



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

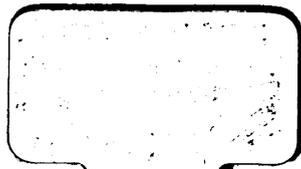
We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

Pet. 16095 d 19



Въ редакціи „Записокъ Императорскаго Новороссійскаго университета“ ишются предыдущіе томы этого изданія, именно:

ТОМЪ ІХ. Содержаніе: 1) Протоколы засѣданій совѣта (съ 18 августа по 23 декабря 1872 года). — 2) Браткій отчетъ Императорскаго новороссійскаго университета за 18^{71/72} академическій годъ. — 3) Задача политической экономіи и отношенія ея къ прочимъ наукамъ. *М. М. Вольскаго.* — 4) Периплъ каспійскаго моря по картамъ XIV столѣтія (съ картою). *Ф. К. Бруна.* — 5) Еще наказный списокъ по Стоглаву. *А. С. Павлова.* 6) Историческій очеркъ теоріи свѣта. *Н. А. Умова.* — 7) Начала новой геометріи. *С. П. Ярошенко.*

ТОМЪ Х. Содержаніе: 1) Протоколы засѣданій совѣта (съ 18-го января по 27-е апрѣля 1873 года). — 2) Убѣжденіе судьи въ гражданскомъ процессѣ. *Малинина.* — 3) Начала новой геометріи (окончаніе). *Ярошенко.* — 4) Теорія простыхъ средъ и ея приложеніе къ выводу основныхъ законовъ электростатическихъ и электродинамическихъ взаимодействій. *Н. Умова.* — 5) Замятка по поводу сочиненія г. Лигина: «Теорія абсолютнаго движенія неизмѣняемой системы». *Ею-же.*

ТОМЪ ХІ. Содержаніе: 1) Протоколы засѣданій совѣта (съ 1-го мая по 18-е августа 1873 г.). — 2) Отчетъ о состояннн и дѣйствіяхъ Императорскаго новороссійскаго университета въ 18^{72/73} академическомъ году. — 3) Братья-Подобои и чешскіе католики въ началѣ XVII вѣка. *А. Кочубинскаго.* — 4) Отвѣтъ на статью г. Умова: «Замятка по поводу сочиненія г. Лигина: Геометрическая теорія абсолютнаго движенія неизмѣняемой системы». *В. Лигина.* — 5) Объ изданіи журнала «Школьная жизнь». —

ТОМЪ ХІІ. Содержаніе: 1) Протоколы засѣданій совѣта (съ 6-го сентября по 5-е декабря 1873 г.) — 2) Программа курса церковнаго законовѣдѣнія, одобр. юридическимъ факультетомъ новороссійскаго университета (Приложеніе къ ст. 14-й протокола 2-го ноября). — 3) Памятникъ гарпій изъ Ксанона въ Ливнн. Опытъ исторической характеристики. *Н. Кондакова.* — 4) Замятка объ ускореніяхъ высшихъ порядковъ въ движеніи неизмѣняемой системы. *В. Лигина.*

ТОМЪ ХІІІ. Содержаніе: 1) Протоколы засѣданій совѣта съ 4-го января по 2-е марта 1874 г. — Записка о путешествіи по славянскимъ землямъ. Доцента *А. Кочубинскаго.* (Приложеніе къ 13-й ст. протокола засѣданія совѣта 2-го марта). — 3) Статья 6-я протокола засѣданія физико-математическаго факультета 17-го января 1873 года (приложеніе къ 18-й статьѣ протокола засѣданія совѣта 2-го марта). — 4) Федонъ, разговоръ Платона. Переводъ съ объяснительными примѣчаніями. *Д. Лебедева.* — 5) Замячательнѣйшія рукописи каноническаго содержанія въ московской синодальной (бывшей патриаршей) библіотекѣ. *А. Павлова.*

ЗАПИСКИ

ИМПЕРАТОРСКАГО

НОВОРОССИЙСКАГО УНИВЕРСИТЕТА.



ТОМЪ ДЕВЯТНАДЦАТЫЙ,

изданный подъ редакціею ордин. проф. С. П. Ярошенко.

ОДЕССА.

ПЕЧАТ. ВЪ ТИП. УЛЬРИХА И ШУЛЬЦЕ, ВЪ КРАСНОМЪ ПЕРЕУЛКЪ, ДОМЪ ШВАРЦА, № 3.

1876.

Печатано по опредѣленію совѣта Императорскаго Новороссійскаго
университета. Ректоръ *Θ. Леонтовичъ.*



СОДЕРЖАНИЕ.

I. Часть официальная.

	Стран.
Протоколы засѣданій совѣта съ 19-го января по 29-е мая 1876 года.	1—91
Докладъ комиссiи, назначенной совѣтомъ по вопросу о перенесенiи библіотеки.	1—24

II. Часть ученая.

А. Кононовичъ. Способы вычисленiя орбитъ двойныхъ звѣздъ (<i>Продолженiе</i>)	1—38
Е. Клименко. Матерiалы для исторiи молочной и пировиноградной кислотъ	39—97
Князя Кантакузина—Графа Сперанскаго. — Вопросъ о кодификаціи международнаго права.	99—121
Л. Ф. Воеводскій. — О такъ называемыхъ «Гомеровскихъ поемахъ»	123—149
К. Карастелевъ. — Приложенiе теорiи функціи	151—275

I. Часть официальная.

Digitized by Google

ПРОТОКОЛЫ

ЗАСѢДАНІЙ СОВѢТА

ИМПЕРАТОРСКАГО НОВОРОССІЙСКАГО УНИВЕРСИТЕТА.

Засѣданіе 19-го января 1876 года.

Присутствовали 21 профессоръ.

Слушали:

Предложенія г. попечителя одесскаго учебнаго округа:

2. Отъ 5-го января за № 74 объ оставленіи кандидата Волицевича при университетѣ для приготовленія къ профессорскому званію по астрономіи съ 1-го января и о командированіи лаборанта Спиро съ ученою цѣлью за границу съ 1-го марта 1876 года, — обоихъ на два года.

При чемъ доложено, что объ этомъ сообщено уже въ физико-математическій факультетъ и въ правленіе университета. *Опредѣлили*: за сдѣланнымъ распоряженіемъ принять къ свѣдѣнію.

3. Отъ того же числа за № 75 о командированіи за границу съ ученою цѣлью на два года, съ 1-го мая 1876 года, доцента Успенскаго.

Доложено, что объ этомъ сообщено уже въ историко-филологическій факультетъ. *Опредѣлили*: принять къ свѣдѣнію.

4. Отъ 7-го января за № 139 объ опредѣленіи иностранца Видгальма и. д. лаборанта зоологической лабораторіи и кандидата Репяхова хранителемъ зоотомическаго кабинета.

Доложено, что объ этомъ сообщено въ физико-математическій факультетъ и въ правленіе университета. *Опредѣлили*: за сдѣланнымъ распоряженіемъ принять къ свѣдѣнію.

5. Отъ 12-го января за № 261 о разрѣшеніи г. министра народнаго просвѣщенія дополнить примѣчаніе къ § 4 положенія о преміи И. Г. Вучины слѣдующимъ постановленіемъ: «но факультету предоставляется право назначать и половинную премію, если ни одно изъ представленныхъ сочиненій не заслуживаетъ полной преміи.»

Доложено, что о настоящемъ разрѣшеніи сообщено уже въ историко-филологическій факультетъ. *Опредѣлили*: принять къ свѣдѣнію.

6. Донесеніе правленія университета о томъ, что, по заключеніи всѣхъ счетовъ за 1876 годъ, дѣйствительный остатокъ отъ содержанія личнаго состава оказался не 628 р. 34 к., а только 69 р. 76 к. *Опредѣлили*: принять къ свѣдѣнію.

7. Представленіе его же о перечисленіи изъ общихъ остатковъ текущаго года 800 руб. на плату двумъ писцамъ бібліотеки. *Опредѣлили*: ходатайствовать.

8. Представленіе историко-филологическаго факультета: «историко-филологическій факультетъ, въ засѣданіи своемъ 10-го сего января, выслушалъ заявленіе профессора Некрасова о томъ, что доцентъ Бочубинскій проситъ ходатайствовать объ отсрочкѣ его заграничной командировки еще на четыре мѣсяца. Еслибы доцентъ Бочубинскій возвратился въ университетъ къ 1-му февраля, то для чтенія лекцій въ настоящемъ академическомъ году онъ имѣлъ бы только три мѣсяца, что не представляло бы большаго удобства какъ для лектора, такъ и для слушателей. А между тѣмъ предметъ занятій г. Бочубинскаго — изученіе славянскихъ на-

рѣчій — очень обширенъ. Профессоръ В. И. Григоровичъ обратилъ вниманіе факультета на то, что изъ отчетовъ, присланныхъ г. Кочубинскимъ и одобренныхъ ученымъ комитетомъ, видно, что онъ съ успѣхомъ и серьезно занимается заграницей своимъ дѣломъ. Одновременно съ этимъ представленіемъ факультетъ ходатайствуетъ передъ совѣтомъ о разрѣшеніи профессору Григоровичу читать еще двѣ лекціи, такъ что ущербъ для студентовъ за эти три мѣсяца быть не можетъ. А потому факультетъ покорнѣйше проситъ совѣтъ ходатайствовать предъ министерствомъ, чтобы отсрочена была командировка доцента Кочубинскаго съ 1-го февраля по 1-е июня 1876 г. и чтобы кромѣ жалованья выдана была ему соотвѣтствующая прибавка денегъ въ пособіе изъ суммъ министерства». *Опредѣлили*: ходатайствовать объ отсрочкѣ съ продолженіемъ, если возможно, выдачи соотвѣтственно получавшемуся доселѣ пособія изъ суммъ министерства.

9. Представленіе физико-математическаго факультета объ ассигнованіи на нужды учебно-вспомогательныхъ учреждений факультета 628 р. 30 к. изъ остатковъ отъ суммы на содержаніе личнаго состава новороссійскаго университета въ 1876 году. *Опредѣлили*: ходатайствовать.

10. Представленія того же факультета: а) о выдачѣ экстраординарному профессору Волкову подъемныхъ денегъ въ размѣръ 400 р. и б) о выдачѣ астроному-наблюдателю Блоку вознагражденія въ размѣръ 400 р. за чтеніе лекцій по практической астрономіи въ 1873—74 академическомъ году.

Справки: а) г. Волкову выдано прогоновъ изъ казны 129 р. 35 к. (предл. попечителя отъ 19-го ноября 1875 г. № 7507); б) по статьѣ 18-ой протокола засѣданія совѣта

31-го января 1875 г. постановлено: «имѣть въ виду выдачу г. Блоку вознагражденія, когда представятся къ тому средства»; в) по опредѣленію совѣта 4-го декабря кандидатами на полученіе выдачь изъ спеціальныхъ средствъ числятся: гг. Бударявцевъ на 200 р., Ковалевскій—200 р., Спиро (см. ст. 4-ю проток. 18 сентября) 300 р. и Воеводскій—230 р.,—всего 930 р.; г) свободныхъ суммъ изъ спеціальныхъ средствъ, за покрытіемъ текущихъ по нимъ расходовъ, предвидится во 2-й половинѣ 1875—76 учебнаго года 267 р. 59¹/₂ к. *Опредѣлили*: зачислить гг. Волкова и Блока кандидатами на полученіе выдачь изъ спеціальныхъ средствъ, опредѣливъ очередь между всѣми кандидатами слѣдующимъ образомъ: гг. Бударявцевъ, Ковалевскій, Спиро, Блокъ, Воеводскій и Волковъ, и сообщить объ этомъ въ правленіе.

11. Представленія историко-филологическаго, физико-математическаго и юридическаго факультетовъ о назначеніи, на основаніи полугодичныхъ контрольныхъ испытаній, студентамъ стипендій. *Опредѣлили*: передать въ правленіе.

12. Представленіе историко-филологическаго факультета объ утвержденіи въ степени кандидата г. Иващенко. *Опредѣлили*: утвердить и выдать дипломъ.

13. Представленія историко-филологическаго и физико-математическаго факультетовъ о прибавленіи 2-хъ часовъ въ недѣлю профессоромъ Григоровичемъ для усиленія занятій со студентами I-го курса по славянскимъ нарѣчіямъ, и о назначеніи для профессора Шведова еще одной лекціи по опытной физикѣ для студентовъ I и II курсовъ. *Опредѣлили*: разрѣшить.

14. Представленіе комиссіи, назначенной совѣтомъ для разсмотрѣнія вопроса о перенесеніи библіотеки изъ верхняго

въ нижній этажъ, о разрѣшеніи напечатать докладъ, который она имѣетъ представить въ совѣтъ по вышесказанному вопросу и который предназначается для раздачи только членамъ совѣта предъ разсмотрѣніемъ его въ совѣтѣ. *Опредѣлили*: разрѣшить.

15. Рапортъ проректора о томъ, что въ теченіи прошлаго декабря не читали лекцій: а) *по болъзни*: Ѳ. И. Леонтовичъ 1 л., Я. Я. Вальць 1 л., Е. Ѳ. Сабининъ 2 л., И. С. Некрасовъ 4 л., И. І. Патлаевскій 2 л., И. И. Мечниковъ 3 л., Ф. Б. Брунъ 2 л., А. М. Богдановскій 1 л., Д. Н. Абашевъ 2 л., Л. Ѳ. Беркевичъ 3 л., А. О. Бовалевскій 5 л., П. А. Спиро 4 л., Л. Ф. Воеводскій 4 л., А. Н. Волковъ 2 л., Н. Л. Турнефоръ 1 л.; б) *по случаю отпуски*: И. М. Сѣченовъ 2 л., Я. Я. Вальць 1 л.; в) *по случаю исполненія обязанности присяжнаго засѣдателя*: М. П. Смирновъ 14 л. и М. М. Шпилевскій 4 л.; г) *по случаю неисправности печей въ аудиторіи*: А. А. Вериго 1 л., Е. Ф. Клименко 1 л. *Опредѣлили*: записать въ протоколъ.

16. Внесенныя г. ректоромъ прошенія: студента І-го курса естественнаго отдѣленія Бунякаина о перечисленіи его на разрядъ наукъ математическихъ и студента І-го курса юридическаго факультета университета св. Владиміра г. Шалиты, о переходѣ его въ новороссійскій университетъ, по совѣту медиковъ. *Опредѣлили*: Бунякаина перечислить, а Шалиту, по надлежащемъ сношеніи съ ректоромъ университета св. Владиміра, принять въ число студентовъ новороссійскаго университета.

17. Письмо на имя ректора университета г-жи Соловейчикъ: «покойный мужъ мой, докторъ Эммануиль Михайловичъ Соловейчикъ, по духовному завѣщанію, оставилъ

университету свою медицинскую библиотеку. Такъ какъ духовное завѣщаніе уже утверждено, то я обращаюсь къ вашему превосходительству съ покорнѣйшею просьбой, сдѣлать зависящія отъ васъ распоряженія о приѣмѣ означенной библиотеки. *Опредѣлили*: принять и просить профессора Мечникова наблюдать за составленіемъ каталога, а г-жу Соловейчикъ благодарить.

18. Представленіе юридическаго факультета объ избраніи экстраординарнаго профессора М. Шпилевскаго ординарнымъ профессоромъ по занимаемой имъ кафедрѣ полицейскаго права.

Среди преній, возникшихъ вслѣдствіе предложенія нѣкоторыхъ членовъ отложить баллотировку г. Шпилевскаго, профессоръ Мечниковъ заявилъ и просилъ занести въ протоколъ, что «онъ считаетъ справедливымъ отложить баллотированіе г. Шпилевскаго въ ординарные профессеры по слѣдующимъ основаніямъ: 1) при представленіи юридическаго факультета, противно принятому у насъ обычаю, не сказано ни слова о научныхъ заслугахъ г. Шпилевскаго, въ силу которыхъ онъ могъ бы быть повышенъ въ высшее званіе. Условіе это, на этотъ разъ, должно бы быть соблюдено тѣмъ болѣе, что профессоръ Шпилевскій всего нѣсколько мѣсяцевъ назадъ былъ повышенъ въ степень экстраординарнаго профессора, что также совершилось при очень аномальныхъ условіяхъ; 2) со времени избранія въ экстраординарные профессеры, г. Шпилевскій не только не представилъ какого нибудь новаго научнаго труда, но онъ даже не отвѣтилъ на критику, появившуюся противъ его докторской диссертациі въ Вѣстникѣ Европы, журналѣ, пользующемся въ нашей средѣ репутаціей серьезнаго и добросовѣстнаго органа. Требованіе же, чтобы лицо, желающее быть

повышеннымъ въ званіе ординарнаго профессора, представило какою нибудь новую работу (требованіе, сдѣлавшееся обычнымъ на нашемъ факультетѣ) должно быть признано особенно важнымъ съ цѣлю поднятія научнаго уровня на юридическомъ факультетѣ».

На поставленный предсѣдателемъ вопросъ, баллотировать-ли профессора Шпилевскаго въ настоящемъ засѣданіи, или отложить баллотировку, 16 голосовъ подано въ пользу перваго предложенія, а 5 (гг. Умовъ, Мечниковъ, Сѣченовъ, Ковалевскій и Дювернуа) за второе предложеніе. Вслѣдствіе такого рѣшенія приступлено къ баллотированію, въ результатѣ котораго г. Шпилевскій оказался избраннымъ большинствомъ 15-и голосовъ противъ 6-и. *Опредѣлили*: согласно состоявшемуся избранію и на основаніи 42 § унив. уст. л. В п. 1-й просить ходатайства г. попечителя предъ министромъ народнаго просвѣщенія объ утвержденіи экстраординарнаго профессора по кафедрѣ полицейскаго права Шпилевскаго ординарнымъ профессоромъ по занимаемой имъ кафедрѣ съ 19-го января 1876 года.

Засѣданіе 8-го февраля.

Присутствовали 21 профессоръ.

Слушали:

2. Предложеніе г. попечителя одесскаго учебнаго округа отъ 28 января за № 740 о разрѣшеніи г. министра народнаго просвѣщенія закрыть существующую при новороссійскомъ университетѣ учебную ферму *Опредѣлили*: увѣдо-

мить физико-математическій факультетъ и правленіе и ходатайствовать о продажѣ фермскаго имущества, при чемъ представить и особое мнѣніе профессора Сабинина.

3. Представленіе правленія университета объ отнесеніи всѣхъ расходовъ по содержанію астрономической обсерваторіи съ текущаго года на ея штатную сумму. *Опредѣлили*: передать въ физико-математическій факультетъ и просить представить въ совѣтъ его заключеніе.

4. Представленіе физико-математическаго факультета объ исходатайствованіи профессору Мечникову командировки на Кавказъ, съ 10-го апрѣля по 1-е августа текущаго года, для продолженія начатаго имъ въ прошломъ году изслѣдованія естественной исторіи эфемеридъ и антропологическаго изученія нѣкоторыхъ народовъ Кавказа. *Опредѣлили*: ходатайствовать.

5. Представленіе того же факультета о назначеніи годичнаго экзамена по физиологіи для студентовъ III-го курса разряда естественныхъ наукъ 29-го марта, въ виду заявленія профессора Сѣченова, что нѣкоторыя обстоятельства могутъ заставить его просить объ отпускѣ въ концѣ марта мѣсяца. *Опредѣлили*: назначить.

6. Представленіе того же факультета объ освобожденіи въ настоящемъ году студентовъ II-го курса разряда естественныхъ наукъ отъ годичныхъ испытаній по ботаникѣ и физиологіи, въ виду того, что предметы эти не заканчиваются на II-мъ курсѣ. *Опредѣлили*: просить разрѣшенія г. попечителя.

7. Представленіе того же факультета объ освобожденіи студента Гамкредидзе отъ контрольнаго испытанія по физикѣ и о назначеніи ему стипендіи. *Опредѣлили*: отъ ис-

пытанія освободить, а вопросъ о назначеніи стипендіи передать въ правленіе.

8. Представленіе юридическаго факультета объ утвержденіи въ степени кандидата юридическихъ наукъ: г. Брекеръ, подвергавшагося испытанію въ качествѣ посторонняго лица, и окончившихъ курсъ съ званіемъ дѣйствительнаго студента гг. Зака и Пангѣева.

При этомъ секретарь совѣта доложилъ объ исключеніи херсонскою казенною палатою г. Лейчика, удостоеннаго степени кандидата, изъ податнаго состоянія.

При сужденіи объ удостоеніи названныхъ лицъ въ ученыхъ степеняхъ, профессоръ Цитовичъ заявилъ, что онъ не признаетъ диссертациі г. Брекера, представленной по предмету его каедры, заслуживающею степени кандидата. И такъ какъ среди преній, послѣдовавшихъ по поводу этого заявленія, сдѣлано было нѣкоторыми членами предложеніе о возвращеніи дѣла въ факультетъ, то предсѣдателемъ и поставленъ былъ на голосованіе вопросъ, признается-ли необходимымъ возвратить дѣло въ факультетъ, или нѣтъ. Большинство 12 голосовъ противъ 8-и (гг. Будрявцевъ, Войтковскій, Ярошенко, Патлаевскій, Вольскій, Абашевъ, Беркевичъ, Сабининъ) дало отвѣтъ отрицательный. За тѣмъ, на вопросъ, утверждаетъ ли совѣтъ г. Брекера въ степени кандидата, большинство 13 голосовъ противъ 7-и (гг. Волковъ, Будрявцевъ, Ярошенко, Патлаевскій, Абашевъ, Беркевичъ, Сабининъ) дало отвѣтъ утвердительный. Профессоръ Ярошенко при подачѣ голоса заявилъ, что, въ виду нарушенія порядка разсмотрѣнія диссертаций, указаннаго въ § 17-мъ положенія объ ученыхъ степеняхъ, онъ подастъ по настоящему дѣлу особое мнѣніе, къ которому присоединились гг. Будрявцевъ и Беркевичъ. *Опредѣлили*: утвердить

гг. Брекера, Лейчика и Панкѣва въ степени кандидата и выдать установленные дипломы. Предварительно же утверженія въ этой степени г. Зака снести съ подлежащею казенною палатою объ исключеніи его изъ податнаго состоянія.

9. Отношеніе кавказскаго общества сельскаго хозяйства съ благодарностью за сочувствіе и привѣтствіе, выраженныя совѣтомъ университета обществу въ поздравительномъ адресѣ по случаю 25-и — лѣтняго его юбилея. *Опредѣлили*: принять къ свѣдѣнію.

10. Рапортъ проректора о томъ, что въ истекшемъ январѣ не читали лекцій: а) *по случаю отпуски*: М. П. Смирновъ 4 л., А. А. Вериго 4 л.; б) *по болъзни*: И. С. Некрасовъ 2 л., Н. А. Головкинскій 4 л., В. Н. Юргевичъ 1 л., Е. Ф. Клименко 4 л., Е. Э. Блокъ 1 л., П. А. Спиро 4 л.; в) *по случаю исполненія обязанности присяжнаго заспдателя*: В. И. Григоровичъ 6 л., Р. В. Орбинскій 1 л., А. А. Вериго 6 л., Н. А. Умовъ 5 л., г) *по неявкѣ студентовъ*: Д. Н. Абашевъ 2 л., Н. Л. Турнефоръ 4 л. и В. Э. Рандель 1 л. *Опредѣлили*: записать въ протоколъ.

Засѣданіе 20-го февраля.

Присутствовали 22 профессора.

Слушали:

1. Былъ прочтенъ протоколъ предшествовавшаго засѣданія совѣта 5-го сего февраля.

При чтеніи 8-й статьи доложено было отдѣльное мнѣніе профессора Ярошенко, прилагаемое въ подлинникѣ къ настоящему протоколу, которое оканчивалось предложеніемъ передать диссертацию и отзывъ разсматривавшаго ее про-

ессора, въ другой университетъ, напр. петербургскій, — каковое предложеніе, по указанію профессора Шпилевскаго, было поправлено самимъ проф. Ярошенко, какъ значится въ его мнѣніи. На поставленный г. ректоромъ вопросъ: остается-ли совѣтъ при прежнемъ рѣшеніи, или раздѣляетъ мнѣніе профессора Ярошенка, по большинству 13 голосовъ противъ 4-хъ (гг. Ярошенко, Патлаевскій, Абашевъ, Сабининъ) совѣтъ остался при прежнемъ рѣшеніи; при чемъ деканъ юридическаго факультета, ординарный профессоръ Дювернуа, подавая свой голосъ, мотивировалъ его слѣдующими соображеніями: «въ прошломъ засѣданіи, профессоръ Ярошенко обращалъ вниманіе совѣта на одно мѣсто § 17-го положенія совѣта министра народнаго просвѣщенія 1864 г. января 4-го, въ которомъ читаемъ: *если по письменному разбору преподавателя, диссертация будетъ признана удовлетворительною* и т. д. Смыслъ этого мѣста, по мнѣнію профессора Ярошенка, тотъ, что диссертация должна быть признана удовлетворительною *тогда же преподавателемъ*, который ее разбиралъ. Текстъ мѣста, согласно его мнѣнію, долженъ быть изложенъ такъ: если по письменному разбору преподавателя диссертация будетъ признана *имъ же* удовлетворительною. Мы полагаемъ, что для такого толкованія нѣтъ правильныхъ основаній. Означенная статья положенія совѣта министра не есть единственная, которою мы обязаны руководиться. Прямые указанія къ вопросу даетъ университетскій уставъ, гдѣ, въ §§ 94 и 111, читаемъ: студенты, окончившіе испытанія съ отличнымъ успѣхомъ, удостоиваются, по представленіи ими диссертации и *по одобреніи оной факультетомъ*, степени кандидата. Званіе дѣйствительнаго студента пріобрѣтается по испытанію, а степень кандидата — по испытанію и по диссертации, *одобрен-*

ной факультетомъ. Въ виду этихъ статей устава, спорное мѣсто § 17-го должно быть разумѣмо такъ: если по письменному разбору преподавателя диссертация *будетъ факультетомъ* (а не преподавателемъ) *признана удовлетворительною* и т. д. Профессоръ Ярошенко обращалъ еще вниманіе совѣта на то, что противъ письменнаго разбора профессора Цитовича профессоръ Богдановскій долженъ былъ представить тоже *письменный* разборъ. Руководящія правила нигдѣ не говорятъ о необходимости именно письменныхъ разборовъ для всякаго изъ членовъ факультета, который дѣлаетъ предложеніе въ факультетѣ или подаетъ голосъ. Письменный разборъ дѣлаетъ преподаватель. Обязать къ этому *непреподавателя* нельзя, и въ то же время нельзя (нѣтъ легальнаго основанія) лишить члена факультета права предложенія, или права голоса. Факультетъ, по моему мнѣнію, выполнилъ оба легальныя требованія: онъ выслушалъ письменный разборъ диссертации и постановилъ свое рѣшеніе по этому разбору, не слѣдуя только заключенію преподавателя, вовсе для него необязательному и выраженному нѣсколько уклончиво («моя мнѣтельность не должна стѣснять усмотрѣнія факультета»). Такимъ образомъ, мы приходимъ къ заключенію, что профессоръ Ярошенко не указалъ намъ вовсе легальныхъ основаній, по которымъ факультетское рѣшеніе подлежитъ отмѣнѣ. Что же касается желанія г. профессора Цитовича, чтобы диссертация была возвращена въ факультетъ, то я лично, и совершенно независимо отъ соображеній формальнаго свойства, готовъ исполнѣ его раздѣлять лишь бы оно имъ самимъ было здѣсь именно выражено. Профессора Цитовичъ и Богдановскій могутъ имѣть самыя серьезныя основанія, чтобы искать соглашенія по чисто-факультетскому дѣлу въ факультетѣ же.

Факультетъ, конечно, въ этихъ видахъ опредѣлилъ (согласно заявленію профессора Цитовича) представить совѣту не одно свое рѣшеніе, а также разборъ профессора Цитовича. До сихъ поръ профессоръ Цитовичъ не воспользовался случаемъ выслушать устное предложеніе профессора Богдановскаго по поводу диссертациі Брекера, о чемъ былъ извѣщаемъ повѣсткою. Если мы не будемъ имѣть въ виду именно *выраженнаго желанія г. профессора*, то возвращеніе дѣла въ факультетъ едвали будетъ имѣть цѣль. Въ этихъ видахъ, и совершенно отвергая легальность основаній профессора Ярошенка, я остаюсь при прежнемъ мнѣніи, пока профессоръ Цитовичъ не изъявитъ самъ желанія, чтобы диссертациа Брекера была возвращена въ факультетъ къ новому разсмотрѣнію.»

Затѣмъ, протоколъ былъ подписанъ. *Опредѣлили*: протоколъ этотъ представить г. попечителю и напечатать вполнѣ.

2. Представленное правленіемъ, въ двухъ экземплярахъ, росписаніе доходовъ и расходовъ по новороссійскому университету на 1877-й годъ. *Опредѣлили*: утвердить и представить одинъ экземпляръ г. попечителю, а другой въ департаментъ народнаго просвѣщенія.

3. Отчетъ о состояніи и дѣйствіяхъ новороссійскаго университета за 1875-й годъ. *Опредѣлили*: отчетъ утвердить и представить, на основаніи § 48 унив. уст., чрезъ г. попечителя, министру народнаго просвѣщенія.

4. Представленный правленіемъ рапортъ бібліотекаря объ условіяхъ, при которыхъ книгопродавецъ Брокгаузъ беретъ на себя доставку книгъ для университетской бібліотеки. *Опредѣлили*: условія г. Брокгауза принять, о чемъ и извѣдомить его, прибавивъ со стороны университета условіе

о своевременной высылкѣ каталоговъ поступающихъ въ продажу книгъ.

5. Происходило избраніе судей и кандидатовъ къ нимъ на 1876-й годъ.

Въ результатъ произведеннаго избранія оказались выбранными въ судьи: ординарные профессора: Шведовъ, Вольскій и Шпилевскій и въ кандидаты къ судьямъ: ординарный профессоръ Сѣченовъ и экстраординарные профессора Умовъ и Лигинъ. *Опредѣлили*: представить г. попечителю объ утвержденіи избранныхъ лицъ въ должностяхъ судей и кандидатовъ къ нимъ.

(Приложеніе къ ст. 1-й).

Въ совѣтъ Императорскаго новороссійскаго университета.

Въ засѣданіи совѣта 5-го февраля было заслушано представленіе юридическаго факультета объ утвержденіи г. Брекера въ степени кандидата юридическихъ наукъ. При голосованіи по этому вопросу, я остался въ меньшинствѣ, заявивъ о подачѣ особаго мнѣнія, которое и имѣю честь представить.

По уставу, ученая степень кандидата, какъ и всѣ другія ученныя степени, дается отъ имени университета, и потому утвержденіе въ степеняхъ причислено (§ 42 устава) къ разряду дѣлъ, превышающихъ власть факультета и разсматриваемыхъ окончательно совѣтомъ. Въ настоящемъ случаѣ, совѣтъ, отъ имени новороссійскаго университета, предоставляетъ ученую степень г. Брекеру въ виду слѣдующихъ данныхъ: 1) письменный отзывъ профессора, разсматривавшаго диссертацию (согласно § 17 положенія объ ис-

пытаніяхъ, 1864 г.) вышелъ не въ пользу Брекера, а между тѣмъ, по смыслу того же §, такой отзывъ имѣеть преобладающее значеніе, что можно видѣть изъ сравненія § 17 съ § того же положенія, по которому разсмотрѣніе диссертации на степень магистра или доктора обязательно для всѣхъ членовъ факультета, чего нѣтъ для диссертаций на степень кандидата — эти послѣднія даются для разсмотрѣнія и письменнаго отзыва преподавателю предмета по принадлежности. 2) Неудовлетворительный отзывъ специалиста о работѣ Брекера не вызвалъ никакихъ возраженій въ факультетъ; и напротивъ, когда въ совѣтъ профессоръ Цитовичъ указалъ на тѣ же недостатки, какіе выставлены въ его отзывѣ, и указалъ на нихъ уже въ рѣзкой и категорической формѣ, какъ на явные признаки полной негодности работы Брекера, обличающіе въ немъ полное непониманіе и незнакомство съ литературой вопроса и даже съ русской грамматикой, — то противъ такихъ указаній не только не было сдѣлано возраженій къъ нибудъ изъ членовъ юридическаго факультета, но даже одинъ изъ профессоровъ-юристовъ (г. Вольскій) заявилъ, что въ факультетѣ онъ былъ введенъ въ недоразумѣніе, которое одно и объясняетъ, что онъ не подалъ голоса не въ пользу диссертации Брекера. Такимъ образомъ, для совѣта былъ иллюстрированъ и констатированъ тотъ фактъ, что г. Брекеръ никакъ не заслуживаетъ ученой степени кандидата, но, тѣмъ не менѣе, большинство постановливаетъ возвести его въ эту степень, — что даетъ поводъ думать, что полученію степени кандидата юридическихъ наукъ, въ глазахъ совѣта, не мѣшаетъ даже и безграмотность. По поводу настоящаго дѣла не могу незамѣтить, что оно возникло и приняло такой оборотъ, благодаря методу, по которому составлено представленіе юри-

дического факультета: въ представленіи. Лишь сказано голосовно, что факультет постановилъ ходатайствовать объ утвержденіи г. Брекера, но при какихъ условіяхъ и въ виду какихъ данныхъ состоялось подобное постановленіе объ этомъ въ представленіи нѣтъ и намека, ничего даже не сказано о приложенномъ къ представленію неудовлетворительномъ отзывѣ о диссертациі Брекера, данномъ разсматривавшимъ ее специалистомъ, — отзывѣ, — на который факультетъ предпочелъ отвѣтить не такимъ же письменнымъ мнѣніемъ кого нибудь въ защиту диссертациі — а большинствомъ голосовъ. Съ подобнымъ рѣшеніемъ большинства я не могъ и не могу согласиться еще и потому, что имъ не только подтверждается крайне, повидимому, не высокое мнѣніе юридическаго факультета о значеніи ученыхъ степеней преподаваемыхъ на немъ наукъ, но и создается прецедентъ, упраздняющій всякое значеніе мнѣній специалистовъ о предметахъ ихъ специальности. Неудовлетворительность, напр., работы по данной специальности есть такой фактъ, который не можетъ быть созданъ большинствомъ голосовъ, а можетъ быть открытъ и засвидѣтельствованъ только специалистомъ.

Въ виду всѣхъ этихъ данныхъ, я остаюсь при томъ мнѣніи, что г. Брекеръ возводится совѣтомъ отъ имени университета въ степень кандидата совершенно не по достоинству и потому полагаю-бы, что и теперь еще совѣтъ имѣетъ возможность прийти къ болѣе правильному постановленію объ этой диссертациі, передавши какъ диссертацию, такъ и отзывъ разсматривавшаго ее профессора, въ юридическій факультетъ для полученія болѣе обстоятельнаго отзыва. Ординарный профессоръ *С. Ярошенко*.

Засѣданіе 4-го марта.

Присутствовали 22 профессора.

Слушали:

Предложенія г. попечителя одесскаго учебнаго округа:

2. Отъ 25-го февраля за № 1552 о разрѣшеніи: во 1-хъ, годичный экзаменъ по физиологіи для студентовъ III-го курса разряда естественныхъ наукъ назначить 29-го марта, и во 2-хъ, освободить студентовъ II-го курса того же разряда отъ годичныхъ испытаній по ботаникѣ и физиологіи. *Опредѣлили*: увѣдомить физико-математическій факультетъ.

3. Отъ 3-го марта за № 1746 объ утвержденіи экстраординарнаго профессора Шпилевскаго ординарнымъ профессоромъ по занимаемой имъ кафедрѣ полицейскаго права. *Опредѣлили*: отмѣтить въ формулярномъ списокѣ г. Шпилевскаго и сообщить въ правленіе университета.

4. а) Отзывъ физико-математическаго факультета по вопросу, возбужденному правленіемъ въ засѣданіи совѣта 5-го февраля (ст. 3-я) о содержаніи астрономической обсерваторіи, слѣдующаго содержанія: «физико-математическій факультетъ, заслушавъ, въ засѣданіи своемъ 24-го сего февраля, предложеніе совѣта отъ 12 ч. того же мѣсяца за № 242 и объясненія профессора Беркевича и астронома-наблюдателя Блока, по обсужденіи этихъ объясненій, постановилъ: донести совѣту, что 1500 руб., которые отпускаются въ настоящее время на астрономическую обсерваторію, достаточны лишь на учебныя нужды (1000 р.) и на наемъ служителей (500 р.); что же касается до отопленія и ремонта обсерваторіи, то факультетъ находитъ, что на эти статьи ничего не можетъ быть удѣлено изъ означенной

суммы 1500 р. О такомъ своемъ постановленіи факультетъ имѣеть честь увѣдомить совѣтъ, возвращая при семъ подлинное представленіе правленія за № 145».

и б) Заключение правленія по этому дѣлу, состоящее въ слѣдующемъ: «правленіе новороссійскаго университета, заслушавъ въ засѣданіи своемъ 2-го сего марта, представленіе физико-математическаго факультета отъ 25-го февраля за № 4 и объясненіе ректора по вопросу о содержаніи обсерваторіи въ нынѣшнемъ году, по обсужденіи этого предмета опредѣлило донести совѣту нижеслѣдующее. Штатная сумма въ 1000 р., по Высочайшему повелѣнію 21-го февраля 1872 года, ассигнована вообще на содержаніе обсерваторіи, а не на однѣ учебныя ея нужды. Такое назначеніе означенной суммы не измѣнилось и послѣ утвержденія, въ концѣ того же года, дополнительной смѣты по содержанію университета,— обсерваторія получила съ тѣхъ поръ лишь дополнительную сумму въ 500 р. на наемъ служителей. Въ виду изложеннаго и руководясь наказомъ о порядкѣ расходванія штатныхъ суммъ по министерству народнаго просвѣщенія, правленіе, еще въ 1872 году, сообщало завѣдывающему обсерваторіею о томъ, что оно не имѣеть права относить хозяйственные расходы по обсерваторіи на общія штатныя суммы по содержанію университета, и что статьи расходовъ обсерваторіи, не покрываемыя собственными ея средствами, могутъ быть относимы лишь на сверхсмѣтныя хозяйственные суммы правленія. Такъ и дѣлало правленіе до послѣдняго времени, удѣляя обсерваторіи пособіе по отопленію, ремонту и найму служителей, въ виду бывшихъ въ то время въ распоряженіи правленія сверхсмѣтныхъ суммъ. Что касается теперешняго заявленія физико-математическаго факультета о томъ, что учебныя нужды обсерваторіи по-

требуютъ въ настоящемъ году всей штатной суммы, то правленіе полагаетъ возможнымъ ассигновать на этотъ предметъ сверхштатную сумму въ количествѣ 500 р. изъ остатковъ отъ содержанія личнаго состава университета, для чего и испрашивать ежегодно перечисленія суммъ изъ соотвѣтствующихъ статей смѣты министерства народнаго просвѣщенія. Объ изложенномъ правленіе имѣетъ честь доложить совѣту въ дополненіе къ представленію своему отъ 27-го января 1876 г. за № 145. При семъ правленіе имѣетъ честь приложить подробную вѣдомость, изъ которой видно, что, за удовлетвореніемъ показанныхъ въ ней расходовъ, а равно и за отчисленіемъ 800 руб. на наемъ писцовъ, 628 р. 30 к. на нужды физико-математическаго факультета, о чемъ сдѣлано уже представленіе въ министерство, и наконецъ 500 р. на содержаніе астрономической обсерваторіи, еще предвидится къ концу этого года остатокъ отъ содержанія личнаго состава университета въ количествѣ 1859 р. 70 к.»

Послѣ преній, происшедшихъ при разсмотрѣніи настоящаго дѣла, на поставленный предсѣдателемъ вопросъ, согласенъ-ли совѣтъ съ мнѣніемъ правленія или нѣтъ, большинство всѣхъ наличныхъ членовъ противъ 3-хъ (гг. Абашевъ, Вальцъ, Синцовъ) дало отвѣтъ утвердительный; причемъ, подавая свой голосъ, профессоръ Вальцъ заявилъ о подачѣ имъ отдѣльнаго мнѣнія. *Опредѣлили*: ходатайствовать, согласно съ представленіемъ правленія.

5. Представленіе юридическаго факультета о допущеніи магистра международнаго права князя Кантакузина — графа Сперанскаго къ чтенію лекцій въ качествѣ привать-доцента.

При докладѣ настоящаго представленія, деканъ юридическаго факультета, ординарный профессоръ Дювернуа зая

вилъ, что дипломъ на степень магистра княземъ Бантакузинымъ — графомъ Сперанскимъ еще не представленъ. *Опредѣлили*: согласно заявленію профессора Дювернуа и предложенію профессора Шведова, отложить разсмотрѣніе настоящаго дѣла до получения диплома.

6. Представленіе физико-математическаго факультета объ освобожденіи студентовъ отдѣленій математическихъ и естественныхъ наукъ отъ годичнаго испытанія по опытной физикѣ въ текущемъ году. *Опредѣлили*: просить разрѣшенія г. попечителя.

7. Представленія: физико-математическаго факультета о распредѣленіи лекцій по технической химіи, аналитической химіи и палеонтологіи, и юридическаго — по каноническому и полицейскому праву. *Опредѣлили*: утвердить.

8. Представленія историко-филологическаго и юридическаго факультетовъ объ утвержденіи въ степени кандидата окончившихъ курсъ студентовъ Капетанаки и Маню Ивана. *Опредѣлили*: утвердивъ гг. Капетанаки и Маню въ степени кандидата, выдать имъ установленные дипломы.

9. Представленіе правленія за № 373-мъ о внесеніи въ правила для студентовъ слѣдующаго постановленія: «студенты, неявившіеся въ срокъ изъ отпуска, должны каждый мѣсяць представлять законныя доказательства причинъ, объясняющихъ ихъ отсутствіе, а не представившіе въ срокъ доказательствъ о причинахъ неявки, должны быть исключаемы изъ числа студентовъ университета, чрезъ мѣсяць по истеченіи срока. *Опредѣлили*: представить, на основаніи 42 § унив. уст. л. Б п. 8, на утвержденіе г. попечителя.

10. Рапортъ проректора о томъ, что въ теченіи прошлаго февраля не читали лекцій: а) по бользни: Ф. И. Леон-

товичъ 1 л., А. О. Ковалевскій 2 л., Л. Ф. Беркевичъ 2 л., Я. Я. Вальць 1 л., Ф. Б. Брунъ 2 л., А. Н. Бударяцевъ 1 л., В. М. Войтковскій 2 л., С. П. Ярошенко 2 л., П. А. Спиро 6 л., Д. Н. Абашевъ 2 л., Л. Ф. Воеводскій 1 л., Ф. И. Успенскій 1 л., А. Н. Волковъ 1 л., Д. П. Лебедевъ 4 л.; б) по случаю отпуска: М. П. Смирновъ 2 л., А. А. Вериго 22 л.; в) по случаю исполненія обязанности *присяжнаго засѣдателя*: И. С. Некрасовъ 8 л., Р. В. Орбинскій 2 л., Н. А. Умовъ 7 л.; г) по неявкѣ студентовъ: Н. Л. Турнефоръ 5 л., В. Ф. Рандель 1 л. *Опредѣлили*: записать въ протоколъ.

11. Отношеніе директора института сельскаго хозяйства и лѣсоводства въ Новой Александріи о взаимномъ обмѣнѣ учеными изданіями. *Опредѣлили*: выслать въ институтъ всѣ вышедшіе до настоящаго времени томы «Записокъ» новороссійскаго университета и внести его въ списокъ учреждений, коимъ постоянно высылаются университетскія изданія; о чемъ и сообщить редактору «Записокъ».

12. Докладъ комиссіи, назначенной совѣтомъ, по вопросу о перенесеніи библіотеки. *Опредѣлили*: отложить разсмотрѣніе доклада до слѣдующаго очереднаго засѣданія.

13. По предложенію г. ректора объ установленіи срока для начала предстоящихъ годовичныхъ испытаній *Опредѣлили*: начать предстоящія переводныя и окончательныя испытанія студентовъ съ 20-го апрѣля о чемъ и представить на утвержденіе г. попечителя.

Засѣданіе 18 марта.

Присутствовали 26 профессоровъ.

Слушали:

Предложенія г. попечителя одесскаго учебнаго округа.

2. Отъ 8 марта за № 1792 о разрѣшеніи начать переводныя и окончательныя испытанія студентовъ съ 20 будущаго апрѣля.

При чемъ доложено, что о настоящемъ разрѣшеніи сообщено уже во всѣ факультеты. *Опредѣлили:* за сдѣланнымъ распоряженіемъ принять къ свѣдѣнію.

3. Отъ 10 марта за № 1857 объ утвержденіи профессоровъ Шведова, Вольскаго и Шпилевскаго университетскими судьями на 1876 годъ и профессоровъ Сѣченова, Умова и Лигина кандидатами къ нимъ. *Опредѣлили:* сообщить въ правленіе и увѣдомить избранныхъ и утвержденныхъ судей и кандидатовъ къ нимъ.

4. Отъ 12 марта за № 1940 о возобновленіи представленія относительно продленія командировки доценту Кочубинскому. *Опредѣлили:* возобновить ходатайство о продленіи командировки г. Кочубинскому.

5. Отъ 15 марта за № 2009 о разрѣшеніи перечислить изъ предвидимаго свободнаго остатка отъ содержанія личнаго состава новороссійскаго университета на учебныя пособія, хозяйственныя и др. расходы по университету: 800 р. на наемъ писцовъ для библіотеки и 628 р. 30 к. на нужды учебно-вспомогательныхъ учрежденій физико-математическаго факультета. *Опредѣлили:* о перечисленіи увѣдомить правленіе и физико-математическій факультетъ и,

по предложенію профессоровъ Дювернуа и Сабинина, просить библиотечную комиссію представить докладъ о печатаніи каталога, съ цѣлю уменьшенія расходовъ на писцовъ библиотеки, а также поручить ей опредѣлить стоимость печатанія.

6. а) Докладъ комиссіи по вопросу о перемѣщеніи библиотеки, при семъ прилагаемый.

б) Отношеніе совѣта одесскаго отдѣленія русскаго техническаго общества за № 39: «въ отвѣтъ на отношеніе правленія отъ 9-го марта сего года за № 469, препровождая при семъ копію протокола комиссіи, назначенной совѣтомъ для осмотра помѣщенія университетской библиотеки, совѣтъ имѣетъ честь присовокупить, что онъ съ мнѣніемъ комиссіи согласенъ».

в) Копія протокола комиссіи, назначенной одесскимъ отдѣленіемъ Императорскаго русскаго техническаго общества для осмотра помѣщенія библиотеки университетскаго зданія на дворянской улицѣ: *«Присутствовали:* предсѣдатель комиссіи Красовскій, члены: Липинъ, Писаревскій, Стрѣлецкій и Ласкій (членъ комиссіи Савельевъ не прибылъ). 12-го и 14-го сего марта комиссія производила осмотръ зданія новороссійскаго университета на дворянской улицѣ и преимущественно помѣщенія библиотеки университета въ третьемъ этажѣ, при чемъ оказалось: 1. Половыя балки (сосновыя) расположены поперегъ залы, имѣють 5 сажень длины и расположены въ различныхъ разстояніяхъ одна отъ другой; наибольшее изъ этихъ разстояній 0,06 саж., считая между осями балокъ. 2. Толщина балокъ 5¹/₂ вер., а высота 6 верш. 3. Въ помѣщеніяхъ втораго этажа, находящихся подъ библиотекой и покрытыхъ пологими кре-

стовыми сводами, расположены параллельно наружной и средней капитальной продольнымъ стѣнамъ два ряда столбовъ, перекрытыхъ арками, а на нихъ возведены каменные стѣны, на которыхъ опираются балки библіотечнаго пола. Расстояние между этими стѣнами = 3 саж. Слѣдовательно, пролетъ половыхъ балокъ слѣдуетъ принимать не въ 5, а въ 3 саж. 4. Своды второго этажа забутки не имѣютъ. 5. Балки большею частію опираются только на опорныя стѣны и отстоятъ отъ верхней поверхности замка сводовъ приблизительно на $\frac{1}{2}$ дюйма. Подъ нѣкоторыми балками въ ключѣ свода найдены клинья, которые легко можно было вынуть рукою. 6. Подъ концы балокъ, а также на промежуточныхъ стѣнахъ надъ продольными арками, на которыхъ опираются балки, не подложено мауэрлатовъ. 7. Полъ въ срединѣ длины балокъ получилъ прогибъ около 1". 8. Половой настилъ сдѣланъ изъ $2\frac{1}{2}$ " сосновыхъ досокъ. 9. Въ помѣщеніи библіотеки имѣется нѣсколько одиночныхъ пологъ, размѣщенныхъ вдоль наружной и внутренней капитальныхъ стѣнъ и большею частію двойныя полки, расположенныя во всю ширину комнаты параллельно половымъ балкамъ съ наибольшимъ проходомъ по срединѣ комнаты. Въсь каждой двойной полки длиною 3 саж., высотой $3\frac{1}{2}$ арш. и шириною 14 верш., вмѣстѣ съ книгами (согласно вычисленію профессора Сабинина) = 386 пуд. Эти двойныя полки преимущественно расположены не надъ самыми балками, но въ промежуткахъ между ними (одна изъ нихъ только расположена надъ самою балкою, но надъ такою, которая лежитъ по всей своей длинѣ на каменной стѣнѣ, выведенной надъ поперечными арками второго этажа). 10. По одной сажени съ конца каждой полки находится надъ тѣми частями балокъ, которыя лежатъ съ одной стороны на

наружной стѣнѣ и на стѣнахъ надъ продольными арками второго этажа, а съ другой на такихъ же стѣнахъ надъ арками второго этажа и на продольной внутренней капитальной стѣнѣ, — слѣдовательно на 3-хъ сажениый пролетъ балокъ (см. п. 3-й) дѣйствуетъ не весь грузъ пологъ въ 386 пуд., а только $\frac{3}{5}$ сего груза. 11. Трещины замѣчены слѣдующія: а) въ большей части перемычекъ оконъ и дверей; изъ нихъ самая значительная въ помѣщеніи главной лѣстницы и актовъ залы по линіи А. В. во всѣхъ трехъ поперечныхъ стѣнахъ, проходя до самаго низа зданія. Другая значительная трещина, по словамъ университетскаго архитектора Іодко, была въ наружной стѣнѣ подъ окномъ С, которая въ прошломъ году замазана и до сихъ поръ не обнаружилась; б) во всѣхъ почти крестовыхъ сводахъ и аркахъ второго этажа въ помѣщеніяхъ, находящихся подъ библиотекой, замѣтны легкія трещины въ замкахъ и въ нѣкоторыхъ аркахъ въ слабыхъ точкахъ; но трещины эти не значительны. 12. По словамъ г. Іодко, все зданіе выстроено изъ крѣпкой мѣстной плиты и только третій этажъ изъ штучнаго камня, а своды въ замкѣ имѣютъ 5 вершковъ. Изъ вышесказаннаго, для провѣрки прочности и прогиба библиотечныхъ половыхъ балокъ, имѣемъ слѣдующія данныя: болѣе всего нагруженныя балки будутъ тѣ, между которыми стоитъ одна изъ полокъ. Поэтому, одной изъ такихъ балокъ слѣдуетъ провѣрить расчетъ:

І-е, грузъ, дѣйствующій на ея трехсаженную среднюю часть слѣдующій:

Половина груза трехсаженной средней части одной $\frac{1}{2} \times \frac{386+3}{5} = \dots \dots \dots 105,8$ пуд.

Всѣхъ пологова настила на 1 кв. саж. $1,65 \times 7$ пуд. = 11,55, а на три саж.

длины 0,6 саж. ширины между балками, будет $11,55 \times 3 \times 0,6 = \dots \dots \dots 20,79$ пуд.

Вѣсъ самой балки 3 саж. по 5 пуд. на квадр. саж., сверхъ груза полки; на одну балку $20 \times 3 \times 0,6 = \dots \dots \dots 56,00$ пуд.

Итого. 177,59 пуд.

Но для облегченія вычисленія приѣмемъ 180 пуд., на три саж., пролета балки.

II-е, На трехсаженный пролетъ балки съ имѣющимися размѣрами (см. п. 2-й) можно допустить слѣдующій постоянный грузъ:

$$P < \frac{R \cdot W}{\mu \cdot l}$$

гдѣ $W = \frac{1}{6} b h^2$

$$\mu = \frac{1}{8}$$

$$R = 72 \text{ пуд.}$$

$$l = 3 \text{ саж.} = 144 \text{ вершк.}$$

$$b = 5\frac{1}{2} \text{ вершк.}$$

$$h = 6 \text{ вершк.}$$

$$P < \frac{72 \times \frac{1}{6} b h^2}{\frac{1}{8} l} = \frac{8}{6} \cdot \frac{72 b h^2}{l} = \frac{8 \cdot 72 \cdot 5\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6}{6 \cdot 144} =$$

$$8 \cdot 5\frac{1}{2} \cdot 3 = 132 \text{ пудамъ.}$$

Слѣдовательно, сравнивая выводъ I и II, видимъ, что балки перегружены на 48 пуд., т. е. на $\frac{4}{11}$ допускаемаго вычисленіемъ груза.

III-е, Стрѣлка прогиба трехсаженной сосновой балки, имѣющей ширину $5\frac{1}{2}$ вершк., высоту 6 вершк., и равномерно нагруженной 180 пуд., будетъ:

$$f = \frac{\mu \cdot P \cdot l^3}{EI}$$

$$\text{гдѣ } \mu = \frac{5}{384}$$

$$P = 180 \text{ пуд.}$$

$$l = 3 \text{ саж.} = 252 \text{ дюйм.}$$

$$E = 50000 \text{ на квадр. дюймъ.}$$

$$I = \frac{1}{12} b \cdot h^3$$

$$b = 5\frac{1}{2} \text{ вершк.} = 9,6 \text{ дюйм.}$$

$$h = 6 \text{ вершк.} = 10,5 \text{ дюйм.}$$

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{180 \times 252^3}{50000 \times \frac{1}{12} b h^3} = \frac{5}{384} \cdot \frac{12 \times 180 \times 16003008}{50000 \times 9,6 \times 10,5^3}$$

$$= \frac{5 \times 12 \times 180 \times 16003008}{384 \times 50000 \times 9,6 \times 1158}$$

$$f = \frac{250047}{308800} = 0,81 \text{ дюйм.}$$

Расчетъ II и III сдѣланы при самыхъ неблагоприятныхъ для прочности балки условіяхъ; въ дѣйствительности, балки, вслѣдствіе болѣе удобнаго для нихъ распредѣленія груза представляють болѣе сопротивленія.

Изъ осмотра и вычисленія, комиссія пришла къ слѣдующимъ заключеніямъ: а) Половые балки библіотеки имѣють достаточные размѣры для несенія, безъ всякаго для нихъ вреда, приходящагося на нихъ груза; б) Такъ какъ стрѣлка прогиба балокъ прямо пропорціональна нагрузкѣ и такъ какъ до прикосновенія нижней поверхности балокъ къ замку свода балки могутъ прогнуться еще около $\frac{1}{2}$ дюйма (смотри п. 5 осмотра), то до передачи давленія серединою балки на замокъ свода нагрузка каждой балки можетъ быть увеличена еще слишкомъ на сто пудовъ, но при этомъ клинья, находящіеся въ нѣкоторыхъ промежуткахъ между балками и замкомъ сводовъ, должны быть вынуты, въ противномъ случаѣ, при увеличеніи груза, а слѣдовательно и увеличеніи прогиба балокъ, часть нагрузки балки бу-

детъ прямо передаваться на замокъ свода, что вредно повліяетъ на своды и арки; в) Вслѣдствіе отсутствія мауэрлатовъ на продольныхъ стѣнахъ подъ половыми балками библіотеки и вслѣдствіе расположенія нѣкоторыхъ болѣе всего нагруженныхъ балокъ надъ замками продольныхъ арокъ и оконныхъ перемычекъ втораго этажа — весь грузъ, несомый балками передается на замки и слабыя точки этихъ арокъ и перемычекъ, чѣмъ и объясняется причина появленія описанныхъ трещинъ, и съ увеличеніемъ груза библіотеки трещины эти могутъ оказать вредное вліяніе на зданіе; г) Появленіе трещинъ по линиямъ АВ и СD (см. п. 11-й осмотра) можно объяснить только болшею осадкою болѣе нагруженныхъ крайнихъ частей зданія противъ менѣе нагруженной средней части, гдѣ лѣстница и актовая зала; д) Трещины въ сводахъ и аркахъ, имѣющія направленіе параллельно главному фасаду зданія могли произойти лишь отъ неравномѣрной осадки зданія, что, въ свою очередь, могло произойти отъ разныхъ причинъ, повліявшихъ на прочность и плотность подфундаментнаго грунта (какъ то: прокладки водопроводныхъ, газовыхъ и водосточныхъ трубъ, отъ размягченія грунта вслѣдствіе порчи водопроводныхъ трубъ, отъ неполнѣ рациональнаго удаленія отъ фундамента зданія стекающихъ съ крыши дождевыхъ водъ и т. п.); е) Затѣмъ, на появленіе и увеличеніе всѣхъ трещинъ въ помѣщеніяхъ подъ библіотекою можетъ имѣть нѣкоторое вліяніе и то, что съ устройствомъ мостовой отъ ѣзды по ней передается нѣкоторое сотрясеніе зданіямъ, которое тѣмъ болѣе, чѣмъ центръ тяжести нагрузки зданія находится выше отъ земли, а помѣщеніемъ же значительнаго груза библіотеки въ третьемъ этажѣ, центръ тяжести нагрузки зданія, хотя и незначительно, но всетаки повышается противъ того случая, если бы

библіотека была расположена въ нижнемъ этажѣ. — Обсудивъ все вышесказанное, комиссія пришла къ слѣдующему заключенію: грузъ библіотеки, не оказывая вреднаго вліянія на половыя балки, оказываетъ таковое на прочность сводовъ и перемычекъ, что усматривается изъ оказавшихся уже трещинъ; вслѣдствіе этого не только всякое увеличеніе груза библіотеки подѣйствуетъ вредно на прочность зданія, но даже библіотека въ настоящемъ ея составѣ, принимая во вниманіе сотрясеніе отъ мостовой и другія выше указанныя причины, можетъ способствовать какъ увеличенію трещинъ существующихъ, такъ равно и къ образованію новыхъ, а потому комиссія находитъ весьма полезнымъ перенести библіотеку въ нижній этажъ — тѣмъ болѣе, имѣя въ виду общее правило, помѣщать какъ цѣнныя, такъ равно и тяжеловѣсныя вещи въ нижнихъ этажахъ, какъ для прочности зданія, такъ равно и въ отношеніи безопасности отъ пожара».

По выслушаніи доклада, профессоръ Вальцъ сдѣлалъ слѣдующее заявленіе, которое и просилъ занести въ протоколъ: «имѣя въ виду, что возбужденъ въ высшихъ правительственныхъ сферахъ вопросъ объ учрежденіи медицинскаго факультета, я полагаю въ настоящее время вопросъ о перенесеніи библіотеки несвоевременнымъ, такъ какъ съ учрежденіемъ медицинскаго факультета произойдетъ общее перемѣщеніе университетскихъ учреждений и такъ какъ университетъ не имѣетъ средствъ для переноски». На это проф. Сабининъ возразилъ, что «нахожденіе библіотеки въ 3-мъ этажѣ вредно для зданія и опасно для самой библіотеки — таково мнѣніе совѣта Императорскаго техническаго общества. Вслѣдствіе этого вопросъ о перенесеніи библіотеки съ 3-го этажа въ нижній не только своевремененъ, но необходимо

долженъ быть рѣшенъ теперь же, безотлагательно, и, понятно, совершенно независимо отъ того будетъ ли или нѣтъ учрежденъ медицинскій факультетъ (о чемъ, впрочемъ, нѣтъ никакихъ официальныхъ свѣдѣнй); если же нѣтъ средствъ для перенесенія, то слѣдуетъ ходатайствовать объ этихъ средствахъ также немедленно, чтобы не подвергать зданіе той порчѣ, которая, по мнѣнію совѣта Императорскаго технического общества, произойдетъ отъ оставленія библіотеки на 3-мъ этажѣ. Но и въ виду возможности получить субсидію отъ казны для устройства библіотеки при учрежденіи медицинскаго факультета, всетаки библіотека должна быть перенесена съ 3-го этажа въ нижній, согласно съ интересами казны и университета, такъ какъ несравненно дешевле расширить помѣщеніе библіотеки чрезъ пристройку одноэтажнаго зданія къ лѣвому крылу нижняго этажа теперешняго университетскаго зданія на дворянской улицѣ, чѣмъ возводить для библіотеки отдѣльный корпусъ,—и такъ какъ, и при медицинскомъ факультетѣ, университетское зданіе на дворянской улицѣ останется также центральнымъ зданіемъ университета и въ немъ по этому цѣлесообразію находится библіотекъ, какъ центральному изъ учрежденій университета».

Послѣ дальнѣйшихъ преній, вызванныхъ докладомъ комиссіи, предсѣдателемъ поставлены были на голосованіе слѣдующіе вопросы:

1. Согласенъ ли совѣтъ съ мнѣніемъ комиссіи о перенесеніи библіотеки въ нижній этажъ? Получилось 21 голосъ утвердительный (гг. Умовъ, Лигинъ, Кудрявцевъ, Войтковскій, Шпилевскій, Цитовичъ, Синцовъ, Патлаевскій, Съченовъ, Шведовъ, Богдановскій, Беркевичъ, Сабининъ, Барастелевъ, Юргевичъ, Григоровичъ, Дювернуа, Головкинскій,

Некрасовъ, Смирновъ, съ оговоркой, если назначаемое въ нижнемъ этажѣ помѣщеніе достаточно для библіотеки, ректоръ) и 2 отрицательныхъ (гг. Вальцъ и Абашевъ, заявившій, что онъ остается при особомъ мнѣніи, состоящемъ въ томъ, что онъ считаетъ перенесеніе библіотеки нецѣлесообразнымъ).

2. Согласенъ-ли совѣтъ съ проектированнымъ комиссіей размѣщеніемъ? Получилось 17 голосовъ утвердительныхъ (гг. Умовъ, Лигинъ, Бударявцевъ, Войтковскій, Цитовичъ, Ярошенко, Патлаевскій, Сѣченовъ, Шведовъ, Богдановскій, Беркевичъ, Сабининъ, Карастелевъ, Юргевичъ, Дювернуа, Головкинскій, ректоръ) и 7 отрицательныхъ (гг. Шпилевскій, заявившій о подачѣ особаго мнѣнія, Синцовъ, Вальцъ, Абашевъ, Григоровичъ, Некрасовъ, Смирновъ).

3. Въ виду неимѣнія въ распоряженіи правленія денежныхъ средствъ, необходимыхъ для осуществленія проектированнаго комиссіей распредѣленія помѣщеній, обратиться съ ходатайствомъ въ министерство объ ассигнованіи необходимой суммы, размѣръ которой правленіе опредѣлитъ установленнымъ въ законѣ порядкомъ? Получилось 22 голоса утвердительныхъ (гг. Умовъ, Лигинъ, Бударявцевъ, Войтковскій, Цитовичъ, Синцовъ, Ярошенко, Патлаевскій, Мечниковъ, Сѣченовъ, Богдановскій, Беркевичъ, Бовалевскій, Сабининъ, Карастелевъ, Юргевичъ, Григоровичъ, Дювернуа, Головкинскій, Некрасовъ, Смирновъ, ректоръ) и 4 отрицательныхъ (гг. Шпилевскій, Шведовъ, нашедшій нужнымъ предварительно передать вопросъ о точномъ опредѣленіи необходимой суммы въ правленіе, Вальцъ и Абашевъ, заявившіе о подачѣ особыхъ мнѣній). *Опредѣлили:* 1. Перенести библіотеку съ 3-го этажа въ нижній; 2. Проектированное комиссіей размѣщеніе со всѣми приспособленіями утвер-

дять; 3. Предоставить правленію ходатайствовать предъ г. министромъ народнаго просвѣщенія объ асигнованіи необходимой на то суммы, размѣръ которой правленіе опредѣлитъ установленнымъ въ законѣ порядкомъ. Въ случаѣ же отказа министерства—предложить правленію удовлетворить нужды перенесенія изъ штатныхъ суммъ, находящихся въ его распоряженіи; 4. Одесскому отдѣленію русскаго техническаго общества выразить благодарность, равно какъ и членамъ университетской комиссіи, а главнымъ образомъ предсѣдателю ея, за труды, понесенные по настоящему дѣлу.

8. Представленіе историко-филологическаго факультета: «въ засѣданіи историко-филологическаго факультета 15-го марта 1876 г. профессоръ Смирновъ сдѣлалъ представленіе о возведеніи въ почетные члены новороссійскаго университета профессора московскаго университета С. М. Соловьева. Вполнѣ раздѣляя мысли профессора Смирнова о научныхъ заслугахъ автора «Исторіи Россіи» и считая долгомъ почтить его неутомимые двадцатипятилѣтніе труды по исторіи Россіи, историко-филологическій факультетъ постановилъ: ходатайствовать предъ совѣтомъ университета объ избраніи С. М. Соловьева въ почетные члены Императорскаго новороссійскаго университета».

Въ приложенномъ представленіи профессора Смирнова значится: «въ истекшемъ 1875 году окончалось тридцатилѣтіе профессорской службы С. М. Соловьева и вышелъ XXV-й томъ его «Исторіи Россіи» съ древнѣйшихъ временъ. Считаю своею обязанностію сказать нѣсколько словъ о его научной дѣятельности. Значеніе всякаго ученаго труда, и въ особенности историческаго, можетъ быть точно опредѣлено только чрезъ сравненіе съ тѣмъ, что было выработано наукою до его появленія; такимъ образомъ, значеніе «Исто-

ріи» Соловьева представится съ полною ясностію, если мы вспомнимъ, конечно, въ краткихъ чертахъ, результаты, добытые русской историографіей въ XVIII и XIX вѣкахъ. Результаты эти, главнымъ образомъ, сказались въ усердномъ собираніи и обработкѣ источниковъ и попыткѣ объяснить внутренній смыслъ отдѣльныхъ явленій русской исторіи. Въ высшей степени художественный трудъ Барамзина представляетъ достойное увѣнчаніе этихъ многочисленныхъ и тяжелыхъ трудовъ, безъ которыхъ онъ не могъ бы имѣть мѣста; но при всемъ высокомъ значеніи ихъ, науки русской исторіи еще не было; ни одинъ изъ русскихъ историковъ того времени не выработалъ еще системы, въ которую, какъ въ рамку, естественно вкладывались бы многочисленные отдѣльные факты, взаимно другъ друга объясняя и представляя такимъ образомъ логическій ходъ развитія нашей исторіи. Нѣкоторые называютъ Шлецера отцомъ русской исторической науки, такъ какъ онъ первый изложилъ рядъ тезисовъ, совокупность которыхъ должна была составить систему; но теперь уже извѣстно, что система, предложенная Шлецеромъ, неприложима къ русской исторіи и нельзя не скорбѣть о тѣхъ очевидныхъ натяжкахъ и извращеніи фактовъ, которыя знаменитый ученый допустилъ, чтобы доказать пригодность своего взгляда. Тѣмъ не менѣе, заслуги его велики: онъ научилъ насъ вполне раціональнымъ приемамъ, которыми слѣдуетъ пользоваться при обработкѣ источниковъ. Теорія русской исторіи явилась только въ трудѣ Соловьева; его система родового быта, строго обдуманная, энергически проведенная чрезъ всю жизнь русскаго народа, представила первый, чисто-научный опытъ разработки русской исторіи. Авторъ до сихъ поръ остается ей вѣрнымъ, хотя нельзя не сознаться, что критика указала и слабыя

ея стороны; но, во всякомъ случаѣ, она принесла громадную пользу нашей наукѣ, возбудивъ сильное умственное движеніе, заставивъ многихъ критиковъ, ее опровергшихъ, высказать собственныя мысли и соображенія, которыя прежде, не бывъ обнародованы, не могли сдѣлаться общимъ достояніемъ и не могли сообщить наукѣ поступательнаго движенія. Родовому быту противопоставлена была община; приверженцы ихъ начали длинную и въ высшей степени плодотворную полемику, которая въ значительной степени содѣйствовала уясненію хода русской исторіи. Эта полемика можетъ служить однимъ изъ лучшихъ доказательствъ высокаго значенія труда Соловьева и его научнаго превосходства сравнительно съ трудами предшествовавшими: когда вышла «Исторія Карамзина», она также возбудила критическое къ себѣ отношеніе, но чѣмъ же занималась тогдашняя критика? Была ли она также плодотворна? Она набросилась на отдѣльныя явленія и факты, она очень подробно разбирала степень справедливости представленнаго Карамзинымъ дѣленія русской исторіи на періоды, тогда какъ, еслибы она понимала преемственную связь отдѣльныхъ событий,—первый признакъ научности взгляда на исторію,—она совсѣмъ бы отвергла необходимость дѣленія, что почувствовалъ Карамзинъ и что положительно высказалъ Соловьевъ. Мы прочли теперь XXV томъ «Исторіи» Соловьева и можемъ свидѣтельствовать, что онъ сдержалъ обѣщаніе, высказанное въ 1-мъ томѣ: «Не дѣлить, не дробить русскую исторію на отдѣльныя части, періоды, но соединять ихъ, слѣдить преимущественно за связью явленій, за непосредственнымъ преемствомъ формъ, не раздѣлять начала, но разсматривать ихъ во взаимодѣйствіи, стараться объяснить каждое явленіе изъ внутреннихъ причинъ, прежде чѣмъ вы-

дѣлать его изъ общей связи событій и подчинить внѣшнему вліянію—вотъ обязанность историка». Я слишкомъ утомилъ бы вниманіе ваше, мм. гг., еслибы вдался въ частности разсмотрѣнія громаднaго труда Соловьева, я нахожу возможность ограничиться этимъ общимъ указаніемъ главнаго его достоинства; считаю лишнимъ обращать вниманіе ваше на разностороннее образованіе Сергѣя Михайловича, его глубокое знаніе всеобщей и особенно славянской исторіи, на то, что трудъ его въ значительной части основанъ на архивномъ матеріалѣ, слѣдовательно, является первоначальнымъ источникомъ для всѣхъ, занимающихся русской исторіей, на его изумительное, великую честь ему приносящее, трудолюбіе, и полагаю, что совѣтъ, какъ справедливый цѣнитель заслугъ, приносимыхъ наукѣ, не откажетъ ходатайству историко-филологическаго факультета объ избраніи Сергѣя Михайловича въ почетные члены нашего университета.»

Подвергнутый затѣмъ закрытой баллотировкѣ С. М. Соловьевъ получилъ 23 голоса избирательныхъ и 1 неизбирательный. *Опредѣлили*: представить г. попечителю объ утвержденіи профессора Соловьева почетнымъ членомъ новороссійскаго университета.

9. Представленія историко-филологическаго и физико-математическаго факультетовъ объ утвержденіи инструкцій для занятій командированныхъ за границу доцента Успенскаго и приватъ-доцента Спиро. *Опредѣлили*: одобливъ инструкціи, снабдить ими гг. Успенскаго и Спиро.

10. Представленіе физико-математическаго факультета объ изысканіи средствъ для дополненія до суммы, определенной правленіемъ, выданныхъ студентамъ пособій, взамѣнъ назначенныхъ имъ половинныхъ стипендій.

По поводу настоящаго ходатайства деканы историко-

филологическаго и юридическаго факультетовъ находили справедливымъ имѣть въ виду находящихся въ одинаковомъ положеніи и студентовъ этихъ двухъ факультетовъ. По справкѣ оказалось, что такихъ студентовъ 12. *Опредѣлили:* по неимѣнію въ распоряженіи университета никакихъ средствъ, просить попечительство о недостаточныхъ студентахъ удѣлить изъ 3 т. р., предстоящихъ къ полученію изъ городской думы, для выдачи студентамъ всѣхъ факультетовъ до разбѣровъ, назначенныхъ имъ правленіемъ.

11. Представленіе того же факультета объ освобожденіи студентовъ II курса разряда математическихъ наукъ отъ испытаній по дифференціальному исчисленію и студентовъ III-го курса отъ испытаній по механикѣ, математической физикѣ, практической астрономіи и геологіи, въ виду того, что преподаваніе этихъ предметовъ въ настоящемъ году не заканчивается. *Опредѣлили:* просить разрѣшенія г. попечителя.

12. Представленіе того же факультета о разрѣшеніи г. Островскому отсрочить представленіе кандидатской диссертациі до 15-го апрѣля. *Опредѣлили:* отсрочить.

13. Представленіе юридическаго факультета о прибавленіи двухъ лекцій по исторіи русскаго права для студентовъ II-го курса. *Опредѣлили:* разрѣшить.

14. Представленіе того же факультета объ утвержденіи въ степени кандидата Меркулова Василя и, по докладу секретаря объ исключеніи изъ податнаго состоянія, Меера-Мирона Зака. *Опредѣлили:* утвердивъ Меркулова и Зака въ степени кандидата, выдать имъ дипломы.

15. Представленіе правленія за № 530: «въ кабинетѣ практической механики, помѣщающемся въ нижнемъ этажѣ университетскаго зданія, 19 минувшаго февраля загорѣлись

подъ печкою полъ и балки. Хотя пожаръ не причинилъ вреда зданію, такъ какъ огонь былъ въ-время замѣченъ, но какъ причина пожара объясняется тѣмъ, что печь была устроена прямо на полу, а также принимая въ соображеніе, что, по донесенію архитектора, еще 14 печей въ университетскомъ зданіи устроены также прямо на полу,—правленіе, желая болѣе убѣдиться, насколько эти печи угрожаютъ опасностью зданію, пригласило посторонняго техника, инженеръ-архитектора Фонъ-Бруга для освидѣтельствованія печей, устроенныхъ на полахъ; изъ отзыва его, при семъ въ подлинникѣ препровождаемаго, видно, что всѣ эти печи по неудовлетворительному состоянію и по устройству ихъ на полахъ должны быть перестроены съ соблюденіемъ правилъ безопасности отъ пожара.—Изъ донесенія правленія университета, отъ 20-го сентября 1874 года за № 2026, основаннаго на заявленіяхъ гг. ректора и бывшаго декана физико-математическаго факультета, ординарнаго профессора Вальца, совѣту университета извѣстно и о прежнихъ упущеніяхъ архитектора Іодко, состоящихъ въ недостаточномъ контролѣ надъ производящимися въ университетѣ работами вообще и небрежности его въ исполненіи имъ своихъ обязанностей, что вызвало со стороны правленія распоряженіе поручать надзоръ за нѣкоторыми работами, равно какъ и производство самихъ работъ, эзекутору университета. Последній же случай, именно пожаръ къ кабинетъ практической механики, который могъ причинить большіе убытки университету и вовлечь членовъ правленія въ отвѣтственность, окончательно убѣждаетъ правленіе въ невозможности положиться на производящихся подъ контролемъ архитектора Іодко работы, тѣмъ болѣе, что, какъ онъ самъ доноситъ, подъ тою же печью, отъ которой загорѣлись полъ и балки,

проходить газовая труба. Какой опасности подвергалось здание университета, если бы эта труба лопнула!... Объ этомъ правленіе университета имѣетъ честь представить въ совѣтъ университета на его усмотрѣніе».

По прочтеніи настоящаго представленія секретаремъ совѣта доложены были справки: 1-я, 255 ст. II т. св. зак. (изд. 1857 г.) ч. 1-ая общ. образ. управл. въ губерн., и 81 § унив. устава; 2-ая, г. Іодко было сдѣлано замѣчаніе отъ имени совѣта, по опредѣленію 20-го сентября 1874 года, ст. 5.

По обсужденіи настоящаго представленія въ связи съ прежними упущеніями г. Іодко по службѣ, большинствомъ всѣхъ наличныхъ членовъ противъ 4-хъ (гг. Сабининъ, Шведовъ, Некрасовъ, Григоровичъ) *Опредѣлили*: въ виду важности и экстренности дѣла баллотировать архитектора Іодко къ удаленію отъ должности въ слѣдующемъ экстраординарномъ засѣданіи совѣта, во вторникъ, 23 марта.

16. Представленіе его же о передачѣ въ пользованіе общества сельскаго хозяйства южной Россіи купленнаго университетомъ отъ Вержицкаго участка земли до тѣхъ поръ, пока будетъ существовать ферма общества, и на тѣхъ же самыхъ условіяхъ, на которыхъ общество отдавало свою землю въ пользованіе университета.

При этомъ секретарь совѣта доложилъ, что согласно опредѣленіямъ совѣта 28 апрѣля 1875 г. и 5 февраля 1876 г., правленіе университета вошло уже съ ходатайствомъ о продажѣ движимаго и недвижимаго имущества фермы, въ представленіи отъ 28 февраля текущаго года за № 368. *Опредѣлили*: принимая во вниманіе, съ одной стороны, крайне низкія цѣны, существующія теперь на недвижимую собственность въ Одессѣ, благодаря которымъ публичныя про-

даже банками за просроченныя имущества зачастую остаются несостоявшимися, по рѣшительной невыгодности для продающихъ предлагаемыхъ цѣнъ, а съ другой стороны, что съ передачею въ пользованіе Императорскаго общества сельскаго хозяйства южной Россіи университетскаго участка для присоединенія его къ устраиваемой обществомъ фермѣ, для желающихъ изъ студентовъ университета сохраняется возможность заниматься опытнымъ изученіемъ сельско-хозяйственной культуры, просить, чрезъ г. попечителя, разрѣшенія г. министра народнаго просвѣщенія, вмѣсто предполагавшейся продажи, передать участокъ земли въ пользованіе обществу сельскаго хозяйства, на изложенныхъ въ докладѣ основаніяхъ.

17. Отложенное разсмотрѣніемъ представленіе юридическаго факультета о допущеніи князя Бантакузина — графа Сперанскаго, доставившаго свой дипломъ на степень магистра, къ чтенію въ университетѣ лекцій въ качествѣ приватъ-доцента.

Послѣ обмѣна мнѣній, большинствомъ 16 голосовъ (гг. Лигинъ, Бударяцевъ, Войтковскій, Синцовъ, Ярошенко, Пателяевскій, Шведовъ, Богдановскій, Сабининъ, Юргевичъ, Григоровичъ, Некрасовъ, ректоръ, Цитовичъ, Сѣменовъ, Дювернуа, изъ коихъ три послѣдніе находили возможнымъ допустить соискателя къ чтенію въ университетѣ лекцій только необязательныхъ) противъ 4-хъ (гг. Умовъ, Мечниковъ, Абашевъ, Головкинскій) *Опредѣлили*: допустить магистра князя Бантакузина — графа Сперанскаго къ чтенію въ университетѣ лекцій по международному праву въ качествѣ приватъ-доцента, представивъ объ этомъ предварительно на утвержденіе г. попечителя, согласно 73 § универ. устава.

(Приложенія къ ст. 6-й):

Д) Въ совѣтъ Императорскаго новороссійскаго университета ординарнаго профессора Якова Вальца отдѣльное мнѣніе.

При рѣшеніи вопроса о ходатайствѣ предъ министерствомъ суммы, необходимой для переноски библіотеки, я несогласился съ мнѣніемъ большинства и заявилъ, что подамъ отдѣльное мнѣніе, которое имѣю честь представить.

Я полагаю, что ходатайствовать можно только, имѣя въ виду опредѣленную сумму, а такъ какъ таковая не опредѣлена, то и вопроса о ходатайствѣ быть не можетъ. Не лишнимъ считаю при этомъ повторить уже высказанное въ совѣтѣ, что самый вопросъ о переноскѣ библіотеки въ настоящее время преждевремененъ, такъ какъ извѣстно, что, быть можетъ, въ очень скоромъ будущемъ, у насъ будетъ устроенъ медицинскій факультетъ, устройство котораго, несомнѣнно, вызоветъ новыя перемѣщенія. — *Яковъ Вальцъ.*
19-го марта 1876 г.

Б) Въ совѣтъ Императорскаго новороссійскаго университета.

Честъ имѣю представить совѣту особое мнѣніе по поводу перенесенія библіотеки изъ верхняго этажа въ нижній. Совершенно соглашаясь съ докладомъ комиссіи относительно пользы и своевременности перенесенія библіотеки изъ верхняго этажа въ лѣвую сторону нижняго, я предлагаю, съ цѣлью сокращенія расходовъ па перенесеніе библіотеки, слѣдующую поправку относительно распредѣленія остальныхъ помѣщеній. Изъ доклада комиссіи очевидно, что главный расходъ при перенесеніи библіотеки долженъ

быть назначенъ на приспособленіе квартиръ служащихъ, новое размѣщеніе которыхъ комиссія считаетъ необходимымъ. Съ этимъ послѣднимъ мнѣніемъ комиссія я не согласенъ и думаю, что перенесеніе библіотеки можетъ быть исполнено и безъ новаго распредѣленія квартиръ. Для этого стоитъ только, не трогая квартиры секретаря совѣта, ректорскій кабинетъ и факультетскую залу помѣстить въ квартирѣ доцента Кондакова, профессорскую лекторію перенести на старое мѣсто въ средній этажъ, а сборную для студентовъ назначить въ подвальномъ этажѣ. Я рассчитываю, что при такомъ распредѣленіи помѣщений, расходъ на перенесеніе библіотеки можно сократить, по крайней мѣрѣ, тысячи на полторы. Принимая же проектъ комиссія, безъ предлагаемой мною поправки, университетъ сдѣлаетъ совершенно излишнюю трату, которую весьма легко избѣгнуть. Поэтому-то я не считаю возможнымъ согласиться съ постановленіемъ совѣта объ исходатайствованіи у министерства суммы, необходимой для перенесенія библіотеки, въ указанномъ комиссіею размѣрѣ. *Ординарный профессоръ М. Шпилевскій.* 1876 года, 21-го марта.

Засѣданіе 23-го марта.

Присутствовали 22 профессора.

Слушали:

1. Былъ прочтенъ протоколъ засѣданія совѣта 18-го сего марта.

При чтеніи 6-й статьи доложены были отдѣльные мнѣнія профессоровъ Вальца и Шпилевскаго.

На поставленные г. ректоромъ вопросы: остается-ли

совѣтъ при прежнемъ рѣшеніи, или соглашается съ отдѣльнымъ мнѣніемъ профессора Вальца, и остается-ли совѣтъ при прежнемъ рѣшеніи, или раздѣляетъ мнѣніе профессора Шпилевскаго, члены совѣта высказались за состоявшееся рѣшеніе по первому вопросу единогласно, а по второму — въ большинствѣ 15-ти голосовъ противъ 4-хъ (гг. Шпилевскій, Синцовъ, Шведовъ, Григоровичъ). *Опредѣлили*: протоколъ этотъ съ приложеніемъ отдѣльныхъ мнѣній, представить г. попечителю и напечатать вполнѣ.

2. Предложеніе г. попечителя одесскаго учебнаго округа о томъ, не встрѣчается-ли препятствій къ перемѣщенію профессора Сѣченова въ с.-петербургскій университетъ.

По выслушаніи настоящаго доклада, ректоръ предложилъ членамъ совѣта просить профессора Сѣченова не оставлять новороссійскаго университета.

Всѣ присутствовавшіе, вставъ съ своихъ мѣстъ, обратились къ И. М. Сѣченову съ просьбою остаться въ новороссійскомъ университетѣ. Профессоръ Сѣченовъ отвѣчалъ: «благодарю отъ всего сердца за оказываемую мнѣ совѣтомъ честь, но остаться не могу. Прошу, однако, не думать, что причиной моего ухода было хотя бы малѣйшее недовольство; я всегда сохраняю самыя теплыя воспоминанія о здѣшнемъ университетѣ и глубокую благодарность къ нему» *Опредѣлили*: донести г. попечителю, что препятствій къ перемѣщенію г. Сѣченова не имѣется.

3) а) Предложеніе профессора Вальца: «вслѣдствіе предложенія моего въ засѣданіи физико-математическаго факультета, поддержаннаго профессорами Мечниковымъ, Волковымъ и нѣкоторыми другими членами факультета, физико-математическій факультетъ постановилъ, чтобы такъ называемый ректорскій садъ былъ присоединенъ къ ботаниче-

скому саду, съ тѣмъ, чтобы право входа въ этотъ садъ было опредѣляемо завѣдующимъ садомъ. Правленіе университета, заботясь, очевидно, о личныхъ выгодахъ живущихъ по сосѣдству съ этимъ садомъ, постановило: присоединить такъ называемый ректорскій садъ къ ботаническому саду съ тѣмъ условіемъ, чтобы деревья, находящіеся въ ректорскомъ саду, были сохранены. Деревья вообще могутъ представлять интересъ или потому, что онѣ могутъ содѣйствовать нуждамъ преподаванія и науки, или личнымъ удобствамъ. Въ первомъ случаѣ онѣ будутъ сохранены и сомнѣнія въ этомъ быть не можетъ, если пользуется довѣріемъ по отношенію къ саду завѣдующій садомъ. Во второмъ случаѣ о сохраненіи деревьевъ не можетъ быть и вопроса. Быть можетъ, при томъ ограниченномъ пространствѣ, которое занимаетъ нашъ садъ, необходимо будетъ и пожертвовать нѣкоторыми удобствами и выгодами культуры деревьевъ. Въ виду всего вышесказаннаго, я осмѣливаюсь покорнѣе просить совѣтъ университета обсудить вопросъ: возможно-ли, безъ ограниченія правъ директора сада, предоставить такъ называемый ректорскій садъ въ распоряженіе нынѣшняго завѣдывающаго ботаническимъ садомъ, т. е. о присоединеніи ректорскаго сада къ ботаническому саду, и, во-вторыхъ, если бы этотъ вопросъ возбудилъ какія либо недоразумѣнія и сомнѣнія относительно компетентности лица въ завѣдываніи садомъ, обсудить вопросъ о завѣдываніи садомъ другому лицу. Въ настоящее время вопросъ этотъ вполне умѣстенъ, такъ какъ имѣются два преподавателя ботаники и такъ какъ одинъ изъ нихъ завѣдывалъ садомъ въ теченіи болѣе 4-хъ лѣтъ и потому можетъ предложить матеріалъ для обсужденія его дѣятельности. Ограниченіе же сада постановленіями правленія ведетъ къ ги-

бели сада. Для ботаническаго сада не можетъ быть вопроса, немотивированнаго нуждами настоящими, *научной дѣятельностью преподавателей*, или нуждами преподаванія сохранить, не вырубить то или другое растеніе, *или* вопитать то или другое растеніе. Болѣе чѣмъ странно, что правленіе университета, въ виду присоединенія казеннаго имущества, служившаго доселѣ для частныхъ цѣдей, въ виду его присоединенія къ учрежденію, служащему для цѣлой общечеловѣческихъ, такъ какъ нашъ садъ ведетъ обмѣнъ сѣмянъ съ русскими, германскими, итальянскими, французскими и др. садами, возбуждаетъ подобные вопросы, немотивируя ихъ некомпетентностью завѣдывающаго садомъ. Ограничить садъ ботаническій Императорскаго новороссійскаго университета, садъ, принадлежащій къ семьѣ европейскихъ ботаническихъ садовъ, никто не имѣетъ нравственнаго на то права.»

б) Представленіе физико-математическаго факультета съ ходатайствомъ о томъ, чтобы профессоръ Вальцъ былъ настолько же самостоятельнымъ завѣдывающимъ ректорскаго сада насколько и всѣхъ другихъ частей ботаническаго сада.

При обсужденіи настоящаго дѣла и. д. профессора Бударявцевъ высказалъ: «я нимало не сомнѣваюсь ни въ томъ, что ботаническій садъ нашъ имѣетъ европейское значеніе, ни въ томъ, что для научныхъ цѣдей полезно было бы его расширить, но при всемъ этомъ я позволю себѣ обратить вниманіе совѣта на такую сторону дѣла, на которую до сихъ поръ никѣмъ еще небыло указано, на сторону дѣла филантропическую. Университетское зданіе вмѣщаетъ въ себѣ до десяти, если не болѣе семействъ; въ каждомъ изъ этихъ семействъ есть дѣти, для которыхъ

нуженъ какой нибудь уголокъ, куда онѣ могли бы выйти и подышать свѣжимъ воздухомъ. На это обстоятельство обращается вниманіе даже въ частныхъ домахъ, хорошо благоустроенныхъ; какъ же не обратить на это вниманія въ такомъ громадномъ учрежденіи какъ университетъ? Не нужно при этомъ, мм. гг., забывать, что проживающія въ университетѣ семейства суть семейства чиновниковъ, которые и по обязанностямъ службы и по недостаточности средствъ выѣзжать лѣтомъ на дачи не могутъ. И такъ, я говорю отъ имени бѣдныхъ дѣтей и прошу, чтобы, при расширеніи ботаническаго сада, имъ отведенъ былъ какой нибудь уголокъ, гдѣ онѣ могли бы быть на свободѣ, не рискуя подвергаться что-нибудь порчѣ». *Опредѣлили*: согласиться съ мнѣніемъ профессора Вальца и прибавить, по предложенію ректора, къ ботаническому саду часть двора, прилегающую къ квартирѣ г. Орлова.

4. Представленіе физико-математическаго факультета объ исходатайствованіи для профессоровъ Вальца и Синцова билетовъ для свободного прохода изъ Бессарабіи въ сосѣднія мѣста Молдаво-Валахіи и обратно въ теченіи апрѣля, мая, іюня, іюля и августа мѣсяцовъ, съ цѣлію распространить ботаническія и геологическія изслѣдованія и на сосѣднія мѣста. *Опредѣлили*: обратиться съ просьбою къ бессарабскому губернатору, а въ случаѣ его отказа — ходатайствовать передъ г. министромъ народнаго просвѣщенія.

5. Представленіе того-же факультета о порученіи въ слѣдующемъ 1876—77 учебномъ году астроному-наблюдателю Блоку чтенія лекцій по практической астрономіи, по 2 часа въ недѣлю, и теоріи вѣроятностей по 1 часу въ недѣлю, съ установленнымъ вознагражденіемъ. *Опредѣлили*: распоряженіе факультета о порученіи чтеній г. Блоку у-

твердить, а о производствѣ ему вознагражденія представить г. попечителю, на основаніи 84 § унив. устава.

6. Представленіе того-же факультета объ освобожденіи студентовъ III курса разряда естественныхъ наукъ отъ испытанія въ текущемъ году по органической химіи, а студентовъ II курса—по аналитической химіи, въ виду того, что преподаваніе этихъ предметовъ не оканчивается на означенныхъ курсахъ. *Опредѣлили*: представить г. попечителю.

7. Представленіе того же факультета объ утвержденіи въ степени кандидата Бородина Константина, окончившаго въ прошломъ году курсъ по отдѣленію естественныхъ наукъ. *Опредѣлили*: утвердивъ г. Бородину въ степени кандидата, выдать ему установленный дипломъ.

8. Прошеніе архитектора Іодко объ увольненіи его отъ службы, по болѣзни, съ исходатайствованіемъ единовременнаго пособія въ размѣрѣ годоваго оклада жалованья. *Опредѣлили*: объ увольненіи г. Іодко отъ службы, согласно его прошенію, представить г. попечителю и, по увольненіи, сдѣлать вызовъ, посредствомъ мѣстныхъ газетъ, желающихъ занять должность архитектора, а также просить одесское отдѣленіе русскаго технического общества рекомендовать извѣстныхъ ему лицъ на эту должность. Что же касается просьбы г. Іодко о назначеніи ему пособія, то разсмотрѣніе ея отложить до представленія медицинскаго свидѣтельства.

Засѣданіе 22 апрѣля.

Присутствовали 21 профессоръ.

Слушали:

Предложенія г. попечителя одесскаго учебнаго округа:

2. Отъ 26-го марта за № 2384 о рекомендованіи молодыхъ людей для приготовленія въ учителя реальныхъ училищъ по механикѣ и химіи.

При этомъ доложено, что настоящее предложеніе сообщено уже г. ректоромъ въ физико-математическій факультетъ. *Опредѣлили*: за сдѣланнымъ распоряженіемъ принять къ свѣдѣнію.

3. Отъ того же числа за № 2385 о согласіи на внесеніе въ правила для студентовъ новороссійскаго университета слѣдующаго постановленія: «студенты, неявившіеся въ срокъ изъ отпуска, должны каждый мѣсяцъ представлять законныя доказательства причинъ, объясняющихъ ихъ отсутствіе, а не представившіе въ срокъ доказательства о причинахъ неявки должны быть исключаемы изъ числа студентовъ университета, чрезъ мѣсяцъ по истеченіи срока». *Опредѣлили*: внести въ книгу общихъ постановленій и вывѣсить въ студентской сборной комнатѣ, а при печатаніи правилъ для студентовъ внести и настоящее новое постановленіе.

4. Отъ того же числа за № 2404 и отъ 7-го апрѣля за № 2568 объ освобожденіи студентовъ физико-математическаго факультета отъ испытаній по предметамъ, незакончиваемымъ преподаваніемъ, именно: по опытной физикѣ на I-мъ курсѣ, по дифференціальному исчисленію и аналитической химіи на II-мъ курсѣ, по механикѣ, математической физикѣ, практической астрономіи и геодезій на III-мъ курсѣ.

При этомъ доложено, что оба предложенія сообщены уже въ физико-математическій факультетъ. *Опредѣлили*: принять къ свѣдѣнію.

5. а) Отъ 31-го марта за № 2510 о томъ, который изъ участковъ, купленныхъ у Вержбицкаго, университетъ предполагаетъ передать обществу сельскаго хозяйства южной Россіи.

и б) донесеніе правленія университета г. попечителю одесскаго учебнаго округа отъ 3-го апрѣля за № 673, что совѣтъ постановилъ ходатайствовать о продажѣ обоихъ участковъ. *Опредѣлили*: принять къ свѣдѣнію.

6. Отъ того же числа за № 2511 объ увольненіи архитектора Іодко, согласно прошенію, отъ настоящей должности. *Опредѣлили*: принять къ свѣдѣнію.

7. Отъ того же числа за № 2512 о допущеніи магистра князя Бантакузина—графа Сперанскаго къ чтенію лекцій по международному праву, въ качествѣ приватъ-доцента. *Опредѣлили*: увѣдомить юридическій факультетъ.

8. Отъ того же числа за № 2513 о зачисленіи профессору Григоровичу въ командировку поѣздки его съ ученою цѣлію въ Петербургъ съ 11-го іюля по 14-е октября 1875 года. *Опредѣлили*: отмѣтить въ формулярномъ спискѣ профессора Григоровича.

9. Отъ 2-го апрѣля за № 2540 объ утвержденіи профессора С. М. Соловьева почетнымъ членомъ новороссійскаго университета.

При этомъ доложено было, что дипломъ новому почетному члену отправленъ, и прочтено письмо С. М. Соловьева съ выраженіемъ искренней его признательности совѣту за вниманіе къ его ученымъ трудамъ. *Опредѣлили*: принять къ свѣдѣнію.

10. Отъ 22-го апрѣля за № 2867 о донесеніи, въ дополненіе къ представленію совѣта за № 693, на какомъ основаніи профессора Вальцъ и Синцовъ предполагаютъ за-

няться учеными изслѣдованіями въ теченіи апрѣля, мая и второй половины августа, не получивъ разрѣшенія министерства на командированіе ихъ съ ученою цѣлью въ учебное время. *Опредѣлили*: просить профессоровъ Вальца и Сипцова дать требуемыя разъясненія.

11. Представленіе правленія за № 708: «по случаю увольненія архитектора Іудко отъ службы, по прошенію, правленіе университета признало необходимымъ, въ виду безотлагательности составленія смѣтъ по ремонту зданій и по перенесенію бібліотеки, пригласить архитектора фонъ-Бруга къ продолженію работъ по означеннымъ смѣтамъ, впредь до избранія совѣтомъ на эту должность техника, съ производствомъ г. фонъ-Бругу присвоеннаго должности архитектора жалованья, въ видѣ платы, съ 1-го текущаго апрѣля. Доводя объ этомъ до свѣдѣнія совѣта университета, правленіе имѣетъ честь присовокупить, что архитекторъ фонъ-Бругъ заявилъ о желаніи своемъ быть подвергнутымъ баллотировкѣ на должность университетскаго архитектора. *Опредѣлили*: принять къ свѣдѣнію. По этому рѣшенію профессоръ Вальцъ остался при отдѣльномъ мнѣніи.

12. Представленіе его же за № 759: «вслѣдствіе даннаго совѣтомъ университета порученія ходатайствовать предъ министерствомъ народнаго просвѣщенія объ ассигнованіи необходимой суммы на перенесеніе бібліотеки въ нижній этажъ съ проектированнымъ комиссіею размѣщеніемъ, — правленіе университета просило инженеръ-архитектора фонъ-Бруга составить смѣту на означенныя работы. Г. фонъ-Бругъ, рапортомъ отъ 7-го сего апрѣля, донесъ правленію университета, что въ докладѣ комиссіи по вопросу о перенесеніи бібліотеки университета въ нижній этажъ опредѣлена сумма на передѣлки, устройство квартиръ и самое



перенесеніе бібліотеки 2000 р. Сообразивъ стоимость всѣхъ работъ по этому предмету, онъ находитъ, что дѣйствительный расходъ далеко превзойдетъ опредѣленную комиссіею сумму, по слѣдующему исчисленію: приспособленіе въ нижнемъ этажѣ комнаты для лекторіи, залы для факультетскихъ засѣданій и комнаты секретаря обойдется 150 руб., обращеніе комнаты въ студенческую сборную 40 р., приспособленіе комнатъ подъ помѣщеніе бібліотеки и читальни 350 р., приспособленіе лѣвой стороны 3-го этажа для засѣданій совѣта, канцеляріи и архива 1972 р., приспособленіе правой стороны того же этажа подъ квартиры 1950 руб., переустройство квартиры секретаря совѣта до 500 руб.; къ этимъ суммамъ необходимо еще прибавить 10% на непредвидимые случаи, могущіе встрѣтиться при подобнаго рода работахъ — 496 р. 20 к., что составитъ весь расходъ по настоящему предмету въ 5.458 р. 20 к. Въ эту сумму не включены ремонтныя работы, какъ-то: перестройка и исправленіе печей, окраска половъ, дверей, стѣнъ и проч., подлежащія внесенію въ смѣту общаго ремонта университетскихъ зданій. На это г. ректоръ письменно заявилъ правленію, что такая значительная разница въ цифрахъ предполагаемаго расхода во всякомъ случаѣ возбуждаетъ недоумѣніе, которое можетъ быть разрѣшено, какъ слѣдуетъ, лишь тогда, когда университетъ будетъ имѣть своего штатнаго архитектора, что можетъ быть исполнено только въ будущемъ учебномъ году. Между тѣмъ бібліотека должна быть перенесена безотлагательно, и именно въ теченіи предстоящаго вакаціоннаго времени. Разсмотрѣвъ предположеніе комиссіи о мѣрахъ касательно перенесенія бібліотеки въ нижній этажъ, онъ, г. ректоръ, находитъ, что правленіе имѣетъ полную возможность теперь же осуществить глав-

нѣйшія изъ упомянутыхъ предположеній, и что безъ большаго ущерба для дѣла можно отложить на будущій годъ осуществленіе другихъ предположеній комиссіи, именно касательно приспособленія помѣщеній, съ устройствомъ которыхъ, по проекту комиссіи, связано перенесеніе библиотеки. Такимъ образомъ, по вопросу о перенесеніи библиотеки въ нижній этажъ главнаго университетскаго зданія, онъ, г. ректоръ, считаетъ возможнымъ ограничиться въ нынѣшнемъ году слѣдующими главными мѣрами: 1. Въ теченіи предстоящихъ ваканцій перенести библиотечку въ тѣ комнаты нижняго этажа, которыя для этого назначены въ проектѣ комиссіи; 2. кабинетъ практической механики перенести въ помѣщеніе, назначенное для него комиссіей; для канцеляріи отвести помѣщенія верхняго этажа Н, О, У и Х, какъ проектировала комиссія, но безъ предложеннаго ею устройства въ этихъ помѣщеніяхъ перегородокъ; 3. Собранія факультетскія и совѣтскія могутъ быть устраиваемы въ актовомъ залѣ; 4. Квартиру эскутера временно перенести въ комнаты Е и Х, назначенныя по проекту комиссіи для квартиры діакона, при чемъ заложить двѣ двери между комнатами О и Х и открыть двери въ коридорѣ изъ комнатъ Х и Е; 5. Для квартиры Бузьминскаго отвести комнату, назначенную комиссіей, архивъ помѣстить въ комнату J, казначейскую перевести въ помѣщеніе, назначенное комиссіей; 6. Проректорскую комнату обратить въ аудиторію, а для проректорской комнаты отвести теперешнюю квартиру Бузьминскаго; 7. Профессорскую лекторію можно перевести въ теперешнюю квартиру г. Бондакова; 8. Для студенческой сборной отвести одну комнату въ подвальномъ этажѣ. Что касается остальныхъ предположеній комиссіи, какъ-то: устройства перегородокъ и другихъ приспособленій

въ помѣщеніяхъ, назначенныхъ для канцеляріи, архива, профессорской и лекторіи, ректорской и факультетской комнаты, также квартиръ секретаря совѣта, бухгалтера, эзекутора и діакона, вмѣстѣ съ окончательнымъ размѣщеніемъ указанныхъ учрежденій и квартиръ въ назначенныхъ для нихъ помѣщеніяхъ по проекту комиссіи, то, по его, г. ректора, мнѣнію, осуществленіе всѣхъ этихъ предположеній можно отложить до будущаго академическаго года. Для исполненія изложенныхъ мѣръ въ нынѣшнемъ году потребуются сравнительно незначительные расходы, именно: а) на перенесеніе книгъ и шкафовъ, согласно проекту комиссіи 200 р., б) на приспособленіе комнатъ подъ помѣщеніе библиотеки 350 р., в) на приспособленіе временнаго помѣщенія для эзекутора, согласно съ вышеприведеннымъ 4-мъ пунктомъ, 60 руб., — итого 610 руб. Весь этотъ расходъ можетъ быть отнесенъ на счетъ общихъ суммъ по содержанію университетскихъ зданій и потому нѣтъ надобности, какъ предположилъ совѣтъ, ходатайствовать предъ правительствомъ объ ассигнованіи въ нынѣшнемъ году особыхъ сверхсмѣтныхъ суммъ для покрытія расходовъ по перенесенію библиотеки въ нижній этажъ.—Правленіе новороссійскаго университета, признавая съ своей стороны сдѣланное архитекторомъ фонъ-Бругомъ исчисленіе слишкомъ дорогимъ и вполнѣ соглашаясь съ вышеизложеннымъ мнѣніемъ г. ректора относительно возможности сдѣлать нѣкоторые временныя измѣненія въ размѣщеніи, проектированномъ комиссіей, имѣетъ честь представить объ этомъ въ совѣтъ университета на его утвержденіе».

При обсужденіи настоящаго представленія, профессора Цитовичъ, Вальцъ и Ярошенко, принимая во вниманіе, что въ виду совѣта, какъ и въ виду правленія нѣтъ рѣши-

тельно никакихъ данныхъ для того, чтобы признать проектъ комиссіи неисполнимымъ изъ-за цифры смѣты, представленной г. фонъ-Бругомъ, сдѣлали слѣдующее предложеніе: «поручить правленію вызвать черезъ газеты подрядчиковъ и если окажется, что приспособленія въ зданіи, необходимыя для библіотеки, не могутъ, за исключеніемъ переноса книгъ, быть отданы съ подряда ниже той цифры, какая обозначена въ смѣтѣ фонъ-Бруга, тогда уже разсмотрѣть представленіе правленія».

Послѣ преній, предложеніе правленія принято большинствомъ 14 голосовъ противъ 3-хъ (гг. Цитовичъ, Вальцъ и Ярошенко, находившій необходимымъ осуществить одновременно всѣ предположенія комиссіи, стояція въ связи съ перенесеніемъ библіотеки). Предложеніе же профессоровъ Цитовича, Вальца и Ярошенко большинствомъ 17-ти голосовъ противъ 7-ми (гг. Цитовичъ, Волковъ, Умовъ, Ярошенко, Вальцъ, Григоровичъ, Некрасовъ) отвергнуто. *Опредѣлили*: утвердивъ предположеніе правленія, просить оное, для приведенія въ исполненіе остальныхъ предположеній комиссіи, ходатайствовать, черезъ г. попечителя, предъ министромъ народнаго просвѣщенія объ ассигнованіи необходимой суммы, размѣръ которой законнымъ порядкомъ будетъ опредѣленъ правленіемъ.

13. Представленіе физико-математическаго факультета о командированіи за границу профессора Вериге, съ 20 апрѣля по 15 августа 1876 года года, для осмотра вновь устроенныхъ химическихъ лабораторій. *Опредѣлили*: ходатайствовать, черезъ г. попечителя, предъ министромъ народнаго просвѣщенія.

14. Представленіе того же факультета о командированіи на открывающуюся въ настоящее время въ Лондонѣ

выставку астрономическихъ, механическихъ, физическихъ и вообще научныхъ инструментовъ по всеѣмъ отраслямъ физико-математическихъ наукъ, профессоровъ Лигина, Умова и Волкова и астронома-наблюдателя Блока съ пособіемъ каждому по 350 р. изъ суммъ министерства. *Опредѣлили*: ходатайствовать.

15. Представленіе того же факультета о порученіи преподаванія въ будущемъ академическомъ году физической географіи астроному-наблюдателю Блоку, а геологической— профессору Головкинскому, по 1 часу въ недѣлю, съ установленнымъ вознагражденіемъ.

Справка: 1. Определеніемъ совѣта 23-го марта, ст. 5, поручено уже г. Блоку, сверхъ его обязанностей, какъ астронома-наблюдателя, чтеніе лекцій практической астрономіи и теоріи вѣроятностей, съ установленнымъ вознагражденіемъ; 2. § 84-й университетскаго устава. *Опредѣлили*: рассмотреть настоящаго представленія отложить.

16. Представленіе того же факультета о томъ, что на V съѣздъ естествоиспытателей и врачей въ Варшавѣ изъявили желаніе поѣхать гг. Барастелевъ, Сабининъ, Беркевичъ, Шведовъ, Ярошенко, Лигинъ, Волковъ, Умовъ, Вальцъ, Берштейнъ и Блименко. *Опредѣлили*: разрѣшить и увѣдомить распорядительный комитетъ.

17. Представленное физико-математическимъ факультетомъ распределеніе чтенія лекцій въ будущемъ 1876—77 учебномъ году. *Опредѣлили*: утвердить.

18. Представленіе историко-филологическаго факультета объ оставленіи профессора Бруна частнымъ преподавателемъ всеобщей исторіи еще на одинъ годъ.

Въ результатъ баллотировки объ оставленіи г. Бруна еще на одинъ годъ все голоса оказались избирательными.

Опредѣлили: войти съ ходатайствомъ въ г. попечителю.

19. Представленіе того же факультета объ избраніи онымъ доцента Воеводскаго исправляющимъ должность секретаря историко-филологическаго факультета. *Опредѣлили*: представить г. попечителю объ утвержденіи г. Воеводскаго исправляющимъ должность секретаря историко-филологическаго факультета.

20. Представленіе того же факультета: «историко-филологическій факультетъ имѣетъ честь донести, что на приглашеніе организаціоннаго комитета третьяго международнаго съѣзда ориенталистовъ, имѣющаго открыться въ С.-Петербургѣ 20-го августа текущаго года, факультетъ не предполагаетъ отозваться личнымъ участіемъ въ дѣлахъ конгресса. Что касается до трудовъ по изученію востока, которые организаціонный комитетъ проситъ прислать ему для выставки, то факультетъ имѣетъ предложить профессору Бруну — не найдетъ-ли онъ возможнымъ послать для этой цѣли какія-либо изъ своихъ сочиненій.

Имѣя въ виду, что «труды» конгресса будутъ печататься по числу членовъ онаго, членомъ же конгресса можетъ записаться цѣлое учрежденіе или общество, съ платою опредѣленнаго взноса, факультетъ находитъ полезнымъ и желательнымъ, чтобы новороссійскій университетъ записался въ число членовъ конгресса». *Опредѣлили*: о сдѣланныхъ распоряженіяхъ увѣдомить организаціонный комитетъ, прося его зачислить новороссійскій университетъ членомъ конгресса.

21. Представленіе юридическаго факультета объ оставленіи на III-мъ курсѣ студента Бѣлинеаго Арсенія на 3-й годъ вслѣдствіе его болѣзненнаго состоянія, засвидѣтельствоваднаго медиками. *Опредѣлили*: ходатайствовать, чрезъ

г. попечителя, предъ министромъ народнаго просвѣщенія объ оставленіи Бѣлинскаго на томъ же 3-мъ курсѣ на 3-й годъ.

22. Рапортъ проректора о томъ, что въ теченіи марта не читали лекцій: а) по бользни: М. П. Смирновъ 2 л., Н. А. Головкинскій 4 л., Я. Я. Вальць 2 л., О. Н. Шведовъ 2 л., Д. Н. Абашевъ 2 л., П. А. Спиро 8 л., Е. Ф. Блищенко 1 л.; б) по случаю отпуска: М. П. Смирновъ 2 л., А. А. Вериго 10 л.; в) по неявкѣ студентовъ: Н. Л. Турнефоръ 8 л., В. О. Рандель 1 л. *Опредѣлили*: записать въ протоколъ.

23. Докладъ секретаря объ исключеніи херсонскою казенною палатою изъ податнаго состоянія окончившаго курсъ съ званіемъ дѣйствительнаго студента Сергѣя Гулиду. *Опредѣлили*: утвердивъ Сергѣя Гулиду въ званіи дѣйствительнаго студента, выдать ему аттестатъ.

24. Отношеніе одесскаго отдѣленія русскаго техническаго общества съ рекомендаціей на должность университетскаго архитектора: архитектора Апышкова, инженеръ-архитектора Влодека и архитектора Бонстантинова.

При этомъ доложены были прошенія: архитектора-академика Весмана, архитектора Озмидова и инженеръ-архитектора Влодека о желаніи ихъ подвергнуться баллотированію на должность архитектора университета. *Опредѣлили*: отложить баллотированіе до слѣдующаго засѣданія.

25. Отношеніе директора института сельскаго хозяйства и лѣсоводства въ Новой Александріи съ изъясненіемъ признательности за готовность къ содѣйствію развитія дѣятельности новоалександрійскаго института. *Опредѣлили*: записать въ протоколъ.

Засѣданіе 6-го мая.

Присутствовали 16 профессоровъ.

Слушали :

Предложенія г. попечителя одесскаго учебнаго округа :

2. Отъ 26-го апрѣля за № 2989 о разрѣшеніи производить г. Блоку вознагражденіе за чтеніе въ будущемъ 1876 — 77 учебномъ году лекцій практической астрономіи и теоріи вѣроятностей въ размѣрѣ, указанномъ въ § 84 унив. устава. *Опредѣлили*: сообщить въ правленіе.

3. Отъ того же числа за № 2990: «Государь Императоръ, по всеподданнѣйшему докладу г. министра народнаго просвѣщенія, въ 9 день сего апрѣля, всемилостивѣйше соизволилъ на допущеніе лицъ, окончившихъ учительское образованіе въ русской филологической при лейпцигскомъ университетѣ семинаріи и опредѣленныхъ учителями древнихъ языковъ въ наши гимназіи, къ приобрѣтенію степеней магистра и доктора греческой или римской словесности, безъ предварительнаго испытанія на степень кандидата, съ тѣми условіями, какія установлены для учителей изъ славянскихъ стипендіатовъ, т. е., чтобы съ означенными степенями магистра и доктора не соединялось никакихъ особыхъ правъ или преимуществъ внѣ учебной или ученой службы.

О такомъ высочайшемъ повелѣніи, получивъ предложеніе дѣйствительнаго тайнаго совѣтника, графа Д. А. Толстаго отъ 17 т. апрѣля за № 4429, сообщаю совѣту новороссійскаго университета къ исполненію». *Опредѣлили* принявъ къ исполненію, внести въ книгу общихъ постановленій.

4. Отъ 27 апрѣля за № 3038: «комmissія, высочай-

ше учрежденная для разсмотрѣнія всеподданнѣйшаго отчета по министерству народнаго просвѣщенія за 1874 г., полага-ла-бы существенно важнымъ, чтобы въ будущихъ всеподданнѣйшихъ отчетахъ по министерству излагалось заключеніе о томъ, въ какой мѣрѣ составъ нашихъ университетскихъ факультетовъ можно считать прочнымъ и обеспеченнымъ въ его организаци. Для болъшей же въ семъ отношеніи полноты было бы полезно, если бы въ отчетахъ объяснялось: какія именно кафедры въ университетахъ не были занимаемы въ теченіи отчетнаго года и временными преподавателями, т. е. какіе учебные предметы вовсе не преподавались. Сверхъ того, для сужденія о прочности вновь образуемаго состава факультетовъ, полезно было бы имѣть свѣдѣнія и о томъ, какіе изъ вновь привлеченныхъ къ сей дѣятельности ученыхъ въ послѣднее десятилѣтіе продолжаютъ свою дѣятельность, и какіе, покинувъ ее, обратились къ другой.

На журналѣ комиссіи противъ означенной статьи Государю Императору благоугодно было написать собственноручно «принять къ руководству».

О такомъ высочайшемъ повелѣніи, получивъ предложеніе дѣйствительнаго тайнаго совѣтника, графа Д. А. Толстаго отъ 17 тек. апрѣля за № 4497 сообщаю совѣту новороссійскаго университета къ исполненію, начиная съ 1876 года; поименованные же выше свѣдѣнія за 1875 годъ его сіятельству весьма желательно было бы получить нынѣ же, въ дополненіе къ составленному уже отчету по новороссійскому университету за тотъ годъ, а потому почтительнѣе прошу совѣтъ университета доставить мнѣ эти свѣдѣнія въ возможно непродолжительномъ времени».

При этомъ доложены были извлеченныя изъ дѣлъ канцеляріи свѣдѣнія, какія изъ вновь привлеченныхъ къ

университетской дѣятельности ученыхъ въ послѣднее десятилѣтіе продолжаютъ свою дѣятельность, а какіе, покинувъ ее, обратились къ другой. *Опредѣлили*: просить факультеты о доставленіи остальныхъ свѣдѣній и, по полученіи, представить ихъ г. попечителю.

5. Отъ 28 апрѣля за № 3078 объ утвержденіи доцента Воеводскаго исправляющимъ должность секретаря историко-филологическаго факультета. *Опредѣлили*: сообщить объ этомъ въ историко-филологическій факультетъ и въ правленіе университета.

6. Отъ 30-го апрѣля за № 3138 о перечисленіи изъ остатковъ отъ содержанія личнаго состава новороссійскаго университета въ 1876 году 500 р. на учебныя нужды астрономической обсерваторіи. *Опредѣлили*: увѣдомить завѣдывающаго астрономическою обсерваторіею, а также сообщить въ правленіе университета.

7. Отъ 5 мая за № 3244 объ избраніи 3-хъ членовъ въ попечительскій совѣтъ по предметамъ: а) русскаго языка и словесности, б) древнихъ языковъ и в) математики на мѣсто выслужившихъ уже двухлѣтній срокъ профессоровъ Некрасова, Юргевича и Шведова.

Въ результатѣ произведенной за сими баллотировки оказались избранными въ члены попечительскаго совѣта: а) по русскому языку и словесности заслуженный ординарный профессоръ Григоровичъ, б) по древнимъ языкамъ — заслуженный ординарный профессоръ Юргевичъ и в) по математикѣ — ординарный профессоръ Шведовъ. *Опредѣлили*: объ избранныхъ въ члены попечительскаго совѣта лицахъ донести г. попечителю.

8. Отъ того же числа за № 3245 о томъ, нужна-ли университету въ нынѣшнемъ году сумма на вознагражденіе

привать-доцентовъ, и если нужна, то какая часть можетъ быть отдѣлена изъ свободныхъ остатковъ отъ личнаго состава на вознагражденіе привать-доцентовъ и затѣмъ, какое участіе университетъ можетъ принять въ вознагражденіи привать-доцентовъ изъ принадлежащихъ ему специальныхъ средствъ, а также — кому изъ привать-доцентовъ и въ какомъ размѣрѣ предполагается выдавать вознагражденіе изъ остатковъ отъ содержанія личнаго состава новороссійскаго университета въ текущемъ году. *Опредѣлили*: донести г. попечителю, что въ настоящее время въ новороссійскомъ университетѣ никому изъ привать-доцентовъ не предполагается назначать вознагражденія, да университетъ и не можетъ ничего удѣлить изъ своихъ специальныхъ средствъ, распределенныхъ уже на цѣлый годъ.

9. Представленіе историко-филологическаго факультета о назначеніи доценту Успенскому подъемныхъ денегъ. *Опредѣлили*: отложить разсмотрѣніе настоящаго дѣла до слѣдующаго засѣданія.

10. Представленіе физико-математическаго факультета объ оставленіи при университетѣ стипендіатомъ кандидата Бородина, для приготовления къ профессорскому званію по ботаникѣ, на два года, съ содержаніемъ по 600 руб. въ годъ изъ суммъ министерства.

Въ результатѣ произведенной за симъ баллотировки объ оставленіи г. Бородина при университетѣ на 2 года, съ содержаніемъ по 600 р. въ г. изъ суммъ министерства, получилось 14 голосовъ избирательныхъ и 2 неизбирательныхъ. *Опредѣлили*: просить ходатайства г. попечителя передъ министромъ народнаго просвѣщенія объ оставленіи кандидата Бородина при университетѣ на 2 года стипендіатомъ для приготовления къ профессорскому званію по ботаникѣ, съ

содержаніемъ по 600 р. въ годъ изъ суммъ министерства народнаго просвѣщенія.

11. Представленіе того же факультета о желаніи профессора Абашева поѣхать на V съѣздъ естествоиспытателей и врачей въ Варшавѣ. *Опредѣлили*: увѣдомить распорядительный комитетъ съѣзда.

12. Представленіе того же факультета объ удержаніи за студентомъ Дзюбинскимъ получаемой имъ нынѣ стипендіи до окончанія его испытаній въ августѣ мѣсяцѣ. *Опредѣлили*: удержать.

13. Докладъ секретаря о томъ, что приказомъ по министерству народнаго просвѣщенія 17-го апрѣля ординарный профессоръ Сѣченовъ назначенъ сверхштатнымъ ординарнымъ профессоромъ с.-петербургскаго университета съ 10 апрѣля.

При этомъ также доложена была справка изъ дѣла объ опредѣленіи и увольненіи служащихъ за 1873 г., что бывший экстраординарный профессоръ Ярошенко, согласно представленію совѣта, утвержденъ министерствомъ ординарнымъ профессоромъ, съ разрѣшеніемъ производить ему дополнительное къ окладу экстраординарнаго профессора содержаніе, по 1000 руб. въ годъ, *впредь до открытія вакантной ординатуры*, изъ спеціальныхъ средствъ. *Опредѣлили*: о перемѣщеніи профессора Сѣченова сообщить въ правленіе и въ физико-математическій факультетъ; вмѣстѣ съ тѣмъ предложить правленію перевести 1000 р., выдаваемыхъ проф. Ярошенко изъ спеціальныхъ средствъ, на штатную сумму со дня прекращенія профессору Сѣченову производства содержанія по новороссійскому университету.

14. Предложеніе 20-ти членовъ совѣта о возведеніи И. М. Сѣченова въ почетные члены новороссійскаго университета.

Въ результатѣ произведенной за симъ баллотировки профессоръ Сѣченовъ оказался избраннымъ единогласно. *Опредѣлили*: представить на утвержденіе г. попечителя.

15. Прошеніе исправляющаго должность профессора православнаго богословія, священника А. Будрявцева: «физико-математическій факультетъ, распредѣляя чтеніе лекцій въ будущемъ академическомъ году, лишилъ меня, безъ всякаго съ моей стороны объясненія, тѣхъ часовъ, которыми я пользовался въ прошломъ году и замѣстилъ ихъ лекціями профессора Вальца и доцента Клименко. Когда я, узнавъ отъ секретаря факультета о такомъ распредѣленіи, обратился въ факультетъ съ заявленіемъ, что, въ виду удобства моихъ прежнихъ часовъ и для меня и для студентовъ, я желалъ бы удержать таковыя за собою, то факультетъ прислалъ на мое заявленіе слѣдующее увѣдомленіе: «его высокородію, господину профессору Будрявцеву. Физико-математическій факультетъ, въ отвѣтъ на ваше заявленіе отъ 22 сего апрѣля и на основаніи постановленія своего, состоявшагося въ засѣданіи 26-го числа того же мѣсяца, честь имѣетъ увѣдомить васъ, что, несмотря на изъявленіе согласія профессоромъ Вальцемъ и доцентомъ Клименко на перенесеніе ихъ лекцій, факультетъ не нашелъ возможнымъ помѣстить ваши лекціи въ назначенные вами часы и что остаются свободными для первыхъ двухъ курсовъ разрядовъ математическихъ и естественныхъ наукъ только слѣдующіе часы: отъ 9 до 10 и отъ 2 до 3 по вторникамъ, четвергамъ, пятницамъ и субботамъ. — 27-го апрѣля 1876 г. № 35. Деканъ Н. Головкинскій». Принимая во вниманіе, что профессоръ Вальцъ и доцентъ Клименко свое согласіе на перенесеніе лекцій изъявили и что богословіе, какъ предметъ высокой важности, не можетъ быть съ

успѣхомъ читаемо въ такіе часы, которые неохотно берутся, какъ показываетъ распредѣленіе, самими преподавателями физико-математическаго факультета, я имѣю честь покорнѣйше просить совѣтъ о предоставленіи для богословія часовъ болѣе удобныхъ и болѣе соответствующихъ занимаемому имъ въ университетѣ положенію. Я желалъ бы удерживать за собою прежніе часы, а именно: отъ 10 до 11 по понедѣльникамъ и вторникамъ».

Послѣ послѣдовавшихъ объясненій поставлено было г. ректоромъ на голосованіе слѣдующее рѣшеніе: просить физико-математическій факультетъ назначить, согласно съ желаніемъ совѣта, исправляющему должность профессора Будрявцеву лекціи или отъ 10 до 11 или отъ 11 до 12 часовъ, а профессора Будрявцева просить заблаговременно увѣдомлять совѣтъ о часахъ, ему наиболѣе удобныхъ. Въ результатѣ голосованія оказалось 8 голосовъ утвердительныхъ (гг. Будрявцевъ, Войтковскій, Патлаевскій, Сабининъ, Юргевичъ, Дювернуа, Смирновъ, ректоръ) и 8 отрицательныхъ (гг. Умовъ, Лигинъ, Шпилевскій, Синцовъ, Шведовъ, Абашевъ, Беркевичъ, Некрасовъ). Такимъ образомъ, рѣшеніе принято, при равенствѣ голосовъ, перевѣсомъ голоса председателя. *Опредѣлили*: состоявшееся рѣшеніе сообщить въ физико-математическій факультетъ и о. Будрявцеву.

16. а) Предложеніе ординарныхъ профессоровъ Цитовича и Ярошенко: «къ наступленію 1874—75 учебнаго года изъ наличнаго состава преподавателей новороссійскаго университета выбылъ профессоръ Ягичъ, перезванный въ берлинскій университетъ. Всѣ, кому дороги — а кому же они не дороги? — научные и учебные интересы университета посмотрѣли на выходъ проф. Ягича, какъ на невознаградимую потерю для университета. Въ самомъ дѣлѣ, уже пять лѣтъ

назадъ, старѣйшій изъ славистовъ, высокоуважаемый В. И. Григоровичъ *«не позволилъ себѣ быть судьей трудовъ профессора Ягича»*, ограничившись *«общимъ обзоромъ докладовъ»*, въ которомъ о профессорѣ Ягичѣ, какъ о славистѣ, говорится, что онъ *«украшеніе своей родины»*, а какъ лингвистъ, онъ признанъ *«лучшимъ послѣдователемъ Боппа и Гумбольдта»*, и наконецъ общій выводъ В. И. Григоровича о томъ, что профессоръ Ягичъ одинъ *«изъ такихъ представителей науки, имена которыхъ можно произносить съ юрдоствію»* (См. прот. 27 февр. 1871 г., ст. 13. Записки новор. унив. т. VII, ч. офиц., стр. 44 — 46). Въ ноябрѣ прошлаго года, у его сіятельства, г. министра, зашла рѣчь о профессорѣ Ягичѣ и одинъ изъ насъ, присутствовавшій тамъ, помнить, какъ помнѣть, конечно, и всѣ бывшіе тамъ члены юридическаго факультета, съ какимъ одушевленіемъ профессоръ М. П. Смирновъ передавалъ его сіятельству о томъ, что проф. Ягичъ въ письмахъ къ нему изъявляетъ желаніе возвратиться въ новороссійскій университетъ. Ни для кого, далѣе, не секретъ, что и послѣ того проф. Ягичъ не только не измѣнилъ своего желанія, но повторилъ его неоднократно въ письмахъ.—Принимая во вниманіе: а) высокую научную репутацію проф. Ягича, какъ лингвиста вообще и въ частности, какъ слависта—репутацію, какая признана за нимъ не только въ Россіи, но, и быть можетъ еще больше въ Европѣ,—на немъ, а не на комъ другомъ, остановилъ свой выборъ берлинскій университетъ; б) преподавательскій талантъ профессора Ягича, показанный и доказанный за время его преподавательской дѣятельности въ новороссійскомъ университетѣ; в) тотъ лестный отзывъ о профессорѣ Ягичѣ и то теплое сочувствіе, съ какимъ его сіятельство, г. министръ, въ присутствіи всѣхъ членовъ юридическаго факультета,

принялъ и выслушалъ заявленіе профессора М. П. Смирнова о готовности г. Ягича возвратиться въ новороссійскій университетъ; г) тотъ живой интересъ, съ какимъ профессоръ Смирновъ, членъ филологическаго факультета, сообщалъ объ этой готовности его сіятельству; д) что при такихъ данныхъ не можетъ быть никакого сомнѣнія, что и весь составъ филологическаго факультета вполне сочувственно отнесется къ возвращенію проф. Ягича въ его среду; е) наконецъ, принимая во вниманіе, что при томъ высокомъ интересѣ, какой представляетъ и долженъ представлять проф. Ягичъ для всякаго русскаго университета, при первомъ же извѣстіи о его готовности возвратиться въ Россію, новороссійскій университетъ будетъ предупрежденъ другимъ университетомъ въ чести имѣть профессора Ягича въ своей средѣ, — мы, нижеподписавшіеся, имѣемъ честь войти въ совѣтъ съ предложеніемъ слѣдующаго содержанія: предложить филологическому факультету обсудить вопросъ о переходѣ проф. Ягича въ новороссійскій университетъ и представить въ совѣтъ свое заключеніе объ этомъ въ первое сентябрьское засѣданіе совѣта».

б) Докладъ г. ректора по поводу этого предложенія: «предложеніе профессоровъ Цитовича и Ярошенка мною не могло быть иначе разсматриваемо какъ только заявленіе о фактѣ, указывающемъ на существованіе на историко-филологическомъ факультетѣ вакантной каѳедры и на возможность ея замѣщенія. Заявленіе такое, прежде всего, налагало на меня обязанность обратиться въ факультетъ съ предложеніемъ сообщить мнѣ данныя, которыя объяснили бы мнѣ положеніе дѣла, указываемое въ означенномъ предложеніи гг. Цитовича и Ярошенка. Къ этому меня прямо обязываетъ § 28 унив. устава, вмѣняющій ректору наб-

люденіе за тѣмъ, чтобы принадлежація къ университету мѣста и лица исполняли свои обязанности и чтобы университетское преподаваніе шло правильно и въ надлежащей полнотѣ,—въ данномъ же случаѣ на историко-филологическомъ факультетѣ лежитъ одна изъ главнѣйшихъ обязанностей, именно обязанность заботиться о замѣщеніи одной изъ вакантныхъ кафедръ, такъ какъ только подъ условіемъ ихъ замѣщенія университетское преподаваніе будетъ идти вполне правильно и въ надлежащей полнотѣ. Понятно, что если-бы по полученіи отъ факультета необходимыхъ объясненій оказалось, что предложеніе профессоръ Цитовича и Ярошенка не имѣетъ достаточнаго основанія, то предложеніе это должно было бы остаться безъ послѣдствій; въ противномъ же случаѣ на мнѣ, по силѣ 28 § уст., лежала бы прямая обязанность войти, съ своей стороны, съ предложеніемъ въ совѣтъ о принятіи мѣръ для замѣщенія вакантнаго мѣста. Изъ сказаннаго же мною прямо вытекаетъ, что я и не имѣлъ въ виду докладывать предложеніе профессоръ Цитовича и Ярошенка прямо въ совѣтъ, такъ какъ, на основаніи § 70 уст., вопросъ о предложеніи баллотированія кандидатовъ на вакантныя преподавательскія мѣста принадлежитъ исключительно факультету и только въ случаѣ, если факультетъ не исполняетъ своихъ обязанностей, на основаніи устава, я долженъ былъ бы доложить объ этомъ совѣту. Вотъ почему, получивъ бумагу профессоръ Цитовича и Ярошенка, я, на основаніи 2 п. § 28-го устава, предложеніемъ отъ 3-го мая за № 839, просилъ историко-филологическій факультетъ увѣдомить меня къ предстоящему совѣту, приняты-ли мѣры и какія для замѣщенія вакантной кафедры сравнительной грамматики индоевропейскихъ языковъ и не вошелъ-ли уже факультетъ въ сношенія съ

профессоромъ Ягичемъ. Кромѣ исполненія лежащей на мнѣ обязанности по наблюденію за преподаваніемъ, я имѣлъ при этомъ въ виду также и интересы историко-филологическаго факультета, желалъ получить отъ него объясненіе всѣхъ обстоятельствъ, показывающихъ, что факультетъ, какъ я, впрочемъ, въ этомъ всегда былъ увѣренъ, строго исполнялъ обязанности по замѣщенію вакантныхъ кафедръ. Между тѣмъ, на мое предложеніе, адресованное на имя историко-филологическаго факультета, г. деканъ этого факультета прислалъ отъ своего имени бумагу слѣдующаго содержания: «вслѣдствіе отношенія вашего превосходительства отъ 3-го мая 1876 года за № 839, имѣю честь довести до вашего свѣдѣнія слѣдующіе пункты: 1) не уразумѣвая, въ какомъ отношеніи къ вопросу о замѣщеніи вакантныхъ кафедръ находится 2 п. § 28 унив. устава, такъ какъ въ немъ говорится только о правильномъ и полномъ выполненіи программъ: «чтобы университетское преподаваніе шло правильно и въ надлежащей полнотѣ, сообразно программамъ, которыя будутъ утверждены факультетами», тѣмъ не менѣе имѣю честь представить отвѣты на два предложенныхъ вами вопроса; 2) на первый вопросъ о томъ «приняты-ли мѣры и какія для замѣщенія вакантной кафедры сравнительной грамматики индоевропейскихъ языковъ» могу сообщить, что факультетъ поручилъ мнѣ войти въ сношеніе съ магистрантомъ по сравнительному языкознанію Всеволодомъ Миллеромъ, который, какъ сообщилъ мнѣ недавно, въ іюлѣ окончитъ печатаніе своей диссертациі; 3) на второй вопросъ «не вошелъ-ли уже факультетъ въ сношеніе съ профессоромъ Ягичемъ» могу сообщить, что факультету официально ничего неизвѣстно о желаніи профессора Ягича войти въ составъ нашего факультета на

каедру сравнительнаго языкознанія, а потому факультетъ и не могъ входить въ сношенія съ проф. Ягичемъ». Такъ какъ изъ этой бумаги ясно видно, что г. деканъ историко-филологическаго факультета не далъ немедленнаго хода моему предложенію, какъ того требовало существо дѣла, то я вынужденъ былъ дать г. декану новое предложеніе за № 841 слѣдующаго содержания: «не усматривая изъ донесенія вашего, поданнаго 4 мая, чтобы предложеніе мое отъ 3-го мая за № 839, адресованное въ историко-филологическій факультетъ, было разсматриваемо въ факультетскомъ собраніи, имѣю честь вторично просить васъ, милостивый государь, внести его въ факультетское собраніе, такъ какъ мнѣ необходимъ его отзывъ, а не ваше личное мнѣніе. При этомъ долгомъ считаю присовокупить, что я, въ свою очередь, не уразумѣваю съ какою цѣлію вы изволили изложить въ 2 п. вашего донесенія толкованіе 28 § унив. устава, о чемъ я васъ вовсе не просилъ. Если же смыслъ его тотъ, что вы считаете незаконнымъ мое распоряженіе, изложенное въ предложеніи за № 839, и потому подлежащимъ разсмотрѣнію факультета, въ такомъ смыслѣ покорнѣйше прошу увѣдомить меня въ этомъ смыслѣ, чтобы я могъ принять дальнѣйшія распоряженія по настоящему дѣлу. При семъ имѣю честь приложить копію предложенія профессоровъ Цитовича и Ярошенка для доклада факультету». Сегодня мною получена отъ декана историко-филологическаго факультета слѣдующая бумага: «въ отвѣтъ на предложеніе вашего превосходительства отъ 4 мая за № 841, имѣю честь донести, что я крайне затрудняюсь доложить факультету предложеніе гг. профессоровъ Цитовича и Ярошенка, какъ еще незаслушанное въ совѣтѣ». Въ виду категорическаго отказа г. декана историко-филологическаго факультета до-

ложить мое предложеніе факультету и лишенный такимъ образомъ возможности получить отъ факультета объясненіе по настоящему дѣлу, я считаю себя вынужденнымъ передать все это дѣло на благоусмотрѣніе совѣта, прося его съ своей стороны принять мѣры къ тому, чтобы историко-филологическій факультетъ сообщилъ всѣ данныя по настоящему дѣлу и представилъ-бы свое заключеніе по оному къ первому сентябрьскому засѣданію совѣта. Таковы обстоятельства, въ силу которыхъ я вынужденъ былъ доложить совѣту въ настоящемъ засѣданіи и самое предложеніе профессоровъ Цитовича и Ярошенка. Я вполне надѣюсь, что совѣтъ обратитъ полное вниманіе на все это дѣло. Если наблюденіе за преподаваніемъ входитъ въ кругъ обязанностей ректора, что я въ данномъ случаѣ и исполнилъ вполне, на сколько это отъ меня зависѣло, то тѣмъ болѣе совѣтъ, какъ высшая инстанція по вопросамъ университетскаго образованія, не можетъ оставить безъ послѣдствій такой существенно-важный вопросъ, какъ замѣщеніе вакантныхъ кафедръ въ университетѣ. Какое бы ни послѣдовало рѣшеніе совѣта по настоящему дѣлу, честь имѣю покорнѣйше просить настоящее мое предложеніе внести въ протоколъ».

Послѣ преній поставленъ былъ предсѣдателемъ на голосованіе вопросъ: принимаетъ или отклоняетъ совѣтъ предложеніе ректора просить историко-филологическій факультетъ сообщить объясненія по дѣлу, возбужденному предложеніемъ гг. Цитовича и Ярошенка къ первому сентябрьскому засѣданію. Большинствомъ 10 голосовъ противъ 6-ти (гг. Умовъ, Бударяцевъ, Войтковскій, Патлаевскій, Сабининъ, ректоръ) предложеніе г. ректора отклонено. *Опредѣлили*: записать въ протоколъ.

17. Донесеніе профессора Григоровича о принесенныхъ

имъ въ даръ университетской библіотеки: 1) лѣтописный сборникъ XVIII в., 2) латинская рукопись Овена, епигр., 3) соч. Шафирова—о причинахъ шведской войны, 1700. *Опредѣлили*: благодарить профессора Григоровича за пожертваніе, а книги передать въ библіотеку по назначенію.

18. Проектъ раздѣла между преподавателями суммы сбора за слушаніе посторонними лицами лекцій во 2-й половинѣ 1875—76 учебного года. *Опредѣлили*: утвердить.

19. Отношеніе Императорской археологической комиссіи съ вопросомъ, нѣтъ-ли препятствій къ опредѣленію доцента Бондакова младшимъ членомъ комиссіи, съ сохраненіемъ занимаемой имъ нынѣ должности. *Опредѣлили*: увѣдомить, что со стороны совѣта нѣтъ препятствій.

20. Происходило избраніе архитектора изъ 8-ми соискателей, которыми явились: гг. Апышковъ, Владекъ, Бонстантиновъ, фонъ-Бругъ, Весманъ, Озмидовъ, Масъ и Будашевъ.

Въ результатѣ баллотировокъ оказался избраннымъ на должность архитектора университета архитекторъ Иванъ Бонстантиновъ, получившій 11 голосовъ избирательныхъ и 6 неизбирательныхъ. *Опредѣлили*: согласно состоявшемуся избранію просить г. попечителя объ утвержденіи г. Бонстантинова въ должности университетскаго архитектора.

Засѣданіе 29-го мая.

Присутствовали 16 профессоровъ.

Слушали:

Предложенія г. попечителя одесскаго учебнаго округа:

2. Отъ 7-го мая за № 3300 о разрѣшеніи командировокъ экстраординарнымъ профессорамъ Лигину, Умову и

Волкову и астроному-наблюдателю Блоку въ Лондонъ на открытую тамъ въ южно-кенсингтонскомъ музеѣ выставку научныхъ принадлежностей съ 15-го мая по 1-е августа текущаго года. *Опредѣлили*: принять къ свѣдѣнію и распоряженію.

3. Отъ 8-го мая за № 3316 объ утвержденіи въ должности университетскаго архитектора избраннаго совѣтомъ архитектора Ивана Константинова.

При этомъ доложено, что г. Константиновъ вступилъ уже въ должность. *Опредѣлили*: за сдѣланнымъ распоряженіемъ принять къ свѣдѣнію.

4. Отъ того же числа за № 3318 объ утвержденіи избранныхъ совѣтомъ профессоровъ Григоровича, Юргевича и Шведова членами попечительскаго совѣта. *Опредѣлили*: принять къ свѣдѣнію.

5. Отъ 10-го мая за № 3364 объ утвержденіи профессора Императорскаго с.-петербургскаго университета И. М. Сѣченова почетнымъ членомъ новороссійскаго университета.

При этомъ доложено, что дипломъ на званіе почетнаго члена уже отправленъ профессору Сѣченову. *Опредѣлили*: принять къ свѣдѣнію.

7. Представленія факультетовъ о результатахъ переводныхъ и окончательныхъ испытаній студентовъ. *Опредѣлили*: 1, ностороннихъ слушателей, выдержавшихъ удовлетворительно испытанія въ предметахъ I-го курса, зачислить студентами II-го курса съ будущаго академическаго года; 2, переводъ студентовъ въ слѣдующіе курсы утвердить; 3, ходатайствовать предъ г. попечителемъ о допущеніи переекзаменовъ для лицъ, означенныхъ въ представленіи юридическаго факультета; 4, утвердить въ ученыхъ степе-

няхъ и званіяхъ студентовъ, удостоенныхъ факультетами; распредѣленіе стипендій поручить правленію.

8. Представленіе физико-математическаго факультета объ утвержденіи Дубецкаго Николая въ степени кандидата *Опредѣлили*: утвердить.

9. Представленіе того же факультета о награжденіи золотою медалью автора разсужденія «кинематическая теорія зацѣпленій» съ девизомъ «математическая формула въ области мышленія тоже самое, что фокусъ собирательнаго стекла въ мірѣ физическомъ» и т. д. и о напечатаніи отзыва профессора Лигина объ этомъ разсужденіи при протоколахъ совѣта.

По выслушаніи отзыва, совѣтъ согласился съ заключеніемъ факультета, а по вскрытіи конверта съ девизомъ оказалось, что сочиненіе написано студентомъ IV курса Хаимомъ Гохманомъ. *Опредѣлили*: утвердивъ представленіе факультета, выдать медаль на актѣ автору.

10. Представленіе его же о рекомендованіи министерству для приготовленія къ званію учителей реальныхъ училищъ по химіи: 1) кандидата естественныхъ наукъ Танатара и 2) окончившаго курсъ по разряду естественныхъ наукъ Софіанова. При этомъ факультетъ присовокупляетъ, что г. Софіановъ находитъ возможнымъ принять командировку для приготовленія къ званію учителя реальныхъ училищъ и по агрономіи, и что факультетъ считаетъ его вполне способнымъ сдѣлаться преподавателемъ этого предмета. *Опредѣлили*: представить г. попечителю.

11. Представленіе того же факультета объ исключеніи изъ распредѣленія лекцій на будущій академическій годъ одного часа по минералогіи для студентовъ II-го курса раз-

ряда естественныхъ наукъ, по вторникамъ, отъ 10 до 11 часовъ. *Опредѣлили*: исключить.

12. Представленіе историко-филологическаго факультета съ отчетомъ, представленнымъ заслуженнымъ профессоромъ Григоровичемъ по поводу его командировки въ 1875 году. *Опредѣлили*: отчетъ съ представлениемъ факультета принять къ свѣдѣнію.

13. Представленія историко-филологическаго, физико-математическаго и юридическаго факультетовъ съ темами, назначенными для соисканія студентами медалей въ будущемъ 1876—77 учебномъ году. *Опредѣлили*: утвердить и объявить студентамъ.

14. Представленіе физико-математическаго факультета о назначеніи 200 р. изъ специальныхъ средствъ на поѣздку астронома въ Варшаву и Берлинъ съ цѣлью опредѣленія въ Берлинѣ личнаго уравненія, а въ Варшаву для приема сигналовъ, проходящихъ между Берлиномъ, Вѣной и Гринвичемъ и служащихъ для опредѣленія долготы обсерваторіи новороссійскаго университета.

При этомъ должно было, въ видѣ справки, опредѣленіе совѣта 6-го марта 1875 года о томъ, что въ засѣданіяхъ совѣта, происходящихъ послѣ 25-го мая и въ августѣ, не должны быть возбуждаемы и рѣшаемы, между прочимъ, дѣла о распредѣленіи суммы, собираемой за слушаніе лекцій.

Большинствомъ 10 голосовъ противъ 5 *Опредѣлили*: выдать двѣсти рублей на означенную надобность и обязать представить отчетъ о командировкѣ.

15. Отложенное до настоящаго засѣданія ходатайство доцента Успенскаго о причисленіи его въ очередь къ тѣмъ лицамъ, которыя имѣютъ быть съ теченіемъ времени удов-

летворены подъемными средствами. *Опредѣлили:* отложить.

16. Представленіе юридическаго факультета объ утвержденіи въ степени кандидата Германсона Павла, Папудогло Семена и князя Павла Маматова. *Опредѣлили:* утвердить.

17. Прошеніе заслуженнаго ординарнаго профессора В. Григоровича объ увольненіи его отъ занимаемой имъ должности.

Въ виду высокихъ научныхъ достоинствъ и полезной педагогической дѣятельности профессора Григоровича, единоголосно *Опредѣлили:* просить его остаться на службѣ.

(Приложеніе къ ст. 9-й).

Отзывъ пр. Лигина о разсужденіи „Кинематическая теорія зацѣпленій“

представленномъ на тему, заданную физико-математическимъ факультетомъ для соисканія медалей въ 1878/79 учебномъ году, съ эпиграфомъ «Математическая формула въ области мышленія то же самое, что фокусъ собирательнаго стекла въ мірѣ физическомъ: какъ въ одной точкѣ, фокусѣ, собраны все лучи, падающіе на стекло, такъ въ одной формулѣ собраны все мысли, касающіяся разсматриваемаго вопроса; какъ изъ фокуса лучи расходятся опять, такъ изъ той же формулы выводятся все частные случаи вопроса».

Первый опытъ исполнѣ общаго рѣшенія вопроса объ опредѣленіи сопряженныхъ поверхностей зацѣпленій представляетъ глубокое изслѣдованіе Теодора Оливье «Théorie géométrique des engrenages». Но появленіе этого сочиненія, плода двадцатипяти-лѣтнихъ трудовъ извѣстнаго геометра, относилось къ эпохѣ (1842), когда кинематика находилась еще почти въ зачаточномъ состояніи: едва еще были найдены Эйлеромъ и Шалемъ нѣсколько основныхъ законовъ

движенія неизмѣняемой системы, едва Амперомъ было дано точное опредѣленіе новаго ученія, едва успѣло появиться первое сочиненіе по геометрической теоріи передаточныхъ механизмовъ знаменитаго, недавно умершаго Роберта Виллиса ¹⁾. Этимъ объясняется, почему изслѣдованіе Оливье носить чисто геометрической, а не кинематической характеръ. Незнаніе кинематическихъ законовъ дѣлало избранный этимъ авторомъ новый, и безъ того трудный по своей общности, путь, едва проложенный Монжемъ введеніемъ понятія объ огибающихъ поверхностяхъ, еще болѣе торнымъ и нерѣдко лишало конечные выводы ихъ истиннаго значенія и желаемой общности.

Виллисъ первый оцѣнилъ всю плодотворность кинематического метода при изученіи вопроса о сопряженныхъ поверхностяхъ. За нимъ послѣдовали и всѣ позднѣйшіе писатели; послѣ сочиненія Оливье едва ли можно указать на монографію или курсъ, гдѣ бы предметъ излагался не на кинематическихъ началахъ. Но, съ другой стороны, что было выиграно въ методѣ начало теряться въ научной полнотѣ. Почти всѣ авторы послѣ Оливье обращали главное вниманіе лишь на нѣкоторые частные типы зацѣпленій, которымъ практика издавна и исключительно дала свою санкцію. При такомъ превратномъ подчиненіи теоретической разработки вопроса укоренившимся и часто рутиннымъ практическимъ возрѣніямъ, выгодная роль должна была выпасть конечно на долю однихъ цилиндрическихъ и коническихъ, да пожалуй еще Уайтовыхъ колесъ; зацѣпленій

¹⁾ Изданіе «Principles of mechanism» Виллиса только нѣсколькими мѣсяцами предшествовало появленію труда Оливье, чѣмъ также подтверждается и по другимъ обстоятельствамъ весьма вѣроятное предположеніе, что Оливье не зналъ книги Виллиса до изданія своего сочиненія.

съ *косыми* осями ¹⁾ касались только вскользь, видя въ нихъ остроумные, но практически не примѣнимые механизмы, или же ограничивались описаніемъ одного безконечнаго винта.

Такимъ образомъ, общая теорія Оливье для зацѣпленій съ произвольными осями была почти забыта. Въ единственномъ новѣйшемъ спеціальному сочиненіи Гупильера встрѣчаемъ на первой же страницѣ чуть не смертельный приговоръ этой теоріи ²⁾; попытки Пютцера и Тессари ³⁾ напомнить несправедливо покинутую область остались пока безъ вниманія. Между тѣмъ вѣнская всемірная выставка цѣлымъ рядомъ примѣровъ ясно показала, что та боязнь, съ какой прежніе машиностроители относились къ прямой передачѣ вращенія между косыми осями, въ послѣднее время уже значительно ослабла и что зацѣпленія съ такими осями все болѣе и болѣе перестаютъ быть диковиной въ новѣйшихъ машинахъ ⁴⁾.

Результатомъ сказаннаго вышло, что тогда какъ теорія зацѣпленій съ осями параллельными и пересѣкающимися болѣе тридцати лѣтъ тому назадъ уже была перенесена на кинематическую почву, на которой и продолжала успѣшно развиваться, самые общіе затронутые Оливье

¹⁾ Такъ я, для краткости, называю оси, не лежація въ одной плоскости.

²⁾ Haton de la Goupillière, «Traité théorique et pratique des engrenages», 1861; въ предисловіи говорится о сочиненіи Оливье «cet ouvrage doit son intérêt à de savantes recherches géométriques qui sont à peu près sans utilité pour l'application».

³⁾ Pützer, «Ueber den spiraloidischen Zahneingriff», Zeitschrift des Vereins der deutschen Ingenieure, Bd. IV, 1861. — Tessari, «Sopra la costruzione degli ingrannaggi ad assi non concorrenti». Annali del R. Museo Industriale Italiano, 1871.

⁴⁾ Сравн. Keller, «Berechnung und Construction der Triebwerke» 1874, стр. 140.

вопросы о зацѣпленіяхъ съ косыми осями до сихъ поръ остались въ первоначальномъ состояніи, не смотря ни на ихъ научный интересъ, ни даже на то практическое значеніе, какое упрочили за ними новѣйшіе успѣхи машиннаго дѣла.

Указаннымъ положеніемъ вопроса опредѣлялось въ общихъ чертахъ направленіе, въ которомъ предстояло трудиться соискателямъ, отвѣчающимъ на тему, предложенную въ настоящемъ году физико-математическимъ факультетомъ.

Общая характеристическая особенность, которую отличается разсужденіе съ эпиграфомъ «Математическая формула» и пр., заключается въ избранномъ авторомъ методѣ изслѣдованія. При опредѣленіи вида и свойствъ сопряженныхъ поверхностей зацѣпленій, геометры пользовались почти исключительно методомъ геометрическимъ; только по очень немногимъ и при томъ весьма частнымъ задачамъ мы встрѣчаемъ аналитическія рѣшенія въ трудахъ Оливье ¹⁾, Ганзена ²⁾, Штарка ³⁾, Беллера ⁴⁾ и др. Такое предпочтеніе геометрическаго способа оправдывается конечно простотой, быстротой и ясностью, съ которыми геометрическія соображенія ведутъ къ цѣли въ подобнаго рода изысканіяхъ. Но нельзя съ удовольствіемъ не привѣтствовать и первую попытку аналитическаго рѣшенія вопроса въ его самомъ общемъ видѣ, какую мы встрѣчаемъ въ представленномъ въ факультетъ разсужденіи, и не видѣть въ этой его особенности серьезную заслугу; тѣмъ болѣе,

¹⁾ «Th. géom., d. engr.» chap. III, § III; chap. IV, § II.

²⁾ Berichte über die Verhandlungen der kgl. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften in Leipzig; Band 17.

³⁾ Technische Blätter, 1869.

⁴⁾ «Berechnung und Construction der Triebwerke», §§ 20, 21.

что неизбежная и нѣсколько устрашающая сложность аналитическаго способа вознаграждается такою общностью выводовъ, которая не всегда доступна геометрическимъ приѣмамъ и можетъ пролить новый свѣтъ на многія стороны предмета.

Предпославъ эти общія замѣчанія, перехожу къ подробному разбору представленнаго сочиненія, которое распадается на предисловіе, примѣчаніе и три главы.

Предисловіе содержитъ историческій очеркъ развитія теоріи зацѣпленій и нѣсколько словъ о цѣли труда автора. Историческій очеркъ довольно полонъ, хотя мало обстоятеленъ. Авторъ совсѣмъ не упоминаетъ о катящемся зацѣпленіи Оливье съ косыми осями, представляющемъ обобщеніе Уайтовыхъ системъ¹⁾, и о томъ особенномъ типѣ, которому Оливье далъ названіе штопорнаго зацѣпленія (*engrenage à tige-bouchon*)²⁾. Многія свѣдѣнія почерпнуты непосредственно изъ предисловія къ книгѣ Оливье, безъ самостоятельной провѣрки. Сверхъ того, нѣкоторыя историческія данныя не точны. Такъ авторъ грубо ошибается, утверждая, что древнѣйшій изъ извѣстныхъ въ практикѣ типовъ зацѣпленій есть безконечный винтъ и неосновательно приписываетъ изобрѣтеніе этого механизма Паппу. Весьма трудно даже съ приблизительною точностью указать на время изобрѣтенія зубчатыхъ колесъ, восходящаго вѣроятно до чрезвычайно отдаленной эпохи³⁾, хотя и приписываемаго то Бтезибію или его ученику Герону⁴⁾, то Аристотелю или Архи-

¹⁾ Journal de Liouville, 1-re série, t. IV, an. 1839, стр. 304 и «Th. géom. d. engr.», chap. IV.

²⁾ Journal de Liouville, 1-re série, t. V, an. 1840, стр. 151.

³⁾ Сравн. Reuleaux, «Theoretische Kinematik», стр. 60⁸. примѣчаніе 11.

⁴⁾ Arago, «Sur les machines à vapeur». Annuaire du bureau des longitudes pour l'an 1829.

меду ¹⁾; во всякомъ случаѣ, положительно извѣстно, что эти приводы были въ употребленіи у древнихъ грековъ по крайней мѣрѣ за полтора столѣтія до Р. Х. Что же касается до безконечнаго винта, то Паппъ, описывая подобный механизмъ въ восьмой книгѣ своихъ «Математическихъ собраній», по всей вѣроятности только излагалъ уже до него извѣстное.

Въ примѣчаніи, слѣдующемъ за предисловіемъ, изложены нѣкоторыя предварительныя условія касательно счета разстояній и угловъ, встрѣчающихся въ вопросѣ объ относительномъ движеніи двухъ вращающихся неизмѣняемыхъ системъ. Эти условія имѣютъ цѣлью, для достиженія возможной простоты и общности послѣдующихъ выводовъ, представить нѣкоторыя формулы, часто употребляемыя въ теоріи зацѣпленій, въ видѣ на столько общемъ, чтобы онѣ относились ко всѣмъ возможнымъ расположеніямъ осей и направленіямъ вращеній и въ то же время не содержали двойныхъ знаковъ, подобно формуламъ Беллера ²⁾.

Первая половина первой главы составляетъ основную часть разсужденія. Здѣсь изложены самыя общія рѣшенія существенныхъ вопросовъ кинематической теоріи зацѣпленій, независимо ни отъ какихъ частныхъ предположеній о положеніи осей, о видѣ или о родѣ движенія образующей поверхности (рѣзца). Указавъ на основную задачу изслѣдованія и на различіе между линейными и точечными системами, авторъ излагаетъ два общіе способа Оливье для разысканія сопряженныхъ поверхностей Φ , Φ' ; при этомъ онъ напрасно полагаетъ каждую изъ угловыхъ скоростей ω , ω' вращенія

¹⁾ Rühlmann, «Allgemeine Maschinenlehre», Band I, 2-te Auflage, 1875, стр. 32.

²⁾ «Beitrag zur Theorie der Bewegungsübertragung zwischen zwei beliebig im Raum liegenden Axen». Zeitschrift des Vereins der deutschen Ingenieure, Bd. XIV. 1870.

около осей зацѣпленія постоянною; такое допущеніе безъ нужды съуживаетъ общность всѣхъ его выводовъ, которые не перестали бы быть справедливыми и при болѣе общемъ условіи постоянства одного *отношенія* угловыхъ скоростей. При изложеніи втораго способа Оливье, въ которомъ образующая поверхность предполагается неизмѣняемо связанною съ одной изъ осей и сама есть одна изъ сопряженныхъ поверхностей, бездоказательно утверждается, что въ первомъ, болѣе общемъ, способѣ всегда возможно выбрать образующую поверхность Σ и ея движеніе такъ, чтобы двѣ характеристики λ, λ' , по которымъ Σ касается своихъ двухъ огибающихъ Φ, Φ' , постоянно совпадали; возможность подобнаго выбора требуетъ подтвержденія, дать которое представлялся удобный случай при разборѣ условій линейнаго зацѣпленія въ началѣ втораго параграфа той же главы. Изложивъ общіе способы Оливье геометрически, авторъ переходитъ къ ихъ аналитической формулировкѣ, труду впервые имъ предпринятому и составляющему основаніе его своеобразнаго изложенія предмета. Избравъ три системы прямоугольныхъ осей, изъ которыхъ одна, (J) , неподвижна, а двѣ другія, $(M), (M')$, соответственно связаны съ осями A, A' зацѣпленія, авторъ выходитъ изъ формулъ преобразованія координатъ системы (J) въ координаты системы (M) и опредѣляетъ значеніе входящихъ въ нихъ девяти коэффициентовъ при координатахъ въ функции отъ времени; полученные такимъ образомъ зависимости можно разсматривать какъ основныя уравненія всей аналитической теоріи сопряженныхъ поверхностей зацѣпленій. Прилагая эти уравненія къ частному случаю, когда уголъ β между осями равенъ 0° или 180° , авторъ, между прочимъ, приходитъ къ заключенію, что при $\beta=0^\circ$ и $\omega=\omega'$ различ-

ныя точки системы (M') описываютъ въ системѣ (M) равныя окружности, координаты центровъ которыхъ относительно (M) равны координатамъ описывающихъ точекъ относительно (M'); этотъ любопытный выводъ приводитъ его во второй главѣ къ одному замѣчательному типу плоскихъ зацѣплений, въ возможности котораго нерѣдко сомнѣвались и къ которому мы возвратимся ниже.

Указавъ на примѣненіе своихъ основныхъ зависимостей къ разысканію уравненій сопряженныхъ поверхностей Φ, Φ' относительно системъ (M), (M'), (J), авторъ останавливается на весьма важномъ вопросѣ объ общихъ признакахъ линейнаго, точечнаго и невозможнаго зацѣпленія. Съ этой цѣлью онъ находитъ систему трехъ уравненій, опредѣляющихъ координаты точки пересѣченія двухъ характеристикъ λ, λ' образующей поверхности въ ея двухъ относительныхъ движеніяхъ въ (M) и (M'); если эти три уравненія различны и совмѣстны, зацѣпленіе будетъ точечное; если одно изъ нихъ есть слѣдствіе двухъ другихъ, зацѣпленіе будетъ линейное; наконецъ, если уравненія не совмѣстны, то зацѣпленіе невозможно. Какъ этотъ естественный путь рѣшенія, такъ и вся постановка вопроса въ столь общей формѣ встрѣчаются впервые у нашего автора, что легко объясняется ихъ недоступностію общепринятымъ въ предметѣ геометрическимъ приемамъ. Пользуясь найденнымъ условіемъ линейнаго зацѣпленія, авторъ аналитически выводитъ второй способъ Оливье для опредѣленія сопряженныхъ поверхностей изъ перваго; этотъ выводъ, основанный на тождественности функціи e^z съ своею производною, замѣчателенъ по своей изящности.

За основнымъ вопросомъ объ опредѣленіи сопряженныхъ поверхностей Φ, Φ' по данной образующей Σ , непосред-

ственно слѣдуютъ, по своей важности для излагаемой теоріи, вопросы объ опредѣленіи, по даннымъ Φ, Φ' , линіи L точекъ касанія или поверхности S линій касанія поверхностей Φ, Φ' въ неподвижномъ пространствѣ и линій l, l' точекъ касанія поверхностей Φ, Φ' въ системахъ (M) и (M') . Уравненіе поверхности S было выведено для частнаго случая цилиндрическихъ зацѣпленій Штаркомъ ¹⁾ и Беллеромъ ²⁾; авторъ даетъ въ самомъ общемъ видѣ уравненія каждаго изъ геометрическихъ мѣстъ L, S, l, l' для косыхъ осей.

Эта основная часть разсужденія заканчивается аналитическимъ изслѣдованіемъ признаковъ выпукло-выпуклаго и выпукло-вогнутаго зацѣпленія, имѣющихъ, какъ извѣстно, важное практическое значеніе. Къ сожалѣнію, сдѣланные здѣсь общіе выводы остались безъ всякаго примѣненія въ тѣхъ частяхъ сочиненія, которыя посвящены разбору различныхъ частныхъ типовъ зацѣпленій.

Большая часть второй половины первой главы имѣетъ предметомъ примѣненіе прежде найденныхъ выводовъ къ изслѣдованію общихъ свойствъ той группы зацѣпленій, въ которыхъ образующею поверхностью служитъ плоскость и, слѣдовательно, каждая изъ сопряженныхъ поверхностей Φ, Φ' есть поверхность линейчатая развертывающаяся. Авторъ находитъ уравненіе ребра возврата ρ огибающей Φ и выраженія для радіусовъ первой и второй кривизны линіи ρ въ функціяхъ коэффициентовъ уравненія образующей плоскости. При выводѣ этихъ зависимостей авторъ сталкивается съ понятіями о *спрямляющей плоскости* (plan rectifiant Ланкре ³⁾) и о *спрямляющей поверхности* (surface recti-

¹⁾ Technische Blätter, 1869.

²⁾ «Berechnung und Construction der Triebwerke», § 21.

³⁾ Lancret, «Mémoire sur les courbes à double courbure». Mémoires présentés, т. I, стр. 420.

fiante) линии ρ ; но, незнакомый съ геометрической теоріей кривыхъ двойной кривизны, онъ связываетъ эти два образа не съ линією ρ , а съ развертывающеюся поверхностію Φ , и предлагаетъ даже для спрямляющей поверхности \mathcal{E} названіе «кривой развертки» поверхности Φ , опираясь на нѣкоторыя свойства, которыми обладаетъ \mathcal{E} по отношенію къ Φ . Оканчивая изслѣдованіе свойствъ сопряженныхъ огибающихъ плоскости, авторъ даетъ нѣсколько длинное, но остроумное доказательство замѣченной въ первый разъ Айри тождественности двухъ извѣстныхъ общихъ методовъ (способа огибающихъ и способа рулеттъ) для построенія профилей плоскихъ зацѣпленій.

Въ концѣ первой главы авторъ снова возвращается къ зацѣпленіямъ съ произвольной образующей поверхностію, съ цѣлью установить различіе между зацѣпленіями скользящими и катящимися и указать на способы для нахождения катящихся системъ. Здѣсь встрѣчаемъ ту же ошибку, которую дѣлаетъ Гуцильеръ въ § 34 своего сочиненія о зацѣпленіяхъ: изъ того, что при косыхъ осяхъ всѣ точки мгновенной оси относительнаго движенія двухъ системъ (M), (M') имѣютъ скорости не равныя нулю, авторъ заключаетъ, что для такихъ осей катящееся зацѣпленіе невозможно; Оливье еще въ 1816 году доказалъ противное и неоднократно¹⁾ обращалъ вниманіе практиковъ на изобрѣтенную имъ катящуюся систему съ косыми осями, названную имъ *engrenage hyperboloidique à la White* и отличающуюся существенно отъ Уайтовыхъ колесъ только родомъ катанія, которое въ послѣднихъ — *прямое*, а въ системѣ Оливье — *уловое*.

¹⁾ См. 1) «Note sur les diverses espèces de frottement qui peuvent exister entre deux courbes et deux surfaces», Paris. 1827; 2) двѣ статьи въ IV и V томѣ первой серіи журнала Лиувилля; 3) «Th. géom. d. engr.», chap IV.

Ошибочно сгузивъ этимъ предѣлы задачи о катящихся системахъ, авторъ останавливается на вопросѣ, возможны-ли подобныя системы для осей, лежащихъ въ одной плоскости, который въ свою очередь распадается на два другіе — о катящемся линейномъ и катящемся точечномъ зацѣпленіи. Рѣшенія автора въ обоихъ случаяхъ вполнѣ своеобразны. По отношенію къ линейнымъ системамъ авторъ оправдываетъ высказанную еще Эйлеромъ мысль о невозможности катящагося зацѣпленія. Переходя затѣмъ къ точечнымъ системамъ, онъ сначала показываетъ, что вопросъ сводится на отысканіе такихъ сопряженныхъ поверхностей Φ , Φ' , для которыхъ линия L точекъ касанія въ абсолютномъ пространствѣ совпадаетъ съ мгновенною осью относительнаго движенія системъ (M) , (M') ; по поводу послѣдней задачи авторъ даетъ здѣсь рѣшеніе общаго вопроса объ опредѣленіи, для какаго либо зацѣпленія, сопряженныхъ поверхностей Φ , Φ' по данному геометрическому мѣсту L ихъ точекъ касанія въ неподвижномъ пространствѣ или въ системахъ (M) , (M') , а примѣняя это рѣшеніе къ разсматриваемому частному случаю, убѣждается въ возможности точечныхъ катящихся системъ около параллельныхъ и пересѣкающихся осей при замѣненіи сопряженныхъ поверхностей сопряженными *линіями*, и, для частнаго примѣра, разбираетъ зацѣпленіе Уайта съ параллельными осями.

Вторая глава разсужденія посвящена выводу изъ изложенной прежде общей теоріи — различныхъ частныхъ типовъ зацѣпленій, которые могутъ быть произведены винтовымъ движеніемъ плоскости. Здѣсь авторъ прежде всего получаетъ всѣ типы, указанные Пютцеромъ въ его статьѣ «Über den spiraloïdischen Zahneingriff», а именно: 1) линейныя и точечныя зацѣпленія, въ которыхъ каждая изъ двухъ

сопряженныхъ поверхностей есть развѣтывающійся геликоидъ; 2) точечныя зацѣпленія, въ которыхъ каждая изъ двухъ сопряженныхъ поверхностей есть цилиндръ, имѣющій нормальнымъ сѣченіемъ развѣтывающую круга; 3) точечныя зацѣпленія и одно линейное зацѣпленіе (система Оливье), въ которыхъ одна изъ сопряженныхъ поверхностей есть развѣтывающійся геликоидъ, а другая — цилиндръ, имѣющій нормальнымъ сѣченіемъ развѣтывающую круга. Кромѣ самостоятельности метода, въ этой части труда обращаютъ на себя вниманіе слѣдующія поправки и дополненія къ изслѣдованіямъ Пютцера и Оливье. а) При разборѣ линейнаго типа геликоидальной системы 1) указывается на невозможность зацѣпленія въ случаѣ, когда образующая плоскость перпендикулярна къ мгновенной оси относительнаго движенія (M) въ (M') или (M') въ (M), ибо тогда оказывается, что объ характеристики λ, λ' не совпадаютъ, а параллельны; это обстоятельство упустилъ изъ виду Пютцеръ, формулируя условія линейнаго геликоидальнаго зацѣпленія словами «если сумма или разность радіусовъ основаній цилиндровъ, на которыхъ лежатъ ребра возврата геликоидовъ, равна кратчайшему разстоянію осей зацѣпленія и образующая плоскость параллельна этому кратчайшему разстоянію, то получается зацѣпленіе линейное»; къ двумъ указаннымъ здѣсь условіямъ необходимо присоединить третье — чтобы образующая плоскость не была перпендикулярна къ мгновенной оси относительнаго движенія. Оливье, разбирая условія линейнаго геликоидальнаго зацѣпленія, не замѣтилъ этого исключительнаго случая потому, что его изслѣдованіямъ были чужды всякія кинематическія представленія, а слѣдовательно и понятіе о мгновенной оси. б) По поводу линейнаго гели-

коидально-цилиндрическаго зацѣпленія 3) авторъ указываетъ на невѣрность окончательныхъ формулъ, данныхъ Оливье для этого типа на стр. 28 и 29 его «Théorie géométrique des engrenages». в) Говоря о независимости геликоидальнаго зацѣпленія 1) отъ угла β между его осями, авторъ дѣлаетъ весьма интересное въ практическомъ отношеніи и ускользнувшее отъ вниманія Пютцера замѣчаніе о существованіи опредѣленныхъ предѣловъ измѣняемости угла β , внѣ которыхъ зацѣпленіе дѣйствовать не можетъ.

Слѣдующій отдѣлъ второй главы посвященъ исключительно цилиндрическимъ зацѣпленіямъ съ параллельными осями. Разсматривая эти зацѣпленія какъ произведенныя движеніемъ плоскости и основываясь на найденныхъ въ началѣ той же главы зависимостяхъ для опредѣленія огибающихъ плоскости, перемѣщающейся винтовымъ движеніемъ, авторъ сначала получаетъ всѣ употребительные типы плоскихъ зацѣпленій, кромѣ зацѣпленія по развертывающимъ круга, которое было найдено раньше какъ частный случай геликоидальнаго типа: эпициклоидальную систему, систему съ плоскими гранями и цѣвочную систему. Последняя система выведена какъ частный случай изъ особеннаго, указаннаго авторомъ типа, въ которомъ каждый изъ сопряженныхъ профилей есть развертывающая обыкновенной эпициклоиды. Этотъ новый типъ есть въ сущности производный отъ обыкновеннаго эпициклоидальнаго: онъ получается изъ послѣдняго, замѣнивъ эпициклоиды имъ параллельными кривыми на основаніи протрактивнаго способа, приведеннаго Рѣло въ § 35 его «Theoretische Kinematik». Онъ заслуживаетъ вниманія съ точки зрѣнія классификаціи зацѣпленій, такъ какъ, становясь на рубежѣ между эпициклоидальной и цѣвочной системами, онъ пополняетъ пробѣлъ въ

ряду цилиндрическихъ типовъ и даетъ право разсматривать вторую систему какъ частный случай первой.

Несравненно большій интересъ представляютъ двѣ другія цилиндрическія системы, указанныя въ концѣ настоящаго отдѣла. Рѣчь идетъ о рѣшеніи слѣдующей кинематической задачи: помощью двухъ цилиндрическихъ зубчатыхъ колесъ преобразовать вращеніе около данной оси въ вращеніе около другой оси, параллельной первой, при условіи чтобы оба вращенія происходили съ равными угловыми скоростями и въ одну и ту же сторону. Вопросъ рѣшался бы выѣшнимъ зацѣпленіемъ изъ двухъ равныхъ цилиндрическихъ колесъ, если бы не требовалась одноименность вращеній; для удовлетворенія послѣдняго условія употребляютъ, какъ извѣстно, внутреннее зацѣпленіе; но, съ другой стороны, со свойствами обыкновеннаго внутренняго зацѣпленія не совмѣстимо условіе равенства угловыхъ скоростей, требующее равенства числа зубцовъ на обоихъ колесахъ. Вслѣдствіе этого противорѣчія сомнѣвались въ возможности рѣшенія приведенной задачи, пока Рёло, въ одномъ изслѣдованіи ¹⁾, опубликованномъ въ самое недавнее время, не предложилъ, подъ названіемъ *параллельныхъ колесъ* (Parallelräder), нѣсколько типовъ зацѣпленій, удовлетворяющихъ всѣмъ требованіямъ вопроса. Два изъ этихъ типовъ получены авторомъ разсматриваемаго разсужденія. Что авторъ былъ приведенъ къ нимъ совершенно независимо, въ этомъ убѣждаетъ прежде всего полнѣйшее различіе путей, которыми онъ и Рёло приходятъ къ цѣли; у перва-

¹⁾ Reuleaux, «Über die Parallelräder und einige verwandte Mechanismen.» Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleisses, 1875, Heft 2.

го сопряженные профили параллельныхъ колесъ получаютъ аналитически какъ очень частное слѣдствіе весьма общихъ, прежде выведенныхъ формулъ, тогда какъ Рёло находитъ ихъ на основаніи чисто геометрическихъ соображеній. Съ другой стороны, упомянутая выше статья Рёло появилась въ печати лишь за нѣсколько мѣсяцевъ до представленія разсужденія въ факультетъ и была помѣщена въ изданіи, весьма мало у насъ распространенномъ и едва ли доступномъ студенту.

Въ третьей и послѣдней главѣ изложена теорія двухъ зацѣпленій, которыя не могутъ быть произведены движениемъ плоскости: системы Тессари и безконечнаго винта.

При изложеніи теоріи зацѣпленія Тессари авторъ отступаетъ отъ выдержаннаго имъ во всѣхъ остальныхъ частяхъ сочиненія аналитическаго метода и пользуется способомъ графическимъ, употребленнымъ самимъ Тессари въ его статьѣ «*Sopra la costruzione degli ingranaggi ad assi non concorrenti*». О такомъ отступленіи нельзя не пожалѣть, какъ съ точки зрѣнія цѣльности изложенія, такъ и въ виду того, что аналитическое рѣшеніе, при всей его сложности, обнаружило бы однако нѣкоторыя свойства точной поверхности, сопряженной съ гиперболическимъ параболоидомъ, которыхъ не можетъ раскрыть приближенный графическій способъ Тессари. Вслѣдствіе полнаго сходства изложенія автора съ источникомъ, которымъ онъ здѣсь пользовался, эта часть разсужденія не представляетъ ничего интереснаго; въ нее вкралась даже одна ошибка, основанная на томъ заблужденіи автора, будто задача «вписать въ данный уголъ прямую данной длины параллельно данному направленію» неразрѣшима геометрически.

Интересъ труда снова возрастаетъ въ концѣ третьей

главы и всего сочинения, гдѣ авторъ, возвращаясь опять къ прежнему способу изслѣдованія, въ первый разъ даетъ аналитическую теорію точечнаго безконечнаго винта съ прямоугольной нарѣзкой. Изложенію этой теоріи онъ предпосылаетъ рѣшеніе общей задачи о разысканіи одной сопряженной поверхности Φ' , когда дана другая Φ и известна линія L точекъ касанія поверхностей Φ , Φ' въ неподвижномъ пространствѣ. Положивъ затѣмъ уголъ между косыми осями A , A' равнымъ прямому и принявъ за поверхность Φ косой геликоидъ съ направляющею плоскостью, а за линію L прямую, параллельную оси A и лежащую въ плоскости, проведенной чрезъ A перпендикулярно къ A' , онъ находитъ, что поверхность Φ' , сопряженная съ косымъ геликоидомъ Φ , есть развертывающійся геликоидъ. Въ заключеніе доказано, что полученная система безконечнаго винта съ прямоугольной нарѣзкой принадлежитъ къ зацѣпленіямъ точечнымъ; при этомъ авторъ напрасно не выяснилъ почему у Оливье ¹⁾ безконечный винтъ получается по тому изъ двухъ общихъ способовъ опредѣленія сопряженныхъ поверхностей, который можетъ давать одни линейныя зацѣпленія, что повидимому противорѣчитъ выводу автора, но легко объясняется указаннымъ Беланже ²⁾ дѣленіемъ употребляемыхъ въ практикѣ безконечныхъ винтовъ на два различные рода.

Изложеніе автора страдаетъ многими недостатками. Тяжелый, мало обработанный языкъ, неопытность въ письменномъ выраженіи математическихъ мыслей, частый произволь въ употребленіи специальныхъ терминовъ и даже

¹⁾ «Th. géom. d. engr.», стр. 11.

²⁾ Belanger, «Traité de Cinématique», 1864. p. 137.

знаковъ , неразборчивость въ выраженіяхъ производить неприятное впечатлѣніе, которое изглаживается лишь все возрастающимъ при чтеніи интересомъ къ полному самостоятельной мысли содержанию.

Наконецъ, смотря на рассужденіе съ точки зрѣнія тѣхъ спеціальныхъ требованій, которыя были выражены факультетомъ при заданіи темы, можно упрекнуть автора только въ совершенномъ невниманіи, съ какимъ онъ отнесся къ нѣкоторымъ далеко не лишеннымъ интереса частнымъ типамъ зацѣпленій съ косыми осями. Сюда я отношу прежде всего упомянутыя уже мною прежде гиперболоидальное и штопорное зацѣпленія Оливье, служащія единственными представителями катящихся системъ около косыхъ осей; затѣмъ—систему винтовыхъ колесъ, происходящую отъ безконечнаго винта ¹⁾, которая начинаетъ уже проникать въ практику, какъ показали нѣкоторые примѣры на вѣнской выставкѣ; наконецъ—описанную Виллисомъ ²⁾, но извѣстную вѣроятно еще съ давнихъ поръ систему двухъ цѣвочныхъ колесъ, служащую для рѣшенія при косыхъ осяхъ ³⁾ той же кинематической задачи, каковую параллельныя колеса Рѣло рѣшаютъ при осяхъ параллельныхъ.—Но какъ къ этимъ опущеніямъ, такъ и къ другимъ недостаткамъ, указаннымъ прежде

¹⁾ Сравни Haton de la Goupillière, «Traité théorique et pratique des engrenages», § 38.

²⁾ «Principles of mechanism», second edition, 1870, § 196. Сравни также Giulio, «Elementi di Cinematica applicata alle arti», seconda edizione, 1854, § 169, и Reuleaux, «Über die Parallelräder und einige verwandte Mechanismen.»

³⁾ Лабуле («Traité de Cinématique», 1861, § 274) ошибочно полагаетъ, что эти колеса могутъ служить только для разсмотрѣннаго Виллисомъ и Джулио частнаго случая, когда уголъ между осями равенъ прямому. Сравни Reuleaux, «Über Parallelräder etc.»

при подробномъ разборѣ, нельзя, на мой взглядъ, не отнестись снисходительно въ виду той полной самостоятельности, которую вообще обнаружилъ авторъ при рѣшеніи предложеннаго вопроса.

На основаніи всего сказаннаго, я рассматриваю разсужденіе съ эпиграфомъ «Математическая формула» и проч. не только какъ превосходный отвѣтъ на заданную тему и какъ выдающуюся студентскую работу, но и какъ трудъ, многія самостоятельныя стороны котораго могутъ, при ихъ дальнѣйшемъ развитіи, принести существенную пользу въ разработкѣ вопроса о зацѣпленіяхъ съ косыми осями. Я полагаю поэтому, что авторъ вполне заслуживаетъ присужденія *высшей* награды, предоставленной условіями конкурса, на который подано разсужденіе.



ДОКЛАДЪ

Коммисіи, назначенной совѣтомъ по вопросу о перенесеніи библіотеки.

Въ совѣтъ ИМПЕРАТОРСКАГО Новороссійскаго университета.

Коммисія, назначенная совѣтомъ въ его засѣданіи 18 декабря 1875 года, имѣла 20 того же декабря первое свое засѣданіе, въ которомъ постановила: просить профессора Сабинина собрать всѣ документы, относящіеся къ вопросу о перенесеніи библіотеки въ нижній этажъ. Вслѣдствіе этого постановленія, профессоръ Сабининъ вошелъ въ коммисію съ слѣдующимъ представленіемъ (отъ 28-го декабря 1875 года). «Имѣю честь представить на благоусмотрѣніе коммисіи всѣ данныя, относящіеся къ вопросу о перенесеніи библіотеки и основанныя на тѣхъ документахъ, которые поручила мнѣ собрать коммисія въ засѣданіи своемъ 20 декабря 1875 года.

1) Съ самаго перехода бывшаго лица въ зданіе, принадлежащее теперь университету и находящееся на дворянской улицѣ, нѣкоторая часть библіотеки была помѣщена въ подвальномъ этажѣ, а бѣльшая часть ея на хорахъ актовой залы. Въ 1862 году часть библіотеки, помѣщавшаяся на хорахъ актовой залы, была перенесена въ 1-й нижній этажъ на то крыло, гдѣ теперь находится механическій кабинетъ, вслѣдствіе открывшагося въ этомъ мѣстѣ свободнаго помѣщенія (см. архивъ по правленію, дѣла: подъ № 82 за 1857 г. и подъ № 93 за 1862 годъ).

Предъ открытіемъ университета, при приспособленіи помѣщеній къ нуждамъ университета, бібліотека была перенесена на противоположное крыло того же нижняго этажа и до 1868 года помѣщалась въ комнатахъ, занимаемыхъ теперь канцеляріей, квартирой доцента Бондакова и двумя комнатами музея, которыхъ окна выходятъ на улицы дворянскую и елисаветинскую (см. архивъ по правленію, дѣла: подъ № 158 за 1862 годъ и подъ №№ 2 и 13 за 1863 годъ).

2) Въ началѣ 1868 года, на основаніи предложенія г. попечителя отъ 4-го марта 1868 года за № 790, (см. протоколъ засѣданія совѣта 7 марта 1868 г. статья 7-я), совѣтомъ была учреждена коммисія по дѣлу о размѣщеніи кабинетовъ и бібліотеки. Въ этой коммисіи было сдѣлано предложеніе о перенесеніи всей бібліотеки въ 3-й этажъ; вслѣдствіе этого предложенія неминуемо возникъ въ первый разъ вопросъ о томъ, не можетъ-ли тяжесть бібліотеки угрожать прочности зданія чрезъ помѣщеніе ея въ 3-мъ этажѣ? Приглашенные въ эту коммисію университетскій архитекторъ Іодко и другой—Шашинъ, строитель зданія, дали согласно слѣдующій отзывъ: *тяжесть бібліотеки нисколько не угрожаетъ прочности зданія, если шкафы съ книгами и полки будутъ разставлены какъ по стѣнамъ, образующимъ залы 3-ю этажа, такъ и по стѣнамъ тоже капитальнымъ, находящимся подъ этими залами во 2-мъ этажѣ* (см. 12 статью протокола засѣданія совѣта 15-го апрѣля 1868 г.) На основаніи этого отзыва и вслѣдствіе особаго мнѣнія бывшаго ректора И. Д. Соколова, совѣтъ, въ засѣданіи своемъ 13 мая 1868 года (см. 2-ю статью протокола этого засѣданія), постановилъ: перенести бібліотеку въ 3-й этажъ, въ которомъ она находится и по настоящее время.

3) Въ 1872 году, вслѣдствіе представленія правленія, совѣтъ, въ засѣданіи своемъ 7-го апрѣля 1872 года, (см. 11 стат. протокола этого засѣданія), постановилъ: «въ виду возбужденнаго вопроса о неудобствахъ помѣщенія библіотеки въ верхнемъ этажѣ, поручить библіотечной комисіи, усиливъ составъ ея тремя новыми членами, профессорами: Юргевичемъ, Абашевымъ и Вольскимъ обсудить всесторонне вопросъ о перенесеніи ея въ нижній этажъ». Такъ какъ въ то же время въ правленіи возникъ вопросъ о трещинахъ, обнаружившихся по наружнымъ стѣнамъ библіотечныхъ комнатъ, то упомянутая комисіа не могла не обратить вниманія и на вопросъ о томъ, можетъ ли повредить прочности зданія вѣсъ библіотеки чрезъ помѣщеніе ея въ 3-мъ этажѣ? Относительно этаго вопроса библіотечная комисіа въ 1872 году дала заключеніе въ томъ смыслѣ, что не представляется ни малѣйшей опасности для прочности зданія отъ помѣщенія библіотеки въ 3-мъ этажѣ, такъ какъ вѣсъ библіотеки составляетъ не болѣе какъ четвертую часть въ сравненіи съ тѣмъ, который, по мнѣнію экспертовъ, можетъ вынести зданіе?! (см. 12 статью протокола засѣданія совѣта 29 мая 1872 г.). Но такое заключеніе совершенно ошибочно и ошибка произошла вслѣдствіе неточности данныхъ, сообщенныхъ архитекторомъ Іодко въ слѣдующемъ его письмѣ отъ 9 мая 1872 г. на имя бывшаго предсѣдателя библіотечной комисіи, профессора В. В. Богичица: «На письмо ваше, м. г. Вальтасаръ Власьевичъ, отъ 29 апрѣля (1872 г.), честь имѣю сообщить, что вопросъ относительно того, сколько можно нагрузить на квадратную сажень пола въ 3-мъ этажѣ университетскаго дома, безъ вреда зданію, требуетъ, при разрѣшеніи, точныхъ данныхъ, точныхъ измѣреній: длины и толщины балокъ, на кото-

рыхъ основанъ полъ, разстоянія между балками и насколько концы таковыхъ балокъ задѣланы въ стѣны. При немѣннн этихъ данныхъ, предложенный вопросъ съ математическою точностью не можетъ быть разрѣшенъ, хотя имѣется формула Рамсена $p = \frac{hf}{2l}$, въ которой p —искомый вѣсъ, h —толщина балки по вертикальному направленію, f —предѣлъ разрыва соснового дерева при сѣченіи въ 1 кв. верш. (1000 пудъ) и l —длина балки. Допуская, что стѣны выдержать давленіе какой бы ни было нагрузки и что $h = 7$ верш., а $l = 4$ саж., давленіе опредѣлится въ 127 пуд. на квадратную сажень. Практическій способъ, для опредѣленія давленія на квадратную сажень выясненъ мѣстными условіями, по которымъ въ магазинахъ, при толщинѣ балокъ, опредѣленныхъ въ приведенномъ примѣрѣ,—не дозволяется грузить на квадратную сажень болѣе 25 четвертей пшеницы, или 250 пуд.». Въ составѣ членовъ библіотечной комиссіи въ 1872 году не было такого, который бы былъ знакомъ и съ строительнымъ дѣломъ и съ строительнымъ уставомъ на столько, чтобы представить совѣту доказательство, что приведенное письмо г. Іодко не было надлежащимъ отвѣтомъ, который была бы въ правѣ ожидать комиссія на предложенный ею вопросъ отъ г. Іодко, какъ университетскаго архитектора; а безъ представленія совѣту такого доказательства, и въ виду того, что комиссіи предстояла необходимость войти въ совѣтъ съ докладомъ о своемъ заключеніи въ непродолжительный срокъ, а именно въ засѣданію совѣта 29 мая 1872 года—последнему въ 1872 академическомъ году,—комиссіи ничего болѣе не оставалось дѣлать какъ во 1-хъ, при рѣшеніи вопроса о возможности помѣщенія библіотеки въ 3-мъ этажѣ безъ вреда зданію, принять въ основаніе тотъ практическій способъ,

который сообщенъ г. Іодко въ концѣ его вышеупомянутаго письма и во 2-хъ, принявъ, сообразно съ этимъ способомъ, средній вѣсъ библіотеки на одну квадратную сажень равнымъ 58, 1 пуда,—сравнить эту тяжесть съ тѣмъ грузомъ, болѣе котораго не дозволяется класть на одну квадратную сажень и который, какъ слѣдуетъ изъ письма г. Іодко, равенъ 250 пудамъ. Такимъ образомъ, безвыходнымъ положеніемъ, въ которое была поставлена библіотечная коммисія въ 1872 году письмомъ г. Іодко, объясняется то, что коммисія, по необходимости, должна была основать свое заключеніе на неточныхъ данныхъ, сообщенныхъ ей архитекторомъ Іодко, а вслѣдствіе этого, какъ уже объяснено мною, и произошла ошибка, содержащаяся въ приведенномъ мною заключеніи библіотечной коммисіи въ 1872 году; поэтому ссылаться на это заключеніе, рѣшительно невозможно при рѣшеніи вопроса о вредѣ зданію, причиняемомъ вѣсомъ библіотеки чрезъ помѣщеніе ея въ 3-мъ этажѣ.

4) Неточность тѣхъ данныхъ, которыя, какъ сказано въ 3-мъ пунктѣ, сообщены архитекторомъ Іодко въ библіотечную коммисію въ 1872 году,—и не для спеціалиста въ строительномъ дѣлѣ обнаруживается теперь съ достаточною ясностью послѣ того, какъ изъ копій съ акта и приложения при немъ представленія правленія въ совѣтъ отъ 17-го декабря 1875 года за № 2689 стало извѣстно, что въ библіотечныхъ залахъ половыя балки въ 5 сажень длиною и 6 вершковъ толщиною упираются посредствомъ подкладокъ въ ключи арокъ и сводовъ. Дѣйствительно: такъ какъ каждая изъ половыхъ балокъ, на которыхъ стоятъ двойныя полки, упирается въ ключи арокъ и сводовъ посредствомъ подкладокъ, находящихся по срединѣ балки, при длинѣ ея въ 5 сажень, при толщинѣ въ 6 вершковъ и при ширинѣ

въ $5\frac{1}{2}$ вершковъ, то наибольшая величина P груза, который безъ всякаго вреднаго вліянія на балку можетъ быть выдержанъ ею, опредѣлится по формулѣ $P = \frac{M}{2l}$, гдѣ $2l$ —длина балки, равная 5 сажениамъ, а $M = 12 \cdot bh^2$, если b —ширина балки равная $5\frac{1}{2}$ вершкамъ и h —толщина равная 6 вершкамъ (смот. 106 и 107 страницы технического календаря за 1876 годъ, составленнаго Н. М. Бихеле, для инженеровъ, архитекторовъ, строителей и техниковъ); производя вычисленіе $[P = \frac{8 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 36 \cdot 2}{2 \cdot 5 \cdot 48} = \frac{12 \cdot 12 \cdot 11}{10} = 158,4$ пудамъ], получимъ, что грузъ P равенъ 158,4 пудамъ; между тѣмъ двойная полка, стоящая на каждой половинѣ упомянутыхъ балокъ, содержитъ 18 рядовъ книгъ, каждый рядъ—длиною $6\frac{1}{2}$ аршинъ, рядъ же книгъ различнаго формата длиною въ 1 аршинъ, поставленныхъ такъ, какъ обыкновенно ставятъ книги на полки, вѣситъ не менѣе 1 пуда,—значить, двойная полка, стоящая на каждой половинѣ упомянутыхъ балокъ, содержитъ книгъ вѣсомъ въ 117 пудовъ; если къ этому вѣсу прибавить вѣсъ двойной полки не менѣе 70 пудовъ*), вѣсъ половой доски, на которой стоитъ двойная полка, въ 6,4 пуда, то получимъ, что на каждой половинѣ упомянутыхъ балокъ лежитъ грузъ въ 193,4 пуда, превосходящій грузъ $P = 158,4$ пуда не менѣе какъ на четвертую часть его, т. е. тотъ грузъ P , бѣльшій вѣсъ котораго оказываетъ уже вредное вліяніе на балку, а тѣмъ самымъ и на сводъ, такъ какъ каждая изъ балокъ, на ко-

*) Двойная полка длиною $6\frac{1}{2}$ ар. состоитъ: а) изъ 11 горизонтальныхъ досокъ, изъ которыхъ 8 шириною 14 вер., а 3—шириною 1 ар. 3 вер. и б) изъ 12 вертикальныхъ досокъ, изъ которыхъ 6 длиною $3\frac{1}{2}$ ар. и шириною 14 вер., а другія 6 длиною $1\frac{1}{2}$ ар. и шириною 1 ар. 3 вер., толщиною всѣ эти доски въ $1\frac{1}{2}$ дюйма, вѣсъ же доски въ $1\frac{1}{2}$ дюйма толщиною, 7 дюймовъ шириною и 1 саж. длиною равенъ 0,57 пуд., (см. 17 стр. технического календ. Бихеле), откуда и получится что вѣсъ двойной полки длиною въ $6\frac{1}{2}$ ар. равенъ 73,5 пуд.

торыхъ стоять двойныя полки, имѣеть такое положеніе, что упирается въ ключи сводовъ и арокъ; строго говоря, слѣдуетъ опредѣлить, какъ именно великъ тотъ вредъ, который означенной балкѣ, упирающейся по срединѣ въ ключъ свода или арки, причиняется грузомъ размѣщающимся по 193 пуд. на каждой ея половинѣ;—для этаго опредѣленія, которое можетъ быть сдѣлано точнѣе техникомъ, необходимо принять во вниманіе вліяніе другихъ балокъ, не отягощенныхъ грузомъ; если-же, какъ и слѣдуетъ, вынуть подкладки для освобожденія сводовъ отъ вреднаго для нихъ давленія, то наибольшая величина *P.* груза, который можетъ быть выдержанъ каждой изъ упомянутыхъ пяти-саженныхъ балокъ безъ всякаго вреда для нея, будетъ равенъ 79,2 пуд., а на всей таковой балкѣ будетъ лежать грузъ въ 386 пуд.—Такимъ образомъ, если бы архитекторомъ Іодко въ библиотечную комиссію въ 1872 году были сообщены данныя, хотя бы на столько точныя, что были бы извѣстны длина, толщина и ширина половыхъ балокъ въ библиотечныхъ комнатахъ, то библиотечная комиссія въ 1872 году, конечно, имѣла бы достаточное основаніе не представлять совѣту такого заключенія, какое было представлено ею въ засѣданіе совѣта 29 мая 1872 года.

5) Въ залахъ библиотекы шкафы и полки съ книгами разставлены съ явнымъ нарушеніемъ тѣхъ условій которыми, согласно отзыву гг. Іодко и Шашина, процитированному мною во 2-мъ пунктѣ, опредѣлялась возможность помѣщенія библиотекы въ 3-мъ этажѣ безъ вреда зданію (см. 12-ю статью протокола засѣданія совѣта 15 апрѣля 1868 года и 2 статью протокола засѣданія совѣта 13 мая 1868 года). Дѣйствительно: во 1-хъ, изъ представленнаго архитекторомъ Іодко плана видно, что изъ капитальныхъ стѣнъ, доходя-

щихъ только до 3-го этажа, есть одна только стѣна, именно та, которая на планѣ означена буквами Ао Во; во 2-хъ, въ залахъ библиотечныхъ, въ которыхъ исключительно помѣщены шкафы съ книгами и подъ которыми въ среднемъ этажѣ находятся 4 аудиторіи, а въ нижнемъ музей, поставлено пять рядовъ шкафовъ за исключеніемъ тѣхъ, которые стоятъ по наружнымъ стѣнамъ, между тѣмъ въ соотвѣтствующихъ помѣщеніяхъ въ среднемъ этажѣ находятся только три промежуточные стѣны, а въ 1-мъ этажѣ, гдѣ музей, только двѣ промежуточные стѣны; въ залахъ же библиотечныхъ, въ которыхъ помѣщены исключительно полки съ книгами и подъ которыми въ среднемъ этажѣ находится физическій кабинетъ, а въ 1-мъ залы факультета, совѣта и ректорская комната, поставлено 7 рядовъ пологовъ за исключеніемъ тѣхъ, которые стоятъ по наружнымъ стѣнамъ, между тѣмъ въ соотвѣтствующихъ помѣщеніяхъ въ среднемъ этажѣ, гдѣ находится физическій кабинетъ, находится только одна промежуточная стѣна, а въ 1 мъ этажѣ двѣ промежуточные стѣны, изъ которыхъ одна тонкая, сдѣланная только въ 1874 году. Если же въ 3-мъ этажѣ шкафы и полки съ книгами разместить безъ нарушенія условій, которыми въ 1868 году опредѣлялаъ возможность помѣщенія библиотеки въ 3-мъ этажѣ безъ вреда зданію, то помѣщеніе даже во всемъ 3-мъ этажѣ оказалось бы столь малымъ, что и при настоящемъ составѣ библиотеки помѣщеніе ея во всемъ 3-мъ этажѣ было бы рѣшительно невозможно.

6) Изъ копій съ акта и приложеннаго при немъ представленія правленія въ совѣтъ отъ 7 декабря 1875 г. за № 2689 видно, что мнѣніе архитекторовъ: Фонъ-Круга, Коклена, Вейтко и Юдко, подписавшихъ актъ, относительно необходимости перенесенія библиотеки въ нижній этажъ, зак-

лючается въ слѣдующемъ: «послѣ вскрытія досокъ пола въ библіотекѣ, помѣщающейся въ 3-мъ этажѣ зданія оказалось, что половыя балки при 5 саженьхъ длины и 6 вершкахъ толщины упираются, посредствомъ подкладокъ, въ ключи арокъ и сводовъ. Находя, что при помѣщеніи въ этомъ этажѣ библіотеки отъ сотрясенія половъ усиливаются причины образованія трещинъ, мы полагаемъ библіотеку перенести изъ 3-го этажа въ нижній».

7) Весьма вѣскимъ основаніемъ для приведенія въ исполненіе мнѣнія архитекторовъ: фонъ-Бруга, Боклена, Вейтго и Іодко, находившихъ необходимымъ перенесеніе библіотеки въ 1-й нижній этажъ, служитъ также слѣдующій аргументъ: библіотека есть самое цѣнное и нужное имущество университета, которое должно быть охраняемо всеми средствами отъ всякой самой отдаленной опасности, а въ слѣдствіе этого должно быть помѣщаемо въ такихъ частяхъ зданія, которыя наименѣе подвержены опасности отъ пожара и изъ которыхъ въ случаѣ таковой опасности, имущество библіотеки могло бы наимудобнѣе быть спасено; 3-й этажъ нашего зданія, неимѣющій сводовъ сверху, сложенный изъ простаго извѣстковаго камня, находящійся прямо подъ крышей, представляетъ гораздо болѣе опасности отъ пожара для библіотеки, чѣмъ нижній 1-й этажъ; мало того, если помѣстить библіотеку въ лѣвой половинѣ 1-го этажа при нѣкоторыхъ незначительныхъ передѣлкахъ и при условіи, чтобы комнаты для библіотечныхъ служителей были, какъ и теперь, въ подвальномъ этажѣ, то помѣщеніе библіотеки въ лѣвой половинѣ нижняго этажа можно считать безопаснымъ отъ пожара, потому что подъ лѣвой половиной 1-го этажа нѣтъ подвального этажа, всѣ комнаты этой половины также какъ и правой, имѣютъ вверху сводъ, а комнаты, которыхъ окна выходятъ на дво-

рянскую улицу и въ которыхъ можетъ быть сосредоточена главнѣйшая часть библіотеки, имѣютъ и полъ каменный; печи всѣхъ комнатъ, въ которыхъ будутъ поставлены шкафы и полки, будутъ отапливаться изъ коридора, а не изъ самыхъ комнатъ, между тѣмъ какъ въ 3-мъ этажѣ во всѣхъ комнатахъ полъ и потолокъ деревянные, а комнаты, въ которыхъ стоятъ полки и въ которыхъ сосредоточена большая часть библіотеки, устроены такъ, что нечи, въ нихъ находящіяся, по необходимости, должны быть топимы въ самыхъ комнатахъ, отапливаются же эти комнаты печами желѣзными, поставленными не возлѣ каменныхъ стѣнъ комнатъ, а въ довольно значительномъ отъ нихъ разстояніи».

По заслушаніи представленныхъ профессоромъ Сабининымъ данныхъ, относящихся къ вопросу о помѣщеніи библіотеки, комиссія, въ засѣданіи своемъ 29 декабря 1875 года, пришла къ заключенію о необходимости перенести библіотеку съ третьяго этажа въ нижній, чтобы устранить опасность прочности зданія чрезъ помѣщеніе библіотеки въ 3-мъ этажѣ; вмѣстѣ съ тѣмъ комиссія постановила составленіе проекта размѣщенія библіотеки въ нижнемъ этажѣ поручить профессору Сабинину, который и вошелъ въ комиссію съ слѣдующимъ представленіемъ отъ 30-го января 1876 года.

«Вслѣдствіе постановленія комиссіи отъ 29-го декабря 1875 года, имѣю честь представить на ея благоусмотрѣніе слѣдующія соображенія, относительно размѣщенія библіотеки въ нижнемъ этажѣ и относительно распредѣленія другихъ помѣщеній, для которыхъ назначеніе мѣста зависитъ отъ перенесенія библіотеки съ 3-го этажа въ нижній.

1) Для составленія проекта размѣщенія библіотеки въ нижнемъ этажѣ прежде всего необходимо было свѣдѣніе о

томъ, какіе въ настоящее время имѣются въ библиотекѣ шкафы и полки съ книгами; за этимъ свидѣніемъ я и обратился къ библиотечарю В. М. Шипковскому, отъ котораго и получилось донесеніе отъ 12 января 1876 года. По этому донесенію въ точности составленъ списокъ шкафовъ и полокъ подъ тѣми же номерами, подъ которыми полки и шкафы поставлены на планѣ нижняго этажа: арабскими цифрами означены полированные полки и шкафы, а римскими цифрами означены только простыя полки. (Этотъ списокъ приложенъ къ докладу въ концѣ).

2) Лѣвая половина нижняго этажа при нѣкоторыхъ передѣлкахъ, весьма незначительныхъ, будетъ имѣть всѣ условія, необходимыя для прочности и безопасности помѣщенія библиотечки, такъ какъ въ трехъ большихъ залахъ, которыхъ огна выходятъ на дворянскую улицу и въ которыхъ можетъ быть сосредоточена главнѣйшая часть библиотечки, мраморные полы *настланы по земль*, въ чемъ удостоверяетъ университетскій архитекторъ своимъ рапортомъ въ комиссію отъ 18 января 1876 года.

3) Такъ какъ для размѣщенія библиотечки въ нижнемъ этажѣ необходимы нѣкоторыя передѣлки, то я и обратился къ университетскому архитектору Іодко съ запросомъ о томъ, находитъ ли онъ возможнымъ сдѣлать эти передѣлки безъ всякаго вреда зданію и получилъ его рапортъ отъ 18 января 1876 года въ смыслѣ утвердительномъ.

4) Такъ какъ лѣвая половина нижняго этажа представляетъ болѣе выгодное помѣщеніе по отношенію къ прочности, то необходимо было занять подъ библиотечку тѣ комнаты, въ которыхъ находится теперь механическій кабинетъ, почему я и обратился къ завѣдующему этимъ кабинетомъ профессору В. Н. Лигину съ запросомъ о томъ, на-

ходить ли онъ возможнымъ помѣстить механической кабинетъ и при немъ имѣющуюся аудиторію въ трехъ комнатахъ R_1 , R_2 и R_3 , занятыхъ въ настоящее время канцеляріей совѣта, на этотъ запросъ получило въ утѣдительномъ смыслѣ.

5) По полученіи представленныхъ въ комисію донесеній отъ бібліотекаря, архитектора и завѣдующаго механическимъ кабинетомъ, я счелъ необходимымъ немедленно приступить къ составленію проекта плана размѣщенія бібліотеки на лѣвой половинѣ нижняго этажа, но не иначе, какъ при участіи бібліотекаря. Этотъ проектъ, окончательно составленный мною вмѣстѣ съ бібліотекаремъ предлагается на разсмотрѣніе комисіи. Изъ этого проекта видно, что бібліотеку во всемъ ея настоящемъ составѣ совершенно возможно помѣстить на одной лѣвой половинѣ нижняго этажа съ слѣдующими передѣлками: а) сломать и задѣлать двѣ печи — одну находящуюся въ комнатѣ Н въ углу между стѣнами коридора и швейцарской; а другую въ комнатѣ X, въ углу между коридорными стѣнами; б) сломать три перегородки одну между комнатами G_1 и G_2 , другую между комнатами В и С и третью между комнатами С и D; в.) снять стѣну между комнатами X_1 и X_2 и печь передвинуть къ стѣнѣ такъ, чтобы она выступала отъ коридорной стѣны на $\frac{1}{2}$ арш., шириною была бы въ 2 аршина и находилась на разстояніи 7 аршинъ отъ стѣны между комнатами X_2 и U; д.) снять стѣну между комнатами Z_1 Z_2 и печь передвинуть къ стѣнѣ такъ, чтобы топка была изъ коридора въ томъ дверномъ просвѣтѣ, въ которомъ находится дверь, идущая изъ коридора въ комнату Z_2 ; е.) въ печи, находящейся въ комнатѣ Н въ углу между стѣною коридора и комнаты G_2 , перенести топку въ коридоръ; ф.) за-

ложить три двери, идущія въ коридоръ изъ комнатъ G₂, X₁, и U; г.) въ стѣнѣ между комнатами X, и U сдѣлать пролетъ въ 1½ арш., на разстояніи ½ аршина отъ коридорной стѣны; и h) сдѣлать входную въ библіотечную дверь при поворотѣ изъ швейцарской въ коридоръ лѣвой половины нижняго этажа. Всѣ эти передѣлки возможны, какъ это слѣдуетъ изъ самаго плана и изъ рапорта университетскаго архитектора отъ 18 января 1876 года, между тѣмъ онѣ дѣлаютъ возможнымъ дать для библіотечной канцеляріи довольно просторное помѣщеніе, образуемое изъ комнатъ B, C, D и E, а для читальной студентской комнаты помѣщеніе, образуемое изъ комнатъ Y, Z₁, и Z₂, для занятій профессоромъ въ библіотекѣ можетъ служить комната A; для студенческой библіотеки могутъ быть назначены комнаты T₁ и T₂.

6) Библіотека не только можетъ быть помѣщена на лѣвой половинѣ нижняго этажа во всемъ ея настоящемъ составѣ, но чрезъ перенесеніе ея въ нижній этажъ она выиграетъ въ своемъ помѣщеніи на 35870 томовъ, въ сравненіи съ тѣмъ, которое имѣетъ теперь въ верхнемъ этажѣ, и выиграетъ въ своемъ помѣщеніи на 7870 томовъ въ сравненіи съ тѣмъ, которое она имѣла бы, если бы занимала весь верхній этажъ. Дѣйствительно: во 1-хъ, въ тѣхъ B и J комнатахъ, въ которыхъ стоятъ одни только шкафы, опасность повредить прочности зданія не дозволяетъ поставить ни одного шкафа или полки сверхъ того, что уже помѣщено въ этихъ комнатахъ; на томъ же самомъ основаніи, а также и вслѣдствіе недостатка въ свободномъ помѣщеніи, въ тѣхъ G, F, E и X комнатахъ, въ которыхъ стоятъ одни только полки, можно прибавить только двѣ одиночныя полки, каждую въ 5 аршинъ длиною, поста-

вивъ ихъ въ комнатѣ F по тѣмъ двумъ половинамъ наружной стѣны, между которыми заключается венеціанское окно, выходящее на херсонскую улицу, такъ какъ каждая изъ такихъ половинъ стѣны длиною 5 аршинъ, между тѣмъ въ залахъ F и G₂ нижняго этажа, — кромѣ тѣхъ сверхкомплектныхъ пологовъ, которыя означены на планѣ подъ №№ XVII, XX, XXI, XXII, и XXIII и которыхъ длина также равна 10 арш., остаются еще двѣ сверхкомплектныя полки, которыя означены подъ №№ XVIII и XIX и которыхъ длина равна $5\frac{1}{4}$ аршина, такъ что длина всѣхъ пологовъ двойныхъ и одиночныхъ, какъ полированныхъ, такъ и простыхъ, которыя только могутъ быть поставлены въ настоящемъ помѣщеніи библиотеки на верхнемъ этажѣ, равна 344 аршинамъ, а въ проектируемомъ помѣщеніи въ нижнемъ этажѣ длина всѣхъ пологовъ двойныхъ и одиночныхъ равна $349\frac{1}{4}$ арш., т. е. на $5\frac{1}{4}$ аршина болѣе; во 2-хъ), въ верхнемъ этажѣ, какъ слѣдуетъ изъ 4-го пункта моего представленія въ комисію отъ 28 декабря 1875 года, нельзя строить полки, содержащія въ себѣ болѣе 9 рядовъ книгъ, между тѣмъ въ нижнемъ этажѣ прочности зданія нисколько не угрожаетъ увеличеніе числа рядовъ книгъ въ полкахъ, а по отношенію къ помѣстительности, представляется вполне возможнымъ число рядовъ книгъ въ каждой полкѣ увеличить на 5, чрезъ что прибавится $1793\frac{1}{2}$ аршина, — число, которое получимъ, сложивъ произведенія 344 ар. на 5 и $5\frac{1}{4}$ ар. на 14; въ 3-хъ, такъ какъ библиотечная комисія въ 1872 году, согласно съ отзывомъ лицъ, знакомыхъ съ библиотечнымъ дѣломъ, приняла, что на 1 аршинъ среднимъ числомъ устанавливается 20 томовъ, то и выходитъ, что въ проектируемомъ помѣщеніи библиотеки въ нижнемъ этажѣ имѣется мѣсто для

установки на полкахъ на 35870 томовъ болѣе, чѣмъ въ томъ помѣщеніи, которое теперь занимаетъ библіотека на 3-мъ этажѣ; въ 4-хъ, изъ донесенія совѣту библіотечной комисіи въ 1872 году (см. 12 статью протокола засѣданія совѣта 29 мая 1872 года) слѣдуетъ, что если къ теперешнему помѣщенію библіотеки присоединить всѣ остальные комнаты 3-го этажа (т. е. къ тому, которое занимаетъ библіотека и въ настоящемъ 1876 году), то получится мѣсто для установки еще до 28000 томовъ, а въ проектируемомъ помѣщеніи библіотеки въ нижнемъ этажѣ получится мѣсто для установки еще 35870 томовъ, т. е. на 7870 томовъ болѣе того числа томовъ, которое могло бы быть установлено въ библіотекѣ, если бы она занимала бы весь 3-й этажъ.

7) Механическій кабинетъ и имѣющаяся при немъ аудиторія, согласно отзыву завѣдующаго имъ профессора В. Н. Лигина, могутъ быть помѣщены въ трехъ комнатахъ R_1 , R_2 , R_3 , занимаемыхъ теперь канцеляріей совѣта.

8) Профессорская лекторія, факультетская зала и ректорская комната, могутъ быть помѣщены въ комнатахъ N_1 , N_2 , P_1 , P_2 , Q_1 и Q_2 , занятыхъ теперь квартирою секретаря совѣта, при слѣдующихъ передѣлкахъ: а) заложить двѣ двери, идущія въ комнату P_2 изъ комнатъ Q_1 и P_1 б) сломать перегородку между комнатами N_1 и N_2 ; с) открыть дверь изъ комнаты Q_2 въ P_3 и д) сдѣлать пролетъ въ 3 аршина въ стѣнѣ между комнатами Q_1 и Q_2 . Всѣ эти передѣлки вполне возможны безъ всякаго вреда зданію, что слѣдуетъ изъ самаго плана и изъ рапорта представленнаго архитекторомъ Іодко отъ 18 января 1872 года; тогда для профессорской лекторіи представляется довольно удобное помѣщеніе, состоящее изъ двухъ комнатъ, изъ которыхъ одна въ три окна образуется изъ комнатъ N_1 и N_2 ,

а другая въ два окна; комната P_2 можетъ быть ректорской комнатой, а для факультетскихъ собраній можетъ быть назначено помѣщеніе, образуемое изъ двухъ комнатъ Q_1 и Q_2 ; комната Q_3 можетъ быть назначена для служителя лекторіи.

9) Комнаты L и M , занятія теперь квартирой Бондакова, могутъ быть студенческой сборной; при чемъ нужно заложить дверь изъ комнаты B въ L .

10) Комната S , служащая теперь казначейской, можетъ быть отдана швейцару.

11) Въ среднемъ этажѣ проректорская комната можетъ быть обращена въ аудиторію, а квартира г. Кузминскаго въ проректорскую.

12) На лѣвой половинѣ верхняго этажа могутъ быть помѣщены зала совѣта, комната секретаря совѣта, комната секретаря по студентскимъ дѣламъ и архивъ при слѣдующихъ передѣлкахъ: а) комнату G раздѣлить на три G_1, G_2, G_3 двумя сплошными оштукатуренными перегородками такъ, чтобы разстояніе между внутренними стѣнами какъ комнаты G_1 , такъ и G_2 равнялось 3 саж., а между внутренними стѣнами комнаты G_3 равнялось бы $2\frac{1}{2}$ сажениамъ; б) комнату X раздѣлить на двѣ X_1 и X_2 , такъ чтобы разстояніе между внутренними стѣнами комнаты X_1 равнялось бы 6 сажениамъ, а между внутренними стѣнами комнаты X_2 равнялось бы $2\frac{1}{2}$ сажениамъ; в) навѣсить 4 двери, двѣ изъ комнаты X_1 въ G_1 и G_2 , а двѣ изъ комнаты X_2 въ X_1 и G_3 ; д.) заложить пролеты въ стѣнахъ комнатъ E и F и е.) открыть двѣ двери изъ комнатъ E и X_2 въ коридоръ праваго крыла; тогда комната H , занимаемая теперь канцеляріей библіотеки, можетъ быть заломъ совѣта; рядомъ съ нею комната G_1 —комнатой секретаря совѣта, комната G_2 —архивомъ, комната U —комнатой секретаря по студентскимъ дѣламъ;

комната X₁—канцеляріей; комната G₂ для служителя при канцеляріи, а комната X₂—передней.

13) комната V₂ можетъ быть казначейской, а комната V₁ отдана подъ квартиру Бузминскаго.

14) Изъ комнатъ E, F, B и I можно сдѣлать три квартиры съ необходимыми для каждой изъ нихъ приспособленіями, одну для діакона изъ комнатъ E и F, другую для бухгалтера изъ той части комнатъ B и I, которая прилегаеть къ стѣнѣ хоръ актовъ залы и которая займетъ 4 вениціанскихъ окна, выходящія на дворянскую улицу, а изъ остальной части комнатъ B и I третью квартиру для эзекутора.

15) Въ квартирѣ казначея необходимо передвинуть коридорную перегородку, такъ чтобы открыть изъ коридора ходъ съ ватерклозетъ, и сдѣлать сопряженныя съ этой передвижной передѣлки.

16) Изъ двухъ квартиръ, занимаемыхъ теперь діаконъ и бухгалтеромъ можно сдѣлать одну квартиру для секретаря совѣта съ необходимымъ для нея приспособленіемъ.

По заслушаніи такого представленія профессора Сабина отъ 30 января сего года, комисія въ засѣданіи своемъ 31 января согласилась съ проектомъ размѣщенія бібліотеки, составленнымъ профессоромъ Сабининымъ, а равно и съ распредѣленіемъ другихъ помѣщеній; вмѣстѣ съ тѣмъ комисія въ томъ же засѣданіи постановила просить университетскаго архитектора во 1-хъ, начертить планъ расположенія полокъ и шкафовъ въ предполагаемомъ помѣщеніи бібліотеки, согласно съ составленнымъ профессоромъ Сабининымъ проектомъ, во 2-хъ, составить планъ другихъ помѣщеній сообразно съ тѣмъ же проектомъ и въ 3-хъ, со-

ставить смѣту расходовъ на предполагаемыя передѣлки.

Изъ доставленной архитекторомъ университетскимъ смѣты видно, что сумма на передѣлки, предполагаемыя для устройства квартиръ и для приспособленія къ помѣщенію библіотеки, при перенесеніи ея въ нижній этажъ—простирается до 1780 руб. По поводу этой смѣты профессоръ Сабининъ вошелъ въ комисію съ слѣдующимъ представленіемъ отъ 17 февраля 1876 года.

Бъ доставленной университетскимъ архитекторомъ смѣтѣ считаю необходимымъ присоединить слѣдующее дополненіе относительно расходовъ, которые нужно сдѣлать для самаго перенесенія библіотеки.

Въ 7-й статьѣ протокола засѣданія правленія 16-го августа 1868 года между прочимъ значится, что для перенесенія книгъ въ 1868 году изъ нижняго этажа въ верхній израсходовано 73 р. 50 коп. на уплату 145 работникамъ, переносившимъ книги—по 50 коп. каждому; число томовъ, которое имѣлось въ библіотекѣ въ 1868 году, простиралось до 50000 (см. отчетъ о состояніи и дѣятельности Императорскаго новороссійскаго университета за 186⁸/₉ академическій годъ); откуда слѣдуетъ, что для перенесенія 10000 томовъ потребно только 29 работниковъ съ платою по 50 коп. каждому, значить для перенесенія 70000 томовъ, которые теперь имѣетъ библіотека, и притомъ не съ нижняго этажа въ верхній, а для болѣе легкаго перенесенія съ верхняго этажа въ нижній, нужно не болѣе 203 работниковъ съ платою каждому по 50 к., т. е. расхода на перенесеніе имѣющагося теперь числа томовъ потребуется не болѣе 102 руб.; для перенесенія же шкафовъ и полокъ, которое можетъ быть значительно облегчено посредствомъ спуска ихъ съ хоръ актовой залы на ея полъ, понадобится сумма по

крайній мѣръ вдвое меньшая, чѣмъ для переноски книгъ, т. е. понадобится не болѣе 51 руб.; на носилки и веревочныя тесьмы 13 руб. расхода, который опредѣляется также по 7 статьѣ протокола засѣданія правленія 16 августа 1868 года; такъ какъ шкафы и полированные полки переносимы могутъ быть въ нижній этажъ безъ всякой передѣлки, передѣлывать же придется только простыя полки, что можетъ быть исполнено всякимъ плотникомъ, то на установку шкафовъ и всѣхъ полокъ понадобится не болѣе 50 руб.; такимъ образомъ на самое перенесеніе библіотеки придется израсходовать не болѣе 216 рублей. Итакъ сумма, которая нужна какъ на самое перенесеніе библіотеки, такъ и на передѣлки, предполагаемая по поводу перенесенія, — простирается только до 2000 р.

По поводу таковой затраты имѣю честь представить на благоусмотрѣніе комисіи слѣдующія соображенія.

1) Изъ рапорта библіотекаря, поданнаго имъ въ правленіе въ 1872 году (см. 11 статью протокола засѣданія совѣта 7 апрѣля 1872 года) слѣдуетъ заключить, что библіотека еще въ 1872 году имѣла хотя не крайнюю но все таки нужду въ расширеніи настоящаго своего помѣщенія, но если принять во вниманіе а) настоящее число томовъ, простирающееся до 70000 и б.) донесеніе библіотекаря въ комисію отъ 12 января 1876 года съ присоединеніемъ къ этому донесенію какъ тѣхъ данныхъ, которыя изложены въ 6-мъ пунктѣ моего представленія отъ 30-го января сего года, такъ и того даннаго, что въ донесеніи библіотекаря отъ 12 сего января шкафы, означенные литерами (с), (d) и (e) имѣютъ 9 полокъ, а шкафы означенные литерами f и g имѣютъ только 7 полокъ, то не трудно удостовѣриться, что настоящее помѣщеніе библіотеки такъ мало, что немед-

ленное его расширеніе представляется теперь крайне необходимымъ.

2) Съ необходимостью расширенія настоящаго помѣщенія библіотеки представляется сама собою безотлагательность рѣшенія слѣдующаго вопроса: какъ расширить настоящее помѣщеніе библіотеки наиболѣе выгодно въ матеріальномъ отношеніи?

3) Изъ наиболѣе возможныхъ, въ денежномъ отношеніи, способовъ расширить теперешнее помѣщеніе библіотеки, представляются въ настоящее время только два: или 1-й, отдать подъ помѣщеніе библіотеки весь 3-й этажъ, или 2-й перенести ее на лѣвую половину нижняго этажа; изъ этихъ же двухъ способовъ, второй слѣдуетъ предпочесть первому какъ въ денежномъ отношеніи, такъ и въ другихъ отноудь не менѣе важныхъ отношеніяхъ. Дѣйствительно: во 1-хъ если избрать первый способъ, то необходимо будетъ дать помѣщеніе для кабинета физической географіи и для двухъ квартиръ казначея и секретаря по студентскимъ дѣламъ; положимъ, что кабинетъ физической географіи можетъ быть помѣщенъ въ физическомъ кабинетѣ,—спрашивается, гдѣ же найти помѣщеніе для упомянутыхъ квартиръ? ни въ главномъ зданіи на дворянской улицѣ, ни въ зданіи на преображенской улицѣ нѣтъ мѣста, достаточнаго для двухъ квартиръ, положенныхъ по Высочайше утвержденному штату; для этихъ двухъ квартиръ придется, по необходимости, отдѣлать флигель, находящійся возлѣ оранжереи и занятый теперь подъ сараи, но для этой отдѣлки потребуется не 2000 рублей, а сумма, по крайней мѣрѣ въ два раза большая, такимъ образомъ съ отдачею подъ помѣщеніе библіотеки всего верхняго этажа потребуется расходъ по крайней мѣрѣ вдвое большій, чѣмъ съ перене-

сеніемъ ея на лѣвую половину нижняго этажа; во 2-хъ, чрезъ перенесеніе библіотеки въ нижній этажъ, прочность зданія вполне обезпечена, между тѣмъ чрезъ оставленіе ея въ 3-мъ этажѣ, тяжесть ея можетъ угрожать прочности зданія, что слѣдуетъ изъ тѣхъ данныхъ, которыя изложены мною въ 4, 5 и 6-мъ пунктахъ моего представленія отъ 28 декабря 1875 года; въ 3-хъ, 3-й этажъ представляетъ для библіотеки гораздо болѣе опасности отъ пожара, чѣмъ нижній, что прямо слѣдуетъ изъ тѣхъ данныхъ, которыя изложены мною въ 7 пунктѣ моего представленія отъ 28-го декабря 1875 года; въ 4-хъ, чрезъ перенесеніе библіотеки въ нижній этажъ она выиграетъ въ своемъ помѣщеніи болѣе на 7870 томовъ въ сравненіи съ тѣмъ, которое она получила бы, если заняла бы весь верхній этажъ, что слѣдуетъ изъ тѣхъ данныхъ, которыя изложены въ 6-мъ пунктѣ моего представленія отъ 30 сего января.

4) Въ пользу перенесенія библіотеки въ нижній этажъ служить также слѣдующее обстоятельство: изъ копій съ акта и представленія правленія совѣту отъ 7-го декабря 1875 года за № 2689 слѣдуетъ, что въ весьма не продолжительное время должна быть произведена такая работа: выбрать всѣ стружки изъ подъ половъ библіотечныхъ залъ, чтобы устранить явную опасность отъ пожара, особенно когда библіотечныя залы отапливаются желѣзными печками; понятно, что такая работа должна быть произведена *вполнѣ* т. е. всѣ стружки до *единой* должны быть выбраны изъ подъ половъ библіотечныхъ залъ, но для этого необходимо ломать полы библіотечныхъ залъ, и слѣдовательно передвигать библіотеку по верхнему этажу изъ одной комнаты въ другую;—не говоря, что для такого передвиженія придется сдѣлать бесполезный расходъ, ни какъ не меньшій того,

который нужно употребить на самое перенесеніе библіотеки въ нижній этажъ, такъ какъ кромѣ окончательной установки, придется книги переносить изъ одной комнаты въ другую не по одному разу,—библіотекѣ, при ея передвиженіи, сопровождаемомъ съ ломкою половъ и выборкою стружекъ, угрожаетъ именуемо порча книгъ и вѣроятно самая потеря книгъ, такъ какъ расположеніе библіотечныхъ комнатъ въ верхнемъ этажѣ таково, что стружки по необходимости должны быть проносимы внизъ чрезъ тѣ комнаты, въ которыя будутъ перенесимы шкафы или полки съ книгами, притомъ книги, вѣроятно, будутъ лежать на полу, такъ какъ едвали будетъ возможно при каждомъ передвиженіи библіотеки, устанавливать книги на полки или въ шкафы».

По разсмотрѣніи всѣхъ данныхъ, собранныхъ профессоромъ Сабининымъ, комиссія единогласно высказалась въ пользу перенесенія библіотеки на лѣвую половину нижняго этажа.

Е. Сабининъ

Н. Головкинскій

Н. Дювернуа

С. Ярошенко

Ш. Цитовичъ.

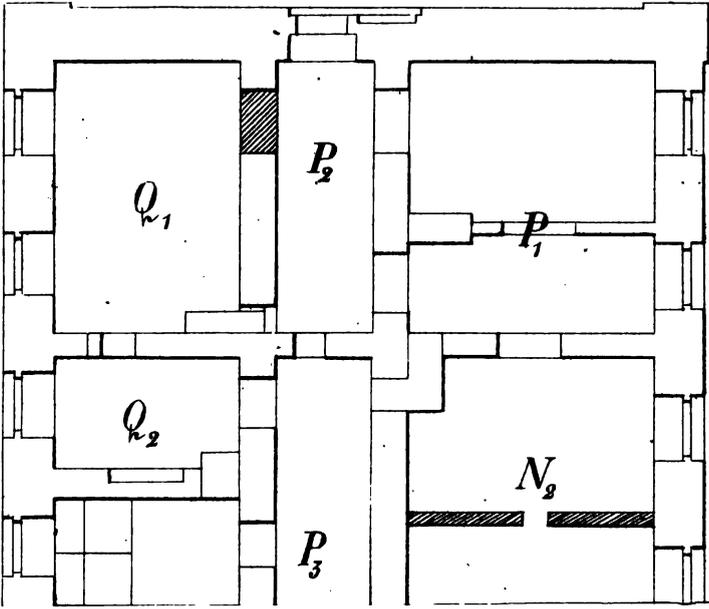
Объясненія къ проекту плана размѣщенія библіотеки.

- а) Двойныя полированные полки высотой 5 ар. $3\frac{1}{2}$ вер., глубиною 1 арш. 3 верш.
- | | | |
|----------------------|--|--------|
| шириною 7 ар. 4 вер. | въ комнатѣ <i>F</i> подѣ №№ 1, 2, 3. | 3 ряда |
| » 6 » 12 » | » <i>G</i> ₁ и <i>G</i> ₂ » 4, 5, 6, 7 | 4 » |
| » 5 » 1 » | » <i>F</i> » 8, 9 | 2 » |
| » 5 » 3 » | » <i>G</i> ₂ » 10. | 1 » |
| » 4 » — » | » <i>F</i> » 11, 12, 13. | 3 » |
- б) Одиночныя полированныя полки высот. 5 ар. $3\frac{1}{2}$ вер., глуб. 10 в.
- | | | |
|-----------------------------------|--------------------------------|--------|
| шириною 7 ар. $1\frac{1}{2}$ вер. | въ комнатѣ <i>F</i> подѣ № 14. | 1 рядъ |
| » 6 » 9 » | » <i>X</i> ₁ » 15. | 1 » |
| » 6 » — » | » <i>H</i> » 16. | 1 » |
| » 6 » 2 » | » — » 17. | 1 » |
| » 5 » 7 » | » — » 18. | 1 » |
| » 4 » $12\frac{1}{2}$ » | » — » 19. | 1 » |
- в) Шкафы глубиною 13 вер., высотой 5 ар. 4 вер.
- | | | |
|-----------------------|---|-------|
| шириною 2 ар. 12 вер. | въ комнатѣ <i>G</i> ₁ подѣ № 20, 21. | 2 шт. |
| » — » — » | » <i>G</i> ₂ » 22 | 1 » |
| » — » — » | » <i>H</i> » 23, 24, 25, 26, 27, 28. | 6 » |
- НВ. № 27 съ срѣзаннымъ карнизомъ.
- г) шириною 5 ар. 4 вер. въ комнатѣ *F* подѣ № 29. 1 нара
- | | | |
|-----------|---|-----|
| » — » — » | между комнатами <i>G</i> ₁ и <i>G</i> ₂ » 30, 31. | 2 » |
| » — » — » | » въ комнатѣ <i>H</i> » 32, 33. | 4 » |
| » — » — » | » <i>X</i> ₂ » 34. | 1 » |
| » — » — » | » <i>A</i> » 35. | 1 » |
- е) шириною 7 ар. 12 вер. въ комнатѣ *G*₁ подѣ № 36. 1 рядъ
- | | | |
|-----------|-------------------------------|-----|
| » 7 » 2 » | » <i>H</i> » 37. | 1 » |
| » — » — » | » <i>X</i> ₁ » 38. | 1 » |
- ф) Шкафы шириною 4 ар. 4 вер., высотой 4 ар. 4 вер.
- г₁) глуб. 9 в. съ рѣшетч. дверьми въ комнатѣ *Y* подѣ № 39. 1 шт.
- | | | |
|---------|-------------------------------|-----|
| » — » » | » <i>Z</i> ₂ » 40. | 1 » |
|---------|-------------------------------|-----|

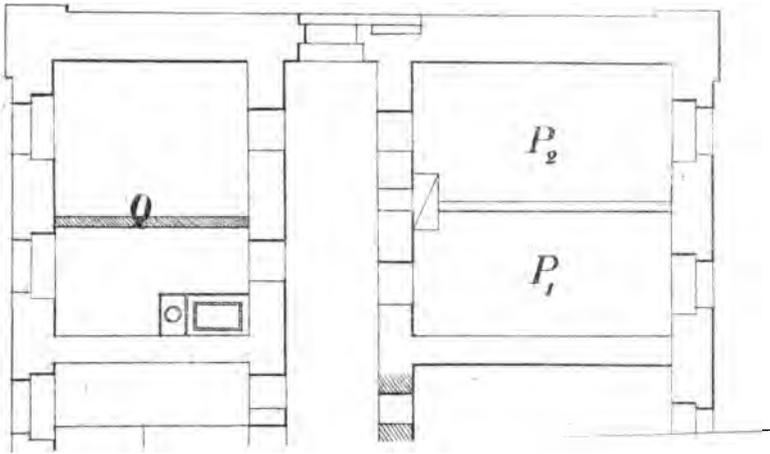
f_2)	глуб. 15 в., стоящі по одиночкѣ въ комн. <i>H</i>	подъ № 41.	1 шт.
	» — » » » <i>C</i>	» 42.	1 »
f_3)	гл. 15 в., стоящі по парно, сквозные въ комн. <i>F</i>	подъ № 43.	2 шт.
	» — » » » G_1	» 44.	2 »
	» — » » » <i>H</i>	» 45, 46.	4 »
г)	Шкафы шириною 3 ар. 4 вер., высотой 4 ар. 4 вер.		
	глубиною 15 вер. въ комнатахъ <i>F</i>	подъ №№ 47, 48, 49.	3 шт.
	» — » » » G_1	» 50.	1 »
	» — » » » G_2	» 51, 52, 53.	3 »
	» — » » » <i>H</i>	» 54, 55, 56.	3 »
	» — » » » <i>A</i>	» 57, 58, 59.	3 »
	Простыя полки двойныя, шириною 1 ар.		
	длиною 7 ар. 12 вер. въ комнатахъ X_1 и X_2	подъ №№ I, III.	31 ар.
	» 7 » 8 » » X_1	» II	15 »
	» 7 » 4 » » <i>U</i>	» IV, V.	29 »
	Простыя полки одиночныя шириною 8 верш.		
	длиною 1 ар. 10 вер. въ комнатахъ X_2	подъ № VI.	1 ар. 10 вер.
	» 1 » 4 » » —	» VII.	1 » 4 »
	» 3 » — » » —	» VIII.	3 » — »
	» 7 » 12 » » X_1	» IX.	7 » 12 »
	» 8 » 10 » » <i>U</i>	» X.	8 » 10 »
	» 7 » 12 » » —	» XI, XII.	15 » 8 »
	» 9 » 12 » » T_1 и T_2	» XIV, XV	19 » 8 »
	» 7 » 12 » » —	» XIII.	7 » 12 »
	» 6 » — » » —	» XVI.	6 » — »
	Въ предполагаемомъ помѣщеніи библиотеки длина всѣхъ простыхъ		
	положъ двойныхъ и одиночныхъ равна 146 ар.; а длина всѣхъ про-		
	стыхъ положъ двойныхъ и одиночныхъ, находящихся теперь въ биб-		
	ліотекѣ равна 145 ар. 11 вер.		
	Сверхкомплектныя полки одиночныя шириною 8 вер.		
	длиною 1 ар. 6 в. въ комнатахъ <i>F</i>	подъ №№ XVII, XX, XXI.	4 ар. 2 в.
	» 2 » 10 » » —	» XVIII, XIX.	5 » 4 »
	» 2 » 15 » » G_2	» XXII, XXII.	5 » 14 »
		ВСЕГО	15 » 4 »

Изъ XIX т. «Записокъ» Императорскаго Новороссійскаго Университета.

Тип. Ульриха и Шульце, въ Одессѣ, Красный переулокъ д. № 3.







II. Часть ученая.

СПОСОБЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОРБИТЪ ДВОЙНЫХЪ ЗВЪЗДЪ.

Продолженіе*)

А. Кононовича.

В) Способъ Гершеля.

Опредѣленіе элементовъ видимаго эллипса по этому способу основано на пяти полныхъ наблюденіяхъ, причемъ время наблюденія не входитъ въ вычисленіе.

Уравненіе видимаго эллипса, отнесенное къ прямоугольнымъ осямъ ξ и η , имѣющимъ начало въ неподвижной звѣздѣ можетъ быть написано въ видѣ:

$$\alpha \xi^2 + \beta \xi \eta + \gamma \eta^2 + \delta \xi + \varepsilon \eta + 1 = 0 \quad (1)$$

Если назовемъ черезъ $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, \rho_5$, и p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 разстоянія и позиціонные углы для пяти наблюденій, если да-
лѣе примемъ, что ось ξ совпадаетъ съ линіею отъ которой счита-
ются позиціонные углы и назовемъ координаты наблюденныхъ
мѣстъ черезъ (ξ_1, η_1) , (ξ_2, η_2) , и т. д. то равенства;

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \rho_1 \cos p_1 & \xi_2 &= \rho_2 \cos p_2 \dots\dots & \text{и т. д.} \\ \eta_1 &= \rho_1 \sin p_1 & \eta_2 &= \rho_2 \sin p_2 \dots\dots \end{aligned}$$

дадутъ намъ прямоугольныя координаты пяти точекъ видимаго эллипса. Вставляя эти значенія въ ур. (1), получимъ пять у-
равненій съ пятью неизвѣстными: $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ и ε , изъ которыхъ
всѣ эти неизвѣстныя и могутъ быть опредѣлены. Зная же коэф-

См. XVIII т. стр. 57.

фиціенты ур. (1) легко опредѣлимъ положеніе центра эллипса, величину обѣихъ осей его и наклонность большой оси его къ оси ξ , т. е. всѣ элементы видимаго эллипса. Вычисленіе этихъ величинъ можетъ быть совершенно по формуламъ, помѣщаемымъ во всякомъ учебникѣ аналитической геометріи а потому я и не привожу ихъ здѣсь.

Хотя способъ Гершеля новидимому требуетъ для своего приложенія пять позиціонныхъ угловъ и соответствующихъ разстояній — чего, вообще говоря, трудно достигнуть при теперешнемъ матеріалѣ наблюденій, но легко видѣть, что всѣ элементы орбиты, кромѣ большой оси могутъ быть опредѣлены по какому угодно изъ вышеупомянутыхъ способовъ изъ однихъ только позиціонныхъ угловъ. Для этого надо только имѣть $\frac{dp}{dt}$ для всякаго времени. Последняго можно достигнуть графически, рисуя позиціонные углы какъ ординаты а время какъ абсциссу, соединяя полученныя такимъ образомъ точки непрерывною кривою и отыскивая тангенсъ угла образуемаго касательною съ осью абсциссъ; можно достигнуть того же самаго помощью вычисленія — для этого надо положить $p = a + bt + ct^2 + \dots$, гдѣ t время, p позиціонный уголъ и $a, b, c \dots$ постоянные коэффициенты, которые должны быть опредѣлены такъ, чтобы предъидущая формула возможно точно выражала наблюденные позиціонные углы. Неудобство этого приѣма заключается въ длинныхъ предѣлкахъ и въ томъ, что напередъ не извѣстно сколько членовъ ряда достаточно взять; это послѣднее неудобство отчасти уничтожается способомъ интерполяціи помощью наименьшихъ квадратовъ, предложеннымъ Коши. Отыскавши какииъ бы то ни было изъ этихъ приѣмовъ $\frac{dp}{dt}$ будемъ знать отношенія между разстояніями для всякаго времени изъ уравненія $\rho \frac{^2 dp}{dt} = const.$ Слѣдовательно можемъ опредѣлить орбиту, принявши для ея размѣровъ произвольную единицу; для полученія истинныхъ размѣровъ надо будетъ знать только одно разстояніе.

Переходъ отъ элементовъ видимой орбиты къ элементамъ истинной.



Опредѣливши такимъ образомъ элементы видимой орбиты перейдемъ къ опредѣленію элементовъ истинной. Необходимыя для этого формулы получатся, если выразить, что видимое мѣсто неподвижной звѣзды есть проекція фокуса истинной орбиты.

Назовемъ (ф. 9) чрезъ Ω долготу линіи узловъ, считаемуую отъ оси ξ , чрезъ l діаметръ видимаго эллипса, проходящій чрезъ мѣсто неподвижной звѣзды s ; чрезъ l_1 діаметръ сопряженный съ l , чрезъ R, P, a, b, ω тѣже величины какъ и въ способѣ Энке. Опредѣлимъ діаметры l и l_1 и уголъ между ними. Уголъ діаметра l съ осью a есть $P-\omega$, по этому діаметръ l будетъ:

$$\frac{1}{l^2} = \frac{1}{b^2} \sin^2(P - \omega) + \frac{1}{a^2} \cos^2(P - \omega) (*) \dots (I)$$

(*) Въ самомъ дѣлѣ (с. 10) пусть α будетъ уголъ діаметра l съ осью a ; координаты точки A получатся изъ уравненій.

$$y = tg \alpha \cdot x, \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

слѣдовательно эти координаты будутъ

$$x^2 = \frac{a^2 b^2}{b^2 + a^2 tg^2 \alpha} \quad y^2 = \frac{a^2 b^2 tg^2 \alpha}{b^2 + a^2 tg^2 \alpha}$$

Диаметръ l_1 можетъ быть полученъ изъ соотношенія:

$$l_1^2 + l^2 = a^2 + b^2 \dots (II).$$

Уголъ между l и l_1 , который мы назовемъ чрезъ χ , можно получить изъ уравненія

$$U_1 \operatorname{sn} \chi = ab \dots (III).$$

Назовемъ чрезъ φ_1 уголъ эксцентрицитета истинной орбиты, такъ чтобы $\operatorname{sn} \varphi_1 = e'$, гдѣ e' есть эксцентрицитетъ. Величина R есть проэкція разстоянія центра отъ фокуса истиннаго эллипса, линия l есть проэкція большой полуоси; такъ какъ отношеніе проектируемыхъ частей одной и той же прямой равно отношенію ихъ проэкцій, то:

$$\left. \begin{aligned} \frac{R}{l} = \operatorname{sn} \varphi_1 = \frac{\sqrt{A^2 - B^2}}{A} \\ \frac{\sqrt{l^2 - R^2}}{l} = \operatorname{cs} \varphi_1 = \frac{B}{A} \end{aligned} \right\} \dots (IV)$$

гдѣ A и B полуоси истиннаго эллипса.

Опредѣливши по формуламъ (I), (II) и (III) величину и

но $l^2 = x^2 + y^2$ следовательно

$$l^2 = \frac{a^2 b^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}{b^2 + a^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{a^2 b^2 \operatorname{sec}^2 \alpha}{b^2 + a^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

откуда

$$\frac{1}{l^2} = \frac{b^2}{a^2 b^2 \operatorname{sec}^2 \alpha} + \frac{a^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{a^2 b^2 \operatorname{sec}^2 \alpha}$$

или

$$\frac{1}{l^2} = \frac{1}{b^2} \operatorname{sn}^2 \alpha + \frac{1}{a^2} \operatorname{cs}^2 \alpha$$

положеніе діаметровъ l и l_1 и по формулѣ (IV) эксцентрицитетъ истинной орбиты, легко вывести формулы для опредѣленія долготы узла Ω и наклонности i . Для вывода этихъ формулъ замѣтимъ, что хорды истиннаго эллипса перпендикулярныя къ линіи узловъ при проецированіи остаются тоже перпендикулярными къ линіи Ω но укорачиваются въ отношеніи $1:cs i$. Поэтому если изъ концевъ M и N (ф. 11) діаметровъ l и l_1 опустимъ перпендикуляры MM_0 и NN_0 на линію Ω и продолжимъ эти перпендикуляры такъ чтобы $M_1 M_0 : M M_0 = N_1 N_0 : N N_0 = 1 : cs i$ то линія $M_1 O = A$, $N_1 O = B$ и уголъ $M_1 O N_1 = 90^\circ$.

Но изъ чертежа имѣемъ;

$$MM_0 = l \operatorname{sn}(P - \Omega); OM_0 = l cs(P - \Omega)$$

$$NN_0 = l_1 \operatorname{sn}(P - \Omega + \chi); ON_0 = -l_1 cs(P - \Omega + \chi)$$

$$M_1 M_0 = MM_0 \operatorname{sec} i = l \operatorname{sn}(P - \Omega) \operatorname{sec} i$$

$$N_1 N_0 = NN_0 \operatorname{sec} i = l_1 \operatorname{sn}(P - \Omega + \chi) \operatorname{sec} i$$

Изъ треугольника $OM_0 M_1$

$$A^2 = \overline{M_0 M_1}^2 + \overline{OM_0}^2 = l^2 \operatorname{sn}^2(P - \Omega) \operatorname{sec}^2 i + l^2 cs^2(P - \Omega) \dots (V)$$

изъ треугольника $ON_0 N_1$

$$B^2 = \overline{N_0 N_1}^2 + \overline{ON_0}^2 = l_1^2 \operatorname{sn}^2(P - \Omega + \chi) \operatorname{sec}^2 i + l_1^2 cs^2(P - \Omega + \chi) (VI)$$

Далѣе изъ треугольниковъ $M_1 O N_1$ и $M_1 N K$ получимъ

$$\begin{aligned} M_1 N_1^2 &= A^2 + B^2 = (M_1 M_0 - N_1 N_0)^2 + (OM_0 + ON_0)^2 = \\ &= \operatorname{sec}^2 i [l \operatorname{sn}(P - \Omega) - l_1 \operatorname{sn}(P - \Omega + \chi)]^2 \\ &+ [l cs(P - \Omega) - l_1 cs(P - \Omega + \chi)]^2 \end{aligned}$$

Сравнивая это уравнение съ суммою (V) и (VI), получимъ:

$$l^2 sn^2(P - \Omega) sec^2 i + l^2 cs^2(P - \Omega) + l_1^2 sn^2(P - \Omega + \chi) sec^2 i + l_1^2 cs^2(P - \Omega + \chi) = [l_1 sn(P - \Omega) - l_1 sn(P - \Omega + \chi)]^2 sec^2 i + [l cs(P - \Omega) - l_1 cs(P - \Omega + \chi)]^2$$

откуда послѣ сокращеній выходитъ:

$$sec^2 i = - \frac{cs(P - \Omega) cs(P - \Omega + \chi)}{sn(P - \Omega) sn(P - \Omega + \chi)},$$

$$cs^2 i = - tg(P - \Omega) tg(P - \Omega + \chi) \dots (VII)$$

частное уравненій (V) и (VI) даетъ:

$$\frac{A^2 l_1^2}{B^2 l^2} = \frac{sn^2(P - \Omega) sec^2 i + cs^2(P - \Omega)}{sn^2(P - \Omega + \chi) sec^2 i + cs^2(P - \Omega + \chi)}$$

исключая отсюда i при помощи ур. (VII), получимъ:

$$\left(\frac{Al_1}{Bl}\right)^2 = \left[\begin{array}{l} cs^2(P - \Omega) sn(P - \Omega) sn(P - \Omega + \chi) \\ - sn^2(P - \Omega) cs(P - \Omega) cs(P - \Omega + \chi) \end{array} \right]:$$

$$\left[\begin{array}{l} cs^2(P - \Omega + \chi) sn(P - \Omega) sn(P - \Omega + \chi) \\ - sn^2(P - \Omega + \chi) cs(P - \Omega) cs(P - \Omega + \chi) \end{array} \right]$$

$$\left(\frac{Al_1}{Bl}\right)^2 = cs(P - \Omega) sn(P - \Omega) \left[\begin{array}{l} cs(P - \Omega) sn(P - \Omega + \chi) \\ - sn(P - \Omega) cs(P - \Omega + \chi) \end{array} \right]:$$

$$cs(P - \Omega + \chi) sn(P - \Omega + \chi) \left[\begin{array}{l} cs(P - \Omega + \chi) sn(P - \Omega) \\ - sn(P - \Omega + \chi) cs(P - \Omega) \end{array} \right]$$

$$\left(\frac{Al_1}{Bl}\right)^2 = - \frac{sn^2(P - \Omega)}{sn^2(P - \Omega + \chi)}$$

Для болѣе удобнаго опредѣленія Ω изъ этого уравненія введемъ вспомогательную величину; положимъ

$$tg\zeta = \frac{Al_1}{Bl} = \frac{l_1}{l\cos\varphi}$$

Тогда предъидущее уравненіе будетъ ;

$$tg^2\zeta = -\frac{sn^2(P-\Omega)}{sn^2(P-\Omega+\chi)}$$

откуда

$$\frac{1 + tg^2\zeta}{1 - tg^2\zeta} = \frac{1}{cs^2\zeta} = \frac{sn^2(P-\Omega+\chi) - sn^2(P-\Omega)}{sn^2(P-\Omega+\chi) + sn^2(P-\Omega)} =$$

$$\frac{tg\chi}{tg(2P-2\Omega+\chi)}$$

слѣдовательно

$$tg(2P-2\Omega+\chi) = tg\chi cs^2\zeta \dots (VIII).$$

Уравненіе (VIII) даетъ четыре значенія для Ω меньше 360° ; два изъ этихъ значеній должны быть отброшены, такъ какъ по ур. (VII) величина $cs^2i = -tg(P-\Omega)tg(P-\Omega+\chi)$ должна быть положительна и меньше единицы; такимъ образомъ для Ω получатся два значенія отличающіеся на 180° , что и должно быть, потому что въ нашей задачѣ нѣтъ разницы между восходящимъ и нисходящимъ узлами.

Назовемъ черезъ ω' (ф. 12) разстояніе отъ узла до перигелія, а черезъ π долготу перигелія такъ что $\pi = \omega' + \Omega$. Пусть M_0CM_1 , будетъ истинная орбита, M_0CM плоскость проеэцій, CQ линія узловъ, M_1 афелій, M его проеэція M_1M_0 и MM_0 перпендикуляры изъ точекъ M и M_1 на линію узловъ. Тогда

$CM_1 = A$; $CM = l$; $\angle M_0CM_1 = \tilde{\omega}^1 - 180^\circ$; $\angle M_0CM = P - \Omega$; $\angle M_1M_0M = i$. Мы имѣемъ:

$$CM_0 = CM_1 \operatorname{cs}(M_0CM_1) = A \operatorname{cs}(\tilde{\omega}' - 180^\circ) = -A \operatorname{cs} \tilde{\omega}'$$

$$CM_0 = CM \operatorname{cs}(M_0CM) = l \operatorname{cs}(P - \Omega)$$

$$M_0M = CM \operatorname{sn}(M_0CM) = l \operatorname{sn}(P - \Omega)$$

$$M_0M = M_0M_1 \operatorname{cs} i = A \operatorname{sn}(\tilde{\omega}' - 180^\circ) \operatorname{cs} i = -A \operatorname{sn} \tilde{\omega}' \operatorname{cs} i$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} A \operatorname{cs} \tilde{\omega}' &= -l \operatorname{cs}(P - \Omega) \\ A \operatorname{sn} \tilde{\omega}' \operatorname{cs} i &= -l \operatorname{sn}(P - \Omega) \end{aligned} \right\} \dots (IX)$$

Уравненіе (IV), (V), (VI), (VII), (VIII), и (IX) даютъ возможность опредѣлить слѣдующіе элементы: Ω , i , π (или $\tilde{\omega}'$) A и e' , слѣдовательно остается еще опредѣлить среднее движеніе μ (или время оборота U) и эпоху. За эпоху мы возьмемъ время прохожденія черезъ перигелій T .

Въ способахъ Савари и Энке мы нашли, при отысканіи элементовъ видимаго эллипса, двойную площадную скорость k видимаго эллипса; если назовемъ черезъ k^1 двойную площадную скорость истиннаго движенія, то

$$\left. \begin{aligned} k^1 &= k \operatorname{sec} i \\ \mu &= \frac{k^1}{2\pi A.B} \cdot 360^\circ = \frac{k}{2\pi ab} 360^\circ \\ U &= \frac{2\pi A.B}{k^1} = \frac{2\pi ab}{k} \end{aligned} \right\} \dots (X)$$

Для отысканія T мы выведемъ формулы такъ, чтобы по нимъ можно было опредѣлить положеніе побочной звѣзды въ видимомъ эллисѣ для всякаго времени. Если r' и v' будутъ ра-

дѣлаетъ векторъ и истинная аномаль звѣзды въ ея орбитѣ, то прямоугольныя координаты проэкціи ея, отнесенныя къ линіи Ω и перпендикуляръ къ ней будутъ: $r' cs (v' + \tilde{\omega}')$ и $r' sn (v' + \tilde{\omega}') csi$; координаты звѣзды, отнесенныя къ осямъ ξ и η , будутъ:

$$\xi = \rho cs p = r' cs (v' + \tilde{\omega}') cs \Omega - r' sn (v' + \tilde{\omega}') csi sn \Omega$$

$$\eta = \rho sn p = r' cs (v' + \tilde{\omega}') sn \Omega + r' sn (v' + \tilde{\omega}') csi cs \Omega$$

или

$$\rho cs p = r' cs v' [cs \tilde{\omega}' cs \Omega - sn \tilde{\omega}' sn \Omega csi] -$$

$$r' sn v' [sn \tilde{\omega}' cs \Omega + cs \tilde{\omega}' sn \Omega csi]$$

$$\rho sn p = r' cs v' [cs \tilde{\omega}' sn \Omega + sn \tilde{\omega}' cs \Omega csi] -$$

$$r' sn v' [sn \tilde{\omega}' sn \Omega - cs \tilde{\omega}' cs \Omega csi]$$

Положимъ

$$cs \Omega = sn u sn U; \quad sn \Omega = sn u' sn U'$$

$$- csi sn \Omega = sn u cs U; \quad csi cs \Omega = sn u' cs U'$$

и замѣтимъ что

$$r' cs v' = A (cs E' - e')$$

$$r' sn v' = B sn E'$$

гдѣ E' эксцентрическая аномаль, тогда

$$\rho cs p = A cs E' sn u sn (U + \tilde{\omega}') + B sn E' sn u cs (U + \tilde{\omega}') -$$

$$- A sn \varphi_1 sn u sn (U + \tilde{\omega}')$$

$$\rho sn p = A cs E' sn u' sn (U' + \tilde{\omega}') + B sn E' sn u' cs (U' + \tilde{\omega}') -$$

$$- A sn \varphi_1 sn u' sn (U' + \tilde{\omega}')$$

Если обозначимъ далѣе

$$\begin{aligned}
 A \operatorname{sn} u \operatorname{sn} (U + \omega') &= w \operatorname{sn} V & A \operatorname{sn} u' \operatorname{sn} (U' + \tilde{\omega}') &= w' \operatorname{sn} V' \\
 B \operatorname{sn} u \operatorname{cs} (U + \tilde{\omega}') &= w \operatorname{cs} V & B \operatorname{sn} u' \operatorname{cs} (U' + \tilde{\omega}') &= w' \operatorname{cs} V' \\
 - \operatorname{sn} \varphi_1 w \operatorname{sn} V &= \lambda & - \operatorname{sn} \varphi_1 w' \operatorname{sn} V' &= \lambda'
 \end{aligned}$$

то

$$\begin{aligned}
 \rho \operatorname{cs} p &= w \operatorname{sn} (V + E') + \lambda \\
 \rho \operatorname{sn} p &= w' \operatorname{sn} (V' + E') + \lambda'
 \end{aligned}$$

Высчитавши постоянныя $u, u', U, U', w, w', V, V', \lambda, \lambda'$ по формуламъ:

$$\left. \begin{aligned}
 \operatorname{sn} u \operatorname{sn} U &= \operatorname{cs} \Omega & \operatorname{sn} u' \operatorname{sn} U' &= \operatorname{sn} \Omega \\
 \operatorname{sn} u \operatorname{cs} U &= - \operatorname{sn} \Omega \operatorname{cs} i & \operatorname{sn} u' \operatorname{cs} U' &= \operatorname{cs} \Omega \operatorname{cs} i
 \end{aligned} \right\} \text{(XI)}$$

$$\left. \begin{aligned}
 w \operatorname{sn} V &= A \operatorname{sn} u \operatorname{sn} (U + \tilde{\omega}') & w' \operatorname{sn} V' &= A \operatorname{sn} u' \operatorname{sn} (U' + \tilde{\omega}') \\
 w \operatorname{cs} V &= B \operatorname{sn} u \operatorname{cs} (U + \tilde{\omega}') & w' \operatorname{cs} V' &= B \operatorname{sn} u' \operatorname{cs} (U' + \tilde{\omega}') \\
 \lambda &= - \operatorname{sn} \varphi_1 w \operatorname{sn} V & \lambda' &= - \operatorname{sn} \varphi_1 w' \operatorname{sn} V'
 \end{aligned} \right\} \text{(XI)}$$

будемъ имѣть

$$\left. \begin{aligned}
 E' - \operatorname{sn} \varphi_1 \operatorname{sn} E' &= \mu (t - T) \\
 \rho \operatorname{cs} p &= w \operatorname{sn} (V + E') + \lambda \\
 \rho \operatorname{sn} p &= w' \operatorname{sn} (V' + E') + \lambda
 \end{aligned} \right\} \dots \text{(XII)}$$

По формуламъ (XII) можно опредѣлить T , если уже извѣстно μ , слѣдующимъ образомъ. Последнія двѣ формулы даютъ во-

зможность точно опредѣлить E' по даннымъ ρ и p для времени t_1 ; изъ первой же формулы имѣемъ :

$$T = t_1 - \frac{1}{\mu} (E' - sn \varphi_1 E')$$

Въ случаѣ если μ и T оба неизвѣстны, надо взять два момента времени t_1 и t_2 и высчитать по послѣднимъ двумъ уравненіямъ (XII) соотвѣтствующіе E_1' и E_2' ; тогда первое изъ уравненій (XII) доставитъ два уравненія между μ и T

$$E_1' - sn \varphi_1 sn E_1' = \mu (t_1 - T)$$

$$E_2' - sn \varphi_1 sn E_2' = \mu (t_2 - T)$$

изъ которыхъ μ и T легко опредѣлятся.

Когда такимъ образомъ опредѣлены всѣ элементы, ур. (XII) дадутъ возможность опредѣлить ρ и p для всякаго времени t .

II) СПОСОБЫ,

въ которыхъ прямо опредѣляются истинные элементы.

А) Способъ Вилларсо.

Проведемъ черезъ главную звѣзду прямоугольную систему координатъ x, y, z такъ чтобы ось z совпадала съ линією, соединяющею эту звѣзду съ солнцемъ, ось x съ линією, отъ которой считаются позиціонные углы, ось y была бы направлена въ сторону возрастающихъ позиціонныхъ угловъ. Называя тогда черезъ f коэффициентъ притяженія, черезъ m' и m'' массы спутника и главной звѣзды, черезъ x'', y'', z'' и r'' координаты спутника и его радіусъ векторъ, выраженные въ линейныхъ единицахъ, получимъ слѣдующія уравненія движенія:

$$\frac{d^2x''}{dt^2} + f(m' + m'') \frac{x''}{r''^3} = 0$$

.....

и т. д.

Наблюденныя координаты выражаются не въ линейныхъ единицахъ, а въ дугахъ подъ которыми эти координаты видны съ земли; поэтому надо ввести въ предъидущія уравненія вмѣсто координатъ $x'' y'' z''$ и разстоянія r'' эти дуги. Для этой

цѣли назовемъ разстояніе звѣзды отъ солнца черезъ Z а величины x'' y'' z'' и r'' , выраженные въ секундахъ, черезъ x , y , z , r , тогда:

$$x'' = x Z tg 1'' \quad y'' = y Z tg 1'' \quad z'' = z Z tg 1'' \quad r'' = r Z tg 1''$$

Для исключенія изъ уравненій движенія множителя f , назовемъ черезъ R среднее разстояніе земли отъ солнца, черезъ N' среднее движеніе земли вокругъ солнца, черезъ $M + m$ сумму массъ солнца и земли, черезъ $\tilde{\omega}'$ годичный параллаксъ звѣзды; тогда

$$R'^3 N'^2 = f(M + m)$$

$$R = Z \tilde{\omega}' tg 1''$$

Изъ послѣдняго уравненія имѣемъ:

$$Z = \frac{R}{\tilde{\omega}' tg 1''}$$

а слѣдовательно

$$x'' = \frac{R}{\tilde{\omega}'} x \quad y'' = \frac{R}{\tilde{\omega}'} y \quad z'' = \frac{R}{\tilde{\omega}'} z \quad r'' = \frac{R}{\tilde{\omega}'} r$$

откуда

$$\frac{d^2 x''}{dt^2} = \frac{R}{\tilde{\omega}'} \frac{d^2 x}{dt^2}, \dots \text{ и т. д.}$$

$$f(m' + m'') \frac{x''}{r'^3} = N'^2 R \tilde{\omega}'^2 \frac{m' + m'' x}{M + m r^3}, \dots \text{ и т. д.}$$

Уравненія движенія будутъ

$$\frac{R}{\tilde{\omega}'} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + R N'^2 \tilde{\omega}'^2 \frac{m' + m''}{M + m} \frac{x}{r^2} = 0 \dots\dots \text{и т. д.}$$

или раздѣляя на $\frac{R}{\tilde{\omega}'}$ и полагая для краткости

$$\mu = N'^2 \tilde{\omega}'^2 \frac{m' + m''}{M + m}$$

получимъ

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \mu \frac{x}{r^3} &= 0 & \frac{d^2y}{dt^2} + \mu \frac{y}{r^3} &= 0 & \frac{d^2z'}{dt^2} + \mu \frac{z}{r^3} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

Обозначимъ черезъ α позиціонный уголъ, черезъ ρ проекцію радіуса вектора спутника, черезъ r радіусъ векторъ, черезъ λ уголъ между радіусомъ векторомъ и его проекціею для какого нибудь времени t . Тогда:

$$\left. \begin{aligned} x &= \rho \cos \alpha \\ y &= \rho \sin \alpha \\ z &= \rho \operatorname{tg} \lambda \\ r &= \frac{\rho}{\cos \lambda} \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

Мы будемъ считатьъ извѣстными величины ρ и α и ихъ производныя для времени t . Прежде чѣмъ приступить къ опредѣленію элементовъ мы выразимъ μ , λ и ея производную помощію величинъ, предполагаемыхъ извѣстными. Съ этою цѣлью

продифференцируемъ ур (2), — получимъ:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= cs \alpha \frac{d\rho}{dt} - \rho sn \alpha \frac{d\alpha}{dt} \\ \frac{dy}{dt} &= sn \alpha \frac{d\rho}{dt} + \rho sn \alpha \frac{d\alpha}{dt} \\ \frac{dz}{dt} &= tg \lambda \frac{d\rho}{dt} + \frac{\rho}{cs^2 \lambda} \frac{d\lambda}{dt} \\ \frac{dr}{dt} &= \frac{1}{cs \lambda} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\rho}{cs \lambda} tg \lambda \frac{d\lambda}{dt} \end{aligned} \right\} \dots\dots (3)$$

Дифференцируя еще разъ и вставляя вмѣсто $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$ ихъ значенія изъ ур. (1), получимъ

$$\left. \begin{aligned} -\mu \frac{cs^3 \lambda}{\rho^2} cs \alpha &= cs \alpha \frac{d^2 \rho}{dt^2} - 2 sn \alpha \frac{d\alpha}{dt} \frac{d\rho}{dt} - \\ &\quad \rho cs \alpha \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 - \rho sn \alpha \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \\ -\mu \frac{cs^3 \lambda}{\rho^2} sn \alpha &= sn \alpha \frac{d^2 \rho}{dt^2} + 2 cs \alpha \frac{d\rho}{dt} \frac{d\alpha}{dt} - \\ &\quad \rho sn \alpha \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 + \rho cs \alpha \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \\ -\mu \frac{cs^3 \lambda}{\rho^2} tg \lambda &= tg \lambda \frac{d^2 \rho}{dt^2} + \frac{2}{cs^2 \lambda} \frac{d\lambda}{dt} \frac{d\rho}{dt} + \\ &\quad \frac{2\rho}{cs^2 \lambda} tg \lambda \left(\frac{d\lambda}{dt} \right)^2 + \frac{\rho}{cs^2 \lambda} \frac{d^2 \lambda}{dt^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

Эти уравнения можно преобразовать слѣдующимъ образомъ. Опредѣлимъ изъ первыхъ двухъ уравненій μ и исключимъ изъ нихъ μ , получаемъ два уравнения

$$\left. \begin{aligned} 0 &= 2 \frac{d\rho}{dt} \cdot \frac{d\alpha}{dt} + \rho \frac{d^2\alpha}{dt^2} \\ \mu \frac{cs^3\lambda}{\rho^2} &= -\frac{d^2\rho}{dt^2} + \rho \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

Умноживъ послѣднее изъ ур. (5) на $tg\lambda$ и сравнивъ его съ послѣднимъ изъ ур. (4), получимъ:

$$0 = tg\lambda \rho \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + \frac{2}{cs^2\lambda} \frac{d\lambda}{dt} \cdot \frac{d\rho}{dt} + \frac{2\rho}{cs^2\lambda} tg\lambda \left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2 + \frac{\rho}{cs^2\lambda} \frac{d^2\lambda}{dt^2}$$

или умножая на $\frac{sn\lambda cs\lambda}{\rho}$

$$0 = sn^2\lambda \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + \frac{2tg\lambda}{\rho} \frac{d\lambda}{dt} \cdot \frac{d\rho}{dt} + 2tg^2\lambda \left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2 + tg\lambda \frac{d^2\lambda}{dt^2} \} (6)$$

Уравнения (5) и (6) замѣняютъ собою (4). Первое изъ уравненій (5) не содержитъ въ себѣ неизвѣстныхъ величинъ, — не трудно видѣть что оно выражаетъ законъ площадей; дѣйствительно умножая его на ρ , получимъ:

$$0 = 2\rho \frac{d\rho}{dt} \cdot \frac{d\alpha}{dt} + \rho^2 \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\rho^2 \frac{d\alpha}{dt} \right); \text{ отсюда}$$

$\rho^2 \frac{d\alpha}{dt} = const.$ Первая часть втораго изъ уравненій (5) положительна (ибо λ въ предѣлахъ — 90° и $+ 90^\circ$), слѣдовательно наблюдаенныя координаты должны удовлетворять условію $\rho \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 - \frac{d^2\rho}{dt^2} > 0.$

Для опредѣленія неизвѣстныхъ μ , λ и $\frac{d\lambda}{dt}$ и для исключенія $\frac{d^2\lambda}{dt^2}$, одифференцируемъ два раза второе изъ уравненій (5)

Дифференцируя первый разъ, получимъ:

$$-\mu \frac{cs^3\lambda}{\rho^2} \left(3tg\lambda \frac{d\lambda}{dt} + \frac{2}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right) = -\frac{d^3\rho}{dt^3} + \frac{d\rho}{dt} \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 + 2\rho \frac{d\alpha}{dt} \frac{d^2\alpha}{dt^2}$$

или т. е. по первому изъ ур. (5)

$$2\rho \frac{d\alpha}{dt} \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -4 \frac{d\rho}{dt} \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 \quad \text{то}$$

$$\frac{\mu cs^3\lambda}{\rho^2} \left(3tg\lambda \frac{d\lambda}{dt} + \frac{2}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right) = \frac{d^3\rho}{dt^3} + 3 \frac{d\rho}{dt} \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 \quad \dots \dots (7)$$

исключая отсюда $\frac{\mu cs^3\lambda}{\rho^2}$ при помощи втораго изъ ур. (5) и полагая

$$3k' = \frac{\frac{d^3\rho}{dt^3} + 3 \frac{d\rho}{dt} \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2}{\rho \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 - \frac{d^2\rho}{dt^2}} - \frac{2}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad \dots \dots (8)$$

получимъ

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{k^1}{tg\lambda} \quad \dots \dots (9).$$

Такъ какъ k^1 величина извѣстная, то ур. (9) даетъ возможность опредѣлить $\frac{d\lambda}{dt}$ какъ только будетъ извѣстно λ . Если

продифференцируемъ еще разъ ур. (7) и вставимъ вмѣсто $\frac{\mu cs^3\lambda}{\rho^2}$ его величину изъ втораго изъ ур. (5) а во второй части исключимъ $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$ помощью перваго изъ ур. (5), то получимъ:

$$\left[\rho \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 - \frac{d^2\rho}{dt^2} \right] \left[3(1-2tg^2\lambda) \left(\frac{d\lambda}{dt} \right)^2 + 3tg\lambda \frac{d^2\lambda}{dt^2} - \right. \\ \left. - \frac{12}{\rho} tg\lambda \frac{d\lambda}{dt} \frac{d\rho}{dt} + \frac{2}{\rho} \frac{d^2\rho}{dt^2} - \frac{6}{\rho^2} \left(\frac{d\rho}{dt} \right)^2 \right] = \frac{d^4\rho}{dt^4} + 3 \frac{d^2\rho}{dt^2} \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 - \\ \frac{12}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dt} \right)^2 \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 *$$

*) Дѣйствительно, дифференцируя ур. (7), получимъ:

$$\frac{\mu cs^3\lambda}{\rho^2} \left[\frac{3}{cs^2\lambda} \left(\frac{d\lambda}{dt} \right)^2 + 3tg\lambda \frac{d^2\lambda}{dt^2} - \frac{2}{\rho^2} \left(\frac{d\rho}{dt} \right)^2 + \frac{2}{\rho} \frac{d^2\rho}{dt^2} \right] - \frac{\mu cs^3\lambda}{\rho^2} \left[3tg\lambda \frac{d\lambda}{dt} + \frac{2}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right]^2 = \\ = \frac{d^4\rho}{dt^4} + 3 \frac{d^2\rho}{dt^2} \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 + 6 \frac{d\rho}{dt} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2}$$

или

$$\frac{\mu cs^3\lambda}{\rho^2} \left[\frac{3}{cs^2\lambda} \left(\frac{d\lambda}{dt} \right)^2 + 3tg\lambda \frac{d^2\lambda}{dt^2} - \frac{2}{\rho^2} \left(\frac{d\rho}{dt} \right)^2 + \frac{2}{\rho} \frac{d^2\rho}{dt^2} - 9tg^2\lambda \left(\frac{d\lambda}{dt} \right)^2 - \right. \\ \left. - \frac{12}{\rho} tg\lambda \frac{d\rho}{dt} \frac{d\lambda}{dt} - \frac{4}{\rho^2} \left(\frac{d\rho}{dt} \right)^2 \right] = \frac{d^4\rho}{dt^4} + 3 \frac{d^2\rho}{dt^2} \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 + 6 \frac{d\rho}{dt} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2}$$

Но изъ втораго изъ ур. (5) имѣемъ:

$$\rho \frac{d^2\alpha}{dt^2} = - 2 \frac{d\rho}{dt} \cdot \frac{d\alpha}{dt}$$

откуда

$$6 \frac{d\alpha}{dt} \cdot \frac{d\rho}{dt} \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} = - \frac{12}{\rho} \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 \left(\frac{d\rho}{dt} \right)^2 \\ \frac{3}{cs^2\lambda} - 9tg^2\lambda = \frac{3(1-3sn^2\lambda)}{cs^2\lambda} = \frac{3(cs^2\lambda + sn^2\lambda - 3sn^2\lambda)}{cs^2\lambda} = 3(1-2tg^2\lambda).$$

или полагая для сокращения

$$3k = \frac{\frac{d^4\rho}{dt^4} + 3 \frac{d^2\rho}{dt^2} \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 - \frac{12}{\rho} \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2}{\rho \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 - \frac{d^2\rho}{dt^2}} + \left. \begin{aligned} & \\ & + \frac{6}{\rho^2} \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 - \frac{2}{\rho} \frac{d^2\rho}{dt^2} \end{aligned} \right\} (10)$$

получимъ, раздѣляя предыдущее уравненіе на 3 и перемѣняя знакъ:

$$(2 \operatorname{tg}^2\lambda - 1) \left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2 + \frac{4}{\rho} \operatorname{tg}\lambda \frac{d\lambda}{dt} \frac{d\rho}{dt} - \operatorname{tg}\lambda \frac{d^2\lambda}{dt^2} + k = 0 \quad \left. \right\} (11).$$

Складывая уравненія (6) и (11), будемъ имѣть:

$$(4 \operatorname{tg}^2\lambda - 1) \left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2 + \frac{6}{\rho} \operatorname{tg}\lambda \frac{d\lambda}{dt} \frac{d\rho}{dt} + k + sn^2\lambda \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 = 0 \quad \left. \right\} (12)$$

Вставивъ въ это уравненіе вмѣсто $\frac{d\lambda}{dt}$ его величину изъ ур. (9), написавши вмѣсто $sn^2\lambda$ выраженіе $\frac{\operatorname{tg}^2\lambda}{1 + \operatorname{tg}^2\lambda}$ и уничтоживъ

Вставляя еще μ изъ ур. (5), получимъ:

$$\left[\rho \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 - \frac{d^2\rho}{dt^2} \right] \left[3(1 - 2 \operatorname{tg}^2\lambda) \left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2 + 3 \operatorname{tg}\lambda \frac{d^2\lambda}{dt^2} - \frac{12}{\rho} \operatorname{tg}\lambda \frac{d\lambda}{dt} \frac{d\rho}{dt} - \right. \\ \left. - \frac{6}{\rho^2} \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \frac{2}{\rho} \frac{d^2\rho}{dt^2} \right] = \frac{d^4\rho}{dt^4} + 3 \frac{d^2\rho}{dt^2} \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + \frac{12}{\rho} \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2$$

знаменателя, получимъ слѣдующія уравненія для опредѣленія λ

$$Q' \operatorname{tg}^2 \lambda + Q \operatorname{tg}^2 \lambda - k'^2 = 0 \quad \} \dots (13)$$

гдѣ

$$Q = 3k'^2 + \frac{6k}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + k; \quad Q' = Q + \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + k'^2 \quad \} (14)$$

Для опредѣленія числа рѣшеній уравненія (13) опредѣлимъ сперва знакъ Q' . Мы имѣемъ:

$$Q' = 4k'^2 + \frac{6}{\rho} k' \frac{d\rho}{dt} + \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + k$$

Если въ уравненіе (12) вставимъ вмѣсто $\operatorname{tg} \lambda \frac{d\lambda}{dt}$ величину k' (см. ур. 9), то получимъ:

$$4k'^2 - \left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2 + \frac{6}{\rho} k' \frac{d\rho}{dt} + \operatorname{sn}^2 \lambda \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + k = 0$$

откуда

$$Q' = \left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2 + \operatorname{cs}^2 \lambda \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 \quad \dots (14 \text{ bis})$$

Слѣдовательно Q' есть величина положительная (не трудно видѣть что Q' равно квадрату угловой скорости радиуса вектора*);

*) Дѣйствительно, обозначая долготу звѣзды въ орбитѣ через σ , получимъ: $ds^2 = dr^2 + r^2 d\sigma^2$ гдѣ ds элементъ пути; отсюда

$$\frac{d\sigma^2}{dt^2} = \frac{1}{r^2} \left[\frac{ds^2}{dt^2} - \frac{dr^2}{dt^2} \right] \text{ но } \frac{ds^2}{dt^2} = \frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2},$$

такъ какъ послѣдній членъ ур. (13) отрицателенъ, то это уравненіе имѣетъ одинъ положительный и одинъ отрицательный корень относительно $tg^2\lambda$; отрицательный корень какъ дающій мнимое значеніе для $tg\lambda$, надо отбросить и положить:

$$tg^2\lambda = \frac{\sqrt{Q^2 + 4Q'k'^2} - Q}{2Q'} \dots (15)$$

Уравненіе (15) даетъ два значеніе для λ , — одно положительное, а другое такое же самое отрицательное (по числу λ меньше 90°); мы можемъ взять какое угодно изъ нихъ, потому что не въ состояніи рѣшить съ какой стороны плоскости проэкцій лежитъ побочная звѣзда.

обращая вниманіе на ур. (3) будемъ имѣть:

$$\frac{ds^2}{dt^2} = \frac{1}{cs^2\lambda} \frac{d\rho^2}{dt^2} + \rho^2 \frac{d\alpha^2}{dt^2} + \frac{\rho^2}{cs^2\lambda} \frac{d\lambda^2}{dt^2} + 2 \frac{\rho}{cs^2\lambda} tg\lambda \frac{d\lambda}{dt} \frac{d\rho}{dt}$$

по ур (3) имѣемъ еще:

$$\frac{dr^2}{dt^2} = \frac{1}{cs^2\lambda} \frac{d\rho^2}{dt^2} + \frac{\rho^2}{cs^2\lambda} tg^2\lambda \frac{d\lambda^2}{dt^2} + \frac{2\rho}{cs^2\lambda} tg\lambda \frac{d\rho}{dt} \cdot \frac{d\lambda}{dt}$$

слѣдовательно

$$\frac{dv^2}{dt^2} = \frac{1}{r^2} \left[\rho^2 \frac{d\alpha^2}{dt^2} + \frac{\rho^2}{cs^2\lambda} \frac{d\lambda^2}{dt^2} \right];$$

вставляя вмѣстѣ r его величину изъ ур. (2):

$$\frac{dv^2}{dt^2} = \frac{cs^2\lambda}{\rho^3} \cdot \rho^2 \left[\frac{d\alpha^2}{dt^2} + \frac{1}{cs^2\lambda} \frac{d\lambda^2}{dt^2} \right]$$

а слѣдовательно

$$\frac{dv^2}{dt^2} = \frac{d\lambda^2}{dt^2} + cs^2\lambda \frac{d\alpha^2}{dt^2} = Q.$$

Найдя изъ ур. (15) величину λ , мы найдемъ $\frac{d\lambda}{dt}$ изъ ур. (9), а μ изъ втораго изъ ур. (5), такъ что эти величины мы будемъ считать далѣе извѣстными.

Интегралы уравненій (2), выражающіе законъ сохраненія площадей, дадутъ намъ возможность опредѣлить положеніе орбиты (т. е. Ω и J). Назовемъ черезъ G , G' и G'' двойныя площадныя скорости проэкцій радіуса вектора послѣдовательно на плоскости yz , xz , xy .

Тогда, какъ извѣстно, имѣемъ:

$$G = y \frac{dz}{dt} - z \frac{dy}{dt}; \quad G' = z \frac{dx}{dt} - x \frac{dz}{dt}; \quad G'' = x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt}$$

Вставляя въ эти уравненія вмѣсто x , y , z , $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ изъ значенія изъ уравненій (2) и (3), получимъ:

$$G = \rho^2 \left[sn \alpha \frac{d\lambda}{cs^2\lambda} - cs \alpha tg \lambda \frac{d\alpha}{dt} \right]$$

$$G' = \rho^2 \left[-cs \alpha \frac{d\lambda}{cs^2\lambda} - sn \alpha tg \lambda \frac{d\alpha}{dt} \right]$$

$$G'' = \rho^2 \frac{d\alpha}{dt}$$

или полагаая

$$S = \frac{G}{\rho^2} \quad S' = \frac{G'}{\rho^2} \quad S'' = \frac{G''}{\rho^2} \quad \} \quad \dots (16)$$

будемъ имѣть для опредѣленія S, S', S'' уравненія :

$$\left. \begin{aligned} S &= sn \alpha \frac{d\lambda}{cs^2\lambda} - cs \alpha tg \lambda \frac{d\alpha}{dt} \\ S' &= -cs \alpha \frac{d\lambda}{cs^2\lambda} - sn \alpha tg \lambda \frac{d\alpha}{dt} \\ S'' &= \frac{d\alpha}{dt} \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

Не трудно видѣть, что двойная площадная скорость P радиуса вектора въ орбитѣ связывается съ своими проеціями G, G' и G'' помощью уравненій: *)

$$P sn \Omega sn J = G = \rho^2 S$$

$$P cs \Omega sn J = -G' = -\rho^2 S'$$

$$P cs J = G'' = \rho^2 S''$$

*) Проведемъ изъ начала координатъ, какъ изъ центра, шаръ радиуса = 1 и назовемъ (Фиг. 13) x, y, z, p пересѣченія его съ осями координатъ и съ перпендикуляромъ въ орбитѣ. Тогда

$$G = P cs (px) \quad G' = P cs (py) \quad G'' = P cs (pz)$$

Но изъ сферическихъ тригонометрическихъ $p' \Omega x, p \Omega y$ и $p \Omega z$ имѣемъ :

$$cs (px) = cs (p \Omega) cs (\Omega x) + sn (p \Omega) sn (\Omega x) cs (p \Omega x) = sn \Omega cs (90 - J) = sn \Omega sn J$$

$$cs (py) = cs (p \Omega) cs (\Omega y) + sn (p \Omega) sn (\Omega y) cs (p \Omega y) = sn (90 - \Omega) cs (90 + J) = -cs \Omega sn J$$

$$cs (pz) = cs J$$

следовательно

$$G = P sn \Omega sn J; \quad G' = -P cs \Omega sn J; \quad G'' = P cs J.$$

гдѣ Ω долгота узла, считаемая отъ оси x , а J наклонность орбиты къ плоскости xy . Изъ этихъ уравненій имѣемъ:

$$tg \Omega = -\frac{S}{S'} \quad tg J = \frac{\sqrt{S^2 + S'^2}}{S''} = \frac{S}{S'' \sin \Omega} = -\frac{S'}{S'' \cos \Omega} \quad (18)$$

Величина J вполне опредѣляется по тангенсу, потому что J можетъ принимать значенія только отъ 0 до 180° , что же касается до Ω , то знаки $\sin \Omega$ и $\cos \Omega$ должны быть одинаковы со знаками величинъ S и $-S'$.

Двойная площадная скорость P радиуса вектора связывается, какъ извѣстно, съ параметромъ орбиты Π помощью уравненія:

$$P^2 = \mu \cdot \Pi \quad *)$$

Отсюда

$$\Pi = \frac{P^2}{\mu} = \frac{G^2 + G'^2 + G''^2}{\mu} = \frac{\rho^4}{\mu} (S^2 + S'^2 + S''^2)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Pi}{\rho} &= \frac{S^2 + S'^2 + S''^2}{\frac{\mu}{\rho^3}} \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

*) Не трудно вывести это соотношеніе. Интегралъ живыхъ силъ ур. (1) даетъ: $\frac{ds^2}{dt^2} = \frac{2\mu}{r} + \frac{1}{K}$ гдѣ K постоянное; дакъ, такъ какъ $r^2 \frac{d\sigma}{dt}$ есть двойная площадная скорость, то $r^2 d\sigma = P dt$; кромѣ того имѣемъ соотношеніе $ds^2 = dr^2 + r^2 d\sigma^2$. Опредѣлимъ изъ этихъ уравненій величину $\frac{dr}{dt}$ — получимъ: $\frac{dr^2}{dt^2} = \frac{Kr^2 + 2\mu r - P^2}{r^3}$; корни уравненія $Kr^2 + 2\mu r - P^2 = 0$ соответствуютъ наибольшему и наименьшему радиусамъ векторамъ которыя суть $A(1+E)$ и $A(1-E)$ гдѣ A большая полуось, E эксцентриситетъ. Поэтому $2A = -\frac{2\mu}{K}$ и $A^2(1-E^2) = -\frac{P^2}{K}$ откуда $K = -\frac{\mu}{K}$ и $P^2 = A\mu(1-E^2) = \mu \Pi$, ибо $A(1-E^2) = \Pi$. Уравненіе живыхъ силъ, по опредѣленію постоянной K , приметъ видъ $\frac{ds^2}{dt^2} = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{A} \right)$.

Сумма квадратовъ ур. (17) даетъ :

$$S^2 + S'^2 + S''^2 = \frac{1}{cs^4\lambda} \left[\frac{d\lambda^2}{dt^2} + cs^2\lambda \frac{d\alpha^2}{dt^2} \right]$$

или, обращая вниманіе на ур (14 bis)

$$S^2 + S'^2 + S''^2 = \frac{1}{cs^4\lambda} Q'$$

а слѣдовательно

$$\frac{\Pi}{\rho} = \frac{Q'}{\mu cs^4\lambda} = \frac{1}{cs\lambda} \cdot \frac{Q'}{\mu cs^3\lambda}$$

или такъ какъ $\mu \frac{cs^3\lambda}{\rho^3} = \frac{d\alpha^2}{dt^2} - \frac{1}{\rho} \frac{d^2\rho}{dt^2}$ (по ур. 5) и $\rho = r cs\lambda$, то

$$\frac{\Pi}{r} = \frac{\Pi}{\rho} cs\lambda = \left. \begin{aligned} & \frac{Q'}{\frac{d\alpha^2}{dt^2} - \frac{1}{\rho} \frac{d^2\rho}{dt^2}} \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

изъ этого уравненія можно опредѣлить Π .

Интегралъ живыхъ силъ ур. (1) есть: (*)

$$\frac{ds^2}{dt^2} = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{A} \right) \dots (21)$$

съ другой стороны

$$\frac{ds^2}{dt^2} = \frac{dr^2}{dt^2} + r^2 \frac{dv^2}{dt^2} \left. \right\} \dots (21 bis.)$$

(*) (Смотри предыдущую выписку.)

Изъ послѣдняго изъ ур. (3) получимъ

$$\frac{dr^2}{dt^2} = \frac{1}{cs^2\lambda} \left[\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{tg} \lambda \frac{d\lambda}{dt} \right]^2$$

или такъ какъ по ур. (9) $k' = \operatorname{tg} \lambda \frac{d\lambda}{dt}$

$$\frac{dr^2}{dt^2} = \frac{\rho^2}{cs^2\lambda} \left[k' + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right]^2 \dots (22).$$

Далѣе по ур. (14 bis) имѣемъ

$$Q' = \frac{dv^2}{dt^2} = \frac{d\lambda^2}{dt^2} + cs^2\lambda \frac{d\alpha^2}{dt^2}$$

Вставляя эти значенія въ ур. (21 bis), получимъ:

$$\frac{ds^2}{dt^2} = \frac{\rho^2}{cs^2\lambda} \left(k' + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right)^2 + r^2 Q'$$

или такъ какъ $r = \frac{\rho}{cs\lambda}$, то

$$\frac{ds^2}{dt^2} = \frac{\rho^2}{cs^2\lambda} \left[Q' + \left(k' + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right)^2 \right]$$

Сравнивая это выраженіе съ ур. (21), получимъ:

$$\frac{1}{A} = \frac{2}{r} - \frac{\left[Q' + \left(k' + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right)^2 \right]}{\frac{\mu cs^2\lambda}{\rho^2}}$$

откуда

$$\frac{r}{A} = \frac{\rho}{A cs \lambda} = 2 - \frac{Q' + \left(k' + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}\right)^2}{\frac{d\alpha^2}{dt^2} - \frac{1}{\rho} \frac{d^2\rho}{dt^2}} \dots (23)$$

Эксцентритетъ E можно опредѣлить по формулѣ:

$$1 - E^2 = \frac{\Pi}{A} = \frac{\Pi}{r} \cdot \frac{r}{A} = \frac{\Pi}{r} \cdot \frac{\rho}{A cs \lambda} \dots (24)$$

Опредѣлимъ теперь истинную аномаль V для времени t . Изъ уравненій эллиптическаго движенія имѣемъ:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\Pi}}}{\sqrt{\Pi}} E \operatorname{sn} V^*)$$

но по ур. (22)

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\rho}{cs \lambda} \left(k' + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}\right)$$

*) Вывести эту формулу можно напр. такъ. Мы уже имѣли

$$\frac{dr^2}{dt^2} = -\frac{\mu}{A} + \frac{2\mu}{r} - \frac{\mu\Pi}{r^3} = -\frac{\mu(1-E^2)}{\Pi} + \frac{2\mu}{r} - \frac{\mu\Pi}{r^3}$$

уравненіе эллипса даетъ

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + E cs V}{\Pi} \text{ и } \frac{1}{r^3} = \frac{1 + 2 E cs V + E^2 cs^2 V}{\Pi^3}$$

откуда

$$\frac{dr^2}{dt^2} = \frac{\mu}{\Pi} E^2 \operatorname{sn}^2 V$$

или извлекая корень

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\Pi}}}{\sqrt{\Pi}} E \operatorname{sn} V$$

Слѣдовательно

$$E \operatorname{sn} V = \frac{\sqrt{\frac{\Pi}{\rho} cs \lambda}}{\sqrt{\frac{\mu cs^2 \lambda}{\rho^3}}} \left(k' + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right)$$

или обращая вниманіе на ур. (20) и (5)

$$E \operatorname{sn} V = \sqrt{Q'} \frac{k' + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}}{\frac{d\alpha^2}{dt^2} - \frac{1}{\rho} \frac{d^2\rho}{dt^2}}$$

кромѣ того уравненіе эллипса даетъ

$$E cs V = \frac{\Pi}{r} - 1$$

Уравненія

$$\left. \begin{aligned} E \operatorname{sn} V &= \sqrt{Q'} \frac{k' + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}}{\frac{d\alpha^2}{dt^2} - \frac{1}{\rho} \frac{d^2\rho}{dt^2}} \\ E cs V &= \frac{\Pi}{r} - 1 \end{aligned} \right\} \dots(25)$$

могутъ служить для опредѣленія V и E , если ур. (24) не пригодны для опредѣленія послѣдней величины.

Для отысканія средняго движенія N замѣтимъ, что по теоріи эллиптическаго движенія оно связывается съ μ помощью уравненія $N^2 A^3 = \mu$; отсюда

$$N^2 = \frac{\mu}{A^3} = \mu \frac{cs^3\lambda}{\rho^3} \left(\frac{\rho}{A cs\lambda} \right)^3$$

обращая вниманіе на ур (5)

$$N = \left(\frac{\rho}{A cs\lambda} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{d\alpha^2}{dt^2} - \frac{1}{\rho} \frac{d^2\rho}{dt^2}} \dots (26)$$

Величина $\frac{\rho}{A cs\lambda}$ можетъ быть опредѣлена или изъ ур. (23) или изъ (24) послѣ того какъ E опредѣлено изъ (25).

Называя черезъ u эксцентрическую аномаль для времени t , черезъ T время прохожденія звѣзды черезъ перигелій, получимъ:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{1}{2} u &= \sqrt{\frac{1-E}{1+E}} \operatorname{tg} \frac{1}{2} v \\ N(t-T) &= u - E \operatorname{sn} u \end{aligned} \right\} \dots (27)$$

Уравненія, изъ которыхъ можно опредѣлить T

$$T = t - \frac{u - E \operatorname{sn} u}{N}$$

Время полного оборота U будетъ:

$$U = \frac{2\pi}{N} \dots (28)$$

Остается еще определить долготу перигелия $\tilde{\omega}$; называя через v долготу звезды въ орбитѣ получимъ, что разстояніе перигелия до узла будетъ $\tilde{\omega} - \Omega$, разстояніе звезды до узла $v - \Omega$, слѣдовательно

$$v - \Omega = \tilde{\omega} - \Omega + V$$

откуда

$$\tilde{\omega} - \Omega = v - \Omega - V \dots (29).$$

Для опредѣленія величины $\tilde{\omega}$ достаточно слѣдовательно опредѣлить $v - \Omega$; эту послѣднюю величину можно получить изъ сферическаго треугольника между узломъ, звѣздой и ея проекціею по формулѣ:

$$tg \lambda (v - \Omega) = \frac{tg (\alpha - \Omega)}{cs J} \quad (30)$$

Для опредѣленія четверти $v - \Omega$ надо помнить, что знакъ $cs (v - \Omega)$ одинаковъ со знакомъ $cs (\alpha - \Omega)$. Тотъ же треугольникъ дастъ формулы для контроля

$$\left. \begin{aligned} tg \lambda &= tg J sn (\alpha - \Omega) \\ sn \lambda &= sn J sn (v - \Omega) \end{aligned} \right\} \dots (31)$$

Навонецъ если извѣстенъ параллаксъ $\tilde{\omega}'$, то отношеніе массы звѣздной системы къ массѣ солнечной можно получить по формулѣ

$$\frac{m' + m''}{M + m} = \frac{\mu}{N'^2 \tilde{\omega}'^3}$$

ИЛИ ТАКЪ БЪДЕТЪ

$$\mu = N^2 A^3 \text{ и } \frac{N}{N'} = \frac{U'}{U}$$

гдѣ U' время оборота земли вокругъ солнца, то

$$\frac{m' + m''}{M + m} = \left(\frac{N}{N'}\right)^2 \cdot \left(\frac{A}{\tilde{\omega}'}\right)^3 = \left(\frac{U'}{U}\right)^2 \left(\frac{A}{\tilde{\omega}'}\right)^3 \dots (32)$$



В) Способъ Клинкерфусса.

Не трудно видѣть, что истинная аномаль зависитъ только отъ трехъ элементовъ; дѣйствительно, называя черезъ T время прохожденія черезъ перигелій, черезъ μ среднее годовое движеніе и черезъ e эксцентриситетъ, имѣемъ извѣстныя уравненія

$$\mu (t - T) = E - e \operatorname{sn} E \quad \operatorname{tg} \frac{1}{2} v = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{1}{2} E$$

гдѣ E эксцентрическая, а v истинная аномаль для времени t . Мы можемъ такимъ образомъ считать v функцію только трехъ элементовъ T , μ и e .

Площади треугольниковъ, заключенныхъ между двумя истинными радіусами векторами (r) относятся къ соответствующимъ площадямъ треугольниковъ между видимыми разстояніями (ρ) какъ 1: $\cos i$, гдѣ i наклонность орбиты; слѣдовательно отношеніе двухъ треугольниковъ, образованныхъ r , будетъ равно отношенію соответственныхъ треугольниковъ между ρ . Называя поэтому позиціонные углы для шести временъ наблюденія черезъ $p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6$, радіусы векторы черезъ $r_1 r_2 \dots$ и т. д., истинныя аномалии черезъ $v_1 v_2 \dots$ и т. д., видимыя разстоянія черезъ $\rho_1 \rho_2 \dots$ и т. д., получимъ:

$$\frac{r_1 r_2 \operatorname{sn}(v_1 - v_2)}{r_2 r_6 \operatorname{sn}(v_2 - v_6)} = \frac{\rho_1 \rho_2 \operatorname{sn}(p_1 - p_2)}{\rho_2 \rho_6 \operatorname{sn}(p_2 - p_6)}$$

$$\frac{r_1 r_3 \operatorname{sn}(v_1 - v_3)}{r_3 r_6 \operatorname{sn}(v_3 - v_6)} = \frac{\rho_1 \rho_3 \operatorname{sn}(p_1 - p_3)}{\rho_3 \rho_6 \operatorname{sn}(p_3 - p_6)}$$

$$\frac{r_1 r_4 \operatorname{sn}(v_1 - v_4)}{r_4 r_6 \operatorname{sn}(v_4 - v_6)} = \frac{\rho_1 \rho_4 \operatorname{sn}(p_1 - p_4)}{\rho_4 \rho_6 \operatorname{sn}(p_4 - p_6)}$$

$$\frac{r_1 r_5 \operatorname{sn}(v_1 - v_5)}{r_5 r_6 \operatorname{sn}(v_5 - v_6)} = \frac{\rho_1 \rho_5 \operatorname{sn}(p_1 - p_5)}{\rho_5 \rho_6 \operatorname{sn}(p_5 - p_6)}$$

Раздѣляя первое изъ этихъ уравненій послѣдовательно на второе, третье и четвертое, получимъ:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\operatorname{sn}(v_1 - v_2) \operatorname{sn}(v_3 - v_6)}{\operatorname{sn}(v_2 - v_6) \operatorname{sn}(v_1 - v_3)} &= \frac{\operatorname{sn}(p_1 - p_2) \operatorname{sn}(p_3 - p_6)}{\operatorname{sn}(p_2 - p_6) \operatorname{sn}(p_1 - p_3)} \\ \frac{\operatorname{sn}(v_1 - v_4) \operatorname{sn}(v_4 - v_6)}{\operatorname{sn}(v_2 - v_6) \operatorname{sn}(v_1 - v_4)} &= \frac{\operatorname{sn}(p_1 - p_2) \operatorname{sn}(p_4 - p_6)}{\operatorname{sn}(p_2 - p_6) \operatorname{sn}(p_1 - p_4)} \\ \frac{\operatorname{sn}(v_1 - v_5) \operatorname{sn}(v_5 - v_6)}{\operatorname{sn}(v_2 - v_6) \operatorname{sn}(v_1 - v_5)} &= \frac{\operatorname{sn}(p_1 - p_2) \operatorname{sn}(p_5 - p_6)}{\operatorname{sn}(p_2 - p_6) \operatorname{sn}(p_1 - p_5)} \end{aligned} \right\} \quad (I)$$

Уравненія (I) содержать во второй части только извѣстныя величины; первая части ихъ по выше сдѣланному замѣчанію могутъ быть разсматриваемы какъ функціи T , μ и e ; послѣднія величины могутъ быть поэтому опредѣлены изъ ур. (I) путемъ послѣдовательныхъ приближеній. Рѣшеніе ур. (I) вообще очень затруднительно; если извѣстны приближенныя значенія T , μ и e , то болѣе точныя значенія ихъ могутъ быть получены слѣдующимъ образомъ.

Обозначимъ для краткости ур. (I) послѣдовательно черезъ

$$f(T, \mu, e) = 0 \quad f_1(T, \mu, e) = 0 \quad f_2(T, \mu, e) = 0 \quad \dots \quad (II)$$

Положимъ, что приближенныя значенія элементовъ суть $T^{(1)}$, $\mu^{(1)}$, $e^{(1)}$; высчитаемъ функции (II) для слѣдующаго ряда гипотезъ: въ первой гипотезѣ возьмемъ $T^{(1)}$, $\mu^{(1)}$, $e^{(1)}$; во второй измѣнимъ $T^{(1)}$ въ $T^{(2)}$ въ третьей $\mu^{(1)}$ въ $\mu^{(2)}$; въ четвертой $e^{(1)}$ въ $e^{(2)}$ и обозначимъ значенія функций (II) для первой гипотезы значкомъ (1) , поставленнымъ вверху f ; для второй гипотезы значкомъ (2) и т. д. Получимъ слѣдующую схему:

Значенія аргументовъ			Соотвѣтствующія значенія функций.		
$T^{(1)}$	$\mu^{(1)}$	$e^{(1)}$	$f^{(1)}$	$f_1^{(1)}$	$f_2^{(1)}$
$T^{(2)}$	$\mu^{(1)}$	$e^{(1)}$	$f^{(2)}$	$f_1^{(2)}$	$f_2^{(2)}$
$T^{(1)}$	$\mu^{(2)}$	$e^{(1)}$	$f^{(3)}$	$f_1^{(3)}$	$f_3^{(3)}$
$T^{(1)}$	$\mu^{(1)}$	$e^{(2)}$	$f^{(4)}$	$f_1^{(4)}$	$f_2^{(4)}$

Очевидно, если пренебречь квадратами уклоненій принятыхъ элементовъ отъ истинныхъ, что

$$\frac{df}{dT} = \frac{f^{(2)} - f^{(1)}}{T^{(2)} - T^{(1)}} \quad \frac{df_1}{dT} = \frac{f_1^{(2)} - f_1^{(1)}}{T^{(2)} - T^{(1)}} \quad \frac{df_2}{dT} = \frac{f_2^{(2)} - f_2^{(1)}}{T^{(2)} - T^{(1)}}$$

$$\frac{df}{d\mu} = \frac{f^{(3)} - f^{(1)}}{\mu^{(2)} - \mu^{(1)}} \quad \frac{df_1}{d\mu} = \frac{f_1^{(3)} - f_1^{(1)}}{\mu^{(2)} - \mu^{(1)}} \quad \frac{df_2}{d\mu} = \frac{f_2^{(3)} - f_2^{(1)}}{\mu^{(2)} - \mu^{(1)}}$$

$$\frac{df}{de} = \frac{f^{(4)} - f^{(1)}}{e^{(2)} - e^{(1)}} \quad \frac{df_1}{de} = \frac{f_1^{(4)} - f_1^{(1)}}{e^{(2)} - e^{(1)}} \quad \frac{df_2}{de} = \frac{f_2^{(4)} - f_2^{(1)}}{e^{(2)} - e^{(1)}}$$

Отыскавши такимъ образомъ дифференціальныя частныя, можемъ опредѣлить истинныя значенія T , μ и e напр. изъ

слѣдующихъ трехъ уравненій

$$f^{(1)} + \frac{df}{dT}(T - T^{(1)}) + \frac{df}{d\mu}(\mu - \mu^{(1)}) + \frac{df}{de}(e - e^{(1)}) = 0$$

$$f_1^{(1)} + \frac{df_1}{dT}(T - T^{(1)}) + \frac{df_1}{d\mu}(\mu - \mu^{(1)}) + \frac{df_1}{de}(e - e^{(1)}) = 0$$

$$f_2^{(1)} + \frac{df_2}{dT}(T - T^{(1)}) + \frac{df_2}{d\mu}(\mu - \mu^{(1)}) + \frac{df_2}{de}(e - e^{(1)}) = 0$$

Опредѣливши T , μ и e можемъ отыскать долготу узла Ω , наклонность i и долготу перигелія π слѣдующимъ образомъ. Изъ сферическаго тригольника между узломъ, звѣздою и ея проекціею имѣемъ

$$\operatorname{tg}(p - \Omega) = \operatorname{cs} i \operatorname{tg}(v + \pi - \Omega)$$

Написавши подобныя уравненія для трехъ мѣсть, будемъ имѣть:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg}(p_1 - \Omega) &= \operatorname{cs} i \operatorname{tg}(v_1 + \pi - \Omega) \\ \operatorname{tg}(p_2 - \Omega) &= \operatorname{cs} i \operatorname{tg}(v_2 + \pi - \Omega) \\ \operatorname{tg}(p_3 - \Omega) &= \operatorname{cs} i \operatorname{tg}(v_3 + \pi - \Omega) \end{aligned} \right\} \text{(III)}$$

Раздѣляя первое уравненіе на второе получимъ

$$\frac{\operatorname{tg}(p_1 - \Omega)}{\operatorname{tg}(p_2 - \Omega)} = \frac{\operatorname{tg}(v_1 + \pi - \Omega)}{\operatorname{tg}(v_2 + \pi - \Omega)}$$

откуда

$$\frac{\operatorname{tg}(p_2 - \Omega) + \operatorname{tg}(p_1 - \Omega)}{\operatorname{tg}(p_2 - \Omega) - \operatorname{tg}(p_1 - \Omega)} = \frac{\operatorname{tg}(v_2 + \pi - \Omega) + \operatorname{tg}(v_1 + \pi - \Omega)}{\operatorname{tg}(v_2 + \pi - \Omega) - \operatorname{tg}(v_1 + \pi - \Omega)}$$

Пользуясь формулой

$$\frac{\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B}{\operatorname{tg} A - \operatorname{tg} B} = \frac{\operatorname{sn}(A + B)}{\operatorname{sn}(A - B)}$$

получимъ:

$$\frac{\operatorname{sn}(p_2 + p_1 - 2 \Omega)}{\operatorname{sn}(p_2 - p_1)} = \frac{\operatorname{sn}[v_2 + v_1 + 2(\pi - \Omega)]}{\operatorname{sn}(v_2 - v_1)}$$

$$\operatorname{sn}(p_2 - p_1) \operatorname{sn}[v_2 + v_1 + 2(\pi - \Omega)] = \operatorname{sn}(v_2 - v_1)$$

$$\operatorname{sn}(p_2 + p_1 - 2 \Omega)$$

Дѣлая подобныя же преобразованія съ первымъ и третьимъ, а потомъ со вторымъ и третьимъ изъ ур. (III), получимъ:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{sn}(p_2 - p_1) \operatorname{sn}[v_2 + v_1 + 2(\pi - \Omega)] &= \operatorname{sn}(v_2 - v_1) \times \\ &\quad \operatorname{sn}(p_3 + p_1 - 2 \Omega) \\ \operatorname{sn}(p_3 - p_1) \operatorname{sn}[v_3 + v_1 + 2(\pi - \Omega)] &= \operatorname{sn}(v_3 - v_1) \times \\ &\quad \operatorname{sn}(p_3 + p_1 - 2 \Omega) \\ \operatorname{sn}(p_3 - p_2) \operatorname{sn}[v_3 + v_2 + 2(\pi - \Omega)] &= \operatorname{sn}(v_3 - v_2) \times \\ &\quad \operatorname{sn}(p_3 + p_3 - 2 \Omega) \end{aligned} \right\} \text{(IV)}$$

Умножая первое изъ этихъ уравненій на $\operatorname{sn}(v_2 - v_1) \times \operatorname{sn}(p_3 - p_1) \operatorname{sn}(p_3 - p_2)$, второе на $-\operatorname{sn}(v_3 - v_1) \operatorname{sn}(p_2 - p_1) \times \operatorname{sn}(p_3 - p_2)$, третье на $\operatorname{sn}(v_3 - v_2) \operatorname{sn}(p_2 - p_1) \operatorname{sn}(p_3 - p_2)$, получимъ въ первой части:

$$\begin{aligned} &\operatorname{sn}(p_2 - p_1) \operatorname{sn}(p_3 - p_1) \operatorname{sn}(p_3 - p_2) [\operatorname{sn}(v_2 - v_1) \times \\ &\operatorname{sn}\{v_2 + v_1 + 2\pi - \Omega\} - \operatorname{sn}(v_3 - v_1) \operatorname{sn}\{v_3 + v_1 + 2\pi - \Omega\}] + \\ &\quad + \operatorname{sn}(v_3 - v_2) \operatorname{sn}\{v_3 + v_2 + 2(\pi - \Omega)\} \end{aligned}$$

Не трудно видѣть, что членъ въ скобкахъ [] равенъ нулю,— для этого стоитъ только замѣнить произведение синусовъ разностью косинусовъ. Поэтому уравненіе, получаемое отъ сложенія (IV), по умноженіи ихъ на вышеупомянутыя выраженія, будетъ:

$$0 = \frac{sn^2(v_2 - v_1)}{sn(p_2 - p_1)} sn[p_2 + p_1 - 2\Omega] - \frac{sn^2(v_3 - v_1)}{sn(p_3 - p_1)} \times$$

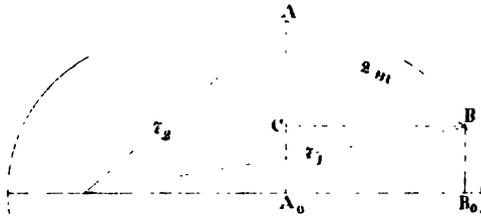
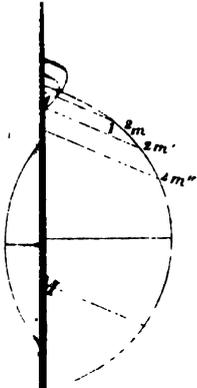
$$sn[p_3 + p_1 - 2\Omega] + \frac{sn^2(v_3 - v_2)}{sn(p_3 - p_2)} sn[p_3 + p_2 - 2\Omega]$$

откуда :

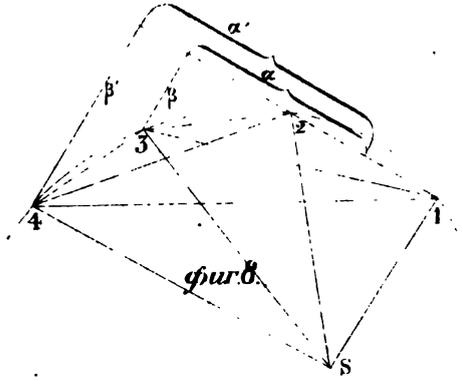
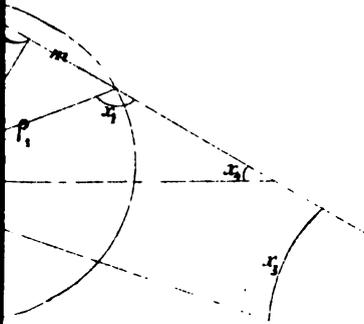
$$tg 2\Omega = \frac{\left. \begin{aligned} & sn^2(v_2 - v_1) \frac{sn(p_2 + p_1)}{sn(p_2 - p_1)} - sn^2(v_3 - v_1) \frac{sn(p_3 + p_1)}{sn(p_3 - p_1)} \\ & + sn^2(v_3 - v_2) \frac{sn(p_3 + p_2)}{sn(p_3 - p_2)} \end{aligned} \right\}}{\left. \begin{aligned} & sn^2(v_2 - v_1) \frac{cs(p_2 + p_1)}{sn(p_2 - p_1)} - sn^2(v_3 - v_1) \frac{cs(p_3 + p_1)}{sn(p_3 - p_1)} \\ & + sn^2(v_3 - v_2) \frac{cs(p_3 + p_2)}{sn(p_3 - p_2)} \end{aligned} \right\}} \quad (V)$$

Отыскавши Ω изъ ур. (V) можемъ подставить его значеніе въ ур. (IV) и опредѣлить отсюда $\pi - \Omega$; зная же π и Ω можемъ наконецъ опредѣлить i изъ уравненія (III).

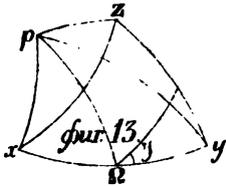




figur. 4.



figur. 8.



figur. 13.

МАТЕРІАЛЫ

для исторіи молочной и пировиноградной кислотъ.

Е. Клименко.

ВВЕДЕНІЕ.

Когда гипотетическое представленіе о причинѣ явленій или объ ихъ соотношеніи не только подтверждается фактами, не только выводимыя изъ него слѣдствія согласны съ явленіями, но когда оно въ состояніи предсказывать эти явленія, тогда это представленіе перестаетъ быть гипотезой, оно обращается въ теорію. Въ такомъ именно положеніи находится въ химіи теорія строенія. Объясняя только сначала факты, вскорѣ она стала предсказывать ихъ. На основаніи чисто теоретическихъ соображеній была предсказана возможность существованія очень многихъ новыхъ химическихъ соединеній, которыя потомъ дѣйствительно были получены. Достигнувъ этого положенія, она стала общепринятою теоріей; въ вѣрности ея теперь никто не сомнѣвается. Если являлись факты несогласные съ ея ученіемъ, необъяснимые ею, то скорѣе сомнѣвались въ существованіи фактовъ, въ вѣрности ихъ наблюденія, чѣмъ въ непогрѣшимости и необщности существующаго ученія. А между тѣмъ справедливость требуетъ сказать, что такіе факты дѣйствительно существуютъ, вѣрность ихъ доказана цѣлымъ рядомъ наблюденій.

Исторія молочной кислоты представляетъ въ этомъ отношеніи очень интересный и поучительный примѣръ. Объясненіе дан-

ное теоріей для изомеріи молочныхъ кислотъ, какъ извѣстно, получило фактическое подтвержденіе. Хотя эти факты были получены при очень поверхностныхъ наблюденіяхъ, но объясненіе было принято всѣми химиками и вошло въ науку. Вскорѣ появились новые факты, вызвавшіе необходимость новаго объясненія; но эти факты сначала отрицались, а потомъ, когда очевидность ихъ стала ясна каждому; стали приискивать различныя, противорѣчащія другъ другу, объясненія примиряющія ихъ съ основнымъ положеніемъ даннымъ вначалѣ. Ни эти однако факты, ни новыя изслѣдованія, показавшія невѣрность первыхъ поверхностныхъ наблюденій, упрочившихъ основное положеніе объясняющее изомерию молочныхъ кислотъ, не могли поколебать его. Оно осталось въ наукѣ въ прежней своей силѣ.

Предлагаемое сочиненіе имѣетъ цѣлю, кромѣ изученія молочной кислоты чисто съ фактической стороны, еще представить попытку того, какъ примирить упомянутое противорѣчіе и объяснить изомерию двухъ молочныхъ кислотъ.

Для ясности и полноты изложенія я счелъ необходимымъ изложить сначала исторію изслѣдованій о молочныхъ кислотахъ, а потомъ перейти къ моимъ изслѣдованіямъ и теоритическимъ выводамъ.

Кромѣ изслѣдованія о молочной кислотѣ въ предлагаемомъ трудѣ также помѣщено изслѣдованіе о пировиноградной кислотѣ. Обѣ кислоты—молочная и пировиноградная—такъ близки между собою, что изслѣдованіе обѣ одной даетъ матеріалъ для исторіи о другой кислотѣ.

I. Молочныя кислоты.

Молочная кислота открыта Шелле въ 1780 г. въ кисломъ молокѣ. Браконотъ описалъ подъ названіемъ *acide panseique* кислоту, полученную имъ изъ сока свекловичнаго сахара, которая по свойствамъ нѣкоторыхъ солей казалась ему не тождественной съ молочной кислотой. Буйллонъ, Лагранжъ, Фурквуръ, Вокеленъ и Гмелинъ сомнѣвались въ существованіи молочной кислоты, принимая кислоту полученную Шелле за нечистую укусную кислоту. Но изслѣдованія сначала Верцеліуса, а затѣмъ Гей-Люссака, Фреми, Пелюза, Либиха, Энгельгардта и др. указали на самостоятельное ея существованіе. Впослѣдствіи Либихъ, а потомъ Энгельгардтъ нашли, что кислота, находящаяся въ кисломъ молокѣ и образующаяся, при броженіи сахара, не тождественна а изомерна съ кислотой, полученной изъ мяса. Въ послѣднее время было указано еще на существованіе и другихъ изомеровъ кромѣ двухъ упомянутыхъ. Для удобства, я опишу исторію этихъ изомеровъ отдѣльно:

а) Обыкновенная молочная кислота, или кислота броженія

Обыкновенная молочная кислота можетъ считаться одною изъ распространенныхъ органическихъ кислотъ. Она является продуктомъ разложенія органическихъ веществъ при такъ называемомъ молочномъ броженіи растительныхъ и животныхъ веществъ: при окисленіи молока, при броженіи различнаго рода сахара, декстрина, крахмала, поэтому она находится всегда въ испорченной мукѣ всѣхъ хлѣбныхъ растений, въ испорченномъ винѣ, въ кислой вапустѣ и т. д.

Обыкновенный способ получения ея при броженіи тростниковаго сахара — способ Бенша ¹⁾, состоитъ въ томъ, что растворяютъ 6 фунт. сахару и $\frac{1}{2}$ унца виннокаменной кислоты въ 26 фунт. кипящей воды и оставляютъ стоять на нѣсколько дней. Затѣмъ прибавляютъ около 4 ун. стараго сыру, смѣшаннаго съ 8 ф. снятаго кислаго молока и 3 ф. промытаго мѣлу, ставятъ въ теплое мѣсто при температурѣ 30—35° С. При постоянномъ помѣшиваніи, вся масса въ теченіи 8 — 10 дней обращается въ густой кисель молочнокислой извести. Къ нему прибавляютъ 20 ф. кипящей воды и $\frac{1}{2}$ ун. ѣдкой извести, $\frac{1}{2}$ часа кипятятъ и фильтруютъ. Послѣ выпариванія фильтрата выдѣляются кристаллическія зерна молочнокислой извести. Хорошо отжатую и промытую соль растворяютъ въ двойномъ по вѣсу количествѣ кипящей воды прибавляютъ на каждый фунтъ соли $3\frac{1}{2}$ унца сѣрной кислоты, разбавленной равнымъ по вѣсу количествомъ воды. Отфильтрованную жидкость кипятятъ съ углекислымъ цинкомъ (на 1 ф. употребленной H_2SO_4 — $1\frac{3}{8}$ ф. углекислаго цинка). Отфильтрованный въ горячемъ состояніи растворъ выдѣляетъ спустя нѣкоторое время кристаллы цинковой соли молочной кислоты. Цинковая соль растворяется въ $7\frac{1}{2}$ частяхъ горячей воды и обрабатывается сѣрнистымъ водородомъ. Отфильтрованная отъ сѣрнистаго цинка жидкость нагревается до кипѣнія для удаленія сѣрнистаго водорода и сгущается на водяной банѣ, получается вполне чистая молочная кислота.

Лаутеманнъ ²⁾ предлагаетъ употреблять окись цинка вмѣсто мѣлу при приготовленіи молочной кислоты по способу Бенша, удерживая, предложенныя этимъ послѣднимъ, относительныя количества другихъ веществъ. Полученіе кислоты изъ соли происходитъ, по Лаутеманну, посредствомъ разложенія соли сѣрнистымъ водородомъ и извлеченія кислоты эфиромъ.

Кромѣ обыкновеннаго способа полученія молочной кислоты интересны слѣдующіе: Гоппе-Зейлеръ ³⁾ показалъ, что молочная

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 61, 174.

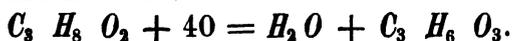
²⁾ Ann. Ch. Pharm. 113, 242.

³⁾ Berl. Ber. 1871, 346.

кислота образуется изъ сахара (тростниковаго, молочнаго или винограднаго) безъ броженія. Если нагревать въ ретортѣ виноградный сахаръ съ небольшимъ количествомъ ѣдкаго натра и водою на водяной банѣ, то при 96° начинается сильная реакція, температура подымается до 116° и жидкость кипитъ безъ выдѣленія газа. По охлажденіи, *NaHO* нейтрализуется сѣрной кислотой, жидкость сгущается выпариваніемъ и эфиромъ извлекается молочная кислота, имѣющая свойства молочной кислоты броженія.

Штрекеръ ¹⁾ получилъ молочную кислоту, пропуская въ водный растворъ аланина азотистую кислоту, которая выдѣлялась изъ смѣси крахмала и азотной кислоты. Послѣ разложенія жидкость была сгущена при слабомъ нагреваніи до густоты сиропа и обработана эфиромъ, по отдѣленіи эфирнаго раствора и выпариваніи эфира, получилась сиропобразная жидкость по свойствамъ тождественная съ молочной кислотой.

А. Вюрцъ ²⁾ показалъ, что при окисленіи пропилогликола посредствомъ платиновой черни при доступѣ воздуха образуется молочная кислота



Цинковая соль полученной кислоты содержитъ 3 частицы воды. По другимъ свойствамъ она хотя не совсѣмъ, но ближе стоитъ къ обыкновенной, чѣмъ къ мясомолочной кислотѣ.

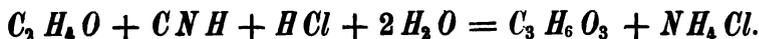
Исходя изъ предположенія, что обыкновенная молочная кислота содержитъ этилиденъ альдегида, Вислиценусъ ³⁾ приготовилъ эту кислоту, получивъ сначала соответствующій ей ціанюръ, дѣйствуя ціанкаліемъ на этилиденмонэтилоксидхлорюръ = $C_4 H_9 O Cl$ Вюрца и Фраполли. Нечистый ціанюръ, полученный въ видѣ темнобураго сиропа при кипяченіи съ алкогольнымъ растворомъ ѣдкаго кали, далъ калиевую соль, изъ которой были приготовлены известковая и цинковая соли обыкновенной молочной кислоты $C_6 H_{10} Zn O_6 + 3 H_2 O$.

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 75, 27.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 107, 192.

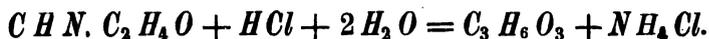
³⁾ Ann. Ch. Pharm. 128, 1.

Легче удастся синтезъ молочной кислоты если смѣшивать 16 гр. альдегида, 10 гр. безводной синильной кислоты и 64 гр. 22% соляной кислоты, оставляя смѣсь стоять въ умеренномъ теплѣ, пока, спустя 14 дней, не будутъ выдѣляться кристаллы хлористаго аммонія. Жидкость содержитъ молочную кислоту.



При нагреваніи этой смѣси въ запаянной трубкѣ до 100° образуется также молочная кислота.

Симпсонъ и Готіе ¹⁾ получили при дѣйствіи HCl на ціановодородъ — альдегидъ $C N H$. $C_2 H_4 O$ молочную кислоту. При 0° оба тѣла легко смѣшиваются и спустя нѣкоторое время смѣсь затвердѣваетъ въ кристаллическую массу, состоящую изъ нашатыря и молочной кислоты



Дебусъ ²⁾ замѣтилъ, что, при кипяченіи раствора 1 ч. глицеринокислаго кали съ 1 ч. KHO въ 2-хъ частяхъ воды, глицериновая кислота разлагается на молочную и щавелевую кислоту.

Фридель и Машука ³⁾, обработавъ кислоту, полученную ими при дѣйствіи брома на пропіоновую кислоту окисью серебра и разложивъ продуктъ сѣрнистымъ водородомъ, получили, по насыщеніи цинкомъ, соль тождественную съ молочнокислымъ цинкомъ. Известковая соль содержала количество кристал. воды соотвѣтствующее соли мясомолочной кислоты.

Вислиценусъ ⁴⁾, дѣйствуя амальгамой натрія на пировиноградную кислоту, получилъ продуктъ, который далъ цинковую соль по всѣмъ свойствамъ тождественную съ цинковою солью обыкновенной молочной кислоты.

Кромѣ того Вислиценусъ ⁵⁾ получилъ ее, нагревая 3 части

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 146, 254.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 109, 227.

³⁾ Ann. Ch. Pharm. 120, 285.

⁴⁾ Ann. Ch. Pharm. 126, 225.

⁵⁾ Ann. Ch. Pharm. 126, 229.

пировиноградной кислоты съ одною частью двуіодистаго фосфора. Цинковая соль, приготовленная изъ продукта дѣйствія двуіодистаго фосфора на пировиноградную кислоту, оказалась также солью молочной кислоты.

При дѣйствіи цинка на пировиноградную кислоту также происходитъ образованіе молочной кислоты. Для этого Дебусъ ¹⁾ растворялъ цинкъ въ пировиноградной кислотѣ. Послѣ растворенія его и осажденія посредствомъ сѣрнистаго водорода, отфильтрованная жидкость была насыщена углекислою известью. Приготовленная такимъ образомъ известковая соль имѣла составъ и кристаллическую форму соли обыкновенной молочной кислоты.

Линеманнъ и Зотта ²⁾, нагревая дихлорацетонъ съ водою до 200° и обрабатывая продуктъ послѣдовательно окисью серебра, сѣрнистымъ водородомъ и окисью цинка, получили цинковую соль, имѣющую свойства соли обыкновенной молочной кислоты, только растворимость ея въ водѣ (42 ч. воды) немного уклоняется отъ растворимости соли обыкновенной молочной кислоты.

Наконецъ Гейнцъ ³⁾ показалъ, что при нѣкоторыхъ обстоятельствахъ получается также изъ мяса кислота, которой цинковая соль имѣетъ свойства обыкновенной молочной кислоты.

Молочная кислота, сгущенная на водяной банѣ или въ безвоздушномъ пространствѣ, есть безцвѣтная или слегка желтоватая. сильно кислая сиропообразная жидкость, удѣльный вѣсъ ея 1,215 при 20° (Пелюзъ и Гей-Люссакъ), не имѣетъ запаха, изъ воздуха притягиваетъ влагу. Растворима въ водѣ, алкогольѣ и эфирѣ во всѣхъ пропорціяхъ. Не перегоняется безъ разложенія, но при кипяченіи съ водою большая часть ея переходитъ въ приемникъ.

По Энгельгардту и Мадреллю ⁴⁾ молочно-кислыя соли отличаются своею совершенною нерастворимостью въ эфирѣ и боль-

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 127,332.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 159,247.

³⁾ Ann. Ch. Pharm. 157,314.

⁴⁾ Ann. Ch. Pharm. 63, 83.

шинство изъ нихъ трудною растворимостью въ холодной водѣ и въ алкогольѣ, въ кипящемъ алкогольѣ только немногія легко растворяются, за то кипящая вода обладаетъ этимъ свойствомъ въ высшей степени.

При 100° и въ безвоздушномъ пространствѣ теряютъ они свою кристаллизационную воду и многія изъ нихъ могутъ выносить, не разлагаясь, температуру 150—170°, нѣкоторыя даже наприм. цинковая соль 210°. Большинство солей легко кристаллизуется. Изъ солей изслѣдованныхъ Энгельгардтомъ и Мадреллемъ я привожу болѣе характерныя:

Молочнокислая окись серебра $C_3 H_5 Ag O_3 + H_2 O$.

При кипяченіи молочной кислоты съ углекислою окисью серебра образуется нейтральный растворъ, изъ котораго кристаллизуется соль въ видѣ игольцевъ съ шелковистымъ блескомъ, группирующихся въ бородавкахъ, скоро чернѣющихъ особенно при возвышеніи температуры. Она легко растворяется въ горячемъ алкогольѣ, въ холодномъ почти нерастворима, поэтому алкогольный растворъ при охлажденіи выдѣляетъ почти всю соль въ кристаллическомъ видѣ. При кипяченіи раствора соль разлагается. Молочнокислая окись серебра при температурѣ 80° не измѣняется, нагревая до 100° плавится и разлагается.

Молочнокислая окись мѣди $C_3 H_5 Cu O_3$ ¹⁾ + $H_2 O$ получается обработываніемъ сѣрнокислой окиси мѣди молочнокислымъ баритомъ, или же посредствомъ кипяченія молочной кислоты съ углекислой окисью мѣди. При употребленіи углекислой окиси мѣди въ избыткѣ получается виѣствъ съ нейтральной солью основная, отъ которой впрочемъ легко ее отдѣлить перекристаллизацией, или прибавляя немного молочной кислоты.

Въ обоихъ случаяхъ получается изъ воднаго раствора соль въ видѣ большихъ, хорошо сформированныхъ кристалловъ, цвѣтъ ея переходитъ всѣ оттѣнки отъ голубаго до зеленаго. Зеленую соль нельзя перевести посредствомъ перекристаллизованія въ голубое видоизмѣненіе. Кристаллы имѣютъ видъ пластинчатыхъ призмъ,

¹⁾ При описаніи солей я оставилъ старыя пай для металловъ.

очень схожихъ съ кристаллами гипса. Приливая къ водному раствору немного алкоголя, получается таже соль, но только болѣе свѣтлаго цвѣта почти небесноглубаго съ атласистымъ блескомъ. Мѣдная соль растворяется въ 6 частяхъ холодной и 2 частяхъ кипящей воды, въ 115 частяхъ холоднаго и въ 26 кипящаго алкоголя. Растворъ имѣетъ сильно кислую реакцію. При высушиваніи надъ сѣрной кислотой соль теряетъ всю кристаллизационную воду, еще легче при 100° ; нагрѣтая до 160° она не разлагается, разложеніе начинается при 210° .

Основная соль окиси мѣди образуется, какъ сказано, при кипяченіи углекислой окиси мѣди съ молочной кислотой и вскорѣ послѣ охлажденія выдѣляется въ видѣ свѣтлоглубой соли. Она въ высшей степени трудно растворима какъ въ холодной, такъ и въ кипящей водѣ, почему ее очень легко отдѣлять отъ средней соли. Ближайшее изслѣдованіе показало, что полученная соль не однородна, но что въ свѣтломъ студенистомъ осадкѣ были разбросаны болѣе темныя зернистыя массы другой соли, которая была отдѣлена отъ первой промываніемъ. Составъ ея по Энгельгардту и Мадреллю $C_3 H_4 Sn_2 O_3$.

Основная молочнокислая закись олова $C_3 H_4 Sn_2 O_3$ получается при смѣшеніи кислаго раствора хлористаго олова съ молочнокислымъ натромъ въ видѣ бѣлаго кристаллическаго порошка, который при промываніи водою очищается. Въ холодной водѣ и алкоголь она нерастворима. Въ горячей водѣ немного растворима. Соляная кислота легко ее растворяетъ, уксусная же только послѣ продолжительнаго кипяченія.

Молочнокислую окись цинка $C_3 H_4 Zn O_3 + 1\frac{1}{2} H_2 O$ готовятъ кипяченіемъ углекислой окиси цинка съ молочной кислотой. При охлажденіи изъ концентрированнаго раствора выдѣляется она въ видѣ кристаллической коры, изъ разжиженнаго— въ видѣ тонкихъ, заостренныхъ, но всегда тѣсно скученныхъ кристалловъ. Растворяется она въ 58 частяхъ холодной и въ 6 частяхъ кипящей воды, почти нерастворима въ кипящемъ и холодномъ алкогольѣ, растворы реагируютъ кисло. При высушиваніи надъ сѣрной кислотой она не теряетъ воды, въ Vacuum'ѣ и при 100°

выдѣляется изъ нея вся вода. При нагреваніи даже до 210° соль не измѣняется.

Молочнокислая известь $C_3 H_5 Ca O_3 + 2 \frac{1}{2} H_2 O$ получается при кипяченіи углекислой извести съ молочной кислотой. Она выдѣляется изъ водныхъ концентрированныхъ растворовъ въ формѣ твердыхъ зеренъ, состоящихъ изъ концентрически лучисто сгруппированныхъ кристалловъ, имѣющихъ большоѳ сходство съ саго. При произвольномъ выпариваніи растворовъ стѣнки сосуда покрываются древесвидными массами подобными цвѣтной капустѣ. Соль растворяется въ кипящей водѣ и кипящемъ обыкновенномъ алкогольѣ во всѣхъ пропорціяхъ. Для растворенія въ холодной водѣ требуетъ 9,5 част. Въ холодномъ спиртѣ совсѣмъ нерастворима. Изъ алкогольного раствора молочнокислая известь осаждается въ видѣ кристаллическаго студня, который содержитъ такое же количество кристаллизационной воды, какъ и соль полученная изъ воднаго раствора. Она реагируетъ вполнѣ нейтрально. Въ безвоздушномъ пространствѣ и даже надъ сѣрной кислотой она легко отдаетъ свою кристаллизационную воду, а также при нагреваніи до 100°. Высушенная соль на воздухѣ плавится при 100° въ своей кристаллизационной водѣ. При нагреваніи до 180° соль не разлагается.

Двойная соль молочнокислой извести съ хлористымъ кальціемъ $C_3 H_5 Ca O_3 + Ca Cl + 3 H_2 O$ образуется при смѣшиваніи воднаго раствора молочнокислой извести съ избыткомъ хлористаго кальція. Послѣ выпариванія она кристаллизуется очень характерными призматическими кристаллами, похожими на кристаллы известковой соли. Не измѣняется на воздухѣ. Соль эта легко растворяется въ водѣ и въ кипящемъ спиртѣ, въ холодномъ алкогольѣ мало растворима. При нагреваніи до 100° она теряетъ $2 \frac{1}{2}$ частицы воды.

Средній молочнокислый баритъ получается кипяченіемъ углекислаго барита съ молочной кислотой. Послѣ выпариванія нейтральнаго раствора выдѣляется некристаллическая масса, которая растворима въ водѣ и горячемъ алкогольѣ, въ холодномъ нерастворима.

Соли калия и натрия получают при растворении углекислых солей в молочной кислоте. Общ. онъ не кристаллическн и очень растворимыя соли.

Молочнокислая окись висмута, по Брюнингу ¹⁾, получается при смѣшиваніи концентрированнаго раствора азотнокислой окиси висмута, насыщенной окисью висмута съ молочнокислымъ натромъ въ небольшомъ избыткѣ. При сгущеніи получается кристаллическая масса, состоящая изъ молочнокислой окиси висмута и селитры. Растворивъ смѣсь въ очень маломъ количествѣ воды, получаютъ послѣ кристаллизаціи соль въ видѣ кристаллической коры. Брюнингъ даетъ для молочнокислой окиси висмута, полученной раствореніемъ окиси висмута въ молочной кислоте, составъ $C_6 H_9 Vi O_6$.

Кислыя соли Энгельгардта и Мадрелля: *кислый молочнокислый баритъ* $C_3 H_5 Ba O_3 + C_3 H_6 O_3$ получается, при раствореніи нейтральнаго молочнокислаго барита въ такомъ количествѣ молочной кислоты, какое уже въ немъ находится, въ видѣ отчетливо кристаллизованной соли съ сильно кислой реакціей. Очищается она алкогелемъ, въ которомъ мало растворима. Въ водѣ очень легко растворима. Кристаллы не измѣняются ни на воздухѣ, ни надъ стѣрною кислотой, или въ безвоздушномъ пространствѣ.

Кислая молочнокислая известь $C_3 H_5 Ca O_3 + C_3 H_6 O_3 + H_2 O$ получается изъ средней молочнокислой извести подобно кислой баритовой соли. При выпариваніи раствора выдѣляется сначала средняя соль. Отдѣленный отъ нея растворъ при сгущеніи даетъ концентрически волокнистую массу очень похожую на вавельтъ. Перекристаллизованная изъ горячаго алкоголя и обмытая эфиромъ соль получается въ видѣ кристаллическихъ агрегатовъ нѣжныхъ на оцупъ и сильно блестящихъ въ теплѣ. На воздухѣ соль не измѣняется. При нагреваніи до 80° теряетъ свою кристаллизаціонную воду.

Штреверъ ²⁾ приготовилъ двойныя соли молочной кислоты:

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 104, 191.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 91, 352

Двойная соль молочнокислой извести-кали $C_6 H_{10} Ca KO_6$ получается если раздѣлить водный растворъ молочнокислой извести на 2 равныя части, въ одной изъ нихъ осадить известь посредствомъ углекислаго кали, смѣшать фильтратъ со 2-й половиной молочнокислой извести, то послѣ выпариванія осаждаются прозрачныя, зернистыя кристаллы молочнокислой извести — кали. При нагреваніи до 120° соль не теряетъ въ вѣсъ, при болѣе высокой температурѣ плавится безъ разложенія и при охлажденіи застываетъ въ стекловидную массу. Растворяется въ холодной водѣ медленно, въ горячей-скоро, изъ раствора при охлажденіи осаждается молочнокислая известь.

Двойная соль молочнокислой извести-натра $C_6 H_{10} Ca Na O_6 + H_2 O$ готовится подобнымъ же образомъ, она кристаллизуется при охлажденіи концентрированнаго раствора въ безцвѣтныхъ, жесткихъ зернахъ, которыя при 100° теряютъ воду и дѣлаются непрозрачными, при высшей температурѣ плавятся.

Двойная соль молочнокислой окиси цинка — натра $C_6 H_{10} Zn Na O_6 + H_2 O$ получается осажденіемъ изъ углекислаго цинка части окиси цинка посредствомъ углекислаго натра и выпариваніемъ отфильтрованнаго раствора, при охлажденіи осаждается кристаллическая масса двойной соли. Она растворяется легко въ водѣ, но изъ умѣренно разбавленнаго раствора кристаллизуется молочнокислый цинкъ. Подобнымъ образомъ готовится молочнокислая окись цинка-кали.

Подвергая молочную кислоту сухой перегонкѣ, Пелюзъ ¹⁾ и Энгельгардтъ ²⁾ замѣтили, что при температурѣ около 130° перегоняется безцвѣтная жидкость, которая есть вода съ небольшимъ количествомъ увлекаемой кислоты. Послѣ довольно продолжительнаго времени, когда вода болѣе не идетъ, остатокъ дѣлается твердымъ, желтѣетъ, легко плавится и почти нерастворимъ въ водѣ, растворимъ въ алкогольѣ и эфирѣ. При этой реакціи не происходитъ выдѣленія газа. Это простое обезвоживаніе молочной

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 53, 112.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 70, 241.

кислоты. Надо замѣтить что обезвоживаніе идетъ скорѣе при 180° — 200° . Если перегонка будетъ облегчена напр. платиновой проволокой, брошенной въ реторту, то молочная кислота при 200° перегоняется безъ измѣненія. Полученный твердый продуктъ есть ангидридъ молочной кислоты $C_6 H_{10} O_5$ (Пелюзъ). Долгое кипяченіе съ водой, или дѣйствіе влажнаго воздуха обращаютъ ангидридъ въ молочную кислоту. Щелочи и щелочныя земли дѣлаютъ это скорѣе. Подвергнутый дѣйствію сухаго амміака даетъ соединеніе $C_6 H_{10} O_5 NH_3$

При повышеніи температуры выше 180 — 200° начинается разложеніе безводной молочной кислоты. Около 250° начинается выдѣленіе газовъ. Они состоятъ изъ окиси углерода, въ которой примѣшано 4—5 процентовъ объема угольной кислоты. При этомъ не образуются углеродистые водороды. При постоянной температурѣ около 260° сгущаются въ приемникѣ различные летучіе продукты, сгущающіеся въ жидкость. Между ними находится кристаллическое тѣло лактидъ $C_3 H_4 O_2$ (Пелюзъ и Энгельгардтъ) Отдѣленные отъ жидкости по охлажденіи кристаллы лактида и перекристаллизованные изъ малаго количества алкоголя имѣютъ ромбическую форму, принадлежатъ вѣроятно 2 и 1 членной системѣ. Онъ плавится при 120° и при 250° разлагается, давая продукты разложенія такіе же, какъ и молочная кислота. Лактидъ относится къ водѣ, щелочамъ и щелочнымъ землямъ какъ ангидридъ, впрочемъ въ кипящей водѣ онъ растворяется легче чѣмъ этотъ послѣдній (Энгельгардтъ). Если подвергать лактидъ дѣйствію газообразнаго амміака, то онъ, по Пелюзу, поглощая амміакъ, дѣлается жидкимъ, образуется лактамидъ $C_3 H_4 O_2 NH_3$, изъ котораго кислоты и щелочи выдѣляютъ NH_3 только при нагреваніи и то медленно. Лактамидъ растворяется въ водѣ безъ измѣненія и подъ давленіемъ, которое соответствуетъ температурѣ лежащей выше 100° , превращается онъ въ молочную кислоту. Известковое молоко разлагаетъ его съ выдѣленіемъ NH_3 . Растворяется онъ въ алкоголь, изъ раствора при охлажденіи осаждаются бѣлые прозрачные кристаллы (прямоугольная призма). Кромѣ лактида продуктами сухой перегонки въ приемникѣ являются

альдегидъ и цитраконовая кислота (Энгельгардтъ); ацетона и лактона, которые были получены Пелюзомъ, Энгельгардтъ въ приемникѣ не нашелъ.

Кромѣ указаннаго Пелюзомъ способа полученія ангидрида при сухой перегонкѣ молочной кислоты, по Ф. д. Брюгену ¹⁾, онъ получается при нагреваніи бромпропионовой кислоты съ молочнокислымъ кали до 100—120°. Извлекая массу эфиромъ и удаляя эфиръ выпариваніемъ, онъ получилъ ангидридъ молочной кислоты.

Шнейдеръ и Эрленмейеръ ²⁾ показали, что молочная кислота при 100° теряетъ воду и обращается въ ангидридъ Пелюза $C_6 H_{10} O_5$.

Вислиценусъ ³⁾ наблюдалъ, что обыкновенная и мясомолочная кислоты при стояніи надъ сѣрной кислотой въ Vacuum'ѣ при обыкновенной температурѣ переходятъ въ ангидридъ $C_6 H_{10} O_5$ обыкновенной молочной кислоты; обыкновенная молочная кислота даже при стояніи въ обыкновенномъ эксикаторѣ заключала ангидридъ.

Апри ⁴⁾ опредѣлилъ плотность пара лактида при 185° и нашелъ ее равную 4,99; эта величина требуетъ чтобы формула лактида была удвоена т. е. равнялась бы $2(C_3 H_4 O_2) = C_6 H_8 O_4$; вычисленная плотность для этой формулы равна 4,96, тогда какъ для $C_3 H_4 O_2$ только = 2,48.

Штеделеръ ⁵⁾ перегоняя смѣсь молочной кислоты, перекиси марганца, поваренной соли и сѣрной кислоты, получилъ дистилатъ, который съ KNO далъ капли масла съ запахомъ хлороформа. Если хлоръ не въ избыткѣ, то образуется главнымъ образомъ альдегидъ. При большемъ количествѣ хлора и медленномъ его дѣйствіи перегоняется сначала альдегидъ. Потомъ идетъ жидкость похожая на хлораль. Но это, по Штеделеру, не хлораль, такъ какъ при отдѣленіи его отъ $H_2 SO_4$ перегонкой большая часть

¹⁾ Jahresb. f. Ch. 1869, 534.

²⁾ Berl. Ber. 1870, 339.

³⁾ Berl. Ber. 1870, 980.

⁴⁾ Berl. Ber. 1874, 753.

⁵⁾ Ann. Ch. Pharm. 69, 333.

его разлагается, выдѣляется *HCl* и жидкость чернѣетъ; перегоняющееся есть главнымъ образомъ хлораль, который съ малымъ количествомъ воды обращается въ хлораль-гидратъ, а водный его растворъ съ кали выдѣляетъ хлороформъ.

Бляусъ ¹⁾ нашелъ между продуктами сухой перегонки молочнокислой извести акрилеву, карболовую кислоты и съ неприятнымъ пригорѣлымъ запахомъ масло, перегоняющееся между 75—210°, которое не было получено въ чистомъ видѣ.

По Штрекеру ²⁾ при нагрѣваніи молочной кислоты съ сѣрной и нейтрализованіи углекислымъ баритомъ образуются кристаллы метіонокислаго барита.

Ерленмейеръ ³⁾ нашелъ, что молочная кислота броженія послѣ нѣсколькихъ часового нагрѣванія съ разбавленной сѣрной кислотой до 130° распадается на альдегидъ и муравьиную кислоту.

Молочная кислота по Доссіусу ⁴⁾ при окисленіи двухромовислымъ кали и сѣрной кислотой даетъ только летучіе продукты окисленія, которые образуются въ большемъ количествѣ если приливать молочную кислоту по частямъ къ кипящей смѣси сѣрной кислоты и двухромовокислаго кали. Иногда дистиллятъ, имѣющій запахъ альдегида, содержитъ уксусную и муравьиную кислоты.

По Гей-Люссаку и Пелюзу ⁵⁾ кипящая азотная кислота обращаетъ ее въ щавелевую.

Шапманъ и Шмиттъ ⁶⁾ показали, что существуетъ большое различіе въ ходѣ окисленія посредствомъ марганцовокислаго кали, смотря потому, будетъ ли оно происходить въ среднихъ, кислыхъ, или щелочныхъ растворахъ. Молочная кислота при окисленіи чистымъ марганцовокислымъ кали даетъ альдегидъ, уксусную, угольную и щавелевую кислоты. При окисленіи марганцовокислымъ кали и сѣрной кислотой не образуется щавелевая кислота; въ щелоч-

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 136,287.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 118,290.

³⁾ Zeitschr. Chem. 1868,343.

⁴⁾ Zeitschr. Chem. 1866,449.

⁵⁾ Ann. Ch. Pharm. 7,40.

⁶⁾ Zeitschr. Chem. 1867, 379 и 477.

номъ растворѣ не образуется ни альдегидъ, ни уксусная кислота. По ихъ же изслѣдованію, при овисленіи молочной кислоты хромовой кислотой, $\frac{1}{3}$ углерода ея идетъ на образование угольной кислоты, $\frac{2}{3}$ углерода переходять сначала въ альдегидъ (при нагреваніи на водяной банѣ), а потомъ въ уксусную кислоту (при нагреваніи подъ давленіемъ).

По Врестеру ¹⁾ молочнокислое кали при электролизѣ даетъ CO_2 и альдегидную смолу.

Колбе ²⁾ разлагалъ электрическимъ токомъ 4 элементовъ Вуизена съ платиновыми электродами молочнокислое кали, причемъ получилъ угольную кислоту и альдегидъ.

Если нагревать, по Кекуле ³⁾, молочную кислоту въ струѣ газообразнаго бромистаго водорода до $180\text{--}200^\circ$, то перегоняется бромпропионовая кислота. Лучше нагревать молочную кислоту съ насыщеннымъ на холоду воднымъ растворомъ HBr въ запаянной трубкѣ до 100° . При перегонкѣ переходящая часть выше 180° содержитъ много бромпропионовой кислоты, которая при кипяченіи съ ZnO обращается опять въ молочнокислый цинкъ $\text{C}_3\text{H}_5\text{ZnO}_3 + 1\frac{1}{2}\text{H}_2\text{O}$.

Е. Лаутеманнъ ⁴⁾ превратилъ молочную кислоту въ пропионовую кислоту, дѣйствуя на нее іодистымъ водородомъ. Онъ насыщалъ молочную кислоту, разбавленную равнымъ объемомъ воды, газообразною HJ и нагревалъ въ трубкѣ до 140° , послѣ нагреванія жидкость заключала пропионовую кислоту. Приготовленная серебряная соль тождественна была съ пропионовымъ серебромъ. Еще проще и совершеннѣе происходитъ это превращеніе, если перегонять смѣсь изъ 3,5 частей молочной кислоты съ небольшимъ количествомъ воды и 4 част. іодистаго фосфора (PJ_2), при не очень сильномъ нагреваніи переходитъ пропионовая кислота.

Вихельгаусъ ⁵⁾ дѣйствовалъ іодистымъ фосфоромъ на молочную кислоту, по окончаніи реакціи продуктъ смѣшалъ съ во-

¹⁾ Jahresb. f. Chem. 1866, 87.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 113, 244.

³⁾ Ann. Ch. Pharm. 130, 11.

⁴⁾ Ann. Ch. Pharm. 113, 217.

⁵⁾ Ann. Ch. Pharm. 144, 351.

дою и извлекъ эфиромъ. По выпариваніи эфира получилось масло, которое онъ считаетъ за α -іодпропіоновую кислоту.

Онъ же ¹⁾ дѣйствовалъ 2 эквивалентами брома на эфирный растворъ молочной кислоты. Послѣ охлажденія нагрѣтаго на водяной банѣ раствора, осаждаются кристаллы ромбическія призмы съ ароматическимъ запахомъ. Точка плавленія 83—85°. Эти кристаллы не были изслѣдованы.

Изслѣдованіе Бейльштейна ²⁾ надъ дѣйствіемъ брома на молочную кислоту также не привело ни къ какимъ результатамъ. При обыкновенной температурѣ, бромъ на молочную кислоту не дѣйствуетъ, при нагрѣваніи ея съ бромомъ въ запаянной трубкѣ до 100° происходитъ полное ея разложеніе.

Перегоняя сухую молочнокислую известь съ двойнымъ по вѣсу количествомъ пятихлористаго фосфора, Вюрцъ ³⁾ получилъ смѣсь хлорокси фосфора и хлорлактила $C_3H_4OCl_2$ (хлорпропіониль-хлоридъ). Этотъ послѣдній трудно отдѣляется перегонкой отъ хлорокси фосфора. Это жидкость безцвѣтная, при стояніи чернѣетъ, точка кипѣнія ея выше хлорокси фосфора, съ водою разлагается на HCl и молочную кислоту, съ алкоголемъ даетъ HCl и хлорпропіоновый эфиръ $C_3H_4ClC_2H_5O_2$ (по Вюрцу хлоромолочный). Этотъ эфиръ имѣетъ запахъ пріятный ароматичный, кипитъ при 150°. Нерастворимъ въ водѣ.

Ульрихъ ⁴⁾ доказалъ, что полученный Вюрцомъ хлорлактилъ $C_3H_4OCl_2$ есть хлорпропіониль-хлоридъ C_3H_4ClOCl , а хлоромолочный эфиръ Вюрца есть хлорпропіоновый эфиръ. Если разложить большимъ количествомъ воды дымящуюся жидкость, полученную при нагрѣваніи PCl_5 съ молочнокислою известью и перегонять до половины, то въ фильтратѣ находится хлорпропіоновая кислота, которая, при дѣйствіи водорода въ моментъ выдѣленія, обращается въ пропіоновую кислоту.

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 143,1.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 120,226.

³⁾ Ann. Ch. Pharm. 107,192.

⁴⁾ Ann. Ch. Pharm. 109,268.

Глинскій ¹⁾ получилъ хлоромолочную кислоту, дѣйствуя соляной кислотой на соединеніе $C_2 H_3 Cl O$. $C_2 H_3 C N O$, полученное при дѣйствіи цианистаго калия на охлажденный искусный альдегидъ. Нагрѣвая хлоромолочную кислоту съ іодистымъ калиемъ до 50° , онъ получилъ іодомолочную кислоту. Она плавится при $84-85^\circ$ и даетъ цинковую соль, кристаллизующуюся въ пластинкахъ.

Вишофъ и Пиннеръ ²⁾ получили при дѣйствіи крѣпкой синильной кислоты на хлораль кристаллическое тѣло, которое имѣетъ составъ $C_3 H_2 Cl_3 N O$, съ HCl оно дало трихлоромолочную кислоту $C_3 H_3 Cl_3 O_3$. Кислота, кристаллизующаяся въ видѣ призмъ, плавится при $105-110^\circ$. Даетъ хорошо кристаллизующіяся соли. Эфиръ полученъ ими при дѣйствіи HCl на алкогольный растворъ кислоты. Кристаллизуется въ видѣ пластинокъ. Точка плавленія, $60-67^\circ$. Трихлоромолочный эфиръ, по изслѣдованію Пиннера ³⁾ даетъ при восстановленіи цинкомъ монохлоракрилевый эфиръ. Жидкость кипящая при 145° .

Рудневъ ⁴⁾, вопреки указаніямъ Пиннера, при дѣйствіи цинка и соляной кислоты получилъ изъ трихлоромолочнаго эфира не хлоракрилевый эфиръ а дихлоромолочный вмѣстѣ, вѣроятно, съ монохлоромолочнымъ эфиромъ.

Пиннеръ ⁵⁾ повторилъ свои изслѣдованія надъ восстановленіемъ трихлоромолочнаго эфира цинкомъ и пришелъ къ прежнимъ результатамъ.

Апри ⁶⁾ получилъ тетрахлорэтиломолочный эфиръ, дѣйствуя пятихлористымъ фосфоромъ на соединенія хлораля съ молочнокислымъ этиломъ. Безцвѣтная густая жидкость, нерастворимая въ водѣ, не перегоняется безъ разложенія — $C_3 H_4 O$. $C_2 H_5 O$. $C_2 H Cl_4 O$.

Дѣйствуя синильной кислотой на бибромальдегидъ, Пиннеръ ⁷⁾ получилъ маслообразное тѣло $C_2 H_2 Br_2 O + HCN$, которое

¹⁾ Berl. Ber. 1873, 1257.

²⁾ Berl. Ber. 1872, 113 и 208.

³⁾ Berl. Ber. 1874, 250.

⁴⁾ Журн. Р. Хим. Общ. 7, 160.

⁵⁾ Berl. Ber. 1875, 963.

⁶⁾ Berl. Ber. 1874, 762.

⁷⁾ Berl. Ber. 1874, 1499.

кипяченіємъ съ соляной кислотой переводится въ бибромомолочную кислоту, не кристаллическое соединеніе.

Трибромбромаль, по Пиннеру, соединяется съ синильной кислотой въ кристаллическое соединеніе $C_2 H Br_3 O + H CN$, которое послѣ долгаго дигерированія съ соляной кислотой даетъ триброммолочную кислоту, также не кристаллическое соединеніе.

Молочная кислота, какъ двуатомная кислота, даетъ два эфира, амида и т. п. соединенія, къ описанію которыхъ я и перехожу.

Лепажъ ¹⁾ получилъ молочнокислый эфиръ, *) перегоняя двѣ части сухой молочнокислой извести 2 части ректифицированного алкоголя и $1\frac{1}{2}$ части концентрированной сѣрной кислоты. Перегнанный надъ хлористымъ кальціемъ эфиръ есть безцвѣтная прозрачная жидкость, которой запахъ напоминаетъ ромъ, точка кипѣнія — около 77° , плотность при $9^\circ C$ — 0,866, онъ растворяется въ водѣ алкогольъ и эфиръ.

Если смѣшать 1 часть молочнокислой извести-кали съ 1,4 час. этилосѣрнооксидаго кали и нагрѣвать въ ретортѣ на масляной банѣ, то, по Штрекеру ²⁾, реакція начинается при 150° и перегоняется между 150 — 180° молочнокислый этиль, который, черезъ соединеніе съ хлористымъ кальціемъ (хлористый кальцій растворяется въ молочнокисломъ этилѣ и образуются кристаллическія зерна состава $Ca Cl_2 + 2 (C_3 H_5 O_3. C_2 H_5)$ и отдѣленіемъ отъ этого послѣдняго, можетъ быть очищенъ. Этотъ эфиръ есть безцвѣтная, средняя жидкость, имѣющая слабый запахъ, перегоняется большею частью между 150 — 160° , смѣшивается съ водою, алкогольемъ и эфиромъ во всѣхъ пропорціяхъ.

Вюрцъ и Фридель ³⁾ приготовили эфиръ Штрекера, нагрѣвая въ запаянной трубкѣ до 170° сиропобразную молочную кислоту съ абсолютнымъ алкогольемъ. Онъ средній, кипитъ при 156° ,

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 52, 309.

²⁾ Сравнивая этотъ эфиръ съ полученнымъ Штрекеромъ, надо допустить, что Лепажъ имѣлъ дѣло съ нечистымъ продуктомъ. Анализа онъ не дѣлалъ.

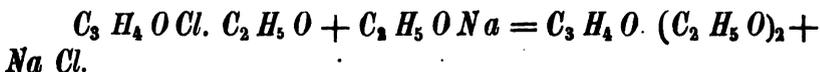
³⁾ Ann. Ch. Pharm. 91, 352.

⁴⁾ Ann. Chim. Phys. (3) 63, 101.

какъ эфиръ Штрекера. Калий растворяется въ немъ при выдѣленіи водорода, образуя соединенію — $C_3 H_4 K O_2$. $C^2 H^5 O$, изомерное съ этиломолочнокислымъ кали; съ іодистымъ этиломъ оно даетъ іодистый калий и диэтиломолочный эфиръ.

Франкляндъ и Дуппа ¹⁾ показали, что при дѣйстви PCl_3 на молочнокислый этиль образуется хлоропропионовый этиль.

Вюрцъ ²⁾ приготовилъ эфиръ, въ которомъ 2 водорода замѣщены этиломъ. По Вюрцу онъ образуется при дѣйстви алкоголята натрія на хлоромолочный эфиръ (хлоропропионовый эфиръ Ульриха).



Послѣ прибавленія хлоропропионоваго эфира къ алкогольату по частямъ, нагрѣвають смѣсь нѣсколько часовъ на водяной банѣ и потомъ перегоняють. Онъ есть безцвѣтная подвижная жидкость съ пріятнымъ запахомъ, нерастворимая въ водѣ, кипящая при $156^{\circ},5$.

Моноэтилдимолочный эфиръ $2 \left(\begin{array}{l} C_3 H_4 O \\ C_2 H_5 \\ H \end{array} \right) O_3$ образуется, по

Вюрцу и Фриделю ³⁾, при нагрѣваніи хлоромолочнаго эфира съ алкогольнымъ растворомъ молочнокислаго кали въ запаянной трубкѣ до 100° . Безцвѣтное масло нерастворимое въ водѣ, кипящее при 235° и распадающееся при двухдневномъ нагрѣваніи до 100° съ водою на алкоголь и молочную кислоту.

Нагрѣвая нѣсколько дней до 140° лактиды съ диэтиломолочнымъ эфиромъ, они получили диэтиль — тримолочный эфиръ $3 \left(\begin{array}{l} C_3 H_4 O \\ (C_2 H_5) \end{array} \right) O_4$.

Это жидкость безцвѣтная, очень густая, кипящая при 270° , кото-

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 136, 1

²⁾ Ann. Ch. Pharm, 112, 232

³⁾ Ann. Chim. Phys. (3) 63, 101

рая съ кали разлагается на алкоголь и молочную кислоту. Соединение съ составомъ моноэтила — тримолочнаго эфира $\left. \begin{matrix} 3 (C_3 H_4 O) \\ (C_2 H_5) H \end{matrix} \right\} O_4$

они получили при перегонкѣ моноэтила — димолочнаго эфира, собирая переходящую часть при 270° .

Другой трудно замѣщаемый водородъ молочной кислоты замѣщается также кислотными радикалами. Такъ, дигерируя хлоропропионовый эфиръ съ маслянокислымъ кали въ алкогольномъ растворѣ на водяной банѣ, Вюрцъ ¹⁾ получилъ маслообразный продуктъ, нерастворимый въ водѣ, кипящій при $200 - 210^\circ$, масляномолочнокислый эфиръ = $\left. \begin{matrix} C_3 H_4 O \\ C_4 H_7 O \\ C_2 H_5 \end{matrix} \right\} O_2$

Нагрѣвая хлоромолочный (хлоропропионовый) эфиръ съ алкогольнымъ растворомъ этилоянтарно-кислаго кали до 140° , Вюрцъ и Фридель ²⁾ получили диэтило-лактил-судциниловый эфиръ $\left. \begin{matrix} C_3 H_4 O \\ C_4 H_4 O_2 \\ (C_2 H_5)_2 \end{matrix} \right\} O_3$ маслообразную въ водѣ нерастворимую жидкость, кипящую при 280° , которая распадается съ баритомъ на алкоголь, янтарную и молочную кислоты.

Нагрѣвая смѣсь изъ 10 час. молочной кислоты и 14 час. бензойной кислоты до 200° , Штреверъ ³⁾ получилъ кристаллическую массу, которая, послѣ растворенія въ углекисломъ натрѣ и разложенія образовавшейся соли соляной кислотой, даетъ кристаллическую бензомолочную кислоту. Она представляетъ пластинчатообразные кристаллы, жирные на ощупь, плавящіяся при 112° , возгоняющіяся между $100 - 120^\circ$. Они мало растворимы въ водѣ, легко въ алкогольъ и эфирѣ. Кислота образуетъ кристаллизующіяся соли. Распадается при нагрѣваніи съ разбавленной сѣрной кислотой на молочную и бензойную кислоты.

¹⁾ Ann. Ch. Pharm 112, 232,

²⁾ Ann. Chim. Phys. (3). 63, 101.

³⁾ Ann. Ch. Pharm. 91, 352

Вислиценусъ ¹⁾ приготовилъ бензомолочную кислоту Штрекера, дѣйствуя хлорбензоиломъ на сухую молочнокислую соль; онъ показалъ, что кромѣ этой кислоты образуется еще другая бензомолочная кислота, которая выдѣляется, при перекристаллизациі первой, въ видѣ масла и отличается отъ первой прибавленіемъ 1 час. воды — $C_{10}H_{10}O_4 + H_2O$. Онѣ различаются одной частицей воды и въ сухомъ воздухѣ вторая переходитъ въ первую. Она со щелочами распадается на бензойную и молочную кислоты. При нагрѣваніи до 100° хлорбензоила съ молочнокислымъ этиломъ образуется, по Вислиценусу, бензоилмолочнокислый этиль. Безцвѣтное маслообразное тѣло, кипящее при 288° — $(C_7H_5O)(C_3H_4O)(C_2H_5)_2O_2$, этотъ эфиръ съ алкогольнымъ растворомъ амміака даетъ бензоиллактаמידъ — $C_{10}H_{11}NO_3$. Кристаллическое тѣло, точка плавленія 124° , который кипяченіемъ съ щелочами распадается на молочную и бензойную кислоты.

Вюрцъ ²⁾ показалъ, что при кипяченіи съ ѣдкимъ кали диэтиломолочный эфиръ $C_3H_4O \left. \begin{matrix} \\ (C_2H_5)_2 \end{matrix} \right\} O_2$ распадается на алкоголь и этиломолочнокислое кали. Изъ приготовленныхъ имъ солей известковая кристаллическая, цинковая — аморфная. Эту кислоту Бутлеровъ ³⁾ приготовилъ, дѣйствуя іодоформомъ на алкогольъ натрія. При нагрѣваніи ея съ водою и PI_2 , или концентрированнымъ HI , выдѣляется іодистый этиль и пропіоновая кислота. Серебряная соль этиломолочной кислоты Бутлерова съ іодистымъ этиломъ даетъ диэтиломолочный эфиръ Вюрца.

Вислиценусъ ⁴⁾ получилъ метило — и ацетиломолочныя кислоты, исходя изъ молочнокислаго натра — $C_3H_5NaO_3$. Онъ нагрѣвалъ сухой молочнокислый натръ до $130-150^\circ$ и получилъ желтоватую расплывающуюся массу — смѣсь молочнокислаго натра и натрійдилактата. При нагрѣваніи этой соли съ эквивалентнымъ

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 133, 257.

²⁾ Ann. Chim. Phys. (3), 59, 161.

³⁾ Ann. Ch. Pharm. 118, 325.

⁴⁾ Ann. Ch. Pharm. 125, 41.

употребленному натрію количествомъ іодистаго метила до 100—120° образуется молочнокислый натръ, изъ котораго, чрезъ послѣдовательное разложеніе сѣрноокислымъ серебромъ и сѣрнистымъ водородомъ, получается метило-молочная кислота. При смѣшиваніи молочнаго эфира съ хлористымъ ацетиломъ образуется ацетиломолочный эфиръ, перегоняющійся при 176—177° $C_3 H_4 (C_2 H_5) (C_2 H, O) O_3$. Безцвѣтная, съ водою несмѣшиваемая жидкость. При нагрѣваніи съ 2 частями воды до 150° онъ распадается на алкоголь и ацетиломолочную кислоту,—кислую сиропобразную жидкость, растворимую въ водѣ, неперегоняющуюся безъ разложенія; съ ѣдкимъ баритомъ она распадается на молочную и уксусную кислоты.

Фон-д.-Брюгенъ ¹⁾ дѣйствовалъ натріемъ на молочный эфиръ и полученный натріймолочный эфиръ нагрѣвалъ съ хлоропропионовымъ эфиромъ до 110°—120°. Полученный маслообразный продуктъ былъ приблизительно состава $C_{10} H_{18} O_5$; это соединеніе съ щелочами даетъ этиломолочную соль и молочную кислоту, съ амміакомъ—масло, имѣющее приблизительно составъ $C_8 H_{15} NO_4$.

Мы выдѣли, что, по Пелюзу, при дѣйствіи амміака на лактидъ образуется лактаמידъ $C_3 H_4 O_2 NH_3$; кромѣ этого Штрекеръ ²⁾ получилъ лактаמידъ, пропуская сухой амміакъ въ растворъ молочнокислаго этила въ алкогольѣ.

Вислиценусъ ³⁾ показалъ, что при насыщеніи концентрированного алкогольнаго раствора безводной молочной кислоты сухимъ NH_3 образуется также лактаמידъ.

Если насытить алкогольный растворъ диэтиломолочнаго эфира амміакомъ и нагрѣвать нѣсколько дней на водяной банѣ, то, по Вюрцу ⁴⁾, образуются блестящіе листочки лактаметана (этиллактаמידъ) $C_3 H_4 O$ }
 $C_2 H_5$ } O. Онъ плавится при 62—63° и кипитъ при
 $H_2 N$ }

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 148, 224.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 91, 352.

³⁾ Ann. Ch. Pharm. 133, 257.

⁴⁾ Ann. Ch. Pharm. 112, 232.

219°; распадается при кипяченіи съ ѣдкимъ кали на амміакъ и этиломолочнокислое кали.

Вюрцъ и Фридель ¹⁾, приготовивъ лактамидъ по способу Пелюза, замѣтили, что лактидъ съ этиламиномъ даетъ лактетиамидъ, кристаллическое тѣло, плавящееся при 48°, кипящее при 260°, распадающееся съ кали на молочную кислоту и этиламинъ; изомерно съ этиллактамидомъ (лактаметанъ).

Баумштаркъ ²⁾ получилъ діамидъ молочной кислоты, перегоняя молочнокислую известь съ хлоридомъ фосфора и обработывая продуктъ амміакомъ. Получающаяся гуммиобразная, расплывающаяся масса реагируетъ щелочно и съ кислотами даетъ кристаллическія соли.

I. Прей ³⁾ показалъ, что аланинъ при нагрѣваніи въ сухомъ *HCl* до 180---200° обращается въ лактиимидъ, который, послѣ обработки окисью свинца и H_2S и перекристаллизаціи изъ алкоголя, получается въ безцвѣтныхъ листочкахъ, или иголкахъ, плавится при 275°, растворяется въ водѣ и алкогольѣ.

Аланинъ, изомеръ лактамида, былъ полученъ Штрекеромъ ⁴⁾ при нагрѣваніи смѣси 2 ч. альдегидъ-амміака съ 1 ч. водной синильной кислоты и избыткомъ *HCl*. Отдѣленный отъ нашатыря и очищенный отъ *HCl* окисью свинца, а потомъ отъ свинца сѣрнистымъ водородомъ, аланинъ кристаллизуется въ призмахъ. Онъ растворимъ въ 4,6 час. холодной воды, въ кипящей легче; въ холодномъ алкогольѣ растворимъ, въ эфирѣ совсѣмъ не растворимъ. Возгоняется при 200°. Аланинъ образуетъ кристаллическія соединения съ кислотами и основаниями.

Болбе ⁵⁾, нагрѣвая хлоропропіоновый эфиръ (изъ молочной кислоты) съ амміакомъ въ запаянной трубкѣ до 100°, получилъ аланинъ.

¹⁾ Ann. Ch. Phys. (3), 63, 101.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 173, 350.

³⁾ Ann. Ch. Pharm. 134, 372.

⁴⁾ Ann. Ch. Pharm. 75, 27.

⁵⁾ Ann. Ch. Pharm. 113, 220.

в. Мясомолочная кислота.

Берцелиусъ нашелъ въ 1806 въ мускулахъ мяса кислоту, которую считалъ тождественною съ молочной кислотой броженія; спустя лѣтъ 40 (въ 1874 году), Либихъ, изслѣдуя эту кислоту, нашелъ что она въ свободномъ состояннн имѣеть свойства обыкновенной молочной кислоты, но отличается отъ этой послѣдней свойствами нѣкоторыхъ своихъ солей. Энгельгардтъ, изслѣдовавшій довольно подробно ихъ соли, пришелъ къ заключенію, что соли кислоты не тождественны. Позднѣйшіе изслѣдователи подтвердили его предположеніе и установили понятіе объ изомернн двухъ молочныхъ кислотъ.

Способъ полученія ея изъ мяса, по Либиху ¹⁾, состоитъ въ томъ, что мясной экстрактъ ^{*)}, по отдѣленн отъ кристалловъ креатина и инозиновокислаго барита и кали, сгущаютъ на водяной банѣ и остатокъ обрабатываютъ алкоголемъ, при этомъ соли молочной кислоты переходятъ въ растворъ. По отдѣленн алкогольнаго раствора и удаленн алкоголя выпариваніемъ, получается желтоватый сиропъ, который спустя нѣкоторое время выдѣляетъ кристаллы креатина, креатинина и другихъ. Оставшаяся некристаллическая масса есть молочнокислое кали. Для полученія изъ него молочной кислоты смѣшиваютъ ее съ равнымъ объемомъ разбавленной сѣрной кислоты (1 объемъ концентрированной кислоты и 2 объема воды), прибавляютъ въ смѣси три, или четыре объема алкоголя; при этомъ осаждается сѣрновокислое кали, молочная кислота переходитъ въ растворъ; смѣшивая жидкость съ эфиромъ, фильтруя и отгоняя эфиръ и алкоголь, получаютъ сиропъ, который есть нечистая молочная кислота. Для очищенія растворяютъ

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 62, 287 и 326.

^{*)} Этотъ экстрактъ получается послѣ намачиванія мяса водою и пресованія. Полученныя экстрактныя жидкости нагреваютъ на водяной банѣ для свертыванія бѣлковины; отдѣленную отъ свертка жидкость насыщаютъ ѣдкимъ баритомъ, причеиъ осаждаются фосфорнокислый баритъ и магнезія; фильтруютъ и сгущаютъ на водяной банѣ; кристаллизуется креатинъ; отдѣленный отъ кристалловъ фильтратъ смѣшиваютъ съ алкоголемъ; спустя нѣсколько дней осаждаютъ кристаллы инозиновокислаго барита и кали.

ее въ смѣси алкоголя и эфира ($\frac{1}{2}$ объема алкоголя и 5 объемовъ эфира), отгоняють эфиръ и остатокъ насыщаютъ известковымъ молокомъ. Образовавшуюся молочнокислую известь перекристаллизуютъ изъ горячаго 60 $\frac{0}{10}$ спирта, разлагають сѣрной кислотой и извлекають молочную кислоту эфиромъ.

Кромѣ получения мясомолочной кислоты изъ мяса интересны слѣдующіе случаи ея образования:

Исходя изъ предположенія, что мясомолочная кислота содержитъ этиленъ, изомерный съ этилиденомъ обыкновенной молочной кислоты, Вислиценусъ ¹⁾ приготовилъ этиленмолочную кислоту, дѣйствуя щелочью на соответствующій гликохлоргидрину цианюръ $CNH.C_2H_4O$ по уравненію:



Кипятя этотъ цианюръ съ прибавляемымъ по частямъ ѣдкимъ натромъ, онъ получилъ, послѣ нейтрализаціи избытка ѣдкаго натра угольной кислотой, натровую соль молочной кислоты, изъ которой приготовлена была цинковая соль. Эта цинковая соль оказалась смѣсью двухъ солей: одна часть ея нерастворима въ алкогольѣ и кристаллизуется изъ воды въ видѣ обыкновеннаго молочнокислаго цинка; другая, растворимая въ алкогольѣ, часть имѣетъ составъ и свойства мясомолочной цинковой соли $C_3H_5ZnO_3 + 2H_2O$.

Десять лѣтъ спустя Вислиценусъ ²⁾ повторилъ эту работу и нашелъ, что вся цинковая соль, получающаяся при этой реакціи, есть соль кислоты броженія—она содержала три частицы кристаллизаціонной воды; но кромѣ этой соли Вислиценусъ находитъ въ маточномъ растворѣ небольшую часть трудно кристаллизующейся, легко растворимой въ алкогольѣ соли; Вислиценусъ старается доказать, что это — соль этиленмолочной кислоты, та же самая, каковая, по Вислиценусу, получается, при разложеніи алкоголяемъ мясомолочнаго цинка, въ видѣ аморфной соли, растворимой въ алкогольѣ.

Смѣсь этилена и хлорокиси углерода уплотняется, по Липп-

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 128, 1.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 167, 346.

манну ¹⁾, въ безцвѣтную жидкость, которая растворяется въ водѣ, давая HCl и хлоропропионовую кислоту. При обработываніи кислоты ѣдкимъ баритомъ и выпариваніи съ хлористымъ цинкомъ была приготовлена цинковая соль мясомолочной кислоты.

Надо замѣтить, что Баумштаръ ²⁾, желая получить этиленмолочную кислоту по способу Липпманна, повторилъ его изслѣдованіе, но несмотря на всевозможныя измѣненія опыта онъ пришелъ къ отрицательнымъ результатамъ.

Ричардъ Мали ³⁾ показалъ, что сахара всѣхъ родовъ при броженіи подъ вліяніемъ слизистой оболочки желудка, какъ фермента, даютъ большія количества обыкновенной и мясомолочной кислоты. Такъ въ половинѣ случаевъ получилась вмѣстѣ съ первой и другая кислота. Въ одномъ даже случаѣ получена была только одна мясомолочная кислота. Ричардъ Мали не опредѣлилъ условій, при которыхъ происходитъ образованіе этой послѣдней. Онъ отдѣлялъ ихъ цинковыя соли дробной кристаллизаціей.

Что касается свойствъ мясомолочной кислоты въ свободномъ состояніи, то они ничѣмъ не отличаются отъ свойствъ обыкновенной молочной кислоты. Энгельгардтъ указываетъ, что обѣ молочныя кислоты въ свободномъ состояніи не представляютъ никакого различія: обѣ онѣ сиропообразныя жидкости, не кристаллизуются, растворимы въ водѣ, спиртѣ и эфирѣ во всѣхъ пропорціяхъ. Все различіе—въ ихъ соляхъ и, главнымъ образомъ, въ количествахъ кристаллизаціонной воды и растворимости. Наиболѣе рѣзкое различіе Энгельгардтъ ⁴⁾ замѣтилъ въ слѣдующихъ соляхъ:

Известковая соль мясомолочной кислоты, кристаллизуясь изъ воды, содержитъ 4, соль кислоты броженія—5 частицъ воды. Обѣ соли, кристаллизованныя изъ спирта, содержатъ 5 частицъ воды. Если перекристаллизовать изъ воды, полученную изъ спирта, соль мясомолочной кислоты, то она содержитъ опять 4 частицы воды. Соль мясомолочной кислоты нужно долѣе нагревать при 100°

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 129, 81.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 173, 351.

³⁾ Berl. Ber. 51 1874 67.

⁴⁾ Ann. Ch. Pharm. 65, 359.

чѣмъ соль кислоты броженія для выдѣленія всей воды. Обѣ онѣ растворяются во всѣхъ пропорціяхъ въ кипящемъ спиртѣ и водѣ, но холодной воды для растворенія соль мясомолочной кислоты требуетъ 12,4 части, соль кислоты броженія 9,5 части.

Цинковая соль обѣихъ кислотъ при одинаковыхъ, или различныхъ условіяхъ всегда получается съ различнымъ содержаніемъ кристаллизационной воды; соль мясомолочной кислоты содержитъ всегда 2, соль кислоты броженія 3 частицы воды. Соль кислоты броженія отдаетъ свою воду при 100° въ короткое время, соль мясомолочной кислоты требуетъ много времени, прежде чѣмъ она покажетъ постоянный вѣсъ ¹⁾. Соль кислоты броженія можетъ быть нагрѣта до 210° не разлагаясь, тогда какъ соль мясомолочной кислоты начинаетъ разлагаться при температурѣ 100—150° ²⁾. Соль мясомолочной кислоты растворяется въ 2,88 частяхъ кипящей и 5,7 частяхъ холодной воды, въ 2,23 частяхъ холоднаго и кипящаго спирта, соль кислоты броженія—въ 6 частяхъ кипящей и 58 частяхъ холодной воды, въ спиртѣ почти нерастворима. Соль мясомолочной кислоты осаждается изъ охлажденныхъ растворовъ въ матовыхъ, неопредѣленно группированныхъ, чрезвычайно тонкихъ иголочкахъ, которыхъ агрегаты распадаются въ кристаллическую кашицу (*Krystallbrei*), какъ только коснутся сосуда. Кристаллическія массы соли кислоты броженія обыкновенно сильно блестящи и образуютъ родъ коры, иногда являются въ перепутанныхъ агрегатахъ большихъ игольчатыхъ кристалловъ.

Медная соль обѣихъ кислотъ различается очень существенно: соль мясомолочной кислоты кристаллизуется изъ воды въ маленькихъ, жесткихъ, матовыхъ, небеспоголубыхъ бородавкахъ; соль кислоты броженія въ большихъ блестящихъ, темно-голубыхъ, или зеленоватыхъ кристаллахъ. Соль кислоты броженія растворяется въ 6 частяхъ холодной и 2,2 частяхъ кипящей воды; въ 115

¹⁾ По изслѣдованіямъ Вислиценуса (*Ann. Ch. Pharm.* 167, 302) цинковая соль мясомолочной кисл. (парамолачной) также легко отдаетъ свою кристаллизационную воду, какъ соль кислоты броженія.

²⁾ По Вислиценусу (тамъ-же) она не разлагается при нагрѣваніи до 170—180°.

частяхъ холоднаго и 26 частяхъ кипящаго алкоголя. Соль мясомолочной кислоты въ 1,95 частяхъ холодной и 1,24 частяхъ кипящей воды и значительно легче въ алкогольѣ. Соль кислоты броженія содержитъ 2 частицы воды, которая въ короткое время надъ сѣрной кислотой, или при 100° уходитъ, безъ видимаго измѣненія самой соли. Точка разложенія ея лежитъ между 200 — 210° . Ниже этой температуры соль остается безъ измѣненія. Количество кристаллизаціонной воды въ соли мясомолочной кислоты не было опредѣлено.

Мясомолочная кислота, представляя большое сходство съ кислотой броженія, легко переходитъ въ эту послѣднюю. Такъ Штрекеръ ¹⁾, нагрѣвая долгое время на масляной банѣ до 130 — 140° сиропообразную мясомолочную кислоту, полученную разложеніемъ цинковой ея соли посредствомъ сѣрнаго водорода, замѣтилъ, что при охлажденіи остатокъ застываетъ въ аморфную массу, которая относится, какъ ангидридъ обыкновенной молочной кислоты. Онъ растворимъ въ алкогольѣ и эфирѣ, въ холодной водѣ нерастворимъ. Послѣ долгаго кипяченія его съ водою и насыщенія раствора окисью цинка, получилась цинковая соль, по всѣмъ свойствамъ схожая съ солью молочной кислоты броженія.

Вислиценусъ ²⁾ наблюдалъ, что мясомолочная кислота, подобно обыкновенной, при стояніи надъ сѣрной кислотой въ Vacuum'ѣ при обыкновенной температурѣ, переходитъ въ ангидридъ $C_6 H_{10} O_5$.

Вислиценусъ ³⁾, нагрѣвая его парамолочную кислоту, полученную изъ кристаллической соли мясомолочной кислоты (см. даѣе стр. 30) въ ретортѣ замѣтилъ, что вначалѣ перегоняется съ водою въ небольшомъ количествѣ кислота и въ ретортѣ остается ангидридъ обыкновенной молочной кислоты и тѣмъ болѣе, чѣмъ дольше будетъ нагрѣваніе. При нагрѣваніи въ струѣ воздуха до 150° переходитъ парамолочная кислота въ обыкновенный лак-

¹⁾ Ann Ch. Pharm. 105, 313

²⁾ Berl. Ber. 1870, 980.

³⁾ Ann. Ch. Pharm. 167, 302.

тидь, плавящийся при $124,5^{\circ}$. Что касается ангидризованія при обыкновенной температурѣ, то парамолочная кислота относится совершенно одинаково съ обыкновенной кислотой. Но далѣе онъ замѣтилъ, что смѣсь ангидридовъ направо вращающей парамолочной кислоты (см. далѣе) имѣетъ свойство поворачивать плоскость поляризаціи на лѣво.

Доссіосъ ¹⁾ показалъ, что мясомолочная кислота при окисленіи посредствомъ двухромовислаго кали обращается въ малоновую кислоту. Въ эту же кислоту обращается она нагрѣваніемъ съ разбавленной азотной кислотой и сплавленіемъ съ ѣдкимъ кали.

Надо замѣтить, что Эрленмейеръ ²⁾ не получилъ малоновой кислоты при окисленіи мясомолочной ни двухромовислымъ кали, ни азотной кислотой, несмотря на точное слѣдованіе указаніямъ Доссіоса.

Также Вислиценусъ ³⁾ при окисленіи мясомолочной кислоты (парамолочная Вислиценуса) двухромовислымъ кали и сѣрной кислотой получилъ альдегидъ, муравьиную, уксусную и угольную кислоты. Не было ни малоновой, ни щавелевой кислотъ. Кромѣ того Вислиценусъ замѣтилъ, что мясомолочная кислота (парамолочная) при нагрѣваніи съ разбавленной сѣрной кислотой до $140-150^{\circ}$ относится совершенно, какъ молочная кислота броженія: она распадается на муравьиную кислоту и альдегидъ.

Вислиценусъ ⁴⁾ разложилъ цинковую соль мясомолочной кислоты вѣрнымъ спиртомъ на труднорастворимую кристаллическую соль и легко растворимую аморфную. По его изслѣдованію кислота послѣдней соли одинакова съ кислотой, полученной изъ β -іодопріоіоновой кислоты (впослѣдствіи онъ призналъ ее одинаковою съ этиленмолочной кислотой); трудно растворимая кристаллическая цинковая соль не тождественна съ солью молочной кислоты бро-

¹⁾ Zeitschr. Chem. 1866, 449.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 158, 262.

³⁾ Ann. Ch. Pharm. 167, 302.

⁴⁾ Berl. Ber. 1869, 619 и Ann. Ch. Pharm 167, 302.

женія. Она содержитъ 2 частицы воды, какъ соль мясомолочной кислоты, но растворяется въ водѣ труднѣе чѣмъ эта послѣдняя (1: 20, 5). Кромѣ того, другія молочныя кислоты не дѣйствуютъ на поляризованный лучъ, кислота же кристаллической соли изъ мяса поворачиваетъ плоскость поляризаціи на право ($\alpha = 3^{\circ}, 5$), а ея соли дѣйствуютъ противоположно (цинковая соль: $\alpha = 8^{\circ}, 37$).

Вопреки указаніямъ Вислиценуса, Эрленмейеръ ¹⁾ нашель, что мясомолочный цинкъ кристаллизуется буквально до послѣднихъ капель маточнаго раствора. Онъ не нашель аморфной соли; и не смотря на то, что къ горячонасыщенному раствору (согласно указанію Вислиценуса) онъ прибавилъ болѣе чѣмъ 10 объемовъ крѣпкаго алкоголя, растворъ оставался свѣтлымъ, даже послѣ его охлажденія. Образованіе кристалловъ изъ этого раствора было согласно съ указаніями Энгельгардта.

Гейнцъ ²⁾, отдѣливъ мясомолочный цинкъ отъ маточнаго раствора, также не могъ найти въ этомъ послѣднемъ еще болѣе растворимой аморфной цинковой соли.

с. Молочная кислота изъ β -іодопріоіоновой кислоты.

Дѣйствуя окисью серебра на β -іодопріоіоновую кислоту (изъ глицериновой), Бейльштейнъ ³⁾ получилъ сначала кислоту состава молочной кислоты, но при повтореніи своего изслѣдованія онъ ⁴⁾ нашель, что образующаяся при этой реакціи кислота совершенно различна съ молочной кислотой и даже не изомерна съ ней, а имѣетъ составъ $C_{11} H_{22} O_{11}$. Онъ назвалъ ее гидракрилевой кислотой, такъ какъ самая характерная ея реакція есть та, что она распадается при нагрѣваніи на воду и акрилеву кислоту. Мольдентауеръ ⁵⁾ показалъ, что іодопріоіоновая кислота при кипяченіи съ окисью серебра даетъ молочнокислосеребро, которое по выпариваніи можетъ быть отдѣлено алкоголемъ отъ іодистаго серебра. Полученная же Бейльштейномъ изъ

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 158, 262.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 157, 314.

³⁾ Ann. Ch. Pharm. 120, 234.

⁴⁾ Ann. Ch. Pharm. 122, 369.

⁵⁾ Ann. Ch. Pharm. 131, 323.

іодопріоіонової, при кипяченіи съ основаніями, гидракрилевая кислота есть поэтому промежуточный продуктъ, который кипяченіемъ съ щелочами, или даже углекислыми солями, легко переходитъ въ молочную кислоту. Съ амальгамою натрія это превращеніе происходитъ на холоду.

Если превратить серебряную соль, полученную при кипяченіи β —іодопріоіонової кислоты съ окисью серебра въ цинковую, то, по Вихельгаусу ¹⁾, кристаллизуется сначала при выпариваніи раствора обыкновенный молочнокислый цинкъ, но спустя долгое время маточный растворъ выдѣляетъ кристаллы, растворимые въ водѣ и алкогольѣ, которые приблизительно имѣли составъ мясомолочной цинковой соли. По Вихельгаусу это главный продуктъ дѣйствія окиси серебра на β —іодопріоіоновою кислоту, тогда какъ обыкновенная молочная кислота произошла вслѣдствіе долгаго нагрѣванія мясомолочной кислоты. Гидракрилевая кислота, образуемая при окисленіи β —іодопріоіонової кислоты, по изслѣдованію Вислиценуса ²⁾, имѣетъ составъ молочной кислоты. Натровая соль кристаллизуется изъ кипящаго алкоголя. Далѣе онъ подтвердилъ изслѣдованіе Мольденгауера, по которому кислота съ амальгамою натрія даетъ соли состава молочной кислоты.

Только изслѣдованія Соколова ³⁾ уничтожили эти противорѣчія. Онъ показалъ, что при дѣйствіи окиси серебра на β —іодопріоіоновою кислоту, кромѣ гидракрилевой кислоты, которую онъ ближе не изслѣдовалъ, образуется кислота состава $C_3H_6O_3$, изомерная съ молочными кислотами. Послѣ кратковременнаго дѣйствія избытка окиси серебра и осажденія серебра соляной кислотой, Соколовъ насытилъ отфильтрованный растворъ углекислымъ цинкомъ. Сгустивъ его и смѣшавъ со спиртомъ, онъ получилъ тонкіе иглообразные кристаллы, которые онъ принимаетъ за гидракрилевокислый цинкъ; главная же масса цинковой соли, по отдѣленіи кристалловъ, осталась аморфной. Эта аморфная соль была переведена въ известковую, которая кристаллизуется въ боль-

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 144, 351.

²⁾ Zeitschr. Chem. 1868, 683.

³⁾ Ann. Ch. Pharm. 150. 167.

шихъ хорошо образованныхъ кристаллахъ, принадлежащихъ ромбической системѣ— $C_3 H_5 Ca O_3 + H_2 O$. Надъ сѣрной кислотой теряютъ всю кристаллизационную воду; безводная не измѣняется при 140° , плавится нагрѣтая до 145° . Баритовая соль сначала аморфна, но спустя нѣсколько дней принимаетъ видъ плотной кристаллической массы, легко растворимой въ водѣ. Свинцовая соль получается сначала въ аморфномъ видѣ, но спустя долгое время обращается въ кристаллическую массу, которая кристаллизуется непосредственно изъ воднаго раствора. Легко растворима въ водѣ и горячемъ спиртѣ. Соколовъ разсматриваетъ эту кислоту какъ первый альдегидъ глицерина и назвалъ ее альдегидглицериновой кислотой, а гидракрилеву кислоту $C_{12} H_{22} O_{11}$ — какъ ея ангидридъ $(C_3 H_5 O_3)_4 - H_2 O$.

Такъ какъ по Бейльштейну іодопроіоновая кислота растворомъ серебра мгновенно разлагается, то поэтому Пнейдеръ и Эрленмейеръ ¹⁾ предположили, что при дѣйствіи уксуснокислаго серебра она дастъ ацетоксипроіоновую кислоту, изъ которой черезъ кипяченіе съ водою получится молочная кислота. Отогнавши уксусную кислоту, они получили кислый сиропъ, который въ основаніямъ относился какъ молочная кислота броженія. По ихъ предположенію гидракрилевая кислота есть соединеніе 2 частицъ молочной кислоты съ 1 частицей ея ангидрида:



Вислиценусъ ²⁾ новыми своими изслѣдованіями подтвердилъ данныя Соколова о существованіи кислоты состава $C_3 B_6 O_3$, изомерной съ молочными, прибавляя, что и цинковая соль можетъ быть получена въ кристаллическомъ видѣ $Zn (C_3 H_5 O_3)_2 + 4 H_2 O$ въ томъ случаѣ, если жидкость не будетъ выпарена до густоты сиропа. Отрицая существованіе *гидракрилевой кислоты*, онъ удержалъ это названіе для кислоты Соколова *алдегидглицериновой кислоты*, вмѣсто этого послѣдняго названія, на томъ основаніи, что факты говорятъ противъ мнѣнія Соколова, по которо-

¹⁾ Berl. Ber. 1870, 339.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 166, 3 и Berl. Ber. 1870, 809.

му кислота его есть первый альдегидъ глицерина; такъ, съ окисью серебра она не обращается въ глицериновую, а въ карбацетокселевую кислоту; водородъ въ моментъ выдѣленія не переводитъ ее въ глицеринъ; *HN* регенерируетъ ее въ β —йодопротоновую кислоту.

Гейнцъ ¹⁾ показалъ, что при кипяченіи этиленйодопротоновой кислоты (изъ глицериновой кислоты) съ известковымъ молокомъ образуется двойная соль акриловой и этиленмолочной извести $(C_3 H_5 O_2) Ca (C_3 H_5 O_3) + H_2 O$, легко растворимая въ водѣ и 50⁰/₀ горячемъ спиртѣ, при охлажденіи котораго выдѣляется въ видѣ иголокъ. Разложивъ эту соль щавелевой кислотой и отогнавъ акриловую кислоту, онъ насытилъ оставшуюся кислотную жидкость известью и цинкомъ и получилъ двойную соль, тождественную съ двойною солью этиленмолочной кислоты. Изъ маточнаго раствора, по выдѣленіи двойной соли и прибавленіи спирта, выдѣляется одна этиленмолочнокислая известь $(C_3 H_5 O_3)_2 Ca + 2 H_2 O$. Подобнымъ же образомъ получилъ онъ цинковую соль: разложивъ нечистую кальціевую соль и отогнавъ съ парами воды акриловую кислоту, Гейнцъ нейтрализовалъ оставшуюся жидкость углекислымъ цинкомъ. Послѣ кристаллизаціи получилась цинковая соль этиленмолочной кислоты $(C_3 H_5 O_3)_2 Zn + 4 H_2 O$.

Надо замѣтить, что Гейнцъ удержалъ это названіе *этиленмолочной* для кислоты, образующейся при окисленіи β —йодопротоновой кислоты, которая по его изслѣдованію оказалась тождественной съ кислотой Соколова. Обѣ онѣ изомерны съ молочными кислотами.

Вислиценсъ ²⁾ показалъ, что гидракриловая кислота при сухой перегонкѣ или кипяченіи съ смѣсью равныхъ частей концентрированной сѣрной кислоты и воды распадается на воду и акриловую кислоту.



При окисленіи двухромовислымъ кали или сѣрною кислотой она даетъ щавелевую кислоту, съ Ag—щавелевую и глицоловую

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 157, 295.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 166, 3.

въ другихъ случаяхъ карбацетоксиловую, уксусную, щавелевую и, вѣроятно, гликоловую.

Въ прошломъ году Вислиценусъ ¹⁾ показалъ, что гидракрилевая и этиленмолочная кислоты совмѣстно получаютъ какъ синтетически изъ этиленгидратціанюра, такъ и изъ β -іодопріоіоновой кислоты. Способъ раздѣленія солей по прежнему алкоголь и для гидракрилевой кислоты—двойная цинково-известковая соль.

Линнеманнъ ²⁾ показалъ, что, при нагрѣваніи акрилевоксилого натра до 100° , соль переходитъ сначала въ димолочнокислый натръ, а потомъ въ молочнокислый натръ. Онъ замѣтилъ, что эта послѣдняя соль 98 % алкоголемъ раздѣляется на двѣ соли: на кристаллическую соль гидракрилевой кислоты и некристаллическую легче растворимую—этиленмолочной кислоты. При разложеніи второй соли сѣрной кислотой, извлеченіи органической кислоты эфиромъ и удаленіи этого послѣдняго выпариваніемъ получился ангидридъ молочной кислоты.

II.

Прослѣдивъ исторію изслѣдованій о молочныхъ кислотахъ, мы можемъ замѣтить въ нихъ двѣ главныя стороны: одну—опредѣленіе природы ея какъ кислоты: опредѣленіе ея основности, атомности и т. п., другую—изученіе свойствъ различныхъ изомеровъ этой кислоты. Первыя изслѣдованія предшествуютъ вторымъ, такъ какъ развитіе ученія объ изомеріи, а слѣдовательно и болѣе подробное изслѣдованіе объ изомерности молочныхъ кислотъ, относится ко времени ученія о химическомъ строеніи органическихъ веществъ. Такъ что хотя различіе молочной кислоты броженія и мясомолочной кислоты было показано еще въ то время, когда только начались изслѣдованія надъ молочной кислотой, но стремленіе объяснить это различіе помощію фактовъ, добытыхъ опытомъ, относится къ болѣе позднему времени. Послѣ того, какъ

¹⁾ Berl. Ber. 1875, 1206.

²⁾ Berl. Ber. 1875, 1095.

Либихъ ¹⁾, замѣтивъ уклоненіе въ содержаніи кристаллизаціонной воды въ цинковой и известковой соляхъ мясомолочной кислоты отъ содержанія воды въ этихъ же соляхъ обыкновенной молочной кислоты, пришелъ къ заключенію, что это уклоненіе произошло потому, что соли первой кислоты были получены выпариваніемъ, а не охлажденіемъ, и послѣ того, какъ Энгельгардтъ ²⁾, изслѣдовалъ соли обѣихъ кислотъ, высказалъ мысль, что ихъ различіе дѣлаетъ вѣроятнымъ существованіе двухъ изомеровъ молочной кислоты, или можетъ быть найдеть объясненіе въ одно и двусосновой природѣ ея, — вниманіе всѣхъ изслѣдователей было обращено главнымъ образомъ на опредѣленіе основности кислоты. Молочная кислота считалась сначала одноосновой кислотой; послѣ изслѣдованій Энгельгардта надъ средними и кислыми солями Либихъ ³⁾ высказался въ пользу двусосновности молочной кислоты, считая необходимымъ удвоить ея формулу. Изслѣдованія Брюннинга ⁴⁾ надъ солями олова и мѣди подтвердили эту мысль. Штрекеръ, основываясь на легкости, съ которою молочная кислота даетъ двойныя соли имъ приготовленныя (стр. 11), давалъ ей удвоенную формулу $C_6 H_{10} O_4 \cdot 2 H O$, причемъ однако разсматривалъ мясомолочную кислоту, какъ соединеніе состава $C_3 H_5 O_2 H O$, считая такимъ образомъ, что различіе въ свойствахъ солей разсматриваемыхъ кислотъ обуславливается различіемъ величины ихъ частицъ. Колбе ⁵⁾ былъ противъ мнѣнія о двусосновности молочной кислоты. Исходя изъ аналогій между гликоловой, молочной и оксibenзойной съ одной стороны и уксусной, пропионовой и бензойной съ другой, онъ высказалъ мысль, что первая — замѣщенная производная вторыхъ. Такимъ образомъ молочная кислота есть оксипропионовая кислота, т. е. пропионовая, въ которой водородъ замѣненъ перекисью водорода (гидроксидомъ), какъ аланинъ — амидопропионовая кислота. Эти отношенія Колбе выразилъ слѣдующимъ образомъ:

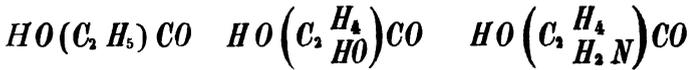
¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 62, 330.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 65, 359.

³⁾ Ann. Ch. Pharm. 62, 331.

⁴⁾ Ann. Ch. Pharm. 104, 191.

⁵⁾ Ann. Ch. Pharm. 109, 257.



пропіонов. кисл. молочная кисл. аланинъ.

Но Вюрцъ ¹⁾, указывая на двусосновную оловянную соль Брюнинга и мѣдную соль Энгельгардта и Мадрелля и основываясь на своихъ собственныхъ изслѣдованіяхъ, при которыхъ онъ получилъ эфиръ происшедшій чрезъ замѣщеніе 2 водородовъ въ молочной кислотѣ, настаивалъ на двусосновной природѣ молочной кислоты. Многочисленныя же послѣдующія его изслѣдованія, показавшія различіе между этиломолочной кислотой и молочнокислымъ этиломъ, этиллактамидомъ и лактэтиламидомъ и др. заставили его ²⁾ принять, что въ молочной кислотѣ, какъ въ двуатомной кислотѣ, построенной по удвоенному типу воды и содержащей двуатомный радикаль лактиль — $C_3H_4O_1$, 2, типическихъ водорода играютъ различную роль: одинъ основной, легко замѣщаемый металломъ или этиломъ и дающій среднее тѣло — соль или эфиръ, другой, — кислотными радикалами, или также этиломъ, но при этомъ образуется тѣло съ кислотными свойствами, такъ какъ основной водородъ не замѣщенъ.

Около того же времени Перкинъ ³⁾ высказалъ мысль, что молочная кислота заключаетъ въ себѣ свойства алкоголя и кислоты. Онъ видитъ въ ней одноосновную природу, хотя, какъ онъ выражается, ее причисляютъ къ двуатомнымъ кислотамъ, соответствующимъ 2 частицамъ воды. Надо замѣтить, что за годъ до появленія только что приведенныхъ работъ Вюрца и Перкина, эту же самую мысль, что въ молочной кислотѣ заключаются два различныхъ водорода и что слѣдовательно она раздѣляетъ свойства алкоголя и одноосновной кислоты, высказалъ Н. Соколовъ ⁴⁾.

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 112, 232.

²⁾ Ann. Chim. Phys. (3), 63, 101.

³⁾ Zeitschr. Ch. Pharm. 1861, 161. Jahresb. 1862, 298.

⁴⁾ О водородъ въ органич. соединеніяхъ. Н. Соколова. С.-Петербургъ 1859 г. стр. 43.

Такимъ образомъ только послѣ долгихъ и очень трудныхъ изслѣдованій, надъ которыми трудились лучшіе экспериментаторы, было установлено определенное понятіе о природѣ молочной кислоты, какъ двуатомной, одноосновной. Послѣ этого только времени начинаются изслѣдованія въ другомъ направленіи.

Въ 1863 г., исходя изъ двухъ различныхъ источниковъ, двухъ изомеровъ, Вислиценусъ, какъ мы видѣли (стр. 5 и 26), приготовилъ синтетически этилиден-или обыкновенную и этилен-или мясомолочную кислоту. Этимъ онъ первый хотѣлъ доказать, что различіе въ свойствахъ кислотъ по общепринятой теоріи обусловливается различіемъ во взаимномъ расположеніи атомовъ въ частицѣ.

Изслѣдованія Липпманна и Доссіуса подтвердили это предположеніе и такимъ образомъ установилось ученіе объ изомеріи двухъ молочныхъ кислотъ, основанное на предполагаемомъ различіи этилидена и этилена въ нихъ содержащихся; это различіе выражалось извѣстными двумя формулами строенія:



этилиденмолочная кислота или кислота броженія.	этиленмолочная или мясомолочная кислота.
---	---

Несмотря однако на то, что изслѣдованія Липпманна и Доссіуса впослѣдствіи оказались невѣрными (стр. 27 и 30) и что даже самъ Вислиценусъ при повтореніи своего изслѣдованія спустя 10 лѣтъ не получилъ тѣхъ же результатовъ—вмѣсто полученной имъ въ первый разъ соли мясомолочной кислоты, онъ получилъ соль обыкновенной молочной кислоты, несмотря, говорю, на все это, ученіе объ изомеріи молочныхъ кислотъ, основанное на сказанномъ различіи, остается, какъ извѣстно, въ наукѣ.

Рядомъ съ изслѣдованіями, послужившими основаніемъ для ученія объ изомеріи молочныхъ кислотъ, которое допускало только два изомера, были сдѣланы другія, доказавшія возможность существованія другихъ изомеровъ того же эмпирическаго состава.

Я говорю объ изслѣдованіи Соколова. Этотъ ученый получилъ, какъ мы видѣли, и изслѣдовалъ третью кислоту состава молочной кислоты. Такъ какъ въ то время не было еще сомнѣнія въ вѣрности изслѣдованій Вислиценуса, Липпманна и Доссіоса, а противъ очевидности новаго факта нельзя было ничего сказать—всѣ послѣдующія изслѣдованія подтвердили его вѣрность, то надо было примирить эти противорѣчія.

Гейнцъ ¹⁾ предположилъ, что мясомолочная кислота есть смѣсь этилиден—и этиленмолочной кислотъ, гидракрилевая же кислота есть этиленмолочная кислота, онъ даже старался доказать опытнымъ путемъ свое предположеніе, но его попытки не привели къ удовлетворительнымъ результатамъ.

Исходя изъ того-же предположенія, Вислиценусъ разложилъ цинковую соль мясомолочной кислоты алкоголемъ на кристаллическую и аморфную соль. Не смотря на то, что Эрленмейеръ и Гейнцъ, повторяя этотъ опытъ, не получили аморфной соли и самъ Вислиценусъ получалъ, какъ выражается, въ очень малыхъ и переменчивыхъ количествахъ, однако онъ старался (какъ мы увидимъ далѣе) опредѣлить ея составъ анализомъ и пришелъ къ убѣжденію, что это этиленмолочная кислота. Другая составная часть мясомолочной кислоты есть, по Вислиценусу, этилиденмолочная кислота, но такъ какъ соль ея заключала то же количество кристаллизаціонной воды, какое заключаетъ мясомолочная кислота и относилась къ поляризованному лучу не индифферентно, то онъ и призналъ ее за особое физическое видоизмѣненіе этилиденмолочной кислоты.

Почему Вислиценусъ сталъ считать кислоту изъ мяса этилиденмолочной кислотой, то это объясняется тѣмъ, что около этого времени появились работы Эрленмейера, Баумштарка и самаго Вислиценуса, подавшихъ поводъ сомнѣваться въ вѣрности прежнихъ изслѣдованій Липпманна, Доссіоса и Вислиценуса же и

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 157, 314.

должно было бы выяснитъ многое въ отношеніи степени сходства и различія этихъ тѣлъ. Съ этою цѣлю я началъ изслѣдованіе надъ дѣйствіемъ брома на обыкновенную молочную кислоту. Еще Бейльштейнъ, а потомъ Вихельгаустъ изучали эту реакцію, но какъ мы видѣли (стр. 17), ни тотъ, ни другой не окончили своихъ изслѣдованій. Я началъ изслѣдованіе съ дѣйствія брома на молочную кислоту при обыкновенной температурѣ.

Бромъ при обыкновенной температурѣ на молочную кислоту не дѣйствуетъ.

При нагреваніи на водяной банѣ смѣси кислоты съ двумя ат. брома, въ ретортѣ, соединенной съ обратнымъ холодильникомъ, реакція не усиливалась, выдѣлялись только малыя количества бромистоводородной кислоты и большая часть брома уходила прочь.

Для усиленія реакціи молочная кислота была растворена въ 2 об. эфира и смѣшивалась съ 2 част. брома въ ретортѣ, соединенной съ обратнымъ холодильникомъ. Бромъ приливался изъ отдѣлительной воронки по частямъ и, какъ скоро была прибавлена $\frac{1}{3}$ часть брома, начиналась довольно сильная реакція, которая впрочемъ значительно умѣрялась тѣмъ, что реторта была погружена въ воду. Послѣ прибавленія всего количества брома, смѣсь нагревалась на водяной банѣ, при чемъ выдѣлялось, особенно вначалѣ, большое количество бромистоводородной кислоты. Нагреваніе продолжалось до тѣхъ поръ, пока текущая изъ холодильника жидкость была окрашена въ желтый цвѣтъ. Затѣмъ продуктъ былъ перегнанъ на водяной банѣ; перешедшее въ пріемникъ состояло главнымъ образомъ изъ бромистаго этила, смѣшаннаго съ небольшимъ количествомъ неразложеннаго эфира; такъ что изъ 206 гр. эфира, употребленнаго для растворенія одной порціи молочной кислоты, было получено 212 гр. нечистаго бромистаго этила. По охлажденіи остатка въ ретортѣ стали образовываться кристаллы, которыхъ количество значительно увеличилось при произвольномъ выпариваніи всей массы на воздухѣ. При прибавленіи воды къ отдѣльной пробѣ выдѣлилось тяжелое масло, которое спустя нѣкоторое время также выдѣлило кристаллы. Полученное кристаллическое вещество имѣло сильный разъѣдающій глаза запахъ.

Обытое водою, отжатое между пропускною бумагою, вещество это было перекристаллизовано изъ горячаго алкоголя. Полученные такимъ образомъ кристаллы въ водѣ совсѣмъ не растворяются, въ холодномъ спиртѣ мало, но въ горячемъ очень легко. Изъ горячаго спиртового раствора при охлажденіи кристаллы выдѣляются въ видѣ мелкихъ иголокъ, соединенныхъ въ группы. Они также легко растворяются въ эфирѣ и изъ этого раствора получаютъ въ видѣ большихъ ромбическихъ призмъ, на концахъ притупленныхъ. Перекристаллизованные изъ горячаго спирта кристаллы плавятся при 95—97° и застываютъ опять около 90°, имѣютъ среднюю реакцію и пріятный, но въ тоже время немного рѣзущій глаза запахъ.

Высушенные надъ сѣрною кислотою кристаллы были анализированы. Анализы дали слѣдующіе результаты:

1) 0,5325 гр. вещества дали 0,852 гр. бромистаго серебра и 0,0004 гр. металлическаго серебра.

2) 0,735 гр. вещества дали 1,181 гр. бромистаго серебра и 0,0004 гр. металлическаго серебра.

3) 0,212 гр. вещества при сожженіи дали 0,133 гр. углекислоты и 0,031 гр. воды.

4) 0,533 гр. вещества при сожженіи дали 0,331 гр. углекислоты и 0,065 гр. воды.

5) 0,326 гр. вещества при сожженіи дали 0,203 гр. углекислоты и 0,045 гр. воды.

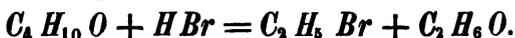
Эти результаты, вычисленные въ процентахъ, дали слѣдующія числа:

Вычислено.	Получено.				
	1	2	3	4	5
C—16,99	—	—	17,07	16,92	16,96
H— 1,41	—	—	1,41	1,31	1,53
Br 67,96	68,03	68,32	—	—	—
O - 13,64	—	—	—	—	—

Которыя приводятъ къ формулѣ $C_6 H_6 Br_3 O_3$.

Образованіе этого вещества изъ молочной кислоты можетъ быть объяснено тѣмъ, что эфиръ принимаетъ участіе при этой

реакціи; на это указываетъ уже образованіе такого большого количества бромистаго этила. Можно допустить, что образующійся бромистый водородъ дѣйствуетъ на эфиръ такимъ образомъ, что получается бромистый этиль и алкоголь:



Дальнѣйшее дѣйствіе брома вызываетъ образованіе одного изъ бромистыхъ продуктовъ замѣщенія алкоголя, который съ лактидомъ *) или съ однимъ изъ его бромистыхъ продуктовъ замѣщенія даетъ соединеніе — $C_5 H_5 Br_3 O_3$.



Но можно также допустить, что при дѣйствіи брома на молочную кислоту и выдѣленіи бромистаго водорода образуется соединеніе состава бромопировиноградной кислоты, которое съ алкоголемъ можетъ дать эфиръ бромопировиноградной кислоты, имѣющій формулу $C_5 H_5 Br_3 O_3$.

Бѣдкое кали въ теченіи нѣкотораго времени разлагаетъ это вещество на холоду: послѣ двухдневнаго его стоянія въ растворѣ бѣдлага кали, получается тяжелое масло съ пріятнымъ, сладковатымъ запахомъ. Отдѣленное масло отъ раствора и промытое водою растворено въ алкогольѣ и опять осаждено водою; высушенное надъ хлористымъ кальціемъ было перегнано. Оно кипитъ при 147 — 148°. Анализъ показалъ, что это масло есть бромоформъ.

1) 0,5625 гр. вещества при сожженіи дали 0,098 гр. углекислоты и 0,024 гр. воды.

2) 0,4125 гр. вещества дали 0,921 гр. бромистаго серебра и 0,0009 гр. металлическаго серебра.

3) 0,373 гр. вещества дали 0,832 гр. бромистаго серебра и 0,0009 гр. металлическаго серебра.

*) Допуская его образованіе изъ молочной кислоты, вслѣдствіе отнятія отъ нея воды выдѣляющимся бромистымъ водородомъ.

Что составляет въ процентахъ:

	Вычислено:		Получено:	
		1	2	3
<i>C</i> — 4, 74	4, 74	—	—	
<i>H</i> — 0, 39	0, 47	—	—	
<i>Br</i> —94, 86	—	94, 92	95, 04.	

Эти числа приводятъ къ формулѣ бромформа— $C_5H_5Br_3$.

Для отдѣленія кислоты перешедшей въ растворъ въ видѣ калиевой соли, растворъ былъ смѣшанъ съ соляной кислотой, сгущенъ на водяной банѣ и обработанъ эфиромъ.

По отдѣленіи эфирнаго раствора и выпариваніи эфира осталось кислое сиропообразное вещество, которое не было еще ближе изслѣдовано.

При дѣйствіи амміака на вещество $C_5H_5Br_3O_3$ происходитъ разложеніе, подобное предъидущему.

Кристаллы соединенія $C_5H_5Br_3O_3$ были смѣшаны съ воднымъ растворомъ амміака и при частомъ помѣшиваніи оставлены стоять при обыкновенной температурѣ; спустя сутки, если вещества взято немного, происходитъ разложеніе: выдѣляется тяжелое масло, которое оказалось тоже бромформомъ.

Амальгама натрія выдѣляетъ весь бромъ изъ вещества, реакція идетъ довольно быстро, все вещество переходитъ въ растворъ, при чемъ онъ имѣетъ сильный запахъ бромформа; по окончаніи реакціи получается такое малое количество продуктовъ, что изслѣдованіе ихъ было довольно трудно; поэтому для избѣжанія могущаго образоваться ѣдкаго натра, который дѣйствовалъ разлагающимъ образомъ на $C_5H_5Br_3O_3$ былъ употребленъ эфирный растворъ при дѣйствіи амальгамы натрія. Въ этомъ случаѣ амальгама натрія не выдѣляетъ всего брома изъ вещества; по окончаніи реакціи часть амальгамы натрія остается неразложенною. По отдѣленіи эфирнаго раствора отъ неразложенной амальгамы натрія и образовавшагося бромистаго натрія фильтрованіемъ и удаленіи эфира получилось тяжелое масло съ неприятнымъ, острымъ запахомъ, которое при нагрѣваніи легко разлагалось, такъ что его нельзя было перегонять безъ разложенія.

Обмытое водою и высушенное надъ хлористымъ кальціемъ, оно было перегнано въ безвоздушномъ пространствѣ, но при помощи такой перегонки нѣтъ возможности его очистить, что видно изъ анализомъ, которые показали, что анализируемое вещество было нечисто:

1) 0,341 гр. вещества дали 0,404 гр. бромистаго серебра и 0,0004 гр. металлическаго серебра.

2) 0,2035 гр. вещества дали 0,1865 гр. углекислоты и 0,0845 гр. воды.

Полученныя изъ этихъ результатовъ процентныя числа приводятъ къ не совсемъ опредѣленной формулѣ: $C_{3,3}H_{7,41}BrO_{3,1}$.

Такъ какъ бромъ прямо, не въ растворѣ, на молочную кислоту не дѣйствуетъ, то нужно было прибѣгнуть къ дѣйствию его подъ давленіемъ. Смѣсь изъ сиропообразной молочной кислоты съ 2-мя ат. брома была нагреваема въ запаянной трубкѣ до температуры не выше $65—70^{\circ}$ въ теченіи трехъ часовъ. При открытіи трубки было слишкомъ большое давленіе, сопровождающееся очень сильнымъ выдѣленіемъ бромистаго водорода; содержимое трубки, состоящее до нагреванія изъ двухъ слоевъ, было обыкновенно послѣ нагреванія сначала однообразной слегка окрашенной въ красноватый цвѣтъ жидкостью, которая послѣ нѣкотораго стоянія открытою на воздухъ, или подъ эксикаторомъ надъ натристою известью, выдѣляя большое количество бромистаго водорода, раздѣлилась на два слоя: верхній болѣе жидкій, сильно кислый, дающій съ азотнокислымъ серебромъ большое количество бромистаго серебра и нижній густой маслообразный, нерастворимый въ холодной водѣ. Это тяжелое масло было отдѣлено отъ раствора, обмыто нѣсколько разъ водою и за тѣмъ нагревалось съ водою до кипѣнія; при чемъ часть его перешла въ растворъ. Кипяченіе съ водою продолжалось до тѣхъ поръ, пока отъ оставшейся тяжелой маслообразной жидкости ничего болѣе не растворялось. Водный кислый растворъ, отдѣленный отъ нерастворившагося масла, былъ насыщенъ углекислымъ цинкомъ и, профильтрованный, былъ стуженъ на водяной банѣ. Послѣ кристаллизаціи получилась цинковая соль въ видѣ иголочекъ соеди-

ненныхъ въ группы. Соль не содержала брома. Анализы ея показали, что это молочнокислый цинкъ.

1) 0,61 гр. высушенной на воздухъ соли выдѣлили при нагреваніи до 100° 0,11 гр. воды.

2) 0,5 гр. соли высушенной при 100° дали 0,167 гр. окиси цинка.

3) 0,2634 гр. соли высушенной при 100° дали при сжиганіи 0,286 гр. углекислоты и 0,098 гр. воды.

Что составляетъ въ процентахъ:

Вычислено:	Получено:	
	1	2
<i>C</i> — 29, 59	—	29, 61
<i>H</i> — 4, 11	—	4, 10
<i>Zn</i> — 26, 83	26, 80	—
<i>O</i> — — —	—	—

Количество кристаллизаціонной воды въ полученной соли равно 18,03 проц. Формула $(C_3 H_5 O_3)_2 Zn + 3 H_2 O$ требуетъ 18,1 проц. воды.

Нерастворимое въ водѣ при кипяченіи масло было обмыто углекислымъ натромъ и водою, растворено въ алкогольъ и изъ этого раствора опять осаждено водою и высушено надъ хлористымъ кальціемъ, получилось тяжелое масло, слегка окрашенное въ желтый цвѣтъ, имѣющее слабый, но пріятный запахъ. При перегонкѣ оно разлагается. Сначала перегонки сильно выдѣляется бромистый водородъ, жидкость чернѣетъ, термометръ быстро подымается до 250° и при этой только температурѣ начинаетъ переходить окрашенная въ желтый цвѣтъ жидкость, темнѣющая спустя нѣкоторое время. Масло нерастворимо ни въ кипящей водѣ, ни въ углекислыхъ щелочахъ на холоду; при нагреваніи на водяной банѣ съ растворомъ углекислаго натра масло обращается въ какое — то смолистое вещество, причѣмъ растворъ сильно бурѣетъ и распространяется запахъ бромформа. Въ неперегнанномъ маслѣ, а только очищенномъ, какъ сказано выше, раствореніемъ

въ алкоголь и осажденіемъ водою и высушенномъ надъ хлористымъ кальціемъ было сдѣлано опредѣленіе брома.

0,4268 гр. вещества дали 0,617 бромистаго серебра и 0,0025 металлическаго серебра.

Что въ процентахъ даетъ 61,38 брома.

Происходитъ ли при этой реакціи образованіе ангидрида молочной кислоты, который растворяется въ полученномъ маслообразномъ бромпродуктѣ, или иначе, это покажетъ мое дальнѣйшее изслѣдованіе.

Эти изслѣдованія пока не привели меня къ желаемымъ результатамъ: полученные бромистые продукты вслѣдствіе своей легкой разлагаемости не были переведены въ соответствующія окиссоединенія. Но если допустить, что реакція пошла въ томъ направленіи, какъ я ее объясняю, т. е. что въ первомъ случаѣ при дѣйствіи брома на эфирный растворъ молочной кислоты образуется дибромлактидъ ¹⁾, а во второмъ случаѣ при дѣйствіи брома подъ давленіемъ, кромѣ бромистаго продукта, образуется ангидридъ или лактидъ, растворенный въ бромистомъ продуктѣ, то нельзя не согласиться, что и здѣсь произошла самая характерная для молочной кислоты реакція, реакція ея легкаго обезвоживанія, которая обуславливаетъ такъ много явленій, и которая, по моему мнѣнію, если на нее обратить должное вниманіе, можетъ объяснить много противорѣчащихъ, по видимому, явленій.

Изслѣдованія Пелюза и Энгельгардта надъ образованіемъ ангидридовъ, а потомъ Штрекера, Эрденмейера и въ особенности Вислиценуса, показавшихъ, что образованіе ангидридовъ происходитъ даже при обыкновенной температурѣ, такъ что Вислиценусъ пришелъ къ заключенію, что чистая молочная кислота формулы $C_3H_6O_3$, какъ препаратъ не существуетъ ²⁾, а съ другой

¹⁾ Очень можетъ быть, что при этомъ происходитъ этиловый эфиръ трибромопировиноградной кислоты; но это не противорѣчитъ моему предположенію, о которомъ я говорю далѣе.

²⁾ Вислиценусъ допускаетъ даже существованіе различныхъ гидратовъ молочной кислоты. Ann. Ch. Pharm. 164, 181.

стороны обширныя изслѣдованія Вюрца надъ полимолочными соединеніями, показавшія съ какою легкостію молочная кислота полимеризуется, приводятъ къ мысли, что не только различіе упомянутыхъ кислотъ, выражающееся въ различномъ содержаніи кристаллизаціонной воды въ соляхъ, но и многіе другіе факты, а также различныя противорѣчія въ наблюденіяхъ, весьма легко и просто объясняются допущеніемъ, что два изомера, обыкновенная и мясомолочная кислоты, сходныя въ изолированномъ состояніи, но различающіяся въ нѣкоторыхъ своихъ соляхъ 1 част. воды, отличаются между собою и въ изолированномъ состояніи тоже одной част. воды, или другими словами, эти двѣ кислоты обыкновенная и мясомолочная — два гидрата одной и той же кислоты. Третій же мало изслѣдованный изомеръ, принимаемый по послѣднимъ изслѣдованіямъ за этиленмолочную кислоту, есть вѣроятно одинъ изъ ангидридовъ молочной кислоты.

Мы видѣли, что Вислиценусъ, желая приготовить синтетически мясомолочную кислоту, получилъ смѣсь обѣихъ кислотъ; этотъ фактъ, послужившій основаніемъ того, что мясомолочная кислота была признана этиленмолочной кислотой, теперь самимъ Вислиценусомъ игнорируется; мало того, что Вислиценусъ признаетъ мясомолочную кислоту за особенную этилиденмолочную кислоту, онъ по послѣднимъ своимъ изслѣдованіямъ признаетъ, что кристаллическая цинковая соль, полученная и анализируемая имъ изъ этиленгидратціанюра, заключавшая 2 част. воды и имѣвшая всѣ другія свойства мясомолочной кислоты, оказалась, по его позднѣйшимъ изслѣдованіямъ, этилиденмолочной кислотой, заключающей небольшія количества аморфной соли, по Вислиценусу, этиленмолочной кислоты. Далѣе мы видѣли, что изслѣдованія Ричарда Мали (стр. 27) показали, что мясомолочная кислота вмѣстѣ съ обыкновенной кислотой получается при броженіи сахара, а Гейнцъ получилъ обыкновенную молочную кислоту изъ мяса (стр. 7). Всѣ эти факты легко объясняются тѣмъ, что при всѣхъ способахъ полученія образуются совмѣстно обѣ кислоты; сначала можетъ быть гидратъ $2(C_3H_6O_3) + H_2O$, который и будетъ, по моему мнѣнію, молочная кислота броженія. Этотъ гидратъ при различныхъ

условіяхъ, можетъ быть вслѣдствіе нагрѣванія, теряетъ одну частицу воды и переходитъ въ другой гидратъ 2 ($C_3 H_6 O_3$)—мясомолочную кислоту.

Такое совмѣстное полученіе обоихъ гидратовъ объясняетъ тотъ фактъ, что при изслѣдованіяхъ надъ образованіемъ молочной кислоты у многихъ экспериментаторовъ, получающіяся соли ея въ большей части случаевъ, не давали чистыхъ препаратовъ съ опредѣленнымъ, соответственнымъ той или другой кислотѣ, содержаніемъ кристаллизаціонной воды.

Этимъ легко также объясняется, почему мясомолочная кислота даетъ ангидридъ, одинаковый съ ангидридомъ обыкновенной кислоты, и при кипяченіи ангидрида первой съ водою образуется послѣдняя кислота. Различаясь только частицей воды обѣ, безъ сомнѣнія, должны давать и продукты разложенія и окисленія одинаковые, что показали изслѣдованія Энгельгардта, Либиха, Штревера, Эрленмейера для обыкновенной молочной кислоты и Эрленмейера и Вислиценуса—для мясомолочной (парамолочной) кислоты.

Мнѣ кажется, допущеніемъ различныхъ гидратовъ молочной кислоты и легкостію, съ которою она даетъ ангидриды, могутъ быть объяснены тѣ противорѣчія, которыя появились по поводу новѣйшихъ изслѣдованій. Мы видѣли (стр. 30), что Вислиценусъ раздѣлилъ цинковую соль мясомолочной кислоты абсолютнымъ алкоголемъ на кристаллическую и аморфную соль. Эрленмейеръ, несмотря на точное слѣдованіе указаніямъ Вислиценуса, замѣтилъ, что цинковая соль мясомолочной кислоты кристаллизуется буквально, какъ онъ самъ выражается, до послѣдней капли. Также Гейнцъ не могъ получить аморфной соли изъ мясомолочной кислоты, хотя онъ также предполагалъ, какъ и Вислиценусъ, что мясомолочная кислота есть смѣсь двухъ кислотъ и слѣдовательно интересовался на опытъ доказать свое предположеніе.

Я объясняю это противорѣчіе слѣдующимъ образомъ: намъ извѣстно, во-первыхъ, (какъ показали наблюденія Вислиценуса), что молочныя кислоты даже при обыкновенной температурѣ при благопріятныхъ обстоятельствахъ переходятъ въ ангидриды, такъ что, прежде чѣмъ вся вода будетъ выпарена, въ водной молочной ви-

слотѣ находится уже ангидридъ, а во-вторыхъ, что ангидридъ молочной кислоты $C_6H_{10}O_5$, есть, вѣроятно, кислота ¹⁾ и что эта кислота даетъ аморфныя соли, легко растворимыя въ алкоголь; мнѣ кажется, въ высшей степени вѣроятнымъ, что у Вислиценуса при изслѣдованіи были именно условія, благопріятствующія образованію ангидрида въ молочной кислотѣ, давшего, по насыщеніи смѣси основаніемъ и раздѣленіи алкоголемъ, аморфную легко растворимую въ немъ соль. Эту аморфную соль Вислиценусъ принимаетъ за соль этиленмолочной кислоты. Условія, о которыхъ я говорю, могли быть устранены при изслѣдованіяхъ Эрленмейера и Гейнца, поэтому они могли и не получить аморфныхъ солей. Вислиценусъ сдѣлалъ анализъ этой этиленмолочной соли, но, во-первыхъ, возможно ли давать значеніе анализамъ аморфныхъ солей, получающихся, какъ выражается Вислиценусъ, съ такими трудностями и въ такомъ ничтожномъ количествѣ, а во-вторыхъ, опредѣленіе натрія ²⁾ въ анализируемой соли показало, что въ ней содержится 24,2% *Na*; это количество натрія указываетъ, какъ самъ Вислиценусъ замѣчаетъ, что соль должна имѣть составъ $C_3H_3NaO_2$ (молочная кислота безъ воды), которая требуетъ 24,4% *Na*, а не соль молочной кислоты, которая требуетъ 20,5% *Na*. Что касается аморфныхъ солей этиленмолочной кислоты, полученныхъ Вислиценусомъ въ послѣднее время при разложеніи также посредствомъ алкоголя молочныхъ солей, полученныхъ синтетически изъ этиленгидратціанюра, то я употребилъ бы тоже объясненіе, еслибы не боялся упрека въ натяжкахъ, до такой степени очевидно, что Вислиценусъ имѣлъ дѣло съ нечистыми солями молочной кислоты ³⁾.

¹⁾ *Ann. Ch. Pharm.* 164, 194.

²⁾ Только это одно опредѣленіе и было сдѣлано, *Ann. Ch. Pharm.* 167, 355.

³⁾ Какъ на примѣръ чистоты препаратовъ Вислиценуса укажу на анализируемую имъ цинковую соль. Она была приготовлена синтетически кипяченіемъ этиленгидратціанюра съ ѣдкимъ кали. Полученная калиевая соль была переведена сначала въ свинцовую, а потомъ въ цинковую, которая и разлагалась алкоголемъ для отдѣленія обыкновенной молочнокислой соли отъ этиленмолочной. Послѣ осажденія алкоголемъ и выпариванія отфильтрованного алкогольного раствора, повтореннаго нѣсколько разъ, пока ничего не оставалось нераствореннымъ, получился сиропъ, который въ *Vasium*'ѣ засохъ въ гуммиобразную массу. Эту массу Вислиценусъ и считаетъ аморфной этиленмолочной

Такимъ образомъ, по моему мнѣнію, существуетъ 2 гидрата и два ангидрида молочной кислоты. Я ихъ выражаю слѣдующими формулами:

$2(C_3H_6O_3)H_2O$ обыкновен. молочная кислота.

$2(C_3H_6O_3)$ мясомолочная кислота.

$2(C_3H_6O_3) - H_2O = C_6H_{10}O_5$ ангидридъ молочной кислоты.

$2(C_3H_6O_3) - 2H_2O = C_6H_8O_4$ лактидъ.

Кромѣ сказанныхъ соединеній, повидимому, существуетъ еще одинъ только изомеръ молочной кислоты, по крайней мѣрѣ, насколько въ пользу этого говорятъ существующіе факты. Этотъ изомеръ— β -оксипропионовая кислота, полученная изъ β -іодопропионовой кислоты.

Въ пользу моего предположенія говорятъ положительные факты: совмѣстное образованіе двухъ молочныхъ кислотъ при различныхъ способахъ полученія, легкій переходъ одного соединенія въ другое, полученіе всегда однихъ и тѣхъ же продуктовъ при разложеніи и при дѣйствіи другихъ реагентовъ, совершенное сходство свойствъ кислотъ въ свободномъ состояніи, и, наконецъ, тотъ аналогичный фактъ, замѣченный Вислиценусомъ, что существуютъ двѣ бензомолочныя кислоты, отличающіяся только одной частицей воды, и кислота, содержащая эту частицу воды, выдѣляетъ ее въ сухомъ воздухѣ, переходя въ другое видоизмѣненіе.

Что касается факта противорѣчащаго, повидимому, моему предположенію, что мясомолочная кислота имѣетъ способность поворачивать плоскость поляризованнаго луча, тогда какъ обыкновенная молочная кислота этой способности не имѣетъ, то мнѣ кажется, что въ виду фактовъ, съ одной стороны, полученныхъ Гессе ¹⁾,

солю, хотя тутъ же прибавляетъ, что если сиропъ долго стоять въ видѣ сиропа, то получаютъ въ немъ отдѣльные кристаллы формы соли обыкновенной молочной кислоты. Такую цинковую гуммиобразную соль, высушенную въ Vacuum'ѣ, онъ анализировалъ. При анализѣ оказалось, что соль содержитъ калий. Хотя первоначально полученная калиевая соль для приготвленія сначала свиновой, а потомъ цинковой соли была разложена сѣрной кислотой въ избыткѣ и молочная кислота была извлечена эфиромъ, но Вислиценусъ считаетъ ее двойною солью и для нея вычислилъ процентное содержаніе. Ann. Ch. Pharm., 167, 350.

¹⁾ Ann. Ch. Pharm. 176. 89 и 189.

что вращательная способность различных тѣлъ зависитъ въ значительной степени отъ природы растворителя, въ которомъ растворено тѣло и отъ степени концентрации раствора, а съ другой, взявъ во вниманіе наблюденія Шейблера ¹⁾, что оптическая дѣятельность какого нибудь тѣла обуславливается часто простымъ механическимъ давленіемъ, какъ онъ показалъ для нѣкоторыхъ сортовъ стекла,—можно безъ натяжки допустить, что такое различіе, какъ неодинаковое содержаніе воды въ кислотахъ, можетъ вызвать различіе въ способности вращенія плоскости поляризаціи; это становится тѣмъ болѣе вѣроятнымъ, что, какъ показали наблюденія Вислиценуса, вращательная способность различныхъ производныхъ мясомолочной кислоты не одинакова: такъ, мясомолочная кислота поворачиваетъ плоскость на право, ея ангидриды на лѣво, соли ея тоже на лѣво, и, что очень важно въ смыслѣ защищаемаго мною предположенія—то, что чѣмъ менѣе концентрированы растворъ чистой кислоты, тѣмъ меньшую она имѣетъ вращательную способность. Вислиценусъ ²⁾ даже допускаетъ гидратъ $C_3H_6O_3 + H_2O$, имѣющій меньшую способность вращенія, чѣмъ кислота $C_3H_6O_3$. Такимъ образомъ, видимое противорѣчіе скорѣе говоритъ въ пользу моего предположенія, которое, во всякомъ случаѣ, лучше объясняетъ различное отношеніе въ физическому явленію оптически дѣятельной и недѣятельной кислоты, чѣмъ объясненіе Вислиценуса посредствомъ геометрической изомеріи, которое, впрочемъ, есть не объясненіе, а выраженіе того же факта только другими словами. Впрочемъ, справедливость этого покажутъ будущія наблюденія.

III. Пировиноградная кислота.

Въ моей брошюрѣ ³⁾ «о пировиноградной кислотѣ» я собралъ необходимый матеріалъ для исторіи этой кислоты до времени изданія брошюры, т. е. до 1872 г.; здѣсь же намѣренъ представить, въ общихъ чертахъ, матеріалъ, появившійся въ послѣдніе

¹⁾ Berl. Ber. I, 268.

²⁾ Ann. Ch. Pharm. 167, 332.

³⁾ О пировиноградной кислотѣ. Одесса 1872 г.

три года и главнымъ образомъ тотъ, который имѣеть прямое отношеніе къ разсматриваемымъ соединеніямъ.

Нагрѣвая въ струѣ хлора бибромомолочную кислоту Вислиценуса, Клермонъ ¹⁾ получилъ бибромопировиноградную кислоту, кристаллическую въ видѣ ромбическихъ табличекъ; она растворима въ водѣ, плавится при 93°, тождественна съ бибромопировиноградной кислотой Вихельгауса. При нагрѣваніи пировиноградной кислоты съ соляной въ закрытыхъ сосудахъ до 100° образуется, по Клермону, пировинокаменная кислота.

Гриммо ²⁾ показалъ, что при дѣйствіи брома на пировиноградную или обыкновенную молочную кислоту въ водномъ растворѣ и при нагрѣваніи на водяной банѣ образуется съ бибромопировиноградной трибромопировиноградная кислота. Она содержитъ одну частицу кристаллизационной воды, которую выдѣляетъ при долгомъ нагрѣваніи до 100°. Кристаллизуется въ видѣ иголокъ; содержащая воду плавится при 104°, сухая—при 90°. Мало растворима въ холодной водѣ; въ горячей водѣ, алкогольѣ и эфирѣ легко растворяется. При кипяченіи съ водою легко разлагается, образуется бромформъ, щавелевая, угольная кислота и какое-то твердое тѣло.

Оппенгеймъ ³⁾ получилъ метиловый эфиръ пировиноградной кислоты, дѣйствуя іодистимъ метиломъ на пировинограднокислое серебро. Безцвѣтная жидкость, съ запахомъ ацетона, кипитъ при 134 — 137°.

Шлагденгауфенъ ⁴⁾ получилъ глицериновый эфиръ пировиноградной кислоты $C_3H_7(C_3H_3O_3)O_3$, нагрѣвая глицеринъ съ виннокаменной кислотой. Эфиръ этотъ представляетъ видъ кристаллическихъ листочковъ, плавающихъ при 78°. Кипитъ при 242° безъ разложенія и растворяется въ водѣ, эфирѣ, бензолѣ и хлороформѣ.

Нагрѣвая пировиноградную кислоту съ мочевиной, Гриммо ⁵⁾

¹⁾ Bull. Soc. chim. (2) 19, 103. Jahresb. f. Ch. 1873, 562.

²⁾ Compt. rend. 78, 974. Berl. Ber. 1874, 596.

³⁾ Berl. Ber. 1872, 1051.

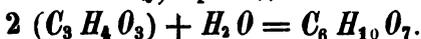
⁴⁾ Berl. Ber. 1872, 220.

⁵⁾ Compt. rend. 79, 526; 528; 1304; 1306 и т. д.

получилъ цѣлый рядъ кристаллическихъ соединеній, образовавшихся черезъ соединеніе пировиноградной кислоты и мочевины въ различныхъ пропорціяхъ съ выдѣленіемъ углекислоты, смотря по количеству того или другаго тѣла, вступившаго въ соединеніе. Этихъ соединеній я описывать не стану, такъ какъ онѣ не имѣютъ прямаго отношенія къ разсматриваемымъ нами соединеніямъ.

Я позволю себѣ на самое короткое время остановиться на изслѣдованіяхъ Бетингера, которыя не представляютъ никакого научнаго интереса, но заставляютъ обратить на нихъ нѣкоторое наше вниманіе, какъ на примѣръ изслѣдованій, такъ безцеремонно загромождающихъ и безъ того очень богатую химическую литературу.

Фитигъ и Бетингеръ ¹⁾ показали, что нерастворимый осадокъ, получающійся въ растворѣ пировиноградной кислоты съ баритовою водою и считаемый Финкомъ за основной пировинограднокислый баритъ, есть баритовая соль кислоты $C_6 H_{10} O_7$, названной ими *Гидрувиновой*. Образованіе ея они объясняютъ тѣмъ, что пировиноградная кислота при дѣйствіи барита, удваивая свою частицу, присоединяетъ элементы воды:



Далѣе Бетингеръ ²⁾ показалъ, что при кипяченіи пировиноградной кисл. съ баритомъ образуется только увитиновая кислота, вмѣстѣ съ щавелевой и уксусной, увитиновой кислоты Финкъ онъ не нашелъ; и что при нагрѣваніи пировиноградной кисл. съ водою и баритомъ въ запаянной трубкѣ до 130° образуется кристаллическая кислота — $C_9 H_{10} O_4$ *Гидроувитиновая*, плавающая при 133° .

Но въ новомъ сообщеніи своемъ Бетингеръ ³⁾ пришелъ къ заключенію, что открытая имъ гидроувитиновая кислота и описанная имъ потомъ подъ названіемъ увиновой кислоты есть протритаркислота Вислиценуса. Кислота же его гидрувиновая есть

¹⁾ Berl. Ber. 1872, 956.

²⁾ Berl. Ber. 1873, 787 и 893.

³⁾ Berl. Ber. 1875, 957.

видоизмѣненіе Берцеліуса пировиноградной кислоты, дающее аморфныя соли.

Наконецъ, въ послѣднемъ ¹⁾ своемъ сообщеніи Бетингеръ призналъ изслѣдованія Финка объ увитоновой кислотѣ вѣрными. Оказалось, что увитоновая кислота, существованіе которой Бетингеръ сначала отрицалъ, дѣйствительно существуетъ.

Только одно изслѣдованіе ²⁾ Бетингера, надо думать, останется вѣрнымъ, это—разложеніе пировиноградной кислоты при окисленіи. Онъ показалъ, что пировиноградная кислота, при окисленіи двухромокислымъ кали и сѣрной кислотой, даетъ уксусную и угольную кислоты.

На основаніи своихъ изслѣдованій Бетингеръ ³⁾ оспаривалъ принятую большинствомъ химиковъ рациональную формулу для пировиноградной кислоты CH_3



и далъ ей формулу $\left. \begin{array}{l} CH_2 \\ CH \end{array} \right\} O$
 $COHO$;

я не стану вступать въ споръ о томъ или другомъ расположеніи атомовъ въ частицѣ пировиноградной кислоты, но замѣчу только, что если формула строенія служитъ для схематическаго изображенія взаимнаго положенія атомовъ въ частицѣ, обуславливающаго то или другое направленіе реакціи, то первая формула удовлетворяетъ всѣмъ до сихъ поръ извѣстнымъ фактамъ и даже послѣднему Бетингера объ окисленіи пировиноградной кислоты; тогда какъ въ пользу второй формулы говорили только изслѣдованія Бетингера, которыя, въ счастію, такъ скоро были имъ же опровергнуты. Въ пользу той же формулы, или лучше связать, того предположенія, что пировиноградная кислота есть видоизмѣненный ацетонъ, служитъ мое изслѣдованіе о дѣйствиіи окиси серебра на бихлоропропіоновый эфиръ (изъ пировиноградной кислоты),

¹⁾ Berl. Ber. 1875, 1583; 1585.

²⁾ Berl. Ber. 1875, 713.

³⁾ Berl. Ber. 1872, 956 и др.

при которомъ окончательными продуктами реакціи являются уксусная и угольная кислоты; это указываетъ на присутствіе въ ней ацетиловой группы, а слѣдовательно—и на большую вѣроятность первой формулы.

Полученный извѣстнымъ способомъ ¹⁾ бихлоропропіоновый эфиръ приливался по частямъ въ нагрѣтой свѣжеосажденной окиси серебра, смѣшанной съ небольшимъ количествомъ воды. Эта смѣсь, послѣ достаточнаго взбалтыванія, нагрѣвалась до кипѣнія, при этомъ выдѣлялось металлическое серебро и углекислый газъ. Нагрѣваніе производилось въ колбѣ соединенной съ обратнымъ холодильникомъ; выдѣленіе CO_2 было обнаружено тѣмъ, что выдѣляющійся изъ холодильника газъ пропускался въ растворъ ѣдкой извести, при чемъ образовывалось большое количество мѣла. Растворъ образовавшейся соли фильтровался черезъ нагрѣтую фильтру и по охлажденіи выдѣлялъ кристаллы въ видѣ весьма тонкихъ мелкихъ пластинокъ. Соль эта мало растворима въ холодной водѣ, въ горячей—легче. При охлажденіи раствора выдѣляется въ кристаллическомъ видѣ. При кипяченіи раствора выдѣляется CO_2 и осаждается металлическое серебро.

Перекристаллизованная изъ горячей воды соль и высушенная подъ эксикаторомъ была анализирувана.

1) 0,2452 гр. вещества, по сожженіи съ окисью мѣди и кислородомъ, дали 0,133 гр. CO_2 , 0,037 гр. H_2O и 0,1572 гр.—Ag.

2) 0,1862 гр. вещества, по сожженіи съ окисью мѣди и кислородомъ, дали 0,103 гр. CO_2 , 0,03 гр.—воды и 0,1198 гр.—Ag.

3) 0,2012 гр. вещества, послѣ прокаливанія, дали 0,1296 гр. металлическаго серебра.

Что составляетъ въ процентахъ:

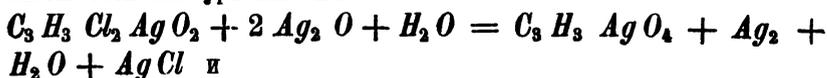
	Вычислено:			Получено:		
	1	2	3	2	3	3
C — 14, 37	14, 76	14, 50	—	14, 50	—	—
H — 1, 78	1, 67	1, 77	—	1, 77	—	—
Ag— 64, 67	64, 11	64, 33	64, 96	64, 33	64, 96	64, 96
O — 19, 18	— —	— —	— —	— —	— —	— —

¹⁾ О пировиноградной кислотѣ. стр. 19 и Berl. Ber. 3, 465

Эти числа соотвѣтствуютъ формулѣ уксуснокислаго серебра $C_2 H_3 Ag O_2$.

Въ растворѣ, отфильтрованномъ отъ уксуснокислаго серебра, заключалась, въ небольшомъ количествѣ, растворимая въ холодной водѣ соль, которая, послѣ выпариванія подѣ эксикаторомъ, выдѣлилась въ бородавчатыхъ кристаллахъ.

Образованіе уксуснокислаго серебра изъ двухлоропропіоноваго эфира можно объяснить тѣмъ, что двухлоропропіоновая кислота при дѣйствіи окиси серебра даетъ карбацетоксилевую кислоту, которая при нагрѣваніи распадается на уксусную и угольную кислоты согласно уравненіямъ:



Чтобы рѣшить, какъ происходитъ реакція,—въ смыслѣ приведенныхъ уравненій, или иначе, нужно было на холоду дѣйствовать окисью серебра на эфиръ, что я и сдѣлалъ, приливая по частямъ эфиръ и свѣжеосажденную окись серебра въ колбочку съ водою, сильно взбалтывая, пока не растворится весь эфиръ. Отфильтрованный отъ избытка окиси серебра и выдѣлившася металлическаго серебра растворъ, послѣ выпариванія въ безвоздушномъ пространствѣ надъ сѣрной кислотой, выдѣлилъ бородавчатые кристаллы серебряной соли, тождественные съ тѣми, которые получались послѣ выпариванія раствора, отфильтрованного отъ уксуснокислаго серебра.

Кристаллическая форма этой соли и опредѣленіе количества серебра, сдѣланное пока въ ней, даютъ основаніе считать предположеніе вѣроятнымъ, что это серебряная соль карбацетоксилевой кислоты:

0,2938 гр. вещества, послѣ прокаливанія, дали 0,1524 гр. металлическаго серебра, что въ процентахъ составляетъ 51,87.

Процентное содержаніе серебра въ карбацетоксилевомъ серебрѣ—51,18.

Въ заключеніе, я остановлюсь еще на одномъ моемъ изслѣдованіи, сдѣланномъ надъ окисленіемъ пропилеваго алкоголя. Въ упомянутой выше брошюрѣ «о пировиноградной кислотѣ» я высказалъ предположеніе, что вѣроятно должна существовать, кромѣ пировиноградной кислоты, другая кислота того же состава $C_3H_4O_3$, которая будетъ гомологомъ глюколевой кислоты Дебуса. Для рѣшенія этого вопроса путемъ опыта, я окислялъ нормальный пропиловый алкоголь посредствомъ азотной кислоты по способу Дебуса и не только не получилъ предполагаемой кислоты, но даже продуктомъ реакціи явилось не *нормальное* соединеніе—пропионовая кислота, а уксусная и угольная кислоты.

Нормальный пропиловый алкоголь, кипящій при 97—98° въ количествѣ 60 гр., былъ влитъ посредствомъ длинной воронки, вытянутой на концѣ, въ высокій цилиндръ и затѣмъ черезъ ту же воронку было влито 30 гр. воды и 63 гр. слегка красноватой азотной кислоты уд. в. 1,5 такъ, чтобы жидкости не смѣшивались. Цилиндръ былъ закрытъ пробкой съ отводной трубкой, другой конецъ которой былъ погруженъ въ воду и оставленъ спокойно стоять при обыкновенной температурѣ. Спустя нѣсколько часовъ началось выдѣленіе пузырьковъ газа изъ мѣста прикосновенія слоевъ, и если не допустить быстрого смѣшенія слоевъ, то реакція, идя очень медленно, въ теченіи 5—6 дней кончается, при этомъ изъ трехъ первоначальныхъ слоевъ образуются два: верхній эфирный, нижній—представляющій растворъ кислоты. По отдѣленіи верхняго слоя отъ нижняго, первый былъ обмытъ сначала небольшимъ количествомъ воды (онъ немного въ ней растворимъ), а потомъ углекислой щелочью, высушенъ надъ хлористымъ кальціемъ и подвергнутъ перегонкѣ. Большая часть его перешла при температурѣ 100—110°. Послѣ ректификаціи, собранная часть между 100—105°, оказалась пропиловымъ эфиромъ уксусной кислоты, что видно изъ приведенныхъ анализовъ:

0,335 гр. вещества дали, при сожженіи съ окисью мѣди, 0,7264 гр. углекислоты и 0,2984 гр. воды.

0,276 гр. вещества дали, при сожженіи съ окисью мѣди, 0,591 гр. углекислоты и 0,2492 гр. воды.

Что составляет въ процентахъ:

Вычислено:

Получено:

	1	2
<i>C</i> — 58,82	59,1	58,40
<i>H</i> — 9,80	9,91	10,02
<i>O</i> — —	—	—

Отдѣленная отъ эфира очень кислая жидкость была сгущена на водяной банѣ, при охлажденіи выдѣлились изъ нея кристаллы органической кислоты. По точкѣ плавленія (100°), кристаллической формѣ и нерастворимости известковой ея соли въ уксусной кислотѣ было обнаружено, что это щавелевая кислота. Исслѣдованіе это еще продолжается.



Вопросъ о кодификаціи международнаго права,

пробная лекція, прочтенная 16-го февраля княземъ Бантакузинымъ—
графомъ Сперанскимъ на тему отъ факультета.

Милостивые Государи!

Цѣль настоящей лекціи представить вамъ краткій обзоръ вопроса о кодификаціи международнаго права.

Для этого я постараюсь, руководствуясь мнѣніями авторитетныхъ ученыхъ, преимущественно Бульмеринга *) и Савиньи, указать, во-первыхъ, тѣ спеціальныя причины, вытекающія изъ самой сущности международнаго права, которыя затрудняютъ, въ данномъ случаѣ, составленіе кодекса, во-вторыхъ, требованія, которымъ долженъ удовлетворять всякій кодексъ вообще, и кодексъ международнаго права въ особенности. Въ концѣ я сдѣлаю общій очеркъ тѣхъ кодификаціонныхъ опытовъ, которые представляетъ намъ наука и практика.

Вопросъ о составленіи всякаго кодекса, о способахъ и методахъ редакціи его, представляетъ немаловажныя затрудненія; затрудненія эти такъ значительны, что, напр., въ Англии, несмотря на цвѣтущее состояніе юриспруденціи, какъ практической, прикладной, такъ и теоретической, кодекса не существуетъ, и англичане не рѣшились приступить къ выполнению этой труднѣйшей изъ задачъ.

Послѣ паденія Наполеона, въ Германіи явилось стремленіе

*) *Bulmering. Praxis, Theorie und Codification des Völkerrechts.* Leipzig, 1874. Сочиненіе это послужило главнымъ источникомъ настоящей лекціи; замѣтванія мои такъ многочисленны, что я вынужденъ ограничиться этимъ общимъ цитатомъ. *Savigny. Vom Beruf unserer Zeit für Gesetzgebung und Rechtswissenschaft.* Heidelberg, 1828.

къ составленію одного общаго гражданскаго кодекса для государствъ, образовавшихъ союзъ. Главнымъ представителемъ этого стремленія явился Гибо въ сочиненіи своемъ: *Ueber die Nothwendigkeit eines allgemeinen bürgerlichen Rechts für Deutschland**). Противъ такого проекта, вызваннаго всеобщимъ энтузіазмомъ къ объединенію Германіи, выступилъ Савиньи въ знаменитой брошюрѣ своей: *Ueber den Beruf unserer Zeit für Gesetzgebung und Rechtswissenschaft*, выдержавшей три изданія (1814, 1828 и 1840 гг.) и значеніе которой не утратилось и въ настоящее время. Результатомъ этой знаменитой полемики было, что, въ то время, мысль объ общегерманскомъ кодексѣ не осуществилась.

Если кодификація законовъ, регулирующихъ отношенія отдѣльныхъ лицъ внутри одного государства, составляетъ столь трудную задачу, то весьма понятно, что вопросъ о кодификаціи международнаго права, т. е. правилъ, опредѣляющихъ отношенія между совершенно независимыми политическими единицами, неподчиненными никакой внѣшней, надъ ними всѣми стоящей власти, представляетъ еще болѣе затрудненій. Здѣсь необходимо указать на весьма важное различіе, на которое недостаточно обращено вниманія въ настоящее время, а именно, на различные смыслы самаго слова кодексъ. У нѣмецкихъ ученыхъ существуютъ два термина: *Rechtbuch* и *Gesetzbuch*, что можно перевести выраженіями: *сводъ права* и *сводъ законовъ*. Одно излагаетъ предполагаемое, желаемое право, другое—предписанія права, получившія санкцію верховной власти, т. е. законы.

Всѣ кодификаціонныя попытки науки, о которыхъ я буду имѣть случай говорить, относятся къ *Rechtbücher*; *Gesetzbuch*'а до настоящаго времени не существуетъ, такъ какъ не существуетъ верховной власти, инициатива и утвержденіе которой превращаетъ *Rechtbuch* въ *Gesetzbuch*. Для международнаго права эта верховная власть должна быть замѣнена всеобщимъ согласіемъ, признаніемъ обязательности какого-либо *Rechtbuch*'а

*) Heidelberg, 1814.

всѣми государствами безъ исключенія, — такого согласія до настоящаго времени не послѣдовало и въ этомъ заключается главное, основное затрудненіе при вопросѣ о кодификаціи международнаго права.

Въ новѣйшее время явились попытки установить нѣкоторыя обще-обязательныя правила путемъ признанія ихъ всѣми государствами; я укажу на нихъ впоследствии, но и эти попытки не вполне удались. Такимъ образомъ, камень преткновенія въ данномъ вопросѣ заключается въ затруднительности доставленія кодексу авторитета, обязательности.

Второе, не менѣе важное, препятствіе заключается въ недостаткѣ какого либо средства для возстановленія нарушеннаго права, для наказанія субъекта противузаконнаго дѣянія; нѣкоторые писатели не признаютъ даже существованія понятія о наказаніи по отношенію къ государствамъ.

Противъ нарушеній существующихъ предписаній международнаго права, въ нынѣшнее время, нѣтъ другаго средства, кромѣ войны, т. е. самозащиты, *gewaltsame Selbsthülfe*, какъ называютъ ее Блунтшли *).

Внутри государства, при нарушеніи права собственности, неисполненіи договора и т. п., судья рѣшаетъ возникнувшій споръ, при убійствѣ, при воровствѣ, прокуратура ведетъ обвиненіе, присяжные рѣшаютъ вопросъ о фактѣ, государственная власть приводитъ въ исполненіе приговоръ суда. Все это немислимо при столкновеніяхъ государствъ, все это предполагаетъ верховную власть, существованіе которой противурѣчило бы основному принципу международнаго права, т. е. независимости этихъ самыхъ государствъ. Хотя, кромѣ войны, существуютъ нѣкоторыя другія средства разрѣшать возникающія въ международной жизни недоразумѣнія, какъ-то посредничество и проч., но практика показала незначительность результатовъ, получаемыхъ такимъ путемъ. Въ новѣйшее время, особенное значеніе получаетъ вопросъ о третейскомъ судѣ. Дѣйствительно, институтъ этотъ, въ будущемъ, мо-

*) Bluntschli. Das moderne Völkerrecht, 1-ое изд., pag. 7.

жетъ оказать большія услуги и отчасти пополнить этотъ важный пробѣлъ въ международномъ правѣ. Надежды, полагаемыя на его развитіе такъ велики, что институтъ международного права, въ женеvскомъ засѣданіи своемъ 1874 года, обратилъ на него серьезное вниманіе и Гольдшмидтъ представилъ замѣчательный проектъ о правильномъ его учрежденіи*). Но, какъ я замѣтилъ, все это относится къ будущему, а не къ настоящему времени.

Такимъ образомъ, недостатокъ какой либо верховной власти, утверждающей обязательную силу даннаго Rechtsbuch'a, или точнѣе, невозможность, въ нынѣшнее время, привести то, что замѣняетъ эту власть — всеобщее согласіе — къ выраженію воли съ одной стороны, съ другой — несуществованіе или, по крайней мѣрѣ, недѣйствительность средствъ для охраны противъ нарушенія права: вотъ тѣ главныя препятствія, вытекающія изъ самой сущности международного права, которыя тормозятъ вопросъ о его кодификаціи.

Перехожу къ тѣмъ условіямъ, которымъ долженъ удовлетворять всякій кодексъ.

Первое такое условіе есть полнота. «Сводъ законовъ (Gesetzbuch), говоритъ Савиньи**), такъ какъ онъ предназначенъ быть единственнымъ источникомъ права, долженъ предрѣшать всѣ случаи, которые могутъ возникнуть». Въ области международного права такое условіе представляетъ еще болѣе затрудненій, чѣмъ напр. въ области гражданского права. Еще Вольфъ указалъ на незначительное число всѣми признанныхъ договоровъ, формулирующихъ правила, обязательныя для всѣхъ государствъ. Замѣчаніе Вольфа вѣрно и для настоящаго времени. Покойный профессоръ Каченовскій***) относилъ къ такого рода договорамъ акты конгрессовъ вестфальскаго, утрехтскаго, вѣнскаго (1815 г.) и парижскаго (1856 г.). Изъ нихъ первый, относительно положительныхъ правилъ имѣетъ мало значенія. Объ утрехтскомъ еще

*) Revue de droit international, 1874, pag. 421.

**) Op. cit., pag. 21.

***) Каченовскій. Курсъ международного права. Харьковъ, 1863 — 66 г. стр. 45.

Генцъ, въ мемуарахъ противъ континентальной системы *), справедливо замѣтилъ, что постановленія этого конгресса не имѣли и не желали имѣть того общеобязательнаго характера, который стали имѣть придавать впоследствии. Противъ деклараціи парижскаго конгресса возстали, какъ извѣстно, сѣв.-американскіе соединенные штаты,—протестъ тѣмъ болѣе важный, что дѣло шло о морскомъ правѣ.

Для составленія полнаго кодекса, въ смыслѣ *Gesetzbuch'a*, необходимо, поэтому, довольствоваться:

во-первыхъ, постановленіями договоровъ, признанныхъ большинствомъ государствъ,

во-вторыхъ, тѣми правилами, которыя разсыяны въ договорахъ, заключенныхъ отдѣльными государствами между собой, въ тѣхъ случаяхъ, когда такія правила, по крайней мѣрѣ въ главныхъ чертахъ своихъ, согласны между собой и отступленія незначительны.

Матеріалъ, который можно было-бы получить такимъ путемъ, весьма значителенъ, такъ какъ втораго рода договоровъ весьма много и число ихъ съ каждымъ годомъ увеличивается. Къ сожалѣнію, какъ замѣчаетъ Булмерингъ **), на этотъ источникъ обращено до сихъ поръ такъ мало вниманія, что не только для кодификаціонныхъ трудовъ, но даже для изложенія положительнаго международнаго права, необходима, предварительно, основательная обработка этого сыраго матеріала.

Изъ новѣйшихъ писателей почти одинъ только Додлей Фильдъ, въ сочиненіи своемъ *Draft outlines of an international code****), къ которому я возвращусь впоследствии, лучше и полнѣе всѣхъ воспользовался этимъ источникомъ.

Полнотѣ кодекса препятствуетъ также въ значительной степени недостатокъ научнаго матеріала. Весьма недавно освободилась наука наша отъ оковъ естественнаго права и результаты правильнаго ея изученія почти ничтожны въ сравненіи съ тѣми

*) Напечатаны у G a r d e n. Histoire générale des traités de paix. vol. XI

**) Op. cit., pag. 171.

***) New York, 1872.

подготовительными работами, которые существовали для гражданского права в Германии в начале настоящего столетия. Несмотря на это, Савиньи приводит, какъ одно изъ основаній возможности составленія обще-германскаго кодекса, недостатокъ и несовершенство именно этого матеріала и указываетъ на достоинство и многочисленность трудовъ, лежащихъ въ основаніи римскаго кодекса*). Упомянутый мною, основанный недавно (1873 г.) институтъ международного права, въ учрежденіи котораго принималъ нѣкоторое участіе покойный профессоръ Каченовскій**), соединяя лучшихъ представителей науки всѣхъ цивилизованныхъ странъ и обращая вниманіе на насущныя потребности нашего времени, не вдавался при этомъ въ область утопіи, обѣщаетъ быть важнымъ дѣятелемъ для пополненія такого несовершенства науки нашей.

Не слѣдуетъ также упускать изъ виду, что неполнота и несовершенство напр. свода законовъ гражданскихъ, могутъ быть легко исправлены тою же законодательною властью, которая дала свою санкцію этимъ законамъ. Такое же исправленіе въ области международного права, если даже и предположить существованіе свода законовъ, представляетъ огромныя затрудненія: согласіе отдѣльныхъ народовъ и государствъ получается не легко и не часто, для этого могутъ потребоваться нѣсколько десятковъ лѣтъ.

Второе важное условіе всякаго кодекса заключается въ необходимости правильно установить его основные принципы — *leitende Grundsätze*, какъ говоритъ Савиньи***). «Точное пониманіе ихъ, продолжаетъ онъ, и уразумѣніе внутренней связи и родства юридическихъ понятій и правилъ, принадлежитъ къ труднѣйшимъ задачамъ правовѣдѣнія, и именно это придаетъ труду научный характеръ». Къ сожалѣнію, исполнить это второе условіе едва-ли возможно въ настоящее время. Для этого необходима точная провѣрка основныхъ принциповъ международного права.

*) *Op. cit.*, pag. 48 и 49.

**) *Revue de Dr. International*, 1873, pag. 667.

***) *Op. cit.*, pag. 22.

Правильное изученіе этихъ принциповъ началось только въ настоящемъ столѣтіи и добытые результаты далеко еще не удовлетворительны. Вопросъ объ основныхъ принципахъ международнаго права рѣшается почти всѣми писателями различно, многіе даже проходятъ его молчаніемъ или - же относятся къ нему, какъ къ вопросу маловажному. При отсутствіи же такихъ принциповъ, кодексъ представлялъ - бы только сводъ отдѣльныхъ, безсвязныхъ постановленій, и практическое приѣненіе его приносило - бы, вѣроятно, болѣе вреда, чѣмъ пользы.

Кромѣ этихъ двухъ основныхъ условій, необходимо также установить извѣстную, строго опредѣленную систему, форму, общепризнанную терминологию и, наконецъ, избрать лицъ, способныхъ привести такую трудную работу въ исполненіе.

Эти условія, исключая впрочемъ послѣдняго, сравнительно менѣе важны и легче могутъ быть осуществлены. Вопросъ о редакторахъ затруднительнѣе. Тибо указываетъ на два класса лицъ, способныхъ составить гражданское уложеніе: на ученыхъ юристовъ и дѣловыхъ людей или практиковъ (*Geschäftsmänner*); по его мнѣнію необходимо, соединить оба эти элемента въ одномъ, какомъ либо коллегіальномъ учрежденіи*). Для кодификаціи международнаго права пришлось - бы прибѣгнуть къ такимъ же элементамъ, но съ тѣмъ различіемъ, что въ данномъ случаѣ, практики, т. е. дипломаты, получили - бы, по самой сущности предмета, по тѣсной связи его съ политикой, преобладающее значеніе; я позволяю себѣ сомнѣваться, чтобы такой перевѣсъ могъ выгодно отозваться на результатѣ, такъ какъ отъ большинства дипломатовъ, посвятившихъ себя почти исключительно политикѣ, нельзя требовать всесторонняго юридическаго образованія.

Изложивъ, такимъ образомъ, основныя условія, которымъ долженъ удовлетворять кодексъ международнаго права, приступаю къ очерку тѣхъ опытовъ такого предпріятія, которые представляютъ намъ наука, само собою понятно, въ значеніи *Rechtbücher*. Въ концѣ я укажу также на нѣсколько попытокъ новѣйшаго вре-

*) Savigny. Op. cit., pag. 156.

мени установить общеобязательныя правила посредствомъ договора между всѣми или, по крайнѣй мѣрѣ, большинствомъ государствъ.

Зародыши мысли о кодификаціи занимающаго насъ права профессоръ Незабитовскій *) находятъ въ такъ называемомъ *проектѣ Генриха IV*, короля французскаго и въ послѣдующихъ системахъ вѣчнаго мира *). Составленіе этого проекта обыкновенно приписываютъ Генриху IV и его министру Сюлли (приблизительно около 1595 г.), хотя, по мнѣнію нѣкоторыхъ историковъ, напр. Ранке и Сизмонди, онъ принадлежитъ исключительно послѣднему и весьма сомнительно, думалъ-ли серьезно французскій король о его выполненіи. Проектъ предполагаетъ предварительное ослабленіе австрійскаго дома и значительныя измѣненія въ территориальныхъ отношеніяхъ всѣхъ государствъ. Вся Европа должна была быть раздѣлена на 15-ть независимыхъ государствъ, изъ коихъ 5 наслѣдственныхъ (Франція, Испанія, Англія, Швеція, Ломбардія) и 6 избирательныхъ монархій (Папскія владѣнія, Имперія, Венгрія, Богемія, Польша, Данія) и 4 республики: 2 демократическихъ (Бельгія и Швейцарія) и 2 аристократическихъ (Венеція и италіанская республика, которая должна была состоять изъ мелкихъ княжествъ и городовъ Италіи). Для разрѣшенія споровъ между этими государствами учреждался совѣтъ изъ 60 лицъ, по 4 отъ cadaго государства; онъ долженъ былъ засѣдать въ одномъ изъ центральныхъ городовъ Европы—Метцъ, Нанси или Кёльнъ и называться сенатомъ христіанской республики; кромѣ того, на основаніи мнѣній этого сената должны были быть изданы особые регламенты для установленія правильныхъ отношеній между госу-

*) Незабитовскій. Новѣйшіе проекты международнаго устава, стр. 7. Извѣстія университ. Св. Владимира, 1874 г.

**) Первые слѣды мысли о вѣчномъ мирѣ относятся къ XV ст. Въ 1464 Георгій Подьебрадь, по мысли совѣтника своего Антонія Марини, во время войны съ императ. Фридрихомъ III и папой Піемъ II, отправилъ къ Людовику XI, королю французскому посольство, чтобы убѣдить его созвать парламентъ изъ королей и князей для образованія «новой Европы» посредствомъ союза всѣхъ государствъ; союзъ этотъ долженъ былъ освободить всѣхъ отъ вліянія императора и папы и уравновѣситъ силы cadaго такимъ образомъ, чтобы уничтожить возможность столкновеній. Bloch. Dict. politique, verb. Paix perpétuelle.

дарями и ихъ подданными. Въ постоянныхъ сношеніяхъ съ этимъ сенатомъ должны были находится три другіе совѣта, изъ 20 лицъ каждый. Христіанская республика должна была избирать трехъ полководцевъ для войны противъ невѣрныхъ и учредить особый для сего денежный фондъ, предназначенный для подачи помощи тѣмъ государствамъ, которыя находились-бы въ сосѣдствѣ сихъ послѣднихъ, напр. Венгрія и Польша противъ Турокъ, Швеція и Польша противъ Татаръ и Москвитянъ*). Говорятъ, кардиналъ Альберони составилъ также проектъ вѣчнаго мира, сходный съ предъидущимъ**).

Планъ Генриха IV легъ въ основаніи проекта аббата Сень-Пьера, изданнаго въ 1713 г., съ нѣкоторыми значительными измѣненіями. Карта Европы должна была оставаться въ томъ видѣ, въ какомъ находилась она послѣ утрехтскаго договора; учреждался общеевропейскій совѣтъ состоящій изъ 19 государствъ; ему предоставлялось изданіе законовъ, необходимыхъ для достиженія цѣли союза. Государства должны были отказаться отъ права войны по отношенію другъ къ другу; возникающіе споры должны были разрѣшаться посредничествомъ и третейскимъ судомъ совѣта. Для того, чтобы заинтересовать государей въ принятіи этого плана, въ договорѣ, учреждающемъ союзъ, должна была находиться статья, устанавливающая, что государямъ предоставлялось пользованіе, для частныхъ своихъ нуждъ, половиною тѣхъ доходовъ, которые произойдутъ отъ уменьшенія военныхъ расходовъ***). Планъ этотъ былъ комментированъ и отчасти измѣненъ Руссо въ 1761 г., въ сочиненіи, озаглавленномъ: *Extrait du projet de paix perpétuelle de Mr. l'abbé de Saint—Pierre****)*.

Литература представляетъ значительное число проектовъ вѣчнаго мира*****); я ограничусь указаніемъ только нѣкоторыхъ, болѣе важныхъ.

*) Каченовскій. Op. cit., pag. 76. Wheaton. Histoire, v. I. pag. 317

**) Каченовскій. Op. cit., pag. 76, прим.

***) Wheaton. Op. cit., vol. I, pag. 325. Molinari. L'abbé de Saint—Pierre. Paris, 1857, pag. 69.

****) Molinari. Op. cit., pag. 90. Wheaton. Op. cit., v. I, pag. 327

*****) О нѣкоторыхъ, менѣе извѣстныхъ проектахъ ср. Влоск. Diction. politique, vol. II, verb. Paix. perpétuelle.

Послѣ смерти Бенгата, въ бумагахъ его найденъ проектъ вѣчнаго мира; онъ основанъ на предполагаемомъ уменьшеніи войскъ, освобожденіи всѣхъ колоній и учрежденіи международного судилища, приговоры котораго должны были быть, въ случаѣ необходимости, приведены въ исполненіе особымъ военнымъ контингентомъ, поставляемымъ съ этой цѣлью всѣми государствами; впрочемъ, Бенгатамъ думаетъ, что возможно обойтись и безъ этого, если судилище можетъ передавать гласности мотивированныя постановленія свои, т. е. прибѣгать къ общественному мнѣнію путемъ прессы. Къ средствамъ, долженствующимъ уничтожить войну, онъ относитъ также кодификацію международного права *).

Мысль о вѣчномъ мирѣ плѣняла также Канта. Кромѣ особой брошюры, посвященной этому вопросу и изданный въ Кенигсбергѣ въ 1796 г. подѣ заглавіемъ: *Zum ewigen Frieden—ein philosophischer Entwurf* **), онъ нѣсколько разъ возвращался къ нему въ другихъ сочиненіяхъ. Средствами къ достиженію такой цѣли онъ считаетъ отказъ со стороны государствъ отъ частныхъ способовъ приобрѣтенія владѣнія (наслѣдство, бракъ и пр.), уничтоженіе постоянныхъ войскъ (*miles perpetuus*) и невмѣшательство; необходимо ***) также, по мнѣнію его, чтобы форма правленія въ каждомъ государствѣ была республиканская, т. е. представительная, какъ оказывается изъ послѣдующихъ толкованій; международное же право должно быть основано на федерализмѣ независимыхъ государствъ. Въ концѣ договора, устанавливающаго такой порядокъ вещей, должна быть помѣщена секретная статья, опредѣляющая, что государство, приготовляющееся къ войнѣ, должно обращаться за совѣтомъ къ изрѣченіямъ (Maximen) философовъ объ условіяхъ возможности публичнаго мира ****).

Извѣстно, что теорія о вѣчномъ мирѣ существуетъ и

*) Molinari. Op. cit., pag. 112. Wheaton. Op. cit., vol. I, pag. 393. Mohl. Litteratur. vol. I, pag. 383. Каченовскій. Op. cit., pag. 69.

**) Въ видѣ приложения помѣщено: Ueber die Mischelligkeit zwischen der Moral und Politik, in Absicht auf den ewigen Frieden.

***) Op. cit., pag. 20, 30, 67.

****) Molinari. Op. cit., pag. 110. Каченовскій. Op. cit., pag. 78. Kuno Fischer. Gesch. d. neueren Philosophie, vol. IV, pag. 228.

въ настоящее время, что приверженцамъ ея не разъ удавалось созывать конгрессы для разработки вопросовъ, относящихся къ уничтоженію войны, и что во многихъ государствахъ, по обѣ стороны океана, существуютъ общества мира *)).

Прежде нежели я перейду къ кодификаціоннымъ трудамъ ученыхъ, считаю нужнымъ упомянуть о такъ называемой деклараціи международнаго права, представленной аббатомъ Грегуаромъ національному конвенту 4 флореала III г. республики, т. е. 1795 г., но не получившей официальнаго значенія. Она состоитъ изъ 21 статьи и составлена по образцу знаменитой деклараціи правъ человѣка и гражданина 1791 г. Она занимаетъ среднее мѣсто между проектомъ вѣчнаго мира и опытомъ кодификаціи. На ней, въ значительной степени, отразились тѣ идеи, которыя безпрекословно господствовали въ то время; такъ, 1 статья опредѣляетъ, что народы находятся по отношенію другъ къ другу въ естественномъ состояніи (*état de nature*) и что они связаны между собою всеобщей нравственностью. Далѣе предписывается, что каждый народъ долженъ дѣйствовать по отношенію къ другому, такъ, какъ онъ желалъ бы, чтобы другіе дѣйствовали по отношенію къ нему, что соотвѣтствуетъ ст. 6-й деклараціи правъ человѣка и гражданина, предшествующей конституціи 1793 г. Декларація устанавливаетъ экстерриториальность пословъ, признаетъ право каждаго государства опредѣлять и измѣнять форму своего правленія, приобрѣтеніе собственности путемъ давности, отрицаетъ право виѣшательства**).

Я не могу также не упомянуть о предположеніи императрицы Екатерины II составить общенародный кодексъ для опредѣленія обязательныхъ правилъ для всѣхъ народовъ во время морской войны. На сколько мнѣ извѣстно, профессоръ Мартенсъ первый сообщилъ нѣкоторые положительныя данныя объ этомъ про-

*) Первое общество друзей мира основано квакерами въ Нью-Йоркѣ въ 1815 г.; первый конгрессъ состоялся въ Лондонѣ въ 1843 г., самый же значительный, тамже, въ 1851. (*Molina* г. *Op. cit.*, pag. 117. Каченовскій. *Op. cit.*, pag. 81). Обзоръ литературы, вызванной этими попытками находится у *Moh'l*'я *Op. cit.*, vol. I, pag. 438.

***) Martens. Précis, éd. Vergé. Vol. I, pag. 9.*

октѣ^{*)}). Императрица повелѣла собрать все свѣдѣнія о томъ, какія начала господствуютъ у иностранныхъ народовъ на случай морской войны и какія приняты въ виду ея мѣры. Приказаніе было исполнено и 10-го марта 1782 года графу Кобенцелю, цесарскому посланнику при русскомъ дворѣ, было вручено *Exposé comparatif de différens arrangements pris par les puissances neutres et belligérantes pour la sureté du commerce et de la navigation*. Императрица надѣялась на содѣйствіе союзника своего, Иосифа II. Въ угоду императрицѣ вѣнскій кабинетъ приступилъ къ изученію вопросовъ морскаго международнаго права; въ томъ же году графъ Кобенцель вручилъ графу Остерману цѣлое сочиненіе, подробно излагающее различныя теоріи этого права. Къ сожалѣнію, этимъ, кажется, окончились переговоры, и императрицѣ не удалось исполнить своего намѣренія.

Первый, по времени, опытъ кодификаціи международнаго права ученымъ, встрѣчается въ Италіи. Въ 1851 г. *Парадо* издалъ въ Туринѣ: *Saggio di codificazione del diritto internazionale*, большая часть котораго относится къ частному международному праву. Сочиненіе это, во время изданія, осталось незамѣченнымъ; недавно, профессоръ Пьерантони первый обратилъ на него вниманіе^{**}). Первые 7 раздѣловъ посвящены ученію о лицахъ, о предметахъ собственности, наслѣдству, ипотекамъ и проч.; слѣдующіе раздѣлы устанавливають правила о правѣ посольства, о международномъ уголовномъ правѣ, о свободѣ торговли, пошлинахъ, мѣрахъ и вѣсахъ и проч. Въ немъ также находятся вѣрныя мысли о торговомъ мореплаваніи, аваріяхъ, лазаретахъ, карантинахъ и проч. Главное достоинство этого сочиненія заключается въ томъ, что авторъ обратилъ вниманіе на частное междуна-

^{*)} Въ статьѣ: бруссельская международная конвенція, помѣщенной въ I томѣ Сборника государственныхъ знаній, стр. 198, Каченовскій (Or. cit., pag. 68, прим.) указываетъ мимоходомъ на мысль Екатерины II объ общемъ морскомъ уложеніи для Европы въ эпоху вооруженнаго нейтралитета.

^{**}) Pierantoni. Gesch. der italien. Völkerr. — Litteratur. Uebers. v. Roncali. Wien, 1872, pag. 122.

ное право, кодификація котораго представляетъ менѣе практическxхъ затрудненій; съ похвалою также слѣдуетъ отозваться о попыткѣ его однообразно регулировать то, что можно бы назвать полицейскимъ международнымъ правомъ. Надо также замѣтить, что нѣкоторыя статьи этого опыта получили, вполнѣдствіи, почти всеобщее признаніе, напр. статья, что флагъ покрываетъ грузъ, вошедшая, какъ извѣстно, въ парижскую декларацію 1856 г.

Въ 1854 и 58 годахъ вышли сочиненія *Вейса: Code du devoir et du droit d'une puissance neutre* и *Code du droit maritime international*. То и другое весьма слабыя работы и скорѣе по имени, чѣмъ по содержанію относятся къ кодификаціоннымъ трудамъ. Второму сочиненію, отрицающему значеніе исторической школы и основанному на системѣ естественнаго права, авторъ надѣялся, благодаря вліянію императора Наполеона III, коему оно посвящено, добыть значенія общеобязательнаго кодекса.

Для полноты только, упоминаю я о сочиненіи гр. *Гардена Code diplomatique de l'Europe, où principes et maximes du droit des gens moderne*. До настоящаго времени издачъ только первый томъ, въ которомъ изложена исторія дипломатіи и совѣты для тѣхъ, которые посвящаютъ себя этой карьерѣ.

Значительными достоинствами обладаетъ сочиненіе *Доминг Петрушевеча*, изданное въ 1861 г. подъ заглавіемъ: *Précis d'un code du droit international* и заключающее 236 статей. Въ предисловіи авторъ излагаетъ тѣ основные принципы, которыми руководствовался онъ при составленіи своего сочиненія. Главное препятствіе къ составленію кодекса, заключается, по его мнѣнію, въ смѣшеніи принциповъ международнаго права съ понятіями, заимствованными изъ области политики, государственнаго и естественнаго права; сравнительно, легко выдѣлить естественное и государственное право, гораздо затруднительнѣе достигнуть такого результата по отношенію къ политикѣ. На этомъ же различіи, продолжаетъ авторъ*), основана возможность достиженія окончательнаго соглашенія для условнаго

*) Pag .12.

принятія свода международнаго права. Лучшимъ средствомъ для достиженія такой цѣли, онъ считаетъ учрежденіе международной комисіи, которая, избѣгая исключительно политическіе вопросы, каковы политическое равновѣсіе, внимательство или невмѣшательство и т. п., должна была бы, главнымъ образомъ, пользоваться положительнымъ матеріаломъ, т. е. договорными постановленіями *). Такому пути слѣдовалъ и авторъ, причемъ главное вниманіе его обращено не на такъ называемые знаменитые договоры, имѣющіе болѣе политическое значеніе, а на трактаты, заключенные въ мирное время и относящіеся къ торговлѣ, мореплаванію и пр. Только при отсутствіи такого матеріала, авторъ обращается къ мнѣнію писателей. Сочиненіе раздѣляется на двѣ части, на публичное и частное международное право, причемъ каждая часть подраздѣлена на два отдѣла: первая на право мира и право войны, вторая на гражданское и уголовное право. Отдѣльныя статьи отличаются ясностью и опредѣленностью и содержанье ихъ болѣею частью безукоризненно. Бъ сожалѣнію, авторъ не касаетя многихъ вопросовъ, о которыхъ упоминаетъ Пародо, напр. о единствѣ мѣръ и вѣсовъ и проч. т. п. Но главный недостатокъ этого сочиненія заключается въ совершенномъ отсутствіи доказательствъ, подтверждающихъ положенія; нигдѣ не приводятся ссылки на писателей или договоры, хотя мы въ правѣ предполагать, что авторъ основательно изучилъ преимущественно эти послѣдніе. Таковой пробѣлъ лишаетъ насъ возможности воспользоваться богатымъ матеріаломъ, собраннымъ авторомъ, и недостатокъ котораго такъ чувствителенъ, какъ я замѣтилъ, въ наукѣ нашей.

Умершій въ 1873 г. нью-іоркскій профессоръ *Либеръ* составилъ въ 1863 г., т. е. во время сѣв.-американской междуусобной войны *инструкцію для армій соединенныхъ штатовъ во время войны* **). Инструкція эта была разсмотрѣна особой комисіей и утверждена президентомъ Линкольномъ. Я упоминаю

*) Pag. 14.

**) Текстъ ея напечатанъ въ видѣ приложения къ указанному сочиненію Bluntschli.

объ ней въ этомъ мѣстѣ потому, что обязательная сила ея ограничивается территорією лишь одного государства, хотя въ его предѣлахъ она имѣетъ вполне значеніе *Gesetzbuch'a*. Инструкція содержитъ 157 статей, распределенныхъ между X отдѣлами; она регулируетъ права и обязанности войска по отношенію къ личности непріятеля, мирныхъ жителей непріятельской страны и ихъ собственности; устанавливаетъ правила о плѣнныхъ, о добычѣ, капитуляціяхъ, перемиріяхъ и проч. На эту, образцовую во всѣхъ отношеніяхъ, инструкцію, къ сожалѣнію, европейскими государствами не было обращено въ свое время достаточное вниманіе.

Указанная инструкція легла въ основаніе, отчасти даже вошла въ составъ небольшого сочиненія *Блунтчли Das moderne Kriege-recht der civilisirten Staaten*, изданнаго въ первый разъ въ 1866 г., вторымъ изданіемъ въ 1874 году. Но это былъ только опытъ. Въ 1868 г. Блунтчли издалъ почтенный трудъ свой *Das moderne Völkerrecht der civilisirten Staaten, als Rechtsbuch dargestellt*, въ 1872 г. вышло второе изданіе. Въ началѣ сочиненія находится довольно объемистое введеніе, въ которомъ авторъ устанавливаетъ основные принципы международнаго права, приводитъ и объясняетъ приводимыя противъ него обвиненія, излагаетъ историческій очеркъ зарожденія его и, наконецъ, разсматриваетъ нѣкоторые отдѣльные вопросы, каковы: религіозную свободу, мѣры противъ рабства, право посольства, право иностранцевъ, третейскій судъ, право войны, нейтралитетъ и проч. Собственно сводъ состоитъ изъ 862 статей, разделенныхъ на IX книгъ, изъ коихъ двѣ послѣднія посвящены, одна праву войны, другая нейтралитету. Превосходное сочиненіе это, несмотря на свое заглавіе, не можетъ, строго говоря, считаться опытомъ кодификаціи, оно скорѣе имѣетъ значеніе учебника, расположеннаго въ формѣ свода. Такое значеніе вытекаетъ изъ указаннаго мною введенія, еще яснѣе же изъ предисловія, изложеннаго въ видѣ письма къ профессору Либеру. Авторъ говоритъ, что трудъ его можетъ получить значеніе авторитета настолько, насколько нынѣшній, цивилизованный міръ узнастъ въ немъ правильное и соответствующее времени выраженіе его правоваго сознанія, и настолько, насколько власть

будеть уважать общественное мнѣніе*). Слишкомъ долго, продолжаетъ онъ, правовѣдѣніе приковано къ прошедшему; оно, такимъ образомъ, потеряло изъ виду движеніе жизни въ будущему. Наука, поэтому, не должна довольствоваться занесеніемъ правилъ, получившихъ признаніе въ прежнее время, но должна также выражать правовыя убѣжденія, существующія въ настоящее время. Вслѣдствіе такого взгляда, Блунтчи внесъ въ свой кодексъ такія положенія, которыя не пользуются еще всеобщимъ признаніемъ; такой пріемъ едва-ли удобенъ въ кодификаціонномъ трудѣ хотя весьма полезенъ въ учебникѣ.

Приведенныя мною сочиненія составляютъ попытки отдѣльныхъ лицъ; они имѣли мало связи между собой и не вызывались требованіями времени. Съ шестидесятыхъ годовъ мысль о кодификаціи международнаго права начинаетъ пріобрѣтать послѣдователей въ различныхъ государствахъ; общественное мнѣніе беретъ ее подъ свою защиту и повсюду начинается движеніе въ пользу ея осуществленія.

Профессоръ Каченовскій первый предложилъ британской ассоціаціи для преуспѣванія соціальныхъ наукъ (association for the promotion of social science) стать во главѣ кодификаціонныхъ работъ**). Въ 1866 году, по предложенію американца Додлей Фильда***), среди этой ассоціаціи образована особая коммисія для составленія кодекса, при чемъ каждому изъ членовъ поручена была разработка одного опредѣленнаго отдѣла; полученные такимъ образомъ отрывки должны были быть согласованы, тщательно пересмотрѣны и представлены на утвержденіе правительствъ****). Предложеніе это не осуществилось, и одинъ только Додлей Фильдъ представилъ въ 1872 г. результатъ своихъ занятій въ видѣ полнаго проекта международнаго кодекса. Послѣ этой неудавшейся

*) Vorwort, pag. VI.

***) Стояновъ. Очерки исторіи и догматики междуна. права. Харьковъ, 1875 г., стр. 256. Holtzendorff. Encycl. I Theil, System. Darstellung p. 767.

****) Напечатано въ Transactions of the national association for the promotion of social science. Manchester meeting 1865. London- 1867. pag. 42, а также въ Law Magazine and Law Review, vol. XXII, 1867 pag. 138.

*****) Незабытовскій, Op. cit., pag. 1. Dudley Field. Op. cit., preface.

напытки, ассоціація. объявила челюдію въ 300 фун. за дунцею, сочиненіе на тому: какъ должна быть составлена коммисія для сочиненія международнаго устава, и какія начеда слѣдуетъ положить въ его основаніе*). Мысль о кодификаціи вновь возникаетъ въ Америкѣ. Въ началѣ 1873 г. американское общество мира отправило въ Европу своего секретаря, Мидля для того, чтобы войти въ сношенія съ европейскими учеными на счетъ избранія мѣръ для предотвращенія войны. Слѣдствіемъ этой командировки было образованіе въ Нью-Йоркѣ международнаго кодификаціоннаго комитета (International code committee), во главѣ котораго находилось нѣсколько первоклассныхъ ученыхъ, каковы Фидль, Уольси и Лорансъ. Комитетъ созвалъ въ октябрѣ того же года международную конференцію въ Брюсселѣ для разработки устава и для установленія плана дѣйствій**).

Почти одновременно образовался въ Гентѣ, по инициативѣ Ролана Жакменса, издателя *Revue de droit international*, упомянутый мною институтъ международнаго права. Профессоръ Незабитовскій весьма удачно сравниваетъ отношенія конференціи и института съ тѣми двумя направленіями, которыя раздѣляли нѣмецкихъ юристовъ въ началѣ нынѣшняго столѣтія и представителями коихъ были, какъ я сказалъ, Тибо и Савицки***). Брюссельское засѣданіе конференціи было подготовительное, оно только выработало и приняло нѣсколько общихъ положеній, изъ которыхъ важнѣйшее утверждаетъ дѣленіе международнаго права на частное и публичное. Въ женеvскомъ засѣданіи, 1874 г., окончательно утверждены уставъ и назначена коммисія для обсужденія вопроса о необходимости установить международный трибуналъ для суда надъ суднами, столкновения на морѣ кораблей различныхъ національностей. Засѣданіе въ Гаагѣ, 1875 г., не привело ни къ какимъ практическимъ результатамъ и конференція удовольствовалась выраженіемъ нѣсколькихъ желаній и опасеній, вызванныхъ

*) Незабитовскій. *Op. cit.*, pag. 2.

**) *Revue de Droit international*, 1874. pag. 692. Незабитовскій.

1. с.

***) Незабитовскій. *Op. cit.*, pag. 5.

политическимъ состояніемъ Европы*). Изъ сказаннаго ясно, что практическая дѣятельность конференціи, до настоящаго времени, ничтожна; сомнительно даже, возможно-ли питать надежды на будущее.

Возвращаюсь къ сочиненію Додлей Фильда. Изъ всѣхъ существующихъ проектовъ, его трудъ самый обширный, онъ заключаетъ 1008 статей и огромное число примѣчаній. До сихъ поръ это самый полный, самый отчетливый и, въ то же время, наиболѣе научный изъ всѣхъ кодификаціонныхъ опытовъ. Страницы его представляютъ неоцѣненный матеріалъ, преимущественно по отношенію къ разработкѣ договорныхъ постановленій, а потому понятно, что сводъ этотъ сдѣлался настольною книгою для всѣхъ, занимающихся международнымъ правомъ; къ сожалѣнію, на сколько мнѣ по крайней мѣрѣ извѣстно, не существуетъ переводовъ его. Особенное вниманіе обращаетъ на себя раздѣлъ 2-й книги I, посвященный частному международному праву; сюда также отчасти относится и часть вторая перваго раздѣла этой же книги, озаглавленная: «*Отношенія націй къ лицамъ и собственности членовъ друиыхъ націй*». Здѣсь, съ замѣчательной ясностью, приводятся въ порядокъ и выясняются столь сбивчивые и затруднительные на практикѣ принципы, относящіеся къ національности, мѣсту жительства, браку, опека, собственности, наслѣдству, договорамъ и проч., а также о компетентной судебной власти, о силѣ приговоровъ, доказательствахъ и т. п. Не менѣе важенъ отдѣлъ, озаглавленный *Однообразныя правила для обоюднаго удобства* (Uniform regulations for mutual convenience), въ которомъ заключаются постановленія о желѣзныхъ дорогахъ, телеграфахъ, почтѣ, патентахъ, фабричныхъ клеймахъ, литературной собственности, монетѣ, вѣсахъ и мѣрахъ, морскихъ сигналахъ. На всѣ эти вопросы международного права не обращено до настоящаго времени достаточнаго вниманія и многіе писатели не относятъ ихъ даже къ области науки нашей. Во-

*) Revue de Droit International, 1875. pag. 307. Law Magazine and Law Review. 1875, November, pag. 24.

просы же эти получают все большее и большее значеніе въ жизни; по этимъ отдѣламъ почти ежедневно заключаются договоры и по отношенію къ нимъ возможность кодификаціи является самою правдоподобною, по крайней мѣрѣ легче всего осуществимою. Къ сожалѣнію, превосходное сочиненіе Фильда, какъ кодексъ, страдаетъ тѣмъ же недостаткомъ, который указанъ мною въ сочиненіи Блунтчли. Недовольствуясь правилами, признанными болѣе или менѣе всѣми государствами и о которыхъ можно почти съ достовѣрностію сказать, что они входятъ въ составъ положительнаго международнаго права, онъ вводитъ въ кодексъ свой и такія постановленія, которыя признаны только наукой, которыя не вошли еще во всеобщее сознаніе, а потому являются только желаніями, стремленіями, осуществленіе которыхъ должно быть предоставлено будущимъ поколѣніямъ.

Въ заключеніи этого отдѣла, для полноты, слѣдуетъ еще упомянуть о сочиненіи *Farnaze Proposta di un codice di diritto internazionale*, первый и, до сихъ поръ, единственный томъ котораго изданъ въ Римѣ въ 1873 г. Сочиненіе это извѣстно мнѣ только по рецензій въ *Revue de droit international**), а потому мнѣ невозможно распространяться объ немъ.

Всѣ упомянутыя труды относятся болѣе или менѣе къ разряду *Rechtbücher*, сводамъ права. Въ новѣйшее время являются попытки регулировать путемъ всеобщаго или почти всеобщаго согласія отдѣльныя вопросы международнаго права. Хотя отъ такихъ попытокъ до общаго свода законовъ—*Gesetzbuch*—далеко, но, говоря о кодификаціи нашей науки, нельзя не обратить на нихъ вниманія. Добытые такимъ образомъ результаты составляютъ лучший матеріалъ для будущаго кодекса и, въ то же время, указываютъ намъ единственный путь для достиженія желаемой цѣли.

Большинство такихъ опытовъ происходило въ нынѣшнемъ столѣтіи; исключеніе составляетъ декларация императрицы Екатерины II, 1780 г. (28 февраля), въ которой провозглашены тѣ начала, которыя легли въ основаніи перваго вооруженнаго нейтра-

*) 1874, pag. 149.

литель: Въ вышеизмененномъ столбѣтн первомъ попыткою такого рода надо считать постановленіе вѣнскаго конгресса 1815 г., дополнившее однимъ изъ протоколовъ (9 ноября) ахенскаго конгресса 1818 г., о рангахъ пословъ и прочихъ дипломатическихкихъ высшихъ чиновъ^{*)}. Сюда же относится декларация, приложенная къ парижскому договору 1856 г., отбывшая киборотво, фактическую блокаду и установившая, что флагъ покрываетъ грузъ^{**)}. Въ декларациі этой присоединились почти все государства; къ социальннмъ, къ числу воздержавшихся относится съв. американскіе штаты, важное морское значеніе которыхъ можетъ со временемъ угрожать действительности установленныхъ правилъ.

Въ 1864 г. заключена женевакая конвенція о раненыхъ^{***)}; она объявляетъ ихъ нейтральными и распространяетъ преимущества, вытекающія изъ этого состоянія на лицъ, предназначенныхъ для ухода за ними, а также на помѣщенія, въ которыхъ они находятся. Въ 1868 г. сдѣлана была попытка распространить постановленія этой конвенціи на морскую войну, но, насколько мнѣ извѣстно, попытка эта не получила общезобязательной силы.

Въ декабрь того же 1868 года заключена въ Петербургѣ конвенція, воспрещающая употребленіе разрывныхъ снарядовъ въ томъ ниже опредѣленнаго минимума; причиняющихъ лишніи страданія раненымъ.

Какъ извѣстно, во время междуусобной американской войны, возникли недоразумѣнія между Англійей и Сѣверно-Американскими Штатами; по поводу каперовъ Алабама, Шенондоу и пр., снаряженныхъ кибанами и встроенныхъ въ англійскіе портахъ. Извѣстно также, что споръ этотъ, грозившій окончиться войной, разрѣшенъ былъ приговоромъ женевакаго третейскаго суда.

*) *Wheaton. Op. cit., vol. II, 161.*

**) Главное препятствіе къ достиженію такого улучшенія въ морскомъ правѣ, т. е. согласіе Англіи было устранено при самомъ началѣ войны. Переговоры объ этомъ см. *Drouyn de Lhuiss. Les neutres pendant la guerre d'Orléans. Comptes Rendus de l'Académie des sciences, morales et politiques. T. LXXXIV.*

***) *Lueder. Die Genfer Convention. Erlangen, 1876. Moynier. Etude sur la convention de Genève. Paris (?), 1870.*

Судя этому: учрежденъ былъ: вашингтонскимъ договоромъ 1871 года: Статьи VI этого договора: опредѣляетъ тѣ: предписанія: международного права, которыми: должны: были: руководствоваться: судьи: при: самомъ: разборѣ: дѣла; эти, такъ: называемыя: три: правила: опредѣляютъ: обязанности: нейтральнаго: государства: по: отношенію: въ: военныя: экспедиціи, преимущественно: морскимъ, организуемымъ: на: нейтральной: территоріи: одною: изъ: воюющихъ: сторонъ; въ: концѣ: статьи: опредѣляется, что: обѣ: стороны: приглашаютъ: прочія: государства: къ: признанію: означенныхъ: правилъ *).

Можно: было, такимъ: образомъ, надѣяться: еще: разъ: привести: отдѣльныя: держава: къ: общему: соглашенію: и: достигнуть: дальнѣйшаго: развитія: морскаго: права. Въ: дѣйствительности: такого: приглашенія: не: послѣдовало: ни: съ: одной, ни: съ: другою: стороны: и: правилами: этимъ, повидимому, даже: по: отношенію: къ: договаривающимся: сторонамъ, въ: будущемъ, не: суждено: сохранить: практическаго: значеніе.

Мнѣ: остается: еще: упомянуть: о: новѣйшей: и: самой: обширной: попыткѣ: кодификаціи, именно: о: брусельской: конференціи: 1874: г.: для: установленія: общаго: соглашенія: относительно: военнаго: права **). Известно, что: инициатива: такого: высоко-гуманнаго: предпріятія: принадлежитъ: Государю: Императору. Цѣль: русскаго: правительства: была: установить: для: всѣхъ: государствъ: общія: правила, исходящія: съ: тѣми, которыя, какъ: я: указалъ, составлены: были: Либеромъ: для: Сѣв.-Американскихъ: Штатовъ. Для: сего: 17-го: апрѣля: были: разосланы: всѣмъ: правительствамъ: при: циркулярѣ: проектъ: будущаго: договора, который, по: словамъ: этого: же: циркуляра, документъ: былъ: только: служить: исходною: точкою, а: потому: могъ: подвергаться: измѣненіямъ: и: улучшеніямъ. Всѣ: европейскія: государства, вромѣ: Англіи, высказали: свое: согласіе: участвовать: въ: конференціи, созываемой: Россіей: для: такого: пересмотра. Одна

*) Archives de Droit international, I année, pag. 81.

***) См. указан. выше статью Мартенса и его же статью въ Военномъ Сборникѣ 1875 г. L u e d e r. Op. cit., pag. 237 и Его же Codificationsversuch auf dem Gebiete des Völkerrechts. Erlangen, 1874. Протоколы брусельской конференціи, см. Journal de St. Pétersbourg 1874, приложение къ №. 238.

только Англія потребовала отъ Россіи и прочихъ державъ увѣренія, что ни принципы морской войны, ни общія начала международного права, какъ выражалась она, не будутъ предметомъ разсмотрѣнія. Желаніе лондонскаго кабинета было немедленно исполнено Россіей.

15 іюля состоялось первое засѣданіе конференціи; въ немъ участвовали представители 15 европейскихъ державъ, между которыми было нѣсколько ученыхъ юристовъ, специалистовъ по международному праву, а именно профессоръ Влунтчи и петербургскій профессоръ международного права Мартенсъ; къ этой же категоріи лицъ можно также причислить одного изъ турецкихъ уполномоченныхъ Каратеодори, автора полезнаго труда о правѣ международного рѣчнаго сообщенія *). Въ первомъ-же засѣданіи председателемъ конференціи избранъ былъ главный русскій уполномоченный, баронъ Жомини. Исходной точкой для занятій конференціи послужилъ русскій проектъ. Онъ раздѣленъ на 4 отдѣла:

первый содержитъ, въ 7-ми главахъ, правила о военной власти на непріятельской территоріи, о томъ кто долженъ считаться воюющей стороной, о дозволенныхъ и недозволенныхъ средствахъ причинять вредъ непріятелю, объ осадѣ и бомбардированіи, о шпионахъ, о военнопленныхъ, о некомбатантахъ и раненыхъ;

второй отдѣлъ посвященъ правиламъ о военной власти по отношенію къ частнымъ лицамъ, реквизиціямъ и контрибуціямъ;

третьей касается средствъ сообщенія между воюющими сторонами, парламентеровъ и капитуляцій;

четвертый, состоящій изъ 3 статей, трактуетъ о репрессаліяхъ.

Въ началѣ проекта, въ пяти статьяхъ, изложены общіе принципы, выражающіе основные взгляды на международную войну.

Для изученія русскаго проекта и составленія новаго, избрана была спеціальная коммисія, въ которой каждая держава имѣла

*) Carathéodory. Du droit international, concernant les grands cours d'eau. Leipzig, 1861.

лишь одного представителя изъ числа военныхъ; русскимъ представителемъ былъ генераль-маіоръ Лееръ. Новый проектъ былъ обсужденъ конференціей и 27 августа происходило заключительное засѣданіе.

Мнѣ невозможно, хотя бы вкратцѣ, изложить самое содержаніе окончательнаго проекта, одобреннаго конференціей; онъ слишкомъ обширенъ, а главное слишкомъ богатъ матеріаломъ для будущаго развитія военнаго права, чтобы въ нѣсколькихъ словахъ очертить результаты этого, можно сказать, перваго кодификаціоннаго съѣзда представителей великихъ державъ.

Изъ сказаннаго мною ясно, что вопросъ о кодификаціи международнаго права еще не близокъ къ разрѣшенію. Я указалъ на тѣ препятствія, которыя вытекаютъ изъ самой сущности нашей науки; они, какъ вы видѣли, весьма значительны, и напрасно надѣяться на скорое ихъ удаленіе. Практическія попытки, которыя я перечислялъ, доказываютъ, что почти на нашихъ глазахъ начинается только зарождающееся убѣжденіе о пользѣ такого предпріятія. Наукѣ также предстоитъ еще много трудовъ и усилій, чтобы стать на ту точку сравнительнаго совершенства, которая необходима для того, чтобы руководить такимъ серьезнымъ трудомъ и вносить въ него тотъ юридическій элементъ, въ которомъ она сама, до сихъ поръ, такъ сильно нуждается.

И такъ, въ нынѣшнее время составленіе кодекса не только въ смыслѣ *Gesetzbuch*'а, но даже и *Rechtsbuch*'а, немислимо. Ссылаясь на авторитетъ Гольцендорфа*), скажу даже, что составленіе кодекса не желательно: плохой кодексъ хуже никакого; онъ—или тормозитъ, или даетъ невѣрное направленіе свободному развитію правоваго сознанія, безъ котораго всякій кодексъ есть мертвая буква.

*) Op. cit., pag. 768.

ОТАКЪ НАЗЫВАЕМЫХЪ „ГОМЕРОВСКИХЪ ПОЭМАХЪ“

Вступительная лекція по греческой словесности

Доцента Л. Ф. Воеводскаго,

прочитанная 20-го сентября 1875 года*)

Изъ глубокой древности дошли до насъ въ удивительной полнотѣ, при очень значительныхъ размѣрахъ, два письменныхъ памятника, которые, будучи для насъ чрезвычайно интересны въ очень многихъ отношеніяхъ, представляютъ вмѣстѣ съ тѣмъ и чрезвычайно много загадочнаго и по своему происхожденію, и по своему содержанию, и, наконецъ, по той роли, которую они играли въ исторіи интеллектуальнаго и эстетическаго развитія народовъ. Я говорю о такъ называемыхъ «гомеровскихъ поэмахъ» — Иліадѣ и Одиссеѣ. Значеніе, которое имѣютъ эти древнѣйшія изъ дошедшихъ до насъ произведеній греческаго духа не только въ исторіи греческой словесности, но и въ литературахъ всѣхъ болѣе образованныхъ европейскихъ народовъ, — это значеніе таково, что знакомство съ Гомеромъ нельзя не отнести къ числу самыхъ крупныхъ факторовъ нашей образованности. Можно даже сказать, что въ Европѣ ни одинъ письменный памятникъ не имѣлъ столь продолжительнаго вліянія, при столь повсемѣстномъ распространеніи, какъ именно поэмы Гомера.

Если мы взглянемъ прежде всего, чѣмъ были эти поэмы для самихъ грековъ, то должны будемъ признать, что почти всѣ отрасли словесности производились не безъ основанія отъ Гомера,

*) Намѣреваясь въ иномъ мѣстѣ изложить и объяснить обстоятельнѣе большую часть изъ затронутыхъ въ этой лекціи вопросовъ, я ее помѣщаю здѣсь безъ ссылокъ и дополненій.

какъ отъ своего настоящаго начала. Исторіографія, географія, краснорѣчіе, даже философія, преимущественно же отрасли поэтическаго творчества, эпическая и драматическая поэзія, все это дѣйствительно находилось у грековъ въ столь тѣсной зависимости отчасти по содержанію, отчасти даже по самой формѣ, отъ гомеровскихъ эпопей, что считаю даже лишнимъ останавливаться на этомъ явленіи, особенно въ виду того, какъ часто и какъ много говорили и говорятъ о немъ наши ученые. Все это само по себѣ еще не представляетъ ничего непонятнаго. Свыкшись съ ученіемъ о постепенномъ развитіи человѣческаго духа, мы находимъ естественнымъ, что произведенія столь ранней эпохи должны были заключать въ себѣ зародыши множества литературныхъ родовъ, появившихся впоследствии, какъ нѣчто самостоятельное.

Но указаннымъ обстоятельствомъ однако далеко еще не исчерпывается все значеніе гомеровскихъ поэмъ. Гомеръ считался не только *праотцемъ* словесности, но вмѣстѣ съ тѣмъ онъ считался и *главнымъ авторитетомъ* и *образцовымъ* писателемъ для всѣхъ этихъ позднѣйшихъ родовъ словесности. Историки и географы видѣли въ немъ сборникъ древнѣйшихъ историческихъ преданій и географическихъ свѣдѣній; философы, не смотря на то, что ихъ системы не могли не стать уже довольно рано въ противорѣчіе съ наивнымъ міровозрѣніемъ Гомера, старались однако поддерживать свои мнѣнія ссылками на слова Гомера, толкуемыя ими аллегорически въ свою пользу. Кромѣ того, Геродотъ утверждаетъ, что Гомеръ и Гесіодъ были первые сочинители *эогоній*, что они впервые дали названія богамъ и опредѣлили ихъ значеніе и занятія: такимъ образомъ Гомеръ являлся и однимъ изъ древнѣйшихъ теологовъ, что придавало ему еще особенное громадное значеніе. Если мы остановимся пока только на этихъ данныхъ, то пожалуй и все это уваженіе къ Гомеру можно будетъ объяснить хоть отчасти значеніемъ, которое вытекаетъ просто изъ *древности* гомеровскихъ поэмъ: мы понимаемъ, что національное чувство грековъ имѣло основаніе дорожить своимъ Гомеромъ, какъ драгоценнѣйшимъ сокровищемъ, завѣщаннымъ предками. Если для пробуждающейся критики и являлось кое-что въ его поэмахъ

невѣроятнымъ или не согласнымъ съ фактами и съ убѣжденіями болѣе развитаго мышленія, то почти всякій разъ представлялось вѣдь множество способовъ оправдать Гомера: Если даже въ позднѣйшія времена чего-либо въ гомеровскихъ поэмахъ и нельзя было отстоять никакимъ образомъ; если извѣстное мѣсто представлялось для болѣе критическаго взгляда окончательно неблагопріятнымъ: то при тогдашнемъ состояніи науки представлялось самымъ естественнымъ считать это мѣсто или искаженнымъ или просто позднѣйшею вставкою. Александрійскій ученый Зинодоть, жившій въ началѣ III стол. до Р. Хр., положившій основаніе *критическому* изслѣдованію гомеровскаго текста, устранялъ много стиховъ на основаніи слѣдующихъ, очень простыхъ причинъ: достаточно было замѣтить только, что извѣстный стихъ или ненуженъ, или не приличенъ, или антирелигіозенъ, или же смѣшенъ, или же, наконецъ, просто, что онъ содержитъ въ себѣ невѣрный фактъ,—тогда такой стихъ выбрасывался безъ особеннаго затрудненія. Естественно, что при такого рода пріемахъ авторитетъ Гомера, какъ историка, географа, философа, богослова и вообще знатока всей только мыслимой премудрости, долженъ былъ оставаться непоколебимъ.

Вслѣдствіе подобныхъ причинъ мы видимъ и на самомъ дѣлѣ, что изученіе Гомера считалось въ Греціи всегда самою необходимою, самою важною и существенною частью образованія. Уже въ началѣ VI стол. до Р. Хр., судя по дошедшимъ до насъ свидѣтельствамъ, Солонъ установилъ публичное рецитированіе гомеровскихъ поэмъ на самомъ блестящемъ изъ всѣхъ празднествъ Аѳинъ, на великомъ празднествѣ Панаѳинейскомъ. Затѣмъ, преимущественно благодаря Писисистрату, изученіе Гомера было введено въ школы, и все изящное и научное образованіе было до того исключительно основано на изученіи и толкованіи Гомера, что не только рапсоды, читавшіе эти пѣсни публично, но и многіе вообще знали почти всего Гомера наизусть. Уже философъ Ксенофанъ, жившій въ VI и въ началѣ V стол. до Р. Хр. и возстававшій противъ грубыхъ понятій о божествѣ, постоянно имѣетъ при этомъ въ виду Гомера «потому что», какъ онъ говоритъ, «всѣ его изучали». Діонъ Хрисостомъ, жившій шестью

столѣтіями позже Ксенофана, т. е. около 100-го года послѣ Р. Хр., всё еще видитъ въ Гомерѣ самое пригодное чтеніе для всѣхъ возрастовъ человѣческой жизни. Справедливо говоритъ Вольтеръ, въ своей рѣчи о происхожденіи гомеровскихъ поэмъ: «которое изъ произведеній греческихъ классиковъ мы бы ни читали, будь оно писано прозою или стихами; которую изъ сторонъ греческой культуры мы бы ни разсматривали: знакомство съ поэмами Гомера постоянно оказывается необходимымъ условіемъ для правильнаго пониманія древняго міра: ибо безчисленнымъ количествомъ нитей связана съ Гомеромъ и греческая словесность и вся духовная жизнь эллинскаго народа». — Поэтому и сами греки считали Гомера учителемъ и воспитателемъ Греціи; полагали даже, что достаточно познакомиться только съ нимъ однимъ, чтобы знать жизнь и ея условія и обязанности человѣка. Такимъ образомъ, какъ говоритъ остроумный Бернгарди, онъ занималъ для грековъ мѣсто *священнаго писанія*.

Подобнымъ же значеніемъ, какъ у грековъ, Гомеръ пользовался и у Римлянъ. Такъ какъ римская литература представляется въ сущности лишь слабымъ отголоскомъ и подраженіемъ греческой, то и значеніе Гомера не могло у нихъ существенно измѣниться. Въ первой половинѣ III стол. до Р. Хр. древнѣйшій изъ римскихъ поэтовъ, Андроникъ, перевелъ сатурнійскими стихами Одиссею. Эній, считающійся настоящимъ родоначальникомъ народной римской литературы, старался въ своихъ *annales* подражать Гомеру, вслѣдствіе чего и ввелъ впервые гекзаметръ. Не много послѣ Р. Хр. въ школахъ существовалъ и занималъ уже очень видное мѣсто въ преподаваніи сокращенный переводъ Илиады, такъ наз. *Homerus latinus*. Затѣмъ какую роль играло изученіе Гомера въ новѣйшихъ европейскихъ государствахъ, это отчасти всѣмъ уже извѣстно хоть въ общихъ чертахъ, отчасти же вытекаетъ само собою изъ выше сказаннаго въ виду строгой преемственности европейской цивилизаціи, т. е. въ виду той связи, въ которой находится наша современная культура съ классическимъ міромъ. Появилось, какъ извѣстно, безчисленное количество переводовъ на языкахъ французскомъ, итальянскомъ, англій-

скомъ, нѣмецкомъ. Будеть ли Гомеръ имѣть подобное значеніе и въ Россіи, какое онъ имѣлъ за границею, особенно какъ предметъ воспитанія, на это я не берусь дать отвѣтъ въ виду того, какъ много совершенно своеобразнаго представляетъ Россія въ сравненія съ государствами запада. Но какъ бы то ни было, возьмѣть ли Гомеръ такое громадное вліяніе на наше воспитаніе, какое онъ имѣеть за границею, или нѣтъ, во всякомъ случаѣ нѣтъ сомнѣнія, что знакомство съ Гомеромъ будетъ всегда однимъ изъ необходимѣйшихъ условій не только для историческаго и литературнаго изученія классическаго міра, но и для болѣе строгаго пониманія литературъ европейскихъ народовъ вообще, находящихся въ столь сильной зависимости отъ образцовъ классическихъ.

До сихъ поръ я останавливался преимущественно на распространности Гомера, на сколько она можетъ быть объяснена древностью памятника и вытекающимъ отсюда національнымъ значеніемъ для грековъ и вліяніемъ этихъ послѣднихъ на другіе народы. Теперь слѣдуетъ указать на другую сторону въ почитаніи Гомера,—на сторону, болѣе заслуживающую нашего удивленія и, во всякомъ случаѣ, внимательнаго разсмотрѣнія. Это—эстетическое значеніе, приписываемое Гомеру. Если громадный интересъ, вездѣ и всегда имъ возбуждаемый и можно объяснить различными естественными причинами, историческими обстоятельствами, научнымъ, дидактическимъ и педагогическимъ значеніемъ древнѣйшихъ произведеній даровитѣйшаго изъ народовъ, то въ сущности слѣдуетъ однако признаться, что все это играло лишь второстепенную роль сравнительно съ значеніемъ, которое приписывалось Гомеру, какъ *гениальнѣйшему поэту*, какъ образцу для всякаго поэтическаго, и не только поэтическаго, но и вообще художественнаго творчества. Извѣстно, что не только *содержаніе* гомеровскихъ пѣсней давало сюжеты для разныхъ произведеній искусства, но что и весь *характеръ и художественная композиція* подобнаго рода произведеній приписывались иногда вліянію Гомера. Въ эпоху процвѣтанія греческой пластики Фидій сознавался, что идеаль своего олимпійскаго Зевса онъ заимство-

вать изъ Иліады. Уже изъ этого видно какимъ авторитетомъ долженъ былъ пользоваться Гомеръ въ области самой поэзіи. Выше мы находили естественнымъ, что Гомеръ считался *отцама* самыхъ различныхъ отраслей литературы, и что въ самыхъ различныхъ областяхъ знанія онъ пользовался особеннымъ авторитетомъ. Но тѣмъ не менѣе мы не можемъ однако не удивиться тому, что напр. любимѣйшій изъ трагиковъ, Софоклъ, правился въ общемъ и въ частностяхъ преимущественно зато, что характеромъ своей поэзіи болѣе другихъ напоминалъ собою Гомера, ибо самъ Гомеръ считался и какъ поэтъ недостижимымъ, безобразнымъ идеаломъ. Вотъ что для насъ непонятно. Какимъ образомъ произведеніе столь древней эпохи могло впоследствии, при вполне безпрятственномъ развитіи словесности, все еще казаться образцовымъ, и не только образцовымъ, но недосыгаемымъ. Неужели челоуѣчество идетъ не впередъ, а назадъ, неужели оно не развивается все къ высшему и высшему совершенству, а напротивъ вырождается? Если бы мы въ этомъ случаѣ захотѣли отклонить неблагоприятность такого вывода замѣчаніемъ, что почитаніе Гомера, какъ великаго поэта есть просто увлеченіе, неизмѣющее серьезнаго основанія, то окажется, что дѣло не такъ просто, какъ можно, пожалуй, подумать при первомъ взглядѣ. На этомъ эстетическомъ вопросѣ, несмотря на всю шаткость эстетическихъ вопросовъ вообще, я и намѣренъ именно остановиться. Остановиться же на этомъ вопросѣ необходимо, во первыхъ потому что онъ имѣлъ громадное значеніе въ исторіи гомеровскихъ поэмъ, и, во вторыхъ, потому что отъ рѣшенія его существенно зависятъ, какъ увидимъ, и рѣшеніе такъ называемаго гомеровскаго вопроса, занимающаго въ настоящее время, какъ извѣстно, очень видное мѣсто въ классической филологіи.

Итакъ спрашивается, дѣйствительно ли Гомеръ былъ и могъ ли онъ быть лучшимъ, образцовымъ поэтомъ или даже, какъ утверждаютъ, просто *канонмъ поэтическаго творчества для всѣхъ временъ и для всѣхъ народовъ*. На вашъ взглядъ этому должно противорѣчить уже то обстоятельство, что онъ считался вмѣстѣ съ тѣмъ напр. и точнѣйшимъ историкомъ, что его сочи-

нація считались и древнѣйшими историческими документами, и древнѣйшимъ сборникомъ географическихъ свѣдѣній. Всѣ эти достоинства довольно трудно согласить съ нашими понятіями о поэзіи, которая представляется намъ болѣе произведеніемъ свободной творческой дѣятельности воображенія, чѣмъ плодомъ эрудиціи или строго научной наблюдательности. Что однако Гомеръ признавался дѣйствительно не у однихъ только грековъ, но и у другихъ народовъ первѣйшимъ по достоинству поэтомъ, это не подлежитъ сомнѣнію. Такъ напр. у римлянъ величайшій римскій эпикъ Виргилій былъ, какъ извѣстно, подражателемъ Гомера. Относительно Германіи, приведу только, что говоритъ Бонитцъ въ вышепомянутой рѣчи. Указавши, какое сильное впечатлѣніе произвелъ на Германію переводъ гомеровскихъ поэмъ, составленный Фоссомъ, онъ продолжаетъ: «Поэмы Гомера въ переводѣ Фосса сдѣлались поэтическимъ достояніемъ всѣхъ образованныхъ, такъ что считалось непростительнымъ не познакомиться съ ними. Правда, что относительно *благозвучія, плавности метра, живой выразительности и пластичности эпитетовъ переводъ не можетъ сравняться съ оригиналомъ*; но зато характеристическія черты этихъ поэмъ, вѣрно переданныя въ переводѣ, содѣйствовали тому, что и въ менѣе ученѣмъ кругу имя Гомера и гомеровскихъ поэмъ получило болѣе опредѣленное значеніе вмѣсто прежняго, общаго, правда, но недостаточно отчетливаго, уваженія. Простота и вмѣстѣ съ тѣмъ мѣткость описаній, сила природной страсти, ясность и отчетливость въ изложеніи всѣхъ внѣшнихъ подробностей и въ описаніи душевнаго состоянія, все это въ совокупности съ удивительнымъ тактомъ, избѣгающимъ всего лишняго, этимъ знаніемъ мѣры, которымъ такъ богато одаренъ греческій духъ; всѣ эти характеристическія черты гомеровскихъ поэмъ сдѣлались какъ-бы *канонами естественности* которымъ *измѣрялось достоинство всякаго описательнаго стихотворенія*. . . Лессингъ, сравнивая средства и приемы, которыми пользуются поэзія съ одной и живопись и ваяніе съ другой стороны, и указывая съ убѣдительною ясностію, при помощи суровой критики, предѣлы, отдѣляющіе эти искусства другъ отъ

друга, усматриваетъ норму и законы поэзіи преимущественно въ произведеніяхъ Гомера, котораго правдивое изображеніе природы для него вполне замѣняетъ самую природу: до того онъ довѣряетъ натуральному чутью Гомера. Ни одинъ нѣмецкій поэтъ нашего времени такъ не приблизился къ этого рода объективности, какъ Гёте; но и самъ Гёте бросаетъ задуманный сюжетъ, которымъ онъ уже успѣлъ заинтересоваться, именно поэму, имѣвшую носить заглавіе «Навсикая», — бросаетъ онъ ее только потому, что, по его мнѣнію, нѣтъ возможности вступить безнаказанно въ состязаніе съ Гомеромъ.» Вотъ съ какими, можно сказать, благоговѣніемъ смотрѣлъ величайшій нѣмецкій поэтъ на произведенія Гомера, на эту «норму поэзіи». Такъ смотрѣли на нихъ въ продолженіи двухъ тысячелѣтій вездѣ и всюду, гдѣ только были извѣстны эти поэмы. Уединенное имя Зоила, въ III стол. до Р. Х., осмѣливагося порицать Гомера, получило само значеніе порицательное, какъ-бы въ наказаніе за это святотатство. Въ Римѣ направленіе императора Адриана, предпочитавшаго Гомеру ученыхъ эпиковъ, осталось безъ серьезнаго вліянія, и его современникъ Пареній Фокейскій сталъ только въ дурномъ смыслѣ извѣстенъ тѣмъ, что осмѣивалъ Гомера и называлъ Одиссею болотомъ, а Илиаду — терновникомъ. Если мы оставимъ въ сторонѣ подобныя, очень незначительныя исключенія, то должны будемъ признать, что Гомеръ, дѣйствительно, вездѣ и всегда пользовался безусловнымъ уваженіемъ, что онъ считался величайшимъ авторитетомъ въ вопросахъ поэзіи, словомъ, что его произведенія представляли норму поэтическаго творчества. Мы до того уже привыкли связывать съ именемъ Гомера понятіе о какой-то необычайной, да просто сверхъестественной гениальности, что, пожалуй, это обстоятельство насъ и неособенно даже поражаетъ. Но въ сущности, если мы всмотримся только повнимательнѣе, то окажется, что мы стоимъ здѣсь предъ однимъ изъ самыхъ непонятныхъ явленій. Какъ же? Въ эстетикѣ, въ этой области, которая преимущественно предъ другими представляетъ просторъ для самыхъ разнообразныхъ субъективныхъ взглядовъ, гдѣ существенно значеніе принадлежитъ одному изъ самыхъ непостоян-

ныхъ элементовъ человѣческаго духа, именно вкусу, — и вдругъ мы видимъ, что именно въ этой области, и еще въ самой видной части ея, въ поэзіи, существуетъ такая норма, которая признавалась различными народами во всѣ времена столь разнообразнаго историческаго развитія? Если мы только подумаемъ, что ни въ области нравственности, ни религіи, гдѣ, кажется, легче можно было бы подвести человѣческія понятія подъ общую формулу, — если мы подумаемъ, что тутъ мы нигдѣ не находимъ такого ученія, которое въ столь продолжительное время и на столь обширномъ пространствѣ пользовалось бы такимъ неоспоримымъ авторитетомъ, какъ Гомеръ въ поэзіи, гораздо болѣе подверженной субъективной оцѣнкѣ; если мы все это сообразимъ, то невольно спросимъ себя, кто же этотъ Гомеръ, который успѣлъ уже въ древнѣйшія времена сочинить свои гениальныя произведенія, съ которыми, несмотря на все позднѣйшее развитіе, на утопченіе нравовъ и понятій, ни одно позднѣйшее произведеніе не можетъ, будто, даже сравниться?

Если нѣкоторые произведенія *позднѣйшей* греческой культуры остались до сихъ поръ образцовыми, то это мы можемъ объяснить себѣ, не отказываясь еще отъ вѣры въ постоянное развитіе человѣчества. Многое изъ древней Греціи сохранило свою прелесть и вообще прежнее значеніе не оттого, чтобы культурное движеніе остановилось, или приняло даже обратный ходъ, а просто оттого, что послѣ столкновенія классическаго міра съ множествомъ варварскихъ народовъ задача культурнаго развитія состояла въ продолженіи очень долгаго времени не столько въ дальнѣйшемъ *усовершенствованіи* матеріальнаго и духовнаго достоянія классическаго міра, сколько въ *прививаніи* всего этого у новыхъ народовъ, значительно поотставшихъ въ культурномъ развитіи и вмѣстѣ съ тѣмъ представляющихъ массу колоссальныхъ размѣровъ сравнительно съ настоящими немногочисленными представителями этого классическаго міра, съ греками и римлянами. Поэтому намъ нечего удивляться, если окажется, что въ нѣкоторыхъ отношеніяхъ мы даже *уступаемъ* предъ этою классическою культурою: зато мы знаемъ, что *количественно* новый міръ

представляет несравненно болѣе культуры чѣмъ древній, гдѣ она была концентрирована на немногихъ точкахъ. Но совсѣмъ иное дѣло однако съ Гомеромъ. Это вѣдь не человекъ, живщій въ блестящую эпоху позднѣйшаго высокаго развитія Греціи. Если вообще существовала когда-либо личность, носившая имя Гомера, и сочинившая эти загадочныя поэмы, то её слѣдуетъ отнести въ очень древнія, еще значительно грубыя времена, во всякомъ случаѣ, во времена многими столѣтіями предшествовавшія болѣе извѣстной намъ исторической Греціи, во времена, когда по всему вѣроятію не существовало еще письменности, или когда ея употребленіе было еще очень ограничено. Такъ кто же этотъ гений, этотъ Гомеръ, этотъ, пожалуй, даже неграмотный авторъ дошедшихъ до насъ неподобныхъ поэмъ, изъ которыхъ одна заключаетъ въ себѣ болѣе 15000, а другая болѣе 13000 стиховъ. Очевидно, что мы стоимъ здѣсь предъ однимъ изъ самыхъ любопытныхъ вопросовъ.

До конца прошлаго столѣтія можно было довольствоваться однимъ замѣчаніемъ, что настоящій гений, какимъ очевидно казался Гомеръ, не знаетъ предѣловъ, и не стѣсняется условіями, существующими для обыкновенныхъ смертныхъ. Но для насъ подобный отвѣтъ уже не можетъ считаться удовлетворительнымъ. Будучи несравненно менѣе склонны вѣрить въ подобнаго рода чудеса, мы считаемъ прямою обязанностью науки, уяснить дѣло такъ, чтобы оно могло быть понимаемо какъ нѣчто естественное, подлежащее извѣстнымъ законамъ. Въ этомъ въ сущности и состоитъ задача такъ называемаго гомеровскаго вопроса. Но къ сожалѣнію, несмотря на усиленную, вотъ уже почти сто лѣтъ продолжающуюся работу самыхъ остроумныхъ ученыхъ, несмотря на громаднѣйшую, можно сказать, безпримѣрную терпѣливость, съ которою они вводили въ кругъ изслѣдованія все, что только подавало хоть малѣйшую надежду пролить свѣтъ на это загадочное явленіе, тѣмъ не менѣе мы все-таки не можемъ съ достовѣрностью отвѣтить ни на одинъ изъ вопросовъ, когда, гдѣ, кѣмъ и какъ были составлены такъ называемыя гомеровскія пѣсни. Съ одной стороны эта безуспѣшность заставляетъ подозрѣвать въ

методъ филологическихъ изслѣдованій нѣкоторые недостатки, но съ другой стороны она представляется однимъ изъ самыхъ от-
радныхъ явленій, свидѣтельствуя о томъ, съ какою добросовѣст-
ностью работаетъ наука, не удовлетворяясь никакими блестящими
гипотезами, пока онѣ представляютъ въ себѣ хоть малѣйшую
слабую сторону.

Громадная заслуга строгой постановки вышеприведенныхъ
вопросовъ и первой попыткѣ представить научное разрѣшеніе ихъ
принадлежитъ почти всецѣло нѣмецкому филологу Фридриху Авгу-
сту Вольфу. Въ своихъ знаменитыхъ *Prolegomena ad Homerum*,
появившихся въ 1795 г., онъ высказываетъ слѣдующее
убѣжденіе, сложившееся у него вслѣдствіе десятилѣтняго обдумыва-
нія вопроса и тщательной провѣрки различныхъ указаній, до-
шедшихъ до насъ изъ древности. Такъ называемыя гомеровскія
поэмы, *Иліада* и *Одиссея*, суть произведенія не одного, а мно-
гихъ поэтовъ. По крайней мѣрѣ *Иліада* (на которую Вольфъ
преимущественно обратилъ вниманіе) должна, по его мнѣнію, счи-
таться несомнѣнно соединеніемъ отдѣльныхъ пѣсней различныхъ
пѣвцовъ въ одно цѣлое. Вотъ какимъ образомъ Вольфъ уяснялъ
себѣ этотъ процессъ. Сначала, въ продолженіи цѣлыхъ столѣтій,
пѣлись въ народѣ отдѣльныя пѣсни, прославлявшія подвиги
древнихъ героевъ и событія, относящіяся къ кругу сказаній о
Троѣ. Мало по малу эти пѣсни стали соединяться въ болѣе объ-
емистыя поэмы, пока нѣкоторое количество ихъ не было на-
конецъ соединено въ одно цѣлое, приблизительно въ томъ же
самомъ видѣ, въ какомъ дошла до насъ *Иліада*. Затѣмъ, не
раньше какъ въ VI стол. до Р. X. эта поэма была записана
съ устъ рапсодовъ *коммисіею ученыхъ* по приказанію Писистрата.
Подобное происхожденіе Вольфъ предполагалъ вѣроатнымъ и
для *Одиссеи*. Такимъ образомъ, по Вольфу, мы имѣемъ предъ
собою произведеніе не одного лица, а результатъ поэтическаго
творчества цѣлой эпохи, такъ что мы въ правѣ восхищаться
поэтическими красотами этихъ поэмъ, не будучи при этомъ при-
нуждены дѣлать чудовищныя предположенія о сверхъестественной
даровитости баснословнаго Гомера.

Эта смѣлая гипотеза, направленная противъ болѣе чѣмъ двухътысячелѣтней вѣры въ единого безподобнаго Гомера, вызвала настоящую бурю не въ одномъ только ученомъ, но и вообще во всемъ образованномъ мѣрѣ. Всѣ раздѣлились на два противоположныхъ лагеря, на приверженцевъ и противниковъ Вольфа. Съ одной стороны прилагались и до сихъ поръ прилагаются всевозможныя усилія доказать справедливость гипотезы Вольфа, съ другой стороны дѣлались и до сихъ поръ дѣлаются невѣроятныя попытки отстоять личность Гомера, какъ единого сочинителя гомеровскихъ пѣсней; кромѣ того появилось конечно и громадное количество теорій, представляющихъ различные оттѣнки того или другаго мнѣнія или придерживающихся между ними середины. Я не могу останавливаться здѣсь на характеристикѣ хоть бы главнѣйшихъ изъ этихъ теорій. Замѣчу здѣсь только, что въ настоящее время перевѣсъ, являвшійся на сторонѣ Вольфа, начинаетъ замѣтно переходить въ противоположную сторону. Въ послѣдніе годы появились даже три болѣе крупныхъ сочиненія, относящіяся къ Вольфу безусловно отрицательно: это «Исторія греческой литературы» Бергга, сочиненіе Каммера объ «Единствѣ Одиссеи» и, наконецъ, Фольманна «Критика пролегоменъ Вольфа». Однако дѣйствительно несомнѣннымъ результатомъ этихъ, какъ и всѣхъ предыдущихъ работъ, является только одно: что отвѣтъ на нашъ вопросъ о происхожденіи и исторіи гомеровскихъ поэмъ, мы должны искать въ нихъ самихъ, и что дошедшія до насъ преданія древности не противорѣчатъ и не могутъ противорѣчить ни одному изъ заключеній, которое мы найдемъ самостоятельно. «Въ гомеровскихъ поэмахъ, говоритъ Бернгарди, заключается и ихъ настоящая исторія».

При подобномъ положеніи дѣла очевидно, что много зависитъ отъ предположеній, съ которыми мы приступимъ къ разсмотрѣнію этихъ поэмъ. Чѣмъ богаче будетъ наше сознаніе чисто научными фактами аналогичнаго свойства, чѣмъ обширнѣе будетъ нашъ кругозоръ, тѣмъ легче мы будемъ въ состояніи рѣшить нашу задачу. И такъ для насъ будетъ имѣть громадное значеніе сравненіе и аналогія. Но вмѣстѣ съ тѣмъ, въ виду известной

шаткости подобнаго рода изслѣдованій, мы должны будемъ провѣрять съ необыкновенною тщательностью научность каждаго изъ нашихъ предположеній. Мы прежде всего не должны забывать, что при разсматриваніи столь древнихъ памятниковъ мы, даже противъ желанія, *несознательно* вносимъ въ нихъ множество субъективныхъ элементовъ, вслѣдствіе чего мы можемъ видѣть въ нихъ многое, чего въ нихъ нѣтъ, и невидѣть зато многого, что находится въ нихъ на самомъ дѣлѣ. Тѣмъ болѣе мы обязаны давать себѣ ясный отчетъ, если мы *сознательно* приступаемъ къ нимъ съ извѣстными идеями. Эти послѣднія и должны поэтому быть подвергнуты особенно тщательной критикѣ.

Если мы обратимъ наше вниманіе на эту сторону, то замѣтимъ, что у всѣхъ ученыхъ, отстаивающихъ самыя разнорѣчивыя мнѣнія относительно происхожденія гомеровскихъ поэмъ,—мы замѣтимъ, что у нихъ существуетъ одно общее имъ всѣмъ предположеніе, съ которымъ они приступаютъ къ рѣшенію гомеровскаго вопроса,—именно предположеніе, что въ гомеровскихъ пѣсняхъ мы имѣемъ предъ собою памятникъ *поэтическаго творчества*. Такъ какъ всѣ отдѣльныя гипотезы, не смотря на все остроуміе и ученость и на всё разнообразіе приемовъ, постоянно оказывались до сихъ поръ несостоятельными, по крайней же мѣрѣ не достаточно убѣдительными, то не лишень основанія вопросъ: не кроется ли ошибка именно въ этомъ общемъ предположеніи? Другими словами: если мы давно уже перестали видѣть въ этихъ поэмахъ своего рода откровеніе, или глубочайшую философію, облеченную только въ аллегорическую форму, или же настоящую исторію, передающую будто несомнѣнные историческіе факты, то не пора ли наконецъ перестать считать ихъ и поэтическими произведеніями, по крайней мѣрѣ въ томъ смыслѣ, въ какомъ мы себѣ обыкновенно представляемъ поэзію? Что однимъ изъ главнѣйшихъ положеній у всѣхъ изслѣдователей гомеровскаго вопроса является именно предположеніе о поэтическомъ достоинствѣ разсматриваемыхъ памятниковъ, въ этомъ всякій можетъ убѣдиться, кто только заглянетъ въ эту литературу. Дѣйствительно, тутъ на каждомъ шагу приходится замѣчать, какъ всё болѣе существ-

венные выводы приводятся въ зависимость отъ предполагаемыхъ поэтическихъ достоинствъ этихъ «поэмъ».

Вольфъ признавалъ гениальную поэтичность этихъ произведений, не признавая однако гениальнаго поэта. Одни утверждали, что представивъ Иліаду и Одиссею плодомъ дѣятельности не одного человѣка, а эпическаго гениа цѣлаго народа, онъ будто именно и положилъ настоящее основаніе для пониманія всей поэтической прелести гомеровскихъ пѣсней. Другіе же, признавая, конечно, эту прелесть дѣломъ несожигннмымъ, справедливо однако замѣчали, что Вольфъ, во избѣжаніе предположенія о чудесной гениальности одного человѣка, допускаетъ еще болѣе чудесный фактъ, приписывая *коммисіи ученыхъ* дружную концепцію такого гениальнаго плана, по которому разнородныя пѣсни соединились въ одно художественное цѣлое. Они утверждаютъ, что, если уже предположить, что эти поэмы составлены дѣйствительно изъ отдѣльныхъ пѣсней, то лучше предоставить это соединеніе одному лицу, которое и можно будетъ назвать въ такомъ случаѣ Гомеромъ. Затѣмъ, въ виду того, что съ поэтической точки зрѣнія части Иліады и Одиссеи находятся въ тѣсной органической связи другъ съ другомъ, и въ виду того, что позднѣйшее восстановленіе такой поэтичной связи между громаднымъ количествомъ пѣсней, собранныхъ первоначально безъ поэтическаго плана, предполагаетъ тоже необыкновенную гениальность, то не естественно ли просто предположить, что первоначально гомеровскія поэмы были произведеніемъ одного гениальнаго человѣка, нашедшаго, конечно, уже много готоваго матеріала въ народныхъ преданіяхъ, но воспользовавшагося этимъ матеріаломъ съ большою самостоятельностью, и слѣдовательно не принужденнаго бороться съ такими затрудненіями, какъ если бы онъ долженъ былъ только склѣпывать въ одно стройное цѣлое множество готовыхъ, но, по всему вѣроятію разнохарактерныхъ пѣсней. На возраженіе же, что плачь былъ уже раньше готовъ, и что форма и содержаніе отдѣльныхъ пѣсней соображались уже при самостоятельномъ появленіи съ этимъ планомъ; на это возраженіе можно спросить: кто же былъ сочинителемъ этого плана, который собственно и пред-

ставляет существенное поэтическое достоинство гомеровских пѣсней? Назовемъ же этого изобрѣтателя столь гениальнаго плана Гомеромъ. Можно предположить правда, что отдѣльныя пѣсни находились въ зависимости другъ отъ друга и безъ подобнаго художественно задуманнаго плана, просто вслѣдствіе того, что въ нихъ воспѣвались событія сгруппированныя вокругъ извѣстныхъ центровъ уже раньше, — въ народномъ преданіи. Но на это возражаютъ съ другой стороны, что предположеніе существованія подобныхъ центровъ далеко не объясняетъ художественности и поэтичности плана въ дошедшихъ до насъ эпопеяхъ. Мы знаемъ что съ именемъ Трои было связано множество и такихъ преданій, которыя не вошли ни въ Иліаду, ни въ Одиссею. Въ этихъ же сочиненіяхъ мы удивляемся выбору и особенно распредѣленію матеріала, свидѣтельствующему о необыкновенномъ поэтическомъ дарованіи того, кто впервые сопоставилъ всѣ эти разнообразныя данныя именно въ той связи, въ какой мы ихъ теперь читаемъ. Такъ говорятъ сторонники единаго Гомера. Если въ Гомерѣ встрѣчаются неровности, какъ будто свидѣтельствующія въ пользу гипотезы объ отдѣльныхъ пѣсняхъ, то эти неровности легко могутъ быть устранены, какъ позднѣйшія искаженія или вставки. Устраняютъ же и сторонники отдѣльныхъ пѣсней все то, что имъ кажется нарочно вставленнымъ для восстановленія единства. Критическія приемы обоихъ лагерей въ этомъ отношеніи другъ другу не уступаютъ. Если же представляется невѣроятнымъ, чтобы безъ помощи письменности одинъ человекъ могъ сочинить 28000 стиховъ, то можно предположить, что Гомеръ жилъ или нѣсколькими столѣтіями позже, или что письменность была уже въ употребленіи раньше, чѣмъ полагаютъ, или же наконецъ, что онъ сочинилъ эти поэмы въ значительно меньшихъ размѣрахъ, такъ что ихъ можно было легко запомнить, и что онѣ разрослись такъ благодаря лишь позднѣйшимъ обработкамъ. Наконецъ, если окажется, что и въ самыхъ основныхъ мотивахъ поэмъ существуютъ противорѣчія, то и на это можно возразить, что напр. въ Донъ-Кихотѣ Сервантеса находится болѣе неровностей и противорѣчій, чѣмъ въ Иліадѣ, Одиссеѣ и еще Энеидѣ Вергилія, взятыхъ вмѣ-

стѣ. Эти неровности объясняются отчасти тѣмъ, что авторы пользовались между прочимъ и готовыми народными сюжетами, отчасти же можно объяснить и тѣмъ, что авторы не успѣли окончательно редижировать свои произведенія, какъ это положительно извѣстно о Виргиліѣ. Итакъ, значить, мы имѣемъ предъ собою опять, того же самого безсмертнаго, геніальнаго Гомера.

Все это, какъ видите, находится въ довольно тѣсной зависимости отъ нашихъ понятій о поэтическомъ достоинствѣ гомеровскихъ поэмъ. Мнѣ кажется, что, пока мы будемъ разсматривать ихъ какъ поэтическія произведенія, до тѣхъ поръ мы невольно будемъ вносить въ изслѣдованіе всю шаткость нашихъ субъективныхъ эстетическихъ понятій, и, въ сущности, рѣшеніе вопроса не подвинется впередъ. Но спрашивается: можно-ли вообще разсматривать эти памятники какъ нибудь иначе, а не какъ поэтическія произведенія? Мнѣ кажется, что не только можно, но даже необходимо; мнѣ кажется, что ужъ въ настоящую минуту наука обладаетъ достаточнымъ количествомъ данныхъ, заставляющихъ отказаться отъ прежняго способа изслѣдованія. Во всякомъ случаѣ, восьмидесятилѣтній опытъ безуспѣшнаго изслѣдованія дѣлаетъ вѣроятнымъ, что до сихъ поръ мы исходили изъ ложныхъ предпосылокъ. Какъ на единственную дѣйствительно общую всѣмъ предпосылку, я указалъ на предположеніе геніальной поэтичности гомеровскихъ поэмъ. Слѣдуетъ поэтому отъ ней отказаться. Тогда придется разсматривать эти памятники просто какъ сводъ дѣйствительныхъ или мнимыхъ фактовъ и преданій, интересовавшихся въ извѣстное время общество, всѣ же поэтическія достоинства оставлять пока безъ вниманія, какъ явленія или второстепенныя, или кажушіяся только случайно поэтическими достоинствами и, слѣдовательно, не могущія имѣть существеннаго вліянія на ходъ нашего изслѣдованія. Признаюсь, что на первый взглядъ подобное требованіе представляется довольно страннымъ. Какъ-же? Произведенія, считавшіяся впродолженіе болѣе двухъ тысячелѣтій плодомъ геніальнѣйшаго поэтическаго творчества, разсматривать вдругъ какъ сухой сводъ фактовъ и преданій? Неужели то они не были на самомъ дѣлѣ произведеніями поэти-

ческаго творчества? Я дѣйствительно утверждаю, что все то, что мы обыкновенно понимаемъ подъ поэтическимъ творчествомъ, не имѣло мѣста при составленіи этихъ памятниковъ; что они могли считаться въ послѣдствіи произведеніями *'фантази*, т. е. поэзіею, только потому что они сами были произведеніями *младенческой логики*; и что они сдѣлались даже *идеаломъ* поэзіи только потому, что сами были въ дѣйствительности плодомъ *трезвой логики*. Если такъ, то мы и должны будемъ разсматривать ихъ какъ плодъ трезвой логики. Прежде всего не слѣдуетъ забывать, что напр. не все то, что намъ теперь кажется миеомъ, было имъ уже первоначально. Напротивъ, мы можемъ сказать съ достовѣрностью, что всякій настоящій миеомъ, былъ чѣмъ то въ родѣ научнаго объясненія явленія или представлялся чисто историческимъ рассказомъ, понимаемымъ въ самомъ простомъ, буквальномъ смыслѣ, и непредставляющимъ для младенческаго мышленія ровно ничего неестественнаго или непонятнаго. Одинъ нѣмецкій ученый, Коэнтъ, уже замѣтилъ, что главнымъ источникомъ поэзіи служатъ миеомы. Другой знаменитый ученый, Штейнталь убѣдительно указалъ на необходимость знакомства съ процессомъ образованія миеомовъ при изслѣдованіи гомеровскаго вопроса. Итакъ, собственно, не должно было бы считаться столь невѣроятнымъ, что при внимательномъ анализѣ древнѣйшихъ «поэтическихъ» памятниковъ мы откроемъ процессъ вовсе непохожій на то, что мы теперь называемъ поэзіею, понимая подъ этимъ болѣе или менѣе свободную творческую дѣятельность фантазіи.

Чтобы отстоять мой взглядъ на способъ изслѣдованія гомеровскихъ пѣсней, я долженъ остановиться на двухъ вещахъ: во первыхъ слѣдуетъ показать, что эти памятники не были первоначально произведеніями поэтическаго творчества; во вторыхъ, если это удастся, то слѣдуетъ еще объяснить, какимъ образомъ они могли со временемъ получить поэтическое значеніе, и считаться даже образцовыми.

Прежде всего слѣдуетъ дать себѣ отчетъ, дѣйствительно ли эти «поэмы» могутъ считаться въ настоящее время образцовыми. Я знаю лицъ, которые, не будучи заранѣе подготовлены къ благоговѣй-

ному чтенію Гомера, находили его не только сухимъ и скучнымъ, но во многихъ мѣстахъ и просто неэстетичнымъ; они удивлялись какъ можно называть прекрасными эти поэмы чудовищныхъ размѣровъ, изобилующія постоянными повтореніями, чрезвычайнымъ множествомъ именъ, которыхъ нѣтъ никакой возможности запомнить, длинными сухими генеалогіями, постоянными уклоненіями или эпизодами, чрезвычайно подробными и постоянно повторяющимися описаніями самыхъ обыденныхъ предметовъ и обстоятельствъ, иногда очень даже нелѣпными сравненіями и т. д., и т. д. Преимущественно относительно Иліады указывали, что большая часть ея состоитъ изъ длинныхъ описаній сраженій, гдѣ постоянно приходится читать возмутительно подробныя описанія рѣзни: кто кого убилъ, какъ онъ его убилъ, и чей сынъ былъ тотъ и другой и т. д. Конечно, подобнаго общаго отзыва мы не услышимъ въ Германіи, гдѣ всякій уже на школьной скамьѣ пріучается приходиться въ восторгъ при чтеніи любого мѣста Гомера; гдѣ одни греческіе метры, помимо содержанія, приводятъ читающаго въ умиленіе. Но странное дѣло! Даже въ Германіи, если мы станемъ разспрашивать ученыхъ почитателей Гомера относительно отдѣльныхъ мѣстъ гомеровскихъ пѣсней, то окажется, что они, пожалуй, еще въ большей степени видятъ въ нихъ замѣчательные недостатки, видятъ мѣста, лишенныя не только поэтическихъ достоинствъ, но и просто всякаго смысла. Гомеръ является въ ихъ глазахъ чрезвычайно искаженнымъ. Всѣ эти нелѣпости, все лишнее, надо, по ихъ мнѣнію, устранить, и лишь тогда мы будемъ имѣть предъ собою настоящаго, божественнаго Гомера. Значить, и по ихъ вкусу въ этихъ поэмахъ попадаетъ рядомъ съ хорошимъ много дурнаго. Спрашивается только, на какомъ основаніи они считаютъ все дурное случайнымъ искаженіемъ или просто позднѣйшими вставками, а все хорошее существеннымъ, первоначальнымъ. Если допустимъ разъ подобный произволъ, то можно было бы и наоборотъ, считать все дурное первоначальнымъ, а все хорошее объяснять позднѣйшими поправками и цѣлыми вставками. Впрочемъ, многое, что прежде выкидывалось какъ искаженіе, какъ нелѣпый вымыселъ позднѣйшей

редакціи, оказывается теперь чрезвычайно стариннымъ. Филологи начинаютъ признавать принадлежащими къ первоначальному составу этихъ поэмъ такія мѣста, которыя должны значительно колебать вѣру въ приложимость эстетичной оцѣнки. Въ Илиадѣ, во II рапсод., мы находимъ напр. около 300 сухихъ стиховъ, заключающихъ въ себѣ только перечень различныхъ греческихъ племенъ, съ ихъ предводителями, съ указаніемъ числа кораблей, на которыхъ они прибыли съ войскомъ въ Трою и т. п. Затѣмъ слѣдуетъ подобный же перечень троянскихъ войскъ и предводителей, заключающій въ себѣ тоже не меньше 60 стиховъ. Это дѣйствительно страннаго рода поэзія! Большинство ученыхъ выкидывали по крайней мѣрѣ первыхъ 300 стиховъ, какъ позднѣйшую вставку. Но Лахманнъ и другіе находятъ эти же стихи чрезвычайно важными для всей Илиады, ибо, по ихъ мнѣнію, они должны были представлять громадный интересъ для тогдашнихъ Грековъ. Но если признать эти стихи не только принадлежащими къ цѣлому стихотворенію, но даже занимающими въ немъ столь видное мѣсто, то спрашивается, дѣйствительно ли подобное произведеніе можетъ называться поэтическимъ. Если это поэзія, то и Геродота и позднѣйшіе историки тоже поэты. Чего же имъ для этого недостаетъ? И у нихъ мы читаемъ цѣлыя рѣчи, влагаемая ими въ уста миѳическихъ лицъ, и у нихъ мы находимъ миѳы, неменѣе поэтичныя чѣмъ у Гомера, несмотря на то, что эти историки воображали себѣ, что передаютъ настоящую сухую дѣйствительность. Не достаетъ у нихъ развѣ только тѣхъ противорѣчій и нелѣпостей, которыми будто изобилуетъ Гомеръ. Ибо присутствіе или отсутствіе *метрическаго размѣра* въ данномъ случаѣ ничего не доказываетъ: мы знаемъ, что въ древнѣйшія времена даже законы пѣлись какъ застольныя пѣсни, для чего и облекались, должно быть, въ большинствѣ случаевъ въ метрическую форму. При отсутствіи письменности всякое выдающееся произведеніе словесности передавалось потомству въ метрической формѣ или вообще въ формѣ приспособленной къ напѣву. *Лишь послѣ появленія письменности употребленіе метрической формы стало, и то не вдругъ, а очень постепенно*

ограничиваться произведениями поэтического характера. Большая часть древнѣйшихъ стихотворныхъ произведеній греческой словесности представляетъ по содержанію нѣчто крайне непохожее на нашу поэзію. Вотъ почему изъ того факта, что *Иліаду* и *Одиссею* мы имѣемъ предъ собою въ гексаметрахъ, еще далеко не слѣдуетъ, что это поэмы. Если бы онѣ дѣйствительно представлялись въ свое время *поэзіею*, а не *исторіею*, то, по всему вѣроятію, онѣ не дошли бы до насъ. Точно также и изъ прочихъ приписываемыхъ Гомеру поэтическихъ достоинствъ еще не слѣдуетъ что онъ былъ поэтъ. Легко можетъ быть, что еслибъ мы указали составителю или составителямъ этихъ такъ называемыхъ гомеровскихъ поэмъ на тѣ поэтическія красоты, которыя мы въ нихъ усматриваемъ, то они бы удивились, какъ мы можемъ приписывать заслугу поэтическому творчеству въ томъ, что, по ихъ мнѣнію, было просто передачею всѣмъ извѣстныхъ фактовъ. Вся заслуга, быть можетъ, состояла только въ умѣніи запомнить или собрать и передать эти факты метрическимъ размѣромъ.

Наука сближала и сближаетъ не безъ основанія гомеровскія пѣсни съ эпическими народными пѣснями, до сихъ поръ сохранившимися въ различныхъ мѣстахъ въ устахъ народа. Поэтому чрезвычайно интересно взглянуть съ точки зрѣнія эстетической оцѣнки на наши русскія былины. Тутъ вліяніе свободнаго поэтическаго творчества оказывается ограниченнымъ въ такой степени, что о немъ, собственно не можетъ быть и рѣчи. Несмотря на кажущійся произволь отдѣльныхъ пѣвцовъ, мы видимъ однако, какъ это особенно ясно указано Гильфердингомъ въ предисловіи къ его собранію олонецкихъ былинъ, — мы видимъ, что эти пѣвцы повторяютъ съ рабскою послѣдовательностью одни и тѣ же мотивы, и повторяютъ мельчайшія подробности, которыхъ настоящаго значенія они даже не понимаютъ, потому что повторяемыя ими былины слагались еще тогда, когда народъ жилъ въ иной мѣстности, былъ окруженъ иною природою и имѣлъ иные обычаи. Такъ въ олонецкихъ былинахъ герои все еще мчатся на борзыхъ коняхъ по равнинамъ, несмотря на то, что пѣвецъ отъ роду не могъ видѣть этихъ равнинъ, потому что въ

данной мѣстности существуютъ только озера да болота, обросшія лѣсомъ. Въ былинахъ часто упоминаются деревья и растенія, не встрѣчаемые и никогда не встрѣчавшіяся въ тѣхъ мѣстахъ, гдѣ поются эти былины. При всемъ томъ народъ слѣдитъ за цѣннѣе былинъ, какъ за разказомъ истинныхъ происшествій и слѣпо вѣритъ въ ихъ правдивость, такъ же точно, какъ и сами разказчики. Это даетъ намъ картину совершенно иного рода, чѣмъ та, которую мы себѣ обыкновенно представляемъ, говоря о вдохновенномъ музѣ Гомерѣ, сочиняющемъ свои безсмертныя поэмы. Правда, что и былины, и, напр., стихотворенія Лермонтова мы называемъ общимъ именемъ поэзіи: былины — *наивная поэзія*. Но наивная поэзія, насколько это выраженіе понимается въ смыслѣ поэтическаго творчества, несознаваемаго какъ поэтическое творчество, есть абсурдъ, — несмотря на всѣ риторическія и поэтическія достоинства статьи Шиллера «о наивной и сантиментальной поэзіи», гдѣ онъ указываетъ между прочимъ и на «наивный характеръ» произведеній Гомера. Кто же на 'самомъ дѣлѣ, сравнивая стихотворенія Лермонтова съ былинами, не увидитъ громадной и существенной разницы въ самомъ процессѣ творчества тѣхъ и другихъ произведеній? Если мы согласимся взглянуть на Иліаду и Одиссею подобнымъ образомъ, какъ на наши народныя былины, то нѣтъ сомнѣнія, что вмѣсто поэтическаго критерія, мы должны будемъ руководиться совершенно иного рода соображеніями, — конечно если мы только желаемъ не наслаждаться, а изслѣдовать. Мы должны будемъ смотрѣть на нихъ, какъ на историческія преданія, представляющіяся, правда, на нашъ взглядъ некритичными, очень ненаучными, но въ свое время, должно быть, представлявшія все лучшее, что только могло произвести тогдашнее логическое, а никакъ не поэтическое мышленіе, и вообще заключающія въ себѣ всё то, что только могло считаться самымъ несомнѣннымъ. Упомянутый выше Штейнталь, въ своей статьѣ объ эпосѣ, въ издаваемомъ имъ журналѣ для психологіи народовъ, справедливо замѣчаетъ, что если бы что либо въ подобныхъ разказахъ могло казаться вымысломъ, то кто же сталъ бы ихъ слушать? Въ такомъ случаѣ всякая поэтическая красота

должна считаться дѣломъ случайности: поэтическое пониманіе внесетъ только элементы новые, нележавшіе въ планѣ произведенія.

На самомъ дѣлѣ, теперь уже никто не станетъ отрицать, что въ гомеровскія пѣсни вошли элементы, соотвѣтствующіе нашимъ былинамъ. Но тѣмъ не менѣе поэтическія достоинства Иліады и Одиссеи отстаиваются по прежнему. Отчасти приписываютъ Гомеру такую самостоятельность въ пользованіи готовымъ матеріаломъ, которая никакъ не исключаетъ понятія о поэтическомъ творествѣ; отчасти же, и даже преимущественно, усматриваютъ поэтическую даровитость Гомера въ составленіи плана, по которому былъ имъ соединенъ разбросанный матеріалъ. Одна изъ задачъ моего курса будетъ состоять въ провѣркѣ фактовъ, поддерживающихъ такой взглядъ. Здѣсь я могу сдѣлать только нѣсколько указаній. При этомъ возьму для примѣра Одиссею, которой въ настоящее время отдается въ художественномъ отношеніи преимущество предъ Иліадою, несмотря на то, что въ древности, какъ разъ наоборотъ, гораздо болѣе восхищались Иліадою. Какъ на геніальныя черты въ планѣ Одиссеи указываютъ напр. на слѣдующее: Описывая десятилѣтнее странствованіе Одиссея послѣ разрушенія Трои, поэтъ не начинаетъ это описаніе съ самаго начала, а напротивъ группируетъ весь богатый матеріалъ вокругъ разказа о послѣднихъ событіяхъ, занимающихъ очень незначительный промежутокъ времени. Послѣ первыхъ четырехъ книгъ, посвященныхъ разказу о положеніи дѣлъ въ домѣ Одиссея въ послѣдніе дни предъ его возвращеніемъ на родину, и о поискахъ его сына Телемаха, поэтъ переноситъ насъ на островъ Огигію, гдѣ въ то же самое время находится Одиссей, уже семь лѣтъ проведеній на этомъ островѣ, тоскуя по родинѣ. Съ тѣхъ поръ поэтъ почти ни на минуту не оставляетъ своего героя. Въ той же пѣсни Одиссей уже прибываетъ на Схерію, островъ Фэаковъ, и здѣсь, совершенно близко у своей родины, на послѣднемъ пунктѣ своего продолжительнаго странствованія, въ которомъ онъ такъ много перетѣрпѣлъ бѣдствій, и въ которомъ онъ подвергался столь разнообразнымъ опасностямъ,—теперь

именно послѣ 20-тидѣтнаго отсутствія, какъ бы наканунѣ новой жизни, Одиссей разказываетъ всѣ свои занимательныя приключенія. Наконецъ, какъ бы въ довершеніе поэтическаго эффекта, онъ прибываетъ на родину, погруженный въ глубокой сонъ, его выносятъ изъ корабля на берегъ и оставляютъ. Продолжительность и глубокость этого сна поэтъ изображаетъ чрезвычайно наглядно, описывая все то, что происходило во время этого сна на кораблѣ, рисуя мѣстность, на которой оставили Одиссея, и затѣмъ еще разказывая, какъ возвращающійся назадъ корабль былъ превращенъ Посидономъ въ скалу. Тогда лишь только просыпается Одиссей, не узнаетъ своей родины, въ которой такъ долго стремился и начинаетъ горько жаловаться на свою участь. Дѣйствительно, сколько во всемъ этомъ поэзіи! Но на все это можно взглянуть и инымъ образомъ. Мы вправѣ напр. утверждать съ достовѣрностью, что въ народѣ существовали уже раньше различныя разказы о странствованіяхъ Одиссея. Представляли ли они много или мало сходства съ гомеровскимъ разказомъ, во всякомъ случаѣ и въ нихъ Одиссей, прибывая куда бы то ни было, долженъ былъ разказывать всѣ предъидущія приключенія, ибо вездѣ его спрашивали, кто? и откуда? Это было въ обычаѣ тогдашняго времени. Слѣдовательно, если начать разказъ Одиссея съ самаго начала, то, при извѣстной эпической обстоятельности, герою ея пришлось бы множество разъ переразказывать одно и то же, и пѣвецъ былъ бы принужденъ передавать повторенія, если не слово въ слово, то хоть въ сокращенномъ видѣ. Поэтому не особенно удивительно, что всякій, кто задумалъ не ограничиться отдѣльнымъ эпизодомъ изъ странствованій Одиссея, рѣшался во избѣжаніе повтореній представить лишь послѣднюю изъ множества встрѣчъ героя, и впадалъ за то въ его уста разказъ всего предъидущаго. Штейнталь полагаетъ, что этотъ приемъ былъ уже выработанъ до Гомера и что Гомеръ не могъ не воспользоваться имъ. Затѣмъ, разказъ о невѣроятно продолжительномъ и глубокомъ спѣ Одиссея врядъ ли можетъ считаться доказательствомъ даровитости Гомера. Герландъ указалъ на одну сказку въ позднемъ индійскомъ сборникѣ Сомадевы, ко-

торая для насъ представляетъ много интереснаго. Герой сказки, Салтидева, многимъ похожій на Одиссея, посѣщаетъ городъ Видіадаровъ, чрезвычайна сильно напоминающихъ собою, даже многими мелкими подробностями, Фѣаковъ. Побывавши нѣсколько дней у Видіадаровъ, герой вдругъ, чудеснымъ образомъ, упавши въ глубокое озеро — очевидно соответствующее глубокому сну въ Одиссеѣ —, попадаетъ въ свою родину, и тоже, какъ Одиссей, огорченъ этимъ, (хотя, впрочемъ, огорченіе его въ индійской сказкѣ объясняется иною причиною). Изъ этого сопоставленія явствуетъ, что мы имѣемъ предъ собою одинъ изъ древнѣйшихъ народныхъ мотивовъ, а никакъ не плодъ поэзіи Гомера. Подробное же описаніе того, что происходило во время сна Одиссея, также точно какъ и описаніе мѣстности острова Иеаки, до того необходимо въ эпическомъ разказѣ, что ничего не представляетъ собою удивительнаго. Наконецъ мы видѣли, что даже огорченіе Одиссея по прибытіи на родину было уже готовымъ мотивомъ народнаго преданія. Должно быть такъ же точно говорилось въ преданіи и о томъ, что Одиссей не сейчасъ узналъ родину. Впрочемъ прошу замѣтить еще, что при всемъ томъ я и не указываю на тѣ мнимыя «нелѣпости» и «искаженія», которыя предлагаютъ устранить наши ученые изъ разказа о возвращеніи Одиссея въ Иеаку. — Подобныхъ примѣровъ мнимыхъ поэтическихъ достоинствъ Гомера можно было бы привести множество. Въ большинствѣ случаевъ они могутъ быть объясняемы различнымъ образомъ, не признавая никакихъ поэтическихъ соображеній. Въ иныхъ случаяхъ даже просто необходимо избѣгать поэтическаго объясненія. Въ моей книгѣ: «каннибализмъ въ греческихъ мифахъ, опытъ по исторіи развитія нравственности» я привожу нѣсколько примѣровъ, въ которыхъ поэтическое толкованіе, несмотря на кажущуюся поэтичность разказа, совсѣмъ неумѣстно. Не желая повторять того, что мною высказано тамъ, относительно характера гомеровскихъ пѣсней вообще и отдѣльныхъ разсматриваемыхъ мною разказовъ, я довольствуюсь здѣсь только этими краткими указаніями.

Итакъ я утверждаю, что составитель или составители гомеровскихъ поэмъ не обладали поэтическими способностями, ко-

торыя имъ приписываются. Относительно мнимыхъ поэтическихъ достоинствъ многое объясняется просто не критичностью, съ которою мы повторяемъ установившееся разъ мнѣніе, не провѣривъ его на самихъ фактахъ. Въ иныхъ же случаяхъ эти поэтическія достоинства приписываются Гомеру ошибочно, или по незнанію настоящихъ мотивовъ, которыми онъ руководился, или просто по непониманію настоящаго смысла его словъ.. Большинство же попадающихся дѣйствительныхъ красотъ должны считаться дѣломъ случайности въ виду множества вполне непоэтическихъ мѣстъ, въ которыя мы, несмотря на все стараніе, не въ состояніи внести благовиднаго смысла никакимъ образомъ. Вслѣдствіе этого нахожу необходимымъ смотрѣть на Илиаду и Одиссею какъ на болѣе или менѣе систематическіе сборники извѣстнаго рода преданій, въ родѣ сочиненій историческихъ, которые, какъ извѣстно, даже въ позднѣйшія времена передавали всевозможные мѣны въ видѣ древнѣйшихъ историческихъ событій, начиная съ разказа о сотвореніи міра. Тогда конечно личность Гомера отодвинется на второй планъ. Намъ будетъ интересоваться только собранный матеріалъ и народъ, который вѣрилъ во все это, какъ въ дѣйствительные факты. Мы будемъ изслѣдовать причины происхожденія подобныхъ понятій и исторію ихъ измѣненій; будемъ отсюда черпать интересныя данныя для исторіи интеллектуальнаго развитія и т. д., а со временемъ, пожалуй, заинтересуемся и личностью собирателя или собирателями, смотря по тому, которое изъ предположеній окажется болѣе вѣроятнымъ: но такому произволу субъективной эстетической оцѣнки, какой существуетъ теперь, тогда уже не будетъ мѣста. Тогда каждое сравненіе, каждый оборотъ, каждый эпитетъ, употребленный Гомеромъ, будетъ имѣть для насъ глубокой исторической интересъ; даже мельчайшіе намеки будутъ тогда въ состояніи пролить много свѣта на очень важные вопросы. Правда, что въ частностяхъ и теперь уже многими прилагаются приемы, соответствующіе подобному взгляду. Но все это парализуется допущеніемъ въ принципѣ поэтическаго пониманія. Ибо нѣтъ сомнѣнія, что иное дѣло трезвая, сухая передача фактовъ, иное — поэзія.

Остается еще сказать нѣсколько словъ въ объясненіе страннаго явленія, отчего Илиада и Одиссея, не будучи произведеніями поэтическаго творчества, не только могли такъ долго считаться за таковыя, но представляться даже образцовыми. Дѣло значительно уяснится, если мы поставимъ другой подобный вопросъ: отчего *миѡы*, будучи, какъ теперь доказывается наукою, просто результатомъ неразвитаго логическаго мышленія, представляются для насъ поэтичными? Это объясняется тѣмъ, что всякое произведеніе *неразвитаю мышленія*, лишь бы только оно не заключало въ себѣ слишкомъ грубыхъ нелѣпостей или погрѣшностей противъ самыхъ основныхъ правилъ логики, представляется намъ поэзією, *насколько мы станемъ его разсматривать какъ произведеніе челоьпка, обладающаю развитою логикою*. Иначе ни и понимать не можемъ по той простой причинѣ, что развитый челоькъ только въ поэтическомъ настроеніи даетъ мѣсто дѣятельности такъ называемой фантазіи, которая въ сущности и есть ничто иное, какъ менѣе строгая логика. Итакъ, когда гомеровскіе разказы не могли больше пониматься какъ произведенія трезвой, сухой логики, они получили значеніе поэтическое, вслѣдствіе того, что *никто не подозрѣвалъ въ нихъ неразвитаю логики*. Потому, будучи древнѣйшими и слѣдовательно драгоцѣннѣйшими памятниками, они сами своими особенностями успѣли повліять на развитіе и требованія поэтическаго вкуса; если мы допустимъ это, то найдемъ естественнымъ, что они всего легче и могли удовлетворить тѣмъ требованіямъ, которыя развились вслѣдствіе ихъ собственнаго вліянія.—Этимъ однако, пожалуй, все-таки еще не объясняется, почему для насъ гомеровскія поэмы представляются столь поэтичными. У дикарей мы имѣемъ произведенія еще менѣе развитой логики. Отчего же тѣ намъ не нравятся? Кромѣ того, отчего же позднѣйшія греческія произведенія, содержащія въ себѣ тоже много мѡическихъ элементовъ, не представляются намъ столь прелестными? Наконецъ, отчего же настоящія произведенія *сознательною* поэтическаго творчества уступали впродолженіе столькихъ вѣковъ первое мѣсто Гомеру? Дѣло въ томъ, что съ одной стороны во всякомъ произведеніи,

которое слишком чувствительно заявляет о своей нелогичности, мы уже не можем видѣть поэзіи, ибо не можем предаваться иллюзіи относительно умственныхъ способностей автора, а видимъ вмѣсто того просто плодъ идиотства. Съ другой же стороны намъ нравится все оригинальное, все то, въ чемъ мы находимъ новыя, для насъ необыкновенныя элементы. Раньше я указалъ на преемственность европейской культуры. Въ этой культурѣ одинъ изъ фазисовъ умственнаго развитія находился по необходимости въ такомъ состояніи, въ которомъ мысленная способность должна считаться съ одной стороны достаточно развитою, чтобы не напоминать собою идиотства, а съ другой стороны, все еще настолько недоразвитою, чтобы представляться намъ въ значительной степени оригинальною. Мнѣ кажется, что плодомъ именно этой эпохи, представляющей въ исторіи умственнаго развитія грековъ и вмѣстѣ съ тѣмъ и всей Европы такое замѣчательное явленіе, — мнѣ кажется, что плодомъ именно этой эпохи было собраніе народныхъ преданій, дошедшее до насъ подъ названіемъ гомеровскихъ поэмъ. Въ этомъ обстоятельствѣ, по моему, и кроется причина, почему мы невольно восхищаемся «поэтическими красотою» Гомера.

ПРИЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ ФУНКЦІЙ

мнимаго переменнаго къ разложенію въ ряды координатъ эллиптическаго движенія и пертурбаціонной функціи.

Математическій этюдъ

ординарнаго профессора Корнелія Карастелева.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Архимеду и другимъ математикамъ древности, жившимъ послѣ него, были извѣстны нѣкоторыя свойства простѣйшихъ какъ конечныхъ такъ и безконечныхъ рядовъ; этими свойствами они пользовались при рѣшеніи различнаго рода вопросовъ; но только въ послѣднія два столѣтія ученіе о рядахъ сдѣлало новые успѣхи. Исчисленіе конечныхъ разностей привело къ открытію теперь хорошо всѣмъ извѣстныхъ рядовъ Стирлинга, Маклорена и Тейлора. Въ концѣ прошедшаго столѣтія Лагранжъ открылъ рядъ, извѣстный въ Чистой Математикѣ подѣ его именемъ, свойствами котораго пользуются до сихъ поръ при разложеніи функцій, встрѣчающихся въ эллиптическомъ движеніи. Не будетъ преувеличеніемъ съ моей стороны, если я скажу, что ряды служатъ основаніемъ большей части теорій, входящихъ въ Небесную Механику, и что вообще по этой причинѣ они были предметомъ многочисленныхъ изслѣдованій. Не смотря на все это, теорія рядовъ до самаго послѣдняго времени была не полна и не имѣла прочнаго основанія; весьма важное и въ высшей степени существенное различіе между сходящимися и расходящимися безконечными рядами было

установлено съ надлежащею математическою точностію въ первый разъ французскимъ геометромъ Коши при помощи мнимаго переменнаго.

Если мы предположимъ, что какая нибудь функція мнимаго переменнаго остается хорошо опредѣленною функціею (терминъ введенный въ Чистую Математику Коши) въ известной части плоскости, и если мы возьмемъ интеграль этой функціи между двумя точками, измѣняя переменное по какой нибудь кривой, лежащей въ этой части плоскости, то величина интеграла не зависитъ отъ вида кривой; отсюда не трудно заключить, что интеграль хорошо опредѣленной функціи относительно заменутой кривой будетъ равенъ нулю. Кроме того, если функція будетъ хорошо опредѣленною въ части плоскости, лежащей между двумя замкнутыми кривыми, то величины интеграла, взятыхъ по этимъ двумъ кривымъ, будутъ между собою равны. Принявъ въ основаніе эти свойства, не трудно доказать слѣдующую весьма важную теорему: чтобы функція могла быть разложима въ сходящійся рядъ по цѣлымъ положительнымъ и возрастающимъ степенямъ переменнаго внутри круга, котораго центръ принять за начало, необходимо и достаточно, чтобы функція для всѣхъ точекъ этого круга была хорошо опредѣленною функціею. Капитанъ Лоранъ эту теорему Коши дополнилъ слѣдующимъ образомъ: если функція остается хорошо опредѣленною для всѣхъ точекъ, лежащихъ между двумя концентрическими кругами, то она разложима въ сходящійся рядъ по цѣлымъ какъ положительнымъ такъ и отрицательнымъ степенямъ переменнаго въ этой части плоскости. Доказательство теоремы Лорана даетъ возможность получить не только самое разложеніе, но и величины коэффициентовъ при различныхъ степеняхъ переменнаго въ видѣ опредѣленныхъ интеграловъ. Эти двѣ теоремы не трудно распространить на функціи со многими переменными и на функціи неявныя, опредѣляемыя уравненіями.

Коши и его ученики общія изслѣдованія о рядахъ приложили къ разложенію функцій, посредствомъ которыхъ выражаются координаты эллиптическаго движенія и къ пертурбаціонной функціи.

Въ настоящемъ этюдѣ я старался эти замѣчательныя раз-
ложенія представить въ наиболѣе простѣйшей и доступной для
всѣхъ формѣ. Приемы разложеній функций въ ряды, заимствую-
щіе свои основанія изъ теоріи функций мнимаго переменнаго, за-
служиваютъ особеннаго вниманія ученыхъ, занимающихся Чистою
Математикою, какъ по простотѣ такъ и по изяществу анализа.

І. Общія основанія.

§ 1. Формулы, посредствомъ которыхъ опредѣляются координаты эллиптическаго движенія, я возьму въ томъ видѣ, въ какомъ онѣ даются въ курсахъ Теоретической Механики; но чтобы дать возможность примѣнить эти формулы къ движенію планетъ и ввести въ вычисленіе координаты, употребляемыя въ Астрономіи, я считаю не лишнимъ предложить слѣдующія соображенія, позволяющія установить связь между координатами въ плоскости орбиты и координатами въ пространствѣ.

Пусть O (фиг. 1) представляетъ центръ солнца, M положеніе планеты въ ея орбитѣ; пусть Ox , Oy и Oz будутъ три прямоугольныя оси координатъ; пусть кромѣ того $O\xi$ и $O\eta$ будутъ прямоугольныя оси, лежащія въ плоскости орбиты планеты, изъ которыхъ $O\xi$ направлена къ перигелію планеты; $O\zeta$ — третья ось, направленная въ сѣверное полушаріе точно такъ же какъ и Oz . Движеніе планеты совершается по направленію отъ $O\xi$ къ $O\eta$.

Назовемъ черезъ A , B , C косинусы угловъ, составляемыхъ осью $O\xi$ съ осями Ox , Oy и Oz ; черезъ A' , B' , C' косинусы угловъ $O\eta$ съ тѣми же осями, а черезъ A'' , B'' , C'' тѣ же величины относительно $O\zeta$. Вообразимъ теперь шаровую поверхность, описанную изъ центра солнца O радіусомъ равнымъ единицѣ (ф. 2); эта поверхность будетъ пересѣчена плоскостію координатъ xy по дугѣ большаго круга xy , плоскостію $\xi\eta$ по дугѣ $N\xi\eta$; ось Oz пересѣчетъ поверхность шара въ точкѣ z , а ось $O\zeta$ въ точкѣ ζ . N есть точка, соответствующая восходящему узлу; z есть полюсъ дуги xNy , а ζ полюсъ дуги $N\xi\eta$. Изъ чертежа видно, что xN есть долгота восходящаго узла. Ось Ox направлена къ точкѣ весенняго равноденствія; назовемъ долготу узла черезъ θ ; уголъ ξNy есть наклоненіе плоскости орбиты, означимъ его черезъ φ ; кромѣ того $N\xi = (xN + N\xi) - xN$; назовемъ $xN + N\xi$ черезъ

$\tilde{\omega}$; поэтому $N\xi = \tilde{\omega} - \theta$; положимъ $N\xi = \omega$; ω есть дол-
гота перигелия, считаемая отъ входящаго узла.

Взявши эти обозначенія, принятыя въ Астрономіи, будемъ
имѣть слѣдующія формулы, которыя можно получить изъ различ-
ныхъ сферическихкихъ треугольниковъ :

$$\text{Cos } (x, \xi) = A = \text{Cos } \theta. \text{Cos } \omega - \text{Sin } \theta. \text{Sin } \omega. \text{Cos } \varphi \text{ изъ } \Delta xN\xi$$

$$\text{Cos } (y, \xi) = B = \text{Sin } \theta. \text{Cos } \omega + \text{Cos } \theta. \text{Sin } \omega. \text{Cos } \varphi - \Delta yN\xi$$

$$\text{Cos } (z, \xi) = C = \text{Sin } \omega. \text{Sin } \varphi \dots\dots\dots - \Delta zN\xi$$

$$\text{Cos } (x, \eta) = A' = -\text{Cos } \theta. \text{Sin } \omega - \text{Sin } \theta. \text{Cos } \omega. \text{Cos } \varphi - \Delta xN\eta$$

$$\text{Cos } (y, \eta) = B' = -\text{Sin } \theta. \text{Sin } \omega + \text{Cos } \theta. \text{Cos } \omega. \text{Cos } \varphi - \Delta yN\eta$$

$$\text{Cos } (z, \eta) = C' = \text{Cos } \omega. \text{Sin } \varphi \dots\dots\dots - \Delta zN\eta$$

$$\text{Cos } (x, \zeta) = A'' = \text{Sin } \theta. \text{Sin } \varphi \dots\dots\dots - \Delta xN\zeta$$

$$\text{Cos } (y, \zeta) = B'' = -\text{Cos } \theta. \text{Sin } \varphi \dots\dots\dots - \Delta yN\zeta$$

$$\text{Cos } (z, \zeta) = C'' = \text{Cos } \varphi \dots\dots\dots - \Delta zN\zeta$$

Между косинусами $A, B, C, A', B', C', A'', B'', C''$ существу-
ють слѣдующія соотношенія :

$$A^2 + B^2 + C^2 = 1, \quad A'^2 + B'^2 + C'^2 = 1, \quad A''^2 + B''^2 + C''^2 = 1$$

$$A'A'' + B'B'' + C'C'' = 0, \quad AA'' + BB'' + CC'' = 0$$

$$AA' + BB' + CC' = 0$$

Исключая C изъ послѣднихъ двухъ формулъ, получимъ

$$AA''C' + BB''C' - AA'C'' - BB'C'' = 0,$$

или

$$\frac{A}{B'C'' - C'B''} = \frac{B}{A''C' - A'C''}$$

Подобнымъ же образомъ исключая A и изъ тѣхъ же формулъ, найдемъ

$$\frac{B}{A''C' - A'C''} = \frac{C}{A'B'' - A''B'}$$

поэтому

$$\frac{A}{B'C'' - C'B''} = \frac{B}{A''C' - A'C''} = \frac{C}{A'B'' - A''B'} = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}{\sqrt{(B'C'' - C'B'')^2 + (A''C' - A'C'')^2 + (A'B'' - A''B')^2}}$$

но такъ какъ

$$A^2 + B^2 + C^2 = 1,$$

а

$$\begin{aligned} (B'C'' - C'B'')^2 + (A''C' - A'C'')^2 + (A'B'' - A''B')^2 &= \\ (A'^2 + B'^2 + C'^2) (A''^2 + B''^2 + C''^2) - (A'A'' + B'B'' + C'C'')^2 &= \\ &= 1, \end{aligned}$$

то слѣдовательно

$$\frac{A}{B'C'' - C'B''} = \frac{B}{A''C' - A'C''} = \frac{C}{A'B'' - A''B'} = \pm 1$$

Чтобы опредѣлить какою именно изъ двухъ знаковъ нужно удерживать, мы будемъ различать два случая, могущіе представиться: 1-е, если оси $O\xi$, $O\eta$ и $O\zeta$ таковы, что совершивши известнаго рода движеніе, они могутъ быть приведены въ совпаденіе съ ося-

ми Ox , Oy , Oz и притомъ такое, что положительныя части однихъ осей совпадаютъ съ положительными частями другихъ, то въ этомъ случаѣ нужно взять знакъ $+$; въ самомъ дѣлѣ тогда мы будемъ имѣть:

$$A = +1, B' = +1, C'' = +1, B'' = 0, B = 0 \text{ и т. д.}$$

Первая изъ дробей по вносеніи этихъ величинъ даетъ $+$. Это можетъ быть повѣрено и для другихъ положеній, если только будемъ разсматривать оси подобнаго рода; если $O\xi$, $O\eta$ и $O\zeta$ таковы, то при вращеніи только двѣ изъ нихъ могутъ быть приведены въ совпаденіе съ положительными частями осей Ox , Oy , Oz , а третья падаетъ на отрицательную часть, то нужно будетъ взять знакъ $-$; какъ это легко повѣрить на первой дроби, если положимъ, что $O\xi$ совпала съ отрицательною частію Ox , а другія двѣ съ положительными частями; въ самомъ дѣлѣ тогда

$$A = -1, B' = +1, C'' = +1, B = 0, B'' = 0, C' = 0 \text{ и т. д.}$$

Первая дробь дастъ знакъ $-$.

Относя эти разсужденія къ нашему чертежу, мы должны принять знакъ $+$. И такъ мы получимъ слѣдующія формулы:

$$A = B'C'' - B''C', B = A''C' - A'C'', C = A'B'' - A''B'$$

Подобнымъ же образомъ найдемъ

$$A' = B''C' - B'C'', B' = AC'' - A''C, C' = A''B - AB'' \\ A'' = BC' - B'C, B'' = A'C - AC', C'' = AB' - A'B$$

§ 2. Если X , Y , Z суть координаты планеты относительно осей Ox , Oy , Oz , а ξ и η , координаты той же самой планеты M относительно осей $O\xi$, $O\eta$ и $O\zeta$, изъ которыхъ первыя двѣ лежатъ въ плоскости орбиты (ф. 1), то будемъ имѣть:

$$\begin{aligned} X &= A\xi + A'\eta \\ Y &= B\xi + B'\eta \\ Z &= C\xi + C'\eta \end{aligned}$$

Пусть кромѣ того уголъ $MO\xi = v$; v называется въ Астрономіи истинною аномаліею планеты; $OM = r$; r разстояніе планеты отъ солнца называется радіусомъ векторомъ; на этомъ основаніи

$$\begin{aligned} \xi &= r \cos v \\ \eta &= v. \sin v. \end{aligned}$$

Извѣстно, что планеты движутся вѳокусы вокругъ солнца по эллисамъ, которыхъ одинъ изъ фѳокусовъ лежитъ въ центрѣ солнца; пусть уравненіе эллипса, описываемаго планетою M будетъ:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v}.$$

a есть большая полуось планетной орбиты, а e ея эксцентриситетъ; возьмемъ еще весьма извѣстное выраженіе радіуса вектора по эксцентрической аномаліи,

$$r = a (1 - e \cos u).$$

u есть эксцентрическая аномалія планеты M .

Изъ двухъ послѣднихъ уравненій найдемъ

$$\cos v = \frac{\cos u - e}{1 - e \cos u},$$

откуда

$$\sin v = \frac{\sqrt{1 - e^2} \cdot \sin u}{1 - e \cos u}.$$

Внеся эти величины $\text{Sin } v$ и $\text{Cos } v$ въ формулы, опредѣляющія ξ и η , мы найдемъ выраженія координатъ планеты въ ея орбитѣ посредствомъ эксцентрической аномаліи,

$$\xi = r \text{Cos } v = a(1 - e \text{Cos } u) \frac{\text{Cos } u - e}{1 - e \text{Cos } u},$$

или же

$$\xi = a(\text{Cos } u - e), \text{ а } \eta = a\sqrt{1 - e^2} \text{Sin } u$$

Возьмемъ еще выраженіе средней аномаліи посредствомъ эксцентрической,

$$z = u - e \text{Sin } u,$$

z есть средняя аномалія планеты M .

Это послѣднее уравненіе, связывающее среднюю и эксцентрическую аномаліи, даетъ возможность опредѣлить координаты планеты въ ея орбитѣ, радіусъ векторъ и истинную аномалію въ функціи средней аномаліи, и координаты въ пространствахъ.

§ 3. Задача, которую мы намѣрены рѣшить состоитъ въ томъ, чтобы разложить координаты X , Y , Z , радіусъ векторъ, истинную аномалію и другіе элементы эллиптическаго движенія въ ряды, зависящіе отъ синусовъ и косинусовъ кратныхъ дугъ отъ средней аномаліи z .

Координаты X , Y , Z будучи функціями періодическими, конечными и непрерывными перемѣннаго z , какъ извѣстно, могутъ быть представлены формулами

$$A_0 + A_1 \text{Cos } z + A_2 \text{Cos } 2z + \dots + A_m \text{Cos } mz + \dots \\ + B_1 \text{Sin } z + B_2 \text{Sin } 2z + \dots + B_m \text{Sin } mz + \dots$$

и задача состоитъ въ томъ, чтобы опредѣлить коэффициенты $A_0, A_1, B_1 \dots$; но опредѣленіе это представляетъ большія труд-

ности; поэтому предыдущее разложение мы замѣнимъ другимъ, расположеннымъ по положительнымъ и отрицательнымъ степенямъ мнимаго переменнаго z , которое связано съ переменнымъ z слѣдующимъ образомъ:

$$z = E^{zi},$$

гдѣ E есть основаніе неперовыхъ логарифмовъ, а i есть $\sqrt{-1}$.

Въ самомъ дѣлѣ, вслѣдствіе извѣстныхъ формулъ

$$\text{Cos } mz = \frac{E^{mzi} + E^{-mzi}}{2}, \text{Sin } mz = \frac{E^{mzi} - E^{-mzi}}{2i}$$

будемъ имѣть, замѣнивши показательныя величины,

$$\text{Cos } mz = \frac{z^m + z^{-m}}{2}, \text{Sin } mz = \frac{z^m - z^{-m}}{2i};$$

на основаніи этаго предыдущій рядъ приметъ видъ,

$$A_0 + \frac{1}{2}(A_1 - iB_1)z + \frac{1}{2}(A_1 + iB_1)z^{-1} + \frac{1}{2}(A_2 - iB_2)z^2 + \frac{1}{2}(A_2 + iB_2)z^{-2} + \dots + \frac{1}{2}(A_m - iB_m)z^m + \frac{1}{2}(A_m + iB_m)z^{-m} + \dots$$

Мы замѣнили $\frac{1}{z} = -i$. Весь рядъ, какъ видно, будетъ составленъ изъ двухъ частей; одна будетъ расположена по положительнымъ и возрастающимъ степенямъ z , а другая по возрастающимъ, но отрицательнымъ степенямъ переменнаго z .

Чтобы найти коэффициентъ у общаго члена въ этомъ разложеніи, мы введемъ новое переменное s ,

$$s = E^{zi};$$

u есть эксцентрическая аномалія. Необходимо показать связь, которая существует между z и s .

Мы знаемъ, что

$$u - e \operatorname{Sin} u = z,$$

отсюда переходя къ величинамъ показательнымъ, мы будемъ имѣть

$$E^{ui - ei \operatorname{Sin} u} = E^{zi}, \text{ или}$$

$$E^{ui} E^{-ei \operatorname{Sin} u} = E^{zi}.$$

Если вмѣсто E^{iu} и $E^{\operatorname{Sin} u}$ вставимъ ихъ величины, то найдемъ

$$s E^{\frac{e}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right)} = z; \quad (1)$$

ибо изъ уравненія

$$s = E^{iu},$$

мы имѣемъ

$$\operatorname{Sin} u = \frac{E^{iu} - E^{-iu}}{2i} = \frac{s - \frac{1}{s}}{2i},$$

$$\operatorname{Cos} u = \frac{E^{iu} + E^{-iu}}{2} = \frac{s + \frac{1}{s}}{2}.$$

Замѣтимъ при этомъ, что координаты планеты M въ ея орбитѣ и радиусъ векторъ r выражаются весьма простыми алгебраическими функціями по новому перемѣнному s .

Если возьмемъ выраженія ξ , η и r въ функціи эксцентрической аномаліи и вмѣсто $\text{Sin} u$ и $\text{Cos} u$ внесемъ ихъ величины, то получимъ слѣдующія замѣчательныя формулы:

$$\xi = \frac{a}{2} \left(s + \frac{1}{s} - 2e \right)$$

$$\eta = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{2i} \left(s - \frac{1}{s} \right)$$

$$r = a \left(1 - \frac{a}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) \right)$$

Слѣд. ξ , η и r выражаются рациональными функціями по s

§ 4. Уравненіе (1) играетъ чрезвычайно важную роль при разложеніи функцій, встрѣчающихся въ Астрономіи, по вѣнусамъ и синусамъ вратныхъ дугъ отъ средней аномаліи, поэтому постараемся изучить свойства его съ особенною подробностію.

Прежде всего покажемъ, что это уравненіе имѣетъ безчисленное множество корней z при данной величинѣ z . Для большей общности положимъ, что z имѣетъ видъ,

$$E^p + qi$$

Въ самомъ дѣлѣ, какова бы ни была величина z , дѣйствительная или мнимая, она всегда можетъ быть представлена черезъ

$$x_1 + y_1 i$$

это же выраженіе всегда можетъ быть преобразовано слѣдующимъ образомъ; положимъ

$$x_1 + y_1 i = r (\text{Cos} q + i \text{Sin} q) = r E^{qi} = E^p \cdot E^{qi} = E^{p+qi};$$

мы дѣлаемъ $r = E^p$.

Точно также, каково бы ни было z , его всегда можно представить формулою

$$E^{x + yi},$$

въ которой заключаются всё числа действительныя и мнимыя. И такъ пусть

$$z = E^{p + qi}, \quad \text{а} \quad s = E^{x + yi}$$

Предполагая, что z и s связаны уравненіемъ (1), предложимъ себѣ вопросъ: найти величины x и y , когда p и q даны. Ясно, что если уравненіе (1) будетъ рѣшено, когда z и s имѣютъ самый общій видъ, то это рѣшеніе будетъ заключать въ себѣ всё возможные рѣшенія, т. е. и тѣ, когда z и s будутъ имѣть менѣе общую форму. Уравненіе (1) при величинахъ s и z , принятыхъ нами обращается въ слѣдующее:

$$E^{x + yi} = E^{-\frac{e}{2} \left[E^x (\text{Cos} y + i \text{Sin} y) - \overline{E^x} (\text{Cos} y - i \text{Sin} y) \right]} = E^{p + qi}$$

или же

$$E^x - \frac{e}{2} \left[E^x - \overline{E^x} \right] \text{Cos} y + i \left(y - \frac{e}{2} \left[E^x + \overline{E^x} \right] \right) = E^{p + qi}$$

Изъ этого уравненія можно заключить, что показатели у E въ обоихъ частяхъ уравненія могутъ отличаться только въ мнимой части какимъ нибудь кратнымъ числомъ 2π . Въ самомъ дѣлѣ, когда имѣемъ равенство

$$E^\alpha = E^\beta, \quad \text{то} \quad E^{\alpha - \beta} = 1,$$

гдѣ α и β суть количества мнимыя; можно предположить, что

$$\alpha - \beta = m + ni;$$

поэтому

$$E^{m+ni} = E^m (\text{Cos } n + i \text{Sin } n) = 1;$$

или же

$$E^m \text{Cos } n = 1, \quad E^m \text{Sin } n = 0,$$

откуда

$$\text{tang } n = 0, \quad E^{2m} = 1, \quad E^m = 1;$$

изъ двухъ знаковъ передъ единицею, мы беремъ плюсъ, потому что модуль E^m есть всегда количество положительное; слѣдовательно $m = 0$, а n , котораго $\text{tang } n = 0$, $\text{Cos } n = 1$, а $\text{Sin } n = 0$, есть величина, имѣющая видъ $n = 2k\pi$; k есть число цѣлое. Вслѣдствіе этого замѣчанія наше уравненіе раздѣляется на два,

$$x - \frac{e}{2} [E^x - E^{-x}] \text{Cos } y = p,$$

$$y - \frac{e}{2} [E^x + E^{-x}] \text{Sin } y = q + 2k\pi,$$

которыя будутъ служить къ опредѣленію x и y , или все равно къ опредѣленію z . Замѣтимъ, что членъ $2k\pi$, прибавленный ко второй части втораго уравненія можетъ быть опущенъ, не лишая это уравненіе всей его общности и не уменьшая числа рѣшеній. Въ самомъ дѣлѣ, если предположимъ, что рѣшено относительно y уравненіе

$$y - \frac{e}{2} [E^x + E^{-x}] \text{Sin } y = q,$$

то понятно, что корни этого уравнения будут отличаться от корней данного только тѣмъ, что нужно будетъ вычесть или же прибавить къ каждому изъ корней $2k\pi$; Siny при этомъ не измѣнится, а измѣнится только одно y ; но увеличеніе или уменьшеніе кратнымъ числомъ 2π не измѣняетъ s , которое какъ извѣстно есть

$$s = E^x + yi = E^x (\text{Cos } y + i\text{Siny}).$$

И такъ вмѣсто предъидущей системы уравненій мы можемъ разсматривать слѣдующую

$$x - \frac{e}{2} [E^x + E^{-x}] \text{Cos } y = p,$$

$$y - \frac{e}{2} [E^x - E^{-x}] \text{Siny} = q;$$

изъ этой системы уравненій мы можемъ получить всѣ величины s , удовлетворяющія прежнему уравненію. Введемъ сюда еще слѣдующее преобразованіе. Пусть

$$\text{Cos } hx = \frac{E^x + E^{-x}}{2}, \text{Sin } hx = \frac{E^x - E^{-x}}{2};$$

гдѣ $\text{Cos } hx$ и $\text{Sin } hx$ означаютъ гиперболическій синусъ и косинусъ.

Поэтому наши уравненія мы можемъ написать въ слѣдующемъ видѣ:

$$(2) \quad \begin{aligned} x - e \text{Sin } hx. \text{Cos } y &= p, \\ y - e \text{Cos } hx. \text{Siny} &= q. \end{aligned}$$

§ 5. Покажемъ теперь, что уравненія (2) имѣютъ безчисленное множество рѣшеній, т. е. безчисленное множество величинъ x и y , удовлетворяющихъ имъ, полагая p и q извѣстными.

Собственно говоря опредѣлить корни уравненій

$$x - e \operatorname{Sin} h x. \operatorname{Cos} y = p$$

$$y - e. \operatorname{Cos} h x. \operatorname{Sin} y = q$$

значить отыскать точки пересѣченія двухъ трансцендентныхъ кривыхъ, представленныхъ этими уравненіями. Но это потребовало бы подробнаго разбора свойствъ этихъ кривыхъ, разбора весьма продолжительнаго и труднаго; поэтому мы предпочитаемъ приближительный способъ вычисленія корней x и y .

Второе изъ данныхъ уравненій показываетъ, что, для большихъ величинъ x , y должно быть также очень велико, впрочемъ при условіи, что $\operatorname{Sin} y$ имѣетъ величину конечную, а не безконечно малую.

Первое изъ уравненій даетъ

$$\operatorname{Cos} y = \frac{x - p}{e. \operatorname{Sin} h x};$$

$\operatorname{Sin} h x$ съ увеличеніемъ x возрастаетъ неопредѣленно и имѣетъ знакъ одинаковый съ x -мъ, поэтому $\operatorname{Cos} y$ будетъ всегда числомъ весьма малымъ и притомъ положительнымъ, ибо $\operatorname{Sin} h x$ какъ количество степенное возрастаетъ быстрее x ; отсюда видимъ, что $\operatorname{Sin} y$ будетъ весьма близокъ къ единицѣ положительной или же отрицательной.

Уравненіе

$$y - e \operatorname{Cos} h x. \operatorname{Sin} y = q$$

даетъ

$$\operatorname{Sin} y = \frac{y - q}{e \operatorname{Cos} h x};$$

отсюда мы видимъ, что $\operatorname{Sin} y$ имѣетъ всегда знакъ одинаковый

съ y при большихъ величинахъ x , ибо $\text{Cos } hx$ будетъ всегда положительнымъ и очень большимъ.

Опредѣлимъ приближенную величину y ; при весьма большомъ x -съ положительномъ или отрицательномъ, мы сказали, $\text{Cos } y$ остается малымъ и положительнымъ числомъ, а $\text{Sin } y$ будетъ весьма близко или къ положительной или же къ отрицательной единицѣ; положимъ сначала, что $\text{Sin } y$ есть число положительное; y -къ будучи числомъ весьма большимъ, какъ мы замѣтили, имѣя косинусъ малый и положительный, а синусъ близкій къ единицѣ и тоже положительный, по условію, можемъ имѣть только слѣдующій видъ:

$$y = 2m\pi + \frac{\pi}{2} - \epsilon;$$

ϵ есть число малое, а m весьма большое.

Если же $\text{Sin } y$ будетъ отрицательнымъ, и какъ при x большомъ онъ близокъ къ единицѣ, то y должно имѣть слѣдующій видъ:

$$y = -2m\pi - \frac{\pi}{2} + \epsilon,$$

гдѣ m и ϵ имѣютъ прежнія значенія.

Эти двѣ формулы содержатъ рѣшенія уравненій (2) при весьма большихъ положительныхъ и отрицательныхъ значеніяхъ x -са.

Теперь легко найти приближенные рѣшенія x . Второе изъ уравненій (2) даетъ

$$\text{Cos } hx = \frac{1}{e} \cdot \frac{y - q}{\text{Sin } y}.$$

Вставляя вмѣсто y и $\text{Cos } \lambda x$ ихъ величины, получимъ

$$\frac{E^x + E^{-x}}{2} = \frac{1}{e} \frac{2m\pi + \frac{\pi}{2} - \varepsilon - q}{\text{Cos } \varepsilon};$$

мы взяли для y его первое значеніе. Въ этомъ уравненіи x должно быть число весьма большое и положительное, потому что y найденъ въ этомъ предположеніи.

Это уравненіе еще можно написать такъ:

$$E^x + E^{-x} = \frac{2}{e} 2m\pi(1 + \alpha);$$

гдѣ α будетъ числомъ весьма малымъ въ сравненіи съ m ; или опуская E^{-x} , будемъ имѣть

$$E^x = \frac{2}{e} 2m\pi(1 + \beta),$$

гдѣ β опять сравнительно мало съ m ; изъ послѣдняго выраженія получимъ

$$x = \log \frac{4m\pi}{e} (1 + \beta) = \log \frac{4m\pi}{e} + \gamma$$

\log означаетъ неперовъ логарифмъ, а γ незначительную дробь.

Если мы возьмемъ x отрицательнымъ, то мы должны будемъ пренебречь членомъ E^x , и поэтому изъ того же уравненія будемъ имѣть:

$$x = -\log \frac{4m\pi}{e} - \gamma.$$

И такъ, мы имѣемъ слѣдующую систему, весьма большихъ рѣшеній уравненія (2)

$$y = 2m\pi + \frac{\pi}{2} - \varepsilon, \quad x = \pm \log \frac{4m\pi}{e} \pm \gamma,$$

при предположеніи, что $\text{Sin} y$ есть число положительное, или все равно, что y положительное (они всегда имѣютъ одинаковые знаки, какъ мы замѣтили выше).

Если $\text{Sin} y$ будетъ отрицательнымъ, то нужно взять для y второе выраженіе, найденное нами выше; тогда

$$\frac{E^x + E^{-x}}{2} = \frac{1}{e} \frac{-2m\pi - \frac{\pi}{2} + \varepsilon - q}{-\text{Cos } \varepsilon};$$

$\text{Cos } \varepsilon$ весьма близокъ къ единицѣ. При x большомъ и положительномъ, будемъ имѣть приближенную формулу

$$E^x = \frac{2}{e} \cdot 2m\pi (1 + \beta');$$

отсюда попрежнему получимъ при x -ѣ положительномъ или же отрицательномъ

$$x = \pm \log \frac{4m\pi}{e} \pm \gamma'.$$

γ' и β' сравнительно съ m незначительныя числа.

И такъ имѣемъ еще слѣдующую новую систему большихъ корней уравненія (2).

$$y = -2m\pi - \frac{\pi}{2} + \varepsilon, \quad x = \pm \log \frac{4m\pi}{e} \pm \gamma'.$$

Рѣшенія найденныя нами показываютъ, что точки пересѣченія двухъ кривыхъ (2) расположены почти симметрично по обѣ стороны оси y -въ. Полная симетрія имѣетъ мѣсто только для точекъ находящихся на безконечномъ разстояніи; потому что когда m

будучи бесконечно большимъ, то количества ϵ , γ и γ' обращаются въ нули. Кромѣ того видно, что ординаты y этихъ точекъ возрастаютъ не сравненно быстрѣе нежели x -сы.

§ 6. Нашедши величины x и y легко опредѣлить s , ибо

$$s = E^{x+iy}.$$

Найдемъ сначала E^x ; для этого возьмемъ вмѣсто x его величину,

$$E^x = E^{\log \frac{4m\pi}{e} + \gamma} = E^\gamma \cdot E^{\log \frac{4m\pi}{e}} = \frac{4m\pi}{e} \cdot E^\gamma,$$

или же проще,

$$E^x = \frac{4m\pi}{e} (1 + \omega),$$

гдѣ ω незначительная величина; далѣе

$$E^{yi} = E^{i(2m\pi + \frac{\pi}{2} - \epsilon)} = E^{2m\pi i} (\text{Sin } \epsilon + i \text{cos } \epsilon)$$

Извѣстно кромѣ того, что $E^{2m\pi i} = 1$; не забывая, что ϵ весьма малая величина, будемъ имѣть:

$$E^{yi} = i.$$

Такимъ образомъ находимъ, что

$$s = \frac{4m\pi}{e} i (1 + \omega);$$

это значеніе s при x и y положительномъ; если теперь возьмемъ x положительнымъ, а y отрицательнымъ, то найдемъ

$$E^{iy} = E^{-2m\pi i - \left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon'\right)} = E^{-2m\pi i} (\text{Sin } \varepsilon' - i \text{cos } \varepsilon'),$$

или же $E^{iy} = -i$, а слѣд. $s = -\frac{4m\pi}{e} i (1 + \omega)$.

Эти двѣ величины s суть два рѣшенія уравненія (1); оба они весьма велики, потому что зависятъ отъ m , которое по предположенію есть большое число.

Взявши теперь x изъ первой и второй системы рѣшеній только со знакомъ —, мы найдемъ подобнымъ же образомъ для первой системы

$$s = E^x E^{yi} = E^{-\log \frac{4m\pi}{e} - \gamma} E^{iy} = \frac{1}{E^{\log \frac{4m\pi}{e} + \gamma}} E^{iy},$$

или же

$$s = \frac{e^i}{4m\pi} (1 + \omega_1);$$

для второй системы

$$s = -\frac{e^i}{4m\pi} (1 + \omega'_1);$$

ω_1 и ω'_1 суть очень малыя количества; эти два рѣшенія s весьма малы по причинѣ весьма большаго значенія m .

Такъ какъ m есть число произвольное и довольно большое, то изъ этого и слѣдуетъ, что уравненіе (1) имѣетъ безчисленное множество рѣшеній весьма большихъ и весьма малыхъ какъ положительныхъ такъ и отрицательныхъ. Чтобы имѣть болѣе ясное понятіе о числѣ этихъ корней, мы замѣтимъ, что это число можетъ быть опредѣлено только приблизительно для тѣхъ

рѣшеній, которыхъ модуль заключается между единицею и довольно большимъ числомъ R . Положимъ модуль R равнымъ

$$\frac{4m\pi}{e}$$

Для m равнымъ 1, 2, 3, 4, до m ; мы видимъ, что всякой величинѣ m соотвѣтствуютъ два корня

$$s = \pm \frac{4m\pi i}{e} (1 + \omega),$$

которыхъ модуль будетъ больше единицы и менѣе $\frac{4\pi m}{e}$; поэтому число рѣшеній приблизительно будетъ равно

$$N = 2m = \frac{Re}{2\pi}.$$

Отсюда видно, что давая R весьма большія значенія, будемъ имѣть большихъ рѣшеній столько сколько угодно.

Такое же число рѣшеній будемъ имѣть для s , которыхъ модуль заключается между единицею и $\frac{1}{R}$, т. е. число корней, заключающихся въ формулѣ

$$s = \pm \frac{ei}{4m\pi} (1 + \omega).$$

§ 7. Весьма важно опредѣлить равныя корни уравненія

$$s.R - \frac{e}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right) = z. \quad (1)$$

Замѣтимъ прежде всего, что это уравненіе имѣетъ безчисленное

множество корней равных нулю и безконечности; въ самомъ дѣлѣ, корни

$$s = \pm \frac{4m\pi i}{e} (1 + \omega) \text{ и } s = \pm \frac{e i}{4m\pi} (1 + \omega')$$

при безконечно большомъ m дѣлаются равными или безконечности, или же нулю; m будучи безконечно большимъ можетъ быть увеличено какимъ угодно числомъ единицъ, и при этомъ получимъ новый корень; поэтому можно сказать, что число корней равныхъ нулю и безконечности безконечно велико. Этотъ случай равныхъ корней мы будемъ исключать, и постараемся опредѣлить только конечныя величины равныхъ корней. Извѣстно, что эти корни должны удовлетворять не только нашему уравненію, но еще и производной его относительно s , которая будетъ

$$E \frac{e}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right) \left[1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) \right] = 0.$$

Это уравненіе, исключая величины s равныя нулю и безконечности, можетъ быть удовлетворено только при условіи

$$1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) = 0.$$

Эксцентриситетъ e всегда меньше единицы; поэтому можно положить $e = \text{Sin}\psi$; рѣшая послѣднее уравненіе, находимъ два корня

$$s_1 = \text{tang} \frac{\psi}{2} \quad \text{и} \quad s_2 = \text{Cotang} \frac{\psi}{2}.$$

Внося эти величины въ наше уравненіе будемъ имѣть

$$\text{tang} \frac{\psi}{2} E - \text{Sin} \frac{\psi}{2} \cdot \text{Cos} \frac{\psi}{2} \left(\text{tang} \frac{\psi}{2} - \text{cotang} \frac{\psi}{2} \right) = z_1,$$

$$\text{Cotang } \frac{\psi}{2} E^{-\text{Sin } \frac{\psi}{2} \cdot \text{Cos } \frac{\psi}{2} \left(\text{Cotang } \frac{\psi}{2} - \text{tang } \frac{\psi}{2} \right)} = z_2 ;$$

сдѣлавъ приведеніе въ показателѣ, получимъ

$$z_1 = \text{tang } \frac{\psi}{2} E^{\text{Cos } \psi}, z_2 = \text{Cotang } \frac{\psi}{2} \cdot E^{-\text{Cos } \psi} .$$

И такъ, когда $z = z_1$, то уравненіе (1) допускаетъ два равныхъ корня s_1 ; когда $z = z_2$, то уравненіе это имѣетъ два равныхъ корня s_2 . Двѣ величины z_1 и z_2 имѣютъ между собою слѣдующее замѣчательное соотношеніе

$$z_1 z_2 = 1 .$$

Кромѣ того весьма легко доказать, что $z_1 < 1$, а $z_2 > 1$. Въ самомъ дѣлѣ возьмемъ производную отъ z_1 по ψ

$$\begin{aligned} \frac{dz_1}{d\psi} &= \frac{1}{2 \text{Cos}^2 \frac{\psi}{2}} E^{\text{Cos } \psi} - \text{tang } \frac{\psi}{2} E^{\text{Cos } \psi} \cdot 2 \text{Sin } \frac{\psi}{2} \cdot \text{Cos } \frac{\psi}{2} \\ &= E^{\text{Cos } \psi} \left[\frac{1}{2 \text{Cos}^2 \frac{\psi}{2}} - 2 \text{Sin}^2 \frac{\psi}{2} \right] . \end{aligned}$$

или

$$\frac{dz_1}{d\psi} = E^{\text{Cos } \psi} \frac{1 - \text{Sin}^2 \psi}{2 \text{Cos}^2 \frac{\psi}{2}} .$$

Отсюда видно, что $\frac{dz_1}{d\psi} > 0$, каково бы нибыло ψ ; впрочемъ ψ не можетъ превосходить 90° ; съ увеличеніемъ ψ , z возрастаетъ; наибольшую величину z_1 будетъ имѣть при $\psi = 90^\circ$; въ этомъ

случаѣ z_1 равно единицѣ; но такъ какъ ψ всегда меньше 90° , то z_1 будетъ всегда меньше единицы; поэтому $z_2 > 1$.

§ 8. Чтобы имѣть возможность слѣдить за измѣненіями z какъ функціи s , допустить сначала для z какую нибудь начальную величину z_0 , и возьмемъ только одинъ корень уравненія

$$sE - \frac{e}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right) = z_0.$$

Пусть выбранный нами корень, соответствующій точкѣ z_0 , будетъ z_0 . Чтобы имѣть величину этого корня въ какой нибудь точкѣ M нужно дать кривую z_0M , по которой точка z_0 должна двигаться, чтобы достигнуть M ; иначе говоря, нужно дать рядъ величинъ z во всѣхъ точкахъ проходимого пути; только при такихъ данныхъ можно слѣдить за соответствующими измѣненіями корня z_0 . Изъ общей теоріи мнимаго переменнаго мы знаемъ, что путь z_0M долженъ быть выбранъ такимъ образомъ, чтобы онъ не проходилъ чрезъ точки въ которыхъ s допускаетъ равные корни. Въ нашемъ уравненіи мы опредѣлили двѣ точки B и C (ф. 3), въ которыхъ переменное z принимаетъ двѣ действительныхъ величины

$$z_1 = OB \quad \text{и} \quad z_2 = OC,$$

при которыхъ функція s допускаетъ равные корни; поэтому путь z_0M не долженъ проходить черезъ эти двѣ точки. Кромѣ этихъ двухъ точекъ мы видѣли еще, что z имѣетъ безчисленное множество корней равныхъ нулю и безконечности; поэтому путь z_0M не долженъ проходить еще ни чрезъ одну изъ тѣхъ точекъ, въ которыхъ s , имѣющее значеніе s_0 въ точкѣ z_0 , сдѣлается нулемъ или безконечностію, потому что тогда этотъ корень сдѣлается равнымъ безчисленному множеству другихъ корней равныхъ нулю и безконечности, и далѣе мы не будемъ въ состояніи слѣдить за измѣненіями z_0 ; поэтому путь

z_0M не долженъ проходить чрезъ точки, находящіяся на безконечномъ разстояніи отъ начала координатъ; наконецъ z_0M не должно проходить чрезъ начало координатъ O , ибо въ точкѣ $z = 0$ функція s имѣетъ только корни равныя нулю и безконечности.

§ 9. Опредѣливши условія, которыя долженъ выполнять путь z_0M , мы докажемъ теперь, что если онъ не проходитъ ни чрезъ одну изъ точекъ O, B, C , то функція s , которой измѣненія мы изучаемъ, не дѣлается безконечною ни въ одной изъ точекъ этого пути.

Въ самомъ дѣлѣ допустимъ, что s можетъ сдѣлаться безконечною въ точкѣ Q ; рассмотримъ значеніе его въ точкѣ предшествующей P . Если мы положимъ, что P лежитъ весьма близко къ Q , то модуль функціи s въ P долженъ быть весьма великъ, потому что въ Q онъ безконеченъ.

Возьмемъ логарифмъ уравненія (1)

$$\log s - \frac{e}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right) = \log z;$$

дифференцируя его, имѣемъ

$$\frac{ds}{s} - \frac{e}{2} \left(1 + \frac{1}{s^2} \right) ds = \frac{dz}{z};$$

отсюда получимъ

$$ds = \frac{dz}{z \left(\frac{1}{s} - \frac{e}{2} - \frac{e}{2s^2} \right)},$$

и какъ по предположенію въ точкѣ P , s имѣетъ весьма большую величину, то можно написать

$$ds = - \frac{2dz}{ez(1 + \tilde{\omega})},$$

гдѣ ω есть безконечно малое количество, которое можетъ сдѣлаться какъ угодно малымъ, если только возьмемъ точку P довольно близкую къ Q , гдѣ $s = \infty$. Если представимъ переменное z въ видѣ

$$z = \rho E^{i\theta}, \text{ то}$$

$$\log z = \log \rho + i\theta, \text{ а } \frac{dz}{z} = \frac{d\rho}{\rho} + i d\theta;$$

поэтому модуль $\frac{dz}{z}$ будетъ

$$\text{mod} \left(\frac{dz}{z} \right) = \sqrt{\left(\frac{d\rho}{\rho} \right)^2 + d\theta^2} = \sqrt{\frac{d\rho^2 + \rho^2 d\theta^2}{\rho^2}}.$$

Представимъ себѣ теперь, что кривая z_0M опредѣлена отноше-
ніемъ между радіусомъ векторомъ ρ и угломъ θ , то понятно,
что

$$d\rho^2 + \rho^2 d\theta^2$$

есть ничто иное какъ квадратъ дифференціала дуги кривой;
вслѣдствіе чего, если означимъ черезъ $d\lambda$ этотъ дифференціалъ,
то будемъ имѣть

$$\text{mod} \left(\frac{dz}{z} \right) = \frac{d\lambda}{\rho}$$

Означимъ черезъ ρ' наименьшую величину радіуса вектора ρ при
измѣненіи z отъ P до Q ; ρ' не будетъ равно нулю, если только
 z_0M не проходитъ черезъ начало координатъ, поэтому будемъ
имѣть

$$\text{mod} \left(\frac{dz}{z} \right) < \frac{d\lambda}{\rho'}.$$

Если теперь назовем еще через μ наименьшую величину модуля $1 + \bar{\omega}$, которую онъ можетъ получить между точками P и Q , то μ будетъ весьма мало отличаться отъ единицы; поэтому

$$\text{mod}(ds) < \frac{2}{e} \cdot \frac{d\lambda}{\rho'} \cdot \frac{1}{\mu}.$$

Предположимъ теперь, что точка z перемѣщается отъ P до Q ; чтобы имѣть модуль приращенія Δs функціи s , нужно взять модуль суммы различныхъ ds отъ точки P до точки Q ; но замѣчая, что модуль суммы всегда меньше суммы модулей, мы можемъ сказать, что

$$\text{mod}(\Delta s) < \Sigma \text{mod}(ds),$$

а тѣмъ больше

$$\text{mod}(\Delta s) < \frac{2}{e\rho'\mu} \cdot l,$$

гдѣ l — дугъ PQ . Отсюда видно, что модуль приращенія функціи s можетъ быть только величиною конечною, и слѣд. функція s , имѣя въ точкѣ P величину конечною, хотя и большую, можетъ имѣть въ точкѣ Q величину только нѣсколько ббольшую, но всегда конечною; отсюда можно уже заключить, что s не можетъ сдѣлаться безконечнымъ ни въ какой точкѣ пути z_0M , если только этотъ путь не проходитъ ни черезъ одну изъ точекъ O, B, C .

Функція s не можетъ также сдѣлаться равною нулю въ какой нибудь точкѣ пути z_0M . Въ самомъ дѣлѣ, если сдѣлаемъ

$$z = \frac{1}{z'}, \quad \text{а } s = \frac{1}{s'},$$

то уравненіе (1) обращается въ

$$\frac{1}{s'} E - \frac{e}{2} \left[\frac{1}{s'} - s' \right] = \frac{1}{z'}$$

или же преобразовывая это уравнение, будемъ имѣть

$$s' E - \frac{e}{2} \left[s' - \frac{1}{s'} \right] = z'$$

И такъ уравненіе (1) не измѣняется отъ этой подстановки. Функція s' не можетъ сдѣлаться безконечностью въ этомъ послѣднемъ уравненіи ни въ одной точкѣ своего пути z_0M , слѣд. мы имѣемъ право заключить, что s въ уравненіи (1) не можетъ сдѣлаться нулемъ.

И такъ, если путь z_0M будетъ подверженъ условію не проходить черезъ три точки O, B, C , то функція s , имѣющая начальную величину s_0 въ точкѣ z_0 , будетъ имѣть только одну величину въ каждой точкѣ своего пути.

§ 10. Къ функціи s , зависящей отъ z , можно приложить доказательство состоящее въ томъ, что если путь z_0PM измѣнимъ на $z_0P'M$, то придемъ въ точку M по этимъ двумъ путямъ съ одною и тою же величиною s ; эта величина будетъ корнемъ уравненія (1) въ точкѣ M и будетъ зависеть отъ начальной величины s_0 , которую мы взяли въ точкѣ z_0 ; при этомъ непремѣннымъ условіемъ будетъ то, чтобы оба пути не проходили черезъ точки O, B, C .

Требуемыя нами условія будутъ выполнены, если свяжемъ, что пути z_0PM и $z_0P'M$ должны оставаться въ пространствѣ между двумя окружностями, описанными изъ начала O радіусами $OB = z_1$ и $OC = z_2$, и если кромѣ того ни одинъ изъ этихъ путей не дѣластъ оборотовъ около круга радіуса OB ; ибо только въ этомъ случаѣ оба пути могутъ быть преобразованы одинъ въ другой не проходя черезъ точки O, B, C , и слѣд. будутъ оба приводить въ точкѣ M къ одной и той же величинѣ s . Но если будемъ проходить путь z_0M и z_0NM , то вообще не будемъ имѣть

въ точкѣ M одну и ту же величину функции s , ибо второй путь z , NM не можетъ быть преобразованъ въ первый, не заставивши его пройти черезъ двѣ точки равныхъ корней O и B . Впрочемъ въ разсматриваемомъ нами трансцендентномъ уравненіи встрѣчается весьма замѣчательный случай, а именно, есть одна функция s , которая получаетъ въ точкѣ M всегда одну и ту же величину, каковъ бы ни былъ путь, по которому мы въ нее прійдемъ, лишь бы только онъ оставался въ пространствѣ G , заключающемся между двумя кругами.

Эта функция s получается при $z=1$ и опредѣляется изъ уравненія

$$sE - \frac{e}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right) = 1; \quad (1)$$

начальная величина ея есть $s_0=1$; въ самомъ дѣлѣ $s_0=1$ удовлетворяетъ написанному уравненію. Если мы теперь въ точкѣ A , $OA=1$, возьмемъ начальную величину s , $s_0=1$, и потомъ станемъ двигаться къ точкѣ M , то мы прійдемъ въ нее съ тою же величиною s , если даже путь при этомъ совершитъ нѣсколько оборотовъ около окружности, описанной изъ центра радіусомъ OB .

Въ самомъ дѣлѣ, положимъ сначала, что путь AM не дѣлаетъ оборотовъ около окружности BDH ; каковъ бы ни былъ этотъ путь, его всегда можно преобразовать въ путь APM , составленный изъ дуги AP круга, описаннаго изъ центра радіусомъ OA и прямой линіи PM , служащей продолженіемъ радіуса OP ; измѣненія перемѣннаго на пути AP очевидно могутъ быть представлены формулою

$$z = E^{i\theta};$$

называя черезъ θ уголъ, составленный радіусомъ перемѣннымъ только по положенію, съ осью x -въ. Величина s , соответствующая перемѣнному z опредѣляется изъ уравненія

$$s = E^{iu},$$

гдѣ u должно удовлетворять уравненію

$$u - e \operatorname{Sinn} = z;$$

извѣстно, что эта величина s будетъ корнемъ уравненія (1), когда z дадимъ предидущее значеніе. Кроме того замѣтимъ, что для каждой дѣйствительной величины z соотвѣтствуетъ только одна дѣйствительная и опредѣленная величина u , и если z измѣняется на какое нибудь кратное число 2π , то и u также измѣняется на то же самое кратное число 2π . Наконецъ если возьмемъ $z=1$, т. е. точку A , и $s_0=1$, и если z будетъ измѣняться непрерывно, то и z , и u будетъ также измѣняться непрерывно; что видно изъ уравненія связывающаго z и u . Пусть въ точкѣ P функція s будетъ представлена величиною

$$E^{iu};$$

и это будетъ каково бы ни было число окружностей APQ , описанныхъ точкою z , прежде нежели она остановится въ P ; потому что если z увеличится на одну или нѣсколько окружностей, то и u увеличивается тѣмъ же самымъ числомъ, и послѣднее уравненіе не перестаетъ представлять функцію s въ точкѣ P , ибо величина E^{iu} не измѣняется, если прибавимъ какое нибудь число окружностей. Имѣя опредѣленную величину въ P , s измѣняется, когда P перемѣщается въ M и принимаетъ въ ней опредѣленную величину. Эта величина очевидно будетъ одна и та же въ точкѣ M по какому бы пути мы въ нее не пришли; въ самомъ дѣлѣ, всѣ пути подобные z_0NM , могутъ быть преобразованы въ одинъ составленный изъ извѣстнаго числа оборотовъ на окружности APQ , дуги AP и части составленной изъ прямой линіи PM ; и какъ s получаетъ въ точкѣ P всегда одну и ту же величину E^{iu} каково бы ни было число оборотовъ, сдѣланныхъ точкою z , то

поэтому величина s въ точкѣ M будетъ всегда имѣть ту же величину, какую получаетъ функція E^{ii} , когда будемъ идти прямо отъ точки P до M .

При дальнѣйшихъ изслѣдованіяхъ въ каждой точкѣ пространства G мы будемъ разсматривать только тотъ корень уравненія (1), который въ точкѣ A равенъ единицѣ. Если мы возьмемъ за начальную величину корня въ точкѣ z_0 значеніе того именно корня, который въ точкѣ A равенъ единицѣ, то изъ предидущаго изслѣдованія мы знаемъ, что въ каждой точкѣ M онъ будетъ имѣть всегда одну и ту же величину. Чтобы яснѣе представить это условіе, мы преобразуемъ путь z_0M въ z_0APM , и какъ наша функція въ точкѣ A получаетъ значеніе $s_0 = 1$, то ясно что въ ней можно примѣнить предидущее разсужденіе. Итакъ мы нашли одинъ корень нашего трансцендентнаго уравненія, который есть трансцендентная функція z , и который для всѣхъ точекъ пространства G имѣетъ тоже свойство, какъ и всѣ функціи хорошо опредѣленныя, принимать въ каждой точкѣ этого пространства одну и ту же величину какимъ бы путемъ мы въ нее не пришли.

Извѣстно, что такая функція можетъ быть разложена въ сходящійся рядъ въ пространствѣ G , расположенный по дѣльнымъ какъ положительнымъ такъ и отрицательнымъ степенямъ переменнаго z , по теоремѣ *Капитана Лорана*. (Доказательство ея смотри *Théorie des fonctions doublement periodiques par Briot et Bouquet*).

§ 11. Изъ предидущаго слѣдуетъ, что уравненіе

$$sE - \frac{e}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right) = z$$

опредѣляетъ извѣстную функцію s переменнаго z , которую подчиняютъ тому условію, чтобы она была равна единицѣ при $z=1$, и которая, какъ мы видѣли, имѣетъ только одну конечную и опредѣленную величину для всѣхъ точекъ пространства G , т. е. для всѣхъ величинъ z , содержащихся между z_1 и z_2 .

Разсмотримъ какую нибудь функцію S , зависящую отъ нашей функціи s , впрочемъ такую, которая имѣетъ только одну величину для данной величины s ; такова напримѣръ будетъ раціональная функція s . Ясно, что новая функція S будетъ имѣть только одну величину конечную и опредѣленную для всѣхъ величинъ z , которыхъ модуль больше z_1 и меньше z_2 , или все равно для всѣхъ точекъ пространства G . По условію функція S не должна дѣлаться прерывною ни въ какой точкѣ пространства G ; кромѣ того, приращеніе h , данное переменному z , производитъ въ S соответствующее приращеніе пропорціональное h , или же пропорціональное какой нибудь степени h . Впрочемъ это условіе почти всегда имѣетъ мѣсто, исключая только нѣкоторые весьма частные случаи; напримѣръ функція \sqrt{z} получаетъ приращеніе пропорціональное $h^{\frac{1}{2}}$ при $z = 0$, т. е. что приращеніе возрастаетъ пропорціонально дробной степени приращенія. И такъ допустимъ, что S не представляетъ этаго исключительнаго случая, и что приращеніе переменнаго измѣняетъ ее въ $S + hS'$, или же вообще въ $S + S^{(m)} h^m$, гдѣ m есть цѣлое и положительное число.

Функція S , подобно функціи s , можетъ быть разложена въ рядъ, на основаніи теоремы капитана Лорана, по цѣлымъ положительнымъ и отрицательнымъ степенямъ переменнаго въ пространствѣ G .

Положимъ вообще, что

$$S = \varphi(z);$$

разсмотримъ теперь функцію

$$\frac{\varphi(z) - \varphi(t)}{z - t},$$

гдѣ t есть одно изъ значеній переменнаго z въ пространствѣ G ; пусть t (ф. 5) будетъ точка соответствующая этой величинѣ. Новая функція очевидно будетъ конечною и непрерывною въ пространствѣ G точно также какъ и $\varphi(z)$; она будетъ имѣть для каждой величины z одну опредѣленную величину, ибо $\varphi(z)$ имѣетъ

только одну величину; эта функция не перестаетъ быть непрерывною даже въ точкѣ t , ибо въ ней она равна $\varphi'(t)$. Замѣтимъ еще что рассматриваемая функция не имѣетъ равныхъ корней въ пространствѣ G , потому что $\varphi(z)$ ихъ не имѣетъ. Однимъ словомъ, функция нами рассматриваемая такова, что интегралъ

$$\int \frac{\varphi(z) - \varphi(t)}{z - t} dz,$$

взятый по окружности, описанной изъ начала O какъ центра радиусомъ большимъ $OB = z_1$ и меньшимъ $OC = z_2$, не будетъ измѣняться, когда будемъ измѣнять радиусъ этого круга между означенными предѣлами, ибо измѣненія радиуса, соотвѣтствующія расширенію или сжатію контура, не будутъ сопровождаться тѣмъ обстоятельствамъ, что соменутый контуръ переходитъ черезъ точки, въ которыхъ подынтегральная функция дѣлается или безконечною или же допускаетъ равные корни. И такъ величина интеграла не зависитъ отъ радиуса окружности, по которой совершается интегрированіе, лишь бы только онъ былъ больше z_1 и меньше z_2 .

Если возьмемъ нашъ интегралъ по двумъ окружностямъ радиусовъ r' и r'' , и притомъ такихъ, что r' будетъ меньше модуля t , а r'' больше его, или все равно $r' < Ot$, а $r'' > Ot$, то какъ извѣстно получимъ слѣдующій результатъ ;

$$\int_{r'} \frac{\varphi(z) - \varphi(t)}{z - t} dz = \int_{r''} \frac{\varphi(z) - \varphi(t)}{z - t} dz;$$

r' и r'' , поставленные внизу интеграловъ, обозначаютъ окружности, по которымъ должно совершать интегрированіе.

На основаніи этого замѣчанія и получается разложеніе Лорана

$$\begin{aligned} \varphi(t)2\pi i &= \int \varphi(z) \frac{dz}{z} + t \int \varphi(z) \frac{dz}{z^2} + t^2 \int \varphi(z) \frac{dz}{z^3} + \dots \\ &+ \frac{1}{t} \int \varphi(z) dz + \frac{1}{t^2} \int \varphi(z) z dz + \frac{1}{t^3} \int \varphi(z) z^2 dz + \dots \end{aligned}$$

Замѣтимъ, что интегралы, находящіеся во второй части и играющіе роль коэффициентовъ, суть количества опредѣленныя; они могутъ быть взяты по окружности радіуса равнаго единицѣ.

Вставивъ въ предыдущую формулу вмѣсто t величину z , получимъ

$$\varphi(z) \cdot 2\pi i = \int \varphi(z) \frac{dz}{z} + z \int \varphi(z) z^{-1} \frac{dz}{z} + z^2 \int \varphi(z) z^{-2} \frac{dz}{z} + \dots \\ + z^{-1} \int \varphi(z) z \frac{dz}{z} + z^{-2} \int \varphi(z) z^2 \frac{dz}{z} + \dots$$

Общій членъ этого разложенія будетъ

$$z^m \int \varphi(z) z^{-m} \frac{dz}{z};$$

m будетъ всегда числомъ цѣлымъ положительнымъ или отрицательнымъ.

§ 12. Координаты планеты, взятыя въ ея орбитѣ, т. е. ξ и η , могутъ быть разсматриваемы какъ функціи s , потому что онѣ выражаются слѣдующими формулами:

$$\xi = \frac{a}{2} \left(s + \frac{1}{s} - 2e \right), \\ \eta = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{2i} \left(s - \frac{1}{s} \right).$$

Мы видимъ еще, что онѣ суть рациональныя функціи s , слѣд. онѣ имѣютъ только одну величину для каждой величины s во всѣхъ точкахъ пространства G . Эти функціи дѣлаются безконечными только при $s = 0$ и $s = \infty$; но точки соотвѣтствующія этимъ величинамъ z не находятся въ пространствѣ G . И такъ координаты ξ и η могутъ быть разложены въ ряды по цѣлымъ какъ

положительнымъ, такъ и отрицательнымъ степенямъ переменнаго z , или что все равно въ ряды, зависящiе отъ синусовъ и косинусовъ кратныхъ дугъ z .

Координаты X , Y , Z планеты выражаются линейно въ функціи ξ и η , слѣд. также могутъ быть разложены въ ряды, зависящiе отъ z ; тоже самое можно сказать и относительно полиномовъ, составленныхъ изъ цѣлыхъ и положительныхъ степеней X , Y , Z , напримѣръ такихъ, которыхъ общій членъ есть

$$X^m Y^n Z^p,$$

гдѣ m , n и p суть цѣлыя числа.

Радіусъ векторъ

$$r = a \left(1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) \right),$$

будучи рациональною функціею s , можетъ быть также разложенъ въ рядъ по степенямъ z ; онъ дѣлается безконечнымъ при $s = 0$ и $s = \infty$; тоже самое можно сказать относительно цѣлыхъ положительныхъ и отрицательныхъ степеней r ; въ самомъ дѣлѣ, положительные степени r дѣлаются безконечными въ тоже время какъ и r ; отрицательныя степени r дѣлаются безконечными при $r = 0$, что даетъ

$$1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) = 0.$$

Это уравненіе опредѣляетъ двѣ точки B и C , или все равно величины z_1 и z_2 , которыя не находятся въ пространствѣ G . И такъ положительныя и отрицательныя степени радіуса вектора могутъ быть разложены въ ряды, расположенныя по степенямъ z

§ 13. Мы назвали черезъ $S = \varphi(z)$ рациональную функцію s , къ которой приложима теорема Лорана, которую поэтому можно написать въ слѣдующемъ видѣ:

$$2\pi i. S = \int S \frac{dz}{z} + z \int Sz^{-1} \frac{dz}{z} + z^2 \int Sz^{-2} \frac{dz}{z} \\ + z^3 \int Sz^{-3} \frac{dz}{z} + \dots \\ + z^{-1} \int Sz \frac{dz}{z} + z^{-2} \int Sz^2 \frac{dz}{z} + z^{-3} \int Sz^3 + \dots;$$

или иначе,

$$S = P_0 + P_1 z + P_2 z^2 + P_3 z^3 + \dots \\ + P_{-1} z^{-1} + P_{-2} z^{-2} + P_{-3} z^{-3} + \dots$$

Для опредѣленія коэффициента P_m въ общемъ членѣ будемъ имѣть слѣдующее уравненіе:

$$2\pi i P_m = \int_{(1)} Sz^{-m} \frac{dz}{z},$$

гдѣ m должно получить всѣ положительныя и отрицательныя цѣлыя значенія. Предъидущій рядъ можно написать еще

$$\int = \Sigma P_m z^m.$$

Коэффициентъ P_m общаго члена, какъ видно, выражается интеграломъ, взятымъ относительно z по окружности радіуса $= 1$. Преобразуемъ этотъ интегралъ, измѣнивъ въ немъ переменное z въ s ; это преобразование послужитъ намъ для опредѣленія самаго коэффициента P_m . Для этого замѣтимъ, что во всѣхъ точкахъ окружности, которой радіусъ равенъ единицѣ, имѣемъ

$$z = E^{iz}, \text{ а } s = E^{iu};$$

количества z и u связаны, какъ извѣстно, между собою уравненіемъ

$$u - e \operatorname{Sin} u = z.$$

Когда точка z движется по окружности, то уголъ ξ измѣняется отъ 0 до 2π ; уголъ u равенъ нулю въ одно время съ ξ ; онъ равенъ 2π такъ же въ одно время съ ξ , что легко видѣть изъ предыдущаго уравненія; вообще если ξ увеличивается или уменьшается какимъ нибудь числомъ 2π , то и u увеличивается тѣмъ же самымъ числомъ 2π . Поэтому, если въ интегралѣ, которымъ выражается P_m мы измѣнимъ z на s , то мы должны будемъ совершить интегрированіе относительно s по окружности радіуса равнаго единицѣ, и если первое интегрированіе относительно ξ исполнено между нулемъ и 2π , то мы новый интегралъ должны будемъ взять относительно u между тѣми же самыми предѣлами.

§ 14. Чтобы совершить упомянутое преобразованіе, возьмемъ уравненіе

$$sE^{-\frac{e}{2}\left(s-\frac{1}{s}\right)} = z;$$

отсюда получимъ

$$z^{-m} = s^{-m} E^{\frac{me}{2}\left(s-\frac{1}{s}\right)}.$$

Обыкновенное дифференцированіе даетъ

$$\begin{aligned} -mz^{-m-1} \frac{dz}{z} &= -ms^{-m-1} E^{\frac{me}{2}\left(s-\frac{1}{s}\right)} ds \\ &+ s^{-m} E^{\frac{me}{2}\left(s-\frac{1}{s}\right)} \frac{me}{2}\left(1+\frac{1}{s^2}\right) ds; \end{aligned}$$

или же

$$z^{-m} \frac{dz}{z} = E^{\frac{me}{2}\left(s-\frac{1}{s}\right)} \left[1 - \frac{e}{2}\left(s+\frac{1}{s}\right) \right] s^{-m} \frac{ds}{s}$$

На основаніи этого уравненіе, данное въ предыдущемъ параграфѣ, для опредѣленія коэффициента P_m , приметъ видъ

$$2\pi i P_m = \int_{(1)} Sz^{-m} \frac{dz}{z} = \int_{(1)} SE^{\frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right)} \left[1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) \right] s^{-m} \frac{ds}{s}$$

Второй интегралъ относительно s , какъ мы замѣтили выше, долженъ быть взятъ по окружности радіуса $= 1$.

Положимъ

$$SE^{\frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right)} \left[1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) \right] = \Pi;$$

вслѣдствіе этого получимъ

$$2\pi i P_m = \int_{(1)} \Pi s^{-m} \frac{ds}{s}.$$

Это же самое выраженіе послужитъ для опредѣленія P_{-m} , коэффициента при z^{-m} ; для этого достаточно переимѣнить m на $-m$ подъ знакомъ интеграла.

Чтобы совершить послѣднее интегрированіе разложимъ функцію Π по степенямъ s ; пусть

$$A_p s^p$$

будетъ общій членъ разложенія. И такъ намъ нужно будетъ вычислить интегралъ вида

$$\int_{(1)} A_p s^{p-m} \frac{ds}{s}.$$

Но не трудно видѣть, что этотъ интегралъ равенъ нулю, когда m не равно p ; когда $m = p$, то будетъ имѣть

$$A_m \int_{(1)} \frac{ds}{s} = 2\pi i A_m ;$$

слѣдовательно

$$2\pi i P_m = 2\pi i A_m , \text{ или}$$

$$P_m = A_m ,$$

т. е. коэффициентъ P_m въ разложеніи S по степенямъ z равенъ коэффициенту A_m въ разложеніи Π по степенямъ s и притомъ у одинаковыхъ степеней переменныхъ z и s . И такъ вопросъ объ опредѣленіи коэффициента P_m приводится къ опредѣленію общаго члена въ разложеніи Π .

§ 15. Дадимъ еще другой способъ опредѣленія коэффициента P_m . Для этого возьмемъ прежнее уравненіе

$$2\pi i P_m = \int Sz^{-m} \frac{dz}{z}.$$

Интегрируя по частямъ найдемъ

$$\int Sz^{-m} \frac{dz}{z} = -S \frac{z^{-m}}{m} + \frac{1}{m} \int z^{-m} dS.$$

Этотъ интегралъ долженъ быть взятъ по окружности, которой радиусъ равенъ единицѣ; по S , какъ функція хорошо опредѣленная, получить одинаковую величину при обоихъ предѣ-

лахъ; тоже самое должно сказать и относительно z^{-m} ; поэтому будетъ имѣть

$$\int_{(1)} S z^{-m} \frac{dz}{z} = \frac{1}{m} \int_{(1)} z^{-m} dS.$$

Замѣняя теперь z его величиною въ функціи s , мы найдемъ

$$\begin{aligned} \frac{1}{m} \int_{(1)} z^{-m} dS &= \frac{1}{m} \int_{(1)} S^{-m} E^{\frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right)} \frac{dS}{ds} \cdot ds \\ &= \frac{1}{m} \int_{(1)} \frac{dS}{ds} E^{\frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right)} s^{-(m-1)} \frac{ds}{s}. \end{aligned}$$

Положимъ теперь

$$\frac{1}{m} \cdot \frac{dS}{ds} E^{\frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right)} = \Pi_1,$$

вслѣдствіе этого получимъ

$$2\pi i P_m = \int_{(1)} \Pi_1 s^{-(m-1)} \frac{ds}{s}.$$

Разлагая теперь Π_1 по восходящимъ степенямъ переменнаго s , получимъ $2\pi i P_m$ выраженное рядомъ, котораго каждый членъ будетъ представленъ интеграломъ вида

$$\int s^{p-(m-1)} \frac{ds}{s},$$

умноженнымъ на постоянный коэффициентъ. Этотъ интегралъ ра-

венъ нулю, если p не равно $m - 1$. Поэтому остается только одинъ членъ въ разложеніи Π_1 , соответствующій члену

$$Q_{m-1} s^{m-1}.$$

Этотъ членъ даетъ интеграль

$$Q_{m-1} \int \frac{ds}{(1)s} = 2\pi i Q_{m-1};$$

по этому имѣемъ

$$2\pi i P_m = 2\pi i Q_{m-1};$$

или

$$P_m = Q_{m-1},$$

Отсюда видимъ, что P_m есть ни что иное какъ коэффициентъ при s^{m-1} въ разложеніи функціи Π_1 по степенямъ s .

Все, что мы сказали о коэффициентѣ P_m , можно приложить къ коэффициенту P_{-m} , для этого достаточно переимѣнить m на $-m$.

Замѣтимъ при этомъ, что второй способъ опредѣленія коэффициента P_m не можетъ быть примененъ къ опредѣленію P_0 .

§ 16. Покажемъ теперь какимъ образомъ въ каждомъ частномъ случаѣ опредѣляются коэффициенты нашего ряда S .

$$\begin{aligned} S = & P_0 + P_1 z + P_2 z^2 + P_3 z^3 + \dots + P_m z^m + \dots \\ & + P_{-1} z^{-1} + P_{-2} z^{-2} + P_{-3} z^{-3} + \dots + P_{-m} z^{-m} + \dots \end{aligned}$$

Сдѣлаемъ сначала $S=s$, т. е. найдемъ разложеніе s . Чтобы найти P_0 возьмемъ Π и положимъ въ немъ $m=0$, тогда получимъ

$$s \left(1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) \right) = s - \frac{e}{2} s^2 - \frac{e}{2};$$

P_0 , какъ мы знаемъ, есть ничто иное какъ коэффициентъ у s^0 въ этомъ разложеніи, по этому

$$P_0 = -\frac{e}{2}.$$

Чтобы найти P_m коэффициентъ у z^m при m положительномъ возьмемъ Π_1 , которое въ этомъ случаѣ будетъ

$$\frac{1}{m} E \frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right) = \frac{1}{m} \left[1 + \frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right) + \frac{m^2 \left(\frac{e}{2} \right)^2}{1 \cdot 2} \left(s - \frac{1}{s} \right)^2 + \dots \right].$$

Здѣсь нужно опредѣлить тѣ члены, которые образуютъ коэффициентъ при s^{m-1} ; этотъ коэффициентъ и будетъ P_m .

Первый членъ предыдущаго разложенія, способный дать s^{m-1} , будетъ тотъ, у котораго биномъ $\left(s - \frac{1}{s} \right)$ возвышенъ въ степень $m-1$. Коэффициентъ этого бинома есть

$$\frac{1}{m} \frac{m^{m-1} \left(\frac{e}{2} \right)^{m-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m-1)}.$$

Это будетъ первый членъ коэффициента P_m . Слѣдующій биномъ

$$\left(s - \frac{1}{s} \right)^m$$

не можетъ дать членовъ со степенью $m-1$; потому что первый

членъ этого разложенія будетъ s^m ; степени s въ слѣдующихъ членахъ будутъ идти постоянно уменьшаясь двумя единицами; эти степени будутъ $(m-2)$, $(m-4)$, и т. д. Легко видѣть, что члены со степенью s^{m-1} будутъ: 1-е, второй членъ въ разложеніи бинома

$$\left(s - \frac{1}{s}\right)^{m+1};$$

этотъ членъ будетъ имѣть коэффициентомъ

$$\frac{1}{m} \frac{m+1}{1} \frac{m}{1.2.3 \dots (m+1)} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+1},$$

2-е, третій членъ въ разложеніи бинома

$$\left(s - \frac{1}{s}\right)^{m+3}$$

коэффициентъ этого члена будетъ

$$\frac{1}{m} \frac{(m+3)(m+2)}{1.2} \frac{m}{1.2.3 \dots (m+3)} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+3},$$

и т. д. Вообще всѣ биномы $\left(s - \frac{1}{s}\right)$, возвышенные въ степени вида $m + 2p - 1$ дадутъ членъ со степенью s^{m-1} . Въ биномѣ

$$\left(s - \frac{1}{s}\right)^{m+2p-1}$$

это будетъ членъ порядка $p + 1$, который даетъ s^{m-1} ; коэффициентъ этого члена будетъ

$$\frac{1}{m} (-1)^p \frac{(m + 2p - 1) (m + 2p - 2) \dots (m + p)}{1 \cdot 2 \dots \dots \dots p}$$

$$\times \frac{m^{m+2p-1} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+2p-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m+2p-1)}$$

Называя чрезъ Q_m коэффициентъ P_m въ этомъ частномъ случаѣ, который мы рассматриваемъ, мы будемъ имѣть

$$Q_m = \frac{1}{m} \left[\frac{m^{m-1} \left(\frac{e}{2}\right)^{m-1}}{1 \cdot 2 \dots (m-1)} - \frac{m+1}{1} \frac{m^{m+1} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m+1)} + \right.$$

$$\frac{(m+3)(m+2)}{1 \cdot 2} \frac{m^{m+3} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+3}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m+3)} + \dots \dots$$

$$\left. + (-1)^p \frac{(m+2p-1)(m+2p-2) \dots (m+p)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \dots \dots p} \right]$$

$$\times \frac{m^{m+2p-1} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+2p-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m+2p-1)} + \dots$$

§ 17. Постараемся теперь опредѣлить P_{-m} , коэффициентъ при z^{-m} ; для этого въ нашихъ формулахъ нужно положить m отрицательнымъ. Назовемъ коэффициентъ P_{-m} чрезъ R_m ; R_m будетъ коэффициентомъ при s^{-m-1} въ разложеніи Π_1 , въ которомъ предварительно нужно перемѣнить m на $-m$; Π_1 въ этомъ случаѣ будетъ

$$-\frac{1}{m} E^{-\frac{me}{2}} \left(s - \frac{1}{s} \right).$$

Но мы получимъ тотъ же самый коэффициентъ R_m , если разложимъ въ рядъ по положительнымъ степенямъ s функцію

$$-\frac{1}{m} E^{\frac{me}{2}} \left(s - \frac{1}{s} \right)$$

и возьмемъ коэффициентъ при s^{m+1} .

Въ самомъ дѣлѣ, если мы имѣемъ какую нибудь функцію $f(s)$, и если разложимъ ее по цѣлымъ и положительнымъ степенямъ s , и возьмемъ коэффициентъ при s степени p , то онъ будетъ имѣть известную величину; перемѣнивши s на $\frac{1}{s}$, мы получимъ тотъ же самый коэффициентъ при s^{-p} ; измѣняя функцію

$$-\frac{1}{m} E^{\frac{me}{2}} \left(s - \frac{1}{s} \right)$$

на новую функцію

$$-\frac{1}{m} E^{-\frac{me}{2}} \left(s - \frac{1}{s} \right),$$

мы дѣлаемъ упомянутую подстановку.

И такъ, чтобы найти R_m , намъ нужно взять разложеніе

$$-\frac{1}{m} E^{\frac{me}{2}} \left(s - \frac{1}{s} \right) = -\frac{1}{m} \left[1 + \frac{m \left(\frac{e}{2} \right)}{1} \left(s - \frac{1}{s} \right) + \right.$$

$$\dots + \frac{m^2 \left(\frac{e}{2}\right)^2}{1 \cdot 2} \left(s - \frac{1}{s}\right)^2 + \dots \left. \right]$$

и найти въ немъ коэффициентъ при степени s^{m+1} . Это нахождение совершенно подобно тому, которое мы имѣли въ предыдущемъ параграфѣ; и такъ

$$R_m = \frac{1}{m} \left[\frac{m^{m+1} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m+1)} - \frac{m+3}{1} \frac{m^{m+3} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+3}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m+3)} + \right. \\ \left. \frac{(m+5)(m+4)}{1 \cdot 2} \frac{m^{m+5} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+5}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m+5)} + \dots \right. \\ \left. + (-1)^{p-1} \frac{(m+2p-1)(m+2p-2)\dots(m+p+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (p-1)} \right. \\ \left. \times \frac{m^{m+2p-1} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+2p-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m+2p-1)} + \dots \right]$$

Здѣсь мы взяли p -ый членъ въ разложеніи бинома

$$\left(s - \frac{1}{s}\right)^{m+2p-1},$$

и умножили его на соответствующій коэффициентъ.

И такъ разложеніе s будетъ имѣть слѣдующій видъ:

$$s = -\frac{e}{2} + Q_1 z + Q_2 z^2 + \dots + R_1 v^{-1} + R_2 z^{-2} + \dots$$

Это разложение имѣетъ мѣсто для всѣхъ точекъ пространства G , или все равно для всѣхъ величинъ z , которыхъ модуль заключается между z_1 и z_2 .

§ 18. Въ предъидущемъ разложеніи мы брали для величины z выраженіе

$$z = E^{i\vartheta},$$

т. е. только тѣ z , которые соотвѣтствуютъ окружности радіуса равнаго единицѣ. Всѣ точки этой окружности расположены въ пространствѣ G , слѣд. предъидущее разложеніе даетъ рядъ сходящійся. Въ Небесной Механикѣ именно и представляется только тотъ случай, когда z имѣетъ выше приведенную форму. Величина s , соотвѣтствующая точкамъ окружности радіуса $= 1$, представляется подѣ видомъ

$$s = E^{iu} = \text{Cos } u + i\text{Sin } u.$$

Въ этомъ случаѣ u представляетъ эксцентрическую аномалію, а ϑ среднюю аномалію планеты.

Въ последнемъ разложеніи s измѣнимъ переменное z на $\frac{1}{z}$; чтобы удержать равенство нужно будетъ измѣнить s на $\frac{1}{s}$; это слѣдуетъ изъ уравненія связывающаго z и s .

И такъ будемъ имѣть

$$\frac{1}{s} = -\frac{e}{2} + B_2 z^2 + \dots + Q_1 z^{-1} + Q_2 z^{-2} + \dots$$

Найдемъ сумму $s + \frac{1}{s}$ и раздѣлимъ его на два; такимъ образомъ получимъ

$$\frac{1}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) = \text{Cos} u = -\frac{e}{2} + \frac{1}{2} (Q_1 + R_1) (z + z^{-1}) \\ + \frac{1}{2} (Q_2 + R_2) (z^2 + z^{-2}) + \dots$$

Составляя подобнымъ образомъ $\frac{1}{2i} \left(s - \frac{1}{s} \right)$; получимъ

$$\frac{1}{2i} \left(s - \frac{1}{s} \right) = \text{Sin} u = \frac{1}{2i} (Q_1 - R_1) (z - z^{-1}) \\ + \frac{1}{2i} (Q_2 - R_2) (z^2 - z^{-2}) + \dots$$

Полагая

$$Q_m + R_m = K_m, \quad \text{а} \quad Q_m - R_m = L_m,$$

и замѣчая кромѣ того, что

$$\frac{z^m + z^{-m}}{2} = \text{Cos} m\zeta, \quad \text{а} \quad \frac{z^m - z^{-m}}{2i} = \text{Sin} m\zeta,$$

предидущія формулы примуть видъ :

$$\text{Cos} u = -\frac{e}{2} + K_1 \text{Cos} \zeta + K_2 \text{Cos} 2\zeta + K_3 \text{Cos} 3\zeta + \dots$$

$$\text{Sin} u = L_1 \text{Sn} \zeta + L_2 \text{Sn} 2\zeta + L_3 \text{Sn} 3\zeta + \dots$$

Кoeffициенты K_m и L_m легко составить, складывая или же вычитая выражения, найденныя выше для Q_m и R_m ; такимъ образомъ получимъ

$$\begin{aligned}
 K_m = & \frac{1}{m} \left[\frac{m^{m-1} \left(\frac{e}{2}\right)^{m-1}}{1 \cdot 2 \dots (m-1)} - \frac{m+2}{1} \frac{m^{m+1} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+1}}{1 \cdot 2 \dots (m+1)} \right. \\
 & + \frac{(m+3)(m+4)}{1 \cdot 2} \cdot \frac{m^{m+3} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+3}}{1 \cdot 2 \dots (m+3)} + \dots \\
 & \left. + (-1)^p \frac{(m+2p)(m+2p-1) \dots (m+p+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p} \right. \\
 & \left. \times \frac{m^{m+2p-1} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+2p-1}}{1 \cdot 2 \dots (m+2p-1)} + \dots \right];
 \end{aligned}$$

a

$$\begin{aligned}
 L_m = & \frac{1}{m} \left[\frac{m^{m-1} \left(\frac{e}{2}\right)^{m-1}}{1 \cdot 2 \dots m+1} - \frac{m}{1} \cdot \frac{m^{m+1} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m+1)} \right. \\
 & + \frac{\frac{m}{2} (m+3) m^{m+3} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+3}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m+3)} + \dots \\
 & \left. + (-1)^p \frac{m}{1} \frac{(m+2p-1)(m+2p-2) \dots (m+p+1)}{1 \cdot 2 \dots (p-1)} \right. \\
 & \left. \times \frac{m^{m+2p-1} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+2p-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m+2p-1)} + \dots \right]
 \end{aligned}$$

II. Разложение координат эллиптического движения.

§ 19. Имѣя разложение $Sinu$ и $Cosu$, легко найти разложение u , r и v , т. е. координат эллиптического движения; а именно

$$u = z + e \sin u = z + e L_1 \sin z + e L_2 \sin 2z + \dots ;$$

подобнымъ же образомъ

$$\frac{r}{a} = 1 - e \cos u = 1 + \frac{e^2}{2} - e K_1 \cos z - e K_2 \cos 2z - e K_3 \cos 3z - \dots$$

Эти ряды будутъ сходящимися для всѣхъ дѣйствительныхъ величинъ z , потому что они получились изъ рядовъ, выражающихъ $\frac{1}{s}$ и $\frac{1}{s^2}$, которые принадлежатъ къ числу сходящихся въ пространствѣ G , какъ это слѣдуетъ изъ теоремы Лорана.

Ряды, предложенные выше, будутъ сходящимися кромѣ того и для мнимыхъ величинъ z , заключающихся между известными предѣлами.

Въ самомъ дѣлѣ, дадимъ z какое нибудь мнимое значеніе

$$z = a + bi ;$$

поэтому

$$z = E^{iz} = E^{ai - b} = E^{-b} [\cos a + i \sin a].$$

Но чтобы ряды были сходящимися необходимо, чтобы величины z имѣли модули, содержащіеся между z_1 и z_2 , или что все равно, чтобы E^{-b} было бы меньше z_2 и больше z_1 ,

$$z_1 < E^{-b} < z_2 ,$$

или же, чтобы

$$\log z_1 < -b < \log z_2 ;$$

но $z_1 z_2 = 1$, по этому будемъ имѣть

$$\log z_1 = -\log z_2.$$

Слѣдовательно — b должно быть меньше числовой величины одного изъ этихъ логарифмовъ; положимъ напримѣръ, что

$$b < \log z_2 ;$$

но какъ

$$z_2 = \operatorname{Cotang} \frac{\psi}{2} E^{-\operatorname{Cos} \psi} ;$$

поэтому необходимо, чтобы числовая величина b была бы меньше

$$\log \operatorname{Cotang} \frac{\psi}{2} - \operatorname{Cos} \psi.$$

Если это условіе будетъ выполнено, то величина $a + bi$ будетъ дѣлать наши ряды, зависящіе отъ z , сходящимися. Въ этомъ случаѣ z , u и s не будутъ имѣть астрономическаго значенія. Функція s будетъ просто функція перемѣннаго z , удовлетворяющая уравненію (1).

§ 20. Въ Астрономіи уравненіемъ центра называютъ разность между истинною и среднею аномаліею планеты. Означая черезъ v истинную аномалію планеты, уравненіе площадей даетъ

$$r^2 dv = c dt,$$

гдѣ

$$c = na^2 \sqrt{1 - e^2}, \quad z = nt + \varepsilon - \omega, \quad dz = n dt,$$

n есть средняя скорость движенія планеты, t время, ε эпоха, ω есть долгота перигелія планеты.

Уравненіе площадей поэтому можно написать,

$$dv = \frac{a^2}{r^2} \sqrt{1 - e^2} \cdot dz.$$

Чтобы имѣть уравненіе центра, т. е. $v = \zeta$, нужно разложить во второй части $\frac{a^2}{r^2}$, зависящее отъ ζ , и потомъ интегрировать.

Но вмѣсто того, чтобы искать разложеніе $\left(\frac{a}{r}\right)^2$, мы разложимъ въ рядъ функцію болѣе общую

$$S = \left(\frac{a}{r}\right)^n,$$

которая будетъ рациональною функціею отъ s , потому что имѣемъ

$$r = a \left(1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s}\right)\right);$$

слѣдовательно

$$S = \left(1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s}\right)\right)^{-n}.$$

Очевидно, что теорема Капитана Лорана приложима къ разсматриваемой функціи въ пространствѣ G , потому что функція S не имѣетъ равныхъ корней въ этомъ пространствѣ G и дѣлается безконечною только при

$$1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s}\right) = 0,$$

что опредѣляетъ двѣ точки B и C , соответствующія $z = z_1$ и $z = z_2$, которыя нами исключены; кромѣ того функція s непрерывна въ разсматриваемомъ пространствѣ.

Поэтому можно положить

$$S = \sum P_m z^m.$$

m нужно придавать значенія цѣлыя положительныя и отрицательныя.

Чтобы опредѣлить коэффициентъ P_m , найдемъ коэффициентъ передъ s^m въ разложеніи

$$\Pi = E \frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right) \left[1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) \right]^{-(n-1)}$$

по возрастающимъ степенямъ s .

§ 21. Разложимъ прежде всего по формулѣ бинома количество

$$\left[1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) \right]^{-(n-1)};$$

это разложеніе можно представить въ слѣдующемъ сокращенномъ видѣ:

$$\left[1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) \right]^{-(n-1)} = \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{(n-1) n (n+1) \dots (n+p-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p} \left(\frac{e}{2} \right)^p \left(s + \frac{1}{s} \right)^p;$$

мы взяли въ этомъ разложеніи $p + 1$ членъ; p должно принять всѣ цѣлыя значенія отъ $p = 0$ до $p = \infty$; членъ, соответствующій $p = 0$, равенъ единицѣ; подобнымъ же образомъ будемъ имѣть

$$E \frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right) = \sum_{q=0}^{q=\infty} \frac{m^q \left(\frac{e}{2} \right)^q}{1 \cdot 2 \dots q} \left(s - \frac{1}{s} \right)^q;$$

за общій членъ мы взяли $q + 1$; при $q = 0$ нужно взять единицу.

Умножая эти два выражения, получимъ

$$\Pi = \sum_{p=0}^{p=\infty} \sum_{q=0}^{q=\infty} \frac{(n-1)n \dots (n+p-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p} \cdot \frac{m^q \left(\frac{e}{2}\right)^q}{1 \cdot 2 \dots q} \left(\frac{e}{2}\right)^p \left(s + \frac{1}{s}\right)^p \times \left(s - \frac{1}{s}\right)^q.$$

Здѣсь нужно разложить биномы и отдѣлить тѣ члены, которые имѣютъ множителемъ s^m . Прежде было замѣчено, что въ разсматриваемомъ нами случаѣ $P_m = P_{-m}$. Въ самомъ дѣлѣ, чтобы получить P_{-m} нужно только измѣнить m на $-m$ въ выраженіи Π , еще не разложенномъ, и потомъ опредѣлить коэффициентъ при s^{-m} или все равно при $\left(\frac{1}{s}\right)^m$ въ его разложеніи. Но измѣненіе m на $-m$ въ функціи Π еще не разложенной можно замѣнить измѣненіемъ s на $\frac{1}{s}$; но тогда P_m , которое было коэффициентомъ при s^m , будетъ коэффициентомъ при $\left(\frac{1}{s}\right)^m$, или все равно при s^{-m} ; поэтому $P_m = P_{-m}$.

И такъ предположимъ, что m есть число положительное и цѣлое, и опредѣлимъ коэффициентъ при s^m въ послѣднемъ разложеніи. Для этого намъ нужно разложить произведеніе

$$\left(s + \frac{1}{s}\right)^p \left(s - \frac{1}{s}\right)^q,$$

гдѣ p и q могутъ принимать всѣ цѣлыя значенія отъ 0 до безконечности; потомъ опредѣлимъ члены, дающіе s^m . Чтобы предъидущее произведеніе могло заключать члены со степенью s^m , очевидно необходимо, чтобы $p + q$ было по крайней мѣрѣ равно m ; но эта сумма можетъ быть и больше m ; кромѣ того, какъ сте-

пени s въ разложеніи обѣихъ биномовъ идутъ уменьшѣясь постоянно двумя единицами, и какъ тотъ же самый законъ будетъ существовать и въ произведеніи, въ которомъ высшая степень s будетъ $p + q$, то заключаемъ: для того, чтобы произведеніе двухъ биномовъ могло дать степень m , нужно чтобы $p + q$ было вида

$$p + q = m + 2l;$$

m число данное, а l можетъ получать всѣ цѣлыя и положительныя числа отъ нуля до безконечности. Поэтому вмѣсто l можно взять числа

$$l = 0, 1, 2, 3 \dots \infty$$

§ 22. Допустимъ теперь, что мы выбрали одно изъ этихъ чиселъ для l ; и такъ, l намъ теперь извѣстно. Уравненіе

$$p + q = m + 2l,$$

котораго вторая часть совершенно извѣстна, все таки еще остается неопредѣленнымъ; при данной величинѣ $m + 2l$ количество p можетъ измѣняться между 0 и $m + 2l$, т. е. оно можетъ имѣть значенія

$$0, 1, 2 \dots m + 2l;$$

предположимъ, что мы взяли одно изъ этихъ значеній для p ; тогда величина q опредѣлится изъ уравненія

$$q = m + 2l - p.$$

Разсмотримъ теперь произведеніе

$$\left(s + \frac{1}{s}\right)^p \left(s + \frac{1}{s}\right)^{m + 2l - p}$$

и напишемъ коэффициентъ при s^m въ этомъ разложеніи.

Первый членъ s^{m+2l-p} бинорма $\left(s - \frac{1}{s}\right)^{m+2l-p}$, будучи умноженъ на членъ s^{p-2l} бинорма $\left(s + \frac{1}{s}\right)^p$ даетъ иско-
мую степень s^m ; но членъ втораго бинорма со степенью $p-2l$ имѣетъ передъ собою l членовъ, поэтому онъ будетъ имѣть коэф-
фициентомъ произведение

$$\frac{p(p-1)(p-2)\dots(p-l+1)}{1\cdot 2\cdot 3\dots l}.$$

Второй членъ втораго бинорма, т. е.

$$-\frac{m+2l-p}{1} \cdot s^{m+2l-p-2},$$

будучи умножимъ на l -ый членъ перваго бинорма, т. е. на

$$\frac{p(p-1)\dots(p-l+2)}{1\cdot 2\dots p-l} s^{p-2l+2}$$

опять дастъ членъ со степенью s^m ; этотъ членъ будетъ имѣть коофициентомъ

$$-\frac{m+2l-p}{1} \cdot \frac{p(p-1)\dots(p-l+2)}{1\cdot 2\dots (l-1)}.$$

и т. д.

Членъ перваго бинорма, имѣющей передъ собою h членовъ, будетъ

$$(-1)^h \frac{(m+2l-p)(m+2l-p-1)\dots(m+2l-p-h+1)}{1\cdot 2\cdot 3\dots h} s^{m+2l-p-2h}$$

$(l-h+1)$ членъ перваго бинорма будетъ

$$\frac{p \cdot (p-1) \dots (p-l+h+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (l-h)} s^{p-2l+2h}.$$

Если перемножимъ эти два члена, то получимъ опять членъ съ s^m , а именно

$$(-1)^h \frac{(m+2l-p)(m+2l-p-1)\dots(m+2l-p+h+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots h} \\ \times \frac{p(p-1)\dots(p-l+h+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots l-h} s^m.$$

Теперь уже мы можемъ написать полный коэффициентъ въ разсматриваемомъ нами произведеніи бинормовъ, стоящій передъ s^m ; онъ будетъ состоять изъ суммы слѣдующихъ членовъ:

$$\frac{p(p-1)\dots(p-l+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots l} - \frac{m+2l-p}{1} \cdot \frac{p(p-1)\dots(p-l+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (l-1)} + \dots \\ \dots + (-1)^h \frac{(m+2l-p)(m+2l-p-1)\dots(m+2l-p-h+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots h} \\ \times \frac{p(p-1)\dots(p-l+h+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (l-h)}.$$

Этотъ коэффициентъ будетъ составленъ изъ конечнаго числа членовъ, потому что разложенія обоихъ бинормовъ суть конечны; ихъ показатели суть числа цѣлыя и положительныя.

Коэффициентъ при s^m , найденный нами сейчасъ, долженъ быть умноженъ кромѣ того на коэффициентъ

$$\frac{(n-1)n(n-1)\dots(n+p-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p} \cdot \frac{m^q \left(\frac{e}{2}\right)^{p+q}}{1 \cdot 2 \dots q},$$

находящійся въ II.

Въ этомъ общемъ выраженіи коэффициента P_m число p получаетъ всѣ цѣлыя значенія отъ 0 до $m + 2l$, а l измѣняется отъ нуля до безконечности.

§ 23. Соединивши всѣ результаты, найденныя нами въ предидущемъ параграфѣ, мы получимъ слѣдующее общее выраженіе для коэффициента P_m ,

$$\begin{aligned}
 P_m = & \sum_{l=0}^{l=\infty} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+2l} \sum_{p=0}^{p=m+2l} \frac{(n-1)n \dots (n+p-2)}{1.2.3 \dots p} \\
 & \times \frac{m^m + 2l - p}{1.2.3 \dots (m+2l-p)} \times \left[\frac{p(p-1) \dots (p-l+1)}{1.2.3 \dots l} \right. \\
 & - \frac{m+2l-p}{1} \cdot \frac{p(p-1) \dots (p-l+2)}{1.2.3 \dots (l-1)} + \\
 & \frac{(m+2l-p)(m+2l-p-1)}{1.2} \cdot \frac{p(p-1) \dots (p-l+3)}{1.2.3 \dots (l-2)} + \dots \\
 & \dots + (-1)^h \frac{(m+2l-p) \dots (m+2l-p-h+1)}{1.2.3 \dots h} \\
 & \left. \times \frac{p(p-1) \dots (p-l+h+1)}{1.2.3 \dots (l-h)} + \dots \right];
 \end{aligned}$$

здѣсь мы исключили q , вставляя вмѣсто $q = m + 2l - p$.

Отсюда видно, что P_m будетъ расположено по возрастающимъ степенямъ e . Чтобы получить P_0 нужно положить $m = 0$; тогда $q = 2l - p$; по q должно быть также равно нулю; ибо въ этомъ случаѣ разложеніе

$$\frac{me}{E} \frac{\left(s - \frac{1}{s}\right)^{q-\infty}}{2} \sum_{q=0}^{\infty} \frac{m^q \left(\frac{e}{2}\right)^q}{1.2.3 \dots q} \left(s - \frac{1}{s}\right)^q$$

должно быть приведено къ единицѣ.

И такъ, полагая $m = 0$, $q = 0$ и $p = 2l$, изъ послѣдней формулы для P_m , получимъ P_0 , а именно

$$P_0 = \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{e}{2}\right)^{2l} \frac{(n-1)n \dots (n+2l-2)}{(1.2.3 \dots l)^2},$$

ибо членъ

$$\frac{m^m + 2l - p}{1.2.3 \dots (m + 2l - p)}$$

при $m=0$ и $p=2l$ долженъ быть замѣненъ единицею.

§ 24. Въ нашемъ частномъ случаѣ, чтобы найти общій членъ разложенія въ уравненіи центра, нужно положить $n = 2$ въ вышенайденной формулѣ. Означимъ черезъ P'_m , то чѣмъ дѣлается P_m въ этомъ частномъ случаѣ; замѣтимъ еще, что P_0 , когда положимъ $n = 2$, приводится къ

$$P'_0 = \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{e}{2}\right)^{2l} \frac{1.2.3 \dots 2l}{(1.2.3 \dots l)^2} = \sum_{l=0}^{\infty} e^{2l} \frac{1.2.3 \dots 2l}{(2.4 \dots 2l)^2},$$

или же

$$P'_0 = \sum_{l=0}^{\infty} e^{2l} \frac{1.3.5 \dots (2l-1)}{2.4 \dots 2l};$$

но вторая часть этого разложенія есть ничто иное какъ разложеніе $(1-e^2)^{-\frac{1}{2}}$; поэтому

$$P_0 = (1-e^2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}.$$

И такъ предполагая, что мы нашли всѣ коэффициенты при $n=2$, мы можемъ написать разложение $\left(\frac{a}{r}\right)^2$ въ видѣ:

$$\left(\frac{a}{r}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{1-e^2}} + P'_1(z+z^{-1}) + P'_2(z^2+z^{-2}) + \dots + P'_m(z^m+z^{-m}) + \dots$$

Отъ различныхъ степеней переменнаго z мы можемъ перейти къ косинусамъ кратныхъ дугъ ζ , замѣчая, что

$$z^m + z^{-m} = 2 \text{Cos } m\zeta.$$

Поэтому будемъ имѣть

$$\left(\frac{a}{r}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{1-e^2}} + 2P'_1 \text{Cos } \zeta + 2P'_2 \text{Cos } 2\zeta + \dots + 2P'_m \text{Cos } m\zeta + \dots$$

Подставляя это разложение въ дифференціальное уравненіе

$$dv = \frac{a^2}{r^2} \sqrt{1-e^2} \cdot d\zeta$$

найдемъ

$$dv = d\zeta + 2\sqrt{1-e^2} (P'_1 \text{Cos } \zeta + P'_2 \text{Cos } 2\zeta + \dots + P'_m \text{Cos } m\zeta + \dots).$$

Интегрируя и полагая для краткости

$$\frac{2\sqrt{1-e^2}}{m} P'_m = c_m$$

будемъ имѣть

$$v = z + c_1 \sin z + c_2 \sin 2z + \dots + c_m \sin mz + \dots$$

Постоянное получаемое при интегрировании равно нулю, потому что при $z = 0$ и $v = 0$. Выраженіе общаго члена c_m будетъ слѣдующее :

$$c_m = \frac{2\sqrt{1-e^2}}{m} \sum_{l=0}^{l=\infty} \left(\frac{e}{2}\right)^{m+2l} \sum_{p=0}^{p=m+2l} \frac{m^m - 2l - p}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m+2l-p)}$$

$$\times \left[\frac{p(p-1) \dots (p-l+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots l} \frac{m+2l-p}{1} \frac{p(p-1) \dots (p-l+2)}{1 \cdot 2 \dots (l-1)} + \dots \right.$$

$$\dots + (-1)^h \frac{(m+2l-p) \dots (m+2l-p+h+1)}{1 \cdot 2 \dots h}$$

$$\left. \times \frac{p(p-1) \dots (p-l+h+1)}{1 \cdot 2 \dots (l-h)} + \dots \right]$$

III. Разложеніе пертурбаціонной функціи.

§ 25. Общій способъ вычисленія пертурбацій, или дѣйствій одной планеты на другую, состоитъ въ томъ, что разлагаютъ функцію координатъ этихъ двухъ планетъ, называемую пертурбаціонною функціею, въ рядъ синусовъ и косинусовъ вида $mz + m'z'$, гдѣ z и z' суть среднія аномаліи планетъ, а m и m' какія нибудь цѣлыя положительныя или отрицательныя числа. Если орбиты планетъ имѣютъ незначительныя эксцентрицитеты, и наклонены одна къ другой на незначительный уголъ, если вромѣ того отношеніе большихъ полуосей есть не большая дробь, то коэффициенты синусовъ и косинусовъ могутъ быть въ свою очередь разложены по выходящимъ степенямъ эксцентрицитетовъ, взаимныхъ наклоненій и отношеній большихъ полуосей. Аналитическое выраженіе коэффициентовъ, получаемыхъ такимъ образомъ,

можетъ быть дифференцировано непосредственно относительно элементовъ, входящихъ въ нихъ, даетъ возможность вычислить пертурбаціи или измѣненія этихъ элементовъ. Этотъ способъ удобнѣе того, который называется способомъ интерполцій, потому что по этому послѣднему получаютъ только числовыя значенія коэффициентовъ.

Только путемъ послѣдовательныхъ разложеній достигаютъ до аналитическихъ выраженій коэффициентовъ пертурбаціонной функции; но этотъ способъ становится чрезвычайно труднымъ, когда желаютъ произвести вычисленіе для членовъ, въ которыхъ алгебраическая сумма цѣлыхъ чиселъ m и m' достигаютъ нѣсколько значительной величины. Это неудобство тѣмъ важнѣе, что есть нѣкоторыя пертурбаціи высшаго порядка, которыя могутъ имѣть, какъ извѣстно, значительную величину, черезъ введеніе малыхъ дѣлителей путемъ интегрированія. Коши въ *Comptes rendus* tome XI стр. 453 et 502 et tome XII стр. 84 далъ прямой способъ вычисленія части пертурбаціонной функции, зависящей отъ двухъ аргументовъ среднихъ аномалій планетъ; онъ впрочемъ ограничился только общимъ выраженіемъ члена пертурбаціонной функции. Но въ вопросѣ подобной важности необходимо имѣть возможность образовать этотъ членъ и написать его въ такомъ видѣ, который бы позволилъ опредѣлить прямо его численную величину и зависимость отъ элементовъ планетъ. Эту существенную часть вопроса о разложеніи пертурбаціонной функции рѣшилъ г. Пуизе. Извлеченіе изъ его замѣчательныхъ изслѣдованій помѣщено въ *Comptes rendus* tome L стр. 155.

Здѣсь я изложу способъ Пуизе, дающій возможность получить аналитическое выраженіе коэффициента, соответствующаго какому нибудь данному аргументу.

§ 26. Пусть M и M' будутъ массы двухъ планетъ; X, Y, Z, X', Y', Z' ихъ прямоугольныя координаты относительно осей проходящихъ чрезъ центръ солнца; r и r' ихъ радіусы векторы; Δ взаимное разстояніе двухъ свѣтилъ; f притяженіе единицы массы одной планеты на другую на единицу разстоянія.

Назовемъ, какъ обыкновенно, пертурбаціонною функціею количество

$$R = f M' \left(\frac{XX' + YY' + ZZ'}{r'^3} - \frac{1}{\Delta} \right).$$

Вопросъ, рѣшеніемъ котораго мы будемъ заниматься, состоитъ въ нахожденіи общаго члена въ этой функціи, зависящаго отъ синуса или же косинуса дуги вида

$$mz + m'z' + \chi,$$

гдѣ m и m' какія нибудь цѣлыя числа, а z и z' двѣ среднія аномаліи планетъ; χ есть постоянное, которое впрочемъ можетъ быть равно нулю. Этотъ вопросъ, какъ мы видѣли, на предиду щихъ примѣрахъ, очевидно можно измѣнить въ другой, состоя щій въ томъ, чтобы разложить пертурбаціонную функцію R по положительнымъ и отрицательнымъ степенямъ z и z' , гдѣ

$$z = E^{i\beta}, \text{ а } z' = E^{i\beta'}.$$

Въ самомъ дѣлѣ, если мы найдемъ это послѣднее разложеніе, то намъ легко будетъ перейти къ искомому разложенію, потому что общій членъ, зависящій отъ $z^m z'^{m'}$, можетъ быть преобразованъ въ сумму синусовъ и косинусовъ на основаніи слѣдующаго ра венства :

$$z^m z'^{m'} = e^{i(mz + m'z')} = \text{Cos}(mz + m'z') + i \text{Sin}(mz + m'z').$$

И такъ, начнемъ съ разложенія пертурбаціонной функціи R по положительнымъ и отрицательнымъ степенямъ мнимыхъ перемен ныхъ z и z' , которыхъ она есть функція.

Покажемъ прежде возможность этого разложенія. Возьмемъ только первую часть R , а именно :

$$\frac{XX' + YY' + ZZ'}{r'^3}$$

Мы видѣли, что X, Y, Z, X', Y', Z' и r' суть рациональныя функціи s и s' ; слѣдовательно произведеніе

$$X \frac{X'}{r'^3},$$

состоящее изъ двухъ производителей X и $\frac{X'}{r'^3}$, также будетъ рациональною функціею отъ s , и слѣдовательно будетъ разложимо въ сходящійся рядъ при всѣхъ величинахъ z , которыхъ модуль заключается между z_1 и z_2 и при всѣхъ величинахъ z' , которыхъ модуль больше z'_1 и меньше z'_2 . Иначе X будетъ разложимъ въ сходящійся рядъ въ пространствѣ G , а количество $\frac{X'}{r'^3} = X' r'^{-3}$

будетъ разложимо въ пространствѣ G' ; произведеніе $X \frac{X'}{r'^3}$ будетъ разложимо для всѣхъ точекъ общихъ обоимъ пространствамъ G и G' ; въ самомъ дѣлѣ вѣнцы G и G' должны имѣть необходимо общія точки, ибо мы знаемъ, что z_1 всегда меньше единицы, а $z_2 > 1$; то же самое имѣетъ мѣсто и для z'_1 и z'_2 ; а именно $z'_1 < 1$, а $z'_2 > 1$. И такъ мы увѣрены въ томъ, что произведеніе $X \frac{X'}{r'^3}$ по крайней мѣрѣ разложимо въ сходящійся рядъ для всѣхъ точекъ окружности радіуса = 1. Этотъ случай мнимыхъ величинъ, имѣющихъ модулемъ единицу, и имѣетъ мѣсто въ вопросахъ Небесной Механики; то же самое можно сказать и о другихъ членахъ первой части функціи R . Замѣтимъ еще, что первая часть функціи R разложима не только для мнимыхъ величинъ, которыхъ модуль равенъ единицѣ, но и для тѣхъ, которыхъ модуль довольно близокъ къ единицѣ.

§ 27. Разсмотримъ теперь вторую часть функціи R , а именно $\frac{1}{\Delta}$. Возьмемъ

$$\Delta^2 = (X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2.$$

Если въ этомъ выраженіи положимъ, что модули z и z' равны единицѣ, то X, Y, Z, X', Y', Z' будутъ дѣйствительными координатами двухъ планетъ; но въ общемъ случаѣ мы должны разсматривать эти количества какъ мнимыя функции переменныхъ z и z' . Мы допустили, что орбиты разсматриваемыхъ планетъ не имѣютъ общихъ точекъ; поэтому Δ^2 не можетъ быть равно нулю, а $\frac{1}{\Delta}$ всегда будетъ количествомъ конечнымъ и не можетъ сдѣлаться безконечнымъ ни для одной системы разсматриваемыхъ нами величинъ z и z' на окружности радіуса единицы. Если мы вообразимъ двѣ точки z и z' на окружности радіуса $= 1$, то они будутъ измѣнять свое положеніе съ измѣненіемъ X, Y, Z, X', Y', Z' и никогда не совпадутъ одна съ другою, потому что это совпаденіе привело бы къ равенству $X=X', Y=Y', Z=Z'$ что не можетъ имѣть мѣста. Кромѣ того точки z и z' , совершивши нѣсколько полныхъ оборотовъ, получаютъ прежнія значенія; слѣд. и Δ^2 , какъ имѣющее только одно значеніе для какой нибудь системы z и z' , приметъ также первоначальное значеніе; то же самое будетъ имѣть мѣсто и для $\frac{1}{\Delta}$; потому что если мы допустимъ, что $\frac{1}{\Delta}$ перемѣнило свою величину, то мы должны будемъ предположить, что оно сдѣлалось $-\frac{1}{\Delta}$, и слѣдовательно нужно будетъ допустить, что Δ сдѣлалось нулемъ и перешло въ отрицательныя величины, что, какъ мы замѣтили выше, невозможно.

И такъ $\frac{1}{\Delta}$ всегда принимаетъ одну и ту же величину въ какой нибудь точкѣ окружности радіуса $= 1$; это обстоятельство будетъ имѣть мѣсто и для точекъ лежащихъ близь окружности радіуса единицы. Чтобы имѣть понятіе о томъ какимъ образомъ опредѣляются предѣлы модулей z и z' , внутри которыхъ функція разложима, возьмемъ простѣйшій случай, когда планеты обращаются по круговымъ орбитамъ, т. е. когда $e=0$ и $e'=0$, и когда взаимное наклоненіе орбитъ равно нулю, т. е. когда

$J=0$; J наклоненіе планетныхъ орбитъ. Въ этомъ случаѣ функція s дѣлается равною переменному z , а координаты X, Y, Z, X', Y', Z' и r' будутъ извѣстныя функціи алгебраическія и раціональныя переменнаго z и z' .

Функція $\frac{1}{\Delta}$ приводится въ этомъ случаѣ къ

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + a'^2 - aa' \left(u + \frac{1}{u}\right)}};$$

гдѣ a и a' суть разстоянія планетъ отъ начала координатъ, а $u = \frac{z}{z'}$; легко провѣрить, что $\frac{1}{\Delta}$ разложимо въ сходящійся рядъ для всѣхъ величинъ u , которыхъ модуль заключается между $\frac{1}{\gamma}$ и γ , гдѣ $\gamma = \frac{a}{a'} < 1$. И такъ, если подчинить модуль z условію оставаться внутри предѣловъ γ и $\frac{1}{\delta}$, гдѣ δ будетъ количество, заключающееся между γ и 1 , то модуль z' долженъ заключаться внутри предѣловъ $\frac{\gamma}{\delta}$ и $\frac{\delta}{\gamma}$. Замѣтимъ наконецъ, что въ тѣхъ приложеніяхъ, которыя мы будемъ разсматривать, встрѣчается только тотъ случай, когда модуль z и z' равенъ единицѣ.

§ 28. Разложимъ сначала въ рядъ вторую часть пертурбаціонной функціи $\frac{1}{\Delta}$.

Мы имѣемъ

$$\Delta^2 = r^2 + r'^2 - 2 (XX' + YY' + ZZ');$$

r и r' радіусы векторы двухъ планетъ. Означая черезъ ξ и η , ξ' и η' координаты двухъ планетъ въ соответствующихъ орбитахъ, мы имѣемъ формулы

$$\begin{aligned} X &= A\xi + A_1\eta, & X' &= A'\xi' + A_1'\eta', \\ Y &= B\xi + B_1\eta, & Y' &= B'\xi' + B_1'\eta', \\ Z &= C\xi + C_1\eta, & Z' &= C'\xi' + C_1'\eta'. \end{aligned}$$

Отсюда через простое перемноженіе можно вывести сумму произведеній

$$\begin{aligned} XX' + YY' + ZZ' &= \xi\xi' \cdot \text{Cos}(\xi\xi') + \eta\eta' \cdot \text{Cos}(\eta\eta') + \xi'\eta \cdot \text{Cos}(\xi'\eta) \\ &\quad + \xi\eta' \cdot \text{Cos}(\xi\eta'); \end{aligned}$$

потому что

$$\begin{aligned} AA' + BB' + CC' &= \text{Cos}(\xi\xi'), \\ A_1A_1' + B_1B_1' + C_1C_1' &= \text{Cos}(\eta\eta'), \\ A_1A' + B_1B' + C_1C' &= \text{Cos}(\xi'\eta), \\ AA_1' + BB_1' + CC_1' &= \text{Cos}(\xi\eta'). \end{aligned}$$

Вообразимъ теперь сферу, которой центръ лежитъ въ центрѣ солнца а радиусъ равенъ единицѣ. Пусть EF и $E'F'$ (фиг. 6) будутъ два большихъ круга, представляющихъ пересѣченіе этой сферы съ двумя орбитами разсматриваемыхъ планетъ. J взаимное наклоненіе этихъ орбитъ; ξ , η , ξ' и η' суть точки, въ которыхъ оси координатъ, находящіяся въ плоскостяхъ орбитъ, пересѣкаютъ сферу. M и M' положеніе двухъ точекъ на сферѣ, соответствующихъ положенію планетъ въ разсматриваемый нами моментъ. Замѣтимъ кромѣ того, что ξ и ξ' соответвуютъ перигелиямъ орбитъ. Назовемъ $J\xi$ черезъ τ , а $J\xi'$ черезъ τ' ; τ и τ' можно вычислить посредствомъ извѣстныхъ элементовъ двухъ орбитъ; поэтому мы будемъ считать τ и τ' извѣстными.

На основаніи формулъ Сферической Тригонометріи имѣемъ:

$$\text{Cos}(\xi\xi') = \text{Cos} \tau \cdot \text{Cos} \tau' + \text{Sin} \tau \cdot \text{Sin} \tau' \cdot \text{Cos} J,$$

$$\text{Cos}(\eta\eta') = \text{Sin} \tau \cdot \text{Sin} \tau' + \text{Cos} \tau \cdot \text{Cos} \tau' \cdot \text{Cos} J,$$

$$\text{Cos}(\xi'\eta) = -\text{Sin} \tau. \text{Cos} \tau' + \text{Cos} \tau. \text{Sin} \tau'. \text{Cos} J,$$

$$\text{Cos}(\xi\eta') = -\text{Cos} \tau. \text{Sin} \tau' + \text{Sin} \tau. \text{Cos} \tau'. \text{Cos} J.$$

Замѣняя $\text{Cos} J = 1 - 2 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J$, и полагая вмѣстѣ того $\tau - \tau' = \varsigma$, будемъ имѣть

$$\text{Cos}(\xi\xi') = \text{Cos} \varsigma - 2 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J. \text{Sin} \tau. \text{Sin} \tau',$$

$$\text{Cos}(\eta\eta') = \text{Cos} \varsigma - 2 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J. \text{Cos} \tau. \text{Cos} \tau',$$

$$\text{Cos}(\xi'\eta) = -\text{Sin} \varsigma - 2 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J. \text{Cos} \tau. \text{Sin} \tau',$$

$$\text{Cos}(\xi\eta') = \text{Sin} \varsigma - 2 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J. \text{Sin} \tau. \text{Cos} \tau'.$$

Умножая первое изъ этихъ уравненій на $\xi\xi'$, второе на $\eta\eta'$, третье на $\xi'\eta$, а четвертое на $\xi\eta'$ и складывая ихъ получимъ

$$\begin{aligned} XX' + YY' + ZZ' &= (\xi\xi' + \eta\eta') \text{Cos} \varsigma - (\xi'\eta - \xi\eta') \text{Sin} \varsigma \\ &- 2 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J (\xi. \text{Sin} \tau + \eta \text{Cos} \tau) (\xi' \text{Sin} \tau' + \eta' \text{Cos} \tau'); \end{aligned}$$

но вмѣстѣ того мы имѣемъ

$$\xi = r. \text{Cos} \vartheta, \quad \xi' = r'. \text{Cos} \vartheta',$$

$$\eta = r. \text{Sin} \vartheta, \quad \eta' = r'. \text{Sin} \vartheta';$$

ϑ и ϑ' означаютъ истинныя аномаліи планетъ; подставляя эти величины въ найденную формулу, будемъ имѣть:

$$XX' + YY' + ZZ' = rr [\text{Cos}(\vartheta - \vartheta'). \text{Cos} \varsigma - \text{Sin}(\vartheta - \vartheta') \text{Sin} \varsigma]$$

$$- 2 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J. r \text{Sin}(\vartheta + \tau). r'. \text{Sin}(\vartheta' + \tau');$$

или же

$$\begin{aligned} XX' + YY' + ZZ' &= rr'. \text{Cos}(v - v' + \varsigma) \\ &- 2 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J. r. \text{Sin}(v + \tau). r'. \text{Sin}(v' + \tau'). \end{aligned}$$

Полагая теперь

$$\begin{aligned} r^2 + r'^2 - 2rr'. \text{Cos}(v - v' + \varsigma) &= P, \\ 4 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J. r. \text{Sin}(v + \tau). r'. \text{Sin}(v' + \tau') &= Q, \end{aligned}$$

мы получимъ

$$\Delta^2 = P + Q:$$

гдѣ Q есть величина втораго порядка, потому что она зависитъ отъ $\text{Sin}^2 \frac{1}{2} J$.

§ 29. Въ предидущемъ параграфѣ мы выразили Δ^2 въ функціи r, r', v, v' и двухъ вспомогательныхъ угловъ τ и τ' , мы найдемъ поэтому

$$\frac{1}{\Delta} = (P + Q)^{-\frac{1}{2}}.$$

Функцію $\frac{1}{\Delta}$ мы можемъ разложить по восходящимъ степенямъ Q , или что все равно по восходящимъ степенямъ $\text{Sin} \frac{J}{2}$; но чтобы можно было приступить къ этому разложенію, нужно сначала доказать, что оно будетъ удовлетворять условіямъ сходимости. Известно, что необходимое и достаточное условіе предидущаго разложенія будетъ то, что отношеніе $\frac{Q}{P}$ будетъ меньше единицы; выразимъ это условіе аналитически; для этого покажемъ геометрическое значеніе P ; положимъ, что черезъ вращеніе около об-

шаго пересѣченія двухъ орбитъ, мы помѣстили орбиту $E' F'$ на орбиту EF ; μ' будетъ точка, съ которою совмѣщается точка M' ; на основаніи предидущихъ соображеній имѣемъ

$$\mu' M = JM - J\mu' = v + \tau - (v' + \tau') = v - v' + \varsigma.$$

Если мы теперь соединимъ планету M съ началомъ координатъ, и сдѣлаемъ тоже самое съ μ' , планетою проложенною на плоскость первой орбиты, и вычислимъ разстояніе между ними, то получимъ

$$r^2 + r'^2 - 2r r' \text{Cos} (v - v' + \varsigma),$$

то есть количество P . Мы предположили прежде, что орбиты не имѣютъ общихъ точекъ; тоже самое будетъ имѣть мѣсто, когда плоскость одной орбиты будетъ совпадать съ другою. Назовемъ черезъ δ кратчайшее разстояніе между двумя орбитами, находящимися въ одной плоскости.

Количество P представляющее квадратъ какого нибудь разстоянія между точками орбитъ будетъ поэтому всегда больше δ^2 . Если бы орбиты послѣ наложенія одной на другую имѣли общую точку, то величина P была бы равна нулю, и разстояніе $\frac{1}{\Delta}$ по восходящимъ степенямъ $\frac{Q}{P}$ было бы вообще невозможно.

Чтобы доказать, что $Q < P$, мы докажемъ что наибольшая величина Q менѣе наименьшей величины P , и что это условіе всегда имѣетъ мѣсто. И такъ опредѣлимъ наибольшую величину Q ;

$$Q = 4 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J. r. \text{Sin} (v + \tau). r' \text{Sin} (v' + \tau').$$

Въ этомъ выраженіи $4 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J$ должно быть считаемо неизмѣняемымъ; поэтому намъ нужно отыскать наибольшую величину $r \text{Sin} (v + \tau)$ и $r' \text{Sin} (v' + \tau')$. Но произведеніе $r. \text{Sin}(v + \tau)$ есть ничто иное какъ перпендикуляръ, опущенный изъ

точки M , занимаемой планетою, на линію OJ , общее пересѣченіе двухъ орбитъ. И такъ задача состоитъ въ опредѣленіи наибольшаго разстоянія точки эллипса отъ опредѣленной линіи проведенной черезъ фокусъ его. Возьмемъ уравненіе кривой

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v};$$

функція, которой наибольшую величину нужно отыскать, есть слѣдующая:

$$r \cdot \sin(v + \tau) = a(1 - e^2) \frac{\sin(v + \tau)}{1 + e \cos v};$$

для этого достаточно опредѣлить величину v , которая дѣлаетъ наибольшую величиною множителя

$$\frac{\sin(v + \tau)}{1 + e \cos v}.$$

Для опредѣленія этой величины v имѣемъ уравненіе

$$(1 + e \cos v) \cos(v + \tau) + e \sin(v + \tau) \sin v = 0,$$

которое обращается въ

$$\cos(v + \tau) = -e \cos \tau;$$

отсюда
$$\sin(v + \tau) = \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \tau}.$$

Чтобы найти величину v возьмемъ уравненіе

$$\cos v \cdot \cos \tau + e \cos \tau = \sin v \cdot \sin \tau,$$

которое можно преобразовать слѣдующимъ образомъ:

$$\cos^2 v \cdot \cos^2 \tau + 2e \cos v \cdot \cos^2 \tau + e^2 \cos^2 \tau = \sin^2 \tau (1 - \cos^2 v),$$

или

$$\cos^2 v + 2e \cos v \cdot \cos^2 \tau + e^2 \cos^2 \tau - \sin^2 \tau = 0;$$

отсюда получимъ

$$\cos v = -e \cos^2 \tau \pm \sqrt{e^2 \cos^4 \tau - e^2 \cos^2 \tau + \sin^2 \tau};$$

или наконецъ

$$\cos v = -e \cos^2 \tau \pm \sin \tau \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \tau}.$$

Потомъ легко найти

$$1 + e \cos v = \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \tau} [\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \tau} \pm e \sin \tau].$$

§ 30. Чтобы опредѣлить наибольшую величину перпендикуляра, который мы назовемъ MH , нужно найденную величину для функции $1 + e \cos v$ внести въ выраженіе MH , тогда получимъ

$$\begin{aligned} \text{maximum } MH &= \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \tau} \pm e \sin \tau} = \\ &= \frac{a(1 - e^2) (\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \tau} \mp e \sin \tau)}{(1 - e^2)}; \end{aligned}$$

или же

$$\text{max } MH = a (\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \tau} \mp e \sin \tau).$$

И такъ MH имѣеть два наибольшія значенія; выберемъ изъ нихъ наибольшее, а именно

$$MH = r \cdot \sin(v + \tau) = a [\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \tau} + e \sin \tau],$$

т. е. то, въ которомъ знакъ передъ $e \sin \tau$ будетъ +.

Подобнымъ же образомъ

$$\text{maximum } r' \text{ Sin } (r' + \tau') = a' [\sqrt{1 - e'^2 \text{Sin}^2 \tau'} + e' \text{Sin} \tau'].$$

Взявши произведеніе двухъ послѣднихъ величинъ, и умноживши ихъ на $4 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J$, получимъ наибольшую величину Q ; такъ что

$$Q < 4 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J. a a' [\sqrt{1 - e^2 \text{Cos}^2 \tau} + e \text{Sin} \tau] \\ \times [\sqrt{1 - e'^2 \text{Cos}^2 \tau'} + e' \text{Sin} \tau'];$$

но такъ какъ необходимое условіе для сходимости разложенія $\frac{1}{\Delta}$, или для сходимости $(P+Q)^{-1/2}$, есть то, чтобы Q было меньше P , то

$$4 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J. a a' [\sqrt{1 - e^2 \text{Cos}^2 \tau} + e \sqrt{1 - \text{Cos}^2 \tau}] \\ \times [\sqrt{1 - e'^2 \text{Cos}^2 \tau'} + e' \sqrt{1 - \text{Cos}^2 \tau'}] < \delta^2.$$

Легко повѣрить, что это условіе всегда выполнимо, по крайней мѣрѣ, для главныхъ планетъ; для этого нужно только вставить числовыя величины вмѣсто количествъ a , e , a' , e' и т. д.

Чтобы дать возможность судить приблизительно о величинѣ J , которая должна удовлетворять условію сходимости, положимъ $e = 0$ и $e' = 0$, тогда δ^2 сдѣлается величиною постоянною и притомъ равною $(a' - a)^2$; наше неравенство обратится въ слѣдующее:

$$4 a a' \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J < (a' - a)^2, \text{ или же } \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J < \frac{a' - a}{2 \sqrt{a a'}};$$

это условіе выполнимо для всѣхъ большихъ планетъ; величина J , вычисленная такимъ образомъ, будетъ гораздо больше той, которая будетъ найдена при орбитахъ эллиптическихъ.

§ 31. И такъ мы доказали, что пертурбаціонная функція

$$R = fM' \left(\frac{XX' + YY' + ZZ'}{r'^3} - \frac{1}{\Delta} \right)$$

можетъ быть разложена въ сходящійся рядъ, расположенный по положительнымъ и отрицательнымъ степенямъ переменныхъ z и z' , которыхъ она есть неявная функція, и что кромѣ того это разложеніе всегда будетъ сходящимся по крайней мѣрѣ для величинъ z и z' , которыхъ модули весьма близки къ единицѣ и въ частности для тѣхъ величинъ, которыхъ модуль равенъ единицѣ.

Постараемся теперь выразить R въ функціи s и s' ; нашедши эти выраженія, для полученія коэффициента пертурбаціонной функціи при $z^m z'^{m'}$, возьмемъ коэффициентъ при $s^m s'^{m'}$ въ разложеніи функціи

$$R E^{\frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right)} \left[1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) \right] \\ \times E^{\frac{m'e'}{2} \left(s' - \frac{1}{s'} \right)} \left[1 - \frac{e'}{2} \left(s' + \frac{1}{s'} \right) \right]$$

по положительнымъ и отрицательнымъ степенямъ переменныхъ s и s' на основаніи извѣстной теоремы Коши.

Начнемъ преобразование пертурбаціонной функціи съ $\frac{1}{\Delta}$.

Такъ какъ

$$\Delta^2 = P + Q,$$

то слѣдовательно нужно выразить P и Q въ функціи s и s' . Мы имѣли

$$P = r^2 + r'^2 - 2rr'. \text{Cos}(v - v' + \varsigma), \text{ гдѣ } \varsigma = \tau - \tau'.$$

Замѣтимъ при этомъ, что наши величины P и Q не измѣняются, если мы измѣнимъ τ и τ' на $180 - \tau$ и $180 - \tau'$; это зависитъ отъ того, что можно считать дуги τ и τ' отъ точки J , или же отъ точки J' , діаметрально противоположной.

Величину P , предложенную выше, мы можемъ представить въ слѣдующемъ видѣ:

$$P = [r' - r \cdot E^{i(\nu - \nu' + \epsilon)}] [r' - r E^{-i(\nu - \nu' + \epsilon)}].$$

Этотъ результатъ повѣряется на самой формулѣ; напишемъ его еще такъ:

$$P = r'^2 \left[1 - \frac{r E^{i\nu}}{r' E^{i\nu'}} E^{i\epsilon} \right] \left[1 - \frac{r E^{-i\nu}}{r' E^{-i\nu'}} E^{-i\epsilon} \right];$$

мы имѣли кромѣ того

$$\xi = r \cdot \text{Cos } \nu = \frac{a}{2} \left(s + \frac{1}{s} - 2e \right), \quad \eta = r \cdot \text{Sin } \nu = \frac{a \sqrt{1 - e^2}}{2i} \left(s - \frac{1}{s} \right);$$

но

$$r E^{i\nu} = r \cdot \text{Cos } \nu + ir \text{ Sin } \nu = \xi + i\eta;$$

по подстановкѣ вмѣсто ξ и η ихъ величинъ, найдемъ

$$r E^{i\nu} = \frac{a}{2} \left[s + \frac{1}{s} - 2e + \sqrt{1 - e^2} \left(s - \frac{1}{s} \right) \right],$$

или

$$r E^{i\nu} = \frac{a}{2s} \left[(1 + \sqrt{1 - e^2}) s^2 - 2es + 1 - \sqrt{1 - e^2} \right];$$

прежде мы положили $e = \text{Sin } \phi$; подставляя эту величину, будемъ имѣть

$$rE^{iv} = \frac{a}{s} \left[\text{Cos}^2 \frac{\psi}{2} \cdot s^2 - 2 \text{Sin} \frac{\psi}{2} \cdot \text{Cos} \frac{\psi}{2} \cdot s + \text{Sin}^2 \frac{\psi}{2} \right]$$

$$= \frac{a}{s} \left[s \text{Cos} \frac{\psi}{2} - \text{Sin} \frac{\psi}{2} \right]^2;$$

и такъ

$$rE^{iv} = as \text{Cos}^2 \frac{\psi}{2} \left[1 - \frac{1}{s} \text{tang} \frac{\psi}{2} \right]^2.$$

Замѣтимъ, что $\text{tang} \frac{\psi}{2}$ обыкновенно количество очень малое, или покрайней мѣрѣ, того-же порядка какъ и ϵ ; напротивъ того $\text{Cos} \frac{\psi}{2}$ есть количество довольно близкое къ единицѣ; и какъ эти количества мы будемъ имѣть надобность употреблять довольно часто, то для сокращенія положимъ

$$\text{tang} \frac{\psi}{2} = \omega, \quad \text{Cos}^2 \frac{\psi}{2} = \epsilon;$$

поэтому мы напишемъ

$$rE^{iv} = a\epsilon s \left[1 - \frac{\omega}{s} \right]^2$$

Измѣняя i на $-i$, мы должны будемъ также измѣнить s на $\frac{1}{s}$;

тогда получимъ

$$rE^{-iv} = a\epsilon \frac{1}{s} [1 - \omega s]^2.$$

Полагая еще

$$\text{tang} \frac{\psi'}{2} = \omega', \quad \text{Cos}^2 \frac{\psi'}{2} = \epsilon',$$

будемъ имѣть

$$r'E^{i\omega} = a'e's \left[1 - \frac{\omega'^2}{s'} \right],$$

$$r'E^{-i\omega'} = a'e' \frac{1}{s'} \left[1 - \frac{\omega's'}{1} \right]^2.$$

Перемножая соотвѣтствующія величины получимъ

$$r^2 = a^2 e^2 \left(1 - \frac{\omega}{s} \right) (1 - \omega s)^2,$$

$$r'^2 = a'^2 e'^2 \left(1 - \frac{\omega'}{s'} \right) (1 - \omega's')^2.$$

§ 32. Четыре двучленные количества, входящія въ r^2 и r'^2 , заключаютъ части, которыя должны быть вычтены изъ единицы; модули этихъ частей меньше единицы; въ самомъ дѣлѣ модули s и s' по предположенію равны единицѣ, а ω и ω' суть количества очень малыя.

Подставимъ теперь вышенайденныя величины въ P ; эта подстановка дастъ

$$P = a'^2 e'^2 \left(1 - \frac{\omega'}{s'} \right)^2 (1 - \omega's')^2 \left[1 - \gamma \frac{e}{e'} \frac{s}{s'} \left(\frac{1 - \frac{\omega}{s}}{1 - \frac{\omega'}{s'}} \right)^2 E^{i\sigma} \right]$$

$$\times \left[1 - \gamma \frac{e}{e'} \frac{s'}{s} \left(\frac{1 - \omega s}{1 - \omega's'} \right)^2 E^{-i\sigma} \right];$$

гдѣ мы положили $\frac{a}{a'} = \gamma$; кромѣ того положимъ, что $a < a'$; такъ что γ будетъ меньше единицы.

Вычислимъ теперь Q . Мы имѣли

$$Q = 4 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J. r \text{Sin} (v + \tau). r' \text{Sin} (v' + \tau).$$

Чтобы имѣть $r \cdot \text{Sin}(v + \tau)$ въ функции s , раскроемъ это выраженіе;

$$r \text{Sin}(v + \tau) = r \text{Cos } v \cdot \text{Sin } \tau + r \cdot \text{Sin } v \cdot \text{Cos } \tau = \xi \text{Sin } \tau + \eta \cdot \text{Cos } \tau;$$

или же

$$r \cdot \text{Sin}(v + \tau) = \frac{a}{2} \left[\left(s + \frac{1}{s} - 2e \right) \cdot \text{Sin } \tau - i \sqrt{1 - e^2} \left(s - \frac{1}{s} \right) \text{Cos } \tau \right];$$

приводя къ одному знаменателю, получимъ

$$r \text{Sin}(v + \tau) = \frac{a}{2s} \left[(\text{Sin } \tau - i \sqrt{1 - e^2} \text{Cos } \tau) s^2 - 2e \text{Sin } \tau \cdot s + \text{Sin } \tau + i \sqrt{1 - e^2} \text{Cos } \tau \right];$$

трехчленное количество, находящееся внутри скобокъ, можетъ быть разложено на два произдителя первой степени; приравнивая его нулю будемъ имѣть

$$s = \frac{e \text{Sin } \tau \pm \sqrt{e^2 \text{Sin}^2 \tau - \text{Sin}^2 \tau - (1 - e^2) \text{Cos}^2 \tau}}{\text{Sin } \tau - i \sqrt{1 - e^2} \cdot \text{Cos } \tau};$$

означая черезъ s_1 и s_2 два корня нашего уравненія, получимъ

$$r \text{Sin}(v + \tau) = \frac{a}{2s} (\text{Sin } \tau - i \sqrt{1 - e^2} \text{Cos } \tau) (s - s_1) (s - s_2).$$

Двѣ величины s_1 и s_2 могутъ быть преобразованы слѣдующимъ образомъ:

$$s = \frac{e \text{Sin } \tau \pm \sqrt{-(1 - e^2) (\text{Sin}^2 \tau + \text{Cos}^2 \tau)}}{\text{Sin } \tau - i \sqrt{1 - e^2} \cdot \text{Cos } \tau}$$

$$= \frac{e \text{Sin } \tau \pm i \sqrt{1 - e^2}}{\text{Sin } \tau - i \sqrt{1 - e^2} \cdot \text{Cos } \tau}.$$

Умножая числителя и знаменателя на $\text{Sin} \tau + i \sqrt{1-e^2} \cdot \text{Cos} \tau$,
будетъ имѣть

$$s = \frac{e \text{Sin}^2 \tau \mp (1-e^2) \text{Cos} \tau + i e \sqrt{1-e^2} \cdot \text{Sin} \tau \cdot \text{Cos} \tau \pm i \sqrt{1-e^2} \cdot \text{Sin} \tau}{\text{Sin}^2 \tau + (1-e^2) \text{Cos}^2 \tau};$$

или же дѣлая приведеніе

$$s = \frac{(1 \pm e \text{Cos} \tau (e \mp \text{Cos} \tau) \pm i \sqrt{1-e^2} \text{Sin} \tau (1 \pm e \text{Cos} \tau))}{(1 + e \text{Cos} \tau) (1 - e \text{Cos} \tau)}$$

Взявши верхніе знаки, получимъ первый корень s_1 , а нижніе второй s_2 ; и такъ

$$s_1 = \frac{e - \text{Cos} \tau + i \sqrt{1-e^2} \cdot \text{Sin} \tau}{1 - e \text{Cos} \tau},$$

$$s_2 = \frac{e + \text{Cos} \tau - i \sqrt{1-e^2} \cdot \text{Sin} \tau}{1 + e \text{Cos} \tau}.$$

§ 33. Последнія два выраженія для s_1 и s_2 могутъ быть еще преобразованы иначе; это новое преобразование сообщитъ имъ форму весьма удобную для вычисленій.

Мы имѣли прежде два слѣдующія уравненія:

$$\text{Cos} v = \frac{1 - e \text{Cos} u}{\text{Cos} u - e}, \quad \text{Sin} v = \frac{\sqrt{1-e^2} \text{Sin} u}{1 - e \cdot \text{Cos} u},$$

опредѣляющія истинную аномалію посредствомъ эксцентрической. Назовемъ черезъ α истинную аномалію, соотвѣтствующую эксцентрической аномаліи τ (разсматривая извѣстную величину τ какъ эксцентрическую аномалію); назовемъ черезъ β истинную аномалію, соотвѣтствующую эксцентрической аномаліи $\tau + \pi$ въ эллипсѣ, котораго эксцентриситетъ = e . Два угла α и β должны быть опредѣлены по формуламъ:

$$\cos \alpha = \frac{\cos \tau - e}{1 - e \cdot \cos \tau}, \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{1 - e^2} \cdot \sin \tau}{1 - e \cdot \cos \tau},$$

$$\cos \beta = \frac{-\cos \tau - e}{1 + e \cdot \cos \tau}, \quad \sin \beta = \frac{-\sqrt{1 - e^2} \cdot \sin \tau}{1 + e \cdot \cos \tau};$$

α и β могутъ быть вычислены еще посредствомъ другой формулы, связывающей истинную аномалію съ эксцентрическою и болѣе удобной для логарифмическихъ вычисленій; въ эту формулу входитъ тангенсъ отъ половины обоихъ аномалій.

Опредѣливши углы α и β и подставивъ ихъ въ s_1 и s_2 , найдемъ

$$s_1 = -\cos \alpha + i \sin \alpha = -E^{-i\alpha},$$

$$s_2 = -\cos \beta + i \sin \beta = -E^{-i\beta}.$$

Изъ предыдущихъ формулъ можно получить еще слѣдующія уравненія:

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{2\sqrt{1 - e^2} \cdot \sin \tau}{1 - e^2 \cos^2 \tau},$$

$$\cos \beta - \cos \alpha = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} = -\frac{2(1 - e^2) \cos \tau}{1 - e^2 \cos^2 \tau},$$

отсюда получимъ

$$\frac{\cos \frac{\alpha + \beta}{2}}{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}} = \frac{\sin \tau}{-\sqrt{1 - e^2} \cdot \cos \tau},$$

или же

$$\frac{\cos \frac{\alpha + \beta}{2}}{\sin \tau} = \frac{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}}{-\sqrt{1 - e^2} \cdot \cos \tau}.$$

Умножая числителя и знаменателя второй дроби на i , и взявши кромѣ того сумму числителей и сумму знаменателей, будемъ имѣть

$$\frac{\cos \frac{\alpha + \beta}{2}}{\sin \tau} = \frac{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}}{-\sqrt{1 - e^2} \cdot \cos \tau} = \frac{E i \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)}{\sin \tau - i \sqrt{1 - e^2} \cdot \cos \tau};$$

подобнымъ же образомъ будемъ имѣть

$$\frac{\sqrt{\cos^2 \frac{\alpha + \beta}{2} + \sin^2 \frac{\alpha + \beta}{2}}}{\sqrt{\sin^2 \tau + (1 - e^2) \cos^2 \tau}} = \frac{1}{\pm \sqrt{1 - e^2} \cos^2 \tau}$$

$$= \frac{E i \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)}{\sin \tau - i \sqrt{1 - e^2} \cdot \cos \tau}.$$

Чтобы опредѣлить знакъ передъ квадратнымъ корнемъ въ этомъ случаѣ, мы сдѣлаемъ слѣдующее замѣчаніе: истинная и эксцентрическая аномалія всегда заключаются между одними и тѣми же кратными числами отъ π , какъ это легко повѣрить на самомъ уравненіи. И такъ α , будучи истинною аномаліею соответствующею эксцентрической τ , всегда заключается между тѣми же кратными числами π , какъ и τ ; такъ что если

$$\tau > m\pi \text{ и } \tau < (m + 1)\pi,$$

то будемъ также имѣть

$$\alpha > m\pi \text{ и } \alpha < (m + 1)\pi;$$

поэтому

$$\beta > (m + 1)\pi \text{ и } \beta < (m + 2)\pi;$$

откуда легко заключить что

$$\frac{\alpha + \beta}{2} > (2m + 1) \frac{\pi}{2} \text{ и } \frac{\alpha + \beta}{2} < (2m + 3) \frac{\pi}{2};$$

Точно также

$$\tau + \frac{\pi}{2} > (2m + 1) \frac{\pi}{2} \text{ и } \tau + \frac{\pi}{2} < (2m + 3) \frac{\pi}{2}.$$

отсюда видно, что $\frac{\alpha + \beta}{2}$ и $\tau + \frac{\pi}{2}$ заключаются между одними и теми же нечетными числами $\frac{\pi}{2}$, т. е. что $\text{Cos} \frac{\alpha + \beta}{2} = \text{Cos} \left(\tau + \frac{\pi}{2} \right) = -\text{Sin} \tau$, или что $\text{Cos} \frac{\alpha + \beta}{2}$ имѣемъ всегда знакъ противный знаку, стоящему передъ $\text{Sin} \tau$; и такъ какъ кромѣ того всегда существуетъ уравненіе

$$\frac{1}{\pm \sqrt{1 - e^2 \text{Cos}^2 \tau}} = \frac{\text{Cos} \frac{\alpha + \beta}{2}}{\text{Sin} \tau},$$

то отсюда можно заключить, что нужно брать передъ корнемъ знакъ —; и такъ мы будемъ имѣть

$$\text{Sin} \tau - i \sqrt{1 - e^2} \cdot \text{Cos} \tau = - \sqrt{1 - e^2 \text{Cos}^2 \tau} \cdot E^{i \frac{\alpha + \beta}{2}}.$$

Подставляя это выраженіе и величины s_1 и s_2 въ $r \text{Sin} (v + \tau)$, получимъ

$$r \text{Sin} (v + \tau) = - \frac{a}{2} \sqrt{1 - e^2 \text{Cos}^2 \tau} \frac{1}{s} (s + E^{-i\alpha}) (s + E^{-i\beta}) \times E^{i \frac{\alpha + \beta}{2}}.$$

Подобное выражение будет имѣть мѣсто и для $r' \text{Sin}(v' + \tau')$, относящееся ко второй планетѣ; α' будетъ истинная аномалія, соответствующая эксцентрической аномаліи τ' въ эллипсѣ, котораго эксцентрицитетъ есть e' , а β' истинная аномалія соответствующая $\tau' + \pi$. Поэтому

$$r' \text{Sin}(v' + \tau) = -\frac{a'}{2} \sqrt{1 - e'^2 \text{Cos}^2 \tau'} \frac{1}{s'} (s' + E^{-i\alpha'}) (s' + E^{-i\beta'}) \\ \times E^{i \frac{\alpha' + \beta'}{2}}$$

Подставляя два послѣднія выраженія въ Q , и полагая для краткости

$$\text{Sin}^2 \frac{1}{2} J \sqrt{1 - e^2 \text{Cos}^2 \tau} \cdot \sqrt{1 - e'^2 \text{Cos}^2 \tau'} = c,$$

гдѣ c будетъ количество второго порядка относительно J ; будемъ имѣть

$$Q = aa'c \frac{1}{ss'} (s + E^{-i\alpha}) (s + E^{-i\beta}) (s' + E^{-i\alpha'}) (s' + E^{-i\beta'}) E^{i\theta};$$

$$\theta = \frac{\alpha + \beta + \alpha' + \beta'}{2}.$$

§ 34. Обратимся теперь къ вычисленію количества $\frac{1}{\Delta}$. Мы имѣли

$$\frac{1}{\Delta} = (P + Q)^{-1/2}.$$

Разложимъ вторую часть по биному Ньютона, предполагая, что условія сходимости выполнены.

$$\frac{1}{\Delta} = (P+Q)^{-1/2} = P^{-1/2} - \frac{1}{2} P^{-3/2} Q + \dots$$

$$= \sum_{k=0}^{k=\infty} (-1)^k \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2 \cdot 4 \dots 2k} P^{-\frac{2k+1}{2}} Q^k;$$

въ этомъ разложеніи за общій членъ мы принимаемъ $k+1$.

Цѣль нашего преобразованія и потомъ разложенія состоитъ въ томъ, чтобы найти коэффициентъ при $s^m s'^m$ въ выраженіи $\frac{1}{\Delta}$. Для этого нужно вставить вмѣсто P и Q ихъ величины по s и s' . Во первыхъ имѣемъ

$$P^{-\frac{2k+1}{2}} = a'^{-2k-1} e'^{-2k-1} \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^{-2k-1} (1 - \omega's')^{-2k-1}$$

$$\times \left[1 - \gamma \frac{e}{e'} \frac{s}{s'} \left(\frac{1 - \frac{\omega}{s}}{1 - \frac{\omega'}{s'}} \right)^2 E^{i\sigma} \right]^{-\frac{2k+1}{2}}$$

$$\times \left[1 - \gamma \frac{e}{e'} \frac{s'}{s} \left(\frac{1 - \omega s}{1 - \omega's'} \right)^2 E^{-i\sigma} \right]^{-\frac{2k+1}{2}};$$

въ этомъ выраженіи $P^{-\frac{2k+1}{2}}$ нужно будетъ послѣдовательно разложить биномы, и между прочимъ биномъ

$$\left[1 - \gamma \frac{e}{e'} \frac{s}{s'} \left(\frac{1 - \frac{\omega}{s}}{1 - \frac{\omega'}{s'}} \right)^2 E^{i\sigma} \right]^{-\frac{2k+1}{2}}$$

Прежде всего нужно показать, что разложение получаемое отъ этого бинорма будетъ сходящимся; для этого необходимо, чтобы модуль количества вычитаемаго изъ единицы былъ бы меньше единицы; но это количество состоитъ во первыхъ изъ $\gamma = \frac{a}{a'} < 1$, изъ $\frac{s'}{s}$, котораго модуль равенъ единицѣ, изъ $\frac{e}{e'}$, котораго модуль весьма близокъ къ единицѣ, наконецъ изъ модулей $\left(1 - \frac{\omega}{s}\right)$ и $\left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)$; модуль разсматриваемаго выраженія будетъ

$$\gamma \frac{e}{e'} \frac{1 + \omega'}{1 + \omega},$$

если вмѣсто модулей $\left(1 - \frac{\omega}{s}\right)$ и $\left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)$ возьмемъ количества $(1 + \omega)$ и $(1 + \omega')$ несравненно большія. Для сходимости необходимо, чтобы предъидущій модуль былъ бы меньше единицы; но это количество можетъ быть написано иначе, а именно

$$\frac{a}{a'} \frac{\cos^2 \frac{\psi}{2}}{\cos^2 \frac{\psi'}{2}} \left(\frac{1 + \operatorname{tang} \frac{\psi}{2}}{1 + \operatorname{tang} \frac{\psi'}{2}} \right)^2 = \frac{a}{a'} \frac{\left(\cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\psi}{2} \right)^2}{\left(\cos \frac{\psi'}{2} + \sin \frac{\psi'}{2} \right)^2} = \frac{a}{a'} \frac{1 + e}{1 + e'},$$

ибо
$$e = \sin \psi = 2 \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\psi}{2};$$

и такъ условіе сходимости будетъ

$$\frac{a}{a'} \frac{1 + e}{1 + e'} < 1;$$

это условіе выполняется для всѣхъ главныхъ планетъ. Для втораго бинорма, возвышеннаго въ степень — $\frac{2k+1}{2}$, условіе сходи-

мости очевидно одно и то же. Два упомянутые бинома будут расположены по восходящимъ степенямъ γ , которое меньше единицы; положимъ теперь, что мы взяли въ первомъ изъ биномовъ тотъ членъ, который имѣетъ передъ собою p , а во второмъ тотъ, который имѣетъ q членовъ; перемножая эти члены между собою,

составимъ общій членъ разложения $P \frac{2k+1}{2}$; если умножимъ его еще на Q^k и на коэффициентъ, стоящій передъ $P \frac{2k+1}{2} Q^k$, то получимъ такимъ образомъ общій членъ въ разложеніи $\frac{1}{\Delta}$.

Этотъ общій членъ будетъ имѣть слѣдующій видъ:

$$\begin{aligned} & (-1)^k \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2k} a'^{-2k-1} e'^{-2k-1} \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^{-2k-1} \\ & \times (1 - \omega's')^{-2k-1} \frac{(2k+1)(2k+3)\dots(2k+2p-1)}{2 \cdot 4 \dots 2p} \\ & \times \gamma^p e^p e'^{-p} s^p s'^{-p} \left(1 - \frac{\omega}{s}\right)^{2p} \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^{-2p} E^{ip\sigma} \\ & \times \frac{(2k+1)(2k+3)\dots(2k+2q-1)}{2 \cdot 3 \dots 2q} \\ & \times \gamma^q e^q e'^{-q} s^{-q} s'^q (1 - \omega s)^{2q} (1 - \omega's')^{-2q} E^{-iq\sigma} a^k a'^k c^k \\ & \times s^{-k} s'^{-k} (s + E^{-i\alpha})^k (s + E^{-i\beta})^k (s' + E^{-i\alpha'})^k \\ & \times (s' + E^{-i\beta'})^k E^{iko}. \end{aligned}$$

Чтобы получить $\frac{1}{\Delta}$ нужно взять для p, q, k всё цѣлыя и положительныя числа отъ нуля до безконечности; и такъ нужно будетъ взять три суммы отъ нуля до безконечности; величину $\frac{1}{\Delta}$ можно написать слѣдующемъ видѣ,

$$\frac{1}{\Delta} = \left. \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \right\} \text{предыдущій общій членъ. } \left\{ ;$$

внутри скобокъ нужно написать общій членъ, найденный выше.

§ 35. Соединимъ теперь въ общемъ членъ разложения $\frac{1}{\Delta}$ одинаковыя количества, написанныя въ различныхъ степеняхъ; возьмемъ прежде всего $\gamma = \frac{a}{a'}$. Соединивши всѣ члены, содержащіе a , получимъ a^{k+p+q} , a' будетъ возвышено въ степень — $(k+p+q+1)$, т. е. будетъ имѣть $a'^{-(k+p+q+1)}$; произведеніе этихъ двухъ множителей можно написать въ видѣ

$$\frac{1}{a} \left(\frac{a}{a'} \right)^{k+p+q+1} = \frac{1}{a} \gamma^{k+p+q+1}.$$

Если мы теперь напишемъ въ общемъ членѣ сначала числовыя коэффициенты, потомъ одночленные и наконецъ двучленные количества, то получимъ разложеніе $\frac{1}{\Delta}$ въ видѣ

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta} &= \frac{1}{a} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2k} \\ &\times \frac{(2k+1)(2k+3) \dots (2k+2p-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2p} \\ &\times \frac{(2k+1)(2k+3) \dots (2k+2q-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2q} \\ &\times a^{p+q} a'^{-(2k+p+q+1)} \cdot c^k \cdot s^{-k+p-q} \cdot s'^{-k-p+q} \\ &\times \left(1 - \frac{\omega}{s}\right)^{2p} (1 - \omega s)^{2q} \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^{-(2k+2p+1)} (1 - \omega' s')^{-(2k+2q+1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times (s + E^{-i\alpha})^k (s + E^{-i\beta})^k (s' + E^{-i\alpha'})^k (s' + E^{-i\beta'})^k \\ & \times E^i [(p-q)\sigma + k\epsilon] . \end{aligned}$$

Чтобы получить полное разложение пертурбационной функции R , нужно изъ $\frac{1}{\Delta}$ вычесть $\frac{XX' + YY' + ZZ'}{r'^2}$ передъ разностию поставить знакъ — и умножить на коэффициентъ fM' .

Теперь нужно выразить въ функцияхъ s и s' эту часть пертурбационной функціи; впоследствии мы увидимъ, что она составляетъ известную часть разложения $\frac{1}{\Delta}$.

Мы имѣли слѣдующее выраженіе:

$$\begin{aligned} XX' + YY' + ZZ' &= rr' \text{Cos}(v - v' + \sigma) \\ &- 2 \text{Sin}^2 \frac{1}{2} J. r \text{Sin}(v + \tau). r'. \text{Sin}(r' + \tau'); \end{aligned}$$

по извѣстно, что

$$\begin{aligned} \text{Cos}(v - v' + \sigma) &= \frac{1}{2} (E^{i(v - v' + \sigma)} + E^{-i(v - v' + \sigma)}) \\ &= \frac{1}{2} [E^{iv} E^{-iv'} E^{i\sigma} + E^{-iv + iv' - i\sigma}]; \end{aligned}$$

по этому можно написать

$$XX' + YY' + ZZ' = \frac{1}{2} r E^{iv} r' E^{-iv'} E^{i\sigma} + \frac{1}{2} r E^{-iv} r' E^{iv'} E^{-i\sigma} - \frac{1}{2} Q.$$

Вслѣдствіе прежде найденныхъ равенствъ

$$\begin{aligned} r E^{iv} &= a\epsilon s \left(1 - \frac{\omega}{s}\right)^2, & r E^{-iv} &= a\epsilon \frac{1}{s} (1 - \omega s)^2, \\ r' E^{iv'} &= a'\epsilon' s' \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^2, & r' E^{-iv'} &= a'\epsilon' \frac{1}{s'} (1 - \omega' s'), \end{aligned}$$

мы будемъ имѣть слѣдующее выраженіе:

$$\begin{aligned}
 XX' + YY' + ZZ' &= \frac{1}{2} a a' \varepsilon \varepsilon' s. s'^{-1} \left(1 - \frac{\omega}{s}\right)^2 (1 - \omega' s')^2 E^{i\alpha} \\
 &+ \frac{1}{2} a a' \varepsilon \varepsilon' s'^{-1} s' \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^2 (1 - \omega s)^2 E^{-i\alpha} \\
 &- \frac{1}{2} a a' c. s^{-1} \cdot s'^{-1} (s + E^{-i\alpha})(s + E^{-i\beta}) \\
 &\quad (s' + E^{-i\alpha'})(s' + E^{-i\beta'}) E^{i\alpha}.
 \end{aligned}$$

Кромѣ того намъ нужно еще имѣть r'^2 , но

$$\begin{aligned}
 r'^2 &= a'^2 \varepsilon'^2 \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^2 (1 - \omega' s')^2, \text{ а} \\
 r' &= a' \varepsilon' \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right) (1 - \omega' s').
 \end{aligned}$$

Здѣсь нужно взять знакъ + передъ корнемъ въ выраженіи r' , потому что при $\omega' = 0$, нужно чтобы $r' = + a'$.

Итакъ имѣемъ

$$r'^3 = a'^3 \varepsilon'^3 \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^3 (1 - \omega' s')^3.$$

Исполнивши дѣленіе $XX' + YY' + ZZ'$ на r'^3 будемъ имѣть

$$\begin{aligned}
 XX' + YY' + ZZ' &= \frac{1}{a} \left[\frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon'^{-2} \gamma^2 \cdot s s'^{-1} \left(1 - \frac{\omega}{s}\right)^2 \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^{-3} \right. \\
 &\times (1 - \omega' s')^{-1} E^{i\alpha} + \frac{1}{2} \varepsilon \cdot s'^{-2} \gamma^2 \cdot s^{-1} \cdot s' (1 - \omega s)^2 \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^{-1} \\
 &\times (1 - \omega' s')^{-3} E^{-i\alpha} - \frac{1}{2} \varepsilon'^{-3} \cdot c \cdot \gamma^2 \cdot s^{-1} \cdot s'^{-1} \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^{-3} \\
 &\left. \times (1 - \omega' s')^{-3} (s + E^{-i\alpha})(s + E^{-i\beta})(s' + E^{-i\alpha'})(s' + E^{-i\beta'}) E^{i\alpha} \right]
 \end{aligned}$$

но легко видѣть, что взявши въ разложеніи $\frac{1}{\Delta}$ члены, соотвѣтствующіе системѣ величинъ

$$k = 0, \quad p = 1, \quad q = 0$$

будемъ имѣть первый членъ разложенія $\frac{XX' + YY' + ZZ'}{r'^3}$.

Подобнымъ же образомъ взявши члены соотвѣтствующіе величинамъ

$$k = 0, \quad p = 0, \quad q = 1,$$

найдемъ второй членъ; наконецъ система чиселъ

$$k = 1, \quad p = 0, \quad q = 0$$

дастъ третій членъ.

И такъ мы видимъ, что $\frac{XX' + YY' + ZZ'}{r'^3}$ есть ничто иное какъ только часть $\frac{1}{\Delta}$, соотвѣтствующая тремъ вышеупомянутымъ системамъ величинъ k, p, q . Условимся означать черезъ $\Sigma \Sigma \Sigma$ предыдущее разложеніе $\frac{1}{\Delta}$ только безъ трехъ членовъ, получаемыхъ отъ разложенія $\frac{XX' + YY' + ZZ'}{r'^3}$. Предполагая это, мы можемъ представить R такимъ образомъ:

$$R = -f M' \frac{1}{a} \left\{ \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty}}{\sum_{k=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty}} \right\} \text{ общій членъ } \};$$

внутри скобокъ нужно поставить общій членъ разложенія $\frac{1}{\Delta}$.

§ 36. Чтобы разложить пертурбаціонную функцію въ рядъ по дѣльнымъ положительнымъ и отрицательнымъ степенямъ пере-

мѣнныхъ z и z' , нужно опредѣлять коэффициентъ при $z^m z'^{m'}$ въ этомъ разложеніи; но мы уже имѣли случай говорить объ этомъ коэффициентѣ; онъ будетъ одинаковъ съ коэффициентомъ при $z^m z'^m$ въ разложеніи функціи

$$R E \frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right) \left[1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) \right] E \frac{m'e'}{2} \left(s' - \frac{1}{s'} \right) \left[1 - \frac{e'}{2} \left(s' + \frac{1}{s'} \right) \right] \\ = R. П. П'$$

по цѣлымъ положительнымъ и отрицательнымъ степенямъ s и s' .

Мы предложимъ здѣсь доказательство этого предложенія несмотря на то, что оно уже было доказано для случая одного переменнаго.

Положимъ, что нашли

$$R = \Sigma A_{m,m'} z^m z'^{m'},$$

разложеніе пертурбаціонной функціи по степенямъ z и z' ; требуется опредѣлить коэффициентъ общаго члена $A_{m,m'}$ въ этомъ разложеніи.

Умножимъ обѣ части этого уравненія на $z^{-m} z'^{-m'} \frac{dz}{z} \frac{dz'}{z'}$ и обьинтегрируемъ два раза по окружности радіуса равнаго единицѣ; мы будемъ имѣть

$$\int_{(1)} \int_{(1)} R \cdot z^{-m} \cdot z'^{-m'} \frac{dz}{z} \frac{dz'}{z'} = A_{m,m'} \int_{(1)} \int_{(1)} \frac{dz}{z} \frac{dz'}{z'};$$

всѣ прочіе интегралы, находящіеся во второй части, будутъ равны нулю; но мы знаемъ, что

$$\int_{(1)} \int_{(1)} \frac{dz}{z} \frac{dz'}{z'} = 2\pi i \cdot 2\pi i = -4\pi^2.$$

Взявши дифференціалъ уравненія

$$sE \frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right) = z$$

и другаго ему подобнаго, мы получимъ

$$z^{-m} \frac{dz}{z} = s^{-m} \frac{ds}{s}. \text{ П. } z'^{-m'} \frac{dz'}{z'} = s'^{-m'} \frac{ds'}{s'}. \text{ П}';$$

П имѣеть прежнее значеніе, а П' ему подобное; количества, входящія въ П', должны быть взяты съ знакомъ (').

Подставляя эти величины будемъ имѣть

$$- A_{m,m'} 4\pi^2 = \int_{(1)} \int_{(1)} B. \text{ П. П}' \cdot s^{-m} s'^{-m'} \frac{ds}{s} \frac{ds'}{s'}.$$

Если разложимъ $B. \text{ П. П}'$ по восходящимъ и цѣлымъ степенямъ s и s' , то будемъ имѣть сумму членовъ, изъ которыхъ каждый можетъ быть представленъ въ видѣ

$$B_{m,m'} s^m \cdot s^{m'};$$

гдѣ m и m' будутъ казія нибудь цѣлыя числа, заключающіяся между $+\infty$ и $-\infty$. Подставляя это разложеніе въ послѣднее уравненіе и совершая интегрированіе, будемъ видѣть, на основаніи замѣчанія сдѣланнаго выше, что всѣ члены, исключая тотъ въ которомъ есть $s^m s^{m'}$, будутъ нули; поэтому

$$- A_{m,m'} 4\pi^2 = B_{m,m'} \int \frac{ds}{s} \frac{ds'}{s'} = - B_{m,m'} 4\pi^2;$$

слѣдовательно

$$A_{m,m'} = B_{m,m'}.$$

И такъ для опредѣленія $A_{m,m'}$ нужно найти коэффициентъ $B_{m,m'}$ при $s^m s^{m'}$ въ разложеніи функціи $B.P.P'$; отсюда видимъ, что знаменитая теорема Коши, относящаяся къ опредѣленію коэффициентовъ разложенія, прилагается и къ тому случаю, когда есть два независимыхъ переменныхъ z и z' .

§ 37. Начнемъ разложеніе съ количества

$$P = E \frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right) \left[1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) \right]$$

Разлагая сначала $E \frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right)$ какъ показательную функцію, будемъ имѣть

$$E \frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right) = \sum_{g=0}^{\infty} \frac{m^g \left(\frac{e}{2} \right)^g}{1.2.3\dots g} \left(s - \frac{1}{s} \right)^g.$$

За общій членъ мы беремъ тотъ, который имѣетъ передъ собою g членовъ; замѣтимъ еще, что при $g=0$ нужно взять единицу.

Этотъ рядъ можно представить въ видѣ болѣе удобномъ черезъ введеніе знаковъ положеній, принятыхъ нами прежде,

$$e = \text{Sin } \psi = 2 \text{Sin } \frac{\psi}{2}, \quad \text{Cos } \frac{\psi}{2} = 2 \text{tang } \frac{\psi}{2}, \quad \text{Cos }^2 \frac{\psi}{2} = 2\omega,$$

а $s - \frac{1}{s} = \frac{1}{s} (s^2 - 1)$; поэтому предъидущій рядъ можно написать

$$E \frac{me}{2} \left(s - \frac{1}{s} \right)^g = \sum_{g=0}^{\infty} \frac{m^2}{1.2.3\dots g} e^g \omega^g s^{-g} (s^2 - 1)^g;$$

кроме того имеем еще

$$1 - \frac{e}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right) = \frac{r}{a} = \varepsilon \left(1 - \frac{\omega}{s} \right) (1 - \omega s);$$

это уравнение было найдено прежде.

Поэтому будем иметь следующее выражение для Π .

$$\Pi = \sum_{g=0}^{g=\infty} \frac{m^g}{1.2.3 \dots g} \varepsilon^{g+1} \omega^g s^{-g} \left(1 - \frac{\omega}{s} \right) (1 - \omega s) (s^2 - 1)^g;$$

подобным же образом можно найти

$$\begin{aligned} \Pi' = \sum_{g'=0}^{g'=\infty} \frac{m'^{g'}}{1.2.3 \dots g'} \varepsilon'^{g'+1} \omega'^g \cdot s'^{-g'} \left(1 - \frac{\omega'}{s'} \right) \\ \times (1 - \omega' s') (s'^2 - 1)^{g'}. \end{aligned}$$

Количество $\frac{1.2.3 \dots g'}{m'^{g'}} (s'^2 - 1)^{g'}$ при $g' = 0$ должно быть замѣнено единицею.

Теперь мы можем составить произведение $R. \Pi. \Pi'$, если вмѣсто R, Π и Π' подставим ихъ величины въ функции s и s' ; оно будетъ имѣть видъ

$$\begin{aligned} R. \Pi. \Pi' = & - \frac{f M^k}{a} \sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{p=\infty}{\sum_{p=0}^{p=\infty}} \frac{q=\infty}{\sum_{q=0}^{q=\infty}} \frac{g=\infty}{\sum_{g=0}^{g=\infty}} \frac{g'=\infty}{\sum_{g'=0}^{g'=\infty}} \\ & \left[(-1)^k \frac{1.3.5 \dots (2k-1)}{2.4.6 \dots 2k} \frac{(2k+1)(2k+2) \dots (2k+2p-1)}{2.4 \dots 2p} \right. \\ & \times \frac{(2k+1)(2k+3) \dots (2k+2q-1)}{2.4 \dots 2q} \cdot \frac{m^g \cdot m'^{g'}}{1.2.3 \dots g. 1.2.3 \dots g'} \\ & \times \varepsilon^{p+q+g+1} \cdot \varepsilon'^{-(2k+p+q-g')} \cdot \gamma^{k+p+q+1} \cdot c^k \cdot \omega^g \cdot \omega'^{g'} \\ & \times s^{-k+p-q-g} \cdot s'^{-k-p+q-g'} \cdot \left(1 - \frac{\omega}{s} \right)^{2p+1} (1 - \omega s)^{2q+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^{-(2k+2p)} (1 - \omega's')^{-(2k+2q)} (s^2 - 1)^g (s'^2 - 1)^{g'} \\ & \times (s + E^{-i\alpha})^k (s + E^{-i\beta})^k (s' + E^{-i\alpha'})^k (s' + E^{-i\beta'})^k \\ & E^{i[(p-q)\sigma + k\theta]} \end{aligned}$$

Въ этомъ произведеніи нужно опредѣлить членъ со степенью $s^m s'^{m'}$ и его коэффициентъ. Чтобы исполнить это, напишемъ общій членъ и подчинимъ его тому условію, чтобы онъ давалъ m и m' въ показателѣ s и s' .

Возьмемъ въ разложеніи бинорма $\left(1 - \frac{\omega}{s}\right)^{2p+1}$ членъ, имѣющій передъ нимъ λ членовъ, въ разложеніи $(1 - \omega s)^{2p+1}$ членъ, передъ которымъ находится μ членовъ; въ разложеніи $\left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^{-(2k+2p)}$ членъ, передъ которымъ находится λ' членовъ, въ разложеніи $(1 - \omega's')^{-(2k+2q)}$ членъ, передъ которымъ стоитъ μ' членовъ; наконецъ въ шести слѣдующихъ бинормахъ возьмемъ члены, которые имѣютъ передъ собою соответственно $\nu, \nu', \tilde{\omega}, \rho, \tilde{\omega}', \rho'$ членовъ. Умножая эти члены, получимъ общій членъ въ разложеніи $R. II. III'$. Необходимое условіе, которое долженъ выполнять общій членъ состоитъ въ томъ, чтобы показатель при s былъ бы m , а при s' былъ бы m' . Складывая показатели s будемъ имѣть слѣдующую сумму въ общемъ членѣ:

$$-k + p - q - g - \lambda + \mu + 2g - 2\nu + k - \tilde{\omega} + k - \rho;$$

дѣлая приведеніе получимъ слѣдующее уравненіе:

$$k + p - q - \lambda + \mu + g - 2\nu - \tilde{\omega} - \rho = m.$$

Показатель при s' будетъ

$$-k - p + q - g' - \lambda' + \mu' + 2g' - 2\nu' + k - \omega' + k - \rho';$$

новое условное уравнение будетъ

$$k - p + q - \lambda' + \mu' + g' - 2v' - \omega' - \rho' = m'.$$

Этимъ двумъ уравненіямъ должны удовлетворять величины, входящія въ первую часть.

§ 38. Если два предыдущія условія выполнены, то коэффициентъ при $s^m s^{m'}$ въ разложеніи функціи $R. П. П'$ будетъ имѣть видъ произведенія

$$C E^{**},$$

гдѣ количество C и x будутъ опредѣляться слѣдующими формулами:

$$\begin{aligned} C = & -\frac{f M'}{a} \left[(-1)^{k+\lambda+\mu+r+v} \frac{1.3.5\dots(2k+1)}{2.4\dots 2k} \right. \\ & \times \frac{(2k+1)(2k+3)\dots(2k+2p-1)}{2.4\dots 2p} \\ & \times \frac{(2k+1)(2k+3)\dots(2k+2q-1)}{2.4\dots 2q} \\ & \times \frac{(2p+1)\dots(2p-\lambda+2)}{1.2\dots \lambda} \cdot \frac{(2q+1).2q\dots(2q-\mu+2)}{1.2.3\dots \mu} \\ & \times \frac{(2k+2p)\dots(2k+2p+\lambda'-1)}{1.2.3\dots \lambda'} \\ & \times \frac{(2k+2q)\dots(2k+2q+\mu'-1)}{1.2\dots \mu'} \\ & \times \frac{g(g-1)\dots(g-v+1)}{1.2.3\dots r} \cdot \frac{g'(g'-1)\dots(g'-v'+1)}{1.2.3\dots r'} \\ & \times \frac{k(k-1)\dots(k-\omega+1)}{1.2\dots \omega} \cdot \frac{k(k-1)\dots(k-\rho+1)}{1.2.3\dots \rho} \end{aligned}$$

7

$$\times \frac{k(k-1) \dots (k-\bar{\omega}' + 1)}{1.2 \dots \bar{\omega}'} \cdot \frac{k \dots (k-\rho' + 1)}{1.2.3 \dots \rho'}$$

$$\times \frac{m^g}{1.2 \dots g} \cdot \frac{m'^{g'}}{1.2.3 \dots g'} \cdot \varepsilon^{p+q+g+1} \cdot \varepsilon'^{-(2k+p+q-g')}$$

$$\left. \gamma^{k+p+q+1} \cdot c^k \cdot \omega^{\lambda+\mu+g} \cdot \omega'^{\lambda'+\mu'+g'} \right],$$

а $x = (p - q) \sigma + k\theta - \bar{\omega}\alpha - \rho\beta - \bar{\omega}'\alpha' - \rho'\beta'$.

Въ этихъ формулахъ числа $k, p, q, g \dots$ должны получать различные значенія, при томъ условіи, чтобы они удовлетворяли двумъ уравненіямъ, находящимся въ предидущемъ параграфѣ; при этомъ нужно исключить три системы величинъ k, p, q , которыя представляютъ разложеніе $\frac{XX' + YY' + ZZ'}{r'^3}$. Нѣкоторыя изъ цѣлыхъ чиселъ $\lambda, \mu, \nu \dots$ должны заключаться между известными предѣлами; кромѣ предидущихъ условій будемъ имѣть еще слѣдующія:

$$\lambda \leq 2p+1, \mu \leq 2q+1, \nu \leq g, \nu' \leq g', \omega, \omega', \rho, \rho' \leq k.$$

Числа λ' и μ' , какъ получающіяся отъ разложенія биномовъ, возвышенныхъ въ отрицательныя степени, могутъ очевидно возрастать до безконечности, и не будутъ подвержены другимъ условіямъ кромѣ того, которое находится въ предидущемъ параграфѣ и состоитъ изъ двухъ условныхъ уравненій.

Положимъ, что мы нашли общій членъ пертурбаціонной функціи и пусть

$$C E^{ix} \cdot z^m \cdot z'^{m'}$$

будетъ этотъ членъ; C опредѣляется при различныхъ значеніяхъ

цѣлыхъ чиселъ

$$p, q, \lambda, \lambda', \mu, \mu', \nu, \nu', \bar{\omega}, \rho, \bar{\omega}', \rho'$$

удовлетворяющихъ условіямъ, даннымъ выше.

Если замѣнимъ эти числа слѣдующими:

$$q, p, \mu, \lambda, \mu', \lambda', g - \nu, g' - \nu', k - \bar{\omega}, k - \rho, k - \bar{\omega}', k - \rho',$$

и если возьмемъ членъ пертурбаціонной функціи, соответствующій этимъ числамъ, то найдемъ что показатели z и z' въ этихъ членахъ будутъ $-m$ и $-m'$. Въ самомъ дѣлѣ, замѣняя въ первомъ условномъ уравненіи прежнія числа новыми, будемъ имѣть для показателя z слѣдующую величину:

$$k + q - p - \mu + \lambda + g - 2g + 2\nu - k + \bar{\omega} - k + \rho,$$

или же

$$-k - p + q + \lambda - \mu - g + 2\nu + \bar{\omega} + \rho,$$

что равно $-m$. Дѣлая потомъ тѣ же самыя измѣненія чиселъ въ коэффициентѣ C , увидимъ, что одни производители измѣняются въ другіе, такъ что C не измѣняется. Что же касается до показателя (-1), то онъ измѣняется, но измѣняется на число четное, что не производитъ никакой перемѣны въ результатѣ; а именно, прежній показатель (-1) послѣ подстановки обратится въ

$$k + \mu + \lambda + g - \nu + g' - \nu';$$

но съ другой стороны, множители m^g и $m'^{g'}$, въ которыхъ m и m' сдѣлались отрицательными, вводятъ множителей $(-1)^g$ и $(-1)^{g'}$, что для нашего показателя (-1) даетъ сумму

$$k + \lambda + \mu + 2g + 2g' - \nu - \nu',$$

которая отличается отъ прежней только тѣмъ, что изъ нея вычли

$$2g + 2g' + 2v + 2v'.$$

Наконецъ легко видѣть, что показатель x имѣняется въ

$$(q - p) \sigma + k\theta - 2k\theta + \tilde{\omega}\alpha + \rho\beta + \tilde{\omega}'\alpha' + \rho'\beta',$$

т. е.: въ $-x$.

И такъ, каждый членъ пертурбаціонной функціи

$$C E^{ix} \cdot z^m \cdot z'^{m'}$$

имѣеть ему соотвѣтствующій

$$C E^{-ix} \cdot z^{-m} \cdot z'^{-m'};$$

соединяя эти два члена въ одинъ, и замѣняя z и z' ихъ величинами,

$$z = E^{iz}, \quad z' = E^{i'z'},$$

будемъ имѣть

$$C E^{i(mz+m'z'+x)} + C E^{-i(mz+m'z'+x)} = 2C \cdot \text{Cos}(mz+m'z'+x),$$

общій членъ разложенія пертурбаціонной функціи.

§ 39. Форма, которую мы дали общему члену пертурбаціонной функціи, можетъ представлять иногда нѣкоторыя неудобства при вычисленіи, напримѣръ если α отличается весьма мало отъ нуля, а β отъ 180° . Кромѣ того доказательство теоремы, играющей весьма важную роль въ теоріи пертурбацій и состоящей въ томъ, что порядокъ коэффициента по крайней мѣрѣ равенъ суммѣ чиселъ, умножающихъ среднія аномаліи планетъ, можетъ быть исполнено только при помощи весьма длинныхъ вычисленій; имѣя въ виду эту теорему, мы дадимъ разложенію пертурбаціонной функціи еще другую форму.

Возьмемъ опять

$$\Delta^2 = (P + Q);$$

Q есть величина второго порядка относительно J , и опредѣляется формулою,

$$Q = 4 \operatorname{Sin}^2 \frac{1}{2} J . r . \operatorname{Sin} (v + \tau) . r' . \operatorname{Sin} (v' + \tau');$$

а величина $r \operatorname{Sin} (v + \tau)$, входящая въ эту формулу, можетъ быть выражена такъ:

$$r \operatorname{Sin} (v + \tau) = \xi . \operatorname{Sin} \tau + \eta . \operatorname{Cos} \tau = \frac{a}{2} \left[\left(s + \frac{1}{s} - 2e \right) \operatorname{Sin} \tau + i \sqrt{1 - e^2} \left(s - \frac{1}{s} \right) \operatorname{Cos} \tau \right],$$

или

$$r \operatorname{Sin} (v + \tau) = \frac{a}{2} \left[\left(\operatorname{Sin} \tau - i \sqrt{1 - e^2} \operatorname{Cos} \tau \right) s - 2e \operatorname{Sin} \tau + \left(\operatorname{Sin} \tau + i \sqrt{1 - e^2} \operatorname{Cos} \tau \right) \frac{1}{s} \right].$$

Теперь вмѣсто того, чтобы разлагать трехчленное количество второй степени на два произвидителя, какъ это мы дѣлали прежде, раздѣлимъ его на двѣ части, изъ которыхъ одна будетъ заклю-

чать $\frac{1}{s}$, а другая s ; замѣтимъ кромѣ того, что коэффициенты при

$\frac{1}{s}$ и s суть два сопряженные мнимыя количества. Положимъ

$$\operatorname{Sin} \tau = A . \operatorname{Sin} \varphi, \quad \sqrt{1 - e^2} . \operatorname{Cos} \tau = A . \operatorname{Cos} \varphi;$$

A и φ будутъ новыя вспомогательныя количества, которыя бу-

дуть опредѣляться посредствомъ уравненій,

$$A = \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \varphi}, \quad \text{а} \quad \sin \varphi = \frac{\sin \tau}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \tau}},$$

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{1 - e^2} \cos \tau}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \tau}};$$

поэтому будемъ имѣть

$$\sin \tau - i \sqrt{1 - e^2} \cos \tau = -i A (\cos \varphi + i \sin \varphi) = -i A E^{i\varphi}$$

$$\sin \tau + i \sqrt{1 - e^2} \cos \tau = i A (\cos \varphi - i \sin \varphi) = i A E^{-i\varphi};$$

складывая эти выраженія, имѣемъ

$$2 \sin \tau = i A [E^{-i\varphi} - E^{i\varphi}].$$

Подставляя эти выраженія въ $r \sin (v + \tau)$, получимъ

$$r \sin (v + \tau) = \frac{ia \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \tau}}{2} \\ \times \left[-s E^{i\varphi} - e E^{-i\varphi} + e E^{i\varphi} \cdot \frac{1}{s} E^{-i\varphi} \right],$$

или же

$$r \sin (v + \tau) = \frac{ia \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \tau}}{2} \\ \times \left[\frac{1}{s} (1 - es) E^{-i\varphi} - s \left(1 - \frac{e}{s} \right) E^{i\varphi} \right].$$

Уголъ φ весьма мало отличается отъ τ , какъ это видно изъ формулъ, опредѣляющихъ $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$.

Для другой планеты будем имѣть подобнымъ же образомъ

$$\sin \varphi' = \frac{\sin \tau'}{\sqrt{1 - e'^2 \cos^2 \tau'}}, \quad \cos \varphi' = \frac{\sqrt{1 - e'^2} \cos \tau'}{\sqrt{1 - e'^2 \cos^2 \tau'}}.$$

Далѣе получимъ

$$r' \sin (\nu' + \tau') = \frac{ia' \sqrt{1 - e'^2 \cos^2 \tau'}}{2} \left[\frac{1}{s'} (1 - e' s') \right. \\ \left. \times E^{-i\varphi'} - s \left(1 - \frac{e'}{s'} \right) E^{i\varphi'} \right].$$

На основаніи этихъ преобразованій Q приметъ видъ:

$$Q = -aa'c \left[\frac{1}{s} (1 - es) E^{-i\varphi} - s \left(1 - \frac{e}{s} \right) E^{i\varphi} \right] \left[\frac{1}{s'} (1 - e' s') \right. \\ \left. \times E^{-i\varphi'} - s' \left(1 - \frac{e'}{s'} \right) E^{i\varphi'} \right],$$

гдѣ

$$c = \sin^2 \frac{1}{2} J \sqrt{(1 - e^2 \cos^2 \tau) (1 - e'^2 \cos^2 \tau')}.$$

§ 40. Обратимся теперь къ вычисленію $\frac{1}{\Delta}$.

$$\frac{1}{\Delta} = (P + Q)^{-1/2} = \sum_{k=0}^{k=\infty} (-1)^k \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2k} \\ \times P \frac{2k+1}{2} Q^k.$$

Чтобы составить Q^k , возьмемъ въ двухъ биномахъ, входящихъ въ него, общіе члены; въ первомъ возьмемъ тотъ, передъ которымъ

стоятъ n членовъ, а во второмъ тотъ, передъ которымъ стоитъ n' ; поэтому будетъ имѣть

$$Q^k = (-1)^k a^k \cdot a'^k \cdot c^k \sum_{n=0}^k \sum_{n'=0}^{k-n} (-1)^{n+n'} \frac{k \dots (k-n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} \\ \times \frac{k \dots (k-n'+1)}{1 \cdot 2 \dots n'} \cdot s^{2n-k} s'^{2n'-k} \left(1 - \frac{e}{s}\right)^n \left(1 - \frac{e}{s'}\right)^{k-n} \\ \times \left(1 - \frac{e'}{s'}\right)^{n'} (1 - e's')^{k-n} E^i [(2n-k)\varphi + (2n'-k)\varphi'].$$

Вмѣсто P возьмемъ выраженіе найденное прежде, а именно

$$P = a'^2 \varepsilon'^2 \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right) (1 - \omega's')^2 \left[1 - \gamma_{\varepsilon'} \frac{s}{s'} \left(\frac{1 - \frac{\omega}{s}}{\frac{\omega'}{s'}}\right)^2 E^{i\sigma}\right] \\ \times \left[1 - \gamma_{\varepsilon'} \frac{s'}{s} \left(\frac{1 - \omega s}{1 - \omega's'}\right)^2 E^{-i\sigma}\right].$$

Вставимъ величины P и Q въ разложеніе $\frac{1}{\Delta}$; въ двухъ биномахъ

P возьмемъ при возвышеніи ихъ въ степень $-\frac{2k+1}{2}$ члены, передъ которыми находится p и q членовъ; тогда получимъ слѣдующее выраженіе для общаго члена:

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{a} \sum_{q=0}^p \sum_{q=0}^q \sum_{k=0}^{k=q} \sum_{n=0}^{n=k} \sum_{n'=0}^{n'=k} (-1)^k \left[(-1)^{n+n'} \right. \\ \left. \times \frac{1 \cdot 3 \dots (2k-1)}{2 \cdot 4 \dots 2k} \cdot \frac{(2k+1)(2k+3) \dots (2k+2p-1)}{2 \cdot 4 \dots 2p}\right]$$

$$\begin{aligned}
 & \times \frac{(2k+1)(2k+3)\dots(2k+2q-1)k\dots(k-n+1)}{2 \cdot 4 \dots 2q} \cdot \frac{1 \cdot 2 \dots n}{1 \cdot 2 \dots n} \\
 & \times \frac{k \dots (k-n'+1)}{1 \cdot 2 \dots n'} \cdot s^{p+q} \cdot s'^{-(2k+p+q+1)} \cdot \gamma^{k+p+q+1} \cdot c^k \\
 & \times s^{2n-k+p-q} \cdot s'^{2n'-k-p+q} \left(1 - \frac{\omega}{s}\right)^{2p} (1 - \omega s)^{2q} \\
 & \times \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^{-(2k+2p+1)} (1 - \omega' s')^{-(2k+2q+1)} \left(1 - \frac{e}{s}\right)^n \\
 & \times (1 - es)^{k-n} \left(1 - \frac{e'}{s'}\right)^{n'} (1 - e' s')^{k-n'} \\
 & \times E^i [(p-q)\sigma + (2n-k)\varphi + (2n'-k)\varphi'] \Big].
 \end{aligned}$$

Легко опять видѣть, что это же самое выраженіе представляет — $\frac{B}{fM'}$, когда вычтемъ изъ него часть, соответствующую тремъ слѣдующимъ предположеніямъ:

$$k = 0, p = 1, q = 0;$$

$$k = 0, p = 0, q = 1;$$

$$k = 1, p = 0, q = 0;$$

потому что эта часть представляет $\frac{XX' + YY' + ZZ'}{r'^3}$, что дол-

жно быть вычтено изъ $\frac{1}{\Delta}$, чтобы получить разложене — $\frac{B}{fM'}$;

выраженіе $\frac{XX' + YY' + ZZ'}{r'^3}$ дано было прежде. Легко повѣрить,

что два первыхъ предположенія даютъ непосредственно два пер-

выхъ члена выраженія $\frac{XX' + YY' + ZZ'}{r'^3}$; но оно можетъ быть

написано еще такъ:

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a} \cdot \epsilon'^{-3} \cdot \gamma^2 \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^{-3} (1 - \omega' s')^{-3} \frac{Q}{a a'};$$

гдѣ Q имѣеть первоначальный видъ, данный ему прежде; этотъ членъ легко преобразовать въ слѣдующую форму:

$$-\frac{1}{2} a'^{-3} \epsilon'^{-3} \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right)^{-3} (1 - \omega' s')^{-3} Q;$$

а это выраженіе прямо получается, при третьемъ предположеніи изъ новаго вида $\frac{1}{\Delta}$.

И такъ предположимъ, что въ разложеніи $\frac{1}{\Delta}$ уничтожены члены, соотвѣтствующіе тремъ упомянутымъ гипотезамъ; тогда пертурбаціонная функція будетъ опредѣляться суммою

$$B = -\frac{f M'}{a} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n'=0}^{\infty} \left. \begin{matrix} k \\ p \\ q \\ n \\ n' \end{matrix} \right\} \text{общій членъ} \left. \right\};$$

внутри скобокъ нужно поставить общій членъ новаго разложенія и опустить члены, соотвѣтствующіе тремъ упомянутымъ гипотезамъ.

§ 41. Мы знаемъ уже, что для того чтобы получить коэффициентъ $A_{m, m'}$ при $z^m z'^{m'}$ въ разложеніи пертурбаціонной функціи B по степенямъ z и z' , нужно на основаніи теоремы Коши опредѣлить коэффициентъ при $s^m s'^{m'}$ въ разложеніи B . II. II' по степенямъ s и s' .

Мы знаемъ, что

$$\begin{aligned} \text{II. II}' &= \left(1 - \frac{\omega}{s}\right) (1 - \omega s) \left(1 - \frac{\omega'}{s'}\right) (1 - \omega' s') \times \\ &\sum_{g=0}^{\infty} \sum_{g'=0}^{\infty} \frac{m^g \cdot m'^{g'}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots g \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots g'} \epsilon^{g+1} \cdot \epsilon'^{g'+1} \\ &\times \omega^g \omega'^{g'} \cdot s^{-g} \cdot s'^{-g'} (s^2 - 1)^g (s'^2 - 1)^{g'}. \end{aligned}$$

Для того чтобы получить коэффициентъ при $s^m s^{m'}$ въ $B. \Pi. \Pi'$, мы возьмемъ общій членъ въ этомъ разложеніи и подчинимъ показателя s условію быть равнымъ m , а показателя s' — быть равнымъ m' . Для образованія общаго члена возьмемъ въ биномахъ, входящихъ въ B , послѣдовательно члены, которые имѣютъ передъ ними $\lambda, \mu, \lambda', \mu', \iota, \upsilon, \iota', \upsilon'$ членовъ, а въ двухъ биномахъ, находящихся въ Π и Π' , члены, которые имѣютъ передъ ними ν, ν' ; такимъ образомъ мы будемъ имѣть

$$\begin{aligned}
 C = & - \frac{f M'}{a} \left[(-1)^{n+n'+\lambda+\mu+\iota+s+\iota'+\upsilon'+\nu+\nu'} \right. \\
 & \times \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1) (2k+1) (2k+3) \dots (2k+2p-1)}{2 \cdot 4 \dots 2k \quad 2 \cdot 4 \dots 2p} \\
 & \times \frac{(2k+1) (2k+3) \dots (2k+2q-1)}{2 \cdot 4 \dots 2q} \cdot \frac{k \dots (k-n+1)}{1 \cdot 2 \dots n} \\
 & \times \frac{k \dots (k-n'+1)}{1 \cdot 3 \dots n'} \cdot \frac{(2p+1) \dots (2p-\lambda+2)}{1 \cdot 2 \dots \lambda} \\
 & \times \frac{(2q+1) \dots (2q-\mu+2)}{1 \cdot 2 \dots \mu} \cdot \frac{(2k+2p) \dots (2k+2p+\lambda'-1)}{1 \cdot 2 \dots \lambda'} \\
 & \times \frac{(2k+2q) \dots (2k+2q+\mu'-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \mu'} \cdot \frac{n \dots (n-\iota+1)}{1 \cdot 2 \dots \iota} \\
 & \times \frac{(k-n) \dots (k-n-\upsilon+1)}{1 \cdot 2 \dots \upsilon} \cdot \frac{n' \dots (n'-\iota'+1)}{1 \cdot 2 \dots \iota'} \\
 & \times \frac{(k-n') \dots (k-n'-\upsilon'+1)}{1 \cdot 2 \dots \upsilon'} \cdot \frac{m^g}{1 \cdot 2 \dots \nu \cdot 1 \cdot 2 \dots (g-\nu)} \\
 & \times \frac{m'^{g'}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \nu' \cdot 1 \cdot 2 \dots (g'-\nu')} \cdot 2^{\iota+\iota'+\nu+\nu'} \\
 & \times \varepsilon^{p+q+\iota+\iota'+s+s'+1} \cdot \varepsilon'^{-(2k+p+q-g'-\iota'-\iota'-s')} \cdot \gamma^{k+p+q+1} \\
 & \times c^k \times \omega^{\lambda+\mu+\iota+\iota'+s+s'+g} \cdot \omega'^{\lambda'+\mu'+\iota'+\iota'+s'+g'} \Big];
 \end{aligned}$$

кроме того

$$x = (p - q)\varsigma + (2n - k)\varphi + (2n' - k')\varphi';$$

поэтому общий членъ можно написать въ видѣ

$$CE^{ix} s^m \cdot s'^{m'}.$$

Въ выраженіи C мы замѣнили e величиною $2\omega e$. Числа $k, p, q, n, n' \dots$ должны быть выбраны такимъ образомъ, чтобы ихъ сумма была m въ показателѣ s и m' въ показателѣ s' ; это условіе даетъ два слѣдующія уравненія:

$$2n - k + p - q - \lambda + \mu - \iota + \varepsilon + g - 2\nu = m,$$

$$2n' - k - p + q - \lambda' + \mu' - \iota' + \varepsilon' + g' - 2\nu' = m'.$$

Если вычислимъ коэффициентъ CE^{ix} для всѣхъ цѣлыхъ чиселъ, удовлетворяющихъ условію быть равными m и m' , двумъ даннымъ цѣлымъ числамъ, то будемъ имѣть полный коэффициентъ при $z^m z'^{m'}$ въ пертурбаціонной функціи. Нѣкоторые изъ этихъ чиселъ подчинены условію не переходить извѣстныхъ предѣловъ; такъ напримѣръ очевидно, что всегда будемъ имѣть

$$\lambda < 2p + 1, \mu < 2q + 1, n < k, n' < k, \iota < n, \varepsilon < k - n, \\ \iota' < n', \varepsilon' < k - n';$$

наконецъ

$$\nu < g, \nu' < g'.$$

Числа λ' и μ' , получающіяся отъ возвышенія биномовъ въ отрицательныя степени, могутъ возрастать до безконечности.

Кромѣ того замѣтимъ еще, что если вмѣсто чиселъ $\lambda, \mu, n, n', \iota, \varepsilon \dots$ возьмемъ числа больше тѣхъ, величину которыхъ они не должны превосходить, то получимъ соотвѣтствующій

членъ равнымъ нулю, ибо между множителями, входящими въ коэффициентъ C , встрѣтимъ одинъ, который будетъ равенъ нулю.

§ 42. Возьмемъ цѣлыя числа

$$k, p, q, n, n', \lambda, \mu, \lambda', \mu', \iota, \varepsilon, \iota', \varepsilon', g, g', \nu, \nu'$$

и перемѣнимъ ихъ соответственно на числа

$$k, q, p, k-n, k-n', \mu, \lambda, \mu', \lambda', \varepsilon, \iota, \varepsilon', \iota', \\ g-\nu, g'-\nu',$$

и опредѣлимъ соотвѣтствующій членъ въ пертурбаціонной функціи этимъ числамъ, то во первыхъ весьма легко видѣть, что эти новыя числа не перестаютъ удовлетворять предъидущимъ неравенствомъ и измѣняются одни въ другія. Показатель m при этомъ измѣняется въ

$$2k - 2n - k + q - p - \mu + \lambda - \varepsilon + \iota + g - 2g + 2\nu,$$

или въ

$$- 2n + k - p + q + \lambda - \mu + \iota - \varepsilon - g + 2\nu,$$

что равно $-m$. Подобнымъ же образомъ найдемъ, что показатель при s' вслѣдствіе измѣненій, указанныхъ выше, сдѣлается равнымъ $-m'$; такъ что черезъ это измѣненіе мы получимъ членъ пертурбаціонной функціи, соотвѣтствующій $z^{-m} \cdot z'^{-m'}$. Измѣненіе это не перемѣняетъ коэффициента C , что легко повѣрить на самомъ дѣлѣ; различные множители, входящіе въ C , измѣняются при этомъ одни въ другіе; знакъ C остается одинъ и тотъ же, потому что показатель при (-1) измѣняется на четное число единиц; наконецъ очевидно, что x обращается въ $-x$.

Отсюда мы можемъ заключить, что если въ пертурбаціонной функціи существуетъ какой нибудь членъ

$$CE^{ix} \cdot z^m \cdot z'^{m'},$$

то существует непрѣвно и другой вида

$$CE^{-ix} \cdot z^{-m} \cdot z'^{-m'};$$

складывая ихъ будемъ имѣть:

$$CE^{m\beta + m'\beta' + x} + CE^{-i(m\beta + m'\beta' + x)} = 2C \cdot \text{Cos}(m\beta + m'\beta' + x)$$

опредѣленный членъ пертурбаціонной функціи.

Въ случаѣ $m = 0$ и $m' = 0$, будемъ имѣть постоянный членъ

$$CE^{ix},$$

представляющійся въ мнимомъ видѣ; но если измѣнимъ числа k, p, q, \dots какъ указано выше, то очевидно, что показатели при z и z' будутъ нули, но, x при этомъ измѣняется въ $-x$; такъ что будемъ имѣть еще одинъ членъ

$$CE^{-ix};$$

сумма этихъ членовъ будетъ равна

$$2C \cdot \text{Cos } x;$$

слѣдовательно эта сумма будетъ дѣйствительною и постоянною; она представляетъ вѣковыя неравенства и выражается вообще членомъ независимымъ отъ времени. Наконецъ есть еще одинъ случай достойный вниманія, это тотъ, когда цѣлыя числа $k, p, q, n, n', \lambda, \mu, \dots$ будутъ равны соответственно тѣмъ числамъ, на которыя они перемѣнены. Это въ самомъ дѣлѣ можетъ случиться тогда, когда

$$p = q, \quad n = n' = \frac{k}{2}, \quad \lambda = \mu, \quad \lambda' = \mu', \quad \iota = \nu, \quad \iota' = \nu', \quad \nu = \frac{q}{2}, \quad \nu' = \frac{q'}{2}.$$

Въ этомъ случаѣ будемъ имѣть только одинъ членъ и не будемъ имѣть ему соответствующаго; но легко видѣть, что этотъ членъ будетъ постояннымъ, потому что во первыхъ, въ этомъ случаѣ $m = 0$ и $m' = 0$, а во вторыхъ $x = 0$; и такъ этотъ членъ приводится къ C .

Два постоянные члена C и $2C \cdot \cos x$ (здѣсь C и C неравны между собою) представляютъ вѣковыя неравенства, т. е. не періодическія.

§ 43. Этотъ новый видъ разложенія пертурбаціонной функціи и выраженіе коэффициента C даетъ намъ возможность доказать весьма важную теорему въ Небесной Механикѣ, состоящую въ томъ, что порядокъ коэффициента C по крайней мѣрѣ равенъ суммѣ двухъ цѣлыхъ чиселъ $m + m'$, на которыя умножены среднія аномаліи ζ и ζ' .

Эксцентриситеты и наклоненія орбитъ при этомъ обыкновенно рассматриваютъ какъ количества перваго порядка; слѣдовательно, чтобы имѣть порядокъ общаго члена пертурбаціонной функціи, мы должны рассматривать въ выраженіи коэффициента C , предложенномъ выше, $\omega = \text{tang } \frac{\psi}{2}$ и $\omega' = \text{tang } \frac{\psi'}{2}$ какъ количества перваго порядка, потому что $\text{Sin } \psi = e$, а $\text{Sin } \psi' = e'$, количество e , пропорціальное $\text{Sin}^2 \frac{1}{2} J$, какъ количество втораго порядка.

На основаніи этого, означая черезъ N порядокъ коэффициента C , будемъ имѣть

$$N = 2k + \lambda + \lambda' + \mu + \mu' + \nu + \nu' + \iota + \iota' + \vartheta + \vartheta' + g + g'.$$

Взявши алгебраическую сумму коэффициентовъ m и m' среднихъ аномалій, находящихся подъ знакомъ \cos въ томъ же самомъ членѣ, имѣемъ

$$m + m' = 2n + 2n' - 2k - \lambda + \mu - \lambda' + \mu' - \iota + \nu - \iota' + \vartheta + g - 2\nu + g' - 2\nu';$$

по этому

$$N + (m + m') = 2n + 2n' + 2\mu + 2\mu' + 2\nu + 2\nu' + 2(g - \nu) + 2(g' - \nu'),$$

а

$$N - (m + m') = 2(k - n) + 2(k - n') + 2\lambda + 2\lambda' + 2\iota + 2\iota' + 2\nu + 2\nu'.$$

Вторья части этихъ уравненій очевидно будутъ всегда числами положительными; поэтому всегда будемъ имѣть

$$N + (m + m') > 0, \quad N - (m + m') > 0;$$

и такъ, какова бы была сумма чиселъ m и m' , всегда будемъ

$$N > m + m',$$

т. е. что порядокъ члена всегда будетъ больше $m + m'$; можетъ случиться, что сумма $N + (m + m')$, когда $m + m'$ будетъ число отрицательное, и разность $N - (m + m')$, когда $m + m'$ будетъ число положительное, равны нулю; это всегда можетъ быть при прилично выбранныхъ цѣльныхъ числахъ k, p, q, \dots ; такъ напримѣръ, разность $N - (m + m')$ равна нулю при

$$k = n = n', \quad \lambda = 0, \quad \iota = 0, \quad \iota' = 0, \quad \nu = 0, \quad \nu' = 0.$$

Вообще сумма $(m + m')$ всегда показываетъ наименьшій порядокъ члена, который входитъ въ коэффициентъ C , стоящій передъ $\text{Cos}(mz + m'z' + x)$ въ пертурбаціонной функціи.

Наконецъ скажемъ еще, что если желаемъ ограничиться вычисленіемъ членовъ только порядка $m + m'$ въ коэффициентѣ C , какъ это случается иногда при вычисленіи неравенствъ съ длиннымъ періодомъ, то формула, служащая для опредѣленія коэффициента C ,

упрощается въ этомъ частномъ случаѣ. Положимъ на примѣръ, что $m + m'$ будетъ число положительное, тогда будемъ имѣть условіе

$$N - (m + m') = 0;$$

это условіе, какъ мы видѣли прежде, требуетъ

$$n = n' = k, \lambda = 0, \lambda' = 0, \iota = 0, \iota' = 0, \nu = 0, \nu' = 0,$$

и какъ кромѣ того

$$\varepsilon < k - n, \varepsilon' < k' - n',$$

то имѣемъ еще

$$\varepsilon = 0, \varepsilon' = 0.$$

Формула, предложенная выше для вычисленія коэффициента C , приводится къ слѣдующей:

$$C = -\frac{fM'}{a} \left[(-1)^\mu \frac{1 \cdot 3 \dots (2k-1)}{1 \cdot 2 \dots 2k} \right. \\ \times \frac{(2k+1)(2k+3) \dots (2k+2p-1)}{2 \cdot 4 \dots 2p} \\ \times \frac{(2k+1) \dots (2k+2q-1)}{2 \cdot 4 \dots 2q} \\ \times \frac{(2q+1) \dots (2q-\mu+1)}{1 \cdot 2 \dots \mu} \cdot \frac{(2k+2q) \dots 2k+2q+\mu'-1}{1 \cdot 2 \dots \mu'} \\ \left. \frac{m^g}{1 \cdot 2 \dots g} \cdot \frac{m'^{g'}}{1 \cdot 2 \dots g'}, e^{p+q+g+1} \cdot e^{-(2k+p+q-g')} \right. \\ \left. \gamma^{k+p+q+1} \cdot c^k \cdot \omega^{\mu+g} \cdot \omega'^{\mu'+g'} \right];$$

кроме того

$$x = (p - q)\sigma + k(\varphi + \varphi').$$

Условныя уравненія, опредѣляющія величины m и m' , также упрощаются и приводятся къ слѣдующимъ:

$$k + p - q + \mu + g = m,$$

$$k - p + q + \mu' + g' = m'.$$

Изъ всѣхъ неравенствъ, опредѣляющихъ предѣлы цѣлыхъ чиселъ въ каждой системѣ, намъ остается только одно, а именно:

$$\mu < 2q + 1.$$

Числа $k, p, q, \mu, \mu', g, g'$ должны быть выбраны такимъ образомъ, чтобы они удовлетворяли двумъ условнымъ уравненіямъ, въ которыя входятъ данныя числа m и m' ; и кроме того должно удовлетворять еще послѣднему неравенству.

§ 44. Мы видѣли, что коэффициентъ при $z^m z'^{m'}$ въ пертурбаціонной функціи имѣетъ видъ

$$CE^{ix},$$

гдѣ C и x суть постоянныя количества, зависящія отъ цѣлыхъ чиселъ k, p, q, \dots , которыя должны быть выбраны такимъ образомъ, чтобы они удовлетворяли двумъ условнымъ уравненіямъ и еще кроме того нѣкоторымъ неравенствамъ. Покажемъ теперь на частномъ примѣрѣ какъ составляется система различныхъ величинъ для цѣлыхъ чиселъ k, p, q, n, \dots , которая будетъ служить къ вычисленію C и x по формуламъ, предложеннымъ въ предъидущемъ параграфѣ. Предположимъ, что желаютъ вычислить коэффициентъ при $\cos(mz + m'z' + x)$, гдѣ m и m' даны, ограничиваясь членами наименьшаго порядка, т. е. членами порядка $m + m'$.

Пусть напริมѣръ требуется опредѣлить коэффициентъ при членѣ, который содержитъ $-3z + 10z$ подъ знакомъ \cos , ограничиваясь членами порядка $-3 + 10 = 7$ въ этомъ частномъ случаѣ.

Показатель x нужно вычислить по формулѣ

$$x = (p - q)\sigma + k(\varphi + \varphi');$$

а коэффициентъ C по формулѣ предыдущаго параграфа. Цѣлыя числа, входящія въ коэффициентъ C и x , суть слѣдующія:

$$k, p, q, \mu, \mu', g, g';$$

эти числа должны удовлетворять условнымъ уравненіемъ

$$k + p - q + \mu + g = -3,$$

$$k - p + q + \mu' + g' = 10,$$

и неравенству

$$\mu < 2q + 1;$$

въ этимъ условіямъ нужно прибавить еще слѣдующія:

$$k > 0, p > 0, q > 0, \mu > 0, \mu' > 0, g > 0, g' > 0,$$

которыя сами по себѣ очевидны.

И такъ требуется опредѣлить различныя системы чиселъ: k, p, q, \dots , удовлетворяющія всемъ этимъ условіямъ. Замѣтимъ еще, что мы должны изъ нашихъ системъ исключить три системы величинъ

$$1) k=0, p=1, q=0; \quad 2) k=0, p=0, q=1;$$

$$3) k=1, p=0, q=0,$$

которыя представляютъ $\frac{XX' + YY' + ZZ'}{\sqrt{3}}$.

И такъ вопросъ состоитъ въ томъ, чтобы рѣшить въ цѣ-
лыхъ числахъ предъидущія уравненія и неравенства.

§ 45. Изъ предъидущихъ двухъ уравненій весьма легко
исключить g и g' ;

$$g = -k - p + q - \mu - 3,$$

$$g' = -k + p - q - \mu' + 10;$$

замѣтимъ еще, что g и g' должны быть больше нуля; потому
намъ остается рассмотретьъ слѣдующую систему неравенствъ:

$$\mu < 2q + 1, \quad k > 0, \quad p > 0, \quad q > 0, \quad \mu > 0, \quad \mu' > 0 \text{ и}$$

$$-k - p + q - \mu - 3 > 0, \quad -k + p - q - \mu' + 10 > 0,$$

въ которыхъ нѣтъ больше g и g' . Исключимъ теперь μ' ; имѣемъ

$$\mu' > 0 \text{ и } \mu' < -k + p - q + 10;$$

или же

$$-k + p - q + 10 > 0.$$

Это послѣднее неравенство можетъ замѣнить два предъидущихъ.

Чтобы исключить μ , возьмемъ тѣ неравенства, въ которыя
входитъ эта буква;

$$\mu > 0, \quad \mu < 2q + 1, \quad \mu < -k - p + q - 3.$$

Второе изъ этихъ неравенствъ даетъ, что $q > 0$, что мы уже
знаемъ; изъ перваго и третьяго находимъ

$$-k - p + q - 3 > 0;$$

исключимъ k ; для этого имѣемъ

$$k > 0, \quad k < p - q + 10, \quad k > -p + q - 3;$$

откуда слѣдуетъ, что

$$p - q + 10 > 0 \text{ и } -p + q - 3 > 0;$$

наконецъ неравенства

$$q > 0, \quad q > p + 3, \quad q < p + 10$$

даютъ возможность исключить q ; это исключеніе приводитъ къ

$$p + 10 > p + 3$$

условію, которое нисколько не ограничиваетъ значенія p . Дальнѣйшее вычисленіе производится слѣдующимъ образомъ: величины p даютъ значенія,

$$p = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \text{ и т. д.}$$

Для каждой изъ величинъ p будемъ имѣть соответствующее значеніе q ; величины q ограничиваются равенствами

$$q > p + 3, \quad \text{а} \quad q > p + 10.$$

Каждая пара величинъ p и q даетъ разность $p - q$; расположивши эти разности въ возрастающемъ порядкѣ, можемъ потомъ вычислить систему величинъ k , ограничиваемою неравенствами

$$k < p - q + 10, \quad k > -p + q + 3;$$

для каждой системы величинъ p , q и k можно получать μ , которое должно удовлетворять неравенствамъ

$$\mu > 0 \quad \text{и} \quad \mu > -k - p + q - 3;$$

мы оставляемъ при этомъ неравенство $\mu > 2q + 1$, которое очевидно будетъ удовлетворено, если первыя два неравенства будутъ удовлетворены.

Чтобы вычислить систему величин μ' , соответствующую данной системѣ величинъ k, p, q , возьмемъ неравенство

$$\mu' < -k + p - q - + 10, \mu' > 0.$$

Для каждой системы величинъ k, p, q, μ, μ' опредѣлимъ g и g' изъ уравненій

$$g = -k - p + q - \mu - 3,$$

$$g' = -k + p - q - \mu + 10;$$

каждую систему цѣлыхъ чиселъ, найденныхъ такимъ образомъ, подставимъ въ C и x , и сложимъ полученные результаты; эта сумма дастъ намъ полный коэффициентъ при $\text{Cos}(-3z + 10z')$ въ пертурбаціонной функціи, ограничиваясь членомъ 7-го порядка и пренебрегая члены 9-го, 11-го и т. д.

§ 46. Показавши такимъ образомъ, какъ составляется коэффициентъ у даннаго аргумента пертурбаціонной функціи, мы сдѣлаемъ теперь весьма важное замѣчаніе относительно того случая, когда $\gamma = \frac{a}{a'}$, весьма близко подходитъ къ единицѣ. Въ самомъ дѣлѣ, коэффициенты пертурбаціонной функціи представляются рядами, расположенными по степенямъ ω, ω' с и γ , количествъ обыкновенно весьма малыхъ; но если γ почти равно единицѣ, какъ это имѣетъ мѣсто для планетъ малыхъ, открытых въ нынѣшнемъ столѣтіи, то весьма важно обойти разложеніе, расположенное по степенямъ γ . Это возможно сдѣлать, введя въ коэффициенты функціи, означаемыя въ Небесной механикѣ черезъ $b_{(s)}^{(t)}$, извѣстные подъ именемъ коэффициентовъ Лапласа.

Аналитическое значеніе этихъ функцій есть слѣдующее: если возьмемъ $(1 + \alpha^2 - 2\alpha \cdot \text{Cos } \theta)^{-s}$ и разложимъ это выраженіе по косинусамъ кратныхъ дугъ θ , то получимъ

$$(1 + \alpha^2 - 2\alpha \cdot \text{Cos } \theta)^{-s} = \frac{1}{2} b_{\cdot}^{(0)} + b_{\cdot}^{(1)} \text{Cos } \theta + b_{\cdot}^{(2)} \text{Cos } 2\theta + \dots,$$

гдѣ $\alpha < 1$;

Коэффициенты $b_s^{(0)}, b_s^{(1)}, \dots$, какъ известно, опредѣляется посредствомъ интеграловъ слѣдующимъ образомъ:

$$b_s^{(0)} = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi (1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \theta)^{-s} \cos s\theta \, d\theta.$$

Вводя эти функции, мы можемъ избѣжать разложенія пертурбаціонной функции по степенямъ γ .

Намъ нужно рассмотретьъ при этомъ случаѣ только одну часть ея, а именно

$$- \frac{fM'}{\Delta};$$

потому что другая часть пертурбаціонной функции не содержитъ γ ; количество γ входитъ въ степени 2-й.

Мы имѣли прежде

$$\Delta^2 = P + Q,$$

гдѣ

$$P = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(v - v' + \sigma);$$

Δ состоитъ изъ двухъ количествъ, но только одно P будетъ зависетьъ отъ γ ; Q не содержитъ γ .

Легко получить, какъ мы видѣли, разложеніе

$$\frac{1}{\Delta} = (P+Q)^{-1/2} = \sum (-1)^k \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2 \cdot 4 \dots 2k} P^{-\frac{2k+1}{2}} \cdot Q^k;$$

за общій членъ мы взяли $k + 1$.

Разсмотримъ теперь

$$P^{-\frac{2k+1}{2}} = (r + r'^2 - 2rr' \cos(v - v' + \sigma))^{-\frac{2k+1}{2}}.$$

Это выраженіе, на основаніи предидущаго замѣчанія, мы можемъ разложить по косинусамъ кратнымъ дугъ отъ $(v - v' + \sigma)$; представимъ это разложение въ видѣ

$$P \frac{2k + 1}{2} = \sum_{l=0}^{l=\infty} (r, r')_{k + \frac{1}{2}}^{(l)} \cdot \text{Cos } l(v - v' + \sigma),$$

гдѣ знакъ $(r, r')_{k + \frac{1}{2}}^{(l)}$ представляетъ коэффициентъ при $\text{Cos } l(v - v' + \sigma)$ въ разложеніи $(r^2 + r'^2 - 2rr' \cdot \text{Cos } (v - v' + \sigma))^{-\frac{2k + 1}{2}}$; замѣтимъ что r и r' суть какія нибудь числа, не дѣляющіяся безконечно большими.

Если замѣнимъ въ предидущемъ разложеніи $\text{Cos } l(v - v' + \sigma)$ показательною функціею, то будемъ имѣть

$$P \frac{2k + 1}{2} = \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{l=\infty} (r, r')_{k + \frac{1}{2}}^{(l)} E^{il(v - v' + \sigma)} + \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{l=\infty} (r, r')_{k + \frac{1}{2}}^{(l)} E^{-il(v - v' + \sigma)}.$$

Если мы положимъ $e = 0$, т. е. если будемъ пренебрегать эксцентрицетами, то коэффициентъ $(r, r')_{k + \frac{1}{2}}^{(l)}$ обращается въ коэффициентъ $(a, a')_{k + \frac{1}{2}}^{(l)}$, а этотъ послѣдній весьма легко можетъ быть выраженъ посредствомъ функцій $b_{k + \frac{1}{2}}^{(l)}$, величину которыхъ мы считаемъ извѣстными.

Вопросъ состоитъ теперь въ томъ, чтобы коэффициентъ $(r, r')_{k + \frac{1}{2}}^{(l)}$ выразить посредствомъ $(a, a')_{k + \frac{1}{2}}^{(l)}$. Если мы въ выраженіи $(a, a')_{k + \frac{1}{2}}^{(l)}$ вмѣсто a и a' вставимъ $a + \delta a$ и $a' + \delta a'$, гдѣ δa и $\delta a'$ будутъ удовлетворять условію

$$r = a + \delta a, \text{ а } r' = a' + \delta a',$$

то мы получимъ:

$$(a + \delta a, a' + \delta a')_{k+1/2}^{(l)} = (r, r')_{k+1/2}^{(l)};$$

первую часть этого уравненія мы можемъ разложить въ рядъ по степенямъ δa и $\delta a'$, что и дастъ возможность выразить коэффициентъ $(r, r')_{k+1/2}^{(l)}$ въ функціи $(a, a')_{k+1/2}^{(l)}$ и ея производныхъ.

§ 47. Замѣтимъ прежде, что

$$r = a - ae \cos u, \quad r' = a' - a'e \cos u';$$

u и u' суть, какъ извѣстно, эксцентрическія аномаліи, планетъ, вмѣсто которыхъ можно подставить ихъ выраженія по s , тогда получимъ

$$\delta a = -\frac{ae}{2} \left(s + \frac{1}{s} \right), \quad \delta a' = -\frac{a'e'}{2} \left(s' + \frac{1}{s'} \right);$$

кромѣ того на основаніи замѣчанія относительно образованія коэффициентовъ, мы имѣемъ:

$$(r, r')_{k+1/2}^{(l)} = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi P^{-(k+1/2)} \cdot \cos l\theta \cdot d\theta,$$

если положимъ $v = v' + \sigma = \theta$.

Разсмотримъ теперь въ какомъ случаѣ $(r, r')_{k+1/2}^{(l)}$ можетъ быть разложено въ сходящійся рядъ по степенямъ количествъ δa и $\delta a'$. Очевидно, что это разложеніе тогда возможно, когда подынтегральная функція $P^{-(k+1/2)}$, разложима въ сходящійся рядъ по степенямъ δa и $\delta a'$

Пусть

$$P^{-(k+1/2)} = f(r, r');$$

возьмемъ функцію

$$f(a + x\delta a, a' + x\delta a') = F(x),$$

которая очевидно будетъ равна $P^{-(k+1/2)}$ при $x=1$.

Если мы теперь $F(x)$ разложимъ въ рядъ по теоремѣ Малореня и потомъ обинтегрируемъ ее между предѣлами 0 и π , умноживши на $\frac{2}{\pi}$, то получимъ разложеніе $(r, r')_{k+1/2}^{(1)}$, предварительно положивши $x=1$. Но предварительно нужно знать при какихъ величинахъ x функція $F(x)$ разложима въ сходящійся рядъ. Общее правило въ этомъ случаѣ то, что $F(x)$ будетъ разложима въ сходящійся рядъ при всѣхъ величинахъ x , которыхъ модуль будетъ меньше тѣхъ, при которыхъ наша функція дѣлается или безконечною, или же приобретаетъ равные корни. Но наша функція можетъ сдѣлаться безконечною или имѣть равные корни только при тѣхъ величинахъ x , которыя будутъ найдены изъ уравненія.

$$(a + x\delta a)^2 + (a' + x\delta a')^2 - 2(a + x\delta a)(a' + x\delta a') \cdot \cos \theta = 0$$

Если рѣшимъ это уравненіе относительно x и найдемъ модули его корней, то наша функція будетъ разложима въ сходящійся рядъ по степенямъ x при всѣхъ тѣхъ величинахъ, которыхъ модуль будетъ меньше меньшаго изъ модулей найденныхъ корней.

Уравненіе для опредѣленія x еще можно представить въ такомъ видѣ:

$$[a + x\delta a - (a' + x\delta a')E^{i\theta}] [a + x\delta a - (a' + x\delta a')E^{-i\theta}] = 0;$$

откуда

$$x = \frac{a'E^{i\theta} - a}{\delta a - \delta a'E^{i\theta}};$$

вставивши вмѣсто δa и $\delta a'$ ихъ величины, будемъ имѣть

$$x = \frac{a'E^i - a}{a'e' \cdot \text{Cos } u' E^{i0} - ae \cdot \text{Cos } u}$$

Возьмемъ модуль x меньше того, при которомъ наша функція обращается въ безконечность и имѣеть равные корни. Для этого возьмемъ наименьшій модуль числителя: $a' - a$ и наибольшій модуль знаменателя $ae + a'e'$; поэтому $F(x)$ будетъ разложима въ сходящійся рядъ при всѣхъ величинахъ x , которыхъ модуль бу-

детъ меньше $\frac{a' - a}{ae + a'e'}$; но такъ какъ разложение

$$F(x) = F(o) + \frac{x}{1} F'(o) + \frac{x^2}{1.2} F''(o) + \dots$$

мы должны брать при $x = 1$, то нужно чтобы

$$\frac{a' - a}{ae + a'e'} > 1, \text{ или же } \frac{ae + a'e'}{a' - a} < 1.$$

Это послѣднее неравенство имѣеть мѣсто для всѣхъ планетъ, если вставимъ численныя величины, входящія въ него; и такъ:

$$f(r, r') = F(o) + F'(o) + \frac{1}{1.2} F''(o) + \dots$$

$$\dots + \frac{1}{1.2.3 \dots q} \cdot F^q(o).$$

$$F(o) = [a^2 + a'^2 - 2aa' \cdot \text{Cos } u]^{-(k + 1/2)} = f(a, a')$$

$$F'(x) = \frac{df}{da} \delta a + \frac{df}{da'} \delta a'$$

$$F(x) = \frac{d^2 f}{da^2} \delta a^2 + 2 \frac{d^2 f}{dad a'} \delta a \cdot \delta a' + \frac{d^2 f}{da'^2} \delta a'^2$$

$$F^q(x) = \frac{d^q f}{da^q} \delta a^q + \frac{q}{1} \frac{d^q f}{da^q da'} \delta a^{q-1} \delta a' + \dots$$

$$+ \frac{q(q-1)\dots(q-p+1)}{1 \cdot 2 \dots p} \cdot \frac{d^q f}{da^{q-p} da^p} \delta a^{q-p} \delta a^p + \dots$$

Если положимъ $x=0$, то найдемъ $F'(0)$, $F''(0)$... $F^q(0)$...
 Теперь уже не трудно получить величину нашего коэффициента $(r, r')_{k+\frac{1}{2}}^{(i)}$, расположеннаго по степенямъ δa , $\delta a'$; она будетъ

$$(r, r')_{k+\frac{1}{2}}^{(i)} = \sum_{q=0}^{q=\infty} \frac{1}{1 \cdot 2 \dots q} \cdot \frac{q(q-1)\dots(q-p+1)}{1 \cdot 2 \dots p} \cdot \frac{d^q(a, a')_{k+\frac{1}{2}}^{(i)}}{da^p \cdot da'^{q-p}}$$

Если вмѣсто δa и $\delta a'$ подставимъ ихъ величины, и кромѣ того назовемъ черезъ p' величину $q-p$, то будемъ имѣть

$$(r, r')_{k+\frac{1}{2}}^{(i)} = \sum_{q=0}^{q=\infty} \frac{(-1)^{p+p'}}{1 \cdot 2 \dots p \cdot 1 \cdot 2 \dots p'} \frac{d^{p+p'}(a, a)_{k+\frac{1}{2}}^{(i)}}{da^p \cdot da'^{p'}}$$

$$\times a^p \cdot a'^{p'} (\varepsilon \omega)^p (\varepsilon' \omega')^{p'} \left(s + \frac{1}{s}\right)^p \left(s' + \frac{1}{s'}\right)^{p'}$$

если вмѣсто e и e' вставимъ ихъ величины.

Имѣя это выраженіе для $(r, r')_{k+1/2}^l$, умножая его на $1/2 E^{i(\sigma-\sigma'+\sigma)}$ и на $1/2 E^{-i(\sigma-\sigma'+\sigma')}$ и взявши сумму относительно l отъ 0 до ∞ , получимъ разложеніе $P^{-(k+1/2)}$, которое не будетъ расположено по степенямъ γ . Составленіе общаго члена пертурбаціонной функціи въ этомъ случаѣ совершенно схоже съ тѣмъ, какое мы дали прежде; поэтому мы не считаемъ нужнымъ повторять здѣсь дальнѣйшее вычисленіе.







ТОМЪ XIV. Содержаніе: 1) Каталогъ дублетовъ бібліотеки новороссійскаго университета (Приложеніе къ 28-й ст. протокола засѣданія совѣта новороссійскаго университета 2-го марта 1874 года).— 2) Вступительная лекція по православному богословію, проф. *А. Кудрявцева*. 3) Анализъ Платонова діалога «Федонъ». Доцента *Лебедева*.— 4) Матеріалы для исторіи народнаго продовольствія въ Россіи. Доцента *М. Шпилевскаго*.

ТОМЪ XV. Содержаніе: 1) Отчетъ о состояніи и дѣйствіяхъ Императорскаго новороссійскаго университета въ 1873/74 академическомъ году.— 2) Историческій очеркъ изобрѣтенія желѣзныхъ дорогъ. Рѣчь, читанная на торжественномъ актѣ новороссійскаго университета 30-го августа 1874 года профессоромъ *В. Липинымъ*.— 3) Къ вопросу объ инерціи дыхательныхъ движеній. *П. Спиро*.— 4) Кинематика. Часть I. Чистая кинематика. *В. Липина*.

ТОМЪ XVI. Содержаніе: 1) Протоколы засѣданій совѣта съ 20 сентября по 23 декабря 1874 г. 2) Значеніе византійскихъ занятій въ изученіи средневѣковой исторіи. *Ө. Успенскаго*.— 3) Отзывъ о сочиненіи г. Дювернуа: «основная форма корреляльнаго обязательства», составленный профессоромъ *П. Цитовичемъ*.— 4) Отчетъ объ экскурсіяхъ, произведенныхъ въ 1874 году въ губерніяхъ саратовской и самарской. *И. Синцова*.— 5) Полицейское право, какъ самостоятельная отрасль правовѣднія. *М. Шпилевскаго*.— 6) Замѣчанія на программу изданія, въ русскомъ переводѣ, церковныхъ правилъ съ толкованіемъ. *А. Павлова*.— 7) Объ изданіи «Извѣстій» Императорскаго русскаго географическаго общества.

ТОМЪ XVII. Содержаніе: 1) Протоколы засѣданій совѣта съ 25-го января по 12-е мая 1875 г. 2) Краткій отчетъ о состояніи и дѣйствіяхъ Императорскаго новороссійскаго университета въ 1874/75 академическомъ году.— 3) Личный составъ служащихъ въ Императорскомъ новороссійскомъ университетѣ.— 4) Обзорніе преподаванія предметовъ въ Императорскомъ новороссійскомъ университетѣ въ 1875/76 академическомъ году.— 5) Къ вопросу объ ассимиляціи. *А. Волкова*.— 6) Нѣкоторые вопросы, касающіеся исторіи развитія предпростцевъ напоротниковъ. *А. Шельтмина*.— 7) Опытъ понятія военной контрабанды. *Князя М. Кантакузина—Графа Сперанскаго*.

ТОМЪ XVIII. Содержаніе: 1) Протоколы засѣданій совѣта съ 19 августа по 14 декабря 1875 г. 2) О вліяніи свѣта на нѣкоторые процессы растительной жизни. Рѣчь, читанная на торжественномъ актѣ Новорос. унив. 30 августа 1875 года орд. проф. *Я. Я. Вальцелъ*. 3) О кожно-мышечныхъ рефлексахъ. *П. Спиро*. 4) Способъ вычисленія орбитъ двойныхъ звѣздъ. *А. Кононовича*. 5) Мысли о прошедшемъ и будущемъ нашей планеты. *Н. Головкинскаго*. 6) Вліяніе тепла на растенія. *А. Шельтмина*. 7) Отчетъ о занятіяхъ заграницей съ 1-го марта по 1-е сентября. *А. Кондакова*. 8) Прибавленіе къ статьѣ «о кожно-мышечныхъ рефлексахъ». *П. Спиро*. 9) Отчетъ о занятіяхъ заграницей славянскими нарѣчіями, съ 1 августа 1874 г. по 1 февраля 1875 г. *А. Кочубинскаго*.

Цѣна за каждый томъ 2 р. 50 коп.

БСГОЛОБНН
БРОСО
С ДА ПОН
НО
БНННН



