消費セシ量ハ $318\times\frac{1}{4}+70{\cdot}5=150$ 石, 殘量ハ $318-150=168$ 石.

第二 三千人ノ兵士ニ毎日一人ニ付五合宛與ヘ十日間ニ150石ヲ要スル割合ヲ以テ三千五百人ニ毎日一人ニ付四合ヲ與ヘ168石ヲ支ヘ得ルトキ其日數ヲ求ムヘシ.

故ニ次ノ複比例式ヲ得,

$$\left.\begin{array}{r}3500\\4\\150\end{array}\right\}:\left.\begin{array}{r}3000\\5\\168\end{array}\right\}=10:x$$

$$\therefore\ x=12\text{日}.$$

雜 錄

羅馬數字	I 壹	L 五拾	C 百
	II 貳	X 拾	D 或 IↃ 五百
	III 三	V 五	M 或 CIↃ 千

$\bar{X}$ 或 CCIↃↃ は 10000, $\bar{C}$ CCCIↃↃↃ は 100000 なり.

希臘數字 は羅馬數字よりも不便なり次の如し,

$\alpha=1$	$\iota=10$	$\rho=100$
$\beta=2$	$\kappa=20$	$\varsigma=200$
$\gamma=3$	$\lambda=30$	$\tau=300$
$\delta=4$	$\mu=40$	$\upsilon=400$
$\epsilon=5$	$\nu=50$	$\varphi=500$
$\varsigma=6$	$\xi=60$	$\chi=600$
$\zeta=7$	$o=70$	$\psi=700$
$\eta=8$	$\pi=80$	$\omega=800$
$\theta,\vartheta=9$	ϟ ϙ $=90$	ϡ $=900$

東京數學院

數學講義錄

第六號

論 說

代數學ト幾何學ノ關係(第四)——上野清

又第弐本設題十一ハ古代ニ於テ Golden Section ト名ツケタル有名ノ問題ナリ即チ次ノ如シ,

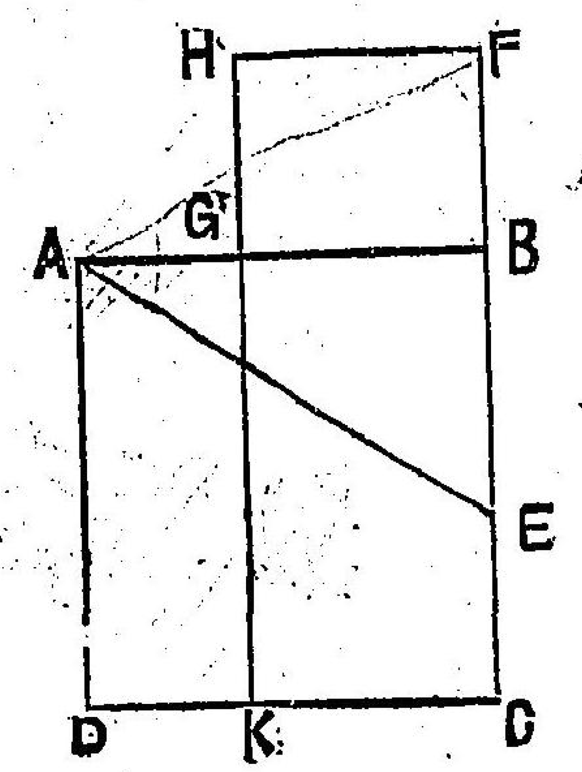
(設題十一) 一直線ヲ二分シテ全線ト其一部分ノ矩形ヲシテ他ノ一部分ノ正方形ニ等シカラシムルヿヲ求ム.

之ヲ代數式ニテ示セハ

$$a(a-b)=b^2 \text{ ナルヿヲ求ム,}$$

即チ a ハ全線ニシテ $a-b$ カ一部分又 b カ他一部分ナリ即チ a ノ一部分 b ノ二次方程式ノ解答ナリ.

當時ニアリテ此問題ヲ解スルニ苦シミタルハ實ニ今ヨリ之ヲ想像スルニ餘リアリ次ノ如ク Euclid 氏ノ証明ハ實ニ完全ナレトモ之ヲ解スルニハ全ク二次方程式ノ解法ニヨリタル事實ヲ示サントス是レ初學者ノ參考トナリ決シテ無用ノ業ニアラサルヲ以テナリ.



一直線チ AB $=a$ トシ之チ G ニ於テ二分シ GB $=b$, AG $=a-b$ トシ

$$AG \times AB = BG^2$$

即チ $a(a-b)=b^2$ ナルコチ求メントス.

先ツ AB 上ニ正方形 ABCD チ作ル BC チ E ニ於テ二等分シ AE チ半徑トシ E チ中心トシ圓ヲ畫キ BC ノ引長線チ F ニ於テ截ラシム.

然ルキ BF チ一邊トシテ正方形 BFHG チ作ルヘシ而シテ又矩形 ADKG チ得ヘシ,

然ルキ　矩形 ADKG $=$ 正方形 BFHG,

即チ　$AB \times AG = BG^2$,

即チ　$a(a-b)=b^2$.

此作法ハ純正ノ幾何學ノ方法ニシテ此証明ノ如キモ完全ナリ然レモ此ノ如キ考ヘチナセシハ全ク次ノ如ク二次方程式ニ由テ成案セシモノナリ.

此問題ニ於テ $a(a-b)=b^2$ ト假定シ二次方程式ニ由テ b チ求ムレハ

$$b=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}-\frac{a}{2}.$$

之チ上圖ニテ示セハ次第ニ上ノ作法ニ近ツクヘシ,

$$BG=\sqrt{AB^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2}-\frac{AB}{2},$$

即チ　$BF=\sqrt{AB^2+BE^2}-BE$,

即チ　$BF=AE-BE$,

即チ　$BF=EF-BE$,

此最後ノ結果ハ即チ前ノ作法ニ外ナラサルナリ

數　　理

算術新問及答解

宮田耀之助

(前號ノ續キ)

(例貳拾壹) 甲乘二人各金若干圓チ容レタル財嚢チ有シ甲ノ財嚢ノ中ニハ壹圓銀貨及ヒ五錢銀貨ノミアリテ五錢銀貨ノ數ハ壹圓銀貨ノ數ニ五倍シ乙財嚢ノ中ニハ拾錢銀貨及ヒ貳錢銅貨ノミアリテ銅貨ノ數ハ銀貨ノ數ニ六倍セリ而シテ甲乙二人ノ所有金ノ合額三拾三圓八拾錢,貨幣ノ總計四百個アリトイフ然ルキハ各ノ所有金如何.

(解) 甲ノ所有金ハ壹圓五錢ノ二種ヨリナルチ以テ之チ平均シテ假リニ一種ノ貨幣トナスヘシ

即五錢ノ數ハ壹圓ノ數ニ五倍スルチ以テ壹圓ノ數チ 1, 五錢ノ數チ 5 トシ從ツテ所有金錢チ單位トス) $100\times1+5\times5=125$ 貨幣ノ數ノ合計チ $1+5=6$ ニテ表ハシ平均一個ノ價額ハ $125\div6=20\frac{5}{6}$ 錢ナルニトチ知ル

依テ甲ハ一個 $20\frac{5}{6}$ 錢チ價スル貨幣チ前ト同數(壹圓, 五錢ノ貨幣ノ數チ合計シタル數チ云フ)有スルモノト看做スコチ得

同樣ニ乙ハ一個 $(10\times1+2\times6)\div(1+6)$ 即 $3\frac{1}{7}$ 錢チ價スル貨幣チ前ト同數有スルモノト看做スコチ得

故ニ本題ハ次ノ問題チ解シ得レハ可ナリ.

爰ニ一個 $20\frac{5}{6}$ 錢及ヒ $3\frac{1}{7}$ 錢チ有スルニ二種ノ貨幣アリテ其價合計 3380 錢, 其數ノ合計 400 個アリト云フ然ラハ各貨幣ノ數如何

本題ハ通例二樣ノ方法チ以テ解ス即一ハ四則應用問題, 一ハ和較法是レナリ

然レモ其方法ハ最簡易ナルカ故ニ算式ノミチ揭ク

四則應用

$(3380-3\frac{1}{7}\times400)\div(20\frac{5}{6}-3\frac{1}{7})$

$=120\ldots\ldots20\frac{5}{6}$ 錢ノ數

$400-120=280\ldots3\frac{1}{7}$ 錢ノ數

和較法

$3380\div400=8\frac{9}{20}$

$$8\frac{9}{20}\begin{cases}20\frac{5}{6} & \frac{743}{140} \quad 60 \quad 3 \\ & \quad\text{即}\qquad\text{即} \\ 3\frac{1}{7} & \frac{743}{60} \quad 140 \quad 7\end{cases}$$

$400\times\frac{3}{3+7}=120\ldots\ldots20\frac{5}{6}$ ノ數

$400\times\frac{7}{3+7}=280\ldots\ldots3\frac{1}{7}$ ノ數

故ニ甲ノ所有セシ壹圓及ヒ五錢ノ數ハ120ヲ1ト5トノ比ニ分テハ可ナリ即壹圓ノ數ハ $120\div(5+1)=20$ 個, 5錢ノ數ハ $120\div(5+1)\times5=100$ 個

依テ甲所有金額ハ $100\times20+5\times100=2500$ 錢即25圓ナリ.

乙ノ所有金額ハ $3380-2500=880$ 即8圓80錢ナリ.

(例式拾貳) 一ヨリ始メテ順次ニ若干個ノ奇數ヲ加フルトキハ其和ハ加ヘタル奇數個數ヲ平方シタルモノトナル其理如何

(解) 例ヘハ $1+3+5+7=16$ トナリ1ヨリ7ニ至ル奇數ノ個數4ノ平方ニ等シキ結果ヲ得今此理ヲ一般ニ證明スルヿ次ノ如シ.

$3=2+1$　3ニ2ヲ加ヘ此2ヲ1ト1ニ分ケテ2+1ノ各ニ加ヘ $5=3+2$ ヲ得

之ヲ推シテ $7=4+3$ 等ヲ得ルヿ右ニ示スカ如シ

而シテ 2−1, 3−2, 4−3, 5−4 等ハ悉ク一ニ等シク

又或數ニ1ヲ乘シタル結果ハ元トノ數ト同シ結果ヲ得ルヲ以テ右ニ示セル一連ノ式ハ復タ下ノ如ク書キ改ムルヿヲ得

$$\begin{array}{l}1=1\\ \left\{\begin{array}{l}3=2+1\\ 5=3+2\\ 7=4+3\\ 6=5+4\end{array}\right.\\ \quad\text{等}\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}1=1^2 & 7=4^2-3^2\\ 3=2^2-1^2 & 9=5^2-4^2\\ 5=3^2-2^2 & \quad\text{等}\end{array}$$

故ニ1ニ3ヲ加フルキハ 2^2-1^2 ニ 1^2 ヲ加フルヿトナリ 1^2 ハ加減セラレテ零トナリ 2^2 ヲ得.

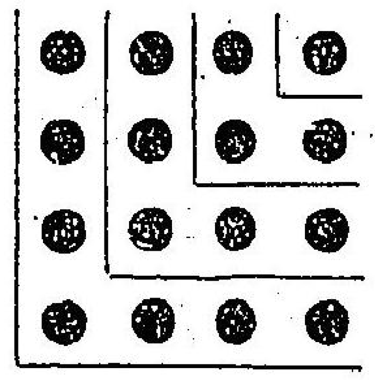
又1, 3, 5ヲ加フルキハ 2^2, 1^2 ハ加減セラレテ零トナリ 3^2 ヲ得.

故ニ此理ヲ推シテ $1+3+5+7+9=5^2$ トナルヿ明ラカナリ

注意 此數理ハ美術上ニ於ケル　白キ事項ニシテ尙等差級數ノ方法或ハ例解ニ由リテ說明シ得ヘシ.

去リナカラ等差級數ヲ用フル程ノ手重キ問題ニハアラス又圖解(次ニ示ス)ハ餘リ目ノ子算用ノ感アリ.

(圖解) 先黑球ヲ一邊ニ四個ツヽ並ヘテ正方形ヲ作リ此全



体ノ球ヲ右ノ一隅ヨリ漸々 ⌞ ニテ區分スルキハ最初ハ一個次ノ區分内ニハ三個其次ノ區分内ニハ五個アリ以下斯ノ如クナルヲ以テ $1+3+5+7=4^2$

應用壹 此數理ハ或整數ノ平方根ニ於ケル整數ノ部分ヲ求ムルニ適ス.

然レトモ此方法ハ唯新奇ナル一法ト云フニ過キス所謂床ノ間ノ置キ物ナリ.

(例) 81ノ平方根ヲ求ム.

次ノ如ク81ヨリ1, 3, 5等ノ奇數ヲ相減シ

$$\begin{array}{r}81\\ 1\\ \hline 80\\ 3\\ \hline 77\end{array}\qquad\begin{array}{r}77\\ 5\\ \hline 72\\ 7\\ \hline 65\end{array}\qquad\begin{array}{r}65\\ 9\\ \hline 56\\ 11\\ \hline 45\end{array}\qquad\begin{array}{r}45\\ 13\\ \hline 32\\ 15\\ \hline 17\end{array}\qquad\begin{array}{r}17\\ 17\\ \hline 0\end{array}$$

都合1ヨリ17ニ至ル九個ノ奇數ヲ減シ殘餘零トナレリ

故ニ $81=1+3+5+\ldots+17=9^2$

依テ81ノ平方根ハ9ナルヿヲ知ル

(例) 132ノ平方根ニ於ケル整數ノ部分ヲ求ム.

132	128	116	96	68	32
1	5	9	13	17	21
131	123	107	83	53	11
3	7	11	15	19	
128	116	96	68	32	

而シテ11ヨリ21ノ次ノ奇數チ減スル能ハス.

故ニ132ハ1ヨリ21ニ至ル11個ノ奇數ト11トノ和ニ等シキチ知ル

即 $132 = 11^2 + 11$ ニシチ132ノ平方根ニ於ケル整數ノ部分ハ11ナリ.

應用貳 石百個アリ之チ三尺ツヽ間隔チ以テ一直線ニ並列シ壹番目ノ石ヨリ五尺遠ザカリタル場所ニ籠チ置キ而シテ一番目ノ石チ籠中ニ投シ直チニ戻リテ二番目ノ石チ籠中ニ投シ戻リテ三番目ノ石チ籠中ニ投シ以下方法チ續ケ最後ノ石チ籠中ニ投セントス斯ノ如クサンニハ總テ何程ノ距離チ歩行セサルチ得サルカ,但等：級數ノ方法チ用ヒスシテ答ヘヨ.

(解) 所要ノ距離ハ $5+(5+3)\times2+(5+3\times2)\times2+\ldots\ldots$
$+(5+3\times98)\times2+(5+3\times99)\times2$

$=5+5\times2+5\times\ \ +5\times2+\ldots\ldots$(但 5×2 ノ數ハ99個アリ)
$+3\times2+3\times2\times2+3\times3\times2+\ldots\ldots3\times98\times2+3\times99\times2$

$=5+5\times2\times99+3\times2\times(1+2+3+\ldots\ldots+98+99)$

而シチ $1+2+3+\ldots+98+99$ ニ於ケル奇數 $1+3+5+\ldots+99$ ノ和ハ前例ニ由リ $50^2=2500$

偶數ノ和 $2+4+6+\ldots+98=(1+1)+(3+1)+(5+1)+\ldots+(97+1)$
$=(1+3+5+7+\ldots+97)+(1+1+1+\ldots)$ 但1ノ數49個アリ)
$=49^2+49=2450$

故ニ所要ノ距離ハ $5+5\times2\times99+3\times2\times(2500+2450)$
$=30695$ 尺　即2里13町15間5尺

東京數學院

數學講義錄

第七號

論說

代數學ト幾何學ノ關係(第五)———上野清

前記設題ニ次キテ設題十四モ亦タ二次方程式ナリ.

(設題十四) 二直線ノ矩形ニ等シキ正方形チ求ム.

二直線チ b 及ヒ c トシ所求ノ正方形ノ一邊チ a トスレハ

$$a^2 = bc$$

此設題ハ二次方程式チ示スノミナラス第一ニ幾何級數即チ等比級數チ示スヘシ即チ b, a, c ハ等比級數ナリ,

第二ニ連比例チ示ス即チ $b:a::a:c$,

第三ニ直角三角形ノ定理チ示スヘシ,

即チ $b=n+d$, $c=n-d$ トスレハ $bc=n^2-d^2$ ナルガ故ニ $a^2=bc=n^2-d^2$, 即チ a, n, d チ三邊トスル三角形ナリ.

$a^2=bc$ ニ於テ $bc-a^2$ チ敷衍スルヿニ由テ數ノ因子チ發見スルノ應用トナルヿハ最モ利益アルモノナリ.

ゑれめんと第二本ハ此設題ヲ以テ完了セリ而シテ第十一及ヒ第十四設題ハ Pythagoras 氏ノ定理ニヨリタルモノナリ故ニ二次方程式ノ解法ハ $a^2+b^2=c^2$ ヨリ起因スルモノトイハサルヘカラズ。

以上ノ設題ハ幾何學ニ於テハ凡ヘテ可通度數量ニ於テ合理ナルカ如ク不可通度數量ニ於テモ合理ナルヿ勿論ナリ即チ幾何學ニ於テハ有理數量ノミナラス無理數量ニ於テモ同一ノ定說ヲ以テ同一ノ設題ノ下ニ困難無ク証シ得ラルヘシ。

此ノ如クゑれめんとハ無理數ノ關係無キヲ以テ代數學ノ理論未タ發達セサル當時ニ在リテハ無理數ノ理論未タ發見セラレサリシナリ Gow 氏曰ク古代希臘數學者ハ數ノ內ニ不盡根ヲ示ス所ノ記號ヲ有セサリシナリト。

例ヘハ第二本ニ於テ $a^2+b^2=c^2$ ヨリ $a=b$ トスレハ

$a^2+a^2=c^2$　即チ　$a\sqrt{2}=c$,

而シテ a ハ正方形ノ一邊ニシテ c ハ此一邊ヲ以テ直角二邊トスル所ノ直角三角形ノ斜邊(即チ此正方形ノ對角線)ト考フレハ c ヲシテ $a\sqrt{2}$ 即チ $1{\cdot}4142\ldots\ldots a$ ノ如キ不盡根ノ理論ハ必要ナラサルナリ。

然レ圧 Euclid 氏ハゑれめんとノ欠本ナル第十本ニ於テ不盡根ヲ說明セシヿノ事實ヲ Proclus 氏(西歷四百五十年代ノ人)ハ証言セリ。

近代ニ至リテモ直角三角形ノ定理ヲ論スル者甚タ多シ令ヤ旣ニ第二本ノ設題ノ大要ヲ此ニ槪說シタルヲ以テ是レヨリ更ニ Euclid 氏ノ數ノ性質論ヲ示シ次ニ Pythagoras 氏ノ定理ノ二派ノ學說ヲ說カントス。

雜　錄

視學官と教員と生徒

某學校に於て數學教員が初年級に算術を教授せし際に視學官來れり級長は起つて一聲高く敬禮――と呼ぶ生徒一齊に起立し再び課業に移れり.

教員は今日コソ平生の結果を見せんと思ゐ甲生を呼び第五番の例題を解けと命ず甲生起ちて黑板に向ひ白木を把りて運算を始しむ教員又乙生を呼ぶこと前の如くして第六番を課せしむ而して甲乙兩生徒が黑板に書きし算式は次の如し,

甲生の算式	乙生の算式
758	967
×9	×9
6912……答	8613……答

教員は兩生徒の答不正なりしかば甲に向ひてはオ前の答は違つて居る 6822 で無ければ往けないひ乙に向ひてもオ前の答は不正だ 8703 で無ければならぬ.

斯く說き終りて教員は再び席を見舞はし丙丁の兩生徒を呼びて第七番及び第八番の例題を運算せしむ.

丙生の算式	丁生の算式
5976	5986
×13	×13
77718……答	77788……答

教員は益々驚き丙の答は不正なり 77688 となる又丁の答も不正なり 77818 で無ければならぬと說明したり.

視學官と校長の問答

視學官問ふて曰く先刻算術の教授を參觀せしとき甲乙丙丁の四人何れも答を間違ひしは如何なる理由なりや.

校長答へて曰く九々の呼び聲の音調が類似したるものあり夫れ故に答を誤りしならん.

視學官曰く其故は

校長曰く五九,四十五(ごつく四十五)と六九五十四(ろつく五十四)の音調が類似せし處よりして甲生はごつく五十四と呼び乙生はろつく四十五と呼びたるならんごつくトろつくが似たる上に五十四と四十五も數字全く相同し夫れ故に此二人は誤りたるものならん.

視學官曰く丙丁二人の計算は九々の類せしもの無し.

校長曰く此地方にては三八,二十四の呼び聲をさんぱち二十四と呼びたり故にさんしち二十一とは唯だぱトしゃの別あるのみ斯る紛らわしき處より丙はさんしち二十四と呼び丁はさんぱち二十一と呼びしならん.

問　題

5. $\frac{a}{x+a}+\frac{b}{x+b}=\frac{c}{x+c}+\frac{d}{x+d}$ カ二等根ヲ有スル𪜈 a 或ハ b ノ一ツハ c 或ハ d ノ一ツニ等シク,

又 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}+\frac{1}{d}$ 而シテ其根ヲ吟味セヨ.

第五號問題3.及ヒ4.ノ解答ハ次號ニ掲載スヘシ.

東京數學院

數學講義錄

第八號

論　說

代數學ト幾何學ノ關係(第六)——上野清

從來行ハルヽ所ノ Euclid 氏ゑれめんとハ第七八九十ノ欠本即チ代數學ノ部分ヨリシテ獨立セシ正統　幾何學ナルヲ以テ全ク幾何學ノ發達ハ幾何學自身ノ智識ニ由テ成レルカ如クナレ𬼀此等ノ欠本ト對照スル𪜈ハ大ニ代數學ト幾何學ノ兩者ノ智識カ互ヒニ相發聯シタル結果ニ由テ幾何學カ益々正確ナル理論ヲ發表スルノ學位ニ立チシモノナルヿハ疑フヘカラサル事實トス即チ論理學トシテノ幾何學ノ地位ハ既ニ動カスヘカラサルモノトナレリ.

今 Pythagoras 氏ノ定理ニ付キ往古ヨリ近世迄ノ一二ノ沿革ヲ示サンニ最初ニ於テ埃及ノ數學者ハ單ニ直角三角形ノ三邊ハ 3, 4, 5 ナルヿヲ發見シタリ而シテ Pythagoras 氏ハ一般ノ代數型ニテ之ヲ證明シタリ.

氏ノ發明ハ紀元前530年頃ニシテ氏ハ奇數$2n+1$ヲ取リ之ヲ直角ヲ有ツ一邊トシ此平方ト1ノ差$(2n+1)^2-1=4n^2+4n$ヲ半トナシ$2n^2+2n$ヲ直角ヲ有ツ他ノ一邊トセリ，

而シテ之ニ1ヲ加ヘ$2n^2+2n+1$ヲ斜邊トセリ．

哲學ト數學ニ於テ著名ナル Plato 氏ハ紀元前380年頃ニ於テ偶數$2n$ヲ取リ之ヲ直角ノ一邊トシ此半ノ平方即チ$\left(\frac{2n}{2}\right)$ヨリ1ヲ減シ$n^2-1$トシ之ヲ他ノ直角一邊トセリ

而シテ斜邊ハ此半ノ平方$\left(\frac{2n}{2}\right)^2$ニ1ヲ加ヘ$n^2+1$トセリ．

紀元後380年ニ至リテ Diophantus 氏初メテ一般ナル代數式ニテ直角三角形ノ三邊ヲ示シタリ，

即チ　$2mn$,　m^2-n^2,　m^2+n^2.

以上ノ直角三角形ノ定理ヲ代數式ニテ示シタル沿革ノ最モ著名ナルモノニシテ其他支那及ヒ我邦ニ於ケル數學者ノ公式ニ於テ巧妙ナルモノ枚擧スルニ遑アラス．

次ニ直角三角形ノ幾何學ニ於ケル證明ノ著明ナルモノヲ擧クレハ亦埃及人ニ由テ最初ニ發見セラレシモノトイハサルヲ得ス蓋シ埃及人ハ等脚直角三角形ニ由テ發見セシモノナリ即チ次ノ如シ．

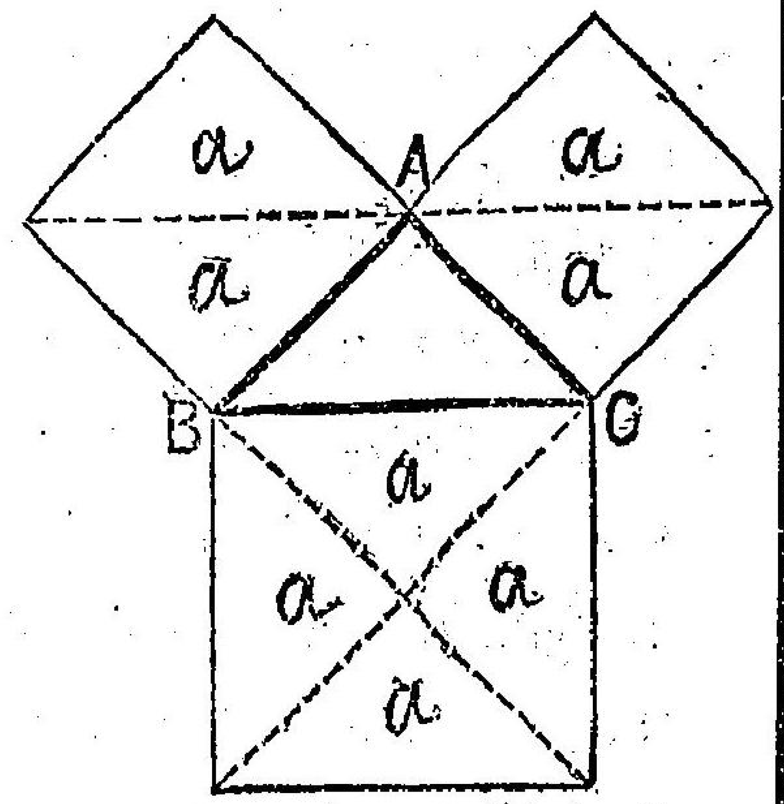
圖ノ加ク ABC ヲ等脚直角三角形トシ $AB=AC$ トス，

$AB^2=AC^2=2a$,

$BC^2=4a$

$\therefore\ AB^2+AC^2=BC^2$,

是レ一目瞭然タルモノナリ．



數理

算術新問及解答──────宮田耀之助

（前號ノ續キ）

○（例貳拾參）或人三里ノ峠ヲ往復セントシ上リハ每時二十町下リハ每時一里十二町平路ハ每時一里ノ速ニシテ往キハ三時二十分間歸リハ三時五十一分三十秒ヲ費セリト云フ然ラハ坂路ノ上リ下リノ里數如何

（解）往復ノ時間ヲ合計スレハ坂路ヲ往復セシ時間ト平路ヲ行ク時間ノ二倍ヲ得ヘシ

而シテ往キニ上リタル道路ヲ甲，下シタル道路ヲ乙トスレハ歸リニハ乙ヲ上リ甲ヲ下ルコトヽナル．

依テ坂路ノ往復時間ハ甲ヲ上リ甲ヲ下リ乙ヲ上リ乙ヲ下ルト同シ即チ全キ坂路ノ上下セシ時間ト平地ヲ時間ノ二倍トノ和カ3時20分ト3時51分30秒トノ和即チ7時11分30秒ナルヿヲ知ル．

又全距離三里ヲ悉ク平地ト看做ス片ハ之ヲ行ク時間ハ$3\div1=3$ナリ．

依テ平路ノ速ヲ以テ全キ坂路ヲ往復スル時間ト平地ノ往復時間トノ和ハ6時間ナルコトヲ知ル．

故ニ全キ坂路ヲ上下セシ時間ト平路ノ速ヲ以テ往復セシ時間トノ差ハ7時11分30秒－6時＝1時11分30秒ナリ．

此關係ヨリ全キ坂路ハ$1\frac{23}{120}\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{48}-\frac{2}{36}\right)=78$町ナリ（但1ハ全キ坂路ノ町數ヲ假定セシモノ，$1\frac{23}{120}$ハ1時11分30秒ヲ時數ニ變セシモノ，48及ビ36ハ1里12町及ヒ1里ヲ町數ニ變セシモノナリ

次ニ乙,甲ノ差ヲ求ムヘシ。

歸リハ往キヨリ多クノ時間ヲ要スルヲ以テ乙ハ必ス甲ヨリ其距離長キコト明カナリ

依テ歸路ハ往路ヨリ上リニ多クノ時間ヲ費シ下リニ少キ時間ヲ費ヤス

故ニ歸路ノ時間ト往路ノ時間トノ差ハ3時51分30秒 − 3時20分 = 31分30秒 $= \frac{63}{120} = \frac{21}{40}$ 時ナリ

是ニ由テ乙甲ノ差ハ $\frac{21}{40} \div \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{48}\right) = \frac{21}{40} \div \frac{7}{240} = 18$ 町ナリ.

然ラハ乙甲ノ和ハ78町,其差ハ18町トナルカ故ニ乙ハ $(78 + 18) \div 2 = 48$ 町,甲ハ $(78 - 18) \div 2 = 30$ 町

即坂路ハ30町,48町ニシテ其一ハ上リ他ノ一ハ下リノ里程ナリ.

應用 或人若干里ノ路ヲ往復セントシ上リハ每時二十四町下リハ每時一里半平路ハ一里ノ速ニシテ往復總計九時二十五分ヲ費セリ而シテ平路ハ二里ニシテ上リノ路程ト下リノ路程トノ比ハ二ト三トノ如シト云フ坂路ノ全キ里程如何.

答　二里半.

(例貳拾四) 甲乙丙丁四種ノ米アリ其相場一升ニ付キ甲ノ價ハ乙ノ價ヨリ六割高ク金壹圓ニ付キ丁ハ丙ヨリ二割安シ依テ金拾圓ヲ以テ乙米ヲ買フトキハ甲ヨリ三斗多ク得ヘク又其金高ヲ以テ丁米ヲ買フトキハ丙ヨリ一斗七升多ク得ヘシト云フ然ラハ各種金壹圓ニ付キテノ相場如何.

(解) 一升ニ付キ乙ノ價ヲ1トスレハ甲ハ1·6ナルヲ以テ一圓ニ付甲乙ノ升數ノ比ハ前ノ反比1·6 : 1即8 : 5ナリ。

而シテ拾圓ニ付キ其升數ノ差ハ30升ナルヲ以テ一圓ニ付キ3升ノ差トナル

依テ $8 - 5 : 8 :: 3 : x$ 及ヒ $8 - 5 : 5 :: 3 : x$ ヨリ金壹圓ニ付キ乙ハ8升甲ハ5升ナルコトヲ知ル。

次ニ一圓ニ付キ丙ノ升數ト丁ノ升數トノ比ハ1 : 1·2即チ5 : 6ナルヲ以テ $6 - 5 : 5 :: 17 : x$, $6 - 5 : 6 :: 17 : x$ ヨリ丙ハ8升5合丁ハ1斗2合ナルヿヲ知ル

注意 金壹圓ニ付キ升數ノ比ト一升ニ付キ價ノ比トハ互ニ反比ナルヿヲ注意ス可シ本題ハ其一例ヲ示セシモノナリ.

(例貳拾五) 循環小數ヲ分數ニ變スル方法ノ算術上最モ忘レ易キ事ハ實際ナリ依テ自然ニ之ヲ求ムル方法ヲ示シ以テ學生ノ參考ニ供セントス。

(例) $\cdot\dot{2}4\dot{7}$ ヲ分數ニ化セヨ.

$$\begin{aligned} \cdot\dot{2}4\dot{7} &= \cdot 247247247247 \ldots\ldots\ldots \\ &= \cdot 247 + \cdot 000247247 \ldots\ldots\ldots \\ &= \cdot 247 + \cdot 247247247 \ldots\ldots \times \frac{1}{1000} \\ &= \cdot 247 + \cdot\dot{2}4\dot{7} \times \frac{1}{1000} \end{aligned}$$

依テ次ノ問題ヲ解スレハ所要ノ値ヲ得ベシ

某數アリ其數ハ·247ト某數ノ一千分ノ一トノ和ニ等シト云フ某數如何.

故ニ所要ノ値ハ $\cdot 247 \div \left(1 - \frac{1}{1000}\right) = \frac{247}{1000} \div \frac{999}{1000} = \frac{247}{999}$

(例) $\cdot 46\dot{2}4\dot{7}$ ヲ分數ニ化セヨ.

$$\begin{aligned} \cdot 46\dot{2}4\dot{7} &= \cdot 46 + \cdot 00\dot{2}4\dot{7} = \frac{46}{100} + \cdot\dot{2}4\dot{7} \times \frac{1}{100} \\ &= \frac{46}{100} + \frac{247}{999} \times \frac{1}{100} \\ &= \frac{46 \times 999 + 247}{99900} = \frac{46 \times (1000 - 1) + 247}{99900} = \frac{46247 - 46}{99900} \end{aligned}$$

應用 或整數ハ必ス9ヲ若干個連書シタル數若クハ9ヲ若干個連書シタル數ノ右ニ若干個ノ零ヲ附シタル數ヲ除約スルコトヲ得ベシ其理如何.

(解) 本題ヲ解スルニハ循環小數ニ關スル次ノ二定理ヲ用ヒサルベカラス.

定理一　分母ニ二及ヒ五ノ因數ヲ有タサル已約分數ヲ小數ニ化スルヰハ純環循小數ヲ得

定理二　分母ニ二,五ノ中ノ一因數ヲ有ツ已約分數ヲ小數ニ化スルヰハ混循環小數ヲ得.

サテ13ハ9ヲ若干個書キ連ネタル數ヲ除約シ得ルヿヲ証セン.

13ハ2及ヒ5ノ因數ヲ有タサルユヘ定理一ニ由リ$\frac{1}{13}$ヲ小數ニ化シ純循環小數$\cdot\dot{0}7692\dot{3}$ヲ得.

$$\therefore \qquad \frac{1}{13}=\frac{076923}{999999}$$

依テ76923ニテ999999ヲ約シ13ヲ得サルヘカラス.

故ニ13ハ999999ヲ除約シ得ヘシ.

又65ノ如キ數ハ二,五ノ因數ヲ有スル故ニ定理第二ニ由リ$\frac{1}{65}$ヲ小數ニ化シ混純循環小數$\cdot0\dot{1}5384\dot{6}$ヲ得.

$$\therefore \qquad \frac{1}{65}=\frac{153846}{9999990}$$

故ニ65ハ9999990ヲ除約シ得ヘシ.

(例式拾六)　甲乙丙三工アリ甲一工ニテハ全業ヲ三十日,乙ニテハ四十日丙ニテハ五十日ニシテ全業ヲ成効シ得ヘシ今此業ヲ甲ヨリ始メ次ノ日ニハ丙ト云フ順番ヲ以テ營ムトキハ総計幾日ニシテ成効スルカ但シ終リノ日ノ業ハ一日ノ業ニ足ラサルモ矢張リ一日分トナスヘシ.

(解)　先ツ甲乙丙三工共力シテ全業ヲナス日數ヲ求ムベシ.

甲乙丙三工一日ノ業ハ$\frac{1}{30}$,$\frac{1}{40}$,$\frac{1}{50}$ナルヲ以テ三工一日ノ業ハ$\frac{1}{30}+\frac{1}{40}+\frac{1}{50}=\frac{47}{600}$依テ三工共力シテ全業ヲナス日數ハ$1\div\frac{47}{600}=12\frac{36}{47}$日ナリ.

故ニ甲乙丙順番ニ全業ヲナスヰハ36日ニシテ尚$\frac{47}{600}\times\frac{36}{47}$即$\frac{3}{50}$ノ殘業アルコトヲ知ル.

而シテ此殘ハ甲乙丙一日ノ業ノ和ニ足ラサルヿ明カナルヲ以テ$\frac{3}{50}$ヨリ次第ニ甲一日ノ業,乙一日ノ業ヲ減スレハ終リハ甲乙丙三工ノ中何レノ一工ニテ終リシカヲ定メ得ベシ.

$$今 \qquad \frac{3}{50}-\frac{1}{30}=\frac{2}{75} \qquad 又 \qquad \frac{2}{75}-\frac{1}{40}=\frac{1}{600}$$

故ニ丙カ一日分ノ業ニ足ラサル所ノ業即チ$\frac{1}{600}$ヲ營ミ全業ヲナセシヿヲ知ル

是ニ由テ全キ日數ハ$36+3=39$日

(例式拾七)　一數ノ平方ヲ其數ノ二倍ト誤リ二數ノ平方ノ和ヲ其二數ノ和ノ平方ト誤ルヿハ初學者ノ能ク行フヿナリ或日生徒ニ向ヒ二數ノ平方ノ和ヲ問ヒシニ劣等生ノ一人黒板ノ前ニ出デ二數ノ和ニ二ヲ乘シ百七十八ト答ヘタリ依テ他ノ尋常生徒ニ其ノ壹數ノ平方ヲ問ヒシニ正シク二千七百四ト答ヘタリ前者後者ノ答ヘヲ聞クヤ否ヤ驚キ正シキ答ヘヲナセリト云フ其結果ハ何ナリシヤ

(解)　本題ノ算式ハ實ニ容易ナルモノナレトモ初等生ノ注意トシテハ必要ナルモノナリ

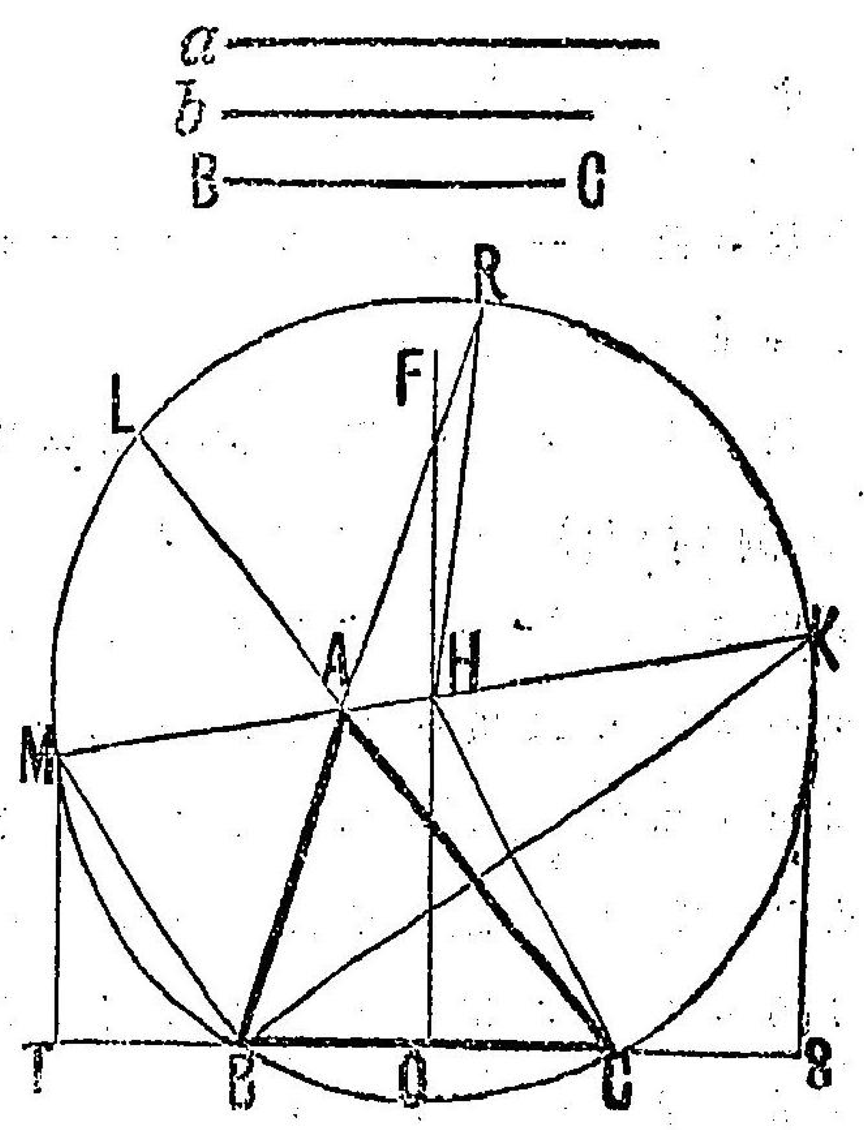
$$2704+(178\div2-\sqrt{2704})^2=4073$$

注意　尚間違ヒ易キ事項ハ平方根立方根ヲ平方,立方ト誤リ二個ノ分數ノ和ヲ求ムルニ際シテ其分子ノ和,分母ノ和ヲ求メ同分母トナサザル如キ誤リ或ハ二尺立方ヲ二立方尺ト誤ル如キ是レナリ而シテ後ノ場合ノ如キハ其各甚似タルカ故無理ナキ事ナリ二尺立方ハ一邊二尺ナル立方体ノ体積ニシデ一邊一尺ナル立方体ノ八倍ヲ示シ二立方尺ハ一　一尺ナル立方体ノ二倍ノ意義ナリ

應用　一般ニ二ツノ分數ノ兩分子ノ和ヲ分子トシ兩分母ノ和ヲ分母トセル分數ハ二ツノ分數ノ間ニアリ其理如何,

第五號問題答解——解者 西井庄一郎

(3) 〔特説〕 a, b 二線ヲA，AC二邊ノ傍切圓ノ半トシBCヲ底トスル所ノ三角形ABCヲ畫クコヲ求ム



(作圖) BC二点ヨリ等距離ナル点ノ軌跡OFトBCトノ交点ヲOトシ a, b 二線ノ和半ニ等シク(Hヲ切リHヲ中心トシHB或HCヲ半徑トシテ圓ヲ作リEC線ノ引長線ヨリ a ノ定長ヲ有スル軌跡ヲBCニ對シHノ同側ニ畫キH圓トノ一交点ヲKトスKヨリHヲ通シテ一直線KHヲ引キ之ヲ引長シ圓周トノ交点ヲMトシ又KBヲ連結シ∠KBCニ等シク∠KBAヲ作リKMトノ交点ヲAトシACヲ連結スレハABCハ求ムル三角形ナリ

(論証) ABヲ引長シ圓周ニRニ於テ會セシメBM, HC, HRヲ連結ス又BCニ垂線KS, MTヲ作ル∠KBC, ∠KBAハ相等シ(作圖)故ニ弧KC, KRハ相等シク從テKC, KR弧上ノ圓心角∠CHK, ∠KHRハ相等シ故ニ其補角∠AHRハ∠AHCニ等シ故ニ三角形AHR, AHCハ全等形ナリ故ニ∠RAK＝∠KAC故ニAK線ハ∠RACノ外角ノ二等分線ナリ而シテKBハ∠ABCノ等分線ナルニヨリKハAC邊ニ對スル傍切圓ノ中心ニシテ半徑ハKS即 a 線ニ等シ(作圖)又ACヲ引長シテ圓周トLニ會セシムBKハ∠ABCノ等分線ニシテ∠KBMハ直角ナルニヨリBMハ∠ABTヲ等分ス而シテKMハ亦∠LABヲ二等分スルニヨリKM, MBノ交点MハAB邊ノ傍切圓ノ中心ナリ而シテMT即チ b ヲ半徑トス

(4) 解答ハ山寺正子，西井庄一郎君ノヒ解アリ次號ニ讓ル。

東京數學院

數學講義錄

第九號

論　　説

代數學ト幾何學ノ關係(第七)——上野　清

幾何學ヲEuclid即チ純正幾何學ノ方法ニヨラスシテ考究セント欲スル者ハ凡ヘテ代數學ニヨラサルヘカラス而シテ純正幾何學ニ於テ不充分ナル理論ヲ用ヒスシテ完全ニ証明センコヲ圖リタル數學家ハ近代ニ於テ最モ多シトス．

Euclid氏ゑれめんとノ定理ニ於テ三角形ノ三内角ノ和ハ二直角ニ等シトイヘル定理ハ平行線ノ公理ヨリ得來ルモノニシテ平行線ノ理論ハ之ヲ改正センコヲ圖リタル者後世ノ大家中ニ多シトス故ニ此定理ヲ平行線ニヨラスシテ証明セシ者亦タ多シトスCasey氏ノ幾何學書ノ附錄ニモ見エタリ然レモ此証明ハ一ツノ運動方向ニ由テ示セシモノニシテ學理上ノ發達上ニヨリテ得タルモノニアラサルナリ即チ一種ノ巧夫ニヨリタルモノトイハサルヘカラス．

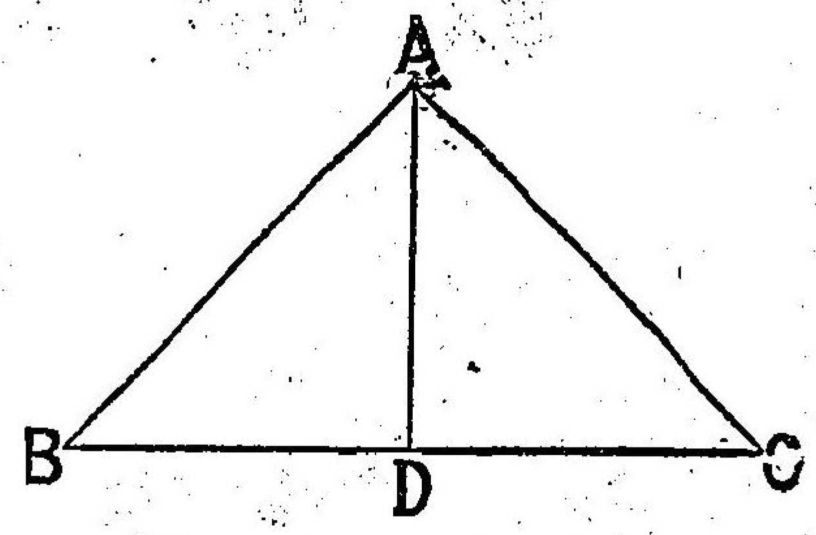
純正ノ幾何學ニ抵觸スルコ無クシテ代數ノ原理ヲ用ヒテ此ノ定理ヲ証明セシ者ハ未タ視サル所ナリ．

唯僅カニ學理ニヨリテ此定理ノ特別ナル場合ヲ証明セシ人ハ近代ニ至リ佛人 Dr. Venture Reyes Prosper 氏カ証明セシ報告ヲ予カ一昨年得タルノミナリ。

氏ハ1896年ニ於テ次ノ如ク直角等脚三角形ノ三内角ノ和ハ二直角ニ等シトイヘル証明ヲ記シタリ即チ次ノ如シ。

ABC ヲ直角等脚三角形トシ A ヲ直角トス。

而シテ AD ハ BC ニ垂線ヲナス，



又 $AB = AC = b$ トシ而シテ

$\angle BAC = 90^\circ$ ナルカ故ニ

$$\angle BAD = \angle DAC = 45^\circ = \tfrac{1}{2}\angle BAC,$$

又 $BD = CD = \tfrac{1}{2}BC.$

Pythagoras 氏ノ定理ニ由テ

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 2b^2, \quad \therefore \quad BC = b\sqrt{2},$$

$$AB^2 = BD^2 + AD^2 = (\tfrac{1}{2}BC)^2 + AD^2,$$

但シ $\tfrac{1}{2}BC = BD = \dfrac{b\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \quad BD^2 = \dfrac{2b^2}{4},$

$$\therefore\ AB^2 = \frac{2b^2}{4} + AD^2, \qquad AD^2 = AB^2 - \frac{2b^2}{4} = b^2 - \frac{2b^2}{4} = \frac{2b^2}{4},$$

$\therefore\ AD = \dfrac{b\sqrt{2}}{2}$ 之ニ由テ $AD = BD.$

故ニ直角三角形 ABD ハ等脚ナリ，

之ニ由テ $\angle ABD = \angle DAB = \dfrac{90^\circ}{2} = 45^\circ,$

$\therefore$ 三内角ノ和 $= \angle ABD + \angle BAD + \angle ADB$
$= 45^\circ + 45^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ 即チ弍直角.

此ノ如ク平行線ニヨラスシテ証明シタリ。

第五號問題解 (前號之續キ)

解者 山寺正子， 西井庄一郎

4. 原方程式ヨリ $(x^2-7)^2-9 = x^2-42x+80,$

即チ $(x^2-7+3)(x^2-7-3) = (x-2)(x-40),$

$(x+2)(x-2)(x^2-10) = (x-2)(x-40),$

$\therefore\ x = 2$ 或ハ $(x+2)(x^2-10) = x-40,$

即チ $x^3+2x^2-11x+20=0,$

$(x+5)\{x(x-5)+2(x+2)\}=0,$

故ニ $x = -5$ 或ハ $x(x-5)+2(x+2)=0,$

即 $x^2-3x=-4, \quad x^2-3x+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 = \left(\dfrac{3}{2}\right)^2 - 4,$

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{-7}{4}, \qquad x-\frac{3}{2} = \pm\frac{\sqrt{-7}}{2},$$

$$x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{-7}}{2},$$

之ニ由テ所求ノ四根ハ $2,\ -5,\ \dfrac{3}{2} \pm \dfrac{\sqrt{-7}}{2}.$

第七號問題解 解者 上野いし

5. $\dfrac{a}{x+a}+\dfrac{b}{x+b}=\dfrac{c}{x+c}+\dfrac{d}{x+d},$

$$1-\frac{a}{x+a}+1-\frac{b}{x+b}=1-\frac{c}{x+c}+1-\frac{d}{x+d},$$

$$\frac{x}{x+a}+\frac{x}{x+b}=\frac{x}{x+c}+\frac{x}{x+d}$$

故ニ $x=0$ 或ハ $\dfrac{1}{x+a}+\dfrac{1}{x+b}=\dfrac{1}{x+c}+\dfrac{1}{x+d} \ldots\ldots (A)$

即 $\dfrac{1}{x+a}-\dfrac{1}{x+c}=\dfrac{1}{x+d}-\dfrac{1}{x+b}$

$$\frac{c-a}{(x+a)(x+c)}=\frac{b-d}{(x+d)(x+b)},$$

$$(c-a)(x+d)(x+b)=(b-d)(x+a)(x+c),$$

$$\{(b-d)-(c-a)\}x^2+(2ab-2cd)x+\{ac(b-d)-bd(c-a)\}=0 \ldots (B)$$

$x=0$ 即チ一根カ0ナルチ以テ原方程式カ二等根チ有スルニハ(1)(B)カ二等根チ有スルカ(2)他ノ一根カ0ナルヘシ(1)ニ於テ $(2ab-2cd)^2-4\{(b-d)-(c-a)\}\{ac(b-d)-bd(c-a)\}=0,$

即 $(a-c)(b-d)(a-d)(b-c)=0,$

故ニ $a=c,\quad b=d,\quad a=d,\quad b=c.$

$a=c$ トスレバ(B)ハ

$$\{(b-d)-(a-a)\}x^2+(2ab-2ad)x+\{a^2(b-d)-bd(a-a)\}=0,$$

即 $x^2+2ax+a^2=0$ 故ニ $x=-a,\quad -a$

又 $b=d$ トスレハ

$$\{(b-b)-(c-a)\}x^2+(2ab-2cb)x+\{ad(b-b)-b^2(c-a)\}=0,$$

即 $x^2+2bx+b^2=0$ 故ニ $x=-b,\quad -b$

$a=d,\quad b=c$ トスルモ上ト同シ結果チ得.

(2) 次ニ(A)ニ於テ $x=0$ トスレハ

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}+\frac{1}{d}.$$

又(B)ニ於テ x ノ二根ノ和ハ x ノ係數ノ負數即チ $\dfrac{2(ab-cd)}{b-d-c+a}$ ニシテ其一根ハ0ナルカ故ニ他ノ一根ハ

$$-\frac{2(ab-cd)}{b-d-c+a} \text{ 即チ } \frac{2\left(\frac{ab}{cd}-1\right)}{-\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{d}\right)+\frac{a+b}{cd}} \text{ 即チ } \frac{2\left(\frac{ab}{cd}-1\right)}{-\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)+\left(\frac{a+b}{cd}\right)}$$

$$\text{即チ } \frac{2ab\left(\frac{ab}{cd}-1\right)}{(a+b)\left(\frac{ab}{cd}-1\right)} \text{ 即チ } \frac{2ab}{a+b},$$

之ニ由テ原方程式ノ根ハ

$$0,\ -a,\ -a \text{ 或 } 0,\ -b,\ -b \text{ 或 } 0,\ 0,\ \frac{2ab}{a+b}.$$

東京數學院

數學講義錄

第拾號

論說

代數學ト幾何學ノ關係(第八)——上野清

The Foundation of Geometry ノ著者ナル英人 Dixon 氏ハ 1891 年ニ於テ該書チ著ハシ Euclid ノゑれめんとノ定義及ヒ定理ニ付キ改正チ加ヘタリ其所說ハ論理學ノ哲理ニ涉ルモノ多ク根本的ノ論理頗ル多シ著名ナル Henrici 氏ノ幾何學新說ト相俟チテ此學界ニ一生面チ開キタルモノトイハサルヘカラス同氏ノ說ニ同ク舊事物ニ付キ不完全ナル處チ發見シタルノ後ニ非レハ新事物チ世人ニ紹介スルハ不利益ナリト.

Euclid ノゑれめんとハ完全ナル一ノ演繹論理ナリ故ニ此事物ニ付キ不完全チ見出サヽル以上ハ新案チ出スヿニ猶豫スルヿハ實ニ至當ノ事ナリ,三角形ノ三內角ノ和カ二直角ニ等シキヿハ吾人カ確信スヘキ道理ニシテ吾人ノ生命ハ有限ナリトイヘル古來ヨリノ實驗ヨリモ猶ホ一層確信スヘキモノナリ故ニゑれめんとノ公理,定理ハ一トシテ動カスヘカラサルヿハ何人モ固ク信スル所ナリ.

然レモゑれめんとノ根本的定義即ヲ立体ハ其立論タル代數學ト全ク獨立セシカ爲メニ正確ナル諸定理モ併セテ活動セサル一死物ニ歸着セントス。

ゑれめんとノ定義ニヨレハ体トハ長，幅，厚ノ三ツヲ有スト試ミニ体トイフヿヲ近世ノ哲學上ヨリイフ𪜈ハ空間ナリ空間ハ吾人根本的ノ概念ナリ此根本的ノ概念ノ定義ヲ下スニ於テ長，幅，厚トイヘル曖昧ナル語ヲ用フルハ實ニ不完全ナラスヤ。

長トハ何ソ厚及ヒ幅トハ何ソヤト問ヘハ此三ツニ付其異ナル点ノ區別ヲ見出ス能ハサルナラン此三者ハ何レモ線ナリ而シテ其區別ハ方向ノ異ナリタル線ヲイフモノニシテ根本的ナル空間ノ定義ニ用フル物ニハ不適當ナリ。

何トナレハ体ハ異ナリタル三方向ニ伸張スルモノトイハサルヘカラス即ヲ方向ナル概念ハ空間トイヘル概念ヨリ尙ホ一層根本的ナレハナリ。

試ミニ幼兒カ母ノ膝ニ在リ夜間天ヲ望ミお月樣お星樣ト指サスヲ視ヨ彼ノ星ハ彼ノ方向又此方向ニハお月樣カ光ルトイフカ如キ概念ハ凡ヘテ方向ノ概念ナリ而シテ此ノ如ク種々ノ方向ニ擴カリタル塲所ハトイヘハ吾人ハ生活スル此空間ナリ。

ゑれめんとニ於テ点ハ位置アリテ大サ無シトイフカ如キモ位置ハ方向ヨリモ尙ホ一層根本的概念ナルヲ以テ位置ノ次ニ方向ヲ置キ方向ノ次ニ線面体ト次第ニ置タヿヲ宜シトス而シテ位置ハ幾何學ノ概念ナリ方向ハ代數學ノ概念ナリ。

代數學ノ概念ヲ以テ幾何學ヲ說クニ方リ始メテ正負ノ量及ヒ虛數量ヲ生ス是ヲ以テ單純ナル幾何學ノ概念ナルゑれめんとノ確說ハ竟ニ變動ヲ生スルニ至レリ。

Henrici 氏ハ比例ノ論ヲ未タ著ハサヾト雖𪜈多少同氏ノ新說ヲ得タル處アリ依テ次ニ比例論ヲ示サン。

注　意

第拾號幾何學講義正誤

133ページ，	終リノ行，	135.	ハ	136.	ノ	誤リ.
135ページ，	第三行，	133.	ハ	137.	ノ	誤リ.
136ページ，	第十二行，	134.	ハ	138.	ノ	誤リ.
137ページ，	第二行，	135.	ハ	139.	ノ	誤リ.
〃	第十四行，	136.	ハ	140.	ノ	誤リ.
〃	第廿壹行，	136.	ハ	141.	ノ	誤リ.

後來定理及ビ例題ヲ証明スルニ引用上必要ニ付必ズ上記ノ通リ講義錄ニ証正シ置カレタシ.

長

野　清

幾何學ノ物体ニハ大サト形ト[illegible]リ大サノ同シモノヲ等量ノモノトイヒ大サト形ヲト同シキモノヲ全等形トイヒゑれめんとニ於テハ二ツノ圖形カ大サト形ヲト全ク相同シキモノヽ証明ハ最初ニ全ク相合スルヿヲ確定シテ証シタリ而シテ大サ異ナリテ形ヲ相同シキモノヲ相似形トイフ。

甲カ乙ト相似ナリトイフヿノ關係ハ如何ナリヤトイヘハ甲ノ正射影カ乙ナリトイフヿニ歸着ス。

故ニ相似ノ兩形ハ互ヒニ比例スヘキモノニシテ比即ヲ甲カ乙ニ於ケル比トハ甲カ值ヲ變スルニ當リ之ニ相應シテ乙カ恰モ甲ノ正射影カ變スルカ如ク其值ヲ變スル𪜈甲ノ各變シタル值カ乙ノ之ニ相應シテ變シタル值ト比例ストイフナリ。

故ニ一物カ他物ニ於ケル比トハ其一物カ變シタル大サカ其影ニ於ケル比ナリ例ヘハ燈火ノ前ニ正直ニ於テ壁面ニ移ツル影ノ如ク全ク其原物ト相似形ナルト同シ理ナリ。

然レモゑれめんさノ根本
學ト全ク獨立セシカ爲メニ
ル一死物ニ歸着セントス.

ゑれめんさノ定義ニヨレ
ミニ体トイフヿチ近世ノ哲
吾人根本的ノ概念ナリ此根
旣.厚トイヘル曖昧ナル語
長トハ何ソ厚及ヒ幅ト
ル点ノ區別チ見出ス能ハ
シテ其區別ハ方向ノ異ナ
ル空間ノ定義ニ用フル物
何トナレハ体ハ異ナリ
ルヘカラス即チ方向ナル
層根本的ナレハナリ.

試ミニ幼兒カ母ノ膝ニ在リ夜間天チ望ミお月様お星様ト指サスチ視ヨ彼ノ星ハ彼ノ方向又此方向ニハお月様カ光ルトイフカ如キ概念ハ凡ヘテ方向ノ概念ナリ而シテ此ノ如ク種々ノ方向ニ據カリタル場所ハトイヘハ吾人ハ生活スル此空間ナリ.

ゑれめんさニ於テ点ハ位置アリテ大サ無シトイフカ如キモ位置ハ方向ヨリモ尙ホ一層根本的概念ナルチ以テ位置ノ次ニ方向チ置キ方向ノ次ニ線面体ト次第ニ置クヿチ宜シトス而シテ位置ハ幾何學ノ概念ナリ方向ハ代數學ノ概念ナリ.

代數學ノ概念チ以テ幾何學チ說クニ方リ始メテ正負ノ量及ヒ虛數量チ生ス是チ以テ單純ナル幾何學ノ概念ナルゑれめんさノ確說ハ竟ニ變動チ生スルニ至レリ.

Henrici氏ハ比例ノ論チ未タ著ハサスト雖モ多少同氏ノ新說チ得タル處アリ依テ次ニ比例論チ示サン.

東京數學院

數學講義錄

第拾壹號

論說

代數學ト幾何學ノ關係(第九)——上野清

幾何學ノ物体ニハ大サト形チトノ貳ツアリ大サノ同シモノチ等量ノモノトイヒ大サト形チト同シキモノチ全等形トイヒゑれめんさニ於テハ二ツノ圖形カ大サト形チト全ク相同シキモノヽ証明ハ最初ニ全ク相合スルヿチ確定シテ証シタリ而シテ大サ異ナリテ形チ相同シキモノチ相似形トイフ.

甲カ乙ト相似ナリトイフヿノ關係ハ如何ナリヤトイヘハ甲ノ正射影カ乙ナリトイフヿニ歸着ス.

故ニ相似ノ兩形ハ互ヒニ比例スヘキモノニシテ比即チ甲カ乙ニ於ケル比トハ甲カ値チ變スルニ當リ之ニ相應シテ乙カ恰モ甲ノ正射影カ變スルカ如ク其値チ變スル片甲ノ各變シタル値カ乙ノ之ニ相應シテ變シタル値ト比例ストイフナリ.

故ニ一物カ他物ニ於ケル比トハ其一物カ變シタル大サカ其影ニ於ケル比ナリ例ヘハ燈火ノ前ニ正直ニ於テ壁面ニ移ツル影ノ如ク全ク其原物ト相似形ナルト同シ理ナリ.

東京數學院

數學講義錄

第拾貳號

論　說

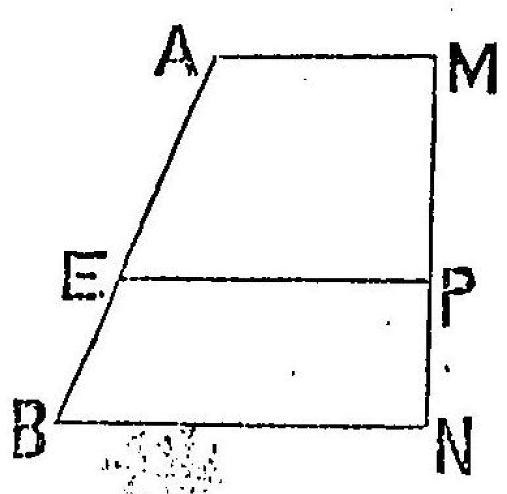
代數學ト幾何學ノ關係(第十)——上野　清

幾何學ノ比例論ハ斯學ノ特質ノ長處ニシテ代數學ノ得テ關係スル所ニアラサルコハ前號ニ於テ畧陳セリ然レ𪜈予ハ既往ノ佛獨其他米國ノ數學者ノ如ク實用ニノミ汲々トシテ數ヲ用ヒテ幾何學ノ比例論ヲ破壞スルノ弊ヲ批難セシ迄テニシテ絕對的ニ比例論ニ於テハ幾何學ト代數學ノ關係ヲ拒絕ストイフノ意義ニハアラサルナリ。

何トナレバ幾何學ハ代數學ノ援助ヲ得テ發表スヘキ故ニ其眼目タル比例論モ代數學ト相照映セザレハ其眞値ヲ發達スルコ能ハザルヲ以テナリ.

故ニ予ハ幾何學ノ比例定義ハ之ヲ Euclid ノゑれめんさニ讓リ此定義ト代數學ニ於ケル數ノ理論トヲ對照シゑれめんさノ定義ヲ明了ナラシメ併セテ數ノ理論カ此定義アルガ爲メニ正確トナリタル概要ヲ述ヘントス而シテ之ヲ二ツニ分チ第一ニ量及ヒ數ヲ論シ第二ニ相似形ヲ論スヘシ.

例ヘハABナル直線ヲEニ於テ貳分シABカ直立線MNニ於ケル正射影ヲMNトスレハAE及ヒBEカMNニ於ケル正射形ハMP及ヒPNナリ故ニAB, AE, EBノ影ハMN, MP, PNナルカ故ニ



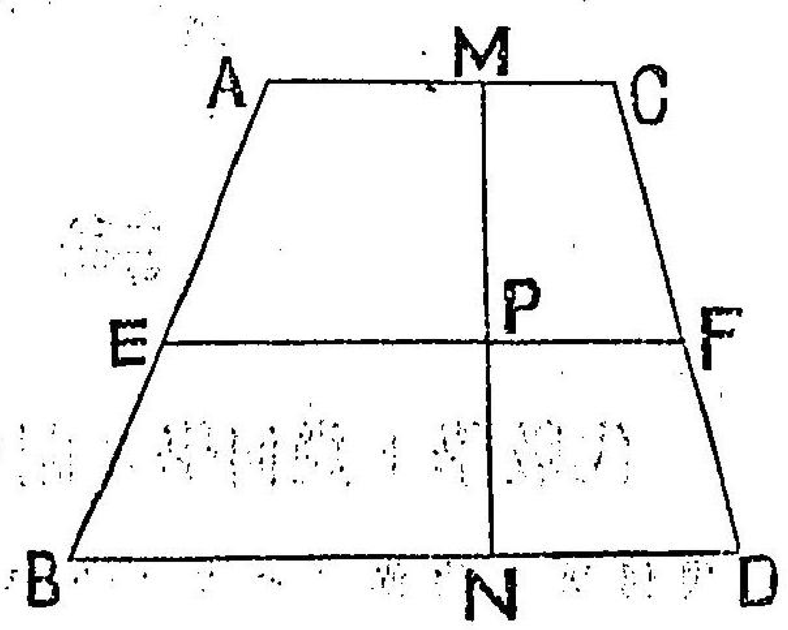
AB : AE : EB : : MN : MP : PN.

而シテ他ノ直線CDヲFニ於テ二分シ同様ニMN上ニ於ケルCD, DF, FDノ正射影ヲMN, MP, PNトスレハ

CD : CF : FD : : MN : MP : PN.

之ニ由テ

AB : AE : EB : : CD : CF : FD.



而シテ AE > EB ナル𪜈

CF > FD,

AE = BE ナル𪜈

CF = FD,

AE < BE ナル𪜈

CF < FD ナリ.

故ニ貳ツノ量A及ヒBカ $A \begin{smallmatrix}>\\=\\<\end{smallmatrix} B$ ナルニ從フテ

他ノ貳量C及ヒDカ $C \begin{smallmatrix}>\\=\\<\end{smallmatrix} D$ ナル𪜈ハ

A : B : : C : D ナリトイフコヲ得ヘシ.

例ヘハ物品ノ價ハ其物品ノ影ノ如シ故ニ同シ物品ノ大小二量ハ其價ニ比例スヘシ.

元來比例ナルモノハ相應ノ變化トイヘル單純ナル概念ニシテ此概念ハ到底根本的ナルヲ以テ認定スルヨリ外ニ証明スル能ハサルモノナリ故ニ幾何學ニ於テハ比例ノ論ヲ以テ最モ困難ナルモノトス而シテ數量ヲ用ヒテ之ヲ証明スル𪜈ハ幾何學ノ性質ヲ破壞スルカ故ニ比例論ノミハ代數學ニ關係スル能ハス.

東京數學院

數學講義錄

第拾三號

論說

代數學ト幾何學ノ關係(第十一)——上野清

比例論ト代數學ノ定理ノ關係ヲ推究スレハ次ノ如キ連絡ヲ得ラルヘシ.

二物ノ各ヲ任意ノ數ニ分截シ再ヒ此各分截ヲ集合スレハ此二物ノ比ハ前ノ比ト變スルヿ無シト假定シ得ヘルシ此假定ヨリシテ次ノ加法及ヒ乘法ノ定理ヲ得ヘシ,

$$a+b=b+a,\qquad ab=ba,\qquad a(b\pm c)=ab\pm ac$$

(諸比之計算) 故ニ各數量ハ其定數量ヲ有ツ所ノ比ニ由テ測ラレ得ヘシ即チ壹數量ヲAトシ之ヲ任意ノ m ナル數ニ分截シ其壹部分ノ數量ヲUトスレハ $A=mU$,

而シテ此某定數量Uヲ單位トイフ.

然レ𪜈兩數量ノ間ニハ同一ノ單位ヲ共有スル能ハス,

$A=mU$, $B=nU$ ノ如キ場合ハ甚タ稀レナリ故ニ兩數量AトBノ比ヲ正シク表ハス能ハス.

故ニ一ツノ比ハ兩數量ノ比即チ一通度ヲ共有スル所ノ兩數

(量及ヒ數) 若干個ノ物ヲ個々排列シタル時(例ヘハ碁石ヲ列ヘタルカ如キ時)其數ヲ計フルヿニ由テ其個數ノ値ヲ決定シ得ラルヘシ而シテ其排列ノ順序ノ如何樣ナルニ係ハラス其計ヘタル結果ハ同一ナルヿ明カナリ此任意ノ排列ヲ計フヘタル結果カ同一ナル事實ヨリシテ代數學ノ加法及ヒ乘法ノ定理ヲ生スルヿ次ノ如シ,

$$a+b=b+a,\qquad ab=ba,\qquad a(b\pm c)=ab\pm ac.$$

然レ𪜈幾何學ニ於テ之ト同樣ノ事實ヲ証明スル能ハサルノ場合アリ即チ代數學ニ於テ a, b, c ハ整數ナラサル時ノ場合ト署ホ似タレ𪜈又其趣旨ノ異ナル處アリ.

例ヘハ点ハ位置ノミアリテ量無キカ故ニ幾多ノ点ヲ集合スルモ線ノ一部分ヲ形チ作ル能ハス即チ一線ノ部分ノ內ニハ点ノ數ヲ計フル能ハサルナリ然レ𪜈線トハ長サトイヘル量ヲ有スルカ故ニ其一部分ノ線ハ他ノ一部分ヨリ大或ハ小ナリトイフヿヲ得ヘシ即チ或一定ノ程度ニ於テ大或ハ小ナリト比較スルヿヲ得ヘシ而シテ其一部分カ他ノ一部分ヨリ大ナリトイヘル場合ニ於ケル此一定ノ程度ヲ稱シテ此二部分ノ比トイフナリ此ノ如キ一定ノ程度ニ比トイヘル定義ヲ下シタルヲ以テ次ノ如キ幾何學ノ定理ヲ得タリ,

A＋BカCニ於ケル比ハAカCニ於ケル比トBカCニ於ケル比トノ和ニ等シ,

AカCニ於ケル比ハAカBニ於ケル比トBカCニ於ケル比トノ積ニ等シ.

此定理ヲ再言スレハA＋BカCヨリ大(或ハ小)ナル定程度ハA及ヒBノ各カCヨリ大或ハ小ナル定程度ノ和ニ等シ,

又AカCニ於ケル比ヲ $A>C$ Bヲ測リタル數ヲ b トスレハ $Ab>bC$ 故ニ $A>b$ トシ $b>C$ 或ハ $b<C$ トスルモ $A>C$ 故ニAカCニ於ケル比ハAカB及BカCニ於ケル比ノ積ナリ.

量ニ甚タ近キ畧近値ヲ記シ得ルノミナリ.

而シテ代數學上ニ於ケル比例ヲ一般ニ述フルヰ兩數量カ同單位ヲ以テ度ル能ハサル時常ニ同シ數ノ分數ヨリモ大或ハ小ナル所ノ両比ハ相等シトイフナリ.

例ヘハ $A:B$ ハAB及ヒBカ如何ニ變スルモ常ニ $\frac{n}{m}$ ヨリ大或ハ小ニシテ即チ $A:B>\frac{n}{m}$ ナルヰ常ニ $A':B'>\frac{n}{m}$ ナレハ

$A:B::A'B:'$.

此定義ハEuclidノ如ク相似三角形ハ比例ノ邊ヲ有ストイフヿニ歸着ス.

(相似形) 相似形ハ前既ニ陳述シタリ而シテ此處ニ於テハ更ニ上ノ定義ニ由テ更ニ其要領ヲ示サントス.

圖形カ膨脹スルヰ尙ホ同シ形チヲ有ツヰ其各直線ハ相應シテ各或直線ヲ有ツヘシ而シテ其各角ハ各自恒同ナリ.

然ルヰ此圖形ノ凡テノ部分ハ一樣ニ膨脹ストイフ.

一圖形カ他ノ圖形ノ一樣ナル膨脹ニ由テ成レルヰ此両圖形ヲ相似形トイフ.

一圖形カ他ノ圖形ト等シキニ至ル迄テ一樣ニ膨脹セラレタル程度ヲ相似ノ比トイフ.

然ルヰ一圖形ニ於ケル二線ノ比ハ他圖形ニ於ケル相應二線ノ比ニ等シ.

之ニ由テ更ニ次ノ如クイフヿヲ得ヘシ.

四數量カ比例ヲナシ而シテ其第一數量カ第二數量ノ任意ノ分數ヨリ大或ハ小ナルヰ第三數量ハ第四數量ノ同一ノ分數ヨリ大或ハ小ナリ.

例ヘハ $A:B::C:D$ ニシテ

$A>\frac{n}{m}B$ ナルヰ $C>\frac{n}{m}D$ ナリ.

東京數學院

數學講義錄

第拾四號

論説

代數學ト幾何學ノ關係(第拾貳)――上野清

代數學ニ於テ數量ニ不盡根アリ故ニ代數學ノ原則ヲシテ一般ノ數量ニ合理ナラシメンニハ極限法ヲ取ルノ止ム得サルニ至ル幾何學ニ於テ不可通度ノ量アリ即チ貮線ノ長サヲ共通ナル一定直線ニテ常ニ測ル能ハス故ニ幾何學ノ比例ノ定義ハ正確ナルモ初學者ノ了解ニ苦シム所ナリ此両者ノ關係ヲ考察スルハ初學者ノ必要ナル所ナリ.

而シテ代數學ノ數量ハ正負及ヒ有理無理ノ上ニ虛數量アルカ故ニ前者ノ關係ヨリモ尙ホ一歩ヲ進メテ此等ノ代數學上ノ數量ト幾何學ノ量トノ關係ヲ考究スル是レ近世學説ノ最大要件ニシテ此等ノ關係ヨリシテ四元法等ノ發明及ヒ現實世界ノ外ニ無限ナル虛數世界ヲ想像シ高尙ナル學理ヲ研究スルヿヲ得ルニ至レリ乃チ學理ノ深淵ナルハ人智ノ開達ヲ促カス所以ニシテ第二十世記ニ於テ數理界ノ開柘地ハ實ニ虛數量ニ在リトハ學者ノ唱道スル所ナリ.

然レ圧予ハ此開柘ニ從事スルニ於テ最モ其必要ナル便法ハ幾何學ト代數學トノ兩者ノ關係ヲ常ニ連絡セシムルニアリト信スルモノナリ

惟フニ此兩學科ハ第一期ニ於テ數理論ト圖解トニヨリテ混同シ第二期ニ於テ數ト量トノ區別ニヨリテ分離シ第三期ニ於テ解析幾何學トナリテ平行ニ進步シ今ヤ巳ニ四元法ノ發見ニ由テ哲學ニ關係スルニ至レリ

此凡テノ時期ニ於テ此兩學科ハ知ラス識ラス關係セシコハ勿論ナレ圧概子代數學ヲ以テ幾何學ヲ推究シタル代數的幾何學ニ過スシテ反對ニ幾何學ヲ以テ代數學ヲ考察ヘキ幾何的代數學アラサルナリ故ニ予ハ此兩學科ノ內何レヲ主トシ何ヲ客トスルモ各其應用ノ如何ニヨリテ便宜ナレ圧單ニ一方ニノミ傾ムカサランコヲ期望セサルヲ得ス

問　　題

(第拾五號迄ニ答解ヲ乞フ)

6. 次ノ方程式ニ於テ x 及ヒ y ノ値ヲ算出セヨ,

$$\frac{x-a}{a+b}=\frac{y-b}{a-b}=\frac{x^2-y^2}{b(x+b)-a(y-a)}.$$

7. 半円ノ直徑AB上ノ一点PヨリABニ垂線PQヲ引キAP及ヒBPヲ直徑トシテ形內ニ二ツノ半圓ヲ畫ク而シテPQト此各半圓ニ切シテ畫キタル兩圓ハ相等シ其証如何.

數　　理

二項方程式

$x^n=1$ ナル二項方程式ノ n 根ヲ $1, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \ldots\ldots$ トスレハ

$$1+\alpha+\beta+\gamma+\delta+\ldots\ldots=0$$

又　$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)(1-\delta)\ldots\ldots=n.$

〔証明〕 $(x-1)(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)\ldots\ldots=x^n-1,$

故ニ左邊ニ於ケル x^{n-1} ノ係數ハ $-(1+\alpha+\beta+\gamma+\ldots\ldots)$ ナリ,

又右邊ニ於ケル x^{n-1} ノ係數ハ 0 ナリ,

之ニ由テ　$1+\alpha+\beta+\gamma+\delta+\ldots\ldots=0.$

次ノ上ノ方程式ヲ $x-1$ ニテ除スレハ

$$(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)\ldots\ldots=x^{n-1}+x^{n-2}+\ldots\ldots+x+1,$$

$x=1$ トスレハ

$$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)\ldots\ldots=1+1+\ldots\ldots+1=n.$$

〔第一例〕 $x^2=1$ ニ於テ $x=1,\quad -1,$

$$\therefore\quad 1+(-1)=0.$$

〔第二例〕 $x^3=1$ ニ於テ

$$x=1,\quad x=\frac{-1+\sqrt{-3}}{2},\quad x=\frac{-1-\sqrt{-3}}{2},$$

$$\therefore\quad 1+\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}+\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}=0.$$

〔第三例〕 $x^4=1$ ニ於テ

$$x=1,\quad x=-1,\quad x=\sqrt{-1},\quad x=-\sqrt{-1},$$

$$\therefore\quad 1+(-1)+\sqrt{-1}+(-\sqrt{-1})=0.$$

〔第四例〕 $x^5=1$ ニ於テ $x=1,$

$$x=\frac{-1+\sqrt{5}+\sqrt{-10-2\sqrt{5}}}{4}=\alpha,\quad x=\frac{-1-\sqrt{5}+\sqrt{-10+2\sqrt{5}}}{4}=\beta$$

$$x=\frac{-1+\sqrt{5}-\sqrt{-10-2\sqrt{5}}}{4}=\gamma,\quad x=\frac{-1-\sqrt{5}-\sqrt{-10+2\sqrt{5}}}{4}=\delta$$

$$\therefore\quad 1+\alpha+\beta+\gamma+\delta=0.$$

平方之和及差ノ公式ノ一二ヲ示ス.

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b),$$

$$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab,$$

$$(a+b)^2+(a-b)^2=2a^2+2b^2$$

$$(ma+nb)^2+(ma-nb)^2=(m^2+n^2)(a^2+b^2),$$

$$(ma-nb)^2-(na-mb)^2=(m^2-n^2)(a^2-b^2),$$

$$(a^2+b^2+c^2+d^2)(a'^2+b'^2+c'^2+d'^2)-(aa'+bb'+cc'+dd')^2$$
$$=(ab'-a'b)^2+(ac'-a'c)^2+(ad'-a'd)^2+(bc'-b'c)^2$$
$$+(bd'-b'd)^2+(cd'-c'd)^2.$$

$$(x^2+y^2+z^2)(x'^2+y'^2+z'^2)$$
$$=(xx'+yy'+zz')^2+(yz'-y'z)^2+(zx'-z'x)^2+(xy'-x'y)^2,$$

$$(x^2+y^2+z^2+u^2)(x'^2+y'^2+z'^2+u'^2)$$
$$=(xx'+yy'+zz'+uu')^2+(xy'-x'y+zu'-z'u)^2$$
$$+(xz'-x'z+uy'-u'y)^2+(xu'-x'u+yz'-y'z)^2.$$

$$1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+n^3=(1+2+3+\cdots\cdots+n)^2.$$

東京數學院

數學講義錄

第拾五號

論說

代數學ト幾何學ノ關係(第拾三)

上野清

幾何學ハ演繹的ノ論理學ニシテ即チ四個ノ條件ヲ作リ之ヨリ各定理ヲ敷衍シ其定理カ眞實ナルヲ以テ此ノ四個ノ條件モ亦確實ナルモノナリトノ斷案ヲ下セシモノナリ今初學者ノ爲メニ之ヲ次ニ概述セントス.

所謂四ツノ條件トハ第一ヲ客觀的事實(Obujective Facts)トイフ即チ直線ハ其一部ヲ取リテ他ノ一部ノ上ニ重サヌル片ハ全ク相合ス或ハ平面ハ其面上ノ二點ヲ連結スル直線カ全ク其面ニ合スルトイヘルカ如ク客觀的ノ概念ヨリ得來ルモノナリ第二ヲ公法(Postulate)トイフ即チ直線ハ任意ニ引長スルヿヲ得ルト公準セシ如キモノヲイフ第三ヲ定義(Difinitions)トイフ即チ術語或ハ圖形ノ區別ヲ說明セシモノナリ第四ヲ公理(Axioms)トイフ即チ說明ヲ要セスシテ明白ナル事實ノ定理ヲイフナリ此四ツノ條件ヲ最初ニ認定シ之ニ由テ成レル幾何學ノ諸定理ノ眞實ナルヿヲ確定セシナリ.

此ノ如ク幾何學ハ演繹的論理學ナルカ故ニ其定理ニシテ若シ不合理ナルトキハ其根本ナル四ツノ條件モ又確實ナラサルニ至ルヘシ而シテ此四個ノ條件ハ客觀的概念ヨリ發生セシヲ以テ之ヲ主觀的概念ト連結セシヿハ頗ル困難ナリトス。

例ヘハ光線ノ波動說ノ如キ精氣ト稱セル若干ノ彈力性カ媒介物トナリテ凡テノ空間ニ貫徹ストイヘル公法ニ基ツキタリ斯ル公法モ今日ニ在リテハ客觀的事實トシテ其位置ヲ占ム何トナレハ之レヨリ演繹的ニ發生セル結果ハ其觀察スル所ノモノト正シク符合スルヲ以テナリ。

然レ𪜈是レ一ツノ客觀的概念ニシテ正確ナラストスルモ此公法ハ主觀的ニ假定スルヿヲ得テ心意ノ課業トシテ一ツノ想像的光線波動說ヲ案出シタルモノナルヘシ。

論理學上ノ定義ノ位置ハ久シク學者間ノ議論ニ止マリ通常ノ見解ハ單ニ口授ノ定論ナルニヨリ哲學上ノ智識ノ外何事ヲモ傳フル能ハサルナリ（然ルニ生憎ニモ我邦ノ哲學者ト[illegible]スル人ハ數學ノ智識皆無ナリ）

斯ク確乎不拔ナル主觀的概念ト客觀的事實トノ連合ガ判然說明シ難シトイヘ𪜈其主觀的概念カ暗々裏ニ客觀的事實ヲ確定セシメタルモノトイハサルヘカラス。

故ニ幾何學ガ世ノ進步ニ從フテ案外ニモ二千年前ノ客觀的事實保存セシモノハ確實ナル主觀的概念ヨリ發生セシモノナルヿヲ知リ得ヘシ。

然ルニ此概念ハ之ヲ代數學ニ徵スルモ同一ノ結果ヲ得ヘシ例ヘハ $3\times2=6$ ナル定義ハ3ヲ二單位丈ケ聚メタルモノナリト斷ミセシヨリ乘法ノ定理發生セシモノナリ而シテ $2\times3=6$ モ亦同樣ニシテ遂ニ互換定理 $3\times2=2\times3$ ヲ得ルニ至レリ。

其他凡ヘテ此ノ如ク一ツノ客觀的事實ヨリ生ス。

而シテ幾何學ニ代數學ノ學理ヲ應用セシ結果ヨリシテ線ニ

正負ヲ附スルニ至レリ故ニ三角形ノ二邊ノ和ハ他ノ一邊ヨリ大ナリトイヘル定理ハ不合理ナルニ至レリ然ルトキハ幾何學ノ四個ノ根本ハ破ルヽニ至ルヘキカ。

是レ決シテ然ラス此四個ノ根本ハ正負或ハ虛數量ニ付キテハ更ニ關係ナキモノナリ即チ初等幾何學ノ根本ナリ。

故ニ現世紀ニ於テハ幾何學ヲ分ケテ三ツトス即チ初等幾何學、近世幾何學、四元法幾何學トス。

而シテ此三科ニ分ケタルモノハ代數學ノ數量ニ正負ヲ付シタルニ由ル而シテ尙ホ代數學ニ於テ最後ノ幾何學ヲ得ルカ爲メニ $\sqrt{-1}\times\sqrt{-1}=-1$ ナル斷案ヲ下セリ。

此斷案タル客觀的ノ事實トシテ採用セラレタルモノニシテ之ニ由テ三角函數ノ理論ヲモ正確ニ論述スルヿヲ得タリ。

即チ二ツノ虛數量ノ積ハ負ナリ或ハ虛數量ノ平方ハ負ナリト斷定シテ通常ノ數量ト著シク區別ヲ立テタルモノナリ負ニ虛數量ハ成リ立ツヘキ事實ノモノニアラストシテ放棄シタル昔ノ時代ニ於テハ幾何學ノ進步ハ哲學ト全ク相離隔シタレ𪜈今ヤ此不合理ノ幾何學ノ數量ニ對シテ學者ノ考究シ開拓スヘキ學界ノ地ト稱セラルヽニ至レリ。

是レヨリシテ正數量ノミヲ論スル科目ハ之ヲ代數學ヨリ驅逐シテ算術トナシ代數學ハ負數及ヒ虛數ヲ論スルノ科目トナレリ故ニEuclidノゑれめんとハ恰モ算術ノ如キ地位ニ立チタリ故ニ昔時ニ於テ貴重セシ幾何學モ今ヤ普通ノ人カ學修スヘキモノナリ一ツノ學科ヲ研究スヘキ人ハ進ンテ近世幾何學四元法幾何學ヲ考究セサルヘカラス然ルニ今ヤ尙ホ數理ノ進步ハ此境ニ至ラス是レ全ク現今先輩カ數理ノ智識ニ缺乏セルニヨルノミ。

雜 錄

會員諸氏の內希臘文字を質問せらるゝ人多きか故に便利の爲め次に之を示す.

希臘文字表

首字	小字	發音	
A	α	Alpha.	アルアフ
B	β 又ハ 6	Beta.	ベエタア
Γ	γ	Gamma.	ガンマア
Δ	δ	Delta.	デルタア
E	ϵ	Epsilon.	エップスイロン
Z	ζ	Zeta.	ズエタア
H	η	Eta.	イータア
Θ	ϑ 又ハ θ	Theta.	スィタア
I	ι	Iota.	アイオタア
K	$\varkappa$	Cappa.	カッパア
Λ	λ	Lambda.	ラムダア
M	μ	Mu.	ミユー
N	ν	Nu.	ニユー
Ξ	ξ	Xi.	ツアイ
O	o	Omiklon.	オッミイクロン
Π	π	Pi.	パイ
P	ρ	Rho.	ロー
Σ	σ（語尾ニハ ς）	Sigma.	スィグマア
T	τ	Tau	タアウ
Υ	υ	Upsilon.	エプスイロン
Φ	φ	Phi.	フアイ
X	χ	Chi.	カアイ
Ψ	ψ	Psi.	プサイ
Ω	ω	Omega.	オーメガ

東京數學院

數學講義錄

第拾六號

論説

初等代數學ノ理論(其一)――――上野清

緒言

代數學ト幾何學ノ關係ハ回數ヲ重ヌルコト十三ニ及ヒ之ニ次キテ論述スヘキ材料ハ幾何的代數學ト稱スヘキ一ツノ科學的考究ノモノナルカ故ニ予カ聊カ考究セシ材料尚ホ未タ完全ナラス故ニ世ニ發表スル能ハス依テ該論說ハ姑ク此ニ筆ヲ止メ後年ヲ俟チテ發表セントス,

而シテ今更ニ此ニ示ス所ノ初等代數學ノ理論ハ該論說トハ全ク無關係ノモノニシテ極メテ淺近ナルモノナリ初等者ニ對シテ多少參考トナルヘキト信シ逐號之ヲ掲載セントス,

第一編――――正負之關係

(1) 甲正數量ニ乙正數量ヲ加フレハ其和ハ正數量ニシテ乙數量カ有ツ所ノ單位丈ケ增ス,

〔証〕何トナレハ正數量ハ增スヘキ性質ヲ有スルカ故ニ甲正數量ニ乙正數量ヲ加フルコハ乙正數量カ有ツ所ノ單位ハ增ス

スヘキ性質ヲ以テ甲ノ增スヘキ性質ノ單位ニ加ハヽリ其增スヘキ働ラキヲ增スカ故ニ其結果ハ正數量ニシテ乙カ有ツ所ノ單位丈ケ增加セサルヲ得ス,

之ニ由テ甲正數量ヲ $+a$ トシ乙正數量ヲ $+b$ トスレハ

$$+a+(+b)=+(a+b),$$

(2) 甲負數量ニ乙負數量ヲ加フレハ其和ハ負數量ニシテ乙數量カ有ツ所ノ單位丈ケ增加ス,

〔証〕何トナレハ負數量ハ減スヘキ性質ヲ有スルカ故ニ甲負數量ニ乙負數量ヲ加フレハ乙負數量カ有ツ所ノ單位ハ減スヘキ性質ヲ以テ甲ノ減スヘキ性質ノ單位ニ加ハヽリ減スヘキ其働ラキヲ增スカ故ニ其結果ハ負數量ニシテ乙カ有ツ單位丈ケ增加セサルヲ得ス,

之ニ由テ甲負數量ヲ $-a$ トシ乙負數量ヲ $-b$ トスレハ

$$-a+(-b)=-(a+b)$$

例ヘハ -5 ニ -3 ヲ加フルトキ其和ハ負數量ニシテ 3 ノ單位丈ケ 5 ニ增スカ故ニ -8 トナルナリ,

故ニ $-5+(-3)=-(5+3)=-8,$

是レ即チ前ノ公式ノ正シキヿヲ示スモノナリ,

(3) 甲正數量ニ乙負數量ヲ加フレハ其和ハ絕對値ニ於テ甲カ乙ヨリ大ナレハ正數量トナリ又小ナレハ負數量トナリテ其大ナル數量ハ小ナル數量カ有ツ所ノ單位丈ケ減ス,

〔証〕何トナレハ增スヘキ甲數量ニ減スヘキ乙數量ノ單位カ加ハヽリテ之ニ働ラクカ故ニ絕對値ニ於テ甲カ乙ヨリ大ナレハ減スヘキ乙ノ各單位ハ凡ヘテ增スヘキ甲ノ各單位ニ働ラキヲ消去シ增スヘキ性質ノ甲ツ單位丈ケヲ殘スヲ以テナリ甲カ乙ヨリ小ナルトキハ之ニ反ス,

之ニ由テ甲正數量ヲ $+a$ トシ乙負數量ヲ $-b$ トスレハ

$a>b$ ナルトキ $+a+(-b)=+(a-b),$

$a<b$ ナルトキ $+a+(-b)=-(b-a).$

(4) 甲負數量ニ乙正數量ヲ加フレハ絕對値ニ於テ其和ハ甲カ乙ヨリ大ナルトキ負數量トナリ又小ナレハ正數量トナリテ其大ナル數量ハ小ナル數量カ有ツ所ノ單位丈ケヲ減ス

〔証〕前章ト同樣ノ方法ニテ証シ得ラルヘシ.

$a>b$ ナルトキ $-a+(+b)=-(a-b);$

$a<b$ ナルトキ $-a+(+b)=+(b-a).$

(5) 前四章ノ理ニヨリテ次ノ定義ヲ得タリ.

定義 代數學ノ加法ハ同性質或ハ異性質ノ單位ヲ有ツ所ノ數量(即チ正負ノ數量ヲイフ)ノ其一ツカ他ノ一ツニ働ラキテ生スル所ノ結果ヲイフナリ.

以上所示ハ正負ノ性質ニ関シテ其働ラキ (Action) ヲ數量ニ用ヒタルモノナリ.

元來加法或ハ加フルトイフ意義ハ算術的ニ考フレハ增加スルモノトイフノミ考ヘ居ル人多シ是レハ全ク我國語カ通俗ノ一方ニノミ流レ且字義ノ狹少ナル處ヨリ來ルモノニシテ今日歐米ノ科學ヲ我邦ニ移シ來リ我邦語ヲ用ヒテ之ヲ言ヒ表ハサントスルハ恰モ大八車ヲ以テ大砲ヲ運送スルカ如シ故ニ加ヘルトイフ語ハ我邦人ノ概念ヨリ擴張スルヿハ至難ナリトイフヘシ.

故ニ予ハ加フルトイフ語モ減スル,乘スル,除スル等ノ語モ凡ヘテ働ラクトイフ概念ヲ有セシメシトス.

元來代數學ノ根原ノ法則ハ加法ヨリ起ルカ故ニ姑ラク加法ニ就キ聊カ考フル所ヲ說述セシニ過キス此方法ヲ擴張スヘキヤ否ヤノ点ニ至リテハ後來ノ考察ヲ要スヘキモノナリ.

何分ニモ讀者ノ御存シノ如ク科學ノ進歩ハ其國勢ト正比例ヲナスヘキモノニシテ今日露西亞カ高等數學ニ進歩セシヿノ非常ナルヿハ予カ驚嘆スル所ニシテ我々モ競爭研究スヘキ秋ナリ.

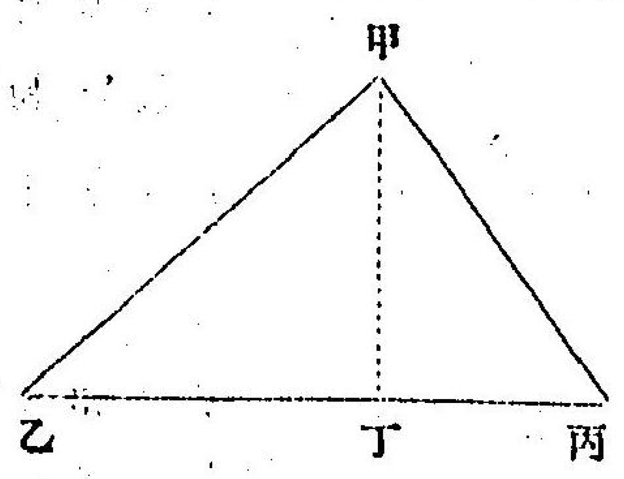
雜　　錄

清人ノ質問　客年澳門の人何樹齡氏より上野氏に屢々質問を寄せらろ氏は改革派の一人にして康有爲等さ友人なり今や彼國步多難音信隔絕隣邦同學者の起居に對し豈關心せさるへけんや依て次の書簡を載す.

支那廣州人何樹齡再拜覆書

上野清先生大人閣下。陰曆己亥三月上旬。得接人類進化說明一編。楷書細字。圖說詳明。啓僕之茅塞多矣。感激之至。謹以心謝。今敬將形學備旨寄上。且商量其題目之次序如左。

形學備旨卷四在第六十四葉第十一題。是解明勾之自乘。加股之自乘。等於弦之自乘。此題爲形學有名之要題。惜解證之法未得簡易。用圖說太多。初學者究難明白也。僕現爲小學堂敎習。故頗留意於此。僕之意以爲。苟將形學備旨卷四之第十六題。及第十九題。安置於第十題之後。則勾之自乘。加股之自乘。等於弦之自乘。此理所以然之故。可用代數式證之。如圖。甲爲直角。甲丙爲勾。甲乙爲股。乙丙爲弦。甲丁爲中垂綫。分原勾股形爲兩个勾股形。



則 $\substack{\text{乙}\\\text{丙}} \cdot \substack{\text{甲}\\\text{乙}} \because \substack{\text{甲}\\\text{乙}} \cdot \substack{\text{乙}\\\text{丁}}$ 又 $\substack{\text{乙}\\\text{丙}} \cdot \substack{\text{甲}\\\text{丙}} \because \substack{\text{甲}\\\text{丙}} \cdot \substack{\text{丁}\\\text{丙}}$

即 $\substack{\text{乙}\\\text{丙}} \times \left\{ \substack{\text{乙}\\\text{丁}} \perp \substack{\text{丁}\\\text{丙}} \right\} = \substack{\text{甲}\\\text{乙}}^{\text{二}} \perp \substack{\text{甲}\\\text{丙}}^{\text{二}} = \text{弦}^{\text{二}} = \text{勾}^{\text{二}} \perp \text{股}^{\text{二}}$

如此。則簡易明白。使初學者不厭繁瑣也。形學備旨卷四第十一題圖說之多。可以不用矣。僕識見淺陋。而且敎育曲折之處。未曾知到。但僕之敎初學者。以形學備旨爲底本。今謹將此書送與。

先生。望　先生閒暇時評論。有以敎僕也。

形學備旨卷二。即論比例。其次序。似勝於幾何原本。是否。形學備旨第七卷以下。論體形及弧角之形。尤難使學者明白。大抵非用器具指示之。則決不能明白也。（以下次號）

東京數學院

數學講義錄

第拾七號

論　　說

初學代數學ノ理論（其二）——上野　清

第貳編——因子分割法

(1) 代數式ノ因子ヲ求ムル法ハ其種類一ニシテ足ラスト雖モ各代數式ノ形狀ニヨリ各便否アルカ故ニ一般ニ施シ得ヘキ方法ハ甚タ少ナシ次ニ示ス所ハ一般ニ施シ得ヘキ方法ナルカ故ニ新奇ナラスト雖モ初學者ノ注意ノ爲メニ此ニ示セシノミ

(2) 代數式ニ於テ其含ム所ノ文字ノ內最低次ノ文字ヲ取リ此文字ニ付キ其式ヲ遞昇或ハ遞降方乘ニ整列シ此文字ノ係數ニ關係シテ因子ヲ發見スヘシ.

（例壹）$x^4+x^2-2ax+1-a^2$ ノ因子ヲ求ム.

此式ハxトaノ二文字ヲ含ミ其內最低次ノ文字ハaナリ故ニaノ遞昇方乘ニ整列スレハ

$$(x^4+x^2+1)-2ax-a^2$$
$$=(x^2+x+1)(x^2-x+1)-2ax-a^2,$$

aノ係數$2x$ト$(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ノ關係ヲ求ムレハ

$2x=(x^2+x+1)-(x^2-x+1)$ ナルヿ明カナリ.

故ニ原式 $=(x^2+x+1)(x^2-x+1)-a\{(x^2+x+1)-(x^2-x+1)\}-a^2$

$=(x^2+x+1)(x^2-x+1-a)+a(x^2-x+1-a)$

$=(x^2-x+1-a)(x^2+x+1+a).$

(例貳) $a^3+b^3+c^3-3abc$ ノ因子ヲ求ム.

此式ハ a, b, c 何レモ同次ナルカ故ニ何ヲ取リテモ宜シ故ニ先ツ a ヲ取リ a ノ遞降方乘ニ整列スレハ

$a^3-3abc+b^3+c^3=a^3-3abc+(b+c)(b^2+bc+c^2),$

a ノ係數 $3bc$ ト $(b+c)$, (b^2-bc+c^2) ノ關係ヲ求ムレハ

$3bc=(b+c)^2-(b^2-bc+c^2)$ ナルヿ明カナリ,

故ニ原式 $=a^3-a\{(b+c)^2-(b^2-bc+c^2)\}+(b+c)(b^2-bc+c^2)$

$=a\{a^2-(b+c)^2\}+(b^2-bc+c^2)(a+b+c)$

$=(a+b+c)\{a(a-b-c)+b^2-bc+c^2\}.$

$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca).$

〔餘論〕 例貳ニ由テ $a^3+b^3+c^3-3abc$ ノ因子ハ $a+b+c$ ナルカ故ニ $a+b+c=0$ ナルトキ $a^3+b^3+c^3-3abc=0$ トナル

即チ $a^3+b^3+c^3=3abc$ ナリ.(此餘論ハ要用ノモノナリ)

第參編———不等式

(1) 不等式ニ付キテ恩圖々々ハ釜數論スル代數學者ハ初學者ヲ困マラセントスル學者ニシテ餘リ役ニ立ヌ事ナリ今不等式ニ付キ初學者ノ爲メニ其要領ヲ示サン.

(2) $A>B$ ナルトキ R カ正ナレハ $AR>BR$, $\frac{A}{R}>\frac{B}{R}$,

R カ負ナレハ $AR<BR$, $\frac{A}{R}<\frac{B}{R}$,

R カ正負判然ナラサルトキハ $A>B$ ニ R ヲ乘スルヿ出來ス.

(3) 分數式 $\frac{A}{R}>\frac{B}{R}$ ナルトキ $A>B$ トイフ能ハス.

何トナレハ $\frac{A}{R}\times R<\frac{B}{R}\times R$ 即チ $A>B$ ナルカ故ニ $\frac{A}{R}>\frac{B}{R}$ ノ双方正ニ負判然セサル R ヲ乘スルハ實ニ不都合ナリ.

此ノ如キトキ分母ヲ拂フニハ R^2 ヲ乘スヘシ即チ R カ實數ナルトキ R^2 ハ常ニ正ナリ故ニ R^2 ヲ不等式ノ双方ニ乘スレハ

$\frac{A}{R}\times R^2>\frac{B}{R}\times R^2$ 即チ $AR>BR$ 是レハ正シキ法ナリ.

(例壹) $\frac{5}{x+1}>\frac{4}{x-1}$ ナルトキ x ノ値ノ界限ヲ求ム.

双方ニ $(x+1)^2(x-1)^2$ ヲ乘スレハ $5(x+1)(x-1)^2>4(x-1)(x+1)^2$

即チ $(x+1)(x-1)\{5(x-1)-4(x+1)\}>0,$

即チ $(x+1)(x-1)(x-9)>0$ 故ニ $x-1$ ト $x-9$ ハ同符號ナラサルヘカラス故ニ $x-1>0,\ x-9>0$ 即チ $x>1,\ x>9,$

或ハ $x-1<0,\ x-9<0$ 即チ $x<1,\ x<9,$

故ニ x ハ 1 ト 9 ノ間ニアラス又 $x+1>0$ ナルカ故ニ $x>-1.$

之ニ由テ x ノ値ハ 1 ト 9 ノ間ニ在ラズ又 -1 ヨリ大ナリ.

(例貳) $\frac{3x^2+5x+14}{x^2+4x+6}<2$ ニ於テ x ノ値ノ界限ヲ求ム.

分母 $=x^2+4x+4+2=(x+2)^2+2$ 即チ x ノ實數ニ對シテ常ニ正數量ナリ故ニ此不等式ノ双方ニ正數ナル x^2+4x+6 ヲ安心シテ乘スレハ $3x^2+5x+14>2x^2+8x+12,$

即チ $x^2-3x+2<0$ 即チ $(x-2)(x-1)<0,$

故ニ $x-2$ ニ $x-1$ ハ異符號ナリ, 故ニ $x-2<0,\ x-1>0,$

故ニ $x<2$ 及ビ $x>1.$

之ニ由テ x ノ値ハ 1 ト 2 トノ間ニ在リ.

雜 錄

何樹齡氏之手簡————(前號の續き)

貴國大日本登進文明境界。算學家之教育。想必有善法。有器具。僕欲將來託人在。貴國購買之。不知何者爲最合用耳。僕著有著相庵數音一書。乃是丁酉年、當廣州報館主筆之席、日中所撰論說。偶然裒輯者也。大算盤一書亦然。僕生平甚愛以算學證哲學。所可惜者已之算學極淺陋耳。

著相庵數音起首論書數一篇。乃是僕之私意、以算學談哲學者。 其中若有錯謬之處。願 上野清先生教正之。僕之私意以爲宇宙之內。諸天世界。舉凡方圓曲直之形。青黃黑白之色。酸甜苦辣之味。莫非幻者。惟數學之理則最眞。蓋形色味、俱由於彼此之感動而生。但彼此之感動。其力有數目配合之不同。所以千變萬化皆不能逃出數之外也。吾人精神短少。不能推測之耳。

幾何原本開端曰點。點者、無長無濶無厚之可言。所謂小而無內者也。與佛家之所謂意者同類。僕之私心以爲。佛家之宗旨、本是最切最實。與格致算學同者。但後人誤會其意。於是以爲空以爲無耳。敬求 大日本算學哲學家講明此事。

僕現在支那澳門荷蘭園原生小學堂訓蒙

上野清先生將來若有言教僕寄信到澳門。則万幸矣。

陰曆光緒已亥三月廿七日

形學備旨 何氏の手簡中の形學備旨といふ書は光緒廿三年第三版を出せしものにして上海美華書館の出版なり支那現今の數學書は凡へて米國の書なるが故に我邦に比すれは殆んと三十年許り進歩は後れたり

彙　報

女子講義

麹町土手三番町大日本女學會の女學講義錄は今回更らに諸學科の外に算術の一科を加へ上野清氏の簡易なる講義を載せたり.

原子量

化學に用ゐる原子量は酸素の原子量を16と定め之を標準とする說に傾けり.

新版數學敎科書

明治三十一年文部省告示第六十一號に由て本文を四號活字其他註釋を五號活字として出版せし中學敎科用の數學書に於て檢定濟となりたるものは甚だ少なくして多くは舊版の物を各學校にて用ゐ來れり尤も舊時の物を六十一號の標準に改むれば二倍以上の紙數を增加し程度等も考へざるべからず故に餘り忽卒に成りたる書を用ふるよりも反て舊版を用ひ漸次に新版の物に改むることを得策なりとする向き多き由なり.

本年八月海軍兵學校入學試驗問題

算術

(一) $5^{\text{時}}\,36^{\text{分}}\,12{\cdot}6^{\text{秒}}$ ヲ日ノ分數ニ變セヨ.

(二) $\dfrac{1\frac{1}{4}\times1\frac{2}{7}+\frac{1}{3}\times2\frac{1}{4}-\frac{13}{28}\times2}{\frac{13}{28}\times2+\frac{1}{3}\times2\frac{1}{4}-1\frac{1}{4}\times1\frac{2}{7}}$ ヲ最簡ニセヨ.

(三) $5{\cdot}72896\times{\cdot}8709154$ ヲ省畧算法ニテ小數点以下五位迄算出セヨ.

(四) $\sqrt{25{\cdot}481}$ ト $\sqrt[3]{128{\cdot}3092}$ トノ差ヲ小數点以下四位迄算出セヨ.

(五) 明治三十二年三月十九日午前十時練習艦比叡横須賀軍港ヲ拔錨シ四月二十六日午後二時英領北米ノ「エスカイ

モルトン軍港ニ投錨セリ航程四千六百十浬ナリ此間四月八日ニ百八十度ノ子午線ヲ經過シ其翌日モ亦八日トス平均一晝夜ノ航程幾何但シ浬以下小數二位迄ヲ求ム.

(六) 七千六百八十四ヲ甲乙丙ノ三人ニ分ツニ乙ハ甲ヨリ其三分二多ク丙ハ甲乙ノ和ノ五分三ニ等シクセントス各ノ得ル所幾何.

(七) 或人一万個ノ菓物ヲ賣ラントス其内若干個ヲ元價ノ五割ノ益ヲ得テ賣リタル後市價低落ニヨリ殘餘ヲ一割ノ損ニテ賣リ全体ニ於テ元價ノ二割九分ニ當ル純益ヲ得タリト云フ一割ノ損ニテ賣リタルハ幾個.

(八) 一直線ニ排列セル百個ノ石アリ其間隔三尺ツヽナリ人アリ之ヲ一直線ニ見テ三尺手前ニ籃ヲ置キ此處ヨリ歩行ヲ始メ石一個ヲ拾ヒ取ル毎ニ之ヲ籃內ニ入レントス然ラハ殘ラズ入レ終ル迄ニ幾里町間尺ノ距離ヲ歩行スヘキカ.

代 數

(一) 代數ノ三基本定則ノ名稱ヲ列記シ併テ之ヲ說明セヨ.

(二) $x^5-2x^4-2x^3+8x^2-7x+2$, x^4-4x+3 ノ最高公因子 $(H.C.F.)$ 最低公倍式 $(L.C.M.)$ ヲ求ム.

(三) 次ノ式ヲ簡單ナル形ニ化セ.

(a) $\dfrac{x}{x^2+5x+6}+\dfrac{15}{x^2+9x+14}-\dfrac{12}{x^2+10x+21}$

(b) $\dfrac{b+c}{bc}(b^2+c^2-a^2)+\dfrac{c+a}{ab}(c^2+a^2-b^2)+\dfrac{a+b}{ab}(a^2+b^2-c^2)$

(四) 時計ノ長針ト短針カ十時ト十一時トノ間ニ於テ直角トナルヘキ時刻併ニ一直線トナルヘキ時刻ヲ問フ.

(五) 二輪車アリ二十一間ヲ走ル毎ニ前輪ハ後輪ヨリ二十二回タケ多クノ廻轉ヲナス今若シ前輪ノ周圍ヲ其七分ノ一タケ増シ後輪ノ周圍ヲ其八分ノ一タケ減セハ四十二間ヲ走ル毎ニ前輪ハ後輪ヨリ三十一回タケ多クノ廻轉ヲナスヘ

欠

MISSING

相似直線形

相似ニシテ相似ノ位置ニアル直線形

(八) 三角形ABCニ於テ角Aノ二等分線ADガ對邊BCトDニテ交リBDハCDノ三倍ナリト云フ邊ABハ邊ACノ幾倍ニ相當スルカ

平三角

(一) 或角ノ正弦(sine)餘弦(cosine)及ビ正切(tangent)ノ定義ヲ記シ且ツ四十五度ノ角ニ對スル此等ノ値ヲ求メヨ

(二) 次ノ式ヲ簡單ニセヨ

$$\tan(180^\circ+A)\sin(90^\circ+A)+\cos(180^\circ-A)\cot(180^\circ-A)$$

(三) 次ノ恒等式(identities)ヲ證セヨ

(i) $\tan A+\cot A=\sec A\operatorname{cosec} A$

(ii) $\dfrac{2\tan A}{1+\tan^2 A}=\sin 2A.$

(四) 小丘アリ其麓ヨリ頂上迄ハ壹町四十五間ニシテ頂上ニテ麓ヲ望ミシニ俯角(angle of depression)三十度ナリシトイフ丘ノ高サ如何

(五) (i) $32{\cdot}56\times4{\cdot}789$ ノ值ヲ求メヨ(航海表ヲ用ユベシ)

(ii) $L\sin A=9{\cdot}843582$ ヨリ角ヲ求メヨ

平面三角答案ニ擬ス

(一) 直角三角ABC形ニ於テCヲ直角トシAヲ或角トスレバ

$$\sin A=\frac{BC}{AB},\quad \cos A=\frac{AC}{AB},\ \tan A=\frac{BC}{AC}$$

之ヲ言語ニテ述フレバ可ナリ

又$A=45^\circ$ナル時$B=45^\circ$ $\therefore$ $AC=BC$及ビ$AB=\sqrt{(AC^2+BC^2)}=AC\sqrt{2}$

$$\therefore\ \sin45^\circ=\frac{BC}{AB}=\frac{AC}{AC\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore\ \cos45^\circ=\frac{AC}{AB}=\frac{1}{\sqrt{2}}\qquad \tan45^\circ=\frac{BC}{AC}=\frac{AC}{AC}=1.$$

(二) $tan(180^\circ+A)sin(90^\circ+A)+cos(180^\circ-A)cot(180^\circ-A)$

$$=tanA\cdot cosA+cosA\cdot cotA=\frac{sinA}{cosA}cosA+cosA\frac{cosA}{sinA}=\frac{sin^2A+cos^2A}{sinA}$$

$$=\frac{1}{sinA}=cosecA.$$

(三) (i) $tanA+cotA=\frac{sinA}{cosA}+\frac{cosA}{sinA}=\frac{sin^2A+cos^2A}{sinA\cdot cosA}=\frac{1}{sinA\cdot cosA}$

$$=cosecA\cdot secA.$$

(ii) $\frac{2tanA}{1+tan^2A}=\frac{2tanA}{sec^2A}=\frac{2sinA}{cosA}cos^2A=2sinA\cdot cosA=sin2A.$

(四) $sin\,30^\circ=\frac{x}{1町45間}$ 即チ $\frac{1}{2}=\frac{x}{105間}$ $\therefore$ $x=52\frac{1}{2}$間

(五) ハ畧ス.

海軍機關學校 本年入學試問題中次ノ三題ハ讀者一考ノ値アル可シ他ハ大概兵學校ト同シ.

五次方程式 $x^5-10x^2+15x-6=0$ ヲ解セヨ

但シ三根相等シキコヲ知ル

一昔生ニ年齡ヲ問ヒシニ吾年ノ二乘ハ五年前ノ年齡ト八年後ノ年齡トノ相乘ノ七分ノ六ヨリ三十六年多シトイフ其年齡如何

二次方程式 $x^2+px+144=0$ ノ根ノ比 $9:4$ ナルキ p ノ値如何

彙　報

豫備試驗 文部省第十三回敎員檢定豫備試驗は先月施行せれたり

敎員の資格 本年よりは右豫備試驗合格者は中學校の認定敎員の資格を有すへきか故に第十二回の豫備試驗にも同樣の資格を與へらろゝ由

文部省敎員第十三回豫備試驗問題及答案

算　術（二時間）

1. 四百年間ニハ閏年九拾七アリ,此平均一年ノ永サト參百六拾五日五時四拾八分四拾六秒トノ差ガ幾年ヲ經テ壹日トナルカ.

2. 長サ 6.50 尺幅 5.00 尺ノ箱ニ水ヲ入レ或ル物體ヲ其中ニ沈ムルトキハ其水面昇ルコト 0.03 尺ナリ,若シ半徑壹「メートル」ノ圓壔形ノ桶ニ水ヲ入レ同シ物體ヲ其中ニ沈ムルトキハ其水面昇ルコト幾「メートル」ナルヘキカ ($\pi=3.1416$)

3. 或ル人資金ヲ三分シ其一ツヲ以テ汽船株ヲ賣買シテ貳割七分ヲ利シ其餘ヲ以テ鐵道株ヲ賣買シテ壹割四分ヲ損シ差引八拾圓ヲ損セリトイフ,設シ資金ノ三分ノ一ヲ以テ鐵道株ヲ賣買シ其餘ヲ以テ汽船株ヲ賣買シタルナランニハ損益ノ高如何

4. 或ル國ニ於テ毎年ノ出生數ハ其年ノ始ニ於ケル総人口ノ三十二分ノ一,死亡數ハ五十分ノ一ニシテ,男女出生ノ割合ハ女 100 ニ付男 105, 男女死亡ノ割合ハ女 100 ニ付男 107 ナリ而シテ毎年ノ始ニ於ケル総人口中男女ノ割合ハ變ハラズトイフ,仍テ問フ毎年ノ始ニ於ケル此國ノ総人口中男女ノ割合女 100 ニ付キ男幾何ナルカ

5. 次ノ數ヲ小數第四位マデ算出セヨ $\frac{\sqrt{7-\sqrt{48}}}{125}$

代 數(三時間)

1. x, y ニ就テノ次ノ聯立程式ヲ吟味セヨ:

$$(2k+1)x+(4k+3)y=3-k$$
$$(k+2)x+(3k+4)y=1+k$$

2. 次ノ方程式ニ適合スルノ値ガ實數ナル爲ノ條件ヲ求メヨ

$$x^2+1+\frac{1}{x^2+1}=2a$$

3. $(a+b)^{20}$ ノ展開式ノ初ヨリ $3r$ 番目ノ項ノ係數ガ初ヨリ $r+2$ 番目ノ項ノ係數ニ等シトイフ.其係數ノ値ヲ問フ.

4. 10 ヲ底數トセル對數ヲ log ニテ表ハセバ,

$$log2=0{,}30103$$
$$log7=0{,}84510$$

ナリ.1000 ヲ底數トセル $\left(\frac{4}{343}\right)^{\frac{1}{3}}$ ノ對數見出セ.

5. 甲乙兩人アリ同時ニ周圍 400 間アル正方形ノ相隣レル隅ヨリ發シ同方向ニ進ム.甲ハ乙ヨリ前ニ在リテ其速度ハ一分間ニ 42 間,乙ノ速度ハ一分間ニ 34 間ナリ.甲乙兩人出發後始メテ同一ノ邊上ニ來ルマデノ時間ヲ問フ.

幾 何 學(三時間)

1. 與ヘラレタル二ツノ同心圓甲,乙アリ二ツノ頂点ガ甲圓周上ニ在リ,他ノ一ツノ頂点ガ乙圓周上ニ在リテ三ツノ角ガ夫々與ヘラレタル角ニ等シキ三角形ヲ作レ.

2. 與ヘラレタル圓周上ニ在ル與ヘラレタル二点 A, B ヨリ,與ヘラレタル長サニ等シキ和ヲ有スル二ツノ平行弦ヲ引ケ.

3. 三角形 ABC ノ一邊 BC ヲ C ヲ越シテ D マデ延長シ,CD=2.BC ナラシメ,又邊 AB 上ニ一点 E ヲ設ケ,AE=3.CE ナラシム.然ルトキ直線 DE ガ邊 AB ヲ截ル点ヲ F トセバ AF=2.BF ナルコトヲ證明セヨ.

4. 與ヘラレタル点ヲ過リ,與ヘラレタル圓周ヲ直角ニ截ル圓周ノ中心ノ軌跡ヲ求ム.

5. 正多角形内ノ底面上ノ任意ノ一点ヨリ底面ニ垂線ヲ引キテ各側面或ハ其延長面ト交ラシムレバ此等ノ交点ト底面トノ距離ノ和ハ不易ナルコトヲ證セヨ.

明治三十二年海軍機關學校入學試驗問題

算 術(二時間)

(一) 金三萬六千五百二十七圓ヲ 5:6:7 ノ如キ比ニテ三分セバ各金何圓何錢何厘ナルカ

(二) 某國殖民地ノ人口ハ毎年二割五分ノ割合ニテ増加セリ然ラバ此割合ニテ三倍ノ人口ヲ有スル迄ニハ幾年ヲ要スルカ

(三) 或汽船本年九月ノ第二火曜日ノ午後三時ニ甲港ヲ發シ毎時七浬ノ速度ニテ航行シ十月ノ第三金曜日ノ午前五時ニ乙港ニ着セリト云フ甲乙二港ノ距離幾何浬ナルカ

(四) 一升桝ノ内法ハ底四寸九分平方深サ二寸七分ナリ今深サト直徑ト相等シキ圓柱形ノ桝アリテ四斗ノ容量ヲ有スト云フ然ラバ此桝ノ直徑或ハ深サハ何尺何寸何分ナルカ

(五) 百二十壹坪ノ面積ヲ有スル正三角形ノ一邊ハ何町何間何尺ナルカ

代 數(四時間)

(一) 下ノ掛ケ算ヲ行ヘ

$$(ax+by+cz)(-ax+by+cz)(ax-by+cz)(ax+by-cz).$$

(二) 二次方程式 $x^2+px+144=0$ ノ二根ノ比ガ 9 ト 4 トノ如クナルトキハ p ノ値如何

(三) 下ノ聯立方程式ヲ解ケ

$$\frac{yz}{y+z}=\frac{5}{6},\quad \frac{zx}{z+x}=\frac{3}{4},\quad \frac{xy}{x+y}=\frac{15}{8},$$

(四) 五次方程式 $x^5-10x^2+15x-6=0$ ヲ解ケ但シ此方程式ニハ三ツノ等根アルヿヲ知ラセ置ク

(五) 方程式 $\{(c+x)^2+y^2\}^{\frac{1}{2}}+\{(c-x)^2+y^2\}^{\frac{1}{2}}=2a$ ヲ x, y ニ就テ最低次ノ有理式トシテ顯セ

(六) $a=\frac{2x}{1+x^2},\quad b=1-\frac{2x^2}{1+x^2}$ ヨリ x ヲ消去セヨ

(七) 一書生ニ其年齢幾何ナルカヲ問ヒシニ答テ吾年齢ノ二乘ハ五年前ノ年齢ト八年後ノ年齢トノ相乘七分ノ六ヨリ三十七多シト云ヒタリ然ラバ此書生ノ年齢幾何

(八) $x+\frac{1}{x}=z$ ナル時ハ $x^3+\frac{1}{x^3}$ 及ビ $x^5+\frac{1}{x^5}$ ヲ z ノ項ニテ顯シタル式各如何

(九) $log2=0\cdot30103$ ヲ知リテ $5^{7-3x}=2^{x+4}$ ヲ解ケ
(十) Ordinate ト云フ言葉ノ中ニアル四ツノ母音字ト四ツノ子音字ヲ一ツ置キニ配列スル方法ハ幾種アルカ但シ首位ニハ必ズ母音字ヲ用ヰルベシ

平面幾何(三時間)

(一) 三角形ノ三ツノ内角ノ和ハ二直角ニ等シ
(二) 二ツノ定マレル點ヨリ等シキ距離ニアル點ノ軌跡ヲ求ム
(三) 三角形ノ三ツノ頂點ヨリ夫々ニ其對邊ヘ引ケル垂線ノ中ニ就テ最モ長キ邊ニ至ルモノ最モ短シ
(四) 三角形 ABC ノ二ツノ邊 AB, AC ノ中點ヲ夫々ニ E, F トスレバ四角形 EBCF ハ梯形ニシテ其面積ハ三角形 AEF ノ面積ノ三倍ニ等シ
(五) 三角形ノ外接圓ノ中心ガ其三角形ノ內ニアル爲メニハ三角形ニ如何ナル要件アルカ
(六) 一ツノ定マレル点ト一ツノ定マレル直線トアリ其距離三寸ナリ今此定点ヲ中心トシテ畫キタル圓ガ定直線ヨリ切リ取ル弦ノ長サヲ八寸ニ爲サン爲ニハ圓ノ半徑ノ長サヲ何程ニ擬ムベキカ
(七) 三角形 ABC ノ三ツノ邊 AB, BC, CA ノ長サヲ夫々ニ一尺二寸,七寸,九寸トシ又角 BAC 及其外角ノ二等分線ガ對邊 BC 及ビ其延長ニ會スル點ヲ夫々ニ P 及ビ Q トスレバ PQ ノ長サ何程ナルカ

平面三角(二時間)

(一) $tan\theta=0\cdot75$ ナル時ニ $sin^6\theta+cos^6\theta$ ノ値ヲ計算セヨ
(二) 次ノ二式ヲ證明セヨ

$$(a)\quad tan\theta+cot\theta=sec\theta\ cosec\theta.$$

$$(b)\quad \frac{sin\theta}{1+cos\theta}=tan\frac{1}{2}\theta.$$

(三) $sin\theta+sin^2\theta=1$ ナル時ニ $cos^2\theta+cos^4\theta=1$ ナルコトヲ證明セヨ
(四) 次ノ二式ヨリ θ ヲ消去セヨ

$$a\sin\theta+b\cos\theta=c.$$

$$b\sin\theta+a\cos\theta=d.$$

(五) 山ノ麓ニ高サ h 尺ノ塔アリ山頂ニ於テ塔ノ頂上及ビ基礎ノ俯角ヲ測リ a 及ビ b 度ヲ得タリ山ノ高サヲ求ム

第壹號正誤

			(誤)	(正)
(數理)	3頁	第十一行	依テヨリ	依テ初メヨリ
	同	第十八行	休日2日	休日3日
	同	同	22日	23日
(代數學)	5頁	第十五行	a カ 8 ナレバ	a カ 4 ナレバ
	同	同	$\sqrt{8}=2$	$\sqrt{4}=2$
	15頁	第八行	4. $-\frac{11}{10}c$	4. $-\frac{1}{2}c$
	17頁	末行	9. $ab+bc-a^2-b^2-c^2$ ハ $-c^2$ ヲ取ル	
	同	同	10. $-a^2-b^2+2ab$ ハ $+2ab$ ヲ取ル	
	19頁	末行	13. $-a($	$a-($
	23頁	第廿行	a^m+a^n	$a^m\times a^n$
(三角法)	8頁	第十二行	$x:\frac{(x+2y)}{180}$	$x:\frac{\pi(x+2y)}{180}$

第四號目次

彙報

東京數學院 は數學速成科は甲乙とも本年十二月にて結了し來る一月八日より始業する豫定なり。

仙台數學院 は中學程度の組織せし處今般校舍器械の準備完成せしを以て仙台市中學校の第三校として來年より始業する由なり右に付き同數學院を東北中學校と改稱し更に仙台數學院を數學專門の校舍として開設すへき計劃なり。

くりすたる代數 は我邦に於て久しく世に行はれしが今般更らに同氏の小代數學(1898年出版)舶來せしが故に同學者は頗る便益を得るならん因みに記す同氏の小代數學は矢張り大代數學の組織によりたれども正負論及ひ例題の如きは新奇なるも頗る多し

文部省教員第十三回豫備試驗問題及答案

(第三號ノ續キ)

算術

1. 1年ハ365日ナルガ故ニ400年間ニ97回ノ閏年97日ヲ加フレハ400年間ノ日數ハ $365日 \times 400 + 97日$

此平均1年ノ永サハ $(365日 \times 400 + 97日) \div 400 = 365\frac{97}{400}日$

$= 365日5時49分12秒$,

故ニ此平均1年ト365日5時48分46秒トノ差ハ1年ニ付キ

$365日5時49分12秒 - 365日5時48分46秒 = 26秒$

又1日ハ $24 \times 60 \times 60$ 秒ナルガ故ニ

所求ノ年數ハ $24 \times 60 \times 60 \div 26 = 3323\frac{1}{13}$ 年ナリ。

2. 物体ノ体積ハ昇ル所ノ水ノ体積ニ等シキカ故ニ此物体ノ体積ハ $6{\cdot}50\times5{\cdot}00\times0{\cdot}03$ 立方尺ナリ,

又1めーとるハ3·3尺ニシテ半徑1めーとるノ圓壔ノ体積ハ此水ノ体積ニ等シカラサルヘカラス故ニ此高サヲ求ムルヿ次ノ如シ

$$\frac{6{\cdot}50\times5{\cdot}00\times0{\cdot}03}{3{\cdot}3^2\times3{\cdot}1416}\text{尺}=\frac{65\times5\times1000}{33^2\times10472}\text{尺}$$

$$=\frac{65\times5000}{33^2\times10472}\div3{\cdot}3\ \text{めーとる}={\cdot}009\ \text{めーとる(大約)}$$

3. 題意ニヨリ80圓ハ資金ノ $\frac{2}{3}\times{\cdot}14-\frac{1}{3}\times{\cdot}27=\frac{1}{300}$ ニ當ル之ニ由テ資金ハ $80\text{圓}\div\frac{1}{300}=24000\text{圓}$,

設シ第二ノ塲合ノ如クスレハ

$$\text{銕道株ニ付テノ損ハ}\frac{24000}{3}\text{圓}\times{\cdot}14=1120\text{圓},$$

$$\text{滊船株ニ付テノ益ハ}\frac{2\times24000}{3}\text{圓}\times{\cdot}27=4320\text{圓},$$

故ニ差引 4320圓−1120圓＝3200圓ノ益アリ.

4. 毎年ニ於テ差引増人數ハ其年ノ始ノ人數ノ $\frac{1}{32}-\frac{1}{50}$ 即チ $\frac{9}{800}$ ナリ,

此内男ノ增數ハ $\frac{1}{32}\times\frac{105}{105+100}-\frac{1}{50}\times\frac{107}{107+100}=\frac{21}{32\times41}-\frac{107}{50\times207}$

又女ノ增數ハ $\frac{1}{32}\times\frac{100}{105+100}-\frac{1}{50}\times\frac{100}{107+100}=\frac{20}{32\times41}-\frac{100}{50\times207}$,

題意ニ於テ毎年ノ始メノ男女ノ割合ハ終リノ男女ノ割合ニ等シキカ故ニ亦タ毎年ノ男女ノ增數ノ割合ニ等シキコト明カナリ

故ニ此國ノ総人口中女ヲ100トスル𪜈男ノ數ヲ x トスレハ

$$\frac{20}{32\times41}-\frac{100}{50\times207}:\frac{21}{32\times41}-\frac{107}{50\times207}=100:x$$

分母ヲ拂ヒテ x ヲ求ムレハ

$$x=\frac{21\times50\times207-107\times32\times41}{20\times50\times207-100\times32\times41}\times100=\frac{38483}{379}=101{\cdot}6\text{弱}$$

5. $$\frac{\sqrt{7-\sqrt{48}}}{135}=0{\cdot}008\times\sqrt{7-4\sqrt{3}}=0{\cdot}008\times\sqrt{7-4\times1{\cdot}732}\ldots.$$

$$=0{\cdot}008\times\sqrt{0{\cdot}008\ldots}=0{\cdot}008\times0{\cdot}26\ldots=0{\cdot}0021.$$

代數

1. $$(2k+1)x+(4k+3)y=3-k, \qquad (1)$$

$$(k+2)x+(3k+4)y=1+k, \qquad (2)$$

(1)ヨリ(2)ヲ減スレハ $(k-1)x+(k-1)y=-2(k-1)$ (3)

(第壹) $k=1$ ナル𪜈(3)ハ恒同式トナル之ニ由テ原両方程式(1)及ビ(2)ハ同一ニシテ x 及ヒ y ノ値ハ不定ナリ.

(第貳) $k\neq1$ ナルトキ $k-1$ ハ0トナラサルヲ以テ $k-1$ ニテ(3)ヲ除スレハ $x+y=-2$ 即チ $y=-(x+2)$,

此式ノ値ヲ(1)ニ代用スレハ

$$(2k+1)x-(4k+3)(x+2)=3-k$$

$$\therefore\quad x=-\frac{7k+9}{2(k+1)},$$

$$y=-(x+2)=-\left(-\frac{7k+9}{2(k+1)}+2\right)=\frac{3k+5}{2(k+1)},$$

此塲合ニ於テ $k+1=0$ 即チ $k=-1$ トナラサレハ x 及ヒ y ノ値ハ有限ナリ若シ $k=-1$ ナル𪜈 x 及ヒ y ノ分母ハ0トナリ分子ハ何レモ有限ナルカ故ニ x 及ヒ y ノ値ハ無限大トナルベシ.

2. 原方程式ヲ變スレハ $(x^2+1)^2-2a(x^2+1)+1=0$,

$$\therefore\quad x^2+1=a\pm\sqrt{(a^2-1)},$$

即チ $$x=\pm\sqrt{\{a-1\pm\sqrt{(a^2-1)}\}},$$

故ニ此方程式ハ四根即チ次ノ二對ノ根ヲ有ス,

$$x=\pm\sqrt{\{a-1-\sqrt{(a^2-1)}\}} \qquad (1)$$

$$x=\pm\sqrt{\{a-1+\sqrt{(a^2-1)}\}} \qquad (2)$$

此四根カ凡ヘテ實根ナルカ爲メニハ次ノ關係ヲ要ス,

$$a-1\pm\sqrt{(a^2-1)}\nless0\ \text{即チ}\ a-1\nless\mp\sqrt{(a^2-1)} \qquad \text{(A)}$$

a ハ正負ニ係ハラス數ニ付キ1ヨリ小ナレハ $a-1<0,\ a^2-1<0$ ナルカ故ニ四根ハ凡ヘテ虚根ナリ.

a カ正數ニシテ1ヨリ大ナレハ $\sqrt{a-1}$ ハ正數ナルカ故ニ不等式(A)ノ兩邊ヲ $\sqrt{a-1}$ ニテ除スレハ $\sqrt{a-1}\nless\mp\sqrt{(a+1)}$,
此不等式ハ $\sqrt{a-1}\nless-\sqrt{a+1}$ ハ合理ニシテ $\sqrt{a-1}\nless+\sqrt{(a+1)}$ ハ不合理ナリ,
故ニ a カ1ヨリ大ナル正數ノ時ハ二根(1)ハ實根ナレトモ他ノ二根(2)ハ虚根ナリ.

a カ負數ニシテ1ヨリ大ナル時 $a=-m$ トス但シ m ハ1ヨリ大ナル正數ナリ.然ル時(A)ハ次ノ如シ

$$-m-1\nless\mp\sqrt{(m^2-1)},$$

$m+1$ ハ正ナルカ故ニ上ノ不等式ノ兩邊ヲ $\sqrt{(m+1)}$ ニテ除スレハ

$$-\sqrt{(m+1)}\nless\mp\sqrt{(m-1)},$$

然ルニ $-\sqrt{(m+1)}<\mp\sqrt{(m-1)}$ ナルカ故ニ上ノ不等式ハ不合理ナリ故ニ a カ1ヨリ大ナル負數ノ時四根ハ凡ヘテ虚根ナリ.

之ニ由テ四根カ凡ヘテ實數ナル爲メニハ $a=1$ トセザルベカラス何トナレハ $a=1$ ナル時(1)及ヒ(2)ハ凡ヘテ $x=0$ トナルヲ以テナリ.

3. 二項式ノ性質ニヨリ $(a+b)^{20}$ ノ展開式ハ21項ニシテ係數カ相等シキ兩項ハ各其展開式ノ第1項ト第21項ヨリ計ヘテ等數番目ニアリ故ニ初ヨリ $r+2$ 番目ハ終ヨリ $21-(r+2)+1$ 即チ $20-r$ 番目ナルヲ以テ $3r=20-r$ $\therefore\ r=5$,

之ニ由テ所求ノ係數ハ $\dfrac{\underline{|20}}{\underline{|3r-1}\,\underline{|20-(3r-1)}}=\dfrac{\underline{|20}}{\underline{|14}\,\underline{|6}}=38760.$

4. $$log_{1000}\left(\frac{4}{343}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\left\{log_{1000}2^2-log_{1000}7^3\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\left\{2log_{1000}2-3log_{.000}7\right\}$$

但シ $log_{10}x=a$ 及ヒ $log_{1000}x=b$ トスレハ

$10^a=x,\quad 1000^b=10^{3b}=x$ ナルカ故ニ

$$10^a=10^{3b}\qquad\therefore\qquad b=\frac{1}{3}a,$$

之ニ由テ

$$log_{1000}\left(\frac{4}{343}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\left\{2\times\frac{log_{10}2}{3}-3\times\frac{log_{10}7}{3}\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\left\{2\times\frac{0,30108}{3}-3\times\frac{0,84510}{3}\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\left\{0,20069-0,84510\right\}=-0,32220.$$

5. 正方形ヲABCDトシ最初ニ甲ハB隅ヨリCノ方ニ行キ乙ハA隅ヨリBノ方ニ行クモノトス,
而シテ甲乙兩邊上ニ來ランニハ少ナクモ甲カ乙ニ100間近ツクコトヲ要ス何トナレハ正方形ノ一邊ハ400間÷4=100間ナルヲ以テナリ而シテ甲カ乙ニ100間近ツクニハ乙ヨリ200間多ク進マサルヘカラス故ニ此進ム迄ノ分時ヲ x トスレハ

$$42x-34x=2000\qquad\therefore\qquad x=25\text{分}.$$

甲カ乙ニ100間近ツキシ時ニ於テ
甲ハ42間 ×25 = 1050間 =10×100間 +50間
乙ハ34間 ×25 = 850間 = 8×100間 +50間ヲ行キタリ故ニ甲ハ10邊ト50間,乙ハ8邊ト50間ヲ行キタリ即チ甲ハDA邊ノ中央ニアリテ乙ハAB邊ノ中央ニアリ,
而シテ甲ハ乙ヨリ速度大ナルカ故ニ甲カ50間行キテA隅ニ達スル時ニ乙ハ50間先ナルB隅ニ達スル能ハス,
之ニ由テ甲ハ25分ノ後チA隅ニ達スルニハ $50\div42=1\frac{4}{21}$ 即チ $1\frac{1}{21}$ 分ヲ要ス然ル時甲ハ乙ト同邊AB上ニ在ルベシ故ニ所求ノ時間ハ $25+1\frac{4}{21}$ 即チ $25\frac{4}{21}$ 分ナリ.

(以　下　次　號)

陸軍大學入學試驗問題初審驗查

數學問題（甲）答解三時間

代數學

1. $a+b+c$ ヲ以テヲ $a^3+b^3+c^3-3abc$ ヲ除セ.
2. 二輪車アリ大輪ハ小輪ノ三倍ニシテ21米突ヲ走ル間ニ小輪ハ大輪ヨリ10回多ク回轉セリト云フ各周圍ノ長サ如何.
3. 次ノ恒式ヲ證セヨ.

$$(b-c)^3+(c-a)^3+(a-b)^3=3(a-b)(b-c)(c-a).$$

4. $x+y=6,\qquad x^3+y^3=72$ ノ根ヲ求ム.
5. 2ヨリ398ニ至ル迄ノ各偶數ノ和ヲ求ム.

三角法

6. $\cos^8A-\sin^8A=(\cos^2A-\sin^2A)(1-2\sin^2A\cos^2A)$ ヲ證セヨ.
7. $\dfrac{\sin\theta-\sin\phi}{\sin\theta+\sin\phi}=\cot\left(\dfrac{\theta+\psi}{2}\right)\tan\left(\dfrac{6+\psi}{2}\right)$ ヲ證セヨ.
8. $\tan 15^\circ=2-\sqrt{3}$ ヲ證明スヘシ.
9. 零度ト 360° ノ間ニ於テ次ノ方程式ニ適合スル角ヲ求ム.

$$\sin\theta+\cos\theta=1.$$

10. $8:\sqrt{2}$ ノ對數ヲ求ム.　但 $\log 2=0{\cdot}30103.$

數學問題（乙）答解二時間

幾何學

1. 五角形ノ各邊ノ引長線ニテ成ル五角ノ和ハ二直角ニ等シ.
2. 二角及ヒ周邊ヲ與ヘテ三角形ヲ畫ケ.
3. 巳知正方形ニ等シク相隣二邊ノ差ヲ知リテ矩形ヲ畫ケ.
4. 平行四邊形ヲ一点(內或ハ外)ヲ通過スル直線ニテ等分セヨ.
5. 直徑二十珊知米突ノ球ニ外接セル頂角(軸ヲ通過セル截斷面ニテ生スル二等邊三角形ノ頂角)六十度ナル直圓錐体ノ全面積ヲ求ム, 但 $\pi=3{\cdot}142$ ト假定ス,

彙　報

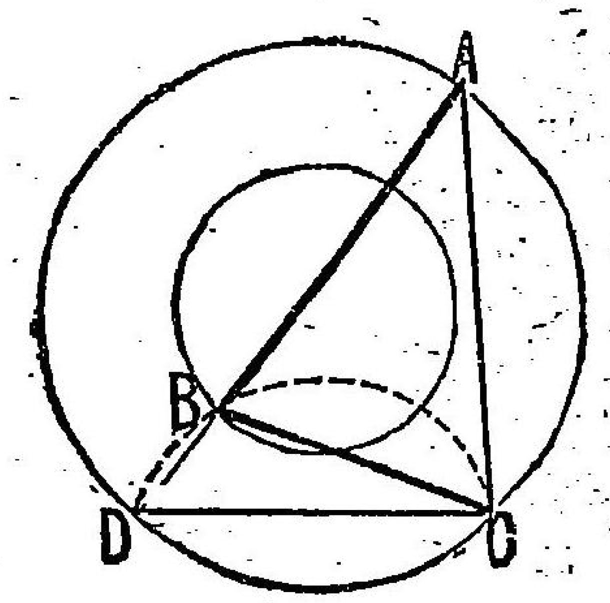
數學雜誌　兩三年前までは一二の數學雜誌ありしが昨今に至りては凡べて廢刊し更に一つの雜誌を見る能はざりしは實に遺憾といふべし　し專門の數學雜誌にあらざるも物理學校より出づる雜誌には數學に關する記事あり又數書閣より出づる數學者といへるは四ページの小冊子なれども有徒の問題あり現今僅かに此二つを見るのみ.

幾何學の證明　に記號を用ふるときは簡便なれども嚴格なる論理を傷つくるの恐れありとて文章を用ひて說明するものあり　れども何れが利ありや害ありやは未た決定せざるものなり兎に　嚴格の論理を失はざれば可ならん.

文部省教員第十三回豫備試驗問題及答案

（第四號ノ續キ）

幾何學



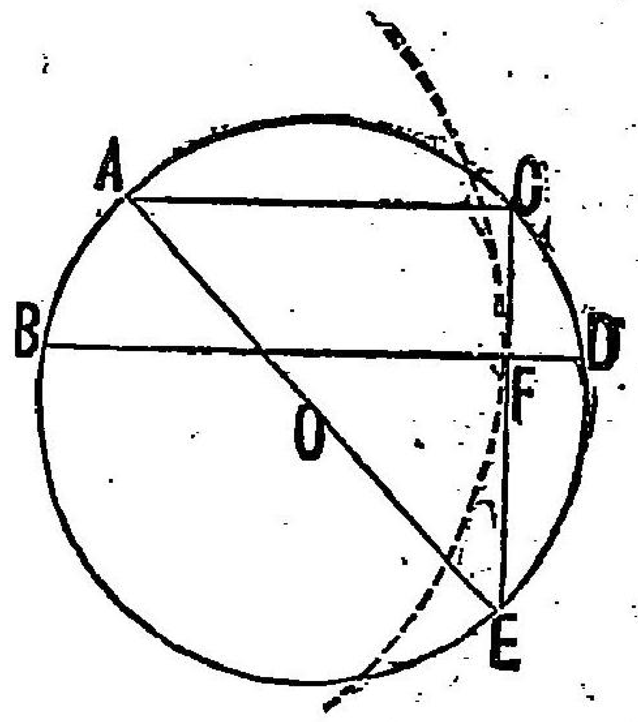
1. 大圓ニ於テ既知定角ノ2倍ニ等シキ中心角ヲ作リ其對向スル弧ヲDCトス而シテDCヲ弦トシ他ノ既知定角ノ補角ヲ有ツ所ノ弓形DBCヲ畫キBニ於テ小圓周ヲ截ル,

然ルトキABCハ所求ノ三角形ナリ.

何トナレハ三角形ABCニ於テAハ既知定角ナリ.

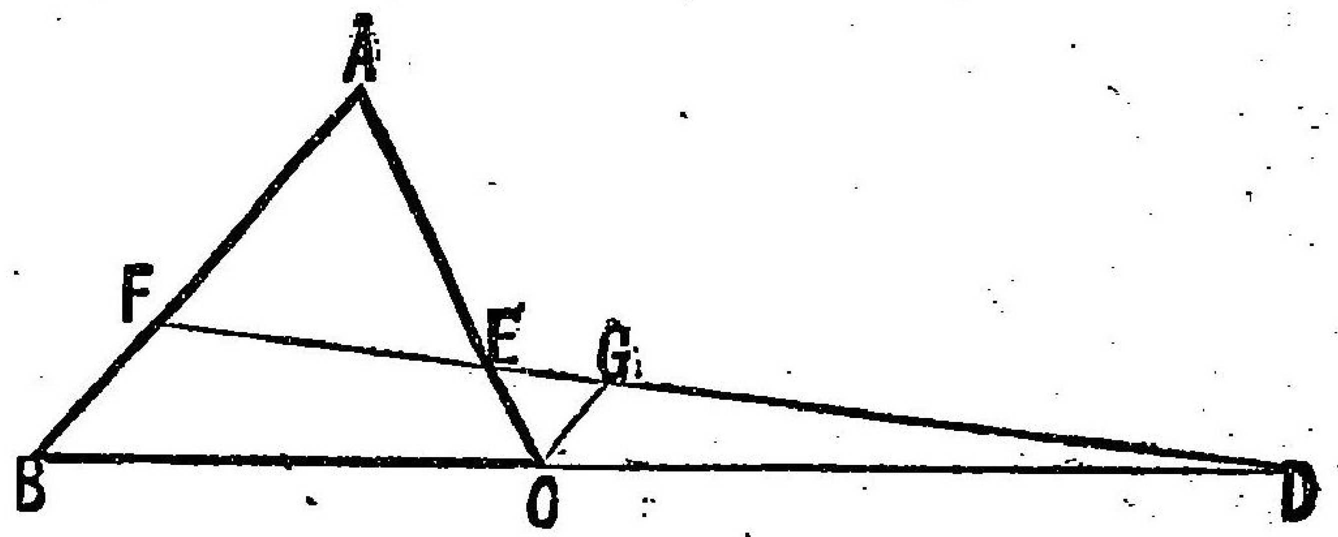
而シテDBCハ他ノ既知壹角ノ補角ナルカ故ニABCハ他ノ既知壹角ニ等シ故ニ殘リノABCモ第三ノ既知角ニ等シ。

2. Oヲ定圓ノ中心トシA, Bヲ二定点トスAヨリ直徑AEヲ引キBヲ中心トシ定長ノ和ノ半$\frac{1}{2}a$ヲ半徑トスル圓ヲ畫キEヨリ此圓ニ切線EFヲ引キFニ於テ此圓ニ切シ此切線ヲ引張シテCニ於テ定圓周ヲ截ラシム而シテBFヲ引長シDニ於テ定圓周ヲ截ラシム。



然ルトキAC, BDハ所求ノ平行弦ナリ。之ヲ証センニ作法ニヨリ$BF=\frac{1}{2}a$, BCFハ直角ナルカ故ニACハBDニ平行ス而シテBFハBDノ半トACノ半ノ和ニ等シ故ニB.', ACノ和ハaニ等シ。

3. CヨリABニ平行シテCGヲ引キEDヲGニテ截レハ



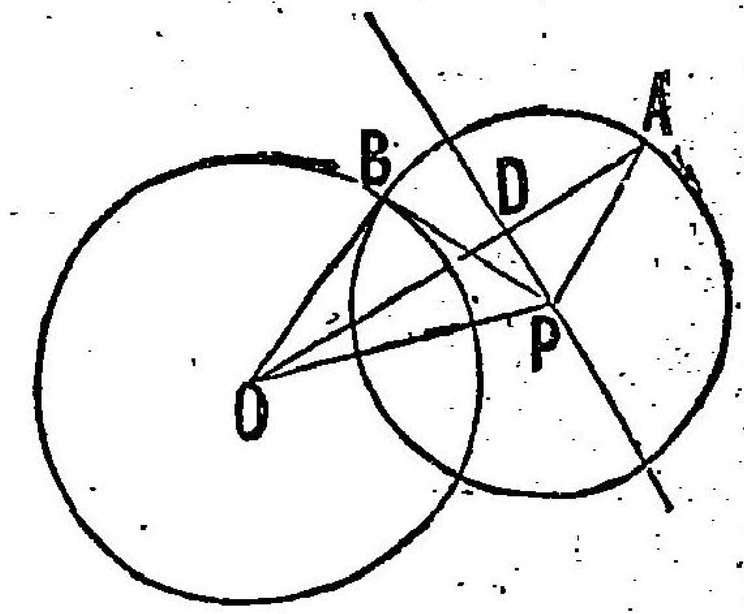
$$BF : CG = BD : CD$$
$$= 3BC : 2BC$$
$$= 3 : 2,$$

又

$$AF : CG = AE : CE$$
$$= 3CE : CE$$
$$= 3 : 1 = 6 : 2,$$
$$\therefore\ AF : BF = 6 : 3 = 2 : 1,$$
$$\therefore\ AF = 2BF.$$

4. Oヲ定圓ノ中心トシAヲ定点トス，

Aヲ通過シテ定圓ヲ直角ニB, Cニテ截ルヘキ一圓ヲ作リ其圓ノ中心ヲPトス.



然ルトキOB, PBハ各圓ノ切線ニシテOBPハ直角ナリ，

故ニCP^2-PB^2ハ定圓ノ半徑上ノ正方形ニ等シ，

PA=PBナルカ故ニOP, PA上ノ正方形ノ差ハ定圓半徑ノ正方形ニ等シク即チ不變ナリ.

又PヨリAOニ垂線PDヲ作レハOD, DA上ノ正方形ノ差ハPO, PA上ノ正方形ノ差ニ等シク即チ不變ナリ.

而シテCAハ定長ナルカ故ニOAヲDニ於テ二分シ其各分ノ正方形ノ差ヲ不變ナラシムルコヲ得ヘシ.

之ニ由テ所求ノ中心Pノ軌跡ハOAヲDニ於テ二分シ此点ニOAニ直交スル所ノ一直線ナリ.

5. 正多角錐ノ頂点ヲSトシ底面ヲABCD....トシ底面ノ中心ヲGトスレハAGハ原体ノ高サナリ.

又底面内ノ任意ノ一点ヲPトシAB, BC. CD,....ニ垂線PM, PM', PM'',....ヲ引ク而シテPヨリ底面ニ垂線ヲ作リ傍面或ハ其延長面SAB, SDC, SCD,....ヲH, H', H'',....ニテ截ル.

然ルトキ直角三角形SGD, SGD', SGD'',....ハ凡ヘテ全等形ニシテ他ノ直角三角形PDH, PD'H', PD''H'',....ト相似形ナリ.

之ニ由テ

$$SG : GD = PH : PM = PH' : PM' = PH'' : PM'' = \dots$$
$$\therefore\ SG : GD = PH+PH'+PH''+\dots ; PM+PM'+PM''+\dots$$

但シABCD....ハ正多角形ナルカ故ニ

PM+PM'…PM''+. . . .ト底面ノ壹邊AB(不變)トノ矩形ハ底面積ノ二倍ニ等シク即チ不變ナリ故ニPM+PM'+PM''+. . . .ハ不變ナリ又SG及ヒGDモ不變ナリ。

之ニ由テPH+PH'+PH''+. . . . . . .ハ不變ナリ。

(完 了)

第三號正誤

代數學

42頁	四行	$12\times 3=26$	ハ	$12\times 3=36$
		$86\div 12=3$	ハ	$36\div 12=3.$

問題解

第貳號問題解 4頁 十三行ニ於テ

$x(x^3-2)$ ハ $x(x^2-2)$

彙 報

教員檢定本試驗 師範學校中學校高等女學校教員檢定本試驗は彌々來二月より執行せらる其日割の内數學科は次の如し

二月十三日

數學(算術代數幾何) 算術 代數 幾何 測量	筆記 五時間	午前九時ヨリ正午十二時迄 午後一時ヨリ同三時迄

二月十九日

數學(算術代數幾何) 算術 代數 幾何	教授法	午前九時ヨリ

二月二十日

數學(算術代數幾何) 算術 代數 幾何	教授法	午前九時ヨリ

二月二十一日

數學(算術代數幾何) 算術 代數 幾何	教授法	午前九時ヨリ

二月二十二日

數學三角法 測量	設問 (理論應用)	(四時間) 午前八時ヨリ正午十二時迄

三月一日

數學(解析幾何)	設問	午前九時ヨリ

三月二日

數學(微分,積分)	設問	午前九時ヨリ

檢定豫備試驗及第者 昨年教員檢定豫備試驗に及第せし人名の内數學の部は次の如し

彙報

陸軍受驗温習會

來ろ三月一日より東京數學院にて開設せる陸軍受驗温習會は軍人諸君并ひに會員諸君に參考ともなるへき問題あるときは臨時之を掲示すへく又會員諸君より寄送せられし質問題も同會にて研究することにせり

仝規則 は次の如し

本院陸軍受驗科ハ毎年最多數ノ及第者ヲ出シタリ今ヤ士官候補生受驗期日切迫シタルヲ以テ既往ノ經驗ニヨリ來ル三月ヨリ温習會ヲ設ケ一層受驗ノ豫備ニ充テントス

第一條　陸軍受驗ニ必要ナル學科ノ應用問題ヲ練習シ并ニ復習講義ヲナスコトヲ目的トス

第二條　本會ハ三月一日ニ開キ仝月三十日ニ閉會ス

第三條　左ノ學科ヲ練習ス

算術　代數　幾何　三角　理化　外國語　歴史

第四條　應用問題ハ講師ヨリ提出スルモノ及會員一般ヨリ提出スルモノトス

會員一般ヨリ提出スルモノハ問題ヲ明了ニ記シ前日迄ニ事務所ニ差出スベシ

第五條　會員ノ問題提出者ハ翌日欠席スル時ハ其問題ハ沒書トス

第六條　會員問題提出者ハ其題意ヲ辨明スル義務アルモノトス

第七條　會費ハ金壹圓トス

第八條　聽講券ヲ有セザルモノハ登校ヲ許サズ

第九條　聽講券ハ日々點檢ス會員ハ之ヲ拒ムコトヲ得ズ

第十條　其他一般ノ規則ハ東京數學院規則ニ從フ

(算術代數幾何)

(出願地方廳)	(姓	名)	
(東京)	井上忠次	大熊勝衛	河村深造
	藤野了祐	秋山於莵麿	三上義夫
	宮田信男	菅野元	
(神奈川)	高野泰藏		
(新潟)	弦卷善吉		
(福島)	眞部喜代次		
(青森)	松島杢次郎		
(山形)	大津良太郎		
(岐阜)	中上恒雄		
(石川)	青山恒太郎		
(富山)	青井志津摩		
(和歌山)	鳴神芳太郎		
(島根)	井関虎次郎		
(山口)	井手由太郎		

以上凡へて十九名なり例年に比すれは少數なり

東京數學院正科

は來三月より第二學期を置き本學期の第一學期生徒は來ろ二月に修業し此學科に編入し尚ほ相當の學力ある者の新たに入學を許す但し學科は代數(二次方程式等の雜題及ひ方乘方根より始む幾何比例及ひ立体)三角(平面)等なり

又此際第一學期の生徒も募集すへし

以上は凡へて夜學なり

又陸軍受驗科は來三月より午前九時より始め從來引續きたる學科は二月を以て終了し三月には必要なる學科の復習を始むる由なれは他の學校志望者の申込みも頗ろ多し

文部省師範中學高等女學校敎員検定本試驗 は本月中旬より施行せらるヽにより次號より逐次に問題及ひ解答を記載すへし

仙臺數學院 東京數學院の分院として明治廿八年に創立せる同院は今般更に縣會の決議により縣敎育費の内より補助金を受くることヽなり東北中學校と稱して中學認可を受くることになれり因て仙臺數學院即ち數學専門の校舎は更らに設立する計劃なり

質問者に望む 本會は會員千名の上に上ぼり從ふて質問の題數非常に增加せしにより次の如く記載して質問せられんことを會員諸君に望む,

(1) 質問者姓名の上に會員番號を記す事

(2) 質問題は質問規則中の書名頁數及ひ講義錄中の科目と頁數を記し必らす其質問題を記載せらるべし

(3) 質問題を記載したる紙面には解式だけの空地を紙面に明け置くへし

彙　報

検定本試驗及第者 本誌第六號の彙報に記せし如く二月十三日の尋常師範中學高等女學校敎員學力検定本試驗及第者は算術代數幾何にして豫備試驗の及第者四十三名に對し二十一名の及第者あり例によりて口頭試驗の際にも多少の落第者あるならん.

中學敎科用數學書 は現今に至り文部省告示の法式によれるもの新刊せり然れとも大抵舊時のものに比すれは極めて簡單なるか故に數學専修生の參考となるべきもの更になし此際田中矢德氏の新出の代數學は多少參考となるべきものなり.

數學科本試驗問題（第十三回）

算術　代數　幾何（午前ノ部）

1. 北半球ニ於テハ面積ノ海ノ面積ニ對スル比ガ 419 : 1000 ニシテ南半球ニ於テハ同シ比ガ 129 : 1000 ナリトイフ. 地球ノ全面ニ於テ, 同シ比ハ幾何ナルカ.

2. a, b, c カ實數ナルキ x ニ如何ナル實値ヲ與フルモ次ノ式ノ値カ常ニ正ナルタメノ條件ヲ求ム,

$$ax^2 + 2bx + c$$

3. $$\left.\begin{aligned} x^2 + yz &= a, \\ y^2 + zx &= b, \\ z^2 + xy &= c, \\ x^2 + y^2 + z^2 &= 2\lambda \end{aligned}\right\} \text{ナルキハ}$$

$$(a+b+c-\lambda)(a-\lambda)(b-\lambda)(c-\lambda) = [(b-\lambda)(c-\lambda)+(c-\lambda)(a-\lambda)+(a-\lambda)(b-\lambda)]^2$$

4. 次ノ不等式ヲ解ケ,

$$\sqrt{a-x}<x$$

但シ $\sqrt{\quad}$ ハ平方根中ノ正ナルモノヲ表ハスモノトス.

5. 次ノ方程式ノ總ベテノ實根ヲ求ム,

$$2^{2x+1}+2^{3x}=5\times 2^{x+4}$$

(以上三時間)

數學科本試驗問題(第十三回)

算術 代數 幾何(午後ノ部)

1. 矩形ABCD平面內ノ一點Pヲ各角頂ニ結ビ付クル直線ノ上ノ正方形ノ和カ常數ナルトキP點ノ軌跡ヲ求ム.

2. 三角形ノ底邊ノ位置ト其長及兩隣邊ノ和及頂角點ヲ含ム直線ヲ與ヘラレテ此三角形ヲ作レ.

3. 三面角ノ一ツノ二面角カ直角ナルトキ其任意ノ稜ニ垂直ナル平面ヲ以テ截レトキ其截リ口ハ直角三角形ナルヿヲ證セヨ.

(以上三時間)

彙 報

商船學校試驗問題

明治三十三年ノ商船學校入學普通試驗及特別試問題ノ內數學科ハ次ノ如シ.

普通試驗問題

算術問題

1. 間口三十八間半奥行二十六間二尺四寸ノ宅地アリ壹坪ノ價ヲ拾八圓四拾錢トセバ此地價總テ幾何ナルカ.

2. 攝氏ノ寒暖計三十八度ハ華氏ノ幾度ニ當ルカ.

3. 甲地ヨリ十八里隔リタル乙地ニ往來スル滊船アリテ此間ニ又八里ト十二里ノ所ニ寄港地二ケ所アリ今乘客百名アリテ其四十五名ハ第壹ノ寄港地ニ三十五名ハ第二ノ寄港地ニ其他ハ乙地ニ下船スベキモノニシテ賃錢總テ五十六圓七十錢ナリ若シ出發地ヨリ各地ニ至ル賃錢ハ其里程ニ比例スルモノトシ且ツ十里以上ノ乘客ニ對シテハ其賃錢ヲ二割五分割引スルモノトセハ各地ニ至ル賃錢各幾何.

4. 甲地ニ於テ石炭千五百噸ヲ壹噸ニ付拾壹圓五十錢ニテ買入レ之ヲ乙地ニ運搬シ運賃其他雜費壹噸ニ付金三圓二十五錢ヲ支出シ又之ヲ壹噸ニ付十七圓二十錢ニ賣捌キタリ賣買ニ要セシ日數ヲ三十日トシ總支出金ニ對シ日步三錢五厘ヲ拂フトキハ此總利益並ニ其步合幾何ナルカ.

代數問題

1. 下ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$x^2-xy+y^2=7,\qquad x^4+x^2y^2+y^4=133.$$

2. 下式ヲ最簡式ニ化スヘシ.

$$\frac{2\sqrt{3}+4\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}.$$

3. 若シ $\frac{2y+2z-x}{a}=\frac{2z+2x-y}{b}=\frac{2x+2y-z}{c}$

ナレハ $\frac{x}{2b+2c-a}=\frac{y}{2c+2a-b}=\frac{z}{2a+2b-c}$ ナリ

其証ヲ問フ.

4. 等差級數ニ於テ初項カ3, 尾項カ27, 総數カ495ナレハ其項數如何.

幾何問題

1. 同底同高ナル諸三角形ノ中ヲ周圍ノ最小ナルモノハ二等邊ナリ其証ヲ問フ.

2. 定点ヨリ定圓周ニ引キタル直線ノ中点ノ軌跡如何.

3. 三角形ABCニ於テCヨリABノ延長ヘ引キタル垂線ヲCDトシABヲ一尺二寸, BCヲ一尺三寸, BDヲ五寸トセハACノ長サ如何.

但シ寸ヲ單位トシテ小數三位迄計算スヘシ.

4. 三角形ノ底邊ニ一邊ヲ重ネテ之ニ内切スル正方形ヲ作ル法如何.

注意　第三及ヒ第四ノ問題ハ勿論証明ヲ附スルモノト知ルヘシ.

三角法問題

1. 下式ヲ証明スヘシ.

$$(\sin A+\cos A)(\tan A+\cos A)=\sec A+\operatorname{cosec} A.$$

2. $\tan\theta=\frac{4}{3}$ ナレハ $\sin\theta$, $\cos\theta$ ノ値各如何.

3. 某所ニ於テ其正東ニ飛颺スル輕氣球ノ仰角ヲ測リテ六十度ヲ得同時ニ其測点ヨリ正南一哩ノ所ニ於テ又仰角ヲ測リテ四十五度ヲ得タリ然ラハ輕氣球ノ高サ如何.

4. 下式ヲ証明スヘシ

$$\sin(90^\circ+A)=\cos A.$$

特別試驗問題

1. $\left.\begin{array}{l}x+\sqrt{x^2-y^2}=8,\\ x+y=1,\end{array}\right\}$ ニ於テ x, y ヲ求ム.

2. 等邊三角形内ノ任意ノ一点ヨリノ三垂線ノ和ハ一定ナリ其証ヲ問フ.

3. $\left.\begin{array}{l}\tan A+\sin A=m\\ \tan A-\sin A=n\end{array}\right\}$ ナル片

$4\tan A\sin A=4\sqrt{mn}$ ヲ証セ.

撿定試驗問題

本年ノ尋常師範中學高等女學校敎員撿定試驗三角法及解析幾何學ヲ次ニ示ス,

数學科三角法試驗問題(第十三回)

(理　論)

1. 方程式

$$x^2+px+q=0$$

ノ二ツノ根カ tga ト tgb トナリトシテ

$$\sin^2(a+b)+p\sin(a+b)\cos(a+b)+q\cos^2(a+b)$$

ヲ p ト q トノミニテ表セ.

2. 次ノ聯立方程式ヲ解キ且ツ之ヲ吟味セヨ.

$$tgx\,tgy=a$$
$$x+y=b$$

3. 次ノ方程式ノスベテノ根ヲ求メヨ.

$$tg\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\cot x=2\left(1+\cot 2x\right).$$

4. 三角形ノ角ヲA, B, Cトスル片ハ

$1<\cos A+\cos B+\cos C\leqq\frac{3}{2}$ ナルコトヲ証セ.

5. 與ヘラレタル三角形 ABC ノ各角ノ二等分線ヲ引長シテ其ノ外接圓ト A', B', C' ニ於テ交ハラシム。三角形 $A'B'C'$ ヲ解ケ。

數學科三角法試驗問題(第十三回)

(應 用)

二邊ノ長サ各 5162cm, 35917cm. ニシテ其夾角 58°31′22″ ナル三角形ノ第三邊ノ長サ及他ノ二ツノ角ノ大サヲ五桁ノ對數ヲ用ヒテ計算セヨ。

數學科本試驗問題

解析幾何學

1. 次ノ方程式

$$ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c=0$$

ニヨリテ表ハサレタル二次曲線上ノ一点ニ於ケル切線ノ方程式ヲ求ム。

2. 双曲線ノ半長徑ヲ a, 半短徑ヲ b トシ共軛軸ノ方程式ヲ $y=mx$, $y=nx$ トスル片ハ $mn=\dfrac{b^2}{a^2}$ ナルヿヲ證明セヨ.

3. 楕圓ニ接シ且互ニ直角ヲ夾ム二直線ノ交點ノ軌跡ヲ求ム.

4. 雙曲線ト其漸近線トノ間ニ夾マル一直線ノ二ツノ部分ハ互ニ相等シキコトヲ證明セヨ.

5. 與ヘラレタル圓ノ圓周上ニアル點 O ヨリ任意ノ三ツノ弦ヲ引キ,各弦ヲ直徑トシテ畫キタル三ツノ圓カ二ツヅヽ O 以外ニ於テ交ル三ツノ點ハ一直線上ニアルコトヲ證明セヨ。

答案ハ次號ニ讓ル。

彙 報

文部省本試驗問題答案

算術 代數 幾何(午前ノ部)

解 者——高 野 泰 藏

1. 北半球ニ於ケル陸面積ト海面積ノ比ハ 419:1000 ニシテ南半球ニ於ケル同シ者ノ比ハ 129:1000 ナルヲ以テ地球ノ全面積ヲ便宜ノ爲メ 2 トスレハ南北半球ノ面積ハ各 1 ナルヘシ.

隨テ地球陸海ノ面積ハ夫々

陸面積ハ $\dfrac{1}{1000+419}\times419+\dfrac{1}{1000+129}\times129=\dfrac{656102}{1419\times1129}$

海面積ハ $\dfrac{1}{1000+419}\times1000+\dfrac{1}{1000+129}\times1000=\dfrac{2548000}{1419\times1129}$

故ニ陸面積ト海面積ノ比ハ

$$\frac{656102}{1419\times1129}:\frac{2548000}{1419\times1129},$$

此分數ノ比ハ分同母ナルヲ以テ分子ノ比ニ等シ.

即チ 656102:2548000 即殆ント 6 ト 25 ノ比 即チ 1:4 ノ比ヲ以テ答トス.

2. $ax^2+2bx+c$ ヲ變化シテ次ノ如クス.

$$ax^2+2bx+c=a\left\{\left(x+\frac{b}{a}\right)^2+\left(\frac{c}{a}-\frac{b^2}{a^2}\right)\right\}$$

左節カ x ノ實數ノ如何ナル値ニモ正ナル爲メノ條件ヲ求ムルニハ右節ニ就テ求ムルモ可ナルヘシ.

即チ $a\left\{\left(x+\frac{b}{a}\right)^2+\left(\frac{c}{a}-\frac{b^2}{a^2}\right)\right\}$ ガ正ナル爲メノ條件ニ當リ先ツ第一ニ a ノ正負ノ兩場合ヲ區別セサルヘカラス.

(1) $a>0$ ナル場合

此時ハ三項式ハ右節ノ括弧内ト同符號ヲトル,

故ニ括弧内ノ量カ正ナルヘキ條件ヲ求ムレハ可ナリ.

括弧内ノ量ノ第一項 $\left(x+\frac{b}{a}\right)^2$ ハ x ノ値如何ヲ問ハス必ラス正ナリ故ニ三項式カ正ナル爲メニハ $\frac{c}{a}-\frac{b^2}{a^2}=\frac{ac-b^2}{a^2}$ カ正或ハ零ナラサルヘカラス $\frac{ac-b^2}{a^2}$ カ正或ハ0ナル爲メニハ

$ac-b^2\geqq 0$ ナラサルヘカラス,

即チ $ac\geqq b^2$ ナラサルヘカラス,

即チ $a<0$ ナル時三項式カ x ノ係數ノ如何ナル値ニモ正ナル爲メノ條件ハ $ac\geqq b^2$

(2) $a<0$ ナル時

此場合ハ三項式ノ右節ノ括弧内ト符號ヲ反ス故ニ括弧内カ負ナル場合ノ外ハ問題ヲ滿足セシムル能ハス然ルニ x ノ實ナル値ハ如何ナル値ヲモ取リ得ルカ故ニ必ラス括弧内カ負ト云フ能ハス故ニ $a<0$ ナル時ハ問題ヲ滿足セシムル能ハス,

依テ問題ヲ滿足セシムルニハ $a>0$ ナル條件ト $ac\geqq b^2$ ナル條件ナカルヘカラス.

3. $x^2+yz=a\,.....(1)$ $\qquad y^2+zx=b\,.....(2)$

$z^2+yx=c\,.....(3)$ $\qquad x^2+y^2+z^2=2\lambda\,.....(4)$

ナル時

$$(a+b+c-\lambda)(a-\lambda)(b-\lambda)(c-\lambda)$$
$$=[(b-\lambda)(c-\lambda)+(c-\lambda)(a-\lambda)+(a-\lambda)(b-\lambda)]^2$$

ナルヿヲ證セヨ.

(1) (2) (3) ノ和ト (4) ヨリ

$$a+b+c-\lambda=\tfrac{1}{2}(x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx)=\tfrac{1}{2}(x+y+z)^2$$

(1) (4) ヨリ $a-\lambda=\frac{1}{2}\{x^2-(y-z)^2\}=\frac{1}{2}(x-y+z)(x+y-z)$

(2) (4) ヨリ $b-\lambda=\frac{1}{2}\{y^2-(z-x)^2\}=\frac{1}{2}(y-z+x)(y+z-x)$

(3) (4) ヨリ $c-\lambda=\frac{1}{2}\{z^2-(x-y)^2\}=\frac{1}{2}(z-x+y)(z+x-y)$

今假定ノ爲メ $x+y+z=\alpha$, $x+y-z=\beta$ $x+z-y=\gamma$

$y+z-x=\delta$ トス

然ル時ハ $a-\lambda=\frac{1}{2}\gamma\beta$, $b-\lambda=\frac{1}{2}\beta\delta$ $c-\lambda=\frac{1}{2}\delta\gamma$

及ヒ $a+b+c-\lambda=\frac{1}{2}\alpha^2$

依テ左節ハ $(a+b+c-\lambda)(a-\lambda)(b-\lambda)(c-\lambda)=\frac{1}{16}\alpha^2\beta^2\gamma^2\delta^2$

右節ハ $[(b-\lambda)(c-\lambda)+(c-\lambda)(a-\lambda)+(a-\lambda)(b-\lambda)]^2$

$=(\frac{1}{4}\beta\gamma\delta^2+\frac{1}{4}\beta\gamma^2\delta+\frac{1}{4}\beta^2\gamma\delta)^2$

$=\frac{1}{16}(\beta^2\gamma^2\delta^4+\beta^2\gamma^4\delta^2+\beta^4\gamma^2\delta^2+2\beta^3\gamma^3\delta^2+2\beta^3\gamma^2\delta^3+2\beta^2\gamma^3\delta^3)$

$=\frac{1}{16}\beta^2\gamma^2\delta^2(\delta^2+\gamma^2+\beta^2+2\delta\gamma+2\beta\gamma+2\beta\delta)=\frac{1}{16}\beta^2\gamma^2\delta^2(\delta+\gamma+\beta)^2$

此 $(\delta+\gamma+\beta)^2=\alpha^2$ ナリ

何トナレハ $\delta+\gamma+\beta=(x+y-z)+(x+z-y)+(y+z-x)=x+y+z$

即チ $x+y+z=\alpha$ ナリ

故ニ $[(b-\lambda)(c-\lambda)+(c-\lambda)(a-\lambda)+(a-\lambda)(b-\lambda)]^2=\frac{1}{16}\beta^2\gamma^2\delta^2\alpha^2$

即チ左右兩邊共 $\frac{1}{16}\beta^2\gamma^2\delta^2\alpha^2$ トナリタリ之ヲ證トス.

4. 次ノ不等式ヲ解ケ

$\sqrt{a-x}<x$ 轉項シテ $x-\sqrt{a-x}>0$

先第一ニ $a>0$ ヲ要ス然ラサレハ問題ヲ滿足スル能ハス.

第二ニ $a>x$ ヲ要ス然ラサレハ根號内カ負量トナリ虛數ヲ生ス.

第三ニ $x-\sqrt{a-x}>0\,.....(1)$ ヲ解ク爲メニ

$x-\sqrt{a-x}=0\,.....(2)$ トシテ此方程式ヲ解ク

$x+\sqrt{a-x}=0\,.....(3)$ ヲ作リ兩邊ヲ相乘スレハ,

$x^2+x-a=0\,.....(4)$ ナル方程式ヲ得,

(4) ノ方程式根ノハ (2) (3) ノ方程式ノ根ナリ.

反言スレハ(2)(3)ノ方程式ノ根ハ(4)ノ方程式ノ根ノ或ルモノト同價ナリ(4)ノ方程式ノ二根ヲα, βトスレハ

$$\alpha=\frac{-1+\sqrt{1+4a}}{2} \qquad \beta=\frac{-1-\sqrt{1+4a}}{2}.$$

今方程式ニ於テ二根ノ積aノ前ニ負號ヲ持ツヲ以テ一根ハ正一根ハ負ナリ,

依テαハ正根βハ負根ナリ,

此正根αハ(2)方程式ニ滿足シ(3)方程式ニハ滿足セサルナリ.

何トナレハ(2)方程式ノxハ正ナラサル可ラスシテ(3)ノ方程式ノ根ハ負ナラサル可カラサレハナリ.

然ルニβハ(3)ノ方程式ニ適シ(2)ノ方程式ニ適セサルヲ以テαハ(2)方程式ノ根,βハ方程式ノ根トリ.

依テ　$x-\sqrt{a-x}=x-\alpha$

隨テ　(1)　$x-\sqrt{a-x}>0$　ハ　$x-\alpha>0$　トナル

之ヨリ　$x>\alpha$　即チ(1)不等式　$x-\sqrt{a-x}>0$ニ滿足スルxハ

$$a>x>\tfrac{1}{2}(\sqrt{1+4a}-1)$$

5.　$2^{2x+1}+2^{2x}=5\times2^{x+1}\ldots\ldots(1)$

轉項シテ　$2^{2x+1}+2^{3x}-5\times2^{x+1}=0\ldots\ldots(2)$

(2)ノ方程式ハ(1)ノ方程式ト同價ナリ

$$2^x(2^{x+1}+2^{2x}-5\times2^4)=0\ldots\ldots(3)$$

(3)ハ(2)ト即(1)ト同價ナリ(3)方程式ヨリ

$2^x=0$　及　$2^{2x}+2^{x+1}-80=0$　ナル二方程式ヲ生ス

$2^x=0$　ヨリ　$x=-\infty$　ナル根ヲ得

$2^{2x}+2^{x+1}-80=0$　ヨリ變化シテ

$(2^x)+2\cdot(2^x)+1-81=0$　ヲ得

之ヨリ　$(2^x+1)^2=81$　$2^x+1=\pm9$　-9ハ適セズ

故ニ　$2^x+1=9$　$2^x=8$　之ヨリ　$2^x=2^3$　$\therefore$　$x=3$

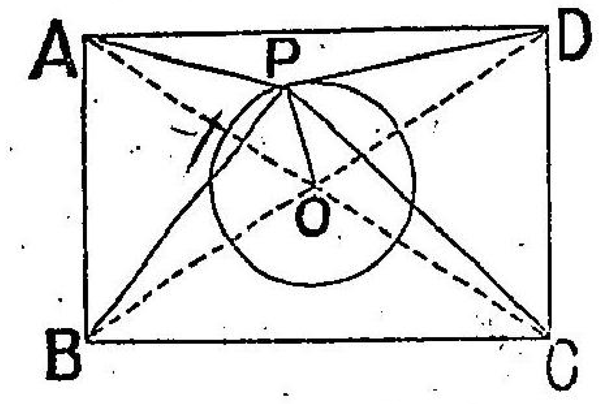
依テxノ實根トシテ　$-\infty$　及ヒ　3　ヲ得

彙報

文部省本試驗問題答案

幾何學——解者 高野泰造

1. (說明) 圖ニ於テP点ヲ軌跡上ノ一点トシPヲ各頂角点ト連結スレハ題意ニヨリ $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2+\overline{CP}^2+\overline{DP}^2=K$ (Kハ常數)



今兩對角線ノ交点ヲOトシO点トP点ヲ結ベバ三角形PAC及ヒPBDニ於テ

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=2\overline{PO}^2+2\overline{AO}^2 \ldots\ldots (1)$

$\overline{BP}^2+\overline{PD}^2=2\overline{PO}^2+2\overline{OB}^2 \ldots\ldots (2)$

(1) (2) ノ兩相等式ノ兩節ヲ加フレハ

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2+\overline{BP}^2+\overline{DP}^2=4\overline{OP}^2+2\overline{AO}^2+2\overline{OB}^2 \ldots\ldots (3)$

然ルニ右邊ノ $AO=OB$ 及左邊ハKナリ

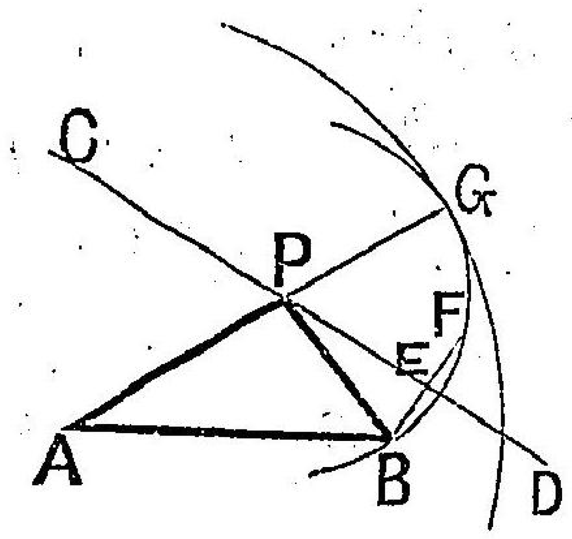
∴ (3) 式ハ次ノ如クナル $K=4\overline{OP}^2+4\overline{AO}^2=4\overline{OP}^2+\overline{AC}^2$

之ヨリ轉項シテ $K-\overline{AC}^2=4\overline{OP}^2$ ∴ $OP=\frac{1}{2}\sqrt{K-\overline{AC}^2}$

之ニ由テ見レハ對角線ノ交点OトP点トノ距離ハ $\frac{1}{2}\sqrt{K-\overline{AC}^2}$ 即チ常數ナリ

由テOヲ中心 $\frac{1}{2}\sqrt{K-\overline{AC}^2}$ ヲ半徑トシテ畫ク圓ハPノ軌跡ナリ

2. (作圖) 定位置定長ノ底邊ヲABトシ頂角点ヲ含ム定直線ヲCDトシ二邊ノ和ヲ m トス



(1) Aヲ中心トシテ與ヘラレタル二邊ノ和 m ヲ半徑トシテ圓周ヲ畫ケ

(2) B点ヨリCD直線ニ垂線BEヲ作リ之ヲ引長シテBEニ等シクEFヲトレ

(3) P, F二点ヲ過キAヲ中心トシタル (1) ノ圓ニ切スル圓ヲ畫ケ

(4). (1) (3) 二圓ノ交点GトA点トヲ結ヘ

(5) AGトCD直線ノ交点PヲB＝連結セヨ

然ルトキAPB三角形ハ所求ノ三角形ナリ

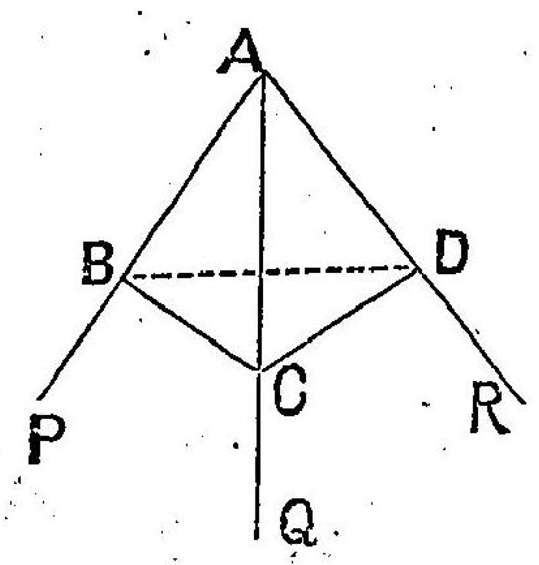
(証明) 先ツ $AP+PB=m$ ナルコヲ証明ス

B, C二点ヲ過ル(3)圓ノ中心ハCD直線上＝アルヘシ何トナレハCD線ハ(3)圓ノ弦BFノ中央点Eヲ過ク然シテ垂直ナリ，又(3)圓ノ中心ハAG上＝アルヘシ何トナレハ二圓ノ切点ト一圓ノ中心ヲ連結スル直線ハ他圓ノ中心ヲ過ル可ケレハナリ．

∴ $PB=PG$ 随テ $AP+PG=AP+PB=m$

第二＝頂点PハCD上＝アリ然シテ此三角形ハAB線上＝立ツ故＝凡テノ要件＝満足ス依テ所求ノ三角形ナリ．

3. (特説) 三面角ヲAPQRトシ面APQ ⊥ 面AQRナレハ此三面角ノ任意ノ稜ヲ垂直ナル平面ニテ截レハ其截面ハ直角三角形ナリ



(証明) (1) 先垂直二面ノ稜AQ＝垂直ナル平面ヲ以テ截リタリトスレハ其ノ平面カ二垂直面トノ交線ハ稜AQ＝垂直ナルヲ以テ其二交線ハ二平面ノ交角ヲ表ハス即チ直角ナリ故＝此場合ハ直角三角形ナルコ明カナリ．

(2) 他ノ稜例ヘハAR＝垂直ナル平面ヲ以テ截リ其截面ヲBDCトスレハ面BDC ⊥ 面AQR又假説＝ヨリ面ABQ ⊥ 面AQRナルヲ以テ面AQR＝直立ナル二面BOC及ABQノ交線BCハ又面AQR＝垂直ナリ随テAQR面上ノ直線CDト垂直ナリ

即チ $\angle BCD = R\llcorner$ ヲ証明シ得タルヲ以テBCD截面ハ直角三角形ナリ

(3) 他ノ稜AP＝垂直ナル平面ヲ以テ截ルモ同様ナリ．

三角法

1. 題意ニヨリ

$$\left.\begin{array}{l} tana+tanb=-p \\ tanatanb = q \end{array}\right\} \therefore\ tan(a+b)=\frac{tana+tanb}{1-tanatanb}=\frac{-p}{1-q}$$

$$\therefore\ sin^2(a+b)+psin(a+b)cos(a+b)+qcos^2(a+b)$$

$$=\frac{tan^2(a+b)+ptan(a+b)+q}{sec^2(a+b)}$$

$$=\frac{tan^2(a+b)+ptan(a+b)+q}{1-tan^2(a+b)}=\frac{\frac{p^2}{1-q^2}-\frac{p^2}{1-q}+q}{1+\frac{p^2}{(1-q)^2}}$$

$$=\frac{p^2-p(1-q)+q(1-q)^2}{p^2+(p-q)^2}$$

2. 第二ノ方程式ヨリ　$tan(x+y)=tanb'$

$$\frac{tanx+tany}{1-tanxtany}=tanb$$

之ニ由テ

$$\left.\begin{array}{l} tanx+tany=(1-a)tanb \\ tanxtany=a \end{array}\right\} \text{此兩方程式ヨリ}$$

$$tanx-tany=\pm\sqrt{(1-a)^2tan^2b-4a}$$

正切ノ値ハ任意ノ實數ナルカ故ニ　$(1-a)^2tan^2-4a \nless 0$ ナルトキ x 及ヒ y ノ値ハ實數ナリ.

3. 原方程式ヲ變スレハ

$$\frac{tanx-1}{tanx+1}+\frac{1}{tanx}=2\left(1+\frac{1-tan^2x}{2tanx}\right)$$

$$\frac{tanx-1}{tanx+1}=2-tanx \quad tanx-1=2+tanx-tan^2x$$

$tanx=\pm\sqrt{3}$, 故ニ x ノ銳角及ヒ鈍角ノ値ハ $\frac{\pi}{3}$ 或ハ $\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$

$tan(n\pi+a)=tan x$ ナルカ故ニ

$$x=n\pi+\frac{\pi}{3} \quad 或ハ \quad n\pi+\frac{2\pi}{3}$$

4. $A+B+C=180°$

$\therefore \quad cosA+cosB+cosC=cosA+cosB-cos(A+B)$

$$=2cos\frac{A+B}{2}cos\frac{A-B}{2}-2cos^2\frac{A+B}{2}+1$$

$$=2cos\frac{A+B}{2}\left(cos\frac{A-B}{2}-cos\frac{A+B}{2}\right)=正 \quad \because \ cos\frac{A-B}{2}>cos\frac{A+B}{2}$$

$\therefore \quad cosA+cosB+cosC>1$

次ニ $cosA+cosB+cosC=2cos^2\frac{A}{2}+2cos^2\frac{B}{2}+2cos^2\frac{C}{2}-3$

$$=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\left(3-4cos^2\frac{A}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(3-4cos^2\frac{B}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(3-4cos^2\frac{C}{2}\right)$$

此最後ノ結果ハ明カニ$\frac{3}{2}$ヨリ小ナルヿヲ示ス

$\therefore \quad cosA+cosB+cosC<\frac{3}{2}$

5. A', B', C' ハ順次ニ外切圓ノ弧 BC, CA, AB ノ中央ナリ.

$\therefore$ 角 A' ハ $\frac{1}{2}$(弧 AB＋弧 AC) ニ對スル中心角ニ等シ.

$\therefore$ 角 $A'=\frac{B+C}{2}=90°-\frac{A}{2}$, 角 $B'=90°-\frac{B}{2}$, 角 $C'=90°-\frac{C}{2}$.

又外切圓ノ中心ヲ O トシ半徑ヲ R トスレハ $a=2RsinA$

$2R=\frac{a}{sinA}$ 又 $B'C'=2RsinA'=2Rsin\left(90°-\frac{A}{2}\right)$

$$=\frac{acos\frac{A}{2}}{sinA}=\frac{a}{2sin\frac{A}{2}} \quad 同様ニ \ C'A'=\frac{b}{2sin\frac{B}{2}} \quad A'B'=\frac{c}{2sin\frac{C}{2}}.$$

三角法應用問題ハ計算ノミニ屬スルカ故ニ時間ノ制限内ニ解スル題ナリ依テ解ハ略ス.

又解析幾何學ハ本誌普通科外ノモノナルヲ以テ解ハ此ニ掲載セズ.

彙　報

檢定試驗三角法問題の正解

第拾壹號に記載せし文部省檢定試驗三角法問題4.の解は法不完全なるにより會員諸君より質疑せられたり依て次に正解を示す且つ前號の正誤をなすこと下の如し.

第拾壹號彙報4.ぺーじ第六行の最初の＝は但しの誤り.

次ニ $A+B+C=180°$ ナル𪜈

$cosA+cosB+cosC\geqq\frac{3}{2}$ ナルヿヲ証スルヿ次ノ如シ,

A, B, C ノ和ハ 180° ナルカ故ニ三角形ABCノ三内角ヲA, B, CトシBC$=a$, CA$=b$, AB$=c$, 但シ $a+b+c=2s$ トス.

$$cosA+cosB+ccsC=2\,cos\frac{A+B}{2}\,cos\frac{A-B}{2}-cos\,(B+C)$$

$$=2cos\frac{A+B}{2}\,cos\frac{A-B}{2}-2\,cos^2\frac{A+B}{2}+1$$

$$=2cos\frac{A+B}{2}\left(cos\,\frac{A-B}{2}-cos\frac{A+B}{2}\right)+1$$

$$=2cos\left(90°-\frac{C}{2}\right)2sin\frac{A}{2}\,sin\frac{B}{2}+1$$

$$=4sin\frac{C}{2}\,sin\frac{A}{2}\,sin\frac{B}{2}+1$$

$$=4\sqrt{\frac{(s-a)\,(s-b)}{ab}}\times\sqrt{\frac{(s-b)\,(s-c)}{bc}}\times\sqrt{\frac{(s-c)\,(s-a)}{ca}}+1$$

$$=\frac{4\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}{abc}+1\quad-\frac{3}{2}+\frac{abc-8\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}{2abc}$$

$$=\frac{3}{2}-\frac{abc-(2s-2a)\,(2s-2b)\,(2s-2c)}{2abc}$$

$$=\frac{3}{2}-\frac{abc-(b+c-a)\,(c+a-b)\,(a+b-c)}{2abc}$$

故ニ本題ノ證明ハ $abc-(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)$ カ 0 ヨリ小ナラサルヿヲ證スレハ充分ナリトス。

今 $a=m+n,\quad b=n+p,\quad c=p+m$ トスレハ

$b+c=a+2p,\quad c+a=b+2m,\quad a+b=c+2n,$

而シテ $(\sqrt{m}-\sqrt{n})^2\leq 0$ ナルヿ明カナリ，

故ニ $m+n\leq 2\sqrt{mn}$　同樣ニ $n+p\leq 2\sqrt{np},\quad p+m\leq 2\sqrt{mp},$

之ニ由テ $(m+n)(n+p)(p+m)\leq 2\sqrt{mn}\times 2\sqrt{np}\times 2\sqrt{mp},$

即チ $(m+n)(n+p)(p+n)\leq 2p\times 2m\times 2n,$

即チ $abc\leq(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c).$

之ニ由テ $\cos A+\cos B+\cos C$ ハ $\frac{3}{2}$ ヨリ小ナラズ。

高野泰藏記ス。

陸軍士官候補生試驗題

先月に於て施行せられたる陸軍士官候補生試驗題は特別試驗(中學校卒業生)及ひ普通試驗の二種にして両種とも數學の問題は同一なる由なり。

問題は凡て試驗塲より寫し取ることを禁したれは單に受驗者の記臆に止まるのみにして且つ其筋にても試驗調査後にあらされは他に示されさる由なり依て本誌に於ては受驗者等より傳聞せしものを取りて次に示す問題の大要は誤りなきことを保証すれとも文意幷ひに數字等に至りては正確なるを保する能はす。

唯た陸軍士官志望者の爲め片時も早く既試驗問題幷ひに解式の程度を示さんとし斯く不完全なるものを採録せしのみ。

因みに記す東京數學院にては當局に於て候補生欠乏に際し普通試驗を許さるゝ限りは陸軍受驗科を置き多數の及第者を出さん決心にして漸次に同院と分離せる東京中學校より候補生を出す期望なり。

算　術

1. 音響一秒時ノ速力ハ三百三十めーとるナリ今敵ノ砲煙ヲ見シヨリ八秒時ニシテ砲聲ヲ聞キ尚三秒時ニシテ砲彈ノ到達セリトイフ彈丸一秒ノ速力如何.

2. 一汽船アリ赤道上ノ一港ヲ午前八時ニ出帆シ正東ニ向テ一時間四里十八町ノ速力ニシテ百四十一里行キ一島ニ着セリトイフ其地ノ何時ニ到着セシヤ.

但シ赤道ノ周圍ハ三百六十度ニシテ一度ヲ二十四里二十一町トス.

3. 甲乙兩停車場ヨリ相向テ同時ニ出發スル汽車アリ兩車相會シテヨリ甲ハ六時四十五分,乙ハ八時二十分ニシテ各停車場ニ着セリトイフ甲乙各幾時間ニシテ着セシヤ.

4. 二,三,五,九,十七ノ如キ級數アリ其五十項ノ總和ヲ求ム.

幾　何

1. 底邊及ヒ底邊ニ對スル角及ヒ二邊ノ差ヲ知リテ三角形ヲ作ルヿヲ求ム.

2. 直角三角形ノ一直邊上ノ正方形ハ他ノ二邊ノ和及ヒ差ノ作ル直方形ノ積ニ等シ之ヲ證セヨ.

3. 圓內正八角形ノ一邊ヲ半徑Rニテ算スル公式ヲ作レ.

4. 既知ノ三点及ヒ既知ノ半徑ヲ知リテ此三点ヲ過クル球面ヲ作レ.

代　數

1. $\dfrac{x+z}{a-b}=\dfrac{y+x}{b-c}=\dfrac{z+y}{c-a}$ ナルトキ下式ヲ説明セヨ,

$$\sqrt{\frac{x^2+y^2+z^2}{(a-b)^2+(a-c)^2+(c-a)^2}}.$$

2. 甲乙二數アリ其比ハ14ト9ニシテ二數ヨリ各20個ヲ減セハ甲ハ乙ノ二倍トナル甲乙二數幾何.

3. 甲乙二數アリ甲乙ノ和ニ甲ヲ乘セシモノハ百四十四個ニシテ甲乙ノ差ニ乙ヲ乘セシモノハ十四個ナリトイフ甲乙二數ノ値如何.

4. a, b, c カ調音級數ヲナストキ

$$\frac{b}{b-a}+\frac{b}{b-c}$$ ノ値ヲ求ム.

三　角

1. $\sin 2x-\cos x$ ヨリ x ノ値ヲ求ム.

但シ x ハ $0°$ ヨリ $180°$ 迄ノ間ニ在ルモノトス.

2. $\sin A+\sin B$, $\sin A-\sin B$, $\cos A+\cos B$, $\cos A-\cos A$ ナル四式ヲ $\sin\frac{A+B}{2}$, $\sin\frac{A-B}{2}$, $\cos\frac{A+B}{2}$, $\cos\frac{A-B}{2}$ 中ノ二ツヽノ積ニテ顯ハス式ヲ求ム.

3. 三角形 ABC ニ於テ角 A, B, C ニ對スル邊ヲ a, b, c トシ $a+b+c=2s$ トスルトキ

$$\sin\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$$ ナルコトヲ證セヨ.

4. 三角形 ABC ニ於テ A, B ニ對スル長サヲ a, b トシ

$A=78°\ 26'$, $b=376{\cdot}375$, $c=251{\cdot}765$ めーとるトスルトキ

$\angle B$, $\angle C$ ノ値ヲ求ム.

但シ $\log 12461=4{\cdot}09555$,　$\log 62814=4{\cdot}79806$,

$L\cot 39°\ 13'=0{\cdot}08828$,

$L\tan 13°\ 39'=\bar{1}{\cdot}38534$,　$L\tan 13°\ 14'=\bar{1}{\cdot}38589$.

本題ハ原題ニ類似シタル數ヲ用ヒタリ.

彙　報

陸軍士官候補生試驗題答案

算　術

1. 全距離ハ $330\times8=2640$ メートルナリ故ニ彈丸一秒ノ速力ハ $2640\div(8+3)=240$ メートル.

2. $141\div4\frac{18}{36}=31$ 時 20 分ハ航セシ時間ナリ,

$360\times24\frac{21}{36}:141=24$ 時 : 時差 $=\dfrac{141\times24}{360\times24\frac{21}{36}}=23$ 分 (殆ント)

故ニ所求ノ時刻ハ午前 8 時 +31 時 20 分 +23 分

= 午前 39 時 43 分 = 翌日午前 15 時 43 分

= 翌日午後 3 時 43 分.

3. 相會スル迄ノ時間ヲ x 時トスレハ

甲カ 6 時 45 分ニ行ク處ヲ乙ハ x 時ニ行キ甲カ x 時ニ行ク處ヲ乙ハ 8 時 20 分ニ行クモノナリ故ニ

$$6\frac{45}{60}:x=x:8\frac{20}{60},$$

$\therefore\ x^2=6\frac{3}{4}\times8\frac{1}{3}=\frac{9\times25}{4}$　$\therefore\ x=\frac{3\times5}{2}=7$ 時 30 分.

之ニ由テ甲ハ 6 時 45 分 +7 時 30 分 =14 時 15 分,

乙ハ 8 時 20 分 +7 時 30 分 =15 時 50 分.

4. $2=1+1$,　$3=1+2$,　$5=1+4$,　$9=1+8$,　$17=1+16$,

故ニ此級數 50 項ノ和ハ

$$(1+1)+(1+2)+(1+4)+(1+8)+(1+16)+\cdots\cdots+(1+2^{49})$$

即チ　$50+1+2+4+8+16+\dots\dots\dots\dots+2^{41}$

$$=50+\frac{2^{50}-1}{2-1}=50+2^{50}-1.$$

幾　　何

1. 底邊ヲ BC トシ AB, AC ノ差ヲ d トシ頂角ヲ A トス, 角 $\mathrm{BEC}=90^\circ+\frac{A}{2}$ トシ BC ヲ弦トシ $90^\circ+\frac{A}{2}$ ヲ有ツ弓形 BEC ヲ作リ $\mathrm{BE}=d$ トシ BE ヲ A 迄引長シ又角 $\mathrm{ECA}=90^\circ-\frac{A}{2}$ トスレハ ABC ハ所求ノ三角形ナリ.

何トナレハ角 BEC $90^\circ+\frac{A}{2}$ ナルカ故ニ

$$角\ \mathrm{AEC}=180^\circ-\left(90^\circ+\frac{A}{2}\right)=90^\circ-\frac{A}{2}=角\ \mathrm{ECA},$$

$\therefore\ \mathrm{AE}=\mathrm{AC}\qquad\therefore\ \mathrm{AB}-\mathrm{AC}=d,$

而シテ角 BAC＝角 BEC－角 ECA

$$=90^\circ+\frac{A}{2}-\left(90^\circ-\frac{A}{2}\right)=A.$$

2. C ヲ直角トスル直角三角形 ABC ニ於テ

$\mathrm{BC}^2=\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2$　即チ　$\mathrm{AB}^2=\mathrm{BC}^2-\mathrm{AC}^2=(\mathrm{BC}+\mathrm{AC})(\mathrm{BC}-\mathrm{AC}).$

3. 圓ノ中心ヲ O トシ正八角　ノ二隣邊ヲ AB, BC トスレハ

$\mathrm{BC}=\sqrt{(\mathrm{AO}^2+\mathrm{AC}^2)}=\sqrt{(R^2+R^2)}=R\sqrt{2},$

BO ト AC ノ交点ヲ E トスレハ $\mathrm{EO}=\mathrm{AE}=\frac{1}{2}\mathrm{BC}=\frac{R\sqrt{2}}{2},$

$$\therefore\ \mathrm{AB}=\sqrt{(\mathrm{AE}^2+\mathrm{BE}^2)}=\sqrt{\left\{\left(\frac{R\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(R-\frac{R\sqrt{2}}{2}\right)^2\right\}}$$

$$=R\sqrt{(2-\sqrt{2})}.$$

4. 三定点 A, B, C ヲ通過スル圓ノ中心 O ヲ求メ O ヨリ平面 ABC ニ垂線 OM ヲ作リ AM＝BM＝CM＝半徑トスヘシ.

(以下次號)

彙　　報

師中及び高女學校教員檢に關する規程

文部省令第十號(明治三十三年六月一日)にて規定せられたる内數學科の部の要を次に載す詳細は六月一日官報第5072號にあり.

數學科は 算術代數幾何を第一科とて三角法を第二科とし此二科を試驗することになれり.

三角法は第一科に及第したるものに非れは試驗せす.

又豫備試驗に及第したるものは三回丈け引續き本試驗を受くることを得るなり.

檢定試驗は毎年少なくも一回施行せらるゝ由なり.

又算術代數幾何の三科を之を第一科として及第を得へきものなれとも其内にて一部の成績佳良なるものは全部合格せるも其一部丈けの証明書を授與する事となれり.

夏期講習會 本年八月は東京數學院にて夏期講習會を例年の通り開設す其内普通學科數學, 英獨, 理化, 漢文等は東京中學校内に設け陸軍受驗豫修の數學及び數學速成の二科は東京數學院内にて開設することに決せり.

陸軍士官候補生入學試驗題答案（前號ノ續キ）

代數

1. $\frac{x+z}{a-b}=\frac{y+x}{b-c}=\frac{z+y}{c-a}=k$ トスレハ

$x+z=k(b-b)$, $y+x=k(b-c)$, $z+y=k(c-a)$,

$\therefore\ (x+z)+(y+x)+(z+y)=k(a-b+b-c+c-a)$,

即チ $2x+2y+2z=0$ 故ニ $x+y+z=0$..................(A)

又 $(x+z)^2+(y+x)^2+(z+y)^2=k^2\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$,

(A) ヨリ $(-y)^2+(-z)^2+(-x)^2=k^2\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$,

$$\therefore\ k=\sqrt{\frac{x^2+y^2+z^2}{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2}}.$$

2. 甲乙二數ヲ x, y トスレハ

$x:y=14:9$, $x-20=2(y-20)$.

第一ヨリ $y=\frac{9x}{14}$ 故ニ第二ヨリ $x-20=2\left(\frac{9x}{14}-20\right)$,

即チ $x-20=\frac{9x}{7}-40$ 故ニ $\frac{-2x}{7}=-20$ $\therefore\ x=70$,

之ニ由テ甲ハ 70, 乙ハ $70\times\frac{9}{14}=45$ ナリ.

3. 甲乙二數ヲ x, y トスレハ

$x(x+y)=144$, $y(x-y)=14$.

第一ヨリ第式ニテ除スレハ

$\frac{x(x+y)}{y(x-y)}=\frac{144}{14}$ 故ニ $7x(x+y)=72y(x-y)$,

故ニ $7x^2-65xy+72y^2=0$ 即チ $(7x-9y)(x-8y)=0$

故ニ $x=\frac{9}{7}y$ 或ハ $x=8y$,

$x=\frac{9}{7}y$ ナルキ第二ヨリ $y\left(\frac{9y}{7}-y\right)=14$ $\therefore\ y=\pm7$, $x=\pm9$.

又 $x=8y$ ナルキ第二ヨリ $y(8y-y)=14$ $\therefore\ y=\pm\sqrt{2}$, $x=\pm8\sqrt{2}$.

4. $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{b}-\frac{1}{c}$ 即チ $b(a+c)=2ac$,

故ニ $\frac{b}{b-a}+\frac{b}{b-c}=\frac{2b^2-b(a+c)}{b^2+b(a+c)+ac}=\frac{2b^2-2ac}{b^2-2ac+ac}$

$=\frac{2(b^2-ac)}{b^2-ac}=2$ 即チ答.

三角

1. $\sin 2x=\cos x$ ヨリ $2\sin x\cos x=\cos x$,

故ニ $\cos x=0$ 或ハ $\sin x=\frac{1}{2}$.

$\cos x=0$ ナルキ $x=90^\circ$.

$\sin x=\frac{1}{2}$ ナルキ $x=30^\circ$ 或ハ $180^\circ-30^\circ=150^\circ$.

2. $\sin A+\sin B=2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$,

$\sin A-\sin B=2\cos\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$,

以下畧ス.

3. $2bc\cos A=b^2+c^2-a^2$ ナル公式ヨリ.

$2bc\left(1-2\sin^2\frac{A}{2}\right)=b^2-c^2-a^2$,

故ニ $\sin^2\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{a^2-b^2+2bc+c^2}{4bc}}=\sqrt{\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{4bc}}$

$$=\sqrt{\frac{(2s-2c)(2s-2b)}{4bc}}=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}.$$

4. $\frac{1}{2}(B+C)=\frac{1}{2}(180^\circ-78^\circ\ 26')=50^\circ\ 47'$

陸軍士官候補生入學試驗題答案（前號ノ續キ）

代 數

1. $\dfrac{x+z}{a-b}=\dfrac{y+x}{b-c}=\dfrac{z+y}{c-a}=k$ トスレハ

$x+z=k(b-b),\quad y+x=k(b-c),\quad z+y=k(c-a),$

$\therefore\quad (x+z)+(y+x)+(z+y)=k(a-b+b-c+c-a),$

即チ $2x+2y+2z=0$ 故ニ $x+y+z=0$..................(A)

又 $(x+z)^2+(y+x)^2+(z+y)^2=k^2\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\},$

(A) ヨリ $(-y)^2+(-z)^2+(-x)^2=k^2\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\},$

$$\therefore\quad k=\sqrt{\frac{x^2+y^2+z^2}{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2}}.$$

2. 甲乙二數ヲ x, y トスレハ

$x:y=14:9,\quad x-20=2(y-20).$

第一ヨリ $y=\dfrac{9x}{14}$ 故ニ第二ヨリ $x-20=2\left(\dfrac{9x}{14}-20\right),$

即チ $x-20=\dfrac{9x}{7}-40$ 故ニ $\dfrac{-2x}{7}=-20\quad\therefore\quad x=70,$

之ニ由テ甲ハ 70, 乙ハ $70\times\dfrac{9}{14}=45$ ナリ.

3. 甲乙二數ヲ x, y トスレハ

$x(x+y)=144,\quad y(x-y)=14.$

第一ヨリ第式ニテ除スレハ

$\dfrac{x(x+y)}{y(x-y)}=\dfrac{144}{14}$ 故ニ $7x(x+y)=72y(x-y),$

故ニ $7x^2-95xy+72y^2=0$ 即チ $(7x-9y)(x-8y)=0$

故ニ $x=\dfrac{9}{7}y$ 或ハ $x=8y,$

$x=\dfrac{9}{7}y$ ナル片第二ヨリ $y\left(\dfrac{9y}{7}-y\right)=14\quad\therefore\quad y=\pm7,\quad x=\pm9.$

又 $x=8y$ ナル片第二ヨリ $y(8y-y)=14\quad\therefore\ y=\pm\sqrt{2},\quad x=\pm8\sqrt{2}.$

4. $\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}$ 即チ $b(a+c)=2ac,$

故ニ $\dfrac{b}{b-a}+\dfrac{b}{b-c}=\dfrac{2b^2-b(a+c)}{b^2+b(a+c)+ac}=\dfrac{2b^2-2ac}{b^2-2ac+ac}$

$=\dfrac{2(b^2-ac)}{b^2-ac}=2$ 即チ答.

三 角

1. $\sin 2x=\cos x$ ヨリ $2\sin x\cos x=\cos x,$

故ニ $\cos x=0$ 或ハ $\sin x=\dfrac{1}{2}.$

$\cos x=0$ ナル片 $x=90^\circ.$

$\sin x=\dfrac{1}{2}$ ナル片 $x=30^\circ$ 或ハ $180^\circ-30^\circ=150^\circ.$

2. $\sin\mathrm{A}+\sin\mathrm{B}=2\sin\dfrac{\mathrm{A}+\mathrm{B}}{2}\cos\dfrac{\mathrm{A}-\mathrm{B}}{2},$

$\sin\mathrm{A}-\sin\mathrm{B}=2\cos\dfrac{\mathrm{A}+\mathrm{B}}{2}\sin\dfrac{\mathrm{A}-\mathrm{B}}{2},$

以下略ス.

3. $2bc\cos\mathrm{A}=b^2+c^2-a^2$ ナル公式ヨリ,

$2bc\left(1-2\sin^2\dfrac{\mathrm{A}}{2}\right)=b^2-c^2-a^2,$

故ニ $\sin^2\dfrac{\mathrm{A}}{2}=\sqrt{\dfrac{a^2-b^2+2bc+c^2}{4bc}}=\sqrt{\dfrac{(a+b-c)(a-b+c)}{4bc}}$

$=\sqrt{\dfrac{(2s-2c)(2s-2b)}{4bc}}=\sqrt{\dfrac{(s-b)(s-c)}{bc}}.$

4. $\dfrac{1}{2}(\mathrm{B}+\mathrm{C})=\dfrac{1}{2}(180^\circ-78^\circ\ 26')=50^\circ\ 47'$

公式　$tan\frac{1}{2}(B-C)=\frac{b-c}{b+c}\,cot\frac{A}{2}$　ヨリ

$$log\ tan\frac{1}{2}(B-C)=log(b-c)+log\ cot\frac{A}{2}-log(b+c)$$

$$=log\ 124{\cdot}91+log\ cot\ 39^\circ\ 13'-log\ 628{\cdot}14,$$

之ヲ次ノ如ク運算スレハ

$$log\ 124{\cdot}61=2{\cdot}09555$$

$$log\ oot\ 39^\circ\ 13'=0{\cdot}08828$$

$$\overline{\quad 2{\cdot}18383}$$

$$log\ 628{\cdot}14=2{\cdot}79809$$

$$log\ tan\frac{1}{2}(B-C)=\bar{1}{\cdot}38577$$

而シテ $log\,tan13^\circ\ 39'=\bar{1}{\cdot}38534$ ナルカ故ニ

$\bar{1}{\cdot}38577-\bar{1}{\cdot}38534=0{\cdot}00043$　即チ　$log\ tan\frac{1}{2}(B-C)$　ト　$log\ tan\ 39^\circ\ 13'$

トノ差ナリ,

而シテ　$log\ tan\ 13^\circ\ 40'$　ト　$log\ tan\ 13^\circ\ 39'$　ノ差ハ

$\bar{1}{\cdot}38589-\bar{1}{\cdot}38534=0{\cdot}00055$ ナリ,

故ニ　$0{\cdot}00055 : 0{\cdot}00043=60'' : x,$

$$\therefore\ x=\frac{43\times 12}{11}=54''\text{ 餘},$$

之ニ由テ　$\frac{1}{2}(B-C)=13^\circ\ 39'\ 54'',$

但シ　$\frac{1}{2}(B+C)=50^\circ\ 47',$

$$\therefore\ B=64^\circ\ 26'\ 54'',\quad C=37^\circ\ 7'\ 6''.$$

彙　報

陸軍大學校初審驗查教學問題(三十三年六月廿九日)

1. $64x^{-1}+27y^{-2}$ ヲ $4x^{-\frac{1}{3}}+3y^{-\frac{2}{3}}$ ニテ除セヨ.

2. $x^2-2x-\frac{1}{2}\sqrt{(3x^2-15x+7)}=\frac{7}{2}+3x$ 方程式ヲ解ケ

3. 直三角形アリ其周邊ノ長サハ最短邊ノ六倍ナリ二直邊ノ長サノ比ヲ求ム.

4. 80名ノ下士卒及ヒ5名ノ將校中ヨリ3名ノ下士卒及1名ノ將校ヲ以テ組織スル委員ヲ設ケントス其設ケ方幾通リアリヤ,

5. $sin A=a$ ナルヲ知リテ $sin5A$ ノ値ヲ求ム.

6. A, P, C ノ直線道上ニ並ヘル三個ノ一里塚アリ P ハ APB 及ヒ BPC カ何レモ35度ノ角ヲナスー点トス AP ノ距離ヲ求ム. 但シ $sin35^\circ=0{\cdot}5736$ トス.

7. 一邊 a ナル正方形アリ之ヲ正八角形トナシ其面積ヲ求ム.

8. 一角ト其平面内ニ一定点ヲ設クルアリ此定点ヲ過キテ一線ヲ出シ所設ノ線ト等シカラシメントス其畫法ヲ求ム.

9. 三角形アリ其三邊ヲ a, b, c トシ其面積ヲ S トシ其外切圓ノ半徑ヲ r トスレハ $S=\frac{abc}{4r}$ ナリ其面積ヲ求ム.

10. 正四面体アリ其稜ノ長サヲ a トシ其面積及体積ヲ求ム.

明治三十三年七月第一高等學校入學試驗問題
(數　學)

1. 次ノ語ノ定義ヲ述ヘヨ.

(a) 二數ノ最小公倍數, (b) 有理整方程式, (c) 相似形.

$+\frac{12}{143},\quad -\frac{3}{5},\quad -\frac{2}{3},\quad +\frac{8}{165}$

3. $x^2-25x-116$ ヲ因數ニ分解セヨ。

4. 米四斗ト麥壹斗五升トノ價合計金五圓貳拾錢ナリシニ，其後米ノ相場ハ貳割上リ，麥ノ相場ハ壹割下リタルタメ，其價合計金五圓八拾八錢ニナレリトイフ，初ノ米及ヒ麥ノ相場各々幾何ナルカ，

5. $3^x=5$ ニ適合スル x ノ値ヲ求ム。

6. 球ニ切スル平面ハ其切点ニ引ケル半徑ニ垂直ナルコトヲ證明セヨ。

7. $sin(150°+A)+sin(150°-A)$ ヲ簡約ニセヨ。

8. 次ノ値ヲ計算セヨ，

(a) $\log \sin 65°30'$　　$\log \tan 25°12'$

(b) $\tan 13°$,　　$\tan 73°$.

高等商業學校豫科入學試業問題(三十三年七月)

1. 下ノ式ヲ最簡ニセヨ。

$$\frac{2}{x^2+x-6}+\frac{x-3}{x^2-2x-15}-\frac{1}{x-2}$$

2. 金銀ノ混物二種アリ其第一種ニ於テ金銀ノ比ハ五ト四トノ如ク其第二種ニ於テ金銀ノ比ハ八ト七トノ如シ今此二種ヲ混和シテ全十四匁ト銀十二匁ヨリ成ル一物ヲ造ラント欲ス各種幾何ヲ要スルカ

3. $y^2-5xy=6$,　$x^2-xy+4y^2=10$　x 及 y ヲ求ム。

4. (甲) $\dfrac{\sin A}{1+\cos A}=\tan\dfrac{A}{2}$ ヲ證明セヨ。

(乙) $6\sin A+\operatorname{cosec} A=5$ ニテ角 A ヲ求ム。

5. 三角形 ABC ニ於テ $a=6$, $c=5$, $\cos C=75$ ナリ b ヲ求ム(小數二位迄)

但し高等商業學校に於て最も注意すへき算術問題は次號に掲載すへし。

商船學校入學試驗問題(三十三年六月)

算術問題

1. 金千五百圓ヲ以テ米若干石ヲ買入レ之ヲ壹圓ニ付キ五合賸ク賣却シテ金百圓ノ利益ヲ得タリト云フ買入レシ米相場壹圓ニ付キ幾何ナリシカ。

2. 甲乙丙ノ職工三名ニテ一工事ヲ請負ヒ共ニ十六日間働キテ工錢六十圓ヲ得タリ而シテ此工事ハ甲一人ナレハ四十日間乙一人ナレハ四十八日間ニ落成スベキモノナリ工錢ヲ職工ノ勞力ニ應シテ分配セハ三人ノ所得各幾何ナルヘキカ。

3. 比重〇.八[アルコール]ヲ滿タシタル壜アリ其重サ九百二十六匁ナレモ若シ之ニ比重一.二五[グリスリン]ヲ滿タスキハ其重一貫二百五十匁トナルベシト云フ壜ノ重サ及ヒ容量各幾何ナルカ　但シ淸水一升ノ重サヲ四百八十匁トスベシ。

4. 大小五枚一組ノ盆アリ其價總テ十圓五十錢ニシテ一枚ニ付テハ小ヨリ大ナルニ從ヒ順次ニ三十錢上リナリト云フ盆ノ價各幾何ナルヤ。

代數問題

1. 五月一日ニハ甲會社ノ株券十枚ト乙會社ノ株券二十五枚ノ市價合セテ二千七百十圓ナリシカ本月ニ入リテ甲ハ一枚ニ付キ二圓五十錢下落シ乙ハ一枚ニ付キ一圓二十錢騰貴セシヲ以テ甲十五枚ト乙二十枚ノ市價合セテ二千七百三十九圓ニナリシト云フ五月一日ニ於ケル市價各幾何

2. 下ノ聯立方程式ヲ解ケ

$$x^2(x+y)=63,\qquad y^2(y+x)=112$$

3. 若シ $a:b=b:c$ ナレハ

$(a-b+c)(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)=a^4+b^4+c^4$ ナリ其証ヲ問フ。

4. 下ノ等比無究級數ノ總和ヲ求メ小數三位迄計算スヘシ

$$8\sqrt{2},\quad 4\sqrt{6},\quad 6\sqrt{2}\ldots\ldots\ldots\ldots$$

幾何問題

1. 正方形ABCDノ對角線BDニ沿フテBヨリBCニ等シクBEヲ採リBDニ直角ニEFヲ引キFニ於テCDニ交ラシムルトキハ DE＝EF＝FGナリ其證ヲ問フ.

2. 定圓内ノ定点ヲ過キル弦ノ中点ノ軌跡如何.

3. 一邊上ノ定点ヨリ引キタル直線ヲ以テ三角形ヲ二等分スルコトヲ求ム.

4. 圓ニ切スル内外兩正六角形ノ積ノ比ハ 3：4 ナリ其證ヲ問フ.

三角問題

1. 下式ヲ證明スヘシ

(甲) $\cot^2 A - \cos^2 A = \cot^2 A \cos^2 A$

(乙) $\tan^2 A = \dfrac{1-\cos^2 A}{1+\cos^2 A}$

2. 下式ヨリ $\sin\theta$ ノ値ヲ發見スヘシ

$$\tan\theta + \sin\theta = 2$$

3. 三角形ABCニ於テ $A=45°$, $B=60°$ $AB=1000$ 尺ナレハ ACノ長サ及ヒCヨリABニ至ル垂線ノ長サ各如何.

同撰校試驗數學問題

1. 五里十二町ノ峠ヲ東ヨリ西ヘ踰スニ毎時昇リハ三十町降リハ四十町ノ速力ヲ以テセハ五時四十二分ヲ要ストスフ前ノ速力ヲ以テ西ヨリ東ヘ此峠ヲ踰セハ幾何時ヲ要スヘキカ.

2. 等比級數ヲナス三數アリ其和ハ三十八ニシテ相乘積ハ千七百二十八ナルトキハ三數各幾何.

3. 三角形ABCノA角ノ二等分線ADトBC邊トノ交点ヲDトセハ左ノ關係アリ其證ヲ問フ $AB.AC=\overline{AD}^2+BD.DC$.

4. 左ノ式ヲ證明スヘシ

$$\sin(A+B)\sin(A-B)=\sin^2 A-\sin^2 B.$$

東京數學院々外生廣告

○郵券ヲ以テ月謝ヲ納ムル片ハ必ズ一錢切手ニ被致度事

○郵便爲替拂渡局ハ必ズ一ツ橋郵便取扱所ノ事

○質問ニ關シテ左ノ規定ヲ設ク。

一質問ハ到着ノ日ヨリ計ヘ五日以内ニ答解ヲ送ルヿ

一講義錄中ノ質問ハ一切手數料ヲ要セス

一數學院教科用書及ビ參考用書中ノ質問ハ一問毎ニ郵券參錢(壹錢切手參枚)必ス添付ス可シ

數學院教科用書及ビ參考用書

中學算術教科書　中學代數教科書

理論應用近世算術　普通教育近世代數　普通教育近世算術

上野淸校閲 白井義督譯 あみな氏平面幾何學　普通教育平面幾何

同上 あみな氏立体幾何學

原濱吉編 けしー氏初等平面三角法　初等教育平面三角

一右ニ掲ケタル書籍外ノ質問ニ對シテ答解セサルヿアル可シ

○本院ヘノ通信ニハ必ズ證票番號記載ノ事

東京數學院

〔明治三十二年十一月廿五日遞信省認可〕

本誌定價及廣告料

本誌一册　定價金貳拾五錢

本誌廣告料(五号活字廿五字詰)

壹行　金貳拾錢

拾行以上　壹割引

廣告料ハ前金ニアラザレバ掲載セス

郵券代用ハ凡テ一割增ノ事

明治卅三年七月九日印刷
明治卅三年七月十日發行

編輯兼發行人　東京市神田區四小川町二丁目十一番地　野村喜十

印刷人　東京市神田區三崎町三丁目一番地　井上二郎

印刷所　東京市神田區三崎町三丁目一番地　磯崎屋活版所

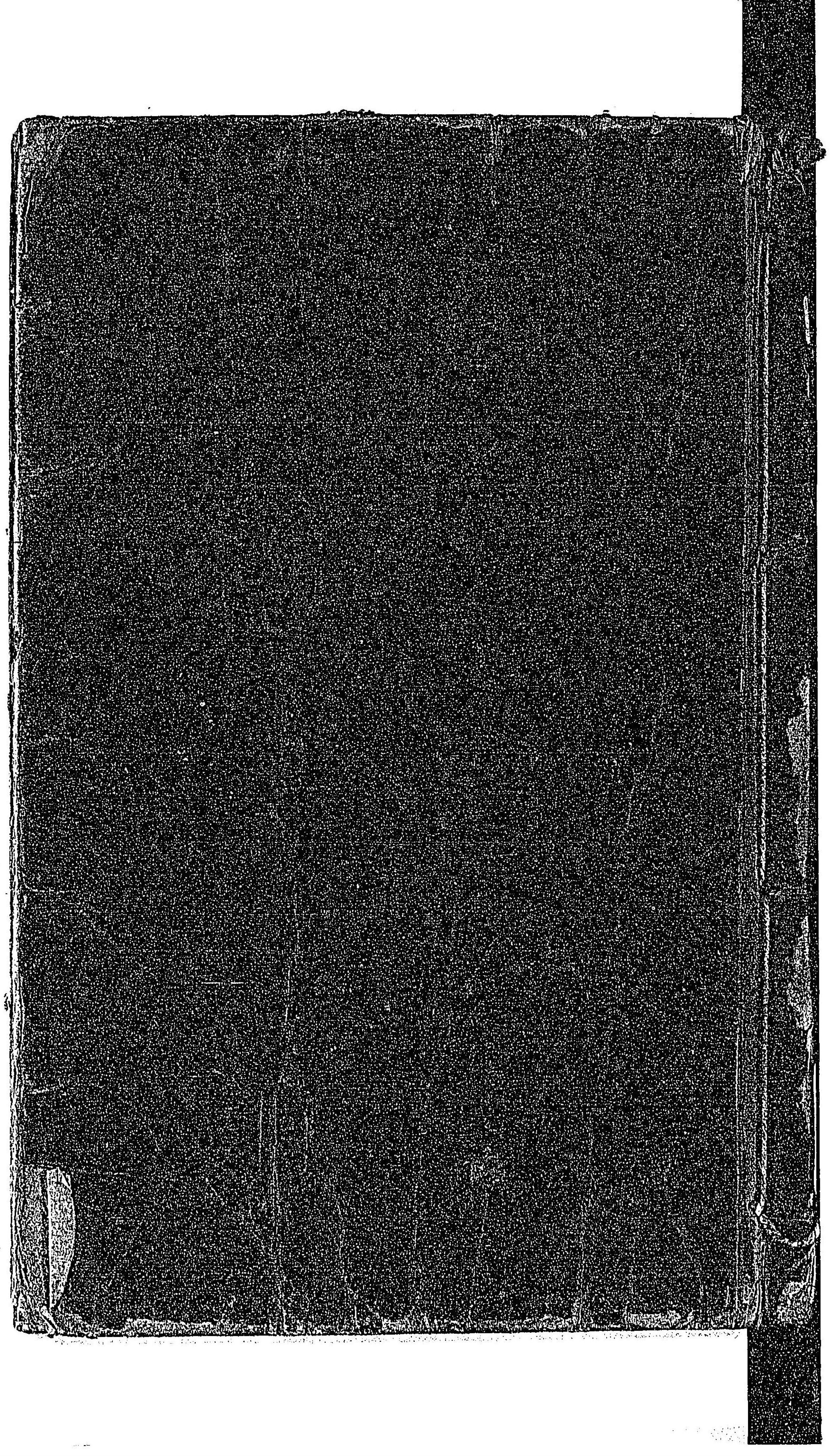
發行所　東京市神田區仲猿樂町十五番地　東京數學院

大賣捌所　東京市神田區表神保町　合資會社敬業社

仝　大坂東區安土町　積善館

仝　福岡市博多中島町　積善館支店

仝　廣島市塩屋町　積善館支店



平面幾何学講義 稿
三角法講義

試録報