張樹森著

大地測量學

羅家倫題

大地測量學

編著者

張樹森

南京鍾山書局發行

序一

中國科學尚屬幼稚，灌輸知識，培植人才，所須材料，罔不仰給外洋，欲求較為精深學問，非用洋文書籍無可研究。平陽張崇基先生感焉憂之，遂秉平日心得，著大地測量學一書。普通測量以地面計作平面，失之毫釐，謬及千里，糾正之道，大地測量是也。地面果圓，則以球面計算可耳；地果橢圓，則以橢圓計算可耳；但地非正圓，又非橢圓，且其南半球與北半球之形體更不相等，欲求精確測計，豈不太難。張君所著對於星極，經緯，三角，水平，等各種測量繪算，莫不用最精密最明顯之方式，條分縷晰，綱舉目張，苟非識驗弘通，曷克臻此。爾聞中央有於訓政期內完成全國測量之計畫，則張君斯著之應世，直接固能裨益於工程學子，而其間接有功於社會國家者，豈淺鮮哉。

民國二十年八月吳興沈祖偉謹序

序 二

自公孫弘斥百家而崇儒術，於是舉中國古代百工之藝不惜一切擯棄之，測量學之失傳，亦其一端也。嘗考歐美各國，舉凡軍政民政需用之地圖，莫不以大地測量爲其基礎。若德意志測量全國，歷時凡七十餘年，卒告厥成；美國且歲費二千餘萬金元，專供測量之用。政府重視於上，學者鑽研於下，故能突飛猛晉，日有發明。返觀吾國，以其地域之廣，人民之衆，自清季以迄今日，習測量者才及三千人；其能出其鑽研所得，創爲著述，示人軌範者，尤爲罕見。而國家復以喪亂相尋，國計艱困，不遑有大規模之建設，致令國界邊疆任人侵削，江河土地整理無功，可慨也夫！張樹森學兄在中央大學掌教測量學有年，而於大地測量學尤多心得，將以所編大地測量學付梓問世，囑序於予。予既卒讀其書，深佩其結構之精，致力之勤，取材類多已經測驗之實例，敍述測法與闡明理論，尤明瞭詳盡，洵足爲現世習測量學者之寶筏，而有裨於國家之軍政民政前途益非淺鮮，爰樂爲之序。

民國二十年十月沈百先識於江蘇建設廳

序　　三

我國面積三千餘萬方里，佔全亞四分之一，幅員至廣也，時至今日，尚無精確之地圖。外則強鄰環伺，日肆蠶食，疆界未定，邊地日削；內則鱗册散佚，經界不正，兼并成風，田賦紊亂。方今革命告成，定邊界，均地權，誠爲當務之急。第地非平直，以我國疆域之大，舍曲度無以計面積，非經緯難以定位置，是大地測量之爲用尤亟。邇者中央有於訓政期內，完成全國測量之大計劃。環顧國內，學測量者有幾，人材缺乏姑不具論，則坊間竟無大地測量專書。讀西籍費鉅而工倍，學者雖欲鑽研而不可得。樹森有感於是，乃博採西籍，擷其精粹，參以經驗之所得，窮二年之歲月，輯成是書，用供學者之需，庶於測量前途，不無少補。自愧學識譾陋，錯誤滋多，尚祈海內鴻儒有以正之。

民國二十二年十二月張樹森識於中央大學

例 言

一 本書計分四編，凡大地測量儀器之構造，應用，測法，與計算，製圖，等均屬之。

二 本書為易於學者鑽研起見，敍述測法求明顯，說明理論務詳盡，公式必推其來源，斯學者事半而功倍。

三 天文測量學者每不易明瞭，感扞格不入之虞。本書特另立一編，詳述其原理及測法。

四 本書對於新出品之儀器，均詳為說明，以便學者出而應世。

五 本書所有例題，多係著者實測所得以計算，學者尤易了解。

六 本書所用術語，係蒐集工程界之慣用者，參以已見，審慎訂定，仍附原文；卷末并附英漢術語對照表。

七 本書關於測量應用諸表，均彙附卷末，以便檢用。

大地測量學

目　錄

（數字係指頁數）

第二編　天文測量　153—296

第三編　水平測量　297—337

大地測量學

第一編　三角測量

第一章　緒論

§1. 大地測量定義　吾人所居之地爲球形，地面自非平直，若所測地範圍旣大，地面曲度雖屬毫釐之差，終成千里之誤，故大地測量者，爲計及地球曲度之測量也。

§2. 大地測量分類　大地測量可分二大類：曰三角測量；曰水平測量。欲求上二者之精密及準確，則經緯度，子午線及時之測定，水平基面之設立，以及地球之大小形狀，亦須詳爲論述焉。

§3. 差誤之改正及調整　凡測量施行之方法無論若何其準確，所用儀器無論若何其精密，差誤在所不免。若欲去其差誤，而求其眞值或最近於眞值，應加以改正，並施行調整以適合於幾何定約。

第二章　三角網

§1. 概說　三角網者爲分佈地面多數之三角形也，其頂點爲三角點(Triangulation Station)。惟三角網須已知一邊及各角度乃可計算其他各邊，此已知邊名曰基線(Base Line)。並須另設一已知邊以爲計算覆驗之用者，名曰覆驗基線

(Check Base)。其距離之長短恆用公尺計算；其測點之位置則以經緯度定之；其高度須以海平面爲標準；其線之方向恆用方位角，自子午線之南端由左向右計其角度。

§2. 三角網之等級　三角網依其測地之大小及精密之程度，可分爲三級，茲分述於下。

(1)一等三角網　一等三角網(First Order Triangulation)者係用於範圍廣大及重要之測量，如全國測量者。基線須有三至十哩以上之長；每邊之長自二十至百哩以上；覆驗基線實量與計算所得距離之差不得大於二萬五千分之一；三角形之閉塞差不得過三秒，其平均值不得過一秒。

(2)二等三角網　二等三角網 (Second Order Triangulation)者係用於數百哩之測地。基線須有一至三哩之長；每邊之長自五哩以至四十哩；覆驗基線之差不得大於一萬分之一； 三角形之閉塞差不得過六秒， 其平均值不得過三秒。

(3)三等三角網　三等三角網(Third Order Triangulation)者係用於較小之測地。基線約須半哩之長；每邊之長自一哩以至六哩；覆驗基線之差不得大於五千分之一；三角形之閉塞差不得過十秒，其平均值不得過五秒。

設若測量極大之地，須先佈一等三角網以爲全國之根據，二等三角網則分佈於一等三角網之內，三等三角網則分佈於二等三角網之內以爲水文或地形測量之根據。若測地

不甚大，設立一種三角網可也。

至於地面平坦或森林之區不能設立三角網者，可設立導線以輔之，故導線可依三角網之等級復分為三，茲略述於下。

(1)一等導線　一等導線者依乎一等三角網而設立。其距離之差不得大於二萬五千分之一；方位角每距十或十五測站須觀測一次，其方向之差誤不得過 0.5 秒。

(2)二等導線　二等導線者依乎二等三角網而設立。其距離之差不得大於一萬分之一；方位角每距十五或二十測站須觀測一次，其方向之差誤不得過 1.5 秒。

(3)三等導線　三等導線者依乎三等三角網而設立。其距離之差不得大於五千分之一，可用標準尺量度；方位角每距三十或五十測站須觀測一次，其方向之差誤不得過 5 秒。茲列簡表於下。

	一　等	二　等	三　等
三角網	三角形閉塞差一秒	三角形閉塞差三秒	三角形閉塞差五秒
	覆驗基線之差 $\frac{1}{25,000}$	覆驗基線之差 $\frac{1}{10,000}$	覆驗基線之差 $\frac{1}{5,000}$
導　線	距離之差 $\frac{1}{25,000}$	距離之差 $\frac{1}{10,000}$	距離之差 $\frac{1}{5,000}$
水平測量	差誤0.017呎$\sqrt{哩}$ 或4公厘$\sqrt{公里}$	差誤0.05呎$\sqrt{哩}$ 或12公厘$\sqrt{公里}$	差誤0.1呎$\sqrt{哩}$ 或24公厘$\sqrt{公里}$

§3. 三角網之形　三角網之形常因地形及用途而異。如河道之測量，所測之地面狹而長，可純用三角形，如圖一，

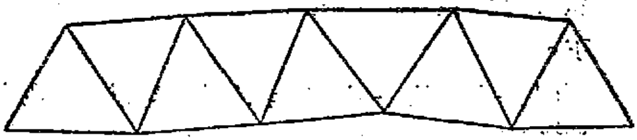


圖　一

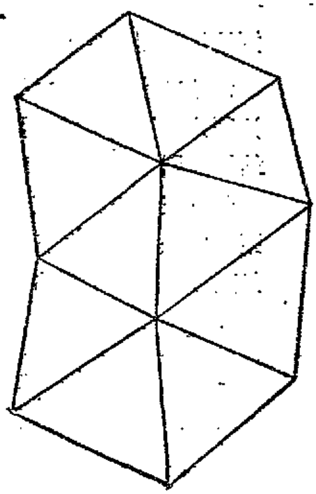


圖　二

每邊之長約相等，施測便利而簡捷，惟精密程度低微耳。若城市測量則用多邊形組成，如圖二，所含之地面大，而精密之程度亦較高，惟測點增多，費鉅而工大。至於四邊形之三角網如圖三，可得最高精密之程度，大地測量常用之者，惟所含地面不大

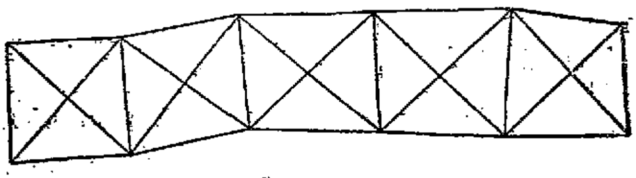


圖　三

，且工費亦甚鉅。三角網之形非純爲三角形或四邊形，亦有多邊形之中雜以四邊形或三角形者。其最大要素須使角度稍有差誤，不致發生計算上重大之差誤，故以正三角形或正方形爲最佳；然勢有所不能，總以能近於等邊形，而角度以不小於 30 度或大於 120 度爲宜。

§4. 三角網之强度　三角網旣爲三角形或四邊形等所組成，然何者能得最大之強度 (Strength of Figure)，卽三角網末線計算所得之值爲最小之差誤也。茲述其計算強度之法於下。

考得由多數三角形計算其末線所得之或是差誤，依最小二乘方之公式爲

$$P^2=\frac{4}{3}d^2\frac{N_d-N_c}{N_d}\Sigma(\delta_A^2+\delta_A\delta_B+\delta_B^2)$$

P＝或是差誤；

d＝觀測方向之或是差誤；

N_d＝觀測方向之數；

N_c＝幾何定約之數；

A＝已知邊之對角；

B＝未知邊之對角；

δ_A＝已知邊之對角正弦對數每秒之差數；

δ_B＝未知邊之對角正弦對數每秒之差數；

Σ＝各三角形計算所得括弧內和數之符號。

上式$\frac{N_d - N_c}{N_d}$之值之大小係於三角網之形，而$\Sigma(\delta_A^2+\delta_A\delta_B+\delta_B^2)$之值則係於三角形各角之大小。或是差誤愈小，則強度愈大，故以上二項之相乘積乃表示三角網之強度。茲命

$$R=\frac{N_d - N_c}{N_d}\Sigma(\delta_A^2+\delta_A\delta_B+\delta_B^2),$$

是以 R 之值愈小，則強度愈大。然同在一三角網中，其末線之值，可用數個不同三角形以求之，故 R之值亦異。茲命其最小值爲 R_1，次者爲 R_2，更次者爲 R_3, R_4等。由是定三角網之形，可取 R_1 之值較小者爲佳；如 R_1之值約相等，則取 R_2 之值較小者可也。茲舉下例以明之。

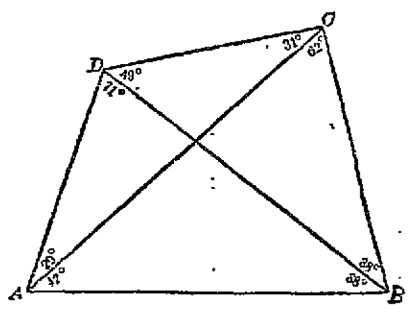


圖 四

設ABCD爲四邊形之三角網，如圖四，AB爲基線，其長

及方向爲已知。須觀測 AC及BC 之方向方可定 C 點，觀測 AD 及 BD之方向方可定 D點，若CA,CB,CD,DC,DA 及 DB 方向同施以觀測，則觀測方向之數 $N_d=10$。四邊形可分爲四個三角形，每個三角形其內角之和須等於 180 度加弧餘 (Spheric excess)；然有三個三角形適合於此定理則可，故幾何定約之數爲三。但各角度大小之關係，務使 CD 邊由不同之兩三角形所求之值須相等，爲一定約。由是綜上述幾何定約之數爲四，卽 $N_c=4$。

故 $\dfrac{N_d-N_c}{N_d}=\dfrac{10-4}{10}=0.6$。

ADB三角形中由AB邊以求BD邊，其兩邊之對角爲 ADB 及 DAB，其度數均爲71 度；而71度正弦對數每秒之差爲 0.71 (以第六位小數計)，卽上式 δ_A 及 δ_B 爲0.71，故(

$\delta_A^2+\delta_A\delta_B+\delta_B^2)=(0.52+0.52+0.52)=1.56$，可約計爲 2。玆爲便利計算上式之值，可由表一檢得之。再由 BDC 三角形已知 BD 邊以求 CD 邊，其兩邊之對角爲 93度及38度，由表一檢得之值爲 7，於是知由 ADB及BDC 兩三角形以求 CD邊，則 $R_1=0.6\times(2+7)=5.4$。依同法在BAC 三角形其兩對角爲62度及76度，由表一得其值爲 2；在DCA三角形其對角爲120 度及 29度，得其值爲11。於是知由BAC及DCA兩三角形以求CD邊，則 $R_2=0.6\times13=7.8$。更由ACB及DCB兩三角形以求CD邊，則$R_3=15.6$；

由DBA及DCA兩三角形以求CD邊，則 $R_4=30.6$。

綜上所求得R之值以定三角網之強度，則取 $R_1=5.4$ 及 $R_2=7.8$ 之值以為依據可也。

至於 $\dfrac{N_d-N_c}{N_d}$ 之值為三角網所常用者列成如下表。

種　　類	$\dfrac{N_d-N_c}{N_d}$
簡單三角形。	0.75
四邊形。	0.60
四邊形基線上一點不施觀測者。	0.75
四邊形非在基線上任一點不施觀測者。	0.71
三角形之中設一測點者。	0.60
三角形中設一點，惟在基線上一點不施觀測者。	0.75
三角形中設一點，非在基線上任一點不施觀測者。	0.71
四邊形之中設立一點者。	0.64
五邊形之中設立一點者。	0.67
六邊形之中設立一點者。	0.68

§5. 幾何定約

三角網之形不同，定約之數亦隨之而異。

茲命 n 爲測角之數，及 s 爲測點之數。若已知一基線以定第三點，須用兩角；若定第四點，須再用兩角；於是知定測點之角數應等於 2(s−2)；惟增加一角則多一定約，故定約之數爲

$$Nc = n - 2(s-2) = n - 2s + 4 \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

〔例〕 設有四邊形，惟一點未測，僅測得六角，試求定約之數。

以 $n=6$, $s=4$, 代入(1)式得

$$Nc = 6 - 2\times 4 + 4 = 2\text{。}$$

定約之數更可用下式求之，

$$Nc = 2l - l_1 - 3s + s_u + 4 \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

l = 測線總數；

l_1 = 僅測一方向之測線數；

s = 測點總數；

s_u = 未測之測點數。

依上例 $l=6$ $l_1=3$, $s=4$, $s_u=1$, 代入(2)式得

$$Nc = 2\times 6 - 3 - 3\times 4 + 1 + 4 = 2\text{。}$$

§6. R_1 及 R_2 值之限度 三角網因等級之不同，其強度亦隨之而異，則 R_1 及 R_2 之值亦因乎等級而殊。茲據美國大地測量之規定；一等三角網 R_1 及 R_2 之值爲25及80；亦有減小至15及20者，惟測費之增加不得超過百分二十五。二等三角網 R_1 及 R_2 之值爲50及150；若測費之增加在百分

之二十五以下者，可減小至25及80。三等三角網可超出50及150以上。如 R_1 及 R_2 之值超過限度以上，須重立基線。

§7. 踏勘　大地測量首先選擇適宜之測點，選擇測點之要素有三：(1)三角網之強度；(2)對於碎部測量之需要；(3)測費之經濟。應以最經濟之測費而得最精密之程度爲目的，欲達到此目的，須先行詳細之踏勘。踏勘者係預先審度地勢之高下，以定測站建築之大小及三角網之分佈。踏勘時應備之簡單儀器，六分儀以測角度，羅盤儀以測方向，氣壓表以測高低，望遠鏡以望遠，及舊圖以備參考之資。同時須繪具草圖；各測點須彼此能望見爲佳，若因地勢關係不能望見，應略測其高度以定建築測站之大小。既選定測點，臨時可用旗懸於屋頂或樹巔以誌之。

§8. 測站之高　測站高度之計算關乎地球曲度，蒙氣差及兩站間之地形，玆略述於下。

吾人所居之地爲球形，常使同高度之點，因曲度之關係致低於地平視線之下而不見。譬如有山，雖處於視線之下，其高度實比測視者爲高。然自山至測視處之視線非爲直線，而爲向下屈折之曲線，此因大氣密度不同，發生折光，常使山增高，是爲蒙氣差。蒙氣差適與曲度差相反，且有相互關係，即蒙氣差約等於曲度差七分之一，可合計焉。如圖五(a)；ACD爲地球，A爲測點，向C點測視，則C

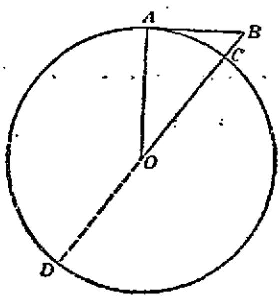


圖 五 (a)

點低於A點爲BC，實則C與A爲同高度，即同在海平面也。依幾何定理，

$$BC : AB = AB : BD,$$

$$\therefore \quad BC = \frac{\overline{AB}^2}{BD} = \frac{\overline{AB}^2}{BC+CD}$$

。……………(1)

上式CD爲地球直徑；BC之值與地球直徑之比則甚微，右項分母BC之值，可棄而不計；且AB與AC之差亦微，命AB=AC，而得下式：

$$BC = \frac{\overline{AC}^2}{CD}, = \frac{(\text{距離})^2}{\text{地球直徑}} \text{。} \cdots\cdots\cdots (2)$$

但視線因蒙氣差而成曲線，如圖五(b)AB'虛線所示，與AB相切於A點。茲爲便利計算，命m爲蒙氣差係數 (The Coefficient of Refraction)，

$BAB' = mAOB = m(2BAC)$，

即 蒙氣差角 $(BAB') = 2mBAC$……………………………(3)

但此角甚小，故BB'及BC與其角成

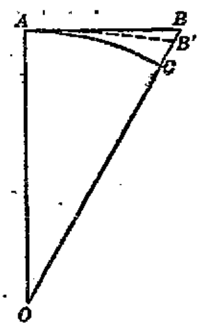


圖 五 (b)

比例，即

$$BB' : BC = BAB' : BAC，$$

$$\therefore BB' = 2mBC。 \quad \cdots\cdots\cdots(4)$$

曲度與濛氣差合計為 B'C，茲命 B'C＝h，

$$則\ h = BC - BB'$$

$$= \frac{(距離)^2}{直徑} - 2m\frac{(距離)^2}{直徑}$$

$$= \frac{(距離)^2}{直徑}(1-2m)。 \quad \cdots\cdots\cdots(5)$$

濛氣差係數(m)之平均值約為 0.070，乃以此值及 K＝距離(哩數)，直徑＝7913哩，代入(5)式得

$$h\,(呎數) = K^2\,(哩數) \times 0.574。 \quad \cdots\cdots\cdots(6)$$

為便利計算，列成如表二。並舉例於下，以明其用。

〔例一〕 設有HD二點均在海平面，如圖六，今欲於HD點各建一測站，使彼此能望見，二點間之距

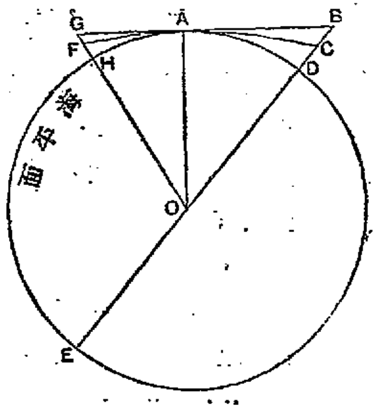


圖　六

離爲30哩；而HA之距離爲13哩，試求二站之高。

由表二，HA=13哩，檢得HF=97呎；AD=17哩，得DC=165.8呎。於是知HD二點之測站最低須97呎及165.8呎，方能彼此望見。但二點間地勢有高低，計算非若此簡單，再舉下例以明之。

〔例二〕設有縱斷面AEJP，如圖七，今欲於AP二處建測站，使彼此能望見，視線不爲中間高山所阻，試求兩測站之高。其各點高度及距離如下：

距離(海平面)	高度(高出海平面)
BH=30.0 哩	A=1140.6呎=AB
HN=10.1 哩	E=1322.7呎=EH
NR=10.7 哩	J=1689.0呎=JN
	P=2098.3呎=PR

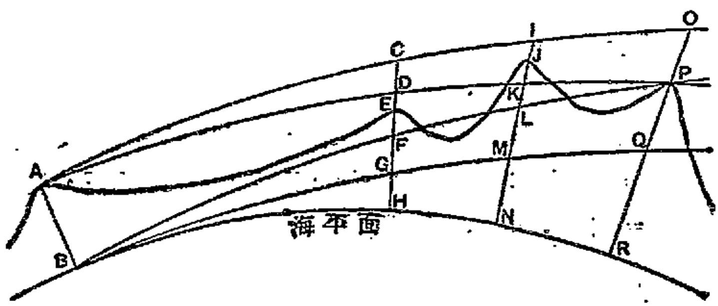


圖　七

由表二以不同距離檢得曲度及蒙氣差之値，給一視線BQ，則各點之高度如下：

$G=516.4$ 呎$=GH$,

$M=922.8$ 呎$=MN$,

$Q=1480.9$呎$=QR$,

$\therefore PQ=617.4$呎。

再以同BQ半徑之長作 BP,AP及AO視線，得

$$\frac{FG}{PQ}=\frac{BG}{BQ}=\frac{BH}{BR} \quad 及 \quad \frac{LM}{PQ}=\frac{BM}{BQ}=\frac{BN}{BR}。$$

以已知各値代入上式，得$FG=364.6$呎，及 $LM=498.3$呎，故其高度$F=881.0$呎，及$L=1421.1$呎。

又$$\frac{DF}{AB}=\frac{FP}{BP}=\frac{HR}{BR} \quad 及 \quad \frac{KL}{AB}=\frac{LP}{BP}=\frac{NR}{BR},$$

得$DF=457.0$呎，及 $KL=240.2$呎，故其高度 $D=1348$呎，及$K=1661.3$呎。由是知AP視線高出E點為25.3呎，低於J點為 27.7 呎。

茲在 P點建一測站如OP之高，使視線 AO 不為 J 點所阻，且視線不宜太近於地面，至少須高出地面六呎，故$IK=6+27.7=33.7$或34呎。

且$$\frac{OP}{IK}=\frac{AP}{AK}=\frac{BR}{BN}, \quad 即 \quad \frac{OP}{34}=\frac{50.8}{40.1},$$

得$OP=43.1$呎；故P點所建之測站須高43呎。

§9. **測點** 三角網測點係永久之需，須能保持其位置，歷久不變，宜用石椿或混凝土椿，埋入地中，中鑿一孔，插入銅釘，并刻以三角形以誌定點。有時地土太鬆，先埋一6"×6"×24"石椿，深入地面下三十吋，椿頂鑿一小孔，或用銅釘插入以誌定點。椿之上再安一同樣之椿，約高出地面數吋，蓋以防地面椿之遺失或變動。如圖八(a)為美國大地測量設立之三角點；如圖八(b)為揚子江水道整理委

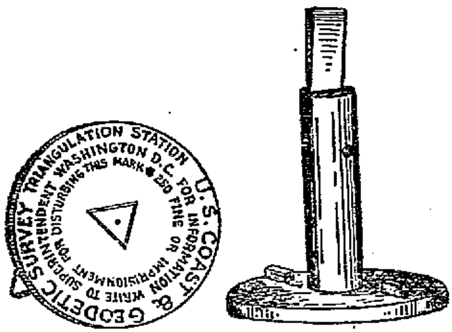


圖　八 (a)

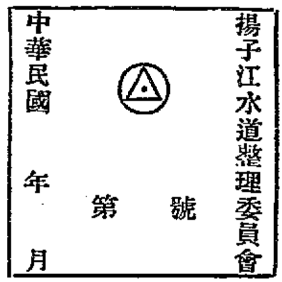


圖　八 (b)

員會設立混凝土或花崗石製之三角點。測點之附近應設立三備查點，約成一等邊三角形；若曠野之域可埋三呎長之石椿，高出地面一呎許以為備查點。須記載各備查點之方向及距離，詳述測點之位置及周圍交通道路情形，并繪具草圖，以便參閱。

§10. **三脚架** 二測點間之距離若小於十五哩，且無障礙物

，可用三脚架安於測點之上，則費省且便。三脚架之形如圖九，以三4"×4"之木條爲脚，上豎一4"×4"之標桿，正

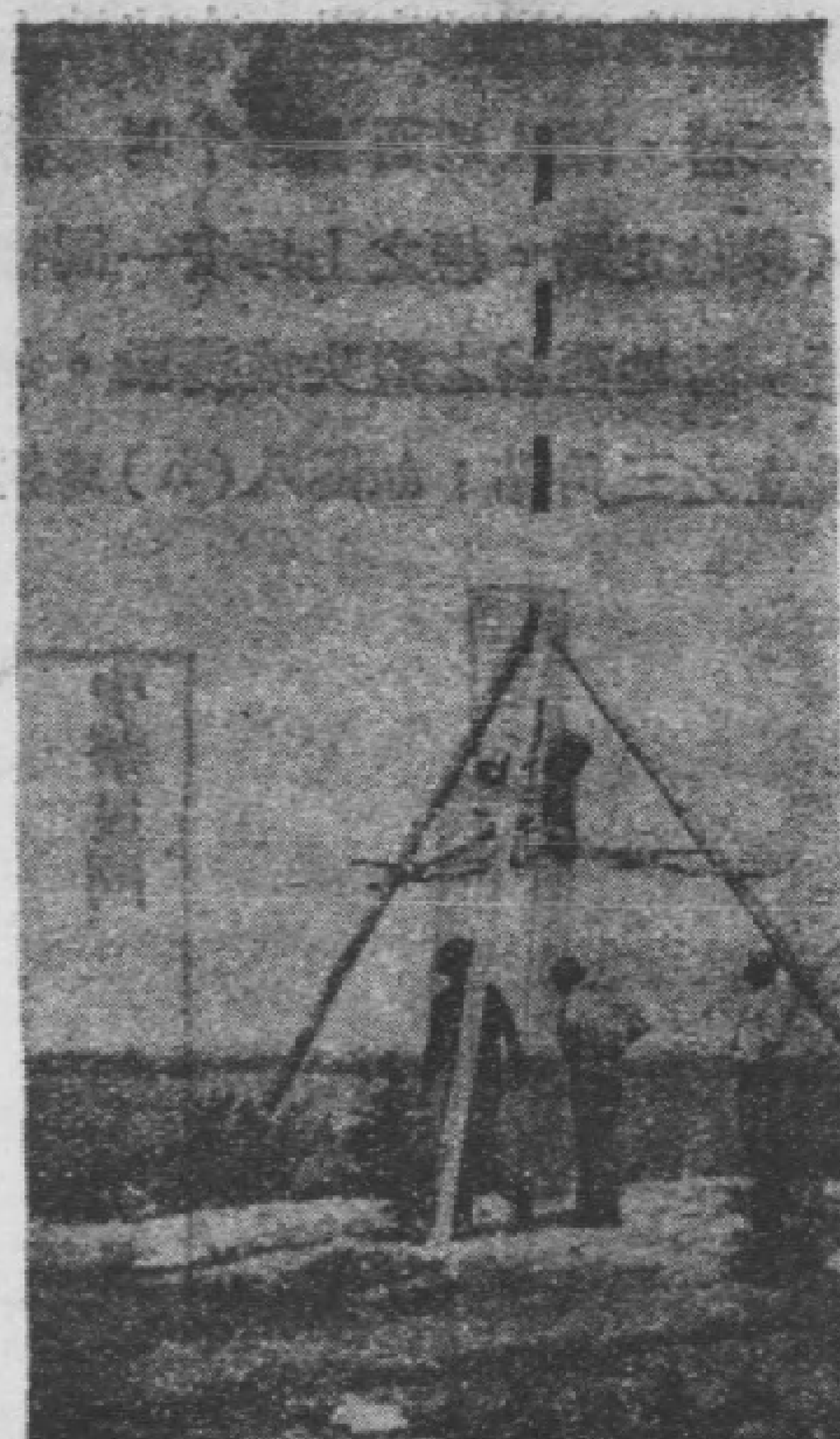
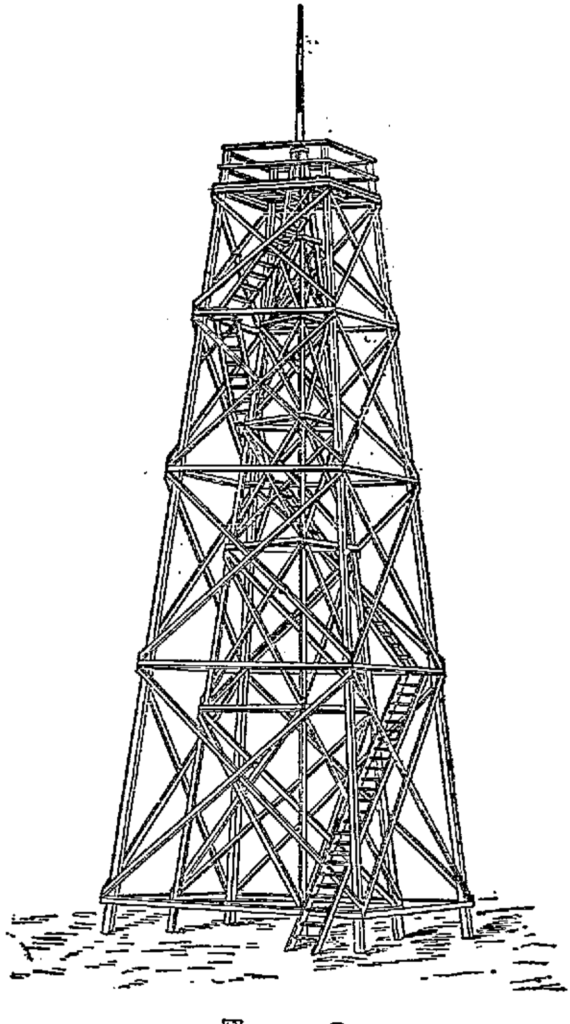


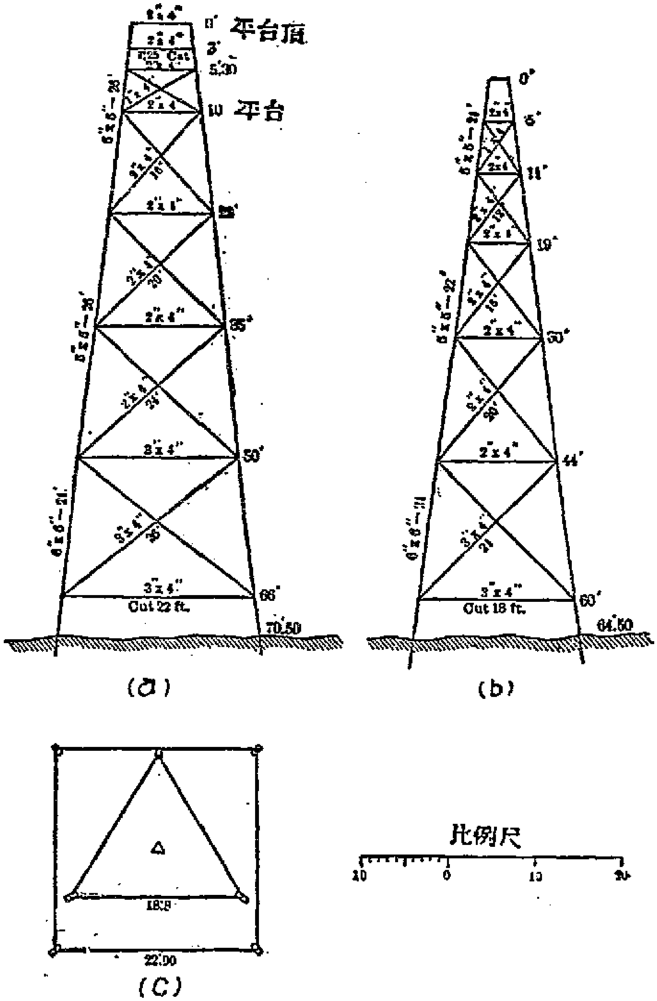
圖 九

居測點之上。桿上塗以紅白相間之顏色，並以2"×3"之橫條支持。架高約七八呎，使能安儀器於下爲宜。

§11. 測塔 如測點之距離過遠，或爲高山障礙視線，須建高塔以觀測，如圖一〇。塔分內外二層，內層爲三角形之塔，塔頂安設高梘，幷以裝置測量儀器。外層爲方形之塔



圖一〇



圖一一

，旁安扶梯，頂建平臺，以備人之施測。惟內外二層不相連絡，以免人之行動影響於儀器。如圖一一，為六十呎高之測塔。(a)為外層之側面圖；(b)為內層之側面圖；(c)為平面圖；其架木大小均如圖所示。建築時先將內層豎立，其足深入地中，然後將外層依內層豎立，惟內外層不相聯絡。此種測塔周圍不大，不受風之影響，平臺之頂足以遮蔽日光。亦有不用木料，純用小鐵管構成者。

§12. 標號　大地測量時須於各測站之上設立標號，以便觀測；然距離遠近不同，所用之標號亦異，茲分述於下。

(1)標桿　如距離不甚遠，可用圓桿塗以紅白相間之顏色，豎立測站之上。一哩之距離其桿可用1吋直徑；距離愈遠，直徑愈大，約與距離之開方成比例。然此常生變位 (Phase) 之差誤，卽一面向日則明，一面背日則暗，使觀測者不能正對桿之中點致生差誤。美國密士比河測量用方鐵環結四鐵條成方形，以黑白帆布張於二環之對角線，黑白相間，二環之距離數倍於邊之長，則變位之差誤可以減少。

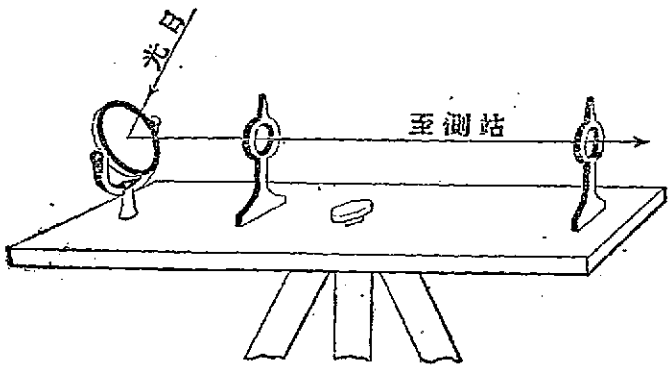
(2)覘牌　如距離較遠，標桿不能望見時，可安黑白相間之覘牌於標桿上，如圖一二。惟僅能對一方向觀測，須一人轉移

圖一二

覘牌以便他方向之觀測。若用兩不同顏色之覘牌，相交成直角，安於桿頂，斯可免轉移之煩。

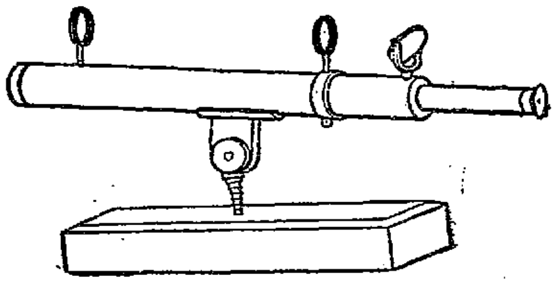
(3)回光鏡 測站之距離若在十五哩以上，可用回光鏡(Heliotrope)以發信號。回光鏡最常用者可分爲二種：(A)圓環回光鏡(The ring Heliotrope)及(B)司丹海回光鏡(The Steinheil Heliotrope)。

(A)圓環回光鏡之形如圖一三，於平板上安二圓環，直



圖一三

徑約相等。二環之後安一反光鏡，可以左右上下旋轉。平板安於三脚架之上，可以對準方向及測點。爲遠站觀測之用，則安二圓環及反光鏡於望遠鏡鏡筒之背，如圖一四，二環之軸須與望遠鏡視線平行。施用時將環中十字線之交點，或用望遠鏡對準施測之站，乃旋轉反光鏡，將日光反射於該站。自地球測日之直徑爲32分，故反射光線所含之

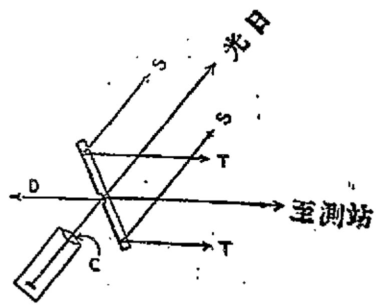


圖一四

角度亦約爲32分，卽每哩約五十呎之寬。若反射之光線不小於16分，則他站尙能望見。然太陽移動極速，約每分鐘須重安反光鏡一次。如太陽與測站之角度太大，則另用較大之反光鏡，曰後反光鏡（Back Mirror）。先由此鏡將太陽之光線反射於前鏡，再反射於他站。反光鏡不但用示測站之位置，并可用簡單之信號通兩站間之消息。反光鏡之大小則關乎測量之儀器，大氣之情形，及距離之遠近。欲求準確之測視，光線勿過強或過弱。如反光過強，可用厚紙剪一小孔著於反光鏡之前，其孔之大小每哩距離爲 0.2 吋之直徑；如大氣乾燥，其孔徑每哩爲 0.1 吋。一日之中太陽初升及將降時，光線其小如星，十字線易於對準。若太陽升後及降前二小時之內，其影圓而淸晰，十字線亦易中分。將近正午時，日影大而形亂，又風力太大，日影搖動如旗幟之飛揚，觀測均非所宜。故施測之時間以近于於

日之初升及將降時爲宜，而下午較上午爲佳。

(B) 司丹海回光鏡之形小而便利，故常用之者。如圖一五(a)，方形之反光鏡兩面光平，可以任意旋轉，惟中點B則透明，日光可以射過。鏡下有圓筒如A，筒口安一雙凸透鏡，於筒內透鏡之焦點處塗以白色。施用時移動圓筒向日，日光直射入筒內，使經過B孔之圓形日光適合C之圓孔爲宜，固定圓筒。若移動反光鏡，人立於鏡後向孔窺視可見日影。故移動反光鏡向他測站，則他站可望見日影，茲更詳述於下。



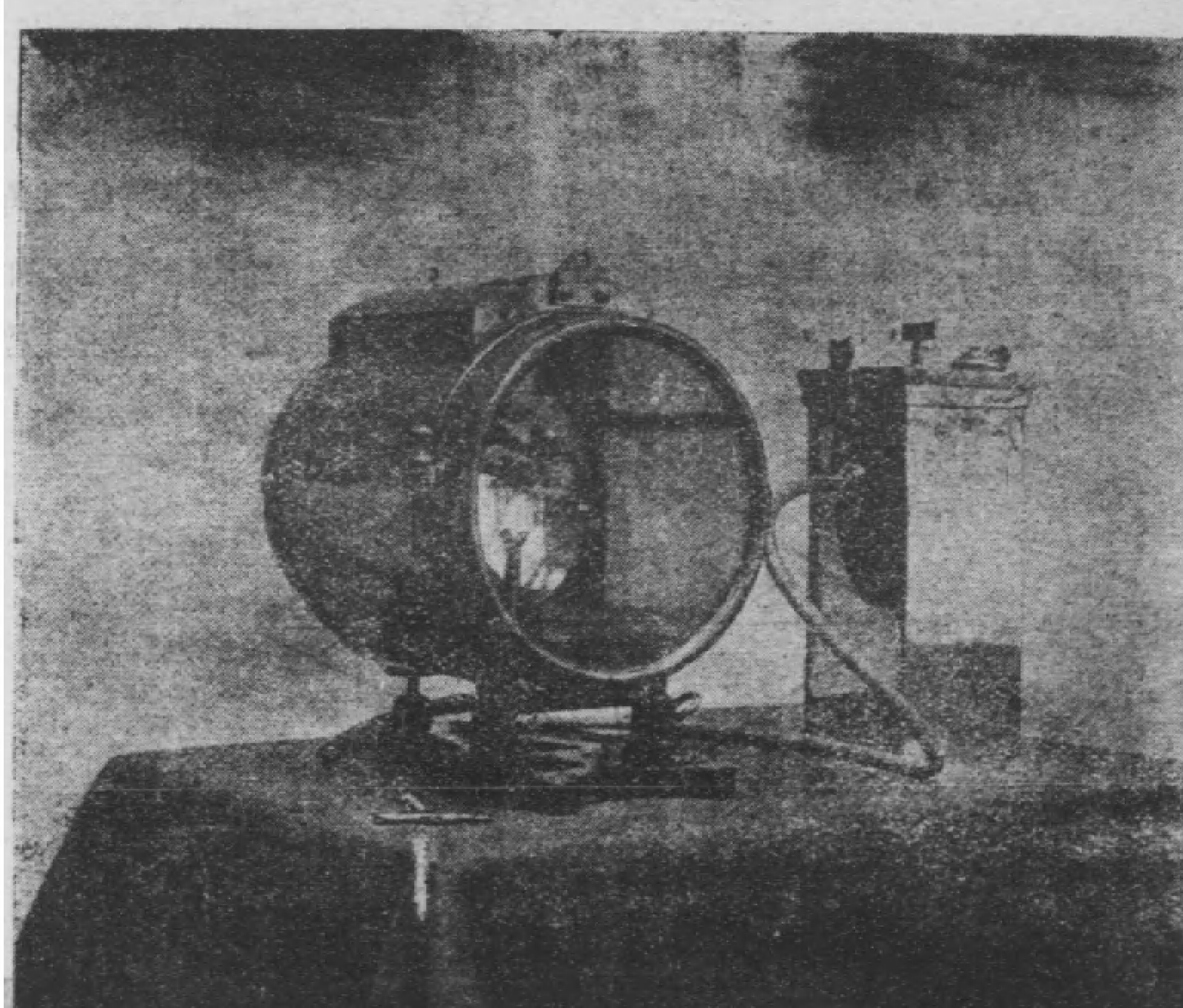
(b)

(a)

圖 一 五

太陽之光由鏡面反射他測站之方向如 T，如圖一五 (b)。其透過中點之光線經過透鏡 C而入圓筒，復由筒底反射經過此透鏡，惟達鏡之背面時，一部分復反射如 D之方向。然鏡之背面與前面平行，則 D及 T之光線必平行，故日影正對他站時，反射光線正指其方向也。

(4)夜號　測量角度常在夜間施行，以其費廉而準確。所用之夜號常用燈光，而助以拋物形之反光鏡。若在四十

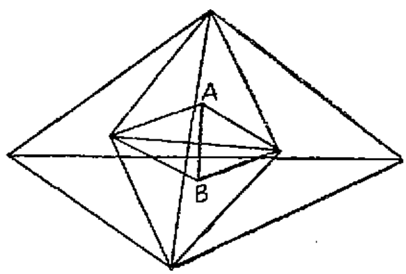


圖一六

哩以內之距離用亞根燈 (Argand Burner) 燃煤油則可。若用汽油燈 (Acetylene gas lamp) 如圖一六，助以 6 壹吋之反光鏡，在百呎之距離可發生1500燭光，四十哩以上之距離人眼可以望見。若用十八至二十四乾電池發光之電燈，可得 250,000 燭光，長距離之信號均可應用。惟在子夜以前可以施測，子夜以後非所宜也。

第三章　基線

§1. **概説**　基線爲計算各線之基本距離，故量度須極準確，欲求準確，尤須在平坦之地方易於從事。又基線須爲三角網之一邊，應使三角網之強度不致減少。若基線過短，如圖一七 AB，先佈成小三角網，再由此展大。其精密之程



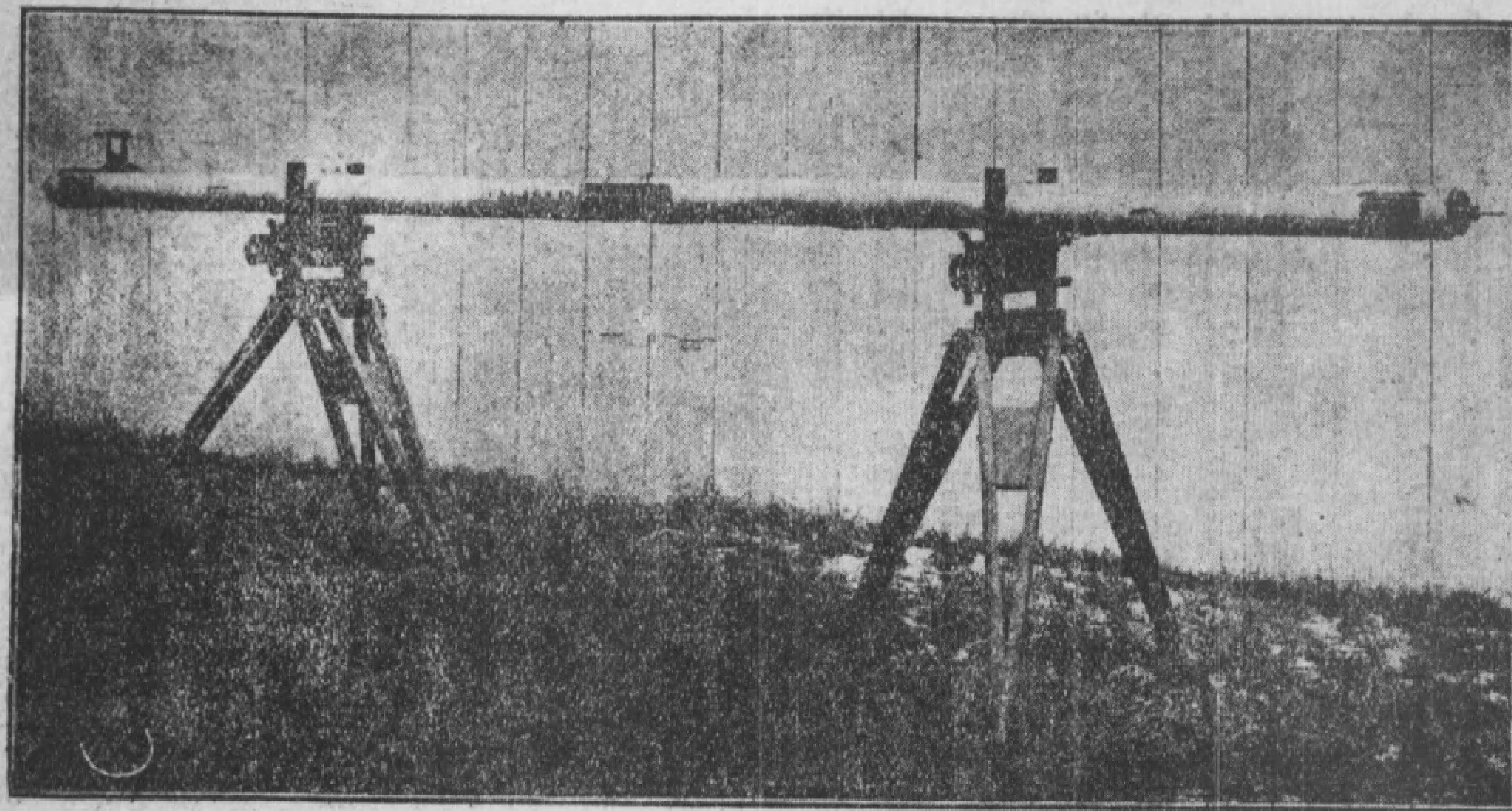
圖一七

度：一等三角網爲五十萬分之一，二等爲二十萬分之一，三等爲十萬分之一。量基線或用基綫桿，或用鋼尺，或用合金尺，用法各異；溫度有升降，拉力有大小，以及視線

之偏斜，地勢之高下，致生差誤，宜施以改正，於以下各節詳述之。

§2. **基線桿** 基線桿(Base-Bar)之種類甚多，通常基線桿如圖一七(a)，爲長四或五公尺之金屬桿，藏於金屬製之圓管內。桿之兩端露於管外，前端之接頭光平，後端爲一尖頭連於彈簧管，有螺絲以移後端尖頭微小之動者。如彈簧管正對準一定點時，其全長爲前端接頭之面至後端之尖頭。圓管之內置寒暑表，以測溫度；前端管外安置望遠鏡，以定直線；桿之中點安一分度弧及一水準，以定桿之水平，或安在一定之斜度上。量度時須用兩桿，先將一桿安於三脚架之上，後端正對準基線之起點，用水準及望遠鏡以定水平及直線。次將他桿安於三脚架上，使此桿後端尖頭與後桿前端平面相接，旋轉螺絲使彈簧管正對一定之點上。於是移後桿接於前桿，二桿互換，依次前進，以至基線之終點。基線桿笨重而費鉅，現鮮用之者。

§3. **鋼尺** 鋼尺之用於量基線者與普通鋼尺同，惟爲量度簡捷起見，鋼尺則增長，有長三百至五百呎者，而斷面較小，約爲 0.0025 方吋。須用彈簧秤以定拉力。至於溫度之升降與鋼尺有絕大之關係，若在日光之下極難得鋼尺準確之溫度，故用鋼尺以量基線，常在夜間或陰天。欲求五萬分一之精密，其溫度須知一度內之準確；五十萬分一之精密，須知五分之一度之準確溫度。且鋼尺應知其絕對長度



圖一七 (a)

及溫度，拉力等之關係以便改正。

§4. 合金尺 合金尺 (Invar Tape) 爲鋼及百分三十五之鎳合金製成，法人 C. E. Guillaume 所發明。其伸縮係數爲鋼尺二十八分之一，華氏每度約爲 0.000,000,220；彈性係

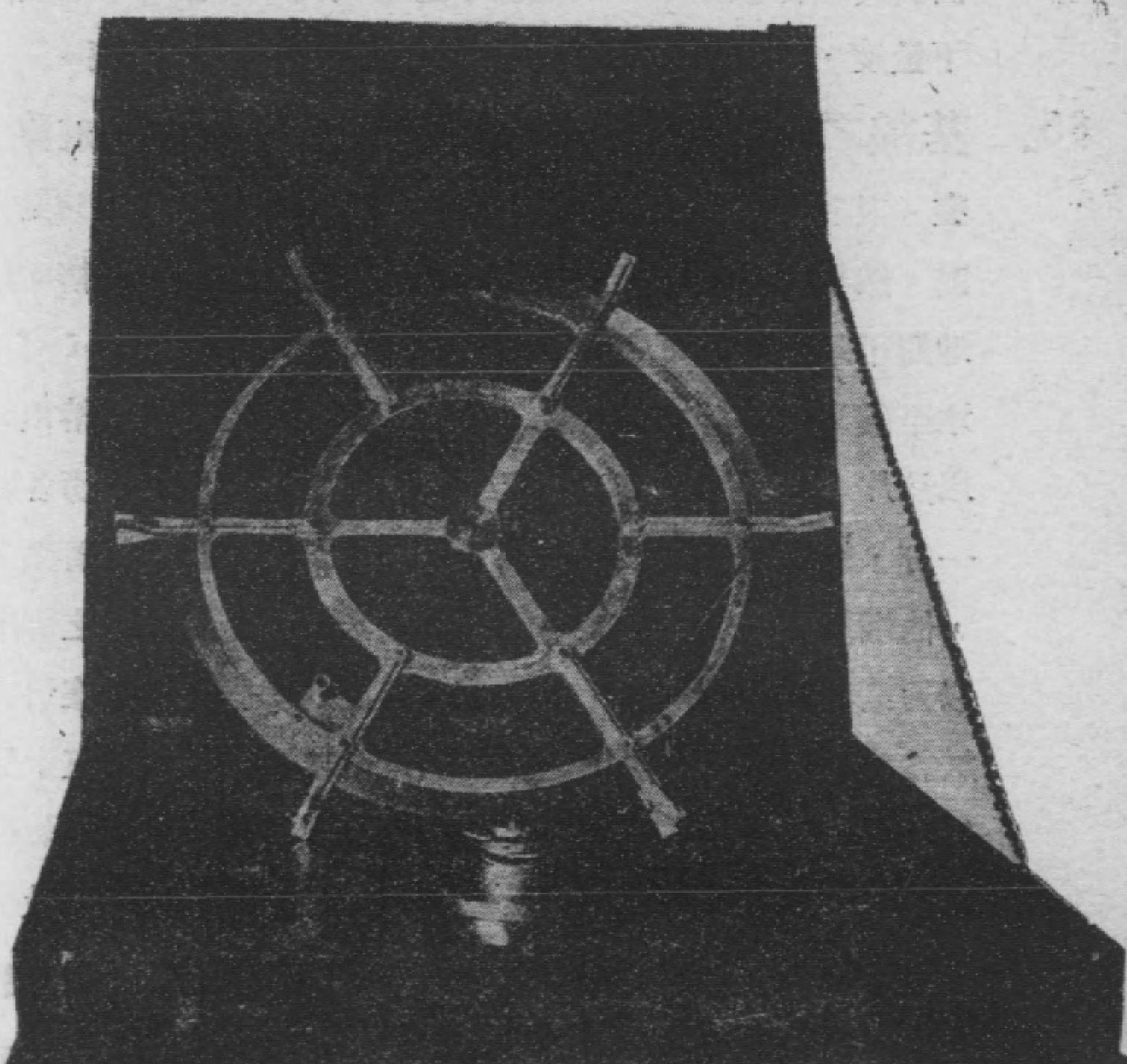


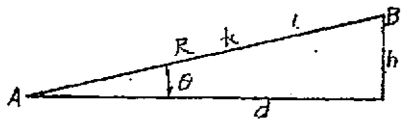
圖 一 七 (b)

數爲鋼尺十分之八，每方吋約爲23,000,000；伸張力每方吋爲100,000磅，約爲鋼尺之半。尺長爲50或100公尺，每端之一公寸等分爲公厘；厚爲$\frac{1}{50}$吋；寬爲$\frac{1}{4}$吋。其質輕而易撓，故捲輪須有十六吋之直徑，如圖一七(b)。合金尺因其伸縮係數極小，故溫度不必求其極準，且可在日光之下量度，不若鋼尺須在夜間或陰天，故測費亦較廉。

§5. **基線之量法** 量度之先，須將基線內之草木障礙物除盡。其首尾用石樁或混凝土樁安於地上，嵌入銅釘以誌定點。然後每百公尺或五十公尺之長立一4"×4"之木樁。如地屬平坦，樁頂可安成同一之高度；如地面太傾斜，可用水平儀以測各樁頂之高度。各樁須同在一直線上，樁頂釘以鋅片。更以經緯儀定鋼尺在一直線上，於尺之兩傍各豎一釘，使鋼尺正居二釘之間。於是將鋼尺末端安於首點上，他端連以彈簧秤，以一定拉力拉緊鋼尺，乃於尺之零處以刀刻橫畫於鋅片上，斯爲一鋼尺之長，同時用三寒暑表於首末及中點量其溫度，依法前量至末點。亦有於五十公尺之間，更立數木樁以支尺之下垂，藉免改正之繁。如距離過長，可分爲數段，每段長一公里，向前或向後各量一次，二次之差不得大於20公厘$\sqrt{K公里}$之數。如大於此數，須重行量度，以求達此限度爲止，而取其平均值。其精密之程度五十萬分之一已足，雖二百萬分之一亦可達到，

蓋測角度之精密不克臻此，徒求基線之準確無益也。

§6. 斜度之改正　如鋼尺之兩端高度不同，如圖一八。茲



圖一八

命 l 爲鋼尺之長，h 爲兩端之高度差，d 爲地平距離，則斜度改正值 C_g 爲

$$C_g = l - d = l - \sqrt{l^2 - h^2} = l - l\sqrt{1 - \frac{h^2}{l^2}}\text{。}$$

但 $\left(1 - \frac{h^2}{l^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{h^2}{2l^2} - \frac{h^4}{8l^4} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$，

故 $C_g = l - l\left(1 - \frac{h^2}{2l^2} - \frac{h^4}{8l^4}\cdots\right) = \frac{h^2}{2l} + \frac{h^4}{8l^4} + \cdots\cdots(1)$

若兩端高度相差不大，則右邊第二項可棄而不計，

即 $C_g = \frac{h^2}{2l} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$

如兩樁間之距離均相等，則其全線之改正值爲

$$C_g = -\left(\frac{h_1^2}{2l} + \frac{h_2^2}{2l} + \frac{h_3^2}{2l} + \cdots\cdots\right)$$

$$= -\frac{1}{2l}\left(h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 + \cdots\cdots\cdots\right)$$

$$= -\frac{\Sigma h^2}{2l} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

至於不同距離之改正值，須依(2)式計算另行加入。

如以角度測其傾斜之度，則其改正值為

$$C_g = -l(1-\text{Cos}\,\theta) = -2l\,\text{Sin}^2\tfrac{1}{2}\theta \cdots\cdots\cdots (4)$$

若θ小於6度，則

$\text{Sin}\,\tfrac{1}{2}\theta = \tfrac{1}{2}\theta\,\text{Sin}\,1'$，

故$C_g = -\dfrac{\text{Sin}^2\,1'}{2}\theta^2 l$，

即$C_g = -0.00000004231\,\theta^2 l$。$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$

(5)式θ之值以分計，C_g及l則為相同之單位值。其全線之改正值即各分段改正值之和也。

§7. 視線之改正 量基線時鋼尺如不能正在一直線上，偏左或偏右致生差誤，其改正值可用前節(2)式計算之。

§8. 間斷基線之改正 如基線中間有阻礙物，不能依直線方向量度。如圖一九，AB間有障礙物，不能直接量度，

乃量 a 及 b 之長及測 θ 之角度，以求 c 之長。

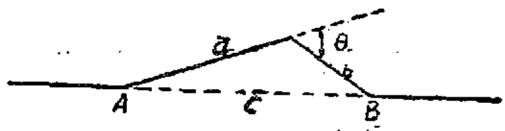


圖 一 九

依三角定理，

$$a^2+b^2+2ab\ \mathrm{Cos}\ \theta = c^2 \quad\cdots\cdots(1)$$

則 c 之值可以計算。如 θ 之值甚小不大於 3 度，可用下式計算。茲命

C_{bb}＝改正值，則

$$C_{bb}=-\Big[(a+b)-c\Big]。\quad\cdots\cdots(2)$$

但 $a^2+b^2-c^2=-2ab\mathrm{Cos}\,\theta \quad\cdots\cdots(3)$

加2ab於(3)式，得

$$(a+b)^2-c^2=2ab(1-\mathrm{Cos}\,\theta)。\quad\cdots\cdots(4)$$

以 $(1-\mathrm{Cos}\ \theta)=2\ \mathrm{Sin}^2\frac{1}{2}\theta$ 代入(4)式，得

$$\Big[(a+b)-c\Big]\times\Big[(a+b)+c\Big]=4\ ab\ \mathrm{Sin}^2\frac{1}{2}\theta，$$

$$故\ C_{bb}=-\frac{4ab\ \mathrm{Sin}^2\frac{1}{2}\theta}{(a+b)+c}。\quad\cdots\cdots(5)$$

惟 θ 之值常極小，而 C_{bb} 之值亦極小。茲命

$\mathrm{Sin}\frac{1}{2}\theta=\frac{1}{2}\theta\,\mathrm{Sin}\,1'$，及

$(a+b)+c=2(a+b)$，代入(5)式，得

$$C_{bb}=-\frac{ab\,\theta^2}{a+b}\times\frac{\mathrm{Sin}^2\,1'}{2}, \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

$$\frac{\mathrm{Sin}^2\,1'}{2}=0.00000004231。$$

§9. **溫度之改正** 鋼尺等常因溫度升降而伸縮，致生差誤，須施行改正。茲命

C_t =溫度改正值；

α =伸縮係數；

T_m =平均溫度；

T_s =標準溫度；

L =距離之數；

得 $C_t=\alpha(T_m-T_s)L$。

普通鋼尺伸縮係數華氏每度爲0.0000055至0.0000070，合金尺爲0.00000022。

§10. **絕對長度** 絕對長度 (Absolute Length) 者乃鋼尺在標準溫度及拉力時之長度也。其值可由已知一定之長度之比較而定之， 或由度量衡檢定局檢定之。 若美國標準局 (United States Bureau of Standards, Washington D. C.) 可檢定各種鋼尺，以定絕對值，下式爲檢定所得之結果。

$$T_{516}=50^m+(12.382mm\pm0.016mm)$$

$+(0.0178\text{mm} \pm 0.0007\text{mm})\ (t-25^\circ.8\,\text{C})$。

T_{516}乃鋼尺之號數；在25°.8 C之溫度其長度爲50m又12.382mm，其不定值爲±0.016mm；0.0178mm爲攝氏每度50m鋼尺伸縮之數，而其不定值爲±0.0007mm，（伸縮係數 = 0.000000356）；至於拉力等均可由該局檢定之。

§11. 拉力之改正　量基線時拉力非等於標準拉力者，須施行改正，其改正式如下。

$$C_p=\frac{(P_f-P_s)L}{S\ E} \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

C_p =拉力改正值以呎計；

P_f =量度所用之拉力以磅計；

P_s =標準拉力以磅計；

L=基線之長以呎計；

S=鋼尺之斷面以方呎計；

E=彈性係數。

其斷面之求法，可先秤得鋼尺之重，以每方呎之重除之，則得其容積；更以長度除之，則得其斷面。每立方呎鋼之重爲490磅，合金之重爲510磅。

如彈性係數之值不知，可置鋼尺於平面上，加以不同之拉力，而得其伸長之數，用下式計算之。

$$E=\frac{(P_l-P_s)\,l}{Se}\ \text{。}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

E＝彈性係數；

P_l＝較大拉力；

P_s＝較小拉力；

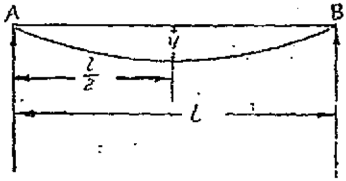
l＝鋼尺之長；

S＝鋼尺之斷面；

e＝伸長之數。

若P_l及P_s以磅計，l及e以吋計，S以方吋計，則E之値爲每方吋之磅數。普通鋼之彈性係數每方吋爲28,000,000磅；合金尺爲23,000,000磅；銅爲14,000,000磅。

§12. 垂曲之改正 鋼尺如兩端固定，則因其重下垂而成懸弧（Catenary）減少長度。如圖二〇，l爲二懸點間之地平距離，P爲拉力，w爲每呎鋼尺之重，v爲中點下垂之



圖二〇

値，2S爲懸弧之長。但此曲線實甚平，其長約與拋物線等

，故可依拋物線公式計算之。如拋物線之軸爲直立，其方程式爲 $x^2=\frac{l^2}{4v}y$，曲線之長爲 $2S=l+\frac{8v^2}{3l}$………，故其曲線與地平距離之差約爲

$$2S-l=\frac{8}{3}\times\frac{v^2}{l}。\cdots\cdots(1)$$

於是依懸點A而計力距，則得下式：

$$\frac{wl}{2}\times\frac{l}{4}=v.P，$$

$$故\ v=\frac{wl^2}{8P}。\cdots\cdots(2)$$

以(2)式代入(1)式，則得下式：

$$2S-l=\frac{8}{3l}\left(\frac{wl^2}{8P}\right)^2=\frac{l}{24}\left(\frac{wl}{P}\right)^2。\cdots\cdots(3)$$

如鋼尺長之數爲n，命 $nl=L$，則垂曲之改正值爲

$$C_S=\frac{nl}{24}\left(\frac{wl}{P}\right)^2=\frac{L}{24}\left(\frac{wl}{P}\right)^2。\cdots\cdots(4)$$

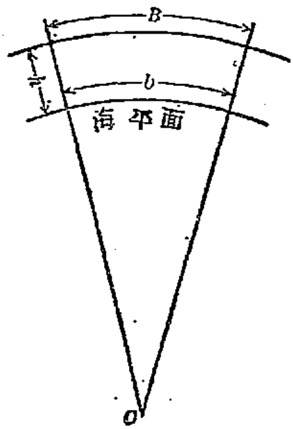
上式爲計算各懸點間之距離等於鋼尺之長，如兩點間不等於一鋼尺之長，可用(3)式計算，另行加入。又w爲每呎之磅數，P爲磅數，l及L爲呎數，則 C_S 之值爲呎數。

綜觀前節，增加拉力其改正值爲正，而垂曲之改正值仍爲負，然均與拉力之大小有關。欲兩改正值適相銷而求其

拉力之值，可將前節(1)式及本節(4)式解之即得

$$P_n=\sqrt[3]{\frac{SE}{24}(wl)^2}\text{。}\cdots\cdots\cdots(5)$$

§13. 海平面之改正　大地測量其距離之長短均以海平面爲標準，如基線之地點高出海平面，其距離須加以改正。但基線各段之高度各異，可先求其平均值，以下式計算之。如圖二一，B爲基線之長，高出海平面爲h，b爲在海平



圖二一

面上基線之長，R爲地球半徑。依幾何定理弧長與半徑成正比例：

得　$\dfrac{b}{B}=\dfrac{R}{R+h}$，

即　$b=B\dfrac{1}{1+\dfrac{h}{R}}=B\left(1-\dfrac{h}{R}+\dfrac{h^2}{R^2}-\cdots\right)$。……(1)

其改正值爲

$$C_{msl}=-(B-b)=-B\frac{h}{R}+B\frac{h^2}{R^2}。\cdots\cdots(2)$$

地球半徑之平均值，爲

R＝6,367,465公尺，LogR＝6.8039665；

R＝20,890,592呎，LogR＝7.3199507。

§14. 間斷基線之計算　如基線之間有障礙物，不能直接量度，復不能依 §8 法以量之。如圖二二，BC 之間不能直

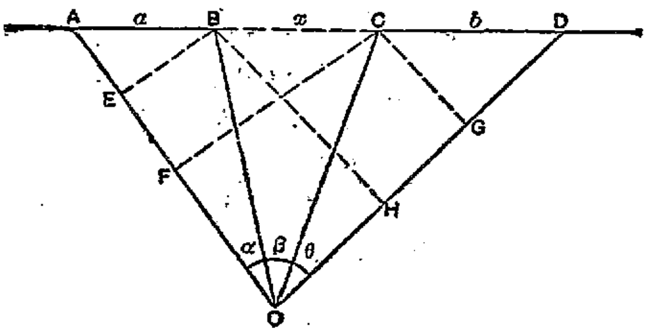


圖　二　二

接量度，於基線上取AD二點，并於基線外立一點O，測 α，β 及 θ 各角度，而a及b之值為已知，依(3)式可計算 x 之值。於B及C點作BE及CF線垂直AO，再作CG及BH線垂直DO。

$$\frac{BE}{CF}=\frac{BA}{CA},\quad 即\quad \frac{BO\,\mathrm{Sin}\,\alpha}{CO\,\mathrm{Sin}(\alpha+\beta)}=\frac{a}{x+a},$$

$$故\frac{BO}{CO}=\frac{a\,\sin(\alpha+\beta)}{(x+a)\,\mathrm{Sin}\,\alpha}。\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$又\frac{BH}{CG}=\frac{BD}{CD},\quad 即\quad \frac{BO\,\sin(\beta+\theta)}{CO\,\mathrm{Sin}\,\theta}=\frac{x+b}{b},$$

$$故\frac{BO}{CO}=\frac{(x+b)\,\mathrm{Sin}\,\theta}{b\,\mathrm{Sin}(\beta+\theta)}。\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

由(1)(2)兩式得

$$\frac{a\,\mathrm{Sin}(\alpha+\beta)}{(x+a)\,\mathrm{Sin}\,\alpha}=\frac{(x+b)\,\mathrm{Sin}\,\theta}{b\,\mathrm{Sin}(\beta+\theta)},$$

$$即\ (x+a)\,(x+b)=\frac{a\,b\,\sin(\alpha+\beta)\mathrm{Sin}(\beta+\theta)}{\mathrm{Sin}\,\alpha\ \ \mathrm{Sin}\,\theta},$$

$$故\ x=+\sqrt{\frac{a\,b\,\sin(\alpha+\beta)\,\mathrm{Sin}(\beta+\theta)}{\mathrm{Sin}\,\alpha\ \ \mathrm{Sin}\,\theta}+\left(\frac{a-b}{2}\right)^2}-\frac{a+b}{2}。\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

§15. 精密之程度

基線量度無論若何其準確，難得其真正之值，是以多次量得之數而求其平均值。依最小二乘方求

其或是差誤。更以平均值除或是差誤謂之不定率（Uncertainty）。不定率之大小，即表示精密之程度也。基線在同一情形所得之平均值，常因所用之器具不同而異。以鋼尺在陰天或夜間量基線，不定率爲 $\frac{1}{1,000,000}$；無論何時用合金尺量度亦爲 $\frac{1}{1,000,000}$；普通基線桿爲 $\frac{1}{2,000,000}$；雙基線桿爲 $\frac{1}{5,000,000}$。至於或是差誤及不定率可依下式計算之。

$$E_{\circ}=\pm 0.6745\sqrt{\frac{\Sigma\ v^2}{n(n-1)}}\text{。}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$U_{\circ}=\frac{E_{\circ}}{Z}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

$E_{\circ}$＝平均值之或是差誤；

M_1，M_2，…………＝各次量得之值；

Z ＝平均值；

$v=\begin{Bmatrix}M_1-Z\\M_2-Z\end{Bmatrix}$＝殘差；

$\Sigma\ v^2$＝殘差之乘方之和；

n ＝量度之次數；

$U_{\circ}$＝不定率。

〔例〕設有五次量得基線之長如下表，試求或是差誤及不定率。

長 度	v	v^2
6871.26 呎	−0.024	0.000576
6871.31 呎	+0.026	0.000676
6871.27 呎	−0.014	0.000196
6871.30 呎	+0.016	0.000256
6871.28 呎	−0.004	0.000016

$5\,)\underline{1.42}$
$\quad 0.284$ $\qquad \Sigma v^2 = 0.001720$

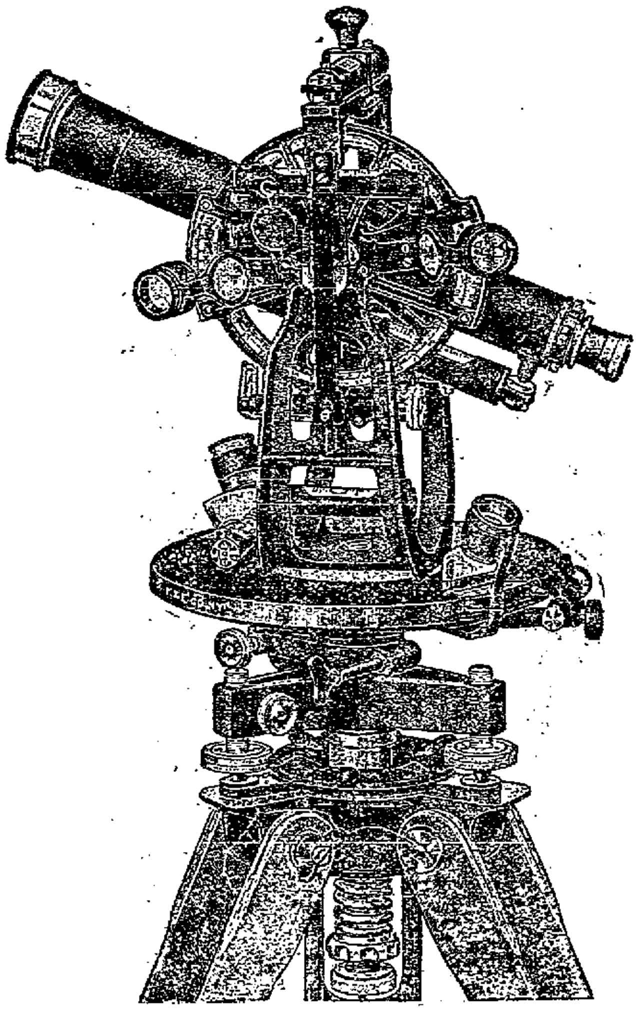
$Z = 6871.284$

$$E_\circ = \pm 0.6745\sqrt{\frac{0.001720}{5(5-1)}} = \pm 0.0093\text{呎},$$

$$U_\circ = \frac{0.0093}{6871.284} = \frac{1}{738848}。$$

第四章　角度測法

§1. **儀器種類**　測角度之儀器可分爲二：(1)複測儀(Repeating Instrument)；(2)方向儀(Direction Instrument)。一等三角測量常用方向儀，低等測量則用複測儀，以其較爲輕便也。大地測量儀器恆較普通經緯儀爲大，其直徑以八吋至十二吋爲宜，然亦有大至三十吋者；水平螺絲常爲三個，爲穩定計恆安於石座上。



圖二三

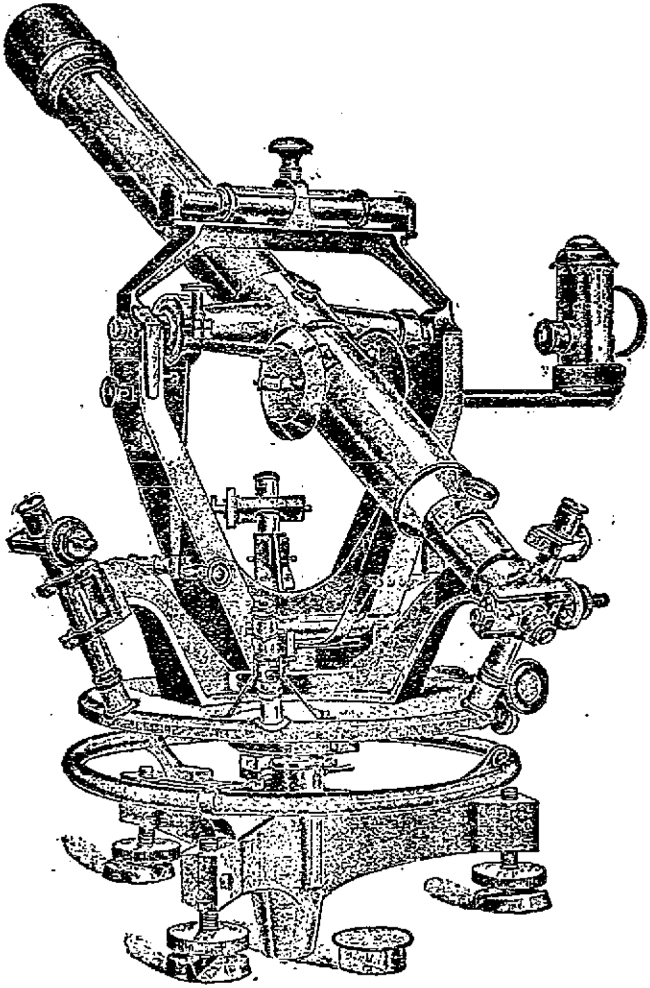


圖 二 四

§2. 複測儀　複測儀之構造與普通經緯儀同，惟畫分較為精細，附有二或多數化微，可讀至十秒或五秒，若少於五秒者則無裨于實用，蓋複測儀在利用複測法以求其精密也。圖二三為八吋徑之複測儀，有二化微可讀至十秒；望遠鏡放大力為三十二倍。十字線有斜交者，有二縱線者，蓋易於中分也。并有橫騎水準跨乘於橫軸之上，每格為五秒，測直立角時用以定橫軸之水平者。

§3. 方向儀　方向儀之形如圖二四，其異於複測儀者有二：(1)僅有一縱軸及一圓盤，非若複測儀之有內外二縱軸及上下二圓盤；(2)用顯微器以讀微小之數，非若複測儀之用化微者。圓盤可依縱軸旋轉，固定於任何位置，而望遠鏡及顯微器之旋轉，與圓盤毫無關係。若望遠鏡固定時，圓盤仍可旋轉，故方向儀不能用複測法以測角度。圓盤每格常為五分，其讀度數之法，先讀盤上之度數，其五分之數用化微或顯微鏡讀得之，其小於五分之數者可由二或三個顯微器讀得之。顯微器可讀至秒數，其小於秒者可約計之。以數個顯微器所得之平均數，加於化微讀得之數，即其總度數。方向儀之放大力為三十至六十倍。縱軸特長，下部較重，上部則用鋁製，使其穩定。方向儀常用於長距離并用回光鏡等，故十字線為二縱線，所含之角為十至二十秒，并有二橫線用以限制縱線適用之部份。

§4. 顯微器　圖二五為顯微器之縱斷面圖，其構造之部分如

下：

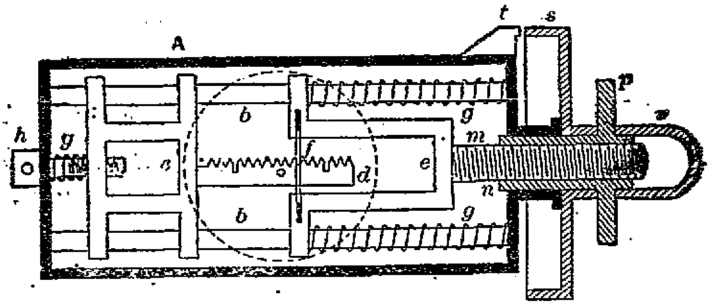


圖 二 五

A 爲顯微器之外筒；

b,b 爲固定桿；

c 爲移動架連齒形尺 d ；

d 爲齒形尺；

e 爲移動架連十字線 f ；

f 爲十字線；

g,g,g 爲彈簧；

h 爲螺絲，用以校準移動架 c ；

m 爲連於移動架 e 之螺絲；

n 爲螺絲套，用以移動十字線者；

p 爲輪頭，用以旋轉螺絲套 n 者；

s 爲圓輪，輪緣刻畫以誌螺絲套旋轉之位置者；

t 爲示標，用以指示圓輪上之畫分數者；

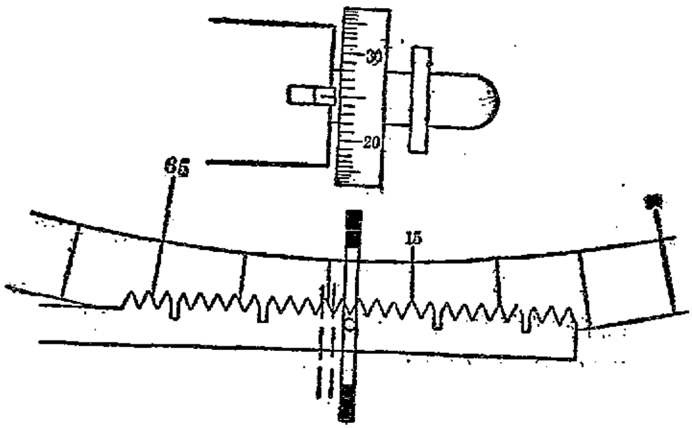
v 爲螺絲 m 之護管。

齒形尺上有一小孔爲尺之中點，卽示標 t 正對圓輪之〇處時，十字線之二縱線正切於孔緣。其前後每間五齒則爲一較深之縫，其距離爲二縫間之長，圓輪旋轉一週，移動十字線二齒縫間之距離，故圓輪之旋轉數可以齒數計之。顯微鏡之放大力爲三十至五十倍，如定影準確則十字線與圓盤之分度均清晰，而齒形尺極近十字線，故同時可窺見。通常圓盤每格爲五分，圓輪旋轉五次，卽移十字線五齒之距離，方移動圓盤上之一格，故計齒數卽分數。又輪緣上畫分爲六十格，故圓輪之格數卽秒數。

§5. 顯微器之讀法　前述十字線有二縱線，其二線間之距離較圓盤之畫線略寬，故對準十字線時須圓盤之畫線正居二縱線之中方可。如圖二六，先安十字線正切於小孔之緣，卽圓輪之〇對準示標時。望遠鏡對準方向後，其十字線所指之度數爲 $65°10'$ 餘；其餘數非人眼能讀得者，乃旋轉圓輪向後移動十字線，使10分之線正居二縱線之中，其移動之距離爲齒形尺一齒餘，卽一分餘也；其餘數乃示標所指圓輪上之數，如圖二六，示標所指之數爲25，卽25秒。故此時望遠鏡所指方向其度數爲

$$65°10'+1'+25''=65°11'25''。$$

§6. 顯微器之差誤　前述圓輪旋轉五次爲三百秒卽十字線在圓盤上移動一格。然因定影與畫分之不準確以及溫度之



圖二六

變動，常使十字線移動一格之距離，而顯微器讀得之數不等於三百秒，由此發生差誤，曰顯微器之差誤。故施測時每次須加以改正，玆述其改正法如下。

玆命 n ＝向後旋轉圓輪之次數，如圖二六，即移動十字線至10分線時；

o ＝向後示標所指圓輪上之數；

p ＝向前示標所指圓輪上之數；

b ＝向後之總數以秒計＝$60n+o$；

f ＝向前之總數以秒計＝$60n+p$；

$m=\dfrac{b+f}{2}$；

d = 圓盤上一格 300 秒之改正值 $= o-p = b-f$；

c = 向後 b 數之改正值；

$D = 300$ 秒；

Δ = 圓盤一格（300秒）顯微器所讀得之數 $= 300+d = D+d$；

M = 顯微器改正後之數 $= b-c$。

於是 $\dfrac{c}{d} = \dfrac{b}{\Delta} = \dfrac{b}{D+d}$，

$$c = \frac{d\ b}{D+d},$$

$$M = b - c = b - \frac{d\ b}{D+d}\text{。} \quad\cdots\cdots(1)$$

但 $$b = \frac{b+f}{2} + \frac{b-f}{2} = m + \frac{d}{2}, \quad\cdots\cdots(2)$$

以(2)式代入(1)式，得

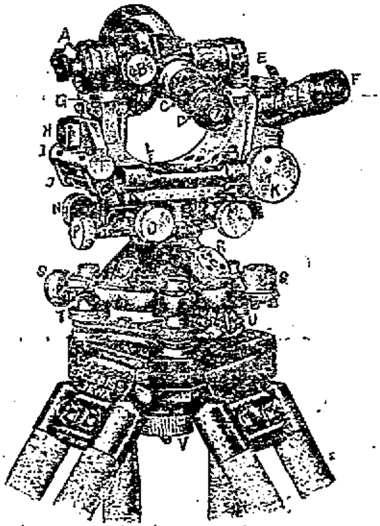
$$M = m + \frac{d}{2} - \left(\frac{md}{D+d} + \frac{\frac{1}{2}d^2}{D+d}\right)\text{。} \quad\cdots\cdots(3)$$

惟 d 之值甚小，通常不得大於 2 秒，故(3)式右邊第四項可棄而不計。

即 $$M = m + \frac{d}{2} - \frac{md}{D}\text{。} \quad\cdots\cdots(4)$$

(4)式中須注意d値之正負，如b大於f則爲正，b小於f則爲負。如顯微器有數個者，可先求數個向後(b)之平均數，及數個向前(f)之平均數，再求其改正後(M)之數，其計算之法詳§11。

§7. **蔡司經緯儀** 蔡司經緯儀 (The Zeiss Universal Theodolite)者德國蔡司公司所製造，爲方向儀之一，如圖二七。其構造與他儀器不同，質量輕而視讀簡便，可直接讀至一秒，宜於二三等三角測量之用，茲述其構造及用法如下。



圖二七

A＝直立圈反光稜鏡；

B＝直立圈之箝；

C＝物鏡定影螺絲；

D＝目鏡定影螺絲；

E＝秒輪反光鏡；

F＝視讀顯微鏡；

G＝示標螺絲；

H＝視線水準反光稜鏡；

I＝視線水準；

J＝反光鏡；

K＝測微輪；

L＝地平水準；

M＝地平圈之切線螺絲；

N＝視線水準之切線螺絲；

O＝直立圈之切線螺絲；

P＝地平圈之箝；

Q＝圓水準；

R＝移動地平圈之螺絲；

S＝儀器上部之箝定螺絲；

T＝水平螺絲；

U＝地平圈之反光稜鏡；

V＝縱軸螺絲。

安經緯儀於三脚架上，旋緊縱軸螺絲 V，使儀器穩定。先旋轉水平螺絲 T使圓水準 Q之氣泡居中，復用三水平螺絲及地平水準，依常法安平之。乃放鬆 B及 F鈕，旋轉望遠鏡向測點；其微小之移動，可旋轉切線螺絲 M及 O；其地平圈更可以螺絲R 移動之。十字線及物影之清晰與否，可旋轉D及C兩螺絲以定之。至於視線水準 I 氣泡之正居中點否？先旋轉反光鏡 J使反光稜鏡 H內氣泡之影清晰，如稜鏡內氣泡之影兩端相合，如圖二八(a)，則氣泡正居中點而成水平；否則不平，如圖二八(b)，可旋轉切線螺絲 N而校準之。

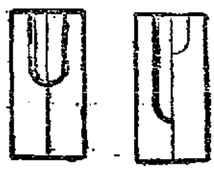

(a) (b)

圖 二 八

至於直立圈因應用光學之裝置，可與地平圈同在一顯微鏡內窺之。其二圈之讀法相同，茲述地平圈之讀法。先移動反光稜鏡 U及反光鏡 A，使兩圈明晰，並旋轉反光鏡 E使秒輪明亮。乃由顯微鏡窺之，見其內之影如圖二九，S_1為地平圈，H_1為直立圈，其下之長方形影為分數

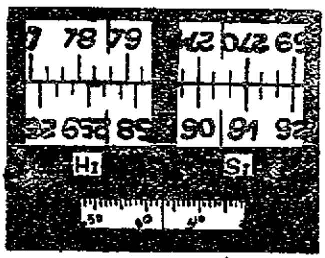
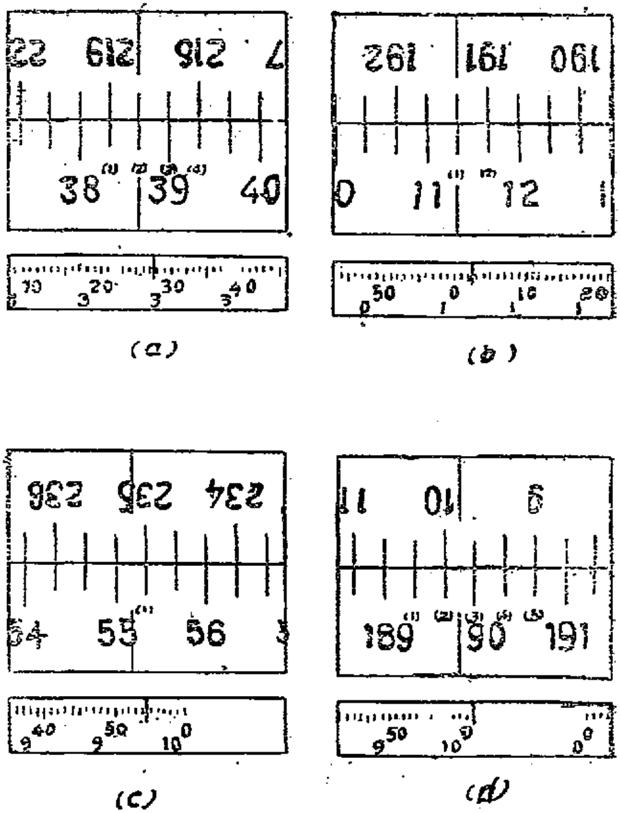


圖 二 九

及秒數，其上影內有正倒二分度圈。當望遠鏡對準測點時，則見有影如圖三〇（a），其中有二示標，此為影之中點



（a） （b） （c） （d）

圖三〇

，但與讀數無關。乃旋轉測微輪K，使上影近於示標正倒二度數之線與相對最近之線相合，惟示標須居二度數之中，測微輪之旋轉應自右至左。相合之後，乃讀示標左邊正影之度數爲38度，而其倒影之度數爲 218 度。此兩度數線之間爲四格，每格10分，故讀得之度數爲 38°40'。其餘分數及秒數可由下影示標所指之數得之，下行爲分數，上行爲秒數。現下影示標所指之數，下行爲 3'，上行爲27".60，故其總度數爲 38°43'27".6 。

如圖三〇(b)，上影相合時爲 11°20'，下影爲 1'2".4，故其度數第11°21'2".4。

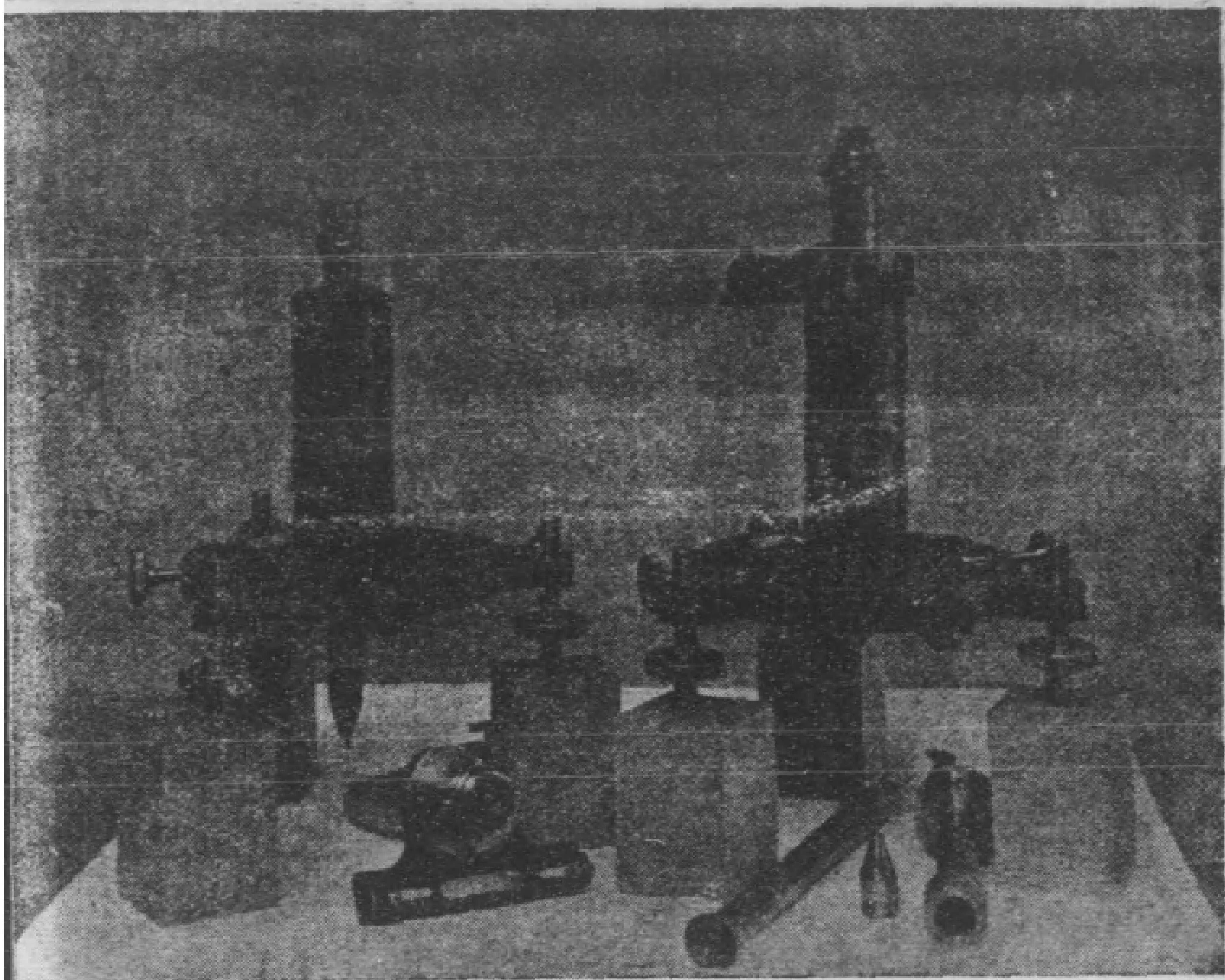
如圖三〇(c)，其度數爲 55°10'54".5。

如圖三〇(d)，若秒輪示標所指之數已越過60秒，可旋轉測微輪自左至右，使與其次度數之線相合，讀得之數爲 190°00' 1".5。

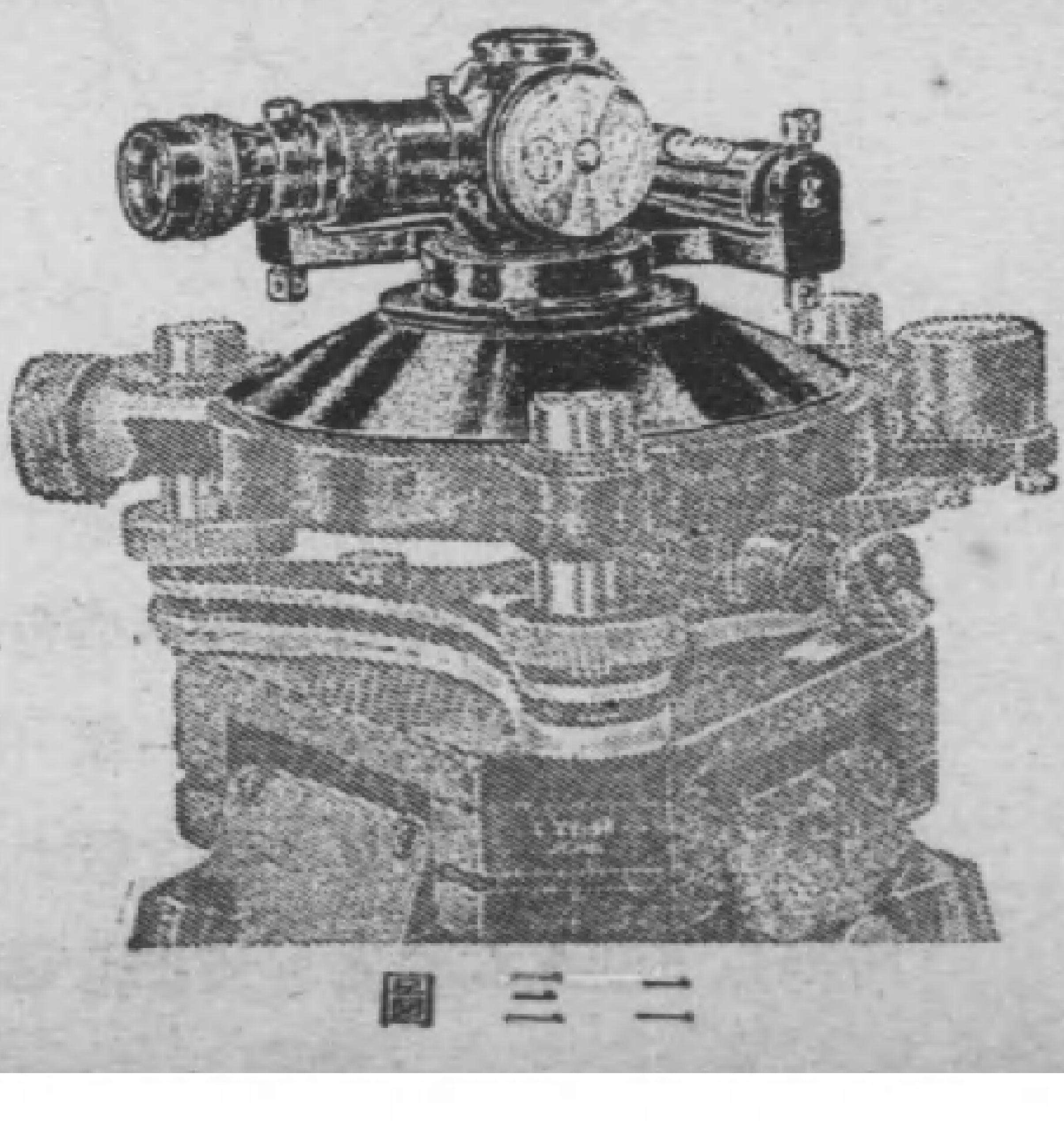
復可讀得上影之數爲189°50',

下影之數爲	10' 1".5，
其總數爲	190°00' 1".5。

§8. **垂直儀** 大地測量時常設立標號於測點之上，或立測點於已定標號之下，或安儀器於測點之上，則距離太高非可以垂球定之者，可用垂直儀 (Vertical Collimator)。其形如圖三一，有水準及三水平螺絲可以安平；望遠鏡安於垂



圖三一



圖三二

直儀之中，可以下視以求其垂下之點。蔡司公司特製之垂直儀，如圖三二，以爲安蔡司經緯儀之用者。

§9. **複測儀之測法** 複測儀之測角度在利用複測法以求其精密，其測法有二，茲分述於下。

(1)先正置望遠鏡，自左至右複測角度六次，其所得之數以六除之。次倒置望遠鏡，自右至左複測角度六次，其所得之數復以六除之。此兩次謂之一組，兩次所得之平均值是爲該角之度數。

(2)先正置望遠鏡，自左至右複測AOB角(內角)六次，如圖三三，其所得之數以六除之。次倒置望遠鏡，不動化

圖三三

微之數，仍自左至右複測BOA角(外角)六次，其所得之數復以六除之。此兩次謂之一組，惟此兩次所得內外角之和須等於360度，否則差誤之數平分於內外二角。然據經驗所得以下法尤爲精密：先正置望遠鏡，複測內角三次，乃

倒置望遠鏡，複測內角三次，所得之數以六除之；次仍倒置望遠鏡，不動化微，複測外角三次，乃正置望遠鏡，複測外角三次，其所得之數以六除之；此謂之一組。其方向均自左至右，兩次所得之數之和，如不等360度，其差誤平均分配於內外二角。茲列其測法之次序如下表。

(A)正置望遠鏡。

(1)安化微A於O度，並讀載化微B。

(2)移動下盤，測視左點。

(3)移動上盤，測視右點。

(4)讀載化微A之數。

(5)移動下盤，測視左點。

(6)移動上盤，測視右點。

(7)移動下盤，測視左點。

(8)移動上盤，測視右點。

(B)倒置望遠鏡。

(9)移動下盤，測視左點。

(10)移動上盤，測視右點。

(11)移動下盤，測視左點。

(12)移動上盤，測視右點。

(13)移動下盤，測視左點。

(14)移動上盤，測視右點。

(15)讀載兩化微之數。

(C) 望遠鏡仍倒置，化微均不動。

(16)移動下盤，測視右點。

(17)移動上盤，測視左點。

(18)移動下盤，測視右點。

(19)移動上盤，測視左點。

(20)移動下盤，測視右點。

(21)移動上盤，測視左點。

(D) 正置望遠鏡。

(22)移動下盤，測視右點。

(23)移動上盤，測視左點。

(24)移動下盤，測視右點。

(25)移動上盤，測視左點。

(26)移動下盤，測視右點。

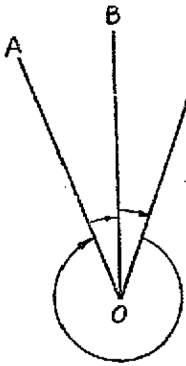
(27)移動上盤，測視左點。

(28)讀載兩化微之數。

綜觀上述二法，望遠鏡之倒置者，藉以免視線及橫軸之差誤；方向之自左至右或自右至左者，藉以免旋轉縱軸扭撓之差誤；讀載兩化微者以免離心之差誤也。(2)法之勝於(1)法者，則因(2)法內外二角之測法相同；在同一情形，應發生相同之差誤；既含二相同差誤，故內外二角之和不等於360度，今以平分差誤於二角者是事理之宜。若(1)法者則僅據乎相反之測法以免去差誤之理論也。

至於避免分度不勻之差誤，每次可安化微於不同位置，使全圈均能普遍爲要。如首組安化微於O度，則次組安化微於$\frac{360^\circ}{mn}$之處(m＝組數 n＝化微數)，如二化微之儀器測四組，則第二組應安化微於45°之處。若欲免化微差誤，每組施測時，須重安化微於$\frac{1}{m}$處，故10分之分度圈施測四組，首組在O度，二組須安在45° 02' 30"，三組在90° 05' 00"，四組在135° 07' 30"是也。施測組數之多寡則視乎三角網之等級；依美國大地測量，一等爲五組，二等爲二至四組，三等若用七吋徑之儀器需二至四組，若用八吋徑之儀器一組已足。

若在一測點須測數角者，如圖三四，測AOB角時，依上



圖三四

法先測 AOB內角，次測BOA外角。測 BOC角時先測BOC內角，次測COB外角。更須依上法測 COA角時，先測 COA外角，次測AOC內角。此三角之和應等於 360 度，否則將差誤平分於三角。

§10. 記錄式　複測法之記錄式如下；首行爲儀器所在點，次行爲測視點，三行爲望遠鏡之正倒，四行爲複測次數，五行爲化微 A之數，六行爲化微 B之數，七行爲兩化微之平均數，八行爲半組之平均度數，九行爲上下半組之平均度數。第一次之記錄化微 A之數者，藉用以覆驗也。至於上半組之平均角度，爲第六次之平均化微之數減去 0 次平均化微之數，再加 360 度(因化微已越過一周)，乃以六除之。其下半組之平均角度，亦爲以六除 0 次與第六次相差之數。

不在	視點	望遠鏡	次數	化微 A	化微 B	平均化微	角　度	平均角度
A	B	正	0	0°00'00"	10"	05"		
	C	正	1	75°12'30"				
	C	倒	6	91°14'50"	50"	50"	75°12'27".5	
	C	倒	0	91°14'50"	50"	50"		
	B	正	6	359°58'50"	60"	55"	75°12'39".2	75°12'33".4

$$\begin{array}{r} 91^\circ\ 14'\ 50'' \\ -\ 0^\circ\ 00'\ 05'' \\ \hline 91^\circ\ 14'\ 45'' \\ 360^\circ\ 00'\ 00'' \\ \hline 6\,)\,451^\circ\ 14'\ 45'' \\ \hline 75^\circ\ 12'\ 27''.5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 91^\circ\ 14'\ 50'' \\ +\ 360^\circ\qquad\quad \\ \hline 451^\circ\ 14'\ 50'' \\ -\ 359^\circ\ 58'\ 55'' \\ \hline 91^\circ\ 15'\ 55'' \\ +\ 360^\circ\qquad\quad \\ \hline 6\,)\,451^\circ\ 15'\ 55'' \\ \hline 75^\circ\ 12'\ 39''.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75^\circ\ 12'\ 27''.5 \\ 75\ \ \ 12'\ 39''.2 \\ \hline 2\,)\,66''.7 \\ \hline 33''.4 \end{array}$$

§11. 方向儀之測法　方向儀因其搆造之精密，故無事複測，其測法亦可分爲二，分述於下。

(1)安平儀器，正置望遠鏡，對準左邊首點，讀載各顯微器之數，依次向右對準各點，每次讀載各顯微器之數，以至極右之末點。已至末點，復向左依次對準各點，讀載

各點顯微器之數，以至極左之點(即首點)。次倒置望遠鏡，自首點向右依次測視以至末點；復由末點向左依次測視以至首點。以上施測之次數謂之一組。茲列其測法之次序如下表。

(A) 僅測一角如圖三五者。

第一組

安平儀器，正置望遠鏡。

(1)對準A點，讀載顯微器之數。

(2)對準B點，讀載顯微器之數。

(3)對準A點，讀載顯微器之數。

倒置望遠鏡。

(4)對準A點，讀載顯微器之數。

(5)對準B點，讀載顯微器之數。

(6)對準A點，讀載顯微器之數。

第二組

移動分度圈，重安平儀器，望遠鏡仍倒置。

(1)對準A點，讀載顯微器之數。

(2)對準B點，讀載顯微器之數。

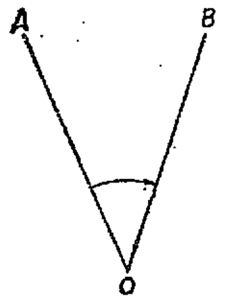
(3)對準A點，讀載顯微器之數。

正置望遠鏡。

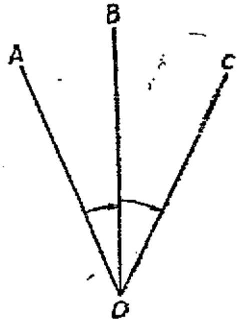
(4)對準A點，讀載顯微器之數。

(5)對準B點，讀載顯微器之數。

(6)對準A點，讀載顯微器之數。



圖三五



圖三六

(B) 施測一角或數角如圖三六者。

第一組

安平儀器，正置望遠鏡。

(1)對準A點，讀載顯微器之數。

(2)對準B點，讀載顯微器之數。

(3)對準C點，讀載顯微器之數。

(4)對準B點，讀載顯微器之數。

(5)對準A點，讀載顯微器之數。

倒置望遠鏡。

(6)對準A點，讀載顯微器之數。

(7)對準B點，讀載顯微器之數。

(8)對準C點，讀載顯微器之數。

(9)對準B點，讀載顯微器之數。

(10)對準A點，讀載顯微器之數。

第二組

移動分度圈，重安平儀器，望遠鏡仍倒置。

(1)對準A點，讀載顯微器之數。

(2)對準B點，讀載顯微器之數。

(3)對準C點，讀載顯微器之數。

(4)對準B點，讀載顯微器之數。

(5)對準A點，讀載顯微器之數。

正置望遠鏡。

(6)對準A點，讀載顯微器之數。

(7)對準B點，讀載顯微器之數。

(8)對準C點，讀載顯微器之數。

(9)對準B點，讀載顯微器之數。

(10)對準A點，讀載顯微器之數。

(2)此法之異前法者，為上法望遠鏡僅在首點倒置，此法則在首末點均倒置望遠鏡，蓋以減少測覘之次數；然不易得其精密，須增多組數。依美國大地測量規定，一等需十六組，二等需十組，三等一組已足。茲列其測法如下。

(A) 僅測一角，如圖三五者。

第一組

安平儀器，正置望遠鏡。

(1)對準A點，讀載顯微器之數。

(2)對準B點，讀載顯微器之數。

倒置望遠鏡。

(3)對準B點，讀載顯微器之數。

(4)對準A點，讀載顯微器之數。

第二組

移動分度圈，重安平儀器，望遠鏡仍倒置。

(1)對準A點，讀載顯微器之數。

(2)對準B點，讀載顯微器之數。

正置望遠鏡。

(3)對準B點，讀載顯微器之數。

(4)對準A點，讀載顯微器之數。

(B) 施測二角或數角如圖三六者。

第一組

安平儀器，正置望遠鏡。

(1)對準A點，讀載顯微器之數。

(2)對準B點，讀載顯微器之數。

(3)對準C點，讀載顯微器之數。

倒置望遠鏡。

(4)對準C點，讀載顯微器之數。

(5)對準B點，讀載顯微器之數。

(6)對準A點，讀載顯微器之數。

第二組

移動分度圈，重安平儀器，望遠鏡仍倒置。

(1)對準A點，讀載顯微器之數。

(2)對準B點，讀載顯微器之數。

(3)對準C點，讀載顯微器之數。

正置望遠鏡。

(4)對準C點，讀載顯微器之數。

(5)對準B點，讀載顯微器之數。

(6)對準A點，讀載顯微器之數。

綜觀上述二法，望遠鏡之正置及倒置者，用以免視綫及橫軸之差誤；讀載數個顯微器者，免離心之差誤；旋轉望遠鏡之向左及向右者，免縱軸被扭撓之差誤；更須施測多次以免大氣折光及個人之差誤；若因風日之差誤，應有遮日避風之設備。

至於避免分度圈之差誤，須讀數能遍全圈方可。若三顯微器之方向儀，施測十六組，則每組之安顯微器須移前15度。又避免顯微器之差誤(§6)，以每格5分之分度圈，每組須安顯微器於00'40"，01'50"，03'10"及04'20"之處。茲將各組安顯微器之位置，列成如下表。

施測十六組者

三顯微器				二顯微器			
組數	顯微器之位置			組數	顯微器之位置		
	°	′	″		°	′	″
1	0	00	40	1	0	00	40
2	15	01	50	2	11	01	50
3	30	03	10	3	22	03	10
4	45	04	20	4	33	04	20
5	64	00	40	5	45	00	40
6	79	01	50	6	56	01	50
7	94	03	10	7	67	03	10
8	109	04	20	8	78	04	20
9	128	00	40	9	90	00	40
10	143	01	50	10	101	01	50
11	158	03	10	11	112	03	10
12	173	04	20	12	123	04	20
13	192	00	40	13	135	00	40
14	207	01	50	14	146	01	50
15	222	03	10	15	157	03	10
16	237	04	20	16	168	04	20

施測八組者

三顯微器				二顯微器			
組數	顯微器之位置			組數	顯微器之位置		
	°	′	″		°	′	″
1	0	00	40	1	0	00	40
2	15	01	50	2	22	01	50
3	30	03	10	3	45	03	10
4	45	04	20	4	67	04	20
5	52	00	40	5	90	00	40
6	67	01	50	6	112	01	50
7	82	03	10	7	135	03	10
8	97	04	20	8	158	04	20

§12. **記錄式**　方向儀測角之記錄式如下表，其顯微器須向後及向前視讀，依§6(4)式求其改正數。分度圈讀數及改正數之和是爲該測點之方向。其一角之度數爲前後兩測點方向之差。

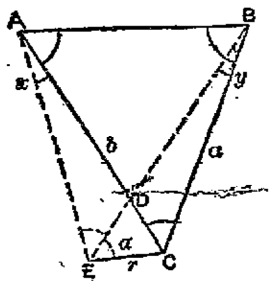
日期___年___月___日___午___時

不在	覘點	望遠鏡	顯微器	分度圈讀數	b	f	m
A	B	正	A	65°10'	85".0	82".7	
			B		83.4	87.6	
				平均	84.2	85.2	84".70
	C	正	A	75°15'	126.4	124.0	
			B		124.2	125.2	
				平均	125.3	124.6	124.95
	C	倒	A		125.2	123.1	
			B		123.0	126.3	
				平均	124.1	124.7	124.40
	B	倒	A		82.5	80.3	
			B		81.0	84.6	
				平均	81.8	82.5	82.15
		〔移	動分	度圈約	90°〕		
	B	倒	A		72".6	69".4	
			B		69.8	71.8	
				平均	71.4	70.6	17".00
	C	倒	A		112.8	110.0	
			B		109.8	111.6	
				平均	111.3	110.8	111.10
	C	正	A		111.5	110.1	
			B		109.1	111.2	
				平均	110.3	110.7	110.50
	B	正	A		70.1	69.0	
			B		68.0	71.2	
				平均	69.1	70.1	69.60

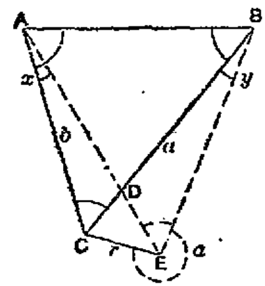
$\frac{d}{2}-\frac{md}{D}$	M	測點方向	角　度	平均角度
− 0".22	84".48	65°11'24".48		
+ 0.06	125.01	75°17'05".01	10°05'40".53	
− 0.05	124.35	76°17'04".35		10°05'41".45
− 0.16	81.99	65°11'21".99	10°05'42".36	
+ 0.21	71.21	65°11'11".21		
+ 0.06	111.16	75°16'51".16	10°05'39".95	
− 0.05	110.45	75°16'50".45		10°05'40".54
− 0.27	69.33	65°11'09".33	10°05'41".12	

總平均=10°05'41".00

§13. 偏測點之改正 大地測量時常用高大建築物以爲標號，則儀器不能正居中點，或視線爲障礙物所阻，須於該測點之傍設立一點以安儀器，是曰偏測點。由此點測得之角名曰偏角，此偏角之測法應與他角同其精密。再測原測點與偏測點之距離及其角度，以求原點之角度，惟此距離及角度無事乎十分準確也。如圖三七，C 爲原測點，E 爲偏測點，AEB爲偏角，ACB爲欲求之角，α 角及 r 距離均已



圖三七



圖三八

測得。於是ABC三角形中，A 及 B角已測得，AB爲基線或爲既求得之邊，則可計算 a 及 b 之長。蓋改正之値極小，由此計算已足精確。依幾何理，

$C+y=E+x$，

故 $C=E+(x-y)$。

但 $\dfrac{\sin x}{\sin(E+\alpha)}=\dfrac{r}{b}$，及 $\dfrac{\sin y}{\sin\alpha}=\dfrac{r}{a}$，

故 $\sin x=\dfrac{r}{b}\sin(E+\alpha)$，及 $\sin y=\dfrac{r}{a}\sin\alpha$。

但 x 及 y 為極小之角，可命

$\sin x=x\sin 1''$，及 $\sin y=y\sin 1''$，

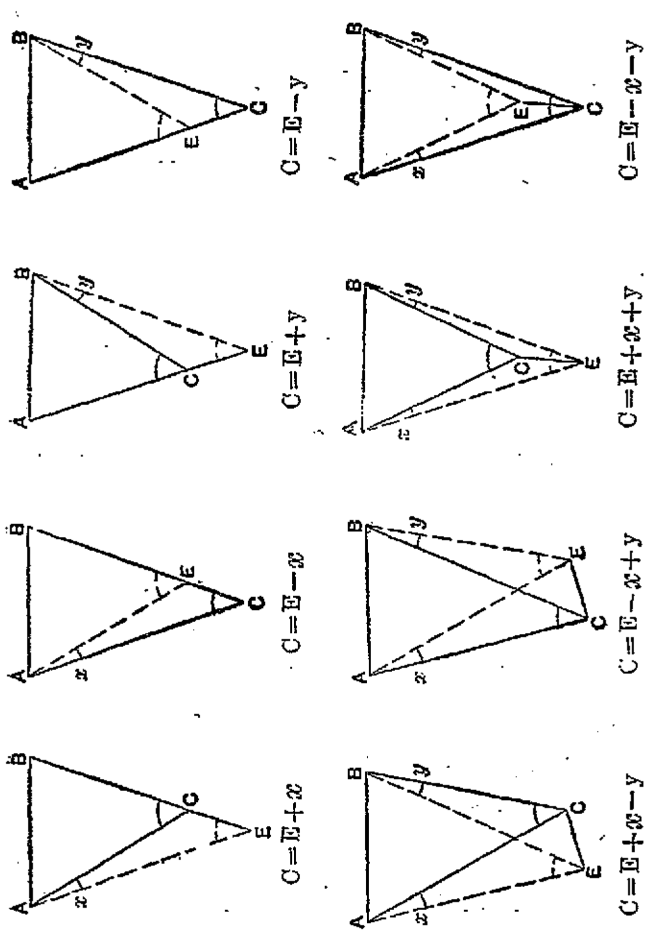
$$故\ x=\left(\frac{r}{\sin 1''}\right)\frac{\sin(E+\alpha)}{b}，\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$y=\left(\frac{r}{\sin 1''}\right)\frac{\sin\alpha}{a}，\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

$$則\ C=E+\frac{r}{\sin 1''}\left[\frac{\sin(E+\alpha)}{b}-\frac{\sin\alpha}{a}\right]。\cdots\cdots(3)$$

觀上式偏測點之改正數，係以秒計，其值為正或為負，則視乎原角之大於或小於偏角為定，若依(3)式計算可不必計算其原角之大小。惟須注意者，α 之角度自 BE 邊計起須自左至右，且正弦之在180度至360度之間者均為負，如圖三八，α 之角乃BEC之外角也。

偏測點之改正數純為 x 及 y 二值，故先依(1)及(2)式計算 x 及 y 之值較為簡捷，然後原測點之C值如圖三九所示。



圖三九

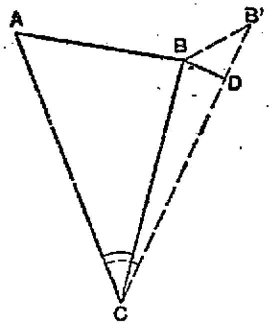


圖　四　〇

§14. 偏標號之改正

標號有時因障礙使觀測者不能直接測視原標號，如圖四〇，B 爲原標號，B'爲偏標號。在 C 點依法測得ACB' 角，須減少 BCB' 角，方得 ACB 角。在 ABC 三角形中，A 及 B 爲已知角，并可知其一邊，則可計算 B C 邊。B D 之長可直接量得，或測量 B'角及 BB' 之長計算得之，故其改正值 B C B' 角可由下式計算。

$$\mathrm{BCB'}\ (\text{秒數}) = \frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BC}\ \mathrm{Sin}\ 1''}。$$

§15. 變位之改正

如標桿一面受日光太強，一面受光太弱，則測視者僅能平分受光之部份，不能中分標桿，由此發生差誤，謂之變位差誤。如圖四一，ABDF 爲

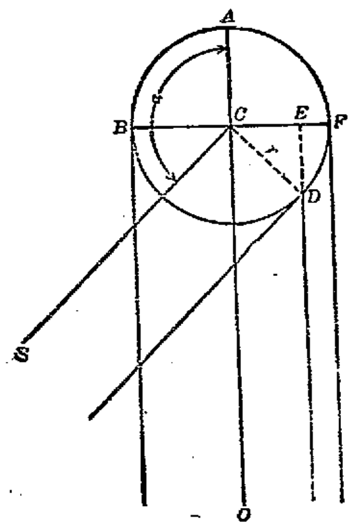


圖　四　一

圓形標桿之橫斷面，CS 爲光線之方向，C O 爲視線之方向，受光之部分爲 BD，故測視者僅能中分 BD。測日與標桿所含之角 ACS = α ，標桿之直徑爲 2r，而受光之寬爲 BE，則

$$BE=r+r\ \mathrm{Cos}(180^\circ-\alpha)。$$

減少標桿之寬之部分爲EF，

$$EF=2r-r(1-\mathrm{Cos}\ \alpha)。$$

此減少之部分EF，在測點所含之角(距離爲D)爲

$$\frac{EF}{D\text{弧}\ 1''}=\frac{r(1+\mathrm{Cos}\ \alpha)}{D\text{ 弧 }1''}。$$

然改正值僅爲上式之半數，故其改正值爲

$$C_{ph}=\frac{r\ \mathrm{Cos}^2\frac{1}{2}\alpha}{D\text{ 弧 }1''}。$$

§16. 精密之程度　測角度雖同在一定之情形及用同一儀器，其值必略有異。用普通30秒之經緯儀，其兩組之差不得大於 5 秒；若用十吋之複測儀或十吋之方向儀，其差不得大於 2 秒；然此所得之結果未足以示精密之程度，蓋不在同一之情形，其差必較大也。譬如在上午所得每組之值均在限度之內，在下午所得之值亦在限度之內，而上午與下午之值之比或將超出限度之外。故測角度者須施測數日，且每日上下午須測相同之組數，如是取其平均值，並由此

以求其或是差誤。美國大地測量所定之限度：一等角之或是差誤不得大於0.3秒，三角形閉塞差不得大於1秒；二等角之或是差誤不得大於0.7秒，三角形之閉塞差不得大於3秒；若三等角之或是差誤可略大，三角形閉塞差不得大於5秒。茲舉下例以明或是差誤之計算。

角度	v	v^2
7° 16′ 9″.2	−0″.5	0.25
7° 16′ 12″.1	+2″.4	5.76
7° 16′ 8″.4	−1″.3	1.69
7° 16′ 6″7	−3″.0	9.00
7° 16′ 10″.3	+0″.6	0.36
7° 16′ 11″.5	+1″.8	3.24
6) 58″.2	0″.0	20.30
9″.7		

Z =7° 16′ 9″.7

$$E_0 = \pm 0.6745\sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n(n-1)}}$$

$$=\pm 0.6745\sqrt{\frac{20.30}{6\,(6-1)}}=\pm 0''.55$$

若所測之角度不在同一之情形，或次數有多寡，則權有大小，或是差誤須依權而後定，於下章論之。

§17. 複測儀之整理 複測儀之整理可分為下列四種：

(1)圓盤水準之整理。

(2)橫騎水準之整理。

(3)視線之整理。

(4)橫軸之整理。

圓盤水準，視線及橫軸等之整理法， 與普通經緯儀之整理完全相同，茲不贅。橫騎水準之整理法，先安平儀器，置水準於軸上，使與一對之水平螺絲平行，旋轉螺絲，使氣泡居中。乃重安水準與前相反之位置，審視氣泡仍居中否？如不正居中點，乃旋轉校正螺絲使氣泡移動半數，餘半數由水平螺線整平之。須重行檢查，俟至完無差方可。

§18. 方向儀之整理　方向儀之整理可分為下列五種：

(1)圓盤水準之整理。

(2)橫騎水準之整理。

(3)視線之整理。

(4)橫軸之整理。

(5)顯微器之整理。

圓盤水準，橫騎水準，視線及橫軸之整理，完全與複測儀相同。顯微器之整理，在使圓輪旋轉五次，其十字線須移動一格， 如讀數之差大於2秒， 須行整理。 其整理法在變動顯微器之物鏡與十字線之距離，即變動物鏡與分度圈之距離。如圓輪讀數太多，即分度圈上一格之影之距離太寬；須減小物鏡與十字線之距離，即物鏡向目鏡移動，使物

鏡與分度圈之距離加長。如讀數太少，即分度圈上一格之影之距離太狹，須增大物鏡與十字線之距離，即物鏡離目鏡移動，使物鏡與分度圈之距離減小。須檢查及整理數次，俟讀數不大 2 秒為止，惟整理時須定影準確而無視差方可。

第五章　三角網之調整及計算

§1. **概說**　前述施測角度，無論若何其精密，差誤在所不免，惟有大小之別耳。故測完角度之後，須施以調整，使適合於幾何定約，即環繞一測點各角之和須等於 360 度；三角形內角之和須等於 180 度等是也。前者曰地位調整（Station adjustment），即改正環繞一測點之各角度，使適合於幾何定約；後者曰形式調整（Figure Adjustment），即改正三角形或四邊形等各內角，使適合幾何定約。俟改正之後方可用以計算各邊之長。本章所述調整之法係屬簡單之類，若較繁複者須用最小二乘方。

§2. **論權**　同一物焉，秤其輕重，方可以論價值；同一觀測焉，計其次數，方可以論精粗。然觀測者經驗有豐乏，器械有良窳，是不可僅計其次數以論精粗，猶玉石不可秤其輕重以論價值也。故論觀測之精粗，應重視其器械及觀測者之經驗與次數，是曰權。然權非絕對之值，猶長度之以尺計也。設同一角度，觀測五次，每次所得之值，其權為

一，則五次平均值之權應為五。然權又可以任意分配者，如在不同情形之下以測角度，其情形良者一次所得之值，足抵情形惡者兩次所得之值，於是命前者之權為二，後者之權為一可也。上述之平均值者謂同權各數之平均值。若權不同，則各數乘其權之和，以權之和除之，所得之值曰權平均值(Weighted arithmetic mean)。

§3. **權之定理** 下述權之定理係節自最小二乘方。

(1)平均值(同權)之權等於觀測之次數。

〔例〕 一角三次測得之各值如下，各值之權為一，平均值之權應為三。

	29°	21'	59".1	權 1
	29°	22'	03".4	權 1
	29°	21'	58".1	權 1
3)	88°	06	03".6	
平均值＝	29°	22°	01"2	權 3

(2)權平均值之權等於各權之和。

〔例〕 量得某線各值如下，惟各權不同。

4863'.241 權 2

4863'.182 權 1

故4863'.241 × 2 ＝ 9726'.482

4863.182 × 1 ＝ 4863'.182

3) 14589.664

權平均值＝4863'.221 權 3

（3）二或二以上各數之代數和之權等於各權反數之和之反數。

〔例〕　A角$=45°\ 14'\ 11''.2$　　　權 2

　　　B角$=11\ \ 21\ \ 19.6$　　　權 3

$$A+B=56°\ 35'\ 30''.8，\text{權}=\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=\frac{6}{5}。$$

$$A-B=33°\ 52'\ 51''.6，\text{權}=\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=\frac{6}{5}。$$

（4）觀測之値以某數乘之，其權等於原有權以某數之乘方除之。

〔例〕　A角$=67°\ 10'\ 12''.5$　　權 3，

$$2A\text{角}=134°\ 20'\ 25''.0，\text{權}=\frac{3}{2\times2}=\frac{3}{4}。$$

（5）觀測之値以某數除之，其權等於原有權以某數之乘方乘之。

〔例〕　AB基線$=2710'.124$　權 3，

$$\frac{AB}{2}=1358'.062，\quad \text{權}=3\times4=12。$$

（6）某式以已權乘之(或以權之反數除之)，其權等於原有權之反數。

〔例〕　$\frac{8}{3}(x+y)=400$，權 $\frac{3}{4}$，以 $\frac{3}{4}$ 乘之（或以 $\frac{4}{3}$ 除之），卽得

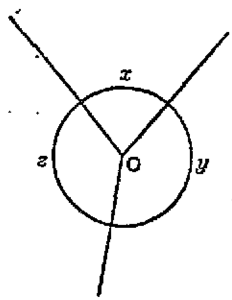
$$2(x+y)=300，權=\frac{4}{3}。$$

（7）改變其式之符號或加減一常數，其權不變。

〔例〕 $x+y=11°\ 10'\ 14''.6$， 權 2.3。

$360°-(x+y)=348°\ 49'\ 45''.4$， 權 2.3。

§4. **地位調整** 地位調整者在使環繞一測點各角之和須等於360度，茲述其調整法如下。（1）設各角度測得之結果有同樣之精密，所謂權相同者，則其差誤數應平均分配於各角。如圖四二，x,y,z, 三角之和為 $360°00'06''$，於是各角須減少2秒，使其和等於360度。



圖四二

上法更可以權論以證明之，茲命

$x=a$，　權 1　（1）

$y=b$，　權 1　（2）

$z=c$，　權 1　（3）

由(3)式　$360°-z \doteqdot 360°-c$，權 1

　即　$x+y=360°-c$。　權 1…………………(4)

由(2)式，　$y=b$。　權 1…………………(5)

(4)−(5)式，$x=360°-b-c$。權$\frac{1}{2}$…………………(6)

由(1)式，　$x=a$。　權 1…………………(7)

由(6)及(7)式求x之權平均值，

$$\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}(360°-b-c) \cdots\cdots (8)$$

$$x=a \cdots\cdots (9)$$

(8)+(9)式，$\frac{3}{2}x=a+\frac{1}{2}(360°-b-c)$。

$$\therefore\ x=\frac{2}{3}a+\frac{1}{3}(360°-b-c)=a+\frac{1}{3}(360°-a-b-c)$$

$$=a+\frac{1}{3}\left[360°-(a+b+c)\right]。\cdots\cdots (10)$$

觀上式x角之改正數爲差誤數三分之一，依同法證明y及z角之改正數亦爲三分之一之差誤數。

(2)設同在一測點，其各角之權不同，其差誤之分配應依各角之權之反比例。

如x之權爲1，y爲2，z爲3，其差誤分配各角爲

$\frac{1}{1}:\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$，即　$\frac{6}{6}:\frac{3}{6}:\frac{2}{6}$，

卽 6:3:2。 而 6+3+2=11，

故 x之改正數$=\frac{6}{11}$差誤，

y之改正數$=\frac{3}{11}$差誤，

z之改正數$=\frac{2}{11}$差誤。

(3)設同在一測點以同等之精密施測各角及各角之和，其和角與各角之和之差，應平均分配於各角及和角。如和角大於各角之和，各角之改正數爲正，而和角爲負；如和角小於各角之和，其改正數適相反。如圖四三，其和角之數大於 x, y 及 z 三角之和爲 8"，於是 x,y 及 z 角應各增加 2"，而和角應減小 2"。

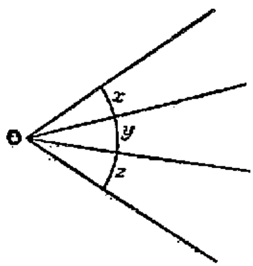


圖 四 三

(4)設同一測點施測各角及其和角，而權各不同，其相差之數，應依權之反比例分配於各角及和角。

x 權 2

y 權 1

z 權 3

和角$(x+y+z)$ 權 1

其差數之分配之比為

$$\frac{1}{2}:\frac{1}{1}:\frac{1}{3}:\frac{1}{1},$$

即$\frac{3}{6}:\frac{6}{6}:\frac{2}{6}:\frac{6}{6}$，即 $3:6:2:6$。

而 $3+6+2+6=17$，

故 x之改正數$=\frac{3}{17}$差數，

y之改正數$=\frac{6}{17}$差數，

z之改正數$=\frac{2}{17}$差數，

和角之改正數$=\frac{6}{17}$差數。

如x，y及z三角之和小於和角之數，則x，y及z各角之改正數應增加，而和角之改正數應減小；若三角之和大於和角之數，其改正數適相反。

普通定理　施地位調整時，若各式之係數為一，符號為正，而地平角不能閉塞，或因360度減去一二角而不閉塞，

其調整法如下。

先以權數乘各方程式，各式相加便成新方程式含 x,y,z 等，乃以各式相互關係而解之如下例。

〔例〕 如圖四四， 測得各角之值如下表， 試求其改正數。

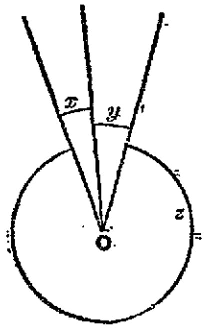


圖　四　四

$x=14°\ 11'\ 17''.1$，　　權 1

$y=19°\ 07'\ 21''.3$，　　權 2

$x+y=33°\ 18'\ 43''.4$，　　權 1

$z=326°\ 41'\ 18''.2$，　　權 2

$y+z=345°\ 48'\ 39''.2$，　　權 3

由360度減去含z之角度得下列各式：

$x=14°\ 11'\ 17''.1$，　　權 1

$y=19°\ 07'\ 21''.3$，　　權 2

$x+y=33°18'43."4$，　權 1

$360°-z=x+y=33°18'41".8$，　權 2

$360°-(y+z)=x=14°11'20.8$，　權 3

以權乘各式得

$x \quad =14° \; 11' \; 17".1$，

$+2y=38° \; 14' \; 42".6$，

$x+ \; y=33° \; 18' \; 43".4$，

$2x+2y=66° \; 37' \; 23".6$，

$3x \quad =42° \; 34' \; 02".4$。

將含 x 式及含 y 式各相加得下式：

$7x+3y=156° \; 41' \; 26".5$，

$3x+5y=138° \; 10' \; 49.6$。

將上二式解之得

$x=14° \; 11' \; 20".14$，

$y=19° \; 07' \; 21".83$。

$z=360-(x+y)=326° \; 41' \; 18".03$。

§5. **形式調整**　三角網各測點既施以地位調整，須再施以形式調整，以合於幾何定約，卽三角形之內角須等於 180 度，及四邊形之內角須等於 360 度等是也。但施形式調整之後，則地位調整復有變動，故在重要之三角網，地位與形式須同時調整。然調整之法甚多，不外求其最近於眞正之値耳。

地球爲圓形，測得之角應爲弧面角，用弧面角以計算則繁複，不若平面角之簡易，故計算時常用平面角；惟弧面角須減去弧餘 (Spherical Excess) 之值方爲平面角。

§6. **弧餘** 弧餘者乃弧面三角形三內角之和大於平面三角之和之餘數，因弧面三角形內角之和常大於 180 度；至於多邊形亦然，蓋多邊形可分爲數個三角形。弧餘之值與三角形之面積成正比例，與球之表面成反比例。茲命A'爲三角形之面積，R爲球之半徑，S爲球之表面，及e 爲三角形之弧餘。但八分之一球面之弧餘爲$\frac{\pi}{2}$，

$$故\frac{e}{\frac{\pi}{2}}=\frac{A'}{\frac{1}{8}S}，\quad 即\frac{2e}{\pi}=\frac{2\,A'}{\pi R^2}，\quad 即\ e=\frac{A'}{R^2}。$$

若 e 之值以秒計，上式以弧 1"除之，則得

$$e''=\frac{A'}{R^2弧1''}=\frac{b\,c\,\mathrm{Sin}\,A}{2R^2弧1''}。\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

(1)式b,c,爲三角形之二邊；A 爲其夾角；R 爲地球之平均半徑。但地球非爲正球形，若一球形切於橢圓體之三角形之重心，同其平均曲度，而得球形之半徑爲$\sqrt{R_m N}$（以公尺計）.

$$故\quad e''=\frac{bc\ \mathrm{Sin}\ A}{2R_m\,N弧1''}=m\,b\,c\,\mathrm{Sin}\,A。\cdots\cdots\cdots(2)$$

(2)式$\frac{1}{2R_m N弧1''}=m$之值，依不同緯度列成如表三，而緯度之值爲三角點之平均數。

若三角形之面積不出十方哩者，弧餘之值則甚小，可棄而不計。弧餘平均值每76方哩約爲一秒，但與緯度有關；在緯度十八度者爲 1".0035；在72°者爲 0".9925。依李健德學說 (Legendre's Theorem)，若弧三角形各邊之長小於球之半徑，與相當邊等長之平三角形，其各角之弧餘約爲全弧餘三分之一。故用平三角形計算時，將各弧角度減去三分之一弧餘之值則可。

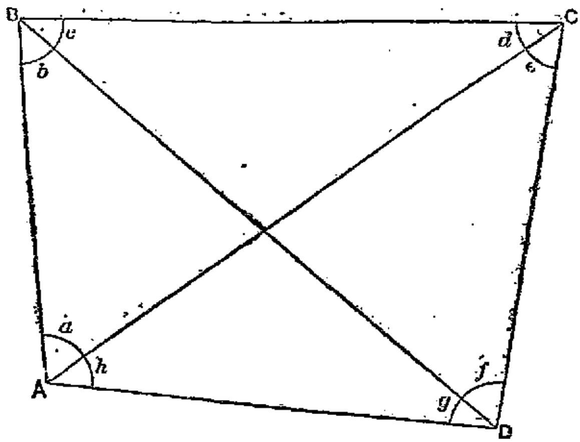
§7. **三角形之調整**　三角形測得三內角之和不等180度者，其原因有二：(1)弧餘；(2)測角之差誤。(1)弧餘之值可由前節公式計算之，各角度減去三分之一值。(2)差誤數之分配因各角同權或不同權而異，茲分述於下。

(1)設三角測得之數爲同權者，其差誤數及弧餘應平均分配於各角，而弧餘可不必計算。

(2)設三角測得之數爲不同權者，須先計算弧餘，各角減去三分之一弧餘，其差誤數乃依各權之反比例分配之。

(3)設三角形面積甚小而非重要，測得各角非同權者，不必計其弧餘，其差誤數依各權之反比例分配之。

§8. **四邊形之調整**　大地測量之三角網爲四邊形者，如圖四五，A, B, C, D 爲四測點，AD爲基線，已測得 a, b, c, d,



圖四五

e,f,g,h,八角。弧餘之值可依前節公式計算之；如屬小三角網不甚重要者，其弧餘可平均分配於八角；如屬重要之三角網，二對角線所成四三角形，每三角形之弧餘須分別計算，乃以三分之一值分配於相當角；於是乃成爲平面四邊形。平面四邊形屬於角定約方程式者有七，屬於邊定約方程式者有三，玆分述於下。

角定約方程式

(1)四邊形八內角之和須等於360度，爲一方程式。

(2)二對角線所成之四三角形，其相對二角之和須相等，爲二方程式。

（3）在不同三測點連接成四三角形，如ABC，BCD，CDA及DAB，其內角之和須等於180度，爲四方程式。

上述七方程式如適合於三獨立方程式者，其餘四方程式均能適合，玆舉三方程式如下：

$a+b+c+d+e+f+g+h=360°$，

$a+b=e+f$，

$c+d=g+h$。

邊定約方程式

邊定約方程式之有三者，因各未知邊均含有二不同三角形，即每邊由不同三角形求得之值須相等。如BC之邊可由已知邊AD及ACD，BCD，兩三角形，與ABD，ABC兩三角形以求其值應相等。但此三方程式非獨立者，設適合於一方程式，其餘二式亦必適合。但上述七角方程式可以適合，對於邊方程式未必盡適合也。由圖四五，得

$$BC=AB\frac{\operatorname{Sin}a}{\operatorname{Sin}d}=AD\frac{\operatorname{Sin}g\ \operatorname{Sin}a}{\operatorname{Sin}b\ \operatorname{Sin}d},$$

及 $$BC=CD\frac{\operatorname{Sin}f}{\operatorname{Sin}c}=AD\frac{\operatorname{Sin}h\ \operatorname{Sin}f}{\operatorname{Sin}e\ \operatorname{Sin}c},$$

故 $$\frac{BC}{AD}=\frac{\operatorname{Sin}a\ \operatorname{Sin}g}{\operatorname{Sin}b\ \operatorname{Sin}d}=\frac{\operatorname{Sin}f\ \operatorname{Sin}h}{\operatorname{Sin}c\ \operatorname{Sin}e},$$

即 $$\frac{\operatorname{Sin}a\ \operatorname{Sin}c\ \operatorname{Sin}e\ \operatorname{Sin}g}{\operatorname{Sin}b\ \operatorname{Sin}d\ \operatorname{Sin}f\ \operatorname{Sin}h}=1\text{。}$$

上式為邊方程式，可用對數表之以便計算如下式：

$$(\text{Log Sin a} + \text{Log Sin c} + \text{Log Sin e} + \text{Log Sin g}) - (\text{Log Sin b} + \text{Log Sin d} + \text{Log Sin f} + \text{Log Sin h}) = 0$$

§9. **四邊形調整之近似法**　四邊形之各角度設有同等之精密，面積不大而非屬重要者，可用近似法較為簡便。前節曾述四邊形之定約方程式為三角方程式及一邊方程式，近似法則先調整角度，次調整其邊，使適合於角及邊方程式。

角方程式

$$a+b+c+d+e+f+g+h=360^\circ$$

$$a+b=e+f$$

$$c+d=g+h$$

邊方程式

$$(\text{Log Sin a} + \text{Log Sin c} + \text{Log Sin e} + \text{Log Sin g}) - (\text{Log Sin b} + \text{Log Sin d} + \text{Log Sin f} + \text{Log Sin h}) = 0$$

角度之調整在使適合於上列三角方程式。雖此三式均係獨立者，故各式調整後不有連帶關係；且各角既屬同等之精密，依各式以調整各角，須有相等之改正值。是以八角之和不等於 360 度，其差誤數須平均分配於各角。例如八角之和為360° 00′ 08″，則八角應各減去一秒。又 a+b 不

等於 e+f，其各角之改正值爲四分之一相差數。惟二角之和數較大者，其角之改正值爲負；二角之和數較小者，其改正值則爲正。例如 a+b 大於 e+f 爲 8"，則 a 及 b 二角須各減去 2"，而 e 及 f 二角應各加 2"。至於 c+d 不等於 g+h，其改正值亦如之。

邊方程式之調整如下：茲命

A, B, C, 等爲經角方程式改正後之值；

l 爲邊方程式對數之值，而各角爲 A, B, C, 等；

l' 爲 l 之數值；

v_a, v_b, v_c, 等爲 A, B, C, 等角改正值之秒數；

d_a, d_b, d_c, 等爲 Log Sin A, Log Sin B, Log Sin C, 等之每秒差數。

$$(\text{Log Sin A} + \text{Log Sin C} + \text{Log Sin E} + \text{Log Sin G}) - (\text{Log Sin B} + \text{Log Sin D} + \text{Log Sin F} + \text{Log Sin H}) = l$$

邊方程調整之目的，在使 l 之值等於零。細觀上式，如 l 之值爲正，則前四項之數應減少，而後四項應增加；若 l 之值爲負，適相反。更可說明如下：如 l 爲正，A, C, E 及 G 角小於90°者須減少，大於90°者須增加；而 B, D, F 及 H 角小於90°者須增加，大於90°者須減少。如 l 爲負，A, C, E 及 G 角小於90°者須增加，大於90°者須減少；而 B, D, F 及 H 角小於90°者須減少，大於90°者須增加。於是欲

使l等於零，須將改變對數之數之和等於l之數値(l')。若A, B, 等角之改正秒數爲 v_a, v_b, 等，則 Log Sin A, Log Sin B, 等之改變數爲 $v_a d_a$; $v_b d_b$; 等，得下式：

$$v_a d_a + v_c d_c + v_e d_e + v_g d_g + v_b d_b + v_d d_d + v_f d_f + v_h d_h = l'。$$

上式各項均爲正，所含之未知項有八，須求其相互之關係，方可解此方程式。其目的在求 v_a, v_c, 等之最當値，而其最當値則在乎各數與組成l'之値之效力成正比例。例如d_a二倍於d_c，則v_a組成l之値二倍於v_c，故分配於v_a之數須二倍於v_c，於是得下式之關係。

$$v_a : v_c : v_e : \cdots = d_a : d_c : d_e : \cdots ,$$

而 $\dfrac{v_a}{v_c} = \dfrac{d_a}{d_c}$, $\dfrac{v_c}{v_e} = \dfrac{d_c}{d_e}$ ，等，

故 $\dfrac{v_a}{v_c}\dfrac{d_a}{d_c} = \dfrac{d_a^2}{d_c^2}$, $\dfrac{v_c}{v_e}\dfrac{d_c}{d_e} = \dfrac{d_c^2}{d_e^2}$ ，等，

卽 $v_a d_a : v_c d_c : v_e d_e = d_a^2 : d_c^2 : d_e^2$ ，等。

復觀上式，l'之値係分爲八份，其分配之法，應依 d_a^2, d_c^2, d_e^2, 等之比例。

卽 $\dfrac{d_a^2\ l'}{\Sigma\ d^2}$, $\dfrac{d_c^2\ l'}{\Sigma\ d^2}$, $\dfrac{d_e^2\ l'}{\Sigma\ d^2}$ ，等，

故 $v_a d_a = \frac{d_a^2\ l'}{\Sigma\ d^2}$，$v_c d_c = \frac{d_c^2\ l'}{\Sigma\ d^2}$，等。

於是得 v_a，v_c，v_e，等之改正值爲

$$v_a = d_a\left(\frac{l'}{\Sigma\ d^2}\right),\quad v_c = d_c\left(\frac{l'}{\Sigma\ d^2}\right),$$

$$v_e = d_e\left(\frac{l'}{\Sigma\ d^2}\right)，等。$$

但此方程式調整之後，常使角方程式微有變動，故角方程式及邊方程式須重行調整，以至兩相適合爲止。表A爲角及邊方程式首次調整之值。惟施邊方程式調整後，角方程式最大之差爲 1".49，故應施以二次調整，表B爲二次調整後之值。

表 A.

測角		角方程之調整				Log Sin
		360°	相對角	調整後之角度		
a	46°18'38".3	+0".85	+0.95	A	46°18'40".10	9.8591992
b	53 26 08.2	+0.85	+0.95	B	52 26 10.00	9.9048200
c	42 11 29.6	+0.85	−0.55	C	42 12 29.90	9.8271188
d	38 03 39.7	+0.85	−0.55	D	38 03 40.00	9.7899342
e	58 19 12.3	+0.85	−0.95	E	58 19 12.20	9.9299270
f	41 25 38.0	+0.85	−0.95	F	41 25 37.90	9.8206400
g	34 33 48.7	+0.85	+0.55	G	34 33 50.10	9.7538321
h	45 41 18.4	+0.85	+0.55	H	45 41 19.80	9.8546440
	359°59'53".2				360°00'00".00	$l=+389$

$8\,)\,6''.8$ = $0''.85$

a+b = 99°44'46".5
e+f = 99°44'50".3

$4\,)\,3''.8$ = $0''.95$

c+d = 80°15'09".3
g+h = 80°15'07".1

$4\,)\,2''.2$ = $0''.55$

9.8591992
9.8271188
9.9299270
9.7538321
39.3700771
39.3700382
$l=+389$

d	d^2	邊方程式之調整	調整後之角度	Log Sin (覆驗)
20.1	404.01	−1″.95	46° 18′ 38″.15	9.8591953
15.6	243.36	+1.51	53 26 11.51	9.9048224
23.2	538.24	−2.25	42 11 27.65	9.8271135
26.9	723.61	+2.61	38 03 42.61	9.7899412
13.0	169.00	−1.26	58 19 10.94	9.9299253
23.8	566.44	+2.31	41 25 40.21	9.8206455
30.6	936.36	−2.97	34 33 47.13	9.7538230
20.6	424.36	+2.00	45 41 21.80	9.8546481
$\Sigma d^2 = 4005.38$			360° 00′ 00″.00	$l = -1$

9.904 8200
9.789 9342
9.820 6400
9.854 6440
39.370 0382

$$\frac{389}{4005.38} = 0.097$$

$20.1 \times 0.097 = 1.95$

$15.6 \times 0.097 = 1.51$

$23.2 \times 0.097 = 2.25$

等

表 B

a =	46°	18'	38".47	Log Sin = 9.8591059	
b =	53	6	11.92	Log Sin =	9.9048230
	99	44	50.39		
c =	42°	11'	27".26	Log Sin = 9.8271126	
d =	38	03	42.35	Log Sin =	9.7899405
	80	15	09.61		
e =	58°	19	10".54	Log Sin = 9.9299248	
f =	41	25	39.90	Log Sin =	9.8206448
	99	44	50.44		
g =	34°	33'	47".38	Log Sin = 9.7538238	
h =	45	41	22.18	Log Sin =	9.8546489
	80	15	09.56		
	360°	00'	00".00	9.3130057	39.3700572

§10. 四邊形調整之直捷法　四邊形各角度設有同等之精密，面積較大而較重要者，若用近似法恐難得準確，則用直捷法爲宜。此法計算雖較近似法繁複，而準確過之，幾與最小二乘方相埒。

依§8四邊形之定約方程式如下：

角方程式

$$a+b+c+d+e+f+g+h=360^{\circ}$$

$$a+b=e+f$$

$$c+d=g+h$$

邊方程式

$$(\text{Log Sin } a+\text{Log Sin } c+\text{Log Sin } e+\text{Log Sin } g)-(\text{Log Sin } b+\text{Log Sin } d+\text{Log Sin } f+\text{Log Sin } h)=0$$

角方程式調整之法與近似法相同。

(1)如$a+b+c+\cdots\cdots$不等於360度，其差誤數應平均分配於各角。

(2)如$a+b$不等於$e+f$，其和數大者每角應減少四分之一相差數；其和數小者每角應增加四分之一相差數。

(3)如$c+d$不等於$g+h$，其和數大者每角應減少四分之一相差數；其和數小者每角應增加四分之一相差數。

至於邊方程式之調整，應使調整後與角方程式不發生影響。茲命

A, B, C,等爲經角方程式調整後之值；

l 爲邊方程式對數之值，而各角爲 A, B, C, 等；

v_a ,v_b ,v_c , 等爲 A, B, C, 等角總改正之秒數，使適合於邊方程式；

x, x_1, x_2, x_3, x_4, 爲 v_a , v_b , v_c , 等之一部份改正數；

d_a , d_b ,d_c ,等爲Log Sin A, Log Sin B, Log Sin C, 等每秒之差數，如角度小於90度其值爲正，大於90度其值爲負。

於是得下列邊方程式

$$(\text{Log Sin A} + \text{Log Sin C} + \text{Log Sin E} + \text{Log Sin G}) - (\text{Log Sin B} + \text{Log Sin D} + \text{Log Sin F} + \text{Log Sin H}) = l \text{。}$$

惟調整之目的，欲使 l 之值等於零，得下式

$$(v_a d_a + v_c d_c + v_e d_e + v_g d_g) - (v_b d_b + v_d d_d + v_f d_f + v_h d_h) = -l \text{。}$$

而v_a , v_b ,等改正值須不致下列各角方程式發生影響，

$$(A+B)+(C+D)+(E+F)+(G+H)=360^\circ \text{，}$$

$$(A+B)=(E+F) \text{，}$$

$$(C+D)=(G+H) \text{。}$$

細觀上式，欲求邊方程式調整後不改變角方程式，其法有二：(1)施於(A+B)及 (E+F) 各角之改正數須有相同

之值，而施於(C+D)及(G+H)各角之改正數亦應有相同之值，惟反其符號；茲命各角之改正值為x。(2)(A+B)或(C+D)等項內各角之改正值須相同而符號相反，茲命各角之改正值為x_1，x_2，x_3及x_4。由是邊方程式各角之改正值有下列之關係：

$$v_a=+x+x_1, \qquad v_e=+x+x_3,$$
$$v_b=+x-x_1, \qquad v_f=+x-x_3,$$
$$v_c=-x+x_2, \qquad v_g=-x+x_4,$$
$$v_d=-x-x_2, \qquad v_h=-x-x_4。$$

以上v_a，v_b，等之值代入邊方程式

$$(v_a d_a+v_c d_c+v_e d_e+v_g d_g)-(v_b d_b+v_d d_d+v_f d_f+v_g d_g)=-l$$

而得下式，

$$[(d_a+d_d+d_e+d_h)-(d_b+d_c+d_f+d_g)]x+(d_a+d_b)x_1+(d_c+d_d)x_2+(d_e+d_f)x_3+(d_g+d_h)x_4=-l。$$

茲命$C=(d_a+d_d+d_e+d_h)-(d_b+d_c+d_f+d_g)$；

$C_1=(d_a+d_b)$；　$C_2=(d_c+d_d)$；

$C_3=(d_e+d_f)$；及　$C_4=(d_g+d_h)$。

代入上式得

$$Cx+C_1x_1+C_2x_2+C_3x_3+C_4x_4=-l。$$

此式未知項有五，須求各未知項之關係，方可解此方程

式。其關係則在乎未知數與各角平均效力以組成 $(-l)$ 之值成正比例，例如 x 之值則關乎八角，而 x_1，x_2 等值則僅關乎二角也。

$$故\ x : x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = \frac{C}{8} : \frac{C_1}{2} : \frac{C_2}{2} : \frac{C_3}{2} : \frac{C_4}{2} = \frac{C}{4} : C_1 : C_2 : C_3 : C_4 。$$

$$但 \frac{x}{x_1} = \frac{\frac{C}{4}}{C_1}，\frac{x_1}{x_2} = \frac{C_1}{C_2}，\frac{x_2}{x_3} = \frac{C_2}{C_3}，等$$

$$故 \frac{C x}{C_1 x_1} = \frac{\frac{C^2}{4}}{C_1^2}，\frac{C_1}{C_2}\frac{x_1}{x_2} = \frac{C_1^2}{C_2^2}，\frac{C_2}{C_3}\frac{x_2}{x_3} = \frac{C_2^2}{C_3^2}，等$$

$$即\ Cx : C_1x_1 : C_2x_2 : C_3x_3 : C_4x_4 = \frac{C^2}{4} : C_1^2 : C_2^2 : C_3^2 : C_4^2 。$$

由是知 $(-l)$ 之數應依 $\frac{C^2}{4}$，C_1^2，C_2^2，C_3^2，C_4^2 之比例分配之。

$$故\ Cx = \frac{\frac{C^2}{4}(-l)}{\frac{C^2}{4}+C_1^2+C_2^2+C_3^2+C_4^2},$$

$$C_1 x_1 = \frac{C_1^2(-l)}{\frac{C^2}{4}+C_1^2+C_2^2+C_3^2+C_4^2},$$

$$C_2 x_2 = \frac{C_2^2(-l)}{\frac{C^2}{4}+C_1^2+C_2^2+C_3^2+C_4^2}，等。$$

$$茲命\ S = \frac{-l}{\frac{C^2}{4}+C_1^2+C_2^2+C_3^2+C_4^2},$$

得 $Cx = \frac{C^2}{4}S$，　卽 $x = \frac{C}{4}S$；

$C_1 x_1 = C_1^2 S$，　卽 $x_1 = C_1 S$；

$C_2 x_2 = C_2^2 S$，　卽 $x_2 = C_2 S$；

$C_3 x_3 = C_3^2 S$，　卽 $x_3 = C_3 S$；

$C_4 x_4 = C_4^2 S$，　卽 $x_4 = C_4 S$。

於是合 x, x_1, x_2，等而得 v_a, v_b，等值，用以改正 A, B, 等角。下表爲直捷法調整後之值，與近似法首次所得之差爲 0".42，與二次所得之差僅爲 0".02。

測角				角方程式之調整				Log Sin
	°	′	″	360°	相對角	調整後之角度		
a	46	18	38.3	+0″.85	+0″.95	A	46°18′40″.10	9.8591992
b	53	26	08.2	+0.85	+0.95	B	53 26 10.00	9.9048200
c	42	11	29.6	+0.85	−0.55	C	42 11 29.90	9.8271188
d	38	03	39.7	+0.85	−0.55	D	38 03 40.00	9.7899342
e	58	19	12.3	+0.85	−0.95	E	58 19 12.20	9.9299270
f	41	25	38.0	+0.85	−0.95	F	41 25 37.90	9.8206400
g	34	33	48.7	+0.85	+0.55	G	34 33 50.10	9.7538321
h	45	41	18.4	+0.85	+0.55	H	45 41 19.80	9.8546440
	359°	59′	53″.2				360°00′00″.00	l = +389

$d_a = 20.1$
$d_b = 26.9$
$d_e = 13.0$
$d_h = 20.6$
80.6
93.2
$C = -12.6$

$d_b = 15.6$
$d_c = 23.2$
$d_f = 23.8$
$d_g = 30.6$
93.2
$\frac{C}{4} = -3.15$

$d_a = 20.1$
$d_b = 15.6$
$C_1 = 35.7$

$d_c = 23.2$
$d_d = 26.9$
$C_2 = 50.1$

d	邊方程式之調整		調整後之角度	Log Sin
20.1	$+x+x_1$	$-1''.62$	46° 18' 38''.48	9.8591959
15.6	$+x-x_1$	$+1.94$	53 26 11.94	9.9048230
23.2	$-x+x_2$	-2.66	42 11 27.24	9.8271126
26.9	$-x-x_2$	$+2.34$	38 03 42.34	9.7899405
13.0	$+x+x_3$	-1.68	58 19 10.52	9.9299248
23.8	$+x-x_3$	$+2.00$	41 25 39.90	9.8206448
30.6	$-x+x_4$	-2.71	34 33 47.39	9.7538238
20.6	$-x-x_4$	$+2.39$	45 41 22.19	9.8546489
			360° 00' 00''.00	$l=-1$

$d_e=13.0$ $d_f=23.8$ $C_3=36.8$ $d_g=30.6$ $d_h=20.6$ $C_4=51.2$	$\frac{C^2}{4}=39.69$ $C_1^2=1274.49$ $C_2^2=2510.01$ $C_3^2=1354.24$ $C_4^2=2621.44$ 7799.87	$S=\frac{-389}{7799.87}=-0.04987$ $+x=-3.15\times-0.04987=+0.16$ $+x_1=+35.7\times-0.04987=-1.78$ $+x_2=+50.1\times-0.04987=-2.50$ $+x_3=+36.8\times-0.04987=-1.84$ $+x_4=+51.2\times-0.04987=-2.55$

§11. 全部三角網之調整　三角網若為四邊形及三角形組成，又非極關重要，如二等以下之三角網者，其全部三角網可分為四邊形及三角形，依前節各法分別調整之。至於極重要之三角網，若一等三角網者，非用最小二乘方不為工，其全部三角網須同時調整之。

§12. 各邊之計算　三角網既施以調整之後，可用平三角正弦之定理計算之。若三角網純為三角形組成者，已知一邊則可計算其餘二邊之長，惟計算時無校對之機，故須重行計算以覆驗之，斯可免錯誤之虞。若三角網純為四邊形組成者，計算時須先計算與基線相鄰之二邊及二對角線，再由二不同三角形以計算基線之對邊。二次求得之長原應相等，第調整時其角度僅能計及十分或百分之一秒，故時或不相等，則取其平均值可也。下表為圖四五依直捷法調整後計算其各邊之長，BC 二次求得之平均值為 6563.922 呎。

調整後之角度		Log Sin	Log 距離	距離(呎)	邊
b	53° 26' 11".94	9.904 8230	3.898 9072	7,923.32	AD (基線)
g	34 33 47.39	9.753 8238	3.747 9080	5,596.39	AB
d	38 03 42.34	9.789 9405	3.747 9080	5,596.39	AB
b+c	95 37 39.18	9.997 9018	3.955 8693	9,033.775	AC
b+c	95 37 39.18	9.997 9018	3.955 8693	9,033.775	AC
a	46 18 38.48	9.859 1959	3.817 1434	6,563.921	BC
e	58 19 10.50	9.929 9248	3.898 9072	7,923.32	AD (基線)
h	45 41 22.19	9.854 6489	3.823 6313	6,662.41	CD
c	42 11 27.24	9.827 1126	3.823 6313	6,662.41	CD
d+e	96 22 52.86	9.997 3008	3.993 8195	9,858.70	BD
d+e	96 22 52.86	9.997 3008	3.993 8195	9,858.70	BD
f	41 25 39.90	9.820 6448	3.817 1635	6,563.923	BC

第六章　大地位置之計算

§1. **概說**　大地位置者乃各測點之經緯度也，如已知一測點之經緯度及方位角，則可計其他各點之經緯度及方位角。故大地位置之計算，乃由已知一點之經緯度與他點之方位角及距離，以計算他點之經緯度及後方位角之法，是爲L (Latitude) M. (Longitude or Meridian) Z. (Azimuth) 法。已知經緯度之點及已知方位角之線曰大地基點 (Geodetic Datum)。然因各子午線輳合於一點，後方位角與前方位角常各異；在大地測量學中，方位角恆自子午線之南端向右計算。惟在計算之先，須先知地球之形狀，於下節略述之。

§2. **地球之形狀**　地之形狀，昔人推測不一。西歷前570年希臘人亞納齊門特 (Anaximander) 以地爲圓柱形，其高等於直徑之三倍，陸地與大海均在其上底面。西歷前400年柏拉圖則謂立方形。西歷前340年亞理斯多德 (Aristotle) 始倡地爲球形，約計圓周爲300000希臘尺 (Stadium)。西歷前230年希臘天文家依納托生 (Eratosthenes) 於夏至日在撒納 (Syene) 地方 (埃及南部) 見直立物體無日影，同日在亞力山特利亞 (Alexandria) 地方 (埃及北部) 見直立物體之日影成五十分之一圓周之角。於是依氏斷定撒納至亞力山特利亞之距離爲地球圓周五十分之一。乃量兩地間之距

離約爲5000希臘尺，故地球之圓周爲250000希臘尺。依氏之後，西歷前90年博士東 (Posidonia) 測星以定緯度 ，於亞力山特利亞及羅特 (Rhodes) 之間量子午弧，計得圓周240000希臘尺，但希臘尺之長度已失考。以後希臘文明日就式微，遂無人注意及者。惟 825 年亞剌伯人在麥索博(Mesopotamia)平原，用木尺測量子午弧，計算每度弧長爲56$\frac{2}{3}$亞剌伯里，約爲七一英里。迨後歐洲正在黑暗時期，遂無人過問，復以地爲平面。直至十五世紀哥倫布航海三年，繞全球一周，遂斷定地爲球形。1525年法人法拉爾(Fernel)自巴黎至亞梅斯 (Amiens) 用輪以量兩地間子午弧之長，建大木架以測緯度，得每度之弧長爲 57050 法尺((Toises)，但其時仍不知測量之精密也。 1617 年史納爾(Snellius)發明三角網，量子午弧於萊都 (Leydeu) ，得每度之弧長爲55020法尺。1633 年諾胡特 (Norwood) 量倫敦至約克(york)之距離，得每度爲57424法尺。 1669 年彼卡特(Picard) 首用蛛絲爲望遠鏡十字線，以基線及三角網重量巴黎至亞梅斯之子午弧，得每度爲 57060 法尺。法尺者乃法國古制之尺，等於6.394英尺或1.949公尺。及奈端發明地心吸力後，因地球爲旋轉體，離心力之作用，斷定地球應非純爲正球形，兩極應略扁，約計爲直徑一百八十分之一至三百分之一。於是法國普拉德學校遂從事測量子午弧，以證奈端之理論。 1735 年組織二測量隊，一赴祕魯(

Peru)，一赴納撥蘭(Lapland)。赴祕魯者以七年實測之結果，得每度弧長爲 57728 法尺；赴納撥蘭者以二年測得每度爲57438法尺。列表如下：

子午弧	平均緯度	每度弧長
納撥蘭	北66°20'	57438法尺
法蘭西	北49°22'	57066法尺
祕　魯	南 1°34'	56728法尺

於是知近極處每度之弧較長於近赤道，證明奈端理論爲不虛，人均信地爲扁球形。自玆以後，法英德俄美諸國繼起從事大地測量。英法弧自英島之北部南至斐洲；俄國弧自北冰洋至土耳其之北境；印度弧自印度南部至喜馬拉雅山；歐洲弧自愛爾蘭南部東至俄國中部。在美國則有橫斷大陸弧與三十五度緯度平行，自大西洋以至太平洋；復有東斜弧與大西洋岸平行，自梅尼(Maine)至路易斯納 (Louisiana) 。總計六大弧約環繞地球五分之二周。於是得

在赤道緯度每度弧長爲68.703英里；

在兩極緯度每度弧長爲69.407英里；

在赤道經度每度弧長爲69.172英里。

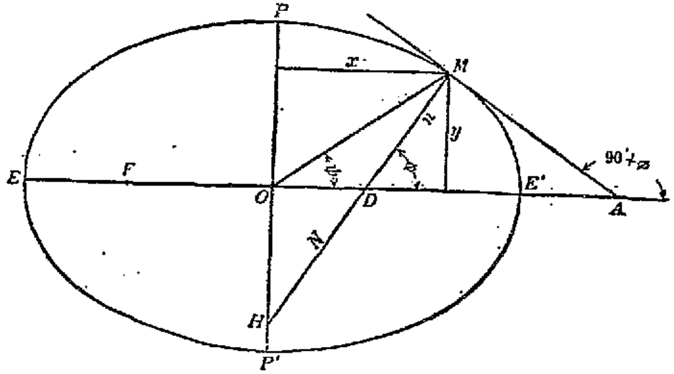
地球旣知爲扁球形，簡言之可稱爲正球形，若以五十英尺代赤道直徑，製成一球，兩極之差不及一英寸。至於實測之結果，可稱爲橢圓體 (Spheriod)，卽以橢圓依短軸旋轉而成之體積；平行赤道所切之平面爲圓形，經過兩極所

切之平面爲橢圓形。精密言之，可稱爲正橢圓體(Ellipsoid)，蓋平行赤道之切面非爲圓形，略近於橢圓形，故經過地心之切面均爲橢圓形。更精密言之，南半球略大於北半球，即經過兩極之切面如蛋形，是爲蛋形體 (Ovaloid) 。然地球之形欲求其精確適合於幾何之立體而不可得，無以名之，名之曰地球體 (Geoid)。

在大地測量計算常假定地球爲橢圓體，其與地球眞形相差無幾， 不致發生大差誤。 其兩半徑依白塞爾 (Bessel 1841)與克拉克(Clarke 1866)二氏所計略有不同。在歐洲常用白氏式，在美國則恆用克氏式。茲將二氏扁球體各値列表如下。

	白塞爾	克拉克
長半徑 $= a =$ 公尺	6,377,397	6,378,278
英尺	20,923,597	20,926,062
短半徑 $= b =$ 公尺	6,356,079	6,356,654
英尺	20,853,654	20,855,121
心差率 $= e = \sqrt{\dfrac{a^2-b^2}{a^2}} =$	0.081697	0.082271
$e^2 = \dfrac{a^2-b^2}{a^2} =$	0.00667437	0.00676866
橢率 $= \epsilon = \dfrac{a-b}{a} =$	$\dfrac{1}{299.15}$	$\dfrac{1}{294.98}$

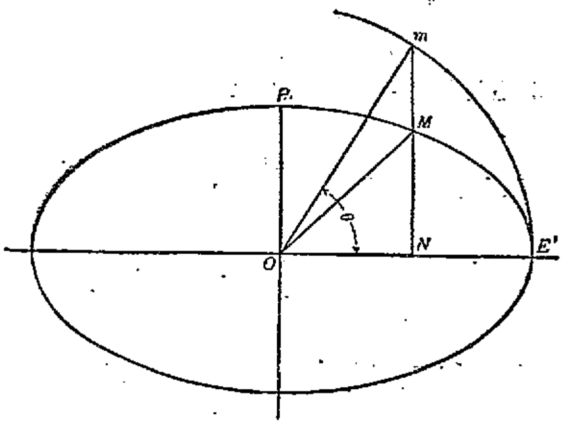
§3. 橢圓之性質 如圖四六，PP' 爲橢圓體之極軸，EE' 爲赤道軸，F爲橢圓之焦點，M爲橢圓曲線上之一點，MA 爲



圖四六

M點之切線，MH 爲切線之垂直線，卽垂直於曲線，又卽地球重力垂線。垂直線與短軸相交於H點，MH 之長爲 N；與長軸相交於D點，MD之長爲 n。垂直線與地球赤道平面 OE' 所夾之角爲地理緯度(ϕ) (Geodetic latiterde)。MO 直線與赤道平面 OE' 所夾之角爲地心緯度(ψ) (Geocentric latitude)。

如圖四七，M爲橢圓上之一點。MN與OE' 成直角。設以O爲圓心，以OE' 之長爲半徑作圓，與 MN 延長線相交於m點，則E'Om 角爲離心角(θ) (Eccentric Angle or Reduced latitude)。



圖四七

橢圓之長半徑爲a，短半徑爲b，其公式如下：

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1。$$

欲求M點之縱橫線，先求上式之微分，得下式：

$$\frac{y}{x}=-\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{dx}{dy}。\quad\cdots\cdots(1)$$

其切線與X軸所成之角爲 $90°\pm\phi$，而其切線爲 $\frac{dy}{dx}$。

故 $\mathrm{Tan}\ (90°+\phi)=-\frac{dy}{dx}$，

卽 $\operatorname{Tan}\phi=-\dfrac{dx}{dy}$。

其心差率(e)爲a除焦點至中心之距離，卽$\dfrac{OF}{OE}$。由O

FP三角形得 $e^2=\dfrac{a^2-b^2}{a^2}$，

卽 $\dfrac{b^2}{a^2}=1-e^2$。

故(1)式變成下式：

$$\frac{y}{x}=(1-e^2)\tan\phi \text{。}\qquad\cdots\cdots(2)$$

再由橢圓公式 $x^2+\dfrac{y^2}{1-e^2}=a^2$ 代入(2)式得下列

二式：

$$x=\frac{a\operatorname{Cos}\phi}{\sqrt{1-e^2\operatorname{Sin}^2\phi}}，\qquad\cdots\cdots(3)$$

$$y=\frac{a(1-e^2)\operatorname{Sin}\phi}{\sqrt{1-e^2\operatorname{Sin}^2\phi}}\text{。}\qquad\cdots\cdots(4)$$

§4. 子午圈之半徑 求子午圈之半徑(R_m = Radius of Curvature of the meridian)之值，可由下列之普通公式：

$$R_m = \frac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}。$$

由前節(1)式　$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}\frac{b^2}{a^2}$，

求上式二次微分，

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{b^2}{a^2}\left(\frac{y-x\frac{dy}{dx}}{y^2}\right)$$

$$= -\frac{b^2}{a^2\ y^2}\left(y+\frac{x^2}{y}\cdot\frac{b^2}{a^2}\right) = -\frac{b^4}{a^2y^3}。$$

故　$$R_m = -\frac{\left[1+\frac{x^2}{y^2}\frac{b^4}{a^4}\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{b^4}{a^2\ y^3}}$$

$$= -\frac{\left[a^4y^2+b^4x^2\right]^{\frac{3}{2}}}{a^4\ b^4}$$

$$= -\frac{\left[\frac{a^6\ (1-e^2)^2\ \mathrm{Sin}^2\ \phi}{1-e^2\ \mathrm{Sin}^2\ \phi}+\frac{b^4\ a^2\ \mathrm{Cos}^2\ \phi}{1-e^2\ \mathrm{Sin}^2\ \phi}\right]^{\frac{3}{2}}}{a^4\ b^4}。$$

但　$b^2 = a^2(1-e^2)$，

故　$$R_m = -\frac{a\ (1-e^2)}{(1-e^2\ \mathrm{Sin}^2\ \phi)^{\frac{3}{2}}}。\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

Rm 之值可依其緯度由表四檢得之。

§5. 卯酉圈之半徑 卯酉圈 (Prime Vertical) 者乃垂直圈，其平面與子午圈成直角，其半徑乃等於垂直線截於短軸上之長(N)。如圖四六，設有一平面經過圓心及 M 點與子午圈垂直，其橢圓在M點之半徑爲 $\rho=\dfrac{a\,(1-e^2\ \mathrm{Sin}^2\,\phi\,)^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{Cos}\,\phi\ \ \mathrm{Sec}\,\psi}$ 。依廖尼亞氏 (Meunier) 定理，垂直面之半徑等於經過圓心平面曲線之半徑以二平面所夾角之餘弦$\left\{\text{卽}\mathrm{Cos}(\phi-\psi)\right\}$除之，故卯酉圈之半徑等於垂直線之長。

上述卯酉圈之半徑等於垂直線之長，更可用幾何證明之。如圖四八， AB 爲同緯度之二點，其二點之垂直線交於短軸上之H點。玆命C爲經過A點卯酉圈之一點，幷在子午圈 B 上，則 A, C 二點之垂直線將相交於K點，而 K點約爲AC弧之圓心，但 CK非與表面垂直。設子午圈 PBC愈近於

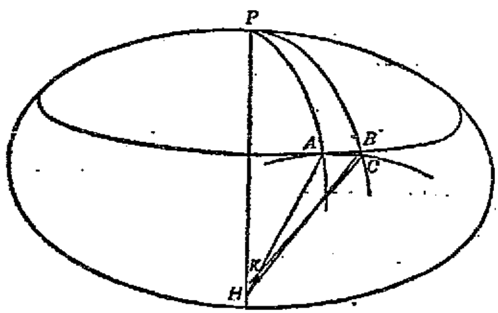


圖 四 八

A點，則C點愈近於A點，而 CK 愈近於與表面垂直，其交點愈近於該弧之眞圓心，故 CK 之長愈近於該弧之半徑，終等於AH之長，於是在A點卵酉圈之半徑等於垂直線 N。

由圖四六，垂直線之長爲

$$N=\frac{x}{\operatorname{Cos}\phi}$$

$$=\frac{a}{\sqrt{1-e^2\operatorname{Sin}^2\phi}}\text{。}\quad\cdots\cdots(6)$$

上式 N之值可依其緯度由表四檢得之。

至於垂直線與長軸相交之長爲

$$n=\frac{y}{\operatorname{Sin}\phi}=\frac{a(1-e^2)}{\sqrt{1-e^2\operatorname{Sin}^2\phi}}=N(1-e^2)\text{。}\quad(7)$$

緯度平行圈之半徑爲

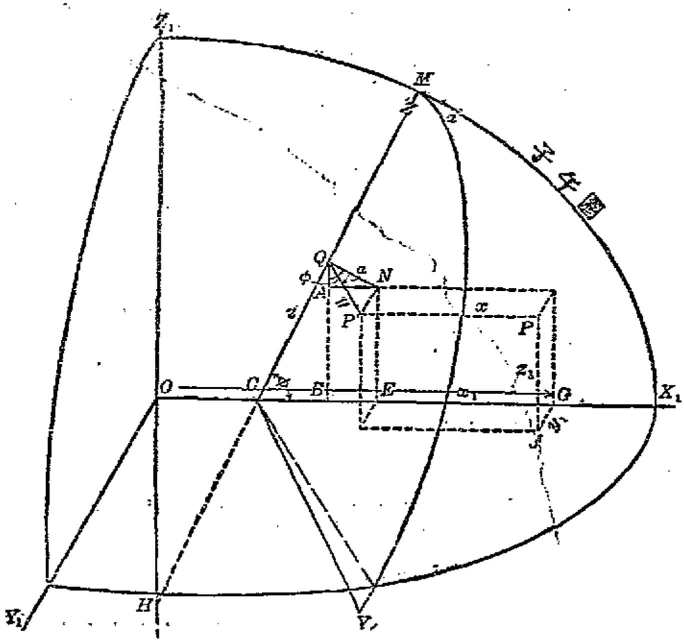
$$R_p=x=N\operatorname{Cos}\phi\text{。}\quad\cdots\cdots(8)$$

§6. 垂直面在任何方位角之半徑 前節曾述垂直平面之二半徑爲 R_m 及 N，茲可由此二半徑求在任何方位角之半徑。由解析幾何橢圓體之方程式爲

$$\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{a^2}+\frac{z_1^2}{b^2}=1,$$

即 $b^2x_1^2+b^2y_1^2+a^2z_1^2=a^2b^2$。　(a)

如圖四九，Z_1軸與橢圓體短軸相合，M 爲Z_1M子午圈上之



圖四九

一點，MY為含垂直線MH之平面，與子午圈所夾之角為α。橢圓體之方程式以C為原點，則Z軸為 CM，Y軸與CM成直角。茲命任何點P之原坐標為x_1, y_1, z_1，新坐標為 x, y, z，於是新舊坐標之關係如下：

$$x_1 = OG = OC + x \mp z \operatorname{Cos}\phi \;\; y \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\phi$$

$$= Ne^2 \operatorname{Cos}\phi + x + z \operatorname{Cos}\phi + y \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\phi,$$

$y_1 = y \operatorname{Sin}\alpha$，

$z_1 = z \operatorname{Sin}\phi - y \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Cos}\phi$。

以上各值代入(a)式，得

$$b^2(Ne^2 \operatorname{Cos}\phi + x + z \operatorname{Cos}\phi + y \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\phi)^2 + b^2 y^2 \operatorname{Sin}^2\alpha + a^2 (z \operatorname{Sin}\phi - y \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Cos}\phi)^2 = a^2 b^2$$。

上式爲新原點橢圓體之方程式。設x爲零，P點在MY曲線上，則上式變爲該平面之方程式，卽MY橢圓之方程式如下：

$$b^2 (Ne^2 \operatorname{Cos}\phi + z \operatorname{Cos}\phi + y \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\phi)^2 + b^2 y^2 \operatorname{Sin}^2\alpha + a^2 (z \operatorname{Sin}\phi - y \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Cos}\phi)^2 = a^2 b^2$$。

欲求在M上之半徑須先求$\frac{dz}{dy}$及$\frac{d^2z}{dy^2}$，然後代入曲線半徑公式。

玆展集上式，復以 a^2 除之，得下式：

$$y^2 [1 - e^2(1 - \operatorname{Cos}^2\alpha \operatorname{Cos}^2\phi)] + z^2(1 - e^2 \operatorname{Cos}^2\phi) - yz(2e^2 \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\phi \operatorname{Cos}\phi) + 2y(1-e^2) \cdot N \cdot e^2 \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\phi \operatorname{Cos}\phi + 2ze^2(1-e^2) \cdot N \cdot \operatorname{Cos}^2\phi = (1-e^2)(a^2 - Ne^4 \operatorname{Cos}^2\phi)$$。

以 A,B,C,等代 y^2, z^2, yz,等之係數得下式，

$$y^2A + z^2B - yzC + 2yD + 2zE = F$$。

求上式之微分以y爲獨立變數，

$$2yA+2z\frac{dz}{dy}B-Cy\frac{dz}{dy}-Cz+D+E\frac{dz}{dy}=0。$$

再求其二次微分，

$$2A+2B\left(z\frac{d^2z}{dy^2}+(\frac{dz}{dy})^2\right)-C\left(y\frac{d^2z}{dy^2}+\frac{dz}{dy}\right)-C\frac{dz}{dy}+E\frac{d^2z}{dy^2}=0,$$

卽 $$\frac{d^2z}{dy^2}(2Bz-Cy+E)=-\left\{2A+2B(\frac{dz}{dy})^2-2C\frac{dz}{dy}\right\},$$

故 $$\frac{d^2z}{dy^2}=-\frac{2A+2B\left(\frac{dz}{dy}\right)^2-2C\frac{dz}{by}}{2Bz-Cy+E}。$$

若其點為 M，則 $y=0$ 及 $z=n=N(1-e^2)$，

故 $$\frac{dz}{dy}=-\frac{N(1-e^2)(2e^2\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Sin}\phi\operatorname{Cos}\phi)-2(1-e^2)\cdot Ne^2\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Sin}\phi\operatorname{Cos}\phi}{2Bz-Cy+E}=0;$$

$$\frac{d^2z}{dy^2}=-\frac{2[1-e^2(1-\operatorname{Cos}^2\alpha\operatorname{Cos}^2\phi)]}{2N(1-e^2)(1-e^2\operatorname{Cos}^2\phi)+2e^2(1-e^2)\operatorname{Cos}^2\phi N}$$

$$=-\frac{1-e^2+e^2\ \mathrm{Cos}^2\alpha\ \mathrm{Cos}^2\phi}{N\ (1-e^2)}$$

$$=-\frac{(1-e^2)(\mathrm{Sin}^2\alpha+\mathrm{Cos}^2\alpha)+e^2\mathrm{Cos}^2\alpha\,(1-\mathrm{Sin}^2\phi)}{N\ (1-e^2)}$$

$$=-\frac{(1-e^2)\ \mathrm{Sin}^2\alpha+\mathrm{Cos}^2\alpha-\mathrm{Cos}^2\alpha\cdot e^2\ \mathrm{Sin}^2\phi}{N\ (1-e^2)}\times\frac{R_m}{R_m}$$

$$=-\frac{R_m\ \mathrm{Sin}^2\alpha+\frac{R_m}{1-e^2}\mathrm{Cos}^2\alpha\ (1-e^2\ \mathrm{Sin}^2\phi)}{N\ R_m}$$

$$=-\frac{R_m\ \mathrm{Sin}^2\alpha+N\ \mathrm{Cos}^2\alpha}{N\ R_m}\text{。}$$

以 $\frac{dz}{dy}$ 及 $\frac{d^2z}{dy^2}$之值代入曲線半徑公式，得下式：

$$R_\alpha=\frac{N\ R_m}{N\ \mathrm{Cos}^2\alpha+R_m\ \mathrm{Sin}^2\alpha}\text{。}\cdots\cdots\cdots(9)$$

設 $\alpha=0°$，則 $R_\alpha=\frac{N\ R_m}{N}=R_m$，爲子午圈之半徑。

設 $\alpha=90°$，則 $R_\alpha=\frac{N\ R_m}{R_m}=N$，爲卯酉圈之半徑。Log R_α 之值可依其緯度及方位角由表五檢得之。

§7. **R_α之平均值** R_α自0°自360°之平均值可由下式求之。設將在M點之角距分爲極多小部份，每份等於$d\alpha$，而

以半徑之弧表之，故每半徑弧爲$\frac{1}{d\alpha}$，而全圓爲$\frac{2\pi}{d\alpha}$。設計算各小部份 R_α 之値之和，以小部份之數除之，則得 R_α 之平均値。

$$\text{平均 } R_\alpha = \int_0^{2\pi} R_\alpha \frac{d\alpha}{2\pi}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{N\ R_m}{N\ \mathrm{Cos}^2\alpha + R_m\ \mathrm{Sin}^2\alpha} \cdot d\alpha$$

$$= \frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{N\ R_m}{N\ \mathrm{Cos}^2\alpha + R_m\ \mathrm{Sin}^2\alpha}\ d\alpha\ \text{。}$$

欲求上式之積分，須將上式分母及分子以 $N\ \mathrm{Cos}^2\alpha$ 除之，幷以 $t = \mathrm{Tan}\,\alpha\sqrt{\frac{R_m}{N}}$，　及 $dt = \sqrt{\frac{R_m}{N}} \cdot \frac{1}{\mathrm{Cos}^2\alpha}$ 之値代入。

$$\text{平均 } R_\alpha = \frac{2}{\pi}\sqrt{R_m\ N}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\frac{R_m}{N}} \cdot \frac{1}{\mathrm{Cos}^2\alpha} \cdot d\alpha}{1 + \frac{R_m}{N}\ \frac{\mathrm{Sin}^2\alpha}{\mathrm{Cos}^2\alpha}},$$

$$\text{即平均 } R_\alpha = \frac{2}{\pi}\sqrt{R_m\ N}\int_0^{\infty} \frac{dt}{1 + t^2}$$

$$= \frac{2}{\pi}\sqrt{R_m\ N}\left[\ \mathrm{Tan}^{-1}\ t\ \right]_0^{\infty}$$

$$=\frac{2}{\pi}\sqrt{R_m\ N}\cdot\frac{\pi}{2}$$

$$=\sqrt{R_m\ N}\ \circ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

§8. 子午弧之長　若子午弧不甚長，雖爲橢圓形，還可作爲圓形，半徑爲R_m，其差誤則甚微。茲命s爲弧長，

故 $s=R_m\,d\phi$ 。

設 $d\phi$ 爲弧之秒數，則

$$s=R_m\,d\phi''.\text{弧}1''\ \circ\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

設弧甚長，R_m之值相差則甚鉅，須由下式求其積分，其極限爲ϕ_1及ϕ_2，

$$ds=\frac{a\,(1-e^2)}{(1-e^2\ \mathrm{Sin}^2\ \phi)^{\frac{3}{2}}}\cdot d\phi\ \circ$$

分母以二項式定理展之得下式：

$$ds=a\,(1-e^2)\left(1+\frac{3}{2}e^2\,\phi^2\,\mathrm{Sin}^2\phi+\frac{15}{8}e^4\,\mathrm{Sin}^4\phi\right.$$

$$\left.+\frac{35}{16}e^6\,\mathrm{Sin}^6\phi\cdots\cdots\cdots\right)d\phi\ \circ$$

其積分爲

$$s=a(1-e^2)\int_{\phi_1}^{\phi_2}\left(1+\frac{3}{2}e^2\,\mathrm{Sin}^2\phi+\frac{15}{8}e^4\,\mathrm{Sin}^4\phi\right.$$

$$\left.+\cdots\cdots\cdots\right)d\phi\ \circ$$

茲以 $\mathrm{Sin}^2\phi=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{Cos}\,2\phi$，

$$\mathrm{Sin}^4\phi=\frac{3}{8}-\frac{1}{2}\mathrm{Cos}\,2\phi+\frac{1}{8}\mathrm{Cos}\,4\phi,$$

$$\mathrm{Sin}^6\phi=\frac{5}{16}-\frac{15}{32}\mathrm{Cos}\,2\phi+\frac{3}{16}\mathrm{Cos}\,4\phi-\frac{1}{32}\mathrm{Cos}\,6\phi,$$

代入上式而求其積分，

$$s=a(1-e^2)\Big\{A(\phi_2-\phi_1)-\frac{1}{2}B(\mathrm{Sin}\,2\phi_2-\mathrm{Sin}\,2\phi_1)+\frac{1}{4}C(\mathrm{Sin}\,4\phi_2-\mathrm{Sin}\,4\phi_1)\cdots\cdots\cdots\Big\}\text{。}\cdots\cdots(12)$$

式內 $A=1.0051093$， $B=0.0051202$，
$C=0.0000108$。

§9. 其他公式 下列關於橢圓公式以便參考。

(1)地心緯度可由下式計算之。

$$\mathrm{Tan}\,\psi=\frac{y}{x}=(1-e^2)\,\mathrm{Tan}\,\phi=\frac{b^2}{a^2}\mathrm{Tan}\,\phi\text{。}\cdots\cdots(13)$$

地理與地心緯度在45°時，其最大之差爲0°11′40″，若兩極及赤道則爲零。

(2)離心角(θ)可由地理緯度計算之。

$$a \operatorname{Tan}\theta = b \operatorname{Tan}\phi \text{。} \qquad (14)$$

（3）橢圓體之橢率即兩極之扁率，可由下式計算之。

$$\varepsilon = \frac{a-b}{a} \text{。} \qquad (15)$$

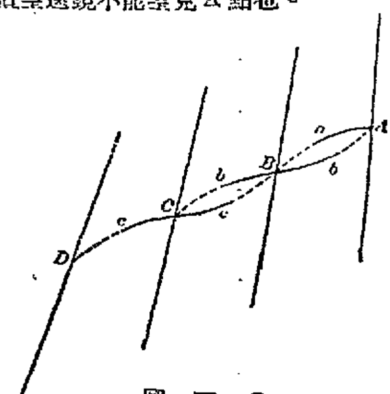
（4）子午圈一象限之弧長爲

$$q = \frac{a\pi}{2}\left(1 - \frac{e^2}{4} - \frac{3}{64}e^4 \cdots\cdots\right) \text{。} \qquad (16)$$

（5）上述 a，b，等對數之值（克式氏），列表如下。

	公尺	英尺
a	6.8047033	7.3206875
b	6.8032285	7.3192127
e^2	7.8305026-10	7.8305026-10
$(1-e^2)$	9.9970504-10	9.9970504-10
$a(1-e^2)$	6.8017537	7.3177379
$a\sqrt{1-e^2}=b$	6.8032285	7.3192127
$\frac{b^2}{a}=a(1-e^2)$	6.8017537	7.3177379
$\frac{a^2}{b}=\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}$	6.8061781	7.3221623
$\frac{b^2}{a^2}=1-e^2$	9.9970504-10	9.9970504-10

§10. 橢圓弧　安平經緯儀於A點，其縱軸應與在A點之垂直線相合；如安平經緯儀於不同經緯度之B點，其縱軸應與在B點之垂直線相合；但二垂直線並不相交於短軸之一點，故二縱軸不同在一平面內，卽緯度愈大，垂直線與短軸相交之點愈低，是以在橢圓體上自A點之視線與自B點之視線不同。如圖五〇，B點處於A點之西南，由B點以一平面切橢圓體之曲線BbA，應在由A點切得曲線AaB之南，蓋B點之垂直線交於短軸高於A點，故由B點之曲線必處於A點之南。此二曲線曰橢圓弧 (Elliptic arcs)，其最大相差處爲二曲線之中點，五十哩之長約爲一吋，五百哩長約爲十呎。bAa 及 bBa 角度之差，五十哩約爲 0".1，五百哩約爲 2".0。是以在一橢圓弧之中點安經緯儀後視B點，倒置望遠鏡不能望見A點也。



圖五〇

§11. **大地線** 大地線 (Geodetic line) 者乃在橢圓體面上兩點間之最短雙曲線也，線上各點之平面均含各該點之垂直線。如圖五〇，安平儀器於A點，前視B點，其橢圓弧爲AaB。安平儀器於B點，後視A點，其弧爲BbA；前視C點，其弧爲BbC。安平儀器於C點，後視B點，其弧爲CcB；前視D點，其弧爲CcD。其在A,B,C,D,等點，縱軸均與在各點垂直線相同。設A,B,C,D,等點在曲線上距離極近，爲曲線之極小部份，且均含垂直線，是爲大地線。

大地線除特別情形外，均居於二橢圓弧之間。橢圓弧與大地線所夾之角約爲二與一之比，如圖五一。

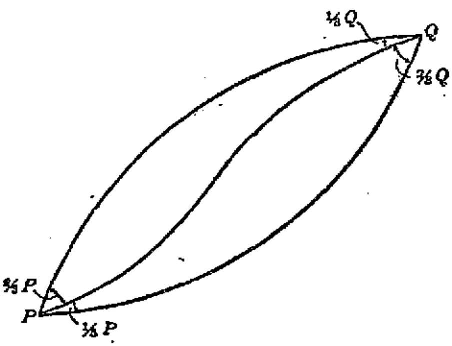


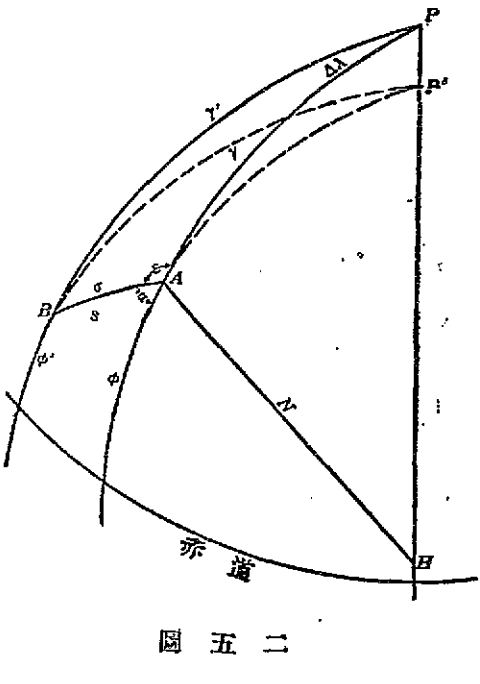
圖 五 一

§12. **視直曲線** 視直曲線(Alignment Curve)者亦爲雙曲線

，居兩橢圓弧之間，而切於兩端，與大地線極相近，惟在曲線任何點，其前後視相差恆為 180 度。是故在圓球面上，上述三種曲線合而為一；至於橢圓體惟二測點均在同一子午圈上始相合耳。上述三種曲線在地球上實際相差極微，殊難以量度也。

§13. 緯度之差 由已知一點之經緯度以求他點之經緯度，兩點經緯度之差，須用弧三角以微分解之。玆先述緯度之差之算法如下。

如圖五二，P'為橢圓體之極；P為切於經過A點緯度平行圈之圓之極，其半徑為N，而其圓心為H；A為已知緯度之點；B為未知點；自極至A點之角距為γ



圖五二

，而至B點之未知角距爲γ'；σ爲AB弧；α爲AB之方位角；而$\epsilon=180°-\alpha$。

由ABP弧三角形直接可計算γ'之值，其精密之程度僅能至十位之對數表，若計算緯度之差（$\gamma-\gamma'$）則較爲簡捷而精密。

由弧三角公式

$$\cos\gamma' = \cos\gamma\cos\sigma + \sin\gamma\sin\sigma\cos\epsilon \quad (a)$$

γ'爲σ之函數，其值可用麥克樂林公式（Maclaurin's Formula）展之，

$$\gamma' = \gamma'_{\sigma=0} + \frac{d\gamma'}{d\sigma}_{\sigma=0}\cdot\sigma + \frac{1}{2}\cdot\frac{d^2\gamma'}{d\sigma^2}_{\sigma=0}\cdot\sigma^2$$

$$+\frac{1}{6}\frac{d^3\gamma'}{d\sigma^3}_{\sigma=0}\cdot\sigma^3+\cdots\cdots \quad (b)$$

上式三次微分值可由（a）式求之。茲得一二次微分式如下：

$$-\sin\gamma'\frac{d\gamma'}{d\sigma} = -\cos\gamma\sin\sigma + \sin\gamma\cos\sigma\cos\epsilon \quad (c)$$

$$-\sin\gamma'\frac{d^2\gamma'}{d\sigma^2} - \cos\gamma'\left(\frac{d\gamma'}{d\sigma}\right)^2 =$$

$$-\operatorname{Cos}\gamma \operatorname{Cos}\sigma - \operatorname{Sin}\gamma \operatorname{Sin}\sigma \operatorname{Cos}\epsilon = -\operatorname{Cos}\gamma' \text{。} \qquad (d)$$

欲求三次微分，(d)式須變爲下式，

$$\operatorname{Tan}\gamma' \frac{d^2\gamma'}{d\sigma^2} + \left(\frac{d\gamma'}{d\sigma}\right)^2 = 1 \text{。} \cdots\cdots (e)$$

於是得三次微分式如下：

$$\operatorname{Tan}\gamma' \frac{d^3\gamma'}{d\sigma^3} + \operatorname{Sec}^2\gamma' \cdot \frac{d\gamma'}{d\sigma} \cdot \frac{d^2\gamma'}{d\sigma^2}$$

$$+ 2\frac{d\gamma'}{d\sigma} \cdot \frac{d^2\gamma'}{d\sigma^2} = 0 \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots (f)$$

若 $\sigma = 0$， $\gamma' = \gamma$，則(c)式變爲

$$-\operatorname{Sin}\gamma \frac{d\gamma}{d\sigma} = \operatorname{Sin}\gamma \operatorname{Cos}\epsilon \text{，}$$

即 $$\frac{d\gamma}{d\sigma} = -\operatorname{Cos}\epsilon \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (g)$$

(e)式變爲

$$\operatorname{Tan}\gamma \frac{d^2\gamma}{d\sigma^2} + \operatorname{Cos}^2\epsilon = 1 \text{，}$$

即 $$\frac{d^2\gamma}{d\sigma^2} = \operatorname{Sin}^2\epsilon \operatorname{Cot}\gamma \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (h)$$

(f)式變爲

$$\operatorname{Tan}\gamma\frac{d^3\gamma}{d\sigma^3}+\operatorname{Sec}^2\gamma\,(-\operatorname{Cos}\epsilon)\,(\operatorname{Sin}^2\epsilon\cdot$$

$$\operatorname{Cot}\gamma)+2\,(-\operatorname{Cos}\epsilon)\,(\operatorname{Sin}^2\epsilon\ \operatorname{Cot}\gamma)=0\ ;$$

即 $$\frac{d^3\gamma}{d\sigma^3}=\operatorname{Cos}\epsilon\ \operatorname{Sin}^2\epsilon\ \operatorname{Cot}^2\gamma\,(2+\operatorname{Sec}^2\gamma)$$

$$=(2\operatorname{Cot}^2\gamma+\operatorname{Cosec}^2\gamma)\operatorname{Sin}^2\epsilon\ \operatorname{Cos}\epsilon$$

$$=(1+3\operatorname{Cot}^2\gamma)\operatorname{Sin}^2\epsilon\operatorname{Cos}\epsilon\ \text{。}\cdots(i)$$

以(g),(h),(i)式之値代入(b)式，得

$$\gamma'=\gamma-\sigma\operatorname{Cos}\epsilon+\frac{\sigma^2}{2}\cdot\operatorname{Sin}^2\epsilon\operatorname{Cot}\gamma+\frac{\sigma^3}{6}$$

$$(1+3\operatorname{Cot}^2\gamma)\operatorname{Sin}^2\epsilon\operatorname{Cos}\epsilon+\cdots\cdots\text{。}(j)$$

乃以 $\gamma'=90^\circ-\phi'$，　$\gamma=90^\circ-\phi$ 及

$\epsilon=180^\circ-\alpha$ 代入(j)式，得

$$\phi-\phi'=\sigma\operatorname{Cos}\alpha+\frac{\sigma^2}{2}\operatorname{Sin}^2\alpha\operatorname{Tan}\phi-\frac{\sigma^3}{6}\cdot$$

$$(1+3\operatorname{Tan}^2\phi)\operatorname{Sin}^2\alpha\operatorname{Cos}^2\alpha\ \text{。}\cdots\cdots\cdots(k)$$

地球上測點之坐標應改圓球爲橢圓體，惟圓球之半徑爲垂直線 N，圓心爲 H，故圓球與橢圓體之極軸合而爲一，而緯度平行弧亦相同。且橢圓體切於圓球，故二曲面上之緯度應相同。但 AB 之方位角與距離在二曲面上略有差，但

無礙於計算。茲命 s 爲距離，則 $\sigma=\frac{s}{N}$，於是(k)式變爲

$$\phi-\phi'=\frac{s\operatorname{Cos}\alpha}{N}+\frac{s^2}{2N^2}\operatorname{Sin}^2\alpha\operatorname{Tan}\phi-$$

$$\frac{s^3}{6N^3}\operatorname{Sin}^2\alpha\operatorname{Cos}\alpha(1+3\operatorname{Tan}^2\phi)\quad\text{。}\cdots\cdots\cdots(l)$$

緯度之差係在子午圈上量度，其半徑爲 R_m，而二曲面上緯度距離之差約相等，故其緯度角距之差與半徑成反比例，

$$\text{即}\quad(\phi-\phi')N=\Delta\phi''R_M\text{弧}1''\text{，}\cdots\cdots\cdots(m)$$

$$\text{故}\quad\Delta\phi''=(\phi-\phi')\frac{N}{R_M\text{弧}1''}\text{。}$$

$\Delta\phi''$ 爲橢圓體弧之秒數，而 R_M 爲經過 A B 二點平行圈中點子午圈之半徑，故緯度差爲

$$-\Delta\phi''=\frac{s\operatorname{Cos}\alpha}{R_M\text{弧}1''}+\frac{s^2\operatorname{Sin}^2\alpha\operatorname{Tan}\phi}{2N\cdot R_M\text{弧}1''}$$

$$-\frac{s^3\operatorname{Sin}^2\alpha\operatorname{Cos}\alpha(1+3\operatorname{Tan}^2\phi)}{6N^2R_M\text{弧}1''}\text{。}\cdots(n)$$

但上式 R_M 爲未知值，計算時可先以已知緯度 A 點之 R_m 代 R_M 之值以求 $\delta\phi''$，次依半徑之反比例以求 $\Delta\phi''$，

$$\text{即}\quad\frac{\delta\phi''}{R_M}=\frac{\Delta\phi''}{R_m}\text{，}$$

故　$\Delta\phi'' = \delta\phi''\dfrac{R_m}{R_M} = \delta\phi''\left(1-\dfrac{R_M - R_m}{R_M}\right)$

$$= \delta\phi''\left(1-\frac{dR_M}{R_M}\right)。$$

上式　$\delta\phi''\dfrac{dR_M}{R_M}$為減去前求得$\delta\phi''$之改正數。

由前節(5)式，$R_m = \dfrac{a(1-e^2)}{(1-e^2\ \mathrm{Sin}^2\phi)^{\frac{3}{2}}}$，

故　$dR_m = \dfrac{a(1-e^2)\cdot 3e^2\ \mathrm{Sin}\,\phi\ \mathrm{Cos}\,\phi\ d\phi}{(1-e^2\ \mathrm{Sin}\,\phi)^{\frac{5}{2}}}$。

但 dR_m 為自起點至中點變更之半數，故 $d\phi$ 為緯度差$\delta\phi$變更之半數，

即　$d\phi = \dfrac{\delta\phi 弧1''}{2}$，

故　$\delta\phi''\dfrac{dR_m}{R_m} = \dfrac{3e^2\ \mathrm{Sin}\,\phi\,\mathrm{Cos}\,\phi 弧1''}{2(1-e^2\ \mathrm{Sin}^2\phi)}(\delta\phi'')^2$

$$= D\cdot(\delta\phi'')^2。\quad\text{……………………………}(o)$$

茲命 $\dfrac{1}{R_m 弧1''} = B$，$\dfrac{\mathrm{Tan}\,\phi}{2NR_m 弧1''}C =$，

$\dfrac{s\ \mathrm{Cos}\,\alpha}{R_m 弧1''} = h$，及 $\dfrac{1+3\ \mathrm{Tan}^2\phi}{6N^2} = E$，

則(n)式變為

$$-\Delta\phi'' = s\cdot B\ \mathrm{Cos}\,\alpha + s^2\cdot C\cdot \mathrm{Sin}^2\alpha + (\delta\phi'')^2\cdot D - h\cdot s^2\cdot E\cdot \mathrm{Sin}^2\alpha \quad \cdots\cdots(17)$$

故他點之緯度為 $\phi' = \phi + \Delta\phi''$。$\cdots\cdots(18)$

B,C,D,及E之對數（公尺計）可由表六檢得之，地球為克拉克氏橢圓體。(17)式E項較D項為小，須先計D項。若 Log s 小於 4.23，E項可棄而不計；Log s 小於 2.31，D項可棄而不計；Log s 小於 4.93，則 h^2 可代 $(\delta\phi'')^2$之值。

§14. 經度之差　經度之差為極小角，可直接由弧三角 PAB（圖五二）用七位對數表計算之。依正弦定理，

$$\mathrm{Sin}\,\Delta\lambda = \frac{\mathrm{Sin}\,\sigma\ \mathrm{Sin}\,\alpha}{\mathrm{Cos}\,\phi'}\text{。}$$

設經過B點之圓球半徑為 N'，圓心為 H'，

命　$\sigma = \dfrac{s}{N'}$，

故　$\mathrm{Sin}\,\Delta\lambda = \mathrm{Sin}\,\dfrac{s}{N'}\cdot\dfrac{\mathrm{Sin}\,\alpha}{\mathrm{Cos}\,\phi'}$。$\cdots\cdots(p)$

為計算便利計，將上式變為下式：

$$\Delta\lambda''\ 弧1'' = \frac{s}{N'}\ \mathrm{Sin}\,\alpha\ \mathrm{Sec}\,\phi'\text{。}$$

然弧與正弦之差，須施以改正數(K)如下式：

$$\Delta\lambda'' - K_{\mathrm{Log}\Delta\lambda} = \frac{s}{N'\ 弧1''}\cdot \mathrm{Sin}\,\alpha\ \mathrm{Sec}\,\phi' - K_{\mathrm{Log}\,s}\text{。}$$

觀上式，知兩邊均太大爲弧與正弦之差。

茲命 $\dfrac{1}{N'\ 弧1''} = A'$，則上式爲

$$\Delta\lambda'' = A' \cdot s \cdot \operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Sec}\phi' + K_{\mathrm{Log}\Delta\lambda}$$

$$-K_{\mathrm{Log}\,s}\text{。}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

上式 A' 之值可由表六檢得之，K 爲對數之改正數。

又依弧三角定理，命 s 爲球面上測線之長，M 爲普通數係數 $= \mathrm{Log}_{10}\,\epsilon = 0.4342945$，得下式：

$$\mathrm{Log}\,\frac{s}{R} - \mathrm{Log}\,\operatorname{Sin}\frac{s}{R} = \frac{M\,s^2}{6\,R^2}\text{。}$$

設 $\dfrac{s}{R}$ 爲角度以秒計，則上式變爲下式：

$$\mathrm{Log}\,\frac{s}{R} - \mathrm{Log}\,\operatorname{Sin}\frac{s}{R} = \frac{M\left(\dfrac{s''}{R}\right)^2 弧^2 1''}{6}\text{。}$$

上式左右二項仍以對數表之，

$$\mathrm{Log}\,(對數差) = \mathrm{Log}\left(\frac{M\ 弧^2 1''}{6}\right) + 2\,\mathrm{Log}\left(\frac{s''}{R}\right)\text{。}$$

上式施於 $\Delta\lambda''$ 之數，爲

$$\mathrm{Log}(對數差) = 8.2308 + 2\ \mathrm{Log}\ \Delta\lambda''\text{，}\cdots\cdots(q)$$

$$即\quad K_{\mathrm{Log}\Delta\lambda''} = 8.2308 + 2\ \mathrm{Log}\ \Delta\lambda''\text{。}\cdots\cdots\cdots(q')$$

上式施於 $\frac{s}{N'}$ 之數，其第二項爲 $2\,\mathrm{Log}\,\frac{s}{N'\text{ 弧}1''}$ ，

$$\text{故}\quad \mathrm{Log}(\text{對數差}) = 8.2308 + 2\,\mathrm{Log}\,s + 2\,\mathrm{Log}\,A' \quad (r)$$

$$= 5.2488 + 2\,\mathrm{Log}\,s \text{ ，} \cdots\cdots\cdots (s)$$

$$\text{卽}\quad K_{\mathrm{Log}\,s} = 5.2488 + 2\,\mathrm{Log}\,s \text{ 。} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (s')$$

上述對數差 $K_{\mathrm{Log}\Delta\lambda''}$ 及 $K_{\mathrm{Log}\,s}$ 之數可由表七檢得之；$\mathrm{Log}\,\Delta\lambda''$ 之値常爲正，$\mathrm{Log}\,s$ 之値常爲負。

他點之經度爲

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda'' \text{ 。} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (20)$$

§15. 前後方位角　地球之子午弧恆輳合於一點，故一線前後方位角之差不爲 180 度，其算法如下。如圖五二，PAB 三角形，依拉比氏論 (Napier's analogies) 得下式：

$$\mathrm{Tan}\,\tfrac{1}{2}(A+B) = \mathrm{Cot}\,\tfrac{1}{2}\Delta\lambda \cdot \frac{\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}(\gamma'-\gamma)}{\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}(\gamma'+\gamma)} \text{ 。}$$

如以 $A + B + \Delta\alpha = 180°$ 代入上式，則知 $\Delta\lambda$ 愈大，則 $\Delta\alpha$ 愈小，

$$-\mathrm{Cot}\,\tfrac{1}{2}\Delta\alpha = \mathrm{Cot}\,\tfrac{1}{2}\Delta\lambda \cdot \frac{\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}(\phi-\phi')}{\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}(\phi+\phi')} \text{，}$$

$$\text{卽}\quad -\mathrm{Tan}\,\tfrac{1}{2}\Delta\alpha = \mathrm{Tan}\,\tfrac{1}{2}\Delta\lambda \cdot \frac{\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}(\phi+\phi')}{\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}(\phi-\phi')}$$

$$= \mathrm{Tan}\,\tfrac{1}{2}\Delta\lambda \cdot \frac{\mathrm{Sin}\,\phi_m}{\mathrm{Cos}\,\frac{\Delta\phi}{2}},$$

故 $$-\frac{\Delta\alpha}{2} = \mathrm{Tan}^{-1}\left(\mathrm{Tan}\,\frac{\Delta\lambda}{2} \cdot \frac{\mathrm{Sin}\,\phi_m}{\mathrm{Cos}\,\frac{\Delta\phi}{2}}\right)。$$

$\tfrac{1}{2}\Delta\alpha$ 以級數排列之，

$$\left[\mathrm{Tan}\,\tfrac{1}{2}\Delta\lambda \cdot \frac{\mathrm{Sin}\,\phi_m}{\mathrm{Cos}\,\frac{\Delta\phi}{2}}\right] - \tfrac{1}{3}\left[\mathrm{Tan}\,\tfrac{1}{2}\Delta\lambda \cdot \frac{\mathrm{Sin}\,\phi_m}{\mathrm{Cos}\,\frac{\Delta\phi}{2}}\right]^3 + \cdots\cdots。$$

$\mathrm{Tan}\,\tfrac{1}{2}\Delta\lambda$ 以級數排列之，

$$\tfrac{1}{2}\Delta\lambda + \frac{(\tfrac{1}{2}\Delta\lambda)^3}{3} + \cdots\cdots\cdots\cdots。$$

於是得下式，

$$-\tfrac{1}{2}\Delta\alpha = \left[\left(\tfrac{1}{2}\Delta\lambda + \frac{\Delta\lambda^3}{24}\right)\frac{\mathrm{Sin}\,\phi_m}{\mathrm{Cos}\,\frac{\Delta\phi}{2}}\right] - \frac{1}{3}\left[\left(\tfrac{1}{2}\Delta\lambda + \frac{\Delta\lambda^3}{24}\right)\frac{\mathrm{Sin}\,\phi_m}{\mathrm{Cos}\,\frac{\Delta\phi}{2}}\right]^3 + \cdots,$$

$$= \frac{1}{2}\Delta\lambda \cdot \frac{\operatorname{Sin}\phi_m}{\operatorname{Cos}\frac{\Delta\phi}{2}} + \frac{\Delta\lambda^3}{24} \cdot \frac{\operatorname{Sin}\phi_m}{\operatorname{Cos}\frac{\Delta\phi}{2}}$$

$$- \frac{\Delta\lambda^3}{24} \cdot \frac{\operatorname{Sin}^3\phi_m}{\operatorname{Cos}^3\frac{\Delta\phi}{2}} + \cdots\cdots,$$

即 $$-\Delta\alpha = \Delta\lambda \frac{\operatorname{Sin}\phi_m}{\operatorname{Cos}\frac{\Delta\phi}{2}} + \frac{1}{12}(\Delta\lambda)^3 \cdot$$

$$\left(\frac{\operatorname{Sin}\phi_m}{\operatorname{Cos}\frac{1}{2}\Delta\phi} - \frac{\operatorname{Sin}^3\phi_m}{\operatorname{Cos}^3\frac{1}{2}\Delta\phi}\right)。$$

茲命右項第二項之 $\operatorname{Cos}\frac{1}{2}\Delta\phi = 1$，$\Delta\alpha$ 及 $\Delta\lambda$ 以秒計，

$$-\Delta\alpha'' = \Delta\lambda'' \frac{\operatorname{Sin}\phi_m}{\operatorname{Cos}\frac{1}{2}\Delta\phi} + \frac{1}{12}(\Delta\lambda'')^3 \cdot$$

$$\operatorname{Sin}\phi_m \operatorname{Cos}^2\phi_m \text{弧}^2\ 1''$$

$$= \Delta\lambda'' \operatorname{Sin}\phi_m \operatorname{Sec}\frac{\Delta\phi}{2} + (\Delta\lambda'')^3 \cdot F。\cdots(21)$$

上式 $F = \frac{1}{12}\operatorname{Sin}\phi_m \operatorname{Cos}^2\phi_m$ 弧^2 $1''$，可由表八檢之；如 $\operatorname{Log}\Delta\lambda'' = 3.33$，F之值約爲 $0''.01$。

其後方位角爲

$$\alpha' = \alpha + \Delta\alpha + 180°。\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

惟須注意者，計算一線之方位角，須用已知線之方位角與改正後之弧面角，非平面角也。

§16. 公式　茲爲便利計算經緯度及方位角，將前節應用公式列下，并舉例以明之。

$$-\Delta\phi = s\cdot B\cdot \mathrm{Cos}\,\alpha + s^2\cdot \mathrm{Sin}^2\alpha\cdot C + (\delta\phi'')^2\cdot D - h\cdot s^2\cdot \mathrm{Sin}^2\alpha\cdot E \quad\cdots\cdots(17)$$

$$\Delta\lambda = A'\cdot s\cdot \mathrm{Sin}\,\alpha\ \mathrm{Sec}\,\phi' \quad\cdots\cdots(19)$$

(或 $\mathrm{Log}\,\Delta\lambda'' = \mathrm{Log}\,s + K_{\mathrm{Log}\Delta\lambda} - K_{\mathrm{Log}\,s} + \mathrm{Log}\ \mathrm{Sin}\,\alpha + \mathrm{Log}\,A' + \mathrm{Log}\ \mathrm{Sec}\,\phi'$)。

$$-\Delta\alpha = \Delta\lambda''\ \mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}(\phi+\phi')\ \mathrm{Sec}\,\tfrac{1}{2}\Delta\phi + (\Delta\lambda'')^3\cdot F \quad\cdots\cdots(21)$$

$$\phi' = \phi + \Delta\phi \quad\cdots\cdots(18)$$

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda \quad\cdots\cdots(20)$$

$$\alpha' = \alpha + \Delta\alpha + 180^\circ \quad\cdots\cdots(22)$$

〔例〕設有測點 A 之經度(λ)爲 98° 49' 50".128 W，緯度(ϕ)爲 39° 09' 55".645 N，測線 AC 之方位角(α)爲 255° 17' 17".52，CAB 角爲 85° 20' 54".50，試求測點 B 之經緯度及 BA 之方位角。

$\Delta\alpha$ 之値關乎 $\Delta\lambda$ 之値，而 $\Delta\lambda$ 則關乎 ϕ' 之値，故必先計 ϕ' 而後 $\Delta\lambda$ 及 $\Delta\alpha$。計算 $\Delta\phi$ 時，先由表依 ϕ 之値檢得 B, C, D, 及 E 之數。D 項 ($\delta\phi''$) 之値可由 (17) 式僅計 B 及 C 二項之數，如 E 項過大須同時計算加入。E 項之 h 乃 B 項之値。

計算 $\Delta\lambda$ 時 ϕ' 爲已知，故 A' 之數須依 ϕ' 之値而非 ϕ。其正弦與弧對數之差乃用以改正 $\mathrm{Log}\,\Delta\lambda$ 也。

α	A C 線			255° 17′ 17″.52			
$\angle$	C A B′ 角			86 20 54.50			
α	A B 線			341 38 12.02			
$\Delta\alpha$				+ 04 43.09			
	B A 線			180°			
α'				161 42 55.11			
ϕ	39°09′55″.645	A B 線長		λ	98° 49′ 50″.128		
$\Delta\phi$	− 17 39.209	s=34,407.64公尺		$\Delta\lambda$	− 07 29.652		
ϕ'	38 52 16.436			λ'	98 42 20.476		
s	4.5366549	s^2	9.07331	$(\delta\phi)^2$	3.0499	− h	3.0249
Cos α	9.9773018	$\sin^2\alpha$	8.99674			$s^2 \sin^2\alpha$	8.0700
B	8.5109150	C	1.31553	D	2.3832	E	6.0871
h	3.0248717		9.38558		3.4331		7.1820

第一項	1058".9409	第三項	+ 0.0271			$(\Delta\lambda)^3$	7.959
第二項	0.2429	第四項	− 0.0015			F	7.872
	1059.1838		+ 0.0256				5.831
		s	4.5366549				
第三項及第四項	+ 0.0256	Sin α	9.4983680			$\Delta\lambda$	2.352877
$-\Delta\phi$	1059.2094	A'	8.5091469	s	−21	Sin$\frac{1}{2}(\phi+\phi')$	9.799043
$\frac{1}{2}(\phi+\phi')$	39°01'06".04	Sec ϕ'	0.1087088	$\Delta\lambda$	+03	Sec $\frac{1}{2}(\Delta\phi)$	1
			2.6528786	K	−18		2.151921
			18			$-\Delta\alpha$	−283".09
			2.6528768				
		$\Delta\lambda$	449".652				

§17. **由經緯度求距離及方位角** 如已知二測點之經緯度則可計算二點間之距離及方位角，其應用公式如下。茲命 $x = s \operatorname{Sin} \alpha$；及 $y = s \operatorname{Cos} \alpha$，由 (19) 及 (17) 二式得

$$x = \frac{\Delta \lambda \operatorname{Cos} \phi'}{A'} , \quad \cdots\cdots (23)$$

$$y = -\frac{1}{B}\left[\Delta \phi + Cx^2 + D(\delta \phi)^2 + E(\Delta \phi) \cdot x^2 \right] , \quad \cdots\cdots (24)$$

則 $$\operatorname{Tan} \alpha = \frac{x}{y} = \frac{\Delta \lambda \operatorname{Cos} \phi' B}{A' \cdot h} , \quad \cdots\cdots (25)$$

$$\begin{aligned} s &= y \operatorname{Sec} \alpha \\ &= x \operatorname{Cosec} \alpha 。 \quad \cdots\cdots (26) \end{aligned}$$

其計算之次序，先由 (23) 式求 x 之值；乃由表檢得 C, D, 及 E 之值，由 (24) 式以求 y；方位角 (α) 乃由(25)式計算之；距離 (s) 於最後計算之。

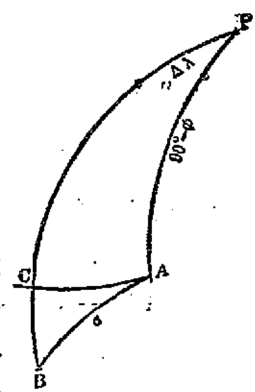
§18. **定界線** 一國一省之界線須精密而準確，故距離及位置應用大地測法定之。然界線有用子午弧，緯度平行弧，或斜大圓弧者，或有兼其二者。茲將各法於下節分述之。

§19. **定子午弧** 如界線爲一子午弧，其子午弧之位置可以經度定之。欲定經度，先於界線約定首末二點，其經度可用

天文測法定之。其與原定經度相差之數，乃用以改正而定首末二點之眞位置。於是自首點逐段用前後視設立測線以連接之；幷須觀測北極星以定方位角，則得子午弧之方向。俟至末點審視其差誤之多少，再行逐段施測而改正之。如界線過長，其界線上各點之位置須用三角網以定之。

§20. **定緯度平行弧**　欲於地上設立一平行弧經過一定緯度之點，須先約立一點，其緯度用天文測法定之。若測得該點之緯度與原定緯度不同，則此點應移海平面若干之距離，可用下式計算之。茲命 s' 爲海平面之距離，$\Delta\phi$ 爲緯度相差之數，則 $s' = R_m \Delta\phi''$ 弧 $1''$。如該點高出海平面過大，其發生之差誤可依第三章 §13（2）式改正之。

次乃設立一卯酉弧，與經過該點子午弧成直角。卯酉弧之設立可分段用前後視線定之，以至於末點，其計算所得之方位角應觀測北極星以校正之。於是由卯酉弧上各點設立垂距，則得平行弧之各點。如平行弧過長，可分段設立卯酉弧以定之，蓋卯酉弧鮮有過五十哩者，如過長則垂距亦增長不便施測。其計算垂距之公式如下。如圖五三，PAB三角形，



圖五三

$$PA = 90° - \phi,$$

$$A = 90°,$$

$$\text{Tan}\,\sigma = \text{Tan}\,\Delta\lambda\,\text{Cos}\,\phi,$$

卽 $\sigma = \text{Tan}^{-1}(\text{Tan}\,\Delta\lambda\,\text{Cos}\,\phi)$。

上式用級數展之，得

$$\sigma = \Delta\lambda\,\text{Cos}\,\phi + \frac{1}{3}(\Delta\lambda\,\text{Cos}\,\phi)^3\,\text{Tan}^2\phi,$$

或 $s = \sigma N = N\Delta\lambda''\cdot\text{Cos}\,\phi\,弧\,1''$

$$+\frac{1}{3}N(\Delta\lambda''\,\text{Cos}\,\phi\,弧\,1'')^3\,\text{Tan}^2\phi。\quad(27)$$

由上式知經度之差，則可求 AB 弧之長。

由 (17) 式， $\alpha = 90°$，

$$-\Delta\phi'' = \frac{s^2\,\text{Tan}\,\phi}{2NR_m\,弧\,1''}。$$

玆命 P 爲自卯酉弧至平行弧垂距之長，自起點之距離爲 Δs，

$$P = -\Delta\phi''R_m\,弧\,1'' = \frac{s^2\,\text{Tan}\,\phi}{2N}。\quad\cdots\cdots(28)$$

至於自 AB 弧上 x 點至極之方向，可由下式計算之。

$$PxA = 90° + \Delta\alpha,$$

卽 $-\Delta\alpha = \Delta\lambda\,\text{Sin}\,\phi_m$。

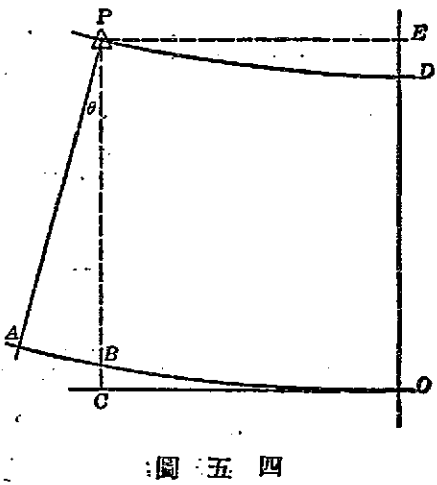
上式在實用上已足得十分之一秒之精密。

§21. 定大圓弧 界線如非爲子午弧或平行弧者，其首末二端之經緯度可由天文測法定之。乃由三點間設一測線，其方

向與距離可由 §17 (23) 至 (26) 式計算之，並須於其間各點觀測北極星定方位角以校正之。至末點時如有差誤，仍須重行施測以改正之，若弧過長應用三角網以定之。

§22. **平面坐標**　測量之範圍若不甚大如城市測量等，可用平面坐標藉免計算之繁。如地面原有三角點，則可用為基點，幷藉以覆驗。其坐標之縱橫軸須用相交成直角之二大圓弧，或為在交點二大圓弧之切線，使施測之面積均在二切線之內。其縱軸常為子午弧，橫軸為平行弧，其交點是為原點，恆利用原有之三角點。然亦有另立子午弧及平行弧，以交點為原點者，務使各測點之縱橫線均為正。

§23. **由經緯度計算平面坐標**　設原點之經緯度為λ及φ，其他各點之經緯度為λ'及φ'，其縱橫線 x 及 y 可由 (23) 至 (26) 式計算之。如測點較多，計算繁複，可用下列各表。



圖五四

如圖五四，O

爲原點，P爲三角點，其經緯度爲已知，欲求其縱橫線 y 及 x 。在平面坐標制可假定 PE = PD ，卽橫線 x 等於平行弧之長 PD ；其縱線 y 爲 PA (緯度之差) 及 BC (平行弧之垂距) 之和。依(23)式得

$$x = PD = \Delta\lambda'' \frac{\cos\phi'}{A'} \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots (30)$$

如 x 以呎計，得下式：

$$x = \Delta\lambda'' \frac{\cos\phi'}{A'} \times 3.2808\tfrac{1}{3} = \Delta\lambda'' \times H \text{。}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (31)$$

H 之值可由表 A 檢得之。

緯度之差 PA 以呎計可以 $\frac{3.2808\frac{1}{3}}{B}$ (表B) 乘 $\Delta\phi''$ 卽得。

$$\text{垂距 } BC = \frac{\tan\phi}{2N} \times x^2 \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots (32)$$

$$\text{而} \quad \frac{\tan\phi}{2N} = \text{Log } C - \text{Log } B - \text{Log } 3.280\tfrac{1}{3} \text{，} \cdots (33)$$

且 $\frac{\tan\phi}{2N}$ 之值可由表 C 檢得之。

〔例〕 設有原點之經度爲 71° 03' 51''.040 W，緯度爲 42° 21' 29''.596 N；A 點之經度 71° 01' 52''.006 W，緯

度爲 42° 24' 04".683 N 。試求 A 點之縱橫線。

A點	緯度	42°	24'	04".683	經度	71°	01'	52".006
原點	緯度	42	21	29.596	經度	71	03	51.040
			2'	35".087			1'	59".034

$\Delta\phi'' = 155''.087$ $\Delta\lambda'' = 119''.034$

Log $\Delta\lambda''$ = 2.0756710

Log H = 1.8752422

Log x = 3.9509132

x = 8931.27 呎(原點之東)。

Log x^2 = 7.90183

Log L = 2.33752

Log 垂距 = 0.23935

垂距 = 1.7352 呎

Log $\Delta\phi''$ = 2.1905754

Log K = 2.0053129

Log = 4.1958883

15699.59 呎

1.74 呎

y = 15701.33 呎(原點之北)

表A　$\mathrm{LOG}\dfrac{\cos\phi'}{A'}+0.515\,9842$ 之值

原點之西距離以呎計 $= x = \Delta\lambda'' \times H$

緯度 φ'	Log H.	緯度 φ'	Log H.
° ′ ″		° ′ ″	
42 10	1.876 8536	42 20	1.875 7103
30	7966	30	6530
11	7396	21	5957
30	6825	30	5383
12	6255	22	4809
30	5684	30	4235
13	5114	23	3661
30	4543	30	3086
14	3971	24	2512
30	3400	30	1937
15	2828	25	1362
30	2256	30	0787
16	1684	26	1.875 0212
30	1112	30	1.874 9636
17	1.876 0541	27	9061
30	1.875 9968	30	8485
18	9396	28	7910
30	8823	30	7334
19	8250	29	6757
30	7677	30	6181
20	1.875 7103	30	1.874 5604

P.P.	570	572	574	576
″				
1	19	19	19	19
2	38	38	38	38
3	57	57	57	57
4	76	76	77	77
5	95	95	96	96
6	114	114	115	115
7	133	134	134	134
8	152	153	153	154
9	171	172	172	173
10	190	191	191	192
11	209	210	210	211
12	228	229	230	230
13	247	248	249	250
14	466	267	268	269
15	285	286	287	288
16	304	305	306	307
17	323	324	325	326
18	342	343	344	346
19	361	362	364	365
20	380	381	383	384
21	399	400	402	403
22	418	419	421	422
23	437	439	440	442
24	456	458	459	461
25	475	477	478	480
26	494	496	497	499
27	513	515	517	518
28	532	534	536	538
29	551	553	555	557
30	570	572	574	576

表 B　0.515 9842 − Log B 之值

$$\text{原點之北距離以呎計} = \Delta\phi'' \times K + x^2 \frac{\operatorname{Tan}\phi}{2N}$$

$$\text{原點之南距離以呎計} = \Delta\phi'' \times K - x^2 \frac{\operatorname{Tan}\phi}{2N}$$

緯度	Log. K.	緯度	Log. K.	P. P., Diff. T' = 12.8.			
° ′ ″		° ′ ″		″		″	
42 10	2.005 2981	42 20	2.005 3109	1	0	22	5
30	2988	30	3116	2	0	23	5
11	2994	21	3122	3	1	24	5
30	3000	30	3129	4	1	25	5
12	3006	22	3135	5	1	26	6
30	3013	30	3141	6	1	27	6
13	3019	23	3147	7	1	28	6
30	3026	30	3154	8	2	29	6
14	3032	24	3160	9	2		
30	3039	30	3167	10	2		
15	3045	25	3173	11	2		
30	3052	30	3180	12	3		
16	3058	26	3186	13	3		
30	3064	30	3193	14	3		
17	3070	27	3199	15	3		
30	3077	30	3205	16	3		
18	3083	28	3211	17	4		
30	3090	30	3218	18	4		
19	3096	29	3224	19	4		
30	3103	30	3231	20	4		
20	2.005 3109	30	2.005 3237	21	4		

表 C $\mathrm{LOG}\ \dfrac{\mathrm{Tan}\,\varphi}{2\,\mathrm{N}}$(呎) $= \overline{\mathrm{Log}}\ \mathrm{C} - \mathrm{Log}\ \mathrm{B} - 0.515\,9842$ 之值

垂距 $= \mathrm{Log}\ \mathrm{L} + 2\ \mathrm{Log}\ \mathrm{x}$

緯度			Log. L.	緯度			Log. L.	P. P. Diff. 1′= 25.4.			
°	′	″		°	′	″		″		″	
42	10		2.33 460	42	20		2.33 714	1	0	24	10
		30	473			30	727	2	1	25	11
	11		486		21		739	3	1	26	11
		30	499			30	752	4	2	27	11
	12		512		22		765	5	2	28	12
		30	525			30	778	6	3	29	12
	13		537		23		790	7	3		
		30	550			30	803	8	4		
	14		562		24		815	9	4		
		30	575			30	828	10	4		
	15		587		25		840	11	5		
		30	600			30	853	12	5		
	16		612		26		865	13	6		
		30	625			30	878	14	6		
	17		638		27		892	15	6		
		30	651			30	905	16	7		
	18		663		28		917	17	7		
		30	676			30	930	18	8		
	19		689		29		942	19	8		
		30	702			30	955	20	8		
	20		2.33 714		30		2.33 967	21	9		
								22	9		
								23	10		

§24. **平面制之差誤**　前節曾述用平面坐標以測量，而地為球形，將發生差誤。如圖五五，O 為原點，在球面自 O 點至 A 點之線，其方位角為 α，球之半徑為 $\sqrt{R_m N}$（緯度為 φ），其距離為 s 公尺；設另有一直線 OA' 在平面上而切於 O 點，其方位角及距離均相同；其二者之差誤如下。

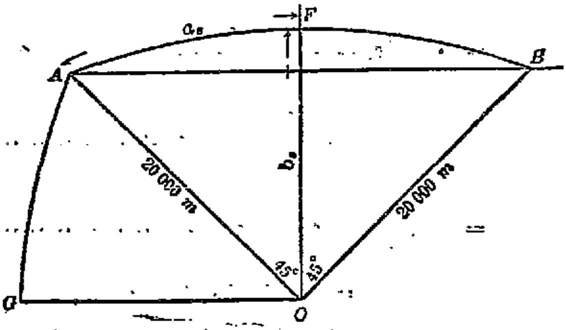


圖　五　五

設經過 A 點作一大圓弧 AF 與經過 O 點之子午弧成直角，其距離為

$$\operatorname{Sin}\frac{a}{R}=\operatorname{Sin}\frac{s}{R}\operatorname{Sin}\alpha。$$

上式 a 為垂直距離以公尺計，R 為球之半徑。

其在平面上之距離為

$$a = s\cdot\operatorname{Sin}\alpha。$$

茲命 a_p 及 a_s 為在平面及球面之距離，則二者相差為

$$a_p - a_s = s \cdot \operatorname{Sin}\alpha - R \operatorname{Sin}^{-1}\left(\operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Sin}\frac{s}{R}\right)$$

$$= s \cdot \operatorname{Sin}\alpha - R\left[\operatorname{Sin}\alpha\left(\frac{s}{R} - \frac{s^3}{6R^3}\right) + \frac{\operatorname{Sin}^3\alpha}{6}\left(\frac{s}{R} - \frac{s^3}{6R^3}\right)^3\right]$$

$$= s \cdot \operatorname{Sin}\alpha - \frac{Rs\operatorname{Sin}\alpha}{R} + \frac{s^3}{6R^2}\operatorname{Sin}\alpha - \frac{s^3}{6R^2}\operatorname{Sin}^3\alpha + \cdots\cdots$$

$$= \frac{s^3}{6R^3}\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Cos}^2\alpha + \cdots\cdots。$$

設 $\phi = 40°$，$\alpha = N\,45°\,W$，及 $s = 20,000$ 公尺，則 $a_p - a_s = 0.0116$ 公尺。設另有一線 OB，其方向爲 N 45° E，距離爲 20,000 公尺，則 AB 二點在平面與球面相差之數爲 0.0232 公尺。若測量時自 O 點沿子午弧向北量至 F 點，再由 F 點沿垂直大圓弧而至 A 點，設距離無差誤，其末點應與 A 點適合，惟與平面計算所設立之 A' 點則不合。

至於自 O 點沿子午弧至 F 點，其在平面與球面距離之差爲 $(b_s - b_p)$。

依弧三角直角三角形，

$$\operatorname{Tan}\frac{b}{R}=\operatorname{Tan}\frac{s}{R}\operatorname{Cos}\alpha,$$

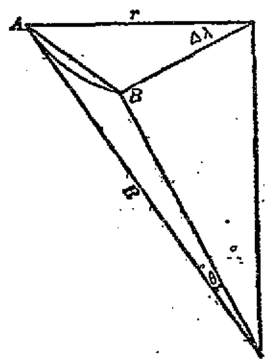
故．$b_s - b_p = R\operatorname{Tan}^{-1}\left(\operatorname{Tan}\frac{s}{R}\operatorname{Cos}\alpha\right)-s\operatorname{Cos}\alpha$

$$=\frac{s^3\operatorname{Cos}\alpha\ \operatorname{Sin}^2\alpha}{3R^2}。$$

設ϕ，α，及s之值與前同，則$(b_s - b_p)$之數為 0.02323 公尺。如在球面測量自 O 點向北而至 F 點，再由 F 西至A點，其距離向北為 14142.15886 公尺，向西為14142.12400 公尺；但在平面上 $s\operatorname{Sin}\alpha=s\operatorname{Cos}\alpha=14142.13563$ 公尺，故 A 點居於A' 點之北 0.02323 公尺及東 0.01163 公尺。若更有一導線自 O 點西至 G 點，北至 A 點，則 A 點必處A'點之南 0.01163 公尺及西 0.02323 公尺。則 O F A G O 之多邊形，其最大之閉塞差約為0.05 公尺。

至於平行弧與大圓弧之長之差，可由下式計算之。如圖五六，弦 A B =

$$r\operatorname{Sin}\frac{\Delta\lambda}{2}=R\operatorname{Sin}\frac{\theta}{2}。$$



圖五六

若正弦以弧表之并以級數展之，$r\left(\frac{\Delta\lambda}{2}-\frac{\Delta\lambda^3}{48}\right)=$

$R\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\theta^3}{48}\right)$。其平行弧（$r\Delta\lambda$）與大圈弧（$R\theta$）之差爲

$$r\Delta\lambda-R\theta=r\frac{\Delta\lambda^3}{24}-R\cdot\frac{\theta^3}{24}$$

$$=R\,Cos\,\phi\frac{\Delta\lambda^3}{24}-R\frac{\Delta\lambda^3\,Cos^3\phi}{24}$$ （近似值）。

但 $\theta=\Delta\lambda\,Cos\,\phi$，（近似值）

故 $$r\Delta\lambda-R\theta=\frac{1}{24}R\,Cos\,\phi\,\Delta\lambda^3\,(1-Cos^2\phi)$$

$$=\frac{1}{24}R(\Delta\lambda'')^3\text{弧}^3 1''\,Cos\,\phi\,Sin^2\phi$$ 。

如前節之例，$\Delta\lambda''=1192''.4$（等於AB之距離），其弧全長之差（$r\Delta\lambda-R\theta$）爲0.0186公尺，其半弧之差爲0.0093公尺，故平行弧與x軸相差之數爲0.0116－0.0093≐0.0023公尺。

由是知二十公里半徑之面積，其計算之差誤不若實測差誤之大，故平面制爲適用也。

§25. 導線與三角網 三角網者僅爲全圖之骨幹，至於碎部

地形之施測，仍須設立導線以副之。其導線之測法恆用經緯儀測角度，鋼尺量距離。導線應連接於三角點，使成爲閉塞之多邊形。惟多邊形須用經緯距以求其閉塞差，其差誤數應分配於導線，三角網之測線固無需改正也。如圖五七，A及B爲三角點，A—1—2—3—4—B爲導線，其各線之方位角，距離，經緯距改正數如下表。

圖　五　七

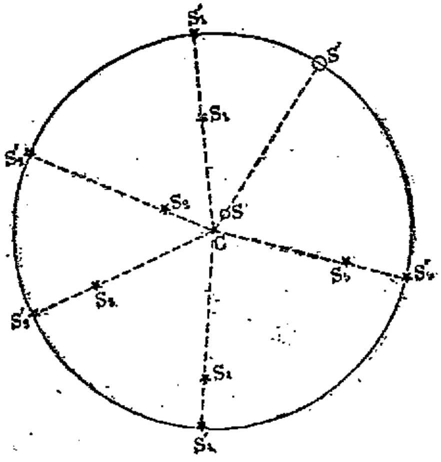
測線	方位角	距離	緯距 N	緯距 S	經距 E	經距 W	改正數 緯距	改正數 經距
A—1	171°26′20″	1321.20	1306.48			196.68	+1306.60	−196.68
1—2	243 25 50	524.84	234.75		469.41		+ 234.77	+469.40
2—3	152 06 10	1974.50	1745.04			923.84	+1745.21	−923.86
3—4	66 15 30	901.08		362.79		824.82	− 362.76	−824.84
4—B	190 44 00	1570.71	1543.23		292.53		+1543.38	+292.52
B—A	345 09 43	4621.30		4467.20	1183.43			
			4829.50	4829.99	1945.40	1945.34		
		緯距共差=	0.49		經距共差=	0.06		

第二編　天文測量

第一章　總論

§1. **天文測量**　本編天文測量乃敍述儀器之用法，以及觀測所得之算法。其重要之目的爲定地球上各點及直線之位置，是爲定經緯度及方位角。其測法則僅測日月星宿之方向，至於日月星宿之遠近與性質及眞實之轉動非所詳也。

§2. **天球**　天球（The Celestial Sphere）者乃空幻之圓球。其球心爲觀測者之眼，其半徑爲無限之距離，各星宿之位置則假定處於天球之表面。天球上各物體之位置爲人眼與該物體之幻線，或延長此線與天球相交處是也。如圖五八，S'_1，S'_2，S'_3，S'_4，S'_5，S'，爲天球，S_1之在天球



圖五八

上之位置爲 S'_1；S_2, S_3, S_4, S_5, S, 爲 $S'_2, S'_3, S'_4, S'_5, S'$。於是各星體之角距及平面所夾之角度均可依弧三角公式解之，蓋星體距地球極遠，人眼所見似乎同在一球面也。然觀測者所處地位不同，則天球亦異；但地上之距離與諸星離地球之距離之比，則渺乎其小，無關於計算，如地球直徑與太陽系距離之比約爲七十萬分之一。

§3. **天球視動** 吾人仰觀天象，衆星東升西降，天球則自東向西旋動，實則地球之旋轉也。設吾人處身天球之外，自北向南觀望，將見地球與諸行星繞日而行，其方向爲自西至東。地球每日依其軸旋轉一次(自西至東)，月球則繞地球旋轉，與地球同其方向。由是吾人處於地球之上，則見天球領衆星與日月每日依地球軸旋轉一周，其方向爲自東至西，是曰視動(Apparent Motion)。諸星移動之遲緩非經長久觀察始覺其移動者曰恆星，其移動快者曰行星。太陽向東行每日約一度，一年繞地球一週；月球則移動較速，陰曆一月繞地球一週。太陽及恆星之移動純爲視動，而月球及諸行星之旋轉合乎眞動及視動，故其結果向西行。又吾人向北觀望恆星視動之徑爲圓形，其圓徑逐漸減小，以至成爲一點，是曰天極，設星處於天極，則不復有移動。

§4. **東西之分** 平面測量東西之分爲子午面垂直之方向，在子午面之右者爲東，在左者爲西；在天文上則不然。設有一人立於格林威 (Greenwich)，復有一人立於 180 度之處

，則二人各在其東，實則二人各指天空之相反方向。如圖五九，其矢頭所指均為各該處之東，故東西云者乃示旋轉之方向耳。於是以格林威之經度為零，在格林威之東者為東經，在西者為西經。

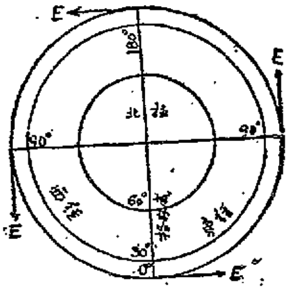


圖 五 九

§5. **地球旋轉及四時之分** 地球繞太陽而行，每年旋轉一週，其軌道為橢圓形，太陽則處於橢圓之焦點。地球因太陽吸力之作用，其行動之速度，無論在軌道何處，同一時間移動同一面積，卽太陽與地球相連線所含之面積。如

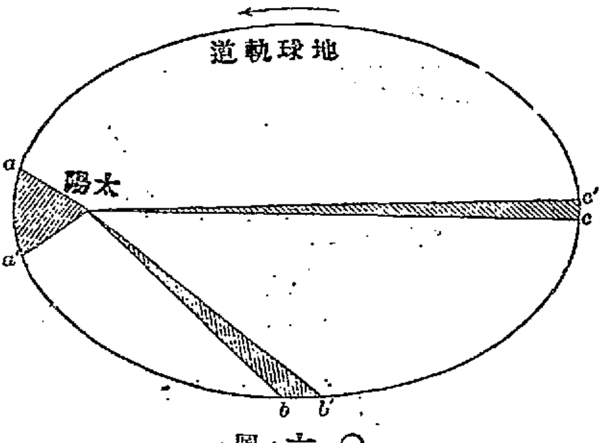
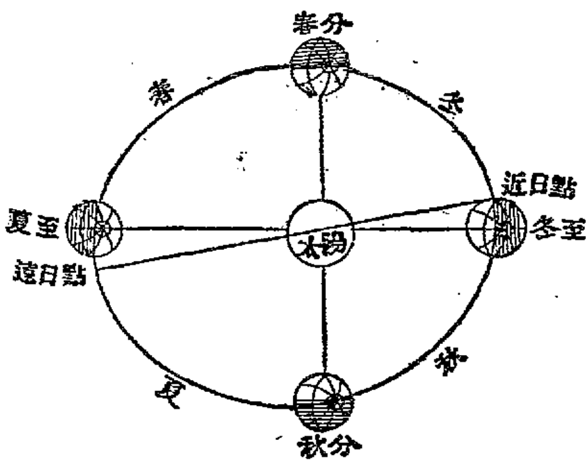


圖 六 〇

圖六〇，陰影之部其面積相等，其弧 aa',bb',cc', 雖不等，而行動之時間則相等。地球旋轉軸與軌道平面所合之角為66$\frac{1}{2}$度，即赤道平面與軌道平面所合之角為23$\frac{1}{2}$度，此角是為黃道交角 (The obliquity of the Ecliptic)。其旋轉軸所指之方向殆一定，故天球上所指之位置歷年幾不變。

四時氣候寒熱之分，關乎地球軸之傾斜；蓋地球旋轉之軸常平行，運行於軌道上，地面受太陽之直射者則熱，反是則寒。如圖六一，當地球在軌道上，若其軸北端背日，

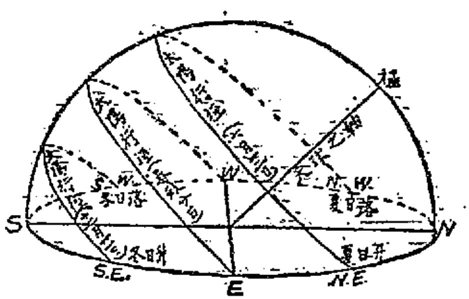


圖六一

故北半球為冬季。十二月二十一日太陽處於極南，晝最短而夜最長是為冬至；且此時經過地球之軸作一平面與軌道

平面成直角，必經過太陽。再過十日之後，地球正居橢圓長軸之上，距太陽最近，是曰近日點 (Perihelion)；此時雖距太陽極近，而太陽斜射，故氣候寒而晝短。六月二十二日太陽處於極北，北半球將入夏季，晝長而夜短，是曰夏至。地球處於橢圓長軸之他端，距太陽最遠，是曰遠日點(Aphelion)。當三月二十一日太陽正居赤道平面之上，是曰春分 (Vernal Equinox)；又九月二十二日太陽復居赤道平面上，是曰秋分 (Autumnal Equinox)；當此二日地球上無論何處，晝夜長短均相等。

§6. **太陽之視位**　太陽在天球上之視位如圖六一所示，太陽每日東升西降，旋轉一周，其軌道與赤道之角距逐日改變，故太陽半年居赤道之北，半年居赤道之南。六月二十

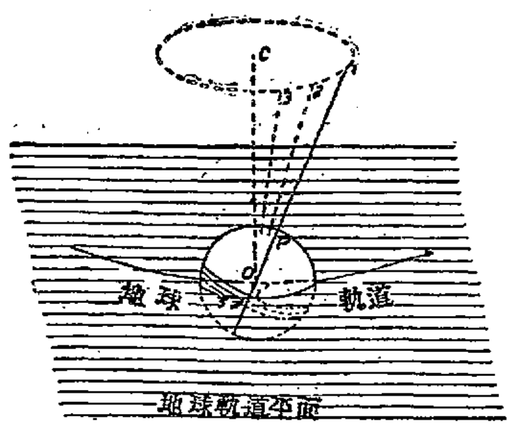


圖六二

二日太陽則居赤道之極北處，故北半球晝長而夜短；十二

月二十一日則居赤道之極南處，故夜長而晝短。太陽每達極北處則向南行，達極南處則向北行，每年行交赤道二次，在三月二十一日及九月二十二日，故太陽之行徑爲螺旋形。

§7. **歲差** 前述地球之軸指一定之方向，實則略有變動。蓋地球非正圓形，略帶扁形，而太陽與月球之吸力欲使赤道平面與軌道平面相合；然地球旋轉速度極大，雖足以抵抗此吸力，但發生下列二種之變動：(1)地球軸依軌道之垂直線成圓錐形；(2)地球軸之傾斜發生週期變動。如圖六三，赤道與軌道平面之交點略向西移，即使春分點向西移動，是曰分點歲差（Precession of the Equinox），故太



圖六三

陽經過赤道年早一年也。復觀圖六三，北極所指之處爲1，2，3，則春分點爲 1′，2′，3′，其移動每年僅 50.2 秒，北極旋轉一周需二萬五千八百載，但歲差非一定者。歲差之外尙略有週期變動，蓋地球常發生微小橫逆之力，使交角發生變動，是曰章動差 (Nutation)，其最大差數約九秒，每十九年爲一週期。

§8. **光行差** 光行差 (Aberration of light) 者乃因地球迅速之旋動，使星光發生變位之差。如圖六四，星光自 C 至 B 之時，觀測者同時自 A 至 B，則觀測 C 之方向爲 CA。

光行差可分爲二：(1)逐年差，及(2)逐日差。逐年差因地球在軌道上之移動，故各處相同。逐日差則因地球每日之旋轉，因緯度不同而異；蓋地球表面之點移動之速度，在赤道爲最大，至極處則等於零。茲命 v 爲地球在軌道上行動之速度，V 爲光行速度。當 CB 與 AB 成直角時，其差爲最大，得下式：

$$\operatorname{Tan} \alpha_0 = \frac{v}{V} \text{。}$$

α_0 爲星之角變位 (Angular Displacement) 特稱曰光行

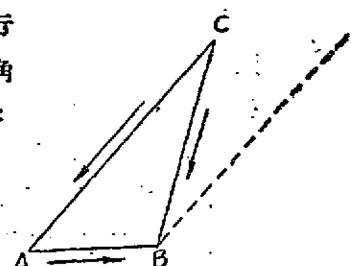


圖 六 四

差常數，其値約爲 20.5 秒。設 CB 與 AB 不成直角，得下式：

$$\operatorname{Sin}\alpha = \frac{v}{V}\operatorname{Sin}A。$$

但 α 之値極小，其近似式爲

$$\operatorname{Tan}\alpha = \operatorname{Sin}\alpha = \frac{v}{V}\operatorname{Sin}B。$$

第二章 定義及坐標

§1. 定義 下列定義爲天文學所常用，而爲定天球星體位置之用者。

(1)垂直線 垂直線(Vertical line) 者乃地面上一點所作重力之垂直線，如圖六五 OZ。

(2)天頂——天底 垂直線向上延長與天球相交之點曰天頂(Zenith)，如圖 Z；向下延長與天球相交之點曰天底(Nadir)，如 N'。

(3)地平圈 地平圈 (Horizon) 者乃經過地心及與垂直線成直角之平面與天球相割之大圈，如圖 NESW。天頂及天底與地平圈之角距爲90度。但天球之徑爲無窮大，故經過觀測之目與垂直線作直角之平面與天球相割之圈應同爲大圈也。又觀者立於海濱，遠望海際，海天相連，其

所見之地平圈曰視地平圈，視前所謂地平圈較小，因地爲球形，且觀者高出海平面也。地平圈與視地平圈之差曰地平差。

(4)垂直圈　垂直圈 (Vertical Circle) 者乃經過天頂及天底之大圈，與地平圈相交成直角，如圖 HZJ 。

(5)地平小圈　地平小圈 (Almucantars) 者乃與地平圈平行之小圈，如圖 DFG 。

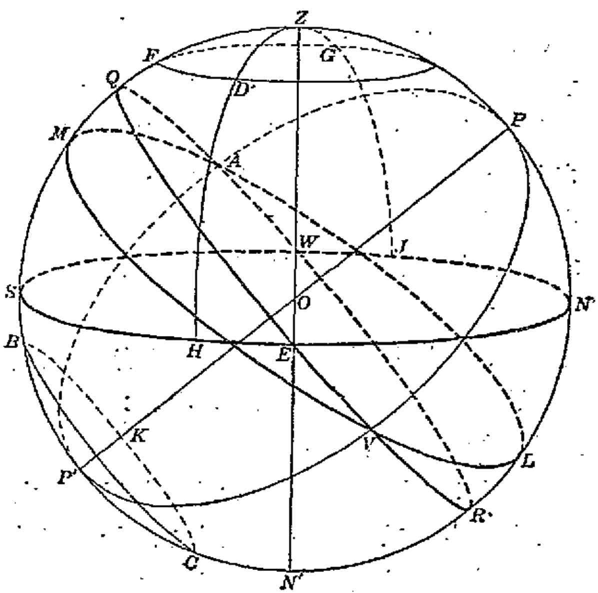


圖 六 五

(6)天極　地球旋轉之軸延長與天球相交之點，是曰天極(Celestial Poles)，如圖 P P' 。

(7)天球赤道　天球赤道 (Celestial Equator) 者乃經過地心及垂直地軸之平面與天球相割之大圈，與天極成 90 度之角；但經過觀測之目與天球相割亦應同此大圈，如圖 QWRE 。

(8)時圈　時圈 (Hour Circle) 者乃經過南北天極之大圈，如圖 PVP' 。

(9)赤緯平行圈　赤緯平行圈(Parallels of Declination)者乃與赤道平面平行之小圈，如圖 BKC 。

(10)子午圈　子午圈 (Meridian) 者乃經過天頂及兩極之大圈，如圖 SZPL 。在不同之地，其子午圈亦異。子午圈與地平圈相交之點曰南北點，如圖 S, N 。平面測量之子午線者即經過觀測所在地子午圈平面與地平面相交之直線也。

(11)卯酉圈　卯酉圈 (Prime Circle) 者乃垂直圈，其平面與子午圈平面成直角，如圖 E Z W ；與地平圈相交於東西二點，如圖 E, W 。

(12)黃道　黃道 (Ecliptic) 者乃太陽每年視動之大圈，如圖 AMVL 。其平面即地球軌道之平面，與赤道斜交成 23°27' 之角，曰黃道交角(The Obliquity of the Ecliptic)。

(13)分點　分點 (Equinox) 者乃黃道與赤道相交之點。

其交點有二：當三月二十一日太陽由南而北，經過赤道之點，是曰春分點，如圖 V；九月二十二日太陽由北而南，經過赤道之點，是曰秋分點，如圖 A。

(14)至點　至點 (Solstices) 者乃黃道上二分點間之中點，如六月二十一日爲夏至，十二月二十一日爲冬至。

§2. **球形坐標**　定球面一點之位置，須用互成直角二大圈以爲坐標，乃於大圈上測其角距。如圖六六，欲定球面 C 點之位置，O 爲原點，以 OAB 平面及 OA 線爲標準。經過 C

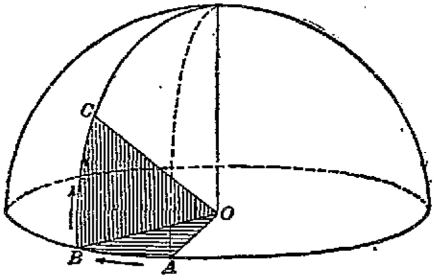


圖　六　六

點作 OBC 平面與 OAB 平面成直角，二面相交於 OB 線，於是量 AOB 及 BOC 兩角，或 AB 及 BC 兩弧，可定 C 點之位置。此二坐標可分爲第一坐標及第二坐標，如 OAB 平面爲第一圈，其與第一圈成直角者爲第二圈，但第二圈爲數無限耳。又自第一圈之值爲第二圈之弧長，自第二圈之值爲第一圈之弧長是也。

§3. **地平制** 地平制(Horizon System)者乃以地平圈爲第一圈，垂直圈爲第二圈。第一坐標之值，即自地平圈沿垂直圈量得之角距，是曰高度(Altitude)；高度之餘角是曰天頂距(Zenith Distance)。第二坐標之値即子午圈與經過該點垂直圈所夾地平圈之角距，是曰方位角(Azimuth)。方位角常以子午線南端爲起點，自左向右計算，其值自0度以至360度；惟環繞兩極之星，其方位角則以北端爲起點，向左或向右計算。如圖六七，A星之高度爲BA，方位角爲SB。

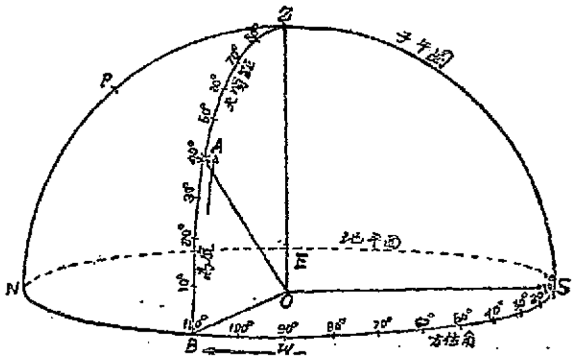


圖 六 七

§4. **赤道制** 赤道制(Equator System)可分爲二：(1)以赤道爲第一圈，時圈爲第二圈。第一坐標之值爲自赤道向南或向北在時圈上量得之角距，是曰赤緯(Declination)。

赤緯之在赤道北者爲正，在南者爲負。赤緯之餘角曰極距(Polar Distance)。第二坐標之值爲春分點與經過該點時圈所夾之赤道角距，是曰赤經(Right Ascension)。赤經之值自春分點起向東計算，以度數或時數表之。如圖六八，S星之赤緯爲 AS，赤經爲 VA。

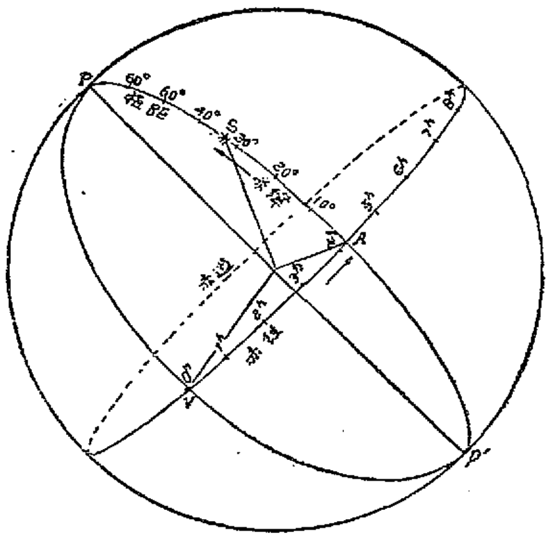
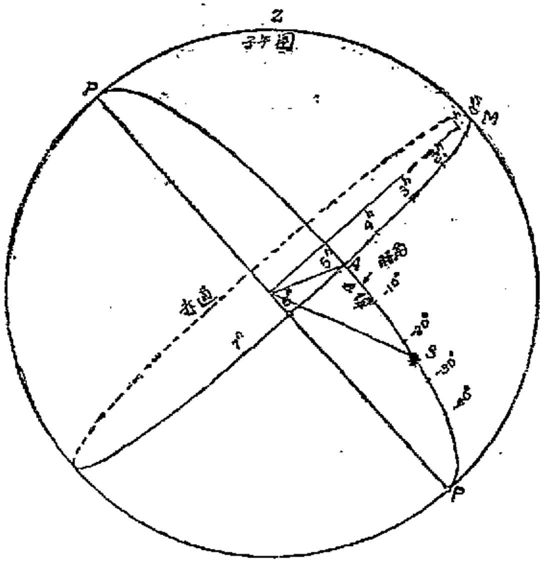


圖　六　八

(2)仍以赤道爲第一圈，時圈爲第二圈，惟計算以赤緯及時角(Hour Angle)耳。時角者乃觀測處之子午圈與經過該點之時圈所夾之赤道角距，自子午圈向西計算，以時

數或度數表之。如圖六九，S星之赤緯爲 AS (負)，時角爲MA。



圖六九

玆將三制列成如下表。

名稱	第一圈	第二圈	原點	第一坐標	第二坐標
地平制	地平圈	垂直圈	南點	高度	方位角
赤道制	赤道	時圈	春分點	赤緯	赤經
	赤道	時圈	子午圈與赤道之交點	赤緯	時角

§5. 黃道制　黃道制 (Ecliptic System) 者乃以黃道爲第一圈，其坐標爲黃緯 (Celestial Latitude) 及黃經(Celestial Longitude)。黃緯者乃自黃道向北或南之角距如赤緯然。黃經者乃自春分點向東在黃道上之角距如赤經然。惟須注意者，黃經及黃緯與地球經緯度不同，本書所述均係地球經緯度。

§6. 觀測點之坐標　觀測點之坐標以經緯度定之。地球之緯度爲自赤道向南或向北之角距；若依天文學之定義，緯度即觀測點天頂之赤緯。如圖七〇，EPQP 爲地球，S Z N P' 爲天球，EQ 爲赤道。觀測點 O 之緯度爲 EO，Z 爲觀測點之天頂，故在天球上之緯度爲 E' Z，與緯度 E O同

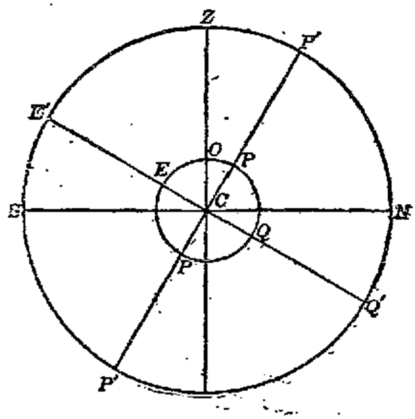


圖 七 〇

值。地球之經度乃標準子午線(英國格林威)與觀測點子午線所夾之赤道角距。在天球上之經度乃二時圈所夾天球赤道之角距，其平面為地球子午圈之平面。

§7. 天極高度與觀測點緯度之關係 如圖七一，SZN為觀測點之子午圈，P為天極，Z為天頂，E為子午圈與赤道之交點，N及S為地平圈之北南點，CZ為垂直圈與地平圈SN成直角，故PN弧與EZ弧相等。依前定義，ZE為緯度，而PN為天極之高度，於是知天極高度即觀測點之緯度。更可說明如下：如圖七二，NP為

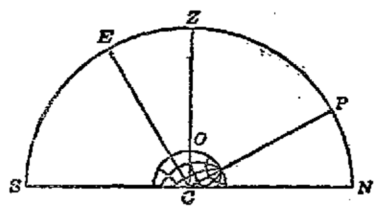


圖 七 一

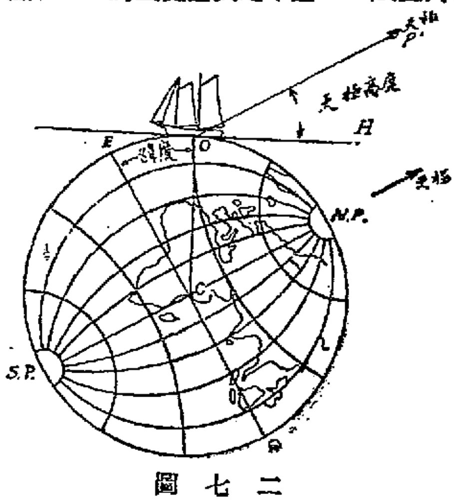


圖 七 二

地球之北極，O H 爲地平面；O 爲觀測點，E Q 爲赤道。O P' 及 C — N. P. 同爲指天極之線，故互相平行。觀測點之緯度爲 ECO ，應與天極高度 H O P' 相等。設人立於赤道之上，則南北極爲在地平圈上之南北兩點；如向北行，則天極愈高，常等於所在地之緯度；如在北極，則天極正居觀測者之頭上。

人之居赤道者，見赤道上諸星於出沒時向上及向下直行，處於地平面上者十二時，處地平面下者十二時；南北兩半球諸星每日在地平面上者恆相同；如圖七三。

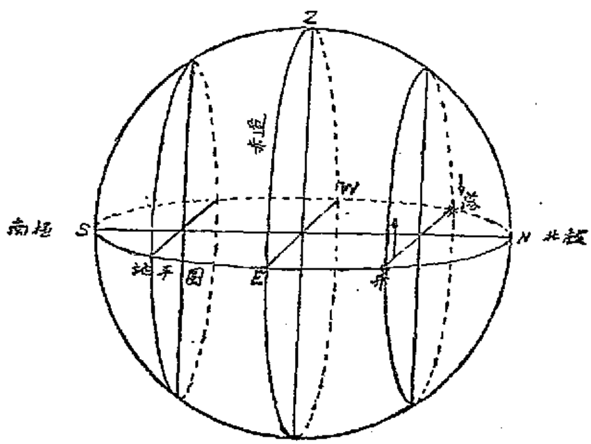


圖　七　三

人之居於北極者，見天球赤道與地平圈相合，則北半球

諸星之視動爲圓形，與地平圈平行，終日可見，且其高度不變；而南半球諸星將永不得見。於是北字將失其義，而南方將爲地平面之任何方向，地上任何點自格林威子午線之方位角將與其經度相同，如圖七四。

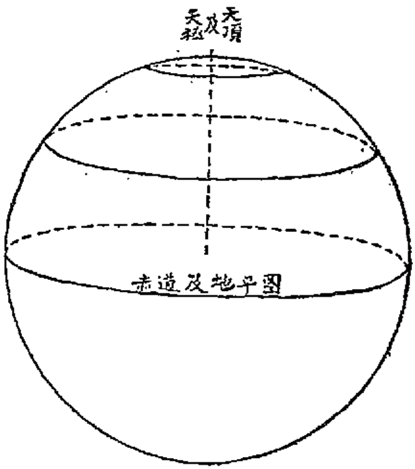


圖　七　四

人之居於其他緯度者，在北半球者見赤道之星出沒於地平面之時常相等，赤道以北諸星在地平面上之時較在其下者爲長，赤道以南諸星則反是。如星之北極距小於觀測處之緯度，則星常居於地平面之上而不沒，每日環繞北極旋轉一周，此星是曰繞極星（Circumpolar Star），如圖七五。若南繞極星之南極距小於觀測處之緯度者，居北半球

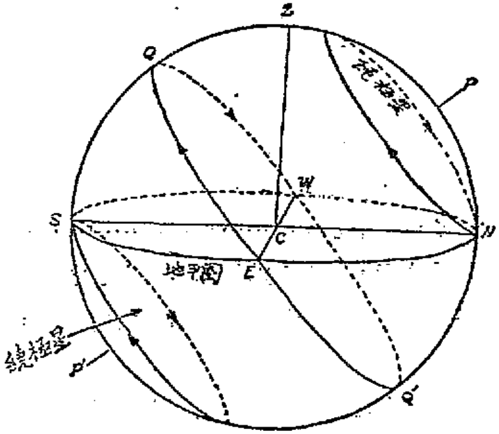


圖 七 五

之人永不得見。設人北行至北極圈內，即北緯66度33分，當夏至日則太陽爲一繞極星，午時太陽居於最高處，子時居於最低處，均在地平面之上，是曰子夜太陽(Midnight Sun)。

§8. **子午圈上點之高度及赤緯與觀測點緯度之關係** 如圖七六，SZN爲子午圈，A爲在子午圈之一

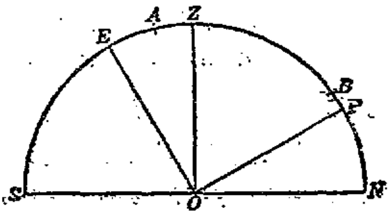


圖 七 六

點，處於天頂之南與赤道之北，則

$$EZ = 緯度\ \phi，$$
$$EA = 赤緯\ \delta，$$
$$SA = 高度\ h，$$
$$ZA = 天頂距\ \zeta，$$

故 $\phi = \zeta + \delta$。……………………………………(1)

惟須注意者，A 點之處於赤道北者 δ 之值爲正，處於南者爲負。又 A 點處於天頂之南者 ζ 之值爲正，處於北者爲負。

若子午圈上之點處於天極之下者，則赤緯大於 90 度，仍可依上式計算；惟用極距（p）以代赤緯，則計算較爲簡便。

如 B 爲子午圈之一點，處於天頂之北與北極之上，則得

$$PB = 極距 = p = 90° - \delta，$$
$$NB = 高度 = h，$$

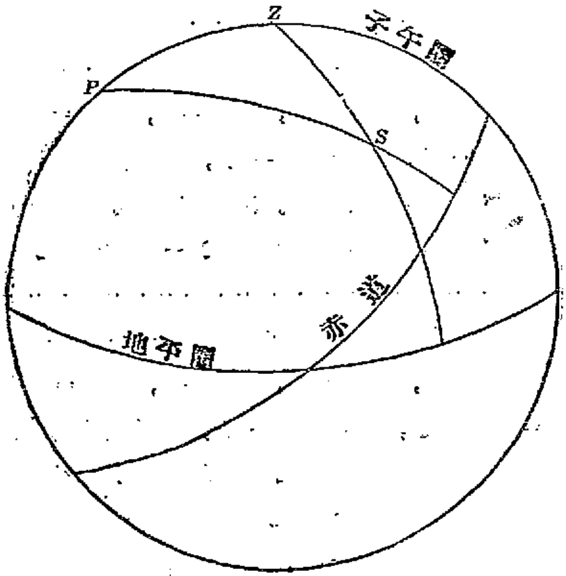
故 $\phi = h - p$。……………………………………(2)

如 B 處於北極之下者，

$\phi = h + p$。……………………………………(3)

§9. 天文三角形

天文三角形 (Astronomical Triangle) 者乃以大圓弧連天球上天頂，天極，及任一星而成之弧三角，或曰 PZS 三角形。如圖七七，PZ 弧爲緯度之餘角，亦曰緯餘 (Co-latitude)。ZS 弧爲天頂距，即高度之餘角。P



圖七七

S 弧為極距，即赤緯之餘角。如 S 星處於子午圈之西，則 P 角為時角，Z 角為方位角（由北端計起）；如處其東，則 P 角為 360 度減去時角，Z 角為 360 度減去方位角。又 S 角為變位角（Parallactic angle）。依弧三角定理：凡三角形已知三部份，則可求其他三部份；其公式如下：

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A, \quad \cdots(4)$$

$$\mathrm{Sin}\,a\ \mathrm{Cos}\,B = \mathrm{Cos}\,b\ \mathrm{Sin}\,c - \mathrm{Sin}\,b\ \mathrm{Cos}\,c\ \mathrm{Cos}\,A，\cdots\cdots(5)$$

$$\mathrm{Sin}\,a\ \mathrm{Sin}\,B = \mathrm{Sin}\,b\ \mathrm{Sin}\,A。\cdots\cdots(6)$$

設 $A = t$, $B = S$; $C = Z$, $a = 90° - h$, $b = 90° - \phi$, $c = 90° - \delta$，於是上三式變爲

$$\mathrm{Sin}\,h = \mathrm{Sin}\,\phi\ \mathrm{Sin}\,\delta + \mathrm{Cos}\,\phi\ \mathrm{Cos}\,\delta\ \mathrm{Cos}\,t；\cdots\cdots(7)$$

$$\mathrm{Cos}\,h\ \mathrm{Cos}\,S = \mathrm{Sin}\,\phi\ \mathrm{Cos}\,\delta - \mathrm{Cos}\,\phi\ \mathrm{Sin}\,\delta\ \mathrm{Cos}\,t，\cdots\cdots(8)$$

$$\mathrm{Cos}\,h\ \mathrm{Sin}\,S = \mathrm{Cos}\,\phi\ \mathrm{Sin}\,t。\cdots\cdots(9)$$

設 $A = t$, $B = Z$, $C = S$, $a = 90° - h$, $b = 90° - \delta$, $c = 90° - \phi$; 則(5)(6)兩式變爲

$$\mathrm{Cos}\,h\ \mathrm{Cos}\,Z = \mathrm{Sin}\,\delta\ \mathrm{Cos}\,\phi - \mathrm{Cos}\,\delta\ \mathrm{Sin}\,\phi\ \mathrm{Cos}\,t，(10)$$

$$\mathrm{Cos}\,h\ \mathrm{Sin}\,Z = \mathrm{Cos}\,\delta\ \mathrm{Sin}\,t。\cdots\cdots(11)$$

設 $A = Z$, $B = S$, $C = t$, $a = 90° - \delta$，$b = 90° - \phi$, $c = 90° - h$, 則(4)(5)(6)三式變爲

$$\mathrm{Sin}\,\delta = \mathrm{Sin}\,\phi\ \mathrm{Sin}\,h + \mathrm{Cos}\,\phi\ \mathrm{Cos}\,h\ \mathrm{Cos}\,Z，\cdots(12)$$

$$\mathrm{Cos}\,\delta\ \mathrm{Cos}\,S = \mathrm{Sin}\,\phi\ \mathrm{Cos}\,h - \mathrm{Cos}\,\phi\ \mathrm{Sin}\,h\ \mathrm{Cos}\,Z，\cdots\cdots(13)$$

$$\mathrm{Cos}\,\delta\ \mathrm{Sin}\,S = \mathrm{Cos}\,\phi\ \mathrm{Sin}\,Z。\cdots\cdots(14)$$

設 $A = Z$, $B = t$; $C = S$; $a = 90° - \delta$，$b = 90° - h$; $C = 90° - \phi$; 則(5)式變爲

$$\cos\delta\cos t = \sin h\cos\phi - \cos h\sin\phi\cos Z。 \cdots\cdots(15)$$

以上各式已足於測量計算之應用，而其常用者爲下列二種：

(1)已知赤緯,緯度及高度，以求方位角及時角。

(2)已知赤緯,緯度及時角，以求方位角及高度。

茲命 t = 時角；

Z = 方位角；

h = 高度；

ζ = 天頂距；

δ = 赤緯；

p = 極距；

ϕ = 緯度；

$s = \frac{1}{2}(\phi + p + h)$。

如欲計算時角(t)可用下列各式：

$$\sin\frac{1}{2}t = \sqrt{\frac{\cos s\sin(s-h)}{\cos\phi\sin p}}, \cdots\cdots(16)$$

$$\cos\frac{1}{2}t = \sqrt{\frac{\cos(s-p)\sin(s-\phi)}{\cos\phi\sin p}} \cdots(17)$$

$$\tan\frac{1}{2}t = \sqrt{\frac{\cos s\sin(s-h)}{\cos(s-p)\sin(s-\phi)}} \cdots(18)$$

$$\operatorname{Cos} t = \frac{\operatorname{Sin} h - \operatorname{Sin}\phi \operatorname{Sin}\delta}{\operatorname{Cos}\phi \cdot \operatorname{Cos}\delta} \cdots\cdots\cdots\cdots (19)$$

$$\operatorname{Cos} t = \frac{\operatorname{Sin} h}{\operatorname{Cos}\phi \operatorname{Cos}\delta} - \operatorname{Tan}\phi \operatorname{Tan}\delta \cdots (19_a)$$

$$\operatorname{Vers} t = \frac{\operatorname{Cos}(\phi - \delta) - \operatorname{Sin} h}{\operatorname{Cos}\phi \operatorname{Cos}\delta} \cdots\cdots\cdots\cdots (20)$$

如欲計方位角(Z)自北端向東或向西計算，可用下式：

$$\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}Z = \sqrt{\frac{\operatorname{Sin}(s-h)\operatorname{Sin}(S-\phi)}{\operatorname{Cos}\phi \operatorname{Cos} h}} (21)$$

$$\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}Z = \sqrt{\frac{\operatorname{Cos} s \operatorname{Cos}(s-p)}{\operatorname{Cos}\phi \operatorname{Cos} h}} \cdots\cdots (22)$$

$$\operatorname{Tan}\tfrac{1}{2}Z = \sqrt{\frac{\operatorname{Sin}(s-\phi)\operatorname{Sin}(s-h)}{\operatorname{Cos} s \operatorname{Cos}(s-p)}} (23)$$

$$\operatorname{Cos} Z = \frac{\operatorname{Sin}\delta - \operatorname{Sin}\phi \operatorname{Sin} h}{\operatorname{Cos}\phi \operatorname{Cos} h} \cdots\cdots\cdots\cdots (24)$$

$$\operatorname{Cos} Z = \frac{\operatorname{Sin}\delta}{\operatorname{Cos}\phi \operatorname{Cos} h} - \operatorname{Tan}\phi \operatorname{Tan} h \cdots (24_a)$$

$$\operatorname{Vers} Z = \frac{\operatorname{Cos}(\phi - h) - \operatorname{Sin}\delta}{\operatorname{Cos}\phi \operatorname{Cos} h} \cdots\cdots\cdots\cdots (25)$$

設方位角由南端計起，則(23)(24)及(25)式可變爲

$$\operatorname{Cot}\tfrac{1}{2}Z_s = \sqrt{\frac{\operatorname{Sin}(s-\phi)\operatorname{Sin}(s-h)}{\operatorname{Cos} s \operatorname{Cos}(s-p)}} (26)$$

$$\operatorname{Cos} Z_s = \frac{\operatorname{Sin}\phi \operatorname{Sin} h - \operatorname{Sin}\delta}{\operatorname{Cos}\phi \operatorname{Cos} h} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

$$\operatorname{Vers} Z_s = \frac{\operatorname{Cos}(\phi + h) + \operatorname{Sin}\delta}{\operatorname{Cos}\phi \operatorname{Cos} h} \quad \cdots\cdots\cdots(28)$$

綜觀上式，計算時如角度極小，用正弦較餘弦爲精確；如角度近於 90 度則反是；惟正切變動較速，故較正餘弦均爲精確。

如欲計算高度可用下列二式：

$$\operatorname{Sin} h = \operatorname{Cos}(\phi - \delta) - 2\operatorname{Cos}\phi \operatorname{Cos}\delta \operatorname{Sin}^2 \tfrac{1}{2} t, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

$$\operatorname{Sin} h = \operatorname{Cos}(\phi - \delta) - \operatorname{Cos}\phi \operatorname{Cos}\delta \operatorname{Vers} t. \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(29_a)$$

如已知赤緯,時角及高度以求方位角，可用下式：

$$\operatorname{Sin} Z = \operatorname{Sin} t \operatorname{Cos}\delta \operatorname{Sec} h \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(30)$$

如計算近極處星之方位角，已知時角及赤緯，可用下式：

$$\operatorname{Tan} Z = \frac{\operatorname{Sin} t}{\operatorname{Cos}\phi \operatorname{Tan}\delta - \operatorname{Sin}\phi \operatorname{Cos} t} \quad \cdots\cdots(31)$$

上式係以(10)式除(11)式，再以 $\operatorname{Cos}\delta$ 除之即得。

如各星體在地平面時，已知緯度及赤緯以求時角及方位角，可將(7)及(12)兩式之 $h = 0$，則得下式：

$$\operatorname{Cos} t = -\operatorname{Tan}\delta \operatorname{Tan}\phi, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(32)$$

$$\operatorname{Cos} Z = \operatorname{Sin}\delta \operatorname{Sec}\phi, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

以上兩式可以計算太陽出沒之時刻及方向。

如北極星之在最大離角時，其方位角爲最大，日行之圈與經過北極星之垂直圈相切，故 PZS 三角形爲直角三角形。如圖七八，其方位角及時角可用下式計算之。

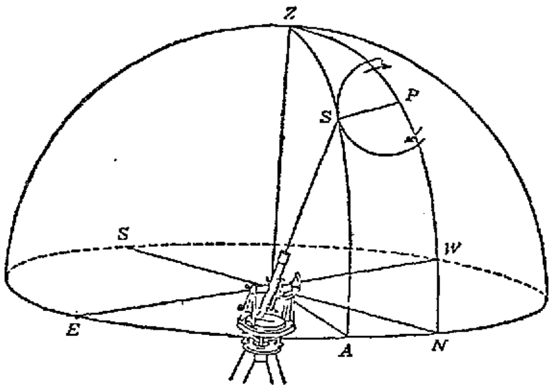


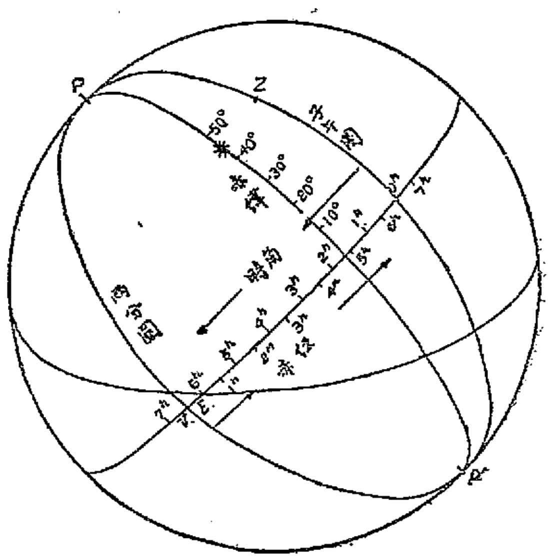
圖 七 八

$$\mathrm{Cos}\ t = \mathrm{Tan}\ \phi\ \mathrm{Cot}\ \delta\ , \qquad \cdots\cdots(34)$$

$$\mathrm{Sin}\ Z = \mathrm{Sin}\ p\ \mathrm{Sec}\ \phi\ , \qquad \cdots\cdots(35)$$

以上兩式可用以求北極星在最大離角之時刻及方向。

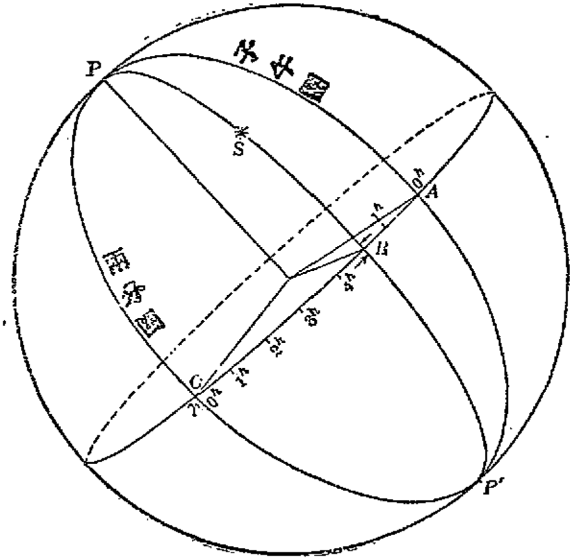
§10. 赤經與時角之關係 設有內外二球，如圖七九，外球於赤道上由春分點起向東等分爲赤經之時,分,秒，內球則於赤道上由觀測點之子午圈起向西等分爲時角之時,分,秒。若旋轉外球，則赤經自春分點以至子午圈之數與時角



圖七九

自子午圈至春分點之數適相等。此數是爲子午圈之赤經，或春分點之時角。又如圖八〇，S爲星之位置，其時角爲AB，其赤經爲CB。此二角之和爲AC，是曰春分點之時角。由此得下式之關係，

春分點之時角＝星之時角＋星之赤經。



圖八〇

第三章 論時

§1. **時之種類** 天文學上通用之時有三：(1)恆星時 (Sidereal Time)；(2)視時 (Apparent Solar Time)；(3)平時 (Mean Solar Time)。其天然單位為日，乃日星兩次經過同一子午圈所歷之時間也。二十四分之一日謂之時，六十分之一時謂之分，六十分之一分謂之秒。

§2. **恆星時** 恆星時之單位曰恆星日，乃春分點兩次經過同一子午圈所歷之時間；二十四分之一日謂恆星時。前述春分點有歲差，每日約差 0.01 秒。恆星時不用以計日數，通常所用爲太陽時。恆星日以春分點經過子午圈上中天時計起，卽零時是也。

§3. **視時** 視時之單位爲視太陽日，乃太陽經過同一子午圈之時間。二十四分之一日謂之時，六十分之一時謂之分，六十分之一謂之秒。通常由下中天計起，卽太陽經過子午圈下中天時謂之子正，卽零時；太陽經過子午圈上中天時謂之午正，卽十二時。然地球繞日之軌道爲橢圓形，其距日有遠近之別，黃赤道相交又有斜正之變，故太陽行度有盈縮，而日有長短之異。又太陽有光行差，凡觀測所得之太陽位置，非其眞位置乃視位置，故太陽視位置經過同一子午圈所歷之時間，逐日不齊也。

§4. **平時** 視時長短之不齊乃大不便，天文家乃取周年視太陽日之實數而平均之，謂之平太陽日。二十四分之一日謂之平太陽時，簡稱曰平時，鐘錶所指皆平時也。

§5. **時差** 平時與視時相差之數曰時差 (Equation of Time)，蓋太陽之視位置，常處於平均位置之前或後。時差之數可預推而知之者，約爲 −14 分至 +16 分。每日時差之數，天文歷書均有備載。

§6. **平時與視時之改變** 欲由平時以求視時，或由視時

以求平時，祇須加減當時之時差則得。茲舉二例於下以明算法。

〔例一〕 格林威1930年1月15日之平時爲$13^h\,20^m$，試求其視時。

天文曆書載1930年1月15日0時之時差爲$-9^m\,12^s.16$，每時之差爲$-0^s.903$。13時20分之時差爲$9^m\,12^s.16+(0^s.903\times13.33)=-9^m\,24^s.20$。

故視時$=13^h\,20^m-9^m\,24^s.20=13^h\,10^m\,35^s.80$。

〔例二〕 格林威1930年1月15日之視時爲$13^h\,10^m\,35^s.80$，試求其平時。

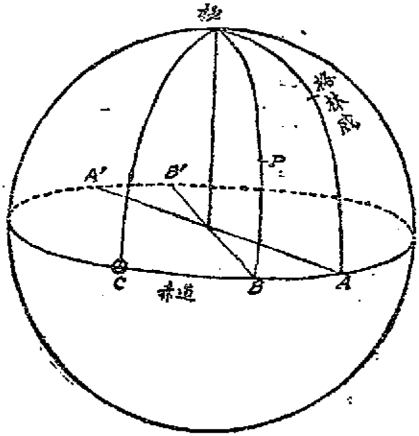
按時差之數以平時計算，已知視時須先約計其平時，乃用以改正時差之數，以求平時。天文曆書載0時之時差爲$9^m\,12^s.16$，其平時約爲$13^h\,10^m\,35^s.8+9^m\,12^s.16=13^h\,19^m\,47^s.96$。其時差應爲$9^m\,12^s.16+13.33\times0^s.903=9^m\,24^s.20$。

故平時$=13^h\,10^m\,35^s.80+9^m\,24^s.20=13^h\,20^m$。

§7. 地方時 地方時(Local Time)者乃某地方依太陽測得之平時或視時。地球向東自轉，居東者見太陽在先，故其地方時較早；居西者見太陽在後，故其地方時較遲。

§8. 經度與時之關係 前述某地之太陽時乃太陽自該地下中天經過之時角。若自格林威下中天經過之時角，即格林威之太陽時。某地與格林威太陽時之差，即該地與格林威

東西經度之差，其單位以時計或以度計；至於其他兩地方時之差亦然。如圖八一，格林威之地方時爲 A'AC 時角，



圖八一

P 處之地方時爲 B'BC 時角。其時角之差爲 A'B' 或 AB，卽 P 處居格林威西之經度爲 AB。若 C 點爲春分點，AC 爲自春分點之時角，卽格林威之恆星時；BC 爲 P 處之恆星時；故兩地恆星時之差亦爲 AB 時角。然無論太陽時或恆星時，均以該星兩次經過同一子午圈謂之一日，二十四分之一謂之一時，卽 24 時等於 360 度。故 15 度 = 1 時，15分(角) = 1 分(時)，15秒(角) = 1 秒(時)。茲舉例以明格林威時與地方時之計算。

〔例一〕 格林威時爲 $10^h\,21^m\,00^s$ 試求南京之地方時。

南京居格林威東 118° 46′ 33″，故地方時應較格林威時早 $7^h\,55^m\,06^s.2$。

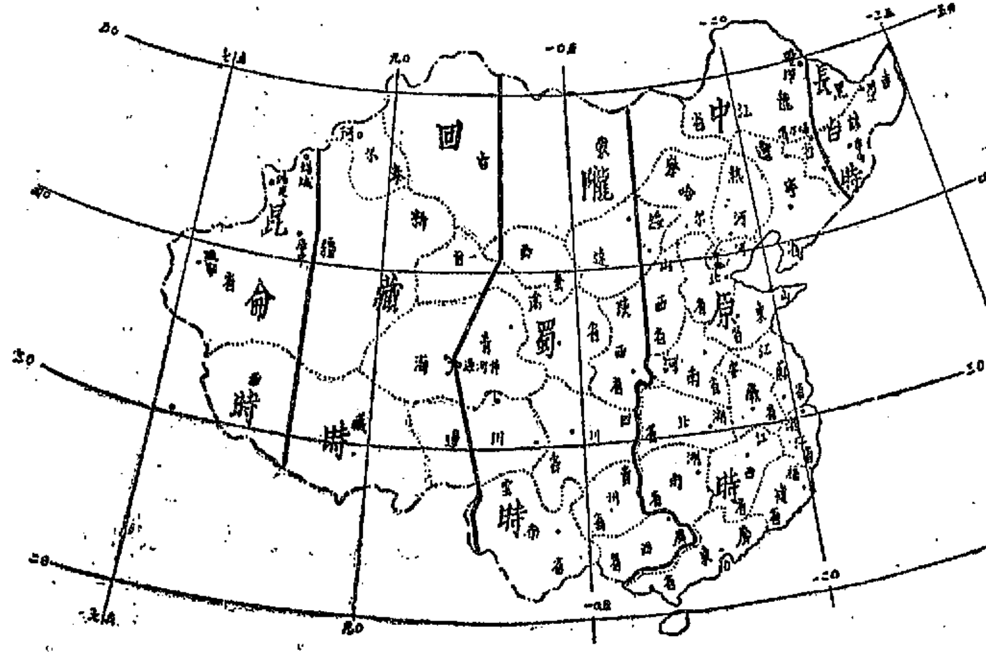
$$
\begin{array}{ll}
\text{格林威時} & = 10^h\,21^m\,00^s.0 \\
\text{經度差} & = 7^h\,55^m\,06^s.2 \\
\hline
\text{南京地方時} & = 18^h\,16^m\,06^s.2 \\
 & = 6^h\,16^m\,06^s.2\text{(下午)}
\end{array}
$$

〔例二〕 格林威時爲 $3^h\,00^m$，某處居格林威西120°，試求其地方時。

某處居格林威西120°，其地方時較格林威遲8^h。當格林威 3^h 時，該處尙爲前一日，故格林威時應自前一日計算，卽加 24^h，乃減去經度差。

$$
\begin{array}{ll}
\text{格林威時}(3^h+24^h) & = 27^h\ 00^m \\
\text{經度差} & = 8^h\ 00^m \\
\hline
\text{某處地方時} & = 19^h\ 00^m \\
 & = 7^h\ 00^m\text{(下午)}
\end{array}
$$

§9. **標準時** 當今之世交通繁盛，鐵路常貫數省，若用地方時則行車時刻須到處更變，深感不便。乃以英國格林威天文臺子午圈爲起點，平分地球爲東西兩半球。又用經線平分爲十二區，謂之標準時區，各區遞差一小時。凡在同區之地，皆用同一之時。我國之標準時區{圖八一(a)}分爲五：一曰長白時區，以東經 127$\frac{1}{2}$度爲標準；二曰中原時



圖八一（乙）

區，以東經 120 度爲標準；三曰隴蜀時區，以東經 105 度爲標準；四曰回藏時區，以東經 90 度爲標準；五曰崑崙時區，以東經 75 度爲標準。每區中惟該經線所經過之地，其標準時與地方時相同，餘均有差。玆擧例以明標準時與地方時之計算。

〔例一〕 中原標準時爲 $10^h\,15^m$，試求南方地方時。

中原時區爲東經 120°，南京爲東經 118° 46′ 33″。其經度相差爲 1° 13′ 27″，故相差之時爲 $4^m\,53^s.8$，即標準時較地方時早 $4^m\,53^s.8$。於是 $10^h\,15^m - 4^m\,53^s.8 = 9^h\,10^m\,06^s.2$，即南京地方時。

〔例二〕 某地爲東經 122° 15′，其地方時爲 $8^h\,30^m$，試求中原標準時。

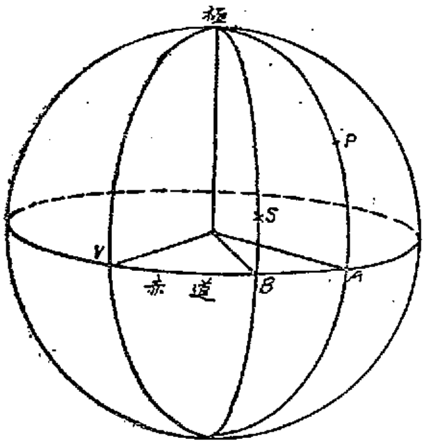
某地與中原時區經度相差爲 2° 15′，其相差之時 9^m，即標準時應較地方時遲 9^m。於是 $8^h\,30^m - 9^m = 8^h\,21^m$，即中原標準時也。

§10. 恆星時赤經與時角之關係 如圖八二，P 處之恆星時即自春分點 V 至該處子午圈之時角爲 AV 弧，而恆星 S 對於 P 處之時角爲 AB 弧，恆星 S 之赤經爲 VB，於是得

$$AV = VB + AB。$$

玆命 S = P 處之恆星時，α = 恆星 S 之赤經，t = 恆星 S 之時角。由上式得

$$S = \alpha + t \quad \cdots\cdots (36)$$



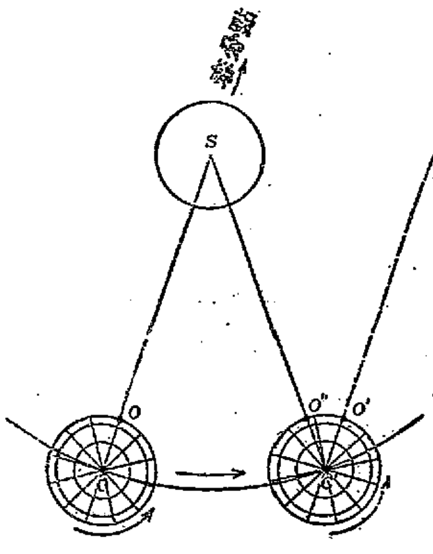
圖八二

上式之關係隨處可應用，惟有時 α 與 t 之和大於 24^h，則恆星時須減去 24^h。例如 $\alpha = 20^h$，$t = 10^h$，恆星時(S)實為 6^h。設已知赤經及恆星時以求時角，則 $S = 24^h + 6^h = 30^h$，故時角 $t = S - \alpha = 30^h - 20^h = 10^h$。

設恆星在某處之子午圈時，其時角則等於零，(36) 式 $S = \alpha$，即恆星時等於赤經。若知經過某處子午圈之赤經，則知該處之恆星時。

§11. 平時間與恆星時間之關係　前述因地球之公動，太陽之視動每日常向東移動約一度，於是太陽時與在春分點時每日約長四分，即太陽日較恆星日約長四分。如圖八三，C 及 C' 為兩日地球所處之位置，S 為太陽，O 為觀

測點，其時爲正午，太陽正在子午圈上。設地球旋轉一周，若以恆星爲標準，其觀測點應爲 O' 。惟太陽之方向爲 O' O" ，故地球須旋轉約一度，使太陽正在子午圈上，需時約四分。但太陽與恆星時之單位同爲日，而每日等分爲二十四時，故太陽日較恆星日約長四分，每時約長十秒。若有二時計，一以太陽時爲標準，一以恆星時爲標準，則恆星時計每時恆較太陽時計約快十秒，每日約快四分。



圖八三

又如圖C爲春分日地球之位置(卽三月二十一日)，C'爲次日之位置，則CSC'角爲地球繞太陽旋轉之角度，SC'X角爲自春分日起太陽時與恆星時相差之角度，卽太陽之赤經。但CSC'角與SC'X角相等，故地球每年繞太陽一週，CSC'角爲360度，則SC'X角應爲360度或24時。於是知地球繞太陽之時間，恆星時應較太陽時多一日，卽地球繞太陽一週需平時365.2422日。恆星時應爲366.2422日。

故 366.2422 恆星日＝ 365.2422 平日，

卽 1 恆星日＝ 0.99726957 平日，……………………(37)

1 平日　＝ 1.00273791 恆星日。……………………(38)

或 24^h 恆星時＝($24^h - 3^m\,55^s.909$)平時，……(39)

24^h 平時　＝($24^h + 3^m\,56^s.555$)恆星時。…(40)

玆爲便利計算，命 I_s 爲恆星時間，I_m 爲平時間，則上二式變爲下式：

$$I_s = I_m + 0.00273791 \times I_m，\quad\cdots\cdots(41)$$

$$I_m = I_s - 0.00273043 \times I_s。\quad\cdots\cdots(42)$$

上二式其改正値每時爲 $+9^s.8565$ 及 $-9^s.8296$。更爲便利計算起見，可列成如表九及表一〇。表九用以化恆星時爲平時；表一〇化平時爲恆星時。玆舉例如下以明二表之用法。

〔例一〕設有太陽時計與恆星時計同時開行，恆星時計爲 $9^h\,23^m\,51^s.0$，問太陽時計應指何時？

由表九，9^h 之改正數爲 $-1^m\,28^s.466$；23^m 之改正數爲 $-3^s.768$；$51^s.0$ 之改正數爲 $-0^s.139$。其總改正數爲上三數之和，卽 $-1^m\,32^s.373$。

故平時 $= 9^h\,23^m\,51^s.0 - 1^m\,32^s.373 = 9^h\,22^m\,18^s.627$，卽太陽時計所指之時。

〔例二〕 設太陽時計爲 $7^h\,10^m$，問恆星時計應指何時？

由表一〇，7^h 之改正數爲 $+1^m\,08^s.995$；10^m 之改正數爲 $+1^s.643$；其總改正數爲 $+1^m\,10^s.638$。

故恆星時 $= 7^h\,10^m + 1^m\,10^s.638 = 7^h\,11^m\,10^s.638$，卽恆星時計所指之數。

上述之例係短時間之改變，若長時期之改變，須由春分日計起，其改正數適等於平太陽之赤經。

§12. 平時與恆星時之關係 如圖八二，B 爲平太陽之位置。命 α_s 爲太陽之赤經，及 t_s 爲太陽之時角，則(36)式爲

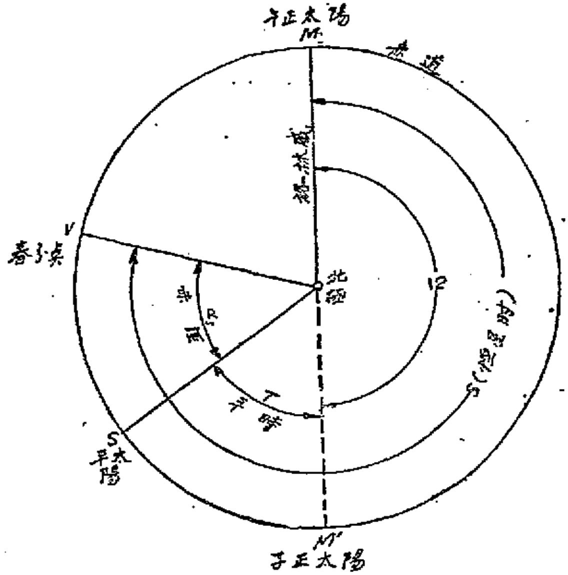
$$S = \alpha_s + t_s \text{。} \qquad \cdots\cdots(43)$$

惟平時由子正計起，復命 $T =$ 平時，故 $t_s = T + 12^h$

上式變爲

$$S = \alpha_s + T + 12^h \text{。} \qquad \cdots\cdots(44)$$

如圖八四，則上式更易明瞭。MM'V 爲恆星時或春分點之時角(S)，MM' 爲12^h，M'S 爲平時(T)，及 VS 爲平太陽之赤經(α_s)。則



圖八四

$S = MM'V = MM' + M'S + VS = 12^h + T + \alpha_s$。

由(44)式得下式：

$$S - T = \alpha_S + 12^h \text{。} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(45)$$

赤經（α_S）之值不因地方而改變，乃因絕對時而異；所謂絕對時者乃格林威之平時也。故無論何處，其絕對時相同，則恆星時與平時之差亦同也。（$\alpha_S + 12^h$）之值天文曆書均有編載，惟以格林威平時子正(卽零時)爲標準，若

在其他平時(T)，則赤經須加以改正。茲命改正值爲 C，於是(44)式變成下式：

$$S = \alpha_s + 12^h + T + C \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots (46)$$

上式太陽赤經改正值(C)爲常數，即每一平時增加 $9^s.8565$。但 C 之值與表一〇化平時爲恆星時同，故可利用表一〇以求改正數。

〔例一〕 一九三〇年一月二日格林威之平時爲 $16^h\,00^m$，$(\alpha + 12^h)$ 之值爲 $6^h\,39^m\,40^s.58$，試求其恆星時。

由表一〇，16^h 之改正數(C)爲 $2^m\,37^s.704$，其計算如下：

$$\begin{aligned}
(\alpha_s + 12^h)\ (\text{子正}) &= \ \ 6^h\,39^m\,40^s.58 \\
T &= 16^h\,00^m\,00^s.0 \\
C &= \qquad\ 2^m\,37^s.704 \\
\hline
S &= 22^h\,42^m\,18^s.284 \text{。}
\end{aligned}$$

設已知恆星時以求平時，則(44)式不能直接以求赤經之改正值，蓋平時尚爲未知數。惟由恆星時(S)減去 $(\alpha_s + 12^h)$ 爲自子正之恆星時間；而平時(T)爲由恆星時減去改正數，此改正數可由表九檢得之。茲命改正值爲 C'，得下式：

$$T = S - (\alpha_s + 12^h) - C' \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots (47)$$

〔例二〕 格林威之恆星時爲 $22^h\,42^m\,18^s.284$，試求其平時。

$$S = 22^h\ 42^m\ 18^s.284$$

$$(\alpha_s + 12^h)\ (\text{子正}) = -\ 6^h\ 39^m\ 40^s.580$$

$$\text{恆星時間}\ (\text{自子正}) = 16^h\ \ 2^m\ 37^s.704,$$

由表九得改正值 $16^h = 2^m\ 37^s.273$

$$2^m = 0^s.328$$

$$37^s.704 = 0^s.103$$

$$C' = 2^m\ 37^s.704$$

故 $T = 16^h\ 2^m\ 37^s.704 - 2^m\ 37^s.704 = 16^h\ 00^m$。

若在不同經度之處，赤經之改正法有二：(1)化地方時為格林威時，以改正$(\alpha_s + 12^h)$之數，乃復變為地方時。(2)改正$(\alpha_s + 12^h)$為地方時子正之數，其改正值即以經度之時數乘每時赤經之差數。茲舉例以明之。

〔例三〕 一九三〇年一月一日南京之地方平時為 12^h 00^m，試求其恆星時。

南京地方時	=	$12^h\ 00^m$
經度差(東)	=	$7^h\ 55^m\ 06^s.2$
格林威平時	=	$4^h\ 04^m\ 53^s.8$
$(\alpha_s + 12^h)$ (子正)	=	$6^h\ 39^m\ 40^s.58$
C	=	$0^m\ 40^s.23$(表一〇)
格林威恆星時	=	$10^h\ 45^m\ 14^s.61$
經度差	=	$+\ 7^h\ 55^m\ 06^s.20$
南京恆星時	=	$18^h\ 40^m\ 20^s.81$

〔例四〕 已知南京恆星時爲 $18^h 40^m 20^s.81$，試求其平時。

南京恆星時	=	$18^h 40^m 20^s.81$
經度差(東)	=	$7^h 55^m 06^s.20$
格林威恆星時	=	$10^h 45^m 14^s.61$
$(\alpha_s + 12^h)$ (子正)	=	$6^h 39^m 40^s.58$
恆星時間(自子正)	=	$4^h 05^m 34^s.03$
C'	=	$40^s.23$ (表九)
格林威平時	=	$4^h\ 4^m 53^s.80$
經度差(東)	=	$7^h 55^m 06^s.20$
南京平時	=	$12^h 00^m 00^s.00$

〔例五〕 前二例之計算，復可先改正赤經爲地方時子正之數，其改正值爲經度之時數乘每時赤經之差數，屬東經者應減，西經者應加。南京與格林威經度之差爲 $7^h 55^m 06^s.2$，由表一〇其改正值爲 $-1^m 18^s.047$，故南京子正之 $(\alpha_s + 12^h) = 6^h 39^m 40^s.58 - 1^m 18^s.047 = 6^h 38^m 22^s.533$。

化平時爲恆星時

南京平時	=	$12^h 00^m 00^s.00$
$(\alpha_s + 12^h)$ (南京子正)	=	$6^h 38^m 22^s.533$
C	=	$1^m 58^s.278$
南京恆星時	=	$18^h 40^m 20^s.811$

化恆星時爲平時

南京恆星時	=	$18^h\,40^m\,20^s.811$
(α_s+12^h)（南京子正）	=	$6^h\,38^m\,22^s.533$
恆星時間（自子正）	=	$12^h\,01^m\,58^s.278$
C'	=	$01^m\,58^s.278$
南京平時	=	$12^h\,00^m\,00^s.00$

§13. 天文曆書　前述赤經及赤緯等，天文臺所刊之天文曆書均有編載，以備測量之用。我國天文研究刊行之天文年曆較爲簡單，不若美國天文曆書之詳盡。內容可分三部：（1）載太陽太陰行星之赤經赤緯等，以格林威子正爲標準；（2）載各星之位置，以華盛頓天文臺（U. S. Naval Observatory at Washington）西經 $5^h\,08^m\,15^s.78$ 爲標準；（3）載各星之現象以及測量應用諸表。

§14. 論較　曆書所載明諸星行度，均按格林威或他天文臺一定時間推算，若求他地或他時間之各星行度，須用比例乘除之。普通比例則取表上前後兩數之差，以經過時間與前後相差時間之比例求之，惟此求得之值須假定其改變之數爲一定。但各星行度變化無恆，常爲曲線，故前後不同時間，其改變之數常異。若太陰之赤經變化極速，故每時載其值，并附其每分之差數。太陽之赤經變化較緩，則每日載其值，并附其每時之差數。欲求他時之值，祗以時數乘其差數而加減可也，惟時間須近於表上所載之時爲宜。由

此求得之值較普通比例爲精密，蓋前者所求得之數在曲線之弦上，後者則在其切線上，而切線較弦爲近於曲線也。

〔例一〕 一九二五年二月一日及二日格林威太陽之赤緯如下表，試求在一日 21 時之赤緯。

	太陽赤緯	每時之差
二月一日 0 時	− 17° 18′ 03″.9	+ 42″.15
二月二日 0 時	− 17° 01′ 03″.2	+ 42″.90

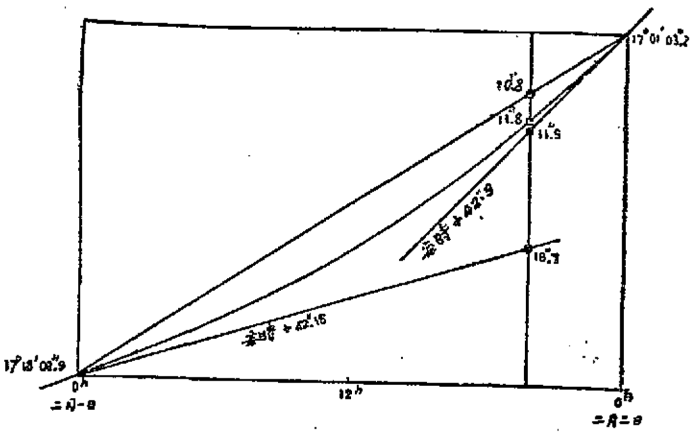


圖 八 五

如圖八五，曲線示赤緯之改變。若以普通比例 21 時赤緯之值爲 $-17°\,01'\,03''.2 - \dfrac{3}{24}$ (17° 18′ 03″.9 − 17°

$01' 03''.1) = -17° 03' 10''.8$。又一日21時距二日0時僅三時，應取二日每時之差數，其赤緯爲 $-17° 01' 03''.2 - 3 \times 42''.9 = -17° 03' 11''.9$。若取一日之差數，其赤緯應爲 $-17° 18' 03''.9 + 21 \times 42''.15 = -17° 03' 18''.7$。由是知 $-17° 03' 11''.9$ 較近於眞值。

若其每時差數之差甚鉅，上法未足得其精密，可先將表上之時與欲求之時之中數，依比例求其每時差數，再將此差數乘時卽得。

〔例二〕 依前例二日0時與一日21時相差爲 3^h，其中數爲 $22^h 30^m$。兩日每時差數之差爲 $0''.75$，故 $22^h 30^m$ 之差數爲 $42''.90 - \frac{1\frac{1}{2}}{24} \times 0''.75 = 42''.86$。其赤緯爲 $-17° 01' 03''.2 - 3 \times 42''.86 = -17° 03' 11''.8$。

§15. **重較法** 表載之值如有數個改變數，則難於比較以求其值。若相差之數不大，可依下法計算之。設有 p Sin t 之值如下表，試求一九二七年 $1^h 53^m.5$ p Sin t 之值。

p Sin t

時角	1925	1930
$1^h 52^m$	30'.9	30'.2
$1^h 56^m$	31'.9	31'.2

先求為時較近之改正值，次求其他改正值。例如時角增大，p Sin t 亦增大，故其改正值為 $+\frac{1^m.5}{4^m.0}\times 1'.0 = 0'.38$。又年份增加，p Sin t 反減小，其改正值應為 $-\frac{4}{10}\times 0'.7 = 0'.28$。於是一九二七年 $1^h 53^m.5$ p Sin t 之值為 $30'.9 + 0'.38 - 0'.28 = 31'.0$。

第四章　觀測之改正

§1. **地球之形狀**　前編曾述地球之形為橢圓體，美國大地測量定長軸之半徑為 3963.27 哩，短軸之半徑為 3949.83 哩，二半徑之差為13哩，約三百分之一。本編觀測之用徑可作圓球體，蓋與橢圓體同體積之圓球體，半徑約為3958.90 哩，不致發生大差誤也。緯度每度之長在赤道為 68,703 哩，在兩極為 69.407 哩。經度每度在赤道為 69.172 哩。

§2. **緯度種類**　緯度可分為三：(1)天文緯度(Astronomical Latitude)，(2)地理緯度 (Geographie or Geodetic Latitude)，(3)地心緯度(Geocentric Latitud)。

(1)天文緯度者為重力垂直線與赤道平面所夾之角也。

(2)地理緯度　地理緯度者為垂直地面之直線與赤道平面所夾之角也。若地球為正橢圓體，天文緯度應與地理緯

度相同；但相差極微，平均約為3"，若亞爾俾斯山二緯度之差方為29秒；此相差之數是為測點差誤(Station Error)。故本編二緯度還以相同視之。

(3)地心緯度　地心緯度者為地心及地面一點相連之直線與赤道平面所夾之角也。

如圖八六，AD 為垂直地面之直線，則 ABE 角為地理

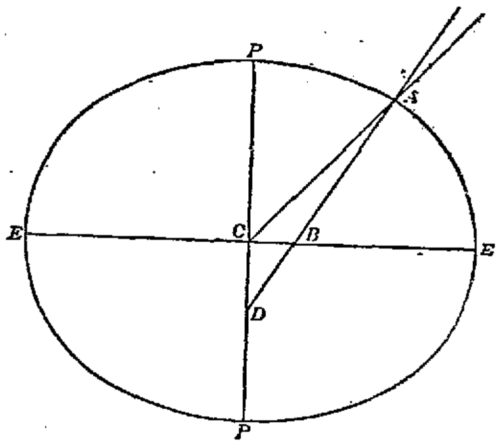


圖　八　六

緯度。若重力垂直線不與 AB 相合如 AB'，則 AB'E 角為天文緯度。ACE 角為地心緯度。地理緯度與地心緯度相差之數為 BAC 角，是曰緯度改正數 (The reduction of Latitude)，其值自 45° 至赤道或兩極為 0° 11' 30" 至 0°。天文測量常用地心緯度，而觀測所得之地理緯度應施以

改正焉。

§3. **視差**　天文曆書所載天球星體視差 (Parallax) 者乃自地心所見與地面所見星體高度之差也。天文曆書所載天球星體之位置，均以地心爲原點，而觀測所得之位置則在地球之表面，故應加以改正。星體與地球之距離極遠，地球還作圓球體可也。至於月球距地雖略近，亦可作爲圓球體，蓋用小儀器以觀測，其差誤將不止此。

如圖八七，ZOS 爲觀測之天頂距，S_1OS 爲觀測之高度，ZCS 爲眞天頂距，HCS 爲眞高度。自 O 點以測 S 星之高度，將較自 C 點觀測者爲低，其視線 OS 與 CS 之差爲 OS

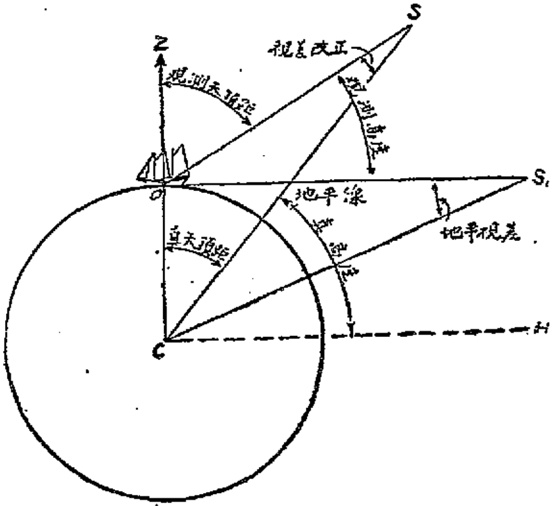


圖 八 七

C 角，是爲視差改正值。設 S 星在天頂，二視線將合而爲一，其改正値爲零。設 S 在地平面上，其改正値 OS_1C 角爲最大，是曰地平視差 (Horizontal Parallax) 或曰赤幅差。

在 OCS 三角形中，O 角可由觀測得之；OC 爲已知之地球半徑；CS 爲自地心至星體中心之距離，若太陽系諸星爲已知。依三角正弦定律，

$$\sin S = \sin ZOS \times \frac{OC}{CS} \text{。} \cdots\cdots\cdots(48)$$

由 OS_1C 正三角得

$$\sin S_1 = \frac{OC}{CS_1} \text{。} \cdots\cdots\cdots(49)$$

上式 S_1 角爲赤幅差，天文曆書均有備載；更可改變如下式：

$$\sin S = \sin S_1 \sin ZOS \text{，} \cdots\cdots\cdots(50)$$

或 $$\sin S = \sin S_1 \cos h \text{。} \cdots\cdots\cdots(51)$$

但 S 與 S_1 之值甚小，太陽之赤幅差約爲 9 秒，月球約爲 1 度，徑可以秒數計之，不致發生大差誤。

故 $$S'' = S_1'' \cos h \text{，} \cdots\cdots\cdots(52)$$

即 $$\text{視差} = \text{赤幅差} \times \cos h \text{。} \cdots\cdots\cdots(53)$$

表一一(A)爲太陽視差改正之約值。

〔例〕 1930 年一月一日觀測太陽之高度爲 50°，由天

曆書得赤輻差為 8".95，其視差為

$$8''.95 \times \text{Cos}\,50^\circ = 5''.75。$$

故其眞高度為 50° 00' 05".75。

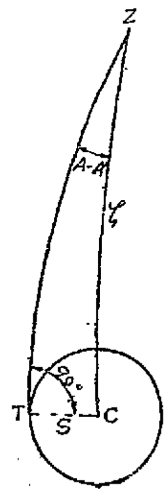
§4. **蒙氣差** 天球星光射入人目，須先經過空氣，而空氣之厚薄不同，常使光線屈折，而使星體之位置升高，故觀測高度與眞高度之差曰蒙氣差。且星體愈近於地平圈，則蒙氣差愈大，待升高至天頂時則消滅矣。惟蒙氣差與溫度及氣壓有關，欲求一準確之公式以計算殊不易。表一二為蒙氣差之平均值，其氣壓為 29.5 吋，溫度為華氏 50 度。

§5. **半徑** 太陽或太陰之影為圓形，觀測其高度時，常使十字線切於影之一邊，蓋欲正對影之中心殊難得其準確，故測得之值，須加減半徑之值如下式；如切於下邊者須加，切於上邊者應減。半徑之值天文曆書逐日均有編載，表一一（B）為太陽每月一日之半徑。

$$h = h' \pm R \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (54)$$

h 為眞高度；h' 為觀測高度；R 為半徑。

至於測方位角時，若切於影之一邊，則其方位角之改正如下。如圖八八，C.Z T 為直角三角形，得下式：



圖八八

$$\operatorname{Sin} \zeta \operatorname{Sin}(A - A') = \operatorname{Sin} S。$$

$A - A'$ 爲邊與中心方位角之改正數，而S之値太陽約爲16分，可命弧與正弦同而簡上式，得

$$A = A' \pm S \operatorname{Sec} h。 \quad \cdots\cdots (55)$$

§6. **海平面之俯角** 如在船上用六分儀以測高度，其高度須減去海平面俯角 (Dip of the Sea Horizon)，方得眞高度。如圖八九，O 爲觀測點，OB 爲地平面，OH 爲海平

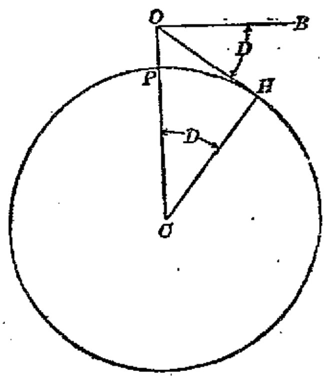


圖 八 九

面，OP = h 爲觀測者高出水面，PC = R 爲地球之半徑，D 爲俯角。由 OCH 三角形得

$$\operatorname{Cos} D = \frac{R}{R+h}。$$

Cos D 以級數展爲 $1-\frac{D^2}{2}+\cdots\cdots\cdots$，則上式變爲

$$\frac{D^2}{2}=\frac{h}{R+h}\text{。}$$

但 h與R之比爲極微，

故 $\frac{D^2}{2}=\frac{h}{R}$，

卽 $D=\sqrt{\frac{2h}{R}}$

上式 D 之值以分數計，若以 R ＝ 20,884,000 呎及弧1' ＝ .0002909 代入，則

$$D'=\frac{1}{\sqrt{\frac{R}{2}}\times\text{弧}1'}\times\sqrt{h}=1.064\sqrt{h}\text{。}\qquad(56)$$

但蒙氣差常使海平面向上使俯角減小，玆爲便利計算，將上式係數 1.064 改爲 1.0 ，則較近於眞値。

故 $D'=\sqrt{h}$呎 。 ……………………………………(57)

表——(C)爲俯角之數。

§7. 儀器差誤 天文測量時，星體高度甚大，儀器稍有差誤，地平角則發生大差誤。儀器之差誤，常因整理不善，若橫軸及視線之差誤等。(1)設縱軸垂直及圓盤水平，而橫

軸不與縱軸成直角；或縱橫軸互成直角，而縱軸不垂直，其發生地平角之差誤如下。

如圖九〇，Z 爲眞天頂，Z' 爲縱軸之延長線與天球相

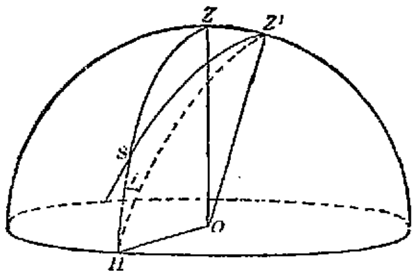


圖　九　〇

交之點，S 爲星體，其高度爲 h，橫軸與地平面所成之角爲 i。地平角之差誤爲 HZ'S 角，於是由弧三角定理，得

$$\frac{\text{Sin } Z'}{\text{Sin } i}=\frac{\text{Sin HS}}{\text{Sin } Z'S},$$

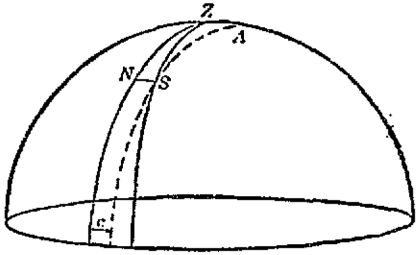
或　$Z'=i\,\text{Tan}\,h$。……………………………………(58)

觀上式縱橫軸有差誤，地平角應施以 $i\,\text{Tan}\,h$ 之改正。但對於三角測量，其改正值極微，可略而不計。

（2）視線之差誤，如圖九一，眞視線所成之大圈爲 ZN，差誤視線所成之圈爲 SA，其差誤爲 c 秒，S 爲測視之星。設 SN 弧垂直 ZN 弧，其地平角之差 SZN 角，於是得下式：

$$\frac{\mathrm{Sin}\ Z}{\mathrm{Sin}\ N}=\frac{\mathrm{Sin}\ c}{\mathrm{Sin}\ ZS}\ 。$$

但 $\angle N=90°$， $Z=c\ \mathrm{Sec}\ h$ 。…………………(59)



圖九一

第五章 星座

§1. 星座 星座(Constellation)者乃研究天文學者將天球分爲數部分，各部分內之衆星予以各別之名稱是也。各星座之星依其光度之強弱，以希臘字母表之。雖與測量學無大關係，若知各星座，則可略知各星之位置以便觀測。

§2. 星之等級 星之等級因星光之強弱而分，光度最強者爲一等，次者爲二等，依次以至六等。其在五等以上者人眼可以望見，若六等星惟用望遠鏡可望見。星之一等光度爲二等星之2.5倍，二等星爲三等星之2.5倍，餘類推。

§3. **極圈星座** 極圈星座（Circumpolor Constellation）者乃環繞極之星座，其位置均在赤緯 40 度以上。如圖九二，其最近於北極者爲小熊星座（Ursa Minor），其星有七，以線連之如勺形。勺柄端之 α 星是爲北極星（Polaris），其光度爲二等，現距北極僅 1° 04'，每年約減少 20"，百餘年後將與北極合。離北極較遠復有七星，相連亦如勺形，是爲大熊星座（Ursa Major），除 δ 星爲三等星外，餘均爲二等星。其勺端 α 與 β 二星爲指極星，二星相連之直線正指在北極星上。處大熊星座之相對方向有明星五，相連如 W 字形，是爲王后星座（Cassiopeia）。其 δ 星之赤經約與北極星及大熊星座之 ζ 星相同，若連 δ 與 ζ 星之直線將經過北極星及天極。至於王后星座 β 星之赤經極近於 0^h，故經過 β 星之時圈，將經過春分點。若觀望 β 星與北極星之位置，可約計恆星時。當 β 星居北極星之上，恆星時約爲 0^h；β 星處於北極星之下，恆星時約爲 12^h；其他之位置亦可約計。

§4. **近赤道之星座** 星座之在赤道與赤緯 45° 之間者如圖九三，九四及九五。圖中幷示每 10 度之赤緯及每時之赤經，觀圖可約得各星之位置。其曲線係黃道卽太陽之行徑，若月球及各行星之位置則甚近於黃道。在黃道兩側約八度之域爲黃道帶（Zodiac），中有十二宮，各宮長 30 度，其名稱如下：

春季 { 白羊宮 (Aries) / 金牛宮 (Taurus) / 雙子宮 (Gemini) }

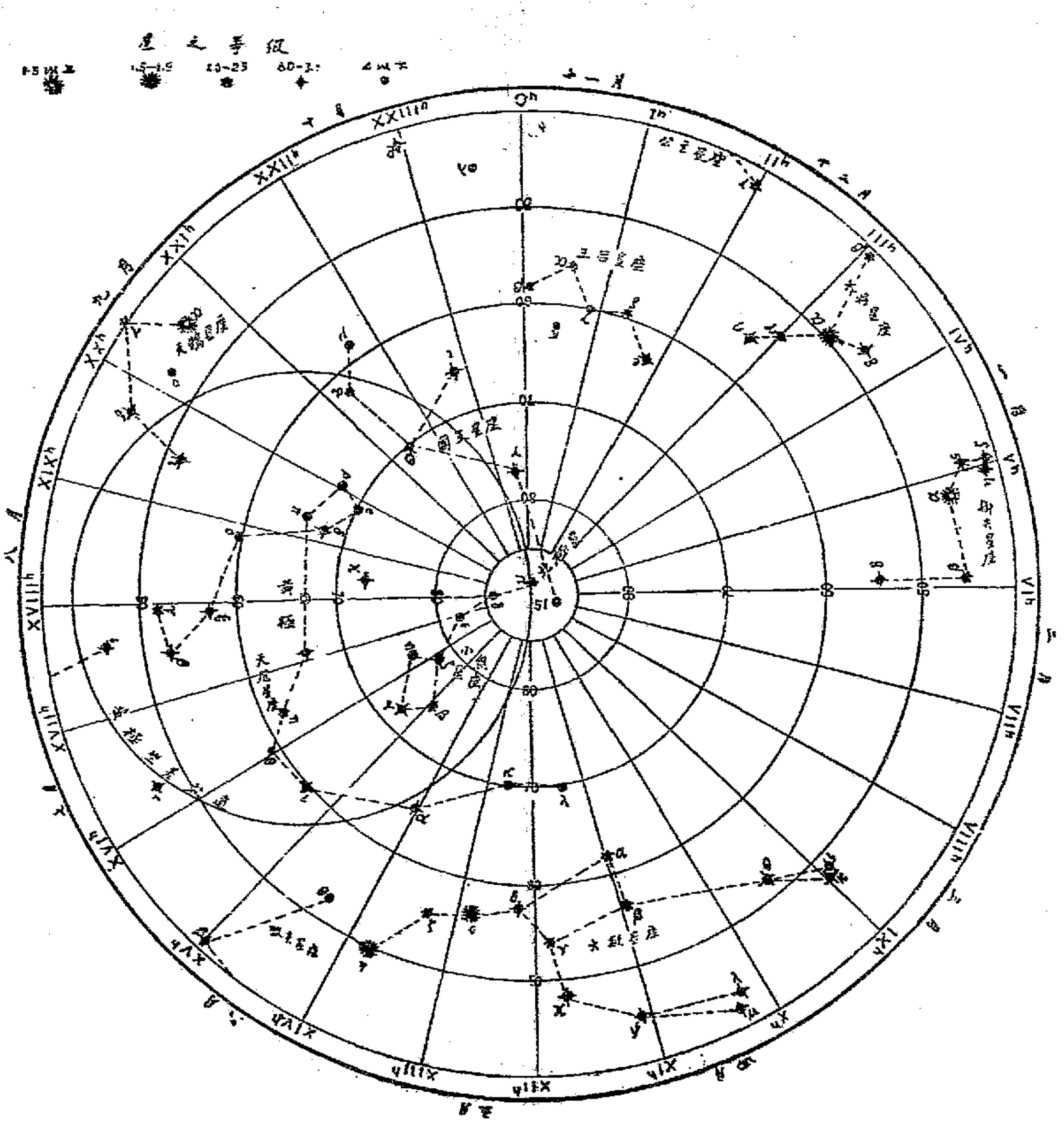
夏季 { 巨蟹宮 (Cancer) / 獅子宮 (Leo) / 處女宮 (Virgo) }

秋季 { 天秤宮 (Libra) / 天蠍宮 (Scorpio) / 弓手宮 (Sagittarius) }

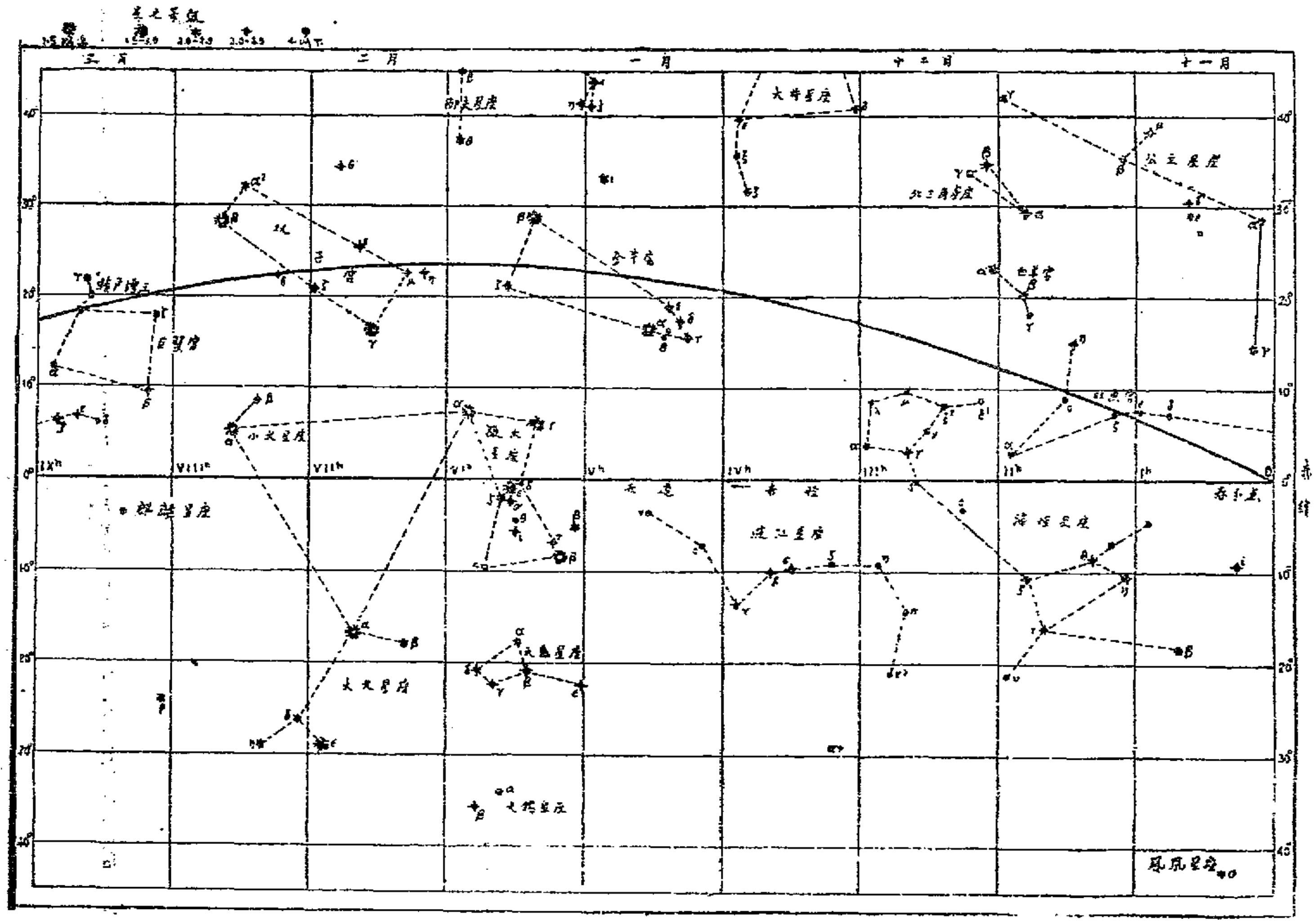
冬季 { 山羊宮 (Capricornus) / 水夫宮 (Aquarius) / 雙魚宮 (Pisces) }

圖上載各月之星座，於夜間九時舉圖等該處於緯餘之高，南望諸星，則可得各星座之位置。如二月中旬雙子宮γ星約於九時經過子午圈，其餘諸星則在其左或右。若星在子午圈上其赤經之數可約計之：先求太陽之赤經，蓋太陽赤經自三月二十一日每日約增四分，每月約增二時；乃以 $(\alpha_s + 12^h)$ 與地方時之和，乃星經過子午圈之赤經。

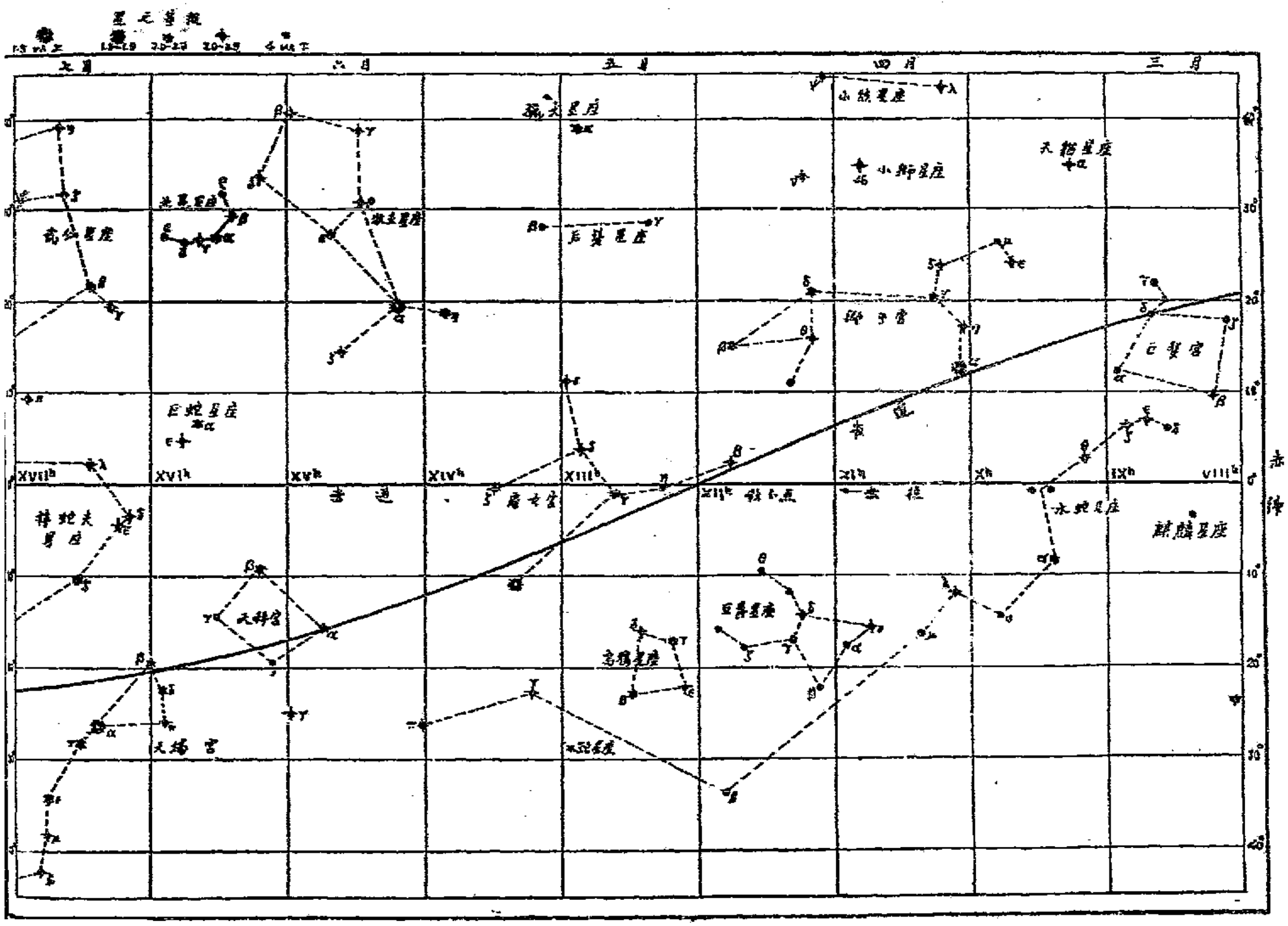
例如十月八日太陽赤經為 $6 \times 2^h + 17 \times 4^m = 13^h\,08^m$ 則 $(\alpha_s + 12^h) = 25^h\,08^m$，或 $1^h\,08^m$。在下午九時其地方時為 21^h，於是 $1^h\,08^m + 21^h = 22^h\,08^m$，即該星在子午圈上之赤經或恆星時為 $22^h\,08^m$。



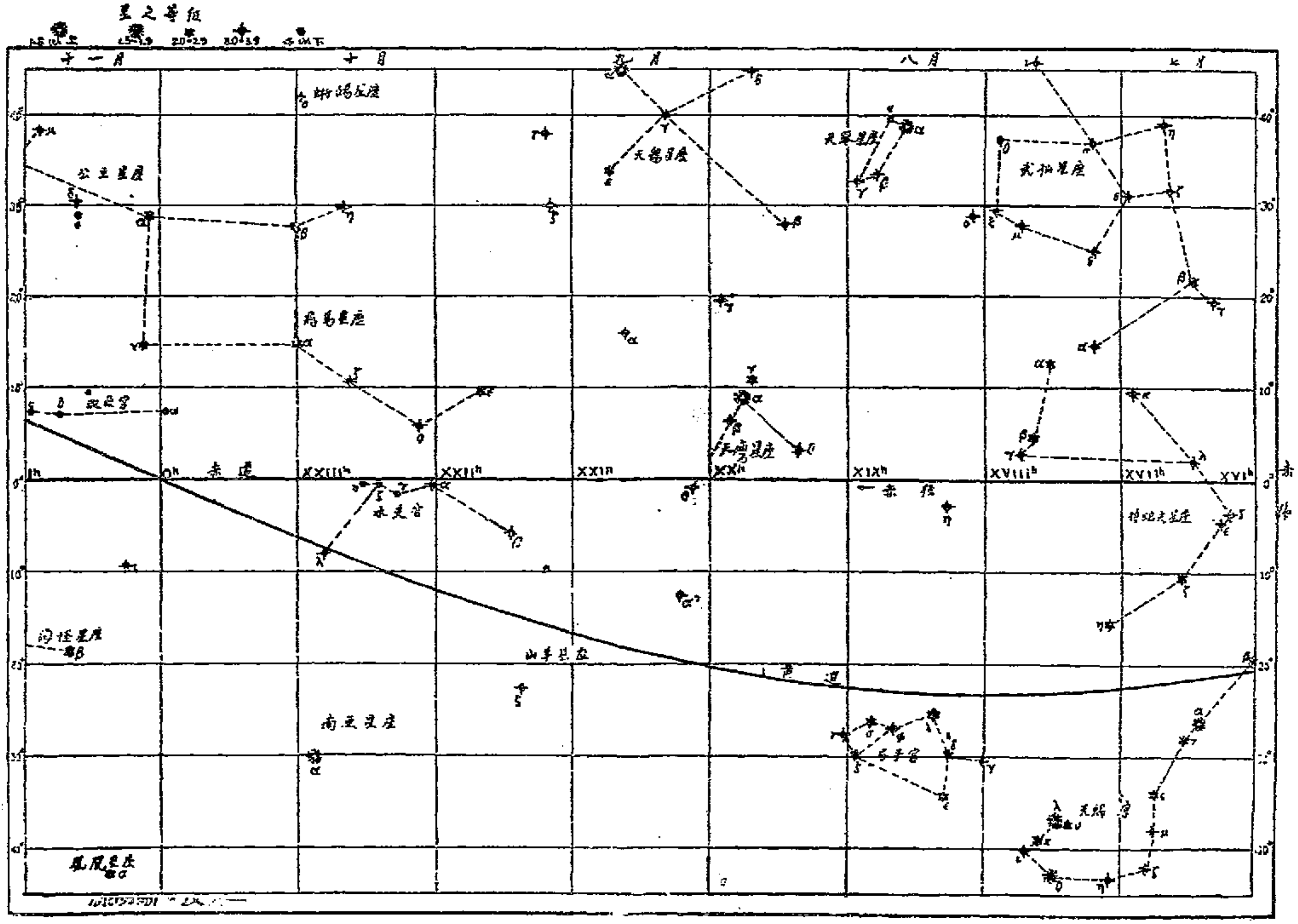
圖九二



圖九三


星之等級
七月
六月
五月
四月
三月
小熊星座
小獅星座
天貓星座
武仙星座
北冕星座
牧夫星座
后髮星座
獅子宮
巨蟹宮
巨蛇星座
蛇夫星座
室女宮
黃道
赤道
天秤宮
天蠍宮
烏鴉星座
巨爵星座
水蛇星座
麒麟星座
赤緯
XVII^h
XVI^h
XV^h
XIV^h
XIII^h
XII^h
XI^h
X^h
IX^h
VIII^h

圖九四


星之等級
十一月
十月
八月
七月
公主星座
飛馬星座
天鵝星座
武仙星座
天鷹星座
南魚星座
人馬宮
鳳凰星座
赤道
黃道
0h
XXIIIh
XXIIh
XXIh
XXh
XIXh
XVIIIh
XVIIh
XVIh

圖九五

§5. **行星** 行星(Planets)因其位置變動速，不能以圖表之。吾人仰觀天象，若有光明之星近於黃道爲前圖所未載者皆行星也。行星繞日而行，軌道爲圓形，約均在一平面內。行星大者有八，地球亦其一也。水星(Mercury)及金星(Venus)在地球軌道之內，火星(Mars)，木星(Jupiter)，土星(Saturn)，天王星(Uranus)及海王星(Neptune)均在地球軌道之外。火星繞日一周約一年十月，木星約十二年，土星約二十九年有半，水星約三月，金星約七月有半，天王星約八十四年，海王星約一百六十四年有半。木星爲最亮之星，若以望遠鏡窺之如滿月。金星亦甚明亮，常於日升前或日落後見之。土星不若木星之大，以高放大力望遠鏡窺之，其影亦甚清晰；若以低放大力望遠鏡窺之，則成橢圓形。火星則其色紅。

第六章 儀器

§1. **經緯儀** 天文測量若不求十分精密者，用普通工程師經緯儀以觀測則可。惟經緯儀須有反光鏡附於物鏡之前，如圖九六，以備夜間觀測，蓋用以反射燈光入筒內，使十字線明晰。反光鏡亦有裝於筒內，而橫軸中空，燈光可由此入。若無反

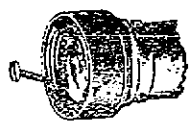


圖 九 六

光鏡可用白紙捲一圓筒套於物鏡之前，斜射燈光，亦可使十字線明晰。

若高度在 60 度以上者，目鏡須附反光稜鏡，如圖九七

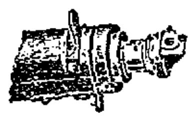


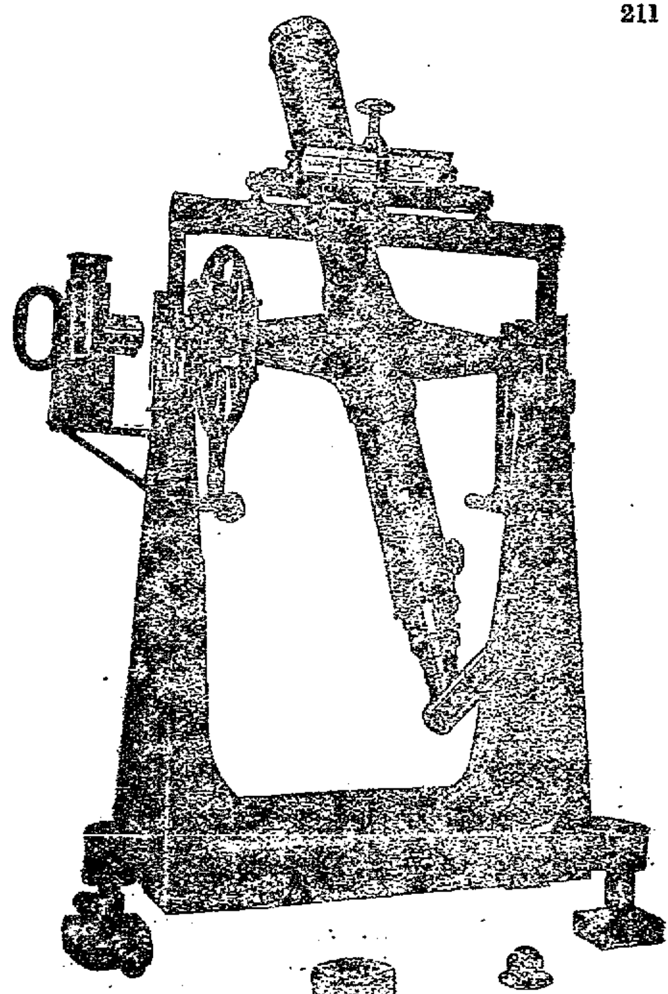
圖 九 七

。惟稜鏡常使物倒置，如目鏡為正影者，則上下倒置，而左右則否。

觀測太陽，目鏡須附有顏色玻片以護目。若無此裝置，可持白紙近目鏡之後，對準太陽，校準定影螺絲，使十字線及日影在紙上均清晰，如是可用以觀測。

觀測高度若甚大，橫軸略有不平，則發生差誤。欲求其準確，應備橫騎水準，騎於橫軸之上，以測橫軸之傾斜，施以改正。至於測高度須用重轉法以免視線及示標之差誤。

§2. 天文經緯儀 天文經緯儀如圖九八，不安於三足架上，而安置堅固之磚石台上。物鏡直徑約二至四吋；焦點距離為 24 至 48 吋。望遠鏡連於Y式支柱之上，用鏡箝及切



圖九八

線螺絲以定上下移動；并附有橫騎水準以測橫軸之傾斜。望遠鏡之視線常指子午線，故安定儀器後，僅有微小之移動以校準視線者。昔日望遠鏡之十字線爲五至十一之縱線及二橫線，縱線每格之距離爲 $\frac{1}{2}$ 至 1 分，故赤道之星移動一格之時間爲 2 至 4 秒，如圖九九，由是可得多次之觀

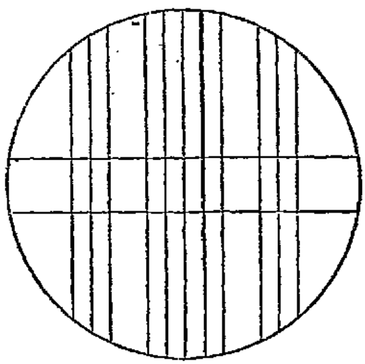
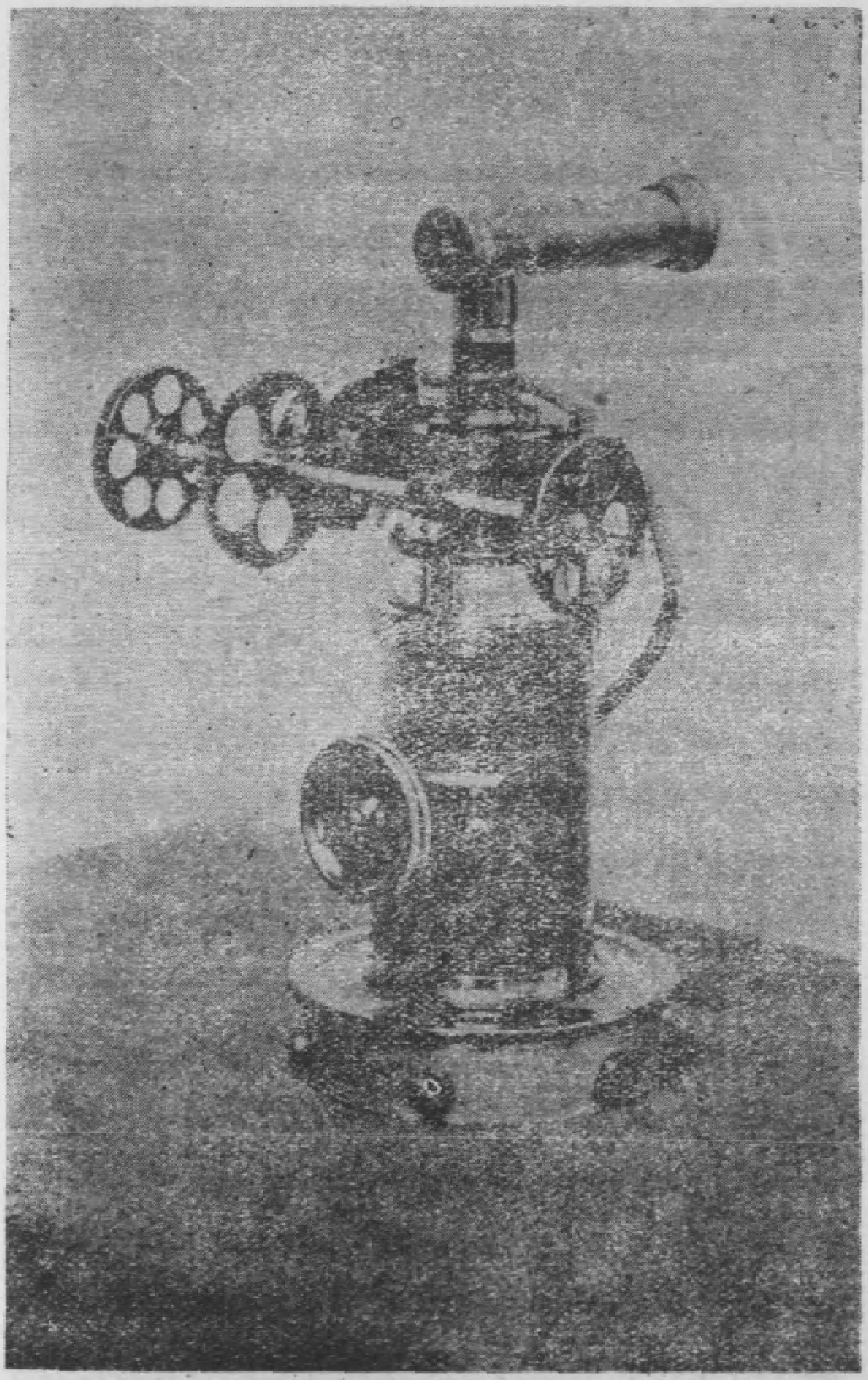


圖 九 九

測。現時則僅用縱橫相交之十字線，連以測微器 (Micrometer)，如圖一〇〇。旋轉測微器之螺絲，可使縱線常對準星光以移動，其經過視圈內之位置及時間，可由時辰圖 (Chronograph) 記載之。時辰圖因電流之斷續，於圖上自記其時間，故於十秒中可得二十次之觀測，并免人工之差誤。



圖一〇〇

§3. 時計　天文觀測所用之時計爲天文鐘(Astronomical clock)及時辰儀(Chronometer)。

(1)天文鐘　天文鐘用鐘擺以行動，鐘擺之長歷四時不生變化，每擺一次，適爲一秒。鐘面畫分二十四小時。鐘針行動速度一定不變，雖日有快慢，其差數常相等，如欲校正之，祇需上下移動擺錘。

(2)時辰儀　時辰儀之形與普通時表無異，惟較爲準確，每半秒一響。須繫於量平環之中，使其水平；並放於乾燥之處，溫度須不變，通常爲華氏 70 度。時辰儀可校準太陽時或恆星時。設有二儀，一爲平時，一爲恆星時，則恆星時辰儀每日快 236 秒，每差三分三秒，其二儀之響恆相同。用二平時辰儀以相較，不能計及十分之一秒，若用恆星時辰儀以相較，則可計及百分之秒數。例如 M_1, M_2 二平時辰儀與恆星時辰儀 S 同響之時，爲

M_1	19^h	30^m	49^s	M_2	19^h	34^m	55^s
S	10	42	01	S	10	46	00

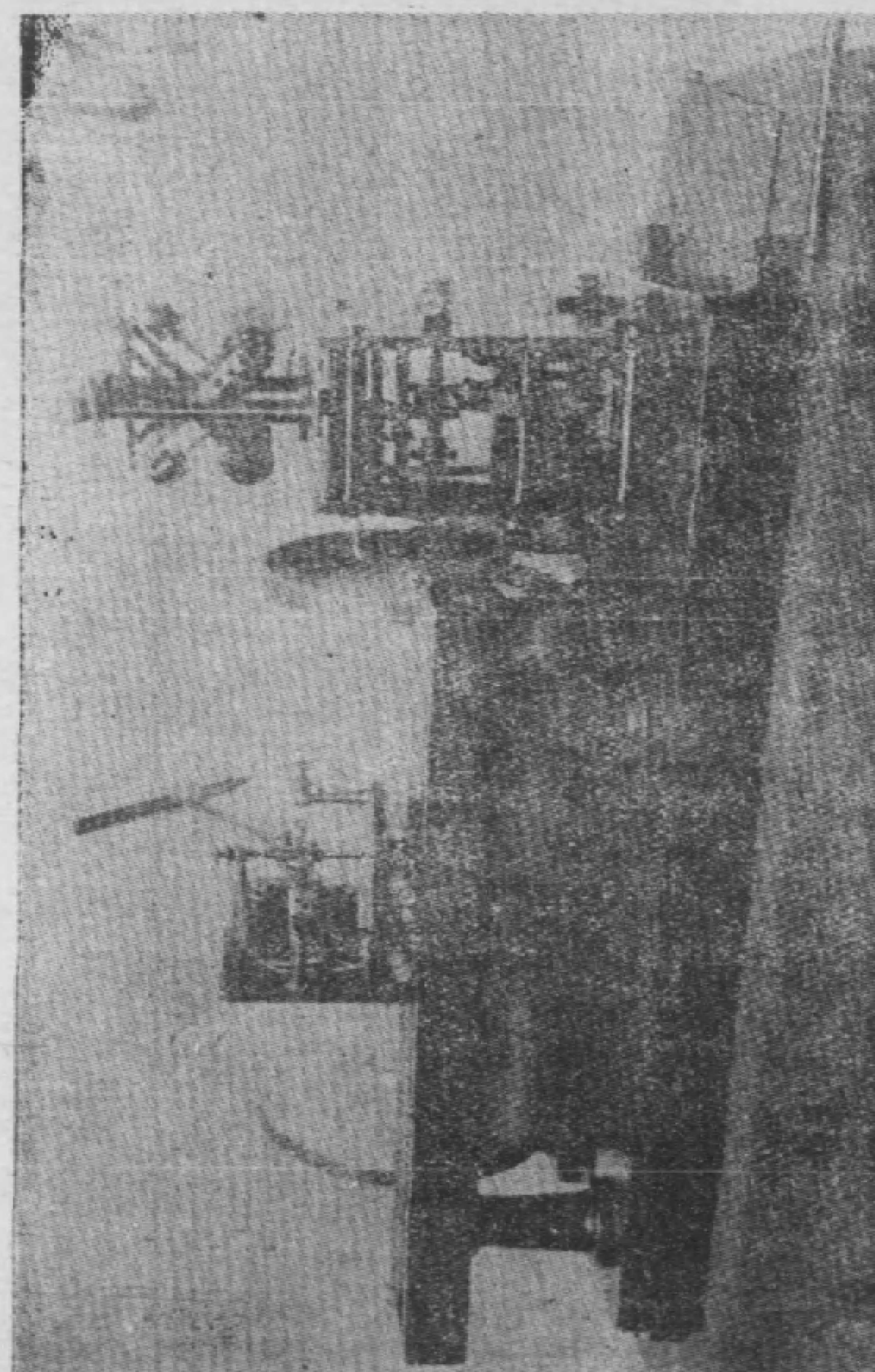
其恆星時辰儀 S 相差之時間爲 $3^m\ 59^s$，將此恆星時間化爲平時，加於 M_1。則二平時辰儀所指之時刻數如下：

M_1	19^h	34^m	$47^s.35$
M_2	19	34	55.00

故 M_2 時辰儀比 M_1 快 $7^s.65$。

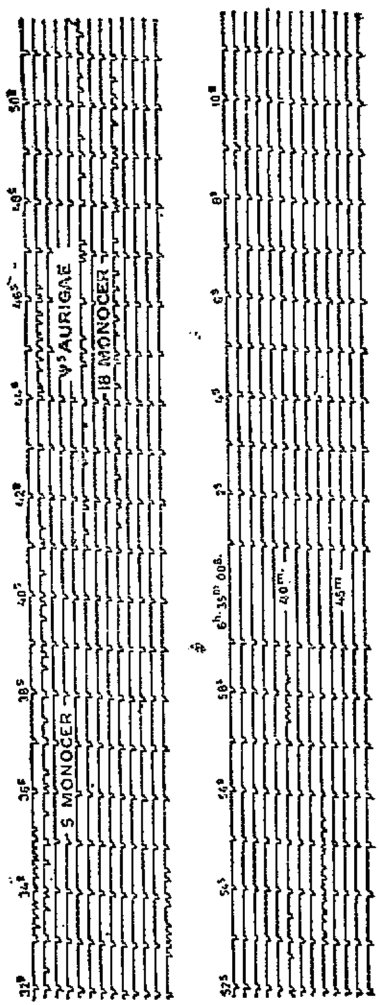
§4. 時辰圖　時辰圖常用測微器或電鍵以電流連接於時辰儀

，其形如圖一〇一。有金屬圓筒外裹以紙，每分鐘旋轉一



圖一〇一

周。復有金屬臂與電磁石相連，磁石復因螺絲之旋轉與圓

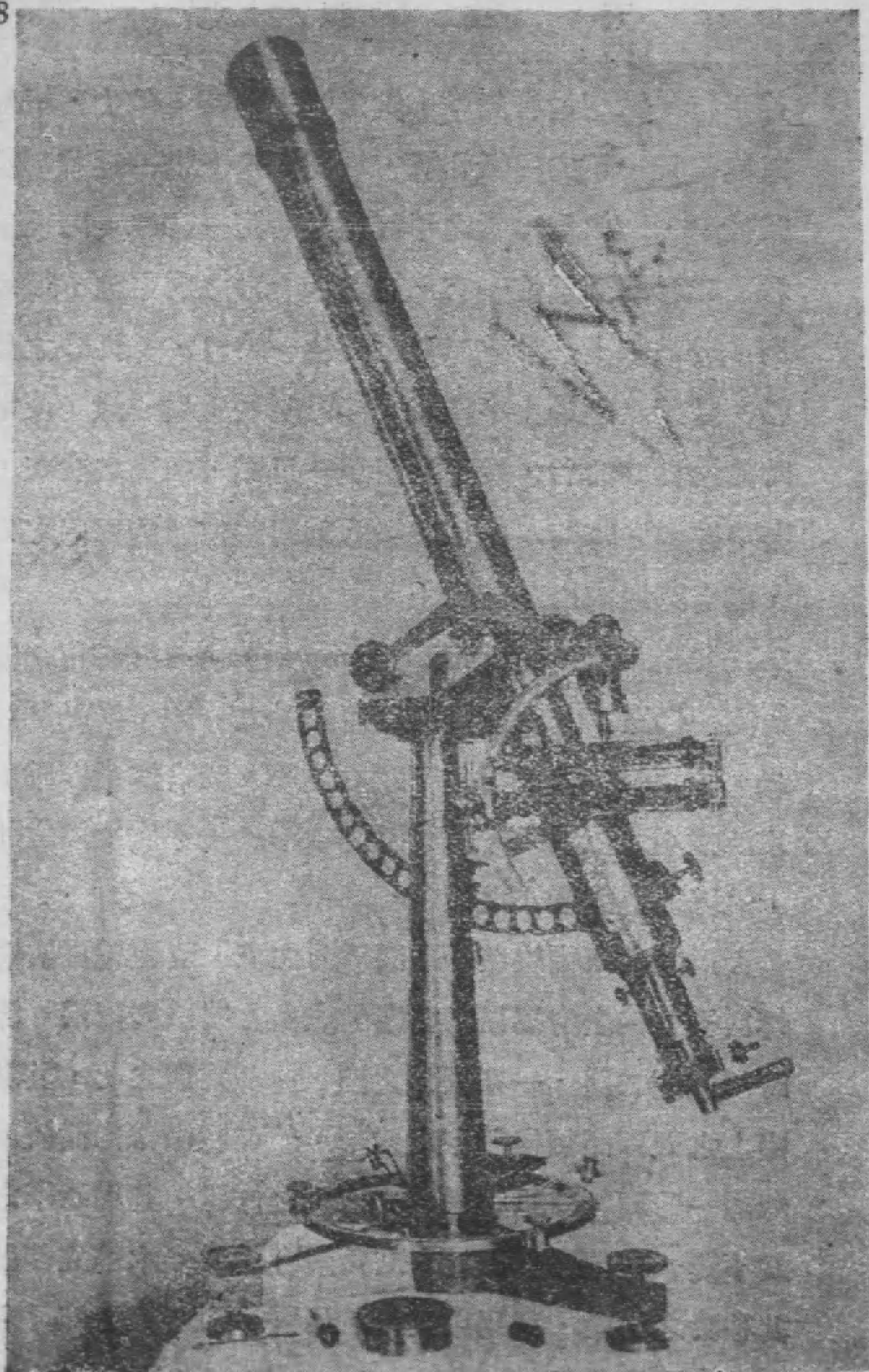


二〇一圖

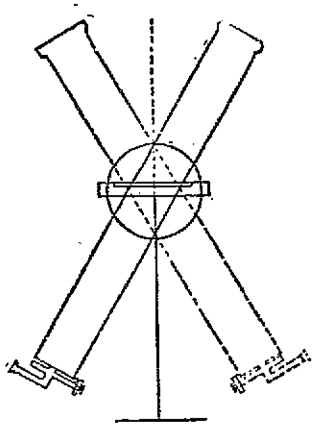
筒平行。臂端連有鉛筆，當電流未通時，筆尖與紙相離，電流通時，筆尖與紙相觸，於圓筒紙上畫一螺旋形線，將紙放平，則成為多數之平行線，如圖一〇二。時辰儀每一秒或二秒間斷電流一次，惟每六十秒之前電流不斷以示區別。於是線上一秒或二秒之長生一缺口，每公分之長為一秒。當某星經過十字線時，觀測者將電鍵一撳，使電流暫時流通(或間斷)，於是紙面現一黑點，由點之所在，則知某星經過之時間。如用測微器則縱線經過視圈內之定點時，能自動通電而載於紙上。

§5. **天頂儀** 天頂儀(Zenith Telscope)者乃測緯度之儀器，如圖一〇三。其望遠鏡連於短橫軸之一端，橫軸則連於縱軸，依二軸望遠鏡可上下左右旋轉。尚有測微器附於目鏡以測微小之直立角，及靈敏之水準連於小直立圈之化微上，以測望遠鏡微小之傾斜。

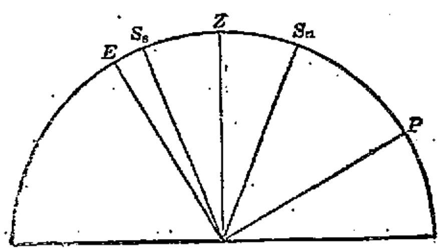
天頂儀常使視線在子午圈平面之上，望遠鏡可依縱軸旋轉由子午線之南端以對北端，或由北端以對南端。測緯度時須觀測二星，一在天頂之南，一在天頂之北，其在子午圈上之天頂距須僅差半度以下，能在測微器內測視為宜。如圖一〇四，望遠鏡係兩次觀測之位置，其與水準之傾斜為不變。若望遠鏡對於直立角微有變動，水準立即感覺，其移動之格數，則用以改正。如圖一〇五，由 S_S 星之天頂距而得緯度為



圖一〇三



圖一〇四



圖一〇五

$$\phi = \delta s + \zeta s \text{ 。}$$

由 S_n 星之天頂距而得緯度為

$$\phi = \delta n - \zeta n \text{ 。}$$

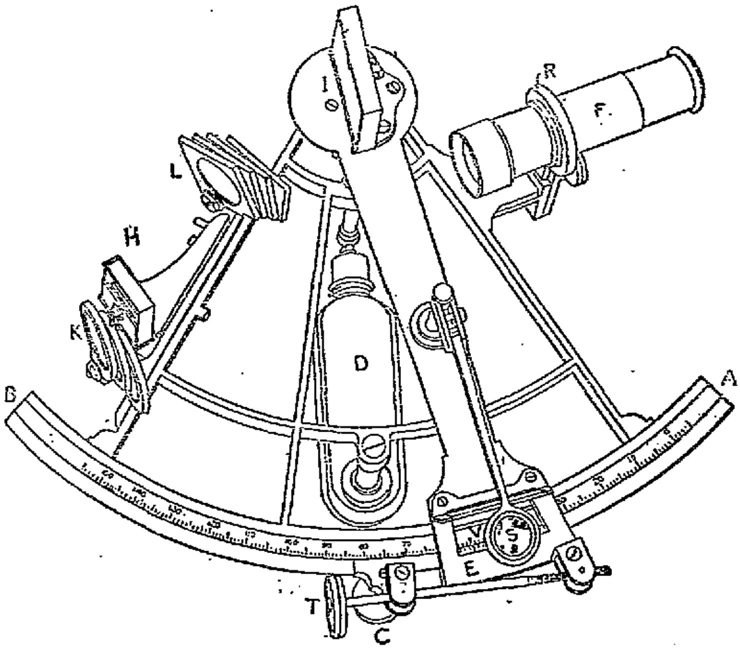
其平均緯度為

$$\phi = \frac{\delta s + \delta n}{2} + \frac{\zeta s - \zeta n}{2} \text{ 。} \cdots\cdots\cdots\cdots (60)$$

觀上式緯度為二星赤緯之平均數加二天頂距之差之半數。各星赤緯之值，天文曆書均有編載；天頂距之差可用天頂儀之測微器測得之，其測得之緯度極為準確。

§6. 六分儀

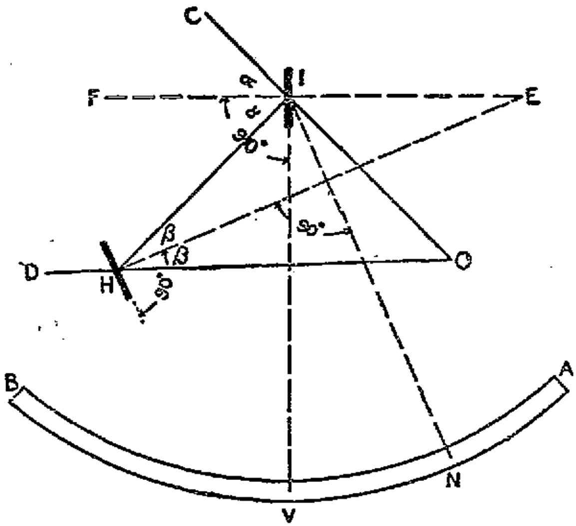
六分儀 (Sextant) 者為測任何平面角度之儀器，其形如扇，分度弧長為圓周六分之一，故名。此儀可在船上以測角度，航海者恆用以測經緯度，若水文測量亦常用之者。如圖一〇六， AB 為分度弧，雖為圓周六分之一，但其構造可測角至 120 度，用化微可讀至十秒者。 IE 為示標臂 (Index arm)，連於弧之圓心 I ，可在分度弧依圓心以旋轉。臂端附有化微 V，幷有箝 C 及切線螺絲 T 以固定化微者。於圓心 I 處立有示標鏡 (Index glass)，與六分儀平面成直角，可隨臂以旋轉。 H 為平面鏡 (The plane horizontal glass)，固定於架上，亦與其平面成直角；鏡之上半部透明，下半部則塗銀。若此鏡與示標鏡平行，則化微應指在 0 度。 F 為望遠鏡，連於圓環 R 上。



圖一〇六

。S爲放大鏡。D爲手柄。K及L爲顏色玻璃，用以減殺強烈之日光。

§7. 六分儀構造之原理 如圖一〇七，I爲示標鏡，H爲平面鏡，AB爲分度弧，O爲觀測者之目。如用以測 O、



圖一〇七

及D二處之角度，D處之光線經過平面鏡 H 之上部而入觀測者之目O；C處之光線到達示標鏡I，沿IH之方向而反射於平面鏡之下部，復反射入目；於是 D 及 C 處之物影同時可以望見。若移動示標臂IV，則變動IH線。觀測時須移動示標臂，使C處由示標鏡反射之物影與經過平面鏡上部之D物相合，斯時COD之角度則可在弧上 NV 讀得。其構造之原理則依光學定理：投射角等於反射角。

$CIF = FIH = \alpha$，

$IHE = EHO = \beta$。

在　OIH 三角形中，

$\angle O = CIH - IHO = 2\alpha - 2\beta = 2(\alpha - \beta)$。

在　EIH 三角形中，

$\angle E = FIH - IHE = \alpha - \beta$。

故　$\angle O = 2\angle E$。

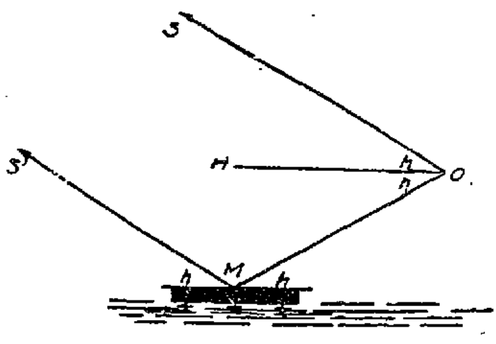
設 IN 爲示標臂在 0 度之位置，IN 與平面鏡平行，則 E 角等於 VIN 角。VIN 爲示標臂在弧上移動之角度，應等於 COD 之半數。但爲觀測便利計，恆刻半度之弧長爲一度，於是化徵所指之數則實測之角度。

六分儀如整理完善，則（1）二鏡須與分度弧平面成直角；（2）望遠鏡之視線與分度弧平面平行；（3）當二鏡平行時，化徵對準零度。如二物影相合時，化徵不指零度，須施以下法之校正。安化徵示標於 0 度之一邊約30分，用望遠鏡對準太陽，使二日影相切，記載示標所指之數；復安化徵於 0 度之他邊約30分，旋轉切線螺絲使二影相切而載其數；兩次所得數之差之半是爲示標改正數。如在 0 度右邊所得數大於左邊，改正數應加於測角；如右邊小於左邊者，應減。

在海面上用六分儀以測太陽之高度，手執其柄，望遠鏡對準正在太陽下海平線上之一點；乃移動示標臂，使太陽

由示標鏡反射之影下緣正與海平線相切。由此測得之數須加以示標,俯角,半徑及蒙氣差等之改正，乃得太陽之高度。其正在太陽之下之點，可左右移動日影，則日影將繪一圓弧，即此弧與海平線相切之點。

§8. **人造地平面** 人造地平面(Artificial Horizon)者乃在陸地上用以觀測太陽高度之平面也。人造地平面為盤盛以水銀或重油等置於平地，則面水平，可看見太陽反射之影。更可以黑玻璃下連水平螺絲及水準定平玻璃，則可應用，此雖較為輕便，不若水銀面之準確。其測法安平水銀盤，望遠鏡對準水銀盤，乃移動示標臂由示標鏡反射日影，使示標鏡日影之下緣與水銀面反射日影之上緣相切。由此測得之角度，為太陽高度之二倍。如圖一〇八，O 為觀測者之目，M 為人造地平面，S 為太陽， OH 為地平線。太陽



圖一〇八

距地極遠，則 SO 與 S'M 二線爲平行，圖上之 h 角均相等。測得之角 SOM 爲 2h，故其高度 SOH（=h）爲觀測角(SOM)之半。

第七章 緯度測法

§1. **北極星在中天時** 繞極諸星均可用以測緯度，惟北極星爲二等星，明亮易於觀測耳。中天時可由天文曆書檢得之，如表一三，算法詳下例。若無天文曆書等亦可約計其時，如王后星座 δ 星正居北極星之上是爲上中天時；大熊星座 ζ 星正居北極星之上，是爲下中天時。觀測者須於上(下)中天時前數分鐘安平經緯儀，用切線螺絲使十字線常對準北極星，俟達其最高(低)時載其直立角及示標差。如直立圈爲全圓者，須倒置望遠鏡仍對準北極星而記其直立角，以免儀器之差誤。蓋距上(下)中天時數分鐘內，北極星僅有東西移動，少有上下移動，不致發生大差誤。於是直立角施以蒙氣差及示標差之改正，是爲北極星之眞高度(h)。緯度(φ)可由(2)及(3)式計算之。

〔例〕 1930年十二月三十日北極星在上中天時，測得直立角爲 33° 08' 50".0，示標差爲 − 10"，試求南京之緯度。

十二月廿五日格林威上中天時	$= 19^h\ 23^m\ 04^s.0$
$-3^m\ 56^s.9 \times 5$ 日	$= -\ 19^m\ 44^s.5$
十二月卅日格林威上中天時	$= 19^h\ 03^m\ 19^s.5$
經度改正($7^h\ 55^m\ 03^s.2 \times 9^s.87$)	$= +\ 01^m\ 18^s.05$
十二月卅日南京上中天時（地方時）	$= 19^h\ 04^m\ 37^s.55$
經度差	$= +\ 04^m\ 53^s.80$
十二月卅日南京上中天時（標準時）	$= 19^h\ 09^m\ 31^s.35$
	$= 7^h\ 09^m\ 31^s.35$(下午)
十二月卅日赤緯(δ)	$= 88^\circ\ 56'\ 21''.6$
極距(p)	$= 1^\circ\ 03'\ 38''.4$
直立角	$= 33^\circ\ 08'\ 50''.0$
示標差	$= -\ 10''.0$
	$33^\circ\ 08'\ 40''.0$
蒙氣差	$= -\ 1'\ 28''.0$
眞高度(h)	$= 33^\circ\ 07'\ 12''.0$
極距(p)	$= -1^\circ\ 03'\ 38''.4$
南京緯度(ϕ)	$= 32^\circ\ 03'\ 33''.6$ N

§2. **太陽在中天時** 當太陽正居中天卽經過觀測處之子午線時，若測得其眞高度，則可用(1)式以求其緯度。

$$\phi = z + \delta \qquad (1)$$

$$Co - \phi = h - \delta \qquad (1a)$$

太陽經過子午線時爲該地視時午正，可由第二章 §8 及 §9 改爲地方平時或標準時。於是安平經緯儀，先將望遠鏡對準子午線之南端，次對準太陽。俟縱線正居日影之中，橫線切於日影之下緣或上緣，而記其直立角。苟無預定之子午線，可於午正前數分鐘望遠鏡對準太陽，用切線螺絲常使縱線中分日影，橫線切於下緣或上緣，待達其最高時而記其直立角。然太陽經過子午線與最高時之赤緯並非相同，但相差甚微(僅十分之幾秒)，不致發生大差誤。既得直立角，須施以示標差，蒙氣差，視差及半徑之改正，方得眞高度。至於太陽之赤緯須由天文曆書檢得當日格林威子正之赤緯，施以經度及時差之改正，以求觀測處視時午正之赤緯，如下例。

〔例〕 1930年五月五日在南京觀測太陽(下緣)之直立角爲 73° 42′ 40″.0，試求其緯度。

地方視時	=	12^h
經度差	=	$7^h\,55^m\,06^s.2$
格林威視時	=	$4^h\,04^m\,53^s.8$
時差	=	$-\ 03^m\,19^s.96$
格林威平時	=	$4^h\,01^m\,33^s.84$

赤緯(格林威 0^h)	=	$+15°\ 58'\ 47''.70$
$+43''.43 \times 4^h 01^m 33^s.84$	=	$+\ 02'\ 54''.80$
赤緯(觀測時)	=	$+16°\ 01'\ 42''.50$
直立角	=	$73°\ 42'\ 40''.00$
示標差	=	$-\ 10''.00$
		$73°\ 42'\ 30''.00$
蒙氣差	=	$-\ 14''.00$
		$73°\ 42'\ 16''.00$
視差	=	$+\ 2''.50$
		$73°\ 42'\ 18''.50$
半徑	=	$+\ 15'\ 53''.21$
眞高度(h)	=	$73°\ 58'\ 11''.71$
赤緯(δ)	=	$16°\ 01'\ 42''.50$
緯餘($Co-\phi$)	=	$57°\ 56'\ 29''.21$
緯度(ϕ)	=	$32°\ 03'\ 30''.79$

§3. **南方星在中天時** 依§2法可於夜間測南方星經過子午線以求緯度，若無預定之子午線，仍可測其最高時之直立角。望遠鏡橫線可中分星光，不復有半徑之改正。且星之赤緯變動極微，毋庸求時刻之準確。

〔例〕 1930年六月一日測得氐宿一星(α Librae)之直立角為 $42°\ 12'\ 20''$，試求其緯度。

直立角	=	42° 12' 10".00
示標差	=	− 10".00
		42° 12' 00".00
蒙氣差	=	− 1' 03".00
眞高度 (h)	=	42° 10' 57".00
赤緯 (δ)	=	S 15° 45' 20".41
緯餘 (Co−φ)	=	57° 56' 17".41
緯度 (φ)	=	32° 03' 42".59

§4. **日星近子午線時** 如測得日星之高度不在子午線上時，可用下式以求在子午線上之高度。但須有準確之時刻，而緯度亦應預知。蓋因此可於子午線前後二十分鐘內複測數次，較一次測得之值爲精密。依第二章§9(7)式：

$$\text{Sin } h=\text{Sin } \phi \text{ Sin } \delta+\text{Cos } \phi \text{ Cos } \delta \text{ Cos } t, \quad \cdots\cdots\cdots(7)$$

即 $$\text{Sin } h=\text{Cos}(\phi-\delta)-\text{Cos } \phi \text{ Cos } \delta \text{ Verst}, \quad \cdots\cdots(a)$$

或 $$\text{Sin } h=\text{Cos}(\phi-\delta)-\text{Cos } \phi \text{ Cos } \delta\ 2\ \text{Sin}^2\frac{t}{2}。 \cdots(b)$$

玆命 h_m ＝在子午線上之高度 $\left\{90°-(\phi-\delta)\right\}$，則上二式變爲

$$\text{Sin } h_m=\text{Sin } h+\text{Cos } \phi \text{ Cos } \delta \text{ Verst}, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(61)$$

或 $$\text{Sin } h_m=\text{Sin } h+\text{Cos } \phi \text{ Cos } \delta\ 2\ \text{Sin}^2\frac{t}{2}。 \cdots\cdots\cdots(62)$$

更由(62)式得

$$\operatorname{Sin} h_m - \operatorname{Sin} h = 2 \operatorname{Cos} \phi \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Sin}^2 \frac{t}{2} \text{。} \cdots\cdots\cdots (c)$$

依三角定理，

$$\operatorname{Sin} h_m - \operatorname{Sin} h = 2 \operatorname{Cos} \tfrac{1}{2}(h_m + h) \operatorname{Sin} \tfrac{1}{2}(h_m - h) \text{，}$$

則(c)式變爲

$$\operatorname{Sin} \tfrac{1}{2}(h_m - h) = \operatorname{Cos} \phi \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Sin}^2 \frac{t}{2} \operatorname{Sec} \tfrac{1}{2}(h_m + h) \text{。} \quad (d)$$

但 $h_m - h$ 之値甚微，玆命 $\frac{1}{2}(h_m - h) \operatorname{Sin} 1''$ 以代 $\operatorname{Sin} \frac{1}{2}(h_m - h)$，及以 $h = 90° - \zeta$ 代 $\frac{1}{2}(h_m + h)$，則(d)式變爲

$$h_m - h = \operatorname{Cos} \phi \operatorname{Cos} \delta \frac{2 \operatorname{Sin}^2 \frac{t}{2}}{\operatorname{Sin} 1''} \operatorname{Cosec} \zeta \text{，}$$

卽 $$h_m = h + \operatorname{Cos} \phi \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Cosec} \zeta \frac{2 \operatorname{Sin}^2 \frac{t}{2}}{\operatorname{Sin} 1''} \text{。} \cdots\cdots\cdots (63)$$

玆命 $A = \operatorname{Cos} \phi \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Cosec} \zeta$，

及 $$m = \frac{2 \operatorname{Sin}^2 \frac{t}{2}}{\operatorname{Sin} 1''} \text{，}$$

則　$h_m = h + Am$。……………………………………(64)

於是依上式可求得在子午線上之高度而得緯度。如預知之緯度與計算所得之緯度相差過鉅，須重行計算。為便利計算可由表一四及表一五以求 A 及 m 之值。

〔例〕 表 A 為觀測太陽之時刻及直立角；表 B 為緯度之計算；t 為觀測時與中天時之差。

表　A

日影	縱線	平時	直立角 A	直立角 B	直立角 平均
上	右	$11^h\ 30^m\ 04^s$	61° 14' 00"	13' 30"	61° 13' 45"
下	左	11 31 16	119 23 00	20 00	60 38 30
下	左	11 33 14	119 22 30	19 30	60 39 00
上	右	11 34 38	61 16 30	15 30	61 16 00
上	右	11 36 36	61 17 00	15 30	61 16 15
下	左	11 37 34	119 21 30	19 00	60 39 45
下	左	11 39 32	119 21 30	19 00	60 39 45
上	右	11 40 33	61 17 30	16 00	61 16 45
上	右	11 42 46	61 16 30	15 00	61 15 45
下	左	11 43 30	119 22 30	20 00	60 38 45

表 B

中天之平時爲 $11^h\ 38^m\ 33^s$

t	A	m	Am	h'm (日影之緣)	h'm (日心)
$-8^m\ 29^s$	1.36	141"	192"	61° 16' 57"	60° 58' 54"
−7 17		104	141	60 40 51	
−5 19		56	76	60 40 16	60 58 28
−3 55		30	41	61 16 41	
−1 57		8	11	61 16 26	60 58 07
−0 59		2	3	60 39 48	
+0 59		2	3	60 39 48	60 58 22
+2 00		8	11	61 16 56	
+4 13		35	48	61 16 33	60 58 12
+4 57		48	65	60 39 50	
				平均 =	60° 58' 25"
				視差及蒙氣差	− 27
				hm	60 57 58
				ζ	29 02 02
				δ	17 06 19
				ϕ	46 08 21

§5. 隨時觀測北極星　緯度可隨時觀測北極星之高度以定之，惟須有準確之時間；然極距僅一度餘，時間雖略有差誤不致發生大影響，且可用複測法以免儀器之差誤。其測法應先安平經緯儀，正置及倒置望遠鏡對準北極星，複測數次，每次記載其時刻及直立角；如時間不大於十分鐘，可取其平均值之時刻及直立角。其算式如下。

玆命 x 爲改正觀測高度以求緯度之值，代入第二章 §9 (7)式，得

$$\operatorname{Sin} h=\operatorname{Sin}(h-x)\operatorname{Cos} p+\operatorname{Cos}(h-x)\operatorname{Sin} p\operatorname{Cos} t \quad (a)$$

$\operatorname{Sin}(h-x)$ 及 $\operatorname{Cos}(h-x)$ 二項以台納氏公式(Taylor's Formula)，與 $\operatorname{Sin} p$ 及 $\operatorname{Cos} p$ 以麥克樂林公式 (Maclaurin's Formula)展之如下：

$$\operatorname{Sin}(h-x)=\operatorname{Sin} h-x\operatorname{Cos} h-\tfrac{1}{2}x^2\operatorname{Sin} h+\frac{1}{6}x^3\operatorname{Cos} h+\frac{1}{24}x^4\operatorname{Sin} h,$$

$$\operatorname{Cos}(h-x)=\operatorname{Cos} h+x\operatorname{Sin} h-\tfrac{1}{2}x^2\operatorname{Cos} h-\frac{1}{6}x^3\operatorname{Sin} h+\frac{1}{24}x^4\operatorname{Cos} h,$$

$$\operatorname{Sin} p=p-\frac{1}{6}p^3,$$

$$\mathrm{Cos}\,p = 1 - \frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{24}p^4 。$$

以上四式代入(a)式，得

$$x = p\,\mathrm{Cos}\,t - \frac{1}{2}(x^2 - 2x\,p\,\mathrm{Cos}\,t + p^2)\,\mathrm{Tan}\,h$$

$$+\frac{1}{6}(x^3 - 3x^2\,p\,\mathrm{Cos}\,t + 3x\,p^2 - p^3\,\mathrm{Cos}\,t)$$

$$+\frac{1}{24}(x^4 - 4x^3\,p\,\mathrm{Cos}\,t + 6x^2\,p^2 - 4x\,p^3\,\mathrm{Cos}\,t$$

$$+ p^4)\,\mathrm{Tan}\,h \;\text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (b)$$

但(b)式右邊第二,三,四項均含有 x ，可依次以約值代入去 x，先將

$$x = p\,\mathrm{Cos}\,t \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (c)$$

代入第二項，卽得

$$x = p\,\mathrm{Cos}\,t - \frac{1}{2}p^2\,\mathrm{Sin}^2\,t\,\mathrm{Tan}\,h \;\text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots (d)$$

次以(d)式代入第二及第三項，卽得

$$x = p\,\mathrm{Cos}\,t - \frac{1}{2}p^2\,\mathrm{Sin}^2\,t\,\mathrm{Tan}\,h + \frac{1}{3}p^3\,\mathrm{Cos}\,t\,\mathrm{Sin}^2\,t \;\text{。}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (e)$$

更以(e)式代入(b)式，卽得

$$x = p\,\mathrm{Cos}\,t - \frac{1}{2}p^2\,\mathrm{Sin}^2\,t\,\mathrm{Tan}\,h + \frac{1}{3}p^3\,\mathrm{Cos}\,t\,\mathrm{Sin}^2\,t$$

$$-\frac{1}{8}p^4\,\mathrm{Sin}^4\,t\,\mathrm{Tan}^3\,h + \frac{1}{24}p^4\,(4 - 9\,\mathrm{Sin}^2\,t)\,\mathrm{Sin}^2 t\cdot$$

$$\mathrm{Tan}\,h \;\text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (f)$$

若 x 及 p 之值以秒計，p^2 須以 Sin 1"，p^3 以 $Sin^2 1''$，及 p^4 以 $Sin^3 1''$ 乘之，於是則得

$$\phi = h - p \operatorname{Cos} t + \tfrac{1}{2} p^2 \operatorname{Sin} 1'' \operatorname{Sin}^2 t \operatorname{Tan} h$$

$$-\tfrac{1}{3} p^3 \operatorname{Sin}^2 1'' \operatorname{Cos} t \operatorname{Sin}^2 t + \frac{1}{8} p^4 \operatorname{Sin}^3 1'' \operatorname{Sin}^4 t \operatorname{Tan}^3 h$$

$$-\frac{1}{24} p^4 \operatorname{Sin}^3 1'' (4-9 \operatorname{Sin}^2 t) \operatorname{Sin}^2 t \operatorname{Tan} h \text{。} \cdots \cdots \cdots (65)$$

細觀上式，$\tfrac{1}{3} p^2 \operatorname{Sin}^2 1'' \operatorname{Cos} t \operatorname{Sin}^2 t$ 之最大值僅爲0".333；$\frac{1}{8} p^4 \operatorname{Sin}^3 1'' \operatorname{Sin}^4 t \operatorname{Tan}^3 h$ 之最大值，在 67° 之緯度僅爲 0".10；而 $\frac{1}{24} p^4 \operatorname{Sin}^3 1'' (4-9 \operatorname{Sin}^2 t) \operatorname{Sin}^2 t \operatorname{Tan} h$ 之值則更小；故此三項可棄而不計，得下式：

$$\phi = h - p \operatorname{Cos} t + \tfrac{1}{2} p^2 \operatorname{Sin} 1'' \operatorname{Sin}^2 t \operatorname{Tan} h \text{。} \quad (66)$$

上式 t 爲時角，可依第三章計算之。先將觀測之標準時改爲地方平時，復改爲恆星時，其時角卽恆星時與赤經之差。

〔例〕 1907年一月九日觀測北極星之時刻及直立角如下表，示標差爲 −1' 00"，p＝1° 11' 09"＝4269"，時角(t)計算所得爲 13° 30'.7。試計算其緯度。

時刻	直立角
$6^h\ 49^m\ 26^s$	$43°\ 28'\ 30''$
51 45	28 30
54 14	28 00
56 45	28 00
平均$=6^h\ 53^m\ 02^s.5$	平均$=43°\ 28'\ 15''$

$$
\begin{aligned}
\text{Log } p &= 3.63033 \\
\text{Log Cos } t &= 9.98719 \\
\text{Log } (p \text{ Cos } t) &= 3.61752 \\
p \text{ Cos } t &= -4145''.0 \\
\text{Log } \tfrac{1}{2} \text{ Sin } 1'' &= 4.3845 \\
\text{Log } p^2 &= 7.2605 \\
\text{Log Sin}^2\, t &= 8.7578 \\
\text{Log Tan } h &= 9.9763 \\
&\quad 0.3792
\end{aligned}
$$

第三項$=+2''.4$

直立角	=	$43°\ 28'\ 15''$
示標差	=	$-\ 1'\ 00''$
蒙氣差	=	$-\ 1'\ 00''$
		$43°\ 26'\ 15''$
第二及第三項	=	$1\ \ 09\ \ 03$
緯度	=	$42°\ 17'\ 12''$ N

§6. **天頂儀之測法**　用天頂儀以測緯度，須於未測之先，由星表檢得二星之天頂距，一在觀測者之南，一在北，相差不得大於 20 分；其赤經之差亦不得大於 20 分；其天頂距應少於45度為宜。如南星先經過子午線，將望遠鏡先對準子午線之南端，依横軸旋轉望遠鏡使直立圈之度數等於二天頂距之平均數，而水準之氣泡須正居中點。如星入視圈內，則旋轉測微器常使横線對準星光；俟星在縱線上，則記測微器之旋轉數及水準之格數與觀測時。乃旋轉望遠鏡向北星，依同法觀測之。如氣泡不正居中點，可安平之，但不可移動直立圈之切線螺絲，使測微器零時之方向與水準軸之關係改變也。若欲求精密之緯度，須觀測數對之星以求其平均值。其計算用下式。茲命

n_s 及 s_s 為觀測南星時之水準兩端格數；

n_n 及 s_n 為觀測北星時之水準兩端格數；

d 為水準每格之秒數；

r_s 及 r_n 為蒙氣差；

M_s 及 M_n 為測微器旋轉數；

R 為測微器一周之值。

$$\phi=\frac{1}{2}(\delta_s+\delta_n)+\frac{1}{2}(M_s-M_n)\cdot R+\frac{d}{4}\left\{(n_s+n_n)-(s_s+s_n)\right\}+\frac{1}{2}(r_s-r_n)\text{。}\cdots(67)$$

上式水準改正數爲

$$\frac{d}{4}\left\{(n_s+n_n)-(s_s+s_n)\right\}。$$

其水準格數以中點爲零。若水準在物鏡之下端爲零，其改正數應爲

$$+\frac{d}{4}\left\{(n_s-n_n)+(s_s-s_n)\right\}。$$

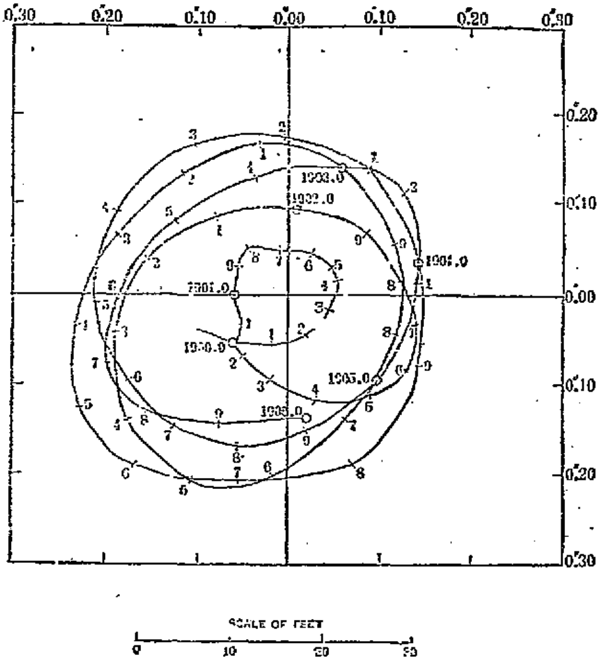
§7. 緯度之變動 地球常因旋轉而略改變其軸之位置，故南北極不常指一定之位置，而緯度亦因之而差。其極之移動徑有二：（1）爲狹長之橢圓形，長約三十呎；（2）爲圓形直徑約二十六呎；合此二種之移動徑而成爲不規則之形。但緯度之測定須依其平均之位置，如圖一〇九爲1900至1906年各年中北極之位置。

§8. 海平面之改正 大地測量均以海平面爲標準，故測得某處之緯度如高出海平面，須施以改正。其式如下：

$$\Delta\phi=-0''.052\,h\,\mathrm{Sin}\,2\phi\;。\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(68)$$

上式 h 係以千呎計。如以公尺計，其式如下：

$$\Delta\phi=-0.000171\,h\,\mathrm{Sin}\,2\phi\;。\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(69)$$



圖一〇九

第八章 時之測法

§1. **星在中天時** 當某星之經過某地之子午線時，其地方恆星時則等於該星之赤經。設望遠鏡縱線對準子午線，俟該星正在縱線上，而記恆星時為T，其赤經為α，於是恆

星時計之改正數為

$$\Delta T = \alpha - T \text{。} \quad \cdots\cdots(70)$$

設時計為平時，須將其恆星時(α)依(44)式化為平時，其計算所得之平時與觀測時之差，即時計之改正數。

觀測之先須設立子午線，使望遠鏡縱線正指在子午線上。儀器應整理完善，水準須安之極平，并須有橫騎水準以測橫軸之傾斜。如觀測二星，一以正置望遠鏡，一以倒置望遠鏡，其儀器之差誤或可免。惟二星之高度須約相同，其高度可依(1)式計算之，其值無須十分精密，蒙氣差可不計，於是安直立圈於計得之高度。其經過子午線之時亦須預為計算，庶免觀測之費時。如有天文曆書，可由(44)式約計其時刻。否則可由星圖約計星之赤經，並自三月二十二日計至當日之日數，以 4^m 乘之，是為太陽之赤經；由星之赤經減去太陽赤經 $+12^h$，是為地方平時，更可化為標準時。普通望遠鏡之視圈約為一度，星自入視圈以至縱線，需時約二分。星之近於子午線時，僅有東西移動。當其在縱線時，時計之觀察須準確，跑馬表或常用以計時，而時辰儀則較為準確。其星之高度以低為要，若繞極之星非所宜。如欲測該地之緯度，祗須於經過子午線時，以橫線對準該星而記直立角，依前章§3計算之。

〔例〕 1930年三月二十一日時計之時為下午 $10^h 20^m 05^s.0$，觀測軒轅十四星 (α Leonis)。當日之赤經為 $10^h 4^m$

$40^s.03$，格林威子正 $(\alpha_S + 12^h)$ 為 $11^h\ 47^m\ 11^s.95$，南京之經度為 $7^h\ 55^m\ 06^s.2$。由表一〇，其改正數 $-1^m\ 18^s.047$。

$(\alpha_S + 12^h)$（格林威子正）	=	$11^h\ 47^m\ 11^s.95$
經度改正	=	$-\ 1^m\ 18^s.05$
$(\alpha_S + 12^h)$（南京子正）	=	$11^h\ 45^m\ 53^s.90$
軒轅十四星之赤經	=	$34^h\ 04^m\ 40^s.03$
$(\alpha_S + 12^h)$	=	$-11^h\ 45^m\ 53^s.90$
恆星時間（自子正起）	=	$22^h\ 18^m\ 46^s.03$
（由表九）　C'	=	$-\ 3^m\ 39^s.33$
南京平時	=	$22^h\ 15^m\ 06^s.70$
經度差	=	$4^m\ 53^s.80$
中原標準時	=	$22^h\ 20^m\ 00^s.50$
時計讀數	=	$22^h\ 20^m\ 05^s.00$
時計改正數	=	$-\ 04^s.50$（快）

§2.　天文經緯儀之測法　天文經緯儀之測法與前節同，惟用天文經緯儀一星可觀測數次，儀器之差誤可以改正，且用時辰儀及時辰圖可得準確之時間。

當觀測之先，安平儀器於石台之上，使望遠鏡對準子午線上。其視線須檢查而整理之，法將中縱線對準一點，乃倒置橫軸，復對準一點，兩次如不相合，須移動十字線俟相合時為止；並須整理縱線使其垂直。乃安視線於子午線

上，先用橫騎水準安平橫軸，選擇一星經過子午線時極近於天頂，計其時以改正時計；蓋星之近天頂者，視線雖略有差誤，不致時刻有大差誤。由此求得之時以計繞極星經過子午線之時，俟其達到子午線之時，望遠鏡中縱線對準該極星，於是視線正在子午線上，但須複測數次以求其精密。

視線既對準子午線後，俟星入視圈內，使星居於二橫線之間，並旋轉測微器常對準該星以至出視圈後為止，於是時辰圖同時載其時刻。如無測微器可用電鍵，當星在各縱線時則按電鍵以誌時刻。但電鍵常因觀測者之差誤，不若測微器之準確。

欲求準確之時刻，一夜須觀測十二星，分為二組，一以正置望遠鏡，一以倒置之，同時須記載橫騎水準之格數。其星以近於天頂為佳，且每組三星應在天頂之北，三星在其南，以免橫軸之差誤。於是乃取各星經過縱線平均時，施以(1)水準，(2)視線，(3)方位角，(4)光行差及(5)速率之改正。

§3. **水準改正** 水準之改正值則關乎(1)橫騎水準之讀數，及(2)星之位置與觀測處之緯度。

(1)茲命 e 及 w 為首次水準東西兩端之格數，e' 及 w' 為二次之格數。於是首次橫軸之傾斜為 $\frac{1}{2}(w-e)$，第二次之傾斜為 $\frac{1}{2}(w'-e')$，其平均數即橫軸之傾斜。其傾斜值(b)為

$$b=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}(w-e)+\frac{1}{2}(w'-e')\right\}$$

$$=\frac{1}{4}\left\{(w+w')-(e+e')\right\}。$$

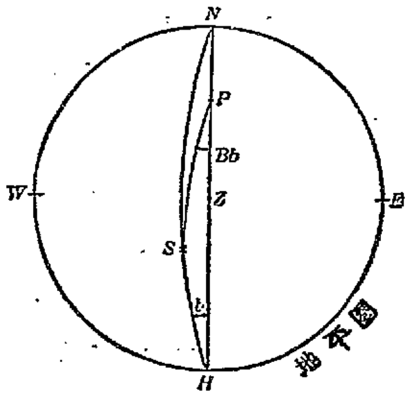
茲命 d 為每格之秒數，b 為時之秒數，

則 $$b=\frac{d}{60}\left\{(w+w')-(e+e')\right\}。\cdots\cdots\cdots\cdots(71)$$

上式水準之格數係以中點為零，如西端太高，則 b 之值為正；如東端太高，則為負。若其零數在水準之一端，（在西端）則上式變為

$$b=\frac{d}{60}\left\{(w-w')+(e-e')\right\}。\cdots\cdots\cdots\cdots(72)$$

（2）因橫軸之傾斜而求星經過子午線時之改正數。如圖一



圖一一〇

一〇，S 爲觀測之星，HS 爲縱線之行徑與眞垂直線傾斜之角爲 b 。在 PHS 三角形中 P 角爲欲求之差誤，H 角爲 b ，PS 爲極距$(90°-\delta)$，HS 爲高度$(90°-\zeta)$。

故 $\dfrac{\text{Sin P}}{\text{Sin H}}=\dfrac{\text{Sin HS}}{\text{Sin PS}}$，

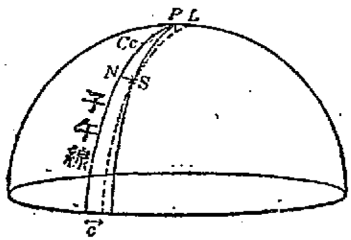
即 $P=b\,\text{Cos}\,\zeta\,\text{Sec}\,\delta$ (約值)$=b\cdot B$ 。 ……………… (73)

上式 $B=\text{Cos}\,\zeta\,\text{Sec}\,\delta$ ，可由表一六依星之天頂距及赤緯之值檢得之。

§4. 視線改正 視線之差誤則關乎(1)平均縱線與眞視線所含之角度(c)，及(2)星之位置(C)。

(1) c 之值以時之秒數計，可於觀測時望遠鏡之正倒以求之，如鏡箱在東及視線偏東時，其值爲正。

(2)如圖一一一，P 爲極，S 爲星，PN 爲子午線，SL 爲視線之偏於子午線者其值爲 c ，則 P 角爲差誤，而 N 角爲 90 度。



圖一一一

故　$\operatorname{Sin} P=\dfrac{\operatorname{Sin} SN}{\operatorname{Sin} PS}=\dfrac{\operatorname{Sin} c}{\operatorname{Cos} \delta}$，

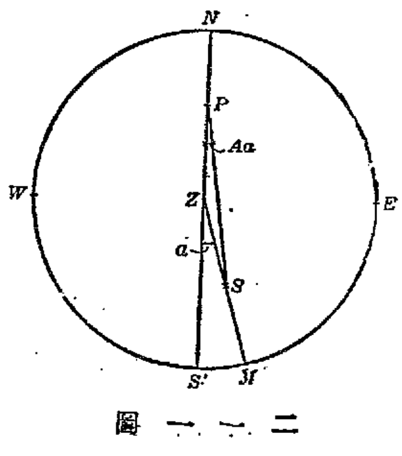
或　$P=c \operatorname{Sec} \delta=c C$ 。……………………………(74)

上式 $C=\operatorname{Sec} \delta$，可由表一六依星之赤緯檢得之。

§5. **方位角之改正**　方位角之差誤由於儀器不能正安在子午線上，其差誤則關乎(1)方向之偏於子午線之值爲 a，及(2)星之位置。

(1) a 之值以時之秒數計，可於觀測時由每組星之在北與在南者之差而得之，當星在南而視線偏東者其值爲正。

(2)爲圖一一二，P 爲極，Z 爲天頂，及 S 爲星。在 PZS 三角形中，P 角爲差誤，而 S'ZS 爲 a。



圖一一二

故 $\dfrac{\operatorname{Sin} P}{\operatorname{Sin} S'ZS}=\dfrac{\operatorname{Sin} \delta}{\operatorname{Cos} \delta}$，

或 $P=a \operatorname{Sin} \zeta \operatorname{Sec} \delta=a \cdot A$。 ………………………… (75)

上式 $A=\operatorname{Sin} \zeta \operatorname{Sec} \delta$，可由表一六依其天頂距及赤緯檢得之；除星之在天頂與極之間者，其值常爲正。

§6. 光行差 觀測者常因地球之自轉而生光行差，由此而增大赤經，其改正式如下：

$k=0^{s}.021 \operatorname{Cos} \phi \operatorname{Sec} \delta$ 。 ………………………… (76)

考得在地球赤道上一點向東移動之速度每秒爲 0.288 哩，若在其他緯度則 $0.288 \operatorname{Cos} \phi$ 哩。光之速度每秒爲 186,000 哩，星光之偏於東之角度(k')爲 $\operatorname{Tan}^{-1} \dfrac{0.288 \operatorname{Cos} \phi}{186,000}$。由此而生時刻之差誤(k)。如圖一一三，

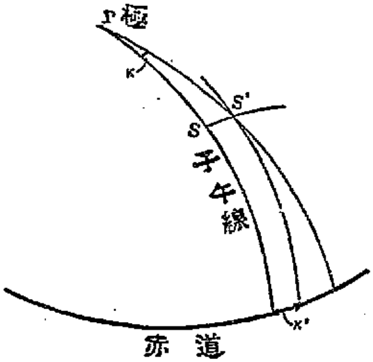


圖 一 一 三

$$\frac{\text{Sin k}}{\text{Sin } 90^\circ} = \frac{\text{Sin k}'}{\text{Cos }\delta},$$

故 $k = 0''.319 \text{ Cos } \phi \text{ Sec } \delta = 0^s.021 \text{ Cos } \phi \text{ Sec } \delta$ 。…(77)

上式 k 之值可由表一七依其緯度及赤緯檢得之。

§7. **速率之改正** 時計有快慢，故星之經過子午線上時計所指之時刻，應施以改正。祗須將每組觀測之平均時刻施以改正則可。其式如下：

$$R = (t - T_o)\, r_h \quad \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (78)$$

R ＝ 速率改正；

t ＝ 經過子午線之時刻；

T_o ＝ 每組之平均時刻；

r_h ＝ 時計每時之速率，如太慢其值為正，太快為負。

§8. **星之選擇** 觀測之先須選擇各星列成一表，載其名稱，等級，赤經，赤緯及天頂距。各星應在五等以上，否則非高放大力之望遠鏡不易觀測。各星赤經相差務使有充分之時間以備觀測。其旋轉須速，以近於赤道者為佳。至於天頂距之選擇，應視避免儀器之差誤及所用儀器為定。如星之近於天頂，其方向之差誤極小而傾斜之差誤則極大；如星之近於地平圈則反是。故望遠鏡不能正在子午線上，而傾斜之差可得而知，則星宜近於天頂；若有精確之子午線而傾斜之差不得知，以星之愈低者愈佳。用工程師經緯儀以觀測，若無稜形目鏡者，其高度則不得逾 60 度。

§9. **太陽在中天時** 太陽之經過某地之子午線時爲該地之視時午正，故由視時加減時差則得平時。法於午正前安平儀器，使縱線對準子午線，俟日影西緣及東緣切於縱線時各載其時刻，其平均値卽地方視時午正。若僅載日影之一緣，祇須加減太陽半徑經過子午線之時間；其値天文曆書均有編載，惟曆書所載爲恆星時，欲求平時應減去二者之差數。

〔例〕 1930年五月一日在南京觀測，日影西緣切於縱線，中原標準時爲 $12^h\,00^m\,53^s.0$，切於東緣爲 $12^h\,3^m\,4^s.5$，其平均爲 $12^h\,01^m\,58^s.75$，試求時計改正數。

南京地方視時	=	12^h
經度差	=	$-\ 7^h\,55^m\,06^s.2$
格林威視時	=	$4^h\,04^m\,53^s.8$
時差約値	=	$-\ 2^m\,52^s.7$
格林威平時(約値)	=	$4^h\,02^m\,01^s.1$
時差(格林威子正)	=	$2^m\,51^s.40$
$+0^s.329\times4^h\,02^m\,1^s.1$	=	$+\ 1^s.33$
時差	=	$2^m\,52^s.73$

南京地方視時	=	12^h
時差	=	$-\ 2^m\,53^s.73$
南京地方平時	=	$11^h\,57^m\,06^s.27$

經度差	=	$+\quad 4^{m}\ 53^{s}.80$
中原標準時	=	$12^{h}\ 02^{m}\ 00^{s}.07$
時計讀數	=	$12^{h}\ 01^{m}\ 58^{s}.75$
時計改正數	=	$00^{m}\ 01^{s}.32$(慢)

當日太陽半徑經過子午線之時間爲 $1^{m}\ 5^{s}.94$ 恆星時，其平時爲 $1^{m}\ 5^{s}.76$ 。若僅觀測日影之西緣，其經過子午線應爲 $12^{h}\ 00^{m}\ 53^{s}.0 + 1^{m}\ 5^{s}.76 = 12^{h}\ 01^{m}\ 58^{s}.76$ ，故時計之改正數爲 $0^{m}\ 01^{s}.31$ 。

§10. **觀測太陽高度**　地方視太陽時可觀測太陽之高度，依第二章§9之公式以求其時角。如太陽在西，其時角卽下午視時；如在東，由12時減去時角卽上午視時。法先安平經緯儀，觀測太陽之高度，同時載時計之時刻。惟須觀測數次，正置及倒置望遠鏡，以橫線切於影之上下緣，藉免儀器之差誤及半徑之改正。若直立圈非爲全圓而僅觀測日影之上(下)緣者，須施以示標差及半徑之改正。乃取數次之平均高度及時刻以計算。若觀測時間不長僅數分鐘者，太陽行徑之曲度無須改正。其平均高度施以蒙氣差及視差之改正，卽太陽之眞高度。觀測太陽之高度以其在卯酉圈上爲佳，蓋太陽上下移動速。然太陽在地平面時雖近於卯酉圈，祇因蒙氣差之不定，常發生差誤，故太陽在十度以上之高度爲宜。

既測得高度以計算時角，并須知緯度及赤緯。緯度可由

精密之地圖求得，或由前章各法測定。赤緯與時刻有關，故時計亦須校準標準時。若計算所得之時刻與時計相差過大，應用求得之時刻重行計算。

〔例〕 1930年四月一日下午在中央大學觀測太陽之高度如下表，依(18)式計算之。

日　影	望遠鏡	直　立　角	時　刻
$\underline{\odot}$	正	$37^\circ\ 22'\ 00''$	$3^h\ 22^m\ 00^s$
$\overline{\odot}$	正	36　10　50	3　25　15
$\underline{\odot}$	倒	25　08　10	3　32　32
$\overline{\odot}$	倒	34　11　00	3　34　34
	平均 =	$35^\circ\ 43'\ 00''$	$3^h\ 28^m\ 36^s.25$

直立角	$= 35^\circ\ 43'\ 00''$
視差及蒙氣差	$= -\ 01'\ 12''$
真高度(h)	$= 35^\circ\ 41'\ 48''$
時刻(中原標準時)	$= 3^h\ 28^m\ 36^s.25$(下午)
經度差	$= -\ 4^m\ 53^s.80$
南京地方時	$= 3^h\ 23^m\ 42^s.45$(下午)
	$= 15^h\ 23^m\ 42^s.45$ (子正計起)
南京與格林威經度差	$= 7^h\ 55^m\ 06^s.20$
格林威時	$= 7^h\ 28^m\ 36^s.25$(上午)

格林威子正赤緯	$= N4° 10' 26''.80$
赤緯差$(7^h28^m36^s.25 \times 58''.08)$	$= + 7' 14''.40$
觀測時之赤緯(δ)	$= N 4° 17' 41''.20$

極距$(p) = 90° - 4° 17' 41''.20 = 85° 42' 18''.8$

s	$= 76° 43' 22''.4$
$s-h$	$= 41° 01' 34''.4$
$s-\phi$	$= 44° 39' 44''.4$
$s-p$	$= -8° 58' 56''.4$

Log Cos s	= 9.360845
Log Sin(s−h)	= 9.817237
Log Csc(s−φ)	= 0.153031
Log Sec(s−p)	= 0.005348
	2) 19.336461
Log Tan $\frac{1}{2}$t	= 9.668231

$\frac{1}{2}t$	$= 24° 58' 39''.64$
t	$= 49° 57' 19''.28$
南京視時	$= 3^h 19^m 50^s.66$ (下午)
南京與格林威經度差	$= 7^h 55^m 06^s.20$
格林威視時	$= 7^h 24^m 44^s.46$ (上午)
時差 (約值)	$= + 4^m 19^s.57$
格林威平時(約值)	$= 7^h 29^m 04^s.03$

時差(格林威子正)	=	$4^m\ 13^s.93$
$+0^s.753\times 7^h\ 29^m\ 04^s.03$	=	$+\ 5^s.64$
時差(觀測時)	=	$4^m\ 19^s.57$
南京視時	=	$3^h\ 19^m\ 50^s.66$ (下午)
時差	=	$+\ 4^m\ 19^s.57$
南京平時	=	$3^h\ 24^m\ 10^s.23$
經度差	=	$+\ 04^m\ 53^s.80$
中原標準時	=	$3^h\ 29^m\ 04^s.03$ (下午)
時計讀數	=	$3^h\ 28^m\ 36^s.25$ (下午)
時計改正數	=	$27^s.78$ (太慢)

§11. 觀測星之高度 觀測星之高度與前節同，惟視差與半徑之改正可不計。如星之居於子午線之西者，計算所得之時角爲星之眞時角；居於東者其眞時角須由24時減去計算時角。其恆星時爲赤經與時角之和。欲求平時，可依第三章 §12 法化爲平太陽時。欲免儀器之差誤，須選擇二星，一東一西，而求其平均時。若觀測行星應知格林威時以便改正赤經及赤緯。

〔例〕 1930年五月二十日在南京測得氐宿一星(α Libra)之高度爲 $35°\ 26'\ 30''.0$ (東)，時刻爲下午 $9^h\ 12^m\ 00^s.00$。星之赤經爲 $14^h.47^m.01^s.90$，赤緯爲南 $15°.45'.20''.30$。太陽赤經$+12^h$ 爲 $15^h.47^m\ 41^s.80$。

直立角	=	$35° 26' 30''.00$
蒙氣差	=	$-\ 1' 20''.00$
h	=	$35° 25' 10''.00$
ϕ	=	$32° 03' 38''.00$
p	=	$105° 45' 20''.30$
		$2\ )\ 173° 14' 08''.30$
s	=	$86° 37' 04''.15$
$s-h$	=	$51° 11' 54''.15$
$s-p$	=	$-\ 19° 08' 16''.15$
$s-\phi$	=	$54° 33' 26''.15$
Log Cos s	=	8.770822
Log Sin(s−h)	=	9.891716
Log Sec(s−p)	=	0.024691
Log Csc(s−ϕ)	=	0.089005
		2) 18.776234
Log Tan $\frac{1}{2}$t	=	9.388117
$\frac{1}{2}t$	=	$13° 44' 03''.62$
t	=	$27° 28' 07''.24$
時角	=	$1^h 49^m 52^s.42$ (東)
星之赤經	=	$14^h 47^m 01^s.90$
南京恆星時	=	$12^h 57^m 09^s.48$

經度差	=	$7^h\ 55^m\ 06^s.20$
格林威恆星時	=	$5^h\ 02^m\ 03^s.28$
太陽赤經＋12^h	=	$15^h\ 47^m\ 41^s.80$
	=	$13^h\ 14^m\ 21^s.48$
表九 C	=	$-\ 2^m\ 10^s.14$
格林威平時	=	$13^h\ 12^m\ 11^s.34$
經度差	=	$+\ 8^h$
中原標準時	=	$21^h\ 12^m\ 11^s.34$
時計讀數	=	$21^h\ 12^m\ 00^s.00$
時計改正數	=	$11^s.34$ (太慢)

§12. 星之在北極星之垂直圈時 前節曾述觀測星之在子午線上以定時，如子午線未曾設立，可將視線對準北極星，倒置望遠鏡向南，觀測南方之星(時星 Time Star)經過縱線之時刻。於是施以赤經之改正，則得經過子午線之眞恆星時。其測法如下。

安平經緯儀，十字線對準北極星，記載其時刻及高度。遂即依橫軸倒置望遠鏡向南，對準時星，惟方向不可移動，俟數分鐘後時星正在縱線上，則載其高度及時刻。時星之高度約等於經過子午線之高度。其經過子午線時刻亦應預爲計算。至於在垂直圈上之時刻，如北極星在西約較在子午線上早四五分鐘，如在東約遲四五分。欲免儀器之差

誤，應倒置望遠鏡對準北極星，再向南測他時星，以求其平均值。

其計算在垂直圈與子午線上相差之時間之公式如下。茲命 α 及 $\alpha_\circ$ 為時星及北極星之赤經，S 及 $S_\circ$ 為時星及北極星在垂直圈上之恆星時，t 及 $t_\circ$ 為時星及北極星之時角。於是得

$$t = S - \alpha \text{，}$$

$$t_\circ = S_\circ - \alpha_\circ \text{，}$$

則 $t_\circ - t = (\alpha - \alpha_\circ) - (S - S_\circ)$ 。………………(79)

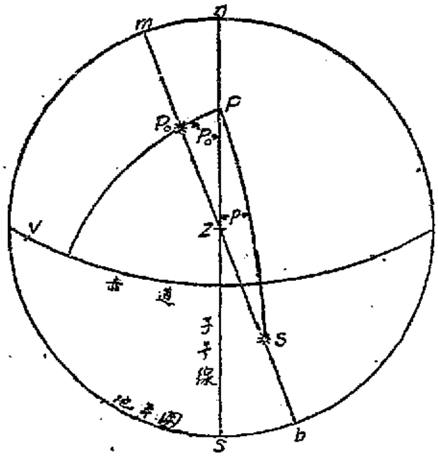
上式 $S - S_\circ$ 為觀測時刻之恆星時差，若時計為平時，祗須由表一〇施以改正值（C）。

茲命 T 及 $T_\circ$ 為觀測時星及北極星之平時，則上式變為。

$$t_\circ - t = (\alpha - \alpha_\circ) - (T - T_\circ) - C \text{。} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(80)$$

如圖一一四，$P_\circ$ 為觀測時北極星之位置，P 為北極，Z 為天頂，S 為觀測時星之位置。但時星在 S 時，北極星已向西移動，其移動之角度則等於二觀測時刻之恆星時差。又命 $p_\circ$ 為北極星之極距，ζ 及 $\zeta_\circ$ 為時星及北極星之天頂距，h 及 $h_\circ$ 為二星之高度。於是在 $P_\circ PS$ 三角形，

$$\frac{\operatorname{Sin} S}{\operatorname{Sin} P_\circ PS} = \frac{\operatorname{Sin} p_\circ}{\operatorname{Sin} P_\circ S} \text{，}$$



圖一一四

卽　$\mathrm{Sin}\,S=\mathrm{Sin}\,P_oPS\;\mathrm{Sin}\,p_o\;\mathrm{Cosec}\,(\zeta+\zeta_o)$

$$=\mathrm{Sin}\,(t_o-t)\;\mathrm{Sin}\,p_o\;\mathrm{Cosec}(h+h_o)\text{。}\quad\cdots\cdots\cdots(81)$$

又在PZS三角形，

$$\frac{\mathrm{Sin}(-t)}{\mathrm{Sin}\,S}=\frac{\mathrm{Sin}\,\zeta}{\mathrm{Cos}\,\phi}\text{，}$$

卽　$\mathrm{Sin}(-t)=\mathrm{Sin}\,S\;\mathrm{Cos}\,h\;\mathrm{Sec}\,\phi$。 $\cdots\cdots\cdots\cdots(82)$

更以(82)式 Sin S 之值代入(81)式，得

$$\mathrm{Sin}(-t)=\mathrm{Sin}\,p_o\;\mathrm{Sin}(t_o-t)\;\mathrm{Cosec}(h+h_o)\;\mathrm{Cos}\,h\;\mathrm{Sec}\,\phi\text{。}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(83)$$

惟 t 及 p_0 之值極小，正弦可以角度表之，則(83)式變為

$$-t=p_0\,\mathrm{Sin}(t_0-t)\,\mathrm{Cosec}(h+h_0)\,\mathrm{Cos}\,h\,\mathrm{Sec}\,\phi \quad (84)$$

若 h 及 h_0 之值為不知，可用 $\mathrm{Sin}(\phi-\delta)$ 以代 $\mathrm{Cos}\,h$，及 $\mathrm{Sec}(\delta-c)$ 以代 $\mathrm{Cosec}\,(h+h_0)$。δ 為時星之赤緯，而 c 為加於北極星高度以求緯度之改正數，可由天文曆書檢得之。

如緯度未知，可用觀測時星在垂直圈之高度依(1)式求之，蓋其高度與在子午線上相差甚微。其緯度復可依前章§5法以計算之。

既得 t 之值（t 值須改為時之秒數），加於時星之赤經則得觀測時之地方恆星時，可化為平時或標準時以改正時計。

設同時欲求覘線之方位角(a)，可由下式計算之。

$$a=t\,\mathrm{Sec}\,h\,\mathrm{Cos}\,\delta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (85)$$

〔例〕 1906年五月八日在西經 $4^h\,44^m\,18^s.3$ 及北緯 $42°\,21'$ 觀測北極星及處女宮o星(o Virginis)。

北極星觀測時	=	$8^h\,35^m\,58^s$
時星觀測時	=	$8^h\,39^m\,43^s$
相差	=	$3^m\,45^s$
α	=	$12^h\,00^m\,26^s.3$
α_0	=	$1^h\,24^m\,35^s.4$
$\alpha-\alpha_0$	=	$10^h\,35^m\,50^s.9$

$T-T_0$	$=$	$3^m\ 45^s.0$
(表—○) C	$=$	$0^s.6$
t_0-t	$=$	$10^h\ 32^m\ 05^s.3$
	$=$	$158°\ 01'.3$
ϕ	$=$	$42°\ 21'$
δ	$=$	$+\ 9°\ 15'$
$\phi-\delta$	$=$	$33°\ 06'$
δ	$=$	$+\ 9°\ 15'$
c	$=$	$+\ 1°\ 06'.5$
$\delta-c$	$=$	$8°\ 08'.5$
p_0	$=$	$71'.85$
$\text{Log}\ p_0$	$=$	1.8564
$\text{Log Sin}(t_0-t)$	$=$	9.5732
$\text{Log Sec}(\delta-c)$	$=$	0.0044
$\text{Log Sin}(\phi-\delta)$	$=$	9.7373
$\text{Log Sec}\ \phi$	$=$	0.1313
$\text{Log}\ 4$	$=$	0.6021
$-\ \text{Log}\ t$	$=$	1.9047
t	$=$	$-\ 80^s.30$
	$=$	$-\ 1^m\ 20^s.3$

於是恆星時爲處女宮 o 星赤經減去上求之數。

$$\begin{aligned}\alpha' &= 12^h\ 00^m\ 26^s.3\\ t &= -\ \ 1^m\ 20^s.3\\ \hline S' &= 11^h\ 59^m\ 06^s.0\end{aligned}$$

上求得恆星時化爲地方平時爲 $20^h\ 55^m\ 14^s.5$，東方標準時(美國)爲下午 $8^h\ 39^m 32^s.8$，故時計改正數爲 $10^s.2$ 太快。

§13. **觀測同高度之一星**　設一星在子午線之東時，觀測其高度而載其時刻；俟該星在西時，仍觀測同樣之高度而記其時刻；其平均值乃該星經過子午線之時刻。由經過子午線之赤經而得眞恆星時及平時。此法計算簡便，而無視差,蒙氣差,儀器差等之改正，惟二次觀測時間相差過長爲不便耳。

§14. **觀測同高度之二星**　前節曾述觀測同高度之一星以定時，第經過時間過久爲不便。若選擇二星一在東一在西，觀測二星在同高度之時刻。設二星赤緯相同，則二赤經之平均值爲二星在同高度之恆星時。但二星相同赤緯者不易得，可選擇二星赤緯之差愈小者愈佳，而施以因赤緯之差而生恆星時之改正。且同時不能觀測同高度東西二星，祗須先測一星之高度及時刻，次測他星在同高度之時刻。

觀測之先，須選擇東西二星，并計算其同高度之時刻。約三分鐘前安平儀器，望遠鏡對準東星，使橫線略高該星；俟該星升在橫線上，遂卽載其時刻。乃依縱軸旋轉望遠鏡向西星，惟不可依橫軸移動，以改變高度；俟西星在橫

線上，則載其時刻。如不知同高度之時刻，須選擇明亮之星以便觀測。先略測二星之高度，俟其將達同高度時，卽無須上下移動望遠鏡在視圈內得窺見二星時。於是先觀測東星，遂卽旋轉望遠鏡觀測西星，其時之差不過數分耳。

如圖一一五，n e s w 爲地平圈，Z 爲天頂，P 爲天極，S_e 爲東星，S_w 爲西星，t_e 及 t_w 爲東西二星之時角，H S_e S_w 爲同高度之圈。

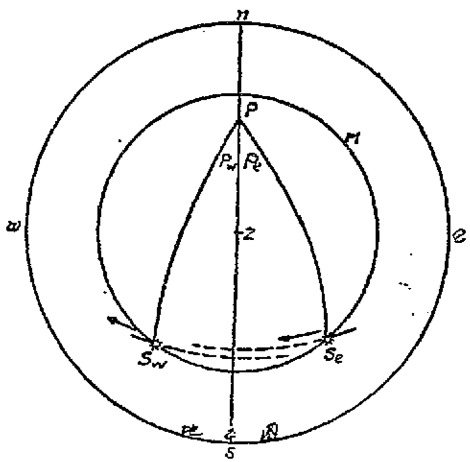


圖 一 一 五

由(36)式二星之恆星時爲

$$S=\alpha_w+t_w,$$

$$S=\alpha_e-t_e。$$

其平均恆星時為

$$S=\frac{\alpha_w+\alpha_e}{2}+\frac{t_w-t_e}{2}\text{。}\cdots\cdots(86)$$

觀上式其眞恆星時(S)為二赤經之平均值，加二星時角之差之半之改正數。欲求此改正數，須先求(7)式之微分，以δ及t為變數。

$$\mathrm{Sin}\,h=\mathrm{Sin}\,\delta\,\mathrm{Sin}\,\phi+\mathrm{Cos}\,\delta\,\mathrm{Cos}\,\phi\,\mathrm{Cos}\,t\text{，}\cdots\cdots(7)$$

$$0=\mathrm{Sin}\,\phi\,\mathrm{Cos}\,\delta-\mathrm{Cos}\,\delta\,\mathrm{Cos}\,\phi\,\mathrm{Sin}\,t\frac{dt}{d\delta}$$

$$-\mathrm{Cos}\,\phi\,\mathrm{Cos}\,t\,\mathrm{Sin}\,\delta\text{，}\cdots\cdots(87)$$

故 $$\frac{dt}{d\delta}=\frac{\mathrm{Tan}\,\phi}{\mathrm{Sin}\,t}-\frac{\mathrm{Tan}\,\delta}{\mathrm{Tan}\,t}\text{。}\cdots\cdots(88)$$

但赤緯及時角之差均甚小，以$\frac{1}{2}(\delta_w-\delta_e)$以代$d\delta$及$\frac{1}{2}(t_w-t_e)$代$\delta t$，於是得

$$S=\frac{\alpha_w+\alpha_e}{2}+\frac{\delta_w-\delta_e}{2}\left[\frac{\mathrm{Tan}\,\phi}{\mathrm{Sin}\,t}-\frac{\mathrm{Tan}\,\delta}{\mathrm{Tan}\,t}\right]\text{。}(89)$$

上式($\delta_w-\delta_e$)應以時之秒數表之；δ為δ_e及δ_w之平均值。設同時觀測二星，則t為t_e及t_w之平均值；如同時不能觀測二星，則t應為

$$t=\frac{\alpha_e-\alpha_w}{2}+\frac{T_w-T_e}{2}\text{。}\cdots\cdots(90)$$

如先觀測西星，則上式末項應為負，而其值應改為恆星時，但為數甚微，故 T_w 及 T_e 為時計之讀數。如西星之赤緯較大，則其達同高度之時刻較平均赤徑為遲。至於選擇東西二星，其赤經之差約為 6 至 8 時；赤緯之差愈小愈佳，以不出三度為宜，若用普通經緯儀可大至五度，不至有大差誤。

〔例〕 1905 年十二月十四日在西經 $4^h\,44^m\,18^s$ 及北緯 $42°\,21'$ 觀測東星天囷一（α Ceti）及西星天鷹δ星（δ Aquilae）。其計算如下表。

星名	赤經	赤緯	時刻
天囷一 (東)	$2^h\,57^m\,22^s.1$	$+\,3^\circ\,43'\,69''.1$	$T_e\ 5^h\,18^m\,00^s$
天廄δ星(西)	19 20 43 .6	+ 2 55 44 .0	T_w 5 22 13
平均	$23^h\,09^m\,02^s.8$	$+\,3^\circ\,19'\,56''.6$	$5^h\,20^m\,06^s.5$
相差	7 36 38 .5	2) − 0 48 25 .1	04 13 .0
$T_w - T_e$	4 13 .7		

2) $7^h\,40^m\,52^s.1$

$$\frac{\delta_w - \delta_e}{2} = -\,24'\,12''.6$$

$$= -\,96^s.84$$

$$t = 3^h\,50^m\,26^s.1$$

$$= 57^\circ\,36'\,31''.5$$

平均赤經 $= 23^h\,09^m\,02^s.8$

改正數 $= -\quad 01^m\,41^s.0$

恆星時 $= 23^h\,07^m\,21^s.8$

地方平時 $= 17^h\,35^m\,43^s.4$

經度差 $= -\quad 15^m\,42^s.0$

東方標準時 $= 17^h\,20^m\,01^s.4$

$= 5^h\,20^m\,01^s.4$(下午)

時計讀數 $= 5^h\,20^m\,06^s.5$

時計改正數 $= 5^s.1$(太快)

$$\text{Log}\,\frac{\delta w-\delta e}{2} = 1.9861 \qquad\qquad = 1.9861$$

$$\text{Log Tan}\,\phi = 9.9598 \quad \text{Log Tan}\,\delta = 8.7650$$

$$\text{Log Csc}\,t = 0.0735 \quad \text{Log Cot}\,t = 9.8024$$

$$= 2.0194 \qquad\qquad = 0.5535$$

$$= -104^s.6 \qquad\qquad = -\quad 3^s.6$$

$$-\quad 3.6$$

改正數 $= -101^s.0 = -1^m\,41^s.0$

第九章　經度測法

§1. **時計之比較**　設有東西二站，用二時計各對準其地方時，時計均準確而無快慢之差，如東站經度為已知，攜時計至西站，其二時計之差即經度之差。設時計有快慢之差，應逐日測定地方時以定快慢率。茲命 r 為每日快慢率，慢者為正(+)，快者為負(−)。先在東站觀測其地方時，得其改正數為 C；經 n 日攜至西站，復測其地方時，得其改正數為 C'。命 T 為在西站時計之讀數，於是得經度之差如下：

西站之地方時＝T＋C'，

東站之地方時＝T＋C＋nr，

經度差＝時之差＝C＋nr－C'。 ……………………(91)

但時計快慢差常不定，須往返施測數次方可。

〔例〕 在東站時計為 $15^m\ 40^s$ 太慢，在西站為$14^m\ 10^s$太慢，逐日之差為 8^s 太快，二次觀測經過之時間 48 時。其經度差為

$$+15^m\ 40^s-2\times8^s-14^m\ 10^s=1^m\ 14^s=18'\ 30''。$$

§2. **電報法**　二站之間須架設電線，用天文經緯儀，時辰儀及時辰圖依前章§2至§8之法，二站均測定恆星時，并校準

時辰儀。乃用電報報告時刻，其時刻之差，卽兩站經度之差。須由東站傳至西站，更由西站至東站以免傳遞之差。但自無線電發明以來，常用以報告時刻，中央廣播無線電臺逐日報告中原標準時刻，若測定某地之地方時與標準時之差，則知該地之經度。

§3. **時號法** 現時交通繁盛，如鐵道局及電報局常用標準時。觀測者若得標準時之時號，乃用前章各法測定地方時，其與標準時之差卽可約得該地與標準子午線經度之差。例如前章 §9 之例，測得南京地方時與中原標準時之差爲 $4^m 52^s.48$，卽與 120° 子午線之差爲 1° 13' 7".2，故南京之經度爲 118° 46' 52".8。

§4. **太陰在中天時** 天文曆書逐日載每時月心之赤經，設測得太陰經過某地子午線之赤經(卽該地方恆星時)，以此赤經計算格林威時；於是地方時與格林威時之差，卽該地之經度。

其測法先將望遠鏡對準子午線，俟月緣切於縱線上，卽載其時刻；同時觀測一星或數星(其赤緯應約與太陰相同)，并載其時刻；其差數是爲星與月緣經過子午線之時間，若時計爲平時，須化爲恆星時。將此差數加減於星之赤經，是爲月緣之赤經(星先達子午線者應加，反之應減。)。欲求月心經過子午線之赤經，應加太陰半徑經過子午線之時間之改正值(可由天文曆書檢得之)。如觀測月之西緣，

其改正値為正；觀測東緣，則為負。於是求得之赤經，依比例而計相當之格林威平時。如赤經每分之差過鉅，可依第三章 §14〔例二〕計算相當赤經每分之差數，乃以差數求時之分數。但格林威平時須改為恆星時，與測得之恆星時相較卽該地之經度。在觀測之先，須約計太陰經過子午線之時刻及其高度；而其高度須減視差，否則不在視圈之內，蓋太陰之視差甚大也。且太陰每分鐘約增赤經二秒，如赤經略有差誤，則經度將發生三十倍大之差誤，是故此法殊難得其精密。

〔例〕 1925 年七月三十日觀測太陰西緣為 $7^h\,27^m\,14^s$，心宿二星為 $7^h\,29^m\,20^s$。

心宿二星		$7^h\,29^m\,20^s$
月緣(西)		$7^h\,29^m\,14$
平時間	=	$2^m\,06^s$
C (表一〇)	=	$+\ 0.3$
恆星時間	=	$2^m\,06^s.3$
心宿二星赤經	=	$16^h\,16^m\,39^s.5$
月西緣赤經	=	$16^h\,14^m\,33^s.2$
半徑經過時間	=	$1^m\,10^s.36$
月心赤經	=	$16^h\,15^m\,43^s.56$ = 地方恆星時

由天文曆書

七月卅一日格林威時	太陰赤經	每分之差
0^h	$16^h\ 14^m\ 37^s.54$	2.3986
1^h	16 17 01 .64	2.4049
	$2^m\ 24^s.10$	63

$= 144^s.10$

$$\begin{array}{r} 16^h\ 15^m\ 43^s.56 \\ 16\ \ 14\ \ 37^s.54 \\ \hline 1^m\ 06^s.02 \end{array} = 66^s.02 \qquad 63\times\frac{66}{144}=14$$

每分之差為 2.400。

$$\frac{66^s.02}{2.4}=27^m.509$$

$$=27^m\ 30^s.5$$

格林威平時	=	$0^h\ 27^m\ 30^s.5$
α_s+12^h	=	20 32 23 .49
C (表一〇)	=	04 .52
格林威恆星時	=	$20^h\ 59^m\ 58^s.51$
地方恆星時	=	16 15 43 .56
經度	=	$4^h\ 44^m\ 14^s.95$W
	=	71° 03′ 45″W

§5. **經度之變動** 前章曾述地球之軸不指一定之位置，經度亦因之變動，故觀測者須依其時日以求平均位置之經度。

第十章 方位角測法

§1. 觀測標號 施測方位角應特備標號以便夜間觀測。通常以燈置盒內，邊開一小孔以放光。其孔之大小，則依乎距離之遠近及放大力之大小等而定，惟其所含之角度以不大於 0".5 至

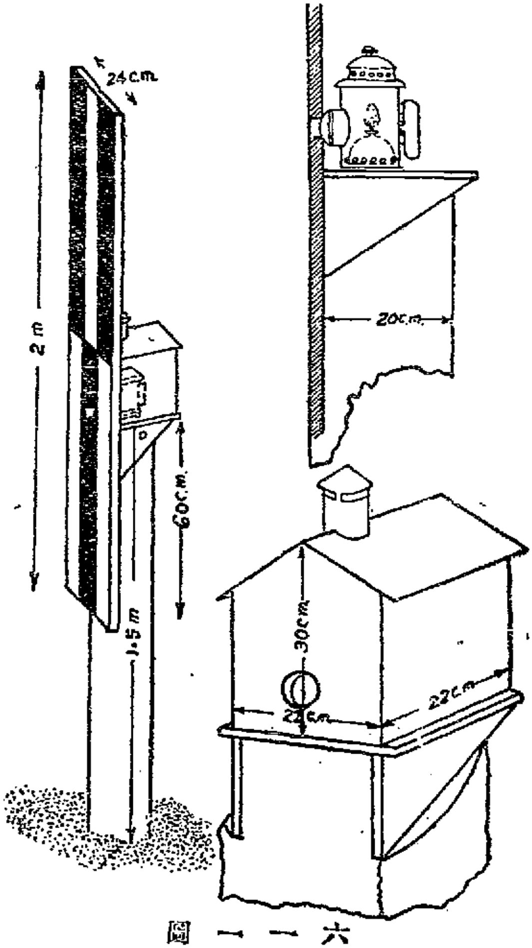


圖 一 一 六

$1''.0$ 爲宜。圖一一六爲美國大地測量所用之標號。其距離應使測星時望遠鏡無須移動定影螺絲爲要，然亦視測點之地形之可能否耶。

§2.　北極星在最大離角時　當大熊星處於右，王后星處於左時，則北極星居於西離角，如圖一一七。如大熊星處於左，王后星處於右，則北極星居於東離角。其在東(西)

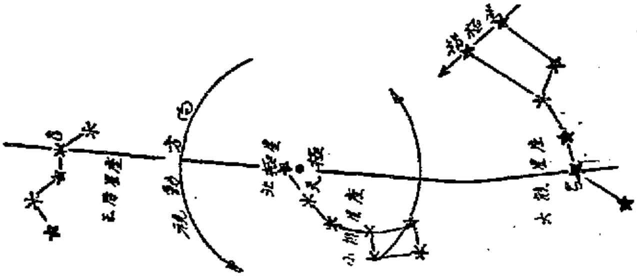


圖　一　一　七

離角時，可由表一三檢得之；或可計其恆星時，乃化恆星時爲地方平時或標準時。至於求東(西)離角之恆星時，依(34)式計算其時角 (t_e)，時角與赤經之和是爲東(西)離角之恆星時。如北極星在西離角，t_e 即時角；在東離角，其時角爲 24^h-t_e。時角之約値，在緯度 30° 與 50° 之間者，爲 $5^h\,56^m$ 恆星時，或 $5^h\,55^m$ 平時，但與年日及緯度微有改變。

〔例〕 1930年五月十二日求南京北極星西離角時。

五月十日格林威上中天時	$=$	$10^h\ 25^m\ 32^s$ (表一三)
$-3^m\ 55^s.3\times 2$ 日	$=$	$-\quad 7^m\ 50^s.6$
五月十二日格林威上中天時	$=$	$10^h\ 17^m\ 41^s.4$
經度差$(+9^s.80\times 7^h55^m06^s.2)$	$=$	$+\quad 1^m\ 17^s.6$
南京上中天時	$=$	$10^h\ 18^m\ 59^s.0$
		$+5^h\ 56^m\ 24^s.0$
南京西離角時(地方時)	$=$	$16^h\ 15^m\ 23^s.0$
經度改正	$=$	$+\quad 4^m\ 53^s.8$
南京西離角時(中原標準時)	$=$	$16^h\ 20^m\ 16^s.8$
	$=$	$4^h\ 20^m\ 16^s.8$ (下午)

既計得東(西)離角時，於半小時前安平儀器，用切線螺絲常使十字線對準北極星。約在東(西)離角時前五分鐘，即低下望遠鏡立地上一點，約距儀器數百尺之遙。遂即倒置望遠鏡仍對準北極星，復低下望遠鏡，立地上一點。如二點不相合，則取其中點，藉免儀器之差誤。北極星近最大離角時僅有上下移動，故此動作雖歷十分鐘之久，方位角不致有五秒之差。

既設立北極星在東(西)離角時之方向，乃向左(右)設立一直線，其夾角等於北極星之方位角，此線即子午線。其方位角可依(35)式計算之。

$$\mathrm{Sin}\, Z_n=\mathrm{Sin}\ p\ \mathrm{Sec}\,\phi \quad\text{。}\cdots\cdots\cdots\cdots(35)$$

上式 Z_n 爲方位角；p 爲極距，其值可由表一三檢得之；ϕ 爲觀測處之緯度，可由前章各法測定之。但極距之值甚小，1930 年約爲 1° 04'。更可依下式計算之，Z 及 p 均爲秒數。

$$Z''_n = p'' \operatorname{Sec} \phi \quad \cdots\cdots (92)$$

既求得方位角，其子午線可用垂距定之較爲準確。如圖一一八，量 AB 樁之距離，由其方位角計算 BC 垂距之長立 C 樁，其 AC 線即子午線。

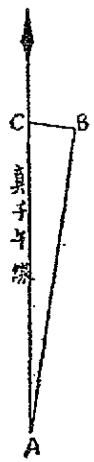


圖 一 一 八

〔例〕 計算1930年五月十二日北極星在西離角時之方位角。

五月十日北極星赤緯	$=+88°\ 55'\ 39''.3$
五月廿日北極星赤緯	$=+88°\ 55'\ 37''.0$
	$2''.3$
五月十二日北極星赤緯	$=+88°\ 55'\ 38''.8$
極距（p）	$=\ 1°\ 04'\ 21''.2=3861''.2$
緯度（ϕ）	$=\ 32°\ 03'\ 38''.0$ N

公式　(35)

Log Sin p	= 8.27226
Log Sec ϕ	= 0.07187
Log Sin Z_n	= 8.34413
Z_n	$=1°\ 15'\ 56''$

公式　(92)

Log p"	= 3.58672
Log Sec ϕ	= 0.07187
Log Z''_n	= 3.65859
Z''_n	$=4556''.1$
	$=1°\ 15'\ 56''.1$

如 AB 之距離爲 630.0 呎，其垂距 BC 之計算如下：

Log 630.0	= 2.79934
Log Tan Z_n	= 8.34423
Log 垂距	= 1.14357
垂距	= 13.92呎

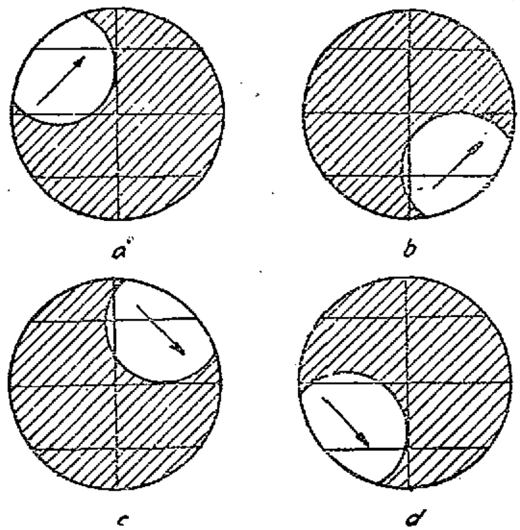
§3. 北極星近最大離角時　設觀測北極星不在最大離角時，其差僅數分鐘者，且觀測時刻爲已知，由此以求在最大離角時之方位角，祇須施以改正。其改正式如下：

$$C = 112.5 \times 3600 \operatorname{Sin} 1'' \times \operatorname{Tan} Z_e (T - T_e)^2 \quad \cdots (93)$$

上式 C 爲改正方位角之秒數； Z_e 爲在最大離角時之方位角；T 爲觀測時；T_e 爲最大離角時；$(T-T_e)$ 須以恆星時之分數表之。其改正值(C)依其時間及最大離角時之方位角，可由表一八檢得之。

〔例〕　設觀測北極星時刻爲 $6^h\ 28^m\ 00^s$，其最大西離角時刻爲 $6^h\ 04^m\ 00^s$；北極在最大離角時之方位角爲 1° 37' 48"，其平時之差爲 24^m，即恆星時爲 $24^m\ 04^s$，其改正值爲 32"。如觀測時北極星與測線之角爲 2° 37' 30"，於是北極星在最大離角時與測線之角爲 2° 37' 30" − 32" = 2° 36' 58"。故測線之方向爲 (2° 36' 58" + 1° 37' 48" = 4° 14' 46") N 4° 14' 46" W。

§4. 觀測太陽高度　觀測太陽之高度以定方位角，須先安平儀器於測線之一端，置化微於 0 度，後視他端。乃放鬆上盤，用顏色玻璃遮蓋目鏡，對準太陽。如在上午，用切線螺絲常使縱線切於日影之右緣，橫線割日影下邊之一部，如圖一一九(a)。俟日影下緣切於橫線時，則記其地平角，直立角及時刻。次將橫線常切於上緣，縱線則割日影左邊之一部，如圖一一九(b)。俟日影左緣切於縱線時，



圖一一九

則記其地平角,直立角及時刻。欲免儀器之差誤，須倒置望遠鏡依上法重行施測一次。求其二次測得地平角,直立角及時刻之平均值以爲計算之用。如在下午觀測，須先將橫線切於日影之下緣，縱線割日影左邊之一部，如圖一一九(c)。次將縱線切日影之右緣，橫線割日影上邊之一部，如圖一一九(d)。如無顏色玻璃，可持白紙近於目鏡，旋轉目鏡及定影螺絲，依上法觀測之。

旣測得平均直立角改正蒙氣差及視差，是爲太陽之眞高

度。次由天文曆書檢計觀測時太陽之赤緯。至於緯度可由地圖或由前章各法測得之。乃依(21)至(25)各式計算其方位角，若觀測之時間不大，太陽行徑之曲度改正可不計。

〔例〕　方位角之計算

日期—1930年4月一日下午　　　　地點中央大學

日影	望遠鏡	地平角 化微A	地平角 化微B	直立角	時刻	備註
$\odot$	正	343° 53' 50"	50"	37° 22' 00"	$3^h\ 22^m\ 00^s$	磁氣方位角
$\odot$	正	343　51　50	50	36　10　50	3　25　15	=268°07' 50"
$\odot$	倒	345　49　10	10	35　08　10	3　32　32	
$\odot$	倒	345　44　20	20	34　11　00	3　34　34	
平均		344° 49' 47".5		35° 43' 00"	$3^h\ 28^m\ 36^s.25$	

$\phi = 32°\ 03'\ 38''$ N (南京緯度)

$\lambda = 118°\ 46'\ 33''$ E (南京經度)

蒙氣差及視差 $= -1'\ 12''$

$h = 35°\ 43'\ 00'' - 1'\ 12'' = 35°\ 41'\ 48''$

中原標準時	=	$3^h\ 28^m\ 36^s.25$ (下午)
經度改正	=	$-\ 4\ \ 53.80$
南京地方時	=	$3^h\ 23^m\ 42^s.45$ (下午)

$= 15^h\ 23^m\ 42^s.45$（子正計起）

南京與格林威相差經度 $= 7^h\ 55^m\ 06^s.20$

格林威時 $= 7^h\ 28^m\ 36^s.25$（上午）

格林威子正赤緯 $= N\ 4°\ 10'\ 26''.8$

每時之差 $= +58''.08$

$7^h\ 28^m\ 36^s.25$ 赤緯之差 $= +\ 7'\ 14''.4$

觀測時之赤緯（δ）$= N\ 4°\ 17'\ 41''.2$

$p = 90° - 4°\ 17'\ 41''.2 = 85°\ 42'\ 18''.8$

$s = \frac{1}{2}(35°\ 41'\ 48'' + 32°\ 03'\ 38'' + 85°\ 42'\ 18''.8)$

$= 76°\ 43'\ 22''.4$

$s - p = -\ 8°\ 58'\ 56''.4$

$s - \phi = 44°\ 39'\ 44''.4$

$s - h = 41°\ 01'\ 34''.4$

$$
\begin{array}{lcr}
\text{Log Cos } s & = & 9.360845 \\
\text{Log Cos } (s-p) & = & \underline{9.994652} \\
 & & 19.355497 \\
\text{Log Sin } (s-\phi) & = & 9.846969 \\
\text{Log Sin } (s-h) & = & \underline{9.817237} \\
 & & 19.664206 \\
 & & \underline{19.355497} \\
 & & 2\,)\,0.308709 \\
\text{Log Tan } \frac{1}{2} Z & = & 10.1543545
\end{array}
$$

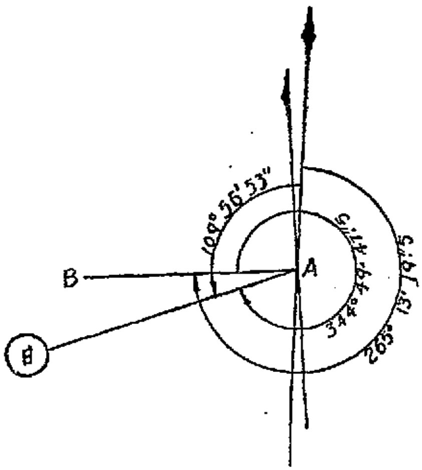
$\frac{1}{2}$ Z　＝ 54° 58' 26".5

Z　＝109° 56' 53".0

AB 之方位角　＝265° 13' 19".5，

AB 之磁氣方位角　＝268° 07' 50".0

磁針偏差　＝ 2° 54' 30".5 (西)。



圖一二〇

§5. 觀測星之高度 方位角仍可依前節之法測星之高度以定之，無需視差及半徑之改正。且星之赤緯變動極微，觀測時刻亦無十分準確之必要，更可觀測東西二星以免差誤。

〔例〕 如第八章§11之例。

h	$=$	$35° 25' 10''.00$
ϕ	$=$	$32° 03' 38''.00$
p	$=$	$105° 45' 20''.30$
	2)	$173° 14' 08''.30$
s	$=$	$86° 37' 04''.15$
$s-\phi$	$=$	$54° 33' 26''.15$
$s-h$	$=$	$51° 11' 54''.15$
$s-p$	$=$	$-19° 08' 16''.15$
$\log \sin(s-\phi)$	$=$	9.910995
$\log \sin(s-h)$	$=$	9.891716
$\log \sec s$	$=$	1.229178
$\log \sec(s-p)$	$=$	0.024691
$\log \tan \frac{1}{2} Z_n$	$=$	11.056580
$\frac{1}{2} Z_n$	$=$	$84° 58' 59''.5$
Z_n	$=$	$169° 57' 59''.0$

故星之方向爲 S 10° 02′ 01″.0 E。

§6. **隨時觀測繞極星** 設已知地方時，繞極星之高度及與測線所夾地平角，則可計算測線之方位角。且極星移動緩，此法可複測數次以求其精密。其恆星時可依第八章各法測得之，其星之時角由(36)式計算之。其儀器用複測儀或

方向儀，幷須有橫騎水準以測橫軸之傾斜。安平儀器於測線之一端，置化微於零度，後視他端。放鬆上盤，對準極星，記其直立角，地平角及時刻，並載橫騎水準之番數。依法施測三次，乃倒置望遠鏡復測三次。以六次所得之地平角，直立角及時刻以求其平均值，用以下各式計算之。如儀器無橫騎水準，圓盤水準須靈敏及整理完善方可。繞極諸星均可用以觀測，以北極星爲最佳。且愈近於最大離角時，東西移動愈緩，結果愈精密，其方位角可依(31)式計算之。

$$\operatorname{Tan} Z_n = -\frac{\operatorname{Sin} t}{\operatorname{Cos}\phi \operatorname{Tan}\delta - \operatorname{Sin}\phi \operatorname{Cos} t} \text{。} \quad \cdots\cdots (31)$$

上式分子及分母若以 $\operatorname{Cos}\phi \operatorname{Tan}\delta$ 除之，則得

$$\operatorname{Tan} Z_n = -\frac{\operatorname{Cot}\delta \operatorname{Sec}\phi \operatorname{Sin} t}{1-\operatorname{Cot}\delta \operatorname{Tan}\phi \operatorname{Cos} t} \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots (94)$$

茲命 $a=\operatorname{Cot}\delta \operatorname{Tan}\phi \operatorname{Cos} t$，則上式變爲

$$\operatorname{Tan} Z_n = -\operatorname{Cot}\delta \operatorname{Sec}\phi \operatorname{Sin} t \frac{1}{1-a} \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (95)$$

上式 $\operatorname{Log}\frac{1}{1-a}$ 依不同 $\operatorname{Log} a$ 之值列成一表，計算時用(95)式則較爲簡便，此表天文曆書均有附載。

若不求十分精密，可用下式計算之；Z 及 p 爲分數或秒

數。惟直立角須準確，若直立角不甚準確者，以 (31) 式爲宜。

$$Z = p \operatorname{Sin} t \operatorname{Sec} h \text{。} \quad \cdots\cdots (96)$$

〔例一〕 1908 年二月十一日在北緯 42° 21' 以工程師經緯儀觀測軒轅十四星(在東)之高度以定時，北極星以定方位角。

軒轅十四星高度	時 刻
17° 05'	$7^h\ 12^m\ 16^s$
17 31	14 31
17 49	16 07
18 02	17 20

軒轅十四星之赤經爲 $10^h\ 03^m\ 29^s.1$ ，赤緯爲 + 12° 24' 57"。依此計算 $7^h\ 15^m\ 03^s.5$ 之平時爲 $4^h\ 53^m\ 42^s.7$ 恆星時。

望遠鏡正		觀測北極星之時刻(平時)
測點	0° 00'	$7^h\ 20^m\ 38^s$
		23 00
第三次	201° 48'	23 56
平均＝	67° 16'.0	平均＝$7^h\ 22^m\ 31^s.3$

望遠鏡倒		
測點	0° 00'	$7^h\ 27^m\ 09^s$
		28 17
第三次	201° 54'	29 21
平均＝	67° 18'.0	平均＝$7^h\ 28^m\ 15^s.7$

$7^h\ 20^m\ 38^s$ 北極星之高度	=	$43°\ 03'$
$7^h\ 29^m\ 21^s$ 北極星之高度	=	$43°\ 01'$
觀測北極星之平均時刻(平時)	=	$7^h\ 25^m\ 23^s.5$
觀測北極星之恆星時	=	$5^h\ 04^m\ 04^s.4$
北極星之赤經	=	$1^h\ 25^m\ 32^s.3$
北極星之時角	=	$3^h\ 38^m\ 32^s.1$
t	=	$54°\ 38'$
p	=	$4251''$
Log p	=	3.62849
Log Sin t	=	9.91141
Log Sec h	=	0.13611
Log 方位角	=	3.67601
方位角	=	$4743''$
	=	$1°\ 19'.0$
平均地平角	=	$67°\ 17'.0$
測線之方位角	=	$65°\ 58'.0$

〔例二〕 設有準確之時計，而方位角不求十分精密者，如覆驗導線等，其時角可無須測星以定之。

日期—1930年5月7日下午　　　　地點中央大學

不在	覘點	望遠鏡	次數	地平角 化微A	化微B	直立角	時	附註
A	B	正	0	0°00′00″	00″			
	北極星	正	1	0 59 40	40	31°14′30″	$8^h\ 8^m\ 27^s$	
		正	2	1 56 30	30	31 13 50	8 18 31	
		正	3	2 51 40	40	31 12 10	8 24 44	
		倒	4	3 44 30	30	31 09 30	8 33 34	
		倒	5	4 32 50	50	31 07 00	8 51 20	
		倒	6	5 17 50	50	31 06 00	8 55 47	
			平均	0°52′58″.33		31°10′30″.0	$8^h\ 32^m\ 03^s.83$	

(1)

觀測時	=	$8^h\ 32^m\ 03^s.83$ (下午)
時計改正數	=	$-\ 18^s.00$
中原標準時	=	$8^h\ 31^m\ 45^s.83$
經度改正	=	$-\ 4^m\ 53^s.80$
南京地方時	=	$8^h\ 26^m\ 52^s.03$ (下午)
		$+12^h$
	=	$20^h\ 26^m\ 52^s.03$ (子正計起)

C (表一〇)	=	$+\ 3^m\ 21^s.54$
		$20^h\ 30^m\ 13^s.57$
經度改正(表一〇)	=	$-\ 1^m\ 18^s.05$
		$20^h\ 28^m\ 55^s.52$
太陽赤經$+12^h$	=	$+14^h\ 56^m\ 26^s.56$
		$35^h\ 25^m\ 22^s.08$
		24^h
南京地方恆星時	=	$11^h\ 25^m\ 22^s.08$
北極星赤經	=	$1^h\ 35^m\ 28^s.00$
北極星時角(t)	=	$9^h\ 49^m\ 54^s.08$
t	=	$147°\ 28'\ 31''.20$

(2)

直立角	=	$31°\ 10'\ 30''$
蒙氣差	=	$-\ 1'\ 33''$
眞高度(h)	=	$31°\ 08'\ 57''$

(3)

四月卅日北極星赤緯	=	$+88°\ 55'\ 42''.0$
五月十日北極星赤緯	=	$+88°\ 55'\ 39''.3$
五月七日北極星赤緯	=	$+88°\ 55'\ 40''.1$
極距(p)$=90°-\delta$	=	$1°\ 04'\ 19''.9$

(4)

Log p (=3859".9)	=	3.586485
Log Sin t (=147° 28' 31".2)	=	9.729923
Log Sec h (=31° 08' 57")	=	0.067616
Log Z_n		3.384024
Z_n	=	2421".14
Z_n	=	0° 40' 21".14(在極之西)
地平角	=	0° 52' 58".33
測線之方位角	=	0° 12' 37".19(由北端計)

〔例三〕 依前例時角更可由觀測時與北極星上中天時之差以求之。

四月三十日北極星格林威上中天時	=	$11^h\ 4^m\ 46^s.0$
$3^m\ 55^s.5 \times 7$日	=	$-\ 27^m\ 28^s.5$
五月七日北極星格林威上中天時	=	$10^h\ 37^m\ 17^s.5$
經度改正	=	$+\ 1^m\ 17^s.5$
南京北極星上中天時	=	$10^h\ 38^m\ 35^s.0$
觀測時	=	$8^h\ 32^m\ 03^s.83$ (下午)
時計改正數	=	$-\ 18^s.00$
中原標準時	=	$8^h\ 31^m\ 45^s.83$ (下午)
經度改正	=	$-\ 4^m\ 53^s.80$
南京地方時	=	$8^h\ 26^m\ 52^s.03$ (下午)

$$
\begin{array}{lr}
 & +\ 12^h \\
\hline
 & =\ 20^h\ 28^m\ 52^s.03\ (\text{子正計起}) \\
\text{南京北極星上中天時} & =\ 10^h\ 38^m\ 35.00 \\
\hline
\text{觀測時與上中天時之差} & \\
(\text{平時}) & =\ 9^h\ 48^m\ 17^s.03 \\
C\ (\text{表一○}) & =\ +\ 1^m\ 36^s.64 \\
\hline
\text{北極星時角}\quad (t) & =\ 9^h\ 49^m\ 53^s.67 \\
(t) & =147^\circ\ 28'\ 25''.05
\end{array}
$$

§7. **曲度改正** 前節會述方位角以平均時刻計算，但星之行徑爲曲線，須施以曲度之改正。

茲命 $t_1, t_2, t_3 \cdots\cdots t_n$ 爲各次觀測時；

$Z_1, Z_2, Z_3 \cdots\cdots Z_n$ 爲各次觀測時星之方位角；

$\dfrac{t_1+t_2+t_3+\cdots\cdots t_n}{n}=t_o$ 爲平均觀測時；

Z_o 爲 t_o 時之方位角。

又命 $\Delta t_1=t_1-t_o$，$\Delta t_2=t_2-t_o \cdots\cdots \Delta t_n=t_n-t_o$，

故 $\Delta t_1+\Delta t_2+\Delta t_3 \cdots\cdots + \Delta t_n=0$

於是得公式如下：

$$
Z_1=f(t_1)=f(t_o+\Delta t_1)=Z_o+\frac{dz}{dt}\Delta t_1
$$

$$
+\frac{d^2z}{dt^2}\frac{1}{2}\Delta t_1^2;
$$

$$Z_2=f(t_2)=f(t_o+\Delta t_2)=Z_o+\frac{dz}{dt}\Delta t_2$$

$$+\frac{d^2z}{dt^2}\frac{1}{2}\Delta t_2^2;$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$Z_n=f(t_n)=f(t_o+\Delta t_n)=Z_o+\frac{dz}{dt}\Delta t_n$$

$$+\frac{d^2z}{dt^2}\frac{1}{2}\Delta t_n^2\text{。}$$

但上列各式之平均值爲

$$\frac{Z_1+Z_2+Z_3\cdots+Z_n}{n}=Z_o+\frac{1}{2}\frac{\Delta t_1{}^2+\Delta t_2{}^2+\cdots\Delta t_n{}^2}{n}\frac{d^2z}{dt^2}\text{。}$$

若上式 Δt 以角度之秒數計，

則 $\dfrac{\Delta t_1{}^2+\Delta t_2{}^2+\cdots+\Delta t_n{}^2}{n}$ 應以 $(15)^2\,\text{Sin}\,1''$ 乘之，

故 $\dfrac{(15)^2}{2}\,\text{Sin}\,1''\,\dfrac{\Delta t_1{}^2+\Delta t_2{}^2+\cdots+\Delta t_n{}^2}{n}$

$$=[6.73672]\frac{1}{n}\Sigma\Delta t^2\text{。}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(a)$$

但 Δt^2 之值甚小，若用表一五以便計算，得

$$\frac{1}{2}\Delta t^2\,\text{Sin}\,1''=\frac{2\,\text{Sin}^2\frac{1}{2}\Delta t}{\text{Sin}\,1''}\text{。}$$

故(a)式變爲

$$\frac{1}{n}\Sigma\frac{2\,\mathrm{Sin}^2\frac{1}{2}\Delta t}{\mathrm{Sin}\,1''}\text{。}\quad\cdots\cdots\cdots(b)$$

至於求$\frac{d^2z}{dt^2}$之值，可求(11)式之二次微分。

$$\mathrm{Cos}\,h\,\mathrm{Sin}\,Z=-\mathrm{Cos}\,\delta\,\mathrm{Sin}\,t\text{。}\quad\cdots\cdots\cdots(11)$$

$$\frac{d^2z}{dt^2}=+\frac{\mathrm{Tan}\,Z}{\mathrm{Sin}^2\,t}\left(\frac{\mathrm{Cos}^2\,t-\mathrm{Cos}^2\,Z}{\mathrm{Cos}^2\,Z}\right)\text{。}\quad\cdots\cdots\cdots(c)$$

但計算繞極星之方位角，其 $\mathrm{Cos}^2\,Z$ 之值約等於一，

故 $$\frac{d^2z}{dt^2}=-\mathrm{Tan}\,Z\text{。}\quad\cdots\cdots\cdots(d)$$

於是合(a)，(b)及(d)式得

$$\frac{Z_1+Z_2+Z_3+\cdots+Z_n}{n}=Z_0-\mathrm{Tan}\,Z_0[6.73672]\frac{1}{n}\Sigma\Delta t^2;\quad\cdots\cdots\cdots(e)$$

$$\frac{Z_1+Z_2+Z_3+\cdots+Z_n}{n}=Z_0-\mathrm{Tan}\,Z_0\frac{1}{n}\Sigma\frac{2\,\mathrm{Sin}^2\frac{1}{2}\Delta t}{\mathrm{Sin}\,1''}\text{。}\quad\cdots\cdots\cdots(f)$$

故曲度之改正式如下：

$$C=-\mathrm{Tan}\,Z_0\,[6.73672]\frac{1}{n}\Sigma\Delta t^2;\quad\cdots\cdots\cdots(97)$$

或　$C=-\text{Tan } Z_o \frac{1}{n} \Sigma \frac{2\,\text{Sin}^2 \frac{1}{2}\Delta t}{\text{Sin } 1''}$ 。……………(98)

上二式 n 爲觀測之次數，Δt 爲觀測時與平均時之差(恆星時)，即表一五之 t 。

§8. 水準改正　方位角因橫軸傾斜而生差誤，其改正式如下：

$$C=\frac{d}{4}\left\{(w+w')-(e+e')\right\}\text{Tan } h \text{ 。}\cdots\cdots(99)$$

上式 e 及 w 爲橫騎水準首次東西兩端之格數；e' 及 w' 爲第二次兩端之格數；d 爲水準每格之秒數；h 爲星之高度；其格數係以水準之中點爲零。如以西端爲零，則上式應變爲

$$C=\frac{d}{4}\left\{(w-w')+(e-e')\right\}\text{Tan } h \text{ 。}\cdots\cdots(100)$$

如橫軸之西端太高，當對準星時則視線偏於西。如測線在星之西，其地平角係自左至右，則改正值應加於地平角，但對於方位角則應減。

§9. 光行差　星之方位角常因地之旋轉而生光行差，星光之視動恆偏東，故改正值爲正，其式如下：

$$C=0''.32\,\text{Cos}\,\phi\,\text{Cos}\,Z_n\,\text{Sec}\,h \text{ 。}\cdots\cdots\cdots\cdots(101)$$

觀測繞極星時，上式 Cos φ 及 Sec h 之積與 Cos Z_n 約等於

一，故其光行差約爲 0".32。

§10. 北極星在中天時　當北極星居北極之上時，開陽星約在北極星之下。當北極星居北極之下時，閣道三星約在北極星之下。當北極星與開陽星或閣道三星同在一垂直平面時，再經過若干分鐘之時間，則北極星當在子午線上。若望遠鏡於此時對準北極星，則可設立子午線。其經過之時間，在1920年開陽星約11分14秒，每年約增30秒；閣道三星約12分18秒，每年約增30秒。

欲求二星在垂直平面上，安平經緯儀，縱線先對準北極星，遂卽低下望遠鏡。俟他星入視圈內，復升高望遠鏡，縱線對準北極星，低下對準他星。蓋他星入視圈而達中點約需二分鐘，正使望遠鏡有對準北極星之時間。二星旣同在垂直平面上，用切線螺絲隨北極星以移動，俟達到上述之時間時，乃低下望遠鏡設立地上一點，卽眞子午線也。此法雖難得二星同在垂直平面之準確時間，但北極星移動極緩，每二分鐘約移動一分之角，故所得之結果亦頗爲精密。北極星達中天時刻亦可由天文曆書檢算之。

§11. 觀測同高度之一星　設觀測一星在東西時同高度之位置，立地上二點，連其中點與測點之直線，卽子午線也。在未測之先，須選擇一星，其高度爲便於觀測者，在北半球者可任擇王后星座之一星。當星在東時，安平儀器以十字線對準該星，而載其直立角，乃低下望遠鏡設立地上

一點，或測與測點之夾角。俟該星在西時，乃安望遠鏡等於前次之高度，待星入視圈內，用切線螺絲常使縱線對準該星，一俟該星在橫線上即固定螺絲，復立地上一點，其與儀器之距離須與前等，或測與他測點之夾角。於是平分地上二點之夾角，即子午線之方向。欲求其精密可於星之在東時測數次不同高度之方向，更於在西時測數次與前同高度之方向，以求其平均值。此法對於蒙氣及示標之差誤均可避免。若欲免橫軸傾斜之差誤，於兩次測視時，一則正置望遠鏡，一則倒置之。此法惟費時過久爲不便耳。

§12. **觀測同高之太陽** 前節曾述觀測同高度之一星以定子午線，仍可用以觀測太陽。惟太陽赤緯變動較速，須施以改正，其改正式如下：

$$C=\frac{\frac{1}{2}d}{\cos\phi\sin t}\text{。}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(102)$$

上式 C 爲子午線之南端與中點之夾角；d 爲赤緯每時之差乘二次觀測相隔之時數之積；ϕ 爲觀測處之緯度；t 爲太陽之時角，約爲觀測時相隔時數之半。

其測法：安平儀器於測線之北端，置化微於零度，對準南端。放鬆上盤，對準太陽，以橫線切於日影之下緣或上緣，縱線切於日影之左緣或右緣。惟須注意者，在上午觀測時橫線切於日影之上(下)緣，下午仍應切於上(下)緣；縱線上午切於左(右)緣，下午須切於右(左)緣。十字線已

對準日影即記載其時刻，直立角，及地平角。於下午仍安平儀器，望遠鏡須安於上午同高度之直立角。太陽入視圈內，以切線螺絲常使縱線切於日影與上午相反之緣。待日影切於橫線，遂即記載其時刻，地平角及直立角。其平均地平角施以改正之後，即子午線南端與測線之夾角。其改正值之正負，則依乎太陽之向南或向北行以爲定。如太陽向北行，則平均地平角偏於子午線南端之西；否則偏東。欲求其精密，應於上下午觀測不同高度之太陽數次，以求其平均值。

〔例〕 1906年四月十九日在北緯 42° 18' 觀測太陽。

	上　午			下　午	
	測點	0° 00' 00"		測點	0° 00' 00"
上及左緣	高度	24° 58'	上及右緣	高度	24° 58'
	地平角	357° 14' 15"		地平角	162° 28' 00"
	時刻	$7^h\ 19^m\ 30^s$		時刻	$4^h\ 12^m\ 15^s$

½相隔時間	=	$4^h\ 26^m\ 22^s$	赤緯之差	=	$+52'' \times 4^h.44$
t	=	66° 35' 30"		=	230".9
Log Sin t	=	9.96270	平均地平角	=	79° 51' 08"
Log Cos ϕ	=	9.86902	C	=	5' 40"
		9.83172	方向	=	S 79° 45' 28" E
Log 230".9	=	2.36342	方位角	=	280° 14' 32"
		2.53170			
C	=	340".2			

§13. 太陽近中天時 如有準確之時刻及經度，可於太陽近中天時測其高度以求方位角。其經度應先測定，或由精密之地圖求得，以不大於五百呎之差誤爲宜。其視時亦應預先測定，或由於標準時以計其視時。

其測法：安平儀器，置化徼於零度。放鬆上盤，以縱橫線各切於日影之一緣而載其時刻，直立角及地平角。乃將縱橫線各切於前相反之緣而載其時刻，直立角及地平角。其平均值依(11)式以計算方位角，其時角(t)即地方視時之度數。若經度及時刻不甚準確，此法非所宜也。

$$\mathrm{Sin}\,Z = \mathrm{Sin}\,t\;\mathrm{Sec}\,h\;\mathrm{Cos}\,\delta \quad \cdots\cdots (11)$$

〔例〕 1910年二月五日在西經 $4^h\,44^m\,18^s$ 及北緯 $42°\,21'$ 觀測太陽。

	地平角	直立角	時刻
測點	0° 00'		(30^s 太快)
下及左緣	29° 01'	31° 49'	$11^h\,43^m\,22^s$
上及右緣	28° 39'	31° 16'	$11^h\,44^m\,20^s$
平均	=28° 50'	31° 32'.5	$11^h\,43^m\,51^s$
	濛氣差	1'.6	時計改正 − 30^s
		h = 31° 30'.9	東方標準時 = $11^h\,43^m\,21^s$

$$\delta = -16°\,02'\,32''.2$$

東方標準時	=	$11^h\ 43^m\ 21^s$
		$15^m\ 42^s$
地方平時	=	$11^h\ 59^m\ 03^s$.
時差	=	$14^m\ 09^s.1$
地方視時	=	$11^h\ 44^m\ 53^s.9$
t	=	$15^m\ 06^s.1 = 3°\ 46'.5$
Log Sin t	=	8.81847
Log Cos δ	=	9.98275
Log Sec h	=	0.06930
Log Sin Z	=	8.87052
Z	=	$4°\ 15'.4$
地平角	=	$28°\ 50'.0$
方 向	=	S $33°\ 05'.4$ E
方位角	=	$326°\ 54'.6$

§14. **太陽在中天時** 設有準確之時刻及經度，則可計算太陽在中天時之時刻，於此時以望遠鏡對準太陽之中心，其視線即子午線。但日影甚大，縱線不能正對日心，其測法如下。

先求太陽在中天之時刻，約十分鐘前安平儀器，置化微於零度，對準測點。放鬆上盤，對準太陽，縱線略距日影之西緣少許。俟西緣及東緣切於縱線時，各載其時刻及地平角。俟太陽約在子午線上，復依上法觀測一次。取各次

之平均時刻為日影中心經過該各方向線之時刻，其相差之時間及地平角為日心在此時間內移動之方位角，以時間除之，即得太陽每秒移動之方位角。於是第二次觀測時與太陽在中天時之差，以每秒移動之方位角除之，則得第二次觀測之方向線與子午線角度之改正數。若非有準確之時刻與經度，且太陽高度太大，此法非所宜。至於在冬季時上下午不便於觀測者，則此法較良也。

〔例〕 1925年一月一日在西經 71° 05'.6 北緯 42° 22' 之處觀測太陽。當地平角為 42° 40' 時（自左至右），其西緣及東緣之時刻為 $11^h 36^m 39^s$ 及 $11^h 39^m 01^s$；當地平角為 45° 04'.5 時，其西緣及東緣之時刻為 $11^h 46^m 10^s$ 及 $11^h 48^m 31^s$；時計較東方標準慢 13^s。試求測線之方位角。

地方視時	=	$12^h 00^m 00^s$	
時差	=	$3^m 40^s.8$	
地方平時	=	$12^h 03^m 40^s.8$	
經度改正	=	$15^m 37^s.6$	
東方標準時	=	$11^h 48^m 03^s.2$	
時計改正	=	$13^s.0$	
視時午正時計讀數	=	$11^h 47^m 50^s.2$	
兩次觀測時之差	=	$9^m 30^s.5$	$=570^s.5$
第二次觀測時與午正之差	=		$29^s.7$
兩次地平角之差	=	2° 24'.5	=144'.5

第二次地平角之改正數爲

$$x : 144.5 = 29.7 : 570.5$$

$$\therefore x = 7'.5$$

測線與子午線之夾角爲 $45° \ 04'.5 + 7'.5 = 45° \ 12'$，

故測線之方向爲 S 45° 12' E。

§15. 海平面之改正 設測點高出海平面，其方位角須施以改正。其改式如下：

$$C = +\frac{e^2 h}{2 a \operatorname{Sin} 1''} \operatorname{Cos}^2 \phi \operatorname{Sin} 2\alpha \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (103)$$

上式 C 爲改正數以秒計；h 爲高度；ϕ 爲緯度；α 爲方位角；e 及 a 爲克拉克氏橢圓體之心差率及長半徑。

如 h 以公尺計，則上式變爲

$$C = +0''.000109 \, h \operatorname{Cos}^2 \phi \operatorname{Sin} 2\alpha \text{。} \cdots\cdots\cdots\cdots (104)$$

$$(\operatorname{Log} 0.000109 = 6.0392 - 10)$$

若測點在觀測處之東北或西南者則改正值爲正，在西北或東南者應爲負。

§16. 方位角之變動 前章曾述天極因地球之旋轉不指在一定之位置，方位角亦因時而異，故方位角應依其時日求其平均位置而改正之。

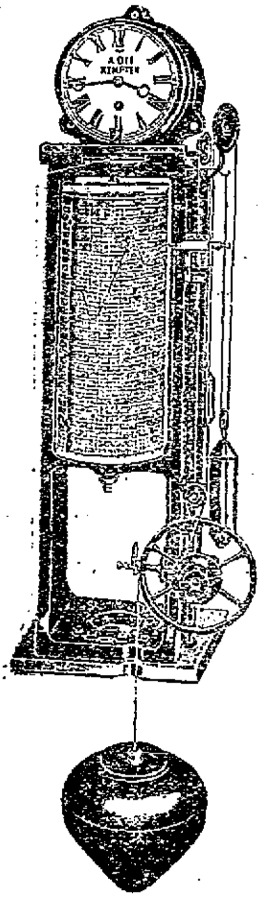
第三編　水平測量

第一章　精密水平測量

§1. **水平測量**　大地水平測量 (Geodetic Leveling) 者乃用精密之測法與儀器，以定地面各點之高度。其高度恆以平均海平面爲標準，卽其高度爲零；其他各點之高度卽高或低於海平面之値也。其測法因其應用儀器之不同可分爲三：(1) 精密水平測量 (Precise Levling) 係用精密水平儀及水平尺以求精密之高度；(2) 三角水平測量 (Trigonometric Leveling) 係用經緯儀等測直立角以求高度；(3) 氣壓水平測量 (Barometric Leveling) 係用氣壓計測大氣之壓力以求高度，惟此法不甚準確，但施測簡便，踏勘時常用之者。

§2. **水平基面**　水平基面者卽高潮與低潮之平均海平面，其高度爲零。欲定水平基面須於近海處設立自動驗潮器 (Automatic Tidal Gauge)，經數年之觀測，乃取其平均値。

自動驗潮器如圖一二一，圓輪外裹以方格紙，上連時計，圓輪依時計旋轉。器之下繫以浮標，浮於水面，因潮水之高低而上下。由浮標之繫繩而傳遞使鉛筆上下移動，於



圖一二一

方格紙上繪成曲線。故方格紙上之橫線表示時刻，縱線則表示潮之高低。

§3. 精密水平儀概說

精密水平儀構造之原理與普通水平儀同，惟欲求其精密，是其構造與後者略異，茲略述於下。

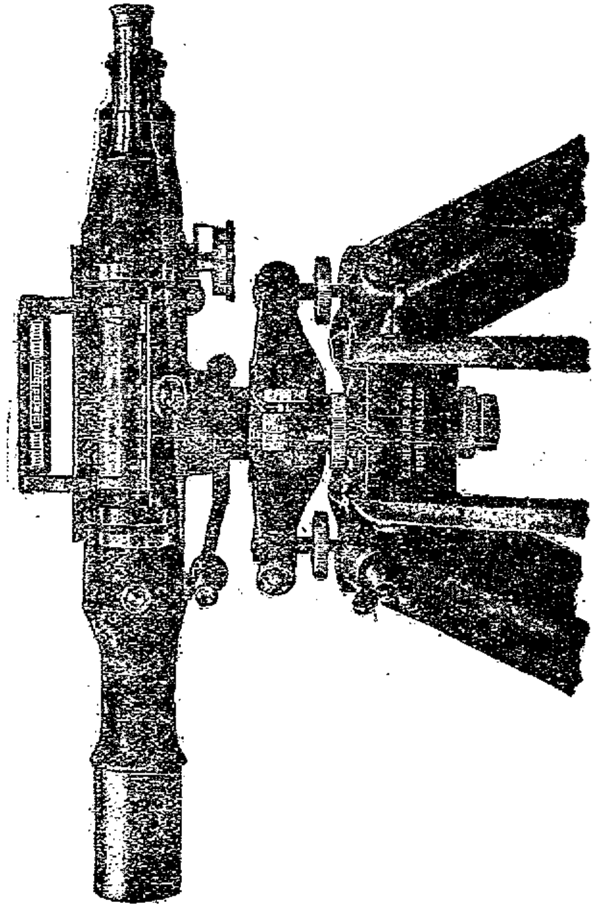
（1）望遠鏡之放大力須大，有大至五十倍者，恆爲倒影。並須有三橫線以測前後視之距離，且三線之距離應相等，以平均數爲視線之値。

（2）水準應靈敏，每格約爲一至三秒。觀測時須使氣泡正居中點，故水準之上應有反光鏡或稜鏡以便同時觀察氣泡，且有測微器以備氣泡微小之移動者。

（3）水平螺絲常爲三個；三足架須堅固而重以求其穩定。

§4. 美國精密水平儀

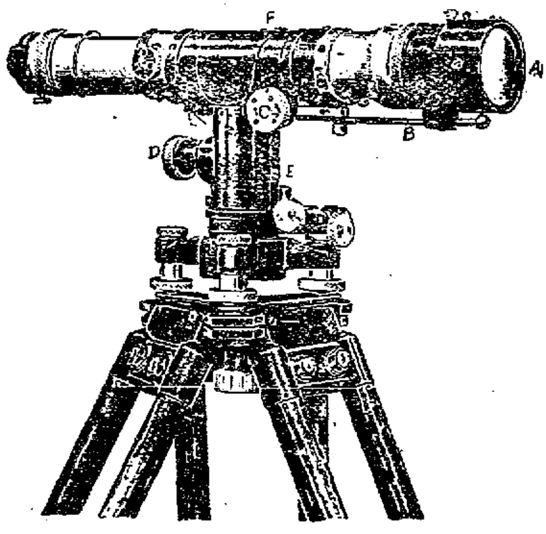
美國大地測量所用之精密水平儀爲定鏡式，如圖一二二。望遠鏡筒及水準



二二一圖

管等均係鋼鎳合金製成，藉免因溫度變化而伸縮。水準居望遠鏡之上，嵌入鏡筒之內，減小視線與水準之距離，爲免溫度升降使其軸與視線不平行。目鏡之下有測微器，旋轉此器常使望遠鏡有微小之上下移動；如氣泡不正居中點，可旋轉此器安平之。望遠鏡之左邊有圓筒，中藏稜鏡，由水準上之反光鏡反光入圓筒內，於是得看見水準之氣泡，故施測時左眼可同時觀察氣泡。復附有圓形水準，係用以略定架頭之平正者。

§5. 蔡司精密水平儀　蔡司精密水平儀亦爲定鏡式，係德



圖一二三

國蔡司公司所製，如圖一二三。水準居望遠鏡之左，上有稜鏡(F)，其水準玻管不刻格數；如氣泡居中時，則稜鏡內氣泡影之兩端相合。施測時可用圓形水準(E)略安平儀器，其微小之移動，則旋轉測微器(D)使氣泡之影兩端相合。其物鏡之前有一透鏡(A)，連於銅桿(B)及測微輪(C)。旋轉測微輪則透鏡向前後移動，常使視線向上下移動與原視線平行；故視線不正指在尺之畫線上，可旋轉測微輪，使視線正壓在畫線上，如圖一二四。其分數之多少可

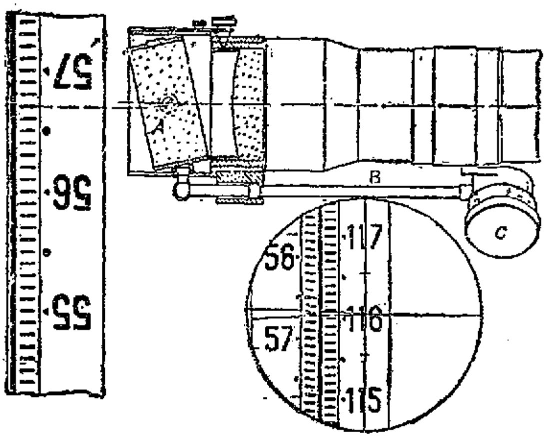
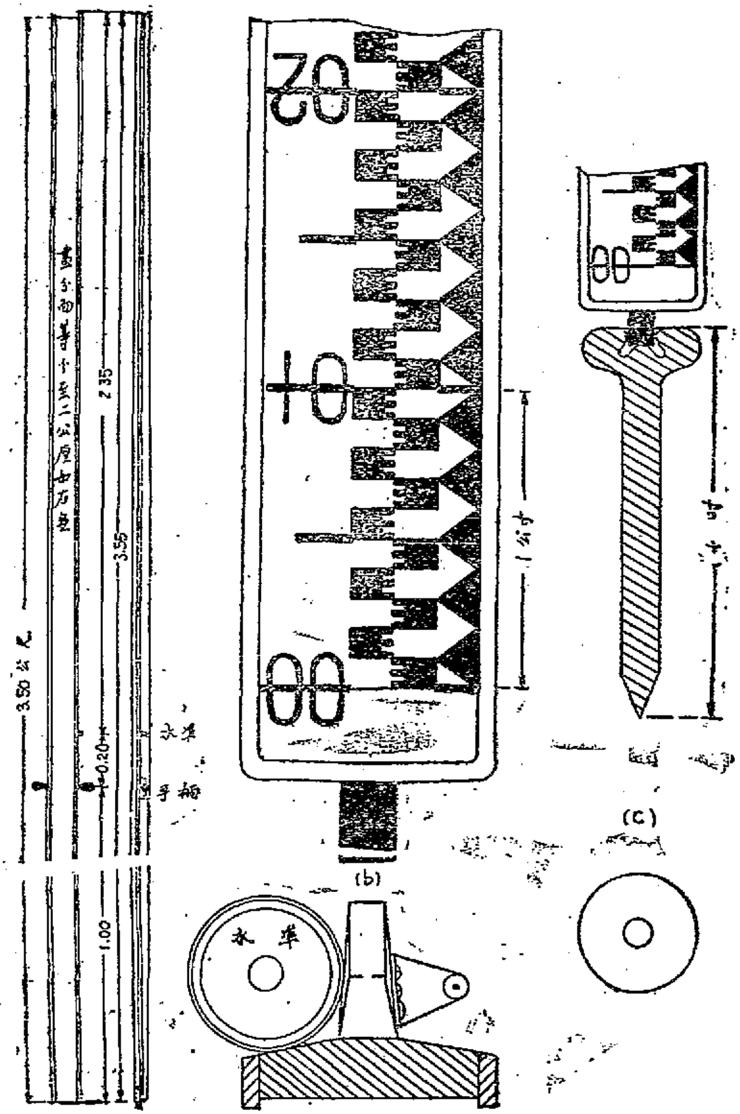


圖 一 二 四

由輪周讀得之，即旋轉一周可使視線在尺上移動五公釐之長，輪周分為一百格，故每格為二十分之一公釐。

§6. 美國精密水平尺 美國大地測量所用之精密水平尺為

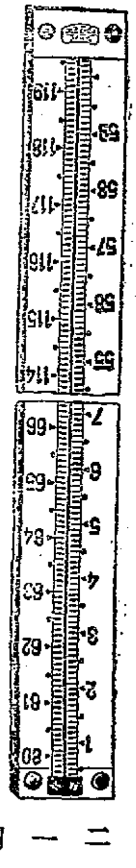


圖一二五

自讀尺，如圖一二五。以煤鐳蒸炙木料製成，長約3.5公尺，横斷面爲T字形。其畫法如圖(b)，最小格爲二公釐。尺背有水準及垂球以定尺之垂直；寒暑表以測尺之溫度。尺之下端連一鐵足，施測時立於鐵錐之上。鐵錐之形如圖(c)爲轉點之用。

§7. **蔡司精密水平尺** 蔡司水平尺如圖一二六，長爲三或四公尺。尺之中間嵌以鋼鎳合金尺，不因溫度之變化而伸縮。其畫分法爲適合於水平儀測微透鏡之用，每公尺等分爲二百格，即每格爲五公釐。其兩邊之數目相差爲5925，故同時須讀尺兩邊之數以備校對。尺背附有水準以定垂直，惟無需寒暑表耳。

§8. **精密水平儀之整理** 精密水平儀整理之目的，在求水準之軸與視線平行。須先行檢查，於地上設立二點，相距約一百公尺。先安儀器近於一點約十公尺，用測微器安平水準，向近點之尺視讀三横線之尺數。乃旋轉望遠鏡向遠點之尺，



圖一二六

此時水準仍須安平，而載其三横線之尺數。次移置儀器近於他點，依上法各讀載三横線之尺數。由此則可計算水準差誤(The Bubble Error)。玆命C爲水準差誤，n_1及n_2爲二次近點之尺數，d_1及d_2爲遠點之尺數，s_1及s_2爲近點之視距數，S_1及S_2爲遠點之視距數，於是由第一次得二點之眞高度差，爲

$$(n_1+Cs_1)-(d_1+CS_1), \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(a)$$

由第二次爲

$$(d_2+CS_2)-(n_2+Cs_2)。 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(b)$$

由(a)及(b)式，得

$$C=\frac{(n_1+n_2)-(d_1+d_2)}{(S_1+S_2)-(s_1+s_2)}。 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

上式C之值爲正，其視線向下；C爲負則向上。若C之值小於 0.01 ，則無須整理，否則應行整理。其整理之法，以C之值乘其遠點之視距數與原尺數之和，是爲遠點之尺數。將視線對準此數，乃校正水準使氣泡正居中點，並須重行檢查以求C之值。且用上式計C值之先，因遠點距離較長，須減去曲度及蒙氣差，其改正數可由表二檢得之。下表爲C值之計算，其值甚小故無須整理。

測點	三線讀數(後視)	平均數	視距數	水平尺	三線讀數(後視)	平均數	視距數
	1515		13		0357		105
A	1528	1528.3	14	N	0462	0461.7	104
	1542		27		0566		209
	2252		105		1276		12
B	2357	2357.0	105	N	1288	1288.3	13
	2462		210		1301		25
		0461.7	419			1528.3	
		2818.7	52			2816.6	
曲度及蒙氣差=		−0.8	367			2817.9	
		2817.9			367) − 1.3(−0.004=C		

§9. 測法　精密水平測量因儀器構造不同，而測法亦異。玆依美國大地測量精密水平測法分述於下。

(1)先用水平螺絲安平儀器，旋轉望遠鏡後視水平尺，用測微器安平水準，遂即讀載三橫線之尺數(約計至一公釐)，斯時司尺者須使氣泡正居中點。若用蔡司水平尺須讀兩邊之尺數，用測微輪以計公釐之數。既讀完後視，應即前視他尺，讀載三橫線之尺數，氣泡應仍居中點，否則用測微器安平之。

(2)精密水平測量常用二水平尺，在一轉點上，一尺常

用以前視及後視。若儀器所在點為單數先後視，雙數則先前視，如是則一尺常先讀，一尺常後讀。

(3)在各轉點時須記載尺之溫度。

(4)前後視之距離應相等，每次之差不得大於十公尺。

(5)每段前後視之差，不得大於二十公尺。

(6)每日應檢查水準之差誤(C)，如C之值大於0.01，應即整理。

(7)記錄者須記載其日期,時間,天氣等，同時應即計算前後之視距數。

(8)應備陽傘以遮日光。

(9)視線之長以一百公尺為限，在最佳天氣之時，亦不得過一百五十公尺。

(10)永久標點每百公里至少須設立二十個，最長距離不得過十五公里，平均距離以2.5公里為佳。

(11)永久標點距離過長，施測時須分為數段，設立臨時標點，長約一至二公里。

(12)逐段須測往返線，以在不同天氣之情形為佳。

(13)往返線之差不得大於4公釐$\sqrt{K}$公里之限度，否則重測。

(14)施測時水平尺及其水準每月須檢驗二次。

§10. 記錄式　記錄式如下表。左頁載後視，右頁載前視。首行測點係儀器所在點之數非轉點也。三線讀數係上中下三

橫線所讀之尺數，以公釐爲單位。其視距數先計上中線所含之數，次計中下線所含之數，末爲二者之和。視距數之和係各次視距數之和數，由此得知前後視距離相等與否。其平均數係三線讀數之平均值，若上中線與中下線所含之尺數不等，祇須取其差數以三除得之值，加減於中線之讀數。水平尺行須載其號數及溫度。記錄者應於施測時計算各行之數，司儀器者俟記錄者報告完全無誤，方可移動儀器。

日期—天氣—　往或返　自標點……至標點……

測點	三線讀數(後視)	平均數	視距數	視之距數和	水平尺	三線讀數(前視)	平均數	視距數	視之距數和
	0674		99		V	2683		99	
43	0773	0773.0	99		38	2782	2782.3	100	
	0872		198	198		2882		199	199
	0925		106		W	2415		103	
44	1031	1030.3	104		35	2518	2518.0	103	
	1135		210	408		2621		206	405
	0484		98		V	2510		96	
45	0582	0582.3	99		35	2606	2606.0	96	
	0681		197	605		2702		192	597

§11. 差誤　精密水平測量之差誤可分下列數種，玆分述其原因及避免之法。

(1)觀測差誤　觀測之差誤可分爲二：(a)自讀尺約計公釐數之不準確，若用蔡司水平儀之測微輪或可免此弊。應讀載三線尺數，其上下二視距數之差不得大於二公釐，否則應重行觀測。(b)當氣泡未靜止前則行觀測，蓋水準愈靈敏則愈易變動，故須俟氣泡居中點靜止數秒鐘後，方可觀測。

(2)蒙氣差誤　蒙氣差誤可分爲二：(a)蒙氣差因時間而變動，故前節測法用二水平尺一先視讀，一常居後，或可免此差誤。至於一日上午九時至下午三時半之間，蒙氣差較爲不變，觀測時以此爲宜；但午正時因太陽光熱之放射，常使視線不定，又非所宜。(b)蒙氣差因高低而變動，設在斜坡上前後視線距地面高低不同，蒙氣差亦異，故視線不得過近地面，其下線應距地面約三公寸。

(3)前後視距離之不等　前後視距離不等發生差誤之原因有二：(a)視線與水準軸之不平行；(b)曲度及蒙氣差。是以觀測時應即計算前後視距數，以求其相等；若勢有所不能，應施以改正。(a)每日施測之先，應求水準之差誤(C)以改正。(b)曲度及蒙氣差可依其前後視之差，而計其改正值。

(4)測點陷下之差誤　如儀器所在點及轉點常因泥土太

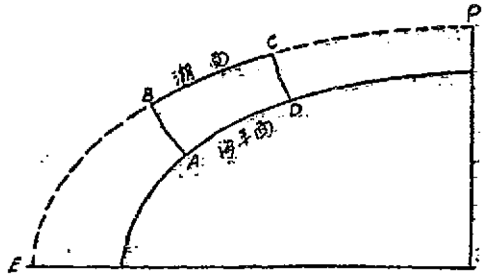
鬆，使儀器及水平尺下陷以致發生差誤。故儀器應安置穩固，轉點之鐵錐須深入地中，且觀測愈快愈佳。是以用二水平尺依前節測法，在單數之測點先後視，在雙數之測點先前視，庶幾免之。

（5）儀器因溫度變動而生差誤　水平儀因受溫度之升降而生差誤，故儀器純爲鋼鎳合金製成，蓋其伸縮係數極小也。且觀測與搬動時應用傘遮蔽日光。至於水平尺須同時記載其溫度以備改正，蔡司水平尺則用鋼鎳合金尺以免溫度之差誤。

（6）水平面輳合之差誤，於下節詳述之。

§12. 水平面輳合之差誤　水平面者乃位置能力(Potential Energy) 相同之平面，平均海平面亦然，即其面上各點之位置重力均相同，且與重力之方向成直角。設有一水平面（若湖面等）與海平面位置能力之差，依力學定理，應以移動單位質量自海平面至湖面之工作計之。且二面位置能力之差各點相同，即自海平面移動單位質量至湖面之南端，與自海平面至湖面之北端之工作應相同。工作爲重力(w) 與二面距離(dh)之相乘積，故二面間之工作 (w×dh) 應相同也。但重力(w)爲質量(m)與重力加速度 (g) 相乘積，故單位質量之工作爲 g×dh 。地球因旋轉而生離心力，在兩極之重力應較在赤道者爲大，即 g 之值在兩極較在赤道大千分之五。若水平面在赤道處距海平面爲1000公尺

，在兩極處應爲995公尺。是以在一子午線上設立同高度之標點，在北半球者其北端之標點應較南端之標點近於海平面。如圖一二七，A及D爲海平面上二點，B及C爲湖



圖一二七

面上二點。由A點以求B之高度，與由D點以求C點之高度，則B點之高度恆較C點爲大。但同在一水平面上，而各點之高度不同，乃深感不便，於是乃用動力數（Dynamic Number）以表高度，使在同一水平面上之各點恆用相同之動力數。動力數者乃移動一公斤之質量自海平面至某水平面所施之工作，其單位爲在緯度45°海平面之公斤——公尺(Kilogram-meter)。

茲命W爲舉單位質量自海平面至h高之點之工作，H爲經過該點水平面之動力數，g_{45}爲在緯度45°海平面之重力加速度，則

$H=\frac{W}{g_{45}}$。而工作爲

$$W=\int_0^h g\,dh\text{。}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(a)$$

依美國大地測量測得 g 之值如下式：

$$g=g_{45}(1-0.002644\operatorname{Cos}2\phi\cdots),\cdots\cdots\cdots\cdots(b)$$

故 $$W=\int_0^h g\,dh=g_{45}\int_0^h(1-0.002644\operatorname{Cos}2\phi\cdots)dh\text{。}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(c)$$

求上式之積分得

$$W=g_{45}\Big[(1-0.002644\operatorname{Cos}2\phi)h\cdots\Big]_0^h\cdots\cdots(d)$$

故 $$H=\frac{W}{g_{45}}=h(1-0.002644\operatorname{Cos}2\phi\cdots)\text{。}\cdots\cdots(2)$$

設欲求高度因緯度不同而生差誤之改正數，須求(2)式之微分，以緯度(ϕ)爲變數。

$$0=dh-0.002644(-2h\operatorname{Sin}2\phi\,d\phi+\operatorname{Cos}2\phi\,dh\cdots)$$

$$=dh(1-0.002644\operatorname{Cos}2\phi)+0.005288\,h\operatorname{Sin}2\phi\,d\phi,$$

故 $$dh=-\frac{0.005288\,h\operatorname{Sin}2\phi\,d\phi}{1-0.002644\operatorname{Cos}2\phi}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

$$=-(0.005288\,h\,\mathrm{Sin}\,2\phi)(1+0.002644\,\mathrm{Cos}\,2\phi\cdots)d\phi\,\text{弧}1'。\qquad\cdots\cdots(3_a)$$

〔例〕設有一湖縱跨數度之緯度，其在北緯 41° 53′ 之湖面高度爲177公尺，試求在北緯 43° 03′ 處湖面之高度。

$h=177$ 公尺，$d\phi=70'$ 及 $\phi=42°\ 28'$ 代入(3)式，得 $dh=-0.0190$公尺。

故在北緯 43° 03′ 處之湖面高度爲 176.9810 公尺。

§13. 普通水平儀之測法 普通水平儀如有靈敏之水準，與望遠鏡有高放大力及三橫線，仍可依前測法得其精密。惟施測時須有人觀察水準，使氣泡常居中點。若短距離可用費城水平尺，長距離可用水平尺之等分爲公分，或每碼等分爲百等分者。三橫線應同時讀載，非僅得其精密，且可檢查其差錯及使前後視相等。美國白奇河(Barge Canal)測量，用普通定鏡水平儀及二覘牌水平尺（附水準）測往返線，其差誤爲 $.02$ 呎$\sqrt{\text{哩}}$，斯足得其精密也。

§14. 水平測量之調整 水平測量因其測法之不同，而調整之法亦異，茲分述於下。

(1)往返線　往返線者爲測兩點之高度差，路程相同，惟一往一返不用相同之轉點。二次所得之差數，應平均分配於二線。

(2)單程雙線　單程雙線者爲由一點測他點之高度，同

時係用雙轉點。其所得他點不同之高度，則取其平均值。

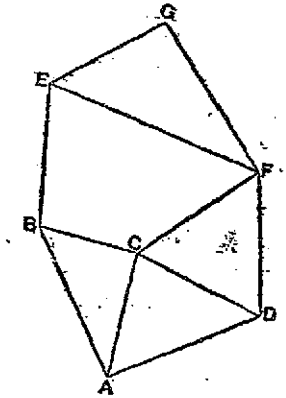
（3）複程線　複程線者爲自一點由多數不同之路程，以測他點之高度。其最當高度差爲權平均值，其權之大小則與路程之遠近爲反比例。設測A及B二點之高度差，由六里之路程爲9.811，八里之路程爲9.802，十二里之路程爲9.840，其權平均值爲

$$\frac{(9.811\times\frac{1}{6})+(9.802\times\frac{1}{8})+(9.840\times\frac{1}{12})}{\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}}=9.814。$$

（4）居間點　設有測線或閉塞回線，其首尾點之高度爲已定，欲測其居間各點之高度，其差誤應依其距離遠近之比例而分配之。

（5）水平網　水平網(Level Nets)者係多數之點連成之多邊形，如圖一二八。凡閉塞多邊形之水平網，各點高度差之代數和應等於零，惟勢所不能，應施調整。茲述調整之似法如下。

先計各簡單閉塞多邊形之差誤，取其最大者，依其各邊距離遠近之比例而分配差誤於各點。次取其差誤之次大者平均分配於各點，惟首次已經改正各點須除外。依法繼續分配其他多邊形各點之差誤。所謂簡單閉塞多邊形者係BEFCB非ABEFCA也。



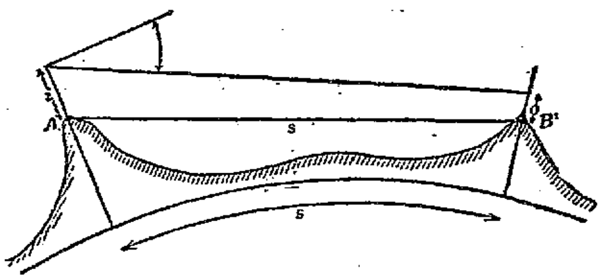
圖一二八

§15. 精密之程度　水平測量精密之程度係依其往返線差數之大小而表示其高低。美國大地測量規定往返線相差之限度：一等爲 4 (公釐) $\sqrt{K(\text{公里})}$， 二等爲 12 (公釐) $\sqrt{K(\text{公里})}$，三等爲24(公釐)$\sqrt{K(\text{公里})}$，若超此限度須重測。至於數次平均值之或是差誤僅爲以上限度三分之一一等或小於 1 (公釐)$\sqrt{K(\text{公里})}$。

第二章 三角水平測量

§1. **概說** 三角水平測量者係測二點間之直立角，以求高度差也。其直立角常與地平角同時施測，雖不若精密水平測量之準確，如施於山地則費省而簡易。所用儀器若複測儀或方向儀之有直立圈者均可。欲求精密，直立圈應有顯微器以讀至一秒者為佳，蓋一秒之差在半哩之距離將有$\frac{3}{10}$吋之高度差誤，若一分者將有$1\frac{1}{2}$呎之差誤也。儀器之有全圓直立圈者，須用重轉法以免差誤，否則應求其示標差。施測時應量儀器所在點及覘點距測點之高以備改正。蒙氣差為三角水平測量之大難題，因其與氣候及地方均有關係，惟自上午九時至下午三時半之時間較佳耳。

§2. **直立角之改正** 設儀器高於測點 A 為 i，如圖一二九，其覘點高於測點 B 為 o，其兩點間之距離為 s，由三角



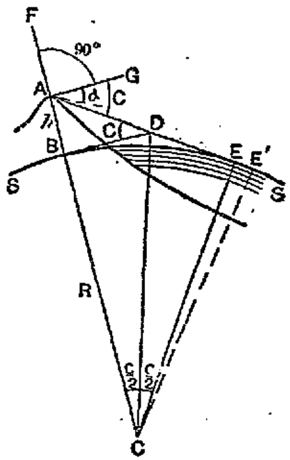
圖一二九

網計算之。在A點直立角之改正爲

$$C=\frac{i-o}{s\text{弧}\cdot 1''} \quad\text{。}\cdots\cdots(4)$$

上式爲在測線兩端同時觀測直立角之用以改正者；若僅測一端之直立角者，祗須於高度差施以(i－o)之改正。

§3. **海平面法** 設測點近於大海之濱，不必知其距離，祗測其與海平面之俯角，則可求得測點與海平面之高度差。如圖一三〇，欲求A點與海平面之高度差。SS爲海平面之橢圓弧(假定爲圓弧)；AE爲切線切於與海平面SS弧於E



圖一三〇

點；BC 爲 SS 弧之半徑（假定爲經過 A 點之平均海平面弧之半徑）；E' 爲因蒙氣差而成之切點；C 爲海平面之眞俯角；而∠α爲視俯角；BD 爲弧面 B 點之切線。依幾何定理，GAD, ADB 及 BCE 三角均相等，而 DC 線平分 C 角。

茲命 R＝BC＝經過 A 點平均海平面之半徑；

C＝眞俯角＝心角；

α＝視俯角；

$\zeta=90^\circ+\alpha$＝視天頂距；

m＝蒙氣差係數；

h＝AB＝A 點與海平面之高度差。

於是得

$$h=BD\ \mathrm{Tan}\ C, \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (a)$$

$$BD=R\ \mathrm{Tan}\frac{C}{2}; \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (b)$$

故 $$h=R\ \mathrm{Tan}\frac{C}{2}\mathrm{Tan}\ C。\quad\cdots\cdots\cdots\cdots (c)$$

但 C 常爲極小之角，鮮有大於一度者，故(c)式可變爲

$$h=\frac{R}{2}C^2\ \mathrm{Tan}^2\ 1''。\quad\cdots\cdots\cdots\cdots (d)$$

但因蒙氣之差，視線非爲 AE 而爲曲線 AE'，故其視俯角(α)恆較眞俯角(C)減小 mC 之値。

$$\alpha=C-mC, \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (e)$$

$$C=\frac{\alpha}{1-m}\text{。}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(f)$$

故 $$h=\frac{R}{2}\left(\frac{\alpha}{1-m}\right)^2 \mathrm{Tan}^2\,1''\text{，}\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

或 $$h=\alpha^2\left(\frac{\mathrm{Tan}^2\,1''}{2(1-m)^2}\right)R$$

$$=(\zeta-90°)^2\left(\frac{\mathrm{Tan}^2\,1''}{2(1-m)^2}\right)R\text{。}\cdots\cdots\cdots(6)$$

上式 h 及 R 須用相同之單位；α 係以秒數計；蒙氣差係數 m 據多次測驗所得近海之平均值爲 0.078。

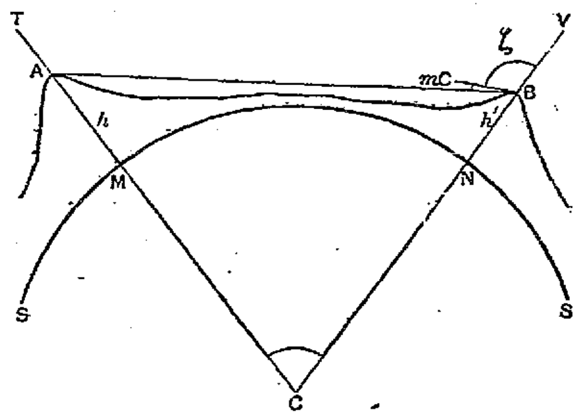
$$\mathrm{Log}\left(\frac{\mathrm{Tan}^2\,1''}{2(1-m)^2}\right)=0.1406579-20\text{。}\cdots\cdots(7)$$

如欲求精密之數，須用平均海平面，依其方位角及緯度由表五以求 R 之值。若差誤大至三百分之一而無礙者，R 可用平均值。於是得

$$\mathrm{Log}\left[\left\{\frac{\mathrm{Tan}^2\,1''}{2(1-m)^2}\right\}R\right]=\begin{cases}(\text{公尺})5.9446244-10\\(\text{英尺})6.4606086-10\end{cases}\text{，}(8)$$

則 $$h=\begin{cases}(\text{公尺})\ 0.000088\ \alpha^2\\(\text{英尺})\ 0.000289\ \alpha^2\end{cases}\text{。}\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

§4. 觀測一點之直立角 設兩測點間之距離爲已知，僅在一點測其直立角，則可計其高度差。如圖一三一，爲在



圖一三一

A 及 B 中點緯度之垂直面經過二測點，幷假定在二點處均垂直，則 SS 爲橢圓弧（假定爲圓弧）。其橢圓弧之半徑爲在中點緯度平均海平面之半徑。AC 及 BC二垂直線相交於地心C點，實則C點並非眞地心。ζ 爲視天頂距，其與眞天頂距之差爲mC。

茲命 $h = AM =$ A點高度，卽高於平均海平面之數；

$h' = BN =$ B點高度，卽高於平均海平面之數；

$s = MN =$ AB二點間海平面之距離；

$R = MC =$ AB中點緯度之弧半徑；

$C =$ 心角 $= ACB$；

$\zeta =$ 在 B 點之視天頂距；

$\alpha = 90° - \zeta$ = 在 B 點之視直立角；

mC = 蒙氣差角。

於是 $\frac{AC+BC}{AC-BC} = \frac{2R+h+h'}{h-h'} = \frac{\mathrm{Tan}\frac{1}{2}(ABC+BAC)}{\mathrm{Tan}\frac{1}{2}(ABC-BAC)}$。 ……………………(a)

$ABC+BAC = 180° - C$，

$\mathrm{Tan}\frac{1}{2}(ABC+BAC) = \mathrm{Tan}(90° - \frac{C}{2}) = \mathrm{Cot}\frac{C}{2}$。 (b)

$$\begin{array}{l} ABC = 180° - \zeta - mC \\ BAC = \qquad\quad \zeta + mC - C \\ \hline ABC - BAC = 180° - 2\zeta - 2mC + C \end{array},$$

$\frac{1}{2}(ABC-BAC) = 90° - (\zeta + mC - \frac{C}{2})$，

$\mathrm{Tan}\frac{1}{2}(ABC-BAC) = \mathrm{Cot}(\zeta + mC - \frac{C}{2})$。……(c)

$$\frac{2R+h+h'}{h-h'} = \frac{\mathrm{Cot}\frac{C}{2}}{\mathrm{Cot}(\zeta + mC - \frac{C}{2})}$$

$$= \frac{1}{\mathrm{Tan}\frac{C}{2}\mathrm{Cot}(\zeta + mC - \frac{C}{2})},$$

$$h - h' = (2R + h + h')\,\mathrm{Tan}\,\frac{C}{2}\,\mathrm{Cot}\left(\zeta + mC - \frac{C}{2}\right)\circ \quad (d)$$

上式 $\mathrm{Tan}\,\frac{C}{2}$ 以級數展之，得

$$\mathrm{Tan}\,\frac{C}{2} = \frac{C}{2} + \frac{C^3}{24} + \cdots\cdots \circ \cdots\cdots (e)$$

若　C (以弧計) $= \frac{s}{R}$，$\cdots\cdots (f)$

則　$\mathrm{Tan}\,\frac{C}{2} = \frac{s}{2R} + \frac{s^3}{24R^3} + \cdots\cdots \circ \cdots\cdots (g)$

於是　$h - h' = s\,\mathrm{Cot}\left(\zeta + mC - \frac{C}{2}\right)\left(1 + \frac{h+h'}{2R} + \frac{s^2}{12R^2}\right)$

$$\circ \cdots\cdots (10)$$

若　C (以秒計) $= \frac{s}{R\,\mathrm{Sin}\,1''}$，$\cdots\cdots (h)$

則　$h - h' = s\,\mathrm{Cot}\left[\zeta + \left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{s}{R\,\mathrm{Sin}\,1''}\right]$

$$\times \left(1 + \frac{h+h'}{2R} + \frac{s^2}{12R^2}\right)$$

$$= s\,\mathrm{Tan}\left[\alpha + \left(\frac{1}{2} - m\right)\frac{s}{R\,\mathrm{Sin}\,1''}\right]$$

$$\times\left(1+\frac{h+h'}{2R}+\frac{s^2}{12R^2}\right)。\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

若僅求其約值，而差誤可大至三千之一者，可用下式：

$$h-h'=s\,\mathrm{Cot}\left[\zeta+(m-\tfrac{1}{2})\frac{s}{R\,\mathrm{Sin}\,1''}\right]$$

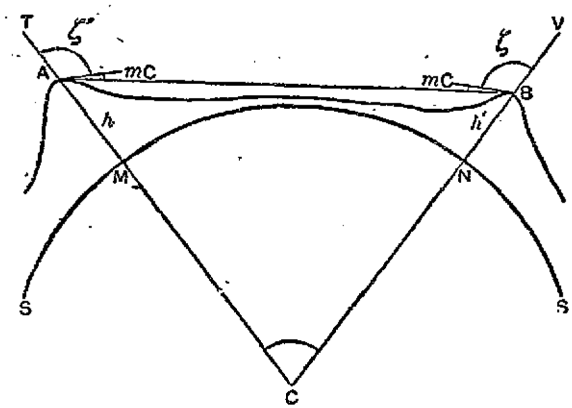
$$=s\,\mathrm{Tan}\left[\alpha+(\tfrac{1}{2}-m)\frac{s}{R\,\mathrm{Sin}\,1''}\right]。\cdots(12)$$

若欲求精密之值可先依(12)式求$(h-h')$之約值，再代入(11)式以計之。

上式h, h', s, 及R須用相同之單位。蒙氣差係數(m)之值在內地者約為0.070，在海岸者約為0.078。R可由表五依其中點之緯度及測線之方位角檢得之。若差誤大至五百分之一而無礙者，則R可用平均值，

$$\mathrm{Log}\,R=\left\{\begin{array}{l}(\text{公尺}),\ 6.8039665\\(\text{英尺}),\ 7.3199507\end{array}\right\}。$$

§5. **觀測二點之直立角**　設兩測點間之距離為已知，同時在兩點測其直立角，則可計其高度差，且較前節為精密蓋無須假定蒙氣差係數之值也。如圖一三二，為在AB中點緯度之垂直面經過二測點，並假定在二點處均垂直。則SS為橢圓弧(假定為圓弧)；AC及BC二垂直線相交於地心C點；ζ及ζ'為在BA二點之視天頂距，與真天頂距



圖一三二

之差爲 mC。

茲命 h＝AM＝A 點之高度，卽高於平均海平面之數；

h'＝BN＝B點之高度，卽高於平均海平面之數；

s ＝AB 二點間之海平面距離；

R＝MC＝在 AB 中點緯度平均海平面之弧半徑；

C＝心角＝ACB；

ζ ＝在 B 點之視天頂距；

ζ'＝在 A 點之視天頂距；

α ＝90°－ζ ＝在 B 點之視直立角；

α'＝90°－ζ'＝在 A 點之視直立角；

mC＝蒙氣差角。

於是 $\frac{AC+BC}{AC-BC}=\frac{2R+h+h'}{h-h'}=\frac{\text{Tan}\frac{1}{2}(ABC+BAC)}{\text{Tan}\frac{1}{2}(ABC-BAC)}$

。……………………………………………………(a)

$ABC+BAC=180°-C$，

$\text{Tan}\frac{1}{2}(ABC+BAC)=\text{Tan}(90°-\frac{C}{2})=\text{Cot}\frac{C}{2}$。(b)

$$ABC=180°-\zeta-mC$$

$$BAC=180°-\zeta'-mC$$

$$ABC-BAC=\zeta'-\zeta$$

$\text{Tan}\frac{1}{2}(ABC-BAC)=\text{Tan}\frac{1}{2}(\zeta'-\zeta)$………(c)

$$\frac{2R+h+h'}{h-h'}=\frac{\text{Cot}\frac{C}{2}}{\text{Tan}\frac{1}{2}(\zeta'-\zeta)}$$

$$=\frac{1}{\text{Tan}\frac{C}{2}\,\text{Tan}\frac{1}{2}(\zeta'-\zeta)},$$

$h-h'=(2R+h+h')\,\text{Tan}\frac{C}{2}\,\text{Tan}\frac{1}{2}(\zeta'-\zeta)$。(d)

上式 $\text{Tan}\frac{C}{2}$ 以級數展之，得

$\text{Tan}\frac{C}{2}=\frac{C}{2}+\frac{C^3}{12}+$…………。………………(e)

若 $C(\text{以弧計})=\dfrac{s}{R}\cdots\cdots\cdots\cdots,\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(f)$

則 $\operatorname{Tan}\dfrac{C}{2}=\dfrac{s}{2R}+\dfrac{s^3}{24R^3}+\cdots\cdots\cdots\circ\cdots\cdots\cdots\cdots(g)$

於是 $h-h'=s\operatorname{Tan}\frac{1}{2}(\zeta'-\zeta)\left(1+\dfrac{h+h'}{2R}+\dfrac{s^2}{12R^2}\right)$

$$=s\operatorname{Tan}\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')\left(1+\frac{h+h'}{2R}+\frac{s^2}{12R^2}\right)\circ\ (13)$$

若僅求其約值而差誤可大至三千分之一者，可用下式：

$$h-h'=s\operatorname{Tan}\frac{1}{2}(\zeta'-\zeta)$$

$$=s\operatorname{Tan}\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

若欲求精密之值可先依(14)式以求 $(h-h')$ 之約值，乃代入(13)式以計之。

上式 h, h', s, 及 R 須用相同之單位。R 之值可由表五依其中點之緯度及測線之方位角檢得之。如不求十分精密者可用平均值。

§6. 蒙氣差係數

蒙氣差係數者乃觀測時之蒙氣差角與兩測點所含弧之地心角之比也。若二測點之距離爲已知，則可求其係數，茲分述於下。

(1)如在測線之一端測得直立角及用水平儀測得二點之高度差，乃以已知各值代入(11)式，則可計得 m 之值。

$$h-h'=s\,\mathrm{Cot}\left[\ \zeta+(m-\tfrac{1}{2})\frac{s}{R\,\mathrm{Sin}\,1''}\right]\left(1+\frac{h+h'}{2R}\right.$$

$$\left.+\frac{s^2}{12\,R^2}\right)$$

$$=s\,\mathrm{Tan}\left[\ \alpha+(\tfrac{1}{2}-m)\frac{s}{R\,\mathrm{Sin}\,1''}\right]\left(1+\frac{h+h'}{2R}\right.$$

$$\left.+\frac{s^2}{12\,R^2}\right)\text{。}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

(2)設在測線之兩端同時測得直立角，由圖一三二，得

$$\zeta+mC-C=180^\circ-\zeta'-mC,$$

故 $2mC=180^\circ-\zeta-\zeta'+C$，

$$m=\frac{180^\circ-\zeta-\zeta'+C}{2C}=\frac{\alpha+\alpha'+C}{2C}\text{。}\cdots\cdots(15)$$

上式各角須用相同之單位，為分數或秒數。

$$C\ (\text{以秒計})=\frac{s}{R\,\mathrm{Sin}\,1''}\text{。}$$

據美國大地測量所求 m 之平均值為

(A)視線經過海面者為 0.078；

(B)在高地者為 0.071；

(C)在內地者為 0.065。

然 m 之值常因氣候及時間而異，據美國大地測量測得一日之變動如下：

上午三時爲　0.0893；

九時爲　0.0812；

下午二時爲　0.0640；

九時爲　0.0827。

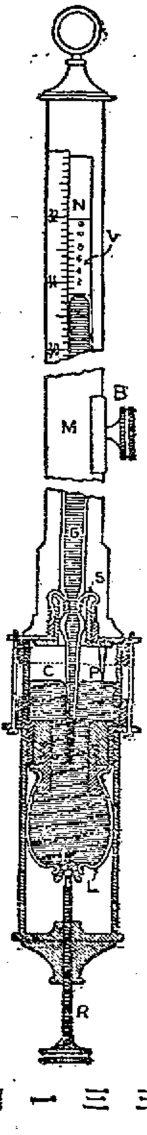
§7. **精密之程度**　三角水平測量欲求其精密，須在佳良之氣候施測，并須複測數次，以求其平均值。如美國大地測量依§5之法施測，視線不長於二十哩，其或是差誤每哩約爲一吋。至於欲免差誤之累積，應間施以精密水平測量，而改正其差誤焉。

第三章　氣壓水平測量

§1. **概說**　氣壓水平測量者乃用氣壓計以測高度差；蓋空氣距地面愈高則愈薄，而壓力愈小，故由氣壓之大小，得計高度之差。然氣壓因空氣之溫度及濕度之變化而異，故同時須觀測溫度以改正之。

氣壓計有二種：(a)水銀氣壓計，(b)空盒氣壓表，於下節分述之。

§2. **水銀氣壓計**　水銀氣壓計之用於測量者如圖一三三。G爲長約三十餘吋之玻管，上端閉塞係眞空，中貯水銀，下端浸入盛水銀器(C)內。玻管藏於金屬管內，惟上端可以看見；管旁連一畫分英寸之尺及化微(V)以讀水銀柱之



圖一三三

高者。盛水銀器之下端(L)係以軟革製成，下支以螺絲(R)，旋轉螺絲可升降水銀柱。玻管與盛水銀器銜接處塞以羚羊皮(S)，使空氣得以流通而水銀不得出。欲讀水銀柱之高，可旋轉螺絲(B)以移動化微與水銀面接觸。惟未讀之先，須旋轉螺絲(R)，使器內水銀面正與象牙尖端(P)相觸，是爲尺之零數。

攜帶水銀氣壓計，須先將螺絲(R)旋緊，使水銀上升至玻管上端，輕微搖動，以不聞嘀嗒之聲爲要，惟不可旋轉過緊。乃裝入箱內，應倒置謹慎以提，蓋防水銀過重致玻璃破裂也。

欲測氣壓時，取出懸於三足架上，如圖一三四。放鬆螺絲

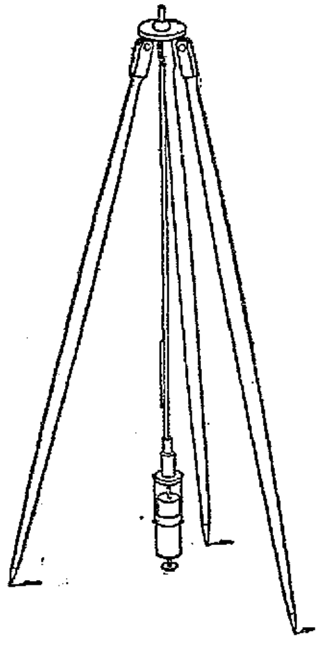


圖　一　三　四

待水銀面低於象牙尖端之下，復旋緊螺絲，俟水銀面與尖端接觸。乃移動化徵與玻管內水銀相切而讀之；同時應讀載水銀及空氣之溫度。

§3. 空盒氣壓表 空盒氣壓之形如圖一三五。A 爲金屬盒

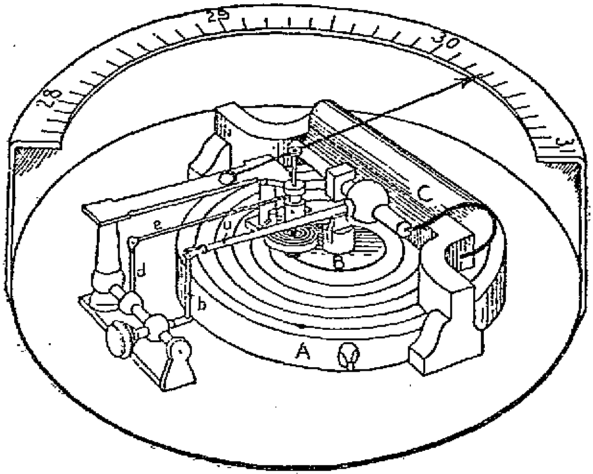
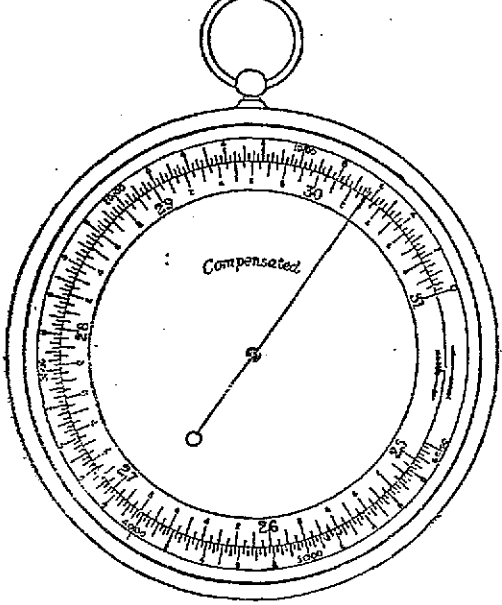


圖 一 三 五

，盒中空氣抽去其半，盒面極薄，氣壓略有變化，則變動盒頂(B)，傳遞於彈簧(C)。更由槓桿 a,b 及 d 而得傳於連接桿(e)，於是由練轉動軸端之指針。表面有二分畫圈，如圖一三六。內圈爲氣壓之英寸數，外圈爲相當之高度呎數。其構造係與標準水銀氣壓計同在不同氣壓比較而畫



圖一三六

成者。外圈常以水銀柱三十一吋時爲零數，不可移動，蓋其每吋之高度尺數在不同氣壓恆不同也。表背有校正螺絲，可用以與標準水銀氣壓計校準。空盒氣壓表之面有英字"Compensated"者，係該表爲不同金屬物製成，其讀數不因溫度變化而異，實則難能盡善也。

空盒氣壓表機件殊脆弱，故攜帶應謹慎，不可受日光及

身體之熱。須放置數分鐘後方可測讀，並輕敲盒邊，使指針不受阻礙爲要；且表面平放或直放應與在原測點處相同。

§4. 計算高度差——納撥萊氏公式. 用空盒氣壓表以測量，直接可得其高度差。若用水銀氣壓計，應由氣壓之大小以計之。計算之公式甚多，最常用者爲納撥萊氏公式(Laplace's Formula)，其式如下：

$$D=60158.6\times(\mathrm{Log}\,h-\mathrm{Log}\,H)\text{。} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

上式 D 爲高度差之呎數；h 爲在低點氣壓之吋數；H 爲在高點氣壓之吋數。惟此求得之高度差，應施以溫度及重力之改正，於下節分述之。

§5. 空氣之溫度 水銀柱受空氣之壓力，常因空氣溫度之高低而異，故前節計得高度差應以下式乘之。

$$1+\frac{t'_a+t_a-64^\circ}{900}\text{。} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

上式 t'_a 及 t_a 爲兩測點觀測之溫度(以華氏計)，即假定此平均溫度爲沿測線上之平均值者，測空氣溫度須另用寒暑表，非連於氣壓計者。

§6. 水銀之溫度 水銀因溫度之升降而伸縮，如在兩點之溫度不同，其水銀柱之高亦因之而異。茲依低點之溫度求在高點水銀柱之高，其式如下：

$$H=h'\left\{1+0.00008967(t_m-t'_m)\right\}。 \cdots\cdots\cdots (18)$$

上式 h'爲在高點水銀柱之高；H 爲依低點之溫度求在高點水銀柱之高；t_m 爲在低點水銀之溫度；t'_m 爲在高點水銀之溫度。

§7. **重力之差** 地球重力因緯度及高度而異，則氣壓亦隨之而異。故用氣壓計以求高度差，須施以緯度及高度之改正。其氣壓以緯度 45° 爲標準，其緯度之改正式爲

$$C_\phi = +D\times 0.026 \operatorname{Cos} 2\phi 。\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

上式 φ 爲緯度；D 爲高度差之約値。其高度之改正式爲

$$C_h=+D\left(\frac{D+52,252}{20,886,860}+\frac{E}{10,443,430}\right)。(20)$$

上式 E 爲高出海平面之呎數。重力之差爲數甚微，固無需乎改正，而溫度關係則甚大。

茲合併(16)及(17)式如下：

$$D=60158.6(\operatorname{Log} h-\operatorname{Log} H)\left(1+\frac{t'_a+t_a-64°}{900}\right)$$

$$。\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (21)$$

上式H 爲在高點水銀柱之高，應施以水銀溫度之改正。

§8. **愛勒氏公式** 愛勒氏公式(Airy's Formula)如下，常用以晝分空盒氣壓表外圈之高度呎數。故用空盒氣壓表以求

高度差，其空氣溫度改正值，如溫度之和大於 100° F 者，每度應增加千分之一高度差。

$$D=62,759(\mathrm{Log}\,h-\mathrm{Log}\,H)\left(1+\frac{t'+t-100^\circ}{1000}\right)。\qquad\cdots\cdots(22)$$

§9. 施克寶氏公式

施克寶氏公式(Schuckburg's Formula)如下，簡單而易記憶。

$$D=55,000\,\frac{h-H}{h+H}\text{加}\frac{1}{500}\,D\left\{\begin{matrix}\text{平均溫度在 }55^\circ\\ \text{F 上者每度應加}\end{matrix}\right\}。\qquad\cdots\cdots(23)$$

上式 h 及 H 均以英寸計。

§10. 二氣壓計之測法

設有 AB 二測點，A 之高度爲已知，欲求 B 之高度。氣壓計一置於 A 點，一則攜至 B 點，在 A 點以水銀氣壓計爲佳。每隔一刻或半小時讀載其氣壓及溫度，以定氣壓與溫度之變化。設二點之距離不大，其空氣之情形應相同。其攜帶之氣壓計以空盒氣壓表爲佳；在出發之先，須同在一平面上讀載二計之數，其差數是爲示標差。於是攜空盒氣壓表至 B 點，讀載其時刻,氣壓及溫度。如逗留 B 點過久，到達及離開時應各載其時刻,氣壓及溫度，惟時間以愈短愈佳。仍攜回 A 點，讀載其時刻,氣壓及溫度。於是依 A 點之時刻及氣壓以求在 B 點相

當之氣壓，並施以示標差及溫度之改正，由前節公式以計其高度差。其計算及記錄式如下例。

〔例〕 固定氣壓計之記載

測點	時　刻	水銀氣壓計（吋）	水銀溫度	空氣溫度	附　註
A	10:58(上午)	30.720	44°F	40°F	30.720
					30.695
	11:30	30.705	44°	41°	.025(自上午10:58至12時氣壓降低)
	12:00(午正)	30.695	44°	43°	30.695
	12:30(下午)	50.685	46°	45°	30.680
	12:45	30.680	47°	48°	.015(自12時至12:45氣壓降低)

移動氣壓計之記載

測　點	時　刻	空盒氣壓表（吋）	空氣溫度
A	10:58(上午)	30.570 30.580	40°F
B	12:00(午正)	30.050	36°
A	12:43(下午)	30.540	48°

高度差之計算

```
              30.570
              30.580
平均＝30.575     30.540
      －.025     ＋.015（氣壓改正）
       30.550    30.555（12時空氣壓表在A點應指之數）
```

（依納撥萊氏公式計算）

h＝30.550	Log h	＝	1.48501
H＝30.050	Log H	＝	1.47784
	Log h－Log H	＝	0.00717
			×60158.6
	D	＝	431.3
溫度改正		＝	7.2
高度差		＝	438.5

h＝30.555	Log h	＝	1.48508
H＝30.050	Log H	＝	1.47784
	Log h－Log H	＝	0.00724
			×60158.6
	D	＝	435.5
溫度改正		＝	7.2
高度差		＝	442.7
平均高度差		＝	440.6呎

$$
\begin{array}{rr}
t = & 43^\circ \\
t' = & \underline{36^\circ} \\
 & 79^\circ \\
 & \underline{64^\circ} \\
 & 15^\circ
\end{array}
$$

$$\frac{15}{900}\times 433=7.2\text{呎。}$$

§10. 一氣壓計之測法　設僅用一氣壓計，則其氣壓之變化可約由同一氣壓計而定之。當氣壓計在首點時，讀載其時刻，氣壓及溫度。乃攜至其他各點，在各處應停留片刻，於到達及離開時，均應讀載其氣壓，時刻及溫度，并在此時記載其氣壓之變動。終乃攜回首點讀載各數。於是依在首點之時刻及氣壓與在各點之變動繪成曲線，則計算時可依其相當時刻以求其氣壓。

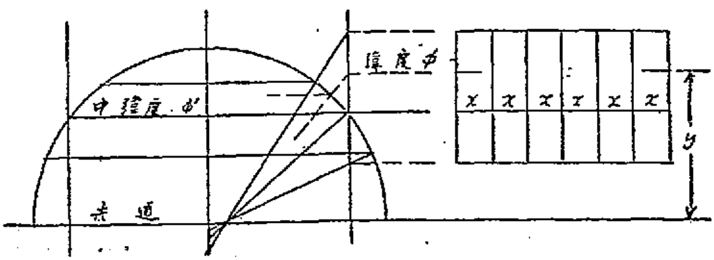
§11. 精密之程度　氣壓水平測量僅可施用於踏勘等不求精密之測量。如距離僅數里及高度差不大者，用水銀氣壓計差誤約在五六尺內；若極有經驗之觀測者，可得在二三尺之內；用空盒氣壓表則差誤僅得在五至十尺之內。至於長距離及高度差過大者，殊難得如上之準確。蓋空氣溫度變化過鉅，晝間溫度大，晨昏則過小，且冬夏間溫度之變化尤大。

第四編　地圖畫法

第一章　圓柱投影

§1. **概說**　本編所述地圖畫法者，乃投影地球子午弧與緯度平行弧於平面圖之畫法也。三角點之位置，則依其經緯度而定之。至於地形等之繪法已詳於平面測量學製圖編，茲不復贅。蓋地球爲橢圓體，欲於平面圖上表示子午弧輳合於兩極；平行弧須依其緯度不同之距離而平行，且與子午弧成直角；三角網之方位角，距離及面積等均合於實地準確之值而無差誤；誠爲難能之事。故畫地圖者祇得依其用途及地面之大小，選擇畫法之差誤最小者而用之。其畫法甚多，如圓柱及圓錐等投影，於下節分述之。

§2. **簡單圓柱投影**　簡單圓柱投影 (Simple Cylindrical Projection) 者乃以圓柱交於橢圓體欲繪地面之中緯度，如圖一三七。平行弧則依其不同緯度之垂直線投射於圓柱，



圖一三七

故二弧間之距離常不等，愈近於極則愈大。子午弧間之距離則依在中緯度處每度平行弧長之值而定。於是展開圓柱面，而成平面圖。子午弧常平行，而不輳合於極，故二弧間之距離因緯度增大亦愈大。是此圖在不同緯度不能以相同縮尺計，惟面積不大(僅十方哩)者，不致發生大差誤。子午弧及平行弧每度之弧長可由表四檢得之。其投射子午弧間之距離 x 在中緯度 ϕ' 者，可用下式計之。

$$x=\frac{\pi a}{180}\left[\frac{\operatorname{Cos}\phi'}{(1-e^2\operatorname{Sin}^2\phi')^{\frac{1}{2}}}\right]\text{。}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

其投射平行弧自赤道之距離 y ，可由下式計之。

$$y=a\operatorname{Tan}\phi\left[\frac{\operatorname{Cos}\phi'}{(1-e^2\operatorname{Sin}^2\phi')^{\frac{1}{2}}}\right]-\frac{a\,e^2\operatorname{Sin}\phi}{(1-e^2\operatorname{Sin}^2\phi)^{\frac{1}{2}}}\text{。}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

上式 a 爲長半徑；e 爲心差率；ϕ 爲任何緯度。

設圓柱切於赤道($\phi'=0$)，則 x 及 y 之值，可用下式計算之。

$$x=\frac{\pi a}{180}，\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

$$y=a\operatorname{Tan}\phi-\frac{a\,e^2\operatorname{Sin}\phi}{(1-e^2\operatorname{Sin}^2\phi)^{\frac{1}{2}}}\text{。}\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

§3. **直角圓柱投影** 直角圓柱投影 (Rectangular Cylindrical Projection) 者乃以圓柱交於地面之中緯度，幷以子弧及平行弧之眞長投影於圓柱而展開之，如圖一三八。其

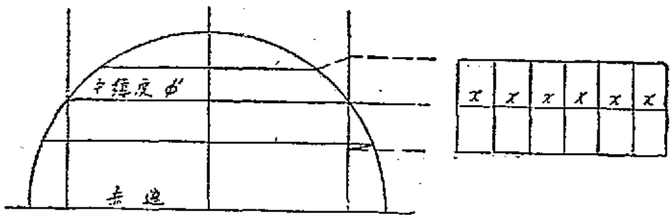


圖 一 三 八

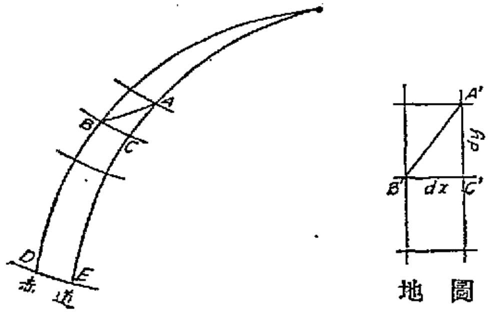
子午弧及平行弧每度之長可由表四檢得之。是以在平面圖上二平行弧間之距離爲眞長；子午弧雖平行而不輳合於一點，二弧間之距離僅在中緯度處爲眞長。故一圖仍不能以相同縮尺計之，若地面甚小(僅十方哩)者，可用此法則差誤不大。其他測點之位置可依其經緯度定之。

§4. **穆克脫氏投影** 穆克脫氏圓柱投影(Mercator's Cylindrical Projection) 者爲製航海圖之用，以圓柱切於赤道，子午弧間之距離則依在赤道每度之弧長而畫分之，如簡單圓柱投影法之不輳合於極，故其距赤道愈遠，則其差誤愈大。但簡單圓柱投影平行弧間之距離亦因距赤道愈遠，則差誤愈大；穆克脫氏之目的在使子午弧間之距離因緯度不同而增大，平行弧間之距離亦與之成同一之比例，卽在圖

之一部份可用相同之縮尺。如圖中一分緯度與一分經度之比，應等於橢圓體上一分緯度與一分經度之比；且在地面之線與圖上之線常為相同之方向。如圖一三九，A B 為地面之線，A'B' 為圖上之線，此二線之方向欲其相同，則

$$\frac{dy}{dx}=\frac{AC}{CB}=\frac{R_m d\phi}{R_p d\lambda},$$

卽 $$dy=\frac{dx}{R_p d\lambda}\cdot R_m d\phi 。 \qquad \text{(a)}$$



圖一三九

但經度係依 $\frac{a}{R_p}$ 之比例以畫分子午弧，茲欲求緯度仍依同一之比例，且使 AB 有相同之方向，而 dx 為在赤道上之弧長，

故 $\dfrac{dx}{R_p d\lambda}=\dfrac{a\,d\lambda}{R_p d\lambda}=\dfrac{a}{R_p}$。……………………(b)

以(b)式代入(a)式，得

$$dy=\frac{a}{R_p}\cdot R_m\,d\phi \text{。} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (c)$$

但 $R_p=N\,\mathrm{Cos}\,\phi$，

故 $dy=\dfrac{R_m}{N\,\mathrm{Cos}\,\phi}\cdot a\,d\phi$

$$=\frac{a(1-e^2)}{\mathrm{Cos}\,\phi\,(1-e^2\,\mathrm{Sin}^2\,\phi)}\,d\phi\text{，} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (d)$$

即 $y=a\displaystyle\int_0^{\phi}\frac{(1-e^2)}{\mathrm{Cos}\,\phi\,(1-e^2\,\mathrm{Sin}^2\,\phi)}\,d\phi$。…………(e)

上式以 $(\mathrm{Sin}^2\phi+\mathrm{Cos}^2\phi)$ 乘 e^2，并以 $\mathrm{Cos}\,\phi$ 乘分子及分母，得

$$y=a\int_0^{\phi}\frac{\mathrm{Cos}\,\phi\,d\phi}{\mathrm{Cos}^2\,\phi}-ae\int_0^{\phi}\frac{e\,\mathrm{Cos}\,\phi\,d\phi}{1-e^2\,\mathrm{Sin}^2\,\phi}\text{，} \cdots (f)$$

故 $y=\dfrac{a}{M}\left[\dfrac{1}{2}\mathrm{Log}\dfrac{1+\mathrm{Sin}\,\phi}{1-\mathrm{Sin}\,\phi}-\dfrac{1}{2}e\,\mathrm{Log}\dfrac{1+e\mathrm{Sin}\,\phi}{1-e\mathrm{Sin}\,\phi}\right]_0^{\phi}$。

……………………………………………………(5)

更依下二式以展之，

$$\mathrm{Log}\frac{1+x}{1-x}=2\left(x+\frac{x^3}{3}+\cdots\cdots\right)\text{，}$$

$$\frac{1+\mathrm{Sin}\,x}{1-\mathrm{Sin}\,x}=\mathrm{Tan}\left(45^\circ+\frac{x}{2}\right),$$

則(5)式變為

$$y=\frac{a}{M}\left[\mathrm{Log\,Tan}\left(45^\circ+\frac{\phi}{2}\right)\right]_\circ^\phi$$

$$-ae\left[e\,\mathrm{Sin}\,\phi+\frac{(e\,\mathrm{Sin}\,\phi)^3}{3}+\cdots\right]_\circ^\phi\cdots\cdots(6)$$

上式 y 為自赤道至任何緯度之投影距離，如圖一四〇，其單位應與 a 同。 M=0.4342945，為普通對數之係數。至於每度子午弧間之距離 x 為

$$x=\frac{\pi a}{180}\text{。}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

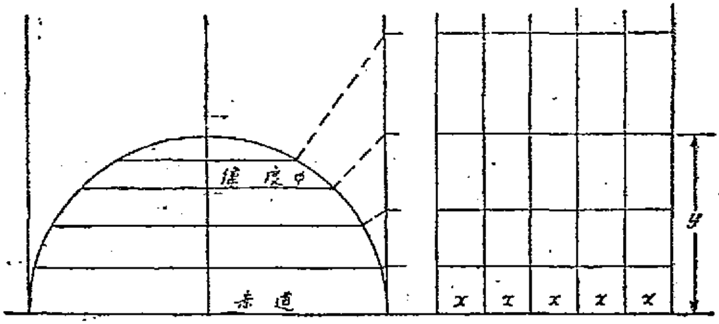


圖 一 四 〇

既求x及y之值，則可畫成子午弧及平行弧，如圖一四〇。其餘各測點可依其經緯度定之。惟其縮尺僅合於近赤道之一部分，若欲他部分之縮尺祇須依其緯度ϕ以差誤率(s)除x及y之值卽得。其差誤率(Distortion Factor)爲

$$s=\frac{a}{R_p}=\frac{a}{N\,\mathrm{Cos}\,\phi}=\frac{(1-e^2\,\mathrm{Sin}^2\,\phi)^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{Cos}\,\phi}\text{。} \quad (8)$$

穆克脫氏之圖宜於航海之用，蓋圖上B點至A點之方向與地球面上B點至A點之方向相同，卽在球面航線與子午弧所成之角與在圖上所繪直線與子午弧所成之角相同。若y以海里(海里=6080.20呎)計，則(6)(7)=式變爲

$$y=7915.705\,\mathrm{Log}\left(\mathrm{Tan}\,45°+\frac{\phi}{2}\right)$$
$$-3437.7\left(e^2\,\mathrm{Sin}^2\,\phi+\frac{e^4\,\mathrm{Sin}^3\,\phi}{3}\right),\cdots(9)$$

$$x=60\lambda°\text{。}\quad\cdots\cdots(10)$$

第二章　圓錐投影

§1. **簡單圓錐投影**　簡單圓錐投影(Simple Conic Projection)者乃以圓錐切於地球面之中緯度，子午弧間之距離以中緯度之弧長投射於錐面，展而開之成平面圖。故子午弧均成直線，輳合於頂點；二平行弧間之距離則依橢圓體

弧之眞長而定。如圖一四一，AC 爲圓錐之切於中緯度 C

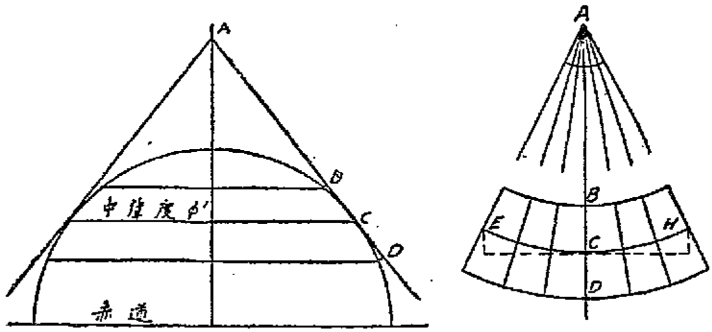


圖　一　四　一

點者；平行弧則以 A 爲圓心，及不同之半徑而繪成之。在中緯度 E C H 弧上依其每度弧之眞長而畫分之，乃與圓心A 點連成直線是爲子午弧。其 AC 切線之長可由下式計算。

$$AC = T = N\,\mathrm{Cot}\,\phi = \frac{a\,\mathrm{Cot}\,\phi}{(1-e^2\,\mathrm{Sin}^2\,\phi)^{\frac{1}{2}}}\text{。}\quad \cdots(11)$$

子午弧及平行弧每度之長可由表四檢得之。

至於 EH 弧若半徑過大，殊難以 A點爲圓心繪成，可用縱橫線定之，如圖上虛線所示。其縱橫線之計算如下：如圖一四二，欲計 H 點之縱橫線。茲命 δ 爲 C H 弧（半徑 $=R_p$)含經度之角；δ' 爲圖上 CH 弧（半徑 $=N\,\mathrm{Cot}\,\phi$）所

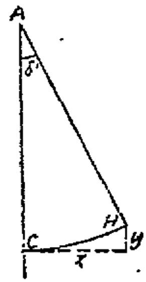


圖 一 四 二

合之角度。但在不同圓上，等弧所含之角度與半徑成反比例。

$$\text{故}\quad \frac{\delta'}{\delta}=\frac{R_p}{N\,\mathrm{Cot}\,\phi}=\frac{N\,\mathrm{Cos}\,\phi}{N\,\mathrm{Cot}\,\phi}=\mathrm{Sin}\,\phi\text{，}\quad\cdots\cdots\cdots(a)$$

$$\text{即}\quad \delta'=\delta\,\mathrm{Sin}\,\phi\text{。}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(b)$$

$$\text{於是}\quad x=AH\,\mathrm{Sin}\,\delta'=N\,\mathrm{Cot}\,\phi\,\mathrm{Sin}(\delta\,\mathrm{Sin}\,\phi)\text{，}\cdots\cdots(12)$$

$$\text{及}\quad y=AH\,\mathrm{Vers}\,\delta'=2N\,\mathrm{Cot}\,\phi\,\mathrm{Sin}^2\left(\delta\,\frac{\mathrm{Sin}\,\phi}{2}\right)\text{。}(13)$$

既計得縱橫線 x,y 之值，乃用以繪中緯度之平行弧，并等分此弧，連弧上各點與圓心，即子午弧也。且弧之長與半徑成比例，其餘各平行弧之縱橫線祗依其半徑之比例而計之。至於各測點之位置可依其經緯度定之。由此繪成之圖，子午弧與平行弧相交均成直角，平行弧間之距離爲眞

長，惟子午弧間之距離在中緯度時為眞長，其餘則否。此法宜於地面跨越緯度不大，距中緯度兩邊可數百哩。

§2. **穆克脫氏投影** 穆克脫氏圓錐投影(Mercator's Conic Projection) 者乃以圓錐交於地面中緯度與極北及極南緯度之中點，其餘平行弧間之距離依子午弧每度眞長之比例投射於圓錐。如圖一四三，沿子午弧 GHK 依其眞長之比例畫分為 B D F 點，

$$\text{即}\quad \frac{BC}{GC}=\frac{CD}{CH}=\cdots\cdots=\frac{CE\text{弦}}{CE\text{弧}}。$$

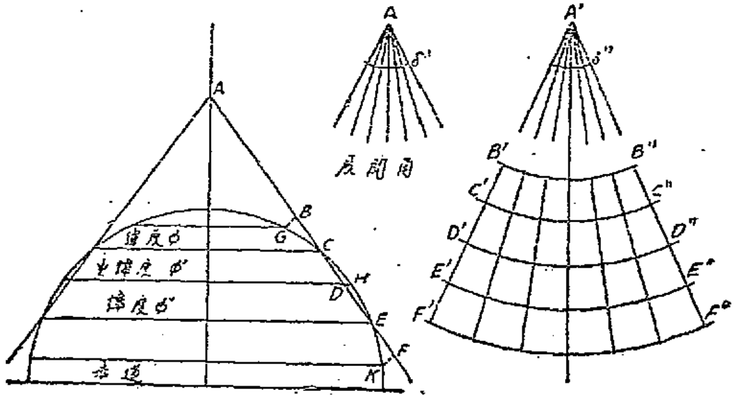


圖 一 四 三

於是展開圓錐面，平行弧復依其眞長而畫分，乃用同緯

尺截取平行弧 C'C" 及 E'E" 等於弧之眞長。C'E' 與 C"E" 相交之頂角 A'應較圓錐展開角 A 爲小。其 B'C',C'D',D'E' 及 E'F' 等於 GC, CH, HE 及 EK 弧之長，可由表四檢得之。其半徑 A'C' 之長可用下式計算之。

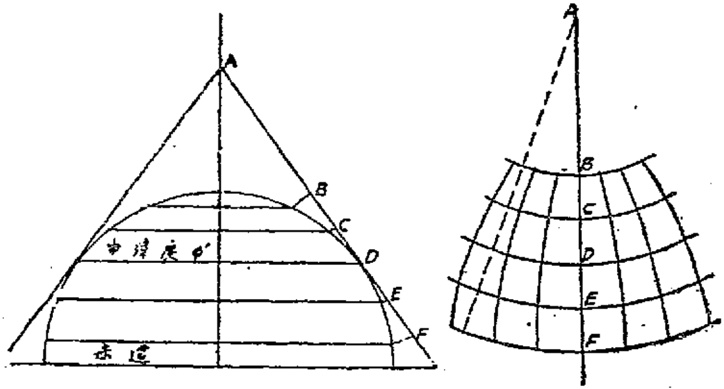
$$\frac{A'C'}{A'C'+CE弧}=\frac{\mathrm{Cos}\,\phi\,(1-e^2\,\mathrm{Sin}^2\,\phi'')^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{Cos}\,\phi''(1-e^2\,\mathrm{Sin}^2\,\phi)^{\frac{1}{2}}}\text{。}\cdots(14)$$

其餘平行弧之半徑乃沿 A'F' 線依 A'C' 已知値之比例而計之。更於 E'E" 弧上由中子午弧向兩端依表四每度弧之長等分之，則 E'E" 弧上各點與頂點 A' 相連是爲子午弧。

如用縱橫線以繪平行弧，不能用前節公式以計 x,y,之値，應由圖上 A'E' 半徑及 E'E" 弧之長以求頂角 A'，以計 x, y 之値。其餘平行弧之縱橫線，祗依其半徑之比例則得。至於各測點之位置須依其經緯度定之。

此法宜於極大地面投影之用，蓋子午弧均係直線，與平行弧相交成直角；且子午弧間之距離在 C'C" 及 E'E" 弧上爲眞長，在此二弧之外者略大，在二弧之間者略小；故其面積處二弧之外者則略大，處二弧之間者則略小，是其總面積則無甚差誤。

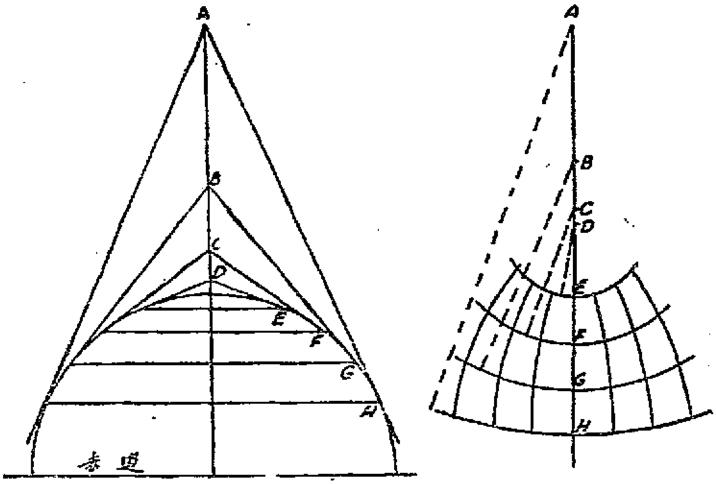
§3. **旁納氏投影** 旁納氏圓錐投影(Bonne's Conic Projection)者乃如簡單圓錐之投影法，以圓錐切於中緯度，其中子午弧爲一直線 AF，如圖一四四。於中子午弧上依橢圓體弧之眞長畫分爲 B,C,D, 等點，如簡單圓錐法畫成同圓心各



圖一四四

弧是爲平行弧。於平行弧上各依其每度之弧長(表四)等分之，連各平行弧上之相當點而成曲線，是爲子午弧。此法畫成之子午弧爲曲線不與平行弧相交成直角，惟全圖可用相同之縮尺，宜於極大區域之地圖。其他各測點須依其經緯度定其位置。

§4. 多圓錐投影 多圓錐投影(Polyconic Projection)者乃以多數圓錐切於不同緯度之平行弧，故其平行弧爲各不同圓心及半徑之圓弧。如圖一四五，經過G點平行弧之半徑爲切線BG之長；經過F點平行弧之半徑爲切線CF之長；餘類推。



圖一四五

其畫法先於圖中繪一直線爲中子午弧，於其線上依其弧之眞長分爲各平行弧間之距離，如 EF 等於橢圓體 EF 弧之長， FG 等於 FG 弧之長，餘類推。乃依各切線之長於中子午線上定各平行弧之圓心如 A,B,C,等。復以各圓心及相當之半徑畫成圓弧，是爲平行弧。更於各平行弧上依每度之弧長(表四)而分之，連平行弧上各相當點而成曲線，是爲子午弧。此法係多數之簡單圓錐之投影，其平行弧復可依§1之縱橫線繪之。至於其他測點須依其經緯度而定其位置。全圖子午弧間之距離均係眞值，且與平行弧相交約

成直角。平行弧間之距離在中子午線上為眞長，餘則距中子午線愈遠則愈大。故此畫法適於極大之地面，而跨越經度不大為宜。

第三章 其他畫法

§1. 梯形投影 梯形投影(Trapezoidal Projection)者乃子午弧與平行弧均為直線相交成多數之梯形也。如圖一四六，

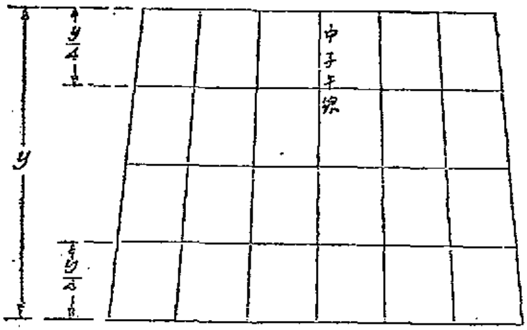


圖 一 四 六

先畫一中子午線，依每度之弧長分之。經過中子午線上各點作與該線垂直之平行線，是為平行弧。乃取二平行弧，一約為全圖高四分之一，一為四分之三，於此二平行弧上依每度之弧長(表四)分之。連二平行弧上之相當點而成之直線，是為子午弧。此畫法平行弧僅與中子午弧相交成直角，故宜於小地面不出二十五方哩者。

§2. 圓心射出投影 圓心射出投影(Gnomonic Projection)者乃以投影平面切於地面之一點，人眼在地球之中心，於是任何平面經過球心與球面相割，是爲大圓圈，與平面相交爲直線，故圖上任何直線均爲大圓圈。而大圓圈爲最短徑(假定地球爲圓球形)，故此圖宜於航海之用。圖一四七

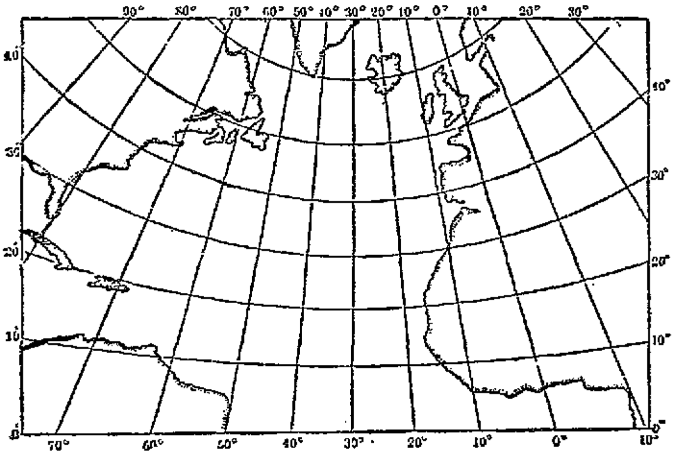


圖 一 四 七

爲大西洋圖，切於北緯三十度及西經三十度之點，其子午弧均爲直線，而平行弧則爲雙曲線(Hyperbolas)，可依雙曲線公式計其縱橫線而繪之。其最簡單之畫法則以投影平面切地球之極，於是平行弧均成圓形，以極爲圓心，半徑

之長爲 $R\cot\phi$；R 爲球之半徑，ϕ 爲緯度。但平行弧間之距離愈近於赤道則愈大，故此圖不能及於熱帶；其子午弧乃由圓心射出之直線。

表一　計算三角網之強度

°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°	26°	28°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°
10	428	359																					
12	359	295	253																				
14	315	253	214	187																			
16	284	225	187	162	143																		
18	262	204	168	143	126	113																	
20	245	189	153	130	113	100	91																
22	232	177	142	119	103	91	81	74															
24	221	167	134	111	95	83	74	67	61														
26	213	160	126	104	89	77	68	61	56	51													
28	206	153	120	99	83	72	63	57	51	47	43												
30	199	148	115	94	79	68	59	53	48	43	40	33											
35	188	137	106	85	71	60	52	46	41	37	33	27	23										
40	179	129	99	79	65	54	47	41	36	32	29	23	19	16									
45	172	124	93	74	60	50	43	37	32	28	25	20	16	13	11								
50	167	119	89	70	57	47	39	34	29	26	23	18	14	11	9	8							
55	162	115	86	67	54	44	37	32	27	24	21	16	12	10	8	7	5						
60	159	112	82	64	51	42	35	30	25	22	19	14	11	9	7	5	4	4					
65	155	109	80	62	49	40	33	28	24	21	18	13	10	7	6	5	4	3	2				
70	152	106	78	60	48	38	32	27	23	19	17	12	9	7	5	4	3	2	2	1			
75	150	104	76	58	46	37	30	25	21	18	16	11	8	6	4	3	2	2	1	1	1		
80	147	102	74	57	45	36	29	24	20	17	15	10	7	5	4	3	2	1	1	1	0	0	
85	145	100	73	55	43	34	28	23	19	16	14	10	7	5	3	2	2	1	1	0	0	0	0
90	143	98	71	54	42	33	27	22	19	16	13	9	6	4	3	2	1	1	1	0	0	0	0
95	140	96	70	53	41	32	26	22	18	15	13	9	6	4	3	2	1	1	0	0	0	0	
100	138	95	68	51	40	31	25	21	17	14	12	8	6	4	3	2	1	1	0	0	0		
105	136	93	67	50	39	30	25	20	17	14	12	8	5	4	2	2	1	1	0	0			
110	134	91	65	49	38	30	24	19	16	13	11	7	5	3	2	2	1	1	1				
115	132	89	64	48	37	29	23	19	15	13	11	7	5	3	2	2	1	1					
120	129	88	62	46	36	28	22	18	15	12	10	7	5	3	2	2	1						
125	127	86	61	45	35	27	22	18	14	12	10	7	5	4	3	2							
130	125	84	59	44	34	26	21	17	14	12	10	7	5	4	3								
135	122	82	58	43	33	23	21	17	14	12	10	7	5	4									
140	119	80	56	42	32	25	20	17	14	12	10	8	6										
145	116	77	55	41	32	25	21	17	15	13	11	9											
150	112	75	54	40	32	26	21	18	16	15	13												
152	111	75	53	40	32	26	22	19	17	16													
154	110	74	53	41	33	27	23	21	19														
156	108	74	54	42	34	28	25	22															
158	107	74	54	43	35	30	27																
160	107	74	56	45	38	33																	
162	107	76	59	48	42																		
164	109	79	63	54																			
166	113	86	71																				
168	122	98																					
170	145																						

表二　曲度及蒙氣差

距離	改正數	距離	改正數	距離	改正數
公尺　公尺	公釐	英里	英尺	英里	英尺
0——27	0.0				
28——47	0.1	1	0.6	31	551.4
48——60	0.2	2	2.3	32	587.6
61——72	0.3	3	5.2	33	624.9
73——81	0.4	4	9.2	34	663.3
82——90	0.5	5	14.4	35	703.0
91——98	0.6	6	20.6	36	743.7
99——105	0.7	7	28.1	37	785.6
106——112	0.8	8	36.7	38	828.6
113——118	0.9	9	46.4	39	872.8
119——124	1.0	10	57.4	40	918.1
125——130	1.1	11	69.4	41	964.7
131——136	1.2	12	82.7	42	1012.2
137——141	1.3	13	97.0	43	1061.0
142——146	1.4	14	112.5	44	1111.0
147——150	1.5	15	129.1	45	1162.0
160	1.8	16	146.9	46	1214.2
170	2.1	17	165.8	47	1267.7
180	2.3	18	185.9	48	1322.1
190	2.6	19	207.2	49	1377.7
200	2.8	20	229.5	50	1434.6
210	3.0	21	253.1	51	1492.5
220	3.3	22	277.7	52	1551.6
230	3.7	23	303.6	53	1611.9
240	4.0	24	330.5	54	1673.3
250	4.3	25	358.6	55	1735.8
260	4.7	26	388.0	56	1799.6
270	5.0	27	418.3	57	1864.4
280	5.4	28	449.9	58	1930.4
290	5.8	29	482.6	59	1997.5
300	6.2	30	516.4	60	2065.8

表 三　計算弧餘 Log m 之值（公尺計）

緯度	Log m	緯度	Log m	緯度	Log m
° ′		° ′		° ′	
18 00	1.40639−10	33 00	1.40520−10	48 00	1.40369−10
18 30	636	33 30	516	48 30	364
19 00	632	34 00	511	49 00	359
19 30	629	34 30	506	49 30	354
20 00	626	35 00	501	50 00	349
20 30	623	35 30	496	50 30	344
21 00	619	36 00	491	51 00	339
21 30	616	36 30	486	51 30	334
22 00	612	37 00	482	52 00	329
22 30	608	37 30	477	52 30	324
23 00	605	38 00	472	53 00	319
23 30	601	38 30	467	53 30	314
24 00	597	39 00	462	54 00	309
24 30	594	39 30	457	54 30	304
25 00	590	40 00	452	55 00	299
25 30	586	40 30	446	55 30	295
26 00	582	41 00	441	56 00	290
26 30	578	41 30	436	56 30	285
27 00	573	42 00	431	57 00	280
27 30	569	42 30	426	57 30	276
28 00	565	43 00	421	58 00	271
28 30	560	43 30	416	58 30	266
29 00	556	44 00	411	59 00	262
29 30	552	44 30	406	59 30	257
30 00	548	45 00	400	60 00	253
30 30	544	45 30	395	60 30	249
31 00	539	46 00	390	61 00	244
31 30	534	46 30	385	61 30	240
32 00	530	47 00	380	62 00	235
32 30	1.40525	47 30	1.40375	62 30	1.40231

（此表依克拉克橢圓體計算）

表 四　平行弧及子午弧之長與 Log N 及 R_m（公尺計）

緯	度	平行弧 1° 之值	子午弧 1° 之值	Log N.	Log R_m.
°	′	公尺	公尺		
0	00	111,321	110,567.2	6.8046985	6.8017489
	30	1,361	567.3	6987	7493
1	00	1,304	567.6	6990	7502
	30	1,283	568.0	6996	7519
2	00	1,253	568.6	7003	7543
	30	1,215	569.4	7012	7573
3	00	1,169	570.3	7025	7610
	30	1,114	571.4	7040	7654
4	00	1,051	572.7	7057	7704
	30	110,980	574.1	7076	7761
5	00	110,900	110,575.8	6.8047097	6.8017824
	30	0,812	577.6	7120	7891
6	00	0,715	579.5	7146	7971
	30	0,610	581.6	7174	8054
7	00	0,497	583.9	7203	8144
	30	0,375	586.4	7235	8240
8	00	0,245	589.0	7270	8343
	30	0,106	591.8	7307	8452
9	00	109,959	594.7	7345	8568
	30	9,804	597.8	7385	8690
10	00	109,641	110,601.1	6.8047428	6.8018819
	30	9,469	604.5	7474	8954
11	00	9,289	608.1	7520	9094
	30	9,101	611.9	7570	9241
12	00	108,904	615.8	7620	9395
	30	8,699	619.8	7673	9555
13	00	8,486	624.1	7729	9720
	30	8,265	628.4	7786	9892
14	00	8,036	633.0	7846	6.8020070
	30	107,798	637.6	7907	0254
15	00	107,553	110,642.5	6.8047970	6.8020443
	30	7,299	647.5	8035	0639
16	00	7,036	652.6	8102	0839
	30	6,766	657.8	8171	1047
17	00	6,487	663.3	8242	1258
	30	6,202	668.8	8315	1477
18	00	5,906	674.5	8389	1701

表四 (續)

緯度		平行弧1°之值	子午弧1°之值	Log N.	Log Rm.
°	'	公尺	公尺		
18	30	105,604	110,680.4	6.8048465	6.8021930
19	00	5,294	686.3	8544	2165
	30	4,975	692.4	8624	2404
20	00	104,649	110,698.7	6.8048705	6.8022649
	30	4,314	705.1	8789	2900
21	00	3,972	711.6	8874	3155
	30	3,622	718.2	8960	3415
22	00	3,264	725.0	9049	3680
	30	2,898	721.8	9139	3950
23	00	102,524	110,738.8	6.8029231	6.8044225
	30	2,143	746.0	9323	4504
24	00	1,754	753.2	9418	4788
	30	1,357	760.6	9514	5077
25	00	100,952	110,768.0	6.8049612	6.8025370
	30	0,539	775.6	9711	5667
26	00	0,119	783.3	9812	5968
	30	99,692	791.1	9914	6274
27	00	9,257	799.0	6.8050017	6584
	30	8,814	807.0	0121	6897
28	00	8,364	815.1	0227	7215
	30	7,906	823.3	0334	7536
29	00	7,441	831.6	0443	7862
	30	6,968	840.0	0552	8190
30	00	96,488	110,848.5	6.8050663	6.8028522
	30	6,001	857.0	0774	8857
31	00	95,506	865.7	0888	9197
	30	5,004	874.4	1002	9539
32	00	4,495	883.2	1117	9883
	30	3,979	892.1	1233	6.8030231
33	00	3,455	901.1	1350	0582
	30	2,925	910.1	1468	0935
34	00	2,387	919.2	1586	1292
	30	1,842	928.3	1706	1651
35	00	91,290	110,937.6	6.8051826	6.8032010
	30	0,731	946.9	1947	2375
36	00	0,166	956.2	2069	2741

表四 (續)

緯度		平行弧 1° 之值	子午弧 1° 之值	Log N.	Log Rm.
°	′	公尺	公尺		
36	30	89,593	110,965.6	6.8052192	6.8033109
37	00	9,014	975.1	2315	3479
	30	8,428	984.5	2439	3850
38	00	7,835	994.1	2564	4224
	30	7,235	111,003.7	2689	4599
39	00	6,629	013.3	2814	4976
	30	6,016	023.0	2940	5354
40	00	85,396	111,032.7	6.8053067	6.8035734
	30	4,770	042.4	3194	6115
41	00	4,137	052.2	3321	6496
	30	3,498	061.9	3448	6878
42	00	2,853	071.7	3576	7262
	30	2,201	081.6	3704	7646
43	00	1,543	091.4	3832	8031
	30	0,879	101.3	3960	8416
44	00	80,208	111.1	4089	8802
	30	79,532	121.0	4218	9188
45	00	78,849	111,130.9	6.8054347	6.8039574
	30	8,160	140.8	4476	9960
46	00	77,466	111,150.6	6.8054604	6.8040346
	30	6,765	160.5	4732	0731
47	00	6,058	170.4	4861	1117
	30	5,346	180.2	4989	1502
48	00	4,628	190.1	5118	1887
	30	3,904	199.9	5246	2270
49	00	3,174	209.7	5373	2653
	30	2,439	219.5	5500	3034
50	00	71,698	111,229.3	6.8055628	6.8043416
	30	0,952	239.0	5754	3796
51	00	0,200	248.7	5880	4175
	30	69,443	258.3	6006	4552
52	00	8,680	268.0	6131	4928
	30	7,913	277.6	6256	5302
53	00	7,140	287.1	6380	5674
	30	6,361	296.6	6504	6044
54	00	5,578	306.0	6627	6413

表四 (續)

緯度		平弧 1°值	子午弧 1°之值	Lo N.	Log Rm.
°	′	公尺	公尺		
54	30	64,790	111,315.4	6.8056749	6.8046779
55	00	3,996	324.8	6870	7144
	30	3,198	334.0	6991	7506
56	00	2,395	343.3	7111	7866
	30	1,587	352.4	7230	8223
57	00	0,774	361.5	7348	8578
	30	59,957	370.5	7465	8929
58	00	9,135	379.5	7582	9279
	30	8,309	388.4	7697	9624
59	00	7,748	397.2	7811	9968
	30	6,642	405.9	7924	6.8050307
60	00	55,802	111,414.5	6.8058037	6.8050644
	30	4,958	423.1	8148	0977
61	00	4,110	431.5	8258	1307
	30	3,257	439.9	8366	1633
62	00	2,400	448.2	8474	1956
	30	1,540	456.4	8580	2274
63	00	0,675	464.4	8685	2590
	30	49,806	472.4	8789	2900
64	00	8,934	480.3	8891	3208
	30	8,057	488.1	8992	3510
65	00	47,177	111,495.7	6.8059092	6.8053809
	30	6,294	503.3	9190	4103
66	00	5,407	510.7	9287	4393
	30	4,516	518.0	9382	4678
67	00	43,622	525.3	9475	4959
	30	2,724	532.3	9567	5235
68	00	1,823	539.3	9658	5506
	30	0,919	546.2	9747	5772
69	00	40,012	111,552.9	6.8069834	6.8056034
	30	39,102	559.5	9919	6290
70	00	38,188	111,565.9	6.8060003	6.8056542
	30	7,272	572.2	0085	6788
71	00	6,353	578.4	0165	7029
	30	5,421	584.5	0244	7264
72	00	4,506	590.4	0321	7495

表四　(續)

緯度		平行弧1°之值	子午弧1''之值	Log N.	Log Rm.
°	′	公尺	公尺		
72	30	33,578	111,596.2	6.8050396	7719
73	00	2,648	601.8	0468	7938
	30	1,716	607.3	0539	8153
74	00	0,781	612.7	0608	8361
	30	29,843	617.9	0676	8563
75	00	28,903	111,622.9	6.8060742	6.8058759
	30	7,961	627.8	0805	8950
76	00	7,017	632.6	0857	9135
	30	6,071	637.1	0927	9314
77	00	6,123	641.6	0984	9487
	30	4,172	645.9	1040	9653
78	00	3,220	650.0	1093	9814
	30	2,266	653.9	1145	9968
79	00	1,311	657.8	1195	6.8060118
	30	20,353	661.4	1242	0258
80	00	19,394	111,664.9	6.8061287	6.8060394
	30	8,434	668.2	1330	0523
81	00	7,472	671.4	1371	0646
	30	6,509	674.4	1409	0763
82	00	5,545	677.2	1446	0873
	30	4,579	679.9	1480	0976
83	00	3,612	682.4	1513	1074
	30	2,644	684.7	1544	1163
84	00	1,675	686.9	1571	1248
	30	10,706	688.9	1597	1325
85	00	9,735	111,690.7	6.8061620	6.8061395
	30	8,764	692.3	1642	1459
86	00	7,792	693.8	1661	1517
	30	6,819	695.1	1678	1567
87	00	5,846	696.2	1692	1611
	30	4,872	697.2	1705	1648
88	00	3,898	697.9	1715	1679
	30	2,924	698.6	1723	1702
89	00	1,949	699.0	1728	1719
	30	975	699.3	1731	1729
90	00	0	111,699.3	6.8061733	6.8061733

表五　任何方位角及緯度之地球半徑對數

方位角 \ 緯度	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°
° 子午線	6.80175	6.80175	6.80175	6.80176	6.80177	6.80178	6.80180
5	177	177	178	178	179	180	182
10	184	184	184	185	186	187	188
15	195	195	195	196	197	198	199
20	209	209	210	210	211	212	214
25	227	228	228	228	229	230	232
30	248	249	249	250	250	251	252
35	272	272	272	273	273	274	276
40	296	297	297	297	298	299	300
45	322	322	322	323	324	324	325
50	248	348	348	348	349	350	351
55	373	373	373	373	374	374	375
60	396	396	396	396	397	398	398
65	417	417	417	418	418	418	419
70	435	435	436	436	436	437	437
75	450	450	450	450	451	451	452
80	461	461	461	461	462	462	463
85	468	468	468	468	468	469	469
90	470	470	470	470	471	471	472

表念五 (續)

方位角 \ 緯度	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°
°							
子午線	6.80181	6.80183	6.80186	6.80188	6.80191	6.80194	6.80197
5	184	186	188	190	193	196	199
10	190	192	194	197	200	202	206
15	201	203	205	207	210	213	216
20	215	217	219	222	224	227	230
25	233	235	237	239	242	244	247
30	254	256	257	260	262	264	267
35	277	278	280	282	284	287	289
40	301	303	304	306	308	310	313
45	326	328	329	331	333	335	337
50	352	353	354	356	358	359	361
55	376	377	379	380	382	383	385
60	399	400	401	403	404	406	407
65	420	421	422	423	424	426	427
70	438	439	440	441	442	443	444
75	452	453	454	455	456	457	458
80	463	464	465	466	467	468	469
85	470	470	471	472	473	474	475
90	472	473	474	474	475	476	477

表五 (續)

方位角 \ 緯度	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°
°							
子午線	6.80201	6.80204	6.80208	6.80213	6.80217	6.80222	6.80226
5	203	206	210	215	219	224	228
10	209	213	217	221	225	230	234
15	219	223	227	231	235	239	244
20	233	236	240	244	248	252	257
25	250	254	257	261	265	269	273
30	270	273	276	280	284	287	292
35	292	295	298	301	305	308	312
40	315	318	321	324	327	330	334
45	339	342	344	347	350	353	357
50	364	366	368	371	373	376	379
55	387	389	391	394	396	398	401
60	409	411	413	415	417	419	422
65	429	430	432	434	436	438	440
70	446	447	449	451	453	454	456
75	460	461	463	464	466	468	470
80	470	471	473	474	476	478	479
85	476	478	479	480	482	483	485
90	478	480	481	482	484	485	487

表 五 (續)

方位角 \ 緯度	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°
°							
子午線	6.80232	6.80237	6.80242	6.80248	6.80254	6.80260	6.80266
5	234	239	244	250	256	262	268
10	239	244	250	255	261	267	273
15	249	254	259	264	270	276	282
20	262	266	271	277	282	288	293
25	277	282	287	292	297	302	308
30	296	300	305	309	314	319	324
35	316	320	324	329	333	338	343
40	338	341	345	350	354	358	362
45	360	364	367	371	375	379	383
50	382	386	389	392	396	399	403
55	404	407	410	413	416	420	423
60	424	427	430	432	435	438	442
65	443	445	448	450	453	455	458
70	459	461	463	465	468	470	473
75	472	473	476	478	480	482	484
80	481	483	485	487	489	491	493
85	487	489	490	492	494	496	496
90	489	490	492	494	496	498	500

表五 (續)

緯度 方位角	28°	29°	30°	31°	32°	33°	34°
°							
子午線	6.80272	6.80279	6.80285	6.80292	6.80299	6.80306	6.80313
5	274	280	287	294	300	307	314
10	279	285	292	298	305	312	319
15	288	294	300	306	313	320	326
20	299	305	311	317	324	330	337
25	313	319	325	331	337	343	349
30	330	335	340	346	352	358	364
35	348	353	358	363	369	374	380
40	367	372	377	382	386	392	397
45	387	391	396	400	405	410	414
50	407	411	415	419	423	428	432
55	426	430	434	437	441	445	449
60	445	448	451	455	458	462	465
65	461	464	467	470	473	476	480
70	475	478	481	484	486	489	492
75	487	489	492	494	497	500	502
80	495	498	500	502	505	507	510
85	501	503	505	507	510	512	514
90	502	504	507	509	511	514	516

表五 (續)

緯度 / 方位角	35°	36°	37°	38°	39°	40°	41°
°							
子午線	6.80320	6.80327	6.80335	6.80342	6.80350	6.80357	6.80365
5	322	329	336	344	351	359	366
10	326	333	340	348	355	363	370
15	333	340	348	355	362	369	376
20	343	350	357	364	371	378	385
25	355	362	368	375	382	388	395
30	370	376	382	388	394	401	407
35	385	391	397	402	408	414	420
40	402	407	412	418	423	429	434
45	419	424	429	434	439	444	449
50	436	441	445	450	454	459	464
55	453	457	461	465	469	474	478
60	469	472	476	480	484	487	491
65	483	486	489	493	496	500	503
70	495	498	501	504	507	510	514
75	505	508	510	513	516	519	522
80	512	515	517	520	523	525	528
85	517	519	522	524	527	529	532
90	518	521	523	526	528	531	533

表五　（續）

緯度 方位角 °	42°	43°	44°	45°	46°	47°	48°
子午線	6.80373	6.80380	6.80388	6.80396	6.80404	6.80411	6.80419
5	374	382	389	397	404	412	420
10	378	385	393	400	408	415	423
15	384	391	398	406	413	420	428
20	392	399	406	413	420	427	434
25	402	408	415	422	429	436	442
30	413	420	426	433	439	446	452
35	426	432	438	444	450	455	462
40	440	446	451	457	462	468	474
45	454	459	464	470	475	480	485
50	468	473	478	482	487	492	496
55	482	486	490	495	499	503	508
60	495	499	502	506	510	514	518
65	507	510	514	517	520	524	528
70	517	520	523	526	529	532	536
75	525	528	531	534	536	539	542
80	531	534	536	539	542	544	547
85	534	537	540	542	545	548	550
90	536	538	541	544	546	549	551

表五 (續)

緯度 方位角	49°	50°	51°	52°	53°	54°	55°
°							
子午線	6.80426	6.80434	6.80442	6.80449	6.80457	6.80464	6.80471
5	428	435	443	450	458	465	472
10	430	438	445	453	460	467	474
15	435	442	450	457	464	471	478
20	441	448	455	462	469	476	483
25	449	456	463	469	476	482	489
30	458	465	471	477	484	490	496
35	468	474	480	486	492	498	503
40	479	485	490	496	501	506	512
45	490	495	500	505	510	515	520
50	501	506	510	515	520	524	528
55	512	516	520	524	528	533	537
60	522	526	530	533	537	541	544
65	531	534	538	541	545	548	551
70	539	542	545	548	551	554	557
75	545	548	551	554	557	559	562
80	550	553	555	558	561	563	566
85	553	555	558	560	563	566	568
90	554	556	559	561	564	566	569

表五 (續)

緯度 / 方位角	56°	57°	58°	59°	60°	61°	62°
°							
子午線	6.80479	6.80486	6.80493	6.80500	6.80506	5.80513	6.80520
5	479	486	493	500	07	14	20
10	481	488	495	502	09	15	22
15	485	492	498	505	11	18	24
20	489	496	502	509	15	21	27
25	495	501	508	514	20	26	31
30	502	508	514	519	25	30	36
35	509	515	520	525	31	36	41
40	517	522	527	532	37	42	46
45	525	530	534	539	43	48	52
50	533	537	542	546	50	54	58
55	541	545	548	552	56	60	63
60	548	552	555	558	62	65	68
65	555	558	561	564	67	70	73
70	560	563	566	569	72	74	77
75	565	568	570	573	75	78	80
80	568	571	573	576	78	80	83
85	570	573	575	578	80	82	84
90	571	574	576	578	80	83	85

表五 (續)

方位角\緯度	63°	64°	65°	66°	67°	68°	69°
° 子午線	6.80526	6.80532	6.80538	6.80544	6.80550	6.80555	6.80560
5	26	32	38	44	50	55	61
10	28	34	40	45	51	56	62
15	30	36	42	47	53	58	63
20	33	39	44	50	55	60	65
25	37	42	48	53	58	62	67
30	41	46	51	56	61	65	70
35	46	51	56	60	64	69	73
40	51	56	60	64	68	72	76
45	56	60	64	68	72	76	79
50	62	65	69	73	76	79	83
55	67	70	74	77	80	83	86
60	72	75	78	81	84	86	89
65	76	79	82	84	87	89	92
70	80	82	85	87	90	92	94
75	83	85	87	90	92	94	96
80	85	87	89	91	93	95	97
85	86	88	90	92	94	96	98
90	87	89	91	93	95	97	98

表五 (續)

緯度 方位角	70°	71°	72°				
°							
子午線	6.80565	6.80570	6.80575				
5	66	70	75				
10	66	71	76				
15	68	72	77				
20	70	74	78				
25	72	76	80				
30	74	78	82				
35	77	81	84				
40	80	83	87				
45	83	86	89				
50	86	89	92				
55	89	91	94				
60	91	94	96				
65	94	96	98				
70	96	98	6.80600				
75	98	6.80600	01				
80	99	01	02				
85	6.80600	01	03				
90	00	02	03				

表 六 計算大地位置之各値

緯	度	Log A	Log B	Log C	Log D	Log E
°	′	− 10	− 10	− 10	− 10	− 20
18	00	8.5095862	8.5122550	0.91816	2.1606	5.7317
	10	5836	2474	0.92243	2.1641	5.7337
	20	5811	2397	0.92667	2.1675	5.7358
	30	5785	2320	0.93088	2.1709	5.7379
	40	5759	2243	0.93505	2.1742	5.7400
	50	5733	2165	0.93919	2.1775	5.7422
19	00	5707	2086	0.94330	2.1808	5.7443
	10	5681	2006	0.94737	2.1840	5.7464
	20	5654	1927	0.95142	2.1872	5.7486
	30	5627	1847	0.95544	2.1903	5.7508
	40	5600	1766	0.95943	2.1934	5.7530
	50	5573	1684	0.96339	2.1965	5.7552
20	00	5546	1602	0.96733	2.1996	5.7574
	10	5518	1519	0.97123	2.2026	5.7597
	20	5490	1435	0.97511	2.2055	5.7619
	30	5462	1351	0.97896	2.2084	5.7642
	40	5434	1267	0.98279	2.2113	5.7664
	50	5406	1182	0.98659	2.2142	5.7688
21	00	5377	1096	0.99037	2.2170	5.7711
	10	5348	1010	0.99412	2.2198	5.7734
	20	5320	0924	0.99785	2.2226	5.7757
	30	5290	0836	1.00156	2.2253	5.7780
	40	5261	0748	1.00524	2.2280	5.7804
	50	5232	0660	1.00890	2.2307	5.7828
22	00	5202	0571	1.01253	2.2333	5.7851
	10	5172	0481	1.01615	2.2359	5.7875
	20	5142	0391	1.01974	2.2385	5.7899
	30	5112	0301	1.02331	2.2411	5.7924
	40	5082	0210	1.02686	2.2436	5.7948
	50	5051	0118	1.03039	2.2461	5.7972
23	00	5020	8.5120026	1.03390	2.2485	5.7997
	10	4990	8.5119934	1.03739	2.2510	5.8021
	20	4959	9840	1.04086	2.2534	5.8046
	30	4927	9747	1.04431	2.2557	5.8071
	40	4896	9653	1.04775	2.2581	5.8096
	50	4865	9558	1.05116	2.2604	5.8121
	60	8.5094833	8.5119463	1.05456	2.2627	5.8146

表六　(續)

緯	度	Log A	Log B	Log C	Log D	Log E
°	′					
24	00	8.5094833	8.5119463	1.05456	2.2627	5.8146
	10	4801	9367	1.05794	2.2650	5.8172
	20	4769	9271	1.06130	2.2672	5.8197
	30	4737	9174	1.06464	2.2694	5.8223
	40	4704	9077	1.06797	2.2716	5.8294
	50	4672	8979	1.07128	2.2738	5.8274
25	00	4639	8881	1.07457	2.2759	5.8300
	10	4606	8783	1.07785	2.2780	5.8326
	20	4573	8684	1.08111	2.2801	5.8352
	30	4540	8584	1.08435	2.2822	5.8379
	40	4507	8484	1.08758	2.2842	5.8405
	50	4473	8383	1.09080	2.2862	5.8431
26	00	4430	8283	1.09400	2.2882	5.8458
	10	4406	8181	1.09718	2.2902	5.8485
	20	4372	8079	1.10036	2.2922	5.8512
	30	4337	7977	1.10351	2.2941	5.8539
	40	4303	7874	1.10666	2.2960	5.8566
	50	4269	7771	1.10979	2.2978	5.8593
27	00	4234	7667	1.11290	2.2997	5.8620
	10	4200	7563	1.11600	2.3015	5.8647
	20	4165	7458	1.11909	2.3033	5.8675
	30	4130	7353	1.12217	2.3051	5.8702
	40	4094	7248	1.12523	2.3069	5.8730
	50	4059	7142	1.12829	2.3086	5.8757
28	00	4024	7036	1.13132	2.3104	5.8785
	10	3988	6929	1.13435	2.3121	5.8813
	20	3952	6822	1.13737	2.3137	5.8841
	30	3917	6714	1.14037	2.3154	5.8870
	40	3881	6607	1.14337	2.3170	5.8898
	50	3845	6498	1.14635	2.3187	5.8926
29	00	3808	6389	1.14932	2.3203	5.8955
	10	3772	6280	1.15228	2.3218	5.8983
	20	3735	6171	1.15522	2.3234	5.9012
	30	3699	6061	1.15816	2.3249	5.9041
	40	3662	5950	1.16109	2.3264	5.9069
	50	3625	5840	1.16401	2.3279	5.9098
	60	8.5093588	8.5115729	1.16692	2.3294	5.9127

表 六 (續)

緯度 °	′	Log A	Log B	Log C	Log D	Log E
30	00	8.5093588	8.5115729	1.16692	2.3294	5.9127
	10	3551	5617	1.16981	2.3309	5.9157
	20	3514	5505	1.17270	2.3323	5.9186
	30	3476	5393	1.17558	2.3337	5.9215
	40	3439	5281	1.17845	2.3351	5.9245
	50	3401	5168	1.18131	2.3365	5.9274
31	00	3363	5054	1.18416	2.3379	5.9304
	10	3325	4941	1.18700	2.3392	5.9334
	20	3287	4827	1.18983	2.3405	5.9363
	30	3249	4713	1.19266	2.3418	5.9393
	40	3211	4598	1.19548	2.3431	5.9423
	50	3173	4483	1.19828	2.3444	5.9453
32	00	3134	4368	1.20108	2.3456	5.9484
	10	3096	4252	1.20387	2.3469	5.9514
	20	3057	4136	1.20666	2.3481	5.9544
	30	3018	4020	1.20944	2.3493	5.9575
	40	2980	3903	1.21220	2.3504	5.9605
	50	2940	3786	1.21496	2.3516	5.9636
33	00	2901	3669	1.21772	2.3527	5.9667
	10	2862	3551	1.22047	2.3539	5.9698
	20	2823	3433	1.22321	2.3550	5.9729
	30	2784	3315	1.22594	2.3561	5.9760
	40	2744	3197	1.22866	2.3571	5.9791
	50	2704	3078	1.23138	2.3582	5.9522
34	00	2665	2959	1.23409	2.3592	5.9853
	10	2625	2840	1.23680	2.3602	5.9885
	20	2585	2720	1.23950	2.3612	5.9916
	30	2545	2600	1.24219	2.3622	5.9948
	40	2505	2480	1.24488	2.3632	5.9980
	50	2465	2360	1.24756	2.3642	6.0011
35	00	2425	2239	1.25024	2.3651	6.0043
	10	2384	2118	1.25291	2.3660	6.0075
	20	2344	1997	1.25557	2.3669	6.0107
	30	2304	1875	1.25823	2.3678	6.0140
	40	2263	1754	1.26088	2.3687	6.0172
	50	2222	1632	1.26353	2.3695	6.0204
	60	8.5092182	8.5111510	1.26617	2.3704	6.0237

表六　(續)

緯	度	Log A	Log B	Log C	Log D	Log E
°	′					
36	00	8.5092182	8.5111510	1.26617	2.3704	6.0237
	10	2141	1387	1.26881	2.3712	6.0269
	20	2100	1265	1.27145	2.3720	6.0302
	30	2059	1142	1.27407	2.3728	6.0334
	40	2018	1019	1.27670	2.3735	6.0367
	50	1977	0895	1.27932	2.3743	6.0400
37	00	1936	0772	1.28193	2.3750	6.0433
	10	1895	0648	1.28454	2.3758	6.0466
	20	1853	0524	1.28715	2.3765	6.0499
	30	1812	0400	1.28975	2.3772	6.0533
	40	1771	0276	1.29234	2.3779	6.0566
	50	1729	0151	1.29494	2.3785	6.0600
38	00	1687	8.5110027	1.29753	2.3792	6.0633
	10	1646	8.5109902	1.30011	2.3798	6.0667
	20	1604	9777	1.30269	2.3804	6.0701
	30	1562	9652	1.30527	2.3810	6.0734
	40	1521	9526	1.30785	2.3816	6.0768
	50	1479	9401	1.31042	2.3822	6.0802
39	00	1437	9275	1.31299	2.3827	6.0836
	10	1395	9149	1.31555	2.3832	6.0871
	20	1353	9023	1.31811	2.3838	6.0905
	30	1311	8897	1.32067	2.3843	6.0939
	40	1269	8771	1.32323	2.3848	6.0974
	50	1227	8644	1.32578	2.3852	6.1008
40	00	1184	8517	1.32833	2.3857	6.1043
	10	1142	8391	1.33088	2.3861	6.1078
	20	1100	8264	1.33342	2.3866	6.1113
	30	1057	8137	1.33596	2.3870	6.1148
	40	1015	8010	1.33850	2.3874	6.1183
	50	0973	7883	1.34104	2.3878	6.1218
41	00	0930	7755	1.34358	2.3882	6.1253
	10	0888	7628	1.34611	2.3885	6.1289
	20	0845	7500	1.34864	2.3889	6.1324
	30	0803	7373	1.35117	2.3892	6.1360
	40	0760	7245	1.35370	2.3895	6.1395
	50	0718	7117	1.35623	2.3898	6.1431
	60	8.5090675	8.5106989	1.35875	2.3901	6.1467

表 六 (續)

緯	度	Log A	Log B	Log C	Log D	Log E
°	′					
42	00	8.5090675	8.5106968	1.35875	2.3901	6.1467
	10	0632	6861	1.36127	2.3903	6.1503
	20	0590	6733	1.36379	2.3906	6.1539
	30	0547	6605	1.36631	2.3908	6.1575
	40	0504	6477	1.36883	2.3910	6.1612
	50	0461	6348	1.37135	2.3913	6.1648
43	00	0419	6220	1.37386	2.3914	6.1684
	10	0376	6092	1.37638	2.3916	6.1721
	20	0333	5963	1.37889	2.3918	6.1758
	30	0290	5835	1.38141	2.3919	6.1795
	40	0247	5706	1.38392	2.3921	6.1831
	50	0204	5578	1.38643	2.3922	6.1868
44	00	0162	5449	1.38894	2.3923	6.1905
	10	0119	5320	1.39145	2.3924	6.1943
	20	0076	5192	1.39396	2.3925	6.1980
	30	8.5090033	5063	1.39648	2.3925	6.2017
	40	8.5089990	4935	1.39898	2.3926	6.2055
	50	9947	4806	1.40149	2.3926	6.2092
45	00	9904	4677	1.40400	2.3926	6.2130
	10	9861	4548	1.40651	2.3926	6.2168
	20	9818	4420	1.40902	2.3926	6.2206
	30	9776	4291	1.41153	2.3926	6.2244
	40	9733	4162	1.41404	2.3925	6.2283
	50	9689	4034	1.41655	2.3925	6.2321
46	00	9647	3905	1.41906	2.3924	6.2359
	10	9604	3776	1.42157	2.3923	6.2398
	20	9561	3648	1.42409	2.3922	6.2436
	30	9518	3519	1.42660	2.3921	6.2475
	40	9475	3391	1.42911	2.3920	6.2514
	50	9433	3262	1.43163	2.3918	6.2553
47	00	9390	3134	1.43414	2.3917	6.2592
	10	0347	3005	1.43666	2.3915	6.2632
	20	9304	2877	1.43917	2.3913	6.2671
	30	9261	2749	1.44169	2.3911	6.2710
	40	9219	2621	1.44421	2.3909	6.2750
	50	9176	2493	1.44673	2.3906	6.2790
	60	8.5089133	8.5102364	1.44926	2.3904	6.2830

表六 (續)

緯度		Log A	Log B	Log C	Log D	Log E
°	′					
48	00	8.5089133	8.5102364	1.44926	2.3904	6.2830
	10	9091	2236	1.45178	2.3901	6.2870
	20	9048	2108	1.45431	2.3898	6.2910
	30	9005	1981	1.45683	2.3895	6.2950
	40	8963	1853	1.45937	2.3892	6.2990
	50	8920	1725	1.46190	2.3889	6.3031
49	00	8878	1598	1.46443	2.3886	6.3071
	10	8835	1470	1.46696	2.3882	6.3112
	20	8793	1343	1.46950	2.3878	6.3153
	30	8750	1216	1.47204	2.3875	6.3194
	40	8708	1088	1.47459	2.3871	6.3235
	50	8666	0962	1.47713	2.3866	6.3276
50	00	8623	0835	1.47968	2.3862	6.3318
	10	8581	0708	1.48223	2.3858	6.3359
	20	8539	0581	1.48478	2.3853	6.3401
	30	8497	0455	1.48734	2.3848	6.3443
	40	8455	0328	1.48989	2.3843	6.3485
	50	8413	0202	1.49246	2.3838	6.3527
51	00	8371	8.5100076	1.49502	2.3833	6.3569
	10	8329	8.5099950	1.49759	2.3828	6.3612
	20	8287	9825	1.50016	2.3822	6.3654
	30	8245	9699	1.50273	2.3817	6.3697
	40	8203	9574	1.50531	2.3811	6.3740
	50	8161	9448	1.50789	2.3805	6.3782
52	00	8120	9323	1.51048	2.3799	6.3826
	10	8078	9198	1.51307	2.3792	6.3869
	20	8036	9074	1.51566	2.3786	6.3912
	30	7995	8949	1.51826	2.3779	6.3956
	40	7953	8825	1.52086	2.3773	6.4000
	50	7912	8701	1.52347	2.3766	6.4043
53	00	7871	8577	1.52608	2.3759	6.4088
	10	7829	8453	1.52869	2.3751	6.4132
	20	7788	8329	1.53131	2.3744	6.4176
	30	7747	8206	1.53393	2.3736	6.4221
	40	7706	8083	1.53656	2.3729	6.4265
	50	7665	7960	1.53919	2.3721	6.4310
	60	8.5087624	8.5097838	1.54183	2.3713	6.4355

表 七　正弦與弧之對數差(經度改正用)

Log s(−).	(K) 對數差	Log dλ(+).	Log s(−).	(K) 對數差	Log dλ(+).
3.876	0.000 0001	2.385	4.871	0.000 0098	3.380
4.026	02	2.535	4.882	103	3.391
4.114	03	2.623	4.892	108	3.401
4.177	04	2.686	4.903	114	3.412
4.225	05	2.734	4.913	119	3.422
4.265	06	2.774	4.922	124	3.431
4.298	07	2.807	4.932	130	3.441
4.327	08	2.836	4.941	136	3.450
4.353	09	2.862	4.950	142	3.459
4.376	10	2.885	4.959	147	3.468
4.396	11	2.905	4.968	153	3.477
4.415	12	2.924	4.976	160	3.485
4.433	13	2.942	4.985	166	3.494
4.449	14	2.958	4.993	172	3.502
4.464	15	2.973	5.002	179	3.511
4.478	16	2.987	5.010	186	3.519
4.491	17	3.000	5.017	192	3.526
4.503	18	3.012	5.025	199	3.534
4.526	20	3.035	5.033	206	3.542
4.548	23	3.057	5.040	213	3.549
4.570	25	3.079	5.047	221	3.556
4.591	27	3.100	5.054	228	3.563
4.612	30	3.121	5.062	236	3.571
4.631	33	3.140	5.068	243	3.577
4.649	36	3.158	5.075	251	3.584
4.667	39	3.176	5.082	259	3.591
4.684	42	3.193	5.088	267	3.597
4.701	45	3.210	5.095	275	3.604
4.716	48	3.225	5.102	284	3.611
4.732	52	3.241	5.108	292	3.617
4.746	56	3.255	5.114	300	3.623
4.761	59	3.270	5.120	309	3.629
4.774	63	3.283	5.126	318	3.635
4.788	67	3.297	5.132	327	3.641
4.801	71	3.310	5.138	336	3.647
4.813	75	3.322	5.144	345	3.653
4.825	80	3.334	5.150	354	3.659
4.834	84	3.343	5.156	364	3.665
4.849	89	3.358	5.161	373	3.670
4.860	94	3.369	5.167	383	3.676

表八 $\text{Log } F_L'(-20)$

緯度	Log F	緯度	Log F	緯度	Log F
°		°		°	
18	7.738	30	7.866	42	7.860
19	7.756	31	7.870	43	7.854
20	7.772	32	7.873	44	7.848
21	7.787	33	7.875	45	7.840
22	7.800	34	7.877	46	7.832
23	7.812	35	7.877	47	7.824
24	7.823	36	7.877	48	7.814
25	7.832	37	7.876	49	7.804
26	7.841	38	7.874	50	7.792
27	7.849	39	7.872	51	7.780
28	7.855	40	7.869	52	7.767
29	7.861	41	7.864	53	7.753

表九　化恆星時爲平時

平時＝恆星時－C′

恆星時	改正數	恆星分	改正數	恆星分	改正數	恆星秒	改正數	恆星秒	改正數
	m　s		s		s		s		s
1	0　9.830	1	0.164	31	5.079	1	0.003	31	0.085
2	0 19.659	2	0.328	32	5.242	2	0.005	32	0.087
3	0 29.489	3	0.491	33	5.406	3	0.008	33	0.090
4	0 39.318	4	0.655	34	5.570	4	0.011	34	0.093
5	0 49.148	5	0.819	35	5.734	5	0.014	35	0.096
6	0 58.977	6	0.983	36	5.898	6	0.016	36	0.098
7	1　8.807	7	1.147	37	6.062	7	0.019	37	0.101
8	1 18.636	8	1.311	38	6.225	8	0.022	38	0.104
9	1 28.466	9	1.474	39	6.389	9	0.025	39	0.106
10	1 38.296	10	1.638	40	6.553	10	0.027	40	0.109
11	1 48.125	11	1.802	41	6.717	11	0.030	41	0.112
12	1 57.955	12	1.966	42	6.881	12	0.033	42	0.115
13	2　7.784	13	2.130	43	7.045	13	0.035	43	0.117
14	2 17.614	14	2.294	44	7.208	14	0.038	44	0.120
15	2 27.443	15	2.457	45	7.372	15	0.041	45	0.123
16	2 37.273	16	2.621	46	7.536	16	0.044	46	0.126
17	2 47.102	17	2.785	47	7.700	17	0.046	47	0.128
18	2 56.932	18	2.949	48	7.864	18	0.049	48	0.131
19	3　6.762	19	3.113	49	8.027	19	0.052	49	0.134
20	3 16.591	20	3.277	50	8.191	20	0.055	50	0.137
21	3 26.421	21	3.440	51	8.355	21	0.057	51	0.139
22	3 36.250	22	3.604	52	8.519	22	0.060	52	0.142
23	3 46.080	23	3.768	53	8.683	23	0.063	53	0.145
24	3 55.909	24	3.932	54	8.847	24	0.066	54	0.147
		25	4.096	55	9.010	25	0.068	55	0.150
		26	4.259	56	9.174	26	0.071	56	0.153
		27	4.423	57	9.338	27	0.074	57	0.156
		28	4.587	58	9.502	28	0.076	58	0.158
		29	4.751	59	9.666	29	0.079	59	0.161
		30	4.915	60	9.830	30	0.082	60	0.164

表一〇 化平時為恆星時

恆星時＝平時＋C

平時	改正數	平分	改正數	平分	改正數	平秒	改正數	平秒	改正數
	m s		s		s		s		s
1	0 9.856	1	0.164	31	5.093	1	0.003	31	0.085
2	0 19.713	2	0.329	32	5.257	2	0.005	32	0.088
3	0 29.569	3	0.493	33	5.421	3	0.008	33	0.090
4	0 39.426	4	0.657	34	5.585	4	0.011	34	0.093
5	0 49.282	5	0.821	35	5.750	5	0.014	35	0.096
6	0 59.139	6	0.986	36	5.914	6	0.016	36	0.099
7	1 8.995	7	1.150	37	6.078	7	0.019	37	0.101
8	1 18.852	8	1.314	38	6.242	8	0.022	38	0.104
9	1 28.708	9	1.478	39	6.407	9	0.025	39	0.107
10	1 38.565	10	1.643	40	6.571	10	0.027	40	0.110
11	1 48.421	11	1.807	41	6.735	11	0.030	41	0.112
12	1 58.278	12	1.971	42	6.900	12	0.033	42	0.115
13	2 8.134	13	2.136	43	7.064	13	0.036	43	0.118
14	2 17.991	14	2.300	44	7.228	14	0.038	44	0.120
15	2 27.847	15	2.464	45	7.392	15	0.041	45	0.123
16	2 37.704	16	2.628	46	7.557	16	0.044	46	0.126
17	2 47.560	17	2.793	47	7.721	17	0.047	47	0.129
18	2 57.417	18	2.957	48	7.885	18	0.049	48	0.131
19	3 7.273	19	3.121	49	8.049	19	0.052	49	0.134
20	3 17.129	20	3.285	50	8.214	20	0.055	50	0.137
21	3 26.986	21	3.450	51	8.378	21	0.057	51	0.140
22	3 36.842	22	3.614	52	8.542	22	0.060	52	0.142
23	3 46.699	23	3.778	53	8.707	23	0.063	53	0.145
24	3 56.555	24	3.943	54	8.871	24	0.066	54	0.148
		25	4.107	55	9.035	25	0.068	55	0.151
		26	4.271	56	9.199	26	0.071	56	0.153
		27	4.435	57	9.364	27	0.074	57	0.156
		28	4.600	58	9.528	28	0.077	58	0.160
		29	4.764	59	9.692	29	0.079	59	0.162
		30	4.928	60	9.856	30	0.082	60	0.164

表一一　視差——半徑——俯角

(A) 太陽視差

太陽高度	太陽視差
0°	9"
10	9
20	8
30	8
40	7
50	6
60	4
70	3
80	2
90	0

(B) 太陽半徑

月	日	半徑	
一月	一日	16'	18"
二月	一日	16	16
三月	一日	16	10
四月	一日	16	02
五月	一日	15	54
六月	一日	15	48
七月	一日	15	46
八月	一日	15	47
九月	一日	15	53
十月	一日	16	01
十一月	一日	16	09
十二月	一日	16	15

(C) 海平面之俯角

觀測點之高以呎計	海平面之俯角	
1	0'	59"
2	1	23
3	1	42
4	1	58
5	2	11
6	2	24
7	2	36
8	2	46
9	2	56
10	3	06
11	3	15
12	3	24
13	3	32
14	3	40
15	3	48
16	3	55
17	4	02
18	4	09
19	4	16
20	4	23
21	4	29
22	4	36
23	4	42
24	4	48
25	4	54
26	5	00
27	5	06
28	5	11
29	5	17
30	5	22
35	5	48
40	6	12
45	6	36
50	6	56
55	7	16
60	7	35
65	7	54
70	8	12
75	8	29
80	8	46
85	9	02
90	9	18
95	9	33
100	9	48

表一二 平均蒙氣差

氣壓29.5吋 溫度50°F

視高度	蒙氣差	視高度	蒙氣差	視高度	蒙氣差	視高度	蒙氣差
° ′	′ ″	° ′	′ ″	° ′	′ ″	° ′	′ ″
0 00	33 51	10 00	5 13	20 00	2 36	35 00	1 21
30	28 11	30	4 59	30	2 32	36 00	1 18
1 00	23 51	11 00	4 46	21 00	2 28	37 00	1 16
30	20 33	30	4 34	30	2 24	38 00	1 13
2 00	17 55	12 00	4 24	22 00	2 20	40 00	1 08
30	15 49	30	4 12	30	2 17	42 00	1 03
3 00	14 07	13 00	4 02	23 00	2 14	44 00	0 59
30	12 42	30	3 54	30	2 11	46 00	0 55
4 00	11 31	14 00	3 45	24 00	2 08	48 00	0 51
30	10 32	30	3 37	30	2 05	50 00	0 48
5 00	9 40	15 00	3 30	25 00	2 02	52 00	0 45
30	8 56	30	3 23	26 00	1 57	54 00	0 41
6 00	8 19	16 00	3 17	27 00	1 52	56 00	0 38
30	7 45	30	3 10	28 00	1 47	58 00	0 36
7 00	7 15	17 00	3 05	29 00	1 43	60 00	0 33
30	6 49	30	2 59	30 00	1 39	65 00	0 27
8 00	6 26	18 00	2 54	31 00	1 35	70 00	0 21
30	6 05	30	2 49	32 00	1 31	75 00	0 15
9 00	5 46	19 00	2 44	33 00	1 28	80 00	0 10
30	5 29	30	2 40	34 00	1 24	85 00	0 05
10 00	5 13	20 00	2 36	35 00	1 21	90 00	0 00

表 一 三　　1930年北極星上下中天及東西離角時

平時	格林威上中天 視赤經	視赤緯	平時	每日之差	每時之差	緯度	上中天與東西離角之差
	h m	° ′					
	1 35	+88 55			西　東		西　東
	s	″	h m s	m s	s	°	h m
一月 0.8	105	61.2	18 57 54	−3 57.0	−9.87+	10	+5 58.3−
10.8	94	62.4	18 18 24	3 57.0	9.88	12	6 58.1
20.7	82	63.0	17 38 53	3 57.1	9.88	14	5 58.0
30.7	71	62.9	16 59 22	3 57.1	9.88	16	5 57.8
二月 9.7	59	62.1	16 19 52	3 57.0	9.87	18	5 57.6
19.7	49	60.8	15 40 23	−3 56.9	−9.87+	20	+5 57.5−
三月 1.6	40	58.9	15 0 55	3 56.7	9.86	22	5 57.3
11.6	33	56.5	14 21 28	3 56.6	9.86	24	5 57.1
21.6	27	53.8	13 42 3	3 56.4	9.85	26	5 56.9
31.5	23	50.9	13 2 41	3 56.1	9.84	28	5 56.7
四月 10.5	22	47.9	12 23 21	−3 55.9	−9.83+	30	+5 56.6−
20.5	23	44.8	12 44 2	3 55.7	9.82	32	5 56.4
30.5	26	42.0	11 4 46	3 55.5	9.81	34	5 56.1
五月 10.4	31	39.3	10 25 32	3 55.3	9.80	36	5 55.9
20.4	38	37.0	9 46 20	3 55.2	9.80	38	5 55.7
30.4	46	35.1	9 7 9	−3 55.0	−9.79+	40	+5 55.4−
六月 9.4	56	33.6	8 28 0	3 54.9	9.79	42	5 55.2
19.3	67	32.7	7 48 51	3 54.8	9.78	44	5 54.9
29.3	78	32.3	7 9 43	3 54.8	9.78	46	5 54.6
七月 9.3	90	32.4	6 30 36	3 54.7	9.78	48	5 54.3
19.2	102	33.0	5 51 28	−3 54.7	−9.78+	50	+5 53.9−
29.2	113	34.2	5 12 21	3 54.8	9.78	52	5 53.6
八月 8.2	124	35.9	4 33 13	3 54.8	9.78	54	5 53.1
18.2	135	38.1	3 54 5	3 54.9	9.79	56	5 52.7
28.1	145	40.7	3 14 55	3 55.0	9.79	58	5 52.2
九月 7.1	154	43.7	2 35 45	−3 55.1	−9.80+	60	+5 51.6−
17.1	161	47.0	1 56 33	3 55.2	9.80	62	5 51.0
27.1	167	50.5	1 17 20	3 55.4	9.81	64	5 50.3
十月 7.0	171	54.2	0 38 5	3 55.6	9.81	66	5 49.4
16.9	174	58.1	23 58 49	3 55.7	9.82	68	5 48.5
26.9	175	61.9	23 19 31	−3 55.9	−9.83+	70	+5 47.3−
十一月 5.9	174	65.8	22 40 11	3 56.1	9.84		
15.9	171	69.4	22 0 49	3 56.3	9.85		
25.9	167	72.9	21 21 25	3 56.5	9.85		
十二月 5.9	160	76.0	20 42 0	3 56.6	9.86		
15.8	152	78.7	20 2 32	−3 56.8	−9.87+		
25.8	143	80.8	19 23 4	3 56.9	9.87		
35.8	132	82.4	18 43 34	−3 57.0	−9.88+		

表 一 四　　觀測太陽近子午線之高度以求緯度

〔A＝Cos δ Cos φ Cosec ζ〕

φ \ ζ	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	ζ / φ
0	9.51	8.14	7.12	6.31	5.67	5.15	4.70	4.33	4.01	3.74	3.49	3.27	3.08	0
1	9.53	8.16	7.13	6.33	5.69	5.16	4.72	4.35	4.03	3.75	3.50	3.29	3.09	1
2	9.54	8.17	7.14	6.34	5.70	5.17	4.73	4.36	4.04	3.76	3.52	3.30	3.11	2
3	9.54	8.17	7.15	6.35	5.71	5.18	4.74	4.37	4.05	3.77	3.53	3.31	3.12	3
4	9.54	8.17	7.15	6.35	5.71	5.19	4.75	4.38	4.06	3.78	3.54	3.32	3.13	4
5	9.53	8.17	7.15	6.35	5.71	5.19	4.76	4.39	4.07	3.79	3.55	3.33	3.14	5
6	9.51	8.16	7.14	6.35	5.71	5.19	4.76	4.39	4.07	3.80	3.55	3.34	3.15	6
7	9.49	8.14	7.13	6.34	5.71	5.19	4.76	4.39	4.07	3.80	3.56	3.34	3.15	7
8	9.47	8.12	7.12	6.33	5.70	5.18	4.75	4.39	4.07	3.80	3.56	3.35	3.16	8
9	9.44	8.10	7.10	6.31	5.69	5.17	4.74	4.38	4.07	3.80	3.56	3.35	3.16	9
10	9.41	8.07	7.07	6.29	5.67	5.16	4.73	4.37	4.06	3.79	3.55	3.34	3.16	10
11	9.36	8.04	7.04	6.27	5.65	5.14	4.72	4.36	4.05	3.78	3.55	3.34	3.15	11
12	9.31	8.00	7.01	6.24	5.63	5.13	4.70	4.35	4.04	3.77	3.54	3.33	3.15	12
13	9.25	7.95	6.97	6.21	5.60	5.10	4.68	4.33	4.03	3.76	3.53	3.32	3.14	13
14	9.19	7.90	6.93	6.18	5.57	5.08	4.66	4.31	4.01	3.75	3.52	3.31	3.13	14
15	9.13	7.85	6.89	6.14	5.54	5.05	4.64	4.29	3.99	3.73	3.50	3.30	3.12	15
16	9.06	7.79	6.84	6.10	5.51	5.02	4.61	4.27	3.97	3.71	3.49	3.29	3.10	16
17	8.98	7.73	6.79	6.05	5.47	4.98	4.58	4.24	3.95	3.69	3.47	3.27	3.09	17
18	8.90	7.66	6.73	6.00	5.42	4.95	4.55	4.21	3.92	3.67	3.45	3.25	3.08	18
19	8.81	7.59	6.67	5.95	5.38	4.91	4.51	4.18	3.89	3.64	3.43	3.23	3.06	19
20	8.72	7.51	6.60	5.90	5.33	4.86	4.47	4.15	3.86	3.62	3.40	3.21	3.04	20
21	8.63	7.43	6.54	5.84	5.28	4.82	4.43	4.11	3.83	3.59	3.37	3.19	3.02	21
22	8.53	7.35	6.46	5.78	5.22	4.77	4.39	4.07	3.80	3.56	3.34	3.16	2.99	22
23	8.42	7.26	6.39	5.71	5.16	4.72	4.35	4.03	3.76	3.52	3.31	3.13	2.97	23
24	8.31	7.17	6.31	5.64	5.10	4.66	4.30	3.99	3.72	3.49	3.28	3.10	2.94	24
25	8.20	7.07	6.23	5.57	5.04	4.61	4.25	3.94	3.68	3.45	3.25	3.07	2.91	25
26	8.08	6.97	6.14	5.49	4.98	4.55	4.19	3.89	3.63	3.41	3.21	3.04	2.88	26
27	7.96	6.87	6.05	5.42	4.91	4.49	4.14	3.84	3.59	3.37	3.17	3.00	2.85	27
28	7.83	6.76	5.96	5.34	4.84	4.43	4.08	3.79	3.54	3.32	3.13	2.96	2.81	28
29	7.71	6.65	5.87	5.25	4.76	4.36	4.02	3.74	3.49	3.28	3.09	2.93	2.78	29
30		6.54	5.77	5.17	4.69	4.29	3.96	3.68	3.44	3.23	3.05	2.89	2.74	30
31			5.67	5.08	4.61	4.22	3.90	3.62	3.39	3.18	3.00	2.85	2.70	31
32				4.99	4.53	4.15	3.83	3.56	3.33	3.13	2.96	2.80	2.66	32
33					4.46	4.07	3.77	3.50	3.28	3.08	2.91	2.76	2.62	33
34						4.00	3.70	3.44	3.22	3.03	2.86	2.71	2.58	34
35							3.63	3.38	3.16	2.97	2.81	2.66	2.54	35
36								3.31	3.10	2.92	2.76	2.62	2.49	36
37									3.04	2.86	2.70	2.57	2.44	37
38										2.80	2.65	2.52	2.40	38
39											2.60	2.46	2.35	39
40												2.41	2.30	40
41													2.25	41

表 一 四　　(續)

ϕ \ ζ	19°	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	30°	31°	ζ / ϕ
0	2.90	2.75	2.61	2.48	2.36									0
1	2.92	2.76	2.62	2.49	2.37	2.26								1
2	2.94	2.78	2.64	2.51	2.39	2.28	2.18							2
3	2.95	2.79	2.65	2.52	2.40	2.29	2.19	2.10						3
4	2.96	2.80	2.66	2.53	2.41	2.30	2.20	2.11	2.02					4
5	2.97	2.81	2.67	2.54	2.42	2.32	2.21	2.12	2.03	1.95				5
6	2.98	2.82	2.68	2.55	2.43	2.33	2.22	2.13	2.04	1.96	1.89			6
7	2.98	2.82	2.69	2.56	2.44	2.33	2.23	2.14	2.05	1.97	1.90	1.83		7
8	2.99	2.83	2.69	2.56	2.45	2.34	2.24	2.15	2.06	1.98	1.91	1.84	1.77	8
9	2.99	2.83	2.70	2.57	2.45	2.35	2.25	2.15	2.06	1.99	1.92	1.84	1.78	9
10	2.99	2.84	2.70	2.57	2.46	2.35	2.25	2.16	2.07	2.00	1.92	1.85	1.79	10
11	2.99	2.83	2.70	2.57	2.46	2.35	2.25	2.16	2.08	2.00	1.93	1.86	1.79	11
12	2.98	2.83	2.70	2.57	2.46	2.35	2.26	2.17	2.08	2.00	1.93	1.86	1.80	12
13	2.98	2.82	2.69	2.57	2.46	2.35	2.26	2.17	2.08	2.00	1.93	1.86	1.80	13
14	2.97	2.81	2.69	2.56	2.45	2.35	2.25	2.17	2.08	2.01	1.93	1.87	1.80	14
15	2.96	2.81	2.68	2.56	2.45	2.35	2.25	2.16	2.08	2.00	1.93	1.87	1.80	15
16	2.95	2.80	2.67	2.55	2.44	2.34	2.25	2.16	2.08	2.00	1.93	1.87	1.80	16
17	2.94	2.79	2.66	2.54	2.43	2.33	2.24	2.16	2.07	2.00	1.93	1.86	1.80	17
18	2.92	2.78	2.65	2.53	2.42	2.33	2.23	2.15	2.06	2.00	1.93	1.86	1.80	18
19	2.90	2.76	2.64	2.52	2.41	2.32	2.22	2.14	2.06	1.99	1.92	1.85	1.80	19
20	2.89	2.75	2.62	2.51	2.40	2.30	2.21	2.13	2.05	1.98	1.92	1.85	1.79	20
21	2.87	2.75	2.61	2.49	2.39	2.29	2.20	2.12	2.04	1.97	1.91	1.84	1.79	21
22	2.84	2.71	2.59	2.48	2.37	2.28	2.19	2.11	2.03	1.96	1.90	1.84	1.78	22
23	2.82	2.69	2.57	2.46	2.36	2.26	2.18	2.10	2.02	1.95	1.89	1.83	1.77	23
24	2.80	2.66	2.55	2.44	2.34	2.25	2.16	2.08	2.01	1.94	1.88	1.82	1.76	24
25	2.77	2.64	2.52	2.42	2.32	2.23	2.14	2.07	2.00	1.93	1.87	1.81	1.75	25
26	2.74	2.61	2.50	2.39	2.30	2.21	2.13	2.05	1.98	1.91	1.85	1.79	1.74	26
27	2.71	2.59	2.47	2.37	2.27	2.19	2.11	2.03	1.96	1.90	1.84	1.78	1.73	27
28	2.68	2.56	2.44	2.34	2.25	2.17	2.09	2.01	1.95	1.88	1.82	1.77	1.71	28
29	2.65	2.53	2.42	2.32	2.23	2.14	2.06	1.99	1.93	1.86	1.80	1.75	1.70	29
30	2.61	2.49	2.39	2.29	2.20	2.12	2.04	1.97	1.91	1.84	1.79	1.73	1.68	30
31	2.58	2.46	2.36	2.26	2.17	2.09	2.02	1.95	1.88	1.82	1.77	1.71	1.66	31
32	2.54	2.43	2.32	2.23	2.14	2.06	1.99	1.92	1.86	1.80	1.75	1.69	1.65	32
33	2.50	2.39	2.29	2.20	2.11	2.04	1.97	1.90	1.84	1.78	1.73	1.67	1.63	33
34	2.46	2.35	2.25	2.17	2.08	2.01	1.94	1.87	1.81	1.76	1.70	1.65	1.61	34
35	2.42	2.31	2.22	2.13	2.05	1.98	1.91	1.85	1.79	1.73	1.68	1.63	1.59	35
36	2.38	2.27	2.18	2.10	2.02	1.95	1.88	1.82	1.76	1.71	1.66	1.61	1.56	36
37	2.33	2.23	2.14	2.06	1.98	1.91	1.85	1.79	1.73	1.68	1.63	1.58	1.54	37
38	2.29	2.19	2.10	2.02	1.95	1.88	1.82	1.76	1.70	1.65	1.60	1.56	1.52	38
39	2.24	2.15	2.06	1.98	1.91	1.85	1.78	1.73	1.67	1.63	1.58	1.54	1.49	39
40	2.20	2.10	2.02	1.94	1.88	1.81	1.75	1.70	1.64	1.60	1.55	1.51	1.47	40
42	2.10	2.01	1.94	1.86	1.80	1.74	1.68	1.63	1.58	1.54	1.49	1.45	1.42	42
44			1.85	1.78	1.72	1.66	1.61	1.56	1.51	1.47	1.43	1.40	1.36	44
46					1.64	1.58	1.53	1.49	1.45	1.41	1.37	1.24	1.30	46
48							1.46	1.41	1.38	1.34	1.31	1.27	1.24	48
50									1.30	1.27	1.24	1.21	1.18	50

表一四　(續)

ζ \ ϕ	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°	41°	42°	43°	44°	ζ / ϕ
9	1.72													9
10	1.72	1.66												10
11	1.73	1.67	1.62											11
12	1.73	1.68	1.62	1.57										12
13	1.74	1.68	1.63	1.58	1.53									13
14	1.74	1.68	1.63	1.58	1.53	1.48								14
15	1.74	1.69	1.63	1.58	1.53	1.49	1.44							15
16	1.74	1.69	1.63	1.58	1.53	1.49	1.45	1.41						16
17	1.74	1.69	1.64	1.59	1.53	1.49	1.45	1.41	1.37					17
18	1.74	1.69	1.63	1.59	1.53	1.49	1.45	1.41	1.37	1.33				18
19	1.74	1.68	1.63	1.58	1.53	1.49	1.45	1.41	1.37	1.33	1.30			19
20	1.73	1.68	1.63	1.58	1.53	1.49	1.45	1.41	1.37	1.33	1.30	1.27		20
21	1.73	1.68	1.63	1.58	1.53	1.49	1.45	1.41	1.37	1.33	1.30	1.27	1.24	21
22	1.72	1.67	1.62	1.58	1.53	1.49	1.45	1.41	1.37	1.33	1.30	1.27	1.24	22
23	1.72	1.66	1.62	1.57	1.53	1.48	1.44	1.41	1.37	1.33	1.30	1.27	1.24	23
24	1.71	1.66	1.61	1.57	1.52	1.48	1.44	1.41	1.37	1.33	1.30	1.27	1.24	24
25	1.70	1.65	1.60	1.56	1.51	1.47	1.43	1.40	1.36	1.33	1.30	1.26	1.23	25
26	1.69	1.64	1.59	1.55	1.51	1.47	1.43	1.39	1.36	1.32	1.29	1.26	1.23	26
27	1.68	1.63	1.58	1.54	1.50	1.46	1.42	1.38	1.35	1.32	1.29	1.26	1.23	27
28	1.66	1.62	1.57	1.53	1.49	1.45	1.41	1.38	1.34	1.32	1.28	1.25	1.22	28
29	1.65	1.60	1.56	1.52	1.48	1.44	1.40	1.37	1.34	1.31	1.27	1.24	1.22	29
30	1.63	1.59	1.55	1.50	1.46	1.43	1.39	1.36	1.33	1.30	1.27	1.24	1.21	30
31	1.62	1.57	1.53	1.49	1.45	1.42	1.38	1.35	1.32	1.29	1.26	1.23	1.20	31
32	1.60	1.56	1.52	1.48	1.44	1.40	1.37	1.34	1.31	1.28	1.25	1.22	1.19	32
33	1.58	1.54	1.50	1.46	1.42	1.39	1.36	1.33	1.30	1.27	1.24	1.21	1.18	33
34	1.56	1.52	1.48	1.45	1.41	1.38	1.34	1.31	1.28	1.25	1.23	1.20	1.18	34
35	1.54	1.50	1.47	1.43	1.39	1.35	1.33	1.30	1.27	1.24	1.21	1.19	1.16	35
36	1.52	1.48	1.45	1.41	1.38	1.34	1.31	1.28	1.26	1.23	1.20	1.18	1.15	36
37	1.50	1.46	1.43	1.39	1.36	1.32	1.30	1.27	1.24	1.21	1.19	1.17	1.14	37
38	1.48	1.44	1.41	1.37	1.34	1.31	1.28	1.25	1.23	1.20	1.17	1.15	1.13	38
39	1.46	1.42	1.38	1.35	1.32	1.29	1.26	1.24	1.21	1.18	1.16	1.14	1.11	39
40	1.43	1.40	1.36	1.33	1.30	1.27	1.24	1.22	1.19	1.17	1.14	1.12	1.10	40
42	1.38	1.35	1.32	1.29	1.26	1.23	1.20	1.18	1.16	1.13	1.11	1.09	1.07	42
44	1.33	1.30	1.27	1.24	1.21	1.19	1.16	1.14	1.12	1.09	1.07	1.05	1.04	44
46	1.27	1.24	1.22	1.19	1.16	1.14	1.12	1.10	1.07	1.05	1.04	1.02	1.00	46
48	1.21	1.19	1.16	1.14	1.11	1.09	1.07	1.05	1.03	1.01	0.99	0.98	0.96	48
50	1.15	1.13	1.10	1.08	1.06	1.04	1.02	1.00	0.98	0.97	0.95	0.94	0.92	50
55	1.00	0.98	0.96	0.94	0.92	0.91	0.89	0.88	0.86	0.85	0.84	0.82	0.81	55
60						0.76	0.75	0.74	0.73	0.72	0.71	0.70	0.69	60
65											0.58	0.57	0.57	65

表 一 四 (續)

ζ \ ϕ	45°	46°	47°	48°	49°	50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°	57°	ζ / ϕ
22	1.21													22
23	1.21	1.18												23
24	1.21	1.18	1.15											24
25	1.20	1.18	1.15	1.12										25
26	1.20	1.17	1.15	1.12	1.10									26
27	1.20	1.17	1.14	1.12	1.10	1.07								27
28	1.19	1.17	1.14	1.12	1.09	1.07	1.05							28
29	1.19	1.16	1.14	1.11	1.09	1.07	1.04	1.02						29
30	1.18	1.16	1.13	1.11	1.08	1.06	1.04	1.02	1.00					30
31	1.18	1.15	1.13	1.10	1.08	1.06	1.04	1.02	1.00	0.98				31
32	1.17	1.14	1.12	1.10	1.07	1.05	1.03	1.01	0.99	0.97	0.95			32
33	1.16	1.14	1.11	1.09	1.07	1.05	1.03	1.01	0.99	0.97	0.95	0.93		33
34	1.15	1.13	1.10	1.08	1.06	1.04	1.02	1.00	0.98	0.96	0.94	0.93	0.91	34
35	1.14	1.12	1.10	1.07	1.05	1.03	1.01	0.99	0.98	0.96	0.94	0.92	0.91	35
36	1.13	1.11	1.09	1.07	1.05	1.03	1.01	0.99	0.97	0.95	0.93	0.92	0.90	36
37	1.12	1.10	1.08	1.06	1.04	1.02	1.00	0.98	0.96	0.94	0.93	0.91	0.90	37
38	1.11	1.08	1.06	1.04	1.02	1.01	0.99	0.97	0.95	0.94	0.92	0.90	0.89	38
39	1.09	1.07	1.05	1.03	1.01	1.00	0.98	0.96	0.94	0.93	0.91	0.90	0.88	39
40	1.08	1.06	1.04	1.02	1.00	0.98	0.97	0.95	0.93	0.92	0.90	0.89	0.87	40
42	1.05	1.03	1.01	0.99	0.98	0.96	0.94	0.93	0.91	0.90	0.88	0.87	0.86	42
44	1.02	1.00	0.98	0.97	0.95	0.93	0.92	0.90	0.89	0.88	0.86	0.85	0.85	44
46	0.98	0.97	0.95	0.93	0.92	0.90	0.89	0.88	0.86	0.85	0.84	0.82	0.81	46
48	0.94	0.93	0.92	0.90	0.89	0.87	0.86	0.85	0.83	0.82	0.81	0.80	0.79	48
50	0.91	0.89	0.88	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.80	0.79	0.78	0.77	0.76	50
55	0.80	0.79	0.78	0.77	0.76	0.75	0.74	0.73	0.72	0.71	0.70	0.69	0.68	55
60	0.68	0.67	0.67	0.66	0.65	0.64	0.64	0.63	0.62	0.61	0.61	0.60	0.60	60
65	0.56	0.56	0.55	0.54	0.54	0.53	0.53	0.52	0.52	0.51	0.51	0.50	0.50	65
70			0.43	0.43	0.42	0.42	0.42	0.41	0.41	0.41	0.40	0.40	0.40	70

表 一 四 (續)

ζ \ ϕ	58°	59°	60°	61°	62°	63°	65°	67°	69°	71°	73°	78°	83°	ζ / ϕ
35	0.89													35
36	0.88	0.87												36
37	0.86	0.86	0.85											37
38	0.87	0.86	0.84	0.83										38
39	0.87	0.85	0.84	0.82	0.81									39
40	0.86	0.84	0.83	0.82	0.80	0.79								40
42	0.84	0.83	0.82	0.80	0.79	0.78	0.75							42
44	0.82	0.81	0.80	0.79	0.78	0.76	0.74	0.72						44
46	0.80	0.79	0.78	0.77	0.76	0.75	0.72	0.70	0.69					46
48	0.78	0.77	0.76	0.75	0.74	0.73	0.71	0.69	0.67	0.65				48
50	0.75	0.74	0.73	0.72	0.71	0.70	0.69	0.67	0.65	0.62	0.62			50
55	0.68	0.67	0.66	0.65	0.64	0.64	0.62	0.61	0.60	0.58	0.57	0.54		55
60	0.59	0.58	0.58	0.57	0.57	0.56	0.55	0.54	0.53	0.52	0.51	0.49	0.46	60
65	0.49	0.49	0.48	0.48	0.48	0.47	0.47	0.46	0.45	0.44	0.43	0.42	0.40	65
70	0.39	0.39	0.39	0.39	0.38	0.38	0.38	0.37	0.37	0.36	0.36	0.35	0.34	70

表一五 $m=\dfrac{2\,\mathrm{Sin}^2\frac{1}{2}t}{\mathrm{Sin}\,1''}$之值

t	0^m	1^m	2^m	3^m	4^m	5^m	6^m	7^m	8^m
s	"	"	"	"	"	"	"	"	"
0	0.00	1.96	7.85	17.67	31.42	49.09	70.68	96.20	125.65
1	0.00	2.03	7.98	17.87	31.68	49.41	71.07	96.66	126.17
2	0.00	2.10	8.12	18.07	31.44	49.74	71.47	97.12	126.70
3	0.00	2.16	8.25	18.27	32.20	50.07	71.86	97.58	127.22
4	0.01	2.23	8.39	18.47	32.47	50.40	72.26	98.04	127.75
5	0.01	2.31	8.52	18.67	32.74	50.73	72.66	98.50	128.28
6	0.02	2.38	8.66	18.87	33.01	51.07	73.06	98.97	128.81
7	0.02	2.45	8.80	19.07	33.27	51.40	73.46	99.43	129.34
8	0.03	2.52	8.94	19.28	33.54	51.74	73.86	99.90	129.87
9	0.04	2.60	9.08	19.48	33.81	52.07	74.26	100.37	130.40
10	0.05	2.67	9.22	19.69	34.09	52.41	74.66	100.84	130.94
11	0.06	2.75	9.36	19.90	34.36	52.75	75.06	101.31	131.47
12	0.08	2.83	9.50	20.11	34.64	53.09	75.47	101.78	132.01
13	0.09	2.91	9.64	20.32	34.91	53.43	75.88	102.25	132.55
14	0.11	2.99	9.79	20.53	35.19	53.77	76.29	102.72	133.09
15	0.12	3.07	9.94	20.74	35.46	54.11	76.69	103.20	133.63
16	0.14	3.15	10.09	20.95	35.74	54.46	77.10	103.67	134.17
17	0.16	3.23	10.24	21.16	36.02	54.80	77.51	104.15	134.71
18	0.18	3.32	10.39	21.38	36.30	55.15	77.93	104.63	135.25
19	0.21	3.40	10.54	21.60	36.58	55.50	78.34	105.10	135.80
20	0.22	3.49	10.69	21.82	36.87	55.84	78.75	105.58	136.34
21	0.24	3.58	10.84	22.03	37.15	56.19	79.16	106.06	136.88
22	0.26	3.67	11.00	22.25	37.44	56.55	79.58	106.55	137.43
23	0.28	3.76	11.15	22.47	37.72	56.90	80.00	107.03	137.98
24	0.32	3.85	11.31	22.70	38.01	57.25	80.42	107.51	138.53
25	0.34	3.94	11.47	22.92	38.30	57.60	80.84	107.99	139.08
26	0.37	4.03	11.63	23.14	38.59	57.96	81.26	108.48	139.63
27	0.40	4.12	11.79	23.37	38.88	58.32	81.68	108.97	140.18
26	0.43	4.22	11.95	23.60	39.17	58.68	82.10	109.46	140.74
29	0.46	4.32	12.11	23.82	39.46	59.03	82.52	109.95	141.29

表一五 (續)

t	0^m	1^m	2^m	3^m	4^m	5^m	6^m	7^m	8^m
s	"	"	"	"	"	"	"	"	"
30	0.49	4.42	12.27	24.95	39.76	59.40	82.95	110.44	141.85
31	0.52	4.52	12.43	24.28	40.05	59.75	83.38	110.93	142.40
32	0.56	4.62	12.60	24.51	40.35	60.11	83.81	111.43	142.96
33	0.59	4.72	12.76	24.74	40.65	60.47	84.23	111.92	143.52
34	0.63	4.82	12.93	24.98	40.95	60.84	84.66	112.41	144.08
35	0.67	4.92	13.10	25.21	41.25	61.20	85.09	112.90	144.64
36	0.71	5.03	13.27	25.45	41.55	61.57	85.52	113.40	145.20
37	0.75	5.13	13.44	25.68	41.85	61.94	85.95	113.90	145.76
38	0.79	5.24	13.62	25.92	42.15	62.31	86.39	114.40	146.33
39	0.83	5.34	13.79	26.16	42.45	62.68	86.82	114.90	146.89
40	0.87	5.45	13.96	26.40	42.76	63.05	87.26	115.40	147.46
41	0.91	5.56	14.13	26.64	43.06	63.42	87.70	115.90	148.03
42	0.96	5.67	14.31	26.88	43.37	63.79	88.14	116.40	148.60
43	1.01	5.78	14.49	27.12	43.68	64.16	88.57	116.90	149.17
44	1.06	5.90	14.67	27.37	43.99	64.54	89.01	117.41	149.74
45	1.10	6.01	14.85	27.61	44.30	64.91	89.45	117.92	150.31
46	1.15	6.12	15.03	27.86	44.61	65.29	89.89	118.43	150.88
47	1.20	6.24	15.21	28.10	45.92	65.67	90.33	118.94	151.45
48	1.26	6.36	15.39	28.35	45.24	66.05	90.78	119.45	152.03
49	1.31	6.48	15.57	28.60	45.55	66.43	91.23	119.96	152.61
50	1.36	6.60	15.76	28.85	45.87	66.81	91.68	120.47	153.19
51	1.42	6.72	15.95	29.10	46.18	67.19	92.12	120.98	153.77
52	1.48	6.84	16.14	29.36	46.50	67.58	92.57	121.49	154.35
53	1.53	6.96	16.32	29.61	46.82	67.96	93.02	122.01	154.93
64	1.59	7.09	16.51	29.86	47.14	68.35	93.47	122.53	155.51
55	1.65	7.21	16.70	30.12	47.46	68.73	93.92	123.05	156.09
56	1.71	7.34	16.89	30.38	47.79	69.12	94.38	123.57	156.67
57	1.77	7.46	17.08	30.64	48.11	69.51	94.83	124.09	157.25
58	1.83	7.60	17.28	30.90	48.43	69.90	95.29	124.61	157.84
59	1.89	7.72	17.47	31.16	48.76	70.29	95.74	125.13	158.43

表一五 (續)

t	9^m	10^m	11^m	12^m	13^m	14^m	15^m	16^m
s	"	"	"	"	"	"	"	"
0	159.02	196.32	237.54	282.68	331.74	384.74	441.63	502.46
1	159.61	196.97	238.26	283.47	332.59	385.65	442.62	503.50
2	160.20	197.63	238.98	284.26	333.44	386.56	443.60	504.55
3	160.80	198.28	239.70	285.04	334.29	387.48	444.58	505.60
4	161.39	198.94	240.42	285.83	335.15	388.40	445.56	506.65
5	161.98	199.60	241.14	286.62	336.00	389.32	446.55	507.70
6	162.58	200.26	241.87	287.41	336.86	390.24	447.54	508.76
7	163.17	200.92	242.60	288.20	337.72	391.16	448.53	509.81
8	163.77	201.59	243.33	289.00	338.58	392.09	449.51	510.86
9	164.37	202.25	244.06	289.79	339.44	393.01	450.50	511.92
10	164.97	202.92	244.79	290.58	340.30	393.94	451.50	512.98
11	165.57	203.58	245.52	291.38	341.16	394.86	452.49	514.03
12	166.17	204.25	246.25	292.18	342.02	395.79	453.48	515.09
13	166.77	204.92	246.98	292.98	342.88	396.72	454.48	516.15
14	167.37	205.59	247.72	293.78	343.75	397.65	455.47	517.21
15	167.97	206.26	248.45	294.58	344.62	398.58	456.47	518.27
16	168.58	206.93	249.19	295.38	345.49	399.52	457.47	519.34
17	169.19	207.60	249.93	296.18	346.36	400.45	458.47	520.40
18	169.80	208.27	250.67	296.99	347.23	401.38	459.47	521.47
19	170.41	208.94	251.41	297.79	348.10	402.32	460.47	522.53
20	171.02	209.62	252.15	298.60	348.97	403.26	461.47	523.60
21	171.63	210.30	252.89	299.40	349.84	404.20	462.48	524.67
22	172.24	210.98	253.63	300.21	350.71	405.14	463.48	525.74
23	172.85	211.66	254.37	301.02	351.58	406.08	464.48	526.81
24	173.47	212.34	255.12	301.83	352.46	407.02	465.49	527.89
25	174.08	213.02	255.87	302.64	353.34	407.96	466.50	528.96
26	174.70	213.70	256.62	303.46	354.22	408.90	467.51	530.03
27	175.32	214.38	257.37	304.27	355.10	409.84	468.62	531.11
28	175.94	215.07	258.12	305.09	355.98	410.79	469.53	532.18
29	176.56	215.75	258.87	305.90	356.86	411.73	470.54	533.26

表一五 (續)

t	9^m	10^m	11^m	12^m	13^m	14^m	15^m	16^m
s	"	"	"	"	"	"	"	"
30	177.18	216.44	259.62	306.72	357.74	412.68	471.55	534.33
31	177.80	217.12	260.37	307.54	358.62	413.63	472.57	535.41
32	178.43	217.81	261.12	308.36	359.51	414.59	473.53	536.50
33	179.05	218.50	261.88	309.18	360.39	415.54	474.60	537.58
34	179.68	219.19	262.64	310.00	361.28	416.49	475.62	538.67
35	180.30	219.88	263.39	310.82	362.17	417.44	476.64	539.75
36	180.93	220.58	264.15	311.65	363.07	418.40	477.65	540.83
37	181.56	221.27	264.91	312.47	363.96	419.35	478.67	541.91
38	182.19	221.97	265.68	313.30	364.85	420.31	479.70	543.00
39	182.82	222.66	266.44	314.12	365.75	421.27	480.72	544.09
40	183.46	223.36	367.20	314.95	366.64	422.23	481.74	545.18
41	184.09	224.06	267.96	315.78	367.53	423.19	482.77	546.27
42	184.72	224.76	268.73	316.61	368.42	424.15	483.79	547.36
43	185.35	225.46	269.49	317.44	369.31	425.11	484.82	548.45
44	185.99	226.16	270.26	318.27	370.21	426.07	485.85	549.55
45	186.63	226.86	271.02	319.10	371.11	427.04	486.88	550.64
46	187.27	227.57	271.79	319.94	372.01	428.01	487.91	551.73
47	187.91	228.27	272.56	320.78	372.92	428.97	488.94	552.83
48	188.55	228.93	273.34	321.62	373.82	429.93	489.97	553.93
49	189.19	229.68	274.11	322.45	374.72	430.90	491.01	555.03
50	189.83	230.39	274.88	323.29	375.62	431.87	492.05	556.13
51	190.47	231.10	275.65	324.13	376.52	432.84	493.08	557.24
52	191.12	231.81	276.43	324.97	377.43	433.82	494.12	558.34
53	191.76	232.52	277.20	325.81	378.34	434.79	495.15	559.44
54	192.41	233.24	277.98	326.66	379.26	435.76	496.19	560.55
55	193.06	233.95	278.76	327.50	380.17	436.73	497.23	561.65
56	193.71	234.67	279.55	328.35	381.08	437.71	498.28	562.76
57	194.36	235.38	280.33	329.19	381.99	438.69	499.32	563.87
58	195.01	236.10	281.12	330.04	382.90	439.67	500.37	564.98
59	195.66	236.82	281.90	330.89	383.82	440.65	501.41	566.08

表 一 六　　中天時觀測之改正值

上行爲星之赤緯（δ），左右行爲星之天頂距（ζ），左邊爲 A，右邊爲 B，下行爲 C。

ζ	0°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	ζ
1	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03	0.03	0.04	0.05	89
5	0.09	0.09	0.09	0.09	0.10	0.10	0.11	0.11	0.12	0.13	0.15	0.17	0.21	0.25	85
10	0.17	0.18	0.18	0.19	0.19	0.20	0.21	0.23	0.25	0.27	0.30	0.35	0.41	0.51	80
15	0.26	0.26	0.27	0.28	0.29	0.30	0.32	0.34	0.37	0.40	0.45	0.52	0.61	0.76	75
20	0.34	0.35	0.35	0.36	0.38	0.40	0.42	0.45	0.48	0.53	0.60	0.68	0.81	1.00	70
25	0.42	0.43	0.44	0.45	0.47	0.49	0.52	0.55	0.61	0.66	0.74	0.85	1.00	1.24	65
30	0.50	0.51	0.52	0.53	0.55	0.58	0.61	0.65	0.71	0.78	0.87	1.00	1.15	1.46	60
35	0.57	0.58	0.59	0.61	0.63	0.66	0.70	0.75	0.81	0.89	1.00	1.15	1.35	1.68	55
40	0.64	0.65	0.67	0.68	0.71	0.74	0.78	0.84	0.91	1.00	1.12	1.29	1.52	1.88	50
45	0.71	0.72	0.73	0.75	0.78	0.82	0.86	0.92	1.00	1.10	1.23	1.41	1.67	2.07	45
50	0.77	0.78	0.79	0.82	0.85	0.89	0.94	1.00	1.08	1.19	1.34	1.53	1.81	2.24	40
55	0.82	0.83	0.85	0.87	0.90	0.95	1.00	1.07	1.16	1.27	1.43	1.64	1.94	2.40	35
60	0.87	0.88	0.90	0.92	0.96	1.00	1.06	1.13	1.22	1.35	1.51	1.73	2.05	2.53	30
65	0.91	0.92	0.94	0.96	1.00	1.05	1.11	1.18	1.28	1.41	1.58	1.81	2.14	2.65	25
70	0.94	0.95	0.97	1.00	1.04	1.09	1.15	1.23	1.33	1.46	1.64	1.58	2.22	2.75	20
75	0.97	0.98	1.00	1.03	1.07	1.12	1.18	1.26	1.37	1.50	1.68	1.93	2.29	2.82	15
80	0.93	1.00	1.02	1.05	1.09	1.14	1.20	1.29	1.39	1.53	1.72	1.97	2.33	2.88	10
85	1.00	1.01	1.03	1.06	1.10	1.15	1.22	1.30	1.41	1.55	1.74	1.99	2.36	2.91	5
90	1.00	1.02	1.04	1.06	1.10	1.15	1.22	1.31	1.41	1.56	1.74	2.00	2.37	2.92	0

表一七 逐日光行差

緯度	赤緯 = δ										
ϕ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	75°	80°	85°
°	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
0	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03	0.04	0.06	0.08	0.12	0.24
10	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03	0.04	0.06	0.08	0.12	0.24
20	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03	0.04	0.06	0.08	0.11	0.23
30	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.04	0.05	0.07	0.10	0.21
40	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03	0.05	0.06	0.09	0.18
50	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02	0.02	0.03	0.04	0.05	0.08	0.15
60	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02	0.03	0.04	0.06	0.12
70	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.03	0.04	0.08
80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.04

表一八　近最大離角時之改正值

最大離角時之方位角 / 時間*	1° 0'	1° 10'	1° 20'	1° 30'	1° 40'	1° 50'	2° 0'	2° 10'	最大離角時之方位角 / 時間*
m	"	"	"	"	"	"	"	"	m
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
1	0.0	0.0	0.0	+0.1	+0.1	+0.1	+0.1	+0.1	1
2	+0.1	+0.2	+0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	2
3	0.3	0.4	0.4	0.5	0.5	0.6	0.6	0.7	3
4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	4
5	+0.9	+1.0	+1.1	+1.3	+1.4	+1.6	+1.7	+1.9	5
6	1.2	1.4	1.6	1.8	2.1	2.3	2.5	2.7	6
7	1.7	2.0	2.2	2.5	2.8	3.1	3.4	3.7	7
8	2.2	2.6	2.9	3.3	3.7	4.0	4.4	4.8	8
9	2.8	3.2	3.7	4.2	4.6	5.1	5.6	6.0	9
10	+3.4	+4.0	+4.6	+5.1	+5.7	+6.3	+6.9	+7.4	10
11	4.1	4.8	5.5	6.2	6.9	7.6	8.3	9.0	11
12	4.9	5.8	6.6	7.4	8.2	9.0	9.9	10.7	12
13	5.8	6.8	7.7	8.7	9.7	10.6	11.6	12.6	13
14	6.7	7.8	9.0	10.1	11.2	12.3	13.4	14.6	14
15	+7.7	+9.0	+10.3	+11.6	+12.8	+14.1	+15.4	+16.7	15
16	8.8	10.2	11.7	13.2	14.6	16.1	17.5	19.0	16
17	9.9	11.5	13.2	14.9	16.5	18.2	19.8	21.5	17
18	11.1	12.9	14.8	16.7	18.5	20.4	22.2	24.1	18
19	12.4	14.4	16.5	18.6	20.6	22.7	24.7	26.8	19

* 距最大離角之極星時間

英漢術語對照表

(A)

Aberration of light, 光行差
Absolute length, 絕對長度
Acetylene gas lamp, 汽油燈
Airy's formula, 愛勒氏公式
Alignment curve, 視直曲線
Almucantars, 地平小圈
Altitude, 高度
Angular displacement, 光行差常數
Aphelion, 遠日點
Apparent motion, 視動
Apparent solar time, 太陽視時
Aquarius, 水夫宮
Aquilae, 天鷹星座
Argand burner, 亞根燈
Aries, 白羊宮
Artificial horizon, 人造地平面
Astronomical clock, 天文鐘
Astronomical latitude, 天文緯度
Astronomical triangle, 天文三角形
Automatic Tidal gauge, 自動驗潮器
Autumnal equinox, 秋分
Azimuth, 方位角

(B)

Back mirror, 後反光鏡

Barometric leveling, 氣壓水平測量
Base-bar, 基線桿
Base line, 基線
Bonne's conic projection, 旁納氏圓錐投影
Bubble error, 水準差誤

(C)

Cancer, 巨蟹宮
Capricornus, 山羊宮
Cassiopeia, 王后星座
Catenary, 懸弧
Celestial equator, 天球赤道
Celestial latitude, 黃緯
Celestial longitude, 黃經
Celestial pole, 天極
Celestial sphere, 天球
Check base, 覆驗基線
Chronograph, 時辰圖
Chronometer, 時辰儀
Circumpolar constellation, 極圈星座
Circumpolar star, 繞極星
Co-latitude, 緯餘
Coefficient of refraction, 蒙氣差係數
Constellation, 星座

(D)

Declination, 赤緯
Dip of the sea horizon, 海平面俯角

Direction Instrument, 方向儀
Distortion factor, 差誤率
Dynamic number, 動力數

(E)

Eccentric angle, 離心角
Ecliptic, 黃道
Ecliptic system, 黃道制
Ellipsoid, 正橢圓體
Elliptic arcs, 橢圓弧
Equation of time, 時差
Equator system, 赤道制
Equinox, 分點

(F)

Figure adjustment, 形式調整
First order triangulation, 一等三角網

(G)

Gemini, 雙子宮
Geocentric latitude, 地心緯度
Geodetic datum, 大地基點
Geodetic latitude, 地理緯度
Geodetic leveling, 大地水平測量
Geodetic line, 大地線
Geoid, 地球體

Gnomonic projection, 圓心射出投影
Greenwich, 格林威

(H)

Heliotrope, 回光鏡
Horizon, 地平圈
Horizontal parallax, 地平視差；赤輻差
Horizon system, 地平制
Hour angle, 時角
Hour circle, 時圈
Hyperbolas, 雙曲線

(I)

Index arm, 示標臂
Index glass, 示標鏡
Invar tape, 合金尺

(J)

Jupiter, 木星

(L)

Laplace's Formula, 納撥萊氏公式
Latitude, 緯度
Legendre's theorem, 李健德定理
Leo, 獅子宮
α Leonis, 軒轅十四星

Level nets, 水平網
Libra, 天秤宮
α Librae, 氐宿一星
Local time, 地方時
Longitude, 經度

(M)

Maclaurin's formula, 麥克樂林公式
Mars, 火星
Mean solar time, 平時
Meridian, 子午圈；子午線
Mercator's cylindrical projection, 穆克脫氏圓柱投影
Mercator's conic projection, 穆克脫氏圓錐投影
Mercury, 水星
Micrometer, 測微器
Midnight sun, 子夜太陽

(N)

Nadir, 天底
Napier's analogies, 拉比氏論
Neptune, 海王星
Nutation, 章動差

(O)

Obliquity of the Ecliptic, 黃道交角
Ovaloid, 蛋形體

(P)

Parallactic angle, 變位角
Parallels of declination, 赤緯平行圈
Parallax, 視差
Perihelion, 近日點
Phase, 變位
Pisces, 雙魚宮
Plane horizontal glass, 平面鏡
Planets, 行星
Polar distance, 極距
Polaris, 北極星
Polyconic Projection, 多圓錐投影
Potential energy, 位置能力
Precession of the equinox, 分點歲差
Precise leveling, 精密水平測量
Prime vertical circle, 卯酉圈

(R)

Radius of curvature of the Meridian, 子午圈之半徑
Rectangular cylindrical projection, 直角圓柱投影
Repeating instrument, 複測儀
Right ascension, 赤經
Ring heliotorpe, 圓環回光鏡

(S)

Sagittarius, 弓手宮
Saturn, 土星

Schuckburg's formula, 施克寶氏公式
Scorpio, 天蠍宮
Second order triangulation, 二等三角網
Sextant, 六分儀
Sidereal time, 恆星時
Simple conic projection, 簡單圓錐投影
Simple cylindrical Projection, 簡單圓柱投影
Solstices, 至點
Spheric excess, 弧餘
Spheroid, 橢圓體
Stadium, 希臘尺
Standard time, 標準時
Station adjustment, 地位調整
Station error, 測點差誤
Steinheil heliotrope, 司丹海回光鏡
Strength of figure, 三角網之強度

(T)

Taurus, 金牛宮
Taylor's fromula, 台納氏公式
Third order triangulation, 三等三角網
Toises, 法尺
Trapezoidal projection, 梯形投影
Triangulation station, 三角點
Trigonometric leveling, 三角水平測量

(U)

Uncertainty, 不定率

Uranus, 天王星
Ursa minor, 小熊星座
Ursa major, 大熊星座

(V)

Venus, 金星
Vernal equinox, 春分
Vertical circle, 垂直圈
Vertical collimator, 垂直儀
Vertical line, 垂直線
Virgo, 處女宮

(W)

Weighted arithmetic mean, 權平均值

(Z)

Zeiss universal theodolite, 蔡司經緯儀
Zenith telescope, 天頂儀
Zenith, 天頂
Zenith Distance, 天頂距
Zodiac, 黃道帶

大地測量學

中華民國二十二年十二月初版

每册定價國幣貳圓伍角

（外埠每册加郵費一角三分）

編著者	平陽張樹森
印刷者	南京美吉印刷社
發行者	南京鍾山書局
代售者	南京中央大學土木系
	鍾山書局各地特約經理處