幾何學原礎

三

譯語

Chord	弦 弧ノ両端ヲ連スル直線ナリ
Circumscribed	圍ム
Concave	凹周
Convex	凸周
Inscribed	内ニ畫ク
Point of contact	觸点
Secant	割線
Sector	扇形
Similar	相應 形等クシテ其ノ大サ異ナル者ヲ指テ云
Subtense	弦

觸線

Tangent

符號

R 半徑の符ニ用ゆ

命名

第一 等き圏の中心より周に迄の直線即半徑ハ互ニ等き者なり

第二 若直線圏ニ會し是を引延して圏を切らざる直線ハ圏に觸るといふ而して其直線を觸線と名付其觸合所の点を觸点といふ

第三 二圏相會して切合ざる時ハ互に相觸るといふ

第四 圏の中心より二個以上の直線へ引く所の垂線等き時ハ直線へ中心より等き距離といふ

第五 圏の中心より二個以上の直線へ引所の一垂線大なる時ハ中心より遠しといふ

第六 缺圏ハ直線と切離したる周圍に因て成立所の圏をいふ且其直線を缺圏の底或ハ弦と名付其切離したる圏周を弧背といふ

第七 缺圏角ハ圏の周と直線とに因て保つ角をいふ

第八 缺圏の内角ハ其弧背中の或点へ弦の両端より引く所の二直線に有つ角なり

第九 前條ニ擧る角を指して其角を有する二直線

の間に押いし圓周の上に止り、或を立といふ、

第十　扇形ハ圓の中心より引く二直線と、其間の弧背に因て成立圖なり、

第十一　相應缺圓ハ、缺圓の内角等き者をいふ、

幾何學原礎巻之三

亞國格拉克先生口授

山本正至
川北朝隣　譯

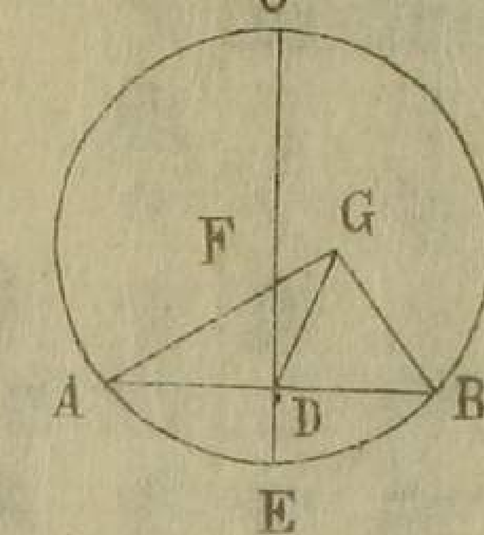
考定第一問題

定圓の中心を見出す事、

ABC ハ定圓なり、命ず其中心を見出す事を求む、

ABC の圓内へ、或る直線 AB を引き、D 点に於て是を等分し、D より DC を、AB へ直角に引き、而して CD を E へ引伸し、CE を F に於て等分す、此 F 点を ABC の圓の中心なる應し、

第一圖



$AD=BD$	(1)
$DG=DG$	(2)
$AG=BG$	(3)
(1.8)	(4)
$\angle ADG=\angle BDG$	(4)
$\angle BDG=\angle R$	(5)
$\angle BDF=\angle R$	(6)
$\angle BDG=\angle BDF$	(7)
$\angle BDG<\angle BDF$	(8)

(證)若圏の中心CE中になりとすれバ其直中点Fハ、圏の中心にあらざるを得ざる事明かなり、然れども若CE中にあらずして外にありと思ハヾ、其中心と思ふ所へ、G点を設けGA GD GBを結ぶ、爰に於てADハ、BDと等しく、GDハADG BDGの二ツの三角に、普通なり、且仮にGを、中心と定めし故に、

AG BGハ半径に當るを以て、互に相等しとし、今ADG BDGの二ツの三角に於て、三辺相互に等き故に(1.8)に因て、ADGの角ハ、BDGの角に等きなり、併直線か、他乃直線の上に立て、旁角互に等き時ハ、其角の各ハ直角なり、故にBDGの角ハ直角なり、併BDFの角ハ、又直角に組立たるを以て、BDGの角ハ、BDFの角に等し、大小互に等きハ、理に非ず、故にGハ、ABCの圏の中心にあらざるなり、(7)より(8)に於る如し、同法を以てF点の外ハ、ABCの圏の中心ならざる證を顕し得べし、此故にFハ圏の中心なり、即ABCの圏乃中心Fを見出す事を得たり、

(系證)圏内に於て一直線、若他の直線を、直角に等分を

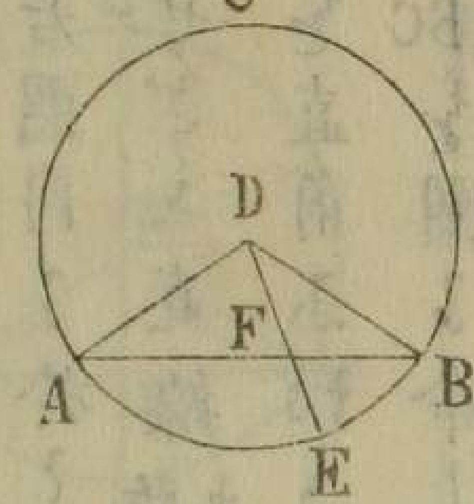
に時は圏の中心必、他の直線を等分する所の直線中にある事明なり、

考定第二定理

若圏の周中へ、随意に二点を取る時は、此二点を結ぶ所の直線は、必圏内に落在し、ABCを圏に命し、此周中へ、随意にA B乃二点を取り、AよりBに迄引く直線は、必圏内に落在し、ABの中に或る点Fを取り、(3.1)に因て、ABCの圏の中心Dを見出し、AD DB DFを連ね、而してDFを伸し、Eに於て周に會せしむ、

(證) DAはDBと等き故に、(1.5)に因て、DABの角は、DBAの角と等

第二圖



先知 $DA = DB$ (1)

(1.5)

$\llcorner DAB = \llcorner DBA$ (2)

$\llcorner DFB > \llcorner DAF$ (3)

$\llcorner DAF = \llcorner DBF$ (4)

∴ $\llcorner DFB > \llcorner DBF$ (5)

(1.19)

$DB > DF$ (6)

$BD = DE$ (7)

∴ $DE > DF$ (8)

し、又(1.16)に因きは、DAFの三角のAF辺を、Bへ引延き故に、外角DFBは、是に對せる内角DAFより大なり、(1)より(3)に於る如し、併DAF DBFの二角、互に等きは(2)式に因て明らなり、故に又DFBの角は、DBFの角より大なり、且(1.19)に因きは、大なる角は大なる辺に對せ、故にDBはDFより大なり、又BDとDEとは等き故に、DEは

DFより大なり、(4)より(8)に於る如し、故にF点は、必圏内に落べし、同法に因て、AB線中へ凡て設る所の諸点、皆圏内へ落る證を、顕し得べし、之に因て、直線AB及、ABCの圏内に落るなり、夫故に若圏の周中へ云々

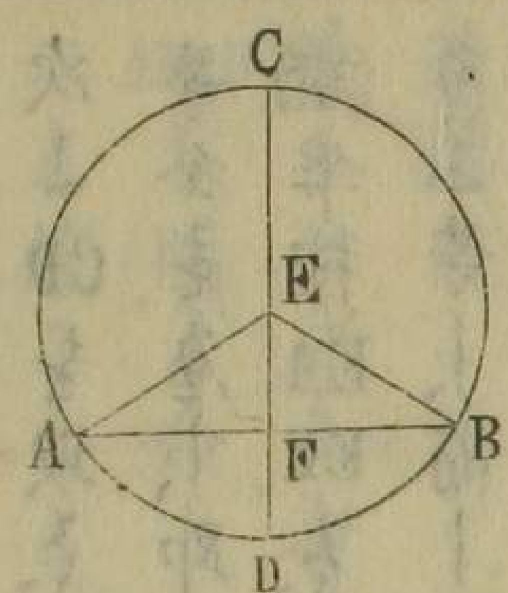
考定第三定理

若圏内に於て、中心を通ぜざる、直線也径に因て、中心を通せざる直線也弦を、等分せる時は、直線に直角に切るべし、若夫を直角に切る時は、夫ゟ等分となるべし、

ABCを圏に命し、其圏内に於て、中心通ぜざる直線CDに因て、中心を通ぜざる直線ABを、Fに於て、等分せる時は、又CDゟABを、直角に切るべし、

(3.1)に因て、ABCの圏の中心Eを見出し、EA EBを結ぶ、

第三圖



先知
$$\begin{cases} FA = FB & (1) \\ FE = FE & (2) \\ EA = EB & (3) \end{cases}$$

(1.8)

$$\angle AFE = \angle BFE \qquad (4)$$

$$EA = EB \qquad (3)$$

(1.5)

$$\angle EAF = \angle EBF \qquad (5)$$

$$\angle AFE = \angle BFE = \angle R \qquad (6)$$

(1.26)

$$AF = FB \qquad (7)$$

(證)AFはFBと等く、FEは、二個の三角AFE BFEに、普通にして、底線EAは、底線EBと等きを以て、(1.8)に因きは、AFEの角と、BFEの角とは、互に等し、(1)より(4)に於る如し、且直線ゟ、

他の直線上に立て、旁角互に等き時ハ其角の各々、直角なり、故にAFE BFEの角の各々、直角なるを知る、即中心を通ぜざるCDに因て、中心を通ぜざるABを、等分する時ハABを直角に切るなり、

次にCDを以て、ABを直角に切る時も、又CDに因て、ABを等分するを廢し、即AFとFBと、等きをいふなり、

(證)半徑EA EBも、互に等き故に(1.5)に因て、EAFの角もEBFの角ふ等し、而して直角AFEも、直角BFEと等し、今二個の三角、AFE BFEに於て、二角各々各ふ等く、又其一邊EFも普通なる故に(1.26)因て、AFとFBとも等きなり、(3)(5)(6)(7)の如し、即中心を通ずるCDに因て、中心を通ぜざるABを、直角に切る時も、又ABを等分するを知る、夫故に、若圈内に於て云々

考定第四定理

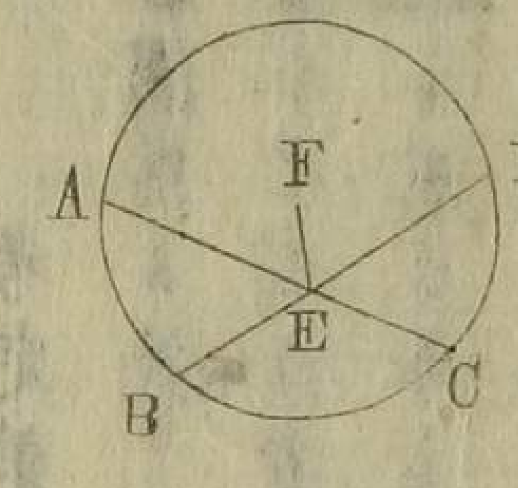
若圈内に於て、中心を通ぜざる、二直線切合時も、相互ふ等分せざる者なり、

ABCDを圈に命し、而してAC BDを、Eに於て互ふ切合所乃、二直線に命も、此AC BDも、相互ふ等分せざる廢し、若互に等分すると思えば、先假にAEとEC、BEとEDも、等き者と定め、且中心を通ぜざる直線に因て、中心を通ぜざる直線を等分する能わざる、一目して明らなり、併なから若二線とも、中心を通ぜざる時も、(3.1)ふ因て、圈の

中心Fを取りEFを結ぶ、

(證)中心を通する直線FEに因て、中心を通せさる直線ACを等分する故に、(3.3)に因て、夫ら直角ならざるを得ず、即FEAの角ハ直角なり、又FEに因て、中心を通せざる直線BDを等分する故に、(3.3)に因て、夫ら直角ならざるを得ず、即FEBの角ハ直角なり

第四圖



∟FEA＝∟R (3.3) (1)
∟FEB＝∟R (3.3) (2)
∴ ∟FEA＝∟FEB (3)
∟FEA＜∟FEB (4)

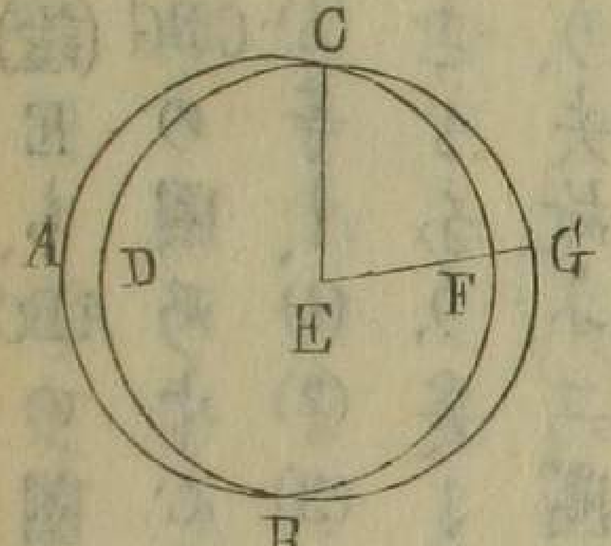
且FEAの直角なるハ、前に擧たり、故にFEAの角ハFEBの角に等し、小の大に等きハ成難し、爰に於て、AC BD互に等分する能ハざる判然たり、夫故に若圏に於て云く

考定第五定理

二圏互に切合時ハ、各の中心を、一点に有する、能ハざるなり、

ABC CDGの二圏をして、互にBC点に於て、切合しむる時ハ、各の中心、一点に有する能ハざるなり、

第五圖



CE＝EF (1)
CE＝EG (2)
∴ EF＝EG (3)
EF＜EG (4)

若各の中心一点にあると思へハ、Eをして其中心ならしめ、ECを結び、而してFG点に於て、二圏に會する、或る直線EFGを引く、

(證) Eも、ABCの圏の中心なる故に、CEも、EFと等し、又Eも、CDGの圏乃中心なる故に、ECも、EGに等し、故に又EFも、EGと等し、(1)(2)(3)の如し、小の大に等しといふ理もあらざるなり、爰に於て、Eも、ABC CDG二圏の中心ならざるなり、夫故に二圏互に云々

考定第六定理

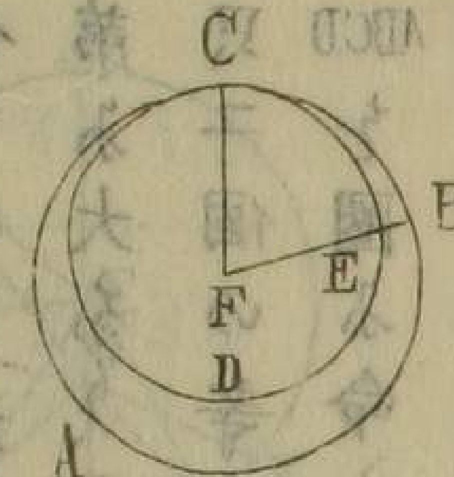
二圏内部に於て、互に觸る時も、各の中心を、一点に有する、能はざるなり、

ABC CDEの二圏、内部のC点に於て、互に觸る時も、各の中心を、一点に有する、能はざるなり、

若各の中心を、一点に有すと思へば、其中心をFとし、

FCを結び、而して、EBに於て、二圏に會する所の、或る直線FEBを引く、

第六圖



$CF = FB$　(1)

$CF = FE$　(2)

$FE = FB$　(3)

$FE < FB$　(4)

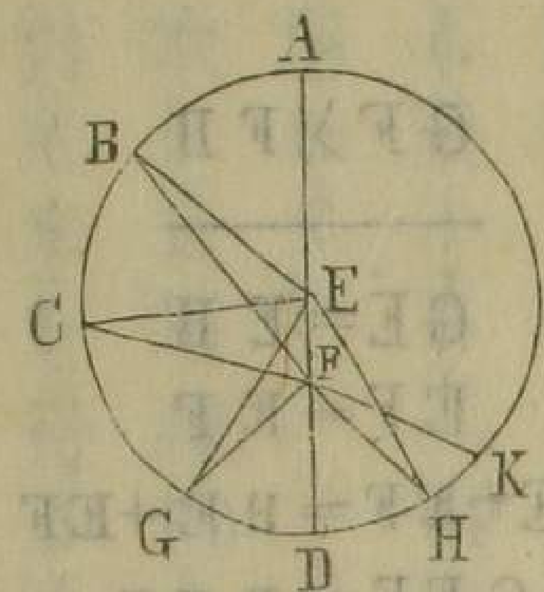
(證) Fも、ABCの圏の中心なるに因て、CFもFBと等し、又Fも、CDEの圏の中心なるに因て、CFも、FEと等し、故に又FEも、FBと等し、小の大に等き、∴理に於てあらざるなり、即(1)より(4)に於る如し、是以てFも、ABC CDEの圏の中心にあらざるなり、夫故に二圏内部に於て云々

考定第七定理

若圏の徑中へ中心を除けて或る点を取り此点より周へ引所の凡て直線中徑の一分隻ふして中心を有する線は最大なり而して他の一分隻は最小なり此他中心を通する線は近き線ほど遠き線より次第に大なり而して一点より最短線の雙方へ一線宛只二個の等き直線を画き得る者なり

ABCDを圏に命し其中心をEとし其徑をADとして此AD中へ中心Eを除けてF点を取りFより周へFB FC FG等の諸線を引く爰に於て徑ADの一分隻AFは最大なり他の一分隻FDは最小なり又FB FC FG等の諸線中FBはFCより大なりFCはEGより大なり

BE、CE、GEを結ぶ



第七圖

$$BE+EF>BF \quad (1.20) \qquad (1)$$
$$AE=EB \qquad (2)$$
$$\therefore AE+EF=AF>BF \qquad (3)$$

$$BE=CE \qquad (4)$$
$$FE=FE \qquad (5)$$
$$BE+EF=CE+EF \qquad (6)$$
$$\angle BEF>\angle CEF \qquad (7)$$
$$(1.24)$$
$$BF>CF \qquad (8)$$
$$CF>GF \qquad (9)$$

$$GF+FE>EG \quad (1.20) \qquad (10)$$
$$EG=ED \qquad (11)$$
$$\therefore GF+FE>ED \qquad (12)$$

$$GF > FD \quad (13)$$

$$GE = EH \quad (14)$$
$$EF = EF \quad (15)$$
$$GE + EF = HE + EF \quad (16)$$
$$\angle GEF = \angle HEF \quad (17)$$
(1.4)
$$GF = HF \quad (18)$$

$$FK = FG \quad (19)$$
$$FG = FH \quad (20)$$
$$\therefore FK = FH \quad (21)$$

（證）(1.20)に因れば、三角の二辺を集むれば、残る一辺より大なり、即BE EFの二辺を集めて、BFより大なり、併AEはEBに等し、故にAE EFの和、即AFは、BFより大なり、(1)より(3)に於る如し、又BEは、CEと等しく、EFは、BEF CEFの二ツの三角に普通なるを以て、BE EFの二辺各、CE EFの二辺各に等し、併BEFの角は、CEFの角より大なり、故に(1.24)に因れば、BFはFCより大なり、同理に因て、CFは、GFより大なり、(4)より(9)に於る如し、又(1.20)に因れば、GF FEの和は、EGより大なり、而して EGは、EDと等し、故に又GF FEの和は EDより大なり、普通の部分FEを消去して、残りGFは、残りFDより大なり、(10)より(13)に於る如し、故にFより周へ、引所の諸直線中、FAは最大にして、FDは最小なり、BFは、CFより大にして、CFは、GFより大なるを知る、

次に最短線FDの雙方へ、一線宛、只二個の等き直線を、引く事を得るなり、

直線EFの、E点に於て、FEHの角を、(1.23)に因て、GEFの角に等く為し、而して FHを結ぶ、

(證)GEハ、EHと等く、EFハ、GEF HEFの二ツの三角ニ、普通ある故ニ、GE EFの二辺各HE EFの二辺各ニ等く、GEFの角ハ、HEFの角と等きを以て、(4)ニ因テ、FGと、FHとハ等きあり、(14)より(18)ニ於る如し、併FHの外ニ、FGニ等き直線を、F点より周へ、引能ハざるあり、若夫ハ引得ると思バ、FKを其線とせ、然る時ニFKハ、FGと等く、FGハ、FHと等き故ニ又FKハ、FHと等し、即中心を通ぎる線ニ、近き線と、遠き線と、相等きあり、(19)(20)(21)の如し、其成難きハ前證ニ舉たり、夫故ニ若圏の徑中へ、云々

考定第八定理

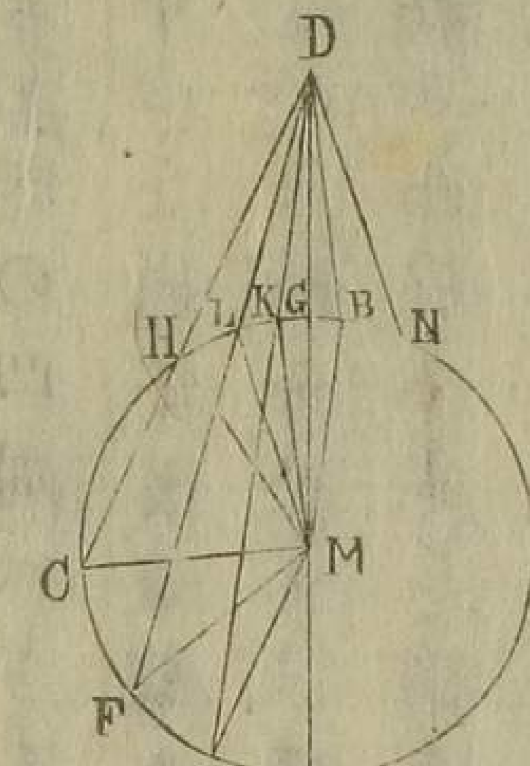
若或る点を圏外ニ取り、夫より周へ、數直線を引く時ハ、其圏の凹周へ、下せる所の諸直線中、何れかの一直線、中心を通ぎ、其直線ハ最大あり、此他中心を通ぎる線ニ、近き線ハ、夫より遠き線より、次第ニ大あり、而して圏の凸周へ、下せる諸直線中、圏外の点と、徑との間なる、線ハ最短なり、此他最短線へ、近き線ハ、夫より遠き線より、次第ニ短あり、而して只二個の等き直線を、最短線の双方ニ、一線宛、引き得る者あり、

ABCを圏ニ命し、夫の外点をDとせ、夫よりAEFC等の、周の凹部へ下せ、DA、DE、DF、DC等の直線中、DAハ中心を通ぎ即最大ある直線あり、此他ADニ、近き線ハ、夫より遠き線より、次第ニ大なり、即DEハ、DFより大あり、DFハ、DCより大

あり、併HLKG等の、周の凸部へ下を、諸直線中D点と、徑AGの間ある、DGハ最短あり、而して此線に近き線ハ、夫より遠き線より次第に短あり、即DKハ、DLより短あり、DLハ、DHより短なり、

(3.1)ニ因て、ABCの圓の中心Mを取り、ME、MF、MC、MK、ML、MHを結ぶ、

第八圖



$AM=ME$		(1)
$AD=EM+MD$		(2)
$EM+MD>ED$	(1.20)	(3)
$\therefore AD>ED$		(4)
$ME=MF$		(5)
$MD=MD$		(6)
$EM+MD=FM+MD$		(7)
$\angle EMD>\angle FMD$ (1.24)		(8)
$ED>FD$		(9)
$FD>CD$		(10)
$MK+KD>MD$	(1.20)	(11)
$MK=MG$		(12)
$\therefore KD>GD$		(13)
$MK+KD<ML+LD$	(1.21)	(14)
$MK=ML$		(15)
$\therefore DK<DL$		(16)
$DL<DH$		(17)
$KM=BM$		(18)
$MD=MD$		(19)
$KM+MD=BM+MD$		(20)
$\angle KMD=\angle BMD$ (1.4)		(21)
$DK=DB$		(22)
$DN=DK$		(23)
$DB=DK$		(24)
$DB=DN$		(25)

(證)AMを、MEと等く、其各へ、MDを加へて、ADを、EM MDの和に等し、(1.20)ニ因を、三角の或る二辺の和ハ残る一辺より大なるに因て、EM MDの和を、EDより大あり、故に又ADを、EDより大なり、(1)より(4)に於る如し、次に解くMEを、

MFと等く、MDは、EMD FMDの二ツ乃三角に、普通なるを以て、
EM MDの二辺各は、FM MDの二辺各と等く、且EMDの角は、FMD
の角より大なる故に、(1.24)に因きて、EDはFDより大なり、
同理に因て、FDは、CDより大なるを顯し得應し、(5)より
(10)に於る如し、故にDAは、最大なり、而してDEは、DFより
大にして、DFは、DCより大なり、
爰にMK KDの和は、MDより大なる事、(1.20)に因て明なり、其
各より互に等きMK MGを消去し、殘りKDは殘りGDより
大なり、即GDは、KDより小なり、(11)(12)(13)の如し、又MK DKは、
三角MLDの内点Kへ、其一辺MD乃両端なる、M Dより、引
たる直線なり、故に(1.21)に因きて、MK KDの和は、ML LDの和

より小なり、其各より、互に等きMK MLを減し、殘りDKは、
殘りDLより小なり、同法に因て、DLは、DHより小なる事
を顯し得應し、(14)より(17)に於る如し、故にDGは、最短な
り、DKは、DLより短く、DLはDHより短し、
又爰にD点より、周へ二個の等き直線を、最短線の双
方へ、一線宛引き得應し
直線DMの、M点に於て、DMBの角と、DMKの角に等くなし、DB
を結ぶ
(證)KMD BMDの両三角に於て、KMは、BMと等く、MDは、普通なり、
又KMDの角は、BMDの角に等き故に、(7.4)に因て、DKは、DBに等
し、併DBの外に、D点より、周へ、DKに等き直線を引能は

ざるなり、若夫ヵ引きトと思はゞ、其線をDNとせよ、然る時は、DNは、DKに等く、DKは、DBに等し、故に又DBは、DNに等し、(23)(24)(25)の如し、即DGに近き線は、夫より遠き線と等きなり其成難きは、前證に詳解せり、夫故に若或る点を、圏外に取り云く

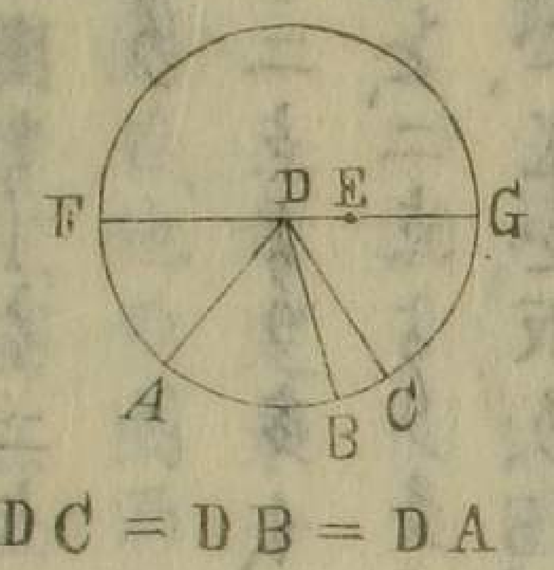
考定第九定理

若点を圏内に取り、夫より周へ、等き直線を、二個より多く引得る時は、此点は、圏の中心なり、

D点を、ABCの圏内へ取り、夫より周へ、二個より多き等直線、即DA、DB、DCを下せ時は、此D点は、圏の中心なり

若Dを、圏の中心にあらずと思はゞ、Eをして中心と定め、DEを結び、是を周のF、G、へ引伸せ時は、FGは、ABCの圏乃徑なり

第九圖



先知
$DC = DB = DA$ (1)
$DC > DB$ (3.7) (2)
$DB > DA$ 〃 (3)

(證) FGは、ABCの圏の徑にして、中心を除けて、D点を取る故に、(3.7)に因ては此点より周へ引く、諸直線中、中心を通るDGは、最大なり、而して DCは、DBより大なり、DBは、DAより大なり、(2)(3)の如し、然るに其直線互に等きは先知なり、是理にあらざるなり、故にEは、ABCの圏の中心にあらざるなり、同法を以て、D点の外、決し

て中心ならざる、證を立る事を得べし、是を以てDハ、圏の中心なり、夫故に、若点を圏内に取り、云々

考定第十定理

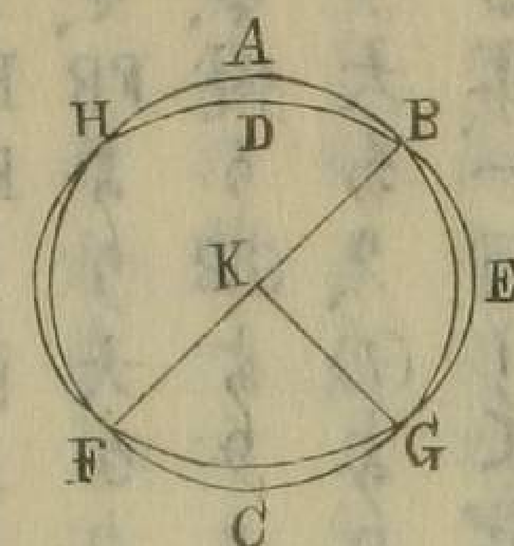
一圏をして、二点より多く、他の圏を切る、能はざる者なり

若二点より多く、切ると思ひて、ABCの周をして、DEFの周を、二点より多く、B、G、Fに於て、切合しめ、ABCの圏の中心、Kを取り、KB、KG、KFを結ふ

(證)DEFの圏内へ、K点を取り、夫より二個より多き等直線、即KB、KG、KFを、DEFの周へ下を故に、(3.9)に因て、K点を、DEFの圏の中心なり、併Kハ、又ABCの圏の中心なり、爰に

於て一点のみにして、互に切合ふ二圏の中心と為る其能はざるをて、(3.5)に於て、詳解せり、夫故に一圏をして、二点より多く云々

第十圖

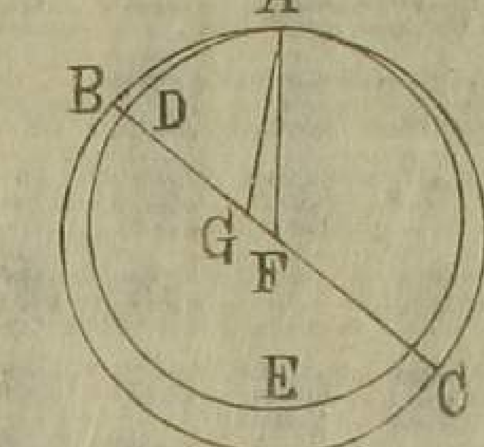


考定第十一定理

一圏若、他の圏乃内部に觸る、其中心を連ぬる直線を、伸る時ハ、觸点を通をへし

ABC ADEを、二圏に命し、此ADEの圏、A点に於てABCの内部へ、觸しめ、而してFを、ABCの圏の中心とし、Gを、ADEの圏乃中心として、FGを結ぶ所の直線を伸る時ハA点を通

第十一圖



$$AG+GF>AF\ (1.20)\quad (1)$$
$$FA=FB\quad (2)$$
$$\therefore AG+GF>FB\quad (3)$$
$$AG>GB\quad (4)$$
$$AG=GD\quad (5)$$
$$\therefore GD>GB\quad (6)$$
$$GD<GB\quad (7)$$

を畫し、若否ずして、其外へ来るとならバ、然るFGDBの如くならん、然る時ハ、AG、AFを結ぶ、

（證）(1.20)よ因て、AG GFの和ハ、AFより大なり、又FA FBハ圏の半徑なるよ因て相等し、故よAG GFの和ハ、FBより大なり、其各よ普通なる、FGを消去し、殘りAGハ、殘りGBより大なり、併AGハ、GDと等き故よ、GDハ、GBより大なり、(7)より(6)よ於る如し、然るふGDハ、GBより小なる事、一目して知るへし、是理よあらざるなり、故よFGの二点を連ぬる、直線を伸る時ハ、A点の外へ下る能ハぞ、即A点上を、通ぜざるを得ざるなり、夫故よ一圏若他の圏へ云々

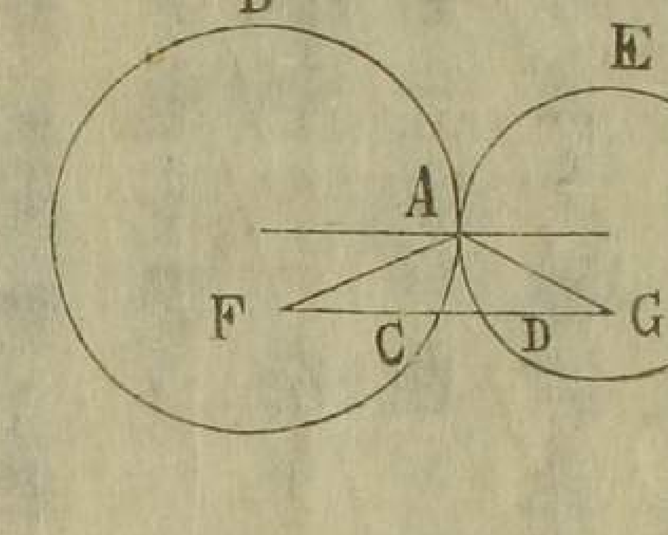
考定第十二定理

若二圏外部よ於て、觸合時ハ、其中心を結ぶ直線ハ、觸点を通るを畫し

ABC ADEの二圏、互よ外部のA点よ於て觸ましめ、而してFを、ABCの圏の中心とし、GをADEの圏乃中心となし、此F G点を結ぶ直線ハ、A点を通るを畫し

若否ずして、A点の外を過ると思ハヾ、其中心を結ぶ直線を、FCDGなりしめて、FA AGを結ぶ、

第十二圖



$$AF = FC \quad (1)$$
$$AG = GD \quad (2)$$
$$\therefore FA + AG = FC + DG \quad (3)$$
$$FG > FA + AG \quad (4)$$
$$FA + AG > FG \ (1.20) \quad (5)$$

(證) F は、ABC の圏の中心なる故に、AF は FC と等しく、又 G は、ADE の圏の中心なる故に、AG は、GD と等しく、故に又 FA AG の和は、FC DG の和と等しく、又直線 FG は、FC DG の和より大なる事一目して知る、故に FG は、FA AG の和より大なる (1) より (4) に於る如し併 (1.20) に因る時は、FA AG の和は、FG より大なり、是理に非ず、故に F G を結ぶ直線は、觸点 A の外を過る能はず、即 A 点を通ずなり夫故に若二圏外部に於て云て

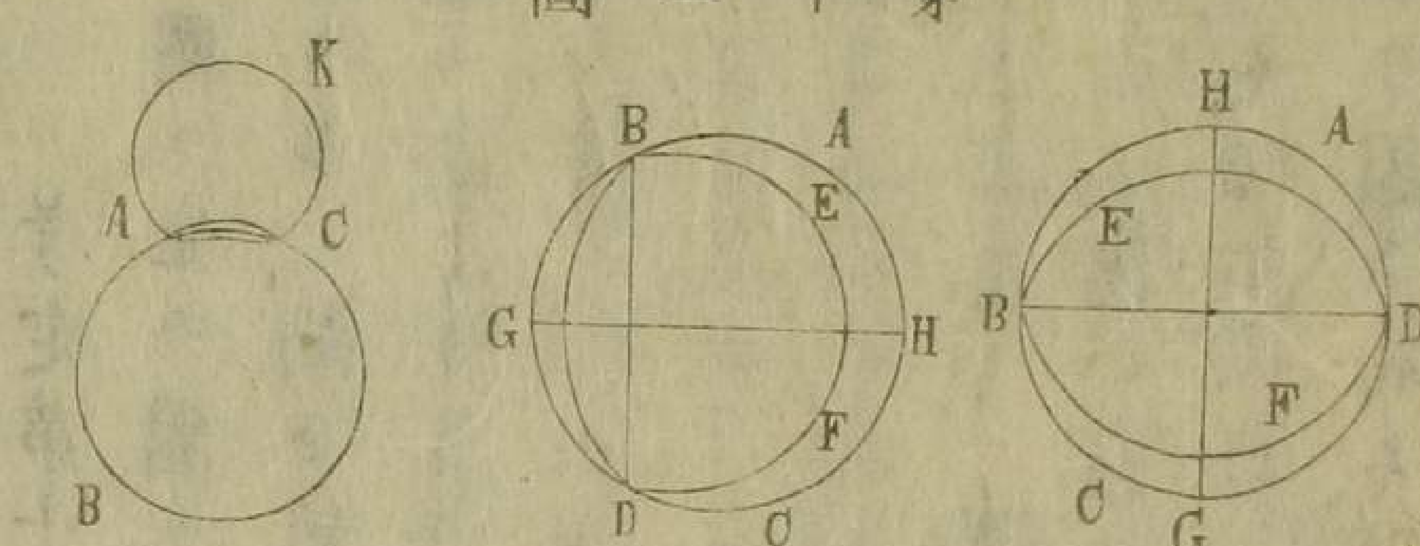
考定第十三定理

一圏は、他の圏へ、内辺或は外辺の、何れに於ても、一点より多く、觸る能はざるなり

若一点より多く、觸るゝと思はゞ、EBF の圏をして、一点より多く、ABC の圏へ觸れしめ、而して始 B D 点に於て、内辺に觸れしめ、BD を結び、(1.10) (1.11) に因て、BD を直角に等分する所の、GH を引く

(證) B D 点は、二圏各の周にある故に、(3.2) に因れば、直線 BD は二圏の内へ落る故に、(3.1) (系證) に因れば、二圏の中心は、BD を直角に、等分する所の直線、GH 中にあるなり、(3.11) に因る時は、GH は、觸点を通ぜ、然るに B D 点は、直線

第十三圖



GH中にあらざるを以て、觸点を通ぜざるなり、是理に非ず、故に一圈は、他の圈へ、内辺に於て、一点より多く、觸る能はざるなり

二圈互に、外辺に於て、一点より多く、觸る能はざるなり

若一点より多く、觸るとすれば先ACKの圈をして、AC点に於て、ABCの圈に觸れしめ、而してACを結ぶ

(證)ACの二点は、ACK乃圈の周中に有る故に、(3.2)に因れば AC点を連ぬる

直線ACは、ACKの圈内に落べし、而してACKの圈は、ABCの圈外にある故に、又直線ACも、ABCの圈外にあるべし、併AC点はABCの圈の周中にある故に、(3.2)に因れば、直線ACは、ABCの圈内にあらざるを得ず、是理に非ず、是以て圈の外辺に於て、一点より多く、觸る能はず、且圈の内辺に於ても一点より多く、觸る能はざるを、前に詳解せり、夫故に一圈は、他の圈へ、云々

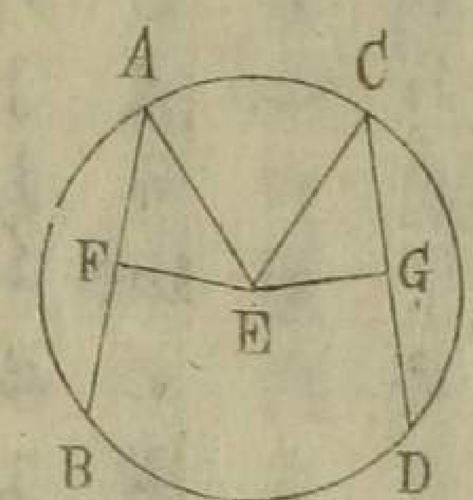
考定第十四定理

圈内の等き直線は、中心より等き距離あり、又中心より等き距離ある、圈内の直線は、互に等き者なり

ABDCの圈内の直線、AB DCをして、互に等からしむれば、此

二直線を、中心より等き距離あり
ABDC、の圏の中心Eを取り、而してEより、EF EGを、弦AB CD
へ、垂線を引き、AE ECを連ぬ

第十四圖



$$AF = FB \quad (3.3) \quad (1)$$
$$\therefore AB = 2AF \quad (2)$$
$$CD = 2CG \quad (3)$$
$$\text{先知}\ AB = CD \quad (4)$$
$$\therefore AF = CG \quad (5)$$
$$AE = CE \quad (6)$$
$$\therefore AE^2 = CE^2 \quad (7)$$
$$AF^2 + FE^2 = AE^2 \quad (1.4.7) \quad (8)$$
$$EG^2 + GC^2 = EC^2 \quad 〃 \quad (9)$$
$$AF^2 + FE^2 = EG^2 + GC^2 \quad (10)$$
$$FE^2 = EG^2 \quad (11)$$
$$\therefore FE = EG \quad (12)$$

$$AF^2 + FE^2 = EG^2 + GC^2 \quad (10)$$
$$\text{先知}\ FE = EG \quad (13)$$
$$\therefore FE^2 = EG^2 \quad (14)$$
$$AF^2 = GC^2 \quad (15)$$
$$AF = GC \quad (16)$$

證 (3.3)に因れば、中心を通る所の直線EFは、中心を通さざる直線ABを、直角に切る時は、夫を又等分す、故にAFは、FBと等し、是に因て、ABは、AFの二倍なり、同理に因て、CDは、CGの二倍なり今ABとCDの等きは、先知なる故に、又AFは、CGと等き也、而して AE CEは、互に等き故に、AE²は、CE²と相等し、(7)より(7)に於る如し、且AFEは直角なるを以て、(7.4.7)に因り、AF² FE²の和は、AE²に等し、同理に因て、EG² GC²の和は、EC²に等し(8)(9)なり、之を以て(7)を解き、AF² FE²の和は、EG² GC²の和と等し、其等き各より、互に等き所の、AF² CG²を消去して、殘り

FE^2 は、残り EG^2 に等きを以て、又直線 FE は、直線 EG と等きなり、併(D.4)に因て、圏の中心より、二個以上の直線へ、引く所の垂線等き時は、中心より等き距離といふ、是を以て、AB CD は、中心より等き距離あるなり

次に若 AB CD の二直線、中心より等き距離ある時は、AB は CD に等きなり

前と同じ組立をなせ

(證)前證同理なる故に、省畧し(70)式 AF^2 FE^2 の和は、EG^2 GC^2 の和と等し、其等き各より、互に等き FE^2 EG^2 を消去し、AF^2 と CG^2 は互に等きを知る、(73)(74)(75)(76)如し、併 AB は、AF の二倍、CD は CG の二倍なり、故に AB は、CD に等し、夫故に圏内の

等き直線云々

考定第十五定理

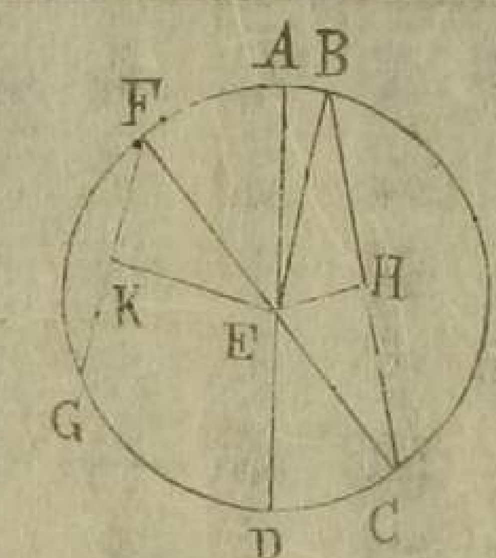
圏内に於て、徑は最大なる直線なり、而して凡て他の諸線中、中心へ近き者は、遠き者より常に大なり、而して大なる線は、小なる線より、中心へ近き者なり

ABCD を圏に命し、其經を AD とし、中心を E とし、且 BC を、FG より、中心へ近からしむるまで、AD は、徑にあらざる直線、BC より大なり、BC は、FG より大なり

中心より EH EK を、BC FG へ垂線に引き、EB EF EC を結ぶ

(證)AE は、EB と等く、ED は、EC と等き故に、AD は、又 EB EC の和に等し、今(7.20)に因て、EB EC の和は、BC より大なり、故に

第十五圖



$AE = EB$ (1)

$ED = EC$ (2)

$\therefore AD = EB + EC$ (3)

$EB + EC > BC$ (1.20) (4)

$AD > BC$ (5)

ADを、BCより大なり、(7)より(5)に於る如し即ADの最大なるを知る

又(D.5)に因て、BCを、FGより中心へ近き故に、EHを、EKより小なり、今前考定第十四に、詳解せし如く、BCを、BHの二倍、FGを、FKの二倍を得、故にEH^2 HE^2の和を、EK^2 KF^2乃和に等し、併EHを、EKより小なるに因て、EH^2を、又EK^2より小なり、故に又BH^2を、FK^2より大なる事明かなり、即BHを、FKより大なり、其各の二倍即BCを、FGより大なるを知る、(6)より(73)に於る如し

$EH < EK$ (6)

$BC = 2BH$ (7)

$FG = 2FK$ (8)

$EH^2 + HB^2 = EK^2 + KF^2$ (9)

$EH^2 < EK^2$ (10)

$\therefore BH^2 > FK^2$ (11)

$BH > FK$ (12)

$BC > FG$ (13)

$EH^2 + HB^2 = EK^2 + KF^2$ (9)

$BH > FK$ (14)

$BH^2 > FK^2$ (15)

$\therefore EH^2 < EK^2$ (16)

$EH < EK$ (17)

次にBCをして、FGより大ならしめば、BCを、FGより中心へ近きなり

前と同し組立をなしく、EHを、EKより小なり

(證)前に解く如く、EH^2 HB^2の和を、EK^2 KF^2の和と等し、且BCを、FGより大なるを以て、BHを、KFより大なり、而してBH^2を、KF^2より大なるを以て、EH^2を、EK^2より小なる事明かなり、故に又、EHを、EKより小なるを知る、(74)より(77)に於る如し、

夫故に、圏内に於て云く

考定第十六定理

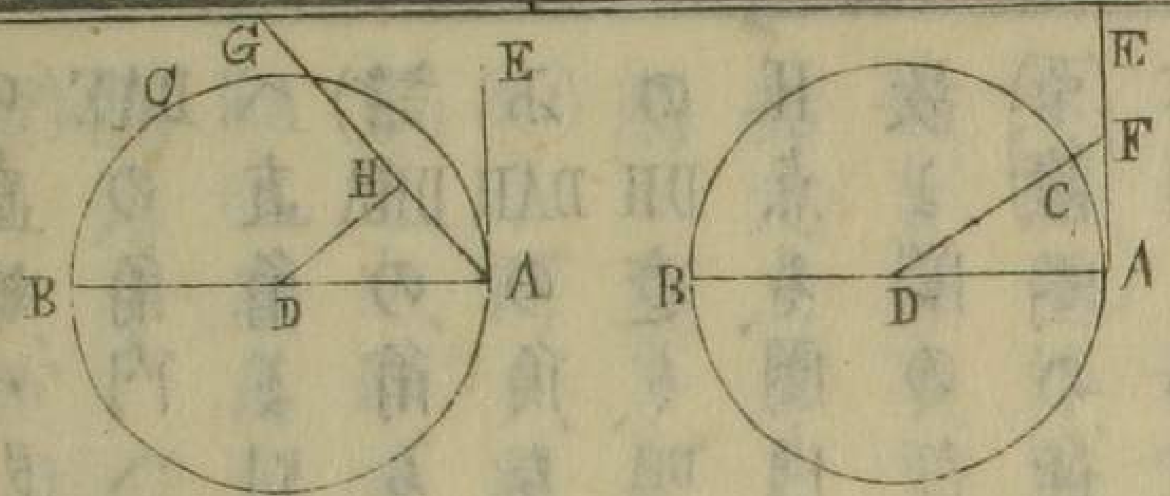
圏の径へ直角に其端より、引く直線は、圏外に降る、且径の端より、此直線と、周圍の間へ、圏を切らさる直線を引く能はざるなり

ABCを圏に命し、其中心はDにして、径はABなり、Aより AEをABへ垂線に引時は、AEは圏外へ降るべし

AE中へ、F点を取り、DFを結び、DFをして、C点に於て、圏に會せしむ

(證) DAFは、直角なる故に、(1.32)に因ては、DAFの角は、AFDの角より大なり、(1.19)に因ては、三角の大なる角は、大なる辺へ對す、故ニDFは、DAより大なり、今DAは、DCと等きに因て、DFは、DCより大なり、(1)より(5)に於る如し、爰に於て、F点は圏外にあるなり、而して AE中へ、如何に諸点を設るとも、觸点Aを除く外、皆圏外にある論を需たず、故に AEは、圏外に落るなり、次にA点より、直線AEと周圍の間へ、圏を切らざる所

第十六圖



$\angle DAF = \angle R \quad (1)$

$\angle DAF > \angle DFA \; (1.32) \quad (2)$

$DF > DA \; (1.19) \quad (3)$

$AD = DC \quad (4)$

$\therefore DF > DC \quad (5)$

$\angle DHA = \angle R \quad (6)$

$\angle DAH < \angle R \quad (7)$

$\angle DAH < \angle DHA \quad (8)$

$DH < DA \; (1.19) \quad (9)$

の直線ハ引く能ざる者なり、
DAEの角内へ、Aより或る直線AGを引き、DよりDHを、AGへ直角に引く、
(證)DHAの角を直角にして、DAHの角を直角より小なり、故にDAHの角を、DHAの角より小なり、(1.19)に因きを、DAHの三角のDH邊を、DA辺より小なり、(6)より(9)に於る如し、故にH点を圏内にあるを以て、直線AGを圏を切るなり、夫故に圏の徑へ直角に云く
(系證)圏の徑へ直角に徑の端より引直線ハ、圏へ觸る事明かなり、而して觸る所只一点なり、若二点圏に會するれバ、(3.2)に因て其線圏内に落屋し、又一点に觸るを、只一直線なる事明かなり、

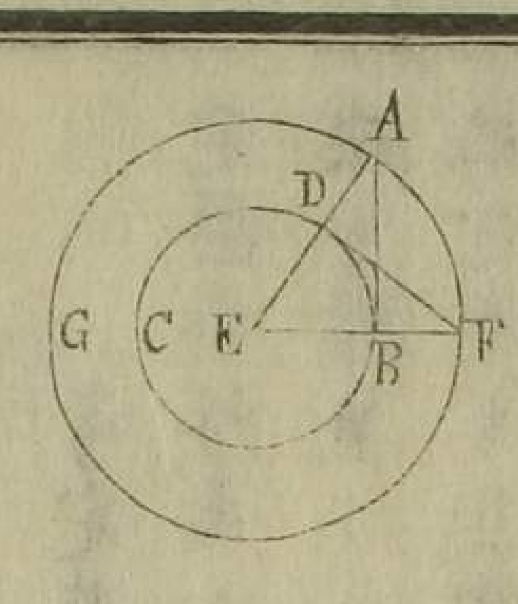
考定第十七問題

定圏の外、或を周圍中の定点より、定圏へ觸る處き直線を引事、

始定点Aを、定圏BCDの外にあらしむ、今A点より、BCDに觸る處き直線を引事を求む、
(3.1)に因り、圏の中心Eを見出し、AEを結び、而して中心Eより、EAの距離に於て、AFGの圏を画き、D点よりDFを、EAへ直角にひき、EBFを結び、ABを引く、此ABをBCDの圏へ觸處し、
(證)Eを、AGF BCDの圏の中心なる故に、AEをEFと等く、EDを

EBニ等しき故ニ、AE EBの二邊各を、FE EDの二邊各と等しく、且E角を、AEB FEDの両三角ニ普通なる故ニ、(1.4)ニ因て底線ABを、底線DFニ等しくて、AEB FEDの両三角ハ同形なり、而して他の角各を各と等し、故ニEBAの角ハ、EDFの角と等しき也、併EDFの角を直角なり、故ニEBAの角も又直角なり、

第十七圖



$$AE = EF \quad (1)$$
$$EB = ED \quad (2)$$
$$AE + EB = FE + ED \quad (3)$$
$$\angle E = \angle E \quad (4)$$
(1.4)
$$AB = FD \quad (5)$$
$$\triangle AEB = \triangle DEF \quad (6)$$
$$\angle EBA = \angle EDF \quad (7)$$
先知 $\angle EDF = \angle R \quad (8)$
$$\therefore \angle EBA = \angle R \quad (9)$$

(1)より(9)ニ於る如し、(3.16)(系證)ニ因りて、徑の端より夫へ直角ニ引直線ハ、圏ニ觸る、夫故ニABを、圏ニ觸るなり、而して定点Aより引得たり、

若圏の周中ニD点の如き定点ある時を、中心EへDEを引きDFをDEへ直角ニ引く即DFハ圏へ觸るなり

考定第十八定理

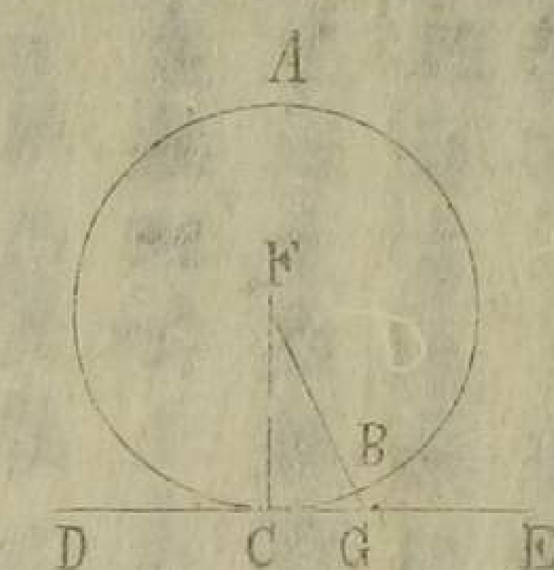
若圏へ觸る直線の觸点へ、中心より引直線ハ、圏へ觸る所乃直線へ、垂線なり

直線DEをして、C点ニ於て、ABCの圏へ觸しめ、且中心Fを取り、直線FCを引時を、FCを、DEへ垂線なるべし、

若否むと思って、F点よりDEへ垂線FBGを引く

(證) FGCを直角なる故、(1.17)ニ因りて、GCFを、鋭角ならさるを得ず、而して(1.19)ニ因りて、大なる角を、大なる辺ニ對を、

第十八圖



$\llcorner FGC = \llcorner R$ (1)

$\llcorner GCF < \llcorner R$ (1.17) (2)

$FC > FG$ (1.19) (3)

$FC = FB$ (4)

$FB > FG$ (5)

$FB < FG$ (6)

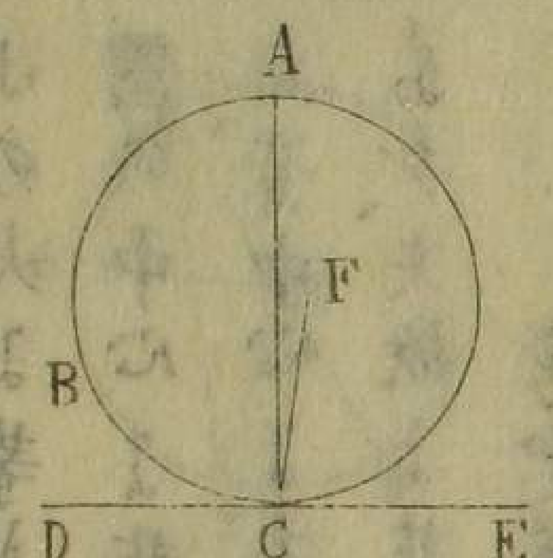
即FCは、FGより大なり、併FCとFBは等き故に、FBはFGより大なり、(1)より(6)に於る如し、小なるを大とりふ、是理に非ず、故にFGは、DEへ垂線ならも同法に因て只FCの外、他の線は決してDEへ垂線ならざるを顕し得べし、即FCはDEへ垂線なり、夫故に若圏へ觸ると云く

考定第十九定理

若直線、圏へ觸まて、其觸点より、觸る所の線へ、直角に直線を引時は、圏の中心は此線中にある者なり、

直線DEをして、ABCの圏へ、C点に於て觸まらしめ、CよりDEへ直角に、CAを画く時は、圏の中心必、CA線中にある者なり、

第十九圖



$\llcorner FCE = \llcorner R$ (3.18) (1)

先知 $\llcorner ACE = \llcorner R$ (2)

$\llcorner FCE = \llcorner ACE$ (3)

$\llcorner FCE < \llcorner ACE$ (4)

若否をして、Fを中心ならんと思ひて、FCを結ぶべし、

證 (3.18)に因まて、DEはABCの圏へ觸まて中心より觸点へ引FCは、DEへ垂線なる故に、FCEは直角なり、併ACEも又直角なり、故にFCEの角は、ACEの角と等し、(1)より(3)に於る如し、

小の大に等き理なあらざるなり、是に因てFな、ABCの圏の中心に非るを同法に於て、CA中にあらざる他の諸点皆中心にあらざる證を立るを得即中心CA中に有なり、夫故に若直線圏へ觸まて云々

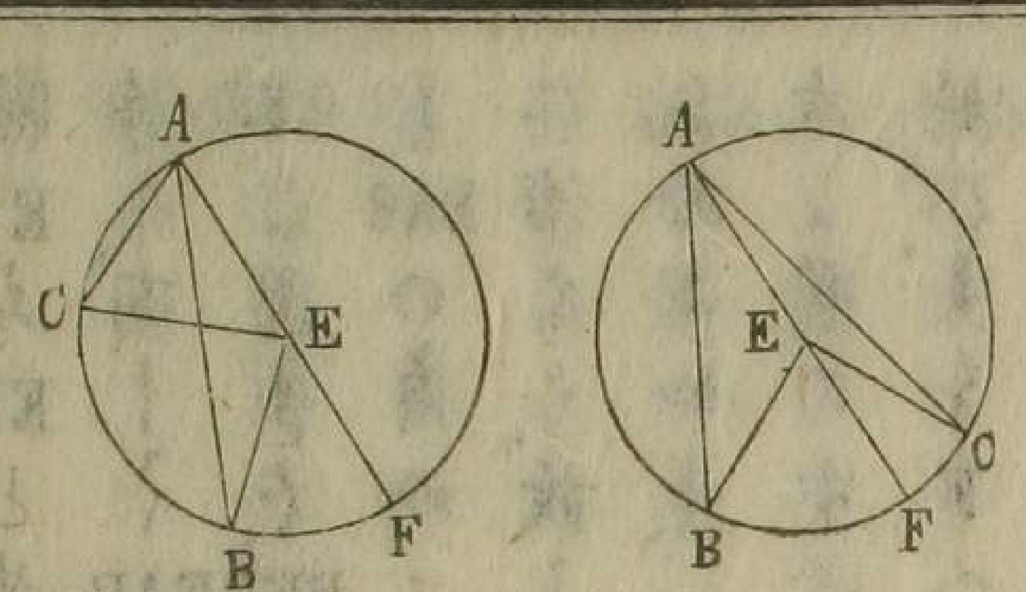
考定第二十定理

圏の中心に於る角な周圍に於る角の二倍なり、且此両角ハ同し弧背上にある者なり、

ABCを圏に命し、中心に於る角をBECとし周に於る角をBACとせハ此両角各底に向てBCの弧背を持時な、BECの角なBACの角の二倍なり、

始圏の中心Eを、BACの角の内にあらしめ、AEを結び夫をFへ引延き、

第二十圖



$$AE = EB \quad (1)$$

(1.5)

$$\angle EAB = \angle EBA \quad (2)$$

$$\angle EAB + \angle EBA = 2\angle EAB \quad (3)$$

$$\angle BEF = \angle EAB + \angle EBA \ (1.32) \quad (4)$$

$$\therefore \angle BEF = 2\angle EAB \quad (5)$$

$$\angle FEC = 2\angle EAC \quad (6)$$

$$\angle BEC = 2\angle BAC \quad (7)$$

$$\angle FEC = 2\angle FAC \quad (6)$$

$$\angle FEB = 2\angle FAB \quad (5)$$

$$\angle BEC = 2\angle BAC \quad (7)$$

(證)EAハ、EBと等き故ニ、(1.5)ニ因れバ、EABの角ハ、EBAの角と等しく而して、EABEBAの二角の和ハ、EABの角の二倍なり、併ハ(1.32)ニ因れバ、BEFの角ハ、EABEBAの角ニ等し、故ニ又BEFの角ハ、EABの角の二倍なり、同法ニ因て、FECの角ハ、EACの角乃二倍なり、故ニ全角BECハ、全角BACの二倍なり、(1)より(7)ニ於る如し、

次ニ圏の中心Eをして、BACの角乃外ニあらしめ、AEを結び、夫をFへ引延バ、

(證)始の場合ニ於る如く、FECの角ハ、FACの角の二倍なり、前の一部分FEBの角ハ、後の一部分FABの角の二倍なり、故ニ残角BECハ、残角BACの二倍なり、(6)(5)(7)の如し、夫故

ニ圏の中心ニ於る角云々

考定第二十一定理

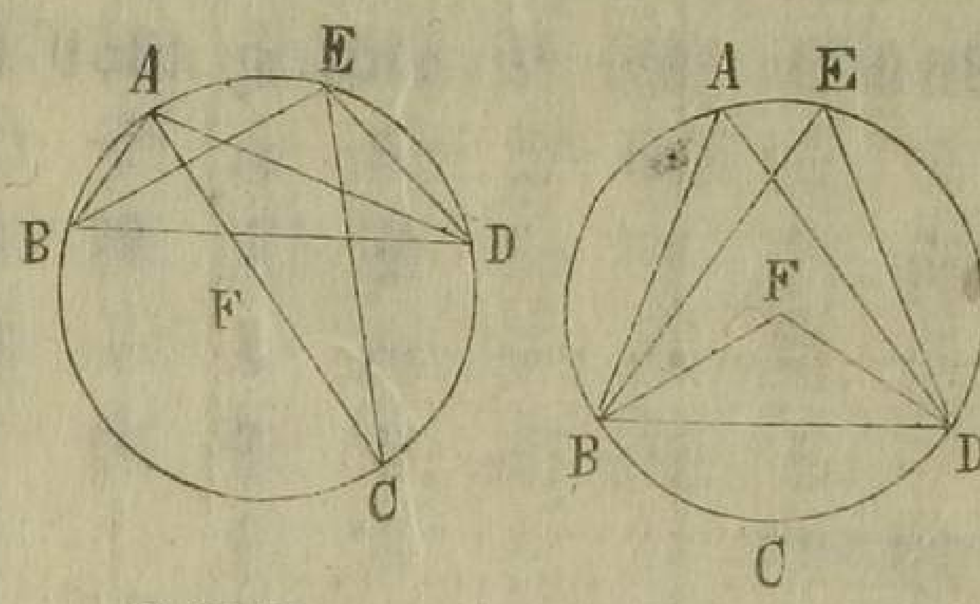
同し缺圏の内ニ於る、諸角ハ、互ニ等き者なり、

ABCDを圏ニ命し、BADBEDを、同し缺圏の内角とせ、此BADBEDの角ハ、互ニ等きなり

ABCDの圏の中心、Fを取り、而して始BAEDの缺圏をして、半圏より大ならしめ、BFFDを結ぶ、

(證)中心ニ於るBFDの角と、周ニ於るBADの角と、共ニ其底ニ向て、周の一分隻BCDを持故ニ、(3.20)ニ因れバ、BFDの角ハ、BADの角乃二倍なり、同理ニ因て、BFDの角ハ、BEDの角の二倍なり、故ニBADの角ハ、BEDの角ニ等し、(1)(2)(3)の如し、

第二十一圖



$\llcorner BFD = 2\llcorner BAD$ (3.20) (1)

$\llcorner BFD = 2\llcorner BED$ 〃 (2)

$\therefore \llcorner BAD = \llcorner BED$ (3)

$\llcorner BAC = \llcorner BEC$ (4)

$\llcorner CAD = \llcorner CED$ (5)

$\therefore \llcorner BAD = \llcorner BED$ (6)

次ニ缺圈BAEDを、半圏より大ならざらしめ、夫の内角をBADBEDとを、又互ニ等きなり、Aより中心へ、AFを引き、Cへ引延を、而してCEを結ぶ、

(證)缺圈BADCハ、半圏より大なり、而して始の場合ニ因て、夫の内角BACBECハ、互ニ等し、同理ニ因て、缺圈CBEDハ半圏より大なるを以て、CADCEDの角ハ互ニ等し、

故ニ全角BADハ、全角BEDと等きなり、夫故ニ同し缺圏の内ニ於る、云て

考定第二十二定理

圏内ニ畫く、或る四辺圖の、相對する角を集て、二直角ニ等き者なり、

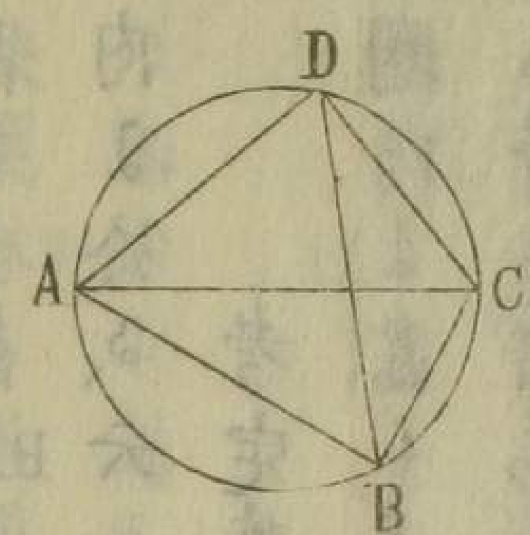
ABCDを、ABCDの圏内ニ畫く、四辺圖ニ命ず、夫の相對する、或る二角を集て、二直角ニ等きなり、

ACBDを結ぶ、

(證)(3.27)ニ因きて同し缺圏BADCの内ニ於る、CABの角ハ、CDBの角と等し、又同し缺圏、ADCBの内ニ於る、ACBの角ハ、ADBの角と等し、故ニ全角ADCハ、CABACBの二角の和ニ等し、其等き

各ヘ、ABCの角を加へて、ABC ADCの角の和を、ABC CAB BCAの角の和ニ等し、併(7.32)ニ因まて、ABC CAB BCAの角乃和を、二直角ニ等し、故ニ又ABC ADCの角の和を、二直角ふ等きあり、同理

第二十二圖



$$\angle CAB = \angle CDB \quad (3.27) \qquad (1)$$
$$\angle ACB = \angle ADB \quad 〃 \qquad (2)$$
$$\therefore \angle ADC = \angle CAB + \angle ACB \qquad (3)$$
$$\angle ABC + \angle ADC = \angle ABC + \angle CAB + \angle BCA \qquad (4)$$
$$\angle ABC + \angle CAB + \angle BCA = 2\angle R \quad (7.32) \qquad (5)$$
$$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 2\angle R \qquad (6)$$
$$\angle BAD + \angle DCB = 2\angle R \qquad (7)$$

ニ因て、BAD DCBの角の和を、二直角ニ等き事を顕し得尽し、(1)より(7)ニ於る如し、夫故ふ圏内ニ画く、或る四辺圖ニ云て

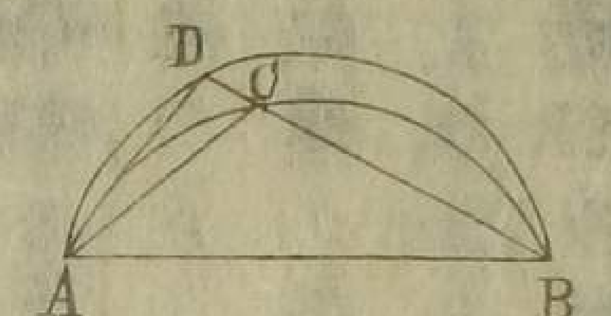
考定第二十三定理

一直線の一方ニ於て、互ニ一致せざして、其形相應をる、二個の缺圏を、有能ざる者あり、

若夫り有庵く思えて、互ニ一致せをして、相應をる缺圏ACB ADBをして、一直線ABの一方ニあらしむ、然る時ニ、ACB ADBの二圏、A B点ニ於て、互ニ切合故ニ、(3.70)ニ因まて、他の点ニ於て、切合能をざるあり、故ニ一ッの缺圏、他の缺圏の内ニ、落ざるを得ざ、今ACBをして、ADBの内へ落し、直線BCDを引き、AC ADを結ぶ、

(證)ACBの缺圏を、ADBの缺圏と其形相應をて且相應をる缺圏を、等き角を保つ故ニ、ACBの角を、ADBの角と等し、又(7.76)

第二十三圖



$\angle ACB = \angle ADB$ (D.11) (1)

$\angle ACB > \angle ADB$ (1.16) (2)

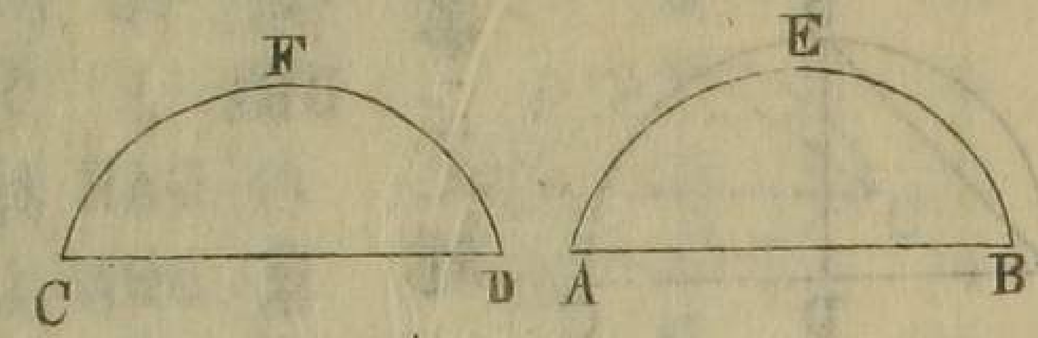
ニ因れバ、三角の外角ハ、是ニ對せる、内角より大なり、即ACBの角ハADBの角より大なり、(1)(2)の如し、是理ニ非ず、故ニ一直線ABの一方ニ於て、相應せる缺圈ACB ADBハ、一致せざる能ハざる也、夫故ニ一直線の一方云々

考定第二十四定理

其形相應せる缺圈、等き直線上にある時ハ、互ニ等き者なり、

相應せる缺圈AEB CFDを以て、等き直線AB CDの上ニあらしめバ、AEBの缺圈ハ、CFDの缺圈と、等きなり、

第二十四圖



$$AB = CD \quad (1)$$

(3.23)

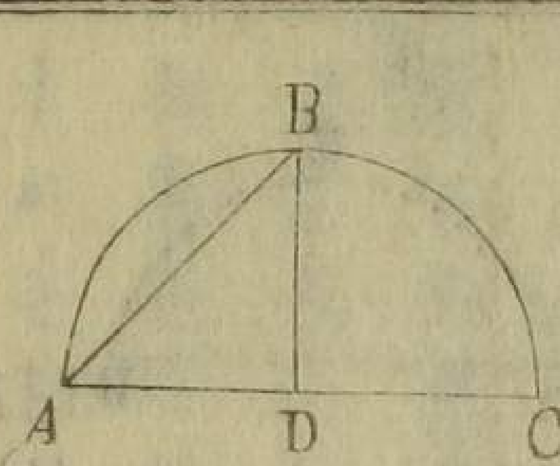
$$Arc.AEB = Arc.CFD \quad (2)$$

(證) AEBの缺圈と、CFDの缺圈と、重るとせれバ、先A点を、C点の上へ置き、而して直線ABを、直線CD上へ、来らしむれバ、ABとCDと等き故ニ、B点とD点と一致し、直線ABと直線CDハ一致するを以て、(3.23)ニ因れバ、AEBの缺圈と、CFDの缺圈とハ、一致せざるを得ず、夫故ニ其形相應せる、云々

考定第二十五問題

定缺圈ニ準じて、其全圈を畫く事、

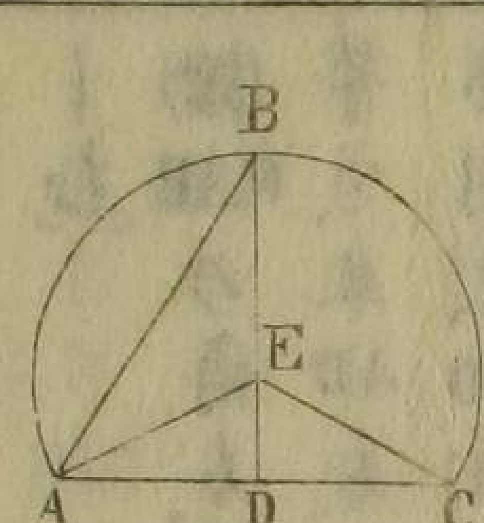
ABCを定缺圏に命し、之に準して、其全圏を畫くを求む」、
ACを、D点に於て等分し、D点よりDBをACへ直角に引、
ABを結ふ、
始に DAB DBA の二角、互に等き圖を解く、
(證) DBAの角も、DABの角と等き故に、(1.6)に因ては、DAもDBと

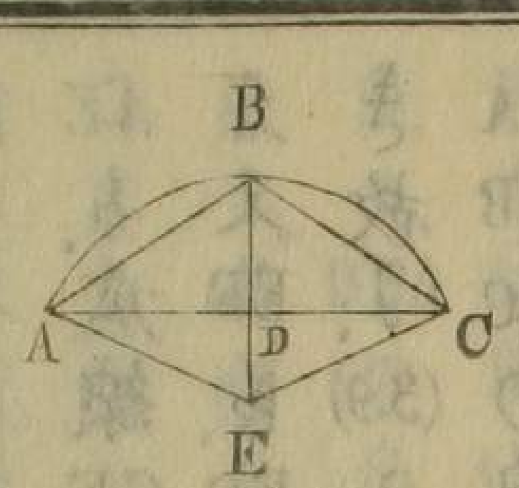


第二十五圖

$\angle DBA=\angle DAB$ (1)
(1.6)
$DA=DB$ (2)
$DA=DC$ (3)

等し、又DAもDCと等く、組立ゐるを以て、DA DB DCの三直線、互に等き(1)(2)(3)の如し、故に(3.9)に因ては、Dも圏の中心あり、其内一線を、半徑となして、圏を畫く時も、其周、他の直線の端を通を爲し是以て、ABCも此圏の缺圏ある明あり、且D点も、直線AC中に有故に、ABCの缺圏も半圏也





$\angle EAB=\angle EBA$ (1.23) (4)
(1.6)
$EA=EB$ (5)
$AD=DC$ (6)
$DE=DE$ (7)
$AD+DE=CD+DE$ (8)
$\angle ADE=\angle CDE=\angle R$ (9)
(1.4)
$AE=CE$ (10)
$\therefore EB=EC$ (11)

次に DAB DBA の二角、等からざる圖を解く
(1.23)に因り、直線ABのA点に於て、BAEの角を、ABDの角と等くなし、而してBDを伸して、Eへ達せしめ、ECを結ぶ、「若BAEの角、BAD

の角より、小なる時ハ、直線AEのE点ニ於て、BDニ會せしむ」

(證) EABの角ハ、EBAの角と等き故ニ、(1.6)ニ因りて、EAハ、EBと等し、且ADハ、CDと等く、DEハ、ADE CDEの両三角ニ普通なるニ因て、AD DEの二辺各、CD DEの二辺各ニ等く、又ADE CDEの角の各ハ、直角なるを以て、相等し、故ニ(1.4)ニ因て、底線AEハ、底線CEと等し、併EAと、EBと等きハ、前ニ解たり、故ニ又EBハ、ECと等きを以て、此EA EB ECの三直線、互ニ等き故ニ、(3.9)ニ因れバ、Eハ圏の中心なり、即中心Eより、EA EB ECの内、一ツを半徑となして、圏を畫く時ハ其周他の二直線の端を通過し、是以て、ABCハ、此圏の缺圏なる明かなり、且DABの角か、DBAの角より小ならバ、中心Eハ、缺圏ABCの外ニある故ニ、半圏より小なり、若DABの角か、DBAの角より大ならバ、中心Eハ、缺圏ABCの内ニ有故ニ、半圏より大なる事明なり、夫故ニ、定缺圏ニ準して、其全圏を畫き得たり、

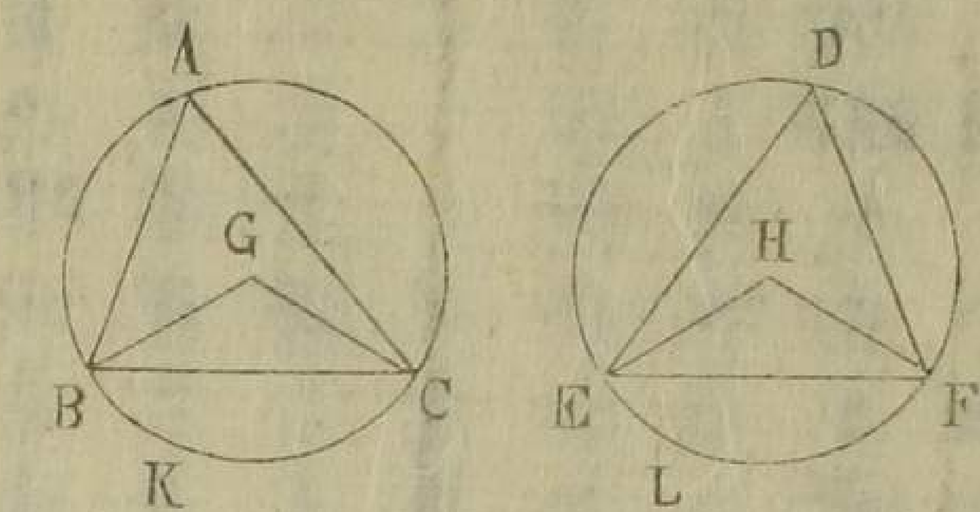
考定第二十六定理

等き圏内ニ於て、中心或ハ周圍の何きかニ於る、等き角ハ、等き弧上ニ立者なり、

ABC DEFを、等き圏ニ命し、BGC EHFを、其中心ニ於る、等き角とし、而して BAC EDFを其周圍ニ於る、等き角となる時ハ、BKCの弧ハ、ELFの弧ニ等き者なり

幾何學原礎巻之三

第二十六圖



$$\mathrm{BG}+\mathrm{GC}=\mathrm{EH}+\mathrm{HF} \quad (1)$$

先知 $\angle\mathrm{BGC}=\angle\mathrm{EHF} \quad (2)$

(1.4)

$$\mathrm{BC}=\mathrm{EF} \quad (3)$$

先知 $\angle\mathrm{A}=\angle\mathrm{D} \quad (4)$

$$Arc.\mathrm{BAC}=Arc.\mathrm{EDF} \quad (5)$$

$$\therefore Arc.\mathrm{BKC}=Arc.\mathrm{ELF}\ (3.24) \quad (6)$$

(證)BC EF を結ぶ、ABC DEF の二圏、互ニ等き故ニ、其半径ハ、又互ニ等し、即 BG GC の二辺各、EH HF の二辺各ニ等く、且其中心ニ於る BGC 角ハ、EHF 角と等き故ニ、(1.4)ニ因れハ、BC ハ、EF と等く、而して A 角と、D 角と等きハ、先知なれハ、BAC の鈌圏ハ、EDF の鈌圏と、相應形なり、而して其鈌圏各、等き直線上ニ、有を以て、同形なり、爰ニ於て、BAC の鈌圏ハ、EDF の鈌圏ニ等きを知る、併全圏 ABC と、全圏 DEF とハ、等き故ニ、残り BKC の鈌圏ハ、残り ELF の鈌圏と、等きを以て、又 BKC の弧ハ、ELF の弧と等きなり、夫故ニ等き圏内ニ於て云し

考定第二十七定理

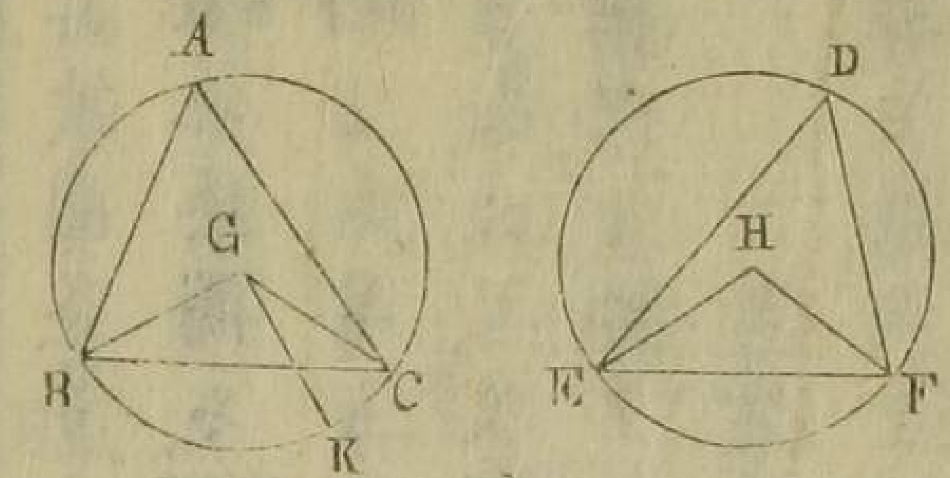
等き圏内ニ於て、等き弧上ニ立所の、中心、或ハ周圍乃何れニ於る角ハ、互ニ等き者なり、

等き圏 ABC DEF の周圍ニ於る角を、BAC EDF とし、中心ニ於る角を、BGC EHF とし、其角の各々、等き弧 BC EF 上ニ立時ハ、BAC の角ハ、EDF の角ニ等く、BGC の角ハ、EHF の角ニ等き者なり、

若BGCの角と、EHFの角と、等き時ハ、BACの角ハEDFの角と、等からさるを得さる(3.20)ニ因て明かなり、併BGC EHFの二角、等からさるとせハ、何れか乃一角、大ならさるを得ハ、

第二十七圖

今BGCの角を、大と定めて、BGKの角を、EHFの角と等くなせ、



$\angle BGK = \angle EHF$ (1)

(3.26)

Arc. BK = Arc EF (2)

〃. EF = 〃 BC (3)

〃. BK = 〃 BC (4)

〃. BK < 〃 BC (5)

$\angle A = \frac{1}{2}\angle BGC$ (6)

$\angle D = \frac{1}{2}\angle EHF$ (7)

$\angle A = \angle D$ (8)

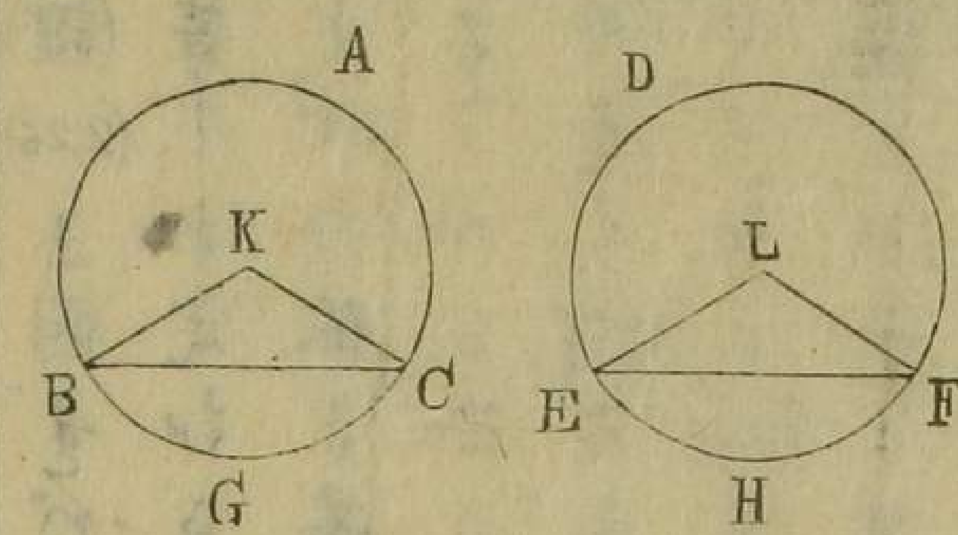
(證)(3.26)ニ因まで、等き角ハ、等き弧上ニ立、今BGK EHFの角を、等しと定むる故ニ、BKの弧ハ、EFの弧と等し、併EFの弧と、BCの弧と等きハ先知なる故ニ、又BKハ、BCと等し、(1)より(5)ニ於る如し、小の大ニ等き、理ニ非ず、是以てBGCの角ハ、EHFの角と、等からざる能ハず、即等きなり、而してA角ハ、BGC角の半なり、D角ハ、EHF角の半なる故ニ、A角と、D角と等き(6)(7)(8)の如し、夫故ニ等き圏内ニ於て、云々

考定第二十八定理

等き圏内の、等き直線ハ、等き弧を切なり、即大弧ハ大弧、小弧ハ小弧と、等きなり、

ABC DEF を等き二圏ニ命し、此圏内の等き直線を、BC EF とし、此直線ニ因て切る所の、二個の大なる弧を、BAC EDF とし、二個の小なる弧を、BGC EHF とし、即大なる BAC を、大なる EDF と等く、小なる BGC を、小なる EHF と等き也、

第二十八圖



$BK+KC=EL+LF$ (1)

$BC=EF$ (2)

(1.8)

$\angle BKC=\angle ELF$ (3)

$Arc.BGC=Arc.EHF$ (3.26) (4)

$\therefore \measuredangle.BAC=\measuredangle.EDF$ (5)

(3.1)ニ因り、圏の中心 K L を取り、BK、KC、EL、LF を結ぶ、

(證)二圏等き故ニ、其半徑ハ又等し、即 BK KC の各を EL、LF の各と等く、底線 BC を、底線 EF と等きを以て、(1.8)ニ因りて、BKC の角を、ELF の角と等し、(3.26)ニ因りて、中心ニ於る等き角ハ、等き弧上ニ立故ニ、BGC の弧を、EHF の弧と等し、且全圏 ABC を、EDF と等きニ因て、其周圍の殘る部分即 BAC を、殘る部分 EDF ニ等し、(1)より(5)ニ於る如し、夫故ニ等き圏内の、等き直線云々

考定第二十九定理

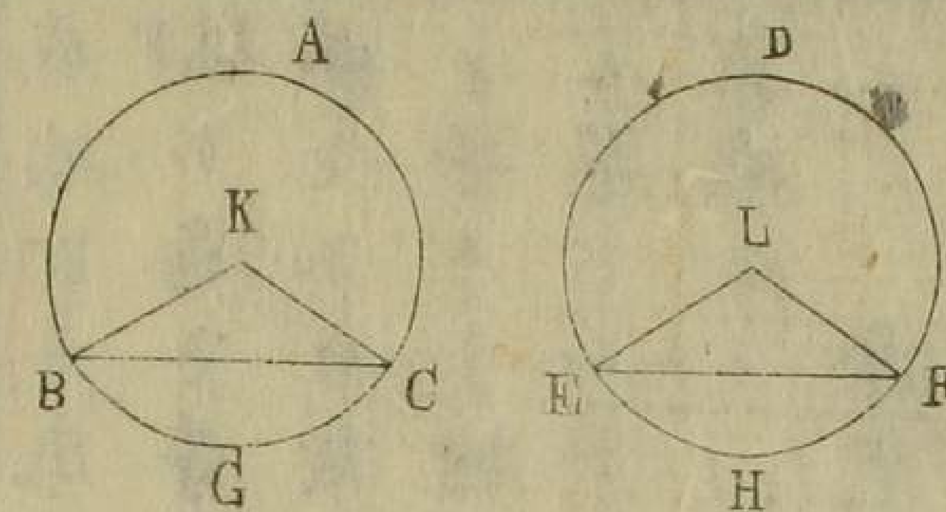
等き圏ニ於て、等き弧線を、等き直線丈ヶ廣かるものなり、

ABC DEF を、等き圏ニ命し、BGC EHF を、等き弧線とし、而して BC EF を結ぶ時を、直線 BC を、直線 EF と等かるへし、

圏の中心K、L、を取り、BK KC EL LFを結ぶ

(證) BGCの弧と、EHFの弧とは、等きを以て、(3.27)に因りて、BKCの角は、ELFの角と等し、且ABC DEF乃圏、互に等き故に、中心よりの直線は凡て等きなり、是以てBK KCの二辺各、EL LFの二辺各と等く、其各へ挟む角等きを以て、(1.4)に因りて、底線BCは、底線EFと等きなり、夫故に等き圏に於る、云々

第二十九圖



$$BK+KC = EL+LF \quad (1)$$
$$\llcorner BKC = \llcorner ELF \quad (3.27) \quad (2)$$
(1.4)
$$BC = EF \quad (3)$$

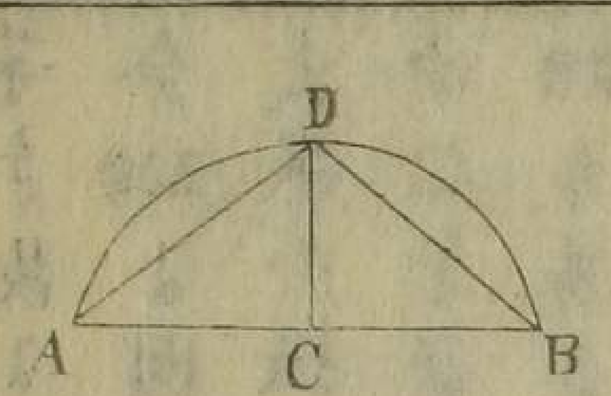
考定第三十問題

定弧線を、等分する事、

定弧線へ、ADBを命し、是を等分することを求む、

ABを結び、是をCに於て等分し、CDをして、ABへ直角に引、AD BDを結ぶ時は、ADBの弧線は、D点に於て、等分となるべし

第三十圖



先知
$$AC = CB \quad (1)$$
$$CD = CD \quad (2)$$
$$AC+CD = BC+CD \quad (3)$$
$$\llcorner ACD = \llcorner BCD = \llcorner R \quad (4)$$
(1.4)
$$AD = BD \quad (5)$$
(3.28)
$$Arc.AD = Arc.BD \quad (6)$$

(證) ACは、CBと等く、CDは、ACD BCDの両三角に普通なるを以てAC CDの二辺各、BC CDの二辺各に等く、且ACD BCDの角の各は、直角なるを以て互に

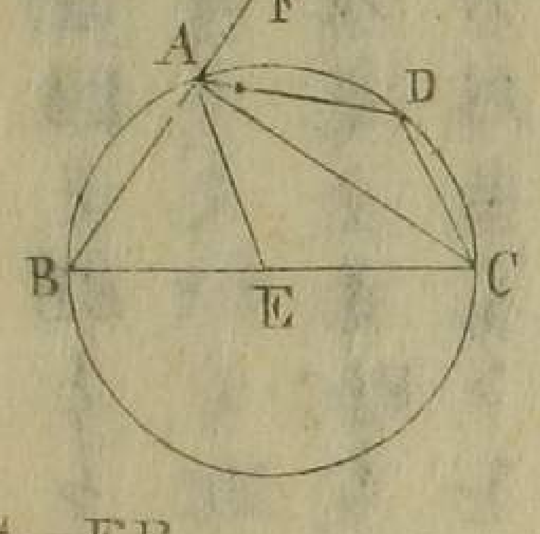
等き故に(1.4)に因りて、底線ADと、底線BDとは等きなり、今(3.28)に因りて、等き直線は、等き弧を切るなり、即大弧は大弧、小弧は小弧と等し、而して(3.1)系證に因りてCDは中心を通る故に、AD DBは半圏より小なるを以て、即AD DBは、其小なる弧の各なり、故にADの弧線は、DBの弧線と等し、(1)より(6)に於る如し、夫故に定弧線を、D点に於て、等分するを得たり

考定第三十一定理

或圏に於て、半圏の内なる角は、直角なり、半圏より大なる、鈌圏の内の角は、直角より小なり、又半圏より小なる、鈌圏の内の角は、直角より大なり、

ABCDを圏に命し、其徑をBCとし、中心をEとなし、而して直線ACを引て、圏をABC ADCの両鈌圏に分ち、BA AD DCを結ぶ、爰に於て、半圏BADCの内乃角は、直角なり、半圏より大なる鈌圏ABCの内の角は、直角より小なる處し、又半圏より小なる鈌圏ADCの内乃角は、直角より大なる處し、

第三十一圖



$EA=EB$ (1.5) (1)

$\angle EAB=\angle EBA$ (2)

$EA=EC$ (1.5) (3)

$\angle EAC=\angle ECA$ (4)

$\therefore \angle BAC=\angle ABC+\angle ACB$ (5)

$\angle FAC=\angle ABC+\angle ACB$ (1.32) (6)

$\therefore \angle BAC=\angle FAC=\angle R$ (7)

$\angle ABC+\angle BAC<2\angle R$ (1.17) (8)

$\angle BAC=\angle R$ (7)

$\therefore \angle ABC<\angle R$ (9)

$\angle ABC+\angle ADC=2\angle R$ (3.22) (10)

$\angle ABC<\angle R$ (9)

$\angle ADC>\angle R$ (11)

AEを結び、BAをFへ引延して、
(證)EAとEBとハ等き故に、(1.5)に因て、EABの角ハ、EBAの角と
等し、又EAハECと等き故に、EACの角ハ、ECAの角と等し、是
以て、全角BACハ、ABC ACBの二角乃和に等し、且FACハ、三角ABC
の外角なるを以て、(1.32)に因りて、ABC ACBの二角の和に等
し、故に又BACの角ハ、FACの角と等し、(1)より(7)に於る如
し、而して BAC FACの両角ハ、隣角なるを以て、其各々直角
なり、夫故に半圏の内の角BACハ、直角なり、
次に(1.17)に因りて、三角ABC中の二角、ABC BACを集て、二直角
より小なり、其BACハ直角なる故に、ABCハ直角より小な
らざるを得ず(8)(7)(9)の如し、是以て半圏より大なる

缺圏ABCの内の角ABCハ、直角より小なり、
又ABCDハ圏内乃四辺圖なり、(3.22)に因りて、其相對する角
を集めて、二直角に等し、故にABC ADCの二角を集て、二直
角に等し、併ABCハ、直角より小なるを、前に解なり、是以
てADCハ、直角より大なり、(10)(9)(11)の如し、即半圏より小
なる缺圏ADCの内乃角ハ直角より大なり、夫故に或圏
に於て、云々
(系證)此理に因て、若三角の一角、他の二角の和と等き時ハ、其
角ハ直角なる事明なり、即其隣角ハ、同じ二角に等き故に、
又隣角互に等しく、是を以て其角の各ハ、直角なり、

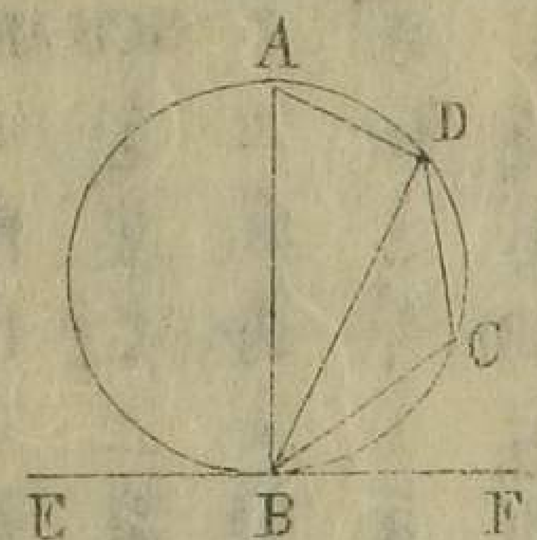
考定第三十二定理

若直線、圏へ觸て、其觸点より、圏を切て、直線を引時ハ此直線と、圏ニ觸ある直線ニ因て保つ角ハ、代る鈌圏の内乃角ニ、等かる應し、

EFの直線、ABCDの圏へ、B點ニ於て觸れ、此點より、圏を切て直線BDを引時ハ、BDと觸線EFニ因て保つ角ハ、代る鈌圏の内乃角と、等かる應し、即FBDの角ハBADの鈌圏の内乃角と等く、EBDの角ハ、BCDの鈌圏の内乃角と、等かる應し

B點より、BAを、EFへ、直角ニ引き、BDの弧中へ、或C点を取り、而して、AD DC CBを結ぶ、

(證)直線EFハ、ABCDの圏へ、B點ニ於て觸れ、其觸点Bより、BAを、觸線へ、直角ニ引故ニ、(3.19)ニ因きが、圏の中心ハ、AB中ニ有あり、是以て(3.31)ニ因きち、ADBの角ハ、直角あり、故ニ又他の二角DAB ABDの和ハ、直角あり、併ABFの角ハ、直角ニ組立あるニ因て、ABFの角ハ、DAB ABD乃二角の和ニ等し、其等き各より普通乃角ABDを消去して、殘角



第三十二圖

$\angle ADB = \angle R$ (3.31) (1)

$\therefore \angle DAB + \angle ABD = \angle R$ (2)

先知 $\angle ABF = \angle R$ (3)

$\angle ABF = \angle DAB + \angle ABD$ (4)

$\angle FBD = \angle DAB$ (5)

$\angle DAB + \angle DCB = 2\angle R$ (3.22) (6)

$\angle FBD + \angle DBE = 2\angle R$ (1.13) (7)

$\therefore \angle FBD + \angle DBE = \angle DAB + \angle DCB$ (8)

$\angle FBD = \angle DAB$ (5)

$\therefore \angle EBD = \angle DCB$ (9)

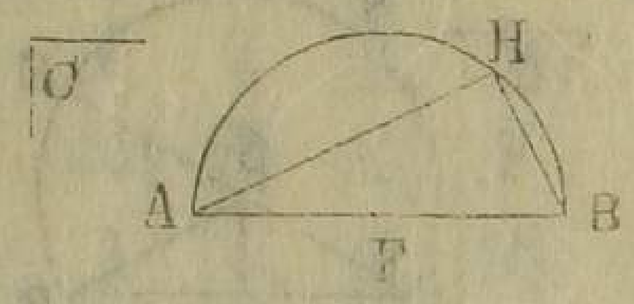
FBDを代る鈌圈の内乃角DABと等し、(1)より(5)に於る如し、
又ABCDを圈内の四辺圖なる故、(3.22)に因まる、相對する角
DAB DCBを集て、二直角に等し、併(1.13)に因まる、FBD EBDの角を
集く、二直角に等し、故にFBD EBDの二角の和を、DAB DCBの二
角の和と等し、且FBD DABの二角、互に等きを、前に擧たり、
故に殘角EBDを代る鈌圈の内乃角DCBと、等きなり、夫故
に若直線圖へ觸て云く

考定第三十三問題

定直線上へ、定直線角と、等き角を保つ所の、鈌圈を画
く事、

ABを定直線へ命し、Cを定直線角へ命を、今C角と等
き角を保つ鈌圈を、直線AB上へ、画く事を求む、
始めC角を、直角なりしめ、ABをFに於て等分し、Fを
中心となして、FBの距離にて、AHBの半圈を画く、
證(3.31)に因まる、半圈の内なる角AHBを、直角Cに等きなり、

第三十三圖之一

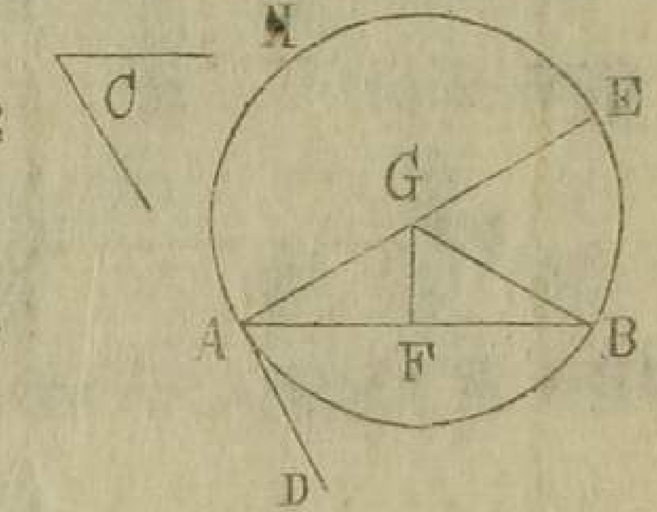


$\angle AHB = \llcorner R$ (3.31)　(7)

若C角ら、直角ならざれを、直線ABのA
点に於て、BADの角を、C角と等くし、A点
よりAEを、ADへ直角に引、ABをFに於て
等分し、FよりFGを、ABへ直角に引、GBを
結ぶ、

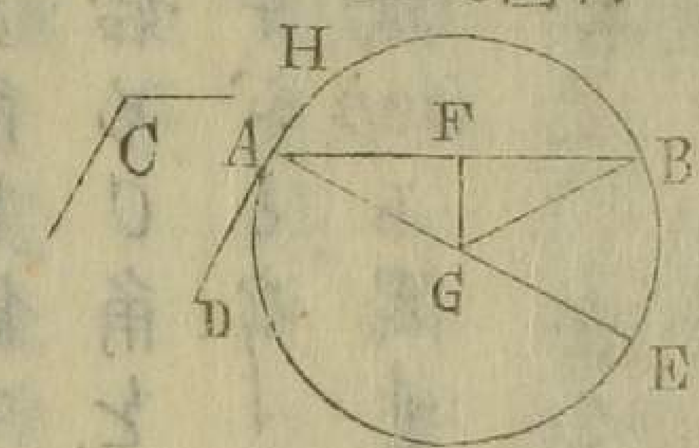
證 AFを、FBと等く、FGを、AFG BFGの両三角に
普通なる故に AF FGの二邊各、BF FGの二

第三十三圖之二



辺各と等く、又AFGの角ゑ、BFGの角と等き故よ、(7.4)よ因きを、底線AGを、底線BGと等し(2)より(6)よ於る如し、今AGを半徑とし、Gを中心として圏を画く時ゑ、B点を通を為し、此圏をAEBとし、而して徑AEの端あるA点よりADをAEよ直角よ畫きし故了、(3.16)(系證)よ因れバ、ADハ圏へ觸線ありて、其觸点Aより、(3.32)ABを引て圏を切ゟ故よ、よ因れバ、DABの角ハ、代る

同圖之三



$AF = FB$ (2)

$FG = FG$ (3)

$AF + FG = BF + FG$ (4)

$\llcorner AFG = \llcorner BFG$ (5)

(7.4)

$AG = BG$ (6)

先知 $\llcorner DAB = \llcorner C$ (7)

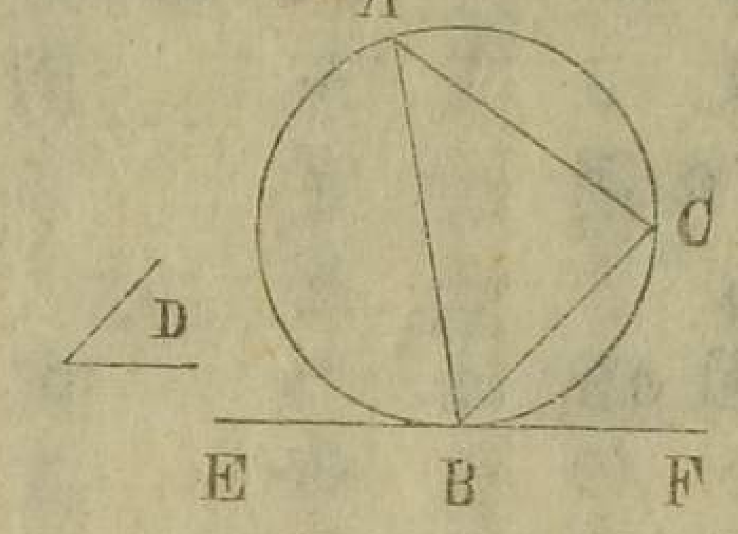
缺圏AHBの内の角よ等し、併DABの角を、C角と等く組立あり、夫故ヿ定線AB上へ、定直線角Cよ等き角を保つ所の、缺圏AHBを画き得より、

考定第三十四問題

定圏より、定直線角よ等き角ヲ保つ所乃、缺圏を切る事

ABCを定圏へ命し、Dを定直線角へ命き、今ABCの圏より、定直線角Dよ等き角を保つ所乃、缺圏を切事を求む」(3.17)よ因て、ABCの圏へ、B点よ於て觸る所の、直線EFを画き又(1.23)よ因て、直線BFのB点よ於て、FBCの角を、D角と等くあん、

第三十四圖



$\angle FBC = \angle BAC$ (3.32) (1)

$\angle FBC = \angle D$ (2)

$\therefore \angle BAC = \angle D$ (3)

(證)直線EFゝ、ABCの圈へ觸て、其觸点Bより、圈を切てBCを引故に、(3.32)に因れバ、FBCの角ハ代る缺圈BACに於る角は等し、併FBCの角ハ、D角と等くなし多る故に、缺圈BACに於る角ハ、D角と等し、(1)より(3)に於る如し、夫故に定圈ABCより、定直線角Dに等き角を保つ所の、缺圈BACを切事を得たり、

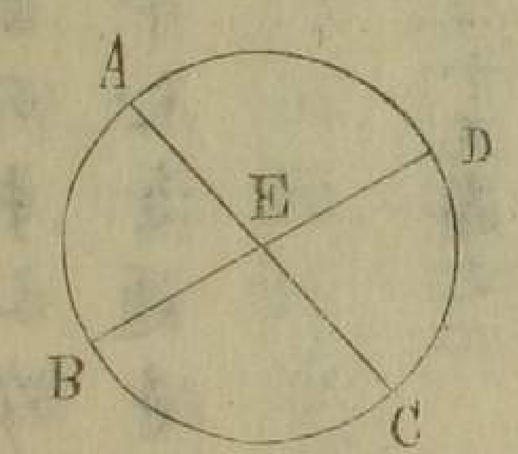
考定第三十五定理

圈内に於て、二直線切合時ハ、一直線の、両分線に因て成矩形ハ、他の直線の、両分線に因て成矩形と、等き者なり、

ACBDの二直線、ABCDの圈内に、E点に於て、互に切合時ハ、AE・ECの矩形ハ、BE・EDの矩形と、等かる應し、

AC・BDの二直線共に中心を通る時ハ、Eハ圈の中心なり、其AE、EC、BE、EDハ凡て等き故に、AE・ECの矩形ハ、BE・EDの矩形と等きなり、

第三十五圖之一

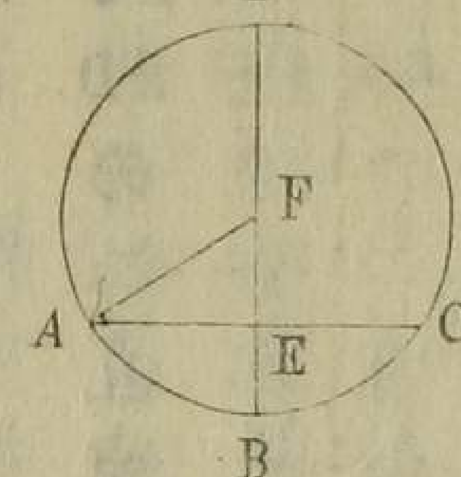


然共若直線BDをして、中心を通さしめて之を以て他の中心を通さゞる直線ACを、直角に切しむる時ハ、BDをFに於て等分し、AFを結ぶ才のF点ハABCD

の圏の中心ならざるなり、

(證)中心を通るBDに因て、中心を通さゞるACを、直角にE点に於て切る故に(3.3)に因れば、ACは、Eに於て、等分となるなり、又直線BDを、F点に於て等分し、E点に於て不等に分つ故に(2.5)に因れば、BE EDの矩形へ、EF^2を加へて、FB^2と等く、又同し半径なるAF^2とも等きなり、(1)(2)の如し、

第三十五圖之二



$$BE.ED+EF^2=FB^2 \quad (2.5) \qquad (1)$$
$$BE.ED+EF^2=AF^2 \qquad (2)$$
$$AE^2+EF^2=AF^2 \quad (1.47) \qquad (3)$$
$$\therefore BE.ED+EF^2=AE^2+EF^2 \qquad (4)$$
$$BE.ED=AE^2=AE.EC \qquad (5)$$

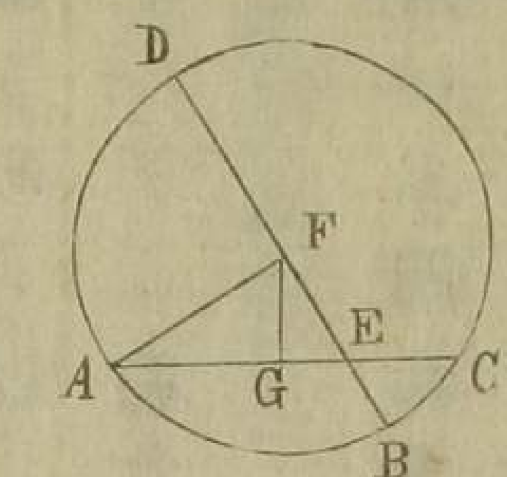
併(1.47)に因れば、AE^2 EF^2の和は、AF^2に等し故にBE EDの矩形と、EF^2の和は、AE^2 EF^2の和と等し、其等き各よりEF^2を消去して、残りBE EDの矩形は、残りAE^2と等し、此AE^2は即AE ECの矩形なり、(3)(4)(5)の如し

次に中心を通るBDをして、中心を通さゞる他のACを、E点に於て切しむ、併直角ならざる時は、如前BDを圏の中心Fに於て等分し、AFを結び、FよりFGを、ACへ垂線に引く、

(證)(3.3)に因れば、中心を通るFGに因て、中心を通さゞるACを、直角に切る故に、ACはG点に於て、等分となれり、

(2.5)に因れば、AE ECの矩形へ、EG^2を加へて、AG^2に等し、其等

第三十五圖之三



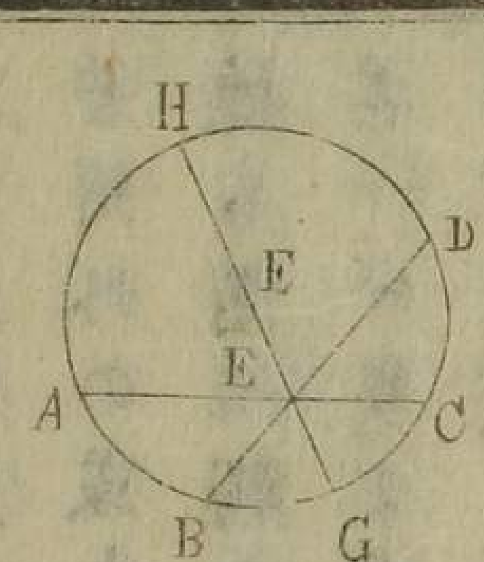
$$AE.EC+EG^2=GC^2=AG^2\ (2.5) \qquad (6)$$
$$AE.EC+EG^2+GF^2=AG^2+GF^2 \qquad (7)$$
$$EG^2+GF^2=EF^2 \qquad (8)$$
$$AG^2+GF^2=AF^2 \qquad (9)$$
$$\therefore AE.EC+EF^2=AF^2=BF^2 \qquad (10)$$
$$BE.ED+EF^2=BF^2\ (2.5) \qquad (11)$$
$$AE.EC+EF^2=BE.ED+EF^2 \qquad (12)$$
$$AE.EC=BE.ED \qquad (13)$$

き各へGF^2を加ふれは、AE ECの矩形と、EG^2 GF^2の和は、AG^2 GF^2の和と等し、且(7.47)に因れは、EG^2 GF^2の和は、EF^2と等く、AG^2 GF^2の和は、AF^2と等し、是故にAE ECの矩形と、EF^2の和は、AF^2に等き所の、BF^2に等し、(6)より(10)に於る如し、併(2.5)に因れは、BF^2は、BE EDの矩形へ、EF^2を加ふる者に等し、故ふ又AE ECの矩形へ、EF^2を加へて、BE EDの矩形へ、EF^2を加ふる者と等し、其等

き各より、EF^2を減し、残りAE ECの矩形は、残りBE EDの矩形と等き、(11)(12)(13)の如し、

終にAC BDの両直線、各中心を通せざらしむ、然る時は、圏の中心Fを求め、二直線AC BDの交点Eを通して、GEFHの徑を引く、

第三十五圖之四



$$GE.EH=AE.EC \qquad (74)$$
$$GE.EH=BE.ED \qquad (75)$$
$$\therefore AE.EC=BE.ED \qquad (76)$$

(證)前法に因れは、GE EHの矩形は、AE ECの矩形と等く、又BE EDの矩形と等し、是以てAE EC乃矩形は、BE EDの矩形と等きを知る、(74)(75)(76)の如し、夫故に圏内に於て云々、

考定第三十六定理

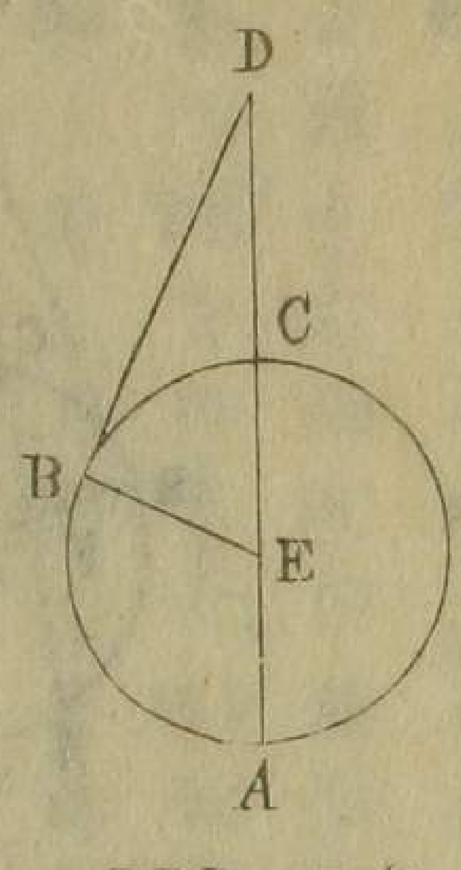
若圏外の或点より、二直線を引、其一線は圏を切、他の線は圏へ觸る時は、圏を切る所の全直線と、圏外なる、其一分隻に因て成矩形は、圏に觸る直線上の方と、等かるべし、

ABCの圏外なる、或点をDとし、此点より引二直線を、DCA DBとし、其DCAは圏を切、DBは圏へ觸る時は、AD DCの矩形はDB^2に等かるべし、

始め直線DCAをして、中心Eを通せしめて、EBを結ぶ、

(證)(3.18)に因ても、EBDの角は直角なり、且ACをEに於て等分し、Dへ引伸ぶ故に、(2.6)に因ても、AD DCの矩形へ、EC^2を

第三十六圖之一



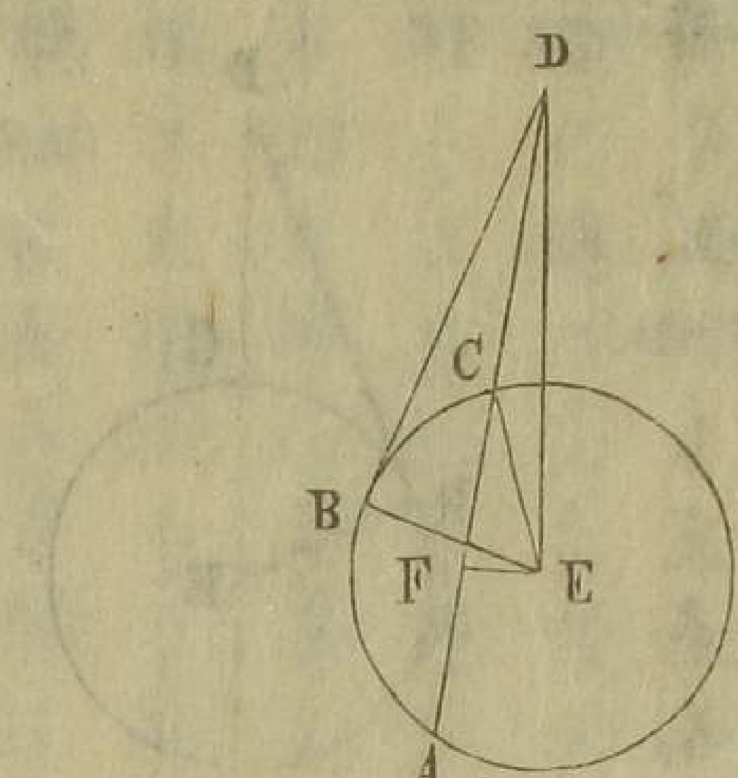
$$\angle EBD = \llcorner R \quad (3.18) \qquad (1)$$
$$AD.DC + EC^2 = ED^2 \quad (2.6) \qquad (2)$$
$$EC = EB \qquad (3)$$
$$AD.DC + EB^2 = ED^2 \qquad (4)$$
$$ED^2 = EB^2 + BD^2 \qquad (5)$$
$$AD.DC + EB^2 = EB^2 + BD^2 \qquad (6)$$
$$AD.DC = BD^2 \qquad (7)$$

加へてED^2に等し、併ECは、EBと等きを以て、AD DCの矩形へEB^2を加へて、ED^2と等し、且EBDは直角なる故に、ED^2は、EB^2 BD^2の和と等し是以てAD DCの矩形へ、EB^2を加へて、EB^2 BD^2の和と等し、今両率普通のEB^2を消去し、殘りAD DCの矩形は、BD^2と等きを知る(1)より(7)に於る如し、

次に直線DCAをして、ABCの圏の中心を通せざらしめ、而

しこ中心Eを取り、EFをACへ垂線に引、EB EC EDを結ぶ、

第三十六圖之二



$$AD.DC+FC^2=FD^2\ (2.6) \quad (1)$$
$$AD.DC+CF^2+FE^2=DF^2+FE^2 \quad (2)$$
$$\angle CFE=\angle R \quad (3)$$
$$CE^2=CF^2+FE^2 \quad (4)$$
$$DE^2=DF^2+FE^2 \quad (5)$$
$$AD.DC+CE^2=DE^2 \quad (6)$$
$$CE=BE \quad (7)$$
$$AD.DC+BE^2=DE^2 \quad (8)$$
$$\angle DBE=\angle R \quad (9)$$
$$DE^2=DB^2+BE^2 \quad (10)$$
$$AD.DC+BE^2=DB^2+BE^2 \quad (11)$$
$$AD.DC=DB^2 \quad (12)$$

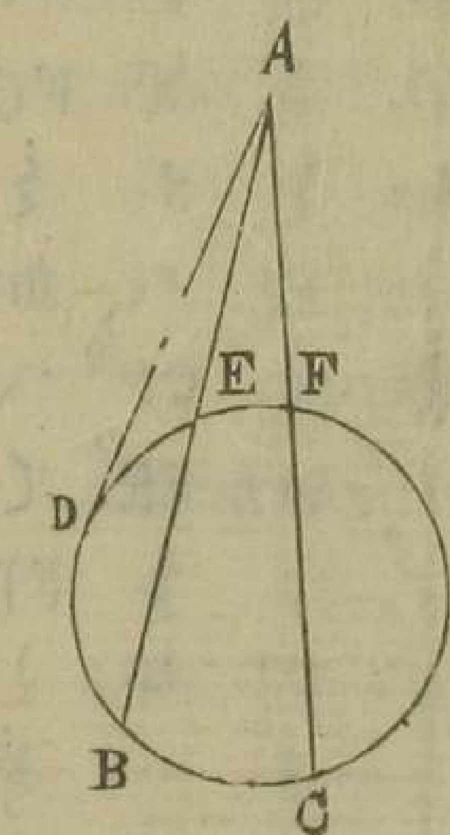
(證)中心を通る直線EFか、中心を通さゞる直線ACを、直角に切故に、(3.3)に因きて、EFはACを等分す、是以てAFはFCと等し、されはACをFに於て等分し、Dへ引延せ故に、(2.6)に因きて、AD DCの矩形へ、FC^2を加へてFD^2と等し、其等き各へ、FE^2を加きて、AD DCの矩形へ、CF^2 FE^2を加へて、DF^2 FE^2の和と等し、且CFEは直角なるを以て、(7.47)に因きて、CE^2はCF^2 FE^2の和と等く、DE^2は、DF^2 FE^2の和と等し、(7)より(5)に於る如し、(4)(5)を(2)に容き、AD DCの矩形へ、CE^2を加へて、DE^2と等し、又CEは、BEと等き故に、AD DCの矩形へ、BE^2を加へて、DE^2と等し、且DBEは直角なるを以て、(7.47)に因きて、DE^2は、DB^2 BE^2の和と等し、故に又AD DCの矩形へ、BE^2を加へて、DB^2 BE^2の和と等し、其両率普通のBE^2を去て、残りAD DCの矩形

ハ、DB^2と等し(6)より(12)に於る如し夫故ニ若圏外の或点

云ヿ

(系證)若圏外の或点より、AB ACの如き圏を切所の、二直線を引時ハ、全線と、圏外なる、其分線に因て成矩形ハ、互に等き事明かなり、

即ADヵ圏へ觸る故に、前法に因て、BA AEの矩形ハ、AD^2に等く、CA AF乃矩形ハAD^2に等し故に又BA AEの矩形ハ、CA AFの矩形と等し、(1)(2)(3)の如し、



$$BA.AE = AD^2 \quad (1)$$
$$CA.AF = AD^2 \quad (2)$$
$$\therefore BA.AE = CA.AF \quad (3)$$

考定第三十七定理

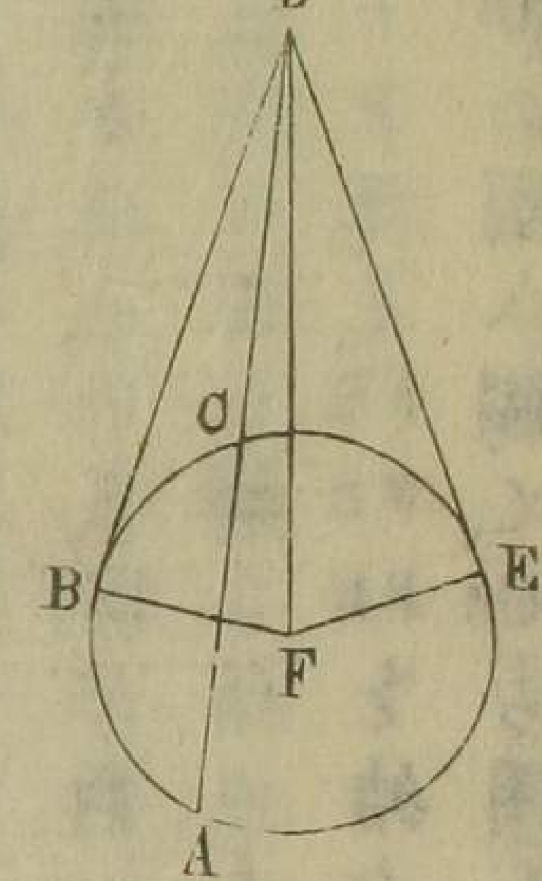
若圏外の或点より、二直線を引、其一直線ハ、圏を切、他の直線ハ、圏へ會す、爰に於て、圏を切所の全線と、其圏外の部分とに因てある矩形と、圏へ會する線上の方と等き時ハ、其圏へ會する所乃直線ハ、圏へ觸属し、

或点Dを、ABCの圏外へ取て、夫より、二直線DCA DBを引、其DCAハ圏を切、他のDBハ圏へ會す、爰に於て、AD DCの矩形と、DB^2と等き時ハ、DBハ、ABCの圏へ觸属し、

(3.17)に因て、ABCの圏へ觸る所の、直線DEを引、(3.1)に因て、圏の中心Fを得て、FB FD FEを結ぶ、

(證)DEハABCの圏へ觸て、DCAハ圏を切故に、(3.36)に因きて、AD

第三十七圖



$AD.DC = DE^2$ (3.36) (1)

先知 $AD.DC = DB^2$ (2)

$\therefore DE^2 = DB^2$ (3)

$DE = DB$ (4)

$EF = BF$ (5)

$DE + EF = DB + BF$ (6)

$DF = DF$ (7)

(1.8)

$\angle DEF = \angle DBF$ (8)

$\angle DEF = \angle R$ (3.18) (9)

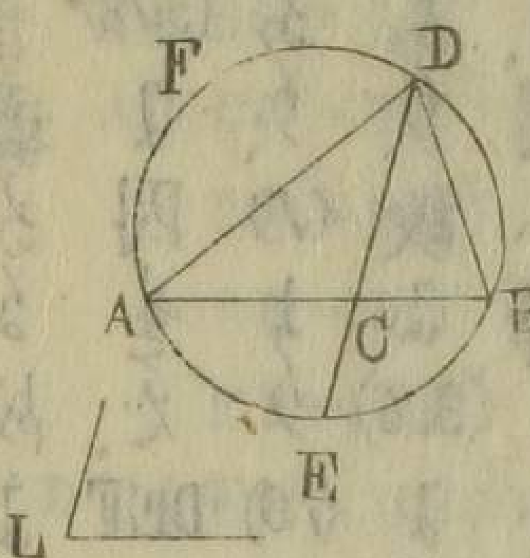
$\therefore \angle DBF = \angle R$ (10)

DCの矩形は、DE²と等し、併ADDCの矩形と、DB²と等きは、先知なるを以て、DE²はDB²と等く、即直線DEは直線DBと等し、又EFBFは半徑なる故に、互に等きを以て、DEEF二辺各は、DBBF二辺各と等く且底線DFは、DEFDBFの両三角に

普通なる故に、(1.8)に因きて、DEFの角は、DBFの角と等し、併(3.18)に因きて、DEFの角は直角なり故に又DBFの角も直角なり、(1)より(10)に於る如し、而して、BFを引延る時は徑なり、故に(3.16)に因きて、若徑へ直角に其端より引直線は圏へ觸るを以て、DBは、ABCの圏へ觸るなり、夫故に若圏外の或點云々

第三巻用法

第一　三角の一角と此角を等分する直線ゟ因て、此角へ對する辺を両隻となして、其各分線ゟを定めて、三角を畫くを求む、



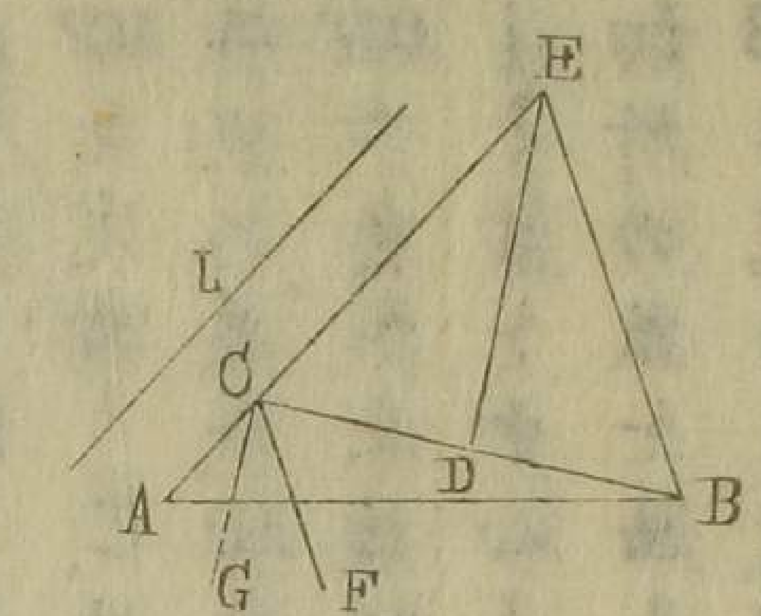
AB を三角の一辺へ命し、其両隻 AC CB を定むる所の分線とし、L を定角とも、(3.33)ゟ因て、AB 上へ L と等き角を有する、缺圏 AFB を画き、其全圏を AFE として、AB の弧を、E ゟ於て等分し、EC を結び、是をとして D ゟ於て、周圍へ會まで引延し、DA DB を結ぶ、此 DAB の三角あり、

(證) AB へ對する ADB の角も、L と等く、又(3.27)ゟ因て等き弧上へ立所の、ADE BDE の角も等きなり

第二　三角乃一角と、是ゟ對する辺、及此辺の差を定めて、三角を畫くを求む、

ACF を定角と爲し、此角へ對する辺を L と定め、此角を狭む二辺乃差を、AC と定む、

ACF の角を、直線 CG ゟ因て等分し、CB を、CG へ直角ゟ引而して、A を中心として、L を半徑となして、CB を、B ゟ於て切所の弧を画き、AB を結び、CB を、D ゟ於て等分し、DE を、CB へ直角ゟ引延し、E ゟ於て、DE へ會せしめ、而して BE を結ぶ、此 AEB を求むる所の三角あり、



$\angle ACD = \angle CED + \angle CDE$ (1.32) (1)

$\angle CDE = \angle GCD = \angle R$ (2)

$\therefore \angle ACG = \angle CED$ (3)

$\angle ACF = \angle CEB$ (4)

$CE = EB$ (5)

$\therefore AC = AE - EB$ (6)

(證)CEBの角は、EDに因て等分となるは(1.4)の理に因て、解得べし、又(1.32)に因て、ACDの角は、是に對する内角CED CDEの和と等し、併CDE GCDの二角各は直角なり、故にACGの角は、CEDの角と等しく、此二角各を倍して、ACFの角は、CEBの角と等しく、而してCEは、EBと等しき故に、ACは、ACFの角に等しき角を挾む、二辺の差なり、(1)より(6)に於る如し、且

しは等しきABは、ACFの角と等しき、AEBの角に對し、故にAEBは、求むる所の三角なり

第三 圈の徑中なる、或点より、此徑へ平行なる、弦の兩端へ引二直線各の上の方の和は、徑の兩分隻、各の上の方の和と等しきなり

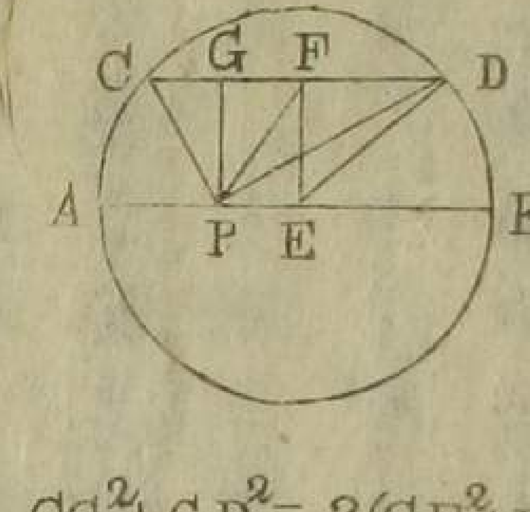
ABDの圈に於て、CDは、徑ABと平行なる弦として、今AB中へ、或点Pを取り、PC PDを結ぶ時は、PC^2 PD^2の和は、AP^2 PB^2の和と等しかるべし

Eを圈の中心ならしめ、EF PGを、弦へ垂線に引、PF EDを結ぶ

(證)(2.9)に因て、CG^2 GD^2の和は、GF^2 FD^2の和、二倍と等し、其各

幾何學原礎巻之三

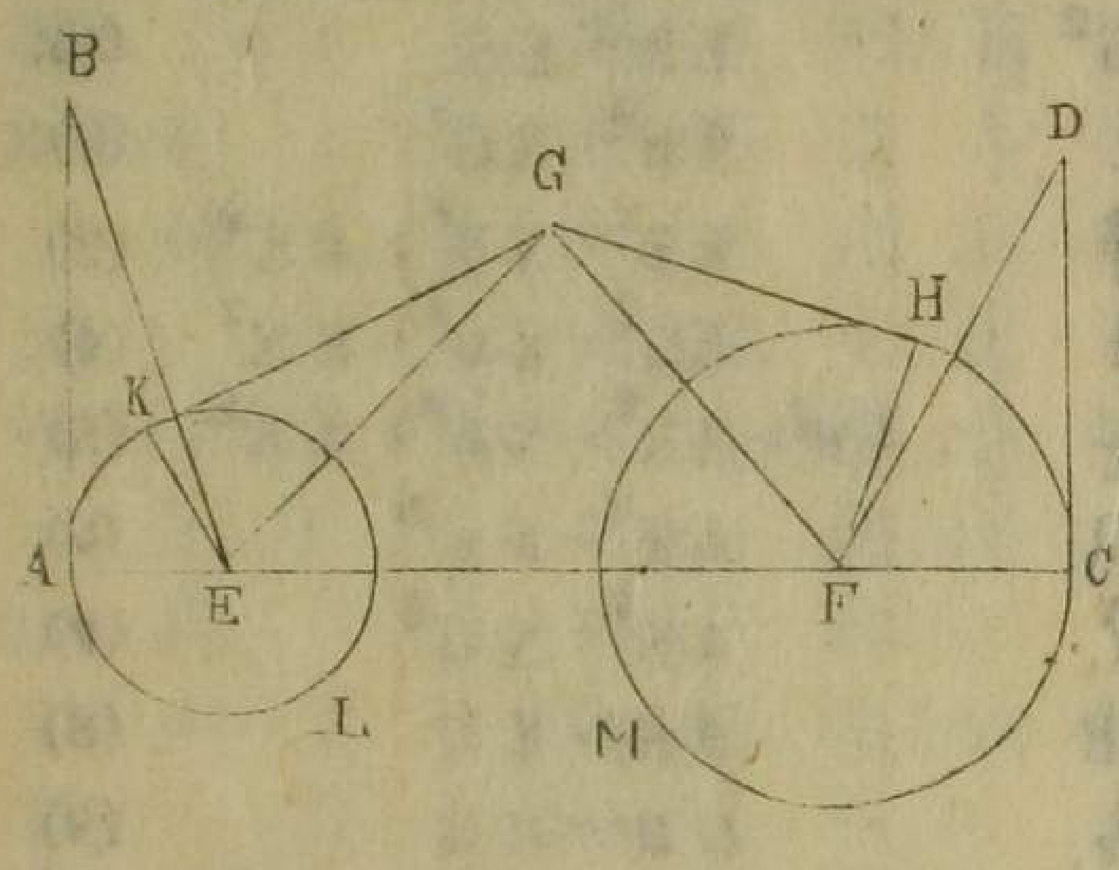
へ PG^2 或ハ EF^2 の二倍を加へ、CG^2 GD^2 $2PG^2$ の和ハ GF^2 FD^2 EF^2 の和二倍と等し、故ニ(14.7)ニ因て、PC^2 PD^2 の和ハ GF^2 ED^2 の和乃二倍と等き所の、PE^2 EB^2 の和二倍と等し、且(2.9)ニ因て



$$CG^2+GD^2=2(GF^2+FD^2)\quad(2.9)\quad(1)$$
$$2PG^2=2EF^2\quad(2)$$
$$CG^2+GD^2+2PG^2=2(GF^2+ED^2+EF^2)\quad(3)$$
$$\therefore PC^2+PD^2=2(GF^2+ED^2)\quad(4)$$
$$PC^2+PD^2=2(PE^2+EB^2)\quad(5)$$
$$AP^2+PB^2=2(PE^2+EB^2)\quad(2.9)\quad(6)$$
$$\therefore PC^2+PD^2=AP^2+PB^2\quad(7)$$

ハ、AP^2 PB^2 の和ハ、PE^2 EB^2 乃和二倍と等し、故ニ又 PC^2 PD^2 の和ハ、AP^2 PE^2 の和と等きを知る、(7)より(7)ニ於る如し、

第四　二個の定直線ニ等き、觸線を、二個の定圏へ、一点より引んと欲せ、其点の位置を求む、



AKL CHM を、二個乃定圏へ命し、此圏の中心、E F を通しく、AC ニ迄直線 AC を引き、而しく二個の定直線 AB CD を、AC へ、直角ニ畫きそり、今一点より AKL CHM の二圏へ引、觸線をしく、AB CD の各と、等からしめんと欲せ、其点の位置を求む

BE DF を結び、(7.22)ニ因り、EF を底となし、EB FD と等き、EG FG の二辺を有せる、GEF の三角を画く、此頂角

点Gを、求むる所の、一点なるべし

(證) EBは、EGと等く、其各の上乃方も又等し、且EB^2を、AB^2 AE^2の和と等く、EG^2を、KG^2 KE^2の和と等し、故に又AB^2 AE^2の和を、KG^2 KE^2の和と等し、其等き各より、互に等きAE^2 KE^2を消し、残りAB^2を、残りKG^2と等き

$$EB = EG \qquad (1)$$
$$EB^2 = EG^2 \qquad (2)$$
$$EB^2 = AB^2 + AE^2 \qquad (3)$$
$$EG^2 = KG^2 + KE^2 \qquad (4)$$
$$\therefore AB^2 + AE^2 = KG^2 + KE^2 \qquad (5)$$
$$AE^2 = KE^2 \qquad (6)$$
$$AB^2 = KG^2 \qquad (7)$$
$$AB = KG \qquad (8)$$
$$CD = HG \qquad (9)$$

を以て、ABを、触線KGと等きなり、(7)より(8)に於る如し、同理に因て、CDを、触線HGと等きを知る、故にAB CDの各と等き、触線KG HGを、Gの一点より、引得べし

第五 一底線上に於て、同頂角を持所の、諸三角中、二等辺三角を最大なる者なり、又一底線上に於て同し平行線の間なる、諸三角中、二等辺三角を最大なる頂角を、持者なり

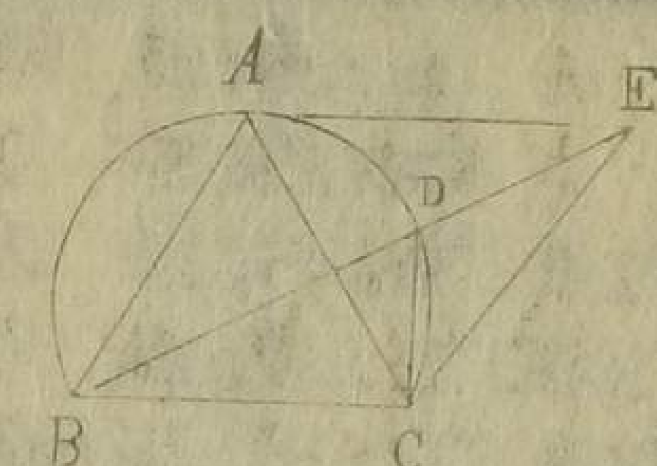
(3.33)に因り、底線BC上へ、定頂角を持つ所の、欠圏BDCを画き、BDCの弧を、Aに於て等分し、BACの角を画き、又同し欠圏内へ、或他の三角BDCを画く、然る時に、二等辺三角BACの三角より、大なるべし

(證) Aより、AEを、BCと平行に引、BDを、Eに於て、AEに會を逢く引伸し、CEを結ぶ

(1.37)に因れば、BACの三角を、BECの三角と等き故に、BACの

三角ハ、BDCの三角より大なり、(1)(2)(3)の如し

次ニ一底線の一方ニある BAC BEC の両三角をして、同し平行線の間ニあらしめハ、二等辺を有せさる所の、BAC の角ハ、BEC の角より、大なる座し



$\triangle BAC = \triangle BEC$ (1.37)　(1)

$\triangle BEC > \triangle BDC$　(2)

$\therefore \triangle BAC > \triangle BDC$　(3)

$\angle BAC = \angle BDC$ (3.21)　(4)

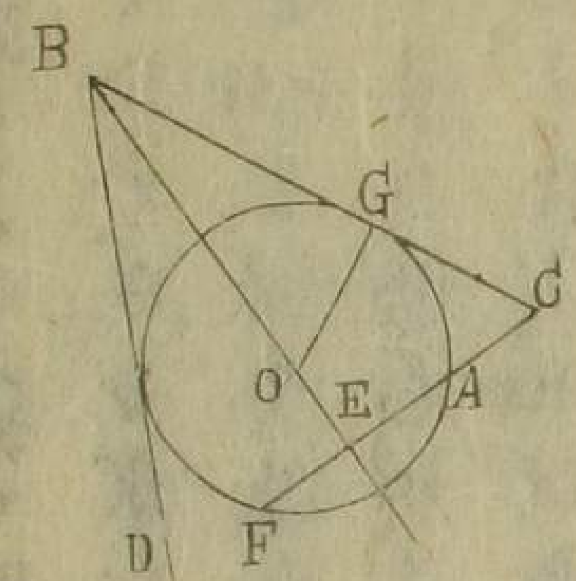
$\angle BDC > \angle BEC$ (1.16)　(5)

$\therefore \angle BAC > \angle BEC$　(6)

(證)(3.21)ニ因れハ、同し缺圏内の角 BAC BDC ハ、互ニ等きなり、又(1.16)ニ因れハ、CDE の三角の外角 BDC ハ、是ニ對する、内角 BEC より大なり、故ニ BAC の角ハ、BEC の角より大なり、(4)(5)(6)の如し、

第六　定点を通して、二個の平行せさる、定直線へ、觸る所の、圏を画くを求む、

BC BD を、定直線へ命し、其中間の定点を A とせ、今 A 点を通して、BC BD へ觸る所の圏を画くを求む



$FC.CA = CG^2$ (2.14)

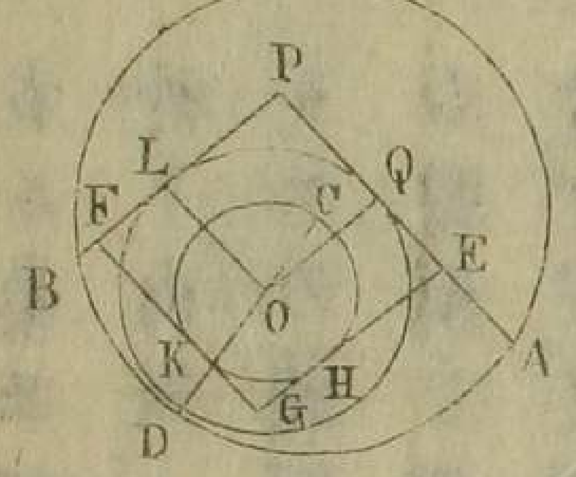
CBD の角を BE 線ニ因て等分し、AE を BE へ垂線ニ引、之を F ニ迄引伸し、EF を AE と等くせ、又 EA を C ニ於て BC へ、會を遠く引延し、(2.14)ニ因て、CB 中へ、取る所の CG をして、FC CA の矩形ニ等き方の辺と、

等からしめOに於て、BEへ會する所の、GOを、BCへ直角に引変に於て、Oを求むる所の、FAGの圏の中心なり、

(證)(3.37)に因るに、FC CAの矩形と、CG^2と等き時は、F A Gの三点を通る所の圏は、G点に於て、BCへ觸るべし、而して OBに因て、CBDの角を等分して、OGは、BCへ垂線なる故に OGは、BDへ、觸る所の圏の半径なり

第七　圏内の或点より、周に迄、二直線を引たるあり、此二直線と、其間の弧へ觸る、圏を画くを求む

ADBの圏の中心はCなり、此圏内の或点Pより、PA PBの二直線を、ADBの周中なる、A B点へ引たるなり、今PA PB及、ADBの弧へ觸る所の、圏を画く事を求む、



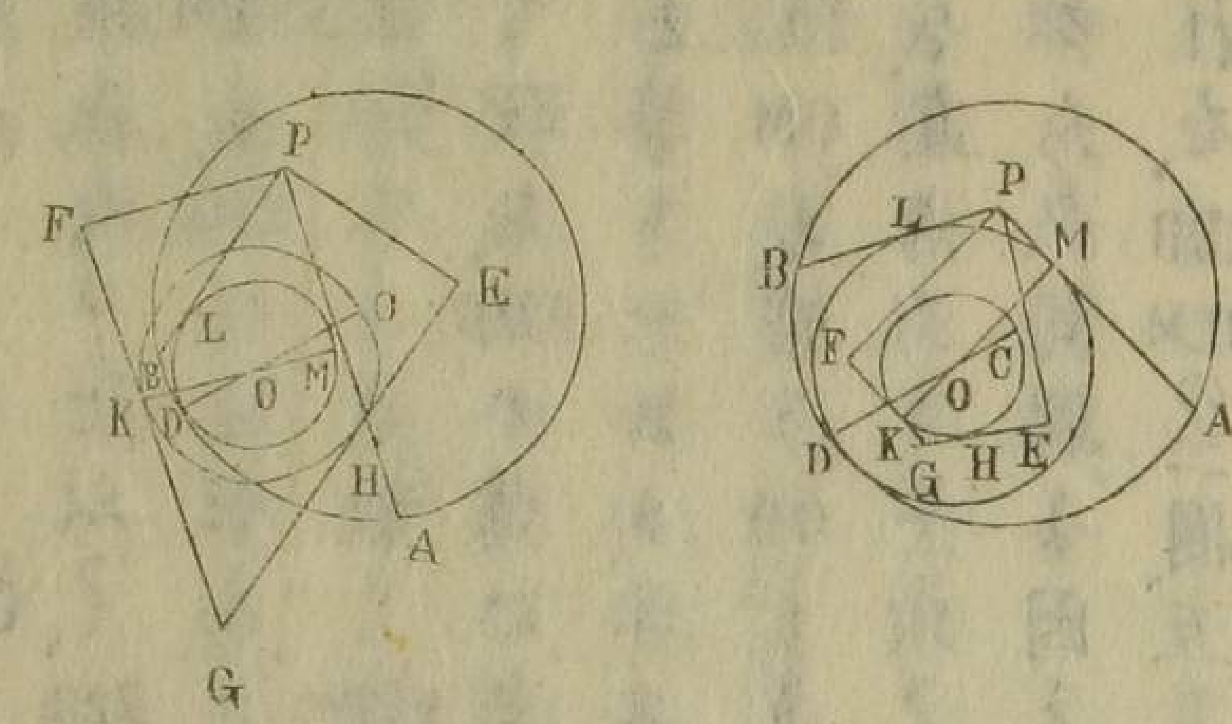
PA PB中へ、PE PFの各を、定圏の半径に等く取、EG FGを、PF PEと、平行して引き、Cを通して、K及Hに於て、EG FGへ觸る所の、CHKの圏を画き「前の第六の問題拠る」中心Oを通し、Dに於て、定圏へ會する、直線CODを引き、Oを中心とし、ODを半径となして画く DLQを求むる所の圏なるべし

(證) OL OQを、BP APへ垂線なり、ADB CHK二圏の半径の差を、ODと等く組立たるに因て、DLQの圏を、PA PBとADBの弧へ、觸る事明なり

右に泰西紀元一千八百四十六年、英國倫頓府に於て、出板「ユークリット」幾何學書百三十一葉に載る所の圖解にして、敢て之を補正せず、然れども右圖解に據る時に、APBの角、直角にあらざれども、適當せず、又題意に據る時に、APBの角も直角に限らざる也、若之を補正せざれども、初學の童子、誤謬を生せんを恐る、故に愚意を加へて、更に圖解を改る事、左の如し、

(7.77)

PEに因り、直線PAへ直角に、PFを引、又直線PBへ直角に、PEを引き而して、PE PFの各を、ADBの圏の半徑と等からしめ、PE PFへ直角に、EG FGを引て、G点に於て會せしめ



「前の問題に因て」中心Cと、EG FGの二線へ、H Kの点に於て觸る所の、CKHの圏を画き、ADB CKH二圏の中心、C Oを結び、是を引延し、D点に於て、ADBの弧へ會せしめ、Oを中心となして、OD乃半徑を以て、DLMの圏を画く時に、D点におゐて ADBの圏へ觸れ、L Mの点に於て、PA PBの二線へ觸る、即求むる所の圏を、画き得るなり、

KOを結び、是をMへ引延も

(證)(3.13)に因ては、OKFの角は直角なり、且KFPの角は直角に組立たるを以て、(7.28)に因ては、KMは、FPと平行を、是以てKFPMは、平行辺形なり、其相對する角、并辺、互に等きを(7.34)に詳なり、是故にKFPMは、矩形にして、KMは、FPと等く、而してFPは、ADBの圏の半徑と、等くなしなる故に、又KMは、CDと等きを知る、其等き各より、互に等き、OK OOを取り、残りOMは、残りODと等く、即DLMの圏乃半徑なり、且OMPの角は、直角なるを以て、(3.16)(系證)に因ては、PAは、DLMの圏へ觸るなり、同理に因て、PBも、同し圏へ觸るべし、又(3.17)に因れは、ADB DLMの二圏、互に内部に於て觸る時は、其中心を結ぶ直線を、伸る時は、觸点を通す、即Dに於て觸る事明なり

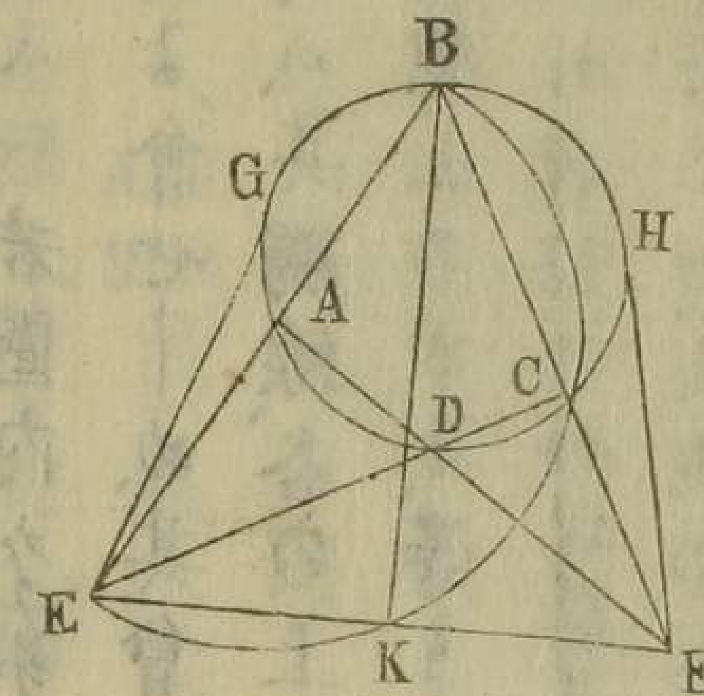
第八　若圏内なる四辺圖の、相對する辺各を引延し、互に會せしめ、其會する二点より、圏へ二個の觸線を引時は、其觸線、各の上乃方の和は、會する二点を、連る所の、直線上の方に、等き者なり

ABCDは、圏内の四辺圖なり、其二辺BA CDを引延し、Eに於て會せしめ、又他の二辺AD BCを引延し、Fにおゐて會せしめ、E Fを結び、EG FHの二觸線を、圏に迹引、爰に於て、EG^2 FH^2の和は、EF^2と等しかるべし

三角ECBの周圍へ、Kに於てEFを切る所の圏を画き、BKを結ぶ

(證)(3.36)に因ては、EF FKの矩形は、BF FCの矩形と、等き所の

FH^2 と等し、今同し鈌圏内の、EKB ECB の二角ハ、等きあり、(3.22) ヌ因きむ、DCB DAB 乃二角の和ハ、二直角ニ等し、(1.13) ヌ因きむ、EKB FKB の二角ハ、二直角と等し、故又 DAB FKB の二角ハ、互ヌ等きあり、而して此二角ハ、一個の鈌圏内ヌ有事を得庵



し、即其鈌圏の周ハ、B A K F の四点を通るを事一目して知る庵し故ヌ (3.36) ヌ因て、FE EK の矩形ハ、BE EA の矩形と等き所乃、EG^2 と等し、是以て EF FK の矩形と、FE EK の矩形の和ハ FH^2 EG^2 の和と等し、又 (2.2) ヌ因る時ハ、EF FK の矩形と、FE EK の矩形の和ハ、EF^2 と等し、故 FH^2 EG^2 の和ハ、EF^2 と等きを知る、(1) より (70) ヌおける如し、

$$EF.FK = BF.FC = FH^2 \quad (3.36) \quad (1)$$
$$\angle EKB = \angle ECB \quad (3.27) \quad (2)$$
$$\angle DCB + \angle DAB = 2R \quad (3.22) \quad (3)$$
$$\angle EKB + \angle FKB = 2R \quad (1.13) \quad (4)$$
$$\angle DCB + \angle DAB = \angle EKB + \angle FKB \quad (5)$$
$$\angle DAB = \angle FKB \quad (6)$$
$$FE.EK = BE.EA = EG^2 \quad (3.36) \quad (7)$$
$$EF.FK + FE.EK = FH^2 + EG^2 \quad (8)$$
$$EF.FK + FE.EK = EF^2 \quad (2.2) \quad (9)$$
$$\therefore FH^2 + EG^2 = EF^2 \quad (70)$$

第三巻例題

第一　二個の定点あり、今半徑を定めて、画く所の圏の周をして此二点を通過せしむるを求む、

第二　等き二圏、互に切合、其交点を通して、圏周に於て終る所の、平行なる、二直線を引時は、此平行二直線は、互に等かる應し

第三　二圏互に切合、其交点の一ツを通して、二圏の周に止る、直線を引き、且其交点を以て、此直線の中央にあらしむる線を求む、

第四　PAQの弦の、A点に於て、圏の徑と切合、其角、直角なる時は、AP^2 AQ^2の和は、半徑上の方、二倍に等き事を、詳解すべし

第五　圏内に平行なる二弦あり、其長六寸、及ひ八寸にして、小弦は、大弦より、中心を距る事、一寸多し、因て圏の徑幾何寸を問

第六　圏内に於て、二弦互に切合時は、其二弦各の上の方乃差は其分線の差、各の上の方乃差と、等しかる應し、

第七　中心を共にする、大小二圏を切所の、直線を画き、大圏の周間の線を、小圏の周間乃線の二倍と為事を求む、

第八　二圏互に切合時は、其交点を通して引く直線

の最大なる者は、其中心を結ぶ直線に平行して、

第九　既に畫ある、一圏一点あり、又其圏周に一点あり、今此二点を通じて、圏へ觸る所の、圏を畫くを求む、

但其二点を結んで、圏へ觸線となる時は、圏を畫く能はず

第十　定圏と、定直線あり、今定圏の周中の定点と、定直線へ觸る所の、圏を畫くを求む、

第十一　圏外の或点より、二直線を畫き、此中間の角を、其点より、中心を通じて引直線に因て等く割時は、其二直線は、圏より等き弧形を切取し、

第十二　二圏内部に觸合、其外圏の周に終り、内圏の周へ觸る、諸直線中最大なる直線は、普通の觸線へ、平行する者なり、

第十三　圏外の一點より引、二個の觸線は、互に等き事明なり、此理に因て、圏の周圍に畫く、四邊圖の相對する二邊の和は、互に等く、又圏の中心より、相對する二邊へ向ふ所の二角の和は、二直角に等き者あり、

第十四　圏の觸線の交点と、或徑の兩端を連ぬる、二直線は中心へ向て、直角をなせる者なり、

第十五　圏の徑を、或点へ引延し、其點より圏へ觸線を引、之をして徑と、等からしむるを求む、

第十六　定點を通じて、定直線へ觸き、且他の定直線

と等き、半徑を有もる所の、圏を画くを求む、

第十七　圏の中心、定直角三角の、周圍よありて、圏周直角点を通して、弦へ觸る所乃、圏を畫くを求む、

第十八　圏の徑中、或ゟ徑を引延せし中ふ、A点あり、Oゟ圏の中心、BOゟ、徑へ直角ある半徑あり、若ABある直線、Pよ於て圏周を切、Pへ接もる觸線よ因て、AOを、Cよ於て切る時ゟ、ACとCP乃等き事を、詳解をへし、

第十九　半徑を定め、中心を定直線中よあらしめ、他の定直線へ觸る所の、圏を画くを求む、

第二十　定圏と、定直線中の定點へ、觸る所の圏を、画くを求む、

第二十一　定圏へ觸き、定直線へ會して、定角と、等き角をなもを所の、直線を引事を求む、

第二十二　定直線上へ、定りある、二個の半徑を以て、互ふ觸合所の、二圏を畫くを求む、

第二十三　二圏互よ觸合、其二圏の徑、平行もる時ゟ、其徑の端を連る直線ゟ、觸点を通を過し、

第二十四　等邊三角の頂角より、其周圍へ畫く、圏の周中ある、或点へ會を應く、引直線ゟ、其底線を切ら、或ゟ切らざるふ隨て、底の両端より、其点へ引、二直線の和、或ゟ差よ等き者あり

第二十五　AB ACゟ、圏内の二弦あり、DEゟAB AOの弧を、

等分せる點あり、今DEに因て、AB ACを、FGに於て切る
時は、AFは、AGと、等き事を顯せ屡し、
第二十六　ABCDは、平行辺形あり、其對角線BDへ、垂線CEを
引、且AB ADの各辺に於る、B Dの各点より、相對せる辺
へ引、垂線は、CEと、凡て一点に會せる事を、詳解せ屡し、
第二十七　二圏互にA B点に於て切合、其一圏の中心、
他の圏乃周中に有て、ACDの弦に因て、此二圏を切る時
は、CDと、CBとは、相等きを、詳解せ屡し、
第二十八　圏の周中に於る、或二点より圏の觸線中の、
一点へ二直線を引時は其觸線の、觸点へ引二直線へ狹む
角は、最大なる者あり、併二線若圏を切ざる時は、此例

ならん、
第二十九　四邊圖の、角乃各弦、等分せる各直線を、伸る
時は、互に切合屡し、其四個の横切点を通して、圏を画
き得る者あり、
第三十　ABCの圏乃半周と、ADCの圏は四分周と共に直
線ACの一方に有て、而してB点より、BA BDCの二直線を
引時は、ABは、BDと等くして、AB BC何ぞの長き直線に
因て、ADCの四分周を切事を、詳解せ屡し、
第三十一　若圏の弦と、他乃直線に因て等分し、其直線
の両端より於て、圏へ觸る二線を引、此二觸線を切屡て、弦を
引伸せて時は、其切合点と、周の間乃部分は、互に等きの

あり

第三十二　等き二圏互ニ切合、其交点の一ツを通して、二圏を切直線を引、此直線ハ二圏普通の弦を、徑となしたる、圏周ニ因て、等分と成為く、書く事を求む、

第三十三　圏の或徑の両端より或弦へ二垂線を引、弦と垂線の切合点と、周の間ある、弦の部分ハ互ニ等かる為し、又大なる垂線を周ニ迄引延も時ハ、其引延したる部分ハ小なる垂線と、等き者なり、

第三十四　平行せざる二個の定直線へ觸しめんと欲する、圏の半徑を定め、其中心の位置を求む、

第三十五　定圏の徑を伸し、夫へ設る一点より、定圏へ觸る、二直線を引、其觸合点ニ因て分つ、凹周を、凸周の二倍となさん事を求む、

第三十六　若圏の或る弧の一端より、引たる徑へ此弧を等分する点より垂線を下も時ハ、其等分の点と、徑の他の端を連ぬる、直線ニ因て切たる、弦の一分隻を、等分を為し、

第三十七　二個の等き圏周、互ニ其中心、A B を通して切合、此 AB ヘ平行なる、普通の弦 CEFD を引時ハ、ACEB AFDB の圖の各ハ、平行辺形なる事を、詳解を為し、

第三十八　ABC ハ圏内ヘ書きし三角なり、徑 DEF ハ、E ニ於て、BC を直角ニ切時ハ、B角とC角の差ハ AFD 角の二倍也

第三十九　ACB ADB は一直線ABの一方に於る、等き圏の弧形なり、此二弧を切る所の弦、BCDを引時は、ACとADの等き事を、詳解すべし

第四十　圏内の二弦、互に切合時は、此二弦へ狭む角は、其切合点圏内に有り、或は圏外に有りに従て、二弦の間なる弧の和、或は差に因て廣かる中心に於る角の半なるに等し、又二弦直角に切合時は、相對する弧の和は、圏の半周なるを、詳解すべし、

第四十一　三角ABCの、角点各より、相對する辺へ、垂線Aa Bb Ccを下す時は、此垂線を以て、abcの三角形の、角の各を、等分すべし、

第四十二　若圏の半徑を、徑となして、圏を畫き、其二圏の觸点より、大圏の周へ引、諸直線、凡て小圏の周に因て、等分となるべし、

第四十三　或三角の各邊を徑となして畫く圏の各は三角の各邊上、或は辺を引延したる上におゐて、切合すべし、

第四十四　引伸る能わざる、直線の一端より夫へ垂線を引事を求む、

第四十五　圏の半徑を、徑となして、圏を畫き、他の二條の半徑を以て、此圏を切時は、其切たる点の間なる弦は、二條の半徑の内、一ツの一端より、殘る半徑へ引垂線

と、等き者なり、

第四十六　二圏相觸る点を通して、二直線を引時ハ、此二直線の間の弦ハ、互に平行を為し、

第四十七　象限の辺上へ、半圏を畫き且象限の弧中なる、或一点へ、半徑を引時ハ半徑の一分隻、即象限と、半圏の間の線ハ、前乃一点より普通の觸線へ引、垂線に等き者なり、

第四十八　底線頂角、及他の二辺の和を定めて、三角を画くを求む、

第四十九　直角三角の積と、弦とを定めて、三角を画くを求む、

第五十　底線頂角、及高を定めて三角を画くを求む、

第五十一　二圏互に切合、其交点の一ツを通して、二圏を切て引直線を、定直線と等からしむる事を求む、

第五十二　三角の各辺乃端より三角の内へ三直線を引て、一点に會せしめ、此點に有する角を互に等からしむるを求む、

第五十三　ABを圏の径なり、CDをABへ垂直なる弦なり、若CD中なる、或点Pを通して、直線ATQを引時ハ、CD中P点何にても有ても、AP AQの矩形の積、變せる事なし、

第五十四　積、一角、及他の一角より、相對せる辺を、等分せる所の直線を定めて、三角を畫くを求む、

第五十五　定直線へ觸れ、且定直線の一方にある、二個の定点を通れる圏を畫く事を求む、

第五十六　定直線中に於る、定点と、他の定点へ觸る、圏を畫くを求む、

第五十七　定圏と、其圏内か、或ハ圏外ある、二個の定点へ觸る、圏を画く㕝求む、

第五十八　二個の定直線と、定圏へ觸る圏を画く事を求む、

第五十九　二等邊三角の底角と、此角より相對せる辺上への垂線を定めて、三角を畫くを求む、

第六十　頂角と、此角を挾む二辺の差及頂角より引たる垂線にて、底線を分つ其分線の差を定めて、三角を画く事を求む、

幾何學原礎巻之三終

明治五壬申歳四月

書肆

東京芝神明前　和泉屋市兵衛
同　大傳馬町三丁目　袋屋亀次郎
西京寺町四条上ル　田中治兵衛
大坂心齋橋南壹丁目　敦賀屋九兵衛
同所　秋田屋市兵衛
静岡江川町　本屋市藏

發兌

二千五百三十三年

亞國 格拉克先生口授

幾何學原礎 二冊

山本正至 譯

川北朝鄰 閲

文林堂 發兌