

DIDÁCTICA MATEMÁTICA BASADA EN LA SEMIÓTICA

C O N S I D E R A C I O N E S L I N G Ü Í S T I C A S

ALEJANDRO MATURANA LORCA

CHILE – 2021

ÍNDICE

CONSIDERACIONES LINGÜÍSTICAS	3
Preguntas 1, 2, 3, 4, 5 y 6	
SEMIÓTICA Y FUNDAMENTOS LINGÜÍSTICOS	4
▪ Significado de las palabras y formación de conceptos, Lev Vygotsky	
▪ Significado de las expresiones lingüísticas, Ludwig Wittgenstein	
▪ Pragmática, Charles Morris	
▪ Estructuralismo Lingüístico, Ferdinand de Saussure	
▪ Máximas Conversacionales, Paul Grice	5
▪ Actos de Habla, Jhon Austin	
▪ Gramáticas Generativa y Transformacional, Indicadores Sintagmáticos y Modelo Estándar, Noam Chomsky	6
▪ Gramática Sistémico Funcional, Michael Halliday	8
REFLEXIÓN CONSIDERACIONES LINGÜÍSTICAS	9
BIBLIOGRAFÍA	11

CONSIDERACIONES LINGÜÍSTICAS

Antes de presentar las ideas o marco teórico que fundamentan esta Parte IV, se plantean seis preguntas sencillas que, teniendo en cuenta lo visto, invitamos a contestar, recordando que esta didáctica reconoce como premisa básica para la construcción de razonamientos, comprender lo que se escucha, lee, dice y escribe¹.

Pregunta 1. Lea la siguiente expresión:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3}$$

¿Qué juicio puede formular según su lectura?

Pregunta 2. Indique cómo leer lo envuelto en óvalo rojo:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3}$$

Pregunta 3. Indique qué rol cumplen los signos envueltos en óvalo rojo:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3}$$

Pregunta 4. Sintetice la expresión:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3}$$

Pregunta 5. Argumente gráficamente por qué se cumple la igualdad:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3} = 8$$

Pregunta 6. ¿Considera que su argumento ayuda a construir algún juicio? ¿Por qué?

¹ En caso de ser necesario, revise Parte I donde se explica qué entendemos por razonamiento y juicio.

SEMIÓTICA Y FUNDAMENTOS LINGÜÍSTICOS

Aunque hemos analizado los componentes verbales que construyen textos matemáticos y tratado de comprender la estructura de la decodificación que los relaciona de manera que tengan sentido, es necesario comprender que en su conjunto, siguen siendo expresiones lingüísticas, por lo que, para reforzar el marco teórico de esta didáctica, se recomienda que los textos matemáticos (Definición 3.1) cumplan el planteamiento de los siguientes ocho lingüistas; Lev Vygotsky, Ludwig Wittgenstein, Charles Morris, Ferdinand de Saussure, Paul Grice, Jhon Austin, Noam Chomsky y Michael Halliday.

- ♦ **Del trabajo de Lev Vygotsky** considerar dos aspectos, el primero, el significado de las palabras, que nos obliga a repensar cómo hablar para lograr que la audiencia relacione objetos y algoritmos con definiciones y procesos intelectivos, y la formación de conceptos, que nos obliga a analizar el material sensorio que se aplique para ayudar a desarrollar los constructos mentales en la audiencia que le permitan identificar y caracterizar definiciones, propiedades o algoritmos verbalizados.
- ♦ **De Ludwig Wittgenstein** considerar su significado de las expresiones lingüísticas, esto es que; "solo pueden ser identificadas en referencia a las situaciones de uso posible" [1], siendo las situaciones de uso posible a las que nos referiremos y recomendaremos siempre, aquellas que cada moderador reconozca como significativas para sus audiencias, es decir que vivencien o puedan vivenciar al conocerlas porque están contextualizadas, de manera que la notación que componga dichas expresiones pueda ser decodificada con sentido por el lector.

De esta manera, al presentar una expresión como:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3}$$

o cualquier otra, deberá haberse planificado con antelación la situación a la que hace referencia (contexto) y que además sea posible de ser representada gráficamente (Parte II, implementación didáctica).

- ♦ **Considerar la postura de Charles Morris** respecto de la pragmática, que la definió como la relación de los signos con los intérpretes. Esta didáctica construye dicha relación como frase que expresa el mismo contenido que otra, pero con diferente estructura sintáctica, y que al momento de planificar las clases se recomienda tener en cuenta al considerar no solo las verbalizaciones que se empleen para "acomodar" el lenguaje a la edad de la audiencia, sino también respecto de su cultura y formas de hablar, la que si bien podrá ser corregida cuando se refiera a equívocos relacionados a los textos que se enseñen, deberá ser respetada cuando se trate de su forma natural o social.
- ♦ **Del Estructuralismo Lingüístico de Ferdinand de Saussure** se deben considerar tres aspectos:
 - "La naturaleza del signo lingüístico, esto es que no une una cosa con un nombre sino un concepto con una imagen acústica" [2].
 - La interdependencia que propone respecto de los signos (notación)
 - Su teoría del valor lingüístico, esto es que las palabras quedan definidas por sus relaciones con las demás.

Para aclarar lo anterior, aplicaremos estos tres elementos a la expresión que hemos venido analizando:

- La estructura lingüística o frase estará referida a un contexto que supondremos geométrico.
- El contexto se referirá a conceptos, que en este caso serán rectángulos y cuadrados.
- La notación o signos para escribir, expresará lo que sucede a los elementos del concepto, pudiendo referirse a varios de ellos o a partes de varios de ellos (que se muestran a continuación en óvalos rojos).

De esta manera, tendremos:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4 \cdot 2}{2 \cdot 2} + \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 3}$$

- Contexto : Geométrico
- Concepto (s) : Rectángulos y Cuadrados
- Notación y verbalización:

• Rectángulo	{	rectángulo de largo uno y ancho cuatro	1 • 4
		rectángulo de largo uno y ancho dos	1 • 2
		rectángulo de largo uno y ancho tres	1 • 3

² Cuadrado	{	cuadrado cuyos lados tienen longitud cuatro	4 ²
		cuadrado cuyos llados tienen longitud dos	2 ²
		cuadrado cuyos lados tienen longitud tres	3 ²

___ Cantidad de que cabe en {
 a)
 b)
 c)

- cantidad de** rectángulos de largo uno y ancho dos **que caben en** un rectángulo de largo uno y ancho cuatro.
- cantidad de** cuadrados cuyos lados tienen longitud dos **que caben en** un cuadrado cuyos lados tienen longitud cuatro.
- cantidad de** rectángulos de largo uno y ancho tres **que caben en** un cuadrado cuyos lados tienen longitud tres.

Usted podrá notar que:

- ✓ la naturaleza del signo lingüístico relaciona conceptos con imágenes acústicas (• con "rectángulos", ² con "cuadrados", ___ con "cuántos caben")
- ✓ hay interdependencia de los signos (dado el objeto geométrico, se entregan sus medidas)

- ✓ los términos o palabras deben relacionarse con sentido para que la expresión tenga significado.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\text{rectángulo}_A}{\text{rectángulo}_B} + \frac{\text{cuadrado}_C}{\text{cuadrado}_D} + \frac{\text{cuadrado}_E}{\text{rectángulo}_F}$$

En este caso, rectángulos A y B, cuadrados C y D, cuadrado E con rectángulo F quedan relacionados entre sí, y a su vez, dichas relaciones se verbalizarán de manera tal, que la expresión, en su extensión, tenga sentido, quedando el término $\left[\frac{1}{2} \cdot \right]$ pendiente de análisis.

- **De Paul Grice**, aunque modificadas para nuestro interés didáctico, se deben considerar sus **máximas conversacionales** de cantidad, relevancia, modo y aceptación.

- ✓ Cantidad: en esta didáctica, se referirá al enfoque lector y su comprensión de manera gradual. Revise los conceptos de frase y tamaño de frase en Parte III.

En el ejemplo que estamos desarrollando, podrá observar que en una primera etapa se leyeron y reconocieron rectángulos y cuadrados, posteriormente se decodificó la relación entre ellos; "cantidad de rectángulos que caben en o cantidad de cuadrados de caben en", para en una tercera lectura, relacionar dichas cantidades.

- ✓ Relevancia: la relevancia tiene que ver con la importancia o interés que pueda generar la conversación que se planifique para enseñar determinados contenidos, de ahí que para esta didáctica es fundamental conocer a la audiencia, sus intereses, gustos y dificultades de aprendizaje, de manera que se sientan involucrados en cada conversación que se desarrolle.

C O N S I D E R A C I O N E S L I N G Ü Í S T I C A S

✓ Modo: tiene que ver en cómo se plantean, desarrollan y dirigen las conversaciones, recordando siempre que serán llevadas a forma escrita a través de notación específica para cada verbalización, por lo que nos ayudaremos de la Observación 2.1 (Parte II) de cómo expresarse el moderador.

Respecto de las conversaciones que planteamos en clases y que previamente han sido planificadas para cumplir con los principios de coherencia (Parte II) que permitan abordar de mejor manera un concepto, partes de un concepto, un algoritmo o cualquier materia de interés curricular, deben transcurrir de manera tal, que guiados por los tres planos particulares (Parte I), podamos identificar objetos y actos matemáticos para redactar textos matemáticos, pero además, para reconocer si cumplimos los supuestos de intención (Parte II) y la secuencia de actos noéticos (Parte I) se condicen con lo planificado, consideraremos los actos de habla locutivo (acto físico de producir una emisión), ilocutivo (intención o propósito al expresar la emisión) y perlocutivo (lo que se consigue al proferir la expresión) **de John Austin**, y que en el ejemplo desarrollado corresponde a haber pensado en cómo relacionar figuras geométricas de manera que unas queden dentro de otras.

♦ **De Noam Chomsky** se deben reconocer aspectos de sus gramáticas generativa y transformacional, indicadores sintagmáticos y su modelo estándar.

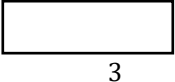

✓ De la gramática generativa, que el hablante no se limita a repetir frases que ha escuchado sino que es capaz de crear nuevas expresiones con significado en función de las necesidades que tenga, que entiende lo que otros hablan aun cuando no lo haya oído con anterioridad y que el conocimiento de los signos (notación) y sus reglas generan competencias al hablante – oyente.

En el ejemplo que venimos desarrollando, bastará con los rectángulos mostrados para que la audiencia pueda crear y entender otros, como por ejemplo:

$$6 \cdot 9 \quad 1^2 \quad 20 \cdot 9 \quad 30^2$$

✓ De la gramática transformacional, reconoceremos que el hablante conoce un número limitado de signos y reglas que le permiten crear un número infinito de oraciones, aspecto que esta didáctica aprovecha complementando la lectura y escritura, analizando propiedades de los conceptos y elementos e incorporando generalizaciones del concepto que esté tratando.

Ejemplo de complemento de lectura, escritura y análisis de propiedades:

- Dibujo de $1 \cdot 3$ 1 
- Dibujo de $3 \cdot 1$ 
- Observamos que las expresiones se refieren a un mismo rectángulo que se encuentra girado en 90° . (Revise Parte III)
- ✓ Para incorporar generalizaciones del concepto que se está tratando, esta didáctica aborda la notación de cantidades (valores) desconocidas, a modo de ejemplo:
 - a) $L \cdot 3$ rectángulo de largo desconocido y ancho tres.
 - b) $5 \cdot A$ rectángulo de largo cinco y ancho desconocido.
 - c) $L \cdot A$ rectángulo de largo y ancho desconocidos.

Observe que el orden de lectura y escritura es: centro – izquierda – derecha

Nota. La didáctica enseña a leer y escribir matemática, lo que exige seguir el orden de la decodificación que se vaya haciendo, lo que muchas veces lleva a leer de arriba hacia abajo o de otra forma como este caso.

✓ El concepto de indicadores sintagmáticos o árboles generativos de Chomsky, orientó la categorización de cualquier contenido en alguna de las siguientes categorías verbales o combinaciones de ellas²:

- L_K conjunto de interpretación de cantidades
- L_R conjunto de interpretación de referencias o características
- L_D conjunto interpretación de definiciones (conceptos)
- L_P conjunto interpretación de procesos
- L_B conjunto de interpretación de relaciones

Para el texto que venimos analizando, consideraremos:

- L_{DG2} (verbalizaciones geométricas en dos dimensiones) = { • rectángulo ; 2 cuadrado }
- L_{RN} (verbalizaciones de cantidades enteras) = { 1 la, uno; 2 dos; 3 tres; 4 cuatro }
- L_{RQ} (verbalizaciones de fracciones) = { $\frac{1}{2}$ mitad }
- L_{RV} (verbalizaciones de referencias verbales) = { • de, del; ÷ cantidad de }
- L_{DO+} (verbalizaciones operación +) = { + y, agregar }

✓ Por último, del modelo estándar de Chomsky se reconocieron sus tres componentes:

- Sintáctico : relaciones formales de los signos entre sí.
- Semántico : relaciones entre signos y objetos a los que aplican.
- Fonológico : el que se asoció a la conciencia fonológica de Saussure.

Para $\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3}$ tendremos:

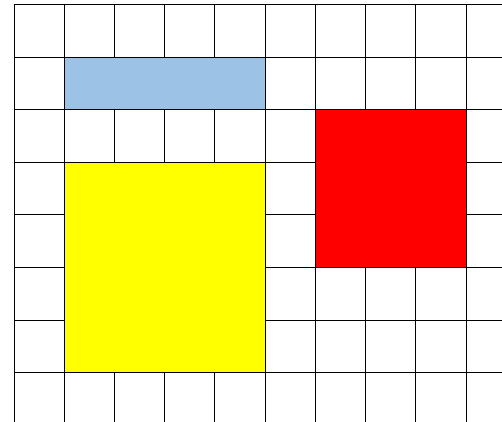
- Componente sintáctico:

parte $\cdot \frac{\text{concepto geométrico } 1}{\text{concepto geométrico } 2} + \frac{\text{concepto geométrico } 3}{\text{concepto geométrico } 4} + \frac{\text{concepto geométrico } 5}{\text{concepto geométrico } 6}$

- Componente semántico – fonológico:

Finalmente, podemos leer la expresión que venimos desarrollando: “a la mitad de la cantidad de rectángulos de lados uno y dos que caben en un rectángulo de lados uno y cuatro, agregamos la cantidad de cuadrados de lado dos que caben en un cuadrado de lado cuatro y la cantidad de rectángulos de lados uno y tres que caben en un cuadrado de lado tres”.

- Construyamos un rectángulo de lados uno y cuatro (celeste), un cuadrado de lado cuatro (amarillo) y un cuadrado de lado tres (rojo), como se muestra a continuación.

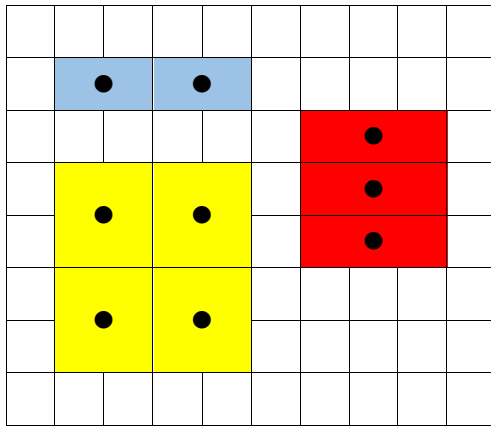


- Para cada figura de color, identificamos cuántas de las otras figuras (dadas en cada denominador de la expresión matemática) caben en su interior, preguntándonos: ¿cuántos rectángulos de lados uno y dos caben en el rectángulo celeste?, ¿cuántos cuadrados de lados dos caben en el cuadrado amarillo? y ¿cuántos rectángulos de lados uno y tres caben en el cuadrado rojo?

² En Parte III Postulados Verbales, se detallaron cada una de ellas como las combinaciones que generan.

Releyendo el texto, observamos que lo enmarcado en rojo, corresponde a una parte de la cantidad de rectángulos de lados uno y dos (enmarcados en verde) que caben en un rectángulo de lados uno y cuatro, como queda en la descripción siguiente³:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3}$$



Contando los puntos, encontramos un total de nueve, sin embargo como debemos solamente considerar la mitad de la cantidad de rectángulos de lados uno y dos que caben en el rectángulo de lados uno y cuatro (que son dos) totalizamos ocho puntos, es decir,

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4^2}{2^2} + \frac{3^2}{1 \cdot 3} = 8$$

Al iniciar este apartado se presentó un texto y se plantearon preguntas específicas respecto de sus elementos constituyentes y sentido, esto no es casual para esta didáctica porque construye el conocimiento de manera coincidente con el **modelo gramatical sistémico funcional de Michael Halliday** puesto que lleva al oyente / lector a buscar en los elementos del discurso / texto, aquellas opciones de combinaciones que le den sentido, para lo cual debe comprender cómo se encuentra estructurado en función del conocimiento que tiene de estructuras sintácticas y contextos anteriores.

³ Revise Observación 3.13 Parte II.

REFLEXIÓN CONSIDERACIONES LINGÜÍSTICAS

La presentación de este apartado se pensó como una forma expositiva en la que a través de un ejemplo se mostrara cómo la adquisición de una estructura lingüística permite interpretar textos matemáticos, sin embargo es necesario hacer algunos alcances complementarios.

1°. Del trabajo de Vigotsky se consideran el significado de las palabras y la formación de conceptos por tres motivos:

- Porque esta didáctica reconoce que la audiencia al enfrentarse a un texto matemático, bajo un proceso de alfabetización puede adquirir un pensamiento verbal y un discurso racional [3].
- Al ser la actividad didáctica una actividad social con fines específicos, la dirección del desarrollo del pensamiento que plantea el moderador “no va de lo individual a lo socializado, sino de lo social a lo individual” [4].
- Orienta al plano particular del proceso de los acuerdos (Parte I) pudiendo asistirse de mejor forma la zona de desarrollo próximo [5].

2°. Si bien de L. Wittgenstein solo se ha hecho referencia al significado de las expresiones, cabe consignar que esta consideración es suficiente porque contempla las proposiciones 2.014: “Los objetos contienen la posibilidad de todas las situaciones”, 2.0141: “La posibilidad de su aparición en estados de los asuntos es la forma de un objeto” y 2.15: “El hecho que los elementos de una representación están relacionados unos con otros de un modo determinado representa que las cosas están relacionadas unas con otras del mismo modo” de su Tractatus [6].

3°. Como no siempre quienes participan de una conversación usan los mismos términos para referirse a algo que reconocen común, es decir; “S es un signo de D para I, en la medida en que I toma en cuenta a D, en virtud de la presencia de S” [7], pudiendo ese “tomar en cuenta” ser expresado por personas distintas con palabras diferentes, es conveniente considerar la importancia del reconocimiento y uso de la paráfrasis, esto es, uno de los tres

elementos que conforman las dimensiones de Morris para la semiosis por parte del moderador.

4°. No se consideraron dos aspectos del trabajo de Grice, el primero, aquel que dice relación con la comunicación intencional que permite al moderador y su audiencia transformarla en conocimiento común, y el segundo, la crítica a su trabajo que plantea que existen culturas en donde no es posible cumplir sus máximas conversacionales, esto, porque los Tres Planos Particulares (Parte I) explican en detalle cómo construir una comunicación intencional [8] y porque, respecto de la crítica, también conocida como pragmática contrastiva [9], no tiene cabida en este texto porque quienes conversan engarzan una idea común, comprender.

5°. Quizás el lector echará de menos que no se hayan considerado los aportes de J R. Searle, continuador de Austin, como por ejemplo la agrupación de los actos de habla en tipos, siendo para el texto analizado en esta Parte, de tipo representativo [10], ni las limitaciones que Strawson señala respecto del trabajo de Austin [11] o que no se profundice en esta reflexión respecto del trabajo de N. Chomsky y de M. Halliday, esto se debe a que el objetivo de este trabajo es entregar aspectos semióticos base o fundamentales que construyen esta didáctica, los que se espera sean enriquecidos y/o modificados en el futuro por otros autores.

Por último, para entender la reflexión a la que se desea llegar, debemos complementar lo hasta aquí expuesto con el análisis del desarrollo de las funciones mentales superiores [12] que hace Vygotsky al considerar el acto de mediación y el lenguaje interior.

En efecto, el acto de mediación lo expone como resultado de interacciones socio – culturales [13] que significan al individuo conducirse y conocer de determinada manera [14], incidiendo en su atención voluntaria, en una posible modificación de sus emociones complejas, en la construcción de su memoria lógica, en la construcción y desarrollo de sus pensamientos verbales y, en la construcción y desarrollo de sus pensamientos conceptuales. A su vez, el

lenguaje interior, lo concibe como una forma de habla privada, que desempeña una función cognitiva y autorreguladora del comportamiento [15].

Este último aspecto, el habla privada o también llamado lenguaje interior es del que nos queremos ocupar, de manera que cuando decimos que esta didáctica lleva al oyente/lector a buscar en el discurso/texto aquellas opciones de combinaciones que le den sentido, nos referimos a la forma en que estructura su habla privada bajo un proceso de mediación semiótica que le permita interpretar lo que escucha y/o lee, transitando para ello por tres bases de lenguaje interior que se explican a continuación:

- Primera base : búsqueda de términos L_j
- Segunda base : análisis contextual de $\sum L_j$
- Tercera base : posible generalización de $\sum L_j$

En nuestro caso, la mediación de las categorías verbales aportan a la construcción de esta primera base que de manera simultánea se traslapa con la segunda porque se realizan conexiones que ocupan los aportes tratados en este apartado, y si la mediación ha sido efectiva, pasará a una tercera base, en donde buscará reglas sintácticas o patrones que le permitan construir generalizaciones.

BIBLIOGRAFÍA

Alonso, L. (2000). *El papel del lenguaje interior en la regulación del comportamiento*. Educere, Vol 3, num 9, junio, páginas 61 – 68. Mérida, Universidad De Los Andes, Venezuela.

[5]

Bermeosolo, J. (2016). *Psicología del lenguaje*. Santiago, Chile: Ediciones UC.

[3] página 237

[4] página 240

[7] página 75

De Saussure, F. (1945). *Cours de linguistique générale*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Losada.

[2]

Duque, M P; Packer, M. (2014). *Pensamiento y Lenguaje. El proyecto de Vygotsky para resolver la crisis de la Psicología*. Revista Tesis Psicológica. Vol. 9, núm. 2, julio-diciembre, páginas 30 – 57. Fundación Universitaria Los Libertadores Bogotá, Colombia.

Hofstetter, R; Schnewly, B. (2009). *Knowledge for teaching and knowledge to teach: two contrasting figures of New Education: Claparède and Vygotsky*. Paedagogica Historica : International Journal of the history of education. Vol 45, num. 4 – 5, pages 605 – 629. (publicado en línea 23 de Octubre)

Ivic, I. (1994). *Lev Semionovich Vygotsky (1896 – 1934)*. Perspectivas: Revista de Educación Comparada. Vol XXIV, num. 3 – 4, páginas 773 – 799. París, UNESCO:Oficina Internacional de Educación.

[12]

[13]

[14]

[15]

Pujol – Berche, M. (1994). *La pedagogía del texto: Enseñanza / aprendizaje del producto final y del proceso de producción verbal*. Revista Comunicación, Lenguaje y Educación. Vol 23, páginas 9 – 16

van Dijk, T. (2000). *El discurso como interacción social*. Barcelona, España: Editorial Gedisa.

[8] página 68

[9] página 334

[10] página 73

Vilaró, I. (2013). *Modos de significar. Una introducción temática a la filosofía del lenguaje*. Crítica – Revista hispanoamericana de Filosofía, V: 45 135. p 89 – 99.

[11]

Wittgenstein, L. (2019). *Tractatus Logico – Philosophicus*, es.wikisource.org/wiki/Tractatus_Logico – Philisophicus

[1]

[6]

C O N S I D E R A C I O N E S L I N G Ü Í S T I C A S