國學基本叢書

數理精蘊

四

數理精蘊下編卷二十三

體部一

立方

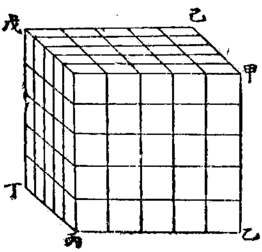
立方者。等邊六面之體積也。以形而言。雖爲六面十二邊之所合。以積而言。則爲自乘再乘之數。因其縱橫與高俱相等。故十二邊皆如一線。得其一邊。而十二邊莫不相同。其積之也自線而面。自面而體。次第相乘而後得其全積。其開之也。必次第析之而後得其一邊。是故古人立爲方廉長廉之制。每積三位而得邊之一位。所謂一千商十定無疑。三萬纔爲三十餘。九十九萬不離十。百萬方爲一百推是也。其法先從一角而剖其體。以自一至九自乘再乘之數爲方根。與實相審。量其足減者而定之。是爲初商。初商減盡無餘。則方根止一位。若有餘實。即初商方積外。別成一缺角三面磬折體。其附初商之三面者。謂之方廉。其附初商之三邊者。謂之長廉。其附初商之角者。謂之隅。廉有三。故以三爲廉法。隅惟一。而隅之三面即符於三長廉之端。合三方廉三長廉一隅。始合次商之數。故商除之法。以初商自乘三因爲三方廉面積。視初商餘實足方廉面積幾倍。即定爲次商。乃以次商乘三長廉爲三長廉面積。又以次商自乘爲小隅面積。共合三方廉三長廉及一小隅面積。以次商數乘之。爲次商廉隅之共積。所謂初商方積外。別成一缺角三面磬折體者是也。如次商外尙有不盡之實。則初商次商方積外。仍爲三方廉三長廉一小隅。

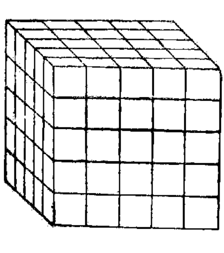
又成一三面罄折體。但較前方廉愈大。長廉愈長。而隅愈小耳。凡有幾層廉隅。俱照次商之例遞析之。實盡而止。如開至多位實仍不盡者。必非自乘再乘之正數。此開立方之定法也。體形不一。而容積皆以立方爲準。故立方爲算諸體之本。諸體必通之立方而法乃可施也。

設如正方體積一百二十五尺。開立方。問每一邊數幾何。

法列正方體積一百二十五尺。自末位起算。每方積三位。定方邊一位。今積止有三位。則於五尺上作記。定單位。以自一至九自乘再乘之方根數與之相審。知與五尺自乘再乘之數恰合。乃以五尺書於方積五尺之上。而以五尺自乘再乘之一百二十五尺。書於方積原數之下。相減恰盡。卽得開方之數爲五尺也。如圖甲乙丙丁戊己正方體形。每邊皆五尺。其中函一尺小方體一百二十五。自邊計之爲五尺。自面計之則爲五尺自乘之二十五尺。自通體計之則爲五尺自乘再乘之一百二十五尺。以積開之。則與五尺自乘再乘之數相準。故商除之恰盡也。蓋方積爲三位。是以方邊止一位。方積卽五尺自乘再乘之數。別無廉隅。故不用次商。如有餘實。則自成廉隅而用次商矣。

五
) 一二五
一二五
○○○

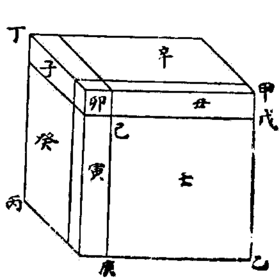




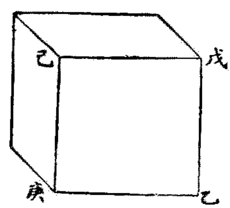
設如正方體積一丈七百二十八尺．開立方．問每一邊數幾何．

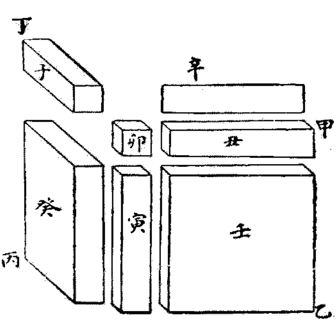
法列正方體積一丈七百二十八尺．自末位起算每方積三位定方邊一位．故隔二位作記．卽於八尺上定尺位．一丈上定丈位．其一丈爲初商積．與一丈自乘再乘之數相合．卽定初商爲一丈．書於方積一丈之上．而以一丈自乘再乘之一丈．書於初商積之下．相減恰盡．爰以方邊末位餘積七百二十八尺．續書於下．大凡以餘積續書於下者．每取方積之三位．以當方邊之一位也．爲次商廉隅之共積．乃以初商之一丈作一十尺．自乘得一百尺．三因之得三百尺．爲次商三方廉面積．以除方積七百二十八尺．足二尺．卽定次商爲二尺．書於方積八尺之上．而以初商之一十尺與次商之二尺相乘得二十尺．三因之得六十尺．爲次商三長廉面積．復以次商二尺自乘得四尺．爲次商一小隅面積．合三方廉三長廉一小隅面積．共得三百六十四尺．爲廉隅共法．書於餘積之左．以次商之二尺乘之．得七百二十八尺．與餘積相減恰盡．是開得一丈二尺．爲正方體積每一邊之數也．如圖甲乙丙丁正方體形．每邊皆一丈二尺．其中函積一丈七百二十八尺．是爲共積．其先從一角所分戊乙庚己方體每邊一丈．卽初商數．其中函積亦一丈．卽初商自乘再乘之數．所餘辛形壬形癸形三方體爲三方廉．其每邊一丈．卽初商數．其厚二尺．卽次商數．而子形丑形寅形三長方體爲三長廉．其每邊一丈．亦卽初

一〇　二〇
一七二八
一
三六四　〇七二八
七二八
〇〇〇



商數.其闊其厚皆二尺.亦卽次商數.方廉有三.故三倍初商之自乘爲廉法.以定次商.其卯形一小正方體爲隅.其長與闊與厚皆同爲二尺.亦卽次商數.故以次商爲隅法.合辛壬癸三方廉.子丑寅三長廉.卯一方隅.而成一磬折體形.附於初商自乘再乘之方體三面.而成一甲乙丙丁之總正方體積.此立方廉隅之法所由生也.三商以後.皆倣此遞析開之.





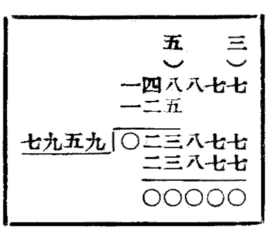
又法.列積一丈七百二十八尺.自末位起算作記.定位同前.乃截一丈爲初商積.與一丈自乘再乘之數相合.則定初商爲一丈.書於方積一丈之上.而以一丈自乘再乘之一丈.書於初商積之下.相減恰盡.乃以方邊末位餘積七百二十八尺續書於下.爲次商廉隅之共積.而以初商之一丈作一十尺.自乘得一百尺.三因之得三百尺.爲次商三方廉面積.卽以三方廉面積三百尺除方積七百二十八尺.足二尺.則定次商爲二尺.書於方積八尺之上.合初商共一丈二尺.自乘再乘得一丈七百二十八尺.與原積符合.相減恰盡.卽定立方邊爲一丈二尺也.此法止用三方廉面積除立方體積得

一　　二
一七二八
一
三〇〇　〇七二八
　　　　一七二八
　　　　〇〇〇〇

次商數，卽倂初商數自乘再乘，得數與原積相減，雖爲省去長廉小隅一層，然方邊位數少者還爲簡易，至於方邊位數過四位以上，則累次自乘再乘，反比遞析之理爲煩矣。

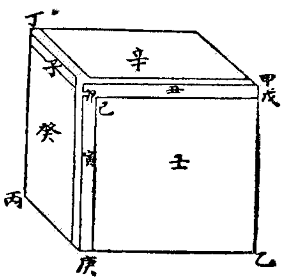
設如正方體積一十四萬八千八百七十七尺，開立方，問每一邊數幾何。此題正方體積之六位，皆以尺命位，與前題分丈尺者不同，然其取方積三位續書於下，其末位卽命爲單位，立算則與丈尺同也。

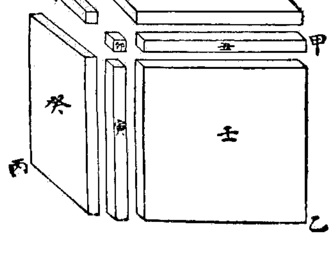
法列正方體積一十四萬八千八百七十七尺，自末位起算，每方積三位定方邊一位，故隔二位作記，乃於七尺上定單位，八千尺上定十位，其一十四萬八千尺爲初商積，以初商本位計之，則八千尺爲初商積之單位，而一十四萬八千尺爲一百四十八，止與五自乘再乘之數相準，卽定初商爲五，書於方積八千尺之上，而以五自乘再乘之一百二十五，書於初商積之下相減，餘二萬三千尺，爰以方邊第二位餘積八百七十七尺續書於下，共二萬三千八百七十七尺，爲次商廉隅之共積，乃以初商之五作五十尺，自乘得二千五百尺，三因之得七千五百尺，爲次商三方廉面積，以除方積二萬三千八百七十七尺，足三尺，卽定次商爲三尺，書於方積七尺之上，而以初商之五十尺與次商之三尺相乘，得一百五十尺，三因之得四百五十尺，爲次商三長廉面積，復以次商三尺自乘得九尺，爲次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積，共得七千九百五十九尺，爲廉隅共法，書於餘積之左，以次商之三尺乘之，得二萬三千八百七十七尺，與餘積相減恰盡，是開得五十三尺，爲正方體積每一邊之數也。如圖甲乙丙丁正方體形，每邊五十三尺，其中

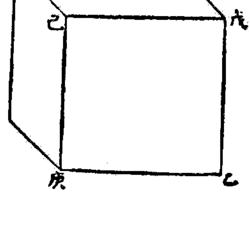


函積一十四萬八千八百七十七尺。是爲共積。其從一角所分戊乙庚己方體每邊五十尺。卽初商邊數。其中函積一十二萬五千尺。卽初商自乘再乘之數。所餘辛形壬形癸形三方體爲三方廉。其每邊五十尺卽初商數。其厚三尺卽次商數。而子形丑形寅形三長方體爲三長廉。其每邊五十尺亦卽初商數。其闊其厚皆三尺。亦卽次商數。方廉有三。故三倍初商之自乘爲廉法以定次商。其卯形一小正方體爲隅。其長與闊與厚皆同爲三尺。亦卽次商數。故以次商爲隅法。合辛壬癸三方廉。子丑寅三長廉。卯一方隅而成一磬折體形。附於初商自乘再乘之方體三面。而成一甲乙丙丁之總正方體積也。

又法。列積一十四萬八千八百七十七尺。自末位起算作記。定位同前。乃截一十四萬八千尺爲初商積。與五十自乘再乘之數相準。則定初商五十尺。書於方積八千尺之上。而以五十自乘再乘







之一十二萬五千尺。書於原積一十四萬八千之下。相減餘二萬三千尺。乃合第二位積八百七十七尺。共二萬三千八百七十七尺。爲次商廉隅之共積。而以初商五十尺自乘得二千五百尺。三因之得七千五百尺。爲次商三方廉面積。即以三方廉面積除方積二萬三千八百七十七尺。足三尺。即定次商爲三尺。書於方積七尺之上。合初商共得五十三尺。自乘再乘得一十四萬八千八百七十七尺。與原積符合。相減恰盡。即定立方邊爲五十三尺也。此法亦止用三方廉面積除立方體積。得次商數。即併初商數自乘再乘以減原積也。

三）　五）
一四八八七七
一二五
七五〇〇〇｜〇二三八七七
一四八八七七
〇〇〇〇〇〇

設如正方體積一丈八百六十尺八百六十七寸。開立方問每一邊數幾何。

法列正方體積一丈八百六十尺八百六十七寸。自末位起算每方積三位定方邊一位。故隔二位作記。即於七寸上定寸位。空尺上定尺位。一丈上定丈位。其一丈爲初商積。與一丈自乘再乘之數相合。即定初商爲一丈。書於方積一丈之上。而以一丈自乘再乘之一丈。書於初商積之下。相減恰盡。爰以方邊第二位餘積八百六十尺續書於下。爲次商廉隅之共積。乃以初商之一丈作一十尺。自乘得一百尺。三因之得三百尺。爲次商三方廉面積。以除八百六十尺。足二尺。即定次商爲二尺。書於方積空尺之上。而以初商之一十尺與次商之二尺相乘得二十尺。三因之得六十尺。爲次商三長廉面積。復以次

三）　二）　一）
一八六〇八六七
一
三六四｜〇八六〇
七二八
四四二八九｜一三二八六七
一三二八六七
〇〇〇〇〇〇

商之二尺自乘得四尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三百六十四尺。爲次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之二尺乘之得七百二十八尺。與次商廉隅共積相減餘一百三十二尺。卽一十三萬二千寸。復以方邊第三位餘積八百六十七寸續書於下。共一十三萬二千八百六十七寸。爲三商廉隅之共積。乃以初商次商之一丈二尺作一百二十寸。自乘得一萬四千四百寸。三因之得四萬三千二百寸。爲三商三方廉面積。以除一十三萬二千八百六十七寸。足三寸。卽定三商爲三寸。書於方積七寸之上。而以初商次商之一百二十寸。與三商之三寸相乘。得三百六十寸。三因之得一千零八十寸。爲三商三長廉面積。復以三商之三寸自乘得九寸。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積共得四萬四千二百八十九寸。爲三商廉隅共法。書於餘積之左。以三商之三寸乘之。得一十三萬二千八百六十七寸。與三商廉隅共積相減恰盡。是開得一丈二尺三寸。爲正方體積每一邊之數也。

設如正方體積九千四百八十一萬八千八百一十六尺。開立方。問每一邊數幾何。

法列正方體積九千四百八十一萬八千八百一十六尺。自末位起算。每方積三位定方邊一位。故隔二位作記。乃於六尺上定單位。八千尺上定十位。四百萬尺上定百位。其九千四百萬尺爲初商積。以初商本位計之。則四百萬尺爲初商積之單位。而九千四百萬尺爲九十四。止與四自乘再乘之數相準。卽定初商爲四。書於方積四百萬尺之上。而以四自乘再乘之六十四。書於初商積之下。相減餘三千萬尺。爰以方邊第二位餘積八十一萬八千尺。續書於下。共三千零八十一萬八千尺。爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則八千尺爲次商積之單位。而三千零八十一萬八千尺爲三萬零八百一十八。而初商之

四。卽爲四十。乃以初商之四十自乘。得一千六百。三因之得四千八百。爲次商三方廉面積。以除三萬零八百一十八。足五倍。卽定次商爲五。書於方積八千尺之上。而以初商之四十與次商之五相乘得二百。三因之得六百。爲次商三長廉面積。復以次商之五自乘。得二十五。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得五千四百二十五爲次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之五乘之。得二萬七千一百二十五。與次商廉隅共積相減。餘三百六十九萬三千尺。復以方邊末位餘積八百一十六尺續書於下。共三百六十九萬三千八百一十六尺。爲三商廉隅之共積以三商本位計之。則積與邊皆仍爲本位。乃以初商次商之四百五十尺自乘。得二十萬零二千五百。三因之得六十萬零七千五百。爲三商三方廉面積以除三百六十九萬三千八百一十六尺。足六倍。卽定三商爲六。書於方積六尺之上。而以初商次商之四百五十與三商之六相乘得二千七百。三因之得八千一百。爲三商三長廉面積。復以三商之六自乘。得三十六。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得六十一萬五千六百三十六。爲三商廉隅共法。書於餘積之左。以三商之六乘之。得三百六十九萬三千八百一十六。與三商廉隅共積相減恰盡。是開得四百五十六尺。爲正方體積每一邊之數也。

四　五　六
九四八一八一六
六四
五四二五 | 三〇八一八
二七一二五
六一五六三六 | 〇三六九三八一六
三六九三八一六
〇〇〇〇〇〇〇

設如正方體積三百四十七丈四百二十八尺九百二十七寸。開立方。問每一邊數幾何。

法列正方體積三百四十七丈四百二十八尺九百二十七寸。自末位起算每隔二位作記。即於七寸上定寸位。八尺上定尺位。七丈上定丈位。其三百四十七丈爲初商積。與七丈自乘再乘之數相準。即定初商爲七丈。書於方積七丈之上。而以七丈自乘再乘之三百四十三丈。書於初商積之下。相減餘四丈。即四千尺。爰以方邊第二位餘積四百二十八尺續書於下。共四千四百二十八尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之七丈作七十尺。自乘得四千九百尺。三因之得一萬四千七百尺。爲次商三方廉面積。以除方積四千四百二十八尺。其數不足。是次商爲空位也。乃書一空於方積八尺之上。以存次商之位。復以方邊末位餘積九百二十七寸續書於下。共四千四百二十八尺九百二十七寸。即四百四十二萬八千九百二十七寸。爲三商廉隅之共積。仍以次商三方廉面積一萬四千七百尺作一百四十七萬寸爲廉法。以除四百四十二萬八千九百二十七寸。足三寸。即定三商爲三寸。書於方積七寸之上。又以初商之七丈爲七百寸。與三商之三寸相乘得二千一百寸。三因之得六千三百寸。爲三商三長廉面積。復以三商之三寸自乘得九寸。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一百四十七萬六千三百零九寸。爲三商廉隅共法。書於餘積之左。以三商之三寸乘之。得四百四十二萬八千九百二十七寸。與三商廉隅共積相減恰盡。是開得七丈零三寸爲正方體積每一邊之數也。此法商出之方邊有空位。凡廉法除餘積而數不足者。皆依此例推之。

三丈　〇尺　七寸

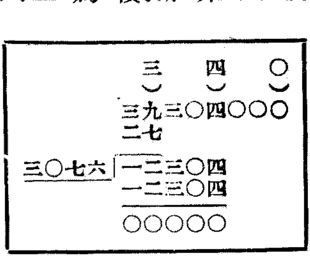
三四七四二八九二七
三四三

一四七六三〇九　〇〇四四二八九二七
四四二八九二七

〇〇〇〇〇〇〇

設如正方體積三千九百三十萬四千尺。開立方。問每一邊數幾何。

法列正方體積三千九百三十萬四千尺。補三空位以足其分。自末空位起算。每隔二位作記。乃於空尺上定單位。四千尺上定十位。九百萬尺上定百位。其三千九百萬尺爲初商積。以初商本位計之。則九百萬尺爲初商積之單位。而三千九百爲三十九。止與三自乘再乘之數相準。卽定初商爲三。書於方積九百萬尺之上。而以三自乘再乘之二十七。書於初商積之下。相減餘一千二百萬尺。爰以方邊第二位餘積三十萬四千尺續書於下。共一千二百三十萬四千尺。爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則四千尺爲次商積之單位。而一千二百三十萬四千尺爲一萬二千三百零四。而初商之三卽爲三十。乃以初商之三十自乘得九百。三因之得二千七百。爲次商三方廉面積。以除餘積一萬二千三百零四。足四倍。卽定次商爲四。書於方積四千尺之上。又以初商之三十與次商之四相乘得一百二十。三因之得三百六十。爲次商三長廉面積。復以次商之四自乘得一十六。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積共得三千零七十六。爲次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之四乘之。得一萬二千三百零四。與餘積相減恰盡。是開得三百四十尺。爲正方體積每一邊之數也。此法方積之末有三空位。故所得方邊之末亦補一空位。凡設數未至單位者。皆依此例補足位分。然後開之。



設如正方體積一丈八百七十九尺零八十寸九百零四分。開立方。問每一邊數幾何。

法列正方體積一丈八百七十九尺零八十寸九百零四分。自末位起算。每隔二位作記。於四分上定分位。空寸上定寸位。九尺上定尺位。一丈上定丈位。其一丈爲初商積。與一丈自乘再乘之數相合。卽定初商爲一丈。書於方積一丈之上。而以一丈自乘再乘之一丈。書於初商積之下相減恰盡。爰以方邊第二位餘積八百七十九尺續書於下。爲次商廉隅之共積。乃以初商之一丈作一十尺。自乘得一百尺。三因之得三百尺。爲次商三方廉面積。以除八百七十九尺。足二尺。卽定次商爲二尺。書於方積九尺之上。而以初商之一十尺與次商之二尺相乘得二十尺。三因之得六十尺。爲次商三長廉面積。復以次商之二尺自乘得四尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三百六十四尺。爲次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之二尺乘之。得七百二十八尺。與餘積相減。仍餘一百五十一尺。卽一十五萬一千寸。又以方邊第三位餘積八十寸續書於下。共一十五萬一千零八十寸。爲三商廉隅之共積。乃以初商次商之一丈二尺作一百二十寸。自乘得一萬四千四百寸。三因之得四萬三千二百寸。爲三商三方廉面積。以除一十五萬一千零八十寸。足三寸。卽定三商爲三寸。書於方積空寸之上。而以初商次商之一百二十寸與三商之三寸相乘。得三百六十寸。三因之得一千零八十寸。爲三商三長廉面積。復以三商之三寸自乘得九寸。爲三商一小隅面積。合三

一)　二)　三)　四)
一八七九〇八〇九〇四
一

三六四　|〇八七九
七二八

四四二八九　|一五一〇八〇
一三二八六七

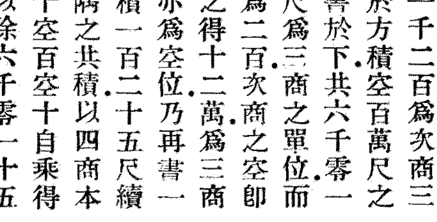
四五五三四七六　|〇一八二一三九〇四
一八二一三九〇四
〇〇〇〇〇〇〇〇〇

方廉三長廉一小隅面積。共得四萬四千二百八十九寸。爲三商廉隅共法。書於餘積之左。以三商之三寸乘之。得一十三萬二千八百六十七寸。與餘積相減。仍餘一萬八千二百一十三寸。卽一千八百二十一萬三千分。又以方邊第四位餘積九百零四分續書於下。共一千八百二十一萬三千九百零四分。爲四商廉隅之共積。乃以初商次商三商之一百二十三寸。作一千二百三十分。自乘得一百五十一萬二千九百分。三因之。得四百五十三萬八千七百分。爲四商三方廉面積。以除一千八百二十一萬三千九百零四分。足四分。卽定四商爲四分。書於方積四分之上。而以初商次商三商之一千二百三十分。與四商之四分相乘。得四千九百二十分。三因之。得一萬四千七百六十分。爲四商三長廉面積。復以四商之四分自乘。得一十六分。爲四商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四百五十五萬三千四百七十六分。爲四商廉隅共法。書於餘積之左。以四商之四分乘之。得一千八百二十一萬三千九百零四分。與餘積相減恰盡。是開得一丈二尺三寸四分。爲正方體積每一邊之數也。

設如正方體積八十億六千零一十五萬零一百二十五尺。開立方。問每一邊數幾何。

法列正方體積八十億六千零一十五萬零一百二十五尺。自末位起算。每隔二位作記。於五尺上定單位。空千尺上定十位。空百萬尺上定百位。八十億尺上定千位。其八十億尺爲初商積。以初商本位計之。則八十億尺爲初商積之單位。而八十億尺爲八。止與二自乘再乘之數相合。卽定初商爲二。書於方積八十億尺之上。而以二自乘再乘之八。書於初商積之下。相減恰盡。爰以方邊第二位餘積六千萬尺續書於下。爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則空百萬尺爲次商之單位。而六千萬尺爲六十。而初商

之二即爲二十。故以初商之二十自乘得四百。三因之得一千二百。爲次商三方廉面積。以除六十。其數不足。是次商爲空位。乃書一空於方積空百萬尺之上。以存次商之位。復以方邊第三位餘積一十五萬尺續書於下。共六千零一十五萬尺。爲三商廉隅之共積。以三商本位計之。則空千尺爲三商之單位。而六千零一十五萬尺。爲六萬零一百五十。而初商之二即爲二百。次商之空即爲空十。故以初商次商之二空作二百。自乘得四萬。三因之得十二萬。爲三商三方廉面積。以除六萬零一百五十。其數仍不足。是三商亦爲空位。乃再書一空於方積空千尺之上。以存三商之位。復以方邊末位餘積一百二十五尺續書於下。共六千零一十五萬零一百二十五尺。爲四商廉隅之共積。以四商本位計之。則積與邊皆仍爲本位。乃以初商次商三商之二千空百空十自乘得四百萬尺。三因之得一千二百萬尺。爲四商三方廉面積。以除六千零一十五萬零一百二十五尺。足五尺。即定四商爲五尺。書於方積五尺之上。而以初商之二千尺與四商之五尺相乘。得一萬尺。三因之得三萬尺。爲四商三長廉面積。復以四商之五尺自乘得二十五尺。爲四商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一千二百零三萬零二十五尺。爲四商廉隅共法。書於餘積之左。以四商之五尺乘之。得六千零一十五萬零一百二十五尺。與餘積相減恰盡。是開得二千零五尺。爲正方體積每一邊之數也。此法商出之方邊有二空位。凡開立方遇此類者。皆依此例推之。



設如正方體積三十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺。開立方。問每一邊數幾何。

法列正方體積三十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺。自末位起算。每隔二位作記。於二尺上定單位。六千尺上定十位。四百萬尺上定百位。三十億尺上定千位。其三十億尺爲初商積。以初商本位計之。則三十億尺爲初商積之單位。而三十億尺爲三。止與一自乘再乘之數相準。卽定初商爲一。書於方積三十億尺之上。而以一自乘再乘之一。書於初商積之下。相減餘二十億尺。爰以方邊第二位餘積二億九千四百萬尺。續書於下。共二十二億九千四百萬尺。爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則四百萬尺爲次商積之單位。而二十二億九千四百萬尺爲二千二百九十四。而初商之一卽爲一十。乃以初商之一十自乘。得一百。三因之。得三百。爲次商三方廉面積。以除二千二百九十四。足七倍。因定次商爲七。而以初商之一十與次商之七相乘。得七十。三因之。得二百一十。爲次商三長廉面積。復以次商之七自乘。得四十九。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得五百五十九。爲次商廉隅共法。以次商之七乘之。得三千九百一十三。大於次商廉隅之共積。是次商不可商七也。乃改商六。而以初商之一十與次商之六相乘。得六十。三因之。得一百八十。爲次商三長廉面積。復以次商之六自乘。得三十六。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小

一　四　八　八
三二九四六四六二七二
一
四三六　二二九四
一七四四
六二二二四　〇五五〇六四六
四九七七九二
六六〇六七八四　〇五二八五四二七二
五二八五四二七二
〇〇〇〇〇〇〇〇

隅面積共得五百一十六。爲次商廉隅共法。以次商之六乘之。得三千零九十六。仍大於次商廉隅之共積。是次商不可商六也。又改商五。而以初商之一十與次商之五相乘得五十。三因之得一百五十。爲次商三長廉面積。復以次商之五自乘得二十五。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四百七十五。爲次商廉隅共法。以次商之五乘之。得二千三百七十五。仍大於次商廉隅之共積。是次商又不可商五也。乃改商四。而以初商之一十與次商之四相乘得四十。三因之得一百二十。爲次商三長廉面積。復以次商之四自乘得一十六。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四百三十六。爲次商廉隅共法。以次商之四乘之。得一千七百四十四。是小於次商廉隅之共積可減也。乃以次商之四。書於方積四百萬尺之上。而以次商乘廉隅共法之一千七百四十四。與次商廉隅之共積相減。餘五億五千萬尺。復以方邊第三位餘積六十四萬六千尺。續書於下。共五億五千零六十四萬六千尺。爲三商廉隅之共積。以三商本位計之。則六千尺爲三商積之單位。而五億五千零六十四萬六千尺爲五十五萬零六百四十六。而初商次商之一十四。卽爲一百四十。乃以初商之一百四十自乘得一萬九千六百。三因之得五萬八千八百。爲三商三方廉面積。以除五十五萬零六百四十六。足九倍。因定三商爲九。而以初商次商之一百四十與三商之九相乘得一千二百六十。三因之得三千七百八十。爲三商三長廉面積。復以三商之九自乘得八十一。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得六萬二千六百六十一。爲三商廉隅共法。以三商之九乘之。得五十六萬三千九百四十九。大於三商廉隅之共積。是三商不可商九也。乃改商八。而以初商次商之一百四十與三商之八相乘。得一千一百二十。

三因之得三千三百六十。爲三商三長廉面積。復以三商之八自乘得六十四。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積共得六萬二千二百二十四。爲三商廉隅共法。以三商之八乘之得四十九萬七千七百九十二。是小於三商廉隅之共積可減也。乃以三商之八書於方積六千尺之上。而以三商乘廉隅共法之四十九萬七千七百九十二。與三商廉隅之共積相減。餘五千二百八十五萬四千尺。復以方邊末位餘積二百七十二尺續書於下。共五千二百八十五萬四千二百七十二尺。爲四商廉隅之共積。以四商本位計之。則積與邊皆仍爲本位。乃以初商次商三商之一千四百八十尺自乘得二百一十九萬零四百。三因之得六百五十七萬一千二百。爲四商三方廉面積。以除五千二百八十五萬四千二百七十二。足八倍。即定四商爲八。書於方積二尺之上。而以初商次商三商之一千四百八十。與四商之八相乘得一萬一千八百四十。三因之得三萬五千五百二十。爲四商三長廉面積。復以四商之八自乘得六十四。爲四商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得六百六十萬六千七百八十四。爲四商廉隅共法。以四商之八乘之得五千二百八十五萬四千二百七十二。與餘積相減恰盡。是開得一千四百八十八尺。爲正方體積每一邊之數也。此法蓋因方邊之第三位第四位二數太大。故次商廉隅之共積。以次商之三方廉。除得次商之邊。繼而以次商之邊。與次商廉隅共法相乘。大於原積甚多。改商二次所乘之數始與次商廉隅之共積相準。而後次商之數可定。凡開立方遇此類者。皆依此例推之。如或廉隅共法與商出之數相乘得數大於廉隅共積幾一倍者。則改商必審其與廉隅共積相近小數。始可爲準也。

設如有積一萬四千七百三十四尺.開立方.問每一邊數幾何.

法列積一萬四千七百三十四尺.自末位起算.隔二位作記.於四尺上定單位.四千尺上定十位.其一萬四千尺爲初商積.以初商本位計之.則四千尺爲初商積之單位.而一萬四千爲一十四.止與二自乘再乘之數相準.卽定初商爲二.書於方積四千尺之上.而以二自乘再乘之八.書於初商積之下.相減餘六千尺.爰以方邊第二位餘積七百三十四尺.續書於下.共六千七百三十四尺.爲次商廉隅之共積.以次商本位計之.則邊與積皆仍爲本位.而初商之二則爲二十尺.乃以初商之二十尺自乘得四百尺.三因之得一千二百尺.爲次商三方廉面積.以除方積六千七百三十四尺.足五尺.乃以初商之二十尺與次商之五尺相乘得一百尺.三因之得三百尺.爲次商三長廉面積.復以次商之五尺自乘得二十五尺.爲次商一小隅面積.合三方廉三長廉一小隅面積.共一千五百二十五尺.爲次商廉隅共法.以次商之五尺乘之.得七千六百二十五尺.大於次商廉隅之共積.是次商不可商五尺也.乃改商四尺.書於方積四尺之上.而以初商之二十尺與次商之四尺相乘得八十尺.三因之得二百四十尺.爲次商三長廉面積.復以次商之四尺自乘得一十六尺.爲次商一小隅面積.合三方廉三長廉一小隅

二)　四)
一四七三四
八
一四五六｜〇六七三四
五八二四
〇九一〇

二)　四)　五)
一四七三四〇〇〇
八
一四五六｜〇六七三四
五八二四
一七六四二五｜〇九一〇〇〇〇
八八二一二五
〇二七八七五

面積。共得一千四百五十六尺。爲次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之四尺乘之。得五千八百二十四尺。與餘積相減。仍餘九百一十尺。是開得二十四尺。爲方體每一邊之數。仍餘九百一十尺不盡也。如欲以餘數再開。則得方邊之寸數。乃增三空於總積之後。復續書三空於九百一十尺之後。爲幾百幾十幾寸之位。是則九百一十尺作九十一萬寸。爲三商廉隅之共積。爰以初商次商之二十四尺作二百四十寸。自乘得五萬七千六百寸。三因之得一十七萬二千八百寸。爲三商三方廉面積。以除餘積九十一萬寸。足五寸。即定三商爲五寸。書於餘積空寸之上。而以初商次商之二百四十寸。與三商之五寸相乘。得一千二百寸。三因之得三千六百寸。爲三商三長廉面積。復以三商之五寸自乘得二十五寸。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一十七萬六千四百二十五寸。爲三商廉隅共法。書於餘積之左。以三商之五寸乘之。得八十八萬二千一百二十五寸。與餘積相減。仍餘二萬七千八百七十五寸不盡。如再以餘數開之。則得方邊之分數。乃又續書三空於原積空寸之後。復續書三空於二萬七千八百七十五寸之後。爲幾百幾十幾分之位。是則二萬七千八百七十五寸作二千七百八十七萬五千分。爲四商廉隅之共積。爰以初商次商三商之二十四尺五寸作二千四百五十分。自乘得六百萬零二千五百分。三

二）　四）　五）　一）
一四七三四〇〇〇〇〇〇
八

一四五六　｜〇六七三四
五八二四

一七六四二五　｜〇九一〇〇〇〇
八八二一二五

一八〇一四八五一　｜〇二七八七五〇〇〇
一八〇一四八五一
〇九八六〇一四九

因之得一千八百萬零七千五百分。爲四商三方廉面積。以除餘積二千七百八十七萬五千分。足一分。即定四商爲一分。書於餘積空分之上。而以初商次商三商之二千四百五十分與四商之一分相乘。仍得二千四百五十分。三因之得七千三百五十分。爲四商三長廉面積。復以四商之一分自乘。仍得一分。爲四商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一千八百零一萬四千八百五十一分。爲四商廉隅共法。書於餘積之左。以四商之一分乘之。仍得一千八百零一萬四千八百五十一分。與餘積相減。仍餘九百八十六萬零一百四十九分不盡。是開得二十四尺五寸一分。爲方體每一邊之數也。此法原積本非自乘再乘所得之數。雖遞析之終不能盡。凡開立方遇此類者。皆以此例推之。

設如有方亭幾座。用方甎鋪地。共用一千七百二十八塊。其所鋪之座數與每座每行之甎數相等。問亭之座數幾何。

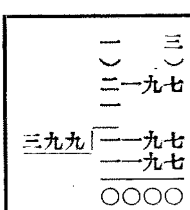
法列方甎一千七百二十八塊。爲立方積。用開立方法開之。於八塊上定單位。一千塊上定十位。其一千塊爲初商積。以初商本位計之。則一千爲初商積之單位。與一自乘再乘之數相合。即定初商爲一。書於方積一千之上。而以一自乘再乘之一。書於初商積之下。相減恰盡。爰以第二位餘積七百二十八塊。續書於下。爲次商廉隅之共積。而以初商之一作一十。自乘得一百。三因之得三百。爲次商三方廉面積。以除七百二十八。足二倍。即定次商爲二。書於方積八塊之上。而以初商之一十與次商之二相乘得二十。三因之得六十。爲次商三長廉面積。復以次商之二自乘得四。爲次商一小隅

	一			二
	一	七	二	八
	一			
三六四	〇	七	二	八
		七	二	八
		〇	〇	〇

面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三百六十四。書於餘積之左。以次商之二乘之。得七百二十八。與餘積相減恰盡。是得所鋪亭數爲一十二座也。此法因所鋪之亭數與每行甎數相等。是每行甎一十二塊。其亭亦一十二座。雖非立方形而法則立方法也。故用立方開之。

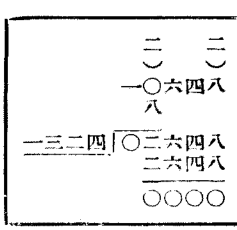
設如有方倉一座。共盛糧八百七十八石八斗。問倉高幾何。

法以每石定法二尺五百寸乘八百七十八石八斗。得二千一百九十七尺。爲立方積。用開立方法開之。其二千尺爲初商積。以初商本位計之。則二千尺爲初商積之單位。止與一自乘再乘之數相準。即定初商爲一。書於方積二千之上。而以一自乘再乘之一。書於初商積之下。相減餘一千尺。爰以第二位餘積一百九十七尺續書於下。共一千一百九十七尺。爲次商廉隅之共積。而以初商之一作一十。自乘得一百。三因之得三百。爲次商三方廉面積。以除一千一百九十七尺。足三倍。即定次商爲三。書於方積七尺之上。而以初商之一十與次商之三相乘得三十。三因之得九十。爲次商三長廉面積。復以次商之三自乘得九。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三百九十九。爲次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之三乘之。得一千一百九十七尺。與餘積相減恰盡。是開得方倉之商爲一十三尺也。此法因糧是石法。所問乃倉之尺數。故先將石變爲尺而開立方。即得倉之高也。



設如有方石一塊。重二萬六千六百二十兩。問每邊尺寸幾何。

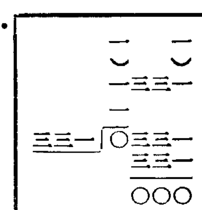
法以石之定率每寸重二兩五錢除二萬六千六百二十兩得一萬零六百四十八寸爲立方積用開立方法開之其一萬寸爲初商積以初商本位計之則空千位爲初商積之單位而一萬尺爲一十與二自乘再乘之數相準即定初商爲二書於空千寸之上而以二自乘再乘之八書於初商積之下相減餘二千寸爰以第二位餘積六百四十八寸續書於下共二千六百四十八寸爲次商廉隅之共積而以初商之二作二十自乘得四百三因之得一千二百爲次商三方廉面積以除二千六百四十八寸足二倍即定次商爲二書於方積八寸之上而以初商之二十與次商之二相乘得四十三因之得一百二十爲次商三長廉面積復以次商之二自乘得四爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千三百二十四爲次商廉隅共法書於餘積之左以次商之二乘之得二千六百四十八寸與餘積相減恰盡是開得二十二寸爲正方石每一邊之數也此法因石是兩數所問乃石之寸數故先將石之兩數變爲寸而開立方即得石之寸數也



設如有水銀一萬六千三百四十四兩六錢八分欲作一方匣盛之問匣高幾何

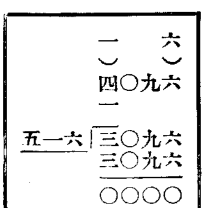
法先以水銀定率每寸重一十二兩二錢八分除一萬六千三百四十四兩六錢八分得一千三百三十一寸爲立方積用開立方法開之其一千寸爲初商積以初商本位計之則一千爲初商積之單位與一自乘再乘之數相合即定初商爲一書於一千寸之上而以一自乘再乘之一書於方積一千寸之下相

減恰盡。爰以第二位餘積三百三十一寸續書於下。爲次商廉隅之共積。而以初商之一作一十。自乘得一百。三因之得三百。爲次商三方廉面積。以除三百三十一寸。足一倍。即定次商爲一。書於方積一寸之上。而以初商之一十。與次商之一相乘得一十。三因之得三十。爲次商三長廉面積。復以次商之一自乘仍得一。爲一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三百三十一。爲次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之一乘之。仍得三百三十一。與餘積相減恰盡。是開得一十一寸爲方匣之高也。



設如有方池一區其深與方相等。容水四千零九十六尺。問深幾何。

法列四千零九十六尺爲立方積。用開立方法開之。其四千尺爲初商積。以初商本位計之。則四千爲初商積之單位與一自乘再乘之數相準。即定初商爲一。書於四千尺之上。而以一自乘再乘之一。書於方積四千尺之下。相減餘三千尺。爰以第二位餘積九十六尺續書於下。共三千零九十六尺。爲次商廉隅之共積。而以初商之一作一十。自乘得一百。三因之得三百。爲次商三方廉面積。以除三千零九十六尺。可得十尺。若商十尺。則合於初商之數。再合方廉長廉小隅面積。必大於次商廉隅之共積可知。故商九尺八尺七尺。皆仍大於次商廉隅之共積。乃改商六尺。書於方積六尺之上而以初商之一十。與次商之六相乘得六十。三因之得一百八十。爲次商三長廉面積。復以次商之六自乘



得三十六。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得五百一十六。爲次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之六乘之。得三千零九十六。與餘積相減恰盡。是開得一十六尺。爲池之深也。此法因池之深與方相等。其所容水數。卽正方體積。故立方開之。得一邊之數。卽池之深也。

數理精蘊下編卷二十四

體部二

帶縱較數立方

帶縱立方者。兩兩等邊長方體積也。高與闊相等。惟長不同者。爲帶一縱立方。長與闊相等。而皆比高多者。則爲帶兩縱相同之立方。至於長與闊與高皆不等者。則爲帶兩縱不同之立方。開之之法。大概與立方同。祇有帶縱之異耳。其帶一縱之法。如以高與闊相等惟長不同爲問者。則以初商爲高與闊。以之自乘。又以初商加縱數爲長。以之再乘。得初商積。至次商以後。亦有三方廉。三長廉。一小隅。但其一方廉附於初商積之方面者。即初商數。其二方廉附於初商積之長面者。則帶縱也。其二長廉附於初商積之方邊者。即初商數。其一長廉附於初商積之長邊者。則帶縱也。其帶兩縱相同之法。如以長與闊相等皆比高多爲問者。則以初商加縱數爲長與闊。以之自乘。又以初商爲高。以之再乘。得初商積。至次商以後。其一方廉附於初商積之正面者。則帶兩縱。其二方廉附於初商積之旁面者。則各帶一縱也。其一長廉附於初商積之高邊者。即初商數。其二長廉附於初商積之長闊兩邊者。則各帶一縱也。其帶兩縱不同之法。如以闊比高多長比闊又多爲問者。則以初商爲高。又以初商加闊縱爲闊。與高相乘。又加長縱爲長。以之再乘。得初商積。至次商以後。其一方廉附於初商積之正面者。則帶兩縱。其二方廉附於初商積之

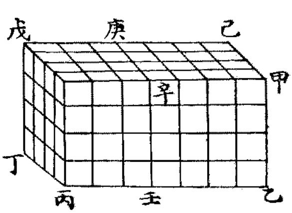
旁面者。則一帶闊縱。一帶長縱也。其一長廉附於初商積之高邊者。即初商數。其二長廉附於初商積之長闊兩邊者。則各帶一縱也。惟小隅則無論帶一縱兩縱。皆各以所商之數自乘再乘。成一小正方。其每邊之數。即三方廉之厚。亦即三長廉之闊與厚焉。遺有幾層廉隅。皆依次商之例遞析推之。法雖不一。要皆本於正方而後加帶縱。故凡商出之數。皆爲小邊。方體共十二邊。若帶一縱或帶兩縱相同者。則八邊相等。四邊相等。若帶兩縱不同者。則每四邊各相等。是故得其一邊。加入縱多。即得各邊也。

設如帶一縱立方積一百一十二尺。其高與闊相等。長比高闊多三尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其積一百一十二尺。止可商四尺。乃以四尺書於原積二尺之上。而以所商四尺爲高與闊。因高與闊等。故四尺即方之高與闊也。加縱多三尺。得七尺爲長。即以高與闊四尺自乘。得一十六尺。又以長七尺再乘。得一百一十二尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱四尺。加縱多三尺。得七尺。即立方之長也。如圖甲乙丙丁戊己長方體形。容積一百一十二尺。其甲乙爲高。甲己爲闊。己戊爲長。甲乙甲己俱四尺。己戊爲七尺。己戊比己庚多三尺。即所帶之縱。甲乙壬辛庚己正方形。即初商之正方積。庚辛壬丙丁戊扁方形。即帶縱所多之扁方積也。蓋因此法高與闊俱止一位。其積止一位之積。故初商所得即高與闊之邊。加入縱多。即爲長邊也。凡

四)一一二
一一二
○○○

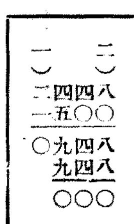
四
四
一六　七
一一二

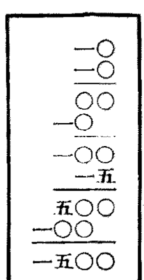


有帶一縱無次商者。依此法開之。

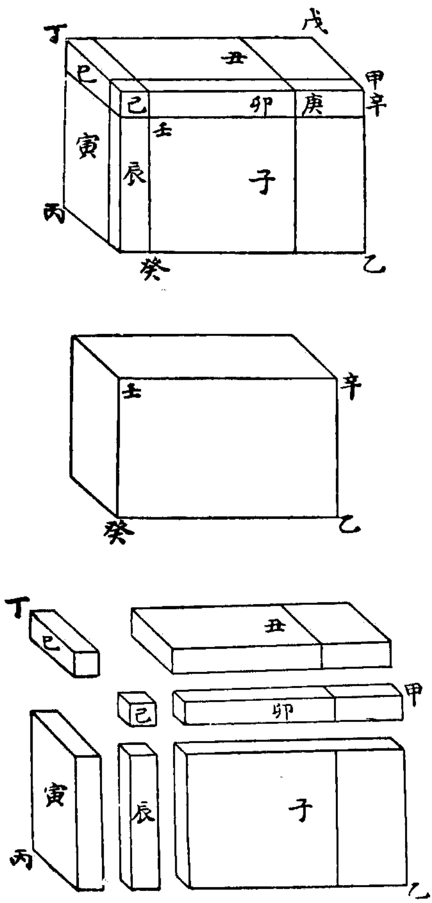
設如帶一縱立方積二千四百四十八尺。其高與闊相等。長比高闊多五尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其二千尺爲初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積二千尺之上。而以所商十尺爲初商之高與闊。加縱多五尺。得十五尺。爲初商之長。卽以初商之高與闊十尺自乘得一百尺。又以初商之長十五尺再乘得一千五百尺。書於原積之下。相減餘九百四十八尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之高與闊十尺自乘得一百尺。此一方廉初商數也。又以初商之高與闊十尺與初商之長十五尺相乘得一百五十尺。倍之得三百尺。加倍爲帶縱兩方廉。卽初商加縱多也。兩數相併得四百尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積九百四十八尺。足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。而以初商之高與闊十尺倍之得二十尺。此兩長廉初商數也。與初商之長十五尺相併。此帶縱一長廉也。得三十五尺。以次商之二尺乘之。得七十尺。爲次商三長廉面積。又以次商之二尺自乘得四尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四百七十四尺。爲廉隅共法。以次商之二尺乘之。得九百四十八尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱一十二尺。加縱多五尺。得一十七尺。卽立



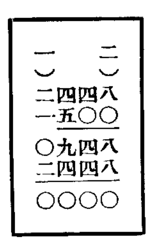


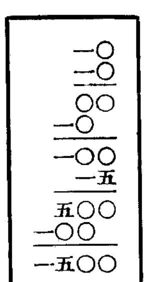
方之長也.如圖甲乙丙丁長方體形容積二千四百四十八尺.其甲乙高甲戊闊皆十二尺.甲己長十七尺.甲己比庚己所多甲庚五尺.即縱多之數.其從一角所分辛乙癸壬長方體形壬癸與辛乙皆十尺.即初商數.壬辛十五尺.即初商加縱多之數.辛乙癸壬長方積一千五百尺.即初商自乘又以初商加縱多再乘之數.所餘子形丑形寅形爲三尺廉.其中寅形爲一正方廉.每邊十尺.即初商數.子形丑形爲二長方廉.每闊十尺.長十五尺.其長比闊多五尺.即縱多之數.其厚皆二尺.即次商數.卯形辰形巳形爲三長廉.其辰形巳形皆長十尺.即初商數.卯形比辰形巳形皆長五尺.即縱多之數.其闊與厚皆二尺.亦即次商數.其己形一小正方體爲隅.其長闊

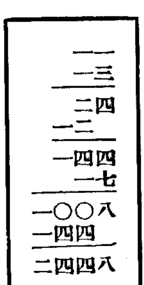


與高皆二尺．亦即次商數合子丑寅三方廉．卯辰巳三長廉．己一小方隅．共成一磬折體形．附於初商長方體之三面而成甲乙丙丁之總長方體積也．三商以後．皆倣此遞析開之．

又法以初商積二千尺商十尺書於原積二千尺之上．而以所商十尺爲初商之高與闊．加縱多五尺．得十五尺．爲初商之長．即以初商之高與闊十尺自乘．得一百尺．又以初商之長十五尺再乘．得一千五百尺．書於原積之下．相減餘九百四十八尺爲次商積．乃以初商之餘與闊十尺自乘．得一百尺．又以初商之高與闊十尺與初商之長十五尺相乘．得一百五十尺．倍之得三百尺．兩數相併．得四百尺爲次商三方廉面積．以除次商積九百四十八尺．足二尺．則以二尺書於原積八尺之上．合初商次商共一十二尺．爲初商次商之高與闊．加縱多五尺．得十七尺．爲初商次商之長．乃以初商次商之高與闊十二尺自乘．得一百四十四尺．又以初商次商之長十七尺再乘．得二千四百四十八尺．與原積相減恰盡．即知立方之高與闊俱十二尺．其長爲十七尺也．



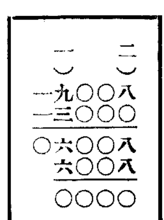


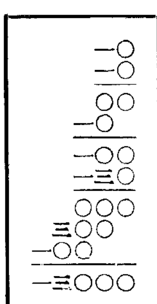


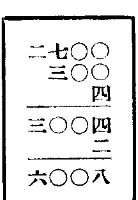
設如帶一縱立方積一萬九千零八寸．其高與闊相等．長比高闊多一百二十寸．問高闊長各幾何．

法列積如開立方法商之．其一萬九千寸爲初商積．可商二十寸．則以二十寸爲高與闊．加縱多一百二

十寸得一百四十寸爲長。卽以高與闊二十寸自乘。得四百寸。又以長一百四十寸再乘。得五萬六千寸。大於原積二倍有餘。乃退商十寸。書於原積九千寸之上。而以所商十寸爲初商之高與闊。加縱多一百二十寸。得一百三十寸爲初商之長。乃以初商之高與闊十寸自乘。得一百寸。又以初商之長一百三十寸再乘。得一萬三千寸。書於原積之下。相減餘六千零八寸。爲次商廉隅之共積。乃以初商之高與闊十寸自乘。得一百寸。又以初商之高與闊十寸。與初商之長一百三十寸相乘。得一千三百寸。倍之得二千六百寸。兩數相併。得二千七百寸。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積六千零八寸。是二寸。則以二寸書於原積八寸之上。而以初商之高與闊十寸。倍之得二十寸。又與初商之長一百三十寸相併。得一百五十寸。以次商之二寸乘之。得三百寸。爲次商三長廉面積。又以次商之二寸自乘。得四寸。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三千零四寸。爲廉隅共法。以次商之二寸乘之。得六千零八寸。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱十二寸。加縱多一百二十寸。得一百三十二寸。卽立方之長也。此法因帶縱甚大。按立方例。所得初商數並加縱多。所得初商積必大於原積幾倍。依次漸取小數開之。又至甚煩。故約略其分退商之。



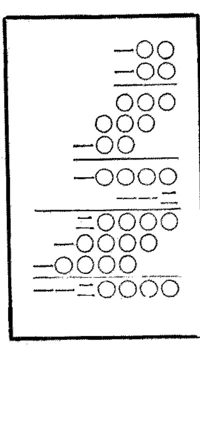




至商出之積比原積微小而後可.是則帶縱立方立法之最難者也.

設如帶一縱立方積二丈零四十二尺四百一十五寸.其高與闊相等.長比高闊多一尺二寸.問高闊長各幾何.

法列積如開立方法商之.其二丈爲初商積.可商一丈.乃以一丈書於原積二丈之上.而以所商一丈爲初商之高與闊.加縱多一尺二寸.得一丈一尺二寸.爲初商之長.卽以初商之高與闊一丈自乘.仍得一丈.又以初商之長一丈一尺二寸再乘.得一丈一百二十尺.書於原積之下.相減餘九百二十二尺四百一十五寸.爲次商廉隅之共積.乃以初商之高與闊一丈作一十尺.自乘得一百尺.又以初商之長一丈一尺二寸.作一十一尺二寸.與初商之高與闊一十尺相乘.得一百一十二尺.倍之得二百二十四尺.兩數相併.得三百二十四尺.爲次商三方廉面積.以除次商廉隅之共積九百二十二尺.足二尺.則以二尺書於原積二尺之上.而以初商之高與闊一十尺.倍之得二十尺.與初商之長一十一尺二寸相併.得三十一尺二寸.以次商之二尺乘之.得六十二尺四十寸.爲次商三長廉面積.又以次商之二尺自乘得四尺.爲次商一小隅面積.合三方廉三長廉一小隅面



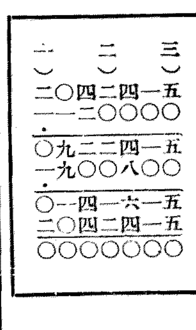
積．共得三百九十尺四十寸．爲廉隅共法．以次商之二尺乘之．得七百八十尺八百寸．書於餘積之下．相減仍餘一百四十一尺六百一十五寸．卽一十四萬一千六百一十五寸．爲三商廉隅之共積．其初商次商所得之一丈二尺爲高與闊．加縱多一尺二寸．得一丈三尺二寸爲長．乃以初商次商之高與闊一丈二尺．作一百二十寸．自乘得一萬四千四百寸．又以初商次商之長一丈三尺二寸．作一百三十二寸．與初商次商之高與闊一百二十寸相乘．得一萬五千八百四十寸．倍之得三萬一千六百八十寸．兩數相併．得四萬六千零八十寸．爲三商三方廉面積．以除三商廉隅之共積一十四萬一千六百一十五寸．足三寸．則以三寸書於原積五寸之上．而以初商次商之高與闊一百二十寸．倍之得二百四十寸．與長一百三十二寸相併．得三百七十二寸．以三商之三寸乘之．得一千一百一十六寸．爲三商三長廉面積．又以三商之三寸自乘．得九寸．爲三商一小隅面積．合三方廉三長廉一小隅面積．共得四萬七千二百零五寸．爲廉隅共法．以三商之三寸乘之．得一十四萬一千六百一十五寸．書於餘積之下．相減恰盡．是知立方之高與闊．俱一丈二尺三寸．加縱多一尺二寸．俱一丈三尺五寸．卽立方之長也．

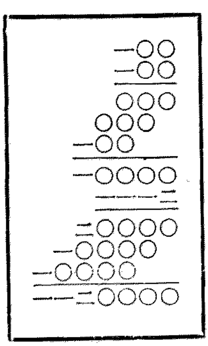
又法．以初商積二丈商一丈．書於原積二丈之上．而以所商一丈爲初商之高與闊．加縱多一尺二寸．得

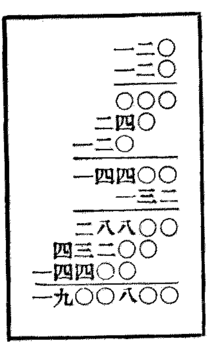
三二四〇〇
六二四〇
四〇〇
———
三九〇四〇
二〇
———
〇〇〇〇〇
七八〇八〇〇
———
七八〇八〇〇

四六〇八〇
一一一六
九
———
四七二〇五
三
———
一四一六一五

一丈一尺二寸。爲初商之長。卽以初商之高與闊一丈自乘。仍得一丈。又以初商之長一丈一尺二寸再乘。得一丈一百二十尺。書於原積之下。相減餘九百二十二尺四百一十五寸。爲次商積。乃以初商之高與闊一丈。作一十尺。自乘得一百尺。又以初商之長一丈一尺二寸。作一十一尺二寸。與初商之高與闊一十尺相乘。得一百一十二尺。倍之。得二百二十四尺。兩數相併。得三百二十四尺。爲次商三方廉面積。以除次商積九百二十二尺四百一十五寸。足二尺。則以二尺書於原積二尺之上。合初商次商共一丈二尺。爲初商次商之高與闊。加縱多一尺二寸。得一丈三尺二寸。爲初商次商之長。乃以初商次商之高與闊一丈二尺自乘得一丈四十四尺。又以初商次商之長一丈三尺二寸再乘。得一丈九百尺零八百寸。與原積相減。餘一百四十一尺六百一十五寸。卽一十四萬一千六百一十五寸。爲三商積。乃以初商次商之高與闊一丈二尺。作一百二十寸。自乘得一萬四千四百寸。又以初商次商之長一丈三尺二寸。作一百三十二寸。與初商次商之高與闊一百二十寸相乘。得一萬五千八百四十寸。倍之得三萬一千







六百八十寸。兩數相併。得四萬六千零八十寸。爲三商三方廉面積。以除三商積一十四萬一千六百一十五寸。足三寸。則以三寸書於原積五寸之上。合初商次商三商共一丈二尺三寸。爲初商次商三商之高與闊。加縱多一尺二寸。得一丈三尺五寸。爲初商次商三商之長。乃以初商次商三商之高與闊一丈二尺三寸自乘。得一丈五十一尺二十九寸。又以初商次商三商之長一丈三尺五寸再乘。得二丈零四十二尺四百一十五寸。與原積相減恰盡。即知立方之高與闊俱一丈二尺三寸。其長爲一丈三尺五寸也。

一二三
一二三
三六九
二四六
一二三
一五一二九
一三五
七五六四五
四五三八七
一五一二九
二〇四二四一五

設如帶兩縱相同立方積五百六十七尺。其長與闊俱比高多二尺。問長闊高各幾何。

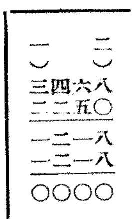
法列積如開立方法商之。共積五百六十七尺。可商八尺。因留兩縱積。故取略小之數商七尺。乃以七尺書於原積七尺之上。而以所商七尺爲高。加縱多二尺。得九尺。爲長與闊。即以長與闊九尺自乘。得八十一尺。又以高七尺再乘。得五百六十七尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲七尺。加縱多二尺。得九尺。即立方之長與闊也。如圖甲乙丙丁戊己扁方體形容積五百六十七尺。其甲乙爲高。甲子爲闊。甲己爲長。甲乙七尺。甲子甲己皆比甲乙多二尺。即所帶之縱。其甲乙癸壬辛庚正方形。即初商之積。庚辛壬癸丙丁戊己磬折體形。即所帶之縱積也。此法因長闊俱比

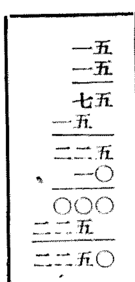
七)
五六七
五六七
〇〇〇

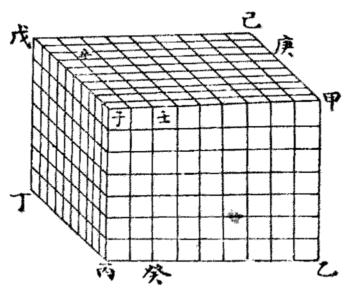
高多。故初商所得爲高。於高加縱多。卽長與闊也。

設如帶兩縱相同立方積三千四百六十八尺。其長與闊俱比高多五尺。問長闊高各幾何。

法列積如開立方法商之。其三千尺爲初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積三千尺之上。而以初商十尺爲初商之高。加縱多五尺。得十五尺。爲初商之長與闊。卽以初商之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺。又以初商之高十尺再乘。得二千二百五十尺。書於原積之下。相減餘一千二百一十八尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺。此一方廉長闊。皆帶一縱也。又以初商之高十尺。與初商之長與闊十五尺相乘。得一百五十尺。倍之得三百尺。加倍爲帶縱兩方廉。卽初商加縱多也。兩數相併得五百二十五尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積一千二百一十八尺。足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。而以初商之長與闊十五尺倍之得三十尺。此兩長廉。卽長闊各帶一縱也。與初商之高十尺相併。此一長廉初商數也。得四十尺。以次商之二尺乘之得八十尺爲次商三長廉面積。又以

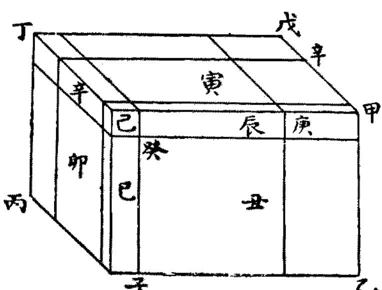


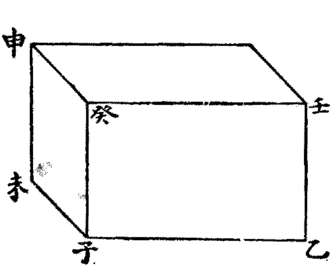




次商之二尺自乘。得四尺。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得六百零九尺。為廉隅共法。以次商之二尺乘之。得一千二百一十八尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高為十二尺。加縱多五尺。得十七尺。為立方之長與闊也。如圖甲乙丙丁扁方體形。容積三千四百六十八尺。其甲乙高十二尺。甲戊長甲己闊俱十七尺。甲戊比甲辛所多辛戊、甲己比庚己所多甲庚、俱五尺。即縱多之數。其從一角所分壬乙子癸扁方體形。癸子與壬乙皆十尺。即初商數。壬癸與癸申皆十五尺。即初商加縱多之數。壬乙子癸扁方積二千二百五十尺。即初商加縱多自乘。又以初商再乘之數。所餘丑形寅形卯形為三方廉。其中寅形為一正方廉。每邊十五尺。即初商加縱多之數。丑形卯形為二長方廉。每高十尺。長十五尺。其長比高多五尺。即縱多之數。其厚皆二尺。即次商數。辰形巳形午形為三長廉。巳

五二五
八〇
四
六〇九
二
一二一八





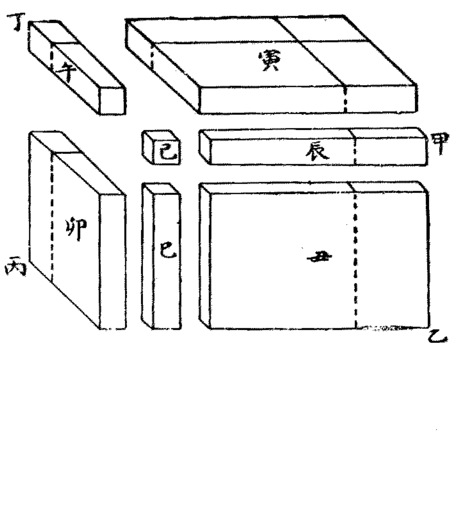
形長十尺。即初商數。辰形午形比巳形俱長五尺。即縱多之數。其闊與厚皆二尺。亦即次商數。其己形一小正方體爲隅。其長闊高皆二尺。亦即次商數。合丑寅卯三方廉。辰巳午三長廉。己一小方隅。共成一磬折體形。附於初商長方體之三面。而成甲乙丙丁之總扁方體積也。三商以後。皆倣此遞析開之。

又法以初商積三千尺。商十尺。書於原積三千尺之上。而以所商十尺爲初商之高。加縱多五尺。得十五尺。爲初商之長與闊。即以初商之長與闊十五尺自乘。得二百二十五尺。又以初商之高十尺再乘。得二千二百五十尺。書於原積之下。相減餘一千二百一十八尺。爲次商積。乃以初商之長與闊十五尺自乘。與二百二十五尺。又以初商之高十尺。與再商之長與闊十五尺相乘。得一百五十

一　　二
三四六八
二二五〇
一二一八
三四六八
〇〇〇〇

一五
一五
七五
一五一
二二五
一〇
〇〇〇
二二五
二二五〇

一七
一七
一一九
一
二八九
一二
五七八
二八九
三四六八



尺.倍之得三百尺.兩數相併得五百二十五尺.爲次商三方廉面積.以除次商積一千二百一十八尺.足二尺.則以二尺書於原積八尺之上.合初商次商共十二尺.爲初商次商之高.加縱多五尺.得十七尺.爲初商次商之長與闊.乃以初商次商之長與闊十七尺自乘得二百八十九尺.又以初商次商之高十二尺再乘.得三千四百六十八尺.與原積相減恰盡.即知立方之高爲十二尺.其長與闊得十七尺也.

設如帶兩縱相同立方積一百零三萬四千二百八十九寸.其長與闊俱比高多三百三十寸.問長闊高各幾何.

法列積如開立方法商之.其一百萬寸爲初商積.可商一百寸.乃以所商一百寸爲高.加縱多三百三十寸.得四百三十寸.爲長與闊.即以長與闊四百三十寸自乘.得一十八萬四千九百寸.又以高一百寸再乘.得一千八百四十九萬寸.大於原積十倍有餘.是初商不可商一百寸也.乃改商十寸爲高.既大於原積十倍有餘.故取十分之一商之爲十寸.加縱多三百三十寸.得三百四十寸爲長與闊.即以長與闊三百四十寸自乘.得一十一萬五千六百寸.又以高十寸再乘.得一百一十五萬六千寸.仍大於原積.是亦不可商一十寸也.乃改商九寸.書於原積九寸之上.而以所商九寸爲高.加縱多三百三十寸.得三百三十九寸爲長與闊.即以長與闊三百三十九寸自乘.得一十一萬四千九百二十一寸.又以高九寸再乘.得一百

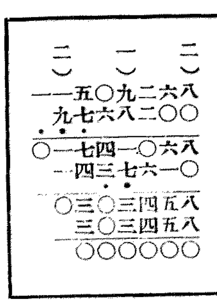
九)
一〇三四二八九
一〇三四二八九
〇〇〇〇〇〇〇

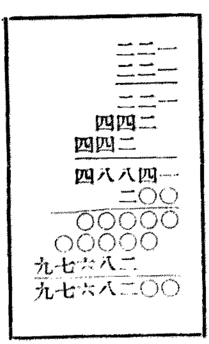
三三九
三三九
三〇五一
一〇一七
一〇一七
一一四九二一
九
一〇三四二八九

零三萬四千二百八十九寸。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲九寸。加縱多三百三十寸。得三百三十九寸。爲立方之長與闊也。

設如帶兩縱相同立方積一十一丈五百零九尺二百六十八寸。其長與闊俱比高多二尺一寸。問長闊高各幾何

法列積如開立方法商之。其一十一丈爲初商積。可商二丈。乃以二丈書於原積一丈之上。而以所商二丈爲初商之高加縱多二尺一寸。得二丈二尺一寸。爲初商之長與闊。乃以初商之長與闊二丈二尺一寸自乘。得四丈八十八尺四十一寸。又以初商之高二丈再乘。得九丈七百六十八尺二百寸。書於原積之下。相減餘一丈七百四十一尺零六十八寸。即一千七百四十一尺零六十八寸爲次商廉隅之共積。乃以初商之長與闊二丈二尺一寸。作二十二尺一寸。自乘得四百八十八尺四十一寸。又以初商之高二丈。作二十尺。與初商之長與闊二十二尺一寸相乘。得四百四十二尺。倍之得八百八十四尺。兩數相併。得一千三百七十二尺四十一寸。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積一千七百四十一尺零六十八寸。足一尺。則以一尺書於原積九尺之上而





以初商之長與闊二十二尺一寸倍之得四十四尺二寸。與初商之高二十尺相併。得六十四尺二寸以次商之一尺乘之得六十四尺二十寸。爲次商三長廉面積又以次商之一尺自乘仍得一尺爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積。共得一千四百三十七尺六十一寸。爲廉隅共法。以次商之一尺乘之得一千四百三十七尺六百一十寸。書於餘積之下相減仍餘三百零三尺四百五十八寸。即三十萬三千四百五十八寸。爲三商廉隅之共積。其初商次商所得之二丈一尺爲高加縱多二尺一寸。得二丈三尺一寸。爲長與闊。乃以初商次商之長與闊二丈三尺一寸作二百三十一寸。自乘得五萬三千三百六十一寸。又以初商次商之高二丈一尺作二百一十寸。與初商次商之長與闊二百三十一寸相乘。得四萬八千五百一十寸。倍之得九萬七千零二十寸。兩數相併。得一十五萬零三百八十一寸。爲三商三方廉面積。以除三商廉隅之共積三十萬零三千四百五十八寸。足二寸。則以二寸書於原積八寸之上。而以初商次商之長與闊二百三十一寸倍之得四百六十二寸。與初商次商之高二百一十寸相加。得六百七十二寸。以三商之二寸乘之得一千三百四十四寸。爲三商三長廉面積。又以三商之二寸自乘得四寸。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一十五萬一千七百二十九寸。爲廉隅共法。以三商之二寸乘之得三十萬三千四百五十八寸。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之

一三七二四一
六四二〇
一〇〇
一四三七六一
一〇
〇〇〇〇〇〇
一四三七六一
一四三七六一〇

一五〇三八一
一三四四
四
一五一七二九
二
三〇三四五八

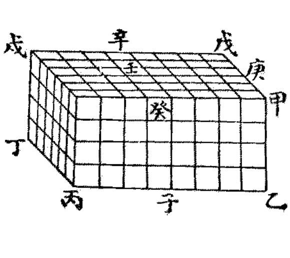
高得二丈一尺二寸。加縱多二尺一寸得二丈三尺三寸。卽立方之長與闊也。

設如帶兩縱不同立方積一百九十二尺。其闊比高多二尺。其長比闊又多二尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其積一百九十二尺可商五尺。乃以所商五尺爲高加闊比高多二尺得七尺爲闊。再加長比闊多二尺得九尺爲長。卽以高五尺與闊七尺相乘得三十五尺。又以長九尺再乘得三百一十五尺。大於原積。乃改商四尺書於原積二尺之上。而以所商四尺爲高。加闊比高多二尺。得六尺爲闊。再加長比闊多二尺。得八尺爲長。卽以高四尺與闊六尺相乘。得二十四尺。又以長八尺再乘得一百九十二尺。書於原積之下相減恰盡。是知立方之高爲四尺。其闊爲六尺。其長爲八尺也。如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積一百九十二尺。其甲乙爲高四尺。甲己爲闊六尺。己戊爲長八尺。甲己比甲庚所多庚己二尺。卽闊比高所帶之縱。己戊比己辛所多辛戊四尺。卽長比高所帶之縱。甲乙子癸壬庚正方形。卽初商之正方積。庚壬癸子丙丁戊辛己磬折體形。卽長闊兩縱所多之長方積也。此法因長比闊多闊又比高多。故初商所得卽爲高。於高加闊縱爲闊。於闊加長縱爲長也。

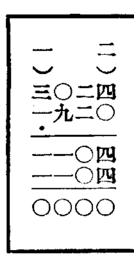
四
）二
一九二
一九二
〇〇〇

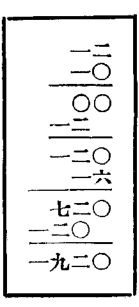
六
四
二四
八
一九二

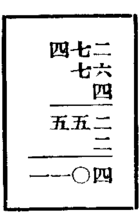


設如帶兩縱不同立方積三千零二十四尺．其闊比高多二尺．其長比闊又多四尺．問高闊長各幾何．

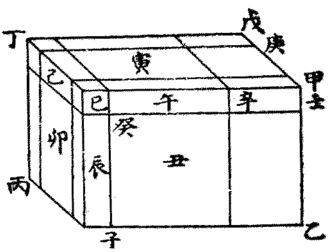
法列積如開立方法商之．其三千尺爲初商積．可商十尺．乃以十尺書於原積三千尺之上．而以所商十尺爲初商之高．加闊比高多二尺．得十二尺爲初商之闊．再加長比闊多四尺．得十六尺爲初商之長．乃以初商之高十尺．與初商之闊十二尺相乘．得一百二十尺．又以初商之長十六尺再乘．得一千九百二十尺．書於原積之下．相減餘一千一百零四尺．爲次商廉隅之共積．乃以初商之高十尺．與初商之闊十二尺相乘．得一百二十尺．此帶闊縱一方廉也．又以初商之高十尺．與初商之長十六尺相乘．得一百六十尺．此帶長縱一方廉也．又以初商之闊十二尺．與初商之長十六尺相乘．得一百九十二尺．此帶長闊兩縱一方廉也．三數相併．得四百七十二尺．爲次商三方廉面積．以除次商廉隅之共積一千一百零四尺．足二尺．則以二尺書於原積四尺之上．而以初商之高十尺．此一長廉初商數也．與初商之闊十二尺相併．此帶闊縱一長廉也．得二十二尺．又與初商之長十六尺相併．此帶長縱一長廉也．得三十八尺．以次商之二尺乘之．得七十六尺．爲次商三長廉面積．又以次商之二尺自乘．得四尺．爲次商一小隅面積．合三方廉三長廉一小隅面積．共得五百五十二尺．爲廉隅共法．以次商之二尺乘之．得一千一

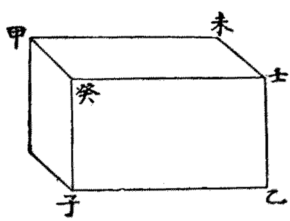


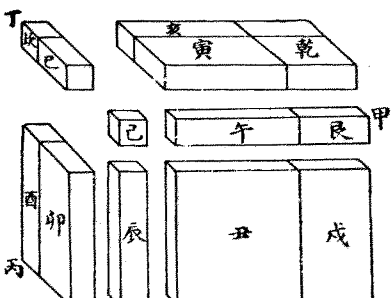




百零四尺．書於原積之下．相減恰盡．是知立方之高得十二尺．加闊比高多二尺．得十四尺爲闊．又加長比闊多四尺．得十八尺爲長也．如圖甲乙丙丁長方體形容積三千零二十四尺．其甲乙高十二尺．甲戊闊十四尺．甲己長十八尺．甲戊比甲庚所多二尺．即闊比高所多之數．甲己比辛己所多六尺．即長比高所多之數．其從一角所分壬乙子癸長方體形．壬乙與癸子皆十尺．即初商之數．壬未與癸申皆十二尺即初商之高加闊多之數．壬癸與未申皆十六尺．即初商之高加闊多又加長多之數．壬乙子癸長方體形所容一千九百二十尺．即初商積．所餘丑形寅形卯形爲三方廉．其卯形之高十尺．即初商之數．其帶闊縱二尺．如酉．即闊多之數．其丑形之高十尺．亦即初商之數．其帶長縱六尺．如戊．即長多之數．其寅形之闊十尺．又帶闊多二尺．如亥．即初商之高加闊多

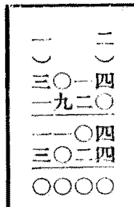


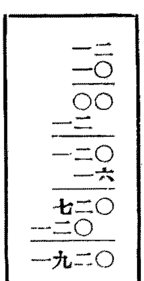




之數．其帶長縱六尺如乾．卽初商之高加闊多又加長多之數．其厚皆二尺卽次商之數．辰形巳形午形．爲三長廉．其辰形之長十尺．卽初商之數．巳形比辰形所多二尺如坎．卽闊多之數．其午形比辰形所多六尺如艮．卽長多之數．其闊與厚皆二尺．亦卽次商之數．其己形一小正方體爲隅．其長闊與高俱二尺．亦卽次商之數．合三方廉三長廉一小隅．共成一磬折體形．附於初商長方體之三面．而成甲乙丙丁之總長方體積也．三商以後皆倣此遞析開之．

又法以初商積三千尺商十尺書於原積三千尺之上．而以所商十尺爲初商之高．加闊比高多二尺．得十二尺．爲初商之闊．再加長比闊多四尺．得十六尺．爲初商之長．卽以初商之高十尺．與初高之闊十二尺相乘．得一百二十尺．又以初商之長十六尺再乘．得一千九百二十尺．書於原積之下．相減餘一千一百零四尺．爲次商積．乃以初商之闊十二尺．與初商之長十六尺相乘．得一百九十二尺．又以初商之高十尺．與初商之闊十二尺相乘．得一百二十尺．又以初商之高十尺．與初商之長十六尺相乘．得一百六十尺．三數相倂．得四百七十二尺．爲次商三方廉面積．以除次商積一千一百零四尺．足二尺．則以二尺書於原積四尺之上．合初商次商共十二尺．爲初商

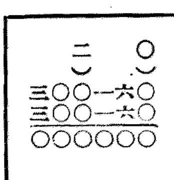


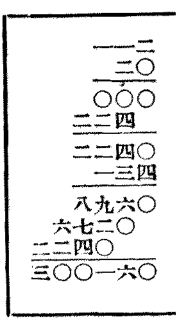


次商之高加闊比高多二尺．得十四尺．爲初商次商之闊．再加長比闊多四尺．得十八尺．爲初商次商之長．乃以初商次商之高十二尺．與初商次商之闊十四尺相乘．得一百六十八尺．又以初商次商之長十八尺再乘．得三千零二十四尺．與原積相減恰盡．即知立方之高爲十二尺．其闊爲十四尺．其長爲十八尺也．

設如帶兩縱不同立方積三十萬零一百六十寸．其闊比高多九十二寸．其長比高多一百一十四寸．問高闊長各幾何．

法列積如開立方法商之．其三十萬寸爲初商積．可商六十寸．乃以所商六十寸爲高．加闊比高多九十二寸．得一百五十二寸．爲闊．再加長比高多一百一十四寸．得一百七十四寸．爲長．即以高六十寸．與闊一百五十二寸相乘．得九千一百二十寸．又以長一百七十四寸再乘．得一百五十八萬六千八百八十寸．大於原積五倍有餘．是初商不可商六十寸也．乃改商二十寸．書於原積空千寸之上．而以所商二十寸爲高．加闊比高多九十二寸．得一百一十二寸．爲闊．又以高二十寸．加長比高多一百一十四寸．得一百三十四寸．爲長．乃以高二十寸．與闊一百一十二寸相乘．得二千二百四十寸．又以長一百三十四寸再乘．得三十萬零一百六十寸．書於原積之下．相減恰盡．是知次商爲空位而





立方之高爲二十寸。其闊爲一百一十二寸。其長爲一百三十四寸也。

設如帶兩縱不同立方積一萬三千二百八十四寸。其闊比高多三寸。其長比闊多一百一十一寸。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其一萬三千寸爲初商積。可商二十寸。乃以所商二十寸爲高加闊比高多三寸。得二十三寸爲闊。再加長比闊多一百一十一寸。得一百三十四寸爲長。卽以高與闊與長。按法相乘。得六萬一千六百四十寸。大於原積四倍有餘。是初商不可商二十寸也。乃退商十寸。而以所商十寸爲高加闊比高多三寸。得十三寸爲闊。再加長比闊多一百一十一寸。得一百二十四寸爲長。卽以高與闊與長。按法相乘。得一萬六千一百二十寸。仍大於原積。乃復退商九寸。書於原積四寸之上。而以所商九寸爲高加闊比高多三寸。得十二寸爲闊。再加長比闊多一百一十一寸。共一百二十三寸爲長。卽以高九寸與闊十二寸相乘。得一百零八寸。又以長一百二十三寸再乘。得一萬三千二百八十四寸。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲九寸。其闊爲十二寸。其長爲一百二十三寸也。

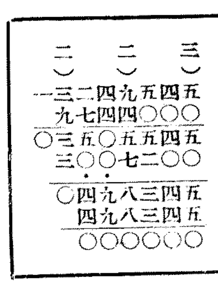
設如帶兩縱不同立方積一十三丈二百四十九尺五百四十五寸。其闊比高多一尺。其長比闊又多二

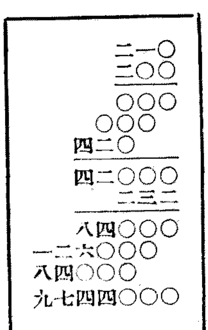
九)
一三二八四
一三二八四
〇〇〇〇〇

一二
九
一〇八
一二三
三二四
二一六
一〇八
一三二八四

尺二寸。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之其一十三丈爲初商積可商二丈乃以二丈書於原積三丈之上而以所商二丈爲初商之高加闊比高多一尺得二丈一尺爲初商之闊再加長比闊多二尺二寸得二丈三尺二寸。爲初商之長卽以初商之高二丈與初商之闊二丈一尺相乘得四丈二十尺。又以初商之長二丈三尺二寸再乘得九丈七百四十四尺。書於原積之下相減餘三丈五百零五尺五百四十五寸卽三千五百零五尺五百四十五寸。爲次商廉隅之共積乃以初商之高二丈作二十尺。初商之闊二丈一尺作二十一尺相乘得四百二十尺。又以初商之長二丈三尺二寸作二十三尺二寸。與初商之高二十尺相乘得四百六十四尺。又以初商之闊二十一尺與初商之長二十三尺二寸相乘得四百八十七尺二十寸三數相併得一千三百七十一尺二十寸爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積三千五百零五尺五百四十五寸足二尺則以二尺書於原積九尺之上。而以初商之高二十尺。與初商之闊二十一尺、初商之長二十三尺二寸相併。得六十四尺二寸。以次商之二尺乘之得一百二十八尺四十寸。爲次商三長廉面積。又以次商之二尺自乘得四尺爲次商





一小隅面積．合三方廉三長廉一小隅面積．共得一千五百零三尺六十寸．爲廉隅共法．以次商之二尺乘之．得三千零七尺二百寸．書於餘積之下．相減仍餘四百九十八尺三百四十五寸．卽四十九萬八千三百四十五寸．爲三商廉隅之共積．其初商次商所得之二丈二尺爲高．加闊比高多一尺．得二丈三尺爲闊．又加長比闊多二尺二寸．得二丈五尺二寸爲長．乃以初商次商之高二丈二尺．作二百二十寸．初商次商之闊二丈三尺．作二百三十寸．相乘得五萬零六百寸．又以初商次商之長二丈五尺二寸．作二百五十二寸．與初商次商之高二百二十寸相乘．得五萬五千四百四十寸．又以初商次商之闊二百三十寸．與初商次商之長二百五十二寸相乘．得五萬七千九百六十寸．三數相併．得一十六萬四千寸．爲三商三方廉面積．以除三商廉隅之共積四十九萬八千三百四十五寸．足三寸．則以三寸書於原積五寸之上．而以初商次商之高二百三十寸．與初商次商之闊二百三十寸．初商次商之長二百五十二寸．相併得七百零二寸．以三商之三寸乘之．得二千一百零六寸．爲三商三長廉面積．又以三商之三寸自乘．得九寸．爲三商一小隅面積．合三方廉三長廉一小隅面積．共得一十六萬六千一百一十五寸．爲廉隅共法．以三商之三寸乘之．得四十九萬八千三百四十五寸．書於餘積之下．相減恰盡．是知立方之高得二丈三尺三寸．加闊比高多一尺．得二

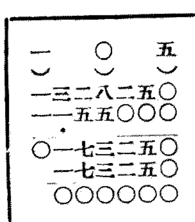
一三七一二〇
一二八四〇
四〇〇
一五〇三六〇
二〇
〇〇〇〇〇〇
三〇〇七二〇
三〇〇七二〇〇

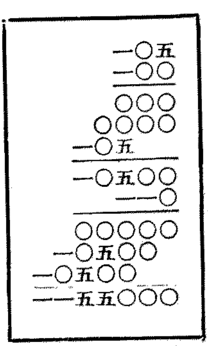
一六四〇〇〇
二一〇六
九
一六六一一五
三
四九八三四五

丈四尺三寸爲闊。又加長比闊多二尺二寸。得二丈六尺五寸爲長也。

設如帶兩縱不同立方積一百三十二萬八千二百五十尺。其闊比高多五尺。其長比闊又多五尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其一百萬尺爲初商積。可商一百尺。乃以一百尺書於原積一百萬尺之上。而以所商之一百尺爲初商之高。加闊比高多五尺。得一百零五尺。爲初商之闊。再加長比闊多五尺。得一百一十尺。爲初商之長。乃以初商之高一百尺。與初商之闊一百零五尺相乘。得一萬零五百尺。又以初商之長一百一十尺再乘。得一百一十五萬五千尺。書於原積之下。相減餘一十七萬三千二百五十尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之高一百尺。與初商之闊一百零五尺相乘。得一萬零五百尺。又以初商之高一百尺與初商之長一百一十尺相乘。得一萬一千尺。又以初商之闊一百零五尺。與初商之長一百一十尺相乘。得一萬一千五百五十尺。三數相併得三萬三千零五十尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積一十七萬三千二百五十尺。不足一十尺。僅足五尺。是次商爲空位也。乃書一空於原積八千尺之上。以存次商之位。復以所商五尺書於原積空尺之上。而以初商次商之





高一百尺與初商次商之闊一百零五尺、初商次商之長一百一十尺相併得三百一十五尺.以三商之五尺乘之得一千五百七十五尺.爲三商三長廉面積.又以三商五尺自乘得二十五尺.爲三商一小隅面積.合三方廉三長廉一小隅面積.共得三萬四千六百五十尺.爲廉隅共法.以三商之五尺乘之得一十七萬三千二百五十尺.書於餘積之下.相減恰盡.是知立方之高爲一百零五尺.加闊比高多五尺得一百一十尺爲闊.又加長比闊多五尺得一百一十五尺爲長也.

三三〇五〇
一五七五
二五
三四六五〇
五
一七三二五〇

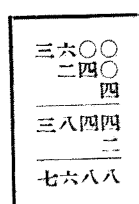
設如一尺土方三萬九千六百八十八尺.築堤一段.其高與闊相等.其長比高闊多六十尺.問高闊長各幾何.

法列積用帶一縱立方法開之.其三萬九千尺爲初商積.可商三十尺.乃以所商三十尺爲高與闊.加縱多六十尺得九十尺爲長.卽以高與闊三十尺自乘與九百尺.又以長九十尺再乘得八萬一千尺.大於原積.乃改商二十尺.書於原積九千尺之上.而以所商二十尺爲初商之高與闊.加縱多六十尺得八十尺.爲初商之長.卽以初商之高與闊二十尺自乘.得四百尺.又以初商之長八十尺再乘得三萬二千尺.書於原積之

二　二
三九六八八
三二〇〇〇
〇七六八八
七六八八
〇〇〇〇

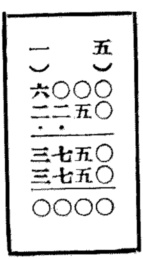
二〇
二〇
〇〇
四〇
四〇〇
八〇
〇〇〇
三二〇〇
三二〇〇〇

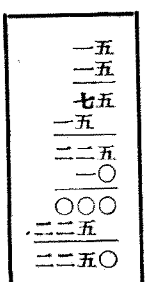
下。相減餘七千六百八十八尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之高與闊二十尺自乘。得四百尺。又以初商之長八十尺。與初商之高與闊二十尺相乘。得一千六百尺。倍之得三千二百尺。兩數相併得三千六百尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積七千六百八十八尺。足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。而以初商之高與闊二十尺。倍之得四十尺。與初商之長八十尺相併。得一百二十尺。以次商之二尺乘之。得二百四十尺。爲次商三長廉面積。又以次商之二尺自乘。得四尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三千八百四十四尺。爲廉隅共法。以次商之二尺乘之。得七千六百八十八尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知堤之高與闊俱二十二尺。加長比高闊多六十尺。得八十二尺。爲堤一段之長也。



設如有倉一座。容米二千四百石。其倉之長與闊俱比高多五尺。問倉之長闊高各幾何。

法將米二千四百石。用每石定法二尺五百寸乘之。得六千尺。乃以六千尺爲帶兩縱相同立方積。用帶兩縱相同法開之。其六千尺爲初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積六千尺之上。而以所商十尺爲初商之高。加縱多五尺。得十五尺。爲初商之長與闊。乃以初商之長與闊十五尺自乘。得二百二十五尺。又





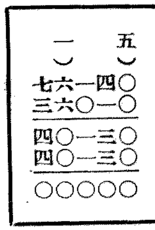
以初商之高十尺再乘得二千二百五十尺。書於原積之下。相減餘三千七百五十尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺。又以初商之高十尺。與初商之長與闊十五尺相乘得一百五十尺。倍之得三百尺。兩數相併得五百二十五尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積三千七百五十尺。足七尺。乃按法算之。得廉隅共法八百五十四尺。以次商之七尺乘之。得五千九百七十八尺。大於次商廉隅之共積。乃改商六尺。按法算之。得廉隅共法八百零一尺。以次商之六尺乘之。仍大於次商廉隅之共積。又改商五尺。書於原積空尺之上。而以初商之長與闊十五尺。倍之得三十尺。與初商之高十尺相併得四十尺。以次商之五尺乘之得二百尺。爲次商三長廉面積。又以次商之五尺自乘得二十五尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得七百五十尺。爲廉隅共法。以次商之五尺乘之得三千七百五十尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知倉之高爲一十五尺。加縱多五尺。得二十尺。爲倉之長與闊也。

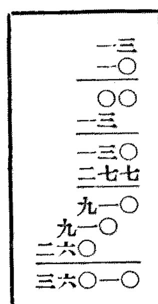
五二五
一〇〇
　二五
七五〇
　　五
三七五〇

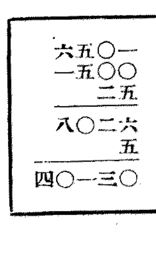
設如挑河一段。但知挑出土方七萬六千一百四十尺。其寬比深多三尺。其長比寬多二百六十四尺。問寬長深各幾何。

法列積用帶兩縱不同立方法開之。其七萬六千尺爲初商積。可商四十尺。因長縱甚多。故取小數。商二十尺爲深。加寬比深多三尺。得二十三尺爲寬。再加長比寬多二百六十四尺。得二百八十七尺。爲長。以三數相乘。得十萬三千二百零二十尺。大於原積。乃改商十尺。書於原積六千尺之上。而以所商十尺。爲

初商之深。加寬比深多三尺。得十三尺。爲初商之寬。再加長比寬多二百六十四尺。得二百七十七尺。爲初商之長。乃以初商之深十尺。與初商之寬十三尺相乘。得一百三十尺。又以初商之長二百七十七尺再乘。得三萬六千零十尺。書於原積之下。相減餘四萬零一百三十尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之深十尺與初商之寬十三尺相乘。得一百三十尺。又以初商之寬十三尺與初商之長二百七十七尺相乘。得三千六百零一尺。又以初商之深十尺與初商之長二百七十七尺相乘。得二千七百七十尺。三數相併得六千五百零一尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積四萬零一百三十尺。足五尺。則以五尺書於原積空尺之上。而以初商之深十尺。與初商之寬十三尺、初商之長二百七十七尺相併。得三百尺。以次商之五尺乘之。得一千五百尺。爲次商三長廉面積。又以次商之五尺自乘。得二十五尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得八千零二十六尺。爲廉隅共法。以次商之五尺乘之。得四萬零一百三十尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知挑河之深爲十五尺。加寬比深多三尺。得十八尺。爲寬。再加長比寬多二百六十四尺。得二百八十二尺。爲河一段之長也。







帶縱和數立方

帶縱較數立方。其法已難。而帶縱和數立方。立法尤難。故古無傳。而以理推之。則法有與較數相對待者。其帶一縱立方。高與闊相等。惟長不同。如以長與高和或長與闊和爲問者。則以初商爲高與闊。而與和數相減。餘爲長。乃以高與闊自乘。以長再乘。爲初商積。其或和數甚多而積甚少按立方法商之。必至大於原積者。則以和數除原積得數。約開平方。可得幾數。取略大數以定初商。初商減積有餘實者。其初商方積外。有二方廉。一長廉。成兩面磬折體形。而初商之高與闊。少一次商。初商之長。多一次商。故內少一方廉積。商除之法。則以初商之高與闊。與初商之長相乘。倍之爲二方廉面積。視餘實足方廉面積幾倍。取略大數以定次商。而以初商自乘。次商再乘。得一方廉積。與餘實相加。始足次商二方廉一長廉之共積。故以次商與初商之長相減。餘爲初商次商之共長。與初商相乘。倍之爲二方廉面積。又以初商次商之共長。與次商相乘。爲一長廉面積。合二方廉一長廉面積。以次商乘之。爲二方廉一長廉之共積。所謂初商方積外成兩面磬折體形是也。其帶兩縱相同立方。長與闊相等。惟高不同。如以高與闊和或高與長和爲問者。則以初商爲高與和數相減。餘爲長與闊。乃以長與闊自乘。以高再乘。爲初商積。其或和數甚多而積甚少按立方法商之。必至大於原積者。則以和數自乘。除原積約足幾倍。取略大數以定初商。初商減積有餘實者。初商方積外。止一方廉。成一扁方體形。而初商之高少一次商。初商之長與闊。各多一次商。故內少二方廉一長廉積。商除之法。則以初商之長與闊自乘。爲一方廉面積。視餘實足方廉面

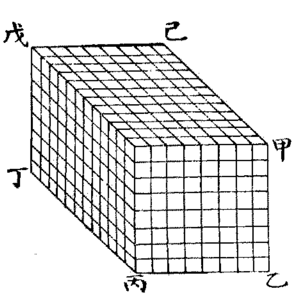
積幾倍。取略大數以定次商。以次商與初商之長與闊相減。餘爲初商次商之長與闊而與初商相乘，次商再乘。倍之爲二方廉積。又以次商自乘。初商再乘。爲一長廉積。合二方廉一長廉積與餘實相加。始足次商一方廉積。故以初商次商之長與闊自乘。次商再乘。爲一方廉積。所謂初商方積外成一扁方體形是也。其帶兩縱不同立方。與帶兩縱相同立方同。但帶兩縱相同者。其次商積爲一正方廉帶兩縱不同者。其次商積爲一長方廉耳。要之定商皆以小於半和爲準。有時退商而反不足。進商而反有餘。須合初商次商以斟酌之。至次商以後因有益積之法。故廉法亦不足憑。則又須較量而增損之可也。

設如帶一縱立方積七百六十八尺。其高與闊等。長與闊和二十尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其積七百六十八尺。可商九尺。則以九尺爲高與闊。與長闊和二十尺相減。餘十一尺爲長。卽以高與闊九尺自乘。得八十一尺。又以長十一尺再乘。得八百九十一尺。大於原積。乃退商八尺。書於原積八尺之上。而以所商八尺爲高與闊。與長闊和二十尺相減。餘十二尺爲長。卽以高與闊八尺自乘。得六十四尺。又以長十二尺再乘。得七百六十八尺。書於原積之下相減恰盡。是知立方之高與闊俱八尺。長十

八)八
七六八
七六八
○○○

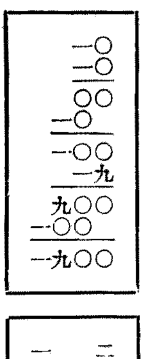
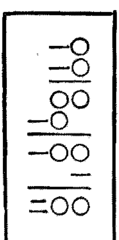
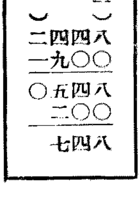
八
八
六四
一二
一二八
六四
七六八



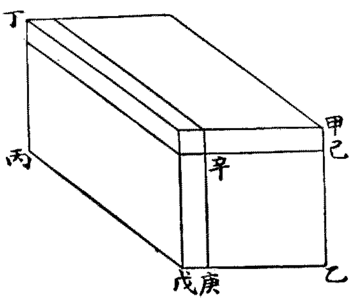
二尺也。如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積七百六十八尺。其甲乙爲高。乙丙爲闊。丙丁爲長。甲乙、乙丙俱八尺。丙丁爲十二尺。乙丙與丙丁共二十尺。卽長闊之和。初商所得卽高與闊。於長闊和內減去初商。所餘卽長也。此法與較數帶縱立方有加減之異。彼以所商之數與較數相加。此則以所商之數與和數相減也。

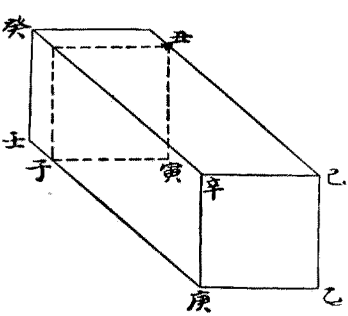
設如帶一縱立方積二千四百四十八尺。其高與闊相等。長與闊和二十九尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其二千尺爲初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積二千尺之上。而以所商十尺爲初商之高與闊與長闊和二十九尺相減。餘十九尺爲初商之長。卽以初商之高與闊十尺自乘得一百尺。又以初商之長十九尺再乘。得一千九百尺。書於原積之下。相減餘五百四十八尺。乃以初商之高與闊十尺與初商之長十九尺相乘。得一百九十尺。倍之得三百八十尺。以除餘積五百四十八尺。足一尺因仍益積。且初商之長。尚減去次商數。故取大數爲二尺。則以二尺書於原積八尺之上。而以初商十尺自乘。又以次商二尺再乘。得二百尺。與餘積


五百四十八尺相加。得七百四十八尺。為次商二方廉一長廉。之共積。乃以次商二尺。與初高之長十九尺相減。餘十七尺。為初商次商之長。與初商之高與闊十尺相乘。得一百七十尺。倍之得三百四十尺。為二方廉面積。又以次商二尺與初商次商之長十七尺相乘。得三十四尺。為一長廉面積。合二方廉一長廉面積共三百七十四尺。以次商二尺、乘之。得七百四十八尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱十二尺。長十七尺也。如圖甲乙丙丁長方體形。甲乙高。乙戊闊皆十二。庚戊丙長十七尺。乙戊與戊丙共二十九尺。即長闊之和。其從一角所分己乙壬癸長方體形。己乙與乙庚皆十尺。即初商數。壬庚十九尺。即長闊和內減初商所餘之數。比戊丙多子壬一段。即次商數。己乙壬癸長方積一千九百尺。即初商自乘。又以初商與長闊和相減之餘再乘之數。比初商原體積多丑寅壬癸一扁方體形。因初商積內多減去此積。故以初商自乘。次商再乘而得丑寅壬癸扁方體積與餘積相加。即得甲己辛庚丙丁兩面罄折體形。其辰形巳形

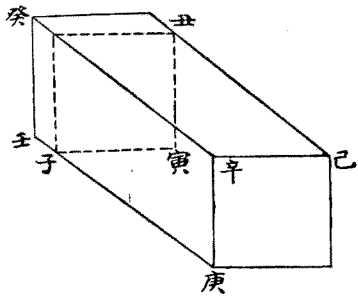


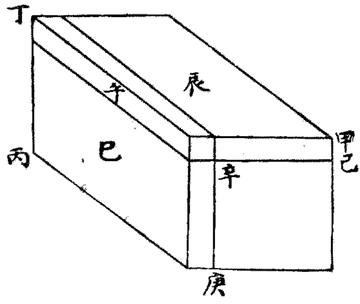


為兩方廉．其闊十尺．即初商數．其長十七尺．即長闊和內減初商次商之數．其厚皆二尺．即次商數午形為一長廉．其長十七尺．與方廉同．其闊與厚皆二尺．亦即次商數．合二方廉一長廉．共成一磬折體形．附於長方體之兩面．而成甲乙丙丁之總長方體積也．

設如帶一縱立方積九萬九千九百五十四尺．其高與闊相等．長與闊和一千二百四十三尺．問高闊長各幾何．

法列積如開立方法商之．其九萬九千尺為初商積．可商四十尺．而長闊和為一千二百四十三尺．按法相乘．過大於原積．爰以長闊和一千二百四十三尺除原積九萬九千九百五十四尺．足八十尺有餘．以八十尺開平方．約足九尺．乃以九尺書於原積四尺





九九九五四

九
九九九五四
九九九五四
○○○○○

八
一二四三
九九九五四

九
九
八一

之上。而以所商九尺爲高與闊。與長闊和一千二百四十三尺相減。餘一千二百三十四尺爲長。卽以高與闊九尺自乘。得八十一尺。又以長一千二百三十四尺再乘。得九萬九千九百五十四尺書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱九尺。長一千二百三十四尺也。此法蓋因帶一縱甚多高與闊甚少其長闊和比長所多無幾。故以長闊和除原積。卽得高與闊自乘之一面積。而開平方所得。卽高與闊與長闊和相減。所餘卽長也。

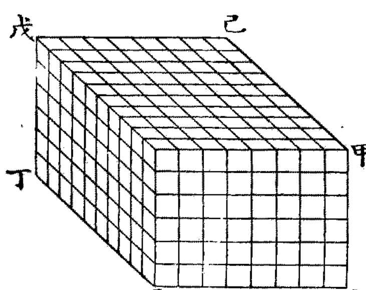
一二三四
八一
一二三四
九八七二
九九九五四

設如帶兩縱相同立方積三百八十四尺。其長與闊相等。高與闊和十四尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其積三百八十四尺。可商七尺。因欲待小於半和之數。乃退商六尺。書於原積四尺之上。而以所商六尺爲高與高闊和十四尺相減。餘八尺爲長與闊卽以長與闊八尺自乘。得六十四尺。又以高六尺再乘。得三百八十四尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲六尺。長與闊皆八尺也。如圖甲乙

六（）
三八四
三八四
○○○

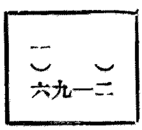
八
八
六四
六
五八四

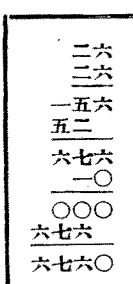


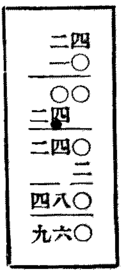
丙丁戊己扁方體形容積三百八十四尺。其甲乙爲高。乙丙爲闊。丙丁爲長。甲乙六尺。乙丙與丙丁皆八尺。甲乙與乙丙共十四尺。卽高與闊之和。初商所得爲高。於高闊和內減去初商。所餘爲闊。亦卽長也。

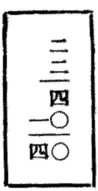
設如帶兩縱相同立方積六千九百一十二尺。其長與闊相等。高與闊和三十六尺。問高闊長各幾何

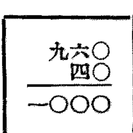
法列積如開立法方商之。其六千尺之初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積六千尺之上。而以所商十尺爲初商之高。與高闊和三十六尺相減。餘二十六尺。爲初商之長與闊。卽以初商之長與闊二十六尺自乘。得六百七十六尺。又以初商之高十尺再乘。得六千七百六十尺。書於原積之下。相減餘一百五十二尺。乃以初商之長與闊二十六尺自乘。得六百七十六尺。以除餘積一百五十二尺。不足一尺。因仍益積。且初商之長與闊內。尙減去次商數。故取大數爲三尺。書於原積二尺之上。而以次商二尺。與初商之長與闊二十六尺相減。餘二十四尺。爲初商次商之長與闊與初商

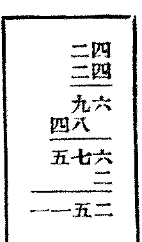




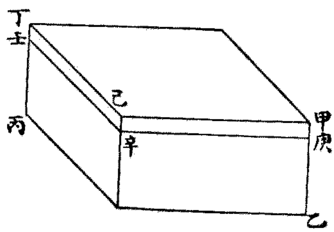


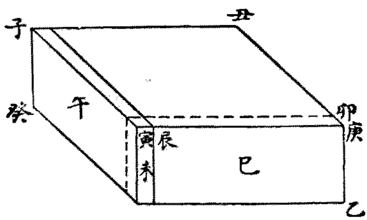


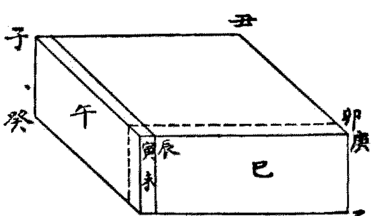


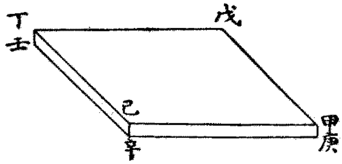


十尺相乘得二百四十尺以次商二尺再乘得四百八十尺倍之得九百六十尺爲二方廉積又以次商二尺自乘以初商十尺再乘得四十尺爲一長廉積合二方廉一長廉積共一千尺與餘積一百五十二尺相加得一千一百五十二尺爲次商一方廉積乃以初商次商之長二十四尺自乘得五百七十六尺以次商二尺再乘得一千一百五十二尺書於餘積之下相減恰盡是知立方之高十二尺長與闊皆二十四尺也如圖甲乙丙丁扁方體形容積六千九百一十二尺甲乙高十二尺甲戊長甲己闊俱二十四尺甲己與甲乙共三十六尺卽高與闊之和其從一面所分庚乙癸子扁方體形庚乙十尺卽初商數庚丑與庚寅皆二十六尺卽高闊和內減初商之數庚丑比甲戊多庚卯一段庚寅比甲己多辰寅一段卽次商數庚乙癸子長方積





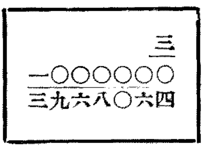


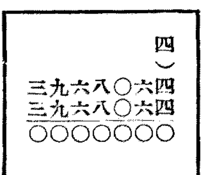


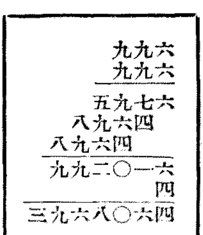
六千七百六十尺。卽初商與高闊和相減之餘數自乘、又以初商再乘之數。比初商原體積多巳午二方廉積。末一長廉積。因初商積內多減去此積。故以初商次商之長與闊。與初商相乘以次商再乘倍之卽得巳午二方廉積。又以次商自乘。以初商再乘。卽得末一長廉積。與餘積相加。卽得甲庚辛壬丁戊扁方體形。其甲戊長、甲己闊、皆二十四尺。卽高闊和內減初商次商之數。甲庚厚二尺。卽次商數。附於初商扁方體之一面而成甲乙丙丁之總扁方體積也。三商以後。皆倣此遞析推之。

設如帶兩縱相同立方積三百九十六萬八千零六十四尺。其長與闊相等。高與闊和一千尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其三百萬尺爲初商積。可商一百尺。而高闊和爲一千尺。按法相乘。過大於原積。爰以高闊和一千尺自乘。得一百萬尺。以除原積三百九十六萬八千零六十四尺。足三尺。取略大數爲四尺。乃以四尺書於原積四尺之上。而以所商四尺爲高與高闊和一千尺相減。餘九百九十六尺爲長與闊。卽以長與闊九百九十六尺自乘。得九十九萬二千零一十六尺。又以高四尺再乘。得



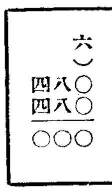


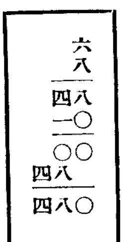


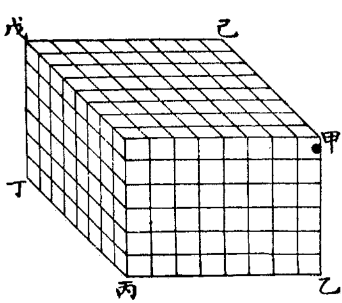
三百九十六萬八千零六十四尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲四尺。長與闊俱九百九十六尺也。此法蓋因帶兩縱甚多。而高數甚少。其高闊和比原長原闊所多無幾。故以高闊和自乘得一面積。以除原積。卽得高與高闊和相減所餘爲闊。亦卽長邊也。

設如帶兩縱不同立方積四百八十尺。高與闊和十四尺。高與長和十六尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其積四百八十尺。可商七尺。因欲得小於半和之數。乃退商六尺。書於原積空尺之上。而以所商六尺爲高與高與闊和十四尺相減。餘八尺爲闊。又以高六尺與高與長和十六尺相減。餘十尺爲長。卽以高六尺與闊八尺相乘得四十八尺。又以長十尺再乘得四百八十尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲六尺。其闊爲八尺。其長爲十尺也。如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積四百八十尺。其甲乙爲高六尺。乙丙爲闊八尺。甲己爲長十尺。甲己與甲乙共十六尺。卽高與長之和。甲乙與乙丙共十四尺。卽高與闊之和。初商所得爲高與高闊和相減。所餘爲闊。以高與高長和相減。所餘卽長也。



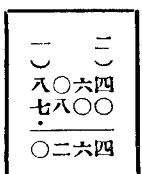


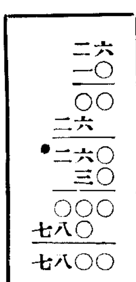


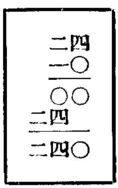
設如帶兩縱不同立方積八千零六十四尺。

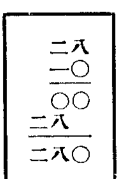
高與闊和三十六尺。高與長和四十尺。問高闊長各幾何。

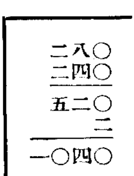
法列積如開立方法商之。其八千尺爲初商積。可商二十尺。因欲得小於半和之數。乃退商十尺。書於原積八千尺之上。而以所商十尺爲初商之高。與高闊和三十六尺相減。餘二十六尺爲初商之闊。又以初商之高十尺。與高長和四十尺相減。餘三十尺爲初商之長。即以初商之高十尺。與初商之闊二十六尺相乘。得二百六十尺。以初商之長三十尺再乘。得七千八百尺。書於原積之下相減餘二百六十四尺爲一長方廉積其厚即次商之數。其長與闊比初商之長與闊各少一次商之數。乃以初商之長三十尺。與初商之闊二十六尺相乘。得七百八十尺。以除餘積二百六十四尺。不足一尺。因仍益積。且初商之長闊尚減去次商數。故取大數爲二尺。書於原積四尺之上。而以所商二尺。與初商之闊二十六尺相減。餘二十四尺。爲初商次商之闊。以所商二尺。與初商之長三十尺相減。餘二十八尺。爲初商次商之長。即以初商次商之闊二十四尺。與初商之高十尺相乘。得二百四十尺。又以初商次商之長二十八尺。與初商之高十尺相乘。得二百八十尺。兩數相併。得五百二十尺。以次商二尺乘之。得一千零











四十尺．為二方廉積．又以次商二尺自乘．得四尺．以初商十尺再乘．得四十尺．為一長廉積．合二方廉一長廉積共一千零八十尺．與餘積二百六

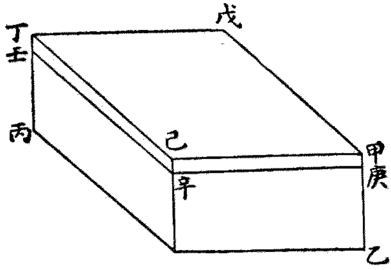
二
二
四
一〇
四〇

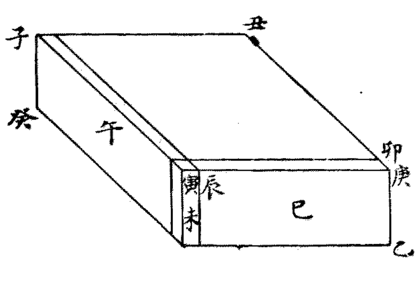
一〇四〇
四〇
一〇八〇

一　　二
）　　）
八〇六四
七八〇〇
〇二六四
一〇八〇
一三四四
一三四四
〇〇〇〇

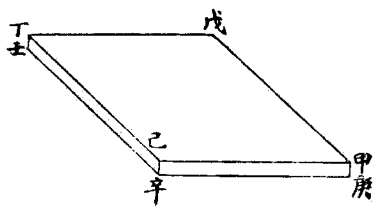
二四
二八
一九二
四八
六七二
二
一三四四

十四尺相加．得一千三百四十四尺．為次商一方廉積．乃以初商次商之闊二十四尺與長二十八尺相乘．得六百七十二尺．以次商二尺再乘．得一千三百四十四尺．書於原積之下．相減恰盡．是知立方之高十二尺．闊二十四尺．長二十八尺也．如圖甲乙丙丁扁長方體形容積八千零六十四尺．甲乙高十二尺．甲戊長二十八尺．甲己闊二十四尺．甲乙與甲己共三十六尺．卽高與闊之和．甲乙與甲戊共四十尺．卽高與長之和．其從一面所分庚乙癸子扁長方體形．庚乙十尺．卽初商





數．庚丑三十尺．卽高與長和內減初商之數．庚寅二十六尺．卽高與闊和內減初商之數．庚丑比甲戌多庚卯一段．庚寅比甲己多辰寅一段．卽次商數．庚乙癸子長方積七千八百尺．卽初商之長與初商之闊相乘．又以初商之高再乘之數．比原長原闊多巳午二方廉積．未一長廉積．因初商積內多減去此積．故以初商次商之長．與初商之高相乘．以初商次商之闊．與初商之高相乘．兩數相倂．以次商再乘．卽得巳午二方廉積．又以次商自乘．以初商之高再乘．卽得未一長廉積．與餘積相加．卽與甲庚辛壬丁戊一扁長方體形．其甲己闊二十四尺．卽高闊和內減初商次商之數．甲戌長二十八尺．卽高長和內減初商次商之數．甲庚厚二尺．卽次商數．附於初商扁長方體之一面．而成甲乙丙丁之總扁長方體積也．三商以後皆倣此遞析推之．



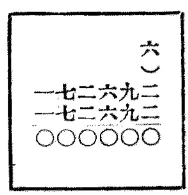
設如帶兩縱不同立方積一十七萬二千六百九十二尺．高與闊和一百二十九尺．高與長和二百四十尺．問高闊長各幾何．

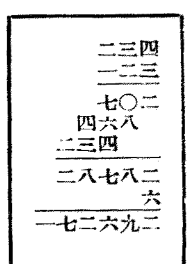
法列積如開立方法商之．其一十七萬二千尺爲初商積．可商五十尺．而長卽爲一百九十尺．闊卽爲七十九尺．按法相乘．過大於原積．爰以高與闊和一百二十九尺．與高與長和二百四十尺相乘．得三萬零八百六十尺．以除原積一十七萬二千六百九十二尺．足五尺．原略大之數爲六尺．

六）
）一七二六九二

五
三〇八六〇
一七二六九二

乃以六尺書於原積二尺之上。而以所商六尺為高與高與闊和一百二十九尺相減。餘一百二十三尺為闊。又以高六尺與高與長和二百四十尺相減。餘二百三十四尺為長。即以闊一百二十三尺。與長二百三十四尺相乘。得二萬八千七百八十二尺。又以高六尺再乘。得一十七萬二千六百九十二尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高為六尺闊為一百二十三尺長為二百三十四尺也。



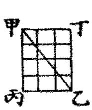


此法蓋因帶兩縱甚多。而高數甚少。其高與闊和。比原闊所多無幾。高與長和。比原長所多亦無幾。故以高與闊和、與高與長和相乘。得一面積。以除原積。即得高與高闊和相減。所餘為闊。與高與長和相減。所餘即長也。

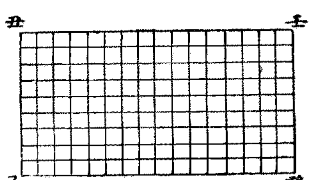
附勾股法四條

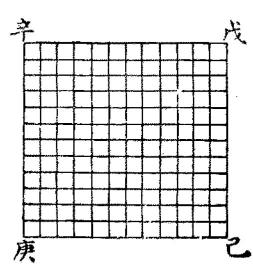
設如勾股積六尺。勾弦較二尺。求勾股弦各幾何。

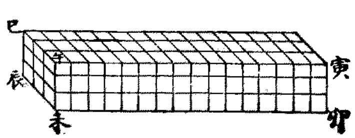
法以勾股積六尺。倍之得十二尺。自乘得一百四十四尺。以勾弦較二尺除之。得七十二尺。折半得三十六尺。為長方體積。乃以勾弦較二尺。折半得一尺。為長方體之長比高闊所多之較。用帶一縱較數開立方法算之。得高與闊三尺。為勾。加勾弦較二尺。得五尺為弦。以勾三尺除倍積十二尺。得四尺為股也。此法有勾股



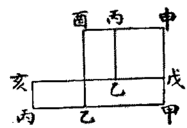
積勾弦較．必得股自乘積．以勾弦較除之．始得勾弦和．而勾弦和爲二勾一勾弦較之共數．將勾弦和半之．爲一勾半勾弦較之共數．今作爲帶縱立方體算者．卽如以勾爲帶縱立方之高與闊．勾與半勾弦較之共數．爲帶縱立方之長．半勾弦較爲帶縱之較．用帶縱較數立方法開之．得高與闊．卽勾也．如甲乙丙勾股積．倍之戌甲丁乙丙勾股相乘之長方面積．自乘得戊己庚辛正方面積．卽如勾自乘、股自乘、兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積．試將此長方面積．變爲長方體積．其底爲勾自乘之數．其長爲股自乘之數．其勾自乘之底邊卽勾．而股自乘之長．又爲勾弦較與勾弦和相乘之數．是暗中已得股自乘之一數矣．其長方體．卽如寅卯辰巳長方體形．然又試作一申甲乙酉弦自乘之正方．內申戌乙丙爲勾自乘之正方．則戌甲乙酉丙乙磬折形．與股自乘之正方等．引而長之．成戌甲丙亥之長方．其戌甲闊卽勾弦較．甲乙丙長卽勾弦和．今以股自乘之數．用勾弦較除之．得勾弦和．卽如寅卯辰巳之長方體積．用勾弦較除之．而得乾坎辰巳之長方體積．其午未辰巳之高闊相乘之面積未減而坎未之長．卽爲勾弦和

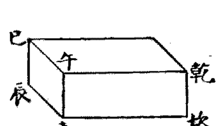


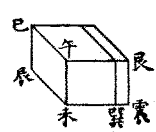




矣。勾弦和既爲二勾一勾弦較之共數。折半則得一勾半勾弦較之共數。故將所得之乾坎辰巳長方體積。折半爲艮震辰巳長方體積。其巳辰高、未辰闊、仍皆爲勾與巽未等。其震未長爲勾與半勾弦較之共數。震巽爲半勾弦較。卽長比高闊所多之數。故以勾弦較折半。用帶一縱較數開立方法算之。得高與闊爲勾也。

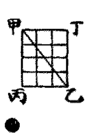




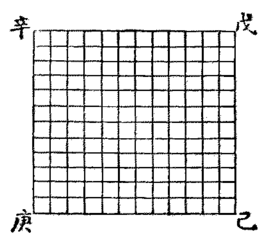


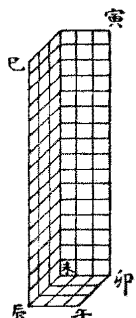
設如勾股積六尺。勾弦和八尺。求勾股弦各幾何。

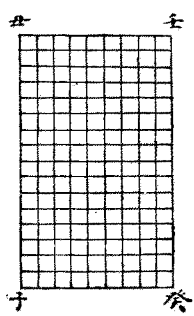
法以勾股積六尺倍之得十二尺。自乘得一百四十四尺。以勾弦和八尺除之。得十八尺。折半得九尺。爲扁方體積。乃以勾弦和八尺折半得四尺。爲扁方體之高與長闊之和。用帶兩縱相同和數開立方法算之。得長與闊三尺。爲勾。於勾弦和八尺內。減勾三尺餘五尺爲弦。以勾三尺除倍積十二尺。得四尺爲股也。此法有勾股積勾弦和。必得股自乘積以勾弦和除之。始得勾弦較。半之爲半勾弦較。今作爲帶縱立方體算者。卽如以勾爲帶縱立方之長與闊。半勾弦較爲帶縱立方之高。一勾半勾弦較之共數。爲帶縱立方之高與長闊之和。用帶兩縱相同和數立方法開之。得長與闊卽勾也。如甲乙丙勾股積倍之成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積。自乘得戊己庚辛正方面積。卽如勾

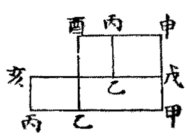


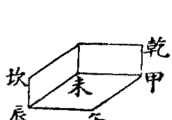
自乘、股自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積。試將此長方面積。變爲長方體積。其底爲勾自乘之數。其高爲股自乘之數。其勾自乘之底卽邊勾。而股自乘之高。又爲勾弦較與勾弦和相乘之數。是暗中已得股自乘之一數矣。其長方體。卽如寅卯辰巳長方體形。然又試作一申甲乙酉弦自乘之正方內申戊乙丙爲勾自乘之正方。則戊甲乙酉丙乙磬折形。與股自乘之正方等。引而長之成戌甲丙亥之長方。其戌甲闊卽勾弦較。甲乙丙長卽勾弦和。今以股自乘之數。用勾弦和除之。則得勾弦較。卽如寅卯辰巳之長方體積。用勾弦和除之。而得乾卯辰坎扁方體積。其卯午辰未之長闊相乘之面積未減。而乾卯之高。卽爲勾弦較矣。折半則得艮卯辰震扁方體積。其卯午長、午辰闊、仍皆爲勾。而艮卯之高爲半勾弦較。其艮卯與卯午卽高與長闊之和。爲一勾半勾弦







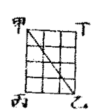


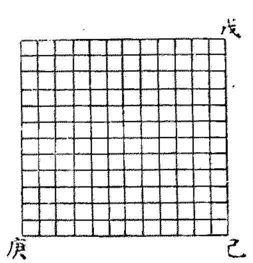


較之共數．而勾弦和乃二勾一勾弦較之共數．故以勾弦和折半得一勾半勾弦較用帶兩縱相同和數開立方法算之．得長與闊爲勾也．

設如勾股積六尺．股弦較一尺．求勾股弦各幾何．

法以勾股積六尺．倍之得十二尺．自乘得一百四十四尺．以股弦較一尺除之．仍得一百四十四尺．折半得七十二尺．爲長方體積．乃以股弦較一尺．折半得五寸．爲長方體之長比高闊所多之較．用帶一縱較數開立方法算之．得高與闊四尺爲股．加股弦較一尺．得五尺爲弦．以股四尺除倍積十二尺．得三尺爲勾也．此法有勾股積．有股弦較．必得勾自乘積．以股弦較除之．始得股弦和．而股弦和爲二股一股弦較之共數．將股弦和半之．爲一股半股弦較之共數．今作爲帶縱立方體算者．卽如以股爲帶縱立方之高與闊．股與半股弦較之共數．爲帶縱立方之長．半股弦較爲帶縱之較．用帶縱較數立方法開之．得高與闊卽股也．如甲乙丙勾股積．倍之則成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積．自乘得戊己庚辛正方面積．卽如股自乘勾自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積．試將此長方面積變爲長方體積．其底爲股自乘之數．其長爲勾自乘之數．其股自乘之底邊卽股．而勾自乘之長．又爲股弦與股弦和相乘之數．是暗中已得勾自

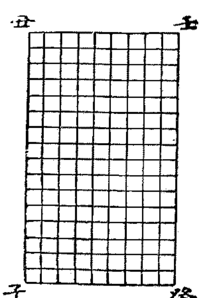


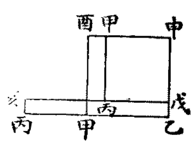


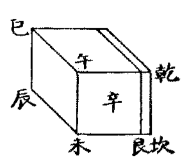
乘之一數矣。其長方體。卽如寅卯辰巳之長方體形然。又試作一申乙甲酉弦自乘之正方。內申戌丙甲爲股自乘之正方。則戌乙甲酉甲丙磬折形與勾自乘之正方等。引而長之。成戌乙丙亥之長方。其戌乙闊卽股弦較。乙甲丙長卽股弦和。今以勾自乘之數。用股弦較除之。得股弦和。卽如寅卯辰巳之長方體積。用股弦較除之。仍得寅卯辰巳之長方體積。其午未辰巳高闊相乘之面積。與卯未之長俱未減。而卯未之長。卽命爲股弦和矣。股弦和旣爲二股一股弦較之共數。折半則得一股半股弦較之共數。故將所得之寅卯辰巳長方體積。折半爲乾坎辰巳長方體積。其未辰闊巳辰高。仍皆爲股與艮未等。其坎未長爲股與半股弦較之共數。坎艮爲半股弦較。卽長比高闊所多之數。故以股弦較折半用帶一縱較數開立方法算之。得高與闊爲股也。

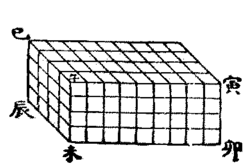
設如勾股積六尺。股弦和九尺。求勾股弦各幾何。

法以勾股積六尺。倍之得十二尺。自乘得一百四十四尺。以股弦和九尺除之。得十六尺。折半得八尺。爲

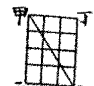


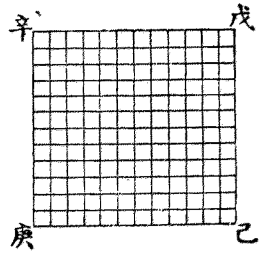


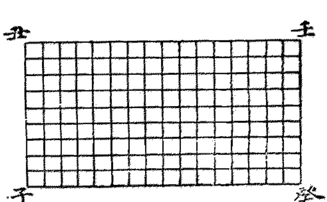




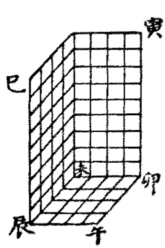
扁方體積．乃以股弦和九尺．折半得四尺五寸．爲扁方體之高與長闊之和．用帶兩縱相同和數開立方法算之．得長與闊四尺爲股．於股弦和九尺內減股四尺．餘五尺爲弦．以股四尺除倍積十二尺．得三尺爲勾也．此法有勾股積股弦和．必得勾自乘積．以股弦和除之．始得股弦較．半之爲半股弦較．今作爲帶縱立方體算者．卽如以股爲帶縱立方之長與闊．半股弦較爲帶縱立方之高．一股半股弦較之共數．爲帶縱立方之高與長闊之和．用帶兩縱相同和數立方法開之．得長與闊卽股也．如甲乙丙勾股積．倍之成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積．自乘得戊己庚辛正方面積．卽如股自乘、勾自乘、兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積．試將此長方面積．變爲長方體積．其底爲股自乘之數．其高爲勾自乘之數．其股自乘之底邊卽股．而勾自乘之高又爲股弦和與股弦較相乘之數．是暗中已得勾自乘之一數矣．其長方體．卽如寅卯辰巳長方體形然．又試作一申乙甲酉弦自乘之正方內申戌丙甲

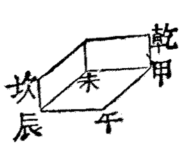


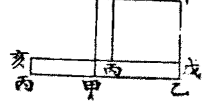


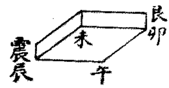


爲股自乘之正方。則戊乙甲酉甲丙磬折形。與勾自乘之正方等。引而長之。成戊乙丙亥之長方。其戊乙闊卽股弦較。乙甲丙長卽股弦和。今以勾自乘之數。用股弦和除之。則得股弦較。卽如寅卯辰巳之長方體積。用股弦和除之。而得乾卯辰坎扁方體積。其卯午辰未長闊相乘之面積未減。而乾卯之高卽爲股弦較矣。折半則得艮卯辰震扁方體積。其卯午長、午辰闊、仍皆爲股。而艮卯之高爲半股弦較。其艮卯與卯午。卽高與長闊之和。爲一股半股弦較之共數。而股弦和乃二股一股弦較之共數。故以股弦和折半得一股半股弦較。用帶兩縱相同和數開立方法算之。得長與闊爲股也。









數理精蘊下編卷二十五

體部三

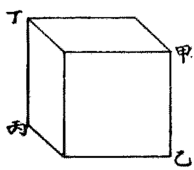
各體形總論

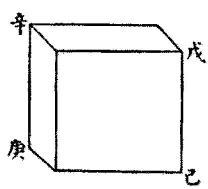
體之爲形成於面面之相合爲厚角故凡體形皆自厚角所合而生面之所合不能成厚角則體亦不能成形惟渾圓則無角然求積之法亦合衆尖體而成渾圓是雖無角而實賴於角也方體有正方斜方尖方方環陽馬塹堵之異圓體則有渾圓長圓尖圓之殊至於各等面體惟成於三角四角五角之面而兼盡乎方圓之理函於圓者其角切於球之外面函圓者球之外面切於各面之中心而各體又有互相容之妙因其各面皆等故其中心至每邊之線皆同就其各形而分視之則成各等邊面形因其各形而細剖之則成各同底尖體形然求積總以勾股爲準則蓋體成於面面生於線理固然也有積求邊則必以方圓爲比例是以邊線等者體積不等如圓球徑與各等面體之一邊俱設爲一〇〇〇則正方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇圓球體積爲五二三五九八七七五四面體積爲一一七八五一一二九八面體積爲四七一四〇四五二一十二面體積爲七六六三一一八九〇三二十面體積爲二一八一六九四九六九此各形之體積皆以方積比例者也或以圓球體積設爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇則圓球徑得一二四〇小餘七〇〇九八如圓球徑與各等面體之一邊俱設爲一二四〇小餘七〇〇九八則圓

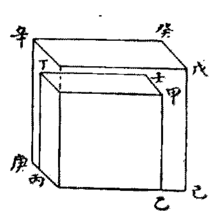
球體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。正方體積爲一九〇九八五九三一七。四面體積爲二二五〇七九〇七七。八面體積爲九〇〇三一六三一七。十二面體積爲一四六三五四七九〇五一二。二十面體積爲四一六六七三〇四六三。此各形之體積。皆以球積比例者也。蓋因各形之邊線相等體積不同。故皆定爲體與體之比例也。體積等者邊線不等。如圓球體積與各等面體積。俱設爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則正方體之每邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。而圓球徑爲一二四〇七〇〇九八。四面體之每邊爲二〇三九六四八九〇。八面體之每邊爲一二八四八九八二九。十二面體之每邊爲五〇七二二二〇七。二十面體之每邊爲七七一〇二五三四此各形之邊線。皆以方邊比例者也。或以圓球徑設爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。則圓球體積爲五二三五九八七七五五九八二九八八七三〇七一九二三。如圓球體積與各等面體積。俱設爲五二三五九八七七五五九八二九八八七三〇七一九二三。則圓球徑爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。正方體之每邊爲八〇五九九五九七。四面體之每邊爲一六四三九四八八一八。八面體之每邊爲一〇三五六二二八五。十二面體之每邊爲四〇八八一八九五。二十面體之每邊爲六二一四四三三二。此各形之邊線。皆以球徑比例者也。蓋因各形之體積相等邊線不同。故皆定爲線與線之比例也。要之邊求積者。亦皆本於勾股。而積求邊者。一皆歸之正方。此方所以爲立法之原。入算之本也。

設如正方體每邊二尺。今將其積倍之。問得方邊幾何。

法以每邊二尺自乘再乘得八尺。倍之得一十六尺。開立方得二尺五寸一分有餘。卽所求之方邊數也。如圖甲乙丙丁正方體。每邊二尺。其體積八尺。倍之得一十六尺。卽如戊己庚辛正方體積。每邊得二尺五寸一分有餘。試於戊己庚辛正方體形內。作甲乙丙丁正方體形。則其外之戊己乙甲壬丁丙庚辛癸罄折體形。卽與甲乙丙丁正方體積相等也。

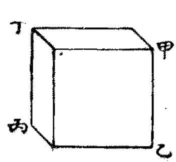




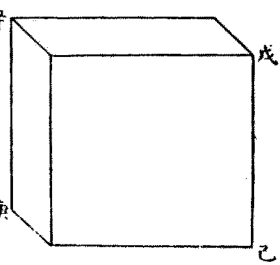


設如正方體每邊二尺。今將其積八倍之。問得方邊幾何。

法以每邊二尺倍之得四尺。卽所求之方邊數也。如圖甲乙丙丁正方體。每邊二尺。其體積八尺。八倍之得六十四尺。卽如戊己庚辛正方體積。其每邊得甲乙丙丁正方形每邊之二倍。是故不用八倍其積開立方。止以每邊二尺倍之而卽得也。此法蓋因兩體積之比例。比之兩界之比例。爲連比例隔二位相加之比例。見

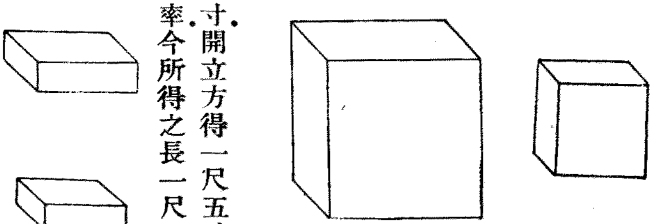


幾何原本十卷第四節・故戊己庚辛正方體積六十四尺與甲乙丙丁正方體積之八尺相比爲八分之一而戊己庚辛正方邊之四尺與甲乙丙丁正方邊之二尺之比爲二分之一夫六十四與三十二三十二與十六十六與八八與四四與二皆爲二分之一之連比例而六十四與八之比其間隔三十二與十六之兩位故爲連比例隔二位相加之比例也

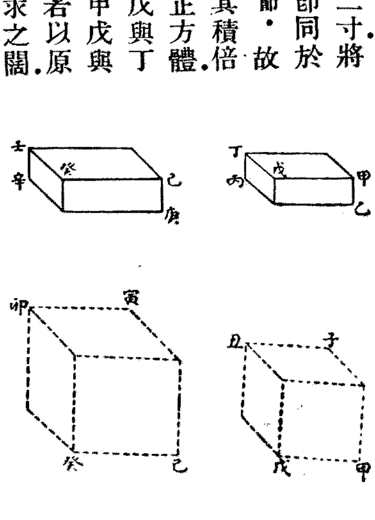


設如長方體長一尺二寸闊八寸高四寸今將其積倍之仍與原形爲同式形問得長闊高各幾何

法以長一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸倍之得三尺四百五十六寸開立方得一尺五寸一分一釐有餘即所求之長既得長乃以原長一尺二寸爲一率原闊八寸爲二率今所得之長一尺五寸一分一釐有餘爲三率求得四率一尺零七釐有餘即所求之闊也又以原長一尺二寸爲一率原高四寸爲二率今所得之長一尺五寸一分一釐有餘爲三率求得四率五寸零三釐有餘即所求之高也或以闊八寸自乘再乘倍之開立方亦得一尺零七釐有餘爲所求之闊以高四寸自



乘再乘倍之開立方。亦得五寸零三釐有餘。爲所求之高也。如圖甲乙丙丁長方體。甲乙高四寸。丁戊闊八寸。甲戊長一尺二寸。將其積倍之。卽如己庚辛壬長方體。此兩長方體積之比例。卽同於其相當二界各作兩正方體積之比例。見幾何原本十卷第五節。故依甲乙丙丁長方體之甲戊長界。作甲戊丑子正方體。將其積倍之。卽如己庚辛壬長方體之己癸長界所作之己癸卯寅正方體。故開立方得己癸爲所求之長也。既得己癸之長。則以甲戊與丁戊之比。卽同於己癸與壬癸之比。得壬癸爲所求之闊。又甲戊與甲乙之比。同於己癸與己庚之比。得己庚爲所求之高也。若以原闊自乘再乘倍之開立方。亦得一尺零七釐有餘。爲今所求之闊。原高自乘再乘倍之開立方。亦得五寸零三釐有餘。爲今所求之高。皆如以其相當二界各作正方體互相爲比之理也。



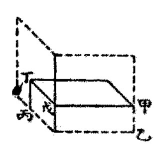
設如長方體長一尺二寸。闊八寸。高四寸。今將其積八倍之。仍與原形爲同式形。問得長闊高各幾何。

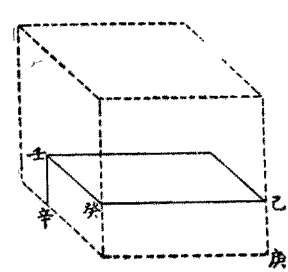
法以長一尺二寸倍之。得二尺四寸。卽所求之長。又以原闊八寸倍之。得一尺六寸。卽所求之闊。又以原高四寸倍之。得八寸。卽所求之高也。如圖甲乙丙丁長方體。甲乙高四寸。丁戊闊八寸。甲戊長一尺二寸。將其積八倍之。卽如己庚辛壬長方體。其每邊得甲乙丙丁長方體每邊之二倍。是故不用八倍其積開

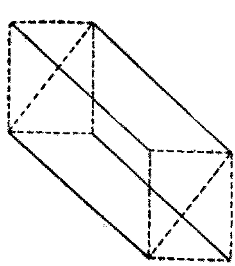
立方。止以各邊之數倍之而卽得也。此法葢因兩長方體之比例。例既同於其相當二界各作正方體之比例。而兩正方體之比例比之二界之比例。爲連比例隔二位相加之比例。故兩長方體積之比例。較之兩體各界之比例。亦爲連比例隔二位相加之比例也。

設如塹堵體形。闊五尺。長十二尺。高七尺。問積幾何。

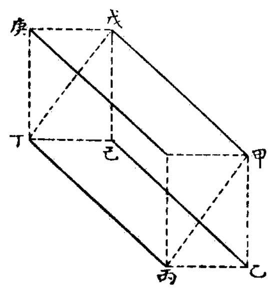
法以闊五尺與長十二尺相乘得六十尺。又以高七尺再乘得四百二十尺。折半得二百一十尺。卽塹堵體形之積也。葢塹堵體形。卽平行二勾股面之三稜長體。如甲乙丙丁戊己塹堵體形。其兩端之二面皆爲勾股形。一爲甲乙丙。一爲丁戊己。俱平行。以乙丙闊與丙丁長相乘。成乙丙丁己長方面形。又以甲乙高再乘。成甲乙丙丁庚戊長方體形。凡平行面之長方體。自其一面之對角線平分爲兩三稜體。此兩三稜體之積相等。見幾何原本五卷第十七節。夫一長方體所分兩三稜體之積既相等。則三稜體積必爲長方體積之一半。故將所得之甲乙丙丁庚戊長方體積折半。卽得甲乙丙丁戊己塹堵體形之積也。





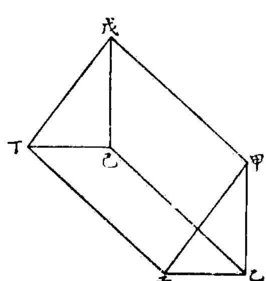


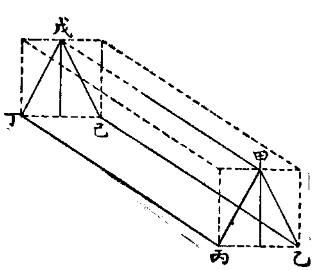
又法以闊五尺與高七尺相乘得三十五尺．折半得一十七尺五寸．與長十二尺相乘得二百一十尺．卽塹堵體形之積也．如甲乙丙丁戊己塹堵體形以甲乙高與乙丙闊相乘折半．得甲乙丙一勾股面積．又與丙丁長相乘．卽得甲乙丙丁戊己塹堵體形之積也．



設如芻甍體形闊四尺．長十二尺．高四尺．問積幾何．

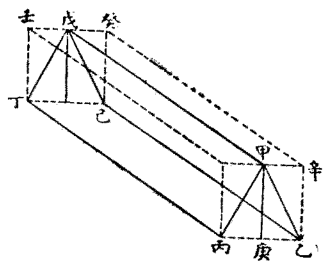
法以闊四尺與長十二尺相乘得四十八尺．又與高四尺相乘得一百九十二尺．折半得九十六尺．卽芻甍體形之積也．蓋芻甍體形．卽平行兩三角面之三稜長體．有直角爲塹堵體．無直角爲芻甍體．如甲乙丙丁戊己芻甍體形．其兩端之二面皆爲三角形．一爲甲乙丙．一爲丁戊己．俱平行．以乙丙闊與丙丁長相乘．成乙丙丁己長方面形．又以甲庚高再乘．成辛乙丙丁壬癸長方體形．凡平行面之三稜體積．爲平行面方體積之一半．見幾何原本五卷第二十節．

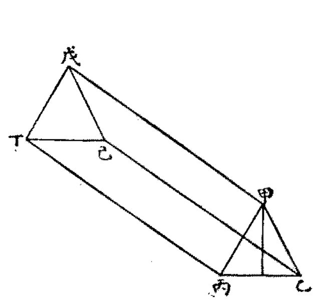




故將所得之辛乙丙丁壬癸長方體積折半。即得甲乙丙丁戊己芻甍體形之積也。

又法以闊四尺與高四尺相乘得一十六尺。折半得八尺。與長十二尺相乘得九十六尺。即芻甍體形之積也。如甲乙丙丁戊己芻甍體形。以乙丙闊與甲庚高相乘折半。得甲乙丙三角形面積。又與丙丁長相乘。即得甲乙丙丁戊己芻甍體形之積也。

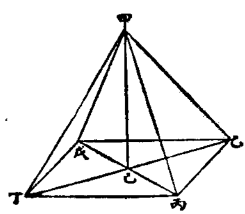


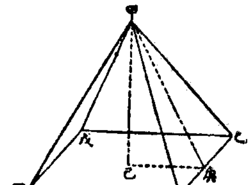


設如方底尖體形。底方每邊五尺。自尖至四角之斜線皆六尺。問自尖至底中立垂線之高幾何。

法以底方每邊五尺求對角斜線。法求得底方對角斜線七尺零七分一釐零六絲有餘。折半得三尺五寸三分五釐五毫三絲有餘爲勾。以自尖至四角之斜線六尺爲弦。用勾弦求股法。求得股四尺八寸四分七釐六毫八絲有餘。即自尖至底中立垂線之高數也。如圖甲乙丙丁戊方底尖體形。先求得乙丙丁戊底方面之乙丁對角斜線。折半於己。得乙己爲勾。以自尖至角之甲乙斜線爲弦。求得甲己股。即自尖至底中立垂線之高也。

又法以底方每邊五尺爲平面三角形之底。以自尖至四角之斜線六尺爲兩腰。用平面三角形求中垂線法。求得一面中垂線五尺四寸五分四釐三豪五絲爲弦。以底方每邊五尺折半。得二尺五寸爲勾。求得股四尺八寸四分七釐六豪七絲有餘。卽自尖至底中立垂線之高數也。如圖甲乙丙丁戊尖方體。其四面皆爲平面三角形。一爲甲乙丙。一爲甲丙丁。一爲甲丁戊。一爲甲戊乙。任以甲乙丙三角形之乙丙爲底。以甲乙甲丙爲兩腰。求得甲庚中垂線。而以此甲庚爲弦。底邊折半得庚己爲勾。求得甲己股。卽自尖至底中立垂線之高也。

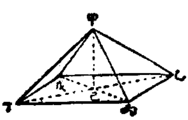


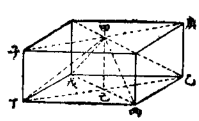


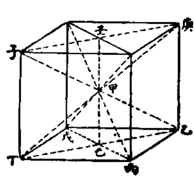
設如方底尖體形。底方每邊六尺。高三尺。問積幾何。

法以下方每邊六尺自乘得三十六尺。又以高三尺再乘得一百零八尺。三歸之得三十六尺。卽方底尖體形之積也。

如甲乙丙丁戊方底尖體形。以乙丙一邊自乘。得乙丙丁戊正方面形。又以甲己高再乘。得庚乙丁辛扁方體形。此扁



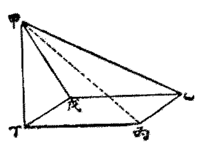


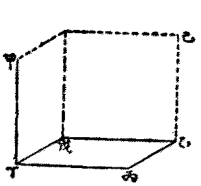


方體與尖方體之底面積等。其高又等。故庚乙丁辛一扁方體之積。與甲乙丙丁戊尖方體三形之積等。見幾何原本五卷第二十三節・試將甲己高倍之得壬己。與乙丙丁戊底面積相乘。得癸乙丁子正方體形。此正方體之乙丙丁戊、子寅癸丑、癸乙丙丑、戊丁子寅、乙戊寅癸、丙丁子丑、六方面皆與尖方體之底面積等。又自甲心依各稜至各角剖之。則成甲乙丙丁戊、甲子寅癸丑、甲癸乙丙丑、甲戊丁子寅、甲乙戊寅癸、甲丙丁子丑、六尖方體。此每一尖方體。俱爲倍高正方體之六分之一。既爲倍高正方體之六分之一。則必爲同高扁方體之三分之一。故將所得庚乙丁辛之同高方體積三分之。而得甲乙丙丁戊尖方體之積也。

設如陽馬體形。底方每邊六尺。高亦六尺。問積幾何。

法以底方每邊六尺自乘。得三十六尺。又以高六尺再乘。得二百一十六尺。三歸之。得七十二尺。卽陽馬體形之積也。如甲乙丙丁戊陽馬體形。以乙丙一邊自乘。得乙丙丁戊正方面形。又以甲丁高再乘。得己乙丁甲正方體形。此己乙丁甲一正方體之積。與甲乙丙丁戊陽馬體三形之積等。故三分之。卽得陽馬體之積也。此陽馬體與尖方體形雖不同。而法則一。蓋尖方體形尖在正中。陽馬體形尖在一隅。然大凡體形。其底面積等。高度又等。則其體積亦必相等。見幾何原本二卷第二十二節・故今陽馬體之乙丙丁戊底面

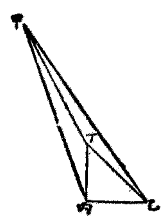


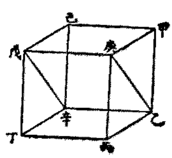


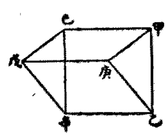
積。即如尖方體之底。其甲丁高度。即如尖方體之高度。故形雖不同而積則一也。

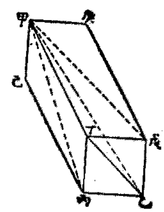
設如鱉臑體形長與闊俱四尺高九尺。問積幾何。

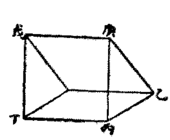
法以長與闊四尺自乘得十六尺。以高九尺再乘得一百四十四尺。六歸之得二十四尺。即鱉臑體形之積也。蓋鱉臑體。即勾股面之尖體。如甲乙丙丁鱉臑體形。以丁丙長與乙丙闊相等。成乙丙丁戊正方面形。以甲丁高再乘。成甲庚戊乙丙己長方體形。此一長方體之積。與甲戊乙丙丁陽馬體三形之積等。而甲乙丙丁鱉臑體之積。又爲甲戊乙丙丁陽馬體積之一半。葢各類尖體。其底面積等。其高又等。則其體積亦等。見幾何原本二卷第二十二節。今甲乙丙丁鱉臑體之乙丙丁底積。爲甲戊乙丙丁陽馬體之乙丙丁戊底面積之一半。則甲乙丙丁鱉臑體積。亦必爲甲戊乙丙丁陽馬體積之一半。鱉臑體既爲陽馬體之一半。而陽馬體又爲長方體之三分之一。則鱉臑

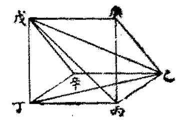


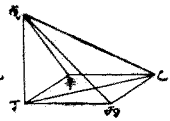


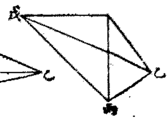


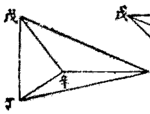




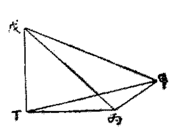






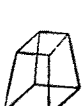


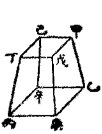
體必爲長方體之六分之一。故將所得甲庚戊乙丙己長方體積六分之。即得甲乙丙丁鼈臑體之積也。又凡正方體。或長方體。按法剖之。即成塹堵陽馬鼈臑各體。而自得其相比之率也。如圖甲乙丙丁戊己正方體。自其庚乙一面對角線。至對面戊辛對角斜線平分之。即得甲乙辛戊己與庚乙丙丁戊二塹堵體。又將庚乙丙丁戊塹堵體。自其上稜戊角至乙對角。依乙丙下稜斜剖之。則得戊乙丙丁辛一陽馬體。乙丙戊庚一鼈臑體。又將戊乙丙丁辛陽馬體。自其戊乙相對斜稜平分之。則得戊乙丁辛、與戊乙丙丁、二鼈臑體。夫一正方體剖之。得二塹堵體。是塹堵體爲正方體二分之一也。一塹堵體剖之。得一陽馬體一鼈臑體。而一陽馬體剖之。又得二鼈臑體。是陽馬體爲塹堵體之三分之二。即爲正方體之三分之一。而鼈臑體爲塹堵體之三分之一。即爲正方體之六分之一也。



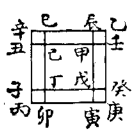
設如上下不等正方體形。上方每邊四尺。下方每邊六尺。高八尺。問積幾何。

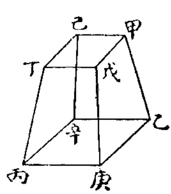
法以上方每邊四尺自乘。得一十六尺。下方每邊六尺自乘。得三十六尺。又以上方每邊四尺與下方每邊六尺相乘。得二十四尺。三數相併。





得七十六尺。與高八尺相乘。得六百零八尺。三歸之。得二百零二尺六百六十六寸有餘。卽上下不等正方體形之積也。如甲乙丙丁上下不等正方體形。戊丁上方邊自乘得甲戊丁己正方面形。庚丙下方邊自乘得乙庚丙辛正方面形。戊丁上方邊與庚丙下方邊相乘。得壬癸子丑長方面形。將此三方面形相倂。與高八尺相乘。得三長方體形。其一上下方面。俱如甲戊丁己。其一上下方面俱如乙庚丙辛。其一上下方面。俱如壬癸子丑。蓋乙庚丙辛長方體。比甲戊丁己長方體。多壬癸戊甲、戊寅卯丁、己丁子丑、辰甲己巳、四方廉體。又多乙壬甲辰、癸庚寅戊、丁卯丙子、巳己丑辛、四長廉體。而壬癸子丑長方體。比甲戊丁己長方體。多壬癸戊甲、己丁子丑、二方廉體。若將共多之六方廉體四長廉體俱截去。則此三長方體之上下方面必皆如甲戊丁己。乃以每一方廉體變爲二塹堵體。每一長廉體變爲三陽馬體。共得十二塹堵體。十二陽馬體。將甲戊丁己類三長方體。各加四塹堵體。四陽馬體。則皆成上下不等三正方體。故三歸之、而得甲乙丙丁上下不等一正方體形之積也。



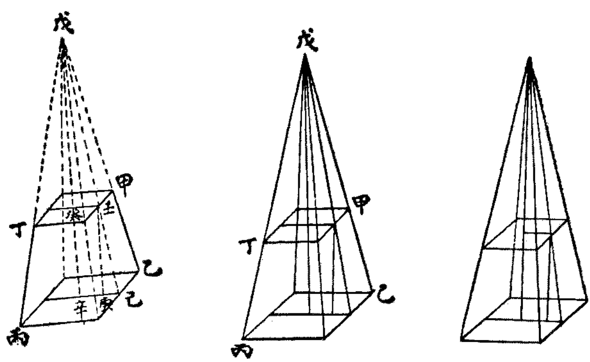


又法以上方邊四尺與下方邊六尺相減。餘二尺。折半得一尺爲一率。高八尺爲二率。下方邊六尺。折半得三尺爲三率。求得四率二十四尺。爲上下不等正方體形上補成一尖方體之共高。乃以下方邊六尺自乘得三十六尺。與所得共高二十四尺相乘。得八百六十四尺。三歸之。

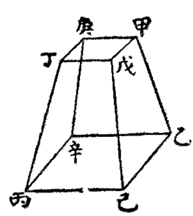
得二百八十八尺。爲大尖方體之積。又以高八尺與共高二十四尺相減。餘十六尺。爲上小尖方體之高。以上方邊四尺自乘得十六尺。與上高十六尺相乘得二百五十六尺。三歸之得八十五尺三百三十三寸有餘。爲上小尖方體之積。與大尖方體積二百八十八尺相減。餘二百零二尺六百六十六寸有餘。卽上下不等正方體形之積也。如甲乙丙丁上下不等正方體形。加戊甲丁小尖方體形。遂成戊乙丙大尖方體形。先以上方邊與下方邊相減折半。如己庚下方邊折半如己辛。依勾股比例。己庚與壬庚之比。卽同於己辛與戊辛之比。以戊辛與乙丙下方面相乘。三歸之。得戊乙丙大尖方體積。以戊癸與甲丁上方面相乘。三歸之。得戊甲丁小尖方體積。於戊乙丙大尖方體積內減去戊甲丁小尖方體積。所餘必甲乙丙丁上下不等正方體形之積也。

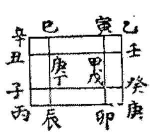
設如上下不等長方體形。上方長四尺。闊三尺。下方長八尺。闊六尺。高十尺。問積幾何。

法以上長四尺與上闊三尺相乘得十二尺。倍之。得二十四



尺。下長八尺與下闊六尺相乘得四十八尺。倍之。得九十六尺。又以上闊三尺與下長八尺相乘。得二十四尺。以下闊六尺與上長四尺相乘。得二十四尺。四數相併。得一百六十八尺。與高十尺相乘。得一千六百八十尺。六歸之。得二百八十尺。卽上下不等長方體形之積也。如甲乙丙丁上下不等長方體形。戊丁上長與甲戊上闊相乘。得一甲戊丁庚長方面形。倍之。得二甲戊丁庚長方面形。己丙下長與乙己下闊相乘。得一乙己丙辛長方面形。倍之。得二乙己丙辛長方面形。甲戊上闊與己丙下長相乘。得一壬癸子丑長方面形。乙己下闊與戊丁上長相乘。得一寅卯辰巳長方面形。將此六長方面形相併。與高十尺相乘。得六長方體形。其二上下方面俱如甲戊丁庚。其二上下方面俱如乙己丙辛。其一上下方面俱如壬癸子丑。其一上下方面俱如寅卯辰巳。蓋二乙己丙辛長方體比二甲戊丁庚長方體。爲多二壬癸戊甲、二戊卯辰丁、二庚丁子丑、二寅甲庚巳、八方廉體。又多二乙壬甲寅、二癸巳卯戊、二丁辰丙子、二巳庚丑辛、八長廉體。而一壬癸子丑長方體比一甲戊丁庚長方體。多一壬癸戊甲、一庚丁子丑、二方廉體。而一寅卯辰巳長方體比一甲戊丁庚長方體。多一寅甲庚巳、一戊卯辰丁、二方廉體。若將共多之十二方廉體、八長廉體、俱截去。則此六長方體之上下方面。必皆如甲戊丁庚。乃以每一方廉體變爲二塹堵體。每一長廉體變爲三陽馬體。共得二十四塹

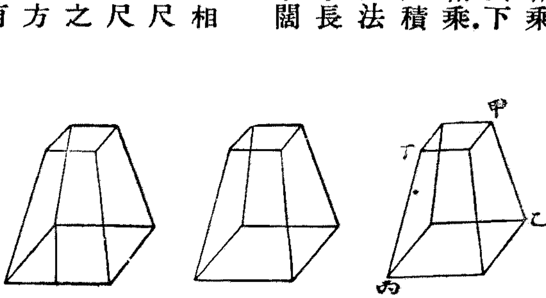




塹堵體。二十四陽馬體。將六長方體。各加四塹堵體四陽馬體。則皆成上下不等六長方體。故六歸之而得甲乙丙丁上下不等長方體形之積也。

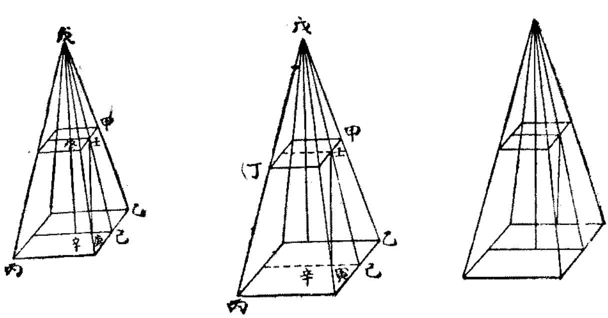
又法以上長四尺倍之得八尺。加下長八尺。共十六尺。與上闊三尺相乘。得四十八尺。又以下長八尺倍之得十六尺。加上長四尺得二十尺。與下闊六尺相乘。得一百二十尺。兩數相併。得一百六十八尺。與高十尺相乘。得一千六百八十尺。六歸之得二百八十尺。即上下不等長方體形之積也。此法與前法同。此法之以上長倍之。加下長與上闊相乘之數。即前法之上長上闊相乘倍之。又加上闊與下長相乘之數也。又此法之以下長倍之。加上長與下闊相乘之數。即前法之下長下闊相乘倍之。又加下闊與上長相乘之數也。圖解並同。

又法以上長四尺與上闊三尺相乘。得十二尺。下長八尺與下闊六尺相乘。得四十八尺。又以上長四尺與下闊六尺相乘。下長八尺與上闊三尺相乘。共得四十八尺。折半得二十四尺。三數相併。得八十四尺。與高十尺相乘。得八百四十尺。三歸之得二百八十尺。亦即上下不等長方體形之積也。蓋此法與上下不等正方體求積之法同。但正方體上下俱係正方面。故止用上下方邊各自乘。上方邊與下方邊相乘。此則上下方面各有



長闊。既用上方長闊相乘。下方長闊相乘。又必以上長乘下闊。下長乘上闊。相加折半以取中數乃可相併而與高數相乘三歸之而得體積也。

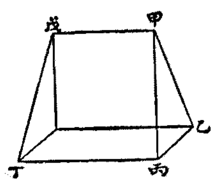
又法以上長四尺與下長八尺相減。餘四尺。折半得二尺爲一率。高十尺爲二率。下長八尺折半得四尺爲三率。求得四率二十尺爲上下不等長方體形上補成一尖長方體之共高。乃以下長八尺與下闊六尺相乘。得四十八尺。與所得共高二十尺相乘。得九百六十尺。三歸之。得三百二十尺。爲大尖長方體之積。又以高十尺與共高二十尺相減。餘十尺。爲上小尖長方體之高。以上長四尺與上闊三尺相乘。得十二尺與上高十尺相乘。得一百二十尺。三歸之。得四十尺。爲上小尖長方體之積。與大尖長方體積三百二十尺相減餘二百八十尺。即上下不等長方體形之積也。如甲乙丙丁上下不等長方體形。加戊甲丁小尖長方體形。遂成戊乙丙大尖長方體形。先以上長與下長相減折半如己庚。以下長折半如己辛。依勾股比例己庚與壬庚之比。即同於己辛與戊辛之比。以戊辛與乙丙下長方面相乘。三歸之。得戊乙丙大尖長方體積。以戊癸與甲丁上長方面相乘。

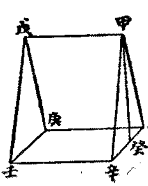


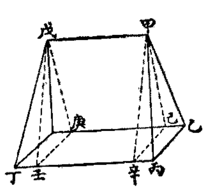
三歸之。得戊甲丁小尖長方體積。於戊乙丙大尖體積內減去戊甲丁小尖體積。所餘必甲乙丙丁上下不等長方體形之積也。

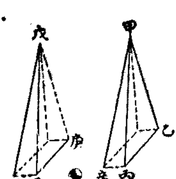
設如上下不等芻甍體形。上長十尺。下長十四尺。下闊五尺。高十二尺。問積幾何。

法以上長十尺與下闊五尺相乘。得五十尺。以高十二尺再乘。得六百尺。折半得三百尺。爲上下相乘芻甍體積。又以上長十尺與下長十四尺相減。餘四尺。與下闊五尺相乘。得二十尺。以高十二尺再乘。得二百四十尺。三歸之。得八十尺。與先所得上下相等芻甍體積三百尺相倂。得三百八十尺。卽上下不等芻甍體之積也。如甲乙丙丁戊上下不等芻甍體形。自其上稜之甲戊兩端直剖之。則分爲甲己辛壬戊一芻甍體。甲乙丙辛與戊庚壬丁二尖方體。故以與上長相等之己庚與己辛闊(與乙丙等)相乘。卽得己辛壬庚芻甍體之底面積。與甲癸高相乘。折半得甲己辛壬戊芻甍體積。又以甲戊上長與丙丁下長相減。所餘丙辛、壬丁二段。卽二尖方體之共長。與乙丙闊相乘。得乙辛與庚丁二尖方體之底面積。與高相乘。三歸之。卽得甲乙丙辛與戊庚壬丁二尖方體積。與





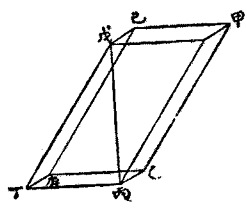


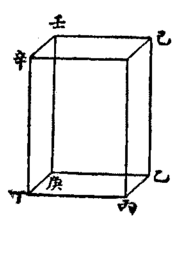


甲己辛壬戊一芻甍積相加。即得甲乙丙丁戊一上下不等芻甍體之總積也。

設如兩兩平行邊斜長方體形。長二尺四寸。闊八寸。高三尺七寸。問積幾何。

法以長二尺四寸與闊八寸相乘。得一尺九十二寸。又以高三尺七寸再乘。得七尺一百零四寸。即兩兩平行邊斜長方體形之積也。如圖甲乙丙丁戊己斜長方體形。以乙丙闊與丙丁長相乘。得乙丙丁庚長方面積。以戊丙高再乘。成己乙丙丁辛壬長方體。凡平行平面之間所有立於等積底之各平行體。其積必俱相等。見幾何原本五卷第十九節。故甲乙丙丁戊己斜倚之長方體。必與己乙丙丁辛壬正立之長方體爲相等也。

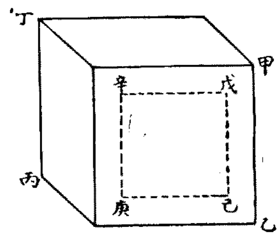


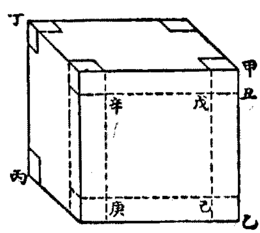


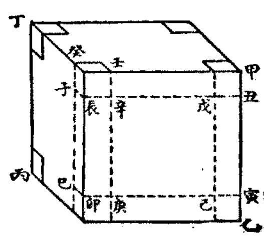
設如空心正方體積一千二百一十六寸。厚二寸。問內外方邊各幾何。

法以厚二寸自乘再乘得八寸。八因之得六十四寸。與共積一千二百一十六寸相減。餘一千一百五十二寸。六歸之。得一百九十二寸。用厚二寸除之。得九十六寸。爲內方邊與外方邊相乘長方面積。乃以厚二寸倍之。得四寸。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊八寸。即內方邊。得長一尺二寸。即外方邊也。如圖甲乙丙丁戊己庚辛空心正方體。其甲丑即空心正方體之厚。以之自乘再乘。八因之得壬辛

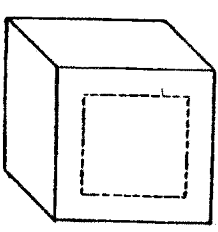
子癸類八小隅體.與空心正方體相減.則餘空心正方體之六面丑寅巳子類六長方扁體.六歸之.得丑寅巳子一長方扁體.用厚二寸除之.得丑寅卯辰一長方面積.其丑寅闊與戊己等.即內方邊.其丑辰長與甲乙等.即外方邊.其丑戊、辛辰、皆與甲丑厚度等.丑戊、辛辰、並之.即長闊之較.故以厚二寸倍之爲帶縱.求得闊爲內方邊.長爲外方邊也.



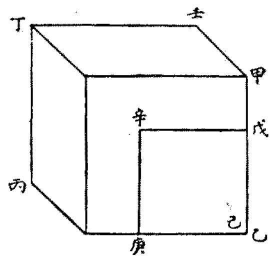


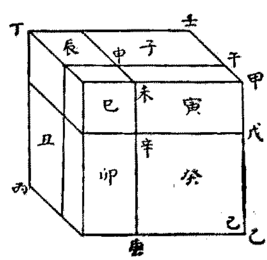


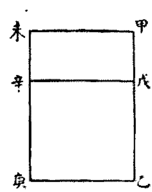
又法之厚二寸倍之得四寸.爲內方邊與外方邊之較.自乘再乘得六十四寸.與空心正方體積一千二百一十六寸相減.餘一千一百五十二寸.三歸之.得三百八十四寸.以內外方邊之較四寸除之.得九十六寸爲長方面積.以內外方邊之較四寸爲長闊之較.用帶縱較數開平方法算之.得闊八寸.即內方邊.加較四寸.得一尺二寸.即外方邊也.如圖甲乙丙丁戊己庚辛空心正方體.以戊己庚辛空心小正方形移置



乙角之一隅．則空心正方體．變為甲戊辛庚丙丁壬磬折體形．其甲戊卽磬折體之厚．為甲乙外方邊與戊己內方邊之較．依開立方次商法分之．得癸子丑三方廉體寅卯辰三長廉體巳一小隅體．以甲戊厚度自乘再乘．得巳一小隅體．與共積相減．餘三方廉體三長廉體．三歸之．則餘癸一方廉體．寅一長廉體．共成午甲乙庚未申一扁方體．其午甲厚與甲戊等．以午甲厚除午甲乙庚未申扁方體．則得甲乙庚未





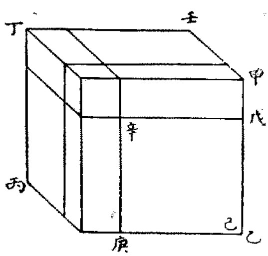


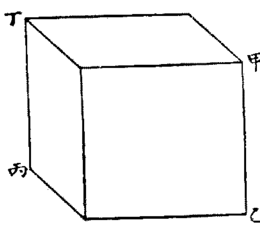
之長方面形．甲戊卽長闊之較．故用帶縱較數開平方法算之．得乙庚闊與戊乙等．卽空心方體之內方邊．以甲戊與戊乙相加．得甲乙．卽空心方體之外方邊也．

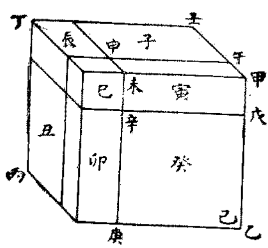
設如大小兩正方體．大正方體比小正方體每邊多四寸．積多二千三百六十八寸．問大小兩正方邊各幾何．

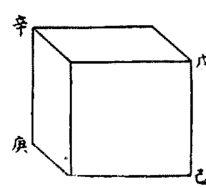
法以大正方邊比小正方邊所多之較四寸．自乘再乘．得六十四寸．與大正方體比小正方體所多之積二千三百六十八寸相減．餘二千三百零四寸．三歸之．得七百六十八寸．以邊較四寸除之．得一百九十

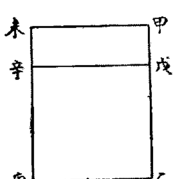
二寸爲長方面積.乃以邊較四尺爲長闊之較.用帶縱較數開平方法算之.得闊十二尺.即小正方之邊數.加較四尺得十六尺.即大正方之邊數也.如圖甲乙丙丁一大正方體.戊己庚辛一小正方體.試於甲乙丙丁大正方體.減去戊己庚辛小正方體.餘壬甲戊辛庚丙丁三面磬折體形.即大正方積比小正方積所多之較.甲戊爲磬折體之厚.即大正方邊比小正方邊所多之較.此三面磬折體形.依開立方次商法分之.則得癸子丑三方廉體.寅卯辰三長廉體.巳一小隅體.以甲戊邊較自乘再乘.得巳一小隅體.與磬折體積相減.餘三方廉體.三長廉體.三歸之.則得癸一方廉體.寅一長廉體.共成午甲乙庚未申一扁







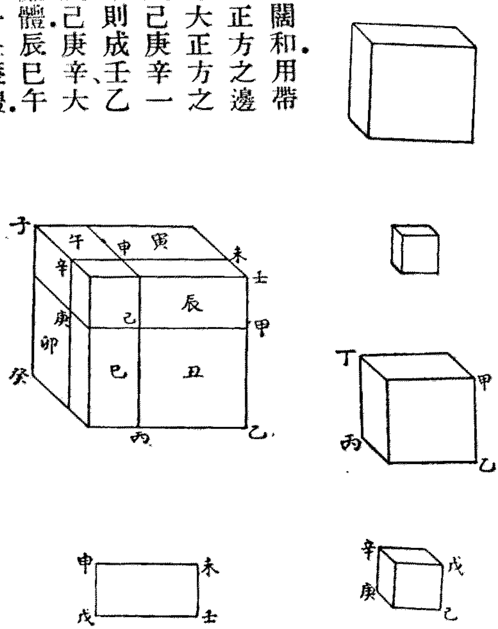




方體。其午甲厚與甲戌等。以午甲厚除之。則得甲乙庚未之長方面形。甲戌卽長闊之較。故用帶縱開平方法算之得乙庚闊與戊乙等。卽小正方之邊數。以甲戌與戊乙相加得甲乙。卽大正方之邊數也。

設如大小二正方體共邊二十四尺。共積四千六百零八尺。問兩體之每邊及體積各幾何

法以共邊二十四尺自乘再乘得一萬三千八百二十四尺。內減共積四千六百零八尺。餘九千二百一十六尺。三歸之。得三千零七十二尺。以共邊二十四尺除之。得一百二十八尺爲長方面積。乃以共邊二十四尺爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得闊八尺。卽小正方之邊數。與共邊二十四尺相減餘十六尺。卽大正方之邊數也。如圖甲乙丙丁一大正方體。戊己庚辛一小正方體。以共邊二十四尺自乘再乘。則成壬乙癸子一總正方體。內減甲乙丙丁、與戊己庚辛、大小兩正方體之共積。餘丑寅卯三方廉體。辰巳午三長廉體。三歸之。則得丑一方廉體。辰一長廉體。



共成未壬乙丙戊申一扁方體。用壬乙共邊除之。則得未壬戊申之長方面形。其未壬闊與壬甲等。其壬戊長與甲乙等。故以壬乙共邊爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得未壬闊。卽小正方之邊數。與長闊和相減。餘壬戊長。卽大正方之邊數也。

數理精蘊下編卷二十六

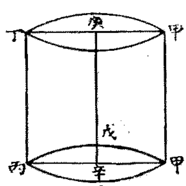
體部四

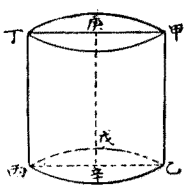
曲線體

設如長圓體徑與高皆七尺。問積幾何。

法以長圓體徑七尺用求圓面積法。求得圓面積三十八尺四十八寸四十五分零九釐九十六毫二十五絲有餘。以高七尺乘之。得二百六十九尺三百九十一寸五百六十九分七百三十七釐有餘。即長圓體之積也。如圖甲乙丙丁長圓體。先以乙丙底徑求得乙己丙戊圓面積。而以庚辛高乘之。即得甲乙丙丁長圓體之積也。

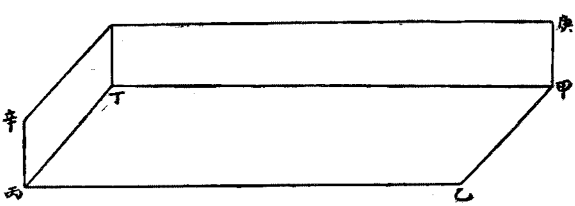
又法以長圓體徑七尺用徑求周法。求得圓周二十一尺九寸九分一釐一毫四絲八忽五微五纖有餘。與高七尺相乘。得一百五十三尺九十三寸八十分三十九釐八十五毫有餘。爲長圓體之外面積。以半徑三尺五寸乘之。得五百三十八尺七百八十三寸一百三十九分四百七十五釐有餘。折半得二百六十九尺三百九十一寸五百六十九分七百三十七

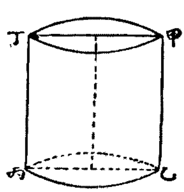




釐有餘.即長圓體之積也.如圖甲乙丙丁長圓體.先求得乙己丙戊圓周.與甲乙高相乘.得甲乙丙丁外面積爲底.以庚甲半徑乘之.得庚甲丙辛長方體爲甲乙丙丁長圓體積之二倍.蓋因長圓體之外面積與長方體之底面積等.而長圓體之半徑又與長方體之高度等.則長圓體爲長方體之一半.見幾何原本五卷第二十四節.故折半即得甲乙丙丁長圓體之積也.

又法用長方體長圓體之定率比例.以長方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率.長圓體積七八五三九八一六三爲二率.今所設之長圓體徑七尺自乘.以高七尺再乘.得三百四十三尺爲三率.求得四率二百六十九尺三百九十



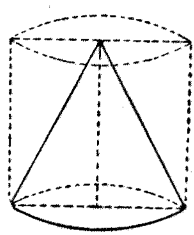


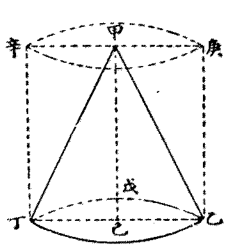
一率	〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七八五三九八一六三
三率	三四三
四率	二六九三九一五六九九〇九

一寸五百六十九分九百零九釐有餘。即長圓體之積也。此法蓋以長方體與長圓體爲比例。定率之一○○○○○○○○○○爲長方體積。而七八五三九八一六三爲長方體同高同徑之長圓體積。故以徑自乘高再乘得長方體積。彼定率之長方體與長圓體之比即同於今所得之長方體積與所求之長圓體積之比也。

設如尖圓體。底徑六尺。中高六尺。問積幾何。

法以底徑六尺用求圓面積法。求得底面積二十八尺二十七寸四十三分三十三釐八十五毫有餘。以高六尺乘之。得一百六十九尺六百四十六寸三分一百釐有餘。三歸之得五十六尺五百四十八寸六百六十七分七百釐有餘。即尖圓體之積也。如圖甲乙丙丁戊尖圓體。先





以乙丁底徑求得乙丙丁戊底面積。以甲己高乘之。得庚乙丁辛長圓體。爲甲乙丙丁戊尖圓體之三倍。蓋因上下面平行各體與平底尖體同底同高者。其平底尖體皆得上下面平行體之三分之一。見幾何原本九卷第二十三節。故以所得庚乙丁辛長圓體積三歸之。即得甲乙丙丁戊尖圓體積也。

又法用尖方體尖圓體之定率比例。以尖方體積一○○○○○○○○○爲一率。尖圓體積七八五三九八一六三爲二率。今所設之尖圓體底徑六尺自乘。以高六尺再乘。得二百一十六尺。三歸之得七十

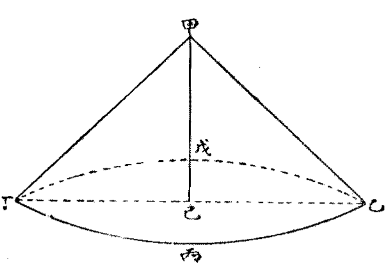
二尺。成尖方體積爲三率。求得四率五十六尺五百四十八寸六百六十七分七百三十六釐有餘。即尖圓體之積也。蓋尖方體爲長方體之三分之一。而尖圓體爲長圓體之三分之一。故尖方體與尖圓體之比。即同於長方體與長圓體之比也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七八五三九八一六三
三率	七二
四率	五六五四八六六七七三六

又捷法定率比例以長方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。尖圓體積二六一七九九三八八爲二率。今所設之尖圓體底徑六尺自乘以高六尺再乘。得二百一十六尺爲三率。求得四率五十六尺五百四十八寸六百六十七分八百零八釐有餘。即尖圓體之積也。此法蓋以長方體與尖圓體爲比例。長方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則長圓體積爲七八五三九八一六三。將此長圓體積三歸之。則得尖圓體積爲二六一七九九三八八。故定率之長方體與尖圓體之比。即同於今底徑自乘高再乘所得之長方體積與所求之尖圓體積之比也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	二六一七九九三八八
三率	二一六
四率	五六五四八六六七八〇八

設如尖圓體底周二十二尺。自尖至底周之斜線五尺。求中垂線之高幾



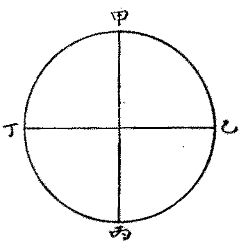
何。

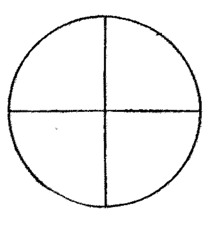
法以底周二十二尺用周求徑法。求得底徑七尺零二釐八豪一絲七忽有餘。折半得半徑三尺五寸零一釐四豪零八忽有餘。爲勾以自尖至底周之斜線五尺爲弦。求得股三尺五寸六分九釐三豪三絲三忽有餘。即中垂線之高也。如圖甲乙丙丁戊尖圓體。以乙丙丁戊底周求得乙丁底徑。折半得乙己半徑爲勾以自尖至底周之甲乙斜線爲弦。求得甲己股。即中垂線之高也。

設如圓球徑二尺。問外面積幾何。

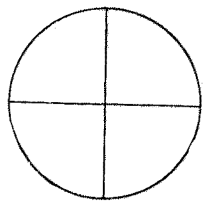
法以圓球徑二尺用徑求周法。求得周六尺二寸八分三釐一豪八絲五忽有餘。與徑二尺相乘。得一十二尺五十六寸六十三分七十釐有餘。即圓球之外面積也。如圖甲乙丙丁圓球體。以甲丙全徑與甲乙丙丁全周相乘。即得圓球體之外面積。蓋因圓面半徑與球體半徑等。者其圓面積爲球體外面積之四分之一。而圓面半徑與球體全徑等者。其圓面積與球體外面積等。見幾何原本十卷第八節。故圓球全徑與全周相乘。而得圓球之外面積也。

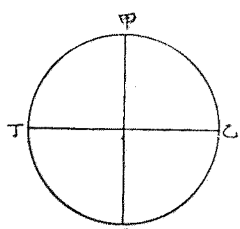
設如圓球徑一尺二寸。問積幾何。



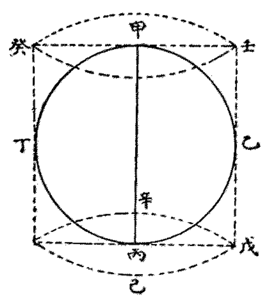


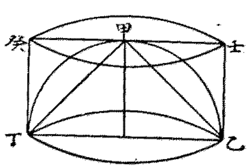
法以圓球徑一尺二寸用徑求圓面積法．求得圓面積一尺一十十三寸零九分七十三釐三十五豪四十絲有餘．以圓球徑一尺二寸乘之．得一尺三百五十七寸一百六十八分零二十四釐有餘．為長圓體積．三歸之得四百五十二寸三百八十九分三百四十一釐有餘．倍之得九百零四寸七百七十八分六百八十二釐有餘．即圓球之體積也．

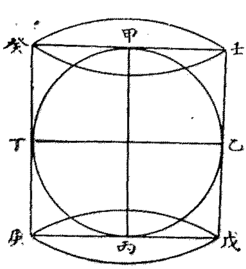




如圖甲乙丙丁圓球體．求得戊己庚辛平圓面積．以甲丙全徑乘之．得與圓球同徑同高之壬戊庚癸長圓體．此球體之乙丁全徑與長圓體之戊庚底徑度等．而球體之甲丙全徑又與長圓體之壬戊高度等．則球體積為長圓體積之三分之二．見幾何原本十卷第九節．試以圓球同徑之平圓面積為底．圓球之半徑為高．作一甲乙丁尖圓體．則其積為甲乙丁半球體積之半．夫尖圓體與長圓體同底同高



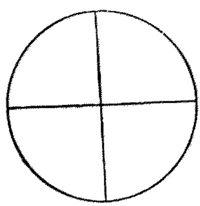


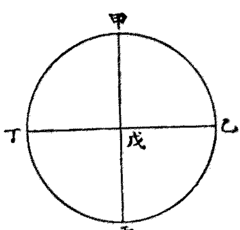


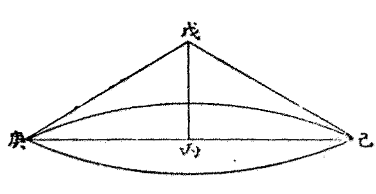
其比例爲三分之一。而尖圓體又爲半球體之二分之一。則半球體必爲半長圓體之三分之二。半球體既爲半長圓體之三分之二。則全球體必爲全長圓體之三分之二可知。故以所得壬戊庚癸長圓體積三歸倍之。卽得甲乙丙丁圓球體積也。

又法以圓球徑一尺二寸。用求圓球之外面積法。求得圓球之外面積四尺五十二寸三十八分九十三釐四十一豪六十絲有餘。以半徑六寸乘之。得二尺七百一十四寸三百三十六分四十九釐有餘。三歸之得九百零四寸七百七十八分六百八十三釐有餘。卽圓球之體積也。如圖甲乙丙丁圓球體。先求得外面積。乃以此外面積爲底。戊丙半徑爲高。作一戊己庚尖圓體。其體積必與圓球體積等。蓋尖圓體之底面積與球體之外面積等。尖圓體之高度與球體之半徑等。則其體積亦必等。見幾何原本五卷第二十五節。故以戊丙半徑與外面積相乘。三歸之。卽如得戊己庚尖圓體積。而爲甲乙丙丁圓球體積也。

又法用方邊球徑相等方積球積不

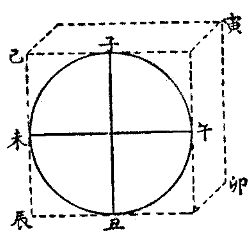


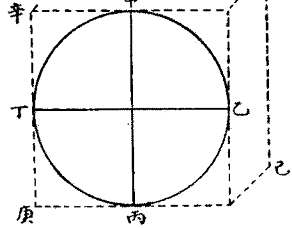




同之定率比例。以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。球積五二三五九八七七五爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸爲三率。求得四率九百零四寸七百七十八分六百八十三釐有餘。即圓球之體積也。此法蓋因圓球徑與正方邊相等。而圓球積與正方積不同。故以圓球徑自乘再乘作正方積爲體與體之比例。如子丑圓球徑爲一〇〇〇。則其自乘再乘之寅卯辰巳正方

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五二三五九八七七五
三率	一七二八
四率	九〇四七七八六八三

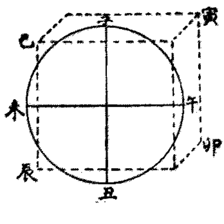


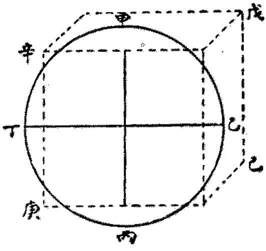


體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。而圓球徑一〇〇〇所得之子午丑未圓球體積爲五二三五九八七七七五。故以子丑圓球徑一〇〇〇自乘再乘之寅卯辰巳正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。與子丑圓球徑所得之子午丑未圓球體積五二三五九八七七五之比。即同於今所設之甲丙圓球徑一尺二寸自乘再乘之戊己庚辛正方體積一尺七百二十八寸。與今所得之甲乙丙丁圓球體積九百零四寸七

百七十八分六百八十三釐有餘之比也。
又法用球積方積相等球徑方邊不同之定率比例。以圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。正方邊八〇五九九五九七爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸爲三率。求得四率九寸六分七釐一毫九絲五忽一微六纖有餘。爲與圓球積相等之正方體每邊之數。自乘再乘得九百零四寸七百七十八分六百四十九釐有餘。卽圓球之體積也。此法蓋以圓球積與正方積設爲相等。使圓球徑與正方邊不同。先定爲線與線之比例。既得線而後自乘再乘之爲體也。如子丑圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇。其所得之體積開立方則得八〇五九九五九七。卽爲寅卯辰巳正方體之每一邊。是子午丑未圓球積與寅卯辰巳正方積相等。故子丑圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇與寅卯正方邊八〇五九九五九七之比。卽同於今所設之甲丙圓球徑一尺二寸與今所得之戊己正方邊九寸六分七釐一毫九絲五忽一微六纖有餘之比。既得戊己正方

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八〇五九九五九七
三率	一二
四率	九六七一九五一六

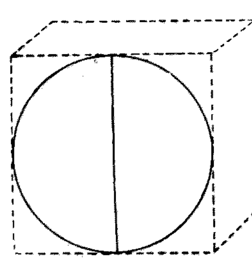




邊。自乘再乘得戊己庚辛正方體積。卽與甲乙丙丁圓球體積爲相等也。

又法以二十一分爲一率。十一分爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸爲三率。求得四率九百零五寸一百四十二分八百五十七釐有餘。爲圓球之體積也。葢以正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇圓球體積五二三五九八七七五之定率約之。則正方體積二十一。面圓球體積得一〇九九有餘。進而爲十一。則圓球體積稍大。故今所得之圓球體積亦稍大也。

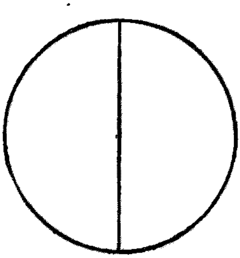
一率	二一
二率	一一
三率	一七二八
四率	九〇五一四二八五七



設如圓球積六尺。問徑幾何。

法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比例。以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一九〇九八五九三一七爲二率。今所設之圓球積六尺爲三率。求得四率十一尺四百五十九寸一百五十五分九百零二釐有餘。爲與

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一九〇九八五九三一七
三率	六
四率	一一四五九一五五九〇二



圓球徑相等之正方邊之正方體積。開立方得二尺二寸五分四釐五豪零二忽有餘。即圓球之徑也。蓋圓球積為五二三五九八七七五。則正方積為一〇〇〇〇〇〇〇〇。若圓球積為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則正方積。為一九〇九八五九三一七。其比例仍同。故以圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率者。即如以圓球積五二三五九八七七五為一率。而以正方積一九〇九八五九三一七為二率者。即如以正方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率也。

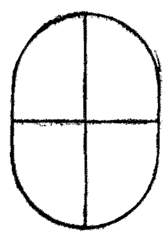
又法用球積方積相等球徑方邊不同之定率比例。以方邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。球徑一二四〇七〇〇九八為二率。今所設之圓球積六尺開立方得一尺八寸一分七釐一豪二絲有餘為三率。求得四率二尺二寸五分四釐五豪零二忽有餘。即圓球之徑也。此法亦以圓球積與正方積設為相等。使圓球徑與正方邊不同。故以圓球積開立方得立方邊為線與線之比例。蓋方邊為八〇五九九五九七。則球徑為一〇〇〇〇〇〇〇。若方邊為一〇〇〇〇〇〇〇。則球徑為一二四〇七〇〇九八。其比例仍同。故以方邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率者。即如以方邊八〇五九九五九七為一率。而以球徑一二四〇七〇〇九八為二率者。即如以球徑一〇〇〇〇〇〇〇為二率也。

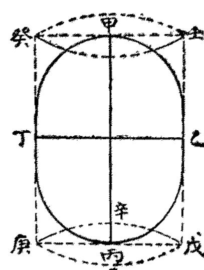
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二四〇七〇〇九八
三率	一八一七一二〇
四率	二二五四五〇二

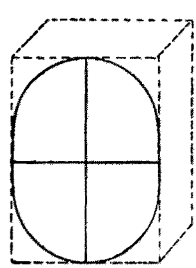
設如橢圓體大徑六寸。小徑四寸。問積幾何。

法以小徑四寸用徑求圓面積法求得圓面積一十二寸五十六分六十三釐七十毫六十絲有餘。以大徑六寸乘之得七十五寸三百九十八分二百二十三釐有餘。爲長圓體積。三歸之得二十五寸一百三十二分七百四十一釐有餘。倍之得五十寸二百六十五分四百八十二釐有餘。即橢圓體之積也。如圖甲乙丙丁橢圓體。以乙丁小徑求得戊己庚辛平圓面積。再以甲丙大徑乘之。得壬戊庚癸長圓體。此橢圓體積。即爲長圓體積之三分之二。亦如圓球體積爲同徑同高之長圓體積之三分之二。故以所得壬戊庚癸長圓體積三歸倍之。即得甲乙丙丁橢圓體積也。

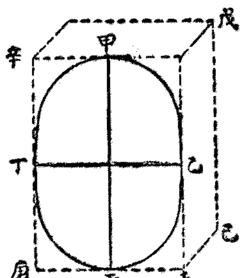
又法以小徑四寸自乘得十六寸。以





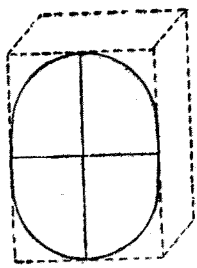


一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五二三五九八七七五
三率	九六
四率	五〇二六五四八二



大徑六寸再乘得九十六寸。爲長方體積。乃用方積球積不同方邊球徑相等之定率比例。以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。球積五二三五九八七七五爲二率。今所得之長方體積九十六寸爲三率。求得四率五十寸二百六十五分四百八十二釐有餘。卽楕圓體之積也。葢函楕圓之長方體與所函楕圓體之比。同於函球之正方體與所函球體之比(見幾何原本十卷第十四節)。如甲乙丙丁楕圓體甲丙大徑六寸。乙丁小徑四寸。以乙丁小徑自乘。又以甲丙大徑再乘。遂成戊己庚辛長方體形。此長方體積與楕圓體積之比。卽同於正方體積與圓球體積之比。故以定率之正方體積爲一率。圓球體積爲二率。今所得之長方體積。爲三率。求得四率。爲楕圓體之積也。

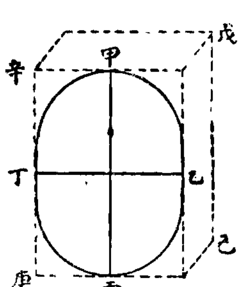
設如楕圓體積五十寸。大徑比小徑多二寸。問大小徑各幾何。



法用方積球積不同方邊球徑相等之定率比例。以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一九〇九八五九三一七爲二率。今所設之楕圓體積五十寸爲三率。求得四率九十五寸四百九十二分九百六十五釐八百五十毫有餘。爲長方體積。乃以大徑比小徑多二寸爲長與闊之較。用帶一縱開立方法算之。得闊

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一九〇九八五九三一七
三率	五〇
四率	九五四九二九六五八五〇

三寸九分九釐二豪有餘。即橢圓體之小徑。加大徑比小徑多二寸。得五寸九分九釐二豪有餘。即橢圓體之大徑也。如圖甲乙丙丁橢圓體。用球積與方積之定率比例。即成戊己庚辛長方體形其戊己長即甲丙大徑。壬庚闊即乙丁小徑。甲丙大徑比乙丁小徑多二寸。即長闊之較。故用帶一縱開立方法算之。得闊為橢圓體之小徑。得長為橢圓體之大徑也。

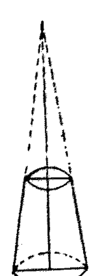


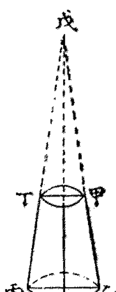
設如上下不等圓面體。上徑四尺。下徑六尺。高八尺。問積幾何。

法以上徑四尺用徑求圓面積法。求得上圓面積一十二尺五十六寸六十三分七十釐六十豪有餘。又以下徑六尺用徑求圓面積法。求得下圓面積二十八尺二十七寸四十三分三十三釐八十五毫有餘。又以上徑四尺與下徑六尺相乘。得二十四尺。開方得中徑四尺八寸九分八釐九毫七絲九忽四微八纖有餘。用徑求圓面積法求得中圓面積一十八尺八十四寸九十五分五十五釐八十五豪有餘。三數相併得五十九尺六十九寸二分六十釐三十豪有餘。與高八尺相乘。得四百七十七尺五百二十二寸八十二分四百釐有餘。三歸之。得一百五十九尺一百七十四寸二十七分四百六十六釐有餘。即上下不等圓面體之積也。蓋上下不等圓面體立法與上下不等正方體同理。但上下不等正方體。上下俱係方面。故求得上中下三方面積相併。與高相乘。三歸

之而得體積。此上下俱係圓面。故求得上中下三圓面積相併。與高相乘。三歸之而得體積也。

又法以上徑四尺與下徑六尺相減餘二尺折半得一尺爲一率。高八尺爲二率。下徑六尺折半得三尺爲三率。求得四率二十四尺。爲上下不等圓面體上補成一尖圓體之共高。乃以下徑六尺用徑求圓面積法求得圓面積二十八尺二十七寸四十三分三十三釐八十五毫有餘。與所得共高二十四尺相乘得六百七十八尺五百八十四寸一十二分四百釐有餘。三歸之得二百二十六尺一百九十四寸六百七十分八百釐有餘。爲大尖圓體之積。又以高八尺與共高二十四尺相減餘十六尺。爲上尖圓體之高。以上徑四尺用徑求圓面積法求得圓面積一十二尺五十六寸六十三分七十釐六十毫有餘。與上高十六尺相乘。得二百零一尺六十一寸九百二十九分六百釐有餘。三歸之得六十七尺二十寸六百四十三分二百釐有餘。爲上小尖圓體之積。與大尖圓體積二百二十六尺一百九十四寸六百七十分八百釐有餘相減。餘一百五十九尺一百七十四寸二十七分六百釐有餘。即上下不等圓面體之積也。如圖甲乙丙丁上下不等圓面體。加戊甲丁小尖圓體。遂成戊乙丙大尖圓體。故於戊乙丙大尖圓體積內減去戊甲丁小尖圓體積。而得甲乙丙丁上下不等





圓面體之積也。

又法用上下不等正方體與上下不等圓面體之定率比例。以正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓面體積七八五三九八一六三爲二率。上徑四尺自乘下徑六尺自乘上徑四尺與下徑六尺相乘三數相併。以高八尺乘之得六百零八尺。三歸之得二百零二尺六百六十六寸六百六十六分六百六十六釐有餘。成上下不等正方體積爲三率。求得四率一百五十九尺一百七十四寸二十七分七百零一釐有餘。卽上下不等圓面體之積也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七八五三九八一六三
三率	二〇二六六六六六六六六
四率	一五九一七四〇二七七〇一

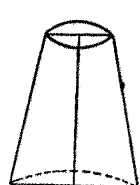
又捷法定率比例以一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。二六一七九九三八八爲二率。上徑四尺相乘。下徑六尺自乘上徑四尺與下徑六尺相乘。三數相併。以高八尺乘之得六百零八尺爲三率。求得四率一百五十九尺一百七十四寸二十七分九百釐有餘。卽上下不等圓面體之積也。此法蓋以三上下不等正方體與一上下不等圓面體爲比例。夫一上下不等正方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則一上下不等圓面體積爲七八五三九八一六三。若三上下不等正方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則一上下不等圓面體積爲二六一七九九三八八。故以上徑自乘。下

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	二六一七九九三八八
三率	六〇八
四率	一五九一七四〇二七九〇〇

徑自乘。上下徑相乘。三數相併以高乘之。所得爲三上下不等正方體積。彼定率之三上下不等正方體與一上下不等圓面體之比。即同於今所得之三上下不等正方體積與所求之一上下不等圓面體積之比也。

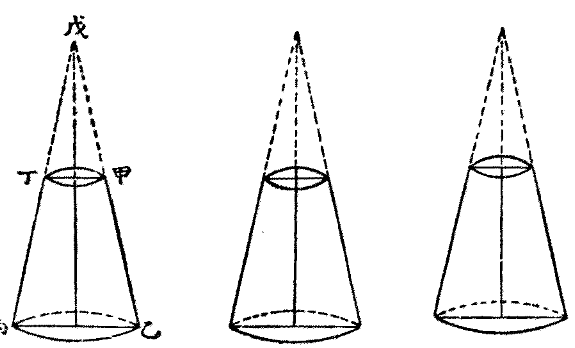
設如上下不等橢圓面體。上大徑四尺。小徑三尺。下大徑八尺。小徑六尺。高十尺。問積幾何。

法以上大徑四尺與上小徑三尺相乘得一十二尺。以下大徑八尺與下小徑六尺相乘得四十八尺。又以上大徑四尺與下小徑六尺相乘。下大徑八尺與上小徑三尺相乘。共得四十八尺。折半得二十四尺。三數相併得八十四尺。乃用方積圓積之定率比例。以方積一○○○○○○○○○爲一率。圓積七八五三九八一六三爲二率。三數相併之八十四尺爲三率。求得四率六十五尺九十七寸三十四分四十五釐六十九豪有餘。與高十尺相乘。得六百五十九尺七百三十四寸四百五十六分九百釐有餘。三歸之得二百一十九尺九百一十一寸四百八十五分六百三十三釐有餘。即上下不等橢圓面體之積也。蓋上下不等橢圓面體立法與上下不等圓面體同。但上下不等圓面體上下俱係圓面。故求得上中下三圓面積相併。與高相乘。三歸之而得體積。此上下俱係橢圓面。故必求得上中下三長方面積相併。用定率比例得三橢圓面



一率	一○○○○○○○○○
二率	七八五三九八一六三
三率	八四
四率	六五九七三四四五六九

積。乃與高相乘。三歸之而得體積也。
又法以上大徑四尺與下大徑八尺相減。餘四尺折半得二尺爲一率。高十尺爲二率。下大徑八尺折半得四尺爲三率。求得四率二十尺。爲上下不等橢圓面體上補成一尖橢圓體之共高。乃以下大徑八尺小徑六尺。用求橢圓面積法。求得下橢圓面積三十七尺六十九寸九十一分一十一釐六十八毫有餘。與所得共高二十尺相乘。得七百五十三尺九百八十二寸二百三十三分六百釐有餘。三歸之得二百五十一尺三百二十七寸四百一十一分三百釐有餘。爲大尖橢圓面體之積。又以高十尺與共高二十尺相減。餘十尺。爲上小尖橢圓面體之高。以上大徑四尺小徑三尺。用求橢圓面積法。求得上橢圓面積九尺四十二寸四十七分七十七釐九十二毫有餘。與上高十尺相乘。得九十四尺二百四十七寸七百七十九分二百釐有餘。三歸之得三十一尺四百一十五寸九百二十六分四百釐有餘。爲上小尖橢圓面體積。與大尖橢圓面體積二百五十一尺三百二十七寸四百一十一分三百釐有餘相減。餘二百一十九尺九百一十一寸四百八十四分



八百釐有餘．卽上下不等橢圓面體積也．如圖甲乙丙丁上下不等橢圓面體．加戊甲丁小尖橢圓面體遂成戊乙丙大尖橢圓面體．故於戊乙丙大尖橢圓面體內減戊甲丁小尖橢圓面體而得甲乙丙丁上下不等橢圓面體之積也．

又法用上下不等長方體與上下不等．橢圓面體之定率比例．以長方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率．長圓體積七八五三九八一六三爲二率．以上大徑四尺倍之．加下大徑八尺．共一十六尺．與上小徑三尺相乘．得四十八尺．以下大徑八尺倍之．加上大徑四尺．共二十尺．與下小徑六尺相乘．得一百二十尺．兩數相併．得一百六十八尺．以高十尺乘之．得一千六百八十尺．六歸之．得二百八十尺．成上下不等長方體積爲三率．求得四率二百一十九尺九百一十一寸四百八十五分六百四十釐有餘．卽上下不等橢圓面體之積也．蓋長方面積與橢圓面積之比．同於方面積與圓面積之比．故上下不等長方體與上下不等橢圓面體之比．卽同於長方體與長圓體之比也．

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七八五三九八一六三
三率	二八〇
四率	二一九九一一四八五六四〇

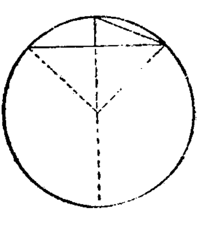
又捷法定率比例．以一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率．一三〇八九九六九四爲二率．以上大徑四尺倍之．加下大徑八尺．共一十六尺．與上小徑三尺相乘．得四十八尺．以下大徑八尺倍之．加上大徑四尺共二十尺．與下小徑六尺相乘．得一百二十尺．兩數相併．得一百六十八尺．以高十尺乘之．得一千六百八十尺爲三率．求得四率二百一十九尺九百一十一寸四百八十五分九百二十釐有餘．卽上下不等橢

圓面體之積也。此法蓋以六上下不等長方體與一上下不等橢圓面體爲比例。夫一上下不等長方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則一上下不等橢圓面體積爲七八五三九八一六三。若六上下不等長方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則一上下不等橢圓面體積爲一三〇八九九六九四。故以上大徑倍之加下大徑與上小徑相乘。以下大徑倍之加上大徑與下小徑相乘。兩數相併。以高乘之所得爲六上下不等長方體積。彼定率之六上下不等長方體積。與一上下不等橢圓面體積之比。卽同於今所得之六上下不等長方體積與所求之一上下不等橢圓面體積之比也。

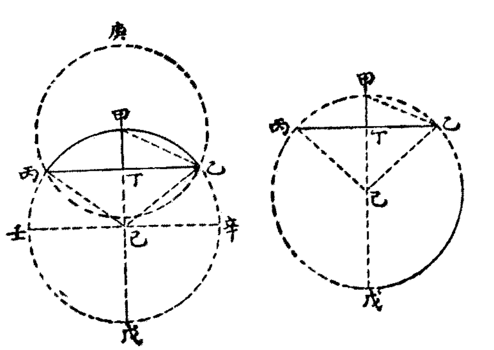
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一三〇八九九六九四
三率	六八〇
四率	二二九九一一四八五九二〇

設如截球體一段。高二寸。底徑九寸六分。問積幾何。

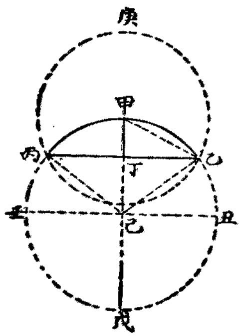
法以高二寸爲首率。底徑九寸六分折半得四寸八分爲中率。求得末率一尺一寸五分二釐。爲圓球之截徑。加高二寸得一尺三寸五分二釐爲圓球之全徑。折半得六寸七分六釐爲圓球之半徑。又以高二寸爲勾。底徑九寸六分折半得四寸八分爲股。求得弦五寸二分。作平圓半徑。用求圓面積法求得平圓面積八十四寸九十四分八十六釐有餘。卽爲截球體一段之外面積與圓球半徑六寸七分六釐相乘。得五百七十四寸二百五十二分五百三十六釐有

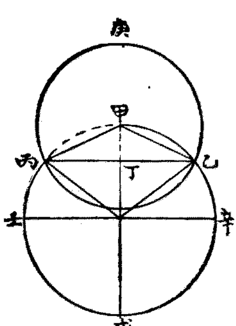


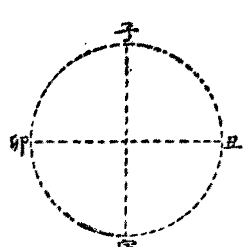
餘。三歸之得一百九十一寸四百一十七分五百一十二釐有餘。爲自圓球中心所分球面尖圓體積。又以截球體底徑九寸六分用求平圓面積法求得截球體之底面積七十二寸三十八分二十二釐有餘。於圓球半徑六寸七分六釐內減去截球體之高二寸。餘四寸七分六釐與截球體之底面積七十二寸三十八分二十二釐有餘相乘得三百四十四寸五百三十九分二百七十二釐有餘。三歸之得一百一十四寸八百四十六分四百二十四釐有餘。爲自圓球中心至截球體底徑所分平面尖圓體積。與球面尖圓體積一百九十一寸四百一十七分五百一十二釐有餘相減。餘七十六寸五百七十一分八十八釐有餘。即截球體一段之積也。如圖甲乙丙截球體一段。其乙丙底徑即如弧矢形之弦長。其甲丁高即如弧矢形之矢闊。故甲丁爲首率。乙丙底徑折半得乙丁爲中率。求得丁戊末率。爲截球徑。見各面形弦矢求圓徑法。與甲丁高相加得甲戊。爲圓球全徑。折半得甲己爲圓球半徑。又以甲丁爲勾。乙丁爲股。求得甲乙弦。乃以甲乙弦爲半徑。求得庚乙丙平圓面積。即與甲乙丙截球體一段之外面積等。蓋圓面半徑與球體半徑等者。其圓面積爲球體外面積之四分之一。而圓面半徑與球體全徑等者。其圓面積與球體外面積等。見幾何原本十卷第八節。故甲辛戊壬圓球體。其外面積爲同徑子丑寅



卯平圓面積之四倍。若甲辛壬半球體。其外面積。必爲子丑寅卯平圓面積之二倍。然則甲己半徑求得平圓面積。又辛己半徑亦求得平圓面積。兩面積相併必與甲辛壬半球體之外面積等矣。今甲乙丙截球體一段。若以甲丁爲半徑求得平圓面積。又以乙丁爲半徑求得平圓面積。兩面積相併。亦必與甲乙丙截球體一段之外面積等。而甲乙弦自乘之正方。與甲丁勾自乘之正方乙丁股自乘之正方相併之積等。則甲乙弦爲半徑所得之圓面積。亦必與甲丁勾爲半徑所得之圓面積乙丁股爲半徑所得之圓面積相併之積等。故以甲乙弦爲半徑所得之庚乙丙平圓面積。卽與甲乙丙截球體一段之外面積相等也。既得截球體一段之外面積。與甲己圓球半徑相乘。三歸之得己丙甲乙球面尖圓體積。又以乙丙截球體底徑求得乙丙底面積。與丁己截半徑相乘。三歸之得己丙丁乙平面尖圓體積。與己丙甲乙球面尖圓體積相減。所餘卽甲乙

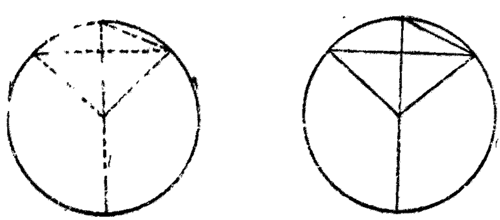




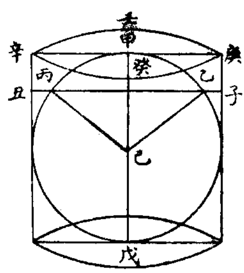


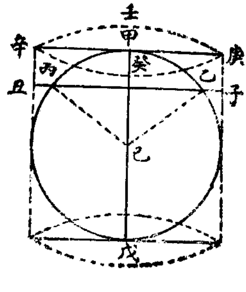
丙截球體一段之積也。

又法先求得圓球徑一尺三寸五分二釐。用徑求周法。求得圓周四尺二寸四分七釐四豪三絲三忽有餘。與截球體一段之高二寸相乘。得八十四寸九十四分八十六釐有餘。卽爲截球一段之外面積。與圓球半徑六寸七分六釐相乘。得五百七十四寸二百五十二分五百三十六釐。三歸之。得一百九十一寸四百一十七分五百一十二釐有餘。爲自圓球中心所分球面尖圓體積。又以截球體底徑九寸六分用求平圓面積法。求得截球體之底面積七十二寸三十八分二十二釐有餘。於圓球半徑六寸七分六釐內減去截球體之高二寸。餘四寸七分六釐。與截球體之底面積七十二寸三十八分二十二釐有餘相乘。得三百四十四寸五百三十九分二百七十二釐有餘。三歸之。得一百一十四寸八百四十六分四百二十四釐有餘。爲自圓球中心至截球徑所分平面尖圓體積。與球面尖圓體積一百九十一寸四百一十七分五百一十二釐有餘相減。餘七十六寸五百七十一分八十八釐有餘。卽截球體一段之積也。如圖甲乙丙截球體一段。先求得甲戊全徑與庚辛等。又求得壬庚癸辛全周。與甲丁高相乘。得庚子丑辛截長圓體一段之外面積。與甲乙丙截球體一段之外面積等。葢球體全徑與長圓體底徑高度相等者。其相當每段之外面積皆相等。見幾何原本十卷第十一節。既得甲乙丙截球體一段之外



面積。則與甲己半徑相乘。三歸之而得己丙甲乙球面尖圓體積。又以乙丙截球體底面積與丁己截半徑相乘。三歸之而得己丙丁乙平面尖圓體積。與己丙甲乙球面尖圓體積相減。餘卽得甲乙丙截球體一段之積也。

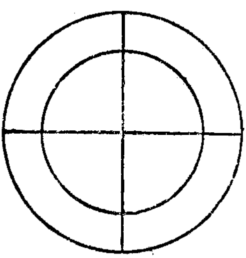




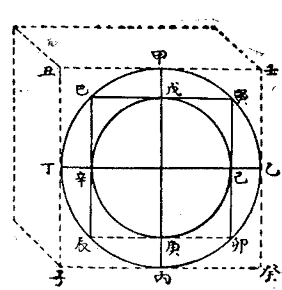
設如空心圓球積二千寸。厚三寸。問內外徑數各幾何。

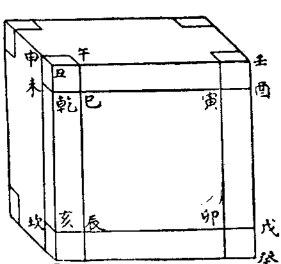
法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比例。以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一九〇九八五九三一七爲二率。今所設之空心圓球積二千寸爲三率。求得四率三尺八百一十九寸七百一十八分六百三十四釐有餘。爲空心正方體積。乃用算空心正方體法。以厚三寸自乘再乘。得二十七寸。八因之得二百一十六寸。與所得空心正方體積三尺八百一十九寸七百一十八分六百三十四釐相減。餘三尺六百零三寸七百

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一九〇九八五九三一七
三率	二〇〇〇
四率	三八一九七一八六三四

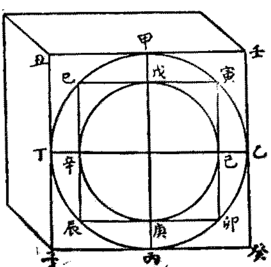


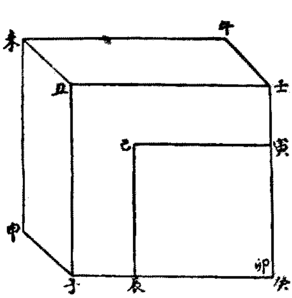
一十八分六百三十四釐有餘。六歸之得六百寸六百一十九分七百七十二釐有餘。用厚三寸除之得二尺零二十分六十五釐九十豪。爲內徑與外徑相乘長方面積。乃以厚三寸倍之得六寸。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊一尺一寸四分六釐三豪九絲七忽有餘。卽空心圓球內徑。得長一尺七寸四分六釐三豪九絲七忽有餘。卽空心圓球外徑也。此法蓋以空心圓球體與空心正方體爲比例。卽如用球積與方積定率爲比例也。如圖甲乙丙丁戊己庚辛空心圓球體。其甲丙外徑與壬癸外方邊等。其戊庚內徑與寅卯內方邊等。是以甲乙丙丁大球體與壬癸子丑大正方體爲比。戊己庚辛小球體與寅卯辰巳小正方體爲比。而空心圓球體與空心正方體之比。卽如球體積與方體積之比也。旣得空心正方體積。則用算空心正方體法。以壬酉厚自乘再乘。八因之得午巳未申類八小隅體。與空心正方體相減。則餘空心正方體之六面酉戌坎未類六長方扁體。六歸之得酉戌坎未一長方扁體。用厚三寸除之。得酉戌亥乾一長方面積。其酉戌闊與戌庚等。卽內徑。其酉乾長與壬丑等。卽外徑。其酉寅、巳乾、皆與壬酉厚度等。酉寅、巳乾、倂之卽長闊之較。故以厚三寸倍之爲帶縱求得闊爲內徑。長爲外徑也。

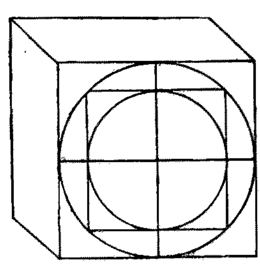




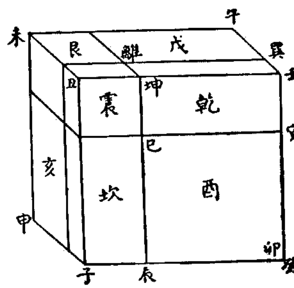
又法用定率比例求得空心正方體積。以厚三寸倍之得六寸。爲內方邊與外方邊之較。自乘再乘得二百一十六寸。與所得空心正方體積三尺八百一十九寸七百一十八分六百三十四釐有餘相減。餘三尺六百零三寸七百一十八分六百三十四釐有餘。三歸之得一尺二百零一寸二百三十九分五百四十四釐有餘。以內外方邊之較六寸除之。得二尺零二十分六十五釐九十毫有餘。爲長方面積。以內外方邊之較六寸爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊一尺一寸四分六釐三毫九絲七忽有餘。即空心圓球內徑。得長一尺七寸四分六釐三毫九絲七忽有餘。即空心圓球外徑也。如圖甲乙丙丁戊己庚辛空心圓球體。用定率比例而得壬癸子丑寅卯辰巳空心正方體。將寅卯辰巳空心小正方形移置癸角之一隅。則空心正方體變爲壬寅巳辰子申未午磬折體形。其壬

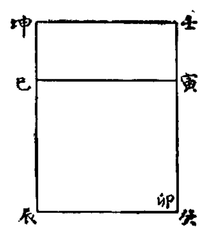






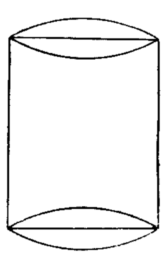
寅即磬折體之厚。爲甲丙外徑與戊庚內徑之較。依開立方法分之。得酉戌亥三方廉體乾坎艮三長廉體。震一小隅體。以壬寅厚度自乘再乘得震一小隅體。與空心正方體積相減。得餘三方廉體三長廉體。三歸之則餘酉一方廉體。乾一長廉體。共成巽壬癸辰坤離一扁方體。其巽壬厚與壬寅等。以巽壬厚除巽壬癸辰坤離扁方體。則得壬癸辰坤長方面。壬寅即長闊之較。故用帶縱較數開平方法算之。得卯辰闊與寅癸等。即空心圓球之內徑。以壬寅與寅癸相加得壬癸與甲丙等即空心圓球之外徑也。





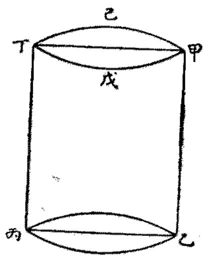
設如圓窖一座。周二十四尺。高十尺。問盛米幾何。

法以周二十四尺用圓周求面積法。求得圓面積四十五尺八十三寸六十六分二十二釐有餘。與高一丈相乘。得四百五十八尺三百六十六寸二百二十分有餘。爲圓窖之積數。乃以米一石積數定率二千五百寸爲一率。一石爲二率。圓窖體積四百五十八尺三百六十六寸二百二十分有餘爲三率。求得四率一百八



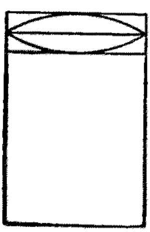
十三石三斗四升六合四勺有餘.即所盛之米數也.此法與求長圓體積之法同.如甲乙丙丁長圓窖.以甲戊丁己圓周求得平圓面積.用甲乙高乘之.即得甲乙丙丁長圓體積.既得體積.則以一石積數二千五百寸與一石之比.同於今所得之體積與今所求之米數之比也.

一率	二千五百寸
二率	一石
三率	四百五十八尺三百六十六寸二百二十分
四率	一百八十三石三斗四升六合四勺



設如圓窖一座.盛米一百六十石.高十尺.問周徑各幾何.

法以米一石爲一率.一石積數定率二千五百寸爲二率.盛米一百六十石爲三率.求得四率四百尺.爲圓窖之積數.以高十尺除之.得四十尺.爲圓窖之面積.乃用圓積方積之定率比例.以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率.方積一二七三二三九五四爲二率.今所得之圓窖面積四十尺爲三率.求得四

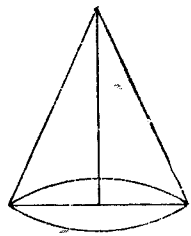


一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二七三二三九五四
三率	四〇
四率	五〇九二九五八一六〇

率五十尺九十二寸九十五分八十一釐六十毫有餘開平方得七尺一寸三分六釐四豪九絲有餘即圓窖之徑數再用徑求周法求得周二十二尺四寸一分九釐九豪四絲有餘即圓窖之周數也

設如積米一堆高五尺底周十四尺問米數幾何

法以底周十四尺用圓周求面積法求得圓面積一十五尺五十九寸七十一分八十四釐一十二豪有餘爲尖圓堆之底面積與高五尺相乘得七十七尺九百八十五寸九百二十分六百釐有餘三歸之得二十五尺九百九十五寸三百零六分八百二十釐有餘爲尖圓堆之積數乃以米一石積數定率二千五百寸爲一率一石爲二率今所得之尖圓堆之積數二十五尺九百九十五寸三百零六分八百二十釐有餘爲三率求得四率一十石零三升九合八勺一抄有餘即所堆之米數也此法與尖圓體求積之法同既得尖圓堆之積而以一石之積數定率爲比例即得米數也

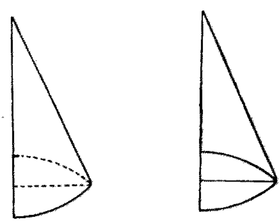


一率	二千五百寸
二率	一石
三率	二十五尺九百九十五寸三百零六分八百二十釐
四率	十石零三升九合八勺一抄

設如倚壁積米一堆高四尺底周六尺問米數幾何

法以底周六尺爲半周倍之得一十二尺爲全周用圓周求面積法求得圓面積一十一尺四十五寸九

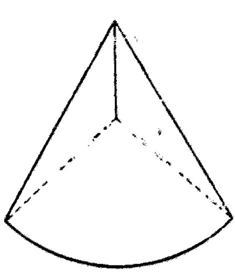
十一分五十五釐有餘。折半得五尺七十二寸九十五分七十七釐有餘。爲倚壁尖圓堆之底面積。以高四尺乘之。得二十二尺九百一十八寸三百零八分有餘。三歸之得七尺六百三十九寸四百三十六分有餘。爲倚壁尖圓堆之積數。乃以米一石積數定率二千五百寸爲一率。一石爲二率。今所得之倚壁尖圓堆之積數七尺六百三十九寸四百三十六分有餘爲三率。求得四率三石零五升五合七勺七抄有餘。卽倚壁所堆之米數也。蓋倚壁尖圓堆卽尖圓體之一半。故求得平圓面積折半。與高數相乘。又以三歸之。得倚壁尖圓堆之積數。而以一石積數爲比例。卽得米數也。



一率	二千五百寸
二率	一石
三率	七尺六百三十九寸四百三十六分
四率	三石零五升五合七勺七抄

設如倚壁內角積米一堆。高五尺。周一十二尺。問米數幾何。

法以周一十二尺四因之。得四十八尺。爲全周。用圓周求面積法。求得圓面積一百八十三尺三十四寸六十四分九十釐有餘。四歸之。得四十五尺八十三寸六十六分二十二釐有餘。爲倚壁內角尖圓堆之底

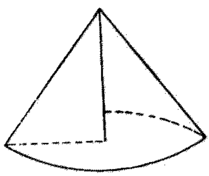


面積與高五尺相乘得二百二十九尺一百八十三寸一百一十分三歸之得七十六尺三百九十四寸三百七十分為倚壁內角尖圓堆之積數乃以米一石積數定率二千五百寸為一率一石為二率今所得之倚壁內角尖圓堆之積數七十六尺三百九十四寸三百七十分為三率求得四率三十石零五斗五升七合七勺有餘即倚壁內角所堆之米數也蓋倚壁內角尖圓堆即尖圓體之四分之一故求得平圓面積四歸之與高數相乘又以三歸之得倚壁內角尖圓堆之積數而以一石積數為比例即得米數也

一率	二千五百寸
二率	一石
三率	七十六尺三百九十四寸三百七十分
四率	三十石零五斗五升七合七勺

設如倚壁外角積米一堆高六尺底周三十三尺問米數幾何

法以周三十三尺三歸四因得四十四尺為全周用圓周求面積法求得圓面積一百五十四尺六寸一十九分八十一釐九十二毫有餘四歸三因得一百一十五尺五十四寸六十四分八十六釐四十四毫有餘為倚壁外角尖圓堆之底面積以高六尺乘之



一率	二千五百寸
二率	一石
三率	二百三十一尺九十二寸九百七十二分八百八十釐
四率	九十二石四斗三升七合一勺八抄

得六百九十三尺二百七十八寸九百一十八分六百四十釐有餘。三歸之得二百三十一尺九十二寸九百七十二分八百八十釐有餘。卽倚壁外角尖圓堆之積數。乃以米一石積數定率二千五百寸爲一率。一石爲二率。今所得之倚壁外角尖圓堆之積數二百三十一尺九十二寸九百七十二分八百八十釐有餘爲三率。求得四率九十二石四斗三升七合一勺八抄有餘。卽倚壁外角所堆之米數也。葢倚壁外角尖圓堆。卽尖圓體四分之三。故求得平圓面積四歸三因。與高數相乘。又以三歸之。得倚壁外角尖圓堆之積數。而以一石積數爲比例。卽得米數也。

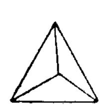
數理精蘊下編卷二十七

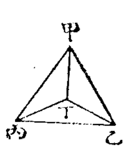
體部五

各等面體

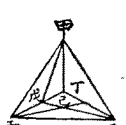
設如四面體。每邊一尺二寸。求積幾何。

法以每邊一尺二寸爲弦。每邊折半得六寸爲勾。求得股一尺零三分九釐二毫三絲零四微有餘。爲每一面之中垂線。與每邊一尺二寸相乘。折半得六十二寸三十五分三十八釐二十四毫有餘。爲每一面之面積。又以每邊一尺二寸爲弦。每一面之中垂線。取其三分之二。得六寸九分二釐八毫二絲零二微有餘爲勾。求得股九寸七分九釐七毫九絲五忽九微有餘。爲四面體自尖至底中心之立垂線。或以每一面之中垂線一尺零三分九釐二毫三絲零四微有餘爲弦。每一面之中垂線。取其三分之一。得三寸四分六釐四毫一絲零一微有餘爲勾。亦得股九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘。爲四面體自尖至底中心之立垂線。以此立垂線與每一面之面積六十二寸三十五分三十八釐二十四毫有餘相乘。三歸之。得二百零三寸六百四十六分七百三十七釐有餘。即四面體之積也。如圖甲乙丙丁四面體。





其稜六角。四平鋪之。則面亦四。各成一等邊三角形。試以乙丙丁之一面爲底。以乙丙一邊爲弦。丁丙一邊折半得戊丙爲勾。求得乙戊股。與甲戊等。即每一面之中垂線。與丁丙一邊相乘。折半得乙丙丁底面積。又以甲丙一邊爲弦。己丙中垂線之三分之二爲勾。求得甲己股。爲自尖至底中心之立垂線。或以甲戊每一面之中垂線爲弦。己戊中垂線之三分之一爲勾。亦得甲己股。爲自尖至底中心之立垂線。乃以甲己立垂線與乙丙丁底面積相乘。三歸之。即得甲乙丙丁四面體之積也。



又求自尖至底中心之立垂線捷法

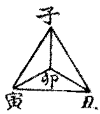
每邊一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。三歸二因。得九十六寸。開平方得九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘。即自尖至底中心之立垂線也。此法蓋因甲丙爲弦。戊丙爲勾。求得甲戊股。則甲戊自乘方爲甲丙自乘方之四分之三。見等邊三角形求中垂線法。又甲戊爲弦。己戊爲勾。求得甲己股。則甲己自乘方爲甲戊自乘方之九分之八。己戊爲甲戊三分之一。則甲戊自乘方爲九分。己戊自乘方爲一分。甲己自乘方爲八分。甲戊自乘方既爲甲丙自乘方四分之三。今命甲戊自乘方爲甲丙自乘方十二分之九。而甲己自乘方又爲甲戊自乘方九分之八。則甲己自乘方必爲甲丙自乘方十二分之八。即三分之二。故以一邊自乘。三歸二因。得甲己自乘方積。而開方得甲己爲立垂線之高數也。

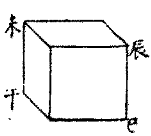
又用知一邊求高數之定率比例．求自尖至底中心之立垂線．以定率之四面體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率．四面體之立垂線八一六四九六五八為二率．今所設之四面體之每邊一尺二寸為三率．求得四率九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘．卽四面體自尖至底中心之立垂線也．

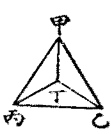
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八一六四九六五八
三率	一二
四率	九七九七九五八

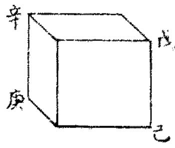
又用邊線相等體積不同之定率比例．以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率．四面體積一一七八五一一二九為二率．今所設之四面體之每邊一尺二寸．自乘再乘得一尺七百二十八寸為三率．求得四率二百零三寸六百四十六分七百五十釐有餘．卽四面體之積也．蓋四面體之每一邊為一〇〇〇．則其自乘再乘之正方體積為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇．而四面體之每一邊一〇〇〇所得之四面體積為一一七八五一一二九．故以子丑寅卯四面體之每邊一尺自乘再乘之辰巳午未正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇．與子丑寅卯四面體積一一七八

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一一七八五一一二九
三率	一七二八
四率	二〇三六四六七五〇





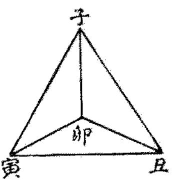


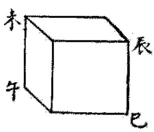


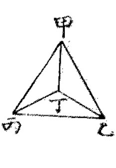
五一一二九之比．即同於今所設之甲乙丙丁四面體之每邊一尺二寸自乘再乘之戊己庚辛正方體積一尺七百二十八寸．與今所得之甲乙丙丁四面體積二百零三寸六百四十六分七百五十釐有餘之比也．

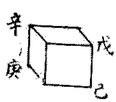
又用體積相等邊線不同之定率比例．以定率之四面體之每邊二〇三九六四八九〇為一率．正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率．今所設之四面體之每邊一尺二寸為三率．求得四率五寸八分八釐三豪三絲六忽五微有餘．為與四面體積相等之正方體每邊之數．自乘再乘得二百零三寸六百四十六分七百釐有餘．即四面體之積也．蓋四面體之每邊為二〇三九六四八九〇．正方體之每邊為一〇〇〇〇〇〇〇〇．則兩體積相等．故以子丑寅卯四面體之每邊二〇三九六四八九〇．與辰巳午未正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇之比．即同於今所設之甲乙丙丁四面體之每邊一尺二寸．與今所得之戊己庚辛正方體之每邊五寸八分八釐三豪三絲六忽五微有餘之比．既得一邊．自乘再乘得戊己庚辛正方體積．即與甲乙丙丁四面體之積為相等也．

一率	二〇三九六四八九〇
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	五八八三三六五









如有四面體積二百零三寸六百四十六分七百五十釐。求每邊之數。則用邊線相等體積不同之定率比例。以定率之四面體積一一七八五一一二九為一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。今所設之四面體積二百零三寸六百四十六分七百五十釐為三率。求得四率一尺七百二十八寸。開立方得一尺二寸。即四面體之每一邊也。此法蓋因四面體之每邊。與正方體之每邊相等。四面體積與正方體積不同。故先定為體與體之比例。既得正方體積。而後開立方得線也。

一率　一一七八五一一二九
二率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率　二〇三六四六七五〇
四率　一七二八

又法用體積相等邊線不同之定率比例。以定率之正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。四面體之每邊二〇三九六四八九〇為二率。今所設之四面體積二百零三寸六百四十六分七百五十釐。開立方得五寸八分八釐三豪三絲六忽五微有餘。為三率。求得四率一尺二寸。即四面體之每一邊也。此法蓋因四面體積與正方體積相等。四面體之每邊與正方體之每邊不同。故以四面體積先開立方得正方體之每邊。而後為線與線之比例也。

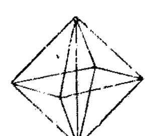
一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　二〇三九六四八九〇
三率　五八八三三六五
四率　一二

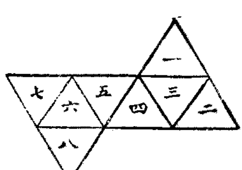
設如八面體每邊一尺二寸。求積幾何。

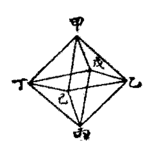
法以八面體分作二尖方體算之。將每邊一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。為二尖方體之共底面積。又

以每邊自乘之一尺四十四寸。倍之得二尺八十八寸。開平方得一尺六寸九分七釐零五絲六忽二微有餘。為二尖方體之共高即八面體之對角斜線。以此斜線與二尖方體之共底面積一尺四十四寸相乘。三歸之。得八百一十四寸五百八十六分九百七十六釐有餘。即八面體之積也。如圖甲乙丙丁戊己八面體。其稜十二。角六。平鋪之。則面為八。各成一等邊三角形。自體正中對四角平分截之。則成甲乙己丁戊、丙乙戊丁己、二尖方體。甲丙為二尖方體之共高。即甲乙丙丁正方形之對角斜線。故以戊乙一邊自乘。得戊乙己丁正方面積。為二尖方體之共底。又以戊乙己丁正方面積倍之開平方。即如甲乙為勾。乙丙為股。各自乘相併開方得甲丙弦。為八面體之對角斜線。即二尖方體之共高。以此共高與戊乙己丁二尖方體之底面積相乘。三歸之。得二尖方體積。即八面體之總積也。

又用邊線相等體積不同之定率比例。以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。八面體積四七一四〇四五二一為二率。今所設之八面體之每邊一尺二寸。自乘再乘得一尺七百

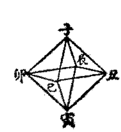


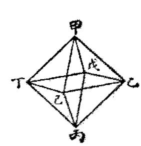


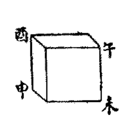


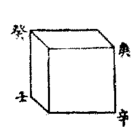
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	四七一四〇四五二一
三率	一七二八
四率	八一四五八七〇一二

二十八寸爲三率。求得四率八百一十四寸五百八十七分一十二釐有餘。即八面體之積也。蓋八面體之每一邊爲一〇〇〇。則其自乘再乘之正方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。而八面體之每一邊一〇〇〇。所得之八面體積爲四七一四〇四五二一。故以子丑寅卯辰巳八面體之每邊一尺自乘再乘之午未申酉正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。與子丑寅卯辰巳八面體積四七一四〇四五二一之比。即同於今所設之甲乙丙丁戊己八面體之每邊一尺二寸自乘再乘之庚辛壬癸正方體積一尺七百二十八寸。與今所得之甲乙丙丁戊己八面體積八百一十四寸五百八十七分一十二釐有餘之比也。



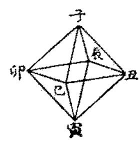




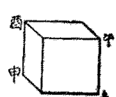


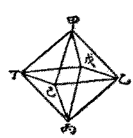
又用體積相等邊線不同之定率比例。以定率之八面體之每邊一二八四八九八二九爲一率。正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之八面體之每邊一尺二寸爲三率。求得四率九寸三分三釐九毫二絲六忽有餘。爲與八面體積相等之正方體每邊之數。自乘再乘得八百一十四寸五百八十六分八百五十六釐有餘。即八面體之積也。蓋八面體之每邊爲一二八四八九八二九。正方體之每

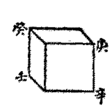
一率	一二八四八九八二九
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	九三三九二六



邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇則兩體積相等故以子丑寅卯辰巳八面體之每邊一二八四八九八二九與午未申酉正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇之比即同於今所設之甲乙丙丁戊己八面體之每邊一尺二寸與今所得之庚辛壬癸正方體之每邊九寸三分三釐九豪二絲六忽有餘之比既得一邊自乘再乘得庚辛壬癸正方體積即與甲乙丙丁戊己八面體之積爲相等也







如有八面體積八百一十四寸五百八十七分一十二釐求每邊之數則用邊線相等體積不同之定率比例以定率之八面體積四七一四〇四五二一爲一率正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今所設之八面體積八百一十四寸五百八十七分一十二釐爲三率求得四率一尺七百二十八寸開立方得一尺二寸即八面體之每一邊也此法蓋因八面體之每邊與正方體之每邊相等八面體積與正方體積不同故先定爲體與體之比例既得正方體積而後開立方得線也

一率	四七一四〇四五二一
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	八一四五八七〇一二
四率	一七二八

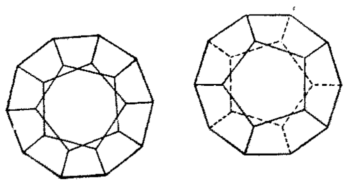
又法用體積相等邊線不同之定率比例以定率之正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率八

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二八四八九八二九
三率	九三三九二六
四率	一二

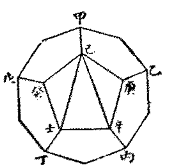
面體之每邊一二八四八九八二九爲二率。今所設之八面體積八百一十四寸五百八十七分一十二釐。開立方得九寸三分三釐九豪二絲六忽有餘爲三率。求得四率一尺二寸。即八面體之每一邊也。此法蓋因八面體積與正方體積相等。八面體之每邊與正方體之每邊不同。故以八面體積先開立方得正方體之每邊。而後爲線與線之比例也。

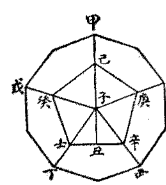
設如十二面體每邊一尺二寸。求積幾何。

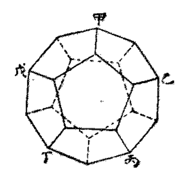
法以十二面體分作十二五角尖體算之。將每邊一尺二寸求得五等邊形之分角線。爲一尺零二分零七豪八絲零九微有餘。自中心至每邊之垂線爲八寸二分五釐八豪二絲九忽一微有餘。面積爲二尺四十七寸七十四分八十七釐三十豪有餘。乃用理分中末線之大分六一八〇三三九九爲一率。全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之每邊一尺二寸爲三率。求得四率一尺九寸四分一釐六豪四絲零七微有餘。爲每一面兩角相對之斜線。又用理分中末線之大分六一八〇三三九九爲一率。全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所得之每一面兩角相對之斜線。折半得九寸七分零八豪二絲零三微有餘爲三率。求得四率一尺五寸七分零八豪二絲零二微有餘。爲十二面體之中心至每邊正中之斜線。乃以此斜線爲弦。每一面中心至邊之垂線八寸二分五釐八豪二絲九忽一微有餘爲勾。求得股一尺三寸三分六釐二豪一絲九忽六微有餘。爲十

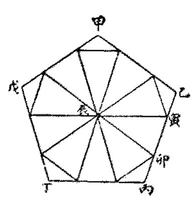


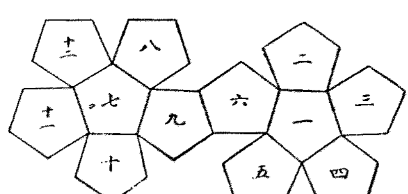
二面體之中心至每一面中心之立垂線。爰以此立垂線與每一面積二尺四十七寸七十四分八十七釐三十毫有餘相乘三歸之得一尺一百零三寸四百八十九分零二十九釐有餘。爲一五角尖體積十二因之。得一十三尺二百四十一寸八百六十八分三百四十八釐有餘。即十二面體之總積也。如圖甲乙丙丁戊十二面體。其稜三十。角二十。平鋪之。則面十二。各成一等邊五角形。先求得己庚辛壬癸五等邊形之子己類分角線。又求得子丑自中心至每邊之垂線。復求得己庚辛壬癸五等邊形之面積。次以辛壬一邊爲大分。己辛兩角相對斜線爲全分。故辛壬與己辛之比。同於理分中末線之大分與全分之比。而得兩角相對之斜線。又自十二面體之正中截之。則成十等邊之面形。而其所截之處。皆正當每邊之一半。故其所截之寅卯等線。亦爲乙丙兩角相對斜線與己辛等·之一半。而爲十等邊形之

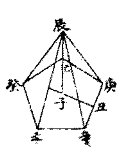








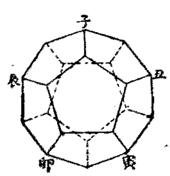


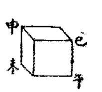


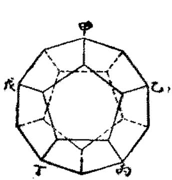
一邊。故寅卯與辰寅之比。又同於理分中末線之大分與全分之比。而得十二面體之中心至每邊正中之斜線。乃以辰寅斜線爲弦。每面中心至每邊之子丑垂線爲勾。求得辰子股。即十二面體中心至每面中心之立垂線。以此辰子立垂線與己庚辛壬癸一面積相乘。三歸之。得辰己庚辛壬癸一五角尖體積。十二因之。即得甲乙丙丁戊十二面體之總積也。

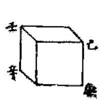
又用邊線相等體積不同之定率比例以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。十二面體積七六六三一一八九〇三爲二率。今所設之十二面體之每邊一尺二寸。自乘再乘得一尺七百二十八寸爲三率。求得四率一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐有餘。即十二面體之積也。蓋十二面體之每一邊爲一〇〇〇。則其自乘再乘之正方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。而十二面體之每一邊一〇〇〇所得之十二面體積爲七六六三一一八九〇三。故以子丑寅卯辰十二面體之每邊一尺自乘再乘之巳午未申正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。與子丑寅卯辰十二面體積七

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七六六三一一八九〇三
三率	一七二八
四率	一三二四一八六九四六四





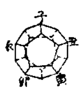


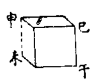


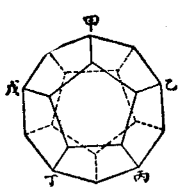
六六三一一八九〇三之比。卽同於今所設之甲乙丙丁戊十二面體之每邊一尺二寸自乘再乘之己庚辛壬正方體積一尺七百二十八寸。與今所得之甲乙丙丁戊十二面體積一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐有餘之比也。

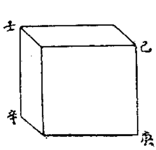
又用體積相等邊線不同之定率比例。以定率之十二面體之每邊五〇七二二二〇七爲一率。正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之十二面體之每邊一尺二寸爲三率。求得四率二尺三寸六分五釐八毫二絲七忽六微有餘。爲與十二面體積相等之正方體每邊之數。自乘再乘得一十三尺二百四十一寸八百六十八分八百四十八釐有餘。卽十二面體之積也。蓋十二面體之每邊爲五〇七二二二〇七正方體之每邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。則兩體積相等。故以子丑寅卯辰十二面體之每邊五〇七二二二〇七與巳午未申正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇之比。卽同於今所設之甲乙丙丁戊十二面體之每邊一尺二寸。與今所得之己庚辛壬正方體之每邊二尺三寸六分五釐八毫

一率	五〇七二二二〇七
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	二三六五八二七六









二絲七忽六微有餘之比。既得一邊。自乘再乘得己庚辛壬正方體積。卽與甲乙丙丁戊十二面體之積爲相等也。

如有十二面體積一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐。求每邊之數。則用邊線相等體積不同之定率比例。以定率之十二面體積七六六三一一八九〇三爲一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之十二面體積一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐爲三率。求得四率一尺七百二十八寸。開立方得一尺二寸。卽十二面體之每一邊也。此法蓋因十二面體之每邊與正方體之每邊相等。十二面體積與正方體積不同。故先定爲體與體之比例。既得正方體積。而後開立方得線也。

一率	七六六三一一八九〇三
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一三二四一八六九四六四
四率	一七二八

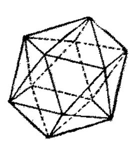
又法用體積相等邊線不同之定率比例。以定率之正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。十二面體之每邊五〇七二二三二〇七爲二率。今所設之十二面體積一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐。開立方得二尺三寸六分五釐八豪二絲七忽六微有餘爲三率。求得四率一尺二寸。卽十二面體之每一邊也。此法蓋因十二面體積與正方體積相等。十二面體

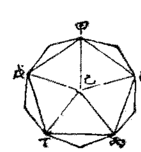
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五〇七二二三二〇七
三率	二三六五八二七六
四率	一二

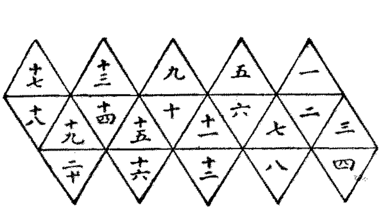
之每邊。與正方體之每邊不同。故以十二面體積先開立方。得正方體之每邊。而後爲線與線之比例也。

設如二十面體。每邊一尺二寸。求積幾何。

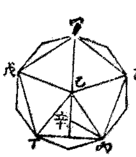
法以二十面體分作二十三角尖體算之。將每邊一尺二寸。求得三等邊形之分角線。爲六寸九分二釐八豪二絲零二微有餘。自中心至每邊之垂線。爲三寸四分六釐四豪一絲零一微有餘。面積爲六十二寸三十五分三十八釐二十四豪有餘。乃用理分中末線之大分六一八〇三三九九爲一率。全分一〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之每邊一尺二寸。折半得六寸爲三率。求得四率九寸七分零八豪二絲零三微有餘。爲二十面體之中心至每邊正中之斜線。乃以此斜線爲弦。每一面中心至邊之垂線三寸四分六釐四豪一絲零一微有餘。爲勾。求得股九寸零六釐九豪一絲三忽五微有餘。爲二十面體之中心至每一面中心之立垂線。爰以此立垂線與每一面積六十二寸三十五分三十八釐二十四豪有餘相乘。三歸之。得一百八十八寸四百九十八分四百一十五釐有餘。爲一三角尖體積。二十因之。得三尺七百六十九寸九百六十八分三百釐有餘。即二十面體之總積也。如圖甲乙丙丁戊二十面體。其稜三十。角十

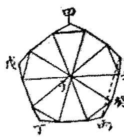


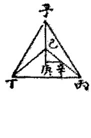




二平鋪之。則面二十。各成一等邊三角形。先求得己丙丁三等邊形之己庚類分角線。又求得庚辛自中心至每邊之垂線。復求得己丙丁三等邊形之面積。次自二十面體之正中截之。則成十等邊之面形。而其所截之處皆正當每邊之一半。故其所截之壬癸等線。亦爲乙丙每邊之一半。而爲十等邊形之一邊。故壬癸與子壬之比。同於理分中末線之大分與全分之比。而得二十面體之中心至每邊正中之斜線。乃以子壬斜線爲弦。每面中心至每邊之庚辛垂線爲勾。求得子庚股。卽二十面體中心至每面中心之立垂線。以此子庚立垂線與己丙丁一面積相乘。三歸之。得子己丙丁一三角尖體積。二十因之。卽得甲乙丙丁戊二十面體之總積也。



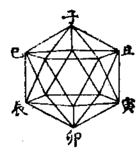


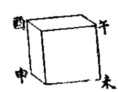


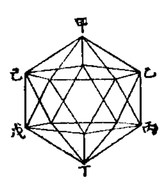
又用邊線相等體積不同之定率比例。以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。二十面體積二一八一六九四九六九爲二率。今所設之二十面體之每邊一尺二寸。自乘再乘。得一尺七百二十八寸爲三率。求得四率三尺七百六十九寸九百六十八分九百零六釐有餘。卽二十面體之積也。蓋二十面體之每一邊爲一〇〇〇。則其自乘再乘之正方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。而二十面體之每一邊一〇〇〇所得之二十面體積爲二一八一六九四九六九。故以子丑

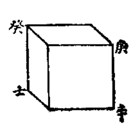
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	二一八一六九四九六九
三率	一七二八
四率	三七六九九六八九〇六

寅卯辰巳二十面體之每邊一尺自乘再乘之午未申酉正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。與子丑寅卯辰巳二十面體積二一八一六九四九六九之比。即同於今所設之甲乙丙丁戊己二十面體之每邊一尺二寸自乘再乘之庚辛壬癸正方體積一尺七百二十八寸。與今所得之甲乙丙丁戊己二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百零六釐有餘之比也。



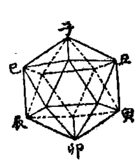


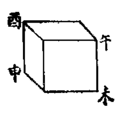




又用體積相等邊線不同之定率比例。以定率之二十面體之每邊七七一〇二五三四為一率。正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。今所設之二十面體之每邊一尺二寸為三率。求得四率一尺五寸五分六釐三豪六絲九忽有餘。為與二十面體積相等之正方體每邊之數。自乘再乘得三尺七百六十九寸九百六十八分四百四十九釐有餘。即二十面體之積也。蓋二十面體之每邊為七七一〇二五三四。正方體之每邊為一〇〇〇〇〇〇〇。則兩體積相等。故以子丑寅卯辰巳二十面體之每邊七七一〇二

一率	七七一〇二五三四
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	一五五六三六九

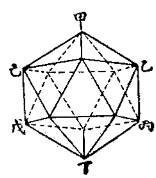


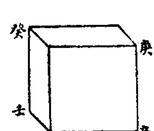


五三四。與午未申酉正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇之比。即同於今所設之甲乙丙丁戊己二十面體之每邊一尺二寸。與今所得之庚辛壬癸正方體之每邊一尺五寸五分六釐三豪六絲九忽有餘之比。既得一邊。自乘再乘得庚辛壬癸正方體積。即與甲乙丙丁戊己二十面體之積爲相等也。

如有二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百零六釐。求每邊之數。則用邊線相等體積不同之定率比例。以定率之二十面體積二一八一六九四九六九爲一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百零六釐爲三率。求得四率一尺七百二十八寸。開立方得一尺二寸。即二十面體之每一邊也。此法蓋因二十面體之每邊。與正方體之每邊相等。二十面體積與正方體積不同。故先定爲體與體之比例。既得正方體積。而後開立方得線也。

又法用體積相等邊線不同之定率比例。以定率之正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。二十面體之每邊七七一〇二





一率	二一八一六九四九六九
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	三七六九九六八九〇六
四率	一七二八

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七七一〇二五三四
三率	一五五六三六九
四率	一二

五三四爲二率。今所設之二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分八百七十八釐。開立方得一尺五寸五分六釐三豪六絲九忽有餘爲三率。求得四率一尺二寸。卽二十面體之每一邊也。此法蓋因二十面體積與正方體積相等。二十面體之每邊與正方體之每邊不同。故以二十面體積先開立方。得正方體之每邊。而後爲線與線之比例也。

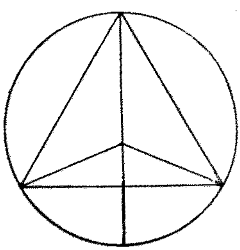
數理精蘊下編卷二十八

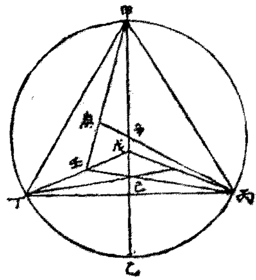
體部六

球內容各等面體

設如圓球徑一尺二寸。求內容四面體之每一邊及體積幾何。

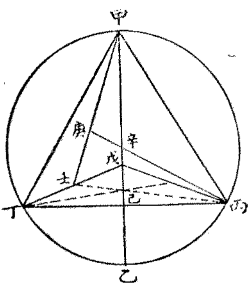
法以圓球徑一尺二寸。三歸二因得八寸。爲圓球內容四面體自尖至每面中心之立垂線自乘得六十四寸。二歸三因得九十六寸開平方得九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘。即圓球內容四面體之每一邊也。乃以四面體之每一邊。用等邊三角形求面積法。求得每一面積四十一寸五十六分九十二釐一十九豪有餘。與自尖至每面中心之立垂線八寸相乘。得三百三十二寸五百五十三分七百五十釐有餘。三歸之。得一百一十寸八百五十一分二百五十釐有餘。即圓球內容四面體之積也。如圖甲乙圓球徑一尺二寸。內容甲丙丁戊四面體。甲己與丙庚俱爲自尖至每面中心之立垂線。相交於辛爲

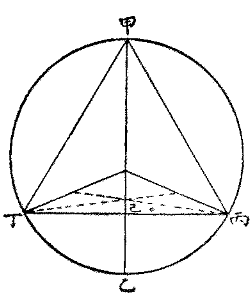




四面體之中心亦卽圓球之中心。甲辛與丙辛俱爲圓球半徑。甲己壬勾股形與甲庚辛勾股形爲同式形。甲己壬勾股形。以甲己自尖至底中心立垂線爲股。己壬一面中垂線之三分之一爲勾。甲壬一面中垂線爲弦。甲庚辛勾股形。以甲庚一面中垂線之三分之二爲股。庚辛四面體中心至每面中心之垂線爲勾。甲辛四面體自尖至中心立垂線爲弦。故兩勾股形同用一甲角。而己角庚角同爲直角。其壬角與辛角亦必相等。所以爲同式形也。己壬爲丙壬一面中垂線之三分之一。亦爲甲壬一面中垂線之三分之一。故庚辛亦必爲甲辛四面體自尖至中心立垂線之三分之一。而甲辛卽圓球之半徑。故庚辛亦爲圓球半徑之三分之一。庚辛與辛己等。今命甲辛圓球半徑爲三分。則甲乙圓球全徑爲六分。以辛己一分與甲辛三分相加。則得甲己四分。是甲己立垂線爲甲乙圓球全徑之六分之四。卽三分之二。故以甲乙圓球徑三歸二因。卽得甲己爲四面體自尖至每面中心之立垂線也。又四面體之立垂線自乘方爲每邊自乘方之三分之二。見前四面體求積法。故以甲己立垂線自乘二歸三因。卽得每一邊自乘方積。開平方得甲丙。爲四面體之每一邊也。既得一邊。則用等邊三角形求面積法。求得丙丁戊三角形面積。與甲己立垂線相乘。三歸之。卽得甲丙丁戊四面體之積也。

又求邊捷法。以圓球徑一尺二寸自乘





三歸二因得九十六寸開平方亦得九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘爲內容四面體之每一邊也蓋四面體之甲己立垂線既爲甲乙圓球徑之三分之二則甲己自乘方必爲甲乙自乘方之九分之四而甲己自乘方又爲甲丙每邊自乘方之三分之二卽六分之四則甲丙每一邊自乘方必爲甲乙圓球徑自乘方之九分之六卽三分之二故圓球徑自乘三歸二因開平方亦得四面體之每一邊也如有四面體之一邊求外切圓球徑則先求得自尖至每面中心之立垂線二歸三因卽圓球徑或以一邊自乘二歸三因開平方亦卽得圓球徑也

又用求球內各形之一邊之定率比例以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率圓球內容四面體之一邊八一六四九六五八爲二率今所設之圓球徑一尺二寸爲三率求得四率九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘卽圓球內容四面體之一邊也

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八一六四九六五八
三率	一二
四率	九七九七九五八

又用求球內各形之體積之定率比例以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率圓球內容四面體積六四一五〇〇二九爲二率今所設之圓球徑一尺二寸自乘再乘得一千七百二十八寸爲三率求得四率一百一十寸八

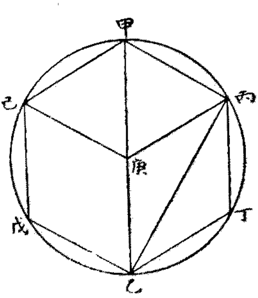
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	六四一五〇〇二九
三率	一七二八
四率	一一〇八五一二五〇

百五十一分二百五十釐有餘。即圓球內容四面體之積也。又用圓球積之定率比例。以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球內容四面體積一二二五一七五三〇爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸、求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘。爲三率。求得四率一百一十寸八百五十一分二百四十九釐有餘。即圓球內容四面體之積也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二二五一七五三〇
三率	九〇四七七八六八四
四率	一一〇八五一二四九

設如圓球徑一尺二寸。求內容正方體之每一邊及體積幾何。

法以圓球徑一尺二寸自乘得一百四十四寸三歸之得四十八寸。開平方得六寸九分二釐八豪二絲零三微有餘。即圓球內容正方體之每一邊。以一邊自乘再乘得三百三十二寸五百五十三分七百四十四釐有餘。即圓球內容正方體之積也。如圖甲乙圓球徑一尺二寸、內容甲丙丁乙戊己庚正方體。試以丙丁一邊爲股。丁乙一邊爲勾求得丙乙弦。即每一面之對角斜線勾與股既相等。則丙乙每一面對角斜線自乘方。爲丙丁或丁乙每邊自乘方之二倍矣。又試以丙乙對角斜線爲股。甲丙一邊爲勾。求得甲乙弦。即圓球徑。則甲乙圓球徑自乘方又爲甲丙類每邊自乘方之三倍矣。故以圓球徑自乘三歸。即得每邊自乘之積開平方。即得圓球內



容正方體之一邊。以一邊自乘再乘。即得圓球內容正方體之積也。如有正方體之一邊。求外切圓球徑。則以一邊自乘。三因之開平方。即得圓球徑也。

又用求球內各形之一邊之定率比例。以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球內容正方體之一邊五七七三五〇二六爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸爲三率。求得四率六寸九分二釐八豪二絲零三微有餘。即圓球內容正方體之一邊也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五七七三五〇二六
三率	一二
四率	六九二八二〇三

又用求球內各形之體積之定率比例。以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球內容正方體積一九二四五〇〇八六爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸。自乘再乘得一千七百二十八寸爲三率。求得四率三百三十二寸五百五十三分七百四十八釐有餘。即圓球內容正方體之積也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一九二四五〇〇八六
三率	一七二八
四率	三三二五五三七四八

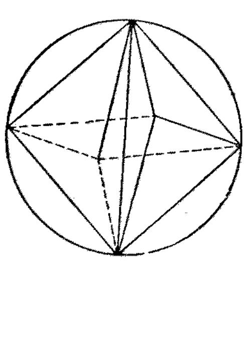
又用圓球積之定率比例。以定率之圓球積。一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球內容正方體積三六七五五二五九〇爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸、求得圓球積九百零四寸七百七十八分六

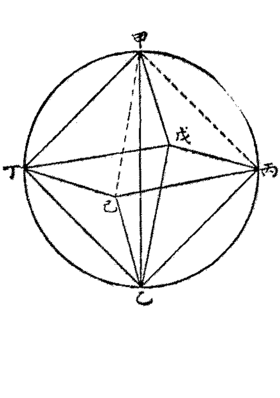
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三六七五五二五九〇
三率	九〇四七七八六八四
四率	三三二五五三七四八

百八十四釐有餘。爲三率。求得四率三百三十二寸五百五十三分七百四十八釐有餘。即圓球內容正方體之積也。

設如圓球徑一尺二寸。求內容八面體之每一邊及體積幾何。

法以圓球徑一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。折半得七十二寸。開平方得八寸四分八釐五毫二絲八忽一微有餘。即圓球內容八面體之每一邊也。乃以八面體之每一邊自乘。得七十二寸。以球徑一尺二寸再乘。得八百六十四寸。三歸之。得二百八十八寸。即圓球內容八面體之積也。如圖甲乙圓球徑一尺二寸。內容甲丙乙丁戊己八面體。自正中對四角平分截之。則成甲丙己丁戊、乙丁戊丙己、二尖方體。甲乙圓球徑爲二尖方體之共高。即甲丙乙丁正方面之對角斜線。試以甲丙一邊爲股。乙丙一邊爲勾。則甲乙球徑爲弦。勾與股既相等。則甲乙自乘方爲甲丙自乘方之二倍。故以甲乙球徑自乘。折半開方。即得甲丙爲內容八面體之一邊。以戊丙一邊自乘。得戊丙己丁二尖方體之共底面積。以甲乙共高再乘。三歸之。得二尖方體積。即八面體之總積也。如有八面體之一邊。求外切圓球徑。則以一邊自乘加倍。開平方得對角斜線。即圓球徑也。





又用求球內各形之一邊之定率比例以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率圓球內容八面體之一邊七〇七一〇六七八爲二率今所設之圓球徑一尺二寸爲三率求得四率八寸四分八釐五毫二絲八忽一微有餘卽圓球內容八面體之一邊也

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七〇七一〇六七八
三率	一二
四率	八四八五二八一

又用求球內各形之體積之定率比例以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率圓球內容八面體積一六六六六六六六六爲二率今所設之圓球徑一尺二寸自乘再乘得一千七百二十八寸爲三率求得四率二百八十八寸卽圓球內容八面體之積也

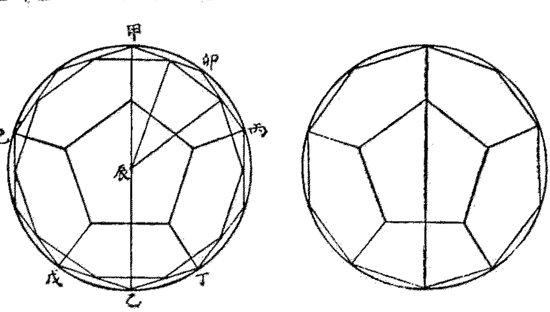
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一六六六六六六六六
三率	一七二八
四率	二八八

又用圓球積之定率比例以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率圓球內容八面體積三一八三〇九八八五爲二率今所設之圓球徑一尺二寸求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘爲三率求得四率二百八十七寸九百九十九分九百九十八釐有餘卽圓球內容八面體之積也

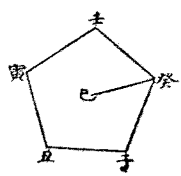
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三一八三〇九八八五
三率	九〇四七七八六八四
四率	二八七九九九九九八

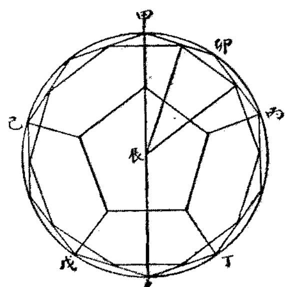
設如圓球徑一尺二寸求內容十二面體之每一邊及體積幾何

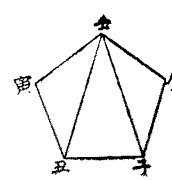
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇爲股小分三八一九六六〇一爲勾求得弦一〇七〇四六六二六爲一率小分三八一九六六〇一爲二率今所設之圓球徑一尺二寸爲三率求得四率四寸二分八釐一豪八絲六忽五微有餘即圓球內容十二面體之每一邊也乃以十二面體之每一邊用五等邊形求面積法求得每一面積三十一寸五十四分三十八釐五十七豪有餘又用五等邊形求外切圓徑法求得半徑（即分角線）三寸六分四釐二豪三絲七忽一微有餘爲勾圓球半徑六寸爲弦求得股四寸七分六釐七豪九絲二忽七微有餘爲自圓球中心至每一面中心之立垂線與每一面積三十一寸五十四分三十八釐五十七豪相乘得一百五十寸三百九十八分八百零七釐有餘三歸之得五十寸一百三十二分九百三十五釐爲一五角尖體積十二因之得六百零一寸五百九十五分二百二十釐有餘即圓球內容十二面體之總積也如圖甲乙圓球徑一尺二寸內容甲丙丁戊己十二面體自正中平分截之則成十等邊面形其所截之處皆正當每邊之一半故其所截之庚辛等線亦爲甲丙兩角相對斜線之一半而爲十等邊形之一邊試自十二面體之甲卯一邊正中至中心辰作庚辰垂線即爲所截十等邊形外切圓之半徑與甲庚每邊

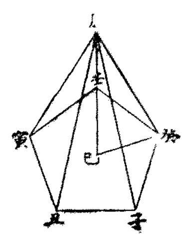


之半甲辰圓球半徑。共成甲庚辰勾股形。庚辰爲股。甲庚爲勾。甲辰爲弦。庚辰卽如理分中末線之全分。甲庚卽如理分中末線之小分。何以知之。蓋十二面體每面之壬子兩角相對斜線（與甲丙等）。爲全分。則子丑一邊（與甲卯等）。爲大分。若以壬子兩角相對斜線爲大分。則子丑一邊爲小分。兩角相對斜線之一半庚辛爲大分。則每邊之半甲庚卽爲小分矣。又庚辰中心至每邊正中之垂線。既爲十等邊形外切圜之半徑。而庚辛爲十等邊形之一邊。則庚辛爲大分。而庚辰必爲全分矣。因庚辰全分爲股。甲庚小分爲勾。而甲辰圓球半徑爲弦。故以理分中末線之全分爲股。小分爲勾。求得弦與小分之比。同於甲辰半徑與甲庚半邊之比。卽同於今所設之甲乙全徑與甲卯全邊之比也。既得一邊。則用五等邊形求面積法。求得壬癸子丑寅五等邊形面積。又求得已癸五等邊形外切圜半徑（卽分角線）。乃以辰癸圓球半徑爲弦（與辰甲等）。已癸分角線爲勾。求得辰已股。卽圓球中心至內容十二面體每面中心之立垂線。與壬癸子丑寅五等邊形面積相乘。三歸之。得辰壬癸子丑寅一五角尖體積。十二因之。卽得圓球內容十二面體



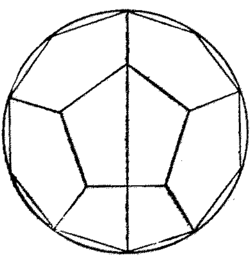


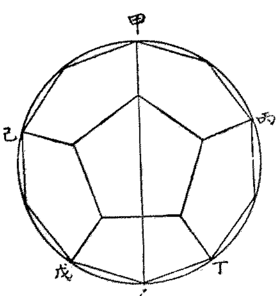


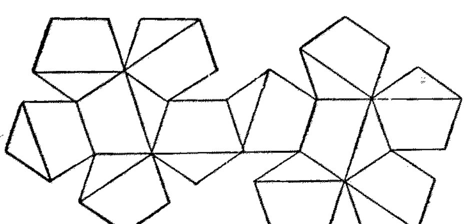


之總積也。如有十二面體之每一邊。求外切圓球徑。則先求得自中心至每邊正中之垂線爲股。半邊爲勾。求得弦。倍之卽圓球全徑也。

又求邊法用求圓球內容正方體之一邊法以圓球徑一尺二寸自乘。得一百四十四寸。三歸之。得四十八寸。開平方得六寸九分二釐八毫二絲零三微有餘。爲圓球內容十二面體每一面兩角相對斜線。乃以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。大分六一八〇三三九九爲二率。每一面兩角相對斜線六寸九分二釐八毫二絲零三微爲三率。求得四率四寸二分八釐一毫八絲六忽四微有餘。卽圓球內容十二面體之每一邊也。如圖甲乙圓球徑一尺二寸。內容甲丙丁戊己十二面體。試於每一面各作一斜線相連。則十二斜線之二十四端合爲八角遂成正方體形。其十二面之十二斜線。卽正方體之十二邊。其八角卽正方體之八角。皆切於







圓球之面。故用求球內容正方體法。求得正方體之一邊。卽十二面體每一面兩角相對之斜線。既得斜線。則以理分中末線之全分與大分之比。卽同於兩角相對之斜線與每一邊之比。而得十二面體之每一邊也。如有十二面體之每一邊求外切圓球徑。則先求得每面兩角相對斜線。爲正方體之一邊。用正方體求外切圓球徑之法。亦卽得圓球徑矣。

又用求球內各形之一邊之定率比例。以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球內容十二面體之一邊三五六八二二〇九爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸爲三率。求得四率四寸二分八釐一毫八絲六忽五微有餘。卽圓球內容十二面體之一邊也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三五六八二二〇九
三率	一二
四率	四二八一八六五

又用求球內各形之體積之定率比例。以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球內容十二面體積三四八一四五四八二爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸。自乘再乘得一千七百二十八寸爲三率。求得四率六百零一寸五百五十五分三百九十二釐有餘。卽圓球內容十二面體之積也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三四八一四五四八二
三率	一七二八
四率	六〇一五五五三九二

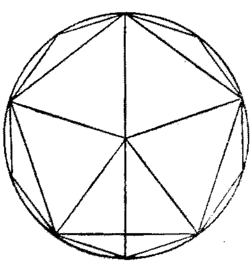
又用圓球積之定率比例。以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇

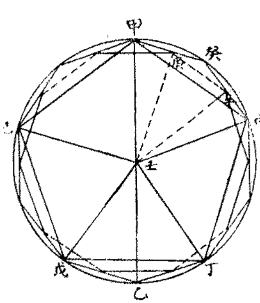
〇〇爲一率圓球內容十二面體積六六四九〇八八九一爲二率今所設之圓球徑一尺二寸求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘爲三率求得四率六百零一寸五百九十五分三百九十一釐有餘即圓球內容十二面體之積也

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	六六四九〇八八九一
三率	九〇四七七八六八四
四率	六〇一五九五三九一

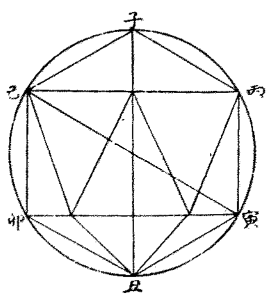
設如圓球徑一尺二寸求內容二十面體之每一邊及體積幾何

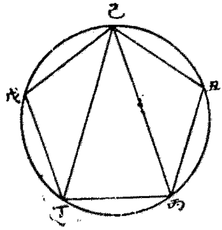
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲股大分六一八〇三三九九爲勾求得弦一一七五五七〇五〇爲一率大分六一八〇三三九九爲二率今所設之圓球徑一尺二寸爲三率求得四率六寸三分零八豪七絲七忽三微有餘即圓球內容二十面體之每一邊也乃以二十面體之每一邊用等邊三角形求面積法求得每一面積一十七寸二十三分四十一釐七十豪有餘又用三等邊形求外切圜徑法求得半徑即分角線三寸六分四釐二豪三絲七忽一微有餘爲勾圓球半徑六寸爲弦求得股四寸七分六釐七豪九絲二忽七微有餘爲自圓球中心至每一面中心之立垂線與每一面積一十七寸二十三分四十一釐七十豪有餘相乘得





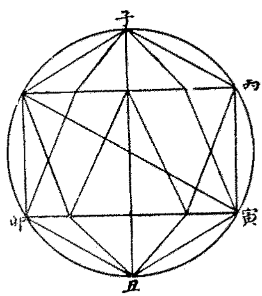
八十二寸一百七十一分二百六十四釐有餘。三歸之。得二十七寸三百九十分四百二十一釐有餘。爲一三角尖體積。二十因之。得五百四十七寸八百零八分四百二十釐有餘。卽圓球內容二十面體之總積也。如圖甲乙圓球徑一尺二寸、內容甲丙丁戊己二十面體。自正中平分截之。則成十等邊面形。其所截之處。皆正當每邊之一半。故其所截之庚辛等線。亦爲甲丙每邊之一半。而爲十等邊形之一邊。試自二十面體之甲癸一邊正中至中心壬。作庚壬垂線。卽爲所截十等邊形外切圜之半徑。與甲庚每邊之半。甲壬圓球半徑。共成甲庚壬勾股形。庚壬爲股。甲庚爲勾。甲壬爲弦。庚壬卽如理分中末線之全分。甲庚卽如理分中末線之大分。何以知之。蓋庚壬中心至每邊正中之斜線。既爲十等邊形外切圜之半徑。庚辛既爲十等邊形之一邊。則庚辛爲大分。庚壬必爲全分。庚辛爲每邊之半。甲庚亦爲每邊之半。則甲庚亦卽爲大分矣。因庚壬全分爲股。甲庚大分爲勾。甲壬圓球半徑爲弦。故以理分中末線之全分爲股。大分爲勾。求得弦與大分之比。同於甲壬半徑與甲庚半邊之比。卽同於今所設之甲乙圓球全徑與甲癸全邊之比也。又圖子丑圓球內容子丙寅丑卯己二十面體。自丙己二處橫截之。則所截之面成圓內容甲丙丁戊己五等邊面形。試自二十面體之己角至寅角作己寅全徑線。則成

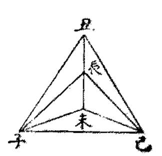




己丙寅勾股形。己丙爲股。丙寅爲勾。己寅爲弦。以甲丙丁戊己五等邊面形言之。則己丙股爲兩角相對斜線。卽如理分中末線之全分。丙寅勾與丙丁一邊同。卽如理分中末線之大分。今己丙全分既爲股。丙寅大分既爲勾。己寅與子丑同爲圓球徑。既爲弦。故以理分中末線之全分爲股大分爲勾求得弦與大分之比。卽同於今所設之子丑全徑與丙寅一邊之比也。既得一邊。則用三等邊形求面積法求得辰巳午三等邊形面積。又求得未巳三等邊形外切圜半徑。卽分角線。乃以壬巳圓球半徑（與甲壬等）爲弦。未巳分角線爲勾。求得壬未股。卽圓球中心至內容二十面體每面中心之立垂線。與辰巳午三等邊形面積相乘。三歸之。得壬辰巳午一三角尖體積。二十因之。卽得圓球內容二十面體之積也。如有二十面體之一邊。求外切圓球徑。則先求得自中心至每邊正中之垂線爲股。半邊爲勾。求得弦。倍之。卽圓球全徑也。

又用求球內各形之一邊之定率比例。以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球內容二十面體之一邊五二五七三一一一爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸爲三率。求得四率六寸三分





一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五二五七三一一一
三率	一二
四率	六三〇八七七三

零八毫七絲七忽三微有餘。卽圓球內容二十面體之一邊也。

又用求球內各形之體積之定率比例。以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球內容二十面體積三一七〇一八八三三爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸、自乘再乘得一千七百二十八寸爲三率。求得四率五百四十七寸八百零八分五百四十三釐有餘。卽圓球內容二十面體之積也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三一七〇一八八三三
三率	一七二八
四率	五四七八〇八五四三

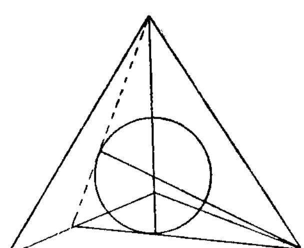
又用圓球積之定率比例。以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球內容二十面體積六〇五四六一三七二爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸、求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘爲三率。求得四率五百四十七寸八百零八分五百四十三釐有餘。卽圓球內容二十面體之積也。

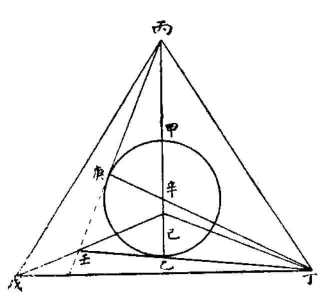
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	六〇五四六一三七二
三率	九〇四七七八六八四
四率	五四七八〇八五四三

球外切各等面體

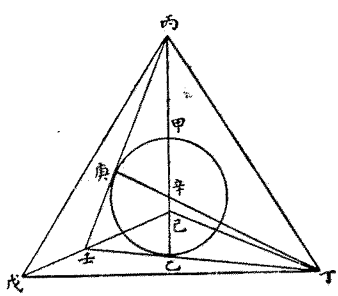
設如圓球徑一尺二寸。求外切四面體之每一邊及體積幾何。

法以圓球徑一尺二寸。倍之得二尺四寸。爲圓球外切四面體自尖至每面中心之立垂線自乘得五尺七十六寸。二歸三因得八尺六十四寸。開平方得二尺九寸三分九釐三毫八絲七忽六微有餘。卽圓球外切四面體之每一邊也。乃以四面體之每一邊用等邊三角形求面積法求得每一面積三尺七十四寸一十二分二十九釐七十二毫有餘。與自尖至每面中心之立垂線二尺四寸相乘。三歸之得二尺九百九十二寸九百八十三分七百七十六釐有餘。卽圓球外切四面體之積也。如圖甲乙圓球徑一尺二寸。外切丙丁戊己四面體。丙乙與丁庚俱爲自尖至每面中心之立垂線。相交於辛。爲四面體之中心。亦卽圓球之中心。辛乙與辛庚俱爲圓球半徑。丙乙壬勾股形與丙庚辛勾股形爲同式形。丙乙壬勾股形。以丙乙自尖至底中心立垂線爲股。乙壬一面中垂線之三分之一爲勾。丙壬一面中垂線爲弦。丙庚辛勾股形。以丙庚一面中垂線之三分之二爲股。庚





辛圓球半徑爲勾．丙辛四面體自尖至中心立垂線爲弦．故兩勾股形同用一丙角．而乙角庚角同爲直角．其壬角與辛角亦必相等．所以爲同式形．乙壬爲丁壬一面中垂線之三分之一．亦爲丙壬一面中垂線之三分之一．故庚辛亦必爲丙辛四面體自尖至中心立垂線之三分之一．而庚辛爲圓球半徑．與甲辛等．甲辛既爲丙辛之三分之一．則丙甲卽爲丙辛之三分之二．與甲乙全徑等．故以甲乙圓球徑倍之得丙乙．爲四面體自尖至每面中心之立垂線也．又四面體之立垂線自乘方．爲每一邊自乘方之三分之二．見前四面體求積法．故以丙乙立垂線自乘．二歸三因得每一邊自乘方積．開平方得丙丁．爲四面體之每一邊也．既得一邊．則用等邊三角形求面積法．求得丁戊己三角形面積．與丙乙立垂線相乘．三歸之．卽得丙丁戊己四面體之積也．如有四面體之一邊．求內容圓球徑．則先求得自尖至每面中心之立垂線．折半卽內容圓球徑也．



又用求球外各形之一邊之定率比例．以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率．球外切四面體之一邊二四四九四八九七四爲二率．今所設之圓球徑一尺二寸爲三率．求得四率二尺九寸三分九釐三毫八絲七忽六微有餘．卽圓球外切四面體之

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	二四四九四八九七四
三率	一二
四率	二九三九三八七六

一邊也。

又用求球外各形之體積之定率比例。以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一○○○○○○○○○爲一率。球外切四面體積一七三二○五○八○七爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸。自乘再乘得一尺七百二十八寸爲三率。求得四率二尺九百九十二寸九百八十三分七百九十四釐有餘。卽圓球外切四面體之積也。

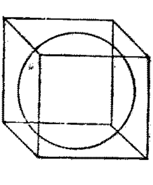
一率	一○○○○○○○○○
二率	一七三二○五○八○七
三率	一七二八
四率	二九九二九八三七九四

又用圓球積之定率比例。以定率之圓球積一○○○○○○○○○爲一率。圓球外切四面體積三三○七九七三三七二爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸。求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘爲三率。求得四率二尺九百九十二寸九百八十三分七百九十四釐有餘。卽圓球外切四面體之積也。

一率	一○○○○○○○○○
二率	三三○七九七三三七二
三率	九○四七七八六八四
四率	二九九二九八三七九四

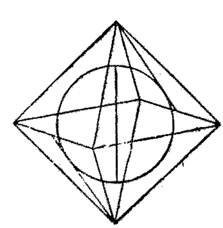
設如圓球徑一尺二寸。求外切正方體之每一邊及體積幾何。

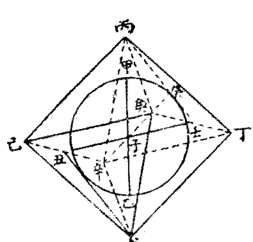
法因圓球徑一尺二寸。卽外切正方體之每一邊。自乘再乘得一尺七百二十八寸。卽外切正方體積。故他法皆不設。止存此題以備一體焉。



設如圓球徑一尺二寸。求外切八面體之每一邊及體積幾何。

法以圓球徑一尺二寸。折半得六寸。爲圓球外切八面體中心至每面中心之立垂線。自乘得三十六寸。六因之。得二百一十六寸。開平方得一尺四寸六分九釐六豪九絲三忽八微有餘。卽圓球外切八面體之每一邊也。乃以八面體之每一邊。用等邊三角形求面積法。求得每一面積九十三寸五十三分零七釐四十三豪有餘。與圓球半徑六寸相乘。三歸之。得一百八十七寸零六十一分四百八十六釐有餘。爲一三角尖體積。八因之。得一尺四百九十六寸四百九十一分八百八十八釐有餘。卽圓球外切八面體之總積也。如圖甲乙圓球徑一尺二寸。外切丙丁戊己庚辛八面體。自丁辛己庚四角平分之。則成丙丁辛己庚、戊己庚丁辛二尖方體。將二尖方體自尖依各稜直剖之。則又得子丙丁庚類八三角尖體。圓球之外面皆切於各面之中心。圓球之半徑。卽外切八面體中心至每一面中心之立垂線。試自丙角至丁庚邊正中壬作丙壬一面中垂線。又自八面體中心子至丙丁庚面中心癸作子癸立垂線。復自八面體中心子至丁庚邊正中壬作子壬線。遂成壬癸子勾股形。此形以子癸立垂線卽圓球半徑。爲股。丙壬一面中垂線之三分之一癸壬爲勾。八面體中心至每邊正中斜線子壬爲弦子壬卽八面體每邊之一半。蓋壬丑與庚己平行。其度相等。折半於子。故爲每邊之半。夫癸壬既爲丙壬一面中垂線之三分之一。則癸壬自





乘方。必爲丙壬一面中垂線自乘方之九分之一。而丙壬一面中垂線自乘方。原爲丙丁每邊自乘方之十二分之九。則癸壬自乘方。必爲丙丁每邊自乘方之十二分之一。又子壬既爲每邊之半。則其自乘方。必爲每邊自乘方之四分之一。今命爲十二分之三。癸壬勾自乘方既爲每邊自乘方十二分之一。子壬弦自乘方。又爲每邊自乘方十二分之三。則子癸股自乘方。必爲每邊自乘方十二分之二。即六分之一。故以子癸圓球半徑自乘。六因之。得每邊自乘方積。開平方得八面體之每一邊也。既得每一邊。則用等邊三角形求面積法。求得丙丁庚一面積。與子癸圓球半徑相乘。三歸之。得子丙丁庚一三角尖體積。八因之。即得丙丁戊己庚辛八面體之總積也。如有八面體之一邊。求內容圓球徑。則求得自中心至每一面中心之立垂線。即內容圓球之半徑也。

又用求球外各形之一邊之定率比例。以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球外切八面體之一邊一二二四七四四八七爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸爲三率。求得四率一尺四寸六分九釐六毫九絲三忽八微有餘。即圓球外切八面體之一邊也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二二四七四四八七
三率	一二
四率	一四六九六九三八

又用求球外各形之體積之定率比例。以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球外切八面體積

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八六六〇二五四〇三
三率	一七二八
四率	一四九六四九一八九六

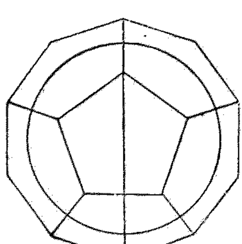
八六六〇二五四〇三爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸。自乘再乘得一尺七百二十八寸爲三率。求得四率一尺四百九十六寸四百九十一分八百九十六釐有餘。卽圓球外切八面體之積也。

又用圓球積之定率比例以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球外切八面體積一六五三九八六六八六爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸。求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘爲三率。求得四率一尺四百九十六寸四百九十一分八百九十七釐有餘。卽圓球外切八面體之積也。

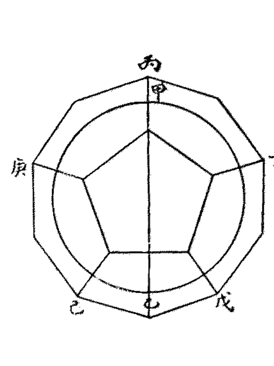
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一六五三九八六六八六
三率	九〇四七七八六八四
四率	一四九六四九一八九七

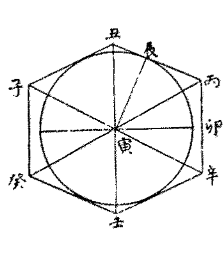
設如圓球徑一尺二寸。求外切十二面體之每一邊及體積幾何。

法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。大分六一八〇三三九九爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸。折半得六寸爲三率。求得四率三寸七分零八豪二絲零三微有餘爲圓球外切十二面體每一面中心至邊之垂線。又以全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。倍小分七六三九三二〇二爲二率。今所設之圓球半徑六寸爲三率。求得四率四寸五分八釐三豪五絲九忽二微有餘。爲每一面中心至角之分角線。乃以每一面之分角線爲弦。每一面中心至邊之垂線爲股。求得勾二寸六分九釐四豪一絲六忽八微有餘。

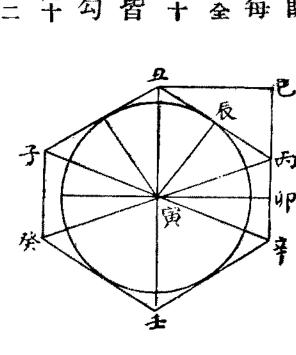


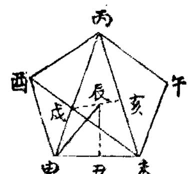
倍之得五寸三分八釐八豪三絲三忽六微有餘．即圓球外切十二面體之每一邊也．乃以十二面體之每一邊．與每一面中心至邊之垂線相乘．得數折半．五因之．得四十九寸九十五分二十六釐零九豪有餘．為圓球外切十二面體之每一面之積．與圓球半徑六寸相乘．三歸之．得九十九寸九百零五分二百一十八釐有餘．為每一五角尖體積．十二因之．得一尺一百九十八寸八百六十二分六百一十六釐有餘．即圓球外切十二面體之總積也．蓋圓球外切十二面體．其圓球之外面皆切於各面之中心．圓球之半徑即外切十二面體中心至每一面中心之立垂線．以圓球半徑為理分中末線之全分．則外切十二面體之每一面中心至邊之垂線（即五等邊形內容圜半徑）．為大分．每一面中心至角之分角線（即五等邊形外切圜半徑）．為倍小分．如甲乙圓球徑一尺二寸．外切丙丁戊己庚十二面體．按其一面中垂線平分剖之．則成丙辛壬癸子丑不等邊六角形．丙辛與子癸皆十二面體之每一邊．辛壬、壬癸、子丑、丑丙、皆為十二面體之每一面自一角至對邊之中垂線．寅丑與寅卯皆為十二面體中心至每邊正中之垂線．寅辰為十二面體中心至每面中心之立垂線．即圓球半徑．辰丑為每面中心至邊之垂線．辰丙為每面中心至角之分角

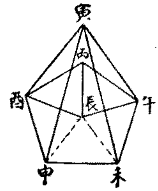




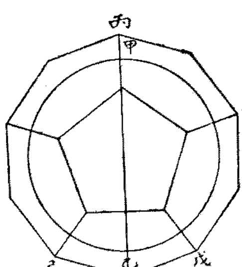
線。今以寅辰爲全分。則辰丑爲大分。辰丙爲倍小分。何以知之。寅卯既爲十二面體中心至每邊正中之垂線。平分丙辛邊於卯。故丙卯爲每邊之半。寅卯爲全分。則丙卯爲小分。蓋十二面體中心至每邊正中之垂線爲全分。則其每一面兩角相對斜線之一半爲大分。而每邊之半卽爲小分。見球內容十二面體法。試依寅卯全分度作丑巳卯寅正方形。則丑巳與巳卯亦皆爲全分。巳卯既爲全分。而丙卯又爲小分。則巳丙卽爲大分。丑巳丙勾股形與寅辰丑勾股形爲同式形。寅辰丑勾股形之丑角與寅角。倂之共九十度。而寅辰丑勾股形之丑角。與丑巳丙勾股形之丑角。倂之亦共九十度。故此二勾股形之巳丑丙角與丑寅辰角爲相等。辰角與巳角。又同爲直角。其餘一角亦必等。故爲同式形。丑巳丙勾股形之丑巳股爲全分。則巳丙勾爲大分。寅辰丑勾股形之寅辰股爲全分。則辰丑勾亦卽爲大分。故以寅辰圓球半徑與辰丑每面中心至邊之垂線之比。卽同於理分中末線之全分與大分之比也。又凡五等邊形自心至邊之垂線爲大分。則自心至角之分角線卽爲倍小分。如丙午未申酉五







等邊形其辰丑垂線爲大分。則辰申分角線爲倍小分。何以知之。蓋丙未兩角相對斜線爲全分。則未甲一邊爲大分。而酉未與丙申兩兩角相對斜線相交所截戌申一段。即爲小分。成連比例三率。故丙戌與戌未亦皆爲大分。與未申等。試自戌至亥作戌亥垂線。平分丙未兩角相對斜線於亥。則成丙亥戌勾股形。與辰丑申勾股形爲同式形。辰丑申勾股形之辰角。當丑申半邊所對之弧。爲未申邊所對之弧之一半。故辰丑申勾股形之辰角與丙戌亥勾股形之丙角等。丑角與亥角又同爲直角。其餘一角亦必等。故爲同式形。夫丙未爲全分。則丙戌爲大分。丙未爲大分。則丙戌爲小分。若以丙未之半丙亥爲大分。則丙戌即爲倍小分。故以辰丑垂線爲大分。則辰申分角線亦即爲倍小分。今圓球半徑與每面中心至邊之垂線之比。既同於全分與大分之比。則圓球半徑與每面分角線之比。亦即同於全分與倍小分之比也。既得辰丑垂線。又得辰申分角線。則用股弦求勾法。求得丑申勾。倍之得未申。即圓球外切十二面體之每一邊。既得每一邊。又得每面中心至邊之垂線。則以辰丑每面中心至邊之垂線與未申一邊相乘。折半五因之。得丙午未申酉五等邊形面積。與寅辰圓球半徑相乘。三歸之。得寅丙午未申酉一五角尖體積。十二因之。即得丙丁戊己庚十二面體之總積也。如有十二面體之一邊。求內容圓球徑。則求得十二面體中心至每面中心之立垂線。即內容圓球之半徑也。



又用求球外各形之一邊之定率比例。以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球外切十二面體之每一邊四四九〇二七九七爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸爲三率。求得四率五寸三分八釐八豪三絲三忽五微有餘。卽圓球外切十二面體之一邊也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	四四九〇二七九七
三率	一二
四率	五三八八三三五

又用求球外各形之體積之定率比例。以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球外切十二面體積六九三七八六三六七爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸。自乘再乘得一尺七百二十八寸爲三率。求得四率一尺一百九十八寸八百六十二分八百四十釐有餘。卽圓球外切十二面體之積也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	六九三七八六三六七
三率	一七二八
四率	一一九八八六二八四〇

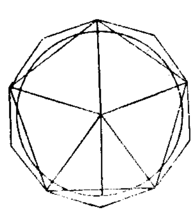
又用圓球積之定率比例。以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球外切十二面體積一三二五〇三四三五八爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸。求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘爲三率。求得四率一尺一百九十八寸八百六十二分八百四十二釐有餘。卽圓球外切十二面體

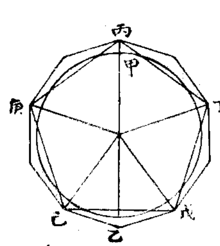
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一三二五〇三四三五八
三率	九〇四七七八六八四
四率	一一九八八六二八四二

之積也。

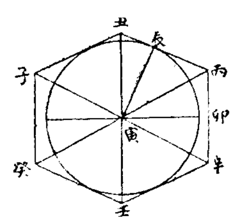
設如圓球徑一尺二寸。求外切二十面體之每一邊及體積幾何。

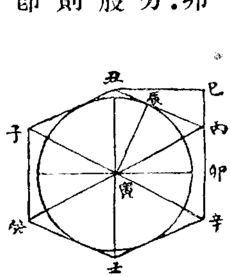
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇爲一率。小分三八一九六六〇一爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸。折半得六寸爲三率。求得四率二寸二分九釐一毫七絲九忽六微有餘爲圓球外切二十面體每一面中心至邊之垂線。三因之得六寸八分七釐五毫三絲八忽八微有餘爲每一面自一角至對邊之中垂線。自乘三歸四因開平方。得七寸九分三釐九毫零一忽四微有餘。卽圓球外切二十面體之每一邊也。乃以二十面體之每一邊。用等邊三角形求面積法。求得每一面積二十七寸二十九分一十九釐有餘。與圓球半徑六寸相乘。三歸之。得五十四寸五百八十三分八百釐有餘。爲一三角尖體積。二十因之得一尺九十一寸六百七十六分有餘。卽圓球外切二十面體之總積也。蓋圓球外切二十面體。其圓球之外面皆切於各面之中心。圓球之半徑卽外切二十面體中心至每一面中立之立垂線。以圓球半徑爲理分中末線之全分。則外切二十面體之每一面中心至邊之垂線卽三等邊形內容圓半徑。爲小分。每一面中心至角之分角線卽三等邊形外切圓半徑。爲倍小分。其每一面自一角至對邊之中垂線爲三小分。如甲乙圓球徑一尺二寸。外



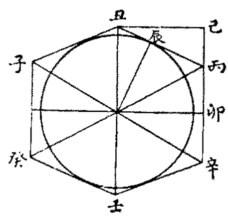


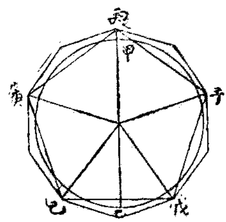
切丙丁戊己庚二十面體。按其一面中垂線平分剖之。則成丙辛壬癸子丑不等邊六角形。丙辛與癸子皆二十面體之每一邊。丑丙、辛壬、壬癸、子丑、皆爲二十面體之每一面自一角至對邊之中垂線。寅丑與寅卯皆爲二十面體中心至每邊正中之垂線。寅辰爲二十面體中心至每面中心之立垂線。卽圓球半徑辰丑爲每面中心至邊之垂線。辰丙爲每面中心至角之分角線今以寅辰爲全分。則辰丑爲小分。辰丙爲倍小分。丙丑卽爲三小分也。何以知之。寅卯既爲二十面體中心至每邊正中之垂線。平分丙辛邊於卯。故丙卯爲每邊之半。寅卯爲全分則丙卯爲大分。蓋二十面體中心至每邊正中之垂線爲全分。則每邊之半爲大分。見球內容二十面體法。試依寅卯全分度作巳卯寅丑正方形。則丑巳與巳卯亦皆爲全分。巳卯既爲全分。而丙卯又爲大分。則巳丙卽爲小分。丑巳丙勾股形與寅辰丑勾股形爲同式形。丑巳丙勾股形之丑巳股爲全分。則巳丙勾爲小分。寅辰丑勾股形之寅辰股爲全分。則辰丑勾爲小分。故以寅辰圓球半徑與辰丑每面中心至邊之垂線之比。卽同於理分中末線之全分與小分之比也。既得辰丑每面中心至邊之垂線則以三因之。卽得丙丑每面自一角至對邊之中垂線。而每面自一角至對邊之中垂線自乘方。爲每邊自乘方之四分之三。故以所得丙丑每面自一角至對邊之中垂線。自乘三歸四因開平方。卽得午未。爲

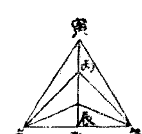




圓球外切二十面體之每一邊。既得午未一邊。與丙丑每面自一角至對邊之中垂線相乘。折半得丙午未一三角形面積。與寅辰圓球半徑相乘。三歸之得寅丙午未一三角尖體積。二十因之。即得丙丁戊己庚二十面體之總積也。如有二十面體之每一邊。求內容圓球徑。則求得二十面體中心至每面中心之立垂線。即內容圓球之半徑也。







又用求球外各形之一邊之定率比例。以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。圓球外切二十面體之每一邊六六一五八四五三為二率。今所設之圓球徑一尺二寸為三率。求得四率七寸九分三釐九豪零一忽四微有餘。即圓球外切二十面體之一邊也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	六六一五八四五三
三率	一二
四率	七九三九〇一四

又用求球外各形之體積之定率

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	六三一七五六九九九
三率	一七二八
四率	一〇九一六七六〇九四

比例。以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球外切二十面體積六三一七五六九九九爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸。自乘再乘得一尺七百二十八寸爲三率。求得四率一尺九十一寸六百七十六分零九十四釐有餘。卽圓球外切二十面體之積也。

又用圓球積之定率比例。以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球外切二十面體積一二〇六五六六九九一爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸。求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘。爲三率。求得四率一尺零九十一寸六百七十六分零九十四釐有餘。卽圓球外切二十面體之積也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二〇六五六六九九一
三率	九〇四七七八六八四
四率	一〇九一六七六〇九四

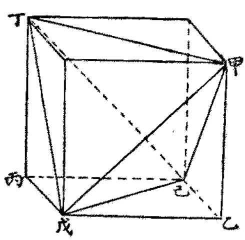
數理精蘊下編卷二十九

體部七

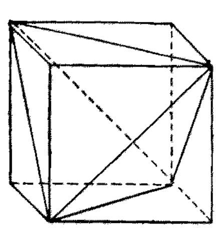
各等面體互容

設如正方體。每邊一尺二寸。求內容四面體之每一邊幾何。

法以正方體每邊一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。倍之得二尺八十八寸。開平方得一尺六寸九分七釐零五絲六忽二微有餘。卽正方體內容四面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁正方體。內容丁甲戊己四面體。以四面體之六稜切於正方體之六面。則四面體之每一邊。卽爲正方體之每一面之對角斜線。故用方邊求斜弦之法。以一邊自乘倍之。開平方。卽得內容四面體之每一邊也。如有四面體之一邊求外切正方體之一邊。則用斜弦求方邊法。以四面體之一邊自乘折半開平方。卽得外切正方體之每一邊也。



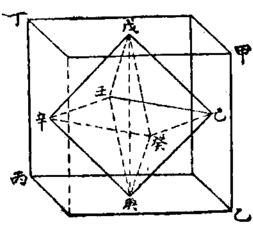
設如正方體。每邊一尺二寸。求內容八面體之每一邊幾何。

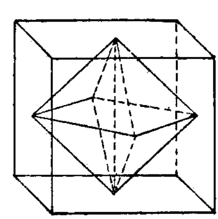


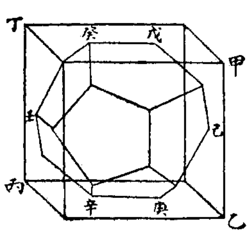
法以正方體每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸。折半得七十二寸。開平方得八寸四分八釐五毫二絲八忽一微有餘。即正方體內容八面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁正方體。內容戊己庚辛壬癸八面體。以八面體之六角切於正方體之六面。則正方體之每一邊即與內容八面體之對角斜線等。甲乙與戊庚等。故用斜弦求方邊之法。以一邊自乘折半。開平方。即得內容八面體之每一邊也。如有八面體之一邊求外切正方體之一邊。則用方邊求斜弦法。以八面體之一邊自乘加倍。開平方。即得外切正方體之每一邊也。

設如正方體每邊一尺二寸。求內容十二面體之每一邊幾何。

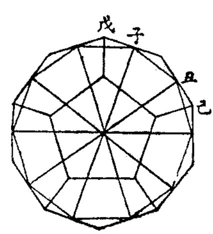
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇為一率。小分三八一九六六〇一為二率。今所設之正方體每邊一尺二寸為三率。求得四率四寸五分八釐三毫五絲九忽二微有餘。即正方體內容十二面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁正方體內容戊己庚辛壬癸十二面體。以十二面體之六稜切於正方體之六面。則正方體之每邊與十二面體之兩邊相對之線等。即十二面體中心至每邊正中之斜線之倍。而正方體之每邊之半即為十二面體中心至每邊正中之





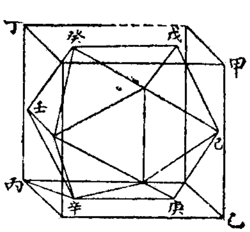


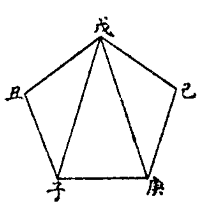
斜線。試將十二面體之正中截之。則成十等邊之面形。而其所截之處皆正當每邊之一半。故其所截之子丑等線。亦爲戊己兩角相對斜線之一半。而爲十等邊形之一邊。其子寅外切圜之半徑爲中心至每邊正中之斜線。卽正方體每邊之一半。子寅卽如理分中末線之全分。子丑卽如理分中末線之大分。而戊子每邊之半卽如理分中末線之小分。見球內容十二面體法。故全分與小分之比同於今所設之正方體每邊之半、與內容十二面體每邊之半之比。卽同於今所設之正方體之一邊、與內容十二面體之一邊之比也。如有十二面體之一邊求外切正方體之一邊。則以十二面體之一邊爲理分中末線之小分比例得全分。卽外切正方體之每一邊也。



設如正方體。每邊一尺二寸。求內容二十面體之每一邊幾何。

法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。大分六一八〇三三九九爲二率。今所設之正方體每邊一尺二寸爲三率。求得四率七寸四分一釐六毫四絲零七微有餘。卽正方體內容二十面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁正方體內容戊己庚辛壬癸二十面體。以二十面體之六稜切於正方體之六面。則正方體之每邊與二十面體之兩邊相對之線等。卽二十面體戊庚兩角相對之

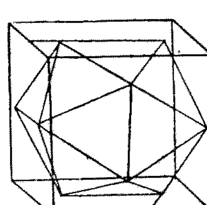


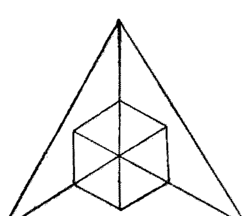


斜線.試自二十面體之戊庚二角類對角平截之.則所截之面成戊己庚子丑五等邊之面形.戊庚兩角相對斜線.卽如理分中末線之全分.庚子與己庚等.一邊.卽如理分中末線之大分.見球內容二十面體法.故全分與大分之比卽同於今所設之正方體之每一邊.與內容二十面體之每一邊之比也.如有二十面體之一邊.求外切正方體之一邊.則以二十面體之一邊爲理分中末線之大分.比例得全分.卽外切正方體之每一邊也.

設如四面體每邊一尺二寸.求內容正方體之每一邊幾何.

法以四面體每邊一尺二寸自乘.得一尺四十四寸.三歸二因.得九十六寸.開平方.得九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘.爲四面體自尖至底中心之立垂線.折半得四寸八分九釐八毫九絲七忽九微有餘.爲四面體內容圓球全徑.乃用求球內容正方體之每一邊法.以球徑自乘三歸開平方.得二寸八分二釐八毫四絲二忽七微有餘.卽四面體內容正方體之每一邊也.如圖甲乙丙四面體內容丁戊己庚辛壬正方體.以正方體之丁己辛癸四角切於四面體各面之中心.則四面體中心至每一面中心之立垂線.卽正方體中心至角之斜線.四面體內容圓球徑.卽正方體外切圓球徑.故先求得四面體內容圓球徑.又求得球內容正方體之一邊.卽四面體內容正方體之一邊也.

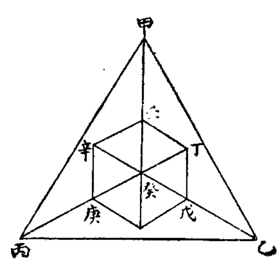


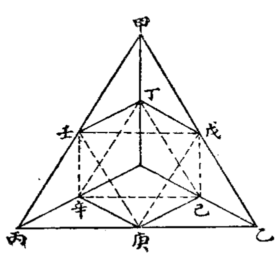


又法以四面體每邊一尺二寸自乘得一百四十四寸。以十八歸除之得八寸。開平方得二寸八分二釐八豪四絲二忽七微有餘。卽四面體內容正方體之每一邊也。此法與前法同。蓋四面體之自尖至底中心之立垂線自乘方。爲每邊自乘方之三分之二。卽六分之四。內容圓球徑爲立垂線之一半。見球外切四面體法。則內容圓球徑自乘方、爲立垂線自乘方之四分之一。卽爲每邊自乘方之六分之一。而圓球內容正方體之每邊自乘方、又爲圓球徑自乘方之三分之一。故內容正方體之每邊自乘方、爲四面體之每邊自乘方之十八分之一也。如有正方體之一邊求外切四面體之一邊。則以正方體之每邊自乘以十八乘之開平方。卽得外切四面體之每一邊也。

設如四面體每邊一尺二寸。求內容八面體之每一邊幾何。

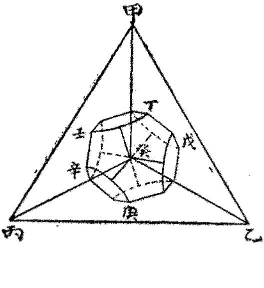
法以四面體每邊一尺二寸折半得六寸。卽四面體內容八面體之每一邊也。如圖甲乙丙四面體內容丁戊己庚辛壬八面體。以八面體之四面切於四面體之各面。以八面體之六角切於四面體之六稜。其各角皆當各稜之一半。故內容八面體之每邊亦爲四面體每邊之一半也。如有八面體之一邊求外切四面體之一邊。則以八面體之一邊倍之。卽得外切四面體之每一邊也。

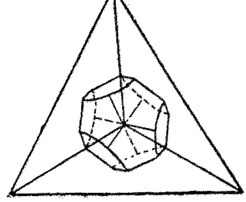




設如四面體。每邊一尺二寸。求內容十二面體之每一邊幾何。

法以四面體每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸。三歸二因得九十六寸。開平方得九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘。爲四面體自尖至底中心之立垂線。折半得四寸八分九釐八豪九絲七忽九微有餘。爲四面體內容圓球全徑。乃用求球內容十二面體之一邊法。以理分中末線之全分一○○○○○○○○爲股。小分三八一九六六○一爲勾。求得弦一○七○四六六二六爲一率。小分三八一九六六○一爲二率。今所得之圓球徑四寸八分九釐八豪九絲七忽九微爲三率。求得四率一寸七分四釐八豪零三忽九微有餘。卽四面體內容十二面體之每一邊也。如圖甲乙丙四面體。內容丁戊己庚辛壬十二面體。以十二面體之戊庚壬癸四角切於四面體各面之中心。則四面體中心至每一面中心之立垂線。卽十二面中心至各角之斜線。四面體內容圓球徑。卽十二面體外切圓球徑。故先求得四面體內容圓球徑。又求得球內容十二面體之每一邊。卽四面體內容十二面體之每一邊也。如有十二面體之一邊。求外切四面體之每一邊。則先求得十二面體外切圓球徑。又求得球外切四面體之每一邊。卽十二面體外切四面體之每一邊也。

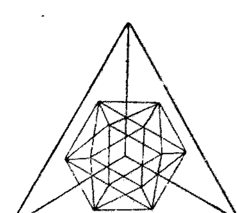


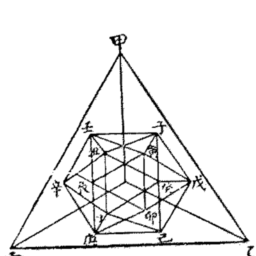


設如四面體。每邊一尺二寸。求內容二十面體之每一邊幾何。

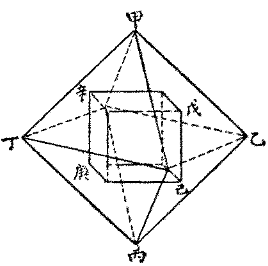
法以四面體每邊一尺二寸。求得內容圓球全徑四寸八分九釐八豪九絲七忽九微有餘。法見前題。乃用求球外切二十面體之一邊法。以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。小分三八一九六六〇一爲二率。今所得之圓球全徑折半得半徑二寸四分四釐九豪四絲八忽九微有餘爲三率。求得四率九分三釐五豪六絲二忽一微有餘。爲二十面體每一面中心至邊之垂線。三因之得二寸八分零六豪八絲六忽三微有餘。爲二十面體每一面自角至對邊之垂線。自乘三歸四因開平方得三寸二分五釐二豪六絲三忽三微有餘。即四面體內容二十面體之每一邊也。如圖甲乙丙四面體。內容丁戊己庚辛壬二十面體。以二十面體之丁、戊、癸、己、庚、子、壬、丑、辛、寅、卯、辰之四面。切於四面體各面之中心。則四面體中心至每一面中心之立垂線。即二十面體中心至每一面中心之立垂線。四面體內容圓球徑。即二十面體內容圓球徑。故先求得四面體內容圓球徑。又求得球外切二十面體之一邊。即四面體內容二十面體之一邊也。如有二十面體之一邊。求外切四面體之一邊。則求得二十面體內容圓球徑。又求得球外切四面體之一邊。即二十面體外切四面體之一邊也。

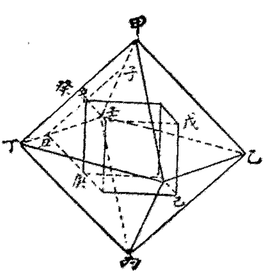
設如八面體。每邊一尺二寸。求內容正方體之每一邊幾何。





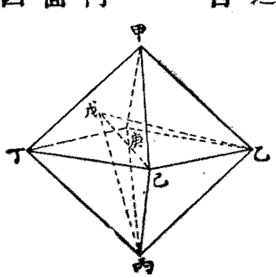
法以每邊一尺二寸三歸之得四寸自乘得一十六寸倍之得三十二寸開平方得五寸六分五釐六豪八絲六忽四微有餘即八面體內容正方體之每一邊也如圖甲乙丙丁八面體內容戊己庚辛正方體以正方體之八角切於八面體各面之中心試自八面體之壬角至對邊作壬癸一面中垂線又自一面中心辛與甲丁邊平行作子丑線則壬辛爲壬癸三分之二子丑亦爲甲丁三分之二辛丑即爲甲丁三分之一與丑庚等辛丑、丑庚與內容正方體之辛庚一邊遂成辛丑庚勾股形辛丑旣與丑庚等故以辛丑自乘倍之開平方即得辛庚爲八面體內容正方體之每一邊也如有正方體之一邊求外切八面體之一邊則以正方體之一邊自乘折半開平方得數三因之即外切八面體之一邊也





設如八面體每邊一尺二寸求內容四面體之每一邊幾何

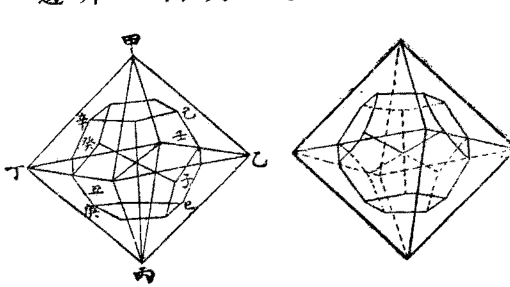
八面體之每邊即內容四面體之每一邊也何以知之蓋甲乙丙丁八面體內容戊乙丙己四面體以乙丙己底面合於八面體之一面則上尖戊切於八面體甲庚丁一面之中心其戊乙邊恰與乙丙邊等故八面體之每一邊即內容四



面體之每一邊也。

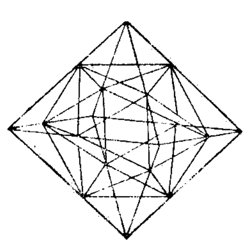
設如八面體每邊一尺二寸。求內容十二面體之每一邊幾何。

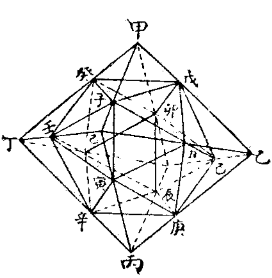
法以八面體每邊一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。三歸二因得九十六寸。開平方得九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘。爲八面體內容圓球全徑。乃用求球內容十二面體之一邊法。以全徑自乘三歸開平方得五寸六分五釐六豪八絲五忽四微有餘。爲十二面體每一面兩角相對斜線。又以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。大分六一八〇三三九九爲二率。今所得之每一面兩角相對斜線爲三率。求得四率三寸四分九釐六豪一絲二忽八微有餘。卽八面體內容十二面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁八面體內容戊己庚辛十二面體。以十二面體之戊己庚辛壬癸子丑八角、切於八面體各面之中心。則八面體中心至每面中心之立垂線。卽內容十二面體中心至各角之斜線。八面體內容圓球徑。卽十二面體外切圓球徑。故先求得八面體內容圓球徑。又求得球內容十二面體之一邊。卽八面體內容十二面體之一邊也。如有十二面體之一邊。求外切八面體之一邊。則先求得十二面體外切圓球徑。又求得球外切八面體之一邊。卽十二面體外切八面體之一邊也。



設如八面體。每邊一尺二寸。求內容二十面體之每一邊幾何。

法以八面體每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸。六歸之得二十四寸。開平方得四寸八分九釐八毫九絲七忽九微有餘。為八面體內容圓球半徑。乃用求球外切二十面體之一邊法。以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。小分三八一九六六〇一為二率。今所得之圓球半徑四寸八分九釐八毫九絲七忽九微為三率。求得四率一寸八分七釐一毫二絲四忽三微有餘。為二十面體每一面中心至邊之垂線。三因之得五寸六分一釐三毫七絲二忽九微有餘。為每一面自角至對邊之垂線。自乘三歸四因。開平方得六寸四分八釐二毫一絲七忽五微有餘。即八面體內容二十面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁八面體。內容戊己庚辛壬癸二十面體。以二十面體之戊丑子、丑庚寅、寅辛壬、子壬癸、戊己卯、己庚辰、巳辰辛、卯巳癸八面。切於八面體各面之中心。則八面體中心至每面中心之立垂線。即內容二十面體中心至每面中心之立垂線。八面體內容圓球徑。即二十面體內容圓球徑。故先求得八面體內容圓球徑。又求得球外切二十面體之一邊。即八面體內容二十面體之一邊也。如有二十面體之一邊。求外切八面體之一邊。則先求得二十面體內容圓球徑。又求得球外切八面體之一邊。即二十面體外切八面體之





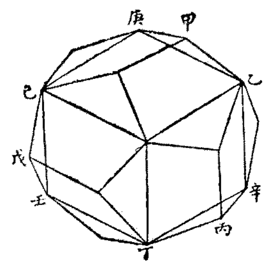
一邊也。

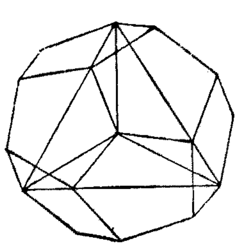
設如十二面體每邊一尺二寸。求內容正方體之每一邊幾何。

法以理分中末線之大分六一八〇三三九九爲一率。全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之十二面體每邊一尺二寸爲三率。求得四率一尺九寸四分一釐六豪四絲零七微有餘。卽十二面體內容正方體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊己十二面體。內容庚乙辛丁壬己正方體。以正方體之十二稜切於十二面體之各面。則正方體之每一邊卽十二面體之每一面兩角相對斜線。故用五等邊面形有邊求對角斜線法算之。卽得十二面體內容正方體之每一邊也。如有正方體之一邊求外切十二面體之一邊。則正方體之一邊卽外切十二面體之每一面兩角相對斜線。用五等邊面形有對角斜線求邊法算之。卽得正方體外切十二面體之一邊也。

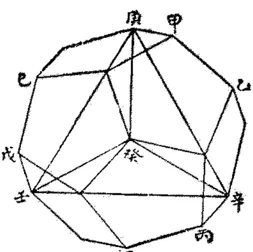
設如十二面體、每邊一尺二寸。求內容四面體之每一邊幾何。

法以十二面體每邊一尺二寸。用求十二面體外切圓球徑法。以理分中末線之小分三八一九六六〇一爲一率。全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之十二面體每邊一尺二寸折半得六寸爲三率。求得四率一尺五寸七分零八豪二絲零三微有餘。爲十二面體中心至每邊正中之斜線。以



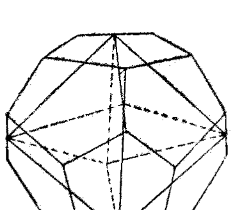


此斜線爲股。每邊之半六寸爲勾。求得弦一尺六寸八分一釐五豪一絲零二微有餘。倍之得三尺三寸六分三釐零二絲零四微有餘。爲十二面體外切圓球全徑。乃用求球內容四面體之一邊法。以球徑自乘三歸二因開平方。得二尺七寸四分五釐八豪九絲四忽六微有餘。卽十二面體內容四面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊己十二面體內容庚辛壬癸四面體。以四面體之四角切於十二面體之四角。則十二面體中心至各角之斜線。卽四面體中心至各角之斜線。十二面體外切圓球徑。卽四面體外切圓球徑。故先求得十二面體外切圓球徑。又求得球內容四面體之一邊。卽十二面體內容四面體之一邊也。如有四面體之一邊求外切十二面體之一邊。則先求得四面體外切圓球徑。又求得球內容十二面體之一邊。卽四面體外切十二面體之一邊也。

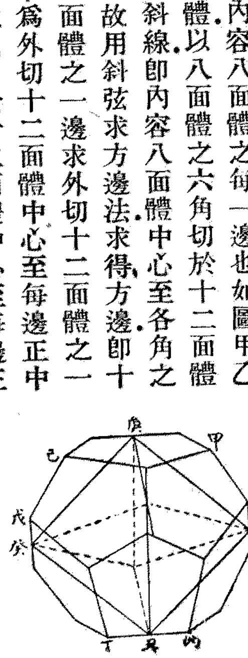


設如十二面體。每邊一尺二寸。求內容八面體之每一邊幾何。

法以理分中末線之小分三八一九六六○一爲一率。全分一○○○○○○○○爲二率。今所設之十二面體每邊一尺二寸折半得六寸爲三率。求得四率一尺五寸七分零八豪二絲零三微有餘。爲十二面體中心至每邊正中之斜線。倍之得三尺一寸四分一釐六豪四絲零六微有餘 卽十二面體外切正方體之一邊。爲內容八面體兩角相對斜線。自乘折半開平方得二尺二寸二分一

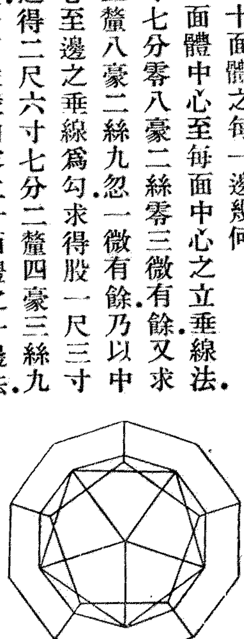


釐四豪七絲五忽二微有餘。卽十二面體內容八面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊己十二面體內容庚辛壬癸八面體。以八面體之六角切於十二面體之六稜。則十二面體中心至每邊正中之斜線。卽內容八面體中心至各角之斜線。倍之則得八面體兩角相對之斜線。故用斜弦求方邊法求得、方邊。卽十二面體內容八面體之每一邊也。如有八面體之一邊求外切十二面體之一邊。則先求得八面體兩角相對斜線。折半爲外切十二面體中心至每邊正中之斜線。乃以理分中末線之全分與小分之比同於十二面體中心至每邊正中之斜線與每邊之半之比。既得每邊之半。倍之。卽八面體外切十二面體之一邊也。

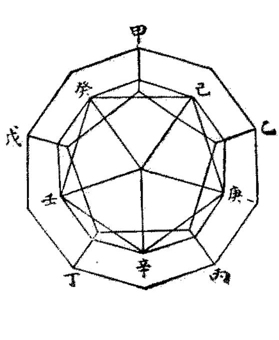


設如十二面體。每邊一尺二寸。求內容二十面體之每一邊幾何

法以十二面體每邊一尺二寸。用求十二面體中心至每面中心之立垂線法。求得中心至每邊正中之斜線一尺五寸七分零八豪二絲零三微有餘。又求得每一面中心至邊之垂線八寸二分五釐八豪二絲九忽一微有餘。乃以中心至每邊正中之斜線爲弦。每一面中心至邊之垂線爲勾。求得股一尺三寸三分六釐二豪一絲九忽六微有餘。倍之得二尺六寸七分二釐四豪三絲九忽二微有餘。爲十二面體內容圓球全徑。乃用求球內容二十面體之一邊法。以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲股。大分六一八〇三三九九爲勾。求得弦一一七五五

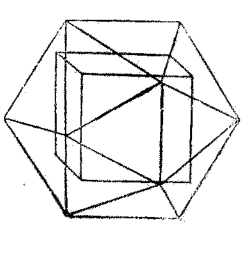


七〇五〇爲一率。大分六一八〇三三九九爲二率。今所得之圓球全徑二尺六寸七分二釐四豪三絲九忽二微爲三率。求得四率一尺四寸零四釐九豪八絲四忽四微有餘。卽十二面體內容二十面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊十二面體內容己庚辛壬癸二十面體。以二十面體之十二角切於十二面體各面之中心。則十二面體中心至每面中心之立垂線。卽內容二十面體中心至各角之斜線。十二面體內容圓球徑。卽二十面體外切圓球徑。故先求得十二面體內容圓球徑。又求得球內容二十面體之一邊。卽十二面體內容二十面體之一邊也。如有二十面體之一邊求外切十二面體之一邊。則先求得二十面體外切圓球徑。又求得球外切十二面體之一邊。卽二十面體外切十二面體之一邊也。



設如二十面體。每邊一尺二寸。求內容正方體之每一邊幾何。

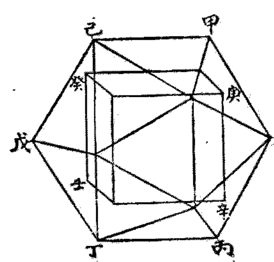
法以二十面體每邊一尺二寸。用求二十面體中心至每面中心之立垂線法。求得中心至每邊正中之斜線九寸七分零八豪二絲零三微有餘。又求得每一面中心至邊之垂線三寸四分六釐四豪一絲零一微有餘。乃以中心至每邊正中之斜線爲弦。以每一面中心至邊之垂線爲勾。求得股九寸零六釐九豪一絲三忽五微有餘。倍之得一尺八寸一分三釐八豪二絲七忽有餘。爲二十面體內容圓球全徑。乃用求球內容正方體之一邊法。以球徑自乘三歸開平方得一尺零

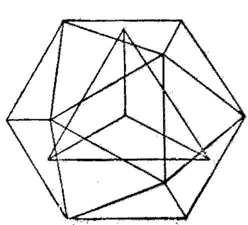


四分七釐二毫一絲三忽四微有餘。即二十面體內容正方體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊己二十面體。內容庚辛壬癸正方體。以正方體之八角切於二十面體之八面之中心。則二十面體中心至每一面中心之立垂線。即內容正方體中心至角之斜線。二十面體內容圓球徑。即正方體外切圓球徑。故先求得二十面體內容圓球徑。又求得球內容正方體之一邊。即二十面體內容正方體之一邊也。如有正方體之一邊。求外切二十面體之一邊。則先求得正方體外切圓球徑。又求得球外切二十面體之一邊。即正方體外切二十面體之一邊也。

設如二十面體。每邊一尺二寸。求內容四面體之每一邊幾何。

法以二十面體每邊一尺二寸。用求二十面體中心至每面中心之立垂線法。求得立垂線九寸零六釐九毫一絲三忽五微有餘。法見前題。倍之得一尺八寸一分三釐八毫二絲七忽有餘。爲二十面體內容圓球全徑。乃用求球內容四面體之每一邊法。以球徑自乘三歸二因開平方。得一尺四寸八分零九毫八絲三忽五微有餘。即二十面體內容四面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊己二十面體。內容庚辛壬癸四面體。以四面體之四角切於二十面體之四面之中心。則二十面體中心至每面中心之立垂線。即內容四面體中心至角之

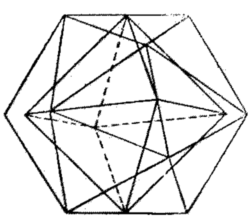


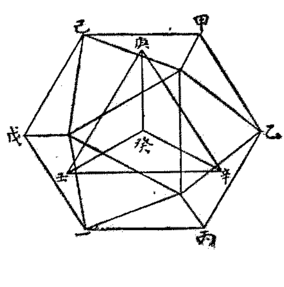


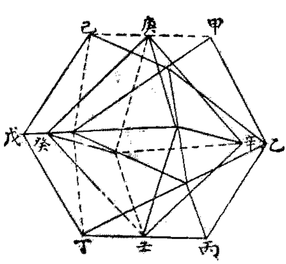
斜線。二十面體內容圓球徑。即四面體外切圓球徑。故先求得二十面體內容圓球徑。又求得球內容四面體之一邊。即二十面體內容四面體之每一邊也。如有四面體之一邊求外切二十面體之一邊。則先求得四面體外切圓球徑。又求得球外切二十面體之一邊。即四面體外切二十面體之一邊也。

設如二十面體。每邊一尺二寸。求內容八面體之每一邊幾何。

法以理分中末線之大分六一八〇三三九九爲一率。全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之二十面體每邊一尺二寸折半得六寸爲三率。求得四率九寸七分零八毫二絲零三微有餘。爲二十面體中心至每邊正中之斜線。倍之得一尺九寸四分一釐六毫四絲零六微有餘。即二十面體外切正方體之一邊。爲內容八面體兩角相對之斜線。自乘折半開平方得一尺三寸七分二釐九毫四絲七忽一微有餘。即二十面體內容八面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊己二十面體。內容庚辛壬癸八面體。以八面體之六角切於二十面體之六稜。則二十面體中心至每邊正中之斜線。即內容八面體中心至各角之斜線。倍之則得八面體兩角相對之斜線。故



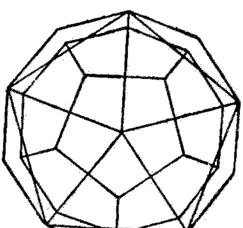


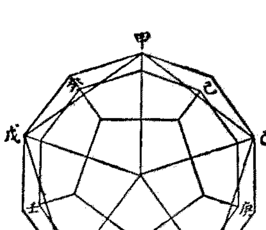


用斜弦求方邊法。求得方邊卽二十面體內容八面體之每一邊也。如有八面體之每一邊求外切二十面體之每一邊。則先求得八面體兩角相對斜線。折半爲外切二十面體中心至每邊正中之斜線。乃以理分中末線之全分與大分之比同於二十面體中心至每邊正中之斜線與每邊之半之比。既得每邊之半。倍之卽八面體外切二十面體之一邊也。

設如二十面體每邊一尺二寸。求內容十二面體之每一邊幾何。

法以二十面體每邊一尺二寸。用求二十面體中心至每面中心之立垂線法。求得立垂線九寸零六釐九豪一絲三忽五微有餘。法見前。倍之得一尺八寸一分三釐八豪二絲七忽有餘。爲二十面體內容圓球全徑。乃用求球內容十二面體之一邊法。以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲股。小分三八一九六六〇一爲勾。求得弦一〇七〇四六六二六爲一率。小分三八一九六六〇一爲二率。今所得之圓球全徑一尺八寸一分三釐八豪二絲七忽有餘爲三率。求得四率六寸四分七釐二豪一絲三忽五微有餘。卽二十面體內容十二面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊二十面體內容己庚辛壬癸十二面體。以十二面體之二十角切於二十面體各面之中心。則二



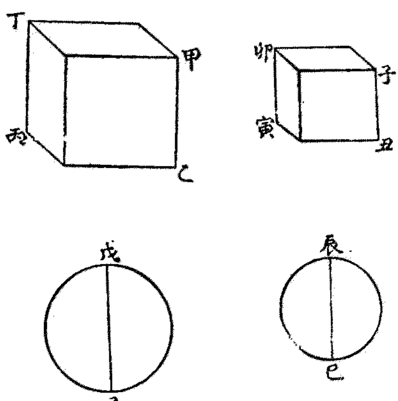


十面體中心至每面中心之立垂線。卽內容十二面體中心至角之斜線。二十面體內容圓球徑。卽十二面體外切圓球徑。故先求得二十面體內容圓球徑。又求得球內容十二面體之一邊。卽二十面體內容十二面體之一邊也。如有十二面體之一邊。求外切二十面體之一邊。則先求得十二面體外切圓球徑。又求得球外切二十面體之一邊。卽十二面體外切二十面體之每一邊也。

設如正方體。每邊一尺二寸。今欲作與正方體積相等之圓球體。問徑幾何。

法用體積相等邊線不同之定率比例。以定率之正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓球徑一二四〇七〇〇九八爲二率。今所設之正方體之每邊一尺二寸爲三率。求得四率一尺四寸八分八釐八毫四絲一忽有餘。卽圓球之徑也。蓋正方體之每邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。圓球徑爲一二四〇七〇〇九八。則兩體積相等。故以子丑寅卯正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。與辰巳圓球徑一二四〇七〇〇九八之比。卽同於今所設之甲乙丙丁正方體之每邊一尺二寸。與今所得之戊己圓球徑一尺四寸八分八釐八毫四絲一忽有餘之比。而兩體積亦爲相等也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二四〇七〇〇九八
三率	一二
四率	一四八八八四一

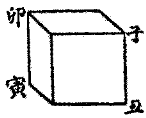


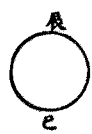
設如正方體積一尺七百二十八寸。今欲作與正方邊相等

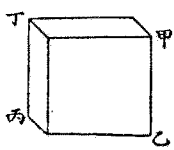
之圓球體。問積幾何。

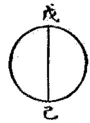
法用邊線相等體積不同之定率比例。以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。圓球積五二三五九八七七五為二率。今所設之正方體積一尺七百二十八寸為三率。求得四率九百零四寸七百七十八分六百八十三釐有餘。即圓球之積也。蓋正方體積為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。圓球積為五二三五九八七七五。則正方體之每邊與圓球徑相等。故以子丑寅卯正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇與辰巳圓球積五二三五九八七七五之比。即同於今所設之甲乙丙丁正方體積一尺七百二十八寸。與今所得之戊己圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十三釐有餘之比。而正方體之每邊與圓球徑亦為相等也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五二三五九八七七五
三率	一七二八
四率	九〇四七七八六八三





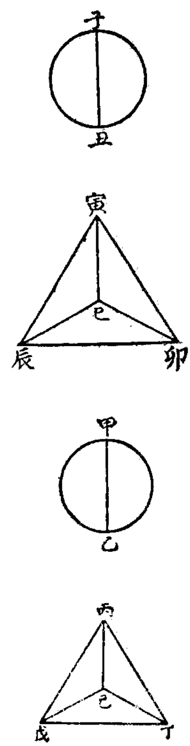




設如圓球徑一尺二寸。今欲作與圓球積相等之四面體。問每一邊幾何。

法用體積相等邊線不同之定率比例。以定率之圓球徑一二四〇七〇〇九八為一率。四面體之每邊

一率	一二四〇七〇〇九八
二率	二〇三九六四八九〇
三率	一二
四率	一九七二七三八

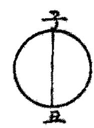


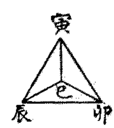
二〇三九六四八九〇爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸爲三率。求得四率一尺九寸七分二釐七毫三絲八忽有餘。卽四面體之每一邊也。蓋圓球徑爲一二四〇七〇〇九八。四面體之每邊爲二〇三九六四八九〇。則兩體積相等。故以子丑圓球徑一二四〇七〇〇九八。與寅卯辰巳四面體之每邊二〇三九六四八九〇之比。卽同於今所設之甲乙圓球徑一尺二寸。與今所得之丙丁戊己四面體之每邊一尺九寸七分二釐七毫三絲八忽有餘之比。而兩體積亦爲相等也。

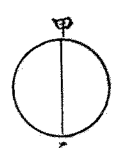
設如圓球積一尺七百二十八寸。今欲作與圓球徑相等之四面體。問積幾何。

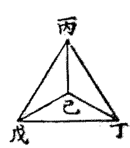
法用邊線相等體積不同之定率比例。以定率之圓球積五二三五九八七七五爲一率。四面體積一一七八五一一二九爲二率。今所設之圓球積一尺七百二十八寸爲三率。求得四率三百八十八寸九百三十六分六百四十五釐有餘。卽四面體之積也。蓋圓球積爲五二三五九八七七五。四面體積爲一一七八五一一二九。則圓球徑與四面體之每邊相等。故以子丑圓球積五二三五九八七七五與寅卯辰

一率	五二三五九八七七五
二率	一一七八五一一二九
三率	一七二八
四率	三八八九三六六四五







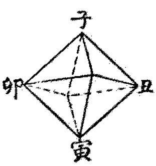


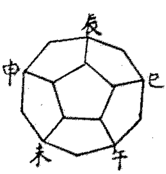
巳四面體積一一七八五一一二九之比。即同於今所設之甲乙圓球積一尺七百二十八寸。與今所得之丙丁戊己四面體積三百八十八寸九百三十六分六百四十五釐有餘之比。而圓球徑與四面體之每邊亦爲相等也。

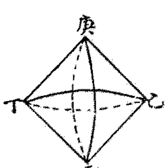
設如八面體每邊一尺二寸。今欲作與八面體積相等之十二面體。問每邊幾何。

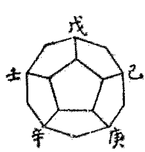
法用體積相等邊線不同之定率比例。以定率之八面體之每邊一二八四八九八二九爲一率。十二面

一率	一二八四八九八二九
二率	五〇七二二二〇七
三率	一二
四率	四七三七〇七







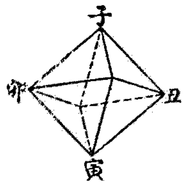


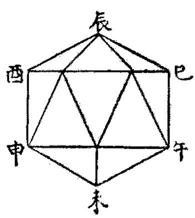
體之每邊五○七二二二○七爲二率。今所設之八面體之每邊一尺二寸爲三率。求得四率四寸七分三釐七毫零七忽有餘。即十二面體之每一邊也。蓋八面體之每邊爲一二八四八九八二九。十二面體之每邊爲五○七二二二○七。則兩體積相等。故以子丑寅卯八面體之每邊一二八四八九八二九。與辰巳午未申十二面體之每邊五○七二二二○七之比。即同於今所設之甲乙丙丁八面體之每邊一尺二寸。與今所得之戊己庚辛壬十二面體之每邊四寸七分三釐七毫零七忽有餘之比。而兩體積亦爲相等也。

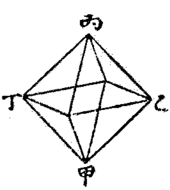
設如八面體積一尺七百二十八寸。今欲作與八面體每邊相等之二十面體。問積幾何。

法用邊線相等體積不同之定率比例。以定率之八面體積四七一四○四五二一爲一率。二十面體積二一八一六九四九六九爲二率。今所設之八面體積一尺七百二十八寸爲三率。求得四率七尺九百九十七寸三百一十一分七百三十二釐有餘。即二十面體之積也。蓋八面體積爲四七一四○四五二

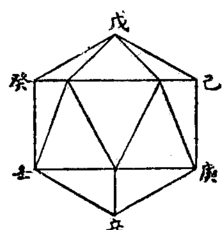
一率	四七一四○四五二一
二率	二一八一六九四九六九
三率	一七二八
四率	七九九七三一一七三二







一。二十面體積爲二一八一六九四九六九。則八面體之每邊與二十面體之每邊相等。故以子丑寅卯八面體積四七一四〇四五二一。與辰巳午未申酉二十面體積二一八一六九四九六九之比。即同於今所設之甲乙丙丁八面體積一尺七百二十八寸。與今所得之戊己庚辛壬癸二十面體積七尺九百九十七寸三百一十一分七百三十二釐有餘之比。而八面體之每邊與二十面體之每邊亦爲相等也。



數理精蘊下編卷三十

體部八

各體權度比例

數學至體而備。以其綜線面之全。而盡度量衡之用也。蓋線面存乎度。體則存乎量。求輕重則存乎衡。是以又有權度之比例。其法概以諸物製爲正方。其邊一寸。其積千分。較量豪釐。俾有定率。然後凡物知其體積。卽知其重輕。知其重輕。卽知其體積。而權度無遁情也。且體之爲質不一。邊積等者輕重不同。輕重等者邊積不同。皆有互相比例之法。而各體無混淆也。

赤金十六兩八錢

紋銀九兩

水銀十二兩二錢八分

紅銅七兩五錢

白銅六兩九錢八分

黃銅六兩八錢

鋼六兩七錢三分

生鐵六兩七錢
熟鐵六兩七錢三分
高錫六兩三錢
六錫七兩六錢
倭鉛六兩
黑鉛九兩九錢三分
白玉二兩六錢
金珀八錢
白瑪瑙二兩三錢
紅瑪瑙二兩二錢
硨磲一兩五錢二分
青石二兩八錢八分
白石二兩五錢
紅石二兩五錢六分
象牙一兩五錢四分
牛角一兩九錢

沉香八錢二分
白檀八錢三分
紫檀一兩零二分
花梨八錢七分
楠木四錢八分
黃楊七錢五分
烏木一兩一錢
油八錢三分
水九錢三分

設如有金一方。每邊三寸。問重幾何。

法以一寸爲一率。金寸方重一十六兩八錢爲二率。今所設之金方每邊三寸自乘再乘得二十七寸爲三率。求得四率四百五十三兩六錢。即金之重數也。此法蓋因金方每邊三寸。則體積爲二十七寸。以一寸與一十六兩八錢之比。同於二十七寸與四百五十三兩六錢之比也。

一率	一寸
二率	一十六兩八錢
三率	二十七寸
四率	四百五十三兩六錢

設如有銀一方。每邊二寸。問重幾何。

法以一寸爲一率。銀寸方重九兩爲二率。今所設之銀方每邊二寸自乘再乘得八寸爲三率。求得四率

七十二兩卽銀之重數也。此法蓋因銀方每邊二寸則體積爲八寸。以一寸與九兩之比同於八寸與七十二兩之比也。

一率	一寸
二率	九兩
三率	八寸
四率	七十二兩

設如黃銅一條。重三百七十四兩。問積幾何。

法以黃銅寸方重六兩八錢爲一率。一寸爲二率。今所設黃銅重三百七十四兩爲三率。求得四率五十五寸。卽黃銅之積也。

一率	六兩八錢
二率	一寸
三率	三百七十四兩
四率	五十五寸

設如熟鐵一塊。重十六兩。欲鎔爲正方體。問每邊幾何。

法以熟鐵寸方重六兩七錢三分爲一率。一寸爲二率。今鐵重十六兩爲三率。求得四率二寸三百七十七分四百一十四釐有餘。開立方。得一寸三分三釐有餘。卽每邊之數也。

一率	六兩七錢三分
二率	一寸
三率	一十六兩
四率	二寸三百七十七分四百一十四釐

設如水銀一匣。但知匣闊四寸。長六寸。高三寸五分。問內水銀重數幾何。

法以匣闊四寸與長六寸相乘。得二十四寸。又以高三寸五分再乘。得八十四寸。爲水銀一匣之積數。爰以一寸爲一率。水銀寸方重一十二兩二錢八分爲二率。今所得之水銀一匣之積數八十四寸爲三率。求得四率一千零三十一兩五錢二分。卽

一率	一寸
二率	一十二兩二錢八分
三率	八十四寸
四率	一千零三十一兩五錢二分

水銀之重數也。

設如白玉一方重九十三兩六錢。但知闊比高多一寸。長比闊多三寸。問高闊長各幾何。

法以玉寸方重二兩六錢爲一率。一寸爲二率。今所設玉重九十三兩六錢爲三率。求得四率三十六寸。爲長方體積。乃以闊比高多一寸長比闊多三寸爲帶兩縱之較。用帶兩縱不同較數開立方法算之。得高二寸。加闊比高多一寸得三寸爲闊。再加長比闊多三寸得六寸爲長也。

一率	二兩六錢
二率	一寸
三率	九十三兩六錢
四率	三十六寸

設如金與銀鎔於一處。共得正方體積二十七寸。重二百七十四兩二錢。問金與銀各幾何。

法以共積二十七寸。以銀寸方重九兩乘之。得二百四十三兩。與共重二百七十四兩二錢相減。餘三十一兩二錢。乃以銀寸方重九兩與金寸方重十六兩八錢相減。餘七兩八錢爲一率。金一寸爲二率。今相減所餘之三十一兩二錢爲三率。求得四率四寸。卽金之寸數。於共積二十七寸內減去四寸。餘二十三寸。卽銀之寸數也。以金四寸與金寸方重十六兩八錢相乘。得六十七兩二錢。以銀二十三寸與銀寸方重九兩相乘。得二百零七兩。兩數相併。得二百七十四兩二錢。仍與原數相合也。此卽和較比例之法。蓋銀二十七寸。則其重數應得二百四十三兩。與共重二百七十四兩二錢相減。餘三十一兩二錢。卽金重於銀之數。而金每寸

一率	七兩八錢
二率	一寸
三率	三十一兩二錢
四率	四寸

比銀每寸多七兩八錢。故多七兩八錢則金有一寸。今多三十一兩二錢則知金有四寸也。若欲先得銀數。則仍以七兩八錢爲一率。一寸爲二率。將共積二十七寸以金寸方重十六兩八錢乘之得四百五十三兩六錢。內減共重二百七十四兩二錢。餘一百七十九兩四錢爲三率。求得四率二十三寸。卽銀之寸數。與共積二十七寸相減。餘四寸。卽金之寸數。蓋少七兩八錢則銀有一寸。今少一百七十九兩四錢則知銀有二十三寸也。

一率	七兩八錢
二率	一寸
三率	一百七十九兩四錢
四率	二十三寸

設如金鑲玉爐一座。共重四十六兩七錢。問金玉各幾何。

法用盛水器皿一件。置爐其中。實之以水。取出爐看水淺幾何。設如盛水器四係正方形。每邊五寸取出爐水淺五分。卽以每邊五寸自乘得二十五寸。以水淺五分爲高再乘得一十二寸五百分爲爐之體積。卽金玉之共積。爰以共積一十二寸五百分以玉寸方重二兩六錢乘之得三十二兩五錢。與共重四十六兩七錢相減。餘一十四兩二錢。乃以玉寸方重二兩六錢與金重一十六兩八錢相減。餘一十四兩二錢爲一率。金一寸爲二率。今相減所餘一十四兩二錢爲三率。求得四率一寸。爲金之寸數。於共積一十二寸五百分內減去一寸。餘十一寸五百分爲玉之寸數。金一寸重得十六兩八錢。玉十一寸五百分與玉寸方重二兩六錢相乘。得二十九兩九錢。爲玉之重數。兩數相併。共得四十六兩七錢。仍與原數相合也。如欲先得玉數則

一率	一十四兩二錢
二率	一寸
三率	一十四兩二錢
四率	一寸

仍以一十四兩二錢爲一率。一寸爲二率。將所得共積一十二寸五百分以金寸方重十六兩八錢乘之。得二百一十兩內減共重四十六兩七錢。餘一百六十三兩三錢爲三率。求得四率一十一寸五百分。爲玉之寸數。與共積一十二寸五百分相減。餘一寸。卽金之寸數也。

一率	一十四兩二錢
二率	一寸
三率	一百六十三兩三錢
四率	一十一寸五百分

設如空心金球一個。外徑一尺二寸。厚三分。問重幾何。

法以金球外徑一尺二寸自乘再乘。得一尺七百二十八寸。乃用方邊球徑相等方積球積不同之定率比例。以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。球積五二三五九八七七五爲二率。今球徑自乘再乘之正方體積一尺七百二十八寸爲三率。求得四率九百零四寸七百七十八分六百八十三釐有餘。爲球之全體積。又以厚三分倍之得六分。與外徑一尺二寸相減。餘一尺一寸四分爲空心徑自乘再乘。得一尺四百八十一寸五百四十四分。仍以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。球積五二三五九八七七五爲二率。今空心徑自乘再乘之正方體積一尺四百八十一寸五百四十四分爲三率。求得四率七百七十五寸七百三十四分六百二十三釐有餘。爲球內空心虛積。兩積相減。餘一百二十九寸零四十四分零六十釐有

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五二三五九八七七五
三率	一七二八
四率	九〇四七七八六八三

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五二三五九八七七五
三率	一四八一五四四
四率	七七五七三四六二三

餘。爲空心球體積。乃以一寸爲一率。金寸方重十六兩八錢爲二率。空心球體積一百二十九寸零四十四分零六十釐有餘爲三率。求得四率二千一百六十七兩九錢四分有餘。卽空心金球體之重數也。

一率	一寸
二率	一十六兩八錢
三率	一百二十九寸〇四四〇六〇
四率	二千一百六十七兩九四〇

設如正方青石一塊。紅石一塊。紅石比青石每邊多二寸。體積多五十六寸。問二石之邊數及重數各幾何。

法以紅石比青石每邊多二寸爲邊較。體積多五十六寸爲積較。用大小二立方有邊較積較求邊法算之。以邊較二寸自乘再乘得八寸。與積較五十六寸相減。餘四十八寸。三歸之得一十六寸。以邊較二寸除之得八寸。爲長方面積。以邊較二寸爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊二寸。卽青石之邊數。加紅石比青石每邊多二寸得四寸。卽紅石之邊數。乃以一寸爲一率。紅石寸方重二兩五錢六分爲二率。紅石每邊四寸自乘再乘。得六十四寸爲三率。求得四率一百六十三兩八錢四分。卽紅石之重數也。又以一寸爲一率。青石寸方重二兩八錢八分爲二率。青石每邊二寸自乘再乘。得八寸爲三率。求得四率二十三兩零四分。卽青石之重數也。此法因二石皆爲正方

一率	一寸
二率	二兩五錢六分
三率	六十四寸
四率	一百六十三兩八錢四分

一率	一寸
二率	二兩八錢八分
三率	八寸
四率	二十三兩零四分

體。故用大小二立方有邊較積較求邊之法。求得二石之邊。自乘再乘。即得二石之體積。用寸方重數定率以比例之。即得二石之重數也。

設如有正方水桶三個。第一桶每邊一尺。第三桶比第二桶每邊多二寸。第三桶體積與第一桶第二桶兩桶之共積相等。問三桶水之重數各幾何

法以一寸爲一率。水寸方重九錢三分爲二率。第一桶正方每邊一尺自乘再乘。得一千寸爲三率。求得四率九百三十兩。爲第一桶水之重數。又以第三桶比第二桶每邊多二寸爲邊較。以第一桶體積一千寸爲第三桶比第二桶所多之積較。用大小二立方有邊較積較求邊法算之。以邊較二寸自乘再乘。得八寸。與積較一千寸相減。餘九百九十二寸。三歸之得三百三十寸六百六十六分六百六十六釐有餘。以邊較二寸除之。得一尺六十五寸三十三分三十三釐有餘。爲長方面積。以邊較二寸爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊一尺一寸八分九釐有餘。爲第二桶之邊數。加較二寸。得一尺三寸八分九釐有餘。爲第三桶之邊數。乃以一寸爲一率。水寸方重九錢三分爲二率。第二桶每邊一尺一寸八分九釐有餘。自乘再乘。得一尺六百八十寸九百二十四分有餘。爲三率。求得四率一千五百七十兩九錢九分三釐

一率	一寸
二率	九錢三分
三率	一千寸
四率	九百三十兩

一率	一寸
二率	九錢三分
三率	一尺六百八十寸九二四
四率	一千五百七十兩九九三

有餘。即第二桶水之重數。又以一寸爲一率。水寸方重九錢三分爲二率。第三桶每邊一尺三寸八分九釐有餘自乘再乘得二尺六百七十九寸八百二十六分有餘爲三率。求得四率二千四百九十二兩二錢三分八釐有餘。即第三桶水之重數也。此法蓋因第三桶之體積與第一第二兩桶之共積相等。則第一桶體積一千寸即第三桶體積比第二桶體積所多之較也。而第三桶比第二桶每邊多二寸。故用大小二立方有邊較積較求邊法。求得二桶之邊數。自乘再乘即得二桶之體積。用寸方重數定率以比例之。即得二桶水之重數也。

一率	一寸
二率	九錢三分
三率	二尺六百七十六寸八二六
四率	二千四百九十二兩二三八

設如金球一個徑二寸二分六釐。今欲作一銀球。其重與金球等。問徑幾何。

法以金方邊一寸爲一率。銀方邊一寸二分三釐爲二率。今所設之金球徑二寸二分六釐爲三率。求得四率二寸七分七釐有餘。即銀球之徑數也。此法蓋因各色俱爲正方體。其重數俱設爲十六兩八錢與金寸方等。故金方邊爲一寸。銀方邊爲一寸二分三釐。水銀方邊爲一寸一分一釐。鉛方邊爲一寸一分九釐。銅方邊爲一寸三分一釐。鐵方邊爲一寸三分六釐。錫方邊爲一寸三分九釐。石方邊爲一寸八分九釐。水方邊爲二寸六分四釐。油方邊爲二寸七分四釐。皆係邊與邊之比例。故球徑與球徑之比。同於方邊與方邊之比。而

一率	一寸
二率	一寸二分三釐
三率	二寸二分六釐
四率	二寸七分七釐

爲相當比例四率也。

設如青石一塊。正方一尺二寸。重四千九百七十六兩六錢四分。今欲作與青石一樣大熟鐵一塊。問重幾何。

法以青石寸方重二兩八錢八分爲一率。熟鐵寸方重六兩七錢三分爲二率。今所設之青石重四千九百七十六兩六錢四分爲三率。求得四率一萬一千六百二十九兩四錢四分。卽與青石一樣大熟鐵之重數也。

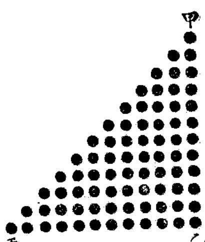
一率	二兩八錢八分
二〇	六兩七錢三分
三率	四千九百七十六兩六錢四分
四率	一萬一千六百二十九兩四錢四分

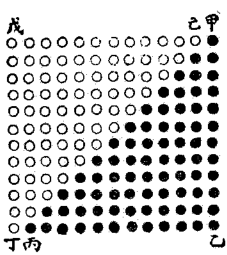
堆垛

堆垛之法．雖爲體屬．而一面平堆與方圓束形實與面同．方者卽平方法．其餘則用梯形法．以其每層皆遞加之數也．束形亦與一面平堆同法．蓋圓者以六包一．方者以八包一．三角者以九包一．有邊求積．有周求積．其理皆相通也．若夫以方面層累者則爲四角尖堆．以三角面層累者則爲三角尖堆．此二者每層之邊．皆同爲遞加一數．每層之面積．則三角爲按位相加之數．四角爲按位自乘相加之數．其傍皆崚嶒不平．故與體亦微異也．至於以長方面層累者則爲長方堆．以全堆而減去上截者則爲半堆．總以尖堆之法御之．分之以立其法．合之以明其理．一一按法解之於後．

設如一面直角尖堆．底十二．求積幾何．

法以底十二加尖上一得十三．與層數十二相乘．得一百五十六．折半得七十八．卽一面直角尖堆之積也．如圖甲乙丙一面直角尖堆．乙丙爲底十二．其甲乙高亦卽爲十二層．其每層皆加一爲挨次遞加之數．成直角三角形．試另作一丁戊己直角三角形．合於原形之側．則成甲乙丁戊長方形．其高卽層數．其底卽首數與末數相加之數．其積





即總數加一倍之數。見算法原本二卷第三十二節。故以底十二與上尖一相加。與層數十二相乘得長方積。折半即得一面直角尖堆之積也。此法與勾股求積之法異者。蓋勾股之上尖爲一點無數可紀。此上尖一即其上之闊。成斜方形故用斜方求積之法。以上闊與下闊相加。以高數乘之。折半而得積也。

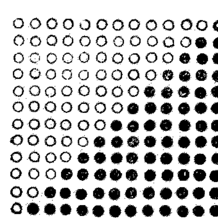
設如一面直角尖堆積二十八。求底幾何。

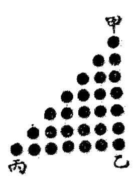
法以一面直角尖堆積二十八。倍之得五十六爲長方積。以一爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊七。即一面直角尖堆之底數也。

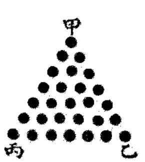
如圖甲乙丙一面直角尖堆積。倍之則成甲乙丁戊長方形積。其乙丁長比甲乙闊多一。故用帶縱較數開平方法算之。得甲乙與乙丙等。爲一面直角尖堆之底闊也。

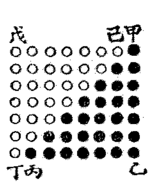
設如一面三角尖堆。底七。求積幾何。

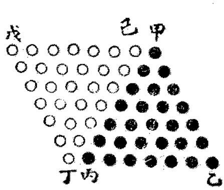
法以底七加上尖一得八。與層數七相乘得五十六。折半得二十八。即一面三角尖堆之積也。如圖甲乙丙一面三角尖堆。乙丙爲底七。其甲乙高亦即爲七層。其每層皆加一爲挨次遞加之數。成等邊三角形。試另作一丁戊己等邊三角形。合於原形之側。則成甲乙丁戊斜方形。其高即層數。其底即首數與末數











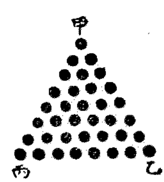
相加之數。其積即總數加一倍之數。故以底七與上尖一相加。與層數七相乘得斜方積。折半得一面三角尖堆之積也。

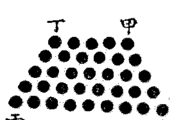
設如一面三角尖堆積三十六。求每邊幾何。

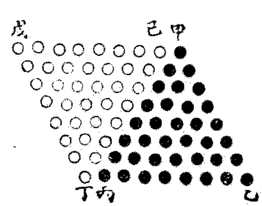
法以一面三角尖堆積三十六倍之得七十二。爲長方積。以一爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊八。即一面三角尖堆每一邊之數也。如圖甲乙丙一面三角尖堆積。倍之則成甲乙丁戊斜長方積。若直排之即與直角長方積等。故其求邊之法亦與前直角尖堆求邊之法同也。

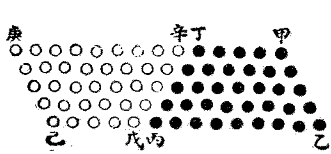
設如一面梯形堆上五下九。求積幾何。

法以上五與下九相加得十四。又視上五以上至一虛四位。即以所虛之四與下九相減餘五爲層數。與上下相加之十四相乘得七十。折半得三十五。即一面梯形堆之積也。如圖甲乙丙丁一面梯形堆。甲丁爲上五。乙丙爲下九。甲乙爲層數五。凡自一遞加之數其末數即位數。今首數爲五。計自一已截去四位。故於末數內減去所少之位。即爲今之所有之位。見算法原本二卷第三十二節。試另作一戊己庚辛梯形合於原形之側。則成甲乙己庚斜方形。







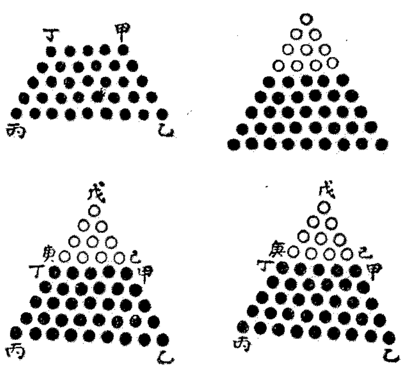


其底即上數與下數相加之數．其高即層數．其積即總數加一倍之數．故以上數與下數相加與層數相乘．折半即得一面梯形堆之積也．

又法以底九用一面三角尖堆求積法．求得總積四十五．又以上五內減一餘四．爲上虛小一面三角尖堆之底．亦用三角尖堆求積法．求得上虛小一面三角尖堆積十．兩積相減餘三十五．即一面梯形堆之積也．如圖甲乙丙丁一面梯形堆．先求得戊乙丙三角尖堆總積．又求得戊己庚上虛小三角尖堆積．相減即得甲乙丙丁梯形堆之積也．如有上闊或下闊與層數求積者．則於層數內減一．餘爲上下闊之較．與上闊相加則得下闊．與下闊相減則得上闊．皆用有上下闊之法算之而得積也．

設如一面梯形堆積三十五．下九．問上幾何．

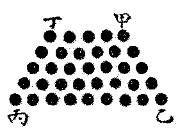
法以下九用一面三角尖堆求積法．求得總積四十五．內減梯形積三十五．餘十．爲上虛小一面三角尖堆積．用一面三角尖堆有積求邊法．求得每邊四．加一得五．即一面梯形堆之上闊也．如圖甲乙丙丁一面梯形堆．先以乙丙下九求得戊乙丙三角尖堆總積．內減甲乙丙丁梯形堆積．餘戊己庚上虛小一面三角尖堆積．乃用有積求邊法求得己庚四．因每層挨次遞加一．故加一即得甲丁五爲上闊也．如有上闊求下闊者．則以上闊內減一爲上虛小三角尖堆之底．求得

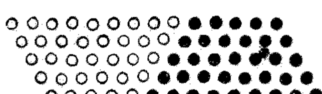


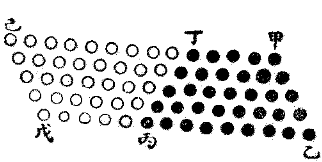
上虛小三角尖堆積。與梯形積相加。爲三角尖堆總積。亦用有積求邊法算之。卽得下闊也。

設如一面梯形堆。積三十五。上闊比下闊少四。問上下闊各幾何。

法以梯形堆積三十五。倍之得七十。又以上下闊之較四加一得五爲層數。以除倍積七十得十四。爲上下闊之和。加較四得十八。折半得九爲下闊。內減較四餘五爲上闊也。如圖甲乙丙丁一面梯形堆積。每層挨次加一。今甲丁上闊比乙丙下闊少四。卽知甲乙爲五層矣。故以甲乙丙丁梯形積倍之。則成甲乙戊己斜方積。以甲乙五層除之得乙戊。爲上下闊之和。加上下闊之較折半卽得下闊。於下闊內減上下闊之較卽得上闊也。如有積與上下闊之和求上下闊者。則將積數加一倍。以上下闊之和除之卽得層數。內減一卽得上下闊之較。或有積與層數求上下闊者。則於層數內減一卽得上下闊之較。以層數除倍積卽得上下闊之和。既有較有和卽得上下闊矣。



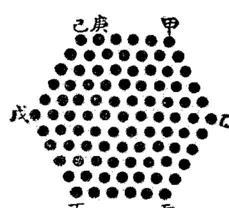




設如一面六角堆。每邊六。求積幾何。

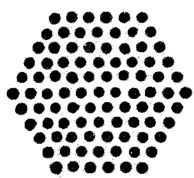
法以一面六角堆分作六三角尖堆算之。以每邊六減一餘五。爲每一面三角尖堆之底。與每邊六卽底

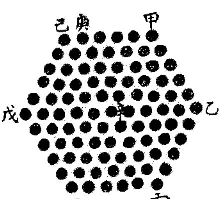
加一也。相乘得三十。折半得十五。爲每一面三角尖堆積。六因之得九十。加中心一得九十一。即一面六角堆之積也。如圖甲乙丙丁戊己一面六角堆。六分之則成甲庚辛類六三角尖堆。而餘中心一。其每一三角尖堆之甲庚一邊比六角堆之甲己一邊尖一。故以六角堆之每一邊內減一。即得三角尖堆之每一邊。而求得一面三角尖堆積。六因之再加中心一。即得一面六角堆之總積也。

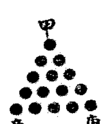


設如一面六角堆。積九十一。求每邊幾何。

法以一面六角堆積九十一。減中心一餘九十。六歸之得十五。爲一面三角尖堆積。用一面三角尖堆有積求邊法算之。得每邊五。加一得六。即六角堆之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊己一面六角堆積。先減去中心一。以六歸之則得甲庚辛一三角尖堆積。其三角尖堆之甲庚一邊比六角堆之甲己一邊少一。故用一面三角尖堆有積求邊法求得一邊。再加一。爲一面六角堆之每一邊也。此即算書所謂圓束也。本以六包一。不能成圓。凡云圓者皆六邊也。



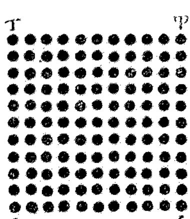


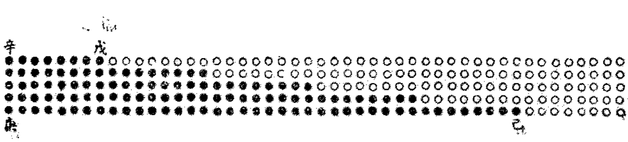


設如方束。外周四十。求積幾何。

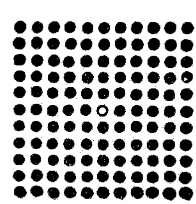
法以外周四十加四得四十四。四歸之得十一。為方束每一邊之數。自乘得一百二十一。即方束之積也。如圖甲乙丙丁方束。其四隅之四各為兩邊所同用。故必以外周加四。以四歸之。始得甲乙每一邊之數。以一邊自乘。即為方束之積數也。

又法以外周四十加八得四十八。與外周四十相乘得一千九百二十。十六除之得一百二十。加中心一。得一百二十一。為方束之積也。蓋方束以八包一。其外周所包之數。亦必以八遞加。為超位平加之數。如甲乙丙丁方束。除卻中心之一。最內一層為八。第二層為十六。第三層為二十四。第四層為三十二。第五層為四十。每層皆加八。為超位平加之數。引而長之成戊己庚辛梯形。外周四十即梯形之底。內周八即梯形之上闊。如以首數八與末數四十相加得四十八。用層數五乘之。折半即得總數。見算法原本二卷第三十二節。然其層數之五。乃係外周四十用八歸所得之數。今以內周八與外周四十相加。即與外周四十相乘。是未用八歸。故將相乘所得之數。必以八歸。又以二歸。即折半。始得總數。夫先用八歸後用二歸。即與用十六歸除等。二與八相因得一十六。合兩次除為一次除。故以十六歸除得總數。按再加中心一。即得方束之積也。又按第一法。以外周四十加四。以四歸之。得方束之每一邊。是





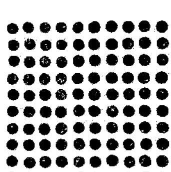
外周加四則得每邊之四倍。若以外周加四自乘。必得方束積之十六倍。而以十六歸除。亦卽得方束之積。今以外周加八與外周相乘成長方形。則其長比每邊之四倍多四。其闊比每邊之四倍少四。其積必爲方束積之十六倍而少十六。以十六歸除則得方束積而少一。故加一而得方束積也。此方束每邊十一係奇數。故有中心之一。若方束每邊係偶數者。則無中心之一。詳見下法。



設如方束。外周三十六。求積幾何。

法以外周三十六加四得四十。四歸之得一十。爲方束每一邊之數。自乘得一百。卽方束之積也。

又法以外周三十六加八得四十四與外周三十六相乘。得一千五百八十四。十六除之得九十九。加一得一百。爲方束之積也。此方束每邊係偶數。無中心一。其最內一層爲四。其外周三十六。用八歸之則得四層半。然其立法亦與前法同。乘除得數仍加一者。蓋以外周加四。則得每邊之四倍。若以外周加四自乘。必得方束積之十六倍。而以十六歸除。亦卽得方束之積。今以外周加八與外周相乘成長方形。則其長比每邊之四倍多四。其闊比每邊之四倍少四。其積必爲方束積之十六倍而少十六。以十六歸除則得方束積而少一。故加一而得方束積也。

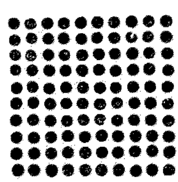


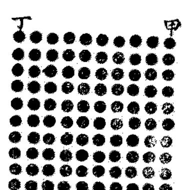
設如方束積一百。求外周幾何。

法以方束積一百開平方得一十。四因得四十。內減四餘三十六。卽方束外周之數也。如圖甲乙丙丁方

束開方則得甲乙一邊。前法以外周加四。四歸之而得一邊。此法以一邊四因之減四而即得外周也。

又法以方束積一百內減一餘九十九。以十六乘之得一千五百八十四爲長方積。以八爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊三十六。即方束之外周數也。此即方束有外周求積之法而轉用之。前法以外周加八與外周相乘。十六除之。再加一而得積。此法則以積數減一。餘用十六乘之。以八爲長闊之較用帶縱開方得闊而爲外周也。

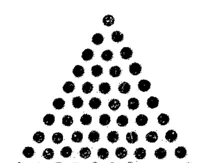


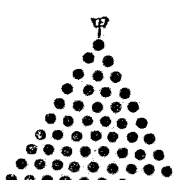


設如三稜束外周二十七。求積幾何。

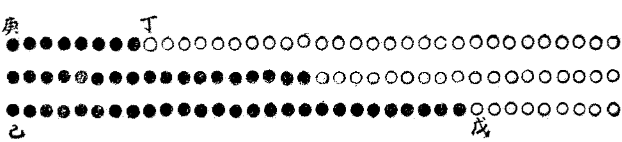
法以外周二十七加三得三十。三歸之得一十。爲三稜束每一邊之數。用一面三角尖堆有邊求積法。以每邊一十加一得一十一。與每邊一十相乘。得一百一十。折半得五十五。即三稜束之積也。如圖甲乙丙三稜束。其三角之三各爲兩邊所同用。故必以外周加三以三歸之。始得甲乙每一邊之數。即如一面三角尖堆之每一邊。故用一面三角尖堆有邊求積法算之。即得三稜束之積也。

又法以外周二十七加九得三十六。與外周二十七相乘。





得九百七十二。以十八歸除得五十四。加中心一得五十五。爲三稜束之積也。蓋三稜束以九包一。其外周所包之數。亦必以九遞加。爲超位平加之數。如甲乙丙三稜束除却中心之一。最內一層爲九。第二層爲十八。第三層爲二十七。每層皆加九。爲超位平加之數。引而長之成丁戊己庚梯形。外周二十七。卽梯形之底。內周九卽梯形之上闊。如以首數九與末數二十七相加得三十六。用層數三乘之。折半卽得總數。見算法原本二卷第三十二節。然其層數之三。乃係外周二十七用九歸所得之數。今以內周九與外周二十七相加。卽與外周二十七相乘。是未用九歸。故將相乘所得之數。必以九歸。又以二歸卽折半。始得總數。夫先用九歸後用二歸。卽與十八歸除等。二與九相乘得一十八。合兩次除爲一次除。故以十八歸除得總數。再加中心一。卽得三稜束之積也。又按第一法以外周二十七加三。以三歸之得一面三角尖堆之每一邊。是外周加三則得每邊之三倍。若以每邊之三倍再加三與每邊之三倍相乘。必得一面三角尖堆積之十八倍。蓋以一面三角尖堆之每一邊加一與每邊之數相乘則得一面三角尖堆積之二倍。今以每邊之三倍加三與每邊之三倍相乘。是邊加三倍則積加九倍。彼既爲一面三角尖堆積之二倍。故此卽爲十八倍也。而以十八歸除亦卽得三稜束之積。今以外周加九與外周相乘成長方形。則其長比每邊之三倍加三者尙多三。其闊比每邊之三倍少三。其積必爲一面三角尖堆積之十八倍而少十八。以十八歸除則得一面三角尖堆積而少一。故加一而得三

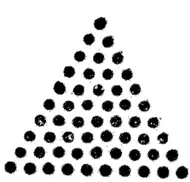


稜束之積也。此三稜束亦有無中心之一者。蓋緣三稜束包中心一爲一層者。周圍九。其底則四。包中心一爲二層者。周圍十八。其底則七。凡如此類周遞加九邊遞加三者。皆有中心之一。其餘皆無中心之一。詳見下法。

設如三稜束外周三十。求積幾何。

法以外周三十加三得三十三。三歸之得十一。爲三稜束每一邊之數。用一面三角尖堆有邊求積法。以每邊十一加一得十二。與每邊十一相乘得一百三十二。折半得六十六。卽三稜束之積也。

又法以外周三十加九得三十九。與外周三十相乘。得一千一百七十。以十八除之得六十五。加一得六十六。爲三稜束之積也。此三稜束無中心。其最內一層爲三。其外周三十。用九歸之。則得三層。又三分之一。然其立法亦與前法同。乘除得數仍加一者。蓋以外周加三則得每邊之三倍。若以每邊之三倍再加三與每邊之三倍相乘。必得一面三角尖堆積之十八倍。而以十八歸除。亦卽得三稜束之積。今以外周加九與外周相乘成長方形。則其長比每邊之三倍加三者尚多三。其闊比每邊之三倍少三。其積必爲一面三角尖堆積之十八倍而少十八。以十八歸除。則得一面三角尖堆積而少一。故加一而得三稜束之積也。

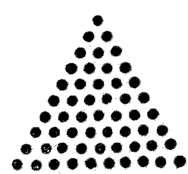


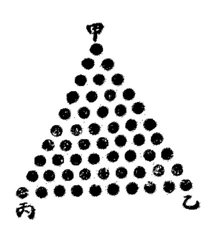
設如三稜束積六十六。求外周幾何。

法以三稜束積六十六倍之得一百三十二爲長方積。以一爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得

闊十一。爲三稜束之每一邊。三因之得三十三。內減三餘三十。即三稜束之外周數也。如圖甲乙丙三稜束用一面三角尖堆有積求邊法。求得甲乙一邊。前法以外周加三。三歸之而得一邊。此法以一邊三因之減三而即得外周也。

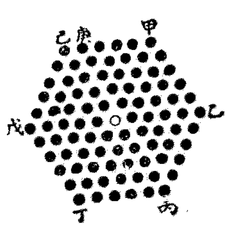
又法以三稜束積六十六內減一餘六十五。以十八乘之。得一千一百七十。爲長方積。以九爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊三十。即三稜束之外周數也。此即三稜束有外周求積之法而轉用之。前法以外周加九與外周相乘。十八除之。再加一而得積。此法則以積數減一。餘用十八乘之。以九爲長闊之較。用帶縱開方得闊而爲外周也。



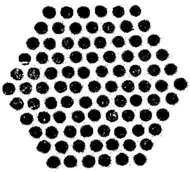


設如圓束外周三十。求積幾何。

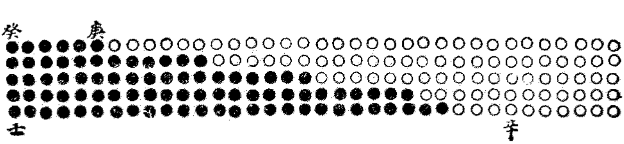
法以外周三十、六歸之得五。爲一面三角尖堆之每一邊。用一面三角尖堆有邊求積法。以每邊五加一得六。與每邊五相乘得三十。折半得十五。爲每一三角尖堆積。六因之得九十。加中心一得九十一。即圓束之積也。如圖甲乙丙丁戊己圓束六分之則成甲庚辛類六三角尖堆形。而餘中心一。故以外周六分之而得甲庚每一邊之數。即如一面三角尖堆之每一邊。而求得一三角尖堆積。六因之得六三角尖堆積。加中心一。即爲圓束之積數也。



又法以外周三十加六得三十六與外周三十相乘得一千零八十十二除之得九十加中心一得九十一爲圓束之積也蓋圓束以六包一其外周所包之數亦必以六遞加爲超位平加之數如甲乙丙丁戊己圓束除却中心之一最內一層爲六第二層爲十二第三層爲十八第四層爲二十四第五層爲三十每層皆加六爲超位平加之數引而長之成庚辛壬癸梯形外周三十卽梯形之底內周六卽梯形之上闊如以首數六與末數三十相加得三十六用層數五乘之折半卽得總數見算法原本二卷第三十二節然其層數之五乃係外周三十用六歸所得之數今以內周六與外周三十相加卽與外周三十相乘是未用六歸故將相乘所得之數必以六歸又以二歸卽折半始得總數夫先用六歸後用二歸卽與十二歸除等二與六相因得一十二合兩次除爲一次除故以十二歸除得總數再加中心一卽得圓束之積也又按第一法以外周三十六歸



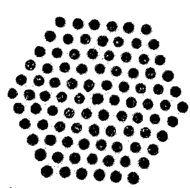
之得一面三角尖堆之每一邊是圓束之外周爲一面三角尖堆每邊之六倍若以外周加六與外周相乘則必得一面三角尖堆積之七十二倍蓋以一面三角尖堆之每一邊加一與每一邊之數相乘則得一面三角尖堆積之二倍今以每邊之六倍加六與每邊之六倍相乘是邊加六倍則積加三十六倍彼既爲一面三角尖堆積之二倍故此卽爲七十二倍也以一面三角尖堆積六倍之加中心一則得圓束積今將七

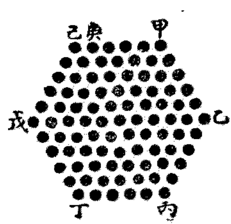


十二倍積以十二除之。亦得一面三角尖堆積之六倍。故加中心一而得圓束之積也。凡圓束皆有中心。設此解與前法相通耳。

設如圓束積九十一。求外周幾何。

法以圓束積九十一減中心一餘九十。六歸之得一十五。倍之得三十。或卽以九十。三歸之。所得亦同。蓋六歸二因與三歸所得之數同也。爲長方積。以一爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之得闊五。又以六因之得三十。卽圓束之外周數也。如圖甲乙丙丁戊己圓束減去中心一。以六歸之則得甲庚辛一面三角尖堆形。故用一面三角尖堆有積求邊法求得甲庚一邊。以六因之而得外周也。





又法以圓束積九十一減一餘九十。以十二乘之得一千零八十爲長方積。以六爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之得闊三十。卽圓束之外周數也。此卽圓束有外周求積之法而轉用之。前法以外周加六與外周相乘。十二除之。再加一而得積。此法則將積數減一。餘用十二乘之。以六爲長闊之較。用帶縱開方得闊而爲外周也。

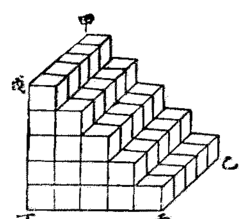
設如塹堵堆底五。求積幾何。

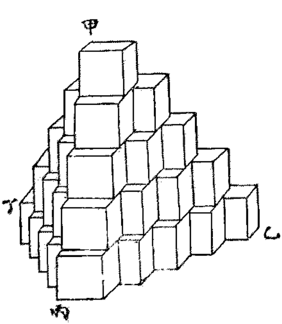
法以底五自乘得二十五爲底面積。又以位數五加一得六。與底面積二十五相乘得一百五十。折半得

七十五。即塹堵堆之積也。如圖甲乙丙丁戊塹堵堆。即一面直角尖堆累積之體也。兩直角面相合成長方面形。比原位數多一行。而兩塹堵體相合成長方體形比原位數亦必多一面。故以位數加一與底面積相乘。所以增其一面之數。成長方體形。爲塹堵堆之二倍。折半而得塹堵堆之積也。

設如三角尖堆。每邊五。求積幾何。

法以每邊五加一得六。與每邊五相乘得三十。折半得十五爲底面積。再以每邊五加二得七。與底面積十五相乘。得一百零五。三歸之得三十五。即三角尖堆之積也。如圖甲乙丙丁三角尖堆。每面皆一面三角尖堆。累積成等邊三角體形。其每邊之數即位數也。試按位作點排之。第一層爲一。第二層爲三。第三層爲六。第四層爲十。第五層爲十五。爲每次按位相加之數。如以位數加二與末數相乘。取其三分之一。即得總數。見算法原本二卷第三十四節。今以每邊加一與每邊之數相乘。折半即得底面積。再以位數加二爲高與底面積相乘。成平行面之三稜體。是爲三角尖體之三倍。故以三除之而得也。然必以位數加二爲高者。蓋以三三角尖體相湊。乃成上下相等之平行面體。其高必比原有之位數多二層。兩三角面相合。比原位數多一行。今三三角體相合。故必比原位數多二面也。又以一平行面三



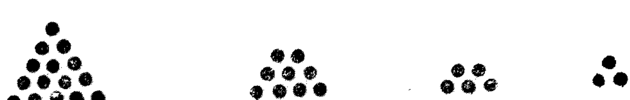


稜體分爲三三角尖體。其二面爲兩體所同用。今以位數加二爲高。與底數相乘。所以增其二面之分也。

又法以每邊五加一得六。與每邊五相乘。得三十爲倍底積。再以位數加二得七。與倍底積三十相乘。得二百一十。六歸之亦得三十五。爲三角尖堆之積也。此法。與前法同。蓋以每邊加一與每邊之數相乘。則得底面積之二倍。前法以位數加二與底數相乘。既爲三角尖堆積之三倍。此法以位數加二與倍底積相乘。卽爲三角尖堆積之六倍矣。故以六歸之得積也。

又法以每邊五自乘再乘。得一百二十五爲第一數。再以每邊五自乘。得二十五爲第二數。又以每邊五加一得六。與每邊五相乘。得三十。倍之得六十爲第三數。三數相加。共得二百一十。六歸之得三十五。卽三角尖堆之積也。此法與第二法同。蓋以每邊自乘再乘爲第一數。是未以每邊加一相乘。亦未以位數加二再乘也。因未以每邊加一相乘。則其所成之正方形必比前所得之長少一層之數。故又以每邊自乘爲第二數也。因未以位數加二再乘。則其高必比前所得之高少二層之數。故又以每邊加一與每邊相乘。卽如前之倍底積。又倍之爲第三數也。三數相加始爲三角尖堆積之六倍。故以六歸之而得積也。

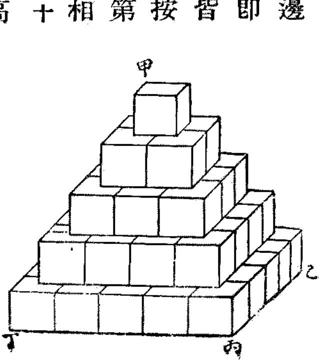
設如三角尖堆積一百二十。求每邊幾何。

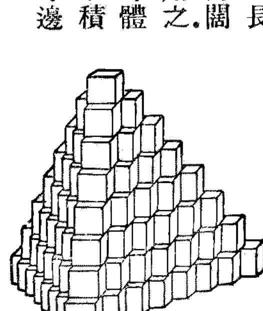


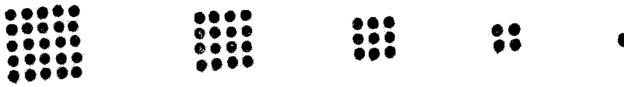
法以三角尖堆積一百二十、六因之得七百二十爲長方體積。以一爲長與闊之較。以二爲高與闊之較。用帶兩縱不同較數開立方法算之得闊八。卽三角尖堆之每一邊也。此法卽三角尖堆有邊求積之法而轉用之。蓋有邊求積。則以每邊加一與每邊相乘。又以每邊加二再乘。得長方體積。爲三角尖堆積之六倍。是長比闊多一。高比闊多二。今以三角尖堆積六因之得長方體積。故用帶兩縱不同較數開立方法算之。得闊爲每邊之數也。

設如四角尖堆。每邊五。求積幾何。

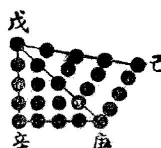
法以每邊五加半得五個半。與每邊五相乘得二十七個半。又以每邊五加一得六。與二十七個半相乘得一百六十五。三歸之得五十五。卽四角尖堆之積數也。如圖甲乙丙丁四角尖堆底面爲正方。傍四面皆一面三角尖堆。累積成方底四角尖體形。其每邊之數卽位數也。試按位作點排之。第一層爲一。第二層爲四。第三層爲九。第四層爲十六。第五層爲二十五。爲每次按位自乘相加之數。如以每邊加半與每邊相乘。復以位數加一乘之。取其三分之一。卽得總數。見算法原本二卷第三十五節。今以每邊加半與每邊相乘是得長方面積。復以位數加一爲高







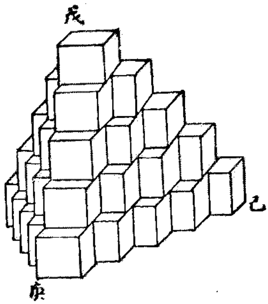
乘之是得長方體積。爲四角尖體之三倍。故以三除之卽得也。然以邊數加半爲長以位數加一爲高者。蓋以三四角尖體相湊。乃成上下相等之長方體。其底必比正方面多半行。其高必比原有之位數多一層。三角體以邊數加一與邊數相乘。四角體以邊數加半與邊數相乘。三角體以位數加二爲高。四角體以位數加一爲高。總以四角體比三角體底式大一倍。故三角體爲長方體六分之一四角體爲長方體三分之一。三角體加數幾何而此四角體皆用其半也。又以一長方體分爲三、四角尖體。其三面爲兩體所同用而少一行之數。試以甲乙丙丁四角尖體作爲戊己庚辛陽馬尖體形爲長方體三分之一。所餘爲三分之二。其戊己庚、戊庚辛兩面爲兩體所同用。而戊庚一行又爲兩面所同用。是此兩面爲兩體所同用。而少一行之數也。又以其所餘三分之二平分之。必有一面爲兩體所同用。是以長方體分爲三四角尖體。有三面爲兩體所同用而少一行之數也。今以每邊加半與每邊之數相乘。又以位數加一乘之。所以增其三面少一行之分也。蓋其高既比原位數多一。則其傍面一層。宜爲一面三角尖堆之倍數。而其傍面只比每邊多半。是傍面只爲一面三角尖堆之數也。又其高既比原位多一。則其上面一層爲每邊自乘之數。卽爲一面三角尖堆之倍數而少一行。共之爲三面少一行之數也。

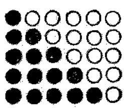


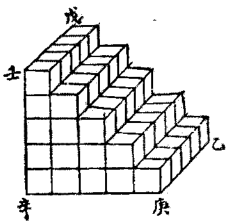
又法以每邊五自乘再乘得一百二十五。爲第一數。再以每邊五自乘得二十五。爲第二數。又以每邊五加一得六。與每邊五相乘得三十。折半得十五。爲第三數。三數相加共得一百

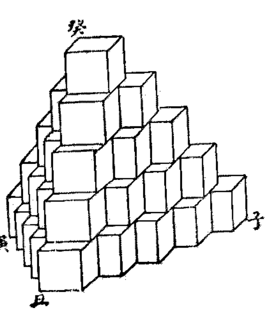
六十五。三歸之得五十五。即四角尖堆之積也。此法與第一法同。蓋以每邊自乘再乘爲第一數。是末以每邊加半與每邊相乘。亦末以位數加一再乘也。因末以位數加一再乘。則其上層即少一每邊自乘之數。故以每邊自乘爲第二數也。因末以每邊加半相乘。則其傍面即少一面三角尖堆之數。故以每邊加一與每邊相乘折半爲第三數也。三數相加。始爲四角尖堆積之三倍。故以三歸之而得積也。

又法以每邊五加一得六。與每邊五相乘得三十。又以每邊五加二得七乘之得二百一十。三歸之得七十。爲三角尖堆之倍積。又以每邊五求得一面三角尖堆積十五。與倍三角尖堆積七十相減。亦得五十五。爲四角尖堆之積也。如圖甲乙丙丁四角尖堆。見前。爲戊己庚辛三角尖堆積之一倍而少一面之數。蓋四角尖堆底面積。爲三角尖堆底面積之一倍而少一行。故四角尖堆體積爲三角尖堆體積之一倍而少一面。是以求得倍三角尖堆積內減一面三角尖堆積。即得四角尖堆積也。





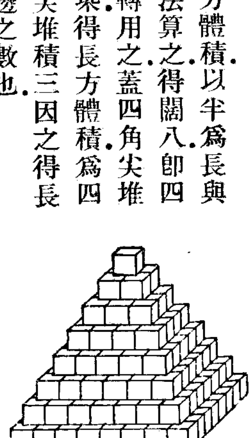




又法以每邊五用塹堵堆求積法。求得塹堵堆積七十五。又以每邊五用三角尖堆求積法。求得三角尖堆積三十五。兩數相加。得一百一十。折半得五十五。卽四角尖堆之積也。如圖甲乙丙丁四角尖堆。見前。先以乙丙一邊求得戊己庚辛壬塹堵堆積。四角尖體爲塹堵體三分之二。三角尖體爲塹堵體三分之一。故又求得癸子丑寅三角尖堆積。與塹堵堆積相加。卽與二方底四角尖堆之積等。故折半而得四角尖堆之積也。

設如四角尖堆積二百零四。求每邊幾何。

法以四角尖堆積二百零四、三因之得六百一十二。爲長方體積。以半爲長與闊之較。以一爲高與闊之較。用帶兩縱不同較數開立方法算之。得闊八。卽四角尖堆之每一邊也。此法卽四角尖堆有邊求積之法而轉用之。蓋四角尖堆有邊求積。則以每邊加半與每邊相乘。又以每邊加一再乘。得長方體積。爲四角尖堆積之三倍。是長比闊多半。高比闊多一。今以四角尖堆積三因之。得長方體積。故用帶兩縱不同較數開立方法算之。得闊爲每邊之數也。

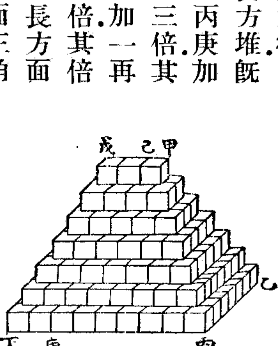


設如長方堆底長九。闊七。上一行收頂。求積幾何。

法以底闊七爲方堆之底。用四角尖堆有邊求積法。求得四角尖堆積一百四十。又以底闊七與長九相減。餘二爲兩一面三角尖堆。卽以底闊七用一面三角尖堆有邊求積法。求得一面三角尖堆積二十八。二因之得五十六。爲兩一面三角尖堆積。與前所得四角尖堆積一百四十相加。得一百九十六。卽長方

堆之積也。如圖甲乙丙丁戊長方堆。丙丁長比乙丙闊多庚丁二。試自己至庚截去二面。則成甲乙丙庚一四角尖堆形。己庚丁戊兩一面三角尖堆形。其乙丙闊與丙庚等。即四角尖堆之每一邊。亦即一面三角尖堆之每一邊。故以一邊求得四角尖堆積。又求得兩一面三角尖堆積。相加。即得長方堆之積也。

又法以闊七與長九相減餘二。折半得一。又加半得一個半。與長九相加得十個半。與底闊七相乘得七十三個半。又以底闊七（即層數）。加一得八。再乘得五百八十八。三歸之得一百九十六。即長方堆之積也。此法與前法之理同。如甲乙丙丁戊長方堆。既分爲一四角尖堆。兩一面三角尖堆。其甲乙丙庚四角尖堆。固當以丙庚加半與乙丙相乘。以甲乙加一再乘得。一長方體形。爲一四角尖堆之三倍。其己庚丁戊兩一面三角尖堆。當以庚丁與乙丙相乘。以戊丁（同甲乙）。加一再乘得二長方面形。爲兩一面三角尖堆之二倍。因一爲三倍。一爲二倍。其倍數不同。故又以庚丁折半與庚丁相加。即增其一長方面之分。得三長方面形。亦爲兩一面三角尖堆之三倍。故以三歸之。得一四角尖堆。兩一面三角尖堆。合之與甲乙丙丁戊一長方堆之積相等也。

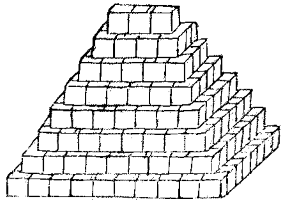


又法以底闊七與長九相減餘二。再加一得三。爲頂上之長。乃以底長九倍之得十八。加頂長三得二十一。與底闊七相乘。得一百四十七。再以高數七加一得八再乘。（闊數即高數也。）得一千一百七十六。六歸之得一百九十六。即長方堆之積也。此法與第二法同。蓋前法以長闊相減折半加半與長相加。此法以

長闊相減不折半加一與倍長相加。則其長比前法多一倍。闊與高皆與前數同。而體積亦必比前數大一倍。故前法用三歸。此法用六歸也。

設如長方堆積二百七十六。長比闊多二。求每邊幾何。

法以長方堆積二百七十六、三因之得八百二十八爲長方體積。以長比闊多二折半。又加半得一個半。與二相加得三個半。爲長與闊之較。以一爲高與闊之較。用帶兩縱不同較數開立方法算之。得闊八爲底闊加長比闊多二得十爲長也。此法卽長方堆有邊求積之法而轉用之。蓋長方堆有邊求積。則以原長闊之較折半。又加半與原長相加乃與闊相乘。又以闊加一再乘。得長方體積。爲長方堆之三倍。是長比闊多原長闊之較又多半較。仍多半高比闊多一。今以長方堆積三因之得長方體積。故用帶兩縱不同較數開立方法算之。得闊爲底邊之闊。加長闊之較。得數爲長也。

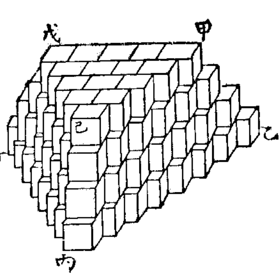


設如三角半堆。底邊八。上邊五。求積幾何。

法以底邊八用三角尖堆有邊求積法求得三角尖堆全積一百二十。又以上邊五減一得四。爲上虛三角尖堆之每邊。亦用三角尖堆有邊求積法求得上虛三角尖堆積二十。與先所得三角尖堆全積一百二十相減。餘一百。卽三角半堆之積也。如圖甲乙丙丁戊己三角半堆。若於其上加一小三角尖堆。則成一大三角尖堆形。其上所加之小三角尖堆之每邊比三角半堆之上邊少一。故先求得大三角尖堆全

積．又求得上虛小三角尖堆積．相減．卽得三角半堆之積也．

又法以底邊八加一得九．與底邊八相乘．得七十二爲第一數．又以上邊五與底邊八相併得十三．以上邊五加一得六乘之．得七十八爲第二數．兩數相併．得一百五十．又以上邊五與下邊八相減餘三．加一得四爲層數．與兩數相加之一百五十相乘．得六百．六歸之得一百．爲三角半堆之積也．此法與等邊三角尖堆求積之法同．蓋等邊三角尖堆．其上尖．一卽上邊．其每邊之數卽底邊．亦卽層數．其法以每邊加一．與每邊相乘．又以每邊加二再乘．得長方體積．爲三角尖堆積之六倍．分之則得長比高闊多一之一長方體形．又得長比闊多一之二長方面形．卽上多二層．若依此法以底邊加一與底邊相乘．卽長比闊多一之長方體之一面數也．以上邊一與下邊相加．又以上邊一加一得二乘之．則得長比闊多一之二長方面之兩行數也．此兩數相併．以層數乘之．則亦得長比高闊多一之一長方體形．又得長比闊多一之二長方面形．共成一長方體形．爲三角尖堆之六倍矣．



設如三角半堆．積一百．上邊五．求底邊幾何．

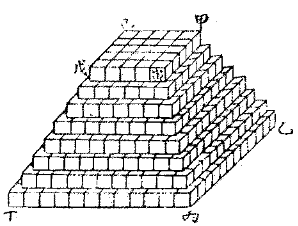
法以上邊五減一餘四．爲上虛小三角尖堆之底．用三角尖堆有邊求積法．求得上虛三角尖堆積二十．與半堆積一百相加得一百二十．爲等邊三角尖堆全積．用三角尖堆有積求邊法．求得每邊八．卽三角半堆之底邊也．如有底邊求上邊者．則以底邊求得三角尖堆全積與半堆積相減．餘爲上虛三角尖堆

積求得上虛小三角尖堆之每邊加一即上邊也

設如四角半堆底邊十二上邊五求積幾何

法以底邊十二用四角尖堆有邊求積法求得四角尖堆全積六百五十又以上邊五減一得四爲上虛四角尖堆之每邊亦用四角尖堆有邊求積法求得上虛四角尖堆積三十與先所得四角尖堆全積六百五十相減餘六百二十即四角半堆之積也如圖甲乙丙丁戊己庚四角半堆若於其上加一小四角尖堆則成一大四角尖堆形其上所加之小四角尖堆之每邊比四角半堆之上邊少一故求得大四角尖堆全積又求得上虛小四角尖堆積相減即得四角半堆之積也

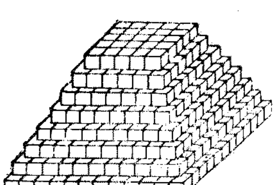
又法以上邊五自乘得二十五爲第一數以底邊十二自乘得一百四十四爲第二數以上邊五與底邊十二相乘得六十爲第三數又以上邊五與底邊十二相減餘七折半得三個半爲第四數四數相併得二百三十二個半又以上下邊相減所餘之七加一得八爲層數與四數相併之二百三十二個半相乘得一千八百六十三歸之得六百二十即四角半堆之積也此法與等邊四角尖堆求積之法同蓋等邊四角尖堆其上尖一即上邊其每邊之數即底邊亦即層數其法以每邊加半與每邊相乘又以每邊加一再乘得長方體積爲四角尖堆積之三倍分之則得每邊自乘再乘之一正方體形每邊自乘之一正方面形又得長比闊多一之半層長方面形若以底邊自乘即正方體之一面數也以上邊一與底邊相乘則得每邊自乘正方面



之一行數也。以上邊一自乘。又以上邊一與底邊相減折半。此兩數相併。即得長比闊多一之半層長方面之一行數也。四數相併。再以層數乘之。則亦得一正方體形一正方面形又得長比闊多一之半層長方面形。共成一長方體形。爲四角尖堆之六倍矣。又此法與上下不等正方體之法異者。在多上下邊相減折半之一數。因堆垜之傍面有餘分故也。

設如四角半堆。積六百二十。上邊五。求底邊幾何。

法以上邊五減一餘四。爲上虛小四角尖堆之底。用四角尖堆有邊求積法。求得上虛四角尖堆積三十。與半堆積六百二十相加得六百五十。爲等邊四角尖堆全積。用四角尖堆有積求邊法。求得每邊十二。卽四角半堆之底邊也。如有底邊求上邊者。則以底邊求得四角尖堆全積與半堆積相減。餘爲上虛四角尖堆積。求得上虛小四角尖堆之每邊。加一卽上邊也。

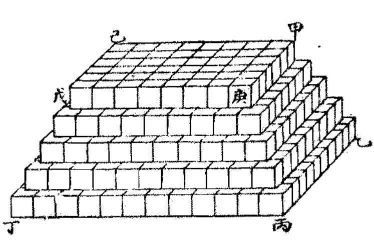


設如長方半堆。底長十二。闊十。上長八。闊六。求積幾何。

法以底長十二闊十。用長方堆求積法。求得長方堆全積四百九十五。又以上長八闊六各減一。得長七闊五。爲上虛長方堆之長闊。亦用長方堆求積法。求得上虛長方堆積八十五。與先所得長方堆全積相減。餘四百一十。卽長方半堆之積也。如圖甲乙丙丁戊己庚長方半堆。若於其上加一小長方堆。則成上一行收頂之長方堆形。其上所加之小長方堆之每邊。比長方半堆之上邊少一。故先求得長方堆全積。又求得上虛小長方堆積。相減。卽得長方半堆之積也。

又法以上長八與上闊六相乘。得四十八爲第一數。以底長十二與底闊十相乘。得一百二十爲第二數。以上長八與底闊十相乘得八十。以上闊六與底長十二相乘得七十二。兩數相併。折半得七十六爲第三數。又以上下長相減餘四。折半得二爲第四數。以此四數相加得二百四十六。又以上長與底長相減所餘之四加一得五爲層數。與四數相加之二百四十六相乘。得一千二百三十。三歸之得四百一十。即長方半堆之積也。此法與四角半堆求積之法同。蓋四角半堆長闊皆相等。此則有長闊之不同。故四角半堆以上邊自乘爲第一數者。此則以上長闊相乘爲第一數。四角半堆以下邊自乘爲第二數者。此則以下長闊相乘爲第二數。四角半堆以上下相乘爲第三數者。此則以上長與下闊相乘。上闊與下長相乘。相併折半爲第三數。四角半堆以上下相減折半爲第四數者。此則以上下長相減折半爲第四數。如以上下闊相減折半亦同。 其理皆相通也。

又法以上長八倍之得十六。加下長十二得二十八。以上闊六乘之得一百六十八。又以下長十二倍之得二十四。加上長八得三十二。以下闊十乘之得三百二十。又以下長十二與上長八相減餘四。三數相加得四百九十二。又以上下長相減所餘之四加一得五爲層數。與三數相加之四百九十二相乘得二千四百六十。六歸之得四百一十。即長方半堆之積也。此法與第二法同。蓋此法用數比前法大一倍。故前法用三歸。此法用六歸也。又此法與上下不等長方體之法異者。在多上下



長相減之一數。因堆垜之傍面有餘分故也。

又法以底闊十與長十二相乘。得一百二十。又以長十二闊十各減一。得長十一闊九。相乘得九十九。又以長十一闊九各減一。得長十闊八。相乘得八十。又以長十闊八各減一。得長九闊七。相乘得六十三。再以長九闊七各減一。得長八闊六。即上長闊。相乘得四十八。以此五數相加共得四百一十。即長方半堆之積也。此法將每層長闊相乘得每層之積。故總加之即五層之共積也。法雖層累相加。實爲顯而易見。凡堆垜諸法。皆可以此法御之。若層數太多者。用本法爲簡易也。

設如長方半堆。積四百一十。上長八闊六。求底長闊各幾何。

法以上長八闊六各減一。得長七闊五。爲上虛小長方堆之長闊。用長方堆有邊求積法。求得上虛小長方堆積八十五。與半堆積四百一十相加得四百九十五。爲長方堆全積。用長方堆有積求邊法。求得闊十長十二。即長方半堆之底邊數也。如有底邊長闊求上邊長闊者。則以底邊求得長方堆全積與半堆積相減。餘爲上虛小長方堆積。求得上虛小長方堆之長闊兩邊各加一。即長方半堆上邊長闊之數也。

數理精蘊下編卷三十一

末部一

借根方比例

借根方者．假借根數方數以求實數之法也．凡法必借根借方．加減乘除．令與未知之數比例齊等．而本數以出．大意與借衰疊借略同．然借衰疊借之法．止可以御本部．而此法則線面體諸部．皆可御之．其中有借根借方之不同．蓋因根者方之邊數．卽所謂線．以根自乘得平方．以根自乘再乘得立方．以根累次乘．卽得累次多乘方．故以線類爲問者．則借根數以比之．以面類爲問者．則借平方長方以比之．以體類爲問者．則借立方或累次多乘方以比之．至於借數．又有一定之位．與降位之法．定位降位．法俱詳後．要之此法設立虛數．依所問之比例乘除加減．務令根方之數．與眞數相當適等．而所求之數以出．此亦借數之巧也．

定位法

衆數之經緯．盡歸乘除．而乘除之條理．又取準於定位．況借數一法．又用根方諸名．一經乘除．俱變爲幾根幾方之號．而本數之比例．由此而生．其定位與常法稍異．故變從簡易．設表如左．

定位表

前	後
眞數	○
根	一
平方	二
立方	三
三乘方	四
四乘方	五
五乘方	六
六乘方	七
七乘方	八
八乘方	九
九乘方	一〇

右表前行所列者借數之名。後行所列者定數之位。其借數者卽比例也。根與方數俱爲相連比例率。如根爲二。則平方爲四。立方爲八。以立方與平方之比同於平方與根數之比。卽爲八與四之比同於四與二之比也。然必借方借根者何也。蓋以已知未知之數。權約爲幾根幾方以統御之加減後餘幾根幾方。卽知眞數若干矣。如根爲二數。其平方卽爲四。若餘二平方。卽知其眞數有八。或餘二根。卽知其眞數有四也。其定位者卽視根方所對之位也。乘法定位。以兩數所對之位數相加。其加數所對之方卽乘出之方也。除法定位。以兩數所對之位數相減。其減餘數所對之方卽除出之方也。乘法以眞數乘根仍得根。蓋根對一而眞數對○。無可加也。如以根乘根。卽得平方。蓋根對一。一與一相加得二。二所對之表爲平方。故定乘得之數爲平方也。如以根乘平方。卽得立方。蓋根對一。平方對二。一二相加得三。而三所對之表爲立方。故定乘得之數爲立方也。又如以平方乘平方。則二與二相加爲四。察所對之表得三乘方。以平方乘立方。則二與三相加爲五。察所對之表得四乘方。以立方乘立方。則三與三相加爲六。察所對之表得五乘方。餘皆倣此。除法以眞數除根仍得根。蓋根對一而眞數對○。無可減也。如以根除根卽得眞數。蓋根對一。一與一相減得○。而○所對之表爲眞數。故定除得之數爲眞數也。如以根除平方卽得根。蓋根對一。平方對二。一二相減餘一。而一所對之表爲根。故定除得之數爲根數也。又如以平方除平方。

則二與二減盡爲〇。察所對之表得眞數。以平方除立方。則二與三相減餘一。察所對之表得根數。以立方除立方。則三與三相減得〇。察所對之表亦得眞數也。餘皆倣此。

定多少與相同號式

凡數有多者用此號。一如一平方多二根。則如此列之。

一平方＋二根

凡數有少者用此號。一如一立方少二平方。則如此列之。

一立方－二平方

凡數有相等者用此號。一如二立方與十六相等。則如此列之。

二立方＝一六

至於數之多少不齊。用號各異。加減乘除之後。有不變者。有以多變少以少變多者。俱詳於本法。

加法

凡多與多加。得數仍爲多。少與少加。得數仍爲少。多與少加。少與多加。則反相減爲所得數。而多數大則得數亦爲多。少數大則得數亦爲少。其故何也。蓋因多數大少數小。以其所多補其所少。而其所多者尙有餘也。少數大多數小。以其所多補其所少。而其所少者仍不足也。多少之號定而加法不淆矣。

設如有三平方多四根。與二平方多三根相加。問得幾何。

法以三平方與二平方相加得五平方。四根與三根相加得七根。是爲五平方多七根。卽所求之數也。此

多與多加得數仍爲多也.如以數明之.以根爲二.則一平方爲四.上數三平方得十二.多四根得多八.是十二多八.共二十.下數二平方得八.多三根得多六.是八多六.共十四.上十二與下八相加得二十.卽五平方之數.上多八與下多六相加得十四.卽多七根之數.蓋上數共二十.下數共十四.兩數相加得三十四.卽二十多十四也.

三平方＋四根
二平方＋三根
―――――――
五平方＋七根

一二＋　八
八＋　六
―――――――
二〇＋一四

設如有四立方少一平方.與三立方少二平方相加.問得幾何.

法以四立方與三立方相加得七立方.一平方與二平方相加得三平方.是爲七立方少三平方.卽所求之數也.此少與少加得數仍爲少也.如以數明之.以平方爲九.則一立方爲二十七.上數四立方得一百零八.少一平方得少九.是一百零八少九.爲九十九.下數三立方得八十一.少二平方得少十八.是八十一少十八.爲六十三.上一百零八與下八十一相加得一百八十九.卽七立方之數.上少九與下少十八相加得二十七.卽少三平方之數.蓋上數九十九.下數六十三.兩數相加得一百六十二.卽一百八十九少二十七也.

四立方－一平方
三立方－二平方
―――――――
七立方－三平方

一〇八－　九
八一－一八
―――――――
一八九－二七

設如有四平方多四根.與二平方少三根相加.問得幾何.

法以四平方與二平方相加得六平方。四根與三根相加應得七根。今多少兩數不同。故於多四根內。反減去少三根。餘一根。因多數大。故得數爲多。是爲六平方多一根。卽所求之數也。此多少兩數不同相加。所多數大。以其所多補足所少。而所多仍有餘。蓋以上數多四根。補足下數少三根。仍多一根也。如以數明之。以根爲二。則一平方爲四。上數四平方得十六。多四根得多八。是十六多八。共二十四。下數二平方得八。少三根得少六。是八少六爲二。上十六與下八相加得二十四。卽六平方之數。上多八補足下少六。仍餘二。卽多一根之數。蓋上數二十四。下數二。兩數相加得二十六。卽二十四多二也。

四平方十四根
二平方一三根

六平方十一根

一六十八
八一六

二四十二

設如有二立方少三平方。與一立方多二平方相加。問得幾何。

法以二立方與一立方相加得三立方。三平方與二平方相加。應得五平方。今多少兩數不同。故於少三平方內。反減去多二平方。餘一平方。因少數大。故得數爲少。是爲三立方少一平方。卽所求之數也。此多少兩數不同相加。所少數大。以其所多補其所少。而所少仍不足。蓋於上數少三平方內。增入下數多二平方。仍少一平方也。如以數明之。以平方爲九。則一立方爲二十七。上數二立

二立方一三平方
一立方十二平方

三立方一一平方

五四一二七
二七十一八

八一一　九

方得五十四。少三平方得少二十七。是五十四少二十七。爲二十七。下數一立方得二十七。多二平方得多十八。是二十七多十八。共四十五。上五十四與下二十七相加得八十一。卽三立方之數。上少二十七內增入下多十八仍少九。卽少一平方之數。蓋上數二十七。下數四十五。兩數相加得七十二。卽八十一少九也。

設如有二立方多三平方少四根。與一立方多二平方少三根相加。問得幾何。

法以二立方與一立方相加得三立方。三平方與二平方相加得五平方。四根與三根相加得七根。是爲三立方多五平方少七根。卽所求之數也。此三位相加多少各自相同。故多與多加仍爲多。少與少加仍爲少也。如以數明之以根爲二。則一平方爲四。一立方爲八。上數二立方得十六。多三平方得多十二。少四根得少八。是十六多十二又少八。爲二十。下數一立方得八。多二平方得多八。少三根得少六。是八多八又少六爲十。上十六與下八相加得二十四。卽三立方之數。上多十二與下多八相加得二十。卽多五平方之數。上少八與下少六相加得十四。卽少七根之數。蓋上數二十。下數十。兩數相加得三十。卽二十四多二十又少十四也。

二立方＋三平方－四根
一立方＋二平方－三根
三立方＋五平方－七根

一六十一二一八
八十八一六
二四十二〇一一四

設如有四立方多三平方少二根多五眞數。與五立方少一平方多三根少二眞數相加。問得幾何。

法以四立方與五立方相加得九立方。多三平方與少一平方相減餘二平方。多數大故爲多。少二根與

多三根相減餘一根。多數大。故爲多。多五眞數與少二眞數相減餘三眞數。多數大。故爲多。是爲九立方多二平方多一根多三眞數。卽所求之數也。此四位相加而多少各自不同。須各以所多補足所少。故相減所餘爲所得數也。如以數明之。以根爲二。則一平方爲四。一立方爲八。上數四立方得三十二。多三平方得多十二。少二根得少四。又多眞數五。是三十二多十二少四又多五。爲四十五。下數五立方得四十。少一平方得少四。多三根得多六。又少眞數二。是四十少四多六又少二。爲四十。上三十二與下四十相加得七十二。卽九立方之數。上多十二補足下少四仍餘八。卽多二平方之數。上少四增入下多六反多二。卽多一根之數。上多五補足下少二仍餘三。卽多三眞數。蓋上數四十五。下數四十。兩數相加得八十五。卽七十二多八又多二又多三也。

設如有一立方多三根與一平方少一根相加。問得幾何。

法以一立方與一平方相加。得一立方多一平方多三根與少一根相減餘二根。多數大。故爲多。是爲一立方多一平方多二根。卽所求之數也。此相加兩數位分不同。須各按位列號補足

四立方十三平方一二根十五眞數
五立方一一平方十三根一二眞數
九立方十二平方十一根十三眞數

三二十一二一四十五
四〇一　四十六一二
七二十　八十二十三

一立方　〇平方十三根
一平方一一根
一立方十一平方十二根

二七　〇十九
九一三
二七十九十六

位分。始不相淆。今上層無平方位。而下層卻有平方位。故上層列一空平方位以補之。凡法皆當如此也。如以數明之。以根為三。則一平方為九。一立方為二十七。上數一立方得二十七。多三根得多九。是二十七多九。共三十六。下數一平方得九。少一根得少三。是九少三。為六。上二十七與下無可加。仍得二十七。即一立方之數。下九與上空位亦無可加。仍得九。即一平方之數。上多九補足下少三仍餘六即多二根之數。蓋上數三十六。下數六。兩數相加得四十二。即二十七多九又多六也。

減法

凡多與多減。原數大於減數。則減餘仍為多。少與少減。原數大於減數。則減餘仍為少。若多與多減。減數大於原數。則反減。而減餘即變為少。蓋減數之所多。既大於原數之所多。則原數之所多內。減盡與原數之所多相等之數。仍須於原數之整分內。多減去所大之幾何。則所餘之整分內即少幾何矣。若少與少減。減數大於原數。則反減。而減餘即變為多。蓋減數之所少。既大於原數之所少。則原數之所少內。減盡與原數之所少相等之數。仍須於原數之整分內。少減所大之幾何。故所餘之整分內。即多幾何矣。至於多與少減。少與多減。則反相加為減餘數。而原數多則減餘仍為多。原數少則減餘仍為少。其故何也。蓋因原數多減數少。則原數已多在彼。而減數又少於此。是所餘益多也。原數少減數多。則原數已少在彼。而減數又多於此。是所餘益少也。多少之號明。而減法不淆矣。

設如有四平方多五根。內減二平方多二根。問所餘幾何。

法以四平方減二平方。餘二平方。五根減二根。餘三根。是為二平方多三根。即所求之數也。此多與多減。

原數大於減數。故減餘仍爲多也。如以數明之。以根爲三。則一平方爲九。上數四平方得三十六。多五根得多十五。是三十六多十五。共五十一。下數二平方得十八。多二根得多六。是十八多六。共二十四。上三十六內減下十八餘十八。卽二平方之數。上十五內減下六餘九。卽三根之數。蓋上數共五十一。下數共二十四。兩數相減餘二十七。卽十八多九也。

設如有四立方少三平方。內減三立方少二平方。問所餘幾何。

法以四立方減三立方餘一立方。三平方減二平方餘一平方。是爲一立方少一平方。卽所求之數也。此少與少減。原數大於減數。故減餘仍爲少也。如以數明之。以平方爲九。則一立方爲二十七。上數四立方得一百零八。少三平方得少二十七。是一百零八少二十七。爲八十一。下數三立方得八十一。少二平方得少十八。是八十一少十八。爲六十三。上一百零八內減下八十一餘二十七。卽一立方之數。上二十七內減下十八餘九。卽少一平方之數。蓋上數八十一。下數六十三。兩數相減餘十八。卽二十七少九也。

設如有七平方多三根。內減四平方多五根。問所餘幾何。

四平方＋五根
二平方＋二根
―――――
二平方＋三根

三六＋一五
一八＋六
―――――
一八＋九

四立方－三平方
三立方－二平方
―――――
一立方－一平方

一〇八－二七
八一－一八
―――――
二七－九

法以七平方減四平方餘三平方。三根內不能減五根。乃於下數多五根內反減上數多三根。餘二根。即變爲少。是爲三平方少二根，即所求之數也。此多與多減。減數大於原數。故反減而減餘即變爲少。蓋原數多三根。減數多五根。是減數比原數大二根。如於原數三根內減去減數三根。則減數仍餘二根。此二根必須於原數平方內減之。原數既多減二根。則餘數即少二根也。如以數明之。以根爲三。則一平方爲九。上數七平方得六十三。多三根得多九。是六十三多九共七十二。下數四平方得三十六。多五根得多十五。是三十六多十五共五十一。上六十三內減下三十六餘二十七。即三平方之數。下十五內反減上九餘六。即少二根之數。蓋上數共七十二。下數共五十一。兩數相減餘二十一。即二十七少六也。

七平方＋三根
四平方＋五根
三平方－二根

六三＋九
三六＋一五
二七－六

設如有六平方少三根。內減二平方少四根。問所餘幾何。

法以六平方減二平方餘四平方。三根內不能減四根。乃於下數少四根內。反減上數少三根。餘一根。即變爲多。是爲四平方多一根。即所求之數也。此少與少減。減數大於原數。故反減而減餘即變爲多。蓋原數少三根。減數少四根。是減數比原數大一根。如於原數三根內減去減數三根。則減數仍餘一根。此一根係原數平

六平方－三根
二平方－四根
四平方＋一根

九六－一二
三二－一六
六四＋四

方內所少減之一根。原數既少減一根。則餘數卽多一根也。如以數明之。以根爲四。則一平方爲十六。上數六平方得九十六。少三根得少十二。是九十六少十二。爲八十四。下數二平方得三十二少四根得少十六。是三十二少十六。爲十六。上九十六內減下三十二餘六十四。卽四平方之數。下十六反減上十二餘四。卽多一根之數。蓋上數八十四下數十六兩數相減餘六十八。卽六十四多四也。

設如有三平方多四根。內減二平方少一根。問所餘幾何。

法以三平方減二平方餘一平方。四根減一根應餘三根。今多少兩數不同。故反相加得五根。因原數多。故得數仍爲多。是爲一平方多五根。卽所求之數也。此多少兩數不同相減。原數多。減數少。原數已多。而減數又少。則所餘者愈多。蓋原數多四根。減數少一根。是原數比減數已多五根。故減餘卽爲多五根也。如以數明之。以根爲四。則一平方爲十六。上數三平方得四十八。多四根得多十六。是四十八多十六共六十四。下數二平方得三十二。少一根得少四。是三十二少四爲二十八。上四十八內減下三十二餘十六。卽一平方之數。上多十六加下少四得二十。卽多五根之數。蓋上數六十四。下數二十八。兩數相減餘三十六。卽十六多二十也。

三平方	＋四根
二平方	－一根
一平方	＋五根

四八	＋一六
三二	－　四
一六	＋二〇

設如有五平方少二根。內減三平方多三根。問所餘幾何。

法以五平方減三平方餘二平方。二根不能減三根。且多少兩數不同。故反相加得五根。因原數少。故得

數仍爲少。是爲二平方少五根。卽所求之數也。此多少兩數不同相減。原數少。減數多。原數已少。減數又多。則所餘者愈少。蓋原數少二根。減數多三根。是原數比減數已少五根。故減餘卽爲少五根也。如以數明之。以根爲五。則一平方爲二十五。上數五平方得一百二十五。少二根得少十。是一百二十五少十。爲一百一十五。下數三平方得七十五。多三根得多十五。是七十五多十五。共九十。上一百二十五內減下七十五餘五十。卽二平方之數。上少十加下多十五得二十五。卽少五根之數。蓋上數一百一十五。下數九十。兩數相減餘二十五。卽五十少二十五也。

五平方－二根
三平方＋三根
二平方－五根

一二五－一〇
七五＋一五
五〇－二五

設如有四立方多六平方。內減二立方多三平方多三根。問所餘幾何。

法以四立方減二立方餘二立方。六平方減三平方再減三根餘三平方少三根。是爲二立方多三平方少三根。卽所求之數也。此相減兩數位分不同。須各按位列號補足位分始不相淆。今上層無根位。而下層卻有根位。故上層作一空根位以補之。是原根位無數而減數多三根。故所餘卽少三根也。如以數明之。以根爲二。則一平方爲四。一立方爲八。上數四立方得三十二。多六平方得多二十四。是三十二多二十四。共五十六。下數二立方得十六。多三平方得多十二。多三根得多六。是十

四立方＋六平方　〇
二立方＋三平方＋三根
二立方＋三平方－三根

三二＋二四　〇
一六＋一二＋六
一六＋一二－六

六多十二又多六爲三十四.上三十二內減下十六餘十六.即二立方之數.上二十四內減下十二餘十二.即三平方之數.下六無可減.仍爲六.即少三根之數.蓋上數五十六下數三十四兩數相減餘二十二.即十六多十二又少六也.

設如有五立方多四平方多三根少八眞數.內減四立方多二平方多二根少九眞數.問所餘幾何.

法以五立方減四立方餘一立方.四平方減二平方餘二平方.多與多減.原數大.故爲多.多三根減二根餘一根.多與多減.原數大.故爲多.八眞數不能減九眞數.乃於下數少九內反減上數少八.餘一.即變爲多.是爲一立方多二平方多一根多一眞數.即所求之數也.如以數明之.以根爲三.則一平方爲九.一立方爲二十七.上數五立方得一百三十五.多四平方得多三十六.多三根得多九.又少眞數八.是一百三十五多三十六又多九又少八.爲一百七十二.下數四立方得一百零八.多二平方得多十八.多二根得多六.又少眞數九.是一百零八多十八又多六又少九.爲一百二十三.上一百三十五內減下一百零八餘二十七.即一立方之數.上三十六內減下十八餘十八.即多二平方之數.上九內減下六餘三.即多一根之數.下九反減上八餘一.即多一眞數.蓋上數一百七十二.下數一百二十三.兩數相減餘四十九.即二十七多十八又多三又多一也.

五立方十四平方十三根一八眞數
四立方十二平方十二根一九眞數
一立方十二平方十一根十一眞數

一三五十三六十九一八
一〇八十一八十六一九
二七十一八十三十一

設如有二立方多三根。內減一平方少一根。問所餘幾何。

法以二立方減一平方。餘二立方少一平方。三根減一根。應餘二根。今多少兩數不同。故反相加得四根。因原數多。故得數仍爲多。是爲二立方少一平方多四根。卽所求之數也。如以數明之。以根爲三。則一平方爲九。一立方爲二十七。上數二立方得五十四。多三根得多九。是五十四多九。共六十三。下數一平方得九。少一根得少三。是九少三。爲六。上五十四無可減。仍爲五十四。卽二立方之數。下九無可減。仍爲九。卽少一平方之數。上多九與下少三相加得十二。卽多四根之數。蓋上數六十三。下數六。兩數相減餘五十七。卽五十四少九又多十二也。

二立方　○平方＋三根
　　　　一平方－一根
二立方－一平方＋四根

五四　○＋九
　　　九－三
五四－九＋一二

乘法

凡乘法。各按位分上下積列。自末位起。逐位遍乘。與常法同。其書乘出之數。以類相從。如乘出之數爲根。俱書於根之下。乘出之數爲平方。俱書於平方之下。皆依定位表例。其定多少之號。則臨期互有轉移。蓋法實俱止一位者。其乘出之數爲多。不必言矣。法實不止一位。俱係多者。如幾平方多幾根。或幾根多幾眞數。又或幾平方多幾根又多幾眞數之類。其乘出之數亦俱爲多。蓋以多乘多。則多者益多也。法實兩數俱係少者。其爲首一位已係整數爲多。如幾平方少幾根。或幾根少幾眞數。或幾平方少幾根又少幾眞數之類。故乘出之數。則有多少之分。如爲首一位相乘。係多與多乘。其乘出之數爲多。而次位爲少者與首位乘。是爲少與多乘。或首

位與次位爲少者乘。是爲多與少乘。則其乘出之數俱爲少。蓋少與多乘。多與少乘。則少者益少而得數固少也。如幾平方少幾根。與幾眞數相乘。以眞數乘平方。卽爲多與多乘。以眞數乘根。卽爲多與少乘也。至於少與少乘。其乘出之數。反變爲多。如幾立方少幾平方。與幾根少幾眞數相乘。以眞數乘平方。卽爲少與少乘也。其故何也。蓋法實首位爲多。次位以後爲少。則乘出之數。首位內少次位之數。必多末位之數。須於乘出首位數中減去次位之數。加入末位之數。始與實數相合。除首位上下兩整數相乘以後。次位皆係少與少乘爲多。而次位對首位乘。必爲少與多乘或多與少乘。則此兩數俱爲少。合之爲首位數內少次位之數而多末位之數。蓋因次位所少數內。有兩分末位之數。首位數內減去次位之全數。卽如多減去一末位之數。倘能於次位數中先減去末位數。然後再於首位數中減之。始與實數相合。今次位數中既不能先減去末位數。故轉於首位數中減去次位數。反加入一末位數也。所謂減者卽少數。所謂加者卽多數。多少之分既定。則依加法相加卽爲所得之數也。

設如有三根多二眞數。以三眞數乘之。問得幾何。

法以三眞數乘二眞數得多六眞數。以多與多乘故爲多也。又凡以眞數乘根方之數。其位皆不變。如以眞數乘眞數仍得眞數。以眞數乘根仍得根。蓋定位表中眞數之位爲〇。於根方之位無所加也。以三眞數乘三根得多九根。是爲九根多六眞數。卽所求之數也。如以數明之。以根爲四。則上數三根得十二多二眞數共得十四。以下眞數三乘之所得三十六。卽九根之數所得多六。卽多六眞數。蓋以下數三

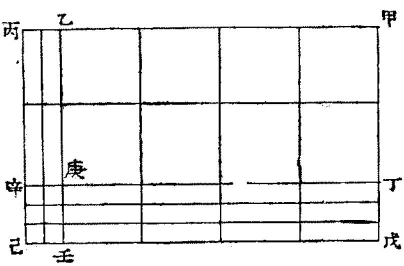
三根十二眞數
三眞數
九根十六眞數

一二十二
三
三六十六

與上數十四相乘。得四十二。卽三十六多六也。

設如有四根多二眞數。以二根多三眞數乘之。問得幾何。

法以多三眞數乘多二眞數。得多六眞數。以多三眞數乘四根得多十二根。又以二根乘多二眞數。得多四根。以二根乘四根。得八平方。以根與根乘。卽得平方。蓋根所對之位爲一。以一加一爲二。卽平方所對之位。故得數定爲平方。相加得八平方多一十六根又多六眞數。卽所求之數也。如圖甲乙爲四根。乙丙爲多二眞數。甲丁爲二根。丁戊爲多三眞數。以甲丙四根多二眞數與甲戊二根多三眞數相乘。成甲戊己丙長方形。其甲丁庚乙長方形。卽八平方。其乙庚辛丙與丁戊壬庚二長方形。卽所多十六根。其庚壬己辛長方形。卽所多六眞數也。如以數明之。以根爲四。則一平方爲十六。上數四根得十六。多二眞數。共得十八。下數二根得八。多三眞數。共得十一。相乘所得一百二十八。卽八平方之數。所得多六十四。卽多十六根之數。所得多六。卽多六眞數。蓋以下數十一與上數十八相乘。得一



四根十二眞數
二根十三眞數
一二根十六眞數
八平方十四根
八平方十一六根十六眞數

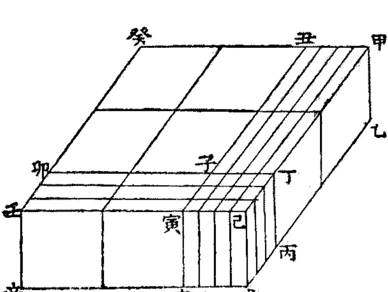
一六十二
八十三
四八十六
一二八十一六
一二八十六四十六

百九十八即一百二十八多六十四又多六也。

設如有二平方多三根。以二根多四眞數乘之。問得幾何。

法因上層無眞數位。故列一空位以補之。以多四眞數乘空眞數仍爲空。以多四眞數乘多三根得多十二根。以多四眞數乘二平方得多八平方。以二根乘空眞數仍爲空。以二根乘多三根得多六平方。以二根乘二平方得四立方。以根乘平方。即得立方。蓋根所對之位爲一。平方所對之位爲二。以一加二得三。即立方所對之位也。相加得四立方多十四平方又多十二根。即所求之數也。此相乘兩數位分不同。須各按位列號補足位分。始不相淆。凡法皆當如此。如圖甲乙丙丁爲二平方。丁丙戊己爲多三根。庚辛爲二根。戊庚爲多四眞數。以甲乙戊己二平方多三根與戊辛二根多四眞數相乘。成乙己辛癸扁方體。其丙己庚子十二根。即四眞數乘三根之數。其甲乙丙丁子丑八平方。即四眞數乘二平方之數。其子寅庚辛壬卯六平方。即二根乘三根之數。其丑子卯癸四立方。即二根乘二平方之數也。如以數明之。以根爲五。則一平方爲二十五。一立方爲一

	二平方十	三根	○眞數
		二根十	四眞數
	八平方十	一二根	○眞數
四立方十	六平方	○根	
四立方十	一四平方十	一二根	○眞數



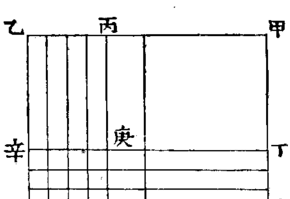
百二十五．上數二平方得五十．多三根得多十五．共得六十五．下數二根得一十．多四眞數．共得十四．相乘所得五百．卽四立方之數．所得多三百五十．卽多十四平方之數．所得多六十．卽多十二根之數．葢以下數十四與上數六十五相乘．得九百一十．卽五百多三百五十又多六十也．

設如有二根少四眞數．以一根多三眞數乘之．問得幾何．

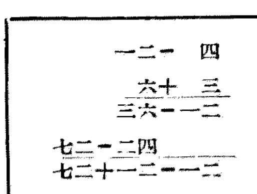
法以多三眞數乘少四眞數．得少十二眞數．多與少乘故爲少．以多三眞數乘二根得多六根．凡爲首一位皆爲多．而數前無號者亦卽爲多．今以多三眞數與多二根相乘．故其得數仍爲多．又以一根乘少四眞數得少四根．以多與少乘故爲少．以一根乘二根得二平方．相加得二平方多二根少十二眞數．卽所求之數也．如圖甲乙爲二根．丙乙爲少四眞數．甲丁爲一根．丁戊爲多三眞數．以甲乙二根少四眞數與甲戊一根多三眞數相乘．成甲戊己乙長方形．其庚壬己辛長方形．卽多三眞數乘少四眞數之十二眞數．丁戊己辛長方形．卽多三眞數乘二根之六根．丙庚辛乙長方形．卽一根乘少四眞數之四根．甲丁辛乙長方形．卽一根乘二根之二平方．合之爲甲

二根一　四眞數
一根十　三眞數
―――――
六根一一二眞數
二平方一四根
―――――
二平方十二根一一二眞數

五〇十一五　〇
一〇十四
―――――
二〇〇十六〇　〇
五〇〇十一五〇　〇
―――――
五〇〇十三五〇十六〇　〇

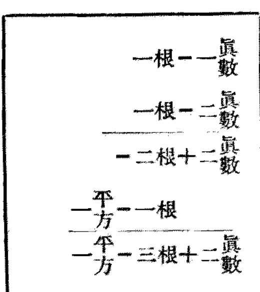


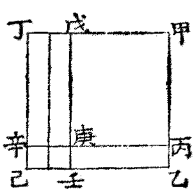
丁辛乙二平方。而少丙庚辛乙之四根。又多丁戊己辛之六根。而少庚壬己辛之十二眞數。今以丁戊己辛之多六根少十二眞數。補丙庚辛乙之少四根。仍多二根而少十二眞數也。如以數明之。以根爲六。則一平方爲三十六。上數二根得十二少四眞數則餘八。下數一根得六多三眞數共得九相乘所得七十二。卽二平方之數。所得多十二。卽多二根之數。所得少十二。卽少十二眞數之數。葢以下數九與上數八相乘。得七十二。卽七十二多十二又少十二也。



設如有一根少一眞數。以一根少二眞數乘之。問得幾何。

法以少二眞數乘少一眞數。得多二眞數。少與少乘故爲多。以少二眞數乘一根。得少二根。一根爲首。且無號。故爲多。今以少二眞數與多一根相乘。故其得數亦爲少也。又以一根乘少一眞數。得少一根。多與少乘故爲少。以一根乘一根。得一平方。相加得一平方少三根多二眞數。卽所求之數也。如圖甲乙爲一根。丙乙爲少一眞數。甲丁亦爲一根。戊丁爲少二眞數。以甲乙一根少一眞數與甲丁一根少二眞數相乘。成甲乙己丁正方形。其庚壬己辛小長方形。卽少二眞數乘少一眞數之二眞數。其戊壬己丁。卽二眞數乘一根之二根。其丙乙己





辛。即一根乘少一眞數之一根。其甲乙己丁。爲一根乘一根之一平方。合之爲甲乙己丁一平方。而少丙乙己辛之一根。又少戊壬己丁之二根。而多庚壬己辛之二眞數。實得甲丙庚戊之一長方形。蓋甲乙己丁之一正方內。減戊壬己丁之二根。又減丙乙己辛之一根。是重減去庚壬己辛之二眞數。則甲丙庚戊長方內必缺二眞數。故將少二眞數乘少一眞數所得之二眞數。即預定爲多號。以補重減之分。然後得甲丙庚戊之一長方。爲所得之實數也。是則少與少乘之爲多者。非於整數之外有盈分而爲多。實因所少之數有過分而爲多也。如以數明之。以根爲六。則一平方爲三十六。上數一根爲六少一眞數。則餘五。下數一根爲六少二眞數則餘四。相乘所得三十六。即一平方之數。所得少十八。即少三根之數。所得多二。即多二眞數之數。蓋以下數四與上數五相乘得二十。即三十六少十八多二也。

六－一
六－二
－二十二
三六－　六
三六－一八十二

設如有二立方少二平方少一根。以二平方少二根乘之。問得幾何。

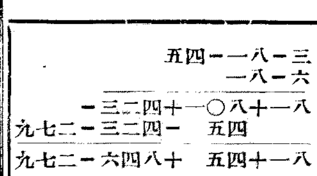
法因上下兩層皆無眞數位。故各列一空位以補之。以空眞數乘上層各位。仍得各空位。以少二根乘空眞數。仍得空根。以少二根乘少一根。得多二平方。以少二根乘少二平方。得多四立方。以少二根乘二立方。得少四三乘方。又以二平方乘空眞數。仍得空平方。以二平

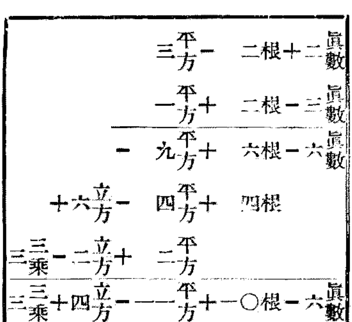
二立方－二平方－一根　○眞數
二平方－二根　○眞數
○立方　○平方　○根　○眞數
－四三乘＋四立方＋二平方　○根
四四乘－四三乘－二立方　○平方
四四乘－八三乘＋二立方＋二平方　○根　○眞數

方乘少一根。得少二立方。以二平方乘少二平方。得少四三乘方。以二平方乘二立方。得四四乘方。相加共得四四乘方少八三乘方多二立方又多二平方。卽所求之數也。如以數明之。以根爲三。則一平方爲九。一立方爲二十七。一三乘方爲八十一。一四乘方爲二百四十三。上數二立方得五十四。少二平方得少十八。少一根得少三。是五十四少十八又少三。爲三十三。下數二平方得十八。少二根得少六。是十八少六。爲十二。相乘所得九百七十二。卽四四乘方之數。所得少六百四十八。卽少八三乘方之數。所得多五十四。卽多二立方之數。所得多十八。卽多二平方之數。蓋以下數十二與上數三十三相乘。得三百九十六。卽九百七十二內少六百四十八又多五十四復多十八也。

設如有三平方少二根多二眞數。與一平方多二根少三眞數相乘。問得幾何。

法以少三眞數乘多二眞數。得少六眞數。以少三眞數乘少二根得多六根。以少三眞數乘三平方得少九平方。又以多二根乘多二眞數得多四根。以多二根乘少二根得少四平方。以多二根乘三平方得多六立方。又以一平方乘多二眞數得多二平方。以一平方乘少二根得少





二立方。以一平方乘三平方得三三乘方。相加得三三乘方多四立方少十一平方多十根少六眞數。卽所求之數也。如以數明之。以根爲四。則一平方爲十六。一立方爲六十四。一三乘方爲二百五十六。上數三平方得四十八。少二根得少八。多二眞數。共得四十二。下數一平方得十六。多二根得多八。少三眞數。共得二十一。相乘所得七百六十八。卽三三乘方之數。所得多二百五十六。卽多四立方之數。所得少一百七十六。卽少十一平方之數。所得多四十。卽多十根之數。所得少六。卽少六眞數之數。蓋以下數二十一與上數四十二相乘。得八百八十二。卽七百六十八多二百五十六又少一百七十六仍多四十復少六也。

四八一　八十二
一六十　八一三
一一四四十二四一六
十三八四一　六四十一六
七六八一一二八十　三二
七六八十二五六一一七六十四〇一六

除法

凡除法按位列數。必以眞數爲單位。法尾末至眞數者。須補○以存其位。如法尾爲根。則補一○以存眞數位。法尾爲平方。則補二○以存眞數位。法尾爲立方。則補三○以存眞數位。將得數首位紀於眞數之上。如眞數之位爲○者。則紀於○位之上。眞數所對實中之位。卽得數首位之數。如眞數對實中根位。卽定得數首位爲根。如眞數對實中平方位。卽定得數首位爲平方。如眞數對實中立方位。卽定得數首位爲立方。餘俱倣此。其歸除遞減。皆與常法同。至於定號。亦與乘法同。俱詳設如於左。

設如有十二立方多九平方多六根。以三眞數除之。問得幾何。

法以三眞數除十二立方。得四立方。以四立方乘三眞數。得十二立方。與實相減恰盡。餘多九平方多六

根。復以三眞數除多九平方得多三平方。以多三平方乘三眞數得多九平方。與實相減恰盡。餘多六根。又以三眞數除多六根得多二根。以多二根乘三眞數得多六根。與實相減恰盡無餘。是爲四立方多三平方多二根。即所求之數也。此法葢因眞數除立方多平方與多根。故得數之位。仍從實數之位。且眞數之位下對實中立方之位。故定得數首位亦爲立方。又因實數皆爲多。故得數亦皆爲多也。如以數明之。以根爲三。則一平方爲九。一立方爲二十七。實數十二立方得三百二十四。多九平方得多八十一。多六根得多十八。是三百二十四多八十一又多十八。共爲四百二十三。以眞數三除之。所得一百零八。即四立方之數。所得多二十七。即多三平方之數。所得多六。即多二根之數。葢以四百二十三以三除之得一百四十一。即一百零八多二十七又多六也。

得數 四立方十三平方十二根
法 三眞數
實 一二立方十九平方十六根
一二立方
○○ 十九平方
十九平方
○ 十六根
十六根
○○

設如有十二立方多八平方多六根。以二根除之。問得幾何。

法因法尾未至眞數位。故設一空眞數位以補之。以二根除十二立方得六平方。以六平方乘二根得十二立方。與實相減恰盡。餘多八平方多六根。復以二根除多八平方得多四根。以多

得數 一○八十二七十六
法 三
實 三二四十八一十一八
三二四
○○○十八一
十八一
○○十一八
十一八
○○

四根乘二根得多八平方。與實相減恰盡。餘多六根。復以二根除多六根得多三眞數。以多三眞數乘二根得多六根。與實相減恰盡無餘。是爲六平方多四根多三眞數。卽所求之數也。此法蓋因根數除立方多平方與多根。故根除立方得平方。根除多平方得多根。根除多根而得多眞數。且眞數之位下對實中平方之位。故定得數首位亦爲平方。又因實數皆爲多。故得數亦皆爲多也。如以數明之。以根爲二。則一平方爲四。一立方爲八。實數十二立方得九十六。多八平方得多三十二。多六根得多十二。是九十六多三十二又多十二。共爲一百四十。法數二根爲四除之。所得二十四。卽六平方之數。所得多八。卽多四根之數。所得多三。卽多三眞數之數。蓋一百四十以四除之。得三十五。卽二十四多八又多三也。

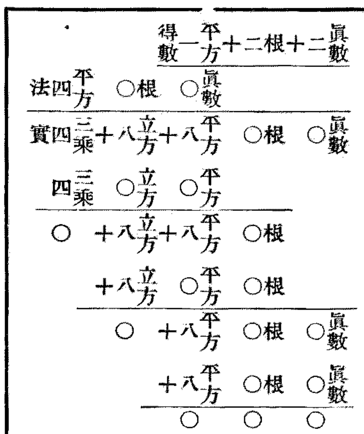
設如有四三乘方多八立方又多八平方。以四平方除之。問得幾何。

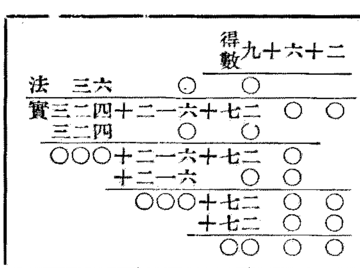
法以四平方除四三乘方得一平方。以一平方乘四平方

得數 六平方 十四根 十三眞數
法 二根 ○眞數
實 一二立方 十八平方 十六根 ○眞數
一二立方 ○平方
○○ 十八平方 十六根
十八平方 ○根
○ 十六根 ○眞數
十六根 ○眞數
○ ○

得數 二四十 八十三
法 四 ○
實 九六十三二十一二 ○
九六 ○
○○十三二十一二
十三二 ○
○○十一二 ○
十一二 ○
○○ ○

得四三乘方與實相減恰盡餘多八立方多八平方復以四平方除多八立方得多二根以多二根乘四平方得多八立方與實相減恰盡餘多八平方又以四平方除多八平方得多二眞數以多二眞數乘四平方得多八平方與實相減恰盡無餘是爲一平方多二根又多二眞數即所求之數也此法蓋因平方除三乘方多立方與多平方故平方除三乘方得平方平方除多立方得多根平方除多平方得多眞數且眞數之位下對實中平方之位故定得數首位亦爲平方又因實數皆爲多故得數亦皆爲多也如以數明之以根爲三則一平方爲九一立方爲二十七一三乘方爲八十一實數四三乘方得三百二十四多八立方得多二百一十六多八平方得多七十二是三百二十四多二百一十六又多七十二共爲六百一十二法數四平方爲三十六除之所得之九即一平方之數所得多六即多二根之數所得多二即多二眞數之數蓋六百一十二以三十六除之得十七即九多六又多二也





設如有四立方多八平方多七根多二眞數．以二平方多三根多二眞數除之．問得幾何．

法以二平方多三根多二眞數除四立方多八平方多七根．得二根．以二根乘多二眞數．得多四根．以二根乘多三根得多六平方．以二根乘二平方得四立方．與實相減．餘多二平方多三根多二眞數．復以二平方多三根多二眞數除二平方多三根多二眞數．得多一眞數．以多一眞數乘多二眞數．得多二眞數．以多一眞數乘多三根得多三根．以多一眞數乘二平方．得多二平方．與實相減．恰盡無餘．是爲二根多一眞數．卽所求之數也．此法蓋因平方多根多眞數除立方多平方多根多眞數．故以平方除立方得根．以平方除多平方得多眞數．且眞數之位下對實中根位．故定得數首位爲根．又因實數皆爲多．故得數亦皆爲多也．如以數明之．以根爲三．則一平方爲九．一立方爲二十七．實數四立方得一百零八．多八平方得多七十二．多七根得多二十一．多二眞數卽多二．是爲一百零八多七十二又多二十一又多二．共爲二百零三．法數二平方得十八．多三根得多九．多二眞數卽多二．是爲十八多九又多二．共爲二十九除之．所得

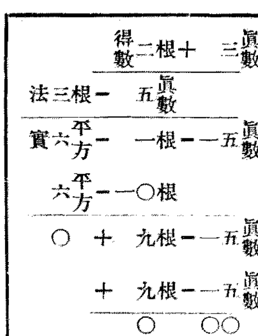
得數　二根＋一眞數
法　二平方＋三根＋二眞數
實　四立方＋八平方＋七根＋二眞數
四立方＋六平方＋四根
○　＋二平方＋三根＋二眞數
＋二平方＋三根＋二眞數
○　○

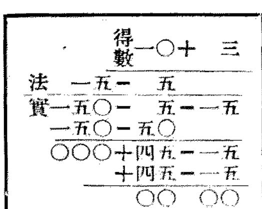
得數　六＋一
法　一八＋　九＋　二
實　一〇八＋七二＋二一＋二
一〇八＋五四＋一二
〇〇〇＋一八＋〇九＋二
＋一八＋　九＋二
〇〇　〇　〇

之六。卽二根之數。所得多一。卽多一眞數。蓋二百零三以二十九除之得七。卽六多一也。

設如有六平方少一根少十五眞數。以三根少五眞數除之。問得幾何。

法以三根少五眞數除六平方少一根。得二根。以二根乘少五眞數得少十根。以二根乘三根得六平方。與實相減。平方恰盡。根之減數大於原數。轉減之。餘多九根少十五眞數。復以三根少五眞數除多九根少十五眞數。得多三眞數。減餘之九根爲多。故除得之三眞數亦爲多也。以多三眞數與少五眞數相乘得少十五眞數。以多三眞數與三根相乘得多九根。與實相減恰盡無餘。是爲二根多三眞數。卽所求之數也。此法蓋因根少眞數除平方少根少眞數。故以根除平方得根。以根除多根。根原爲少。而減餘數變爲多。得多眞數。且眞數之位下對實中根位。故定得數首位爲根。又因實數原爲少。而次位餘實之數變爲多。故定得數次位爲多也。如以數明之。以根爲五。則一平方爲二十五。實數六平方得一百五十。少一根得少五。少十五眞數卽少十五。是爲一百五十少五又少十五。共爲一百三十。法數三根得十五。少五眞數卽少五。是爲十五少五。共爲一十。除之。所得之一十。卽二根之數。所得之多三。卽





多三眞數之數。蓋一百三十以十除之得十三。卽十多三也。

設如有九立方少十二平方少五根多六眞數以三平方少二根少三眞數除之問得幾何。

法以三平方少二根少三眞數除九立方少十二平方少五根。得三根。以三根乘少三眞數得少九根。以三根乘少二根得少六平方以三根乘三平方得九立方。與實相減。立方恰盡。原少十二平方。減少六平方。餘少六平方。原少五根。不能減九根。轉減之。餘多四根。又多六眞數。復以三平方少二根少三眞數除少六平方多四根多六眞數。得少二眞數。以少二眞數乘少三眞數得多六眞數。以少二眞數乘少二根得多四根。以少二眞數乘三平方得少六平方。與實相減恰盡無餘。是爲三根少二眞數。卽所求之數也。此法蓋因平方少根少眞數除立方少平方少根與多眞數。故以平方除立方得根以平方除少平方得少眞數。且眞數之位下對實中根位。故定得數首位爲根。又實數之號。雖有少有多不同。而次位餘實之首數爲少。故定得數次位爲少也。如以數明之。以根爲七。則一平方爲四十九。一立方爲三百四十三。實數九立方得三千零八十七。少十二平方得少

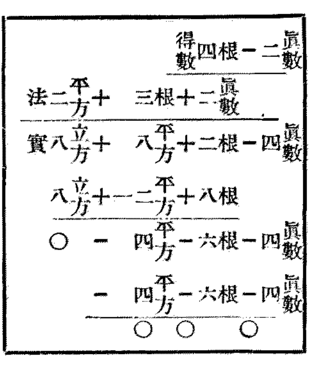
得數　三根－二眞數
法　三平方－二根－三眞數
實　九立方－一二平方－五根＋六眞數
九立方－六平方－九根
○－六平方＋四根＋六眞數
－六平方＋四根＋六眞數
○　○　○

得數　二一－二
法　一四七－一四－三
實　三〇八七－五八八－三五＋六
三〇八七－二九四－六三
〇〇〇〇－二九四＋二八＋六
－二九四＋二八＋六
〇〇〇　〇〇　〇

五百八十八。少五根得少三十五。多六眞數卽多六。是爲三千零八十七。少五百八十八又少三十五仍多六。共爲二千四百七十。法數三平方得一百四十七。少二根得少十四。少三眞數卽少三。是爲一百四十七少十四又少三。共爲一百三十。除之。所得之二十一。卽三根之數。所得之少二。卽少二眞數之數。蓋二千四百七十以一百三十除之得十九。卽二十一少二也。

設如有八立方多八平方多二根少四眞數以二平方多三根多二眞數除之。問得幾何。

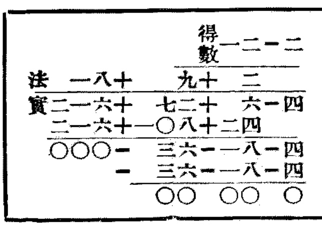
法以二平方多三根多二眞數除八立方多八平方多二根得四根。以四根乘多二眞數得多八根。以四根乘多三根得多十二平方。以四根乘二平方得八立方。與實相減。立方恰盡。平方與根之減數。俱大於原數。故皆轉減之。餘少四平方少六根又少四眞數。復以二平方多三根多二眞數除少四平方少六根少四眞數。得少二眞數。以少二眞數乘多二眞數得少四眞數。以少二眞數乘多三根得少六根。以少二眞數乘二平方得少四平方。與實相減恰盡無餘。是爲四根少二眞數。卽所求之數也。此法蓋因平方多根多眞數除立方多平方多根與少眞數。故以平方除立方得根。以平方除少平方（平方原爲多。而減餘數變爲少。）得少眞數。且眞數之位下對實中根位。故定得數首位爲根。又實數之號。雖有多有少不同。而次位餘實皆變爲少。故定得數次位爲少也。如以數明之。以根爲三。則一平方爲九。一立方爲二十七。實數

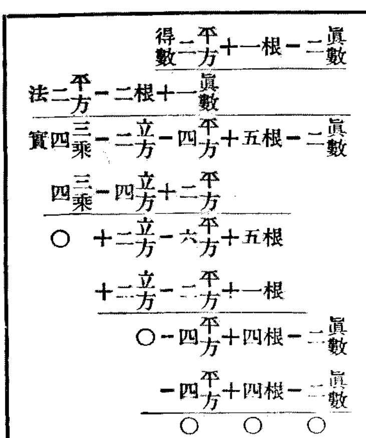


八立方得二百一十六。多八平方得多七十二。多二根得多六。少四眞數即少四。是二百一十六多七十二又多六仍少四共爲二百九十。法數二平方得十八。多三根得多九。多二眞數即多二。是十八多九又多二。共爲二十九除之所得十二。即四根之數。所得少二。即少二眞數之數。蓋二百九十以二十九除之得十。即十二少二也。

設如有四三乘方少二立方少四平方多五根少二眞數。以二平方少二根多一眞數除之。問得幾何。

法以二平方少二根多一眞數除四三乘方少二立方少四平方。得二平方。以二平方乘多一眞數得多二平方。以二平方乘少二根得少四立方。以二平方乘二平方得四三乘方。與實相減。三乘方恰盡。原少二立方不能減少四立方。轉減之。餘多二立方。原少四平方減多二平方。故相加爲少六平方。仍多五根。復以二平方少二根多一眞數除多二立方少六平方多五根。得多一根。以多一根乘多一眞數得多一根。以多一根乘少二根得少二平方。以多一根乘二





平方得多二立方。與實相減。立方恰盡。原少六平方減少二平方。餘少四平方。原多五根減多一根。餘多四根。仍少二眞數。又以二平方少二根多一眞數除少四平方多四根少二眞數。得少二眞數。以少二眞數乘多一眞數得少二眞數。以少二眞數乘少二根得多四根。以少二眞數乘二平方得少四平方。與實相減恰盡無餘。是爲二平方多一根少二眞數。卽所求之數也。此法蓋因平方少根多眞數除三乘方少立方又少平方仍多根與少眞數。故以平方除三乘方得平方。以平方除多立方立方原爲少。而減餘數變爲多。得多根。以平方除少平方。得少眞數。且眞數之位下對實中平方之位。故定得數首位爲平方。又實數之號。雖有多有少不同。而次位餘實之首數變爲多。三位餘實之首數仍爲少。故定得數之次位爲多。三位爲少也。如以數明之。以根爲六。則一平方爲三十六。一立方爲二百一十六。一三乘方爲一千二百九十六。實數四三乘方得五千一百八十四。少二立方得少四百三十二。少四平方得少一百四十四。多五根得多三十。少二眞數卽少二。是五千一百八十四少四百三十二又少一百四十四仍多三十復少二。共爲四千六百三十六。法數二平方得七十二。少二根得少十二。多一眞數卽多一。是七十二少十二又多一。共爲六十一除之。所得七十二。卽二平方之數。所得多六。卽多一根之數。所

得數 七二十　六一二

法 七二一　一二十　一

實 五一八四一四三二一一四四十三〇一二

五一八四一八六四十　七二

〇〇〇〇十四三二一二一六十三〇

十四三二一　七二十　六

〇〇〇一一四四十二四一二

十一四四十二四一二

〇〇〇　〇〇　〇

得少二。即少二眞數之數。蓋四千六百三十六以六十一除之得七十六。即七十二多六少二也。

數理精蘊下編卷三十二

末部二

借根方比例

開諸乘方法

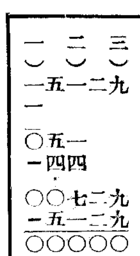
借根方比例法中。開各乘方爲最要。其算線部借根。算面部借平方。算體部借立方以及多乘方。雖各按其類。然有法屬線類。而仍須諸乘方算者。故諸乘方之法宜審也。蓋諸乘方之形體不同。開法之難易迥別。總以廉法之多少而分。平方之廉最少。故最易。立方之廉較多。故較難。自三乘以至多乘。其廉愈多則其法愈難。今自平方以至九乘方俱專立一法。在平方立方所省不多。而三乘方以後則甚爲簡捷。至於諸乘方中亦有可以用平方立方之法代開者。如三乘方與平方自乘之數等。故可以平方兩次開之。五乘方與平方自乘再乘之數等。亦與立方自乘之數等。故可以平方開之。繼以立方開之。七乘方與平方兩次自乘之數等。故可以平方三次開之。八乘方與立方自乘再乘之數等。故可以立方兩次開之。九乘方與四乘方自乘之數等。故可以平方開之。繼以四乘方開之。惟四乘方及六乘方與平方立方之數皆不相合。故不可以平方立方之法代開也。又諸乘方次商之數最難定。今自立方至九乘方。俱爲立根數兩位之表。若根數兩位者。以積數檢表卽得。更爲便捷。至於十乘方以後。並可以此法御之。但其數繁衍

而無所用。茲故不載焉。

平方

設如有平方積一萬五千一百二十九尺開平方。問每一根之數幾何。

法列方積一萬五千一百二十九尺自末位起算每方積二位定方根一位。故隔一位作記。乃於九尺上定單位。一百尺上定十位。一萬尺上定百位。其一萬尺爲初商積。與一百自乘之數相合。即定初商爲一百尺。書於方積一萬尺之上。而以初商一百尺自乘之一萬尺書於初商積之下。相減恰盡。爰以方根第二位積五千一百尺續書於後爲次商廉隅之共積。而以初商之一百尺倍之得二百尺。爲次商廉法以除次商積。足二十倍。即定次商爲二十尺。書於方積一百尺之上。合初商共一百二十尺。自乘得一萬四千四百尺與原積相減餘七百尺。爰以方根第三位積二十九尺續書於後共七百二十九尺。爲三商廉隅之共積。而以初商次商之一百二十尺倍之得二百四十尺。爲三商廉法以除三商積。足三倍。即定三商爲三尺。書於方積九尺之上。合初商次商共一百二十三尺。自乘得一萬五千一百二十九尺。與原積相減恰盡。是開得一百二十三尺爲平方每一根之數也。此法止用廉法除餘積得次商。即併初商數自乘得數。復與原積相減。與常法不同。然自三乘方以至多乘方則廉法條例甚繁難於布算。用此法甚爲省便。在平方立方不覺其省。平方止省小隅一層。立方止省長廉小隅二層。而在多乘方所省實多。蓋各設一例以備體也。



立方

設如有立方積四千一百零六萬三千六百二十五尺．開立方．問每一根之數幾何．

法列方積四千一百零六萬三千六百二十五尺．自末位起算．每方積三位定方根一位．故隔二位作記．乃於五尺上定單位．三千尺上定十位．一百萬尺上定百位．其四千一百萬尺爲初商積．與三百自乘再乘之數相準．卽定初商爲三百尺．書於方積一百萬尺之上．而以三百尺自乘再乘之二千七百萬尺．書於初商積之下．相減餘一千四百萬尺．爰以方根第二位餘積六萬三千尺續書於後．共一千四百零六萬三千尺．爲次商廉隅之共積．而以初商之三百尺自乘得九萬尺．三因之．得二十七萬尺．爲次商廉法．以除次商積．足四十倍．卽定次商爲四十尺．書於方積三千尺之上．合初商共三百四十尺．自乘再乘得三千九百三十萬四千尺．與原積相減．餘一百七十五萬九千尺．爰以方邊第三位餘積六百二十五尺續書於後．共一百七十五萬九千六百二十五尺．爲三商廉隅之共積．而以初商次商之三百四十尺自乘．得一十一萬五千六百尺．三因之．得三十四萬六千八百尺．爲三商廉法．以除三商積．足五倍．卽定三商爲五尺．書於方積五尺之上．合初商次商共三百四十五尺．自乘再乘．得四千一百零六萬三千六百二十五尺．與原積相減恰盡．是開得三百四十五尺爲立方每一根之數也．

三　　四　　五
︶　　︶　　︶
四一〇六三六二五
二七
一四〇六三
三九三〇四
〇一七五九六二五
四一〇六三六二五
〇〇〇〇〇〇〇〇

又用表開法．列積四千一百零六萬三千六百二十五尺．自末位起算．隔二位作記．定位同前．乃截方根

第二位以前積四一〇六三爲初商次商之積。於表中取比此數相近略小之數。爲三九三〇四。即初商次商自乘再乘之數。其所對初商根爲三。次商根爲四。即將三四書於初商次商之位。而以三九三〇四。書於初商次商積之下相減餘一七五九。乃以三九三〇四格內三商廉法三四六除餘積一七五九。足五倍。即定三商爲五。書於三商之位。合初商次商共三百四十五。自乘再乘得四千一百零六萬三千六百二十五尺。與原積相減恰盡。即定立方根爲三百四十五尺也。

三　四　五
四一〇六三六二五
三九三〇四
〇一七五九
四一〇六三六二五
〇〇〇〇〇〇〇〇

三乘方

設如有三乘方積一千零三十三億五千五百一十七萬七千一百二十一尺開三乘方問每一根之數幾何。

法列方積一千零三十三億五千五百一十七萬七千一百二十一尺。自末位起算每方積四位定方根一位。故隔三位作記。乃於一尺上定單位。七萬尺上定十位。三億尺上定百位。其一千零三十三億尺爲初商積。與五百乘三次之數相準。即定初商爲五百尺。書於方積三億尺之上而以五百尺乘三次之六百二十五億尺。書於初商積之下。相減餘四百零八億尺。爰以方根第二位積五千五百一十七萬尺續書於後。共四百零八億五千五百一十七萬尺。爲次商廉隅之共積。而以初商之五百尺乘二

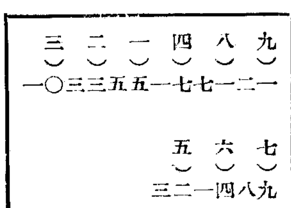
五　六　七
一〇三三五五一七七一二一
六二五
〇四〇八五五一七
九八三四四九六
〇〇五〇一〇二一七一二一
一〇三三五五一七七一二一
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

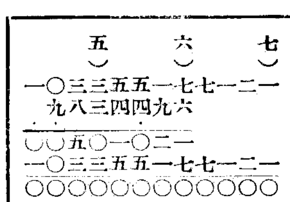
次得一億二千五百萬尺。四因之。得五億尺。爲次商廉法。以除次商積。足八十倍。因定次商爲八十尺。合初商共五百八十尺。乘三次得一千一百三十一億六千四百九十六萬尺。大於原積。是次商不可商八也。乃改商七爲七十尺。合初商共五百七十尺。乘三次得一千零五十五億六千零一萬尺。仍大於原積。是次商不可商七也。又改商六爲六十尺。合初商共五百六十尺。乘三次得九百八十三億四千四百九十六萬尺。小於原積可減也。乃定次商爲六十尺。書於方積七萬尺之上。而以五百六十尺乘三次之九百八十三億四千四百九十六尺。與原積相減。餘五十億一千零二十一萬尺。爰以方根第三位積七千一百二十一尺續書於後。共五十億一千零二十一萬七千一百二十一尺。爲三商廉隅之共積。而以初商次商之五百六十尺乘二次。得一億七千五百六十一萬六千尺。四因之。得七億零二百四十六萬四千尺。爲三商廉法。以除三商積。足七倍。卽定三商爲七尺。書於方積一尺之上。合初商次商共五百六十七尺。乘三次得一千零三十三億五千五百一十七萬七千一百二十一尺。與原積相減恰盡。是開得五百六十七尺。爲三乘方每一根之數也。蓋三乘方之本法。有四自乘再乘廉。六自乘廉。四長廉。一小隅。既得初商。乃以初商自乘再乘。四因之。得四自乘再乘廉爲法。除餘積得次商。以初商自乘與次商相乘。六因之。爲六自乘廉。以次商自乘與初商相乘。四因之。爲四長廉。以次商自乘再乘。爲一小隅。合四自乘再乘廉。六自乘廉。四長廉。一小隅。以次商乘之。爲次商廉隅之共積。今此法得次商之後。合初商乘三次。卽得應減之積也。

又法。用開平方法兩次開之。初以原積一千零三十三億五千五百一十七萬七千一百二十一尺開平

方。得三十二萬一千四百八十九尺。次以三十二萬一千四百八十九尺復開平方得五百六十七尺。即三乘方每一根之數也。

又用表開法。列積一千零三十三億五千五百一十七萬七千一百二十一尺。自末位起算。隔三位作記。定位同前。乃截方根第二位以前積一〇三三五五一七為初商次商之積。於表中取比此數相近略小之數為九八三四四九六。卽初商次商乘三次之數其所對初商根為五。次商根為六。卽將五六書於初商次商之位。而以九八三四四九六。書於初商次商積之下。相減餘五〇一〇二一。乃以九八三四四九六格內三商廉法七〇二四六。除餘積五〇一〇二一。足七倍。卽定三商為七。書於三商之位。合初商次商共五百六十七乘三次得一千零三十三億五千五百一十七萬七千一百二十一尺。與原積相減恰盡。卽定三乘方根為五百六十七尺也。





四乘方

設如有四乘方積二百六十二兆零三十五億四千九百九十七萬八千一百二十五尺開四乘方。問每一根之數幾何。

法列方積二百六十二兆零三十五億四千九百九十七萬八千一百二十五尺。自末位起算。每方積五

位。定方根一位。故隔四位作記。乃於五尺上定單位。九十萬尺上定十位。空百億尺上定百位。其二百六十二兆尺爲初商積。與七百乘四次之數相準。即定初商爲七百尺。書於方積空百億尺之上。而以七百尺乘四次之一百六十八兆零七百億尺。書於初商積之下。相減餘九十三兆九千三百億尺。爰以方根第二位餘積三十五億四千九百九十萬尺續書於後。共九十三兆九千三百三十五億四千九百九十萬尺。爲次商廉隅之共積。而以初商之七百尺乘三次得二千四百零一億尺。五因之得一兆二千零五億尺。爲次商廉法。以除次商積。足七十倍。因定次商爲七十尺。合初商共七百七十尺。乘四次得二百七十兆六千七百八十四億一千五百七十萬尺。大於原積。是次商不可商七也。乃改商六爲六十尺。合初商共七百六十尺。乘四次得二百五十三兆五千五百二十五億三千七百六十萬尺。小於原積可減也。乃定次商爲六十尺。書於方積九十萬尺之上。而以七百六十尺乘四次之二百五十三兆五千五百二十五億三千七百六十萬尺與原積相減。餘八兆四千五百一十億一千二百三十萬尺。爰以方根第三十餘積七萬八千一百二十五尺續書於後。共八兆四千五百一十億一千二百三十七萬八千一百二十五尺。爲三商廉隅之共積。而以初商次商之七百六十尺。乘三次得三千三百三十六億二千一百七十六萬尺。五因之得一兆六千六百八十一億零八百八十萬尺。爲三商廉法。以除三商積。足五倍。即定三商爲五尺。書於方積五尺之

七　六　五

二六二〇〇三五四九九七八一二五
一六八〇七

〇九三九三三五四九九
二五三五五二五三七六

〇〇八四五一〇一二三七八一二五
二六二〇〇三五四九九七八一二五
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

上合初商次商共七百六十五尺．乘四次得二百六十二兆零三千五億四千九百九十七萬八千一百二十五尺．與原積相減恰盡．是開得七百六十五尺爲四乘方每一根之數也．蓋四乘方之本法有五三乘廉．十自乘再乘廉．十自乘廉．五長廉．一小隅．既得初商．乃以初商乘三次．五因之得五三乘廉爲法．除餘積得次商．以初商自乘再乘與次商相乘．十因之爲十自乘再乘廉．以初商自乘次商自乘兩數相乘．十因之爲十自乘廉．以次商自乘再乘與初商相乘．五因之爲五長廉．以次商數乘三次爲一小隅．合五三乘廉．十自乘再乘廉．十自乘廉．五長廉．一小隅．以次商乘之爲次商廉隅之共積．今此法得次商之後．合初商乘四次．卽得應減之積也．

又用表開法．列積二百六十二兆零三十五億四千九百九十七萬八千一百二十五尺．自末位起算．隔四位作記．定位同前．乃截方根第二位以前積二六二〇〇三五四九九．爲初商次商之積．於表中取比此數相近略小之數爲二五三五五二五三七六．卽初商次商乘四次之數．其所對初商根爲七．次商根爲六．卽將七六書於初商次商之位．而以二五三五五二五三七六書於初商次商積之下．相減餘八四五一〇一二三．乃以二五三五五二五三七六格內三商廉法一六六八一〇八八．除餘積八四五一〇一二三．足五倍．卽定三商爲五．書於三商之位．合初商次商共七百六十五尺．乘四次得二百六十二兆零三十五億四千九百九十七萬八千一百二十五尺．與原積相減恰盡．卽定四乘

七　六　五

二六二〇〇三五四九九七八一二五
二五三五五二五三七六
〇〇八四五一〇一二三
二六二〇〇三五四九九七八一二五
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

方根爲七百六十五尺也。

五乘方

設如有五乘方積八十五京九千零六十八兆三千零一十億二千五百三十九萬零六百二十五尺開五乘方問每一根之數幾何。

法列方積八十五京九千零六十八兆三千零一十億二千五百三十九萬零六百二十五尺自末位起算。每方積六位。定方根一位。故隔五位作記。乃於五尺上定單位。五百萬尺上定十位。八兆尺上定百位。其八十五京九千零六十八兆尺爲初商積。與九百乘五次之數相準。即定初商爲九百尺。書於方積八兆尺之上。而以九百尺乘五次之五十三京一千四百四十一尺。書於初商積之下。相減餘三十二京七千六百二十七兆尺。爰以方根第二位積三千零一十億二千五百萬尺續書於後。共三十二京七千六百二十七兆三千零一十億二千五百萬尺。爲次商廉隅之共積。而以初商之九百尺乘四次得五百九十兆四千九百億尺。六因之。得三千五百四十二兆九千四百億尺。爲次商廉法。以除次商積。足八十倍。因定次商爲八十尺。按法根乘。大於原積。乃改商七十尺。書於方積五百萬尺之上。合初商共九百七十尺。乘五次得八十三京二千九百七十二兆零四十九億二千九百萬尺。

九　　七　　五

八五九〇六八三〇一〇二五三九〇六二五

五三一四四一

三二七六二七三〇一〇二五

八三二九七二〇〇四九二九

〇二六〇九六二九六〇九六三九〇六二五

八五九〇六八三〇一〇二五三九〇六二五

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

與原積相減。餘二京六千零九十六兆二千九百六十億九千六百萬尺。爰以方根第三位積三十九萬零六百二十五尺續書於後。共二京六千零九十六兆二千九百六十億九千六百三十九萬零六百二十五尺。爲三商廉隅之共積。而以初商次商之九百七十尺乘四次得八百五十八兆七千三百四十億二千五百七十萬尺。六因之得五千一百五十二兆四千零四十一億五千四百二十萬尺。爲三商廉法以除三商積。足五倍。即定三商爲五尺。書於方積五尺之上。合初商次商共九百七十五尺。乘五次得八十五京九千零六十八兆三千零一十億二千五百三十九萬零六百二十五尺。與原積相減恰盡。是開得九百七十五尺爲五乘方每一根之數也。蓋五乘方之本法有六四乘廉。十五三乘廉。二十自乘再乘廉。十五自乘廉。六長廉。一小隅。既得初商。乃以初商乘四次。六因之得六四乘廉爲法。除餘積得次商。以初商乘三次與次商相乘。十五乘之爲十五三乘廉。以初商自乘再乘次商自乘兩數相乘。二十乘之爲二十自乘再乘廉。以初商自乘次商自乘再乘兩數相乘。十五乘之爲十五自乘廉。以次商乘三次與初商相乘。六因之爲六長廉。以次商乘四次爲一小隅。合六四乘廉十五三乘廉二十自乘再乘廉十五自乘廉六長廉一小隅。以次商乘之爲次商廉隅之共積。今此法得次商之後。合初商乘五次即得應減之積也。

又法。用開平方開立方法開之。初以原積八十五京九千零六十八兆三千零

九　二　六　八　五　九　三　七　五

八五九〇六八三〇一〇二五三九〇六二五

九　七　五

九二六八五九三七五

一十億二千五百三十九萬零六百二十五尺開平方得九億二千六百八十五萬九千三百七十五尺。又以九億二千六百八十五萬九千三百七十五尺開立方得九百七十五尺。即五乘方每一根之數也。

又用表開法。列積八十五京九千零六十八兆三千零一十億二千五百三十九萬零六百二十五尺。自末位起算。隔五位作記。定位同前。乃截方根第二位以前積八五九〇六八三〇一〇二五。爲初商次商之積。於表中取比此數相近略小之數。爲八三二九七二〇〇四九二九。即初商次商乘五次之數。其所對初商根爲九。次商根爲七。即將九七書於初商次商之位。而以八三二九七二〇〇四九二九。書於初商次商積之下。相減餘二六〇九六二九六〇九六。乃以八三二九七二〇〇四九二九格內三商廉法五一五二四〇四一五四除餘積二六〇九六二九六〇九六。足五倍。即定三商爲五。書於三商之位。合初商次商共九百七十五。乘五次得八十五京九千零六十八兆三千零一十億二千五百三十九萬零六百二十五尺。與原積相減恰盡。即定五乘方根爲九百七十五尺也。

九　　七　　五

八五九〇六八三〇一〇二五三九〇六二五
八三二九七二〇〇四九二九
〇二六〇九六二九六〇九六
八五九〇六八三〇一〇二五三九〇六二五
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

六乘方

設如有六乘方積三垓二千五百八十九京四千五百九十九兆二千五百二十三億九千五百九十萬零九百二十八尺。開六乘方。問每一根之數幾何。

法列方積三垓二千五百八十九京四千五百九十九兆二千五百二十三億九千五百九十萬零九百二十八尺。自末位起算。每方積七位定方根一位。故隔六位作記。乃於八尺上定單位。九千萬尺上定十位。五百兆尺上定百位。其三垓二千五百八十九京四千五百兆尺爲初商積與八百乘六次之數相準。卽定初商爲八百尺。書於方積五百兆尺之上。而以八百尺乘六次之二垓零九百七十一京五千二百兆尺。書於初商積之下。相減餘一垓一千六百一十七京九千三百兆尺。爰以方根第二位積九十九兆二千五百二十三億九千萬尺續書於後。共一垓一千六百一十七京九千三百九十九兆二千五百二十三億九千萬尺。爲次商廉隅之共積。而以初商之八百尺乘五次得二十六京二千一百四十四兆尺。七因之得一百八十三京五千零八兆尺。爲次商廉法。以除次商積。足六十倍。因定次商爲六十尺。按法相乘。大於原積。乃改商五十尺。書於方積九千萬尺之上。合初商共八百五十尺。乘六次得三垓二千零五十七京七千零八十八兆二千八百一十二億五千萬尺。與原積相減。餘五百三十一京七千五百一十兆九千七百一十一億四千萬尺。爰以方根第三位積乃百九十萬零九百二十八尺續書於後。共五百三十一京七千五百一十兆九千七百一十一億四千五百九十萬零九百二十八尺。爲三商廉隅之共積。而以初商次商之八百五十尺。乘五

八）　五）　二）
三二五八九四五九九二五二三九五九〇〇九二八
二〇九七一五二
一一六一七九三九九二五二三九
三二〇五七七〇八八二八一二五
〇〇五三一七五一〇九七一一四五九〇〇九二八
三二五八九四五九九二五二三九五九〇〇九二八
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

次得三十七京七千一百四十九兆五千一百五十六億二千五百萬尺。七因之得二百六十四京零四十六兆六千零九十三億七千五百萬尺。爲三商廉法以除三商積足二倍即定三商爲二尺書於方積八尺之上合初商次商共八百五十二尺乘六次得三垓二千五百八十九京四千五百九十九兆二千五百二十三億九千五百九十萬零九百二十八尺與原積相減恰盡是開得八百五十二尺爲六乘方每一根之數也蓋六乘方之本法有七五乘廉。二十一四乘廉。三十五三乘廉。三十五自乘再乘廉。二十一自乘廉。七長廉。一小隅。既得初商即以初商乘五次七因之得七五乘廉爲法除餘積得次商以初商乘四次與次商相乘二十一乘之爲二十一四乘廉。以初商乘三次次商自乘兩數相乘。三十五乘之爲三十五三乘廉。以初商自乘再乘次商自乘再乘兩數相乘。三十五乘之爲三十五自乘再乘廉。以初商自乘次商乘三次兩數相乘。二十一乘之爲二十一自乘廉。以次商乘四次與初商相乘。七因之爲七長廉。以次商乘五次爲一小隅。合七五乘廉二十一四乘廉三十五三乘廉三十五自乘再乘廉二十一自乘廉七長廉一小隅。以次商乘之爲次商廉隅之共積。今得次商之後。合初商乘六次。即得應減之積也。

又用表開法列積三垓二千五百八十九京四千五百九十九兆二千五百二十三億九千五百九十萬零九百二十八尺。自末位起算隔六位作記定位同

八　　　　五　　　　二

三二五八九四五九九二五二三九五九〇〇九二八

三二〇五七七〇八八二八一二五

〇〇五三一七五一〇九七一一四

三二五八九四五九九二五二三九五九〇〇九二八

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

前。乃截方根第二位以前積三二五八九四五九九二五二三九爲初商次商之積。於表中取比此數相近略小之數爲三二〇五七七〇八八二八一二五。即初商次商乘六次之數。其所對初商根爲八。次商根爲五。即將八五書於初商次商之位。而以三二〇五七七〇八八二八一二五。書於初商次商積之下。相減餘五三一七五一〇九七一一四。乃以三二〇五七七〇八八二八一二五格內三商廉法二六四〇〇四六六〇九三七。除餘積五三一七五一〇九七一一四。足二倍。即定三商爲二。書於三商之位。合初商次商共八百五十二尺。乘六次得三垓二千五百八十九京四千五百九十九兆二千五百二十三億九千五百九十萬零九百二十八尺。與原積相減恰盡。即定六乘方根爲八百五十二尺也。

七乘方

設如有七乘方積六百三十八垓五千一百三十二京零二百三十三兆九千三百八十三億九千零一十九萬三千一百二十一尺。開七乘方。問每一根之數幾何。

法列方積六百三十八垓五千一百三十二京零二百三十三兆九千三百八十三億九千零一十九萬三千一百二十一尺。自末位起算。每方積八位。定方根一位。故隔七位作記。乃於一尺上定單位。三億尺上定十位。二京尺上定百位。其六百三十八垓五千一百三十二京尺爲初商積。與七百乘七次之數相準。即定初商爲七百尺。書於方積二京尺之上。而以七百尺乘七次之五百七十六垓四千八百零一京尺。書於初商積之下。相減餘六十二垓零三百三十一京尺。爰以方根第二位積二百三十三兆九千三百八十三億尺續書於後。共六十二垓零三百三十一京零二百三十三兆九千三百八十三億尺爲次

商廉隅之共積。而以初商之七百尺。乘六次得八千二百三十五京四千三百兆尺。八因之得六垓五千八百八十三京四千四百兆尺。爲次商廉法以除次商積足九倍。止可商九尺。是次商爲空位也。乃書一空於方積三億尺之上而以九尺書於方積一尺之上。合初商次商共七百零九尺。乘七次得六百三十八垓五千一百三十二京零二百三十三兆九千三百八十三億九千零一十九萬三千一百二十一尺。與原積相減恰盡。是開得七百零九尺。爲七乘方每一根之數也。蓋七乘方之本法。有八六乘廉。二十八五乘廉。五十六四乘廉。七十三乘廉。五十六自乘再乘廉。二十八自乘廉。八長廉。一小隅。既得初商。乃以初商乘六次八因之得八六乘廉爲法。除餘積得次商。以初商乘五次與次商相乘。二十八乘之。爲二十八五乘廉。以初商乘四次次商自乘兩數相乘。五十六乘之。爲五十六四乘廉。以初商乘三次次商自乘再乘兩數相乘。七十乘之。爲七十三乘廉。以初商自乘再乘次商乘三次兩數相乘。五十六乘之爲五十六自乘再乘廉。以初商自乘次商乘四次兩數相乘。二十八乘之爲二十八自乘廉。以次商乘五次與初商相乘。八因之爲八長廉。以次商乘六次爲一小隅。合八六乘廉。二十八五乘廉。五十六四乘廉。七十三乘廉。五十六自乘再乘廉。二十八自乘廉。八長廉。一小隅。以次商乘之爲次商廉隅之共積。今此法得次商之後。合初商乘七次。卽得應減之積也。

七　　　　　　○　　　　　　九

六三八五一三二○二三三九三八三九○一九三一二一
五七六四八○一

○六二○三三一○二三三九三八三
六三八五一三二○二二三九三八三九○一九三一二一

○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○

又法。用開平方法三次開之。初以原積六百三十八垓五千一百三十二京零二百三十三兆九千三百八十三億九千零一十九萬三千一百二十一尺。開平方得二千五百二十六億八千八百一十八萬七千七百六十一尺。次以二千五百二十六億八千八百一十八萬七千七百六十一尺復開平方得五十萬二千六百八十一尺。又以五十萬二千六百八十一尺復開平方得七百零九尺。即七乘方每一根之數也。

又用表開法。列積六百三十八垓五千一百三十二京零二百三十三兆九千三百八十三億九千零一十九萬三千一百二十一尺。自末位起算隔七位作記。定位同前。乃截方根第二位以前積六三八五一三二〇二三三九三八三爲初商次商之積。於表中取比此數相近略小之數。爲五七六四八〇一〇〇〇〇〇〇〇〇。即初商次商乘七次之數。其所對初商根爲七。次商根爲〇。即將七〇書於初商次商之位。而以五七六四八〇一〇〇〇〇〇〇〇〇書於初

二　五　二　六　八　八　一　八　七　七　六　一
六三八五　三二〇二三三九三八三九〇　九三一二一

五　〇　二　六　八　一
二五二六八八五八七七六一

七　〇　九
五〇二六八一

七　〇　九
六三八五一三二〇二三三九三八三九〇一九三一二一
五七六四八〇一〇〇〇〇〇〇〇〇
〇六二〇三三一〇二三三九三八三
六三八五一三二〇二三三九三八三九〇一九三一二一
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

商次商積之下相減餘六二〇三三一〇二三三九三八三乃以五七六四八〇一〇〇〇〇〇〇〇〇格內三商廉法六五八八三四四〇〇〇〇〇〇除餘積六二〇三三一〇二三三九三八三是九倍卽定三商爲九書於三商之位合初商次商共七百零九尺乘七次得六百三十八垓五千一百三十二京零二百三十三兆九千三百八十三億九千零一十九萬三千一百二十一尺與原積相減恰盡卽定七乘方根爲七百零九尺也

八乘方

設如有八乘方積四千二百四十四垓三千五百八十四京九千一百八十五兆四千四百四十九億五千二百八十二萬七千三百九十二尺開八乘方問每一根之數幾何

法列方積四千二百四十四垓三千五百八十四京九千一百八十五兆四千四百四十九億五千二百八十二萬七千三百九十二尺自末位起算每方積九位定方根一位故隔八位作記乃於二尺上定單位四十億尺上定十位五百京尺上定百位其四千二百四十四垓三千五百京尺爲初商積與四百乘八次之數相準卽定初商爲四百尺書於方積五百京尺之上而以四百尺乘八次之二千六百二十一垓四千四百京尺書

四)　二)　三)

四二四四三五八四九一八五四四四九五二八二七三九二
二六二一四四

一六二二九一八四九一八五四四四
四〇六六七一三八三八四九四七二

〇一七七六四四六五三三五九七二九五二八二七三九二
四二四四三五八四九一八五四四四九五二八二七三九二

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

於初商積之下。相減餘一千六百二十二垓九千一百京尺。爰以方根第二位積八十四京九千一百八十五兆四千四百四十億尺續書於後。共一千六百二十二垓九千一百八十四京九千一百八十五兆四千四百四十億尺。爲次商廉隅之共積。而以初商之四百尺。乘七次得六垓五千五百三十六京尺。九因之得五十八垓九千八百二十四京尺。爲次商廉法以除次商積足二十倍。即定次商爲二十尺。書於方積四十億尺之上。合初商共四百二十尺。乘八次得四千零六十六垓七千一百三十八京三千八百四十九兆四千七百二十億尺。與原積相減餘一百七十七垓六千四百四十六京五千三百三十五兆九千七百二十億尺。爰以方根第三位積九億五千二百八十二萬七千二百九十二尺續書於後。共一百七十七垓六千四百四十六京五千三百三十五兆九千七百二十九億五千二百八十二萬七千二百九十二尺。爲三商廉隅之共積。而以初商次商之四百二十尺。乘七次得九垓六千八百二十六京五千一百九十九兆六千四百一十六億尺。九因之得八十七垓一千四百三十八京六千七百九十六兆七千七百四十四億尺。爲三商廉法以除三商積足二倍。即定三商爲二尺。書於方積二尺之上。合初商次商共四百二十二尺。乘八次得四千二百四十四垓三千五百八十四京九千一百八十五兆四千四百四十九億五千二百八十二萬七千二百九十二尺。與原積相減恰盡。是開得四百二十二尺。爲八乘方每一根之數也。蓋八乘方之本法有九七乘廉。三十六六乘廉。八十四五乘廉。一百二十六四乘廉。一百二十六三乘廉。八十四自乘再乘廉。三十六自乘廉九長廉。一小隅。既得初商。乃以初商乘七次九因之得九七乘廉爲法。除餘積得次商。以初商乘六次與次商相乘。三十六乘之爲三十六六乘廉。以初商

乘五次次商自乘兩數相乘。八十四乘之。爲八十四五乘廉以初商乘四次次商自乘再乘兩數相乘。一百二十六乘之。爲一百二十六四乘廉以初商乘三次次商乘三次兩數相乘。一百二十六乘之爲一百二十六三乘廉。以初商自乘再乘次商乘四次兩數相乘。八十四乘之爲八十四自乘再乘廉。以初商自乘次商乘五次兩數相乘。三十六乘之。爲三十六自乘廉。以次商乘六次與初商相乘。九因之。爲九長廉。以次商乘七次爲一小隅。合九七乘廉。三十六六乘廉。八十四五乘廉。一百二十六四乘廉。一百二十六三乘廉。八十四自乘再乘廉。三十六自乘廉。九長廉。一小隅。以次商乘之爲次商廉隅之共積。今此法得次商之後。合初商乘八次。卽得應減之積也。

又法用開立方法兩次開之。初以原積四千二百四十四垓三千五百八十四京九千一百八十五兆四千四百四十九億五千二百八十二萬七千三百九十二尺開立方得七千五百一十五萬一千四百四十八尺。次以七千五百一十五萬一千四百四十八尺復開立方。得四百二十二尺。卽八乘方每一根之數也。

又用表開法、列積四千二百四十四垓三千五百八十四京九千一百八十五兆四千四百四十九億五千二百八十二萬七千三百九十二尺。自末位起算。隔八位作記。定位同前。乃截方根第二位以前積四二四四三五八四九一八

七　五　一　五　一　四　四　八
四二四四二五八四九一八五四四四九五二八二七三九二

四　三　三
七五一五一四四八

五四四四.爲初商次商之積.於表中取比此數相近略小之數.爲四〇六六七一三八三八四九四七二.卽初商次商乘八次之數.其所對初商根爲四.次商根爲二.卽將四二書於初商次商之位.而以四〇六六七一三八三八四九四七二.書於初商次商積之下.相減餘一七七六四四六五三三五九七二.乃以四〇六六七一三八三八四九四七二格內三商廉法八七一四三八六七九六七七四.除餘積一七七六四四六五三三五九七二.足二倍.卽定三商爲二.書於三商之位.合初商次商共四百二十二尺.乘八次得四千二百四十四垓三千五百八十四京九千一百八十五兆四千四百四十九億五千二百八十二萬七千三百九十二尺.與原積相減恰盡.卽定八乘方根爲四百二十二尺也.

九乘方

設如有九乘方積八穰七千四百零六垓九千四百四十七京八千零一十四兆三千二百九十億四千七百二十二萬零二百二十四尺.開九乘方.問每一根之數幾何.

法列方積八穰七千四百零六垓九千四百四十七京八千零一十四兆三千二百九十億四千七百二十二萬零二百二十四尺.自末位起算.每方積十位定方根一位.故隔九位作記.乃於四尺上定單位.二百億尺上定十位.六垓尺上定百位.其八穰七千四百零六垓尺爲初商積與

					四									二									二
四	二	四	四	三	五	八	四	九	一	八	五	四	四	四	九	五	二	八	二	七	三	九	二
四	〇	六	六	七	一	三	八	二	八	四	九	四	七	二									
〇	一	七	七	六	四	四	六	五	三	三	五	九	七	二									
四	二	四	四	三	五	八	四	九	一	八	五	四	四	四	九	五	二	八	二	七	三	九	二
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

三百乘九次之數相準。即定初商爲三百尺。書於方積六垓尺之上。而以三百尺乘九次之五穰九千零四十九垓尺。書於初商積之下。相減餘二穰八千三百五十七垓尺。爰以方根第二位積九千四百四十七京八千零一十四兆三千二百億尺續書於後。共二穰八千三百五十七垓九千四百四十七京八千零一十四兆三千二百億尺。爲次商廉隅之共積。而以初商之三百尺。乘八次得一百九十六垓八千三百京尺。又以十因之。得一千九百六十八垓三千京尺。爲次商廉法以除次商積。足十倍。即定次商爲一十尺。書於方積二百億尺之上。合初商共三百一十尺。乘九次得八穰一千九百六十二垓八千二百八十六京九千八百零八兆零一百億尺。與原積相減。餘五千四百四十四垓一千一百六十京八千二百零六兆三千一百億尺。爰以方根第三位積九十億四千七百二十二萬零二百二十四尺續書於後。共五千四百四十四垓一千一百六十京八千二百零六兆三千一百九十億四千七百二十二萬零二百二十四尺。爲三商廉隅之共積。而以初商次商之三百一十尺。乘八次得二百六十四垓三千九百六十二京二千一百六十兆六千七百一十億尺十因之得二千六百四十三垓九千六百二十三京一千六百零六兆七千一百

三)　　　　一)　　　　三)

八七四〇六九四四七八〇一四三二九〇四七二二〇二二四
五九〇四九

二八三五七九四四七八〇一四三一
八一九六二八二八六九八〇八〇一

〇五四四四一一六〇八二〇六三一九〇四七二二〇二二四
八七四〇六九四四七八〇一四三二九〇四七二二〇二二四
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

億尺。爲三商廉法以除三商積足二倍。即定三商爲二尺。書於方積四尺之上。合初商次商共三百一十二尺。乘九次得八穰七千四百零六垓九千四百四十七京八千零一十四兆三千二百九十億四千七百二十二萬零二百二十四尺。與原積相減恰盡。是開得三百一十二尺爲九乘方每一根之數也。蓋九乘方之本法有十八乘廉。四十五七乘廉。一百二十六乘廉。二百一十五乘廉。二百五十二四乘廉。二百一十三乘廉。一百二十自乘再乘廉。四十五自乘廉。十長廉。一小隅。既得初商。乃以初商乘八次。十因之得十八乘廉爲法。除餘積得次商。以初商乘七次與次商相乘。四十五乘之爲四十五七乘廉。以初商乘六次次商自乘兩數相乘。一百二十乘之爲一百二十六乘廉。以初商乘五次次商自乘再乘兩數相乘。二百一十乘之爲二百一十五乘廉。以初商乘四次次商乘三次兩數相乘。二百五十二乘之爲二百五十二四乘廉。以初商乘三次次商乘四次兩數相乘。二百一十乘之爲二百一十三乘廉。以初商自乘再乘次商乘五次兩數相乘。一百二十乘之爲一百二十自乘再乘廉。以初商自乘次商乘六次兩數相乘。四十五乘之爲四十五自乘廉。以次商乘七次與初商相乘。十因之爲十長廉。以次商乘八次爲一小隅。合十八乘廉。四十五七乘廉。一百二十六乘廉。二百一十五乘廉。二百五十二四乘廉。二百一十三乘廉。一百二十自乘再乘廉。四十五自乘廉。十長廉。一小隅。以次商乘之爲次商廉隅之共積今此法得次商之後。合初商乘九次。即得應減之積也。

又法、用開平方開四乘方法開之。初以原積八穰七千四百零六垓九千四百四十七京八千零一十四兆三千二百九十億四千七百二十二萬零二百二十四尺開平方得二兆九千五百六十四億六千六

百五十五萬二千八百三十二尺．又以二兆九千五百六十四億六千六百五十五萬二千八百三十二尺開四乘方．得三百一十二尺．即九乘方每一根之數也．

又用表開法列積八穰七千四百零六垓九千四百四十七京八千零一十四兆三千二百九十億四千七百二十二萬零二百二十四尺．自末位起算．隔九位作記．定位同前．乃截方根第二位以前積八七四○六九四四七八○一四三二．為初商次商之積．於表中取比此數相近略小之數．為八一九六二八二八六九八○八○一．即初商次商乘九次之數．其所對初商根為三．次商根為一．即將三一書於初商次商之位．而以八一九六二八二八六九八○八○一．書於初商次商積之下．相減餘五四四四一一六○八二○六三一．乃以八一九六二八二八六九八○八○一格內三商廉法二六四三九六二二一六○六七一．除餘積五四四四一一六○八二○六三一．足二倍．即定三商為二．書於三商之位．合初商次商共三百一十二尺．

二　九　五　六　四　六　六　五　五　二　八二　三　二
八七四○六九四四七八○一四三二九○四七二二○二二四

三　一　二
二九五六四六六五五二八三二

三　一　二
八七四○六九四四七八○一四三二九○四七二二○二二四
八一九六二八二八六九八○八○一
○五四四四一一六○八二○六三一
八七四○六九四四七八○一四三二九○四七二二○二二四
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○

乘九次得八穰七千四百零六垓九千四百四十七京八千零一十四兆三千二百九十億四千七百二十二萬零二百二十四尺。與原積相減恰盡。卽定九乘方根爲三百一十二尺也。

諸乘方表

凡表上橫行所列自一至九之數。爲初商根。右直行所列自〇至九之數。爲次商根。其中每格所列細數二層。上層爲初商次商積。如立方表第一行第三格上層一七二八，卽方根一二自乘再乘之數。餘倣此。下層爲三商廉法。如立方表第一行第三格下層四三。卽三商廉法。乃以初商次商兩根一二自乘三因。截去末一位之數。蓋方根既有三位。則初商爲百。次商爲十。以一百二十自乘三因。得四三二〇〇。爲廉法除實。至三商本位止。今捷法止用次商餘積求三商。不加三商本位之積。其初商仍作十用。以十二自乘三因。得四三二。仍比次商餘積多一位。故截去末一位止用四三爲廉法除實。則法實尾位均齊。定位始無誤。餘倣此。用表之法。具見設如立方表。

	一	二
〇	一〇〇〇 三〇	八〇〇〇 一二〇
一	一三三一 三六	九二六一 一三二
二	一七二八 四三	一〇六四八 一四五
三	二一九七 五〇	一二一六七 一五八
四	二七四四 五八	一三八二四 一七二
五	三三七五 六七	一五六二五 一八七
六	四〇九六 七六	一七五七六 二〇二
七	四九一三 八六	一九六八三 二一八
八	五八三二 九七	二一九五二 二三五
九	六八五九 一〇八	二四三八九 二五二

七	六	五	四	三
三四三〇〇〇 一四七〇	二一六〇〇〇 一〇八〇	一二五〇〇〇 七五〇	六四〇〇〇 四八〇	二七〇〇〇 二七〇
三五七九一一 一五一二	二二六九八一 一一一六	一三二六五一 七八〇	六八九二一 五〇四	二九七九一 二八八
三七三二四八 一五五五	二三八三二八 一一五三	一四〇六〇八 八一一	七四〇八八 五二九	三二七六八 三〇七
三八九〇一七 一五九八	二五〇〇四七 一一九〇	一四八八七七 八四二	七九五〇七 五五四	三五九三七 三二六
四〇五二二四 一六四二	二六二一四四 一二二八	一五七四六四 八七四	八五一八四 五八〇	三九三〇四 三四六
四二一八七五 一六八七	二七四六二五 一二六七	一六六三七五 九〇七	九一一二五 六〇七	四二八七五 三六七
四三八九七六 一七三二	二八七四九六 一三〇六	一七五六一六 九四〇	九七三三六 六三四	四六六五六 三八八
四五六五三三 一七七八	三〇〇七六三 一三四六	一八五一九三 九七四	一〇三八二三 六六二	五〇六五三 四一〇
四七四五五二 一八二五	三一四四三二 一三八七	一九五一一二 一〇〇九	一一〇五九二 六九一	五四八七二 四三三
四九三〇三九 一八七二	三二八五〇九 一四一八	二〇五三七九 一〇四四	一一七六四九 七二〇	五九三一九 四五六

八	九
五一二〇〇〇 一九二〇	七二九〇〇〇 二四三〇
五三一四四一 一九六八	七五三五七一 二四八四
五五一三六八 二〇一七	七七八六八八 二五三九
五七一七八七 二〇六六	八〇四三五七 二五九四
五九二七〇四 二一一六	八三〇五八四 二六五〇
六一四一二五 二一六七	八五七三七五 二七〇七
六三六〇五六 二二一八	八八四七三六 二七六四
六五八五〇三 二二七〇	九一二六七三 二八二二
六八一四七二 二三二三	九四一一九二 二八八一
七〇四九六九 二三七六	九七〇二九九 二九四〇

三乘方表

	一	二
〇	一〇〇〇〇 四〇〇〇	一六〇〇〇〇 三二〇〇〇
一	一四六四一 五三二四	一九四四八一 三七〇四四
二	二〇七三六 六九一二	二三四二五六 四二五九二
三	二八五六一 八七八八	二七九八四一 四八六六八
四	三八四一六 一〇九七六	三三一七七六 五五二九六
五	五〇六二五 一三五〇〇	三九〇六二五 六二五〇〇
六	六五五三六 一六三八四	四五六九七六 七〇三〇四
七	八三五二一 一九六五二	五三一四四一 七八七三二
八	一〇四九七六 二三三二八	六一四六五六 八七八〇八
九	一三〇三二一 二七四三	七〇七二八一 九七五五

六	五	四	三
一二九六〇〇〇〇 八六四〇〇	六二五〇〇〇〇 五〇〇〇〇	二五六〇〇〇〇 二五六〇〇	八一〇〇〇〇 一〇八〇〇
一三八四五八四一 九〇七九二	六七六五〇〇一 五三〇六〇	二八二五七六一 二七五六八	九二三五二一 一一九一六
一四七七六三三六 九五三三一	七三一一六一六 五六二四三	三一一一六九六 二九六三五	一〇四八五七六 一三一〇七
一五七五二九六一 一〇〇〇一八	七八九〇四八一 五九五五〇	三四一八八〇一 三一八〇二	一一八五九二一 一四三七四
一六七七七二一六 一〇四八五七	八五〇三〇五六 六二九八五	三七四八〇九六 三四〇七三	一三三六三三六 一五七二一
一七八五〇六二五 一〇九八五〇	九一五〇六三五 六六五五〇	四一〇〇六二五 三六四五〇	一五〇〇六二五 一七一五〇
一八九七四七三六 一一四九九八	九八三四四九六 七〇二四六	四四七七四五六 三八九三四	一六七九六一六 八六六二
二〇一五一一二一 一二〇三〇五	一〇五五六〇〇一 七四〇七七	四八七九六八一 四一五二九	一八七四一六一 二〇二六一
二一三八一三七六 一二五七七二	一一三一六四九六 七八〇四四	五二〇八四五六 四四二三六	二〇八五一三六 二一九四八
二二六六七一二一 一三一四〇三	一二一一七三六一 八二一五〇	五七六四八〇一 四七〇五九	二三一三四四一 二三七二七

四乘方表

九	八	七
六五六一〇〇〇〇 二九一六〇〇	四〇九六〇〇〇〇 二〇四八〇〇	二四〇一〇〇〇〇 一三七二〇〇
六八五七四九六一 三〇一四二八	四三〇四六七二一 二一二五七六	三五四一一六八一 一四三一六四
七一六三九二九六 三一一四七五	四五二一二一七六 二二〇五四七	二六八七三八五六 一四九二九九
七四八〇五二〇一 三二一七四二	四七四五八三二一 二二八七一四	二八三九八二四一 一五五六〇六
七八〇七四八九六 三三二二三三	四九七八七一三六 二三七〇八一	二九九八六五七六 一六二〇八九
八一四五〇六二五 三四二九五〇	五二二〇〇六二五 二四五六五〇	三一六四〇六二五 一六八七五〇
八四九三四六五六 三五三八九四	五四七〇〇八一六 二五四四二二	三三三六二一七六 一七四五九〇
八八五二九二八一 三六五〇六九	五七二八九七六一 二六三四〇一	三五一五三〇四一 一八二六一三
九二二三六八一六 三七六四七六	五九九六九五三六 二七二五八八	三七〇一五〇五六 一八九八二〇
九六〇五九六〇一 三八八一一九	六二七四二二四一 二八一九八七	三八九五〇〇八一 一九七二一五

	一	二	三
〇	一〇〇〇〇〇 五〇〇〇	三二〇〇〇〇〇 八〇〇〇〇	二四三〇〇〇〇〇 四〇五〇〇〇
一	一六一〇五一 七三二〇	四〇八四一〇一 九七二四〇	二八六二九一五一 四六一七六〇
二	二四八八三二 一〇三六八	五一五三六三二 一一七一二八	三三五五四四三二 五二四二八八
三	三七一二九三 一四二八〇	六四三六三四三 一三九九二〇	二九一三五三九三 五九二九六〇
四	五三七八二四 一九二〇八	七九六二六二四 一六五八八八	四五四三五四二四 六六八一六八
五	七五九三七五 二五三一二	九七六五六二五 一九五三一二	五二五二一八七五 七五〇三一二
六	一〇四八五七六 三二七六八	一一八八一三七六 二二八四八八	六〇四六六一七六 八三九八〇八
七	一四一九八五七 四一七六〇	一四三四八九〇七 二六五七二〇	六九三四三九五七 九三七〇八〇
八	一八八九五六八 五二四八八	一七二一〇三六八 三〇七三二八	七九二三五一六八 一〇四二五六八
九	二四七六〇九九 六五一六〇	二〇五一一一四九 三五三六四〇	九〇二二四一九九 二一五六七二〇

四	五	六
一〇二四〇〇〇〇〇 一二八〇〇〇〇	三一二五〇〇〇〇〇 三一二五〇〇〇	七七七六〇〇〇〇〇 六四八〇〇〇〇
一一五八五六二〇一 一四一二八八〇	三四五〇二五二五一 三三八二六〇〇	八四四五九六三〇一 六九二二九二〇
一三〇六九一二三二 一五五五八四八	三八〇二〇四〇三二 三六五五八〇八	九一六一三二八三二 七三八八一六八
一四七〇〇八四四三 一七〇九四〇〇	四一八一九五四九三 三九四五二四〇	九九二四三六五四三 七八七六四八〇
一六四九一六二二四 一八七四〇四八	四五九一六五〇二四 四二五一五二八	一〇七三七四一八二四 八三八八六〇八
一八四五二八一二五 二〇五〇三一二	五〇三二八四三七五 四五七五三一二	一一六〇二九〇六二五 八九二五三一二
二〇五九六二九七六 二二三八七二八	五五〇七三一七七六 四九一七二四八	一二五二三三二五七六 九四八七三六八
二二九三四五〇〇七 二四三九八四〇	六〇一六九二〇五七 五二七八〇〇〇	一三五〇一二五一〇七 一〇〇七五五六〇
二五四八〇三九六八 二六五四二〇八	六五六三五六七六八 五六五八二四八	一四五三九三三五六八 一〇六九〇六八八
二八二四七五二四九 二八八二四〇〇	七一四九二四二九九 六〇八八六八〇	一五六四〇三一三四九 一一三三三五六〇

九	八	七
五九〇四九〇〇〇〇〇 三二八〇五〇〇〇	三二七六八〇〇〇〇〇 二〇四八〇〇〇〇	一六八〇七〇〇〇〇〇 一二〇〇五〇〇〇
六二四〇三二一四五一 二四二八七四八〇	三四八六七八四四〇一 二一五二三三六〇	一八〇四二二九三五一 一二七〇五八四〇
六五九〇八一五二三二 三五八一九六四八	三七〇七三九八四三二 二二六〇六〇八八	一九三四九一七六三二 一三四三六九二八
六九五六八八三六九三 三七四〇二六〇〇	三九三九〇四〇六四三 二三七二九一六〇	二〇七三〇七一五九三 一四一九九一二〇
七三三九〇四〇二二四 三九〇三七四四八	四一八二一一九四二四 二四八九三五六八	二二一九〇〇六六二四 一四九九三二八八
七七三七八〇九三七五 四〇七二五三一二	四四三七〇五三一二五 二六一〇〇三一二	二三七三〇四六八七五 一五八二〇三一二
八一五三七二六九七六 四二四六七三二八	四七〇四二七〇一七六 二七三五〇四〇八	二五三五五二五三七六 一六六八一〇八八
八五八七三四〇二五七 四四二六四六四〇	四九八四二〇九二〇七 二八六四四八八〇	二七〇六七八四一五七 一七五七六五二〇
九〇三九二〇七九六八 四六一一八四〇八	五二七七三一九一六八 二九九八四七六八	二八八七一七四三六八 一八五〇七五二八
九五〇九九〇〇四九九 四八〇二九八〇〇	五五八四〇五九四四九 三一三七一一二〇	三〇七七〇五六三九九 一九四七五〇四〇

五乘方表

	一	二
〇	一〇〇〇〇〇〇 六〇〇〇〇	六四〇〇〇〇〇〇 一九二〇〇〇〇
一	一七七一五六一 九六六三〇	八五七六六一二一 二四五〇四六〇
二	二九八五九八四 一四九二九九	一一三三七九九〇四 三〇九二一七九
三	四八二六八〇九 二二二七七五	一四八〇三五八八九 三八六一八〇五
四	七五二九五三六 三二二六九四	一九一一〇二九七六 四七七七五七四
五	一一三九〇六二五 四五五六二五	二四四一四〇六二五 五八五九三七五
六	一六七七七二一六 六二九一四五	三〇八九一五七七六 七一二八八二五
七	二四一三七五六九 八五一九一四	三八七四二〇四八九 八六〇九三四四
八	三四〇一二二二四 一一三三七四〇	四八一八九〇三〇四 一〇三二六二二〇
九	四七〇四五八八一 一四八五六五九	五九四八二三三二一 一二三〇六六八九

三	四
七二九〇〇〇〇〇〇 一四五八〇〇〇〇	四〇九六〇〇〇〇〇〇 六一四四〇〇〇〇
八八七五〇三六八一 一七一七七四九〇	四七五〇一〇四二四一 六九五一三七二〇
一〇七三七四一八二四 二〇一三二六五九	五四八九〇三一七四四 七八四一四七三九
一二九一四六七九六九 二三四八一二三五	六三二一三六二〇四九 八八二〇五〇六五
一五四四八〇四四一六 二七二六一二五四	七二五六三一三八五六 九八九四九七三四
一八三八二六五六二五 三一五一三一二五	八三〇三七六五六二五 一一〇七一六八七五
一二七六七八二三三六 三六二七九七〇五	九四七四二九六八九六 一二三五七七七八五
二五六五七二六四〇九 四一六〇六三七四	一〇七七九二一五三二九 一三七六〇七〇〇四
三〇一〇九三六三八四 四七五四一一〇〇	一二二二三〇五九〇四六四 一五二八八二三八〇
三五一八七四三七六一 五四一三四五一九	一三八四一二八七二〇一 一六九四八五一四九

五	六
一五六二五〇〇〇〇〇〇 一八七五〇〇〇〇〇	四六六五六〇〇〇〇〇〇 四六六五六〇〇〇〇
一七五九六二八七八〇一 二〇七〇一五一五〇	五一五二〇三七四三六一 五〇六七五七七八〇
一九七七〇六〇九六六四 二二八一二二四一九	五六八〇〇二三五五八四 五四九六七九六九九
二二一六四三六一一二九 二五〇九一七三九五	六二五二三五〇二二〇九 五九五四六一九二五
二四七九四九一一二九六 一七五四九九〇一四	六八七一九四七六七三六 六四四二四五〇九四
二七六八〇六四〇六二五 三〇一九七〇六二五	七五四一八八九〇六二五 六九六一七四三七五
三〇八四〇九七九四五六 三三〇四三九〇六五	八二六五三九五〇〇一六 七五一三九九五四五
三四二九六四四七二四九 三六一〇一五二三四	九〇四五八三八二一六九 八一〇〇七五〇六四
三八〇六八六九二五四四 三九三八一四〇六〇	九八八六七四八二六二四 八七二三六〇一四〇
四二一八〇五三三六四一 四二八九五四五七九	〇七九一八一六三〇八一 九三八四一八八〇九

八	七
二六二一四四〇〇〇〇〇〇 一九六六〇八〇〇〇〇	一一七六四九〇〇〇〇〇〇 二〇〇八四二〇〇〇〇
二八二四二九五三六四八一 二〇九二〇七〇六四〇	一二八一〇〇二八三九二 一〇八二五三七六一〇
三〇四〇〇六六七一四二四 二二二四四三九〇五九	一三九三一四〇六九五〇四 一一六〇九五〇五七九
三二六九四〇三七三三六九 二三六三四二四三八五	一五一三三四二二六二八九 一二四三八四二九五五
三五一二九八〇三一六一六 二五〇九二七一六五四	一六四二〇六四九〇一七六 一三三一四〇三九七四
三七七一四九五一五六二五 二六六二二三一八七五	一七七九七八五一五六二五 一四二二八二八一二五
四〇四五六七二三五一三六 二八二二五六二一〇五	一九二六九九九二八五七六 一五二一三一五二二五
四三三六二六二〇一〇〇九 二九九〇五二五五二四	二〇八四二二三八〇〇八九 一六二四〇七〇四九四
四六四四〇四〇八六七八四 三一六六三九一五〇〇	二二五一九九六〇〇七〇四 一七三二三〇四六二〇
四九六九八一二九〇九六一 三三五〇四三五六六九	〇四三〇八七四五五五二一 一八四六二三三八三九

六乘方表

	九	一
○	五三一四四一○○○○○○ 三五四二九四○○○○	一○○○○○○○ 七○○○○○
一	五六七八六九二五二○四一 三七四四一九二八七○	一九四八七一七一 一二四○○九二
二	六○六三五五○○一三四四 三九五四四八九一三九	三五八三一八○八 二○九○一八八
三	六四六九九○一八三四四九 四一七四一三○二一五	六二七四八五一七 三三七八七六六
四	六八九八六九七八一○五六 四四○三四二四一三四	一○五四一三五○四 五二七○六七五
五	七三五○九一八九○六二五 四六四二六八五六二五	一七○八五九三七五 七九七三四三七
六	七八二七五七七八九六九六 四八九二二三六一八五	二六八四三五四五六 一一七四四○五一
七	八三二九七二○○四九二九 五一五二四○四一五四	四一○三三八六七三 一六八九六二九八
八	八八五八四二三八○八六四 五四二三五二四七八○	六一二二二○○二二 二三八○八五五六
九	九四一四八○一四九四○一 五七○五九四○二九九	八九三八七一七三九 三二九三二一一六

二	三
一二八〇〇〇〇〇〇〇 四四八〇〇〇〇〇	二一八七〇〇〇〇〇〇〇 五一〇三〇〇〇〇〇
一八〇一〇八八五四一 六〇〇三六二八四	二七五一二六一四一一一 六二一二五二五七六
二四九四三五七八八八 七九三六五九三二	三四三五九七三八三六八 七五一六一九二七六
三四〇四八二五四四七 一〇三六二五一二二	四二六一八四四二九七七 九〇四〇二七五七八
四五八六四七一四二四 一三三七七二〇八三	五二五二三三五〇一四四 一〇八二三六三〇九一
六一〇三五一五六二五 一七〇八九八四三七	六四三三九二九六八七五 一二八六七八五九三七
八〇三一八一〇一七六 二一六二四一〇四三	七八三六四一六四〇九六 一五二三七四七六三五
一〇四六〇三五三二〇三 二七一一九四三四二	九四九三一八七七一三三 一七九六〇〇八四八六
一三四九二九二八五一二 三三七三二三二一二	一一四四一五五八二五九二 二一〇七六五五四六八
一七二四九八七六三〇九 四一六三七六三二四	一三七二三一〇〇六六七九 二四六三一二〇六三二

四	五
一六三八四〇〇〇〇〇〇〇 二八六七二〇〇〇〇〇	七八一二五〇〇〇〇〇〇〇 一〇九三七五〇〇〇〇〇
一九四七五四二七三八八一 三三二五〇七二九六八	八九七四一〇六七七八五一 一二三一七四〇一四六〇
二三〇五三九三三三二四八 三八四二三二二二二〇	一〇二八〇七一七〇二五二八 一三八三九四二六七六四
二七一八一八六一一一〇七 四四二四九五四一三四	一一七四七一一一三九八三七 一五五一五〇五二七九〇
三一九二七七八〇九六六四 五〇七九四一九六九九	一三三八九二五二〇九九八四 一七三五六四三七九〇七
三七三六六九四五三一二五 五八一二六三五九三七	一五二二四三五二三四三七五 一九三七六四四八四三七
四三五八一七六五七二一六 六六三二〇〇七八二七	一七二七〇九四八四九五三六 二一五八八六八五六一九
五〇六六二三一二〇四六三 七五四五四五〇七三〇	一九五四八九七四九三一九三 二四〇〇七五一三〇七四
五八七〇六八三四二二七二 八五六一四一三三二四	二二〇七九八四一六七五五二 二六六四八〇八四七八〇
六七八二二三〇七二八四九 九六八八九〇一〇四〇	一四八八六五一四八四八一九 二九五二六三七三五四八

六	七
二七九九三六〇〇〇〇〇〇〇 三二六五九二〇〇〇〇〇	八二三五四三〇〇〇〇〇〇〇 八二三五四三〇〇〇〇〇
三一四二七四二八三六〇二一 三六〇六四二六二〇五二	一九〇九五一二〇一五八三九一 八九六七〇一九八七四四
三五二一六一四六〇六二〇八 三九七六〇一六四九〇八	一〇〇三〇六一三〇〇四二八八 九七五一九八四八六五二
三九三八九八〇六三九一六七 四三七六六四五一五四六	一一〇四七三九八五一九〇九七 一〇五九三三九五八四〇二
四三九八〇四六五一一一〇四 四八一〇三六三三七一五	一二一五一二八〇二七三〇二四 一一四九四四五四三一二三
四九〇二二二七八九〇六二五 五二七九三二二三四三七	一三三四八三八八六七一八七五 一二四五八四九六〇九三七
五四五五一六〇七〇一〇五六 五七八五七七六五〇一一	一四六四五一九四五七一七七六 一三四八八九九五〇〇〇三
六〇六〇七一一六〇五三二三 六三三二〇八六七五一八	一六〇四八五二三二六六八五三 一四五八九五六六六〇六二
六七二二九八八八一八四二二 六九二〇七二三七八三六	一七五六五五六八八五四九一二 一五七六三九七二〇四九二
七四四六三五三二五二五八九 七五五四二七一四一五六	一九二〇三九〇八九八六一五九 一七〇一六一二一八八六四

八	九
二〇九七一五二〇〇〇〇〇〇〇 一八三五〇〇八〇〇〇〇〇	四七八二九六九〇〇〇〇〇〇〇 三七二〇〇八七〇〇〇〇〇
二二八七六七九二四五四九六一 一九七七〇〇六七五五三六	五一六七六一〇一九三五七三一 三九七五〇八四七六四二八
二四九二八五四七〇五六七六八 二一二八〇四六六九九九六	五五七八四六六〇一二三六四八 四二四四四八五〇〇九四〇
二七一三六〇五〇九八九六二七 二二八八五八二六一三五八	六〇八七〇〇八七〇六〇七五七 四五二八九三一二八四一四
二九五〇九〇三四六五五七四四 二四五九〇八六二二一三一	六四八四七七五九四一九二六四 四八二九〇八八四六七三九
三二〇五七七〇八八二八一二五 二六四〇〇四六六〇九三七	六九八三三七二九六〇九三七五 五一四五六四三二三四三七
三四七九二七八二二二一六九六 二八三一九七〇六四五九五	七五一四四七四七八一〇八一六 五四七九三〇四五二七八七
三七七二五四七九四八七七八三 三〇三五三八三四〇七〇六	八〇七九八二八四四七八一一三 五八三〇八〇四〇三四五〇
四〇八六七五五九六三六九九二 三二五〇八二八六〇七四八	八六八一二五五三三二四六七二 六二〇〇八九六六六六〇四
四四二三一三三四八九五五二九 三四七八八六九〇三六七二	九三二〇六五三四七九〇六九九 六五九〇三六一〇四五八〇

七乘方表

	一	二
○	一○○○○○○○○ 八○○○○○○	一五六○○○○○○○○ 一○二四○○○○○○○
一	二一四三五八八八一 一五五八九七三六	三七八二二八五九三六一 一四四○八七○八三二
二	四二九九八一六九六 二八六六五四四六	五四八七五八七三五三六 一九九五四八六三一○
三	八一五三七○七二一 五○○九八八一三	七八三一○九八五二八一 二七二三八六○三五七
四	一四七五七八九○五六 八四三三○八○三	一一○○七五三一四一七六 三六六九一七七一三九
五	二五六二八九○六二五 一三六六八七五○○	一五二五八七八九○六二五 四八八二八一二五○○
六	四二九四九六七二九六 二一四七四八三六四	二○八八二七○六四五七六 六四二五四四八一四○
七	六九七五七五七四四一 三二八二七○九三八	二八二四二九五三六四八一 八三六八二八二五六二
八	一一○一九九六○五七六 四八九七七六○二五	三七七八○一九九八三三六 一○七九四三四二八○九
九	一六九八三五六三○四一 七一五○九七三九一	五○○二四六四一二九六一 一三七九九九○一○四七

四	三
六五五三六〇〇〇〇〇〇〇〇 一三一〇七二〇〇〇〇〇〇	六五六一〇〇〇〇〇〇〇〇 一七四九六〇〇〇〇〇〇
七九八四九二五二二九一二一 一五五八〇三四一九一〇四	八五二八九一〇三七四四一 二二〇一〇〇九一二八八
九六八二六五一九九六四一六 一八四四三一四六六五九八	一〇九九五一一六二七七七六 二七四八七七九〇六九四
一一六八八二〇〇二七七六〇一 二一七四五四八八八八八五	一四〇六四〇八六一八二四一 三四〇九四七五四三八一
一四〇四八二二三六二五二一六 二五五四二二二四七七三一	一七八五七九三九〇四八九六 四二〇一八六八〇一一五
一六八一五一二五三九〇六二五 二九八九三五五六二五〇〇	二五一八七五三九〇六二五 五一四七一四三七五〇〇
二〇〇四七六一二二三一九三六 三四八六五四一二五七七二	二八二一一〇九九〇七四五六 六二六九一三三一二七六
二三八一一二八六六六一七六一 四〇五二九八四九六三七〇	三五一二四七九四五三九二一 七五九四五五〇一七〇六
二八一七九二八〇四二九〇五六 四六九六五四六七三八一七	四三四七七九二一三八四九六 九一五三二四六六〇七三
三三二三二九三〇五六九六〇一 五四二五七八四五八二七九	五三五二〇〇九二六〇四八一 一〇九七八四八〇五二四三

六	五
一六七九六一六〇〇〇〇〇〇〇〇 二二三九四八八〇〇〇〇〇〇	三九〇六二五〇〇〇〇〇〇〇〇 六二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一九一七〇七三一二九九七二八一 二五一四一九四二六八八一六	四五七六七九四四五七〇四〇一 七一七九二八五四二二八〇
二一八三四〇一〇五五八四八九六 二八一七二九一六八四九六六	五三四五九七二八四三一四五六 八二二四五七三六二〇二二
二四八一五五七八〇二六七五二一 三一五一一八四五一一三三三	六二二五九六九〇四一一三六一 九三九七六八九一一八六九
二八一四七四九七六七一〇六五六 三五一八四三七二〇八八八三	七二三〇一九六一三三九二三六 一〇七一一四〇一六七九八七
三一八六四四八一二八九〇六二五 三九二一七八二三一二五〇〇	八三七三三九三七八九〇六二五 一二一七九四八一八七五〇〇
三六〇〇四〇六〇六二六九六九六 四三六四一二八五六〇八四四	九六七一七三一一五七四〇一六 一三八一六七五八七九六二八
四〇六〇六七六七七五五六六四一 四八四八五六九二八四二五八	一一一四二九一五七一一二〇〇一 一五六三九一七九九四五五四
四五七一六三二三九六五三三七六 五三七八三九一〇五四七四五	一二八〇六三〇八一七一八〇一六 一七六六三八七三三四〇四一
五一三七九八三七四四二八六四一 五九五七〇八二六〇二七〇一	一四六八三〇四三七六〇四三二一 一九九〇九二一一八七八五五

七
五七六四八〇一〇〇〇〇〇〇〇〇〇 六五八八三四四〇〇〇〇〇〇〇
六四五七五三五三一二四五七六一 七二七六〇九六一二六七一二
七二二二〇四一三六三〇八七三六 八〇二四四九〇四〇三四三〇
八〇六四六〇〇九一八九四〇八一 八八三七九一八八一五二七七
八九九一九四七四〇二〇三七七六 九七二一四二四二一八四一九
一〇〇一一二九一五〇三九〇六二五 一〇六七八七一〇九三七五〇〇
一一一三〇三四七八七四五四九七六 一一七一六一五五六五七四二〇
一二三五七三六二九一五四七六八一 一二八三八八一八六一三四八二
一三七〇一一四三七〇六八三一三六 一四〇五二四五五〇八三九二九
一五一七一〇八八〇九九〇六五六一 一五三六三一二七一八八九二七

八
一六七七七二一六〇〇〇〇〇〇〇〇 一六七七七二一六〇〇〇〇〇〇
一八五三〇二〇一八八八五一八四一 一八二〇一四三三九六三九六八
二〇四四一四〇八五八六五四九七六 一九九四二八三七六四五四一四
二二五二二九二二三二一三九〇四一 二一七〇八八四〇七九一七〇一
二四七八七五八九一一〇八二四九六 二三六〇七二二七七二四五九五
二七二四九〇五二五〇三九〇六二五 二五六四六一六七〇六二五〇〇
二九九二一七九二七一〇六五八五六 二七八三四二二五七七七三五六
三二八二一一六七一五四三七一二一 三〇一八〇三八三五九〇二二六
三五九六三四五二四八〇五五二九六 三三六九四〇四七七〇九五九三
三九三六五八八八〇五七〇二〇八一 三五三八五〇六七九一六四二三

九
四三〇四六七二一〇〇〇〇〇〇〇〇 三八二六三七五二〇〇〇〇〇〇
四七〇二五二五二七六一五一五二一 四一三四〇八八一五四八五八四
五一三二一八八七三一三七五六一六 四四六二七七二八〇九八九一八
五五九五八一八〇九六六五〇四〇一 四八一三六〇六九六四八六〇五
六〇九五六八九三八五四一〇八一六 五一八七八二〇七五三五四一一
六六三四二〇四三一二八九〇六二五 五五八六六九八三六八七五〇〇
七二一三八九五七八九八三八三三六 六〇一一五七九八二四八六五二
七八三七四三三五九四二七六九六一 六四六三八六二七五八二四九〇
八五〇七六三〇二二五八一七八五六 六九四五〇〇四二六五九七三七
九七二七四四六九四四二七九二〇一 七四五六五二二七八三二五五九

八乘方表

	一	二
○	一○○○○○○○○○ 九○○○○○○○○	五二○○○○○○○○○ 二三○四○○○○○○○
一	二三五七九四七六九一 一九二九二二九九二	七九四二八○○四六五八一 三四○四○五七三四二四
二	五一五九七八○三五二 三八六九八三五二六	一二○七二六九二一七七九二 四九三八八二八六一八二
三	一○六○四四九九三七三 七三四一五七六四八	一八○一一五二六六一四六三 七○四七九八八六七五二
四	二○六六一○四六七八四 一三二八二一○一五○	二六四一八○七五四○二二四 九九○六七七八○七五八
五	三八四四三三五九三七五 二三○六六○一五六二	三八一四六九七二六五六二五 一三七三二九一○一五六二
六	六八七一九四七六七三六 三八六五四七○五六六	五四二九五○三六七八九七六 一八七九四四三五八一一八
七	一一八五八七八七六四九七 六二七八二八一六九六	七六二五五九七四八四九八七 二五四一八六五八二八三二
八	一九八三五九二九○三六八 九九一七九六四五一八	一○五七八四五五九五三四○八 三四○○二一七九八五○二
九	三二二六八七六九七七七九 一五二八五二○六七三六	一四五○七一四五九七五八六九 四五○二二一七七一六六四

三	四
一九六八三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 五九〇四九〇〇〇〇〇〇〇〇	二六二一四四〇〇〇〇〇〇〇〇〇 五八九八二四〇〇〇〇〇〇〇
二六四三九六二二一六〇六七一 七六七六〇一九三三六九六	三二七三八一九三四三九三九六一 七一八六四三二七〇六二〇八
三五一八四三七二〇八八八三二 九八九五六〇四六四九九八	四〇六六七一三八三八四九四七二 八七一四三八六七九六七七四
四六四一一四八四四〇一九五三 一二六五七六七七五六四一六	三〇二五九二六一一九三六八四三 一〇五一九三八〇二四九八四〇
六〇七一六九九二七六六四六四 一六〇七二一四五一四四〇六	六一八一二一八三九五〇九五〇四 一二六四三四〇一二六二六九四
七八八一五六三八六七一八七五 二〇二六六八七八五一五六二	七五六六八〇六四二五七八一二五 一五一三三六一二八五一五六二
一〇一五五九九五六六六八四一六 二五三八九九八九一六七一〇	九二二一九〇一六二六六九〇五六 一八〇四二八五一〇〇八七四二
一二九九六一七三九七九五〇七七 三一六一二三一五〇八五二八	一一一九一三〇四七三一〇二七六七 二一四三〇一五七九九五五八四
一六五二一六一〇一二六二八四八 三九一三〇一二九二四六四六	一三五二六〇五四六〇五九四六八八 二五三六一三五二三八六一五〇
一〇八七二八三六一一五八七五九 四八二六八〇八三三四四三二	一六二八四一三五九七九一〇四四九 二九九〇九六三七五一二六四〇

五
一九五三一二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇 三五一五六二五〇〇〇〇〇〇〇
二三三四一六五一七三〇九〇四五一 四一一九一一五〇一一三三六〇
二七七九九〇五八八三六三五七一二 四八一一三七五五六七八三一〇
三二九九七六三五九一八〇二一三三 五六〇三三七二一三七〇二二四
三九〇四三〇五九一二三一三三四四 六五〇七一七六五二〇五二二二
四六〇五三六六五八三九八四三七五 七五三六〇五四四一〇一五六二
五四一六一六九四四八一四四八九六 八七〇四五五八〇四一六六一四
六三五一四六一九五五三八四〇五七 一〇〇二八六一四一四〇〇八〇〇
七四二七六五八七三九六四四九二八 一一五二五六七七三五四六二一四
八六六二九九五八一八六五四九三九 一三二一四七三九三八四三八八八

六
一〇〇七七六九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇 一五一一六五四四〇〇〇〇〇〇〇
一一六九四一四六〇九二八三四一四一 一七二五三六五八一六九七五五二
一三五三七〇八六五四六二六三五五二 一九六五〇六〇九五〇二六四〇六
一五六三三八一四一五六八五三八二三 二二三二四〇二〇二二四〇七六八
一八〇一四三九八五〇九四八一九八四 二五三三二七四七九〇三九五九〇
二〇七一一九一一八三七八九〇六二五 二八六七八〇三三一六〇一五六二
二三七六二六八〇〇一三七九九九三六 三二四〇三六五四五六四二七二六
二七二〇六五三四三九六二九四九四七 三六五四六〇九〇九八〇〇九七六
三一〇八七一〇〇二九六四二九五六八 四一一四四六九一五六八八〇三八
三五四五二〇八七八三五五七六二二九 四六二四一八五三六九八五七七六

七
四〇三五三六〇七〇〇〇〇〇〇〇〇〇 五一八八三二〇九〇〇〇〇〇〇〇
四五八四八五〇〇七一八四四九〇三一 五八一一七八一七八一一一一八四
五一九九八六九七八一四二二八九九二 六四九九八三七二二六七七八六二
五八八七一五八六七〇八二六七九一三 七二五八一四〇八二七〇四六七二
六六五四〇四一〇七七五〇七九四二四 八〇九二七五二六六一八三三九八
七五〇八四六八六二七九二九六八七五 九〇一〇一六二三五三五一五六二
八四五九〇六四三八四六五七八一七六 一〇〇一七三一三〇八七〇九四七八
九五一五一六九四四四九一七一四三七 一一一二一六二六六二三九二九一二
一〇六八六八九二〇九一三二八四六〇八 一二三三一〇二九三三六一四八二二
一一九八五一五九五九八二六一八三一九 一三六五三九七九二八九一五九〇四

八
一三四二一七七二八〇〇〇〇〇〇〇〇〇 一五〇九九四九四四〇〇〇〇〇〇〇
一五〇〇九四六三五二九六九九九一二一 一六六七七一八一六九九六六六五六
一六七六一九五五〇四〇九七〇八〇三二 一八三九七二六七七二七八九四七八
一八六九四〇二五五二六七五四〇四〇三 二〇二七〇六三〇〇八九二五一三六
二〇八二一五七四八五三〇九二九六六四 二二三〇八八三〇一九九七四二四六
二三一六一六九四六二八三二〇三一二五 二四五二四一四七二五三五一五六二
二五七三二七四一七三一一六六三六一六 二六九二九六一三四三九五九二七〇
二八五五四四一五四二四三〇二九五二七 二九五三九〇五〇四三八九三四〇八
三一六四七八三八一八二八八六六〇四八 二二三六七一〇七二三二四九七六六
三五〇三五六四〇三七〇七四八五二〇九 三五四二九二九九二五一三一八七二

九乘方表

九
三八七四二〇四八九〇〇〇〇〇〇〇〇〇 三八七四二〇四八九〇〇〇〇〇〇〇〇
四二七九二九八〇〇一二九七八八四一一 四二三二二七二七四八五五六三六八
四七二三六一三六三二八六五五六六七二 四六一八九六九八五八二三八〇五四
五二〇四一一〇八二九八八四八七二九三 五〇三六二三六二八六九八五三六〇
五七二九九四八〇二二二八六一六七〇四 五四八六一二〇四四六八六九七三四
六三〇二四九四〇九七二四六〇九三七五 五九七〇七八三八八一六〇一五六二
六九二五三三九九五八二四四八〇二五六 六四九二五〇六二一〇八五四五〇二
七六〇二三一〇五八六五四五六五二一七 七〇五三六九〇二三四九三九二六四
八三三七四七七六二一三〇一四九八八八 七六五六八六七二〇二二三六〇七〇
九一二五一七二四七四八三六四〇八九九 八三〇四七〇二二四九八五一二八〇

	一	二
〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 五一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一	二五九三七四二四六〇一 二三五七九四七六九一	一六六七九八八〇九七八二〇一 七九四二八〇〇四六五八一
二	六一九一七三六四二二四 五一五九七八〇三五二	二六五五九九二二七九一四二四 一二〇七二六九二一七七九二
三	一七七八五八四九一八四九 一〇六〇四四九九三七三	四一四二六五一一二一三六四九 一八〇一一五二六六一四六三
四	二八九二五四六五四九七六 二〇六六一〇四六七八四	六三四〇三三八〇九六五三七六 二六四一八〇七五四〇二二四
五	五七六六五〇三九〇六二五 三八四四三三五九三七五	九五三六七四三一六四〇六二五 三八一四六九七二六五六二五
六	一〇九九五一一六二七七七六 六八七一九四七六七三六	一四一一六七〇九五六五三三七六 五四二九五〇三六七八九七六
七	二〇一五九九三九〇〇四四九 一一八五八七八七六四九七	二〇五八九一一三三〇九四六四九 七六二五五九七四八四九八七
八	三五二〇四六七二二六六二四 一九八三五九二九〇三六八	二九六一九六七六六六九五四二四 一〇五七八四五五九五三四〇八
九	六一三一〇六六二五七八〇一 三二二六八七六九七七七九	四二〇七〇七二三三三〇〇二〇一 一四五〇七一四五九七五八六九

三
五九〇四九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 一九六八三〇〇〇〇〇〇〇〇〇
八一九六二八三八六九八〇八〇一 二六四三九六二二一六〇六七一
一一二五八九九九〇六八四二六二四 三五一八四三七二〇八八八三二
一五三一五七八九八五二六四四四九 四六四一一四八四四〇一九五三
二〇六四三七七七五四〇三九七七六 六〇七一六九九二七六六四六四
二七五八五四七三五三五一五六二五 七八八一五六三八六七一八七五
三六五六一五八四四〇〇六二九七六 一〇一五五九九五六六六八四一六
四八〇八五八四三七二四一七八四九 一二九九六一七三九七九五〇七七
六二七八二一一八四七九八八二二四 一六五二一六一〇一二六二八四八
八一四〇四〇六〇八五一九一六〇一 二〇八七二八三六一一五八七五九

四
一〇四八五七六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 二六二一四四〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一三四二二六五九三一〇一五二四〇一 三二七三八一九三四三九三九六一
一七〇八〇一九八一二一六七七八二四 四〇六六七一三八三八四九四七二
二一六一一四八二三一三二八四二四九 五〇二五九二六一一九三六八四二
二七一九七三六〇九三八四一八一七六 六一八一二一八三九五〇九五〇四
三四〇五〇六二八九一六〇一五六二五 七五六六八〇六四二五七八一二五
四二四二〇七四七四八二七七六五七六 九二二一九〇一六二六六九〇五六
五二五九九一三二二三五八三〇〇四九 一一一九一三〇四七三一〇二七六七
六四九二五〇六二一〇八五四五〇二四 一三五二六〇五四六〇五九四六八八
七九七九二二六六二九七六一二〇〇一 一六二八四一三五九七九一〇四四九

五
九七六五六二五○○○○○○○○○○ 一九五三一二五○○○○○○○○○
一一九○四二四二三八二七六一三○○一 二三三四一六五一七三○九○四五一
一四四五五五一○五九四九○五七○二四 二七七九九○五八八三六三五七一二
一七四八八七四七○三六五五一三○四九 三二九九七六三五九一八○二一三三
二一○八三二五一九二六四九二○五七六 三九○四三○五九一二三一三三四四
二五三二九五一六二一一九一四○六二一 四六○五三六六五八三九八四三七五
三○三三○五四八九○九六一一四一七六 五四一六一六九四四八一四四八九六
三六二○三三三三一四五六八九一二四九 六三五一四六一九五五三八四○五七
四三○八○四二○六八九九四○五八二四 七四二七六五八七三九六四四九二八
五一一一一六七五三三○○六四一四○一 八六六二九九五八一八六五四九三九

六
六〇四六六一七六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 一〇〇七七六九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇
七一三三四二九一一六六二八八二六〇一 一一六九四一四六〇九二八三四一四一
八三九二九九三六五八六八三四〇二二四 一三五三七〇八六五四六二六三五五二
九八四九三〇二九一八八一七九〇八四九 一五六三三八一四一五六八五三八二三
一五二九二一五〇四六〇六八四六九七六 一八〇一四三九八五〇九四八一九八四
一三四六二七四三三四四六二八九〇六二五 二〇七一一九一二八二七八九〇六二五
一五六八三三六八八〇九一〇七九五七七六 二三七六二六八〇〇一三七九九九三六
一八二二八三七八〇四五五一七六一四四九 二七二〇六五三四三九六二九四九四七
二一一三九二二八二〇一五七二一〇六二四 三一〇八七一〇〇二九六四二九五六八
二四四六一九四〇六〇六五四七五九八〇一 三五四五二〇八七八三五五七六二二九

七
二八二四七五二四九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 四〇三五三六〇七〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三二五五二四三五五一〇〇九八八一二〇一 四五八四八五〇〇七一八四四九〇三一
三七四三九〇六二四二六二四四八七四二四 五一九九八六九七八一四二二八九九二
四二九七六二五八二九七〇三五五七六四九 五八八七一五八六七〇八二六七九一三
四九二三九九〇三九七三五五八七七三七六 六六五四〇四一〇七七五〇七九四二四
五六三一三五一四七〇九四七二六五六二五 七五〇八四六八六二七九二九六八七五
六四二八八八八九三二三三九九四一三七六 八四五九〇六四三八四六五七八一七六
七三二六六八〇四七二五八六二〇〇六四九 九五一五一六九四四四九一七一四三七
八三三五七七五八三一二三六一九九四二四 一〇六八六八九二〇九一三二八四六〇八
九四六八二七六〇八二六二六八四七二〇一 一一九八五一五九五九八二六一八三二九

八
一〇七三七四一八二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 一三四二一七七二八〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一二一五七六六五四五九〇五六九二八八〇一 五〇〇九四六三五二九六九九九一二一
一三七四四八〇三一三三五九六〇五八六二四 一六七六一九五五〇四〇九七〇八〇三二
一五五一六〇四一一八七二〇五八五三四四九 一八六九四〇二五五二六七五四〇四〇三
一七四九〇一二二八七六五九八〇九一七七六 二〇八二一五七四八五三〇九二九六六四
一九六八七四四〇四三四〇七二二六五六二五 二三一六一六九四六二八三二〇三一二五
二二一三〇一五七八八八八〇三〇七〇九七六 二五七三二七四一七三一一六六三六一六
二四八四二三四一四一九一四三五六八八四九 二八五五四四一五四二四三〇一九五二七
二七八五〇〇九七六〇〇九四〇二一二二二四 三一六四七八三八一八二八八六六〇四八
三一一八一七一九九二九九六六一八三六〇一 三五〇三五六四〇三七〇七四八五二〇九

九
三四八六七八四四〇一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 三八七四二〇四八九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三八九四一六一一八一一八一〇七四五四〇一 四二七九二九八〇〇一二九七八八四一一
四三四二八八四五四二二三六三二一三八二四 四七二一六一三六三二八六五五六六七二
四八三九八二三〇七一七九二九三一八二四九 五二〇四一一〇八二九八八四八七二九三
五三八六一五一一四〇九四八九九七〇一七六 五七二九九四八〇二二二八六一六七〇四
五九八七三六九三九二三八三七八九〇六二五 六三〇二四九四〇九七二四六〇九三七五
六六四八三二六三五九九一五〇一〇四五七六 六九二五三三九九五八二四四八〇二五六
七三七四二四一二六八九四九二八二六〇四九 七六〇二三一〇五八六五四五六五二一七
八一七〇七二八〇六八八七五四六八九〇二四 八三三七四七七六二一二〇一四九八八八
九〇四三八二〇七五〇〇八八〇四四九〇〇一 九一三五一七二四七四八三六四〇八九九