado por G. Sannia — por vez primera — para probar la no equivalencia de los métodos exponencial e integral de M. Borel en el caso de las series de números complejos ordinarios. «*Estenzione e studio di un metodo di sommazione generico di Borel*». Scritti Matematici offerti a E. D'Ovidio, pág. 227 (1918).

2. — Se puede introducir la noción de sumabilidad (B), también en la forma siguiente.

Sea la serie

$$\sum_0^{\infty} u_n = \sum_0^{\infty} (a_n + k\, b_n) = \sum_0^{\infty} a_n + k \sum_0^{\infty} b_n \qquad [1]$$

su asociada, se puede poner en la forma

$$u(\alpha) = \sum_0^{\infty} u_n \frac{\alpha^n}{n!} = \sum_0^{\infty} a_n \frac{\alpha^n}{n!} + k \sum_0^{\infty} b_n \frac{\alpha^n}{n!}$$

y la suma viene definida por la relación

$$S = \int_0^\infty e^{-\alpha} u(\alpha)\, d\alpha = \int_0^\infty e^{-\alpha} \left(\sum_0^\infty a_n \frac{\alpha^n}{n!} \right) d\alpha +$$

$$+ k \int_0^\infty e^{-\alpha} \left(\sum_0^\infty b_n \frac{\alpha^n}{n!} \right) d\alpha$$

De aquí; *la condición necesaria y suficiente para que la serie* [1] *sea sumable* (B) *es que las series* (*reales*) *de sus componentes*

$$[2] \qquad \sum_0^\infty a_n \qquad \text{y} \qquad \sum_0^\infty b_n \qquad [3]$$

sean sumables (B). *La suma de la serie* [1] *es igual a*: $S = A + kB$, *donde* A *y* B *son las sumas de las series* [2] y [3] *respectivamente.*

Tanto el teorema de « permanencia », como las propiedades de las series numéricas ordinarias sumables con los métodos anteriores, subsisten también para las series de *números complejos duales.*

3. Series de potencias. — Consideremos una serie de potencias

$$\sum_0^\infty u_n z^n \qquad [1]$$

donde

$$u_n = a_n + k b_n \quad , \quad z = x + k y \, .$$

La serie [1] se puede poner en la forma siguiente

$$\sum_0^\infty u_n z^n = \sum_0^\infty (a_n + k b_n)(x + k y)^n =$$

$$= \sum_0^\infty a_n x^n + k \sum_0^\infty b_n x^n + k y \sum_1^\infty a_n n x^{n-1}$$

Esta descomposición de la serie [1] en la suma de tres series de potencias de la variable real x, *primer componente* de la variable compleja dual z, juega un rol importante en toda esta cuestión de la sumabilidad.

Los teoremas siguientes fijan de modo preciso el campo de sumabilidad (B) de una serie de potencia de variable compleja dual z.

TEOREMA I. — *Si la serie*

$$\sum_{0}^{\infty} u_n z^n \qquad [1]$$

es sumable (B), *en un punto* z_0, *ella es sumable* (B) *en la faja indefinida formada por el eje imaginario y su paralela, trazada por el punto* $M(z = z_0)$.

En efecto; la serie asociada de la [1] es

$$U(\alpha\, ,\, z) = \sum_{0}^{\infty} u_n \frac{(z\, \alpha)^n}{n!}$$

y como la función $U(\alpha\, ,z)$ depende solamente de la variable αz, pongamos

$$F\,(\alpha\, z) = \sum_{0}^{\infty} u_n \frac{(\alpha\, z)^n}{n!} \qquad [2]$$

Por hipótesis, la serie [2] es una trascendente entera de la variable $\alpha \geq 0$, y la integral

$$\int_{0}^{\infty} e^{-\alpha} F\,(\alpha\, z_0)\, d\,\alpha$$

converge. Si ponemos

$$u_n = a_n + k b_n \quad , \quad z = x + ky \quad , \quad z_0 = x_0 + ky_0$$

se tiene

$$F(\alpha z) = \sum_0^\infty u_n \frac{(\alpha z)^n}{n!} = \sum_0^\infty a_n \frac{(x \alpha)^n}{n!} +$$

$$+ k y \alpha \sum_1^\infty n a_n \frac{(x \alpha)^{n-1}}{(n-1)!} + k \sum_0^\infty b_n \frac{(x \alpha)^n}{n!}$$

es decir

$$F(\alpha z) = A(\alpha x) + k y \alpha A'(\alpha x) + k B(\alpha x),$$

designando respectivamente con $A(\alpha x)$, $A'(\alpha x)$ y $B(\alpha x)$ las sumas de las series que figuran en el segundo miembro.

Por tanto, la suma de la serie [1], en el punto $z = z_0$, será

$$\int_0^\infty e^{-\alpha} F(\alpha z_0)\, d\alpha = \int_0^\infty e^{-\alpha} A(x_0 \alpha)\, d\alpha + k y_0 \int_0^\infty e^{-\alpha} . \alpha A'(\alpha x_0)\, d\alpha +$$

$$+ k \int_0^\infty e^{-\alpha} B(x_0 \alpha)\, d\alpha ,$$

siendo convergentes las integrales del segundo miembro.

De la convergencia de las integrales

$$P(x) = \int_0^\infty e^{-\alpha} A(\alpha x)\, d\alpha \quad , \quad P'(x) = \int_0^\infty e^{-\alpha} . \alpha A'(\alpha x)\, d\alpha$$

y

$$Q(x) = \int_0^\infty e^{-\alpha} B(\alpha x)\, d\alpha$$

en el punto $x = x_0$, resulta la convergencia de las mismas en todo el segmento $(0 \leq x \leq x_0)$, según el teorema de Phragmèn (1).

En consecuencia, la integral

$$\int_0^\infty e^{-\alpha} F(\alpha z)\, dz = \int_0^\infty e^{-\alpha} A(\alpha x)\, d\alpha + k y \int_0^\infty e^{-\alpha} . \alpha A'(\alpha x)\, dx +$$

$$+ k \int_0^\infty e^{-\alpha} B(\alpha x)\, d\alpha$$

(1) *Comps Rendus*. París, 132 (1901): 1396-99.

converge en todo punto $z = x + ky$ del dominio

$$\left\{ o \leq x \leq x_0 \quad , \quad -\infty < y < +\infty \right\} \tag{3}$$

Luego la serie [1] es *sumable* (B), en la faja del plano z, definida por la condición [3], y su *suma* es la función $f(z)$ definida por la relación

$$f(z) = P(x) + k\,[y\,P'(x) + Q(x)]\ .$$

Teorema II. — *Toda serie de potencias*

$$\sum_0^\infty u_n\, z^n \quad , \quad u_n = a_n + k\, b_n \tag{1}$$

es sumable (B) sobre el eje imaginario $0\,y$.

En efecto, sea: $z = ky$ un punto cualquiera de este eje; su serie asociada es

$$F(\alpha z) = F(k\,\alpha\, y) = u_0 + u_1 \frac{k\,\alpha\, y}{1\,!} = a_0 + k\,(b_0 + a_1\,\alpha\, y),$$

por tanto, la suma de la serie [1] será

$$f(z) = \int_0^\infty e^{-\alpha} F(k\,\alpha\, y)\, d\,\alpha = a_0 \int_0^\infty e^{-\alpha}\, d\,\alpha + k\, b_0 \int e^{-\alpha}\, d\,\alpha +$$

$$+ k\, a_1\, y \int_0^\infty e^{-\alpha}\, \alpha\, d\,\alpha$$

es decir

$$f(k\,y) = a_0 + k\,(b_0 + a_1\, y)$$

Observación. — Este teorema es una consecuencia inmediata del hecho de que la serie

$$\sum_0^\infty (a_n + k\, b_n) z^n,$$

es siempre *convergente* sobre el eje imaginario; puesto que para todo $z = ky$, resulta

$$(a_0 + b_0\, k) + (a_1 + b_1\, k)ky + 0 + 0 + \ldots =$$

$$= a_0 + k(b_0 + a_1\, y)$$

4. Sumabilidad uniforme. — Diremos que la serie

$$\sum_0^\infty u_n z^n \tag{1}$$

sumable (B) en un cierto conjunto (E) de puntos z, es *uniformemente sumable* (B), si la integral

$$\int_0^\infty e^{-\alpha} F(\alpha z)\, d\alpha$$

converge uniformemente, es decir, si dado el número positivo $\varepsilon > 0$ arbitrario, existe un número $X > 0$ independiente de z, tal que

$$\left| \int_l^{+\infty} e^{-\alpha} F(z\alpha)\, d\alpha \right| < \varepsilon$$

para $l > X$ cualquiera sea z de (E).

Se tiene para todo $z = x + ky$ del conjunto (E)

$$\int_0^\infty e^{-\alpha} u(z, \alpha)\, d\alpha = \int_0^\infty e^{-\alpha} A(x\alpha)\, dx +$$

$$+ k\left[y \int_0^\infty e^{-\alpha}\, \alpha A'(x\alpha)\, d\alpha + \int_0^\infty e^{-\alpha} B(\alpha x)\, d\alpha \right]$$

Por tanto: *es condición necesaria y suficiente para que la* [1], *sea uniformemente sumable* (B), *en un conjunto acotado* $E(z)$, *que las series componentes reales sean uniformemente sumables* (B), *en el mismo conjunto.*

Teorema III. — *Si la serie* [1] *es sumable* (B) *en un punto* $z = z_0$ *ella es sumable uniformemente* (B) *en todo rectángulo formado por el eje imaginario, la recta por* z_0 *paralela a este eje y dos rectas cualesquiera paralelas al eje real* $0x$. *La suma* $f(z)$, *es función continua de* z *en dicho rectángulo.*

De la hipótesis se tiene, siguiendo la notación del teorema anterior

$$\int_0^\infty e^{-\alpha} F(\alpha, z_0)\, dx = \int_0^\infty e^{-\alpha} A(x_0 \alpha)\, d\alpha + k y_0 \int_0^\infty e^{-\alpha} . \alpha A'(x_0 \alpha)\, d\alpha +$$

$$+ k \int_0^\infty e^{-\alpha} B(x_0 \alpha)\, d\alpha .$$

De la convergencia de las integrales

$$P(x) = \int_0^\infty e^{-\alpha} A(\alpha x)\, d\alpha \quad , \quad P'(x) = \int_8^\infty e^{-\alpha} A'(\alpha x)\, d\alpha$$

y $$Q(x) = \int_0^\infty e^{-\alpha} R(\alpha x)\, d\alpha \qquad [2]$$

en el punto $x = x_0$ resulta según un teorema (1) de Phragmèn-Hardy, la convergencia uniforme de las mismas en todo el segmento

$$(0 \leq x \leq x_0)$$

Como la integral

$$y \int_0^\infty e^{-\alpha} . \alpha A'(x \alpha)\, d\alpha \qquad [3]$$

es uniformemente convergente para todo valor acotado de la variable y; si a y b son las cotas superior e inferior de y, resulta de la relación

$$f(z) = \int_0^\infty e^{-\alpha} F(\alpha x)\, d\alpha = \int_0^\infty e^{-\alpha} A(\alpha x)\, d\alpha + k y \int_0^\infty e^{-\alpha} . \alpha A'(\alpha x)\, d\alpha +$$

$$+ k \int_0^\infty e^{-\alpha} B(\alpha x)\, d\alpha$$

(1) *Loc. cit.*, pág.

que la serie [1], es uniformemente sumable (B) en todo punto z del dominio.

$$\left\{ 0 \leq x \leq x_0 \quad , \quad a \leq y \leq b \right\}$$

Las integrales [2] y [3] siendo funciones continuas de x e y en este rectángulo, la función $f(z)$ es también función continua en el mismo.

5. Sumabilidad absoluta. — Diremos que la serie

$$\sum_{0}^{\infty} u_n z^n \qquad [1]$$

sumable (B) en un cierto conjunto (E), es *absolutamente* sumable (B), si las integrales

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha} \left| \frac{d^{(\lambda)}}{d\alpha^{\lambda}} u(z, \alpha) \right| d\alpha \qquad (\lambda = 1, 2, 3, \ldots)$$

son convergentes.

Puesto que

$$\frac{d^{\lambda}}{d\alpha^{\lambda}} u(z, \alpha) = z^{\lambda} F^{(\lambda)}(z\alpha) = z^{\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} u_{n+\lambda} \frac{(z\alpha)^n}{n!},$$

es decir

$$z^{\lambda} F^{(\lambda)}(z\alpha) = z^{\lambda} \sum_{0}^{\infty} (a_{n+\lambda} + k b_{n+\lambda}) \frac{\alpha^n (x + ky)^n}{n!} =$$

$$= z^{\lambda} \left[\sum_{0}^{\infty} a_{n+\lambda} \frac{\alpha^n x^n}{n!} + k\alpha y \sum_{1}^{\infty} a_{n+\lambda} \frac{(\alpha x)^{n-1}}{(n-1)!} + k \sum_{0}^{\infty} b_{n+\lambda} \frac{(\alpha x)^n}{n!} \right.$$

$$= z^{\lambda} \left\{ A^{(\lambda)}(\alpha x) + k \left[\alpha y A^{(\lambda+1)}(\alpha x) + B^{(\lambda)}(\alpha x) \right] \right\}$$

se tiene

$$\int_0^\infty e^{-\alpha} F^{(\lambda)}(\alpha z)\, d\alpha = \int_0^\infty e^{-\alpha} A^{(\lambda)} \alpha x)\, d\alpha +$$

$$+ y \int_0^\infty e^{-\alpha} . \alpha A^{(\lambda+1)}(\alpha x)\, d\alpha + \int_0^\infty e^{-\alpha} B^{(\lambda)}(x \alpha)\, d\alpha$$

de donde se deduce que: *es condición necesaria y suficiente para que la serie* [1] *sea absolutamente sumable* (B) *que sus componentes sean absolutamente sumables* (B), *en el mismo conjunto.*

TEOREMA IV. — *Si la serie* [1] *es absolutamente sumable* (B) *en un punto* $z = z_0$ *ella es sumable absolutamente en todo rectángulo formado por el eje imaginario, la recta por* z_0 *paralela a este eje, y dos rectas cualesquieras paralelas al eje real.*

De la hipótesis resulta que las series

$$\sum_0^\infty a_n x^n \quad , \quad \sum_1^\infty a_n . n x^{n-1} \quad \text{y} \quad \sum_0^\infty b_n x^n$$

son *sumables absolutamente* (B) en el punto $x = x_0$, por tanto según un teorema de E. Borel, estas series son *absolutamente sumagles* (B) sobre el segmento ($0\, x_0$), así como también la serie

$$y . \sum_1^\infty a_n n x^{n-1}$$

para todo valor acotado de la variable y.

Si a y b son las *cotas* superior e inferior de y, la serie [1] es por tanto *sumable absolutamente* en el dominio

$$0 \leq x \leq x_0 \quad , \quad a \geq y \geq b$$

6. FAJA DE SUMABILIDAD. — Nos proponemos ahora determinar cual es la faja más amplia de sumabilidad (B), de una serie de potencias

$$f(z) = \sum_0^\infty u_n z^n \qquad [1]$$

donde

$$u_n = a_n + k b_n \quad , \quad z = x + ky ,$$

la cual suponemos convergente, en una cierta *faja de convergencia* de *radio finito.*

Consideremos en primer lugar el caso en que u_n sea *real*: $u_n = a_n$, la serie dada se puede escribir en la forma siguiente

$$f(z) = \sum_0^\infty a_n (x + ky)^n = \sum_0^\infty a_n x^n + ky \sum_1^\infty a_n n x^{n-1} ,$$

y su serie asociada, es por tanto

$$u(\alpha z) = \sum_0^\infty a_n \frac{(z\alpha)^n}{n!} = \sum_0^\infty a_n \frac{(\alpha x)^n}{n!} + ky\alpha \sum_1^\infty a_n \frac{(\alpha x)^{n-1}}{(n-1)!}$$
$$= a(x\alpha) + k y \alpha a'(x\alpha)$$

donde $a'(x\alpha)$ es la derivada respecto a la variable x, de la asociada $a(x\alpha)$.

La suma de la serie [1], es por tanto

$$\int_0^\infty e^{-\alpha} u(\alpha z)\, d\alpha = \int_0^\infty e^{-\alpha} a(\alpha x)\, d\alpha + ky \int_0^\infty e^{-\alpha} . \alpha a'(\alpha x)\, d\alpha .$$

El polígono de sumabilidad $|B|$, de la serie real

$$\sum_0^\infty a_n x^n$$

es decir, la región de convergencia absoluta de la integral

$$\varphi(x) = \int_0^\infty e^{-\alpha} a(\alpha x)\, d\alpha$$

se reduce a un cierto segmento (m, n) que contiene en su interior al origen 0, y cuyos extremos están dados por la fórmula de Servant-Borel [1]

$$\frac{1}{\rho} = \overline{\lim_{b \to \infty}} \frac{1}{b} \log | a(b e^{i\theta}) |$$

donde

$$x = \rho e^{i\theta} \qquad b = \alpha \rho ,$$

y, θ toma los dos valores

$$\theta = 0 \quad \text{y} \quad \theta = \pi$$

[1] E. Borel. *Leçons sur les series divergentes.* Gauthier-Villar (París, 1928, Cap. III).

Designando con ϱ_1 y ϱ_2 las abscisas de los extremos de este intervalo de sumabilidad $|B|$, se tiene

$$\rho_1 = \frac{1}{\overline{\lim\limits_{b \to \infty}} \frac{1}{b} \log |a(b)|}, \quad \rho_2 = \frac{1}{\overline{\lim\limits_{b \to \infty}} \frac{1}{b} \log |a(b\, e^{i\pi})|} \qquad [A]$$

Si $\varrho_2 = \infty$ la serie $\sum\limits_0^\infty a_n x^n$ es sumable $|B|$ en la semi-recta de centro $A(\varrho_2, 0)$ y que contiene el punto 0.

Si $\varrho_1 = \infty$ ella es sumable $|B|$ en la semi-recta de sentido opuesto y de centro en $B(\varrho_1, \pi)$.

En cuanto a la integral

$$\varphi'(x) = \int_0^\infty e^{-\alpha} \,.\, \alpha\, a'(x\alpha)\, d\alpha$$

que define la suma de la serie derivada

$$\sum_1^\infty a_n x^{n-1},$$

es sumable absolutamente en el mismo intervalo anterior. Teniendo presente la igualdad anterior se concluye:

La serie de potencia [1] *es sumable* (B) *en la faja indefinida del plano* $z = x + ky$, *cuyos lados son las rectas*

$$x = \rho_1 \qquad \text{y} \qquad x = \rho_2$$

donde ϱ_1 y ϱ_2 *están dados por la* (A).

Consideremos ahora, el caso que los coeficientes de la serie propuesta, sean números complejos duales

$$u_n = a_n + k\, b_n$$

Se tiene entonces

$$\sum_0^\infty u_n z^n = \sum_0^\infty (a_n + k\, b_n)(x + k\, y)^n$$

$$= \sum_0^\infty a_n x^n + k \sum_0^\infty b_n x^n + k\, y \sum_1^\infty a_n\, n\, x^{n-1} \qquad [5]$$

y para la serie asociada resulta

$$u\,(z\,t) = \sum_0^\infty u_n \frac{z^n\, t^n}{n\,!} = \sum_0^\infty a_n \frac{t^n\, x^n}{n\,!} + k \sum_0^\infty b_n \frac{z^n\, x^n}{n\,!} +$$

$$+ \, k\, y\, t \sum_1^\infty a^n \frac{x^{n-1}\, t^{n-1}}{(n-1)\,!}$$

$$= a\,(t\,x) + k\, b\,(t\,x) + k\, y\, t\, a'\,(t\,x) \qquad (t \geq 0)$$

La suma de la serie [1] será

$$\int_0^\infty e^{-t} u\,(z\,,\,t)\,d\,t = \int_0^\infty e^{-t} a\,(t\,x)\,d\,t + k\,y \int_0^\infty e^{-t}.\,t\,a'\,(t\,x)\,d\,t +$$

$$+ \int_0^\infty e^{-t} b\,(t\,x)\,d\,t \qquad [6]$$

Las series reales

$$\sum_0^\infty a_n\, x^n \qquad \text{y} \qquad \sum_1^\infty a_n\, n\, x^{n-1}$$

son *sumables* $|\,B\,|$ *en el intervalo* $(m\,,n)$ *antes definido.* El intervalo de *sumabilidad* $(m'\,,n')$ de la serie real

$$\sum_0^\infty b_n\, x^n$$

queda definido por las expresiones

$$\mu_1 = \frac{1}{\overline{\lim\limits_{c \to \infty}} \dfrac{1}{c} \log |\, b\,(c)\,|} \qquad \mu_2 = \frac{1}{\overline{\lim\limits_{c \to \infty}} \dfrac{1}{c} \log |\, b\,(c\, e^{i\pi})\,|}$$

Los intervalos $(\varrho_1\,,\sigma_2)$ y $(\mu_1\,,\mu_2)$ tienen una parte común si no es: $\varrho_2 = \mu_1 = 0$ y designando sus extremos por p y q, la serie [1], es sumable $|\,B\,|$ según la [6] en el interior de la faja cuyos lados tienen por ecuación

$$x = p \qquad \text{y} \qquad x = q$$

A este dominio llamaré *faja de sumabilidad* (B) y a los números p y q que miden la distancia de sus lados al eje $0y$, su *semiamplitud*.

La serie potencial [1] define por suma (B) en el intervalo de su faja de sumación $|B|$, una función holomorfa $f(z)$, igual a

$$f(z) = \varphi(x) + k[y\varphi'(x) + \theta(x)] \qquad [2]$$

donde $\varphi(x)$, $\varphi'(x)$ y $\theta(x)$ son las sumas (B) de las series componentes.

Podemos formular en consecuencia la siguiente conclusión: *Toda serie de potencia* [1] *es sumable absolutamente* (B) *en el interior de su faja de sumabilidad* (B) *y no es sumable* $|B|$ *en los puntos exteriores a la misma. En los puntos del contorno, la serie* [1] *no es sumable* (B).

Toda serie de potencia define por su suma (B) *en los puntos interiores de su faja de sumabilidad* (B) *una función holomorfa* $f(z)$ *de la variable compleja dual* z, *dada por la relación* [2].

7. — Sea una serie de potencias a coeficientes reales

$$\sum_0^\infty a_n z^n = \sum_0^\infty a_n x^n + k y \sum_1^\infty a_n n x^{n-1},$$
$$= P(x) + k y P'(x) \qquad [1]$$

convergente en una cierta faja de convergencia de radio R finito

$$R = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{\overline{\lim\limits_{n \to \infty}} \sqrt[n]{|a_n|}}$$

Los extremos del intervalo $(-R_1 + R)$ o uno de ellos, pueden ser punto singular de la función real $P(x)$ de la variable real x.

Si el punto $(R, 0)$ es singular, la serie

$$P(x) = \sum_0^\infty a_n x^n \qquad [2]$$

es sumable (B) en el semieje real cuyo vértice es este punto singular y que contiene el origen 0; por tanto la serie [1] es sumable (B) en el semiplano limitado por la recta de ecuación $x = R$ y que contiene el origen 0.

Si $(-R', 0)$ es un punto singular, el semiplano de sumabilidad (B) se extiende a la derecha de la recta $x = -R'$.

Si ambos puntos son singulares la faja de sumabilidad es la formada por las rectas: $x = R$, $x = -R'$.

Finalmente, si $P(x)$ no tiene puntos singulares sobre el eje $0x$, la serie [1] es sumable (B) en todo el plano de la variable $z = x + ky$.

Daremos algunos ejemplos.

1º) Sea la serie

$$f(z) = \sum_0^\infty z_n = \sum_0^\infty x^n + k\, y \sum_1^\infty n\, x^{n-1}$$

la cual tiene como radio de convergencia $R = 1$. Como la función

$$P(x) = \frac{1}{1 - x}$$

tiene como único punto singular a: $x = +1$, la serie dada es sumable (B) en todo el semiplano que contiene el origen 0 y limitado por la recta de ecuación

$$x = +1$$

En todo este semiplano la suma (B) es igual a

$$f(z) = \frac{1}{1 - x} + k\, y \frac{1}{(1 - x)^2} = \frac{1}{1 - z}$$

2º) La serie

$$\sum_0^\infty (-1)^n z^n = \sum_0^\infty (-1)^n x^n + k\, y \sum_1^\infty (-1)^{n-1} n\, x^{n-1}$$

converge en la faja de radio $R = 1$, la función

$$P(x) = \sum_1^\infty (-1)^n x^n = \frac{1}{1 + x}$$

tiene el único punto singular $x = -1$; luego la serie [1] es sumable (B) en todo el semiplano de la derecha de la recta $x = -1$ y su suma es la función

$$f(z) = \frac{1}{1+k} + k\,y\,\frac{1}{(1+x)^2} = \frac{1}{1+z}$$

3º) Sea la serie logarítmica

$$\log(1+z) = \frac{z}{1} - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3}$$

$$= \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \ldots\right) + k\,y\,(1 - x + x^2 - \ldots) =$$

$$= \log(1+x) + k\,y\,\frac{1}{1+x}$$

que converge en la faja de radio $R = 1$.

La función

$$P(x) = \log(1+x)$$

tiene por punto singular a $x = -1$, luego la serie propuesta es sumable (B) en el semiplano de la derecha de la recta $x = -1$ y la serie define la función $\log(1+z)$.

Del mismo modo la serie

$$\log(1-z) = \frac{z}{1} + \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} + \ldots$$

es sumable (B) en el semiplano de la izquierda de la recta $x = 1$.

4º) Sea la serie

$$\frac{1}{1+z^2} = 1 - z^2 + z^4$$

$$= (1 - x^2 + x^4 - \ldots) - k\,y\,(2\,x - 4\,x^3 + \ldots)$$

$$= \frac{1}{1+x^2} - k\,y\,\frac{2\,x}{(1+x^2)^2} \qquad [1]$$

que tiene como faja de convergencia la faja de radio $R = 1$.

Como la función real

$$P(x) = \frac{1}{1 + x^2}$$

no tiene ningún punto singular sobre el eje $0x$, la serie [1] es *sumable* (B) en todo el plano $x = x + ky$, y ella define por su suma (B) la función

$$f(z) = \frac{1}{1 + z^2}$$

regular en todo el plano de la variable compleja dual z.

8. — Sea la serie

$$f(z) = \sum_0^\infty u_n z^n = \sum_0^\infty a_n x^n + k\left(y \sum_1^\infty a_n\, n\, x^{n-1} + \sum_0^\infty b_n x^n\right) \qquad [1]$$

con una cierta faja (F) de sumabilidad (B). *La función $f(z)$ es continua en toda faja (F') interior a la (F).*

En efecto, las funciones

$$P(x) = \sum_0^\infty a_n x^n \;,\quad P'(x) = \sum_1^\infty n\, a_n x^{n-1} \;,\quad Q(x) = \sum_0^\infty b_n x^n$$

sumas de series potenciales reales sumables (B), en un cierto intervalo (α, β) inferior a (F) son funciones continuas de x, así como también la $y . P'(x)$ resulta función continua del conjunto (x, y) en todo punto interior a la faja F.

Por tanto, la función $f(z)$ definida por la igualdad

$$f(z) = P(x) + k\,[y \,.\, P'(x) + Q(x)]$$

es función continua en la faja F de sumabilidad (B).

9. — Series derivadas. — Dada la serie de potencias

$$u_0 + u_1 z + u_2 z^2 + \ldots \qquad [1]$$

consideremos la serie *derivada primera*, de la [1]

$$u_1 + 2\, u_1 z + 3\, u_2 z^2 + \ldots \qquad [2]$$

El dominio de sumabilidad $| B |$ de la serie derivada, está dado por el siguiente teorema: *La serie derivada* [2] *tiene la misma faja de sumabilidad* $| B |$ *de la serie* [1], *y su suma es la derivada* $f'(z)$ *de la suma* $f(z)$ *de la serie* [1].

En efecto; sea (F) la faja de convergencia de la serie [1], resulta

$$f(z) = \sum_{0}^{\infty} a_n z^n + k \left[y \sum_{1}^{\infty} n\, a_n x^{n-1} + \sum_{0}^{\infty} b_n x^n \right] =$$

$$= P(x) + k \left[y \,.\, P'(x) + Q(x) \right]$$

donde $P(x)$, $P'(x)$ y $Q(x)$ son las sumas de las series componentes, sumables $| B |$ en el intervalo (α, β) del eje real determinado por los lados de la faja.

De aquí, y teniendo presente un teorema de M. Borel, resulta que también las series reales

$$P'(x) = \sum_{2}^{\infty} n\,(n-1)\, a_n x^{n-2}\,, \quad Q'(z) = \sum_{1}^{\infty} n\, b_n x^{n-1}\,,$$

tienen el mismo intervalo (α, β) de sumabilidad $| B |$; en consecuencia, la serie derivada

$$f'(z) = \sum_{1}^{\infty} n\, u_n z^{n-1} = P'(x) + k \left[y \,.\, P''(x) + Q'(x) \right]$$

tiene la misma faja de sumabilidad $| B |$ y su suma es igual a

$$f'(z) = P'(x) + k \left[y \,.\, P''(x) + Q'(x) \right].$$

Del mismo modo se deduce que la serie derivada segunda

$$2\, u_2 + 2 \,.\, 3\, u_3\, z + \ldots \tag{3}$$

tiene la misma faja (F) de sumabilidad $| B |$ y su suma es la $f''(z)$, y así sucesivamente. De aquí la conclusión:

La función $f(z)$ *definida por la serie* [1] *en su faja de sumabilidad* (B), *tiene una sucesión ilimitada de derivadas,* $f^{(n)}(z)$, *definidas por las series derivadas sucesivas, sumables* $| B |$ *en la misma faja* (F).

10. Serie de Mac-Laurin. — Sea $f(z)$ una función definida por la serie

$$f(z) = \sum_{0}^{\infty} u_n z^n . \qquad [1]$$

sumable (B) en una cierta faja (F) de sumabilidad. Según el teorema anterior, se tiene

$$f(z) = 1 , 2 \ldots n . u_n + 2 . 3 \ldots n (n + 1) u_{n+1} z + \ldots$$

$$(n = 1, 2, 3, \ldots) ,$$

y estas series son sumables (B) en la faja (F). De aquí resulta que

$$f(0) = u_0 \quad , \quad f'(0) = u_1 \quad , \quad \frac{f^{(n)}(0)}{n!} = u_n \; , \ldots$$

de modo que el desarrollo de $f(z)$ se puede escribir

$$f(z) = f(0) + \frac{z}{1\,!} f'(0) + \ldots + \frac{z^n}{n\,!} f^{(n)}(0) + \ldots \qquad [2]$$

que nos define $f(z)$ en función de sus derivadas sucesivas en el origen, mediante una serie de Mac-Laurin sumable $|B|$, en la faja (F).

Por tanto: *Toda serie de potencia* [1], *define por su suma, una función compleja $f(z)$ de la variable compleja dual z, continua y con derivadas de todos los órdenes, en el interior de su faja de sumabilidad (B).*

Del desarrollo [2] se deduce igualmente el desarrollo tayloriano, para la función $f(z)$.

2) SERIES FUNCIONALES

Series de funciones continuas de una variable compleja dual

11. DEFINICIONES. — Dada una serie de funciones de la variable compleja dual $z = x + ky$, definidas en un cierto dominio D del plano de la variable z

$$\sum_0^\infty f_n(z) \qquad [1]$$

diremos que ella es *sumable con el método exponencial*, en dicho campo, cuando para cada valor de z del dominio D, la *serie adjunta*

$$V(\alpha, z) = \sum_0^\infty S_n(z) \frac{\alpha^n}{n\,!}$$

donde

$$S_n = f_0(z) + f_1(z) + \ldots + f_n(z)$$

es convergente, para todo $\alpha \geqq 0$ y existe el

$$\lim_{t \to \infty} e^{-\alpha} V(\alpha, z) = f(z)$$

La función $f(z)$ así definida es la *suma* de la serie propuesta.

Sea [1] una serie sumable en el dominio D; diremos que ella es sumable *uniformemente* en D, cuando se cumplen las dos condiciones siguientes:

a) la serie adjunta

$$V(\alpha, z) = \sum_0^\infty S_n(z) \frac{\alpha^n}{n\,!}$$

converge uniformemente para todo punto z interior a D y todo α del intervalo $(0, m)$ donde m es un número positivo arbitrario.

b) la expresión

$$e^{-\alpha} V(\alpha, z)$$

tiende *uniformemente* a su límite $f(z)$, para $\alpha \to +\infty$ y z del dominio D; esto es, a todo número $\varepsilon > 0$ arbitrario existe un número $A > 0$ *independiente* de z tal que

$$| e^{-\alpha} V(\alpha, z) - f(z) | < \varepsilon$$

para todo $\alpha \geq A$.

Toda serie uniformemente convergente en un dominio D, es también uniformemente sumable en dicho dominio.

12. — La noción de sumabilidad uniforme, nos permite obtener, a igual que la noción de convergencia uniforme, una condición suficiente para que una serie sumable con el método exponencial pueda ser derivable e integrable término a término (¹).

Teorema V. — *Si la serie de funciones continuas*

$$f(z) = \sum_{0}^{\infty} f_n(z)$$

en el dominio D, es uniformemente sumable en el mismo su suma $f(z)$ es también función continua en D. En efecto; sea z un punto cualquiera interior a D, la suma

$$S_n(z) = f_0(z) + \ldots + f_n(z)$$

como suma de n funciones continuas, es continua; por tanto la función

$$V(\alpha, z) = \sum_{0}^{\infty} S_n(z) \frac{\alpha^n}{n!} \tag{2}$$

es en virtud de la condición (α), función continua de z para cada $a \geq 0$.

De la hipótesis resulta que la expresión

$$e^{-\alpha} V(\alpha, z) \tag{3}$$

tiende uniformemente a su límite $f(z)$, para $\alpha \rightarrow + \infty$, y como la

(¹) Se puede introducir también la noción de sumabilidad *cuasi-uniforme*.

expresión [3] es función continua de z para cada valor de $\alpha \geq 0$, resulta que

$$\lim_{h \to 0} . \lim_{\alpha \to \infty} [e^{-\alpha} V(z+h, \alpha)] = \lim_{\alpha \to \infty} . \lim_{h \to 0} [e^{-\alpha} V(z+h, \alpha)] =$$

$$= \lim e^{-\alpha} . V(z, \alpha), \quad (h = \Delta x + k \Delta y) .$$

es decir

$$\lim_{h \to 0} f(z+h) = \lim_{\alpha \to \infty} e^{-\alpha} v(z, \alpha) = f(z)$$

luego la función $f(z)$ es continua en el punto z y por lo tanto en todo el dominio D.

Teorema VI. — *Si la serie de funciones continuas*

$$f(z) = \sum_0^\infty f_n(z) \qquad [1]$$

es uniformemente sumable en el dominio D, con suma $f(z)$ la integral de $f(z)$ sobre un arco de curva simple (c) situado en D es la suma de la serie formada integrando los términos de la [1] *sobre la misma curva c.*

En efecto; la serie asociada

$$V(z, \alpha) = \sum_0^\infty S_n(z) \frac{\alpha_n}{n!} \qquad [2]$$

es uniformemente convergente para todo z de D, y para cada valor fijo de $\alpha \geq 0$ y como sus términos

$$S_n(z) = f_0(z) + \ldots + f_n(z)$$

son integrales sobre la curva c, la serie [2] es integrable, término a término respecto de z sobre c y tiene por suma la integral de la función continua $u(z, \alpha)$ sobre c; es decir

$$\int_c V(z, \alpha)\, dz = \int_c \left(\sum_0^\infty S_n(z) \frac{\alpha^n}{n!} \right) dz = \sum_0^\infty \left[\int_c S_n(z)\, dz \right] \frac{\alpha^n}{n!}$$

Si ponemos

$$U_n = \int_c S_n(z)\,dz = \sum_{v=0}^{v=n} \int_c f_v(z)\,dz$$

la igualdad anterior resulta

$$\int_c u(z, \alpha)\,dz = \sum_{n=0}^{\infty} U_n \frac{\alpha^n}{n!}$$

Por otra parte de la sumabilidad uniforme (B) de la serie dada resulta que

$$e^{-\alpha} V(z, \alpha)$$

tiende *uniformemente* a su límite $f(z)$ para $t \to \infty$ y z de D, y como la integral de $f(z)$ sobre c, existe por ser continua, se tiene

$$\lim_{\alpha \to \infty} \int_c e^{-\alpha} V(z, \alpha)\,dz = \int_c \lim e^{-\alpha} . V(\alpha, z)\,dz = \int_c f(z)\,dz$$

Según esto y puesto que

$$\int_c e^{-\alpha} . u(z, \alpha)\,dz = e^{-\alpha} \sum_0^{\infty} U_n \frac{\alpha^n}{n!}$$

se tiene

$$\int_c f(z)\,dz = \lim_{\alpha \to \infty} e^{-\alpha} \sum_0^{\infty} U_n \frac{\alpha^n}{n!}$$

luego la serie

$$\int_c f_0(z)\,dz + \int_c f_1(z)\,dz + \ldots + \int_c f_n(z)\,dz + \ldots$$

es sumable (B) y su suma es la integral

$$\int_c f(z)\,dz .$$

TEOREMA VII. — *Sea la serie*

$$\sum_{0}^{\infty} f_n(z) \qquad [1]$$

sumable (B) *con suma* $f(z)$ *y sus términos* $f_n(z)$ *funciones derivables con derivadas continuas en un cierto dominio* D. *Si la serie derivada*

$$\sum_{0}^{\infty} f'_n(z) \qquad [2]$$

es uniformemente sumable (B) *en* D, *su suma* $\varphi(x)$ *es la derivada de la función* $f(z)$.

En efecto; integrando respecto de z sobre una curva c de extremo z_0 y z, ambos miembros de la serie

$$\varphi(z) = \sum_{0}^{\infty} f'_n(z)$$

se tiene

$$\int_{z_0}^{z} \varphi(z)\, d z = \sum_{n=0}^{\infty} [f_n(z) - f_n(z_0)]$$

Además, siendo las series

$$\sum_{0}^{\infty} f_n(z) \quad \text{y} \quad f(z_0) = \sum_{0}^{\infty} f_n(z_0)$$

sumables (B) se tiene

$$\int_{z_0}^{z} \varphi(z)\, dz = f(z) - f(z_0)$$

de donde

$$\varphi(z) = f'(z).$$

13. — El método de sumación integral se extiende igualmente en la siguiente forma:

Sea la serie

$$\sum_0^\infty f_n(z)$$

de funciones de la variable compleja dual $z = x + ky$ continuas en un cierto dominio D. La serie sumable (B) cuando la serie asociada

$$u(\alpha, z) = \sum_0^\infty f_n(z) \frac{\alpha^n}{n!} \qquad [2]$$

es convergente para $\alpha \geq 0$ y la integral

$$f(z) = \int_0^\infty e^{-\alpha} \,.\, u(\alpha, z)\, dz$$

converge con el valor $f(z)$.

La serie [1] supuesta sumable (B) en todo un dominio D, es uniformemente sumable (B) cuando:

la serie [2] de funciones de dos variables z y α es uniformemente convergente para z de D y $0 \leq \alpha \geq p$ donde $p > 0$ arbitrario;

y la integral [3] converge uniformemente en D.

Esta noción de sumabilidad uniforme es extensión del concepto de convergencia uniforme.

Los teoremas sobre continuidad, integración y derivación anteriormente demostrados, subsisten cuando se adoptan estas nuevas definiciones de sumabilidad y los teoremas respectivos de las series reales sumables con la integral de Borel, dado por Hardy (1).

2. — *Series de funciones holomorfas duales*

Cuando los términos de una serie son funciones holomorfas duales, los resultados del número anterior se pueden obtener en la forma que sigue:

14. — Consideremos la serie

$$\sum_0^\infty f_n(z) \qquad [1]$$

cuyos términos son funciones holomorfas de la variable compleja dual $z = x + ky$.

(1) *Transactions Cambridge Philos. Soc.* V. 19 (1904).

En este caso resulta

$$f_n(z) = P_n(x) + k\,[y\,.\,P'_n(x) + Q_n(x)]\,,$$

donde $P_n(x)$, $P_n'(x)$ y $Q_n(x)$ son funciones reales de x; por tanto

$$\sum_0^\infty f_n(z) = \sum_0^\infty P_n(x) + k\left[y\sum_0^\infty P'_n(x) + \sum_0^\infty Q_n(x)\right] \qquad [2]$$

Diremos que la serie [2] es sumable (B) en un cierto punto $z = x + ky$, si las series reales

$$\sum_0^\infty P_n(x) \quad , \quad \sum_0^\infty P'_n(x) \quad \text{y} \quad \sum_0^\infty Q_n(x) \qquad [3]$$

son sumables en el punto x.

La serie [2] es *sumable absolutamente* (B), o *sumable uniformemente* (B), cuando las series componentes [3] son sumables (B) absolutamente o uniformemente respectivamente.

Determinaremos el dominio de sumabilidad (B) de la serie [2].

Sean $(a\,,b)$, $(a'\,,b')$ y $(a''\,,b'')$ los intervalos de sumabilidad (B) de las series

$$P(x) = \sum_0^\infty P_n(x) \quad , \quad R(x) = \sum_0^\infty P'_n(x) \quad \text{y} \quad Q(x) = \sum_0^\infty Q_n(x)$$

Si $(\alpha\,,\beta)$ es el intervalo común de los tres intervalos anteriores, la serie [2] resulta en consecuencia sumable (B) en todos los puntos $z = x + ky$, de la faja indefinida cuyos lados tiene por ecuación: $x = \alpha$, $y = \beta$; y la serie representa en todos los puntos interiores de esta faja una función $f(z)$ de la variable z, definida por la relación

$$f(z) = P(x) + k\,[y\,R(x) + Q(x)]\,. \qquad [2]$$

A esta faja la llamaremos *faja de sumabilidad* (B) de la serie [1] y al número $\varrho = |\,\alpha\,| + |\,\beta\,|$ la *amplitud de la faja.*

Toda serie de funciones holomorfas duales es sumable (B) *en la faja de interferencia de las fajas de sumabilidad* (B) *de las series* *componentes cuyos lados son paralelos al eje imaginario y ella define por su suma, una función $f(z)$ dada por la relación* [2].

Si la serie

$$R(x) = \sum_0^\infty P'_n(x),$$

es uniformtmente sumable (B) en el intervalo (α, β) la suma $R(x)$ de la serie [3] es igual a la derivada de $P(x)$,

$$R(x) = P'(x)$$

por tanto, en este caso se tiene

$$f(z) = P(x) + k\,[y \,.\, P'(x) + Q(x)]\,.$$

14. Continuidad. — *Una serie de funciones holomorfas duales*

$$f(z) = \sum_0^\infty f_n(z),$$

uniformemente sumable (B) representa una función $f(z)$ continua en toda su faja de sumabilidad (B).

En efecto, según la hipótesis se tiene

$$f(z) = \sum_0^\infty f_n(z) = \sum_0^\infty P_n(x) + k\left[y \,.\, \sum_0^\infty P'_n(x) + \sum_0^\infty Q_n(x)\right]$$

y como las series

$$P(x) = \sum_0^\infty P_n(x),\ R(x) = P'(x) = \sum_0^\infty P'_n(x)$$

$$Q(x) = \sum_0^\infty Q_n(x)$$

son uniformemente sumable (B) en el intervalo (α, β), sus sumas

$P(x)$, $P'(x)$ y $Q(x)$ son funciones continuas de x en dicho intervalo, por tanto, la $f(z)$ definida por la relación

$$f(z) = P(x) + k\,[y\,p'(x) + Q(x)]$$

es función continua de z en dicha faja.

15. INTEGRACIÓN. — *Sea la serie de funciones holomorfas duales*

$$f(z) = \sum_{0}^{\infty} f_n(z)$$

uniformemente sumables (B) *en una cierta faja* (F) ; *si* c *es una curva simple situada en* (F), *se tiene*

$$\int_c f(z)\,dz = \sum_0^{\infty} \int_c f_n(z)\,dz$$

En efecto; sea $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$ la ecuación de la curva c y

$$A \begin{cases} x_0 = \varphi(t_0) \\ y_0 = \psi(t_0) \end{cases} \qquad B \begin{cases} x_1 = \varphi(t_1) \\ y_1 = \psi(t_1) \end{cases}$$

las coordenadas de sus extremos A y B; las series

$$P(x) = \sum_0^{\infty} P_n(x) \quad P'(x) = \sum_0^{\infty} P'_n(x) \quad \text{y} \quad Q(x) = \sum_0^{\infty} Q_n(x)$$

son uniformemente sumables (B) en el intervalo (x_0, x_1), por tanto

$$\int_{x_0}^{x_1} P(x)\,dx = \sum_0^{\infty} \int_{x_0}^{x_1} P_n(x)\,dx \qquad \int_{x_0}^{x^1} P'(x)\,dx = \sum_0^{\infty} \int_{x_0}^{x_1} P'_n(x)\,dx$$

y

$$\int_{x_0}^{x_1} Q_n(x)\,dx = \sum_0^{\infty} \int Q(x)\,dx$$

en consecuencia la serie

$$\sum_0^\infty \int_c f_n(z)\, d\, z = \sum_0^\infty \int_{x_0}^{x_1} P_n(x)\, d\, x + k\left[y \sum_0^\infty \int_{x_0}^{x_1} P'(x)\, d\, x + \right.$$

$$\left. + \sum_0^\infty \int_{x_0}^{x_1} Q_n(x)\, d\, x \right]$$

es sumable (B) sobre c y se tiene

$$\int_c f(z)\, d\, z = \int_{x_0}^{x_1} P(x)\, d\, x + k\left[y \,.\int_{x_0}^{x_1} P'(x)\, d\, x + \int_{x_0}^{x_1} Q(x)\, d\, x \right]$$

CAPITULO II

SERIES DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE COMPLEJA HIPERBOLIDA

En este capítulo vamos a extender a las series de funciones de una variable compleja hiperbólica, los resultados del capítulo anterior.

16. Series numéricas. — Sea la serie de números complejos hiperbólicos (¹)

$$\sum_0^\infty u_n = \sum_0^\infty (a_n + j\, b_n) = j_1 \sum_0^\infty u_n' + j_2 \sum_0^\infty u_n'' , \qquad [1]$$

y supongamos que la serie de potencias de la variable real t, (serie asociada),

$$u(t) = \sum_0^\infty u_n \frac{t^n}{n!} = \sum_0^\infty (a_n + j\, b_n) \frac{t^n}{n!} =$$

$$= j_1 \sum_0^\infty u_n' \frac{t^n}{n!} + j_2 \sum_0^\infty u_n'' \frac{t^n}{n!}$$

sea convergente para $t \geq 0$.

(¹) Durañona-Vignaux. *Sobre las series de números complejos hiperbólicos,* y *Sobre la teoría de las funciones de una variable compleja hiperbólica* « Contribución al Estudio de las Ciencias Físicomatemáticas », Vol. I, E. 2º (1935).

Diremos que la serie [1] es *sumable* (B), con *suma* s, si la integral

$$s = \int_0^\infty e^{-t} u\,(t)\, dt,$$

es convergente con el valor s.

Puesto que

$$s = \int_0^\infty e^{-t} \left(\sum_0^\infty a_n \frac{t^n}{n!} \right) dt + j \int_0^\infty e^{-t} \left(\sum_0^\infty b_n \frac{t^n}{n!} \right) dt =$$

$$= j_1 \int_0^\infty e^{-t} \left(\sum_0^\infty u_n' \frac{t^n}{n!} \right) dt + j_2 \int_0^\infty e^{-t} \left(\sum_0^\infty u_n'' \frac{t^n}{n!} \right) dt,$$

resulta: *es condición necesaria y suficiente, para que la serie serie [1] sea sumable* (B), *que sus componentes*

$$[2] \qquad \sum_0^\infty a_n \quad , \quad \sum_0^\infty b_n \qquad [3]$$

o sus componentes isótropas

$$[4] \qquad \sum_0^\infty u_n' \quad \text{y} \quad \sum_0^\infty u_n'' \qquad [5]$$

sean sumables (B). *La suma de la serie* [1] *es igual a*

$$s = A + jB = V_1 j_1 + V_2 j_2 .$$

La serie [1] es *sumable* $|B|$, si las integrales

$$\int_0^8 e^{-t}\, |\, u^{(\lambda)}\,(t)\, |\, dt \quad (\lambda = 1,\, 2,\, 3\, \ldots)$$

son convergentes.

La serie [1] *es sumable* $|B|$, *si sus componentes* [2] y [3] *o sus componentes isótropas* [3] y [4], *son sumables* $|B|$.

Todas las propiedades de las series sumables (B) subsisten también en este campo.

17. SERIES DE POTENCIAS. — Sea la serie de potencias

$$\sum_0^\infty u_n z^n \qquad [1]$$

donde

$$u_n + a_n + j b_n = j_1 u_n' + j_2 u_n''$$

y

$$z = x + j y = j_1 z' + j_2 z''$$

Vamos a determinar la región del plano de la variable z, en el cual la serie propuesta es sumable (B).

TEOREMA VIII. — *Si la serie [1] es sumable (B), en un punto $z_0 = x_0 + jy_0 = z_0' j_1 + z_0'' j_2$, ella es sumable (B), en el rectángulo formado por las rectas isótropas: $y = x$, $y = -x$ y las paralelas a éstas, por el punto z_0.*

Por hipótesis, la integral

$$\int_0^\infty e^{-t} F(t z_0)\, dt$$

donde

$$u(t z_0) = F(t z_0) = \sum_0^\infty u_n \frac{(t z_0)^n}{n!}$$

es convergente. Además resulta

$$F(t z) = j_1 \sum_0^\infty u_n' \frac{(z' t)^n}{n!} + j_2 \sum_0^\infty u_n'' \frac{(z'' t)}{n!} =$$

$$= j_1 V_1 (t z') + j_2 V_2 (t z'') .$$

por tanto, se tiene

$$\int_0^\infty e^{-t} F(t z_0)\, dt = j_1 \int_0^\infty e^{-t} V_1 (t z'_0)\, dt + j_2 \int_0^\infty e^{-t} V_2 (t z_0'')\, dt .$$

siendo convergentes las integrales que figuran en el segundo miembro.

De la convergencia de las integrales

$$P(z') = \int_0^\infty e^{-t} V_1 (t z')\, dt \quad , \quad Q(z'') = \int_0^\infty e^{-t} V_2 (t z'')\, dt$$

en el punto z_0' y z_0'' respectivamente; resulta según el teorema de Phragmèn, que ellas convergen respectivamente en los intervalos

$$O \leq z' \leq z'_0 \qquad \text{y} \qquad O \leq z'' \leq z_0''$$

Por tanto, la integral

$$\int_0^\infty e^{-t} F\,(t\,z)\,dt = j_1 \int_0^\infty e^{-t}\,V_1\,(t\,z')\,dt + j_2 \int_0^\infty e^{-t}\,V_2\,(t\,z'')\,dt$$

converge en todo punto: $z = j_1 z' + j_2 z''$ del rectángulo cuyos lados son los segmentos $\overline{0\,z_0'}$ y $\overline{0\,z_0''}$.

18. — Diremos que la serie

$$\sum_0^\infty u_n\,z^n\,, \qquad [1]$$

sumable (B) en un conjunto E de puntos del plano z, es *uniformemente sumable* (B), si la integral

$$f\,(z) = \int_0^\infty e^{-t} F\,(t\,z)\,dt\,,$$

converge uniformemente en $E(z)$.

Es condición necesaria y suficiente para la sumabilidad uniforme (B) *de la serie* [1], *que sus componentes isótropas sean uniformemente sumables* (B).

Teorema IX. — *Si la serie* [1], *es sumable* (B) *en un punto*: $z_0 = j_1 z_0' + j_2 z_0''$, *ella es sumable uniformemente en el rectángulo formado por las rectas isótropas*: $y = x$, $y = -x$ *y las paralelas a éstas por el punto* z_0.

Se tiene, por hipótesis

$$\int_0^\infty e^{-t} F\,(t\,z_0)\,dt + j_1 \int_0^\infty e^{-t}\,V_1\,(t\,z_0')\,dt + j_2 \int_0^\infty e^{-t}\,V_2\,(t\,z''_0)\,dt\,.$$

Además, de la convergencia de las integrales el el punto $z_0 = z_0' j_1 + z'' j_2$, resulta según el teorema de Phragmèn-Hardy, la convergencia uniforme en los segmentos

$$(0 \leq z' \leq z_0') \qquad \text{y} \qquad (0 \leq z'' \leq z_0'')$$

respectivamente; y por tanto, de la igualdad

$$f(z) = \int_0^\infty e^{-t} F(tz)\, dt = j_1 \int_0^\infty e^{-t} V_1(tz')\, dt + j_2 \int_0^\infty e^{-t} V_2(tz'')\, dt\,.$$

resulta la sumabilidad uniforme de la serie [1], en el dominio

$$(0 \leq z' \leq z_0' \quad , \quad 0 \leq z'' \leq z_0'')\,.$$

19. — Supuesta la serie

$$\sum_0^\infty u_n z^n\,,$$

sumable (B), en un conjunto $E(z)$, ella es *sumable* $|B|$, si las integrales

$$\int_0^\infty e^{-t} \,|\, u^{(\lambda)}(z_1 t) \,|\, dt \qquad (\lambda = 0, 1, 2 \ldots)$$

son convergentes.

De la relación

$$\frac{dt^\lambda}{d^\lambda} u(z, t) = z^\lambda F^\lambda(zt) = z^\lambda \sum_0^\infty u_{n+\lambda} \frac{(zt)^n}{n!} =$$

$$= j_1 z'^\lambda \sum_0^\infty u'_{n+\lambda} \frac{(tz')^n}{n!} + j_2 z''^\lambda \sum_0^\infty u''_{n+\lambda} \frac{(tz'')^n}{n!} =$$

$$= j_1 z'^\lambda A^{(\lambda)}(tz') + j_2 z''^\lambda B^{(\lambda)}(tz'')$$

se tiene

$$\int_0^\infty e^{-t} u^{(\lambda)}(z_1 t)\, dt = j_1 z'^\lambda \int_0^\infty e^{-t} A^{(\lambda)}(tz')\, dt + j_2 z''^\lambda \int_0^\infty e^{-t} B^{(\lambda)}(tz'')\, dt\,;$$

de donde resulta que: *es condición necesaria y suficiente para que la serie* [1] *sea sumable* $|B|$, *que sus componentes isótropas sean sumables* $|B|$.

Teorema X. — *Si la serie* [1], *es sumable* $|B|$ *en el punto* $z_0 = j_1 z' + j_2 z_0''$, *ella es sumable* $|B|$ *en el rectángulo formado por* *las rectas isótropas* $x = y$, $y = -x$, *y las paralelas a éstas por el punto* z_0. De las hipótesis, resulta que las series

$$\sum_0^\infty u_n' z'^n \qquad \text{y} \qquad \sum_0^\infty u_n'' z''^n ,$$

son sumables $|B|$, en los puntos z_0' y z_0'' respectivamente; por tanto, según un teorema de M. Borel, ellas son sumables $|B|$ respectivamente en los segmentos

$$(O \leq z' \leq z_0') \quad , \quad (O \leq z'' \leq z_0'')$$

De la relación

$$\sum_0^\infty u_n z^n = j_1 \sum_0^\infty u_n' z'^n + j_2 \sum_0^\infty u_n'' z''^n$$

y según lo anterior, resulta la sumabilidad $|B|$ de la serie propuesta.

20. Rectángulo de sumabilidad (B). — Sea una serie

$$f(z) = \sum_0^\infty u_n z^n \qquad [1]$$

convergente, en un cierto rectángulo isótropo de convergencia, finito.

La integral

$$P(z') = \int_0^\infty e^{-t} V_1(z' t)\, dt$$

converge absolutamente en los intervalos $(0, r_1)$ y $(0, r_1')$, donde

$$r_1 = \frac{1}{\overline{\lim\limits_{b \to \infty}} \frac{1}{b} \log \left| V_1\left(b e^{i\frac{\pi}{4}}\right)\right|} , \qquad r_1' = \frac{1}{\overline{\lim\limits_{b \to \infty}} \frac{1}{b} \log \left| V_1\left(b e^{i\frac{5\pi}{4}}\right)\right|}$$

y

$$z' = \rho\, e^{i\theta} \quad , \quad b = t z'$$

θ toma los dos valores:

$$\theta = \frac{\pi}{4} \quad , \quad \theta = \frac{5\pi}{4}$$

Del mismo modo, la integral

$$Q\ (z'') = \int_0^\infty e^{-t}\, V_2\ (z''\, t)\ dt$$

converge absolutamente en los intervalos $(0\,, r_2)$ y $(0\,, r_2')$, donde

$$r_2 = \frac{1}{\overline{\lim\limits_{b \to \infty}}\ \frac{1}{b} \log \left| V_2 \left(b\, e^{i \frac{3\pi}{4}} \right) \right|}\ , \quad r_2' = \frac{1}{\overline{\lim\limits_{b \to \infty}}\ \frac{1}{b} \log \left| V_2 \left(b\, e^{i \frac{7\pi}{4}} \right) \right|}$$

Se tiene por tanto

$$f\ (z) = j_1\, P\ (z') + j_2\, Q\ (z'')$$

cuando los puntos z' y z'' pertenecen respectivamente a sus intervalos $(r_1\,, r_1')$ y $(r_2\,, r_2')$.

Si consideramos el rectángulo isótropo cuyos lados paralelos al eje $0\, z''$, dista del origen:

$$\rho_1 = \frac{r_1}{\sqrt{2}}\ , \quad \rho_1' = \frac{r_1'}{\sqrt{2}}\ ,$$

y los lados paralelos al eje $0\, z'$, distan del mismo

$$\rho_2 = \frac{r_2}{\sqrt{2}}\ , \quad \rho_2' = \frac{r_2'}{\sqrt{2}}\ ,$$

la serie [1], resulta entonces *sumable* $|\, B\,|$ en todos los puntos z interiores de este rectángulo.

A este rectángulo isótropo se reduce por tanto, el polígono de sumabilidad $|\, B\,|$ de Borel, cuando la serie [1] es una serie de potencias de una variable compleja hiperbólica. El rectángulo así determinado llamaremos, *rectángulo de sumabilidad* (B).

El rectángulo de sumabilidad (B) contiene en su interior el *rectángulo de convergencia.*

De lo anterior se deduce que: *toda serie de potencias* [1] *es sumable* $|\, B\,|$ *en el interior de su rectángulo de sumabilidad* (B) *y no es sumable en los puntos exteriores al mismo.*

De aquí se deduce: *Toda serie de potencias define en los puntos* *interiores de su rectángulo de sumabilidad, una función compleja* $f(z)$, *de la variable compleja hiperbólica* z

$$f(z) = \sum_0^\infty u_n z^n, \tag{1}$$

y que da la prolongación analítica fuera de su rectángulo de convergencia.

Observación. — Cuando sobre los ejes reales $0\,z'$ y $0\,z''$, no existen puntos singulares de las funciones reales

$$P(z') = \sum_0^\infty u_n' z' \quad , \quad Q(z'') = \sum_0^\infty u_n'' z'',$$

la serie de potencias

$$f(z') = \sum_0^\infty u_n z^n = j_1 P(z') + j_2 Q(z'')$$

es sumable (B), en todo el plano.

Ejemplo

$$\frac{1}{1+z^2} = 1 - z^2 + z^4 - \ldots$$

21. — El dominio de sumabilidad $|B|$ de la serie derivada

$$u_1 + 2\,u_1 z + 3\,u_2 z^2 + \ldots \tag{2}$$

es el mismo rectángulo de sumabilidad $|B|$ de la serie [1], y su suma es la derivada $f'(z)$ de la suma $f(z)$ de la serie [1].

También subsiste el teorema siguiente.

La función $f(z)$ definida por la serie [1] en su rectángulo de sumabilidad (B), tiene una sucesión de derivadas $f^{(n)}(z)$, definidas por las series derivadas correspondientes, sumables $|B|$, en el mismo rectángulo de sumabilidad.

Siguiendo este mismo método se puede extender igualmente, a las series de funciones holomorfas, todos los resultados del capítulo anterior.

MATEMATICA Y POESIA [1]

POR

JOSE BABINI

Al elegir el tema de esta disertación, no nos animó el deseo de declamar frases hechas, como la tan oída: En todo matemático hay un poeta, ni el de proclamar una supuesta identidad entre matemática y poesía; sino simplemente el de exponer, sin duda en forma fragmentaria y hasta con carácter provisorio, algunas reflexiones acerca de las posibles vinculaciones y características comunes de estos dos campos específicamente distintos de la actividad creadora, de estos dos productos esencialmente diferentes del espíritu humano.

Toda manifestación espiritual, cualquiera sea su naturaleza, puede considerarse bajo dos aspectos distintos. Un primer aspecto, que podríamos denominar ontológico, por el cual esa manifestación se considera como ser, como producto acabado de un determinado proceso, como residuo de una determinada actividad creadora, en una palabra, como algo « hecho ».

Un segundo aspecto, en cambio, por el cual esa manifestación se considera no ya como ser, producto o residuo, sino como un devenir, como un proceso, como una actividad, en una palabra, como algo que « se hace ». Considerando este proceso en el hombre, como persona aislada, estamos frente al aspecto psicológico de la manifestación espiritual, mientras que si se considera este proceso en el hombre, como ser sumergido en una comunidad, como parte integrante de la humanidad, estamos entonces frente al aspecto histórico-cultural.

Al considerar el primer aspecto, surge de inmediato la dificultad de concebir la existencia misma de la manifestación espiritual, fue-

(1) Disertación pronunciada en Santa Fé, en Agosto de 1935, bajo los auspicios de la Sociedad Científica Argentina (Sección Santa Fé).

ra de todo proceso temporal, ya en el hombre, ya en la humanidad; independiente del proceso psicológico o histórico por el cual esa manifestación asomó a la realidad. Surge, en efecto, inquietante, la pregunta: ¿Cómo es posible concebir una producción matemática o una creación poética, prescindiendo del matemático que la produjo o del poeta que la ha creado, independiente de la época histórica en que nacieron o del clima cultural que las cobija? La pregunta es vieja como el hombre y sus respuestas tan viejas como la filosofía.

Respecto a la matemática, la respuesta en sentido afirmativo no parece difícil. En efecto: en la multiforme realidad en la que el hombre vive, es fácilmente concebible la existencia de ciertos objetos bien individualizados y diferenciados: números, puntos, funciones, etc., que constituyen un mundo con caracteres propios. El conjunto de pensamientos que enuncian juicios cuyos sujetos son esos objetos matemáticos es lo que precisamente llamamos matemática. La condición anterior es necesaria, pero no suficiente, para que un pensamiento pertenezca a la matemática, pues pensamientos como éstos: *El cuadrado es fiel. Los logaritmos son humildes*, que cumplen esa condición, no enuncian juicios matemáticos. Es que los pensamientos están sujetos a una peculiar y necesaria polaridad: ellos son verdaderos o falsos, de ahí que completaríamos la definición anterior expresando que esos pensamientos han de ser verdaderos.

Ahora bien, la propiedad que se enuncia con uno de aquellos pensamientos, por ejemplo con el comúnmente denominado teorema de Pitágoras, puede perfectamente concebirse como independiente del tiempo y válida para cualquier persona o época. Es cierto que a pesar de ser la verdad de los pensamientos científicos, en general, y de los matemáticos en particular fácilmente controlable, existen personas, y aún podríamos concebir épocas o culturas, para las cuales estos medios de control caen fuera de su alcance y no logran entonces captar la verdad de esos pensamientos, llegando a veces hasta a invertir su sentido. Pero este hecho no niega la verdad objetiva de los juicios, como tampoco la existencia de los ciegos de nacimiento niega la objetividad de la luz.

¿Podemos, ahora, concebir la poesía como algo semejante a ese mundo de pensamientos verdaderos, independientes del tiempo y de las personas, que constituye la matemática? Entendemos que sí. Por de pronto, existen obras poéticas, en prosa y en verso, que, claro es, no constituyen la poesía como tampoco los tratados y revistas donde yacen depositados, y a veces sepultados, los conocimientos matemáticos, constituyen la matemática. Existe, además, en la poesía algo comparable con los objetos matemáticos: son aquellos elementos esencialmente poéticos, productos de una misteriosa simbiosis del sentido con el sonido, son aquellos juegos con las palabras, con las sílabas, con los diptongos, son las imágenes poéticas, son las figuras del pensamiento, los tropos...

Y así como el conjunto de los objetos matemáticos no constituye la matemática, tampoco es el conjunto de esos elementos el que constituye la poesía, sino es el halo que los envuelve, y les confiere el carácter de bello, en una palabra, es ese algo que los convierte en valores estéticos. De igual modo, entonces, que el carácter de verdadero hace de ciertos pensamientos una ciencia, el carácter de bello hace de ciertos valores un arte. Y esos valores estéticos que en la poesía surgen a través de aquellos elementos etéreos, vagos y nebulosos, de aquellas figuras e imágenes, pueden concebirse con la misma objetividad, con la misma independencia respecto al tiempo, a las personas y a las épocas, de los pensamientos matemáticos; en una palabra, son reales en el mismo sentido que los pensamientos matemáticos.

El distingo que frecuentemente se formula, de ser más fácil entender un teorema matemático, cuando se explica, que gozar ante un verso, se debe, en realidad, al término «explicar»; pues mediante la explicación se extiende ante nuestra vista intelectual todo el armazón lógico que sostiene el teorema, se lo descompone en sus partes elementales y se muestra el encadenamiento de las mismas. Es ésta, también, la razón que hace parecer más absoluta la verdad de un teorema matemático que la belleza de una imagen poética.

Concebidas, pues, la matemática y la poesía, bajo este aspecto ontológico, analicemos si entre ellas existe alguna conexión, alguna vinculación. A primera vista, por la naturaleza de sus objetos, bien específicos y distintos, por las características de cada uno de esos mundos, tan diferentes entre sí, parecería que no existiera entre ambas manifestaciones conexión alguna. Pero si profundizamos algo más el análisis encontraremos que ambos campos presentan algunas determinaciones generales, algunas categorías comunes que, sin embargo, se presentan en cada campo con fisonomía propia, como materiales, que, provenientes de un yacimiento subterráneo común, afloraran a la superficie bajo formas distintas.

Entre esas categorías comunes, la más significativa es, sin duda, el ritmo que por igual se presenta en la matemática y en la poesía.

En la poesía el ritmo es un elemento constitutivo, es conocida la definición del verso como unidad rítmica, pero Henriquez Ureña, al comentar esa definición, agrega que « esa definición es justa, siempre que se recoja estrechamente dentro de la noción limpia y elemental del ritmo, apartando de sí cualquier enredo con la idea de acento o de tono o de cantidad, cualquier exigencia de igualdades o de relaciones matemáticas ». Se ve claramente como, en este comentario, se suprime expresamente del ritmo, en la poesía, toda alusión a los conceptos matemáticos y a aquella « métrica » que tanta importancia tiene para la preceptiva y que constituyó, en algún momento, y aún hoy para muchos, una nota esencial en la poesía.

En cambio, ¿cuándo y cómo se presenta el ritmo en la matemática? Este aparece cada vez que directamente o transformada interviene la serie natural de los números y su sucesión ordenada, cada vez que se trata del proceso del contar que es, bajo la infinita variedad de sus transformaciones, un elemento fundamental en toda la matemática.

Pero, mientras en la poesía el ritmo es una « noción limpia y elemental » que conserva todo el contenido y la variedad que le confiere su estado original y toda la riqueza que encierra su estado naciente, en la matemática el ritmo se ha cristalizado, se ha reducido a un esquema, se ha subordinado a la idea de sucesivo, en una palabra, se ha convertido en un concepto.

Estamos aquí ante uno de los hechos que al mismo tiempo que explican la naturaleza de las conexiones posibles entre la matemática y la poesía, muestran también la esencial distinción entre ambas manifestaciones espirituales. Así un mismo elemento, el ritmo, aparece en cada una de ellas con fisonomía propia, hasta podría decirse ofreciendo una personalidad diferente, producida por el proceso totalmetne distinto a que se ha encontrado sometido ese elemento común en el seno de cada una de esas manifestaciones.

La idea de ritmo, que en la poesía, en virtud de la esencia del proceso poético, adquiere la mayor plasticidad y amplitud posibles, al ser sometida al proceso lógico, característico de toda ciencia y que en la matemática se presenta en su forma más clara y pronunciada, esa idea se transforma en un espectro, es decir, en un concepto. Todo proceso lógico de abstracción, todo proceso de formación de conceptos hace perder plasticidad a las ideas, es como una proyección de un cuerpo sobre un plano, que hace más precisos los contornos, pero anula toda noción de volumen. Aplicar el proceso lógico es lanzar la red en un mar agitado: todo el líquido móvil, vivo, fluye y desaparece por las mallas y sólo queda en la red algún objeto fijo, bien preciso, pero muerto. Todo el proceso lógico tiende a claridad y precisión, todo el proceso poético tiende, en cambio, a explotar la riqueza de los contenidos y las posibilidades de expresión. Por eso también todo concepto matemático impresiona como algo desprovisto de vitalidad, mientras en las imágenes poéticas se siente vibrar la vida. La matemática se construye con conceptos, la poesía se construye con sueños.

Algo semejante a lo que ocurre con el ritmo sucede con otros elementos, que en su raíz profunda mantienen una conexión entre la matemática y la poesía, pero que aparecen en estas manifestaciones espirituales cada uno con su propia personalidad. Así la simetría, el orden, la medida, etc. Se explica así que en los casos en que la diferencia de personalidad no esté bien acentuada y que un elemento poético, por ejemplo, adquiere un acento marcadamente matemático, pierde ese elemento su valor como ingrediente poético y se convierte en un elemento formal, no esencial.

El medio de expresión puede servirnos también para establecer conexiones y diferencias entre la matemática y la poesía. En efecto, la poesía es el único arte cuyo medio de expresión es el de la ciencia, es decir el lenguaje. Sin embargo, la ciencia y la poesía, aun utilizando los mismos elementos: las palabras, constituyen dos efectos supremos y distintos del lenguaje ordinario.

Así como el andar ordinario, el paso normal, se convierte en danza cuando se le somete a una depuración y ajuste rítmicos; mientras que si se le desvitaliza, abstrayendo de él lo esencial, se convierte en algo simple y mecánico; de igual modo cuando se tiende con el lenguaje ordinario a elevar su contenido expresivo, su musicalidad, cuando se aprovecha la riqueza en significados de las palabras, cuando se hace vaporoso, ese lenguaje se convierte en lenguaje poético; mientras que si se tiende a hacer el lenguaje conciso y preciso, con sentido único, economizando las palabras, ese lenguaje se convierte en lenguaje científico.

Y en este proceso de transformación del lenguaje ordinario en lenguaje científico no sólo pierden las palabras su rico contenido en significados y su poder de expresión, que en la poesía son constitutivos, sino que en la matemática, que es en ese sentido la ciencia más avanzada, las mismas palabras se eliminan y aparecen en su lugar los símbolos como máxima depuración del lenguaje.

La intensidad con que en las distintas ciencias se manifiesta este poder de transfiguración de las palabras en símbolos, puede establecer entre ellas una perfecta jerarquía, que partiendo de ciencias como la historia, sociología y psicología, que no podrían describir sus hechos y fenómenos con lenguaje simbólico, y pasando por la biología, la química y la física, que con intensidad distinta utilizan símbolos, llega hasta la matemática, donde el símbolo reina soberano y en la que, mediante su rico simbolismo y los recursos de la llamada lógica matemática, no sólo pueden expresarse totalmente con lenguaje simbólico los juicios propiamente matemáticos, sino también aquellos juicios y expresiones intermediarios indispensables en toda exposición científica. Y es interesante observar como actualmente un grupo de físicos teóricos trata de introducir esta lógica, que hasta ahora se reservaba a la matemática, también en la física; tal es la convicción de las ventajas del simbolismo en la construcción científica.

La poesía, en cambio, no sólo mantiene y juega con la riqueza en significados de las palabras y hasta con su musicalidad y sonido, sino que, en virtud de una característica del proceso poético, en algunos casos las mismas palabras se convierten en símbolos, es decir, se logra, aunque sea provisoriamente, conferirle un significado más. Se nota con la función simbólica, el mismo hecho anotado al referirnos al ritmo. Partiendo de un fondo común, que el mismo término empleado denuncia, la función simbólica adquiere en cada campo una fisonomía distinta. En la matemática la palabra se reduce o simplemente se elimina, para ser sustituída por un símbolo, en la poesía es la misma palabra la que ejerce la función de símbolo.

Con la metáfora ocurre algo semejante. La metáfora es un elemento constitutivo en la poesía; alguien dijo que toda la poesía es metáfora, mientras que en la ciencia su papel es accesorio y su intervención obedece a factores circunstanciales. Cuando aparece un fenómeno nuevo y, evidentemente, el lenguaje ordinario no tiene palabras para expresarlo, debe naturalmente recurrirse a otras palabras para describirlo, y entonces se acude a aquellas palabras que expresan un significado semejante o que la imaginación le confiere ese carácter de semejanza, y así surge la metáfora. Pero en la ciencia conserva siempre su carácter de ficción, mientras que en la poesía la metáfora es una realidad.

En la matemática también se usa la metáfora. Cuando el geómetra, ante dos funciones que además de poseer un valor común satisfacen ciertas otras condiciones, dice que esas funciones tienen un *contacto de cierto orden,* ya está empleando un lenguaje metafórico; pero cuando al llevar este hecho al terreno geométrico, dice que las curvas correspondientes son *osculadoras,* vale decir que se besan, la metáfora ya ha adquirido un rango poético. Pero en la matemática este lenguaje metafórico no pasa de ser expresión verbal y, por lo tanto, exento de todo peligro, pues el simbolismo matemático evita toda confusión y en definitiva, pese a la cautivadora metáfora, el concepto de curvas osculadoras no es más que un grupo, bien prosaico, por cierto, de igualdades entre símbolos.

En las ciencias, en cambio, que no poseen el simbolismo tan perfeccionado, ni el tecnicismo tan completo de la matemática, el lenguaje metafórico que necesariamente aparece en ellas, puede constituir algún peligro, de ahí la tendencia actual a eliminarlo, ya sea mediante simbolismos o por definiciones más precisas.

Quizás podría surgir alguna nueva conexión entre la matemática y la poesía, comparándolas por intermedio de otras manifestaciones espirituales conexas en alguna forma con ambas. En este sentido la música serviría admirablemente de *trait d'union,* pero este nuevo análisis nos alejaría un tanto del marco de esta disertación.

Consideremos ahora la matemática y la poesía en el aspecto que denominamos psicológico, es decir, el proceso que se realiza en el hombre frente a esas manifestaciones espirituales. Desde este punto de vista una de las primeras cuestiones que se presentan es la que se refiere al proceso de creación, invención o descubrimiento.

Tal cuestión es muy compleja y quizás no muy estudiada aún. Respecto a ella sólo puede decirse que existe cierta similitud entre los procesos creadores de la matemática y de la poesía. En una encuesta reciente la mayoría de los matemáticos interrogados declararon que sus descubrimientos o creaciones fueron el resultado de inspiraciones semejantes a las de los artistas.

No se trata, claro es, de concebir la inspiración como un don divino ni una revelación súbita que se logra con tal de adoptar una actitud más o menos romántica; sino el resultado de un prolongado esfuerzo que, aparentemente estéril, encubre el fruto de la creación que de pronto nace. Por otra parte, no es nuevo declarar que en la invención matemática y en la invención científica en general, interviene en gran medida la imaginación, ese ingrediente que se supone monopolizado por los poetas. Por ejemplo, el fecundo e importante concepto de coordenada, ¿qué es sino un genial esfuerzo de imaginación al admitir una correspondencia entre dos entes distintos como son el punto y el número?

Sobre todo en los matemáticos de tipo creador, más que en los de tipo crítico, la imaginación juega un papel importante. Una prueba más de esta conexión psicológica entre la matemática y la poesía, la ofrece otro resultado de la encuesta ya citada, que comprobó la existencia de muchos matemáticos que cultivan la poesía, aunque en menor grado que los que cultivan la música.

Pero dejemos los matemáticos y los poetas y consideremos, dentro de este orden de ideas, la cuestión más general que se refiere a la existencia en el alma humana de raíces comunes a ambas manifestaciones espirituales, contraparte psicológica de la existencia de aquellas categorías comunes que analizamos anteriormente.

El estudio de las conexiones psíquicas entre los distintos valores, ha sido realizado en forma magistral por Spranger en su libro « Formas de vida », donde, analizando el desarrollo de la personalidad a través de la adhesión a un determinado valor, muestra la conexión de ese valor con todos los demás, tal como se verifica psicológicamente. Claro es que esa obra fundamental no se refiere en particular a la matemática y a la poesía, sino a las conexiones más generales entre los valores lógicos y los valores estéticos.

En este orden de ideas, y por supuesto en un plano distinto, pero más directamente vinculado con la matemática y la poesía, publicamos hace un par de años, en la revista *Nosotros*, un ensayo, en el que, con el objeto de mostrar las conexiones que la matemática mantiene con otras actividades del espíritu, analizábamos una de las más extraordinarias novelas contemporáneas: *Ulises*, del novelista y poeta James Joyce. Decíamos en ese ensayo: « En el universo ulisiano de Joyce, las escasas y fugaces apariciones de la matemática revisten un singular interés; pues el profundo análisis psicológico que Joyce realiza y el fino estudio del espontáneo fluir de la conciencia, descubren las raíces matemáticas que insiden en el alma humana: ritmo, orden, simbolismo, combinación, etc., y muestran las íntimas conexiones que esta ciencia, abstracta y desvitalizada, mantiene con el hombre.

La técnica de Joyce, al descubrirnos, libres y desnudas, las conciencias humanas, permite analizar como esas conexiones se manifiestan en algunos de sus personajes de temperamentos distintos, y la circunstancial independencia que ellos guardan con la ciencia matemática — en *Ulises* no figura ningún matemático — presta mayor valor a este análisis, demostrando el carácter esencialmente humano de esas conexiones ».

Sigue luego el comentario a ciertos pasajes de la novela: algunos de ellos muestran cómo un poeta, el autor de *Ulises*, es decir, el mismo Joyce, reacciona artísticamente ante ese mundo de objetos matemáticos, que él conoce bien, pues Joyce tiene una sólida cultura matemática, y como los transforma imprimiéndoles con su fantasía y su imaginación una nueva vida, ya jugando con ellos o ya explotando su carácter preciso y descarnado, cuando las exigencias estéticas así lo requieren; pues toda esta grandiosa obra es un esfuerzo que intenta expresar artísticamente hasta en sus más nimios detalles, la multiforme realidad del mundo exterior y del fluir de la vida interior.

Otros pasajes comentados se refieren a los procesos psíquicos de los personajes de la novela, procesos que pueden seguirse fácilmente dada la técnica especial y extraordinaria que emplea Joyce, y uno de esos pasajes, en el que interviene uno de los protagonistas de la novela llamado Stephen, y que precisamente es un poeta, tiene relación con nuestro tema.

Decíamos en ese comentario: « En un temperamento artístico, como el de Stephen, debía ser el simbolismo con su capacidad en despertar imágenes y metáforas, con su amplia posibilidad de interpretaciones, el aspecto de la matemática más afín a él. En el episodio de la escuela esto se comprueba.

Después de la clase, cuando los niños en bandada se lanzan fuera del aula a correr y jugar, uno de ellos se acerca a Stephen con el cuaderno de aritmética abierto, a fin de que le explique unos problemas que no sabe resolver. Y mientras Stephen, maquinalmente, resuelve uno de ellos, surgen en su mente las imágenes; al escribir los símbolos, su imaginación les infunde vida, y las cifras bailan su grave danza mora con sus pequeños bonetes bizarros de cuadrados y cubos. El poeta conserva esa imagen, pues más tarde las columnas árabes de una sala de la biblioteca evocan en él el recuerdo de la danza de las nueve cifras con los bonetes de sus exponentes ».

De paso observemos cómo en la formación de esa imagen, brotada en un espíritu culto, el de Stephen, o, si Vds. prefieren, el de Joyce, ha influído el origen histórico de las cifras.

Otra cuestión que se vincula con el aspecto que estamos tratando, es la que se refiere a los ensayos intentados para abordar la experiencia estética, considerada como un proceso psíquico, por la matemática.

Se trataría, en nuestro caso, de medir con números la impresión que nos produce la lectura de una obra poética o, mejor dicho, de comparar, desde este punto de vista, distintas obras poéticas.

Citemos a este respecto el ensayo realizado por el matemático norteamericano Birkhoff, quien propuso en el Congreso de Bologna del 28, una fórmula y algunas aplicaciones de la misma. Considera este autor en la experiencia estética, ante todo, un esfuerzo preliminar de atención, necesario para el acto de la percepción, y que aumenta proporcionalmente a lo que él llama la complejidad C del objeto; luego el valor estético o medida estética M que recompensa ese esfuerzo, y por último el hecho de darse cuenta de una cierta simetría o armonía caracterizada por un cierto orden O más o menos disimulado y que parece necesario en el esfuerzo estético.

El autor supone estos elementos como medibles y deduce que la medida M es la densidad de las relaciones de orden en el objeto, es decir, $M = O : C$. Deduce luego, por consideraciones fisiológicas y psicológicas la manera de determinar los valores de C y de O. Así el esfuerzo de atención C está acompañado por un sentimiento de tensión variable que puede expresarse como la suma de las tensiones que acompañan determinados ajustes automáticos $a, b, c \ldots$ multiplicadas cada una de ellas por el número de veces que se presentan $m, n, p \ldots.$ Son, por ejemplo, en una obra poética, las tensiones que acompañan la lectura de cada sílaba, o de cada verso, las tensiones producidas por los silencios, por las repeticiones, etc. De igual manera procede para determinar el orden O, utilizando el sentimiento producido por determinadas asociaciones $a', b', c' \ldots$ y el número de veces que esas asociaciones se presentan $m', n', p' \ldots.$

Es claro que estas nociones demasiado generales dan sólo una pálida idea de lo interesante y completo que es este estudio y las aplicaciones del mismo. Pero de cualquier manera debe entenderse que todo ensayo de esta naturaleza no puede dar razón de la experiencia total. La matemática es como un reactivo: produce su efecto cuando la sustancia a la que ataca tiene afinidad con ella o ataca la sustancia sólo en la porción en que esa afinidad se manifiesta. De ahí que la experiencia estética sólo en parte podrá ser abordada por la matemática, en la parte que ella tenga de afín con el proceso lógico. Este proceso es un juego de análisis y síntesis, es un proceso de sumas y de partes, pero en la experiencia estética hay siempre algo más, relacionado con la estructura totalitaria de la misma, algo vinculado con el todo que escapa a ese juego, algún residuo inasequible al proceso lógico.

De manera que la experiencia estética no se podrá abordar sólo con la matemática, sino además con otros recursos de orden más psicológico: descripciones, análisis esenciales, etc.

Si, por último, consideramos la matemática y la poesía en su aspecto histórico-cultural, nos encontramos, al analizar el desarrollo histórico de la matemática, frente al mismo hecho anotado al considerar los aspectos anteriores.

La existencia de categorías comunes a la matemática y a la poesía, la existencia de raíces comunes a ambas manifestaciones en lo profundo del alma humana, explica cómo muchos conceptos matemáticos fueron creados e hicieron su irrupción en la historia envueltos en esa atmósfera vaga que caracteriza los valores estéticos, producida por efectos de la intuición sensible, o de las metáforas empleadas o como resultado de la fantasía creadora.

Pero luego, poco a poco, el proceso lógico fué cumpliendo inexorablemente su obra, depurando la ciencia de todos los factores extramatemáticos, eliminando de las ideas todo contenido imaginativo, todo elemento poético, hasta convertirlas en conceptos claros y precisos.

Este proceso de depuración ha exigido en muchos casos esfuerzos de siglos para completarse, tan arraigados estaban los elementos extramatemáticos que acompañaban al concepto matemático. Piénsese en el concepto de límite y sobre todo en el concepto de infinito, ese ente complejo tan profundamente arraigado en el alma humana, caro a filósofos, poetas y matemáticos.

La matemática es la ciencia del infinito, ha definido con justeza Weyl, y la importancia de este concepto en el desarrollo histórico de esa ciencia es tan considerable, que toda la historia de la matemática puede concebirse como una serie de accidentadas aventuras tendientes a precisar y aclarar el concepto de infinito, siempre reprimido o eliminado y siempre de nuevo presente, como los genios malos de las fábulas, bajo otro disfraz.

Las llamadas crisis de la matemática, una de las cuales se desarrolla en nuestro tiempo, no son otra cosa que las perturbaciones producidas por ese huésped poco grato y las tentativas pacíficas o violentas para desterrarlo del campo matemático.

A través del aspecto histórico notamos, una vez más, cómo el proceso lógico trata de despoetizar, permítasenos el neologismo, la matemática, vale decir, eliminar de la matemática todos los elementos de carácter poético que pudieran obscurecer el concepto matemático.

Hay, sin embargo, un momento en la historia de la matemática, en el que, aparentemente, la matemática y la poesía marchan perfectamente de acuerdo. Es en la época denominada por Smith, la « época de la poesía », en la matemática, considerándola como una etapa psicológica realizada por el pensamiento matemático en su desarrollo histórico, comparable a la etapa de nuestra existencia juvenil, en la que estamos conducidos casi fatalmente a escribir versos.

En efecto, en el período histórico que tiene por escenario la India de los siglos V a XII, todas las obras de carácter astronómico y matemático se escribieron en verso; en ellas se expresaron las cuestiones más simples, con ese lenguaje metafórico y esa exuberante fantasía que caracteriza los pueblos orientales, y se eligieron, con preferencia, como temas de los problemas a resolver, aquellos que mejor se adaptaban a ser expresados en forma poética.

He aquí, enunciados en los más variados tonos poéticos, algunos problemas que exigen la resolución de ecuaciones de primero o segundo grado. En tono vernal: « Un quinto de un enjambre de abejas, se posa sobre una flor de kadamba, un tercio sobre una flor de silindha, el triple de la diferencia entre esos dos números vuela sobre una flor de kutaja y una abeja, sola, revolotea en el aire, atraída por el perfume de un jazmín y de un pandamus. Dime hermosa niña, el número de las abejas ».

En tono erótico: « En una lucha amorosa se rompió un collar de perlas, un sexto de las perlas cayó al suelo, un quinto quedó en el lecho, la zagala salvó un tercio, un décimo guardó consigo el mancebo y seis perlas quedaron enhebradas. Dime, ¿cuántas perlas tenía el collar? ».

En tono épico: « En la mitad del combate, el furioso hijo de Prit'ha tomó un cierto número de flechas para matar a Carna, empleó la mitad en su defensa, el cuádruple de la raíz cuadrada contra los caballos, seis flechas taladraron al cochero Salya, otras tres desgarraron el parasol de Carna y rompieron su estandarte y su arco, y una le atravesó la cabeza. ¿Cuántas flechas tenía el hijo de Prit'ha? »

Pero si se analiza la matemática hindú, se nota que este lenguaje poético es simplemente un disfraz, obligado por la forma rimada de los textos y por la costumbre de usar esos problemas como adivinanzas en justas poéticas o en reuniones sociales. En cambio, interesan profundamente al matemático hindú las operaciones aritméticas, las transformaciones algebraicas, los métodos de resolución de los problemas.

Así lo expresa Brahmagupta, del siglo VII: « Estos problemas se proponen simplemente por placer; el sabio puede, con las reglas aquí dadas, inventar centenares o resolver otros. Como el brillo del sol sobrepasa al de las estrellas, así el hombre sagaz oscurecerá la gloria de otros hombres, sabiendo proponer problemas algebraicos y sobre todo resolviéndolos ».

No sólo se complacían los hindúes en realizar cálculos numéricos y transformaciones algebraicas, sino también demostraban un afán especial en clasificar los problemas, las operaciones aritméticas y los métodos de resolución. Así, por ejemplo, Bhaskara, del siglo XII, distingue, entre las elementales, no menos de veinte operaciones.

Los problemas geométricos de los hindúes no constituyeron excepción, pues en ellos las determinaciones de longitudes, áreas y volúmenes fueron un pretexto más para resolver cuestiones algebraicas. Hasta en los teoremas geométricos, de esencia, al parecer, opuesta al de los algebraicos, se nota ese poder de la combinación y de la transformación que caracteriza la matemática hindú. Así, el teorema que expresa la equivalencia entre el círculo y el rectángulo, cuyos lados son la semicircunferencia y el radio, lo « demuestran » mediante una figura y este lacónico comentario: ¡Mira! En efecto, basta mirar la figura, que representa una ingeniosa descomposición geométrica, para comprobar el teorema, de la misma manera, como una transformación algebraica permite comprobar un resultado aritmético.

De cualquier modo y a pesar del aspecto puramente formal que presenta la poesía en la matemática hindú, no deja de ser significativo que estos pueblos orientales: hindú, persa, árabe, pueblos de poetas, prestidigitadores y malabaristas, pueblos que concibieron los maravillosos cuentos de las Mil y una noches, pueblos que contaron con un Omar Khayyam, autor de las « Ruba'i », de igual fama como poeta, astrónomo y algebrista; no deja de ser significativo que esos pueblos hayan creado el álgebra, rama de la matemática en la que se manifiesta con mayor vigor el juego de las combinaciones y transformaciones, a veces con resultados sorprendentes, y a la que se ha conferido, según la tradición popular, el carácter de arte mágico, al exagerar la creencia en su poder demostrativo.

Quisiéramos, para terminar, referirnos a otro aspecto vinculado con el desarrollo histórico-cultural de la matemática y la poesía. Sin aceptar íntegramente la ingeniosa e impresionante concepción de Spengler, no hay duda que cada época cultural se caracteriza por una marcada preferencia hacia ciertos valores o sistemas de valores, de ahí que todas las manifestaciones del espíritu en una determinada época, muestren una misma tendencia.

Y en nuestra época una característica que se muestra en todas las manifestaciones del espíritu es la tendencia hacia la objetividad, es decir, hacia la depuración y delimitación de cada esfera de valores y de cada mundo de objetos específicos; sin pretender ya mezclar esferas distintas, fundir o confundir objetos de mundos diferentes, sin pretender, por ejemplo, resolver problemas éticos con la ciencia, problemas sociales con la literatura, hacer biología con la física o hacer de todo con la matemática.

No hay duda que en esa tendencia fué la matemática la precursora. En ella ese afán se muestra desde hace más de un siglo y puede decirse que toda la matemática actual, desde el advenimiento de las geometrías no euclidianas, primer fruto de esa tendencia, es el resultado de ese afán.

Hay en la historia de la matemática un incidente de escasa importancia entre dos grandes matemáticos: Fourier y Jacobi, que podría tomarse como índice primero de esa tendencia. Fourier, uno de los creadores de la Física matemática, para quien la matemática sólo tenía valor como medio de descubrimiento de las verdades físicas y para quien el estudio profundizado de la naturaleza era la fuente más fecunda de los descubrimientos matemáticos, al anunciar a la Academia de París unos trabajos de Jacobi sobre las funciones elípticas, manifestó que las cuestiones de filosofía natural debían ser el objeto principal de la meditación de los geómetras.

Cuando Jacobi, por intermedio de un informe de Poisson, conoció esta manifestación, escribió a Legendre (estamos en 1830): « El señor Poisson no debía haber reproducido una desgraciada frase del señor Fourier que nos reprocha, a Abel y a mí, por no ocuparnos del movimiento del calor » (el problema del movimiento del calor, gloria máxima de Fourier, fué el modelo típico de una construcción físico-matemática, que hoy podríamos decir simplemente de una construcción física). « Es cierto que el señor Fourier estima que la finalidad principal de la matemática es la utilidad pública y la explicación de los fenómenos naturales, pero un filósofo como él debería saber que la única finalidad de la ciencia es el honor del espíritu humano y que en consecuencia una cuestión de la teoría de los números tiene un valor tan grande como una cuestión de los sistemas de los mundos ».

Quitemos a la frase de Jacobi todo lo que pueda tener de pretensión romántica, fruto, por otra parte, de la época en que ha sido escrita; no hay duda que ella muestra claramente el principio de una reacción contra la tendencia avasalladora que reinaba en esa época de convertir la matemática en una doncella de la filosofía natural y en cambio tratar de independizarla de todo lo que no fuera propiamente matemático, sin pretender buscar una finalidad fuera de ella, en una palabra, a hacerla más objetiva.

¿Esta tendencia hacia la objetividad que en la matemática se ha logrado casi plenamente, se nota también en la poesía actual? Dejando a Vds. todo el margen posible para las reservas que nuestra condición de profanos requiere, creemos que gran parte de los esfuerzos actuales de la poesía muestran esa tendencia hacia la objetividad. Hoy se habla y se discute sobre poesía pura, los poetas van a la busca del verso puro y hasta esa extrañeza, a veces repulsión, que muchos sienten ante ciertas creaciones poéticas contemporáneas, no son más que índices del espíritu de renovación que anima la poesía actual y que refleja la tendencia hacia la objetividad.

Es claro que esta tendencia que, como una exigencia de la hora presente, se manifiesta en todas las actividades del espíritu, se presenta en cada una de ellas con intensidad distinta y se ha de lograr también en medida diferente. No hay duda que la claridad y sencillez de los objetos y conceptos científicos, y en especial matemáticos, facilita mucho esa tendencia; mientras que en la poesía, por su propia naturaleza, ese anhelo de objetividad, ese afán de pureza se presenta acompañado de dificultades y obstáculos, algunos aparentemente insalvables.

En efecto, ¿podrá la poesía, sin dejarse esclavizar por el significado de las palabras, sin convertirse en música, mantener el sello de algo inconfundible? ¿Podrá hacer de ese elemento esencial que la constituye, y repetimos la feliz expresión de Paul Valery, de esa misteriosa simbiosis de sentido y sonido, algo tan claro y puro como lo es un concepto matemático?

Esta tendencia hacia la objetividad, sobre todo si se la concibe en su máxima amplitud, ofrece, ante una visión superficial, un aspecto francamente desolador, hasta inhumano; pero al observar todas las dificultades que se presentan en la marcha hacia la objetividad, si se analizan sus causas, aparece el camino de la salvación.

Los filósofos partidarios de esa objetividad absoluta achacan todas aquellas dificultades al hombre y a sus limitaciones. Si, estamos con ellos, los valores son objetivos y todas las limitaciones a esa objetividad residen en el hombre; pero esas limitaciones, ¡loado sea el mundo! constituyen precisamente su salvación. Esas limitaciones son la mejor prueba de que existe en el espíritu humano una extraordinaria facultad que logra vincular por lazos a veces misteriosos, esos mundos separados e inconexos; esas limitaciones son las que posibilitan al hombre sumergirse en el mundo supraindividual de los valores; esas limitaciones son las que le permiten ponerse en contacto con el espíritu objetivo: la ciencia, el arte, la religión, la moral; esas limitaciones son, en fin, las que le permiten al hombre vivir.

LA RADIACION DEL VIENTO EN CRISTO «REDENTOR» Y LA RADIACION SOLAR

Por EMILIO L. DIAZ

RESUMEN

This work is in order to investigate the relationship between the solar constant values and wind's velocity at Cristo Redentor (Argentine), 3832 m. up sea level.

The autor reach to determinate the variation of solar effect diference, with the deviation of midle preassure at V. Merecedes (S. Luis, Arg.) from anual midle; he find for any maximum of solar radiation a maximum of wind's velocity, being this last maximum nearer from the former if V. Mercedes midle preassure is greater than anual midle.

Apoyándonos sobre trabajos anteriores nuestros, en uno de los cuales publicado en estos mismos Anales, hicimos una estadística de la secuencia entre los máximos de radiación solar y los de velocidad de viento en altura en diversas estaciones europeas, norteamericanas y argentinas hemos calculado en éste, el coeficiente de correlación entre la radiación del sol y la velocidad del viento en Cristo Redentor, sin tener en cuenta la dirección del mismo. También se determinó la presión media en V. Mercedes (S. Luis) durante cada período de observaciones correlacionados.

Para la ejecución de este trabajo se utilizaron las observaciones de radiación solar hechas por la Smithsonian Institution en Montezuma (Chile), y los datos de viento en Cristo Redentor de 8 horas calculándose los coeficientes de correlación para la onda determinada por la fórmula:

$$\frac{\sum_1^5 y}{5} - \frac{\sum_1^9 y}{9}$$

siendo

$$v = \frac{\sum u \, . \, v}{\sqrt{\sum v^2 \, . \, \sum u^2}}$$

A partir del 20 de Septiembre de 1934, fecha en que se comenzaron a publicar las observaciones diarias efectuadas en C. Redentor, y hasta el 31 de Mayo de 1936, se seleccionaron los períodos de tiempo durante los cuales los valores de la radiación del sol venían dados con la suficiente continuidad como para calcular correlaciones, siendo estos períodos los que figuran en el cuadro I.

CUADRO I. — *Coeficiente de correlación*

Epoca correlacionada	Defasajes				nº val.	Presión media V. Merced.	Desvío de la normal aproxim.
	0 día	1 día	2 días	3 días			
Sept. 20 a Oct. 6/934 (1) . .	+ 0,29	— 0,04	— 0,31	—0,42	17	766,6	+ 5,6
Nov. 23 a Dic. 10/934 . . .	+ 0,16	+ 0,53	+ 0,52	+ 0,27	17	760,0	— 1,0
Jul. 1º a Jul 10/935	— 0,66	— 0,16	+ 0,29	+0,78	10	760,6	— 0,4
Ag. 13 a Ag. 31/935	+ 0,26	+ 0,51	+ 0,44	0,00	19	763,3	+ 2,3
Oct. 15 a Nov. 3/935 . . .	— 0,66	— 0,40	— 0,06	+ 0,53	19	761,0	0,0
Nov. 15 a Nov. 26/935 . . .	— 0,06	— 0,20	— 0,27	— 0,22	12	757,9	— 3,1
Marz. 5 a Marz. 27/936 . .	+ 0,21	+ 0,30	+ 0,41	+ 0,61	21	759,5	— 1,5
Abr. 25 a May. 26/936 . . .	+ 0,47	+ 0,52	+ 0,38	0,00	11	761,7	+ 0,7
May. 21 a May. 26/936 . .	0,00	— 0,52	— 0,52	+ 0 32	5	756 2	— 4,8
Promedios	0,00	+ 0,06	+ 0,10	+ 0,21			— 0,2

En el cuadro II se han hecho los promedios de los coeficientes de correlación para las veces en que el desvío de la presión media en V. Mercedes con respecto a la media anual (aproximada), era positivo; y para cuando ese desvío era negativo, con los resultados que se anotan:

CUADRO II. — *Coeficientes de correlación*

	Defasajes				desvio medio de presion
	0 día	1 día	2 días	3 días	
Para presión media mayor que la media anual	+ 0,34	+ 0,33	+ 0,17	— 0,14	+ 2,9
Para presión media menor que la media anual . . . . (la de desvío 0 incluida)	— 0,17	— 0,08	+ 0,06	+ 0,38	— 1,8

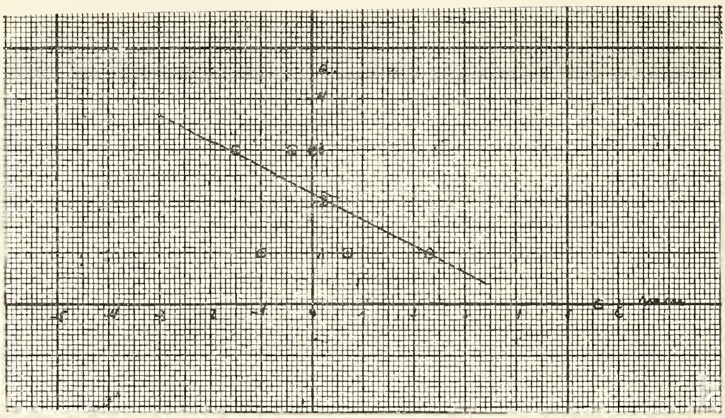
lo que parece demostrar que uno de los elementos que ocasionan las variaciones de defasaje que frecuentemente se observan entre la causa

(1) Se emplearon valores de radiación solar encontrados en Table Mountain EE. UU.

y el efecto es la situación isobárica media para el período que se considere, manifestándose más rápidamente la acción de las variaciones de calor solar en las zonas anticiclónicas, lo que concuerda con resultados hallados por otros observadores.

En el cuadro III, se han ploteado los defasajes que corresponden a los mayores coeficientes de correlación positivos, en función del desvío de la presión media en V. Mercedes y en el cual se ha trazado la recta compensada.

Cuadro III.



En realidad en vez de una recta debe tratarse de una curva asintótica con el eje de las x.

Los efectos meteorológicos que siguen al máximo de velocidad de viento en C. Redentor, serán analizados en otro trabajo. Aparentemente parece ser que ese máximo de viento va seguido, 3 ó 4 días más tarde por un máximo de presión en Buenos Aires, y que la mayor velocidad de circulación atmosférica sobre las estaciones aerológicas centrales de nuestro país ocurre 2 ó 3 días después del máximo de C. Redentor.

BIBLIOGRAFIA

E. Guillermic, *Le chauflage par les combustibles liquides.* 1 vol. de 394 págs. con 338 figuras y numerosos cuadros. 1935. Editor: Ch. Beranger. Precio: 110 francos.

En el prefacio de esta obra, se recuerda que no hace más de 25 años que la calefacción mediante el uso de los combustibles líquidos, fué iniciada en Francia; pero que en la actualidad, su empleo, así como la fabricación e instalación de los aparatos necesarios, ha tomado un enorme desarrollo, que justifica se dedique a su estudio una atención más preponderante cada día.

La obra de Guillermic tiende a tal objeto, pasando en revista los diversos detalles, según puede juzgarse por el título de los capítulos, que se transcribe a continuación:

Cap. I: Generalidades sobre los combustibles líquidos. Términos de comparación. Clasificación de los aceites pesados de petróleo. Generalidades sobre las instalaciones de calefacción por los aceites combustibles.

Cap. II: Almacenamiento y depósito. Reglamentos en vigencia. Almacenamiento en depósitos o a domicilio.

Cap. III: El equipo, propiamente dicho: Instalación de pequeños quemadores que utilizan productos ligeros, o de viscosidad media. Instalaciones de mayor importancia. Grandes instalaciones.

Cap. IV: Los quemadores de combustibles líquidos. Su clasificación.

Cap. V: Los quemadores a vaporización.

Cap. VI: Los quemadores a pulverización por el aire, a alta presión, a media y a baja presión.

Cap. VII: Los quemadores a pulverización mecánica.

Cap. VIII: Quemadores diversos; pulverización por presión de agua.

Cap. IX: Los órganos de regulación y seguridad. Controles de posición, de nivel, de llama, de presión, etc.

Cap. X: Los accesorios de la instalación del quemador. El recalentamiento del combustible. Filtros. Bombas. Ventiladores. Compresores, etc.

Cap. XI: Ejemplos diversos de equipos de calefacción con combustibles líquidos. Calderas de calefacción central. Aparatos productores de aire caliente. Hornos industriales.

Cap. XII: Disposiciones especiales de algunos quemadores automáticos de calefacción central.

El autor termina su obra con unas interesantes conclusiones en las que hace notar la forma tan imparcial como le ha sido posible, que ha puesto en práctica para describir los aparatos y los resultados de su funcionamiento, con lo cual se tiene una visión general de los problemas de calefacción que pueden resolverse con los combustibles líquidos. Y como es de esperar para los años próximos un desarrollo cada vez mayor en el empleo de esta clase de combustibles, la utilidad de la obra que nos ocupa, es realmente indiscutible.

E. R.

JAMES DANTZER y D. DE PRAT. *Les Tissus. Tissus clássiques. Tissus speciaux.* Dos volúmenes: el primero in 8º (21,5 × 18 cm.), de 145 páginas con 32 figuras en el texto; 20 francos. El segundo, de igual formato de 178 páginas con 93 figuras; 24 francos. Editor: Ch. Beranger, París y Lieja, 1935.

Se trata de dos obras preparadas especialmente para alumnos y diplomados en las Escuelas de Artes y Oficios francesas y belgas; en ellas se abordan problemas de técnica textil con lenguaje sencillo, sin grandes desarrollos ni consideraciones científicas que hagan necesario un previo estudio profundo para seguir útilmente la lectura. Pertenecen estos dos libros a una serie de publicaciones de índole parecida, en las que se ha tratado sucesivamente de las *Matières des industries textiles;* de los *Fils textiles:* y del *Tissage mécanique,* con el conjunto de las cuales viene así a formarse una pequeña enciclopedia elemental de la industria textil.

En el volumen dedicado a los *Tissus clássiques* se describen 260 tejidos distintos, dando la característica de cada uno de ellos, su armazón, aspecto, y diferenciación. También se los clasifica según la materia prima que entra en su composición, el modo particular de ser tejidos y la propia contextura que resulta. Cuando se trata de tejidos mixtos, en cuya preparación intervienen varias materias primas, se los clasifica según la predominante. Al final se incluye una lista alfabética de todas las denominaciones usuales en el comercio para distinguir los diversos tejidos.

En los cuatro capítulos en que está dividida esta obra, se tratan: Nociones generales sobre los tejidos; Las denominaciones comerciales de los tejidos; Las cualidades y el ensayo de los tejidos; Las condiciones generales de venta.

Como escasean mucho en las literaturas técnicas de los países latinos, libros que estudien con sencillez y claridad estos temas, desde el doble punto de vista técnico y comercial, este que nos ocupa será de inmediata utilidad, no sólo a las personas vinculadas a la industria textil, sino también a los empleados de grandes almacenes y hasta a los simples particulares que deseen o tengan necesidad de adquirir conocimientos concretos y prácticos sobre las diferentes telas que deben manejar, vender o comprar.

En el volumen segunido, dedicado a *Tissus speciaux,* se procura seguir el mismo plan que en el primero, aunque la mayor complejidad del tema ofrece mayores dificultades. En ocho pequeños capítulos, se dan informaciones útiles, acerca de diversos puntos, según puede juzgarse por los títulos de los mismos, que son:

Tejidos confeccionados, (manteles, pañuelos, servilletas, sábanas, etc.). Tules y encajes, (a mano y mecánicos). Guipures y filet. Broderíes y lanillas. Bonetería. Tapices y tapicerías. Cintas y pasamanerías. Tejidos en caoutchut, encerados, tafetanes, impermeables, linoleum, imitación de cueros, etc.

Como se ve, no por tratarse de reducido número de páginas, dejan de estudiarse los múltiples tipos de tejidos que se presentan en el comercio. Para cada uno de ellos se exponen los procedimientos de fabricación, las características del producto obtenido, las condiciones que más se buscan, las regiones donde con mayor intensidad se fabrican, y las designaciones comunes que es indispensable conocer cuando se quiere intervenir en algun forma, en la venta, producción o compra de tejidos.

Los autores anuncian un tercer volumen en forma de « Album de muestras », que constituirá, sin duda, un utilísimo complemento de los dos volúmenes ya publicados. E. R.

ADOLPHE HULLEBROECK. *Defauts du tissage*. Troisième partie. *Les métiers à boîtes multiples*. Un volumen de 144 páginas, con 83 figuras, editado por la Librería Politécnica de Ch. Beranger, París y Lieja, 1934.

El autor es un distinguido técnico de la industria textil, director de las Escuelas profesionales de Audenarde y de Renaix y la presente es la segunda edición de su obra, acogida con gran beneplácito entre los especialistas. Constituye un verdadero tratado práctico, que se dirige principalmente a los directores de fábricas, contramaestres y jefes de hilanderías, para los cuales han de ser de suma utilidad las indicaciones contenidas en el libro.

En el volumen presente, se estudian con particular detalle las « boites múltiples », necesarias para la fabricación de los tejidos que presentan varias maneras o matices en la trama o que están compuestos por varias materias primas diferentes. Se explican los principios generales en que se funda su uso, los varios sistemas, con sus respectivas ventajas e inconvenientes, la formación de los cartones necesarios, y por último los defectos que pueden producirse, junto con la manera de remediarlos y evitarlos en la medida de lo posible.

El concepto general con que está concebida la obra, es eminentemente práctico, y a eso se sujeta la redacción de las explicaciones y la esquematización de los dibujos, en los cuales se han suprimido todo detalle que no es esencial para la explicación concreta del mecanismo en estudio.

Por tratarse de un trabajo hecho con un dominio completo del tema, este libro resulta realmente tal como se lo propuso su autor: una guía segura y práctica, al alcance de todos, aun de aquellos desprovistos de conocimientos teóricos acerca de la tecnología textil. E. R.

CAMMERER, DR. ING. J. S. *Les procédés employés dans l'industrie contre la déperdition de la chaleur et du froid*. Un volumen en 8º (16 × 25 cm.), de 276 páginas con 91 figuras y 71 tablas numéricas en el texto. Precio encuadernado: 85 francos. Editado por la Librería Politécnica de Ch. Beranger, París y Lieja, 1934.

Se trata de una traducción francesa de la obra escrita en alemán por Cammerer, profesor de la Escuela Técnica Superior de Berlín y trasladada al francés por A. de Riva-Berni, ingeniero de Artes y oficios. El autor ha escrito especialmente un prefacio para la edición francesa, a la vez que ha revisado y puesto al día la obra, incorporándole todos los adelantos y conocimientos nuevos alcanzados después de 1928, fecha de la edición alemana.

Basta considerar un momento el título de la obra, para deducir su importancia. La industria moderna emplea cada día con mayor amplitud los procedimientos de calefacción y refrigeración, y por lo tanto, es de sumo interés el aprovechar al máximo las cantidades de calor y frío producidos. Toda una extensa y variadísima serie de problemas se derivan de estas necesidades diarias, problemas que no tienen siempre solución inmediata ni fácil. La obra de Cammerer lo estudia con detalle y mediante las numerosas tablas numéricas que contiene, ofrece ya simplificados los cálculos requeridos para solucionarlos.

Las exposiciones teóricas están reducidas al mínimo, pero quien las desee podrá procurárselas mediante la copiosa bibliografía con que termina el volumen, donde el lector encontrará cuanta información desee. En cuanto a los datos experimentales, valores de constantes físicas, coeficientes de conductibilidad, rendimiento de instalaciones, etc., se han tenido muy en cuenta las Prescripciones de la Unión de Ingenieros alemanes, deducidas de una larga serie de ensayos sistemáticos hechos en Alemania desde 1918, así como también las conclusiones sobre estas mismas materias dadas a conocer por el « Bureau of Standard de Washington », a las que se agregaron otras de menor extensión pero de gran importancia, obtenidas en trabajos verificados en laboratorios ingleses, franceses y suecos.

Nada deja pues que desear este libro, como obra de consulta. A continuación transcribimos los grandes títulos de su índice, lo que contribuirá a que el lector confirme el juicio favorable que expresamos.

I. — Los procedimientos técnicos empleados contra las pérdidas de calor y de frío: bases fundamentales. Las leyes físicas. Las materias aisladoras y sus propiedades. Los valores numéricos de los factores más importantes en el estudio de la aplicación del calor. Medidas de la conductibilidad y de la temperatura.

II. — El cálculo y el empleo de los aparatos de calefacción y refrigeración en la industria. Las pérdidas de calor durante el período de marcha. Las cantidades de calor acumuladas cuando la marcha es continua. Las pérdidas de calor de una canalización que trabaja en forma intermitente. Cálculo de las instalaciones basado en consideraciones técnicas. Determinación de las dimensiones de una instalación aisladora, partiendo de consideraciones económicas. Cumplimiento de los encargos y valores que pueden garantirse.

Apéndice. Tablas de logaritmos neperianos. Coeficientes físicos importantes. Bibliografía.

E. R.

HARRAENS, KARL. *Voutes de Foyers*. Un volumen de 16 × 25 cm., de 115 páginas con 73 figuras. Precio: 30 francos. Editado por la Librería Politécnica de Ch. Beranger, París y Lieja, 1934.

Esta obra ha sido escrita originalmente en alemán, y traducida al francés por el ingeniero de artes y oficios A. de Riva-Berni. Forma parte de un colección titulada « La técnica industrial, su estado actual », y constará de una serie de monografías relativas a diversos dominios industriales, publicadas por los miembros de la Oficina de Patentes de Alemania. Durante los diez últimos años, las diferentes secciones de la oficina encargada del examen y otorgamientos de patentes de invención, han acumulado una riquísima colección de documentos relacionados al estado actual de la técnica industrial, en forma que, como es lógico, pocas o ninguna entidad privada es susceptible de tener a su disposición tan considerable cantidad de materiales sobre una misma cuestión técnica. Esto ha originado el plausible proyecto de que los jefes de las diferentes secciones de la Oficina de Patentes alemana, se encargaran de redactar monografías relativas a los diferentes temas sobre los que ellos deben informar, aprovechando los materiales contenidos en sus respectivos archivos.

Una de estas monografías, es la que aparece ahora en francés. Puede fácilmente comprenderse el extraordinario interés que reviste un libro elaborado en tales condiciones y cuan alto será el grado de su utilidad para los constructores, inventores y funcionarios encargados de examinar y dictaminar sobre proyectos de maquinarias o instalaciones análogas a las tratadas en esta monografía.

El problema de las « bóvedas de hogares », comprende fundamentalmente cuestiones de naturaleza térmica, pues en el espacio encerrado del cual ellas forman la parte superior, se producen variaciones de temperatura que van de algunos centenares a más de mil grados centígrados. El proyecto, construcción y mantenimiento de las bóvedas, debe tener en cuenta este hecho. Para salvar los inconvenientes que estas diferencias de calor originan en la estructura de la instalación, se han propuesto diferentes recursos y procedimientos, motivo de otras tantas patentes de invención.

La literatura técnica sobre este asunto, se ha limitado así a numerosas memorias aisladas; y la obra de Harraens, que estamos comentando, es, creemos, la primera que hace del asunto un estudio sistemático y de conjunto.

Expone primero las bóvedas « cintradas », y después los diferentes sistemas de bóvedas suspendidas, simples y dobles: la unión con las mamposterías verticales; la refrigeración y calefacción accidental o permanente; los dispositivos de defensa contra las temperaturas muy altas; la influencia de las aberturas; el reglaje de la posición; las bóvedas de reverberación; las metálicas; las desprovistas de juntas, etc.

Completan la obra una bibliografía de patentes no sólo alemanas, sino austriacas, suizas, francesas, inglesas y norteamericanas; de libros; de memorias, y de artículos de revistas.

E. R.

NOTICIARIO

Por E. R.

En su sesión del 22 de junio, la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, bajo la presidencia del ingeniero Sr. Agustín Mercau, fué considerado el informe relativo a la forma en que se lleva a efecto la instalación del Darwinion en su nuevo local de San Isidro, cuya tarea dirige el académico ingeniero Eduardo Latzina. Este instituto de botánica, donado por el naturalista Dr. Cristóbal M. Hicken, y que comprende el herbario de la flora argentina y de no pocas especies de los países limítrofes, además de muchos útiles de laboratorio y una valiosa biblioteca especializada, hallábase instalado en un antiguo edificio en Villa Progreso, partido de San Martín, y ha sido trasladado al local expresamente construído para dicho objeto en el barrio Parque de San Isidro Oportunamente se publicará el inventario de todas las existencias, que alcanza a más de 400 páginas, y se cuidará especialmente la dotación de los laboratorios para que puedan ser proseguidas con éxito las tareas de clasificación e investigación científica del material reunido y de las colecciones que se formen como resultado de las excursiones que el instituto deberá llevar a cabo, cumpliéndose así la finalidad esencial de ese centro de estudios botánicos. La Academia en pleno realizará en breve una vista a las nuevas instalaciones para convenir los detalles referentes a la inauguración oficial del instituto.

El plan de las principales actividades cumplidas por la Academia en estos últimos meses, comenzó con la disertación que el 18 de julio hizo el ingeniero Juan A. Briano sobre el tema « Canalización del río Paranacito; su comunicación con los ríos Gualeguay, Uruguay e Ibicuy », considerando un asunto de gran interés para toda la zona sur de la provincia de Entre Ríos, que está expuesta a frecuentes inundaciones como consecuencia de la crecida de los ríos del litoral argentino.

A principios de agosto se realizó un acto público para la entrega del premio Eduardo L. Holmberg, año 1932, al Dr. E. Kittl, quien expuso un resumen de sus observaciones sobre los minerales auríferos argentinos, seguido de una conferencia a cargo del Dr. Franco Pastore, sobre « La composición litológica de la sierra de San Luis », con exhibición de una colección de rocas y numerosos planos de carácter geológico y mineralógico.

En el mes de septiembre se efectuó la recepción de los nuevos académicos, ingenieros Enrique Butty y José F. Repossini y Dr. Teófilo Isnardi, y en el mes de octubre se llevará a cabo otra sesión pública en el salón de actos de la Facultad de Ciencias para la entrega del premio Eduardo L. Holmberg correspondiente a los años 1933 y 1934 a los Dres. José Imbelloni y Juan Bacigalupo, respectivamente.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alvarez, Raúl J.
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arbecchi, Armando C.
Arce, Manuel J.
Arditi Thompson, H.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Arroyo, Rufino
Avila Méndez, Delfín
Aztiria, Ignacio
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Bancalari, Agustín
Barabino Amadeo, S.
Barbieri, Antonio
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berdoy, Pedro A.
Berrino, Juan B.
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano
Bontempi, Luis
Bordato, Miguel
Bordenave, Pablo E.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buldrini, Alvaro G.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Camus, Nicolás
Canale, Humberto
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceriale, Marcelino A.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Corvalán Mendilaharzu, Dardo
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chelia, Francisco
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
Debenedetti, José
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Demarchi, Marco
Deulofeu, Venancio
Devoto, Franco E.
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dotto, Enrique S.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Edelberg, Benjamín
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Florit, Carlos J.
Forn, Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Gil, Martín
Gonella, Juan B.
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gurewitsch, Marco
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Howard, Jorge W.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Keiper, Guillermo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Kohan, Zoilo
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lea, Allán B.
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López, P. José
Loyarte, Ramón G.
Lozano, Nicolás
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Marini, Tomás L.
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Massaro, César O.
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Mermoz, Francisco A.
Mohring, Walther
Molfino, José F.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nelson, Ernesto
Nielsen, Juan
Oliveri, Alfredo E.
Ortega Belgrano Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitovi y Oliveras, A.
Paquet, Carlos
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Pauly, Antonio
Paz, José Máximo
Paz Anchorena, José M.
Peralta Ramos (h.), Alberto G.
Pérez Hernández, A.
Pérez Pirán, Juan A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos

Polti, Modesto
Posadas, Carlos
Quartino, José N.
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Modesto
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Ravignani, Emilio
Rebuetlo, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rosell Soler, Pedro
Rossi, Arturo R.
Ruata, Luis E.
Ruiz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Sabaria, Enrique
Sagastume Berra, A. E.
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schmidt, Max
Schoo Lastra, Oscar
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Seeber, Ricardo
Sesma, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Soler, Frank L.
Sordelli, Alfredo
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Storni, Carlos David
Suárez, Angel
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tamini, Luis Augusto
Tarragona, José
Tedeschi, Virgilio
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Vallebella, Colón B.
Valentiner, Hugo
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallejo, Segundo E.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino (h.)
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Volpatti, Eduardo
White, Guillermo J.
Wauters, Carlos
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Devoto, Arnaldo Carlos
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
Girbau, Mansueto
Goyena, Ricardo J.
Laporte, Julio A.
Magne de la Croix, P.A.
Milesi, Emilio Angel
Monca, Jacobo Isaac
Muñoz Cabrera, René
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Somonte, Eduardo
Viglione, Fausto E.
Zenarruza Johnson, Tirso A.
Walls, I. Figueras de
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Francisco Diaz
Angel Estrada y Cía.
Imprenta Kidd
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
Est. Gráf. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Lda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Ramón A. Brandán; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Gumersindo Sayago; Vocales: Ing. Daniel E. Gavier; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. B. de la Colina; Ast. N. Lafayette Zimmer; Ing. Vladimir Borsacow; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis
Aguiar, Henoch D.
Amaya, Arturo A.
Anduze, Fernando L.
Arrambide, Miguel
Astrain, Antonio
Bermann, Gregorio
Bobone, Jorge E.
Bodenbender, G.
Bonet, Rafael
Berzacow, Wladimir
Bracaccini, Osvaldo J.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Bustos, Ernesto
Buteler, Jesús E.

Cabrera Molina, P.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Castellanos Posse, F.
Catinari, Altavino E.
Centeno, Dionisio
Cordeiro, Juan Carlos
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
De la Colina, Bmé.
Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
De Villafañe Lastra, T.
Devoto, Heraclio A.
Di Riemzo, Sabino
Espinosa, Manuel
Esteban, Fernando
Evans, Eduardo W.
Fernández, Miguel
Ferrer, Baltasar
Fitz Simon, Sgo. E.
Fortana, Lorenzo
Fracassi, Humberto
Fuchs, Guillermo J.

Galíndez Vivanco, C.
García, Daniel
Garzón, Rafael
Gavier, Daniel E.
Gavier, Ernesto
Gibert, Víctor
Giménez de Azúa, F.
Godoy, Salvador A.
Gómez, Calixto A.
Gordillo, Pedro N.
Granillo Barros, M.
Hernández Ramírez, R.
Hosseus, Carlos Curt
Jagsich, Juan
Kegeler, Juan Walter
Kronfuss, Juan
Lafayette Zimmer, M.
Larrauri, Agustín C.
Lewis, Donald G.
Lo Celso, Angel T.
Luque, Eduardo R.
Lutzow Holm, Olaf.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Marsal, Alberto

Martínez, Rodolfo
Martínez Bustos, V.
Masjoan, Juan
Melo, Carlos R.
Mirizzi, Pablo Luis
Montes, Aníbal
Ninci, Carlos A.
Ninci, Mario
Ninci, Raúl T.
Nottaris, Carlos E.
Novillo Corvalán, S.
Olsacher, Juan
Pagliari, Arturo
Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani de
Perrine, Carlos D.
Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, C.
Ponssa, Marco
Puga, Agustín
Revol, Carlos A.
Revuelta, Miguel C.
Rietti, Dardo A.
Roca, Jaime
Roggeri, Domingo

Rothlin, Edwin
Sánchez Sarmiento, F.
Sartori, Antonio
Sayago, Gumersindo
Sayago, Marcelino
Schmiedecke, Augusto
Servetti Reeves, J. C.
Sicco, Juan Carlos
Padula, Federico
Sigal, Moisés
Sparn, Enrique
Strada, Ferdinando
Stucchi, Alberto
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Terrera, Pascual
Trebino, Natalio
Tretter, José
Urciuolo, Victorio
Vanni, Alberto
Vercello, Carlos
Villalba, Aquiles D.
Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Francisco E. Urondo; Vice-presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Secretario de correspondencia, Ing. Rodolfo Rouzaut; Secretario de actas, Prof. Curto E. Hotschewer; Tesorero, Ing. Carlos Christen; Vocal 1º, Dr. José Piazza; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Suplente 1º, Ing. Enrique Virasoro; Suplente 2º, Ing. José Cruellas.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Argüelles, Eugenio
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco
Bonazzola, César J.
Borruat, Luis
Borruat, Luis (hijo)
Borzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Camo, José María
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo

Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá Tolrá, Antonio

Kleer, Gregorio
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Marino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Morisot, Augusto
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José

Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Antonio E.
Rouzaut, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Anzorena, Pedro
Basso, Germinal
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Carette, Eduardo
Cerlotto, Emilio
Croce, Francisco M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Miyara, Santos
Oviedo Marcó, Carlos
Oviedo Ortíz, Carlos
Pelaia, Dante
Piccione, Cayetano C.
Picvano, Abelardo P.
Pontis, Rafael E.
Ruiz, Aníbal
Ruiz Leal, Adrián
Sammartino, Miguel
Sánchez C., Juan V.
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Toso, Juan P.
Vicchi, Juan A.
Villanueva, Miguel Angel

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán..........	Rafael(México)
Amaral, Afranio de..........	San Pablo (Br.)
Arteaga, Rodolfo de.........	Montevideo
Avendaño, Leónidas...........	Lima
Alvarez, Antenor..............	Sgo. del Estero
Bonarelli, Guido..............	Gubbio (It.)
Borel, Emile..................	París
Bachmann, Carlos J...........	Lima
Bolivar, Ignacio...............	Madrid
Bruch, Carlos.................	Londres
Cabrera, Blás.................	Olivos
Carabajal, Melitón M.........	Madrid
Corti, José S..................	Lima
Bragg, William Henry........	Mendoza
Dávila, Rubén.................	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto.............	La Plata
Escomel, Edmundo............	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Asunc. (Par.)
Fontecilla Larrain, Arturo....	Chile
Fort, Michel..................	Lima
González del Riego, Felipe....	Lima
Greve, Germán................	Chile
Guinier Philibert.............	Nancy (Franc.)
Hadamard, Jacques...........	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hassler, Emilio...............	San Bernardino (Paraguay)
Hernández, Juvenal...........	Chile
Hijar y Haro, Luis...........	México
Janet, Pierre..................	París
Jiménez de Asúa, Luis.......	Madrid
Kinart, Fernando.............	Amberes
Lahille, Fernando.............	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul................	París
Lobo, Bruno..................	Río de Janeiro
Lehmann Nitsche, Roberto....	Berlín
Mardones, Francisco..........	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique...............	Concepc. (Ch.)
Majarás, Jesús................	México
Moretti, Gaetano..............	Milán
Oliver Schneider, Carlos......	Chile
Pereira d'Andrade, Lancaster.	Nova Goa (I.P.)
Perrin, Tomás G..............	México
Porter, Carlos E..............	Santiago (Ch.)
Pi y Suñer, Augusto..........	Barcelona
Reyes Cox, Eduardo..........	Antofag. (Ch.)
Rospigliosi y Vigil, Carlos....	Lima
Rowe, Leo S..................	Wáshington
Shepperd, William R..........	New York
Tello, Julio C................	Lima
Torres Quevedo, Leonardo....	Madrid
Villarán, Manuel V...........	Lima
Vélez, Daniel M..............	México
Valle, Rafael H...............	México
Volterra, Vito.................	Roma
Vitoria, Eduardo..............	Barcelona

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

NOVIEMBRE 1936. — ENTREGA V. — TOMO CXXII

SUMARIO

BUENOS AIRES

Calle Santa Fé 1145

1936

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †
Dr. Mario Isola †
Dr. Germán Burmeister †
Dr. Benjamín A. Gould †
Dr. R. A. Phillippi †
Dr. Guillermo Rawson †
Dr. Carlos Berg †
Dr. Valentín Balbín †
Dr. Florentino Ameghino †
Dr. Carlos Darwin †
Dr. César Lombroso †
Ing. Luis A. Huergo †
Ing. Vicente Castro †
Dr. Juan J. J. Kyle †
Dr. Estanislao S. Zeballos †
Ing. Santiago E. Barabino †
Dr. Carlos Spegazzini †
Dr. J. Mendizábal Tamborel †
Dr. Enrique Ferri †
Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Walter Nernst
Dr. Eduardo L. Holmberg
Ing. Guillermo Marconi
Dr. Alberto Einstein
Dr. Angel Gallardo †
Dr. Cristóbal M. Hicken †

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Contralmirante Segundo R. Storni; Dr. Adolfo T. Williams; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1936-1937)

Presidente	Ingeniero Nicolás Besio Moreno
Vicepresidente 1º	Ingeniero Jorge W. Dobranich
Vicepresidente 2º	Doctor Gonzalo Bosch
Secretario de Actas	Doctor Antonio Casacuberta
Secretario de Correspondencia.	Doctor Elías A. De Cesare
Tesorero	Arquitecto Carlos E. Géneau
Protesorero	Profesor José F. Molfino
Bibliotecario	Ingeniero José S. Gandolfo
Vocales	General Ingeniero Arturo M. Lugones Doctor Juan Ubaldo Carrea Ingeniero Carlos Posadas Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez Doctor Angel H. Roffo Capitán de fragata Héctor R. Ratto Doctor Jorge Magnin

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

B. Aires - Est. Gráfico "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - U. T. 21-1733

LA NAUTICA Y EL PILOTAJE DURANTE EL SIGLO XVI

CONFERENCIA LEIDA EN LA SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA
EL DIA 10 DE JULIO DE 1936

POR

H. R. RATTO

Palabras de presentación
del Dr. ANTONIO CASACUBERTA.

Debo presentar a un marino destacado de nuestra flota de guerra y para ello, también es necesario, que hable de la marina de nuestra patria cuya evolución constante, debe ser significada en este acto.

Mejor que yo, quien luego hará uso de la palabra, podrá explicar técnica y armónicamente, todo el transcurso de nuestra vida marítima.

Y duele, pensar que son muy pocos los argentinos que en la hora actual, conocen los albores de nuestra armada. Saben que existió Guillermo Brown, quien unió su vida a nuestra gloria de libertad. Puede que algunos sepan que tuvimos un romántico Bouchard, paseando nuestra enseña por todos los mares del mundo.

Pero también se ignora, y en esto está la falta de nuestro agradecimiento, que existieron Espora, Rosales, Murature, Azopardo, Pinedo, Bathurst, King, Spiro, Jorge, Drummond, Grenville, Py y otros muchos, que en buques imposibles para las rutas del mar, supieron llevar, bien afirmada al mástil, la enseña de la naciente nacionalidad.

Nuestra armada tiene comienzos incipientes. Con buques inapropiados, nos lanzamos a la aventura de los mares. ¡Y vencemos! Flotas de poder superior caen bajo nuestros fuegos. Y sitios de epopeya coronan esa obra, en Juncal, en Los Pozos, en Quilmes, en la vuelta de Obligado y Carmen de Patagones!

El alma argentina, quiso tener su flota. Y allá en los momentos primicios de nuestra vida libre fué Larrea quien tuvo la sugerencia... Pero pasaron los años y la armada argentina, rudimentaria, falta de valores, solo podría demostrar su empuje con el valor de sus tripulaciones.

¡Y pasaron los años! — repito. Hubo que dejar una pausa dolorosa en la vida de nuestra nacionalidad. Pasado el huracán rojo de la tiranía, la onda de paz tuvo colores de cielo.

La Argentina, con sus costas atlánticas, de una inmensidad grandiosa estaba al margen de cualquier agresión.

Y fué Domingo Faustino Sarmiento, ese vidente en todos los órdenes de la naciente vida argentina, quien formó nuestra primer escuadra verdadera. Por eso bien merecido tiene el homenaje de que nuestro barco escuela, infatigable surcador de todos los mares del mundo, lleve su nombre que solo puede remplazarle el crucero que se construye: « Argentina ».

Sarmiento, vidente, repito, plasmó nuestra primer escuadra, esa que se formó con las cañoneras « Paraná » y « Uruguay » y las bombarderas « Pilcamayo », « Bermejo » y « Constitución » y con esos dos acorazados monitores de río que se llamaron « Los Andes » y « El Plata », y que hoy radiados todos ellos son fierro antiguo cubierto de gloria. Junto a los malecones dormitan su esfuerzo bien ganado... Llegaron hasta el heroísmo y ahí está la « Uruguay », maltrecha, salvando a la expedición Nordenjökls, en pleno Polo Sud. Corazones argentinos efectuaron la hazaña; corazones que desafiando los « icebergs » rescataron, para la civilización, a los estudiosos polares y entre ellos a un argentino: Sobral.

Y luego la armada sigue su ruta de progreso. Vienen los buques modernos, prodigios de la ingeniería naval. Primero nos llega el « 25 de Mayo », luego los cruceros acorazados construídos en Italia y otros dos que no llegaron, para ser transferidos al Japón, durante la guerra rusa-japonesa en momentos que quien hoy es nuestro almirante Manuel Domecq García, estaba en el puente de mando en la batalla de Tushima junto al almirante Togo.

Luego la flota alcanzó en forma paulatina su mayor eficiencia; llegaron el « Buenos Aires » (galgo del mar), el « 9 de Julio », para que luego años más tarde se agregasen otros a esta flota actual, poderosa, moderna, llena de vitalidad y de preocupación para quienes deben conducirlas.

Por eso a la par de la modernización de la escuadra, sus marinos han debido estudiar y excederse en revelantes esfuerzos de energía. Había que bastarse, sin necesidad de tutores extranjeros. Había que estudiar — que estudiar a fondo — y nuestros marinos así lo hicieron fervorosamente. Y triunfaron.

Por eso es un orgullo para la Sociedad Científica Argentina amparar esta conferencia, el 5º de los actos recordatorios en el IV centenario de la primera fundación de Buenos Aires, que en su ciclo de hoy corresponde al capitán de fragata don Héctor R. Ratto, quien nos enorgullece con su vinculación, a la que también pertenecen esos heraldos del mar que se llaman Segundo A. Storni, Vicente E. Montes, Franklin Nelson Page, Teodoro Caillet Bois, Marcos A. Savón, Carlos M. Gada, etc.

Y este orgullo, del que acabo de hablar es el siguiente y es bien sencillo: la armada argentina cuenta en sus filas no sólo con hombres para la conducción de las naves y la disciplina de las tripulaciones, sino también con elementos intelectuales y, uno de ellos mi presentado, es quien os hablará. Tiene para ello conquistado un lugar distinguido. Y para que los oyentes no esperen, voy en forma escueta y rápida a definir su personalidad, esto es, al capitán de fragata Ratto.

Y trazo su biografía. Es el mejor honor que puedo hacerle. Nace en Luján en 1892, en la patria solar de Ameghino. Cursa el estudio naval 1907-12 y en la gloriosa fragata « Sarmiento » verifica tres viajes, en el que en 1930 fué jefe de estudios.

Luego la Hidrografía lo hace suyo. Y triunfa. Pasa al cuidado de entrega del explorador « Cervantes » y a la hora de las refacciones de nuestro buque escuela. Todo ello para santificar en esa escuela flotante el último beso argentino en donde se hicieron marinos los que hoy mandan seguros nuestras unidades de guerra.

Ratto, investigador como ninguno, no fué al extranjero en tren de placer. Y se dedicó a los estudios geográficos, históricos, literarios y profesionales. Abarcó toda su profesión para hacerla conocer al pueblo. Así « La Prensa » le abrió sus columnas para ello. Y desde allí pudo hablar a la nacionalidad con plena voz.

Su labor es intensa. Ratto ha publicado ya una decena de libros. !Ojalá sean más!.

Y ahora retirado del servicio activo, concentrado en sus estudios, podrá hablarnos como un verdadero técnico sobre aquellas materias que necesitan el juicio severo de un profesional.

Su obra múltiple y conocida así lo significa. Ratto, este lobo de mar, que se queda en tierra, para ilustrar a los novatos que deban hacer el saludo a Brown, y si ello llegara nuestros criollos del mar, que han sido numerosos, escucharán la palabra de este marino, que desde el retiro sigue estudiando y que les hablará de la náutica y el pilotaje en el siglo XVI.

Orgullo para mí es presentarlo en nombre de la Sociedad Científica Argentina y para ustedes, mis oyentes, la satisfacción de escucharlo.

Cedo la palabra al capitán de fragata Héctor R. Ratto...

* * *

Este año de 1936 puede en justicia llamarse el de España en Buenos Aires. Durante los 6 meses transcurridos, se han levantado numerosas tribunas en instituciones prestigiosas del país y puesto de relieve, con profundidad no igualada, el interés que despierta en los argentinos su pasado colonial; disciplina esta, que esparce un álito de fervoroso reconocimiento destinado a nimbar a quienes consumaron esa cumplida tarea de incorporar un continente a la civilización.

Solicitado por la Intendencia Municipal para cooperar en la presentación del modelo de la nave capitana del Adelantado; abocado, luego, a poner de relieve, en la Academia de Ciencias de Buenos Aires, la acción destacada de los intelectuales españoles vinculados al que fué virreinato de Buenos Aires, faltaba a mi espíritu, siempre grato a las cosas de España en América, esta nueva, honrosa y halagadora invitación de representar a la Sociedad Científica Argentina en el presente ciclo preparado por la Sociedad Geográfica GEA que, con tanta autoridad, ha trazado este programa conmemorativo.

Antes de entrar en materia he de pedir disculpas por la elección del tema, en consonancia con mi profesión, desde luego, pero todo lo árido que promete su título: « La náutica y el pilotaje en el siglo XVI », siglo que fué, sin duda, el más brillante de España — en nuestro continente y en el orbe — pues, además de los progresos registrados en las ciencias, las letras y las artes, resultó el del mayor dominio colonial que la historia del mundo reconoce y recuerda.

El tópico elegido prestaríase, por otra parte, a la reinvindicación de la clase marinera, comúnmente olvidada o pospuesta; de aquella clase que, por carecer de investigadores, ignora la embriaguez, muy legítima, de sus glorias pretéritas eclipsada, tal vez, por la conquista terrestre que dejara surcos más profundos en el espíritu de los pueblos de América y que, sin embargo, no se hubiera realizado sin el auxilio anterior de sus mareantes en el mar y de sus pilotos en la tierra.

No es de olvidar, en efecto, que la acción de los pilotos de Indias prosiguió a lo largo de toda la era colonizadora, trazando y relevando caminos; situando y plantificando ciudades; guiando la mentalidad, no siempre capacitada, de gobernantes o dirigentes... Todo ello está a la vista de quienes, a través del tiempo que la documentación trasunta, han encontrado — una y mil veces — el nombre de un piloto asesor en toda suerte de trances difíciles y por ende persona a quien rodeaba esa atmósfera de sapiencia, erudición o simple buen sentido que lo convirtieron en personaje conspicuo entre el conjunto heterogéneo de laborantes y menestrales; hombres de toga o espada; de justicia o de iglesia y cuyas funciones no desaparecen hasta el fin de la colonización española.

Hasta ninguno de ellos ha alcanzado, no obstante, la gratitud de la posteridad entre nosotros; la silueta de uno solo de los pilotos no ha llegado todavía a la piedra o bajo relieve de monumento alguno en el país. De la misma manera no aparecen los nombres de los primeros pilotos de Indias en la toponímia argentina en la cual no ha faltado lugar disponible para satisfacer la vanidad de un propietario, más o menos alfabeto, o el simple capricho de un político de influencia siempre más pujante y poderoso que la razón ponderada del hombre de pensamiento.

Disculpad, entonces, a quien tiene todavía más de hombre de mar que de las ciudades, este deseo tan íntimo de aproximaros al *mareante* genuino, fácil de reconocer, no sólo por el rojo papahigo y la muceta al uso, sino por el haber precioso de su intelectualidad de las que fueron símbolos: el astrolabio y la ballestilla tosca del siglo XVI que veremos ahora graduar; el contenido de sus mentados « regimientos de altura » tantas veces citados y nunca o poco estudiados y sus cartas náuticas dibujadas en pergamino en cuyas consideraciones forzosamente, he de molestarlos esta tarde.

PARTICIPACIÓN ESPAÑOLA EN LA NÁUTICA PRE-COLOMBINA (1)

Durante el siglo XI, antes de iniciarse la primer cruzada, el sevillano Al Zarcali, o Azarquiel, perfecciona el astrolabio y compone, a base de observaciones de un astrónomo de Marsella, tablas para cálculos celestes referidos al meridiano de Toledo.

Es también por esa época que, los cruzados, en sus peregrinaciones a Tierra Santa, llevaron a los respectivos pueblos cristianos de

(1) El autor utiliza en esta parte de su exposición lo tratado por el mismo en el Tomo II de la « Historia Argentina » dirigida por Levene según Ley del Congreso.

occidente la aguja imantada, la cual, como es sabido, mantiene aproximadamente la dirección del Norte de la tierra. Tal instrumento, era ya del dominio de catalanes y mallorquinos, quienes lo conocieron directamente de los árabes establecidos en España. Tal aplicación, dió a los navegantes de todos los pueblos el más preciado auxiliar y su uso generalizóse durante el siglo XIII.

En ese mismo siglo Alfonso X, el Sabio, funda la academia de astrónomos de Toledo llamada a preparar la compilación cosmográfica práctica más importante de toda su época. Es también por entonces que hace su aparición una nave en la cual el remo cede a la vela su mayor esfuerzo propulsor: la *carabela.* Se la conoce en las costas de España y Portugal, posee porte reducido; usa velas triangulares o latinas; es fina de líenas así como alta de popa y rasa de proa. Su origen parece ser moro; está destinada a bordear con los portugueses el Africa occidental y a inmortalizarse con Castilla en su viaje a América adonde llegaron con anterioridad, los *vikings.*

Pero, para que tal cosa ocurra, no basta poseer una nave adecuada ni contar con una compilación de conocimientos al alcance de algunos pilotos. Falta poseer tripulaciones capacitadas; interesar a los gobernantes por el conocimiento de otros pueblos, e inficcionar al propio por los grandes viajes, cosa que, en cierta forma, ocurrirá cuando la humanidad cristiana, que ha viajado con los cruzados, experimente la necesidad de un comercio más activo; sienta curiosidad por la existencia ya entrevista de tierras nuevas y también, claro está, cuando las ciencias náuticas mejoren sus métodos como consecuencia de su práctica y ejercicio en mares libres. Dicho con otras palabras: una vez que se difundan por el mundo pensante los relatos de los grandes viajeros y los periplos de los portugueses en el Africa sancionen la adopción de una verdadera ciencia al alcance de los *mareantes,* poseedores, ya, del arte de la vela y su maniobra. Es, indudablemente, dentro de ese complejo, que reside la fuerza animadora de las empresas marítimas llamadas a develar la existencia del medio planeta que faltaba asentar en los globos terráqueos de los geógrafos hasta fines del siglo XV.

Durante el siglo XIV, en que los portugueses contorneaban el litoral occidental del Africa, existía ya una ciencia cosmográfica, base de la náutica, que los árabes y musulmanes llevaron a España y Portugal. Parte de esos conocimientos debieron, lógicamente, irradiarse desde las muchas universidades existentes en la península en los comienzos del siglo XIII.

¿Cuándo empezaron dichos conocimientos a ser utilizados por los navegantes de la península ibérica? No podíamos precisarlos a ciencia cierta; no obstante, es indudable de que tal cosa había ya ocurrido en el transcurso del siglo XIII en que se publicó la citada compilación de Alfonso el Sabio. En ella, aparece claramente asentado el principio básico, conocido por Ptolomeo once siglos antes, destinado a regir la navegación de altura de que: « la elevación del polo sobre el horizonte expresa el valor de la latitud del observador ». En el hemisferio norte cuéntase con una estrella visible — la « polar », nombrada desde muy antiguo « la estrella fenicia » — que puede considerarse, prácticamente, la proyección del eje de la esfera terrestre. Mediante determinación de la altura de la aludida estrella, quedaba expresada la latitud del observador.

Dicha determinación, en caso de tratarse de la estrella polar, sólo exigía el uso de un instrumento de medida angular tal cual se conocía desde el tiempo de Ptolomeo y modificado, para los hispanos, por Arquizabel. Para las observaciones meridianas de sol era menester conocer, además, el valor de su declinación o sea la magnitud del arco de círculo comprendido entre el ecuador y el astro. Si a la altura zenital del sol, obtenida directamente por el astrolabio, se le sumaba, algebraicamente, la mencionada declinación, obteníase la buscada latitud geográfica.

Dichos elementos — instrumentos, tablas de declinación y « regimientos » — ¿existían en España y Portugal y eran conocidos, los métodos apuntados, en el siglo XV? Incuestionablemente sí!

Con anterioridad a la navegación de los portugueses en el Africa, había tratados — cual la « Sphera Mundi » de Sacrobosco — que evidenciaban la forma y magnitud del mundo así como el sistema universal que lo rige; se contaba — entre otros — con el intitulado libro « Rudimentos astronómicos » de Alfergano divulgado en reediciones durante los siglos XIV y XV; circulaban no pocos « Regimientos » o reglas prácticas para la construcción y uso de astrolabios; textos o manuales de Navegación al alcance de los buenos pilotos; tablas, cual las de Abraham Zacuto profesor de Astronomía de Salamanca, que tenían catalogados los valores de la declinación del sol y, por cierto, varios «compendios » relativos a la aguja de marear.

Comprobados esos aportes de importancia para el progreso de las ciencias náuticas en la península ibérica, ¿será necesario establecer cuáles de esos conocimientos fueron originados en España y cuáles en Portugal? No lo creemos. Más aún, consideramos difícil — ya que no imposible — establecer la prioridad de buena parte de tales aportes por la simple razón de que, en esta materia, la verdadera originalidad se remonta a siglos y su desarrollo obedece, en definitiva, a etapas de un perfeccionamiento que florece, sí, contemporáneamente en España y Portugal, pero tiene sus raíces en la antigüedad.

Puede en cambio aceptarse que, ambos países, forman una unidad cultural en lo que a la náutica y el pilotaje concierne y que, esas disciplinas, habían cristalizado por entonces en conceptos al alcance de pilotos. Para lograr tal madurez contribuyeron, según hemos dicho: los conocimientos astronómicos de los árabes que dominaron la península durante seis siglos y de los musulmanes traídos de Oriente cuando las cruzadas. Debió también constituir factor ponderable de progreso: la situación geográfica de esos dos pueblos, lugar, a un mismo tiempo, vecino al Africa y punto de reunión de los navegantes nórdicos, con los del Atlántico y Mediterráneo.

En el año 1415, Portugal sacude el yugo musulmán y se halla en condiciones de iniciar sus navegaciones al Africa. Ceuta está en manos de los lusitanos y la gobierna el príncipe Enrique nombrado, más tarde, el navegante.

Los portugueses diezmados por las guerras, buscan obtener esclavos para el cultivo de sus tierras al par que extender al Africa su comercio. Espiritualmente, los anima el deseo de realizar la conquista de Jerusalén en que acaba de fracasar San Luis.. Para lograr tal intento piensan sentar pie en el río Senegal, que erróneamente suponen ser nacimiento del Nilo; desde ahí, remontando sus aguas, cruzar al reino cristiano de Abisinia donde creen hallar al Preste Juan y luego, mediante ayuda de tan poderoso aliado, intentar la conquista del Santo Sepulcro.

En orden cultural, preceden a las expediciones portuguesas a realizarse ahora, la instalación de la academia de pilotos fundada en Sagres, por don Enrique, dirigida por un español ilustre: el maestro Jaime de Mallorca y secundado por el alemán Martín de Bohemia que, por entonces, calculó también una tabla de declinación solar y recibió la misión de enseñar a los navegantes portugueses métodos de navegación de altura. A juzgar por transcripciones de la bibliografía marítima de entonces, es evidente: el conocimiento aproximado de la magnitud del grado terrestre y el número de leguas en él comprendidas; la representación cartográfica de los lugares conocidos; la manera correcta *de echar el punto* en la carta; regímenes de las mareas y de los vientos, etc.

A partir del hallazgo del cabo de las Tormentas, por Díaz en

1484, la derrota al Asia fabulosa, que implicará el hallazgo del continente americano, no podía estar lejano. El adelanto geográfico y náutico de la península ibérica, puesto de manifiesto en las anotadas navegaciones, lo indica.

Lógicamente hablando, el descubrimiento no puede dejar de producirse a poco que los entendidos quieran, por otra derrota, llegar a las tierras del gran Khan. Esta empresa, en sí, podrán ser más atrevida; empero, apreciada sobre una esfera, era comprensible, lógica, y, por cierto, realizable en menos tiempo que el empleado por Marco Polo y otros viajeros en razón de su menor distancia.

Es importante recordar que, paralelamente al progreso de la náutica, operábase el de la construcción naval y con ella la dignificación de las tripulaciones que a tan bajo nivel moral llegara con el *forzado*. La aparición de la *nave*, al exigir a sus dotaciones la vida siempre más libre y profesional de las arboladuras, creóles un conjunto de conocimientos y aptitudes que les dieron jerarquía, contribuyendo a la formación del *mareante*, personaje distintivo de una clase modesta, pero no exenta de méritos, acreedora de ciertos privilegios que indudablemente regían en España a fines del siglo XV y, desde luego, con una comprensión cabal del problema náutico. La participación que ellos tomaron en las empresas descubridoras de fines de esa centuria, evidencia una elevada capacitación técnica que no se improvisa y que existía al iniciar Colón su viaje al oeste.

¿Fué el de Colón un descubrimiento? En el sentido estricto de la palabra? ¡No!, pues, está probado la llegada a América de otros navegantes.

Más aún, podríamos decir que, además de los vikings, casi no hubo nación digna de ese calificativo, que no vea en alguno de sus hijos algún presunto o auténtico precursor de Colón.

Los ingleses, saben de antiguos piratas que en el siglo XIII llegaron en sus correrías a nuestro continente; los galenses, recuerdan la partida de Madoc, hijo del Rey Orien Groyned, soberano de Gales del Norte, quien en 1370 partió para tierras antes conocidas de islandeses y groenlandeses; los vascos, citan con orgullo el conocimiento que de los bancos de Terranova tenía, antes del viaje de las carabelas, su paisano, Juan de Echaide; los venecianos, atribuyen a sus compatriotas Nicolás y Antonio Zeno la llegada a la isla Feroé, Groenlandia y costas de América del Norte en 1430 y muestran aún, la carta confeccionado por Andrea Bianco en 1436 en la que parece evidente la identificación de Terranova con la isla que en aquélla se llamaba Stocafixa mientras, los portugueses, aseguran que Juan Vaz Cortereal tocó, por 1464, la costa del Canadá que designó del Labrador y la misma de Terranova que nombró Terra dos Bacalhaos.

Empero, náuticamente, la empresa cumplida en la memorable noche del 11 al 12 de octubre de 1492, valía tanto como los viajes descubridores de los vikings y más que la de los pseudos descubridores a que acabamos de referirnos porque ella, entre otras cosas, se realizaba con el auxilio de una ciencia ya madura y el apoyo de una nación capaz de comprender y aprovechar sus frutos.

Africa, barajada en su parte occidental por los geniales mareantes de Portugal, define la prosecución de una política que implica, al fin de cuentas, el avance progresivo de una exploración costera cuyo primer tramo tenían sus navegantes prácticamente ante la vista. Tales actividades no cambiaron, por otro lado, la fisonomía del continente africano. En tanto, la hazaña colombina, siginificó para la América indiana la alteración total de sus destinos.

LA NÁUTICA ENSEÑADA EN LA CASA DE CONTRATACIÓN DE SEVILLA

Acabamos de recordar la existencia de conocimientos náuticos reales al producirse el descubrimiento. Asistiremos, ahora, a la difusión de tales conocimietos mejorados por las nuevas necesidades de la navegación a las Indias y estimulados por esa sed de ciencia, gloria y aventura que, con su misticismo religioso, son las características acentuadas del español culto del siglo XVI.

Para conocer el espíritu emprendedor del mareante es menester penetrar en la historia de los viajes marítimos y sus vicisitudes de leyenda; para aceptar su contenido científico, es imprescindible penetrar a la Casa de Contratación de Sevilla. En ella, desde los primeros años del citado siglo, se daba enseñanza teórica a los pilotos de Indias; se rendía el examen que habilitaba a los *mareantes* de las naves graduarse pilotos y se impartían normas que implicaban el control sobre el instrumental y cartas marítimas usadas a bordo de las naves que venían a América. Tan importante misión recayó, fundamentalmente, en los Pilotos Mayores, título que en los primeros tiempos desempeñaron personas que habían revelado especiales aptitudes para el estudio de la náutica y el pilotaje luego de haber realizado viajes de importancia. Los nombres de Américo Vespucio, Sebastián Gaboto y Juan Díaz de Solís, que desempeñaron sucesivamente el cargo desde 1508 hasta mediados del siglo, nos liberan de abundar sobre ese punto.

A partir de esta última época, — mediados del siglo XVI — el cargo se llenaba por « oposición » llamándose a los candidatos a ocuparlos, mediante pregón en las universidades de Salamanca, Valladolid y Alcalá y en los puertos de las provincias andaluzas. Un tribunal compuesto por cosmógrafos y hombres entendidos en navegación, elevaba al Consejo de Indias una terna para ser propuesta al Rey.

Durante muchos años — y a partir de 1508 — funcionó la cátedra de Cosmografía a cargo del Piloto Mayor encargado de dictar a los alumnos conocimientos teóricos. Corriendo el tiempo, el Piloto Mayor era Presidente del Tribunal para graduar pilotos solamente. Cuando tal cosa ocurrió designose un catedrático para dictar la ciencia cosmográfica, y se nombró un Cosmógrafo con la misión de confeccionar cartas e instrumentos náuticos. Veamos, casi al azar, algunas de las obligaciones de maestros y alumnos.

Los candidatos a pilotos, que asistían a las clases teóricas, debían tener menos de 24 años; ser marineros que ya habían navegado por las Indias por lo menos durante 6 años y pagar una mensualidad a quien les enseñaba. Daban clase en la capilla de la Casa de Contratación y, durante un tiempo, siguieron estudios con programas desarrollados en tres cursos.

Las materias matemáticas se estudiaban, lógicamente, de manera progresiva. Empezaban en el primer curso: por las operaciones elementales de la aritmética, regla de tres, raíz cuadrada y cúbica y operaciones de quebrados; seguían, arcos y cuerdas; senos, tangentes y secantes y algunos puntos de la trigonometría esférica. En el tercero y último curso se iba al dominio teórico y práctico de las materias profesionales, vale decir, estudio del Almagesto de Ptolomeo; de la Cosmografía y navegación; del uso del astrolabio y su fábrica; de la manera de utilizar las observaciones del sol, luna y planetas; del manejo del *radio-globo* y del uso de los *relojes* (amp. y esfera celeste).

Posteriormente, los cursos se fueron acortando y los conocimientos debieron en gran parte adquirirse fuera de la Casa a la cual siempre correspondía extender títulos a los pilotos mediante examen.

Para examinarse debían los candidatos haber nacido en Castilla o León o, por lo menos, « tener carta de naturaleza »; contar más de 25 años; ser de buenas costumbres; no tomar vino; no decir mal de Dios y tratar bien a los marineros ».

El tribunal, llamado a pronunciarse sobre la capacidad técnica de los pilotos, se constituía con nueve miembros: el Piloto Mayor, dos

Cosmógrafos de la Casa de Contratación y seis pilotos. Presidía, sentado en una silla de gran tamaño, el ya citado Piloto Mayor quien tenía a su derecha al Cosmógrafo más antiguo y a su izquierda al otro sentándose, por riguroso orden de precedencia, sucesivamente a derecha e izquierda, los pilotes examinadores.

Estos últimos, dice Herrera en sus « Décadas », juraban, previamente, hacer a los examinadores, « las mejores y más difíciles preguntas que supiesen », sustentándolas según su honrado saber y prometiendo así mismo dar libremente su voto « sin respeto de odio, ni amistad ni otra pasión alguna ». Los que se presentaban a examen debían haber navegado — dijimos — por lo menos seis años por el mar y presentar también al examen el instrumental y cartas que usaban en sus navegaciones.

El Piloto Mayor y los Cosmógrafos, tenían derecho a hacer cuantas preguntas desearen; los pilotos examinadores, en cambio, solo podían hacer tres cada uno. Efectuado el examen, el Piloto Mayor recojía, con intervención de Escribano, pago por los pilotos, los votos de los miembros del Tribunal. Aquellos que se inclinaban por la aprobación hechaban habas en la toca de un mareante. Quienes tenían más habas que altramuces podían obtener su título; los votados con más altramuces que habas, debían embarcar nuevamente como marineros y navegar por mares de Indias un espacio de tiempo no menor de un año. Durante una época, esta manera de votar, se alteró un tanto pues concedióse al Piloto Mayor aprobar o desaprobar, siempre que contara con una tercera parte de habas o altramuces.

Es de hacer notar que el califivativo de *mareantes* correspondía a todos aquellos que profesaban en el arte de navegar. Para ello era menester iniciarse como *paje* a bordo desde temprana edad y prestar los servicios rudimentarios del oficio como ser el manejo y guardia de las ampolletas y faroles, el cuidado y limpieza del instrumental. Dependían del capitán y del piloto en lo concerniente a la navegación; del *maestre* en cuanto al régimen interno de la nave y del *Contramaestre* en cuanto a las maniobras de mar y fuerza.

LA NÁUTICA Y EL INSTRUMENTAL

Un documento explícito y fehaciente — la Real Cédula del 19 de enero de 1533 — nos dice cuales eran en particular los conocimientos exijidos a los pilotos en el examen y cuales los instrumentos que éstos debían usar en sus navegaciones, y presentar a la Casa.

« Primeramente — dice la R. C. citada — a de leer la esfera a lo menos los dos libros de ella; a de leer asimismo el regimiento que trata de la altura del sol y cómo se sabrá y la altura del polo (latitud) y cómo se sabrá y todo lo demás que parecerá por el dicho regimiento; a de leer el uso de la carta y cómo se tiene de echar punto en ella y saber siempre el verdadero lugar en que está; a de leer también el uso de los instrumentos y la fábrica de ellos porque conozca, en viendo, un instrumento si tiene error».

Los instrumentos no eran otros que: la aguja de marear, el astrolabio, el cuadrante de declinaciones y la balestilla. A las reglas que se aplicaban para obtener los elementos de situaciones buscados se les llamaba regimientos.

Existieron además algunos derivados a saber: la armilla náutica, el cuadrante pendular y el radio astronómico descriptos por Simón de Oliveira y ya, a fines del siglo XVI esta importante aplicación del astrolabio: los círculos de 90º paralelos al limbo del cuadrante que Pedro Nunes, portugués, le introdujo en número de 45 cada una de las cuales se dividían en 89, 88, 87, 44 y 46 divisiones con el fin de hacer alturas de arcos con la aproximación que Pedro Vernier difundió en su libro en 1631.

Prosiguiendo con el detalle de las materias a enseñar dice la Real Cédula: «que a de leerse en clase como se marcan las agujas para saber cuanto nordestean o noroestean; conocer el uso de un reloj general diurno y nocturno; saber de memoria y por escrito los días de luna de todo el año para determinar la hora de la marea».

Tal programa, por así decirlo, nos pone en camino de encarar los conocimientos reales exigidos a los pilotos, asunto éste que vamos a examinar punto por punto luego de haberlo desentrañado en una buena cantidad de libros que han tratado parcialmente el tema y que nosotros expresaremos en su totalidad. Para ello agruparemos en tres partes la resolución del problema, vale decir: problema de orientación; de determinación del punto y del uso y construcción de instrumentos. .

(A continuación el conferencista proyectó varios instrumentos cuyo uso y construcción explicó detalladamente. En las páginas que siguen, se reproducen algunos).

EL PILOTO A BORDO

Acabamos de ver cómo se formaban los pilotos; cuál era, en la época que consideramos sus conocimientos, el instrumental usado en la navegación y hasta penetrado en los detalles de su construcción. En una palabra, conocemos poco más o menos, su bagaje científico; veamos ahora, su situación a bordo.

Ante todo, bueno será admitir que las constancias por nosotros conocidas establecen de manera fehaciente que los pilotos de Indias pertenecieron, en su inmensa mayoría, a las siguientes poblaciones

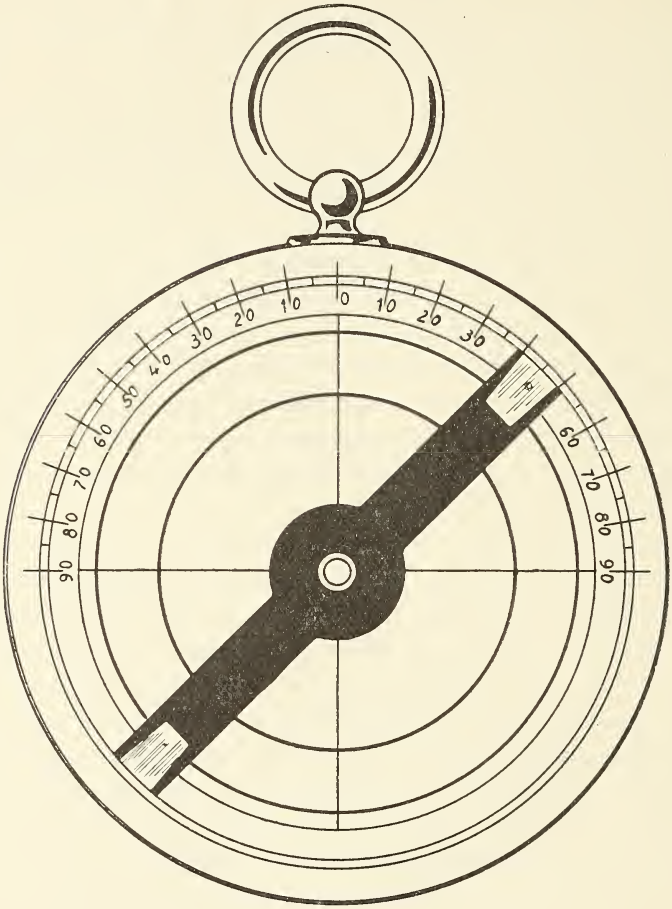


FIG. 1. — Astrolabio.

de la baja Andalucía: Ayamonte, Cádiz, San Lucar, Pto. Santa María y Sevilla o sea aquellos lugares donde se extendía por igual la influencia natural de la Casa de Contratación y el ambiente de los hombres de mar acostumbrados, desde agosto de 1492, a ver zarpar buques a Indias y mantenedores de esa gran conmoción que se llamó el descubrimiento de las Indias occidentales.

Provenían todos ellos de la clase pobre, pues así lo afirman, sin excepción, una buena cantidad de documentos que se ligan con el tema publicado por José Pulio Rubio en su trabajo: « El Piloto Mayor de la Casa de Contratación de Sevilla ». Recorriendo en distintas fuentes bibliográficas la vida y origen de muchos pilotos, no hemos encontrado, jamás, la mención de que fueran de la nobleza o de esos hijodalgos o secundones de provincia que, en otras naciones, sirvieron en la marina y que hallaremos en las flotas de galeones al servicio del Estado, como capitanes en ese siglo.

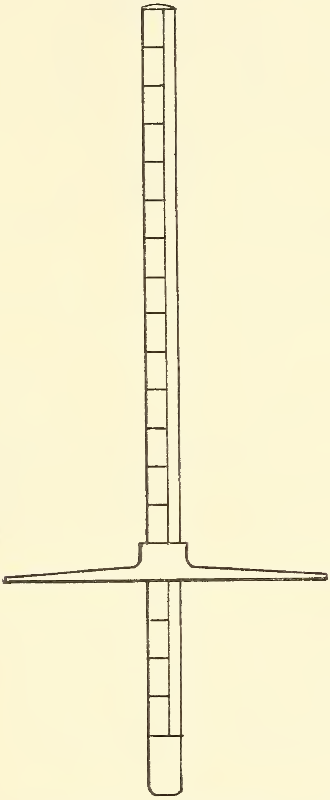


FIG. 2. — Ballestilla

Clase pobre, en cuanto a sus recursos, pero rica en ilusiones y dotada de ese alto espíritu de empresa, característico de una época y de una raza, constituyó, a bordo, un personaje central en quien recayeron los éxitos o fracasos del viaje o expediciones.

Zalazar el Oidor de la Española en su celebérrima carta de 1573 escrita, como es sabido, en aquella « Nuestra Señora de los Remedios, de harto mejor nombre que obras » nos habla en tono festivo del Piloto. El lo califica « teniente del viento » ; lo ve, « con grande autoridad, sentado en su tribunal e cadira de palo ; y de allí — dice — hecho un Neptuno, pretende mandar al mar y a sus ondas y a las veces sacude el mar con una rabeada que si no se asiese bien de los arzones de la silla, iría a sorber tragos del agua salada. De allí — agrega — gobierna y manda y todos hacen su mandato y le sirven tan bien que después de Lanzarote cuando de Bretaña vino, yo no he visto caballero tan bien servido ni he visto bellacos que tan bien sirven y merezcan sus soldadas como estos marineros. Porque si el piloto dice: « ah de proa » veréislos al momento venir ante él saltando como demonios conjurados; y están los ojos en él puestos y las bocas abiertas esperando su mandado y el con gran autoridad manda al que gobierna ».

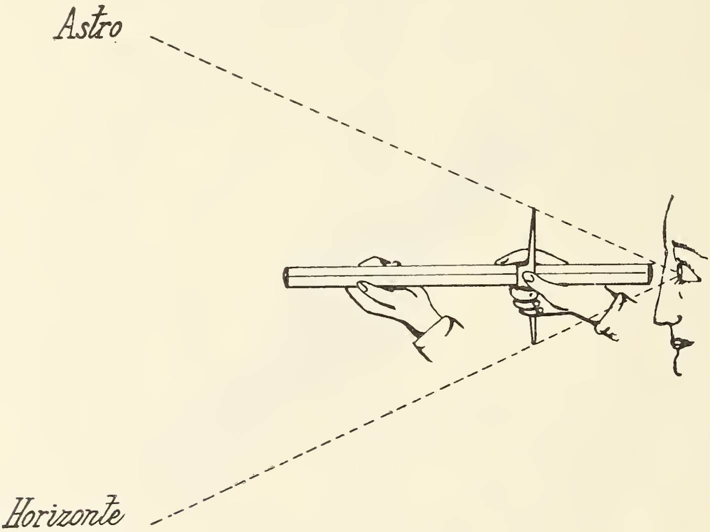


Fig. 3. — Uso de la ballestilla

« Y cuando el piloto provee estas cosas, es de ver la diligencia y presteza de los marineros en la ejecución de ellas, porque en el instante veréis unos en los basos de la gavia; otros, subiendo por los flechastes asiéndose a los obenques; otros caballeros en las antenas; otros abrazados al calcés; otros, con los mateleros; otros pegados con la carlinga o asidos a los tamboretes; otros asidos de las escotas halando y cazando y otros trepando y encajándose de una a otra parte por las otras jarcias; unos altos y otros bajos, que parecen gatos pauses por los árboles, o espíritus de los que cayeron del cielo y se quedaron en el aire ».

Eso en cuanto a la maniobra. Referente a los cálculos y principalmente a los de recalada nos dirá, bien que en su estilo hilarante y desde luego exagerado:

« Así navegamos con viento galeno hasta que ya el piloto y gente marina comenzó a oler y barruntar la tierra como los asnos el verde. A estos tiempos es de ver al piloto tomar la estrella, verle tomar la

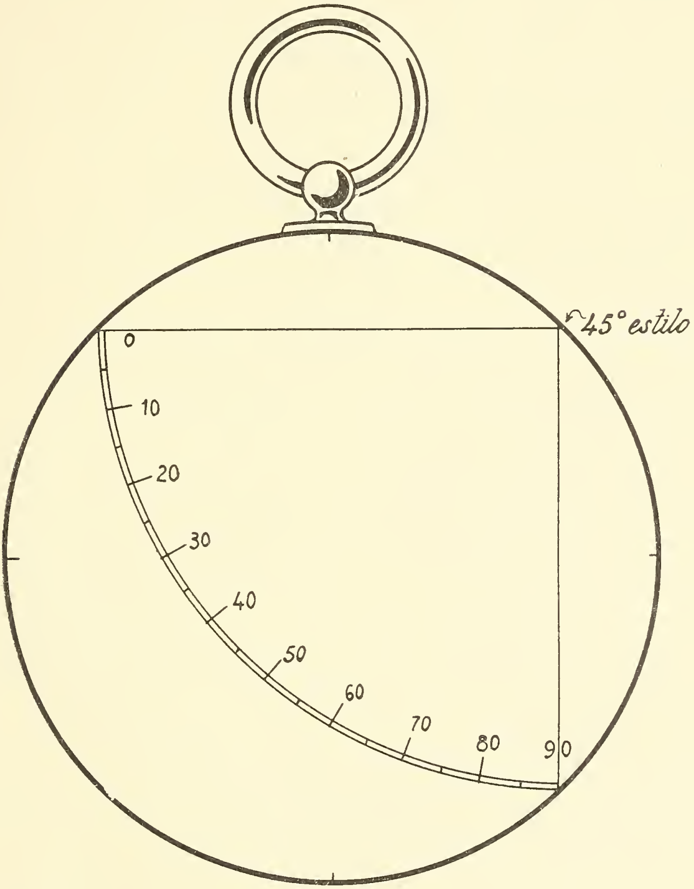


Fig. 4. — Astrolabio modificado.

balestilla, poner la sonaja y asestar al Norte y al cabo dar 3.000 ó 4.000 leguas de él; verle después tomar al medio día el astrolabio en la mano, alzar al sol los ojos, procurar que entre por las puertas de su astrolabio y cómo no puede acabar con él, y verle mirar luego su regimiento; y en fin echar su bajo juicio a montón sobre la altura del sol y como a las veces le sube tanto que le sube mil grados sobre él. Y otras veces cae tanto rastrero que no llega allá con mil años y sobre todo me fatigaba ver aquel secreto que quieren tener con los pasajeros, del grado o del punto que toman y de las leguas que le parece que el navío ha singlado; aunque después que entendí la causa, que es porque nunca dan el blanco ni lo entienden, tuve paciencia viendo que tienen razón de no manifestar los aviesos de su desatinada puntería; porque toman la altura un poco más o menos

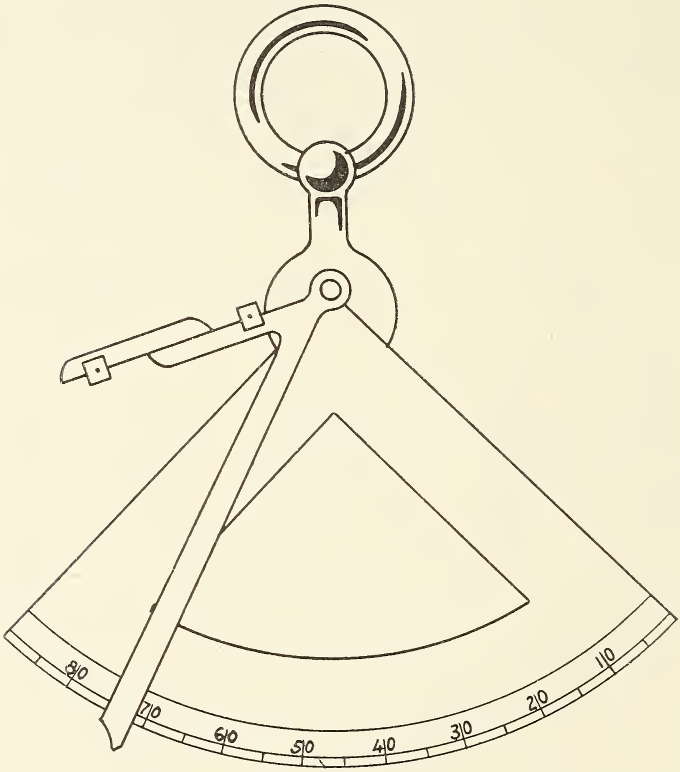


Fig. 5. — Cuadrante pendular.

y espacio de una cabeza de alfiler en su instrumento os hará dar 500 leguas de yerro en el juicio. Tómase este tino: Oh, como muestra Dios su omnipotencia en haber puesto esta sutil y tan importante arte del marear en juicios tan botos y manos tan groseras como en la de esos pilotos! Que es verlos preguntar unos a otros: «¿Cuántos grados ha tomado vuesa merced? Uno dice: «diez y seis»; otro «veinte escasos»; y otro: «Trece y medio». Luego preguntan: ¿Cómo se halla vuestra merced con la tierra? Uno dice: yo me hallo 40 leguas de tierra; otro, yo 150; otro «yo me hallé esta mañana 92 leguas; y sean tres o sean trescientos, ninguno ha de conformar con el otro ni con la verdad ».

« Oyendo estos vanos y varios juicios de los pilotos y maestre y algunos marineros que presumen de bachilleres en el arte, venimos, hasta que, a los 26 días de nuestra navegación, fué Dios servido que vimos tierra ». Terminando así su retrato exagerado del piloto: « Con el gozo de verse con la tierra que demandábamos, se descuidó un poco el señor piloto teniente del viento y su delegado, el que traía la rienda del dicho caballo de madera, comenzó a decaer

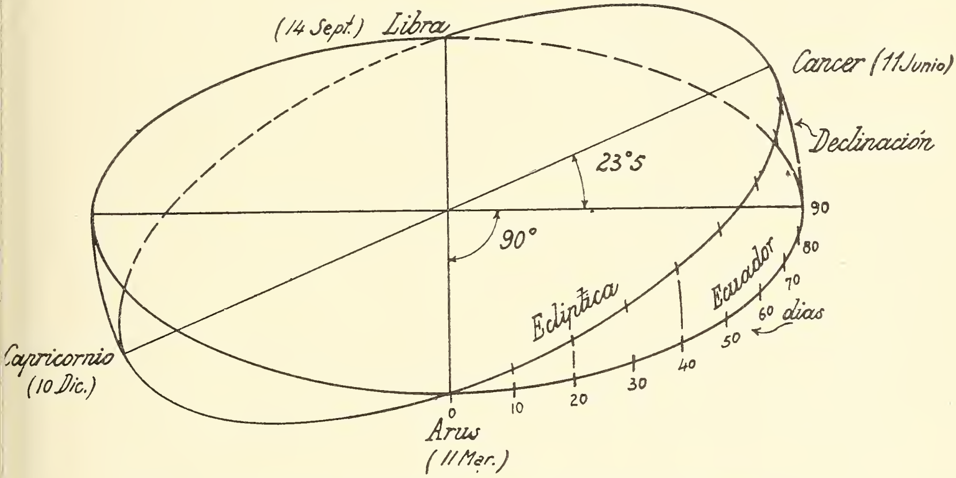


FIG. 6. — Valores de la declinación del sol que obraban gráficamente en el cuadrante de declinación.

el navío del puerto hasta que dando bordos se volvió a poner en la carrera. Lo cual fué causa que no podíamos entrar aquel día por la boca del río por ser ya de noche ». Y así convino entrar con la sonda en la mano a ponernos en lugar seguro; porque fuera necedad haber nadado y nadado y ahogar a la orilla ».

Dije antes que, si en los Anales de la Casa de Contratación de Indias estaba estereotipada — valga la expresión — la ciencia del pilotaje y la náutica, era en las constancias documentales de sus viajes donde debía desentrañarse la psicología de los navegantes de este siglo XVI. Pues bien, a fin de penetrar de alguna manera a ese importante tópico, debía relataros las andanzas de dos pilotos íntimamente ligado a nuestra costa: Simón de Alcazaba y Pedro de Sarmiento. Pertenece el primero, a la época en que Mendoza sentaba un pie temulento en lo que es hoy ciudad capital de la República; el otro, próximo al segundo asiento — el de Garay.

Mendoza, decía, actúa en el Río de la Plata en 1536; Alcazaba lo hace en 1535. Aquél, tiene por escenario de sus futuras glorias la margen derecha del Río de la Plata; el segundo, la costa más inhospitalaria del territorio del Chubut en la zona comprendida

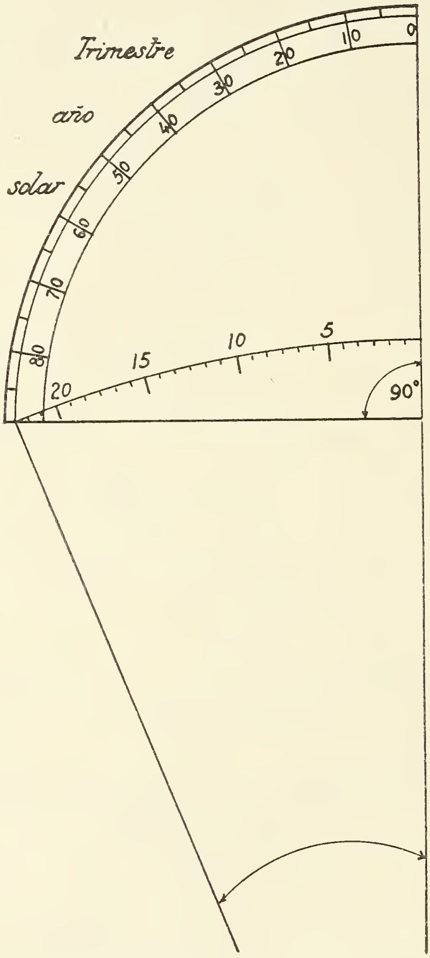


Fig. 7. — Manera gráfica de construir un cuadrante de declinación solar.

entre el Oven, parte norte del golfo de San Jorge y el paralelo 44°. Al primero, no hemos cesado de recordarlo en todo lo que va del año; al piloto Alcazaba, nadie lo nombró al cumplirse el cuarto centenario de su llegada al Chubut.

Mendoza era sanguinario, orgulloso, altivo. Alcazaba era, por el contrario, bueno, confiado, tal vez irresoluto. El Adelantado, aunque postrado, empuñó siempre el gobierno de la expedición que se confiara; el otro murió por no luchar y colgar en la horca a los que conspiraban.

Era nuestro Simón de Alcazaba, un piloto portugués, dotado de buenas condiciones intelectuales; tales que, el mismo Emperador, no titubió en encomendarle la defensa de extensos territorios en el pleito famoso con Portugal a raíz de la posesión del Maluco.

¿Qué trajo a Alcazaba a nuestra costa? La desobediencia. En efecto, luego de haberse comprometido a colonizar, o poblar, en una gobernación que debió constituirse al Norte del estrecho de Magallanes — en el Pacífico — lo hizo en esta parte del Atlántico.

Su expedición puede llamarse: la de los díscolos; de los motineros o si se quiere «*la del mal vino*». Desgraciada fué la partida y miserable el regreso — si es que tal nombre merece darse a la vuelta a una isla de las Antillas de solo alguno de sus sobrevientes luego de haber paseado, los primeros, en una incursión por tierras patagónicas, sus pasiones tumultuosas, cual si la tierra reseca que pisaban les agriara el vino que en grandes cantidades embarcaron al salir a viaje y que parecía despertarles sed insaciable de sangre fraticida.

Dos naves mandaba en jefe el portugués Simón de Alcazaba. Una era la «San Pedro»; la otra la «Madre de Dios». Aquélla resultó mala porque tenía baja la borda, pequeña la popa y había dejado al abandonar el Guadalquivir un trozo de su quilla; pero, la segunda de las naves, fuera tal vez peor, pues quienes la tripulaban eran gente díscola y como entonces dijeran «non temerosa de Dios».

Alcazaba era viejo, corpulento y bondadoso en extremo. Empero, en eso de dar la ley a los hombres y llevarlos al sacrificio, más ha valido siempre ser justo, sereno y bien dotado de carácter...

Las naves, repito, habían embarcado mucho vino y poca agua al punto que, dicen crónicas, daban aquél a las bestias.

En el estrecho empezaron disputas y desazones. Alcazaba, que había prometido al Emperador cruzar ese paso para asentarse con su gente en la Mar del Sud, no supo imponerse cuando los suyos se negaron, como lo hizo Magallanes — el grande — o como Carabajal y Elcano en el viaje que siguió al primero. Vieron en la costa el casco desecho de la «Santi Espíritu» y se creyeron impulsados al mismo destino. Fué entonces que nacieron las protestas de todos, sobre todo: lo duro de las faenas, la rudeza del clima, la fuerza y asiduidad de los vientos y lo malo de las naves mismas.

En tanto no dejaban de tomar vino para compensación de sus desventuras.

Alcazaba, bondadoso, sólo hablada a sus subordinados para hacerles promesas. No se asentarían en la mar del Sud, sino en el Atlántico, y desde un puerto de ese mar, encaminarían sus pasos a tierras donde abundaba el oro y la plata. En medio de esos hombres quebradizos, resultaba el jefe que nunca reprende ni se impone, sino que otorga o que promete. De ahí que al oir vociferar a los suyos desobedeciera a su soberano. A continuación, creyendo dar una muestra de fortaleza; pensando, tal vez, que revistiéndose de un título más pomposo lograría elevarse y atraerse el respeto de sus subordinados, se hizo jurar Gobernador y emprendió su expedición por tierras de su mal ubicada gobernación de León.

Sus maestres y pilotos se convirtieron en capitanes de tropa; los restantes mareantes y sobresalientes, en cabos de escuadra. Pero, de esa guisa, a nadie engañaba porque debajo de su capacete existía el blando de Simón de Alcazaba que prometía lo que no podía cumplir. La gente era también siempre la misma, por dentro y por fuera.

Desembarcó Alcazaba con los suyos, en el puerto ya nombrado del Oven, en cuya playa formó su tropa en compañías. Adelante: aquel piloto Alonzo Rodríguez con su gran astrolabio, aguja y carta de marear, apenas precedido por los *gastadores* provistos de hachas de abordaje; a continuación los artilleros e infantes armados con lombardas y ballestas... Y, en medio de ellos, con templones y rodelas para su guarda el corpulento de don Simón de Alcazaba.

Este, contemporizando siempre, mandaba pero no decidía nada. Creyendo disimularlo mejor, hizo lo que algunos flojos: nombrar un adjunto de carácter: Mori. (Lo que es un grave error porque el don de mandar, no puede suplementarse; poned un hombre blando al lado de otro de carácter y veréis, bien pronto, como éste o se aleja de su lado o se pone delante de él). Por otro lado, cuando de alguna manera se lesiona intereses de segundones ambiciosos, debe esperarse pronto la cólera de éstos. Los restantes capitanes — Arias, Martínez y Sotelo — creyéronse, a partir de entonces, desplazados con lo que el resultado de la designación de Mori fué contraproducente, pues había ya: cinco contra quienes vociferar; dos a quienes desobedecer y ninguno resuelto a bregar por la autoridad del jefe.

Desconsolado, Alcazaba habría paseado gustoso el mando por todos y cada uno de los capitanes; empero, obrando así, aún hubiera disgustado a sus alféreces hoy, y a sus cabos de escuadra mañana. Entonces enfermó y regresó a bordo.

Los expedicionarios siguieron adelante con sus astrolabio, aguja y carta de marear. Llevaban el NE. en la frente. Durante la marcha encontraron algunos indios a quienes, de inmediato, les preguntaron dónde estaba el oro. Una india les señaló con todos los dedos de la mano y ellos, interpretando cinco jornadas, prosiguieron con ansiedad su marcha. En el ínterin, la tierra burlábase de ellos amenazándoles de muerte. No hallaban ni agua, árboles o caza. Tal vez la india, que siempre respondía a las preguntas sobre el oro mostrando sus cinco dedos, quisiera señalar cinco lunas o cinco cerros o cualquier otra cosa.

Mientras corrían tras la eterna quimera, llegaron al río Chubut que llamaron Guadalquivir y donde encontraron, dice Alonzo Vehedor, « la más linda y sustanciosa agua que los hombres vieron, porque aunque la bebíamos en ayunas, nunca a hombre hizo mal ni se acordó de vino ». Con el hallazgo del agua y el olvido del vino renació, por poco tiempo, la calma; encontraron una tribu y su gente, preguntado por el lugar del oro, contestaban exhibiendo los cinco dedos de la mano. Algunos querían proseguir la marcha al país del oro; los más se negaban a continuar el viaje. De ello resultó que apresaron al teniente de Alcazaba y riñeron los capitanes, « aunque era — dice el relato — postrero día de Pascua Florida del año de 1535 ». Cuando la gente vió reñir a sus capitanes, disputaron entre ellos y « se desgraciaron ». En balde hubo pregones castigando con pena de la vida porque, como no había nada que comer, daba la mismo morir de hambre que sacar la lengua en la horca. La gente, desalentada, desfraudada, dirigida por capitanes que nunca se ponían de acuerdo, retornaron a las naves cada cual por su lado.

Los primeros que llegaron — gente de Arias — quisieron hacer pagar sus penas a don Simón de Alcazaba. El mismo Arias, asesinó con su propia arma a su jefe mientras dormía a bordo de su nave fondeada en el tranquilo puertito del Oven. Si no lo hubiera hecho él, igual suerte corriera en manos de los otros. Esa noche, en que mataron a Alcazaba, cayó también el despensero y volvió a correr en abundancia el vino y se repartieron los triunfadores las ropas de los muertos que eran muchos. Al día siguiente los revoltosos se apoderaron también de la « Madre de Dios »; nombraron nuevos capitanes para ambas naves y dispusiéronse a salir « a robar a toda ropa ». Empero, aún para piratear, debía haber uno que mandara y esos hombres no estaban acostumbrados a obedecer a nadie.

Antes de abandonar el puertito cerrado del Oven, disputóse nuevamente. El capitán Mori dió muerte a Arias haciéndose esas « justicias » que consistían, al fin de cuentas, en ahorcar o degollar a los del bando contrario. Ochenta de los que antes tripularon las naves, murieron en la horca o perecieron en tierras del Chubut. Al intentar abandonar la costa del San Javier, solo tenían para comer carne de lobos — que no otra cosa merecían como castigo quienes como lobos se conducían. ¡Sin embargo aún quedaba vino!

Las dos embarcaciones zarparon con distinto rumbo. Cuando lo hizo la « Madre de Dios » fué para hundirse con toda su gente, a excepción de algunos embarcados en su chalupa. No se perdió la nave, ni por metralla, ni por temporal; estaban desarmadas lombardas y falconetes, había calma en el cielo y estaba plano el mar...

En la « San Pedro » que navegaba proa al Norte continuaron las revueltas; las muertes, los trabajos penosos de la mar, y largo sería seguirla en sus tristes singladuras...

Al llegar a la Bahía de Todos los Santos, también se perdió esa nave. De los 110 hombres de su bordo solo algunos 18 ó 20 salvaron, los cuales vieron, no sé si con placer o con odio, arribar un día a la chalupa de la otra embarcación hundida. El peligro contra el indio los unió y dice el relato que acotamos, que entregaron a los infieles todo el vino que aún les quedaba por agua para beber.

La travesía de Bahía a Santo Domingo, a donde al fin arribaron, deparóles otras nuevas vicisitudes y por supuesto nuevas muertes por hambre y sed. Pero como ya no había vino, y tuvieron la suerte de encontrar un hombre sano que mandara, llegaron a destino.

Tal la expedición donde, es fama, llevóse mucho vino y se tuvo por jefe al hombre corpulento y tolerante que hubo en aquel bueno de don Simón de Alcazaba. Tal vez para recordarnos que el talento de los hombres no basta para conducir a feliz puerto sus empresas que reclaman, constantemente, ese imponderable del carácter nivelador eterno de cerebros y voluntades que es secreto final del éxito.

CONTRIBUTION A LA CONNAISSANCE DE NOUVEAUX DÉRIVÉS ARSÉNIÉS AROMATIQUES

I. — SUR QUELQUES ACIDES ARSINIQUES ET ARSÉNO-DÉRIVÉS DU DIPHÉNYLMÉTHANE

PAR ENRIQUE V. ZAPPI ET JUAN F. SALELLAS (1)

RÉSUMÉ

On a préparé pour la première fois, les suivants dérivés arseniés du diphénylméthane: l' acide diphénylméthane-diarsinique (I), son dinitro (II); l' acide arsénodiphénylméthane-diarsinique (III), son tetranitro, l' acide tetranitro-arsénodiphénylméthane-diarsinique (V) et le tetranitro-diarséno-diphénylméthane (VI).

Les dérivés arseniés du diphénylméthane semblent ne pas être mentionnés dans la litterature chimique.

En soumettant le diazoïque du 4-4-diamino-diphénylméthane a la réaction de Bart (2) nous avons préparé l'acide diphénylméthane-4-4′-diarsinique (I) lequel nitré d'après Michaelis (3) donna l'acide 2-2′-dinitro-diphénylméthane-4-4′-diarsinique.

La réduction des groupes arsiniques de ces deux acides au moyen de l'acide hypophosphoreux en suivant les méthodes décrites par Palmer (4) et Auger (5) nous a conduit aux acides 4′-4‴-arséno-bis [diphénylméthane-4-(4″)-arsinique] (III); 4′-4‴-arseno-bis [2-2′-(2″-2‴)-dinitro-diphénylméthane-4-4″-arsinique] (V) et le 4-4″-(4′-4‴)-diarseno-bis [2-2′-(2″-2‴)-dinitro-diphénylméthane] (VI).

Par contre, les tentatives de synthétiser le diarseno-bis-diphénylméthane (IV) n'ont pas réussi.

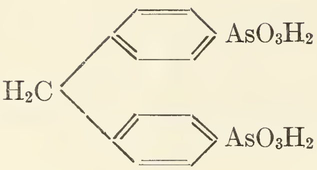
(1) Ce travail fait partie de la Thèse présentée a la Facultad de Química y Farmacia de la Universidad Nacional de La Plata, par M. J. F. Salellas pour obtenir le degré de Docteur en Chimie.

(2) BART D. R. P. 250264.- Ann., 1922, t, 429; p. 55-122

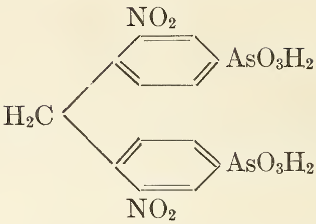
(3) MICHAELIS, Ann., 1902, t. 320, p. 321.

(4) PALMER et SCHATTUCK, J. Am. Chem. Soc., 1923, t. 45, p. 3023.

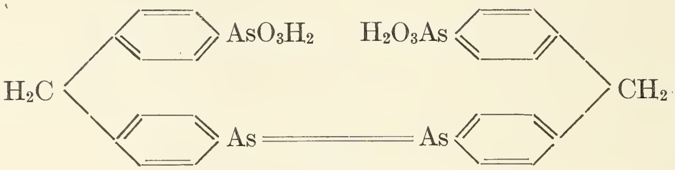
(5) AUGER, C. R., 1904, t. 138, p. 1705.



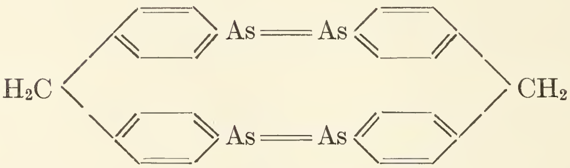
I



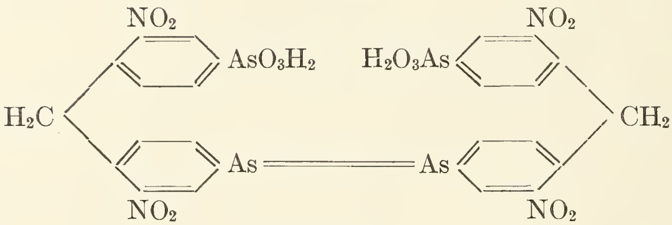
II



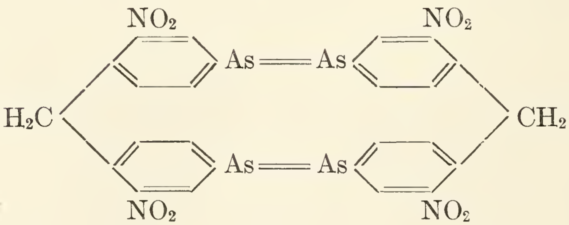
III



IV



V



VI

Partie Experimentale

Obtention du p-p'-diamine-diphénylméthane. — Nous avons essayé cette préparation par la réduction du dinitre-diphénylméthane avec le chlorure stanneux et par la condensation de l'aniline avec le formol ou le méthylal.

Le premier procédé ne donne que des rendements pauvres et des autres deux, celui qui consiste a condenser l'aniline avec le méthylal est le plus avantageux par sa practicité, son rendement et la pureté du produit final, ainsi que l'a remarqué son auteur (6).

152 gr. de chlorhydrate d'aniline, 375 cc. d'eau et 46 gr. de méthylal sont chauffés au bain marie avec condensateur à reflux pendant 3 heures en augmentant la température de 60 à 90°. On continue à chauffer encore pendant 1 heure sans condensateur, pour éliminer le méthanol, après quoi on précipite le monochlorhydrate de diamine-diphénylméthane par addition de 24,5 gr. de Na(OH) dissous dans un peu d'eau.

Pour obtenir la base libre on neutralise la solution du monochlorhydrate dans du ClH, avec un excés de soude caustique. Cet alcali est additioné en deux portions: la première favorise la précipitation de résines colorées, qui sont separées par filtrations, et la deuxième produit la cristallisation de la base.

Celle-ci, recristallisée dans l'alcool dilué forme des lamelles incolores qui fondent a 89°.

Acide diphénylméthane-4-4'-diarsinique (I), $C_{13}H_{14}O_6As_2$. — 33 gr. de diamino-diphénylméthane sont dissous dans 290 cc. de HCl 1 : 1, en chauffant jusqu'a dissolution. Dans la solution refroidie on ajoute 250 gr. de glace et on diazote avec 26 gr. 5 de nitrite de sodium dissous dans 60 cc. d'eau. On étend le diazoique avec de l'eau et de la glace jusqu'a 3 litres et on neutralise son acidité avec Na(OH) 4 N, en employent le rouge congo comme indicateur.

Séparement on prepare la solution d'arsenite de sodium en dissolvant 76 gr. 6 d'anhydride arsénieux dans 783 cc. de Na(OH) 2 N qui a dissolution terminée est etendue jusqu'a 2 litres avec de l'eau et additionée de gr. 0,5 d'oxyde de cuivre, et de 2 à 5 cc. de solution au 10% de sulphate cuivrique.

La solution du diazoique est versée lentement dans celle-ci; après

(6) Rivier et Farine, Helv. Chim. Acta, 1929, t 12; p. 856.

4 heures de contact on chauffe à l'ebullition pour terminer le dégagement d'azote. On filtre, et le filtrat encore chaud est acidulé avec HCl jusqu'a virage du rouge congo, et laisé refroidir pour en favorir la precipitation de résines.

Après une nouvelle filtration le liquide est concentré au bain marie jusqu'a 2 litres et alors par le refroidissement et le repos se dépose l'acide diphénylméthane-p-p'-diarsinique.

Pour le purifier, 25 gr. du produit brute son suspendus dans un litre d'eau et dissous en ajoutant du carbonate d'ammonium. On précipite fractionnellment avec HCl dil. Les dernières fractions peuvent être obtenues cristàllisées.

Analyse. — 0 gr. 1698; 0 gr. 1269; et 0 gr. 1741 de substance donnèrent 0 gr. 1272; 0 gr. 0948 et 0 gr. 1275 de $As_2O_7Mg_2$. 0 gr.1504 de substance brulée ont donné 0 gr. 2090 de CO_2 et 0 gr. 0512 d'eau. Trouvé, As %: 36,10; 36,06; 36,36. — C %: 37,89. — H %: 3,81. — Calculé pour $C_{13}H_{14}O_6As_2$: As % 36,06; C %: 37,50; H %: 3,36.

Propriétés. — Cristallise en aiguilles de base carré. Il ne fond pas: chaffé au dessus de 250° il se renfle et carbonise en éméttant une odeur alliacée et volatilisant de l'anhydride arsenieux. Il est insoluble dans l'éther, les alcools éthylique et méthylique, le nitrobenzene, l'acide acétique et la piridine. Il se dissout très difficilement dans l'eau froide; à l'ébullition il le fait très lentement jusqu'à 6-8 gr. par litre qui après quelques jours de repos se séparent precipités en noyaux. Le HCl 1 : 3 et chaud en dissout jusqu'a 60 gr. par litre qui sont précipites comme une poudre amorphe et blanche par refroidissement. Il se dissout dans les alcalis et les carbonates que décompose facilment. Son equivalent chimique detérminé alcalimétriquement avec phénolftaléine, correspond à celui d'un acide bibasique. Il se dissout facilment dans SO_4H_2 et NO_3H conc. mais ne se nitre que par la mélange sulfo-nitrique. Ses solutions chlorhydrique précipitent par l'hydrogène sulfuré un composé amorphe et blanc.

Acide 2-2'-dinitro-diphénylméthane-4-4'-diarsinique (II) $C_{13}H_{12}O_{10}N_2As_2$. — 5 gr. d'acide diphénylméthane-diarsinique dissous dans un mélange de 15 cc. de SO_4H_2, d. 1,8 et 15 cc. de NO_3H, d. 1,4, sont maintenus au bain-marie entre 50 et 70°. On verse le mélange sur une quantité d'eau, et il se précipite le dérivé dinitro. Rendement: 86 % de la théorie. Le produit peut être purifié par cristallisation dans l'eau.

Analyse. — 0 gr. 0785 et 0 gr. 0978 de substance donnèrent 0 gr. 0487 et 0 gr. 0606 de $As_2O_7Mg_2$. — 0 gr. 3513 de substance donnèrent 16 cc. 9 de N à 23° et 752 mm. 5. — Trouvé: As %: 29,94 et 29,58. — N %: 5.47 — Calculé pour $C_{13}H_{12}O_{10}N_2As_2$: As %: 29,62; N %: 5,53.

Propriété. — Cristallise de l'eau en petites lamelles microscopiques jaunes, très minces, oncteuses au tact, insolubles dans les solvants organiques communs, solubles en HCl au tiers, soluble dans les alcalis et carbonates donnant une solution jaune, que par neutralisation le précipite comme une poudre très facilement soluble en eau chaud. Par contre le produit cristallisé est difficilement soluble. Il ne fond pas et a temperature élevée il se renfle et se carbonise rapidement. En solution acide cette substance est réduite a arseno-dérivé par l'acide hypophosphoreux.

Acide arséno-diphénylméthane-diarsinique (III) $C_{26}H_{24}O_6As_4$. — A 2 gr. d'acide diphénylméthane-diarsinique très pur dissous dans 200 cc. de SO_4H_2 au tiers et chauffé au bain marie bouillant on ajoute 4 gr. 2 d'hypophosphite de sodium dissous dans SO_4H_2 au tiers en maintenant pendant 1 à 2 heures la temperature. Il se forme tout d'abord une substance caséeuse et après une poudre jaune, lourde. On filtre, on sépare physiquement la substance caséeuse en la rejetant. Le reste est bouilli avec de carbonate d'ammonium, filtré et lavé.

Analyse. — 0 gr. 1084 et 0 gr. 0968 de substance donnèrent 0 gr. 0921 et 0 gr. 0831 de $As_2O_7Mg_2$. — Trouvé, As %: 41,02 et 41,44. Calculé pour $C_{26}H_{24}O_6As_4$, As %: 40,99.

Propriétés. — C'est une substance amorphe jaune citron, insoluble dans le solvants organiques et dans les solutions d'alcalis ou de carbonates. Il ne fond pas et se dissout facilement en SO_4H_2 et NO_3H.

Acide tetranitro-arseno-diphénylméthane-diarsinique (V) $C_{26}H_{20}O_{14}N_4As_4$. — 1 gr. d'acide dinitro-diphénylméthane-diarsinique est dissous à l'ébullition dans 70 cc. de SO_4H_2 au tiers et chauffé au bain marie bouillant est additioné de 0 gr. 48 de hypophosphite de sodium dissous dans de l'acide sulfurique de la même concentration en maintenant pendant une heure au bain-marie, en agitant. On filtre et lave la poudre avec de l'eau chaud. Rendement 100 % de la théorie. On dissout le produit en carbonate d'ammonium et on precipite avec SO_4H_2 dil. en soutenant au bain-marie jusqu'à ce que le precipité gélatineux qui s'est formé devienne pulvérulent.

Analyse. — 0 gr. 1103 et 0 gr. 0883 de substance donnèrent 0 gr. 0749 et 0 gr. 0593 de $As_2O_7Mg_2$. 0 gr. 3563 et 0 gr. 2791 de substance donnèrent 20 cc. 5 de N à 23°7 et 762 mm. et 15 cc. 2 de N à 23°5 et 763 mm. — Trouvé: As %: 32,79, et 32,45; N %: 6,45 et 6,12. Calculé pour $C_{26}H_{20}O_{14}N_4As_4$ As %: 32,90; et N % 6,14.

Propriétés. — C'est une poudre amorphe, jaune, plus ou moins verdâtre, qui ne fond pas, mais qui carbonise a haute temperature, insoluble dans les solvants communs, soluble en milieux alcalins et capable de décomposer les carbonates. Il précipite gélatineux de ses solutions alcalines par l'action des acides, même organiques, mais chauffé au bain-marie dévient pulvérulent.

Se dissout lentement dans SO_4H_2 en prennant une couleur rouge; avec NO_3H elle produit effervescence et elle régenère partiellement acide dinitro-diphénylméthane-diarsinique, ainsi que le démontre cette expérience: 0 gr. 5 de la substance furent chauffés a ébullition avec NO_3H conc. Une fois étendue la solution avec de l'eau elle précipite a coté des gouttes huileuses, une substance qui se purifia en la précipitant plusiers fois de sa solution alcaline. — Analyse: 0 gr. 0824 de cette substance donnèrent 0 gr. 0512 de $As_2O_7Mg_2$. — Trouvé, As %: 30. — Calculé pour $CH_2(C_6H_3NO_2 \cdot AsO_3H_2)_2$, As %: 29,62.

Tetranitro-diarseno-diphénylméthane (VI) $C_{26}H_{16}O_8N_4As_4$. — Il est preparé comme l'acide tetranitro-arséno-diphénylméthane-diarsinique mais en employant une quantité d'acide hypophosphioreux cinq fois plus grandes que celle indiquée et en chauffant au bain-marie bouillant pendant 14 heures. Tout d'abord il se forme un précipité jaune, identifié par son aspect con l'acide qu'on a antérieurement décrit. Au bout de quelques heures el dévient couleur orange. On filtre et on lave. On chauffe au bain-marie avec de carbonate d'ammonium. et on filtre et lave de nouveau.

Analyse — 0,0913 et 0 gr. 0737 de substance donnèrent 0 gr. 0687 et 0 gr. 0555 de $As_2O_7Mg_2$. — 0 gr. 3881 de substance donnèrent 23 cc. 8 de N à 23° et 760 mm. 1. — Trouvé, As %: 36,33 et 36,35; N %: 6,89. — Calculé pour $C_{26}H_{16}O_8N_4As_4$, As %: 36,94; N % 6,89.

Propriétés. — C'est une substance pulverulente, amorphe, rougeatre orangé, insoluble dans les solvants communs, soluble dans SO_4H_2 conc. se colorant en rouge; avec NO_3H, elle produit une effervescence, et après une réaction moyenement violente en crépitant.

Cette récherche a été partiellement subventionnée par la Asociación Argentina para el Progreso de las Ciencias, dont nous remercions la contribution.

Contribución N.º 18. - Departamento
de Quimica Orgánica.
Facultad de Quimica y Farmacia
La Plata (Argentina)

ANOMALIAS EN LAS CORNAMENTAS DEL HUEMUL

Por CARLOS RUSCONI

Si bien es cierto que las anomalías de número son muy frecuentes en las cornamentas de los ciervos nacidos en medios que no son los naturales (Parques, Jardines Zoológicos, etc.), este fenómeno, sin embargo, también se manifiesta en aquellos animales que han vivido toda la vida en estado silvestre.

Conozco anomalías de número en diversos géneros de ciervos europeos como así también en americanos: *Mazama*, *Ozotoceros*, *Blastoceros*, *Hippocamelus*, etc., algunas de las cuales bastante interesantes. Con respecto a *Mazama*, las anomalías consisten por lo regular, en una mala formación de la vara y a veces del adictamento de un mogote supernumerario más o menos desarrollado.

En *Ozotoceros*, las anomalías son un poco más frecuentes y consisten ellas en la presencia de un mogote o candil supernumerario que puede dar origen a una mala distribución de la cornamenta y otras deformaciones más. Hechos de esta naturaleza han sido recordados por varios autores (Burmeister 1879, p. 464), Lydekker, Kraglievich (1932, p. 384, láms. LXIV y LXV), etc.

Tampoco se hallan exentos de estos apéndices supernumerarios las cornamentas del ciervo de los pantanos (*Blastoceros dichotomus*, III) como lo han puesto de manifiesto Burmeister en la obra citada pág. 461, Carette (1922, fig. 6), Kraglievich, *op. cit.* lám. LXIII) etc.

Del mismo modo, el conocido ciervo andino (*Hippocamelus bisulcus* Mol.) ha ofrecido también bastantes elementos para esta clase de investigaciones. Con respecto al Taruga (*H. antisensis* d'Orb) del noroeste, Bolivia, Perú, etc., las anomalías son menos frecuentes o no existen como lo ha expresado Dabbene en 1911, después de haber examinado unas 40 cornamentas de este ciervo, cuyos restos fueron hallados en enterratorios indígenas prehispánicos del noroeste argentino.

Para los típicos Huemules del sur de Chile y sudoeste de la Argentina (*Hippocamelus bisulcus*) ya las habían mencionado Philippi y

Dabbene hace muchos años atrás. Otro de los autores que se ha ocupado de este asunto es Carette quién, en la obra citada, figura 6, ofrece las vistas de dos especímenes uno con un candil y el segundo ejemplar con dos candiles supernumerarios.

Igualmente se han recordado anomalías de este tipo en cornamentas fósiles pero me eximo de enumerarlas por cuanto este artículo tiene carácter de preliminar.

II

A esta breve reseña sobre algunas de las variaciones de los cuernos de nuestros cérvidos, debe agregarse ahora otros ejemplares que ofrecen particularidades interesantes al respecto y son las que motivan estas líneas.

Trátase, en efecto, de los restos de 7 individuos de *H. bisulcus* cazados algunos, y otros recogidos sus restos en una pequeña extensión próxima al Lago San Martín en territorio de Santa Cruz, por el señor Santiago Rabbone. Este señor ha tenido en su campo numerosas parejas de este ciervo y no pocas son las que dieron crías habiéndome proporcionado también algunos detalles de su biología todavía poco conocidos.

Esta primera remesa — que ha tenido la gentileza de obsequiarme y por cuyo gesto quédole muy agradecido —, consta de 5 cajas craneanas provistas de sus respectivas cornamentas, más dos ramas sueltas pertenecientes a individuos de diferentes edades. A juzgar por las indicaciones del señor Rabbone y de lo que tengo observado en estos ciervos, resulta que en esa remesa se encuentran Huemules desde 2 hasta 6 años de edad, aproximadamente.

Aun cuando en otros géneros la cornamenta ofrece un índice más seguro para poder calcular su edad relativa, hay géneros como *Mazama*, *Pudua*, *Hippocamelus*, etc., en que esos cálculos resultan ser más dificultosos cuando no se tiene un conocimiento de su biología o bien cuando no se dispone de numerosos ejemplares que sirvan de término de comparación, por el hecho de que las cornamentas son sencillas, de un solo mogote en los dos primeros géneros y bifurcadas o en horqueta, en el tercero. Empero, esta labor puede resultar a veces relativamente más fácil si se tiene en cuenta las características de los cuernos tales como la longitud, la robustez de la vara y de su respectiva garceta como en el caso de los Huemules.

III

Durante el primer año de vida del huemul no se manifiestan verdaderas escrecencias queratodérmicas, sinó tan sólo una protuberancia que las más de las veces corresponde al ceratóforo de los huesos frontales. Recién en el segundo año (ejemplar nº 495 de la colección Zoológica Rusconi, fig. 1), aparece bien definida la cornamenta.

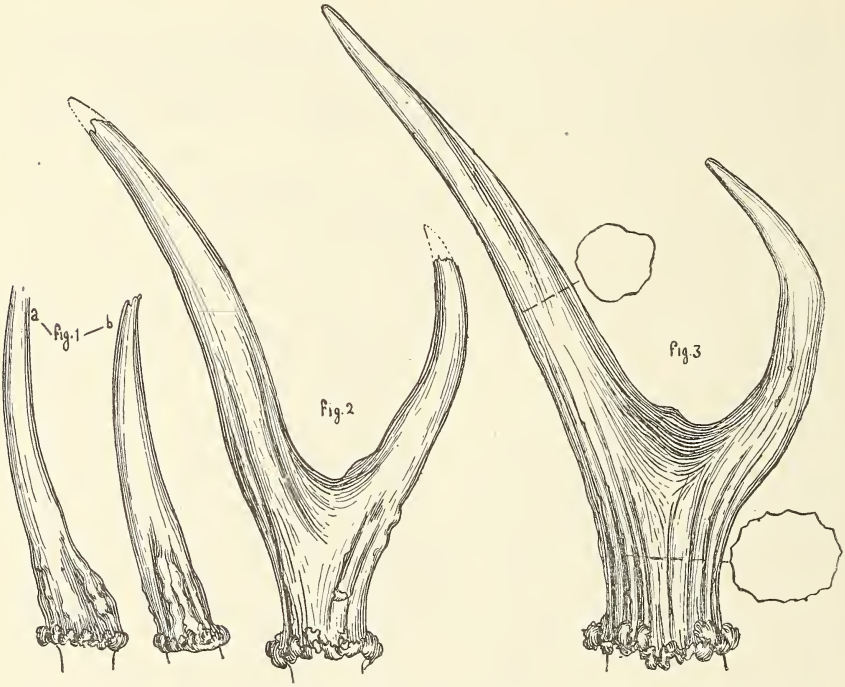


Fig. 1. — Cuerno normal de Huemul (*Hippocamelus bisulcus*) de dos años de edad, nº 495.
Fig. 2. — Cuerno normal de Huemul n.º 496, de 3 años de edad.
Fig. 3. — Cuerno normal de Huemul n.º 499, de 5 á 6 años de edad; reducidos a 1|3 del natural.

Consiste ésta en la vara principal la cual es casi recta vista lateralmente pero curvada hacia afuera en su base y vuelta a invertirse hacia adentro en su tercio superior cuando se la ve de frente.

En la roseta o burr se encuentran ya definidas las rugosidades aunque no tan destacadas como en los individuos de mayor edad. En la mitad inferior de la vara aparecen los surcos longitudinales cuyos bordes salientes están cubiertos irregularmente de protuberancias o borlitas óseas relativamente más abultadas que en otros especímenes de mayor edad, por lo menos de los que poseo. Además, los surcos son menos profundos y las aristas laterales que los dividen tienen aspecto más cortantes en estos últimos. La sección de la vara en su base (beam), es casi cilíndrica, o cilíndrico-aplanada lateralmente, pero la figura de esta sección se modifica sensiblemente con la edad. En los ejemplares de 4 años aproximadamente (nº 496, fig. 2), en el cual la vara principal y la garceta se encuentran ya bien desarrolladas, se advierte inmediatamente arriba de la escotadura entre la vara y la garceta, una sección cilíndrico-triangular; siendo atrás de superficie convexa y de sección triangular en la parte anterior. En estos individuos como en otros de más viejos, las pequeñas aristas longitudinales se extienden más o menos hasta las tres cuartas partes de la longitud de la vara quedando el resto o parte superior desprovista de rugosidad y en consecuencia, lisa. Lo mismo ocurre con la garceta.

Con la edad, en las cornamentas de los huemules no sólo se desarrolla la garceta sino que también se advierten fenómenos comunes a otros cérvidos tales como: la prolongación y desarrollo máximo de la vara principal, 2° su respectivo engrosamiento desde la base hasta la corona, 3° la recurvación definitiva de la vara y de la garceta orientadas en sentidos distintos. Uno de los ejemplares adultos y normales pertenecientes a un animal de 5 á 6 años de edad (nº 499, fig. 3), presenta en su vista lateral los siguientes caracteres: La vara, en su tercio inferior, se curva hacia atrás, continúa un buen trecho con una dirección rectilínea y finalmente se curva levemente hacia adelante. La garceta, que nace en la cara anterior de la vara, sigue una dirección perpendicular hacia adelante y arriba de modo que en la mitad de su recorrido vuelve a invertirse hacia atrás, a veces en forma muy acentuada como lo demuestra la figura recién mencionada.

Vista de adelante, la base de la vara sigue un recorrido casi rectilíneo hasta la altura de la garceta; luego se curva hacia afuera para volver a invertir su recorrido con la punta o corona del cuerno hacia adentro, describiendo en cierto modo una figura liriforme. La garceta sigue más o menos el mismo recorrido con la diferencia de que la parte apendicular se inclina mucho más hacia afuera dando la impresión de que estuviese caída.

Por otra parte, la vara presenta una fuerte arista longitudinal sobre la cara externa que se encuentra bien desarrollada generalmente a la altura del nacimiento o raíz de la garceta. De modo que entre esta arista y la otra situada en el borde anterior de la vara media una superficie plana, razón por la cual la vara tiene en ese lugar una sección semiprismática adelante y semicircular hacia atrás. Pero en los ejemplares anormales (n° 497, fig. 4; n°500 fig. 5; n° 501 fig. 6), la cresta lateral es muy destacada y entre ella y la cresta o arista anterior de la vara se advierte una alargada y a veces profunda fosa muy característica.

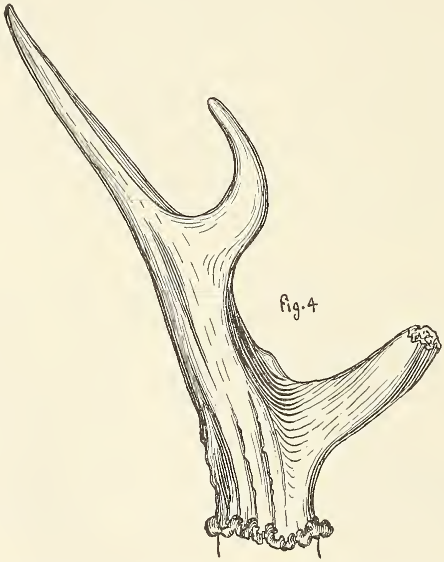


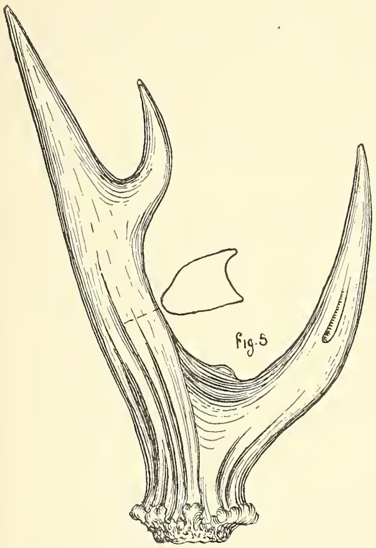
FIG. 4. — Cuerno anormal de Huemul n.° 497, de 4 años de edad; reducido a 1|3 del natural.

Entre la vara y la garceta (a la altura de la escotadura), existe una fuerte depresión que da origen a un acentuado adelgazamiento en el borde de la escotadura. Mientras que por la cara interna de la cornamenta, esa zona presenta tan sólo una superficie plana y levemente excavada en otros ejemplares.

IV

Anomalías. — Las anomalías que presentan algunos de los cuernos son de diverso órden: 1° Anomalías de dirección o asimetría entre ambas cornamentas; 2° Anomalías de número o sea de candiles supernumerarios; 3° Anomalías con caracter de monstruosidad y de cuyas últimas no existen indicios en la presente remesa.

En el primer caso se encuentra el espécimen n°496 cuyas varas no se yerguen simétricamente y además son relativamente rectas vistas en sentido lateral. En el ejemplar nº 499 existe también cierta asimetría en las garcetas pero que tanto esto como otros casos más o menos similares no tienen mayor importancia.



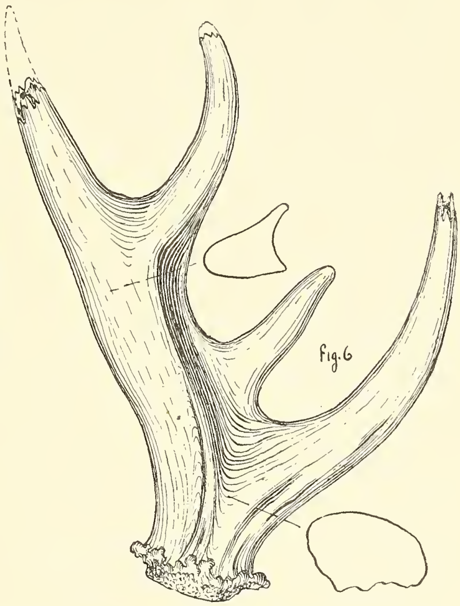


Fig. 5. — Cuerno anormal de Huemul n.º 500 de 4 años de edad; reducido a 1|3 del natural.
Fig. 6. — Cuerno anormal de Huemul n.º 501, de 4 á 5 años de edad; reducido a 1|3 del natural.

Más interesantes son en cambio las anomalías de número porque ello generalmente produce modificaciones manifiestas en la dirección de la vara y de la garceta. Así, por ejemplo, en el ejemplar nº 496 hay tan sólo un principio de candil supernumerario en la cara anterior de la rama del lado izquierdo. En el ejemplar nº 497 (fig. 4), los candiles — que los designo con el nombre de segundo candil supernumerario —, son muy desarrollados. La mitad de su extensión se dirige casi en ángulo recto con relación a la vara principal para curvarse luego en sentido vertical y hacia arriba en la segunda mitad de su longitud. Además, el candil supernumerario del lado izquierdo se encuentra a 2 centímetros más arriba que el homólogo del lado opuesto. Un cuerno anormal de este tipo lo ha ilustrado Carette en 1922 (fig. 6).

En el ejemplar nº 500 (fig. 5) existe el segundo candil supernumerario bien desarrollado cuya escotadura se encuentra a 150 milímetros más arriba que el disco. En el ejemplar nº 501 (fig. 6), existen por el contrario dos candiles supernumerarios los que sumados a los otros normales resulta que este cuerno tiene cuatro puntas. El primer candil adicional, que es más corto, se encuentra su escotadura a 103 milímetros más arriba que el disco; mientras que el segundo candil es mucho más largo y su escotadura aparece a los 150 milímetros más arriba que el disco. Tanto la garceta como el segundo candil supernumerario y la vara se dirigen casi sobre un mismo plano, esto es, que no muestran una bifurcación acentuada cuando la cornamenta es vista de adelante.

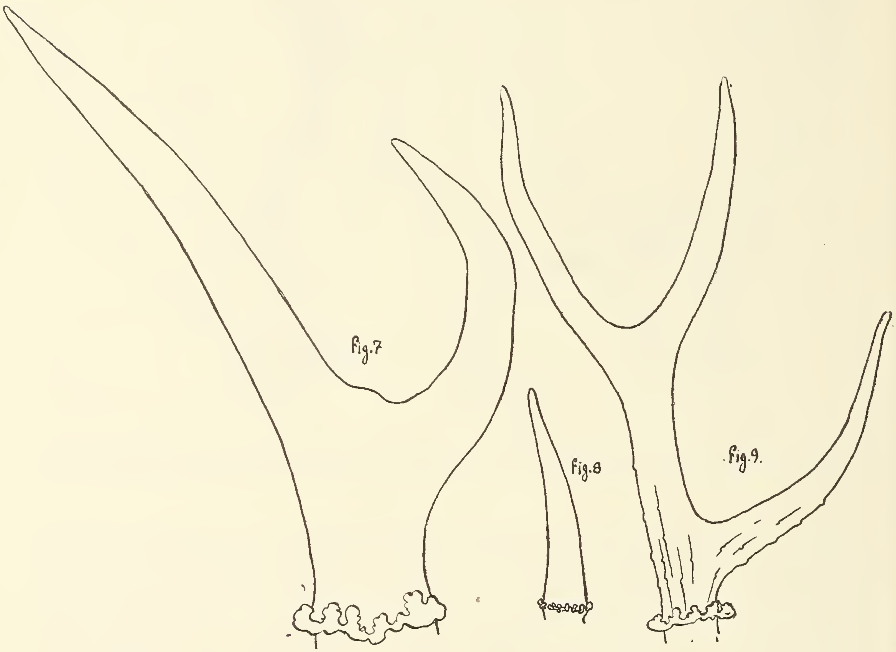


Fig. 7. — Cuerno normal de Huemul (*H. bisulcus*).
Fig. 8. — Cuerno normal de Corzuela (*Mazama simplicicornis*).
Fig. 9. — Cuerno normal de Venado (*Ozotoceros bezoarticus*); todos reducidos a 1|3 del natural.

Aparte de las diferencias osteológicas y dentales que existen entre los Huemules, Corzuelas y Venados, en las figuras 7, 8 y 9 reproduzco esquemáticamente las cornamentas normales del lado derecho de cada uno de esos ciervos al sólo objeto de ilustrar al lector sobre sus principales características morfológicas.

Medidas de la caja craneana del Huemul (*Hippocamelus bisulcus* (Mol.)

Números	495	496	497	498	499
Ancho de la caja craneana . . .	76	—	80	79	83
Ancho máximo entre las márgenes de los huesos occipitales . . .	72	77	81	82	86
Altura del occipital desde el basioccipital	61	65	64	63	66
Ancho bicondilar . .	49	50	53	52	56
Longitud de los parietales en la línea media	54	57	58ap	57	60 ap
Medidas de uno de los ceratóferos					
Diámetro anteroposterior debajo de la roseta	19	26	34	37	35
Diámetro transverso debajo de la roseta	21	26	36	38	38
Altura de la roseta desde el plano frontal (línea media)	17	20	20	21	19
Altura de la roseta desde el borde superior de la órbita . . .	50	47	33	31	33

Medidas de los cuernos

Números	495	496	497	498	499	500	501
Longitud de la vara desde el disco hasta la punta sin cortar la curvatura	140	255	245	255	295	224	250ap.
Longitud de la garceta desde la base de la escotadura	—	95	80ap.	130	110ap.	118	130ap.
Longitud del primer candil supernumerario . .	—	—	—	—	—	—	70ap.
Longitud del segundo candil	—	—	65	—	—	50	90ap.
Diámetro anteroportesior de la roseta	32	46	54	58	60	51	62
Diámetro anteroposterior de la base de la vara arriba de la roseta . . .	26	31	37	40	44	39	46
Diámetro transversó (idem).	20	25	35	38	43	36	38
Distancia máxima entre la vara y la garceta (cara exterior)	—	100	—	130	116	131	155
Altura de la escotadura principal desde la base del disco	—	66	76	76	98	74	76

NOTA: ap. medida aproximada.

Bibliografía

CARETTE, E., *Cérvidos actuales y fósiles de Sud América*, en *Revista del Museo de La Plata*, vol. XXV, pp. 393-472, Buenos Aires, 1922.

BURMEISTER, G., *Description Physique*, vol. III, Buenos Aires, 1879.

DABBENE, R., *Sobre la existencia del Huemul de Bolivia y Perú» Odocoileus (Hippocamelus antisensis»* (*d'Orb*) *y del avestruz petizo* (*Rhea Darwini*) *Gould en el N.W. de la República Argentina*, en *Anales del Museo de Hist. Nat.* vol. XIV, Buenos Aires, p. p. 293-307, 1911.

KRAGLIEVICH, L., *Contribución al conocimiento de los ciervos fósiles del Uruguay*, en *Anales del Museo de Hist. Nat.* (2), vol. III, 355-438, Montevideo, 1932.

LOS SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES Y SUS APLICACIONES AL ESTUDIO DE LOS CUERPOS CONVEXOS

POR

FRANCISCO LA MENZA

(*Continuación* *)

13. **Resolución de los sistemas $S_h(m, n)$.** En cuanto a las soluciones de los $S_h(m, n)$ compatibles, no interesan, en este estudio; pero daremos, brevemente, la foıma de obtenerlas todas ya que se trata de una cuestión relativamente simple[1]. Por razones de brevedad nos expresaremos en términos geométricos.

Sabido es que la región poliédrica convexa de $S_h(m, n)$, en E_n, para $h > 1$, sea o no finita, puede descomponerse de varios modos mediante hiperplanos auxiliares, en regiones $(h + 1)$-édricas finitas, si la región es finita, es decir, si se trata de un hiperpoliedro convexo, y en regiones $(h+1)$-édricas finitas e infinitas y regiones h-édricas, es decir, angulares, si se trata de una región poliédrica infinita.

(*) Véase pág. 86. Entrega II. Tomo CXXII. Agosto 1936.

(1) De estas cuestiones se han ocupado, incidentalmente, algunos autores y han resuelto casos particulares. Los que han tratado el problema en general son: H. MINKOWSKI en su *Geometrie der Zahlen*. Leipzig 1910.

L. L. DINES: *Systems of Linear Inequalities*, en Annals of Mathematics. Vol. 20. Año 1918, pág. 191-199.

W. B. CARVER: *Systems of Linear Inequalities*, en Annals of Mathematics. Vol. 23. Año 1921, pág. 212-220.

RUTH WYCKLIFFE STOKES: *A Geometric Theory of Solution of Linear Inequalities*, en Transactions of the American Mathematical Society. Tomo 33. Año 1931, pág. 782.

Véase también L. L. DINES and N. H. MC COY: *Linear Inequalities*, pág. 37, en The Royal Society of Canada, Mathematical Physical and Chemical Sciences Third Series. Volume XXVII, section III. May, 1933. Ottawa, en el que se encuentra, además, una bibliografía bastante completa de la cuestión.

L. L. DINES: *Convex Extension And Linear Inequalities* en Bulletin of the American Mathematical Society, Volume XLII - 6 - June - 1936, pág. 353.

Y es claro que, en virtud (8), dicha descomposición basta efectuarla en el espacio de h dimensiones, o sea, en el espacio de pertenencia de la figura. Correlativamente, el $S_h(m, n)$ queda descompuesto en otros tantos sistemas normales compatibles de características h y de $h+1$ o de h inecuaciones. Las inecuaciones de estos sistemas, componentes del sistema $S_h(m, n)$, se forman con inecuaciones suyas y con otras correspondientes a hiperplanos auxiliares que se determinan por medio de la matriz del sistema del cual se conocen los *vértices* y, por lo tanto, las *aristas*, etc.

Todo se reduce, entonces, a saber calcular las soluciones de dichos sistemas elementales componentes del $S_h(m, n)$.

Una descomposición del tipo mencionado puede obtenerse del modo siguiente:

a) Si la región del $S_h(m, n)$ dado, tiene un solo vértice, el sistema se reduce al caso (4, *a*), aún cuando se trate de un sistema totalmente singular, y el problema está resuelto.

b) Si la región consta de más de un vértice, consideremos dos caras cualesquiera; existen siempre porque la región tiene, necesariamente, más de dos caras. Unamos, por un segmento, un punto de una de ellas con un punto de la otra. Por la convexidad, (2, II), todos los puntos interiores al segmento así obtenido son soluciones del $S_h(m, n)$. Sea P, uno de ellos. Si la región es un hiperpoliedro, unamos P con todos sus vértices y, si es una región poliédrica abierta o sea, no acotada, unamos P con todos sus vértices y tracemos, además, por el punto P, hiperplanos paralelos a todas las caras infinitas de la región. Resulta, en ambos casos, descompuesta en un número finito de regiones piramidales finitas de vértice P en el primer caso, y, piramidales finitas, prismas infinitos y regiones angulares, en el segundo. Ahora bien, uno cualquiera de los dos primeros tipos, se descompone, a su vez, en forma análoga con el mismo proceso aplicado a la base, la cual corresponde, (11), a un sistema normal de característica complementaria $h-1$, es decir, de una unidad menos.

Todas estas operaciones geométricas pueden expresarse en forma analítica, mediante relaciones entre los elementos de la matriz del sistema. Los hiperplanos auxiliares que se utilizan resultan perfectamente determinados por tales relaciones.

Sea, entonces, $S_h(h+1, n)$, uno cualquiera de los dos primeros tipos de sistemas componentes elementales. Un resolvente, [7.1], principal del mismo se reduce a la única ecuación de la forma

$$\delta X_{h+1} + \alpha_{1h} X_h + \ldots + \alpha_{1j} X_j + \ldots + \alpha_{11} X_1 = \Delta. \qquad [13.1]$$

A) Si $S_h(h+1, n)$ es finito, (12, VI), todos los coeficientes de esta ecuación, entre los cuales no hay ninguno nulo, (12, II), tienen igual signo que Δ, el que tampoco es nulo, de lo contrario sería totalmente singular, y por lo tanto, (12, IV), infinito.

Pongamos:

$$X_j = \lambda_j X_{h+1} \qquad [13.2]$$

$$(j = 1, 2, 3, \ldots, h)$$

para todo $\lambda_j > 0$.

Resulta en [13.1]:

$$(\delta + \alpha_{1h}\lambda_h + \ldots + \alpha_{1j}\lambda_j + \ldots + \alpha_{11}\lambda_1) X_{h+1} = \Delta \quad \therefore$$

$$\left\{ \begin{aligned} X_{h+1} &= \frac{\Delta}{\delta + \alpha_{1h}\lambda_h + \ldots + \alpha_{1j}\lambda_j + \ldots + \alpha_{11}\lambda_1} \\ X_j &= \frac{\Delta\,\lambda_j}{\delta + \alpha_{1h}\lambda_h + \ldots + \alpha_{1j}\lambda_j + \ldots + \alpha_{11}\lambda_1} \end{aligned} \right. \qquad [13.3]$$

$$(j = 1, 2, 3, \ldots, h).$$

Expresiones evidentemente positivas.

Así se obtienen todas las soluciones del sistema componente en cuestión. En efecto, si X^o_{h+1}, X^o_j es una solución, de las [13.2] se deduce que también λ_j debe ser positiva, porque son positivos, por hipótesis, X^o_{h+1} y X^o_j.

B) Si se trata de un sistema componente infinito, no todos los coeficientes α_{1j} de la ecuación [13.1] pueden ser, (9, I), de signo opuesto al de δ. Si es $\Delta \neq 0$, sean α_{11}, α_{12}, α_{13}, ..., α_{1r} los de signo opuesto al de δ y, por lo tanto, (4, V), también a Δ.

Pongamos:

$$\left\{ \begin{aligned} X_j &= \lambda_j X_{h+1} \\ X_k &= \left(-\mu_k - \frac{\delta}{r\,.\,\alpha_{1k}}\right) X_{h+1} \end{aligned} \right. \qquad [13.4]$$

siendo

$$\left\{ \begin{aligned} &\lambda_j > 0 \\ &0 < \mu_k < -\frac{\delta}{\alpha_{1k}} \end{aligned} \right. \qquad [13.5]$$

para todo $(j = r+1, r+2, \ldots, h)$.
para $(k = 1, 2, 3, \ldots, r)$.

Resulta, en [13.1]

$$(\delta + \Sigma\, \alpha_{1j}\, \lambda_j - \Sigma\, \alpha_{1k}\, \mu_k - \delta)\, X_{h+1} = \Delta \quad .\cdot.$$

$$\left\{\begin{aligned} X_{h+1} &= \frac{\Delta}{\Sigma\, \alpha_{1j}\, \lambda_j - \Sigma\, \alpha_{1k}\, \mu_k} \\ X_j &= \frac{\Delta\, \lambda_j}{\Sigma\, \alpha_{1j}\, \lambda_j - \Sigma\, \alpha_{1k}\, \mu_k} \\ X_k &= \frac{-\Delta}{\Sigma\, \alpha_{1j}\, \lambda_j - \Sigma\, \alpha_{1k}\, \mu_k}\left(\mu_k + \frac{\delta}{r\,.\,\alpha_{1k}}\right) \end{aligned}\right. \qquad [13.6]$$

$$(j = r+1,\ r+2,\ \ldots,\ h)$$
$$(k = 1,\ 2,\ \ldots,\ r).$$

Expresiones positivas para todo λ_j y μ_k que cumplen las condiciones [13.5].

Se obtienen todas las soluciones. En efecto, si X^o_{h+1}, X^o_j, X^o_k, son soluciones; de [13.4] se deduce inmediatamente que es $\lambda_j > 0$ porque X^o_{h+1}, X^o_j y X^o_k son positivas. De la última de [13.4] resulta:

$$\frac{X^0{}_k}{X^0{}_{h+1}} = -\mu_k - \frac{\delta}{r\,\alpha_{1k}} > 0$$

$$\mu_k < -\frac{\delta}{r\,\alpha_{1k}}\ .$$

Como este segundo miembro es positivo, pues δ y α_{1k} tienen, por hipótesis, signos opuestos, existen valores positivos de μ_k, luego se cumplen las [13.4].

C) En este mismo caso, en que el sistema componente es infinito, puede ser también, $\Delta = 0$; entonces no podrán tener, (9, I), todas las α_{1j} igual signo que δ, ni todas signo opuesto al de δ. Este caso se reduce al precedente, pasando al segundo miembro un término que tenga signo opuesto a δ y considerándolo como constante arbitraria positiva.

D) Para un sistema componente angular, como está formado de h inecuaciones y tiene característica igual a h, corresponde al caso (4, *a*). Sus soluciones se obtienen inmediatamente.

Finalmente, debemos agregar, que todas las soluciones del sistema S_h (m, n) dado, son las de sus sistemas componentes y que fuera de éstas no hay otras, teniendo en cuenta que a ellas deben agregarse los puntos de las caras comunes a cada dos poliedros componentes, que resultan ser soluciones de sus sistemas subordinados de primer orden, respecto de los polinomios de los hiperplanos auxiliares mediante los cuales se ha descompuesto la región definida por $S_h\ (m,\ n)$. Y nótese que las soluciones no dependen de la manera de hacer esta descomposición.

Con esto queda completamente resuelto el problema porque las soluciones del $S_h\,(m\,,n)$ dado se obtienen del sistema [4.2], sustituyendo en él las variables auxiliares X_i por sus valores y resolviendo un simple sistema compatible de ecuaciones lineales.

En cuanto al caso $h = 1$, es trivial.

§ 5. — SISTEMAS UNITARIOS Y BINARIOS

Antes de establecer nuevas propiedades de los sistemas generales, es menester estudiar, previamente, el caso particular de los sistemas de característica ($h = 1$) *unitarios*, y, aunque para tal objeto no son indispensables, daremos también, algunas propiedades de los sistemas *binarios*, ($h = 2$).

14. **Sistemas unitarios, h = 1.** Todo sistema normal, $S_1\,(m\,,n)$, *unitario*, es de la forma

$$a_i\, x + b_i = X_i + Q_i \qquad (i = 1,\, 2,\, \ldots,\, m)$$

donde, $X_i \geqq 0$, son las variables auxiliares y, Q_i, polinomios lineales homogéneos en las $n-1$ incógnitas no principales. Resulta:

I) *Ningún sistema,* $S_1\,(m,n)$, *unitario, puede tener más de dos determinantes principales.*

En efecto, si tuviese tres determinantes principales (i), (j), (k), indicando con $1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ m$, las filas de la matriz unitaria $\|a_i\|$, se tendría :

$$Sg.\ (i) = Sg.\ (ij) = Sg.\ (ik) = \ldots$$

$$Sg.\ (j) = Sg.\ (ji) = Sg.\ (jk) = \ldots$$

$$Sg.\ (k) = Sg.\ (ki) = Sg.\ (kj) = \ldots$$

de acuerdo con las notaciones indicadas en (1) y a la definición del número (4) de determinante principal de un sistema. De estas relaciones resultaría:

$$Sg.\ (ij) = Sg.\ (ji)$$

absurdo, si demostramos que es $(ij) \neq 0$.

En efecto, si este determinante fuese nulo, en el resolvente principal relativo al determinante unitario $(i) = a_i$, se tendría una ecuación de la forma

$$a_i X_j - a_j X_i = (ij) = 0$$

y, puesto que el sistema es compatible, debe ser, (4, V),

$$Sg.\ a_i = Sg.\ a_j.$$

De donde, recordando que

$$(ij) \equiv \begin{vmatrix} a_i & b_i \\ a_j & b_j \end{vmatrix} = 0 \quad \therefore \quad \frac{a_j}{a_i} = \frac{b_j}{b_i} = \rho \geqq 0 \quad \therefore$$

$$a_j = \rho\, a_i \quad ; \quad b_j = \rho\, b_i\,.$$

Una de las dos inecuaciones j, o bien i, sería (1, II), sobrante en el sistema, lo cual no es posible porque ellas corresponden a polinomios principales. La existencia de sistemas unitarios con dos resolventes principales es inmediata.

Ejemplo:

Así el $S_1(2, 1)$, unitario, siguiente, tiene dos resolventes de determinantes (1) y (2) que son principales:

$$\begin{cases} x + 1 > 0 & [1] \\ -x + 1 > 0 & [2] \end{cases}$$

Geométricamente, un sistema unitario, compatible, representa un segmento o una semirrecta, cuando es unidimensional. Los extremos corresponden a sus sistemas subordinados compatibles de primer o de cualquier orden, porque (10, I), la característica complementaria, (11), $h' = h - k$, vale, en este caso, siempre *cero*, puesto que k es, por lo menos, igual a 1.

II) *Todo sistema unitario, $S_1(m, n)$ compatible, o bien es reducible a dos inecuaciones principales, o bien a una sola, según que tenga dos, o un determinante principal. En el primer caso el sistema es finito e infinito en el segundo y, recíprocamente,* como prueba, (I), la única ecuación

$$a_i X_j - a_j X_i = (ij) \qquad [14.1]$$

a la que se reduce, en ambos casos, todo resolvente principal del mismo, siendo, para el primero,

$$Sg.\ a_j = -\ Sg.\ a_i$$

y para el segundo caso,

$$Sg.\ a_j = Sg.\ a_i\,.$$

También resulta inmediatamente de esta misma expresión, en virtud de (12, I) que:

III) *No existen sistemas unitarios,* $S_1(m,n)$, *singulares finitos.*

15. **Sistemas binarios, $S_2(m,n)$.** Llamaremos sistemas binarios a los sistemas de característica $h = 2$.

I) *Todo resolvente principal de un sistema binario irreducible, carece de ecuaciones homogéneas y,* recíprocamente, *si todos los resolventes principales de un sistema binario carecen de ecuaciones homogéneas, el sistema es reducible a las inecuaciones que corresponden a las filas de sus determinantes principales.*

En efecto, las ecuaciones de sus resolventes son, [7.1], de la forma:

$$\begin{cases} \delta X_{h+r} + \alpha_{r2} X_2 + \alpha_{r1} X_1 = \Delta_r \neq 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \delta X_{h+s} + \alpha_{s2} X_2 + \alpha_{s1} X_1 = \Delta_s = 0 \;. \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases} \qquad [15.1]$$

Supongamos que este $R_2(\delta)$, sea principal. Para $X_1 = 0$, si es $\alpha_{s2} \neq 0$, se verifican, por la compatibilidad, (4), las ecuaciones de la forma

$$\delta X_{h+s} + \alpha_{s2} X_2 = 0 \;,$$

luego, debe ser

$$Sg.\ \alpha_{s2} = -Sg.\ \delta.$$

Por la misma razón, para $X_2 = 0$, si es $\alpha_{s1} \neq 0$, se verifica

$$\delta X_{h+s} + \alpha_{s1} X_1 = 0 \;,$$

en consecuencia,

$$Sg.\ \alpha_s = -Sg.\ \delta \;.$$

Pero, entonces, siendo α_{s1} y α_{s2} de signo opuesto al signo de δ, las ecuaciones homogéneas de este resolvente principal no se satisfacen para $X_{h+s} = 0$. Los polinomios correspondientes serían, (3, III), sobrantes, contra lo supuesto de que el sistema es irreducible. A la misma conclusión se llega si en una ecuación homogénea del $R_2(\delta)$ principal, considerado, ambos determinantes fuesen nulos separadamente o nó, en cuyo caso es evidente. En cuanto al recíproco, es inmediato, en virtud de (9, IV).

En particular:

II) *Todo sistema binario compatible, totalmente singular, se reduce a dos inecuaciones principales solamente.*

Estas propiedades y la (9, IV, a) permiten obtener rápidamente la reducción final de todo sistema binario.

Puesto que todo resolvente principal propio de un $S_2(m, n)$, carece de ecuaciones homogéneas, es decir, es regular, en virtud de (9, IV, a), resulta la regla siguiente:

III) *Para reducir un sistema binario a sus inecuaciones principales solamente, se forman sus determinantes principales. Las filas que no pertenecen a ninguno de éstos, corresponden a inecuaciones sobrantes del sistema y de este modo se eliminan todas.*

La reducción a su mínimo número de inecuaciones de un sistema *binario*, encuentra utilísima aplicación en la sumación de series divergentes por el método de Borel[1] para saber cuáles son los puntos singulares que determinan el *polígono de sumabilidad de la serie*, porque, en general, muchos de ellos pueden quedar fuera del polígono.

§ 6. — SISTEMAS GENERALES

16. **Sistemas subordinados de orden h - 1 de un S_h (m, n).** Estamos ahora en condiciones de estudiar las propiedades de los sistemas generales de cualquier número, m, de inecuaciones, de cualquier dimensión, n, y de cualquier característica, $h \geqq 1$. Tienen especial importancia los sistemas subordinados compatibles de orden $h-1$.

Es claro que para $h = 1$, es decir, si se trata de sistemas unitarios, tales sistemas subordinados no existen. Pero como en este caso resulta $h - 1 = 0$, convendremos en considerar al propio sistema dado como un sistema subordinado suyo de orden nulo.

Recordemos también que para los sistemas con resolventes impropios la cuestión está resuelta, por cuanto son compatibles todos sus sistemas subordinados de cualquier orden. Nos ocuparemos, por lo tanto, de los sistemas con resolventes propios.

Ahora bien, un resolvente propio, [7.1], de un $S_h(m, n)$, puede ser regular o singular. Para evitar distingos fastidiosos convendrá poner la siguiente definición:

Diremos que una columna de la matriz de un resolvente propio principal, $R_h(\delta)$, (regular, o singular), es una *columna esencial* de dicho resolvente, si todos los elementos de tal columna, que corresponden a las eventuales ecuaciones homogéneas de $R_h(\delta)$, tienen signos opuestos al signo de su determinante principal δ. En caso

[1] Véase E. Borel: *Leçons sur les Séries Divergentes*, 2ª edición, pág. 152. Gauthiers-Villars. París 1928.

contrario se dirá que la *columna no es esencial.* En cuanto a los signos de los otros elementos de la columna no interesan.

En consecuencia:

I) *Toda columna de un* $R_h(\delta)$ *propio principal regular, es esencial,* puesto que carece de ecuaciones homogéneas.

De (4, a, b) resulta también inmediatamente que

II) *La condición necesaria y suficiente para que un sistema subordinado de orden* $h-1$, *relativo a otras tantas variables auxiliares paramétricas de un* $R_h(\delta)$ *principal, sea compatible es: o bien que* $R_h(\delta)$ *sea impropio, o bien, si* $R_h(\delta)$ *es propio, que la restante variable paramétrica corresponda a una columna esencial de* $R_h(\delta)$.

III) *Ningún* $R_h(\delta)$ *propio principal singular de un* $S_h(m, n)$ *irreducible, puede tener menos de dos y más de* $h-1$ *columnas esenciales.*

Para los casos $h=1$ y $h=2$, de sistemas respectivamente unitarios y binarios, el teorema carece de sentido, porque sus resolventes son, (14) y (15), regulares. Para $h>2$, el teorema es consecuencia inmediata de (9, I, III).

En particular para $h=3$, resulta:

IV) *En todo* $R_3(\delta)$ *propio principal singular de un sistema* $S_3(m, n)$, *ternario irreducible, hay dos y, solamente dos, columnas esenciales.*

V) *Si* $R_h(\delta)$ *es un resolvente principal de un sistema* $S_h(m, n)$, *no unitario, existen, por lo menos, dos sistemas subordinados compatibles de orden* $h-1$ *del sistema, pertenecientes a* $R_h(\delta)$ *que tienen cada uno,* $h-1$ *filas comunes con* δ.

Basta referirse a la definición (7) de resolvente impropio o propio. En el primer caso la proposición es evidente. En el segundo resulta también inmediatamente de [7.1] y de (III). Para $h=2$, también es cierta (15, I) y (I).

Se puede precisar más el teorema precedente observando, [6.1], que si $R_h(\delta)$ es un resolvente propio principal, todos los determinantes de orden h que tienen $h-1$ filas prefijadas de δ, pertenecen a una misma columna de $R_h(\delta)$, la cual (II), es esencial o no, según que dichas $h-1$ filas correspondan a un sistema subordinado compatible de orden $h-1$ o a uno incompatible. Luego

VI) *Si* δ *es un determinante principal de un* $R_h(\delta)$ *propio, todos los demás determinantes principales del sistema que tienen* $h-1$ *filas comunes con* δ *y que corresponden a sistemas subordinados compatibles de orden* $h-1$, *pertenecen a alguna columna esencial de* $R_h(\delta)$.

Recíprocamente

VII) *Si* δ' *es un determinante principal de un sistema y este* δ' *tiene* $h-1$ *filas comunes con un* δ *de un* $R_h(\delta)$ *propio principal, correspondientes a un sistema subordinado compatible de orden* $h-1$, δ' *pertenece a una columna esencial de* $R_h(\delta)$.

Por lo pronto δ' pertenece a alguna columna de $R_h(\delta)$, [6.1]. Esta columna es necesariamente esencial, de lo contrario, (II), el mencionado sistema subordinado de orden $h-1$, relativo a otras tantas filas comunes a δ y a δ' no sería compatible.

Así, pues, la investigación de los sistemas subordinados compatibles de orden $h-1$ pertenecientes a un $R_h(\delta)$ propio principal, relativos a todos los grupos posibles $h-1$ filas de δ, queda, por estos dos últimos teoremas, limitada, a las columnas esenciales de $R_h(\delta)$.

17. Sistemas subordinados de orden *h* - 1 compatibles finitos e infinitos. — Estudiemos, ahora, las relaciones de finitud e infinitud de los sistemas subordinados de orden $h-1$ compatibles, con el sistema al cual pertenecen.

I) *Todos los sistemas subordinados compatibles de orden* $h-1$ *de un* $S_h(m, n)$ *que tiene un solo resolvente principal, son infinitos*, pues todos ellos tienen, (11, I), característica complementaria $h' = h-(h-1) = 1$, es decir, son unitarios y poseen un solo resolvente principal, (10, II), que es el del sistema; en consecuencia, (14, II) y, (12, IX), son infinitos.

II) *En un sistema* $S_h(m, n)$ *finito, son finitos todos los sistemas compatibles subordinados de orden* $h-1$ *y* recíprocamente, *si todos éstos son finitos, el sistema es finito.*

Como la proposición directa, está contenida en la (12, V) ya probada, bastará demostrar la recíproca. Por lo pronto, notemos que, en virtud de (I), el sistema debe tener resolventes propios. Pero (12, IV), no puede ser totalmente singular. Luego, (9, IV), toda variable paramétrica de un resolvente principal suyo corresponde a un polinomio principal. Si el sistema no fuese finito, existiría alguna variable auxiliar, X_j, no acotada. Si el sistema dado es unitario el teorema es cierto por definición. Si el sistema no es unitario, consideremos un resolvente principal, $R_h(\delta)$, cuyo determinante, δ, contenga a la fila j, y a $h-1$ filas correspondientes a $h-1$ polinomios principales que corresponden a un sistema subordinado compatible de orden $h-1$. Este determinante existe, de lo contrario, (9, IV), la inecuación correspondiente a la fila j sería sobrante, lo que no es posible porque el sistema se supone irreducible. Anulando en este resolvente principal las otras $h-1$ variables auxiliares paramétricas, resultaría un sistema subordinado compatible infinito de orden $h-1$, contra lo supuesto.

III) *Si δ es un determinante principal de un $S_h(m,n)$ y todos los sistemas subordinados compatibles de orden $h-1$ pertenecientes al $R_h(\delta)$ correspondiente son infinitos, el sistema se reduce, o bien a las únicas inecuaciones relativas a las filas de δ, o a un sistema totalmente singular.*

Si el sistema considerado es unitario, (14, II), el teorema es inmediato. Si no es unitario, consideremos, en el resolvente principal, $R_h(\delta)$, [7.1], separadamente, las ecuaciones no homogéneas:

$$\delta X_{h+1} + \alpha_{rh} X_h + \ldots + \alpha_{rj} X_j + \ldots + \alpha_{r1} X_1 = \Delta_r \neq 0$$

y las eventuales ecuaciones homogéneas que puede tener:

$$\delta X_{h+s} + \alpha_{sh} X_h + \ldots + \alpha_{sj} X_j + \ldots + \alpha_{s1} X_1 = \Delta_s = 0 .$$

a) Si en estas últimas los coeficientes α_{sj}, no nulos, tienen, todos ellos, signos opuestos al de δ, las correspondientes inecuaciones X_{h+s} son, (9, I), sobrantes en el sistema. Suprimidas todas, queda un resolvente regular, (7). En este caso, los sistemas subordinados de orden $h-1$, pertenecientes a $R_h(\delta)$ son todos, (9, VI), compatibles; sus resolventes, principales, deducidos del $R_h(\delta)$, anulando en él $h-1$ variables auxiliares paramétricas, son de la forma

$$\delta X_{h+r} + \alpha_{rj} X_j = \Delta_r \neq 0 .$$

Por ser además, sistemas unitarios infinitos, tienen, (14, II), un solo resolvente principal cuyo determinante, δ, es común a todos. Por ésto, en las ecuaciones análogas a la precedente, se debe tener $Sg.\ \alpha_{rj} = -Sg.\ \delta$, para los α_{rj} no nulos, de lo contrario, las variables auxiliares X_{h+r} y X_j estarían acotadas y no todos los mencionados sistemas, serían, (12), infinitos, contra lo supuesto. Es claro que no interesan los α_{rj} nulos, si los hay. Por lo tanto, (9, I), también las inecuaciones correspondientes a las variables auxiliares X_{h+r} son sobrantes y el sistema se reduce a las únicas h inecuaciones que corresponden a las filas del determinante principal δ.

b) Supongamos, ahora, que en las ecuaciones homogéneas de $R_h(\delta)$ haya algún determinante, α_{sj}, de igual signo que δ. El resolvente principal se compondrá de ecuaciones no homogéneas y de ecuaciones homogéneas. Para todos aquellos sistemas subordinados compatibles de orden $h-1$ pertenecientes a $R_h(\delta)$, vale el razonamiento del caso precedente y resultan los correspondientes coeficientes α_{rj} de signo opuesto al de δ. Pero, en este caso no se agotan todos, porque siendo $R_h(\delta)$, singular, hay sistemas subordinados de orden $h-1$ pertenecientes a él que no son compatibles, como resulta inmediatamente de la forma de un resolvente, [7.1].

Consideremos todos estos sistemas no compatibles, con lo cual agotaremos los coeficientes α_{rj}. Sea uno cualquiera de ellos el que resulta de hacer, en $R_h(\delta)$

$$X_1 = X_2 = \ldots = X_p = 0 \quad , \quad X_q > 0 \, ,$$

correspondientes a inecuaciones principales del sistema. El resolvente que se obtiene es de la forma:

$$\begin{cases} \delta\, X_{h+r} + \alpha_{rq}\, X_q = \Delta_r \neq 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \delta\, X_{h+s} + \alpha_{sq}\, X_q = \Delta_s = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots , \end{cases} \qquad [16.1]$$

siendo, por hipótesis, para algún α_{sq} de estas ecuaciones

$$Sg.\ \alpha_{sq} = Sg.\ \delta\, , \qquad [16.2]$$

porque para aquéllos en que sea, para todo α_{sq}, no nulo,

$$Sg.\ \alpha_{sq} = -Sg.\ \delta\, ,$$

el correspondiente sistema subordinado de orden $h-1$ sería compatible, (4, V) y, éste no es el caso.

Las relaciones [16.1], con las hipótesis [16.2], expresan que ningún cero común a los $h-1$ polinomios de X_1, X_2, ..., X_p, satisface a la inecuación correspondiente a la variable X_q.

Consideremos, ahora, un cero de un polinomio de cualquier X_{h+r}, común a todos los $h-1$ polinomios mencionados, el cual existe porque la matriz de este sistema parcial de h inecuaciones tiene, precisamente, el determinante δ, de orden h, no nulo. Este cero de X_{h+r} tampoco satisface, naturalmente, a la inecuación de X_q, por ser también un cero común a $X_1, X_2, \ldots, X_p$. Por lo tanto, en la primera ecuación, [16.1], debe ser necesariamente

$$Sg.\ \alpha_{rq} = -\, Sg.\ \delta \qquad [16.3]$$

para todos los α_{rq} no nulos, porque, en caso de ser

$$\alpha_{rq} = 0$$

el teorema está demostrado.

Repitiendo este mismo razonamiento para todos los sistemas subordinados de orden $h-1$ no compatibles pertenecientes a $R_h(\delta)$, resultan relaciones de la forma [16.3]. Lo cual prueba que todos los coeficientes α_{rj} de las ecuaciones no homogéneas de $R_h(\delta)$, tienen signos opuestos al de δ.

Luego, las inecuaciones de todas las variables X_{h+r} en $S_h(m, n)$, (10, I), son sobrantes. El teorema está, pues, demostrado.

Resultan, inmediatamente, los corolarios siguientes:

IV) *Todo $S_h(m,n)$ compatible, con resolvente propio, no reducible a un sistema totalmente singular, tiene, por lo menos, un sistema subordinado de orden $h-1$ compatible finito y admite, por lo tanto, otro resolvente principal,* porque todo sistema subordinado de orden $h-1$ tiene (11, I) característica complementaria $h' = h-(h-1) = 1$, es pues unitario y, como es finito, (III), tiene, (14, II), dos resolventes principales que pertenecen, (10), a los del sistema.

V) *Si $R_h(\delta)$ es un resolvente propio principal de un sistema $S_h(m, n)$ no unitario, y no reducible a otro totalmente singular, entre los determinantes α_{rj} distintos de δ, que forman los coeficientes de sus columnas esenciales, existe otro determinante principal δ' del sistema, que tiene, por lo tanto, $h-1$ filas comunes con δ.*

Si no existiese en $R_h(\delta)$, ningún otro determinante principal del sistema, todos sus sistemas subordinados de orden $h-1$ compatibles serían infinitos por tener, (14, II), un único resolvente principal, lo cual contradice al teorema precedente, (IV). Hay, pues, entre los α_{rj} de $R_h(\delta)$, distintos de δ, algún determinante δ', que es principal de algún sistema finito subordinado compatible de orden $h-1$ de $R_h(\delta)$ y, por lo tanto, (10, IV), δ' es también determinante principal del sistema. En virtud de (16, VII), δ' pertenece a una columna esencial de $R_h(\delta)$. Esta propiedad puede expresarse también así:

VI) *Si un sistema no unitario, $S_h(m,n)$, admite más de un determinante principal, a cada uno de éstos, corresponde otro también principal, que tiene $h-1$ filas comunes con aquél.*

VII) *En una misma columna esencial de la matriz de un resolvente propio principal,* $R_h(\delta)$, *de un sistema, no puede haber más de otro determinante principal del sistema.*

En efecto, si hubiera dos determinantes principales, el sistema subordinado de orden $h-1$, perteneciente a $R_h(\delta)$ que resulta de anular los $h-1$ polinomios principales, excepto el de la columna considerada, en $R_h(\delta)$, siendo de característica complementaria $h' = h-(h-1) = 1$, es decir, sistema unitario, tendría (10, IV), tres resolventes principales y, por lo tanto, tres determinantes principales, lo cual no es posible, (14, I).

VIII) *Ningún sistema,* $S_h(m, n)$, $(h > 1)$, *puede tener más de dos determinantes principales con* $h-1$ *filas comunes iguales.*

Supongamos que en un sistema se tuviesen, efectivamente, tres determinantes principales con $h-1$ filas comunes iguales y sean

$$\delta \equiv (123\ldots(h-1)\,i) \quad ; \quad \delta' \equiv (123\ldots(h-1)\,j) \quad ; \quad \delta'' \equiv (123\ldots(h-1)\,k).$$

La matriz del resolvente principal, $R_h(\delta')$ del sistema, tendría, [7.1], en su misma, columna j, los determinantes δ y δ'', principales, lo cual es absurdo, (VII).

IX) *Si* $R_h(\delta)$ *es un resolvente propio principal, regular, de un sistema* $S_h(m, n)$ *finito, en cada columna de* $R_h(\delta)$, *distinta de la primera, existe otro y solamente otro determinante principal del sistema.*

En efecto, todos los sistemas subordinados de orden $h-1$ pertenecientes a $R_h(\delta)$ son compatibles, porque es regular y son finitos, (12, V), por ser finito el sistema; luego, existe, en cada columna de $R_h(\delta)$, otro determinante principal del sistema y, en virtud de (VII), existe uno solo.

En consecuencia, conjuntamente con δ, existen, en este caso, otros h determinantes principales del sistema, puesto que $R_h(\delta)$, consta de $h+1$ columnas contando la primera, la cual, tiene, a su vez, el determinante principal δ.

En resumen:

X) *A todo determinante principal,* δ, *que forma un* $R_h(\delta)$ *propio regular de un sistema no unitario finito, corresponden* h *determinantes principales del sistema que tienen* $h-1$ *filas comunes con él.*

(Continuará)

BIBLIOGRAFIA

DE LIBROS RECIBIDOS EN LA ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

Por C. C. D.

Fascículos editados por Hermann & Cía., de la colección « Actualités Scientifiques et Industrielles »; $16\frac{1}{2} \times 25\frac{1}{2}$. Número de páginas y precios variables. París.

Nº 273. — MINZ (B.), *La Secrétion de l'Adrénaline. Son mécanisme neuro-humoral.* 50 páginas. Precio: 12 francos. 1935.

Fascículo VI de la serie « Exposés de Physiologie », dirigida por André Mayer, profesor en el « Collège de France » y miembro de la Academia de Medicina de París.

El autor expone los problemas de la adrenalino-secreción en base a los trabajos más recientes sobre ese tema. Después de un análisis de los fenómenos que se agrupan más o menos en torno del mecanismo nervioso, pasa revista a los problemas de la adrenalino-génesis y sus relaciones con las glándulas suprarenales y otros órganos de secreción interna; y encara luego las acciones de algunas substancias muy activas, formadas por los tejidos, sobre el funcionamiento de la medularia suprarenal. Expone, por último, la importancia que tienen esos fenómenos para la concepción funcional del sistema nervioso autónomo.

Al final vienen las conclusiones o sea la expresión de la idea que de los resultados de las observaciones resumidas en la exposición hecha cabe formarse relativamente al mecanismo adrenalino-secretorio de la suprarenal, su rol fisiológico y su papel en el sistema nervioso autónomo.

Termina una muy larga bibliografía del tema.

Nº 274. — BOULIGAND (GEORGES), *Les Définitions Modernes de la Dimension.* 46 páginas. Precio: 12 francos. 1935.

Fascículo V de la serie « Exposés d'Analyse Générale », dirigida por Maurice Fréchet.

El conocido profesor de Poitiers, autor del mismo, da en él con su acostumbrada maestría la idea general de los puntos de vista modernos tan variados relativos a la noción de número de dimensiones.

En un aviso al lector, Bouligand dice « que las nociones que hormiguean actualmente en torno de la idea de *dimensión* y cuya importancia, por lo menos en algunas, está ligada con teorías analíticas de capital importancia (teoría de las funciones, teoría del potencial) son particularmente instructivas para quien busca hacer el punto sobre las tendencias modernas de las matemáticas ».

Empieza por tratar las definiciones modernas de la dimensión. Primera categoría: el tipo de dimensión; Las nociones de la segunda categoría y las de tercera categoría.

Nº 276. — Lalande (André), *Les Thermostats pour les Températures moyennes*. 54 páginas con 16 figuras. Precio: 15 francos. 1935.

Fascículo VIII de la serie « Exposés de Chimie Générale et Minérale », dirigida por P. Pascal.

El autor, doctor en ciencias físicas, examina, en primer lugar y desde un punto de vista general, apoyándose en resultados de la experiencia, el funcionamiento del termóstato y las vinculaciones entre los diversos órganos. Aplica, luego, esos datos a la realización de las mejores condiciones del reglado, estableciendo gráficos que permiten la predeterminación de los elementos de un termóstato simple. Por último, trae algunas indicaciones sobre los procedimientos llamados a obtener muy altas precisiones y esboza el reglado de las temperaturas de las cámaras y estufas.

En una introducción hace presente que entre los parámetros que determinan los equilibrios físicoquímicos o el curso de las reacciones químicas, muy pocos hay que sean susceptibles de ser fijados con buena precisión; y los que tal condición reunen, han, naturalmente, sido materia de estudios; entre ellos está la temperatura. Las disposiciones más simples son clásicas, pero su estudio sistemático no ha sido materia de muchas memorias. Por eso, el autor, que ha construído termóstatos de diversos modelos, ha creído de utilidad utilizar sus resultados personales para escribir el trabajo que nos ocupa.

Nº 277. — Gause (G. F.), *Vérifications Expérimentales de la Théorie Mathématique de la Lutte pour la Vie*. 64 páginas, varias figuras. Precio: 18 francos. 1935.

Fascículo IX de la serie más arriba referida, dirigida por G. Teissier.

El autor pertenece al Instituto Zoológico y Comité Biofísico de la Universidad de Moscú. En este folleto expone algunas verificaciones experimentales de la teoría matemática de la lucha por la vida. Las experiencias en cuestión tienen por principal objetivo obtener una base capaz de hacer comprender la naturaleza exacta de la acción numérica recíproca que se produce de generación en generación entre diversas especies de animales que viven juntos. En lenguaje matemático, equivale ésto a ocuparse de las propiedades cualitativas de las integrales de ciertas ecuaciones diferenciales de la lucha por la vida que afecta las asociaciones. El autor recuerda los estudios matemáticos realizados sobre el particular por los profesores Volterra y Lotka.

Trata, primero, el caso de disputa en pos de la misma nutrición, de parte de especies idénticas; luego el de especies distintas; luego aquel en que dos especies se alimentan la una de la otra. Finalmente la evolución de las asociaciones biológicas. Al final la bibliografía.

Nº 278. — Fleury (Pierre), *Leçons de Métrologie Générale et Appliquée.* Fascículo II. Mesures Géométriques. 112 páginas, 94 figuras, 4 láminas fuera del texto. Precio: 20 francos. 1935.

En esta segunda parte del trabajo del profesor de la Facultad de Lila, se expone lo relativo a las medidas de longitudes, sus principios; instrumentos de contraste, calibres y tolerancias; instrumentos de medidas de longitudes, micrómetros, comparadores; Goniometría; Medidas relativas a las áreas y a los volúmenes; aforadores y contadores de flúidos.

Nº 279. — Julien (M.) & Rocard (Y.), *La Stabilité de Route des Locomotives* (2ª parte). 76 páginas; 20 figuras. Precio: 15 francos. 1935.

Es el fascículo IV de la serie « Théories Mécaniques, (Hydrodynamique et Acoustique)», dirigida por Y. Rocard.

Trae un estudio profundo del seudo-resbalamiento escrito por el ingeniero de minas Julien; y dos notas del doctor en ciencias Rocard en las que se desarrollan puntos importantes. Una se refiere al movimiento de una locomotora sobre vía irregular, y en ella se expone un método matemático bastante nuevo basado en un estudio previo del movimiento de la máquina motivado por un defecto brusco; otra se refiere al movimiento de una locomotora en curva en un caso que, lo mismo teórica que experimentalmente, ha sido reconocido como siendo verdaderamente crítico para la estabilidad de las máquinas pesadas, largas y de ensambladuras anchas.

Nº 280. — Massé (Pierre), *Hydrodynamique Fluviale. Régimes variables.* 90 páginas con algunas figuras. Precio: 18 francos. 1935.

Es el fascículo V de la serie recién mencionada dirigida por el Dr. Rocard.

En una Introducción el autor resume todo aquello que es necesario para conocer la teoría de las ondas de translación y la de las crecidas tal cual fueron ellas construídas por Boussinesq, Graeff y Boulanger.

En un 1er. capítulo se establece la ecuación de las intumecencias aplicable a las ligeras desviaciones en torno al régimen uniforme, así como también el examen de las propiedades inmediatas de esa ecuación.

El 2º capítulo está destinado a la solución del problema « mixto » fundamental en el que se da la intumecencia producida en la cabeza de un canal ilimitado aguas abajo, supuesto de régimen uniforme al iniciarse el tiempo.

El tercer capítulo se ocupa del estudio de las condiciones en los límites, cuando las condiciones son más complejas.

El cuarto se refiere a aplicaciones numéricas varias y al contralor de la teoría en ciertos casos.

El quinto trata la cuestión de las perturbaciones de gran amplitud en las que la acción retardadora de los frotamientos es combatida por la influencia aceleradora del aumento de profundidad.

Una bibliografía termina el trabajo.

Nº 282. — LELU (PAULE), *Les Parentés chimiques des Etres Vivants.* 48 páginas. Precio: 10 francos. 1935.

Fascículo VII de la serie « Exposés de Physiologie » dirigida por André Mayer, profesor en el « Collège de France ». La autora es Preparadora en la « Escuela de Altos Estudios » (Instituto de Fisiología general de la Facultad de Ciencias de Estrasburgo).

Después de una Introducción explicativa, se exponen en la primera parte del folleto, con todos los detalles necesarios, los trabajos iniciados respecto de la repartición del fosfageno; cuestión ésta que ha dado lugar a un estudio sistemático; y se esfuerza la autora en despejar el alcance de tales investigaciones.

En la segunda parte, expone lo que, a la luz de algunos trabajos realizados, podrá ser, en sus grandes líneas, una clasificación bioquímica de los seres. Comprueba cuan pobres son los resultados obtenidos hasta la fecha. Esto abre a los investigadores un amplio y atractivo campo de estudios. Al final una bibliografía del tema.

Nº 285. — MUKHERJI (A. C.), *Étude Statistique de la Fécondité Matrimoniale.* 80 páginas. Precio: 16 francos. 1935.

Fascículo 1º de la serie « Statistique et Applications » dirigida por Michel Huber, director de los estudios de Estadística de la Universidad de París; y de la Estadística general de Francia.

El autor es estadista diplomado de la Universidad de París y profesor de Matemáticas en el Instituto de Baroda (India).

El profesor Huber, en un prefacio, recuerda los orígenes de la Estadística, los trabajos de Quetelet, de Galton, de Karl Pearson, Charlier, etc.

Expresa que la medida de la fecundidad ha dado motivo a numerosos trabajos desde 50 años atrás. Gini, recientemente, ha puesto en evidencia que la curva de fecundidad legítima, en base a la edad, tomaba una actitud de constante decrecimiento; esa comprobación estaba basada en observaciones relativas a un cierto número de familias inscritas en el Gotha. El autor Mukherji ha encarado un caso mucho más extenso o sea, la fecundidad de las mujeres en Francia desde 1820 hasta 1931; los resultados confirman los de Gini: la fecundidad matrimonial no pasa por un máximo sino que constantemente decrece con la edad. Después de un capítulo en que se exponen los principios del método seguido, se hace el cálculo de la fecundidad matrimonial relativo a Francia: deceso de mujeres casadas entre 15 y 49 años; deceso de los maridos; las mujeres divorciadas; partos; el período total de exposición en el riesgo de parto y el cálculo de la relación de la fecundidad. Un último capítulo trata de los cálculos de los coeficientes.

Nº 288. — LACAPE (R. S.), *A la Recherche du Temps Vécu.* 60 páginas. Precio: 12 francos. 1935.

Fascículo VIII de la serie « Exposés de Physiologie », dirigida por André Mayer.

El autor se esfuerza en aclarar el distingo, a su juicio no bien definido aún, entre el tiempo mecánico y el tiempo vivido; este último es el único que, a su entender, tiene un carácter más fundamental que cualquier otro.

En una *Introducción* relativa al papel que desempeña el símbolo *t* (del tiempo) y su significado en la fisiología experimental, el autor se explaya sobre esa particularidad del tiempo vivido. Entrando luego en materia, hace comparaciones y busca relaciones entre el tiempo mecánico y el vivido; trata la cuestión de los relojes físicos y los fisiológicos y del reloj de radio. La última parte del folleto se refiere a los tiempos fisiológicos y psicológicos: espacio vivido o fisiológico, tiempo vivido y tiempo vivido relativo.

Unas conclusiones y un cuadro relativo a los matices sucesivos del espacio y del tiempo vivido terminan el folleto. Sus últimas palabras son: « lo que importa a la vida no es, verosímilmente, ni la velocidad ni la aceleración de la Tierra, ni la duración de su revolución, ni aun su masa, sino las formas de energías radiantes concentradas en nosotros y sobre nosotros desde todos los puntos del universo ».

Nº 295. 296. — Prenant (M.), *Leçons de Zoologie. Protozoaires.* 2 fascículos de 80 y 58 páginas. Precio: 15 y 12 francos, respectivamente. 1935.

El primer fascículo trata los infusorios ciliados; el segundo los flagelados.

Hemos mencionado, anteriormente, otro fascículo de estas lecciones del profesor de la Sorbona; aquél trataba los Anélidos.

La parte relativa a los infusorios ciliados trae 76 figuras en el texto; el otro 68. Ambos terminan con una lista de los principales trabajos a consultar.

Los infusorios ciliados forman, entre los protozoarios, un ramal muy evolucionado y muy caracterizado por la complejidad de su organización y especialmente de su aparato nucleal. Después de haber unido otrora flagelados con ciliados, con el nombre genérico de *Infusorios,* hay tendencia hoy en separarlos profundamente. El aparato complejo de los ciliados los separa y opone a los flagelados de núcleo simple. Al final del segundo fascículo, el autor trae varias consideraciones sobre el particular.

Al comenzar el estudio, hace el profesor Prenant una delimitación de los protozoarios, animales que, como es sabido, son los más simples: mientras todos los otros o sea los *Metazoarios* están constituídos durante casi toda su vida por numerosas células unidas entre ellas formando órganos que tienen vida común, los protozoarios están constituídos por una sola célula; y en vez de órganos, sus diferenciaciones morfológicas son *organitos* salidos de la misma célula. Pero hay aclaraciones que hacer y de ellas se ocupa el autor antes de entrar en materia.

Nº 298. — Sutra (R.), *Contribution à l'Étude de la Constitution de l'Amidon.* 64 páginas. Precio: 15 francos. 1935.

Fascículo X de la serie « Théories Chimiques », dirigida por G. Urbain.

Uno de los objetos de este trabajo es precisar los numerosos vocablos empleados en la química del almidón, pues a menudo ocurre que una misma palabra es atribuída a substancias distintas y palabras diversas designan productos del mismo tipo. Sabido es que el almidón es uno de los productos del reino vegetal más difundidos, pero, dice el autor, no hay una química propiamente dicha del almidón sino una química de sus productos de degradación, y por eso es natural que se discuta la homogeneidad o la heterogeneidad química del almidón.

Después de una Introducción explicativa, el autor, en un primer capítulo, se esfuerza en precisar su opinión sobre la amilopectina y la amilosa como supuestos constituyentes del almidón. Un segundo capítulo trata de la acción del anhidrido acético sobre el almidón natural en presencia de una proporción variable de ácido sulfúrico (acetólisis). Luego viene el estudio de la degradación del almidón bajo varios agentes. Después, un ensayo sobre la constitución de la parte glucídica del almidón. En un último capítulo se reunen los hechos experimentales conocidos relativos a la degradación del almidón y las experiencias propias del autor.

Terminan un resumen y una bibliografía.

Nº 299. — BELOUSSOFF (W.), *Les Problèmes de la Géologie et de la Géochimie de l'Hélium.* 38 páginas. Precio: 10 francos. 1935.

Fascículo II de la serie « Exposés de Géologie » dirigida por L. Cayeux, miembre del Instituto y del Colegio de Francia.

El autor pertenece a la « Oficina de los Gases Naturales » de Leningrado. Después de recalcar que de todos los elementos constitutivos de la corteza terrestre explotados por el hombre, el helio es quizá el más singular y, a veces, el más enigmático en lo tocante a su génesis y distribución en dicha corteza, hace el autor un histórico del caso y manifiesta que su objeto es aclarar ciertas particularidades geológicas poco estudiadas relativas al gas en cuestión. Y se esfuerza en llamar la atención sobre el mismo. Procura poner a la vista que el helio, merced a su naturaleza especial, está dotado de un poder electivo tan alto hacia el medio geológico, que puede corrientemente servir como uno de los más interesantes indicadores del régimen estructural y geoquímico de la porción de la corteza terrestre que se encara. Al final una bibilografía.

La versión del ruso ha sido hecha por G. Bokhanovsky.

Nº 300. — DANTCHAKOFF (VÉRA), *Déterminisme et Réalisation dans le Devenir du Sexe.* 80 páginas, con algunas figuras. Precio: 18 francos. 1935.

Es el fascículo V de la serie « Exposés de Biologie. La Cellule gérminale dans l'Ontogénèse et l'Évolution » dirigida por la autora, profesora de la Facultad de Medicina de Kaunas (Lituania) y ex profesora de la Universidad de Colombia (Nueva York).

Las tesis principales contenidas en este fascículo han sido presentadas por la autora en una serie de conferencias dadas por ella en la Sorbona.

Después de un Prefacio ilustrativo, se desarrolla el tema en varios capítulos que tratan sucesivamente del Dimorfismo de los gametas y su determinismo. Algunas consideraciones sobre el establecimiento del gonocorismo. Diversas modalidades en la realización del sexo y principios fundamentales en esta realización. Termina observando que « el Sexo es el producto de una ecuación cuyos eslabones, específicos y universales unos, plásticos otros, exigen, para su realización, la constancia estricta de un encadenamiento de factores, extrínsicos y exteriores. El estudio de las correlaciones individuales, en la base de dicha ecuación, realizado en correlación con la genética, nos permitirá sin duda, algún día, adueñarnos de su realización ».

Termina una bibliografía, casi toda de trabajos de la autora.

Nº 302. — Favard (J.), *Les Théorèmes de le Moyenne pour les Polynômes.* 52 páginas. Precio: 15 francos. 1936.

Fascículo I de la serie « Exposés de la Théorie des Fonctions » dirigida por Paul Montel, profesor de la Facultad de Ciencias de París.

El autor es profesor en la Facultad de Ciencias de Grenoble. En una Introducción observa que las proposiciones conocidas con los nombres de Teoremas de la media en el Cálculo Integral, o de Teorema de Rolle, en el diferencial, tienen carácter definitivo: el resultado cualitativo que expresan no puede ser mejorado cuando uno se coloca en todo el campo funcional dentro del que esas proporciones son aplicables. Precisiones a dichos enunciados solo caben, si se restringe ese campo. Habla luego de esta restricción y de las investigaciones que ha dado lugar y cuyo origen, en el campo complejo, es el teorema de Grace relativo al lugar de un cero de la derivada de un polinomio que toma dos valores iguales en dos puntos dados.

Favard expone en este folleto lo que a él le parece ser más esencial en los resultados hasta ahora alcanzados.

El cap. I trata el dominio complejo: resultados cualitativos, teorema fundamental, aplicaciones, recíproco del teorema de Rolle.

El cap. II se refiere al dominio real. Aquí dominan las investigaciones de Montel.

Termina una bibliografía del punto tratado.

Nº 303. — Hatt (Pierre), *Les Mouvements Morphologénétiques dans le Développement des Vertébrés.* 60 páginas con 12 figuras. Precio: 12 francos. 1935.

Fascículo V de la serie « Exposés de Biologie (Embryologie et Histogenèse)» dirigida por E. Faure-Frémiet, profesor en el Colegio de Francia. El autor es asistente en dicho Colegio.

En una Introducción, se manifiesta que, mientras los huevos tienen una organización variable según los grupos, los diversos vertebrados alcanzan en un momento dado de su desarrollo un estado embrionario tal que, considerado en las grandes líneas de su organización, resulta común a toda la ramificación. El rasgo dominante en ese embriôn es la existencia de un complejo axial de ese conjunto de bocetos con corte transversal característico que se extiende a lo largo de la región dorsal, tubo nervioso, etc.

Después de una primera modificación provocada por la fecundación y cuya naturaleza e importancia son aún mal conocidas, el huevo es transformado por la segmentación, en un embrión celularizado pero aun relativamente homogéneo. Después, ese embrión prematuro da nacimiento al embrión organizado típico mencionado más arriba. Ese período fundamental de la morfogénesis es al mismo tiempo un período de mucho movimiento.

En recientes investigaciones, la aplicación a diversos grupos de vertebrados, de nuevas técnicas, ha hecho conocer mucho mejor que antes la naturaleza e importancia de esos movimientos, y el autor se propone en este folleto estudiar los movimientos morfogenéticos en dos ejemplos apropiados: el embrión de Bactracio (Urodeles) y el embrión de Pájaro (pollo). Viene luego una comparación entre la primera morfogénesis de los Pájaros y Bactracios.

Y al final un Resumen de Bibliografía.

Nº 306. — MANDELBROJT (S.), *Séries lacunaires.* 40 páginas. Precio: 12 francos. 1936.

Es el fascículo II de la serie recién mencionada dirigida por Montel. El autor es profesor en la Facultad de Ciencias de Clermont-Ferrand, y, en una Introducción, recuerda la teoría de Weierstrass, los trabajos de Hadamard, el caso de las series de Taylor lagunares, la serie de Dirichlet, los trabajos de Montel, de Bloch, de Julia.

Entrando luego en materia, encara, el teorema de Hadamard, las generalizaciones relativas a las series de Dirichlet, los teoremas generales sobre estas series, el teorema de Ostrowski. Pasa después a la influencia de la densidad de los exponentes sobre la distribución de los puntos singulares, el teorema de Pólya, el de V. Bernstein sobre el eje de holomorfía y el del mismo, generalizando el de Pólya. Viene, a continuación, el estudio de la influencia de las lagunas sobre la naturaleza de las singularidades; teoremas de Mandelbrojt, de Jungen, de Pólya; series lagunares que admiten como singularidades, contínuos no limitados.

Termina una exposición relativa a la influencia de la naturaleza aritmética de los exponentes sobre la distribución de las singularidades; y una bibliografía.

Nº 307. OKKELS (HARALD), *Les Parathyroïdes.* 28 páginas, 5 figuras y láminas en el texto y fuera de él. Precio: 10 francos. 1935.

Fascículo I de la serie « Histophysiologie » dirigida por A. Policard, profesor de la Facultad de Medicina de Lyon. El autor es profesor adjunto de la Facultad de Medicina de Copenhague.

« El término *Histofisiología,* aunque nuevo, se aplica a una ciencia muy antigua nacida del deseo de comprender los mecanismos del funcionamiento de los tejidos, de los humores, de las células; cosas todas que constituyen las materias primas de los organismos cuya anatomía microscópica había revelado una muy compleja estructura ». Así se expresa el doctor Policard en el prefacio de este folleto. Agrega que puede definirse esa ciencia diciendo que es la de « los mecanismos de los tejidos y de las células ».

El autor trata sucesivamente la morfología, bioquímica, fisiología y patología de los paratiroides. Luego habla de las preparaciones que encierran el parathormona y su « estandardización ». Un resumen y un índice bibliográfico terminan el folleto. Las láminas traen una figura fotográfica de un adenoma paratiroide que ha provocado una osteitis fibrosa; radiografías de un antebrazo afectado por una osteitis fibrosa; de una osteitis fibrosa experimental en una rata y de una calcificación al nivel del riñón en una rata con una osteitis fibrosa experimental.

Nº 309. QUINTIN (M.), *Activité et Interaction ionique.* (Première partre). 36 páginas. Precio: 8 francos. 1935.

Fascículo II de la serie « Exposés d'Electrochimie Théorique », dirigida por René Audubert.

En este folleto, después de una Introducción, se desarrolla lo relativo a la noción de actividad; a la teoría de Debye y de Hückel, y los desarrollos de tal teoría.

La Conclusión es que « la concentración, a partir de aquella en que deja de ser aplicable la teoría, es amenudo muy débil. A pesar de que la validez de los cálculos de Debye y Hückel ha sido puesto en duda, en el dominio de las soluciones diluídas, ese método es el primero que ha conducido con éxito a la determinación capital del potencial en un punto de una solución y que ninguna mejora fundamental se ha aportado.

Termina una bibliografía del tema.

Nº 312, 313, 336, 337, 345 y 346. — BOUTRY (G. A.), *Les Phénomènes Photoéléctriques e leurs applications.* 6 folletos de 100, 56, 84, 52, 52, 72 páginas con figuras. Precios: 20, 15, 20, 15, 15, 15 francos, respectivamente. 1936.

Estos seis folletos pertenecen a la serie « Optique & Radiations », publicada con la dirección de Ch. Fabry.

La obra en conjunto trae el desarrollo de tres conferencias dadas en la Sorbona en mayo 1935. El primer folleto trata los fenómenos fotoemisivos. Precede un prefacio de Fabry que transcribimos:

« El capítulo de la Física que trata la acción de las radiaciones sobre los fenómenos eléctricos y las propiedades eléctricas de los cuerpos, mucho se ha enriquecido en los últimos tiempos. Esos fenómenos *fotoeléctricos* — dando a este vocablo un significado general, — ofrecen uno de los más interesantes aspectos de ese vasto conjunto que comprende las relaciones entre la materia y la radiación; por eso mismo, su importancia teórica es muy grande. Y llegó ya la hora de las aplicaciones, algunas de las cuales han vulgarizado el nombre un tanto vago de « célula fotoeléctrica ». Tal es el conjunto que Boutry ha querido exponer en una serie de monografías, encarándolo desde el triple punto de vista experimental, teórico y práctico. Constituyen un tratado completo de los fenómenos foto-eléctricos y de sus aplicaciones ».

Este primer fascículo trata el efecto fotoeléctrico normal, y luego, el efecto selectivo.

El segundo fascículo se ocupa de las « células fotoemisivas »: fabricación de las células; propiedades generales; célula de atmósfera gaseosa.

El tercero se refiere a la fotoconductibilidad: cristales idio y alocromáticos; semiconductores; líquidos.

El cuarto versa sobre las diferencias de potencial fotoeléctrico; entre dos puntos de un volumen iluminado; en el contacto de un electrodo y de un cuerpo fotoconductor; en las cadenas de conductores conteniendo electrólitos.

Los dos últimos tratan, respectivamente, la medida de las corrientes, de los flujos en fotometría fotoeléctrica: características eléctricas en los diversos tipos de células; medida directa de la corriente fotoeléctrica; aplicaciones.

Al final una tabla general de materias.

Cada capítulo trae una bibliografía comentada.

Nº 314. — AUGER (DANIEL), *Comparaison entre la Rythmicité des Courants d'Action cellulaires chez la Végétaux et chez les Animaux.* 102 páginas, 82 figuras y 12 láminas fuera del texto. Precio: 20 francos.

En una Introducción el autor, doctor en ciencias, suministra algunas informaciones sobre ciertos fenómenos fisiológicos cuyo conocimiento general es necesario para comprender los fenómenos rítmicos. Expone luego las características del material empleado y los métodos para registrar la corriente actora. Trata, después, los fenómenos rítmicos en los *chara.* El cap. 4 se ocupa de la evolución general de los fenómenos rítmicos en los tejidos animales; y de los provocados en idénticas condiciones que en los *chara* y, además, de la introducción de una onda suplementaria en un sistema rítmico, Pulsaciones rítmicas provocadas por la corriente constante. Interpretación de los ritmos. Estudio de la polarización y de otros fenómenos, comprobadas.

En una *Conclusión* resume las analogías notadas entre las pulsaciones de los tejidos animales y las de los vegetales: Malgrado la diversidad de los ritmos y la variedad de origen de las células en las que se los observa, los sistemas pulsantes revelan una gran unidad en su comportamiento.

Al final, una Bibliografía.

Nº 323. — CHEVALLEY (CLAUDE), *L'Arithmétique dans les Algèbres de Matrices.* 36 páginas. Precio: 10 francos. 1936.

Fascículo XIV de la serie « Exposés Mathématiques », publicada en homenaje a la memoria de Jacques Herbrand.

Después de una Introducción, se exponen sucesivamente los siguientes temas: Estructura de los módulos regulares. Los automorfismos de éstos. Introducción a una aritmética regular en las matrices. Representación de los órdenes « máxima ». Teoría de las clases de ideales. Caso conmutativo. Relaciones con la aritmética de un cuerpo conmutativo máximo.

En un primer apéndice se demuestra un teorema relativo a un cuerpo cualquiera, conmutativo o no, en el que se supone definida una aritmética regular de orden máximo dado. Otro apéndice trata la teoría de los divisores elementales.

Terminan el folleto unas referencias bibliográficas.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alvarez, Raúl J.
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arbecchi, Armando C.
Arce, Manuel J.
Arditi Thompson, H.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Arroyo, Rufino
Avila Méndez, Delfín
Aztiria, Ignacio
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Bancalari, Agustín
Barabino Amadeo, S.
Barbieri, Antonio
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berdoy, Pedro A.
Berrino, Juan B.
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano
Bontempi, Luis
Bordato, Miguel
Bordenave, Pablo E.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buldrini, Alvaro G.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Camus, Nicolás
Canale, Humberto
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceriale, Marcelino A.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Corvalán Mendilaharzu, Dardo
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chelia, Francisco
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
Debenedetti, José
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Demarchi, Marco
Deulofeu, Venancio
Devoto, Franco E.
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dotto, Enrique S.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Edelberg, Benjamín
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Florit, Carlos J.
Forn, Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Dívico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Gil, Martín
Gonella, Juan B.
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gurewitsch, Marco
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Howard, Jorge W.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Keiper, Guillermo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Kohan, Zolio
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lea, Allán B.
Lignières, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López, P. José
Loyarte, Ramón G.
Lozano, Nicolás
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Marini, Tomás L.
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Massaro, César O.
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Mermoz, Francisco A.
Mohring, Walther
Molfino, José F.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nelson, Ernesto
Nielsen, Juan
Oliveri, Alfredo E.
Ortega Belgrano Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitovi y Oliveras, A.
Paquet, Carlos
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Pauly, Antonio
Paz, José Máximo
Paz Anchorena, José M.
Peralta Ramos (h.), Alberto G.
Pérez Hernández, A.
Pérez Pirán, Juan A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert

Podestá, Juan Carlos
Polti, Modesto
Posadas, Carlos
Quartino, José N.
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Modesto
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Ravignani, Emilio
Rebuetlo, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan

Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rosell Soler, Pedro
Rossi, Arturo R.
Ruata, Luis E.
Ruiz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Sabaria, Enrique
Sagastume Berra, A. E.
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schmidt, Max
Schoo Lastra, Oscar
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo

Seeber, Ricardo
Sesma, Ángel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Soler, Frank L.
Sordelli, Alfredo
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Storni, Carlos David
Suárez, Angel
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tamini, Luis Augusto
Tarragona, José
Tedeschi, Virgilio
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.

Trucco, Sixto E.
Vallebella, Colón B.
Valentiner, Hugo
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallejo, Segundo E.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino (h.)
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Volpatti, Eduardo
White, Guillermo J.
Wauters, Carlos
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Devoto, Arnaldo Carlos
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
Girbau, Mansueto

Goyena, Ricardo J.
Laporte, Julio A.
Magne de la Croix, P. A.
Milesi, Emilio Angel
Monca, Jacobo Isaac

Muñoz Cabrera, René
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Somonte, Eduardo

Viglione, Fausto E.
Zenarruza Johnson, Tirso A.
Walls, I. Figueras de
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Francisco Disí
Angel Estrada y Cía.

Imprenta Kidd
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone

Otto Hess, S. A.
Est. Gráf. "Tomás Palumbo"

Jacobo Peuser, S. A. Lda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Ramón A. Brandán; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Gumersindo Sayago; Vocales: Ing. Daniel E. Gavier; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. B. de la Colina; Ast. N. Lafayette Zimmer; Ing. Vladimir Borsacow; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis
Aguiar, Henoch D.
Amaya, Arturo A.
Anduze, Fernando L.

Arrambide, Miguel
Astrain, Antonio
Bermann, Gregorio
Bobone, Jorge E.

Bodenbender, G.
Bonet, Rafael
Berzacow, Wladimir
Bracaccini, Osvaldo J.

Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Bustos, Ernesto
Buteler, Jesús E.

Cabrera Molina, P.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Castellanos Posse, F.
Catinari, Altavino E.
Centeno, Dionisio
Cordeiro, Juan Carlos
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
De la Colina, Bmé.
Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
De Villafañe Lastra, T.
Devoto, Heraclio A.
Di Riemzo, Sabino
Espinosa, Manuel
Esteban, Fernando
Evans, Eduardo W.
Fernández, Miguel
Ferrer, Baltasar
Fitz Simon, Sgo. E.
Fortana, Lorenzo
Fracassi, Humberto
Fuchs, Guillermo J.
Galíndez Vivanco, C.
García, Daniel
Garzón, Rafael
Gavier, Daniel E.
Gavier, Ernesto
Gibert, Víctor
Giménez de Azúa, F.
Godoy, Salvador A.
Gómez, Calixto A.
Gordillo, Pedro N.
Granillo Barros, M.
Hernández Ramírez, R.
Hosseus, Carlos Curt
Jagsich, Juan
Kegeler, Juan Walter
Kronfuss, Juan
Lafayette Zimmer, M.
Larrauri, Agustín C.
Lewis, Donald G.
Lo Celso, Angel T.
Luque, Eduardo R.
Lutzow Holm, Olaf.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Marsal, Alberto
Martínez, Rodolfo
Martínez Bustos, V.
Masjoan, Juan
Melo, Carlos R.
Mirizzi, Pablo Luis
Montes, Aníbal
Ninci, Carlos A.
Ninci, Mario
Ninci, Raúl T.
Nottaris, Carlos E.
Novillo Corvalán, S.
Olsacher, Juan
Pagliari, Arturo
Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani de
Perrine, Carlos D.
Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, C.
Ponssa, Marco
Puga, Agustín
Revol, Carlos A.
Revuelta, Miguel C.
Rietti, Dardo A.
Roca, Jaime
Roggeri, Domingo
Rothlin, Edwin
Sánchez Sarmiento, F.
Sartori, Antonio
Sayago, Gumersindo
Sayago, Marcelino
Schmiedecke, Augusto
Servetti Reeves, J. C.
Sicco, Juan Carlos
Padula, Federico
Sigal, Moisés
Sparn, Enrique
Strada, Ferdinando
Stucchi, Alberto
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Terrera, Pascual
Trebino, Natalio
Tretter, José
Urciuolo, Victorio
Vanni, Alberto
Vercello, Carlos
Villalba, Aquiles D.
Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Francisco E. Urondo; Vice-presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Secretario de correspondencia, Ing. Rodolfo Rouzaut; Secretario de actas, Prof. Curto E. Hotschewer; Tesorero, Ing. Carlos Christen; Vocal 1º, Dr. José Piazza; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Suplente 1º, Ing. Enrique Virasoro; Suplente 2º, Ing. José Cruellas.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Argüelles, Eugenio
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco
Bonazzola, César J.
Borruat, Luis
Borruat, Luis (hijo)
Borzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Camo, José María
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá Tolrá, Antonio
Kleer, Gregorio
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Marino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Morisot, Augusto
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Antonio E.
Rouzaut, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Anzorena, Pedro
Basso, Germinal
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Carette, Eduardo
Ceriotto, Emilio
Croce, Francisco M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Miyara, Santos
Oviedo Marcó, Carlos
Oviedo Ortíz, Carlos
Pelaia, Dante
Piccione, Cayetano C.
Picvano, Abelardo P.
Pontis, Rafael E.
Ruiz, Aníbal
Ruiz Leal, Adrián
Sammartino, Miguel
Sánchez C., Juan V.
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Toso, Juan P.
Vicchi, Juan A.
Villanueva, Miguel Angel

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán .... Rafael	(México)
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Arteaga, Rodolfo de	Montevideo
Avendaño, Leónidas	Lima
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bragg, William Henry	Londres
Bolivar, Ignacio	Madrid
Bruch, Carlos	Olivos
Cabrera, Bláa	Madrid
Carabajal, Melitón M.	Lima
Corti, José S.	Mendoza
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto	La Plata
Escomel, Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo	Chile
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe	Lima
Greve, Germán	Chile
Guinier Philibert	Nancy (Franc.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hassler, Emilio	San Bernardino (Paraguay)
Hernández, Juvenal	Chile
Hijar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Kinart, Fernando	Amberes
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Lehmann Nitsche, Roberto	Berlín
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Majarás, Jesús	México
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Chile
Pereira d'Andrade, Lancaster.	Nova Goa (I.P.)
Perrin, Tomás G.	México
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Reyes Cox, Eduardo	Antofag. (Ch.)
Rospigliosi y Vigil, Carlos	Lima
Rowe, Leo S.	Wáshington
Shepperd, William R.	New York
Tello, Julio C.	Lima
Torres Quevedo, Leonardo	Madrid
Villarán, Manuel V.	Lima
Vélez, Daniel M.	México
Valle, Rafael H.	México
Volterra, Vito	Roma
Vitoria, Eduardo	Barcelona

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

DICIEMBRE 1936. — ENTREGA VI. — TOMO CXXII

SUMARIO

BUENOS AIRES

Calle Santa Fé 1145

1936

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

B. AIRES - EST. GRÁFICO "TOMAS PALUMBO" - LA MADRID 321-325 - U. T. 21-1733

SECCION OFICIAL

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

SECCION "SANTA FE"

CONMEMORACION DEL CENTENARIO DE AMPÈRE

Con motivo de conmemorarse el centenario del fallecimiento del sabio Ampère el Instituto Social de la Universidad Nacional del Litoral invitó al presidente de la Sociedad Científica Argentina (Sección Santa Fé), Ing. Francisco E. Urondo, a pronunciar ante el micrófono de L. T. 10 Radio del Instituto Social de la Universidad una disertación alusiva a la vida y obra del célebre físico. Dicha disertación se llevó a cabo el 19 de junio y en ella el Ing. Urondo se refirió a la personalidad de Ampère, resumiendo la importancia de sus trabajos científicos y filosóficos y destacando las características personales del sabio.

Ciclo de Conferencias

HERENCIA MENDELIANA

Prosiguiendo con el ciclo de conferencias organizado por la Sección « Santa Fé » de la Sociedad Científica Argentina que se iniciara el año próximo pasado, tuvo lugar el 23 de Julio, en el salón de actos de la Facultad de Química, una conferencia a cargo del Ing. Antonio E. Marino, quien disertó sobre el tema: « Herencia mendeliana », que desarrolló de acuerdo al siguiente sumario: Herencia y variación. Teorías pre-mendelianas. Mecanismo de las divisiones celulares. Leyes de Mendel. Casos de mono- y di-hibridismo.

Gene y carácter. Ligamiento. Determinación del sexo. Interacción factorial. Recombinaciones.

El conferenciante se refirió en primer término a los tipos de variaciones, hereditarias y no-hereditarias, a la influencia que el medio ejerce sobre la expresión final de los caracteres hereditarios de los individuos, para poner en evidencia que lo que se hereda es una tendencia específica a reaccionar de manera determinada a los estímulos del medio.

La herencia y la variación son dos fenómenos que coexisten universalmente en todos los seres vivos y de su interacción resultan las semejanzas y desemejanzas entre los individuos emparentados biológicamente.

Se refiere después a la no-herencia de las variaciones producidas por el medio y a los esfuerzos de los investigadores teóricos para dilucidar el mecanismo de la herencia biológica, haciendo una ligera mención de la teoría de Weissmann.

Contemporáneamente a esos, una serie de hibridadores, desde Korlreuter a Mendel, realizan pacientes trabajos de observación en las descendencias de los híbridos, cuyas conclusiones constituyen aportes concretos a la dilucidación del problema de la herencia.

El descubrimiento de las leyes de la herencia que llevan el nombre de Mendel, fué el resultado del alto grado de perfeccionamiento a que llevó ese investigador la técnica experimental y de la eliminación del concepto organicista de individuo que guiaba a sus antecesores.

Sus experiencias tienen la estructura lógica de la investigación científica, haciéndose notar que el mendelismo es hoy día considerado como una evidente demostración de la posibilidad de encarar el estudio de los fenómenos biológicos con los mismos procedimientos que utilizan el químico y el físico al tratar su materia, citándose conceptos de Hogben y Horovitz al respecto.

Se refiere a las divisiones celulares, mitosis y meiosis, a los cromosomas como portadores del material hereditario, y a las diferencias entre los concepto de gene y carácter, exponiendo finalmente las leyes de Mendel sobre la segregación y recombinación independiente de los factores en las gametas y a los principios de dominancia y recesividad y de uniformidad de la primera generación híbrida.

Citó varios casos de mono- y di-hibrismo en plantas y animales, de herencia ligada al sexo, herencia del sexo, proporciones atípicas, etc., ilustrando los ejemplos con proyecciones luminosas.

La conferencia, a la que asistió numeroso público, se realizó bajo los auspicios del Instituto Social de la Universidad N. del Litoral y fué propalada por radio por intermedio de la estación L. T. 10 Radio del Instituto Social de la Universidad N. del Litoral.

CONFERENCIA DEL REV. P. JOSE A. LABURU

El 8 de Agosto, a las 10.30, en el salón de actos de la Facultad de Química Industrial y Agrícola, tuvo lugar una conferencia, organizada por la Sección « Santa Fé » de la Sociedad Científica Argentina, conjuntamente con la Facultad de Química, que estuvo a cargo del Rev. P. José A. Laburu S. J., quien disertó sobre el tema: « Problemas sobre la psico-fisiología del carácter ».

Esa conferencia, a la que asistió numerosísimo público, se realizó bajo los auspicios del Instituto Social de la Universidad y se propaló por radio, por intermedio de la radiodifusora L. T. 10 Radio del Instituto Social de la Universidad N. del Litoral.

LA PRIMERA CRISIS MUNDIAL DE POST-GUERRA Y SU REPERCUSION EN LA PROVINCIA DE SANTA FE

El martes 18 de Agosto se realizó otra de las conferencias organizadas por la « Sección Santa Fé » de la Sociedad Científica Argentina. Esta conferencia estuvo a cargo del Director General de Estadística de la provincia de Santa Fé, Cont. Púb. Emilio Sánchez R. quien se refirió a « La primera crisis mundial de post-guerra y su repercusión en la provincia de Santa Fé ».

La conferencia se realizó en el salón de actos de la Facultad de Química Industrial y Agrícola y se desarrolló de acuerdo al siguiente sumario:

1º Caracteres fundamentales que distinguen la crisis de superproducción industrial y agraria mundial que estalló en 1929.

2º Misión de los econometristas.

3º Quebrantos comerciales y civiles en la República Argentina (último decenio).

4º Quebrantos comerciales y civiles en la provincia de Santa Fé, a través de números índices agrupados, porcentajes y gráficas (1926-1935). Fundamento de la pauperización de capas intermedias. Estudio de rubros que agrupan algunas actividades principales de la producción y distribución de mercancías.

5º Comparación de la crisis anormal mundial de post-guerra con otras cíclicas anteriores. Aplicación metodológica (período 1906-1935) : líneas tréneas.

La disertación, que fué escuchada por numeroso público, fué ilustrada con proyecciones luminosas de gráficas y números índices y fué propalada por L. T. 10 Radio del Instituto Social de la Universidad N. del Litoral, que auspició dicho acto.

Sesión de comunicaciones científicas en homenaje a Ameghino

Como adhesión a los actos conmemorativos del 25º aniversario del fallecimiento de Florentino Ameghino, la Sección « Santa Fé » de la Sociedad Científica Argentina realizó el 7 de Agosto, en una de las aulas de la Facultad de Química de Santa Fé, una sesión especial de comunicaciones científicas, en la que intervino el socio honorario de la Sección Dr. Joaquín Frenguelli, Director del Instituto del Museo de la Universidad N. de La Plata, que se encontraba en esos días en la ciudad de Santa Fé en cumplimiento de una misión de intercambio universitario.

Antes de tratarse las comunicaciones científicas presentadas el socio Prof. Rolando Hereñú leyó las siguientes palabras alusivas al homenaje que se celebraba:

Estimados consocios:

Cumpliéronse ayer 25 años, desde aquel día aciago en que se extinguiera para siempre, en su vieja casona de La Plata, la vida del hombre cumbre de la ciencia argentina, cuya propia obra, escrita en más de 20.000 páginas, es el monumento más grande que pudiera erigirse en su memoria.

Venimos pues, con esta Sesión de comunicaciones, a rendir homenaje al sabio y a su obra; pálido homenaje tal vez comparado con la magnitud del hombre a quien va ofrendado; pero, el mayor que una sociedad científica puede tributar a quien consagró su vida a las ciencias, con entusiasmo, abnegación y desinterés no superados.

Vano intento sería pretender sintetizar su obra, vasta y compleja, en las pocas frases con que voy a distraer vuestra atención, porque tal obra, por su extensión y profundidad, escapa a mis posibilidades.

Por otra parte, muy poco podría decir, que no se hubiera dicho ya sobre tan brillante personalidad; pero, no puedo resistir a la tentación de evocarla, tal cual se nos aparece a través de sus escritos, de sus polémicas y de su vida ejemplar.

Jovial y afable, de una sencillez bonachona y simpática en su trato amistoso, pero violento y mordaz en la polémica, llevado por su vehemencia meridional; rebelde a todo dogmatismo y a toda imposición académica; audaz en sus construcciones geniales; de una fantasía creadora inagotable que lo arrastraba a tejer esas cadenas de hipótesis, tan desconcertantes, pero tan fecundas; de una tenacidad de acero en su constante batallar por ideales puros; sincero hasta parecer contradictorio a fuerza de rectificarse cada vez que se reconocía en error, en su noble afán de acercarse a la verdad; valiente y abnegado hasta el heroísmo, con ese valor y esa abnegación tan necesarios para todo aquel que orienta su vida por los ásperos caminos de la ciencia pura; y de un desinterés sin límites por los bienes materiales.

Tal vez muchas de sus hipótesis más audaces serían hoy indefendibles, tal vez muchas de sus teorías más queridas no fueron sino efímeras quimeras creadas por su fantasía; pero bien venidas esas hipótesis y esas quimeras, si ellas fueron los instrumentos con que llegó a construir ese enorme edificio de la Paleontología argentina, que es el basamento de su gloria universal, basamento granítico, que ha resistido victoriosamente las injurias del tiempo y de los hombres.

A continuación se presentaron las siguientes comunicaciones cuyos resúmenes publicamos:

DATOS ARQUEOLOGICOS SOBRE PARADEROS INDIGENAS DE SANTA FE

(ISLA DEL PERIQUILLO, HELVECIA Y SAUCE VIEJO)

Por AMELIA LARGUIA DE CROUZEILLES

He visto cumplida la finalidad que me propuse en mi comunicación de fecha 10 de Agosto de 1934, poner en conocimiento de los estudiosos y especializados, estos paraderos que constituyen páginas reveladoras, donde el arqueólogo puede reunir elementos para el estudio de la prehistoria, siempre renovado y atrayente.

La misión de estudio que enviara la Dirección del Museo Antropológico y Etnográfico de la Facultad de Filosofía y Letras de Buenos Aires, con motivo de mis comunicaciones — por las cuales tuvo conocimiento de la existencia de un rico yacimiento arqueológico en el Arroyo de Leyes — y que fuera integrada por los Sres.: Director del Departamento de Arqueología del Museo Etnográfico de la misma Facultad profesor Francisco de Aparicio, profesor Federico Daus y doctor Joaquín Frenguelli enviado por el Museo de La Plata, realizó visitas a este yacimiento y otros próximos a esta ciudad.

Los Sres. Wagner, en su obra sobre la « Civilización Chaco-Santiagueña y sus correlaciones con el Viejo y Nuevo Mundo », incluyen la fotografía de una urna globular encontrada en los terrenos del Arroyo Leyes (págs. 458-59, texto y nota 2º), comparándola con otras de Ilissarlik y de Santiago del Estero.

El Director de la Biblioteca del Departamento de Antropología del Museo Nacional de Lima, Perú, Sr. F. S. Hurtado, a quien se le remitió el folleto citado, con el objeto de hacer conocer la estilización del puma en estas regiones, encuentra de mucho interés el contenido de aquél.

Por otra parte, el Director de la Biblioteca Nacional Dr. Gustavo Martínez Zuviría, ha remitido varios ejemplares de este folleto a bibliotecas extranjeras. Se ha difundido así el conocimiento de esta región del litoral, que no había sido estudiada antes bajo el punto de vista arqueológico.

PARADERO DE LA ISLA PERIQUILLO

Encuéntrase la Isla Piriquillo, como lo indica el primer plano de la ciudad de Santa Fé, publicado en la historia de Cervera, en la

Fig. 1. — Parte del primer plano original de la ciudad de Santa Fé.

costa del Saladillo, departamento La Capital de esta provincia; al noreste del sitio denominado « Añapiré ». Esta isla, cuya configuración ha sufrido variaciones en el transcurso del tiempo por los desbordes frecuentes del Saladillo, contiene en sus playas alrededor de sus costas de poca inclinación, un rico yacimiento de alfarería indígena.

Entre ejemplares de artísticas representaciones zoomorfas en pastas de colores suaves y negras, con ricos dibujos y grabados se ha encontrado una pequeña cabecita antropomorfa que representa la « divinidad sin boca » ya definida por Wagner, en el primer tomo de su obra « Civilización Chaco-Santiagueña y sus correlaciones con el Viejo y Nuevo Mundo » (fig. 3).

A este respecto dice, en comunicaciones particulares : « La pequeña divinidad de la Isla Periquillo es un hermoso documento. El con-

FIG. 2. — A la izquierda Añapiré, derecha isla Periquillo.

junto de piezas que me ha comunicado indican claramente que los pueblos que dejaron estos restos de sus actividades y creencias eran servidores de la misma divinidad »...

Otra pieza de este sitio presenta caracteres semejantes a las del noroeste argentino, donde la aplicación de cabezas modeladas de aves y otros animales colocados como asas en las vasijas, es muy común. Parece ser un fragmento de plato o escudilla con la representación de una cabeza de pato (fig. 4). Es muy semejante a la descripta por Boman en su obra « Arqueología de la región andina y del desierto de Atacama ».

Muy cerca de este lugar se encuentran concavidades circulares cuyas paredes calcinadas hacen suponer que han sido fogones; diseminados a su alrededor se ven restos de alfarería.

FIG. 3. — "Divinidad sin boca", isla Periquillo.

PARADERO « LOS UBAJAYS », HELVECIA

Situada al sur de la localidad de Helvecia, departamento Garay, encuéntrase el hermoso paraje « los Ubajays », así llamado por los árboles que abundan allí en una extensión de mil metros aproximadamente, entre el camino de la costa y un brazo del río San Javier. Efectuando excavaciones, es posible hallar aún restos de alfarería indígena, que presentan visibles manchas de tizne de humo, demos-

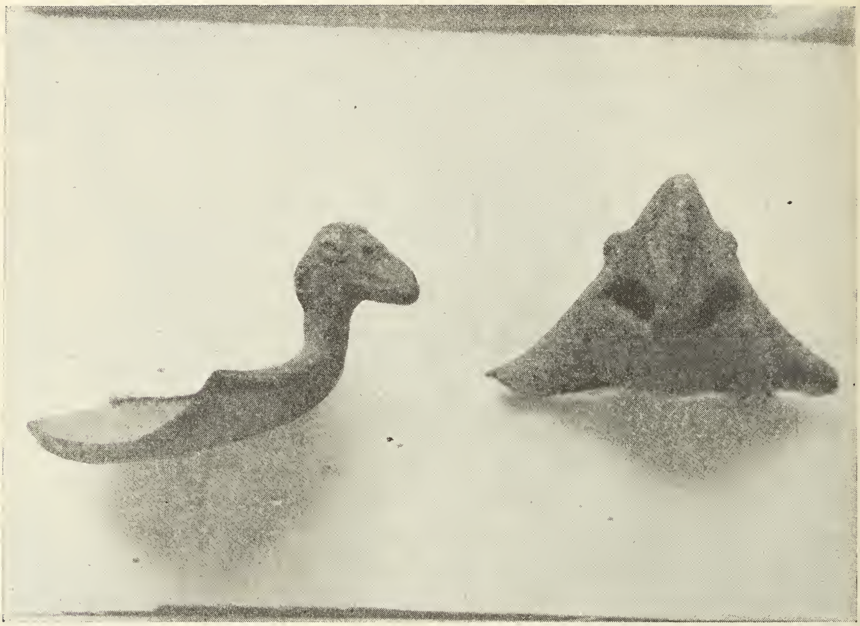


Fig. 4. — Ejemplares ornitomorfos, isla Periquillo.

Fig. 5. — Fragmentos de alfarería, isla Periquillo.

trando claramente el uso que fué dado a las piezas originales; entre éstos se observan algunos con decoraciones incisas y otros con franjas monocromas rojas.

El vaso de cerámica en color natural claro (fig. 7) decorado con triángulos rojos, fué hallado en el mismo paraje, junto a un esqueleto humano y conteniendo en su interior restos de maíz.

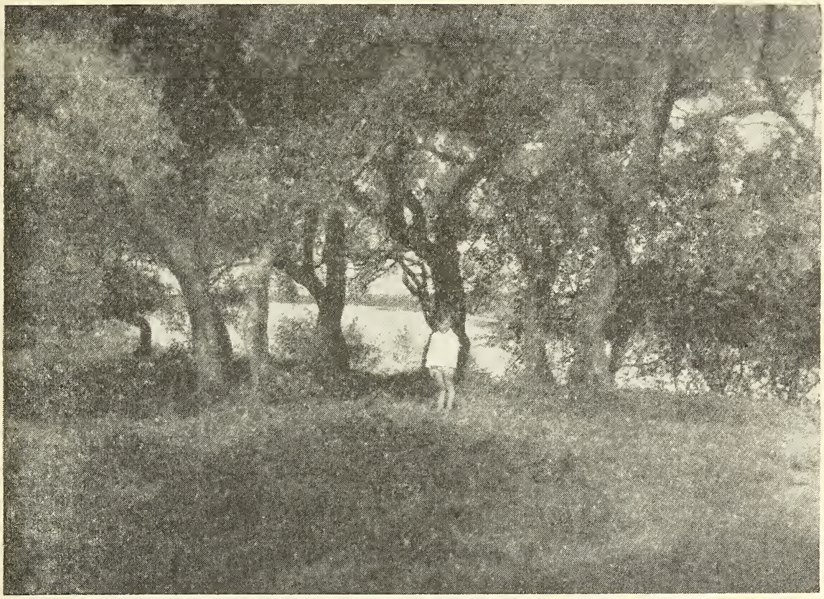


FIG. 6. — Los Ubajays, Helvecia.

PARADERO DE SAUCE VIEJO

Al sur de Santa Fé, en las inmediaciones del pueblo de Sauce Viejo, sobre la margen derecha del río Coronda, se encuentran esparcidos abundantes fragmentos de alfarería, evidentemente, algunos de ellos, coloreados con ocre, lo que demuestra la anterior existencia de un paradero indígena de características semejantes a los descubiertos en distintos puntos del mismo río.

Es común allí la alfarería gruesa y pequeños ejemplares de cerámica negra, con grabados notables por la perfección y seguridad de sus trazos (fig. 8).

Contemplando el aspecto geográfico y el conjunto arqueológico de los diversos paraderos descriptos, se encuentran en numerosos sitios, vestigios de vida aborigen, que comprueban la existencia continuada de manifestaciones artísticas locales dentro de una unidad

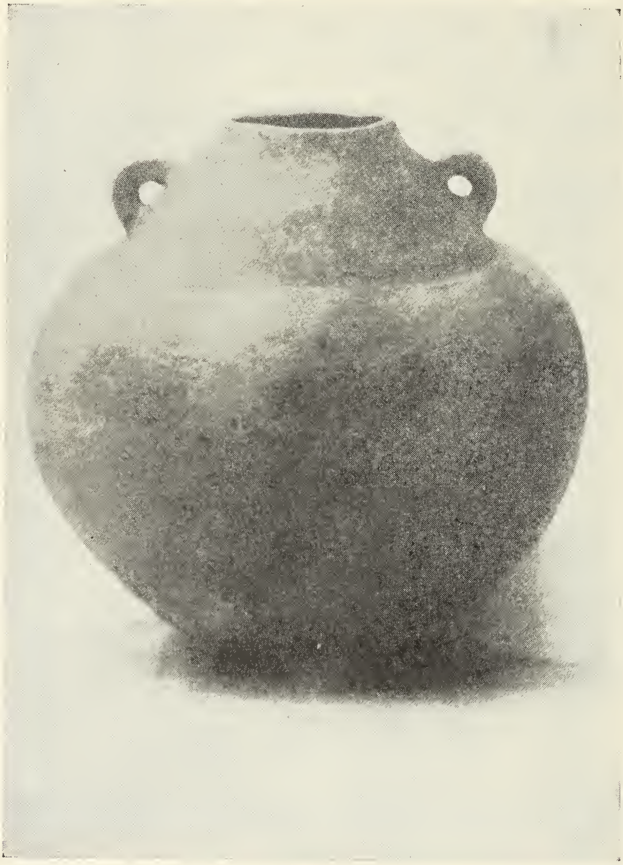


FIG. 7. — Vaso de cerámica decorado en rojo. Helvecia, Los Ubajays.

general, a la cual los arqueólogos atribuyen las mismas características en todo el litoral.

El Sr. Luis E. Valcarcel, Director del Museo Nacional de Lima, dice en sus « Cuadernos de arte antiguo del Perú » (Nº 1, pág. 4) : « Cada pueblo, cada época, cada cultura, ha producido su propia obra inconfundible, peculiarísima. Un tipo le corresponde. Seriándolos, se observa su evolución y las ajenas influencias, así como se fija su módulo. Hay por lo tanto una tipología, que sirve a los mismos fines de determinación cronológica ».

Es así como los documentos arqueológicos que se encuentran en los paraderos indígenas que me ocupan, conservan la tipología ge-

FIG. 8. — Fragmentos de cerámica, Sauce Viejo.

neral, evidencian el contacto con otras culturas lejanas y la coexistencia con otras civilizaciones.

Robustece la presunción de contacto de civilizaciones lejanas, el hallazgo hecho por mí en El Aromal, de una pequeña huaica en turquesa de igual forma y dimensión que la encontrada por el Dr. Frenguelli en el mismo sitio en años anteriores (1).

(1) Publicaciones del M. A. Etnográfico de la F. de Filosofía y Letras, Serie A, 11, Buenos Aires.

Similar a ellas, de dimensiones algo mayores, fué hallada otra a orillas del Arroyo de Leyes.

El ave andina y el vaso representado en la figura 9 son ejemplares que evidencian una concepción artística y técnica esmerada.

Fig. 9. — Ejemplares de cerámica roja y pardo oscura.

No serían extrañas a estas variadas manifestaciones de arte indígena, las migraciones de las que nos hablan extensamente los cronistas, y los historiadores contemporáneos dedicados a esta clase de investigaciones.

APUNTES ESTRATIGRAFICOS ACERCA DEL YACIMIENTO DEL "GLOSSOTHERIUM" DE LA LAGUNA GUADALUPE

Por JOAQUIN FRENGUELLI

Los restos fósiles del *Glossotherium lettsomi Owen,* que recientemente la Sección de Santa Fé de la Sociedad Científica Argentina enviara al Museo de La Plata, es interesante no sólo desde el punto de vista paleontológico sino también estratigráfico.

Su importancia paleontológica ya fué puntualizada por el Dr. Angel Cabrera en una nota publicada por el Museo de La Plata (*Las especies del género «Glossotherium»*, en *Notas del Museo de La Plata,* I, Paleontología nº 5, 193-206, Buenos Aires 1936).

Me concretaré, por lo tanto, a breves consideraciones acerca del valor estratigráfico de su yacimiento.

Como es sabido, los restos en cuestión proceden de las excavaciones en el lecho de la laguna de Guadalupe (más o menos en el punto donde arranca su breve emisario que la desagua al río Santa Fé) practicadas por el Ferrocarril de Santa Fé para fundar los pilares del nuevo puente de su ramal al puerto de Colastiné. Como es sabido, estas excavaciones hallaron una serie de capas arenosas, con inclusiones lenticulares de arena arcillosa verduzca, particularmente ricas en restos de mamíferos terrestres, moluscos fluviales y troncos de árboles.

Análogos sedimentos y análogos fósiles fueron hallados también en las excavaciones para la fundación del puente colgante del camino de Santa Fé a San José y por los dragados profundos efectuados en el río para el ensanche del puerto y para el relleno de la depresión ribereña a lo largo de la cual se ha construído la avenida Siete Jefes.

Tuve la oportunidad de examinar los materiales petrográficos y paleontológicos extraídos de todas las excavaciones mencionadas. Por lo que se refiere al puente del ferrocarril, los restos fósiles fueron llevados por obreros y curiosos y no llegaron a mis manos sino parcial y esporádicamente. Pero, por amable pedido del personal superior de la repartición correspondiente del F. C. S. F., tuve la oportunidad de reconstruir el perfil del substrato atravesado por las diferentes perforaciones practicadas transversalmente al lecho de la laguna y profundizadas, como término medio, hasta unos 30 metros debajo del fondo del lecho mismo.

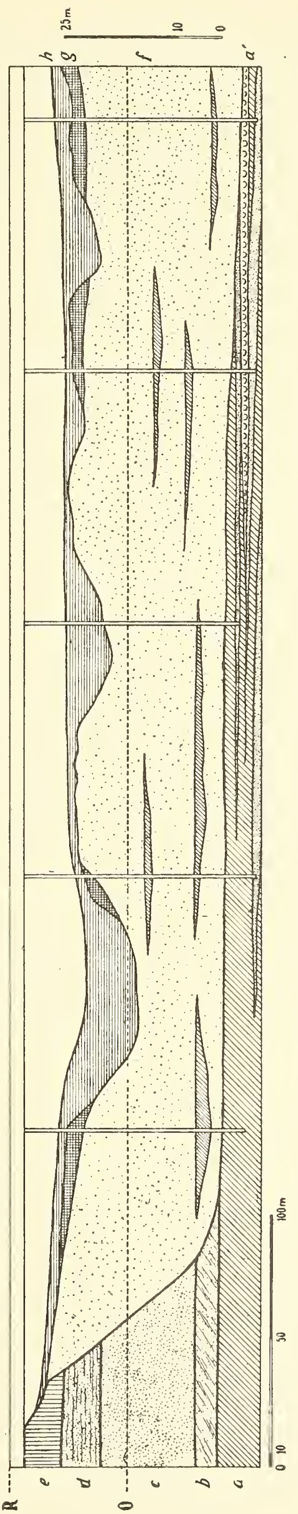
Como puede verse por el gráfico adjunto, la serie de capas arenosas fosilíferas forman el relleno sedimentario de un viejo álveo fluvial excavado en sedimentos más antiguos, correspondientes en parte a la serie terciaria que se descubre en el perfil de las altas barrancas entrerrianas próximas a la ciudad de Paraná y en parte a la serie cuaternaria, pampiana, que forma las pequeñas barrancas del borde occidental de la misma laguna y el suelo sobre el cual está construída la ciudad de Santa Fé.

Las capas más antiguas alcanzadas por las excavaciones forman el fondo del viejo cauce y corresponden a las capas arcillosas más altas del Paranense, con sus bancos terminales de moluscos marinos costeros (con predominio de aquella pequeña ostra que impropiamente fué determinada como *Ostrea parasitica* Gmel.), recubiertas, hacia los bordes del álveo, primero por arenas estuarianas del Mesopotamiense y luego por arenas medanosas del Entrerriense. En los bordes mismos, sobre estas arenas blancas o grisáceas siguen las arenas amarillas del Ríonegrense fluvial y, sobre éstas, la serie pampiana que, en parte, ya fué analizada por mí en otra oportunidad (*Hallazgos arqueológicos en la laguna de Guadalupe*, en *Public. Museo Antropológico y Etnográfico de la Fac. de Filosofía y Letras*, serie A, II, 57-67, Buenos Aires, 1932).

Esta serie, de la misma manera que en las barrancas de la próxima localidad de Santo Tomé, se compone en su mayor parte de limos loessoides del Pampiano medio (Ensenadense), recubiertos por el manto loéssico del Pampiano superior (Bonaerense) el cual localmente se recubre, en parte, de arenas de médanos y de un suelo arenoso negro (Aimarense) con restos de industrias indígenas prehispánicas.

Dentro del lecho fluvial, el relleno de las arenas fluviales fosilíferas está recubierto por capas de materiales cenagosos recientes, en gran parte destruídos por los torbellinos que se formaron alrededor de los pilares del viejo puente y cuyas excavacionees minaron estos pilares y determinaron la caída del puente mismo. Estas excavaciones fueron luego rellenadas por limo de sedimentación actual.

Es evidente, pues, que las arenas, donde se hallaron los restos del *Glossotherium*, colmaron un antiguo lecho cuya excavación no sólo es posterior al terciario paraniano-entrerriano, sino también posterior a la sedimentación de los horizontes pampianos (medio y superior) que integran sus bordes.


h
g
f
a'
25 m
10
0
R
e
d
O
c
b
a
100 m
50
0 10

Su excavación, por lo tanto, corresponde a esa fase de reactivación erosiva, general para amplias zonas de la región pampásica, que siguió a la sedimentación del loess bonaerense y que fué determinada por un levantamiento epirogénico, el mismo que determinó la regresión del estuario belgranense. También es evidente que luego su rellenamiento por aluviones fué determinado por la sucesiva fase de inversión en el movimiento, que, en su final, provocó el incremento querandinense del estuario del Río de la Plata.

Por lo tanto, los sedimentos fosilíferos en cuestión estratigráficamente corresponden al Lujanense de otros parajes de la región del Litoral, inclusive los de la localidad típica en el cauce del río Luján, próximo a la villa del mismo nombre.

En estos sedimentos, el hallazgo de restos de *Glossotherium* junto con restos de otros mamíferos típicos de la fauna pampiana superior (*Stegomastodon platensis* Amegh., *Equus curvidens* Orv., *Paraceros lujanensis* Amegh., *Megatherium americanum* Cuv., *Glyptodon reticulatus* Orv., *Doedicurus kokenianus* Amegh., *Toxodon platensis* Amegh., etc.) es un hecho interesante, pero normal.

Es en el Lujanense, en efecto, donde esta fauna adquirió su más avanzado gigantismo y su más típica expresión.

En las excavaciones de la laguna de Guadalupe y en las excavaciones de las localidades próximas en el cauce del río Santa Fé, los restos de esta fauna fueron hallados en abundancia particularmente en las lentes arcillosas entre 11 a 25 metros de profundidad debajo del fondo actual de la laguna, pero se hallaron también esparcidos en todos los niveles de su espesor.

En fin creo interesante agregar que estos sedimentos aluvionales donde se encontraron los restos del *Glossotherium* y de los demás mamíferos lujanenses ya mencionados, no son sedimentos propios de la laguna, sino del antiguo cauce del río Paraná en su extremo borde occidental.

Este borde aun hoy está marcado por las barrancas de la laguna de Guadalupe que se continúan con las barrancas de la margen derecha del río Santa Fe y, después de la interrupción del gran bañado del río Salado, con las barrancas de este río y de su continuación el río Coronda.

A esta serie de barrancas, que forman la orilla derecha del álveo del gran colector paranense, corresponden, en el lado opuesto, las barrancas entrerrianas, que constituyen su borde izquierdo.

El grandioso cauce, excavado al final del pampiano, como consecuencia del movimiento surreccional ya recordado, fué luego rellenado sucesivamente por los aluviones del Lujanense, del Platense y de los tiempos actuales. Estos últimos forman el vasto complejo insular que se extiende entre Santa Fé y Paraná y entre el cual las aguas del río se subdividen en numerosos brazos o estancan en lagunas y pantanos.

LA IDENTIDAD DEL YACAROL CON EL D-CITRONELOL

POR G. A. FESTER, F. A. BERTUZZI Y D. PUCCI [1]

En nuestra publicación anterior [2] sobre la secreción almizclada de las glándulas del yacaré hemos expresado la convicción de que el alcohol denominado « yacarol » sea idéntico al 2-6-Dimetilo-hepteno-2-ol-7. Entretanto hemos comprobado que no existe tal identidad y por el otro lado, por una rectificación cuidadosa al vacío, hemos dividido el yacarol aparentemente homogéneo, en una muy pequeña porción de un alcohol de menor peso molecular y en una fracción grande de otro alcohol, cuya identidad con el d-citronelol ha sido irreprochablemente comprobada (punto de ebullición a distintas presiones, peso específico, índice de refracción, puntos de fusión de tres derivados cristalizados, análisis elemental, olor rosáceo; solamente el poder giratorio es algo mayor que el del citronelol

Sostenemos la hipótesis, expresada en el artículo anterior, de que el Yacarol derive de una descomposición de la colesterina en las glándulas.

(1) Comunicación presentada en la sesión del 7 de Agosto de 1936 de la Sociedad Científica Argentina, Sección « Santa Fé » y en las Sesiones Químicas el día 2 de Julio de 1936.

(2) *Anales*, Noviembre 1934, E. V, T. CXVIII, pág. 222 y sig.

LA QUIMICA DEL HELIO Y LA TRANSMUTACION DE LOS ELEMENTOS

POR H. DAMINOVICH

Ya hemos visto que Ramsay y su escuela basándose en el fenómeno de incandescencia y desprendimiento simultáneo de helio, nitrógeno, etc. (descubierto por él y Travers) que tiene lugar cuando se calienta a 500-600 grados la fergusonita (niobato de itrio) [1] fundan: 1) su hipótesis de la posible existencia de combinaciones

(1) Thomson observó algo análogo con un fluoruro de calcio y metales del grupo del cerio e itrio.

endotérmicas de helio; 2) su técnica para intentar la obtención de compuestos de helio sometiendo *todo el sistema* (elementos reaccionantes y resultado de la posible transformación) a elevadas temperaturas.

Pero nuestras experiencias han demostrado lo contrario, es decir, que la descomposición de los compuestos PtHe es endotérmica, puesto que aumenta con la elevación de temperatura y que la obtención de los mismos se consigue activando previamente los elementos (1) y luego condensando dichos productos a temperaturas superiores a su punto de descomposición.

Es conveniente por lo tanto averiguar si con los datos experimentales obtenidos es posible dar otra interpretación del fenómeno en cuestión.

A pesar de que en otra oportunidad hice el examen de las tentativas de Köhlschuter, conviene recordar lo esencial de las mismas. Este autor hizo notar que en los primeros tiempos la idea de nulivalencia o incapacidad de combinación de los gases « nobles » no era tan general como en la época en que publicó sus nuevas investigaciones (1905), estudió la formación y propiedades de los nitruros de uranio y de torio (que producían incandescencia y desprendían nitrógeno al ser calentados en presencia de oxidantes) y mostró que tenía muy pocas probabilidades la hipótesis por él emitida anteriormente (1899)de la existencia de un heliuro análogo a los nitruros naturales de las rocas más antiguas, que por la acción de un oxidante (óxido de hierro o de uranio) desprendería helio y desarrollaría calor (calor de oxidación del metal combinado al helio más que el calor de oxidación del Fe o Ur).

En vista de sus primeros trabajos y por corresponder a condiciones experimentales diferentes, opinaba que los resultados negativos de Ramsay no eran suficientemente convenientes. Pero según Perrier, el brillante descubrimiento de Ramsay de la formación de helio por el radio, dió un golpe mortal a esta hipótesis, tanto que Köhlschuter la abandonó adoptando la hipótesis de las soluciones sólidas.

Al comentar esto manifesté mi desacuerdo expresando que los hechos aludidos no están en contra de la posibilidad de una combinación.

(1) Proceso en el que como hemos visto además de la descarga eléctrica y de la superficie metálica, intervienen *temperaturas moderadas* pero según gran probabilidad, *temperaturas locales elevadísimas.*

Además, como Köhlschuter no había efectuado medidas térmicas, no se podía saber si la cantidad de calor desarrollada correspondía a un proceso de oxidación difícil de explicar por la estabilidad grande de los óxidos de hierro o uranio, o a otro proceso.

Por esto considero de interés relacionar el fenómeno en cuestión con el descubrimiento hecho por nosotros al calentar rápidamente el compuesto PtN, a saber, incadescencia y desprendimiento simultáneo de nitrógeno.

Desde el comienzo hice notar, en colaboración con Berraz, que este fenómeno es análogo al observado durante la calefacción de ciertos minerales que desprenden He y N (fergusonita) y como se produce también en el vacío descartamos la posibilidad de atribuirlo a la oxidación del nitrógeno liberado y nos inclinamos a la hipótesis de que el efecto térmico se debía a la combinación fuertemente exotérmica de los átomos de nitrógeno liberados (formación de la molécula N_2). Ya en las primeras experiencias realizadas con el calorímetro de Bunsen obtuvimos cifras del orden decimal previsto por esa hipótesis de 130.000 a 190.000 pequeñas calorías por mol. de N_2 concordantes con las determinaciones realizadas hasta el presente.

Si admitimos una constitución del compuesto PtN de la forma: NPt..... PtN y otra análoga para los nitruros o compuestos de otro tipo contenidos en los minerales, tendremos la explicación del fenómeno comentado. En efecto, estando el N en forma inestable y a la vez con el máximo de valencias débilmente ligadas (átomos de N no unidos entre sí en el compuesto) en la primera etapa de calefacción rápida del compuesto MN (M metal) de descomposición endotérmica, daría N atómico libre y en la segunda etapa los átomos de N se combinarían desarrollando gran cantidad de calor e incandescencia.

Si hacemos una mezcla de PtHe, BiHe, WHe, o PdHe, con PtN y calentamos rápidamente, reproducimos con este « mineral sintético » el fenómeno observado por Ramsay y Travers. La descomposición de los compuestos de He y N con los metales, sería endotérmica y el fenómeno de incandescencia no se debería a una descomposición exotérmica como lo suponían dichos investigadores sino a la formación exotérmica de la molécula N_2 a partir de los átomos liberados por calefacción del PtN.

Dado el interés del problema pensamos llevar a cabo investigaciones sistemáticas con diferentes minerales y con nituros y compuestos metálicos de He de distinta estabilidad para someter a una verificación definitiva estas conclusiones.

Como ya he tenido ocasión de hacer un examen de los trabajos realizados hasta 1926 respecto al importante problema del estado del helio y de los otros gases raros en la naturaleza, solo haré aquí algunas observaciones basadas en la obtención y comportamiento térmico de una serie de compuestos que se pueden considerar como « minerales sintéticos de gases raros ».

Recordaré solamente que la mayor parte de los investigadores han establecido de un modo demasiado absoluto el origen radioactivo de todo el helio de los minerales (Ramsay, Travers, Collie, Strutt, Vernardok, Beloussoff, etc.). Pero al lado de esos investigadores, otros han señalado la posibilidad de un origen no radioactivo (Gautier, Piuti, etc.).

Cuando no se admitían combinaciones químicas de ninguna clase entre el helio y los constituyentes de los minerales radioactivos y se llegaba a la conclusión categórica de que el helio era absolutamente inerte en cualquier condición, se aseguraba también que todo el helio de los minerales, provenía de la desintegración de los elementos radioactivos. Pero ahora que existen serias pruebas de lo contrario (es decir que el helio actúa químicamente con intensidad en ciertas condiciones) y que se ha demostrado que los compuestos PtHe, PdHe, BiHe, WHe, CuHe, son por así decirlo « minerales sintéticos de helio », más ricos en este elemento que los verdareros minerales (5, 10, 15, 25 y más cm^3 por gramo en tanto que la torianita solo llega a 9 cm^3) no es difícil aceptar que en la naturaleza puedan haber muchos productos no readioactivos (Be, etc.) con apreciable cantidad de helio eliminable por el calor, en forma análoga a la observada en los minerales radioactivos, en las sales de radio y en los compuestos PtHe.

Hecha esta introducción creo necesario entrar en algunos pormenores acerca del desarrollo de los estudios e investigaciones que he tenido la oportunidad de realizar hasta el presente y que aún continúan en forma sistemática.

Del examen que hicimos en otra oportunidad sobre las investigaciones relativas al contenido de helio en los minerales de uranio (Strutt) y a la eliminación del helio por el calor en los minerales radioactivos (Wood) y de las determinaciones que ha llevado a las relaciones:

$$\frac{\text{He}}{\text{N}_2\ \text{fuente}} = \frac{\text{He}}{\text{N}_2\ \text{aire}} \text{ (Moureau-Lepape)}$$

se obtienen los siguientes resultados: 1) existen divergencias grandes respecto al « valor normal » 10 que Strutt cree haber establecido (cm^3 de He por gramo de $U_3 O_8$), pues dicho valor oscila entre 0,146 (pechblenda de Joachimstal) 31,4 (crisolita del Llano Texas y 5600 (mineral de fluor de Groenlandia). Además ciertos minerales de berilo desprovistos de radioactividad contienen cantidades apreciables de helio (168 mm^3 por 100 gramos. 2) Son notables las discrepancias de las relaciones establecidas por Moureau-Lepape, pues en el caso del helio su valor numérico oscila mucho en tanto que para los otros gases raros alcanza con gran aproximación el valor normal que es igual a la unidad. Además la cantidad de helio obtenido en los grisú es muy superior al que corresponde a la radioactividad de la hulla. 3) La hipótesis de Wood de que parte del helio se halla en cavidades excesivamente pequeñas está en contra de lo observado por él mismo.

En resumen, lo expuesto está en contra de la hipótesis de que todo el helio de los minerales es de origen radioactivo y apoya la idea de que tanto el helio de origen radioactivo como el fijado en el mineral por otro proceso, puede hallarse al estado de combinación química común o de combinación química de adsorción o de superficie.

A la vez, en esa misma época (1926), hice notar que el problema en cuestión estaba en sus comienzos y que era indispensable someter a un fraccionamiento sistemático los principales minerales que contienen helio y argón y hacer el estudio de las características físicas y químicas de cada una de las fracciones aisladas y en particular el efecto de la temperatura sobre los heliuros o argonuros (compuestos de otra categoría) que podrían existir en dichas fracciones.

* * *

En la primera serie de experiencias pude establecer una analogía evidente entre el comportamiento térmico de los compuestos platino-helio, y de los minerales con helio (torianita, monacita, etc.). En efecto, tanto en uno como en otro caso el fenómeno es muy lento y de carácter endotérmico (aumento de la eliminación de helio con la temperatura) se producen « límites » a diferentes temperaturas y las últimas porciones de helio sólo se eliminan a muy altas temperaturas. También entreví la posibilidad de existencia de helio en los minerales y en las sales de radio y productos de desintegración en forma análoga a la observada en los compuestos PtHe, ya que las ideas imprecisas de « oclusión » y de « solución sólida » no aclaraban nada respecto a la naturaleza del fenómeno, ni acerca de la clase de fuerzas que mantienen unidos dichos elementos o de la categoría de compuestos o complejos que pudieran formarse. Con el propósito de someter a una verificación estas ideas, emprendí nuevas series de experiencias sobre eliminación de helio en los compuestos PtHe y en las sales de radio con helio acumulado) a diferentes temperaturas y sobre radioactividad y helio en los minerales (caso de la autunita en colaboración con el profesor Urondo). Ya hemos visto los resultados relativos a la eliminación de helio a muy altas temperaturas en los compuestos PtHe, que confirman una de las previsiones anteriores respecto a la analogía con los minerales. En lo que se refiere a las sales de radio pude llegar a los siguientes resultados previa acumulación de parte del helio emitido por 22 mg. de Ra durante dos años: 1) Existe paralelismo entre la eliminación por el calor del He acumulado en las sales de Ra y sus derivados y la eliminación de He de los compuestos PtHe (aumento de gas desprendido cuando se eleva la temperatura, curvas análogas que muestran límites a diferentes temperaturas y necesidad de altas temperaturas para eliminar las últimas porciones de gas; 2) para extraer el helio de las sales de Ra, son necesarias calefacciones más intensas y prolongadas que las usadas hasta ahora por Dewar y otros investigadores.

Al mismo tiempo iniciamos investigaciones sobre helio y radioactividad en los cuerpos radioactivos (autunita, torianita, carnotita, pechblenda, etc.) y en algunas de sus fracciones (ganga, precipitados después de ataque químico, etc.) y pudimos comprobar en el caso de la autunita de acuerdo con Piuti que la ganga obtenida después del ataque con HCl, contenía cantidades apreciables de helio del orden de las halladas en la parte uránica. Continuamos en forma sistemática las investigaciones para llegar a una conclusión definitiva.

* * *

Todas estas experiencias que he realizado, me permiten formular con mucha probabilidad la hipótesis « *del origen común de compuestos de helio* »: *a*) en los minerales no radioactivos; *b*) en minerales radioactivos (combinación del helio activo de la atmósfera, del helio ionizado, etc.) ; *c*) en las sales de radio (combinación de helio ionizado, partículas) ; *d*) en los compuestos PtHe (combinación del helio y de los vapores de Pt activados durante la descarga eléctrica).

La hipótesis de la formación en los minerales de compuestos de helio a partir del helio eléctricamente activado, por procesos no radioactivos cuando la tierra se hallaba en el período de condensación tendría su apoyo también en las recientes investigaciones astro-físico-químicas (Campbell, Saha, Wright, Bowen Swings, etc.) que han demostrado la existencia de átomos de helio metaestable y ionizado en las estrellas de muy alta temperatura y en las nebulosas. En efecto, no hay dificultad a primera vista en admitir que los electrones y los fotones de alta frecuencia emanados del sol, activen el helio en presencia de los vapores metálicos a su vez activados (con producción de elevadísimas «temperaturas locales») y luego los compuestos formados en la zona de estabilidad propia se condensen arrastrados por las partículas de dichos vapores metálicos en vías de aglomeración.

Para el caso de fijación de pequeñas cantidades de helio bastará aceptar acciones análogas a las obtenidas con ciertos minerales en atmósfera de helio común («anormal» poco activo).

Las anomalías grandes observadas en las relaciones

$$\frac{\mathrm{He}}{\mathrm{U}} \text{ de Strutt y } \frac{\mathrm{He}}{\mathrm{N_2\,fuente}} = \frac{\mathrm{He}}{\mathrm{N_2\ aire}} \text{ (Moureau-Lepape)}$$

que no pueden explicarse partiendo solamente de los datos radioactivos, se interpretan fácilmente admitiendo que el valor grande de dichas relaciones se debe al helio no radioactivo que se desprende lentamente por la acción de la temperatura, determinados agentes químicos, etc., sobre las combinaciones químicas comunes o combinaciones químicas de adsorción que él forma con determinados constituyentes de los minerales.

Todo lo expuesto nos induce a realizar las siguientes series de experiencias: 1) obtención de compuestos de helio con elementos no radioactivos de la serie del berilo y con elementos radioactivos como el uranio, torio, radio, etc., con el fin de aumentar la fijación y eliminación del helio sin alterar la radioactividad (por lo menos la que da origen a los rayos alfa) y de averiguar si existen analogías con los compuestos platino-helio especialmente en cuanto a la descomposición térmica se refiere; 2) obtención de compuestos de helio por acción de las partículas alfa sobre platino y otros metales finamente divididos y averiguar si ellos son análogos a los obtenidos por el método de las descargas eléctricas.

* * *

En un trabajo anterior (1) tuve ocasión de examinar las investigaciones de Winchester, de Ramsay y sus colaboradores y de Thomson sobre eliminación de helio en tubos de descarga y de hacer notar el interés extraordinario de las mismas para todas las teorías que se habían formulado, tomando como base la presencia de pequeñísimas cantidades de helio y de neón en diferentes cuerpos y especialmente en los radioactivos. Luego agregaba que después de la duda emitida por Mme. Curie en el sentido de que el helio observado podía estar contenido en las sales que lo desprenden, duda que aumentaba por el hecho de que este desprendimiento de helio se agotaba para una sal dada, mientras que en el caso de una transformación atómica producida por los rayos catódicos debiera aumentar proporcionalmente al tiempo, Thomson no consideraba la cuestión del helio como definitivamente resuelta, pues se necesitaba todavía mucho trabajo experimental para decidir entre las diferentes fuentes posibles de este gas. Pensábamos que no sería imposible que en estos casos como en el de algunas sales radioactivas, se encontraran vestigios de heliuros metálicos capaces de poner helio en libertad por la acción de las radiaciones de estas sustancias y de los rayos catódicos.

Más tarde Thomson (2) adopta una hipótesis emitida anteriormente por Rutherford y Strutt y admite que en los casos mencionados las partículas alfa en lugar de ser proyectadas con las velocidades enormes que caracterizan las sustancias radioactivas, son emitidas con una energía tan débil, que no podrían escapar completamente de los átomos de los cuales provienen. En una palabra dichas partículas serían liberadas por un proceso análogo a los radioactivos y finalmente desunidas cuando el átomo sufre un violento bombardeo bajo la influencia de los rayos catódicos. Como sólo una pequeña fracción de átomos contendría el helio débilmente ligado, los rayos sólo separarían esta parte y el desprendimiento de helio cesaría.

Este mismo investigador sostenía que nadie podía aceptar esta hipótesis de transmutación atómica que plantea cuestiones de un

(1) « Inercia y actividad química de los gases raros. Estado actual del problema ». Conferencia dada en la Asociación Química Argentina, Octubre de 1926. Publicada en los *Anales* de la misma, 1926-1927.

(2) J. J. Thomson. Les rayons d'electricite positive p p 187, París 1923. Traducción por Fric y Corvisy, de la segunda edition inglesa, Agosto 1921.

carácter tan fundamental si no se probaba que era inadmisible cualquiera otra explicación. Como ella sería considerablemente reforzada si fuera posible evidenciar las partículas del átomo que quedan después de la eliminación del átomo de helio, él ensayó determinar la masa 3 en el caso del litio y la 5 en el caso del glucinio pero sin resultados decisivos, puesto que la primera la obtuvo también bombardeando sales que no contenían ni vestigios de litio y sólo consiguió excepcionalmente pequeñas cantidades de helio en las sales de berilio ensayadas.

Debido a que las diferentes sales de un mismo metal dan diferencias considerables y a que la velocidad de producción disminuye después de un bombardeo prolongado, Thomson pensaba que no era la masa total de la sal la originaria del helio desprendido sino « algo que se encontraba al estado de impureza accidental », pudiendo ser una fuente posible de dicho gas, la capa de aire condensado en la superficie de los sólidos. Pero agregaba que conocemos muy poco acerca de las capas gaseosas condensadas como para saber si ellas encierran o no la misma proporción de helio que el aire ordinario o para determinar si la proporción de gas condensado sobre la superficie depende de la composición química de las sales. Una observación en apoyo de dichas opiniones es que la velocidad de emisión del helio disminuye gradualmente si se prolonga el bombardeo de la sal mantenida en el vacío.

Fué en vista de esto que emprendí la serie de investigaciones que demostraron que admtiendo la existencia de combinaciones químicas del tipo PtHe, PdHe, FeHe, BiHe, etc., en los minerales de helio o en los productos de desintegración radioactiva, se explica perfectamente la eliminación de helio por calefacción o bombardeo catódico hasta el agotamiento (y no en cantidad proporcional al tiempo) sin necesidad de hacer intervenir en esos casos la hipótesis de la transmutación del átomo, muy aceptable teóricamente pero hasta ahora sin una prueba experimental definitiva y completamente satisfactoria en lo que se refiere a las llamadas transmutaciones artificiales experimentales o provocadas.

Esta manera de ver ha sido reforzada recientemente por las investigaciones de Paneth y G. Thomson (1) quienes han demostrado que la producción de helio de masa 3 durante el bombardeo de deutones por protones, se debe a la eliminación del helio previamente contenido en las paredes de vidrio del tubo de descarga.

(1) *Nature*, 136, pág. 334, 1936.

Todo lo cual me lleva a insistir con más empeño aún en la advertencia de que es imprescindible hacer pruebas en blanco con el fin de averiguar si la exigua cantidad de helio contenido en el elemento a transmutar o en alguna parte del aparato, influye en el resultado (cantidad, velocidad y recorrido de las partículas de helio simple y doblemente ionizadas). Mientras no se lleven a cabo estas pruebas fundamentales y las destinadas a evidenciar « los residuos atómicos » resultantes, quedará la duda acerca de muchas de las transmutaciones que en estos momentos se dan como seguras.

Para seguir contribuyendo a dilucidar este apasionante problema he emprendido una nueva serie de investigaciones con el fin de reforzar la interpretación química, de determinar la cantidad de gases (hidrógeno, helio, óxido de carbono, nitrógeno, oxígeno, etc.) en los metales (litio, boro, berilo, aluminio, plomo, uranio, torio, platino, cobre, etc. y de estudiar el efecto de la eliminación de estos gases (agotamiento por efecto de una prolongada e intensa calefacción o bombardeo iónico o electrónico previos) sobre los fenómenos eléctricos que puedan producirse al someter a la acción de las descargas eléctricas moderadas o intensas a dichos metales.

* * *

Refiriéndose a este trabajo, el Ing. Urondo observa que las conclusiones a que llega al Dr. Damianovich son justificadas y por ello las experiencias probatorias de que el helio que aparece en las transmutaciones se deba solo a la disgregación nuclear y no tenga otro origen, deben ser concluyentes.

Las transmutaciones logradas en estos últimos años por el bombardeo con partículas alfa, con protones, deutones, neutrones y fotones, como así también las atribuídas a la radiación cósmica, tienen una base teórica y experimental delicada. Por ello la realización de pruebas testigos como las que indica el autor son de conveniencia indiscutible. No obstante no puede restarse importancia a los trabajos experimentales y teóricos que van profundizando el conocimiento de la constitución de la materia y estableciendo esquemas de posibles transmutaciones.

Excursión a las barrancas de Paraná

El Dr. Joaquín Frenguelli, socio honorario de la Sección « Santa Fé » de la Sociedad Científica Argentina y Director del Instituto del Museo de la Universidad N. de La Plata, visitó en los primeros días de Agosto la ciudad de Santa Fé, enviado especialmente por la Universidad platense en misión de intercambio universitario, con el objeto de dictar en la Facultad de Química de esta ciudad un cursillo breve sobre geología del litoral. Ese cursillo estuvo constituído por dos clases teóricas que se dictaron el 4 y 6 de Agosto y una clase práctica que tuvo lugar en las barrancas de la vecina ciudad de Paraná.

Dado el interés del asunto, la Sección « Santa Fé » invitó a sus asociados a asistir a esa clase práctica, que se realizó el sábado 8 de Agosto por la tarde y a la que concurrieron numerosos estudiantes y profesores de la Facultad.

SINGULARIDADES DE LAS FUNCIONES ANALITICAS DE UNA Y DE VARIAS VARIABLES COMPLEJAS INDEPENDIENTES

Por CARLOS BIGGERI

Introduccion

El presente trabajo consta de dos partes. — La primera parte se refiere a las singularidades de las funciones analíticas de una variable definidas por integrales determinantes (ordinarias o generalizadas) situadas sobre la recta de convergencia y a las singularidades de las funciones analíticas definidas por series potenciales situadas sobre la circunferencia de convergencia.

Las singularidades de las funciones analíticas definidas por *series potenciales* han sido objeto de numerosos trabajos, de los cuales un excelente resumen, así como una extensa bibliografía (de más de 70 autores), puede verse en « Les singularités des fonctions analytiques représentées par une série de Taylor » (S. Mandelbrojt, Mémorial des Sciences Mathématiques, Fascículo LIV, París, 1932). Pero el estudio directo de las singularidades de las funciones analíticas definidas por *integrales determinantes* aún no ha sido abordado sistemáticamente. Creemos digno de interés, relacionar las singularidades (que pueden no existir) pertenecientes a la recta de convergencia de una integral determinante, de la función analítica que dicha integral define, con la función generatriz de tal integral.

Existe una notable diferencia entre la teoría de los puntos singulares de las funciones analíticas definidas por series potenciales y la de los puntos singulares de las funciones analíticas definidas por integrales determinantes, basta recordar la clásica propiedad: sobre la recta de convergencia condicional de una integral determinante, puede no existir ningún punto singular de la función definida por dicha integral.(*)

En cambio, la necesidad de la existencia de un punto singular periférico para una función analítica definida por una serie potencial constituye, en realidad, la definición misma de punto singular.

Se comprende entonces, que el estudio de las singularidades periféricas (o no) para las funciones definidas por integrales determinantes implica dificultades que no se presentan en el estudio de las singularidades periféricas (o no) para las funciones definidas por series potenciales.

(*) Esta propiedad se justifica muy sencillamente del siguiente modo: llamemos r a la recta de convergencia condicional de la integral:

$$f(z) = \int_0^\infty a(t) \cdot e^{-tz} \cdot dt$$

Todos los puntos de r pueden ser regulares para $f(z)$ porque entonces, si bien, a cada uno de estos puntos le corresponde un entorno (que podemos tomar circular) en el cual es $f(z)$ función regular; como el conjunto de todos estos puntos de r no está acotado, y por lo tanto no se le puede aplicar el teorema de Borel (es decir, el límite inferior de la sucesión de los radios de estos entornos es *cero*, si las ordenadas de sus centros crecen infinitamente), no existe un semiplano que contenga al de convergencia simple de la integral:

$$\int_0^\infty a(t) \cdot e^{-tz} \cdot dt$$

en cuyos puntos todos sea regular la función $f(z)$.

En cambio, la aplicación de esta consideración a una serie simple potencial conduce a la fundamental propiedad: Sobre la circunferencia de convergencia de una serie de potencias, existe necesariamente un punto singular de la función analítica definida por dicha serie.

Esto es: entre otras, una razón intrínseca de la diferencia desde el punto de vista de las singularidades, existente entre las series potenciales y las integrales determinantes estriba en la siguiente propiedad elemental: la circunferencia es un conjunto (de puntos) acotado y cerrado, mientras que la recta no es conjunto acotado.

Ahora bien, si se supone que el punto en el infinito del plano: $z = x + iy$, es regular para la función $f(z)$, entonces sí, que se puede asegurar, según es sabido, que: sobre la recta de convergencia condicional de la integral:

$$\int_0^\infty a(t) \cdot e^{-tz} \cdot dt$$

existe necesariamente un punto singular para $f(z)$. La demostración de esta importante propiedad se puede hacer aplicando las consideraciones anteriores.

Conocida es la idea de «*correlación*» entre la teoría de las series y la de las integrales impropias (numéricas y funcionales): existen teoremas de series tales que, convenientemente transformados, dichos teoremas tienen sentido y son válidos para las integrales impropias, y viceversa (a veces, el *correlativo* de un teorema para las series o para las integrales no se deduce directamente, sino que es menester emplear ciertos artificios). Innumerables son los ejemplos de este paralelismo.(*) Pero la *correlación* no es perfecta: existen teoremas para las series (integrales) que no tienen su correlativo para las integrales (series). Por ejemplo: 1.°). El término general de una serie convergente tiende a cero, pero la función sub-integral de una integral impropia convergente puede no tender a cero (más aún, el límite superior de la función sub-integral de una integral impropia convergente, puede ser infinito). En cambio, si la integral impropia:

$$\int_0^{\infty} f(x) \,.\, dx$$

es convergente, se verifica que:

$$\lim_{p \to \infty} \int_p^{p+q} f(x) \,.\, dx = 0$$

siendo q un número positivo fijo arbitrariamente tomado. Luego, lo correlativo del término general de una serie simple en la integral:

$$\int_0^{\infty} f(x) \,.\, dx \,,$$

no es $f(x)$, sino:

$$\int_p^{p+q} f(x) \,.\, dx \,.$$

2.°). Sea el teorema de Fabry («Sur les points singuliers d'une fonction donnée par son développement en série et sur l'impossibilité du prolongement analityque dans les cas très généraux», Annales scientifiques de l'École Normale supérieure, 3.e série, t.

(*) Véase nuestro trabajo: «Varios criterios para integrales simples y algunos teoremas sobre integrales dobles» (Revista Matemática Hispano-Americana, Julio 1932).

XIII, 1896): « dada la serie potencial $f(z) = \Sigma a_n z^n$, si existe límite de $\dfrac{a_n}{a_{n+1}}$ y es:

$$\lim_{n \to \infty} \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} \right) = \alpha$$

el punto $z = \alpha$, es *singular* para $f(z)$. » Este elegante teorema, *así enunciado, no tiene sentido* para la función $f(z)$ definida por la integral determinante:

$$f(z) = \int_0^\infty a(t) \,.\, e^{-tz} \,.\, dt.$$

Ahora bien, si enunciamos el teorema de Fabry en la siguiente forma: «Dada la serie:

$$f(z) = \Sigma \, a_n \,.\, e^{-nz}$$

si existe límite ordinario de $\dfrac{\Delta a_n}{a_{n+1}}$, siendo $\Delta a_n = a_{n+1} - a_n$, y es:

$$\lim_{n \to \infty} \left(\frac{\Delta a_n}{a_{n+1}} \right) = \beta$$

el punto:

$$z = - \log (1 - \beta)$$

es un punto *singular* periférico para $f(z)$», entonces, sí que cabe tentar la demostración de la siguiente proposición:

«Dada la integral determinante:

$$f(z) = \int_0^\infty a(t) \,.\, e^{-tz} \,.\, dt$$

si existe límite ordinario finito de la derivada logarítmica de la función generatriz, y es:

$$\lim_{t \to \infty} \left\{ D \log a(t) \right\} = \beta ,$$

el punto:

$$z = - \log (1 - \beta)$$

es *singular* para $f(z)$». Veremos en la primera parte de nuestro trabajo que tal proposición no es cierta, luego: no vale el correlativo del teorema de Fabry, para las integrales determinantes. En cambio, demostraremos el siguiente teorema original: «Dada la integral determinante:

$$f(z) = \int_0^\infty a(t) \,.\, e^{-tz} \,.\, dt$$

si existe límite ordinario finito de la derivada logarítmica de la función generatriz $a(t)$, y es:

$$\lim_{t \to \infty} \left\{ D \log a(t) \right\} = \beta ,$$

el punto:

$$z = \beta$$

es un punto *singular* periférico para la función $f(z)$».

Este teorema, es en realidad un teorema nuevo, válido únicamente para las integrales y para las series es falso.

3.°). El radio de convergencia de *toda* serie potencial se calcula por la fórmula (universal) de Cauchy - Hadamard, mientras que la fórmula *correlativa* de ésta para el cálculo de la abscisa de convergencia condicional de una integral determinante ordinaria (o generalizada) no es general: un caso particular importante en el cual se calcula la abscisa de convergencia de una integral determinante, con una fórmula correlativa de la de Cauchy-Hadamard, es cuando la función generatriz de la integral es una *función analítica entera* sin ceros reales, a saber: «Si la función generatriz, $a(t)$, de la integral determinante:

$$\int_0^\infty a(t) \,.\, e^{-tz} \,.\, dt$$

es *función analítica entera de t* y no tiene ceros reales, entonces la abscisa, C, de convergencia de esta integral, se calcula por la fórmula:

$$C = \overline{\lim_{t \to +\infty}} \frac{\log |a(t)|}{t} .$$

(Como corolario interesante se tiene: « Si la generatriz $a(t)$ de una integral determinante es función analítica entera de t, y no tiene ceros reales, las tres rectas de convergencia: *condicional, uniforme* y *absoluta* de dicha integral coinciden»).

Pero si la función generatriz, $a(t)$, no es función analítica entera, lo único que puede afirmarse es que:

$$C \leq \overline{\lim_{t \to +\infty}} \frac{\log |a(t)|}{t} .$$

Vemos, luego, una nueva ruptura de la correlación.

El cálculo de la abscisa de convergencia condicional de una integral determinante ordinaria se ha logrado mediante fórmulas distintas según el signo de dicha abscisa, (por ejemplo, la fórmula de Cahen - Landau para el cálculo de la abscisa de convergencia condicional de una integral determinante *ordinaria* y cuya generalización a la integral determinante *generalizada* no ofrece dificultad, *supone esencialmente que dicha abscisa es positiva*).

Recordemos dos teoremas originales (cuyas demostraciones fueron dadas en nuestro curso «Funciones de varias variables complejas independientes» en el Colegio Libre de Estudios Superiores, año 1935 y que publicaremos oportunamente) sobre el cálculo de dicha abscisa: *a*) «La abscisa, C, de convergencia condicional de la integral determinante generalizada:

$$\int_0^\infty a(t) \,.\, e^{-\lambda(t) \,.\, z} \,.\, dt$$

se calcula por la fórmula:

$$C = \overline{\lim_{t \to \infty}} \frac{\log \left| \int_{[t]}^{t} \overline{a(\tau)} \,.\, d\tau \right|}{t}$$

indicando con:

$$\int_{[t]}^{t} \overline{a(\tau)} \,.\, d\tau$$

la integral de la función $a(\tau)$ entre límites tales que:

$$[t] \leq \lambda(\tau) \leq t ,$$

y con $[t]$ la parte entera de t».

b) «C también se calcula por la fórmula:

$$C = \overline{\lim_{t \to \infty}} \frac{\log \left| \int_0^t a(\tau) \,.\, e^{\overline{\lambda(\tau)}^2 - \overline{\lambda(t)}^2} \,.\, d\tau \right|}{\lambda(t)} » .$$

Claro está, que logradas las fórmulas dadas por los teoremas *a*) y *b*), el cálculo, en todos los casos, de la abscisa de convergencia absoluta no ofrece ninguna dificultad (pues basta con reemplazar $a(\tau)$ por $|a(\tau)|$).

4.°). Otra diferencia notable entre la teoría de las series potenciales y la de las integrales determinantes es la siguiente: los radios de convergencia de las series potenciales:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \quad , \quad \text{y:} \sum_{n=0}^{\infty} |a_n| \, . \, |z|^n$$

son iguales, o bien: el conjunto de puntos en los cuales una serie potencial converge *condicionalmente*, pero *no absolutamente*, es *a lo sumo* un conjunto (de un número finito o infinito de puntos) de puntos pertenecientes a la circunferencia de convergencia. En cambio: las abscisas de convergencia condicional y absoluta de una integral determinante ordinaria (o generalizada) pueden ser distintas, es decir: el conjunto de puntos en los cuales una integral determinante converge *simplemente*, pero *no absolutamente*, puede ser un recinto infinito (que está constituído por una faja del plano complejo cuyas rectas límites son paralelas al eje imaginario).

Pero, hay aún otra diferencia más profunda entre la teoría de las series potenciales y la de las integrales determinantes. En efecto, en todo círculo *interior* al círculo de convergencia, la serie converge uniformemente, en cambio: existen integrales determinantes tales que, en todo semiplano *interior* a su semiplano de convergencia, dicha integral no converge uniformemente. Ahora bien, siguiendo las huellas de Bohr (quien introdujo la noción de recta de convergencia uniforme para las *series generales de Dirichlet*) introdujimos la noción de recta de convergencia uniforme para las integrales determinantes (ordinarias y generalizadas). Héla aquí: «dada la integral:

$$\int_0^{\infty} a(t) \, . \, e^{-\lambda(t) \, . \, z} \, . \, dt$$

existe siempre una recta (que llamamos *recta de convergencia uniforme*), $R(z) \equiv x \equiv C_1$, tal que dicha integral (impropia) *converge uniformemente* para: $x > C_1 + \varepsilon$, y no para: $x > C_1 - \varepsilon$, siendo ε un número arbitrario positivo». Respecto de la recta y de la abscisa de convergencia uniforme, C_1, demostramos en nuestro curso (año 1935) del «Colegio Libre de Estudios Superiores» (y cuyas demostraciones las publicaremos oportunamente) los siguientes teoremas:

a). «Supongamos que: el límite superior de $\frac{\log t}{\lambda(t)}$, para $t \to +\infty$, sea finito, pongamos:

$$\lim_{t \to \infty} \frac{\log t}{\lambda(t)} \equiv l > 0,$$

y supongamos además que:

$$\frac{dt}{d\,\lambda(t)} = O\,[e^{\lambda(t)\,.\,(l+\delta)}]\,,$$

siendo δ un cierto número positivo. En tales hipótesis, se verifica que la integral:

$$\int_0^{\infty} a\,(t)\,.\,e^{-\lambda(t)\,.\,z}\,.\,dt$$

converge uniformemente, siempre que la función $f\,(z)$ definida por dicha integral sea regular y finita. Esto es: si el número c es tal, que la función $f\,(z)$ es finita y regular, para:

$$x > c + \varepsilon\,,$$

y no para:

$$x > c - \varepsilon\,,$$

se tiene que:

$$C_1 = c\text{»}\,.$$

b). «Supongamos: que $p\,(t)$ sea una función derivable, monótona creciente y positiva; que la función $\lambda\,(t)$ sea derivable y que exista una cierta constante K positiva tal que:

$$o \leq \lambda\,(t) + K - \lambda\,(t + p\,(t)) < \frac{d\lambda\,(t + p\,(t))}{dt}\,.$$

Designemos con:

$$T\,(t\,,p) \equiv T\,(t\,,p\,(t))\,,$$

el extremo superior de la integral:

$$\left| \int_t^{t+p} a\,(\tau)\,.\,e^{-\lambda(\tau)\,.\,iy}\,.\,d\tau \right|\,,$$

para:

$$o \leq p \leq p\,(t)\ ;$$

cuando la variable y, $(z = x + iy)$, varía entre: $-\infty$ y $+\infty$.

En tales hipótesis, la abscisa, C_1, de convergencia uniforme de la integral:

$$\int_0^\infty a\,(t)\,.\,e^{-\lambda\,(t)\,.\,z}\,.\,dt$$

es:

$$C_1 = \overline{\lim_{t \to \infty}}\ \frac{\log T\,(t\,,p\,(t))}{\lambda\,(t)}\ ».$$

c). «Supongamos que $\lambda\,(t)$ en la integral:

$$\int_0^\infty a\,(t)\,.\,e^{-\lambda\,(t)\,.\,z}\,.\,dt$$

admita función inversa: $t \equiv t\,(\lambda)$.

Designemos con $T\,(\alpha)$ el extremo superior de:

$$\left| \int_{t_1}^{t_2} a\,(\tau)\,.\,e^{-\lambda\,(\tau)\,.\,iy}\,.\,d\tau \right| ,$$

siendo:

y:

$$\left.\begin{array}{l} t_1 \equiv t\,([\alpha]) \\ t_2 \equiv t\,(\alpha) \end{array}\right\}$$

cuando y varía en el intervalo infinito: $-\infty < y < +\infty$. Entonces, la abscisa de convergencia uniforme es:

$$C_1 = \overline{\lim_{\alpha \to \infty}}\ \frac{\log T\,(\alpha)}{\alpha}\ ».$$

d). «Si con $T\,(t)$ designamos el extremo superior de:

$$\left| \int_0^t a\,(\tau)\,.\,e^{-\lambda\,(\tau)\,.\,iy}\,.\,d\tau \right| ,$$

cuando y varía en el intervalo: $-\infty < y < +\infty$, y si la abscisa, C_1, de convergencia uniforme es *positiva*, se tiene:

$$C_1 = \overline{\lim_{t \to \infty}}\ \frac{\log T\,(t)}{\lambda\,(t)}\ ».$$

e). «Si: $\varphi(\alpha)$ es una función real derivable para $\alpha \geq \lambda(o)$, y satisface a las condiciones:

$$1) \qquad \lim_{\alpha \to +\infty} \frac{d\varphi(\alpha)}{d\alpha} = +\infty ;$$

$$2) \qquad \lim_{\alpha \to +\infty} \frac{d\varphi(\alpha)}{\alpha^k \cdot d\alpha} = o ,$$

donde k es un cierto número positivo; (de la condición 1) se deduce que:

$$\left. \lim_{\alpha \to +\infty} \frac{\varphi(\alpha)}{\alpha} = +\infty \right) ;$$

y si con $T(t)$, designamos el extremo superior de:

$$\left| \int_0^t a(\tau) \cdot e^{\varphi[\lambda(\tau)] - \varphi[\lambda(t)] - \lambda(\tau) \cdot i \cdot y} \cdot d\tau \right| ,$$

cuando y varía en el intervalo infinito: $-\infty < y < +\infty$, se tiene:

$$C_1 = \overline{\lim_{t \to \infty}} \frac{\log T(t)}{\lambda(t)} \text{ »}.$$

Haciendo en los teoremas *a*), *b*), *c*), *d*) y *e*), $\lambda(t) = t$, se obtienen diversas fórmulas (universales) para calcular la abscisa de convergencia uniforme de toda integral de Laplace.
(Es evidente que es:

$$C \leq C_1 \leq C_2$$

siendo: C la abscisa de convergencia condicional, C_1 la de convergencia uniforme y C_2 la de convergencia absoluta. En esta última doble relación pueden presentarse efectivamente las cuatro combinaciones posibles de signos).

Es notable el siguiente teorema que hemos obtenido (análogo a un teorema que Bohr enunció para las series generales de Dirichlet):

f). «La función $f(z)$ definida por la integral:

$$\int_0^\infty a(t) \cdot e^{-\lambda(t) \cdot z} \cdot dt ,$$

toma en cada faja (cuyas rectas-fronteras son paralelas al eje imaginario):

$$C_1 - \varepsilon < R(z) \equiv x < C_1 + \varepsilon$$

para todo $\varepsilon > o$, una infinidad de veces, cualquier valor (real o complejo, incluso el punto del infinito) arbitrario prefijado, con excepción *a lo sumo* de uno».

Este último teorema recuerda al célebre teorema de Picard sobre las funciones analíticas con punto singular esencial aislado, sin ser evidentemente su correlativo (además la demostración del teorema *f*), difiere completamente en su esencia de las diversas demostraciones dadas del teorema de Picard).

Ahora bien, la idea de *correlación* es impotente para desarrollar de una manera completa la teoría de las singularidades de las funciones analíticas definidas por integrales determinantes, aún limitándonos a la *clase restringida* de funciones analíticas definidas por integrales determinantes que poseen, por lo menos, un punto singular periférico. Este hecho se explica teniendo en cuenta que, en la teoría clásica de funciones, el *elemento analítico generador de las funciones analíticas es la serie potencial*(*).

Condiciones necesarias y suficientes para que un punto periférico de una función analítica definida por una serie potencial, sea singular para dicha función, han sido dadas por: Hadamard («Essai sur l'étude des fonctions données par leur développement de Taylor», Journal de Mathématiques, 4.e série, t. 8, 1892), Fabry («Sur les points singuliers d'une fonction donnée par son développement en série et sur l'impossibilité du prolongement analytique dans les cas très généraux», Annales scientifiques de l'École Normale supérieure,

(*) Surge entonces la idea de desarrollar *una teoría de las funciones analíticas partiendo de algoritmos funcionales distintos del de las series potenciales.* En efecto, en un trabajo que oportunamente hemos de publicar, llegamos al concepto de función analítica tomando como *elemento de función analítica*, lo que llamamos *la integral determinante ordinaria respecto de un punto, propio o impropio* (como caso particular, cuando el *elemento-integral determinante ordinaria*, se refiere al punto impropio del plano complejo, se obtiene la corriente integral de Laplace).

Procediendo de esta manera se conservan algunas de las propiedades (muy pocas) de la teoría clásica y se obtienen muchísimas otras nuevas, interesantes desde diversos puntos de vista. Una de las más importantes consecuencias (que hace resaltar la sencillez de la teoría clásica) es que, en general, no se puede asegurar la existencia de punto *singular*, sobre el contorno del recinto de convergencia del algoritmo funcional considerado, cuando no se usan series potenciales, bien entendido que entonces, evidentemente, la definición de punto singular no es la corriente.

3.e série, t. 13) y Pringsheim («Ueber einige funktionenth. Anwend. der Euler. Reinent.», Sitzungs. der Kgl. Bayr. Ak., 1912). *Pero este criterio de Hadamard-Fabry-Pringsheim no admite correlativo para las integrales determinantes.* Estamos, luego, en presencia de un nuevo hecho en que falla la idea de correlación.

Por lo tanto se impone investigar un criterio (condición necesaria y suficiente) para reconocer la regularidad o la singularidad de un punto periférico para una función analítica, cuando ésta venga definida por una *integral determinante.* En la primera parte del presente trabajo obtenemos tal criterio (teorema fundamental). Una de las ventajas (que lo hace de práctico manejo) de nuestro criterio fundamental, reside en que en él no intervienen integrales entre límites infinitos sino integrales entre límites finitos (aunque variables, y se le puede aplicar, por consiguiente, algún teorema de media) y contienen ciertos parámetros que pueden variar en ciertos intervalos, lo que, en la práctica, puede simplificar notablemente los cálculos, mediante una elección adecuada de los valores particulares de dichos parámetros.

Además nuestro criterio fundamental admite un correlativo para las series simples potenciales, y este *criterio correlativo* difiere esencialmente del de Hadamard-Fabry-Pringsheim.

Nuestro criterio fundamental vale (como lo demostramos) no solamente para las integrales determinantes ordinarias (integrales de Laplace) sino también para las integrales determinantes generalizadas(*) (llamadas también integrales de Dirichlet, por su analogía con las series generales de Dirichlet).

Consideremos el conjunto de las propiedades referentes a la *regularidad* y a la *singularidad* de los puntos periféricos, o no, de las funciones analíticas definidas por series simples potenciales y por

(*) Podría creerse que la integral determinante generalizada:

$$\int_0^\infty a(t) \cdot e^{-\lambda(t) \cdot z} \cdot dt$$

donde es: 1°) $\lambda(t)$ *creciente* y 2°) $\lim_{t \to \infty} \lambda(t) = +\infty$, se puede reducir a una integral determinante ordinaria:

$$\int_{\lambda(o)}^\infty \frac{a(t)}{\lambda'(t)} \cdot e^{-tz} \cdot dt .$$

Tal reducción es solamente posible si la función $\lambda(t)$ es *monótoma creciente.* Por lo tanto, no carece de interés el estudio de las integrales de Dirichlet.

integrales determinantes. Estas propiedades pueden dividirse en tres categorías:

1.°) teoremas para las series que *admiten un correlativo* para las integrales, o bien, teoremas para las integrales que admiten un *correlativo* para las series (nótese bien, que esto no quiere decir que de un cierto teorema para las series o para las integrales, se deduce *de inmediato* otro cierto teorema para las integrales o para las series, respectivamente. A veces la investigación del correlativo de un teorema ofrece serias dificultades, tanto para lograr su enunciado como su demostración);

2.°) teoremas para las series que *no admiten un correlativo* para las integrales;

3.°) teoremas para las integrales que *no admiten un correlativo* para las series.

Evidentemente, los teoremas que presentan mayor interés desde el punto de vista de la novedad son los de la *tercera categoría*: en nuestro trabajo (primera parte) logramos algunos de ellos mediante la aplicación de nuestro criterio fundamental.

En la abundante bibliografía existente sobre las singularidades de las funciones analíticas no encontramos ningún teorema de la tercera categoría (lo que se explica teniendo en cuenta que dicha bibliografía contempla las funciones analíticas definidas mediante series potenciales).

Luego se plantea un doble problema, a saber:

a) obtener teoremas de la tercera categoría; y:

b) en vista de los numerosos teoremas conocidos sobre las singularidades de las funciones analíticas definidas por series potenciales, averiguar cuáles de estos teoremas admiten un correlativo para las integrales y cuáles no lo admiten.

Con nuestro *criterio fundamental* resolvemos este doble problema y en la primera parte de la presente memoria consignamos algunos de los resultados obtenidos. Además aplicando el correlativo de nuestro criterio a las series se pueden demostrar de inmediato todos los teoremas que son ya clásicos sobre las singularidades situadas sobre la circunferencia de convergencia, como ser: los teoremas de Vivanti-Borel-Pringsheim, Dienes, Tsuji, Ssász, Kössler, Leau, Faber, Wigert, Le Roy, Lindelöf, Carlson, Bernstein, Fabry, Soula, Hadamard, Fatou, Borel, Pólya, Mandelbrojt, Hurwitz-Pincherle, Ostrowski, etc..

Enunciemos, en esta introducción a la primera parte, los resultados obtenidos aplicando nuestro criterio fundamental (las demostraciones de algunos de ellos están contenidas en la primera parte de este trabajo).

Nos limitaremos solamente a enunciar los teoremas originales, sin considerar en este trabajo las simplificaciones que podría reportar nuestro criterio, adaptado a las series potenciales, en las demostraciones de teoremas ya conocidos.

Teorema 1º.). (*) (*Teorema fundamental*):

«Dada la función analítica $f(z)$ definida por la integral determinante generalizada:

$$\int_0^\infty a(t) \cdot e^{-\lambda(t) \cdot z} \cdot dt \qquad [1]$$

cuya abscisa de convergencia condicional, C, se supone finita; es condición necesaria y suficiente para que el punto $C + i\gamma$, ($\gamma \equiv$ real), de su recta de convergencia, sea *singular* para $f(z)$, que se verifique:

$$\overline{\lim_{n \to \infty}} \sqrt[n]{\left(\frac{\sigma e}{n}\right)^n \cdot \left| \int_\tau^\varrho a(t) \cdot e^{-(C+i\gamma) \cdot \lambda(t)} \cdot t^n \cdot e^{-\lambda(t) \cdot \sigma} \cdot dt \right|} = 1, \quad [2]$$

donde es:

y:

$$\left.\begin{aligned} \lambda(\tau) &= \frac{n}{\sigma} \cdot (1 - \omega) \\ \lambda(\rho) &= \frac{n}{\sigma} \cdot (1 + \omega) \end{aligned}\right\}$$

siendo σ y ω números arbitrarios reales (pero fijos), tales que:

$$\sigma > o, \qquad y, \qquad o < \omega < 1 \text{ ».}$$

Teorema 2.º). «Con las mismas notaciones del teorema 1.º), se tiene: es condición necesaria y suficiente para que el punto periférico $C + i\gamma$, sea *regular* para $f(z)$, que el límite superior que aparece en el primer miembro de la relación [2] sea menor que la unidad».

Si la integral de Dirichlet [1] es una integral determinante ordinaria (esto es: si es $\lambda(t) \equiv t$), aplicando los teoremas 1.º) y 2.º) se tienen las condiciones necesarias y suficientes para que un punto periférico sea *singular* o *regular* para una función analítica definida

(*) La numeración de los teoremas en esta introducción no corresponde a la numeración de los teoremas que demostramos en la primera parte de este trabajo.

por una integral de Laplace. Como caso particular interesante (y de fecunda aplicación) se puede enunciar el siguiente:

Teorema 3.°). «Dada la función analítica $f(z)$ definida por la integral determinante ordinaria:

$$\int_0^\infty a(t) \, . \, e^{-tz} \, . \, dt$$

cuya abscisa de convergencia condicional es nula, es condición necesaria y suficiente para que el origen, $z = o$, sea *singular* o *regular* para $f(z)$, que se verifique:

$$\overline{\lim_{n \to \infty}} \sqrt[n]{\left(\frac{2e}{3n}\right)^n \cdot \left| \int_n^{2n} a(t) \, . \, t^n \, . \, e^{-2/3\, t} \, . \, dt \right|} \gtreqless 1 ,$$

respectivamente».

Una de las tantas aplicaciones que se pueden hacer de los teoremas 1.°) y 2.°) es la construcción efectiva de integrales de Laplace, tales que *todos* los puntos de su recta de convergencia sean *regulares* o bien *singulares* (*) para la función $f(z)$ que define dicha integral.

Adaptando, como dijimos, a las series potenciales nuestro criterio fundamental obtenemos varios *nuevos* teoremas relativos a las funciones analíticas definidas por series potenciales, a saber:

Teorema 4.°). «Si el argumento (**), φ_n, del coeficiente a_n de la serie:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \, . \, z^n ,$$

satisface a la condición:

$$\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{\cos \varphi_n} = 1 ,$$

y además la parte real de a_n no es negativa, el punto: $z = R$, en el cual la circunferencia de convergencia corta al semieje real y positivo, es *singular* para $f(z)$».

(*) Se logran, efectivamente, interesantes ejemplos de integrales determinantes *lagunares*, cuyo estudio será objeto de otro trabajo.

(**) En todo lo que sigue al hablar del argumento de un número complejo nos referimos a su *valor principal*.

Este último teorema constituye una amplia generalización de los dos teoremas, ya clásicos, siguientes:

a) « si es $a_n \geq o$, el punto $z = R$ es singular para $f(z)$» (Vivanti, «Rivista di matematica», t. 3, pág. 112, 1893; Pringsheim, «Mathematische Annalen», t. 44, pág. 42, 1894, y, «Sitzungs. der Kgl. Bayr. Ak., 1912; Landau, « Mathematische Annalen », t. 61, pág. 535, 1905);

b) «si la parte real de a_n es no-negativa y su argumento φ_n se mantiene inferior, a partir de un valor fijo de n en adelante,a un ángulo fijo $\tau < \frac{\pi}{2}$, el punto $z = R$ es singular para $f(z)$» (Dienes, « Essai sur les singularités des fonctions analytiques », Journal de Mathématiques, 3.ᵉ série, t. 4).

Teorema 5.°). «Si el argumento, φ_n, del coeficiente a_n de la serie:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot z^n$$

es tal que : dado un número arbitrario positivo ε, existe un valor $n_o \equiv n_o(\varepsilon)$, tal que si es: $n \geq n_o$, se verifica que:

$$\left| \sqrt[n]{\cos \varphi_n} - 1 \right| < \varepsilon$$

salvo para una sucesión (infinita) de valores de n , $n = \delta(m)$, que cumple la condición:

$$\lim_{m \to \infty} \frac{\delta(m)}{m} = \infty ,$$

y si la parte real de a_n no es negativa, el punto: $z = R$, en el cual la circunferencia de convergencia corta al semieje real y positivo, es *singular* para $f(z)$».

Este último teorema constituye una amplia generalización de un teorema de Tsuji («On power series having only logarithmic algebrical singularities on the circle of convergence», Japanese Journal of Math. t. III, IV y V, 1926-1927-1928).

Los teoremas 4.°) y 5.°) son de la *primera categoría*, (*) es decir,

(*) Sería muy laboriosa la demostración de los teoremas 4.°) y 5.°) empleando el criterio de Hadamard-Fabry-Pringsheim, para el reconocimiento de la singularidad de un punto periférico de una función analítica definida por una serie potencial. Aún así, las *demostraciones* de los teoremas 4.°) y 5.°) no tendrían correlativas para los teoremas 6.°) y 7.°).

admiten éstos sendos correlativos para las integrales. En efecto, con nuestro criterio fundamental se prueban los dos siguientes teoremas.

Teorema 6.º). «Si el argumento, $\varphi(t)$, de la función generatriz $a(t)$ de la integral:

$$f(z) = \int_0^\infty a(t) \, . \, e^{-\lambda(t) \, . \, z} \, . \, dt$$

satisface a la condición:

$$\lim_{t \to \infty} \frac{\log \cos \varphi(t)}{t} = o$$

y además la parte real de $a(t)$ no es negativa, el punto: $z = C$, en el cual la recta de convergencia condicional corta al eje real,es *singular* para $f(z)$».

Teorema 7.º). «Si el argumento, $\varphi(t)$, de la función generatriz $a(t)$ de la integral:

$$f(z) = \int_0^\infty a(t) \, . \, e^{-\lambda(t) \, . \, z} \, . \, dt$$

es tal que: dado un número arbitrario positivo ε, existe un valor $t_o \equiv t_o(\varepsilon)$, tal que si es: $t \geq t_o$, se verifica que:

$$\left| \frac{\log \cos \varphi(t)}{t} \right| < \varepsilon$$

salvo para un conjunto infinito de valores de t, $t = \delta(\tau)$, que cumple la condición:

$$\lim_{\tau \to \infty} \frac{\delta(\tau)}{\tau} = \infty,$$

y si la parte real de $a(t)$ no es negativa, el punto: $z = C$, en el cual la recta de convergencia condicional corta al eje real, es *singular* para $f(z)$».

Los teoremas 4.º) y 5.º) valen también para las funciones analíticas definidas por series generales de Dirichlet (obteniéndose de este modo una amplia generalización de un teorema de Fekete).

El interés de los teoremas 4.º) y 5.º) (6.º) y 7.º)) reside precisamente en que ellos aseguran la singularidad del punto en el cual la circunferencia de convergencia (recta de convergencia) de la serie simple potencial (integral determinante ordinaria o generalizada), corta al semieje real y positivo (eje real), para la función definida por dicha serie (integral), en casos en que el coeficiente (función generatriz) complejo a_n ($a(t)$) tiende al origen, $z = o$, por un camino tangente (*) al eje imaginario, en cuyos casos los teoremas de Vivanti-Pringsheim, Dienes, Tsuji y Fekete (y sus correlativos para las integrales) no aseguran nada, puesto que estos últimos teoremas exigen esencialmente caminos *stolzianos*.

Interesantes corolarios se infieren de los teoremas 4.°), 5.°), 6.°) y 7.°).

Imponiendo al coeficiente a_n la condición de que exista límite ordinario de $\sqrt[n]{|a_n|}$, logramos un nuevo teorema más amplio en cierto sentido que el 4.°), a saber:

Teorema 8.°). «Dada la función analítica $f(z)$, definida por la serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot z^n$$

cuyo coeficiente tiene su parte real no-negativa, a partir de un cierto valor de n, suficientemente grande, y suponiendo que se cumplen las dos siguientes condiciones:

a) existe límite ordinario, para $n \to \infty$, de $\sqrt[n]{|a_n|}$;
b) el argumento, φ_n, de a_n es tal que:

$$\overline{\lim_{n \to \infty}} \frac{\log \cos \varphi_n}{n} = o ,$$

entonces se verifica que: el punto en el cual la circunferencia de convergencia de la serie corta al semieje real y positivo, es *singular* para $f(z)$».

El teorema 8.°), en realidad, no es un caso particular ni una generalización del teorema 4.°), es decir, la relación entre estos dos teoremas no es de inclusión sino de imbricación.

Teorema 9.°). «Dada la función analítica $f(z)$, definida por la integral:

$$\int_0^{\infty} a(t) \cdot e^{-\lambda(t) \cdot z} \cdot dt$$

(*) Nótese que este camino es muchísimo más general que un camino *stolziano*.

cuya función generatriz (compleja) tiene su parte real no-negativa, a partir de un cierto valor de t, suficientemente grande, y suponiendo que se cumplen las dos siguientes condiciones:

a) existe límite ordinario, para $t \to \infty$, de $\dfrac{\log |a(t)|}{t}$;

b) el argumento, $\varphi(t)$, de $a(t)$ es tal que:

$$\overline{\lim_{t \to \infty}} \frac{\log \cos \varphi(t)}{t} = o\,,$$

entonces se verifica que: el punto en el cual la recta de convergencia de la integral corta al eje real, es *singular* para $f(z)$».

Un caso en el cual se verifica la hipótesis a) es cuando la generatriz $a(t)$, es función analítica entera de t, o sea, cuando es:

$$\sqrt{|\overset{(n)}{a}(o)|} = o(n)\,; \qquad \text{y además:} \qquad a(t) \neq o\,.$$

La relación entre los teoremas 6.°) y 8.°) es de imbricación.

Obsérvese que el teorema 4.°) no exige la existencia del límite (ordinario) del módulo del argumento, φ_n, del coeficiente a_n, para $n \to \infty$. Supongamos ahora que tal límite exista. Caben dos casos:

$$1) \qquad \lim_{n \to \infty} |\varphi_n| < \frac{\pi}{2}$$

$$2) \qquad \lim_{n \to \infty} |\varphi_n| = \frac{\pi}{2}\,.$$

Si se verifica el primer caso, se cumple la condición requerida por el teorema de Dienes y no se tendría, entonces, nada nuevo; pero si se verifica el segundo caso ya no vale el teorema de Dienes, y sin embargo se puede asegurar que: el punto en el cual la circunferencia de convergencia corta al semieje real y positivo es *singular* para $f(z)$, siempre que el infinitésimo $\left(\dfrac{\pi}{2} - |\varphi_n|\right)$ sea de un orden tal que:

$$\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{\frac{\pi}{2} - |\varphi_n|} = 1\,.$$

Nótese que esta última conclusión generaliza el teorema de Vivanti-Pringsheim pero no el de Dienes-Fekete, pero tampoco dicha conclusión es un caso particular de este último teorema.

Otros dos teoremas nuevos sobre las series potenciales, de aplicación práctica más difícil que los anteriores son los siguientes.

Teorema 10.°). «Sea la función analítica $f(z)$ definida por la serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot z^n \ ; \ [a_n \equiv \rho_n (\cos \varphi_n + i \,.\, \mathrm{sen}\, \varphi_n)] \ ; \ \left(\text{con: } -\frac{\pi}{2} < \varphi_n < \frac{\pi}{2}\right) ;$$

con parte real de a_n no-negativa. Indiquemos con: ρ_ν, $\nu \equiv \nu(n)$, el menor (en sentido amplio) de los valores de ρ_m, tales que:

$$\frac{n}{\sigma} \cdot (1 - \omega) \leq m \leq \frac{n}{\sigma} \cdot (1 + \omega) ,$$

y con: φ_μ, $\mu \equiv \mu(n)$, el mayor (en sentido amplio) de los valores de φ_m, para los mismos valores de m; siendo σ y ω números arbitrarios reales (pero fijos) tales que:

$$\sigma > o , \qquad \text{y,} \qquad o < \omega < 1 .$$

Supongamos además que se cumplan las dos condiciones siguientes:

a) $$\overline{\lim_{n \to \infty}} \frac{\log \cos \varphi_n}{n} = o$$

b) $$\overline{\lim_{n \to \infty}} \sqrt[n]{\rho_\nu \,.\, \cos \varphi_\mu} = \overline{\lim_{n \to \infty}} \sqrt[n]{\rho_\nu} \,.\, \overline{\lim_{n \to \infty}} \sqrt[n]{\cos \varphi_\mu} .$$

En tales hipótesis, el punto en el cual la circunferencia de convergencia corta al semieje real y positivo es *singular* para $f(z)$».

Teorema 11.°). «Sea:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \,.\, z^n \quad ; \quad [a_n \equiv \rho_n (\cos \varphi_n + i \,\mathrm{sen}\, \varphi_n)] \ ;$$

$$\left(\text{con: } o \leq \varphi_n \leq \frac{\pi}{2}\right) .$$

Llamemos: φ_p, $p \equiv p(n)$, al mayor (en sentido amplio) de los términos de la sucesión:

$$\varphi_n \ , \ \varphi_{n+1} \ , \ \cdots\cdots \ , \ \varphi_{2n} \ ;$$

y: φ_q, $q \equiv q\,(n)$, al menor (en sentido amplio) de los términos de la misma sucesión. Llamemos: ρ_ν, $\nu \equiv \nu\,(n)$, al menor (en sentido amplio) de los términos de la sucesión:

$$\rho_n\,,\ \rho_{n+1}\,,\ \ldots\ldots,\ \rho_{2n}\,.$$

Supongamos que sea:

$$\overline{\lim_{n \to \infty}}\ \sqrt{\rho_\nu\,.\,(\cos\varphi_p + \operatorname{sen}\varphi_q)} = 1\,.$$

En tales hipótesis, el punto en el cual la circunferencia de convergencia corta al semieje real y positivo es *singular* para $f\,(z)$».

Es interesante el siguiente teorema nuevo, cuya relación con los teoremas de Vivanti-Pringsheim, Fekete-Dienes y Tsuji, no es de inclusión sino de imbricación.

Teorema 12.º). « Si los coeficientes a_n (complejos) de la serie:

$$f\,(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n\,.\,z^n\,,$$

a partir de un valor de n, suficientemente grande, están contenidos en un recinto convexo, D, finito, tal que la distancia del origen, $z = o$, a su contorno no es nula; se verifica que:

a) el radio de convergencia de la serie, es $R = 1$, y:

b) el punto $z = 1$ es *singular* para $f\,(z)$». (*)

En vista de la gran generalidad de los teoremas 4.º), 5.º), 8.º), 10.º), 11.º) y 12.º), se plantea el siguiente problema: obtener condiciones suficientes sencillas a las cuales debe satisfacer el argumento, φ_n, de a_n, bajo las cuales se pueda asegurar que el punto en el cual la circunferencia de convergencia corta al semieje real y positivo sea *regular* para $f\,(z)$. En la primera parte de este trabajo resolvemos tal problema, empleando nuestro criterio fundamental.

Los teoremas 10.º), 11.º) y 12.º), así como la observación al teorema 4.º), son de la primera categoría, esto es, admiten correlativos para las integrales. Baste con enunciar solamente algunos de ellos.

(*) La conclusión a) de este teorema se deduce de la fórmula de Cauchy-Hadamard, en cuanto a la conclusión b) podría creerse que con un simple cambio de variables se deduce del teorema de Dienes, lo que constituye una suposición completamente ilusoria.

Teorema 13.°). «Si el valor absoluto del argumento, $\varphi(t)$, de la función generatriz (compleja) $a(t)$, cuya parte real es no-negativa, de la integral:

$$f(z) = \int_0^\infty a(t) \cdot e^{-\lambda(t) \cdot z} \cdot dt,$$

tiende al límite $\frac{\pi}{2}$, para $t \to +\infty$, pero satisfaciendo a la condición:

$$\lim_{t \to \infty} \left[\left(\frac{\pi}{2} - |\varphi(t)|\right)^{\frac{1}{t}}\right] = 1,$$

el punto en el cual la recta de convergencia de la integral corta al eje real es *singular* para $f(z)$».

Teorema 14.°). «Si el afijo de la función generatriz (compleja) $a(t)$, cuya parte real toma signos positivo y negativo, de la integral:

$$f(z) = \int_0^\infty a(t) \cdot e^{-tz} \cdot dt,$$

a partir de un valor de t, suficientemente grande, está contenido en un recinto convexo, D, finito, tal que la distancia del origen, $z = o$, a su contorno no es nula, se verifica que:

a) la abscisa de convergencia de la integral es $C = o$, y:

b) el punto $z = o$ es *singular* para $f(z)$ ».

A este teorema 14.°) cabe hacer una observación (análogamente para el teorema 12.°)); en efecto, si el afijo de $a(t)$ varía, por ejemplo, en el interior de un círculo tangente a los ejes coordenados, el teorema 14.°) afirma la *singularidad* del origen, mientras que el correlativo del teorema de Dienes-Fekete, no afirma nada.

Pasemos a enunciar varios teoremas originales (que se prueban también mediante la aplicación de nuestro criterio fundamental) de la *tercera categoría*.

Teorema 15.°). « Si a partir de un cierto valor (fijo) de t, en adelante, el argumento, $\varphi(t)$, de la función generatriz $a(t)$ de la integral:

$$f(z) = \int_0^\infty a(t) \cdot e^{-tz} \cdot dt,$$

es tal que los módulos de las diferencias:

$$\frac{\pi}{2} - \varphi(t)$$

y:

$$-\frac{\pi}{2} - \varphi(t),$$

se mantienen superiores a un cierto número positivo δ (fijo) y además la abscisa de convergencia (*) de la integral se calcula por la fórmula:

$$C = \overline{\lim_{t \to \infty}} \frac{\log |a(t)|}{t},$$

entonces, el punto $z = C$ es *singular* para $f(z)$».

Análogamente, demostraremos el siguiente teorema:

Teorema 16.°). «Si a partir de un cierto valor (fijo) de t, en adelante, el argumento, $\varphi(t)$, de la función generatriz $a(t)$ de la integral:

$$f(z) = \int_0^\infty a(t) \cdot e^{-tz} \cdot dt,$$

es tal que su módulo, así como el de la diferencia:

$$\pi - \varphi(t),$$

se mantienen superiores a un cierto número positivo δ (fijo) y además la abscisa de convergencia de la integral se calcula por la fórmula:

$$C = \overline{\lim_{t \to \infty}} \frac{\log |a(t)|}{t},$$

entonces el punto $z = C$ es *singular* para $f(z)$».

(En realidad, el teorema 16.°) es otra expresión del teorema 15.°), y si lo hemos consignado especialmente es por razones que luego veremos).

(*) Recordemos que un caso sencillo en el cual se puede asegurar el cumplimiento de esta segunda hipótesis, es cuando la generatriz es una función analítica entera de t, sin ceros reales.

Si la abscisa de convergencia de la integral determinante no se pudiese calcular por la fórmula:

$$C = \overline{\lim_{t \to \infty}} \frac{\log | a(t) |}{t},$$

la conclusión del teorema 15.°) (teorema 16.°)) puede ser falsa. En efecto; basta considerar la siguiente integral:

$$\int_0^{\infty} \text{sen}\, t \,.\, e^{-tz} \,.\, dt$$

donde es:

$$\varphi(t) \equiv o$$

y:

$$C = o,$$

el punto $z = o$ es *regular* para la función $\dfrac{1}{1 + z^2}$, que define dicha integral. Nótese que en esta integral la abscisa de convergencia no se calcula por la fórmula correlativa de la de Cauchy-Hadamard $\left(\text{la expresión: } \overline{\lim_{t \to \infty}} \dfrac{\log | \text{sen}\, t |}{t} \text{ no tiene sentido}\right)$.

El teorema 15.°) (teorema 16.°)) no tiene su correlativo para las series potenciales. En efecto, ante todo recordemos que: lo correlativo del punto en el cual la recta de convergencia de una integral determinante corta al *eje real*, es, para las series, el punto en el cual la circunferencia de convergencia corta al *semieje real y positivo*. La serie:

$$1 - z + z^2 - z^3 + \ldots\ldots + (-1)^n \,.\, z^n + \ldots\ldots$$

cumple las dos hipótesis correlativas del teorema 15.°) y sin embargo el punto $z = 1$ es *regular* para la función $\dfrac{1}{1 + z}$, que define dicha serie.

El teorema correlativo del de Dienes-Fekete le impone al afijo de $a(t)$, a partir de un valor de t en adelante, la condición de variar en el interior de un ángulo de vértice en el origen, simétrico respecto del semieje real y positivo y de amplitud menor que π, mientras que el teorema 15.°) le permite variar al afijo de $a(t)$ en dos ángulos opuestos por su vértice (origen), siendo la amplitud de cada ángulo menor que π. En cambio, el teorema correlativo del de Dienes-Fekete no exige la segunda hipótesis del teorema 15.°). Luego: el teorema 15.°) es en un aspecto (variación del afijo de $a(t)$) más general que el correlativo del teorema de Dienes-Fekete y en otro aspecto (abscisa de convergencia) más restringido.

El teorema 15.°) (que lo enunciamos para una integral determinante ordinaria pero que también vale para una integral determinante generalizada) admite la siguiente generalización, la cual constituye, a su vez, una generalización *en parte* del teorema 6.°), a saber:

Teorema 17.°). «Si el argumento, $\varphi(t)$, de $a(t)$ de la integral:

$$f(z) = \int_0^\infty a(t) \cdot e^{-\lambda(t) \cdot z} \cdot dt$$

satisface a la condición:

$$\lim_{t \to \infty} \frac{\log |\cos \varphi(t)|}{t} = 0$$

y además es:

$$C = \overline{\lim_{t \to \infty}} \frac{\log |a(t)|}{t},$$

el punto $z = C$ es *singular* para $f(z)$».

Este teorema es también de la *tercera categoría* y puede generalizarse aún más del siguiente modo:

Teorema 18.°). «Si el argumento, $\varphi(t)$, de $a(t)$ en la integral:

$$f(z) = \int_0^\infty a(t) \cdot e^{-\lambda(t) \cdot z} \cdot dt$$

es tal que: dado un número arbitrario positivo ε, existe un valor $t_0 \equiv t_0(\varepsilon)$, tal que si es: $t \geq t_0$, se verifica que:

$$\left| \frac{\log |\cos \varphi(t)|}{t} \right| < \varepsilon,$$

salvo para un conjunto infinito de valores de t, $t = \delta(\tau)$, que cumple la condición:

$$\lim_{\tau \to \infty} \frac{\delta(\tau)}{\tau} = \infty,$$

y si además es:

$$C = \overline{\lim_{t \to \infty}} \frac{\log | a (t) |}{t} ,$$

entonces, el punto $z = C$ es *singular* para $f (z)$».

La relación entre los teoremas 18.°) y 7.°) es de imbricación.

Un corolario interesante del teorema 15.°) es: «si la función generatriz $a (t)$ en la integral:

$$f (z) = \int_0^\infty a (t) . e^{-\lambda (t) . z} . dt$$

es *real* y además es:

$$C = \overline{\lim_{t \to \infty}} \frac{\log | a (t) |}{t} ,$$

entonces el punto $z = C$ es *singular* para $f (z)$».

Como dijimos más arriba, el teorema de Fabry pertenece a la *segunda categoría,* pero existe un teorema (original) que tiene parecido con él, *pero que no es su correlativo,* a pesar de cierta similitud en sus enunciados. Dicho teorema es el siguiente:

Teorema 19.°). «Si la función generatriz $a (t)$ en la integral:

$$f (z) = \int_0^\infty a (t) . e^{-tz} . dt$$

es derivable, y se verifica:

$$\lim_{t \to \infty} \frac{da (t)}{a (t) . dt} = \alpha ,$$

entonces el punto:

$$z = - \log (1 - \alpha)$$

es *singular* para $f (z)$».

Volvamos al teorema de Fabry de la teoría de las series potenciales. Este teorema exige dos condiciones; en efecto, llamando ρ_n y φ_n al módulo y al argumento, respectivamente, del coeficiente a_n de la serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n . z^n ,$$

el teorema de Fabry asegura que: el punto: $R \cdot e^{i\varphi}$, ($R \equiv$ radio de convergencia de la serie dada) es *singular* para $f(z)$, si se cumplen las dos siguientes condiciones:

$$(a) \qquad \lim_{n \to \infty} \left(\frac{\rho_n}{\rho_{n+1}} \right) = R$$

$$(b) \qquad \lim_{n \to \infty} (\varphi_n - \varphi_{n+1}) = \varphi \,.$$

Ahora bien, cabe preguntarse: ¿son *necesarias* estas dos condiciones para la validez de la conclusión del teorema de Fabry? Con nuestro criterio fundamental respondemos *negativamente* a tal pregunta, con el siguiente teorema.

Teorema 20°). « Si el argumento, φ_n, del coeficiente a_n de la serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot z^n$$

satisface a la condición:

$$\lim_{n \to \infty} (\varphi_n - \varphi_{n+1}) = \varphi$$

el punto situado sobre la circunferencia de convergencia cuyo argumento es φ, es *singular* para $f(z)$ ».

Como se ve, la condición (a) *no es necesaria.*

Este teorema, convenientemente transformado, es válido para las funciones definidas por series generales de Dirichlet, pero imponiéndoles a dichas series la condición de que sus abscisas de convergencia, condicional y absoluta, sean *iguales.* En efecto, logramos demostrar el siguiente teorema.

Teorema 21°). « Si el argumento, φ_n, del coeficiente a_n de la serie general de Dirichlet:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot e^{-\lambda_n \cdot z}$$

satisface a la condición:

$$\lim_{n = \infty} (\varphi_n - \varphi_{n+1}) = \varphi \;,$$

y además las abscisas de convergencia, condicional y absoluta, son *iguales*(*); entonces, el punto, perteneciente a la recta de convergencia, cuya ordenada es: φ, es *singular* para $f(z)$».

Si las abscisas de convergencia, condicional y absoluta, de la serie de Dirichlet no son iguales, la conclusión del teorema 21.º) puede ser falsa.

Paralelamente al teorema 20.º), hemos logrado demostrar para las integrales determinantes el siguiente teorema.

Teorema 22.º). « Si el argumento, $\varphi(t)$, de la función generatriz $a(t)$, en la integral:

$$\int_0^\infty a(t) \, . \, e^{-tz} \, . \, dt \, ,$$

es derivable y satisface a la condición:

$$\lim_{t \to \infty} \frac{d \, \varphi(t)}{dt} = \varphi \, ,$$

y además las abscisas de convergencia, simple y absoluta, son *iguales*(**); entonces, el punto, perteneciente a la recta de convergencia, cuya ordenada es: φ, es *singular* para $f(z)$ ».

(*) Téngase en cuenta que, un caso sencillo en el cual se puede asegurar la igualdad de las abscisas de convergencia, condicional (o simple) y absoluta, de la serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \, . \, e^{-\lambda_n \cdot z} \, ,$$

es cuando se verifica la condición:

$$\overline{\lim_{n \to \infty}} \frac{\log n}{\lambda_n} = 0 \, ,$$

en cuyo caso, el valor común, C, de dichas abscisas, se puede calcular mediante la fórmula:

$$C = \overline{\lim_{n \to \infty}} \frac{\log | a_n |}{\lambda_n} \, .$$

(Valiron, « Sur l'abscisse de convergence des séries de Dirichlet », Bull. Soc. math. de France, t. 52, 1924).

(**) Un caso sencillo en el cual se verifica esta igualdad, se presenta cuando es $a(t)$ función analítica entera de t, sin ceros reales.

Si las abscisas de convergencia, condicional y absoluta, de la integral determinante no son iguales, la conclusión del teorema 22.°) puede ser falsa.

El teorema 22.°) generaliza el teorema 19.°) en la misma medida que el teorema 20.°) generaliza el de Fabry.

Nótese que el teorema de Fabry, a pesar de su profundo alcance, no generaliza teoremas tan sencillos como el de Vivanti-Pringsheim, en cambio, nuestro teorema 20.°) logra, evidentemente, tales generalizaciones. Análoga observación cabe hacer respecto de los teoremas 21.°) y de Landau (« Ueber einen Satz von Tschebyschef », Math. Ann., t. 61, 1905); y respecto de los teoremas 22.°) y el correlativo para las integrales del teorema de Vivanti-Pringsheim.

Las relaciones entre: los teoremas 20.°) y el de Dienes; los teoremas 21.°) y el de Fekete y los teoremas 22.°) y 6.°) es de imbricación.

Habiendo visto que la condición (*a*) *no es necesaria* para la validez de la conclusión del teorema de Fabry, cabe, entonces, preguntarse: ¿en qué medida será *necesaria* la condición (*b*)? Es decir, se plantea el siguiente problema: « *determinar algoritmos regulares de convergencia, tales que, si el límite generalizado de la diferencia* $\varphi_n - \varphi_{n+1}$, *según dichos algoritmos, es* φ; *se pueda asegurar que el punto*: $R \,.\, e^{i\varphi}$, *es singular para* $f(z)$.» En otra memoria daremos *algunas* soluciones de este complicado e interesante problema.

Siguiendo en este orden de ideas, de averiguar si las conclusiones de algunos de los teoremas enunciados pueden valer en hipótesis más generales que las estipuladas, probamos que: las conclusiones de los teoremas 15.°), 16.°), 17.°) y 18.°) siguen siendo válidas reemplazando la hipótesis: (*a*) « la abscisa de convergencia, C, se calcula mediante la fórmula:

$$C = \overline{\lim_{t \to \infty}} \frac{\log |\, a(t) \,|}{t} \text{ »},$$

por la siguiente, (que es más general):

(*b*) « las abscisas de convergencia, condicional (o simple) y absoluta, de la integral determinante ordinaria:

$$\int_0^\infty a(t) \,.\, e^{-tz} \,.\, dt$$

o de la integral determinante generalizada:

$$\int_0^\infty a(t) \,.\, e^{-\lambda(t) \,.\, z} \,.\, dt$$

son iguales ».

Observemos finalmente que: enunciando varios de los teoremas obtenidos, en cierta forma, *adoptarían éstos un aspecto en apariencia más general*(*); por ejemplo, el teorema 6.º), puede enunciarse del siguiente modo: « Si existe una recta que pase por el origen, de inclinación α con respecto al semieje real y positivo, tal que el afijo de $a\ (t)$, a partir de un valor de t, suficientemente grande, esté situado en un mismo semiplano respecto de dicha recta, y se verifica la igualdad:

$$\lim_{t \to \infty} \frac{\log \cos (\varphi (t) - \alpha)}{t} = 0 ,$$

entonces, el punto: $z = C$, en el cual la recta de convergencia simple corta al eje real, es *singular* para $f\ (z)$ ».

Los teoremas hasta aquí enunciados se refieren a *singularidades periféricas*. Consignamos también en la primera parte algunos teoremas sobre *singularidades en general* (de la primera categoría), de los cuales nos limitamos, solamente, a enunciar en esta introducción, el correlativo del célebre teorema de Hadamard sobre *la multiplicación de las singularidades* (« Essai sur l'étude des fonctions données par leur développement de Taylor», Journal de Mathématiques, 4.ᵉ série, t. 8, 1892).

Teorema 23.º). (*Teorema de la sumación de las singularidades*). « Supongamos que las funciones holomorfas $f\ (z)$ y $g\ (z)$, en sendos semiplanos, sean expresables en forma de integrales determinantes, a saber:

$$f\ (z) = \int_0^\infty a\ (t)\ .\ e^{-tz}\ .\ dt$$

$$g\ (z) = \int_0^\infty b\ (t)\ .\ e^{-tz}\ .\ dt\ .$$

En tales hipótesis, se tiene que: la función $h\ (z)$ definida por la integral:

$$\int_0^\infty a\ (t)\ .\ b\ (t)\ .\ e^{-tz}\ .\ dt$$

(*) Recuérdese a este respecto que: « si el punto: $z = z_0$ es *singular* (*regular*) para $f\ (z)$, el punto: $z = az_0 + b$, (a y b constantes), será *singular* (*regular*) para $f\ (az + b)$ ». Esta propiedad que es casi trivial en la *teoría funcional de las singularidades de las funciones analíticas de una sola variable*, adquirirá relieve característico al desarrollar *aritméticamente la noción de singularidad de un punto para una función analítica de dos o más variables independientes*, tal cual lo hacemos en la segunda parte de esta memoria.

es holomorfa, por lo menos, en la estrella rectilínea paralela (respecto del punto impropio) cuyos vértices se obtienen sumando cada vértice de la estrella paralela de $f(z)$ con cada vértice de la estrella paralela de $g(z)$», o enunciado en forma más precisa:

a) « la suma de un punto *regular* para $f(z)$ con un punto *regular* para $g(z)$ es un punto *regular* para $h(z)$;

b) la suma de un punto *regular* para $f(z)$ con un punto *singular* para $g(z)$, o bien, la suma de un punto *singular* para $f(z)$ con un punto *regular* para $g(z)$, es un punto *singular* para $h(z)$;

c) la suma de un punto *singular* para $f(z)$ con un punto *singular* para $g(z)$, puede ser o bien *regular* o bien *singular* para $h(z)$ ».

Hacemos algunas aplicaciones de índole aritmética de este teorema logrando demostrar ciertas relaciones que sería difícil obtenerlas *directamente.*

Ahora bien, la importancia que le atribuímos a nuestro criterio fundamental, la hacemos residir en lo siguiente: dicho criterio (necesario y suficiente) es de carácter aritmético, es decir, aparece en él un cierto límite superior y tiene sentido cuando la fórmula que constituye el criterio, se aplica a una función analítica de varias variables complejas independientes; luego, puede tomarse dicho criterio, así generalizado, como definición de *regularidad* o *singularidad* de un punto del hiperespacio para una función de varias variables complejas independientes. Estó es lo que hacemos en la segunda parte del presente trabajo.

El resumen de los resultados que constituyen la segunda parte, así como sus relaciones con los trabajos recientes referentes al mismo tema y bibliografía, lo publicamos en la introducción a la segunda parte.

(*Continuará*)

LOS SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES Y SUS APLICACIONES AL ESTUDIO DE LOS CUERPOS CONVEXOS

POR

FRANCISCO LA MENZA

(Continuación)

18. Sistemas $S_h(m, n)$ totalmente singulares. Veremos que el estudio de estos sistemas que, como sabemos, (12, IV), son infinitos, se reduce al de los finitos regulares.

Interesa particularmente en éstos, como en todos, obtener los sistemas subordinados compatibles de orden $h-1$ que contienen, los cuales pueden ser determinados de acuerdo con (16, II). Pero estudiaremos algunas propiedades particulares de estos sistemas.

El caso de que el número m, de sus inecuaciones principales es igual a la característica, h, del sistema, todos los sistemas subordinados de cualquier orden son siempre compatibles, (4, a). Como a este caso, (14, II) y (15, II), se reducen los sistemas totalmente singulares unitarios y binarios, solamente interesan los sistemas totalmente singulares de característica $h > 2$. Por esto, cuando hablemos de sistemas totalmente singulares, sin otro agregado, sobreentenderemos que tienen característica mayor que dos.

Diremos que un $S_h(m, n)$, compatible, totalmente singular, *ha sido completado* con una nueva inecuación, cuando el sistema normal compatible $S_h(m+1, n)$, formado con las inecuaciones del sistema dado y esta última, es finito.

Demostraremos que:

I) *Todo $S_h(m, n)$ dado compatible totalmente singular, puede ser completado.*

Sea $R_h(\delta)$ un resolvente principal del sistema. Sus ecuaciones son, [7.1], todas homogéneas. Indiquemos con λ_j los coeficientes y con μ el término independiente de la nueva inecuación que debemos agregar para formar el sistema finito $S_h(m+1, n)$.

Vamos a probar que es siempre posible determinar los λ_j y μ y, esto de infinitos modos, tal que el nuevo sistema resulte finito.

Calculemos previamente los coeficientes λ_j con la condición que la matriz del nuevo sistema, $S_h(m+1, n)$, tenga también característica igual a h, lo cual es siempre posible; basta repetir el razonamiento que se hizo en (9, IV), y que los determinantes $\alpha_{m+1,j}$ de orden h de la correspondiente ecuación, en el resolvente principal $R'_h(\delta)$ de $S_h(m+1, n)$, tengan todos el mismo signo que δ. Recordando, (4, b), que éstos son los adjuntos de los elementos de la última columna del orlado de δ con la columna de variables auxiliares X_i y la fila correspondiente a la nueva inecuación de coeficientes λ_j, se tendrá el sistema

$$Sg.\, \alpha_{m+1,j} = Sg.\, \delta .$$

Desarrollando los determinantes $\alpha_{m+1,j}$ respecto de su última fila, se obtiene un sistema normal de h inecuaciones lineales, en las incógnitas λ_j, de característica h, porque los coeficientes de los λ_j, en estas inecuaciones, no son sino los adjuntos de los elementos del determinante principal δ, no nulo. Por lo tanto, (4, a), el sistema de incógnitas λ_j, tiene infinitas soluciones.

Queda por calcular el término independiente μ. Lo determinaremos de manera que el orlado Δ, de δ, con la columna de términos independientes del sistema y los λ_j obtenidos, tenga igual signo que δ, lo cual es siempre posible por cuanto se reduce a resolver una sola inecuación en que la única incógnita es μ.

Así el resolvente $R'_h(\delta)$, del nuevo sistema, tiene su última ecuación no homogénea, con todos sus coeficientes $\alpha_{m+1,j}$ de igual signo que Δ. Todas las variables auxiliares resultan, pues, acotadas y el $S_h(m+1, n)$ es, (12), finito.

Se deduce también que

II) *Ningún determinante orlado de un determinante δ, de orden h, entre cuyas h filas figura la última fila relativa a la inecuación agregada de un $S_h(m, n)$ completado, puede ser nulo.*

En efecto, esto resulta de las relaciones [6.6] entre los determinantes de orden h y los de orden $h+1$; pues, si uno de éstos fuese nulo, como por hipótesis, todos los determinantes de orden $h+1$ de la matriz de $S_h(m, n)$ son nulos, por ser totalmente singular, serían también todos nulos los de orden $h+1$ de la matriz del sistema completado, y, en consecuencia, también $\Delta = 0$, contra lo supuesto. Por lo tanto:

III) *Todo resolvente principal de un sistema completado cuyo determinante principal contenga a la fila de la inecuación agregada, es regular,* pues, (II), ninguno de sus orlados puede ser nulo.

Si en el sistema completado, consideramos el sistema subordinado de primer orden relativo al nuevo polinomio agregado, resulta un sistema compatible, (4, VII), de característica complementaria, (11), $h' = h - 1$. Diremos que este sistema es *una sección completa del sistema dado.* Los determinantes principales de una sección completa son de orden $h - 1$ y sus filas pertenecen, (10, I), a la matriz subordinada de primer orden de la del sistema completado, $S_h\,(m + 1, n)$, relativa a la fila del último polinomio agregado.

IV) *Todos los sistemas subordinados compatibles de orden $h - 1$, de un $S_h\,(m, n)$, totalmente singular, pertenecen a los resolventes principales de cualquier sección completa del dado* y, recíprocamente, *todos los sistemas subordinados compatibles de orden $s = h - 1$, de cualquier resolvente principal de una sección completa del $S_h\,(m + 1, n)$, pertenecen al sistema $S_h\,(m, n)$ dado.*

Completemos, (I), de cualquier manera, el sistema $S_h\,(m, n)$ totalmente singular dado. Todo resolvente, $R_h(\delta)$, con respecto a un determinante principal, δ, que no contiene a la fila de la nueva inecuación agregada del sistema completado, constará de una sola ecuación no homogénea, la correspondiente a la última inecuación agregada al sistema. Luego, (9, III), los demás determinantes principales del sistema completado, distintos de δ, que contienen a dicha última fila agregada, darán resolventes regulares, (III). Por lo tanto, todos los sistemas subordinados compatibles de orden $h - 1$ del sistema dado pertenecen, (10), a estos resolventes. Recíprocamente, todo sistema subordinado compatible de orden $h - 1$, formado anulando polinomios, excepto el de la inecuación agregada, correspondientes a las filas de un mismo determinante principal de cualquier resolvente, pertenece a un resolvente principal del sistema completado $S_h\,(m + 1, n)$, porque, por definición del sistema completado, ningún determinante orlado de un determinante principal, δ', de orden h que contiene a la fila de la nueva inecuación agregada es nulo. Ahora bien, este sistema subordinado es finito, (12, V), por ser finito el sistema completado, y como es unitario, pues tiene característica complementaria $h' = h - (h - 1) = 1$, pertenece, (16, VI), a otro resolvente principal del sistema, el cual no puede contener a la fila del polinomio no nulo, como resulta del correspondiente resolvente principal. Luego pertenece también a algún resolvente cuyo determinante principal de orden h no contiene a la nueva fila agregada, es decir, es un sistema subordinado compatible de orden $h - 1$ del $S_h(m, n)$ dado.

Probemos ahora que:

V) *Toda sección completa de un sistema compatible (totalmente singular) es un sistema finito regular.*

Basta recordar que es un sistema subordinado de primer orden del $S_h(m+1, n)$ completado, con respecto a la última fila agregada. Sus resolventes principales, (10), resultan de los del $S_h(m+1, n)$ que contienen a dicha fila, los cuales, por ser regulares, (III), dan también resolventes regulares para la sección completa. De que es un sistema finito, resulta de su definición y de (12), porque todas sus variables auxiliares están acotadas. De que es regular, lo prueba el hecho de tener todos sus resolventes principales regulares.

Es claro que, inversamente,

VI) *Todo sistema finito regular, $S_{h-1}(m, n)$, de característica $h - 1 > 1$, es la sección completa de algún sistema, $S_h(m, n)$, compatible, totalmente singular, de característica h.*

En efecto; puesto que $S_{h-1}(m, n)$ es finito, tiene (12, II), resolventes propios y, por lo tanto, (4, b), es $m > h - 1$. Podemos, entonces, agregar a la matriz de coeficientes del sistema $S_{h-1}(m, n)$, una nueva columna, de modo que se cumplan las dos condiciones siguientes:

a) que la nueva matriz obtenida tenga característica h;

b) que los determinantes de orden $h + 1$, de la matriz ampliada de ésta, con la última columna de la matriz ampliada del sistema dado, sean todos nulos.

La posibilidad de satisfacer a estas dos condiciones resulta de observar, simplemente que, (7, III), basta que sean nulos $m - h$ determinantes de orden $h + 1$, orlados de un mismo determinante, no nulo, de orden h. Resultan, de tal modo $m - h$ condiciones lineales a las que deben satisfacer los m elementos de la nueva columna, más una nueva condición que consiste en la no anulación de algún determinante de orden h, formado con la nueva columna. En particular, si es $m = h$, se debe satisfacer, a esta única condición.

Todo sistema, $S_h(m, n)$, cuya matriz ampliada, sea la matriz así formada, es totalmente singular, (7, III), compatible, porque, siendo regular el sistema $S_{h-1}(m, n)$, sección completa suya, todo sistema subordinado, (IV), de orden $s = h - 1$, relativo a cualquier resolvente principal del $S_{h-1}(m, n)$, pertenece al $S_h(m, n)$.

Obs.: El significado geométrico de estas dos operaciones es bien claro: la primera es una *sección* con un hiperplano, la segunda, una *proyección* desde un punto (propio), exterior al espacio E_n de $S_{h-1}(m, n)$.

Si un sistema $S_h(m, n)$ es singular y su grado de singularidad es $g \leqq m - h$, significa, (7), que entre sus resolventes principales existe uno cuyo grado de singularidad también es g.

Si consideramos las $h + g$ inecuaciones de $S_h(m, n)$ que corresponden, en tal resolvente, a g orlados nulos, obtendremos un sistema parcial, $S'_h(h + g, n)$ de $S_h(m, n)$, totalmente singular y también de característica igual a h. Entre este sistema $S'_h(h + g, n)$ y $S_h(m, n)$, resultan las relaciones siguientes:

VII) *Todos los sistemas subordinados compatibles de un sistema $S'_h(h + g, n)$, totalmente singular, parcial de un $S_h(m, n)$ compatible dado, pertenecen a éste.*

Consideremos el resolvente principal, $R_h(\delta)$ singular de $S_h(m, n)$ que corresponde a las $h + g$ inecuaciones del sistema parcial S'. Todo sistema subordinado compatible de éste satisface a las ecuaciones homogéneas de $R_h(\delta)$, por hipótesis. Si no satisficiese a alguna de las no homogéneas, el sistema parcial del dado que tiene por resolvente principal el formado solamente por las ecuaciones no homogéneas de $R_h(\delta)$, no tendría por sistemas subordinados compatibles a todos los que resulten de anular polinomios de sus variables auxiliares principales, lo cual contradice al (10, I), porque es un resolvente regular. Luego, dichos sistemas compatibles pertenecen a $R_h(\delta)$ y, por lo tanto, son también subordinados compatibles del sistema dado.

Sea ahora $R_h(\delta)$, un resolvente principal singular de un $S_h(m, n)$, de grado g de singularidad. El sistema parcial de éste, formado por los $h + g$ polinomios que corresponden a las g ecuaciones homogéneas de $R_h(\delta)$, [7.1], constituyen un sistema parcial totalmente singular del sistema dado. Los resolventes principales, (IV), de cualquier sección completa de este sistema parcial, contienen todos sus sistemas subordinados compatibles de orden $h - 1$ y, por lo tanto, (VII), pertenecen a ellos todos los del resolvente $R_h(\delta)$ dado.

Dichos resolventes principales, de cualquier sección completa del mencionado sistema parcial, totalmente singular, los llamaremos, *resolventes principales complementarios* del $R_h(\delta)$ dado. Ellos tienen determinantes principales de orden $h-1$, que son los de la de matriz fundamental M_{h-1}, correspondiente a la sección completa dada.

Finalmente, en base a las proposiciones (VI) y (VII) de este número y de la (9, III) se puede afirmar que:

VIII) *La condición necesaria y suficiente para que un polinomio sea principal en un sistema S_h (m, n) compatible, es que su correspondiente fila forme parte de algún determinante principal de orden h del sistema, o de algún determinante principal de orden $h-1$ de toda sección completa del sistema.*

Así, pues, el criterio general prometido en el número (9) para la reducción de un sistema se deduce inmediatamente de esta propiedad:

IX) *Para reducir un $S_h(m, n)$ compatible a sus inecuaciones principales y solamente a ellas si no es totalmente singular, se forman todos los determinantes principales del sistema de orden h, o todos los determinantes principales de orden $h-1$ de cualquier sección completa si es totalmente singular. Las filas que no figuran en ninguno de ellos, corresponden a inecuaciones sobrantes en el sistema, y de este modo se obtienen todas.*

Obs.: Este teorema y el que le precede, permiten reducir el estudio de los sistemas totalmente singulares al de sistemas regulares. Así, todos sus sistemas subordinados compatibles de orden $h-1$ se obtienen tomando cualquier *sección completa* del mismo; los grupos de polinomios correspondientes a las filas de todos los determinantes principales de ésta, que son de orden $h-1$, dan todos los sistemas compatibles subordinados de orden $h-1$ del sistema dado. Y es claro que el número de éstos no depende de la sección completa que se considere porque la fila de ésta no forma parte de su correspondiente matriz fundamental, M_{h-1}, ni del resolvente principal que se tome porque, (7, III), todos ellos tienen el máximo grado de singularidad.

19. **Sistemas subordinados contiguos.** Diremos que dos sistemas subordinados de primer orden de un mismo sistema S_h (m, n), no unitario, son *contiguos* en éste, si contienen un mismo sistema subordinado de segundo orden compatible común, el cual se llama *intersección* de aquéllos.

La existencia, en todo $S_h(m, n)$ compatible, no reducible a una sola inecuación, de sistemas subordinados contiguos, resulta del teorema siguiente:

I) *En un sistema no unitario compatible, cada par de sistemas subordinados de primer orden correspondientes a las filas de un mismo deter-*

minante principal de un resolvente, si es regular, o de un mismo determinante principal de un resolvente complementario, si es singular, constituyen sistemas subordinados contiguos.

Esta propiedad no es sino consecuencia inmediata de (10, II) porque los resolventes complementarios de un resolvente singular, (18, VI), son regulares, por ser los de una sección completa. Ella vale, naturalmente, para el caso (4, a), es decir, de un sistema con resolvente impropio, en cuyo caso es también inmediata.

Recíproco:

II) *Si dos sistemas subordinados compatibles de primer orden son contiguos en un S_h (m, n) no unitario, sus polinomios nulos corresponden a las filas de un mismo determinante principal de un resolvente del sistema.*

En efecto; puesto que son contiguos, sus respectivos polinomios tienen ceros comunes que satisfacen a todas las demás inecuaciones, o sea que su *intersección* es un sistema subordinado compatible de segundo orden del dado, por lo tanto, (10, VII), las variables auxiliares de ambos polinomios son paramétricas de un mismo resolvente principal del sistema. En consecuencia, las filas correspondientes forman parte del determinante principal de éste si es regular y si es singular, forman parte, (18, VIII), de los determinantes de orden inmediato inferior, de los correspondientes resolventes principales complementarios.

En el caso (4, a) de resolvente impropio la proposición es inmediata. En particular:

III) *En todo S_h (m, n) no unitario compatible, no reducible a una sola inecuación, cada sistema subordinado compatible de primer orden tiene, por lo menos, un sistema subordinado de primer orden contiguo a él en $S_h(m, n)$*; pues basta considerar, (10, VI), un resolvente principal del $S_h(m, n)$, en el cual sea paramétrica la variable auxiliar del polinomio correspondiente al sistema subordinado dado.

En resumen:

IV) *La condición necesaria y suficiente para que dos sistemas subordinados sean contiguos en un S_h (m, n) no unitario, es que las filas que corresponden a ambos polinomios nulos, pertenezcan al mismo determinante de un resolvente principal, o de un resolvente principal complementario, en el sistema considerado.*

Es inmediato que:

V) *La intersección, en un S_h (m, n) finito, de dos sistemas subordinados contiguos es un sistema finito,* puesto que, (12, V), es también un sistema subordinado compatible del S_h (m, n) dado.

Obs.: Nótese que, en un sistema infinito, puede haber *intersecciones* de sistemas subordinados contiguos, finitas e infinitas.

20. **Determinación de figuras poliédricas convexas.** En los números (7) y (11) nos hemos ocupado de algunas propiedades de los resolventes y hemos visto que ellos determinan la figura del correspondiente sistema y de todos los sistemas iguales a él. En una palabra, una figura poliédrica convexa está, pues, determinada por una expresión del tipo [7.1]; es decir, un resolvente, $R_h(\delta)$, principal de sistemas $S_h(m, n)$, en el cual, (4), el número h, de sus variables auxiliares paramétricas es, precisamente, la característica de todos los $S_h(m, n)$ que tienen dicho resolvente.

Hemos visto también, (7), que un $R_h(\delta)$ está dado cuando se dan los coeficientes y términos independientes de sus $m-h$ ecuaciones que son, (11), en número de $(h+1)(m-h)+1$.

En (7, VI, VII) hemos demostrado también el teorema fundamental siguiente:

I) *Dado arbitrariamente un sistema resolvente, $R_h(\delta)$, principal, existen infinitos sistemas, $S_h(m, n)$, compatibles, uno de cuyos resolventes principales, es el $R_h(\delta)$.*

Pero, dada su importancia, daremos ahora, una demostración más detallada del mismo teorema.

Observemos que para $h=0$, en el $R_h(\delta)$ considerado, todas las variables auxiliares son constantes no negativas. Al $R_h(\delta)$ así dado corresponden infinitos sistemas idénticos. La figura de todos ellos es, (8), todo el espacio.

Para $h \neq 0$, se deben satisfacer relaciones de la forma

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \ldots\ldots & a_{1h} \\ a_{21} & \ldots\ldots & a_{2h} \\ \ldots & \ldots\ldots & \ldots \\ a_{h1} & \ldots\ldots & a_{hh} \end{vmatrix} = \delta \neq 0, \qquad [20.1]$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \ldots\ldots & a_{1h} \\ a_{21} & \ldots\ldots & a_{2h} \\ \ldots & \ldots\ldots & \ldots \\ a_{h1} & \ldots\ldots & a_{hh} \\ a_{r1} & \ldots\ldots & a_{rh} \end{vmatrix} = \alpha_{ri} \qquad [20.2]$$

$$\begin{pmatrix} r = h+1, h+2, \ldots, m-h \\ i = 1, 2, 3, \ldots, h \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \ldots\ldots & a_{1h} & c_1 \\ a_{21} & \ldots\ldots & a_{2h} & c_2 \\ \ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ a_{h1} & \ldots\ldots & a_{hh} & c_h \\ a_{h+r,1} & \ldots\ldots & a_{h+r,h} & c_{h+r} \end{vmatrix} = \Delta_r \qquad [20.3]$$

$$(r = h+1, h+2, \ldots, m-h)$$

indicando con $\| a_{ij}, c_i \|$, la matriz ampliada de los sistemas incógnitos $S_h(m, n)$ compatibles de característica h y de dimensión también prefijada, $n \geqq h$.

Es claro que para ello será suficiente probar la compatibilidad de los sistemas de ecuaciones [20.1], [20.2] y [20.3], con lo cual se obtendrán los $S_h(m, h)$ compatibles de dimensión h. Para obtener, después, sistemas de dimensión $n > h$, bastará ampliar las matrices de aquéllos, con $n - h$ nuevas columnas, de modo que sean combinaciones lineales de algunas o de todas las h columnas calculadas.

En [20.1], fijemos arbitrariamente valores a todos los elementos del determinante del primer miembro, excepto al elemento a_{hh}, con la condición de que el adjunto de este último elemento no sea nulo. Como está dado δ, resulta así calculado también a_{hh}.

El primer miembro de [20.2], es un determinante de orden h, en el cual, (4, *b*), falta la fila i, siendo su última fila una de rango $r > h$. Por lo tanto, están determinados todos sus elementos, excepto los de la última fila r.

Para cada r fijo, e i variable, desde *1* hasta h, se obtiene un sistema lineal de h ecuaciones con h incógnitas cuya característica es h, porque sus coeficientes no son otra cosa que los adjuntos de los elementos del determinante del primer miembro de la [20.1], el cual no es nulo por ser igual a δ, determinante principal del $R_h(\delta)$, dado. Así, pues, los $m - h \geqq 0$ sistemas lineales que así resultan, son todos compatibles con solución única, aun cuando alguno de estos sistemas sea homogéneo; en cuyo caso la solución es la nula. De este modo quedan determinados todos los coeficientes a_{ij}, en función de los $h^2 - 1$ elementos arbitrarios de la [20.1].

En cuanto a la [20.3], resulta inmediatamente, asignando valores arbitrarios a los h primeros términos independientes, $c_1, c_2, \ldots, c_h$, y observando que de ese modo queda perfectamente determinado c_{h+r}, porque, en el desarrollo del determinante del primer miembro de dicha relación, con respecto a la última columna, el coeficiente de c_{h+r} es el determinante δ, no nulo, por hipótesis.

El teorema de existencia, está pues, demostrado, porque todos los $S_h(m, n)$, así obtenidos, tienen un mismo resolvente principal que es el $R_h(\delta)$, dado; son, por lo tanto, compatibles.

En virtud de las relaciones [6.3] y [6.6], quedan determinados todos los demás determinantes de orden h y de orden $h + 1$, de dichos sistemas y, en consecuencia, (4), también los demás resolventes.

Así, como un sistema, $S_h(m, n)$, compatible, define una *región* *poliédrica convexa* del espacio E_n, un sistema, $R_h(\delta)$, resolvente principal, define una *figura poliédrica convexa* de E_n.

Las propiedades de la figura, resultan, por lo tanto, del $R_h(\delta)$ que la define, las cuales han sido establecidas en los números precedentes.

Una figura poliédrica convexa, se dirá *regular, singular,* o *totalmente singular,* según que los correspondientes sistemas, $S_h(m, n)$, que pertenecen a ellas sean, (7), respectivamente, regulares, singulares, o totalmente singulares.

Una figura se llama *cerrada,* si los $S_h(m, n)$ que le pertenecen, (12), son acotados; *abierta,* en caso contrario.

De las expresiones [5.1] del número (5), se deduce que:

II) *En el espacio arguesiano, E'_h, de h dimensiones, toda figura convexa h-dimensional es cerrada.*

De aquí se deduce que el estudio de las figuras de los sistemas $S_h(m, n)$, en el espacio euclídeo, E_n, cerradas y abiertas, puede ser reducido al estudio de figuras cerradas en el espacio arguesiano E'_n, que contiene al E_n, puesto que basta, (8), referirse al espacio de pertenencia de la figura.

Obs.: Es claro que, en la determinación de una *región poliédrica convexa* dada por un $S_h(m, n)$, intervienen todos los coeficientes y términos independientes de las inecuaciones del sistema. En cambio, la *figura* está determinada por los determinantes de orden h y de orden $h + 1$. En el capítulo siguiente veremos que si solamente se prefijan los signos de estos determinantes y los valores nulos, es posible obtener, en función de éstos, un nuevo invariante que define la *forma* de las figuras convexas. Así, pues, este último concepto geométrico resultará de una doble abstracción de los elementos que definen un $S_h(m, n)$.

Se verá, de este modo, que toda propiedad *morfológica* de tales figuras, quedará reducida a una cuestión de *ceros* y de *signos* de los determinantes de la matriz ampliada del sistema.

Ejemplo 1:

Estudiemos, como ejemplo, la figura que corresponde al $R_h(\delta)$ principal, dado por

$$\begin{cases} (123)X_4 - (124)X_3 + (134)X_2 - (234)X_1 = (1234) \\ (123)X_5 - (125)X_3 + (135)X_2 - (235)X_1 = (1235). \end{cases}$$

Pongamos:

$(123) = 1$; $(124) = 1$; $(125) = -1$; $(134) = 1$; $(135) = -1$,

$(234) = 1$; $(235) = -1$; $(1234) = 1$; $(1235) = 1$.

Resulta así:

$$\begin{cases} X_4 - X_3 + X_2 - X_1 = 1 \\ X_5 + X_3 - X_2 + X_1 = 1. \end{cases} \qquad [\alpha]$$

De las relaciones [6.3], véase el ejemplo del número (6), resultan los otros tres determinantes de tercer orden:

$$(145) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \quad ; \quad (245) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \quad ; \quad (345) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 0 .$$

En cuanto a los otros tres determinantes de cuarto orden se calculan utilizando la [6.6]. Se tiene:

$$(123)\ (1245) = \begin{vmatrix} (124) & (1234) \\ (125) & (1235) \end{vmatrix} \quad ; \quad (1245) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \quad ;$$

$$(123)\ (1345) = \begin{vmatrix} (134) & (1234) \\ (135) & (1235) \end{vmatrix} \quad ; \quad (1345) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \quad ;$$

$$(123)\ (1234) = \begin{vmatrix} (234) & (1234) \\ (235) & (1235) \end{vmatrix} \quad ; \quad (2345) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 2 .$$

De estas relaciones se deduce que (125), (134) y (235) son también determinantes principales.

En efecto es:

$$\text{Sg. } (125) = \text{Sg. } (1253) = \text{Sg. } (1254).$$

$$\text{Sg. } (134) = \text{Sg. } (1342) = \text{Sg. } (1345).$$

$$\text{Sg. } (235) = \text{Sg. } (2351) = \text{Sg. } (2354).$$

Por lo tanto, los determinantes (123), (125), (134) y (235), son los únicos principales que admiten todos los $S_3(5, n)$ que tienen el dado resolvente principal.

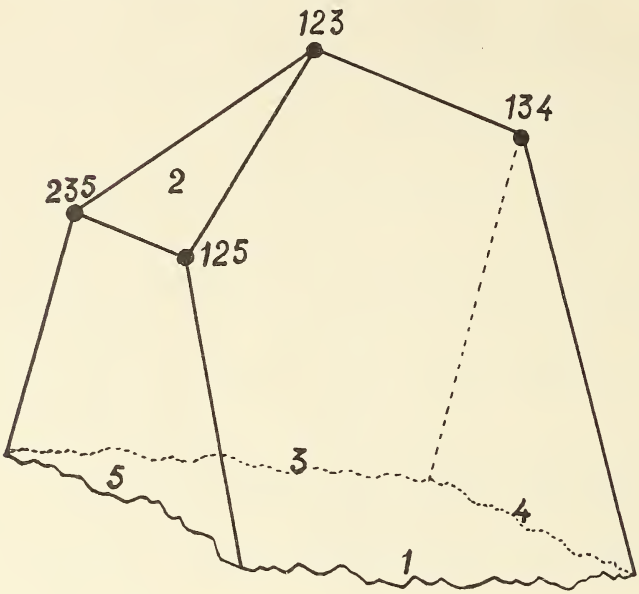
Del sistema [α], se deduce fácilmente que el sistema subordinado de primer orden, en el cual es $X_2 = 0$, tiene figura triangular acotada, (12, I), pues es

$$\begin{cases} X_4 - X_3 - X_1 = 1 \\ X_5 + X_3 + X_1 = 1 \\ \qquad\qquad X_2 = 0, \end{cases}$$

donde, en virtud de (9, I), la inecuación correspondiente a la X_4 es sobrante; luego el sistema precedente se reduce a

$$\begin{cases} X_5 + X_3 + X_1 = 1 \\ \qquad\qquad X_2 = 0. \end{cases}$$

Una figura convexa del E_3 que responde a dicho resolvente, es la siguiente:



Pentaedro de tres dimensiones.

De igual modo se pueden estudiar todos los demás elementos de la figura: *vértices, aristas, caras.*

Si se quiere obtener una particular región de E_3 que tenga esta figura, bastará aplicar el teorema (I) de este número y calcular los coeficientes de un sistema $S_3(5, 3)$.

Ejemplo 2:

He aquí un ejemplo de una figura convexa de un espacio de *cinco dimensiones*. Sea:

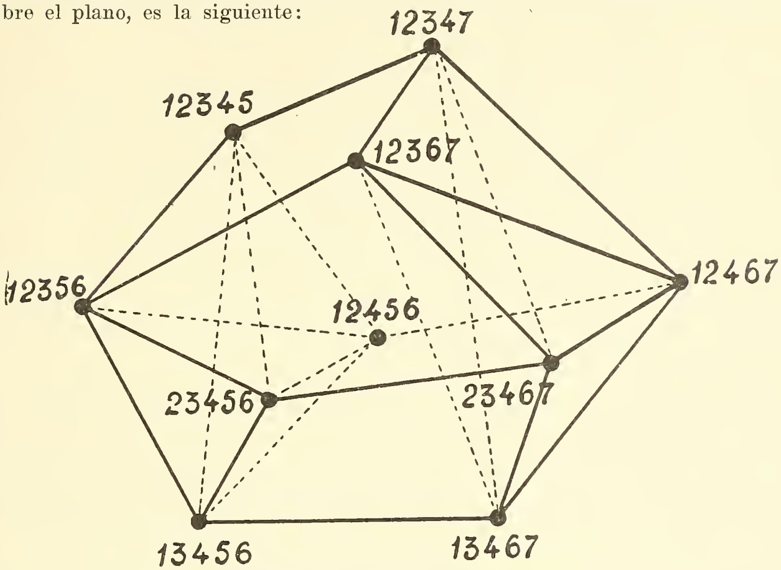
$$\begin{cases} X_6 + X_5 + X_4 + X_3 + X_2 + X_1 = 2 \\ X_7 + X_5 - X_4 = 1. \end{cases}$$

Con el procedimiento indicado, hemos obtenido los siguientes determinantes principales:

(12345); (12347); (12356); (12367); (12456); (12467); (13456); (13467); (23456); (23467), que son los únicos que gozan de tal propiedad para todo $S_5(7, n)$ de E_n cuyo resolvente es el dado.

Cada uno de estos determinantes corresponde a un *vértice* de toda región, $S_5(7, 5)$ de E_5.

La proyección de dicho hiperpoliedro, o *politopo*, que es un *eptaedro* de E_5, sobre el plano, es la siguiente:



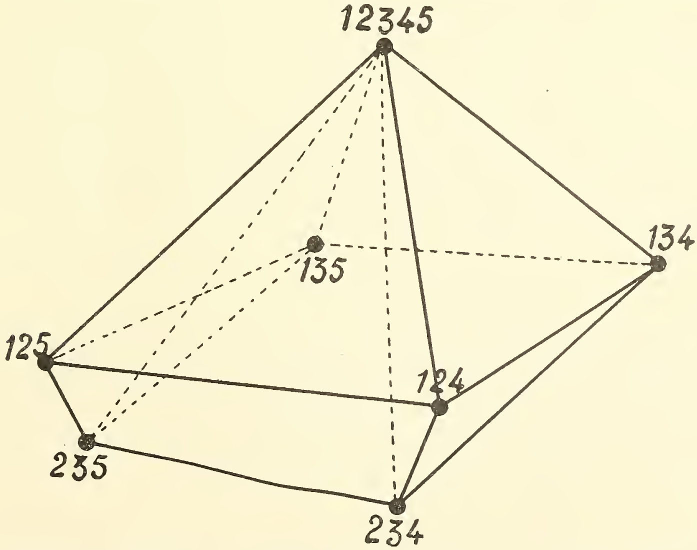
Eptaedro de cinco dimensiones.

Las caras son hiperpoliedros o politopos de cuatro dimensiones. Por ejemplo, la cara [1], es el exaedro tetradimensional cuyos vértices son:
(12345); (12347); (12356); (12367); (12456); (12467); (13456); (13467).

Una cara de éste, es el pentaedro tridimensional formado por los vértices:
(12345); (12347); (12356); (12367); (12456); (12467), como se reconoce inmediatamente en la representación adjunta.

Ejemplo 3: Pongamos, ahora, el caso de un sistema totalmente singular.
Sea, como antes: $X_5 + X_4 - X_3 - X_2 - X_1 = 0.$

Una sección completa de esta figura de E_4 que es una *pirámide pentagonal de cuatro dimensiones,* tiene por vértices:
(124); (125); (134); (135); (234); (235). Pentaedro de tres dimensiones:



Pirámide pentagonal de cuatro dimensiones y su sección completa.

Notemos, finalmente, que si se adoptan por hiperplanos coordenados de un sistema cartesiano oblicuo de un espacio de h dimensiones, las h variables auxiliares paramétricas no negativas de un $R_h(\delta)$, éste puede ser considerado como un *sistema de ecuaciones intrínsecas de la figura,* puesto que ella resulta referida a h caras suyas. Los ejes coordenados son las $\binom{h}{h-1} = h$ aristas que corresponden al vértice formado por las h caras y el origen es este mismo punto.

En esta representación las X_i, son, pues, hiperplanos variables. Cada uno de éstos queda perfectamente determinado por sus h puntos de intersección con los ejes del sistema.

Al estudiar las figuras poliédricas convexas definidas por sistemas resolventes, $R_h(\delta)$, [7.1], será conveniente eliminar de éstos las variables auxiliares, X_i, que, eventualmente, puedan corresponder, en los $S_h(m, n)$, que tienen tales resolventes, a inecuaciones sobrantes.

Si el $R_h(\delta)$ no corresponde a sistemas idénticos, dos casos, solamente, son posibles. O bien el $R_h(\delta)$ se reduce a sus h variables auxiliares paramétricas, o bien el $R_h(\delta)$ contiene otras variables auxiliares principales. En el primer caso, todos los sistemas correspondientes tienen resolvente impropio y característica h. En el segundo, resultan con resolvente propio.

Recordemos que, de este modo, sólo se estudian las propiedades de las figuras poliédricas convexas que son invariantes en las transformaciones lineales enteras de módulo no nulo. Agregando nuevas condiciones, se pueden estudiar las propiedades de semejanza y las homotéticas. En particular, si se cumplen las condiciones (9, VI), resultan los movimientos y los pseudomovimientos.

Obs.: Nótese que, en el estudio de los movimientos y pseudomovimientos, si se cumplen las condiciones (9, VI), puede prescindirse también, completamente, de las incógnitas no principales. Pues es posible transformar ortogonalmente tal sistema en otro, de modo que en el transformado no figuren dichas incógnitas, utilizando, para ello, el grado de arbitrariedad de las sustituciones ortogonales entre n variables independientes, el cual vale [1]

$$\frac{n(n-1)}{2}.$$

[1] Véase A. Voss: *Zur Theorie der Orthogonalen Substitutionen,* en Mathematische Annalen. Tomo XIII (1878), pág. 320. En las páginas 350 y siguientes se encuentran, efectivamente, calculados los coeficientes de la sustitución en función de los respectivos parámetros independientes.

(Continuará)

SOBRE LA CORRELACIÓN ENTRE LA RADIACION SOLAR Y LA PRESIÓN EN VALDIVIA (CHILE)

Por EMILIO L. DIAZ

SUMARY

This work in order to find the influnce of the different stations of the year on solar-pressure correlation at Valdivia (Chile), the autor show a positive coefficient for days numbers 0, 1, 2 and 3 in Summer; in Autumn positive for o and 1st. days and negative in 2nd. and 3st.; in Winter is positive for the day 0, and negative in 1st. and 2nd.; and in Spring the effect is likely as Summer.

The study is based on 335 correlationed values, arranged in six years (1930 to 1936).

A fin de estudiar las variaciones que en la correlación entre la radiación solar y la presión en Valdivia (Chile), latitud 40° S., y longitud 73° W. aproximadamente, ejercen las distintas estaciones del año, hemos seleccionado una serie de períodos de tiempo, repartidos en los seis años que van desde 1931 a 1936, para los cuales los valores de la radiación y la presión venían dados con una secuencia tal que evitaba interpolaciones.

Para la radiación del Sol hemos empleado los valores determinados por la Smithsonian Institution; a éstos y a los de la presión se les aplicó la fórmula

$$y_{ap} = \frac{y_1 + 2\,y_2 + y_3}{4}$$

y se determinó la curva eje

$$y_{eje} = \frac{\sum\limits_{1}^{5} y}{5}$$

determinada la onda meteorológica se aplicó el cálculo de correlación; los resultados hallados están en el cuadro que sigue:

Cuadro de coeficientes de correlación calculados entre la radiación solar y la presión en Valdivia

Fechas	Coeficientes de correlación					
	0 día	1 día	2 días	3 días	P. med.	N
1931						
Marzo 8 á Abril 5. . .	0.52	0.24	—0.47	—0.50	63.2	23
Sept. 24 á Octubre 5 .	0.63	0.43	—0.16	—0.46	62.8	8
Noviembre 8 á Nov. 19	—0.62	0.31	0.90	0.08	62.6	8
Noviembre 26 á Dic. 13	0.65	0.31	—0.40	—0.15	61.7	14
1932						
Julio 30 á Agosto 17. .	0.42	—0.01	—0.34	0.06	61.9	15
Agosto 31 á Sept. 9 . .	0.52	0.74	0.04	—0.33	64.4	6
1933						
Febrero 16 á Feb. 27 .	—0.38	0.42	0.60	0.05	60.0	8
Junio 9 á Julio 3 . .	0.34	—0.03	—0.19	—0.13	62.7	21
Septiembre 5 á Sept. 28	0.40	—0.13	—0.13	0.03	63.5	20
Octubre 13 á Octubre 27	0.21	0.52	—0.25	—0.47	62.1	12
1934						
Mayo 29 á Junio 14 .	0.75	0.64	0.07	—0.40	55.9	12
Julio 3 á Julio 17 . . .	0.54	0.00	—0.29	0.00	65.7	9
Septiembre 1 á Sept. 30	—0.33	0.52	0.32	—0.20	65.2	17
Enero 21 á Febrero 4 .	—0.36	0.16	0.76	0.29	61.8	9
Enero 2 á Enero 20 . .	0.28	0.25	—0.60	—0.17	61.5	14
1935						
Junio 27 á Julio 16 . .	—0.04	—0.63	—0.09	0.18	59.7	14
Agosto 9 á Septiembre 7	0.39	—0.48	—0.29	0.25	62.7	25
Octubre 11 á Nov. 7 .	—0.15	0.22	0.12	—0.10	64.3	20
Noviembre 11 á Nov. 30	0.42	0.20	—0.25	0.05	62.0	15
1936						
Febrero 29 á Marzo 31	0.12	0.29	—0.21	—0.42	61.4	27
Abril 21 á Mayo 9 . .	0.13	0.45	0.15	—0.23	60.9	14
Mayo 17 á Mayo 31 .	—0.03	0.23	—0.37	—0.10	57.5	10
Junio 2 á Junio 20 . .	0.29	—0.38	—0.20	0.21	59.5	14
Promedios	0.204	0.186	—0.056	—0.107	61.9	
					Suma	335

Si se agrupan los períodos de tiempo para los cuales se ha determinado el coeficiente de correlación, por épocas del año, y se hacen los promedios, se tendrá:

Valores de los coeficientes por estación y por defasaje

Diciembre, Enero y Febrero		Marzo, Abril y Mayo	
0 día	0.047	0 días	0.185
1 día	0.285	1 día	0.302
2 días	0.090	2 días	—0.225
3 días	0.000	3 días	—0.312
presión media	761.2	presión media	760.8
N° de valores	45	N° de valores	74

Junio, Julio y Agosto		Septiembre, Octubre y Noviembre	
0 días	0.324	0 días	0.135
1 día	—0.304	1 día	0.351
2 días	—0.233	2 días	0.074
3 días	0.095	3 días	—0.175
presión media	762.1	presión media	763.3
N° de valores	83	N° de valores	160

En este cuadro se pueden observar los siguientes hechos:

1º en Verano se tendrá correlación positiva los cuatro primeros días;

2º en Otoño en los dos últimos días se observará correlación negativa, es decir que un máximo de radiación irá seguido de otro de presión entre los días 0 y 1, y por un mínimo entre los días 2 y 3;

3º en Invierno, el máximo de presión será simultáneo con el de radiación, y en los días 1 y 2 observaremos un mínimo barométrico;

4º en Primavera el resultado será parecido al encontrado para el Verano, con la salvedad de que habrá ya correlación negativa en el tercer día.

Como se ve, las diferentes estaciones modifican en forma notable los efectos que la variación de la radiación del sol ejerce sobre la presión en Valdivia.

Puerto Belgrano, Septiembre de 1936

DESCRIPCION DE ICNEUMONOIDEOS ARGENTINOS

POR EL ENTOMÓLOGO EVERARD E. BLANCHARD (1)

Austrodolops n. g.

Genotipo, A. eremitae, n. sp.

Este género se coloca cerca de *Dolops* Marshall de la tribu *Diospilini* distinguiéndose por la primera sección de la *R* subigual a la segunda; la segunda nervadura cúbito-transversa no pigmentada; nervulus postfurcal; suturas abdominales distintas; propodeo rugoso y no completamente aereolado y por otros caracteres descriptos a continuación.

Austrodolops eremitae, n. sp.

Hembra: Ocráceo ferruginoso, algo parduseo, sobre todo las patas y el dorso abdominal; palpos ennegrecidos. Alas apenas ahumadas con reflejos iridescentes; nervaduras pálido-parduscas; Cu_1, *m-cu, M,* parastigma, *Cu* y primera sección costal más obscuras; R_4 sin pigmentación; estigma más claro y amarillento en el ángulo interno. Oviscapto con vaina negra y taladro testáceo, el extremo apical de éste, ennegrecido.

Cabeza tan ancha como el tórax, finamente rugoso-puntuado y con escasos pelitos blanquecinos. Frente con una prominencia longitudinal mediana liso luciente que corre desde la sutura clipeal hasta la altura de las antenas. Sienes y vértice separados del occipucio por una carena delgada pero aguda. Ocelos posteriores separados por el $^1/_3$ de la distancia que los separa de las órbitas. Ojos pequeños, $1\frac{1}{2}$ veces más largos que anchos y apenas más anchos que las sienes. Palpos maxilares de seis artejos; los labiales de cuatro. Flagelo antenal compuesto de 22 segmentos. Mandíbulas bidentadas.

Tórax finamente reticulado; los surcos parapsidales y región mediana pre-escutelar con rugosidades gruesas. Surco pre-escutelar

(1) División de Zoología Agrícola, Ministerio de Agricultura de la Nación.

con 7-8 fosas alargadas. Escutelo finamente micro-reticulado; impresiones laterales con arrugas transversas completas como también las impresiones laterales del metanoto. Propodeo gruesamente rugoso-puntuado con una carena mediana longitudinal basal que forma una continuación de la carena mediana del metanoto; y que se bifurca en el $^1/_4$ basal del propodeo extendiéndose en dos ramas oblicuas; el $^1/_3$ basal del propodeo micro-puntuado a cada lado de la carena mediana y apenas vermiculado; puntuación lateral del propodeo gruesa y rugosa y con abundantes pelitos blanquecinos.

Nervulación alar indicada en la figura 1. Patas normales. Tibias de las patas anteriores e intermedias con 7-9 espinitas cortas, gruesas y cónicas.

Primer tergito del abdomen fuertemente estríado en sentido longitudinal; región mediano dorso-basal más o menos liso y delimitado por carenas que convergen hacia el borde caudal y que terminan más o menos en la primera mitad del tergito; carenas laterales diferenciadas. Segundo tergito con estrías longitudinales decididamente más finas. Demás tergitos micro-puntuados y con una serie transversa preapical de cerditas erguidas amarillentas. Oviscapto un poco más que la mitad del largo del cuerpo.

Medidas relativas

Cuerpo	3.00
Antena:	
Largo	2.50
Escapo	0.12
Pedicelo	0.07
Flagelo I	0.15
» II	0.14
» III	0.14
Palpos maxilares: I	0.03
» » II	0.04
» » III	0.10
» » IV	0.09
» » V	0.07
» » VI	0.07
» labiales: I	0.04
» » II	0.05
» » III	0.04
» » IV	0.05
Ala anterior	2.00 × 0.65
Ala posterior	1.70 × 0.36
Pata posterior:	
Fémur	0.65
Tibia	0.70
» Espolones	0.05 y 0.08
Basitarso	0.19
Tarso II	0 12
» III	0.10
» IV	0.07
» V	0.11
Oviscapto	1.90

Macho: Parecido a la hembra, pero con sólo 20 segmentos en el flagelo antenal.

Habitat: Parásito de la oruga de *Cecidoses eremita,* Curtis, criado por el señor Luis De Santis, La Plata (X-1935).

Cotipos: Una hembra y dos machos en la colección del autor.

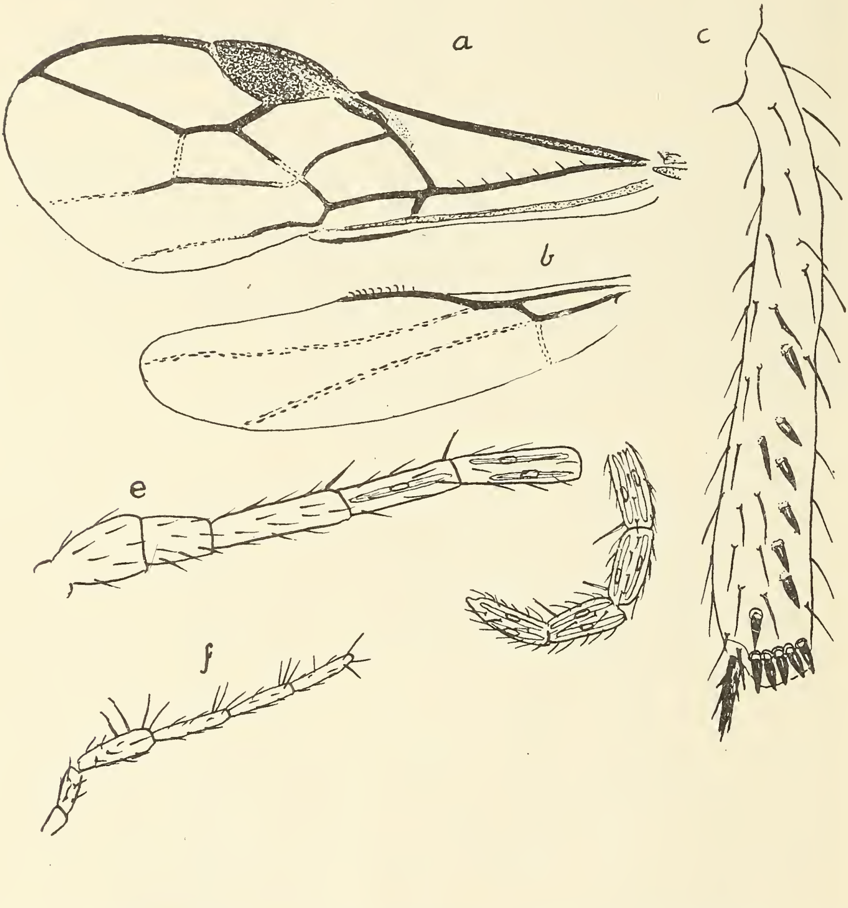


FIG. 1. — *Austrodolops eremitae,* n. sp. ♀: *a,* ala anterior; *b,* ala posterior; c, tibia intermedia; *e,* antena, segmentos proximales y distales; *f,* palpo maxilar.

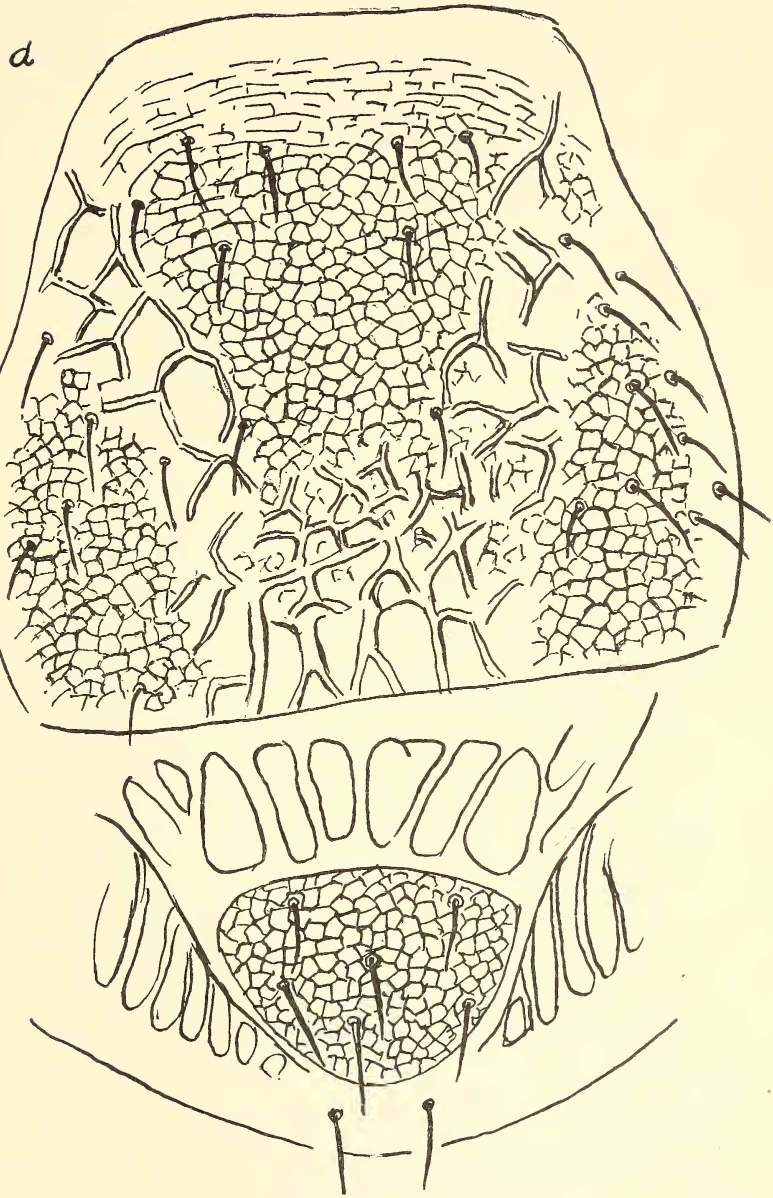


FIG. 2. — *Austrodolops eremitae*, n. sp. ♀: *d*, escultura del mesonoto y del escutelo.

Calliephialtes argentinus n. sp.

Hembra: Cabeza completamente negra. Antenas pardo-negruzcas con el anillo amarillento. Palpos blanquecinos. Tórax, con excepción del proepisterno negro, de color uniforme pardo-testáceo o castaño-testáceo o rojizo; los costados más claro y el dorso más o menos ennegrecido. Patas anteriores y medianas amarillentas o testáceo-amarillentas con las uñas negras. Patas posteriores pardo-negruzcas, con el segundo tercio de las tibias y base del basitarso un poco más pálidos. Espolones tibiales amarillentos. Alas hialinas, un poco iridescentes; nervaduras parduscas, la costal y margen anterior del estigma negro mate y el metacarpo claro amarillento en la base, poco a poco oscureciéndose hasta su ápice. Paratégulas blanquecinas. Abdomen testácea-pardusco, los últimos tres segmentos y el primero más o menos ennegrecidos. Cercas y vaina negruzcas; taladro castaño oscuro.

Cabeza lisa luciente con escasos pelitos finísimos blanquecinos en el frente debajo de las antenas, en la mitad posterior de las sienes y entre los ocelos y las órbitas. Clipeo fuertemente recortado en el medio de su margen apical. Espacio malar muy estrecho y micro-reticulado y mate. Distancia entre los ocelos posteriores subigual a dos veces la que los separan del ocelo anterior. Antenas provistas de anillo corto; largo ventral del pedicelo subigual a dos veces el largo dorsal.

Tórax con el dorso del mesotórax y escutelo liso luciente; surcos parapsidales débilmente marcados y cortos. Sutura pre-escutelar y las impresiones laterales escuterales sin arrugas. Impresión lateral del metanoto con arrugas pequeñas muy débiles. Proepisterno medianamente provisto de puntuaciones pilíferas; lóbulos protorácicos liso lucientes. Propodeo liso luciente con escasos pelitos blanquecinos, los dorsales cortos y los laterales más largos; carena del borde caudal con una carena corta perpendicular en cada ángulo lateral que se pierde en el cuarto caudal del propodeo; a cada lado de éstas una fuerte impresión y otra lateral pequeña cerca del ápice ventral de la carena caudal. La sutura espiracular termina un poco anterior al espiráculo. Mesopleuras liso lucientes con escasos pelitos blanquecinos. Sutura del prepecto fina, terminando lejos del borde dorsal de la mesopleura. La nervulación alar está indicada en la figura 3.

Tergitos II, III, IV y V del abdomen con una impresión ancha transversal subapical, borrada en el mediano, que se extiende sobre los costados del tergito en dirección cefálica. Tergitos I y V medianamente puntuados, las puntuaciones más gruesas en el II; más finas en el III y IV y casi microscópicas en el V. Cercas un poco salientes.

Medidas relativas

Cuerpo	7-8.50
Antena:	
Largo	6.00
Escapo	0.25
Pedicelo: largo dorsal	0.10
» largo ventral	0.20
Anillo	0.05
Flagelo: I	0.45
» II	0 35
» III	0.32
Ala anterior	7.50 × 2.35
Ala posterior	5.00 × 1.65
Cabeza:	
Ancho	1.37
Frente	0.65
Tórax	2.40
Abdomen	5.30
Segmento I	0.75 × 0.87
» II	1.10 × 1.20
» III	0.90 × 1.10
» IV	0.75 × 1.05
» V	0.60 × 1.05
» VI	0.50 × 1.05
» VII	0.44 × 0.95
» VIII	0.25 × 0.60
Oviscapto	8.50
Patas posteriores:	
Femures	1.50
Tibias	2.00
Espolones	0.25
Basitarso	0.95
Tarso II	0 35
» III	0.20
» IV	0.01
» V	0.30

Macho: Se diferencia de la hembra principalmente por el colorido del abdomen. Este es negruzco con una faja basal transversa clara amarillenta en los tergitos II, III, IV y V y con las impresiones transversales subapicales a veces algo rojo-testáceas. Por otra parte el primer tergito presenta el disco mediano cóncavo y las impresiones laterales son fuertes. Además el macho es más intensamente puntuado, las puntuaciones pilíferas del abdomen llegan hasta el último tergito y, por último, el aspecto ventral del escapo y pedicelo es de color amarillo claro.

Habitat: Parásito de la oruga de *Laspeyresia molesta* Busck, criado por el Ing. Ubaldo López Cristóbal, Dolores, provincia de Buenos Aires (IV-1936).

Cotipos: Tres hembras y cuatro machos en la colección del autor.

Observaciones: Esta especie se coloca cerca de *Calliephialtes grapholithae* (Cresson) de la cual se distingue por su menor tamaño, por su cabeza completamente negra y por el color uniforme del tórax y el propodeo.

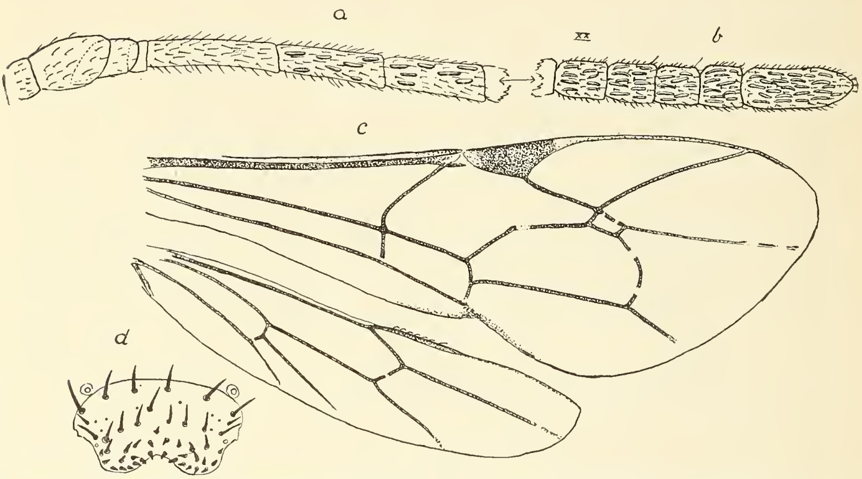


FIG. 3. — *Calliephialtes argentinus*, n. sp. ♀: *a*, antena, segmentos proximales; *b*, antena, segmentos distales; *c*, nervulación alar; *d*, clipeo.

Parapechthis n. g.

Genotipo, P. bazani, n. sp.

Cerca de *Apechthis* (Foerster), del cual se distingue por la cara tan o más ancha que larga, antenas no engrosadas cerca del ápice, y por el escutelo decididamente convexo. Para los demás caracteres, véase la descripción del genotipo.

Parapechthis bazani, n. sp.

Hembra: Amarilla con manchas y fajas negras. Cabeza amarillo claro; ápices de las mandíbulas, una mancha pequeña transversa supra-antenal, triángulo ocelar que se halla unido a la mancha supra-antenal por su ángulo anterior, occipucio y una línea mediana angosta entre éste y el triángulo ocelar, negros. Antenas ferruginosas, pardo-negruzcas por arriba; radícula y aspecto ventral del escapo amarillo claro. Tórax amarillo; mesonoto con tres fajas anchas longitudinales sub-paralelas que terminan en una mancha transversal pre-escutelar, sutura marginal mesonotal, margen anterior del mesosterno y mesopleura, episternaulos, una mancha ventral entre las coxas intermedias y las posteriores, una mancha en la raíz del ala anterior, margen anterior y ventral de las metapleuras, impresión lateral del escutelo, borde anterior y posterior del metanoto y lado posterior de la impresión lateral del mismo, dos líneas sinuosas simétricas longitudinales submedianas en el dorso del propodeo y una manchita alargada mediana entre éstas, negros. Patas amarillentas sub-testáceas con uñas negras. Alas hialinas, ligeramente teñidas; estigma amarillo-testáceo a veces anaranjado; nervaduras parduscas. Abdomen amarillento sub-testáceo; bordes distales de los segmentos estrechamente oscurecidos; primer tergito con una mancha alargada mediana que llega hasta el $^1/_3$ distal; segundo tergito con una mancha ancha mediana en la $^1/_2$ basal; tercer tergito con una mancha transversa sub-basal en cada lado del mediano; cuarto tergito con una faja transversal ancha sobre los $^2/_3$ basales; quinto y sexto tergito casi totalmente cubiertos por la faja basal transversa que llega a su mayor longitud en el mediano; séptimo tergito con faja transversa en la mitad basal y una mancha pequeña mediana que une la faja basal con el borde apical; últimos tergitos amarillos. Oviscapto con vaina negruzca y taladro de color rojo caoba oscuro; cercas amarillentas.

Cabeza transversa; borde interno de los ojos perceptiblemente recortado a la altura de las antenas. Clipeo excavado en la mitad distal, formando ángulo con el labro. Frente, vértice y sienes, liso-lucientes con escasos pelitos leonados. Sienes perceptiblemente más cortas que los ojos; éstos desnudos. Espacio malar corto, sub-igual a la distancia entre los forámenes clipeales y el borde ocular. Escapo con micropuntuación pilífera; primer segmento del flagelo $1\frac{1}{2}$ veces el largo del segundo; el flagelo compuesto de 24 segmentos. Placa ocelar con una impresión mediana entre los ocelos posteriores que llega hasta la carena occipital; ocelos posteriores separados por una distancia sub-igual a la que los separa del borde ocular.

Tórax con puntuación débil y pelitos leonados cortos en el mesonoto, escutelo y pleuras. Impresiones laterales del metanoto liso-lucientes, cruzadas por una carena en el $^1/_3$ externo; lóbulo mediano del metanoto liso-luciente, impuntuado. Propodeo sin carenas dorsales, con excepción de la del borde posterior y una muy corta que nace en cada ángulo dorso-externo de ésta. Una impresión alargada mediana en la mitad basal atravesada por algunas arrugas transversales débiles, y en cada lado de ésta, una puntuación pilífera mediana que continúa sobre los costados hasta llegar a la carena subespiracular. En cada ángulo póstero-externo del dorso propodeal, una impresión.

FIG. 4. — *Parapechthis bazani*, n. sp. ♀: *a*, nervulación alar; *b*, segmentos proximales y distales de la antena; *c*, sensorios y cerditas de la superficie ventral del segmento XIX antenal; *e*, uña de las patas intermedias; *f*, cabeza y tórax, aspecto lateral; *g*, ídem del abdomen; *h*, ídem del oviscapto. (*f*, *g* y *h*, dibujados con el mismo aumento).

Abdomen con puntuación fina y densa. Primer tergito con el $^1/_3$ mediano muy elevado y excavado en los $^3/_4$ basales; segundo tergito con una impresión basal fuerte oblicua en cada lado del mediano y otra transversa, poco marcada en el mediano, que atraviesa el segmento en su mitad apical; tergitos III y IV con las bases hundidas y con una impresión débil, pero ancha y transversal, en la $^1/_2$ distal; tergitos III a VII con micro-reticulaciones poligonales. Vainas con arrugas transversas. Uñas tarsales de todas las patas con diente ancho basal. Nervulación alar indicada en la figura 4.

Medidas relativas

Largo	15.00 mm.
Ala anterior	12.00 × 4.30
Ala posterior	8.60 × 2.36
Antena:	
Escapo	0.55 × 0.35
	(0.26)
Pedicelo	0.17 × 0.22
	(0.38)
Anillo	0.13
Flagelo:	
Segmento I	0.92 × 0.17
» II	0.68
» III	0.59
» IV	0.59
» XX	0.26 × 0.19
» XXI	0.25
» XXII	0.23
» XXIII	0.22 × 0.17
» XXIV	0.42

	I	II	III	IV	V
Palpos maxilares	0.23;	0.26;	0.39;	0.29;	0.34
Palpos labiales	0.21;	0.15;	0.13;	0.19	

Patas:	I	II	III
Fémur	1.80	2.15	2.70
Tibia	1.50	2.36	3.35
» Espolón		0.47	0.60 y 0.51
Tarso I	0.92	1.03	1.63
» II	0.43	0.43	0.77
» III	0.25	0.25	0.47
» IV	0.17	0.21	0.30
» V	0.50	0 60	0.68
Taladro	5.10		
Vaina	3.00		
Cercas	0.28		

Macho: Parecido a la hembra, pero con los dibujos negros menos intensos.

Habitat: Parásito endófago de la crisálida de *Alabama argillacea*, Hbn., hallado en Salta por el naturalista Ramón Bazán (IV, 1936).

Observaciones: Dedico esta linda especie gustosamente a mi inteligente colaborador, Sr. Ramón Bazán. La biología de este parásito ha sido estudiada por el entomólogo M. J. Viana y sus observaciones serán publicadas en otra oportunidad.

BIBLIOGRAFIA

DE LIBROS RECIBIDOS EN LA ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

POR C. C. D.

Fascículos editados por Hermann & Cía., de la colección « Actualités Scientifiques et Industrielles »; $16\frac{1}{2} \times 25\frac{1}{2}$. Número de páginas y precios variables. París.

Nº 281. — BEDEAU (F.), *Théorie du Diffuseur* (Haut-Parleur sans pavillon). 68 páginas con figuras en el texto. Precio: 15 francos. 1935.

Fascículo VI de la serie « Théories Mécaniques (Hydrodynamique-Acoustique)» dirigida por Y. Rocard.

En una Introducción, se hace observar, que se fabrican actualmente excelentes altoparlantes sin pabellón; de éstos únicamente se ocupa el presente folleto. La técnica de su fabricación, y su puesta al punto industrial, han realizado, desde una década atrás, considerables progresos. Al igual que el teléfono, el altoparlante comporta una parte vibrante o diafragma, y un motor que acciona dicho diafragma. Desde mucho tiempo atrás se han esforzado los inventores de realizar un diafragma vibrante constituído al igual que un pistón por una sola pieza; existen numerosos métodos para realizarlo, pero la teoría es siempre la misma o sea la que desarrolla el autor después de describir el altoparlante Rice & Kellogg.

El tema está desarrollado en cinco capítulos seguidos de un *Resumen.*

Nº 287. — MAURAIN (CH)., *Magnetisme Terrestre.* 64 páginas. Precio: 15 francos. 1935.

Es el fascículo 1 del folleto titulado Magnetisme et Electricité Tererstre; el cual constituye, a su vez, parte de la serie « Physique du Globe », dirigida por el mismo autor, decano de la Facultad de Ciencias de París y miembro del Instituto de Francia.

Después de una exposición preliminar sobre el conocimiento general del campo magnético terrestre, trata las variaciones seculares, periódicas y accidentales: agitación magnética; perturbaciones y tempestades; intervalo entre los fenómenos solares y los magnéticos terrestres. Sigue tratando, después, las auroras boreales, corriente telúricas, teorías relativas a las perturbaciones magnéticas y a las auroras polares. Finalmente se expone una investigación sobre el origen del campo magnético terrestre.

Nº 308. — WATANABE (PATOSI), *Le Deuxième théorème de la Thermodynamique et la Mécanique Ondulatoire.* 04 páginas. Precio: 20 francos. 1935.

Fascículo XVI de la serie « Exposés de Physique Théorique », dirigida por Luis de Broglie.

El autor, doctor en ciencias, se propone, aquí, encontrar nuevamente la demostración del segundo teorema de la Termodinámica, colocándose sistemáticamente en el punto de vista de la Mecánica ondulatoria. Se trata, dice L. de Broglie, de un hermoso trabajo que podrá ser consultado con el mayor provecho por quinquiera se interese en las teorías físicas modernas. La idea fundamental del autor, sabio japonés, ha sido eliminar en sus raciocinios toda noción distinta de las propias a la Mecánica ondulatoria. Consigue definir la entropía de un sistema, con solo la enumeración de las funciones propias que corresponden a un estado macroscópico dado, es decir, por el número de dimensiones de la multiplicidad correspondiente en el espacio Hilbertiano de las funciones de onda. En definitiva vuelve a encontrar todos los resultados esenciales de la Termodinámica estadística.

Después de este trabajo del profesor Watanabe parecería ser necesario abandonar ciertas esperanzas. Así, al igual que la Dinámica de Newton, la Mecánica ondulatoria no parece poder suministrar una termodinámica estadística sin introducir un postulado suplementario de naturaleza sspecíficamente estadística.

Nº 310. QUINTIN (M.), *Activité et Interaction Ionique.* Segunda Parte. 92 páginas, con figuras en el texto. Precio: 18 francos. 1936.

Fascículo III de la serie « Exposés d'Electrochimie Théorique » dirigida por René Audubert.

Al ocuparnos de la primera parte de este trabajo del profesor Quintin, hemos indicado cuál es su objeto. Esta segunda parte trae un estudio experimental de la actividad de las sales de los metales pesados (Cap. I) y los resultados experimentales (Cap. II).

Después de indicar el objeto del trabajo, expone el autor el método, los aparatos, la purificación de los productos y preparación de los electrodos, los coeficientes medios de actividad y los de actividad individual de los iones; estudio de la hidrólisis, datos termodinámicos, conclusiones y bibliografía.

Nº 315, 316, 317. — MATHIEN (MARUL), *Reactivos Topochimiques.* Tres folletos de 58, 66 y 75 jáginas, respectivamente, con figuras en el texto. Precios: 12 francos cada uno. 1936.

Constituyen los fascículos XI, XII y XIII de la serie « Théories Chimiques » dirigida por G. Urbain.

El primer folleto trata las generalidades; el segundo la Nitración de la celulosa y el último la Gelatinización de las nitrocelulosas.

El autor es doctor en ciencias. En una Introducción expone su plan; dice que los compuestos constituídos por la polimerización de grupos moleculares simples, se presentan con caracteres que, a menudo, ha sido muy difícil hacer entrar en los marcos habituales de la química o de la físicoquímica. En su trabajo ha hecho una recordación de los rasgos esenciales, describiendo, particularmente, los modos de reacción de los cuerpos fuertemente polimerizados, llegando así a la definición de una reacción « topoquímica ».

La parte principal trae un estudio, el más detallado, de las reacciones topoquímicas particulares. El autor ha tenido la suerte de poder precisar el carácter « topoquímico » de una reacción mediante los dos ejemplos de la nitración de la celulosa y de la acción de la acetona sobre la nitrocelulosa.

El estudio particular de una reacción de la celulosa ha conducido al autor a proponer una estructura aproximada de las nitrocelulosas; a definir un fenómeno de gelatinización, así como también lo que puede llamarse dispersión de las moléculas en solución. Así ha podido precisar el significado que pueden tener las medidas físicas de peso molecular sobre derivados celulósicos.

Observa, finalmente, que su trabajo puede poner a la vista el interés que existe en seguir sistemáticamente la marcha de reacciones químicas y de modiifcaciones de estado físico, mediante exámenes de estructura por medio de los rayos X, intereses muy grande cuando las reacciones tienen lugar — como sucede en los casos que ha tratado — enteramente en el estado sólido.

Nº 321-322. — Musceleanu (Chr.), *Chaleur Specifique et Théorie des Quanta.* Dos folletos de 50 y 35 páginas respectivamente. Precio: 15 y 12 francos. 1936.

Fascículo I y II de la serie « Exposés de Physique Générale et Quanta » dirigida por el autor, profesor en la Facultad de Ciencias de Bucarest.

Después de una Introducción, se considera el calor específico desde el punto de vista termodinámico; el caso de los cristales sólidos; el calor específico y la teoría cinética, y la de los *quanta;* la teoría de Einstein; determinación de la frecuencia atómica en los sólidos; trabajos de Nernst y Lindermann; los calores específicos según la teoría de Debye; determinación de la frecuencia; teoría de Born y Karman. Determinaciones experimentales. Al final de cada folleto, acompaña una bibliografía.

En lo relativo a determinaciones experimentales, el autor manifiesta que la teoría de Born y Karmán ofrece cierto interés para la determinación de constantes elásticas; ella ha abierto una nueva vía que permite vincular las constante físicas de los cuerpos y su propia estructura intrínseca.

Nº 324. — Rainé (P.), *Biréfringence Magnétique de l'Oxigène liquide, de l'Azote liquide et de leurs Mélanges.* 56 páginas con figuras en el texto y dos láminas fuera de él. Precio: 15 francos. 1936.

Fascículo II de la serie « Exposés de Magneto Optique » dirigida por A. Cotton.

El autor es encargado de Investigaciones en el Laboratorio del « Grand Electro-Aimant de Belbone » y expone en este folleto el resultado de trabajos experimentales propios, con instrumental también original.

El prefacio ha sido escrito por A. Cotton, miembro del Instituto de Francia y profesor en la Sorbona. Después de una Introducción, de un histórico y de generalidades sobre la birefringencia magnética, se exponen los aparatos y disposiciones empleadas para la investigación. Vienen después los resultados y las comparaciones.

Li birefringencia magnética pone en evidencia que el oxígeno es más complicado que lo que pudo pensarse en un principio.

Al final, se esboza un programa de investigaciones complementarias relativas al oxígeno líquido.

Nº 325, 326, 327. — Platrier (Ch.), *Exposés de Géométrie Cinématique.* 3 fascículos de, respectivamente, 56, 86, 36 páginas. Precios: 12, 18 y 8 francos. 1936.

El profesor Platrier de la Escuela Politécnica y de la Escuela Nacional de Puentes y Calzadas de París, ha escrito, en estos folletos, el curso que dicta en aquellas Escuelas.

El primer fascículo trata la Cinemática del sólido y la teoría de los vectores. El segundo, la Masa en cinemática y la teoría de los tensores de segundo grado; el tercero, la Cinemática de los medios continuos.

En realidad se trata de las notas entregadas por el profesor Platrier a sus alumnos, como resumen del curso de mecánica que dicta en los establecimientos de enseñanza referidos.

Estos tres primeros fascículos, se refieren a la Mecánica neutoniana. Constituyen la Geometría preparatoria al Estudio de dicha Mecánica; los elementos que traen permitirán a los lectores abordar sin mayores preocupaciones, el estudio del capítulo fundamental de la física teórica y experimental que se designa con el nombre de *Mecánica clásica* o neutoniana.

El autor cree que, a pesar de haber únicamente utilizado un bagaje muy sencillo de cálculo vectorial y tensorial, la geometría preparatoria que expone puede ser útilmente aprovechada por aquellos que deseen estudiar las teorías físicas modernas para iniciarse en el cálculo absoluto.

El tercer fascículo que trata de la cinemática de los medios continuos, estudia las transformaciones continuas en un medio continuo deformable; la transformación infinitesimal continua en ese mismo medio; y el movimiento continuo de un medio deformable; la ecuación de continuidad y las variables de Lagrange y de Euler.

Nº 329. — Menchoff (D.), *Les Conditions de Monogénéité.* 54 páginas. Precio: 15 francos. 1936.

Fascículo III de la serie « Théorie des Fonctions » dirigida por Paul Montel. El autor es profesor de la Universidad de Moscú.

Está, este folleto, consagrado al estudio de las condiciones suficientes para que una función de una variable compleja sea holomorfa en el interior de un dominio abierto. Se considera una propiedad local de la función en un punto, es decir, que solo dependa de sus valores inmediatos a ese punto; y se trata de establecer cuál debe ser la propiedad en cuestión para que la función sea holomorfa en el interior de un dominio, si la propiedad referida se verifica para todos los puntos de dicho dominio (salvo tal vez en los puntos de un conjunto finito o enumerable). Las propiedades a que nos referimos deben ser las menos restrictivas posibles. Esto es lo que explica el autor en el Prefacio, previniendo que la cuestión no está aun resuelta en toda su generalidad.

Una bibliografía termina el trabajo.

Nº 330. — Arditti (René), *Les Théories quantiques.* 34 páginas. Precio: 8 francos. 1936.

Fascículo XIV de la serie « Théories Chimiques » dirigida por G. Urbain.

El autor es profesor de la Escuela Nacional francesa de Puentes y Calzadas y el presente folleto tiene una conferencia dada por él, el 14 de marzo 1935, en el Conservatorio francés de Artes y Oficios, con el propósito de poner de manifiesto en qué medida las ideas físicas modernas han consegundo interpretar el fenómeno químico de la vinculación de dos átomos. La exposición comporta cinco capítulos que tratan respectivamente de: El Nacimiento y desarrollo de los *quanta,* La Molécula de Hidrógeno. Primera extensión: valencia de *Spin;* la activación. Segunda extensión: valencia orbital. Teoría de las valencias dirigidas.

Después de esbozar, así, algunos conceptos nuevos, (es decir, no incluídos en las teorías clásicas), introducidas en la ciencia por las teorías quánticas, dice el autor que ella — y sobre todo en la forma que revisten en la Mecánica de Broglie y de Schrödinger, — han permitido la interpretación, *sin hipótesis* particular, de un hecho químico fundamental: el de la vinculación homeopolar entre dos átomos idénticos.

Nº 333. — GOURSAT (EDOUARD), *Leçons sur les Séries Hypergéométriques et sur quelques fonctions que s'y rattachent.* Fascículo I: *Propriétés générales de l'Équation d'Euler et de Gauss.* 96 páginas. Precio: 20 francos. 1936.

El conocido miembro del Instituto de Francia y profesor honorario de la Facultad de Ciencias de París, expone sucesivamente, en este libro, los siguientes puntos: Las 24 series de Kummer. Definición de Riemann. Integracción por cuadraturas parciales. Integrales definidas de Euler y de Jacobí.

Puntos singulares logarítmicos; caso de reductibilidad. Grupo de la ecuación E (α, β, γ). Ecuaciones de la misma familia. Relaciones lineales entre las integrales.

Con el nombre de series hipergeométricas se entienden, aquí, series enteras de una variable $(a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots)$ en las que la relación $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ iguala al cociente de dos polinomios de mismo grado en n; relación que tiene un límite finito y distinto de cero cuando n aumenta indefinidamente.

Nº 335. — DEFLANDRE (GEORGES), *Les Flagellés Fossiles.* 100 páginas con figuras. Precio: 20 francos. 1936.

Fascículo III de la serie « Exposés de Géologie » dirigida por L. Cayeux, del Instituto y del Colegio de Francia.

El autor, en un prefacio, explica porqué no se encuentra mención de la existencia de flagelados fósiles en la mayoría de las obras generales de Paleontología y eso a pesar de que es conocida la existencia de ciertos representantes de aquéllos desde el Cambriano hasta el presente; y de la participación, a veces muy grande, que varias familias pueden reinvidicar en la génesis de rocas sedimentarias calcáreas o silíceas. Agrega que es precisamente para remediar a dicho estado de cosas que ha escrito este opúsculo, en el que están representadas las más recientes adquisiciones relativas a los Flagelados en el dominio paleontológico.

Viene luego una Introducción, en la que se da un histórico del tema y otras informaciones.

El trabajo comprende, desde luego, unas generalidades sobre los Flagelados. Clasificación. Fosilización. Cuadro de los Flagelados fósiles. Luego trae un estudio particular de los diversos grupos de Flagelados fósiles. Organización. Biología, Sistemática, Yacimientos. Un tercer capítulo habla de la Repartición geológica y de la importancia relativa de los grupos en las formaciones sedimentarias. Por último, el Estado general de nuestros conocimientos respecto de la evolución comparada de los principales grupos y un Indice alfabético precedido de una Bibliografía.

Nº 341. — BRAJNIKOV (B.), *Pétrographie et Rayons X*. 40 páginas. Precio: 12 francos. 1936.

Fascículo II de la serie « Exposés de Géochimie » dirigida por Pedro Urbain.

Se trata de un ensayo de bibliografía crítica. Para el estudio de los cuerpos cristalizados homogéneos y de las mezclas amorfas y líquidas, se han utilizado diagramas de difracción de los rayos X. Era lógico, entonces, preveer el uso de un mismo método de trabajo aplicado a la investigación de cuerpos heterogéneos como las rocas. El autor expone, en este folleto, muy sucintamente, los dominios de aplicación de los métodos actualmente practicados por los petrógrafos. Define, primero, los principales grupos de rocas y los métodos de estudios en petrografía. Luego los principios y la técnica del método de difracción de los rayos X. Vienen luego las aplicaciones y las conclusiones, con una bibliografía sumaria.

Resulta que los rayos X tienen sus defectos y sus cualidades. Juiciosamente aplicados por un experimentador experto, constituyen un instrumento de gran poder; y es casi seguro que les espera un brillante porvenir en la ciencia de las rocas.

Nº 344. — DARMOIS (E.), *Un nouveau corps simple, le Deutérium ou Hydrogène Lour* (Segunda parte). 42 páginas. Precio: 10 francos. 1936.

Fascículo III de la serie « Exposés de Chimie-Physique » dirigida por el autor.

Nos hemos referido, antes, a la primera parte de esta exposición del profesor E. Darmois, de la Sorbona, en donde se daba una idea de conjunto de este nuevo isótropo de hidrógeno. En este folleto se complementa lo anteriormente expuesto; y, al leerlo, llama poderosamnt la atención la bibliografía acompañada, o sea, el interés que el citado Deuterium (nombre propuesto por Urey y simbolizado por D), ha despertado en los físicos y químicos. Estos tienen, en el nuevo cuerpo, un isótropo cuya masa es doble de la de su homólogo liviano. El autor expone en diversos capítulos, cómo se produce la separación electrolítica de los dos isótropos; las propiedades físicas del agua pesada, del deuterium y sus compuestos, las experiencias que utilizan el núcleo del denterium, y la desintegración.

Precede una Introducción y termina una conclusión y, como dijimos, una copiosa bibliografía.

* * *

LEVI-CIVITA (TULLIO), *Le problème des deux corps en Relativité générale.* 28 páginas. 16,5 × 25 cm. (L'Enseignement Mathématique, nº 3-4. 1935).

Sulla Nozione di intervàllo fra due avvenimenti; primo approccio alla teoria della relatività. 25 págs. 17 × 24 cm. (Nuovo Cimento, Anno XIII, Nº 2. Febbraio 1936).

The Secular effect of tides on the motion of planetary Systems. 18 págs. 18 × 25 cm. (American Mathematical Monthly, Vol. XLI, Nº 5, May 1934).

Movimenti di un sistema continuo che rispettano l'invariabilità sostanziale del baricentro (Act. P. Acad. Sc. Nov. Lync. Anno LXXXVIII-III Sess.). 8 págs. 21,50 × 30 cm. 1935.

Se trata de tiradas aparte de otros tantos trabajos del ilustre profesor de la Universidad de Roma.

En el primero, se precisan las circunstancias bajo las cuales, admitiendo el principio de la Relatividad general, es posible, como en la Mecánica común, reducir el problema del movimiento de dos cuerpos celestes al de dos puntos ficticios que los representen.

En el segundo se establece primero un análisis sumario de los criterios que admiten fijar una variable única apropiada a la representación del tiempo para un número cualquiera de observadores en reposo los unos respecto de los otros. Se contempla, después, el caso de un observador móvil, y se localiza la diferencia entre el registro (de la física clásica), que asume un mismo comportamiento del tiempo también para el observador móvil, postulando así un tiempo absoluto y otros registros *a priori* posibles.

En el tercero, después de unas observaciones previas respecto de los sistemas canónicos, trata las soluciones relativamente estacionarias en casos particulares; cambio de variables; forma invariante para que una solución sea estacionaria. Luego se abordan los sistemas canónicos con integrales conocidas de cualquier forma; el problema de los dos cuerpos, y el de tres, más cuerpos, etc.

En el último toma en consideración cuerpos cuyos centros de gravedad coinciden durante el movimiento, con un elemento material del cuerpo.

ENRIQUES (FEDERICO), *Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna.* Tercer y último volumen; 350 páginas (14 $\times$ 26,5), con numerosas figugas. Bologna, 1936. Nicola Zanichelli. Precio: 30 liras.

Este libro constituye el nº 11 de la serie « Per la Storia e la Filosofia delle matematiche » dirigida por el profesor Enriques. Abarca los libros XI-XIII de Euclides. Han prestado su concurso — como para los tres precedentes tomos — diversos colaboradores; y han contribuído financieramente para ayudar al *Instituto Nazionale per la Storia delle Sienze,* promotora de este trabajo, los siguientes centros: *Istituto Nazionale delle Assicurazioni, Banco Commerciale Italiano, Banco Nazionale di Credito* y la casa editora Nicola Zanichelli.

En una Introducción, el Dr. Enriques, conjuntamente con el anuncio de la terminación de la obra, da cuenta de las dificultades que ella ha ofrecido, y expresa su esperanza de que, a pesar de algunos defectos y deficiencias de que adolecerá, podrá alcanzar su objeto, o sea, ofrecer a los estudiosos, y particularmente a los profesores secundarios una vista histórica del desarrollo de la geometría elemental al través de los siglos; así como también un instrumento seguro para educarlos en la comprensión y crítica de los textos.

Entre los colaboradores más importantes figura la doctora María Teresa Zapelloni de Maspero, que ha revisado la traducción del texto griego; el ingeniero Atilio Frajese que, habiendo profundizado el estudio de la teoría de la igualdad de los triedros y la doctrina de Arquímedes sobre la medida del círculo y de los cuerpos redondos, ha prestado su muy precioso concurso en la interpretación de los libros XI y XII.

Después de este prefacio, viene una Introducción relativa al histórico, a la interpretación de los términos y de las proposiciones (libro XI); los libros XII y XIII tratan las proposiciones. Viene luego un apéndice relativo a los libros XIV y XV. Por último un índice muy completo y prolijo de autores y comentadores que abarca los cuatro volúmenes.

De los tres tomos anteriores nos hemos ocupado en su oportunidad en estos mismos *Anales.*

INDICE GENERAL

DE LAS MATERIAS CONTENIDAS EN EL TOMO CENTÉSIMO VIGÉSIMO SEGUNDO

NOTICIARIO

BIBLIOGRAFÍA

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alvarez, Raúl J.
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arbecchi, Armando C.
Arce, Manuel J.
Arditi Thompson, H.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Arroyo, Rufino
Avila Méndez, Delfín
Aztiria, Ignacio
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Bancalari, Agustín
Barabino Amadeo, S.
Barbieri, Antonio
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berdoy, Pedro A.
Berrino, Juan B.
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano
Bontempi, Luis
Bordato, Miguel
Bordenave, Pablo E.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buldrini, Alvaro G.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Camus, Nicolás
Canale, Humberto
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceriale, Marcelino A.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Corvalán Mendilaharzu, Dardo
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chelia, Francisco
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
Debenedetti, José
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Demarchi, Marco
Deulofeu, Venancio
Devoto, Franco E.
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dotto, Enrique S.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Edelberg, Benjamín
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Florit, Carlos J.
Forn, Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Gil, Martín
Gonella, Juan B.
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gurewitsch, Marco
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Keiper, Guillermo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Kohan, Zoilo
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lea, Allán B.
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López, P. José
Loyarte, Ramón G.
Lozano, Nicolás
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Marini, Tomás L.
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Massaro, César O.
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Mermoz, Francisco A.
Mohring, Walther
Molfino, José F.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nelson, Ernesto
Nielsen, Juan
Oliveri, Alfredo E.
Ortega Belgrano, Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paltoví y Oliveras, A.
Paquet, Carlos
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Pauly, Antonio
Paz, José Máximo
Paz Anchorena, José M.
Peralta Ramos (h.), Alberto G.
Pérez Hernández, A.
Pérez Pirán, Juan A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos

Polti, Modesto
Posadas, Carlos
Quartino, José N.
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Modesto
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Ravignani, Emilio
Rebuetlo, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo
Robles, Angel A.
Rodriguez Aravena, S.
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rosell Soler, Pedro
Rossi, Arturo R.
Ruata, Luis E.
Ruiz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Sagastume Berra, A. E.
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schmidt, Max
Schoo Lastra, Oscar
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Seeber, Ricardo
Sesma, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Soler, Frank L.
Sordelli, Alfredo
Spinetto, David J.
Spota, Victor J.
Storni, Segundo R.
Storni, Carlos David
Suárez, Angel
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tamini, Luis Augusto
Tarragona, José
Tedeschi, Virgilio
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentiner, Hugo
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vallejo, Segundo E.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino (h.)
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Volpatti, Eduardo
White, Guillermo J.
Wauters, Carlos
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Devoto, Arnaldo Carlos
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
Girbau, Mansueto
Goyena, Ricardo J.
Laporte, Julio A.
Magne de la Croix, P.A.
Milesi, Emilio Angel
Monca, Jacobo Isaac
Muñoz Cabrera, René
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Riú, Pedro Carlos
Rusconi, Carlos
Somonte, Eduardo
Viglione, Fausto E.
Zenarruza Johnson, Tirso A.
Walls, I. Figueras de
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Francisco Disí
Angel Estrada y Cía.
Imprenta Kidd
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
Est. Gráf. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Lda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Ramón A. Brandán; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Gumersindo Sayago; Vocales: Ing. Daniel E. Gavier; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. B. de la Colina; Ast. N. Lafayette Zimmer; Ing. Vladimir Borsacow; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis
Aguiar, Henoch D.
Amaya, Arturo A.
Anduze, Fernando L.
Arrambide, Miguel
Astrain, Antonio
Bermann, Gregorio
Bobone, Jorge E.
Bodenbender, G.
Bonet, Rafael
Berzacow, Wladimir
Bracaccini, Osvaldo J.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Bustos, Ernesto
Buteler, Jesús E.

Cabrera Molina, P.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Castellanos Posse, F.
Catinari, Altavino E.
Centeno, Dionisio
Cordeiro, Juan Carlos
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
De la Colina, Bmé.
Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
De Villafañe Lastra, T.
Devoto, Heraclio A.
Di Riemzo, Sabino
Espinosa, Manuel
Esteban, Fernando
Evans, Eduardo W.
Fernández, Miguel
Ferrer, Baltasar
Fitz Simon, Sgo. E.
Fortana, Lorenzo
Fracassi, Humberto
Fuchs, Guillermo J.
Galíndez Vivanco, C.
García, Daniel
Garzón, Rafael
Gavier, Daniel E.
Gavier, Ernesto
Gibert, Víctor
Giménez de Azúa, F.
Godoy, Salvador A.
Gómez, Calixto A.
Gordillo, Pedro N.
Granillo Barros, M.
Hernández Ramírez, R.
Hosseus, Carlos Curt
Jagsich, Juan
Kegeler, Juan Walter
Kronfuss, Juan
Lafayette Zimmer, M.
Larrauri, Agustín C.
Lewis, Donald G.
Lo Celso, Angel T.
Luque, Eduardo R.
Lutzow Holm, Olaf.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Marsal, Alberto
Martínez, Rodolfo
Martínez Bustos, V.
Masjoan, Juan
Melo, Carlos R.
Mirizzi, Pablo Luis
Montes, Aníbal
Ninci, Carlos A.
Ninci, Mario
Ninci, Raúl T.
Nottaris, Carlos E.
Novillo Corvalán, S.
Olsacher, Juan
Pagliari, Arturo
Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani de
Perrine, Carlos D.
Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, C.
Ponssa, Marco
Puga, Agustín
Revol, Carlos A.
Revuelta, Miguel C.
Rietti, Dardo A.
Roca, Jaime
Roggeri, Domingo
Rothlin, Edwin
Sánchez Sarmiento, F.
Sartori, Antonio
Sayago, Gumersindo
Sayago, Marcelino
Schmiedecke, Augusto
Servetti Reeves, J. C.
Sicco, Juan Carlos
Padula, Federico
Sigal, Moisés
Sparn, Enrique
Strada, Ferdinando
Stucchi, Alberto
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Terrera, Pascual
Trebino, Natalio
Tretter, José
Urciuolo, Victorio
Vanni, Alberto
Vercello, Carlos
Villalba, Aquiles D.
Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Francisco E. Urondo; Vice-presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Secretario de correspondencia, Ing. Rodolfo Rouzaut; Secretario de actas, Prof. Curto E. Hotschewer; Tesorero, Ing. Carlos Christen; Vocal 1º, Dr. José Piazza; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Suplente 1º, Ing. Enrique Virasoro; Suplente 2º, Ing. José Cruellas.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Argüelles, Eugenio
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco
Bonazzola, César J.
Borruat, Luis
Borruat, Luis (hijo)
Borzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Camo, José María
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá Tolrá, Antonio
Kleer, Gregorio
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Marino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Morisot, Augusto
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Antonio E.
Rouzaut, Sergio
Reuzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Anzorena, Pedro
Basso, Germinal
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Carette, Eduardo
Ceriotto, Emilio
Croce, Francisco M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Miyara, Santos
Oviedo Marcó, Carlos
Oviedo Ortíz, Carlos
Pelaia, Dante
Piccione, Cayetano C.
Picvano, Abelardo P.
Pontis, Rafael E.
Ruiz, Aníbal
Ruiz Leal, Adrián
Sammartino, Miguel
Sánchez C., Juan V.
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Toso, Juan P.
Vicchi, Juan A.
Villanueva, Miguel Angel

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán..........	Rafael (México)
Amaral, Afranio de..........	San Pablo (Br.)
Arteaga, Rodolfo de.........	Montevideo
Avendaño, Leónidas...........	Lima
Alvarez, Antenor.............	Sgo. del Estero
Bonarelli, Guido.............	Gubbio (It.)
Borel, Emile..................	París
Bachmann, Carlos J...........	Lima
Bragg, William Henry........	Londres
Bolívar, Ignacio..............	Madrid
Bruch, Carlos.................	Olivos
Cabrera, Blás.................	Madrid
Carabajal, Melitón M.........	Lima
Corti, José S.................	Mendoza
Dávila, Rubén................	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto.............	La Plata
Escomel, Edmundo............	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo....	Santiago (Ch.)
Fort, Michel..................	Lima
González del Riego, Felipe....	Lima
Greve, Germán................	Santiago (Ch.)
Guinier Philibert.............	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques...........	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hassler, Emilio...............	San Bernardino (Paraguay)
Hernández, Juvenal...........	Santiago (Ch.)
Híjar y Haro, Luis...........	México
Janet, Pierre..................	París
Jiménez de Asúa, Luis.......	Madrid
Kinart, Fernando............	Amberes
Lahille, Fernando............	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul...............	París
Lobo, Bruno..................	Río de Janeir
Lehmann Nitsche, Roberto....	Berlín
Mardones, Francisco..........	Santiago (Ch.
Molina, Enrique..............	Concepc. (Ch.
Majarás, Jesús................	México
Moretti, Gaetano.............	Milán
Oliver Schneider, Carlos......	Concepc. (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lancaster.	Nova Goa (I.P.
Perrin, Tomás G..............	México
Porter, Carlos E.............	Santiago (Ch.
Pi y Suñer, Augusto..........	Barcelona
Reyes Cox, Eduardo..........	Antofag. (Ch.
Rospigliosi y Vigil, Carlos....	Lima
Rowe, Leo S.................	Wáshington
Shepperd, William R..........	New York
Tello, Julio C................	Lima
Torres Quevedo, Leonardo....	Madrid
Villarán, Manuel V...........	Lima
Vélez, Daniel M..............	México
Valle, Rafael H..............	México
Volterra, Vito................	Roma
Vitoria, Eduardo.............	Barcelona