南京特別市市政府

統計人員養成所叢書之一

統計方法

陳炳權編

統計方法

陳炳權編

1929

目　錄

表

圖

公　式

書內公式因差誤太多，故彙印於此

統計方法　　陳炳權編

第一章　概論

第一節　統計學之定義

統計之內容如何，平常由兩方面觀察之。第一乃各個數目事實之程序。第二乃搜羅，分類，列表，綜計及比較數目的事實，求便于敍述及解釋各種現象之方法也。依第一的意思，幾與數學相類，我們對之，無甚興味。依第二的意思，統計學類似論理學，乃研求公式及依數目之根據，將大小前提以試驗結果者也。

金敎授Prof. W. I. King曰，統計學者，乃將搜集之材料或推算之數目而分析之以判斷集合之自然界或社會現象之方法也。

適古利氏H. Secrist曰，統計者乃事實之綜合，關及于多數原因之顯著的範圍，根據合理精確之標準，爲預定之宗旨而次第搜羅，及使之互相關連，而以數目敍述之，枚舉之，或推算之也。

第二節　統計學之性質

統計方法，乃由巨量數目事實之內顯現其重要真

理之技術也。試將統計事項，統計原理，統計方法，應用統計，四名詞，一為比較，便可知統計內容之如何。

統計事項Statistical Facts民國十二年廿一省人口統計為 436,094,953(郵局調查) 民國十五年工人每月平均工資：船務六十元，油業雜務十四元，酒業十二元五角，煙業工人及火柴工人，各得六元五角，此統計之事項也。

統計原理Statistical Theory乃討論以證明實用統計方法之數學的或經濟的原理者也。

統計方法Statistical Method,乃將所有統計材料先由繁雜整理而為單簡。繼將統計資料，依其性質分類，以使其關係顯明。初級方法，乃根據簡易數學之計算。高級方法，則須詳細研究，含有複雜的數學意味。故平常當作統計方法，為數學之支派。有許多普通規則可以應用於生物學與經濟政治等之統計。亦有特殊之規則，祇適用於特殊之範圍。故一般統計方法學家。不甚理會各種科學，祇專做研究工夫，以造成各種法則Laws 規則Rules 及方法 Methods 而應用。按適古

利氏解釋，謂統計方法者，乃包含所有分析及綜合之方法。用此方法，則統計乃科學的搜羅，并藉以解釋各個性質或其關係性質之現象也。

應用統計學 Applied Statistics, 乃將統計學中之規則及公式而應用於具體之事物也。故統計方法與應用統計學之係關，亦如純正科學 Pure Science 與應用科學 Applied Science 之關係。因方法學家，本為數學家之變相。而應用統計之專門學家，則同時可為戶籍專家，行政官吏，社會學家，慈善家，生物學家，經濟學家，保險計算家，或其他科學之名家。

將死亡人數，列成一死亡表，乃統計事項也。應用此表以為標準。以推測購買人壽保險者將來死亡之時機，則統計方法之事也。至若機率數理定律The Mathematical Law of Probabilities乃抹樣法之所依據者。若將其詳為分析以明之，則統計原理之事矣。統計方法，乃現在所最注意者，不能不略為討論之。統計方法，乃研究搜羅及分析數量之事實，及如何能將所分析之事實及結果，精確明顯以表現之之原理者也。準此定義，故統計方法可分為三部：搜羅，分析，及表現。

統計之搜羅：收集統計事實，其解答之問題，大概如下：何種事項，乃適當的？存在于何種形式之內？經已收集及分類抑或仍在粗略及未徵集之狀態乎？欲取得之事項，何人具有此種能力及智識乎？何種方法，最爲有効及最易施行？採用經已查得之資料，抑或從新調查，當詳知以決定之。親身調查，抑或函件詢問，其比較利益爲何，亦當考慮。總言之，多數方法，當擇其最便者行之。

事項之分析：搜集事項固是重要；但止于此，亦無大用。此種事項，必要鑑別，考查，分類，及依照最妥善之方法以分析，以求顯明的主要概念。平均之數，必要簡單敍述，以顯事項之模型的品質，(Typical Attributes) 差異的程度，及各組間的關係。例如嬰兒死亡報告，若祇堆積于官廳案卷之內，絕無意思。必要考查其死亡之理由，并將事項排列分析，以發現其主要原因，乃最要者。吾人心目中常有一種假定，以爲貧困與嬰兒死亡，有絕大關係。但檢查死亡報告，有何種最善之方法，以試驗此假說之精確乎？此則相關問題 Problem of Correlation 之事，後章再詳論之。

表示法：統計之有効能的搜羅，及科學的分析，固已令統計家有重要之結果；但仍有表示事項及結果之問題也。完美觀念，因表示方法之不妥，而失効力者不知凡幾。如雇主，閱書者，常時不能耐苦，依隨統計家之詳細方法以得若干之結果。然則事項比較，或統計關係等等，如何乃能使其適當表示，令閱者注意，并使其感受精確之印象乎？如何能令數字顯明，并成爲著力之言語乎？

事項之表示，可以文字描寫之，或口舌敍述之，或列表顯之，或繪圖明之。但藉文字口頭以排列數目事項，爲用有限，人人知之。數目事項，其在分析之時及分析之後，多數列成表式，以供研究。故造表爲統計上基本工作之一。因完善表式，大有助于閱者之觀察及決斷也。近年來表示方法進步極速，如曲線，統計地圖，及其他圖形等等，樣式最多，可謂盡表示法之能事矣。

第三節　統計方法之應用

統計方法之重要，已如上述。試察現代之趨勢，亦可知之。再將近世經濟及社會之狀況，大概以觀，

若欲解釋羣體的數量事實，更覺得統計方法之必要。其最要原因有三：

1.現在是大多數量的時代：現在數量衆多，敘述解釋，均須特別方法。各國人口以萬萬計算；戰爭軍隊以百萬起計；收穫，租稅，結婚，離異，生產，死亡，等等之數目，無不巨大，必須新異方法乃能解釋。若祇憑個人的印象爲準以判斷事情，常常差誤。

2.近代科學之原理必要事實以證明。科學思想，幷無專恃演繹論據或祇用假說爲出發點者。每一理論，多是藉歸納分析事實之法以得之。社會科學，亦猶精確之科學，惟斷證較難耳。經濟學家及社會學家，發明之學理，均欲以事實證明之，不過社會事實，不易處理；實驗方法，遂不若物理化學家之嫻熟耳。統計方法，即欲將人類進化形成複雜之社會，以處理之，幷指出其要點，趨勢，及原因之所在也。

3.商業科學化，要用統計方法。專恃個人智能，以經營巨大商業，現可謂之過去。近世商業，均受世界之影響，經商者欲知自己商情之趨勢及世界之商業狀況，不能不藉統計方法以資助。

統計方法是手段，不是目的。是一種工具，而應用於各方面的。生物學，心理學，教育學，商業學，及社會科學均應用之。

第四節　社會問題與統計方法

一. 對於社會現象之科學分析，統計方法應用日廣。因其能將社會事實，總括敍述，并表示其趨勢故也。社會事實不易應用實驗室的方法，但可以搜集及分析法以代之。演繹方法，社會科學多不適用，亦可以統計方法代之。

二. 經濟爭鬥與統計應用　現世勞資糾紛之問題如罷工，抵制，關閉等等，雙方均知利用統計證明，易得羣衆之贊許，生活費，工資，租稅，等等均用統計方法詳細研究。又如勞資糾紛問題，亦多藉統計方法以解決。例如工資增減，隨生活費指數以變遷，其最著者也。

三. 行政與統計　現在各國中央政府之各部及各省市政府，均有統計機關之組織。其用如次：

a. 表現公衆利益的情狀　如工商部編製各項統計可以幫助工商界之發展。衛生局搜各項材料，指示死

亡原因之趨勢是也。

b. 試驗法律之效果。如搜集統計證明童工律之不能奉行之類。

c. 指導各項職務之進行。如教育廳必要有各地學校學生之人數乃易于分撥款項之類。

第五節　統計方法應用之問題

適古利教授H.Secrist列舉應用統計方法之問題如下：——

一．統計之應用于各個商業單位者：其研究爲

1·物價；

2·各部分及各方法的生產；

3·各地方各時期各物產之銷售及銷售可能性；

4·傭傭狀況——工資，工人待遇狀況，週轉速度；

5·工廠組織及貨品管理；

6·各貨品之存數；

7·成本，管理政策之效能，分配之利益，廣告之方法及效果，用費，物價政策，貿易實務，顧客需求，信用程度，顧客購買之大小及

多寡等等；

8. 各時期各部分各貨物之利潤。

二. 統計之應用于商業單位之組合者，可比較下列各項：

1. 生產包含：

a, 資本，土地，勞力，之總量及比例；

b, 用費及其分配；

c, 原料之來源，總量，成本，運輸，存貯，存貨，購置；

d, 成品之總量，形式，成本，及分配。

2. 財政

a, 物價；

b, 資本之來源及種類；

c, 流動資產與流動負債之關係。

3. 雜費

a, 間接費，活支費，銷售費；

b, 各雜費與銷售及總雜費之關係。

4. 存數

a, 各貨物

b, 與銷售之關係。

5. 周轉數

a, 商品

b, 資本

c, 收賬

d. 存貨

6. 利潤之關係于

a, 資本總額

b, 銷售

c, 純值。

三. 統計之應用于商情變遷者：——

1. 生產

a, 生產——價值，數量，及等級：

b, 存貨——現有及可能的；

c, 運輸，

d, 消費。

2. 物價貨幣及信用

a, 銀行——放款，折扣，欠數，清賬；

b, 信用——利率，證券之發行及價格；

c, 證券交易所。

3. 勞工之供給及賠償

a, 僱傭及失業，

b, 移民，工人周轉數，工資率。

4. 經濟上之損耗

a, 原料

b, 人力

c, 運輸。

5. 商情循環中經濟分子之關係及特質：

a, 繁盛時期；

b, 歇業時期；

c, 衰落時期；

d, 復原時期。

四. 統計之應用於社會經濟問題者：

1. 貧困，罪犯，依賴；

2. 貨物消費及入息之支出；

3. 人口，增減及遷移；

4. 死亡之疾病及失虞事項；

5. 職業分配及調節；

6. 農莊及住宅之所有權，租住問題；

7. 財富及入息之分配；

8. 天然力之保存；

9. 批發及零售分配之方法；

10. 政府之費用，公債，及賦稅。

五。統計之應用于行政及政策之決定者：

1. 國家各種政策之決定；如關稅，天然富力之利用，物價規定，私有財產及管理。

2. 公平價值，及合理獲得之規定，以為管理上之鑒別及決定政策之基礎。

3. 私人營業方法之管理，自由競爭之保護，壟斷之規限，僱傭利益之保證等。

4. 財產估價，以為徵稅沒收及強制出售之基礎。

計，國家財富及其分配之推算，國勢進步之統計。

六。統計之應用于經濟學說等問題者，如供給及需求之定律，其最著者也。惟有統計，乃能令經濟學成精確之科學。

第二章　統計材料之搜集

第一節　搜集之方法

凡統計研究，均應先定計畫，預料結果，及確定進行之方法。搜集材料，其步驟如下：——

一。確定研究之意旨　統計方法，本來是歸納的。但歸納方法。並不是盲尋事實。必先定一理想，以爲選擇材料之標準。如欲調查某城狀況，必先釐定主旨之爲何。將以商業眼光觀察，以便銷售某種貨品乎？抑將觀察社會情形，以便設備教育或娛樂之機關乎？若爲前者之目的，則何種事實可以表示需求之程度乎？平均入息，財產，價值，等均是。總言之，應當選擇何種數量以爲所研究的事實之證明耳。

二。參考已有之材料及論文　研究之意旨．既已確定。但關於此問題之工作，他人已做到若何程度，何種材料，經已刊布。研究者均應知之。于是不能不參考圖書，并可以減省許多工夫。對於研究之設計，方法之改善，目的之內容，均有莫大之補助也。

三。範圍之限制　研究之旨意，既已明瞭。調查之範圍，亦已決定。已有之材料及來源，均已知之。

於是研究者就可決定其研究之工作。若範圍太廣，計劃太大，對於時間及經濟，均有損失。不若於開始之時，詳細審愼，先將內容觀察，加以限制。不獨將來損失，可以補救；而對於研究工作，亦愈益有效。研究之目的，必先注意於結果是否可靠之問題。結果精確與否，視乎被調查之數目。但普通言之，確度之增加，比較觀察次數之增加爲少。故算術平均數之確度，欲其增加一倍，觀察次數，必要增加四倍。是以最先決定的是結果確度之爲何。觀察之次數，揀樣之方法，均根據此點也。確當結果，足供實用者，往往是以短少之時間及經費得之，亦可知矣。

四.方法之決定　研究方法，進行中隨時可以略略爲更改。但事前總有多少問題，應加研究。

A 統計方法是否適用？　經濟商業之問題，多是屬於政治的，或不能以數量研究者。此等問題，可藉統計分析以幫助。但有些情形，完全絕不適用。例如"南京工資之增加，是否與生活費之增加相等？"若有材料，總可解答。但若問"棉花進口，應否繳納關稅？"則包含政府之主張，及經濟政策在內，不

能純藉數量以答之也。

B全體研究抑揀樣研究？　揀樣研究 Sampling 是就事情全體中選擇多少爲代表而研究之。通常多是如此。但戶口調查，則是全體的，須逐戶查之。

C原始材料，應否徵集，用何方法？　政府及私人刊布之材料，或以足用，不必另行調查。此是最簡便的。但往往不足應用，故要向私人或商店上徵集原始的材料，以供研究。此種原始材料之徵集，多將問題列出，由被詢者自已填答或派員往而詢填之。

五.進行之步驟　第一，是決定研究方法。第二，是徵集材料。但材料之來源有兩種：一是間接的，次級的，利用已刊布的。二是直接的，初級的，搜集原始的。本章當分述之。

第二節　統計之單位

單位之意義　統計之討論，常是數量之計算。無論事件，品質，情形，等等，均常細數之，總計之，除之或乘之，又或分析之與綜合之。且吾人所研究者，不獨單簡之事情，及稀罕之變故，又常爲合計之總數也。統計方法，固爲分析與綜合，而數量考求及

證據注重，尤為結論最要之點。合計之總數，常與測量事物所用之單位極大關連。如云一千，非論及多數之抽象單位乃謂農場，商店，放款，或抵押等等一千之數也。數目之為抽象單位，而可以分合以至無窮者，因其性質相同，不過代表事情之抽象的觀念而已。物理的測量，可以加減之，或記述其長闊及容積之單位。總以適于吾人之所求為主。其單位如何，不必再定，因其對于時地及環境，既以齊一不變，成為標準，故可直接用之，不再變更。一英尺之長，常為十二吋，一米突之長，則為三九三七英寸；一加倫 Gallon 之積，則為二三一立方英寸；不獨常與同類之單位聯合，且互相變換，絕無困難及誤會之處。

若經濟統計之測量單位，則不若是之簡單矣。例如噸哩 Ton-mile 一單位，雖其物體之測量，仍然不變，但用于具體問題，則發生困難。雖一噸仍為一噸，一哩仍為一哩，但不詳究其性質及重量，雖同為一噸亦不一致。不細考距離之情狀，雖同為一哩，亦各攸異。此噸或因容積距大、運費率低。彼噸或因體質堅實，運費率高。此則為紙張棉花之量，彼又或為鐵器金

屬也。一哩之異，亦同此理。或輸運輕而行平原，或載貨重而行山路。輸運貨物一噸而行一哩，通常雖用噸哩代表之，然其情狀絕異矣。故單位之應用，必先論及所用之情形，而情形絕不相同，則聯合之時，尤當詳細審慎。故吾人所當注重者，統計學上所用之大小容積及數次等等抽象之單位，不是抽象單位之自身，乃為生產單位之情形及其應用單位之宗旨也。

經濟統計之單位，欲盡如噸哩意義之固定而明確，殊不可能。然用抽象數量以代表其關係之繁簡，常常有之，不過應用之情形及宗旨，各不相同，遂不能不先明其意義耳。凡一統計問題之研究，并非若計算同類物件之多少，或同名異物之件數之簡單也。試舉例以說明之。

如欲計算一區內之製造場，則此單位之意義，將依下文以說明之。(一)製造之意義當與貿易，輸運，農業，等等職業有別；(二)工廠意之解釋，當以何者為標準，全恃用之者心目中之宗旨如何。若祇以營業主為標準，則調查一種情形已足。若以製造管理工場相連之地點等等為標準，則當調查各種情形如何。若

用前法，則營業主一事，足以定計算之數。若依後例，則製造之進行，管理之情形，工廠是否在國內政治統治之下，均當研究之。準此以觀，則製造廠之計算，不祇製造廠而已也。如何釐定，總恃應用者之標準。故統計方法，不易聯合各種事物，除非其計算之單位，先行明定之耳。

應用統計單位之法則：

第一，所有測量之單位，當常涉及其發生之情形，彼此常當一致，以求適合于應用之宗旨。

第二，調查之先，當審定單位之意義，下列法則，常須注意及之：

甲. 審定單位之先，當研究問題之各方面，預料其發生之難點而準備之。

乙. 當用精察之眼光，以審定單位之意義，及已經查得事實之性質。

丙. 釐定之各種定義，不可使有例外，所用名詞，當無誤會之處，如田莊一單位，當用人人所能明白之意義。

丁. 定義之斷定，當根據於論理學。

戊。直接顯明之單位，不能混以類似之單位。如以大學畢業生爲單位，不能混入(學者)之單位，瘋狂人數，不能以瘋狂院及因狂而犯法之人以代表之。

第三，統計之觀察，當從其功用上着想。搜羅，計算，解釋等等單位之誤點，當預察之。上述單位之原理，當詳研之。

第三節　搜集原始材料之方法

搜集原始材料，現在通用者有四種方法。曰親身調查法，僱員調查法，被問人填表法，通信或估計法。

一。親身調查法　此法最便于特別研究，以適合自已之所求。因親身審查，故結果愈益精密。但範圍當細少，私意當泯除，虛心調查，乃有成績。

此法之弊，則費時太多，費用亦廣。調查之範圍既狹，所得之效用亦微。

二。僱員調查法　應用此法，各種調查表，均由調查員親身訪問負責之人而填之。戶口調查，卽用此法。惟調查人員，須經訓練。調查之先，開會討論，解決一切疑問。調查之時，又附以說明指導書。則調查者，易于幫助被問之人，正確答覆。調查表內之空

白，即由調查員填妥之。

此爲研究鉅大問題良好之方法，可無疑義。因爲經費太鉅，私人不易採用。惟政府之調查行之耳。

三。被問人填表法　將各調查表式，分寄各地被問之人，由他自行填報。此法可以較少之費用，調查廣闊之範圍。但結果不大可靠，因爲被問者之多數人。對於此等表式，無甚趣味。對於調查問題，或亦不大明瞭。又況常有疑心，不將實事列出。而忙迫之人，亦無暇填之。故寄出之表，多數不能寄回，或寄回亦不完備。有時寄回者，亦各地之一部分的，不是全體的。若政府調查，對于不寄回者，或填誤者，尙可加以處罰。私人調查，則必賴有趣味及耐煩之被問人士矣。

採用此法之時，問題以少爲妙，答話以簡單容易爲上。若加多一問題，每每可以令表式無用之程度增多一分。所以要簡明易答，因爲填寫之時，無人指導；而答案結果，亦不容易檢驗故也。

各國政府統計機關，每用此法，依期向各工廠僱主，搜集工資，工人狀況，工業狀況，的事實。并隨時派員或通信檢驗之，亦易得良好之結果。

四.通信估計法　有時各種事實,不能計算及測量者,必要估計推算之。如美國農業部,早用此法以得農產之報告。各地通信人,均于一定時期,將田畝量及主要產量之情形,估計送來。此等估計,常將田畝之百分數,及去年或平常年之產量列出;雖然是大概結果,但精確之數不易查得,此等估計,亦極有用。統計方法,能令此等估計,較爲精密,亦主要職務之一也。商人對於將來需求之工人,用具,原料,及物價,亦當估計。并常用歷年之統計,以檢驗其精確與否。政府及商店之預算,亦多根據于科學的估計也。

調查之表式,必要知調查時用何方法,乃可造定。範圍較廣,問題複雜,必要親身調查或僱員調查乃可行之。或將四法混用時亦無不可。

第四節　揀樣調查

全體調查(Complete Investigation)事實上每每不能做到,常用揀樣的方法(Sampling Method)。

揀樣調查,可以遍及廣大之範圍。其最要之點,雖是將一部份詳細研究,但所得結論,當可應用于全體。故揀樣之方法應用最多。如欲研究家庭預算表,

極難盡得一區一城所有家庭之報告，故選擇模範家庭，當作代表全體。若所謂模範者，留意精選，舉例較多，而所得之結果，亦自滿意。惟選擇之時，意見偏用，手術不妙，用不精確之模範，實屬危險。某人欲證明社會之情狀愈壞，于是選擇多數最貧之家庭爲代表。若稍樂觀之人，則又擇多數富裕者而統計之，均屬不妥。大約較善之法，當將所研究之種類，分若干組。每組應值百分之若干，隨意由各組之內，選擇模範若干，然後統計之，結果自較善也。

又將每類分若干組後，每組于距離相等之時，同時選擇模範若干。待至時期之末，乃統核之，亦是此法之一。

第五節　調查表之問題及項目

調查表之問題及項目，其性質及數目之多少，視乎調查所用之方法而定。又視乎政府辦理或私人調查而定。政府可以有處罰之權，各問題可以詳細及多些。

造表之要點：

1.表中項目之排列次序，最爲重要，當逐項研究之。當有「造表」之意思存于心中，以便將來易于列

表。

2.每一問話之草定，當先研究該問題之內容，以便詳知其範圍如何。

3.造表者不僅當具普通智識，關于調查事項之智識及內容，亦當知之。

4.調查表之紙張及印刷，亦應注意。

5.各表造成後，可先試辦，視其結果如何，或改正之。新事項之調查，此層最爲要緊。

問題及項目之決定：

1.調查事項之精確及完備的程度如何，爲草定問題時最要之點。所有調查，并不是要一律同樣精確及完備。不過每一問題，定一標準，以便調查時能得其近似之結果耳。物理化學之測驗，或需用最精確之天平，但若記述家庭年中費用之總數，可以不必用"分釐"之數目也。

2.問題宜簡明清楚 例如問"你已得學士學位否？"勝過問"你已受完滿教育否？"

3.各問題宜以是否或數目答之，或其他簡明之答案。或將各項目列出，如男女已婚，未婚，鰥寡等等

，以便被問者寫此「レ」符號于該項相對之處。此種方法，易得良好之結果。

4.審查個人之行為，或將得偏見之答覆者，當免除之，如(你曾被囚若干次？)之類。

5.問題之後，當餘空白，以便逐一答覆。

6.問題之數目，當減至最少，足供研究之用為止。問題困難者，當附說明。若派員調查，當并指導書詳細解釋單位及各誤點之當避。

第六節 調查表之編纂

調查表經已寄回，未造表前，應詳為觀察一回。未完全者交回補塡之，差誤者改正之，并先將各表略為比較。

所有統計研究，均欲以數量，解答若干問題。最終答案，或須將原本材料，改變形式，經許多計算手續。但現可先由各表，將原本材料，總列一表，以便觀察。

第七節 利用刊布材料

利用他人刊布之材料，舉凡關於此項材料之事情，如該項數目如何得來，搜羅之原意如何，方法如何

？確度如何？單位如何？均應知之。

一.來源之研究　統計材料之來源，有初級的及次級的。初級材料，是指該項刊布之材料，均由同一之機關，搜集編製及預備以刊布者。次級材料，是指該項材料，是重印初級的。或刊布之機關，不是原始搜集之機關者也。故初級材料，較爲可靠。不獨抄印之差誤可以減少，而數目之精確，搜集之情形，解釋之限制，編纂者均較清楚，讀閱者亦易明白也。材料之不可靠者，多由於徵集方法之不當，或調查者之偏見，不可不知之。

二.關於刊布數目之意義

甲.單位之分類　一切計算，均根據單位。故單位爲何，當先明白。

(1)個體的單位：

(a)自然的　例如人，馬，雞等等自然物類，容易分別，不若人爲的事物之難也。故自然物之計算，其數較於計算人爲的事物爲眞確。

(b)生產的　製造品物如靴，門，椅等等

(2)測量的單位

(a)物體的　如噸,加倫(Gallon)噸哩(Ton-milo)此等單位,均是習慣上應用之結果。常有同一單位,而意義殊異者。故解釋結果,每每不同。

(b)貨幣的　商業上價値之單位,如圓,磅,法耶,統計上常常用之,不覺若何之困難。但其最大之缺點,用以計算價值,常隨普通物價而變遷。物價指數之目的,是常欲改正此等缺陷的,但不能盡量避免之也。

乙.差誤之程度　編製統計,無絕對精確者。故刊布時,常將差誤之來源指出,以供他人研究。差誤之來源,或由於搜羅方法之不當,或由於填報人之不淬,若不注意,每每大誤特誤。

丙.其他事項　統計材料與日期之關係與百分數之基數等等,亦應知之。

第三章　分類及列表

統計方法，包含所有分析及綜合的方法。依據此等方法，故各種統計，乃變成科學的搜羅，用以解析個體或羣體之現象也。

研究統計之步驟，依前章之所述如下：—

1. 心中有一定的問題。
2. 擬定測量的單位。
3. 依此單位以搜羅事實。

依此三者之所得，其本身絕無價值。各種事實，必須依一定的方法，以求得其中之智識。故分析方法，即覺重要非常。

第一節　分類法

定義　分析法之初步，必先將查得之事實，依原定計畫排成一定之秩序。此種步驟，謂之分類法(classification)。即將具有共同性質之羣體，分解而為自相類似之各組。每組之內，自有其特殊之點。例如欲求某大學學生年齡之平均數，并欲先依某某學院以分類如農科，法科，醫科，文科，等。所有事實，具有年齡共同之品質。但此問題之範圍，不獨年齡之組別，

幷及各學院中年齡之組別也。故先依年齡分類，次依學院再排之，故須排列兩次。

第二節　列表法之意義

統計之分類法，乃將各種事實，依其相同之性質，分爲數組。列表法，則將所分之組，列成一表。各種項目，可分橫列縱列以便對照。列表之別于平常文字之排列者，不獨包含數目，且常可由縱方及橫方兩面以觀察之。準此以觀，目錄，名單，固不是表。而單獨縱行之排列，亦非統計學之所謂表也。

表之可由對角而閱之者甚多，欲表兩者相關處尤然。如夫妻之年齡，童之年齡及學級，等等是也。

無統計性質之事實，亦可列表，總求便于觀察耳。故數目事實，無論是否統計，亦多依此法排列。列表方法，便於吾人計算，故對數表及三角函數，方根指數，利息等等，多是列表。方式簡明，參考便利，乃其最要之旨。統計列表之理由，亦如是也，

統計表乃由代表分量之數目，及實在事實，或性質之程度合成。故統計之單位及其定義，亦甚重要，前章已略說之。具體之數量如何，關係之程度若何，

研究之方法若何，均學者所有事也。

列表如演講，乃發表思想之利器。至若關係顯明，比較容易，及簡潔清晰，則列表遠過於演講者許多。形式則愈簡愈妙，包括則愈多愈當。所有意義，當直接顯之，不可模稜兩可。

第三節 列表法之利益

一 秩序有定 排列次序如何，可依數目之大小，時間之先後，或位置之重要以決定之。

二 便於記憶 同類之事實，列爲一組，故記憶甚易。平常之敍述，連篇累牘，欲作比較，難於列表多也。

三 易於觀察 依次排列，故可一覽無餘。

四 易於比較 同類依次列妥，比較甚易。觀者每因此而發生研究他事之想。

五 易於總計 統計不必列表，但若項目不列成行，極難運算。欲求總結敏捷，當先依次列妥。

六 免致重複 各項分類排列，則項目說明，可以減之最少限度。各項公私報告，事實雖簡，但敍述甚詳；而重複之句，常時有之。若列成表，省時許多。

故統計利益，由於分類。分類由於鑒別。鑒別實科學研究之要素。

第四節　劃線(參觀橫山雅男統計通論)

劃線者，乃表式周圍劃之線，及表中區分之線之總稱也。

第一，劃線有直線及曲線二種之分。

1，　直線，直線有垂直及斜線二種。垂線中通常所用者有單線及複線二種。

A 單線者，自一直線而成之線也。有大線，中線，小線，三種乃依程度上之差異而別。

B 複線者密引二條或三條線之平行線也。平行線之距離，常要密接，不可過於廣闊。複線中通常所用者有五種。

甲，大複線　卽二大線平行之線。

乙，中複線　卽二中線平行之線。

丙，小複線　卽二小線平行之線。

丁，子持線　卽大小二線平行之線。

戊，兩子持線　卽二小線夾一大線平行之線。

2，　曲線，曲線中通常所用者，有中括弧，及

小括弧二種。

第二，輪廓　包括表周圍之線，稱為輪廓。輪廓通用複線或有用單線者。

第三，分割線　表中之文字，因欲易明其所屬系統，通常用直線分割文字與文字之間。此線稱為分割線。分割線通常用單線。

第四，行欄　行者兩直分割線之間之謂。欄者兩橫分割線之間之謂。各種行欄務宜廣狹同一。

第五節　表式之構造

表類一　單項表式（Single Tabulation）此種表式祇表一項要點如舉例之死亡人數是也。（表式一）

表類二　雙項表式（Double Tabulation）則表兩項相關之事實。如表式二之死亡數及性別。

表類三　三項表式（Treble Tabulation）則有三種要點列入。表式三之死亡數，性別及意外。

表類四　四項表式（Quadruple Tabulation）則有四種事項列入。表式四之死亡數，性別，意外，及地方別。四項表式之例內，意外與非意外之數，依分年及分縣以顯之。紀年則依時間之先後。次序

則依空間以排列。各年及所有之年，固有總計。各縣及所有之縣，亦有總結。各縣附列於各年之內，每年均復列之。而寫本年總計於首行。此種理由，欲令人注意於各年內之各縣，多過於各縣之歷年也。若欲注意後者，當先列各縣，次乃以年數附於其內。總計即在意外與非意外項下，亦可直顯相關係者如何。

表式一

廣東歷年死亡人數表

年份	死亡人數
總計	———
民國元年	———
,,,,二年	———
,,,,三年	———
——	———
——	———

表式二

廣東歷年男女死亡人數表			
年份	男女死亡人數		
	總計	男	女
總計	—	—	—
民國元年	—	—	—
民國二年	—	—	—
民國三年	—	—	—
民國四年	—	—	—
——	—	—	—
——	—	—	—
——	—	—	—
——	—	—	—

表式三

廣東歷年男女意外與非意外死亡人數表						
年份	男女意外與非意外死亡人數					
	總計		男		女	
	意外	非意外	意外	非意外	意外	非意外
總計	—	—	—	—	—	—
民國元年	—	—	—	—	—	—
民國二年	—	—	—	—	—	—
民國三年	—	—	—	—	—	—
民國四年	—	—	—	—	—	—
——	—	—	—	—	—	—
——	—	—	—	—	—	—

表式四

廣東各縣歷年男女意外與非意外死亡人數表							
年份	縣名	男女意外與非意外死亡人數表					
		總計		男		女	
		意外	非意外	意外	非意外	意外	非意外
	大總計						
大總計	番禺						
	南海						
	順德						
	東莞						
	——						
	——						
民國元年	總計						
	番禺						
	南海						
	順德						
	東莞						
	——						
	——						
民國二年	總計						
	番禺						
	南海						
	順德						
	東莞						
	——						
	——						

第六節　表之種類

表式分爲兩大類

1.詳表(Original Table)

2.總表(Summary Table)

1.詳表卽原始的表(Primary Table)亦卽普通宗旨的表(General-purpose Table)。乃將固有之事實列出，保存其實在情形，以供參考。其列表之宗旨，并非表示一定之關係，不過將某一時期之事實，排列於表內而已。此種表式之所表示者：1.要列最近之數字。2.要列最細之數目不能祇列大整數。3.數字要精確而不令人發生疑問者。4.未經分析者。

表一　各國面積及人口比較表

國名	方哩	人數
中國	4,278,352	443,373,680
蘇俄	7,041,120	132,000,413
美國	3,743,529	117,823,165
英帝國	13,355,426	449,583,000
加拿大	3,729,665	8,788,483
澳洲	2,974,581	5,436,000

印度	1,805,332	318,942,480
大不列顛	89,041	43,628,637

2.總表卽次級的表(Secondary Table)亦卽特別宗旨的表(Special-purpose Table)將詳表之事實，並作簡明之記載,加以分析工作以求比較,爲一特別之宗旨而作者。1.表列分析或總計之結果。2.可不必列最細之數目，可列大整數3.可將根據之表式列出,以供閱者參考。

表二　各國人口疏密表

國名	每方哩之人數
中國	103.6
蘇俄	18.7
美國	31.4
英帝國	33.7
加拿大	2.3
澳洲	1.8
印度	176.6
大不列顛	46.9

第七節　列項之種類(Types of Series)

未列表之前，應先分別列項或事實之種類。

1.時間的　　(Temporal)

2.空間的　　(Spatial)

3.組合的　　(Component)

4.次數的　　(Frequency)

1.時間列項，乃將某時期的連續事項排列成表的。如表三。

表三　廣州市歷年金風雪米價格表

年份	每担元計
1912	5.00
1913	5.00
1914	5.26
1915	5.88
1916	5.88
1917	4.76
1918	6.25
1919	6.67
1920	6.25
1921	7.41
1922	8.10

1923	8.63
1924	9.09
1925	110.00

2.空間列項乃將各地方之事項排成表的。如表一

3.組合列項，則表示各部分與全體相關的。如表四。

表 四

中國領土之面積

區 域	方 哩
面 積 總 計	4,278,352
本部(滿洲在內)	1,896,500
蒙古	1,367,953
新疆	550,579
西藏青海	463,720

4.次數列項乃各種現象之在某一時間測量之結果。此種表現事實之分配，常有一定之規則，即隨意選擇之例亦然。如隨意由某樹中，取多數樹葉，量其長短，則覺其中有常態或模型(Normal or Typical)之長度。此長度前後之數，則逐漸減少。人之高低，葉之大小，蛋之輕重，無不如是也。

經濟之現象亦然。某地某種之工值，亦有標準之數。過多過少，均將逐漸減少。利率之高下，人類之生死均然也。幷舉兩例于下。

表五

美國麻省各工廠每周工値次數分配表 1912

工値分組	獲得各工値之人數及百分數	
	人數	百分數
總計	681,383	100.0
每周3元以下	2266	0.3
3元至4元	5792	0.9
4元至5元	16909	2.5
5元至6元	34070	5.0
6元至7元	52604	7.7
7元至8元	63879	9.4
8元至9元	68787	10.1
9元至10元	75006	11.0
10元至12元	103160	15.1
12元至15元	107677	15.8
15元至20元	101585	15.3
20元至25元	32536	4.8
25元以上	14414	2.1

表六 美國人口死亡次數分配表 1912年

年齡	人數		
	總計	男	女
總計	838251	459112	379139
1歲以下	147455	82834	64621
1歲	29713	15748	13965
2歲	13189	6889	6300
3歲	8240	4392	3848
4歲	6042	3178	2864
5歲以下	240639	113041	91598
5——9歲	17274	4149	8125
10——14歲	11436	6008	5428
15——19歲	20343	10525	8819
20——24歲	30997	16696	14301
25——29歲	33762	18495	15267
30——34歲	33743	18929	14814
35——39歲	37916	21850	16066
40——44歲	37885	22337	15548
45——49歲	39624	23638	15986
50——54歲	45496	26995	18501
55——59歲	45732	26151	19281
60——64歲	51097	28637	22460
65——69歲	55492	30045	25447
70——74歲	55650	29219	26431
75——79歲	50772	25808	24964
80——84歲	36678	17699	18989
85——89歲	19559	9027	10532
90——94歲	7082	2997	4085
95——99歲	1493	620	873
100歲及以上	458	169	289
未知的	1123	787	336

第八節　列表之方法

(一)名稱　表之名稱，當簡明概括。不必將表內事項，盡行列入；但重要要點，必要顯出。意義不明，次序倒置，均不可也。標目之次序如何，名稱當依次顯之。

(二)標目　排列事項，由左至右，可劃定橫欄(Rows)。由上至下，可劃定縱行(Columu)。縱行之標目謂縱標(Caption)橫欄之標目謂之橫標(Stub)縱標位置之大小，當依其重要而定之。若相關的附屬之標目當列于主要的之下。視表式四"男女意外與非意外死亡人數"之下，分爲總計，男，女三行。每行再分爲意外及非意外兩行。

(三)標目之秩序　原始的表，當依一定之目的以排列，以便參考。其橫標之秩序，不外依下列四者之一而列之。

1. 筆畫之簡繁或字母之先後。
2. 區域或地方之次序。
3. 時間之先後。
4. 量數之大小。

(四)製表之要項如下。

第一　大小標目之分行及位置須依其輕重爲比例：普通言之，重者居先，輕者居後。補助之部，不當若主要者之顯明。各個項目，不當若標目之顯著。表之頂末，當以複線界之。兩旁可不必劃線，然有時亦可用四面界線之表者。大總計無論在直行橫欄，亦當用複線別之。其餘各項，則可以單線分別。若一表複雜，又可分爲二大部或數部，亦當以複線別之。

第二　總數之位置：總計之數，通常多列于表末。然亦有列于表首標目之下者。無論首末，各行之細數相加，等于總計，極易檢查。

第三　篇幅之要點　每一表式，當完全書于一單頁之內。故詳細部分，當簡略之。若篇幅過大，可摺疊之，或要分列于多頁之時，則標目當重寫，或用簡寫之法，與第一頁相當，亦無不可。

第四　縱行之號數　表式之縱行，由左至右，記以號數，亦甚利便翻閱。若供他處之參考，常時要互相比對，或表式複雜，及內容精細，而號數之記認，尤爲重要也。

第九節　總結

1.各種表式，當簡明概括。各名詞之意義當自顯明。

2.每表當自成一單位，所列事項，祇是互相有關連的。

3.各標目之字義當簡明，若要註脚以解釋，亦當加入。

4.縱行橫欄之互相關連及其主要與附屬之關係，當以標目之位置及大小以顯之。

5.字樣，數目，行線，縱行，橫欄之大小，當利用其各種變化，使表式之易于觀察及應用。

6.各行欄當記以號數，以便翻閱。

7.事實之來源及單位當指明之。

第四章　繪圖法(一) 總論

第一節　概說

列表之要旨，乃依測量單位，將多數事實，列成有統系之表式。繪圖之法，則將此等事實之次序，以圖形顯之。列表法乃分析各種情狀，繪圖法則顯明此分析之結果。故前者于解釋時用之，後者于表現時用之。列表居先，圖式隨後，兩者常并用也。

第二節　圖形之種類

統計圖之種類，可依其形式，宗旨，用處，或比較之種式而分。但何種圖形最合應用，視乎材料之性質，用圖之情形及宗旨而定。有合于時間上之材料者；有合于次數分配者；有便于解釋，分析或計算者；有懸掛壁上以供演講或陳列用者；有置于案頭及攜帶以供參考者；有印于書籍或雜誌內以供人覽閱者；其用甚廣。茲依繪圖之形式而分，列之如次：

依圖之形式而分類：——

一.闊條圖(Bar-graph)

A 簡單闊條(Simple Bar)

1.獨一簡單闊條

2. 多數簡單關係

3. 各樣簡單關係之組合

B. 區分關係(Component Bar)

1. 獨一區分關係

2. 多數區分關係

3. 各樣區分關係之組合

二. 曲線圖(Curve--graph)

A. 算術曲線(Arithmetic Curve)

1. 歷史的或時間的(Historical)

a. 單簡曲線(Simple Curve)

b. 距限曲線(Zone--curve)

c. 帶紋曲線(Band--curve)

d. 累積曲線(Cumulative--curve)

e. 繼動總數曲線(Moving total curve)

f. 繼動均數曲線(Moving Average Curve)

g. 山狀曲線(Mountain curve)

h. 分歧曲線(Divergence curve)

2. 次數的(Frequency):——

a. 簡單曲線

b. 帶紋曲線

c. 累積曲線

d. 繼動均數曲線

B. 對數曲線 (Logarithmic curve)

實用上此種對數或比率尺多用于簡單的及累積的時間上之曲線。

三. 統計地圖 (Map--graph)

A. 橫線地圖 (Shaded or Cross--hatched maps)

B. 點地圖 (Dot maps)

1. 各點之大小

2. 各點內橫線之多寡

3. 各點之多少

C. 標針圖 (Pin maps)

四. 圓形圖 (Circle or pie graph)

五. 面積圖 (Area graph)

六. 容積圖 (Volume graph)

七. 像形圖 (Picture graph)

第三節　繪圖之標準

繪製統計圖式，當依下列各點爲普通原理以應用

之。

一。圖式當眞確　圖式當以能代表材料之確度，俾閱者易于得確當之觀念。

二。圖式當淸楚　乃便于閱者之觀察。

三。圖式當適用　印於書內及陳列以供衆覽，形式大小，及繪圖均各不同。宜斟酌採用。

四。圖式當易得證明　圖式代表之數目事實，當然不能十分精確。故于圖形之旁或幷附一表，將詳細數目列出，利便閱者檢查。

總言之，完善之圖式必是眞確，淸楚，形式適用，易于檢查及證明。

第四節　繪圖之規律

一。名稱 Title　每圖應有名稱，名稱當簡明醒目適宜及淸楚。名稱當書于圖之上方，書于下方者較少。若地位適合，書于圖式輪廓之內亦可。若名稱太長，可分之爲總名稱及副名稱。

二。號數Number　每圖當有號數，以書于圖之上方爲宜。

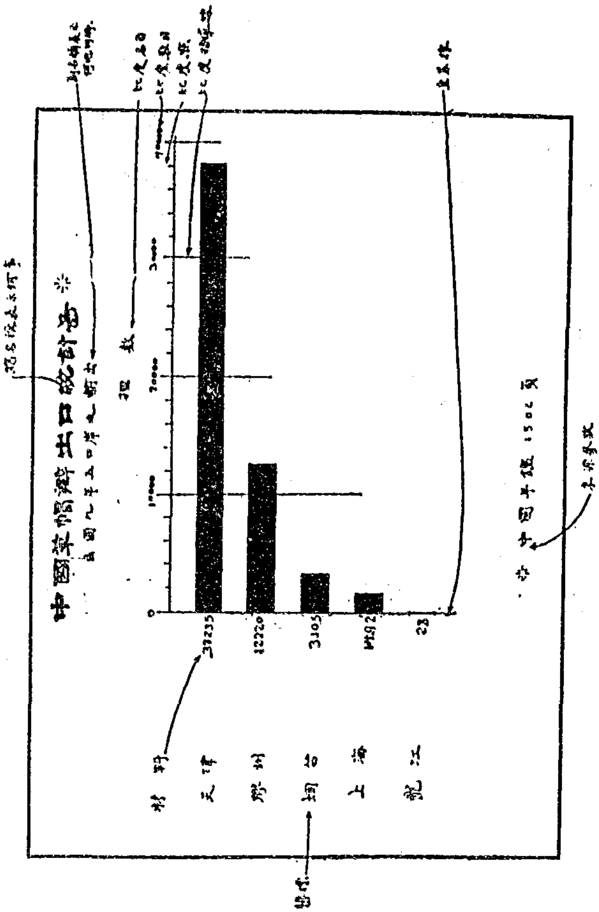
三。起點(Origin) 此爲圖內各種測量之起點。由此

伸向于何方面均可。最普通者橫伸至右方，及直伸至上方。

四.基線（Base line）直基線或橫基線，當以較深之色或較大之線以顯之。

五.比度要素（Scale Elements）比度點(Scale point)當記于圖旁或上下方；大整數之距離，當加入指導線(Guide line)以便推測。比度數目(Scale Numeral)及比度名目（Scale Designation）亦應一併指明。舉例如圖一：

圖中比度名目，若所代表之數量不能自行顯明，亦應詳細加入。如以"百萬元"或"百萬担"爲計算單位之類。



圖一

六.輪廓(Box)包括圖形範圍之線通常稱之為輪廓，可以用可以不用。但將圖之名稱或表插入于圖之範

圍以內，則應另以輪廓範圍之。

七.圖說（Koy or legend）若所用之線或關係，有二種以上，則何種代表何項事實，當加圖說以明之。

八.材料(Data)圖所根據之材料，當附列之以便參考。書于圖線之上下方或其內，或另附一表均可。

九.數目之排列　所有數字之排列，當便觀察。應由下而上或由左至右。大概可分三種。

甲.有時間關係之項目，當列最早者于下方之左，最後者于下方之右。

乙.項目之分大小或多寡者，當列最大或最多者于上方或左方。

丙.項目之分優劣者，則列最優者于上方或左方。

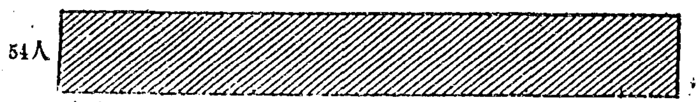
第五章　繪圖法(二)闊條圖，統計地圖，面積圖。容積圖。

第一節　簡單闊條圖

闊條圖　可以闊條之長短，代表絕對數量之多少。每一相等部分，代表相等之數量，各條之闊度應相等。第一圖就是此例。數字不可寫于各闊條之末，應如下圖寫于左方，庶不阻礙觀覽，令闊條較長些。又數字寫于闊條之內亦覺不妥。另列一表，實最妥善之法。獨一簡單闊條圖，就是以一闊條代表一項數目如圖二。此種圖直立橫列均可。

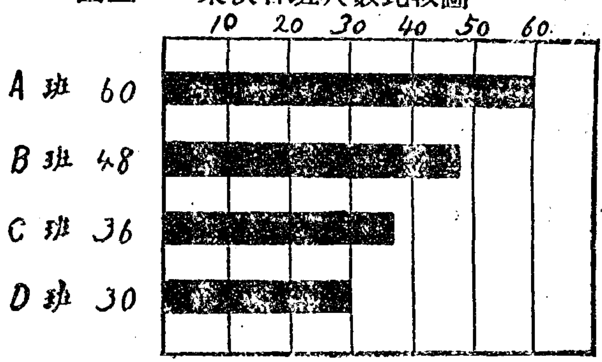
圖二　某校學生人數

民國十七年九月



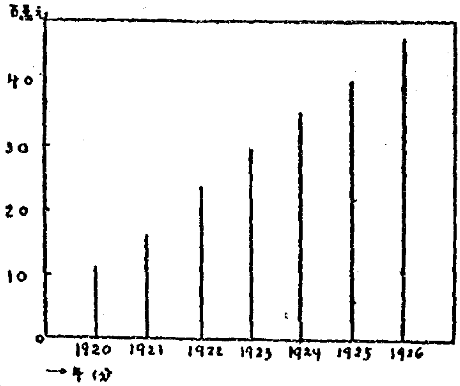
多數簡單闊條圖，就是以同樣多數闊條之長短，同時代表相關各項數目之大小。如圖三及圖四。

圖三　某校各班人數比較圖



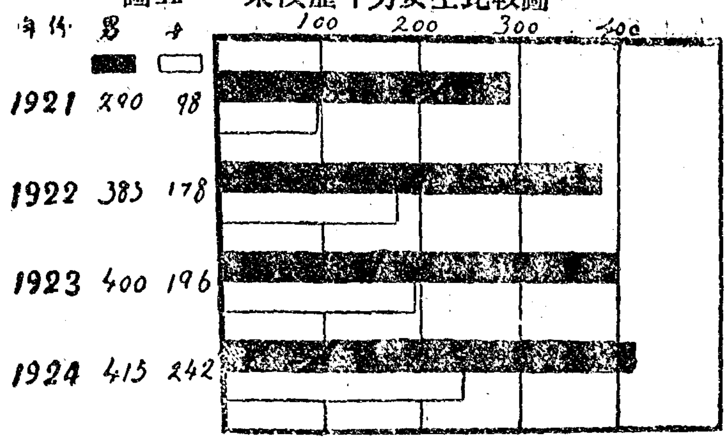
圖四. 某公司歷年營業比較圖.

1920 —— 1926.



各種簡單關係之聯合　多種事實，同時可以關係構造的，不同以顯明之，以便比較。每一關係代表一項數目，而每種關係，代表一種事實的列項。

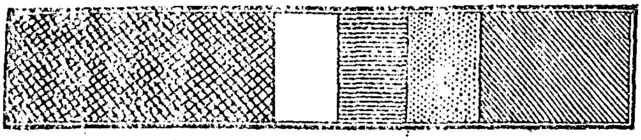
圖五　某校歷年男女生比較圖



第二節　區分闊條圖

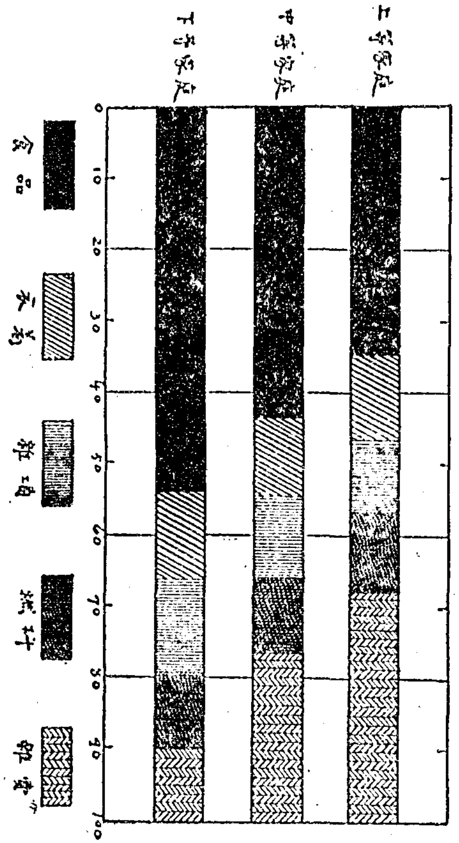
獨一區分闊條圖可以一闊條代表一項總數目。但同時將該闊條分爲各部分，每一部分代表總數之一部，而總數即以全闊條代表之．如圖六。

圖六　某城工人生活費分配



多數區分闊條圖；每一闊條表示一項總數及總數之各部，而多數闊條，表示多項總數及其各部。

此類圖式有兩種：其一各闊條之長短均相等；如圖七；其二闊條之長短不等。如圖八。



圖十　上中下三等家庭生活費分配比較圖

關條之長短相等者，多是以百分數代表材料。亦可以代表絕對數目者，如每元入息之分配，工人工作時間之分配于各項工作，或其他事情，其列項之總數

相等而分配不均者，均可用以表示之也。

圖條之長短不等者，每條均表示絕對數目之大小。此等圖式可用以比較不等之絕對總數，同時區分之，以代表總數之各部。例如圖八。

各種區分圖條之聯合；與上述各種簡單圖條之聯合，同一原理。

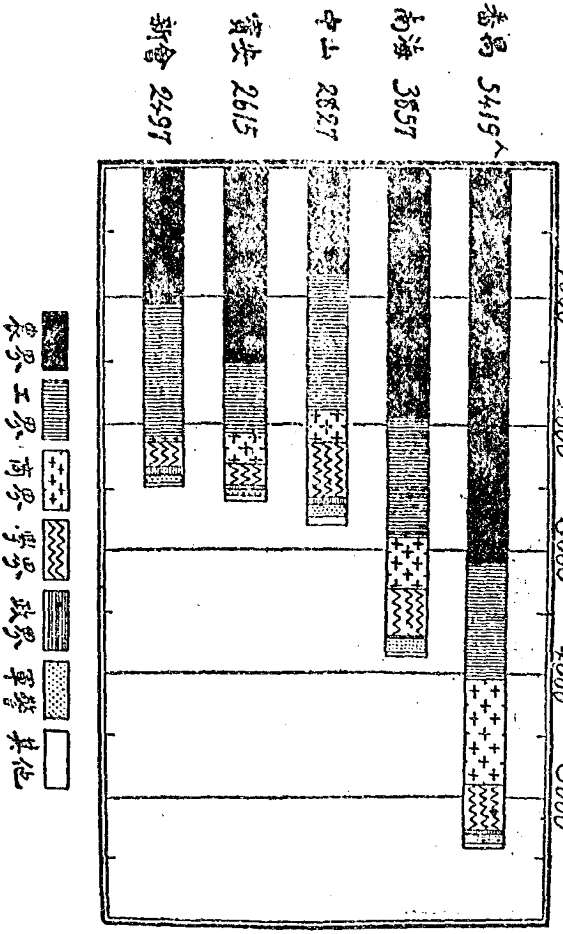
表　　七

廣東禺番南海中山寶安新會五縣

中國國民黨黨員職業比較表

縣別 類別	番禺	南海	中山	寶安	新會
農界	3'07	1910	774	1482	1069
工界	944	995	1017	921	1071
商界	773	447	354	217	59
學界	390	346	396	227	187
政界	62	18	60	8	28
軍警	74	111	169	82	73
其他	69	30	37	23	10
合計	5419	3857	2827	2615	2497

圖八　廣東番禺南海中山寶安新會五縣中國國民黨黨員職業比較圖



第三節　統計地圖

表現次數或分量及地理分配相關係之圖，謂之統

計地圖。(Statistical maps)通稱之曰(Cartogram)此種地圖，以代表各地方與數量之關係爲要旨。將事實數目，分列於各地之上，故勝於列表許多。又單簡形圖，祇依時間及次數，以表現數目之事實，不能依空間以分配，但由此種地圖，則數量及地位，均可比較對照，地方上事實之集中或變異，變異之或近或遠，均可一覽知之，

統計地圖　依其表現數量之方法，可分爲三種。

一，以各種顏色或同一顏色之深淺以顯之，謂之顏色圖。

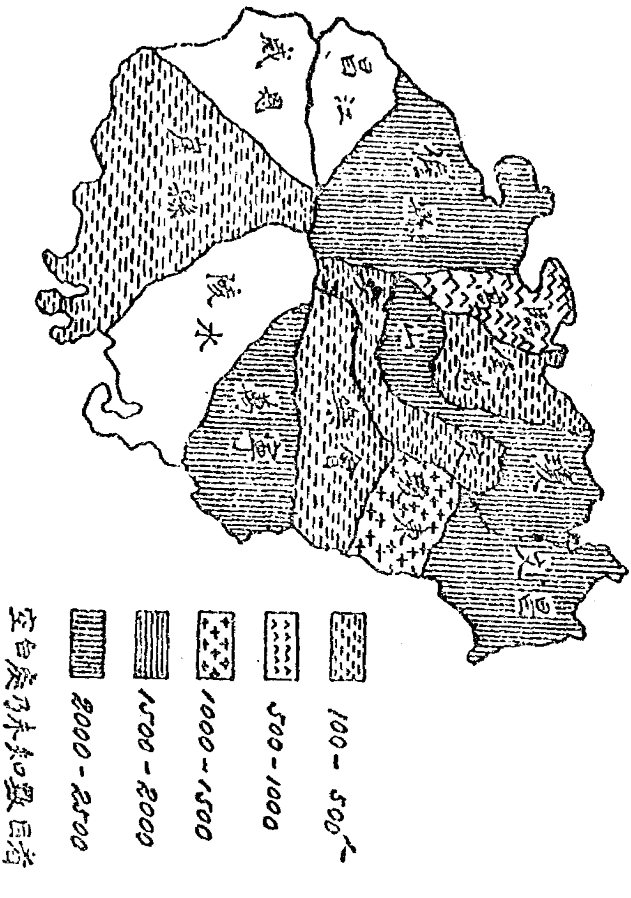
二，以橫線之形狀以顯其比較密度者，謂之橫線圖。

三，以點之大小或濃淡以顯之者，謂之點圖。

顏色地圖。成本較巨，且各種顏色，不易混和，故用者甚少。若用同一之色，以深淺代表數量之大小，實亦頗難分別。除非附入數字記之耳。

橫線地圖，以橫線之形狀——多寡大小及各種形式——代表數量之大細。故地圖上陰影之深淺，由白至黑。小量者色較白，大量者色較黑。橫線多寡，應分

若干組，視乎欲將事實分為若干組而定。圖九即是此例。



圖九 海南島中國國民黨黨員分布圖

點地圖依所用點之種類，可分爲三種。

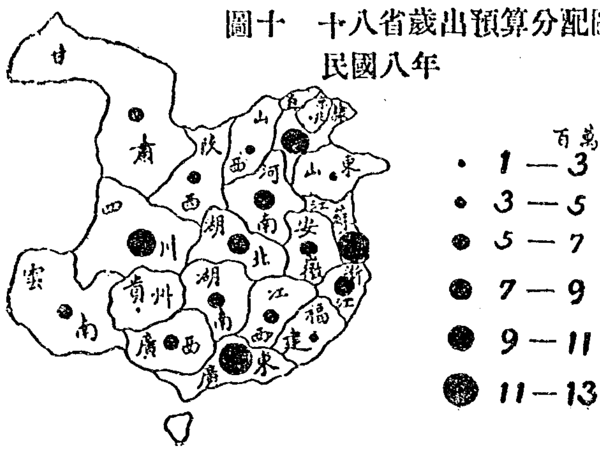
第一，用點之大小以代表數量之大細。每點代表一定之數目而依其分量，分給於各地。故一地之精確或近似之次數，可視其他面上點之多少，及大小而知之。此種地圖與顏色及橫線之地圖不同。點之地圖，則可將精確數量，顯於一區之內。後之兩者，不過顯明各組數量於全部而已。又前者可於各區之內，表現各種比例單位。後者則祇表一種單位，而於全區所有之量，平均以顯之。圖十卽是此例。

第二，點之大小相同，惟藉點內顏色之深淺，以顯數量之多寡。最多者用全黑，次者四分之三，四、之二，及四分之一。白圈則代表最少。如圖。十一。

第三，點之大小，不關重要。祇以點之多寡爲限。如圖十二。

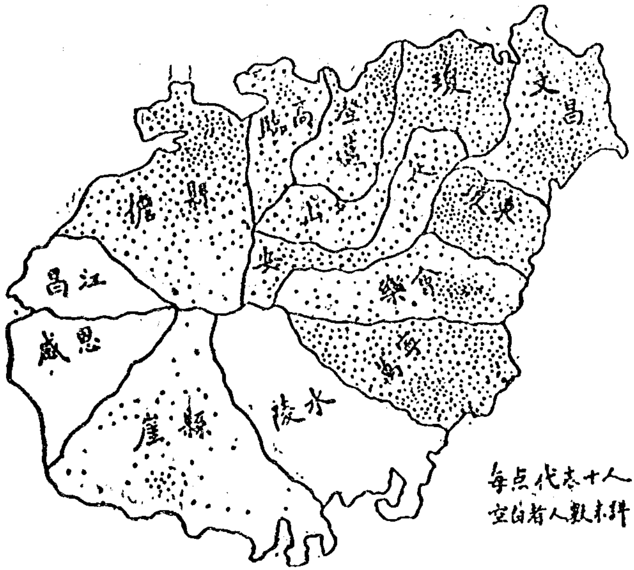
圖十 十八省歲出預算分配圖

民國八年



圖十一　中華教育改進社第二屆年會各省區到會人數圖

圖十二　海南島中國國民黨黨員分布圖



第四節　　標針圖

標針圖　表示兩軍戰爭時多用之。即于地圖之上以二種或多種不同顏色之小旗，插于各軍所至之地位者是。而商品銷流之情狀，亦可以標針表示某地銷量之多寡。

第五節　圓形圖

圓形圖有單圓多圓疊圓三種，用以表現絕對數量

或比較數量均可。單圓形依一圓內面積之大小以表現分量之分配。通常將圓周分為相等部分，為利便表示，多分為100等分，每分代表百分之一、

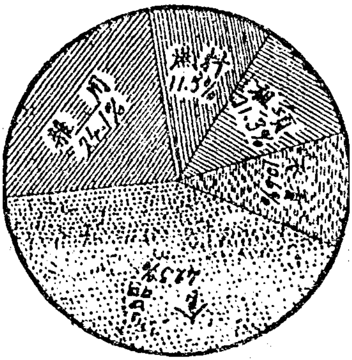
茲據某城生活費之調查，其百分率如下：一

食品 42.5　衣着 10.6　租項 11.3
燃料 11.5　雜項 24.1

圓周360度，若將此百分數，繪于其內，則先作如下之簡單計算。

$100 : 42.5 = 360 : x_1 \qquad x_1 = 153.00$。
$100 : 10.6 = 360 : x_2 \qquad x_2 = 38.16$。
$100 : 11.3 = 360 : x_3 \qquad x_3 = 40.68$。
$100 : 11.5 = 360 : x_4 \qquad x_4 = 41.40$。
$100 : 24.1 = 360 : x_5 \qquad x_5 = 86.76$。

圖十三　生活費分配圖（單圓圖）



圓內之各部以橫線或顏色分別之均可。比度名目，可書于圓內或圓外旁邊，太過詳細的，亦可另表。

圓形圖通常多不用之，因爲面積的關係。但每一銀元之分配，常用之以代表。

多圓圖以數個不等之圓形，代表不等之數量。其大小比例或以直徑爲標準，或以面積爲標準均可。依幾何學定理，各圓面積之比，爲其半徑平方之比。而繪圓形圖，當先知半徑幾何。于是先以各數量比例，求得各圓之半徑。此種比較數量，觀察者不易得精確之見解，故用者甚少。

疊圓圖　以同一圓心作數個大小的圓周代表不等之數量。每一圓周，又可依比例劃分，以代表事實之各部。此種表示方法，亦每令人誤會。故應用亦少。

第六節　面積圖及容積圖

面積圖，容積圖及形像圖，因爲不容易觀察以比較，故應用較少。上述圓形圖亦是面積圖之一種。

面積圖及容積圖以面積之廣狹及容積之大小，代表數量之比較。此等圖式有兩種方法以繪造之。

第一：數量之大小，以一個量度(Dimension)代表之。如用正方形或長方形之一邊，圓形之直徑，立方形或平行四邊形之一邊。應用此法以繪圖，即以一邊或直徑之長短爲比例，以代表數量之大小便是。

第二：數量之大小，以面積或容積之大小代表之；各量度———邊，直徑———與材料之表示，無直接的關係。此種用法，較爲困難。若正方形之一邊或圓形之直徑加倍，則其面積將爲四倍。若立方形之一邊或球形之直徑加倍，則其容積將爲八倍。故欲將面積加倍，則正方形之邊或圓形之直徑，應爲1與$\sqrt{2}$之比。(或1與1.41之比)如欲繪正方形B圖之面積，倍大于正方形A圖之面積，則A邊之長爲1而B邊之長爲1.41。欲將容積加倍，則容積之量度，應爲1與$\sqrt[3]{2}$之比，或1與1.26之比。如欲繪立方形乙圖之容積，倍大於立方形甲圖之容積，則甲邊之長爲1，而乙邊之長爲1.26。

面積圖之繪法　(正方形或圓形)

面積之比		每邊(或直徑)之長短之比	
A　圖	B　圖	A　圖	B　圖
1	2	1	$\sqrt{2}$
1	3	1	$\sqrt{3}$
1	4	2	$\sqrt{4}$
1	5	3	$\sqrt{5}$
1	1.4	1	$\sqrt{1.4}$
1	2.6	4	$\sqrt{2.6}$

容積圖之繪法　(立方形形或球)

容積之比		每邊(或直徑)之長短之比	
甲　圖	乙　圖	甲　圖	乙　圖
1	2	1	$\sqrt[3]{2}$
1	3	1	$\sqrt[3]{3}$
1	4	2	$2\times\sqrt[3]{4}$
1	5	3	$3\times\sqrt[3]{5}$
1	6	1	$\sqrt[3]{6}$
1	1.7	5	$5\times\sqrt[3]{1.7}$
1	3.2	1	$\sqrt[3]{3.2}$

故面積圖之繪法，欲繪任何一圖，比已知之圖大"若干倍"，即以已知之圖一邊(或直徑)之長，乘"若干倍"之平方根，爲欲繪之圖之一邊(或直徑)之長而繪成之。

容積圖之繪法欲繪任何一圖，比已知之圖大"若干倍"即以已知之圖一邊(或直徑)之長，乘"若干倍"之立方根，爲欲繪之圖之一邊(或直徑)之長而繪成之。

第七節 形像圖

形像圖以實物形狀之大小，高低，長短，或多寡以顯其比較之數。如人口之多少則繪人形之大小以顯之，屋宇價値之大小可繪屋之大小，以明之等等。

但形像之大小，不易顯明數目之多寡；不如以形像之多寡爲例，較易明瞭。

對于羣衆宣傳，形像圖最易引起各人之注意。加以顏色，尤爲奪目。但可避免之時，應不用爲宜。

第六章 繪圖法(三)曲線圖

統計圖式，以曲線圖爲最要。經濟統計，以關于時間列項之分析及表現爲最多，而應用曲線圖尤廣。至于政府報告，商業管理，科學研究，及經濟問題，亦多用曲線圖以說明之也。

曲線圖常用兩種比度，以表現統計事項，一直一横，每種表示時間，數目或其他數量之繼續的變遷。

第一節 曲線圖之種類

(一) 依表示之材料而分類：—

a. 歷史的，代表時間上材料的列項。時間列項，曲線圖可以代表每一時期之簡單數量，或由開始時累積至各時期的數量。

b. 次數的。次數曲線圖，表示次數分配的材料，有簡單的及累積的兩種。累積的有『以下』累積及『以上』累積兩種。

(二) 依直立比度分劃之距離而分類：—

a. 算術的 多數曲線圖，是算術的。即以相等距離代表相等的數量。

b. 對數的 亦即比率圖，是依據所代表之數量的

對數者。直立分劃絕不相等。下章再討論之。

（三） 依曲線之形狀而分類：——

a. 直綫的，不平滑的或有角的。卽以直線聯綴已知之各點而成的。

b. 平滑的，卽以平滑曲線聯綴已知之各點而成。關於繪圖討論，非有特別指明者，多是應用於算術的，不平滑的之歷史的材料。

第二節 繪圖要點

繪造曲線圖之要點如下：

數目，名稱，軸，起點，坐標，比度單位，比度點，比度數目，及比度名目，繪定點，聯綴線，圖說，輪廓，原來的材料，來源的參考，來源的符號或數目，等等。

橫基線及左方縱基線，平常均謂之軸。橫軸為x軸，縱軸為y軸。縱橫線則與兩軸平行，將比度各點縱橫劃於圖中。繪定點之坐標：橫坐標乃該點與y軸之距離而平行於x軸者，縱坐標則與x軸之距離而垂直者。

比度之起點，平常多由下方之左角，兩軸相交之

處。若數值尚有細於零而有負數者，則以零點線及縱軸相交之處爲起點。

比度單位(Scale unit)乃比度線上之一部分，用以代表所指定之每一數目或數量者。平常多不完全指出，但寫出較便。(例如半時等於一年，一分等於10%。之類)。

『比度單位』亦有用以爲表現的單位(Unit of expression)或記述材料之數量單位如『千噸』『百萬元』之類者。若此單位之性質不明顯，則可於比度名目上述之。

比度點，用以表示比度線之分割，利便圖形之觀察。比度數目，則表示比度點之數值，而比度名目則表明比度數目之用在圖上的特質。

第三節　單簡曲線(Simple Curve)

曲線圖之繪法，其次序如下：—

1. 選定圖式之輪廓。
2. 選定比度及寫比度之數目。
3. 選定及寫入比度名目。
4. 繪定各點。

5.聯綴各點。——以直線聯絡成有角之曲線，或繪圓滑之曲線。

6.寫入圖式之名稱，說明等。

7.選定及寫入曲線之名目。

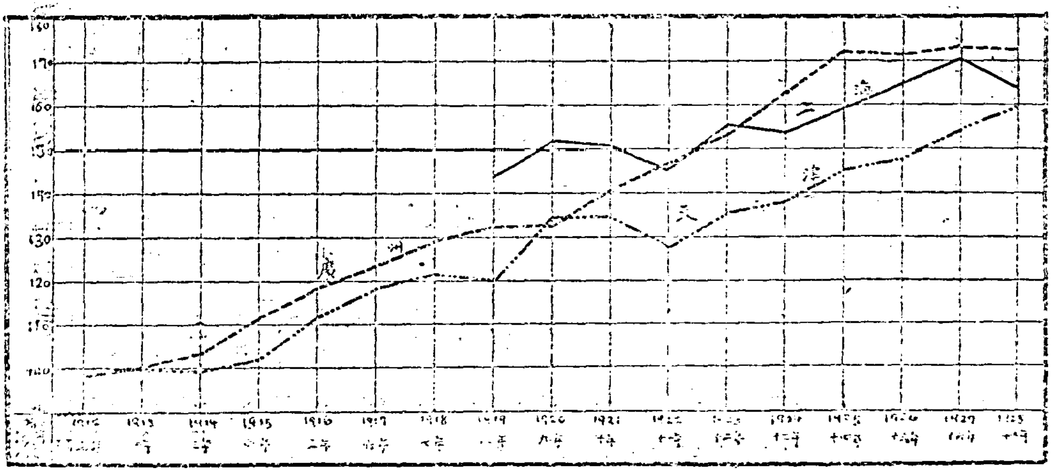
8.繪圖之日期及機關亦可寫入。

9.精確及完備與否之審核。

10數字材料之造表，附屬于繪圖者。

圖一四　中國各地物價指數比較圖

1913 = 100.



中國各地物價指數比較表

1913＝100

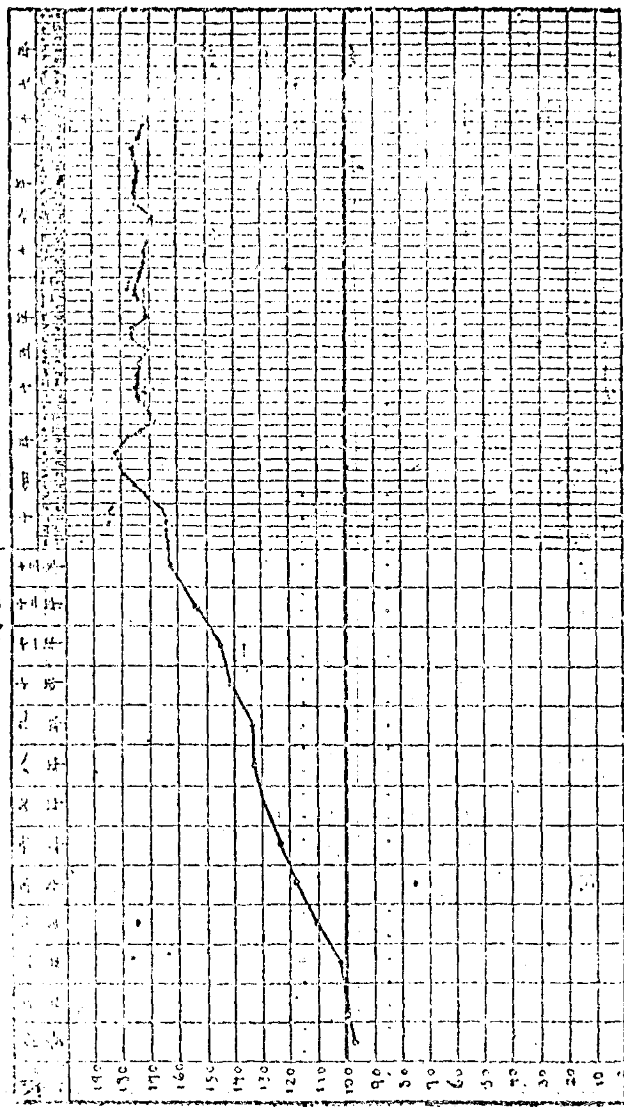
時期 \ 地名	上海	廣州	天津
元年 1912		98.0	
二年 1913		100.0	100.0
三年 1914		103.6	99.1
四年 1915		111.8	101.8
五年 1916		118.7	110.1
六年 1917		123.2	118.6
七年 1918		129.4	121.7
八年 1919	144.7	132.9	120.0
九年 1920	152.0	132.4	132.6
十年 1921	150.1	140.5	131.7
十一年 1922	145.6	146.6	128.3
十二年 1923	156.4	153.1	133.7
十三年 1924	153.9	162.0	138.4
十四年 1925	159.4	172.0	144.0
十五年 1926	164.1	171.8	148.2
十六年 1927	170.4	173.0	152.5
十七年 1928	163.6	172.6	159.3

(此表錄自工商公報第一期)

廣州批發物價指數表(幾何平均)

1913＝100

年	月	指　數	銀元購買力	年	月	指　數	銀元購買力
民國							
元　年 1912		98.0	102.0		10	171.2	58.5
二　年 1913		100.0	100.0		11	175.4	57.0
三　年 1914		103.5	96.5		12	17[illegible].6	57.[illegible]
四　年 1915		111.8	89.4	十六年 1927	1	172.4	58.0
五　年 1916		118.7	84.2		2	171.1	58.[illegible]
六　年 1917		123.2	81.2		3	171.3	58.4
七　年 1918		129.4	77.3		4	170.6	5[illegible].6
八　年 1919		132.9	75.2		5	169.3	59.1
九　年 1920		132.4	75.5		6	169.7	58.9
十　年 1921		140.5	71.2		7	174.3	57.4
十一年 1922		146.6	68.2		8	175.4	57.0
十二年 1923		153.1	65.3		9	174.9	57.2
十三年 1924		162.0	61.7		10	17[illegible].7	57.2
十四年 1925	1	163.3	61.2		11	175.7	56.9
	2	163.4	61.2		12	177.0	56.5
	3	164.1	60.9	十七年 1928	1	173.5	57.6
	4	166.5	60.1		2	171.3	58.3
	5	170.5	58.6				
	6	175.4	57.0				
	7	179.3	55.8				
	8	180.3	55.5				
	9	181.2	55.2				
	10	179.5	55.7				
	11	172.5	58.0				
	12	168.3	59.4				
十五年 1926	1	170.3	58.7				
	2	174.0	57.5				
	3	173.7	57.6				
	4	173.5	57.6				
	5	172.8	57.9				
	6	170.0	58.8				
	7	168.7	59.3				
	8	167.7	59.6				
	9	170.9	58.5				

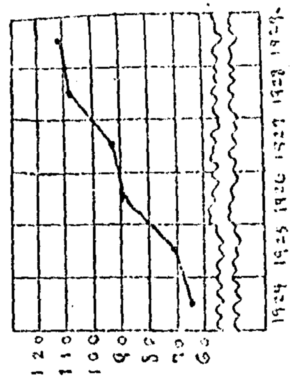


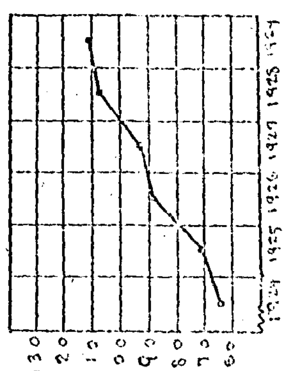
圖一四軸之比度均相等。圖一五則有一部分不相等，而代表之時期則相等。但縱軸之比度，應以相等之距離代表相等之數量。

事實之變量，常由縱軸上記之。零位自基線起。若不由零位起，則于縱軸近橫軸處，劃一波線與橫軸平行爲識別。

又或所繪之曲線，離零位之基線太遠，亦可將比度中斷之，加入波紋以識別。如圖一六。

獨立變量應置於橫軸，附屬變量，應置縱軸。如歷史曲線圖，時期爲獨立變量，置于橫軸上。又如次數曲線圖，測量之事項爲獨立變量，故置于橫軸上。而次數爲附屬變量，故置于縱軸上。





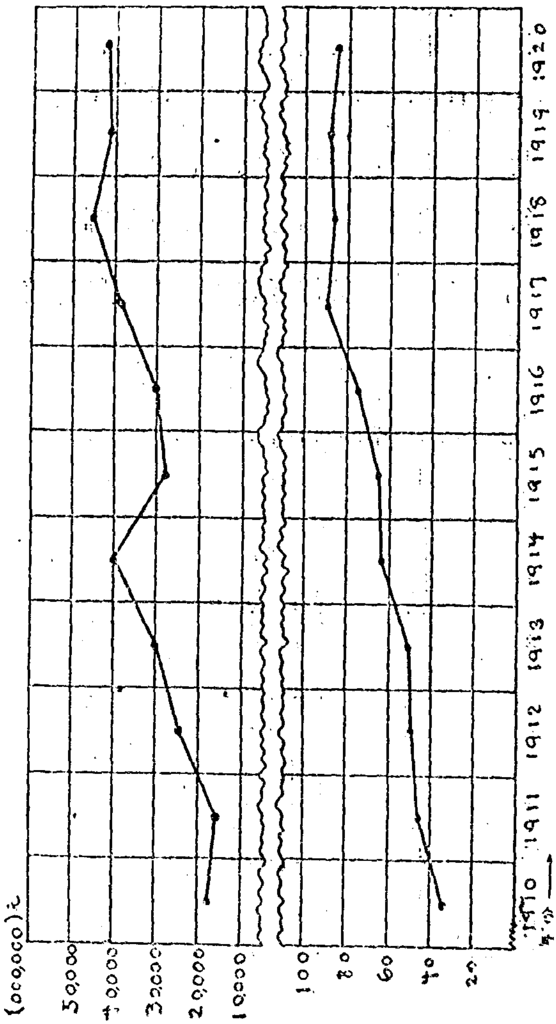
圖十六　某廠歷年出品比較數量

相差太距之數量列項比較法　兩曲線圖繪於一紙之內，多具比較性質。若兩者之數量，相差太鉅，則不易比較。但可用下列各法比較之。

1.將圖之比度一部分中斷之。如圖一七。

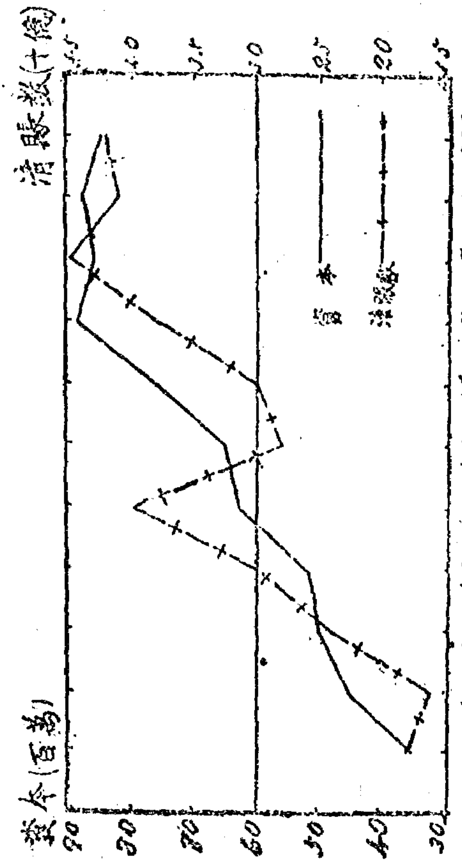
表十　某城銀行資本與清賬數比較表

年份	資本		清賬數	
	元數(000,000省略)	百分數	元數(000,000,000省略)	百分數
1	2	3	4	5
1910	35	4.77	18	5.11
11	45	6.13	16	4.54
12	50	6.81	24	6.82
13	52	7.70	30	8.52
14	63	8.58	40	11.36
1915	65	8.86	28	7.95
16	76	10.35	30	8.52
17	89	12.12	38	10.80
18	86	11.72	45	12.78
19	88	11.99	41	11.65
1920	85	11.58	42	11.93
總計	734	100.00	532	100.00



圖一七 某埠銀行貿易票據數比較圖 (中指數)

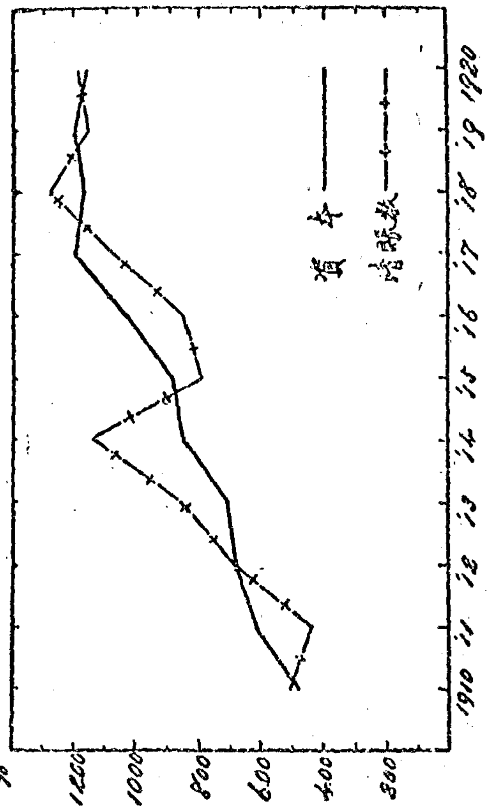
2、 異表調合法 一圖之內，用兩種比度。每一比度，先行酌定其起止之距離，然後將兩距離之數量比較，以定每比度各分劃代表之數量，如圖一八。



圖一八 某地銀行資本數與清賬數比較圖(異表調合法)

3、 百分數法 先將各數化爲百分率如表十之3 及5兩行。只用百分率繪成曲線以比較。如圖一九。

圖一九 某城銀行資本數與存款數比較圖(百分率法)



第四節　圓滑歷史曲線圖

所謂圓滑者（Smoothing）即以圓滑曲線，替代直線，以聯綴繪定之點，將角度或銳轉角移去者是也。其目的在求得曲線，以代表事實，較有角度之線爲眞確。圓滑歷史曲線之繪法，即以普通趨向之決定或核算爲宗旨者也。

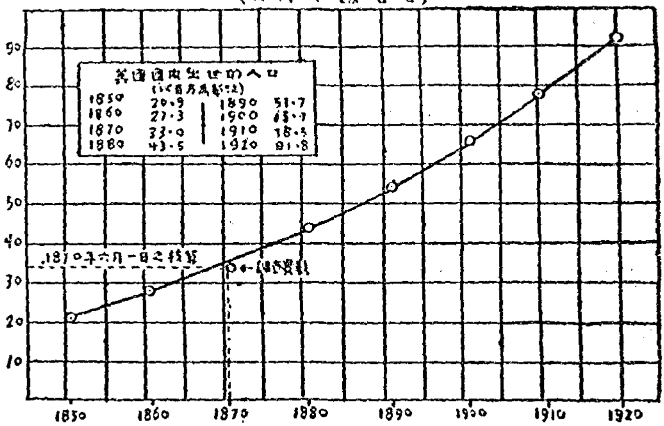
普通趨向之決定　歷年或逐月之物價曲線，可以設法圓滑之，以得其普通趨向。後章恆差及月差再詳論之。

核算（Interpolation）討論歷史曲線圖上之核算，爲利便計，當分爲兩種(一)普通趨向上無升降或小升降者；(二)升降顯著者。

圖二十說明前者；圖二一則解釋後者。核算之結果在無升降之曲線，較爲可靠。

圖二○ 圓滑歷史曲線圖

(升降不顯著者)



圖二〇圓滑曲線穿經各繪定點而成。此等點是代表在美國出世人口之數目，由1850至1920(除1870)每次戶口調查所得者。1870調查之結果，在此趨向線之外，故繪圓滑曲線時不能及之。美國戶口調查局，後來亦決定1870年之調查，尚有南方各省之人口 1,250,000人，尚未計入。此數之推算，是當作生產之比例，由1860—1870及由1870—1880相同者。其他推得此數之法，則於圖二十之圓滑曲線上核算之。卽於1870年六月一日豎一垂直線與圓滑曲線相遇於一點，代表之人數大約是 34,500,000人。而戶口調查之推算爲 24,251,220。此種推算，若將內戰之影響計入，則 1860及1880之增加，不是完全相同，而兩種推算之結果，較爲相近。

在曲線上核算任何年之數——例如1917——不過視曲線在該年縱坐標之數值便得。

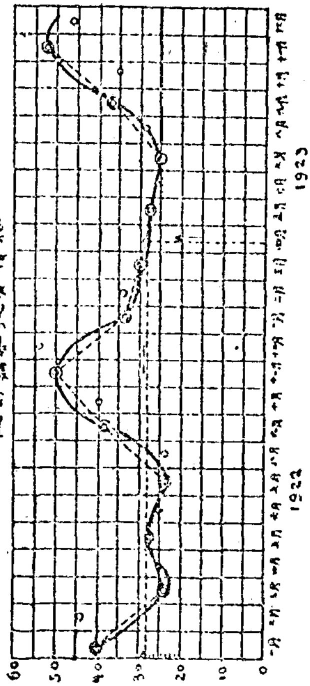
升降曲線上之核算，不甚精確，除非升降之度較有一定耳。試於此種曲線上驗之。表一一乃紐約鷄蛋批發之價格，是1922及1923每月近於十五日之星期四調查者。圖二一卽以小圓形表示之。現在當作祇知隔

月之物價而以雙圈形代表之；并欲作曲線，經過此等已知之點，以代表物價變動最確之推算。先劃直線或有角之曲線，聯繫此兩月物價之點，如曲線A。此線代表物價之變遷，原本較妥；不過覺得變動太驟且常在已知數目之日期一即兩個月的期限。欲得曲線以代表逐漸變動者，於是以自在畫法(Free-hand method)繪成曲線B。

表一一　紐約鷄蛋批發價格表

(每月近于十五日之星期四)

時期	1912	每打價格(仙)	時期	1923	每打價格(仙)
一月	12	35	一月	18	39
二月	16	39	二月	15	39
三月	16	24	三月	15	30
四月	13	25	四月	12	29
五月	18	27.5	五月	17	27.5
六月	15	25	六月	14	25.5
七月	13	24	七月	12	25.5
八月	17	24	八月	16	28
九月	14	34	九月	13	36
十月	12	35	十月	18	35
十一月	16	50	十一月	15	52
十二月	14	54	十二月	13	46



第二一圖

凡欲以自在畫法，繪成圓滑時間的曲線，當免除異常的旋轉及維持曲線最大的半徑。卽所繪之曲線，其圈形將甚大。任何曲線卽可作爲其中一部份。

圓滑曲線，經已繪就，遂可核算任何時期之物價、卽于橫基線該日期上，豎一垂直線與曲線相遇于一點。復由此點以得其相當之物價。茲於圖二一，1923年四月12日豎一核算線與曲線相交之點，約爲28生仙

。同理四月12日與曲線A相交之點爲29仙，此乃實在物價，以細圓形代表者。此種特別情形，圓滑曲線反不如有角曲線之精確。但若在1923年之六月，則圓滑曲線較近于實在物價；而有角曲線則較遠也。

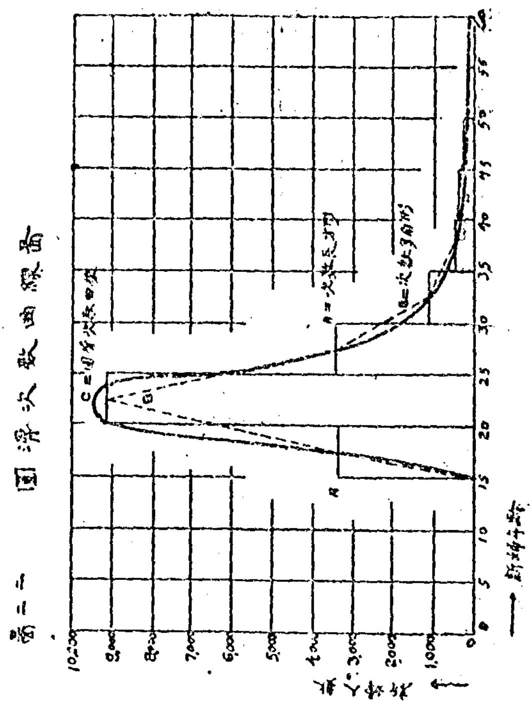
時間列項，並非均可用圓滑方法者。可用圓滑方法者，必當作依根某種決定之原理，介于已知各點之間，其變動均繼續而劃一。例如介于戶口調查期間之內，居民之數，當作無特別異常之變動，可以合理。但若當作十年之內，米價之變動，亦同一律，則誤矣。又如某曲線，代表繼續各月生鐵產量之總數。若圓滑而核算之，例如在一月及二月之中點，謂此數值爲二月上半月之產量則又誤矣。總言之，繼續圓滑的曲線，固然表現較良；但多數經濟材料之時間列項，用不圓滑曲線，已足近似於確度。

第五節　次數曲線表之繪法

次數表之製法，已詳於前。若將該表之數繪圖顯之，則以橫軸分劃代表組距，縱軸則代表次數。無論繪製簡單關條圖或次數曲線圖均可。如圖二二，曲線B爲次數曲線之普通形式。先將次數，定在各組之中點，然後以直線聯綴此等中點卽成曲線，此曲線謂之次數多角形(Frequency poly-gon)或不圓滑次數曲線。曲線a謂之長方柱形 Rectangnlar Histogram)或次數關條圖，此亦爲直立關條圖之一種，可用爲繪製圓滑次數曲線圖之初步。

表一二　美國威省結婚之年齡及人數表

年齡組	新婦	新郎
總計	19,524	19,524
15—19	4,292	409
20—24	9,121	8,045
25—29	3,568	6,153
30—34	1,144	2,462
35—39	488	986
40—44	321	512
45—49	245	311
50—54	118	245
55—59	80	161
60—79	67	188
80以上	—	4
未詳者	80	48



第六節 回滑次數曲線圖的方法

回滑次數曲線圖之宗旨，是(1)求便于推算各組內之次數分配；(2)將各例中的意外不規則之事項回滑之，則曲線代表例中事項之普徧性，較爲確當。

次數曲線設法回滑之，以達推算各組內之次數分

配，可依圖二二說明之。15—19組內新婦 4000 餘人；若以次數圖條或長方形如曲線A表之，則人數在15—19組內，當作平均分配。但此五年之後一部，人數較多，顯而易見。然則此次數表內 19,000 之人數將如何以推算其各組內之分配乎？可以圓滑方法以解答之。

圖二二先繪長方形圖曲線A，然後以直線聯綴各長方形之中點，并及極端各組，成次數曲線B。圓滑曲線，即以曲線A為面積之指導，曲線B為方向之指導而繪成之。若繪造適合，則15—19組內新婦有三分之二在五年內後半期，而最多數者在22歲之年。

威氏 carl J. west 教授，設定如下定律，以為圓滑各次數曲線之標準：

（1）『被圓滑之曲線，其包含面積之總和，當等于原來各長方形面積之總和。

（2）『各個長方形面積之大小，在可能範圍內，當以仍舊不變為最佳。』

（3）『曲線之方向，當無異常或例外的變遷』。

以上三律，本定來以應用于由揀樣材料，而圓滑

曲線者。但若第二定律，嚴格遵守，代表完全材料之次數曲線亦可以此法圓滑之；圓滑此等曲線，不過用以推算各組內之分配耳。

第七節 圓滑法的特別問題

由次數多角形以繪造圓滑曲線，則此曲線之頂，應在多角形之上乎？抑與之密合，抑在其下乎？

普通言之。曲線之頂，應在多角形頂端之上。由揀樣分配以得圓滑曲線，當時可以推算變量數值之相當次數，但不是次數之實在數目。所揀樣者或祗 400 項，但總數爲4000而用同一之圖以顯之。長方形之繪成，當作一組之內，各項平均分配；然事實上常集中于組內之一部，人人知之。對稱分配 (Symmetrical Dislvibution) 者則中組之中部，項數較兩旁爲多。故圓滑方法即減少兩端而增加中心之數。

依據圓滑方法之第二定律——維持各個長方形之面積——亦可得同一之結果。因爲繪造次數多角形，則將居中長方形之兩旁截去，而圓滑曲線，亦將兩旁截去少許，此減少之量，必要在中心增加以補之，乃可維持原有面積之大小。

但若最高之長方形，比較其他各長方形，高過異常；此種異常程度，或因様様之不當。而圓滑曲線，應在最高長方形頂端之內。

圓滑方法，視乎様様之大小，及材料之性質而定。若様様較小，其普通趨向如何，亦已知之，則圓滑繪造較可自由。若様様較多，而不規則之數項，又均爲材料之特質，則圓滑繪法，當從嚴格着手，以求近似於各組之分配。（如圖二二）又若所様様事項之普通趨向如何，不大詳知，則圓滑繪製亦不大自由；因爲様様不規則之數項，不能謂非普徧之特質也。自然現象分配於對稱曲線者，多近於密集數，但社會及經濟事項，多不相同；其不對稱者，可當作様様之升降。例如圖二二新婦年齡曲線之不對稱，就是材料的特質，十五歲以前之婦女，結婚較少；但由十六至三十，則結婚最多也。

第八節　接續列項及分立列項

數量分配，有接續列項 (Con Tinuous Series) 及分立列項 (Discrete Series) 兩種。在接續列項內，介於最大及最小數値之內，常可以有任何數値，至於分立

列項則無之。人類年齡之次數分配，自出世之時起計，可以每小時計之，每分鐘每秒鐘計之。介於最少嬰兒及最老年人之間，無論年齡若干者均有之。此即為接續列項之例。但家庭人數之次數分配表，最小數目者為一人，并無分數的數值。此為分立列項。若由此等材料得以圓滑曲線，從而核算之，以得家庭人數為四．五人則誤矣。故由接續列項材料以得圓滑曲線，由曲線任何一點之坐標，核算以得數值，可以合理；若分立列項則當無之也。

普通言之，事項較近於接續列項者，則圓滑方法愈可應用。惟經濟列項，若用圓滑曲線以核算，當倍加注意。對於平常事項，不圓滑之曲線，已適用矣。

第九節　累積次數曲線（Cumnlative Freaueny Graphs）

累積次數，乃將連續之次數（Frequency）相加而得。有將所有較低之項相加者。有將所有較高之項相加者。前者所得之次數謂之『以下』"Less Than"後者所得之次數謂之『以上』(More Than)

以下的次數，乃指在前各組區者而言；以上的次

數者，乃指在以後各組區者而言。例如於下表一三之內，火油價格在10仙以下者有914 城，而在10仙以上者有916 城。1830之城市售6仙或6仙以上者。又1830之城市售23.5仙或以下者。

累積次數，便於得接續之總計，若欲以百分率顯之，亦易決定。簡單次數，不易得此效果。

觀圖二三之曲線，『以下』之累積，由左方下角而至右方上角。『以上』之累積、由左方上角而至右方下角。近于集中之點，則可見多數次數及累積增大之迅速。商業上應用此等次數及曲線，就過去之事實，可以推測將來之趨向。

累積次數分配之圖表、若依『以下』方法而累積，則次數點定在各組之最高限度。但若依『以上』方法而累積，則次數點定在各組之最低限度。累積次數曲線圖，對於決定中位數，及其他數類的部分之測量，最爲有用。觀第八章內100 種物價累積次數圖便可知之。

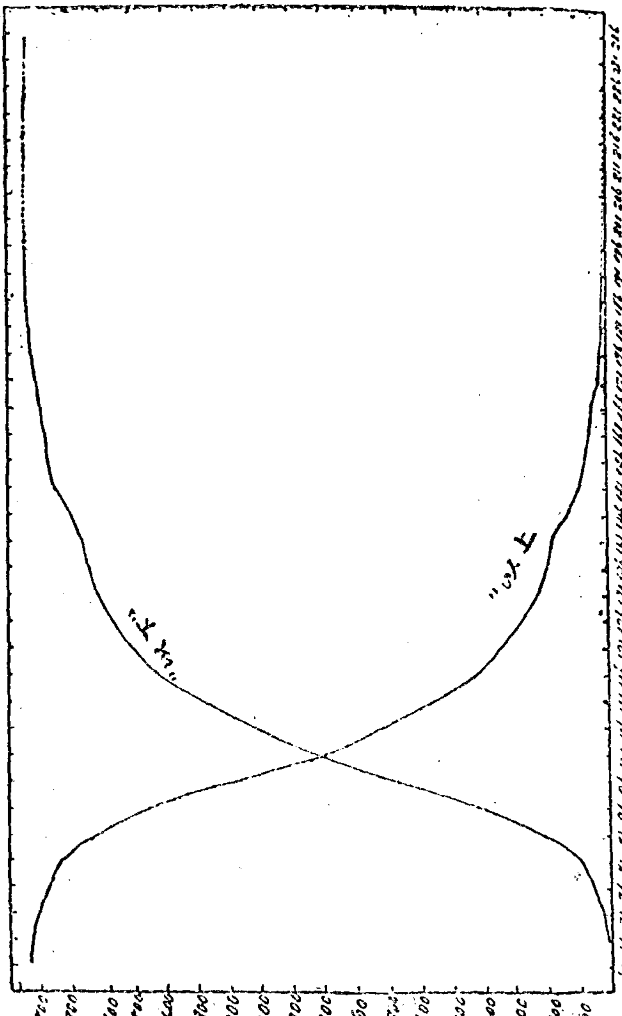
累積次數曲線圖，並可用以化合或不受組距不等之分配。因爲次數經已累積，則將累積至某點之數以代表，則絕不受組距不等之影響故也。

表一三 美國各城火油價格表

(1830行情1904年十二月)

價格 (每加侖仙數)	各城之數目 簡單次數	累積次數 以下	 以上
總計	1830	——	——
6.0—6.5	11	11	1830
6.6—7.0	17	28	1819
7.1—7.5	72	55	1802
7.6—8.0	36	91	1775
8.1—8.5	123	214	1739
8.6—9.0	181	395	1616
9.1—9.5	281	676	1435
9.6—10.0	238	914	1154
10.1—10.5	201	1115	916
10.6—11.0	162	1277	715
11.1—11.5	130	1407	553
11.6—12.0	85	1492	423
12.1—12.5	65	1557	338
12.6—13.0	49	1606	273
13.1—13.5	26	1632	224
13.6—14.0	19	1651	198
14.1—14.5	43	1694	179
14.6—15.0	38	1732	136
15.1—15.5	23	1755	98
15.6—16.0	12	1767	75
16.1—16.5	13	1780	63
16.6—17.0	20	1800	50
17.1—17.5	8	1808	30
17.6—18.0	7	1815	22
18.1—18.5	6	1821	15
18.6—19.0	4	1825	9
19.1—19.5	1	1826	5
————	——	——	——
22.6—23.0	1	1827	4
23.1—23.5	3	1830	3

圖二三 美國各城火油價格累積次數圖



不等的組距（Irregular class interval）次數曲線之組距不等者，最好先將各組之次數，化為同一之分毋。例如表一·二較老之分配，組距是不相等者。60-79 組四倍于其他各組；若此組之次數較大而有用，可以以四除之，以得每五年之數目。

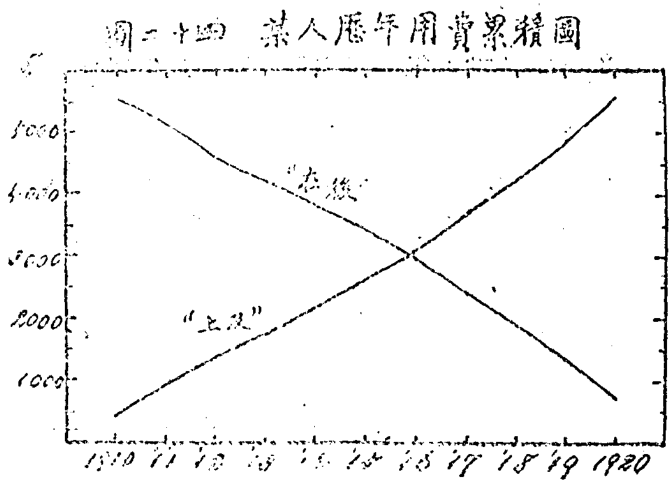
第一節 累積時間曲線（Cumulative Historical graphs）

分立的時間列項，可以累積之與上述之累積者相同。可分為『上及』（『Up to and includiug』）與『在後』（『After and including』）兩種。繪圖中連綴縱位各點之線，無論曲線直線，不過指示方向，助人觀察耳。舉例如下；

表一四 某人歷年用費表

年份	歷年用費（圓數）		
	非累積的	累積的	
		"上及"	"在後"
總計	5550	5550	5550
1910	400	400	5550
11	550	950	5150
12	400	1350	4600
13	380	1730	4200
14	400	2130	3820
1915	460	2590	3420
16	500	3090	2960
17	550	3640	2460
18	560	4200	1910
19	600	4800	1350
1920	750	5550	750

圖二四 某人歷年用費累積圖



第十一節 距限曲線(Zone-curve)

距限曲線及帶紋曲線在圖上佔蓋若干之面積。與單簡曲線不同。

距限曲線，可以代表具有「最高點」及「最低點」之材料的列項。先將各項之最高點及最低點繪定，各最高點及各最低點之間之面積，可以橫線或顏色填蓋之。繪製之形式有二種。

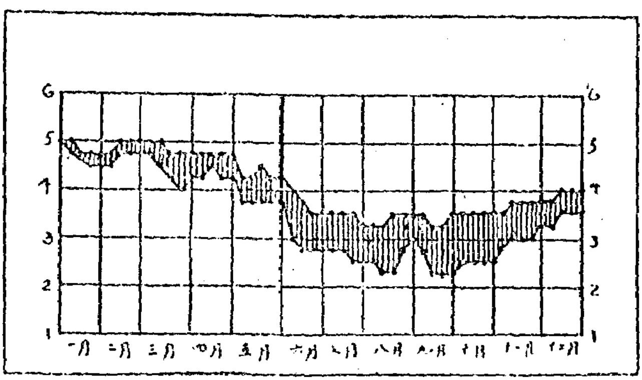
1. 各最高點以直線聯綴，各最低點亦以直線聯綴

。兩者之間之面積，以橫線或顏色填之。如圖二五之A 。

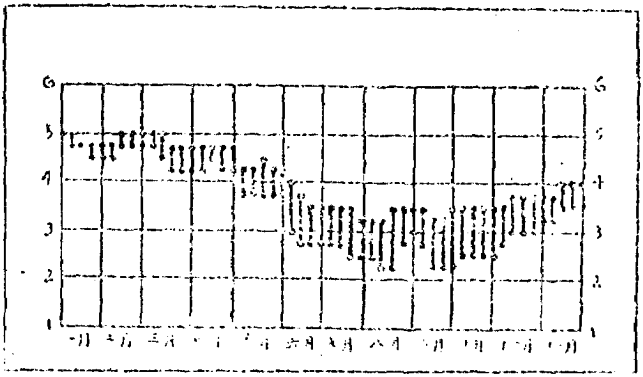
2.繪定各點，每一對之最高點及最低點，各以直線聯綴之。如圖二五之B 。

應用此種圖形者如利率，物價、每次銷售數量之比較；覓工作者要求之工資率，工廠工資之比較等等。

圖二五(A)　　距限曲線圖



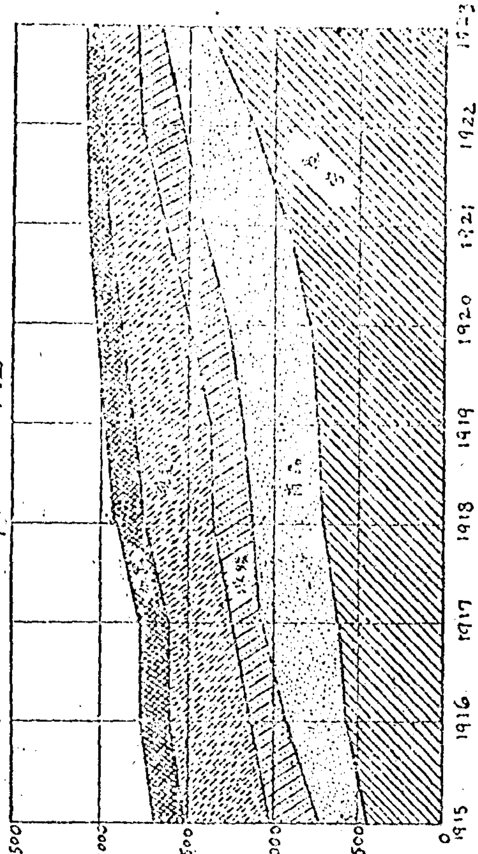
圖二五(B)　距限曲線圖



第十二節　帶紋曲線(Band-Curve)

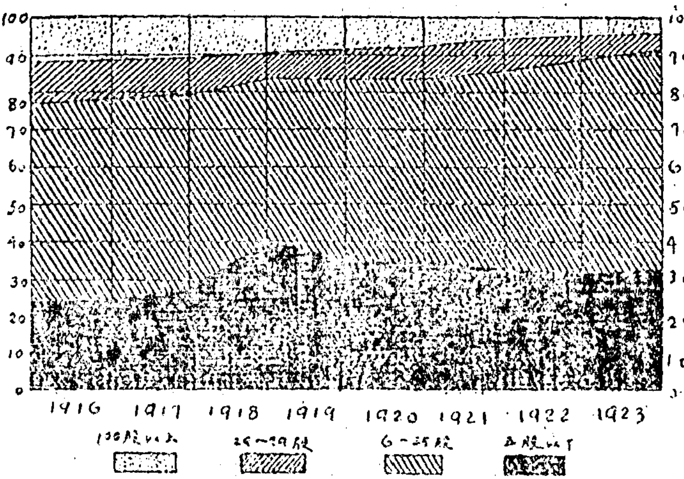
帶紋曲線，可用以表示全體之各部分，略與區分圖條圖相同。繪製之法，各部分要素，以繪造曲線之列項爲代表。曲線間之空間，以各種橫線或顏色塡寫之。每一曲線，由基線上測量，不是代表各部分之數量；不過由基線上起計，代表之部分，累積而上，以至最後之數，乃是代表總計之數量耳。如圖二六，由基線起計，第一曲線代表第一項，第二項曲線代表第一項及第二項，以至最後者代表總數。兩曲線間之距離代表各部分之要素。

圖二六A，爲某公司歷年資產比較之數。圖二六B爲某公司每股東所有股份之數，五股以下之股東，約佔三分之一；


2500
2000
1500
1000
500
0
1915
1916
1917
1918
1919
1920
1921
1922
1923

圖二六(A) 帶紋曲線圖

圖二六(B)　帶紋曲線圖



百分數帶紋曲線圖　各部分之要素，以百分率代表之。原理與百分數圖條圖相同。如圖二六之B 。

第十三節　繼動均數曲線(Moving average Curve)

繼動均數法，乃將對於一串點數各時期之次數而取其均數者也。全部級數，均如此計算。所得結果，而繪曲線，甚爲圓滑。舉例如下。

表一五三年的繼動均數之第一班99：乃將出品之首三項求得。即 $\frac{100+102+95}{3}=\frac{297}{3}=99$

第二班之106 乃出品之第二三及四之三項求得，即 $\frac{102+95+120}{3}=\frac{317}{3}=106$。餘類推。

五年的纖動均數第一班之104，乃出品行之首五項求得。即$\frac{100+102+95+102+104}{5}=104$，餘類推。準此有七年，九年，十一年等等之纖動均數。

計算之捷法，則於既得第一之總數後。欲求第二班之均數，即以將行加入之項、與將行棄去之項之差數，加入於第一總數之內，便可得第二總數。求其平均數，即爲第二之結果。例如第一班之總數爲。

$$100+102+95=297$$

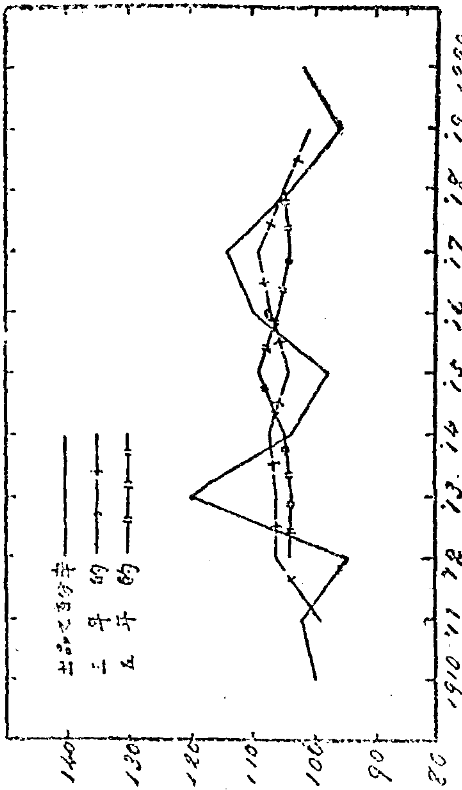
欲得第二班之均數，則將第一項之 100與第四項之120之差爲20加於297之內爲217，以3除之，得106爲第二之均數。

將表之出品百分率，與纖動均數，繪圖比較結果如下。

表一五　纖動均數表

年份	出品之百份率	纖動均數 三年的	纖動均數 五年的
1910	100		
1911	102	99	
1912	95	106	104
1913	120	106	104
1914	104	107	105
1915	98	104	109
1916	110	107	106
1917	114	109	104
1918	104	105	105
1919	96	101	
1920	102		

圖七 變動均數


三年的
五年的
140
130
120
110
100
90
80
1910
'11
'12
'13
'14
'15
'16
'17
'18
'19
1920

第十四節 其他形式的曲線

繼動總數(Moving total)是將每一時期之以前各時期之總數相加而得。如下表，三個月的繼動總數，第一班之665乃1,2,3月之和；第二班之630,乃2,3,4,月之和。餘類推。準此有二個月的·四個月的，五個月的…………一年的。

繼動總數曲線，(Moving total Curve)就是代表此種數量者。

月份	售值	三個月的繼動總數
1	$250	
2	210	
3	205	665
4	215	630
5	240	660
6	230	685
7	220	690
8	200	650
9	200	620
10	230	630
11	260	690
12	300	790

三曲線圖(The Zee curves)乃于同一圖內，繪下列三種曲線。例如：—

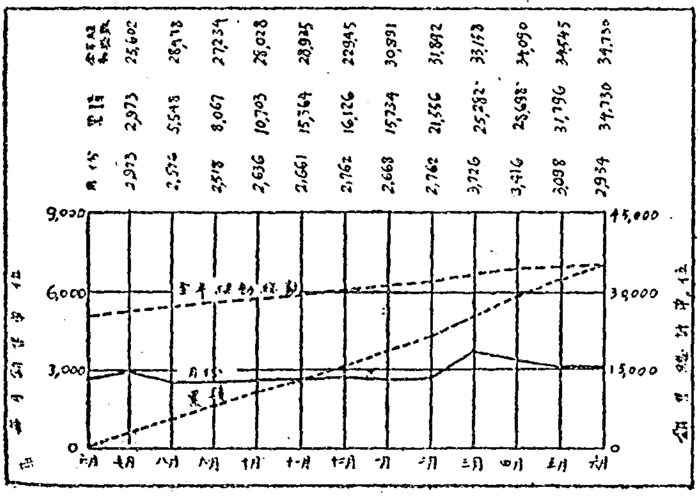
1. 原始的每月數量。

2. 累積總數由年之一月開始。

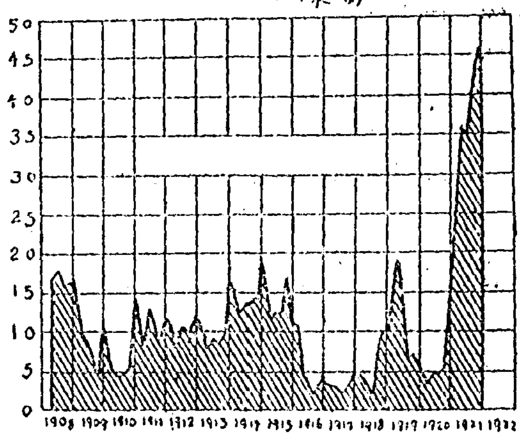
3. 十二個月之繼動總數止于本月的。

此圖要用兩種直立比度，一種爲原始的每月數量。一種爲累積及繼動的總數。如圖二八。

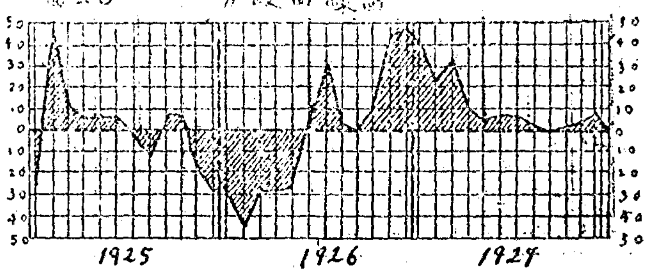
圖二八　　三曲線圖



圖二九 山狀曲線圖



圖三〇 分歧曲線圖



圖二九為美國麻省金屬工會工人失業之百分數。不過將不平滑之曲線及橫基線間之地位，以橫線塡之耳。

圖三十為生產及輸運之分歧數，生產超過輸運，則分歧之百分數，在基線之上，否則在下。

第十五節 繪圖選擇法

統計圖形之選擇，雖無一定之標準，然實用上，一方面根據繪圖之習慣，一方面根據圖形之適用，亦有多少準則。圖式之種類及用處，似乎無限，但應用最多者，不過數種。茲為利便起見，條列如下定理，以為選擇之標準、然非謂必要如是也。

(1)數量之簡單比較(非時間的)

欲表示數量簡單比較，以橫闊條圖為最妥。繪造簡單，容易解釋，且表現最有效力。若比較之項目較多，可以橫線代之。

(2)區分各部的比較(非時間的)

a.一項總數；—

例如欲表現一國居民之國籍，可用橫闊條圖。每一闊條代表一國籍之居民，并以一闊條代表總數之大

小。單圓圖亦可用以表示區分部。不過不如關條圖之顯明，習慣上亦多用之。單圓圖最適用者，爲表示總數之百分數，如賦稅，入息，或消費一元之分配等等。

b.多項總數；一

比較多項總數之各部，最好用橫列區分關條圖；每一關條，代表一項總數；關條內之各部分，則以橫線構造之不同者以區別之。

百分數分配；可用相等之區分關條圖以代表多項之總數，每條區分若干部，以代表該總數之各部分。

每總數之一部，欲以一關條顯之；若祇二三項總數亦可應用，否則不宜。同屬于一總數部分，即以同樣之橫線以顯之。如圖五。

(3)次數分配

次數分配，可以直關條圖或次數分配圖以顯之。若祇代表一項數目之分配，則關條圖最佳。若比較二項或多項之分配，或又欲圓滑之者，則以次數曲線圖爲最妥。

(4)地理上的分配

若欲表現居民之密度，文化之程度，或相似的比率于各地方上，以統計地圖爲最適宜。

若將各地方全區之情形以比較，可用橫線地圖。若欲表示全區內集中于某小部分，則應用點地圖。點地圖代表之數不過大概的比較。詳細數目，當幷表附列於旁。

(5)時間列項

a.比較數年之數項，以直立闊條圖或曲線圖爲妥。時間測量，卽在橫軸之上。曲線圖最能代表接續列項，或數種列項之同在一圖之內者。單一的分立列項，亦可用之。

b.比較二年或三年之數項，可用橫闊條圖，每年有數個項目或數部分者更妥。

c.表示比例的變動者以比率圖最妥，下章卽論討之。

第七章 繪圖法（四）比率圖

The Ratio Chart

第一節 比率圖之特質

比率圖乃繪圖法中適宜于表示比例動變的，若欲于同一時期表示絕對數量者尤妥。選用此種比率圖，或用以前所述之各種圖式，視乎繪圖之宗旨如何而定。譬如研究移民事項，若祗注意于逐年之增加，測量每年移民若干千人，絕不注意于與其總數相關連之增加的比例，則將原來之材料，用平常相等比度之圖繪之，便合。又如欲以1900年（或其他一年）之移民數爲100，其他各年之數，當作此年之百分數，亦可以平常之圖式表示之。又如祗欲以每去年之數爲100，表示本年移民數之百分數的變動，本年與其他各年之關係亦不理及之時，則此各百分數的變動，亦可以平常之圖式顯之。

但欲表示各本年與其前一年之比例的變動，并欲容易與其他各年之比例的變動以比較，同時又可以表示移民之絕對數目，則要採用比率圖矣。

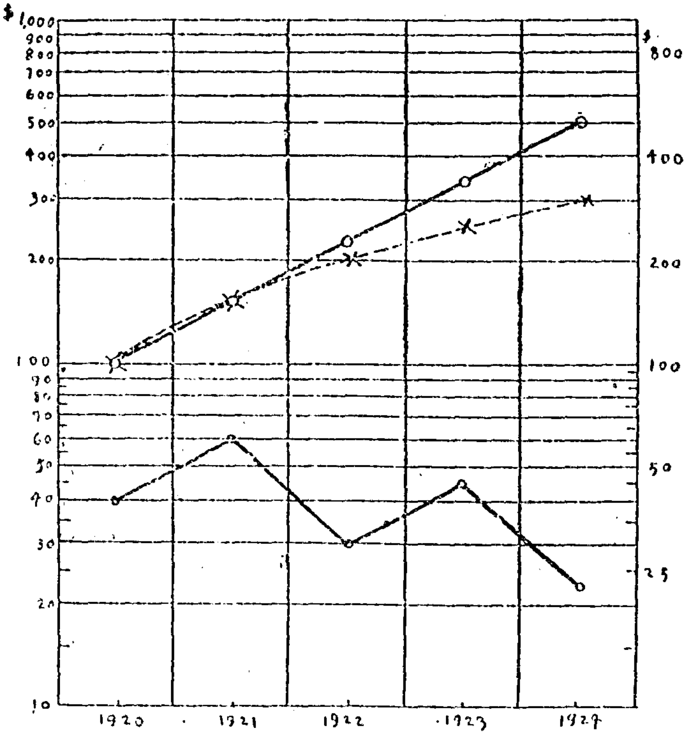
比率圖之構造的特點，在于其圖上直立的距離。

試于圖三一而察其下半部，橫距均相等，與平常之圖相同，若直立距離，上至＄100之線，則逐漸狹小。下半部每十元劃一橫線，上半部則每百元劃一橫線。再細察之，距離之如此比例者，同一增加之百分數，常以同一直立之變動表示之。圖旁之距離，試視其比度數目，便可知之。由25至50之距離，相同于由50至100，或由100至200，200至400，等等之距離。增加之相等比率，常以相等直立之距離表示之。

表一六　構造比率圖之數目

年份	列項A		列項B		列項C	
	數量（元）	由去年變動之百分數	數量（元）	元數之增加	數量（元）	由去年變動之百分數
1920	100.00	………	100	………	40.00	………
1921	150.00	+50	150	50	60.00	+50
1922	225.00	+50	200	50	30.00	—50
1923	337.50	+50	250	50	45.00	+50
1924	506.25	+50	300	50	22.50	—50
1925	759.38	+50	350	50	33.75	+50

圖三一　　比率圖



表一六，假設三種列項，列項A，若與去年之總數比較，每年增加50%列項B則每年增加50元。列項C則第一年增加50%，次減50%；次又增加50%，餘類推。三列項以圖三一之曲線A，B，C表示之。

曲線A，表示 50% 的『增加常比率』(Constant

Ratio of increase)繪成一直線。準此，在比率圖內，凡「增加常比率」之線，均成直線。

曲線B,若在平常圖內則成直線，因他以相等的絕對增加，表示數量之增加，故直立比度之升高亦相等。但在比率圖內，每年50元之增加，不過表示本年與去年不變的減少之百分數，故曲線B向基線而下灣。

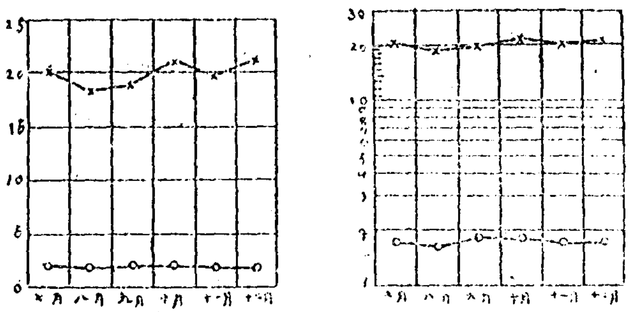
曲線C內，增加50%之線，互相平行，并與A線平行。減少50%之線，亦互相平行。普通言之，在比率圖上，曲線之斜度，在任何一點，均是表示該時期之增加比率或減少比率；故相等的時期，相等增加或減少之比率——即相等的，變助比率———均以平行線表示之。

表一七　美國紐約城及太平洋沿岸之銀行清賬數

1920年六月至十二月

月份	紐約		太平洋沿岸部分	
	元數(000 000 000省)	變動之百分數	元數(000 000 000省)	變動之百分數
七	19.8	………	1.7	………
八	17.9	−9.6	1.6	−5.9
九	18.6	+3.9	1.8	+12.5
十	20.7	+11.3	1.8	無變動
十一	19.4	−6.3	1.7	−5.6
十二	21.0	+8.2	1.7	無變動

圖三二 平常圖及比率圖之比較



圖三二，將兩列項絕對值相差太巨，而百分數之升降大概相同者，繪於平常圖及比率圖以比較。平常圖中，紐約城清賬數之比較的增減，容易觀察，但太平洋沿岸部分之清賬數，幾成直線；若祇恃目力，頗難決定其方向及變動之爲何。此平常圖，果眞能代表此兩列項之比較的變動乎？若細察各時期之變動百分數，太平洋沿岸部分清賬數之變動，有些月份與紐約市相同；但由八月至九月之變動，比較紐約尤爲顯著。現將同樣之數目，繪於右方之比率圖中，則兩曲線之相同者，愈益顯明也。比率圖此種特質，最爲有用；若欲比較兩列項之相關的變動而絕對量相差太巨者，固可用之。又欲以一部分之數與其總數相比較，亦

可用之。

第二節　構造法

比率圖之構造，可採用已有比率橫線之紙張，或將所代表之數目的對數（Logarithms）繪之于平常相等距離之紙均可。　比率圖之紙，習慣上謂之半對數紙(Semi-logarithmic paper）亦有雙對數紙（Double logarithmic paper）而直橫兩方均有比率之橫線。半對數紙，平常有一，二，三，四或五個循環橫線的。每一循環，可以應用于每一相連的十之乘方之全距離若十之乘方之全距離，有兩個相連，則用二個循環的。如圖三一則為兩個循環橫線的，可以適用于由10至1000之全距離。(第一個適用于由10至100——即10之自乘數，第二個適用于由100至1000——即100×10，為10之立方數)若由千萬(10 million=10,00,000)至千兆（Billion=1,000,000,000）之全距離，亦可用之。

對數與比率圖的關係：——

不明白對數之人，亦可應用及繪製比率圖。若用經已製定之紙張，繪造比率圖，亦與繪製平常之圖無

異。但比率之橫線，旣根據于對數，則對數之性質如何，簡明述之，大可以易于明白比率圖之性質也。

對數乃10之方次數(冪Power)，10自乘至該方次數，始得一已知之數。故10之對數是1，100之對數是2，1000之對數是3，餘類推。若介乎十之整數方次數之數目，則對數爲整數及小數相合而成。常稱整數曰首數，稱其小數曰尾數。試觀下表，可以解釋其中之特質。

眞數	對數	眞數	對數
1	0.0000	10	1.0000
2	0.3010	20	1.3010
3	0.4771	30	1.4771
4	0.6021	50	1.6990
5	0.6990	100	2.0000
8	0.9031	1000	3.0000

試察上列對數，可以顯明下列各原理：一

1. 兩眞數相乘，其乘得數之對數，等於兩眞數之對數相加。例如：一

8（卽4×2）之對數=0.9031（卽0.6021+0.3010）

4（卽2×2）之對數=0.6021（卽0.3010+0.3010）

2. 眞數自乘若干次之對數，等於該眞數之對數相加若干次。觀上2，4，及8之數自明。

3. 10之每次方之對數，比較其較低次方之對數多一。故

10之對數爲1.

100之對數爲2.

1000之對數爲3. 餘類推。

故每一列項之對數，其增加率爲一常數，若繪成曲線，則其直立比度之升高亦爲一常數，與增加率之對數相等。簡言之，數目對數之圖，就是比率圖。

第三節 解釋比率圖之規則

茲爲利便參考起見，綜述比率圖之特質如下：一

1. 圖之橫比度，各分割之距離均相等。直立比度則是對數的。（卽X是平常的，Y是對數的）

2. 圖中無零點線（Zero Line）

3. 幾何級數，繪於比率圖上，則成一直線。——即是直線表示變動的常率。若該曲線依直線而升，則所表示列項，依相同之率而增加；若是下降，則依相同之率而減少。

推理：若曲綫由直綫而灣高，則變動率是漸增若灣下，則變動率是漸減。

4. 相等的直立升高，表示相等的比例增加；相等的下降，表示相等的比例減少。

5. 兩曲綫（或同一曲線之兩部分）的相等斜度（Slope,）表示相等的變動之百分數。

推理：同一比率圖內，若兩曲線之斜度變動，其變動之程度較深者，則其變動之百分數亦較速。

比率曲線上，介於任何兩點間之想像的直線之斜度，表示此兩點間之平均的變動率。

6. 若祇注意于兩曲線（或多數曲綫）之比較的升降，而不理及其所代表之絕對數量，繪造之後，可將兩曲線上下移動，待至可以接近比較為止。

第四節 比率圖之應用

比率圖因具上述各特質，故對於下列之宗旨，最爲適用：——

1. 於同一曲綫之各部分，可以比較其變動之比率。平常圖式，由$1,000之增加$5。所佔之地位，與由$10增加$5.所佔者相同。在比率圖上，由$1000 增加$500.與由$10增加$5.同一效果。

2. 絕對數值相差太巨之列項，可以比較其升降之狀況。比率圖，能將總數一部分之相關的升降表現清楚，可與其總數相比較。故製造家或生產家可以其自己之營業狀況，與工業全體之狀況相比較。比率圖之較大的直立比度，可以將相差太巨之數列項，同繪一圖之內，細量之曲綫不致混合，其相關之升降，亦不致朦蔽。

3. 若變動具有常率者，可以容易推測將來之變遷。在圖三一內，假說祇知 1921,1922,及1923,年首時之數目，則1924,年一月之數目，可於圖上伸長一直綫，至代表該年一月之從坐標上

，然後由直立比度得其數值便是。商人常時當作有一增加常率，以推算其將來營業之狀況。

4. 變動具有常率者，可以為計算之用。例如若干年一元某利率複利之結果，可以比率圖表示之，複利綫繪成一直綫，則各斜度依利率而變化比率圖之應用，近年漸廣。零售及批發之物價曲綫，亦採用之。但不過用以表示變動之相關比率而已。為普通計，不等的比度，常令人誤會。

第八章　平均數　AVERAGE

第一節　表示總量之方法

平均數或模範數乃總計的表示，用以指明某組性質之簡明的數目也。若果人類的心理，能將無限的個體，各能記憶其互相關係之點，則將各個體之特質，描述出來，實爲最善之法。無如事實衆多，吾人不能總括普通的趨向；則混亂異常，不易記憶。故將繁雜資料之要點，以簡明的數目表示之，實爲最經濟之方法。此表示總量方法之可貴也。

若將事項比較，此總量表示的方法，尤爲重要。因爲比較之時，要將決斷力集中，非有總量的表示不可。如欲將兩商店之銷貨比較，若單注意于定單之多寡亦無不可，但不如謂此店每日平均售貨五百元，彼店每日平均售貨一千元，卽能將其實在關係，簡明指出之爲愈也。

總量的表示，在統計上有四種方法，能將列項之特點表明，或將各綜合的事項，利便比較。

1.平均數(Average)

2.差異量數（Measures of dispersion or

Variabity）表示差異的程度或離中差的數量。

3。偏態量數(Measures of Skewness) 表示不對稱分配的量數。

4。比率及係數（Ratios and Coefficients）專為幫助比較各綜合體的。

平均數的需要如何，吾人日常討論次數，多用平均數以解釋，卽可見之。例如財富，工資，物價，利率，利潤的平均數，生命平均數，雨量平均數，溫度平均數，產量平均數是也。平均數之用處，可總括如下。

1。表示大多數量的簡單數目；

2。各組不同之點，可用單一的數目以比較之。並可將各組相關之點，以算式顯明之。

第二節　平均數的應用

平均數有多種，茲舉六種如下：—

1。算術平均數（Arithmetic mean)

2。密集數（Mode)

3。中位數 (Median)

4。幾何平均數（Geometric mean)

5.倒數平均數 Harmonic mean)

6.標準差 (Standard Deviation)

某一事項，應用何種平均數，統計者應知下列兩點。

1.材料各組之特點，欲將之表示者；

2.各平均數之特質如何。

能注意于此兩點，自然可以揀擇最妥之平均數應用。然設立一定之法則，一味盲從應用，亦不可能。不過先將各平均數之性質詳細研究；待至應用之時，乃有明確的決擇耳。

欲達此點，故對于各平均數，分三點討論之。

甲、定義

乙、計算法

丙、特質——優點及劣點

第三節 算術平均數

甲、定義 算術平均數或簡單算術平均數 (Simple Arithmetic mean)乃各平均數中之最易認識者。其結果之求得，乃先將某組之數量，求其總和，次以該組之項數除之即得，平常人所用平均數多是此種。

故以後討論平均數而無特別指明者，卽是指算術平均數。

乙、計算方法：若各項之大小旣已知之，卽先將各項相加得一總和，次以項數除之卽得算術平均數。

例如 $$\frac{100+120+116}{3}=\frac{336}{3}=112$$

設 M 爲平均數

m 爲任何一項之大小

n 爲各項目之總數

Σ 爲總和之符號，此卽希臘文字母 S 謂之 Sigma. 則算術平均數之公式如下

$$M=\frac{\Sigma m}{n}\cdots\cdots\cdots\cdots\text{公式 1.}$$

捷法：若各項數目繁多則可用簡法馭之。法先假定一適中之數爲平均數，用爲標準與各項之數目相較。所得結果，各附入加減之符號。次將比較所得之數相加，以項數除之。復將除得之數、加于假定之數內，卽得平均數。舉例如下

表一八　算術平均數計算捷法

各項	假定平均數	各項與假定平均數之差 +	各項與假定平均數之差 −
62			10
64			8
68			4
71			1
73	72	1	
75		3	
81		9	
84		12	
88		16	
n=9		41	−23

41−23=18

18÷9=2

72+2=74為眞平均數

捷法之計算步驟如下

1.假定一平均數　在多數例內，所採用的假定數，乃由該數最易計算離中差數者。若在次數表內，則各項之中點，乃最利便的假定平均數。

2.計算及平均由假定平均數之離中差，並附入加減符號。

3.求各離中差之和而以項數除之，再將所得結果加入于假定平均數之內。若離中差爲負，則由假定平

均數減之，正則加之。結果即爲眞正平均數。

此種方法乃根據于下列的原理；所有由算術平均數的離中差附以相當的加減符號，其總計即等於零。說明如下

由平均數的離中差

$$
\begin{array}{ccccc}
 & M_1 & M_2 & A & \\
K & \vdash & \vdash & \vdash & M^3
\end{array}
$$

設KM_1KM_2及KM_3爲項目之一部，項目之算術平均數爲KA。依算術平均數的定義則

$$\frac{Km^1+Km_2+Km_3\cdots\cdots\cdots\cdots Km_n}{n}=KA$$

代入

$$\frac{(KA-Am_1)+(KA-Am_2)+(KA+Am_3)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots+(KA+Am_n)}{n}=KA$$

$$\therefore KA-Am_1+KA-Am_2+KA+Am_3\cdots\cdots+KA+mAn=n\overline{KA}$$

及 $n\overline{KA}-Am_1-Am_2+Am_3+\cdots\cdots\cdots Am_n={}_nKA$

故 $-Am_1-Am_2+Am_3+\cdots\cdots\cdots Am_n=O$

故由算術平均數的離中差之和等於零。而平均離中差之與他數比較，大過或小過零者，即是眞正及假

定平均數相差之數。

茲設　　A 為眞正平均數

E 為假定平均數

M 為任何一項之大小

n 為各項目之總數

Σ 為總和之符號

則據法可以代數式表之

$$A = E + \frac{\Sigma(m-E)}{n} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{公式2}$$

丙、算術平均數之優劣

分析及批評各平均數，應注意下列各問題；一

1.平均數的意義，已經為一般學者所了解否？

2.平分數的大小，各項目中，實常有之否？又於何方面觀察，他為列項中之模範數？

3.極大極小之項目，影響於該平均數之限度如何？

4.平均數之決定，須用何種智識？

5.平均數之算得，需用工作及技術幾何？

6.需用代數的算法否？例如需將數種列項混合以

求其平均。

7.有無其他特別或重要之點？

應用上列問題於算術平均數，則有下列之優劣。

優點

1.算術平均數計算之方法及意義、爲一般人士所熟識，卽未經數學或統計的訓練者，亦易明白。

2.算術平均對于極端的離中差及所有其他離中差，均能依其數量之大小，直接感受相當的影響。此種特性，有時極顧得之。例如無論何時均有如下重要事項之表示：每人之消費，生產、或財產等量，不論其分配如何，此種平均數，均能直接感受各數量大小之比例的影響。

3.由各個項目計算算術平均數，不需若何之智識。如每人食糖之量，卽可由人口總數及糖生產之總量計算而得。且此等平均數多數經已計妥。

4.若材料爲數目，不是曲線，則計算之方法極簡單。

5.數目之總和，可由平均數與項數相乘而得。

6.可與其他之算術平均數合併，不致發生數學上的

矛盾，

劣點：算術平均數，常時不是適合的，可于其特質上見之。

1.平均數，常時不是代表實在數目。如廣東十九縣的採樣調查，每戶平均4.6人。實在無一家庭，有此人數者。（參觀統計彙報第七期廣東農工廳出版）

2.極端的數項影響太大。若有少數極大的或極細的項目存在，則平均數每致偏枉。

3.欲知算術平均數之確數，須知極端的數項之大小。

4.若材料以曲線表示，則算術平均數，不易于計得。

5.不可以數目測量的特質，欲研究之，常時不能應用此法。

第四節　加權算術平均數（Weigkted Aritpmetic mean）

加權(weigkted)一字有譯之為較量或觭重者。加權平均數之用處，可于簡單平均法之應用，實在有限即可見之。例如三個兒童之高度為24，25，及26寸游

平均數為

$$\frac{24+25+26}{3}=25\text{寸}$$

同理有其他七童之高度為 30，31，32，33，34，35 及 36 寸其平均數為

$$\frac{30+31+32+33+34+35+36}{7}=33\text{寸}$$

但兩組合併，其平均數高度，並不是

$$\frac{25+33}{2}=\frac{58}{2}=29\text{寸}$$

可將各個高度合併計算以證之如下：—

$$\frac{24+25+26+30+31+32+33+34+35+36+}{10}=30.6\text{寸}$$

兩組之人數不同，祇求兩平均數之簡單平均數，實屬不妥。第二組人數，兩倍于第一組有多。若求簡單平均數，則兩組之輕重相等。茲依人數之多少以加權計算，則得確數如下：—

$$\frac{25\times3+33\times7}{10}=\frac{306}{10}=30.6\text{寸}$$

若以公式表之則

$$\text{加權平均數}=\frac{\Sigma fm}{n}\text{………公式 3}$$

M爲總和之符號

m爲任何一項之大少

f 爲加權數

u 爲項數之多少

下列之表，亦顯加權平均數之算法。

表一九 加權算術平均計算法(平常法)

工值分組	得各組工值之人數 (次數)	工值×次▽
元 2.00	4	8.00
4.00	3	12.00
8.00	1	8.00
3.00	9	27.00
6.00	6	36.00
5.00	5	25.00
3.50	2	7.00
4.50	3	13.50
2.50	2	5.00
總計	35	元141.500

$$M(fm)=141.50$$

$$u=35$$

$$M=\frac{141.50}{35}=4.043\text{元}$$

表19表示平常之算法。表20則示捷法之計算。一切計算次序與前節所列者相同，不過多一次相乘之工

作耳。

表二〇 加權算術平均(捷法)

工值單位	次數	離中差 −	離中差 +	離中差乘次數 −	離中差乘次數 +	離中差之總計
總計	163			$161.50	$68.00	—$ 3.50
$2.00	25	$3.00		75.00		
4.00	22	1.00		22.00		
3.00	17	2.00		34.00		
6.00	23		1.00		23.00	
3.00	1	2.00		2.00		
8.00	15		3.00		45.00	
5.00	27					
3.50	12	1.50		18.00		
4.50	21	.50		10.50		

$$\frac{-\$\,93.50}{163} = -\$.57$$

$$\$5.00 + (-\$.57) = \$4.43$$

若項目以組而分，各組之內，不知其眞數幾何。則於一組之內，當作一律同等，而以各組之中數乘之。下列之例，爲工資率之分配，可以平常之法及捷法求其平均數幾何。

表二一　由次數各組計算算術均數法

工値組距	各組中點	次數	次數與中項之乘積
總計		434	$3,923.00
$5至5.99	5.5	15	82.50
6— 6.99	6.5	40	260.00
7— 7.99	7.5	66	495.00
8— 8.99	8.5	91	773.50
9— 9.99	9.5	113	1,073.50
10—10.99	10.5	49	514.50
11—11.99	11.5	30	345.00
12—12.99	12.5	27	337.50
13—13.99	13.5	2	27.00
14—14.99	14.5	1	14.50

$3923.00÷434＝$9.04＝算術平均數

若用假定平均數而計其離中差，則於一組之內亦當作一律同等。下例即假定$9.50爲平均數亦即$9.00至9.99組之中數也。

表二二 由次數各組用捷法求算術均數法

單位	次數	由假定平均數$9.50之離中差		次數及離中差之乘積		離中差總計
		—	+	—	+	
總計	484			$ 403.00	$ 203.00	—$200.00
$5至$5.99	15	$4.00		60		
6— 6.99	40	3.00		120		
7— 7.99	66	2.00		132		
8— 8.99	91	1.00		91		
9— 9.99	113					
10—10.99	49		$1.00		49	
11—11.99	30		2.00		60	
12—12.99	27		3.00		81	
13—13.99	2		4.00		8	
14—14.99	1		5.00		5	

—$200.÷484=—$.46

$9.50+(—.46)=$9.04為眞平均數

逐步離中差法(Step Deviatiou Method)若次數各組之差，一律相同。則用此法以求其離中差，較爲省時。法先假定一數爲平均數，在此數上下之各組，則與此假定之數相較，而得其逐步之差數，將此差數，與次數相乘即得逐步離中差總計。

再將此逐步離中差總計變爲眞正離中差。若各組之差爲一，則以1.乘之；爲二則以2.乘之；爲一半則以

$\frac{1}{2}$乘之；舉例如下·

表二三　逐步離中差法求各組之算術平均數

單位	次數	由假定平均數$17.50之逐步離中差		逐步與次數之乘積		逐步離中差總計
		−	+	−	+	
總計	83			22	51	29
$5—9.99	4	2		8		
10—14.99	14	1		14		
15—19.99	30					
20—24.99	21		1		21	
25—29.99	12		2		24	
30—34.99	2		3		6	

$$29 \div 83 = .35$$

$$.35 \times \$5.00(\text{各組之差}) = \$1.75$$

$$\$17.50 + \$1.75 = \$19.25$$

加權算術平均數的捷法。可以代數式表之如下

$$A = E + \frac{\Sigma f(v-E)}{n} \text{……………………公式4}$$

A為眞正算術平均數

E為假定算術平均數

f 為各項之加權數

V 為各項目之值，常用其中點為代表。

n為各項目之總數

Σ為總和之符號

茲舉下例說明此式之應用

表二四　100 種批發物價比價次數表

比價組別	各組之次數	各組之中點	由假定平均數E=202之離中差	次數×離中差
總計	f	v	(V—E)	F(V—E)
	100			+1,125
75—99	1	87	—115	—115
100—124	2	112	—90	—180
125—149	4	137	—65	—260
150—174	13	162	—40	—520
175—199	26	187	—15	—390
200—224	21	212	+10	+210
225—249	9	237	+35	+315
250—274	13	262	+60	+780
275—299	5	287	+85	+425
300—324	2	312	+110	+220
325—349	1	337	+135	+135
350—374	2	262	+160	+320
375—399	1	387	+185	+185

上表假定平均數E=202，故各組中點之離中差，均是大整數(Round numbers)。

離中差之和為+2590—1465=+1125；

代入公式四，即得

$$A=202+\frac{1125}{100}=213.25\%$$

第五節 密集數 Mode

甲、定義；密集數亦曰衆數，乃一宗數目內之最多次者。如密集的工値乃普通的工値，最多工人獲得此種工値者。平常謂之普通數亦多是指密集數。如謂普通的讀者，普通的學生，卽是指最多次數的。

表二四內，次數最多的謂之密集組(moda class) 176—199組是也。

乙、計算法

1.觀察法(Inspection)各項或各組，既已詳知，則密集數卽可以觀察或單簡的計算以得之。

2.次數表核算法 (By interpolation in a Frequency table) 若各項事實祗列于次數分配內，則密集數之計算，必須指定密集組，或于密集組內推算而得其一點。茲假定下列次數分配表以明之：—

表二五 密集數之計算

工 値 元 數	人 數
10.00——19.99	10
20.00——29.99	18
30.00——39.99	60
40.00——49.99	22
50.00——59.99	20

密集組爲（30.00—39.99密集數之大小可以以下公式推算之

$$Mo=L+\frac{c\,f2}{f2+f1}\cdots\cdots\cdots\cdots\text{公式}5$$

Mo＝密集數之大小

L ＝密集組之較低限度（$30.00)

C ＝組距之大小(在此例爲($10.00)

f2 ＝密集組較高一組之次數(22)

f1 ＝密集組較低一組之次數(18)

依上例代入此式則得

$$M0=30+\frac{10\times 22}{22+18}=\$35.50$$

表二七爲比價或百分數之列項，依大小次序排列的。

若欲單簡計算，以得其視察的密集數，則覺不能確定，因爲 190.7,194.3或194.7. 均各有三次之多。

若應用此式于表二四之單簡次數分配，可得密集數如下：

$$MO=175+\frac{25\times21}{21+13}=190.4$$

此公式之計算，乃根據密集數在密集組內，遂以其上下兩組之大小而計得之。若上下兩組之次數相等，則密集數居於密集組之中間。但社會及經濟材料之實在分配，類此者絕少。故統計學者遂以密集組之相隣兩組之次數，以爲密集組之上半及下半之權數(Weighting)而計算，則密集數之數值，不是中點數值，但在此點之上或下，恃乎上組或下組之次數何者爲大也。若上組爲下組之二倍，則密集數距離較低限度，佔組距之三分之二。接續列項合于常態次數分配之定律者，此式所得之結果，最爲確當。若應用于分立列項，而趨向無常者，則解釋當加倍注意。譬如工値之支付，常近于五元，若計得26元爲密集工値，則是誤用。實則25元爲最好的推算。

3.組合法 (By grouping) 若因各組之次數無一可以代表密集數，則密集組亦不易決定。則將組距擴大，分配之性質，較易顯明。此法謂之組合法。由此取得近似于眞正之密集組，而密集數就在此組之內。舉列如下：

表二六　用組合法求密集數

各組之大小	次數					
1	2	3	4	5	6	7
5	48	100		156		
6	52		108		168	
7	56	116				178
8	60		122	182		
9	62	122			180	
10	60		118			174
11	58	114		177		
12	56		119		179	
13	63	123				171
14	60		108	148		
15	48	88			120	
16	40		72			
17	32					

其法先用二組合次數，得第 3 行；次移下一位仍用二組合次數得第 4 行。再用三組合次數，得第 5 行；移下一位仍用三組合次數得第 6 行；再移下一位，又用三組合次數得第 7 行。若必需時復可用四組合。繼續此法，待至較有一定，而最多次數之點，不因將組合移下位數而變遷時乃止。密集數即在最後組合行之最大組內。近于密集數之各組祗採用之，餘可不必理會。

依第一次組合，密集數似乎 13 或 14 因為123 為最大之次數組。以後組合，則最大總計移于 9 之左右。組合之限度變遷，而 9 之次數，常在各最大組之內。其餘各項之次數則不然，故 9 為近似的密集數。

結果總計

行　數	密集組之各項
4	8, 9
5	8, 9, 10,
6	9, 10, 11,
7	7, 8, 9,

7=1次

8=3次

9=1次

10=2次

11=1次

故9之次數最多，即為此列項之密集數。

4.圓滑簡單次數圖核算法 (By interpolation on a smoothed simpl-e frequency graph.) 由次數長方圖或次數多角圖形以繪得一平滑曲線，則推算密集數，即可以曲線上最高縱線之在橫軸上之值以代表之。曲線上最高之縱點，既已度得，則在橫軸上之度數如何，即可以尺量得。

5. 圓滑累積次算圖核算法(By interpolation on a smoothed cumulative frequency graph) 在累積次數曲線上，曲線中最崎嶇點之在橫軸上之值，即是代表密集數。因為自該點起，由直線上以量次數之增加，每一水平方向之單位，次數增加最速，任何曲線上其他之點均不能有此現象。圖三三『以下』曲線傾斜最大之點在于175—199組距之間。而194 % 是密集點

，因為此點為最崎嶇之點，曲線之方向並由此改變。

不規則的次數分配，用此法以求密集數，常不合用，故用時要注意。

6.披爾遜公式(Pearsonian Formula)在完全對稱鐘形之分配內，平均數，中位數，及密集數完全相同而合一。但分配不是對稱的，則集中之趨向及各平均數，互相分離。密集數為分配最多集中之點，可以最高之縱坐標代表之，或次數多角形之頂點代表之。平均數之距離密集數，較中位數較遠，因為平均數受極端變數之數目及大小兩者影響之故。若分配一邊，具有較多極端離中差(由密集數的)，則平均數及中位數，均趨向於該方向。中位數是位置的平均數，受項目之數目的影響較大，不是受極端變量之大小的影響也。

在略不對稱之次數分配內，中位數約在平均數與密集數之距離之三分之二。中位數之位置，介于密集數及平均數之間。但中位數及平均數之數值，有時大過密集數，有時小過密集數。

披爾遜教授(Pearson)依據此平均數及中位數與

密集數之關係，發明如下公式，以計算略不對稱分配中之密集數的近似數値。

Mode=Mean—3(Mean—Median)

密集數=平均數—3(平均數—中位數)……公式6

丙：密集數之優劣

優點

1.密集數的意義，容易明瞭。

2.若核算精確，他常以實在的數目爲代表；因爲他常爲最普通之項目。

3.極大極小之項目，不影響于他的位置。

4.極端項目之關係，無需研究，除非項目極少之時無密集數在內耳。

劣點

1.簡明固定的密集數常時無之。如商店之薪水表內，常無兩人相同者。

2.常有某種情景，所有項目應發生若干効力者，而密集數則不受極大極小的項目之影響。故上述此種之優點，亦可作爲劣點。

3.若祗知總値及項目之數，不能決定之。

第六節 中位數 Median

甲，定義 中位數是中間的數値 (Value)，平分全量度爲兩等分。此數値長過全量度之一半及短過其他之一半。若在次數分配全部之中以覓之，則一半居其上，一半居其下。中位數就以其地位以代表全列項。無論何列項，必先依其數値，依次排列。若項目爲單數，則中位數値卽是居中之項；若爲雙數，則中位數値在居中兩項之間。但此居中兩項之値，完全相同；則任擇其一卽爲中位數値。

中位數亦可謂之爲量度之中點。乃是一點，不是一個數量，如此定義，可以免除計算上發生差誤的觀念。故中位數之求法：先將項目依次排列由項目之任一端起計，計至項目適爲一半，遂決定該點，爲中位數之所在。由此端起計及由彼端起計，所得之結果當相等。並可用之以互相檢查答數之確否。

各種變量之項目，依大小的次序排列，如表二七100比値次序表，則中位數卽是將各項平分爲相等兩部分之項目。故細過中位數之項目，與大過中位數之項目均相等。如五人每日之工値爲3元，4元，5元，6元及7元，則中位數之工値爲5元。若加入第六個人，其工値爲8元，則中位數介于5元與6元之間。習慣上卽將此兩中項相加而平均之，卽得中位數5.5元是也。

表二七　100 比價次序表

次序	比價	次序	比價	次序	比價	次序	比價
1	95.0	26	186.7	51	200.5	76	228.4
2	108.7	27	186.7	52	206.6	77	253.9
3	121.1	28	187.1	53	209.4	78	255.4
4	131.4	29	188.0	54	209.4	79	256.4
5	132.7	30	188.0	55	211.6	80	256.4
6	142.3	31	188.6	56	212.3	81	257.2
7	146.7	32	189.0	57	213.8	82	258.1
8	150.9	33	190.1	58	213.8	83	260.0
9	153.5	34	190.7	59	214.6	84	260.1
10	153.5 D1	35	190.7	60	215.1	85	260.1
11	160.4	36	190.7	61	215.5	86	261.8
12	162.7	37	191.1	62	215.9	87	262.4
13	163.7	38	193.0	63	216.7	88	269.0
14	164.5	39	193.6	64	217.1	89	273.8
15	165.6	40	194.3	65	219.9	90	286.1
16	165.6	41	194.3	66	221.9	91	288.2
17	169.5	42	194.3	67	223.3	92	290.9
18	169.5	43	194.7	68	225.2	93	293.8
19	171.6	44	194.7	69	227.9	94	296.7
20	174.4	45	194.7	70	228.8	95	301.0
21	178.1	46	198.2	71	233.3	96	315.6
22	179.3	47	199.5	72	234.2	97	336.0
23	181.2	48	199.5	73	236.6	98	359.6
24	183.1	49	199.7	74	246.0	99	360.9
25	185.3 —LQ	50	200.5 —Md	75	246.0 —UQ	100	382.8

乙，計算法

1. 觀察法或枚舉法(Inspection or Count)若各個已知項目之值，依次排之，無論由何端計起均可計得中項，而得中位數。其公式爲

$$中位之次序=\frac{n+1}{2}\text{……………………}公式7$$

n 爲項目之總和

亦卽將項目之數加一，復以二除之，卽得中位數之次序。中位數之值，可觀察次序表得之。

參觀表二七。共有 100項，故中位數爲 50及 51兩項之平均數，而50及51 兩項之值，均各爲200.5，故得中位數爲200.50

2. 次數表核算法(By Interpolation in a Frequency Table)若由次數分配表以計算中位數，則各組內之數值，當作平均分配於全組距之中。茲舉數例於下以明之。

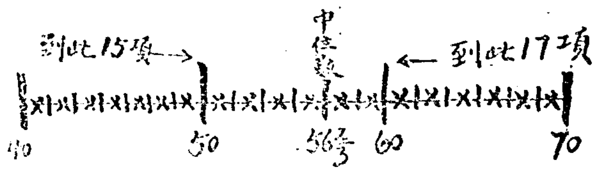
第一例

工值組距	次數
0— 9.99	1
10—19.99	1

20—29.99	2
30—39.99	4
40—49.99	7
50—59.99	6
60—69.99	6
70—79.99	5
80—89.99	4
90—99.99	2
	38

第一例　次數之總計爲38，故中位數爲居於中央之一點，每邊各有19項。若欲求得之，任由一邊起計，計至19便得。現由分配之較低邊起計，將次數相加，1+1+2+4+7卽得15項已計至40—49.99組；若再將50—59.99組之6加入，則15+6=21項爲太大，欲得中位數，僅能在此組內計四項便妥，卽15+4=19。此組之內有6項，當作其平均分配，則中位數之點，必在此組距內之$\frac{4}{6}$或$\frac{2}{3}$，而組距爲10，中位亦卽在距離較低限度之上$\frac{2}{3}\times 10$，或$6\frac{2}{3}$。將此數加於較低限度。50+

6 $\frac{2}{3}$=56$\frac{2}{3}$即為中位數值。再由分配之較高邊起計，2+4+5+6=17。欲得中位數，再加2于17乃可。亦即由 50—59.99組內計入$\frac{2}{6}$或$\frac{1}{3}$ 10之$\frac{1}{3}$為$10\times\frac{1}{3}=3\frac{1}{3}$，此距離乃由該組內較高邊計入，以得 19 之數。故$3\frac{1}{3}$應由該組距之較高低限以減之，亦得56$\frac{2}{3}$。



如上計算，可以上圖顯之。此圖祇表示由40—70之部分。依組距內平均分配之理，各組距內平均分爲若干項，每項(以x代表)當作居於各距離之中點。故5—59.99組內之6項，卽在50.83………,52.5………,54 16 ………,55.83………,57.5及59.16………故由較低邊起計之第19項在於55•83，而由較高邊起計之第19項在于57.5；在此兩點間之任何數值，均合于中位數之定義。但依平均分配之理，中位數當居于兩點間之中央

，兩點間之中央卽爲$56\frac{2}{3}$。與用上法求得者相同。

求中位數之步驟如下：—

(1)以2除項目之總數，設n爲總數，卽$\frac{n}{2}$。

(2)由分配之任何一端起計，將次數次第相加，至其總和最大，但不超過項目總和之一半乃止。設此數爲S。

(3)將上所得之總和，由項目總數之一半減去之，卽$\frac{n}{2}-S$，用此結果爲分數之分子。

(4)分數之分母，卽中位數組(Median class)之次數。設爲F。所謂中位數組，卽是將次第相加之上一組或F一組、而中位數卽在此組之內者。

(5)此分數以組距之大小乘之。設組距之大小爲C，卽得：$C(\frac{n}{2}-S)$.

(6)若次數由較低端起加，則此乘積應加于中位數組之較低限度。若次數由較高端起加，此乘積應由中位數組之較高限度減去之。所得者卽爲中位數之値。設較低限度爲L，較高限度爲U，則

$$md = L + c\left(\frac{\frac{n}{2} - s}{F}\right);\ \cdots\cdots\cdots\cdots\text{公式}8$$

$$\text{或} = U - c\left(\frac{\frac{n}{2} - s}{F}\right),\ \cdots\cdots\cdots\cdots\text{公式}9$$

nd＝中位數

L＝中位數組之較低限度

u＝中位數組之較高限度

c＝組距之大小

n＝次數(或項目)之總和

s＝L以下各組次數之總和或u以上各組次數之總和。

F＝中位數組之次數

用此公式于第一例。即得

$$Md = 50 + 10\left(\frac{\frac{35}{2} - 15}{6}\right) = 56\frac{2}{3}$$

$$\text{或} = 60 - 10\left(\frac{\frac{35}{2} - 17}{6}\right) = 56\frac{2}{3}$$

第二例則次數之總和爲單數。與第一例不同，而計算之方法一樣。所不同者$\frac{n}{2}$之結果爲$\frac{1}{2}$而不是整數

第二例

工資(元數)	人數
2—	4
4—	5
6—	7
8—	11
10—	9
12—	8
14—	3
	47

$$md=8+2\left(\frac{\frac{47}{2}-16}{11}\right)=9.86\text{元。}$$

$$\text{或}=10-2\left(\frac{\frac{47}{2}-20}{11}\right)=9.36\text{元。}$$

尙有特別之例與上述中位數之計算不合者。最普通者如第三例題。應用上式，計算如下：

第三例

組距	次數
0—	2
5—	2

10—	8
15—	6
20—	4
25—	2
	n=24

$$md=15+5\frac{\frac{24}{2}-12}{6}=15;$$

$$\text{又}md=15-5\frac{\frac{24}{2}-12}{8}=15.$$

類似此等之例，公式中分數之分子等于零，則公式變成

$$md=L\text{或}v$$

亦卽$S=\frac{n}{2}$，若將次數由較低端起加，則中位數就是再前一組之較低限度（上例15—20組之15）；若由較高端起加，則是再前一組之較高限度（上例10—15組之15）；故中位數爲15。後者不用公式，亦可得同一之結果。

以下各例雖是較少，亦隨時有之，兹并述于下：—

第四例

組距	次數
12—	1
15—	3
18—	3
21—	0
24—	1
27—	2
30—	4
	n=14

$$md=21+3\left(\frac{\frac{14}{2}-7}{0}\right)=21$$

$$\text{或}md=24-3\left(\frac{\frac{14}{2}-7}{0}\right)=24$$

此例與前例相同，$S=\frac{n}{2}$。但若由較低端起加包含S最後一組之再前一組，或由較高端起加之再上一組，其次數爲零。若用公式，則

$$md=21+3\left(\frac{\frac{24}{2}-7}{0}\right)=21;$$

$$\text{及}md=24-3\left(\frac{\frac{24}{2}-7}{0}\right)=24.$$

由兩式所得之數値不等。因爲項目之一半在21之下；其他一半在24之上，則此兩者間之任何一點，均有一半項目居于兩邊。而此兩者數値之中點，或由上兩公式所得結果之平均卽爲中位數，卽22.5是也。

計算方法述爲定規如下：一

當$S=\frac{n}{2}$,而再前一組之次數爲零之時，應將組距之一半加於此無項目中位數組之較低限度；或由其較高限度減去之。無論何者之結果，均是中位數組之中點。

第五例 有兩組無次數者，計算方法，亦與前同。

組距	次數
15—	4
20—	7
25—	0
30—	0
35—	1
40—	3
45—	5
50—	2
	n＝22

應用公式，得25及35，而平均爲30。若應用前節之所述而略變更之加5于25，或由35減5，亦得同樣之結果。不過不是將組距之一半相加或相減，而以無次

數各組所佔總距離之一半相加或相減耳。組距爲 5，若是三組，則加或減之數爲7.5；四組則爲10；餘類推

第六例　是表示各分配中組距不相等之中位數計算法。最要之點，就是公式中之組距C,是中位數組之組距；或包含S 各組之再上一組或再下一組之組距。如下例，中位數組爲(30—40)，其組距爲10。

第六例

組距	次數
0 —	4
5 —	5
10—	5
15—	6
20—	7
30—	10
40—	9
50—	6
75—	3
100—	2
	n=57

$$md=30+10\frac{\frac{57}{2}-27}{10}=31.5$$

$$\text{又}md=40-10\frac{\frac{57}{2}-20}{10}=31.5$$

第七例　是項目一半以上在最低組或最高組者。

組距	次數
0 —	22
1 —	6
2 —	4
3 —	3
4 —	2
5 —	2
6 —	1
	n=40

用公式計算之，則

$$md=0+1\frac{\frac{40}{2}-0}{22}=0.91$$

$$或\ md=1-1\frac{\frac{40}{2}-18}{22}=0.91$$

由次數較大之組起計，將次數相加，簡直無之，仍作S細于耄。依公式計算，中位數卽在包含次數最多之組內。

第八例　與前例同，不過100組內，組距并無大小適爲100。卽組距之大小等於零。故中位數爲100.

組距	次數
50—	1
60—	0
70—	1
80—	2
90—	4

$$MD=100+0\frac{\frac{20}{2}-8}{12}=100$$

100	12
	n=20

第九例　中位數之研究，均作在接續列項(Continuous series)之內。但分立列項 (Discrete series) 之計算，亦作與接續列項相同。但有不盡然者。譬如學校中各班學生之多寡如下表，用公式求其中位數爲

(每班人數)	班數
40—	2
41—	5
42—	6
43—	4
44—	3
45—	2
	n=22

$$md=42+1\left(\frac{\frac{22}{2}-7}{6}\right)=42.67$$

中位數爲42・67。但每班人數，决無42・67學生者。所有42—43組之班數，必均適有學生42人，故該組之內，無論中位數在何處，均作42計算。此中位數，與其謂之爲中點，不如謂之爲中項之爲妥。

第十例　但前例若將40及41合爲一組，42及43，44及45各成一組・則應用公式以求得有分數之中位數

·如下表

組距	次數
40—	7
42—	10
44—	5
	n=22

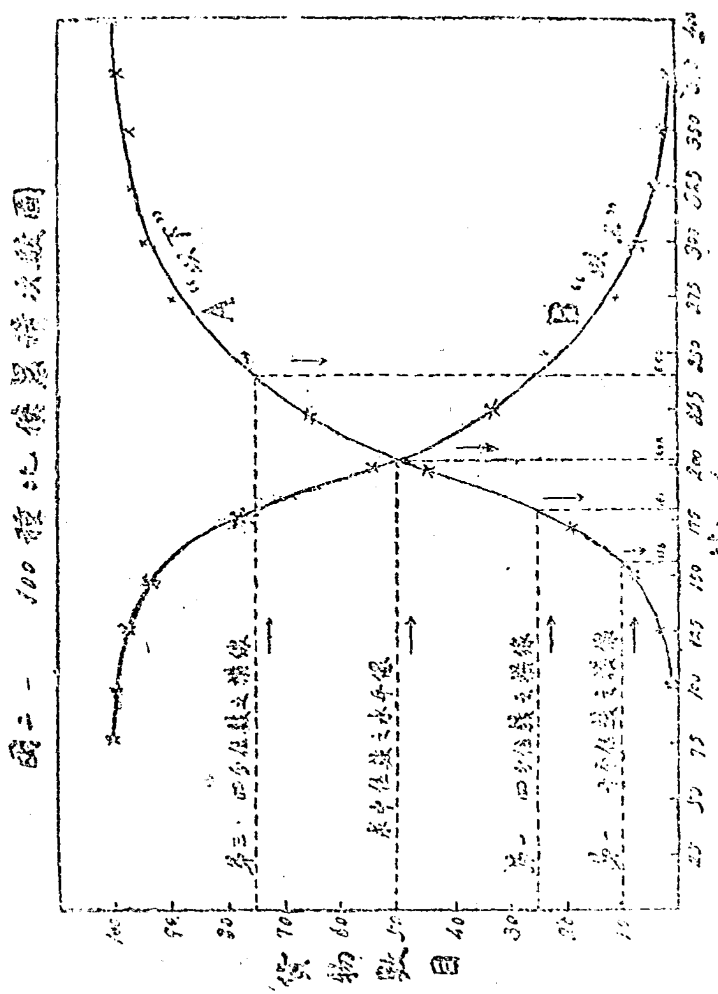
$$md=42+2\left(\frac{\frac{22}{2}-7}{10}\right)=42.8$$

3,累積次數關核算法(By interpolation on a cumulative frequency graph)由簡單次數曲線不能決定中位數。但若曲線平滑則中位數平分此面積爲二等分。在平滑累積次數曲線，則中位數可如下方法求得之。

先畫一水平線，平分代表總次數之縱線，然後由此水平線與曲線相遇之點，作一線垂直於橫軸。由此相遇之點，可量得中位數之近似數值，舉例如下。

表二八 100種比價累積次數表

1	2	3	4
比價	簡單次數	累積次數	
		以下	以上
75—99	1	1	100
100—124	2	3	99
125—149	4	7	97
150—174	13	20	93
175—199	26	46	80
200—224	21	67	54
225—249	9	76	33
250—274	13	89	24
275—299	5	94	11
300—324	2	96	6
325—349	1	97	4
350—374	2	99	3
375—399	1	100	1


A
B

，圖三三乃依表二八而繪的，卽用以說明此核算法。因爲利便比較之故，故繪兩線，但只用以下之線以解釋。欲求中位數之近似數值，卽先由縱軸之中點50畫一水平線，再由此線與以下曲線A相遇之點作一線垂直於橫軸，卽得202爲中位數之近似數值。AB兩曲線在中位數點相交，故依法在B曲線所得之結果，與A曲線相同。

四分位數(Quartiles)十分位數(Deciles)及百分位數(Percentiles)之測量 此三種數值，亦可以用同上之方法測量之。 第一四分位數或較低四分位數(Lower quartile)將此列項分爲兩組，一組包含細於此四分位數的，爲總數之四分之一；其他一組包含大於此四分位數的，爲總數之四分之三。并可由基綫上測得其數值。同理第三四分位數劃分較高之一半分配。第一十分位數，乃由分配之第一的十分之一劃得的；而中位數，是第五的十分位數。若欲測量多數此等位數，平滑累積曲線，實爲最簡便的方法。計算方法下章再說明之。

丙、時間列項的中位數(The median of a time se

series)在時間列項內譬如依每一時期之產量以排列，不理時間次序如何。則中位數可用以指示中間之項目。此種方法，一如上述。但中位數有時用以指示時間之中點，或累積歷史列項之中點。茲設下例，將中位數一名詞之應用於歷史列項中之三種意義，略爲解明。

月 份	銅鐵出產之噸數
元	30
二	35
三	15
四	20
五	100

中位時期爲三月；中位出產量是30噸，乃元月的。出產累積之中點，卽總數一半之點，則在四月之末。茲爲免除混淆起見，所謂中位數者，乃指產量之中位數；至若時間之中點或累積出產之中點，則再加字樣以說明。

丁、中位數之優劣

優點

1,中位數不用數學的概念以求得之;無論性質或數量均可得一中位的次序。

2,中位數只根據所有觀察的事實以得之;極大極小之數不必理會。其變量如何,只知其項數若干及依次排列,便可計算。

3,中位數不加權(Weight)於極端之項目。極端之項或加或減;影響於中位數極微。

4,中位數比較算術平均數容易計算。

5,中位數可以在曲線上或累積次數曲線計算得之。

劣點

1,在列項中,中位數可依核算法以求之;但在分立的列項,則中位數常是僞造的。

2,中位數不能以代數式求得之。

3,若要加權於極端之數項,則中位數不適用。

第七節 幾何平均數 Geometrice Mean

甲。定義 幾何平均數,先求得列項各項目之乘積,次開項目之若干次方而得方根,是爲幾何平均數。例如10,100,及1000 之幾何平均數,就是三者之乘積之立方根。

$$G_{\bullet}=\sqrt[3]{10\times100\times1000}=100$$

平均計算，少用此法；但計算指數(Index numbers)則應用頗多。英人謝雲(W. S. Jevons)研究物價亦常用之。

乙　計算法　幾何平均數常用對數(Logarithms)計算之。故對數方法應善運用，乃便計算。

幾何平均數之公式如下

$$G_{\bullet}=\sqrt[n]{V_1\times V_2\times V_3\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots V_n}\cdots\cdots\text{公式10}$$

若用對數則爲

$$G_{\bullet}\text{之對數}=\frac{\log V_1+\log V_2+\log V_3\cdots\cdots\log V_n}{n}\cdots$$

$$=\frac{\Sigma\log V}{n}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{公式11}$$

故每一列項幾何平均數之對數，乃是列項各項目的對數的算術平均數。

前例 $G_{\bullet}=\sqrt[3]{10\times100\times1000}=100$

若用對數求之，則爲

$$G\text{之對數}=\frac{\log10+\log100+\log1000}{3}=\frac{1+2+3}{3}=2$$

但2乃100之對數，故G=100

若各組不是一個單位，則須算組距中點之對數。次數

若干，卽用以乘此中點之對數，以求幾何平均數。茲幷爲利便比較之故，先依算術平均法計得，次用幾何平均法計之。

表二九 某工廠每週工値計算法

工 値	人 數	中 點	人數×中點
15——20	10	17	170
20——25	19	22	418
25——30	20	27	540
30——35	21	32	672
35——40	18	37	666
40——45	0	42	0
45——50	15	47	705
總 計	103		3171

算術平均數$=\frac{3171}{103}=\$30.79$

若用幾何平均法計算，則步驟如下

	數對	乘積
10 log 17	1.2304×10	12.3040
19 log 22	1.3424×19	25.5056
20 log 27	1.4314×20	28.6280
21 log 32	1.5051×21	31.6071
18 log 37	1.5682×18	28.2276
15 log 47	1.6721×15	25.0815
總計	…………………………	151.3538

幾何平均之對數$=\frac{151.3538}{103}=1.4694$

1.4694之Antilog=29；47卽是幾何平均

故得幾何平均數$=\$29.47$

事實相同，算術平均數爲$30.79，而幾何平均數爲$29.47。由此亦可見算術平均數嘗有偏高之弊。故對于研究之問題。極端數量無需觭重太過，而所有事項

均須根據之以分析者，幾何平均法，實頗適用也。

丙、利用幾何平均以測量人口生產率之方法　各國調查戶口，每十年或(五年)舉行一次。最近者爲1920年一月所查者，茲假設某城之人口1910年爲100,000，而1920年爲150,000；十年之內，增加百分之五十。

吾人常欲知每年生產之常率 (Constant Annual rate Gronth of growth)以推算該城于調查間之各年及調查後每年之人口。如衛生局欲知1911年之人口，以便計算該年之生產率及死亡率。產業家欲知1920年以後人口之生長，以便推算人口之總數；但該年人口幾何，則并未調查。若知生產之年率，則依複利原理計之便得。十年之內，增加百分之五十：生產之年率幾何乎？果爲百分之五乎？若學者應用此率，依據複利之原理由1910年100,000之人數起算，至1920年，其結果不是150,000，乃162891。

故每年生產之常率爲何，應先求得。計算之法，可用幾何級數(Geometric Progression)之原理則其法如下。欲求生產率幾何：——

設P_0＝1910之人數＝100000

P_1=1920之人數=150000

r=生產率

則1911之人數$=P_0+P_0r=P_0(1+r)$

1912之人數$=P_0(1+r)(1+r)=P_0(1+r)^2$

餘類推至

1920之人數$=P_0(1+r)^{10}=P_1=150000$

應用對數以求r

$$\log P_0+10\log(1+r)=\log P_1$$

即 $$\log(1+r)=\frac{\log P_0-\log P_1}{10}$$

代入P_0及P_1之數字。

$$\log(1+r)=\frac{\log 150000-\log 100000}{10}$$

$$=\frac{5.17609-5.00000}{10}$$

$$\doteq .017609$$

$$\therefore(1+r)=1.04138$$

$$r=.04138\text{或}4.138\%$$

依此率以計算，由100000起至1920卽得150000，假定1920年之後，每年之生產率不變，亦可算得以後每年之人數幾何。雖是推算之數，而應用極多。

丁、幾何平均數之性質

1。同一列項，常細于算術平均數，故欲免偏高之弊者嘗採用此法。

2。可以減少極端項目之影響。

3。計算較難，平常人多不易明白其抽象的數學性質。

第[illegible]節 倒數平均數 Harmonic Mean

倒數平均數，乃數量列項之倒數的算術平均數之倒數。例如欲求2，3及4之倒數平均數，則計算之次數如下

1。先者2，3及4之倒數相加為$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

2。以項數之和3除之，即$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)=\frac{13}{36}$

3。復求$\frac{13}{36}$之倒數即$\frac{36}{13}=2\frac{10}{13}$為倒數平均數，其公式如下

$$H.=\frac{1}{\frac{1}{n}\Sigma\frac{1}{x}}=\frac{n}{\Sigma\frac{1}{x}}\quad\text{……公式12}$$

H.＝倒數平均數

n＝項數之和

×＝各個數量

茲有某物，已知其歷年每元若干斤。亦即價值不變，而購得之數量則變動——每單位之價格變動——茲欲由單位的數目，以計算每斤之平均價格，則頗覺困難。若將此單位的數目相加，以年數除之以求平均數，所求得者，乃固定價格，所購得之平均數量。茲設某物出售其歷年每元之斤數如下：—

年份	1918	1919	1920	1921	1922	1923
每元之斤數	14	18	19	15	14	13

由1918——1923購得之平均數量爲每元15.5斤。亦卽歷年平均每元購得之斤數。但現所欲知者，乃歷年的平均價格，每元可以購得之斤數，故須先行計得平均價格，然後求其倒數，卽倒數平均數也。

每斤之平均價格，可先將6年之數量倒數以求其平均數，如1918年每斤之價$=\frac{1}{14}=0.0714$各年則如下

年份	1918	1919	1920	1921	1922	1923
每斤之元數	0.0714	0.0555	0.0516	0.0666	0.0714	0.0769

此數目之平均數0.0657，乃每元若干單位之倒數之平均數。但依定義，倒數平均數乃此平均數之倒數，故

$$H. = \frac{1}{0.0657} = 15.2$$

依公式，卽爲

$$H = \frac{1}{\frac{1}{6}\left(\frac{1}{14}+\frac{1}{18}+\frac{1}{19}+\frac{1}{15}+\frac{1}{14}+\frac{1}{13}\right)}$$

$$= \frac{1}{.00657} = 15.2$$

此數15.2乃是指明依某物每斤平均之價格，每元可以購得之斤數。

第九章 比率及係數 RATIOS AND COEFFICIENTS

研究社會科學或商業者，常時應用各種比率(Ratios)．率(Rates)及百分率(Percentages)如生產率，死亡率，結婚率，稅率，意外次數率，工人周轉率(Labor turnover rate)，股票周轉率(Stock turnover rate)；利率，匯兌率等等是也。故對于比率及係數之意義，計算法，原理及應用，統計學者亦當注意及之。

第一節 定義

比率是一分數(Fraction)將各事實或事實之綜計當作比率分數之子及分母以比較。率(Rate)是包含有習慣上的時間單位之比率。例如死亡率，乃表示兩個重要意義的比率，卽每年死亡人數及居民每千死亡之數也。利率乃借款每元及每年利息之數。

絕對增加(Absolute increase)比較增加(Relative increase)絕對增加率 (Absolute rate of increase) 及比較增加率(Relative rate of increase)四個名詞，亦應分別其意義。譬如民居增加之數，由1910年之 1000 人至1920增至1500 人，則絕對增加爲 500。而比較增加，則是一

比率，卽以居民增加之數500爲分子，而以1910之人數1000爲分母，除得之 50% 是也。絕對增加及比較增加之數，均無時間要素在內。絕對增加率或每年增加之數爲50人。而比較增加率則與1910年之人數比較，卽是50以1000除之得每年5%是也。

"率"一名詞若無其他字形容，平常均指比較率而言。但常不是固定基年之百分率，而是普徧各年增加之比例率（proportional rate）。幾何級數率（rate of geometric progression）在前增加之數均在比率的分母之內，卽是此種。

第二節 比率之種類

統計的比率，可以分爲五種說之：

1. 變動率（Rate of change）
2. 分配比率（Distribution ratios）
3. 組間比率（Inter-class ratios）
4. 異類比率（Hybrid ratios）
5. 統計係數（Statistical Coefficients）

1. 變動率（Rates of change）對於解釋社會或經濟之變動狀況時，極大幫助。譬如將人口及財富增加之百分

數以比率，或將物價變移之百分率與生產數量之百分率比較，就是變動率之例。此種變動或是常率（Constant）或是變率(Variable rates)。常率是指與在前之總數或固定基本數之不變的比率而言。變率則常用環比指數(link index numbers)以顯之，卽是與前日，前月，或前年，比較而變動的百分率也。

2.分配比率(Distribution ratios)表示總數與部分的數目關係，平常多用百分率顯之。在表三十之內，有分配百分率，卽是1920人口總計105,710,620.及各種人口之數目而以百分率代表之比率也。白人計佔總計89.7%黑人9.9%

3.組間比率(Inter-class ratios)乃表示一組總計之一部分及同組總計之他部分的關係的。表三十之末行卽是表示1920年美國人口男女的比率。各種人口總計，爲男子104及女子100之比；中國人則爲男子695.5及女子100之比。故若欲注重總計數兩部分之直接比較。不理及其與總數之比例如何者，組間比率，比較分配比率。尤爲適用。

4.異類比率(Hybrid ratios)乃是各總數的比較，不是

同一總數內各部分的比較。分子分母，不是同類的事物。所有每人比率(Per-capita ratios)均屬此種。如每人入息數，每人消費量，每人財富之數。均是將不同的分子以比較的比率。又如鐵路上每噸的運費，每搭客的車費都是異類比率。因爲比較兩種不同的事物，異類比率應以平均數代表，不以百分率代表。

5.統計總數 (Statistical Coeffients) 是特別的比率，表示總計與他總計之比率，或表示兩種列項中的相關項目的關係。第十章差異係數 (Coefficient of dispersion) 即是第一種之例。差異量數——例如由算術平均數之平均數 (Average deviation) 之數——以平均數除之，即得差異係數。第二種係數，即是各種相關係數，如一羣人高度與重量之關係，是其一例，後章再說之。

表三十　美國人口種族及性別總計表　(1920年)

種族	人數	分配百分率	男	女	男與100女之比
總計	105,710,620	100.0	53,900,431	51,810,189	104.0
白人	94,820,915	89.7	48,430,655	46,390,260	104.4
黑人	10,463,131	9.9	5,209,436	5,253,695	99.2
紅人	244,437	0.2	125,068	119,369	104.8
華人	61,639	0.1	53,891	7,748	695.5
日人	111,010	0.1	72,707	38,303	189.8
菲律濱人	5,603	a	5,232	371	1,410.2
印度人	2,507	a	2,409	98	b
高麗人	1,224	a	923	301	306.6
夏威夷人	110	a	75	35	b
其他	44	a	35	9	b

a少過之十分1%之一以下b女子在100以下故不計

第三節　比率之算計法及表示法

比率之繁重的工作，可以計算機，計算尺或對數幫助以計算之。爲利便計，統計的比率，多數以增大的比率 (Magnifiedoratios)表示之。一卽是以大整數相乘的比率，平常多用十之倍數，將商得之數，以利便的形式表示之。百分率卽是最顯著之例。1920年美國城市

居民之百分率可以下法算得之，并常用百分法以代表

其結果　$\frac{\text{部分數}\times 100}{\text{全體數}}$

或$\frac{\text{城市居民}(54,305,603)}{\text{全國居民}(105,710,620)}\times 100=51.37$或$5.14\%$

平常之百分率，應計至定點後兩位，然後併歸一位以顯之。百分率，乃是每百的比率，千分率或十萬分率平常亦多應用。普通死亡率，是表示每千死亡之數；特別死亡率，如自殺率，則常用十萬分率以表之。選用較大之基本數，則所得結果，可以較多位整數以代表。

第四節　比率之計算及應用的原理

1. 總數少過一百者，其各部之數，甚少以百分率表示之。因爲比較不易，而各部分之小數，常致忽略故也。

2. 比率之平均的限制：全體各部分的比率，常須加入比重，乃可平均以得總計之比率。譬如某一學生用其雜費百分之五十以看戲，同居者僅費百分之十，兩者合計，未必就是用其雜費總計百分之三十以看戲。三城之稅率各爲2%，3%及4%，但各城之大小不等，

則三城產業之總計，未必就是納稅百分之三。各省居民增加率之平均數，未必就是全國之增加率，除非各省之人數相等耳。此等差誤，均由於用簡單平均數以替代加權平均數 (Weighted Average) 而起，學者不可不注意之。

3·總量是同類的，分配比率乃為適當。各項目至少有一相同之特質，乃可以組合。或平分此組合為百分數。

4·增加之數，與基本數有主要關係，則增加率乃覺重要。有機體增加——如居民之增加——但用以測量有機體之發展或生長，自然非常重大。若增加或減少；不是有機體，則比較之時應當極端注意。據美國第十四次人口調查 (1920) 未受教育之統計； 麻省 (Massachusetts) 于 1910 為5·21%，1920為4.7%。密省 (Mississlpi) 於 1910 為22·4%， 1920 為17·2%，若減少之數，以居民總數為標準以比較，則密省之減少，十倍於麻省。但較為重要的比較，應將1910未受教育者與其減少之數以比較。麻省減少之百分率，與居民總數相比，所以較低者，因開始時，未受教育者為居

民總數之細少分子之故。

5.分子及分母，選擇適當；則所得比率，乃有比較之效力。平常將某兩事實比較，必是兩者有互相關係之處。若比率之分子是戰死兵士之數則分母應爲臨陣兵士之數；若分子爲被竊之汽車之數，則分母應爲被盜見得的汽車總數。此等原理甚爲顯明，不必詳述。

6.若將比率比較，則各比率之分母及分子，確有比較之可能，乃爲有效。將兩個或多個比率以比較，每有訛謬的機會。兩個比率驟觀之，似覺相同；但細察之，確無比較之可能者常常有之。故必要注意覺察，分子與分子，分母與分母有無比較之可能，乃可計算。此是根本的定則，但極易破壞，極易誤會。故統計編製的工作，對於各時各人之報告，是否可以比較，乃一最大之問題，不能比較的，謂之『不能比較的分母』(non-comparable denominators) 或『不能比較的分子』(non-comparsble numerators)。

第五節　商業，經濟及社會的比率

商業比率之中，有所謂信用比率 (Credit ratios) 或信用測驗表 (Credit barometers) 者，對于決定放債之

數量，極爲有用。靜止比率 (Static ratios) 與速度比率 (Velocity ratios)就是其中之有關係者。前者是在財政報告表發出時，比較資本及負債之數。後者是比較資產及負債各項目銷售之數。靜止比率是(1)流動比率，卽流動資產與流動負債之比率；(2)收賬與商品之比率；(3)債項與純値之比率；及(4)純値與固定資產之比率。速度比率，是下列各項的比率(1)銷售與收賬，(2)銷售與商品，(3)銷售與純値(4)銷售與固定資產，平常商人多是注意流動比率。以一與二的比率爲標準，甚少注意其他信用比率。實則所有信用比率，亦應有特別的標準，與流動比率相同也。

商業比率，常被誤用以比較。茲舉一二如下：一零售商人常談及其標高率(Mark-up rate)，是於釐定售價之時，指品物成本所增加之百分率而言。標低率(mark-down rate) 是於特別銷售之時，指由定價所減少者而言。商人有時以爲標低百分之二十，等於標高百分之二十，實在是忽略標高率之分母是成本，而標之率之分母是成本及標高之和。"不能率較的分母"低差誤是一例。

定價＝成本(1＋標高率)，∴標高率＝$\frac{\text{定價}-\text{成本}}{\text{成本}}$

售價＝定價(1－標低率)，∴標低率＝$\frac{\text{定價}-\text{售價}}{\text{定價}}$

工人周轉率(Labor turnover rate)是工人周轉之數，有多個方法表示之。最普通者是將每年離工之人數，以領薪平均人數除之。所得結果可以百分率代表

$$\frac{\text{離工之人數}}{\text{領薪平均之人數}}\times 100=\text{周轉率}$$

僱主有時用替代人數爲份子，不用離工人數，又有用作工平均人數爲分母，不是領薪平均人數者。差誤比較的方法不必盡行舉出，但某一工廠以離工之人數爲標準，他一工廠則用替代之人數，則兩工廠周轉率之比較，是含有"不能比較的分子"之差誤。工人增減之時，尤應特別注意。

利率(Interest rate)是資本之百分數，以年計算支付以爲利息，不論借期之久暫的。例如30—90天期票，4—6月期票、及即還放款之利率均是也。抵押借款，平常則由三年至五年。所有利率，均是每年之率。

稅率(Tax rates)所得稅率(Income-tax rate)平常以可稅之入息的百分數代表之。如所得稅4%即是百元之

四元或一元之四分，在英國則比率以每磅之若干先令為代表，如英國所得稅為六先令則等於 30 % 的所得稅。

產業稅(Property tax)平常亦以產業價值之百分數代表之。如稅率為25%若某汽車值1000元則稅為250元。

如上所述者，是名目稅率(Nominal tax rate)。真正稅率(True tax rate)是將納稅總數以納稅產業之市價除得之。如汽車之業主納稅$23.50而汽車實值$500則真正稅率為4.7%，實值$2000則真正稅率為1.175%。若將兩省或兩城之名目稅率以比較，則絕無價值。因為是有"不能比較之分母"之差誤。惟真正稅率方有比較之可能。

人生統計的比率

人生統計(Vital Statisrics)之範圍中，統計事實，用標準率的形式以表現之，現在最為發達。主要之率為死亡率，生產率，結婚率，離婚率，及疾病率。

死亡率(Death rate)是某一時期——通常以年計——死亡之人數及該時期中點推算生存之人數的比率。故死亡率之計算，通常是以每年死亡之數及七月

一號人口之數爲標準而得的比率。計算之法共有三種，一曰通常死亡率(Crude or general death rate)，二曰特別死亡率(Specific death rate)，三曰標準死亡率(Standardized death rate)。

譬如1926年某城死亡之人數爲20,000而七月一號該城人口的推算爲2,000,000，則通常死亡率爲10.0或每千死十人。

$$通常死亡率=\frac{死亡數}{人口數}\times 1000$$

若論及每100，000由傷寒症而死亡之數卽得特別死亡率，美國此種死亡率，1900年每100,000死30.8人，及至1920爲5.0人。

$$特別死亡率=\frac{某組死亡數}{某組人數}\times 1000$$

特別死亡率，亦可以全人口依死亡原因，性別，年齡，人種，職業及其他種種重要分類而計得之。若爲分析比較起見，特別死亡率較普通死亡率爲有價值。

標準死亡率　各地方人口之成分不同，則通常死亡率，不便比較。若欲比較，當先設立一標準人口。其法先以某地某年之人口，作爲標準人口。將此標準人

口一百萬人，依年齡分爲若干齡組，求得各組之人數若干。再將擬算地方之人口，分爲同樣之齡組，并求得各組之特別死亡率。然後以此各組之特別死亡率，與標準人口相當齡組之人數相乘，計得擬算地方之各組應有的死亡數，再將此各等數相加，是爲該地每百萬人之死亡率。以一千除之，則爲每千人之死亡率。如是計算，卽是以標準人口之成分爲標準，計得該地之標準死亡率，

$$標準死亡率=\frac{M\ A\ X}{1000}$$

A =標準人口一百萬人中各組之人數；

X=擬算地方人口各組之特別死亡率；

ε =總和之符號。

全球各國之比較，採用1890年瑞典人口爲標準。

英國嘗以1901年英倫及維魯(England and Wales)之人口爲標準，先依性別分男女，再以五年爲一組而分齡組，計算大不列顚之標準死亡率，有如表三一，可以表示標準率趨勢之一班。

表三一　英國歷年標準死亡率表

時期	率	時期	率
1841——1850	21.6	1912	13.0
1851——1860	21.2	1913	13.5
1861——1870	21.3	1914	13.7
1871——1880	20.3	1915	14.8
1881——1890	18.6	1916	13.4
1891——1900	18.1	1917	13.5
1901——1910	15.2	1918	17.1
1911	14.2		

嬰兒死亡率 (Infant Mortality rate) 是用特別方法計算。嬰兒死亡 (Infant Mortality) 的普通意思，是指某年嬰兒死亡數與該年生產數之比。

天然增加率 (Natural rate of increase) 是生產率與死亡率相差之數。若無國際移民，則生產超過死亡之數，卽與戶口調查所得居民增加之數相同。

過去數十年間，除戰爭時期外，所有文明國家之生產率及死亡率，均有降低的趨勢。

結婚率(Marriage rate)是以每年中點(七月一號)推算之人數，除該年結婚之人數而得，普通以每千計算。

離婚率(Divorce rate)之計算同一原理。

人生統計之範圍，極多誤用比率的機會。若將通常死亡率比較，尤易誤用。譬如將兩城市死亡率比較若不將兩城居民之人種詳細分析，則所得結果，不能表示兩城康健之程度。歐戰時美國軍隊疾病死亡率爲15，但美國國內之死亡率1917爲14.2，1918爲18.0，然則軍隊生命，除因戰爭而死之外，果安全於平常居民乎？兩者年齡之成分不同，康健之程度亦不等，實不能用以比較。

軍隊疾病死亡率，因近年駐營衛生之設備，經已大減。1846—1848美墨戰爭時爲110，1861—1865年美國內爭時爲65，1898年美國西班牙戰爭時爲26，歐戰時美國軍隊爲19。但由他方面觀察，陣亡者每千約35人，超過以前許多。

第十章 差異及變態

DISPERSION OR VARIABILITY AND SKEWNESS

統計是平均數的科學，亦可謂之爲總計的科學——將事實分配之普通性質，變爲抽象的量數以表之。此種抽象量數或數學的表示法約有三種，一曰平均數，將某組之普通性質以簡單數目表示之。二曰差異量數，表示由平均數差異之程度。三曰變態數量，表示由平均數不相對稱分配的程度。

第一節 分配狀態表示法

分配狀態或差異及變態的程度，可以次數分配表，次數曲線圖，數目量數，及差異及變態的係數等等以表之。

次數分配表及次數曲線圖，表示分配中每組之大小。差異的數目量數，則將由平均數分布的程度，簡明敍述之。此等量數，以同一之單位代表分配之各部。差異係數是數學上抽象的分配數，表示與平均數比較的相關差異的。此等係數，可以將兩種不同單位的事實分配比較其差異之量。例如用差異係數，可以將工人入息之變量以元數表示者、與學童就學之變量以年

表示者，互相比較。

普通言之，差異量數，表示由平均數之分佈，差異，或離中差的程度。在下的列項一及列項二之平均數相同，但列項一之各項與平均數相近，列項二之各項則分佈較廣。

列項一	列項二
40	10
45	20
50 (平均數)	50 (平均數)
55	80
60	90

差異量數，是注意於各項之差別或變量。若每周食餐二十一次，每次五角，則平均數是五角，而差異等於零。若早餐一角，午餐四角，晚膳一元，則平均數是五角，而差異極顯著。

差異現象，在經濟統計中極爲重要，社會學者不獨注意於每人之平均每年入息，而入息是否平允分配抑或集中於少數之手，亦亟欲知之。大多數人能得此平均入息乎？抑或少數之入息極豐，而大多數人之收入

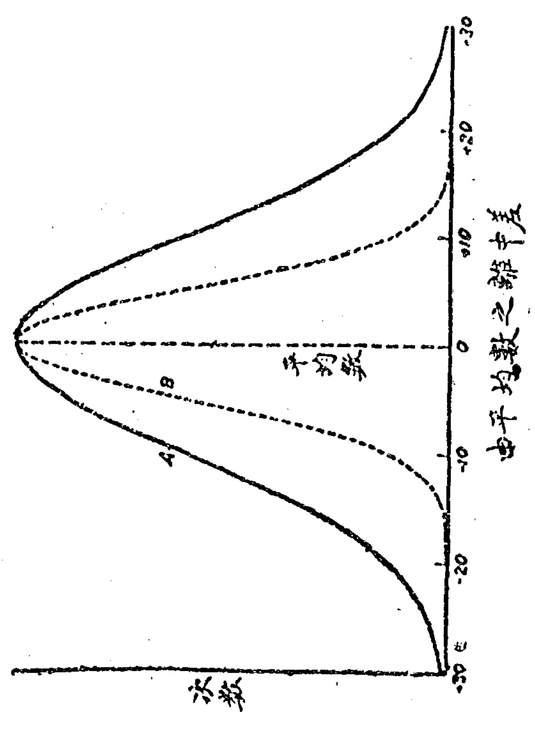
在此平均數之下乎？商店司理不獨注意於銷售平均之大小，而此平均數，是否由多數同量之銷售而平均，抑或由多數細量及少數大量之銷售而平均，亦亟欲知之。研究人生統計者，不獨欲知各城傷寒病之平均死亡率，而各城差異之程度亦欲一知之也。

第二節　應用次數圖表表示差異量數法

次數及次數圖，是表示列項的差異最有效的工具。對於未嘗研究統計者，用此以解釋相關的差異，尤易明白。

圖三四兩種分配，以曲線A及B代表之，其平均數之大小及在平均數之次數均相等；但曲線A之分配，其差異較大

圖三四 對稱次數曲線圖（平均相等但差異不等）

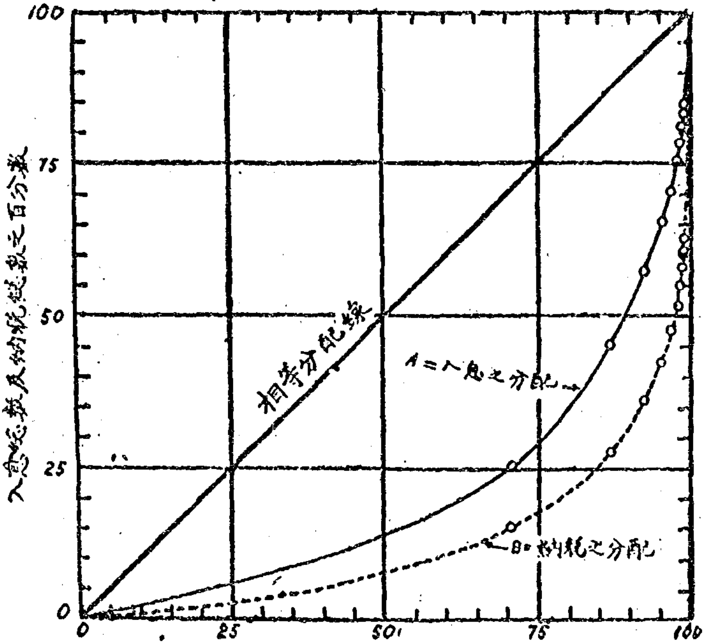


洛倫氏曲線(Lorenz Curve)洛倫氏曲線是特別的累積次數曲線，用以表示財富入息等等之與平均分配相差異的分配之程度。

圖三五即是此種曲線，用以表示 1919 年美國威斯康辛(Wiscousni)省納入息稅者之入息(imcome)及入息稅(income taxes)的分配。橫軸是測量納稅者之百分數，依所得之大小而累積的。——即橫坐標50，應讀爲百分之50 有最少的入息的。縱軸是累積入息總數(曲線A) 或納稅總數(曲線B)，若納稅者百分之25佔入息百分之25，百分之50佔入息百分之50；餘類推，則分配可以直線表之，謂之“相等分配線”。但實際上，納稅者百分之50僅佔入息百分之14，故曲線A 離相等分配線而下曲。分配愈不相等，而綫之下曲愈大。如曲綫B，入息較多者，稅率較大，遂令納稅分配之不相等者，愈甚於入息之分配，故平滑曲線B，可用以解釋入息較少者的納稅之分配，則納稅者百分之50是最窮的僅佔稅額百分之7.5而已，

圖三五　洛倫氏曲線

入息及入息稅分配圖



表三十二　美國威省納稅者之入息及入息稅表 (1919)

入息額之大小	人數			納稅的入息			納稅額		
	類別	總計之百分數		類別	總計之百分數		類別	總計之百分數	
		單簡的	累積的	(千元計)	單簡的	累積的	(千元計)	單簡的	累積的
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
總計	206,526	100.0	100.0	$234,613	100.0	100.0	$3,969	100.0	100.0
$1,000以下	146,015	70.7	70.7	59,543	25.4	25.4	598	15.1	15.1
1,000—1,999	33,663	16.3	87.0	46,418	19.8	45.2	502	12.6	27.7
2,000—2,999	11,659	5.6	92.6	28,191	12.0	57.2	336	8.5	36.2
3,000—3,999	5,670	2.8	95.4	19,499	8.3	65.5	256	6.4	42.6
4,000—4,999	3,142	1.5	96.9	13,986	6.0	71.5	202	5.1	17.7
5,000—5,999	1,783	0.9	97.8	9,723	4.1	75.6	156	3.9	51.6
6,000—6,999	1,123	0.5	98.3	7,267	3.1	78.7	129	3.3	54.9
7,000—7,999	785	0.4	98.7	5,879	2.5	81.2	115	2.9	57.8
8,000—8,999	567	0.3	99.0	4,788	2.0	83.2	104	2.6	60.4
9,000—9,999	415	0.2	99.2	3,953	1.7	84.9	95	2.4	62.8
10,000 以上	1,804	0.9	100.0	35,366	15.1	100.0	1,475	37.2	100.0

第三節　差異的數目量數

差異程度之數目有數種方法求得之：—

1.全距離(Range)最顯著的差異量數，就是全距離。可將列項之最大及最小項目分別清楚。然此種量數未必適宜及可信。全距離之大小，祗恃乎兩個項目。商店中侍役之工資，與最高價值的職員之薪水之差，并不足以測量各工人工資之與平均工資相差均的程度。不過大概比較，此法亦頗有用。但無統計之要點，以少用爲宜。習慣上，欲代表利率之高低及股票債票價格之升降程度者亦多用之。

2.四分位差(Quartile deviation or semi-interquartile range)中位數是全數量中間之一項。四分位數是將全數量分爲四個相等部分，故四分位數有三個。第一或較低四位數(First or lower quartile)之下，佔四分之一，其上爲四分之三；第二四分位數(Second quartile)卽是中位數；第三或較高四分單位(Third or upper quartile)之下，佔四分之三，其上爲四分之一。

第八章內表二七，將100種比價依次排列。較低四分位數在第二五及第二六兩項之中間，而較高四分位

數在第七五及第七六兩項之間。普通言之，較低四分位數之位置，可以公式$\frac{n}{4}$(全數量以4除之)求之；而較高四分位數之地位，可以公式$\frac{3n}{4}$得之。各個量數之大小，幷可用次數表核算法或平滑次數曲線核算法求之。中位數之位置。亦同一方法。（參觀第八章圖三三）公式$\frac{n}{4}$幷非十分精確，不過經濟統計近似的四分位數，已合應用耳。

四分位差(Q)之數值，乃是較高及較低四分位數之差之一半，公式為

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \text{ OR } \frac{UQ - LQ}{2} \quad \text{公式13}$$

此式可以得四分位數由中位數之平均差，計算頗易，仍受列項中各項之影響，不祇兩項而已，與"全距離"相同。若列項之各項集中，則四分位數相接近，若差異較大，四分位數之距離較遠，而四分位差亦較大。

3. 概差(Probable error, P. E.)概差是離中差之由平均數的中位數。若各離中差依大小之次序排列，不論在平均數之上或下，則中間的離中差，就是概差。此處

所用之"差"(Error) 字，是離中差的意思，而"概"(Probable)字是相等大概的意思。概差是一個量數，加或減於平均數之中，所得之數，若隨意選擇一項，其是否在此概差範圍之內，機會相等，是否各半 (50—50break)。例如列項之平均數爲50，概差爲10，則各項之中、有一半與平均數相差在10以上，有一半在10以下。隨意揀擇一項，其是否在概差範圍之內，卽50±10，或由40至60，其機會相等，是否各半。對稱分配者，則四分位差與概差，完全相同。

4.平均差 Average deviation (A. D.) 平均差乃由集中趨勢的離中差的算術平均數。此集中趨勢，用密集數，中位數，或算術平均數均可。下表卽表示此法之由簡單分配而計算者，卽以中位數爲中心點趨向。各項與中位數之差數，正負號不計。

表三三　由中位數計算平均差

商店	每月銷售	離中差
A	$1000	$500
B	1200	300
C	1500	0

D	1600	100
E	2000	500

離中差總計…………1400

平均差(AD)………… 280

以代數式表之如下

$$A.D.=\frac{\Sigma(M-Md)}{N}\cdots\cdots\cdots\text{公式14}$$

M　各項之大小

Md　中位數之大小

N　各項之總數

上例爲單簡分配。若在次數表內，卽以各項之中點代表該項之大小，而中點由平均數之離中差，必需以該項之次數乘之，其公式爲。

$$A.D.=\frac{\Sigma f(m-md)}{n}\cdots\cdots\cdots\text{公式15}$$

f　各項之次數

m　則爲各項中點之大小

5. 標準差或均方差(Standard deviation or Root-mean-square deviation)簡寫爲S.D.常以σ(Sigma)代表之。標準差乃由算術平均數之離中差的平方之平均數的平方根。計

算之法，1.先求各量數與算術平均數之離中差，2.將各個離中差平方，3.求各平方之和，4.以項數之和除之，5.復求其平方根。所以由算術平均數而得離中差，而不由中位數或密集數者，因由算術平均數之離中差的平方爲最小之故。所以自乘者，(一)去正負符號，(二)極端變量，其影響較大。其公式如下。

$$S.D.=\sqrt{\frac{\text{離中差平方之和}}{\text{項數之和}}}=\sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}} \quad\cdots\cdots\text{公式16}$$

茲舉簡單之例如下。

表三四 標準差算法

每日工資	離中差	離中差平方
M	d	d2
3	3	9
5	1	1
6	0	0
7	1	1
9	3	9

算術平均數 ＝ 6

$$S.D. = \sqrt{\frac{20}{5}} = \sqrt{4} = 2$$

若有次數分配之項目，其公式為

$$S.D. = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{n}} \text{............公式17}$$

，計算披爾遜相關係數，若用標準差以測量差異，較為敏捷，下章再及之。時間列項，若變異之距離較大，亦可用此方法變為相當基礎以便比較及分析。

標準差計算捷法，此法亦頗簡易。

1. 假定一算術均數
2. 計算由此假定平均數之均方差
3. 減去眞正及假定均數之平方
4. 開方

其公式為

$$S.D. = \sqrt{\frac{\Sigma d_E^2}{n} - (A-E)^2} \text{..................公式18}$$

Σd_E^2 ＝ 由假定均數之離中差之平方之和

A ＝ 眞正平均數

E = 假定平均數

n = 各項之總和

若應用此公式于次數分配則將 $\Sigma f(V-E)^2$ 以代 Σd_E^2

公式爲

$$S.D. = \sqrt{\frac{\Sigma f(v-E)^2}{n} - (A-E)^2} \quad \text{……公式19}$$

V = 各項中點之值

f = 各項之次數

表三五是應用上式以計算的。

表三五　標準差計算捷法（100種批發比價）

a	b	c	d	e	f	g
比價 組距	各組之次數 f	組距中點 V	由假定均數(212)之離中差 (V_E)	離中差平方 (V_E)2	b×e之乘積 f(V_E)2	b×d之乘積 f(v_E)
總計	100				284,375	+2050 −1925 +125
75—99	1	87	−125	15,625	15,625	−125
100—124	2	112	−100	10,000	20,000	−200
125—149	4	137	−75	5,625	22,500	−300
150—174	13	162	−50	2,500	32,500	−650
175—199	26	187	−25	625	16,250	−650
200—224	21	212	0	....	....	
225—249	9	237	+25	625	5,625	+225
250—274	13	262	+50	2,500	32,500	+650
275—299	5	287	+75	5,625	28,125	+375
300—324	2	312	+100	10,000	20,000	+200
325—349	1	337	+125	15,625	15,625	+125
350—374	2	362	+150	22,500	45,000	+300
375—399	1	387	+175	30,625	30,625	+175

將平均數，$A=E+\frac{\Sigma f(V-E)}{n}$（參觀第八章內公式4）

代入公式18以求眞正平均數，而

$$A=212+\frac{125}{100}=213.25\text{或}213.3$$

代入公式19以求標準差

$$S.D.=\sqrt{\frac{284375}{100}-(213.3-212)^2}=53.3$$

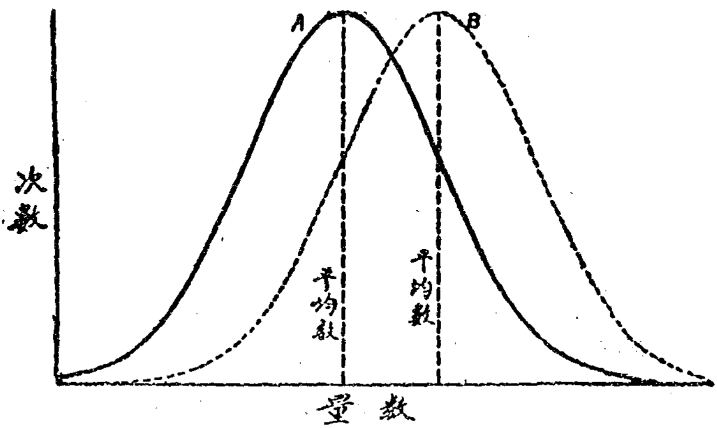
第四節　差異係數 Coefficients of Dispersion

差異係數，可用以求各測量差數之比率，如標準差與平均差，平均差或四分位差與中位數，各有相當之比率是也。

圖三六是表示需用比較差異的測量的。曲線A及B形狀完全相同，由各平均數的差異，亦完全相類。但平均數不等，故曲線A之差異與平均數比較，大過曲線B，然則此種差異如何用數目以表示之乎？

圖三十六 次數曲線圖

絕對差異相等,比較差異不等



四分位差,平均差,及標準差均以實在單位表示之,例如元數,但不便在兩列項中以比較。例如兩元之平均差,用于每月工值,無甚重大之處;但用之每日工值則覺重要。故欲得比較差異之要點,必要將兩列項中各項之相關的大小以比較。其法即將已知各差異量數,以其平均數除之而得。此法能將不同單位,變爲同一基數以比較。

披爾遜(Pearson)教授即用此種絕對差異量數與平均

數之比，以爲相關差異之測量此比率以百分率表之卽得差異係數如下 $V = \frac{S.D.}{平均數} \times 100$ ……………… 公式20

其他相關差異之測量，若用平均差或四分位差爲絕對差異之量數，則依下式計算

$$V_{A.D.} = \frac{A.D. \times 100}{中位數、平均數或密集數} \text{ ……………… 公式21}$$

$$V_{Q} = \frac{\frac{Q3-Q1}{2} \times 100}{\frac{Q3+Q1}{2}} = \frac{(Q3-Q1) \times 100}{Q3+Q1} \text{ ……… 公式22}$$

$V_{A.D.}$乃用 A.D. 爲絕對差異之量數時所得之差異係數。A.D 之計算，由中位數，平均數或密集數以求離中差均可。V_Q乃是用四分位數爲絕對差異之量數時所得之差異係數。

差異係數之應用；茲假定 A 工廠1000工人平均每周之工值爲$20.50，準標差爲$2.20；B 工廠平均每周工值爲$28.75，標準差爲$2.25。B 工廠之絕對變量略較大，但絕對量之比較，不必計及變量之較大，因爲 B 工廠平均工值較高之故。各標準差變爲相當平均數之百分率如下

$$(A)\quad V=\frac{2.20}{20.50}\times 100=10.7\ \%$$

$$(B)\quad V=\frac{2.25}{28.75}\times 100=7.8\ \%$$

B工廠之相關變量較A 工廠為小，但其絕對變量則較大。

若假定此種情狀，同在一工廠之內，而時期不同如1913及1917，則不獨工値之水平度增高，且1917之工値較近于平均的工値。由$28.75之平均差異$2.25 之關係于工人生活程度，不若由較低平均工値$20.50之變量$2.20 之要緊。平均工値較近于生活水平線，則由此平均工値之任何變量亦較為嚴重。

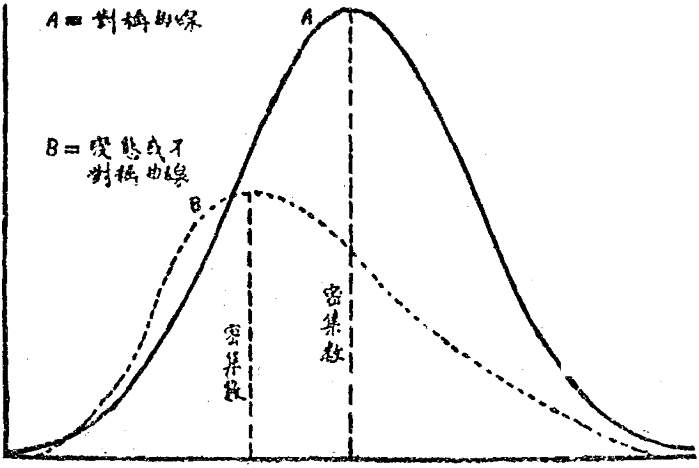
第五節　變態 Skewness

變態是不對稱的，乃由鐘形對稱曲線的離中差。其原因或由于揀樣不完備，繪成曲線則成變態之形。但若揀樣普遍而完備，即成對稱分配。或由于材料性質，本來不是常態之次數分配，如經濟現狀，多是不完全對稱分配的。揀樣適當的變態，亦包含主要原因及多數細小原因。此種原因，可總稱之為機會。某時公債票的價格之次數曲線，在密集數之右者，跌落狀態

較在左者爲尖銳，因爲公債票之償價(平常100%) 常向 100%爲較高限度之故。若新婦年齡曲線則正與此相反，因爲十五歲以前的女子甚少結婚，而多數結婚，在三十歲以前，但較高限度，仍以人生之壽命爲限。

統計上的計算公式，多應於常態次數或對稱之曲線，或略具差異的變態曲線。圖37之曲線B 是變態曲線之一例。

圖三十七 對稱及參不對稱之次數曲線圖



經濟統計，極多變態的。例如財富或入息的分配之簡單次數曲線，集中于一邊，密集數近于一極端之處。其他分配爲 U 形曲綫如圖三十八之死亡率曲綫，分配之兩端次數最多。盲人失明年齡之次數曲綫亦成 U 形的，有兩個密集數，一在嬰孩時期，一在老年時期。

略不對稱形之分配如圖三七的，由密集數及平均數之關係，可以略知變態的近似量數。若在常態曲綫，則密集數，中位數及平均數均合而爲一。正變態曲綫——密集數之右邊曲綫較長者，中位數則移于密集數之右，平均數又更右，因爲受右邊多數極端各項影響之故。平均數及密集數之差，卽用以測量變態。化此量數爲係數，卽用標準差除之，故

$$\text{變態} = \frac{\text{平均數}-\text{密集數}}{\text{標準差}} \quad \text{或}$$

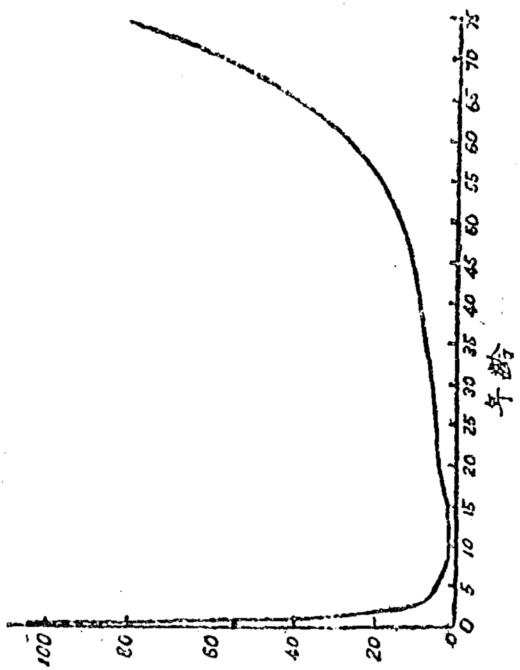
$$S = \frac{A - mo}{S.D.} \quad \text{——————公式23}$$

又，　$mo = A - 3\ (A - md)$ (公式6)

$$S = \frac{A - \lceil A - 3\ (A - md) \rfloor}{S.D} = \frac{3(A - md)}{S.D.} \quad \text{公式24}$$

圖三十八 U形曲線

美國1909—1911年之男女死亡率



表三六　美國1909-1911每千人死亡率表

年齡	年率	年齡	年率	年齡	年率
0—1	114.62	25—26	5.54	50—51	14.37
1—2	27.62	26—27	5.67	51—52	15.08
2—3	12.34	27—28	5.85	52—53	16.01
3—4	7.83	28—29	6.06	53—54	17.17
4—5	5.65	29—30	6.28	54—55	18.49
5—6	4.66	30—31	6.51	55—56	20.03
6—7	3.91	31—32	6.78	56—57	21.72
7—8	3.30	32—33	7.09	57—58	23.37
8—9	2.82	33—34	7.40	58—59	24.97
9—10	2.47	34—35	7.72	59—60	26.73
10—11	2.27	35—36	8.04	60—61	28.58
11—12	2.19	36—37	8.33	61—62	30.62
12—13	2.22	37—38	8.59	62—63	32.96
13—14	2.36	38—39	8.84	63—64	35.55
14—15	2.57	39—40	9.11	64—65	38.25
15—16	2.84	40—41	9.39	65—66	41.06
16—17	3.16	41—42	9.72	66—67	44.08
17—18	3.52	42—43	10.00	67—68	47.41
18—19	3.89	43—44	10.52	68—69	51.12
19—20	4.28	44—45	10.99	69—70	55.14
20—21	4.68	45—46	11.52	70—71	59.52
21—22	5.00	46—47	12.08	71—72	64.29
22—23	5.19	47—48	12.63	72—73	69.38
23—24	5.29	48—49	13.18	73—74	74.82
24—25	5.42	49—50	13.77	74—75	80.78

第十一章　物價指數　(Price index numbers)

第一節　指數定義

指數是表示各項目經過一定時期，或同時各列項的變遷程度的數目；此種測量必根據於一定標準或基期，(basic period)通常以 100爲之。任何組別的價値，不論大小，不論單位，不論時期，若用之爲基本以測量，總可以令其等於100。指數不是比較的數目，(relative numbers)因爲比較的數目與特別材料 (Specific datum)有一定的關係，而指數則代表所有指數內各組各物的材料的普通關係 (General relationship) 。故指數是一組的數目，是比較的平均數，不是代表一組內任何特別的材料。美國斐雪教授 (Irving Fisher) 論及物價指數其定義如下：—

物價指數表示各物價過經一定時期之平均百分率的變動。一種物價百分率的變動，即以第一時期之物價除第二時期之物價而得之。此兩種物價之比率，謂之該物在此兩時期的比價 (Price relative) 。某組貨物的物價指數，是他等的比價之平均數 (average of price relative)

指數既是代表數量現象的變動。故有出產指數，僱傭或失業指數，工資指數，股票債票指數，匯兌指數，商情指數，最令人注意者是物價——批發或零售——指數及生活費指數，此種指數增加升高之時，工人用以爲要求增加工資之根據；降下之時，雇主又用以爲減少工錢之標準。英國有三百萬以上工人，每年規定工資，均以零售物價指數之升降爲標準。美國有數公司，對於所用工人，其工資均以批發物價指數之高下爲準。生活費指數，尤與工人有密切關係，外國編製之者更多。財政部駐滬調查貨價局，廣東省政府農工廳，天津南開大學社會經濟研究委員會，江蘇省政府農工廳，國民政府工商部等處，亦亟亟從事於編製此項指數，以應時勢之需求矣。

第二節 物價指數編製之步驟

物價指數之編製，其步驟如下

1. 指數目的之訂定
2. 物類及物價(Quotation)之選擇
3. 物類及物價數目之決定
4. 物價來源及收集之方法

5.原始物價平均法之選擇

6.基本時期之選擇

7.平均法之選擇

8.權數之決定

9.改換貨物之方法

10.指數刊布形式之決定

其他指數編製之步驟，大概與此相同，故舉此例。以下依次說之。

第三節　指數之目的

由歷史上言之，物價指數大概謂之普通宗旨的指數(General-purpose index numbers)，因爲多是用以測量物價水平線的普通變動，并無其他一定特別宗旨的。近年指數的分析，大有進步，編製之者欲利其特別效能，以解釋經濟商業或社會的情狀，故有特別宗旨的指數(Special-purpose index numbers)。試觀編製者採用之內容及方法，便可知其特別宗旨之所在矣。若以代表工人食品價值之變動爲宗旨，則採用該地工人所用食品之等級的零售物價。若欲編生活費指數，則家庭所用之食品，衣着，燃料，租項，傢私以及各雜項之零售

物價，應包在內。若以原料價格與製造者所購之物價比較，則應用發行物價以編製。完善規則，不能預先決定，不過指數之宗旨，當先明瞭，然後採用適合的方法以達之耳。

第四節　物類及物價之選擇

根據指數之目的，大概可以決定貨物之種類及價格。代表普通物價變動的指數，則各類貨物均應揀樣以代表。若欲表示生活費用之變遷，則當用家庭日用品之零售物價以編製。若欲表示製造品物成本之變遷。則原料價格，工資率或利率，均當採用編製之。

指數之効用及精確，全恃乎所根據物價的性質；若所用物價，不可信賴及不能代表，則無良好之結果。并爲利便閱者研究起見，應將原本物價及所用權數，一併與指數刊佈。

第五節　物類及物價之數目

應用貨物多少，亦恃物價之範圍如何。但應當幾何亦一難解決之問題、少數適用乎抑多數適用乎？試參觀各國製作指數所用貨物之分配及數目，以便比較。

美　國

A. 工部統計局 10部550種

農產品	67 種
糧食	121 種(a)
皮類及其產品	40 種
衣料	75 種
燃料	23 種
金屬	73 種
木料及建築品	57 種(a)
化學品及藥料	78 種(a)
傢私	37 種(a)
雜貨	25 種

(a)有等貨物并列入他部之內

B. 聯邦準備局 3 部 6類 320餘種但時有多少之增減

原料——農品肉類木料及礦物

製造用品

消費用品

C. 戰時工業局 7 部 1496 種

糧食	332 種

衣料	420 種
樹膠紙張	104 種
金屬	117 種
燃料	65 種
建築料	177 種
化學品	281 種
D.勃拉期脫里報 Bradstreet,s 13 部	106 種
穀類	6 種
家畜	4 種
食料及雜物	24 種
果品	5 種
皮革	4 種
衣料	11 種
金屬	13 種
煤炭	4 種
礦油及植物油	6 種
船舶用品	3 種
建築料	8 種
化學及藥品	11 種

雜項		7 種
加拿大		
工部	13 部 237 種	
糧食		15 種
肉食		17 種
日用食品		9 種
魚類		10 種
其他食品		49 種
衣料		21 種
皮料及靴鞋		11 種
金屬及其器具		34 種
燃料		10 種
建築料		48 種
傢私		16 種
化學品及藥料		16 種
雜項		17 種
英 國		
A.商部	4 部 47 種	
煤及金屬		6 種

疋頭及其原料	6 種
雜貨	10 種
糧食及飲品	25 種
B.經濟雜誌　5 部 38 種	
糧食及肉類	9 種
其他食品	6 種
疋頭及原料	7 種
礦物	8 種
雜貨	8 種
C.統計週刊　6 部 60 種	
蔬菜	8 種
肉類	7 種
糖茶咖啡	8 種
金屬	10 種
布類	11 種
雜貨	16 種

法　國

A 統計總局　2 部 45 種	
糧食品	20 種

工業產品	25 種

B 改造經濟週刊

糧食	18 種
衣料	10 種
農產品	10 種
金屬	10 種
雜貨	8 種

德　國

A. 德國統計局　7 部 37 種

麥薯	5 種
肉類	8 種
飲料	5 種
皮料	4 種
衣料	6 種
金屬煤油	6 種
煤鐵	3 種

B. 斯密斯 Otto Schmitz 指數　6 部 29 種

谷類	5 種
其他農產品及魚類	6 種

殖民地出品	4 種
衣料	5 種
金屬	6 種
煤及火油	3 種

意大利

A. 農工商部 祇擇糧食 13 種

B. 貝赤 R Bachi 教授指數 8 部 76 種

植物食品	19 種
肉食品	10 種
化學品	8 種
衣料	9 種
金屬	12 種
建築料	5 種
植物用品	4 種
工業用品	9 種

奥 國

精高華 Bela von Jankovich 教授指數 6 部 45 種

糧食	8 種
肉類	7 種

殖民地產品	4 種
礦產	7 種
衣料	8 種
雜項	11 種

澳　洲

統計局　8 部 92 種

金屬及煤	14 種
衣料及皮料	10 種
農產品	16 種
日用食品	9 種
其他食品	21 種
肉類	5 種
建築料	10 種
化學用品	7 種

日　本

A. 農商部　5 部 39 種

谷類	6 種
食品	11 種
衣料	8 種

原料 5 種

雜貨 9 種

B. 日本銀行 貨物共用 56 種不分類

中 國

A. 財政部駐滬調查貨價局 5 部8類147種

糧食 14 種

其他食品 26 種

疋頭及其他原料 27 種

金屬 11 種

雜貨部分4類

燃料 12 種

建築材料 14 種

工業用品 21 種

其他食品 22 種

B. 廣東省農工廳 6類99項205種

類	項	種
米	3	20
其他食品	39	65
衣料	23	43

燃料	7	41
金屬及建築料	17	41
雜項	10	22

C. 天津南開大學 6類 100種

食物	41種
布疋及原料	18種
金屬	12種
建築材料	12種
燃料	12種
雜項	5種

D. 江蘇農工廳 2類 44種

農產品	19種
日用品	25種

意大利所用者僅得食品13種。美國工部統計局則有550種之多；然此數亦逐漸增加而來，并非初定的。1902年編製之初約由250至260種，1914年增至340種，1916年增至342種，1919年增至328種，1922年又增至404種，1927年再增至550種。物價易於採用，而費用不多，自以多物爲宜。物價之數目愈多，而代表的

程度亦愈確。

第六節 物價來源及收集方法

物價之來源如下：—

1. 政府各機關調查者，如財政部駐滬調查貨價局及廣東省政府農工廳等等。
2. 海關報告者，每年每月均有之。
3. 報紙及雜誌所刊布者，如上海申報新聞報商報，廣州七十二行商報，上海經濟半月刊，上海銀行周刊及經濟統計，漢口銀行雜誌等等。
4. 商會及商店所宣布者，如米行，油行，海味行，及商店之報價單。
5. 各社會或團體之特別調查，如中國統計學會，中華教育文化基金董事會，國立廣東大學農科學院等等。
6. 個人或派人直接調查者。

第七節 原始物價平均法

每一貨物，若有多個物價，應分別計算抑或平均之乎？

物價指數所用之物價，多是幾個物價的平均數。如每

月計算，有每月調查各物兩次，同時調查數處之物價而平均之者；有每周調查而平均之者。有時同一貨物，直用數個物價而不平均者，此數個物價，可以代表該物權數(Weight)的大概。平均原始物價，多用簡單算術平均法，因爲簡便及易于明瞭之故。

第八節 基期 (Base period)

由基期方面觀察，指數可分爲兩種， 1.定基指數(Fixed base index)及2.環比指數 (Link relative index) 或遞推指數(Chain index)，應當採用何種基期乎？

定基又應用去年，第一年，或若干年平均數乎？抑或前月，第一月或若干月平均數乎？採用比價者，摭一時之物價爲基本期，所有其他時期之物價，均以基期物價之百分數表示之。基期可以固定的，較易計算；或環比而遞推的。每年之物價，卽以去年物價百分數的變動表示之。定基的可用一日，一月，一年，或若干年之平均數。基期擴張 (Broadened base period) 亦有優良之點，卽是用數年之平均物價以代表平常狀況，勝於一年或一時的物價許多。美國勞工統計局以前用1890—1899之平均數爲基數。歐戰起後，各國多採

用1913為基期，以便與戰前之物價比較。基期之定，都在物價平穩之時，又須與計算時期相差不遠。1913至今已十餘年，按諸十年一易之說，應當改變。故近年統計專家，有改用1926年為基期之議，美國工部勞工統計局之批發物價指數，已實行之矣。

基期較近，則指數代表之數，較真而可信。試研究物價之升降，近期之平均數，較遠期者為可以代表全體。各個物價由去年升降之數，其分配甚近似於常態曲綫之形式，平均數并可代表之。但與遠期比較其升降之數，則相差甚大，其分配并不近似於常態次數分配，故其平均數并不是真確以代表全體。

定基與環比比較，即可發現若干缺點。基期太遠，則各物價由基期物價之差異亦增加；而價高之物價，則發生太大的影響。環比指數，利便與去年比較，貨物亦易於增減。若欲增加貨物，并於去年一併增加該物以計算基期之數便可。但除去年比較之外，不便與其他各年以比較。故兩指數，甚多一併刊布。

環比指數之關係於定基指數，遞推的環比指數，均可與定基的相關，成為繼續列項。表三七即說明此法

之計算。計算環比以成遞推指數，卽是用前一年之數爲基數100 以得本年之比價，將此等比價關係於基年1913，卽用連乘得之。

表三七　　遞推的環比指數關係于定基指數

年份	金風雪担元 (1)	1913＝100的比價 (2)	環比每去年＝100 (3)	環比關係于定基 1913＝100 (4)
1913	5.00	100.0	—	100.0
1914	5.26	105.2	105.2	105.2＝(100.0×105.2)
1915	5.88	117.6	111.8	117.6＝(105.2×111.8)
1916	5.88	117.6	100.0	117.6＝(117.6×100.0)
1917	4.76	95.2	80.9	95.1＝(117.6×80.9)
1918	6.25	125.0	131.1	121.7＝(95.1×131.1)

(3)行第一環比(105.2)經已關係於定基(1913＝100)。第二環比(111.8)遞推上同一基年，卽以第一環比(105.2)乘之而得。第三環比(100.0)關係於基年1913，卽以之乘以前所得之乘積(117.6)。第四環比(80.9)乘以前所得之乘積(117.6)得95.1，最後環比(131.1)

乘以前所得之乘積(95.1)而得124.7 。繼續連乘待至各環比均已關係於定基爲止。(2)行及(4)行比較，指數之相等極微。但兩者之差，并不如是微少，不過現在列項較短耳。項數增加，則兩期間之差誤累積於乘積者亦增大。環比指數與定基指數比較，實無甚利便之處，當以少用爲宜。

基期的變換基期更易，指數之列項，應完全再計，較爲精確。但完全再計，常時不便實行，遂常用簡捷之法。其法卽將各個舊指數，以新基期之指數除之(此指數亦是依舊基期計得者)所得結果復以 100 乘之。

表三八卽說明此法之計算。如欲將基期用此捷法由 1913 變換爲 1922，卽將各年之指數以 1922 之指數 169.5除之，卽得新指數各項。

變換基期的捷法：若用於比價的算術平均數，所得結果，常與完全再計的結果，略有差別。但此法簡易，不必十分精確者。多採用之。

比價幾何平均法的指數，用此捷法以變換基期，則無數學的差誤。此卽幾何平均法之優點也。

表三八　變換基期計算法

年份	基期1913之指數	除數：1922之指數	新指數基期1922
1913	100.0	169.5	59.0
1914	107.0	169.5	63.1
1915	117.1	169.5	69.1
1916	122.8	169.5	72.4
1917	121.4	169.5	71.6
1918	130.9	169.5	77.2
1919	143.3	169.5	84.5
1920	147.4	169.5	86.7
1921	157.0	169.5	92.6
1922	169.5	169.5	100.0
1923	185.4	169.5	109.4
1924	214.5	169.5	126.5

第九節　平均法之選擇

各物比價，應如何平均以求合併的指數乎？應用算術平均法，中位數，密集數，幾何平均法或其他之平均數乎？

美國斐雪(Irving Fisher)教授，分析指數之編製，謂基本的作法有六種：—

1. 物價綜合法(price aggregative)
2. 算術平均法(Arithmetic average)

3.倒數平均法(Harmonic average)

4.幾何平均法(Geometric average)

5.中位數(Median)

6.密集數(Mode)

密集數絕少應用以編製指數，故可從略；餘五法則繼此略論之。茲先述此五法之簡單平均法。

1.實在物價綜合法(Aggregates of Actual Prices Method)

簡單綜合法的指數，乃將計算時期實在物價的總和，以基期的物價總和除之而得。其公式為

$$\frac{\Sigma P_1}{\Sigma P_0} \text{——————公式}25$$

依據表三九之物價計算歷年指數成表四十。

(2)行為各年實在物價的總計。為利便比較之故，遂以1913年為基期，以該年之綜合數為100，將各數化為比較的指數得(3)行。

表三九 廣東歷年物價表

1913—1924

物名 \ 單位 \ 年份		1913	1914	1915	1916	1917	1918	1919	1920	1921	1922	1923	1924
金風雪	担	$5.00	5.26	5.88	5.88	4.76	6.25	6.67	6.25	7.41	8.10	8.63	9.09
新興白	,,	4.88	5.26	5.88	6.06	5.00	5.88	6.67	6.67	7.69	8.17	8.51	9.92
花羅粘	,,	4.88	5.13	6.25	6.25	4.88	5.71	6.45	6.25	7.14	7.41	7.69	9.52
猪肉	斤	.23	.25	.25	.27	.27	.28	.29	.30	.30	.32	.33	.36
牛肉	斤	.16	.19	.19	.25	.28	.30	.34	.34	.34	.35	.35	.36
雞蛋	百枚	1.94	2.08	2.20	2.36	2.50	2.20	2.15	2.50	2.61	2.20	2.77	3.00
生油	埕	8.16	6.99	7.50	7.83	7.39	8.43	8.14	7.82	6.36	7.23	8.58	8.50
白棉花	担	35.00	38.00	38.00	40.00	40.00	45.00	48.00	48.00	50.00	50.00	52.00	55.00
大成藍布	疋	1.90	1.90	2.00	2.20	2.20	2.40	2.50	2.70	3.00	3.20	3.40	3.40
松柴	担	.33	.39	.39	.39	.42	.53	.56	.59	.72	.97	1.17	1.69
堅炭	,,	1.92	2.08	2.22	2.38	2.50	2.70	3.03	3.33	3.57	4.00	5.00	5.88
梳打	,,	2.50	2.77	3.33	3.50	4.00	3.17	4.30	4.50	4.30	4.50	4.20	5.00

表四十　物價綜合法的指數

(1) 年份	(2) 物價綜合	(3) 比價1913年=100
1913	$66.90	100.0
1914	70.30	105.1
1915	74.13	110.8
1916	77.37	115.7
1917	74.20	110.9
1918	82.85	123.8
1919	89.10	133.2
1920	89.25	133.4
1921	93.44	139.7
1922	96.45	144.2
1923	102.63	153.4
1924	111.82	167.1

應用此法計算指數之結果，與其他方法所得者比較，此種指數的弱點，極易發見。既無權數（uuweighted）在內，又不是相等權數（eqnal weighted）的指數。每貨影響於結果的力量，視乎交易的單位之價格如何。白棉花每担三十餘元，權數較其餘十一物為大，生油

，次之，指數由各物價相加而得，而有權數在內，極不合理，實不足以代表物價之變移。

2.比價的算術平均法（Arithmetic average of Relative Prices）算術平均法的指數，用基期各物價為基本數，將其他各時期之物價化為比價，然後用簡易方法平均此等比價而得指數。表四一卽用此法計算。依所列之數目，兩年的比價算術平均極易計算。每一比價之公式為 $\frac{P1}{P0}$ 若有 n 比價，則指數之公式為

$$\frac{\Sigma\left(\frac{p_1}{p_0}\right)}{n} \text{------------ 公式26}$$

表四一內，　1913之指數 $=\frac{1200}{12}=100$

　　　　　　1914之指數 $=\frac{1284.4}{12}=107.0$

1913—1924之指數總列於表四四之(3)行。

表四一 比價的算術平均法之計算

(1) 名物	(2) 單位	1913 (3) 物價	1913 (4) 比價	1914 (5) 物價	1914 (6) 比價
金鳳䊢	担	$5.00	100.0	$5.26	105.2
新輿白	,,	4.88	100.0	5.26	107.8
花羅粘	,,	4.88	100.0	5.13	105.1
豬肉	斤	.23	100.0	.25	108.7
牛肉	斤	.16	100.0	.19	118.8
雞蛋	百枚	1.94	100.0	2.08	107.2
生油	埕	8.16	100.0	6.99	85.7
白棉花	担	35.00	100.0	38.00	108.6
大成藍布	疋	1.90	100.0	1.90	100.0
松柴	担	.33	100.0	.39	118.2
堅炭	,,	1.92	100.0	2.08	108.3
梳打	,,	2.50	100.0	2.77	110.8
比價總計			1200.0		1284.4
指數			100.0		107.0

比價簡單平均數內所用的權數．此種指數，平常謂之比價之無權數的指數(unweighted index)，但仍有權數在內，與綜合法相同。每項用為權數的數量，就是

各物在基期1913年$100可以銷售的重量。表四一之例，即用下列各數量為權數的：一

金風雪	20.00担
新興白	20.49担
花羅粘	20.49担
豬　肉	434.78斤
牛　肉	625.00斤
雞　旦	51.55百枚
生　油	12.25擔
白棉花	2.86担
大成藍	52.63疋
松　柴	30.30担
堅　炭	52.08担
梳　打	40.00,,

比價的簡單平均法之計算，經已決定其他十一年可以購得上列各數量之綜合的價值。1913之物價，上列數量，各值$100，總值為$1200；1914之物價，上列數量之總值為$ 1284.4，此總值以12除之，即得表四四(3)行之指數；1913為100，1914為107.0餘類推。

故比價無權數之平均，實際即實在物價的加權綜合數(weighted aggregate of actual Prices)。所謂相等權數者，乃是各物用爲權數的數量之價值，在基年1913各等於$100的意思耳。

3.比價的中位數 Meians of Relative Prices 用中位數亦可得各年各比價之平均數。表四一之(6)行各比價，依大小之次序排列，可得下列分配表：—

85.7	108.3
100.0	108.6
105.1	108.7
105.2	110.8
107.2	118.2
107.8	118.8

最細的比價爲95.7；最大者爲118.8 中位數之值爲(107.8+108.3)÷2=108.0，此中位數即1914年之指數。其他各年之指數併列於表四四之(4)行。

4.比價的幾何平均法(Geometric Average of Relative Prices)每一比價之公式爲 $\frac{P1}{P0,}n$ 比價之幾何平均的公式爲

$$G=\sqrt[n]{\frac{p'_1}{p'_0}\times\frac{p''_1}{p''_0}\times\frac{p'''_1}{p'''_0}}\quad\text{……………公式27}$$

幾何平均數，常用數(Logarithms)計算之，上式變爲

$$\mathrm{Log}\,G=\frac{\mathrm{Log}\left(\frac{p'_1}{p'_0}\right)+\mathrm{Log}\left(\frac{p''_1}{p''_0}\right)+\mathrm{Log}\left(\frac{p'''_1}{p'''_0}\right)+\cdots}{n}\quad\text{……公式28}$$

表四二卽說明此法之計算，各比價由表四一抄來。

1913 之 $\mathrm{Log}\ G=\frac{24}{12}=2$

$G=2$ 之 antilog $=100$

1914 之 $\mathrm{Log}\ G=\frac{24.33808}{12}=2.02817$

$G=2.02817$ 之 antilog $=106.7$

其他各年之結果總列於表四四之(5)行。

表四二　比價的幾何平均法之計算

(1) 名物	1913 (2) 比價	1913 (3) 對數	1914 (4) 比價	1914 (5) 對數
金風雪	100.0	2.00000	105.2	2.02202
新興白	100.0	2.00000	107.8	2.03262
花羅緞	100.0	2.00000	105.1	2.02160
豬肉	100.0	2.00000	108.7	2.03623
牛肉	100.0	2.00000	118.8	2.07482
鷄蛋	100.0	2.00000	107.2	2.03019
生油	100.0	2.00000	85.7	1.93298
白棉花	100.0	2.00000	108.6	2.03583
大成藍布	100.0	2.00000	100.0	2.00000
松柴	100.0	2.00000	118.2	2.07262
堅炭	100.0	2.00000	108.3	2.03463
梳打	100.0	2.00000	110.8	2.04454
對數總計	24.00000		24.33808	
平均對數	2.00000		2.02817	
指數	100.0		106.7	

5.比價的倒數平均法(Harmonic Average of Relative prices)倒數平均法之性質，已在第八章略說之。倒數平均法之倒數，乃計算所用各項之倒數的算術平均數。現在計算所用之各項，乃$\frac{P_1}{P_0}$的比價，此比價之倒數為$\frac{P_0}{P_1}$。n比價之倒數平均數之公式為

$$\frac{1}{H}=\frac{\frac{P_0'}{P_1'}+\frac{P_0''}{P_1''}+\frac{P_0'''}{P_1'''}+\cdots\cdots}{n}$$

或 $$H=\frac{n}{\Sigma\left(\frac{P_0}{P_1}\right)}\cdots\cdots\text{公式}29$$

下表四三即用此法計算的。

$$1913\text{之}\ H=\frac{1.2}{1.2}=100$$

$$1914\text{之}\ H=\frac{1.2}{.112838}=106.3$$

其他各年之指數列於表四四之(6)行。

表四三　比價的倒數平均法之計算

(1) 物名	1913 (2) 比價	1913 (3) 倒數	1914 (4) 比價	1914 (5) 倒數
金風雪	100.0	.01	105.2	.009506
新輿白	100.0	.01	107.8	.009276
花羅粘	100.0	.01	105.1	.009515
豬肉	100.0	.01	108.7	.009200
牛肉	100.0	.01	118.8	.008417
鷄蛋	100.0	.01	117.2	.009328
生油	100.0	.01	85.7	.011669
白棉花	100.0	.01	108.6	.009208
大成藍布	100.0	.01	100.0	.010000
松柴	100.0	.01	118.2	.008460
堅炭	100.0	.01	108.3	.009234
梳打	100.0	.01	110.8	.009025
倒數總計	.12		.112838	
指數	100.0		106.3	

以上五法之計算，并無權數之應用。均謂之無權數

的平均（Unweighted Average），但此名詞，亦易誤會。第一法物價綜合法的指數，用每單位之價格爲權數，但是不合理的。其他四法，用爲權數的數量，是在1913年$100可能購得的重量。五法各年之指數列表如下；

表四四　簡單的物價指數比較表1913—1924

1913＝100

(1) 年　份	(2) 綜合法	(3) 算術平均	(4) 中位數	(5) 幾何平均	(6) 倒數平均
1913	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1914	105.1	107.0	108.0	106.7	106.3
1915	110.8	117.1	116.6	116.4	115.6
1916	115.7	122.8	122.8	122.0	121.2
1917	110.9	121.4	116.6	119.2	117.1
1918	123.8	130.9	125.6	129.3	127.9
1919	133.2	143.3	135.0	140.5	137.9
1920	133.4	147.4	136.9	144.3	141.3
1921	139.7	157.0	152.9	152.3	146.9
1922	144.2	169.5	164.7	162.3	155.2
1923	153.4	185.4	170.3	176.6	169.3
1924	167.1	214.5	188.4	198.1	186.0

第十節　簡單指數的比較

比價的四種平均數，互相接近；惟綜合法的指數則較遠。故綜合法對於測量物價的變動，無甚價值。算術，倒數及幾何之平均法的指數，則有相互的關係，因爲均用同一性質之平均法的緣故．除基年外，幾何平均常細過算術平均，而倒數平均常細過幾何平均。物價之差異愈大，則其相差之數愈增。中位數僅用十二項平均，常覺不甚安穩；故與其他平均數之關係，亦常不一致。

各種不同的結果，應如何選擇之乎？此等無權數的指數，無一完備，因爲無權數，即不能測量指數內各物的比重之故。但除權數問題之外，各種測量物價變動的方法，亦可測量其適用與否．

第十一節　時間還元測驗 Time Reversal Test

斐雪教授(Irving Fisher)嘗用時間還元及因數還元以測驗計算指數的各種方式。時間還元之測驗，其步驟如下

1.計算指數必有兩個時間、茲先用甲時間（或甲地點）爲基期，得乙時間比價之平均；

2.復用乙時間(或乙地點)爲基期，得甲時間比價之平均；

3.將此兩平均相乘。此兩平均數，一平均應爲他平均之倒數，故兩者相乘，應等於一。若乘積多過或少過一，則該平均數卽有偏重(bias)之弊。

茲假定1913之米價每担$5.00，1914年每担$10.00；則1914之價應爲1913之價之200%；1913之價應爲1914之價之50%。一數爲他數之倒數，故乘積(2.00×.50)等於1。同理若指數之計算法表示一年之普通物價，爲他年的200%，還元計之亦當合理；則第一年之物價應爲第二年的50%。任何兩年之材料，同一方法計算，但基期互易，所得之兩指數，應互爲倒數，兩者乘積應爲一。

茲將此種測驗，應用於上列五種方法，用1913及1914之物價計算。以1913爲基年，各法之指數如下；

年份	綜合法	算術平均	中位數	幾何平均	倒數平均
1913	100	100	100	100	100
1914	105.0822	107.0333	108.05	106.7	106.35

以1914年為基年其結果如下(參觀本章附錄一)

年份	綜合法	算術平均	中位數	幾何平均	倒數平均
1913	95.1636	94.0117	92.55	93.7299	93.4398
1914	100	100	100	100	100

第一表1914之指數乘第二表1913之相當指數，即得下表之數值。(得此等乘積將各指數列成比率不是百分數以計算)

綜合法	算術平均	中位數	幾何平均	倒數平均
1.0000	1.0036	1.0000	1.0000	.9937

時間還元測驗，有三種方法適合。算術平均及倒數平均則不適應。前者有偏高(upward bias)之弊。倒數平均則有偏低(downward bias)之弊。此種偏重之弊，若無方法改正，則此兩法，不可用以編製指數。

第十二節　指數的權數 Weighting

編製物價指數，每一貨物應當相等的重要，抑或各有輕重軒輊之不同而應用權數乎？若用權數，其方法如何？應用於綜合法者亦可用於比價平均法 (average

-of relatives method）乎？各年均用同一權數，抑或應隨情形而變更乎？

權數的意義，不過某種貨物，於計算平均或總計時，應計算多過一次。其目的在令各物之影響於平均數，與該物在指數內的實在重要相當。或用物價或用物量或用物值爲代表。依據加權之方法，可約分爲三種：—

甲、倍加物價權數法（Multiple-quotation System of Weighting）普通簡單算術平均法之指數，對於比較重要的貨物，多用數個物價以代表權數、卽是此法。

乙、物量權數法（Physical-quantity method of weighting）乃用物量若干單位之數爲權數，乘每單位之物價，物價綜合法卽用此法。

丙、總值權數法（Aggregate-value 或 Proportion-of-totalval vaeue methods of Weighting）若指數是比價的平均，則不能應用物量權數法，而用總值權數法。如生活費指數。其權數之大小，與每年家庭生計總數內之消費於該物者相比例。

表四五是生活費指數用總值權數計算者，B 行是家

庭消費於各類的百分數，C 行是各類 1922 年六月與 1914 年六月物價之百分比，如食品爲 142 ，即比較 1914年增高42%，燃料則爲184 。玆欲令各類之權數與該類在家庭消費的重要相比例，遂將 C 行之數，以 B 行各權數乘之，得 D 行之乘積。綜加之，以權數之和100 除之，即得1922年六月之指數爲155.6 。其他指數之計算，同一手續。

組合物價指數，若各以其總消費之比例爲權數，其計算方法、可總述如下：一

1. 各物價以基期 (Base-period) 之物價除之，並以百分數或比價代表其結果。

2. 各比價以基年 (base-year) 消費之百分數的權數乘之

3. 總計各乘積。

4. 以權數之和100 除之，即得指數。

表四五 總值權數的指數計算法

(美國國家工業研究社)

1914=100

A	B	C	D
消費品各類	家庭消費的比重（總計之百分數）	1922年六月與1914年六月物價之百分比	B×C之乘積
各類總計	100.0		15,557.6
食品	43.1	142	6,120.2
住宅	17.7	165	2,920.5
衣着	13.2	154	2,032.8
燃料	3.7	184	680.8
燈火	1.9	155	294.5
雜項	20.4	172	3,508.8

各比價若不用總消費之百分數相乘，而以基年各物之總值乘之，亦可得類似的結果。

總值比例法表示各物之比重，以比較的數目代表之。所謂總值(total-value)者，凡出產，消費，銷售或家庭消費之總計均可。

總值加權的方法，斐雪（Fisher）教授復分之爲四：—

第一法 P_0 Q_0

第二法 P_0 Q_1

第三法 P_1 Q_0

第四法 P_1 Q_1

P_0 ＝ 基本時期之物價

Q_0 ＝ 基本時期之物量

P_1 ＝ 計算時期之物價

Q_1 ＝ 計算時期之物量

應用第一法，簡單算術平均變爲 Fisher 公式3.再化爲Fisher公式53，與物價的加權綜合法相同。

$$\frac{\Sigma P_0 Q_0 \frac{P_1}{P_0}}{\Sigma P_0 Q_0} = \frac{\Sigma P_1 Q_0}{\Sigma P_0 Q_0}$$

應用第二法。則成Fisher公式5，再化爲Fisher公式59

$$\frac{\Sigma P_0 Q_1 \frac{P_1}{P_0}}{\Sigma P_0 Q_1} = \frac{\Sigma P_1 Q_1}{\Sigma P_0 Q_1}$$

應用第三法則成Fisher公式7，

$$\frac{\Sigma P_1 Q_0 \frac{P_1}{P_0}}{\Sigma P_1 Q_0} \text{----------公式30}$$

應用第四法則得Fisher公式9，

$$\frac{\Sigma P_1 q_1 \frac{P_1}{P_0}}{\Sigma P_1 q_1} \text{——公式31}$$

應用於其他平均法，此處不再述之。

權數應始終不變乎？抑每年更易之乎？權數乃表示比較重要的。各物的比重，隨時變更，若許久不變，將失了比重的精神。若時時變更，則同時有兩個變數（物價及權數），引入於計算之內。欲與前年比較，極不容易。故多採用固定權數法以計算。每十年再更易一次，手續亦較簡。

貨物之數目增加，權數之應用漸減，因爲大多數比價的簡單算術平均數與加權指數的結果，實際上無大分別。然並非謂權數無用也。實在每種指數，均有權數在內。不過加入之方法不同耳。權數應用合理，總可增加指數之確度。

第十三節是實在物價綜合法之用物量爲權數者，十四十五兩節是比價平均之用物值爲權數者，並各舉例說之。

加權方法，須用物量，玆先假定表四六以便計算。

表四六　　各物歷年數量表

年份	金鳳雪(担)	新興白(担)	花羅粘(担)	猪肉(斤)	牛肉(斤)	雞蛋(百枚)	生油(埕)	白棉花(担)	大成藍布(疋)	松柴(担)	堅炭(担)	梳打(担)
1913	346	245	186	248	231	1412	132	246	13	486	112	114
1914	284	225	165	300	250	1500	140	240	10	480	105	120
1915	262	256	154	312	252	1450	152	255	12	500	110	135
1916	254	262	152	320	280	1365	140	260	11	510	120	130
1917	268	211	136	315	245	1340	165	230	14	490	125	115
1918	291	214	128	314	260	1400	148	245	10	470	136	125
1919	311	228	130	320	300	1480	150	211	9	488	140	130
1920	314	255	145	335	310	1420	160	212	8	450	116	145
1921	286	212	150	280	305	1[illegible]00	155	240	8	510	114	140
1922	265	242	135	295	320	1650	140	205	10	542	125	150
1923	289	230	125	300	315	1540	150	208	9	530	135	155
1924	301	240	140	340	325	1440	165	211	8	520	140	160

附記　1. 上列各數以百萬爲單位
2. 各數均是假設的以便計算

第十三節 物價的加權綜合法(Weighted aggregates of Prices)

實在物價，簡單綜合計算以得指數，其不合理，前已言之矣。若加入相當權數，則可免除此弊。若用基年之物量爲權數，則加權綜合法之公式爲

$$\frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} \text{------------------------------------公式32}$$

美國勞工統計局卽用此式，但用一年的物量，不是基年的物量。表四七卽示此法之計算。

欲得之指數，由表四七(5)及(8)行綜計，並以比較之數表示之。無論何年，均可用爲基年以計算。茲用1913之綜合數爲基數，則1914之指數爲106.5，其他各年並列於表五十之(2)行。

加權綜合法幷可不用基期之物量，而用計算時期之物量爲權數。其式爲

$$\frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1} \text{------------------------------------公式33}$$

計算方法，與上例同，不過每年之物量變換耳。所得各年之指數倂於表五十之(3)行。

以上兩例，均用物量（quantities）為權數，各年物價，與物量相乘，得物價的綜合數。若將各個比價加入權數，則此法不適用。必要以物值(value)為權數，而結果乃可比較。因為物量單位，各各不同。而物值單位，均用銀元單位為代表，乃易於比較也。

表四七　　物價的加權綜合法之計算

物　名 (1)	單位 (2)	1913年之物價 P_0 (3)	1913權數 Q_0 (4)	物價 × 權數 P_0 Q_0 (1913年之總值) (5)	1914年之物價 P_1 (6)	1913權數 Q_0 (7)	物價 × 權數 P_1 Q_0 (1914年之總值) (8)
金鳳雪	担	5.00	346	1730.00	5.26	346	1819.96
新興白	,,	4.88	245	1195.60	5.26	245	1288.70
花羅粘	,,	4.88	186	907.68	5.13	186	954.18
豬　肉	斤	.23	248	57.04	.25	248	62.00
牛　肉	,,	.16	231	36.96	.19	231	43.89
雞　旦	百枚	1.94	1412	2739.28	2.08	1412	2936.96
生　油	埕	8.16	132	1077.12	6.99	132	922.68
白棉花	担	35.00	246	8610.00	38.00	246	9348.00
大成藍布	疋	1.90	13	24.70	1.90	13	24.70
松　柴	担	.33	486	160.38	.39	486	189.54
堅　炭	,,	1.92	112	215.04	2.08	112	232.96
梳　打	,,	2.50	114	285.00	2.77	114	315.78
合　計				17038.80			18139.35
指　數				100.00			106.50

第十四節 比價的加權算術平均法 (Weighted Arithmetic Average of Relative Prices)

此種指數計算法，每一比價，各以相當權數乘之；乘積之和即以權數之和除之。其公式爲

$$\frac{\Sigma p_0 q_0 \frac{p_1}{p_0}}{\Sigma p_0 q_0} \text{------------------------公式34}$$

表四八是此法之舉例。

1914年之值，與前節所得者相同。前節之方法，是實在物價的加權綜合法，權數是基年之物量。故比價的加權算術平均數，若以基年之物值爲權數，常時與綜合法所得的相等。故前式

$$\frac{\Sigma p_0 q_0 \frac{p_1}{p_0}}{\Sigma p_0 q_0} = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$$

表四八　加權算術平均之計算

物名 (1)	1913比價 $\frac{P_0}{P_0}$ (2)	權數 (1913之總値) p_0 % (3)	比價×權數 $\frac{P_0}{P_0}\times P_0\%$ (4)	1914比價 $\frac{P_1}{P_0}$ (5)	權數 (1913之總値) P_0 % (6)	比價×權數 $\frac{P_1}{P_0}\times P_0\%$ (7)
金風雪	100.0	1730.00	173000.00	105.2	1730.00	181996.000
新興白	100.0	1195.60	119560	107.8	1195.60	128885.680
花羅粘	100.0	907.68	90768	105.1	907.68	95397.168
豬肉	100.0	57.04	5704	108.7	57.04	6200.248
牛肉	100.0	36.96	3696	118.8	36.96	4390.848
鷄蛋	100.0	2739.28	273928	107.2	2739.28	293650.816
生油	100.0	1077.12	107712	85.7	1077.12	92309.184
白棉花	100.0	8610.00	861000	108.6	8610.00	935046.000
大成藍布	100.0	24.70	2470	100.0	24.70	2470.000
松柴	100.0	160.38	16038	118.2	160.38	18956.916
堅炭	100.0	215.04	21504	108.3	215.04	23288.832
梳打	100.0	285.00	28500	110.8	285.00	31578.000
合計		17038.80	1703880		17038.80	1814169.692
指數			100.0			106.5

第十五節　比價的加權幾何平均法 (Weighted Geometric average of Relative Prices)

加權幾何平均法之計算與簡單幾何平均法相同，不過每比價之對數，各以其權數乘之；乘積之和，復以權數之和除之。所得結果即是指數之對數。其式爲

$$GW = \sqrt[\Sigma p_0 q_0]{\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{p_0 q_0}\left(\frac{p_1'}{p_0'}\right)^{p_0' q_0'}} \text{ ......公式35}$$

應用對數之公式爲

$$\text{Rog } Gw = \frac{p_0 q_0 \log \frac{p_1}{p_0} + p_0' q_0' \log \frac{p_1'}{p_0'} + \cdots\cdots}{\Sigma p_0 q_0} \text{ ......公式36}$$

表四九是此法計算之實例。其他各年的指數併列於表五十之(5)行。

以上三種指數，將如何以評判其優劣乎？應用時間還元測驗，此三種加權方法，均不適合。簡單幾何平均法雖合於時間還元測驗，而加權的，則不符合。若祇由此法以測驗，三者均不妥善。斐雪(Fisher)教授遂用第二的方法，謂之因數還元測驗。

表四九 加權幾何平均法之計算

物名	1914之比價 $\frac{P_1}{P_0}$	比價之對數 $\log\frac{P_1}{P_0}$	權數(1913之總值) $P_0\ Q_0$	比價之對數×權數 $P_0Q_0\times\log\frac{P_1}{P_0}$
金風雪	105.2	2.02202	1730.00	3498.09460
新興白	107.8	2.03262	1195.60	2430.20047
花羅粘	105.1	2.02160	970.68	1834.96589
豬肉	108.7	2.03623	57.04	116.14656
牛肉	118.8	2.07482	36.96	76.68535
雞旦	107.2	2.03019	2739.28	5561.25886
生油	85.7	1.93298	1077.12	2082.05142
白棉花	108.6	2.03583	8610.00	17528.49630
大成藍布	100.0	2.00000	24.70	49.40000
松柴	118.2	2.07262	160.38	332.40680
堅炭	108.3	2.03463	215.04	437.52684
梳打	110.8	2.04454	285.00	582.69390
合計			17038.80	34529.92699
平均對數				2.02655
指數				106.3

第十六節　因數還元測驗　Factor Reversal Test

某年某一物之總値，即是物量乘單位物價之積；其式爲$P_0^1Q_0^1$一年之總値，與去年總値之比爲$\frac{p_1' \, q_1'}{p_0' \, q_0'}$

若由一年至他年，物價及物量均加倍，則比價（price relative）爲200，比量(quantity relative）爲 200 ，而比値(value relative）爲 400。第二年之總値爲第一年之四倍。比値等於比價與比量之乘積。此種關係，在一種物品內，甚爲顯明。其式爲

$$\frac{p_1' \, q_1'}{p_0' \, q_0'} = \frac{p_1'}{p_0'} \times \frac{q_1'}{q_0'}$$

若用多種貨物，以計算由一年至他年物價指數之變動及物量指數之變動，則兩者乘積，等於第二年總値與第一年總値之比。

$$\frac{p_1'}{p_0'} \times \frac{q_1'}{q_0'} + \frac{p_1''}{p_0''} \times \frac{q_1''}{p_0''} + \cdots\cdots = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$$

若乘積不等於總値之比，則兩種指數，至少必有一種差誤。

應用此法以測驗第一綜合法指數之由公式

$\left(\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}\right)$ 計得者。1913爲基年，1914之値如下

$$物價指數 = \frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} = 106.46$$

物量指數亦可以用此式計算，不過將 ^{Q} 及 ^{P} 互易，

公式變爲 $\frac{\Sigma q_1 P_0}{\Sigma q_0 P_0}$

此式內，分子及分母之物價因數相同，祇測量物量變動之影響。將十二種物値代入，即得(參觀附錄二)

$$物量指數 = \frac{16563.60}{17038.80} = 97.211$$

物價指數×物量指數=106.46×97·21=1·0348977

若物價增加6·46%物量減少2·79%，則總値應增加3·48977%或3·49。但

總値之比爲 $\frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_0} = 1·0342$

兩者比較差·07%(即103·49—103·42=·07)此公式不能符合於因數還元測驗。

再將此法測驗第二綜合法指數之由公式 $\frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1}$ 計得者，仍以1913爲基本則1914之數値如下：—

$$物價指數 = \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1} = \frac{17621.89}{16563.60} = 106.39$$

$$\text{物量指數}=\frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_1}=\frac{17621.89}{18139.35}=97.15$$

$$\text{乘積}=106.39\times97.15=1.033579=1.0336$$

此乘積與1.0342比較，仍有.06%之誤，方向亦與前不同。

加權幾何平均數，亦不符合於因數還元測驗。簡單綜合法與幾何平均法的指數本無偏重之弊，若加入權數，卽不符合。但必有權數，指數乃代表精確的事實。以前討論之簡單及加權的，均不符合於此兩種基本的測驗。斐雪教授，經已將46個公式測驗，祗有簡單幾何平均，中位數，密集數及綜合法四個符合於時間還元測驗，無一符合於因數還元測驗者。

第十七節　標準公式 Ideal Formula

每雙公式，若其差誤在相反的方向，若以幾何平均法平均之，卽可免除上列的難點。斐雪教授曾應用此法以測驗所有之公式，有十三個公式可以符合時間及因數兩種還元測驗者。并以計算之精確及簡便，就中選擇一個以爲標準。此標準公式乃上列兩種綜合法之幾何平均數，公式如下

$$\sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{公式}37$$

此公式乃華爾希(C.M.walsh)斐雪(Irving Fisher)，辟古(A.C.Pigou)蒲蘭(Bowley)楊氏(A.A.Young)數人各自獨立研究而得同一之結果的。

用此式以計算指數，依上所用之例，極易求得。例如1914之指數爲

$$\text{標準指數} = \sqrt{106.5 \times 106.4} = 106.42$$

此指數符合於時間及因數兩種還元測驗，并演算如下：—

茲應用於前者

1914物價指數(1913=100)=106.4

1913物價指數(1914=100)=93.963

106.4×.93963=.99976632=1.00

因數還元測驗，應用於1914的材料，而以 1913 爲基年，則

$$\text{物價指數} = \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}} = 106.42$$

$$物量指數=\sqrt{\frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0}\times\frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_1}}=\sqrt{\frac{16563.60}{17038.80}\times\frac{17621.89}{18139.35}}$$

$$=\sqrt{.9721\times.9715}=.9718$$

物價指數×物量指數$=1.0642\times.9718=1.03418956$

$$總值之比=\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}=\frac{17621.89}{17038.80}=1.0342213$$

物價指數與物量指數乘積，與總值之比兩者比較，相差0.003174%而甚微。

即，
$$\begin{array}{r}1.03422130\\1.03418956\\\hline .00003174\end{array}$$

兩種加權綜合法，標準公式，及幾何平均數之以基年之值爲權數者的指數，由1913—1924年，均列於下表五十。

表五十　加權指數的比較

(1) 年份	(2) 綜合法 基年物量爲權數 $\frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0}$	(3) 綜合法 計算年物量爲權數 $\frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1}$	(4) 標準公式 (2)及(3)指數之幾何平均 $\sqrt{\frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} \times \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1}}$	(5) 加權幾何平均 基年物值爲權數
1913	100.0	100.0	100.0	100.0
1914	106.5	106.4	106.4	106.3
1915	111.8	111.3	111.6	111.5
1916	116.8	116.6	116.7	116.5
1917	112.8	113.1	113.0	112.1
1918	123.6	123.5	123.5	123.2
1919	131.1	130.4	130.7	130.3
1920	133.2	132.8	133.0	132.4
1921	141.0	140.1	140.5	161.1
1922	141.9	140.6	141.2	139.5
1923	153.5	153.4	153.4	151.5
1924	167.3	167.4	167.4	163.7

第十八節 改換貨物之方法

貨物增加，如何乃不影響於指數之繼續性乎？消費或生產之習慣改變，新貨物發見，舊貨物廢用，編製者將何以令指數適合於變動的情形，而仍可以與前期比較而得精確之結果乎？

若新貨物價，歷年均可查得，則最精確的，就是將歷年指數從新再一計過。但新貨物價，常時不能查從前的而又極願加入以編製指數，採用比率方法（Ratio method)亦可得近似精確之數。

表三九 并列歷年十二種物價之數，其歷年算術平均之指數如下(見表四四)

年份	指數	年份	指數
1913	100.0	1919	143.3
1914	107.0	1920	147.4
1915	117.1	1921	157.0
1916	122.8	1922	169.0
1917	121.4	1923	185.4
1918	130.9	1924	214.5

茲假定於 1922 年增加食鹽一種，以編製指數，但 1921 以前各年之物價，無從調查。而1921每包 (200 斤) $8.80；1922爲$9.00；1923爲$10.50。

若欲用此物價以編製指數，必要有一定的方法，以 1913爲基年，以計算其比價爲何，以便與其他12種價物以比較。但 1913 之鹽價無從知之。於是假定鹽價 1913 與 1921 之關係，亦如1921年之指數以1913爲基年的關係一樣。亦即謂 1921 之鹽價爲 1913 的157.0% ，則 1913 推算的鹽價每包爲 $5.61 ($8.80 ÷ 1.57= $5.61)

用$5.61爲基年1913之鹽價，即得下列各年之比價：—

年份	物價(每包)	比價
1913	5.61	100.0
1921	8.80	157.0
1922	9.00	160.4
1923	10.50	187.2
1924	11.00	196.7

此項比價，可與其他十二種貨物計算以得新指數。此法精確與否，全視乎1913與1921之鹽價與指數的關

係，是否同一變動。

第十九節　刊布的形式

指數由比價計得者，應以百分數之總計或平均以表示之，則閱者易於明瞭。因為平均形式，可以令閱者易於決定由基年變動的百分數。

物價綜合法的指數，若為比較利便起見，計算至最終階級亦應化為百分數而刊布之。

附　錄　一

1913與1914兩年比價表

1914＝100

物　名	單位	1913		1914	
		價　格	比　價	價　格	比　價
金風雪	担	5.00	95.1	5.26	100
新興白	担	4.88	92.8	5.26	100
花羅粘	担	4.88	95.1	5.13	100
豬　肉	斤	.23	92.0	.25	100
牛　肉	斤	.16	84.2	.19	100
鷄　旦	百枚	1.94	93.3	2.08	100
生　油	埕	8.16	116.7	6.99	100
白棉花	担	35.00	92.1	38.00	100
大成藍布	疋	1.90	100.0	1.90	100
松　柴	担	.33	84.6	.38	100
堅　炭	担	1.92	92.3	2.08	100
梳　打	担	2.50	90.3	2.77	100

1.綜合合平均數

以基本年1914各物價之和除計算年1913各物價之和並以百分數表之卽

$$\frac{6690}{7030}\times 100=95.1636$$

2. 算術平均數

以項數除比價之和卽得

$$\frac{1128.5}{12}=94.04167$$

3. 中位數

將比價依次排列得

84·2	84·6	90·3	92·0	92·1	92·3
92·8	93·3	95·1	95·1	100·0	116·7

依法取第六第七兩項相加除以2卽

$$(92\cdot 3+92\cdot 8)\div 2=92\cdot 55$$

4. 幾何平均

1913幾何平均指數計算表
(1914=100)

物　名	比　價	比價之對數
金風雪	95.1	1.9781805
新興白	92.8	1.9675480
花羅粘	95.1	1.9781805
豬肉	92.0	1.9637878
牛肉	84.2	1.9253121
雞旦	93.3	1.9698816
生油	116.7	2.0670709
白棉花	92.1	1.9642596
大成藍布	100.0	2.0000000
松柴	84.6	1.9273704
堅炭	92.3	1.9652017
梳打	90.3	1.9556878
對數合計		23.6624809
平均對數		1.9718734
指數		93.7299

5. 倒數平均法

1913年倒數平均指數計算表
(1914=100)

物　　名	比　　價	比價之倒數
金風雪	95.1	.010515
新興白	92.8	.010776
花羅粘	95.1	.010515
豬　肉	92.0	.010870
牛　肉	84.2	.011876
鷄　蛋	93.3	.010718
生　油	116.7	.008569
白棉花	92.1	.010858
大成藍布	100.0	.010000
松　柴	84.6	.011820
堅　炭	92.3	.010834
梳　打	90.3	.011074
倒數合計		.128425
指　　數		93.4393

依公式以求指數

$$H = \frac{12}{.128425} = 93.4398$$

附表二

物名	P_0 1913年之物價	Q_1 1914年之權數	P_0Q_1 物價×權數	P_1 1914年之物價	Q_1 1914年之權數	P_1Q_1 物價×權數
金風雪	5·00	284	1420·00	5·26	284	1493,84
新興白	4·88	225	1098·00	5·26	225	1183,50
花羅粘	4·88	165	805·20	5·13	165	846,45
豬肉	·23	300	69·00	·25	300	75,00
牛肉	·16	250	40·00	·19	250	47,50
雞旦	1·94	1500	2910·00	2·08	1500	3120,00
生油	8·16	140	1142·40	6·99	140	978,60
白棉花	35·00	240	8400·00	38·00	240	9120,00
大成藍布	1·90	10	19·00	1·90	10	19,00
松柴	·33	480	158·40	·39	480	187,20
堅炭	1·92	105	201·60	2·08	105	218,40
梳打	2·50	120	300·00	2·77	120	332,40
	ΣP_0Q_1		16563,60	ΣP_1Q_1		17621,89

附：

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma P_0\% = 17038\cdot80 \\ \Sigma P_1\% = 18139\cdot35 \end{array}\right\}\text{(見表五六)}$$

第十二章 中國現有之指數

我國現有之指數，分別說之

1. 物價指數
2. 農產品物價指數
3. 生活費指數
4. 國際貿易指數
5. 外匯指數

第一節 物價指數

物價指數之目的，在根據正確之價格，比較其今昔之變遷。舉凡物價升降之緩急，貨幣購買力之消長，勞資爭論之標準，人民生活之情形，外國貿易之趨勢，商情循環之研究，均與有密切的關係。故各國咸先後舉辦，計已編成指數者，其數目如下。

美國二十四種，德國九種，比利時六種，英國五種，瑞士及新西蘭各有四種，法日澳洲印渡加拿大意大利西班牙瑞典各有三種，阿根廷布加利亞荷蘭那威波蘭南非聯邦等國各有二種，丹麥芬蘭祕魯俄羅斯捷克斯拉夫匈牙利荷蘭東印度等國各有一種。我國現在繼續編製者計有四種，(一)上海躉售物價指數表(二)廣

州批發物價指數表(三)天津躉售物價指數表(四)南京零售物價指數表

一 上海躉售物價指數

上海躉售物價指數，由財政部駐滬調查貨價局盛俊主編。始於民國八年九月。以一九一三年二月爲基期。採用算術平均法計算。所用貨物及分類如下

粮食類一四種

其他食物類二六種

疋頭及原料二七種

金屬類一一種

雜貨類燃料一二種，建築材料一四種，工業用品二一種，其他物品二二種，

共一四七種

編製內容及結果，詳見該局出版之上海貨價季刊及上海物價月報。茲列其各月指數爲表五一。

廣州批發物價指數，廣東省政府農工廳統計科陳炳權主編。民國十四年七月，著手編製。由民國元年至十三年，是逐年的。十四年一月以後。是逐月的。以民國二年(一九一三)爲基期。計算方法，初用算術平

均法，後改用單簡幾何平均法。所用貨物及分類如下

米類二〇種

其他食品類六五種

衣料類三四種

燃料類一四種

金屬及建築料類四一種

雜項二二種

共二〇五種

編製內容及結果，詳見該廳出版之統計彙刊統計彙報(半月刊)及農工旬刊。茲列歷年指數爲表五二。農工廳撤消後，現由廣東建設廳續編。

三　天津躉售物價指數

天津躉售物價指數，由南開大學社會經濟研究委員會何廉主編，民國十六年九月開始調查，十七年始將編製結果刊布。自民國二年至十六年，是逐年的。十七年一月至四月，是逐月的。五月起，是每週計算的。以一九二六年爲基期。用簡單幾何平均法計算。所用物類如下

食物類四一種

布疋及原料類一八種

金屬類一二種

建築材料一二種

燃料類一二種

雜項五種

共一〇〇種

編製結果詳於該會出版之南開統計週報。表五三卽其歷年之指數

四 南京零售物價指數表

南京市農產品及日用品零售市價指數，由江蘇省政府農工廳統計科陳其鹿主編。民國十七年四月始將結果刊布。自十四年一月起，逐月編製。以十四年全年平均爲基本價格。用算術平均法計算。所用物類爲農產品十九種，日用品二十五種，共四十四種。

編製方法及結果，見該廳出版之農工公報第三期。表五四卽其逐月之總指數。

以上各處，將其指數列表(表五五)繪圖(圖一四)以比較，則可見各地之物價，逐年漲高。廣州自九年以後，上海及天津自十一年以後，升高之象，幾成直線

，我國近年生活之不易，概可知矣。

（表五五天津之指數，是從原表改以一九一三年爲基年而算得的。各地今年之指數，是用已有各月之平均數。）

五　北平零售物價指數

北平零售物價，由工商部工商訪問局陳達主編。調查物價，始於民國十四年秋季。十七年九月將指數刊布。以1927年爲基本年。用算術平均法計算。所用物類如下：—

食品類　鮮蔬菜，食粮，調味二一種；

服用類　棉花，本國布，日本布，一五種；

燃料類　燃燈油料二種

共三八種。

編製內容及結果，詳見該局出版之經濟半月刊第二卷第十八九期（十七年十月一日）。茲列總指數成表五六。

甘博(S.D.gamble)及孟天培亦曾有北京零售物價指數之編製。刊於1926年六月之Chinese Social and Political Science Reriew。并有中文及英文單行本出版。

第二節 農產品物價指數

繼續編製之農產品指數計有三種：

一．廣州市農產批發物價指數 由廣東農工廳統計科編製。以民國十二年（一九二三年）全年平均為基期。用單簡幾何平均計算。所用物類如下：

米類一九種，油類六種，蔬菜類四八種，豆類七種，畜類一一種，糖類二四種，絲類四種，共一三六種。

編製結果，詳見該廳出版之統計彙刊統計彙報及農業旬刊。指數見表五七。

二天津農產批發物價指數 即南開大學社會經濟研究委員會編製躉售物價指數之一部。所用物品共二十九種，指數見該會出版之南開統計週報表五八即其歷年之指數。

三．南京農產零售物價指數 即江蘇農工廳編製農產品及日用品零售市價指數之一部。所用品物共十九種。指數見表五九。

第三節 生活費指數

我國生活費指數，現祇有"曾編上所生活費指數"是

財政部駐滬調查貨價局編製的。以1925年全年平均＝100。所用物類如下：—

預物類　二〇種

燃料及電氣類　六種

衣着類　一二種

房租類　一種

雜用類　五種

共四四種

逐月指數見該局出版之上海貨價季刊。并聲明"擬暫停計算，一俟本局之工人家計調查竣事，得相當比重資料後，再行發表"云。

玆列其指數成表六十。

第四節　國際貿易指數

國際貿易指數，財政部駐滬調查貨價局編製者有四種：—

2. 上海輸出物價指數

1. 上海輸入物價指數

此兩種指數，民國十四年編成刊布。由民國十四年七月始逐月編製，以 1913 年二月爲基期。用連環制

(環比法)計算。"緣各貨輸入出之衰旺，常有變遷。適用此制，更換時僅須查前月之價，而無須遠求標準時期之價，所以便於新陳之代謝"。公式則用加權算術平均法。其公式爲

$$指數=\frac{\Sigma V\frac{p_1}{p_0}}{\Sigma V}$$

V＝加權數量，卽1923年全國輸出入之貨值（輸出指數則用輸出總值，輸入的則用輸入之總值）

p_1＝擬算時期上海之躉批發市價，每月調查二次而平均之·

p_0＝1913年二月上海之批發市價。

Σ＝總和之符號。

所用之貨物分爲原料品，生產品，消費品三類。"輸出入價值關銀百萬兩左右之貨物均經選入。所除外者祇(一)富有季節性如洋麥洋麵。(二)無躉批市面，如車輛機器。(三)上海交易極稀如日本土布，外洋生牛皮，(四)貨目籠統如他類棉貨，他類雜貨等等而已。"

品別＼類別	輸出		輸入	
	物品	物價	物品	物價
原料品	32	41	10	13
生產品	7	12	22	36
消費品	22	26	45	66
合計	61	79	77	115

編製說明，詳見該局出版之修正上海躉售物價表編製上海輸出入物價指數表說明書(民國十四年四月)。歷年之指數見上海貨價季刊及上海物價月報，均該局出版。茲列其指數成表六一及表六二。

3.增補上海輸入物價指數

財政部駐滬調查貨價局爲供修改進口稅則之參考起見。"欲於各類物價之高下，現行稅率之虛實，及修改後關稅收入之盈絀，亦不難先得其大略，"遂更編一增補上海輸入物價指數(Index number of Supplementary Import prices in Shanghai)

編製之法"一以現行進口稅則爲對象，例如物品分

類，物品次序，及標準年度等皆是。所略爲變通者，稅則都凡十五類，而此則僅有十四類，以第十五類爲未列名貨類，悉屬從價課稅品”故也。

民國十四年九月編成刊布，由民國十二年一月起逐月編製指數。以1922年爲基本年，以此指數表之宗旨，“重在估算稅率，明示此後物價究比修改稅則時相差幾何，而不在後此各年日間之相互的比較，”故標準年度，不用連鎖的而用固定的。計算公式亦爲

$$指數=\frac{\Sigma V\frac{p_1}{p_0}}{\Sigma V}$$

V —加權數量，卽標準年度1922年之全國進口之貨値

p_1 —擬算各月上海批發市價

p_0 —1922全年之平均市價

“物品之選擇，卽以1922之貿易額爲準，凡全國進口額在關銀五十萬兩以上者悉予採入。所除外者，祇(一)到貨無常如洋麥洋麵。(二)無躉批市面如車輛機器，船艇。(三)上海進口無多如日本布，生牛皮，籐皮，(四)貨目籠統，如傢具，乾鮮菓蔬等類而已。其

有進口額不及五十萬，而所隸類目，別無大宗之物品可資選列者，亦酌量採入，以免闕漏，如石棉粉，螺甸鈕扣，絲質金線之類是也。每個物品，各系以標準品，自一種乃至二或三種，大抵以進口最多，銷行最廣者爲上選。總計全表所列物品凡一百二十三，物價二百一十八。”

類次	類名	權數百分率	物品數	物價數
1.	棉花及棉貨類	36.8	21	46
2.	蔴綢蔴絲呢絨貨類	2.9	10	14
3.	五金類	6.6	18	32
4.	食品飲料草藥類	16.7	20	32
5.	烟草類	6.7	3	5
6.	化學產品及染料類	5.2	8	18
7.	燭膏油皂漆蠟等類	12.5	8	9
8.	紙等類	2.4	2	4
9.	生熟獸畜產類	1.3	2	4
10	木材及木等類	2.7	5	9
11	煤等類	1.7	1	4
12	磁器，搪磁器，玻璃等類	1.0	4	7
13	泥土製成物等類	6	1	2
14	雜貨類	2.9	20	32
總計	14類	100	123	218

編製內容見該局出版之增補上海輸入物價指數(1925年出版)。茲列其指數爲表六三。

4. 上海輸入貨物關價指數

此指數表亦於民國十四年九月編成刊布。自民國十

二年起，每季編一指數。以1922年平均價爲100 。計算公式，權數，及貨物分類均與上述之增補上海輸入物價指數同。不過此指數，則用海關進口每季之價格，物品共一百零六，物價二百八十四耳。編製內容及指數詳見上海輸入貨物關係指數表內（該局1924年九月出版）茲列其總指數如下

時期	總指數(1922=100)
1923第一季	100.1
第二季	99.2
第三季	100.6
第四季	98.9
1924第一季	96.0
第二季	91.4
第三季	95.8
第四季	93.3
1925第一季	95.9

國民政府工商部根據海關歷年華洋貿易總册，於民國十七年四月，着手編製下列各指數。

1.輸出物價指數

2.輸出物量指數

3.輸出物值指數

4.輸入物價指數

5.輸入物量指數

6.輸入物值指數

由民國元年起逐年編製，以1926年爲基年，用連鎖法計算，採用加權綜合法之公式，例如

$$輸出物量指數=\frac{\Sigma Q_1 Pm}{\Sigma Q_0 Pm}$$

Q_1=擬算年輸出之物量

Q_0=基本年輸出之物量

Pm=權數1912—1920之指數，用1912,1913,及1914三年全國輸出物價之平均數爲權數；1921年以後，則用1923,1924及1925 三年之平均數爲權數

所用貨物分爲原料品生產品消費品三類，以見各類物品供求狀況之各別原因。輸出之總值約佔全國輸出百分之七十七，輸入的約佔百分之六十二。所用之貨品如下數:—

品別＼類別	輸出之物數	輸入之物數
原料品	41	19
生產品	11	17
消費品	24	36
合計	76	72

編製說明及指數詳見該部出版中國輸出貿易指數表及中國輸入貿易指數表。茲列其總指數成表六四及表六五。

第五節　外匯指數

1. 上海外匯指數，曾由馮柳堂氏編製，發表於十六年商報元旦增刊爲民國元年至十五年之指數和各種比價。復將該項指數之著作權讓於上海農工商局（今改爲社會局）由該局按月編製發表。

此指數包含英美日法四國之匯價，用加權算術平均法計算卽以該國對華之貿易總額爲權數。以1913全年平均爲基數。歷年指數見表六六(一)。

2.天津外匯指數，由天津南開大學社會經濟研究委員會何廉主編。由1898年以來逐月編製，包含英美法日四國之匯價。以1913年爲基年，以其全年之平均匯價爲基價。用加權綜合法計算，其公式爲

$$\frac{\Sigma\ P1\ T1}{\Sigma\ Po\ T1}$$

P1=計算期之匯價

Po=基年之匯價

T1=計算期先年全年之物品輸出入額

編製內容，及歷年指數詳見淸華學報第四卷第二期"天津三十年外匯指數及外匯循環。"南開統計周報幷將近年之指數刊布。綜列歷年之指數成表六六(二)。

該會編製尙有天津之中匯指數，大條(Bar Silver)指數，洋厘(Dollars)指數。玆從略

表五一　上海躉售物價指數表

1613＝100

年 / 月	西1919 民國八年	西1920 民國九年	西1921 民國十年	西1922 民國十一年	西1923 民國十二年	西1924 民國十三年	西1925 民國十四年	西1926 民國十五年	西1927 民國十六年	西1928 民國十七年
1		142.5	143.6	148.5	152•7	155•8	159•9	164•0	172•8	163•1
2		147.6	149.6	150.0	157•5	159•5	159•2	163•0	172•0	164•3
3		153.8	150.9	151.5	158•7	157•5	160•3	164•7	174•4	163•4
4		154.4	150.7	148.0	157•7	153•7	159•3	162•8	173•0	163•1
5		156.7	151.2	145.7	158•4	154•3	157•8	159•7	171•3	164•5
6		159.9	151.6	144.1	155•2	151•8	157•3	155•8	169•3	160.0
7		156.8	150.0	143.9	155•4	151•5	162•8	156•9	171•0	159•2
8		153.8	153.0	142.0	153•1	148•8	160•3	160•5	170•5	157•2
9	146.3	153.0	153.6	139.6	156•8	149•1	160•2	164•2	171•8	156•2
10	145.9	150.0	150.1	141.6	156•1	152•8	159•0	171•1	168•7	158•8
11	146.1	148.3	149.1	143.2	157•3	154•9	158•4	174•4	165•7	159•2
21	140.6	147.4	148.1	148.5	157•5	157•4	158•1	172•0	163•5	

表五二　廣州批發物價指數表（幾何平均）

1613＝100

年	月	指數	銀元購買力
民國			
元年1912		98.0	102.0
二年1913		100.0	100.0
三年1914		103.6	96.5
四年1915		111.8	89.4
五年1916		118.7	84.2
六年1917		123.2	81.2
七年1918		129.4	77.3
八年1919		132.9	75.2
九年1620		132.4	75.5
十年1921		140.5	71.2
十一年1922		146.6	68.2
十二年1923		153.1	65.3
十三年1924		162.0	61.7
十四年1925	1	163.3	61.2
	2	163.4	61.2
	3	164.1	60.9
	4	166.5	60.1
	5	170.6	58.6
	6	175.4	57.0
	7	179.3	55.8
	8	180.3	55.5
	9	181.2	55.2
	10	179.5	55.7
	11	172.5	58.0
十五年1926	12	168.3	59.4
	1	170.3	58.7
	2	174.0	57.5
	3	173.7	57.6
	4	173.5	57.6
	5	172.8	57.9
	6	170.0	58.8
	7	168.7	59.3
	8	167.7	59.6
	9	170.9	58.5
	10	171.0	58.5
	11	175.4	57.0
	12	173.6	57.6
	1	172.4	58.0
	2	171.1	58.4
十六年1927	3	171.3	58.4
	4	170.6	58.6
	5	169.3	59.1
	6	169.7	58.9
	7	174.3	57.4
	8	175.4	57.0
	9	174.9	57.2
	10	174.7	57.2
	11	175.7	56.9
十七年1928	12	177.0	56.5
	1	173.5	57.6
	2	171.6	58.3

表五三　天津批發物價指數表

1926＝100

時期	指數	銀元購買力
民國		
1913 二年	67.50	+48.15
1914 三年	66.88	+49.52
1915 四年	68.74	+45.48
1916 五年	74.29	+34.61
1917 六年	80.05	+24.92
1918 七年	82.17	+21.70
1919 八年	81.00	+23.46
1920 九年	89.48	+11.76
1921 十年	88.91	+12.47
1922 十一年	86.58	+15.50
1923 十二年	90.26	+10.79
1924 十三年	93.41	+7.05
1925 十四年	97.23	+2.85
1926 十五年	100.00	0.00
1927 十六年	102.96	−2.87
1928 十七年		
一月	105.63	−5.33
二月	107.07	−6.60
三月	108.53	−7.86
四月	108.68	−7.99
各週計算終止日		
五月		
二	108.69	−8.00
九	108.52	−7.85

表五四　南京市農產品及日用品零售市價指數表

十四年平均＝100

年 月	1925 民國十四年	1926 民國十五年	1927 民國十六年
1	96.0	103.2	123.3
2	97.8	109.2	130.9
3	96.3	110.8	132.7
4	101.2	108.7	136.3
5	99.9	109.4	132.5
6	102.2	117.0	126.2
7	108.0	105.4	146.7
8	103.1	114.5	152.3
9	101.1	120.6	152.2
10	99.9	118.2	143.9
11	97.4	117.9	134.9
12	101.7	125.8	128.9

統計

表五五　中國各地物價指數比較表

1913＝100

時期 / 地域	上海	廣州	天津
元年 1912		98.0	
二年 1913		100.0	100.0
三年 1914		103.0	99.1
四年 1915		111.8	101.8
五年 1916		118.7	110.1
六年 1917		123.2	118.6
七年 1918		129.4	121.7
八年 1919	144.7	132.9	120.0
九年 1920	152.0	132.4	132.6
十年 1921	150.1	140.5	131.7
十一年 1922	145.6	146.6	128.3
十二年 1923	156.4	153.1	133.7
十三年 1924	153.9	162.0	138.4
十四年 1925	159.4	172.0	144.0
十五年 1926	164.1	171.8	148.2
十六年 1927	170.4	173.0	152.5
十七年 1928	163.6	172.8	159.3

表五六

北平零售物價指數表（1927年平均價＝100）

年月	指數
十五年十二月	102.46
十六年一月	101.50
二月	102.12
三月	101.86
四月	102.09
五月	99.21
六月	98.19
七月	98.91
八月	98.46
九月	99.40
十月	97.81
十一月	99.18
十二月	98.55
十七年一月	99.06
二月	99.19
三月	102.72
四月	99.39
五月	96.72
六月	101.57

表五七　廣州農產物價指數表

民國十二年＝100

月＼年	1923 民國十二年	1924 民國十三年	1925 民國十四年	1926 民國十五年
1	87.5	109.9	95.2	89.2
2	85.0	106.7	94.6	94.5
3	87.4	117.8	94.0	95.4
4	94.9	113.7	106.5	101.2
5	95.4	109.9	107.0	101.7
6	97.0	107.8	89.2	103.1
7	95.5	103.2	86.1	91.9
8	101.6	94.8	84.5	92.6
9	104.6	96.8	92.3	90.1
10	101.5	107.1	95.4	91.4
11	109.5	99.4	98.3	99.4
12	106.9	97.4	95.9	91.9

表五八　天津農產批發物價指數表

1926＝100

時期	指數
民國	
1913 二年	63.37
1914 三年	61.19
1915 四年	60.04
1916 五年	62.88
1917 六年	69.13
1918 七年	65.63
1919 八年	62.44
1920 九年	79.42
1921 十年	78.70
1922 十一年	77.53
1923 十二年	82.45
1924 十三年	88.31
1925 十四年	97.18
1926 十五年	100.00
1927 十六年	105.31
1928 十七年	
一月	106.32
二月	108.06
三月	112.14
四月	113.08
各週計算終止日	
五月	
二	106.14
九	112.05

南京農產零售物價指數表

表五九

十四年平均 ═══ 100

年 / 月	1925 民國十四年	1926 民國十五年	1927 民國十六年
1	95.4	105.3	126.6
2	101.3	115.0	140.8
3	98.2	113.0	136.2
4	101.1	109.0	128.0
5	98.2	113.4	123.0
6	102.2	130.0	120.0
7	112.1	106.5	133.0
8	103.9	116.4	140.5
9	97.7	113.0	132.0
10	96.2	114.2	132.0
11	96.2	112.4	118.0
12	97.1	122.9	113.0

統計

表六十　　香港工人生活費指數表

1925＝100

年	月	食物類	燃料及電氣類	衣着類	房租類	雜用品類	總平均
1926	一月	115.9	104.6	107.9	100.0	98.0	108.8
	二月	119.6	97.6	110.8	100.0	98.0	100.8
	三月	131.3	98.5	110.5	100.0	95.3	116.9
	四月	137.1	109.0	109.3	100.0	94.2	119.9
	五月	137.4	105.4	103.3	100.0	94.2	119.6
	六月	141.2	107.0	101.1	100.0	99.4	121.5
	七月	146.1	110.6	100.9	100.0	96.9	124.0
	八月	151.0	100.7	101.7	100.0	96.7	126.5
	九月	162.1	113.4	100.5	100.0	96.1	132.3
	十月	163.1	118.0	102.1	100.0	101.1	132.9
	十一月	152.2	119.2	96.5	100.0	102.5	126.9
	十二月	145.6	122.7	95.5	100.0	97.2	123.5
1927	一月	146.8	122.2	102.9	100.0	101.1	124.6
	二月	141.7	122.1	98.3	100.0	99.7	121.7
	三月	148.5	125.6	100.1	100.0	97.6	125.3
	四月	139.1	125.3	96.5	100.0	95.6	120.3
	五月	139.1	128.7	94.5	100.0	99.2	120.1
	六月	144.1	126.6	98.3	100.0	99.2	122.9
	七月	152.6	128.6	100.2	100.0	97.2	127.5
	八月	154.3	125.2	103.5	100.0	99.7	128.6
	九月	151.5	123.6	103.9	100.0	107.2	127.1
	十月	135.6	118.2	102.8	100.0	101.9	118.8
	十一月	107.9	107.6	101.7	100.0	102.2	105.5
	十二月	102.6	102.2	102.5	100.0	105.8	107.7

表六十一　上海輸出物價指數表　1913＝100

年	月	原料品	生產品	消費品	總平均
1925	七月	163.5	135.6	146.6	152.2
	八月	157.4	137.4	147.2	151.0
	九月	154.4	138.2	149.1	149.2
	十月	156.1	138.6	146.4	149.5
	十一月	151.1	138.7	144.3	146.5
	十二月	149.3	135.8	147.9	145.7
1926	一月	151.5	145.3	148.2	149.8
	二月	153.0	140.8	153.2	150.2
	三月	154.8	138.5	150.1	149.9
	四月	157.7	135.7	146.0	149.6
	五月	152.5	129.7	144.4	145.0
	六月	153.7	131.2	157.2	148.8
	七月	155.5	134.7	153.7	150.1
	八月	147.1	146.1	155.2	150.8
	九月	152.2	147.0	157.8	153.2
	十月	161.0	157.0	150.9	161.3
	十一月	166.8	166.4	166.2	168.1
	十二月	164.6	164.1	165.7	166.2
1927	一月	168.5	159.7	165.9	167.0
	二月	166.1	157.1	168.5	165.7
	三月	171.4	166.0	168.5	171.0
	四月	171.4	172.3	165.1	172.2
	五月	173.6	169.4	160.6	171.5
	六月	171.5	167.0	169.9	171.8
	七月	175.4	159.0	164.6	171.4
	八月	169.1	155.3	168.7	166.9
	九月	171.1	157.5	170.2	168.9
	十月	170.2	158.4	170.4	168.7
	十一月	168.0	154.7	168.5	166.0
	十二月	162.8	143.2	168.5	160.0
1928	一月	166.5	154.8	167.5	165.3
	二月	171.7	157.9	165.3	168.4
	三月	174.3	155.4	161.5	168.1

表六十二　　上海輸入物價指數表

1913＝100

年	月	原料品	生產品	消費品	總平均
1925	七月	162.6	155.6	158.8	152.8
	八月	160.8	149.9	157.5	155.2
	九月	160.1	151.2	150.9	156.0
	十月	164.0	148.9	156.6	153.0
	十一月	156.4	143.4	149.7	149.3
	十二月	152.5	138.7	149.7	147.5
1926	一月	155.8	139.8	148.6	147.8
	二月	161.6	139.7	150.7	149.9
	三月	155.6	138.4	153.6	150.3
	四月	159.2	139.8	152.7	150.7
	五月	158.1	137.7	151.9	149.5
	六月	151.6	136.3	152.3	148.3
	七月	154.9	137.1	151.2	148.4
	八月	156.3	136.8	151.9	149.0
	九月	162.4	137.5	153.4	151.1
	十月	160.0	143.0	156.5	154.0
	十一月	160.5	146.7	162.1	158.5
	十二月	159.0	144.8	161.9	157.3
1927	一月	163.1	144.2	160.6	157.3
	二月	167.0	145.5	150.5	157.6
	三月	173.2	146.8	159.3	158.9
	四月	170.9	149.7	163.9	162.1
	五月	176.9	146.8	161.3	161.9
	六月	177.2	148.5	162.4	162.5
	七月	187.1	149.2	164.8	165.7
	八月	194.2	149.5	165.6	167.3
	九月	210.7	149.6	169.6	172.1
	十月	199.7	153.0	171.5	172.6
	十一月	192.5	151.6	169.3	169.8
	十二月	184.9	151.0	171.8	170.0
1928	一月	187.0	152.8	166.1	167.6
	二月	180.8	152.0	167.3	167.1
	三月	183.0	155.6	166.0	167.6

表六三　增補上海輸入物價指數表

1922=100

年	月	指數	年	月	指數	年	月	指數
1923	一月	103.4	1925	一月	103.8	1927	一月	105.9
	二月	105.3		二月	103.8		二月	105.4
	三月	109.3		三月	105.9		三月	106.3
	四月	108.5		四月	106.3		四月	107.8
	五月	107.7		五月	104.3		五月	108.6
	六月	108.7		六月	103.9		六月	107.9
	七月	107.8		七月	106.0		七月	109.0
	八月	107.4		八月	107.1		八月	110.5
	九月	109.6		九月	104.1		九月	112.9
	十月	112.7		十月	103.0		十月	111.9
	十一月	115.2		十一月	100.2		十一月	109.8
	十二月	114.4		十二月	99.2		十二月	109.6
年	月	指數	年	月	指數	年	月	指數
1924	一月	115.0	1926	一月	99.2		一月	
	二月	114.4		二月	100.1		二月	
	三月	112.7		三月	99.8		三月	
	四月	114.3		四月	99.9		四月	
	五月	114.1		五月	100.0		五月	
	六月	112.1		六月	99.0		六月	
	七月	110.5		七月	98.0		七月	
	八月	109.4		八月	96.2		八月	
	九月	106.6		九月	99.6		九月	
	十月	104.8		十月	101.1		十月	
	十一月	103.4		十一月	106.3		十一月	
	十二月	103.2		十二月	106.2		十二月	

表六十四　　中國輸出貿易指數表　　1926＝100

年份	原料品指數			生產品指數			消費品指數			總指數		
	物價	物量	物值	物價	物量	物值	物價	物量	物值	物價	物量	物值
1912	70.5	67.8	47.4	59.1	50.9	29.3	76.3	90.1	62.3	69.0	66.8	44.7
1913	71.0	73.8	52.6	62.4	52.2	31.5	75.2	93.3	66.0	70.5	70.8	48.4
1914	70.0	66.8	45.5	64.2	44.7	27.4	79.1	85.8	62.6	70.6	63.8	43.3
1915	68.3	76.3	50.6	63.1	56.3	33.3	89.9	106.8	86.8	72.1	75.9	52.4
1916	74.0	69.6	50.8	74.5	64.7	45.3	84.4	107.8	81.0	76.3	72.9	55.0
1917	71.9	74.2	51.8	74.0	67.4	48.3	86.8	90.5	71.0	75.7	74.6	54.6
1918	79.2	75.9	62.4	75.7	68.9	51.3	90.4	77.6	59.9	80.8	73.3	58.7
1919	78.1	100.2	76.3	77.1	91.7	67.4	91.3	108.9	90.0	80.8	93.2	56.2
1920	82.0	83.0	65.9	74.4	61.7	46.4	90.9	106.0	86.3	82.1	80.7	63.9
1921	83.7	86.9	71.5	83.9	72.5	61.3	92.7	100.4	91.3	85.5	85.8	72.3
1922	85.8	92.0	79.0	100.1	75.7	76.5	90.8	98.8	85.3	90.7	87.9	79.0
1923	89.5	103.5	72.7	112.0	77.2	86.1	94.3	102.0	90.9	96.7	94.6	90.3
1924	93.5	107.8	100.4	94.8	80.0	75.8	100.8	93.4	89.1	95.4	96.0	90.7
1925	97.2	96.4	94.2	96.7	91.8	88.5	94.7	99.9	88.2	97.7	95.5	91.3
1926	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1927	100.5	114.0	112.2	98.7	98.8	97.7	116.3	90.0	96.7	103.0	104.6	104.8
1928												

表六十五　　中國輸入貿易指數表　　1926年=100

年份	原料品指數			生產品指數			消費品指數			總指數		
	物價	物量	物值	物價	物量	物值	物價	物量	物值	物價	物量	物值
1912	67.4	20.4	14.9	35.5	124.1	73.1	66.8	73.1	48.5	55.0	57.3	38.2
1913	63.5	28.4	20.1	76.4	151.3	88.0	67.1	96.8	65.1	65.5	74.6	49.5
1914	61.4	32.4	21.9	76.3	146.1	85.1	68.3	95.1	65.3	65.8	74.9	49.9
1915	63.2	32.1	20.7	76.8	141.1	81.4	73.2	73.7	53.7	68.9	64.8	43.9
1916	68.2	38.8	26.6	84.3	132.9	81.4	85.2	70.5	60.7	78.1	65.3	49.3
1917	80.5	34.9	26.1	96.3	119.1	85.7	85.6	78.0	68.9	83.2	65.0	53.3
1918	85.0	28.8	24.9	123.2	77.5	79.5	94.5	74.0	67.8	95.9	55.0	51.4
1919	88.5	24.2	22.8	120.4	103.6	106.4	92.8	78.2	72.9	94.9	58.3	56.7
1920	84.6	29.3	29.4	135.6	113.6	130.3	114.1	74.2	78.7	109.3	60.3	65.6
1921	90.1	56.6	49.0	123.0	108.2	116.4	117.2	76.4	87.9	108.3	73.2	75.6
1922	90.0	75.2	64.9	98.5	119.1	114.7	106.4	92.6	97.0	99.0	88.8	85.8
1923	95.9	78.8	76.1	95.7	99.7	95.6	106.0	85.4	90.8	100.4	84.3	84.9
1924	102.3	74.5	77.0	97.4	103.2	105.0	104.6	100.3	105.2	102.4	89.6	92.9
1925	101.1	71.1	73.1	99.5	98.5	97.6	102.9	98.0	100.1	101.6	86.5	88.0
1926	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1927	102.1	92.7	94.8	101.9	78.7	80.7	102.7	76.6	79.1	102.3	83.8	86.1
1928												

表六六(一) 上海外滙指數 1913=100

年份	英	美	日	法	總指數
1912	99.1	99.5	99.7	100.0	99.6
1913	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1914	110.9	110.4	110.9	111.8	111.0
1915	116.7	120.0	118.2	113.8	117.9
1916	92.3	95.0	96.5	84.1	94.7
1917	71.2	73.1	75.4	65.8	75.8
1918	57.9	55.5	63.0	54.4	61.2
1919	49.5	53.8	55.0	42.9	53.3
1920	44.3	59.3	59.7	21.8	54.9
1921	76.7	68.4	94.5	37.5	89.7
1922	80.1	88.9	85.8	41.8	83.1
1923	87.0	92.7	91.4	27.5	87.8
1924	82.0	91.3	76.8	24.8	79.1
1925	86.1	87.2	71.8	22.3	74.4
1926	96.5	97.2	92.1	10.8	88.2
1927	106.7	107.0	102.2	21.9	98.1
1928	—	—	—	—	—
一月	104.0	104.7	98.4	21.4	95.4
二月	105.1	105.3	97.5	21.6	96.3
三月	105.1	105.4	99.9	21.6	96.5
四月	105.1	105.1	101.0	21.5	95.9
五月	100.1	100.3	94.3	20.6	91.5
六月	100.1	100.2	94.3	20.5	91.4
七月	101.3	101.8	94.3	20.8	92.1
八月	101.9	102.5	93.3	20.9	92.3
九月	103.2	104.0	96.2	21.1	94.4
十月	102.8	103.7	96.6	21.1	94.5
十一月	102.6	103.5	96.7	21.0	94.4
	—	—	—	—	—

表六十六(二) 歷年天津外滙指數表 1913=100

年份	滙價比 英	滙價比 美	滙價比 法	滙價比 日	總指數
1898	105.15	104.80	105.57	106.45	105.69
1899	101.72	101.33	101.47	101.86	102.43
1900	97.83	98.60	99.72	99.07	99.48
1901	103.33	102.02	103.05	101.49	102.08
1902	116.83	116.60	117.41	118.60	117.80
1903	117.86	115.63	117.65	123.21	118.12
1904	107.56	106.19	106.28	107.30	107.26
1905	102.40	100.63	100.89	100.78	100.93
1906	92.43	91.61	91.56	92.34	92.44
1907	95.87	94.39	94.07	94.89	95.08
1908	114.77	113.13	113.82	114.15	114.52
1909	116.15	115.90	119.21	114.42	116.61
1910	108.93	111.74	111.69	111.63	111.86
1911	111.34	111.67	112.28	111.74	111.75
1912	98.69	98.72	98.79	98.95	98.95
1913	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1914	111.68	106.01	107.57	111.62	111.63
1915	117.83	120.13	117.41	117.99	117.93
1916	92.40	94.39	82.76	95.69	95.89
1917	70.13	72.87	67.36	75.23	75.21
1918	58.17	58.93	55.51	62.79	62.76
1919	49.14	53.23	41.65	54.97	50.67
1920	46.73	61.49	23.62	63.00	62.88
1921	76.97	97.16	38.42	94.91	95.13
1922	81.09	88.14	38.06	85.93	85.94
1923	86.94	91.61	29.22	90.57	90.57
1924	82.81	90.22	24.66	76.03	76.21
1925	86.59	86.75	21.68	72.00	72.23
1926	93.12	97.16	16.66	93.07	93.04
1927	106.52	106.25	21.61	102.30	102.86
1928	103.76	103.38	20.99	97.25	97.30

第十三章　恆差 SECULAR TREND

第一節　時間列項之要素

統計方法之用以解釋經濟統計者，與物理，生物及心理各科學之所用者甚多相同。故各科科學家，均有統計方法之發明。列項乃經濟及社會事實的特質之問題。因爲經濟材料，時間佔大部份；社會現象的統計，乃歷史上變動之統計。前章物價指數，亦是分析歷史列項之一法。本章再將時間列項，分析以得其要素。

時間列項乃天然，濟經及社會等力量作用之結果。各種力量，無論何時，均可令之於同一方向，或反對方向以變動，而强度亦各不相同。若分析之，其要素有四：一

1. 恆差或長期趨向 (Secular or long-time trend)
2. 月差或季節變化 (Seasonal fluctuations)
3. 循環運動 (Cyclical movements)
4. 意外變動 (Residual or irregular fluctuations)

意外變動，原於戰爭，罷工，火災，水禍，或政府的設施。若欲由原來材料，將此種變動剔除；則事事之方法不同，茲暫略之。惟若注意於恆差，必要將各

分子分開，各給一曲線表之。若欲決定商情循環之影響於現狀如工廠僱傭，必要將恆差剔除，若用每月數目，則月差亦應消除之也。

第二節 恆差決定之方法

計算趨向如何，實爲推測時間列項普通演進最好的方法；或以數目表之，或以曲線給之，均無不可。恆差之不同於循環作用者，須要長期的材料，乃可顯明根本趨向的影響。以下計算之舉例，祇根據三年的材料而已。恆差決定之方法有四：—

1. 繼動均數法(Moving average)
2. 最少自乘法(Method of least squares)
3. 半平均數法(Semi-averages)
4. 自在畫法(Free-hand Methods)

第三節 繼動均數法

茲舉美國新鮮鷄蛋，每月平均之價由1917—1919年爲例。每打之價，列於表六十七之(B)行，並以圖三九A 曲線表之。細察此曲線，可得兩種變動。第一種爲月差，且價季節的變動，一月或十二月達最高之點，隨後兩三個月，立即降下。第二種變動是恆差，三年

之內，均有逐漸升高之勢。現試以繼動均數法計算恆差之程度如何。

三個月的均數，以中間月份爲中點。第一三個月(55,55及35 仙)之平均爲47列於(D)行。然後減去第一月加入第四月，復平均之，餘類推，卽得(D)行之數。

但檢查(D)行三月的繼動均數，其變動程度，幾與原本的材料季節之變遷相同。此乃計算之時期未合，故未能剔除月差。繼動均數之計算，必要用一時期，略與升降之循環相等，乃可剔除月差。此種模型時期長短之決定，平常由此頂點至他頂點或此低點至他低點。鷄蛋價格升降之循環，大約十二個月。故表六十七之(F)行，乃十二月繼動均數集中於第七個月的。並繪成圖三九B曲線

(集中於第七個月，若欲較爲精確，此平均數應集中於第六月及第七月之間；第二的繼動均數，以兩個月爲一時期，再行計得均數，正與原本數目對列。)

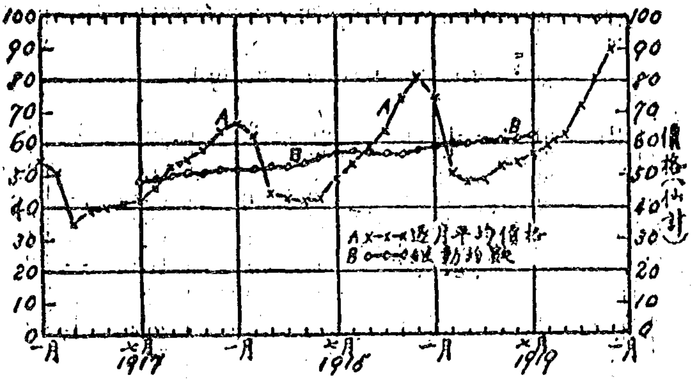
直線不是適合於原本材料之時，常用繼動均數法以得其恆差線。

表六七 繼動均數 (美國鷄蛋價格) (每打計)

A	B	C	D	E	F
年 月	平均價(仙)	三個月 總計	三個月 平均	十二個月 總計	十二個月 平均
1917					
一月	55				
二月	51	141	47		
三月	35	125	42		
四月	39	114	38		
五月	40	120	40		
六月	41	123	41		
七月	42	129	43	570	48
八月	46	141	47	591	49
九月	53	154	51	603	50
十月	55	166	55	612	51
十一月	58	177	59	616	51
十二月	64	189	63	618	52
1918					
一月	67	194	65	620	52
二月	63	174	58	627	52
三月	44	150	50	635	53
四月	48	129	43	641	53
五月	42	128	43	650	54
六月	43	134	45	666	56
七月	49	146	49	683	57
八月	54	162	54	691	58
九月	59	177	59	679	57
十月	64	197	66	683	57
十一月	74	219	73	689	57
十二月	81	230	77	700	58
1919					
一月	75	207	69	711	59
二月	51	174	58	719	60
三月	48	148	49	725	60
四月	49	150	50	729	61
五月	53	156	52	737	61
六月	54	164	55	741	62
七月	57	171	57	753	63
八月	60	180	60		
九月	63	195	65		
十月	72	216	72		
十一月	81	243	81		
十二月	90				

圖三九

十二月繼動均數



第四節　最少自乘法

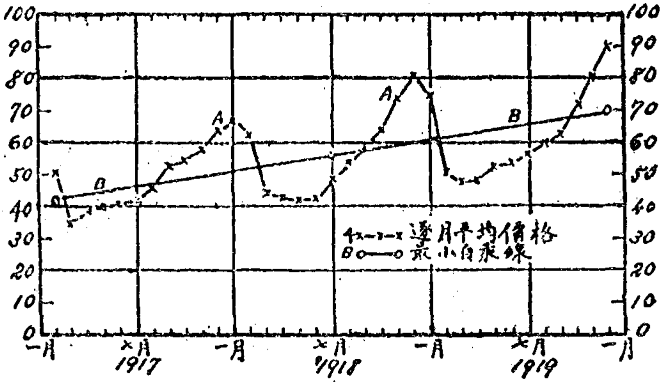
恆差之決定，亦可將一直綫適合於已知材料之內。最適合的就是最少自乘綫，即所給直綫，其距離實在材料的曲線之離中差自乘之和爲最少。適合於此條件之直線，可以下列方法求得之。計算結果列於表六八，並以圖四十之B線表之。

表六八 最少自乘線及離中差之計算
(美國鷄蛋每月平均之價格)

A	B	C	D	E	F	G
年月	每月平均價格(仙)	離時間中點之月份	價格及時間離中差之乘積 (B×C)	時間離中差之自乘	恆差之縱線	由恆差之離中差 (B−F)
	y	X	Xy	X2	Y	y−Y
總計	1,960		+2,872	3,570		
1917						
一月	51	−17	−867	289	42.4	+8.6
二月	35	−16	−560	256	43.2	−8.2
三月	39	−15	−585	225	44.0	−5.0
四月	40	−14	−560	196	44.8	−4.8
五月	41	−13	−533	169	45.6	−4.6
六月	42	−12	−504	144	46.4	−4.4
七月	46	−11	−506	121	47.2	−1.2
八月	53	−10	−530	100	48.0	+5.0
九月	55	−9	−495	81	48.8	+6.2
十月	58	−8	−464	64	49.6	+8.4
十一月	64	−7	−448	49	50.4	+13.6
十二月						
1918						
一月	67	−6	−402	36	51.2	+15.8
二月	63	−5	−315	25	52.0	+11.0
三月	44	−4	−176	16	52.8	−8.8
四月	43	−3	−129	9	53.6	−10.6
五月	42	−2	−84	4	54.4	−12.4
六月	43	−1	−43	1	55.2	−12.2
七月	49	0	0	0	56.0	−7.0
八月	54	+1	+54	1	56.8	−2.8
九月	59	+2	+118	4	57.6	+1.4
十月	64	+3	+192	9	58.4	+5.6
十一月	74	+4	+296	16	59.2	+14.8
十二月	81	+5	+405	25	60.0	+21.0
1919						
一月	75	+6	+450	36	60.8	+14.2
二月	51	+7	+357	49	61.6	−10.6
三月	48	+8	+384	64	62.4	−14.4
四月	49	+9	+441	81	63.2	−14.2
五月	53	+10	+530	100	64.0	−11.0
六月	54	+11	+594	121	64.8	−10.8
七月	57	+12	+684	144	65.6	−8.6
八月	60	+13	+780	169	66.4	−6.4
九月	63	+14	+882	196	67.2	−4.2
十月	72	+15	+1,080	225	68.0	+4.0
十一月	81	+16	+1,296	256	68.8	+12.2
十二月	90	+17	+1,530	289	69.6	+20.4

圖四十

最少自乘法之恒差線



最少自乘法直線之計算，其次序如下：—

1·先覓時期之中點，以便計算趨向線。

爲利便計算計，捨去鷄蛋價格表內1917之一月，共35月。1918之七月卽爲時期之中點。（36月之中點在1918六七月之中間）1918之七月乃起源之點，在右各月，x之值爲正，在左則爲負。1918之八月爲橫軸之+1，九月爲+2，1919之十二月爲+17。1918之六月爲—1；五月爲—2；1917之二月爲—17。均見於表六八之c行。

2·將35月完全時期之每月實在材料平均之。此平均數

之符號平常以 b 代表之，b 值之公式：

$$b = \frac{\Sigma y}{n} \text{------------} \text{公式}38$$

b =56仙。b 乃在所求直線上之一點。

3.定b爲在1918七月直線之縱距。

4.由此決定之點，用下公式計算最少自乘線之升降；

$$m = \frac{\Sigma Xy}{\Sigma X^2} \text{------------} \text{公式}39$$

M = 直線之斜度

ΣXY = 每月價格及該月離中差乘積之和

ΣX^2 = 各月離中差自乘之和

代入表 b 之值則 $m = \frac{2872}{3570} = 0.8\phi$

恆差線每月之縱距，即將0.8cts. 及各月離中差之乘積加於 b (56cts.)而得之。此乘積及加數之結果列於表六八之 F 行。最少自乘線，可以聯綴任何決定之兩點求得之。

綜上方法，任何直線之公式如下

$$y = mx + b \text{------------} \text{公式}40$$

b 爲直線與 y 軸相交之點.

m 為直線之斜度

b 及 m 之値既已求得，並將 x 之値代入公式40即可得 y 幾何。

第五節　半平均數法

將完全時期分爲兩半，每半計得一平均數，即用爲兩時間中點之縱距。應用於表六七鷄旦價格，即得48.9及63cts.爲直線之縱距，此兩縱距一在1917九月及十月之間，一在1919三月及四月之間。若將此値在圖三九及圖四十各給一直線，則與繼動均數及最小自乘線極相近似。

第六節　自在畫法

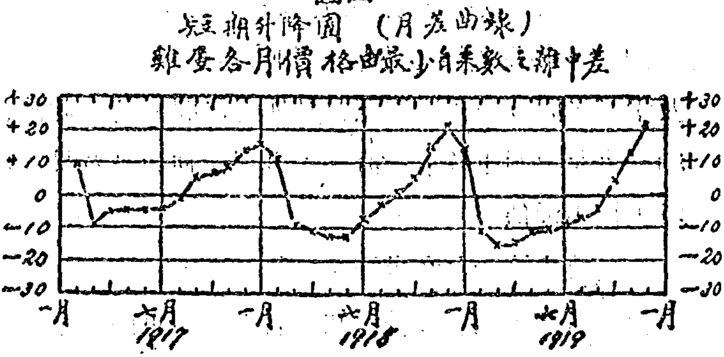
何種曲線，最適合於已知之材料，亦可由觀察得之或隨手繪成，或用曲線板幫助，均可得近似之直線。繼動均數或繼動中位數，亦可以幫助繪得自在畫法的恒差線。

第七節　月差或短期離中差(Short-time deviations)

由恒差線改正後之升降，亦欲設法表示之。表示之法，即由原來材料減去恒差線，并將所餘數目作爲由水平零線之正負離中差繪成曲線，即得圖四一。此種

方法謂之由原來曲線減去代表恆差之直線或曲線。可於圖上測量各月恆差線及原來材料曲線之垂直距離，或由表六八求得兩者相差之數目均可。故表六八之G行，乃B行各月物價減去F行恆差之縱距的結果。圖四一即此種離中差之曲線。

圖四一



第十四章　月差　SEASONAL FLUCTUATION

第一節　月差之性質

所謂月差者，乃表示時間材料的變動，依隨季節月份，其趨向不同，一年之內，有若干月在常態之上，有若干則在常態之下者也。此等變動，或直接由於季節之更迭，例如人造雪之出產及銷流；或間接由於季節的原因，例如銀行狀況之升降由於農業狀況之活動，而農業狀況又由於季之更迭也。經濟及社會學者尤特別注意於此等問題。如夏季商情衰落，商人亟欲知其爲本行一般實業之不振，抑或由於自己的經驗之不妥。又如，何月借債之利率升高，何時原料之物價最低，商人亦均欲知之。經濟學家或研究泉幣伸縮的程度，以適合季節之需求。社會學家又或於生產死亡及犯罪之內，覓得季節更迭爲其主要之原因。凡此種種，均與月差之性質有關者也。

第二節　計算月差的方法

計算常態月差，有種種方法，最重要者爲環比法，(Method of link relatives)其計算之次序如下：—

1.計算每月之環比，即用前月之實在數爲基數求本

月之環比，$\frac{\text{正月}}{\text{十二月}}$，$\frac{\text{二月}}{\text{正月}}$，$\frac{\text{三月}}{\text{二月}}$，等等。

2. 將全期所有一月之環比，由低至高，依次排列。其他各月亦然。

3. 以環比中數 (Median relative) 爲每月平均數，免除極端變量之影響。

4. 以正月爲基數 100，求各月平均數與正月之比，是爲鎖比 (Chain relative)。卽由正月至正月連乘環比中數而得之。最後之正月之乘積乃由十二月鎖比及正月環比中數而得，平常不等於 100，因爲在連乘環比中數之中，有恆差影響之故。

5. 最後正月之鎖比與 100相差之數，應分配於各月鎖比之內，令最後正月之鎖比，亦等於 100。用算術方法或幾何方法均可。

6. 改正各月鎖比之數，令其平均等於 100。卽以12鎖比之平均數，除各月改正數。所得結果卽爲常態月差之指數。

現試以表六九之數，舉例如下：—

表六九　美國各年生鐵產量表

1903—1914

年份 \ 產量 \ 月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1903	1472	1390	1590	1608	1713	1673	1546	1571	1553	1425	1039	846
1904	1921	1205	1447	1555	1534	1292	1106	1167	1352	1450	1486	1616
1905	1781	1597	1936	1922	1963	1793	1741	1843	1899	2053	2014	2045
1906	2068	1904	2155	2073	2098	1976	2013	1926	1960	2196	2187	2235
1907	2205	2045	2226	2216	2295	2234	2255	2250	2183	2336	1828	1234
1908	1045	1077	1228	1149	1165	1092	1218	1348	1418	1563	1577	1740
1909	1801	1703	1832	1738	1880	1929	2101	2246	2385	2600	1547	2635
1910	2608	2397	2617	2483	2390	2265	2148	2106	2056	2093	1909	1777
1911	1759	1794	2188	2065	1893	1787	1793	1926	1977	2102	1999	2043
1912	2057	2100	2405	2375	2512	2440	2410	2512	246[illegible]	2689	2630	2782
1913	2795	2586	2763	2752	2822	2628	2560	2543	250[illegible]	254[illegible]	2233	1983
1914	1885	1888	2348	2270	2093	1918	1958	1995	188[illegible]	[illegible]77	[illegible]518	1516

表七十　環比——生鐵產量

1903—1914

年份	正月／十二月	二月／正月	三月／二月	四月／三月	五月／四月	六月／五月	七月／六月	八月／七月	九月／八月	十月／九月	十一月／十月	十二月／十一月
1903	(a)	94	114	101	106	98	92	102	99	92	73	81
1904	109	131	120	107	99	84	86	106	116	107	102	109
1905	110	90	121	99	102	91	97	106	103	108	98	102
1906	101	92	113	96	101	94	102	96	102	112	100	102
1907	99	92	109	100	104	97	101	100	97	107	78	67
1908	85	103	114	94	101	94	112	112	104	111	101	110
1909	103	95	107	95	108	103	109	107	106	109	98	103
1910	99	92	109	95	96	95	95	98	98	102	91	93
1911	99	101	122	94	92	95	100	107	103	106	95	102
1912	101	102	114	99	106	97	99	104	98	109	98	106
1913	100	92	107	100	103	93	97	100	99	102	88	89
1914	95	100	124	97	92	92	102	102	94	94	85	100

表七一 環比次序——月差指數

	正月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月	
	85	90	107	94	92	84	86	96	94	92	73	67	
	95	92	107	94	92	91	92	98	97	94	78	81	
	99	92	109	95	96	92	95	100	98	102	85	89	
	99	92	109	95	99	93	97	100	98	102	88	93	
	99	92	113	96	101	94	97	102	99	105	91	100	
中數 a	(100)	94	114	97	101	94	99	102	99	107	95	102	
	102	95	114	99	102	95	100	104	102	107	98	102	
	101	100	114	99	103	95	101	106	103	108	98	102	
	101	101	120	100	104	97	102	106	103	109	98	103	
	103	102	121	100	106	97	102	107	104	109	100	106	
	109	103	122	101	106	98	109	107	106	111	101	109	
	110	131	124	107	108	103	112	112	116	112	102	110	
(A) 環比中數	100.0	94.5	114.0	98.0	101.5	94.5	99.5	103.0	100.5	107.0	96.5	102.0	正月 100.0(A)
(B) 鎖比 正月=100.0	100.0	94.5	107.7	105.5	107.1	101.2	100.7	103.7	104.2	111.5	107.6	109.8	109.8(B)
(C) 改正數	100.0	93.7	106.1	103.1	103.8	97.1	95.8	98.0	97.7	101.2	99.4	100.8	100.0(C)
(D) 月差指數	100.0	93.7	106.1	103.1	103.8	97.1	95.8	98.0	97.7	101.2	99.4	100.8	(D)

(1) 環比(Link relative)表七十爲 1903—1914各月環比數，即以前月生鐵產量之實在數除本月的，再以 100 乘之而得。此種環比方法，欲減少循環作用對於月差數的影響。此種循環作用，若用較長時間，可以包含循環數次者，其影響愈減少。而所得月差之平均環比中數亦愈善。

(2) 環比中數(Median link relatives)表七一(A)欄 表七一正月行，將表七十 $\frac{\text{正　月}}{\text{十二月}}$ 行之環比，由低値至高，依次排列而得。其他各月亦然。由此次序可以推得十二年1903—1914內各月變異整齊的程度如何。任何一月，環比集中於任何數値，即爲該月差異最要之數。

各行項目均爲偶數(12)，正月行之環比中數，乃平均中間兩項 $(\frac{100+100}{2}=100)$ 而得之。(A)欄各中數均用同理求得。若各行項目之數爲奇數，則取中間之項爲環比中數。此十二環比中數的結果，測量各月與前月之關係，而各月數値，乃十二年之平均數也。

(3) 鏈比(Chain relative)(B)欄　第二步即以正月之環比中數爲基數令其等于100，求各月與正月的關係。所得結果謂之該月以正月爲基數的鏈比，列於(B)欄。二月之鏈比與環比中數相同(94.5×100.0%)。三月之鏈比，乃三月環比中數與二月鏈比之乘積(114.0×94.5%=107.7%)同理，各月環比中數乘前月之鏈比，全年如是。最後正月之鏈比，由正月環比中數乘十二月之鏈比而得(100.0×109.8%=109.8%)此最後之乘積，新正月之鏈比，除季節作用外，若無其他的影響，應等於原本正月之鏈比 100%。但相差9.8%，(109.8—100.0=9.8)因生鐵產量，有恆差存在之故。

(4) 鏈比之改正(Adjustment of chain relatives)(C)欄因他種影響而有 9.8%之差數，必要剔除之；剔除之法，即自二月至最後正月，由各月鏈比各減去差數之一部份。此種改正之目的，在令最後正月之鏈比(100%)與原來正月的相同。易言之，即由月差指數內，剔除恆差之影響也。

每一環比中數，因恆差存在之故，均含有些少差

誤。鏈比乃環比中數之乘積：故差誤累積於十二乘積之內。分配差誤總數9.8%，有算術(Arithmetic)及幾何(Geometric)兩法。兩法所得之結果，無甚差別。惟算術方法較簡，(C)欄即應用之，以得各改正數。

$94.5-(9.8\frac{1}{12})=93.7$ 二月鏈比改正數

$107.7-(9.8\frac{2}{12})=106.1$ 三月鏈比改正數

……………………

$109.8-(9.8\frac{11}{12})=100.8$ 十二月鏈比改正數

$109.8-(9.8\frac{12}{12})=100.0$ 最後正月鏈比改正數

(5) 月差指數(Seasonal indexes)(D)欄 (C)欄之鏈比改正數，乃正月為基數(100)之百分數。最後步驟，要以常態年份之平均數為基數，化(C)欄數值為此新基數(100)之百分數。其法先將(C)欄十三項平均得99.98，各月之鏈比改正數，即以此平均數除之，復以100乘之，$\frac{100.0}{99.98}\times100,\frac{93.7}{99.98}\times$

100等等。各個月所得之百分數，列於(D)欄。(C)欄十二項之平均數，在此特別問題，甚近於100%(99.98)故(C)欄各數值，以此平均數99.98除之，各百分數仍不變。故(D)欄與(C)欄完全相同，然非常例也。(D)欄之百分數乃最後月差之指數，由十二年之數而推得的。

環比法最優之點，可令統計者將若干年內之某一月依次排列其變化之數，以觀察該月差異整齊的程度。最後月差指數之重要，視乎其平均數之性質如何。試看表七一，任何一行，環比集中於何項及其近似之程度如何。一行之內，集中愈大。該月指數之重要亦愈大。極端變量之影嚮，用中數或中項平均數，可以減少之。

第十五章 商情循環及預測器 BUSINESS CYCLES AND BAROMETERS

第一節 概說

經濟學者及一般商人，逐漸覺得活動的經濟之重要。逡進而分析商業盛衰的狀況，謂之商情循環(Business Cycles)。本章所述，不是研究商情循環之原因，亦不是敍述繁盛，停滯，衰落，復原迭變的狀況；不過將分析此循環作用的統計方法，約略敍述之耳。循環(Cyclical)一字，不必含有定期運動的意思；究竟商情變動，有無整齊的時期，各經濟學者尚未斷定，不過遲早必有循環，則人人公認耳。

第二節 分離循環運動的統計方法

某一現象，必先分解然後研究，乃易得其眞相。時間列項之要素有恆差，月差，意外變化及循環運動，前已言之矣。決定恆差月差的數量及趨向的方法，亦已述之矣。然則如何以剔除此兩者，以便研究循環的分子乎？

由每年材料，剔除恆差的方法 若用每年材料計算，則無月差分子，故要剔除恆差之影響，祗留循環作

用，以便研究。（意外變化，不能用統計方法以減去之者，自然包含在內）其法有二；由實在數內減去恆差數或以恆差數除實在數。減去之法，與第十三章第七節所述者同(參觀圖四一及表六八之G行)。

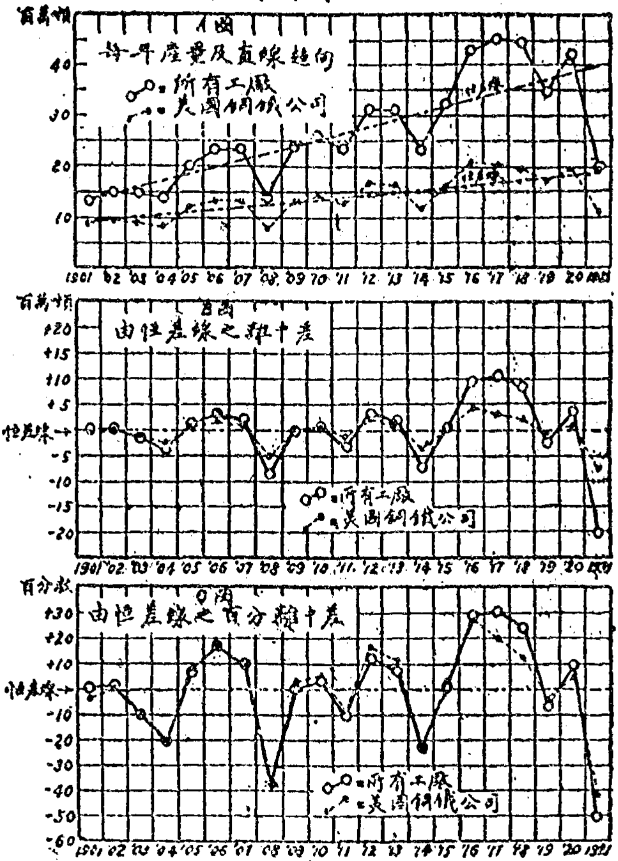
若欲用恆差線距離幾何，以表示此循環之升降，則用除法。卽將由恆差線之離中差，以該年恆差之縱距除之。除得結果，平常以百分數表之。

圖四二分爲三部，表示每年數目的循環運動繪圖之各法。　圖A將美國全國鋼鐵之產量及美國鋼鐵公司之產量分別繪之。每列項幷用最少自乘法以定其恆差直線。　圖B表示兩者由恆差線之離中差，卽用恆差線作水平或零度基線，而離中差以百萬噸表之。　圖C則此離中差，各以其恆差之縱距的百分數表之，兩曲線循環運動相類之點，愈益顯明。

圖 四二

歷年產量的循環

美國鋼鐵：1901—1921



表七二

美國鋼鐵歷年產量循環之計算

A	B	C	D	E
年份	產量(百萬噸)	恆差之縱距 $y=1.32X+26.6$	由恆差線之離中差 百萬噸 (B－C)	恆差線之百分數 (D÷C)
1901	13.5	13.4	＋0.1	＋0.7
1902	11.9	14.7	＋0.2	＋1.4
1903	14.5	16.0	－1.5	－9.4
1904	13.9	17.4	－3.5	－20.1
1905	20.0	18.7	＋1.3	＋7.0
1906	23.4	20.0	＋3.[illegible]	＋1[illegible].[illegible]
1907	23.4	21.3	＋2.1	＋9.9
1908	14.0	22.6	－8.6	－38.1
1909	24.0	24.6	.0	.0
1910	26.1	25.3	＋0.8	＋3.2
1911	23.7	26.6	－2.9	－10.9
1912	31.3	27.9	＋3.4	＋12.2
1913	31.3	29.2	＋2.1	＋7.2
1914	23.5	30.6	－7.1	－23.2
1915	32.2	31.9	＋0.3	＋0.9
1916	42.8	33.2	＋9.6	＋28.9
1917	45.1	34.5	＋10.6	＋31.7
1918	44.5	35.8	＋8.7	＋24.3
1919	34.7	37.2	－2.5	－6.7
1920	42.1	38.5	＋3.6	＋9.4
1921	19.8	39.8	－20.0	－50.3

表七三

美國鋼鐵公司歷年產量循環之計算

A	B	C	D	E
年份	產量(萬百噸)	恆差線之縱距 y=.48 X+14.0	由恆差線之離中差 百萬噸 (B−C)	由恆差線之離中差 恆差線之百分數 (D÷C)
1901	8.9	9.2	−0.3	−3.3
1902	9.8	9.7	+0.1	+1.0
1903	9.2	10.2	−1.0	−9.8
1904	8.4	10.6	−2.2	−20.8
1905	12.0	11.1	+0.9	+8.1
1906	13.5	11.6	+1.9	+16.4
1907	13.3	12.1	+1.2	+9.9
1908	7.8	12.6	−4.8	−38.1
1909	13.4	13.0	+0.4	+8.1
1910	14.2	13.5	+0.7	+5.2
1911	12.8	14.0	−1.2	−8.6
1912	16.9	14.5	+2.4	+16.6
1913	16.7	15.0	+1.7	+11.3
1914	11.8	15.4	−3.6	−23.4
1915	16.4	15.9	+0.5	+3.1
1916	20.9	16.4	+4.5	+27.4
1917	20.3	16.9	+3.4	+20.1
1918	19.6	17.4	+2.2	+12.6
1919	17.2	17.8	−0.6	−3.4
1920	19.3	18.3	+1.0	+5.5
1921	11.0	18.8	−7.8	−41.5

由每月材料決定循環運動　商情循環，若詳細分析之，採用每月材料，較每年材料爲宜；因爲升降要點，在每年平均之數，多不見之。故不獨恆差要剔除，月差亦要減去，而循環作用之性質乃可決定之也。剔除此兩者之方法，下哈佛商情指數再說之。

第三節　循環運動比較法

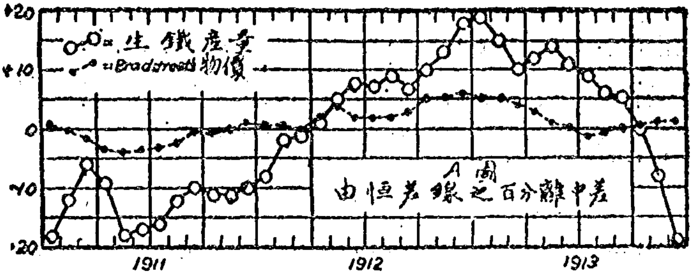
若欲將多數循環運動以比較，則要用同一普通的單位，化爲比値，乃易研究。化之之法，或用一年爲普通基年，化各列項爲百分數，或將各列項化爲恆差線之百分數。化爲百分數後，因各列項升降之程度（頂點至低點之距離）相差太遠，仍是不易比較。則將各列項以其標準差 Standard Deviation 除之。各曲線乃互相接近，容易比較，而得其同異之程度如何也。

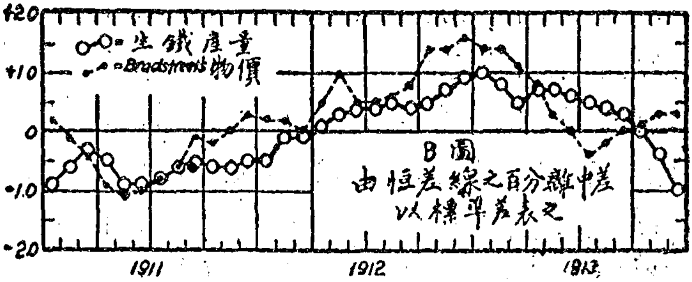
各循環運動之異同，下章相關係數所述各種方法，再行詳說。

若測量差異不欲多受較大離中差之影響，則可用平均差 (Average deviation) 爲除數，以代標準差。

圖 四三

比較循環運動的方法





圖四三表示百分離中差的循環以其標準差除之之結果。圖 A 表示生鐵產量及 Bradstreet 物價各兩者由恆差線之百分離中差。普通趨勢，大約相似，但生鐵之升降變化太大，故比較較難。圖 B 兩者各以其百分離中差之標準差除之，則兩曲線較近。

表七四 美國生鐵產量及 Bradstreet's 物價循環之比較

年月	由趨差線之百分離中差		百分離中差以標準差除之	
	生鐵產量	Bradstreet's 物價	生鐵產量 (s.D.=19.15)	Bradstreet's 物價(s.D.=3.68)
1911				
一月	−18	+.7	−.9	+.2
二月	−12	−.2	−.6	−.1
三月	−6	−1.4	−.3	−.4
四月	−9	−3.4	−.5	−.9
五月	−18	−4.0	−.9	−1.1
六月	−17	−3.5	−.9	−1.0
七月	−16	−3.0	−.8	−.8
八月	−12	−2.2	−.6	−.6
九月	−10	−.5	−.5	−.1
十月	−11	−.6	−.6	−.2
十一月	−11	.0	−.6	.0
十二月	−10	+1.0	−.5	+.3
1912				
一月	−8	+.6	−.5	+.2
二月	−2	+.6	−.1	+.2
三月	−1	−.1	−.1	.0
四月	+1	+2.0	+.1	+.5
五月	+5	+3.8	+.3	+1.0
六月	+8	+1.8	+.4	+.5
七月	+7	+1.9	+.4	+.5
八月	+9	+2.1	+.5	+.6
九月	+7	+2.8	+.4	+.8
十月	+10	+5.0	+.5	+1.4
十一月	+13	+5.2	+.7	+1.4
十二月	+18	+6.0	+.9	+1.6
1913				
一月	+19	+5.2	+1.0	+1.4
二月	+15	+5.0	+.8	+1.4
三月	+10	+4.2	+.5	+1.1
四月	+12	+2.9	+.7	+.8
五月	+14	+1.0	+.7	+.3
六月	+11	+.1	+.6	.0
七月	+9	−1.3	+.5	−.4
八月	+6	−.6	+.4	−.2
九月	+5	+.1	+.3	.0
十月	0	+.5	.0	+.1
十一月	−8	+1.2	−.4	+.3
十二月	−19	+1.2	−1.0	+.3

第四節　單項商情預測器 Single-series Business Barometers

商情循環之升降，旣極重要，則商情預測，尤應善用。明慧商人不獨對於本行實業加以研究，而一般商情之變動，由商業統計或商情預測而得者，更加特別注意。通常有謂商情寒暑表者(Business thermometers)指記錄商業現在的狀況者而言；商情預測器者(Business Barometers)指預測將來的變動者而言。但習慣上每用商情預測器，包含兩者之意義而言之。

統計列項，有何一種最能代表商情乎？有用鐵路輪運之噸量以表示物品之產量者。有以銀行清賬數(Bankclearing)最能代表商情者。鋼鐵產量，農品產量，物價指數，有價證劵之價格，滙兌率之升降，亦均能代表經濟狀況之大概，不過預測商情將來之變動，則無甚重要而已。

第五節　組合商情預測器 Composite Business Brometers

一種列項，每不足以預測商情之變遷，於是用組合曲線(Composite Curve)或多數曲線以爲預測之工具。試

舉下列之例，并說明其製之方法。

哈佛商情指數(Harvard business index)美國哈佛大學之商情指數，由該校教授披遜氏 (W.M.Persons) 主編，刊於經濟統計評論 (Review of Economic Statistics)之內。其編製方法，亦甚詳盡，故最爲學者所注意。所用原本的材料，編製的方法，採用該方法之原由，均詳細列出以供參考。採用二十三種最重要的經濟列項，逐月之數，分析研究。

各列項以下列方法編製之：—

1. 恆差之核定，多數之例，用最少自乘法以計得直線之趨向。

2. 各列項之月差，以環比法計得之。

3. 原本實在數，以恆差及月差之數改正之：—

(a)各月月差指數以本月恆差之縱距乘之；

(b)所得之乘積，由原本實在數減去之；及

(c)所餘結果以恆差縱距之百分數代表之，卽由改正月差之恆差之縱距，以得實在數之百分離中差。

若 X＝實在數

S＝月差指數

O＝恆差之縱距

則計算之式爲

$$\frac{X-So}{O}=\frac{X}{O}-S \text{ ……………………公式41}$$

依此式則實在之數以恆差之縱距除之；所得之數減去月差指數其結果亦同。(參觀本章附錄之例)

4. 改正的百分離中差之循環，各以其標準差除之，以便得可以比較的循環運動。

5. 各循環之相關(Correlation)或運動之程度及方向相同者欲與其他列項比較，可採用決定相關之曲線數學方法。(下章敍述之)

6. 各項循環合併而成組別。其法卽將各趨勢相似之列項，合併比較，以得其總趨向，分爲三組，每組以一曲線表之。

A.投機組(Speculative group)組合者爲

(1)紐約城各銀行之借項(bank debts)

(2)實業股票之價格

B.商業組(Business group)組合者爲

(3)除紐約城之外，140城之銀行借項

(4)物價

C.銀行組(Banking group)組合者爲

(5)4—6月借券之利率

(6)60—90日借券之利率

此等指數預測之價値，全在各組之升降有一定的先後。投機組之運動，約先於商業組四月至十月，商業組之進行，又先於銀行組二月至八月。繼續之次序，上升至頂點及下降至底點均同也。

故投機組曲線升高，可以預測商業組曲線之升高，而商業組曲線之升高，又可以預測銀行組曲線之升高也。

每月項目標準差之計算

(生鐵產量 1906——1909)

年	月	實在數 (A)	恒差之總距 1904—14 (B)	a與b之關係 (C)	月差指數 (D)	離中差 (E)	離中差自乘 (F)	標準差的離中差 (G)
1906	1	2088	1799	115	101	14	196	.6
	2	1904	1804	105	85	10	100	.4
	3	2155	1810	119	107	12	144	.5
	4	2073	1815	114	103	11	121	.5
	5	2096	1821	115	103	12	144	.5
	6	1976	1826	108	95	13	169	.6
	7	2013	1832	110	94	16	256	.7
	8	1926	1837	105	97	8	64	.4
	9	1960	1842	106	98	8	64	.4
	10	2196	1848	119	104	15	225	.7
	11	2187	1853	118	101	17	289	.7
	12	2236	1859	120	102	18	324	.8
1907	1	2205	1864	118	101	17	289	.7
	2	2045	1870	109	95	14	196	.6
	3	2226	1875	118	107	12	144	.5
	4	2210	1881	118	103	15	225	.7
	5	2295	1886	122	103	19	361	.8
	6	2234	1892	118	95	23	529	1.0
	7	2255	1897	119	94	25	625	1.1
	8	2260	1902	118	97	21	441	.9
	9	2183	1908	115	98	17	289	.7
	10	2336	1913	122	104	18	324	.8
	11	1828	1919	95	101	— 6	36	— .3
	12	1234	1924	64	102	—38	1444	—1.7
1908	1	1045	1930	54	101	—47	2209	—1.1
	2	1077	1935	56	95	—39	1521	—1.7
	3	1228	1941	63	107	—44	1936	—1.9
	4	1149	1946	59	103	—44	1936	—1.9
	5	1165	1951	60	103	—43	1849	—1.9
	6	1092	1957	56	95	—39	1521	—1.7
	7	1218	1962	62	94	—32	1024	—1.4
	8	1348	1968	69	97	—28	784	—1.2
	9	1418	1973	72	98	—26	676	—1.1
	10	1563	1979	79	104	—25	625	—1.1
	11	1577	1984	79	101	—22	484	—1.0
	12	1740	1990	87	102	—15	225	— .7
1909	1	1801	1995	90	101	—11	121	— .5
	2	1703	2001	85	95	—10	100	— .4
	3	1832	2006	91	107	—16	256	— .7
	4	1738	2011	86	103	—17	289	— .7
	5	1880	2017	93	103	—10	100	— .4
	6	1929	2023	95	95	0	0	.0
	7	2101	2028	104	94	10	100	.4
	8	2246	2033	111	97	14	196	.6
	9	2385	2039	117	98	19	361	.8
	10	2600	2044	127	104	23	529	1.0
	11	2547	2050	124	101	23	529	1.0
	12	2635	2055	128	102	26	676	1.1
							25046	

離中差自乘之和(Σx^2) = 25,046. 項數 N = 48.

$$\sigma = \sqrt{\frac{25.046}{48}} = \sqrt{521.8} = 22.8$$

第十六章　相關 CORRELATION

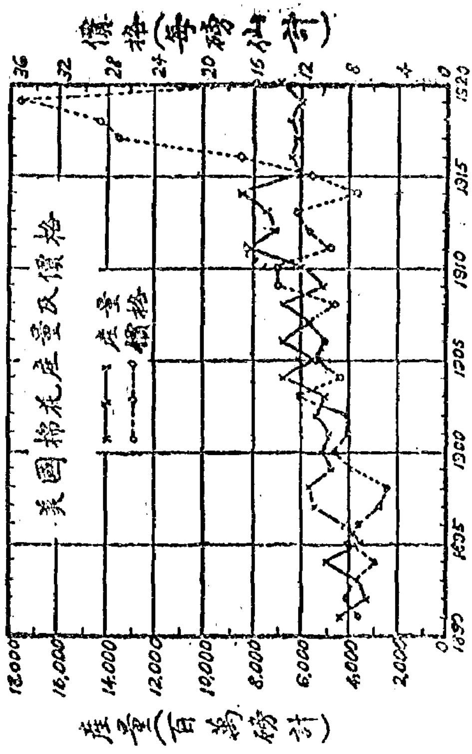
第一節　概說

統計如歷史，根據過去經驗，可以推測將來。是以經濟學者，常藉統計的分析，求得預測方式以推斷將來經濟狀況之變遷。已知穀米產量之變遷，就可預測其價格之升降；已知銀行準備金額之變遷，就可預測利率之升降。相關係數，卽根據此等預測之方式，以簡明形式表示現狀與過去之關係，并便於用以推測將來也。

試用圖四四以研究相關，棉花產量及價格之曲線，變遷均是相同。產量線上升，則價格線下降；產量線下降，則價格線上升。此等變動關係，謂之相反的相關(Inverse Correlation)因其趨勢在反對方向之故。

所謂相關者，乃兩列項中之相當變量的程度，及方向相類似之模型數量也。依此意義應研究下列三問題。

1. 根據何種標準或模數(norm)以測量所比較的變量；
2. 變量之方向其意義爲何；
3. 相關程度，其意義爲何，并如何測量之。



圖四四 相反的相關

第二節　測量離中差的標準

依據問題之性質，測量離中差之標準有三：平均數，恆差線及時間上接續的事項。

列項平均數的變量：若欲研究樹葉之長度闊度，人民之高度重量，田畝之大小，及物產之成本，等等之

表七五 美國棉花產量及價格表

份年	產量 百萬磅計	價格 每磅仙計	年份	產量 百萬磅計	價格 每磅仙計
1891	4,450	7.3	1906	6,800	10.0
1892	3,350	8.4	1707	5,700	11.5
1893	3,700	7.5	1908	6,800	9.2
1894	5,000	5.9	1909	5,150	14.3
1895	3,550	8.2	1910	6,000	14.0
1896	4,250	7.3	1911	8,150	9.6
1897	5,500	5.6	1912	7,150	11.5
1898	5,700	4.9	1913	7,400	12.5
1899	4,750	7.6	1914	8,500	7.3
1900	5,150	9.3	1915	6,050	11.2
1901	4,850	8.1	1916	6,400	17.3
1902	5,400	8.2	1917	6,200	27.1
1903	5,000	12.2	1918	6,500	28.8
1904	6,850	8.7	1919	6,000	35.4
1905	5,400	10.9	1920	6,950	15.8

變量，其方向及程度，均是相同，於是可由算術平均數以測量其變量如何。某田非比較平均數爲大，則物產成本，將在平均成本之上或下乎？此等問題，常時有人論及之。此類相關，謂之靜的相關（Static Correlation）與含有時間要素的相關相對者也。

經濟統計家之大部分工作，在於分析時間列項。兩列項長期運動的相關，可以應用與靜的相關相同的方法以決定之，——即比較其由平均數之離中差也。若兩列項之恆差，經已計得，則決定長期運動相關性質之簡法，就是直接比較兩恆差線之斜度。圖四四之實在數，若依此作法，將得方向相同的相關之證據，因兩曲線，均有升高的趨勢之故。

恆差線的變量： 由兩列項之恆差線，以比較其變量，乃經濟統計中的重要部分。欲知列項之升降相同，即將各列項比較，以便決定何種列項，有相關升降，不獨注意其相同之性質，并及其發現之時間。此種比較，均在月差及恆差剔除之後，故變量比較，乃由恆差線之離中差以比較，不是由算術平均數也。

第一的差別（First differences）：某種經濟問題，不甚

注意於其由平均數之離中差，亦不甚注意於其由恆差線之離中差，但注意於其接續進行事項之差別。穀價增加，則明年種禾之田畝，亦隨之而有相當增加乎？穀價變更百分之一，則米價亦隨之而有相當變更乎？某一種指數升或降百分之十，則其他指數亦有相等的變動乎？凡此種種，卽發生第一差別相關的問題；所要研究的變量，乃是由前項之升降。蒲關氏(Bowley)論及第一差別之相關，其意如下：—

"兩數量若互相關係，則其升降相類似，一項之加減，卽與他項之加或減(或相反)相關連，一項之變量較大，則他項之變量亦較大，此等數量，謂之相關。"

第三節　相關之方向

相關可分爲兩類：曰直接(direct)或相反的(inverse)。若兩列項之升降，同一方向，一項增加他項亦增加，一項減少他項亦減少者，謂之直接相關(Direct Correlation)。但若一項減少之時，他項則增加者謂之相反相關(Inverse Correlation)。批發價及零售價，失業數及犯罪數，繁盛數及結婚數，均應爲直接相關，利率及公債票價，農業產量及農品價格，均應爲相反相關

也。

第四節　相關程度之測量

1.相關程度　若祇說農品產量及農品價格，是相反相關，仍未詳盡。究竟此相反關係，是否常時不變，相反程度，是否常時相同，亦應研究。物產增加之時，物價之變遷，亦同一不變之比率乎？兩列項既是相關變動，將如何以表示其變量之關係乎？相關是可以完全的，高的，低的，或全無的。若兩列項之升降，常時方向相同，比率相同，謂之完全直接相關(Perfect Direct Correlation)。若其升降之方向相反，但程度相同，謂之完全相反相關(Perfect Inverse correlation)。若兩列項之升降，祇是隨時的，一項增加之時，他項或增或減，可謂之全無相關，(Absence of Correlation)。

習慣上常用數目(1)以爲完全的符號。完全直接相關，寫爲(+1)；完全相反相關寫爲(—1)；若寫(0)則代表無相關者也。實際上，所有列項，均有多少相同的運動，不過未達到完全相關的地位耳。故最要問題，就是研究測量此等相同的方法。相關係數，即是指此而言。依此計算。+1是完全直接相關，—1是

完全相反相關，0乃是無相關的。所有其他求得之數値，均在+1及—1之內。

2. 同向離中差之係數（The Coefficient of Concurrent Deviation）若祇注意離中差之方向，而不理及其大小，則可應用同向離中差之係數，其公式如下

$$R = \pm\sqrt{\pm\frac{2C-n}{n}} \text{——————公式42}$$

r =相關係數

n =項目每雙之數目

c =同向離中差之數目，卽每雙項目之離中差均爲正(+)或均爲負(—)

本章表七九卽比較各年棉花之產量及價格之升降，共有二十四雙項目，若所有第一的差別：均是同一方向，則公式42爲 $R = \sqrt{\frac{48-24}{24}} = +1$

若數量($2c-n$)爲負，則書負號於前，亦化爲正而開方根，所得方根仍是負號。表七九各年祇有四雙是同向變動的。故同向離中差係數之値如下

$$R=\pm\sqrt{-\frac{+2(4)-24}{24}}=-\sqrt{-(-\frac{2}{3})}=-\sqrt{\frac{2}{3}}=-.82$$

3.披爾遜法或均方相關法或乘積率法(Pearsonian, or Sum-product Method, or Product-moment Method)欲得精細數量，用同向離中差法以求相關係數，不甚適宜，因為離中差之大小絕無影響之故。在表七九內1900，1901及1902同一方向之微少差異，其影響以決定係數之力量，與1904，1911，及1915相反方向之較大差異，同一効力。補救此弱點，卽有均方相關法之發明，平常多謂之披爾遜相關係數。統計學家多採用之，故計算及解釋，均極重要。

茲假設下數以說明此法之應用。表七六第二行為五田莊所產麥之斗數(Bushel)第五行為各田莊每斗之價值。各田莊每畝平均產量為18，每畝有二斗之離中差，則價值每斗卽有一仙之差異而方向相反。此種比率，各田莊均然。此卽為完全相反相關，而數字的表示為—1。相關係數之公式如下

$$r=\frac{\Sigma xy}{n(S.DX)(S.DY)}\text{，或 } r=\frac{\Sigma xy}{n\sigma x\sigma y} \quad \text{公式43}$$

r — 相關係數

xy ＝ 每對離中差之乘積

Σxy ＝ 上項乘積之和

σx 或 S.D.x ＝ x 列項之標準差

σy 或 S.D.y ＝ y 列項之標準差

n ＝ 用以比較每對之總數

表七六卽應用此式以計算

表七六　披爾遜相關係數之計算

1	2	3	4	5	6	7	8
田	每畝麥之產量			每担產量之值			離中差
莊		中差離	離中差自乘	價數	離中差	離中差自乘	之乘積
		x	x^2		y	y^2	xy
			80			20	−40
A	12	−6	36	39	+3	9	−18
B	16	−2	4	37	+1	1	−2
C	18(平均數)	0	0	36(平均數)	0	0	0
D	20	+2	4	35	−1	1	−2
E	24	+6	36	33	−3	9	−18

將表七六之值代入公式43，則

$$R=\frac{-40}{5\sqrt{\frac{80}{5}}\sqrt{\frac{20}{5}}}=\frac{-40}{40}=-1$$ (或完全相反相關

公式43，x及y代表由平均數之離中差。相關公式之其他形式，意義與公式43完全相同者，用$(x-\bar{x})$及$(\bar{y}-y)$以代表由平均數之各離中差。披爾遜公式則寫爲

$$r=\frac{\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{n\sigma x\ \sigma y}$$ ——公式44

x＝原本列項中之各項，y爲他列項之相當項。

$\bar{x}$＝x列項之平均數

$\bar{y}$＝y列項之平均數

故由平均數之離中差，不是如公式43以x及y爲代表，但用$(x-\bar{x})$及$(y-\bar{y})$代表之。

相關係數之意義，欲較明顯，可謂公式43及44之所得者爲均方數，或每對離中差乘積之和之平均數，而各離中差先以其標準差除之。x列項之標準差爲$\sqrt{\frac{80}{5}}=4$，y列項爲$\sqrt{\frac{20}{5}}=2$各列項以標準差除之，所得如表七七。

表七七 離中差以標準差表之

田莊	產量	價值	乘積
A	—1.5	+1.5	—2.25
B	—0.5	+0.5	—0.25
C	0.0	0.0	0.00
D	+0.5	—0.5	—0.25
E	+1.5	—1.5	—2.25
			Σ = — 5.00

乘積之和爲—5，每對之數亦是5，故平均乘積之和爲—1。計算之次第不同，所得者亦相同。

4.相關表 (Correlation table) 若相關之數値太多，每一項目均須由離中差以計算其相關之數，則工作太繁。較爲實用之法，卽將各項編成次數組排列於相關表或雙項表之內，如表七八之例，再用此等組別爲單位，以計算相關之數。且各變量相關之性質，亦可觀察此表以得之。試略觀表七八，卽可見直接相關之趨勢，卽較高者體較重，較低者體較輕也。

表七八 相關表

某大學學生九十人之高度及重量

重量(磅)	高度(吋)						
	所有高度	62.0 to 63.9	64.0 to 65.6	66.0 to 67.9	68.0 to 69.9	70.0 to 71.9	72.0 ot 73.9
總計	90	1	18	23	26	16	6
100.0—109.9	3	1	1	1			
110.0—119.9	9		5	4			
120.0—129.9	23		6	12	5		
130.0—139.9	22		6	4	8	4	
140.0—14.99	14			2	6	4	2
150.0—159.9	14				6	6	2
160.0—169.9	2					1	1
170.0—179.9	3				1	1	1

表七九　第一差別的相關

（由表七五之數計算）

年份	A	B	C	D	E	F	G	H	I
	棉花產量				棉花價格				離中差之乘積 (B×F)
	第一差別 (百萬磅)	由平均數 (+70) 之離中差	離中差自乘	離中差以標準差除之	第一差別 (仙數)	由平均數 (+0.2) 之離中差	離中差自乘	離中差以標準差除之	
	x	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$\frac{(x-\bar{x})}{\sigma_x}$	y	$(y-\bar{y})$	$(y-\bar{y})^2$	$\frac{(y-\bar{y})}{\sigma_y}$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$
總計	+1,600		34,873,600		+3.9		+168.85		−63,322
1892	−1,100	−1,170	1,368,900	− .97	+1.1	+0.9	.81	+ .35	−1,053
1893	+ 350	+ 280	78,400	+ .23	−0.9	−1.1	1.21	− .43	− 308
1894	+1,300	+1,230	1,512,900	+1.02	−1.6	−1.8	3.24	− .70	−2,214
1895	−1,450	−1,520	2,310,400	−1.26	+2.3	+2.1	4.41	+ .82	−3,192
1886	+ 700	+ 630	396,900	+ .52	−0.9	−1.1	1.21	− .43	− 693
1897	+1,250	+1,180	1,392,400	+ .98	−1.7	−1.9	3.61	− .74	−2,242
1898	+ 200	+ 130	16,900	+ .11	−0.7	−0.9	.81	− .35	− 117
1899	− 950	−1,020	1,040,400	− .85	+2.7	+2.5	6.25	+ .97	−2,550
1900	+ 400	+ 330	108,900	+ .27	+1.7	+1.5	2.25	+ .58	+ 495
1901	− 300	− 370	136,900	− .31	−1.2	−1.4	1.96	− .54	+ 518
1902	+ 550	+ 480	230,400	+ .40	+0.1	−0.1	.01	− .04	− 48
1903	− 400	− 470	220,900	− .39	+4.0	+3.8	14.44	+1.48	−1,786
1904	+1,850	+1,780	3,168,400	+1.47	−3.6	−3.7	13.69	−1.44	−6,586
1905	−1,450	−1,520	2,310,400	−1.25	+2.2	+2.0	4.00	+ .78	−3,040
1906	+1,400	+1,330	1,768,900	+1.10	−0.9	−1.1	1.21	− .43	−1,463
1907	−1,100	−1,170	1,368,900	− .97	+1.5	+1.3	1.69	+ .51	−1,521
1908	+1,100	+1,030	1,060,900	+ .85	−2.3	−2.5	6.25	− .97	−2,575
1909	−1,650	−1,720	2,958,400	−1.43	+5.1	+4.9	24.01	+1.91	−8,428
1910	+ 850	+ 780	608,400	+ .65	+0.3	−0.5	.25	− .19	− 390
1911	+2,150	+2,080	4,326,400	+1.72	−4.4	−4.6	21.16	−1.79	−9,568
1912	−1,000	−1,070	1,144,900	− .89	+1.9	+1.7	2.89	+ .66	−1,819
1913	+ 250	+ 180	32,400	+ .15	+1.0	+0.8	.64	+ .31	+ 144
1914	+1,100	+1,030	1,060,900	+ .85	−5.2	−5.4	29.16	−2.10	−5,562
1915	−2,450	−2,520	6,350,400	−2.09	+3.9	+3.7	13.69	+1.44	−9,324

棉花產量之 S. D. = 1207；價格之 S. D. = 2.57

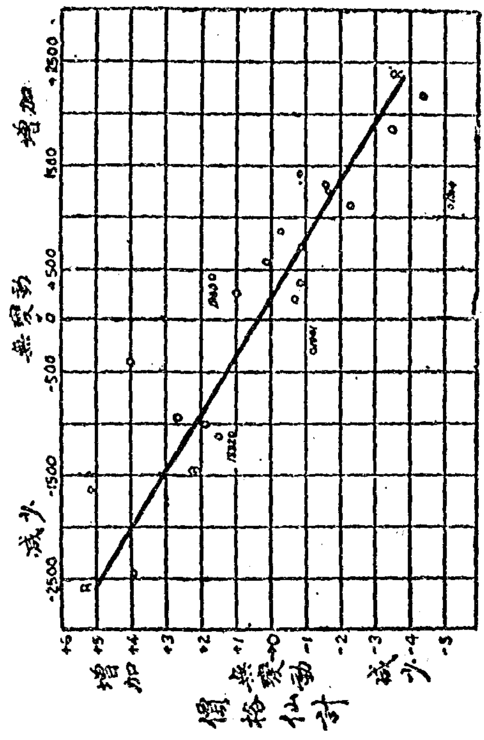
表八十　由恆差線離中差的相關

年份	A	B	C	D	E	F	G
	棉花產量			棉花價格			離中差之乘積 (B×E)
	恆差線(百萬磅)	由恆差線之離中差	離中差自乘	恆差線(仙計)	由恆差線之離中差	離中差自乘	
	Y_1	$(y-Y)_1$	$(Y-Y)_1^2$	Y_2	$(y-Y)_2$	$(Y-Y)_2^2$	$(y-Y)_1(y-Y)_2$
總計			14,350.000			85.66	—23,809.5
1891	3,812	+ 638	407,044	6.8	+0.5	.25	+ 319.0
1892	3,963	— 613	375,769	7.0	+1.4	1.96	— 858.2
1893	4.114	— 414	171,396	7.2	+0.3	.09	— 124.2
1894	4.265	+ 735	540,225	7.4	—1.5	2.25	— 1,102.5
1895	4.416	— 866	749.956	7.6	+0.6	.36	— 519.6
1896	4,567	— 317	100,489	7.8	—0.5	.25	+ 158.5
1897	4,718	+ 782	611.524	8.0	—2.4	5.75	— 1.876.8
1898	4.869	+ 831	690,561	8.2	—3.3	10.89	— 2.742.3
1899	5.020	— 270	72,900	8.4	—0.8	.64	+ 216.0
1900	5,171	— 21	441	8.6	+0.7	.49	— 14.7
1901	5.322	— 472	222,784	8.8	—0.7	.49	+ 330.4
1902	5.473	— 73	5,329	9.0	—0.8	.64	+ 58.4
1903	5,624	— 624	389.376	9.2	+3.0	9.00	— 1.872.0
1904	5.775	+1,075	1,155,625	9.4	—0.7	.49	— 752.5
1905	5,926	— 526	276.676	9.6	+1.3	1.69	— 683.8
1906	6.077	+ 723	522.729	9.8	+0.2	.04	+ 144.6
1907	6.228	— 528	278.784	10.0	+1.5	2.25	— 792.0
1908	6.379	+ 421	177,241	10.2	—1.0	1.00	— 421.0
1909	6.530	—1,380	1,904.400	10.4	+3.9	15.21	— 5.382.0
1910	6.681	— 681	463.761	10.6	+3.4	11.56	— 2.315.4
1911	6.832	+1,318	1,737,124	10.8	—1.2	1.44	— 1.581.6
1912	6.963	+ 167	27,889	11.0	+0.5	.25	+ 83.5
1913	7.134	+ 266	70,756	11.2	+1.3	1.69	+ 345.8
1914	7.285	+1,215	1,476.225	11.4	—4.1	16.81	— 4.981.5
1915	7.436	—1,386	1,920.996	11.6	—0.4	.16	+ 554.4

由表七五用最少自乘法計算，

產量：$y = 5624 + 151x$

價格：$y = 9.2 + .2x$



圖四五　散播圖
棉花產量及價格之第一差別

5.第一差別之相關　表七九將棉花產量及價格之第一差別依次列出，而每對差別之數，則繪於圖四五之內，謂之散播圖。(Scatter diagram)表七九A行及E行之數，是代表產量及價格之變遷，以前一年比較的，而圖四五則代表各年之第一差別。例如 1892 之小圓圈

，代表1892年之第一差別爲－1170百萬磅，此數乃由1891減少至此者；及該年所增加之價格爲1.1仙，由無變動線縱距量得之。其他各圓圈均是代表各年產量及價格之變動。普通言之，產量減少之圓圈，同時代表價格之增加，不過相關之程度不同耳。兩者變動欲以一線代表之。而最少自乘線 RR' 最能適合兩種之變動。所謂最少自乘線者，乃是所給之線，距離所給各點之離中差自乘之和爲最少。RR' 線之斜度可依下列公式得之：

$$m=\frac{\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\Sigma(x-\bar{x})^2}\text{------------------公式15}$$

m＝最少自乘線之斜度

$(X-\bar{X})$ ＝ 產量的第一差別之離中差，是由第一差別之平均數計得的。

$(y-\bar{y})$ ＝ 價格之相當第一差別之離中差

代入表七九之數值，即得

$$m=\frac{-63,322}{34,973,600}=-.00181$$

m 之數值爲－.00181即謂產量若由平均數變了一百萬磅，則價格之變動，將必於相反方向變了.00181仙

。此種關係卽謂之相關係數。

6.由恆差線離中差的相關 表八十之A行及D行將棉花之產量及價格各恆差線之縱距列出；（用最少自乘法計算見上章）B行及E行是恆差線之離中差。離中差相關係數之公式為

$$r = \frac{\Sigma(y-Y)1(y-Y)2}{n\,O1\quad O2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{公式46}$$

r ＝ 相關係數

$(y-Y)1$＝ 第一列項由其恆差線之縱距的離中差

$(y-Y)1$＝ 第二列項由其恆差線之縱距的離中差

O_1＝ 第一列項由其恆差線之離中差的標準差

O_2＝ 第二列項由其恆差線之離中差的標準差

n ＝ 年份之數或其他用以比較的時期

將表八十之數值代入卽得

$$r = \frac{-23809.5}{25\sqrt{\frac{14350000}{25}}\sqrt{\frac{85.66}{25}}} = -.679$$

若由恆差直線之離中差經已用其標準差為代表，如十四章之所述，則相關係數之公式變為

$$r = \frac{\Sigma\ x\ y}{n} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{公式47}$$

x 及 y 是代表各離中差之以其標準差為代表者。

勘誤表

頁	行	誤	正
3	13	M —	Ma—
13	3	及碓定	及確定
15	9	而詢塡之	詢而塡之
16	10	三九三七	三九•三七
41	7	Columu	Column
50	2	Koy	Key
52	1	某公歷年	某公司歷年
52	3	構造的，不同	構造的不同
55	表七	"寶安"行	
		之82，23，	28，32。
57	17	——多寡	——多寡
57	18	——代表	——代表
58	1	分爲苦干	分爲若干
59	4	其他面	其地面
59	11	四、	四分
64	1	Dimonsion	Dimension
65	1	或闓形	或圓形
65	6	2)4	2)4
65	7	3)5	3)5
65	9	4)2.6	4)2.6
頁	行	誤	正
77	表十之2行	63，·5，76	63，65，76
83	10	爲24，	爲34
84	表一一	時期1912	時期1922
85	圖二一		虛線爲A，實線爲B
86	22	Rectangnlar	Rectang u lar
88	圖22	15—20組	應依表一二補1292乃合

勘誤表

頁	行	誤	正
89	7	曲線	曲線A
90	13	Dislvibution	Distribution
91	17	ConTirnous	Continuous
92	13	Cumnlative	Cumulative
92	14	Freauenoy	Frequoney
96	6	第一節	第十節
107	13	橫澗條	橫閟條
113	圖三一	直實線爲A,虛線爲B,在下的爲C;	
114	13	淸賑數	淸賬數
117	13	0.601	0.6021
117	15	0.901	0.9031
120	19	從坐標	縱坐標
124	1	Variabity	Variability
129	4	M爲	m爲
130	3	廰用	應用
131	15	Weigkted aritp	WeightedArith
132	9	306	30.6
133	1	M爲	Σ爲
133	4	u爲	n爲
133	表一九	次▽	次數
133	8	u=35	n=35
136	4	Deviatiou	Deviation
138	表二四	十1.125	十1、125
139	6	moda	modal
140	4	$mo=L+\frac{o\ f\ 2}{f\ 2+f\ 1}$	$mo=L+\frac{c\ f\ 2}{f2+f_1}$
153	12	$\frac{35}{2}$	$\frac{38}{2}$

頁	行	誤	正
153	13	$60+10\left(\dfrac{\frac{35}{2}-17}{6}\right)$	$60-10\left(\dfrac{\frac{38}{2}-17}{6}\right)$
154	11	9.86	9.36
155	10	md二L或V	md二L或U
163		圖二一	圖三三
164	19	time So	time
166	15	Geometrice	Geometric
169	12	29;47	29.47
170	7	Gronth of	of
175	18	民居	居民
176	9	Geometric	Geometric
176	14	Distributiou	Distribution
177	3	Stant	stant rates
178	8	附頂	附項
179	表三十	25098	125098
179	表三十	37	371
179	5	Magnifiedo	Magnified
181	15	120	1920
182	10	覺察	視察
182	16	numeratoss	numerators
183	18	不能率較的分母低	不能比較的分母之
187	9	MAX	Σ AX
189	5	raco	rate
194	5	Wiscousni	Wisconsin
200	9	各頂	各項
200	16	Sauare	Square
200	16	Q	O
204	表三	此價	比價

勘 誤 表

頁	行	誤	正
207	9	VQ	VQ
208	1	2.2.0	2.20
209	6	應於	應用於
210	16	(A—nd)	(A—md)
229	7	19.13	1913
234	4	eqnal	equal
238	5	Moians	Medians
238	14	95.7	85.7
241	9	$\frac{1.2}{1.2}$	$\frac{12}{.12}$
247	14	total val	total
247	15	Vacuo	Valno
250	12	P_0 %l	P_0 %o
250	16	P_1 %l	P_1 %o
258	8	Rog	Log
260	13	+	×
260	13	ΣP^1 %1	ΣP_1 %1
260	17	P_1 %1	P_1 %.
261	末行	ΣP^1 %1	ΣP_1 %1
264	1	$\frac{1656360}{1103880}$	$\frac{16563.60}{17038.80}$
273		二表附	附錄二
273	末行	見表五六	見表四七
326	10	表6	表六八
331	表內第三行	1921	921
361	2	$(X-X)$	$(X-\bar{X})$
361	3	$(\bar{y}-y)$	$(y-\bar{y})$
369	10	$(X-X)$	$(X-\bar{X})$
369		$(y-y)$	$(y-\bar{y})$

陳炳權先生主編的：

統計彙刊

第一期廣州批發物價指數

第二期農產品物價指數

第三期工資指數

以上廣東省政府農工廳印行

工商統計大綱

中國輸出貿易指數表

中國輸入貿易指數表

以上工商部印行

蘇俄統計事業

中國統計學會印行

中華民國十八年一月出版

（統計方法）

（每冊定價一元五角）

編著者 陳炳權

發行者 南京特別市市政府統計人員養成所

分售處 中國統計學會（廣州文德路）

各大書店