

修正課程標準適用

初中三角法

全一冊

編者 張鵬飛

校者 華襄治



上海中華書局印行

標商冊註



民國二十六年八月初版

有 不 著 准 作 翻 權 印

修正

初中

◎實價國幣

(郵運匯費)

編者

張 鵬

校者

華 襄

發行者

中華書局有限公司
代表人 路錫三

印刷者

上海中華書局
澳門印刷所

總發行處

上海中華書局
福州發行所

分發行處

各埠中華書局

377.5
G165
62918

編輯大意

一、本書遵照教育部最近頒布的初級中學算學課程標準編輯，供初級中學教學三角法之用。

二、初級中學的算學，不但要助長學生的知識，還要啓發他們的思想；所以本書依照學生程度，說明公式和各表的由來，於訓練推理中，使思想繼續進展。

三、初級中學的算學，不但要助長學生的經驗，還要增加他們的能力；所以指示學生從題得解的關鍵，使經驗逐漸豐富，以期其能力不斷增加。

四、初級中學三角法，不是普通的測量學；所以本書略講簡易測量，不越出範圍之外，致侵佔其他功課教學的時間。

五、三角法須應用幾何的理性和代數的方法，所以在算術代數幾何之後，繼續教學，本書對於算術代數幾何，都有很深切的聯絡，使學生更多復習機會。

六、初級中學沒有立體幾何，祇在實驗幾何部份，略講空間幾何形象，所以本書關於測量部份，也祇從直觀上，說明鉛垂面等的意義，使學生容易明白，以免發生障礙。

七、三角函數記號和普通數號不同，初學容易誤會，所以在記號的前後，略留少許空隙，不和其它數號相混。

八、本書限於篇幅和時間，恐有未能盡善之處，務希

閱者教之。

修正課程標準適用

初中三角法目次

標桿圖 經緯儀圖 測鏈圖 測針圖

第一章 開端 頁數

1. 三角法的定義.....	1
2. 三角形的邊角符號.....	3
3. 三角形的三角關係.....	5
4. 直角三角形的三邊關係.....	5
5. 直角三角形邊和角的關係——三角函數.....	7
6. 三角函數的符號.....	8

第二章 特別銳角的三角函數

1. 一個角的三角函數.....	10
2. 45° 角的三角函數.....	12
3. 30° 角的三角函數.....	13
4. 60° 角的三角函數.....	13
5. 正切或餘切是 1 的角.....	15
6. 正弦是 $\frac{1}{2}$ 或餘割是 2 的角.....	16
7. 餘弦是 $\frac{1}{2}$ 或正割是 2 的角.....	16
8. 特別銳角的三角函數表.....	18

第三章 一般銳角的三角函數

1. 一定角度的三角函數	20
2. 一定三角函數的角	21
第四章 同銳角或異銳角的三角函數	
1. 同角的異名函數	24
2. 互餘兩角的函數	27
3. 異角的同名函數	29
第五章 三角函數表的用法	
1. 三角函數表	33
2. 用表求函數一	33
3. 用表求函數二	34
4. 用表求角一	36
5. 用表求角二	37
第六章 直角三角形的解法	
1. 求角	40
2. 求邊	42
3. 解直角三角形的公式	46
第七章 直角三角形的簡易應用	
1. 測量上的水平綫面	48
2. 用水準驗水平綫面	48
3. 測量水平面的綫角	49
4. 水平面內的簡便測量	50

5. 測量上的鉛垂綫面.....	54
6. 用鉛錘驗鉛垂綫面.....	54
7. 測量鉛垂面的綫角.....	55
8. 鉛垂面的簡便測量.....	55
9. 幾何圖形的計算和證明.....	59

附錄 I. 斜角三角形的解法

1. 在斜角三角形裏,已知任意兩角求餘一角.....	62
2. 在斜角三角形裏,已知牠的三邊求牠的任意一角.....	62
3. 在斜角三角形裏,已知任意兩邊和任意一角求餘兩角的任意一角.....	64
4. 在斜角三角形裏,已知任意兩角和任意一邊,求餘兩邊的任意一邊.....	67
5. 在斜角三角形裏,已知任意兩邊和任意一角求餘一邊.....	68

附錄 II. 斜角三角形的簡易應用

1. 水平面的簡便測量.....	72
2. 幾何圖形的計算和證明.....	74

附錄 III. 三角函數表

中西名詞對照表

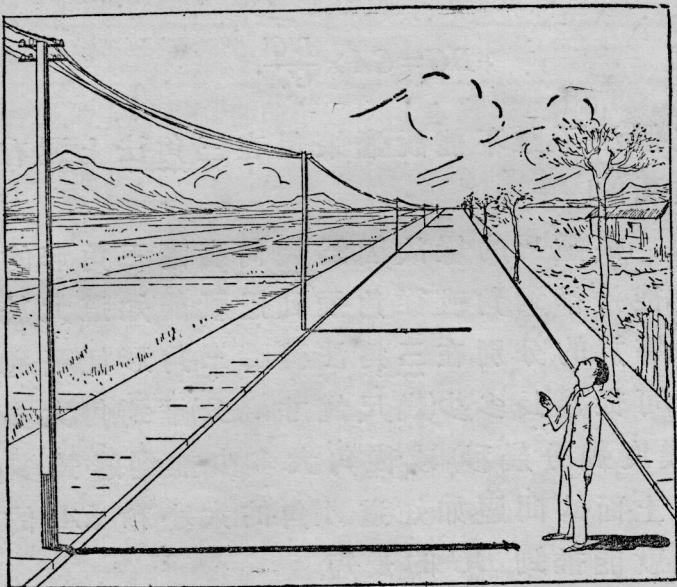
修正課程標準適用

初中三角法

第一章

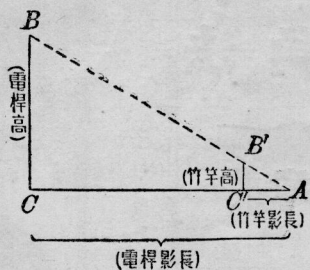
開端

1. 三角法的定義



看見路旁高而直的電桿,要曉得牠的高,沒有幾何知識的人,必定搬梯子來,直接去量,那就

蠢笨極了。有幾何知識的人，就照下圖，在電桿的前面立一根短竹竿(或短木桿)，量竿高和竿影的長，並量電桿影子的長，用下面的式子，可以求出牠的高來。



$$BC : B'C' = CA : C'A,$$

或
$$BC : CA = B'C' : C'A,$$

或
$$BC = CA \times \frac{B'C'}{C'A}.$$

這個法子，雖不能說蠢笨，但在三角法上還有很靈巧的！

很靈巧的緣故，因為幾何裏講三角形的時候，從邊推到角或從角推到邊，祇能知道大於，小於，等於的分別，在三角法裏講三角形，便更進一步，可從邊長多少(幾尺幾寸幾分)推到角大多少(幾度幾分幾秒)，或從角大多少推到邊長多少。在上面的問題，如知道 A 角的大小和 CA 的長短，就能推到 BC 的長短。

所以三角法的定義是：

根據幾何的理性和代數的方法，更詳細講

明三角形的邊角關係,拿來做解決三角形問題的方法的。

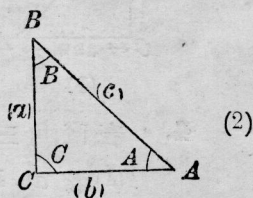
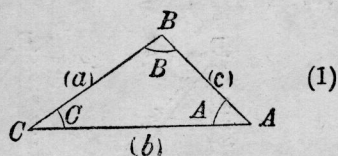
【註】 古代作曆征稅,都用三角形來測日月,量田地;所以我國和希臘,三角形和三角法的發明很早。

2. 三角形的邊角符號.

在三角法裏,處處都講到三角形,我們爲簡便起見,對於三角形和各角的大小,各邊的長短都有一定的代表符號,像下表所列。

三角形	$\triangle ABC$		
角含的	$\angle BAC$ 含的	$\angle CBA$ 含的	$\angle ACB$ 含的
度分秒	A	B	C
邊含的	BC 含的	CA 含的	AB 含的
同單位數	a	b	c

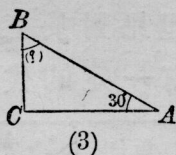
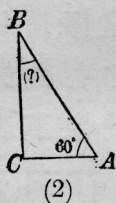
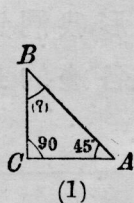
假如三角形是直角三角形 ABC ,就拿 C 表 90 度或 90° . 在 a, b, c 之內:若 a 表公尺數, b, c 也都表公尺數; a 表尺數, b, c 也都表尺數;其餘都可照此推去。



【注意】 本書對於三角形角的大小或邊的長短，在容易明瞭的地方，有時簡稱角或邊。

習題 A

1. 下面直角三角形裏， B 角的大小怎樣？



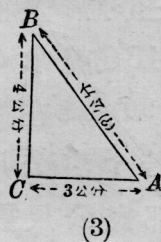
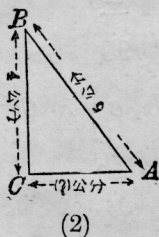
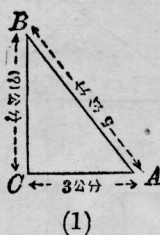
2. 在三角形 ABC 裏：

(1) 若 $B=30^\circ, C=70^\circ$ ，那麼 $A=?$ 。

(2) 若 $C=75^\circ, A=75^\circ$ ，那麼 $B=?$ 。

(3) 若 $A=98^\circ, B=12^\circ$ ，那麼 $C=?$ 。

3. 下面直角三角形裏，已知二邊長短，餘一邊怎樣？



4. 在直角三角形 ABC 裏：

(1) 若 $a=12, b=5$ ，那麼 $c=?$ 。

(2) 若 $b=5$, $c=13$, 那麼 $a=?$.

(3) 若 $c=13$, $a=12$, 那麼 $b=?$.

【注意】 上面各題的答,可先畫準確的圖而後用量角器和公尺市尺去量,也可用幾何理性去推.

3. 三角形的三角關係.

在幾何裏,曉得三角形三角的和都等於二直角;所以在三角形 ABC 裏,

$$A+B+C=180^\circ.$$

若 $C=90^\circ$,

那麼 $A+B=90^\circ$.

根據這個關係,可以從三角形這角大小,推得那角大小;或從兩角的大小推得餘一角大小.

4. 直角三角形的三邊關係.

在幾何裏,曉得直角三角形,拿直角邊做邊的兩個正方形和都等於拿斜邊做邊的正方形;所以在直角三角形 ABC 裏,

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

根據這個關係,可以從直角三角形兩邊的長短,推得餘一邊的長短.

習題 B

1. 在直角三角形 ABC 裏:

(1) 若 $A < 45^\circ$, 那麼 B 是多少?

(2) 若 $A = 45^\circ$, 那麼 B 是多少?

(3) 若 $A > 45^\circ$, 那麼 B 是多少?

舉例 $B = 90^\circ - A$, 所以 (1) 的 $B > 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$.

2. 在直角三角形 ABC 裏:

(1) 若 $a = 3, b = 4$, 那麼 $c = ?$.

(2) 若 $a = 3, b = 5$, 那麼 $c = ?$.

(3) 若 $a = 3, b = 6$, 那麼 $c = ?$.

(4) 若 $b = 4, c = 5$, 那麼 $a = ?$.

(5) 若 $b = 4, c = 6$, 那麼 $a = ?$.

(6) 若 $b = 4, c = 7$, 那麼 $a = ?$.

(7) 若 $c = 5, a = 3$, 那麼 $b = ?$.

(8) 若 $c = 5, a = 4$, 那麼 $b = ?$.

(9) 若 $c = 5, a = 2$, 那麼 $b = ?$.

3. 試合前題的 (1)、(2)、(3), 或 (4)、(5)、(6), 或 (7)、(8)、(9), 作公用一邊的三個直角三角形! 但 a, b, c 都表寸數.

4. 若 $C = 90^\circ$, 那麼 $(c+a)(c-a) = ?$.

5. 若 $C = 90^\circ$, 那麼 $\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = ?$.

6. 若 $C = 90^\circ$, 那麼 $\sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2} = ?$.

7. 試畫兩個直角三角形 $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2$, 使

$$\angle C_1 = \text{直角} = \angle C_2,$$

$$B_1C_1 = 4 \text{ 公寸}, \quad C_1A_1 = 3 \text{ 公寸},$$

$$B_2C_2 = 4 \text{ 寸}, \quad C_2A_2 = 3 \text{ 寸},$$

並量 $\angle A_1, B_1, A_2, B_2$ 和 A_1B_1, A_2B_2 , 求 A_1B_1, A_2B_2 的比率!

8. 試畫兩個直角三角形 $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2$, 使

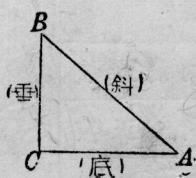
$$\angle C_1 = \text{直角} = \angle C_2$$

$$A_1B_1 = 13 \text{ 公寸}, \quad B_1C_1 = 12 \text{ 公寸},$$

$$A_2B_2 = 13 \text{ 寸}, \quad B_2C_2 = 12 \text{ 寸},$$

並量 $\angle A_1, B_1, A_2, B_2$ 和 C_1A_1, C_2A_2 , 求 C_2A_2, C_1A_1 的比率!

5. 直角三角形邊和角的關係——三角函數。



在三角法裏, 直角三角形任兩邊的比率對於一個銳角, 都有一個名稱; 像在直角三角形 ABC 裏 AB 爲斜邊, 又就 A 角說, BC

爲垂綫, CA 爲底邊, 牠們的比率如下表:

$\left(\begin{smallmatrix} \text{垂} \\ \text{斜} \end{smallmatrix}\right) \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$	A 角的正弦或 B 角的餘弦
$\left(\begin{smallmatrix} \text{底} \\ \text{斜} \end{smallmatrix}\right) \frac{CA}{AB} = \frac{b}{c}$	A 角的餘弦或 B 角的正弦
$\left(\begin{smallmatrix} \text{垂} \\ \text{底} \end{smallmatrix}\right) \frac{BC}{CA} = \frac{a}{b}$	A 角的正切或 B 角的餘切
$\left(\begin{smallmatrix} \text{斜} \\ \text{垂} \end{smallmatrix}\right) \frac{AB}{BC} = \frac{c}{a}$	A 角的餘割或 B 角的正割
$\left(\begin{smallmatrix} \text{斜} \\ \text{底} \end{smallmatrix}\right) \frac{AB}{CA} = \frac{c}{b}$	A 角的正割或 B 角的餘割
$\left(\begin{smallmatrix} \text{底} \\ \text{垂} \end{smallmatrix}\right) \frac{CA}{BC} = \frac{b}{a}$	A 角的餘切或 B 角的正切

這裏六個比率,都是三角函數。在第二章裏,可以知道從一個銳角的大小,能推得六個三角函數,從一個三角函數能推得兩個銳角的大小。第1段裏的 $\frac{B'C'}{C'A}$ 就是A角的正切,在三角法裏,祇要量A角就可曉得,不要量B'C'、C'A了!

6. 三角函數的符號。

三角函數,爲圖簡便起見,也有一定的代表符號;像

A 角的正弦	$\sin A$	$\cos B$	B 角的餘弦
A 角的餘弦	$\cos A$	$\sin B$	B 角的正弦
A 角的正切	$\tan A$	$\cot B$	B 角的餘切
A 角的餘割	$\csc A$	$\sec B$	B 角的正割
A 角的正割	$\sec A$	$\csc B$	B 角的餘割
A 角的餘切	$\cot A$	$\tan B$	B 角的正切

表裏符號 \sin , \cos , \tan , \csc , \sec , \cot , 等符號, 就是英名 *Sine*, *Cosine*, *Tangent*, *Cosecant*, *Secant*, *Cotangent* 的縮寫

【注意】 在別種書裏,或用 Tg 代 \tan , 用 $Cosec$ 代 \csc , 用 Ctn 代 \cot . 各符號的第一字母,也可以用小寫。

習題 C

1. 在直角三角形 ABC 裏, 若 $a=4, b=3$,

那麼

$$\sin A = ?, \quad \csc A = ?,$$

$$\cos A = ?, \quad \sec A = ?,$$

$$\tan A = ?, \quad \cot A = ?,$$

$$\cos B = ?, \quad \sec B = ?,$$

$$\sin B = ?, \quad \csc B = ?,$$

$$\cot B = ?, \quad \tan B = ?.$$

舉例 $\sin A = \frac{a}{c} = \frac{4}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{4}{5},$

$$\csc A = \frac{c}{a} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}.$$

2. 若 $a=12, b=5$, 那麼前題怎樣?
3. 若 $a=1, b=1$, 那麼前題怎樣?
4. 若 $a = \frac{1}{2}\sqrt{3}, b = \frac{1}{2}$, 那麼前題怎樣?

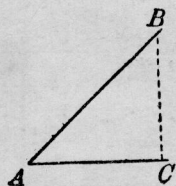
第二章

特別銳角的三角函數

1. 一個角的三角函數.

三角函數是角的函數:前章第1段竹竿的高和竿影的長,無論怎樣改變,就是直角三角形 $AB'C'$ 無論怎樣變動, $\frac{B'C'}{C'A'}$ 都是 A 角的正切.

所以任意從銳角的一邊裏取一點,畫餘一邊的垂綫,成一個直角三角形,這形任兩邊的比率都是這個銳角的三角函數



像 AB 是 $\angle CAB$ 的任意一邊, B 是 AB 裏任意一點, BC 是 AC 的垂綫,那麼

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c},$$

$$\cos A = \frac{CA}{AB} = \frac{b}{c},$$

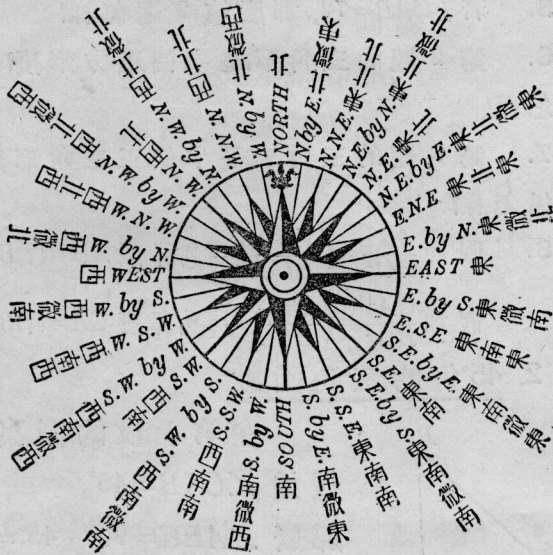
$$\tan A = \frac{BC}{CA} = \frac{a}{b},$$

.....

習題 A

1. 航海的羅針盤,在北和東,東和南,南和西,西和

北每兩方向間,各分做八等份,得三十二個方向如下:



裏面那兩個方向的夾角是 45° , 此外兩個方向的夾角成銳角的,各是多少度?

舉例 東北和北的夾角是 45° ,就是銳角;東北和北的夾角是銳角,但不是 45° ,是 $22^\circ.5$.

2. 畫等於 45° 的 $\angle CAB$,並畫成一個直角三角形 ABC ! 試量 AB 、 BC 、 CA 的長,求

$$\sin A = ?, \quad \csc A = ?,$$

$$\cos A = ?, \quad \sec A = ?,$$

$$\tan A = ?, \quad \cot A = ?.$$

3. 若 $\angle CAB = 30^\circ$,那麼前題怎樣?

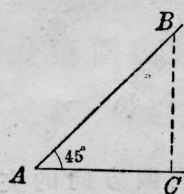
4. 若 $\angle CAB = 60^\circ$, 那麼第 2 題怎樣?
5. 若 $\angle CAB = 72^\circ$, 那麼第 2 題怎樣?
6. 第 2 題的三角形, 是半個正方形麼? 各邊的關係怎樣?

7. 第 3 題的三角形, 是半個正三角形麼? 各邊的關係怎樣?

8. 假如 $\frac{AB^2}{BC^2} = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = 2$, 那麼 $AB = (?)BC$.

假如 $\frac{CA^2}{BC^2} = \left(\frac{CA}{BC}\right)^2 = 3$, 那麼 $CA = (?)BC$.

2. 45° 角的三角函數.



在第 1 段的圖裏,

假如 $\angle CAB = 45^\circ$,

那麼 $\angle ABC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$,

而 $CA = BC$,

$$AB^2 = BC^2 + CA^2 = 2BC^2,$$

$$AB = \sqrt{2} BC.$$

所以 $\sin 45^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{\sqrt{2} BC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 或 $\frac{1}{2} \sqrt{2}$,

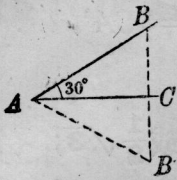
$$\cos 45^\circ = \frac{CA}{AB} = \frac{BC}{\sqrt{2} BC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
 或 $\frac{1}{2} \sqrt{2}$,

$$\tan 45^\circ = \frac{BC}{CA} = \frac{BC}{BC} = 1,$$

.....

【注意】 $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{2}$.

3. 30°角的三角函數.



在第 1 段的圖裏,

假如 $\angle CAB = 30^\circ$,

那麼 $\angle ABC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

從 A 畫 AB' , 使 $\angle B'AC = \angle CAB$,

而交 BC 的延綫於 B' , 成正三角形 ABB' ,
 曉得 $AB = 2BC$,

$$CA^2 = AB^2 - BC^2 = (2BC)^2 - BC^2 = 3BC^2,$$

$$CA = \sqrt{3}BC.$$

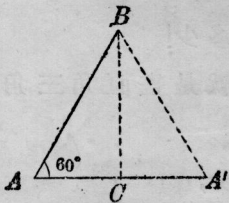
所以 $\sin 30^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{2BC} = \frac{1}{2},$

$$\cos 30^\circ = \frac{CA}{AB} = \frac{\sqrt{3}BC}{2BC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 或 } \frac{1}{2}\sqrt{3},$$

$$\tan 30^\circ = \frac{BC}{CA} = \frac{BC}{\sqrt{3}BC} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ 或 } \frac{1}{3}\sqrt{3},$$

.....
 【注意】 $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3}.$

4. 60°角的三角函數.



在第 1 段的圖裏,

假如 $\angle CAB = 60^\circ$,

那麼 $\angle ABC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

從 B 畫 BA' , 使 $\angle CBA' = \angle ABC$,

而交 AC 的延綫於 A' , 成正三角形 ABA' ,

曉得 $AB=2CA$,

$$BC^2 = AB^2 - CA^2 = (2CA)^2 - CA^2 = 3CA^2,$$

$$BC = \sqrt{3} CA.$$

所以 $\sin 60^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3} CA}{2CA} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{1}{2}\sqrt{3}$,

$$\cos 60^\circ = \frac{CA}{AB} = \frac{CA}{2CA} = \frac{1}{2},$$

$$\tan 60^\circ = \frac{BC}{CA} = \frac{\sqrt{3} CA}{CA} = \sqrt{3},$$

.....

習題 B

- $\csc 45^\circ, \sec 45^\circ, \cot 45^\circ = ?$
- $\csc 30^\circ, \sec 30^\circ, \cot 30^\circ = ?$
- $\csc 60^\circ, \sec 60^\circ, \cot 60^\circ = ?$
- 在第 2 段的圖裏,試把 BC 改做 AB 的垂綫,求 45° 角的正弦、餘弦、正切、.....,各是多少!
- 在第 3 段的圖裏,試把 BC 改做 AB 的垂綫,求 30° 角的正弦、餘弦、正切、.....,各是多少!
- 畫正弦是 $\frac{1}{2}$ 的 $\angle CAB$; 就是畫直角三角形 ABC ,使

$BC=1$ 公分,	$AB=2$ 公分,
或 $BC=2$ 公分,	$AB=4$ 公分,

或!

試量 $\angle CAB$, 求

$$A = ?, \quad B = ?.$$

7. 畫餘割是 2 的 $\angle CAB$; 就是畫直角三角形 ABC , 使

$$AB = 2 \text{ 公分}, \quad BC = 1 \text{ 公分},$$

或 $AB = 4 \text{ 公分}, \quad BA = 2 \text{ 公分},$

或!

試量 $\angle CAB$, 求

$$A = ?, \quad B = ?.$$

8. 畫正切或餘切是 1 的 $\angle CAB$; 就是畫直角三角形 ABC , 使

$$BC = 1 \text{ 公分}, \quad CA = 1 \text{ 公分},$$

或 $BC = 2 \text{ 公分}, \quad CA = 2 \text{ 公分},$

或!

試量 $\angle CAB$, 求

$$A = ?, \quad B = ?.$$

5. 正切或餘切是 1 的角,

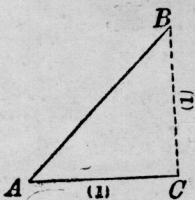
在第 1 段的圖裏,

假如 $BC = CA$,

就得 $\tan CAB = 1$,

或

$$\cot CAB = 1.$$



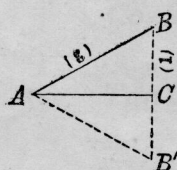
因為 $BC=CA$,

知道 $\angle CAB = \angle ABC$,

而 $\angle CAB = 90^\circ \div 2 = 45^\circ$.

所以正切或餘切是 1 的銳角 $= 45^\circ$.

6. 正弦是 $\frac{1}{2}$ 或餘割是 2 的角.



在第一段的圖裏,

假如 $2BC = AB$,

就得 $\sin CAB = \frac{1}{2}$,

或 $\csc CAB = 2$.

因為 $2BC = AB$,

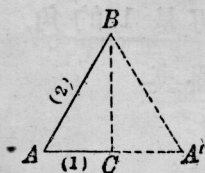
引長 BC 至 B' , 使 $CB' = BC$, 並畫 AB' , 成正三角形 ABB' ,

知道 $2\angle CAB = \angle ABC$,

而 $\angle CAB = 90^\circ \div 3 = 30^\circ$.

所以正弦是 $\frac{1}{2}$ 或餘割是 2 的銳角 $= 30^\circ$.

7. 餘弦是 $\frac{1}{2}$ 或正割是 2 的角.



在第 1 段的圖裏,

假如 $2CA = AB$,

就得 $\cos CAB = \frac{1}{2}$,

或 $\sec CAB = 2$.

因為 $2CA = AB$,

引長 AC 到 A' , 使 $A'C = CA$, 並畫 $A'B$, 成正三角形 ABA' ,

知道 $\angle CAB = 2\angle ABC$,

而 $\angle CAB = 90^\circ \times \frac{2}{3} = 60^\circ$.

所以餘弦是 $\frac{1}{2}$ 或正割是 2 的銳角 $= 60^\circ$.

習題 C

1. 試用整小數表 30° 角或 60° 角的各三角函數!

(像 $\sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3} = 1.155$ 弱)

2. 試用整小數表 45° 角的各三角函數.

3. 在第 5 段的圖裏, 試把 BC 改做 AB 的垂綫, 求正切或餘切是 1 的角等於多少度!

4. 在第 6 段的圖裏, 試把 BC 改做 AB 的垂綫, 求正弦是 $\frac{1}{2}$ 或餘割是 2 的角等於多少度!

5. $\sin 45^\circ \div \cos 45^\circ = ?$, $\cos 45^\circ \div \sin 45^\circ = ?$,

$\tan 45^\circ \div \sec 45^\circ = ?$, $\sec 45^\circ \div \tan 45^\circ = ?$,

$\cot 45^\circ \div \csc 45^\circ = ?$, $\csc 45^\circ \div \cot 45^\circ = ?$.

6. $\sin 30^\circ \div \cos 30^\circ = ?$, $\cos 30^\circ \div \sin 30^\circ = ?$,

$\tan 30^\circ \div \sec 30^\circ = ?$, $\sec 30^\circ \div \tan 30^\circ = ?$,

$\cot 30^\circ \div \csc 30^\circ = ?$, $\csc 30^\circ \div \cot 30^\circ = ?$.

7. $(\sin 45^\circ)^2 + (\cos 45^\circ)^2 = ?$,

$(\sec 45^\circ)^2 - (\tan 45^\circ)^2 = ?$,

$(\csc 45^\circ)^2 - (\cot 45^\circ)^2 = ?$,

$$8. (\sin 30^\circ)^2 + (\cos 30^\circ)^2 = ?.$$

$$(\sec 30^\circ)^2 - (\tan 30^\circ)^2 = ?.$$

$$(\csc 30^\circ)^2 - (\cot 30^\circ)^2 = ?.$$

8. 上面所講各特別銳角的三角函數,再開一表如下:

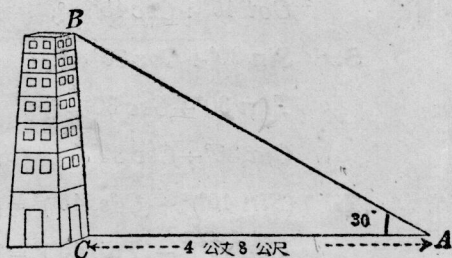
角 \ 函數	Sin	Tan	Sec	Csc	Cot	Cos
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$	2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{2}$

凡是等於 30° 的銳角,都有上表第一排裏的六個函數,有上表第一排裏任意一個函數的銳角,都等於 30°. 45° 或 60° 的銳角與本角函數的關係準此。

習題 D

1. 若 BC 表樓高, $\angle CAB = 30^\circ$, $CA = 4$ 公尺 8 公尺,試求樓高多少!

【注意】 參看前章第 1 段。

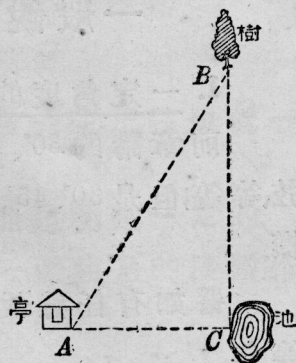


2. 若 $\angle CAB = 45^\circ$, 那麼前題怎樣?

3. 若 $\angle CAB=60^\circ$, 那麼第 1 題怎樣?

4. 若 $CA=2$ 公丈 1 公尺, 那麼前三題怎樣,

5. 一人從 A 亭, 先向正東走 10 公里到 C 池後, 改向正北走 16.32 公里, 到 B 樹為止. 現在他在 A 亭的那方(北偏東多少度)?



6. 一人從 B 樹, 先直走 20 公里到 A 亭, 後改向正東走 10 公里, 到樹的正南 C 池為止.

A 亭在 B 樹的那方(南偏西多少度)?

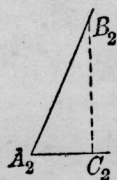
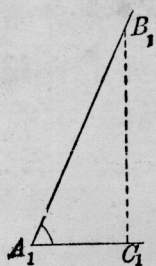
第三章

一般銳角的三角函數

1. 一定角度的三角函數.

前章講的 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角, 各有一定的正弦、餘弦、等等; 但是 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 以外的銳角, 也和他們一樣。

譬如有任意銳角 $C_1A_1B_1$, 而 $C_2A_2B_2$ 是牠的等角。



若畫 C_1A_1 的垂綫 B_1C_1 和 C_2A_2 的垂綫 B_2C_2 ,

而 $B_1C_1 : A_1B_1 = B_2C_2 : A_2B_2$,

就可以得 $\sin A_1 = \sin A_2$.

因爲 $\angle A_1B_1C_1 = 90 - \angle C_1A_1B_1$
 $= 90 - \angle C_2A_2B_2$
 $= \angle A_2B_2C_2$,

而 $\triangle A_1 B_1 C_1 \sim \triangle A_2 B_2 C_2$.

從此知道 $B_1 C_1 : B_2 C_2 = A_1 B_1 : A_2 B_2$,

而 $B_1 C_1 : A_1 B_1 = B_2 C_2 : A_2 B_2$,

就是 $\sin A_1 = \sin A_2$.

所以無論什麼銳角,祇要度數一定,正弦也就一定.

照此推去,牠的餘弦等等,都能證明是一定的.

根據這個理性,可以從一個銳角的度數,推得牠的三角函數. (參看第五章)

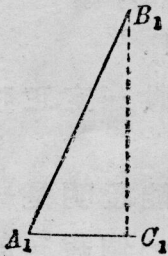
習題 A

1. 試用上面的圖,說明度數一定時銳角的餘弦一樣!
2. 試用上面的圖,說明度數一定時銳角的正切一樣!
3. 若 $B_1 C_1$ 是 $A_1 B_1$ 的垂綫,那麼第 1 段怎樣?
4. 若 $B_1 C_1$ 是 $A_1 B_1$ 的垂綫,那麼第 1、第 2 兩題怎樣?

2. 一定三角函數的角.

前章講的正切或餘切是 1 等等的角,各有一定的度數;但是有別的正切或餘切等等的銳角,也和牠們一樣.

譬如有任意銳角 $C_1A_1B_1$ 而 $C_2A_2B_2$ 是正弦和 $\sin A_1$ 相等的銳角。



若畫 C_1A_1 的垂綫 B_1C_1 和 C_2A_2 的垂綫 B_2C_2 ,

而

$$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2,$$

就可以得

$$\angle C_1A_1B_1 = \angle C_2A_2B_2.$$

因爲

$$\sin A_1 = \sin A_2,$$

就是

$$B_1C_1 : A_1B_1 = B_2C_2 : A_2B_2,$$

從此知道

$$B_1C_1 \cdot B_2C_2 = A_1B_1 \cdot A_2B_2,$$

而

$$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2,$$

由是

$$\angle C_1A_1B_1 = \angle C_2A_2B_2.$$

所以無論什麼銳角,祇要正弦一定,度數也就一定。

照此推去,餘弦或正切等一定的銳角,都能證明牠的度數是一定的。

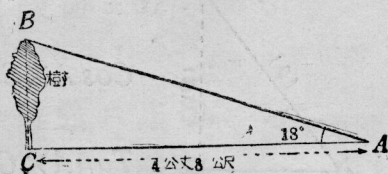
根據這個理性,可以從一個銳角的一個三

角函數推得牠的度數。(參看第五章)

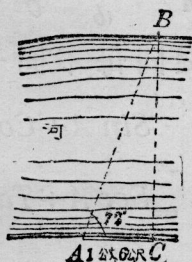
習題 B

1. 試用第 2 段的圖,說明餘弦一定時銳角的度數一定!
2. 試用第 2 段的圖,說明正切一定時銳角的度數一定!
3. 若 B_1C_1 是 A_1B_1 的垂綫,那麼第 2 段怎樣?
4. 若 B_1C_1 是 A_1B_1 的垂綫,那麼第 1、第 2 兩題怎樣?

5. 若 BC 表樹高, $\angle CAB=18^\circ$, $CA=4$ 公丈 8 公尺,試求樹高多少! 但是 $\text{Tan } 18^\circ = .3249$.



6. 若 BC 表河寬, $\angle CAB=72^\circ$, $CA=1$ 公丈 6 公尺,試求河寬多少! 但是 $\text{Tan } 72^\circ = 3.0777$.

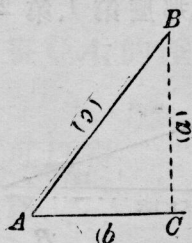


第四章

同銳角或異銳角的三角函數

1. 同角的異名函數。

譬如有任意銳角 CAB , 而 BC 是 CA 的垂綫, 表這角的六個三角函數, 有 $\frac{a}{c}$ 、 $\frac{a}{b}$ 、 $\frac{c}{b}$ 、 $\frac{c}{a}$ 、 $\frac{b}{a}$ 、 $\frac{b}{c}$ 各分式, 其中從母子相顛倒的, 可得



$$\sin A \times \csc A = \frac{a}{c} \times \frac{c}{a} = 1,$$

$$\cos A \times \sec A = \frac{b}{c} \times \frac{c}{b} = 1,$$

$$\tan A \times \cot A = \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1;$$

又從同母不同子的, 可得

$$\sin A \div \cos A = \frac{a}{c} \div \frac{b}{c} = \frac{a}{b} = \tan A,$$

$$\sec A \div \tan A = \frac{c}{b} \div \frac{a}{b} = \frac{c}{a} = \csc A,$$

$$\cot A \div \csc A = \frac{b}{a} \div \frac{c}{a} = \frac{b}{c} = \cos A,$$

$$\begin{aligned} (\sin A)^2 + (\cos A)^2 &= \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} \\ &= \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\tan A)^2 + 1 &= \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1 = \frac{a^2}{b^2} + 1 = \frac{a^2 + b^2}{b^2} \\ &= \frac{c^2}{b^2} = \left(\frac{c}{b}\right)^2 = (\sec A)^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\cot A)^2 + 1 &= \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 1 = \frac{b^2}{a^2} + 1 = \frac{b^2 + a^2}{a^2} \\ &= \frac{c^2}{a^2} = \left(\frac{c}{a}\right)^2 = (\csc A)^2. \end{aligned}$$

所以無論那一銳角,都能有

$$\text{正弦} \times \text{餘割} = 1,$$

$$\text{餘弦} \times \text{正割} = 1,$$

$$\text{正切} \times \text{餘切} = 1,$$

叫做二重關係;

$$\text{又} \quad \text{正弦} \div \text{餘弦} = \text{正切},$$

$$\text{正割} \div \text{正切} = \text{餘割},$$

$$\text{餘切} \div \text{餘割} = \text{餘弦},$$

叫做三重關係;

$$\text{又} \quad \text{正弦}^2 + \text{餘弦}^2 = 1,$$

$$\text{正切}^2 + 1 = \text{正割}^2,$$

$$\text{餘切}^2 + 1 = \text{餘割}^2,$$

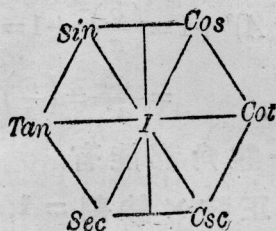
叫做平方關係。

根據上面三種關係,可以從任意銳角的一個三角函數,推得其餘五個三角函數。

【注意一】 $(\sin A)^2$ 、 $(\cos A)^2$ 等等,普通都省寫做

$\sin^2 A, \cos^2 A$ 等等。

【注意二】 要記上面的三種關係，有一個簡便法子；就是先把牠們寫做



而後記熟這個簡圖。在交於中心的各直綫內，頭尾兩數的乘積都等於中心數 1；在周圍的連續三個數內，第一數除第二數的商都等於第三數；在頂點向下的各三角形內，上兩數的平方和都等於下一數的平方。

習題 A

1. 試用平方關係，寫出從 $\sin A$ 求 $\cos A$ 的式子！
2. 試用三重關係，寫出從 $\sin A$ 和 $\cos A$ 求 $\tan A$ 的式子！
3. 試用二重關係，寫出從 $\sin A$ 求 $\csc A$ 的式子！
4. 試用二重關係，寫出從 $\cos A$ 求 $\sec A$ 的式子！
5. 試用二重關係，寫出從 $\tan A$ 求 $\cot A$ 的式子！
6. 試用平方關係，寫出從 $\tan A$ 求 $\sec A$ 的式子！
7. 試用平方關係，寫出從 $\cot A$ 求 $\csc A$ 的式子！
8. 知道一個銳角的正弦是 $\frac{1}{2}$ ，試求其餘五個函數！

舉例 設 $\sin A = \frac{1}{2}$, 那麼

$$\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

9. 知道一個銳角的餘弦是 $\frac{1}{\sqrt{2}}$, 試求其餘五個函數!

10. 知道一個銳角的正切是 .3249, 試求其餘五個函數!

11. 試證 $\tan A + \cot A = \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A} = \sec A \csc A!$

12. 試證 $\sec^2 A + \csc^2 A = \frac{1}{\cos^2 A} + \frac{1}{\sin^2 A} = \sec^2 A$

$\csc^2 A!$

2. 互餘兩角的函數.

看第二章第 8 段的表, 知道

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ, \quad \csc 30^\circ = \sec 60^\circ,$$

$$\cos 30^\circ = \sin 60^\circ, \quad \sec 30^\circ = \csc 60^\circ,$$

$$\tan 30^\circ = \cot 60^\circ, \quad \cot 30^\circ = \tan 60^\circ,$$

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ,$$

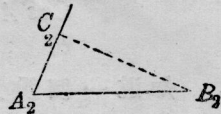
$$\tan 45^\circ = \cot 45^\circ$$

$$\sec 45^\circ = \csc 45^\circ.$$

但是這種關係, 並不限於 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的三角函數

譬如有任意銳角 $C_1 A_1 B_1$, 而 $\angle C_2 A_2 B_2$ 是牠

的餘角。



若取 A_1B_1, A_2B_2 , 使 $A_1B_1 = A_2B_2$,

畫 B_1C_1, B_2C_2 , 使 $B_1C_1 \perp C_1A_1, B_2C_2 \perp C_2A_2$,

而 $B_1C_1 : A_1B_1 = C_2A_2 : A_2B_2$,

就可以得 $\sin A_1 = \cos A_2$.

因爲 $\angle C_1A_1B_1 = 90^\circ - \angle C_2A_2B_2$
 $= \angle C_2B_2A_2$,

而 $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle B_2A_2C_2$,

從此知道 $B_1C_1 : C_2A_2 = A_1B_1 : A_2B_2$,

而 $B_1C_1 : A_1B_1 = C_2A_2 : A_2B_2$,

就是 $\sin A_1 = \cos A_2$.

所以無論那兩個銳角，祇要互爲餘角，其中任意一角的正弦就是餘一角的餘弦。

照此推去，也能證明其中任意一角的正切、正割，順次是餘一角的餘切、餘割，就是：

本角的正弦 = 餘角的餘弦，

本角的正切 = 餘角的餘切，

本角的正割 = 餘角的餘割，

本角的餘弦 = 餘角的正弦,

本角的餘切 = 餘角的正切,

本角的餘割 = 餘角的正割.

根據這個理性,可以從一個銳角的三角函數,推得餘角的三角函數.

習題 B

1. 試用第 2 段的圖,說明一個銳角的正切是餘角的餘切!

2. 試用第 2 段的圖,說明一個銳角的正割是餘角的餘割!

3. 知道 $\sin 36^\circ = .5878$. 試求 $\cos 54^\circ$!

4. 知道 $\tan 22^\circ 30' = .4142$. 試求 $\cot 67^\circ 30'$

5. 在直角三角形 $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2$ 裏,
若 $\angle C_1 = \text{直角} = \angle C_2, A_1B_1 = A_2B_2,$

$$\angle C_1A_1B_1 > \angle C_2A_2B_2,$$

那麼 B_1C_1 和 B_2C_2 或 C_1A_1 和 C_2A_2 , 誰大誰小!

6. 若 $A_1B_1 \neq A_2B_2,$

而 $C_1A_1 = C_2A_2$ 或 $B_1C_1 = B_2C_2,$

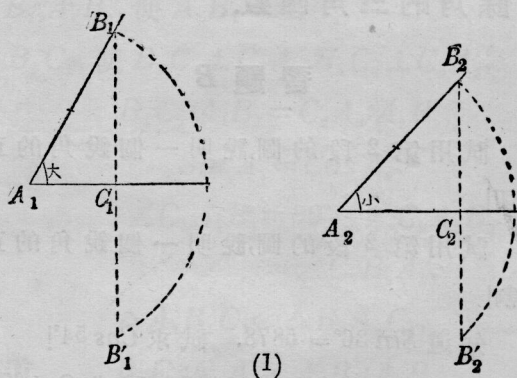
那麼前題的 B_1C_1 和 B_2C_2 或 C_1A_1 和 C_2A_2 , 誰大誰小?

3. 異角的同名函數.

看第二章第 8 段的表,知道

$$\sin 60^\circ > \sin 45^\circ > \sin 30^\circ.$$

但是這種關係並不限於 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的正弦。
 譬如有任意銳角 $\angle C_1 A_1 B_1$ ，而 $\angle C_2 A_2 B_2$ 是小於 $\angle C_1 A_1 B_1$ 的一個銳角。



若取 $A_1 B_1, A_2 B_2$ ，使 $A_1 B_1 = A_2 B_2$ ，
 畫 $B_1 C_1, B_2 C_2$ ，使 $B_1 C_1 \perp C_1 A_1, B_2 C_2 \perp C_2 A_2$ ，
 而 $B_1 C_1 : A_1 B_1 > B_2 C_2 : A_2 B_2$ ，
 就可以得 $\sin A_1 > \sin A_2$ 。

但是拿 A_1, A_2 做心， $A_1 B_1, A_2 B_2$ 做半徑，各畫一個圓
 弧，順次交 $B_1 C_1$ 的延綫， $B_2 C_2$ 的延綫於 B_1', B_2' ，
 這時在兩個三角形 $A_1 B_1' B_1, A_2 B_2' B_2$ 裏，

因為 $A_1 B_1 = A_1 B_1' = A_2 B_2 = A_2 B_2'$ ，
 $2 \angle C_1 A_1 B_1 = \angle B_1' A_1 B_1 > \angle B_2' A_2 B_2$

$$= 2\angle C_2 A_2 B_2,$$

而 $2B_1 C_1 = B_1 B_1' > B_2 B_2' = 2B_2 C_2,$

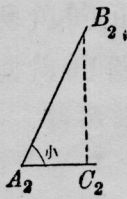
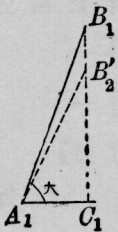
從此知道 $B_1 C_1 > B_2 C_2,$

而 $B_1 C_1 : A_1 B_1 > B_2 C_2 : A_2 B_2,$

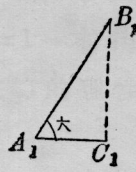
就是 $\sin A_1 > \sin A_2.$

所以無論那兩個銳角,如果一大一小,大角的正弦必定大於小角的正弦。

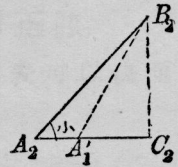
照此推去,也能證明大角的正切,正割,順次大於小角的正切,正割,大角的餘弦,餘切,餘割,順次小於小角的餘弦,餘切,餘割。



(2)



(3)



根據這個理性,可以從大銳角或小銳角的三角函數,推得小銳角或大銳角的三角函數。

(參看第五章)。

習題 C

1. 試用第 3 段的(2)圖,說明大銳角的正切大於

小銳角的正切

2. 試用第 3 段的 (2) 圖, 說明大銳角的正割大於小銳角的正割!

3. 試用第 3 段的 (1) 圖, 說明大銳角的餘弦小於小銳角的餘弦!

4. 試用第 3 段的 (3) 圖, 說明大銳角的餘切小於小銳角的餘切!

5. 試用第 3 段的 (3) 圖, 說明大銳角的餘割小於小銳角的餘割!

6. 知道 45° 的六個三角函數. 那麼 $45^\circ 30'$ 的三角函數大小怎樣?

第五章

三角函數表的用法

1. 三角函數表.

以前所講銳角的三角函數,有正弦、餘弦、正切、餘切、正割、餘割六種;但正切是常常用的,其次是餘切和正餘弦,用正餘割的時候很少。所以本書末尾的三角函數表,祇有銳角的正餘弦和正餘切,沒有正餘割。在完全的三角函數表,要包含上面的六種,或者六種之外,再加正矢、餘矢:

一個銳角的正矢 = $1 -$ 本角的餘弦,

一個銳角的餘矢 = $1 -$ 本角的正弦,

【注意】 熟悉前面三章的理性,用表可以快而不錯。

2. 用表求函數一.

例題一 $\sin 18^\circ = ?$.

查三角函數表,在上有 \sin 和左有 18° 的縱橫行交格裏,找出 .3090,

就得 $\sin 18^\circ = .3090$.

例題二. $\cos 38^\circ 30' = ?$.

查三角函數表,在上有 \cos 和左有 $38^\circ 30'$ 的縱橫行

交格裏,找出 .7826,

就得 $\text{Cos } 38^{\circ}30' = .7826.$

例題三. $\text{Tan } 54^{\circ}40' = ?.$

查三角函數表,在下有 Tan 和右有 $54^{\circ}40'$ 的縱橫行交格裏,找出 1.4106,

就得 $\text{Tan } 54^{\circ}40' = 1.4106.$

例題四. $\text{Cot } 64^{\circ}50' = ?.$

查三角法函數表,在下有 Cot 和右有 $64^{\circ}50'$ 的縱橫行交格裏,找出 .4699,

就得 $\text{Cot } 64^{\circ}50' = .4699.$

【注意】 表裏 $0'$ 前的度數是 6 行公用的,所以 $38^{\circ}30'$ 的 38° 等,就是 $0'$ 前的度數.

3. 用表求函數二.

例題一. $\text{Sin } 18^{\circ}5' = ?$

因爲大銳角的正弦大於小銳角的正弦,可以知道 $\text{Sin } 18^{\circ}5'$ 大於 $\text{Sin } 18^{\circ}$, 小於 $\text{Sin } 18^{\circ}10'$.

先查出 $\text{Sin } 18^{\circ} = .3090$, $\text{Sin } 18^{\circ}10' = .3118$.

後從 $18^{\circ}10' - 18^{\circ} = 10'$, $18^{\circ}5' - 18^{\circ} = 5'$,

$$\text{Sin } 18^{\circ}10' - \text{Sin } 18^{\circ} = .3118 - .3090 = .0028,$$

並把角度的小增減和正弦的增減看做成順比例,

得 $10' : 5' = .0028 : x.$

由是 $x = \text{Sin } 18^{\circ}5' - \text{Sin } 18^{\circ} = .0014,$

而 $\text{Sin}18^{\circ}5' = .3090 + .0014 = .3104$.

例題二. $\text{Cot } 64^{\circ}43' = ?$.

因為大銳角的餘切小於小銳角的餘切,就知道 $\text{Cot } 64^{\circ}43'$ 小於 $\text{Cot } 64^{\circ}40'$, 大於 $\text{cot } 64^{\circ}50'$, 且近於 $\text{Cot } 64^{\circ}40'$.

先查出 $\text{Cot } 64^{\circ}40' = .4734$, $\text{Cot } 64^{\circ}50' = .4699$.

後從 $64^{\circ}50' - 64^{\circ}40' = 10'$, $64^{\circ}43' - 64^{\circ}40' = 3'$,

$$\text{Cot } 64^{\circ}40' - \text{Cot } 64^{\circ}50' = .4734 - .4699 = .0035,$$

並把角度的小增減和餘切的減增看做成順比例,

得 $10' : 3' = .0035 : x$.

由是 $x = \text{Cot } 64^{\circ}40' - \text{Cot } 64^{\circ}43' = .0011$ 弱,

而 $\text{Cot } 64^{\circ}43' = .4734 - .0011 = .4723$.

【注意】 遇着表裏沒有的銳角,要先在表裏查出比這角稍大和稍小的兩個銳角的三角函數,後再用比例法,求出一個數來,用加或減,來改正牠.

習題 A

1. 試用表求下面各三角函數!

(1) $\text{Sin } 45^{\circ}$. (2) $\text{Cos } 45^{\circ}$.

(3) $\text{Tan } 30^{\circ}$. (4) $\text{Cot } 60^{\circ}$.

2. 試求下面各三角函數!

(1) $\text{Sin } 22^{\circ}30'$. (2) $\text{Cos } 67^{\circ}40'$.

(3) $\text{Tan } 7^{\circ}50'$. (4) $\text{Cot } 82^{\circ}20'$.

3. 試求下面各三角函數!

(1) $\sin 51^\circ 25'$.

(2) $\cos 38^\circ 3'$.

(3) $\tan 32^\circ 44'$.

(4) $\cot 57^\circ 16'$.

4. 試求下面各三角函數!

(1) $\tan 21^\circ 5'$.

(2) $\cot 68^\circ 55'$.

(3) $\sin 11^\circ 18'$.

(4) $\cos 78^\circ 42'$.

5. 本書三角函數表,何以把正餘弦合做一行?

6. 本書三角函數表,何以把

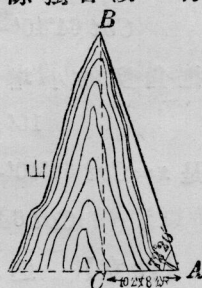
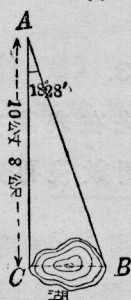
正餘切合做一行?

7. 若 BC 表山高, $\angle CAB =$

$72^\circ 20'$, $CA = 10$ 公

丈 8 公尺,試求山

高多少!

8. 若 BC 表湖闊, $\angle CAB = 18^\circ 28'$, $CA = 10$ 公丈 8 公尺,試求湖闊多少!4. 用表求角一.例題一. $\sin(?) = .3090$.

查三角函數表,找出 .3090 是在上有 \sin 和左有 18° 的縱橫行交格裏,
就得 $\sin 18^\circ = .3090$.

例題二. $\cos(?) = .7826$.查三角函數表,找出 .7826 是在上有 \cos 和左有 38°

30'的縱橫行交格裏，

就得 $\text{Cos}38^{\circ}30' = .7826.$

例題三. $\text{Tan}(\?) = 1.4106.$

查三角函數表，找出 1.4106 是在下有 Tan 和右有 $54^{\circ}40'$ 的縱橫行交格裏，

就得 $\text{Tan}54^{\circ}40' = 1.4106.$

例題四. $\text{Cot}(\?) = .4699.$

查三角函數表，找出 .4699 是在下有 Cot 和右有 $64^{\circ}50'$ 的縱橫行交格裏，

就得 $\text{Cot}64^{\circ}50' = .4699.$

5. 用表求角二.

例題一. $\text{Sin}(\?) = .3104.$

先查出 $\text{Sin } 18^{\circ} = .3090, \text{Sin } 18^{\circ}10' = .3118.$

因為正弦大的銳角大於正弦小的銳角，

可知正弦是 .3104 的銳角大於 18° ，小於 $18^{\circ}10'$ ，

後從 $.3118 - .3090 = .0028, .3104 - .3090 = .0014,$

$$18^{\circ}10' - 18^{\circ} = 10',$$

得 $.0028 : .0014 = 10' : x.$

由是 $x =$ 正弦是 .3104 的銳角 $- 18^{\circ} = 5'$ ，

而 正弦是 .3104 的銳角 $= 18^{\circ} + 5' = 18^{\circ}5'$ ，

$$\text{Sin}18^{\circ}5' = .3104.$$

例題二. $\text{Cot}(\?) = .4723.$

先查出 $\text{Cot } 64^{\circ}40' = .4734, \text{Cot } 64^{\circ}50' = .4699.$

因爲餘切大的銳角小於餘切小的銳角，
 可知餘切是 .4723 的銳角大於 $64^{\circ}40'$ ，小於 $64^{\circ}50'$ ，且近
 於 $64^{\circ}40'$ 。

後從 $.4734 - .4699 = .0035$, $.4734 - .4723 = .0011$,

$$64^{\circ}50' - 64^{\circ}40' = 10'$$

得 $.0035 : .0011 = 10' : x$.

由是 $x =$ 餘切是 .4723 的銳角 $-64^{\circ}40' = 3'$ 強，

而 餘切是 .4723 的銳角 $= 64^{\circ}40' + 3' = 64^{\circ}43'$,

$$\text{Cot}64^{\circ}43' = .4723.$$

【注意】 遇着表裏沒有的三角函數，要先在表裏
 查出比這函數稍大和稍小的兩個同名函數的銳角，後
 再用比例法，求出一個數來，用加或減，來改正牠。

知道從角求函數和從函數求角，我們可以
 看第六章，借直角三角形，用三角法上靈巧的法
 子，求物體的高深寬遠了！

習題 B

1. 試用表求下面各銳角度數！

(1) $\text{Sin}(\ ?) = .7071$. (2) $\text{Cos}(\ ?) = .7071$.

(3) $\text{Tan}(\ ?) = .5774$. (4) $\text{Cot}(\ ?) = .5774$.

2. 試求下面各銳角度數！

(1) $\text{Sin}(\ ?) = .3827$. (2) $\text{Cos}(\ ?) = .3800$.

(3) $\text{Tan}(\ ?) = .1376$. (4) $\text{Cot}(\ ?) = .1346$.

3. 試求下面各銳角度數!

(1) $\sin(\theta) = .7817$, (2) $\cos(\theta) = .7817$,

(3) $\tan(\theta) = .6428$, (4) $\cot(\theta) = .6428$.

4. 試求下面各銳角度數!

(1) $\tan(\theta) = .3856$, (2) $\cot(\theta) = .3856$,

(3) $\sin(\theta) = .1960$, (4) $\cos(\theta) = .1960$.

5. 試寫從正餘弦求正餘割的公式!

6. 試寫從正餘切求正餘割的公式!

7. 曉得一邊的長,和一個銳角的大,試說出這直角三角形的畫法!

8. 曉得一邊的長,一個銳角的正弦或正切,試說出這直角三角形的畫法!

第六章

直角三角形的解法

1. 求角.

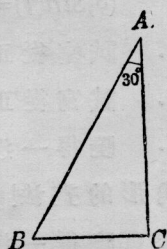
例題一. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $A=30^\circ$, 那麼 $B=?$.

因為 $A+B=90^\circ$,

而 $A=30^\circ$,

那麼 $30+B=90^\circ$,

所以 $B=90^\circ-30^\circ=60^\circ$.



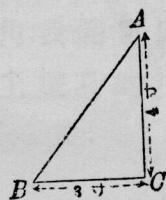
例題二. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $BC=3$ 寸, $CA=4$ 寸, 那麼 $A=?$.

因為 $BC=3$ 寸, $CA=4$ 寸,

而 $\frac{BC}{CA} = \tan A$,

那麼 $\tan A = \frac{3}{4} = .7500 = \tan 36^\circ 52'$.

所以 $A=36^\circ 52'$.

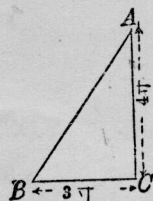


例題三. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $BC=3$ 寸, $CA=4$ 寸, 那麼 $B=?$.

因為 $BC=3$ 寸, $CA=4$ 寸,

而 $\frac{BC}{CA} = \cot B$,

那麼 $\cot B = \frac{3}{4} = .7500 = \cot 53^\circ 8'$.



所以 $B = 53^{\circ}8'$.

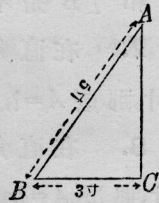
例題四. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $BC = 3$ 寸, $AB = 5$ 寸, 那麼 $A = ?$.

因爲 $BC = 3$ 寸, $AB = 5$ 寸,

而 $\frac{BC}{AB} = \sin A,$

那麼 $\sin A = \frac{3}{5} = .6000 = \sin 36^{\circ}52'.$

所以 $A = 36^{\circ}52'.$



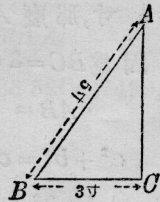
例題五. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $BC = 3$ 寸, $AB = 5$ 寸, 那麼 $B = ?$.

因爲 $BC = 3$ 寸, $AB = 5$ 寸,

而 $\frac{BC}{AB} = \cos B,$

那麼 $\cos B = \frac{3}{5} = .6000 = \cos 53^{\circ}8',$

所以 $B = 53^{\circ}8'.$



習題 A

1. 試畫 $BC = 3$ 寸、 $CA = 4$ 寸的直角三角形 ABC ; 並量 $\angle A$, 看牠是不是和 37° 靠近!
2. 試畫 $BC = 3$ 寸、 $AB = 5$ 寸的直角三角形 ABC ; 並量 $\angle B$, 看牠是不是和 53° 靠近!
3. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $A = 36^{\circ}52'$, 那麼 $B = ?$.
4. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $B = 67^{\circ}23'$, 那麼 $A = ?$.
5. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $BC = 5$ 寸, $CA = 12$

寸,那麼 $A=?$, $B=?$.

6. 試畫 $BC=5$ 寸、 $CA=12$ 寸的直角三角形;並量 $\angle A$ 和 $\angle B$ 是不是靠近 23° 和 67° !

7. 在直角三角形 ABC 裏,假如 $BC=.8660$ 寸, $AB=1$ 寸,那麼 $A=?$, $B=?$.

8. 在直角三角形 ABC 裏,假如 $CA=.3090$ 寸, $AB=1$ 寸,那麼 $A=?$, $B=?$.

2. 求邊

例題一. 在直角三角形 ABC 裏,假如 $BC=3$ 寸, $CA=4$ 寸,那麼 $AB=?$.

因為 $BC=3$ 寸 $=a$ 寸, $CA=4$ 寸 $=b$ 寸,

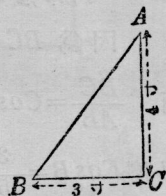
$$AB = \quad c \text{ 寸,}$$

而 $c^2 + b^2 = c^2,$

那麼 $c^2 = 3^2 + 4^2.$

所以 $c = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$

而 $AB = 5$ 寸.



例題二. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $BC=3$ 寸, $AB=5$ 寸,那麼 $CA=?$.

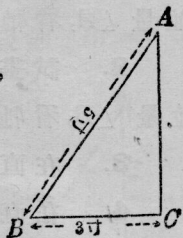
因為 $BC=3$ 寸 $=a$ 寸, $AB=5$ 寸 $=c$ 寸, $CA=b$ 寸,

而 $a^2 + b^2 = c^2,$

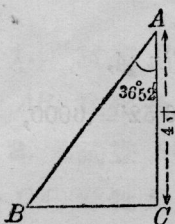
那麼 $3^2 + b^2 = 5^2.$

所以 $b = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$

而 $CA = 4$ 寸.



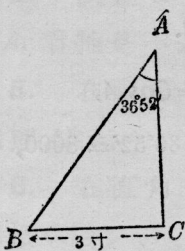
例題三. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $A=36^{\circ}52'$, $CA=4$ 寸, 那麼 $BC=?$.



因為 $\frac{BC}{CA} = \tan A$,
 而 $\tan A = \tan 36^{\circ}52' = .7499$,
 $CA = 4$ 寸,
 那麼 $\frac{BC}{4 \text{ 寸}} = .7499$.

所以 $BC = 4 \text{ 寸} \times .7499 = 2.9996 \text{ 寸}$ 或 **3 寸弱**.

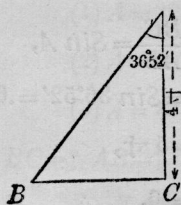
例題四. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $A=36^{\circ}52'$, $BC=3$ 寸, 那麼 $CA=?$.



因為 $\frac{BC}{CA} = \tan A$,
 而 $\tan A = \tan 36^{\circ}52' = .7499$,
 $BC = 3$ 寸,
 那麼 $\frac{3 \text{ 寸}}{CA} = .7499$.

所以 $CA = \frac{3 \text{ 寸}}{.7499} = 4 \text{ 寸强}$.

例題五. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $A=36^{\circ}52'$, $CA=4$ 寸, 那麼 $AB=?$.

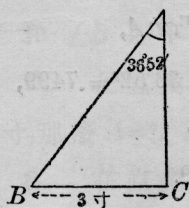


因為 $\frac{CA}{AB} = \cos A$,
 而 $\cos A = \cos 36^{\circ}52' = .8000$,
 $CA = 4$ 寸,
 那麼 $\frac{4 \text{ 寸}}{AB} = .8$.

所以 $AB = \frac{4 \text{ 寸}}{.8} = 5 \text{ 寸}$.

例題六. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $A=36^{\circ}52'$, BC

$=3$ 寸, 那麼 $AB=?$.



因為 $\frac{BC}{AB} = \sin A$,

而 $\sin A = \sin 36^{\circ}52' = .6000$,

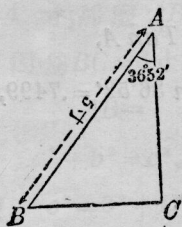
$BC=3$ 寸,

那麼 $\frac{3 \text{ 寸}}{AB} = .6$.

所以 $AB = \frac{3 \text{ 寸}}{.6} = 5 \text{ 寸}$.

例題七. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $A=36^{\circ}52'$, AB

$=5$ 寸, 那麼 $CA=?$.



因為 $\frac{CA}{AB} = \cos A$,

而 $\cos A = \cos 36^{\circ}52' = .8000$,

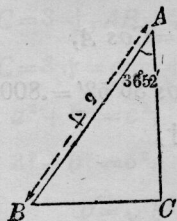
$AB=5$ 寸,

那麼 $\frac{CA}{5 \text{ 寸}} = .8$.

所以 $CA = 5 \text{ 寸} \times .8 = 4 \text{ 寸}$.

例題八. 在直角三角形 ABC 裏, 假如 $A=36^{\circ}52'$, AB

$=5$ 寸, 那麼 $BC=?$.



因為 $\frac{BC}{AB} = \sin A$,

而 $\sin A = \sin 36^{\circ}52' = .6000$,

$AB=5$ 寸,

那麼 $\frac{BC}{5 \text{ 寸}} = .6$.

所以 $BC = 5 \text{ 寸} \times .6 = 3 \text{ 寸}$.

習題 B

1. 試畫 $BC=3$ 寸、 $CA=4$ 寸的直角三角形 ABC ；並量 AB ，看牠是不是 5 寸！

2. 試畫 $BC=3$ 寸、 $AB=5$ 寸的直角三角形 ABC ；並量 CA ，看牠是不是 4 寸！

3. 試畫 $A=37^\circ$ 、 $CA=4$ 寸的直角三角形 ABC ；並量 BC ，看牠是不是和 3 寸靠近！

4. 試畫 $A=37^\circ$ 、 $AB=5$ 寸的直角三角形 ABC ；並量 CA ，看牠是不是和 4 寸靠近！

5. 在直角三角形 ABC 裏，假如 $BC=5$ 寸， $CA=12$ 寸，那麼 $AB=?$ 。

6. 在直角三角形 ABC 裏，假如 $BC=5$ 寸， $AB=13$ 寸，那麼 $CA=?$ 。

7. 在直角三角形 ABC 裏，假如 $CA=12$ 寸， $AB=13$ 寸，那在 $BC=?$ 。

8. 直角三角形 ABC 裏，假如

(1) $A=22^\circ 37'$ ， $CA=12$ 寸，

(2) $A=60^\circ$ ， $CA=.5$ 寸，

(3) $A=72^\circ$ ， $CA=.309$ 寸，

那麼 $BC=?$ ， $AB=?$ 。

9. 在直角三角形 ABC 裏，假如

(1) $A=22^\circ 37'$ ， $BC=5$ 寸，

$$(2) A=60^\circ, \quad BC=.866 \text{ 寸},$$

$$(3) A=72^\circ, \quad BC=.9511 \text{ 寸},$$

那麼 $CA=?$, $AB=?$.

10. 在直角三角形 ABC 裏, 假如

$$(1) A=22^\circ 37', \quad AB=13 \text{ 寸},$$

$$(2) A=60^\circ, \quad AB=1 \text{ 寸},$$

$$(3) A=72^\circ, \quad AB=1 \text{ 寸},$$

那麼 $BC=?$, $CA=?$.

三邊三角, 是三角形的六個元素。看本段前段所舉各例, 可知在直角三角形中, 除直角外, 再知一邊和它元素, 就能求得餘三元素, 都叫做解直角三角形。

3. 解直角三角形的公式

解直角三角形 ABC , 可用下面的式子:

$$(一) A + B = 90^\circ,$$

$$(二) a^2 + b^2 = c^2,$$

$$(三) \frac{a}{c} = \sin A,$$

$$(四) \frac{b}{c} = \cos A,$$

$$(五) \frac{a}{b} = \tan A,$$

$$(六) \frac{b}{a} = \cot A,$$

$$(七) \frac{b}{c} = \sin B,$$

$$(八) \frac{a}{c} = \cos B,$$

$$(九) \frac{b}{a} = \tan B,$$

$$(十) \frac{a}{b} = \cot B,$$

習題 C

1. 在直角三角形 ABC 裏,從 BC 、 CA 的長短,求 AB 的長短和 $\angle A$ 、 B 的大小,可用第 3 段裏什麼式子?

2. 在直角三角形 ABC 裏,從 AB 、 BC 的長短,求 CA 的長短和 $\angle A$ 、 B 的大小,可用第 3 段裏什麼式子?

3. 在直角三角形 ABC 裏,從 $\angle A$ 的大小和 CA 的長短,求 $\angle B$ 的大小和 AB 、 BC 的長短,可用第 3 段裏什麼式子?

4. 在直角三角形 ABC 裏,從 $\angle A$ 的大小和 BC 的長短,求 $\angle B$ 的大小和 AB 、 CA 的長短,可用第 3 段裏什麼式子?

5. 在直角三角形 ABC 裏,從 $\angle A$ 的大小和 AB 的長短,求 $\angle B$ 的大小和 BC 、 CA 的長短,可用第 3 段裏什麼式子?

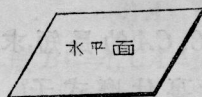
6. 在直角三角形 ABC 裏,從 $\angle B$ 的大小和 AB 的長短,求 $\angle A$ 的大小和 BC 、 CA 的長短,可用第 3 段裏什麼式子?

第七章

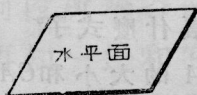
直角三角形的簡易應用

1. 測量上的水平綫面。

測量物體的寬或遠,大半在一個水平面內。



水平面,本指靜水表面講的;從牠推廣起來,凡是牠的平行面或平行面的平行面,都是測量上的水平面。



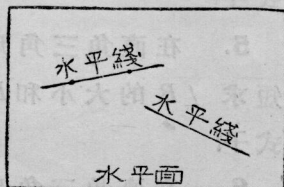
水平綫

水平綫本指靜水表面裏直綫講的;從牠推廣起來,凡是牠的平行綫或平行綫的平行綫,都是測量上的水平綫。

水平綫

無論那一個水平面,含面

裏任意兩點的直綫,都是水平綫;無論那兩條方向不同的水平綫,含這兩條綫的平面,都是水平面。



2. 用水準驗水平綫面。

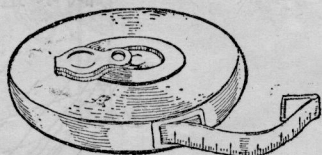
把水準放在一條直綫上面,看氣泡不動時,

如能在水準的正中處,就曉得這條直綫是水平綫。若氣泡偏在水準的一端,也能曉得這條直綫是這一端高些。



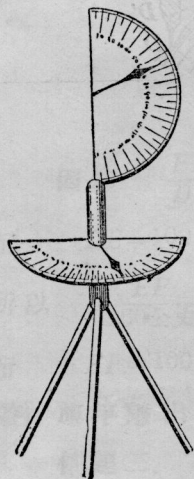
因爲含兩條方向不同的水平綫的平面,就是一個水平面;所以拿這水準,先後放在一個平面裏方向不同的某二直綫上面,看這兩條直綫是不是水平綫,可以曉得這個平面是不是水平面。

3. 測量水平面的綫角.



測量一個物體離開某點的遠近怎樣,就是要求一

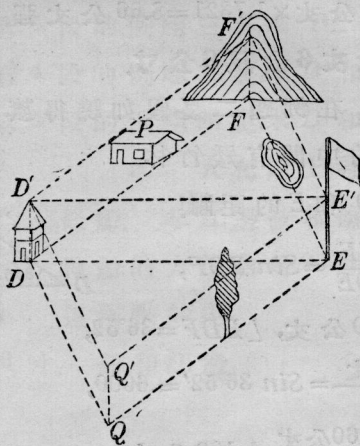
條水平綫的長短,測量家須用鋼尺、標桿、測鏈等等去量;我們不求十分精密,不妨用普通的布捲尺量。



測量一個物體對於某點離開某水平綫的方向怎樣,就是要求水平面裏一角的大小,測量家須用經緯儀去測量;我們不求十分精密,也可用兩個量角器,一個

(答) 這河闊 5 公丈。

例題二. P 屋前有高亭 D , 後有小山 F ; 小山的正東, 有大旗竿 E . 從高亭上測得小山在牠的正北, 旗桿在北偏東 $36^{\circ}52'$, 並量得旗竿, 離開牠 100 公丈. 試求旗竿離山多少遠, 就是 EF 的長!



因爲 $\frac{EF}{DE} = \text{Sin } EDF,$

而 $DE = 100$ 公丈, $\angle EDF = 36^{\circ}52',$

所以 $\frac{EF}{100 \text{ 公丈}} = \text{Sin } 36^{\circ}52' = .6000,$

而 $EF = 100 \text{ 公丈} \times .6 = 60 \text{ 公丈}.$

(答) 旗竿離山有 60 公丈。

例題三. 在例題一裏, 假如曉得原來河闊 5 公丈,

而 E 和 F 的中間有別河隔斷。

試求 FE 的長!

$$\text{因爲 } \frac{EF}{FD} = \text{Cot } FED,$$

而 $FD = 5$ 公丈, $\angle FED = 30^\circ$,

所以 $\frac{EF}{5 \text{ 公丈}} = \text{Cot } 30^\circ = 1.7321$,

而 $EF = 5 \text{ 公丈} \times 1.7321 = 8.66 \text{ 公丈強}$ 。

(答) EF 長 8 公丈 6 公尺 6 公寸。

例題四. 在例題二裏, 假如曉得旗竿離山有 60 公丈, 而 D 和 E 的中間有矮竹林遮蔽. 試求 D 和 E 的距離!

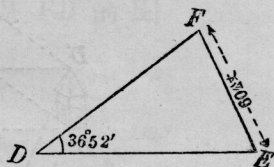
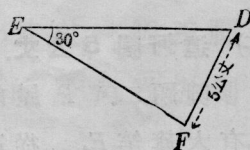
$$\text{因爲 } \frac{EF}{DE} = \text{Sin } EDF,$$

而 $EF = 60$ 公丈, $\angle EDF = 36^\circ 52'$,

所以 $\frac{60 \text{ 公丈}}{DE} = \text{Sin } 36^\circ 52' = .6000$,

而 $DE = \frac{60 \text{ 公丈}}{.6} = 100 \text{ 公丈}$ 。

(答) D 和 E 的距離是 100 公丈。



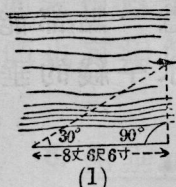
【注意一】 $\text{Tan } FED$ 、 $\text{Sin } EDF$ 、 $\text{Cot } FED$, 就是 $\angle FED$ 的正切、 $\angle EDF$ 的正弦、 $\angle FED$ 的餘切。

【注意二】 在測量上, 說甲物和某點的距離或在某點的那方, 就是說甲物的某點和某點的距離或在某點的那方; 又說甲物和乙物的距離或在乙物的那方, 也是指甲物的某點和乙物的某點講, 或把牠們都看做點。

【注意三】 例題一的 $\angle FED$, 可叫 FD 對於 E 的視角; 例題二的 $\angle EDF$, 可叫 EF 對於 D 的視角, 或拿 FD 做根據綫時 E 對於 D 的方位角。

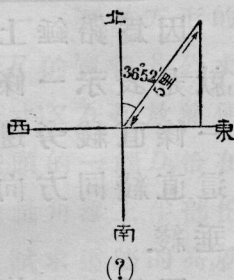
習題 A

1. 試在第 4 段的例題一裏, 求 DE 的長!
2. 試在第 4 段的例題三裏, 求 DE 的長!
3. 試在第 4 段的例題二裏, 求 D 和 F 的距離!
4. 試在第 4 段的例題四裏, 求 D 和 F 的距離!



離是 8 丈 6 尺 6 寸。船和江邊的距離怎樣?

6. 甲向北偏東 $36^{\circ}52'$ ($N36^{\circ}52'E$) 走, 已經走了 5 里。現在要向正南走多少里, 才能到起身處正東的地方?



7. 從某處上飛機, 走到正東 1200 里的地方, 換船又向正南走 500 里而止。止處對於上飛機處是成什麼方向?

8. 有一蛙, 沿江岸向正西走 5 里入水, 在水裏換

方向走 13 里,到起身處的正北爲止。止處對入水處,是成什麼方向?

5. 測量上的鉛垂綫面

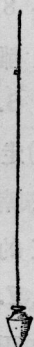
測量物體的高或深,大半在一個鉛垂面內。測量上的鉛垂綫,是拿下面繫有重東西的繩子,掛在空中,等到不動時,方向和這綫一樣的直綫;就是伸長時要過地球中心的直綫。含任意一條鉛垂綫的平面,都是測量上的鉛垂面。

無論那一個鉛垂面內,從任意一點,都能畫一條水平綫;在這面內任意一條水平綫的垂綫,都是鉛垂綫。

6. 用鉛錘驗鉛垂綫面

因爲鉛錘上的繩子,在不動的時侯,就是表示一條鉛垂綫,所以把牠掛在一條直綫旁邊,看繩子不動時,如能和這直綫同方向,就曉得這條直綫是鉛垂綫。

因爲含一條鉛垂綫的平面,就是一個鉛垂面,所以拿這鉛錘,掛在一個平面的旁邊,看面裏有沒有一條直綫是鉛垂綫,可以曉得這個平面是不是鉛垂面。



因爲鉛垂綫的垂綫，都是水平綫，所以這個鉛錘，也能拿牠驗水平綫和水平面。

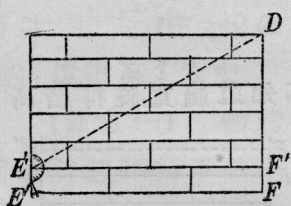
【註】 從前都用鉛錘，所以有鉛錘綫面的名稱；但是現在大半用鐵錘或銅錘了。

7. 測量鉛垂面的綫角。

測量一個物體高出某點的距離怎樣，就是要求一條鉛垂綫的長短，大半不能直接量得。

測量一個物體對於某點高出某水平綫的方向怎樣，就是要求一個鉛垂面裏一角的大小，我們也可用簡便經緯儀裏直立的量角器去測量。

8. 鉛垂面的簡便測量。



例題一。有長方形的牆，量牆脚 EF 的寬，得 8 公丈 6 公尺 6 公寸；又在 E 放簡便經緯儀，看牆頭的一端 D，恰在直立的鉛垂量角器上半部份裏

60'綫的延綫內，就是 $\angle F'E'D = 30^\circ$ 。試求這牆的高，就是 FD 的長！但 $EE' = 1$ 公尺 5 公寸。

因爲 $\frac{F'D}{E'F'} = \text{Tan } F'E'D,$

而 $E'F' = EF = 866$ 公寸， $\angle F'E'D = 30^\circ,$

所以 $\frac{F'D}{866\text{公寸}} = \text{Tan } 30^\circ = .5774,$

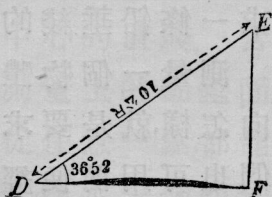
而 $F'D = 500$ 公寸強,

$$FD = FF' + F'D = EE' + F'D$$

$$= 15 \text{ 公寸} + 500 \text{ 公寸} = 515 \text{ 公寸}.$$

(答) 這牆高 5 公丈 1 公尺 5 公寸。

例題二. 中間高兩旁平的南北街,西邊有 10 公尺高壁直的樹 D , 正對街東某家的牆角 EF . 現在這樹被風吹倒, 樹頂恰在 E 處, 並量得 $\angle FDE$ 是 $36^\circ 52'$. 試求這街的闊, 就是 FD 的長!

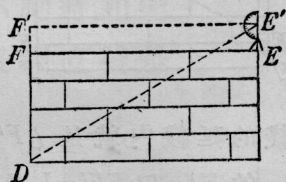


因為 $\frac{FD}{10\text{公尺}} = \text{Cos } 36^\circ 52' = .8000,$

所以 $FD = 8$ 公尺。

(答) 這街闊 8 公尺。

例題三. 在例題一裏若不知道牆寬, 曉得牆高 4 公丈 8 公尺 5 公寸, 在牆頭的一端 E 放簡便經緯儀, 看牆脚的一端 D , 恰在鉛垂量角器下半部份裏 60° 綫的延綫內, 就是 $\angle F'E'D = 30^\circ$, 試求這牆的寬, 就是 EF 的長! 但 $E'E = 1$ 公尺 5 公寸。



因為 $\frac{E'F'}{F'D} = \text{Cot } F'E'D,$

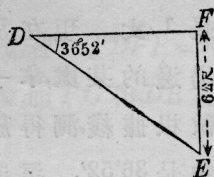
而 $F'D = F'F + FD = E'E + FD$
 $= 15 \text{ 公寸} + 485 \text{ 公寸} = 500 \text{ 公寸},$
 $\angle F'E'D = 30^\circ,$

所以 $\frac{E'F'}{500 \text{ 公寸}} = \text{Cot } 30^\circ = 1.7321,$

而 $E'F' = 866 \text{ 公寸} = EF.$

(答) 這牆寬 8 公丈 6 公尺 6 公寸。

例題四. 在例題二裏,若樹倒在溝內,靠緊溝的橫頭,樹頂恰在 E 處, E 就是溝角 FE 的底,不知道樹高,但曉得溝深 6 公尺,並量得 $\angle FDE$ 是 $36^\circ 52'$, 試求這樹的高,就是 DE 的長!



因為 $\frac{6 \text{ 公尺}}{DE} = \text{Sin } 36^\circ 52' = .6000,$

所以 $DE = 10 \text{ 公尺}.$

(答) 這樹高 1 公丈。

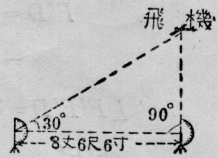
【注意一】 物體的高和物體離地的高,在不靠地面的物體,不能看做一樣。

【注意二】 例題一的 $\angle F'E'D$ 可叫拿 $E'F'$ 做根據綫時 D 對於 E' 的仰角或高度角;例題三的 $\angle F'E'D$,可叫拿 $E'F'$ 做根據綫時 D 對於 E' 的俯角或深度角。

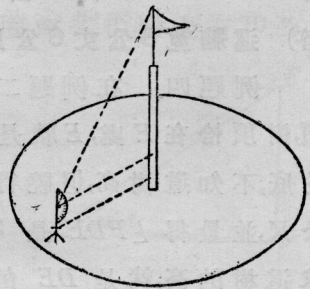
習題 B

1. 人在地上,看見空中有架飛機. 先在地面放

經緯儀，拿一條水平綫做根據綫，從兩點測得飛機的仰角是 90° 和 30° ，並量得這兩點的距離是 8 丈 6 尺 6 寸。飛機離地的高怎樣？但根據綫離地面 1 公尺 5 公寸。



2. 在圓運動場的中央有 2 丈高的評判台一座；台頂的正中處插一面國旗，竿長 1 丈。現在放經緯儀在場邊的某處，拿一條水平綫做根據綫，測得旗竿尖的仰角是 $36^\circ 52'$ 。這運動場的半徑怎樣？但根據綫離開地面 1 公尺 5 公寸。



3. 河東有高 5 丈的塔，正對河西的一顆樹。在塔頂放經緯儀，拿一條水平綫做根據綫，測得樹根的俯角是 30° 。河寬多少？

4. 風箏繩長 25 公尺，放風箏的人望牠的仰角是 35° ；求牠離地的高！但人目離地面 1 公尺 5 公寸。

5. 在 400 尺高的石壁上，看遠處一船的俯角是 25° ；求牠離石壁的遠近！但人目離地面仍和前題一樣。

6. 希臘人 *Thales*，在日光下，靠埃及金字塔的旁邊，插根竹竿，等竿長和牠影長一樣時，量塔影長，得塔的

高。這是什麼緣故?

7. 若前題不等竿長和牠影長一樣,可從塔影的長,求得塔的高麼?

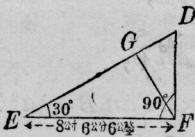
8. 5 尺高的樹,在太陽光下,影長 1 丈 2 尺。太陽的高度角怎樣? 又沒有影子時,太陽的高度角怎樣?

但太陽的高度角,就是指拿地面一條水平綫做根據綫時太陽對於此綫內一點的仰角。

9. 幾何圖形的計算和證明。

例題一。在直角三角形 DEF 裏,若 $\angle DFE = 90^\circ$, $\angle FED = 30^\circ$, $EF = 8$ 公寸 6 公分 6 公釐,而 FG 和 DE 在 G 直交,那麼 $DG = ?$, $GE = ?$, $FG = ?$ 。

因為 $\frac{DG}{FD} = \cos EDF,$



而 $FD = 866 \text{ 公釐} \times \tan 30^\circ$
 $= 866 \text{ 公釐} \times .5774$
 $= 500 \text{ 公釐強},$

$\angle EDF = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$

所以 $\frac{DG}{500 \text{ 公釐}} = \cos 60^\circ = .5000,$

而 $DG = 2 \text{ 公寸} 5 \text{ 公分}.$

因為 $\frac{GE}{EF} = \cos FEG,$

所以 $\frac{GE}{866 \text{ 公釐}} = \cos 30^\circ = .8660,$

而 $GE = 7$ 公寸 5 公分弱。

因為 $\frac{FG}{EF} = \sin FEG,$

所以 $\frac{FG}{866 \text{ 公釐}} = \sin 30^\circ = .5000,$

而 $FG = 4$ 公寸 3 公分 3 公釐。

(答) $DG = 2$ 公寸 5 公分, $GE = 7$ 公寸 5 公分, $FG = 4$ 公寸 3 公分 3 公釐。

例題二. 在直角三角形 ABC 裏, 若 $BC = a$ 公尺, $\triangle ABC = S$ 平方公尺, 試證 $S = \frac{1}{2}a^2 \tan B!$

因為 $\triangle ABC = \frac{1}{2}(BC \times CA),$

而 $\triangle ABC = S$ 平方公尺, $BC = a$ 公尺,

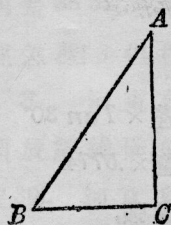
並設 $CA = b$ 公尺,

那麼 $S = \frac{1}{2}ab.$

但 $\frac{b}{a} = \tan B,$

那麼 $b = a \tan B.$

所以 $S = \frac{1}{2}a \times a \tan B = \frac{1}{2}a^2 \tan B.$



習題 C

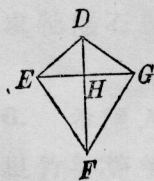
1. 在箏形 $DEFG$ 裏, 假如

DF 和 EG 在 H 相交, 而

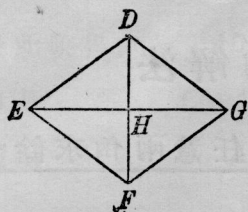
$DH = 1$ 公寸 8 公分,

$HF = 3$ 公寸 2 公分,

$EH = HG = 2$ 公寸 4 公分,



那麼 $\angle EDG, FED, GFE, DGF$ 怎樣?



2. 在菱形 $DEFG$ 裏, 假如 DF 和 EG 在 H 相交, 而 $DH=HF=3$ 公寸, $EH=HG=4$ 公寸, 那麼 $\angle EDG, FED, GFE, DGF$ 怎樣?

3. 第 9 節的例題一, 試再用別法求解答!

4. 在一圓裏, 知道長 4 公寸的弦一端和某徑相交, 成 $36^{\circ}52'$ 的角. 試求這徑的長, 和這弦的餘一端與這徑的距離!

5. 在一圓外, 知道長 4 公寸的切綫, 一端和某徑的延綫相交, 成 $36^{\circ}52'$ 的角. 試求這徑的長和切點與這徑的距離!

6. 在直角三角形 ABC 裏, 若 $AB=c$ 公尺, $\triangle ABC = S$ 平方公尺, 試證 $S = \frac{1}{2}c^2 \sin B \cos B$!

7. 有徑長 2 寸的圓, 試求外接正方形每邊的長, 畫出這個正方形來!

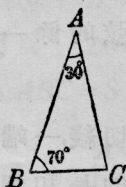
8. 有徑長 2 寸的圓, 試求內接正方形每邊的長, 畫出這個正方形來!

附 錄 一

斜角三角形的解法

1. 在斜角三角形裏,已知任意兩角求餘一角.

例題. 在斜角三角形 ABC 裏,假如 $A=30^\circ$, $B=70^\circ$, 那麼 $C=?$.



因為 $A+B+C=180^\circ$,

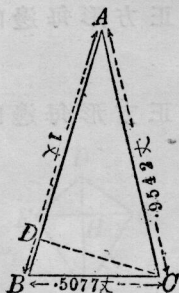
而 $A=30^\circ, B=70^\circ$,

那麼 $30^\circ + 70^\circ + C = 180^\circ$.

所以 $C = 180^\circ - 30^\circ - 70^\circ = 80^\circ$.

2. 在斜角三角形裏,已知牠的三邊求牠的任意一角.

例題. 在斜角三角形 ABC 裏,假如 $AB=1$ 丈, $BC=.5077$ 丈, $CA=.9542$ 丈, 那麼 $A=?$.



因為從 C 畫 CD , 和 AB 在 D 直交, 可得

$$\frac{AD}{CA} = \cos A,$$

那麼曉得 AD, CA 的長, 就能求 A .

現在設 $AD = x$ 丈,

那麼 $CD^2 = (.9542^2 - x^2)$ 平方丈 $= [.5077^2 - (1-x)^2]$ 平方丈,

$$.9542^2 - x^2 = .5077^2 - (1-x)^2,$$

而 $x = .82637$ 弱。

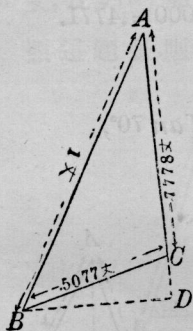
從此曉得 $AD = .82637$ 丈弱。

由是 $\text{Cos } A = \frac{.82637 \text{ 丈}}{.9542 \text{ 丈}} = .8660 \text{ 強} = \text{Cos } 30^\circ$ 。

所以 $A = 30^\circ$ 。

習題一

1. 試畫 $AB=1$ 寸, $BC=5$ 分 1 釐, $CA=9$ 分 5 釐的斜角三角形 ABC ; 並量 $\angle A$, 看牠是不是和 30° 靠近!
2. 在第 2 段例題的圖裏, $B=?$
3. 在第 2 段例題的圖裏, $C=?$
4. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $A=30^\circ$, $B=50^\circ$, 那麼 $C=?$ 。



5. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $AB=1$ 丈, $BC=.5077$ 丈, $CA=.7778$ 丈, 那麼 $A=?$, $B=?$, $C=?$ 。

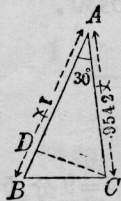
6. 曉得一邊長多少分, 兩個角是多少度, 試說這樣斜角三角形的畫法!

7. 曉得兩邊長多少分, 牠們的夾角是多少度, 試說這樣斜角三角形的畫法!

8. 曉得兩邊長多少分, 其中一邊所張的角是多少度, 試說這樣斜角三角形的畫法!

3. 在斜角三角形裏,已知任意兩邊和任意一角求餘兩角的任意一角.

例題一. 在斜角三角形 ABC 裏,假如 $AB=1$ 丈, $CA=.9542$ 丈, $A=30^\circ$, 那麼 $B=?$.



因為從 C 畫 CD , 和 AB 在 D 直交, 可得

$$\frac{CD}{DB} = \tan B,$$

那麼曉得 CD 、 DB 的長, 就能求 B .

現在設 $AD=x$ 丈, $DB=y$ 丈, $CD=z$ 丈,

那麼 $x = .9542 \times \cos 30^\circ = .9542 \times .8660 = .8263$ 強;

$$y = 1 - x = 1 - .8263 = .1737;$$

$$z = .9542 \times \sin 30^\circ = .9542 \times .5000 = .4771.$$

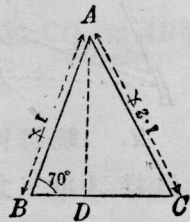
從此曉得 $CD = .4771$ 丈, $DB = .1737$ 丈,

由是 $\tan B = \frac{.4771 \text{ 丈}}{.1737 \text{ 丈}} = 2.7467 \text{ 強} = \tan 70^\circ,$

所以 $B = 70^\circ$.

例題二. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $AB=1$ 丈, $CA=1.2$ 丈, $B=70^\circ$, 那麼 $A=?$.

因為從 A 畫 AD , 和 BC 在 D 直交, 可得



$$\frac{AD}{CA} = \cos DAC,$$

那麼曉得 AD, CA 的長, 就能知道 $\angle DAC$ 的大, 並能從此求 A .

現在設 $AD = x$ 丈,

那麼 $x = 1 \times \sin 70^\circ = 1 \times .9397 = .9397$.

從此曉得 $AD = .9397$ 丈.

又 $CA = 1.2$ 丈.

由是 $\cos DAC = \frac{.9397 \text{ 丈}}{1.2 \text{ 丈}} = .7831 \text{ 弱} = \cos 38^\circ 27'$,

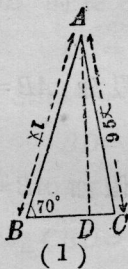
而 $\angle DAC = 38^\circ 27'$.

又 $\angle BAD = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$.

所以 $A = 20^\circ + 38^\circ 27' = 58^\circ 27'$.

例題三. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $AB = 1$ 丈, $CA = .95$ 丈, $B = 70^\circ$, 那麼 $A = ?$.

照這題畫, 應得下面 (1)、(2) 兩圖:



在 (1) 圖裏, 仿前從 A 畫 AD , 和 BC 在 D 直交, 求得

$$\cos DAC = \frac{AD}{CA} = \frac{.9397 \text{ 丈}}{.95 \text{ 丈}} = .9892 \text{ 弱} = \cos 8^\circ 25'.$$

由是 $\angle DAC = 8^{\circ}25'$.

又 $\angle BAD = 90^{\circ} - 70^{\circ} = 20^{\circ}$.

所以 $A = 20^{\circ} + 8^{\circ}25' = \mathbf{28^{\circ}25'}$.

在(2)圖裏,仿前從 A 畫 AD , 和 BC 的延綫在 D 直交,求得 $\angle DAC = 8^{\circ}25'$, $\angle BAD = 20^{\circ}$,

所以 $A = 20^{\circ} - 8^{\circ}25' = \mathbf{11^{\circ}35'}$.

習題二

1. 試畫 $AB=1$ 寸, $CA=1.2$ 寸, $B=70^{\circ}$ 的斜角三角形,看牠是不是和第 3 段例題二的三角形相似;並量 $\angle A$, 看牠是不是和 58° 靠近!

2. 試畫 $AB=1$ 寸, $CA=.95$ 寸, $B=70^{\circ}$ 的斜角三角形,看牠是不是和第 3 段例題三的三角形相似;並量 $\angle A$, 看牠是不是和 28° 或 12° 靠近!

3. 在斜角三角形 ABC 裏,假如 $AB=1$ 丈, $CA=.9542$ 丈, $A=30'$, 那麼 $C=?$.

4. 在斜角三角形 ABC 裏,假如 $AB=1$ 丈, $CA=1.2$ 丈, $B=70^{\circ}$, 那麼 $C=?$.

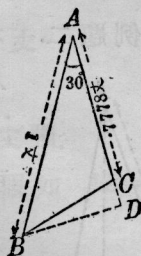
5. 在斜角三角形 ABC 裏,假如 $AB=1$ 丈, $CA=.95$ 丈, $B=70^{\circ}$, 那麼 $C=?$

6. 在斜角三角形 ABC 裏,假如 $AB=1$ 丈, $CA=.77$

78丈, $A=30^\circ$, 那麼 $B=?$, $C=?$.

7. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $AB=1$ 丈, $CA=1.2$ 丈, $B=100^\circ$, 那麼 $A=?$, $C=?$.

8. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $AB=1$ 丈, $CA=.95$ 丈, $B=38^\circ 33'$, 那麼 $A=?$, $C=?$.

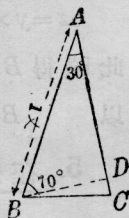


4. 在斜角三角形裏, 已知任意兩角和任意一邊, 求餘兩邊的任意一邊.

例題一. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $A=30^\circ$, $B=70^\circ$, $AB=1$ 丈, 那麼 $BC=?$.

因為從 B 畫 BD , 和 CA 在 D 直交, 可得

$$\frac{DB}{BC} = \cos CBD,$$



那麼曉得 DB 的長和 $\angle CBD$ 的大, 就能求 BC 的長. 現在設 $DB=x$ 丈,

那麼 $x = 1 \times \sin 30^\circ = 1 \times 5000. = .5000.$

從此曉得 $BD = .5$ 丈.

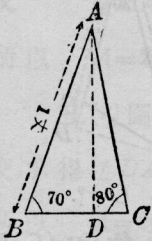
又從 $\angle DBA = 90 - 30^\circ = 60^\circ,$

曉得 $\angle CBD = 70^\circ - 60^\circ = 10^\circ.$

由是 $\frac{.5 \text{ 丈}}{BC} = \cos 10^\circ = .9848.$

所以 $BC = \frac{.5 \text{ 丈}}{.9848} = .5077 \text{ 丈強}.$

例題二. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $B=70^\circ, C=80^\circ$,
 $AB=1$ 丈, 那麼 $BC=?$



因為從 A 畫 AD 和 BC 在 D 直交,
 可得

$$BD + DC = BC,$$

那麼曉得 BD, DC 的長, 就能求 BC 的長.

現在設 $BD=x$ 丈, $AD=y$ 丈, $DC=z$ 丈,

那麼 $x = 1 \times \cos 70^\circ = 1 \times .3420 = .3420$;

$$y = 1 \times \sin 70^\circ = 1 \times .9397 = .9397$$
;

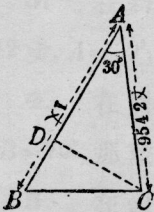
$$z = y \times \cot 80^\circ = .9397 \times .1763 = .1657 \text{ 丈}.$$

從此曉得 $BD = .3420$ 丈, $DC = .1657$ 丈.

所以 $BC = .3420 \text{ 丈} + .1657 \text{ 丈} = .5077 \text{ 丈}.$

5. 在斜角三角形裏, 已知任意兩邊和任意一角求餘一邊.

例題一. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $AB=1$ 丈,
 $CA=.9542$ 丈, $A=30^\circ$, 那麼 $BC=?$.



因為從 C 畫 CD , 和 AB 在 D 直交, 可得

$$CD^2 + DB^2 = BC^2,$$

那麼曉得 CD, DB 的長, 就能求 BC 的長.

現在仿第 3 段, 求得

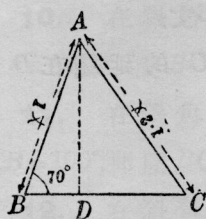
$$CD = .4771 \text{ 丈}, DB = .1737 \text{ 丈}.$$

由是 $BC^2 = .4771^2 \text{ 平方丈} + 1737^2 \text{ 平方丈}$

$$= (.4771^2 + .1737^2) \text{ 平方丈.}$$

所以 $BC = \sqrt{.4771^2 + .1737^2} \text{ 丈} = \mathbf{.5077 \text{ 丈强.}}$

例題二. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $AB=1 \text{ 丈}$, $CA=1.2 \text{ 丈}$, $B=70^\circ$, 那麼 $BC=?$



因為從 A 畫 AD , 和 BC 在 D 直交,

可得

$$BD + DC = BC,$$

那麼曉得 BD, DC 的長, 就能求 BC 的長.

現在仿第 3 段, 求得

$$BD = .3420 \text{ 丈}, AD = .9397 \text{ 丈.}$$

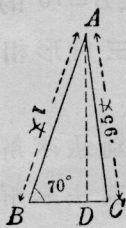
又從 $AD^2 + DC^2 = CA^2,$

求得 $DC = \sqrt{1.2^2 - .9397^2} \text{ 丈} = .7463 \text{ 丈强.}$

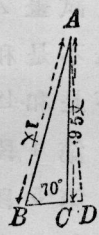
所以 $BC = .3420 \text{ 丈} + .7463 \text{ 丈} = \mathbf{1.0883 \text{ 丈.}}$

例題三. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $AB=1 \text{ 丈}$, $CA=.95 \text{ 丈}$, $B=70^\circ$, 那麼 $BC=?$

照這題畫, 應得下面的 (1), (2) 兩圖:



(1)



(2)

在(1)圖裏,仿第3段,從A畫AD和BC在D直交,求得

$$BD = .3420 \text{ 丈}, AD = .9397 \text{ 丈}.$$

又從 $AD^2 + DC^2 = CA^2,$

$$\text{求得 } DC = \sqrt{.95^2 - .9397^2} \text{ 丈} = .1395 \text{ 丈強}.$$

所以 $BC = .3420 \text{ 丈} + .1395 \text{ 丈} = \mathbf{.4815 \text{ 丈}}.$

在(2)圖裏,仿前從A畫AD,和BC的延綫在D直交,求得

$$BD = .3420 \text{ 丈}, DC = .1395 \text{ 丈}.$$

所以 $BC = .3420 \text{ 丈} - .1395 \text{ 丈} = \mathbf{.2025 \text{ 丈}}.$

習題三

1. 試畫 $A=30^\circ$ 、 $B=70^\circ$ 、 $AB=1$ 寸的斜角三角形,看牠是不是和第4段例題一的三角形相似;並量BC,看牠是不是和.51寸靠近!

2. 試畫 $AB=1$ 寸、 $CA=.95$ 寸、 $A=30^\circ$ 的斜角三角形;並量BC,看牠是不是和.51寸靠近!

3. 試畫 $AB=1$ 寸、 $CA=.95$ 寸、 $B=70^\circ$ 的斜角三角形,看牠是不是和第5段例題三的三角形相似;並量BC,看牠是不是和.48寸或.20寸靠近!

4. 第4段的例題二,試再用別法來解!

5. 第5段的例題一,試再用別法來解!

6. 在第4段例題一的圖裏, $CA=?$.

7. 在第4段例題二的圖裏, $CA=?$.

8. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $A=30^\circ$, $B=50^\circ$, $AB=1$ 丈, 那麼 $BC=?$, $CA=?$.

9. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $B=50^\circ$, $C=100^\circ$, $AB=1$ 丈, 那麼 $BC=?$, $CA=?$.

10. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $AB=1$ 丈, $CA=.7778$ 丈, $A=30^\circ$, 那麼 $BC=?$.

11. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $AB=1$ 丈, $CA=1.2$ 丈, $B=100^\circ$, 那麼 $BC=?$.

12. 在斜角三角形 ABC 裏, 假如 $AB=1$ 丈, $CA=.95$ 丈, $B=38^\circ 33'$, 那麼 $BC=?$.

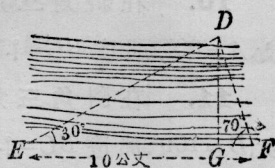
看上面所舉各例, 可知在斜角三角形中, 知一邊和它二元素, 就能求得餘三元素, 都是叫做解斜角三角形。

附 錄 二

斜角三角形的簡易應用

1. 水平面的簡便測量.

例題. 人在河的南岸,量南岸的一段 EF , 得 10 公尺;又在 E, F 望北岸,測得 $\angle FED$ 是 30° , $\angle DFE$ 是 70° . 試求這河的闊,就是 DG 的長!



$$\text{因爲 } \frac{DG}{GF} = \tan DFE, \frac{DG}{EG} = \tan FED,$$

$$\text{那麼 } DG = GF \tan DFE$$

$$= EG \tan FED = (EF - GF) \tan FED,$$

$$\text{而 } GF = \frac{EF \tan FED}{\tan DFE + \tan FED},$$

$$\text{但是 } EF = 10 \text{ 公尺},$$

$$\tan DFE = \tan 70^\circ = 2.7475,$$

$$\tan FED = \tan 30^\circ = .5774.$$

$$\text{所以 } GF = \frac{10 \text{ 公尺} \times .5774}{2.7475 + .5774} = 1.737 \text{ 公尺弱},$$

$$\text{而 } DG = 1.737 \text{ 公尺} \times 2.7475 = 4.772 \text{ 公尺強}.$$

(答) 這河闊 4 公尺 7 公尺 7 公分 2 公分.

【注意】 凡和別的東西比較,看來是個小的東西,像下面習題裏的塔脚,船,飛機等,通常在測量上,都能看

做一點

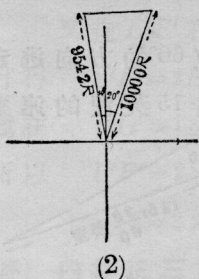
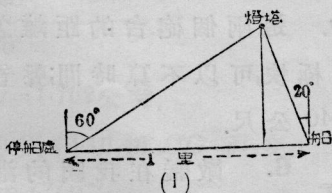
習 題 一

1. 燈塔的脚,原在停船處北偏東 60° ; 船向正東走 1 里,牠又在船的北偏西

20° . 這時塔脚和船的距離

怎樣? 牠和這船航

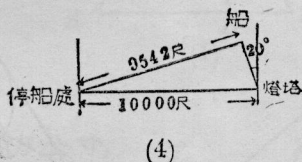
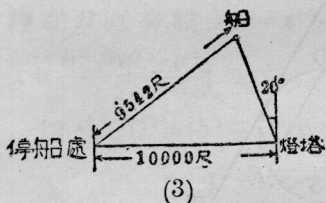
綫的距離怎樣?



2. 兩架飛機,從同地出發,一機向北偏東 20° , 行 10000 尺,一機向北偏西 10° , 行 9542 尺. 這時兩飛機的距離

怎樣?

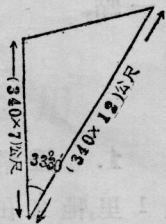
3. 若第 1 題的船原在塔脚正西 10000 尺的地方,後來行 9542 尺,就在塔脚的北偏西 20° . 這船對什麼方向行去?



4. 若第 2 題裏的兩架飛機從同地出發,一機行 10000 尺,一機行 9542 尺,這時離開 5077 尺 他們航綫的

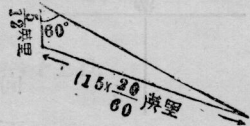
方向相差多少?

5. 某人站在一個地方，對兩砲台成 $33^{\circ}30'$ 的角。在兩砲台開砲，從看見砲火時到聽見砲聲時，要 7 秒和 12 秒。這兩個砲台的距離怎樣？但光走極快，可以不算時間；聲音每秒速率 340 公尺。



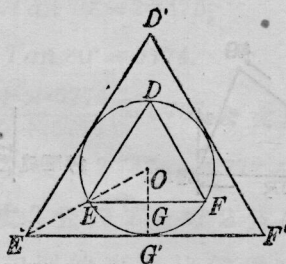
(5)

6. 敵艦在我國的港口，對南偏東 60° 的方向逃走；我艦從港口正南 $\frac{5}{12}$ 英哩的地方，用每時 15 英哩的速率追去，20 分鐘追着敵艦。我艦航綫的方向怎樣？敵艦每時的速率怎樣？



2. 幾何圖形的計算和證明。

例題一. 有徑長 2 公寸的圓，試求內外接正三角形每邊的長！



設 $D'E'F'$ 和 DEF 是 $\odot O$ 的內外接正三角形，

那麼從 O 畫直綫,和 EF 在 G 直交,

可得 $EF=2EG=2OESin EOG$.

現在 $OE=2$ 公寸 $\div 2=1$ 公寸,

$$\angle EOG=360^\circ \div 3 \div 2=60^\circ,$$

所以 $EF=2 \times 1$ 公寸 $\times Sin 60^\circ$

$$=2 \times 1$$
 公寸 $\times .8660=1.732$ 公寸.

又從 $E'F'$ 在 G' 和 $\odot O$ 的周相切,和 OG 直交,

可得 $E'F'=2E'G'=2OG' Tan E'OG'$.

現在 $OG'=1$ 公寸, $\angle E'OG'=60^\circ$,

所以 $E'F'=2 \times 1$ 公寸 $\times Tan 60^\circ$

$$=2 \times 1$$
 公寸 $\times 1.7321=3.4642$ 公寸.

(答) 內接正三角形每邊長 1 公寸 7 公分 3.2 公釐,外
接正三角形每邊長 3 公寸 4 公分 6.42 公釐.

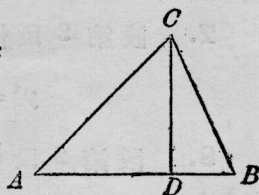
例題二. 在斜角三角形 ABC

裏, $BC=a$ 公寸, $CA=b$ 公寸, $AB=c$

公寸,並從 C 畫綫,和 AB 或 AB 的

延綫在 D 直交,設 $AD=x$ 公寸. 試

證 $x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c}$!



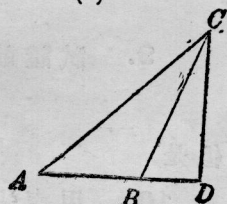
(1)

因為 $CD^2=(b^2-x^2)$ 平方公寸

$$=[a^2-(c \sim x)^2]$$
 平方公寸,

$$b^2-x^2=a^2-(c \sim x)^2,$$

所以 $x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c}$.



(2)

習題二

1. 有徑長 2 寸的圓,試求內外接正五角形每邊的長,畫出這個五角形來!

2. 有徑長 2 寸的圓,試求內外接正六角形每邊的長,畫出這個六角形來!

3. 有徑長 2 寸的圓,試求內外接正七角形每邊的長,畫出這個七角形來!

4. 有徑長 2 寸的圓,試求內外接正八角形每邊的長,畫出這個八角形來!

5. 有徑長 2 寸的圓,試求內外接正九角形每邊的長,畫出這個九角形來!

6. 有徑長 2 寸的圓,試求內外接正十角形每邊的長,畫出這個十角形來!

7. 設第 2 段例題二的 $CD=y$ 公寸,試證

$$y^2 = b^2 - \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c} \right)^2$$

8. 設第 2 段例題二的 $\triangle ABC = z$ 平方公寸,試證

$$z^2 = \frac{1}{4} c^2 \left[b^2 - \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c} \right)^2 \right]$$

9. 試證前題的

$$z = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

但是

$$s = \frac{1}{2}(a+b+c).$$

10. 用南宋秦九韶的法子,求第 2 段例題二裏三

角形的面積,應該是

$$\sqrt{\frac{1}{4}\left[c^2a^2 - \left(\frac{c^2+a^2-b^2}{2}\right)^2\right]}$$

平方公寸. 試證這個法子不錯!

附錄 III

三角函數表

0—13°

°	'	sin.	tan.	cot.	cos.	°
0	0	0.0000	0.0000	∞	1.0000	90
	10	0.0029	0.0029	343.7737	1.0000	50
	20	0.0058	0.0058	171.8854	1.0000	40
	30	0.0087	0.0087	114.5887	1.0000	30
	40	0.0116	0.0116	85.0398	0.9999	20
	50	0.0145	0.0145	68.7501	0.9999	10
1	0	0.0175	0.0175	57.2900	0.9998	89
°	'	cos.	cot.	tan.	sin.	°

°	'	sin.	tan.	cot.	cos.	°	'	sin.	tan.	cot.	cos.	°	'
1	0	0.0175	0.0175	57.2900	0.9998	89	7	0	0.1219	0.1228	8.1443	0.9925	83
	10	0.0204	0.0204	49.1039	0.9998	50		10	0.1248	0.1257	7.9530	0.9922	50
	20	0.0233	0.0233	42.9641	0.9997	40		20	0.1276	0.1287	7.7704	0.9918	40
	30	0.0262	0.0262	38.1885	0.9997	30		30	0.1305	0.1317	7.5958	0.9914	30
	40	0.0291	0.0291	34.3678	0.9996	20		40	0.1334	0.1346	7.4287	0.9911	20
	50	0.0320	0.0320	31.2416	0.9995	10		50	0.1363	0.1376	7.2687	0.9907	10
2	0	0.0349	0.0349	28.6363	0.9994	88	8	0	0.1392	0.1405	7.1154	0.9903	82
	10	0.0378	0.0378	26.4316	0.9993	50		10	0.1421	0.1435	6.9682	0.9899	50
	20	0.0407	0.0407	24.5418	0.9992	40		20	0.1449	0.1465	6.8269	0.9894	40
	30	0.0436	0.0437	22.9038	0.9990	30		30	0.1478	0.1495	6.6912	0.9890	30
	40	0.0465	0.0466	21.4704	0.9989	20		40	0.1507	0.1524	6.5606	0.9886	20
	50	0.0494	0.0495	20.2056	0.9988	10		50	0.1536	0.1554	6.4348	0.9881	10
3	0	0.0523	0.0524	19.0811	0.9986	87	9	0	0.1564	0.1584	6.3138	0.9877	81
	10	0.0552	0.0553	18.0750	0.9985	50		10	0.1593	0.1614	6.1970	0.9872	50
	20	0.0581	0.0582	17.1693	0.9983	40		20	0.1622	0.1644	6.0844	0.9868	40
	30	0.0610	0.0612	16.3499	0.9981	30		30	0.1650	0.1673	5.9758	0.9863	30
	40	0.0640	0.0641	15.6048	0.9980	20		40	0.1679	0.1703	5.8708	0.9858	20
	50	0.0669	0.0670	14.9244	0.9978	10		50	0.1708	0.1733	5.7694	0.9853	10
4	0	0.0698	0.0699	14.3007	0.9976	86	10	0	0.1736	0.1763	5.6713	0.9848	80
	10	0.0727	0.0729	13.7267	0.9974	50		10	0.1765	0.1793	5.5764	0.9843	50
	20	0.0756	0.0758	13.1969	0.9971	40		20	0.1794	0.1823	5.4845	0.9838	40
	30	0.0785	0.0787	12.7062	0.9969	30		30	0.1822	0.1853	5.3955	0.9833	30
	40	0.0814	0.0816	12.2505	0.9967	20		40	0.1851	0.1883	5.3093	0.9827	20
	50	0.0843	0.0846	11.8262	0.9964	10		50	0.1880	0.1914	5.2257	0.9822	10
5	0	0.0872	0.0875	11.4301	0.9962	85	11	0	0.1908	0.1944	5.1446	0.9816	79
	10	0.0901	0.0904	11.0594	0.9959	50		10	0.1937	0.1974	5.0658	0.9811	50
	20	0.0929	0.0934	10.7119	0.9957	40		20	0.1965	0.2004	4.9894	0.9805	40
	30	0.0958	0.0963	10.3854	0.9954	30		30	0.1994	0.2035	4.9152	0.9799	30
	40	0.0987	0.0992	10.0780	0.9951	20		40	0.2022	0.2065	4.8430	0.9793	20
	50	0.1016	0.1022	9.7882	0.9948	10		50	0.2051	0.2095	4.7729	0.9787	10
6	0	0.1045	0.1051	9.5144	0.9945	84	12	0	0.2079	0.2126	4.7046	0.9781	78
	10	0.1074	0.1080	9.2553	0.9942	50		10	0.2108	0.2156	4.6382	0.9775	50
	20	0.1103	0.1110	9.0098	0.9939	40		20	0.2136	0.2186	4.5736	0.9769	40
	30	0.1132	0.1139	8.7769	0.9936	30		30	0.2164	0.2217	4.5107	0.9763	30
	40	0.1161	0.1169	8.5555	0.9932	20		40	0.2193	0.2247	4.4494	0.9757	20
	50	0.1190	0.1198	8.3450	0.9929	10		50	0.2221	0.2278	4.3897	0.9750	10
7	0	0.1219	0.1228	8.1443	0.9925	83	13	0	0.2250	0.2309	4.3315	0.9744	77
°	'	cos.	cot.	tan.	sin.	°	'	cos.	cot.	tan.	sin.	°	'

三角函數表

13°-29°

'	sin.	tan.	cot.	cos.	' °	' °	sin.	tan.	cot.	cos.	' °
13	0.2250	0.2309	4.3315	0.9744	0	77	0.3584	0.3839	2.6051	0.9336	0 69
10	0.2278	0.2339	4.2747	0.9737	50	10	0.3611	0.3872	2.5826	0.9325	50
20	0.2306	0.2370	4.2193	0.9730	40	20	0.3638	0.3906	2.5605	0.9315	40
30	0.2334	0.2401	4.1653	0.9724	30	30	0.3665	0.3939	2.5386	0.9304	30
40	0.2363	0.2432	4.1126	0.9717	20	40	0.3692	0.3973	2.5172	0.9293	20
50	0.2391	0.2462	4.0611	0.9710	10	50	0.3719	0.4006	2.4960	0.9283	10
14	0.2419	0.2493	4.0108	0.9703	0	76	0.3746	0.4040	2.4751	0.9272	0 68
10	0.2447	0.2524	3.9617	0.9696	50	10	0.3773	0.4074	2.4545	0.9261	50
20	0.2476	0.2555	3.9136	0.9689	40	20	0.3800	0.4108	2.4342	0.9250	40
30	0.2504	0.2586	3.8667	0.9681	30	30	0.3827	0.4142	2.4142	0.9239	30
40	0.2532	0.2617	3.8208	0.9674	20	40	0.3854	0.4176	2.3945	0.9228	20
50	0.2560	0.2648	3.7760	0.9667	10	50	0.3881	0.4210	2.3750	0.9216	10
15	0.2588	0.2679	3.7321	0.9659	0	75	0.3907	0.4245	2.3559	0.9205	0 67
10	0.2616	0.2711	3.6891	0.9652	50	10	0.3934	0.4279	2.3369	0.9194	50
20	0.2644	0.2742	3.6470	0.9644	40	20	0.3961	0.4314	2.3183	0.9182	40
30	0.2672	0.2773	3.6059	0.9636	30	30	0.3987	0.4348	2.2998	0.9171	30
40	0.2700	0.2805	3.5656	0.9628	20	40	0.4014	0.4383	2.2817	0.9159	20
50	0.2728	0.2836	3.5261	0.9621	10	50	0.4041	0.4417	2.2637	0.9147	10
16	0.2756	0.2867	3.4874	0.9613	0	74	0.4067	0.4452	2.2460	0.9135	0 66
10	0.2784	0.2899	3.4495	0.9605	50	10	0.4094	0.4487	2.2286	0.9124	50
20	0.2812	0.2931	3.4124	0.9596	40	20	0.4120	0.4522	2.2113	0.9112	40
30	0.2840	0.2962	3.3759	0.9588	30	30	0.4147	0.4557	2.1943	0.9100	30
40	0.2868	0.2994	3.3402	0.9580	20	40	0.4173	0.4592	2.1775	0.9088	20
50	0.2896	0.3026	3.3052	0.9572	10	50	0.4200	0.4628	2.1609	0.9075	10
17	0.2924	0.3057	3.2709	0.9563	0	73	0.4226	0.4663	2.1445	0.9063	0 65
10	0.2952	0.3089	3.2371	0.9555	50	10	0.4253	0.4699	2.1283	0.9051	50
20	0.2979	0.3121	3.2041	0.9546	40	20	0.4279	0.4734	2.1123	0.9038	40
30	0.3007	0.3153	3.1716	0.9537	30	30	0.4305	0.4770	2.0965	0.9026	30
40	0.3035	0.3185	3.1397	0.9528	20	40	0.4331	0.4806	2.0809	0.9013	20
50	0.3062	0.3217	3.1084	0.9520	10	50	0.4358	0.4841	2.0655	0.9001	10
18	0.3090	0.3249	3.0777	0.9511	0	72	0.4384	0.4877	2.0503	0.8988	0 64
10	0.3118	0.3281	3.0475	0.9502	50	10	0.4410	0.4913	2.0353	0.8975	50
20	0.3145	0.3314	3.0178	0.9492	40	20	0.4436	0.4950	2.0204	0.8962	40
30	0.3173	0.3346	2.9887	0.9483	30	30	0.4462	0.4986	2.0057	0.8949	30
40	0.3201	0.3378	2.9600	0.9474	20	40	0.4488	0.5022	1.9912	0.8936	20
50	0.3228	0.3411	2.9319	0.9465	10	50	0.4514	0.5059	1.9768	0.8923	10
19	0.3256	0.3443	2.9042	0.9455	0	71	0.4540	0.5095	1.9626	0.8910	0 63
10	0.3283	0.3476	2.8770	0.9446	50	10	0.4566	0.5132	1.9486	0.8897	50
20	0.3311	0.3508	2.8502	0.9436	40	20	0.4592	0.5169	1.9347	0.8884	40
30	0.3338	0.3541	2.8239	0.9426	30	30	0.4617	0.5206	1.9210	0.8870	30
40	0.3365	0.3574	2.7980	0.9417	20	40	0.4643	0.5243	1.9074	0.8857	20
50	0.3393	0.3607	2.7725	0.9407	10	50	0.4669	0.5280	1.8940	0.8843	10
20	0.3420	0.3640	2.7475	0.9397	0	70	0.4695	0.5317	1.8807	0.8829	0 62
10	0.3448	0.3673	2.7228	0.9387	50	10	0.4720	0.5354	1.8676	0.8816	50
20	0.3475	0.3706	2.6985	0.9377	40	20	0.4746	0.5392	1.8546	0.8802	40
30	0.3502	0.3739	2.6746	0.9367	30	30	0.4772	0.5430	1.8418	0.8788	30
40	0.3529	0.3772	2.6511	0.9356	20	40	0.4797	0.5467	1.8291	0.8774	20
50	0.3557	0.3805	2.6279	0.9346	10	50	0.4823	0.5505	1.8165	0.8760	10
21	0.3584	0.3839	2.6051	0.9336	0	69	0.4848	0.5543	1.8040	0.8746	0 61
10	0.3611	0.3872	2.5826	0.9325	50	10	0.3611	0.3872	2.5826	0.9325	50
20	0.3638	0.3906	2.5605	0.9315	40	20	0.3638	0.3906	2.5605	0.9315	40
30	0.3665	0.3939	2.5386	0.9304	30	30	0.3665	0.3939	2.5386	0.9304	30
40	0.3692	0.3973	2.5172	0.9293	20	40	0.3692	0.3973	2.5172	0.9293	20
50	0.3719	0.4006	2.4960	0.9283	10	50	0.3719	0.4006	2.4960	0.9283	10
10	0.3746	0.4040	2.4751	0.9272	50	10	0.3746	0.4040	2.4751	0.9272	50
20	0.3773	0.4074	2.4545	0.9261	40	20	0.3773	0.4074	2.4545	0.9261	40
30	0.3800	0.4108	2.4342	0.9250	30	30	0.3800	0.4108	2.4342	0.9250	30
40	0.3827	0.4142	2.4142	0.9239	20	40	0.3827	0.4142	2.4142	0.9239	20
50	0.3854	0.4176	2.3945	0.9228	10	50	0.3854	0.4176	2.3945	0.9228	10
10	0.3881	0.4210	2.3750	0.9216	50	10	0.3881	0.4210	2.3750	0.9216	50
20	0.3907	0.4245	2.3559	0.9205	40	20	0.3907	0.4245	2.3559	0.9205	40
30	0.3934	0.4279	2.3369	0.9194	30	30	0.3934	0.4279	2.3369	0.9194	30
40	0.3961	0.4314	2.3183	0.9182	20	40	0.3961	0.4314	2.3183	0.9182	20
50	0.3987	0.4348	2.2998	0.9171	10	50	0.3987	0.4348	2.2998	0.9171	10
10	0.4014	0.4383	2.2817	0.9159	50	10	0.4014	0.4383	2.2817	0.9159	50
20	0.4041	0.4417	2.2637	0.9147	40	20	0.4041	0.4417	2.2637	0.9147	40
30	0.4067	0.4452	2.2460	0.9135	30	30	0.4067	0.4452	2.2460	0.9135	30
40	0.4094	0.4487	2.2286	0.9124	20	40	0.4094	0.4487	2.2286	0.9124	20
50	0.4120	0.4522	2.2113	0.9112	10	50	0.4120	0.4522	2.2113	0.9112	10
10	0.4147	0.4557	2.1943	0.9100	50	10	0.4147	0.4557	2.1943	0.9100	50
20	0.4173	0.4592	2.1775	0.9088	40	20	0.4173	0.4592	2.1775	0.9088	40
30	0.4200	0.4628	2.1609	0.9075	30	30	0.4200	0.4628	2.1609	0.9075	30
40	0.4226	0.4663	2.1445	0.9063	20	40	0.4226	0.4663	2.1445	0.9063	20
50	0.4253	0.4699	2.1283	0.9051	10	50	0.4253	0.4699	2.1283	0.9051	10
10	0.4279	0.4734	2.1123	0.9038	50	10	0.4279	0.4734	2.1123	0.9038	50
20	0.4305	0.4770	2.0965	0.9026	40	20	0.4305	0.4770	2.0965	0.9026	40
30	0.4331	0.4806	2.0809	0.9013	30	30	0.4331	0.4806	2.0809	0.9013	30
40	0.4358	0.4841	2.0655	0.9001	20	40	0.4358	0.4841	2.0655	0.9001	20
50	0.4384	0.4877	2.0503	0.8988	10	50	0.4384	0.4877	2.0503	0.8988	10
10	0.4410	0.4913	2.0353	0.8975	50	10	0.4410	0.4913	2.0353	0.8975	50
20	0.4436	0.4950	2.0204	0.8962	40	20	0.4436	0.4950	2.0204	0.8962	40
30	0.4462	0.4986	2.0057	0.8949	30	30	0.4462	0.4986	2.0057	0.8949	30
40	0.4488	0.5022	1.9912	0.8936	20	40	0.4488	0.5022	1.9912	0.8936	20
50	0.4514	0.5059	1.9768	0.8923	10	50	0.4514	0.5059	1.9768	0.8923	10
10	0.4540	0.5095	1.9626	0.8910	50	10	0.4540	0.5095	1.9626	0.8910	50
20	0.4566	0.5132	1.9486	0.8897	40	20	0.4566	0.5132	1.9486	0.8897	40
30	0.4592	0.5169	1.9347	0.8884	30	30	0.4592	0.5169	1.9347	0.8884	30
40	0.4617	0.5206	1.9210	0.8870	20	40	0.4617	0.5206	1.9210	0.8870	20
50	0.4643	0.5243	1.9074	0.8857	10	50	0.4643	0.5243	1.9074	0.8857	10
10	0.4669	0.5280	1.8940	0.8843	50	10	0.4669	0.5280			

三角函數表

29-45

°	'	sin.	tan.	cot.	cos.	°	'	sin.	tan.	cot.	cos.	°	'
29	0	0.4848	0.5543	1.8040	0.8746	0	61	0.6018	0.7536	1.3270	0.7986	0	53
	10	0.4874	0.5581	1.7917	0.8732		50	0.6041	0.7581	1.3190	0.7969		50
	20	0.4899	0.5619	1.7796	0.8718		40	0.6065	0.7627	1.3111	0.7951		40
	30	0.4924	0.5658	1.7675	0.8704		30	0.6088	0.7673	1.3032	0.7934		30
	40	0.4950	0.5696	1.7556	0.8689		20	0.6111	0.7720	1.2954	0.7916		20
	50	0.4975	0.5735	1.7437	0.8675		10	0.6134	0.7766	1.2876	0.7898		10
30	0	0.5000	0.5774	1.7321	0.8660	0	60	0.6157	0.7813	1.2799	0.7880	0	52
	10	0.5025	0.5812	1.7205	0.8646		50	0.6180	0.7860	1.2723	0.7862		50
	20	0.5050	0.5851	1.7090	0.8631		40	0.6202	0.7907	1.2647	0.7844		40
	30	0.5075	0.5890	1.6977	0.8616		30	0.6225	0.7954	1.2572	0.7826		30
	40	0.5100	0.5930	1.6864	0.8601		20	0.6248	0.8002	1.2497	0.7808		20
	50	0.5125	0.5969	1.6753	0.8587		10	0.6271	0.8050	1.2423	0.7790		10
31	0	0.5150	0.6009	1.6643	0.8572	0	59	0.6293	0.8098	1.2349	0.7771	0	51
	10	0.5175	0.6048	1.6534	0.8557		50	0.6316	0.8146	1.2276	0.7753		50
	20	0.5200	0.6088	1.6426	0.8542		40	0.6338	0.8195	1.2203	0.7735		40
	30	0.5225	0.6128	1.6319	0.8526		30	0.6361	0.8243	1.2131	0.7716		30
	40	0.5250	0.6168	1.6212	0.8511		20	0.6383	0.8292	1.2059	0.7698		20
	50	0.5275	0.6208	1.6107	0.8496		10	0.6406	0.8342	1.1988	0.7679		10
32	0	0.5299	0.6249	1.6003	0.8480	0	58	0.6428	0.8391	1.1918	0.7660	0	50
	10	0.5324	0.6289	1.5900	0.8465		50	0.6450	0.8441	1.1847	0.7642		50
	20	0.5348	0.6330	1.5798	0.8450		40	0.6472	0.8491	1.1778	0.7623		40
	30	0.5373	0.6371	1.5697	0.8434		30	0.6494	0.8541	1.1708	0.7604		30
	40	0.5398	0.6412	1.5597	0.8418		20	0.6517	0.8591	1.1640	0.7585		20
	50	0.5422	0.6453	1.5497	0.8403		10	0.6539	0.8642	1.1571	0.7566		10
33	0	0.5446	0.6494	1.5399	0.8387	0	57	0.6561	0.8693	1.1504	0.7547	0	49
	10	0.5471	0.6536	1.5301	0.8371		50	0.6583	0.8744	1.1436	0.7528		50
	20	0.5495	0.6577	1.5204	0.8355		40	0.6604	0.8796	1.1369	0.7509		40
	30	0.5519	0.6619	1.5108	0.8339		30	0.6626	0.8847	1.1303	0.7490		30
	40	0.5544	0.6661	1.5013	0.8323		20	0.6648	0.8899	1.1237	0.7470		20
	50	0.5568	0.6703	1.4919	0.8307		10	0.6670	0.8952	1.1171	0.7451		10
34	0	0.5592	0.6745	1.4826	0.8290	0	56	0.6691	0.9004	1.1106	0.7431	0	48
	10	0.5616	0.6787	1.4733	0.8274		50	0.6713	0.9057	1.1041	0.7412		50
	20	0.5640	0.6830	1.4641	0.8258		40	0.6734	0.9110	1.0977	0.7392		40
	30	0.5664	0.6873	1.4550	0.8241		30	0.6756	0.9163	1.0913	0.7373		30
	40	0.5688	0.6916	1.4460	0.8225		20	0.6777	0.9217	1.0850	0.7353		20
	50	0.5712	0.6959	1.4370	0.8208		10	0.6799	0.9271	1.0786	0.7333		10
35	0	0.5736	0.7002	1.4281	0.8192	0	55	0.6820	0.9325	1.0724	0.7314	0	47
	10	0.5760	0.7046	1.4193	0.8175		50	0.6841	0.9380	1.0661	0.7294		50
	20	0.5783	0.7089	1.4106	0.8158		40	0.6862	0.9435	1.0599	0.7274		40
	30	0.5807	0.7133	1.4019	0.8141		30	0.6884	0.9490	1.0538	0.7254		30
	40	0.5831	0.7177	1.3934	0.8124		20	0.6905	0.9545	1.0477	0.7234		20
	50	0.5854	0.7221	1.3848	0.8107		10	0.6926	0.9601	1.0416	0.7214		10
36	0	0.5878	0.7265	1.3764	0.8090	0	54	0.6947	0.9657	1.0355	0.7193	0	46
	10	0.5901	0.7310	1.3680	0.8073		50	0.6967	0.9713	1.0295	0.7173		50
	20	0.5925	0.7355	1.3597	0.8056		40	0.6988	0.9770	1.0235	0.7153		40
	30	0.5948	0.7400	1.3514	0.8039		30	0.7009	0.9827	1.0176	0.7133		30
	40	0.5972	0.7445	1.3432	0.8021		20	0.7030	0.9884	1.0117	0.7112		20
	50	0.5995	0.7490	1.3351	0.8004		10	0.7050	0.9942	1.0058	0.7092		10
37	0	0.6018	0.7536	1.3270	0.7986	0	53	0.7071	1.0000	1.0000	0.7071	0	45
		cos.	cot.	tan.	sin.			cos.	cot.	tan.	sin.		

45-61

中西名詞對照表

(一) 中西對照

	頁數		頁數
三 畫		十一 畫	
三角 Trigonometry	1	斜邊 Hypotenus	5
三角形 Triangle	2	斜角三角形 Oblique angled tri-	
三角函數 Trigonometric func-		angle	62
tions	7		
四 畫		十三 畫	
分 Minute	3	經緯儀 Transit	49
水準 Spirit level.....	47	解法 Solution	40
水平面 Horizontal plane	46	鉛錘 Plumb bob	54
水平綫 Horizontal line.....	47	鉛垂面 Vertical plane	54
		鉛垂綫 Vertical line	54
五 畫		十五 畫	
布捲尺 Cloth tape	48	銳角 Acute angle	10
正切 Tangent	7		
正弦 Sine	7	十六 畫	
正割 Secant.....	7	餘切 Cotangent	7
		餘弦 Cosine.....	7
七 畫		餘割 Cosecant	7
角 Angle	3	十九 畫	
八 畫		羅針盤 Compass.....	10
直角 Right angle	5	邊 side	3
直角三角形 Right angled triangle	3		
九 畫			
度 Degree	3		
秒 Second	3		

(二) 西 中 對 照

A		頁數	P		頁數
Acute angle	銳角	10	Plumb bob	鉛錘	54
Angle	角	3			
C			R		
Compass	羅針盤	10	Right angle	直角	5
Cloth tape	布捲尺	48	Right angled triangle	直角三角 形	3
Cosecant	餘割	7			
Cosine	餘弦	7	S		
Cotangent	餘切	7	Secant	正割	7
			Second	秒	3
D			Side	邊	3
Degree	度	3	Sine	正弦	7
			Solution	解法	40
H			Spirit level	水準	47
Horizontal line	水平綫	47			
Horizontal plane	水平面	46	T		
Hypotenuse	斜邊	5	Tangent	正切	7
			Transit	經緯儀	49
M			Triangle	三角形	2
Minute	分	3	Trigonometric functions	三角 函數	7
			Trigonometry	三角	1
O			V		
Oblique angled triangle	斜角三 角形	62	Vertical line	鉛垂綫	54
			Vertical plane	鉛垂面	54

中華書局出版 代 數 學

代數方程式論 (大學用書之一) 黃綠芳譯 實售一元

L. E. Dickson: Introduction to the Theory of Algebraic Equations

方程式論 (算學叢書之一) Florian Cajori著 倪德基譯 原售一元二角改售一元〇五分

(初中學生文庫本) 代數學問題解法研究 張鵬飛編 原售四角五分 改售三角五分

代數學問題解法指導 匡文濤編 原售四角 改售三角二分

代 數 表 解 吳祖龍編 原售二角 改售一角四分

代 數 捷 徑 華襄治編 原售五角 改售四角

各 級 學 校 課 本

[修正課程標準適用] 高中甲組代數學 余介石編 四册 實售各四角 各三角

[修正課程標準適用] 高中乙組代數學 陳薰民等編 二册 實售四角五分 三角五分

(新課程標準適用) 代數及簡單數性之研究 陳薰民編 二册 實售六角五分 五角

高中代數學 余介石編 原售一元九角 改售一元五角二分

高中代數學習題解答 范際平編 原售五角五分 改售四角四分

初中代數學 胡術五 余介石編 二册 普及本 實售各四角 各五角六分

代數學習題解答 江夢九編 二册 原售二角 改售一角六分 三角 改售二角四分

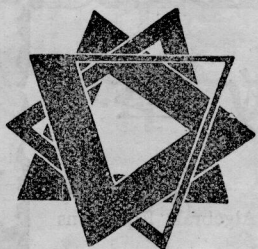
高級新中華代數學 余介石編 原售一元五角 改售一元二角

高級新中學代數學 張鵬飛編 原售九角 改售七角

新中華代數教本 張鵬飛編 二册 原售四角 改售三角 三角 改售二角

新中學代數學 秦汾 張鵬飛編 精裝 原售一元二角 改售九角五分 八角 改售六角

新中學代數學習題詳解 張鵬飛編 精裝 原售一元六角 改售一元二角



三角學

課本和題解

三角表解 (初中學生) 張鵬飛編 ----- 原售一角五分
文庫本 改售一角二分

平面三角法問題解法指導 (初中學生) 匡文濤編 原售二角
文庫本 改售一角五分

▶ 新課程標準適用 ◀

初中三角 張鵬飛編 ----- 普及本 實售二角
道林紙本 改售二角五分

高中三角學 余介石編 ----- 原售九角五分
 改售七角六分

高中三角學習題解答 范際平編 ----- 原售三角
 李修睦 改售二角四分

高中三角法教科書 王邦珍編 ----- 原售七角
 改售五角六分

▶ 新中學教科書 ◀

平面三角 胡仁源編 ----- 精裝原售八角改售六角
 張鵬飛編 並裝 五角 改售四角

平面三角習題詳解 張鵬飛編 ----- 精裝原售八角
 改售六角

* * * *

新標準 師範適用 幾何及三角 余光煊等編 ----- 實售一元
師範適用

中華書局出版