

國學基本叢書  
數理精蘊  
三

國學基本叢書

數理精蘊

(三)

清聖祖敕編



商務印書館發行

國家圖書館典藏

由國家圖書館數位化



316  
243  
243

# 數理精蘊下編卷十三

## 面部三

勾股

勾股弦和較相求法下

設如有勾股較七尺，勾股弦總和四十尺，求勾股弦各幾何。第三十四

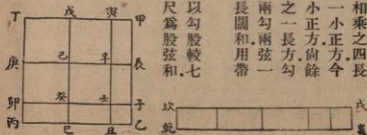
法以勾股弦總和四十尺內減勾股較七尺，餘三十三尺，爲兩勾一弦之共數。蓋勾股弦總和爲一勾一股一弦之共數。內減勾股較，是於股內減勾股較，卽又得一勾矣。故爲兩勾一弦也。自乘得一千零八十九尺，又以勾

股較七尺自乘得四十九尺，兩自乘數相減，餘一千零四十九尺，折半得五百二十尺，爲長方積。乃以勾股弦總和四十尺與兩勾一弦之共數三十三尺相加，得七十三尺，爲長闊，用帶縱和數開方法算之，得闊八尺，爲勾，加勾股較七尺，得十五尺，爲股。於勾股弦總和四十尺內減勾八尺，又減股十五尺，餘十七尺，爲弦也。如圖甲乙丙丁爲兩勾一弦自乘之一大正方形，內戊己庚辛爲弦自乘之一正方形，甲子戊壬，丑乙寅己，庚卯丙辰，癸



辛巳丁爲勾自乘之四正方。壬戌辛癸子丑己戊己寅卯庚辛庚辰巳爲勾弦相乘之四長方。弦自乘之一正方。內容四勾股積爲勾股相乘之二長方。又勾股較自乘之一小正方。今於甲乙丙丁兩勾一弦自乘之一大正方形內減去午未申酉勾股較自乘之一小正方形。尚餘勾股相乘之二長方。勾弦相乘之四長方。勾自乘之四正方形。折半得勾股相乘之一長方。勾弦相乘之二長方。勾自乘之二正方形。與戌亥乾坎長方形等。其闊卽勾。其長爲兩勾兩弦一股。其長闊和爲三勾兩弦一股。故以勾股弦總和與兩勾一弦之共數相併爲長闊和。用帶縱和數開方法算之。得闊爲勾也。

又法以勾股弦總和四十尺自乘得一千六百尺。折半得八百尺爲長方積。乃以勾股較七尺爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊二十五尺爲勾弦和。得長三十二尺爲股弦和。於勾股弦總和四十尺內減勾弦和二十五尺。餘十五尺爲股。減勾股較七尺。餘八尺爲勾。又於勾弦和二十五尺內減勾八尺。餘十七尺爲弦也。如圖甲乙丙丁爲勾股弦總和自乘之一大正方形。內戊己庚丁爲弦自乘之一正方形。辛壬癸己爲股自乘之一正方形。子乙丑壬爲勾自乘之一正方形。甲辰辛寅與癸巳丙卯爲勾弦相乘之二長方。寅辛己戊與己癸卯庚爲股弦相乘之二長方。辰子壬辛與壬丑己癸爲勾股相乘之二長方。如以勾自乘之一正方形與股自乘之一正方形相併。則又與弦自乘之一正方形相等。是爲弦自乘之



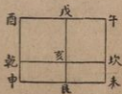
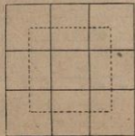


正方二股弦相乘之長方二。勾弦相乘之長方二。股相乘之長方二。折半即得弦自乘之正方。一股弦相乘之長方一。勾弦相乘之長方一。股相乘之長方一。而與午未申酉勾弦和與股弦和相乘之長方等。蓋午未申酉之長方內。戌亥乾酉爲弦自乘之一。正方午坎亥戌爲股弦相乘之一。長方。亥艮申乾爲勾弦相乘之一。長方。坎未艮亥爲勾股相乘之一。長方。其闊即勾弦和。其長即股弦和。其長闊較即勾股較。故以勾股較爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊爲勾弦和也。

第三十五

設如有勾弦較九尺。勾股弦總和四十尺。求勾股弦各幾何。

法以勾股弦總和四十尺內減勾弦較九尺。餘三十一尺。爲兩勾一股之共數。蓋勾股弦總和。爲一勾一股一弦之共數。內減勾弦較。是於弦內減勾弦較。即又得一勾矣。故爲兩勾一股也。自乘得九百六十一尺。又以勾股弦總和四十尺與勾弦較九尺相加。得四十九尺。爲兩弦一股之共數。蓋勾股弦總和。爲一勾一股一弦之共數。今加勾弦較。是於勾數加勾弦較。即又得一弦矣。故爲兩弦一股也。自乘得二千四百零一尺。兩數相減。餘一千四百四十四尺。四歸之。得三百六十尺。爲長方積。乃以勾弦較九尺爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊十五尺爲股。於勾股弦總和四十尺內減股十五尺。餘二十五尺爲勾弦和。減勾弦較



九尺。餘十六尺。折半得八尺爲勾。加勾弦較九尺。

得十七尺爲弦也。如圖甲乙丙丁爲兩勾。一股自

乘之一大正方形。內戊己庚辛爲股自乘之一正方。

甲子戊壬。丑乙寅己。庚卯丙辰。癸辛巳丁。爲勾自

乘之四正方形。壬戌辛癸。子丑己戊。己寅卯庚。辛庚

辰巳。爲勾股相乘之四長方。又午未申酉爲兩弦

一股自乘之一大正方形。內戊己庚辛爲股自乘之

一正方形。午乾戌戌。坎未艮己。庚震申巽。亥辛離酉。

爲弦自乘之四正方形。戊戌辛亥。乾坎己戊。己艮震庚。辛庚巽離。爲股弦相乘之四長方。今於午未申酉之

正方形內減去甲乙丙丁之正方形。所餘四隅之午乾子甲壬戌等類四磬折形。皆爲弦自

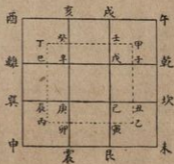
乘之方內減去勾自乘之方。與股自乘之四正方形積相等。四面之戊壬癸亥等類四長

方形。乃勾弦較與股相乘之四長方。戊戌爲弦。壬戌爲勾。故戊壬爲勾弦較。以四歸之。則

餘股自乘之一正方形。勾弦較與股相乘之一長方。共爲戊坤兌亥一長方。其闊卽股。其

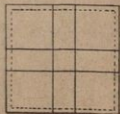
長卽股與勾弦較之和。故以勾弦較爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊爲股也。

設如有股弦較二尺。勾股弦總和四十尺。求勾股弦各幾何。第三十六  
法以勾股弦總和四十尺內減股弦較二尺。餘三十八尺。爲兩股一勾之共數。差勾股弦總和。爲一勾一股一



弦之共數。內減股弦較。是於弦內減股弦較。卽又得一股矣。故爲兩股一勾也。自乘得一千四百四十四尺。又以勾股弦總和四十二尺與股弦較二尺相加得四十二尺。爲兩弦一勾之共數。蓋勾股弦總和。爲一勾一股一弦之共數。今加股弦較。是於股數加股弦較。卽又得一弦矣。故爲兩弦一勾也。自乘得一千七百六十四尺。兩數相減。餘三百二十尺。四歸之。得八十尺。爲長方積。乃以股弦較二尺爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊八尺。爲勾。於勾股弦總和四十尺內減勾八尺。餘三十二尺。爲股弦和。減股弦較二尺。餘三十尺。折半得十五尺。爲股。加股弦較二尺。得十七尺。爲弦也。如圖甲乙丙丁爲兩股一勾自乘之一大正方形。內戊己庚辛爲勾自乘之一正方形。甲子戊壬。丑乙寅己。庚卯丙辰。癸辛巳丁。爲股自乘之四正方形。壬戌辛亥。子丑己戊。己寅卯庚。辛庚辰巳。爲勾股相乘之四長

方。又午未申酉爲兩弦一勾自乘之一大正方形。內戊己庚辛爲勾自乘之一正方形。午乾戊戌。坎未艮己。庚震申巽。亥辛離酉。爲弦自乘之四正方形。戊戌辛亥。乾坎己戊。己艮震庚。辛庚巽離。爲勾弦相乘之四長方。



今於午未申酉之正方內減去甲乙丙丁之正方。所餘四隅之午乾子甲壬戌等類四磬折形。皆爲弦自乘之方內減去股自乘之方。與勾自乘之四正方積相等。四面之戌壬癸亥等類四長方形。乃股弦較與勾相乘之四長方。戌戌爲弦。壬戌爲股。故戌壬爲股弦較。以四歸之。則餘勾自乘之一正方。股弦較與勾相乘之一長方。共爲戌坤兌亥一長方。其闊卽勾。其長卽勾與股弦較之和。故以股弦較爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊爲勾也。

設如有勾股和二十三尺。弦與勾股較之較十尺。求勾股弦各幾何。第三十七

法以勾股和二十三尺。自乘得五百二十九尺。又以勾股和二十三尺。與弦與勾股較之較十尺。相加得三十三尺。爲兩勾一弦之共數。蓋弦與勾股較之較。爲一勾一股弦較之共數。與勾股和相加。則得兩勾一股一

股弦較。而股加股弦較卽弦。故爲兩勾一弦之共數也。自乘得一千零八

十九尺。兩自乘數相減。餘五百六十尺。折半得二百八十尺。爲長方

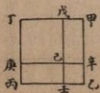
積。乃以弦與勾股較之較十尺。與兩勾一弦之共數三十三尺。相加得四十三尺。爲

長闊。用帶縱和數開方法算之。得闊八尺。爲勾。於勾股和二十三尺內減勾八尺。

餘十五尺。爲股。又於股十五尺內減勾八尺。餘七尺。爲勾股較。與弦與勾股較之較

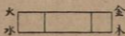
十尺。相加得十七尺。爲弦也。如圖甲乙丙丁爲勾股和自乘之一大正方形。內戊己庚

丁爲股自乘之一正方形。辛乙壬己爲勾自乘之一正方形。甲辛己戊與己壬丙庚爲勾



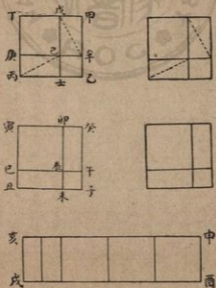
股相乘之二長方。又癸子丑寅爲兩勾一弦自乘之一大正方內。卯辰巳寅爲弦自乘之一正方。未申酉辰亥乾申未乾子坎申申坎艮酉爲勾自乘之四正方。癸亥未午午未辰卯辰酉戌巳酉艮丑戌爲勾弦相乘之四長方。今以兩正方相減。則是癸子丑寅方內減去離辰坤震股自乘之一正方。卽如前圖之戌己庚丁然。又未申酉辰勾自乘之一正方。卽如前圖之辛乙壬己然。又巽未辰離辰酉兌坤勾股相乘之二長方。卽如前圖之甲辛己戊己壬丙庚然。所餘之

卯離震坤巳寅一磬折形與勾自乘之一正方等。弦自乘之正方內減股自乘之方。則與勾自乘之方等。再午巽離卯與坤兌戌巳二小長方爲股弦較與勾相乘之二長方。若各補於勾自乘之二正方內。卽成勾與弦與勾股較之較相乘二長方。蓋弦與勾股較之較。乃弦內減去勾股較之餘。然弦內有一勾。一勾股較。一股弦較。若減去勾股較。則所餘爲一勾。一股弦較矣。今以股弦較與勾相乘之正方補於勾自乘之正方內。則其長爲一勾一股弦較。卽弦與勾股較之較。其闊卽勾。故爲勾。與弦與勾股較之較相乘之長方也。合計之則爲勾自乘二正方。勾弦相乘二長方。勾與弦與勾股較之較相乘二長方。折半則餘勾自乘一正方。勾弦相乘一長方。勾與弦與勾股較之較相乘一長方之共積。與金木水火長方形等。其闊卽勾。其長爲一勾一弦。一弦與勾股較之較。其長闊和爲兩勾一弦。與勾股較之較。故以弦與勾股較之較。與兩勾一弦之共數相加。用帶縱和數開方法算之。得闊爲勾也。



設如有勾股和二十三尺，弦與勾股較之和二十四尺，求勾股弦各幾何。第三十八

法以勾股和二十三尺自乘，得五百二十九尺。又以弦與勾股較之和二十四尺自乘，得五百七十六尺。兩數相加，得一千一百零五尺，為長方積。乃以弦與勾股較之和二十四尺倍之，得四十八尺，為長闊較。用帶縱較數開方法算之，得十七尺，為弦。於弦與勾股較之和二十四尺內減弦十七尺，餘七尺，為勾股較。於勾股和二十三尺內減勾股較七尺，餘十六尺，折半得八尺，為勾。加勾股較七尺，得十五尺，為股也。如圖甲乙丙丁為勾股和自乘之一大正方形。內戊己庚丁為股自乘之一正方形。辛壬己為勾自乘之一正方形。甲辛己戊與己壬丙庚為勾股相乘之二長方。又癸子丑寅為弦與勾股較之和自乘之一大正方形。內卯辰己寅為弦自乘之一正方形。午子未辰為勾股較自乘之一正方形。癸午辰卯與辰未丑己為勾股較與弦相乘之二長方。兩大正方形相併，則得弦自乘三正方形。勾股較與弦相乘二長方，共為申酉戌亥一長方形。何也。卯辰己寅為一弦方。戊己庚丁一股方。與辛壬己一勾方相併，為一弦方。甲辛己戊己壬丙庚勾股相乘之二長方。



卽四勾股積與午子未辰勾股較自乘之一正方相併又爲一弦方癸午辰卯辰未丑巳卽勾股較與弦相乘之二長方今二自乘方相加則成申酉戌亥之一大長方其闊卽弦其長爲三弦二勾股較其長闊較爲二弦二勾股較故將弦與勾股較之和倍之爲二弦二勾股較之共數用帶縱較數開方法算之得闊爲弦也

設如有勾弦和二十五尺弦與勾股和之較六尺求勾股弦各幾何 第三十九

法以勾弦和二十五尺自乘得六百二十五尺又以勾弦和二十五尺與弦與勾股和之較六尺相加得三十一尺爲兩勾一股之共數 差勾弦和爲一勾一弦之共數 今於弦數內加弦與勾股和之較卽爲勾股和是爲兩勾一股之共數矣 與勾弦和二十五尺相乘得七百七十五尺兩數相減餘一百五十尺爲長方積乃以勾弦和二十五尺爲長闊用帶縱和數開方法算之

得長十五尺爲股於股十五尺內減弦與勾股和之較六尺餘九尺爲勾弦較與勾弦和二十五尺相加得三十四尺折半得十七尺爲弦內減勾弦較九尺餘八尺爲勾也如圖甲乙丙丁爲勾弦和自乘之一大正方內戊己庚丁爲弦自乘之一正方辛乙壬己爲勾自乘之一正方甲辛己戊與己壬丙庚爲勾弦相乘之二長方又癸子丑寅爲兩勾一股與勾弦和相乘之一大長方內卯辰巳寅爲股自乘之一正方

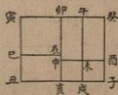
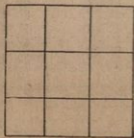




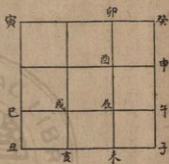
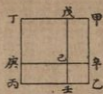
午未申卯與癸酉未午爲勾與弦相乘之二長方。與甲乙丙丁大正方內之甲辛己戊己壬丙庚二長方等。未戌亥申爲勾自乘之一正方。與甲乙丙丁大正方內之辛乙壬己一正方等。而酉子戌未亦爲勾自乘之一正方。與卯辰巳寅股自乘之一正方相併。乃與甲乙丙丁大正方內之戊己庚丁弦自乘之一正方等。兩數相減。所餘爲辰亥丑巳一長方。其辰巳長卽股。其辰巳巳丑長闊和卽勾。弦和。故以帶縱和數開方法算之。得長爲股也。

設如有勾弦和二十五尺。弦與勾股較之和二十四尺。求勾股弦各幾何。第四十法以勾弦和二十五尺自乘。得六百二十五尺。又以勾弦和二十五尺與弦與勾股較之和二十四尺相加。得四十九尺。爲兩弦一股之共數。蓋勾弦和加弦與勾股較之和。則得兩弦一勾一勾股較。而勾加勾股較卽股。故爲兩弦一股也。自乘得二千四百零一尺。兩

自乘數相加。得三千零二十六尺。爲長方積。乃以兩弦一股之共數倍之。得九十八尺。爲四弦二股之共數。與勾弦和相加。得一百二十三尺。爲長闊和。用帶縱和數開方法算之。得闊三十四尺。折半得十七尺。爲弦。於勾弦和二十五尺內減弦十七尺。餘八尺。爲勾。又於弦與勾股較之和二十

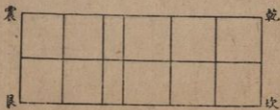




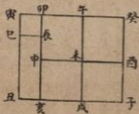
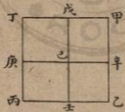


巳寅爲弦自乘之四正方。午子未辰爲股自乘之一正方。癸申酉卯申午辰酉辰  
 未亥戌戌亥丑巳爲股弦相乘之四長方。今以兩自乘之方相併，則得弦自乘五  
 正方。又勾自乘之一正方與股自乘之一正方相併，爲弦自乘之一正方。共爲弦  
 自乘六正方。勾弦相乘二長方。股弦相乘四長方相合，共成乾坎艮震一大長方。  
 其闊卽二弦數。其長爲三弦一勾二股數。其長闊和爲五弦一勾二股數。故將兩  
 弦一股之共數倍之，與勾弦和相加，爲長闊和。用帶縱和數開方法算之，得闊爲  
 二弦，而折半爲弦也。

四尺內減弦十七尺，餘七尺爲勾股較。與勾八尺  
 相加，得十五尺爲股也。如圖甲乙丙丁爲勾弦和  
 自乘之一大正方。內戊己  
 庚丁爲弦自乘之一正方。  
 辛乙壬己爲勾自乘之一  
 正方。甲辛己戊與己壬丙  
 庚爲勾弦相乘之二長方。  
 又癸子丑寅爲兩弦一股  
 自乘之一大正方。內卯辰



設如有股弦和三十二尺，弦與勾股和之較六尺，求勾股弦各幾何。第四十一  
 法以股弦和三十二尺自乘，得一千零二十四尺。又以股弦和三十二尺與弦與勾股和之較六尺相加，  
 得三十八尺，爲兩股一勾之共數。蓋股弦和爲一股一弦之共數。今於弦數內加強與勾股和之較，即爲勾股和，是爲  
 兩股一勾之共數矣。與股弦和三十二尺相乘，得一千二百一十六尺。兩數相減，餘一百九十二尺，爲長方  
 積。乃以股弦和三十二尺爲長闊，用帶縱和數開方  
 法算之，得闊八尺爲勾。於勾八尺內減弦與勾股和之  
 較六尺，餘二尺爲股弦較。與股弦和三十二尺相加，得  
 三十四尺，折半得十七尺爲弦。內減股弦較二尺，餘十  
 五尺爲股也。如圖甲乙丙丁爲股弦和自乘之一大正  
 方。內戊己庚丁爲弦自乘之一正方形。辛乙壬己爲股自  
 乘之一正方形。甲辛己戊與己壬丙庚爲股弦相乘之二  
 長方。又癸子丑寅爲兩股一勾與股弦和相乘之一大  
 長方。內卯辰巳寅爲勾自乘之一正方形。午未申卯與癸酉未午爲股弦相乘之二長  
 方。與甲乙丙丁大正方內之甲辛己戊、己壬丙庚二長方等。未戌亥申爲股自乘之  
 一正方形。與甲乙丙丁大正方內之辛乙壬己一正方形等。而酉子戌未亦爲股自乘之  
 一正方形。與卯辰巳寅勾自乘之一正方形相併，乃與甲乙丙丁大正方內之戊己庚丁



弦自乘之一正方等。兩數相減，所餘爲辰亥丑巳一長方。其辰巳闊卽勾，其辰巳巳長闊和卽股弦和。故以帶縱和數開方法算之，得闊爲勾也。

設如有股弦和三十二尺，弦與勾股較之較十尺，求勾股弦各幾何。第四十二

法以股弦和三十二尺自乘，得一千零二十四尺。又以股弦和三十二尺與弦與勾股較之較十尺相加，得四十二尺，爲兩弦一勾之共數。蓋弦與勾股較之較，

爲一勾一股弦較之共數，與股弦和相加，則得一勾一股一弦一弦較，而股加股弦較卽又

得一弦，故爲兩弦一勾也。自乘得一千七百六十四尺，兩自乘數相加，得二

千七百八十八尺，爲長方積。乃以兩弦一勾之共數倍之，得八十四尺，爲四

弦二勾之共數，與股弦和三十二尺相加，得一百一十六尺，爲長闊和。用帶

縱和數開方法算之，得闊三十四尺，折半得十七尺，爲弦。於股弦和三十二

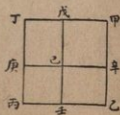
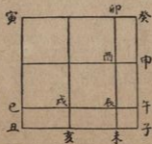
尺內減弦十七尺，餘十五尺，爲股。又於弦十七尺內減弦與勾股較之較十

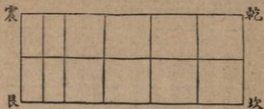
尺，餘七尺，爲勾股較於股十五尺內減勾股較七尺，餘八尺，爲勾也。如圖甲

乙丙丁爲股弦和自乘之一大正方，內戊己庚丁爲弦自乘之一正方，辛乙

壬己爲股自乘之一正方，甲辛己戊與己壬丙庚爲股弦相乘之二長方。又

癸子丑寅爲兩弦一勾自乘之一大正方，內卯辰巳寅爲弦自乘之四正方，午子未辰爲勾自乘之一正

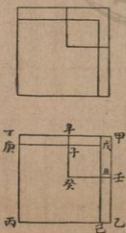




五正方又勾自乘之一正方與股自乘之一正方相併爲弦自乘之一正方共爲弦自乘六正方股弦相乘二長方勾弦相乘四長方相合共成乾坎艮震一大長方其闊卽二弦數其長爲三弦一股二勾數其長闊和爲五弦一股二勾數故將兩弦一勾之共數倍之與股弦和相加爲長闊和用帶縱和數開方法算之得闊爲二弦而折半爲弦也

設如有勾股較七尺弦與勾股和之較六尺求勾股弦各幾何 第四十三

法以弦與勾股和之較六尺自乘得三十六尺折半得十八尺爲長方積以勾股較七尺爲長闊較用帶縱較數開方法算之得二尺爲股弦較與弦與勾股和之較六尺相加得八尺爲勾加勾股較七尺得十五尺爲股再加股弦較二尺得十七尺爲弦也如圖甲



乙丙丁爲弦自乘之一正方戊己丙

庚爲股自乘之一正方甲壬癸辛爲勾自乘之一正方戊丑

癸子爲弦與勾股和之較自乘之一正方其積與壬乙己丑辛子庚丁之勾弦較與股弦較相乘之二長

方等見前有勾較股弦較求勾股弦法今以弦與勾股和之較自乘折半必與壬乙己丑一長方積相等其

乙己闊卽股弦較。其壬乙長卽勾弦較。而勾弦較之中有一股弦較一勾股較。故以勾股較爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊爲股弦較也。

設如有勾弦較九尺。弦與勾股較之較十尺。求勾股弦各幾何。第四十四

法以弦與勾股較之較十尺爲勾與股弦較之共數。蓋弦與勾股較之較。乃弦內減去勾股較之餘。然弦內有一勾一勾股較一股弦較。今減去勾股較。故餘爲勾與股弦較之共數也。自乘得一

百尺。又以勾弦較九尺與弦與勾股較之較十尺相加。得十九尺爲弦與股弦較之共數。蓋勾加勾弦較卽弦。今弦與勾股較之較。既爲勾與股弦較之共數。若加勾弦較則爲弦與股弦較之

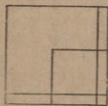
共數矣。自乘得三百六十一尺。兩自乘數相減。餘二百六十一尺。

又以勾弦較九尺自乘。得八十一尺。於兩自乘數相減之餘二百六十一尺內減之。餘一百八十尺。折半得九十尺爲長方積。以勾

弦較九尺爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得長十五尺爲股。以股十五尺與弦與股弦較之共數十九尺相加。得三十四尺。折

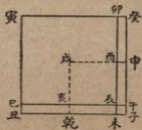
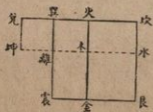
半得十七尺爲弦。內減勾弦較九尺。餘八尺爲勾也。如圖甲乙丙丁爲勾與股弦較相和自乘之一大正方形。內戊己庚丁爲勾自乘

之一正方形。辛乙壬己爲股弦較自乘之一正方形。甲辛己戊與己壬丙庚爲股弦較與勾相乘之二長方。又癸子丑寅爲弦與股弦較相和自乘之一大正方形。內卯辰巳寅爲弦自乘之一正方形。午子未辰爲股弦較

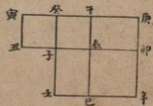
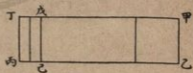


自乘之一正方。即如前圖之辛乙壬己然。癸午辰卯與辰未丑己為股。弦較與弦相乘之二長方。兩自乘方相減。則於癸子丑寅正方形內。減去與甲乙丙丁正方形相等之申子乾戌正方形。餘卯酉戌亥巳寅磬折形。為弦自乘方內減去勾自乘方所餘之股自乘之方積。其癸申酉卯與亥乾丑己為勾弦較與股弦較相乘之二長方共積。與弦與勾股和之較自乘之正方形等。今以卯酉戌亥巳寅磬折形變為股自乘之方。作一坎艮震巽正方形。又以癸申酉卯亥乾丑己二長方共積變為弦與勾股和之較自乘之方。作一巽離坤兌正方形。則此二正方形邊之較。即勾弦較。並見勾弦較股弦較求勾股弦法中。是以坎艮震巽股自乘之正方形內減去水艮金木勾弦較自乘之正方形。則餘坎水木金震巽一磬折形。而此磬折形內火木離巽之一正方形與巽離坤兌之正方形等。是則坎水木金震巽磬折形與巽離坤兌正方形相合。共為坎水離巽類之二長方矣。折半則為一長方。其闊即弦與勾股和之較。其長即股。其長闊較即勾弦較。故以勾弦較為長闊較。用帶縱較數開方法算之。得長為股也。

又法以弦與勾股較之較十尺為勾。與股弦較之共數。與勾弦較九尺相加。得十九尺為弦與股弦較之共數。兩數相併。得二十九尺。為一勾一弦。



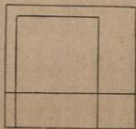
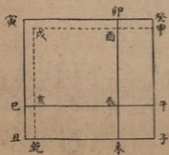
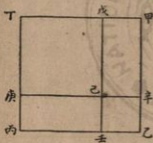
二股弦較之共數與勾弦較九尺相乘得二百六十一尺。又以  
 勾弦較九尺自乘得八十一尺。兩積相減餘一百八十尺。折半  
 得九十尺。爲長方積。以勾弦較九尺爲長闊較。用帶縱較數開  
 方法算之。得長十五尺爲股。與弦與股弦較之共數十九尺相  
 加得三十四尺。折半得十七尺爲弦。內減勾弦較九尺餘八尺  
 爲勾也。如圖甲乙丙丁爲勾弦較與一勾一弦二股弦較相乘  
 之長方。內甲乙己戊爲勾弦較與勾弦和相乘之一長方。與庚  
 辛壬癸股自乘之一正方形積等。見股與勾弦較求勾弦法中。戊己丙  
 丁爲勾弦較與股弦較相乘之二長方。與癸子丑寅弦與勾股  
 和之較自乘之一正方形積等。此二正方形之較卽勾弦較。並見  
 勾弦較股弦較求勾股弦法中。是以庚辛壬癸股自乘之正方形內減去卯辛己辰勾弦較自乘之正方形。則餘  
 庚卯辰己壬癸一磬折形。而此磬折形內午辰子癸之一正方形與癸子丑寅之正方形等。庚卯辰午之一  
 長方與辰己壬子之長方形等。折半卽餘庚卯子癸一長方形。其闊卽弦與勾股和之較。其長卽股。其長  
 闊較卽勾弦較。故以勾弦較爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得長爲股也。  
 設如有股弦較二尺。弦與勾股較之和二十四尺。求勾股弦各幾何。第四十五  
 法以弦與勾股較之和二十四尺減股弦較二尺。餘二十二尺爲股與勾股較之共數。蓋弦內減股弦較餘卽





股。故於弦與勾股較之和內減股弦較。餘卽爲股與勾股較之共數也。自乘得四百八十四尺。又以弦與勾股較之和二十四尺自乘得五百七十六尺。兩自乘數相減。餘九十二尺。又於股與勾股較之共數自乘之四百八十四尺內減兩自乘數相減所餘之九十二尺。餘三百九十二尺爲長方積。乃以股與勾股較之共數二十二尺倍之得四十四尺內減股弦較二尺。餘四十二尺爲長闊。用帶縱和數開方法算之。

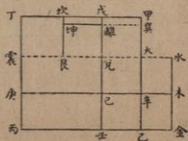
得闊十四尺。折半得七尺爲勾股較。於弦與勾股較之和二十四尺內減勾股較七尺。餘十七尺爲弦於弦內減股弦較二尺。餘十五尺爲股。於股內減勾股較七尺。餘八尺爲勾也。如圖甲乙丙丁爲股與勾股較相和自乘之一大正方。內戊己庚丁爲股自乘之一正方。辛乙壬己爲勾股較自乘之一正方。甲辛己戊與己壬丙庚爲勾股較與股相乘之二



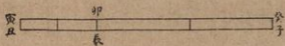
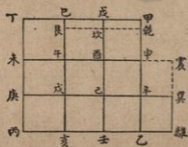
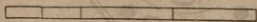


長方。又癸子丑寅爲弦與勾股較相和自乘之一大正方形。內卯辰巳寅爲弦自乘之一正方形。午子未辰爲勾股較自乘之一正方形。卽如前圖之辛乙壬己然。癸午辰卯與辰未丑巳爲勾股較與弦相乘之二長方。兩自乘方相減。則於癸子丑寅正方形內。減去與甲乙丙丁正方形相等之申子乾戌正方形。所餘卯酉戌亥巳寅磬折形。爲弦自乘方內減去股自乘方所餘之勾自乘之方積。其癸申酉卯與亥乾丑巳爲勾股較與股弦較相乘之二長方。今以此餘積。再於甲乙丙丁正方形內減之。則減去坎艮震丁勾自乘之一正方形。其積與卯酉戌亥巳寅磬折形等。又甲巽離戊與戊離坤坎二長方。卽如癸申酉卯亥乾丑巳二長方然。所餘兌己庚震與己壬丙庚爲股與勾股較相乘之二長方。火辛己兌與辛乙壬己爲勾股較自乘之二正方形。巽火兌離與離兌艮坤爲勾與股弦較之較與勾股較相乘之二長方。試將巽火兌離離兌艮坤二長方。移爲水木辛火木金乙辛。則成水金丙震一大長方形。其闊卽二勾股較。其長卽二股內少一股弦較。其長闊和爲二勾股較二股少一股弦較。故以股與勾股較之共數倍之。得二股二勾股較。內減去一股弦較爲長闊和。用帶縱和數開方法算之。得闊爲二勾股較。折半得勾股較也。

又法以弦與勾股較之和二十四尺減股弦較二尺。餘二十二尺爲股與勾股較之共數。自乘得四百八



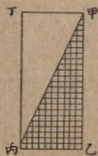
十四尺。又以弦與勾股較之和二十四尺。與股與勾股較之共數二十二尺相加。得四十六尺。爲一股一  
 弦二勾股較之共數。以股弦較  
 二尺乘之。得九十二尺。兩數相  
 減。餘三百九十二尺。爲長方積。  
 乃以股與勾股較之共數二十  
 二尺倍之。得四十四尺。內減股  
 弦較二尺。餘四十二尺。爲長闊  
 和。用帶縱和數開方法算之。得  
 闊十四尺。折半得七尺。爲勾股  
 較。於弦與勾股較之和二十四  
 尺內減勾股較七尺。餘十七尺  
 爲弦。於弦內減股弦較二尺。餘  
 十五尺。爲股。於股內減勾股較  
 七尺。餘八尺。爲勾也。如圖甲乙  
 丙丁爲股與勾股較相和自乘  
 之一大正方。亦卽一勾二勾股



較之共數自乘之正方形也。蓋圖以甲辛爲股，辛乙爲勾股較。若以甲申爲勾，則申辛亦勾股較，故爲一勾兩勾股較也。內巳午未丁爲勾自乘之一正方形，申辛己酉，酉己戌午，辛乙壬己，己壬亥戌，爲勾股較自乘之四正方形。甲申酉戌，戊酉午巳，午戌庚未，戌亥丙庚，爲勾股較與勾相乘之四長方。又癸子丑寅爲股弦較與一股一弦二勾股較相乘之一長方。內癸子辰卯，爲股弦較與股弦和相乘之一長方。與勾自乘之一正方形等。見勾與股弦較求股弦法中。卯辰丑寅爲股弦較與二勾股較相乘之二長方。今以兩積相減，則於甲乙丙丁正方形內減去與癸子辰卯相等之巳午未丁之勾自乘之一正方形，又減去與卯辰丑寅相等之甲乾坎戊、戊坎艮巳之股弦較與二勾股較相乘之二長方。所餘酉己庚未與己壬丙庚，爲股與勾股較相乘之二長方。申辛己酉與辛乙壬己，爲勾股較自乘之二正方形。乾申酉坎、坎酉午艮，爲勾與股弦較之較與勾股較相乘之二長方。試將乾申酉坎、坎酉午艮二長方，移爲震巽辛申、巽離乙辛，則成震離丙未一大長方形。其闊卽二勾股較，其長卽二股內少一股弦較，其長闊和爲二勾股較二股內少一股弦較，故以股與勾股較之共數倍之，得二股二勾股較內減去一股弦較爲長闊和，用帶縱和數開方法算之，得闊爲二勾股較，折半得勾股較也。

勾股積與勾股弦和較相求法

設如有勾股積一百二十尺，勾十尺，求股弦各幾何。法以勾股積一百二十尺倍之，得二百四十尺，以勾十尺除之，得二十四尺爲股，勾股求弦，得弦二十六尺。如圖甲乙丙勾股形積倍之



成甲乙丙丁長方形積其闊卽勾其長卽股故以勾除倍積而得股也。

設如有勾股積六十尺股十五尺求勾弦各幾何。

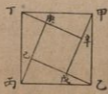
法以勾股積六十尺倍之得一百二十尺以股十五尺除之得八尺爲勾勾股求弦得弦十七尺如圖甲乙丙勾股形積倍之成甲乙丙丁長方形積其長卽股其闊卽勾故以股除倍積而得勾也。

設如有勾股積三十尺弦十三尺求勾股各幾何。

法以勾股積三十尺四因之得一百二十尺又以弦十三尺自乘得一百六十九尺相減餘四十九尺開方得七尺爲勾股較乃以勾股積倍之爲長方積以勾股較爲長闊較用帶縱較數開方法算之得闊五尺爲勾得長十二尺爲股如圖甲乙丙丁爲弦自乘之方內容甲戊乙乙己丙庚丁丁辛甲四勾股積戊己庚辛一勾股較自乘方積故於弦自乘方內減四勾股積卽餘勾股較自乘之方而開方得勾股較也。

設如有勾股積六十尺勾股較七尺求勾股弦各幾何。

法以勾股積六十尺倍之得一百二十尺以勾股較七尺爲長闊較用帶縱較數開方法算之得闊八尺爲勾加勾股較七尺得十五尺爲股勾股求弦得弦十七尺如圖甲乙丙勾股形積倍之成甲乙丙丁長方形積其闊卽勾其長卽股其長



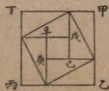
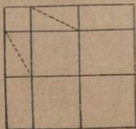
闊較卽勾股較。故用帶縱較數開方法算之。得闊爲勾也。又如有勾股積幾何。知勾弦較。或股弦較。求勾股弦。法中用帶縱立方算之。始得。茲故不設。設在帶縱立方之後。

設如有勾股積六十尺。勾股和二十三尺。求勾股弦各幾何。

法以勾股積六十尺。八因之。得四百八十尺。又以勾股和二十三尺自乘。得五百二十九尺。兩數相減。餘四十九尺。開方得七尺。爲勾股較。於勾股和二十三尺內減勾股較七尺。餘十六尺。折半得八尺。爲勾。加勾股較七尺。得十五尺。爲股。勾股求弦。得弦十七尺。如圖甲乙丙丁爲勾股和自乘之方。內容八勾股積。一勾股較自乘方積。今於勾股和自乘之方內減八勾股積。所餘戊己庚辛正。方。卽勾股較自乘之方。故開方而得勾股較也。又如有勾股積幾何。知勾弦和。或股弦和。求勾股弦。法中用帶縱立方算之。始得。茲故不設。設在帶縱立方之後。

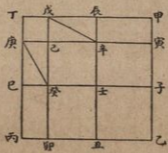
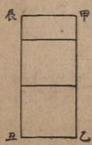
設如有勾股積六十尺。勾股弦總和四十尺。求勾股弦各幾何。

法以勾股積六十尺。四因之。得二百四十尺。又以勾股弦總和四十尺自乘。得一千六百尺。兩數相減。餘一千三百六十尺。折半得六百八十尺。以勾股弦總和四十尺除之。得十七尺。爲弦。於勾股弦總和四十尺內減弦十七尺。餘二十



三尺爲勾股和。用有弦有勾股和求勾股法算之。得勾八尺。股十五尺。如圖甲乙丙丁爲勾股弦總和自乘之一大正方形。內戊己庚丁爲勾自乘之一正方形。辛壬癸己爲股自乘之一正方形。子乙丑壬爲弦自乘之一正方形。寅子壬辛與壬丑卯癸爲股弦相乘之二長方。甲寅辛辰與癸卯丙巳爲勾弦相乘之二長方。辰辛己戊與己癸巳庚爲勾股相乘之二長方。夫勾股相乘之二長方與四勾股積等。今於勾股弦總和自乘之一大正方形內減去四勾股積。卽減去勾股相乘之二長方。而勾自乘之一正方形與股自乘之一正方形相併。又與弦自乘之一正方形等。故所餘者爲弦自乘之二正方形。股弦相乘之二長方。勾弦相乘之二長方。折半卽得弦自乘之一正方形。股弦相乘之一長方。勾弦相乘之一長方。與甲乙丑辰長方形等。其闊卽弦。其長卽勾股弦總和。故以勾股弦總和除之而得弦也。

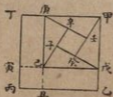
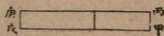
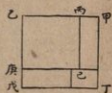
設如有勾股積六十尺。弦與勾股和之較六尺。求勾股弦各幾何。法以勾股積六十尺。四因之。得二百四十尺。以弦與勾股和之較六尺除之。得四十尺。爲勾股弦總數。內減弦與勾股和之較六尺。餘三十四尺。折半得十七尺爲弦。加弦與勾股和之較六尺。得二十三尺爲勾股



和用有弦有勾股和求勾股法算之得股十五尺勾八尺如圖甲乙爲勾股和丙乙爲弦甲丙爲弦與勾股和之較試依甲乙線作甲丁戊乙勾股和自乘之一正方形又以丙乙線作丙己庚乙弦自乘之一正方形二方相較其甲丁戊庚己丙磬折形乃與四勾股積相等蓋勾股和自乘方內容八勾股積一勾股較自乘方積弦自乘方內容四勾股積一勾股較自乘方積二方相減所餘磬折形積與四勾股積相等引而長之卽如丙甲戊庚一長方形其闊卽弦與勾股和之較其長卽弦與勾股和之和故以弦與勾股和之較除之得勾股弦總數也

設如有勾股積六十尺弦與勾股較之和二十四尺求勾股弦各幾何

法以勾股積六十尺四因之得二百四十尺又以弦與勾股較之和二十四尺自乘得五百七十六尺兩數相減餘三百三十六尺折半得一百六十八尺用弦與勾股較之和二十四尺除之得七尺爲勾股較於弦與勾股較之和二十四尺內減勾股較七尺餘十七尺爲弦用有弦有勾股較求勾股法算之得勾八尺股十五尺如圖甲乙丙丁爲弦與勾股較之和自乘之一正方形甲戊己庚爲弦自乘之一正方形而弦自乘之方內容四勾股積一勾股較自乘方積今減去四勾股積餘辛壬癸子爲勾股較自乘之一正方形而已丑丙寅亦爲勾股較自乘之一正方形再戊乙丑己與庚己寅丁又爲勾股較與





弦相乘之二長方折半則餘戊乙丑己一長方己丑丙寅一正方其戊寅長即弦與勾股較之和其戊乙闊即勾股較故以弦與勾股較之和除之而得勾股較也

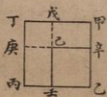
設如有勾股積六十尺弦與勾股較之較十尺求勾股弦各幾何

法以勾股積六十尺四因之得二百四十尺又以弦與勾股較之較十尺自乘得一百尺兩數相減餘一百四十尺折半得七十尺以弦與勾股較之較十尺除之得七尺為勾股較與弦與勾股較之較十尺相加得十七尺為弦用有弦有勾股較求勾股法算之得勾八尺股十五尺如圖甲乙丙丁為弦自乘之一大正方內丁戊己庚為勾股較自乘之一

正方辛乙壬己為弦與勾股較之較自乘之一正方甲辛己戊與己壬丙庚為勾股較與弦與勾股較之較相乘之二長方蓋弦自乘方內容四勾股積一勾股較自乘方積今丁戊己庚既為勾股較自乘之方若於甲乙丙丁弦自乘方內減之則所餘甲乙丙庚己戊磬折形即與四勾股積相等又於四勾股積相等之甲乙丙庚己戊磬折形內減辛乙壬己弦與勾股較之較自乘之方則尚餘甲辛己戊己壬丙庚二長方折半則得己壬丙庚一長方其己壬長即弦與勾股較之較其己庚闊即勾股較故以弦與勾股較之較除之而得勾股較也

正勾股比例

設如有正勾股知勾十二尺求股與弦各幾何

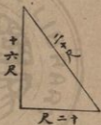




法以正勾股定分之勾三分爲一率，股四分爲二率，今所設之勾一十二尺爲三率，推得四率十六尺爲股，仍以勾三分爲一率，弦五分爲二率，今所設之勾十二尺爲三率，推得四率二十尺爲弦也。蓋大小兩同式形，其相當各界互相比之比例，俱爲相當比例。四率見幾何原本八卷第三節，故正勾股定分之勾三與股四之比，卽同於今所設之勾十二與股十六之比，又正勾股定分之勾三與弦五之比，亦同於今所設之勾十二與弦二十之比也。

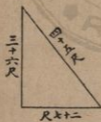
又捷法以勾十二尺用正勾股定分之勾三分除之，得四尺，卽知今所設之勾股形爲加四倍之比例，乃以正勾股定分之股四分，弦五分各加四倍，卽得所求之股弦之各數矣。

設如有正勾股，知勾股和六十三尺，求勾股弦各幾何。法以正勾股定分之勾三分，股四分相併，得七分爲一率，勾三分爲二率，今所設之勾股和六十三尺爲三率，推得四率二十七尺爲勾，若以股四分爲二率，卽得四



一率	三分
二率	四分
三率	十二尺
四率	十六尺

一率	三分
二率	五分
三率	十二尺
四率	二十尺



一率	七分
二率	三分
三率	六十三尺
四率	二十七尺

率三十六尺爲股。若以弦五分爲二率。卽得四率四十五尺爲弦也。蓋正勾股定分之勾股和七尺。與勾三股四弦五各相爲比。卽同於今所設之勾股和六十三尺。與勾二十七尺股三十六尺弦四十五尺各相比之比例也。

又捷法以勾股和六十三尺。用正勾股定分之勾三股四相和之七分除之。得九尺。卽知今所設之勾股形爲加九倍之比例。乃以正勾股定分之勾三股四弦五各加九倍。卽得所求之各數也。

設如有正勾股。知勾股弦總和六十尺。求勾股弦各幾何。

法以正勾股定分之勾三分股四分弦五分相併。共得十二分爲一率。勾三分爲二率。今所設之勾股弦總和六十尺爲三率。推得四率十五尺爲勾。若以股四分爲二率。卽得四率二十尺爲股。若以弦五分爲二率。卽得四率二十五尺爲弦也。

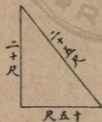
又捷法以勾股弦總和六十尺。用正勾股定分之勾三

股四弦五相併之十二分除之。得五尺。卽知今所設之勾股形爲加五倍之比例。乃以正勾股定分之勾

三股四弦五各加五倍。卽得所求之各數也。

設如有正勾股。勾九尺。股十二尺。求內容方邊幾何。

法以股十二尺七歸三。因得五尺一寸四分二釐八毫有餘。或以勾九尺七歸四。因得五尺一寸四分



一率	十二分
二率	三分
三率	六十尺
四率	十五尺

二釐八毫有餘。爲內容方邊也。蓋勾三分股四分者。則以勾股和七分爲一率。勾三分爲二率。股四分爲三率。推得四率爲內容方邊。是內容方邊得股七分之二。得勾七分之二也。今九尺與十二尺之比。仍同於三分與四分之比。故以其分數相求得內容方邊。仍爲比例四率也。

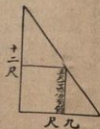
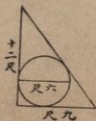
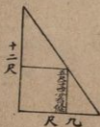
設如有正勾股。勾九尺。股十二尺。求內容圓徑幾何。

法以股十二尺折半得六尺。或以勾九尺取其三分之二。亦得六尺。卽爲內容圓徑也。蓋勾三分股四分弦五分者。則於勾股和七分內減弦五分。餘二分爲內容圓徑。見勾股容圓第二法。是內容圓徑得股四分之二。得勾三分之二也。今九尺與十二尺之比。同於三分與四分之比。故十二尺與六尺之比。仍同於四與二之比。而九尺與六尺之比。亦仍同於三與二之比也。

設如有正勾股。知勾股和二十一尺。求內容方邊幾何。

法以正勾股定分比例得勾九尺。股十二尺。以勾九尺七歸四因。或以股十二尺七歸三因。得五尺一寸四分。二釐八毫有餘。卽內容方邊也。蓋內容方邊得勾七分之二。得股七分之二。見前法。故必先比例得勾數或股數。復比例得內容方邊也。

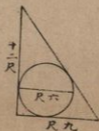
設如有正勾股。知勾股和二十一尺。求內容圓徑幾何。



法以正勾股定分之勾三分股四分相加之七分爲一率。內容圓徑二分爲二率。今所設之勾股和之二十一尺。與內容圓徑六尺之比也。總之。正勾股形知一數。卽得所求之各數。要先以勾三股四弦五求得所知之定分。及所求之定分。如勾股較。則以勾三分與股四分相減餘一分。又如弦與勾股較之和。則以勾股較一分與弦五分相加得六分之類。乃以所知之定分。與所求之定分之比。卽同於今所知之數。與今所求之數之比也。

設如有正勾股面積九十六尺。求勾股弦各幾何。法以正勾股定分。之面積六分爲一率。勾三分自乘得九分爲二率。今所設之勾股積九十六尺爲三率。推得四率一百四十四尺爲勾自乘之方。開方得十二尺爲勾。如以正勾股定分之股四分自乘爲二率。則得今所設之股自乘之方。如以正勾股定分之弦五分自乘爲二率。則得今所設之弦自乘之方。各開方而卽得各數矣。或得勾而以正勾股定分之勾股弦各比例之亦可。蓋同式兩勾股形。其面積互相爲比。卽同於勾股形各相當界所作正

一率	七分
二率	二分
三率	二十一尺
四率	六尺



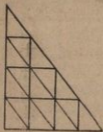
一率	六分
二率	九分
三率	九十六尺
四率	一百四十四尺

方形互相爲比。見幾何原本八卷第四節。故以正勾股定分之面積六尺，與勾股弦各方之比，即同於今所設之面積九十六尺，與勾股弦各方之比也。



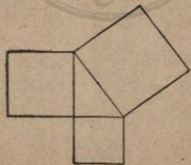
又捷法以面積九十六尺用正勾股定分之面積六尺除之，得十六尺，開方得四尺，即知今所設之勾股弦爲各加四倍之比例，乃以正勾股定分之各數各加四倍，即得各數，蓋兩直角方面形，其兩方面之比例比之兩界之比例，爲連比例隔一位相加之比例。見幾何原本七卷第五節。今勾股爲長方之半，正方與正方爲比，長方與長方爲比，其比例相同。並見第六節。故積大十六倍者，界必大四倍。既知其大四倍，則以正勾股之定分各加四倍，即得矣。

設如有正勾股，知勾自乘股自乘，弦自乘，共積四百五十尺，求



勾股弦各幾何。

法以其積四百五十尺折半得二百二十五尺爲弦自乘方積。開方得一十五尺爲弦。既得弦則以勾股弦之定分比例之。得九尺爲勾。得十二尺爲股也。如用面積爲比例。則以弦五分自乘之二十五分爲一率。勾三分自乘之九分爲二率。今所得之弦自乘方二百二十五尺爲三率。求得四率八十一尺爲勾自乘方積。開方得九尺爲勾。若以股四分自乘之十六分爲二率。則得四率一百四十四尺爲股自乘方積。開方得十二尺爲股也。蓋弦自乘之一方。既與勾自乘股自乘之二方等。則勾自乘股自乘弦自乘之三方。必與弦自乘之二方等。故折半即得弦自乘之一方。而開方得弦也。



# 數理精蘊下編卷十四

## 面部四

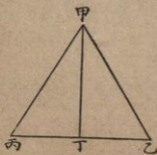
### 三角形

凡三角形立於圓界之一半者爲直角。卽勾股過圓界之一半者爲銳角。不及圓界之一半者爲鈍角。然不拘銳角鈍角。自一角至底邊作垂線。卽分爲兩直角。是仍不離乎勾股也。兩腰等者。垂線卽當底之一半。而兩腰不等者。所分底界。則有大小不同。故和較相比之法。因之而生。蓋和求較。較求和。要必歸於勾股相求之理。由勾股而得垂線。則凡面積及內容方圓等形。皆無不可得。至於三角形角度相求之法。乃割圓八線。實所以極三角之用。卽如周髀所謂仰矩知高。俯矩知深是也。故另爲一卷。茲但取三角形之面線相求諸法。悉具圖解。以次勾股。使與勾股相表裏焉。

設如有等邊三角形。每邊十尺。求中垂線幾何。

法以底邊十尺折半得五尺爲勾。任以兩腰之一邊十尺爲弦。勾弦求股。得八尺六寸六分零二豪有餘。卽爲中垂線也。如圖甲乙丙三角形。其甲乙丙兩腰相等。則其底邊之乙丙兩角度亦必相等。見幾何原本二卷第九節。

今所求之垂線爲甲丁。卽將甲乙丙三角形平分爲兩直角三角形。而甲丁乙、甲丁丙皆爲直角。其





度又等。故所分之兩直角三角形爲同式形。而甲丁垂線。又爲兩三角形所共用之邊線。則所分之底邊之乙丁、丁丙。焉得不等。故將乙丙底邊折半爲勾。任以甲乙、甲丙兩邊之一邊爲弦。求得股爲中垂線也。

又法以底邊十尺折半得五尺。自乘得二十五尺。三因之得七十五尺。開方得八尺六寸六分零二毫有餘。卽爲中垂線也。蓋弦比勾大一倍。則弦之自乘之方必比勾之自乘之方大四倍。爲連比例隔一位相加之比例。幾何原本七卷第見五節。依勾弦求股之法。於弦自乘方積之四倍內減勾自乘方積之一倍。餘三倍。卽爲股自乘之方積。是中垂線之自乘方積。爲勾自乘方積之三倍。故將底邊折半自乘三因之。卽與中垂線自乘之方積等。而開方得中垂線也。

設如有銳角三角形。大腰一百二十二尺。小腰一百一十二尺。底一百五十尺。求中垂線幾何。法以底一百五十尺爲一率。大腰一百二十二尺。與小腰一百一十二尺相加得二百三十四尺爲二率。以大腰一百二十二尺。與小腰一百一十二尺相減。餘十尺爲三率。求得四率十五尺六寸。爲底邊之較。與底一百五十尺相減。餘一百三十四尺四寸。折半得六十七尺二寸爲勾。以小腰一百一十二尺爲弦。求得股八十九尺六寸。爲中垂線也。如圖甲乙丙三角形。甲乙爲大腰。甲丙爲小腰。乙丙爲底。甲丁爲所求中垂線。試以甲爲心。丙爲界。作一





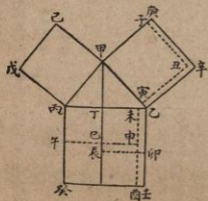
圓截甲乙大腰於庚，截乙丙底於戊。又將甲乙大腰引長至己，作甲己線，與甲丙小腰相等，則己乙爲兩腰之和，庚乙爲兩腰之較。蓋甲庚與甲丙等，故庚乙爲兩腰之較。乙丙爲底邊之和，乙戊爲底邊之較。蓋丁丙與丁戊等，故乙戊爲底邊之較。今以乙丙底邊之和，與乙己兩腰之和爲比，即同於乙庚兩腰之較，與乙戊底邊之較爲比，爲轉比例之四率。幾何原本九卷第八節，自圓外一點至圓內所作之兩線，此兩全線之比例，同於圓外兩段轉相比之比例。故乙丙爲一率，乙己爲二率，乙庚爲三率，求得四率爲乙戊。既得乙戊，則於乙丙底邊內減去乙戊，餘戊丙，折半得丁丙爲勾，甲丙爲弦，求得股爲甲丁中垂線也。

又法以大腰一百二十二尺自乘，得一萬四千八百八十四尺。又以小腰一百一十二尺自乘，得一萬二千五百四十四尺。兩自乘數相減，餘二千三百四十尺。以底邊一百五十尺除之，得十五尺六寸，爲底邊之較。與底邊一百五十尺相減，餘一百三十四尺四寸，折半得六十七尺二寸爲勾。以小腰一百一十二尺爲弦，求得股八十九尺六寸，爲中垂線也。如圖甲乙丙三角形，試自甲角作甲丁垂線，則分爲甲丁乙、甲丁丙兩勾股形。甲乙、甲丙皆爲弦，乙丁、丁丙皆爲勾，共以甲丁爲股。乙丙爲兩勾之和，乙戊爲兩勾之較。今以甲乙弦自乘，則成甲戊己乙一正方形。內丁庚辛乙爲乙丁勾自乘之一正方形。於甲戊己乙正方形內減去丁庚辛乙正方形，所餘甲戊己辛庚丁馨折形積，即與甲丁股自乘之一正方形等。又以甲丙弦自乘，則成甲壬癸丙一正方形。



內丁子丑丙爲丁丙勾自乘之一正方形於甲壬癸丙正方形內減去丁子丑丙正方形所餘甲壬癸丑子丁磬折形積亦與甲丁股自乘之一正方形等是則前圖之甲戊己辛庚丁磬折形與後圖之甲壬癸丑子丁磬折形相等矣若兩自乘之數相減則如甲

戊己乙正方形內減去與甲壬癸丑子丁磬折形相等之甲戊己辛庚丁磬折形又減去丁子丑丙一小正方形所餘爲子庚辛乙丙丑一小磬折形引而長之成一長方形其長卽乙丁與丁丙之和其闊卽乙丁與丁丙之較故以乙丁與丁丙之和除子庚辛乙丙丑磬折形之積而得乙丁與丁丙之較也又圖甲乙丙三角形作甲丁垂線分爲兩勾股形共以甲丁垂線爲股故甲乙弦自乘方內有甲丁股自乘一方乙丁勾自乘一方而甲丙弦自乘方內有甲丁股自乘一方丁丙勾自乘一方今兩勾股形之股既同則兩弦方相減所餘之數卽兩勾方相減所餘之數故甲丁乙勾股形之甲乙弦自乘方內減甲丁丙勾股形之甲丙弦自乘方所餘庚辛乙寅丑子磬折形卽與甲丁乙勾

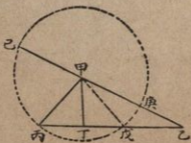


股形之丁乙勾自乘方內減甲丁丙勾股形之丁丙勾自乘方所餘乙卯辰巳申未罄折形相等若將乙卯辰巳申未罄折形引而長之遂成乙壬酉未長方形其長卽乙丁丁丙兩勾之和其闊卽乙丁丁丙兩勾之較其積卽乙丁丁丙兩勾方相減之餘亦卽甲乙甲丙兩弦方相減之餘是以兩弦自乘相減之餘積以兩勾之和除之而得兩勾之較也

設如有鈍角三角形大腰十七尺小腰十尺底二十一尺求中垂線幾何

法以底二十一尺爲一率以大腰十七尺與小腰十尺相加得二十七尺爲二率以大腰十七尺與小腰十尺相減餘七尺爲三率求得四率九尺爲底邊之較與底二十一尺相減餘十二尺折半得六尺爲勾以小腰十尺爲弦求得股八尺爲中垂線也如圖甲乙丙三角形甲乙爲大腰甲丙爲小腰乙丙爲底甲丁爲所求中垂線試以甲爲心丙爲界作一圓截甲乙大腰於庚截乙丙底邊於戊又將甲乙大腰引長至己作甲己線與甲丙小腰等則己乙爲兩腰之和庚乙爲兩腰之較乙丙爲底邊之和乙戊爲底邊之較其乙丙與乙己之比卽同於庚乙與乙戊之比爲轉比例四率也

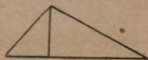
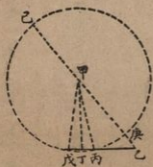
又法以大腰十七尺自乘得二百八十九尺又以小腰十尺自乘得一百尺兩自乘數相減餘一百八十九尺以底二十一尺除之得九尺爲底邊之較與底二十一尺



相減餘十二尺折半得六尺爲勾。以小腰十尺爲弦求得股八尺爲中垂線也。圖解同前。設如有斜立鈍角三角形大腰二十一尺小腰十七尺底十尺求形外垂線幾何。

法以底十尺爲一率大腰二十一尺與小腰十七尺相減餘四尺爲二率大腰二十一尺與小腰十七尺相加得三十八尺爲三率求得四率十五尺二寸爲底與形外垂線兩邊連底之總內減去底十尺餘五尺二寸折半得二尺六寸爲勾以小腰十七尺爲弦求得股十六尺八寸爲形外垂線也。如圖甲乙丙三角形甲乙爲大腰甲丙爲小腰乙丙爲底甲丁爲所求形外垂線試以甲爲心丙爲界作一圓截甲乙大腰於庚又將甲乙大腰引

長至己作甲己線與甲丙小腰相等復將乙丙底引長至戊作乙戊線則成甲乙戊三角形其乙丙爲底邊之較乙戊爲底邊之和乙庚爲兩腰之較乙己爲兩腰之和自圓外至圓內所作兩線之比例既同於圓外兩段轉相比之比例則圓外兩段之比例亦必同於兩全線轉相比之比例故乙丙與乙庚之比即同於乙己與乙戊之比爲比例四率既得乙戊則減乙丙餘丙戊折半得丙丁爲勾甲丙爲弦求得股即甲丁垂線也。

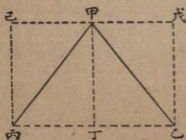
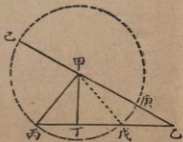


又法以大腰二十一尺自乘得四百四十一尺又以小腰十七尺自乘得二百八十九尺兩自乘數相減

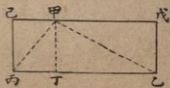
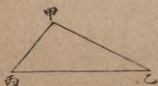
餘一百五十二尺。以底十尺除之。得十五尺二寸。爲底與形外垂線兩邊連底之總。內減底十尺。餘五尺二寸。折半得二尺六寸爲勾。以小腰十七尺爲弦。求得股十六尺八寸。爲形外垂線也。如圖甲乙丙三角形。將乙丙底引長至戊。自甲作垂線至丁。則丁戊與丁丙等。又自甲至戊作甲戊線。與甲丙小腰等。則成甲丁乙。甲丁戊兩勾股形。甲乙。甲戊皆爲弦。乙丁。丁戊皆爲勾。共以甲丁爲股。而乙丙爲兩勾之較。乙戊爲兩勾之和。前法以和求較。此法以較求和。其理一也。圖解並同前。

設如有銳角三角形。兩腰俱五尺。底六尺。求面積幾何。法先以底六尺折半得三尺爲勾。任以兩腰之一邊五尺爲弦。求得股四尺爲中垂線。與底六尺相乘得二十四尺。折半得一十二尺。爲三角面積也。如圖甲乙丙三角形。以乙丙底邊與甲丁中垂線相乘。成戊乙丙己長方形積。比三角形積正大一倍。故折半得三角積也。

設如有鈍角三角形。大腰十七尺。小腰十尺。底二十一尺。求面積幾何。法先用求中垂線法。求得中垂線八尺。與底二十一尺相乘。得一百六十八尺。



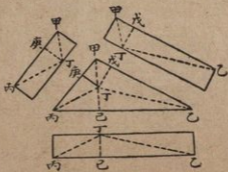
折半得八十四尺爲三角面積也。如圖甲乙丙三角形。先求甲丁垂線。既得甲丁垂線。乃與乙丙底邊相乘。成戊乙丙己長方形。比三角形積正大一倍。故折半得三角積也。又法以甲乙邊十七尺。乙丙邊二十一尺。甲丙邊十尺。三數相加得四十八尺。爲三邊之總。折半得二十四尺爲半總。以甲乙邊十七尺。與半總二十四尺相減。餘七尺。爲甲乙邊與半總之較。以乙丙邊二十一尺。與半總二十四尺相減。餘三尺。爲乙丙邊與半總之較。以甲丙邊十尺。與半總二十四尺相減。餘十四尺。爲甲丙邊與半總之較。乃以半總二十四尺爲一率。甲丙邊與半總之較十四尺爲二率。乙丙邊與半總之較三尺。與甲乙邊與半總之較七尺相乘。得二十一尺爲三率。求得四率十二尺二十五寸。開方得三尺五寸。爲三角形自中心至三邊之垂線。與三邊之總四十八尺相乘。得一百六十八尺。折半得八十四尺。卽三角形之面積。或以所得垂線三尺五寸。與半總二十四尺相乘。亦得八十四尺。爲三角形之面積也。此法蓋一率二率以線與線爲比。三率四率以面與面爲比也。如甲乙丙三角形。自中心丁至三邊各作一垂線。又自中心丁至三角各作一分角線。卽成六直角三角形。俱兩兩相等。丁己丙與丁庚丙等。丁己乙與丁戊乙等。丁戊甲與丁庚甲等。又按甲戊度引乙丙線至辛。則乙辛爲三邊之半總。卽三較之和。乙己與乙戊等。卽甲丙邊與半總之較。己丙與丙



庚等。即甲乙邊與中線之較。丙辛與甲戊甲庚等。即乙丙邊與中線之較。試自辛作直角。將乙丁線引長。作一乙辛壬直角形。則壬辛與丁己平行。乙辛壬形與乙己丁形。遂爲同式形。其乙辛與乙己之比。即同於壬辛與丁己之比。然乙辛一率。乙己二率之數雖有。而壬辛之數却無。又但知己丙與丙辛相乘之數。即丁己與壬辛相乘之數。爲三率。何以知己丙與丙辛相乘之數。即丁己與壬辛相乘之數。

試作壬丙線壬癸線。使丙癸與丙辛等。癸角辛角皆爲直角。癸丙辛角與辛壬癸角相合。共成一百八十度。然庚丙己角。爲癸丙辛角之外角。相合亦共成一百八十度。是庚丙己角與辛壬癸角等。庚丁己角與癸丙辛角等。是以壬癸丙辛形與丙庚丁己形。爲同式形。而丙辛壬勾股形與丁己丙勾股形。亦爲同式形。可互相比例矣。以丁己作一率。己丙作二率。丙辛作三率。即得四率壬辛。是以己丙二率與丙辛三率相乘之數。即與丁己一率與壬辛四率相乘之數等。故直以己丙丙辛相乘之數作三率也。其所得四率。

即丁己自乘之數。是故乙辛與乙己之比。同於丁己與壬辛相乘之面。即己丙與丙辛相乘之面。與丁己自乘之面之比也。既得丁己自乘之面。故開方而得丁己。爲三角形自中心至三邊之垂線。與丁戊丁庚俱相

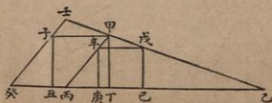
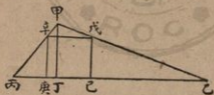




等。又卽三角形容圓之半徑也。既得自中心至三邊之垂線。則用垂線與三邊之總相乘。所得一長方積。卽如用垂線與三邊各相乘。所得三長方積。合爲一正方。比三角形積大一倍。故折半而得三角形之面積。如以垂線與半總相乘。卽與三角形積等。而不用折半矣。

設如有鈍角三角形。大腰三十七尺。小腰十五尺。底四十四尺。求內容正方形邊幾何。

法先用求中垂線法。求得中垂線十二尺。與底邊四十四尺相加。得五十六尺爲一率。中垂線十二尺爲二率。底邊四十四尺爲三率。推得四率九尺四寸二分八釐五毫有餘。卽三角形內所容正方之一邊也。如圖甲乙丙三角形。甲乙爲大腰。甲丙爲小腰。乙丙爲底。甲丁爲所得中垂線。戊己庚辛爲今所求內容正方形。試依甲丁中垂線度。將乙丙線引長。作乙癸線。爲五十六尺。又與甲丙線平行。作壬癸線。又將甲乙線引長。作壬乙線。則成與甲乙丙同式之壬乙癸三角形。復與底線平行作甲子線。與丙癸等。卽與甲丁垂線等。又與甲丁平行作子丑線。與甲丁等。則甲丁垂線所作甲丁丑子正方形。卽爲壬乙癸三角形內所容之正方形矣。故壬乙癸三角形之乙癸底。與



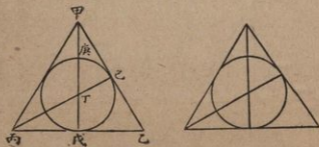
甲丁方邊之比。即同於甲乙丙三角形之乙丙底。與戊己方邊之比。故中垂線與底邊相加爲一率。中垂線爲二率。底邊爲三率。推得四率。爲內容正方形之一邊也。

設如等邊三角形。每邊一尺二寸。求內容圓徑幾何。

法先用求中垂線法。求得中垂線一尺零三分九釐二豪有餘。以三歸之。得三寸四分六釐四豪有餘。即內容圓形半徑。倍之得六寸九分二釐八豪有餘。即內容圓形全徑也。如圖甲乙丙三角形。內容丁圓形。先求得甲戊中垂線。又自丙角至甲乙線界。作丙己垂線。與甲戊中垂線相交於丁。即三角形之中心。亦即內容圓形之中心。故丁戊與丁己。即內容圓形之半徑。又甲戊乙甲己丁兩勾股形。爲同式形。甲乙爲乙戊之二倍。則甲丁亦必爲丁己或丁戊之二倍。丁戊既爲內容圓形之半徑。則甲丁即爲內容圓形之全徑。而甲戊中垂線必爲丁戊半徑之三倍矣。故求得甲戊中垂線。以三歸之。得丁戊。即內容圓形之半徑。倍之得庚戊。即內容圓形之全徑也。

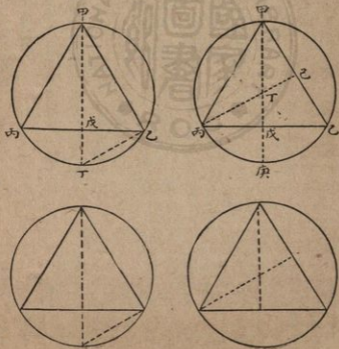
設如等邊三角形。每邊一尺二寸。求外切圓徑幾何。

法先用求中垂線法。求得中垂線一尺零三分九釐二豪有餘。三歸四因得。一尺三寸八分五釐六豪有餘。即外切圓形全徑也。如圖甲乙丙三角形。外切丁圓形。先求得甲戊中垂線。又自丙角至甲乙線界。作丙己垂線。與甲戊



中垂線相交於丁，卽三角形之中心，亦卽外切圓形之中心。故甲丁與丙丁，卽外切圓形之半徑。又甲戊乙、甲己丁兩勾股形爲同式形。甲乙爲乙戊之二倍，則甲丁亦必爲丁己或丁戊之二倍。甲丁既爲外切圓形之半徑，則爲甲戊中垂線之三分之一，而甲戊中垂線，却爲甲庚全徑之四分之一。故求得甲戊中垂線，三歸四，因得甲庚，卽外切圓形之全徑也。

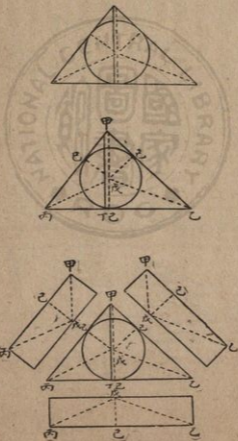
又法以每邊一尺二寸自乘，三歸四，因開方得一尺三寸八分五釐六毫有餘，卽外切圓形全徑也。如圖甲乙丙三角形，外切甲乙丁丙圓形，試自甲角作甲戊中垂線，又引長作甲丁全徑線，復自丁至乙作丁乙線，遂成甲乙丁、甲戊乙兩勾股形，爲同式形。甲乙既爲乙戊之二倍，則甲丁亦必爲乙丁之二倍，故甲丁自乘方積，比乙丁自乘方積大四倍。若



依勾弦求股之法言之。則甲丁弦自乘方積內減乙丁勾自乘方積。所餘爲甲乙股自乘之方積。今甲丁弦自乘方積。既爲乙丁勾自乘方積之四倍。則是甲乙每邊自乘方積爲甲丁全徑自乘方積之四分之一矣。故以一邊自乘三歸四。因即與全徑自乘之方積等。而開方得外切圓形之全徑也。

設如有銳角三角形。大腰三百三十八尺。小腰三百尺。底四百一十八尺。求內容圓徑幾何。

法先用求中垂線法。求得中垂線二百四十尺。與底四百一十八尺相乘。得一十萬零三百二十尺。以大腰三百三十八尺。小腰三百尺。底四百一十八尺。三數相加。得一千零五十六尺。除之得九十五尺。即內容圓半徑。倍之得一百九十尺。即內容圓全徑也。如圖甲乙丙三角形。內容戊



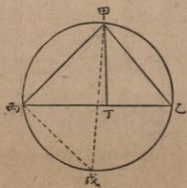
圓形試自圓之中心至甲乙丙三角。各作戊甲戊乙戊丙三線。遂成分甲乙丙三角形。爲甲戊乙、甲戊丙、

乙戊丙三三角形。其三邊皆爲三角形之底。而戊己半徑皆爲三角形之垂線。今乙丙底邊與甲丁中垂線相乘所得之長方積。原比甲乙丙三角形積大一倍。卽如將所分三三角形。各用垂線乘底邊所得之。三長方積。合爲一長方也。三長方之長雖不同。而闊則一。故各以長除積而得闊者。卽如合三角形之三邊。除三角形之倍積。而得半徑也。

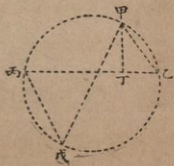
設如有銳角三角形。大腰一百八十三尺。小腰一百六十八尺。底二百二十五尺。求外切圓徑幾何。

法用求中垂線法。求得中垂線一百三十四尺四寸爲一率。小腰一百六十八尺爲二率。大腰一百八十三尺爲三率。推得四率二百二十八尺七寸五分。卽外切圓徑也。如圖甲乙丙三角形。甲乙爲小腰。甲丙爲大腰。乙丙爲底。甲丁爲中垂線。試作切三角一圓。自甲角至圓對界作甲戊全徑線。又自丙角至戊作丙戊線。則甲丙戊三角形之丙角。立於圓界之一半。必爲直角。與甲丁垂線所分甲丁乙三角形之丁角等。而戊角與乙角皆對甲丙弧。其度又等。故甲丙戊與甲丁乙兩三角形爲同式形。是以甲丁與甲乙之比。同於甲丙與甲戊之比。而爲相當比例四率也。

設如有鈍角三角形。大腰十七尺。小腰十尺。底二十一尺。求外切圓徑幾何。法用求中垂線法。求得中垂線八尺爲一率。小腰十尺爲二率。大腰十七尺爲三率。推得四率二十一尺。



二寸五分。卽外切圓徑也。如圖甲乙丙三角形。甲乙爲小腰。甲丙爲大腰。乙丙爲底。甲丁爲中垂線。試作切三角一圓。自甲角至圓對界。作甲戊全徑線。又自丙角至戊作丙戊線。則甲丙戊三角形之丙角。立於圓界之一半。必爲直角。與甲丁垂線所分甲丁乙三角形之丁角等。而戊角與乙角。皆對甲丙弧。其度又等。故甲丙戊與甲丁乙兩三角形。爲同式形。是以甲丁與甲乙之比。同於甲丙與甲戊之比。而爲相當比例四率也。







# 數理精蘊下編卷十五

## 面部五

### 割圓

周髀曰。圓出於方。方出於矩。矩者。所謂直角。卽勾股也。蓋因方易度。而圓難測。方有盡。而圓無盡。故古人用割圓之法。內弦外切。屢求勾股。爲無數多邊形。以切近圓界。使弧線直線。漸合爲一。而圓周始得。是則推圓者。以方推方者。以矩矣。劉宋祖冲之。以圓容六邊起算。元趙友欽。以圓容四邊起算。自明末西法入中國。又有割圓八線六宗三要等說。而圓度內外諸線相求之法。始備。要之。圓內六邊起算者。圓徑折半。卽圓內六邊之一。乃用屢求勾股之法。自六邊而十二邊。自十二邊而二十四邊。自二十四邊而四十八邊。如是累至億萬邊。設徑爲一。而周得三一四一五九二六五三有餘。圓內四邊起算者。則以圓徑爲內容正方形之斜弦。自乘折半開方。而得四邊之一。亦用屢求勾股之法。自四邊而八邊。自八邊而十六邊。自十六邊而三十二邊。如是累至億萬邊。設徑爲一。而周亦得三一四一五九二六五三有餘。圓外四邊起算者。圓徑卽四邊之一。圓徑自乘倍之開方。卽圓外正方形之斜弦。減去圓徑。卽圓外兩角之餘。又卽圓外八邊之一。以八邊之一折半爲勾。半徑爲股。求得弦。與半徑相減。卽股弦較。又卽小同式形之勾。乃以八邊之一折半之勾爲一率。半徑之股爲二率。小同式形之勾爲三率。推得四率爲小同式形之股。倍之卽

十六邊之一。如是累至億萬邊。設徑爲一。而周亦得三一四一五九二六五三有餘。圓外六邊起算者。圓徑爲弦。半徑爲勾。求得股。倍之。卽圓外三邊之一。取其三分之一。卽圓外六邊之一。以六邊之一。折半爲勾。半徑爲股。求得弦與半徑相減。卽股弦較。又卽小同式形之勾。乃以六邊之一。折半之勾爲一率。半徑之股爲二率。小同式形之勾爲三率。推得四率爲小同式形之股。倍之。卽十二邊之一。如是累至億萬邊。設徑爲一。而周亦得三一四一五九二六五三有餘。此兩法者。或自圓內容形之邊爲勾股法。使無數勾股小弦。逼近圓周。將與圓周合而爲一。或自圓外切形之邊爲勾股法。使無數勾股小股。逼近圓周。亦將與圓周合而爲一。二法既立。故凡圓周圓徑諸法。皆可以互相比例矣。割圓八線。則將圓周分爲三百六十度。先求弧度通弦。折半爲正弦。既得正弦。而圓內之正矢。圓外之正切。正割。由之而生。至於餘弦。餘矢。餘切。餘割。則又由正而得。名三百六十度。平分四象限。每一象限九十度。九十度之中。得其正角爲正。餘角爲餘。是以正餘相對。而割圓八線之表。以立一象限中。成勾股形者。五千四百。故凡勾股三角測量諸法。皆可以互相比例矣。自圓內容形。屢求勾股。而得無數多邊。自圓外切形。屢求勾股。而得無數多邊。內外湊集。則圓周漸變爲直線。而設圓界爲度分者。內而正弦。外而切線。至於無數。則圓周亦漸變爲直線。二者互相參考。俱爲相符。可見理之至者。先後一揆。法之精者。中外一理。然則勾股卽割圓之體。而割圓卽勾股之用。二者交相成而兩相得乎。

圓內容六邊起算

設如圓徑二兆。用內容六邊起算。問得圓周幾何。

法以圓徑二兆折半得一兆爲圓內所容六邊形之一邊。乃以半徑一兆爲弦。六邊之一邊一兆折半得五十億爲勾。求得股八千六百六十億二千五百四十萬三千七百八十四。小餘四三八六四六七六三三二一七〇七五二九三六一八三四七一。與半徑相減。餘一千三百三十九億七千四百五十九萬六千二百一十五。小餘五六一三五三二二六二七六八二九二四七〇六三八一六五二九。復爲勾。六邊之一邊折半之五千億爲股。求得弦五千一百七十六億三千八百零九萬零二百零五。小餘〇四一五二四六九九七七九七六五二四八〇九六六五七六六四。爲圓內所容十二邊形之一邊。如是屢求得圓內二十四邊形之一邊爲二千六百一十億五千二百三十八萬四千四百四十零。小餘一〇三一八三〇九六八一二四五五七九〇九七八〇二〇三八七。圓內四十八邊形之一邊爲一千三百零八億零六百二十五萬八千四百六十零。小餘二八六一三三六三〇六三一一一七五五〇三五〇八八二八七九。圓內九十六邊形之一邊爲六百五十四億三千八百一十六萬五千六百四十三。小餘五五二二八四一二七三一二二八八二四一六〇八六七八四三三。圓內一百九十二邊形之一邊爲三百二十七億二千三百四十六萬三千二百五十二。小餘九七三五六三二八五九二八五六八九九一八九八三三二一三。圓內三百八十四邊形之一邊爲一百六十三億六千



二百二十七萬九千二百零七。小餘八七四二五八五七〇三九八一四六五八九五二六六七九九六四。圓內七百六十八邊形之每一邊爲八十一億八千一百二十萬八千零五十二。小餘四六九五七九一八九二四八二一九九一〇〇三六二五二三三七。圓內一千五百三十六邊形之每一邊爲四十億九千零六十一萬二千五百八十二。小餘三二八一九〇二二八八二六一一七九六八五八五九〇〇三九。圓內三千零七十二邊形之每一邊爲二十億四千五百三十萬七千三百六十零。小餘六七六六〇九〇八二三八五九二二九二一〇二〇七九〇二九。圓內六千一百四十四邊形之每一邊爲一十億二千二百六十五萬三千八百一十四。小餘〇二七三九五〇二二〇二八五九八九五八八五二二四三九一七。圓內一萬二千二百八十八邊形之每一邊爲五億一千一百三十二萬六千九百二十三。小餘七二四八三四六二八一三三二九九〇三一九〇八八四七七九。圓內二萬四千五百七十六邊形之每一邊爲二億五千五百六十六萬三千四百六十三。小餘九五五一三〇九四八〇五二三四四九〇一一一四一〇六三一七六。圓內四萬九千一百五十二邊形之每一邊爲一億二千七百八十三萬一千七百卅二。小餘二二六六六二六〇八六九四七六四四〇四九二〇九九九七。圓內九萬八千三百零四邊形之每一邊爲六千三百九十一萬五千八百六十六。小餘一五一〇二二〇七一六〇七〇八〇七二二六三八七〇七五三。圓內一十九萬六千六百零八邊形之每一邊爲三千一百九十五萬七千九百三十三。小餘〇七九五九〇九〇三一〇九三八一五四一九三〇六五三八〇〇。圓內三十九萬三千二百一十六邊形之每一邊爲一千五百九十七萬八千九百六十六。小餘五四〇三〇五五二八八六九二四八七七九三七二三五九六七。圓內七十八萬六千四百三十二邊形之每一邊爲七百九十八萬九千四百八十三。小餘二七〇二一六四

九五四二八〇六六八八一〇五六一一一四八・圓內一百五十七萬二千八百六十四邊形之每一邊爲三百九十九萬四千七百四十一・小餘六三五一一七四五二九七五八六八〇七〇六八二一七九三三九・圓內三百一十四萬五千七百二十八邊形之每一邊爲一百九十九萬七千三百七十零・小餘八一七五九九〇九六六六四〇三九二五四〇〇二八六七九六四・圓內六百二十九萬一千四百五十六邊形之每一邊爲九十九萬八千六百八十五・小餘四〇八七七九六七二八三九七五五七七四〇六一一三六一四・圓內一千二百五十八萬二千九百一十二邊形之每一邊爲四十九萬九千三百四十二・小餘七〇四三八八五一九八三三一二三六三九八二九九六三五五・圓內二千五百一十六萬五千八百二十四邊形之每一邊爲二十四萬九千六百七十一・小餘三五二一九四九二七九三七〇八八六一七六九八八〇二六五六・圓內五千零三十三萬一千六百四十八邊形之每一邊爲一十二萬四千八百三十五・小餘六七六〇九七四六四二一一七二三三二二五〇四七〇九四一八・圓內一億零六十六萬三千二百九十六邊形之每一邊爲六萬二千四百一十七・小餘八三八〇四八七三二一三六二五九〇六三二〇九五八七八四三・圓內二億零一百三十二萬六千五百九十二邊形之每一邊爲三萬一千二百零八・小餘九一九〇二四三六六〇七一九二九二〇四二六九二一八四〇二・圓內四億零二百六十五萬三千一百八十四邊形之每一邊爲一萬五千六百零四・小餘四五九五二二一八三〇三六四三九九七二〇七三二〇九五二・圓內八億零五百三十萬六千三百六十八邊形之每一邊爲七千八百零二・小餘二二九七五六〇九一五一八二七九一五〇四八二九一五一四二・圓內一十六億一千零六十一萬二千七百三十六邊形之每一邊爲三千九百零一・小餘一一四八七八〇四五七五九一四六九九六五八一四八七〇一五・圓內

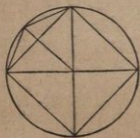
三十二億二千一百二十二萬五千四百七十二邊形之每一邊爲一千九百五十零小餘五五七四三九〇  
二二八七九五四五二九五三四四〇六八七四。圓內六十四億四千二百四十五萬零九百四十四邊形之每一邊爲九百七十五小餘二七八七九五一四三九七八七三二九三六四一九九九二六。圓內一百二十八億八千四百九十萬一千八百八十八邊形之每一邊爲四百八十七小餘六三九九三五九七五五七一九八九三六七七四九八九〇九九〇五。圓內二百五十七億六千九百八十萬三千七百七十六邊形之每一邊爲二百四十三小餘八一九六七九八七七八五九九四六八三八七四九四五四九五三。圓內五百一十五億三千九百六十萬七千五百五十二邊形之每一邊爲一百二十一小餘九〇九八三九九三八九二九九七三四一四二四七九八七九〇。乃以五百一十五億三千九百六十萬七千五百五十二邊之數與其每一邊一百二十一小餘九〇九八三九九三八九二九九七三四一四二四七九八七九〇之數相乘得六兆二千八百三十一億八千五百三十萬七千一百七十九小餘五八六四七六五八〇一三四八二二〇三五五〇一〇八八七六八。爲圓徑二兆之周數。

圓內容四邊起算

設如圓徑二兆用內容四邊起算問得圓周幾何。

法以圓徑二兆折半得一兆自乘得一穠倍之開方得一兆四千一百四十二億一千三百五十六萬二千三百七十三小餘〇九五〇四八八〇一六八八七二四二〇九六九八〇七八五六九。爲圓內所容四邊形之每一邊。乃以半徑一兆爲弦四邊之一邊一兆四千一百四十二億一千三百五十六萬二千三百七十三小餘〇九五〇四八八〇一六八八七二四二〇九六九八〇七八五六九折半得七千零七十一億零六百七十八萬一

千一百八十六。小餘五四七五二四四〇〇八四四三六二一〇四八四九〇三九二八四。爲勾。亦卽爲股。四邊折半所成  
 之勾股形。其勾與股相等。與半徑相減。餘二千九百二十八億九千三百二十一萬八千八百一十三。小  
 餘四五二四七五五九九一五五六三七八九五一五〇九六〇七一六。復爲勾。四邊之一  
 邊折半之七千零七十一億零六百七十八萬一千一百八十六。小餘五四七  
 五二四四〇〇八四四三六二一〇四八四九〇三九二八四。爲股。求得弦七千六百五  
 十三億六千六百八十六萬四千七百三十零。小餘一七九五四三四五六九一九  
 九六八〇六〇七九七七三三三三三。爲圓內所容八邊形之每一邊。復以半徑一  
 兆爲弦。八邊之一邊折半得三千八百二十六億八千三百四十三萬二千  
 三百六十五。小餘〇八九七七七一七二八四五九九八四〇三〇三九八八六六七六一。爲  
 勾。求得股九千二百三十八億七千九百五十三萬二千五百一十一。小餘  
 二八六七五六一二八一一八三一八九三九六七八八二八六八三二。與半徑相減。餘七百  
 六十一億二千零四十六萬七千四百八十八。小餘七一三三四三八七一一八一六  
 八一〇六〇三二一一七一三一七八。復爲勾。八邊之一邊折半之三千八百二十  
 六億八千三百四十三萬二千三百六十五。小餘〇八九七七七一七二八四五九九  
 八四〇三〇三九八八六六七六一。爲股。求得弦三千九百零一億八千零六十四  
 萬四千零三十二。小餘二五六五三五六九六五九七三六九五四〇四四四八一一八五





五·爲圓內所容十六邊形之每一邊。如是屢求。得圓內三十二邊形之每一邊。爲一千九百六十億三千四百二十八萬零六百五十九。小餘一二二〇三九八八三九一一二七七七二八三六九一七二二。圓內六十四邊形之每一邊。爲九百八十一億三千五百三十四萬八千六百五十四。小餘八三六〇二八五〇九九一五〇七三五四一九二一八〇四五八六。圓內一百二十八邊形之每一邊。爲四百九十億八千二百四十五萬七千零四十五。小餘八二四五七六〇六三四七一六二一〇六二〇八五七五四一三二。圓內二百五十六邊形之每一邊。爲二百四十五億四千三百零七萬六千五百七十一。小餘四三九八五二一五八八一七八〇五二八三二二七〇七一六〇〇。圓內五百一十二邊形之每一邊。爲一百二十二億七千一百七十六萬九千二百九十八。小餘三〇八九五〇七一九二八一〇九八九七五三九一五〇二八七。圓內一千零二十四邊形之每一邊。爲六十一億三千五百九十一萬三千五百二十五。小餘九三四八一八四〇〇九三五六一三五六一八八八五〇三一八。圓內二千零四十八邊形之每一邊。爲三十億六千七百九十六萬零三百七十二。小餘五六九五三一二二四六〇七五五四四八二五五三七八〇五四。圓內四千零九十六邊形之每一邊。爲一十五億三千三百九十八萬零六百三十七。小餘四八五四〇九〇五三八七七二六八〇六九八〇五三六五二九。圓內八千一百九十二邊形之每一邊。爲七億六千六百九十九萬零三百七十五。小餘一四二七九一一七八一四四九六三四〇七九一三二八八三二一。圓內一萬六千三百八十四邊形之每一邊。爲三億八千三百四十九萬五千一百九十四。小餘六二一四〇六六一四八七九八三九一四六七五四三七〇三三三。圓內三萬二千七百六十八邊形之每一邊。爲一億九千一百七十四萬七千五百九十八。小餘一九一九五四六九一七四一〇四四四三三三四一二七四三

一七、圓內六萬五千五百三十六邊形之每一邊，爲九千五百八十七萬三千七百九十九。小餘二〇六一  
 三三七六九〇九八〇一二九八六六八三四九五八〇七。圓內一十三萬一千零七十二邊形之每一邊，爲四千  
 七百九十三萬六千八百九十九。小餘六一六八三六四三七四五八三七五六五七一七七一三四八二七。圓內二十  
 六萬二千一百四十四邊形之每一邊，爲二千三百九十六萬八千四百四十九。小餘八一〇一三九四二二  
 八四三〇四四三七四六一七五二八三三〇。圓內五十二萬四千二百八十八邊形之每一邊，爲一千一百九  
 十八萬四千二百二十四。小餘九〇五二八四八五五六八五七六〇〇四九三二九五五四六八八。圓內一百零四萬  
 八千五百七十六邊形之每一邊，爲五百九十九萬二千一百一十二。小餘四五二六六九三二一五〇〇九〇九  
 九三八七二六〇〇六〇六五。圓內二百零九萬七千一百五十二邊形之每一邊，爲二百九十九萬六千零  
 五十六。小餘二二六三三八〇二二四五七七〇八七一四一二〇二五三九六六。圓內四百一十九萬四千三百零四  
 邊形之每一邊，爲一百四十九萬八千零二十八。小餘二一三一六九四三一四四二二六一〇七五三四七四三二九  
 三二。圓內八百三十八萬八千六百零八邊形之每一邊，爲七十四萬九千零一十四。小餘〇五六五八四七  
 六八二四七八〇六三三七七四六五一五五〇七七。圓內一千六百七十七萬七千二百一十六邊形之每一邊，爲  
 三十七萬四千五百零七。小餘〇二八二九二二九九〇六八九七三七七六八七〇六六八〇〇三二。圓內三千三百  
 五十五萬四千四百三十二邊形之每一邊，爲一十八萬七千二百五十三。小餘五一四一四六一九六一六五  
 五九八一四四三五〇一〇八二二四。圓內六千七百一十萬八千八百六十四邊形之每一邊，爲九萬三千六  
 百二十六。小餘七五七〇七三〇九八一八五三九〇二三五九二四六五〇三〇六。圓內一億三千四百二十一萬七

千七百二十八邊形之每一邊爲四萬六千八百一十三。小餘三七八五三六五四九一〇五五一九〇一三四三一  
 〇二四六八二。圓內二億六千八百四十三萬五千四百五十六邊形之每一邊爲二萬三千四百零六。小  
 餘六八九二六八二七四五五四三六二四九三六四九〇九九七八四。圓內五億三千六百八十七萬零九百一十二  
 邊形之每一邊爲一萬一千七百零三。小餘三四四六三四一三七二七七三八一六二〇一九二二四八三二一。圓內  
 一十億七千三百七十四萬一千八百二十四邊形之每一邊爲五千八百五十一。小餘六七二三一七〇六  
 八六三八七一五八五六七六六四六一四六四。圓內二十一億四千七百四十八萬三千六百四十八邊形之每  
 一邊爲二千九百二十五。小餘八三六一五八五三四三一九三六一〇五九二一七〇八五三九四。圓內四十二億九  
 千四百九十六萬七千二百九十六邊形之每一邊爲一千四百六十二。小餘九一八〇七九二六七一五九六  
 八〇九二〇九六二七七四五二九。圓內八十五億八千九百九十三萬四千五百九十二邊形之每一邊爲  
 七百三十一。小餘四五九〇三九六三三五七九八四〇五〇三一四〇一六六〇二七。圓內一百七十一億七千九百  
 八十六萬九千一百八十四邊形之每一邊爲三百六十五。小餘七二九五一九八一六七八九九二〇二五七六八  
 四九九二八八六。圓內三百四十三億五千九百七十三萬八千三百六十八邊形之每一邊爲一百八十  
 二。小餘八六四七五九九〇八三九四九六〇一二九六〇六八六〇七七。乃以三百四十三億五千九百七十三萬  
 八千三百六十八邊之數與其每一邊一百八十二小餘八六四七五九九〇八三九四九六〇一二九六〇六八六〇  
 七七〇之數相乘得六兆二千八百三十一億八千五百三十萬七千一百七十九。小餘五八六四七六八六  
 三〇八三一〇六七五五〇〇三〇二三三六〇。爲圓徑二兆之周數。

圓外切六邊起算

設如圓徑二兆，用外切六邊起算，問得圓周幾何。

法以圓徑二兆爲弦，半徑一兆爲勾，求得股一兆七千三百二十億五千零八  
 十萬七千五百六十八，小餘八七七二九三五二七四四六三四一五〇五八七二三六六九  
 四三。取其三分之二，得一兆一千五百四十七億零五十三萬八千三百七十  
 九，小餘二五二九〇一八二九七五六一〇〇三九一四九一一二九五。即圓外六邊形  
 之每一邊，蓋圓徑爲弦，半徑爲勾，所得股即圓外三邊形之每邊之一半，倍之爲圓外三邊  
 形之每一邊，其每一邊之三分之一，即圓外六邊形之每一邊，今以六邊起算，故者求三邊，  
 止以所得之股，取其三分之二，爲六邊形之每一邊也。乃以六邊形之每一邊一兆一  
 千五百四十七億零五十三萬八千三百七十九，小餘二五二九〇一八二九七  
 五六一〇〇三九一四九一一二九五，折半得五千七百七十三億五千零二十六萬  
 九千一百八十九，小餘六二五七六四五〇九一四八七八〇五〇一九五七四五五六四七。  
 爲勾，半徑一兆爲股，即用六邊之一邊爲弦，圓內六邊與半徑等，圓外六邊亦與本形  
 半徑等，故即用六邊之一邊爲弦也。與半徑相減，餘一千五百四十七億零五十三  
 萬八千三百七十九，小餘二五二九〇一八二九七五六一〇〇三九一四九一一二九  
 五。即股弦較，又即小同式形之勾，復以六邊形之一邊折半之勾五千七百



七十三億五千零二十六萬九千一百八十九 小餘六二五七六四五〇九一四八七八〇五〇一九五七四五六四  
 七。爲一率半徑之股一兆爲二率小同式形之勾一千五百四十七億零五十三萬八千三百七十九  
 小餘二五一五二九〇一八二九七五六一〇〇三九一四九一一二九五。爲三率推得四率二千六百七十九億四千  
 九百一十九萬二千四百三十一 小餘二二二七〇六四七二五五三六五八四九四一二七六三三〇五七。爲小同式  
 形之股倍之得五千三百五十八億九千八百三十八萬四千八百六十二 小餘二四五四一二九四五一〇七  
 三一六九八八二五五六六一一四。爲圓外十二邊形之每一邊如是屢求得圓外二十四邊形之每一邊爲  
 二千六百三十三億零四百九十九萬五千一百七十四 小餘七九一七〇六九四三〇五二九一四八一四九三四  
 二〇七一八四。圓外四十八邊形之每一邊爲一千三百一十億八千六百九十二萬五千六百三十零  
 小餘四七六四五七一二九〇八七四四九七五九八八五五八九八四二。圓外九十六邊形之每一邊爲六百五十四  
 億七千三百二十二萬零八百二十五 小餘九四五一七二八七八五一一七九七七八六九一九二四七三一〇。圓外  
 一百九十二邊形之每一邊爲三百二十七億二千七百八十四萬四千二百七十零 小餘六二三一六五三  
 三〇六八二一五七二二五九三九八八九七五六。圓外三百八十四邊形之每一邊爲一百六十三億六千二百  
 八十二萬六千八百零七 小餘五八七七五二七四〇七五〇一二四一四二六二九三〇五五〇二。圓外七百六十八  
 邊形之每一邊爲八十一億八千一百二十七萬六千五百零一 小餘五七七四七一三三四〇五二八六五四七〇  
 二〇六三七八四二四六。圓外一千五百三十六邊形之每一邊爲四十億九千零六十二萬一千一百三  
 十八 小餘四三九四八七一七七〇七三八九五七六二五〇九三〇八六七〇。圓外三千零七十二邊形之每一邊爲

二十億四千五百三十萬八千四百三十零。小餘一八九六八二三〇九八七九八九二〇四九四〇七三〇一四三八。  
 圓外六千一百四十四邊形之每一邊爲一十億二千二百六十五萬三千九百四十七。小餘七一六五〇  
 二九四〇六〇七九二三六一七〇八二四〇〇七六八。圓外一萬二千二百八十八邊形之每一邊爲五億一千  
 一百三十二萬六千九百四十零。小餘四三五九七二三〇一六二四八九八六三九六七三七八二六二。圓外二萬  
 四千五百七十六邊形之每一邊爲二億五千五百六十六萬三千四百六十六。小餘〇四〇二〇一六六四  
 〇五二四五三七一九三三九一五〇五八二。圓外四萬九千一百五十二邊形之每一邊爲一億二千七百八十  
 三萬一千七百三十二。小餘四九七七七八四〇一〇五六〇七七四〇一〇四六二三四八。圓外九萬八千三百  
 零四邊形之每一邊爲六千三百九十一萬五千八百六十六。小餘一八三六六一〇一四〇三三三五六四一三  
 七七七八四八四。圓外一十九萬六千六百零八邊形之每一邊爲三千一百九十五萬七千九百三十  
 三。小餘〇八三六七〇七七〇六三八九二五一四九七五〇二五一六九四。圓外三十九萬三千二百一十六邊形之  
 每一邊爲一千五百九十七萬八千九百六十六。小餘五四〇八一五四一八四三七〇一〇三七九二〇二九四三三  
 二二。圓外七十八萬六千四百三十二邊形之每一邊爲七百九十八萬九千四百八十三。小餘二七〇  
 二八〇二一三三五八二一〇八七二五八六〇四二〇三〇。圓外一百五十七萬二千八百六十四邊形之每一邊  
 爲三百九十九萬四千七百四十一。小餘六三五一二四一六九九六五六九〇二八一四八七〇四五五八。圓外三  
 百一十四萬五千七百二十八邊形之每一邊爲一百九十九萬七千三百七十零。小餘八一七五六〇〇九  
 二七二五四六七四九七七六四四三五四。圓外六百二十九萬一千四百五十六邊形之每一邊爲九十九

萬八千六百八十五。小餘四〇八七七九九七三四七三八一六〇七九七四二七五二九八。圓外一千二百五十八  
 萬二千九百一十二邊形之每一邊。爲四十九萬九千三百四十二。小餘七〇四三八九八六七五四七七一七  
 八七八〇九四六一二一四。圓外二千五百一十六萬五千八百二十四邊形之每一邊。爲二十四萬九千六  
 百七十一。小餘三五二一九四九二九八八二五二〇一六八八二八八四八六二。圓外五千零三十三萬一千六百  
 四十八邊形之每一邊。爲一十二萬四千八百三十五。小餘六七六〇九七四四四四九〇二三九八八一三七二  
 三〇八二。圓外一億零六十六萬三千二百九十六邊形之每一邊。爲六萬二千四百一十七。小餘八三八  
 〇四八七三二一六六五六四三五七〇三三九六九七六。圓外二億零一百三十二萬六千五百九十二邊形之  
 每一邊。爲三萬一千二百零八。小餘九一九〇二四三六六〇七五七二八八七二三八八七六五四二八。圓外四億零  
 二百六十五萬三千一百八十四邊形之每一邊。爲一萬五千六百零四。小餘四五九五一二一八三〇三六九  
 一四五一八〇一一五一六〇八〇。圓外八億零五百三十萬六千三百六十八邊形之每一邊。爲七千八百零  
 二。小餘三三九七五六〇九一五一八二三八五一九二三二八九九七一〇。圓外一十六億一千零六十一萬二千七  
 百三十六邊形之每一邊。爲三千九百零一。小餘二一四八七八〇四五七五九一五四四一七一四四八四二五六二。  
 圓外三十二億二千一百二十二萬五千四百七十二邊形之每一邊。爲一千九百五十零。小餘五五七七四  
 三九〇二二八七九五七五三三二六三四七〇三六八。圓外六十四億四千二百四十五萬零九百四十四邊  
 形之每一邊。爲九百七十五。小餘二七八七一九五一一四三九九七八七四四四七一八一六三二〇。圓外一百二十  
 八億八千四百九十萬一千八百八十八邊形之每一邊。爲四百八十七。小餘六三三九五九七五五七一九八



九三六九三三六九八五五八〇二。圓外二百五十七億六千九百八十萬三千七百七十六邊形之每一邊  
爲二百四十三。小餘八一九六七九八七七八五九九四六八四三〇六一二七七六〇六。圓外五百一十五億三千  
九百六十萬七千五百五十二邊形之每一邊爲一百二十一。小餘九〇九八三九九三八九二九九七三四二一  
〇七七六八二五一六。乃以五百一十五億三千九百六十萬七千五百五十二邊之數與其每一邊一百  
二十一。小餘九〇九八三九九三八九二九九七三四二一〇七七六八二五一六。之相數乘得六兆二千八百三十一  
億八千五百三十萬七千一百七十九。小餘五八六四七六九三二一五四六〇一七七八二八三九六〇八三二。爲圓  
徑二兆之周數。

### 圓外切四邊起算

設如圓徑二兆。用外切四邊起算。問得圓周幾何。

法以圓徑二兆爲外切四邊形之每一邊。乃以圓徑二兆爲股。亦卽爲勾。求得弦二兆八千二百八十四  
億二千七百一十二萬四千七百四十六。小餘一九〇〇九七六〇三三七七四八四一九三九六一五七一三八。爲  
圓外四邊形之斜弦。與圓徑相減。餘八千二百八十四億二千七百一十二萬四千七百四十六。小餘一  
九〇〇九七六〇三三七七四八四一九三九六一五七一三八。卽圓外八邊形之每一邊。又以八邊形之每一邊  
八千二百八十四億二千七百一十二萬四千七百四十六。小餘一九〇〇九七六〇三三七七四八四一九三九  
六一五七一三八。折半得四千一百四十二億一千三百五十六萬二千三百七十三。小餘〇九五〇四八八〇  
一六八八七二四二〇九六九八〇七八五六九。爲勾半徑一兆爲股。求得弦一兆零八百二十三億九千二百二

十萬零二百九十二。小餘三九三九六八八九九四四六四一〇七三二七七八八四〇二二。與半徑相減。餘八百二十三億九千二百二十萬零二百九十二。小餘三九三九六八八九九四四六四一〇七三二七七八八四〇二二。卽股弦較。又卽小同式形之勾。復以八邊形之一邊折半之。勾四千一百四十二億一千三百五十六萬二千三百七十三。小餘〇九五〇四八八〇一六八八七二四二〇九六九八〇七八五六九。爲一率。半徑之股一兆爲二率。小同式形之勾八百二十三億九千二百二十萬零二百九十二。小餘三九三九六八八九九四四六四一〇七三二七七八八四〇二二。爲三率。推得四率一千九百八十九億一千二百三十六萬七千三百七十九。小餘六五八〇〇六九一一五九七六二六四四六七二二八五九七。爲小同式形之股。倍之得三千九百七十八億二千四百七十三萬四千七百五十九。小餘三一六〇一三八二三一九五二四五二八九三五二四五七一九四。爲圓外十六邊形之每一邊。如是屢求。得圓外三十二邊形之每一邊。爲一千九百六十九億八千二百八十萬六千七百一十四。小餘三二八五〇六一五四三九五〇四二五八二六五四八六四五八四。圓外六十四邊形之每一邊。爲九百八十二億五千三百六十九萬九千五百三十八。小餘九三四五〇八二一〇六八六六四二五四二六二七二三四一五八。圓外一百二十八邊形之每一邊。爲四百九十億九千七百二十四萬四千二百一十七。小餘八五〇八八八二〇九一五九五〇七九二一八一七四四二三八四。圓外二百五十六邊形之每一邊。爲二百四



十五億四千四百九十二萬四千七百五十九。小餘一三二五五〇四六一七七五一〇六四六八五四一五九二八九  
 〇。圓外五百一十二邊形之每一邊爲一百二十二億七千二百萬零三百一十五。小餘二四六八〇三九  
 二八五八八七三二〇二六二一六七〇五八二。圓外一千零二十四邊形之每一邊爲六十一億三千五百九  
 十四萬二千四百零二。小餘八四五三二九九七四一四七八三一三六四二四三三七六五八四。圓外二千零四十八  
 邊形之每一邊爲三十億六千七百九十六萬三千九百八十二。小餘一七七三三三〇五六九八五四四一六三  
 六七〇〇八七四九四四。圓外四千零九十六邊形之每一邊爲一十五億三千三百九十八萬一千零八  
 十八。小餘六八六一八五二一〇三四六四一五四二二五五八四七五三八。圓外八千一百九十二邊形之每一邊  
 爲七億六千六百九十九萬零四百三十一。小餘五四二八八一九七六六一四六八三六八一五四四三九三二〇。  
 圓外一萬六千三百八十四邊形之每一邊爲三億八千三百四十九萬五千二百零一。小餘六七一四一七  
 七七〇二九一五五五二二七二六一八二一一〇。圓外三萬二千七百六十八邊形之每一邊爲一億九千一  
 百七十四萬七千五百九十九。小餘〇七三三〇六〇八〇〇九二二九六〇九三一四五一四六一〇六。圓外六萬五  
 千五百三十六邊形之每一邊爲九千五百八十七萬三千七百九十九。小餘三一六二九〇一九二四五二〇  
 六五五二六二〇七六一九八五八。圓外一十三萬一千零七十二邊形之每一邊爲四千七百九十三萬六千  
 八百九十九。小餘六三〇六〇五九九〇三七一六九七五二九八八九四六二九四四。圓外二十六萬二千一百四十  
 四邊形之每一邊爲二千三百九十六萬八千四百四十九。小餘八一八六〇六〇六九五七〇二二二六九五八  
 九三〇一三二〇。圓外五十二萬四千二百八十八邊形之每一邊爲一千一百九十八萬四千二百二十

四·小餘九〇五五〇〇〇四九五〇〇一四八一五〇〇二三三六六·圓外一百零四萬八千五百七十六邊形之每一邊爲五百九十九萬二千一百一十二·小餘四五二六九六二五一五八九三九六六〇一二八〇二〇一五

四·圓外二百零九萬七千一百五十二邊形之每一邊爲二百九十九萬六千零五十六·小餘二二六三四一三八四一六四九六二三〇六三四八二四八二二〇·圓外四百一十九萬四千三百零四邊形之每一邊爲一百四十九萬八千零二十八·小餘一一三一六九八五一六五五六七七一一五五三八六四一七五四·圓外八百三十八萬八千六百零八邊形之每一邊爲七十四萬九千零一十四·小餘〇五六五八四八二〇七七四四八二一七八一五三二九一四五二·圓外一千六百七十七萬七千二百一十六邊形之每一邊爲三十七萬四千五百零七·小餘〇二八二九二二九九七二五五五七二二二九一二七四〇四七三〇·圓外三千三百五十五萬四千四百三十二邊形之每一邊爲一十八萬七千二百五十三·小餘五一四一四六一九六九八六三二七四四四七七〇一三三五七四·圓外六千七百一十萬八千八百六十四邊形之每一邊爲九萬三千六百二十六·小餘七五七〇七三〇九八二八七九八一三九九四七八五八七三三八六·圓外一億三千四百二十一萬七千七百二十八邊形之每一邊爲四萬六千八百一十三·小餘三七七八五三六五四九一一八三五二九〇六四五五五三七六〇二·圓外二億六千八百四十三萬五千四百五十六邊形之每一邊爲二萬三千四百零六·小餘六八九二六八二七四五五五九六五四七九三六〇五九三九一六·圓外五億三千六百八十七萬零九百一十二邊形之每一邊爲一萬一千七百零三·小餘三四四六三四一三七二七七五八一九九二九四六九〇〇九六·圓外一十億七千三百七十四萬一千八百二十四邊形之每一邊爲五千八百五十一·小餘六七二三一七〇六八六三八七四〇九〇三一三一

七五四四〇・圓外二十一億四千七百四十八萬三千六百四十八邊形之每一邊爲二千九百二十五。小餘八三六一五八五三四三一九三六四一八九八八七一七八三九九四・圓外四十二億九千四百九十六萬七千二百九十六邊形之每一邊爲一千四百六十二。小餘九一八〇七九二六七一五九六八一三九八三六九五〇二五二・圓外八十五億八千九百九十三萬四千五百九十二邊形之每一邊爲七百三十一。小餘四五九〇三九六三三九九七九八四〇六〇一三四六三六七一六六・圓外一百七十一億七千九百八十六萬九千一百八十四邊形之每一邊爲三百六十五。小餘七二九五一九八一六七八九九二〇二八八四四三三六三八・圓外三百四十三億五千九百七十三萬八千三百六十八邊形之每一邊爲一百八十二。小餘八六四七五九九〇八三九九六〇一四二六九二九五四四五〇・乃以三百四十三億五千九百七十三萬八千三百六十八邊之數與其每一邊一百八十二。小餘八六四七五九九〇八三九九六〇一四二六九二九五四四五〇・之數相乘得六兆二千八百三十一億八千五百三十萬七千一百七十九。小餘五八六四七七三一二七一七八六一八五八九四一三三七六〇〇・爲圓徑二兆之周數。



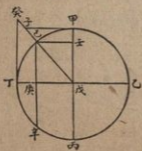
# 數理精蘊下編卷十六

## 面部六

### 割圓八線

圓周定爲三百六十度。大而周天。小而寸許。皆如之。蓋圓有大小。而度分隨之。其爲數則同。自圓心平分圓周爲四分。名曰四象限。每一象限九十度。一象限之中。設爲正弦。餘弦。正矢。餘矢。正切。餘切。正割。餘割。名之曰割圓八線。

設如甲乙丙丁之圓。自圓心戊。平分全圓爲甲乙、乙丙、丙丁、丁甲四象限。其每一象限皆九十度。乃自圓心戊。任作一戊己半徑。則將甲丁九十度之弧。分爲甲己、己丁二段。己丁爲己戊丁角所對之弧。甲己爲正角。則己戊丁爲餘角。正角所對爲正弦。餘角所對爲餘弦。今以己丁爲正角。故甲己爲餘弦。又自己與甲丙全徑平行作己辛線。謂之通弦。其對己丁正弧而立於戊丁半徑者。曰正弦。又與戊丁半徑平行作壬己線。謂之餘弦。以其爲甲己餘弧之所對也。於戊丁半徑內。減戊庚。餘庚丁。謂之正矢。於甲戊半徑內。減壬戊。餘甲壬。謂之餘矢。自圓界與甲戊半徑平行立





於戊丁半徑之末作垂線仍與己戊丁角相對者曰正切將己戊半徑引長與正切相遇於癸成戊癸線謂之正割又自圓界與戊丁半徑平行作甲子線謂之餘切戊癸正割被甲子線切截於子所分戊子謂之餘割每一角一弧卽有正弦餘弦正矢餘矢已成四線於圓界之內復引出半徑於圓界之外而成正切餘切正割餘割之四線內外共爲八線故曰割圓八線逐度逐分正弧之餘卽爲餘弧之正餘弧之正卽爲正弧之餘是以前四十五度之八線正餘互相對待爲用不必復求後四十五度之八線也凡此八線皆九十度以內銳角之所成若直角九十度者則不能成八線蓋因半徑卽九十度之正弦甲戊半徑卽甲丁弧之弦而切線割線爲平行終無相遇之處也若鈍角過九十度以外者則於半周一百八十度內減其角度用其餘度之八線卽如己庚爲己丁弧之正弦亦卽乙己弧之正弦也要之八線以正弦爲本有正弦則諸線皆由此生故六宗三要皆係正弦之法

六宗三要二簡法附

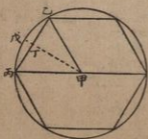
西洋曆算家作割圓八線表始自圓內容六邊四邊十邊三邊五邊十五邊名曰六宗蓋用圓徑求各等邊形之一邊爲相當弧之通弦以爲立表之原故謂之宗然六者實本於三如六邊形之一邊卽圓之半徑不藉他求數無零餘而理最易見此其一也四邊形之一邊則爲半徑所作正方形之對角斜弦此又其一也十邊形之一邊則爲半徑所作連比例三率之中率西法謂之理分中末線此又其一也至於三邊形則出於六邊五邊形則出於十邊十五邊形則又出於三邊及五邊非別自立一法也旣得此六種形之一邊各半之卽得六種弧之各正弦爰命此六種弧爲本弧按法可求本弧之餘弦可求倍本弧之

正弦餘弦亦可求半本弧之正弦餘弦。是爲三要。又以不等兩弧之正弦餘弦。求相加相減弧之正弦。又兩弧距六十度前後之度等。得其兩正弦之較。即得距弧之正弦。是又名爲二簡法。由此錯綜之。可得正弦一百二十。其中最小者爲四十五分之弦。其次一度三十分。又次爲二度十五分。又次爲三度。如此每越四十五分而得一弦。其自一分至四十四分之弦。則以比例求之。因弧分甚微。與直線所差無幾。故以弦求弦而得之。此西法立割圓八線表之大綱也。爾來西法對數表內。有設連比例四率。以求圓內容七邊九邊二法。因推廣其理於六宗之外。增求圓內容十八邊形十四邊形之法。俱以半徑爲首率。求連比例四率之第二率。即十八邊形十四邊形之每一邊。而九邊七邊。又因之以生。亦猶三邊之出於六邊。五邊之出於十邊也。有此二形。與六宗相參伍。可得正弦三百六十。其中最小者爲十五分之正弦。又增一法。求十五分之三分之一。五分之正弦。所少者止一分至四分之正弦。較之四十五分爲尤密可知矣。今以六宗三要二簡法。理分中末線并新增數法。皆按類具例於左。

六宗圓內容六邊形、四邊形、三邊形、十邊形、五邊形、十五邊形。

設如圓徑二十萬。求內容六邊形之一邊幾何。

法以圓徑二十萬折半得半徑十萬。即圓內容六邊形之每一邊也。如甲圓內容六邊形。每邊之弧得圓周六分之一。皆六十度。試自圓心甲至圓界乙、丙二處。作甲乙、甲丙二半徑線。成甲乙丙三角形。則甲角所對之弧爲六十



度。而甲乙甲丙兩腰俱爲半徑。既相等。則乙角丙角亦必相等。而各爲六十度矣。三角既等。則三邊亦必相等。故乙丙邊即與甲乙甲丙半徑相等也。乙丙弧既爲六十度。則乙丙邊十萬爲六十度之通弦。折半得乙丁五萬。即乙戊弧三十度之正弦也。此即六邊起算之理。前設圓徑爲二兆者。所以求其密合。今設圓徑爲二十萬。所以取其便於用也。

設如圓徑二十萬。求內容三邊形之一邊幾何。

法以圓徑二十萬爲弦。自乘得四百億。又以半徑十萬爲勾。自乘得一百億。相減餘三百億。開方得股一十七萬三千二百零五。小餘〇八〇七五六八。即圓內容三邊形之每一邊也。如甲圓內容三邊形。每邊之弧得圓周三分之一。皆一百二十度。爲六邊形每邊弧之一倍。試自乙角過圓心至對界。作乙丁全徑線。又自丁依半徑度至丙。作丁丙線。則成六邊形之每一邊。其丙丁弧即爲三邊形之每邊弧之一半。而丙角立於圓界之一半。必爲直角。故半徑爲勾。全徑爲弦。求得股即三邊形之每一邊也。乙丙弧既爲一百二十度。則乙丙邊一十七萬三千二百零五。小餘〇八〇七五六八。爲一百二十度之通弦。折半得乙戊八萬六千六百零二。小餘五四〇三七八四。即乙己弧六十度之正弦也。

設如圓徑二十萬。求內容四邊形之一邊幾何。

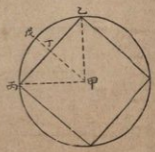
法以圓徑二十萬。折半得半徑十萬。自乘得一百億。倍之得二百億。開方得一十四萬一千四百二十一。



小餘三五六二三七三。即圓內容四邊形之每一邊也。如甲圓內容四邊形每邊之弧得圓周四分之一。皆九十度。試自圓心甲至圓界乙丙二處。作甲乙甲丙二半徑線。成甲乙丙勾股形。若命甲乙半徑爲股。則甲丙半徑爲勾。若命甲丙半徑爲股。則甲乙半徑爲勾。因勾股皆爲半徑。故以半徑自乘倍之開方而得弦。即如勾股各自乘併之開方而得弦也。乙丙弧既爲九十度。則乙丙邊一十四萬一千四百二十一。小餘三五六二三七三。爲九十度之通弦。折半得乙丁七萬零七百一十。小餘六七八一八六。即乙戊弧四十五度之正弦也。

理分中末線此西法名也。因命一線爲首率。將此首率分爲大小兩分。大分爲中率。小分爲末率。與原線共爲相連比例三率。故謂之理分中末線也。

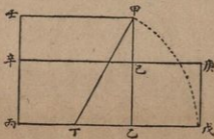
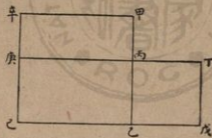
設如以十萬爲首率。作相連比例三率。使中率末率相加。與首率等。求中率末率各幾何。法以十萬自乘。得一百億爲長方積。以十萬爲長闊之較。用帶縱較數開方法算之。得闊六萬一千八百零三。即相連比例之中率。以中率與首率十萬相減。餘三萬八千一百九十七。即相連比例之末率也。此法蓋因連比例三率之首率末率相乘之長方積。與中率自乘之正方積等。而首率之中。有一中率一末率之數。故首率自乘之一正方積中。有首率中率相



首率	一〇〇〇〇〇
中率	六二八〇三
末率	三八一九七

乘之一長方。又有首率末率相乘之一長方。即如甲乙爲首率。丙乙爲中率。甲丙爲末率。丙乙中率自乘之正方。爲丁戊乙丙。甲丙末率與甲乙首率相乘之長方。爲甲丙庚辛。甲辛與甲乙等。此一正方一長方之積等。而甲乙首率自乘之正方。爲甲乙己辛。丙乙中率與甲乙首率相乘之長方。爲丙乙己庚。丙庚與甲乙等。夫甲丙庚辛之長方。既與丁戊乙丙之正方等。則甲乙己辛之正方。亦必與丁戊己庚之長方等。是以丁戊己庚長方形之闊。即中率。其長比闊之較。即首率。故以首率自乘爲長方積。仍以首率爲長。比闊之較。用帶縱平方方法開之。得闊爲中率也。

又法以首率十萬爲股。首率十萬折半得五萬爲勾。求得弦一十一萬一千八百零三。內減勾五萬。餘六萬一千八百零三。爲相連比例之中率。以中率與首率相減。餘三萬八千一百九十七。卽爲相連比例之末率也。如圖甲乙與乙丙皆爲首率。今以甲乙爲股。乙丙折半得乙丁爲勾。連作甲丁弦。試依甲丁弦度。將丁乙勾延長至戊。作丁乙戊線。仍自甲至戊作一圓界。則甲丁戊丁同爲半徑。且皆爲弦於戊丁弦內減乙丁勾。所餘乙戊與己乙等。卽中率。



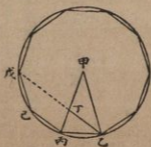
於甲乙首率內減去與乙戊相等之己乙中率。所餘甲己即末率也。此法與前法理實相同。帶縱較數開方法。有以半較自乘。與原積相加。開方得半和。於半和內減半較得闕者。今此法以首率為股。自乘得甲乙丙壬正方形。即與庚戊丙辛長方形積等。乙丙即長闕之較。乙丁即半較。戊丁即半和。今以乙丁為勾。自乘。甲乙為股。自乘。相加。開方得甲丁弦。即如乙丁半較自乘。與甲乙自乘原積相加。開方而得甲丁。與戊丁等。戊丁內減乙丁餘戊乙。即半和內減半較得闕為中率也。

設如圓徑二十萬。求內容十邊形之一邊幾何。

法用連比例三率。有首率求中率。末率使中率末率相加。與首率等之法。以圓徑二十萬折半得十萬為首率。自乘得一百億為長方積。以十萬為長闕之較。用帶縱較數開方法算之。得六萬一千八百零三。小餘三九八八

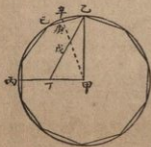
七四九。為連比例之中率。即圓內容十邊形之每一邊也。如甲圓內容十邊形。每邊之弧得圓周十分之一。皆三十六度。其通弦即圓內十邊形之一邊。試自圓心甲至圓界乙丙二處。作甲乙甲丙二半徑線。遂成甲乙丙三角形。復自圓界乙至圓界戊。作一乙戊線。則截甲丙線於丁。又成乙丙

丁三角形。而乙戊遂為一百零八度之通弦。此乙丙丁三角形與甲乙丙三角形為同式形。乙丙丁三角形之乙角當戊丙弧。為乙丙弧之倍。則乙丙丁三角形之乙角。與甲乙丙三角形之甲角等。又同用丙角。其餘一角亦必等。故為同式形。其相當各邊俱成相連比例。故甲乙與乙丙之比。同於乙丙與丙丁之比。為相連比例三率。而



甲乙爲首率，乙丙爲中率，丙丁爲末率也。又甲乙丙三角形，其甲角既居全圓十分之一，爲三十六度，則乙角必比甲角大一倍，爲七十二度。三角形之三角，共一百八十度，甲角既爲三十六度，則乙丙兩角必爲一百四十四度，平分之，各得七十二度，比甲角爲大一倍也。而乙丙丁三角形之乙角，與甲乙丙三角形之甲角等，則甲丁乙三角形之乙角，亦必與甲角等。是則甲丁乙三角形，爲兩邊相等之三角形，而乙丙丁三角形，亦爲兩邊相等之三角形也。夫甲丁既與丁乙等，而丁乙又與乙丙中率等，則甲丁亦必與中率等矣。是以甲丁中率與丁丙末率相加，與甲丙首率等，故用連比例三率，有首率求中率法算之，得中率爲十邊形之一邊也。

又法以圓徑二十萬，折半得半徑十萬爲股，自乘得一百億。又以半徑十萬，折半得五萬爲勾，自乘得二十五億，相加得一百二十五億，開方得弦一十一萬一千八百零三。小餘三九八八七四九。於弦數內減去勾數，餘六萬一千八百零三。小餘三九八八七四九。即圓內容十邊形之每一邊也。如甲圓內容十邊形，每邊之弧，得圓周十分之一，皆三十六度。試自圓心甲至圓界乙，作甲乙半徑線爲股，又自圓心甲取直角，作甲丙半徑線，折半得甲丁爲勾，求得乙丁弦內減，與甲丁相等之戊丁，餘乙戊，即與乙己等，爲圓內容十邊形之每一邊也。乙己弧既爲三十六度，則乙己邊六萬一千八百零三。小餘三九八八七四九。爲三十六度之通弦，折半得乙庚三萬零九百零一。小餘六九九四三七四。





卽乙辛弧十八度之正弦也。

設如圓徑二十萬，求內容五邊形之一邊幾何。

法以半徑十萬爲底，仍以半徑十萬與圓內容十邊形之一邊六萬一千八百零三小餘三九八八七四九，爲兩腰，用三角形求中垂線法算之，得中垂線五萬八千七百七十八小餘五二五二二九二，倍之得一十

一萬七千五百五十七小餘〇五〇四五八四，卽圓內容五邊形之每一邊也。如甲圓內容五邊形，每邊之

弧得圓周五分之一，皆七十二度，試自圓心甲至

圓界乙、丙二處，作甲乙、甲丙二半徑線，遂成甲乙

丙三角形，其乙丙邊爲七十二度之通弦，如以乙

丙弧七十二度，折半於丁，作乙丁線，卽圓內容十

邊形之一邊，仍自圓心甲至圓界丁，作甲丁半徑

線，又成甲乙丁三角形，而甲丁線平分乙丙線於

戊，此乙戊線爲甲乙丁三角形之中垂線，卽五邊

形每邊之一半，故以甲丁半徑爲底，甲乙半徑爲

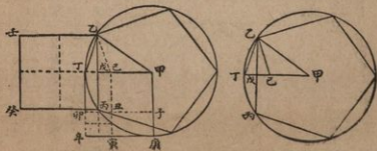
大腰，乙丁十邊形之一邊爲小腰，求得乙戊中垂線，倍之爲五邊形之每一邊也。

又法以半徑十萬爲股，自乘得一百億，圓內容十邊形之一邊六萬一千八百零三小餘三九八八七四九，

爲勾，自乘得三十八億一千九百六十六萬零一百一十二小餘四八九九〇五八五八五〇〇二，相加得一

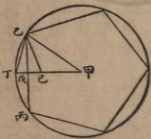


百三十八億一千九百六十六萬零一百一十二。小餘四八九九九〇五八五八五〇〇一。開方得弦一十一萬七千五百五十七。小餘〇五〇四五八四。即圓內容五邊形之每一邊也。此法蓋因半徑自乘十邊形之一邊自乘兩自乘方積相併。即與五邊形之一邊自乘之方積等。故用勾股求弦之法算之。如甲圓內容五邊形。將乙丙弧折半於丁。作乙丁線。即圓內容十邊形之一邊。仍自圓心甲至丁。作甲丁半徑線。遂成甲乙丁三角形。又依乙丁線度。截甲丁半徑於己。作乙己線。成乙己丁三角形。與甲乙丁三角形為同式形。故甲乙為首率。乙丁為中率。己丁為末率。甲己亦與乙丁等。為中率。而乙丙邊平分己丁。末率於戊。又成乙戊丁勾股形。乙戊五邊形每邊之半為股。丁戊末率之半為勾。乙丁中率為弦。試依甲丁半徑度。作甲庚辛丁正方形。又依乙丙五邊形之一邊度。作乙丙癸壬正方形。其甲庚辛丁正方形內甲子丑己。為乙丁弦自乘之一正方形。甲己既與乙丁弦等。故甲子丑己為弦自乘之正方形。己寅辛丁長方形。亦與乙丁弦自乘之一正方形等。丁辛原與甲丁首率等。己丁末率與丁辛首率相乘。自與乙丁中率自乘之正方形等。而子庚寅丑長方形。為乙丁弦自乘之一正方形內少勾自乘之四正方形。蓋子庚辛卯長方形為首率與末率相乘之長方。與乙丁中率自乘之正方形等。內卻少丑寅辛卯正方形。而丑寅辛卯正方形。實為戊丁勾自乘之四



正方。故子庚寅丑長方形。爲乙丁弦自乘之一正方。少勾自乘之四正方也。是則甲丁半徑自乘之甲庚辛丁正方形內。有弦自乘之三正方形。而少勾自乘之四正方形。再加乙丁弦自乘之一正方形。共得弦自乘之四正方形。而少勾自乘之四正方形。大凡弦自乘之正方形內。原有勾自乘之一正方形。股自乘之一正方形。今弦自乘之四正方形內。少勾自乘之四正方形。卽與股自乘之四正方形等。而乙丙一邊自乘之乙丙癸壬正方形。實爲乙戊股自乘之四正方形。然則甲丁半徑自乘方。與乙丁十邊形之一邊自乘方相併。既與乙戊股自乘之四正方形等。而乙丙一邊自乘之正方形。豈不與甲丁半徑自乘乙丁十邊形之一邊自乘之兩正方形等乎。故以甲丁半徑爲股。乙丁十邊形之一邊爲勾。求得弦而爲五邊形之一邊也。

又法以半徑十萬自乘得一百億爲長方積。仍以半徑十萬爲長闊之較。用帶縱較數開方法算之。得長一十六萬一千八百零三。小餘三九八八七四九。折半得八萬零九百零一。小餘六九九四三七四。爲自圓心至五邊形每邊之垂線。乃以半徑十萬爲弦。圓心至五邊形每邊之垂線爲股。求得勾五萬八千七百七十八。小餘五二五二二九二。倍之得一十一萬七千五百五十七。小餘〇五〇四五八四。卽圓內容五邊形之每一邊也。如甲圓內容五邊形。將乙丙弧折半於丁。作乙丁線。卽圓內容十



邊形之一邊。仍自圓心甲至丁。作甲丁半徑線。成甲乙丁三角形。又依乙丁線度。截甲丁半徑於己。作乙己線。成乙己丁三角形。與甲乙丁三角形為同式形。故甲乙為首率。乙丁為中率。己丁為末率。甲己亦與乙丁等。為中率。而乙丙邊平分己丁末率於戊。是以己戊與戊丁俱為半末率。而甲戊自圓心至邊之垂線。則為一中率。半末率之共數。今以半徑首率自乘為長方積。開帶縱平方得長。乃首率與中率之和。其內有兩中率。一末率。折半得一中率。半末率。即甲戊自圓心至邊之垂線。既得甲戊垂線。乃以甲乙半徑為弦。甲戊垂線為股。求得乙戊勾。倍之得乙丙。即圓內容五邊形之一邊也。或以乙丁中率為弦。戊丁半末率為勾。求得乙戊股。倍之亦即圓內容五邊形之一邊也。乙丙弧既為七十二度。則乙丙邊一十一萬七千五百五十七。小餘〇五〇四五八四。為七十二度之通弦。折半得乙戊五萬八千七百七十八。小餘五二五二九二。即乙丁弧三十六度之正弦也。

設如圓徑二十萬。求內容十五邊形之一邊幾何。

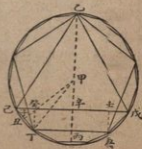
法以半徑十萬為弦。圓內容五邊形之半五萬八千七百七十八。小餘五二五二九二。為勾。求得股八萬零九百零一。小餘六九九四三七五。內減半徑之半五萬。餘三萬零九百零一。小餘六九九四三七五。為股。次以圓內容三邊形之一邊一十七萬三千二百零五。小餘〇八〇七五六八。內減圓內容五邊形之一邊一十一萬七千五百五十七。小餘〇五〇四五八四。餘五萬五千六百四十八。小餘〇三〇二九八四。折半得二萬七千八百二十四。小餘〇一五一四



九二。爲勾。求得弦四萬一千五百八十二。小餘三三  
八一六三五。卽圓內容十五邊形之每一邊也。如甲  
圓內容十五邊形每邊之弧得圓周十五分之一。皆  
二十四度。試從圓界乙作圓內容三邊形。又作圓內  
容五邊形。將三邊形之每一邊弧分五段。五邊形之  
每一邊弧分三段。卽得十五邊形之每一邊弧。如戊  
庚與己丁二段。皆爲十五邊形之弧。故以甲丁半徑  
爲弦。丁丙五邊之半爲勾。求得甲丙股。內減甲辛自圓心至三角底邊之  
垂線。爲半徑之半。餘辛丙。與癸丁或壬庚等。復於三邊形之戊己邊內減  
五邊形之庚丁邊。卽如戊己線內減壬癸。餘戊壬與癸己二段。折半得癸  
己或戊壬。今任以癸丁或壬庚爲股。癸己或戊壬爲勾。求得己丁弦。或戊  
庚弦。卽圓內容十五邊形之每一邊也。己丁弧既爲二十四度。則己丁邊  
四萬一千五百八十二。小餘三三八一六三五。爲二十四度之通弦。折半得  
己子二萬零七百九十一。小餘一六九〇八一七。卽己丑弧十二度之正弦  
也。

新增按分作相連比例四率法

數理精蘊 下編 卷十六



	三
二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	三四
三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	
一〇二七〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	
九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	
〇一二七〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	

七二七

設如以十萬爲一率，作相連比例四率，使一率與四率相加，與二率三倍等，問二率三率四率各幾何？  
 法以一率十萬自乘再乘，得一千兆成一立方積，爲實。又以一率十萬自乘三因之，得三百億成三平方積，  
 爲法。以除原實一千兆，得三萬。乃以三萬自乘再乘，得二十七兆，益於原實一千兆內，得一千零二十七  
 兆爲共實。按除法，以所得三萬與法三百億相因，得九百兆，與共實相減，餘一百二十七兆，爲第二位實。  
 以法之三百億除之，得四千，乃以首位所得三萬合次位所得四千共三萬四千，自乘再乘，得三十九兆  
 三千零四十億，仍益於原實一千兆內，得一千零三十九兆三千零四十億爲共實。按除法，減首位所得  
 三萬與法三百億相因之九百兆，又減次位  
 所得四千與法三百億相因之一百二十兆，  
 餘一十九兆三千零四十億，爲第三位實。以  
 法之三百億除之，得六百，所餘太多，因益積，  
 故取略大之數爲七百，合前兩位所得三萬  
 四千共三萬四千七百，自乘再乘，得四十一  
 兆七千八百一十九億二千三百萬，仍益於  
 原實一千兆內，得一千零四十一兆七千八  
 百一十九億二千三百萬爲共實。按除法，減  
 首位所得三萬與法三百億相因之九百兆

三四七

$$\begin{array}{r}
 30000000000 \\
 \hline
 10393040000000 \\
 90000000000 \\
 \hline
 139304000000 \\
 120000000000 \\
 \hline
 19304000000
 \end{array}$$

三四七二

$$\begin{array}{r}
 30000000000 \\
 \hline
 10417819230000 \\
 90000000000 \\
 \hline
 141781923000 \\
 120000000000 \\
 \hline
 21781923000 \\
 210000000000 \\
 \hline
 07819230000
 \end{array}$$

又減次位所得四千與法三百億相因之一百二十兆。又減三位所得七百與法三百億相因之二十一兆。餘七千八百一十九億二千三百萬爲第四位實。以法之三百億除之。得二十合前三位所得三萬四千七百共三萬四千七百二十。自乘再乘得四十一兆八千五百四十二億一千零四萬八千爲其實。按除法減首位所得三萬與法三百億相因之九百兆。又減次位所得四千與法三百億相因之一百二十兆。又減三位所得七百與法三百億相因之二十一兆。又減四位所得二十與法三百億相因之六千億。餘二千五百四十二億一千零四萬八千爲末位實。以法之三百億除之。得八。所餘亦太多。因益積。仍取略大之數爲九。合前四位所得三萬四千七百二十。共三萬四千七百二十九。自乘再乘得四十一兆八千八百六十七億六千六百四十萬零二千四百八十九。仍益於原實一

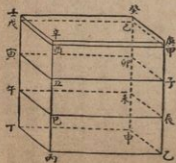
三四七二九
三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一〇四一八五四二一〇〇四八〇〇
九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇一四一八五四二一〇〇四八
一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇二一八五四二一〇〇四八〇
二一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇八五四二一〇〇四八〇〇
六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二五四二一〇〇四八〇〇

三四七二九
三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一〇四一八八六七六六四〇二四八九
九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇一四一八八六七六六四〇二
一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇二一八八六七六六四〇二四
二一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇八八六七六六四〇二四八
六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二八六七六六四〇二四八九
二七〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇一六七六六四〇二四八九



千兆內得一千零四十一兆八千八百六十七億六千六百四十萬二千四百八十九爲其實。按除法以五次所得之數與法相因之數遞減之，仍餘一百六十七億六千六百四十萬二千四百八十九不盡。是共除得三萬四千七百二十九爲相連比例之二率也。以二率之三萬四千七百二十九自乘，得一十二億零六百一十萬三千四百四十一。以一率之十萬除之，得一萬二千零六十一爲三率。以二率之三萬四千七百二十九，三得之得十萬四千一百八十七內減去一率之十萬，餘四千一百八十七爲四率。以三率之一萬二千零六十一自乘，以二率之三萬四千七百二十九除之，亦得四千一百八十七爲四率也。此爲益實歸除之法。蓋因此法止有一率之數，作相連比例四率，使一率與四率之共數與二率三倍等。而連比例四率之理，一率自乘，用四率再乘，與二率自乘再乘之數等。今立法以一率自乘再乘爲原實，較之三倍二率與一率自乘之面積相乘之數，卻少一二率自乘再乘之數，故以累除所得之數，屢次自乘再乘，益入原實，然後按法除之，始足二率三倍之數也。如圖甲乙爲一率，庚子、子辰、辰乙皆爲二率，庚甲爲四率，庚乙爲一率四率之共數，又爲二率之三倍。甲乙丙丁戊己爲一率自乘再乘之正方形。庚乙丙丁壬癸爲三倍二率與一率自乘

一率	一〇〇〇〇〇
二率	三四七二九
三率	一二〇六一
四率	四一八七



面積相乘之長方體。一率自乘。三因之。得三平面。如以二率乘之。成三扁方體。合之即成三倍二率乘一率自乘面積之一長方體。比一率自乘再乘之正方體。多一庚甲酉戌壬癸扁方體。此扁方體即一率自乘用四率再乘之數。與二率自乘再乘之積等。若於一率自乘再乘之正方體內。加入二率自乘再乘之正方體。即如於甲乙丙丁戊己正方體上。加一庚甲酉戌壬癸之扁方體。成庚乙丙丁壬癸之長方體。而以一率自未之乙丙丁申方面除之。必得庚乙為二率之三倍。苟合乙丙丁申與辰巳午未及子丑寅卯三方面除之。必得庚子或子辰。或辰乙。為二率。若不加積。止以三方面除之。則所得仍為一率之三分之一。比二率數必小。故以屢除所得之數。屢次自乘再乘。益入原積。則積漸增而得數亦漸大。遞及末位。則所少之積已足。而除得之數。即為二率之全數焉。

設如圓徑二十萬。求內容十八邊形之一邊幾何。

法用連比例四率有一率求二率。使一率與四率相加與二率三倍等之法。以圓徑二十萬折半得十萬為一率。自乘再乘得一千兆為實。又半得十萬自乘三因之得三百億為法。按益實歸除之法。除實得三萬四千七百二十九小餘六三五五三四。為二率。即圓內十八邊形之每一邊也。如甲圓內容十八邊形。每邊之弧得



圓周十八分之一。皆二十度。其通弦即圓內十八邊形之一邊。試自圓心至圓界乙。丙。作甲乙。甲丙。二半徑線。遂成甲乙丙三角形。復自圓界乙至圓界庚。作一乙庚線。則截甲丙線於戊。又成乙丙戊三角形。而乙庚爲六十度之通弦。復自圓界丙按丙戊線度。至乙庚線之丁。作一丙丁線。則又成丙丁戊三角形。此三三角形皆爲同式形。乙丙戊三角形之乙角當庚丙弧。爲乙丙弧之倍。則乙丙戊三角形之乙角。與甲乙丙三角形之甲角等。又與甲乙丙三角形同用丙角。丙丁戊三角形之丁丙線。與甲丙半徑平行。則丙丁戊三角形之丙角與甲丙辛三角形之甲角。爲相對錯角。亦必等。又與乙丙戊三角形同用戊角。是此三三角形之各角互相等而爲同式形也。其相當各邊俱成相連比例。故甲乙與乙丙之比。同於乙丙與丙戊之比。乙丙與丙戊之比。又同於丙戊與戊丁之比。爲相連比例四率。而甲乙爲一率。乙丙爲二率。丙戊爲三率。戊丁爲四率也。又乙庚爲六十度之通弦。與甲乙一率等。而乙戊。丁己。己庚三段皆與乙丙二率等。是乙庚一率中有乙丙二率之三倍。而少一丁戊四率也。必以乙庚一率與丁戊四率相加。方與乙丙二率之三倍等。故用連比例四率有一率求二率。法算之。得二率爲十八邊形之一邊也。乙丙弧既爲二十度。乙丙邊三萬四千七百二十九。小餘六三五五三三四。爲二十度之通弦。折半得一萬七千三百六十四。小餘八一七七六六七。卽十度之正弦也。

設如圓徑二十萬。求內容九邊形之一邊幾何。

法以半徑十萬爲底。仍以半徑十萬與圓內容十八邊形之一邊三萬四千七百二十九。小餘六三五五三三四。爲兩腰。用三角形求中垂線法算之。得中垂線三萬四千二百零二。小餘〇一四三三二六。倍之得六萬八千四百零四。小餘〇二八六六五二。卽圓內容九邊形之每一邊也。如甲圓容九邊形。每邊之弧得圓



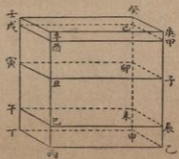








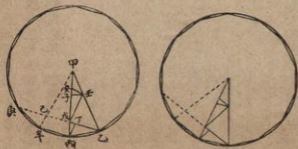
五百零四除之，亦得八千八百一十四爲四率也。此爲益實兼減實歸除之法。蓋因此法止有一率之數，作相連比例四率，使一率與四率之共數，與二率兩倍再加一三率之數等，而相連比例四率之理，一率自乘，用四率再乘，與二率自乘再乘之數等，又一率自乘，用三率再乘，與二率自乘，用一率再乘之數等。今立法以一率自乘再乘爲原實，較之二率加倍與一率自乘之面積相乘之數，卻少一一率自乘四率再乘之數，又多一一率自乘三率再乘之數，故以屢除所得之數，屢次自乘再乘，益入原實，又以屢除所得之數，屢次自乘，以一率再乘，與益實相減，然後按法除之，始足二率兩倍之數也。如圖甲乙爲一率，庚子、子辰皆爲二率，辰乙爲三率，庚甲爲四率，庚乙爲一率，四率之共數，又爲二率兩倍再加一三率之共數，甲乙丙丁戊己爲一率，自乘再乘之正方體，庚乙丙丁壬癸爲兩倍二率併一三率與一率自乘面積相乘之長方體，比一率自乘再乘之正方體，多一庚甲西戊壬癸扁方體，此扁方體卽一率自乘四率再乘之扁方體，與二率自乘再乘之積等，比兩倍二率與一率自乘面積相乘之扁方體，多一辰乙丙丁午未扁方體，此扁方體卽一率自乘三率再乘之扁方體，與二率自乘一率再乘之積等，若於一率自乘再乘之正方體內，加入二率自乘再乘之數，再減去二率自乘一率再乘之數，卽如於甲乙丙丁戊己正方體內，加入庚甲西戊壬癸之扁方體，減去辰乙丙丁午未之扁方體，成一庚辰巳午壬癸之扁方體，而以一率自乘之辰巳午未方面除



之必得庚辰爲二率之兩倍。苟合辰巳午未子丑寅卯二方面除之。必得庚子或子辰爲二率。若不益少減多。而以二方面除之。則所得仍爲一率之二分之一。比二率數必大。故以屢除所得之數。屢次自乘再乘。益入原積。復以屢除所得之數自乘。用一率再乘。逐層與原積相減。遞及末位。則所少之積漸足。所多之積漸消。而除得之數。卽爲二率之全數焉。

設如圓徑二十萬。求內容十四邊形之一邊幾何。

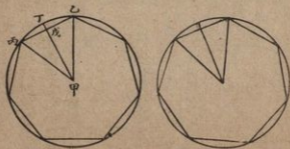
法用連比例四率。有一率求第二率。使一率與四率相加。與二率兩倍再加一三率等之法。以圓徑二十萬折半得十萬爲一率。自乘再乘得一千兆爲實。又以半徑十萬自乘。倍之得二百億爲法。按益實兼減實歸除之法。除實得四萬四千五百零四小餘一八六七九三。爲二率。卽圓內十四邊形之每一邊也。如甲圓內容十四邊形每邊之弧。得圓周十四分之一。皆二十五度四十二分五十一秒有餘。其通弦卽圓內十四邊形之一邊。試自圓心至圓界乙丙。作甲乙甲丙二半徑線。遂成甲乙丙三角形。復自圓界乙至圓界庚。作一乙庚線。則截甲丙線於戊。又成乙丙戊三角形。復自圓界丙按丙戊線度。至乙庚線之丁。作一丙丁線。則又成丙丁戊三角形。此三三角形皆爲同式形。乙戊丙三角形之乙角當丙庚弧。爲乙丙弧之倍。則乙戊丙三角形之乙角。與乙甲丙三角形之甲角等。又與乙甲丙三角形同用丙角。而丙



丁戊三角形之丁丙線。與甲辛半徑平行。即丙丁戊三角形之丙角。與甲丙辛三角形之甲角。爲相對錯角。亦必等。又與乙丙戊三角形同用戊角。是此三三角形之各角互相等而爲同式形也。其相當各邊俱成相連比例。故甲乙與乙丙之比。同於乙丙與丙戊之比。乙丙與丙戊之比。又同於丙戊與戊丁之比。爲相連比例四率。而甲乙爲一率。乙丙爲二率。丙戊爲三率。戊丁爲四率也。又按乙戊度作壬戊線。與丁丙平行。則截甲乙線於壬。乃自壬與乙丙平行。作壬子線。復自壬與乙戊平行。作壬癸線。則又成甲壬子與壬戊癸丙三角形。與乙丙戊三角形等。成壬癸子一三角形。與丙丁戊三角形等。其甲子。癸戊皆與乙丙二率等。而癸子與丁戊四率等。是甲丙一率內。有兩二率。一三率。而少一四率也。若以甲丙一率。與癸子四率相加。方與二率之兩倍再加一三率之數等。故用連比例四率。有一率求二率。法算之。得二率。爲十四邊形之每一邊也。

設如圓徑二十萬。求內容七邊形之一邊幾何。

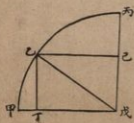
法以半徑十萬爲底。仍以半徑十萬與圓內容十四邊形之一邊四萬四千五百零四。小餘一八六七九一三。爲兩腰。用三角形求中垂線法算之。得中垂線四萬三千三百八十八。小餘三七三九一八。倍之得八萬六千七百七十六。小餘七四七八二三六。即圓內容七邊形之每一邊也。如甲圓容



七邊形每邊之弧得圓周七分之一。皆五十一度二十五分四十二秒有餘。試自圓心甲至圓界乙丙二處。作甲乙甲丙二半徑線。遂成甲乙丙三角形。其乙丙邊爲五十一度二十五分四十二秒有餘之通弦。如以乙丙弧五十一度二十五分四十二秒有餘折半於丁。作乙丁線。即圓內容十四邊形之一邊。仍自圓心甲至圓界丁。作甲丁半徑線。又成甲乙丁三角形。而甲丁線平分乙丙線於戊。此乙戊線爲甲乙丁三角形之中垂線。即七邊形每邊之一半。故以甲丁半徑爲底。甲乙半徑爲大腰。乙丁十四邊形之一邊爲小腰。求得乙戊中垂線。倍之爲七邊形之一邊也。

三要。有本弧之正弦。求本弧之餘弦。有本弧之正弦餘弦。求倍弧之正弦餘弦。有本弧之正弦餘弦。求半弧之正弦餘弦。

設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八。小餘五二五二二九二。求餘弧五十四度之正弦幾何。法以三十六度之正弦五萬八千七百七十八。小餘五二五二二九二。爲勾。半徑十萬爲弦。求得股八萬零九百零一。小餘六九九四三七五。爲五十四度之正弦。即三十六度之餘弦也。如甲乙丙九十度之一象限。其甲乙正弧三十六度。乙丙餘弧五十四度。乙丁爲三十六度之正弦。試自乙至象限中心戊。作乙戊半徑線。遂成乙丁戊勾股形。乙戊爲弦。乙丁爲勾。求得丁戊股。與乙己等。爲乙丙餘弧五十四度之正弦。即甲乙正弧三十六度之餘弦也。設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八。小餘五二五二二九二。餘弦



八萬零九百零一。小餘六九九四三七五。求倍弧七十二度之正弦餘弦各幾何。

法以半徑十萬爲一率。本弧之正弦五萬八千七百七十八。小餘五二五三二九二。爲二率。本弧之餘弦八

萬零九百零一。小餘六九九四三七五。爲三率。求得四率四萬七千五百五十二。小餘八二五八一四七。倍之

得九萬五千一百零五。小餘六五一六二九四。卽倍弧七十二度之正弦也。

求餘弦。則以三十六度之正弦五萬八千七百七十八。小餘五二五三二九

二。自乘以半徑十萬除之。得三萬四千五百四十九。小餘一五〇二八一

二。倍之得六萬九千零九十八。小餘三〇〇五六二四。與半徑十萬相減。

餘三萬零九百零一。小餘六九九四三七六。卽倍弧七十二度之餘弦也。如

甲乙丙九十度之一象限。其甲乙弧三十六度。倍之爲甲丁弧七十二度。

乙己爲三十六度之正弦。庚乙爲三十六度之餘弦。與戊辛等。蓋辛甲與乙

己等。則戊辛必與戊己等。戊己卽庚乙也。丁壬爲七十二度之正弦。試與乙

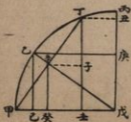
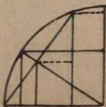
己平行。作辛癸線。遂成戊乙己。戊辛癸。同式兩勾股形。其戊乙己勾股形

之戊乙弦。與乙己勾之比。同於戊辛癸勾股形之戊辛弦。與辛癸勾之比。

爲相當比例四率。而辛癸與壬等。爲丁壬之半。蓋辛甲爲丁甲之半。則辛

癸亦爲丁壬之半。故倍之得丁壬。爲甲丁七十二度之正弦也。又如求餘弦。

其甲辛戊。甲癸辛。爲同式兩勾股形。其甲辛戊勾股形之甲戊弦。與甲辛



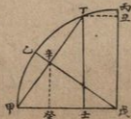
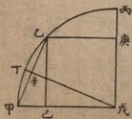
勾之比同於甲癸辛勾股形之甲辛弦與甲癸勾之比為相連比例三率。既得甲癸倍之得甲壬。蓋甲丁為甲辛之倍。則甲壬亦為甲癸之倍。與甲戊半徑相減。餘壬戌。與丁丑等。即甲丁七十二度之餘弦也。設如本弧四十五度之正弦七萬零七百一十。小餘六七八一八六。餘弦亦七萬零七百一十。小餘六七八一八六。

一八六。求半弧二十二度三十分之正弦幾何。

法以本弧之正弦七萬零七百一十。小餘六七八一八六。為股。本弧之餘弦七萬零七百一十。小餘六七八一八六。與半徑十萬相減。餘二萬九千二百八十九。小餘三二八八四。為勾。求得弦七萬六千五百三十六。小餘六八六四七三〇。折半得三萬八千二百六十八。小餘三四三二三六五。即半弧二十二度三十分之正弦也。如甲乙丙九十度之一象限。其甲乙弧四十五度。折半為丁乙弧二十二度三十分。乙己為四十五度之正弦。戊己與庚乙等為四十五度之餘弦。於戊甲半徑內減去戊己。餘己甲為勾。乙己為股。求弦得乙甲為四十五度之通弦。折半得乙辛。即丁乙二十二度三十分之正弦也。

又捷法以本弧四十五度之餘弦七萬零七百一十。小餘六七八一八六。

與半徑十萬相減。餘二萬九千二百八十九。小餘三二八八四。折半得一萬四千六百四十四。小餘六六〇九四〇七。與半徑十萬相乘。開方得三萬

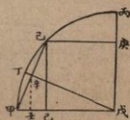
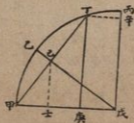


八千二百六十八。小餘三四三三三六五。即半弧二十二度三十分之正弦也。蓋乙己爲四十五度之正弦。甲己爲四十五度之正矢。乙辛、辛甲皆二十二度三十分之正弦。如與乙己平行。作一辛壬線。平分甲己於壬。成甲辛戊。甲壬辛。同式兩勾股形。其甲辛戊勾股形之甲戊弦。與甲辛勾之比。同於甲壬辛勾股形之甲辛弦。與甲壬勾之比。爲連比例三率。故首率甲戊與末率甲壬相乘。首率甲戊與末率甲壬相乘。與中率甲辛自乘之積相等。開方得甲辛。爲二十二度三十分之正弦也。

新增有本弧之餘弦求倍弧之餘弦及半弧之餘弦

設如本弧三十六度之餘弦八萬零九百零一。小餘六九九四三七五。求倍弧七十二度之餘弦幾何。

法以本弧三十六度之餘弦八萬零九百零一。小餘六九九四三七五。自乘。以半徑十萬除之。得六萬五千四百五十。小餘八四九七一八七。與半徑十萬相減。餘三萬四千五百四十九。小餘一五〇二八二三。倍之。得六萬九千零九十八。小餘三〇五六二六。仍與半徑十萬相減。餘三萬零九百零一。小餘六九九四三七四。即倍弧七十二度之餘弦也。如甲乙丙九十度之一象限。其甲乙弧三十六度。倍之爲甲丁弧七十二度。丁己爲三十六度之正弦。戊己爲三十六度之餘弦。丁庚爲七十二度之正弦。辛丁爲七十二度之餘弦。與戊庚等。試自己



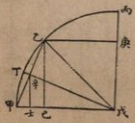


至壬作己壬垂線，遂成甲己戊己壬戊同式兩勾股形。其甲己戊勾股形之戊甲弦與戊己股之比，同於己壬戊勾股形之戊己弦與戊壬股之比。爲連比例三率。故中率戊己自乘，以首率戊甲除之，得末率戊壬。既得戊壬，與戊甲半徑相減，餘壬甲，倍之得庚甲，仍與戊甲半徑相減，餘戊庚，與辛丁等，即甲丁弧七十二度之餘弦也。

設如本弧四十五度之餘弦七萬零七百一十，小餘六七八一八六，求半弧二

十二度三十分之餘弦幾何。

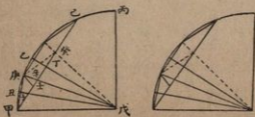
法以本弧四十五度之餘弦七萬零七百一十，小餘六七八一八六，與半徑十萬相減，餘二萬九千二百八十九，小餘三二一八八四。折半得一萬四千六百四十四，小餘六六〇九四〇七，與本弧四十五度之餘弦七萬零七百一十，小餘六七八一八六，相加得八萬五千三百五十五，小餘三三九〇五九三，與半徑十萬相乘，開方得九萬二千三百八十七，小餘九五三二五一，即半弧二十二度三十分之餘弦也。如甲乙丙九十度之一象限，其甲乙弧四十五度，折半爲丁乙弧二十二度三十分，乙己爲四十五度之正弦，戊己與庚乙等，爲四十五度之餘弦，乙辛爲二十二度三十分之正弦，戊辛爲二十二度三十分之餘弦，戊己四十五度之餘弦，與戊甲半徑相減，餘己甲，折半得己壬，再與戊己相加，得戊壬，試自辛至壬作辛壬垂線，遂成甲辛戊辛壬戊同式兩勾股形，其甲辛戊勾



股形之戊甲弦與戊辛股之比同於辛壬戊勾股形之戊辛弦與戊壬股之比爲連比例三率故首率戊甲與末率戊壬相乘開方得戊辛爲二十二度三十分之餘弦也

新增有本弧之正弦求其三分之一弧之正弦

設如三十六度之正弦五萬八千七百七十八小餘五二五二九二求其三分之一十二度之正弦幾何  
 法用連比例四率有一率求二率使一率與四率相加與二率三倍等之法  
 以三十六度之正弦五萬八千七百七十八小餘五二五二九二倍之得一十一萬七千五百五十七小餘〇五〇四五八四爲七十二度之通弦乃以半徑十萬自乘得一百億用七十二度之通弦再乘得一千一百七十五兆五千七百零五億零四百五十八萬四千爲實又以半徑十萬自乘三因之得三百億爲法按益實歸除之法除實得四萬一千五百八十二小餘三三八一六三四爲二十四度之通弦折半得二萬零七百九十一小餘一六九〇八一七卽十二度之正弦也如甲乙丙九十度之一象限其甲乙弧三十六度甲丁爲其正弦倍之得甲己卽甲乙己七十二度弧之通弦試以七十二度取其三分之一二十四度爲甲庚弧其通弦甲庚與甲戊庚戊兩半徑成一戊甲庚三角形又庚戊半徑截甲己通弦於辛成一庚甲辛三角形又依庚辛度向辛甲邊作庚壬線成一庚辛壬三角形此兩三角形俱與戊甲庚三角形



爲同式形。其相當各邊俱成相連比例。故戊甲爲一率。甲庚爲二率。庚辛爲三率。辛壬爲四率也。今甲己七十二度之通弦。內有甲庚二率之三倍。而少一辛壬四率。蓋己癸、癸壬、辛甲、三段。皆與甲庚二率等。而癸壬、辛甲、二段內。卻重辛壬一小段。是甲己通弦內。有己癸、癸壬、辛甲、三二率。而少一辛壬四率也。若以甲己通弦爲高。與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體。則比三倍二率爲高。與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體。必少一四率爲高。與一率半徑自乘之方面相乘所成之扁方體。此扁方體與二率自乘再乘之正方體等。故以一率半徑自乘之三方面爲法除實。每次所得二率之數。自乘再乘。益入原積。則積漸增。與三倍二率與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體合。而除得之數。卽爲二率。既得甲庚二率。爲二十四度之通弦半之得甲子。卽甲丑弧十二度之正弦也。

二簡法有兩弧之正弦餘弦。求兩弧相加相減之正弦。有距六十度前後相等弧之正弦。求距弧之正弦。

設如四十五度之正弦七萬零七百一十。小餘六七八一八六。餘弦亦七萬零七百一十。小餘六七八一八六。又有二十四度之正弦四萬零六百七十三。小餘六六四三〇七五。餘弦九萬一千三百五十四。小餘五四五七六四二。求兩弧相加六十九度之正弦。及兩弧相減二十一度之正弦各幾何。

法以半徑十萬爲一率。四十五度之正弦七萬零七百一十。小餘六七八一八六。爲二率。二十四度之餘弦九萬一千三百五十四。小餘五四五七六四二。爲三率。求得四率六萬四千五百九十七。小餘四一八八〇二〇。又以半徑十萬爲一率。四十五度之餘弦七萬零七百一十。小餘六七八一八六。爲二率。二十四度之正弦四萬零六百七十三。小餘六六四三〇七五。爲三率。求得四率二萬八千七百六十。小餘六二三八

四七六·乃以兩四率相加得九萬三千三百五十八。小餘○四二六四九六·即

兩弧相加所得六十九度之正弦。如以兩四率相減。餘三萬五千八百三十六。小餘七九四九五五·即兩弧相減所餘二十一度之正弦也。如甲乙丙丁

九十度之一象限。其乙甲弧四十五度。乙己爲四十五度之正弦。己戊爲四

十五度之餘弦。於乙甲弧四十五度。加丙乙弧二十四度。得丙甲弧六十九

度。又於乙甲弧四十五度。減乙子弧二十四度。餘子甲弧二十一度。試自丙

至子作丙子線。則丙乙弧乙子弧皆爲二十四度。丙庚與庚子皆爲二十四

度之正弦。庚戊則爲二十四度之餘弦。今以乙戊半徑爲一率。乙己四十五

度之正弦爲二率。庚戊二十四度之餘弦爲三率。求得四率庚辛與壬癸等

又以乙戊半徑爲一率。己戊四十五度之餘弦爲二率。丙庚二十四度之正

弦爲三率。求得四率丙壬。故以丙壬加於庚辛。庚辛原與壬癸等。共得丙癸。即

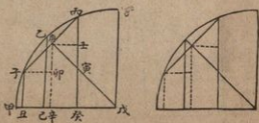
丙甲弧六十九度之正弦。如於庚辛內減與丙壬相等之庚卯。餘卯辛與子

丑等。即子甲弧二十一度之正弦也。蓋乙己戊與庚辛戊爲同式勾股形。故乙戊與乙己之比。同於庚戊

與庚辛之比。爲相當比例四率。又寅癸戊與乙己戊亦爲同式勾股形。而寅癸戊勾股形之寅角與丙庚

寅勾股形之寅角。爲兩尖相對角。其度等。癸角與庚角俱爲直角。其度又等。則戊角必與丙角等。如作庚

壬線。成丙壬庚勾股形。則此形之丙角。既與乙己戊勾股形之戊角等。而壬角又爲直角。與乙己戊勾股



形之己角等。故亦為同式勾股形。而乙戊與己戊之比。同於丙庚與丙壬之比。為相當比例四率也。

設如八十四度之弧。距六十度二十四度。其正弦九萬九千四百五十二。小餘一八九五三六八。又有三十

六度之弧。距六十度亦二十四度。其正弦五萬八千七百七十八。小餘五二五二二九二。求距弧二十四

度之正弦幾何。

法以八十四度之正弦九萬九千四百五十二。小餘一八九五三六八。內減三

十六度之正弦五萬八千七百七十八。小餘五二五二二九二。餘四萬零六百

七十三。小餘六六四三〇七六。即距弧二十四度之正弦也。如有距六十度前

二十四度為三十六度。其正弦五萬八千七百七十八。小餘五二五二二九二。

距弧二十四度之正弦四萬零六百七十三。小餘六六四三〇七六。求距六十

度後二十四度為八十四度之正弦。則以三十六度之正弦五萬八千七百

七十八。小餘五二五二二九二。與距弧二十四度之正弦四萬零六百七十

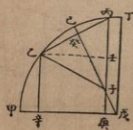
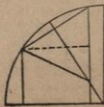
三。小餘六六四三〇七六。相加得九萬九千四百五十二。小餘一八九五三六八。

即八十四度之正弦也。又有距六十度後二十四度為八十四度。其正弦

九萬九千四百五十二。小餘一八九五三六八。距弧二十四度之正弦四萬零

六百七十三。小餘六六四三〇七六。求距六十度前二十四度為三十六度之

正弦。則以八十四度之正弦九萬九千四百五十二。小餘一八九五三六八。與



距弧二十四度之正弦四萬零六百七十三。小餘六六四三〇七六。相減餘五萬八千七百七十八。小餘五二五二九二。卽三十六度之正弦也。如甲乙丙丁九十度之一象限。其己甲弧六十度。丙甲弧八十四度。丙距己二十四度。乙甲弧三十六度。乙距己亦二十四度。丙庚爲八十四度之正弦。乙辛爲三十六度之正弦。與壬庚等。丙壬爲兩正弦之較。試自己至象限中心戊。作己戊線。又自丙至乙作丙乙線。則丙癸癸乙皆爲距弧二十四度之正弦。與丙壬兩正弦之較相等。蓋己戊甲角六十度。則己戊丁角爲三十度。丙庚與丁戊平行。則丙子己角。與丁戊己角。爲二平行線上所成之內外角必相等。皆爲三十度。丙癸子角爲直角。則子丙癸角必爲六十度矣。又自乙至子作乙子線。則乙癸子與丙癸子爲同式勾股形。癸乙子角亦必爲六十度。癸子乙角亦必爲三十度。兩勾股形合之共成一丙乙子三角形。而丙子乙角亦必爲六十度矣。三角度既等。則三邊必相等。今丙壬爲丙子之半。丙癸爲丙乙之半。丙子既與丙乙等。故丙壬亦必與丙癸等也。有此法。凡有六十度以前各弧之正弦。則以各距弧之正弦與之相加。可得六十度以後三十度各弧之正弦。若有六十度以後各弧之正弦。則以各距弧之正弦與之相減。可得六十度以前三十度各弧之正弦。六十度前後三十度之正弦。用加減而卽得較之勾股比例諸法。甚爲簡便也。

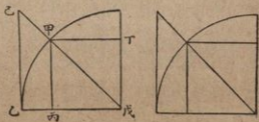
### 八線相求

設如四十八度之正弦七萬四千三百一十四。小餘四八二五四七七。餘弦六萬六千九百一十三。小餘〇六

○六三五八。求正矢正切正割各幾何。

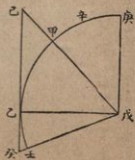
法以半徑十萬內減四十八度之餘弦六萬六千九百一十三。小餘〇六〇六三五八。餘三萬三千零八十六。小餘九三九三六四二。爲正矢。以餘弦六萬六千九百一十三。小餘〇六〇六三五八。爲一率。正弦七萬四千三百一十四。小餘四八二五四七七。爲二率。半徑十萬爲三率。求得四率一十一萬一千零六十一。小餘二五一四八三〇。爲正切。以餘弦六萬六千九百一十三。小餘〇六〇六三五八。爲一率。半徑十萬爲二率。仍以半徑十萬爲三率。求得四率一十四萬九千四百四十七。小餘六五四九八六六。爲正割也。如圖甲乙弧四十八度。甲丙爲正弦。甲丁爲餘弦。與丙戊等。乙丙爲正矢。故乙戊半徑內減與甲丁餘弦相等之丙戊。餘乙丙卽爲正矢。己乙爲正切。己戊爲正割。甲丙戊己乙戊兩勾股形爲同式形。故丙戊餘弦與甲丙正弦之比。同於乙戊半徑與己乙正切之比。爲相當比例四率。又丙戊餘弦與甲戊半徑之比。同於乙戊半徑與己戊正割之比。亦爲相當比例四率也。

又正切求正割捷法。以餘弧折半得二十一度。乃以二十一度之正切三萬八千三百八十六。小餘四〇三三五〇三六。與本弧之正切一十一萬一千零六十一。小餘二五一四八三〇。相加得一十四萬九千四百四十七。小餘六五四九八三三。卽爲本弧之正割也。如圖甲乙弧四十八度。己乙爲正切。己戊爲正割。試將





甲庚餘弧四十二度。折半得庚辛二十一度。移於乙壬。又作乙癸。爲乙壬弧二十一度之正切。與己乙相加。得己癸。與己戊正割相等。蓋甲戊乙角四十八度。己乙戊角爲直角九十度。二角併之爲一百三十八度。於一百八十度內減之。餘四十二度。爲戊己乙角。今於甲戊乙角四十八度。加乙戊壬角二十一度。遂成己戊癸角爲六十九度。仍與戊己乙角四十二度相加。於一百八十度內減之。所餘亦六十九度。卽爲戊癸己角。戊癸己角既與己戊癸角相等。則己戊與己癸邊亦必相等也。有



此法。則凡有逐度逐分之切線。求割線。可止用加法。不用四率矣。又凡有本弧之正切。正割。相減。卽得半餘弧之正切。若有本弧之正割。及半餘弧之正切。相減。卽得本弧之正切也。設如四十八度之正弦七萬四千三百一十四。小餘四八二五四七七。餘弦六萬六千九百一十三。小餘〇六

〇六三五八。求餘矢。餘切。餘割。各幾何。

法以半徑十萬內減四十八度之正弦七萬四千三百一十四。小餘四八二五四七七。餘二萬五千六百八十五。小餘五一七四五二三。爲餘矢。以正弦七萬四千三百一十四。小餘四八二五四七七。爲一率。餘弦六萬六千九百一十三。小餘〇六〇六三五八。爲二率。半徑十萬爲三率。求得四率九萬零四十四。小餘四〇四四二九七。爲餘切。以正弦七萬四千三百一十四。小餘四八二五四七七。爲一率。半徑十萬爲二率。仍以半徑十萬



爲三率求得四率一十三萬四千五百六十三小餘二七二九六〇七爲餘割也。如圖甲乙弧四十八度甲丙爲正弦與丁戊等甲丁爲餘弦己丁爲餘矢故己戊半徑內減與甲丙正弦相等之丁戊餘己丁卽爲餘矢庚己爲餘割甲丁戊庚己戊兩勾股形爲同式形故丁戊正弦與甲丁餘弦之比同於己戊半徑與庚己餘切之比爲相當比例四率又丁戊正弦與甲戊半徑之比同於己戊半徑與庚戊餘割之比亦爲相當比例四率也。

又餘切求餘割捷法以本弧折半得二十四度乃以二十四度之正切四萬四千五百二十二小餘八六八五三一〇與本弧之餘切九萬零四十四小餘四〇

四四二九七小餘二七二九六〇七卽爲

本弧之餘割也。如圖甲乙弧四十八度庚己爲其餘切庚戊爲其餘割試將

甲乙正弧四十八度折半得辛乙二十四度移於壬己又作癸己爲壬己弧

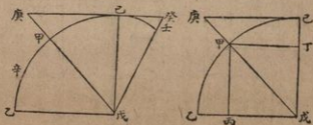
二十四度之正切與庚己相加得庚癸與庚戊餘割相等蓋甲戊己角四十

二度庚己戊角爲直角九十度二角相併爲一百三十二度於一百八十度

內減之餘四十八度爲戊庚己角今於甲戊己角四十二度加己戊壬角二

十四度遂成庚戊癸角爲六十六度仍與戊庚己角四十八度相加於一百八十度內減之

所餘亦爲六十六度卽爲戊癸庚角戊癸庚角既與庚戊癸角相等則庚戊與庚癸邊亦必相等也。有此法則凡有逐



度逐分之切線。求餘割亦可止用加法。不用四率矣。又凡有本弧之餘切餘割。相減即得半本弧之正切。若有本弧之餘割及半本弧之正切。相減即得本弧之餘切矣。

求象限內各線總法

六宗併新增十八邊形及九邊形之每邊。各半之得八弧之正弦。用要法之一。各求其餘弦。次取十二度十五邊之半。用要法之三。折半四次得六度三度一度三十分及四十五分之正弦。復用新增法求其三分之一。得十五分之正弦。復求其三分之一。即得五分之正弦。既得五分之正弦。乃用簡法之一。求六十度以內之正弦。每越五分而得一弦。可得七百二十。又用簡法之二。求六十度以外之正弦。亦越五分而得一弦。又得三百六十。如以一度之弦。與五十九度之弦相加。即六十一度之弦。以二度之弦。與五十八度之弦相加。即六十二度之弦。以至二十九度之弦。與三十一度之弦相加。即得八十九度之弦也。總而計之。一象限中共得正弦一千零八十八。已居全表五分之一。象限中逐分計之。共正弦五千四百。故一千零八十八為五分之一也。再以五分之弦。用要法之三。得二分三十秒之弦。復用新增法。求其三分之一。得五十秒之弦。乃以五十秒之弧為一率。五十秒之弦為二率。一分之弧化六十秒為三率。得四率為一分之弦。既得一分之弦。即用簡法之一。簡法之二。錯綜加減之。則一象限中每度每分之正弦悉得矣。既得每度每分之正弦。則用前八線相求之法。即得每度每分之切割諸線矣。如於一分之中。欲析為六十秒。則以比例四率求之。即得每秒之八線也。



# 數理精蘊下編卷十七

## 面部七

### 三角形邊線角度相求

三角形有直角者爲勾股。無直角者作中垂線。分爲兩直角形。則亦成兩勾股。是皆有其二而得其一。或有其三分爲二。槩以邊線相求者也。至於割圓之法。則凡三角形。有一角卽有八線。皆成勾股。而可比例以相求。故三角形不論角之直與銳鈍。要以角度爲準。而三角之度。必與兩直角之度等。角之大者。所對之邊亦大。角之小者。所對之邊亦小。凡三角三邊。但知其三。而其餘者悉可得。若直角。則惟知其二。而其餘者亦可得。此三角之法。所由立。而測量之用。所由廣也。如知兩角一邊。求又一邊者。以對所知之角。與對所求之角爲比。卽如所知之邊與所求之邊爲比也。知兩邊一角。求又一角者。以對所知之邊與對所求之邊爲比。卽如所知之角與所求之角爲比也。或所知之一角。在所知兩邊之間。而求又一角者。則角無所對之邊。而邊亦無所對之角。必用兩邊之和較。與所知角之外角半弧之切線爲比。而得所求兩角。與所知角之外角半弧之較。既得較。而角度亦得矣。又如知三邊。而求三角者。則以三角形中垂線法。分爲兩直角形。而三角自隨之。而得。或用三邊之方面。按法比例。而得兩直角形之各一角。既得一角。而三角亦可得矣。若止有三角。則三邊無所約束。故不成法。蓋角度爲虛率。而邊線爲實數。有實數而虛

率可取。總以比例四率展轉用之。惟在分合有法。相度得宜耳。

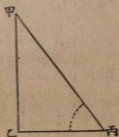
設如甲乙丙直角三角形。乙角為直角九十度。知丙角五十七度。丙乙邊

五丈。求甲乙邊幾何。

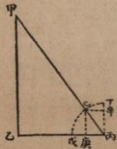
法以丙角五十七度與象限九十度相減。餘三十三度為甲角。乃以甲角為對所知之角。其正弦五萬四千四百六十四為一率。丙角為對所求之角。其正弦八萬三千八百六十七為二率。丙乙邊為所知之邊。其數五丈為三率。求得四率七丈六尺九寸九分三釐有餘。即甲乙為所求之邊也。如丙丁戊一象限。己戊弧為丙角之正弦。己庚線為丙角之正弦。丁己弧為丙角之餘弧。即甲角之正弦。辛己線為丙角之餘弦。即甲角之正弦。是故丙角五十七度之餘弧為三十三度。丙角五十七度之餘弦為三十三度之正弦。己庚丙與甲乙丙兩勾股形為同式形。故甲角正弦丙庚。即辛己。與丙角正弦己庚之比。同於丙乙邊與甲乙邊之比。為相當比例四率也。

又法以半徑十萬為一率。丙角五十七度之正切一十五萬三千九百八

十六為二率。丙乙邊五丈為三率。求得四率七丈六尺九寸九分三釐。即甲乙邊也。如丙丁戊一象限。切己戊弧作庚戊線。為丙角之正切。則丙戊



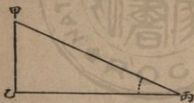
一率	甲角正弦
二率	丙角正弦
三率	丙乙邊
四率	甲乙邊



爲半徑庚戌丙與甲乙丙兩勾股形爲同式形故丙戌半徑與庚戌正切之比同於丙乙邊與甲乙邊之比爲相當比例四率也。

設如甲乙丙直角三角形乙角爲直角九十度知丙角二十三度三十五分甲乙邊三十二丈求丙乙邊幾何。

法以丙角二十三度三十五分與九十度相減餘六十六度二十五分爲甲角乃以丙角爲對所知之角其正弦四萬零八爲一率以甲角爲對所求之角其正弦九萬一千六百四十八爲二率甲乙邊爲所知之邊其數三十二丈爲三率求得四率七十三丈三尺零三分有餘卽丙乙爲所求之邊也如丙丁戊一象限己戊弧爲丙角之正弦己庚線爲丙角之正弦丁己弧爲丙角之餘弧卽甲角之正弦辛己線爲丙角之餘弦卽甲角之正弦故丙角二十三度三十五分之餘弧爲六十六度二十五分丙角二十三度三十五分之餘弦爲六十六



一率	半徑
二率	丙角正切
三率	丙乙邊
四率	甲乙邊

一率	丙角正弦
二率	甲角正弦
三率	甲乙邊
四率	丙乙邊



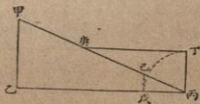
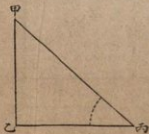
度二十五分之正弦。己庚丙與甲乙丙兩勾股形爲同式形。故丙角正弦己庚與甲角正弦丙庚之比。同於甲乙邊與丙乙邊之比。爲相當比例四率也。

又法以半徑十萬爲一率。丙角二十三度三十五分之餘切線二十二萬九千零七十三爲二率。甲乙邊三十二丈爲三率。求得四率七十三丈三尺零三分有餘。卽丙乙邊也。如丙丁戊一象限。切丁己弧。作丁庚線。爲丙角之餘切。卽甲角之正切。則丁丙爲半徑。丙丁庚與甲乙丙兩勾股形爲同式形。故丁丙半徑與丁庚餘切之比。同於甲乙邊與丙乙邊之比。爲相當比例四率也。

設如甲乙丙直角三角形。乙角爲直角九十度。知丙角四十三度三十七分。丙乙邊二十一尺。求甲丙邊幾何。

法以丙角四十三度三十七分與九十度相減。餘四十六度二十三分爲甲角。乃以甲角爲對所知之角。

一率	半徑
二率	丙角餘切
三率	甲乙邊
四率	丙乙邊

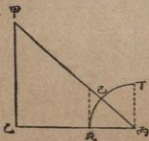
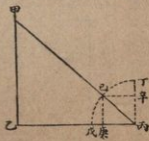


其正弦七萬二千三百九十七爲一率。甲角正弦卽丙角餘弦。或直用丙角餘弦亦可。以乙角爲對所求之角。其正弦卽半徑十萬爲二率。丙乙邊爲所知之邊。其數二十一尺爲三率。求得四率二十九尺零六釐有餘。卽甲丙爲所求之邊也。如丙丁戊一象限。己戊弧爲丙角之正弦。丁己弧爲丙角之餘弧。卽甲角之正弧。辛己線爲丙角之餘弦。卽甲角之正弦。與丙庚等。己丙線爲半徑。卽九十度之正弦。己庚丙與甲乙丙兩勾股形爲同式形。故甲角正弦丙庚與半徑己丙之比。同於丙乙邊與甲丙邊之比。爲相當比例四率也。

又法以半徑十萬爲一率。丙角四十三度三十七分之正割一十三萬八千一百二十七爲二率。丙乙邊二十一尺爲三率。求得四率二十九尺零六釐有餘。卽甲丙邊也。如丙丁戊一象限。切己戊弧作庚戊線。爲丙角之正切。則丙戊爲半徑。庚丙爲

一率	甲角正弦
二率	半徑
三率	丙乙邊
四率	甲丙邊

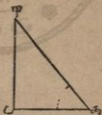
一率	半徑
二率	丙角正割
三率	丙乙邊
四率	甲丙邊



正割庚戊丙與甲乙丙兩勾股形爲同式形故丙戊半徑與庚丙正割之比同於丙乙邊與甲丙邊之比爲相當比例四率也。

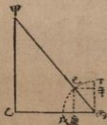
設如甲乙丙直角三角形乙角爲直角九十度知丙角五十一度五十一分甲丙邊八十九丈零二寸二分求甲乙邊丙乙邊各幾何。

法以丙角五十一度五十一分與九十度相減餘三十八度零九分爲甲角求甲乙邊則以乙角爲對所知之角其正弦卽半徑十萬爲一率以丙角爲對所求之角其正弦七萬八千六百四十爲二率甲丙邊爲所知之邊其數八十九丈零二寸二分爲三率求得四率七十丈零六分有餘卽甲乙爲所求之邊也求丙乙邊亦以乙角爲對所知之角其正弦卽半徑十萬爲一率而以甲角爲對所求之角其正弦六萬一千七百七十二爲二率甲丙邊爲所知之邊其數八十九丈零二寸二分爲



一率	半徑
二率	甲角正弦
三率	甲丙邊
四率	丙乙邊

一率	半徑
二率	丙角正弦
三率	甲丙邊
四率	甲乙邊

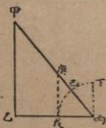


三率求得四率五十四丈九尺九寸有餘。卽丙乙爲所求之邊也。如丙丁戊一象限。己戊弧爲丙角之正弧。己庚線爲丙角之正弦。丁己弧爲丙角之餘弧。卽甲角之正弧。辛己線爲丙角之餘弦。卽甲角之正弦。己庚丙與甲乙丙兩勾股形爲同式形。故半徑己丙與丙角正弦己庚之比。同於甲丙邊與甲乙邊之比。爲相當比例四率。又半徑己丙與甲角正弦丙庚之比。同於甲丙邊與丙乙邊之比。爲相當比例四率也。

又法求甲乙邊。以丙角五十一度五十一分之正割一十六萬一千八百八十五爲一率。其正切一十二萬七千三百零六爲二率。甲丙邊八十九丈零二寸二分爲三率。求得四率七十丈零六分有餘。卽甲乙邊也。求丙乙邊。則仍以丙角正割一十六萬一千八百八十五爲一率。而以半徑十萬爲二率。仍以甲丙邊八十九丈零二寸二分爲三率。求得四率五十四丈九尺九寸有餘。卽丙乙邊也。如丙丁戊一象限。己戊弧爲丙角之正割。庚戊線爲丙角之正切。庚丙線爲丙角之正割。庚丙與甲乙丙兩勾股形爲同式形。故丙角正割庚丙與正切庚戊之比。同於甲丙邊與甲乙邊之比。又丙角正割庚丙與半徑丙戊之比。同於甲丙邊與丙乙邊之比。皆爲相當比例四率也。

一率	丙角正割
二率	半徑
三率	甲丙邊
四率	甲乙邊

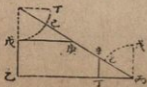
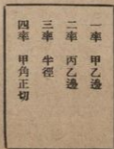
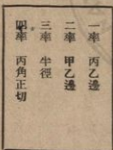
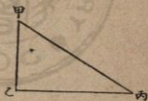
一率	丙角正割
二率	丙角正切
三率	甲丙邊
四率	甲乙邊



設如甲乙丙直角三角形乙角爲直角九十度知

甲乙邊二十丈丙乙邊三十四丈六尺四寸一分求甲角丙角各幾何

法以甲乙邊二十丈爲一率丙乙邊三十四丈六尺四寸一分爲二率半徑十萬爲三率求得四率一十七萬三千二百零五爲甲角之正切揀八線表得六十度卽甲角之度與九十度相減餘三十度卽丙角之度也如先求丙角則以丙乙邊三十四丈六尺四寸一分爲一率甲乙邊二十丈爲二率半徑十萬爲三率求得四率五萬七千七百三十五爲丙角之正切揀八線表得三十度卽丙角之度與九十度相減餘六十度卽甲角之度也如圖先求甲角則如甲丁戊一象限己戊弧爲甲角六十度之弧庚戊爲甲角之正切甲戊爲半徑甲戊庚與甲乙丙兩勾股形爲同式形故甲乙邊與丙乙邊之比同於甲戊半徑與庚戊正切之比爲

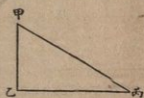


相當比例四率。先求丙角。則如丙丁戊一象限。己丁弧爲丙角三十度之弧。辛丁爲丙角之正切。丙丁爲半徑。丙丁辛與丙乙甲兩勾股形爲同式形。故丙乙邊與甲乙邊之比。同於丙丁半徑與辛丁正切之比。爲相當比例四率也。

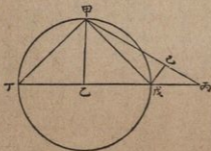
又法以甲乙邊二十丈。與丙乙邊三十四丈六尺四寸一分。相加得五十四丈六尺四寸一分。爲兩邊之和。爲一率。又以甲乙邊二十丈。與丙乙邊三十四丈六尺四寸一分相減。餘

一十四丈六尺四寸一分。爲兩邊之較。爲二率。以乙角之外角九十度。折半得四十五度。爲半外角。其正切十萬。爲三率。四十五度之正切。與半徑十萬等。

求得四率二十六萬七千九百四十八。爲半較角之正切。檢八線表得十五度爲半較角。與半外角四十五度相減。餘三十度。即丙角之度。如以半較角十五度與半外角四十五度相加。得六十度。即甲角之度也。如圖甲乙丙直角三角形。以乙直角爲心。甲乙小邊爲半徑。作一甲戊丁圓。截丙乙大邊於戊。將丙乙引長至圓界丁。則丁乙戊乙俱爲半徑。與甲乙等。自丁至丙。即兩邊之和。自戊至丙。即兩邊之較。甲乙丁角。即乙角之外角。試自甲至戊。作一甲戊線。則成甲乙戊直角三角形。其乙甲戊與乙戊甲二角相併。與甲乙丁

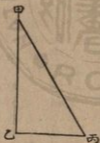


一率	兩邊之總
二率	兩邊之較
三率	半外角切線
四率	半較角切線



外角度等。今折半用其正切。卽如用甲戊乙角之正切。又心角與邊角度等。其切線亦等。故自甲至丁作一丁甲線。卽甲戊丁角之正切。又戊甲丙角。卽甲角大於甲戊乙角之較。又卽丙角小於甲戊乙角之較。故於圓界戊至甲丙邊已作己戊線。與甲丁線平行。卽戊甲己角之正切。且丙丁甲三角形與丙戊己三角形。爲同式形。故兩邊之和丙丁與甲戊丁半外角切線甲丁之比。卽同於兩邊之較丙戊與半較角切線己戊之比。爲相當比例四率也。

設如甲乙丙直角三角形。乙角爲直角九十度。知甲乙邊六十尺。丙乙邊三十二尺。求甲丙邊幾何。  
 法以甲乙邊六十尺爲一率。丙乙邊三十二尺爲二率。半徑十萬爲三率。求得四率五萬三千三百三十三。爲甲角之正切。檢八線表得二十八度零四分。卽甲角之度。如用丙乙邊作一率。甲乙邊作二率。卽先得丙角度。乃以甲角爲對所知之角。其正弦四萬七千零五十爲一率。乙角爲對所求之角。其正弦卽半徑十萬爲二率。丙乙邊爲所知之邊。其數三十二尺爲三率。求得四率六十八尺零一分二釐有餘。卽甲丙爲所求之邊也。又既得甲角之後。用割線法。則以半徑



一率	甲角正弦
二率	半徑
三率	丙乙邊
四率	甲丙邊

一率	半徑
二率	甲角正割
三率	甲乙邊
四率	甲丙邊

一率	甲乙邊
二率	丙乙邊
三率	半徑
四率	甲角正切



爲一率。甲角之正割爲二率。甲乙邊爲三率。求得四率。卽甲丙。爲所求之邊也。或得丙角。則用丙角之正割爲二率。丙乙邊爲三率。亦得甲丙邊。若得丙角。仍用甲乙邊爲三率。則用丙角餘割。卽甲角之正割。爲二率。而亦得甲丙邊也。

又法用勾股求弦。以甲乙爲股。丙乙爲勾。求得弦。卽甲丙邊也。法已載於勾股集中。

設如甲乙丙直角三角形。乙角爲直角九十度。知甲丙邊一百零二丈二尺。丙乙邊四十八丈。求甲角丙角各幾何。

法以甲丙邊爲對所知之邊。其數一百零二丈二尺爲一率。丙乙邊爲對所求之邊。其數四十八丈爲二率。乙角爲所知之角。其正弦卽半徑十萬爲三率。求得四率四萬六千九百六十六。爲甲角之正割。檢八線表得二十八度零一分。

卽甲角之度也。甲角之餘

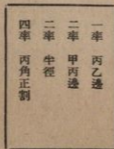
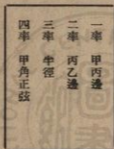
弦。卽丙角之正割。如檢八

線表餘弦數得六十一度

五十九分。卽丙角之度也。

如甲丁戊一象限。己庚爲

甲角正割。辛己與甲庚等。爲甲角之餘弦。卽丙角之正割。甲庚己與甲乙丙兩勾股形。爲同式形。故甲丙邊與丙乙邊之比。同於甲己半徑與己庚正割之比。爲相當比例四率也。

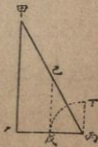


又法以丙乙邊四十八丈爲一率。甲丙邊一百零二丈二尺爲二率。半徑十萬爲三率。求得四率二十一萬二千九百一十六。爲丙角之正割。檢八線表得六十一度五十九分。卽丙角之度也。其丙角之餘割。卽甲角之正割。如檢餘割數得二十八度零一分。卽甲角之度也。如丙丁戊一象限。丙戊爲半徑。己戊爲丙角之正切。己丙爲丙角之正割。甲乙丙與己戊丙兩勾股形爲同式形。故丙乙邊與甲丙邊之比。同於丙戊半徑與己丙正割之比。爲相當比例四率也。

設如甲乙丙銳角三角形。知乙丙邊三十二丈。乙角六十度。丙角四十六度。求甲乙邊。甲丙邊各幾何。  
 法以乙角六十度與丙角四十六度相加。得一百零六度。與半圓一百八十度相減。餘七十四度。爲甲角。求甲丙邊。則以甲角爲對所知之角。其正弦九萬六千一百二十六。爲一率。以乙角爲對所求之角。其正弦八萬六千六百零三。爲二率。乙丙邊爲所知之邊。其數三十二丈。爲三率。求得四率二十八丈八尺二寸九分有餘。卽甲丙。爲所求之一邊也。求甲乙邊。則仍以甲角爲對所知之角。其正弦九萬六千一百二十六。爲一率。而以丙角爲對所求之角。其



一率	甲角正弦
二率	乙角正弦
三率	乙丙邊
四率	甲丙邊



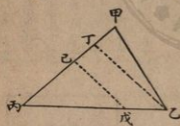
正弦七萬一千九百三十四爲二率。仍以乙丙邊爲所知之邊。其數三十二丈爲三率。求得四率二十三丈九尺四寸六分有餘。卽甲乙爲所求之。又一邊也。如圖甲乙丙三角形。作含三角形之圓。則每角各對一弧。試自圓心丁作三角形各邊之垂線。卽將每角所對之弧平分一半。各成兩心角。其每一心角與相當各界角之度等。見幾何原本四卷第十三節。是以乙角所對甲丙弧。原係一百二十度。今爲丁庚癸垂線所平分。各爲六十度。一爲甲丁癸。一爲癸丁丙。皆與乙角原度等。丙角所對甲乙弧。原係九十二度。今爲丁戊辛垂線所平分。各爲四十六度。一爲甲丁辛。一爲辛丁乙。皆與丙角原度等。甲角所對乙丙弧。原係一百四十八度。今爲丁己壬垂線所平分。各爲七十四度。一爲乙丁壬。一爲壬丁丙。皆與甲角原度等。乙己爲乙丁壬角之正弦。己丙爲壬丁丙角之正弦。亦卽甲角之正弦。甲庚爲甲丁癸角之正弦。庚丙爲癸丁丙角之正弦。亦卽乙角之正弦。甲戊爲甲丁辛角之正弦。戊乙爲辛丁乙角之正弦。亦卽丙角之正弦。故求甲丙邊者。以乙己與甲庚之比。或己丙與庚丙之比。皆同於乙丙與甲丙之比。又如求甲乙邊者。以己丙與甲戊之比。或乙己與戊乙之比。皆同於乙丙與甲乙之比。俱是半與半全與全之比例。而各爲相當比例四率也。又圖求甲丙邊者。則用甲丙

一率	甲角正弦
二率	乙角正弦
三率	乙丙邊
四率	甲丙邊

一率	甲角正弦
二率	丙角正弦
三率	乙丙邊
四率	甲乙邊

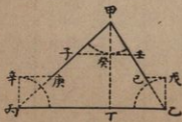
爲半徑。自丙角至甲乙界作丙丁垂線。爲甲角正弦。又依甲丙度截丙乙於戊。使戊乙與甲丙等。凡用正弦比例。因在圖內。皆同半徑。今使戊乙與甲丙相同。而後正弦之大小乃見。乃自戊至甲乙界又作戊己垂線。爲乙角正弦。觀戊己小於丙丁。則知甲丙同戊乙。亦小於乙丙。故甲角正弦丙丁與乙角正弦戊己之比。同於乙丙邊與甲丙邊之比。爲相當比例四率也。又如求甲乙邊者。則用甲乙爲半徑。自乙角至甲丙界作乙丁垂線。爲甲角正弦。又依甲乙度截乙丙於戊。使戊丙與甲乙等。乃自戊至甲丙界又作戊己垂線。爲丙角正弦。觀戊己小於乙丁。則知甲乙同戊丙。亦小於乙丙。故甲角正弦乙丁與丙角正弦戊己之比。同於乙丙邊與甲乙邊之比。爲相當比例四率也。

又法求甲乙邊。以乙角六十度之餘切五萬七千七百三十五。與丙角四十六度之餘切九萬六千五百六十九相加。得一十五萬四千



一率	乙角丙角兩餘切
二率	乙角餘割
三率	乙丙邊
四率	甲乙邊

三百零四爲一率。乙角之餘割一十一萬五千四百七十爲二率。乙丙邊三十二丈爲三率。求得四率二十三丈九尺四寸六分有餘。卽甲乙邊求甲丙邊。則仍以兩角餘切相加之。一十五萬四千三百零四爲一率。而以丙角餘割一十三萬九千零一十六爲二率。仍以乙丙邊三十二丈爲三率。求得四率二十八丈八尺二寸九分有餘。卽甲丙邊也。此法蓋以甲乙丙一銳角三角形。分爲甲丁乙。甲丁丙兩直角三角形。卽如乙角六十度。與象限九十度相減。餘三十度爲甲丁乙三角形之甲角。又丙角四十六度。與象限九十度相減。餘四十四度爲甲丁丙三角形之甲角。乙角之餘切戊己。卽甲丁乙三角形之甲角之正切。如壬癸。乙角之餘割己乙。卽甲丁乙三角形之甲角之正割。如甲壬。而丙角之餘切庚辛。卽甲丁丙三角形之甲角之正切。如甲子。若乙角丙角兩餘切相加。卽兩甲角正切相加之和。如壬子。甲癸壬與甲丁乙兩三角形爲同式形。甲癸子與甲丁丙兩三角形爲同式形。故甲壬子與甲乙丙兩三角形亦爲同式形。是故求甲乙邊者。以壬子與甲壬之比。同於乙丙與甲乙之比。求甲丙邊者。以壬子與甲子之比。同於乙丙與甲丙之比。皆爲相當比例四率也。



一率	乙角丙角兩餘切
二率	丙角餘割
二率	乙丙邊
四率	甲丙邊

設如甲乙丙銳角三角形。知甲角五十度。乙角

七十度。乙丙邊九丈七尺八寸。求丙角甲乙

邊甲丙邊各幾何。

法以甲角五十度與乙角七十度相加。得一百

二十度。與半圓一百八十度相減。餘六十度。為

丙角。求甲乙邊。則以甲角為對所知之角。其正

弦七萬六千六百零四為一率。以丙角為對所

求之角。其正弦八萬六千六百零三為二率。乙

丙邊為所知之邊。其數九丈七尺八寸為三率。求得四率一十一丈零五寸六分有餘。即甲乙為所求之

一邊也。求甲丙邊。則仍以甲角為對所知之角。其正弦七萬六千六百零四為一率。而以乙角為對所求

之角。其正弦九萬三千九百六十九為二率。仍以乙丙邊為所知之邊。其數九丈七尺八寸為三率。求得

四率一十一丈九尺九寸六分有餘。即甲丙為所求之又一邊也。此法所知之角與邊。雖與前法少異。然

總是有兩角一邊。得其所餘一角。則仍與前法同矣。

設如甲乙丙鈍角三角形。知乙角二十四度。丙角三十六度三十分。乙丙邊七十九丈零一寸。求甲乙邊

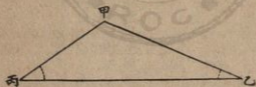
甲丙邊各幾何。

法以乙角二十四度與丙角三十六度三十分相加。得六十度三十分。與半圓一百八十度相減。餘一百



一率	甲角正弦
二率	丙角正弦
三率	乙丙邊
四率	甲乙邊

一十九度三十分爲甲鈍角。求甲乙邊。則以甲鈍角爲對所知之角。夫甲角既爲鈍角。過九十度。乃用其外角。將甲角一百一十九度三十分與半圓一百八十度相減。餘六十度三十分爲甲角之外角。其正弦八萬七千零三十六爲一率。凡鈍角之外角。其正弦。卽鈍角之正弦。解見割圓集內。丙角爲對所求之角。其正弦五萬九千四百八十二爲二率。乙丙邊爲所知之邊。其數七十九丈零一寸爲三率。求得四率五十三丈九尺九寸七分。卽甲乙爲所求之一邊也。如求甲丙邊。則仍以甲角爲對所知之角。用其外角正弦八萬七千零三十六爲一率。而以乙角爲對所求之角。其正弦四萬零六百七十四爲二率。仍以乙丙邊七十九丈零一寸爲三率。求得四率三十六丈九尺二寸三分有餘。如既得甲乙邊。而以丙角爲對所知之角。其正弦爲一率。甲乙邊爲所知之邊。其數爲三率。所得亦同。卽甲丙爲所



一率	甲角正弦
二率	乙角正弦
三率	乙丙邊
四率	甲丙邊

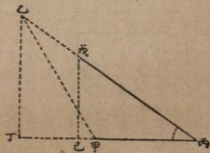
一率	甲外角正弦
二率	丙角正弦
三率	乙丙邊
四率	甲乙邊

一率	甲外角正弦
二率	乙角正弦
三率	乙丙邊
四率	甲丙邊



求之又一邊也。此法亦有兩角一邊。但甲爲鈍角。故用外角正弦。求法略異。試以求甲乙邊言之。則甲乙邊爲半徑。於甲角之外。作乙丁垂線。則成乙甲丁之外角。其乙丁垂線。卽乙甲丁外角之正弦。又按甲乙邊度。截乙丙邊於戊。使戊丙與甲乙半徑等。作戊己垂線。卽丙角之正弦。夫戊己丙與乙丁丙兩勾股形。爲同式形。故乙甲丁外角之正弦。乙丁與丙角之正弦。戊己之比。卽同於乙丙邊與等甲乙邊之戊丙之比。爲相當比例四率也。其求甲丙邊用外角正弦。其理亦同。

又法求甲乙邊。以乙角二十四度之餘切二十二萬四千六百零四。與丙角三十六度三十分之餘切一十三萬五千一百四十二相加。得三十五萬九千七百四十六爲一率。乙角之餘割二十四萬五千八百五十九爲二率。乙丙邊七十九丈零一寸爲三率。求得四率五十三丈九尺九寸七分有餘。卽甲乙邊。求甲丙邊則仍以兩角餘切相加之。三十五萬九千七百四十六爲一率。而以丙角之餘割一十六萬八千一百一十七爲二率。乙丙邊七十九丈零一寸爲三率。求得四率三十六丈九尺二寸三分有餘。卽甲丙邊也。此法蓋以甲乙丙一鈍角三角形。分爲甲丁乙。甲丁丙兩直角三角形。其乙角之餘切戊己。卽甲丁乙三角形之甲角之正切。如壬



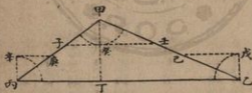
一率	乙角丙角兩餘切
二率	乙角餘割
三率	乙丙邊
四率	甲乙邊

癸乙角之餘割己乙。即甲丁乙三角形之甲角之正割。如甲壬。而丙角之餘切庚辛。即甲丁丙三角形之甲角之正切。如癸子。丙角之餘割庚丙。即甲丁丙三角形之甲角之正割。如甲子。乙角丙角兩餘切相加之數。即兩甲角正切相加之和。如壬子。甲癸壬與甲丁乙兩三角形爲同式形。甲癸子與甲丁丙兩三角形爲同式形。故甲壬子與甲乙丙兩三角形亦爲同式形。是以求甲乙邊者。以壬子與甲壬之比。同於乙丙與甲乙之比。求甲丙邊者。以壬子與甲子之比。同於乙丙與甲丙之比。皆爲相當比例四率也。

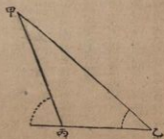
設如甲乙丙鈍角三角形。知乙角三十三度三十八分四十秒。丙外角五十五度五十三分。乙丙邊一十六丈。求甲角甲乙邊甲丙邊各幾何。

法以乙角三十三度三十八分四十秒。與丙外角五十五度五十三分相減。餘二十二度一十四分。

一率	乙角丙角兩餘切
二率	丙角餘割
三率	乙丙邊
四率	甲乙邊



一率	甲角正弦
二率	丙外角正弦
三率	乙丙邊
四率	甲乙邊



二十秒。即甲角。取甲角。當以丙外角與半圓一百八十度相減。餘爲丙鈍角。仍以丙鈍角與乙角相加。又與半圓一百八十度相減。餘爲甲角。今止以丙外角內減乙角。即得甲角者。蓋因丙外角與乙甲二內角相併之度等。又三角形三角相併共爲一百八十度。與半圓等。今於半圓內減去丙鈍角。所餘爲丙外角。而一百八十度內減丙鈍角。則餘乙甲二角共度。是甲乙二角共度與丙外角之度等。故於丙外角內減去乙角。即甲角也。求甲乙邊。則以甲角爲對所知之角。其正弦三萬七千八百四十七爲一率。以丙外角爲對所知之角。其正弦八萬二千七百九十爲二率。乙丙邊爲所知之邊。其數一十六丈爲三率。丙邊者。以壬子與甲子之比。同於乙丙與甲丙之比。皆爲相當比例四率也。

設如甲乙丙鈍角三角形。知乙角三十三度三十八分四十秒。丙外角五十五度五十三分。乙丙邊一十六丈。求甲角甲乙邊甲丙邊各幾何。

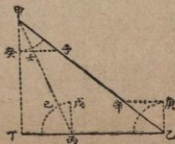
法以乙角三十三度三十八分四十秒與丙外角五十五度五十三分相減。餘二十二度一十四分二十秒。即甲角。取甲角。當以丙外角與半圓一百八十度相減。餘爲丙鈍角。仍以丙鈍角與乙角相加。又與半圓一百八十度相減。餘爲甲角。今止以丙外角內減乙角。即得甲角者。蓋因丙外角與乙甲二內角相併之度等。又三角形三角相併共爲一百八十度。與半圓等。今於半圓內減去丙鈍角。所餘爲丙外角。而一百八十度內減丙鈍角。則餘乙甲二角共度。是甲乙二角共度與丙外角之度等。故於丙外角內減去乙角。即甲角也。求甲乙邊。則以甲角爲對所知之角。其正弦三萬七千八百四十七爲一率。以丙外角爲對所知之角。其正弦八萬二千七百九十爲二率。乙丙邊爲所知之邊。其數一十六丈爲三率。求得四率三十五丈。即甲乙爲所求之一邊。求甲丙邊。則仍以甲角爲對所知

之角。其正弦三萬七千八百四十七爲一率。而以乙角爲對所求之角。其正弦五萬五千四百零四爲二率。仍以乙丙邊爲所知之邊。其數一十六丈爲三率。求得四率二十三丈四尺二寸二分有餘。如既得甲乙邊。而以丙外角爲對所知之角。其正弦爲一率。甲乙邊爲所知之邊。其數爲三率。所得亦同。即甲丙爲所求之。又一邊也。此法亦有兩角一邊。與前法同。但先有外角少異耳。

又法求甲乙邊。以乙角三十三度三十八分四十四秒之餘切一十五萬零二百五十九。與丙外角五十五度五十三分之餘切六萬七千七百四十八相減。餘八萬二千五百一十一爲一率。乙角之餘切一十八萬零四百九十三爲二率。乙丙邊一十六丈爲三率。求得四率三十五丈。即甲乙邊。求甲丙邊。則仍以兩角餘切相減之。八萬二千五百一十一爲一率。而以丙外角之餘切一十二萬零七百八十八爲二率。仍以乙丙邊一十六丈爲三率。求得四率二十三丈四尺二寸二分有餘。即甲丙

一率	甲角正弦
二率	乙角正弦
三率	乙丙邊
四率	甲丙邊

一率	乙角丙角兩餘切較
二率	乙角餘切
三率	乙丙邊
四率	甲乙邊

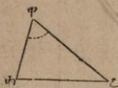


一率	乙角丙角兩餘切較
二率	丙外角餘切
三率	乙丙邊
四率	甲丙邊

邊也。此法蓋以乙丙邊引長，自甲角作甲丁垂線，遂成甲丁乙、甲丁丙兩直角三角形。甲丁丙三角形之丙角，即甲乙丙三角形之丙角之外角，其餘切戊己，即甲丁丙三角形之甲角之正切，如壬癸。丙外角之餘割己丙，即甲丁丙三角形之甲角之正割，如甲壬。甲乙丙三角形之乙角之餘切庚辛，即甲丁乙三角形之甲角之正切，如甲子。甲丁乙三角形之丙角餘切，與甲丁乙三角形之乙角餘切相減之數，即兩甲角之正切相減之較，如子壬。甲癸壬三角形與甲丁丙三角形，為同式形。甲癸子三角形與甲丁乙三角形，為同式形。故甲子壬三角形與甲乙丙三角形，亦為同式形。是以子壬與甲子之比，同於乙丙與甲乙之比。又子壬與甲壬之比，同於乙丙與甲丙之比，皆為相當比例四率也。

設如甲乙丙銳角三角形，知甲角六十度，甲乙邊四十丈，甲丙邊二十六丈一尺零八分，求乙角丙角及乙丙邊各幾何。

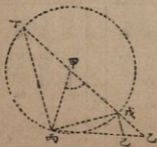
法以甲乙邊四十丈，與甲丙邊二十六丈一尺零八分相加，得六十六丈一尺零八分，為兩邊之和，為一率。又以甲乙邊四十丈，與甲丙邊二十六丈一尺零八分相減，餘一十三丈八尺九寸二分，為兩邊之較，為二率。以甲角六十度，與半圓一百八十度相減，餘一百二十度，為外角，折半得六十度，為半外角，其正切一十七萬三



一率	兩邊之總
二率	兩邊之較
三率	半外角切線
四率	半較角切線

千二百零五爲三率求得四率三萬六千三百九十七爲半較角之正切。檢八線表得二十度爲半較角與半外角六十度相減餘四十度卽乙角之度。如以半較角二十度與半外角六十度相加得八十度卽丙角之度也。既得乙丙兩角卽以丙角爲對所知之角其正弦九萬八千四百八十一爲一率以甲角爲對所求之角其正弦八萬六千六百零三爲二率甲乙邊爲所知之邊其數四十丈爲三率求得四率三十五丈一尺七寸五分有餘卽乙丙爲所求之邊也。如圖甲乙丙銳角三角形以甲角爲心甲丙小邊爲半徑作一丙丁戊圓截甲乙大邊於戊將甲乙引長至圓界丁則甲丁甲戊俱爲半徑與甲丙等自丁至乙卽兩邊之和自戊至乙卽兩邊之較丁甲丙角卽甲角之外角試自丙至戊作一丙戊線則成甲丙戊三角形其甲丙戊與甲戊丙二角併之與丁甲丙外角度等今折半用其正切卽如用丁戊丙角之正切又心角與邊角度等其切線亦等故自丙至丁作一丙丁線卽丁戊丙角之正切又戊丙乙角卽丙角大於甲戊丙角之較亦卽乙角小於甲戊丙角之較故自圓甲戊至乙丙邊己作己戊線與丙丁平行卽戊丙己角之正切且乙丁丙三角形與乙戊己三角形爲同式形故兩邊之和丁乙與丁戊丙半外角切線丁丙之比卽同於兩

一率	丙角正弦
二率	甲角正弦
三率	甲乙邊
四率	乙丙邊



邊之較戊乙與半較角切線戊己之比爲相當比例四率也。

又法自丙角作丙丁垂線分爲丙丁甲丙丁乙兩直角形算之先用丙丁甲直角形求丙丁垂線及甲丁分邊以丁角爲對所知之角其正弦卽半徑十萬爲一率以甲角爲對所求之角其正弦八萬六千六百零三爲二率甲丙邊爲所知之邊其數二十六丈一尺零八分爲三率求得四率二十二丈六尺一寸有餘爲丙丁垂線又以丁角爲對所知之角其正弦卽半徑十萬爲一率以甲角六十度與九十度相減餘三十度卽甲丙丁角卽丙之分角爲對所求之角其正弦五萬爲二率直用甲角餘弦亦可甲丙邊爲所知之邊其數二十六丈一尺零八分爲三率求得四率十三丈零五寸四分爲甲丁分邊既得甲丁分邊乃與甲乙邊四十丈相減餘二十六丈九尺四寸六分爲丁乙分邊於是用丙丁乙直角形求乙角及乙丙邊以丁乙二十六丈九尺四寸六分爲一率丙丁二十二丈六尺一寸有餘爲二率半徑十萬爲三率求得四率八萬三千九百零八爲乙角正切檢八線表得四十度爲乙角以乙角四十度與甲角六十度相加得一百度與一



一率	半徑
二率	甲角正弦
三率	甲丙邊
四率	丙丁邊

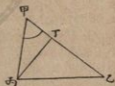
一率	半徑
二率	丙分角正弦
三率	甲丙邊
四率	甲丁邊

一率	丁乙分邊
二率	丙丁垂線
三率	半徑
四率	乙角正切



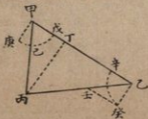
百八十度相減。餘八十度爲丙角。既得乙丙兩角。則用兩角一邊求又一邊之法。算之即得乙丙邊矣。或先求乙丙邊。則以丁乙二十六丈九尺四寸六分爲勾。丙丁二十二丈六尺一寸爲股。求得弦三十五丈一尺七寸五分有餘。即乙丙邊也。

又法先求甲丁分邊。比例而得乙角。以半徑十萬爲一率。即丁直角之正弦。以甲角六十度之餘弦五萬爲二率。即丙分角之正弦。以甲丙邊二十六丈一尺零八分爲三率。求得四率十三丈零五寸四分。爲甲丁分邊。乃以甲丁分邊十三丈零五寸四分爲一率。以甲丁分邊與甲乙全邊四十丈相減。餘二十六丈九尺四寸六分。爲丁乙分邊。爲二率。甲角六十度之餘切五萬七千七百三十五爲三率。求得四率一十一萬九千一百七十六。爲乙角餘切。檢表得四十度。即乙角也。如甲角之戊庚一象限。其庚己爲甲角之餘切。而庚己甲與甲丁丙爲同式形。又如乙角之辛癸一象限。其壬癸爲乙角之餘切。



一率	半徑
二率	甲角餘弦
三率	甲丙邊
四率	甲丁分邊

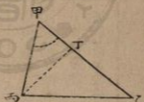
一率	甲丁分邊
二率	丁乙分邊
三率	甲角餘切
四率	乙甲角餘切



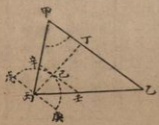
而壬癸乙與乙丁丙爲同式形故甲丁與丁乙之比同於庚己與壬癸之比也

又法用甲角餘割餘切求乙角丙角以甲丙邊二十六丈一尺零八分爲一率甲乙邊四十四丈爲二率甲角六十度餘割一十一萬五千四百七十爲三率求得四率一十七萬六千九百一十一爲甲角餘切與乙角餘切之共數即甲丙丁與乙丙丁兩分角之共切又將甲角六十度與象限九十度相減餘三十度即甲丙丁之分角檢其正切五萬七千七百三十五與兩分角之共切一十七萬六千九百一十一相減餘一十一萬九千一百七十六爲丁丙乙分角之正切即乙角之餘切檢表得四十度即乙角之度也

以乙角四十度與甲角六十度相加得一百度又與半圓一百八十度相減餘八十度即丙甲之度也如甲乙丙銳角三角形作丙丁垂線分爲甲丁丙與乙丁丙兩直角形以丙角爲心作一戊己庚半圓則丙丁垂線平分於己兩邊各成一象限試與甲乙邊平行作一辛壬線則辛己一段爲甲丙丁分角之正切即甲角之餘切己壬一段爲乙丙丁分角之正切又即乙角之餘切而辛丙爲甲丙丁分角之正割亦即甲角之餘割辛壬丙與甲乙丙兩三角形爲同式形故甲丙邊與



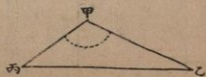
一率	甲丙邊
二率	甲乙邊
三率	甲角餘割
四率	丙兩分角正切



甲乙邊之比。即同於甲角餘割辛丙。即甲丙丁分角之正割。與甲丙丁乙丙丁兩分角之正切相合之辛壬之比。爲相當比例四率也。既得辛壬兩分角之共切。內減去甲丙丁分角三十度之正切辛己。所餘己壬。爲乙丙丁分角之正切。卽爲乙角之餘切。檢表卽得乙角也。

設如甲乙丙鈍角三角形。知甲角一百一十九度三十四分。甲乙邊五十四尺。甲丙邊三十六尺九寸。求乙角丙角及乙丙邊各幾何。

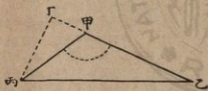
法以甲乙邊五十四尺。與甲丙邊三十六尺九寸相加。得九十尺九寸。爲兩邊之和。爲一率。又以甲乙邊與甲丙邊相減。餘一十七尺一寸。爲兩邊之較。爲二率。以甲角一百一十九度三十四分。與半圓一百八十度相減。餘六十九度二十六分。爲外角。折半得三十四度一十三分。爲半外角。其正切五萬八千二百四十六。爲三率。求得四率一萬零九百五十六。爲半較角之正切。檢八線表得六度一十五分。爲半較角。與半外角三十度一十三分相減。餘二十三度五十八分。卽乙角之度。如以半較角六度一十五分。與半外角三十度一十三分相加。得三十六度二十八分。卽丙角之度也。既得乙丙二角。求乙丙邊。則以丙角爲對所知之角。其正弦五萬九千四百三十五。爲一率。甲外角爲對所求之角。甲角爲鈍角。故用外角。其正弦八萬六千九百七十八。爲二率。甲乙邊爲所知之邊。其



一率	兩邊之統
二率	兩邊之較
三率	半外角正切
四率	半較角正切

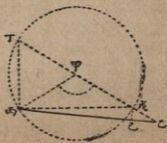
數五十四尺爲三率求得四率七十九尺零二分四釐有餘。卽乙丙邊也。如圖甲乙丙鈍角三角形以甲角爲心。甲丙爲半徑。作一丙丁戊圓。其乙丁爲兩邊之和。乙戊爲兩邊之較。丙丁爲半外角之正切。己戊爲半較角之正切。乙丁丙三角形與乙戊己三角形爲同式形。故以兩邊之和乙丁與丁戊丙半外角切線丙丁之比。卽同於兩邊之較乙戊與半較角切線己戊之比。爲相當比例四率也。

又法自丙角作丙丁垂線於形外。成丙丁乙與丙丁甲兩直角形。先用丙丁乙直角形求丙丁垂線。及甲丁虛邊。以丁直角爲對所知之角。其正弦卽半徑十萬爲一率。以甲角一百一十九度三十四分。與半圓一百八十度相減。餘六十六度二十六分。卽甲外角爲對所求之角。其正弦八萬六千九百七十八爲二率。甲丙邊爲所知



一率	丙角正弦
二率	甲外角正弦
三率	甲乙邊
四率	乙丙邊

一率	半徑
二率	甲外角正弦
三率	甲丙邊
四率	丙丁垂線



之邊。其數三十六尺九寸爲三率。求得四率三十二尺零九分五釐。爲丙  
 丁垂線。又以丁直角爲對所知之角。其正弦卽半徑十萬爲一率。又以甲  
 外角六十度二十六分。與九十度相減。餘二十九度三十四分。爲甲丙丁  
 角。卽丙外角。爲對所求之角。其正弦四萬九千三百四十四爲二率。如  
 直用甲外角之餘弦爲三率亦可。甲丙邊爲所知之邊。其數三十六尺九寸爲  
 三率。求得四率十八尺二寸零八釐。爲甲丁虛邊。與甲乙邊五十四尺相  
 加得七十二尺二寸零八釐。爲乙丁全邊。又以乙丁全邊七十二尺二寸  
 零八釐爲一率。丙丁垂線三十二尺零九分五釐爲二率。半徑十萬爲三  
 率。求得四率四萬四千四百四十八。爲乙角正切。檢八線表得二十三度  
 五十八分。爲乙角之度。與甲外角六十度二十六分相減。餘三十六度二  
 十八分。卽丙角之度。甲外角與乙丙二內角等。故減去乙角。餘卽丙角。既得乙  
 丙二角。則用兩角一邊求又一邊之法算之。卽得乙丙邊。或先求乙丙邊。  
 則以乙丁全邊七十二尺二寸零八釐爲股。丙丁垂線三十二尺零九分  
 五釐爲勾。求得弦七十九尺零二分。卽乙丙邊也。又法用甲角餘割餘切。  
 求乙角丙角。以甲丙邊三十六尺九寸爲一率。甲乙邊五十四尺爲二率。  
 以甲外角六十度二十六分之餘割一十一萬四千九百七十一爲三率。

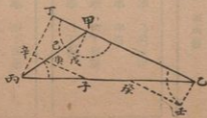
一率	半徑
二率	丙外角正弦
三率	甲丙邊
四率	甲丁虛邊

一率	乙丁邊
二率	丙丁垂線
三率	半徑
四率	乙角正切

一率	甲丙邊
二率	甲乙邊
三率	甲外角餘割
四率	甲外角乙角兩餘切較

求得四率一十六萬八千二百五十爲甲外角餘切與乙角餘切之較數。乃以甲外角六十度二十六分之餘切五萬六千七百三十一與兩餘切之較相加得二十二萬四千九百八十一爲乙角餘切。檢表得二十三度五十八分卽乙角之度。與甲角一百一十九度三十四分相加得一百四十三度三十二分與半圓一百八十度相減餘三十六度二十八分卽丙角之度也。如甲乙丙鈍角形將甲乙邊引長自丙角作丙丁垂線遂成丙丁甲丙丁乙兩直角三角形丙丁甲三角形之甲角卽甲乙丙三角形之甲角之外角其餘切戊己卽丙丁甲三角形之丙角之正切如庚辛甲外角之餘割甲己卽丙丁甲三角形之丙角之正割如庚丙而丙丁乙三角形之乙角之餘切壬癸卽丙丁乙三角形之丙角之正切如子辛若丙丁乙三角形之乙角餘切與丙丁甲三角形之甲角餘切相減卽兩丙角相差之較如子庚丙辛庚三角形與丙丁甲三角形爲同式形丙辛子三角形與丙丁乙三角形爲同式形故丙庚子三角形與丙甲乙三角形亦爲同式形是以甲丙邊與甲乙邊之比同於甲外角餘割庚丙卽甲己與兩餘切之較子庚之比爲相當比例四率也。既得子庚兩餘切之較與甲外角之餘切庚辛卽戊己相加得子辛卽乙角之餘切。檢表得乙角度。既得乙角則以乙角與甲角相併與半圓相減餘卽丙角矣。

設如甲乙丙銳角三角形知乙角六十度甲乙邊八十丈甲丙邊七十丈三尺四寸求甲角丙角及乙丙



邊各幾何。

法以甲丙邊爲對所知之邊。其數七十丈三尺四寸爲一率。甲乙邊爲對所求之邊。其數八十丈爲二率。乙角爲所知之角。其正弦八萬六千六百零三爲三率。求得四率九萬八千四百九十六。爲丙角正弦。檢表得八十度零三分。卽丙角度也。既得丙角度。則以乙角六十度。與丙角八十度零三分相加。得一百四十度零三分。與一百八十度相減。餘三十九度五十七分。卽甲角度也。既得甲角。求乙丙邊。則以乙角爲對所知之角。其正弦八萬六千六百零三爲一率。甲角爲對所求之角。其正弦六萬四千二百一十二爲二率。甲丙邊爲所知之邊。其數七十丈三尺四寸爲三率。求得四率五十二丈一尺五寸三分有餘。卽乙丙爲所求之邊也。

又法用餘割求丙角。以甲乙邊八十丈爲一率。甲丙邊七十丈三尺四寸爲二率。乙角六十度之餘割十一萬五千四百七十爲三率。求得四率十萬一千五百二十六。爲丙角餘割。檢表得八十度零三分。卽丙角也。如甲乙丙銳角三角形。作甲丁垂線。分爲甲丁乙、甲丁丙兩直角三角形。其乙角之餘割戊乙。卽甲丁乙三角形之甲角之正割。如甲庚。



一率	甲丙邊
二率	甲乙邊
三率	乙角正弦
四率	丙角正弦

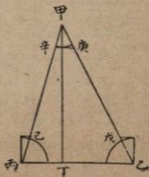
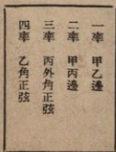
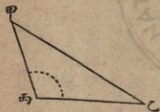
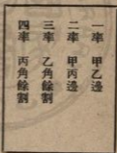
一率	乙角正弦
二率	甲角正弦
三率	甲丙邊
四率	乙丙邊



丙角之餘割己丙即甲丁丙三角形之甲角  
 之正割如甲辛甲庚辛與甲乙丙兩三角形  
 爲同式形故甲乙邊與甲丙邊之比同於乙  
 角餘割甲庚即戊乙與丙角餘割甲辛即己  
 丙之比爲相當比例四率也

設如甲乙丙鈍角三角形知丙角一百一十  
 度甲乙邊二十二丈五尺五寸甲丙邊十二  
 丈求甲角乙角及乙丙邊各幾何

法以甲乙邊爲對所知之邊其數二十二丈  
 五尺五寸爲一率甲丙邊爲對所求之邊其  
 數十二丈爲二率丙角爲所知之角其外角  
 七十度之正弦九萬三千九百六十九爲三  
 率求得四率五萬爲乙角正弦檢表得三十  
 度即乙角度也既得乙角度則以乙角三十  
 度與丙角一百一十度相加得一百四十度  
 與一百八十度相減餘四十度即甲角度也



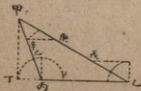
既得甲角求乙丙邊則以乙角爲對所知之角其正弦五萬爲一率甲角爲對所求之角其正弦六萬四千二百七十九爲二率甲丙邊爲所知之邊其數十二丈爲三率求得四率十五丈四尺二寸七分卽乙丙爲所求之邊也又法用餘割求乙角以甲丙邊十二丈爲一率甲乙邊二十二丈五尺五寸爲二率丙外角七十度之餘割十萬六千四百一十八爲三率求得四率一十九萬九千九百七十七爲乙角之餘割檢表得三十度卽乙角度也如甲乙丙鈍角三角形將乙丙邊引長自甲角作甲丁垂線遂成甲丁丙甲丁乙兩直角三角形甲丁丙三角形之丙角卽甲乙丙三角形之丙角之外角其餘割己丙卽甲丁丙三角形之甲角之正割如甲辛甲丁乙三角形之乙角之餘割戊乙卽甲丁乙三角形之甲角之正割如甲庚甲庚辛與甲乙丙兩三角形爲同式形故甲丙邊與甲乙邊之比同於丙外角餘割甲辛卽己丙與乙角餘割甲庚卽戊乙之比爲相當比例四率也

設如甲乙丙銳角三角形知甲乙邊一百二十二尺甲丙邊一百一十二尺乙丙邊一百五十尺求甲乙丙三角各幾何

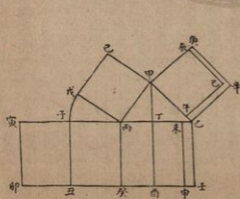
法求丙角以甲丙邊一百一十二尺與乙丙邊一百五十尺相乘得一萬六千八百尺倍之得三萬三千六百尺爲一率以甲丙邊一百一十二尺自乘

一率	乙角正弦
二率	甲角正弦
三率	甲丙邊
四率	乙丙邊

一率	甲丙邊
二率	甲乙邊
三率	丙外角餘割
四率	乙角餘割



得一萬二千五百四十四尺。乙丙邊一百五十尺自乘得二萬二千五百尺。以兩邊各自乘數相加得三萬五千零四十四尺。又以甲乙邊一百二十二尺自乘得一萬四千八百八十四尺。與兩邊各自乘相加數三萬五千零四十四尺相減。餘二萬零一百六十尺爲二率。半徑十萬爲三率。求得四率六萬爲甲分角之正弦。卽丙角之餘弦。檢表得五十三度零八分。卽丙角之度也。求乙角則以甲乙邊與乙丙邊相乘得數倍之爲一率。以甲乙邊乙丙邊各自乘相加。內減去甲丙邊自乘之數。餘爲二率。半徑十萬爲三率。求得四率爲甲分角之正弦。卽乙角之餘弦。檢表卽得乙角之度也。或旣得丙角。用兩邊一角比例之法。卽得甲乙二角矣。此法蓋以三邊之面積互相加減。使面與面比。而得線與線之比也。如甲乙丙三角形。自甲角至乙丙邊。作一甲丁垂線。分爲甲丁丙。甲丁乙兩勾股形。又作三邊之各正方。復作兩邊相乘之長方。其甲丙戊己爲甲丙邊自乘之一正方。庚辛乙甲爲甲乙邊自乘之一正方。乙壬癸丙爲乙丙邊自乘之一正方。丙癸丑子爲甲丙邊與乙丙邊相乘之一長方。倍



之爲丙癸卯寅一大長方。今於甲丙戊己與乙壬癸丙兩正方相併數內。減庚辛乙甲一正方。則是減去辰巳午甲一正方。卽如甲丙戊己之一正方。又減去庚辛乙午巳辰一磬折形。卽如庚辛乙甲之正方。比甲丙戊己之正方所多之較。其積與乙壬申未一長方等。甲丁丙·甲丁乙兩勾股形。同用一甲丁股。是以甲丙弦方內。有甲丁一股方。丁丙一勾方。謂甲乙弦方內。有甲丁一股方。乙丁一勾方。因兩三角形同用一股。故其兩弦較與兩弦和相乘之數。兩勾較與兩勾和相乘之數。必然相等。午乙卽兩弦之較。辰巳與辛乙相併卽兩弦之和。庚辛乙午巳辰磬折形。卽兩弦較與兩弦和相乘之積。而乙未爲兩勾之較。乙丙爲兩勾之和。乙壬申未卽兩勾較與兩勾和相乘之積。所以知其相等也。所餘爲未申癸丙一長方。試以甲丁垂線引長。則平分未申癸丙一長方。爲未申酉丁與丁酉癸丙二長方。此二長方與丙癸丑子子丑卯寅二長方同用一邊。爲二平行線內所有二方面互相爲比。同於其底互相爲比之例。故丙癸卯寅之長方。與未申癸丙之長方之比。卽同於丙寅邊與未丙邊之比也。又比例之理。全與全半與半之比例相同。故丙癸卯寅之長方。爲甲丙邊與乙丙邊相乘。又加一倍之積。與未申癸丙之長方。卽甲丙邊乙丙邊兩正方相併內。減甲乙邊一正方形所餘之積。相比。同於丙子邊。與甲丙邊同。與丁丙邊之比也。又甲丙邊卽如甲丁垂線所分丁直角之正弦。而甲丁垂線所分之丁丙邊卽如甲分角之正弦。是以甲丙邊與乙丙邊相乘加倍之丙癸卯寅長方積爲一率。甲丙邊乙丙邊兩正方形相併積內。減甲乙邊一正方形所餘未申癸丙長方積爲二率。對丁直角之正弦半徑十萬爲三率。求得四率。爲甲分角之正弦。卽丙角之餘弦也。

又求分邊得角法。以乙丙邊爲底。其數一百五十尺爲一率。甲乙邊大腰一百二十二尺。與甲丙邊小腰

一百一十二尺相加得二百三十四尺爲二率。兩邊相減餘一十尺爲三率。求得四率一十五尺六寸爲分邊之較。與乙丙邊一百五十尺相減餘一百三十四尺四寸折半得六十七尺二寸爲丁丙分邊之數。乃以甲丙邊爲對所知之邊其數一百一十二尺爲一率。丁丙分邊爲對所求之邊其數六十七尺二寸爲二率。丁角爲所知之角。其正弦半徑十萬爲三率。求得四率六萬爲甲丁丙三角形之甲角正弦。又卽丙角之餘弦檢表得五十三度零八分爲丙角之度。既得丙角則用兩邊一角比例之法。遂得甲乙二角矣。如圖以甲角爲心。甲丙小邊爲半徑。作一戊丙己庚圓。截甲乙邊於庚。截丙乙邊於戊。將甲乙引長至圓界己。則甲己與甲丙等。自己至乙卽兩邊之和。自庚至乙卽兩邊之較。乙戊卽乙丁。丁丙兩分邊之較。是故分邊之和乙丙。與兩邊之和己乙之比。卽同於兩邊之較庚乙。與分邊之較乙戊之比。爲轉比例四率也。

又法以甲乙邊一百二十二尺。乙丙邊一百五十尺。甲丙邊一百一十二尺。三數相加得三百八十四尺爲三邊之總。折半得一百九十二尺爲半總。以甲乙邊一百二十二尺與半總一百九十二尺相減餘七十尺爲甲乙邊與半總之較。以乙丙邊一百五十尺與半總一百九十二尺相減餘

一率 分邊之和  
二率 兩腰之和  
三率 兩腰之較  
四率 分邊之較

一率 甲丙邊  
二率 丁丙分邊  
三率 半徑  
四率 丙角餘弦



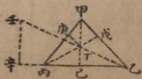
四十二尺爲乙丙邊與半總之較。以甲丙邊一百一十二尺與半總一百九十二尺相減。餘八十尺爲甲丙邊與半總之較。乃以半總一百九十二尺爲一率。甲丙邊與半總之較八十尺爲二率。甲乙邊與半總之較七十尺與乙丙邊與半總之較四十二尺相乘。得二千九百四十尺爲三率。求得四率一千二百二十五尺。開方得三十五尺爲三角形自中心至三邊之垂線。先求丙角則用甲乙邊與半總之較七十尺爲一率。三角形自中心至三邊之垂線三十五尺爲二率。半徑十萬爲三率。求得四率五萬爲丙半角之正切。檢表得二十六度三十四分。倍之得五十三度零八分。卽丙角之度也。如先求乙角。則用甲丙邊與半總之較八十尺爲一率。先求甲角。則用乙丙邊與半總之較四十二尺爲一率。俱用三角形自中心至三邊之垂線三十五尺爲二率。半徑十萬爲三率。卽各得各半角之正切焉。此法蓋一率二率以線與線爲比。三率四率以面與面爲比也。如甲乙丙三角形。自中心丁至三邊。各作一垂線。又自中心丁至三角。各作一分角線。卽成六直角三角形。俱兩兩相等。丁己丙與丁庚丙等。丁己乙與丁戊乙等。丁戊甲與丁庚甲等。又按甲戊度引乙丙線至辛。則乙辛爲三邊之半總。卽三較之和。乙己與乙戊等。卽甲丙



一率 半總  
 二率 甲丙邊與半總之較  
 三率 甲乙邊與半總之較與乙丙邊與半總之較相乘之數  
 四率 三角中心至邊垂線自乘之數

一率 甲乙邊與半總之較  
 二率 三角中心至邊垂線  
 三率 半徑  
 四率 丙分角正切

邊與半地之較。已丙與丙庚等。即甲乙邊與半地之較。丙辛與甲戊。甲庚等。即乙丙邊與半地之較。試自辛作直角。將乙丁線引長。作一乙辛壬直角形。則壬辛與丁己平行。乙辛壬形與乙己丁形。遂爲同式形。其乙辛與乙己之比。即同於壬辛與丁己之比。然乙辛一率乙己二率之數。雖有。而壬辛之數。却無。又但知己丙與丙辛相乘之數。即丁己與壬辛相乘之數。故以己丙與丙辛相乘之數爲三率。何以知己丙與丙辛相乘之數。即丁己與壬辛相乘之數。試作壬丙線壬癸線。使丙癸與丙辛等。癸角辛角皆爲直角。癸丙辛角與辛壬癸角相合。共成一百八十度。然庚丙己角。爲癸丙辛角之外角。相合亦共成一百八十度。是庚丙己角與辛壬癸角等。庚丁己角與癸丙辛角等。是以壬癸丙辛形與丙庚丁己形。爲同式形。而丙辛壬勾股形與丁己丙勾股形。亦爲同式形。可互相比例矣。以丁己作一率。己丙作二率。丙辛作三率。即得四率壬辛。是以己丙二率與丙辛三率相乘之數。即與丁己一率壬辛四率相乘之數等。故直以己丙。丙辛相乘之數作三率也。其所得四率。即丁己自乘之數。是故乙辛與乙己之比。同於丁己與壬辛相乘之面。即己丙與丙辛相乘之面。與丁己自乘之面之比也。既得丁己自乘之面。故開方而得丁己。爲三角形自中心至三邊之垂線。與丁戊與丁庚俱相等。又即三角形容圓之半徑也。





# 數理精蘊下編卷十八

## 面部八

### 測量

周髀曰。偃矩以窺高。覆矩以測深。臥矩以知遠。蓋以矩度或表杆相度窺測。立者則取其直。平者則取其方。必使成直角。以大小勾股爲比例。以在器之勾股。比所測之勾股。彼此相形而得之者也。然勾股必爲直角。而三角形則惟變所適。而無定形。要以角度爲準。而用割圓八線以爲比例。凡求角求邊。皆以三角形之法爲本。總以對所知爲一率。對所求爲二率。所知爲三率。得四率。卽所求也。或一測。或屢測。惟在隨時而致用。或用正。或用餘。惟在比例之相當。不特凡物之高深廣遠。可得而推。卽七政之躔度。天地之形體。俱可得而測也。

勾股測量。凡用矩度。或立表杆。必用垂線。取其與地平成直角。以爲準則。若地不平。須記取某處。與人目所看相平爲記。

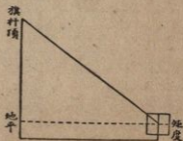
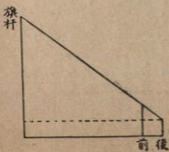
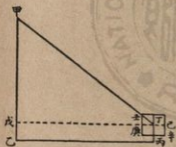
設如有一旗杆欲測其高。但知距旗杆之遠爲三丈。問得高幾何。

法用矩度。矩度之制。必用正方。每邊定一百分。或二百分。橫豎俱界線畫成小方分。自中心所出線。俱平分每邊一半。對中心所出線。兩邊安定表取中心安遠表。看分數必以其自中心所出線爲準。見幾何原本十二卷。定準墜線。以定表

看地平遊表看旗杆頂得距地平分四十分。此矩度全邊爲百分。自中心平分半邊爲五十分。乃以中心平分距分五十分爲一率。所得距分四十分爲二率。距旗杆之遠三丈爲三率。求得四率二丈四尺。即矩度中心定表所對地平至旗杆頂之高。加矩度中心距地之高四尺。共得二丈八尺。即所求旗杆之高也。如圖甲乙爲旗杆之高。丙乙爲距旗杆之遠。丁爲矩度中心。丁丙爲矩度中心距地之高。己庚爲定表所對地平爲戊。辛壬爲遊表看旗杆頂甲。其丁庚爲矩度中心平分距分五十分。壬庚爲遊表距地平分四十分。其丁庚與壬庚之比

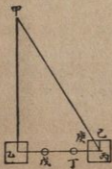
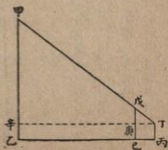
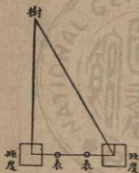
同於丁戊與甲戊之比。故丁庚五十分爲一率。壬庚四十分爲二率。丁戊距旗杆之遠三丈爲三率。得四率甲戊二丈四尺。加同丁丙高之戊乙四尺。即得甲乙二丈八尺爲旗杆之高也。

又用表杆測法。於距旗杆三丈處立一表高四尺。向前又立一表高八尺。看二表端與旗杆頂齊。量二表間相距得五尺。乃以五尺爲



一率前表八尺內減後表四尺。餘四尺爲二率。距旗杆之遠三丈爲三率。求得四率二丈四尺。加入後表高四尺。得二丈八尺。卽旗杆之高也。如圖甲乙爲旗杆之高。乙丙爲距旗杆之遠三丈。丁丙爲後表之高四尺。戊己爲前表之高八尺。丙己爲二表之距五尺。戊庚爲二表之較四尺。丁戊甲爲人目視線。試與乙丙平行作辛丁線。遂成甲辛丁戊庚丁兩勾股形。爲同式形。故丁庚與戊庚之比。同於丁辛與甲辛之比。既得甲辛。加與丁丙相等之辛乙。卽得甲乙爲旗杆之高也。

設如一樹。欲測其遠。爰取一直角。橫量十五丈。問得遠幾何。法以矩度定表與遊表定準直角。以定表對樹。遊表隨直角立表杆。二三處。橫量十五丈。於此處復安矩度。以定表對所立表杆。取直看原處。以遊表看樹。得距矩度中心平分線。距分三十分。乃以所得距分三十分爲一率。矩度中心平分

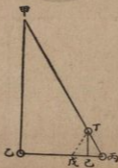


距分五十分爲二率。橫量十五丈爲三率。求得四率二十五丈。卽離樹之遠也。如圖甲爲樹。甲乙爲離樹之遠。乙爲直角。乙丙爲橫量十五丈。丁戊爲所立二表杆。丙己爲矩度中心。丙己爲矩度中心。平分距分五十分。己庚爲所得距分三十分。丙己庚勾股形與甲乙丙勾股形爲同式形。故己庚與己丙之比。卽同於丙乙與甲乙之比也。

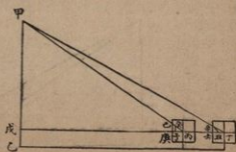
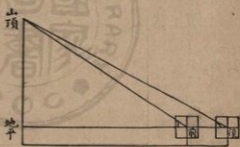
又用表杆測法。先立一表於乙。取直角。橫量十五丈至丙。次立一表於丙。自丙對甲相直。復立一表於丁。次依丁丙度引至乙。丙線上截乙丙於戊。乃以丙戊折半於己。遂得丁己丙勾股形。與甲乙丙勾股形爲同式形。因量丙己得三丈爲一率。丁己得五丈爲二率。丙乙十五丈爲三率。求得四率二十五丈。卽甲乙之遠也。

設如有山一座。欲知其高。用重矩之法。測之。問山之高得幾何。

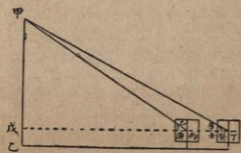
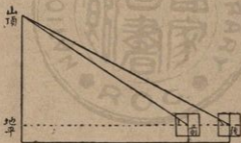
用法用矩度定準墜線。以定表看地平。遊表看山頂。得距地平分四十分。又向後量九丈。復安矩度。定準墜線。以定表仍看前矩度定表所看地平。原處遊表看山頂。得距地平分三十二分。乃以前矩度距地平分四十分爲一率。中心平分距分五十分爲二率。後矩度距地平分三十二分爲三率。求得四率四十分。爲前矩度遊表與後矩度遊表同距地平分所得之中心距分。乃以所得四十分與後矩度中心平分距分五十分相減。餘十分爲一率。後矩度距地平分三十二分爲二率。向後量九丈爲三率。求得四率二十八



丈八尺。即矩度中心定表所對地平至山頂之高。加矩度中心距地之高四尺。共得二十九丈二尺。即所求之山之高也。如圖甲乙爲山之高。丙爲前矩度中心。丙庚爲定表。所對地平爲戊。丙己爲遊表。看山頂甲。其己庚爲遊表距地平分四十分。丙庚爲中心平分距分五十分。丙丁爲向後量九丈。丁爲後矩度中心。丁壬爲定表。所對地平亦爲戊。丁辛爲遊表。看山頂甲。其辛壬爲遊表距地平分三十二分。丁壬爲中心平分距分五十分。試依後矩度遊表距地平分辛壬度。於前矩度作癸子線。則丙子中心距分。必小於丙庚。故己庚與丙庚之比。同於癸子與丙子之比。而得丙子之分。既得丙子。則以丙子與丁壬相減。餘丁丑。與前矩度子庚等。即前後兩矩度遊表同距地平分所得中心距分之較。乃自辛至丑作辛丑線。遂成辛壬丑勾股形。與癸子丙同度俱與甲戊丙勾股形爲同式形。而辛壬丁勾股形。又與甲戊丁勾股形爲同式形。且丁丙與丁丑皆爲兩勾股形之各股之較。故辛壬丑丁三角形與甲丙丁三角形亦爲同式形。是以丁丑與辛壬之比。同於丁丙與甲戊之比。而爲相當比例四率也。



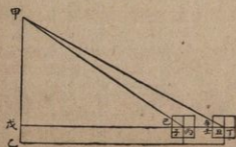
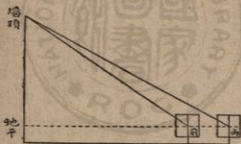
又法用矩度定準墜線。以定表看地平。遊表看山頂。向後量九丈。復安矩度定準墜線。以定表仍看前矩  
度定表所看地平。原處遊表看山頂。得距地平分三十二分。其中心平分距分爲五十分。爰察前矩度距  
地平分三十二分處。得距中心距分爲四十  
分。乃以所得四十分。與後矩度中心平分距  
分五十分相減。餘十分爲一率。距地平分三  
十二分爲二率。向後量九丈爲三率。求得四  
率二十八丈八尺。卽矩度中心定表所對地  
平至山頂之高。加矩度中心距地之高四尺。  
共得二十九丈二尺。卽所求之山之高也。如  
圖甲乙爲山之高。丙爲前矩度中心。定表所  
對地平爲戊。遊表看山頂甲。丙丁爲向後量  
九丈。丁爲後矩度中心。其辛壬爲遊表距地  
平分三十二分。丁壬爲中心平分距分五十  
分。試依後矩度距地平分三十二分。辛壬度於前矩度三十二分處。作己庚線。其丙庚距中心距分得四  
十分。乃以丙庚四十分。截後矩度丁壬中心平分距分於癸。則丁癸爲減餘十分。其丁癸與辛壬之比。卽  
同於丁丙與甲戊之比也。前法兩矩度遊表距地平分不同。故用比例四率而得其距地平相等之中心



距分以取其兩中心距分之較。此法因取其距地平相等之分。故其兩中心距分不同。相減即得其兩中心距分之較也。

設如一牆欲知其遠。用重矩之法測之。問牆之遠得幾何。

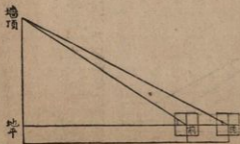
法用矩度定準墜線。以定表看地平。遊表看牆頂。得距地平分四十分。又向後量一丈。復安矩度。定準墜線。以定表仍看前矩度定表所看地平原處。遊表看牆頂。得距地平分二十四分。乃以前矩度距地平分四十分爲一率。中心平分距分五十分爲二率。後矩度距地平分二十四分爲三率。求得四率三十分。爲前矩度遊表與後矩度遊表同距地平分所得之中心距分。乃以所得三十分與後矩度中心平分距分五十分相減。餘二十分爲一率。前矩度所得中心距分三十分爲二率。向後量一丈爲三率。求得四率一丈五尺。即前矩度距牆之遠。若求後矩度距牆之遠。則以後矩度中心平分距分五十分爲二率。所得四率二丈五尺。即後矩度距牆之遠也。如圖甲乙爲牆之高。丙爲前矩度





中心丙庚爲定表。所對地平爲戊。丙己爲遊表。看牆頂甲。其己庚爲遊表距地平分四十分。丙庚爲中心平分距分五十分。丙丁爲向後重一丈。丁爲後矩度中心。丁壬爲定表。所對地平亦爲戊。丁辛爲遊表。看牆頂甲。其辛壬爲遊表距地平分二十四分。丁壬爲中心平分距分五十分。試依後矩度遊表距地平分辛壬度。於前矩度作癸子線。則丙子中心距分必小於丙庚。故己庚與丙庚之比。同於癸子與丙子之比。而得丙子之分。既得丙子。則以丙子與丁壬相減。餘丁丑。與前矩度子庚等。即前後兩矩度遊表同距地平分所得中心距分之較。乃自辛至丑作辛丑線。遂成辛壬丑勾股形。又與甲戊丁子丙同度。俱與甲戊丙勾股形爲同式形。而辛壬丁勾股形。又與甲戊丁子丙同度。俱與甲戊丙勾股形爲同式形。且丁丙與丁丑。皆爲兩勾股形之各股之較。故辛丑丁子丙同度。俱與甲戊丙勾股形爲同式形。是以丁丑與丑壬之比。同於丁丙與丙戊之比。又丁丑與丁壬之比。亦同於丁丙與丁戊之比也。

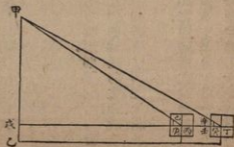
又法用矩度定準壁線。以定表看地平。遊表看牆頂。向後量一丈。復安矩度定準壁線。以定表對前矩度中心。遊表看牆頂。得距地平分二十四分。其中心平分距分爲五十分。爰察前矩度距地平分二十四分處。得距中心距分爲三十分。乃以所得三十分。與後矩度中心平分距分五十分相減。餘二十分爲一率。前矩度中心距分三十分爲二率。向後量一丈爲三率。求得四率一丈五尺。即前矩度距牆之遠。若求後矩度距牆之遠。則以



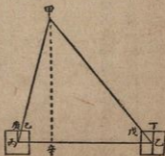
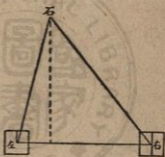
後矩度中心平分距分五十分爲二率所得四率二丈五尺卽後矩度距牆之遠也。如圖甲乙爲牆之高丙爲前矩度中心定表所對地平爲戊遊表看牆頂甲丙丁爲向後量一丈丁爲後矩度中心其辛壬爲遊表距地平分二十四分丁壬爲中心平分距分五十分試依後矩度距地平分二十四分辛壬度於前矩度二十四分處作己庚線其丙庚距中心距分得三十分乃以丙庚三十分截後矩度丁壬中心平分距分於癸則丁癸爲減餘二十分其丁癸與癸壬之比同於丁丙與丙戊之比又丁癸與丁壬之比亦同於丁丙與丁戊之比也。

設如一石欲知其遠不取直角於左右兩處橫量三十九丈測之問兩處各距石常何。

法先平安矩度於右以定表看左矩度之中心遊表看石得距矩度中心距分三十七分五釐其遊表之斜距分爲六十二分五釐次平安矩度於左以定表看右矩度之中心遊表看石得距矩度中心距分十一分二釐五毫其遊表之斜距分爲五十一分二釐五毫乃以所得兩距分相併得四十八分七釐五毫爲一率右矩度所得之遊表斜距分六十二分五釐爲二率橫量三十九丈爲三率求得四率五十丈爲右矩度距石之遠若求左矩度距石之遠則仍以兩距分相併爲一率左矩度所得之遊表斜距分五十一



分二釐五豪爲二率。橫量三十九丈爲三率。求得四率四十一丈。爲左矩度。距石之遠也。如圖甲爲石乙爲右矩度中心。其丁戊爲距分三十七分五釐。戊乙爲遊表斜距分六十二分五釐。乙丙爲橫量三十九丈。丙爲左矩度中心。其己庚爲距分十一分二釐五豪。己丙爲

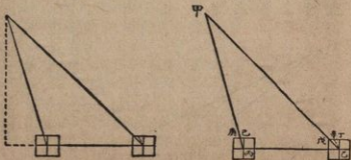


遊表斜距分五十一分二釐五豪。試自甲角至乙丙線作甲辛垂線。分爲兩勾股形。則丁戊乙勾股形與甲辛乙勾股形爲同式形。己庚丙勾股形與甲辛丙勾股形爲同式形。而乙丙卽爲兩勾之和。故以丁戊與己庚兩勾相併與戊乙之比。同於乙丙與甲丙之比。俱爲相當比例四率也。

設如隔河一樹。欲測其遠。不能定直角。爰取兩處俱斜對樹。橫量十七丈。測之。問離樹之遠得幾何。

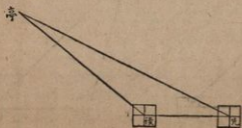
法先平安矩度於一處。隨定表橫量十七丈。復安一矩度。若止用一矩度。則記準一處亦可。以先安矩度定表。看後安矩度中心。遊表看樹。得距矩度中心距分四十九分。其遊表之斜距分爲七十分。次以後安矩度定表。看先安矩度中心。遊表看樹。得距矩度中心距分五十二分二釐。乃

以先安矩度之中心距分四十九分。與後安矩度之中心距分十五分相減。餘三十四分爲一率。先安矩度遊表斜距分七十分爲二率。橫量十七丈爲三率。求得四率三十五丈爲先安矩度距樹之遠。若以後安矩度遊表斜距分五十二分二釐爲二率。則得四率二十六丈一尺爲後安矩度距樹之遠也。如圖甲爲樹。乙爲先安矩度中心。其丁戊爲距矩度中心距分四十九分。戊乙爲遊表斜距分七十分。乙丙爲橫量十七丈。丙爲後安矩度中心。其己庚爲距矩度中心距分十五分。庚丙爲遊表斜距分五十二分二釐。按己庚十五分截丁戊四十九分於辛。則辛戊爲減餘三十四

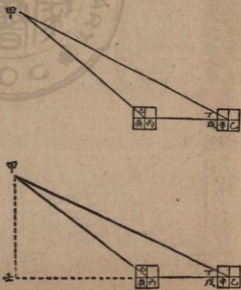


分。乃自辛至乙作辛乙線。與庚丙等。又將乙丙線引長於壬。自甲作甲壬垂線。遂成甲壬丙。甲壬乙兩勾股形。其乙丁辛勾股形。與丙己庚勾股形同度。俱與甲壬丙勾股形爲同式形。而乙丁戊勾股形。又與甲壬乙勾股形爲同式形。故乙戊辛三角形。與甲乙丙三角形亦爲同式形。是以辛戊與乙戊之比。同於乙丙與甲乙之比。而辛戊與乙辛。乙辛即與丙庚度等。之比。又同於乙丙與甲丙之比也。此法蓋因遊表視線。俱在對角以外。故甲壬垂線所成甲壬乙。甲壬丙兩勾股形。同以甲壬爲股。而矩度上所得之乙丁戊。乙丁辛兩勾股形。乙丁辛即丙己庚。亦同以乙丁爲股。故即成兩兩同式形。若遊表視線在對角以內。或一在對角之內。一在對角之外。所得矩度中心距分不同者。則須取其同距矩度中心距分之度。以爲比例。如後法。設如隔河一亭。欲測其遠。不得定直角。爰取兩處俱斜對亭。橫量三十丈。測之。問距亭之遠得幾何。

法先平安矩度於一處。隨定表橫量三十丈。復安一矩度。以先安矩度定表。看後安矩度中心。遊表看亭。得距矩度中心距分二十七分。其遊表之斜距分爲五十六分八釐有餘。次以後安矩度看先安矩度中心。遊表看亭。亦察距矩度中心距分二十七分處。得距中心距分三十分。其遊表之斜距分爲四十分三釐有餘。乃以所得距中心距分三十分。與先安矩度中心平分距分五十分相減。餘二十分爲一率。先安矩度遊表斜距分五



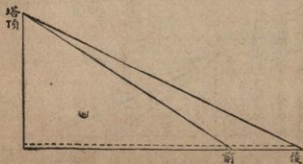
十六分八釐有餘爲二率。橫量三十丈爲三率。求得四率八十五丈二尺有餘。爲先安矩度距亭之遠。若以後安矩度遊表斜距分四十分三釐有餘爲二率。則得四率六十丈四尺五寸有餘。爲後安矩度距亭之遠也。如圖甲爲亭。乙爲先安矩度中心。其丁戊爲距矩度中心。距分二十七分。乙戊爲中心平分距分五十分。丁乙爲遊表斜距分五十六分八釐有餘。乙丙爲橫量三十丈。丙爲後安矩度中心。其己庚亦爲距矩度中心。距分二十七分。丙庚爲距中心平分距分三十分。己丙爲遊表斜距分四十分三釐有餘。按丙庚三十分。截乙戊中心平分距分五十分於辛。則乙辛爲減餘二十分。又自丁至辛作丁辛線。與己丙等。又將乙丙線引長於壬。自甲作甲壬垂線。遂成甲壬丙。甲壬乙兩勾股形。其丁戊辛勾股形。與己庚丙勾股形同度。俱與甲壬丙勾股形爲同式形。而丁戊乙勾股形。又與甲壬乙勾股形爲同式形。故丁乙辛三角形與甲乙丙三角形亦爲同式形。是以乙辛與丁乙之比。同於乙丙與甲乙之比。又乙辛與丁辛。即己丙之比。同於乙丙與甲丙之比也。此法蓋因遊表視線。俱在對角以內。故甲壬垂線所成甲壬乙。



甲壬丙兩勾股形同以甲壬爲勾而兩矩度上亦取與丁戊相等之己庚爲勾使成兩兩同式形然後可  
以爲比例也。

設如有塔一座欲知其高用相等兩表測之問得高幾何。

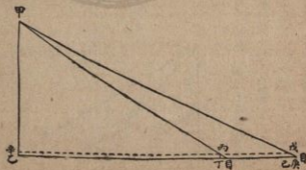
法先立一表比人目高四尺看塔頂得距分六尺又自前表向後  
量六丈復立一表亦比人目高四尺看塔頂得距分八尺乃以前  
距分六尺與後距分八尺相減餘二尺爲一率表比人目高四尺  
爲二率向後量六丈爲三率求得四率十二丈加表比人目之高  
四尺共得十二丈四尺卽人目以上之高也若求前表距塔頂下  
地平之遠則以兩距分相減之較爲一率前表距分六尺爲二率  
向後量之數爲三率得四率十八丈爲前表距塔頂下地平之遠  
若求後表距塔頂下地平之遠則以後表距分八尺爲二率得四  
率二十四丈卽後表距塔頂下地平之遠也如圖甲乙爲塔之高  
丙丁與戊己爲兩表比人目之高四尺丁目爲前表距分六尺丁  
己爲向後量六丈己目爲後表距分八尺試依前距分丁目六尺  
度截後距分己目於庚則庚目爲減餘二尺乃自戊過丙至辛作  
戊丙辛線又自戊至庚作戊庚線遂成戊己庚勾股形與丙丁目





勾股形同度。俱與甲辛丙勾股形爲同式形。而戊己目勾股形又與甲辛戊勾股形爲同式形。且丙戊與庚目皆爲兩勾股形之各股之較。故戊庚目三角形與甲丙戊三角形又爲同式形。是以庚目與戊己之比。同於戊丙與甲辛之比。又庚目與己庚之比。同於丙戊與辛丙之比。庚目與己目之比。並同於丙戊與辛戊之比也。

設如有樓一座。欲知其高。用不等兩表測之。問得高幾何。法先立長表。比人目高六尺。看樓脊得距分五尺四寸。又自先立長表向後量二丈立短表。比人目高四尺。看樓脊得距分六尺四寸。乃以前表比人目之高六尺爲一率。前表距分五尺四寸爲二率。後表比人目之高四尺爲三率。求得四率三尺六寸。爲前表與後表同高所得之距分。爰以所得之三尺六寸。與後表距分六尺四寸相減。餘二尺八寸。爲一率。後表比人目之高四尺爲二率。以前表距分五尺四寸內減所得之三尺六寸。餘一尺八寸。與兩表相距二丈相減。餘一丈八尺二寸。爲三率。求得四率二丈六尺。加後表比人目之高



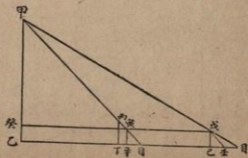
四尺得三丈。即人目以上之高也。如圖  
 甲乙爲樓之高。丙丁爲前表比人目之  
 高六尺。丁目爲前表距分五尺四寸。丁  
 己爲向後量二丈。戊己爲後表比人目  
 之高四尺。己目爲後表距分六尺四寸。  
 試依後表戊己度作庚辛垂線。截丁目  
 於辛。則辛目距分必小於丁目。故丙丁  
 與丁目之比。同於庚辛與辛目之比。而  
 得辛目之分。既得辛目。則以辛目與己  
 目相減。餘壬目。即前後兩表同高所得  
 距分之較。又於兩表相距丁己內減丁  
 辛。餘辛己。即同高兩表相距之分。故壬目與戊己。即庚辛。之比。即同於戊庚。即辛己。與甲癸之比也。

三角度數測量度數測量。必取實於儀器。全圖依牛圖儀。象限儀。雖爲體不同。其爲用則一。以九十度爲準。

以定表遊表。爲二視線。其相距之度。即爲所測之角。

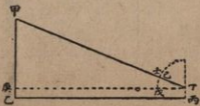
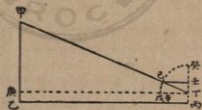
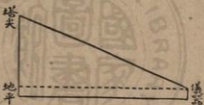
設如一塔不知其高。但知距塔之遠爲三十丈。欲測其高幾何。

法以儀器定準墜線。以定表看地平。遊表看塔尖。得兩表相距二十四度。乃以二十四度與九十度相減。



餘六十六度爲對所知之角。其正弦九萬一千三百五十五爲一率。儀器上二十四度爲對所求之角。其正弦四萬零六百七十四爲二率。距塔之遠三十丈爲所知之邊。爲三率。求得四率十三丈三尺五寸七分。加儀器之高。卽所求之塔之高也。如圖甲乙爲塔之高。丙乙爲距塔之遠。儀器中心爲丁。丁丙爲儀器中心距地之高。丁戊爲定表。所對地平爲庚丁。己爲遊表。看塔尖甲。得兩表距弧二十四度爲己戊。其正弦爲己辛。其餘弦爲壬己。與丁辛等。象限九十度內減二十四度。餘六十六度爲癸己。卽甲角之正弦。其正弦卽壬己。是以與壬己相等之丁辛與己辛之比。同於丁庚與甲庚之比。爲相當比例四率。既得甲庚。加同丁丙高之庚乙。得甲乙。卽塔之高也。

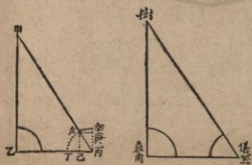
又法以半徑十萬爲一率。二十四度之切線四萬四千五百二十三爲二率。距塔之遠三十丈爲三率。求得四率十三丈三尺五寸七分。加儀器之高。卽塔之高也。如圖己戊弧爲



二十四度丁戊爲半徑壬戌爲二十四度之正切故丁戊與壬戌之比同於丁庚與甲庚之比爲相當比例四率也。

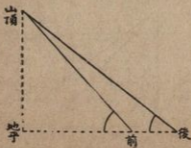
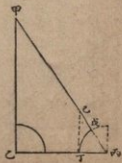
設如一樹欲知其遠取一直角橫量十五丈測之問得幾何。法以儀器定遊表於九十度定表看樹對遊表立兩表竿取直橫量十五丈復安儀器於此以定表看原處遊表看樹得兩表相距六十度乃以六十度與九十度相減餘三十度爲對所知之角其正弦五萬爲一率儀器上六十度爲對所求之角其正弦八萬六千六百零三爲二率橫量十五丈爲所知之邊爲三率求得四率二十五丈九尺八寸卽所測之樹之遠也。如圖甲爲樹甲乙爲距樹之遠乙爲所定直角丙乙爲橫量十五丈丙爲儀器中心丙丁爲定表看原處乙丙戊爲遊表看甲得兩表距弧六十度爲戊丁其正弦爲戊己餘弦爲庚戊與丙己等象限九十度內減六十度餘三十度爲辛戊卽甲角之正弦其正弦卽庚戊是以與庚戊相等之丙己與戊己之比同於丙乙與甲乙之比爲相當比例四率也。

又法以半徑十萬爲一率丙角六十度之正切十七萬三千



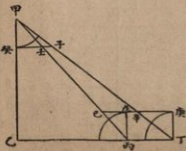
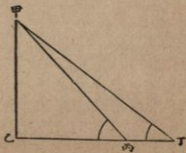
二百零五爲二率。橫量十五丈爲三率。求得四率二十五丈九尺八寸。卽所測之樹之遠也。若求甲丙斜距。則以半徑十萬爲一率。丙角六十度之正割二十萬爲二率。橫量十五丈爲三率。求得四率三十丈。卽甲丙斜距之遠也。如圖戊丁弧爲六十度。丙丁爲半徑。己丁爲六十度之正切。己丙爲六十度之正割。故丙丁與己丁之比。同於丙乙與甲乙之比。又丙丁與己丙之比。同於丙乙與甲丙之比。俱各爲相當比例四率也。

設如一山。欲知其高。用重測之法。測之。退步十丈。問山之高得幾何。法先安儀器。定準墜線。以定表看地平。遊表看山頂。得兩表相距五十度。又退行十丈。復安儀器。定準墜線。以定表仍看前儀器定表所看地平原處。仍以遊表看山頂。得兩表相距四十度。乃以前儀器所得五十度內減後儀器所得四十度。餘十度爲對所求之角。其正弦一萬七千三百六十五爲一率。後儀器所得四十度爲對所求之角。其正弦六萬四千二百七十九爲二率。退行十丈爲所知之邊。爲三率。求得四率三十七丈零一寸。爲前儀器中心至山頂之斜距。次以山頂垂線與地平所成直角爲對所知之角。其正弦卽半徑十萬爲一率。前儀器所得五



十度爲對所求之角。其正弦七萬六千六百零四爲二率。前儀器中心至山頂之斜距五十七丈零一寸爲所知之邊。爲三率。求得四率二十八丈三尺五寸。卽所測之山之高也。如圖甲乙爲山之高。丙丁爲退行十丈。前測得丙角五十度。後測得丁角四十度。而丙角爲甲丙丁三角形之外角。與丁甲二內角相併之度等。解見三角形邊線角度相求卷中。故丙角五十度內減丁角四十度。餘十度。卽甲丙丁三角形之甲角。故先用甲丙丁鈍角三角形求甲丙邊。既得甲丙邊。然後用甲乙丙直角三角形求甲乙邊。爲山之高也。

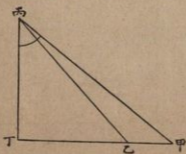
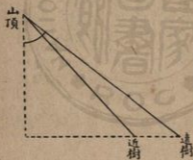
又法以前測所得五十度之餘切八萬三千九百一十。與後測所得四十度之餘切十一萬九千一百七十五相減。餘三萬五千二百六十五爲一率。半徑十萬爲二率。退行十丈爲三率。求得四率二十八丈三尺五寸。卽所求之山之高也。如圖戊己爲丙角之餘切。卽丙甲乙角之正切。與壬癸等。庚辛爲丁角之餘切。卽丁甲乙角之正切。與子癸等。壬卽兩餘切之較。甲癸與戊丙及庚丁俱同爲半徑。甲癸壬三角形與甲乙丙三角形爲同式形。而甲癸子三角形與甲乙丁三角形爲同式形。故甲壬子三角形與甲丙丁三角形亦爲同式形。



是以子壬與甲癸之比同於丁丙與甲乙之比而為相當比例四率也。

設如人在山上欲測山之高但知山前有二樹與山參直二樹相距十八丈問山之高得幾何。

法於山頂安儀器定準墜線以定表向空中取一平線先以遊表看遠樹得遊表距垂線四十九度次以遊表看近樹得遊表距垂線三十八度乃以所得兩數相減餘十一度為對所知之角其正弦一萬九千零八十一為一率以看遠樹所得之四十九度與九十度相減餘四十一度為對所求之角其正弦六萬五千六百零六為二率二樹相距十八丈為三率求得四率六十一丈八尺九寸為近樹距山頂之斜距近樹距山頂之斜距六十一丈八尺九寸為所知之邊為三率求得四率四十八丈七尺七寸即所測之山之高也如圖甲乙為兩樹相距十八丈丙丁為山之高甲丙丁角為看遠樹所得之四十九度乙丙丁角為看近樹所得之三十八度兩數相減餘十一度為甲丙乙角甲丙丁角四十九



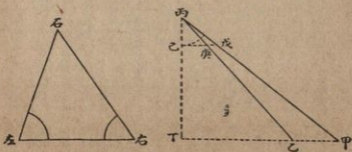


度與九十度相減。所餘之四十一度爲甲角。乙丙丁角三十八度與九十度相減。所餘之五十二度爲乙角。先用甲乙丙鈍角三角形求丙乙邊。既得丙乙邊。然後用乙丙丁直角三角形求丙丁邊。爲山之高也。

又法以先看遠樹所得四十九度之正切十一萬五千零三十七。與後看近樹所得三十八度之正切七萬八千一百二十九相減。餘三萬六千九百零八爲一率。半徑十萬爲二率。二樹相距之十八丈爲三率。求得四率四十八丈七尺七寸。卽山之高也。如圖戊己爲甲丙丁角之正切。庚己爲乙丙丁角之正切。戊庚卽兩正切之較。丙己爲半徑。故戊庚與丙己之比。同於甲乙與丙丁之比。而爲相當比例四率也。

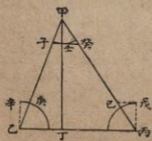
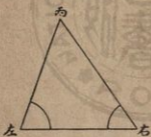
設如一石。欲知其遠。不取直角。於左右兩處橫量五十丈測之。問兩處各距石幾何。

法先平安儀器於左。以定表看右儀器之中心。遊表看石得兩表相距七十度。次平安儀器於右。以定表看左儀器之中心。遊表看石得兩表相距六十度。乃以兩角度相併得一百三十度。與一百八十度相減。餘五十度。爲對所知之角。其正弦七萬六千六百零四爲一率。求右邊。則以左邊儀器所得七十度爲對所求之角。其正弦九萬三千九百六十



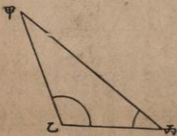
九爲二率。左右相距五十丈爲所知之邊。爲三率。求得四率六十一丈三尺三寸爲右邊距石之遠。若求左邊距石之遠。則以右邊儀器所得六十度爲對所求之角。其正弦八萬六千六百零三爲二率。左右相距五十丈爲所知之邊。爲三率。求得四率五十六丈五尺三寸爲左邊距石之遠也。如圖甲爲石。乙丙爲左右相距五十丈乙角爲左邊所測七十度丙角爲右邊所測六十度兩角相併與一百八十度相減得甲角五十度共爲甲乙丙銳角三角形。蓋知乙丙二角及乙丙邊而求甲乙邊及甲丙邊也。

又法以左邊儀器所得七十度之餘切三萬六千三百九十七。與右邊儀器所得六十度之餘切五萬七千七百三十五相併得九萬四千一百三十二爲一率。右邊儀器所得六十度之餘切十一萬五千四百四率六十一丈三尺三寸爲右邊距石之遠。右求左邊距石之遠。則以左邊儀器所得七十度之餘切十萬六千四百一十八爲二率。左右相距五十丈爲三率。求得四率五十六丈五尺三寸爲左邊距石之遠也。如圖甲爲石。乙丙爲左右相距五十丈乙角爲左邊所



測七十度。丙角爲右邊所測六十度。試自甲至乙丙線上作甲丁垂線。分爲甲丁乙。甲丁丙兩直角形。戊己爲丙角之餘切。卽丁甲丙角之正切。與壬癸等。己丙爲丙角之餘割。卽丁甲丙角之正割。與甲癸等。庚辛爲乙角之餘切。卽丁甲乙角之正切。與壬子等。庚乙爲乙角之餘割。卽丁甲乙角之正割。與甲子等。而癸子卽兩餘切之和。甲壬癸與甲丁丙爲同式形。甲壬子與甲丁乙爲同式形。故甲子癸與甲乙丙亦爲同式形。是以癸子與甲癸之比同於丙乙與甲丙之比。又癸子與甲子之比同於丙乙與甲乙之比。皆爲相當比例四率也。

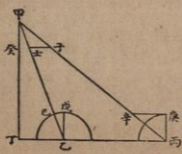
設如隔河一樹。欲知其遠。不能定直角。爰取兩處。俱斜對樹。橫量十二丈。測之間離樹之遠得幾何。法平安儀器於一處。隨定表橫量十二丈。復安一儀器。若止用一儀器。則記準一處亦可。以先安儀器定表看後安儀器中心。遊表看樹。得兩表相距一百一十度。次以後安儀器定表看先安儀器中心。遊表看樹。得兩表相距四十度。乃以兩角度相併。得一百五十度。與一百八十度相減。餘三十度。爲對所知之角。其正弦五萬。爲一率。後安儀器所得四十度。爲對所求之角。其正弦六萬四千二百七十九。爲二率。橫量十三丈。



爲所知之邊。爲三率。求得四率十五丈四尺二寸七分。卽所測之樹之遠也。如圖甲爲樹。甲乙爲離樹之遠。乙丙爲橫量十二丈。乙角爲一百一十度。丙角爲四十度。兩角相併。與一百八十度相減。得甲角三十度。共爲甲乙丙鈍角三角形。蓋知乙丙二角及乙丙邊。而求甲乙邊也。

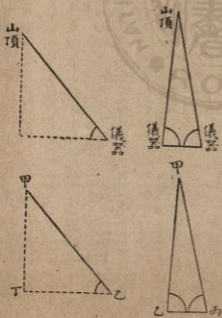
又法以先安儀器所得之外角七十度之餘切三萬六千三百九十七。與後安儀器所得四十度之餘切十一萬九千一百七十五相減。餘八萬二千七百七十八。爲一率。先安儀器所得之外角七十度之餘切十萬六千四百一十八。爲二率。橫量十二丈。爲三率。求得四率十五丈四尺二寸七分。卽所測之樹之遠也。如圖甲爲樹。甲乙爲離樹之遠。乙丙爲橫量十二丈。乙角爲先安儀器所得一百一十度。丙角爲後安儀器所得四十度。試將乙丙線引長。自甲角作甲丁垂線。遂成甲丁乙直角三角形。而甲乙丁角卽乙角之外角。戊己爲乙外角之餘切。卽乙甲丁角之正切。與壬癸等。己乙爲乙外角之餘割。卽乙甲丁角之正割。與甲壬等。庚辛爲丙角之餘切。卽丙甲丁角之正切。與子壬卽兩餘切之較。甲癸壬三角形與甲丁乙三角形爲同式形。甲癸子三角形與甲丁丙三角形爲同式形。故甲壬子三角形與甲乙丙三角形亦爲同式形。是以壬子與甲壬之比。同於丙乙與甲乙之比。而爲相當比例四率也。

設如遠望一山。欲知其高。不得退步。爰取左右兩處橫量一百丈。先求



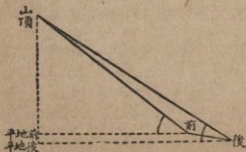
斜距測之問山之高得幾何。

法以儀器斜對山頂。隨定表橫量一百丈。任記一處。遊表看山頂。得兩表相距八十六度五十三分。又隨定表橫量一百丈。所記之處。復安儀器。斜對山頂。以定表看原處。遊表看山頂。得兩表相距七十八度零七分。乃以兩角度相併。得一百六十五度。與一百八十度相減。餘一十五度。為對所知之角。其正弦二萬五千八百八十二。為一率。後測所得七十八度零七分。為對所求之角。其正弦九萬七千八百五十七。為二率。橫量一百丈。為所知之邊。為三率。求得四率三百七十八丈零九寸。為先安儀器至山頂之斜距。次以儀器安於原處。定準際線。定表看地平。遊表看山頂。得兩表相距五十一度。乃以山頂垂線與地平所成直角。為對所知之角。其正弦即半徑十萬。為一率。儀器所得五十一度。為對所求之角。其正弦七萬七千七百一十五。為二率。儀器至山頂之斜距三百七十八丈零九寸。為所知之邊。為三率。求得四率二百九十三丈八尺三寸。即所測之山之高也。如圖甲為山頂甲乙。為先安儀器至山頂之斜距。乙丙為橫量一百丈。甲丙為後安儀器至山頂之斜距。乙角為八

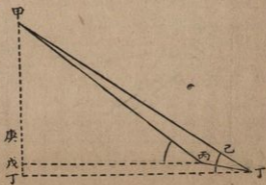
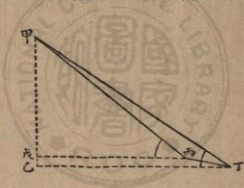


十六度五十三分。丙角爲七十八度零七分。兩角相併。與一百八十度相減。得甲角一十五度。遂成甲乙丙銳角三角形。今有乙丙二角與乙丙邊。求甲乙邊。卽先安儀器至山頂之斜距。又甲丁爲山之高。甲乙爲儀器至山頂之斜距。丁角卽山頂垂線與地平所成直角。乙角爲五十一度。復成甲丁乙直角三角形。今有乙丁二角與甲乙邊。求甲丁邊。卽山之高也。

設如人在山坡測山之高。前後不得地平。爰取斜坡前後兩處相距一百丈測之。問山之高得幾何。法於山坡先安儀器。定準墜線。以定表空取一地平。以遊表看山頂。得兩表相距四十度。於是向後就斜坡直量一百丈。復安儀器。定準墜線。以定表空取一地平。以遊表看山頂。得兩表相距三十五度。又以遊表看前儀器中心。得兩口相距十三度。乃以前儀器所得四十度內減後儀器所得三十五度。餘五度。爲對所知之角。其正弦八千七百一十六爲一率。以前儀器所得四十度內減後儀器看前儀器中心所得十三度。餘二十七度。爲對所求之外角。其正弦四萬五千三百九十九爲二率。退量一百丈爲所知之邊。爲三率。求得四率五百二十丈八尺七寸。爲山頂至後儀器之斜距。次以山頂垂線與地平所成直角爲對所知之角。其正弦卽半徑十萬爲一率。後儀器所得三十五度爲對所求之角。其正弦五萬七千三百五十八爲二率。



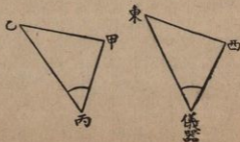
山頂至後儀器之斜距五百二十丈八尺七寸爲所知之邊。爲三率求得四率二百九十八丈七尺六寸。卽所測之山之高也。如圖甲乙爲山之高。丙丁爲山坡斜距一百丈。甲丙戊角爲前儀器所得四十度。甲丁乙角爲後儀器所得三十五度。丙丁乙角爲後儀器看前儀器中心所得十三度。若將戊丙線引長至己。則甲己戊角與甲丁乙角爲二平行線之內外角。其度必等。故於甲丙戊角四十度內減甲丁乙角三十五度。餘五度爲丁甲丙角。此卽前題退步兩測之理。又試將丁丙線引長至庚。則庚丙戊角與丙丁乙角亦爲二平行線之內外角。其度亦等。故於甲丙戊角四十度內減與庚丙戊角相等之丙丁乙角十二度。餘甲丙庚角二十七度。爲甲丙丁鈍角之外角。故先用甲丙丁鈍角三角形求甲丁邊。爲後儀器至山頂之斜距。次用甲乙丁直角三角形求甲乙邊。爲山之高也。





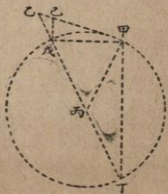
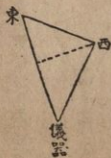
設如東西二樹。欲知其相距之遠。測處距西樹五十丈。距東樹七十丈。問二樹相距幾何。

法以儀器定表看東樹。遊表看西樹。得兩表相距五十度。乃以距西樹五十丈與距東樹七十丈相加。得一百二十丈爲一率。又以五十丈與七十丈相減。餘二十丈爲二率。兩表相距五十度與一百八十度相減。餘一百三十度爲外角。折半得六十五度爲半外角。其正切二十一萬四千四百五十一爲三率。求得四率三萬五千七百四十二爲半較角之正切。檢表得十九度四十分。與半外角六十五度相減。餘四十五度二十分爲小角。與半外角六十五度相加。得八十四度四十分爲大角。既得二角。則以小角四十五度二十分爲對所知之角。其正弦七萬一千一百二十一爲一率。兩表相距五十度爲對所求之角。其正弦七萬六千六百零四爲二率。距西之遠爲所知之邊。其數五十丈爲三率。求得四率五十三丈八尺五寸。卽東西二樹相距之遠也。如圖甲爲西樹。乙爲東樹。丙爲儀器中心。甲丙爲距西樹五十丈。乙丙爲距東樹七十丈。丙角爲兩表視線相距五十度。今以丙角爲心。甲丙小邊爲半徑。作一甲丁戊圓。截乙丙大邊於戊。將乙丙引長至圓界丁。則丙戊丙丁俱爲半徑。與甲丙等。自丁至乙。卽兩邊之和。自戊至乙。卽兩邊之較。試自甲至戊作甲戊線。則成丙甲戊三角形。其丙甲戊與丙戊甲二角併之。與甲丙丁外角度等。今折半用其



正切。卽如用丁戊甲角之正切。故自甲至丁作甲丁線。卽丁戊甲角之正切。又戊甲乙角。卽甲角大於丙甲戊角之較。亦卽乙角小於丙戊甲角之較。故自圓界戊至甲乙邊作己戊線。與甲丁平行。卽戊甲乙角之正切。且乙甲丁與乙己戊爲同式形。故兩邊之和乙丁與丁戊甲半外角切線甲丁之比。卽同於兩邊之較。乙戊與半較角切線己戊之比。爲相當比例四率也。

又法以半徑十萬爲一率。兩表相距五十度之正弦七萬六千六百零四爲二率。距西樹之遠五十丈爲三率。求得四率三十八丈三尺。爲西樹至看東樹視線上之垂線。又以半徑十萬爲一率。兩表相距五十度之餘弦六萬四千二百七十九爲二率。距西樹之遠五十丈爲三率。求得四率三十二丈一尺四寸。爲西樹至看東樹視線上垂線所分之小段分邊線。將此數與距東樹之遠七十丈相減。餘三十七丈八尺六寸。亦爲西樹至看東樹視線上垂線所分之大段分邊線。爰以此線爲勾。所得垂線爲股。求得弦五十三丈八尺五寸。卽東西二樹相距之遠也。如圖甲乙丙三角形。甲爲西樹。乙爲東樹。丙爲儀器中心。甲丙爲距西樹



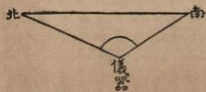
五十丈。乙丙爲距東樹七十丈。試自甲角至乙丙視線上作甲丁垂線。遂分甲乙丙三角形爲甲丁乙、甲丁丙兩直角三角形。先求得甲丁垂線爲股。次求得丁丙小段分邊線。與乙丙相減。餘乙丁大段分邊線。爲勾。求得甲乙弦。卽二樹相距之遠也。

又法以距西樹之遠五十丈爲一率。距東樹之遠七十丈爲二率。兩表相距五十度之餘。割一十三萬零五百四十一爲三率。求得四率一十八萬二千七百五十七。爲西樹至看東樹視線上垂線所分兩分角之兩正切之和。內減兩表相距五十度之餘。切八萬三千九百一十。餘九萬八千八百四十七。爲對西樹視線之對邊角之餘切。檢表得四十五度二十分。卽對西樹視線之對邊角。乃以此角度爲對所知之角。其正弦七萬一千一百二十一爲一率。兩表相距五十度爲對所求之角。其正弦七萬六千六百零四爲二率。距西樹之遠爲所知之邊。其數五十丈爲三率。求得四率五十三丈八尺五寸。卽東西二樹相距之遠也。如圖甲乙丙三角形。甲爲西樹。乙爲東樹。丙爲儀器中心。甲丙爲距西樹五十丈。乙丙爲距東樹七十丈。丙角爲兩表視線相距五十度。試自甲角至乙丙視線。上作甲丁垂線。遂分甲乙丙三角形爲甲丁乙、甲丁丙兩直角三角形。以甲角爲心。作一戊己庚半圓。則甲丁垂線平分於己。兩邊各成一象限。又與乙丙平行作一



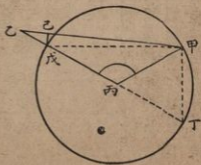
辛壬線。則辛己一段爲乙甲丁分角之正切。卽乙角之餘切。己壬一段爲丙甲丁分角之正切。卽丙角之餘切。而甲壬爲丙甲丁分角之正割。亦卽丙角之餘割。甲辛壬與甲乙丙兩三角形爲同式形。故甲丙邊與乙丙邊之比。同於丙角餘割甲壬。卽丙甲丁分角之正割。與丙甲丁乙甲丁兩分角之正切相合之辛壬之比爲相當比例四率。既得辛壬兩分角之共切內減去丙甲丁分角之正切己壬。卽丙角之餘切。所餘辛己爲乙甲丁分角之正切。卽爲乙角之餘切。檢表卽得乙角。既得乙角則用兩角一邊比例求之。而得甲乙邊矣。

設如南北二橋。欲知其相距之遠。測處距南橋九十丈。距北橋一百二十丈。問二橋相距幾何。法以儀器定表看北橋。遊表看南橋。得兩表相距一百二十度。乃以距南橋九十丈與距北橋一百二十丈相加。得二百一十丈爲一率。又以九十丈與一百二十丈相減。餘三十丈爲二率。兩表相距一百二十度與一百八十度相減。餘六十度爲外角。折半得三十度爲半外角。其正切五萬七千七百三十五爲三率。求得四率八千二百四十八。爲半較角之正切。檢表得四度四十三分。與半外角三十度相減。餘二十五度一十七分爲小角。與半外角三十度相加。得三十四度四十三分爲大角。既得二角。則以小角二十五度一十七分爲對所求之角。其正弦四萬二千七百零九爲一率。兩表相距一百二十度爲對所求之角。其外角六十度之正弦八萬六千六百零三爲二率。距南橋之遠爲所求之邊。



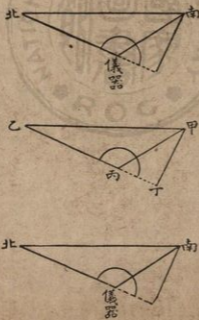
其數九十丈爲三率。求得四率一百八十二丈四尺九寸爲南北二橋相距之遠也。如圖甲爲南橋，乙爲北橋，丙爲儀器中心。甲丙爲距南橋九十丈，乙丙爲距北橋一百二十丈，丙角爲兩表視線相距一百二十度。今以丙角爲心，甲丙小邊爲半徑，作一甲丁戊圓，截乙丙大邊於戊，將乙丙引長至圓界丁，則乙丁爲兩邊之和，乙戊爲兩邊之較。試自甲至戊作甲戊線，成甲丙戊三角形，其丙甲戊與丙戊甲二角併之，與甲丙丁外角度等。今折半用其正切，卽如用丁戊甲角之正切，故自甲至丁作甲丁線，卽丁戊甲角之正切。又戊甲乙角，卽甲角大於丙甲戊角之較，亦卽乙角小於丙戊甲角之較。故自圓界戊至甲乙邊作己戊線，與甲丁平行，卽戊甲乙角之正切。且乙甲丁與乙己戊爲同式形，故兩邊之和乙丁與丁戊甲半外角切線甲丁之比，卽同於兩邊之較乙戊與半角切線己戊之比，爲相當比例四率也。

又法以半徑十萬爲一率，兩表相距一百二十度之外角六十度之正弦八萬六千六百零三爲二率，距南橋之遠九十丈爲三率，求得四率七十七丈九尺四寸，爲南橋至看北橋視線引長虛邊線上之垂線。又以半徑十萬爲一率，兩表相距一百二十度之外角六十度之餘弦五萬爲二率，距南橋之遠九十丈爲三率，求得四率四十五丈，爲南橋至看北橋視線引長所成直角之虛邊線。與距北橋一百二十丈相



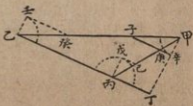
加得一百六十五丈爲南橋至看北橋視線引長之總邊線。爰以此線爲股所得南橋至虛邊之垂線爲勾。求得弦一百八十二丈四尺八寸。卽南北二橋相距之遠也。如圖甲乙丙三角形。甲爲南橋。乙爲北橋。丙爲儀器中心。甲丙爲距南橋九十丈。乙丙爲距北橋一百二十丈。試將乙丙線引長自甲角作甲丁垂線。遂成甲丁丙。甲丁乙兩直角三角形。先求得甲丁垂線爲勾。次求得丙丁虛邊線。與乙丙相加得乙丁總邊線爲股。求得甲乙弦。卽二橋相距之遠也。

又法以距南橋之遠九十丈爲一率。距北橋之遠一百二十丈爲二率。兩表相距一百二十度之外角六十度之餘割一十一萬五千四百七十爲三率。求得四率一十五萬三千九百六十爲南橋至看北橋視線引長虛邊線上之垂線所成兩分角之正切之較。與兩表相距一百二十度之外角六十度之餘切五萬七千七百三十五相加得二十一萬一千六百九十五爲對南橋視線之對邊角之餘切。檢表得二十五度十七分。卽對南橋視線之對邊角。乃以此角度爲對所知之角。其正弦四萬二千七百零九爲一率。兩表相距一百二十度爲對所求之角。其外角六十度之正弦八萬六千六百零三爲二率。



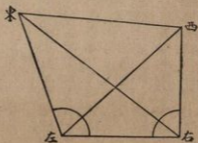
距南橋之遠爲所知之邊。其數九十丈爲三率。求得四率一百八十二丈四尺九寸。卽南北二橋相距之遠也。如圖甲乙丙三角形。甲爲南橋。乙爲北橋。丙爲儀器中心。甲丙爲距南橋九十丈。乙丙爲距北橋一百二十丈。丙角爲兩表視線相距一百二十度。試將乙丙邊引長。自甲角作甲丁垂線。遂成甲丁丙。甲丁乙兩直角三角形。甲丁丙三角形之丙角卽甲乙丙三角形之丙角之外角。其餘切戊己卽甲丁丙三角形之甲角之正切如庚辛。丙外角之餘割己丙卽甲丁丙三角形之甲角之正割如甲庚。而甲乙丙三角形之乙角之餘切壬癸卽甲丁乙三角形之甲角之正切如子辛。若甲丁乙三角形之乙角餘切與甲丁丙三角形之丙角餘切相減卽兩甲角相差之較如子庚。甲辛庚三角形與甲丁丙三角形爲同式形。甲辛子三角形與甲丁乙三角形爲同式形。故甲子庚三角形與甲乙丙三角形亦爲同式形。是以甲丙邊與乙丙邊之比同於丙外角餘割甲庚卽己丙。與兩餘切之較子庚之比。爲相當比例四率。既得子庚兩餘切之較。與丙外角之餘切庚辛卽戊己。相加得子辛。卽乙角之餘切。檢表得乙角既得乙角。則用兩角一邊比例求之而得甲乙邊矣。

設如隔河東西二樹。欲知其相距之遠。爰對一樹取一直角。左右橫量十三丈測之。問二樹相距幾何。法先對西樹安儀器於右。定遊表於九十度。以定表看西樹。隨遊表橫量十三丈。乃以遊表看東樹。得西樹視線距橫量邊線九十度。東樹視線距橫量邊線三十八度。西樹東樹兩視線距爲五十二度。次於直





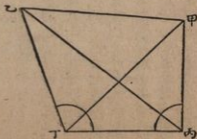
角橫量十三丈處安儀器於左。以定表看右儀器中心。遊表看東樹。得東樹視線距橫量邊線一百一十度。復以遊表看西樹。得西樹視線距橫量邊線四十五度。乃先求右儀器距西樹之遠。以左儀器看西樹距橫量邊線之四十五度。與九十度相減。餘四十五度。爲對所知之角。其正弦七萬零七百一十一。爲一率。以左儀器看西樹距橫量邊線之四十五度。爲對所求之角。其正弦七萬零七百一十一。爲二率。左右橫量十三丈。爲所知之邊。爲三率。求得四率十三丈。爲右儀器距西樹之遠。次求右儀器距東樹之遠。以右儀器看東樹距橫量邊線三十八度。與左儀器看東樹距橫量邊線一百一十度相併。得一百四十八度。與一百八十度相減。餘三十二度。爲對所知之角。其正弦五萬二千九百九十二。爲一率。以左儀器看東樹距橫量邊線一百一十度。爲對所求之角。其外角七十度之正弦九萬三千九百六十九。爲二率。左右橫量十三丈。爲所知之邊。爲三率。求得四率二十三丈零五寸。爲右儀器距東樹之遠。末求東西二樹相距之遠。以右儀器距西樹十三丈。與右儀器距東樹二十三丈零五寸相加。得三十六丈零五寸。爲一率。又以十三丈與二十三丈零五寸相減。餘十丈零五寸。爲二率。以右儀器看西樹東樹兩表相距五十二度。與一百八十度相減。餘一百二十八度。爲外角。折半得六十四度。爲半外角。其正切二十萬零五千零三十。爲三率。求得四率五萬七千一百五十八。爲半較角之正切。檢表得二十九度四十五分。與半外角六十四度相減。餘三十四度。



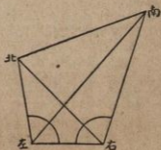
十五分爲小角。以半較角二十九度四十五分。與半外角六十四度相加。得九十三度四十五分爲大角。乃以小角三十四度十五分爲對所知之角。其正弦五萬六千二百八十爲一率。看西樹東樹兩表相距之五十二度爲對所求之角。其正弦七萬八千八百零一爲二率。右儀器距西樹之遠十三丈爲所知之邊。爲三率。求得四率十八丈二尺。爲東西二樹相距之遠也。如圖甲爲西樹。乙爲東樹。丙爲右儀器中心。丁爲左儀器中心。丙丁爲兩測之距十三丈。甲丙丁角爲直角九十度。甲乙丙角爲右儀器看東樹西樹兩表相距之五十二度。乙丙丁角爲左儀器看東樹視線距橫量邊線三十八度。乙丁丙角爲左儀器看東樹視線距橫量邊線一百一

十度。甲丁丙角爲左儀器看西樹距橫量邊線四十五度。先以甲丁丙角四十五度與九十度相減。餘四十五度。爲丁甲丙角。遂成甲丙丁三角形。求甲丙邊。爲右儀器距西樹之遠。次以乙丙丁角三十八度與乙丁丙角一百一十度併之。與一百八十度相減。餘三十二度。爲丙乙丁角。遂成乙丙丁三角形。求乙丙邊。爲右儀器距東樹之遠。末以甲乙丙三角形之甲丙。乙丙二邊。甲丙乙一角。求乙甲丙大角九十三度四十五分。甲乙丙小角三十四度十五分。而得甲乙邊。爲東西二樹相距之遠也。

設如南北二峯。欲知其相距之遠。不取直角。於左右兩處橫量一百丈。測之。問二峯相距幾何。法安儀器於右。隨定表向左橫量一百丈。乃以遊表看南峯。得南峯視線距橫量邊線一百零七度。復以

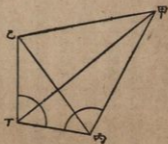


遊表看北峯得北峯視線距橫量邊線四十六度。南峯北峯兩視線相距爲六十一度。次於橫量一百丈處安儀器於左。以定表看右儀器中心。遊表看北峯得北峯視線距橫量邊線九十九度。復以遊表看南峯得南峯視線距橫量邊線五十度。北峯南峯兩視線相距爲四十九度。乃先求左儀器距北峯之遠。以右儀器看北峯距橫量邊線之四十六度。與左儀器看北峯距橫量邊線之九十九度相併得一百四十五度。與一百八十度相減。餘三十五度爲對所知之角。其正弦五萬七千三百五十八爲一率。以右儀器看北峯距橫量邊線之四十六度爲對所求之角。其正弦七萬一千九百三十四爲二率。橫量一百丈爲所知之邊。爲三率。求得四率一百二十五丈四尺一寸。爲左儀器距北峯之遠。次求左儀器距南峯之遠。以左儀器看南峯距橫量邊線之五十度。與右儀器看南峯距橫量邊線之一百零七度相併得一百五十七度。與一百八十度相減。餘二十三度。爲對所知之角。其正弦三萬九千零七十三爲一率。右儀器看南峯距橫量邊線一百零七度爲對所求之角。其外角七十三度之正弦九萬五千六百三十爲二率。橫量一百丈爲所知之邊。爲三率。求得四率二百四十四丈七尺四寸。爲左儀器距南峯之遠。末求南北二峯相距之遠。以左儀器距北峯一百二十五丈四尺一寸。與左儀器距南峯二百四十四丈七尺四寸相加。得三百七十丈一尺五寸爲一率。又以一百二十五丈四尺一寸。與二百四十四丈七尺四寸相減。餘一百一十九丈三尺三寸爲二率。以左儀



器看南峯北峯兩視線相距四十九度。與一百八十度相減。餘一百三十一度爲外角。折半得六十五度。三十分爲半外角。其正切二十一萬九千四百三十爲三率。求得四率七萬零七百四十爲半較角之正切。查表得三十五度十六分。與半外角六十五度三十分相減。餘三十度十四分爲小角。與半外角六十五度三十分相加。得一百度四十六分爲大角。乃以小角三十度十四分爲對所知之角。其正弦五萬零三百五十二爲一率。左儀器看南峯北峯兩視線相距之四十九度爲對所求之角。其正弦七萬五千四百七十一爲二率。左儀器距北峯之遠一百二十五丈四尺一寸爲所知之邊。爲三率。求得四率一百八十七丈九尺七寸爲南北二峯相距之遠也。又法求自北峯至左儀器距南峯視線之上垂線。作勾股法算之。則以垂線所分直角爲對所知之角。其正弦卽半徑十萬爲一率。左儀器看南峯北峯兩視線相距之四十九度爲對所求之角。其正弦七萬五千四百七十一爲二率。左儀器距北峯之遠爲所知之邊。其數一百二十五丈四尺一寸爲三率。求得四率九十四丈六尺四寸爲自北峯至左儀器距南峯視線之上垂線。次求左儀器至垂線末之分邊線。仍以垂線所分直角爲對所知之角。其正弦卽半徑十萬爲一率。以左儀器看南峯北峯兩視線相距之四十九度與九十度相減。餘四十一度爲對所求之角。其正弦六萬五千六百零六爲二率。卽四十九度之餘弦。左儀器距北峯之遠爲所知之邊。其數一百二十五丈四尺一寸爲三率。求得四率八十二丈二尺七寸爲自左儀器至垂線末之分邊線。與左儀器距南峯之二百四十四丈七尺四寸相減。餘一百六十二丈四尺七寸爲南峯距垂線末之分邊線。乃以此數爲股。所得垂線九十四丈六尺四寸爲勾。求得弦一百八十八丈零二寸。卽南北二峯相距之遠也。如圖甲爲南

峯乙爲北峯丙爲右儀器中心丁爲左儀器中心丙丁爲兩測之距一  
 百丈甲丙丁角爲右儀器看南峯視線距橫量邊線一百零七度乙丙  
 丁角爲左儀器看北峯視線距橫量邊線四十六度乙丁丙角爲左儀  
 器看北峯視線距橫量邊線九十九度甲丁丙角爲左儀器看南峯視  
 線距橫量邊線五十度甲丁乙角爲左儀器看南峯北峯兩表相距之  
 四十九度先以乙丙丁角四十六度與乙丁丙角九十九度併之與一  
 百八十度相減餘三十五度爲丁乙丙角遂成乙丁丙三角形而求乙  
 丁邊爲左儀器距北峯之遠次以甲丁丙角五十度與甲丙丁角一百  
 零七度併之與一百八十度相減餘二十三度爲丁甲丙角遂成甲丙丁  
 三角形而求甲丁邊爲左儀器  
 距南峯之遠末以甲乙丁三角形之甲丁乙丁二邊甲丁乙一角求甲  
 乙丁大角一百度四十六分乙甲  
 丁小角三十度十四分而得甲乙邊爲南北二峯相竝之遠也又或求  
 得乙戊垂線又求得丁戊爲左儀  
 器至垂線末之分邊線則以丁戊與甲丁相減餘甲戊爲股乙戊垂線  
 爲勾而得甲乙弦爲南北二峯相  
 距之遠也



# 數理精蘊下編卷十九

## 面部九

### 各面形總論

面之爲形成於方圓。直線所成皆方之類。曲線所成皆圓之類。立法則方爲圓之本。度圓者必以方。而度方者必以矩。所謂方有盡而圓無盡是也。論理則圓又爲衆界形之本。蓋衆界形或函圓或函於圓。其邊皆當弧線之度。故求衆界形者必以圓界爲宗也。因有方圓衆界之各異。是以邊線等者面積不等。如衆界形之每一邊與圓徑俱設爲一〇〇〇。則方面積爲一〇〇〇〇〇。而圓面積爲七八五三九八一六。三等邊形之面積爲四三三〇一二七〇。五等邊形之面積爲一七二〇四七七四一。六等邊形之面積爲二五九八〇七六二〇。七等邊形之面積爲三六三三九一二四〇。八等邊形之面積爲四八二八四二七一二。九等邊形之面積爲六一八一八二四二〇。十等邊形之面積爲七六九四二〇八八三。此各形之面積皆以方積比例者也。或以圓面積設爲一〇〇〇〇〇〇。則圓徑得一一二八三小餘七九一六。如圓徑與衆界形之每一邊俱設爲一一二八三小餘七九一六。則圓面積爲一〇〇〇〇〇〇〇。而三等邊形之面積爲五五一三二八八九。方面積爲一二七三二三九五。五等邊形之面積爲二一九〇五七九八六。六等邊形之面積爲三三〇七九七三三四。七等邊形之面積爲四六



二六八四〇九八八等邊形之面積爲六一四七七四四三五九等邊形之面積爲七八七〇九四三〇  
二十等邊形之面積爲九七九六五七〇九九。此各形之面積皆以圓積比例者也。蓋因各形之邊線相  
等面積不同。故皆定爲面與面之比例也。面積等者邊線不等。如衆界形之面積與圓面積俱設爲一〇  
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則方邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。而圓徑爲一二八三七九一  
六三。等邊形之每邊爲一五一九六七一三七五。等邊形之每邊爲七六二三八七〇五六。等邊形之每  
邊爲六二〇四〇三二四。七等邊形之每邊爲五二四五八一二六八。等邊形之每邊爲四五五〇八九  
八五九。等邊形之每邊爲四〇二一九九六三。十等邊形之每邊爲三六〇五一〇五八。此各形之邊線  
皆以方邊比例者也。或以圓徑設爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則圓面積爲七八五三九八一六三三九七  
四四八三。如圓面積與衆界形之面積俱設爲七八五三九八一六三三九七四四八三。則圓徑爲一〇  
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。而三等邊形之每邊爲一三四六七七三六九四。等邊形卽正方。之每邊爲八八六二  
二六九二五。等邊形之每邊爲六七五五四七九三六。等邊形之每邊爲五四九八一八〇五七。等邊形  
之每邊爲四六四八九八〇三八。等邊形之每邊爲四〇三三一二八八九。等邊形之每邊爲三五六四  
四〇一四。十等邊形之每邊爲三一九九四一八。此各形之邊線皆以圓徑比例者也。蓋因各形之面  
積相等。邊線不同。故皆定爲線與線之比例也。然自衆界形之中心分之。則又各成三角形。皆以勾股爲  
準。則故勾股三角形雖爲面而不囿於面之中。却別立一章焉。要之衆界形邊求積者歸之勾股。積求邊  
者歸之正方。引而伸之。觸類而長之。凡爲面形者不能違是也。

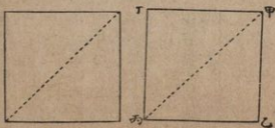


直線形

設如正方形每邊五十尺。問對角斜線幾何。

法以方邊五十尺自乘得二千五百尺。倍之得五千尺。開方得七十尺七寸一分零六豪有餘。即所求之對角斜線也。如圖甲乙丙丁正方形。其甲乙乙丙丙丁丁甲每邊皆五十尺。甲丙爲所求對角斜線。甲乙爲股。則乙丙爲勾。乙丙爲股。則甲乙爲勾。因甲乙與乙丙相等皆可互爲勾股。故以一邊自乘倍之開方得弦。即如各自乘相併開方而得弦也。又用定率比例法。以定率之方邊一〇〇〇〇〇〇爲一率。對角斜線一四一四二一三五爲二率。今所設之方邊五十尺爲三率。求得四率七十尺七寸一分零六豪有餘。即所求之對角斜線也。蓋定率設方邊爲一十萬。其對角斜線爲一千四百一十四萬二千一百三十五。故定率之方邊一十萬與定率之對角斜線一千四百一十四萬二千一百三十五之比。即如今所設之方邊五十尺與所求之對角斜線七十尺七寸一分零六豪有餘之比也。

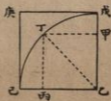
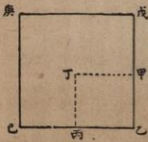
若有對角斜線求方邊。即以對角斜線自乘。折半開方。所得爲正方形之每一邊也。蓋甲丙弦自乘之方與甲乙股乙丙勾兩正方相併之積等。今以甲丙弦自乘折半。則必與甲乙或



乙丙自乘之一正方形相等。故開方而得每一邊也。或用定率比例法。以定率之對角斜線一四一四二一三五爲一率。方邊一〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之對角斜線爲三率。求得四率卽方邊也。設如正方形每邊二尺。今將其積倍之間得方邊幾何。

法以每邊二尺自乘得四尺。倍之得八尺。開方得二尺八寸二分八釐四毫有餘。卽所求之方邊數也。如圖甲乙丙丁正方形每邊二尺。其面積四尺。倍之得八尺。卽如戊乙己庚正方形。其每邊卽甲乙丙丁方形之對角斜線。試於戊乙己庚正方形內作甲乙丙丁正方形。以乙爲心。戊爲界。作戊己弧。與丁角相切。則丁乙與己乙皆爲半徑。其度相等。蓋丁乙卽角斜線自乘之方。爲甲乙邊自乘之方之二倍。故戊乙己庚正方形。卽爲甲乙丙丁正方形之二倍。而戊甲丁丙己庚折形積。卽與甲乙丙丁正方形積相等也。

設如正方形每邊二尺。今將其積四倍之間得方邊幾何。法以每邊二尺倍之得四尺。卽所求之方邊數也。如圖甲乙丙丁正方形每邊二尺。其面積四尺。四倍之得十六尺。卽如戊乙己庚正方形之面積。其每邊得甲乙丙丁正方形每邊之二倍。是故不用四倍其積開方。止以每邊二尺



倍之而即得也。此法蓋因兩方面之比例，比之兩界之比例，爲連比例隔一位相加之比例。見幾何原本七卷第五節。故戊乙己庚正方面積一十六尺，與甲乙丙丁正方面積之四尺相比，爲四分之一，而戊乙己

庚正方邊之四尺，與甲乙丙丁正方邊之二尺之比，爲二分之一。夫十六與八、八與四、四與二，皆爲二分之一之連比例，而十六與四之比，其間隔八之一位，故爲連比例隔一位相加之比例也。

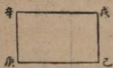
設如長方形長十二尺，闊八尺，今將其積倍之，仍與原形爲同式形，問得長闊各幾何。

法以闊八尺自乘得六十四尺，倍之得一百二十八尺，開方得一十一尺三寸一分三釐七豪有餘，即所求之闊。既得闊，乃以原闊八尺爲一率，原長十二尺爲二率，今所得闊一十一尺三寸一分三釐七豪有餘爲三率，求得四率一十六尺九寸七分零五豪有餘，即所求之長也。或以長十二尺自乘倍之開方，亦得一十六尺九寸七分零五豪有餘，爲所求之長也。如圖甲乙丙丁長方形，甲

乙闊八尺，甲丁長十二尺，將其積倍之，即如戊己庚辛長方形。

此兩長方面積之比例，即同於其相當二界各作一正方面積之比例。見幾何原本七卷第七節。故依甲乙丙丁長方形之丁丙

闊界作丁丙壬癸正方形，將其積倍之，即如戊己庚辛長方形之辛庚闊界所作之辛庚子丑正方形，故開方得辛庚爲所求之闊也。既得辛庚之闊，則以甲乙與甲丁之比，即同於戊己與



也。戊辛之比得戊辛爲所求之長也。若以原長自乘倍之開方。卽如以二長界各作一正方形互相爲比例也。

設如長方形長十二尺闊八尺。今將其積四倍之。仍與原形爲同式形。問得長闊各幾何。

法以闊八尺倍之得十六尺。卽所求之闊。又以原長十二尺倍之得二十四尺。卽所求之長也。如圖(圖見前)甲乙丙丁長方形。甲乙闊八尺。甲丁長十二尺。將其積四倍之。卽如戊己庚辛長方形。其每邊得甲乙丙丁長方形每邊之二倍。是故不用四倍其積開方。止以各邊之數倍之而卽得也。此法蓋因兩長方面之比例。既同於其相當二界各作一正方面之比例。而兩正方面之比例。比之二界之比例。爲連比例隔一位相加之比例。故兩長方面之比例。較之兩界之比例。亦爲連比例隔一位相加之比例也。

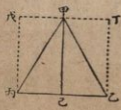
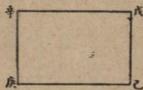
設如三角形面積三千尺。底闊八十尺。問中長幾何。

法以積三千尺倍之得六千尺。用底闊八十尺除之。得七十五尺。卽所求之長也。如

圖甲乙丙三角形。其積倍之成丁乙丙戊長方形。乙丙爲底闊。故以底闊除長方積。

得甲己爲中長也。

設如兩兩等邊無直角斜方形。一曰象目形。小邊皆二十五丈。大邊皆三十九丈。對兩小角斜線五十六

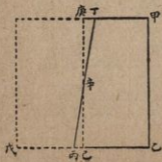
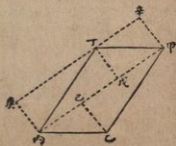
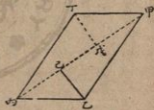


丈間面積幾何

法以對角斜線分斜方形爲兩三角形算之以對角斜線五十六丈爲底大邊三十九丈小邊二十五丈爲兩腰用三角形求中垂線法求得中垂線十五丈乃以對角斜線五十六丈與中垂線十五丈相乘得八百四十丈卽斜方形之面積也如圖甲乙丙丁斜方形甲丁乙丙二小邊皆二十五丈甲乙丁丙二大邊皆三十九丈甲丙對兩小角斜線五十六丈今以甲丙斜線分甲乙丙丁斜方形爲甲乙丙甲丁丙兩三角形俱以甲丙爲底甲丁與丁丙爲兩腰求得丁戊或乙己皆爲中垂線故以甲丙斜線與丁戊垂線相乘所得甲丙庚辛長方形比甲丁丙三角形積大一倍而甲乙丙丁斜方形亦函兩三角形積故所得之甲丙庚辛長方形與甲乙丙丁斜方形之面積相等也

八丈間面積幾何

法以上關二十丈與下關二十八丈相加得四十八丈折半得二十四丈



與長五十丈相乘得一千二百丈。卽斜方形之面積也。如圖甲乙丙丁斜方形。以上闊甲丁與下闊乙丙相加得乙戊。折半爲乙己與甲乙長相乘遂成甲乙己庚長方形。其斜方外所多之丁庚辛勾股形。與斜方內所少之辛己丙勾股形之積等。故所得之甲乙己庚長方形。卽甲乙丙丁斜方形之面積也。

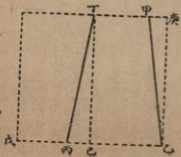
又法上闊下闊相併與長相乘。得數折半。卽斜方形之面積也。蓋前法上闊下闊相加折半而後與長相乘。此法則上闊下闊相加卽與長相乘而後折半。其理一也。

設如梯形長三十丈。上闊十二丈。下闊二十丈。問面積幾何。

法以上闊十二丈與下闊二十丈相加得三十二丈。折半得十六丈。與長三十丈相乘得四百八十丈。卽梯形之面積也。如圖甲乙丙丁梯形。以上闊甲丁與下闊乙丙相加得乙戊。折半爲乙己與丁己長相乘遂成庚乙己丁長方形。其梯形外所多之甲庚乙勾股形。與梯形內所少之丁己丙勾股形之面積等。故所得之庚乙己丁長方形。卽甲乙丙丁梯形之面積也。

又法以上闊下闊相併與長相乘。得數折半。卽梯形之面積也。

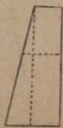
設如三角形自尖至底中長二百尺。底闊一百五十尺。今欲自尖截長一百二十尺。問截闊幾何。



法以中長二百尺爲一率。底闊一百五十尺爲二率。截長一百二十尺爲三率。求得四率九十尺。卽所截之闊也。如圖甲乙丙三角形。甲丁中長二百尺。乙丙底闊一百五十尺。甲戊爲所截長一百二十尺。而甲丁與乙丙之比。卽同於甲戊與己庚之比也。如以截闊求截長。則以底闊爲一率。中長爲二率。截闊爲三率。所得四率卽所截之長也。

設如不等邊兩直角斜方形。長九十尺。上闊二十尺。下闊三十八尺。今欲截中闊二十七尺。問上下各截長幾何。

法以上闊二十尺與下闊三十八尺相減。餘一十八尺爲一率。長九十尺爲三率。以上闊二十尺與所截中闊二十七尺相減。餘七尺爲三率。求得四率三十五尺。卽上所截之長。以上所截之長三十五尺與總長九十尺相減。餘五十五尺。卽下所截之長也。如欲先得下所截之長。則仍以上闊二十尺與下闊三十八尺相減。餘一十八尺爲一率。長九十尺爲二率。乃以所截中闊二十七尺與下闊三十八尺相減。餘一十一尺爲三率。求得四率五十五尺。卽下所截之長也。如圖甲乙丙丁斜方形。甲乙爲長九十尺。與丁戊等。乙丙爲下闊三十八尺。甲丁爲上闊二十尺。與乙戊等。己庚爲所截中闊二十七尺。上闊與下闊相減。餘戊丙十八尺。上闊與所截中闊相減。餘辛庚七尺。而戊丙與丁戊之比。卽同於辛庚與丁辛之比也。又甲乙丙





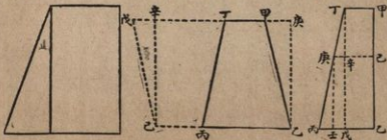
丁斜方形上闊與下闊相減餘戊丙十八尺。所截中闊與下闊相減餘壬丙十尺。而戊丙與丁戊之比。又同於壬丙與庚壬之比也。如有所截上長。或所截下長。求截闊。則以總長爲一率。上下闊相減所餘爲二率。截長爲三率。求得四率。有上截長。則與上闊相加。有下截長。則與下闊相減。所得卽所截之闊也。

設如梯形面積一千五百尺。下闊四十尺。中長五十尺。問上闊幾何。

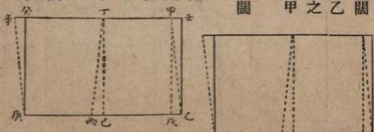
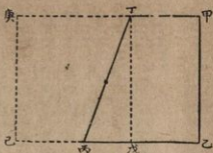
法以積一千五百尺。倍之得三千尺。用長五十尺除之。得六十尺。爲上下兩闊相加之數。內減下闊四十尺。餘二十尺。卽上闊也。如圖甲乙丙丁梯形。倍之成甲乙己戊斜方形。試將己角取直作己辛線。則截斜方形一段爲己辛戊勾股形。如以己辛戊勾股形移補於甲庚乙。遂成庚乙己辛長方形。其積原與甲乙己戊斜方形等。今用庚乙中長除之。得乙己。卽上下兩闊相加之數。內減乙丙下闊。所餘丙己。卽甲丁等。卽上闊也。

設如不等邊兩直角斜方形。積九千六百尺。長一百二十尺。上下兩闊相差之較四十尺。問上闊下闊各幾何。

法以積九千六百尺。倍之得一萬九千二百尺。用長一百二十尺除之。得一百六十尺。爲上下兩闊相加之數。內減上下兩闊相差之較四十尺。餘一百二十尺。折半得六十尺。爲上闊。加上下兩闊相差之較四十尺。得一百尺。卽下闊也。



如圖甲乙丙丁斜方形其甲乙長一百二十尺甲丁上闊  
 與乙丙下闊相差戊丙四十尺試將原積倍之遂成甲乙  
 己庚長方形故以甲乙長除之得乙己爲上下闊相和之  
 數內減戊丙上下兩闊相差之較餘數折半得乙戊與甲  
 丁等爲上闊加戊丙較得乙丙爲下闊  
 設如梯形面積六千六百五十尺長九十五尺上下兩闊  
 相差之較二十尺問上闊下闊各幾何  
 法以積六千六百五十尺倍之得一萬三千三百尺用  
 長九十五尺除之得一百四十尺爲上下兩闊相和之  
 數內減上下兩闊相差之較二十尺餘一百二十尺折  
 半得六十尺爲上闊加上下兩闊相差之較二十尺得八十尺爲下闊也如圖甲  
 乙丙丁梯形甲戊長九十五尺甲丁上闊與乙丙下闊相差乙戊與己丙共二十  
 尺試將原積倍之成甲乙庚辛斜方形與壬乙庚癸長方形之積等故以甲戊長  
 除壬乙庚癸長方形得乙庚爲上下兩闊相和之數內減乙戊與己丙上下兩闊  
 相差之較餘折半得戊己與甲丁等爲上闊加乙戊與己丙上下兩闊相差之較  
 得乙丙爲下闊也

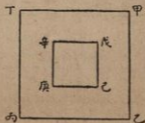


設如方環形外周二百八十丈內周一百二十丈求面積幾何。

法以外周二百八十丈四歸之得七十丈自乘得四千九百丈又以內周一百二十丈四歸之得三十丈自乘得九百丈兩自乘數相減餘四千丈即方環之面積也。如圖甲乙丙丁外周二百八十丈四歸之得甲乙之一邊自乘得甲乙丙丁大方積戊己庚辛內周一百二十丈四歸之得戊己之一邊自乘得戊己庚辛小方積兩方積相減所餘即方環之面積也。

又法以外周二百八十丈自乘得七萬八千四百丈內周一百二十丈自乘得一萬四千四百丈兩數相減餘六萬四千丈以十六除之得四千丈即方環面積也。前法將內外周各四歸之而得內外方邊故以內外方邊各自乘相減而得方環面積此法即以內外周各自乘相減以十六除之而得方環面積也。蓋內外周爲內外方邊之四倍內外周自乘之積必比內外方邊自乘之積大十六倍。凡方邊大一倍則面積大四倍。今方邊大四倍故面積大十六倍。爲隔一位相加之連比例也。是以兩周各自乘相減之餘積比兩方邊各自乘相減之餘積亦大十六倍也。

又有方環面積求外方邊至內方邊之闊則以外周二百八十丈與內周一百二十丈相加得四百丈折半得二百丈以除方環面積四千丈得二十丈即外

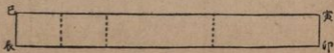
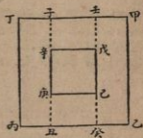
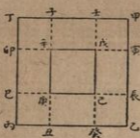


方邊至內方邊之闊也。如圖自方環內邊作壬癸子丑二線，則甲乙癸壬、子丑丙丁爲外方邊與闊相乘之二長方。壬戌辛子、己癸丑庚爲內方邊與闊相乘之二長方。引而長之，成寅卯辰巳一長方。其長卽半外周與半內周之和，其闊卽外方邊至內方邊之闊。故以外周與內周相併折半，除方環面積，而得外方邊至內方邊之闊也。

又法以內方邊三十丈與外方邊七十丈相減，餘四十丈，折半得二十丈，亦卽外方邊至內方邊之闊也。如圖甲丁爲外方邊，減與戊辛內方邊相等之壬子，餘甲壬與子丁，折半得甲壬，卽方環之闊也。

設如方環面積四千尺，闊二十尺，求內外方邊各幾何。

法以闊二十尺自乘得四百尺，四因之得一千六百尺，與環積四千尺相減，餘二千四百尺，四歸之得六百尺，以闊二十尺除之得三十尺，卽內方邊。又以闊二十尺倍之得四十尺，加內方邊三十尺得七十尺，卽外方邊也。如圖甲乙丙丁、戊己庚辛，方環形，內減甲寅戊壬、辰乙癸己、子辛卯丁、庚丑丙己，闊自乘之四正方形，餘寅辰己戊、辛庚巳卯、壬戌辛子、己癸丑庚，四長方，四

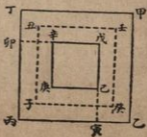
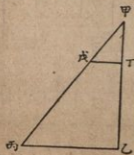


歸之得寅辰己戊一長方其闊卽方環之闊其長卽方環內邊之長故以寅戊闊除之得戊己爲內方邊也。

又法置環積四千尺以闊二十尺除之得二百尺四歸之得五十尺加闊二十尺得七十尺卽外方邊於五十尺內減闊二十尺餘三十尺卽內方邊也如圖甲乙丙丁戊己庚辛方環積以闊除之卽得壬癸子丑爲內周外周相併折半之中數以四歸之卽得壬癸一邊與戊寅等故加闊得外邊減闊得內邊也。

設如勾股形股三十六尺勾二十七尺今從上段截勾股形積五十四尺問截長闊各幾何。

法以股三十六尺爲一率勾二十七尺爲二率截積五十四尺倍之得一百零八尺爲三率求得四率八十一尺開方得九尺卽所截之闊既得所截之闊則以勾二十七尺爲一率股三十六尺爲二率所截之闊九尺爲三率求得四率十二尺卽所截之長也此法一率與二率爲線與線之比例三率與四率爲面與面之比例也如圖甲乙丙勾股形甲乙爲股三十六尺乙丙爲勾二十七尺甲丁戊勾股形爲截積五十四尺是故甲乙與乙丙之比應同於甲丁與丁戊之比然而無甲丁之數故將截積倍之爲甲丁與丁戊相乘





之長方。則甲乙與乙丙之比，必同於甲丁與丁戊相乘之長方。與丁戊自乘之正方形之比。蓋截積倍之成己甲丁戊長方形。丁戊自乘成庚丁戊辛正方形。此二形爲二平行線內直角方形。其面之互相爲比。同於其底之互相爲比。見幾何原本八卷第七節。故開方而得丁戊爲所截之闊。又乙丙與甲乙之比，卽同於丁戊與甲丁之比。而得甲丁爲所截之長也。若先求截長，則以勾二十七尺爲一率，股三十六尺爲二率，倍截積一百零八尺爲三率，求得四率一百四十四尺。開方得十二尺，爲所截之長。蓋乙丙與甲乙之比，同於丁戊與甲丁之比，亦必同於丁戊與甲丁相乘之長方。與甲丁自乘之正方形之比。截積倍之成甲丁戊己長方形。甲丁自乘成甲丁庚辛正方形。此二形之面互相爲比。亦同於其底之互相爲比也。故開方而得甲丁爲所截之長也。既得截長，則用比例四率求之，亦得所截之

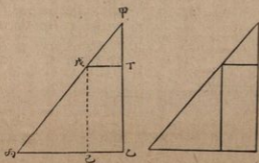
闊矣。  
又法以勾二十七尺與股三十六尺相乘，折半得勾股積四百八十六尺爲一率。所截之勾股形積五十四尺爲二率。勾二十七尺自乘得七百二十九尺爲三率。求得四率八十一尺。開方得九尺爲所截之闊。



若以股三十六尺自乘得一千二百九十六尺爲三率。則得四率一百四十四尺。開方得十二尺爲所截之長也。如圖(圖見前)甲乙丙勾股形。截甲丁戊勾股形積五十四尺。此兩勾股形爲同式形。故甲乙丙勾股積與甲丁戊勾股積之比。同於乙丙勾自乘之乙己庚丙正方形。與丁戊勾自乘之丁辛壬戊正方形之比。亦必同於甲乙股自乘之癸子乙甲正方形。與甲丁股自乘之丑寅丁甲正方形之比也。

設如勾股形股三十六尺。勾二十七尺。今從下段截斜方形積四百三十二尺。問截長及上闊各幾何。

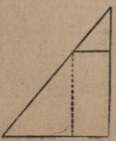
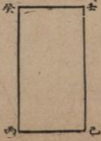
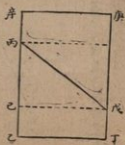
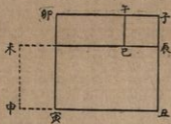
法以股三十六尺爲一率。勾二十七尺爲二率。截積四百三十二尺倍之得八百六十四尺爲三率。求得四率六百四十八尺。乃以勾二十七尺自乘得七百二十九尺。內減所得四率六百四十八尺。餘八十一尺。開方得九尺。爲所截之上闊。既得所截之上闊。則以勾二十七尺爲一率。股三十六尺爲二率。所截之上闊九尺與勾二十七尺相減。餘一十八尺爲三率。求得四率二十四尺。卽所截之長也。此法亦係線與線爲比。面與面爲比也。如圖甲乙丙勾股形。甲乙爲股三十六尺。乙丙爲勾二十七尺。丁乙丙戊斜方形爲截積四百三十二尺。其甲乙與乙丙之比。應同於戊己卽丁乙。與己丙之比。然而





無戊己之數。故將截積倍之。遂成戊己之長。與丁戊乙丙上下兩闊之和相乘之長方形。將此長方形爲三率。所得四率卽丁戊乙丙上下兩闊之較。卽己丙也。與丁戊乙丙上下兩闊之和相乘之長方形也。蓋截積倍之成庚丁乙辛長方形。己丙兩闊之較與兩闊之和相乘。成壬己丙癸長方形。此二長方形同以兩闊之和爲長。故丁乙與己丙之比。卽如庚丁乙辛長方形與壬己丙癸長方形之比也。又己丙上下兩闊之較。與丁戊乙丙上下兩闊之和相乘之積。與丁戊乙丙上下兩闊之數各自乘相減之餘積等。試依乙丙度作子丑寅卯一大正方形。又依丁戊

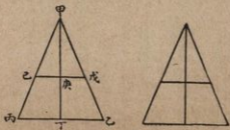
度作子辰巳午一小正方形。兩正方形相減。所餘爲辰丑寅卯午巳磬折形。引而長之。遂成辰丑申未長方形。其辰丑卽上下兩闊之較。其丑申卽上下兩闊之和。故所得四率長方形積與辰丑寅卯午巳磬折形之積等。今於乙丙自乘之子丑寅卯大正方形內減辰丑寅卯午巳磬折形。所餘卽丁戊自乘之子辰巳午小正方形。故開方而得丁戊。爲所截之闊也。既得所截之闊。則以丁戊與乙丙相減餘己丙。而乙丙與甲乙之比。卽同於己丙與戊己卽丁乙之比也。



又法以勾二十七尺與股三十六尺相乘，折半得勾股積四百八十六尺，內減從下段所截之斜方積四百三十二尺，餘五十四尺，卽爲從上段所截之勾股形積。依前法比例求之，所得亦同。

設如三角形中長二十尺，底闊一十五尺，今從上段截三角形積五十四尺，問截長闊各幾何。

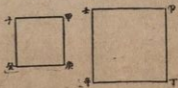
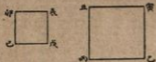
法以底闊一十五尺爲一率，中長二十尺爲二率，截積五十四尺倍之，得一百零八尺爲三率，求得四率一百四十四尺，開方得一十二尺，卽所截之長。既得所截之長，則以中長二十尺爲一率，底闊一十五尺爲二率，所截之長十二尺爲三率，求得四率九尺，卽所截之闊也。此法亦一率與二率爲線與線之比例，三率與四率爲面與面之比例也。如圖甲乙丙三角形，甲丁中長二十尺，乙丙底闊十五尺，甲戊己三角形爲截積五十四尺，是故乙丙與甲丁之比，應同於戊己與甲庚之比。然而無戊己之數，故將截積倍之，爲戊己與甲庚相乘之長方，則乙丙與甲丁之比，必同於戊己與甲庚相乘之長方，與甲庚自乘之正方之比。故開方而得甲庚爲所截之長，又甲丁與乙丙之比，同於甲庚與戊己之比，而得戊己爲所截之闊也。若先求截闊，則以中長二十尺爲一率，底闊一十五尺爲二率，倍截積一百零八尺爲三率，求得四率八十一尺，開方得九尺，爲所截之闊。蓋甲丁與乙丙之比，同於甲庚與戊己之比，亦同於甲庚與戊己相乘之長方，與戊己自乘之正方之比，故開方而得戊己爲所截之闊也。既得截闊，則用比例四率求之，亦得所截之長矣。



又法以底闊十五尺與中長二十尺相乘，折半得三角積一百五十尺爲一率。所截之三角積五十四尺爲二率。以底闊十五尺自乘，得二百二十五尺爲三率。求得四率八十一尺。開方得九尺爲所截之闊。若以中長二十尺自乘，得四百尺爲三率。則得四率一百四十四尺。開方得十二尺爲所截之長也。如圖甲乙丙三角形，截甲戊己三角形，積五十四尺。此兩三角形爲同式形。故甲乙丙三角形積與甲戊己三角形積之比，同於甲丁中長自乘之甲丁辛壬正方形與甲庚截長自乘之甲庚癸子正方形之比。亦同於乙丙底闊自乘之乙丙丑寅正方形與戊己卯辰正方形之比也。

設如三角形中長二十尺，底闊十五尺。今從下段截梯形積九十六尺。問截長及上闊各幾何。

法以中長二十尺爲一率，底闊十五尺爲二率，截積九十六尺倍之，得一百九十二尺爲三率。求得四率一百四十四尺。乃以底闊十五尺自乘，得二百二十五尺。內減所得四率一百四十四尺，餘八十一尺。開方得九尺爲所截之上闊。既得所截之上闊，則以底闊十五尺爲一率，中長二十尺爲二率，所截之上闊九尺與底闊十五尺相減，餘六尺爲三率。求得

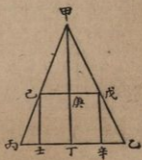


四率八尺。卽所截下段之長也。如圖甲乙丙三角形。甲丁爲中長二十尺。乙丙爲底闊十五尺。戊乙丙己梯形爲截積九十六尺。戊己爲所截之闊。庚丁與戊辛、己壬等。爲所截之長。乙辛、壬丙兩段爲截闊與底闊之較。是故甲丁與乙丙之比。應同於庚丁與乙辛、壬丙兩段之比矣。蓋甲丁與乙丁之比。同於等庚丁之戊辛與乙辛之比。又甲丁與丁丙之比。同於等庚丁之己壬與壬丙之比。合之則甲丁與乙丁、丁丙兩段之比。亦同於庚丁與乙辛、壬丙兩段之比也。

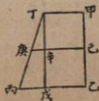
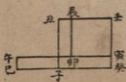
但今無庚丁之數。故將截積倍之。遂成庚丁所截之長與戊己、乙丙上下兩闊之和相乘之長方形。將此長方形爲三率。所得四率卽乙辛、壬丙上下兩闊之較。與戊己、乙丙上下兩闊之和相乘之長方形也。又乙辛、壬丙上下兩闊之較與戊己、乙丙上下兩闊之和相乘之餘積等。故以所得四率長方形積與乙丙自乘方積相減。卽餘戊己自乘方積。開方而得戊己爲所截之闊也。既得戊己截闊。則於乙丙底闊內減之餘乙辛、壬丙。而乙丙與甲丁之比。又同於乙辛、壬丙兩段與庚丁截長之比也。

又法以底闊十五尺與中長二十尺相乘。折半得三角形積一百五十尺。內減從下段所截之梯形積九十六尺。餘五十四尺。卽爲從上段所截之三角形積。依前法比例求之所得亦同。

設如不等邊兩直角斜方形。長二十四尺。上闊十二尺。下闊二十尺。今從上段截積一百六十八尺。問截長闊各幾何。

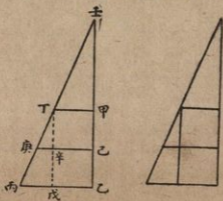


法以長二十四尺爲一率。下闊二十尺內減上闊十二尺。餘八尺爲二率。截積一百六十尺倍之得三百三十六尺爲三率。求得四率一百一十二尺。乃以上闊十二尺自乘得一百四十四尺。與所得四率一百一十二尺相加得二百五十六尺。開方得十六尺。卽所截之闊。既得所截之闊。則以上下兩闊相減之較八尺爲一率。長二十四尺爲二率。截闊十六尺內減上闊十二尺。餘四尺爲三率。求得四率十二尺。卽所截之長也。此法亦係一率與二率爲線與線之比例。三率與四率爲面與面之比例也。如圖甲乙丙丁斜方形。甲乙長二十四尺。與丁戊等。甲丁爲上闊十二尺。乙丙爲下闊二十尺。甲己庚丁斜方形爲截積一百六十八尺。是故丁戊與戊丙之比。應同於丁辛與辛庚之比。然而無丁辛之數。故將截積倍之。爲丁辛截長。與甲丁己庚上中兩闊之和相乘之長方形爲三率。所得四率卽辛庚上中兩闊之較與甲丁己庚上中兩闊之和相乘之長方形也。又辛庚上中兩闊之較與甲丁己庚上中兩闊之和相乘之積。與甲丁己庚上中兩闊之數各自乘相減之餘積等。試依己庚度作壬癸子丑一大正方形。又依甲丁度作壬寅卯辰一小正方形。兩正方形相減。所餘爲寅癸子丑辰卯磬折形。引而長之。遂成寅癸巳午長方形。其寅癸卽上中兩闊之較。其癸巳卽上中兩闊之和。故所得四率長方形積與寅癸子丑辰卯磬折形之積等。今於甲丁自乘之壬寅卯辰小正方形外。加寅癸子丑辰卯磬折形。卽得己庚自乘



之壬癸子丑大正方形。故開方而得己庚爲所截之闊也。既得所截之闊。則以己庚與甲丁相減餘辛庚。而戊丙與丁戊之比。卽同於辛庚與丁辛之比也。

又法將斜方形增作勾股形算之。以上闊十二尺與下闊二十尺相減。餘八尺爲一率。長二十四尺爲二率。上闊十二尺爲三率。求得四率三十六尺。爲斜方形上所增小勾股形之股。與斜方形之長二十四尺相加得六十尺。爲斜方形與所增小勾股形相併所成之大勾股形之股。乃以上闊十二尺爲小勾。所得三十六尺爲小股。相乘得四百三十二尺。折半得二百一十六尺。爲斜方形上所增之小勾股形積。與截積一百六十八尺相加得三百八十四尺。爲所截之勾股形積。乃用勾股形從上段截勾股積法算之。而得所截之闊焉。如圖甲乙丙丁斜方形增作勾股形爲壬乙丙。其上闊甲丁與下闊乙丙相減。所餘爲戊丙。以戊丙與丁戊之比。同於甲丁與壬甲之比。得壬甲爲小勾股形之股。以壬甲與甲乙相加。與壬乙爲大勾股形之股。又壬甲丁勾股形積與甲己庚丁斜方形截積相加。得壬己庚勾股形積。卽壬乙丙大勾股形從上段截壬己庚勾股形積也。



設如不等邊兩直角斜方形。長二十四尺。上闊十二尺。下闊二十尺。今從下段截積二百一十六尺。求截

長闊各幾何。

法以長二十四尺爲一率。下闊二十尺內減上闊十二尺。餘八尺爲二率。截積二百一十六尺。倍之。得四百三十二尺爲三率。求得四率一百四十四尺。乃以下闊二十尺自乘。得四百尺。內減所得四率一百四十四尺。餘二百五十六尺。開方得一十六尺。爲所截之闊。既得所截之闊。則以上下兩闊相減之。較八尺爲一率。長二十四尺爲二率。下闊二十尺內減截闊十六尺。餘四尺爲三率。求得四率十二尺。卽所截下段之長也。此與勾股形從下段截斜方形積之理同。前法從上段截積。所得四率爲上闊與截闊各自乘相減之餘積。上闊小而截闊大。故以上闊自乘與所得四率相加。開方而得截闊。此法從下段截積。所得四率爲下闊與截闊各自乘相減之餘積。下闊大而截闊小。故以下闊自乘內減所得四率。開方而得截闊也。

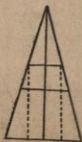
設如梯形長十二丈。上闊五丈。下闊十一丈。今從上段截積二十四丈。問截長闊各幾何。法以長十二丈爲一率。上闊五丈與下闊十一丈相減。餘六丈爲二率。截積二十四丈倍之。得四十八丈爲三率。求得四率二十四丈。乃以上闊五丈自乘。得二十五丈。與所得四率二十四丈相加。得四十九丈。開方得七丈。卽所截之闊。既得所截之闊。則以上下兩闊相減之。較六丈爲一率。長十二丈爲二率。截闊七丈內減上闊五丈。餘二丈爲三率。求得四率四丈。卽所截之長也。此法亦係一率與二率爲





線與線之比例。三率與四率爲面與面之比例也。如圖甲乙丙丁梯形。甲戊長十二丈。甲丁上闊五丈。戊己庚辛俱相等。乙丙下闊十一丈。乙戊與己丙兩段爲上下兩闊相減之較六丈。甲壬癸丁小梯形爲截積二十四丈。是故甲戊總長與乙戊己丙上下兩闊之較之比。應同於甲庚截長與壬庚辛癸上中兩闊之較之比。然無甲庚之數。故將截積倍之。爲甲庚截長與甲丁壬癸上中兩闊之和相乘之長方形爲三率。所得四率卽壬庚辛癸上中兩闊之較與甲丁壬癸上中兩闊之和相乘之長方形也。又壬庚辛癸上中兩闊之較與甲丁壬癸上中兩闊之和相乘之積與甲丁壬癸上中兩闊之數各自乘相減之餘積等。故以所得四率長方形積與甲丁自乘方積相加。卽得壬癸自乘方積。開方而得壬癸爲所截之闊也。既得壬癸截闊。則以上下兩闊相減之乙戊己丙兩段與甲戊總長之比。卽同於上中兩闊相減之壬庚辛癸兩段與甲庚截長之比矣。

又法將梯形增作三角形算之。以上闊五丈與下闊十一丈相減。餘六丈爲一率。長十二丈爲二率。上闊五丈爲三率。求得四率十丈。爲梯形上所增小三角形之中長。與梯形之長十二丈相加。得二十二丈。爲梯形與所增小三角形相併所成之大三角形之中長。乃以上闊五丈爲底所得十丈爲中長。相乘得五十丈。折半得二十五丈。爲梯形上所增之小三角形積。與截積二十四丈相加。得四十九丈。爲所截之三角形積。乃用三角形從上段截三角積法算之。而得所截之闊焉。如圖甲乙丙丁梯形。增作三角形爲子乙丙。其上闊甲丁與下闊乙丙相減。





所餘爲乙戊、己丙、而乙戊、己丙與甲戊之比，卽同於甲丁與子丑之比。得子丑爲小三角形之中長，以子丑與等甲戊之丑寅相加，得子寅爲大三角之中長。又子甲丁三角形積與甲壬癸丁斜方形截積相加，得子壬癸三角形積。卽子乙丙大三角形從上段截子壬癸三角形積也。

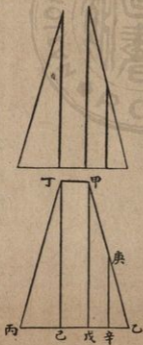
設如梯形長十二丈，上闊五丈，下闊十一丈，今自下段截積七十二丈，問截長闊各幾何。

法以長十二丈爲一率，上闊五丈與下闊十一丈相減，餘六丈爲二率，以截積七十二丈倍之，得一百四十四丈爲三率，求得四率七十二丈，乃以下闊十一丈自乘得一百二十一丈，內減所得四率七十二丈，餘四十九丈，開方得七丈，卽所截之闊。既得所截之闊，則以上下兩闊相減之較六丈爲一率，長十二丈爲二率，截闊七丈與下闊十一丈相減，餘四丈爲三率，求得四率八丈，卽所截之長也。如圖甲乙丙丁梯形，甲戊長十二丈，甲丁上闊五丈，與戊己等，乙丙下闊十一丈，乙戊與己丙兩段爲上下兩闊相減之較六丈，庚乙丙辛梯形爲截積七十二丈，是故甲戊總長與乙戊己丙上下兩闊之較之比，應同於庚壬截長與乙壬、癸丙中下兩闊之較之比。然無庚壬之數，故將截積倍之，爲庚壬截長，與庚辛、乙丙中下兩闊之和相乘之長方形



爲三率所得四率卽乙壬癸丙中下兩闊之較與庚辛乙丙中下兩闊之和相乘之長方形也。又乙壬癸丙中下兩闊之較與庚辛乙丙中下兩闊之和相乘之積與庚辛乙丙中下兩闊之數各自乘相減之餘積等。故以所得四率長方形積與乙丙自乘方積相減卽餘庚辛自乘方積開方而得庚辛爲所截之闊也。設如梯形長一百二十尺上闊二十尺下闊八十尺今自一邊截勾股積四百五十尺問截長闊各幾何。

法以長一百二十尺爲一率上闊二十尺與下闊八十尺相減餘六十尺折半得三十尺爲二率截積四百五十尺倍之得九百尺爲三率求得四率二百二十五尺開方得一十五尺爲所截之闊既得所截之闊則以上下兩闊相減折半之三十尺爲一率長一百二十尺爲二率截闊十五尺爲三率求得四率六十尺爲所截之長也。如圖甲乙丙丁梯形甲丁上闊二十尺與戊己等乙丙下闊八十尺甲戊長一百二十尺乙戊爲上下闊相減折半之三十尺庚乙辛爲所截勾股積四百五十尺甲乙戊勾股形與庚乙辛勾股形爲同式形故立算與勾股形從上段截勾股積之法相同也。



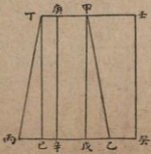
設如梯形長一百二十尺。上闊四十尺。下闊八十尺。今自一邊截斜方形積四千二百尺。問截上闊下闊各幾何。

法以上闊四十尺與下闊八十尺相減。餘四十尺。折半得二十尺。爲所截斜方形上闊與下闊之較。又以截積四千二百尺倍之。得八千四百尺。以長一百二十尺除之。得七十尺。爲所截斜方形上闊與下闊之和。內減上闊下闊之較二十尺。餘五十尺。折半得二十五尺。爲上闊。加較二十尺。得四十五尺。爲下闊也。如圖甲乙丙丁梯形。甲丁爲上闊四十尺。與戊己等。乙丙爲下闊八十尺。甲戊爲長一百二十尺。甲乙辛庚爲所截斜方形積四千二百尺。倍之成壬癸辛庚長方形。乙戊爲所截斜方形上下兩闊之較。今以甲戊長除壬癸辛庚長方形積得癸辛。爲上下兩闊之和。內減乙戊上下兩闊之較。餘癸乙與戊辛折半得戊辛與甲庚等。卽所截斜方形之上闊。加乙戊上下兩闊之較得乙辛。卽所截斜方形之下闊也。



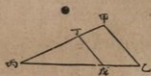
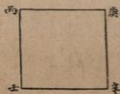
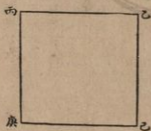
設如三角形小腰邊二十丈。大腰邊三十四丈。底邊四十二丈。面積三百三十六丈。今欲平分面積一半。與原三角形爲同式形。問所截三邊各幾何。

法以原面積三百三十六丈爲一率。原面積折半得一百六十八丈爲二率。底邊四十二丈自乘得一千七百六十四丈爲三率。求得四率八百八十二丈。開方得二十九丈六尺九寸。



八分四釐八豪有餘。爲所截之底邊。乃以全底邊四十二丈爲一率。大腰邊三十四丈爲二率。所截之底邊二十九丈六尺九寸八分四釐八豪有餘爲三率。求得四率二十四丈零四寸一分六釐二豪有餘。爲所截之大腰邊。仍以全底邊四十二丈爲一率。小腰邊二十丈爲二率。所截之底邊二十九丈六尺九寸八分有餘爲三率。求得四率十四丈一尺四寸二分一釐三豪有餘。卽所截之小腰邊也。如圖甲乙丙三角形。平分面積一半成丁戊丙三角形。此兩三角形既爲同式形。則甲乙丙三角形之面積。與丁戊丙三角形之面積之比。同於各邊各自乘之正方面積。與所截各邊各自乘之正方面積之比。故以甲乙丙三角形面積爲一率。丁戊丙三角形面積爲二率。乙丙底邊自乘如乙己庚丙正方面積爲三率。所得四率卽戊丙截底自乘如戊辛壬丙正方面積。故開方得戊丙也。既得戊丙。則乙丙與甲丙之比。同於戊丙與丁丙之比。又乙丙與甲乙之比。同於戊丙與丁戊之比。俱爲相當比例四率也。若取原積三分之一或幾分之幾者。則將其積以其分數歸之。比例並同。

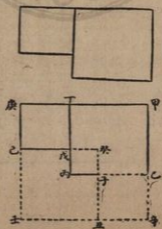
又法以乙丙邊四十二丈自乘。折半開方卽得戊丙邊。甲丙邊自乘。折半開方卽得丁丙邊。甲乙邊自乘。折半開方卽得丁戊邊。此卽面與面比線與線比之理也。



又法設全積爲一尺半積爲五十寸。乃以五十寸開方得七寸零七釐一豪零六忽。而以各邊之數乘之。即得各邊所截之數。蓋全積爲一尺。其全邊亦爲一尺。半積爲五十寸。其截邊爲七寸零七釐一豪零六忽。今以一尺與全邊之比。即同於七寸零七釐一豪零六忽與截邊之比。又因一尺爲一率。故省一率之除。止用乘而即得也。若取幾分之一者。皆倣此類推之。

設如大小兩正方面積共四百一十尺。大正方形邊比小正方形邊多六尺。問兩正方形邊及面積各幾何。

法以兩正方面積共四百一十尺倍之。得八百二十尺。又以多六尺自乘得三十六尺。與倍共積八百二十尺相減。餘七百八十四尺。開方得二十八尺。爲大小兩正方形邊之和。加大正方形比小正方形每邊所多六尺。得三十四尺。折半得十七尺。爲大正方形之邊。內減六尺。餘十一尺。爲小正方形之邊。以大正方形邊十七尺自乘得二百八十九尺。爲大正方形之面積。以小正方形邊十一尺自乘得一百二十一尺。爲小正方形之面積也。如圖甲乙丙丁一大正方形。丁戊己庚一小正方形。戊丙爲兩正方形邊之較。試以兩正方形之共積倍之。則得甲辛壬庚一正方形。仍餘癸子丙戊兩正方形邊之較。自乘之一正方形。蓋癸丑壬己正方形與甲乙丙丁正方形等。乙辛丑子正方形與丁戊己庚正方形等。其中疊一癸子丙戊正方形。即戊丙較自乘之積。故以戊丙較自乘與所倍共積相減。即得甲壬壬庚正方形。開方得甲庚。爲兩正

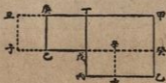


方邊之和。加較折半得丁丙。爲大正方邊。內減戊丙較得丁戊。爲小正方邊。既得方邊。則各自乘即得各面積矣。

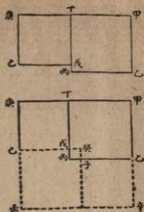
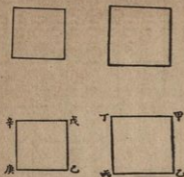
又法以兩正方邊之較六尺自乘得三十六尺。與兩正方共積四百一十尺相減。餘三百七十四尺。折半得一百八十七尺。爲長方積。以兩正方邊之較六尺爲長闊之較。用帶縱較數開方法算之。得闊十一尺。爲小正方之邊。加較六尺得十七尺。爲大正方之邊也。如圖甲乙丙丁一大正方形。丁戊己庚一小正方形。戊丙爲兩正方邊之較。以戊丙邊較自乘得辛壬丙戊一正方形。與其積相減。餘甲乙壬辛己庚磬折形。如以癸乙壬辛長方形移於庚己子丑。即戊甲癸子丑一長方形。折半得丁戊子丑一長方形。庚丑與戊丙等。即長闊之較。故用帶縱較數開方法算之。得丁戊闊即小方邊。加庚丑較得丁丑與丁丙等。即大方邊也。

設如大小兩正方面積共六百一十七尺。大小兩正方邊共三十五尺。問大小兩正方邊及面積各幾何。

法以兩正方面積共六百一十七尺倍之。得一千二百三十四尺。又以兩正方邊共三十五尺自乘得一千二百二十五尺。與倍共積一千二百三十四尺相減。餘九尺。開方得三尺。爲大小兩正方邊之較。與共邊三十五尺相加。得三十八尺。折半得十九尺。爲大正方之邊。內減兩正方邊之較三尺。餘十六尺。爲小正方之邊。以大正方邊十九尺

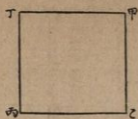
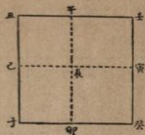






自乘得三百六十一尺。爲大正方形之面積。以小正方形邊十六尺自乘得二百五十六尺。爲小正方形之面積也。如圖甲乙丙丁一大正方形。丁戊己庚一小正方形。甲庚爲兩正方形邊之和。戊丙爲兩正方形邊之較。試以兩正方形之共積倍之。則得甲辛壬庚正方形。而多癸子丙戊較自乘之一正方形。故以甲庚共邊自乘得甲辛壬庚正方形。與倍共積相減。即餘癸子丙戊一小正方形。開方得戊丙。即兩正方形邊之較。與兩正方形邊之和相加折半得丁丙。爲大正方形內減戊丙較得丁戊。爲小正方形邊。既得方邊。則各自乘即得各面積矣。

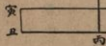
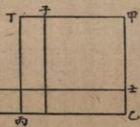
又法以兩正方形邊之和三十五尺自乘得一千二百二十五尺。內減兩正方形共積六百一十七尺。餘六百零八尺。折半得三百零四尺。爲長方積。以兩正方形邊之和三十五尺爲長闊。用帶縱和數開方法算之。得闊十六尺。爲小正方形之邊。與共積三十五尺相減。餘十九尺。爲大正方形之邊也。如圖甲乙丙丁一大正方形。戊己庚辛一小正方形。以共邊自乘得壬癸子丑一正方形。內減與甲乙丙丁大正方形相等之寅癸卯辰一正方形。又減與戊己庚辛小



正方形相等之午辰巳丑一正方形。餘壬寅辰午與辰卯子巳二  
 長方形。折半得壬寅辰午一長方形。其壬午長與甲乙大方邊等。  
 壬寅闊與戊己小方邊等。兩正方形之共邊即長闊之和。故用帶縱  
 和數開方法算之。得闊為小方邊。得長為大方邊也。

設如大小兩正方形。大方邊比小正方形邊多七尺。大方積比  
 小正方形積多三百四十三尺。問大小兩正方形邊各幾何。

法以大方積比小正方形積所多三百四  
 十三尺。用大方邊比小正方形邊所多七  
 尺除之。得四十九尺。為大小兩正方形邊之  
 和。加兩正方形邊之較七尺。得五十六尺。折  
 半得二十八尺。為大方之邊。與共邊四  
 十九尺相減。餘二十一尺。為小正方形之邊  
 也。如圖甲乙丙丁一大正方形。戊己庚辛



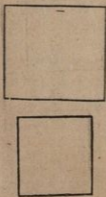
一小正方形。試於甲乙丙丁大正方形內作與戊己庚辛相等之甲壬癸子小正  
 方形。則壬乙丙丁子癸摺形。即大方比小正方形所多之積。引而長之。成壬乙  
 丑寅一長方形。其壬乙闊即兩正方形邊之較。乙丑長即兩正方形邊之和。故以壬乙

兩正方邊之較除之得乙丑兩正方邊之和以乙丑與壬乙相加折半得乙丙爲大正方形之邊將乙丙與乙丑共邊相減餘丙丑與子癸等卽戊己爲小正方形之邊也。

設如大小兩正方形共邊三十一尺大正方形積比小正方形積多一百五十五尺問大小兩正方邊各幾何法以大正方形積比小正方形積所多一百五十五尺用共邊三十一尺除之得五尺爲大小兩正方邊之較與共邊三十一尺相加得三十六尺折半得十八尺爲大正方形之邊與共邊三十一尺相減餘十三尺爲小正方形之邊也如圖甲乙丙丁一大正方形戊己庚辛一小正方形試於甲乙丙丁大正方形內作與戊己庚辛相等之甲壬癸子小正方形則壬乙丙丁子癸斲折形卽大正方形比小正方形所多之積引而長之成壬乙丑寅長方形其乙丑長卽兩正方邊之和其壬乙闊卽兩正方邊之較故以乙丑兩正方邊之和除之得壬乙與乙丑相加折半得乙丙爲大正方形之邊以乙丙與乙丑相減餘丙丑與子癸等卽戊己爲小正方形之邊也。

設如大小兩正方形共積一百三十尺大正方形積比小正方形積多三十二尺問大小兩正方邊各幾何。

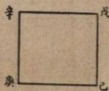
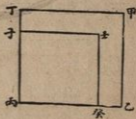
法以大正方形積比小正方形積所多三十二尺與共積一百三十尺相減餘九十八尺折半得四十九尺爲小正方形之積開方得七尺爲小正方形之邊又以小正方形積四十九尺與大正方形積比小正方形積多三十二尺相加得八十一尺爲大正方形之積開方得九尺爲大正方形之



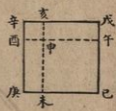
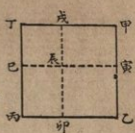
邊也。如圖甲乙丙丁一大正方形。戊己庚辛一小正方形。試於甲乙丙丁大正方形內。作與戊己庚辛相等之壬癸丙子小正方形。則甲乙癸壬子丁馨折形。即大正方形比小正方形所多之積。以此馨折形積與兩正方形之共積相減。餘壬癸丙子與戊己庚辛兩小正方形。折半得戊己庚辛一小正方形。故開方得戊己爲小方邊。又以戊己庚辛相等之壬癸丙子小正方形積。與甲乙癸壬子丁馨折形積相加。即得甲乙丙丁大正方形。故開方得甲乙爲大方邊也。

設如不等三正方形。共積三百八十一尺。大方邊比次方邊多三尺。次方邊比小方邊多三尺。問三方邊各幾何。

法以大方邊比次方邊所多三尺。與次方邊比小方邊所多三尺。相加得六尺。爲大方邊比小方邊所多之較。自乘得三十六尺。又以次方邊比小方邊所多三尺。自乘得九尺。兩數相併得四十五尺。與共積三百八十一尺相減。餘三百三十六尺。三因之得一千零八尺。爲長方積。以大方邊比小方邊多六尺。倍之得十二尺。又以次方邊比小方邊多三尺。倍之得六尺。兩數相併得十八尺。爲長闊之較。用帶縱較數開

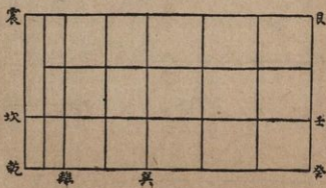


方法算之得闊三十四尺三歸之得八尺爲小正方形之邊加次方邊



比小方邊多三尺得十一尺爲次正方形之邊又加大方邊比次方邊多三尺得十四尺爲大

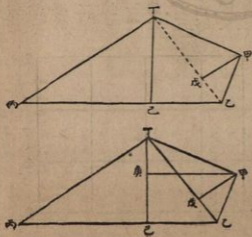
正方形之邊也。如圖甲乙丙丁一大正方形。戊己庚辛一次正方形。壬癸子丑一小正方形。試於甲乙丙丁大正方形內。作與壬癸子丑相等之寅乙卯辰小正方形。則辰巳即大正方形邊比小正方形邊所多之較。又於戊己庚辛次正方形內。作與壬癸子丑相等之午己未申小正方形。則申酉即次正方形邊比小正方形邊所多之較。以辰巳自乘得辰巳丁戊一正方形。以申酉自乘得申酉辛亥一正方形。以所得兩正方形之共積與三正方形之共積相減。則餘寅乙卯辰。午己未申。壬癸子丑。三小正方形及甲寅辰戌。辰卯丙巳。戊午申亥。申未庚酉。四長方形。又試將此所餘三小正方形及四長方形之積共作壬癸乾坎一長方形。加三



倍即成艮癸乾震一大長方形。其艮癸闊為壬癸小方邊之三。倍與巽等。巽乾即長闊之較。而巽離乃辰巳與甲寅相併之數。為大方邊比小方邊所多之較之二。倍離乾乃申酉與戊午相併之數。為次方邊比小方邊所多之較之二。倍。故以大方邊與小方邊之較倍之得巽離。又以次方邊與小方邊之較亦倍之得離乾。巽離與離乾相併得巽乾。為長闊之較。用帶縱較數開方法算之得艮癸闊。三歸之得壬癸。為小正方形之邊。加次方邊。比小邊所多之較。即得次正方形之邊。又加大方邊比次方邊所多之較。即得大正方形之邊也。

設如甲乙丙丁不等邊無直角四邊形。甲乙邊十尺。甲丁邊十七尺。丁丙邊二十八尺。乙丙邊三十五尺。自丁角至乙角斜線二十一尺。問面積幾何。

法以丁乙斜線分為甲乙丁。丁乙丙。兩三角形算之。先用甲乙丁三角形求得甲戊垂線八尺。與乙丁二十一尺相乘。折半得八十四尺。為甲乙丁三角形之面積。又用丁乙丙三角形求得丁己垂線一十六尺八寸。與乙丙三十五尺相乘。折半得二百九十四尺。為丁乙丙三角形之面積。以兩三角形之面積相併。得三百七十八尺。即甲乙丙丁四邊形之面積也。凡無法多邊形。皆任以兩角作對角斜線分為幾三角形算之。舊術四不等



邊形分爲兩段。一爲勾股形。一爲斜方形。蓋必有二平行線然後可算。若此法非二平行線者。則必分爲丁己丙與丁甲庚二勾股形。甲乙己庚一斜方。然後可算。不如分爲兩三角形算之。爲簡捷而密合也。設如甲乙丙三角形。面積三百八十四尺。乙丙底邊三十二尺。今自甲角

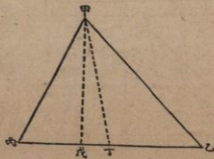
將原積分爲二。問每分底邊幾何。

法以乙丙底邊三十二尺折半。得十六尺。即每分底邊之數也。蓋自甲至乙丙線上作甲戊垂線。則甲丁乙。甲丁丙兩三角形同以甲戊爲高。即爲二平行線內同底兩三角形。其面積必等。見幾何原本三卷第十節。故甲丁乙。甲丁丙兩三角形積爲相等。而各得甲乙丙三角形積之一半也。如分三分或四分者。做此類推。

設如甲乙丙丁二平行線無直角四邊形。甲乙邊八丈。丙丁邊十二丈。面積一百六十丈。今將原積分爲四分。問每

分截邊幾何。

法以甲乙八丈與丙丁十二丈相加。得二十丈。四歸之。得五丈。即每分所截之邊。乃自甲量至戊得五丈。自戊至丙作戊丙線。成甲戊丙三角形爲第一分。又從丙量至己得五丈。自戊至己作戊己線。成丙戊己三角形爲第二分。又從己量至庚得五丈。自戊至庚作戊庚線。成己戊庚三角形爲第三分。又

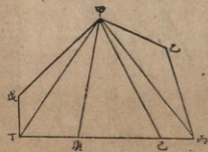
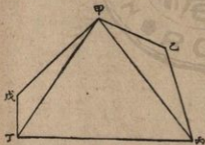




自庚至丁餘二丈。自戊至乙餘三丈。庚丁與戊乙相併亦得五丈。成戊庚丁乙斜方形即爲第四分也。蓋甲乙與丙丁二線既爲平行。自乙至辛作乙辛垂線。則三三角形與一斜方形同。以乙辛爲高。其邊線既等。則所得各形之面積亦必相等。而各爲四邊形面積之四分之一也。

設如甲乙丙丁戊不等邊無直角五邊形。面積一十九丈九十八尺。甲乙邊二丈五尺。乙丙邊三丈九尺。丙丁邊六丈。丁戊邊一丈五尺。甲戊邊四丈一尺。自甲角至丙角斜線五丈六尺。自甲角至丁角斜線五丈二尺。今自甲角將面積平分爲三分。問截各邊幾何。

法以面積十九丈九十八尺。三分之一。每分得六丈六十六尺。乃以甲丙、甲丁二斜線分爲甲乙丙、甲丙丁、甲丁戊三三角形算之。用三角形求面積法。求得甲乙丙三角形面積四丈二十尺。甲丙丁三角形面積一十三丈四十四尺。甲丁戊三角形面積二丈三十四尺。因甲乙丙、甲丙丁、甲丁戊兩三角形面積俱不足一分所應得之數。而甲丙丁三角形面積又過一分所應得之數。故先以甲乙丙三角形面積四丈二十尺。與每分所應得六丈六十六尺相減。餘二丈四十六尺。即第一分應得甲乙丙三角形面積外。又截甲丙丁



三角形以補之之數。乃以甲丙丁三角形面積一十三丈四十四尺爲一率。所應截之二丈四十六尺爲二率。丙丁邊六丈爲三率。求得四率一丈零九寸八分有餘。爲甲丙丁三角形補甲乙丙三角形分數之邊。如丙己。乃自甲至己作甲己線。成甲乙丙己不等邊四邊形爲第一分。又以甲丙丁三角形面積一十三丈四十四尺爲一率。每分所應得六丈六十六尺爲二率。丙丁邊六丈爲三率。求得四率二丈九尺七寸三分有餘。爲甲丙丁三角形內應得一分之邊。如己庚。又自甲至庚作甲庚線。成甲己庚三角形爲第二分。餘甲庚丁戊不等邊四邊形卽第三分。此三分之面積俱爲相等也。蓋兩形同高者其面積之比例同於其底邊之比例。故以甲丙丁三角形面積與甲丙己三角形截積之比。同於丙丁與丙己之比。而得甲丙己三角形面積爲二丈四十六尺。與甲乙丙三角形面積四丈二十尺相加。得六丈六十六尺。又甲丙丁三角形面積與甲己庚三角形面積之比。同於丙丁與己庚之比。而得甲己庚三角形面積六丈六十六尺。則所餘甲庚丁戊四邊形面積亦必爲六丈六十六尺。若以甲丁戊三角形面積二丈三十四尺與每分六丈六十六尺相減。餘四丈三十二尺。卽甲庚丁三角形面積。乃以甲丙丁三角形面積與甲庚丁三角形面積之比。同於丙丁與庚丁之比。而得庚丁一丈九尺二寸八分有餘。與丙己己庚相加得六丈。以合丙丁原數也。





之圓徑一尺二寸爲三率。求得四率三尺七寸六分九釐九毫一絲一忽五微有餘。爲圓之周數也。蓋以徑一、周三、一四、一五、九二、六五之定率約之。徑一一三。周得三五、四九九、九九九、六九有餘。進而爲三五五。則周數微大。故今所得圓周亦微大。然止在忽微之間耳。

又周徑定率比例。以徑數七爲一率。周數二十二爲二率。今所設之圓徑一尺二寸爲三率。求得四率三尺七寸七分一釐四毫二絲八忽五微七織有餘。爲圓之周數也。蓋以徑一、周三、一四、一五、九二、六五之定率約之。徑七。周得二一、九九一、一四八、五有餘。進而爲二二。則周數大而所得周數亦大。至於舊術徑一圍三。乃圓內容六等邊形之共度。實小於圓之周線。故徑一則圍三有餘。圍三則徑一不足也。

設如圓周一丈九尺。問徑幾何。

法用周徑定率比例。以周數三一、四一、五九、二六、五爲一率。徑數一〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之圓周一丈五尺爲三率。求得四率四尺七寸七分。四釐六毫四絲八忽二微有餘。卽所求之圓之徑數也。蓋前法有徑求周。故以定率之徑與定率之周爲比。卽如今所設之徑與今所得之周爲比。此法有周求徑。故以定率之周與定率之徑爲比。

一率	一一三
二率	三五五
三率	一二
四率	三七六九九一一五〇

一率	七
二率	二二
三率	一二
四率	三七七一四二八五七



卽如今所設之周與今所得之徑爲比也。

又周徑定率比例以周數一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。徑數三一八三〇九八八爲二率。今所設之圓周一丈五尺爲三率。求得四率四尺七寸七分四釐六毫四絲八忽二微爲圓之徑數也。蓋圓周爲三一四一五九二六五。則圓徑爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。若圓周爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。則圓徑爲三一八三〇九八八。其比例仍同也。如以周數三五五爲一率。徑數一一三爲二率。今所設之圓周一丈五尺爲三率。亦得四率四尺七寸七分四釐六毫四絲七忽八微有餘。爲圓之徑數。又或以周數二二爲一率。徑數七爲二率。今所設之圓周一丈五尺爲三率。則得四率四尺七寸七分二釐七毫二絲七忽二微有餘。較之前法所得徑數稍小。蓋徑爲七而周稍小於二二。若周爲二二。徑必稍大於七。今截而爲七。則徑數稍小。故所得徑數亦稍小也。

設如圓徑八寸。問面積幾何。

法以圓徑八寸用徑求周法求得圓周

一率	三五五
二率	一一三
三率	一五
四率	四七七四六四七八

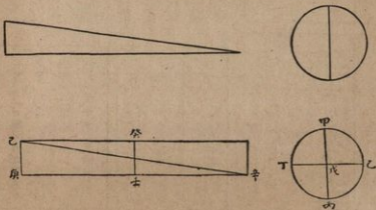
一率	二二
二率	七
三率	一五
四率	四七七二七二二

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三一八三〇九八八
三率	一五
四率	四七七四六四八二

一率	三一四一五九二六五
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一五
四率	四七七四六四八二

二尺五寸一分三釐二毫七絲四忽一微二纖折半得一尺二寸五分六釐六毫三絲七忽零六纖與半徑四寸相乘得五十二寸六分五十四釐八十二毫有餘即圓之面積也蓋圓之半徑線若與直角三角形之小邊線度等而圓之周界又與直角三角形之大邊線度等則此直角三角形之面積與圓形之面積相等見幾何原本四卷第二十一節如甲乙丙丁圓形其戊丙半徑與己庚辛直角三角形之己庚小邊線度等而甲乙丙丁圓周界與己庚辛直角三角形之庚辛大邊線度等則此己庚辛三角形之面積即與甲乙丙丁圓形之面積相等是故以戊丙半徑相等之己庚與乙丙丁半周相等之庚壬相乘所得之癸壬庚己長方形即與己庚辛三角形積等即為圓之面積也如以全周與全徑相乘則以四歸之亦得圓面積蓋全徑為半徑之倍全周為半周之倍則全周全徑相乘之積必大於半周半徑相乘之積四倍為隔一位相加之比例故全周與全徑相乘以四歸之而得圓面積也

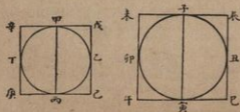
又法用方邊圓徑相等方積圓積不同之定率比例以方積一





○○○○○○爲一率。圓積七八五三九八一六爲二率。今所設之  
 圓徑八寸自乘得六十四寸爲三率。求得四率五寸二十六分五十四  
 釐八十二毫有餘。卽圓之面積也。此法蓋因圓徑方邊相等。圓積方積不  
 同。故以圓徑自乘作方積。定爲面與面之比例。如子寅圓徑爲一○○○  
 ○。則其自乘之辰巳午未正方積爲一○○○○○○。而圓徑一○  
 ○○○所得之子丑寅卯圓面積爲七八五三九八一六。故以子寅圓徑  
 一○○○○自乘之辰巳午未正方積一○○○○○○。與子寅圓  
 徑所得之子丑寅卯圓面積七八五三九八一六之比。卽同於今所設之  
 甲丙圓徑八寸自乘之戊己庚辛正方積六十四寸。與今所得之甲乙丙  
 丁圓面積五寸二十六分五十四釐八十二毫有餘之比也。  
 又法用圓積方積相等。圓徑方邊不同之定率比例。以圓徑一○○○○  
 ○○○爲一率。方邊八八六二二六九二爲二率。今所設之圓徑八寸  
 爲三率。求得四率七寸零八釐九毫八絲一忽五微四纖有餘。爲與圓面  
 積相等之正方形每邊之數。自乘得五寸二十六分五十四釐八十二  
 毫有餘。卽圓之面積也。此法蓋以圓積方積設爲相等。使圓徑與方邊不  
 同。先定爲線與線之比例。既得線而後自乘之爲面也。如子寅圓徑一○

一率	一○○○○○○
二率	七八五三九八一六
三率	六四
四率	五〇二六五四八二



○○○○○○○其所得之積  
開方則得八八六二二六九二  
即為辰巳午未正方之每邊是  
以子丑寅辰圓面積與辰巳午  
未方面積為相等故子寅圓徑  
一○○○○○○○與辰巳  
方邊八八六二二六九二之比

即同於今所設之甲丙圓徑八寸與今所得之戊己方邊七寸零八釐九毫八絲一忽五微四纖之比既  
得戊己方邊自乘得戊己庚辛方面積即與甲乙丙丁圓面積為相等也

又法用方周圍周定率比例以方周數四五二為一率圓周數三五五為二率圓徑八寸自乘得六十四

寸為三率求得四率五十寸二十六分五十四釐八

十六毫有餘即圓之面積也此法蓋因方周與圓周

之比同於方積與圓積之比見算法原本二卷第二十八

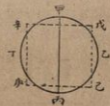
節如子丑圓徑為一一三則子丑圓周為三五五

寅卯辰巳正方邊與圓徑同亦為一一三則寅卯辰

巳方周為四五二方邊一一三以四因之則得四五二試

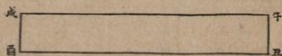
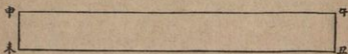
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八八六二二六九二
三率	八
四率	七〇八九八一五四

一率	四五二
二率	三五五
三率	六四
四率	五〇二六五四八六



以正方面之午丑半徑爲高。寅卯辰巳方周爲底。作一午丑未申長方形。則比寅卯辰巳正方形之面積大一倍。又以圓面之午丑半徑爲高。子丑圓周爲底。作一午丑酉戌長方形。則比子丑圓形之面積亦大一倍。此兩長方形同以午丑爲高。故此兩長方面積之比例。必同於兩底邊。丑未與丑酉之比例。且全與全之比例。又同於半與半之比例。故方積與圓積之比例。亦必同於兩底邊。丑未與丑酉之比例矣。夫丑未卽寅卯辰巳方周。丑酉卽子丑圓周。故以方周四五二與圓周三五五之比。卽同於今所設之甲丙圓徑自乘之戊己庚辛正方形積。與今所得之甲乙丙丁圓面積之比也。

又法以十四分爲一率。十一分爲二率。圓徑八寸自乘得六十四寸爲三率。求得四率五十寸二十八分五十七釐一十四毫有餘。爲圓之面積也。此法亦係方周與圓周之比。同於方積與圓積之比。蓋圓徑七則圓周爲二二半。得一一。方邊七則方周爲二八半。得一一四。故以十四分與十一分之比。亦同於今所設圓徑自乘之方積與今所得圓面積之比也。然所得之面



積過大者，因徑七圍二十二之定率，其周既大，故所得之圍積亦大也。舊術圍積得方積四分之一，求積則以圍徑自乘四分損一得圍積，求徑則以圍積三分益一開方得圍徑。此仍以徑一圍三立法，故徑求積所得之數必小，積求徑所得之數必大也。

設如圓周六尺六寸，問面積幾何。

法以圓周六尺六寸用圓周求徑法，求得圍徑二尺一寸零八毫四絲五忽二微有餘，折半得一尺零五分零四毫二絲二忽六微有餘，與半周三尺三寸相乘，得三尺四十六寸六十三分九十四釐五十八毫有餘，即圓之面積也。

又法用圓周方積與圍積定率比例，以圓周方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，圍積七九五七七四七爲二率。今所設之圓周六尺六寸自乘得四十三尺五十六寸爲三率，求得四率三尺四十六寸六十三分九十四釐五十九毫有餘，即圓之面積也。此法蓋以圓周自乘之正方積與圍積設爲比例，爲面與面之比例也。圓周爲一〇〇〇〇〇，則其自乘方積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇，而圓周一〇〇〇〇〇所得之圍面積爲七九五七七四七有餘，故以圓周一〇〇〇〇〇自乘之方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

一率	一四
二率	一一
三率	六四
四率	五〇二八五七一四



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七九五七七四七
三率	四三五六
四率	三四六六三九四九九

○○○○○與圓積七九五七七四七之比。即同於今所設之圓周六尺六寸自乘之方積四十三尺五十六寸。與今所得之圓面積三尺四十六寸六十三分九十四釐五十九毫有餘之比也。舊術圓積爲周自乘方積十二分之一。有圓周求積。則以圓周自乘以十二除之。得圓積。有圓積求周。則將圓積以十二因之。開方得圓周。此仍以徑一圍三立法。故周求積所得之數必大。積求周所得之數必小。設如圓面積六尺一十六寸。問徑幾何。

法用圓徑方邊相等圓積方積不同之定率比例。以圓積一○○○○○○○○爲一率。方積一二七三三九五四爲二率。今所設之圓面積六尺一十六寸爲三率。求得四率七尺八十四寸三十一分五十五釐五十六毫六十四絲。爲與圓徑相等之正方邊之正方面積。開方得二尺八寸零五毫六絲有餘。即圓之徑數也。蓋圓積爲七八五三九八一六。則方積爲一○○○○○○○○。若圓積爲一○○○○○○○○。則方積爲一二七三三九五四。其比例仍同。故以圓積一○○○○○○○○爲一率者。即如以圓積七八五三九八一六爲一率。而以方積一二七三三九五四爲二率者。即如以方積一○○○○○○○○爲二率也。

又法用圓積方積相等圓徑方邊不同之定率比例。以方邊一○○○○



一率	一○○○○○○○○
二率	一二七三三九五四
三率	六一六
四率	七八四三一五五六六四

○○○○○爲一率。圓徑一一二八三七九一六爲二率。今所設之圓面積六尺一十六寸開方得二尺四寸八分一釐九毫三絲四忽有餘爲三率。求得四率二尺八寸零五毫六絲二忽有餘。卽圓之徑數也。此法亦以圓積方積設爲相等。使圓徑與方邊不同。故以圓面積開方得方邊爲線與線之比例。蓋方邊爲八八六二二六九二。則圓徑爲一○○○○○○○。若方邊爲一○○○○○○○。則圓徑爲一一二八三七九一六。其比例仍同。故以方邊一○○○○○○○爲一率者。卽如以方邊八八六二二六九二爲一率。而以圓徑一一二八三七九一六爲二率者。卽如以圓徑一○○○○○○○爲二率也。

又法用圓周方周定率比例。以圓周三五五爲一率。方周四五二爲二率。今所設之圓面積六尺一十六寸爲三率。求得四率七尺八寸四寸三十一分五十四釐九十二毫九十五絲有餘。開方亦得二尺八寸零五毫六絲有餘。爲圓之徑數也。

又法以十一分爲一率。十四分爲二率。今所設之圓面積六尺一十六寸爲三率。求得四率七尺八寸八十四寸開方得二尺八寸。爲圓之徑

一率	一
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一一二八三七九一六
四率	二四八一九三四
	二八〇〇五六二

一率	三五五
二率	四五二
三率	六一六
四率	七八四三一五四九二九五

一率	一
二率	一四
三率	六一六
四率	七八四

數也。蓋徑七圍二十二之定率。其徑既小。則方周與方積亦皆小。故開方所得之圍徑亦小也。

設如圓面積六尺一十六寸。問周幾何。

法以圓面積六尺一十六寸。用圓積求徑法。求得圍徑二尺八寸零五毫六絲有餘。又用圍徑求周法。求得八尺七寸九分八釐二毫二絲有餘。即圓之周數也。

又法用圓積與圓周方積定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓周方積一二五六六三七

〇六二爲二率。今所設之圓面積六尺一十六寸爲三率。求得四率

七十七尺四寸八分四十三釐零一毫有餘。開方得八尺七

寸九分八釐二毫有餘。即圓之周數也。蓋圓積爲七九五七七四七

則圓周自乘方積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。若圓積爲一〇〇〇〇

〇〇〇〇。則圓周自乘方積爲一二五六六三七〇六二。其比例仍

同。故以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。與圓周自乘方積一二五六六

三七〇六二之比。即同於今所設之圓面積六尺一十六寸。與今所得之圓周自乘方積七十七尺四十

寸八十八分四十三釐零一毫之比。既得圓周自乘方積。開方即得圓周也。

設如橢圓形。一名鴨蛋形。大徑九尺。小徑六尺。問面積幾何。

法以大徑九尺與小徑六尺相乘。得五十四尺爲長方積。乃用方邊圍徑相等方積圓積不同之定率比

例。以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓積七八五三九八一六爲二率。今所得之大小徑相乘之長

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二五六六三七〇六二
三率	六一六
四率	七七四〇八八四三〇一



方積五十四尺爲三率求得四率四十二尺四十一寸一十五分零六十四毫卽橢圓形之面積也蓋圓面積與橢圓面積之比同於圓外所切之正方形積與橢圓形外所切之長方積之比見幾何原本八卷第十

二節則圓外所切之正方形積與圓面積之比亦必同於橢圓形外所切之長方形積與橢圓面積之比也如甲乙丙丁橢

圓形甲丙大徑九尺

乙丁小徑六尺以大

徑與小徑相乘遂成

戊己庚辛長方形此

長方形積與橢圓形

積之比卽同於正方形積與圓積之比故以定率之方積數爲一率圓積數爲二率今所得之大小徑相乘

之長方積爲三率求得四率爲橢圓形之面積也

設如橢圓形面積四十二尺四十一寸一十五分零六十四毫大

徑九尺問小徑幾何

法用圓徑方邊相等圓積方積不同之定率比例以圓積一〇〇

〇〇〇〇〇爲一率方積一二七三三九五四爲二率今所

設之橢圓形面積四十二尺四十一寸一十五分零六十四毫爲



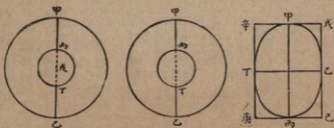
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七八五三九八一六
三率	五四
四率	四二四一一五〇〇六四

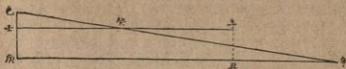


一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二七三三九五四
三率	四二四一一五〇〇六四
四率	五四

三率求得四率五十四尺爲長方積以大徑九尺除之得六尺卽橢圓形之小徑也蓋方面積與圓面積之比既同於長方面積與橢圓形面積之比則圓面積與方面積之比亦必同於橢圓形面積與長方面積之比也如甲乙丙丁橢圓形用定率比例而得戊己庚辛長方形其戊己長與甲丙大徑等其己庚闊與乙丁小徑等故以大徑除之得小徑也如有小徑求大徑則以所得長方積用小徑除之而得大徑也設如圓環形外周二十一尺三寸內周七尺一寸闊二尺二寸六分求面積幾何

法以外周二十一尺三寸與內周七尺一寸相加得二十八尺四寸折半得一十四尺二寸以闊二尺二寸六分乘之得三十二尺零九寸二十分卽圓環形之面積也如圖甲乙丙丁圓環形甲乙外周二十一尺三寸丙丁內周七尺一寸甲丙與丁乙皆二尺二寸六分試依甲乙大圓之戊乙半徑度與甲乙圓周度作一己庚辛直角三角形其己庚小邊與甲乙大圓之戊乙半徑等庚辛大邊與大圓之周界等則己庚辛直角三角形之面積與甲乙大圓之面積等又依丙丁小圓之戊丁半徑截己庚辛三角形之己庚小邊於壬又依丙丁小圓周度作壬癸線與庚辛平行則成己壬癸一小直角三角形其面積與丙丁小圓之面積等如於己庚辛大三角形內減己壬癸小三角形所餘癸辛庚壬斜

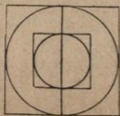




尖方形之面積必與甲乙丙丁圓環形之面積等矣。故如斜尖方形求積法。以如丙丁內周之壬癸。與如甲乙外周之庚辛相加。折半得丑庚。而以如丁乙闊之壬庚乘之。得子丑庚壬一長方形。與癸辛庚壬斜尖方形等。即甲乙丙丁圓環形之面積也。

設如圓環形。外徑二尺四寸。內徑一尺二寸。求面積幾何。法以外徑二尺四寸求得周七尺五寸三分九釐八毫二絲有餘。又以內徑一尺二寸求得周三尺七寸六分九釐九毫一絲有餘。乃以內徑一尺二寸與外徑二尺四寸相減。餘一尺二寸。折半得六寸。為圓環形之闊。依前法算之。得三尺三十九寸二十九分二十釐有餘。為圓環形之面積也。

又法以外徑二尺四寸自乘。得五尺七十六寸。又以內徑一尺二寸自來。得一尺四十四寸。兩數相減。餘四尺三十二寸。為方環面積。乃用方積圓積定率比例。以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。圓積七八五三九八一六為二



一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 七八五三九八一六

三率 四三二

四率 三三九二九二〇

率。今所得之方環面積四尺三十二寸爲三率。求得四率三尺三十九寸二十九分二十釐有餘。卽圓環形之面積也。此法蓋以方環圓環爲比例。卽如用方積圓積定率爲比例也。分而言之。則外徑自乘與外大圓面積爲比。內徑自乘與內小圓面積爲比。既得兩圓面積。相減始爲圓環面積。今以內外徑各自乘相減。卽用方積圓積定率比例。是合兩比例而爲一比例也。

設如圓環形。外周六尺六寸。內周二尺二寸。求面積幾何。

法以外周六尺六寸。求得徑二尺一寸零八毫四絲有餘。又以內周二尺二寸。求得徑七寸零二毫八絲有餘。兩徑相減。餘一尺四寸零五毫六絲有餘。折半得七寸零二毫八絲有餘。爲圓環形之闊。依前法算之。得三尺零八寸一十二分三十二釐有餘。卽圓環形之面積也。

又法以外周六尺六寸自乘。得四十三尺五十六寸。內周二尺二寸自乘。得四尺八十四寸。兩數相減。餘三十八尺七十二寸。乃用圓周方積與圓積定率比例。以圓周方積一〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓積七九五七七四七爲二率。兩周自乘相減之餘。三十八尺七十二寸爲三率。求得四率三尺零八寸一十二分三十九釐有餘。卽圓環形之面積也。此法蓋以兩圓周自乘相減之餘積與圓環積爲比例。卽如用圓周方積圓積定率爲比例也。分而言之。則外周自乘與外大圓面積爲比。



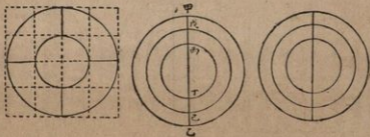
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七九五七七四七
三率	三八七二
四率	三〇八一二三九

內周自乘與內小圓面積爲比。既得兩圓面積。相減始爲圓環面積。今以內外周各自乘相減。卽用圓周方積圓積定率比例。是合兩比例而爲一比例也。

設如圓環形。面積四百六十二尺。闊七尺。求內外徑各幾何。

法以闊七尺除圓環面積四百六十二尺。得六十六尺。卽內外周相併折半之數。爲中周。乃以周求徑法。求得徑二十一尺零八釐四毫五絲有餘。爲內外徑相併折半之數。爲中徑。加闊七尺得二十八尺零八釐四毫五絲有餘。卽外徑。中徑內減闊七尺。餘一十四尺零八釐四毫五絲有餘。卽內徑也。如圖甲乙丙丁圓環形。其面積四百六十二尺。甲丙與丁乙皆七尺。先所得之中周六十六尺爲戊己周。次所得之中徑二十一尺零八釐四毫五絲有餘爲戊己徑。其甲戊與戊丙等。丁己與己乙等。故甲戊與己乙兩段。戊丙與丁己兩段皆與丁乙及甲丙闊度等。是以於中徑內加闊得外徑。減闊得內徑也。

又法先用圓積方積定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一二七三二三四爲二率。圓環積四百六十二尺爲三率。求得四率五百八十八尺二十三寸六分六十七釐有餘爲方環積。乃以闊七尺自



乘得四十九尺。以四因之。得一百九十六尺。與所得之方環積相減。餘三百九十二尺。二十三寸六十六分六十七釐有餘。四歸之。得九十八尺零五寸九十一分六十六釐有餘。以闊七尺除之。得一十四尺零八釐四毫五絲有餘。爲內圓徑。加倍闊十四尺。得二十八尺零八釐四毫五絲有餘。爲外圓徑也。此法蓋以圓環積變爲

方環積。卽如前法。方環積變爲圓環積也。如甲乙丙丁圓環形。變爲戊己庚辛壬癸子丑方環形。內減戊寅壬辰卯己巳癸子午庚酉未丑申辛。闊自乘之。四正方形。餘寅卯癸壬癸巳午子丑子申酉辰壬丑未。四長方形。四歸之餘。寅卯癸壬一長方形。以寅壬闊除之。得壬癸長。與丙丁內徑等。加甲丙與丁乙得甲乙。卽外徑也。

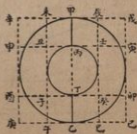
設如圓環形面積三百零八尺。闊七尺。求內外周各幾何。

法以闊七尺除圓環面積三百零八尺。得四十四尺。爲內外周相併折半之數。爲中周。又用徑求周法。以徑數一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。周數三一四一

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二七三二三九五四
三率	四六
四率	五八八二三六六六七



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三一四一五九二六五
三率	七
四率	二一九九一一四

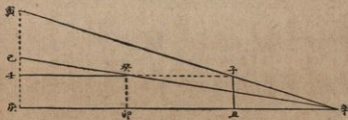


五九二六五爲二率。闊七尺爲三率。求得四率二十一尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。爲內外周相減折半之數。爲半較。乃以半較二十一尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。與中周四十四尺相加。得六十五尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。即外周數。以半較二十一尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。與中周四十四尺相減。餘二十二尺零八釐八毫六絲有餘。即內周數也。如圖甲乙丙丁圓環形。其面



積三百零八尺。丁乙闊七尺。試依甲乙大圓之戊乙半徑度。與甲乙圓周度。作一己庚辛直角三角形。則己庚辛三角形之面積。與甲乙大圓之面積等。又依丙丁小圓之戊丁半徑。截己庚辛三角形之己庚小邊於壬。又依丙丁小圓周度。作壬癸線。與庚辛平行。則成己壬癸一小直角。與丙丁小圓之面積等。如於

己庚辛大三角形內。減己壬癸小三角形。所餘癸辛庚壬斜尖方形之面積。必與甲乙丙丁圓環面積等矣。而癸辛庚壬斜尖方形積。又與子丑庚壬長方形積等。故以如丁乙闊之壬庚除之。得丑庚爲內外周相併折半之中周數。又以寅庚全徑與庚辛全周之比。同於丁乙圓環闊與子丑等。與辛丑半較之比。蓋丁乙爲內外徑相減折半之較。辛丑即內外周相減折半之較。爲相當比例四率也。既得辛

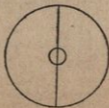




丑與丑卯等。卽辛庚外周大於丑庚中周之較。亦卽癸壬內周與卯庚等。小於丑庚中周之較。故於中周加半較得外周。減半較得內周也。

設如圓環形面積三尺三十六寸。內周一尺一寸。求外周及闊各幾何。  
 法以內周一尺一寸用周求徑法。求得內徑三寸五分零一毫有餘。又用周徑求積法。求得內周圓面積九寸六十二分七十七釐五十毫有餘。與圓環積三尺三十六寸相加。得三尺四十五寸六十二分七十七釐五十毫有餘。卽外周圓面積。乃用圓積方積定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一二七三二九九五四爲二率。今所得之外周圓面積三尺四十五寸六十二分七十七釐五十毫有餘。爲三率。求得四率四尺四寸零六分六十九釐一十七毫有餘。爲外徑自乘之方積。開方得二尺零九分七釐七毫有餘。卽外徑。減去內徑三寸五分零一毫。餘一尺七寸四分七釐六毫折半得八寸七分三釐八毫。卽圓環形之闊。又用徑求周法。求得周六尺五寸九分零一毫有餘。卽外周數也。

設如圓環形面積三百八十四尺。外周八十八尺。求內周及闊各幾何。  
 法以外周八十八尺用周求徑法。求得外徑二十八尺零一分一釐二毫有餘。又用周徑求積法。求得外周圓面積六百一十六尺二十四寸。



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二七三二九九五四
三率	三四五六二七七五〇
四率	四四〇〇六六九一七

六十四分有餘。內減去圓環積三百八十四尺。餘二百三十二尺二十四寸六十四分有餘。爲內周圓面積。乃用圓積方積定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一二七三三九五四爲二率。今所得之內周圓面

積二百三十二尺二

十四寸六十四分爲

三率。求得四率二百

九十五尺七寸五

十二分九十九釐五

十毫有餘。卽內徑自乘之方積。開方得一十七尺一寸九分六釐有餘。卽內徑。與外徑二十八尺零一分一釐二毫相減。餘一十尺八寸一分五釐二毫有餘。折半得五尺四寸零七釐六毫。卽圓環形之闊。又用徑求周法。求得周五十四尺零二分二釐八毫有餘。卽內周數也。

設如圖徑一尺二寸。今截弧矢形一段。矢闊二寸四分。求弦長幾何。

法以矢闊二寸四分爲首率。圓徑一尺二寸內減矢闊二寸四分。餘九寸六分爲末率。首率末率相乘得二十三寸零四分。開方得四寸八分爲中率。倍之得九寸六分。卽弧矢形之弦數也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。截甲丙丁弧矢形。其甲戊爲矢闊二寸四分。試自甲至丙作甲丙線。自丙至乙作丙乙線。遂成甲丙乙直角三角形。而丙戊半弦卽爲其垂線。故所截甲戊爲首率。戊乙爲末率。求得丙戊爲中率。見幾何原本



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二七三三九五四
三率	二二二二四六四
四率	二九五七〇五二九九五〇



九卷第二節。並見勾股卷定勾股無零數法中。倍之得

丙丁卽矢弧形之弦也。

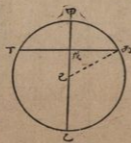
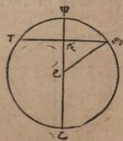
又法以圓徑一尺二寸折半得半徑六寸爲弦。矢闊二寸四分與半徑六寸相減餘三寸六分爲勾求得股四寸八分倍之得九寸六分得弧矢形之弦數也。如圖甲乙圓徑一尺二寸折半

得甲己半徑六寸與丙己等爲弦。又於甲乙半徑六寸內減甲戊矢闊二寸四分餘戊己三寸六分爲勾求得丙戊股倍之得丙丁爲弧矢形之弦也。

設如圓徑一尺七寸今截弧矢形一段弦長一尺五寸求矢闊幾何。

法以弦長一尺五寸折半得半弦七寸五分自乘得五十六寸二十五分爲長方積以圓徑一尺七寸爲長闊和用帶縱和數開方法算之得闊四寸五分卽

矢之闊也。如圖甲乙圓徑一尺七寸截甲丙丁弧矢形其丙丁爲弦長一尺五寸自甲至丙自丙至乙作二線成甲丙乙直角三角形而丙戊爲垂線故甲戊爲首率戊乙爲末率丙戊爲中率中率自乘之正方與首率末率相乘之長方等今以丙丁弦折半得半弦丙戊自乘卽與甲戊矢爲闊戊乙截徑爲長相乘



之長方等。故以甲乙為長闊和。求得甲戊闊即矢也。

又法以圓徑一尺七寸折半得八寸五分為弦。以弦長一尺五寸折半得七寸五分為股。求得勾四寸。與半徑八寸五分相減。餘四寸五分。即矢之闊也。如圖甲乙圓徑一尺七寸。折半得丙己半徑八寸五分為弦。丙丁弦一尺五寸。折半得丙戊七寸五分為股。求得戊己勾與甲己半徑相減。餘甲戊即矢之闊也。又法以圓徑一尺七寸為弦。弧弦一尺五寸為股。求得勾八寸。與圓徑一尺七寸相減。餘九寸。折半得四寸五分。即矢之闊也。如圖甲乙圓徑一尺七寸。與丁庚等。如自丙至庚作丙庚線。則成丁丙庚直角三角形。故以丁庚為弦。丙丁為股。求得丙庚勾與戊辛等。以戊辛與甲乙全徑相減。餘甲戊與辛乙兩段。折半即得甲戊為矢之闊也。

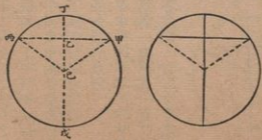
設如弧矢弦長一尺二寸。矢闊四寸。求圓徑幾何。

法以矢闊四寸為首率。弦長一尺二寸折半得六寸為中率。乃以中率六寸自乘。用首率四寸除之。得九寸為圓之截徑。加矢闊四寸。得一尺三寸。即圓之徑數也。如圖甲乙丙丁弧矢形。甲丙弦長一尺二寸。丁乙矢闊四寸。試繼甲丁丙弧作一全圖。法見幾何原本十一卷十三節。將丁乙矢線引長作丁戊全徑線。又自甲至丁作甲丁線。自甲至戊作甲戊線。遂成丁甲戊直角三角形。而甲乙半弦即為其中垂線。故丁乙矢為首率。乙戊截徑為末率。而甲乙半弦即為中率。故



丁乙與甲乙之比同於甲乙與乙戊之比而得乙戊截徑加丁乙矢即得丁戊爲圓之全徑也。設如弧矢形弦長八尺矢闊二尺求面積幾何。

法先用弧矢形有弦矢求圓徑法求得圓之全徑十尺折半得半徑五尺爲一率半弦四尺爲二率以半徑十萬爲三率求得四率八萬爲正弦數檢八線表得五十三度零七分四十九秒爲半弧之度分倍之得一百零六度一十五分三十八秒爲全弧之度分乃以全圓三百六十度化作一百二十九萬六千秒爲一率全弧一百零六度十五分三十八秒化作三十八萬二千五百三十八秒爲二率全徑十尺求得全周三十一尺四寸一分五釐九毫二絲有餘爲三率求得四率九尺二寸七分二釐九毫八絲有餘爲全弧之數與半徑五尺相乘得四十六尺三十六寸四十九分折半得二十三尺一十八寸二十四分五十釐爲自圓心所分弧背三角形面積又於半徑五尺內減矢二尺餘三尺與弦八尺相乘得二十四尺折半得十二尺爲自圓心至弦所分直線三角形面積與弧背三角形面積二十三尺一十八寸二十四分五十釐相減餘一十一尺一十八寸二十四分五十釐即弧矢形之面積也如圖甲乙丙丁弧矢形甲丙弦長八尺丁乙矢闊二尺甲乙爲半弦四尺試繼此弧作一全圓求得丁戊全徑解見前折半得己丁半徑既得半徑而甲乙半弦又即爲甲丁半弧之正弦故比例得正弦數檢表而



得甲丁半弧之度分。倍之得甲丁丙全弧之度分。又甲戊丙丁全圓之度分與甲丁丙全弧之度分之比。同於甲戊丙丁全周之尺寸與甲丁丙全弧之尺寸之比。而得甲丁丙全弧之數。與己丁半徑相乘。折半。即得甲己丙丁弧背三角形之面積。又於己半徑內減丁乙矢。餘乙己。爲截半徑。與甲丙弦相乘。折半。得甲己丙直線三角形面積。與甲己丙丁弧背三角形面積相減。餘即甲乙丙丁弧矢形之面積也。

設如圓形截弧矢一段。所截弧度一百二十度。弧界長二尺二寸。求圓徑及弦長矢闊各幾何。

法以截弧一百二十度爲一率。全圓三百六十度爲二率。截弧二尺二寸爲三率。求得四率六尺六寸。爲圓之周數。用圓周求徑法。求得圓徑二尺一寸零八毫四絲有餘。乃以半徑十萬爲一率。截弧一百二十度折半得六十度。查正弦得八萬六千六百零三倍之得一十七萬三千二百零六。即一百二十度之通弦爲二率。今所得之圓徑二尺一寸零八毫四絲有餘。折半得一尺零五分零

四毫二絲有餘爲三率。求得四率一尺八寸一分九釐三毫九絲有餘。即弧矢形之弦數。又以半徑十萬爲一率。六十度之餘弦五萬與半徑十萬相減。餘五萬。即六十度之正矢爲二率。今所得之半徑一尺零五分零四毫二絲有餘爲三率。求得四率五寸二分五釐二毫一絲有餘。即弧矢形之矢數也。如圖甲乙丙丁圓形。截甲乙戊丁弧矢形一段。知乙甲丁弧一百二十度。又知乙甲丁弧

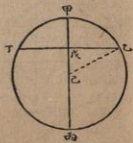


界爲二尺二寸。求甲丙全徑及乙丁弦甲戊矢。則以乙甲丁弧一百二十度。與甲乙丙丁全圓三百六十度之比。即同於乙甲丁弧界二尺二寸。與甲乙丙丁全圓界六尺六寸之比也。既得全周求得甲丙全徑。

折半於己心。自己至乙作己乙半徑線。則乙戊卽如六十度之正弦。乙丁卽如一百二十度之通弦。甲戊卽如六十度之正矢。故以半徑十萬。與一百二十度之通弦一十七萬三千二百零六之比。卽同於己乙半徑一尺零五分零四毫二絲有餘。與乙丁全弦一尺八寸一分九釐三毫九絲有餘之比。又半徑十萬與六十度之正矢五萬之比。卽同於己乙半徑與甲戊矢五寸二分五釐二毫一絲有餘之比也。

設如圓形截弧矢一段。任自弧界一處。對圓心至弦作一斜線。長一尺二寸。將全弦分爲大小兩段。大段長一尺八寸。小段長一尺六寸。問圓徑幾何。

法以所作之斜線一尺二寸爲一率。截弦小段一尺六寸爲二率。大段一尺八寸爲三率。求得四率二尺四寸。爲自截弦處過圓心至圓對界之線。將此線與所作之斜線一尺二寸相加。得三尺六寸。卽圓徑也。如圖甲乙丙丁圓形。截甲乙丁弧矢形。任自圓界甲對圓心戊。至乙丁弦上作甲己斜線。將乙丁弦分爲乙己己丁兩段。乙己小段一尺六寸。己丁大段一尺八寸。試將甲己斜線引長。過圓心至圓對界丙。作甲丙線。又自甲至乙。作甲乙線。復自丁至丙。作丁丙線。





遂成甲己乙丁己丙兩同式三角形。乙角對甲丁弧。丙角亦對甲丁弧。甲角對乙丙弧。丁角亦對乙丙弧。兩己角爲對角。故兩三角形爲同式形也。故以甲己與乙己之比。卽同於己丁與己丙之比。既得己丙與甲己相加。卽得甲丙爲圓徑也。

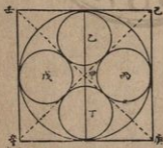
設如圓形截弧矢一段。任自弧界一處至弦作一垂線。長一尺二寸。將全弦分爲大小兩段。其大段長三尺。小段長一尺。問圓徑幾何。

法以所作垂線一尺二寸爲一率。截弦小段一尺爲二率。大段三尺爲三率。求得四率二尺五寸。爲自截弦處至圓對界之直線。乃以此線與所作之垂線一尺二寸相加。得三尺七寸爲股。以截弦小段一尺與大段三尺相減。餘二尺爲勾。求得弦四尺二寸。卽圓徑也。如圖甲乙丙丁圓形。截甲乙丁弧矢形。任自弧界甲至乙丁弦上作甲戊垂線。長一尺二寸。將乙丁弦分爲乙戊。戊丁兩段。乙戊小段一尺。戊丁大段三



尺。試將甲戊垂線引長至圓對界丙。作甲丙線。又自甲至乙。作甲乙線。復自丁至丙。作丁丙線。遂成甲戊乙丁戊丙兩同式三角形。乙角對甲丁弧。丙角亦對甲丁弧。甲角對乙丙弧。丁角亦對乙丙弧。兩戊角俱爲直角。故兩三角形爲同式形也。故以甲戊與戊乙之比。同於丁戊與戊丙之比。既得戊丙與甲戊相加。即得甲丙。又以乙戊同己丁。與戊丁相減。餘戊己與甲庚等。乃自甲至庚。作甲庚線。與乙丁平行。則甲角爲直角。必立於圓界之一半。又自庚至丙。作庚丙線。則又成庚甲丙勾股形。故以庚甲爲勾。甲丙爲股。求得庚丙弦。即圓徑也。

設如一大圓形。內容四小圓形。但知大圓形徑一尺二寸。求小圓形徑幾何。法以大圓形徑一尺二寸自乘。倍之開方。得一尺六寸九分七釐零五絲有餘。內減大圓形徑一尺二寸。



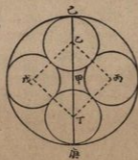
餘四寸九分七釐零五絲有餘。即小圓形徑也。如圖甲大圓形。內容乙丙丁戊四小圓形。試切甲大圓形界。作己庚辛壬正方形。其方邊即大圓形全徑。用方邊求斜弦法。求得壬庚己辛兩斜弦。即成己甲壬己甲庚庚甲辛壬甲辛四勾股形。內各容一小圓形。而四方邊遂爲四勾股形之各弦。兩斜弦各折半。遂各爲四勾股形之各勾股。任取一勾股和減弦。即得容圓全徑也。解見勾股容圓法中。

設如一大圓形。內容四小圓形。但知小圓形徑五寸。求大圓形徑幾何。

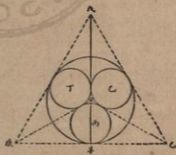
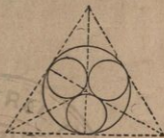
法以小圓形徑五寸自乘。倍之開方。得七寸零七釐一毫有餘。加小圓形徑五寸。得一尺二寸零七釐一毫有餘。即大圓形徑也。如圖甲大圓形。內容乙丙丁戊四小圓形。試連四小圓形中心。作乙丙丙丁丁戊戊乙四線。遂成乙丙丁戊一正方形。用方邊求斜弦法。求得乙丁斜弦。加己乙與丁庚兩半徑。即一小圓形之全徑。即得己庚大圓形全徑也。

設如一大圓形。內容三小圓形。但知大圓形徑一尺二寸。求內容小圓形徑幾何。

法以大圓形徑一尺二寸。求得外切三角形之每邊。爲二尺零七分八釐四毫六絲有餘。乃以大圓形徑一尺二寸爲三角形之兩腰。半徑六寸爲中垂線。用三角形容圓法。求得容圓半徑二寸七分八釐四毫六絲有餘。倍之得五寸五分六釐九毫二絲有餘。即小圓形全徑也。如圖甲大圓形。內容乙丙丁三小圓形。試求外切甲大圓形。戊己庚三角形。自圓心甲至戊己庚三角各作一分角線。皆與圓之全徑等。即成戊甲己己甲庚戊甲庚三三角形。內各容一小圓形。故任以兩全徑爲兩腰。一半徑爲中垂線。用三角形



容圓法算之。即得一小圓徑也。



設如一大圓形內容三小圓形。但知小圓形徑五寸。求大圓形徑幾何。  
 法以小圓形徑五寸爲等邊三角形之每一邊。用等邊三角形求外切圓形全徑法。求得外切圓徑五寸  
 七分七釐三毫五絲有餘。加小圓全徑五寸。得一尺零七分七釐三毫五絲有餘。即大圓形全徑也。如圖  
 甲大圓形內容乙丙丁三小圓形。試連三小圓形中心作乙丙、乙丁、丙丁三線。遂成乙丙丁等邊三角形。  
 其每邊皆與小圓全徑等。又切乙丙丁三角作一圓形。用等邊三角形求外切圓形全徑法。解見三角形卷。

求得乙戊徑線。加己乙與戊庚兩半徑。卽一小圓形之全徑。卽得己庚大圓形全徑也。



# 數理精蘊下編卷二十一

## 面部十一

### 圓內容各等邊形

設如圓徑一尺二寸，求內容三等邊形之每一邊及面積幾何。

法以圓徑一尺二寸爲弦，半徑六寸爲勾，求得

股一尺零三分九釐二毫三絲有餘爲圓內容

三等邊形之每一邊，爰以三等邊形之每一邊

爲弦，每一邊折半爲勾，求得股九寸，或以圓徑

一尺二寸，取其四分之一，亦得九寸爲圓內容

三等邊形之中垂線，乃以每一邊之一尺零三

分九釐二毫三絲有餘，與中垂線九寸相乘得

九十三寸五十三分零七釐有餘，折半得四十

六寸七十六分五十三釐有餘，卽圓內容三等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸，內容甲丙丁三

等邊形，試自丁至乙作丁乙線，卽圓內容六等邊形之每一邊，與丁戊半徑等，甲乙全徑，丁乙半徑，與甲



丁邊遂成甲丁乙勾股形。故以甲乙全徑爲弦，丁乙半徑爲勾，求得甲丁股。卽圓內容三等邊形之每一邊也。其甲己中垂線卽甲丁弦己丁勾所求之股。又爲圓徑四分之一。既得一邊，又得中垂線，卽如三角

形求面積法算之，而得圓內容三等邊形之面積也。

又法以全圓三百六十度，三分之一，每分得一百二十度，折半得六十度，乃以半徑十萬爲

一率，六十度之正弦八萬六千六百零三爲

二率，今所設之半徑六寸爲三率，求得四率

五寸一分九釐六毫一絲八忽，倍之得一尺

零三分九釐二毫三絲六忽，爲圓內容三等

邊形之每一邊，既得每一邊之數，乃取圓徑

四分之一爲中垂線，與每一邊之數相乘，折半得四十六寸七十六分五

十六釐有餘，卽圓內容三等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸，內

容甲丙丁三等邊形，每一邊之弧皆一百二十度，試將甲丙邊折半於戊，

自圓心己作己戊庚半徑線，遂平分甲丙弧於庚，則甲庚弧爲六十度，甲

戊卽六十度之正弦，甲丙卽一百二十度之通弦，是故半徑十萬與六十

度之正弦之比，卽如所設之半徑六寸與甲戊之半邊之比，既得半邊，倍



一率	一〇〇〇〇〇
二率	八六六〇三
三率	六
四率	五一九六二八





之卽全邊也。

又用求圓內各形之一邊之定率比例。以定率之圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容三等邊形之每一邊八六六〇二五四〇爲二率。今所設之圓徑一尺二寸爲三率。求得四率一尺零三分九釐二毫三絲有餘。卽圓內容三等邊形之每一邊也。

又用求圓內各形之面積之定率比例。以定率之圓徑自乘之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容三等邊形之面積三二四七五九五三爲二率。今所設之圓徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸爲三率。求得四率四十六寸七十六分五十三釐有餘。卽圓內容三等邊形之面積也。

又用圓面積之定率比例。以定率之圓面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容三等邊形之面積四一三四九六六七爲二率。今所設之圓徑一尺二寸求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐有餘爲三率。求得四率四十六寸七十六分五十三釐有餘。卽圓內容三等邊形之面積也。

設如圓徑一尺二寸。求內容四等邊形之每一邊及面積幾何。

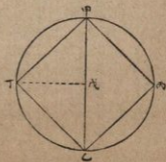
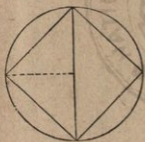
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八六六〇二五四〇
三率	一二
四率	一〇三九二三〇

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三二四七五九五三
三率	一四四
四率	四六七六五三

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	四一三四九六六七
三率	一三〇九七三
四率	四六七六五三

法以圓徑一尺二寸折半得半徑六寸自乘得三十六寸倍之得七十二寸開方得八寸四分八釐五豪二絲八忽有餘爲圓內容四等邊形之每一邊其半徑自乘倍之所得七十二寸即圓內容四等邊形之面積也如圖甲乙圓徑一尺二寸內容甲丙乙丁四等邊形試自圓心戊至丁角作戊丁半徑線遂成甲戊丁勾股形因甲戊戊丁皆同爲半徑一爲勾一卽爲股故以半徑自乘倍之開方而得甲丁弦即圓內容四等邊形之每一邊也每一邊自乘是仍爲半徑自乘倍之之數即圓內容四等邊形之面積也

又法以全圓三百六十度四分之每分得九十度折半得四十五度乃以半徑十萬爲一率四十五度之正弦七萬零七百一十一爲二率今所設之半徑六寸爲三率求得四率四寸二分四釐二豪六絲六忽倍之得八寸四分八釐五豪三絲二忽爲圓內容四等邊形之每一邊既得每一邊之數即以每一邊自乘得七十二寸即圓內容四等邊形之面



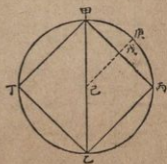
一率	一〇〇〇〇〇〇
二率	七〇七一一
三率	六
四率	四二四二六六

積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。內容甲丙乙丁四等邊形。每一邊之弧皆九十度。試將甲丙邊折半於戊。自圓心己作己戊庚半徑線。遂平分甲丙弧於庚。則甲庚弧爲四十五度。甲戊卽四十五度之正弦。甲丙卽九十度之通弦。是故半徑十萬與四十五度之正弦之比。卽如所設之半徑六寸與甲戊之半邊之比。既得半邊。倍之卽全邊也。

又用求圓內各形之一邊之定率比例。以定率之圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容四等邊形之每一邊七〇七一〇六七八爲二率。今所設之圓徑一尺二寸爲三率。求得四率八寸四分八釐五豪二絲八忽。有餘卽圓內容四等邊形之每一邊也。又用求圓內各形之面積之定率比例。以定率之圓徑自乘之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容四等邊形之面積五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之圓徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸爲三率。求得四率七十二寸。卽圓內容四等邊形之面積也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七〇七一〇六七八
三率	一二
四率	八四八五二八

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一四四
四率	七十二



又用圓面積之定率比例。以定率之圓面積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容四等邊形之面積六三六六一九七七爲二率。今所設之圓徑一尺二寸。求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐有餘爲三率。求得四率七十二寸。即圓內容四等邊形之面積也。

設如圓徑一尺二寸。求內容五等邊形之每一邊及面積幾何。

法以圓徑一尺二寸折半得半徑六寸爲首率。用連比例三率有首率

求中率末率使中率末率相加與首率等之法。求得中率三寸七分零八豪

二絲有餘。即圓內容十等邊形之每一邊。詳見割圓卷中。乃以所得中率與

半徑首率相減。餘二寸二分九釐一豪八絲爲末率。折半得一寸一分四釐

五豪九絲爲半末率。即以此半末率爲勾。中率爲弦。求得股三寸五分二釐

六豪七絲一忽有餘。倍之得七寸零五釐三豪四絲二忽有餘。爲圓內容五

等邊形之每一邊。又以中率與半末率相加得四寸八分五釐四豪一絲有

餘。爲自圓心至每一邊之中垂線。乃以每一邊折半之數與中垂線相乘得

一十七寸一十一分九十釐有餘。五因之得八十五寸五十九分五十釐有餘。即圓內容五等邊形之面

積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。內容甲丙丁戊己五等邊形。試自圓心庚至每角各作一半徑線。即分五

等邊形爲五三角形。又自乙至戊作乙戊線。即圓內容十等邊形之每一邊。庚乙庚戊半徑與乙戊邊。遂

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	六三六六一九七七
三率	一一三〇九七三
四率	七二



成庚乙戊三角形。又依乙戊線度截庚乙半徑於辛。作戊辛線。則又成戊辛乙三角形。與庚乙戊三角形爲同式形。故庚乙爲首率。乙戊戊辛俱爲中率。辛乙爲末率。辛壬與壬乙俱爲半末率。是以壬乙半末率爲勾。乙戊中率爲弦。求得戊壬股。倍之得戊丁。卽圓內容五等邊形之每一邊。又以庚辛中率與辛壬半末率相加。得庚壬中垂線。用三角形求面積法算之。得庚丁戊一三角形面積。五倍之而得圓內容五等邊形之總面積也。又法以全圓三百六十度。五分之。每分得七十二度。折半得三十六度。乃以半徑十萬爲一率。三十六度之正弦五萬八千七百七十九爲二率。今

所設之半徑六寸爲三率。求得四率三寸五分二釐六豪七絲四忽。倍之得七寸零五釐三豪四絲八忽。爲圓內容五等邊形之每一邊。次以半徑十萬爲一率。三十六度之餘弦八萬零九百零二爲二率。今所設之半徑六寸爲三率。求得四率四寸八分五釐四豪一絲二忽。爲自圓心至每一邊之中垂線。與每一邊折半之數相乘。五



一率	一〇〇〇〇〇
二率	五八七七九
三率	六
四率	三五二六七四

因之得八十五寸五十九分六十釐有餘。爲圓內容五等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。內容甲丙丁戊己五等邊形。每一邊之弧皆七十二度。試將甲丙邊折半於庚。自圓心辛作辛庚壬半徑線。遂平分甲丙弧於壬。則甲壬弧爲三十六度。甲庚卽三十六度之正弦。甲丙卽七十二度之通弦。辛庚卽三十六度之餘弦。是故半徑十萬與三十六度之正弦之比。卽如所設之半徑六寸與甲庚之半邊之比。既得半邊。倍之卽全邊。又半徑十萬與三十六度之餘弦之比。卽如所設之半徑六寸與辛庚中垂線之比也。

一率	一〇〇〇〇〇
二率	八〇九〇二
三率	六
四率	四八五四二



又用求圓內各形之一邊之定率比例。以定率之圓徑一〇〇〇〇〇

〇〇〇爲一率。圓內容五等邊形之每一邊五八七七八五二五爲二率。今所設之圓徑一尺二寸爲三率。求得四率七寸零五釐三豪四絲

二忽有餘。卽圓內容五等邊形之每一邊也。

又用求圓內各形之面積之定率比例。以定率之圓徑自乘之正方面

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五八七七八五二五
三率	一二
四率	七〇五三四二

積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容五等邊形之面積五九四四一〇三一爲二率。今所設之圓徑一尺二寸。自乘得一尺四十四寸爲三率。求得四率八十五寸五十九分五十釐有餘。卽圓內容五等邊形之面積也。

又用圓面積之定率比例。以定率之圓面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容五等邊形之面積七五六八二六七二爲二率。今所設之圓徑一尺二寸。求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐有餘爲三率。求得四率八十五寸五十九分五十釐有餘。卽圓內容五等邊形之面積也。

設如圓徑一尺二寸。求內容六等邊形之每一邊及面積幾何。

法以圓徑一尺二寸。折半得半徑六寸。卽圓內容六等邊形之每一邊。爰以半徑六寸爲弦。每一邊折半得三寸爲勾。求得股五寸一分九釐六毫一絲五忽有餘。爲自圓心至每一邊之中垂線。乃以每一邊折半之數。與中垂線相乘。得一十五寸五十八分八十四釐有餘。六因之。得九十三寸五十三分零四釐有餘。卽圓內容六等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。內容甲丙丁乙戊己六等邊形。其每一邊皆六寸。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五九四四一〇三一
三率	一四四
四率	八五五九五〇

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七五六八二六七二
三率	一一三〇九七三
四率	八五五九五〇





與半徑等。試自圓心庚至每角各作一半徑線。即分六等邊形爲六三角形。以甲庚半徑爲弦。甲丙一邊折半得甲辛爲勾。求得股爲庚辛中垂線。用三角形面積法算之。得甲丙庚一三角形之面積。六倍之而得圓內容六等邊形之總面積也。

又法以全圓三百六十度。六分之。每分得六十度。折半得三十度。乃以半徑十萬爲一率。三十度之正弦五萬爲二率。今所設之

半徑六寸爲三率。求得四率三寸。倍之得六寸。爲圓內容六等邊形之每一邊。次以半徑十萬爲一率。三十度之餘弦八萬六千六百零三爲二率。今所設之半徑六寸爲三率。求得四率五寸一分九釐六豪一絲八忽。爲自圓心至每一邊之中垂線。與每一邊折半之數相乘。



一率	一〇〇〇〇〇
二率	五〇〇〇〇
三率	六
四率	三

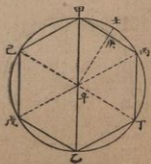
一率	一〇〇〇〇〇
二率	八六六〇三
三率	六
四率	五一九六一八

六因之得九十三寸五十三分一十二釐有餘。爲圓內容六等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。內容甲丙丁乙戊己六等邊形。每一邊之弧皆六十度。試將甲丙邊折半於庚。自圓心辛作辛庚壬半徑線。遂平分甲丙弧於壬。則甲壬弧爲三十度。甲庚卽三十度之正弦。甲丙卽六十度之通弦。辛庚卽三十度之餘弦。是故半徑十萬與三十度之正弦之比。卽如所設之半徑六寸與甲庚之半邊之比。既得半邊。倍之卽全邊。又半徑十萬與三十度之餘弦之比。卽如所設之半徑六寸與辛庚中垂線之比也。

又用求圓內各形之一邊之定率比例。以定率之圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容六等邊形之每一邊五〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之圓徑一尺二寸爲三率。求得四率六寸卽圓內容六等邊形之每一邊也。又用求圓內各形之面積之定率比例。以定率之圓徑自乘之正方面積一〇

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	六

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	六四九五一九〇五
三率	一四四
四率	九三五三〇七



○○○○○爲一率。圓內容六等邊形之面積六四九五一九〇五爲二率。今所設之圓徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸爲三率。求得四率九十三寸五十三分零七釐有餘。即圓內容六等邊形之面積也。

又用圓面積之定率比例。以定率之圓面積一○○○○○○爲一率。圓內容六等邊形之面積八二六九九三四爲二率。今所設之圓徑一尺二寸。求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐有餘爲三率。求得四率九十三寸五十三分零七釐有餘。即圓內容六等邊形之面積也。

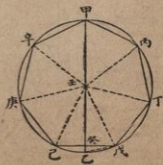
設如圓徑一尺二寸。求內容七等邊形之每一邊及面積幾何。

法以圓徑一尺二寸折半得半徑六寸爲一率。用連比例四率有一率求二率三率四率。使一率與四率相加與二率兩倍再加一三率等之法。求得二率二寸六分七釐零二絲五忽有餘。爲圓內容十四等邊形之每一邊。詳見割圓卷中。乃以半徑六寸爲底仍以半徑六寸與十四等邊形之每一邊二寸六分七釐零二絲五忽有餘爲兩腰。用三角形求中垂線法算之。得二寸六分零三豪三絲有餘。倍之得五寸二分零六豪六絲有餘。爲圓內容七等邊形之每一邊。爰以半徑六寸爲弦。七等邊形之每一邊折半爲勾。求得股

一率	一○○○○○○○○
二率	八二六九九三四
三率	一一三〇九七三
四率	九三五三〇七



五寸四分零五豪八絲一忽有餘。爲自圓心至每一邊之中垂線。乃以每一邊折半之數。與中垂線相乘。得一十四寸零七分二十九釐有餘。七因之。得九十八寸五十一分零三釐有餘。卽圓內容七等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。內容甲丙丁戊己庚辛七等邊形。試自圓心壬至每角各作一半徑線。卽分七等邊形爲七三角形。又自戊至乙作戊乙線。卽圓內容十四等邊形之每一邊。壬乙壬戊半徑與戊乙邊。遂成壬戊乙三角形。故以壬乙半徑爲底。壬戊半徑與戊乙十四等邊形之每一邊爲兩腰。求得戊癸垂線。倍之得戊己卽圓內容七等邊形之每一邊也。又壬戊爲弦。戊癸爲勾。求得股爲壬癸中垂線。用三角形求面積法算之。得壬戊己一三角形之面積。七倍之而得圓內容七等邊形之總面積也。又法以全圓三百六十度。七分之每分得五十一度二十五分四十二秒有餘。折半得二十五度四十二分五十一秒有餘。乃以半徑十萬爲一率。二十五度四十二分五十一秒有餘之正弦四萬三千三百八十八爲二率。今所設之半



一率	一〇〇〇〇〇
二率	四三三八八
三率	六
四率	二六〇三二八

徑六寸爲三率，求得四率二寸六分零三豪二絲八忽，倍之得五寸二分零六豪五絲六忽，爲圓內容七等邊形之每一邊。次以半徑十萬爲一率，二十五度四十二分五十一秒有餘之餘弦九萬零九十七爲二率。今所設之半徑六寸爲三率，求得四率五寸四分零五豪八絲二忽，爲自圓心至每一邊之中垂線。與每一邊折半之數相乘，七因之，得九十八寸五十分九十六釐有餘，爲圓內容七等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸，內容甲丙丁戊己庚辛七等邊形，每一邊之弧，皆五十一度二十五分四十二秒有餘。試將甲丙邊折半於壬，自圓心癸作癸壬子半徑線，遂平分甲丙弧於子，則甲子弧爲二十五度四十二分五十一秒有餘，甲壬卽二十五度四十二分五十一秒有餘，甲壬卽二十五度四十二分五十一秒有餘之通弦。癸壬卽二十五度四十二分五十一秒有餘之餘弦，是故半徑十萬與二十五度四十二分五十一秒有餘之正弦之比，卽如所設之半徑六寸與甲壬之半邊之比。既得半邊倍之卽全邊，又半徑十萬與二十五度四十二分五十一秒有餘之餘弦之比，卽如所設之半徑六寸與癸壬中垂線之比也。

又用求圓內各形之一邊之定率比例，以定率之圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，圓內容七等邊形之每一邊四三三八八三七四爲二率，今所設之圓徑一尺二寸爲三率，求得四率五寸二分零六豪六絲



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	四三三八八三七四
三率	一一二
四率	五二〇六六〇

有餘。即圓內容七等邊形之每一邊也。

又用求圓內各形之面積之定率比例。以定率之圓徑自乘之。正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容七等邊形之面積六八四一〇二五四爲二率。今所設之圓徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸爲三率。求得四率九十八寸五十一分零七釐有餘。即圓內容七等邊形之面積也。

又用圓面積之定率比例。以定率之圓面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容七等邊形之面積八七一〇二六四一爲二率。今所設之圓徑一尺二寸。求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐有餘。爲三率。求得四率九十八寸五十一分零七釐有餘。即圓內容七等邊形之面積也。

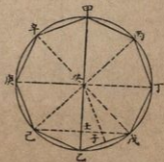
設如圓徑一尺二寸。求內容八等邊形之每一邊及面積幾何。法以圓徑一尺二寸。求得圓內容四等邊形之每一邊。爲八寸四分八釐五豪二絲八忽有餘。折半得四寸二分四釐二豪六絲四忽有餘爲股。又以四邊之半四寸二分四釐二豪六絲四忽有餘。與半徑六寸相減。餘一寸七分五釐七豪三絲六忽有餘爲勾。求得弦四寸五分九釐二豪一絲九忽有餘。爲圓內容八等邊形之每一邊。爰以半徑六寸爲弦。八等邊形之每一邊折半得二寸二分九釐六豪零九忽有餘。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	六八四一〇二五四
三率	一四四
四率	九八五一〇七

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八七一〇二六四一
三率	一一三〇九七三
四率	九八五一〇七

爲勾求得股五寸五分四釐三毫二絲八忽有餘爲自圓心至每一邊之中垂線乃以每一邊折半之數與中垂線相乘得一十二寸七十二分七十八釐有餘八因之得一尺零一寸八十二分二十四釐有餘即圓內容八等邊形之面積也如圖甲乙圓徑一尺二寸內容甲丙丁戊乙己庚辛八等邊形先求得圓內容四等邊形之每一邊爲戊己折半得戊壬與癸壬等爲股以癸壬與癸乙半徑相減餘壬乙爲勾求得戊乙弦爲圓內容八等邊形之每一邊試自圓心至每角各作一半徑線即分八等邊形爲八三角形以癸乙半徑爲弦戊乙折半得子乙爲勾求得股爲癸子中垂線用三角形求面積法算之得癸戊乙一三角形之面積八倍之而得圓內容八等邊形之總面積也

又法以全圓三百六十度八分之每分得四十五度折半得二十二度三十分乃以半徑十萬爲一率二十二度三十分之正弦三萬八千二百六十八爲二率今所設之半徑六寸爲三率求得四率二寸二分九釐六毫零八忽倍之得





四寸五分九釐二豪一絲六忽爲圓內容八等邊形之每一邊。次以半徑十萬爲一率，二十二度三十分之餘弦九萬二千三百八十八爲二率。今所設之半徑六寸爲三率，求得四率五寸五分四釐三豪二絲八忽爲自圓心至每一邊之中垂線。與每一邊折半之數相乘，八因之，得一尺零一寸八十二分二十四釐有餘，爲圓內容八等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸，內容甲丙丁戊己庚辛八等邊形。每一邊之弧皆四十五度。試將甲丙兩邊折半於壬，自圓心癸作癸壬子半徑線，遂平分甲丙弧於子，則甲子弧爲二十二度三十分。甲壬即二十二度三十分之正弦，甲丙即四十五度之通弦。癸壬即二十二度三十分之餘弦，是故半徑十萬與二十二度三十分之正弦之比，即如所設之半徑六寸與甲壬之半邊之比。既得半邊，倍之即全邊。又半徑十萬與二十二度三十分之餘弦之比，即如所設之半徑六寸與癸壬中垂線之比也。

又用求圓內各形之一邊之定率比例，以定率之圓徑一〇〇〇〇〇〇

一率	一〇〇〇〇〇
二率	三八二六八
三率	六
四率	二二九六〇八

一率	一〇〇〇〇〇
二率	九二三八八
三率	六
四率	五五四三二八



○爲一率。圓內容八等邊形之每一邊三八二六八三四三爲二率。今所設之圓徑一尺二寸爲三率。求得四率四寸五分九釐二豪二絲有餘。即圓內容八等邊形之每一邊也。

又用求圓內各形之面積之定率比例。以定率之圓徑自乘之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容八等邊形之面積七〇七一〇六七八爲二率。今所設之圓徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸爲三率。求得四率一尺零一寸八十二分三十三釐有餘。即圓內容八等邊形之面積也。

又用圓面積之定率比例。以定率之圓面積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容八等邊形之面積九〇〇三一六三一爲二率。今所設之圓徑一尺二寸求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐有餘爲三率。求得四率一尺零一寸八十二分三十三釐有餘。即圓內容八等邊形之面積也。

設如圓徑一尺二寸。求內容九等邊形之每一邊及面積幾何。

法以圓徑一尺二寸折半得半徑六寸爲一率。用連比例四率有一率求二率三率四率。使一率與四率相加與二率三倍等之法。求得二率

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三八二六八三四三
三率	一一二
四率	四五九二二〇

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一七〇七一〇六七八
三率	一四四
四率	一〇一八二三三

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	九〇〇三一六三一
三率	一一三〇九七三
四率	一〇一八二三三

二寸零八釐三豪七絲七忽有餘。爲圓內容十八等邊形之每一邊詳見割圓卷中。乃以半徑六寸爲底。仍以半徑六寸與圓內容十八等邊形之每一邊二寸零八釐三豪七絲七忽有餘爲兩腰。用三角形求中垂線法算之。得二寸零五釐二豪一絲一忽有餘。倍之得四寸一分零四豪二絲二忽有餘。卽圓內容九等邊形之每一邊。爰以半徑六寸爲弦。九等邊形之每一邊折半爲勾。求得股五寸六分三釐八豪一絲五忽有餘。爲自圓心至每一邊之中垂線。乃以每一邊折半之數與中垂線相乘。得一十一寸五十七分零一釐有餘。九因之得一尺零四寸一十三分零九釐有餘。卽圓內容九等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。內容甲丙丁戊己庚辛壬癸九等邊形。試自圓心子至每角各作一半徑線。卽分九等邊形爲九三角形。又自己至乙作己乙線。卽圓內容十八等邊形之每一邊。子乙己半徑與己乙邊。遂成子己乙三角形。故以子乙半徑爲底。子己半徑與己乙邊。遂成子己乙三角形。兩腰求得己丑垂線。倍之得己庚。爲圓內容九等邊形之每一邊也。又子己爲弦。己丑爲勾。求得股爲子丑中垂線。用三角形面積法算之。得子己庚一三角形之面積。九倍之而得圓內容九等邊形之總面積。



也。

又法以全圓三百六十度九分之。每分得四十度。折半得二十度。乃以半徑十萬爲一率。二十度之正弦三萬四千二百零二爲二率。今所設之半徑六寸爲三率。求得四率二寸零五釐二豪一絲二忽。倍之得四寸一分零四豪二絲四忽。爲圓內容九等邊形之每一邊。次以半徑十萬爲一率。二十度之餘弦九萬三千九百六十九爲二率。今所設之半徑六寸爲三率。求得四率五寸六分三釐八豪一絲四忽。爲自圓心至每一邊之中垂線。與每一邊折半之數相乘。九因之。得一尺零四寸一十三分零九釐有餘。爲圓內容九等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。內容甲丙丁戊己庚辛壬癸九等邊形。每一邊之弧。皆四十度。試將甲丙邊折半於子。自圓心丑作丑子寅半徑線。遂平分甲丙弧於寅。則甲寅弧爲二十度。甲子卽二十度

一率	一〇〇〇〇〇
二率	九三九六九
三率	六
四率	五六三八一四

一率	一〇〇〇〇〇
二率	三四二〇二
三率	六
四率	二〇五二二



之正弦甲丙卽四十度之通弦。丑子卽二十度之餘弦。是故半徑十萬與二十度之正弦之比。卽如所設之半徑六寸與甲子之半邊之比。既得半邊。倍之卽全邊。又半徑十萬與二十度之餘弦之比。卽如所設之半徑六寸與丑子中垂線之比也。

又用求圓內各形之一邊之定率比例。以定率之圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容九等邊形之每一邊三四二〇二〇一四爲二率。今所設之圓徑一尺二寸爲三率。求得四率四寸一分零四豪二絲四忽有餘。卽圓內容九等邊形之每一邊也。

又用求圓內各形之面積之定率比例。以定率之圓徑自乘之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容九等邊形之面積七二三一三六〇六爲二率。今所設之圓徑一尺二寸。自乘得一尺四十四寸爲三率。求得四率一尺零四寸一十三分一十五釐有餘。卽圓內容九等邊形之面積也。

又用圓面積之定率比例。以定率之圓面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓內容九等邊形之面積九二〇七二五四二爲二率。今所設之圓徑一尺二寸。求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐有餘。爲

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三四二〇二〇一四
三率	一一
四率	四一〇四二四

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七二三一三六〇六
三率	一四四
四率	一〇四一三一五

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	九二〇七二五四二
三率	一一三〇九七三
四率	一〇四一三一五

三率求得四率一尺零四寸一十三分一十五釐有餘。卽圓內容九等邊形之面積也。設如圓徑一尺二寸求內容十等邊形之每一邊及面積幾何。

法以圓徑一尺二寸折半得半徑六寸爲首率。用連比例三率有首率求中率末率。使中率末率相加與首率等之法。求得中率三寸七分零八豪二絲有餘。卽圓內容十等邊形之每一邊。詳見割圓卷中。爰以半徑六寸爲弦。十等邊形之每一邊折半得一寸八分五釐四豪一絲有餘爲勾。求得股五寸七分零六豪三絲三忽有餘。爲自圓心至每一邊之中垂線。乃以每一邊折半之數與中垂線相乘得一十寸五十八分零一釐有餘。十因之得一尺零五寸八十分一十釐有餘。卽圓內容十等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。內容甲丙丁戊己乙庚辛壬癸十等邊形。其子乙半徑爲首率。己乙每一邊爲中率。其每一邊皆三寸七分零八豪二絲有餘。試自圓心子至每角各作一半徑線。卽分十等邊形爲十三三角形。以子乙半徑爲弦。己乙折半得丑乙爲勾。求得股爲子丑中垂線。用三角形求面積法算之。得子己乙一三角形之面積十倍之而得圓內容十等邊形之總面積也。

又法以全圓三百六十度十分之。每分得三十六度。折半得十八度。乃

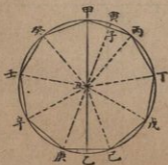


以半徑十萬爲一率，十八度之正弦三萬零九百零二爲二率，今所設之半徑六寸爲三率，求得四率一寸八分五釐四豪一絲二忽，倍之得三寸七分零八豪二絲四忽，爲圓內容十等邊形之一邊，次以半徑十萬爲一率，十八度之餘弦九萬五千一百零六爲二率，今所設之半徑六寸爲三率，求得四率五寸七分零六豪三絲六忽，爲自圓心至每一邊之中垂線，與每一邊折半之數相乘，十因之得一尺零五寸八分二十七釐有餘，爲圓內容十等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸，內容甲丙丁戊己乙庚辛壬癸十等邊形每一邊之弧皆三十六度，試將甲丙邊折半於子，自圓心丑作丑子寅半徑線，遂平分



一率	一〇〇〇〇〇
二率	九五二〇六
三率	六
四率	五七〇六三六

一率	一〇〇〇〇〇
二率	三〇九〇二
三率	六
四率	一八五四一二





甲丙弧於寅則甲寅弧爲十八度甲子卽十八度之正弦甲丙卽三十六度之通弦丑子卽十八度之餘弦是故半徑十萬與十八度之正弦之比卽如所設之半徑六寸與甲子之半邊之比既得半邊倍之卽全邊又半徑十萬與十八度之餘弦之比卽如所設之半徑六寸與丑子中垂線之比也

又用求圓內各形之一邊之定率比例以定率之圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率圓內容十等邊形之每一邊三〇九〇一六九九爲二率今所設之圓徑一尺二寸爲三率求得四率三寸七分零八毫二絲有餘卽圓內容十等邊形之每一邊也

又用求圓內各形之面積之定率比例以定率之圓徑自乘之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率圓內容十等邊形之面積七三四七三一五六爲二率今所設之圓徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸爲三率求得四率一尺零五寸八十分一十三釐有餘卽圓內容十等邊形之面積也

又用圓面積之定率比例以定率之圓面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率圓內容十等邊形之面積九三五四八九二八爲二率今所設之

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三〇九〇一六九九
三率	一一
四率	三七〇八二〇

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七三四七三一五六
三率	一四四
四率	一〇五八〇一三

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	九三五四八九二八
三率	一一三〇九七三
四率	一〇五八〇一三

圓徑一尺二寸，求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐有餘，爲三率，求得四率一尺零五寸八十分一十三釐有餘，卽圓內容十等邊形之面積也。

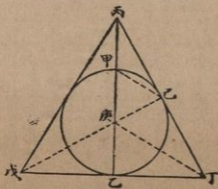
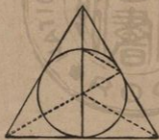


圓外切各等邊形

設如圓徑一尺二寸，求外切三等邊形之每一邊及面積幾何。

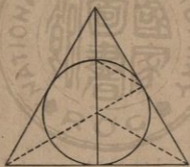
法以圓徑一尺二寸為弦，半徑六寸為勾，求得股一尺零三分九釐二豪三絲有餘，倍之得二尺零七分八釐四豪六絲有餘，為圓外切三等邊形之每一邊。爰以三等邊形之每一邊為弦，每一邊折半為勾，求得股一尺八寸，或以半徑六寸三倍之得一尺八寸，為圓外切三等邊形之中垂線。乃以每一邊之二尺零七分八釐四豪六絲有餘，與中垂線一尺八寸相乘，得三尺七十四寸一十二分二一十八釐有餘，折半得一尺八十七寸零六分一十四釐有餘，即圓外切三等邊形之面積。

也。如圖甲乙圓徑一尺二寸，外切丙丁戊三等邊形，試將丙丁邊折半於己，自圓心庚作庚己半徑線，則成丙己庚三角形，其丙庚己角為六十度，丙己庚角為九十度，庚丙己角為三十度。又自甲至己作甲己



線爲圓內容六等邊形之每一邊。則又成甲己庚。甲己丙兩三角形。其甲己庚三角形之甲己庚角爲六十度。故甲己丙三角形之甲己丙角爲三十度。而甲丙己角亦爲三十度。則丙甲與甲己皆與半徑等矣。故丙庚卽全徑爲弦。庚己卽半徑爲勾。求得丙己股。倍之得丙丁。爲圓外切三等邊形之每一邊也。又丙甲既與半徑等。則丙乙中垂線爲半徑之三倍。用三角形面積法算之。而得圓外切三等邊形之面積也。

又法以全圓三百六十度。三分之。每分得一百二十度。折半得六十度。乃以半徑十萬爲一率。六十度之正切一十七萬三千二百零五爲二率。今所設之半徑六寸爲三率。求得四率一尺零三分九釐二豪三絲。倍之得二尺零七分八釐四豪六絲。爲圓外切三等邊形之每一邊也。既得三等邊形之每一邊。乃以半徑三因之。與每一邊之數相乘。折半得一尺八十七寸零六分一十四釐。爲圓外切三等邊形之面積也。如圖甲乙



一率	一〇〇〇〇〇
二率	一六三二〇五
三率	六
四率	〇三九二三〇



又用圓面積之定率比例。以定率之圓面積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓外切三等邊形之面積一六五三九八六六九爲二率。今所設之圓徑一尺二寸。求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐有餘爲三率。求得四率一尺八十七寸零六分一十四釐有餘。即圓外切三等邊形之面積也。

設如圓徑一尺二寸。求外切四等邊形之每一邊及面積幾何。

法因圓徑一尺二寸。即外切四等邊形之每一邊。自乘得一尺四十四寸。即圓外切四等邊形之面積。故他法皆不設。止存一題以備體焉。

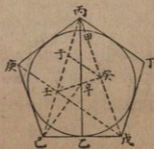
設如圓徑一尺二寸。求外切五等邊形之每一邊及面積幾何。

法以圓徑一尺二寸折半得半徑六寸爲首率。用連比例三率有首率求中率之法。求得中率三寸七分零八釐二絲有餘。倍之得七寸四分一釐六豪四絲有餘。爲自圓心至外切五等邊形各角之分角線。乃以分角線爲弦。圓之半徑爲股。求得勾四寸三分五釐九豪二絲四忽有餘。倍之得八寸七分一釐八豪四絲八忽有餘。爲圓外切五等邊形之每一邊。爰以每一邊之八寸七分一釐八豪四絲八忽有餘。與半徑六寸相乘得五十二寸三十一分零八釐有餘。折半得二十六寸一十五

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一六五三九八六六九
三率	一一三〇九七三
四率	一八七〇六一四



分五十四釐有餘。五因之得一尺三十寸七十七分七十二釐有餘。即圓外切五等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。外切丙丁戊己庚五等邊形。以辛乙半徑爲首率。即理分中末線之全分。則自圓心至角之辛己分角線爲倍中率。即理分中末線之大分。何以知之。試自丙角至戊己二角。作丙戊丙己兩角相對斜線。成丙戊己三角形。復自戊角至庚角。作戊庚兩角相對斜線。截丙己斜線於壬。又成戊己壬三角形。與丙戊己三角形爲同式形。戊己壬三角形之戊角當已庚邊。與戊己邊等。故戊己壬三角形之戊角。與丙戊己三角形之丙角等。又同用一己角。則其餘一角亦必等。故爲同式形。而丙戊爲首率。即理分中末線之全分。戊己爲中率。即理分中末線之大分。己壬爲末率。即理分中末線之小分。丙壬亦與戊己等。爲中率。乃自壬至丙戊線。作壬癸垂線。平分丙戊邊於癸。遂成丙癸壬勾股形。與辛乙己勾股形爲同式形。辛乙己勾股形之辛角當乙己邊。爲戊己邊之中。故辛乙己勾股之辛角。與丙癸壬勾股之丙角等。癸角與乙角又同爲直角。則其餘一角亦必等。故爲同式形。夫丙戊既爲首率。丙壬既爲中率。若以丙戊之半丙癸爲首率。則丙壬之半丙子亦爲中率。而丙壬即爲倍中率。丙癸壬勾股形與辛乙己勾股形既爲同式形。則辛乙己勾股形之辛乙股與辛己弦之比。必同於丙癸壬勾股形之丙癸股與丙壬弦之比。是以辛乙半徑爲首率。則辛己分角線亦即爲倍中率也。既得辛己分角線。乃以辛己分角線爲弦。辛乙半徑爲股。求得乙己勾。倍之得戊己。即圓外切五等邊形之每一邊也。又自圓心至各角作分角線。即分





五等邊形爲五三角形，其辛乙中垂線，卽圓之半徑。故以所得圓外切五等邊形之每一邊，與半徑相乘，折半得辛戊己一三角形之面積，五倍之而得圓外切五等邊形之總面積也。

又法以全圓三百六十度，五分之，每分得七十二度，折半得三十六度，乃以半徑十萬爲一率，三十六度之正切七萬二千六百五十四爲二率，今所設之半

徑六寸爲三率，求得四率四寸三分五釐九

豪二絲四忽，倍之得八寸七分一釐八豪四

絲八忽爲圓外切五等邊形之每一邊，既得

五等邊形之每一邊，乃以半徑與每一邊之

數相乘折半，五因之，得一尺三寸七十七

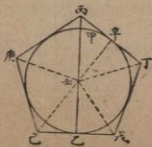
分七十二釐，爲圓外切五等邊形之面積也。

如圖甲乙圓徑一尺二寸，外切丙丁戊己庚

五等邊形，每一邊之弧皆七十二度。試將丙丁邊折半於辛，自圓心壬作壬辛半徑線，又作壬丙分角線，割圓界於甲，則甲辛弧爲三十六度，丙辛卽三十六度之正切，丙丁卽三十六度正切之倍，是故半徑十



一率	一〇〇〇〇〇
二率	七二六五四
三率	六
四率	四三五九二四



萬與三十六度之正切之比。即如所設之半徑六寸與丙辛之半邊之比。既得半邊。倍之即全邊也。

又用求圓外各形之一邊之定率比例。以定率之圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓外切五等邊形之每一邊七二六五四二五二爲二率。今所設之圓徑一尺二寸爲三率。求得四率八寸七分一釐八豪五絲一忽有餘。即圓外切五等邊形之每一邊也。

又用求圓外各形之面積之定率比例。以定率之圓徑自乘之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓外切五等邊形之面積九〇八一七六一六爲二率。今所設之圓徑一尺二寸。自乘得一尺四十四寸爲三率。求得四率一尺三十寸七十七分七十六釐有餘。即圓外切五等邊形之面積也。

又用圓面積之定率比例。以定率之圓面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓外切五等邊形之面積一一五六三二八三四爲二率。今所設之圓徑一尺二寸。求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐有餘。爲三率。求得四率一尺三十寸七十七分七十六釐。即圓外切五等邊形之面積也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七二六五四二五二
三率	一一二
四率	八七一八五一

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	九〇八一七八一六
三率	一四四
四率	一三〇七七七六

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一一五六三二八三四
三率	一一三〇九七三
四率	一三〇七七七六

設如圓徑一尺二寸求外切六等邊形之每一邊及面積幾何。

法以圓徑一尺二寸折半得半徑六寸自乘得三十六

寸三歸四因得四十八寸開方得六寸九分二釐八豪

二絲有餘即圓外切六等邊形之每一邊乃以每一邊

之六寸九分二釐八豪二絲有餘與半徑六寸相乘得

四十一寸五十六分九十二釐有餘折半得二十寸七

十八分四十六釐有餘六因之得一尺二十四寸七十

分七十六釐有餘即圓外切六等邊形之面積也如圖

甲乙圓徑一尺二寸外切丙丁戊己庚辛六等邊形試自圓心至各角作分角線即分六等邊形為六三

角形其壬乙半徑即每一三角形之中垂線而中垂線自乘之方為每邊自乘之

方之四分之一故以半徑自乘三歸四因開方即得圓外切六等邊形之每一邊

也既得每一邊與半徑相乘折半得壬戌己一三角形之面積六倍之而得圓外

切六等邊形之總面積也

又法以全圓三百六十度六分之每分得六十度折半得三十度乃以半徑十萬

為一率三十度之正切五萬七千七百三十五為二率今所設之半徑六寸為三

率求得四率三寸四分六釐四豪一絲倍之得六寸九分二釐八豪二絲為圓外



切六等邊形之每一邊。既得六等邊形之每一邊。乃以半徑與每一邊之數相乘折半。六因之。得一尺二十四寸七十分七十六釐。爲圓外切六等邊形之面積也。如圖甲乙。圓徑一尺二寸。外切丙丁戊己庚辛六等邊形。每一邊之弧皆六十度。試將丙丁邊折半於壬。自圓心癸作癸壬半徑線。又作癸丙分角線。割圓界於子。則子壬弧爲三十度。丙壬卽三十度之正切。丙丁卽三十度正切之倍。是故半徑十萬與三十度之正切之比。卽如所設之半徑六寸與丙壬之半邊之比。既得半邊倍之卽全邊也。

又用求圓外各形之一邊之定率比例。以定率之圓徑一〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓外切六等邊形之每一邊五七七三五〇二七爲二率。今所設之圓徑一尺二寸爲三率。求得四率六寸九分二釐八豪二絲有餘。卽圓外切六等邊形之每一邊也。

又用求圓外各形之面積之定率比例。以定率之圓徑自乘之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。

一率	一〇〇〇〇〇〇
二率	五七七三五
三率	六
四率	三四六四一〇

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五七七三五〇二七
三率	一一二
四率	六九二八二〇



圓外切六等邊形之面積八六六〇二五四〇爲二率。今所設之圓徑一尺二寸。自乘得一尺四十四寸爲三率。求得四率一尺二十四寸七十分七十六釐有餘。卽圓外切六等邊形之面積也。

又用圓面積之定率比例。以定率之圓面積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓外切六等邊形之面積一一〇二六五七八一爲二率。今所設之圓徑一尺二寸。求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐有餘爲三率。求得四率一尺二十四寸七十分七十六釐有餘。卽圓外切六等邊形之面積也。

設如圓徑一尺二寸。求外切七等邊形之每一邊及面積幾何。法以圓徑一尺二寸。求得內容七等邊形之每一邊爲五寸二分零六豪六絲有餘。又求得自圓心至每一邊之中垂線爲五寸四分零五豪八絲一忽有餘。乃以中垂線之數爲一率。每一邊之數爲二率。今所設之半徑六寸爲三率。求得四率五寸七分七釐八豪八絲九忽有餘。爲圓外切七等邊形之每一邊。爰以每一邊之五寸七分七釐八豪八絲



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八六六〇二五四〇
三率	一四四
四率	一五四七〇七六

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一一〇二六五七八一
三率	一一三〇九七三
四率	一二四七〇七六

一率	五四〇五八一
二率	五二〇六六〇
三率	六
四率	五七七八八九

九忽有餘。與半徑六寸相乘得三十四寸六十七分三十三釐有餘。折半得一十七寸三十三分六十六釐有餘。七因之得一尺二十一寸三十五分六十二釐有餘。即圓外切七等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。外切丙丁戊己庚辛壬七等邊形。先求得圓內容七等邊形之每一邊爲癸子。又求得圓心至每一邊之中垂線爲丑寅。以丑寅與癸子之比。即同於丑乙與己庚之比。爲相當比例四率也。又自圓心至各角作分角線。即分七等邊形爲七三角形。其丑乙中垂線。即圓之半徑。故以所得圓外切七等邊形之每一邊。與半徑相乘。折半得丑己庚一三角形之面積。七倍之而得圓外切七等邊形之總面積也。

又法以全圓三百六十度。七分之。每分得五十一度二十五分四十二秒有餘。折半得二十五度四十二分五十一秒有餘。乃以半徑十萬爲一率。二十五度四十二分五十一秒之正切四萬八千一百五十七爲二率。今所設之半徑六寸爲三率。求得四率二寸八分八釐九毫四絲二忽有餘。倍之得五寸七分七釐八毫八絲四忽有餘。爲圓外切七等邊形之每一邊。既得七等邊形之

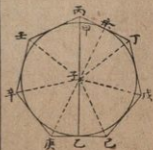


一率	一〇〇〇〇〇
二率	四八一五七
三率	六
四率	二八八九四二

每一邊乃以半徑與每一邊之數相乘折半。七因之得一尺二十一寸三十五分五十六釐有餘。爲圓外切七等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。外切丙丁戊己庚辛壬七等邊形。每一邊之弧皆五十一度二十五分四十二秒有餘。試將丙丁邊折半於癸。自圓心子作子癸半徑線。又作子丙分角線。割圓界於甲。則甲癸弧爲二十五度四十二分五十一秒有餘。丙癸卽二十五度四十二分五十一秒有餘之正切之倍。是故半徑十萬與二十五度四十二分五十一秒有餘之正切之比。卽如所設之半徑六寸與丙癸之半邊之比。既得半邊。倍之卽全邊也。

又用求圓外各形之一邊之定率比例。以定率之圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓外切七等邊形之每一邊四八一五七四六二爲二率。今所設之圓徑一尺二寸爲三率。求得四率五寸七分七釐八豪八絲九忽有餘。卽圓外切七等邊形之每一邊也。

又用求圓外各形之面積之定率比例。以定率之圓徑自乘之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓外切七等邊形之面積八四二七五五八爲二率。今所設之圓徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸爲



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	四八一五七四六二
三率	一一二
四率	五七七八八九

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八四二七五五八
三率	一四四
四率	一一一三五六八



三率求得四率一尺二十一寸三十五分六十八釐有餘。卽圓外切七等邊形之面積也。

又用圓面積之定率比例。以定率之圓面積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓外切七等邊形之面積一〇七三〇二九七四爲二率。今所設之圓徑一尺二寸求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐有餘爲三率。求得四率一尺二十一寸三十五分六十八釐有餘。卽圓外切七等邊形之面積也。

設如圓徑一尺二寸。求外切八等邊形之每一邊及面積幾何。

法以圓徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸倍之得二尺八十八寸。開方得一尺六寸九分七釐零五絲六忽有餘。內減圓徑一尺二寸餘四寸九分七釐零五絲六忽有餘。卽圓外切八等邊形之每一邊。乃以每一邊之四寸九分七釐零五絲六忽有餘與半徑六寸相乘得二十九寸八十二分三十三釐有餘。折半得一十四寸九十一分一十六釐有餘。八因之得一尺一十九寸二十九分二十八釐有餘。卽圓外切八等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。外切丙丁戊己庚辛壬癸



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一〇七三〇二九七四
三率	一一三〇九七三
四率	二二三五六八

八等邊形。試依甲乙圓徑度作子丑寅卯正方形。又作子寅對角斜線。於子寅對角斜線內。減與甲乙圓徑相等之辰巳。餘子辰巳寅兩段。即與圓外切八等邊形之丙丁一邊相等也。何則丙子丁勾股形。因子寅斜線平分爲子辰丙。子辰丁兩勾股形。與原形爲同式形。子辰丙勾股形之辰角。與丙子丁勾股形之子角。同爲直角。又同用一丙角。其餘一角必等。故爲同式形。

丙子既與子丁等。子辰必與丙辰等。而爲丙丁之一半。則子辰巳寅兩段。亦必與丙丁一邊等。故以圓徑自乘倍之開方而得對角斜線於斜線內減圓徑。即圓外切八等邊形之每一邊也。又自圓心至各角作分角線。即分八等邊形爲八三角形。其午乙中垂線。即圓之半徑。故以所得圓外切八等邊形之每一邊。與半徑相乘。折半得午巳庚一三角形之面積。八倍之而得圓外切八等邊形之總面積也。

又法以全圓三百六十度。八分之。每分得四十五度。折半得二十二度三十分。乃以半徑十萬爲一率。二十二度三十分之正切四萬一千四百二十一爲二率。今所設之半徑六寸爲三率。求得四率二寸四分八釐五毫二絲六忽。倍之得四寸九分七釐零五絲二忽。爲圓外切八等

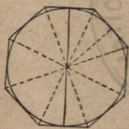


一率	一〇〇〇〇〇
二率	四一四二一
三率	六
四率	二四八五二六

邊形之每一邊既得八等邊形之每一邊乃以半徑與每一邊之數相乘折半八因之得一尺一十九寸二十九分二十四釐有餘爲圓外切八等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸外切丙丁戊己庚辛壬癸八等邊形每一邊之弧皆四十五度試將丙丁邊折半於子自圓心丑作丑子半徑線又作丑丙分角線割圓界於寅則寅子弧爲二十二度三十分丙子即二十二度三十分之正切丙丁即二十二度三十分之正切之倍是故半徑十萬與二十二度三十分之正切之比即如所設之半徑六寸與丙子之半邊之比既得半邊倍之即全邊也。

又用求圓外各形之一邊之定率比例以定率之圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率圓外切八等邊形之每一邊四一四二一三五六爲二率今所設之圓徑一尺二寸爲三率求得四率四寸九分七釐零五絲六忽有餘即圓外切八等邊形之每一邊也。

又用求圓外各形之面積之定率比例



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	四一四二一三五六
三率	一一二
四率	四九七〇五六



七豪六絲二忽有餘。爲圓外切九等邊形之每一邊。爰以每一邊之四寸三分六釐七豪六絲二忽有餘。與半徑六寸相乘。得二十六寸二十分五十七釐有餘。折半得一十三寸一十分二十八釐有餘。九因之。得一尺一十七寸九十二分五十七釐有餘。卽圓外切九等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。外切丙丁戊己庚辛壬癸子九等邊形。先求得圓內容九等邊形之每一邊。爲丑寅。又求得圓心至每一邊之中垂線。爲卯辰。以卯辰與丑寅之比。卽同於卯乙與庚辛之比。爲相當比例四率也。又自圓心至各角作分角線。卽分九等邊形爲九三角形。其卯乙中垂線。卽圓之半徑。故以所得圓外切九等邊形之每一邊。與半徑相乘折半。得卯庚辛一三角形之面積。九倍之。而得圓外切九等邊形之總面積也。

又法以全圓三百六十度。九分之。每分得四十度。折半得二十度。乃以半徑十萬爲一率。二十度之正切三萬六千三百九十七爲二率。今所設之半徑六寸爲三率。求得四率二寸一分八釐三豪八絲二忽。倍之得四寸三分六釐七豪六絲四忽。爲圓外切九等邊形之每一邊。既得九等邊形之每一邊。乃以半



一率	一〇〇〇〇〇
二率	三六三九七
三率	六
四率	二一八三八二



徑與每一邊之數相乘折半九因之得一尺一十七寸九十二分六十二釐有餘爲圓外切九等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸外切丙丁戊己庚辛壬癸子九等邊形每一邊之弧皆四十度試將丙丁邊折半於丑自圓心寅作寅丑半徑線又作寅丙分角線割圓界於甲則甲丑弧爲二十度丙丑卽二十度之正切丙丁卽二十度之正切之倍是故半徑十萬與二十度之正切之比卽如所設之半徑六寸與丙丑之半邊之比既得半邊倍之卽全邊也。

又用求圓外各形之一邊之定率比例以定率之圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率圓外切九等邊形之每一邊三六三九七〇二四爲二率今所設之圓徑一尺二寸爲三率求得四率四寸三分六釐七豪六絲四忽有餘卽圓外切九等邊形之每一邊也。

又用求圓外各形之面積之定率比例以定率之圓徑自乘之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率圓外切九等邊形之面積八一八九三三〇三爲二率今所設之圓徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸爲三率求得四率一尺一十七寸九十二分六十三



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三六三九七〇二四
三率	一一二
四率	四三六七六四

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八一八九三三〇三
三率	一四四
四率	一一七九二六三

釐有餘。卽圓外切九等邊形之面積也。

又用圓面積之定率比例。以定率之圓面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓外切九等邊形之面積一〇四二六九七九一爲二率。今所設之圓徑一尺二寸。求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐有餘。爲三率。求得四率一尺一十七寸九十二分六十五釐有餘。卽圓外切九等邊形之面積也。

設如圓徑一尺二寸。求外切十等邊形之每一邊及面積幾何。

法以圓徑一尺二寸求得內容十等邊形之每一邊爲三寸七分零八豪二絲有餘。又求得自圓心至每一邊之中垂線爲五寸七分零六豪三絲三忽有餘。乃以中垂線之數爲一率。每一邊之數爲二率。今所設之半徑六寸爲三率。求得四率三寸八分九釐九豪零三忽有餘。爲圓外切十等邊形之每一邊。爰以每一邊之三寸八分九釐九豪零三忽



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一〇四二六九七九一
三率	一一三〇九七三
四率	一一七九二六五

一率	五七〇六三三
二率	三七〇八二〇
三率	六
四率	三八九九〇三



有餘與半徑六寸相乘得二十三寸三十九分四十一釐有餘折半得一十一寸六十九分七十釐有餘十因之得一尺一十六寸九十七分七十二釐有餘即圓外切十等邊形之面積也如圖甲乙圓徑一尺二寸外切丙丁戊己庚辛壬癸子丑十等邊形先求得圓內容十等邊形之每一邊爲寅卯又求得圓心至每一邊之中垂線爲辰巳以辰巳與寅卯之比即同於辰乙與庚辛之比爲相當比例四率也又自圓心至各角作分角線即分十等邊形爲十三三角形其辰乙中垂線即圓之半徑故以所得圓外切十等邊形之每一邊與半徑相乘折半得辰庚辛一三角形之面積十倍之而得圓外切十等邊形之總面積也

又法以全圓三百六十度十分之每分得三十六度折半得十八度乃以半徑十萬爲一率十八度之正切三萬二千四百九十二爲二率今所設之半徑六寸爲三率求得四率一寸九分四釐九毫五絲二忽倍之得三寸八分九釐九毫零四忽爲圓外切十等邊形之每一邊既得十等邊形之每一邊乃以半徑與每一邊之數相乘折半



一率	一〇〇〇〇〇
二率	三二四九二
三率	六
四率	一九四九五二

十因之得。一尺一十六寸九十七分一十二釐。為圓外切十等邊形之面積也。如圖甲乙圓徑一尺二寸。外切丙丁戊己庚辛壬癸子丑十等邊形。每一邊之弧皆三十六度。試將丙丁邊折半於寅。自圓心卯作卯寅半徑線。又作卯丙分角線。割圓界於辰。則辰寅弧為十八度。丙寅即十八度之正切。丙丁即十八度之正切之倍。是故半徑十萬與十八度之正切之比。即如所設之半徑六寸與丙寅之半邊之比。既得半邊。倍之即全邊也。

又用求圓外各形之一邊之定率比例。以定率之圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇。

〇〇為一率。圓外切十等邊形之每一邊三二四九一九七〇為二率。今所設之圓徑一尺二寸為三率。求得四率三寸八分九釐九毫零三忽有餘。即圓外切十等邊形之每一邊也。

又用求圓外各形之面積之定率比例。

以定率之圓徑自乘之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。圓外切十等邊形之面積八一二二九九二四為二率。今所設之圓徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸為三率。求得四率一尺一十六寸九十七分一十釐有餘。即圓外切十等邊形之面積也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三二四九一九七〇
三率	一一二
四率	三八九九〇三

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八一二二九九二四
三率	一四四
四率	一一六九七一〇



又用圓面積之定率比例。以定率之圓面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓外切十等邊形之面積一〇三四二五一五二爲二率。今所設之圓徑一尺二寸。求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐有餘爲三率。求得四率一尺一十六寸九十七分一十釐有餘。卽圓外切十等邊形之面積也。



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一〇三四二五一五二
三率	一一三〇九七三
四率	一一六九七一〇



# 數理精蘊下編卷二十二

## 面部十二

### 各等邊形

設如五等邊形，每邊一尺二寸，問面積幾何。

法以全圓三百六十度，五分之，每分得七十二度，折半得三十六度，爰以三十六度之正弦五萬八千七

百七十九爲一率，半徑

十萬爲二率，今所設之

五等邊形之每邊一尺

二寸，折半得六寸爲三

率，求得四率一尺零二

分零七豪七絲二忽有

餘，爲五等邊形外切圓之半徑，或用求圓內容五等邊形之一邊之定率比例以定率之圓內容五等邊

形之每邊五八七七八五二五爲一率，圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率，今所設之五等邊形之每邊

一尺二寸爲三率，求得四率二尺零四分一釐五豪六絲一忽有餘，折半得一尺零二分零七豪八絲有



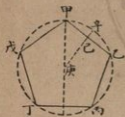
一率	五八七七九
二率	一〇〇〇〇〇
三率	六
四率	一〇二〇七七二

一率	五八七七八五二五
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	二〇四一五六一

餘爲五等邊形外切圓之半徑。乃以此半徑爲弦。五等邊形之每邊折半爲勾。求得股八寸二分五釐八毫二絲七忽有餘。爲五等邊形之中心至每邊正中之垂線。或以三十六度之正弦五萬八千七百七十九爲一率。三十六度之餘弦八萬零九百零二爲二率。今所設之五等邊形之每邊之半六寸爲三率。求得四率八寸二分五釐八毫二絲五忽有餘。爲五等邊形之中心至每邊正中之垂線。既得此垂線。乃與每邊折半之數相乘。得四十九寸五十四分九十釐有餘。五因之。得二尺四十七寸七十四分五十釐有餘。卽五等邊形之面積也。如圖甲乙丙丁戊五等邊形。試作一外切圓形。則每邊之弧皆爲七十二度。將甲乙邊折半於己。自

圓心庚作庚己辛半徑線。遂平分甲乙弧於辛。則甲辛弧爲三十六度。甲己卽三十六度之正弦。庚己卽三十六度之餘弦。是故三十六度之正弦與半徑十萬之比。卽如今所設之每邊之半甲己與所得之半徑甲庚之比。又三十六度之正弦與三十六度之餘弦之比。卽如今所設之每邊之半甲己與所得之垂線庚己之比也。此卽圖內容五等邊形之法而轉用之也。

又法以三十六度之正切七萬二千六百五十四爲一率。半徑十萬爲二率。今所設之五等邊



一率	五八七七九
二率	八〇九〇二
三率	六
四率	八二五八二五

一率	七二六五四
二率	一〇〇〇〇〇
三率	六
四率	八二五八三二

形之每邊之半六寸爲三率。求得四率八寸二分五釐八豪三絲二忽有餘。爲五等邊形內容圓之半徑。或用求圓外切五等邊形之一邊之定率比例。以定率之圓外切五等邊形之每邊七二六五四二五二爲一率。圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之五等邊形之每邊一尺二寸爲三率。求得四率一尺六寸五分一釐六豪五絲八忽有餘。折半得八寸二分五釐八豪二絲九忽有餘。爲五等邊形內容圓之半徑。即五等邊形之中心至每邊正中之垂線。乃與每邊折半之數相乘。五因之。得二尺四十七寸七十四分八十七釐有餘。爲五等邊形之面積也。如圖甲乙丙丁戊五等形邊。試作一內容圓形。自甲角過圓心已作甲己庚線。遂平分丙丁邊於庚。則丙庚卽三十六度之正切。故以三十六度之正切與半徑十萬之比。同於今所設之每邊之半。丙庚與所得之內容圓半徑已庚之比。此卽圓外切五等邊形之法而轉用之也。

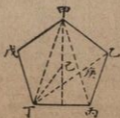
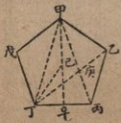
又法用連比例三率有中率求末率之法。以每邊一尺二寸爲中率。求得末率七寸四分一釐六豪四絲有餘。中率求末率。卽如首率求中率也。乃以末率與中率相加。得一尺九寸四分一釐六豪四絲有餘。爲首率。卽五等邊形兩角相對之斜線。乃以此斜線爲弦。每邊之半爲勾。求得股一尺八

一率	七二六五四二五二
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	一六五一六五八



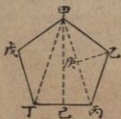
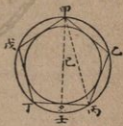


寸四分六釐六豪零九忽有餘。爲五等邊形中心至每邊正中之垂線與分角線之和。即五等邊形自一角至每邊正中之垂線。復以此垂線爲首率。每邊之半爲中率。求得末率一寸九分四釐九豪五絲二忽。爲五等邊形中心至每邊正中之垂線與分角線之較。乃以此較數與先所得和數相加。得二尺零四分一釐五豪六絲一忽有餘。折半得一尺零二分零七豪八絲有餘。爲五等邊形之分角線。即五等邊形外切圓之半徑。仍以此較數與先所得和數相減。得一尺六寸五分一釐六豪五絲七忽有餘。折半得八寸二分五釐八豪二絲八忽有餘。爲五等邊形中心至每邊正中之垂線。即五等邊形內容圓之半徑。乃以此垂線與每邊之半相乘。五因之。得二尺四十七寸七十四分八十四釐有餘。即五等邊形之面積也。如圖甲乙丙丁戊五等邊形。己爲五等邊形之中心。試自甲角至丙丁二角。作甲丙甲丁二線。成甲丙丁三角形。又自丁角至乙角。作丁乙線。截甲丙線於庚。則又成丁庚丙三角形。此兩三角形爲同式形。故甲丙線爲首率。即理分中末線之全分。丙丁邊爲中率。即理分中末線之大分。而所截之甲庚一段與丙丁邊等。亦爲中率。庚丙一段即爲末率。即理分中末線之小分。其比例爲甲丙首率與丙丁中率之比。即同於丙丁中率與庚丙末率之比。故按連比例三率有中率求末率之法。求得庚丙末率。與甲庚中率相加。即得甲丙首率。爲兩角相對斜線。爰用甲丙斜線爲弦。丙辛每邊之半爲勾。求得甲辛股。爲己辛中心至邊之垂線與甲己分



角線之和。既得甲辛線。則用連比例有首率中率末率之法。以甲辛爲首率。丙辛爲中率。求得辛壬末率。即己辛中心至邊之垂線與甲己分角線之較。既得辛壬與甲辛相加折半得甲己。即分角線又爲五等邊形外切圓之半徑。以辛壬與甲辛相減折半得己辛。即中心至每邊之垂線。又爲五等邊形內容圓之半徑。既得己辛垂線與丙丁每邊之半。丙辛相乘得己丙丁一三角形之面積。五倍之即五等邊形之面積也。

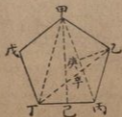
又既得五等邊形兩角相對之斜線。與自一角至每邊正中之垂線。求面積捷法。以所得末率七寸四分一釐六豪四絲有餘。加每邊之半六寸得一尺三寸四分一釐六豪四絲有餘。與自一角至每邊正中之垂線一尺八寸四分六釐六豪零九忽有餘相乘。得二尺四十七寸七十四分八十四釐有餘。即五等邊形之面積也。如圖甲乙丙丁戊五等邊形。自甲角至丙丁二角作甲丙甲丁二線。遂成甲丙丁甲乙丙甲戊丁三三角形。又自甲至己作甲己垂線。則甲己垂線與丙己每邊之半相乘。即得甲丙丁三角形面積。



又自乙角至甲丙線上作乙庚垂線。則乙庚垂線與甲丙斜線相乘。即得甲乙丙、甲戊丁兩三角形之共面積。然無乙庚之數。今試自丁角至乙角作丁乙斜線。截甲丙斜線於辛。則甲辛與丁辛等。俱爲中率。乙辛與辛丙等。俱爲末率。又成乙辛庚勾股形。與甲丙己勾股形爲同式形。丁辛丙三角形之辛角。原與丙角等。而與乙辛庚勾股形之辛角爲對角。其度亦等。庚角與己角又同爲直角。其餘一角亦必等。所以爲同式形。故甲丙爲一率。甲己爲二率。乙辛爲三率。乙庚爲四率。凡二率三率相乘。與一率四率相乘之數等。今以甲己垂線與乙辛末率相乘。必與乙庚垂線與甲丙斜線相乘之積等。是即甲乙丙、甲戊丁兩三角形之共積矣。故以乙辛末率與丙己每邊之半相加。而與甲己垂線相乘。即得甲乙丙丁戊五等邊形之面積也。

又法用邊線相等面積不同之定率比例。以定率之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇爲一率。五等邊形面積一七二〇四七七四一爲二率。今所設之五等邊形之每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸爲三率。求得四率二尺四十七寸七十四分八十七釐有餘。即五等邊形之面積也。蓋五等邊形之每一邊爲一〇〇〇〇。則其自乘之正方面積爲

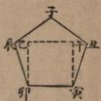
一率	一〇〇〇〇〇〇〇
二率	一七二〇四七七四一
三率	一四四
四率	二四七七七八七



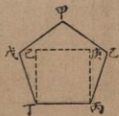
一〇〇〇〇〇〇〇。而五等邊形之每一邊一〇〇〇〇。所得之五等邊形面積爲一七二〇四七七四一。故以子丑寅卯辰五等邊形之寅卯一邊一〇〇〇〇。自乘之寅卯巳午正方面積一〇〇〇〇〇。

○○○與子丑寅卯辰五等邊形面積一七二〇四七七  
 四一之比。即同於今所設之甲乙丙丁戊五等邊形之每  
 一邊一尺二寸自乘之丙丁己庚正方面積一尺四十四  
 寸。與今所得之甲乙丙丁戊五等邊形面積二尺四十七  
 寸七十四分八十七釐有餘之比也。

又法用面積相等邊線不同之定率比例。以定率之五等  
 邊形之每邊七六二三八七〇五爲一率。正方形之每邊  
 一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之五等邊形之每  
 邊一尺二寸爲三率。求得四率一尺五寸七分四釐零三  
 忽有餘。爲與五等邊形面積相等之正方形每邊之數。自  
 乘得二尺四十七寸七十四分八十五釐有餘。即五等邊  
 形之面積也。蓋五等邊形之每邊爲七六二三八七〇五。  
 正方形之每邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。則兩面積相等。  
 故以子丑寅卯辰五等邊形之寅卯一邊七六二三八七  
 〇五。與巳午未申正方形之午未一邊一〇〇〇〇〇〇〇  
 〇〇之比。即同於今所設之甲乙丙丁戊五等邊形之丙



一率	七六二三八七〇五
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一一
四率	一五七四〇〇三



丁一邊一尺二寸。與今所得之己庚辛壬正方形之庚辛一  
 邊一尺五寸七分四釐零三忽有餘之比。既得庚辛一  
 邊。自乘得己庚辛壬正方面積。即與甲乙丙丁戊五等邊  
 形之面積爲相等也。

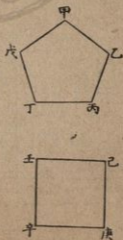
如有五等邊形之面積二尺四十七寸七十四分八十七  
 釐。求每邊之數。則用邊線相等面積不同之定率比例。以

定率之五等邊形之面積一七二〇四七七四一爲一率。正方形之面積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。  
 今所設之五等邊形之面積二尺四十七寸七十四分八十七釐爲三率。求得四率一尺四十四寸。開方  
 得一尺二寸。即五等邊形之每一邊也。此法蓋因五等邊形之每邊與正方形之每邊相等。五等邊形之  
 面積與正方形之面積不同。故先定爲  
 面與面之比例。既得面積而後開方得  
 線也。

又法用面積相等邊線不同之定率比  
 例。以定率之正方形之每邊一〇〇〇〇

〇〇〇〇〇爲一率。五等邊形之每邊

七六二三八七〇五爲二率。今所設之五等邊形之面積二尺四十七寸七十四分八十七釐。開方得一



一率	一七二〇四七七四一
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	二四七七四八七
四率	一四四

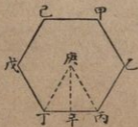
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七六二三八七〇五
三率	一五七四〇〇三
四率	一二

尺五寸七分四釐零三忽有餘爲三率求得四率一尺二寸卽五等邊形之每一邊也。此法蓋因五等邊形之面積與正方形之面積相等。五等邊形之每邊與正方形之每邊不同。故以五等邊形之面積先開方。既得方邊。而後爲線與線之比例也。

設如六等邊形每邊一尺二寸。問面積幾何。

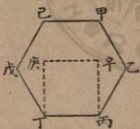
法因六等邊形之每邊與分角線卽六等邊形外切圓之半徑相等。故卽以每邊一尺二寸爲弦。每邊之半六寸爲勾。求得股一尺零三分九釐二毫三絲有餘。爲六等邊形中心至每邊正中之垂線。卽六等邊形內容圓之半徑。乃以此垂線與每邊之半相乘。六因之。得三尺七十四寸一十二分二十八釐有餘。卽六等邊形之面積也。如圖甲乙丙丁戊己六等邊形。庚爲六等邊形之中心。其庚丙分角線與丙丁類每邊等。故以庚丙爲弦。每邊之半丙辛爲勾。求得庚辛股。卽六等邊形中心至每邊正中之垂線。既得垂線。與丙丁之半丙辛相乘。得庚丙丁一三角形面積。六倍之。卽六等邊形之面積也。

又法用邊線相等而積不同之定率比例。以定率之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。六等邊形面積二五九八〇七六二〇爲二率。今所設之六等邊形之每邊一尺二寸。自乘得一尺四十四寸爲三率。求得四率三尺七十四寸一十二分二十九釐有餘。卽六等邊形之面積也。蓋六等邊形之

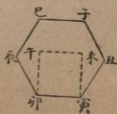


每一邊爲一〇〇〇〇，則其自乘之正方形面積爲  
 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇，而六等邊形之每一邊一  
 〇〇〇〇所得之六等邊形面積爲二五九八〇  
 七六二〇，故以子丑寅卯辰巳六等邊形之寅卯  
 一邊一〇〇〇〇〇〇自乘之寅卯午未正方形面積一  
 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇，與子丑寅卯辰巳六等邊形  
 面積二五九八〇七六二〇之比，卽同於今所設  
 之甲乙丙丁戊己六等邊形之每一邊一尺二寸  
 自乘之丙丁庚辛正方形面積一尺四十四寸，與今  
 所得之甲乙丙丁戊己六等邊形面積三尺七十  
 四寸一十二分二十九釐有餘之比也。  
 又法用面積相等邊線不同之定率比例，以定率  
 之六等邊形之每邊六二〇四〇三二四爲一率，  
 正方形之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率，今所設之六等邊形之每邊一尺二寸爲三率，求得四率  
 一尺九寸三分四釐二毫二絲五忽有餘，爲與六等邊形面積相等之正方形每邊之數，自乘得三尺七  
 十四寸一十二分二十六釐有餘，卽六等邊形之面積也。蓋六等邊形之每邊爲六二〇四〇三二四，正

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	二五九八〇七六二〇
三率	一四四
四率	三七四一二二九



一率	六二〇四〇三二四
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	一九三四二二五







不同。故先定爲面與面之比例。既得面積而後開方得線也。

又法用面積相等邊線不同之定率比例。以定率之正方形之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。六等邊形之每邊六二〇四〇三二四爲二率。今所設之六等邊形之面積三尺七十四寸一十二分二十九釐。開方得一尺九寸三分四釐二豪二絲五忽有餘。爲三率。求得四率一尺二寸。卽六等邊形之一邊也。此法蓋因六等邊形之面積與正方形之面積相等。六等邊形之每邊與正方形之每邊不同。故以六等邊形之面積先開方。既得方邊。而後爲線與線之比例也。

設如七等邊形。每邊一尺二寸。問面積幾何。

法以全圓三百六十度。七分之。每分得五十一度二十五分四十二秒有餘。折半得二十五度四十二分五十一秒有餘。爰以二十五度四十二分五十一秒有餘之正弦。四萬三千三百八十八爲一率。半徑十萬爲二率。今所設之七等邊形之每邊一尺二寸。折半得六寸爲三率。求得四率一尺三寸八分二釐八豪七絲有餘。爲



〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。六等

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	六二〇四〇三二四
三率	一九三四二二五
四率	一二

一率	四三三八八
二率	一〇〇〇〇〇
三率	六
四率	一三八二八七〇

七等邊形外切圓之半徑。或用求圓內容七等邊形之一邊之定率比例。以定率之圓內容七等邊形之每邊四三三八八三七四爲一率。圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之七等邊形之每邊一尺二寸爲三率。求得四率二尺七寸六分五釐七豪一絲七忽有餘。折半得一尺三寸八分二釐八豪五絲八忽有餘。爲七等邊形外切圓之半徑。乃以此半徑爲弦。七等邊形之每邊折半爲勾。求得股一尺二寸四分五釐九豪二絲五忽有餘。爲七等邊形之中心至每邊正中之垂線。或以二十五度四十二分五十一秒有餘之正弦四萬三千三百八十八爲一率。二十五度四十二分五十一秒有餘之餘弦九萬零九十七爲二率。今所設之七等邊形之每邊之半六寸爲三率。求得四率一尺二寸四分五釐九豪二絲五忽有餘。爲七等邊形之中心至每邊正中之垂線。既得此垂線。乃與每邊折半之數相乘。得七十四寸七十五分五十五釐有餘。七因之。得五尺二十三寸二十八分八十五釐有餘。卽七等邊形之面積也。如圖甲乙丙丁戊己庚七等邊形。試作一外切圓形。則每邊之弧皆爲五十一度二十五分四十二秒有餘。將甲乙邊折半於辛。自圓心壬作壬辛癸半徑線。遂平分甲乙弧於癸。則甲癸弧爲二十五度四十二分五十一秒有餘。甲辛卽二十五度四十二分五十一秒有餘之正弦。壬辛卽二十五

一率	四三三八八三七四
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	二七六五七一七

一率	四三三八八
二率	九〇〇九七
三率	六
四率	一二四五九二五

度四十二分五十一秒有餘之餘弦。是故二十五度四十二分五十一秒有餘之正弦。與半徑十萬之比。即如今所設之每邊之半甲辛。與所得之半徑甲壬之比。又二十五度四十二分五十一秒有餘之正弦。與二十五度四十二分五十一秒有餘之餘弦之比。即如今所設之每邊之半甲辛。與所得之垂線壬辛之比也。此即圓內容七等邊形之法而轉用之也。

又法以二十五度四十二分五十一秒有餘之正切四萬八千一百五

十七爲一率。半徑十萬爲二率。今所設之七等邊形之每邊之半六寸爲三率。求得四率一尺二寸四分

五釐九豪二絲四忽有餘。爲七等邊形內容

圓之半徑。或用求圓外切七等邊形之一邊

之定率比例。以定率之圓外切七等邊形之

每邊四八一五七四六二爲一率。圓徑一〇

〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之七等邊

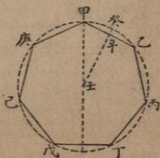
形之每邊一尺二寸爲三率。求得四率二尺

四寸九分一釐八豪二絲五忽有餘。折半得一尺二寸四分五釐九豪一絲二忽有餘。爲七等邊形內容

圓之半徑。即七等邊形之中心至每邊正中之垂線。乃與每邊折半之數相乘。七因之。得五尺二十三寸

一率	四八一五七
二率	一〇〇〇〇〇
三率	六
四率	一二四五九二四

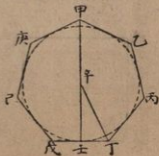
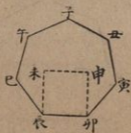
一率	四八一五七四六二
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一一
四率	二四九一八二五



二十八分三十釐有餘。卽七等邊形之面積也。如圖甲乙丙丁戊己庚七等邊形。試作一內容圓形。自甲角過圓心辛作甲辛壬線。遂平分丁戊邊於壬。則丁壬卽二十五度四十二分五十一秒有餘之正切。故以二十五度四十二分五十一秒有餘之正切。與半徑十萬之比。同於今所設之每邊之半丁壬。與所得之內容圓半徑辛壬之比也。此卽圖外切七等邊形之法而轉用之也。

又法用邊線相等面積不同之定率比例。以定率之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。七等邊形面積三六三三九一二四〇爲二率。今所設之七等邊形之每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸爲三率。求得四率五尺二十三寸二十八分三十三釐有餘。卽七等邊形之面積也。蓋七等邊形之每一邊爲一〇〇〇〇〇〇。則其自乘之正方面積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。而七等邊形之每一邊一〇〇〇〇〇〇。所得之七等邊形面積爲三六三三九一二四〇。故以子丑寅卯辰巳午七等邊形之卯辰一邊一〇〇〇〇〇〇。與子丑寅卯辰巳午七等邊形面積三六三三九一二

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三六三三九一二四〇
三率	一四四
四率	五二二八三三



二四〇之比。即同於今所設之甲乙丙丁戊己庚七等邊形之每一邊一尺二寸自乘之。丁戊辛壬正方面積一尺四十四寸。與今所得之甲乙丙丁戊己庚七等邊形面積五尺二十三寸二十八分三十三釐有餘之比也。

又法用面積相等邊線不同之定率比例。以定率之七等邊形之每邊五二四五八一二六爲一率。正方形之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之七等邊形之每邊一尺二寸爲三率。求得四率二尺二寸八分七釐五毫三絲八忽有餘。爲與七等邊形面積相等之正方形每邊之數。自乘得五尺二十三寸二十八分三十釐有餘。即七等邊形之面積也。蓋七等邊形之

每邊爲

五二四

五八一

二六正

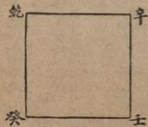
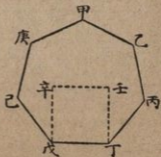
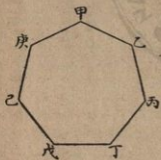
方形之

每邊爲

一〇〇〇

〇〇〇

一率	五二四五八一二六
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一一二
四率	二二八七五三八



○○○則兩面積相等。故以子丑寅卯辰巳午七等邊形之卯辰一邊五二四五八一二六與未申酉戌正方形之申酉一邊一○○○○○之比。即同於今所設之甲乙丙丁戊己庚七等邊形之丁戊一邊一尺二寸。與今所得之辛壬癸乾正方形之壬癸一邊二尺二寸八分七釐五毫三絲八忽有餘之比。既得壬癸一邊。自乘得辛壬癸乾正方面積。即與甲乙丙丁戊己庚七等邊形之面積爲相等也。如有七等邊形之面積五尺二十三寸二十八分三十三釐。求每邊之數。則用邊線相等面積不同之定率比例。以定率之七等邊形之面積三六三三九一二四○爲一率。正方形之面積一○○○○○爲二率。今所設之七等邊形之面積五尺二十三寸二十八分三十三釐爲三率。求得四率一尺四十四寸。開方得一尺二寸。即七等邊形之每一邊也。此法蓋因七等邊形之每邊與正方形之每邊相等。七等邊形之面積與正方形之面積不同。故先定爲面與面之比例。既得面積而後開方得線也。

又法用面積相等邊線不同之定率比例。以定率之正方形之每邊一○○○○○爲一率。七等邊形之每邊五二四五八一二六爲二率。今所設之七等邊形之面積五尺二十三寸二十八分三十三釐。開方得二尺二寸八分七釐五毫三絲八忽有餘爲三率。求得四率一

一率	三六三三九一二四○
二率	一○○○○○
三率	五二二三二八三三
四率	一四四

一率	一○○○○○
二率	五二四五八一二六
三率	二二八七五三八
四率	一一



尺二寸。卽七等邊形之每一邊也。此法蓋因七等邊形之面積與正方形之面積相等。七等邊形之每邊與正方形之每邊不同。故以七等邊形之面積先開方。既得方邊。而後爲線與線之比例也。

設如八等邊形。每邊一尺二寸。問面積幾何。法以全圓三百六十度。八分之。每分得四十五度。折半得二十二度三十分。爰以二十二度三十分之正弦三萬八千二百六十八爲一率。半徑十萬爲二率。今所設之八等邊形之每邊一尺二寸。折半得六寸爲三率。求得四率一尺五寸六分七釐八豪八絲九忽有餘。爲八等邊形外切圓之半徑。或用求圓內



一率	三 八 二 六 八
二率	一 〇 〇 〇 〇 〇
三率	六
四率	一 五 六 七 八 八 九

容八等邊形之一邊之定率比例。以定率之圓內容八等邊形之每邊三八二六八三四三爲一率。圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之八等邊形之每邊一尺二寸爲三率。求得四率三尺一寸三分五釐七豪五絲一忽有餘。折半得一尺五寸六分七釐八豪七絲五忽有餘。爲八等邊形外切圓之半徑。乃以此半徑爲弦。八等邊形之每邊折

一率	三 八 二 六 八 三 四 三
二率	一 〇 〇 〇 〇 〇 〇 〇
三率	一 二
四率	三 一 三 五 七 五 一

半爲勾。求得股一尺四寸四分八釐五豪二絲七忽有餘。爲八等邊形

之中心至每邊正中垂線或以二十二度三十分之正弦三萬八千  
 二百六十八爲一率二十二度三十分之餘弦九萬二千三百八十八  
 爲二率今所設之八等邊形之每邊之半六寸爲三率求得四率一尺  
 四寸四分八釐五毫四絲一忽有餘爲八等邊形之中心至每邊正中  
 之垂線既得此垂線乃與每邊折半之數相乘得八十六寸九十一分  
 二十四釐有餘八因之得六尺九寸五分二十九分九十二釐有餘即  
 八等邊形之面積也如圖甲乙丙丁戊己庚辛八等邊形試作一外切  
 圓形則每邊之弧皆爲四十五度將甲乙邊折半於壬自圓心癸作癸  
 壬子半徑線遂平分甲乙弧於子則甲子弧爲二十二度三十分甲壬  
 即二十二度三十分之正弦癸壬即二十二度三十分之餘弦是故二  
 十二度三十分之正弦與半徑十萬之比即如今所設之每邊之半甲  
 壬與所得之半徑甲癸之比又二十二度三十分之正弦與二十二度  
 三十分之餘弦之比即如今所設之每邊之半甲壬與所得之垂線癸  
 壬之比也此即圖內容八等邊形之法而轉用之也

又法以二十二度三十分之正切四萬一千四百二十一爲一率半徑十萬爲二率今所設之八等邊形  
 之每邊之半六寸爲三率求得四率一尺四寸四分八釐五毫四絲有餘爲八等邊形內容圓之半徑或



一率	三八二六八
二率	九二三八八
三率	六
四率	一四四八五四一

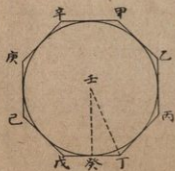
用求圓外切八等邊形之一邊之定率比例  
 以定率之圓外切八等邊形之每邊四一四  
 二一三五六爲一率。圓徑一〇〇〇〇〇〇〇  
 〇〇爲二率。今所設之八等邊形之每邊一  
 尺二寸爲三率。求得四率二尺八寸九分七  
 釐零五絲六忽有餘。折半得一尺四寸四分

一率	四一四二一
二率	一〇〇〇〇〇〇
三率	六
四率	一四四八五四〇

一率	四一四二一三五六
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	二八九七〇五六

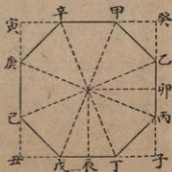
八釐五豪二絲八忽有餘。爲八等邊形內容圓之半徑。卽八等邊形之中心至每邊正中之垂線。乃與每  
 邊折半之數相乘。八因之。得六尺九寸五分二十九分三十四釐有餘。爲八等邊形之面積也。如圖甲乙  
 丙丁戊己庚辛八等邊形。試作一內容圓形。自圓心壬作壬癸中心  
 至每邊正中之垂線。遂平分丁戊邊於癸。則丁癸卽二十二度三十  
 分之正切。故以二十二度三十分之正切與半徑十萬之比。同於今  
 所設之每邊之半丁癸與所得之內容圓半徑壬癸之比也。此卽圓外  
 切八等邊形之法而轉用之也。

又法以每邊一尺二寸。自乘得一尺四十四寸。折半得七十二寸。開  
 方得八寸四分八釐五豪二絲八忽有餘。與每邊之半六寸相加。得  
 一尺四寸四分八釐五豪二絲八忽有餘。爲自中心至每邊正中之



垂線。乃以此垂線與每邊之半相乘。八因之。得六尺九十五寸二十九分三十四釐。爲八等邊形之面積也。如圖甲乙丙丁戊己庚辛八等邊形。壬爲八等邊形之中心。試將辛甲乙丙丁戊己庚四邊俱引長相交。遂成癸子丑寅正方形。其四角丙子丁類勾股相等之四勾股形之弦。卽八等邊形之每一邊。故以丙丁一邊自乘折半開方。得丙子。或子丁於丙子內再加乙丙邊之半卯丙。得卯子。與壬辰等。卽八等邊形自中心至每邊正中之垂線。既得垂線。與每邊之半相乘。八因之。卽得八等邊形之面積也。

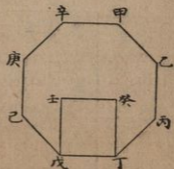
又法用邊線相等面積不同之定率比例。以定率之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。八等邊形面積四八二八四二七一二爲二率。今所設之八等邊形之每邊一尺二寸。自乘得一尺四十四寸爲三率。求得四率六尺九十五寸二十九分三十五釐有餘。卽八等邊形之面積也。蓋八等邊形之每一邊爲一〇〇〇〇。則其自乘之正方面積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。而八等邊形之每一邊一〇〇〇〇所得之八等邊形面積爲四八二八四二七一二。故以子丑寅卯辰巳午未八等邊形之卯辰一邊一〇〇〇〇自乘之卯辰申酉正方面積一〇〇〇〇〇〇〇。與子丑寅卯辰巳午未八等邊形面積四八二八四二七一二之比。卽同於今所設之甲



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	四八二八四二七一二
三率	一四四
四率	六九五二九三五

乙丙丁戊己庚辛八等邊形之每一邊一尺二寸自乘之丁戊壬癸正方面積一尺四十四寸與今所得之甲乙丙丁戊己庚辛八等邊形面積六尺九十五寸二十九分三十五釐有餘之比也。

又法用面積相等邊線不同之定率比例以定率之八等邊形之每邊四五五〇八九八五爲一率。正方形之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之八等邊形之每邊一尺二寸爲三率。求得四率二尺六寸三分六釐八毫四絲一忽有餘。爲與八等邊形面積相等之正方形每邊之數。自乘得六尺九十五寸二十九分三十五釐有餘。卽八等邊形之面積也。蓋八等邊形之每邊爲四五五〇八九五。正方形之每邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。則兩面積相等。故以子丑寅卯辰巳午未八等邊形之卯辰一邊四五五〇八九八五。與申酉戌亥正方形



一率	四五五〇八九八五
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	二六三六八四一





二率。今所設之八等邊形之面積六尺九十五寸二十九分三十五釐。開方得二尺六寸三分六釐八豪四絲一忽有餘爲三率。求得四率一尺二寸。卽八等邊形之每一邊也。此法蓋因八等邊形之面積與正方形之面積相等。八等邊形之每一邊與正方形之每一邊不同。故以八等邊形之面積先開方。既得方邊。而後爲線與線之比例也。

設如九等邊形。每邊一尺二寸。問面積幾何。法以全圓三百六十度。九分之。每分得四十度。折半得二十度。爰以二十度之正弦三萬四千二百零二爲一率。半徑十萬爲二率。今所設之九等邊形之每一邊一尺二寸。折半得六寸爲三率。求得四率一尺七寸五分四釐二豪八絲三忽有餘。爲九等邊形外切圓之半徑。或用求圓內容九等邊形之一邊之定



一率	三四二〇二
二率	一〇〇〇〇〇
三率	六
四率	一七五四二八三

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	四五五〇八九八五
三率	二六三六八四一
四率	一二

率比例。以定率之圓內容九等邊形之每一邊三四二〇二〇一四爲一率。圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之九等邊形之每一邊一尺二寸爲三率。求得四率三尺五寸零八釐五豪六絲五忽有餘。折半得一尺七寸五分四釐二豪八絲三忽有餘。爲九等邊形外切圓之半徑。乃以此半徑爲弦。九等邊形

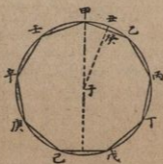


之每邊折半爲勾。求得股一尺六寸四分八釐四豪八絲六忽有餘。爲九等邊形之中心。至每邊正中。之垂線。或以二十度之正弦三萬四千二百零二爲一率。二十度之餘弦九萬三千九百六十九爲二率。今所設之九等邊形之每邊之半六寸爲三率。求得四率一

一率	三四二〇二〇一四
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	三五〇八五六五

尺六寸四分八釐四豪八絲二忽有餘。爲九等邊形之中心。至每邊正中之垂線。既得此垂線。乃與每邊折半之數相乘。得九十八寸九十分八十九釐有餘。九因之。得八尺九寸一十八分零一釐有餘。卽九等邊形之面積也。如圖甲乙丙丁戊己庚辛壬九等邊形。試作一外切圓形。則每邊之弧。皆爲四十度。將甲乙邊折半於癸。自圓心子作子癸丑半徑線。遂平分甲乙弧於丑。則甲丑弧爲二十度。甲癸卽二十度之正弦。子癸卽二十度之餘弦。是故二十度之正弦與半徑十萬之比。卽如今所設之每邊之半甲癸與所得之半徑甲子之比。又二十度之正弦與二十度之餘弦之比。卽如今所設之每邊之半甲癸與所得之垂線子癸之比也。此卽圓內容九等邊形之法而轉用之也。

一率	三四二〇二
二率	九三九六九
三率	六
四率	一六四八四八二



又法以二十度之正切三萬六千三百九十七爲一率，半徑十萬爲二率，今所設之九等邊形之每邊之半六寸爲三率，求得四率一尺六寸四分八釐四豪八絲七忽有餘，爲九等邊形內容圓之半徑，或用求圓外切九等邊形之一邊之定率比例，以定率之圓外切

一率	三六三九七
二率	一〇〇〇〇〇
三率	六
四率	一六四八四八七

一率	三六三九七〇二四
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	三二九六九七二

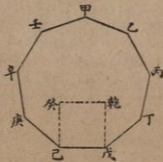
九等邊形之每邊三六三九七〇二四爲一率，圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率，今所設之九等邊形

之每邊一尺二寸爲三率，求得四率三尺二寸九分六釐九豪七絲二忽有餘，折半得一尺六寸四分八釐四豪八絲六忽有餘，爲九等邊形內容圓之半徑，即九等邊形之中心至每邊正中之垂線，乃與每邊折半之數相乘，九因之，得八尺九寸一十八分一十九釐有餘，爲九等邊形之面積也。如圖甲乙丙丁戊己庚辛壬九等邊形，試作一內容圓形，自甲角過圓心癸作甲癸子線，遂平分戊己邊於子，則戊子即二十度之正切，故以二十度之正切與半徑十萬之比，同於今所設之每邊之半戊子與所得之內容圓半徑癸子之比也。此即圓外切九等邊形之法

而轉用之也。



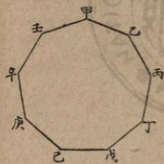
又法用邊線相等面積不同之定率比例以定率之正方面積一〇〇〇〇  
 〇〇〇〇爲一率九等邊形面積六一八二四二〇爲二率今所設之  
 九等邊形之每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸爲三率求得四率八尺  
 九十寸一十八分二十六釐有餘卽九等邊形之面積也蓋九等邊形之每  
 一邊爲一〇〇〇〇則其自乘之正方面積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇而九  
 等邊形之每一邊一〇〇〇〇所得之九等邊形面積爲六一八二四  
 二〇故以子丑寅卯辰巳午未申九等邊形之辰  
 巳一邊一〇〇〇〇自乘之辰巳酉戌正方面積  
 一〇〇〇〇〇〇〇〇與子丑寅卯辰巳午未申  
 九等邊形面積六一八二四二〇之比卽同  
 於今所設之甲乙丙丁戊己庚辛壬九等邊形之  
 每一邊一尺二寸自乘之戊己癸乾正方面積一  
 尺四十四寸與今所得之甲乙丙丁戊己庚辛壬  
 九等邊形面積八尺九十寸一十八分二十六釐有餘之比也



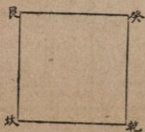
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	六一八二四二〇
三率	一四四
四率	八九〇一八二六

又法用面積相等邊線不同之定率比例以定率之九等邊形之每邊四〇二一九九六三爲一率正方面積之每邊一〇〇〇〇〇〇〇爲二率今所設之九等邊形之每邊一尺二寸爲三率求得四率二尺

九寸八分三釐五豪九絲二忽有餘。爲與九等邊形面積相等之正方形每邊之數。自乘得八尺九寸一十八分二十一釐有餘。卽九等邊形之面積也。蓋九等邊形之每邊爲四〇二一九九六三。正方形之每邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。則兩面積相等。故以子丑寅卯辰巳午未申九等邊形之辰巳一邊四〇二一九九六三。與酉戌亥金正方形之戌亥一邊一〇〇〇〇〇〇〇〇之比。卽同於今所設甲乙丙丁戊己庚辛壬九等邊形之戊己一邊一尺二寸。與今所得之癸乾坎艮正方形之乾坎一邊二尺九寸八分三釐五豪九絲二忽有餘之比。既得乾坎一邊。自乘得癸乾坎艮正方面積。卽與甲乙丙丁戊己庚辛壬九等邊形之面積爲相等也。如有九等邊形之面積八尺九寸一十八



一率	四〇二一九九六三
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一一二
四率	二九八三五九二



分二十六釐。求每邊之數。則用邊線相等面積不同之定率比例。以定率之九等邊形之面積六一八二四二〇爲一率。正方形之面積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之九等邊形之面積八尺九寸一十八分二十六釐爲三率。求得四率一尺四十四寸。開方得一尺二寸。卽九等邊形之一邊也。此法蓋因九等邊形之每邊與正方形之每邊相等。九等邊形之面積與正方形之面積不同。故先定爲面積之比例。既得面積。而後開方得線也。

又法用面積相等邊線不同之定率比例。以定率之正方形之每邊一〇〇〇〇〇〇〇爲一率。九等邊形之每邊四〇二一九九六三爲二率。今所設之九等邊形之面積八尺九寸一十八分二十六釐。開方得二尺九寸八分三釐五豪九絲二忽有餘。爲三率。求得四率一尺二寸。卽九等邊形之一邊也。此法蓋因九等邊形之面積與正方形之面積相等。九等邊形之每邊與正方形之每邊不同。故以九等邊形之面積先開方。既得方邊。而後爲線與線之比例也。

設如十等邊形。每邊一尺二寸。問面積幾何。  
法以全圓三百六十度。十分之。每分得三十六度。折半得十八度。爰以十八度之正弦三萬零九百零二

一率	六一八二四二〇
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	八九〇一八二六
四率	一四四

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	四〇二一九九六三
三率	二九八三五九二
四率	一一二

爲一率。半徑十萬爲二率。今所設之十等邊形之每邊一尺二寸。折半得六寸爲三率。求得四率一尺九寸四分一釐六豪二絲一忽有餘。爲十等邊形外切圓之半徑。或用求圓內容十等邊形之一邊之定率比例。以定率之圓內容十等邊形之每邊三〇九〇一六九九爲一率。圓徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之十等邊形之每邊一尺二寸爲三率。求得四率三尺八寸八分三釐二豪八絲一忽有餘。折半得一尺九寸四分一釐六豪四絲有餘。爲十等邊形外切圓之半徑。乃以此半徑爲弦。十等邊形之每邊折半爲勾。求得股一尺八寸四分六釐六豪零九忽有餘。爲十等邊形之中心至每邊正中之垂線。或以十八度之正弦三萬零九百零二爲一率。十八度之餘弦九萬五千一百零六爲



一率	三〇九〇一六九九
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	三八八三二八一

一率	三〇九〇二
二率	一〇〇〇〇〇
三率	六
四率	一九四一六二一

一率	三〇九〇二
二率	九五一〇六
三率	六
四率	一八四六五九八

二率。今所設之十等邊形之每邊之半六寸爲三率。求得四率一尺八寸四分六釐五豪九絲八忽有餘。爲十等邊形之中心至每邊正中之垂線。既得此垂線。乃與每邊折半之數相乘。得一尺一十寸七十九分五十八釐有餘。十因之。得一十一尺零七寸九十五分八十釐有餘。卽十等邊形之面積也。如圖甲乙丙丁戊己庚辛壬癸十等邊形。試作一外切圓形。則每邊之弧皆爲三十六度。將甲乙邊折半於子。自圓心丑作丑子寅半徑線。遂平分甲乙弧於寅。則甲寅弧爲十八度。甲子卽十八度之正弦。丑子卽十八度之餘弦。是故十八度之正弦與半徑十萬之比。卽如今所設之每邊之半甲子與所得之半徑甲丑之比。又十八度之正弦與十八度之餘弦之比。卽如今所設之每邊之半甲子與所得之垂線丑子之比也。此卽圓內容十等邊形之法而轉用之也。

又法以十八度之正切三萬二千四百九十二爲一率。半徑十萬爲二率。今所設之十等邊形之每邊之半六寸爲三率。求得四率一尺八寸四分六釐六豪零八忽有餘。爲十等邊形內容圓之半徑。或用求圓外切十等邊形之一邊之定率比例。以定率之圓外切十等邊形之每邊三二四九一九七〇爲一率。圓徑一〇〇〇〇〇〇爲二率。今所

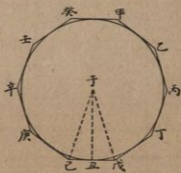


一率	三二四九二
二率	一〇〇〇〇〇
三率	六
四率	一八四六六〇八



設之十等邊形之每邊一尺二寸爲三率。求得四率三尺六寸九分三釐二毫二絲。有餘折半得一尺八寸四分六釐六毫一絲有餘。爲十等邊形內容圓之半徑。卽十等邊形之中心至每邊正中之垂線。乃與每邊折半之數相乘。十因之。得一十一尺零七寸九十六分六十釐有餘。爲十等邊形之面積也。如圖甲乙丙丁戊己庚辛壬癸十等邊形。試作一內容圓形。自中心子至每邊之正中作子丑垂線。遂平分戊己邊於丑。則戊丑卽十八度之正切。故以十八度之正切與半徑十萬之比。同於今所設之每邊之半戊丑與所得之內容圓半徑子丑之比也。此卽圖外切十等邊形之法而轉用之也。

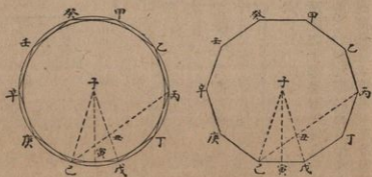
一率	三二四九一九七〇
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一一一
四率	三六九三二二〇



又法用連比例三率有中率求末率之法。以每邊一尺二寸爲中率。求得末率七寸四分一釐六毫四絲。有餘爲首率。卽十等邊形之分角線。卽十等邊形外切圓之半徑。乃以末率與中率相加。得一尺九寸四分一釐六毫四絲有餘。爲首率。卽十等邊形之分角線。卽十等邊形外切圓之半徑。乃以分角線爲弦。每邊之半爲勾。求得股一尺八寸四分六釐六毫零九忽有餘。爲十等邊形自中心至每邊正中之垂線。卽十等邊形內容圓之半徑。乃以此

垂線與每邊之半相乘。十因之。得一十一尺零七寸九十六分五十四釐。有餘。卽丁等邊形之面積也。如圖甲乙丙丁戊己庚辛壬癸十等邊形。子爲十等邊形之中心。試自中心子至戊己二角。作子戊子己二線。成子戊己三角形。又自己角至丙角作己丙線。截子戊線於丑。則又成己丑戊三角形。與子戊己三角形爲同式形。故子戊線爲首率。卽理分中末線之全分。戊己邊爲中率。卽理分中末線之大分。而所截之子丑一段。與戊己邊等。亦爲中率。丑戊一段。卽爲末率。卽理分中末線之小分。其比例爲子戊首率與戊己中率之比。卽同於戊己中率與丑戊末率之比。故按連比例三率。有中率求末率之法。求得丑戊末率。與子丑中率相加。卽得子戊首率爲分角線。又爲十等邊形外切圓之半徑。以子戊爲弦。戊己邊之半戊寅爲勾。求得子寅股。卽十等邊形中心子至每邊正中之垂線。又爲十等邊形內容圓之半徑。既得子寅垂線。與戊己邊之半戊寅相乘。得子戊己一三角形之面積。十因之。卽十等邊形之面積也。

又法用邊線相等面積不同之定率比例。以定率之正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。十等邊形面積七六九四二〇八八三爲二率。今所設之十等邊形之每邊一尺二寸。自乘得一尺四十四寸爲三率。求得四



率一十一尺零七寸九十六分六十釐有餘。

卽十等邊形之面積也。蓋十等邊形之每一

邊爲一〇〇〇〇。則其自乘之正方面積爲

一〇〇〇〇〇〇。而十等邊形之每一

邊一〇〇〇〇。所得之十等邊形面積爲七

六九四二〇八八三。故以子丑寅卯辰巳午

未申酉十等邊形之辰巳一邊一〇〇〇〇。自乘之辰巳戌亥正方面積一

〇〇〇〇〇〇〇。與子丑寅卯辰巳午未申酉十等邊形面積七六九四

二〇八八三之比。卽同於今所設之甲乙丙丁戊己庚辛壬癸十等邊形之

每一邊一尺二寸自乘之戊己乾坎正方面積一尺四十四寸。與今所得之

甲乙丙丁戊己庚辛壬癸十等邊形面積一十一尺零七寸九十六分六十

釐有餘之比也。

又法用面積相等邊線不同之定率比例。以定率之十等邊形之每邊三六

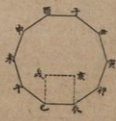
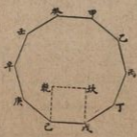
〇五一〇五八爲一率。正方形之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之十等邊形之每邊一尺

二寸爲三率。求得四率三尺三寸二分八釐六豪一絲二忽有餘。爲十等邊形面積相等之正方形每邊

之數。自乘得一十一尺零七寸九十六分五十七釐有餘。卽十等邊形之面積也。蓋十等邊形之每邊爲

一十一尺零七寸九十六分六十釐有餘。

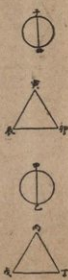
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七六九四二〇八八三
三率	一四四
四率	一一〇七九六六〇



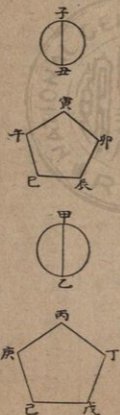
七、一三七之比，即同於今所設之甲乙圓徑一尺二寸，與今所得之丙丁戊三等邊形之每邊一尺六寸一分六釐一豪二絲八忽有餘之比，而兩面積亦為相等也。

設如圓面積一尺四十四寸，今欲作與圓徑相等之五等邊形，問積幾何。

法用邊線相等面積不同之定率比例，以定率之圓面積七八五三九八一六為一率，五等邊形面積一七二〇四七七四一為二率，今所設之圓面積一尺四十四寸為三率，求得四率三尺一十五寸四十四分三十五釐有餘，即五等邊形之面積也。蓋圓面積為七八五三九八一六，五等邊形面積為一七二〇四七七四一，則圓徑與五等邊形之每邊相等，故以子丑圓面積七八五三九八一六，與寅卯辰巳午五等邊形面積一七二〇四七七四一



一率	七八五三九八一六
二率	一七二〇四七七四一
三率	一四四
四率	三一五四四三五



之比。即同於今所設之甲乙圓面積一尺四十四寸。與今所得之丙丁戊己庚五等邊形面積三尺一十寸四十四分三十五釐有餘之比。而圓徑與五等邊形之每邊亦為相等也。

設如六等邊形每邊一尺二寸。今欲作與六等邊形面積相等之七等邊形。問每一邊幾何。

法用面積相等邊線不同之定率比例。以定率之六等邊形每邊六二

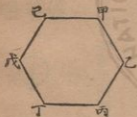
〇四〇三二四為一率。七等邊形之每邊五二四五八一二六為二率。

今所設之六等邊形每邊一尺二寸為三率。求得四率一尺零一分四

釐六毫五絲八忽有餘。即七等邊形之每一邊也。蓋六等邊形每邊為

六二〇四〇三二四。七等邊形每邊為五二四五八一二六。則兩面積

相等。故以子丑寅卯辰巳六等邊形之每邊六二〇四〇三二四。與午



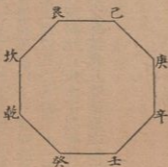
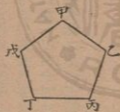
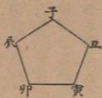
一率	六二〇四〇三二四
二率	五二四五八一二六
三率	一一
四率	一〇一四六五八

未申酉戌亥金七等邊形之每邊五二四五八一二六之比。即同於今所設之甲乙丙丁戊己六等邊形之每邊一尺二寸。與今所得之庚辛壬癸乾坎艮七等邊形之每邊一尺零一分四釐六豪五絲八忽有餘之比。而兩面積亦為相等也。

設如五等邊形面積一尺四十四寸。今欲作與五等邊形每邊相等之八等邊形。問積幾何。

法用邊線相等面積不同之定率比例。以定率之五等邊形面積一七二〇四七七四一。二〇四七七四一為一率。八等邊形面積四八二八四二七一二為二率。今所設之五等邊形面積一尺四十四寸為三率。求得四率四尺零

一率	一七二〇四七七四一
二率	四八二八四二七一二
三率	一四四
四率	四〇四一二八二



四寸一十二分八十二釐有餘。卽八等邊形之面積也。蓋五等邊形面積爲一七二〇四七七四一。八等邊形面積爲四八二八四二七一。則五等邊形之每邊與八等邊形之每邊相等。故以子丑寅卯辰五等邊形之面積一七二〇四七七四一。與巳午未申酉戌亥金八等邊形之面積四八二八四二七一之比。卽同於今所設之甲乙丙丁戊五等邊形之面積一尺四十四寸。與今所得之己庚辛壬癸坎艮八等邊形之面積四尺零四寸一十二分八十二釐有餘之比。而五等邊形之每邊與八等邊形之每邊亦爲相等也。





國家圖書館



000007927

