萬有文庫
第一集一千種
王雲五主編

戶籍統計

蘇崇禮著

商務印書館發行

萬有文庫

第一集一千種

總編纂者

王雲五

商務印書館發行

戶籍統計

蘇崇禮 著

百科小叢書

蕭吉珊先生序

戶籍調查，首重統計。我國統計學術，肇源甚古，夏禹之禹貢九州，卽斯學之發軔；史記之年表，漢書之表志尤爲其彰明較著者也。顧以後乏專家研究，尙未能達於至善之境。而晚近書坊間雖有統計書籍之流行，然戶籍統計之專書，則仍付闕如也。蘇君崇禮辦理戶籍事務有年，前曾編安徽全省戶籍第一次調查報告一書，頗爲讀者所稱許，今復本其生平之學識與經驗，著戶籍統計一書，其內容除將統計之重要原理闡發外，關於人口增減速率之計算，康健程度之推測，尤爲精密，是誠辦理戶口統計者之一參考要籍也。書成付梓，爰綴數言爲之序。

民國十九年十一月十日　蕭吉珊序

自序

戶籍調查，關係民族之盛衰，至爲重要。昔者我國未加注意，政府對於人民，任其自生自滅，鮮有調查設施之事，致受列強人口增加之壓迫，識者每引爲憾。今者訓政伊始，凡百庶政之建設，莫不以人口爲中心；故人口動靜兩態之情形，實爲訓政建設之依據。蓋濟貧，救災，弭盜，治匪等急切之問題；與夫選舉，征兵，教育，養老，育幼，以及地方自治，改良農村，調濟糧食，支配職業等等之工作；均要以此爲標準也。然戶籍調查，非用統計方法不爲功。我國籍政之所以未能發達者，統計方法幼稚爲其主因。晚近華文統計學之書，雖日見增多，而戶籍統計學一書，尚付缺如。編者有見於此，因於公餘之暇，根據歐美名著，草就此書，以獻國人，共謀籍政之發展。惟以茲事體大，且屬創舉，掛漏之處，自所難免，深望海內博雅君子，不吝教誨，俾匡不逮，則不但爲此書之榮，抑亦爲我中華民族之幸也。

蘇崇禮序於安徽民政廳戶籍處。

民國十九年七月九日

凡例

1．本書之材料，多採自金氏(W. J. King)，喻羅瑪(H. Jerome)，猶爾(Y. U. Yule)，雷格(H. O. Rugg)，費伯(G. C. Whipple)諸統計學者之名著。

2．本書注重統計方法及其應用。

3．本書之體裁，最適合於警察學校，警官學校，及區長訓練所等爲教本，以及辦理戶籍人員爲參考書。

4．本書之引例，多由編者從安徽民政廳戶籍材料上採取。

5．本書所用之符號，係用喻羅瑪統計方法(H. Jerome: Statistical Method)書中之制。

戶籍統計

目錄

第二章　統計材料之蒐集……六

第三章　表列法……三一

戶籍統計

第一章 緒論

一 戶籍統計之略史

凡百統計之由來，皆發軔於戶籍統計，而戶籍統計之起源，遠稽往古，自有國家之組織，即有之矣。考紀元前三八〇〇年，巴比倫王薩爾恭 (Sargon) 首先舉行戶口調查，其目的在徵兵征稅，以定富力之厚薄，及戰鬭力強弱。迨紀元前三〇五〇年埃及亦舉行人口統計，藉以調查人民之財富，爲建築金字塔之用。中世紀時，德王菲特列二世 (Frederick II) 及英王愛德華二世 (Edward II) 均有人口產業之調查，對於人口統計，尤爲注重。近代一七一九年威廉菲特烈 (Frederick William) 開始收集人口職業等之報告書，列爲表式每三年舉行一次；大菲特烈 (Frederick the Great) 更擴大之，益見進步。今世之人口調查，以瑞典與美國爲最先，而以美國爲最完備。美國

下議院之議員，依人口之數，以行選舉，戶口調查，載之憲法，且設立永久戶口調查局，於是調查戶口之宗旨，日愈擴大，英法及其他等國，無不倣行戶口調查，遂為近代政治之中心，其方法亦益臻完善。

我國戶口統計之法，始於夏，而備於周，禹貢載「禹平水土，定為九州，撫有民千三百五十五萬三千九百三十五人。」周禮載「司民掌登萬民之教，自生以上，書於版，辨於國中，與其都鄙，及其郊野，異其男女，歲登下其死生，及三年大比，以萬民之數詔司寇，獻之杉王，王拜受之，登於天府。」由是觀之，禹之戶口編查，在治水之後；周之戶口編查，在創國之始。迨秦漢唐宋以來，歷代均有戶口編查。及至於清，定戶部之職，曰「正天下之戶籍。」又大清律卷八「戶律」對於戶口之解釋，「衆以戶計，人以口計。」總之，徵之已往，戶籍統計，我國有之久矣，然惜其辦理不良，法制不精，且乏專家之研究，是故至今尚未能發達。

二　統計學之定義

統計學者對於統計學各有注重，故其定義亦各各不相同。按一八六九年，荷蘭海牙開第七次萬國統計會議，由葛多利（Quetelet）氏所提出之定義，竟達一百八十種之多，此可見統計學定義

之紛紜矣。茲將各國統計學家對於統計學之定義，略舉數個於下，以供學者之參考。

（一）各家之定義　巴萊(A. L. Bowley)以統計爲「計算之科學」(science of counting) 或「平均之科學」(science of average)。因統計學所用種種公式，需用高深數學，至其注重之點，則在平均，不在單獨。

猶爾 (G. U. Yule) 則謂「統計學者，卽可量之事實，受無窮原因之影響也。」

美國學者斯密斯(Mayo Smith)謂，「統計學者，社會之一部，用大數以解釋社會生活之疑問也。」

塞加利司悌(H. Secrist) 謂，「統計學之意義，爲從大量事實之現象中，按照合法的系統的枚計與估計，以求適當預定目的之作用，及闡明各個現象彼此相互之關係。」

金 (W. I. King) 氏著統計方法之原理 (Elements of Statistical Method) 一書，對於統計學之定義，較爲正確。他謂，「統計學者，乃由分析所得枚計或估計之結果，以研究自然或社會之全體現象之學也。」

(二)本書之定義　戶籍統計，卽以統計方法，應用於戶籍問題之上，其與他種統計學出入之處，卽材料之不同，及方法注重之互異。

三　統計學之效用

統計學之功用昔時只限於人口之統計，及財產之調查，然於現在之經濟社會中，其應用已日見需要，最大之原因約有三端。

(一)現爲大數之世　現今之世，量數繁巨，如人口數目，恆以千萬計算，故須用一種方法以表明之，解釋之，非憑個人之意思能作正確之表示也。

(二)爲商業上所需要　今者商務日繁，商業之政策及其管理之方，不能如昔時憑個人之智力所能決斷，故須用一種工具，然後如有標準，此種工具，卽統計是也。歐美各大公司及大工廠，皆設有統計部，不論生產，工資，進貨，發貨，物價等，莫不有精確之統計，而對於商業之計劃，尤要以統計爲根據。

(三)爲各科學所需要　統計原理，係根據於事實，故其法則，爲各科學所根據。如社會學家

或經濟學家要證明其學理，不能如理化學家在理化室內，卽可實驗，必要根據社會上已往或現在之事實，用統計方法，而證明之，或推算其將來之趨勢。例如早婚與嬰孩死亡，有無相關，必須用統計方法，始能解答。生產，消費，分配等變更之原則，亦須用統計方法，始能發見。其他如政治，教育，心理，論理，化學，物理，生物，天文，地理，及人口等學，無一不需統計方法，藉以解答種種問題。

四　戶籍統計之重要

近代文明各國，政治進化，有一日千里之勢。其原因在政治之推行，必施以科學之組織，最要者厥爲統計。一切政治無不分類調查，搜羅列舉，統計考核之，而後可以知興廢，而後可以知改良。是故有社會統計，經濟統計，教育統計，糧食統計，實業統計，以及一切統計。但諸統計之基礎，均建築於人口統計之上。是以各文明國均以人口調查爲一切政治統計之中樞也。今者訓政伊始，百廢待與，凡一切之設施，如選舉，征兵，教育，養老，育幼，濟貧，救災，弭盜，治匪，以及地方自治，改良農村之組織，調正糧食之產生，支配職業之工作，與夫移民，殖邊，墾荒等等，以人口爲根據爲標準之問題，無不要由人口調查着手，是故戶籍統計，實爲今日之第一要政。

第二章 統計材料之蒐集

統計材料之蒐集，爲統計中最重要之程序，若材料不正確，所得之結果，自無價値之可言。然材料之正確與否，則視夫調查方法之精粗與夫是否適當。故當未調查之先，應當有具體之計劃。

一 調查之計劃

在未進行調查以前，應將調查之計劃，預先規定，此種計劃，常包含下列五項：

（一）確定調查之目的　統計事業，至爲繁雜，調查者在未着手之時，應按統計之主旨，將所欲調查之目的，預先確定，然後依所定之目的進行，則調查自有標準。不然，倘進行之始，因目的未明，稍一疏忽，則將來所得之結果，必至毫無價値，茲舉例以明之。

設有人欲調查一地方工人之工資，以研究工人之生活程度，此時必須先定所欲調查之目的，爲貨幣工資(money wages)，抑爲眞實工資(real wages)，然後按所定之目的進行，方可得有價値之結果。若進行之始，目的不明，則所蒐集之材料，有爲貨幣工資，有爲眞實工資，以不同性質之材

料，而合於一處，其結果必毫無價值。由此觀之，確定調查之目的，實爲統計中最重要之程序。

（二）規定調查之範圍　當進行調查之先，對於所要調查之材料，尤須規定範圍。不然，所得之材料，性質不同，若一一統計之，比較之，則結果之荒謬，勢所難免，茲再舉一例以明之。

當美國與西班牙戰時，美人曾作一海軍軍人與紐約居民死亡數目之比較，據其報告所稱，謂海軍軍人每年死亡者僅占千分之九，而紐約居民每年死亡者反占千份之十六。於是斷言海軍軍人之生活，較諸紐約居民，更爲安穩。其結果之荒謬，於此可見。考其錯誤之原，實因範圍無有規定之故。如以兩者死亡之數，爲兩者之分子，以紐約居民之總數，爲計算紐約居民死亡率之分母；以海軍軍人之總數，爲計算海軍軍人死亡率之分母。其計算之法雖是，然紐約居民，老者，幼者，數必不少，此輩之死亡率，往往特高，而海軍軍人，則多年富力強；且未進入海軍之時，必先經過嚴格之身體檢查，加以軍隊衞生，環境清潔，染病之機，當然較少，故其死亡率自然較低，非紐約居民之生活，反不如海軍軍人之生活也。兩者之性質不同，實無比較之價值。若欲將此兩者比較，則應將年齡，及體格等之範圍規定。如由紐約中選出與海軍軍人同樣之居民，並使其受同樣嚴格之身體檢查，然後進行比

較，則其結果，必大異於前，而其價值，亦必較高也。

（三）嚴定統計之單位　在調查未開始以前，調查之目的既已確定，而統計之單位，尤須嚴格而定其意義。蓋統計爲彙數之特徵，即在其有具體之單位，若脫離統計之單位，則無意義矣。例如一千之數目字，在統計上則無意義，不能成爲一彙數之單位。蓋統計上所謂一千者，必有一具體之事實，如一千人，或一千戶，始有意義。雖然類似之事實，時有差異之程度，調查者對於統計之單位，務須審慎選擇，使所用之單位，適合統計之主旨，及統計材料之性質，方得有效之結果。

（四）選定調查之方法　調查方法之選擇，大概根據於問題之性質，準確之程度，範圍之大小，時間之長短，及經費之多寡等而定。調查者應審察情形，而採用適宜之方法，然後依法進行，始能得美滿之結果。

（五）製定調查之單表　調查單表，對於調查之結果，關係甚巨，故製造時，應特別注重。單表之樣式，表內之問題，應詳應略，統計者可根據採用之方法與問題之性質而定之。

各項計劃，既均籌備就緒，則可開始調查。至調查之方法，概括之，有二大類：一爲戶口調查，一爲

人事登記，茲順次述之如下：

二　戶口調查

（一）戶口調查之種類　最近各國所舉行之戶口調查，依其範圍之廣狹，可分爲下列三種：

a 英國式　英國式戶口調查範圍最狹，於每十年擇一定時期而循環調查關於人口上之自然的社會的經濟的等事項。至於調查項目各國廣狹不同，美國多至三十餘項，日法則不及十項；且其項目，又依時代而不同，如不具宗教等項已成爲歷史上物。而住宅，失業，社會，經濟等事項，則日見增加，此種戶口調查，於歐洲大陸諸國，多施行之。

b 德國式　德國式戶口調查，或稱爲職業及營業調查，其一八八二年，一八九五年，一九〇七年及一九二五年之四次調查，則屬此類。職業調查之內容，實與人口調查相同。不過依需要之目的異其名而已。營業調查係關於農工礦業上之企業調查其目的在調查其土地，資本，勞力及企業形式等之經營狀況。法比二國於一八九六年，奧國於一九〇二年，及瑞士於一九〇五年所舉行之調查，則屬此類。

c 美國式　美國式戶口調查，爲戶口調查中之範圍最廣者。於人口調查之外，並附加農業調查，工業調查，鑛山調查及森林調查等。因其原因之不同，以致調查票有二百數十種之多。

以上三種調查，第一英國式，係在一時僅調查一種社會現象，可稱爲單式調查。爲統計中之理想調查。蓋欲在一時而調查各種相異統計之單位，實易起不正確之現象也。第二德國式，係在一時調查二種社會現象，可稱爲複式調查。於實行上宜加注意。第三美國式係多數式調查，範圍太廣，難以應付，實有欲追數兎而不得一兎之弊。

(二)戶口調查之方法　戶口調查之方法，依調查之手續，可分爲以下二法：

a 被問人塡報法(schedules to be filled by the informants)　此項調查法，卽於調查時，先期將調查票分配於被調查者，使將所定調查目的時間內之瞬刻狀況，按項記入，而後由調查員巡迴蒐集之。

b 調查員代塡法(schedules in charge of enumerators)　此項調查法，卽於調查時，調查員巡迴自己擔任區域內，將所要調查事項，一一詢問各人或家主而代爲塡入是也。

以上兩法，因調查方法不同，而調查票式亦隨之而異。被問人塡報法，在國民教育普及之國家，則能舉行，然因各人均負其塡記之義務，又未免太煩雜。故大多數國家使社會生活上最小團體之一戶主，負其調查全責。現在社會組織日趨複雜，而調查事項亦日見增多，調查事項本身已成爲專門之物體，爲一般人所難理解。故各國統計界之輿論，漸趨調查員代塡法，蓋採用調查員代塡法，其經費雖較被問人塡報法浩大，然調查票之說明則較簡單，只要使各調查員十分明白了解已足。至被問人塡報法，則應使人人對於各調查事項，有同一理解之必要。故調查票上必須詳細說明，並於票背多舉例證，使被調查者易於明白塡寫。

調查之方法，亦得以範圍之廣狹，而分爲下列二類：

c 完全調查法 (complete investigation)　完全調查者，卽所有之事實，一一調查之，凡政府所舉行之戶口調查，均屬此法。

d 抽樣調查法 (sampling method)　抽樣調查者，卽任調查一部分，以推算其餘也。例如有人要調查某市之人口大概數目，因經費時間所限，不能全體調查，故於全市中僅調查數百千

戶，得每戶平均之人數。若至該市公安局查得全市之戶數，則可推算該市人口之多寡。我國各省自一九〇七至一九一五年之人口統計，多用此法。

（三）戶口調查之事項　戶口調查，經費既巨，而費精神與勞力尤復不少，其調查之結果，若不能表明一國人口狀態及與世界各國能相互比較之完全統計，則不足以償所失。是故國際統計協會於一九二七年在俄都開會時，議決下列五項：

a 須正確之調查。

b 須調查事實之人口。

c 須十年以內之週期。

d 須二十四點鐘以內完結調查。

e 調查事項最少有下列十二項。

1. 姓名。

2. 性別。

3. 年齡

4. 與戶主之關係。

5. 婚姻狀態。

6. 職業及地位。

7. 宗教。

8. 常用語。

9. 讀寫智識。

10. 出生地。

11. 常住地及調查之性質。

11. 盲，聾，啞，白癡，瘋癲等以及心身兩方面之不具者。

國際統計協會對於調查事項雖如此決議，但當時文明程度低於今日。國民間之生活狀態，亦無今日之複雜，故當時已感充足。及現在二十世紀時代，社會政治等各方面已大起變化。故其調查，

亦隨之而異，今將世界各國最近實施戶口調查事項，列表於下（表一）。至我國最近戶口調查事項，可由表二見之。

表一　各國戶口調查事項一覽表

事項＼國名＼年份	英國	法國	德國	意大利	西班牙	比利時	荷蘭	奧大利
年份	一九二一	一九二一	一九二五	一九二一	一九二〇	一九二〇	一九二〇	一九二〇
姓名	×	×	×	×	×	×	×	×
戶內之住地	×	×	×	×	×	×	×	
性別	×	×	×	×	×	×	×	×
年齡	×	×	×	×	×	×	×	×
婚姻狀態	×	×	×	×	×	×	×	×
職業上之地位及職業	×	×	×	×	×	×	×	×
失業		×		×				×
出生地	×	×		×	×	×	×	
人種				×				
國籍	×	×	×	×	×	×	×	×
常住地		×	×	×		×	×	
市民權				×				×
在住年限								
常用語	×		×			×		
教育		×		×		×		
宗教			×				×	
不具		×					×	
父母之有無	×							
住房	×				×	×	×	
不動產				×				
收入之用途								

瑞士	一九二〇	×	×	×	×	×	×		×		×	×			×		×	×	×			
俄國	一九二七	×		×	×	×	×	×	×	×					×	×		×				×
日本	一九二〇	×	×	×	×	×	×		×		×											
美國	一九二〇	×	×	×	×	×	×		×	×	×	×	×	×	×	×				×		
加拿大	一九二一	×	×	×	×	×	×	×	×	×			×		×	×	×			×		
巴西	一九二〇	×		×	×	×	×		×	×	×					×		×				
埃及	一九二七	×	×	×	×	×	×		×	×	×					×	×	×				
澳洲	一九二一	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×			×		×	×	×		×		
南阿	一九二一	×	×	×	×	×	×	×	×		×	×		×	×		×			×		
非律賓	一九一八	×	×	×	×	×	×		×	×	×		×		×	×	×	×		×		

（有×者表示舉行）

（四）戶口調查之問題　不論何種調查，被問或訪問之結果，均應填寫於一定的單表之內。此種單表內容之問題適當與否，對於統計之結果關係甚大。學者宜注意之。至調查問題應具之要

件，各法大概相同，茲舉其要者，述之於下。

A 說明調查之主旨　無論何種調查，其主旨及主動者——不論屬於私人，或屬於政府，——均應切實說明之，使一般被調查明其意義，庶免因懷疑而不理會或作僞報之弊。

B 調查問題應注意之點：

（a）問題之數量　問題之數量，雖應足供統計之用，然不可太多。問題太多，因時間關係，每不能使被問人一時塡答。故對於被問人塡報法之問題，宜以少爲佳。至調查員代塡法之問題，較前雖可稍詳，然須知增加問題，卽增加經費，(each additional question means additional expense)。如因經費之關係，問題之數量亦宜少。

（b）問題之形式　問題之形式，應須簡單明晰。語句宜直接，不使思索，故統計學家多主張所用之問題，能以「然」，「否」或簡單數目回答者爲佳。

（c）問題之內容——應有者：

1. 應須包含所要得之材料。

2.應有互相證實之處，以防虛僞不確之答案。如先問年齡，後問生日，以互相比較，卽可知其有無詐僞。

3.其意義及字句，應適合一般人之常識，方免發生誤會。

（d）問題之內容——不應有者：

1.不應尋根究底，以啓人之疑。

2.不應有干涉私人之意味，以啓人之怨恨。

3.不應使被調查人計算各項數目，如百分數或平均數等。

C說明標目及單位　單表內之標目及單位，應於適宜之處，附以準確之說明，方免閱者誤解。

（五）戶口調查之表式　調查表之樣式，雖千變萬化，然於原理上則可分爲三種：

（a）單記式　單記式者，卽於調查時所發出之調查表，一人一張，將各個人身上所要調查之事項，按項塡入是也。

（b）連記式　連記式者，卽於調査時所發出之調査表，一戶一張，於是卽將一戶或一家之人數，全部記入是也。

（c）混合式　倘以上二式幷用時，則稱爲混合式。現在德法比諸國則用此式，英美日諸國則用連記式。

單記式與連記式之調査法，各有得失，連記式係將一家族內之人口，依次記入各欄間生相互之關係，甚少脫漏等事。在檢査上較爲便利。但於他人（如客人工役等）之事，亦須戶主記入，易生反感誤謬等情事。單記式則一人一張，對於他人之祕密，可減少暴露。爲旅館宿舍等處所樂用，但於蒐集檢査時，則增加時間，彌覺不便，且難定戶內之系統。總之，此二種調査方法，各有得失，難判優劣。不過單記式調査時，其調査表可用小票，在經濟上時間上較有利益，但在實際上用此數千萬或數萬萬張不同文體之調査表以製表，反覺不便，且易起錯誤。連記式調査表當集於最高機關時，非重製小方片，則不能製統計表。製此數千萬或數萬萬張特種小方片，雖費金錢與人工，然一俟製造完成，則製表甚爲便利。現今世界各國，大多數係將連記式調査表上各人之事項，依特別簡單符號，用

機器移至小方片上，然後用電機製表，甚迅速正確，而且經濟。故連記式調查法，因新機器發明，而日爲各國所樂用。我國內政部最近頒布之表式（表二），亦爲連記式。然製統計表時，仍用人工，故未覺其若何之便利。

表二　戶口調查表

某省某縣市某區某街村（某巷或某里或某胡同）　　住戶門牌第　　號

事類別 別	姓名	男女別	已未嫁娶	有無子女	年齡及出生年月日	籍貫	曾否入國民黨	住居年數	職業	宗教	教育程度	廢疾	其他事項
戶主													
親屬稱謂													

同居關係

傭工關係

共計
男口
女口

內計
入國民黨者 男 女
有職業 男 女
無職業 男 女
學童 男 女
壯丁
蓄辮
纏足
口

現住 男 女
他往 男 女

信奉宗教
佛教 男 女
道教 男 女
回教 男 女
耶穌教 男 女
天主教 男 女
其他 男 女
口

廢疾 男 女
曾受刑事處分者 男 女
素行不正者 男 女
形跡可疑者 男 女
非家屬雜居者 男 女

說明

一 凡戶不分正附一家住數戶者以數戶計同父兄弟雖分爨而仍同居者以一戶計異居者以各戶計外姻或同族相依過度及友朋隻身寄居者以一戶計店舖以一招牌爲一戶無招牌者以門面計同一門面而有兩舖基係一舖東者以一戶計係兩舖東者以兩戶計前店後家如係家店同主以一戶計不同主者以兩戶計

二 凡口包男女言口數連戶主計算養子爲養父戶內之口贅壻爲女父戶內之口傭工爲雇主戶內之口相依過度者爲扶養者戶內之口友朋寄居者爲受寄者戶內之口店夥爲舖東戶內之口

三 凡戶主指同居親屬之尊長者而言兄弟同居者以兄爲戶主家無男丁或有而未成年者以婦女中最尊長者爲戶主店舖以店東爲戶主如舖東不在店掌事者以舖掌爲戶主合資店舖以掌店事之舖東爲戶主各舖東均在店內權限相等者以年長者爲戶主前店後家同一主者從其家之戶主

四 凡戶主以外人口如係戶主之宗親若母親姊妹若弟與子孫及其配偶者等均塡入親屬格內並註明稱謂

五 其餘親友人等同居者均塡入同居格內並註明關係

六 雇工人等塡入傭工格內並註明關係

七 姓名欄內均須寫姓名不得用別號戶主更不得以某堂某字號等公共名稱雜塡但婦女不便塡寫者婦人得以氏女子得以長次等字代之如係外國人或無國籍人應塡其原名並附註譯名

八 籍貫欄內本籍卽塡本籍字樣客籍須塡明原籍同省者註縣不同省者省縣並註如係外國人或無國籍人則註其本國國籍或註無國籍字樣

九 住居年數欄內應塡寫住居年數如係客籍則塡寄居年數

十 職業欄內如無職業卽塡一無字

十一　宗教欄內須將所奉宗教種類分別塡明

十二　教育程度指曾否讀書及在何種學校肄業或畢業而言

十三　廢疾欄內卽就盲啞瘋癲及其他廢疾分別塡註

十四　調查時雖値他往仍應塡註但須將所在地及事由註明於其他事項欄內

十五　曾受刑事處分素行不正形跡可疑及非家屬雜居等情事應由調查員查明塡註於其他事項欄內

十六　學童年齡應按現行小學條例改爲六歲至十二歲

十七　表末有職業與無職業之統計應就二十歲以上六十歲以下之範圍內分別計算

十八　每戶各占一頁若人口衆多之戶一頁不能塡註者得分塡數頁但須註明某戶第幾頁

表三　各國近代戶口調查時間表

國名	週期	最初採用上記週期之年份	最初舉行調查之年份	最近施行調查之年月日
歐洲				
英國	一〇	一九〇一	一八〇一	一九二一，六，二〇
伊國	一〇	一八六一	一八〇〇	一九二一，一二，一
奧大利	一〇	一八八〇	一八一八	一九二五，—
匈牙利	一〇	一八八〇	一八五六	一九二〇，一二，三一

荷蘭	一〇	一八二九	一八三〇	一九二〇，一二，三一
比利時	一〇	一八八〇	一八四六	一九二〇，一二，三一
丹麥	一〇	一八五六	一八〇一	一九二五，｜、
那威	一〇	一九〇〇	一八〇二	一九二〇，一二，一
西班牙	一〇	一九〇〇	一八〇三	一九二〇，一二，三一
瑞典	一〇	一八六〇	一八〇〇	一九二〇，一二，三一
瑞士	一〇	一八六〇	一八八七	一九二〇，一二，一
希臘	五	一八七五	一八八七	一九二一，一，一
法國	五	一九〇一	一八〇一	一九二六，三，一六
德國	五	一八二一	一八一六	一九二五，六，一六
俄國	不定期	一八五一	一八五一	一九二七，一二，一七
亞洲				
日本	*一〇	一九二〇	一九二〇	一九二五，一〇，一
印度	一〇	一八八一	一八六四	一九二一，六，二〇

香港	一〇	一八七一	一八一四	一九二一，六，二〇
土耳其	未定	—	一九二七	一九二七，一〇，二八
美洲				
美國	一〇	一七九〇	一七九〇	一九二〇，一，一
墨西哥	一〇	一九〇〇	一九〇〇	一九二一，一一，三〇
加拿大	一〇	一八七一	一八七一	一九二一，六，一
巴拿馬	一〇	一八九一	一八九一	一九二〇，一，一

*日本法律上定為十年制，但因初次施行為易於比較起見，在一九二五，一〇，一一施行過一次簡易戶口調查。

（六）戶口調查之時期　對此問題，可分為下列四項：

a 調查之週期　戶口調查，能年年舉行，當然為吾人所渴望。但此事既費金錢，又費時間，年年舉行，實為國家能力所不及。故不得不依週期而舉行。其週期則世界各國分十年與五年二種。如表三。

觀表三則知採十年週期之國家居多。但依物質及精神兩文化之發達，而社會狀態亦日趨複雜。人間之推移變遷，亦隨之次第劇烈，如仍依十年週期舉行，實不能完全知其國家之實況。故現在各國學者，盛倡五年期說。而各國政府亦多努力施用五年週期之傾向。

b 調查之年份　國際統計協會雖決議定西歷之末位零年舉行，但觀世界各國之實際，能依其決議而施行者雖多，但不遵議者亦不少。觀前表便可明瞭。

c 調查之季節　調查之季節依各國氣候之不同，甚不一致。春季（三，四，五月）調查者，有英法等國。夏季（六七，八月）則僅美意兩個曾各選用一次而已。秋季（九，十，十一月）則僅日本。冬季（十二，一，二月）則各國大多數選用之。

d 調查之時刻　調查之時刻，在一八七一年英國舉行戶口調查時，定於午前正零時後。各國多採用此時。蓋因此時為人生之休息時間，其移動甚少，實為靜態調查之最適宜時刻。

三　人事登記

（一）人事登記之意義　戶口調查，係調查人口靜一方面之狀態；人事登記，係調查人口動

一方面之狀態。前者係由調查員至各人之戶內調查，後者係由人民向登記機關陳報。故所謂人事登記者，卽人民將各個人生活變動之現象依據法令之程序，據實陳報於登記機關，而分類記載於登記表式上之謂也。

人事登記之重要，與戶口調查並行。蓋戶口調查只知人口之數目，年齡，性別，資格等項，至關於人口變動之情形，如出生，死亡，婚姻，遷徙等及其變動程度之高低，則無從而知。故必賴於人事登記。且政府一切之政治，多要以此爲標準，爲根據。

（二）人事登記之事項　登記事項各國多寡不同，然按我國內政部最近所頒佈者，共計七項。茲將各項之名稱及其應注意之點，詳述於下：

A出生登記　出生爲人口繁殖之重要原因。故出生登記不僅要知出生數目，而對於以下數點，尤須注意。

（a）出生率。

（b）出生男女人數之比較。

（c）公生及私生之比例。

（d）出生和死亡之比例（此比例關於國家之興衰，極爲重要。如出生率高，死亡率低，則人口增多；出生率低，死亡率高，則人口減少，如出生率與死亡率同，則人口如故，然有減少之傾向。）

（e）出生多寡之原因——如生理的，心理的，經濟的，及社會的等。

B 死亡登記　由此登記之結果，可以觀察以下數事：

（a）死亡率。

（b）死亡男女人數之比較。

（c）死亡之季節。

（d）死亡之年齡分配及其平均。

（e）死亡之原因。

C 婚姻登記　婚姻爲夫婦結合之始，爲人口出生之肇源，就此登記觀之，可知下列數事：

（a）男女婚姻之人數。

（b）結婚男女之年齡及其平均。

（c）結婚種類之比例。

（d）離婚之人數。

（e）離婚之原因。

D遷徙登記　人口遷徙，有國內與國外之殊，有暫時與長久之別。其性質可分爲四：卽國外遷入，國內遷入，國外徙出，及國內徙出等。此項登記不僅在明遷入徙出之戶數與人數，而關於治安問題，殖民問題，尤爲重要。

E繼承登記。

F分居登記。

G失蹤登記。

以上四種登記，爲人事登記之最重要者，凡有行登記之國均有之。此外尙有三種，卽

（三）登記辦理之程序　人事登記辦理之程序，按安徽民政廳人事登記暫行條例施行細則，規定登記申請書凡十四種：即一、出生登記申請書，二、私生子登記申請書；三、私生子認領登記申請書，四、養子登記申請書，五、棄兒登記申請書，六、死亡登記申請書，七、婚姻登記申請書，八、離婚登記申請書，九、繼承登記申請書，十、分居登記申請書，十一、遷徙登記申請書，十二、失蹤登記申請書，十三、撤銷失蹤登記申請書，十四、撤銷登記申請書等。登記之法，係以街或村爲單位。倘有上列情事發生時，其人民應即向所在街村辦理人事登記機關，申請登記。在每月之終各街村即將各項登記表，依類編造成册，呈報主管區公所。區公所接收各街村登記表後，即彙表編造成册，呈報市縣政府考核。市縣政府接收各區登記表册後，按月依照部頒表式，編製戶口變動統計表，呈報省政府民政廳彙編總表轉送內政部備案。此辦理之程序也。以其手續論，比人口調查爲簡單，且統計事項亦未如戶口調查之繁雜。但對於此事最要者，政府應須嚴密督促人民，據實陳報，庶登記之結果始無荒謬之弊。

四　訂正結果

戶口調查之答案，不論係調查員代填，或被問人填報，在未列表以前，均應審愼訂正。人事登記表亦然。訂正之要件，最普通者有四。茲分述於下：

（一）準確（accuracy）　答案中常有錯誤，然對於此種錯誤不確之事實，編輯人如不能由其他答案中尋出證據時，不能隨便改正。若已尋出錯誤之點，則對於調查表之記載亦不能塗抹。其改正之處，宜用墨水填寫於旁，使之特別淸顯。若不能尋出證據，則可置之「不詳」之列。

（二）合宜（consistency）　有一種錯誤係答案不合宜。如已婚之人填報其年齡纔二歲。二字或是二十之誤，若從其結婚年齡及出生年月考核之，便可以證明。如果確係二十之誤，應將二字改成二十。

（三）劃一（uniformity）　有時同一事項，可用數個不同之名詞記載之。爲謀前後名詞一致起見，可由此數個名詞中擇一個爲標準，然後將其他名詞，一一依此標準修改。

（四）完備（completeness）　一切消息務須完備齊全。在可能之範圍內，須從其他之機關，借用可資比較之材料，互相對正。如有遺漏便須補充。例如一九一九年，美國伊里諾州衞生保險委

員會於家計調查完畢後，更從社會服務登記局及猶太人慈善事業總局，市立肺病療養院各機關內，徵求相關之記載，以資比較參考。此種校正之手續不免乾燥無味，而且須十分小心。但若能忍耐做去，則定可使調查之資料。不但正確而且完備。

第三章　表列法

一　歸類法

調查既終，校訂完竣，應將各項事實，依公同之特質而歸類排列之。切不可由調查單表，或由原始記錄，直接過入表內，故當歸類之時，應須注意兩點：（一）歸類之範圍須明確，（二）歸類之手續須精細。

（一）歸類之種類　統計事實，按其性質而歸類之，有下列四種：

a 屬於歷史者　如每年人口之增減，每月戶口之變動是也。

b 屬於地域者　如人口以省份或縣份歸類之是也。

c 屬於品質者　如人口以男女，種類，宗教，及職業等歸類之是也。

d 屬於量數者　如人口依據年齡之高低而歸類之是也。

（二）歸類之手續　歸類之手續，按事實之繁簡，而有以下二法：

a 人工歸類法　若事實簡單，則歸類之手續，可以人工爲之，其法如下。

表四　某處人口年齡表

	21	30	36	44	74
1	22	30	36	45	
2	22	30	37	45	
4	22	30	37	47	
6	22	31	37	47	
9	24	31	38	47	
10	25	32	38	48	
11	25	32	39	49	
12	26	32	39	50	
14	26	32	39	51	
15	26	33	40	51	
16	26	33	40	54	
17	27	33	40	55	
17	27	34	41	56	
18	27	34	41	58	
18	28	34	42	60	
20	28	35	42	64	
20	28	35	43	64	
20	29	36	43	66	
21	30	36	43	68	

以上數字，均已依次排列，若以五歲爲一組距，卽0—4，5—9，10—14……等，按各年齡之高

低，而劃記於各組區之內，則其結果，有如表五。

表五　某處人口年齡分配劃記表

組距	劃記	次數
不及5歲	丨丨丨	3
5 — 9	丨丨	2
10 — 14	丨丨丨丨	4
15 — 19	卌 丨	6
20 — 24	卌 卌	10
25 — 29	卌 卌 丨丨丨	13
30 — 34	卌 卌 卌 丨丨	17
35 — 39	卌 卌 丨丨丨丨	14
40 — 44	卌 卌 丨	11
45 — 49	卌 丨丨	7
50 — 54	丨丨丨丨	4
55 — 59	丨丨丨	3
60 — 64	丨丨丨	3
65 — 69	丨丨	2
70 — 74	丨	1
總數		100

劃記時宜注意者，如三五—四〇之組距，凡數自三五至四〇者，均劃記於此組距；然達四〇之

數，則應劃記於四〇—四五之組距。（參看本章五）

b 機械歸類法　若事實繁雜，歸類與計算之手續，可用機械爲之，其步驟如下：

1 編號　最先之手續，即將調查表上各項材料，編成一種號碼，類如中國電碼，下列之表，即其一例：

貨物損失原因號碼表*

五〇〇〇—五〇九九＝在車站或貨站上不合式或不仔細的搬運。

在船上的時候：

五〇〇〇＝包裹鈎—被包裹鈎撞擊，割壞，或抓傷。

五〇〇一＝不仔細的搬運或舉抬。

五〇〇二＝不仔細的撞擊。

五〇〇三＝扛重機的鏈子或鈎索折斷或滑溜。

*取自樊弘著社會調查方法一六二面。

在卸貨的時候：

其他。

五〇二五＝包裹鈎－被包裹鈎撞擊，割壞，或抓傷。

五〇二六＝不仔細的搬運或舉抬。

五〇二七＝不仔細的撞擊。

五〇二八＝扛重機的鏈子或鈎索折斷或滑溜。

其他。

2穿孔　調查表上各種事實既已編成號碼，則按其號碼在預先製定之列表方片上，用打孔機，打成小孔。圖一爲美國麻沙朱州人口統計調查局所用之方片，今揭其樣式，學者可細玩之。至打孔機使用之法，如打字機，非常便利敏捷，每日能穿戳方片在二千張以上。

3歸類　將已穿孔之方片放入霍勒銳斯歸類機(Hollerith sorter)內，通以電流，卽可按類將方片上相同之特點，歸於一處。其工作之速，每小時可達一萬二千片左右。

4 計算　計算之手續，亦得以機械爲之，其法係將已打孔歸類之方片，一一置於記錄機(Hollerith tabulating machine)上，通以電流，他卽將各類特點之總數，呈現於計算盤上。此機計算之速率，每小時可達三千片。

二　表列之種類

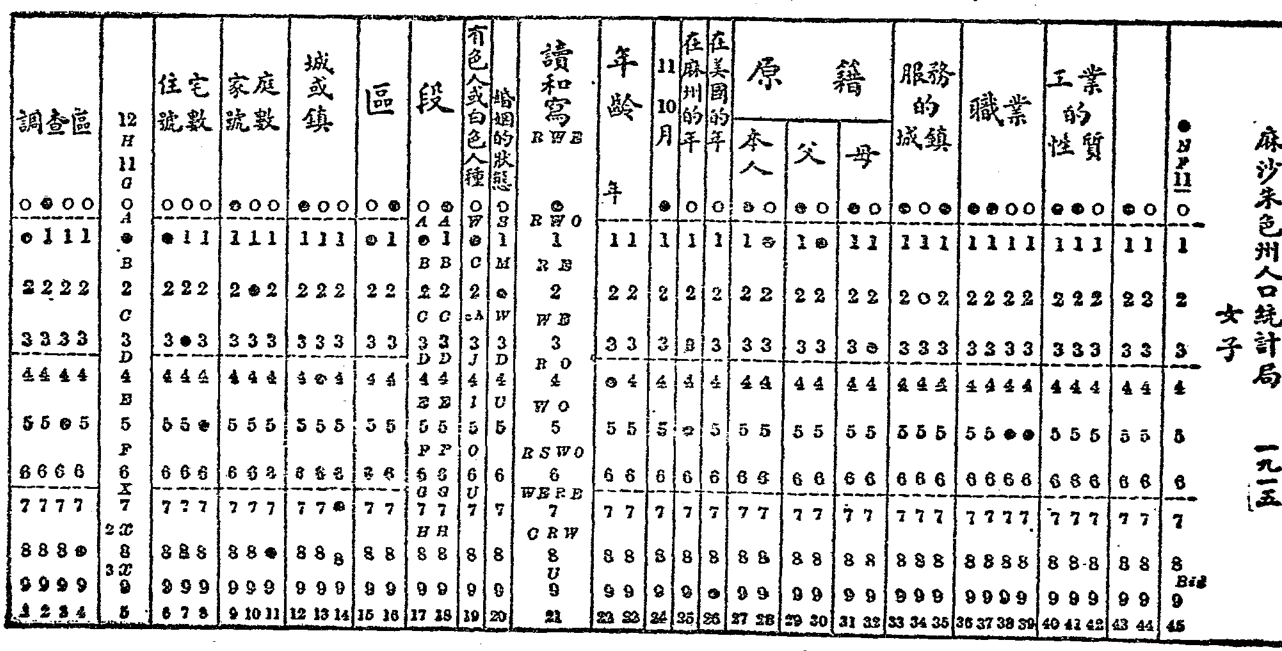
表列之種類，依事實之繁簡，可分爲一項表，二項表，三項表，及四項表四種。茲分別列之如下：

（一）一項表　此表只有一項事實，如表六僅載各區人口之總數是也。

表六　安徽桐城縣各區人口統計表（民國十七年調查）

區　別	人　數
城　區	一七、六一〇
東　區	二二八、〇三五
南　區	二〇九、九二四
西　區	二〇九、八九一

圖一　麻州人口統計已穿孔之方片



北區	二八一、八〇五
總數	九四七、二六五

（二）二項表　此表有二項事實，如表七，各區人口之總數復分爲男女二項是也。

表七　安徽桐城縣各區人口統計表（民國十七年調查）

區別	人口		
	男	女	總計
城區	九、四四六	八、一六四	一七、六一〇
東區	一二三、一四〇	一〇四、八九五	二二八、〇三五
南區	一一二、三二七	九七、五九七	二〇九、九二四
西區	一一一、八二六	九八、〇六五	二〇九、八九一
北區	一五五、二三一	一二六、五七四	二八一、八〇五
總數	五一一、九七〇	四三五、二九五	九四七、二六五

（三）三項表　此表有三項事實，如表八內除載男女人口之外，復有戶數一欄，以便計算每

戶之人數。

表八　安徽桐城縣各區戶口統計表（民國十七年調查）

區別	戶數	人口		
		男	女	總計
城區	三、二九六	九、四四六	八、一六四	一七、六一〇
東區	四四、一三一	一二三、一四〇	一〇四、八九五	二二八、〇三五
南區	三九、二四八	一一二、三二七	九七、五九七	二〇九、九二四
西區	三八、四七三	一一一、八二六	九八、〇六五	二〇九、八九一
北區	四七、四四二	一五五、二三一	一二六、五七四	二八一、八〇五
總數	一七二、五九〇	五一一、九七〇	四三五、二九五	九四七、二六五

（四）四項表　此表有四項事實，如表九。內有區別，性別，戶數三種事實之外，復有類別一欄，則各類戶口之多寡，可以一目瞭然。

表九　安徽桐城縣各區戶口統計表（民國十七年調查）

區別	普通戶口 戶數	普通戶口 人口 男	普通戶口 人口 女	普通戶口 人口 合計	船戶口 戶數	船戶口 人口 男	船戶口 人口 女	船戶口 人口 合計	寺廟僧道 戶數	寺廟僧道 人口 男	寺廟僧道 人口 女	寺廟僧道 人口 合計
城區	三、二三七	八、九五三	八、〇四二	一六、九九五					二三	七八	四八	一二六
東區	四四、〇九六	一二二、四一二	一〇四、八〇九	二二七、二二一					二七	七五	八六	一六一
南區	三九、一〇七	一一一、九一四	九七、三一九	二〇九、二三三					九三	一八八	二四五	四三三
西區	三八、三八九	一一一、三一五	九七、九九八	二〇九、三一三					五六	五八	六七	一二五
北區	四七、三〇一	一五四、一三六	一二六、三七九	二八〇、五一五					八七	九八	一〇六	二〇四
總計	一七二、一三〇	五〇八、七三〇	四三四、五四七	九四三、二七七					一九五	四九七	五五二	一、〇四九

公共處所				總計			
戶數	人口			戶數	人口		
	男	女	合計		男	女	合計
一二七	四一五	七四	四八九	三、二九六	九、四四六	八、一六四	一七、六一〇
八	六五三		六五三	四四、一三一	一三三、一四〇	一〇四、八九五	二三八、〇三五
四八	一二五	三三	一五八	三九、二四八	一一二、三三七	九七、五九七	二〇九、九三四
二八	四五三		四五三	三八、四七三	一一一、八二六	九八、〇六五	二〇九、八九一
五四	九九七	八九	一、〇八六	四七、四四二	一五五、二三一	一二六、五七四	二八一、八〇五
一六五	二、七四三	一九六	二、九三九	一七三、五九〇	五一一、九七〇	四三五、二九五	九四七、二六五

三　表列之效用

（一）便於閱讀　未經歸類表列之材料，極爲紛雜，毫無系統，讀之斷難得其要領，若依類歸納之，依次排列之，使之井井有序，則不特能將其要領表出，且讀之亦可事半功倍。

（二）便於記憶　事實之現象，既經歸類排列，井井有序，讀之自易記憶，較之未經整理紛亂之材料，相去遠矣。

（三）便於比較　事實既經排列，可以互相比較，發現彼此之關係。

（四）便於總算　各項事實，既經列於一表，則其總數之計算，較諸未表列以前，散於各紙之上，其便利自有大別。

（五）便於報告　統計事實，至爲紛雜，若不用表列法，而一一提出，殊屬繁瑣，若用表列，則性質相同之事實，可用一標目概括之，閱者自能得其要領，爲報告上最有功用。

四　作表之規則

表列乃統計者之速寫，亦爲表現事實之捷徑。一完善之統計表，不僅於橫直行內記載數目字，而其各部之關係，皆能表現之。故作表乃一種高深之技術，學者對於下列之規則，當不可忽之。

（一）表數及表題，表題應寫於表之上面。

（二）表題須詳盡，不待書中之記明，而本身能十分清晰。

（三）說明項（如表九之「區別」項「戶口別」項等，宜寫在表之左邊與上面。

（四）說明項宜可持書順讀，不宜橫讀。

（五）小項目宜放在大項目底下，且宜向內稍退。
（六）讀表時宜自上而下，自左而右。
（七）項目與事實間，有時宜用線或點連接之。
（八）重要之線宜畫兩線，或特別粗大。
（九）若表過長，則每五行，宜隔一空行。
（十）表中之字，不宜過小，致使閱者眼倦。
（十一）如事實忽斷，宜作虛線，以表出之。
（十二）總數宜劃一線，或留一空地，以表出之。
（十三）凡小數點必排在一線上，不宜參差。
（十四）事實之排列，宜照數目之大小。
（十五）重要事實，宜用粗大之線表出之。
（十六）表與說文，宜相接近，不宜離遠。

五　次數分配表

（一）次數分配表之意義　一個特質現出二個以上之數值(numerical value)，統計中稱之爲變量(variable)，其值謂之變量價值（varite value）。若變量價值歸類之成爲數組，則各組事實觀察(observation)之數量，謂之班次數(class frequency)。事實觀察分配於數組中，謂之次數分配(frequency distribution)，表現次數分配之表，謂之次數表（frequency table）。

變量價值包含於一組中，謂之組距；(class interval)。組距上下極端之數，謂之組界（class limit)。組界有書面界限；與實際界限之別，如表十第一行四五與五〇均爲書面界限，四五與四九・九則爲實際界限，因實際上四五至二九・九之數，均計入四五—五〇之組，達五〇之數，則計入五〇—五五之組也。

表十　某校學生高度分配表

高度（組距）以寸計	每組數目（次數）
四五—五〇	一五

五〇—五五	二〇
五五—六〇	四〇
六〇—六五	三五
六五—七〇	一〇
總數	一二〇

上段幾個抽象名調，初學者或不十分明晰，玆再說明之。按表十，學生高度，高低不同，此爲變量。一百名學生之高度爲變量價值。表中各組變量價值之數目，卽一五，二〇，四〇，三五及一〇等爲各組之次數，其組距爲五。

（二）繼續變量與間斷變量　繼續變量者，卽價值之變量相繼連接之謂也。如表六該校學生之高度，最矮者爲四五寸，最高者爲七〇寸，其餘之人則在四五與七〇之間，事實上人之高度，係取決於度量，故各個之正確高度，則不能決定，因高度雖以寸計，然若精細度之，尚可以分厘毫計算也。故四〇寸至四一寸之間，尚有許多不斷之變量也。

間斷變量則不然，變量價值彼此不相連接，中有間隙，如住戶人口之分配，每戶一人者有若干戶，二人者有若干戶，三人者有若干戶……等，實際上決無一戶有四·七五人也。

總之，凡可以數計者，大概屬於間斷變量，不能以數計而以度衡量者，則多屬於繼續變量。

（三）次數分配之排列問題　當決定次數分配及造次數表之時，應先解決者有二問題：

a 組距之大小　組距不宜太大，亦不宜太小。若組距太大，其中點或不能代表全組（因計算時，常以組距中點代表全組，詳細見後）恐多生錯誤。若組距太小，組數繁多，計算費時。友爾(Yule)以爲組距之數，在一五與二〇之間爲最適宜。故要斷定組距之大小，可用一五至二〇之數除全距離（全距離者，卽最大之數，減去最小之數，如表六，最大之數七〇，減去最小之數四五，剩二五卽全距離也）求其大概。普通之度爲三，或五，或一〇，或一五，然亦須視分配之性質而定，如住戶人口之分配，最小之組距，應爲一人。

組距之距離，尤須一致，因各組之距離相等，則（一）可比較各組之次數，（二）可用爲度量及計算平均之單位，及（三）易於造圖，以表其分配之性質。倘各組距離不等，紛亂不齊，則不能表

現分配之眞義，請觀下表。

表一一　年齡分配

五歲以下
五—六
七—九
一〇—一四
一五—二五

雖然，有時僅要表示某種特質，亦可用不等組距，如表一二是也。

表一二　安徽全省人口年齡分配表（民國十七年調查）

年齡	人數
一五歲以下	七、一七六、六二一
一六至四〇歲	八、九二一、六七九

四〇歲以上	五、七四六、二六六
總計	二一、七一五、三九六

b 組界問題(class limit) 組距之大小與多寡，既已決定，次須解決者為組界之位置問題。按普通之法則，大部分之量數，應與組距之中點相近，設有下幾個數二，二，三，三，三，五，六，七，七，九等，組距為五，其組界應以〇—五，六—一〇，不可以二—七，八—一二。

組界之位置既定，次為組界之記法。組界之記法，最普通者，有下列三種：

表一三—A

每月工資（以元計）

工資	人數
五—一〇	四
一〇—一五	一〇
一五—二〇	六

表一三—B

某種葉之長度（以分計）

組區	次數
三五—三九	二〇
四〇—四四	五〇
四五—四九	三〇

表一三—C

長度分配（以寸計）

組區	次數
二—	三
三—	五
四—	六
五—	四

按表一三—A，五—一〇之組距，實際上爲五—九・九九，因逹一〇元之數，則應列入一〇—一五之組距；逹一五元之數，則應列入一五—二〇之組距。

表一三—B，其實際之組距爲三四・五〇—三九・四五三九・五〇—四四・四五……，設有三九・四五及三九・五〇二數，三九・四五之數應列入三五—三九之組距三九・五〇之數，則應列入四〇—四四之組距，因二組之實際界限爲三九・四五及三九・五〇也。

表一三—C，僅記各組之起點，卽二寸至二・九四寸，凡數逹二・九五者，則應計爲三—寸。

總之，以上三表，其記法各不相同，初學者於計算之時，宜牢記起終各點。不然，則易生錯誤。各組距之界限，均應完全列於表上，切不可以其無次數而刪去。

（四）簡單次數表與累積次數表　簡單次數表者，僅記各組距之次數，組與組間之關係，則不涉及（如表一四第二行）。累積次數表有「以下」(less than)與「以上」(more than)之別，若一次數表，記各組次數之外，復記比該組較低之價値，謂之「以下」累積次數表（如表一四第三行；）若一次數表記各組次數之外，復記比該組較高之價値，謂之「以上」累積次數表（如

表一四第四行。）應用上以「以下」累積爲最普通，因計算中位數四分點及造累積次數圖時，均要用之。

表一四　某處人口年齡次數分配表*

組距（年齡）	次數（人數）		
	次數（簡單）	累積次數（「以下」）	累積次數（「以上」）
總數	一〇〇	一〇〇	一〇〇
不及五歲	三	三	一〇〇
五—九	二	五	九七
一〇—一四	四	九	九五
一五—一九	六	一五	九一
二〇—二四	一〇	二五	八五
二五—二九	一三	三八	七五
三〇—三四	一七	五五	六二

三五—三九	一四	六九	四五
四〇—四四	一一	八〇	三一
四五—四九	七	八七	二〇
五〇—五四	四	九一	一三
五五—五九	三	九四	九
六〇—六四	三	九七	六
六五—六九	二	九九	三
七〇—七四	一	一〇〇	一

*根據表5

第四章　圖示法

表列法雖能將繁雜之事實，用分析歸類之法，使數字整然有序，然不便於比較，表中重要之事

實，須讀者細心檢視，始能發見；且乾燥無味之數字，常不能使人注意。圖示法卽將表列法所得之結果，表現於圖中，使讀者一目瞭然，且能得一深確之印象。故前者爲分析（analysis），後者爲表現（presentation），兩者實相互用。

一　圖示法之要件

圖示法既在表現表列法所得之結果，故作圖時，對於以下所舉四則，宜特別注意。

（一）表現宜正確　圖示法之功用，卽在將表中繁雜之事實，用簡明之方法表現之，故製圖之時，務使所表現之事實，與表中所列者一致，無訛僞之弊，庶能使讀者得一正確之印象。

（二）圖式宜明瞭　圖示法之最大優點，卽在將事實全部之現象，表現於圖上，使讀者一目瞭然，不待思索。倘表現不明，見者懷疑，則失圖示法之功用矣。

（三）圖式宜適當　所用之圖式，宜適合於問題之主旨，表現之地點，及對方之人物。因事實之不同，所用之表式亦異，製圖時宜按事實之性質，而採用適宜之樣式。表現之地點，則根據於圖之用途。用於演講或展覽之圖與用於刊印書本之圖，大小詳簡，當然有異。至對方之人物，則因閱者之

程度及心理而殊。設對方爲普通社會，當以簡明顯豁爲主，若爲局部專家，則應以詳細精確爲貴。

（四）圖內應附數目　圖示法之優點，固爲簡明，然數目則每不能準確表現之，此爲其弱點。故作圖時能將該圖所根據之數字，載於圖內，使閱者見圖之外，復可檢閱其詳細數目，乃爲善法。倘數目字不能合載於圖內，則可另附一表以明之。

二　圖示之種類

圖示之式，種類繁多，不能盡舉，至其要者，有如下列：

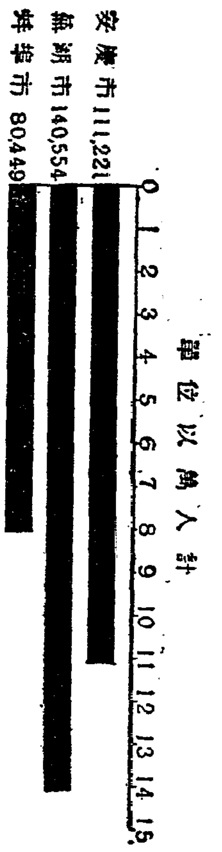
（一）長條圖　長條圖有橫條與直條之分，有簡單與分類之別。其橫條與直條之作法及應用，大概相同，不過條形之排列稍異耳。茲舉數種於下：

a 簡單橫條圖　此圖用以比較簡單之事實，極爲明瞭，雖無統計常識之人見之，亦斷不至疑惑，其式如圖二。

圖二

安徽三市人口比較圖

(民國十七年調查)

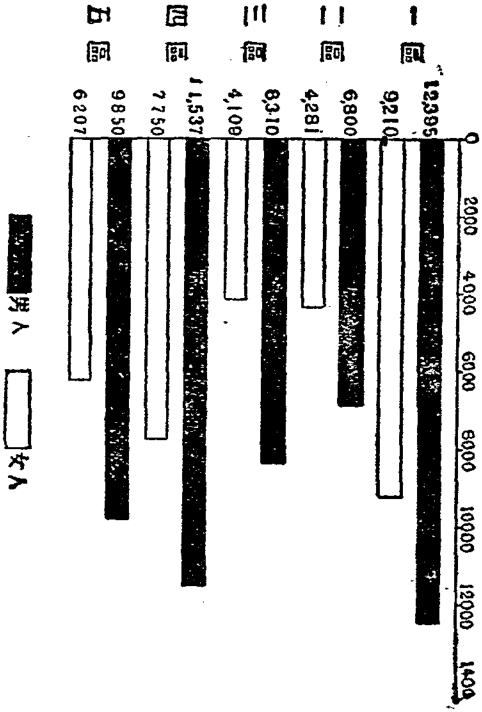


b二項比較橫條圖　如圖三不特可以比較同區內男女人口之數目，且可比較各區之人口。故此圖亦甚明瞭醒目。

圖三

安徽蚌埠市各區人口比較圖

民國十七年調查

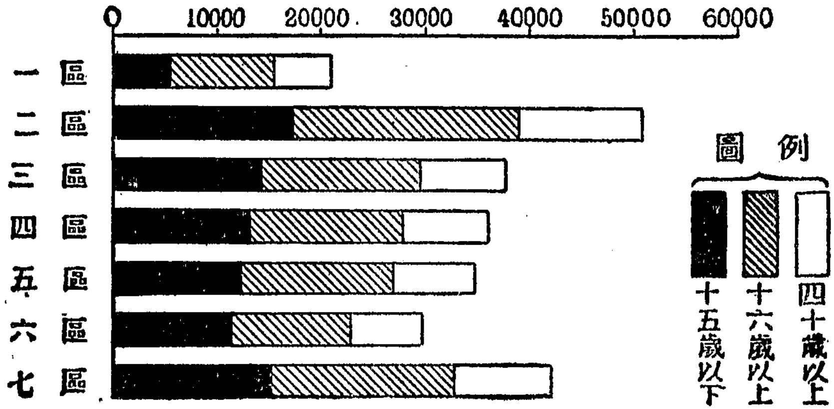


C 分類橫條圖　分類橫條圖者，即將各橫條再分為若干細部，其式如以下兩圖。

圖　四

安徽南陵縣各區人口年齡分配比較圖

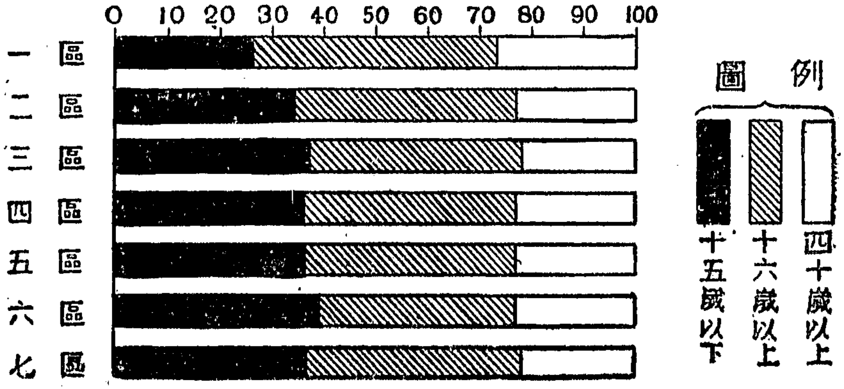
（數目根據表15）



上圖不特可以比較各區之人數，且可比較同區內各細部之數目，其效用較圖二圖三更爲詳密，故統計學家多喜用之。

圖五

安徽南陵縣人口年齡分配百分比較圖
(數目根據表15)



圖五為年齡分配百分比較圖，即按各區人口之總數，皆算為一百分，然後計算各細部之百分數，即可造成此圖。百分圖之功用，在發見各細部間之比重(relative importance)。

表一五　安徽南陵縣各區人口年齡分配表（民國十七年調查）

區別＼年齡＼數別	總計 人數	總計 百分比	十五歲以下 人數	十五歲以下 百分比	十六至四十歲 人數	十六至四十歲 百分比	四十歲以上 人數	四十歲以上 百分比
總計	二五三、八〇八	一〇〇	九〇、二九九	三五	一〇五、三四六	四二	五八、一六三	二三
一區	二一、〇三五	一〇〇	五、五五二	二六	九、七六四	四七	五、七一九	二七
二區	五〇、九〇四	一〇〇	一七、四八四	三四	二一、九六八	四三	一一、四五二	二三
三區	三七、九六八	一〇〇	一四、二一〇	三七	一五、五〇三	四一	八、二五五	二二
四區	三六、二七三	一〇〇	一三、一八九	三六	一四、八二一	四一	八、二六三	二三
五區	三四 九五五	一〇〇	一二、六五一	三六	一四、二五七	四一	八、〇四七	二三
六區	三〇 〇六〇	一〇〇	一一 六三六	三九	一一、五四六	三八	六、八七八	二三
七區	四二 六一三	一〇〇	一五、五七七	三七	一七、四八七	四一	九、五四九	二二

（二）線圖　線圖之種類，大略分之，有二種，一為直線圖，一為曲線圖，茲述之如下：

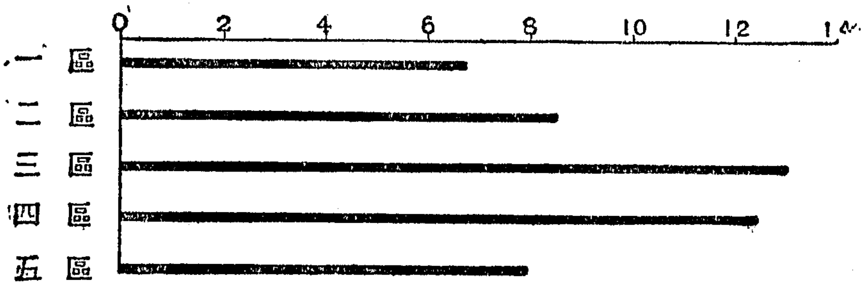
a 直線圖　直線圖之功用，亦在比較，茲揭其樣式於下：

圖六

安徽舒城縣各區人口比較圖

（數目根據表16）

單位以萬人計



上圖之功用，與簡單橫條圖同，不過將條形換爲線形耳。故其製造上更爲簡單。

表一六　安徽舒城縣各區人口統計表（民國十七年）

區別＼性別	男	女	總計
一區	四〇、二六三	二七、三二八	六七、五九一
二區	四九、二五二	三六、二四九	八五、五〇一
三區	七一、九八六	五八、四二四	一三〇、四一〇
四區	七〇、二八二	五四、八九五	一二五、一七七
五區	四六、七六七	三二、九四六	七九、七一三
總計	二七八、五五〇	二〇九、八四二	四八八、三九二

b 曲線圖　用於表現之圖示樣式雖多，其最重要者，首推曲線。經濟統計中用以表現歷史之數列（historical series），亦以此圖爲最重要。他如政治上及商業上之報告，與夫科學之研究，無一不用之。故辦理戶籍統計者，對於此圖尤須注意。

此種圖示，表現事實之要點有二，一爲縱坐標，一爲橫坐標，縱橫各代表一定之事實。曲線圖之種類頗多，可用以下三類區別之。

（a）依其表現之事實，而可分爲

1歷史的　卽表現一定時期中之歷史數列（如圖七A線）

2次數的　次數圖卽依照次數分配之事實而構造。此種圖示，有簡單次數圖（如圖一五，一七等）與累積次數圖之分，累積次數圖又有「以上」(more than)與「以下」(less than)之別（如圖二〇）。

（b）依其縱坐標分點之距離，而可分爲：

1數學的　平常之曲線圖，多爲數學的，卽根據自然原有之數目，於縱坐標上用相等之距離，以代表相等之量數。

2比例的　比例圖則根據於對數。於縱坐標上各點之距離，則各不相等（詳於本章四。）

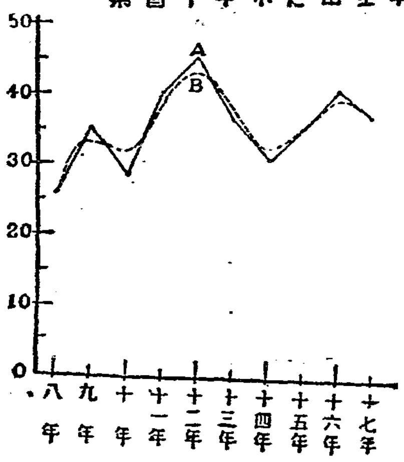
（c）依曲線的樣式，而可分爲：

1未修勻曲圖　亦卽多邊圖，其作法係將直線連絡已知各點而成（如圖七A線）。

2已修勻曲線圖　此圖係根據於前圖，繪一曲線於各已知點之間而成（如圖七B線）。

圖七

某省十年來之出生率



圖七內中A爲未修勻曲線，其作法係依據表中之事實，在圖上按其年份而點成各點，然後用線連之卽成。其效用在表明出產率之實際升降。B爲已修勻曲線，其效用在表明歷年出生率之大概趨勢。

（三）地圖　若地理上之位置與事實之現象有特殊之關係者，則表現之方法，以地圖爲最善。如人口密度，工業分配，生產狀況等，均可以地圖表現之。統計上最常用之地圖，約有三種：一爲花

線地圖(cross-hatch maps)，二爲彩色地圖(colored maps)及三爲加點地圖(dot maps)。

a 花線地圖　此圖係用一種顏色交叉之花線，以線形之繁簡而表示事實之多少。其優點在工省費廉，且便於印刷，統計家多喜用之。

b 彩色地圖　此圖係用各種顏色，以示事實之差異，其優點在清醒美觀，用於展覽，爲最適宜。若須印刷，則嫌費大巨，宜少用之。圖八即其中之一種。

c 加點地圖　此圖係用一種圓點，以點之數目，代表事實之現象（如圖九）。此外又有以點狀之大小，及小點密度之稠薄，代表事實之多寡者。此種圖之優點與花線地圖同，亦爲統計上所常用。

表一七　安徽各縣平均每戶人數計算表（民國十七年調查）

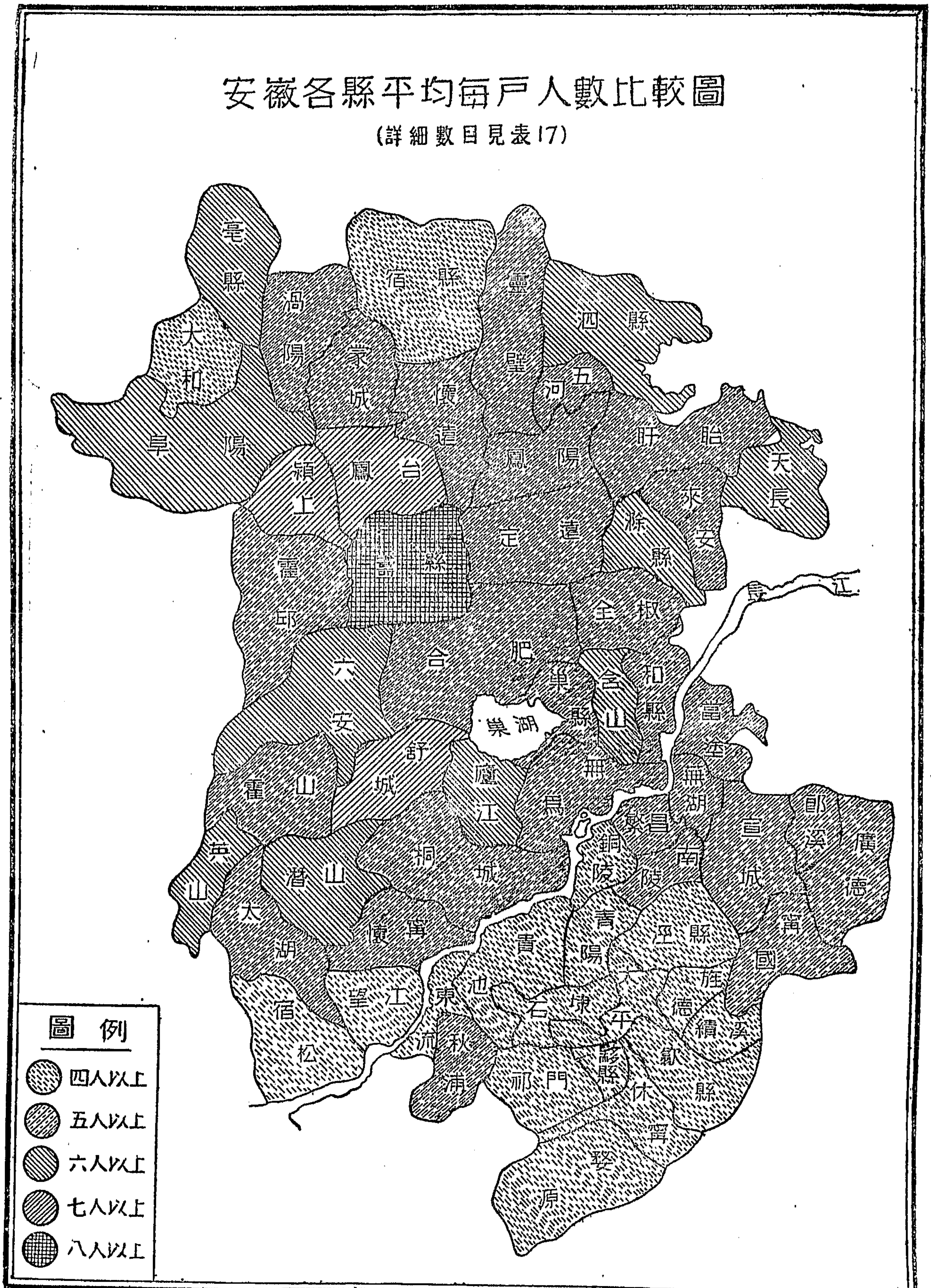
縣別＼類別	人口	戶數	平均每戶人數
總計	二一、七一五、三九六	三、七三〇、三一五	五・八
懷甯	六五六、五八三	一二三、五四二	五・三

桐城	九四七、二六五	一七二、五九〇	五・四
潛山	三九七、三四四	六三、三五九	六・二
太湖	四四三、六二七	七九、六二〇	五・六
宿松	三七六、〇四四	七六、七九一	四・一
望江	二五二、七五二	五二、二五八	四・八
合肥	一、三〇五、六四六	二二六、四七八	五・七
舒城	四八八、三九二	六八、一一四	七・一
廬江	五三一、四五八	八七、〇四〇	六・一
無爲	七五一、一一九	一二七、八二一	五・七
巢縣	三六四、八五五	六八、四〇七	五・三
六安	七一七、七〇二	一〇二、八七六	六・九
英山	二一八、八五六	三四、七五八	六・二
霍山	二一九、四〇五	三八、〇六五	五・七
和縣	二七六、一六七	五二、七〇四	五・二

含山	一九二、四三五	三一、八五五	六・〇
歙縣	三四三、五三八	七六、四五一	四・五
休寧	一八八、六〇六	四〇、二九四	四・六
婺源	一九九、五二一	四六、八三一	四・二
祁門	九八、五三〇	二二、一六〇	四・四
黟縣	六六、四三二	一四、六二九	四・五
績溪	九六、九九六	二〇、三三八	四・七
宣城	五二八、七〇九	一〇一、八〇五	五・一
南陵	二五三、九七四	四五、四八二	五・五
涇縣	二一六、一九七	四六、六一〇	四・六
寧國	一五六、二二六	三一、〇八八	五・〇
旌德	五六、四〇一	一一、八四二	四・七
太平	八一、八一六	一八、二三七	四・四
貴池	二八六、二五四	六一、二〇九	四・六

青陽	一四四、五三五	二九、六五四	四・八
銅陵	一七六、三九二	三五、三二九	四・九
石埭	五二、〇三六	一一、一一六	四・六
秋浦	一二二、七〇七	二三、二二二	五・二
東流	一一六、五一八	二五、〇七四	四・六
當塗	三三二、八三三	六四、一二五	五・一
蕪湖	三五〇、六三〇	六三、九九三	五・四
繁昌	二二九、九一二	四〇、〇四八	五・七
廣德	一八二、四二六	三四、八三九	五・二
郎溪	一四七、七二九	二八、八〇二	五・一
鳳陽	三六九、七七六	七二、二九五	五・一
懷遠	四二三、七九〇	七三、八四二	五・七
壽縣	六八二、一六六	八四、二八七	八・一
宿縣	七一二、一九二	一五二、一七九	四・六

定遠	三七一、八一五	六二、〇二〇	五・九
靈璧	四四八、四一四	八〇、七八六	五・五
鳳台	四七六、八八六	六六、四六三	七・一
阜陽	一、三七九、六九二	二〇六、七八六	六・六
潁上	二六四、一七三	三四、〇三一	七・七
霍邱	三六〇、九〇五	六一、二五〇	五・一
亳縣	五一七、〇〇二	八三、八四〇	六・一
蒙城	四四二、六三五	七三、七七九	五・九
太和	四九四、五一三	九九、五二五	四・九
渦陽	五四九、七七五	九九、五八九	五・五
滁縣	一四三、五〇九	二二、七五七	六・三
全椒	一七〇、一〇二	三一、〇二六	五・四
來安	一一八、二五五	二〇、二八五	五・八
泗縣	六〇一、一八〇	九六、八六七	六・二


安徽各縣平均每戶人數比較圖
(詳細數目見表17)
圖例
四人以上
五人以上
六人以上
七人以上
八人以上
亳縣
宿縣
靈璧
泗縣
渦陽
蒙城
懷遠
五河
太和
阜陽
盱眙
天長
潁上
鳳台
鳳陽
來安
滁縣
定遠
壽縣
霍邱
全椒
長江
合肥
六安
巢縣
含山
和縣
巢湖
當塗
舒城
廬江
無為
蕪湖
霍山
英山
潛山
桐城
銅陵
南陵
宣城
郎溪
廣德
太湖
懷寧
貴池
青陽
涇縣
寧國
宿松
望江
東流
石埭
旌德
績溪
秋浦
祁門
黟縣
歙縣
休寧
婺源

盱眙	二七六、〇九〇	五〇、六〇三	五・四
天長	二一六、三二三	三六、〇〇九	六・一
五河	一二七、六三五	二二、六四〇	五・六

表一八　安徽人口密度計算表（各縣面積見安徽輿圖）

類別／縣別	人口	面積（方里）	密度
總計	二一、七一五、三九六	四七三、八一〇	四六
懷甯	六五六、五八三	七、五九〇	八七
桐城	九四七、二六五	一七、三四〇	五五
潛山	三九七、三四四	八、六二〇	四五
太湖	四四三、六二七	七、九〇〇	五六
宿松	三七六、〇四四	七、二八〇	五二
望江	二五二、七五二	五、四三〇	四七

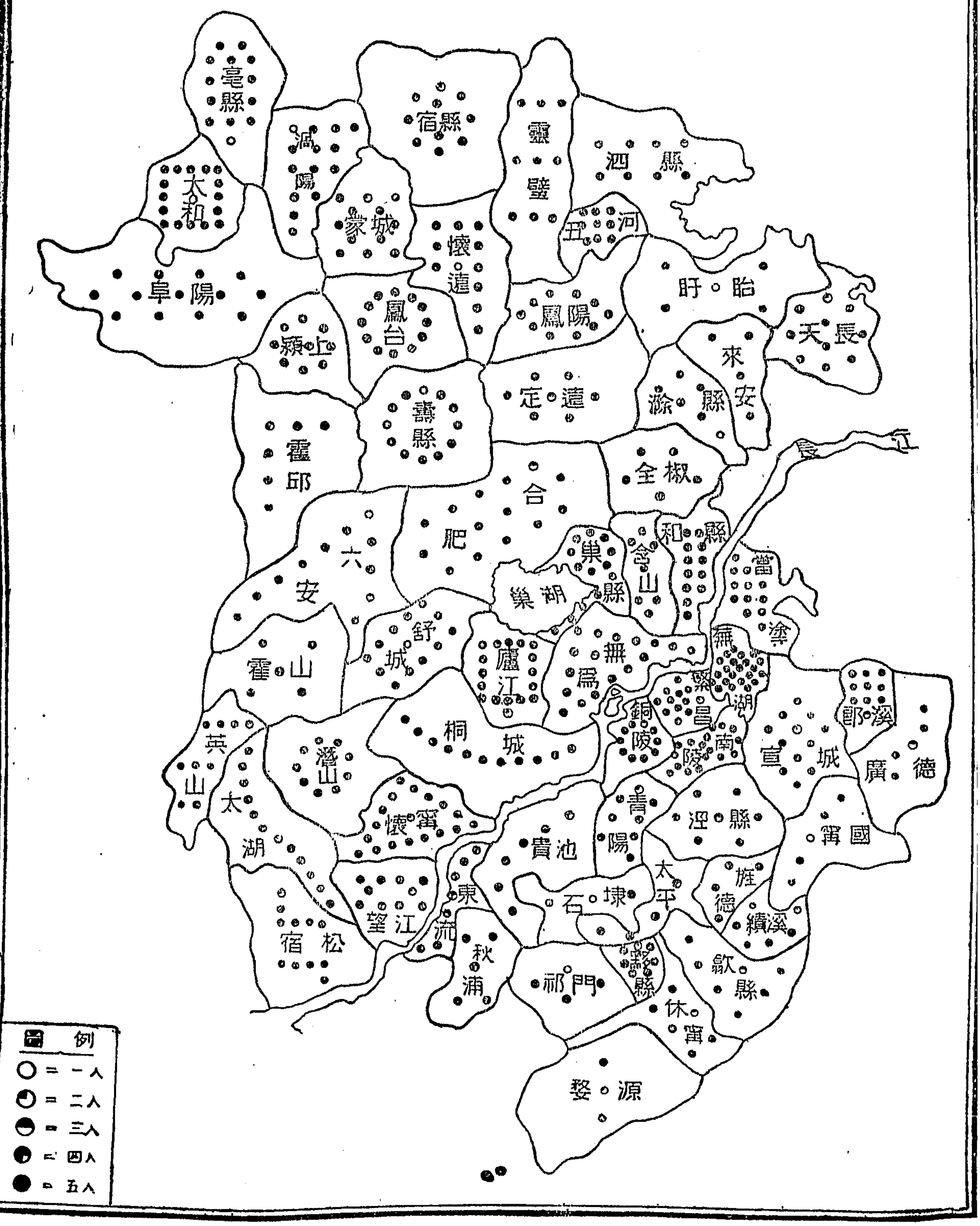
合肥	一、三〇五、六四六	一九、一八〇	六八
舒城	四八八、三九二	八、〇〇〇	六一
廬江	五三一、四五八	六、四六〇	八二
無爲	七五一、一一九	九、〇三〇	八三
巢縣	三六四、八五五	五、八四〇	六二
六安	七一七、七〇二	一四、一六〇	五一
英山	二一八、八五六	五、〇二〇	四四
霍山	二一九、四〇五	九、二三〇	二四
和縣	二七六、一六七	四、六一〇	六〇
含山	一九二、四三五	五、四三〇	三五
歙縣	三四三、五三八	一〇、三六〇	三三
休甯	一八八、六〇六	六、七七〇	二八
婺源	一九九・五二一	一六、九三〇	一二
祁門	九八、五三〇	六、一五〇	一六

黟縣	六六、四三二	二、〇五〇	三二
績溪	九六、九九六	三、五九〇	二七
宣城	五六、七〇九	九、〇三〇	五七
南陵	二五三、九七四	二、九七〇	八五
涇縣	二一六、一九七	六、五六〇	三三
甯國	一五六、二二六	七、二八〇	二一
旌德	五六、四〇一	二、八七〇	二〇
太平	八一、八一六	四、四一〇	一九
貴池	二八六、二五四	九、七四〇	二九
青陽	一四四、五三五	三、八九〇	三七
銅陵	一七六、三九二	三、七〇〇	四八
石埭	五二、〇三六	四、六一〇	一一
秋浦	一二二、七〇七	五、二三〇	二四
東流	一一六、五一八	三、三八〇	三四

當塗	三三二、八三三	五、五四〇	六〇
蕪湖	三五〇、六三〇	三、一八〇	一一〇
繁昌	二二九、九一二	四、〇〇〇	五七
廣德	一八二、四二六	八、〇〇〇	二三
郎溪	一四七、七二九	三、〇七〇	四八
鳳陽	三六九、七七六	七、六九〇	四八
懷遠	四二三、七九〇	八、三一〇	五一
壽縣	六八二、一六六	一二、二一〇	五六
宿縣	七一二、一九二	一五、〇八〇	四七
定遠	三七一、八一五	一一、三九〇	三三
靈璧	四四八、四一四	一〇、〇五〇	四五
鳳台	四七六、八八六	七、九〇〇	六〇
阜陽	一、三七九、六九二	二一、三四〇	六五
潁上	二六四、一七三	五、九五〇	四四

安徽各縣人口密度比較圖

(詳細數目見表18)



霍邱	三六〇、九〇五	一二、六二〇	二九
亳縣	五一七、〇〇二	八、五一〇	六一
蒙城	四四二、六三五	七、七九〇	五七
太和	四九四、五一三	六、一五〇	八一
渦陽	五四九、七七五	八、三一〇	六六
滁縣	一四三、五〇九	五、四三〇	二六
全椒	一七〇、一〇二	六、九七〇	二四
來安	一一八、二五五	五、九五〇	二〇
泗縣	六〇一、一八〇	一五、九〇〇	三八
盱眙	二七六、〇九〇	一三、〇三〇	二一
天長	二一六、三二三	六、四六〇	四七
五河	一二七、六三五	二、九七〇	四三

（四）圓形圖　形圖之作法，係按圓周共 360 度，360°之 35 即 $\frac{360°}{100}\times35=126°$，餘類推。

再以平圓規量之，如下圖。

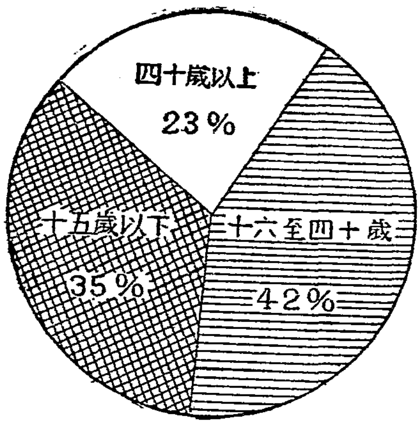
此種圖示，其比較準確之程度，遠不及長條圖之顯明，然世人每喜用之者，以其式樣較奇，若加以彩色，尤爲奪目，故展覽會中多用之。

（五）方形圖　方形圖爲平面圖之一種。按統計中之法則，以面積表現事實之多寡，宜少用。蓋吾人之目力，對於面積之大小，不能作準確之比較也。

圖十

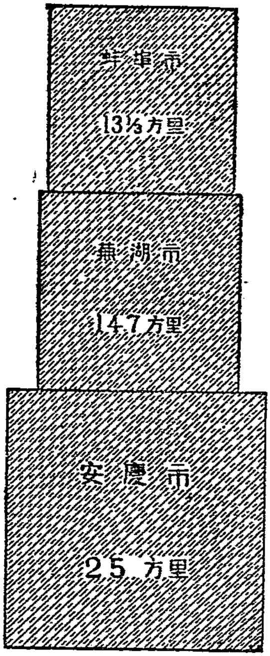
安徽南陵縣人口年齡分配比較圖

（根據表十五）



圖十一

安徽三市面積比較圖



三 作圖之規則

圖示法之規則綦繁，依事實而變更，學者只好隨機應變。美國器械工程學會曾於一九一九年規定圖示法之規則十七條，茲錄之於下，以作指南。

（一）圖之大略排法，宜自左至右。

（二）能用線代表量數最好，蓋面積與體積，均易誤解。

（三）曲線圖上，最好能將零度橫坐標畫出。

（四）倘零度橫坐標，不能照常，則零度橫坐標與其他橫線之間，應作波線斷之。

（五）零度橫坐標應較粗大，以別於他線。

（六）若曲線圖以百分爲標準者，則凡百分線宜較闊大，以示區別。其他用以比較之線，亦宜較闊。

（七）若圖表示年月者，則兩旁界線不宜粗大，以示時間之起終，不能加限制。

（八）若曲線畫在對數的格上，則縱橫兩界線應各畫在對數級上十數之某次方處。

（九）縱橫線除必要外，不宜太多。

（一〇）圖上曲線宜與他線不同，以示區別。

（一一）倘曲線代表各種事實之觀察，則在可能時，應於曲線上表明此類觀之點。

（一二）圖上量表之讀法，宜自左而右，自下而上。

（一三）量表上之數字，宜放在縱坐標之左，橫坐標之下，或縱橫軸上。

（一四）圖上有時應載所代表之數目或方程式。

（一五）若數目不能表出，可另列一表表出之。

（一六）凡標字及數目字宜放在圖之下面或左面。

（一七）圖之題目宜詳備明晰，如遇必要時，不妨多加說明。

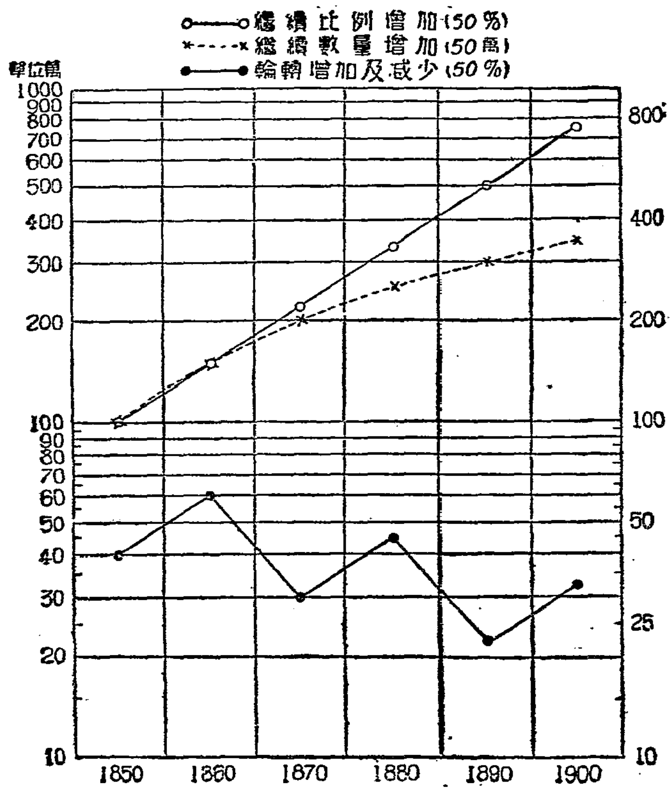
四　比例圖

比例圖爲線圖之一種，其效用專在表明比例率之變動。設吾人要比較數個時期之人口，則用其原有之數量以平常圖（如以前各圖）表現之，爲最善之方法。若要表現其增減之比例率，同時又要顯明其增減數目，則非用比例圖不可。

比例圖與他圖不同之點，卽在縱坐標上量表之距離不同，試觀圖一二，其中分爲上下二半，下半每一線代表一〇萬人，其距離各不相等；上半每一線代表一〇〇萬人，其距離亦各不同。

各線距離不同，對於曲線有何影響？請觀表一九，吾人假定甲乙丙三族人口，甲族人口每十年增加百分之五十，乙族每十年增加五十萬，丙族初十年增加百分之五十，繼減少百分之五十，復增加百分之五十，餘類推。此三族人口，以A，B，C三線，分別示於圖一二中。

圖十二　比例圖



(根據表19)

表一九　甲乙丙三族人口統計表

年期	甲族		乙族		丙族	
	人口（單位萬）	每十年增加百分數	人口（單位萬）	每十年增加人數（單位萬）	人口（單位萬）	每十年增減百分數
1850	100	……	100	……	40	……
1860	150	+50	150	50	60	+50
1870	225	+50	200	50	30	−50
1880	337	+50	250	50	45	+50
1890	506	+50	300	50	22	−50
1900	759	+50	350	50	33	+50

圖一二A線代表百分之五十的繼續增加比例率，因其有繼續比例的增加，故成一直線。其他繼續比例增加之線，亦能成一直線。

B線在平常圖中，可以成一直線。蓋在平常圖中，其縱坐標之距離各相等；且各年人口增加之數量亦相同也。然在比例圖中則不能成一直線，因各年人口增加之數量雖同，而各年增加之比例率則異。其增加之比例率繼續減少，故成爲曲線。

再觀C線，其百分之五十增加之線與A線均平行，其百分之五十減少之線亦各平行。由此吾人可知凡線平行者，其增加或減少之比例率必相等。

總之，比例圖之最大效用在根據現在之事實，以預測將來之趨勢。

五　次數分配圖

（一）次數分配圖之作法　前章表列法中曾論及次數分配表。若將次數分配表，造成次數分配圖，則有二種：一爲次數多邊圖，一爲直方圖。茲將二者之作法，各詳於下：

a 次數多邊圖之作法　根據表五之材料，其作法如次：

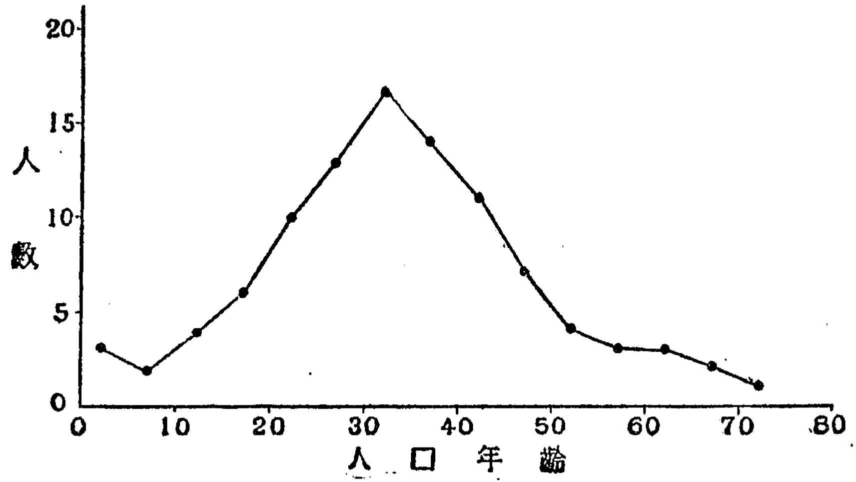
1. 用精細之方格紙，而酌用其全面。（此種方格紙可由書店購得。）

2. 作一縱坐標分爲若干相等之單位，代表次數，由下讀上，並沿線作〇，五，一〇等數字至

二〇爲止（因表五最多次數爲一七也。）

3. 作一橫坐標與縱坐標在零點相交，此線亦分爲若干相等之單位，自左向右，代表人口年齡，自少而多。沿線作〇，一〇，二〇等數字至八〇爲止，因最大之數爲七四也。

圖十三　次數多邊圖（根據表五）



4. 在橫坐標上不及五歲組距之中點（二）讀上至第三格（代表次數三），即不及五歲者有三人，作一個（・）為記，在五—九組距之中點（七）上第二格（代表次數二），作一個（・）為記，餘類推。

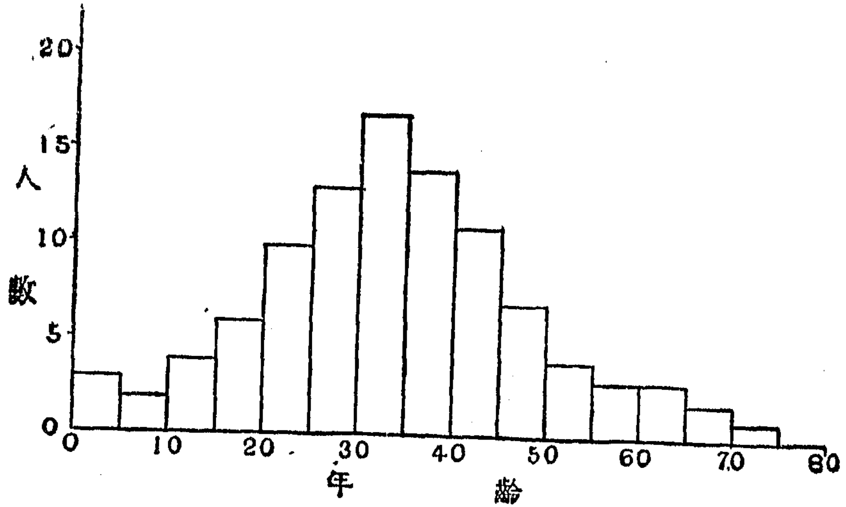
5. 將各點用線連之，卽得次數多邊圖。（如圖一三）

b 次數直方圖之作法　直方圖之作法，一，二三，四各步均與次數多邊圖相同，然五步則不連接各點，而將每交點延長為一橫線，其長以一組為限，（此處須注意者，如不及五歲之組距，應將橫線延長至五歲，五—九之組距，應將橫線延長至一〇，餘類推。）然後由各橫線垂直至橫坐標，卽得直方圖（如圖十四。）

（二）次數分配圖之種類　次數分配圖，種類不一，變化無窮，然大略分之，有以下五種：

a 對稱次數分配圖　世間事物之任何品質，其本身變異雖大，而莫不受一種規式之限制。吾人散步園中，試觀某種樹葉，初若大小相若者，若任拾數千，量其長度，則差異立見。再將其長度相等者，歸為一類，順序而列，則將見長度適中者居多數，長度愈大者，其數愈少，長度愈小者亦然。

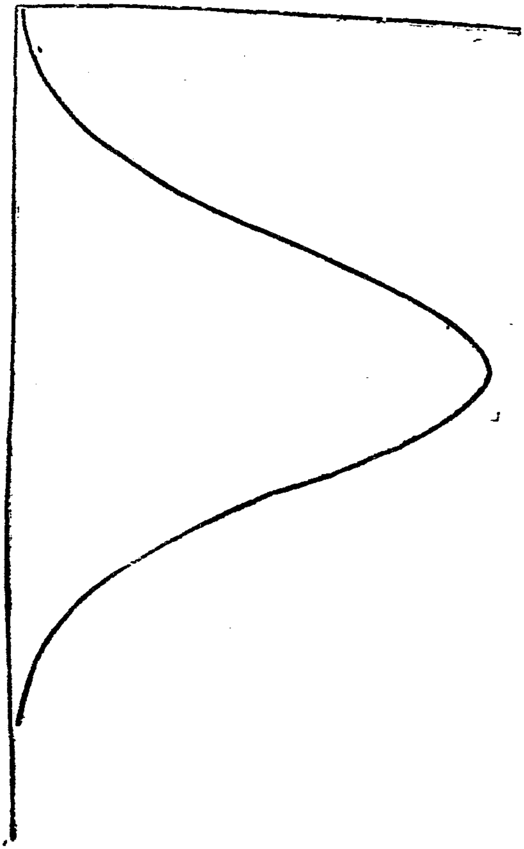
圖十四　次數直方圖（根據表五）



若以橫坐標代表長度，自左向右長度漸加，再以縱坐標代表每種長度所得之次數，自下向上次數漸加，則此數千萬樹葉之長度分配，必爲一種「鐘形」圖，或常態分配圖。（如圖十五，）此圖

之分配，左右對稱，故亦名對稱分配圖。

圖十五 對稱次數分配圖

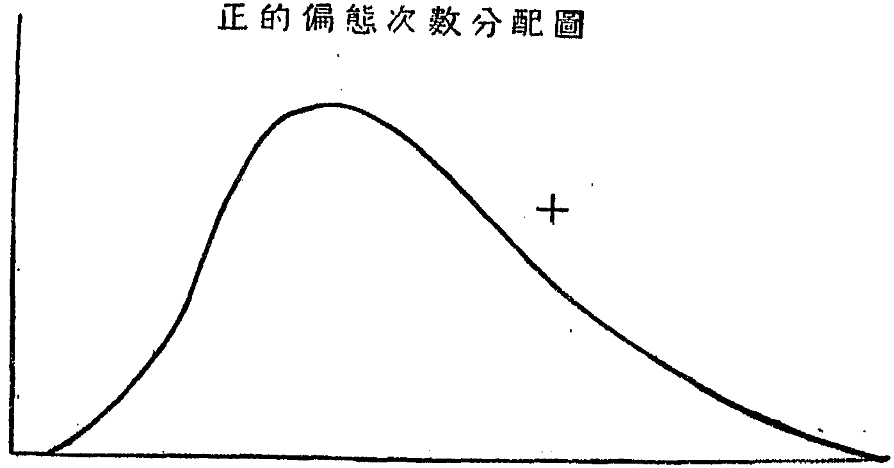


完全對稱分配圖，於實際上不能多得。因世間事實莫不受複雜原因之影響，欲得完全對稱分

配，必適合以下諸條件：（一）關於一事實，必求盡量之觀察，最少必得極多之觀察；（二）有影響於此事實之原因，其勢力必互相均等，而每種勢力之或隱或現，其機會相等；（三）諸原因必互不相關，各自獨立。凡材料之屬於此種分配者，如人類之體重，高度，智力等均是。

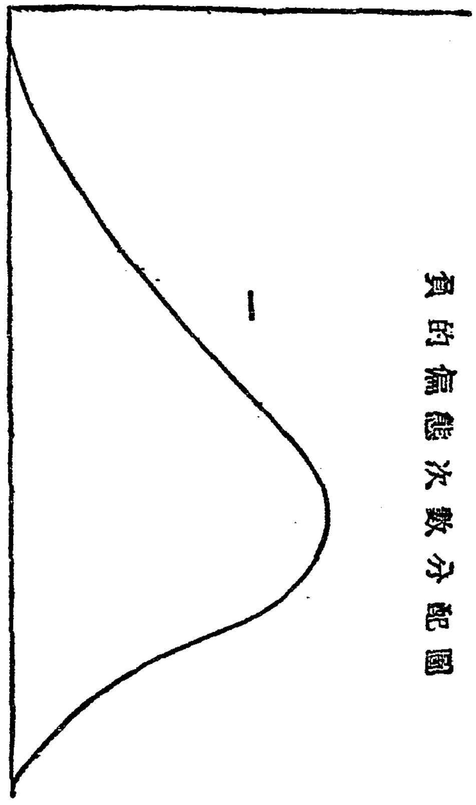
圖十六—A

正的偏態次數分配圖



圖十六—B

負的偏態次數分配圖



b略不對次數分配圖（或偏態次數分配圖） 偏能次數分配圖，可分爲二種：（一）正的偏態次數分配圖；（二）負的偏態次數分配圖。（如圖十六—A及圖十六—B）。

次數分配圖偏態之原因在（一）事實觀察不足，（二）有影響於此事實之原因之勢力不

均，及（三）諸原因之互相關係。世間事實，多屬此類，如財產之分配，死亡律之分配，甚至體重之分配，亦不免稍帶偏態。

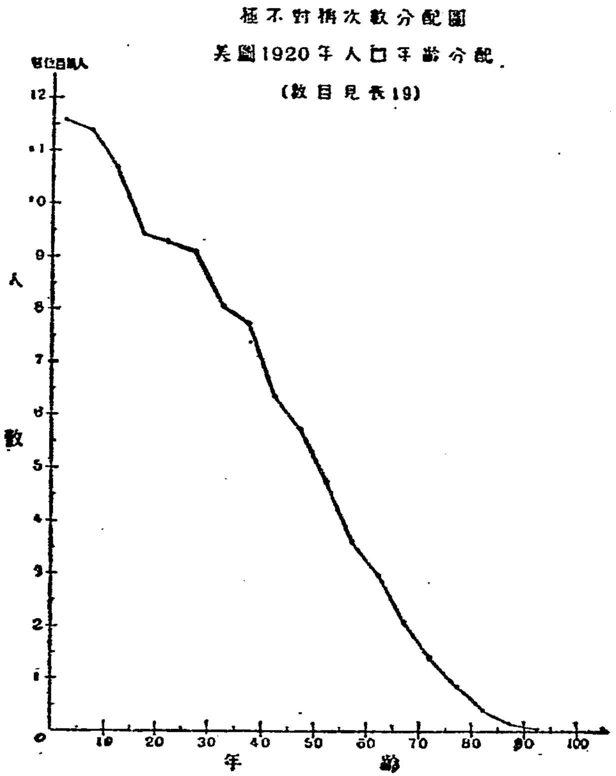
c 極不對稱次數分配圖　此種圖極尋常事實觀察中，不能多得。然於人口年齡分配上，則常見之。茲將美國一九二〇年人口年齡分配列於表二〇，並示於圖十五。

表二〇　美國一九二〇年人口年齡分配表*

年　齡	人　數	年　齡	人　數
	千人		千人
總　數	105,711	55－59	3,549
5歲以下	11,573	60－64	2,983
5 － 9	11,398	65－69	2,068
10－14	10,641	70－74	1,395
15－19	9,431	75－79	857
20－24	9,277	80－84	403
25－29	9,086	85－89	157
30－34	8,071	90－94	40
35－39	7,775	95－99	10
40－44	6,349	100以上	4
45－49	5.764	不詳者	149
50－54	4,735		

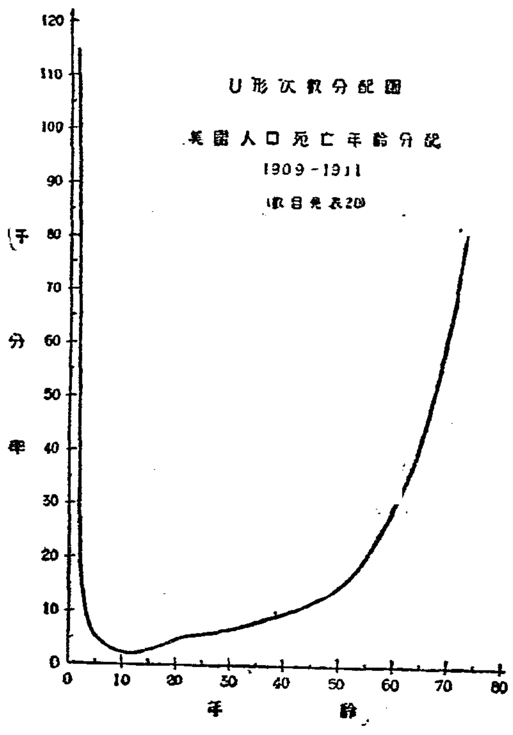
* The Fourteenth Census of United States: 1920, Vol. II, p. 154.

圖十七　極不對稱次數分配圖



d U形次數分配圖　此種分配圖，亦極不易得，惟人口死亡率，常依此圖分配（如圖十八）。蓋老人與嬰孩之死亡率較諸壯年者高故也。

圖十八

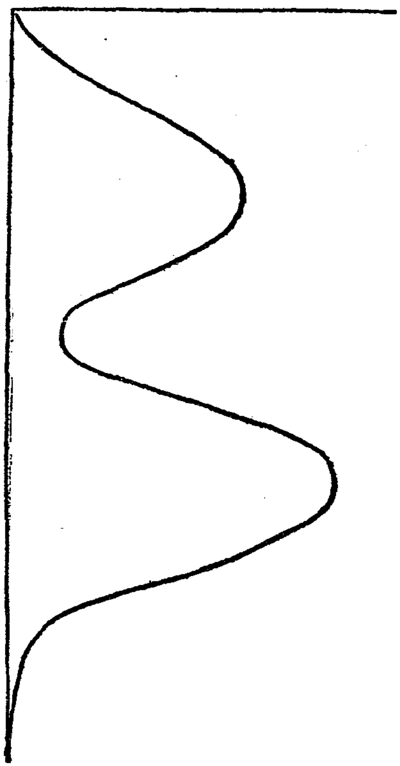


表二一　美國人口死亡年齡分配表（一九〇九——一九一一）*

年　齡	死亡率（千人中）	年　齡	死亡率（千人中）	年　齡	死亡率（千人中）
0 - 1	114.62	25-26	5.54	50-51	14.37
1 - 2	27.62	26-27	5.67	51-52	15.08
2 - 3	12.34	27-28	5.85	52-53	16.01
3 - 4	7.83	28-29	6.06	53-54	17.17
4 - 5	5.65	29-30	6.28	54-55	18.49
5 - 6	4.66	30-31	6.51	55-56	20.03
6 - 7	3.91	31-32	6.78	56-57	21.72
7 — 8	3.30	32-33	7.09	57-58	23.37
8 - 9	2.82	33-34	7.40	58-59	24.97
9 -10	2.47	34-35	7.72	59-60	26.73
10-11	2.27	35-36	8.04	60-61	28.58
11-12	2.19	36-37	8.33	61-62	30.62
12-13	2.22	37-38	8.59	62-63	32.96
13-14	2.36	38-39	8.84	63-64	35.55
14-15	2.57	39-10	9.11	64-65	38.25
15-16	2.84	40-41	9.39	65-66	41.06
16-17	3.16	41-42	9.72	66-67	44.08
17-18	3.52	42-43	10.09	67-68	47.41
18-19	3.89	43-44	10.52	68-69	51.12
19-20	4.28	44-45	10.99	69-70	55.14
20-21	4.68	45-46	11.52	70-71	59.52
21-22	5.00	46-47	12.08	71-72	64.29
22-23	5.19	47-48	12.63	72-73	69.38
23-24	5.29	48-49	13.18	73-74	74.82
24-25	5.42	49-50	13.77	74-75	80.78

* U. S. Bureau of the Census, United States Life Table, Prepared by Jampes W. Glover, p. 54.

㊂多峯形次數分配圖　凡次數分配，可爲單峯形，亦可爲雙峯形，或多峯形。即圖上之曲綫，可有一處高起，亦可有二處或多處高起。大概事實之同樣者，其分配必爲單峯形。若數種不相調和之事實，雜爲一團，則雖合猶分，每種必表出其集中趨勢，而各露高峯（如圖一九），此多峯形圖之所由來也。



圖十九　多峯形次數分配圖

第五章　平均數

統計學之目的，原在研究事實，而得其眞象。前所討論圖表兩章，雖可表示事實大體結果之現象。而精確之關係，緻密之研究，非由數字之計算，不足以盡其事。現統計學家所用之計算方法有三：（一）平均數法，（二）差量法，（三）相關法。本書自本章以後，即分別討論以上數法。

無論何種事實集而成組，必有多少大小之差異，而其分配每集中於某處，是謂其集中趨勢。表示集中趨勢之量數，名曰平均數。

平常所用之平均數，凡有五種，即（一）算術平均數，（二）中數，（三）衆數，（四）代數平均數，（五）幾何平均數。（平常所謂平均數者即算術平均數）茲按以下三點，各分別言之。

a 意義。

b 計算方法。

c 特質（優點及弱點）。

一 算術平均數

（一）意義　算術平均數，亦名普通平均數 (common average)，又名簡單算術平均數 (simple arithmetic average)，蓋其計算簡單，爲人人共曉之平均數也。此數之意義，即從所有事實中，求出平衡均等之現象耳。

（二）計算方法：

方法一　量數未歸類者

設A爲算術平均數。

N爲次數之總和。

X爲量數。

Σ爲和號。則

$$A=\frac{\Sigma X}{N} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{（公式1）}$$

表二二　算術平均數之算法：方法一（根據某處八戶之人口數目）

每戶人數	次數（戶數）
18	1
15	1
9	1
6	1
13	1
10	1
12	1
5	1
88	8

$N=8,\quad \Sigma X=88.$

$\therefore A=88\div 8=11$

方法二　量數已歸類而組距為二單位以上者　此方法有一假定，即每組內之諸量數，分配均勻，其平均數必與該組之中點數相同。其公式如下：

$$A=\frac{\Sigma fX}{N}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\text{（公式2）}$$

此公式內之f為每組距之「次數」，其算法詳表二三。

表二三 算術平均數之算法：方法二（根據廣州市十七年黨員登記合格黨員年齡統計）

組距（年齡）	組距中點	次數（人數）	次數×組距中點
15—19	17	209	3553
20—24	22	1053	23166
25—29	27	1354	36558
30—34	32	1459	46688
35—39	37	1273	47101
40—44	42	958	40236
45—49	47	664	31208
50—54	52	383	19916
		7353*	248426

$$N=7353 \qquad \Sigma fX=248426$$

$$\therefore A=\frac{248426}{7353}=33.78$$

*此外尙有五五歲以上者二八八人，因年齡不詳，故刪去。

但照此法，數目太大，計算費時，殊不經濟，爲敏捷計，宜用方法四。

方法三　簡捷法（a）：量數之未歸類者　若量數繁多，則宜用簡捷法計算之，公式如下：

$$A = E + \frac{\Sigma(X-E)}{N} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (\text{公式}3)$$

在此公式內

A＝眞正算術平均數；

E＝假定算術平均數；

X＝量數

Σ＝和號

N＝次數之總和

算式如下：

表二四　算術平均數之算法：簡捷法（a）（根據表二二）

每戶人數	假定平均數	量數與假定平均數之差
X	E	X－E
18		+5
15		+2
9		－4
6		－7
13	13	0
10		－3
12		－1
5		－8
		－16

$N=8$,

則$-16\div 8=-2$，卽校正數。

$\therefore A=13+(-2)=11$

此法與前法不同之點有二：（一）先假定一平均數；（二）所計算者非眞正平均數，乃眞正平均數與假定平均數之差，此差數卽校正數。

方法四　簡捷法（b）：量數已歸類而組距爲二單位以上者　若量數已照次數分配排列，則計算之法，宜照下列公式：

$$A=E+\frac{\Sigma f(V-E)}{N} \quad \text{……（公式4）}$$

在此公式內，f爲次數，V爲組距之中値。餘同公式3。

算式如表二五：

表二五 算術平均數之算法：簡捷法（b）（根據表二三）

年齡	人數	組距中點	組距中值與假定平均數之差	次數×差數
	f	V	（V－E）	f（V－E）
15－19	209	17	－3	－627
20－24	1053	22	－2	－2106
25－29	1354	27	－1	－1354
30－34	1459	32	0	0
35－39	1273	37	＋1	＋1273
40－44	958	42	＋2	＋1916
45－49	664	47	＋3	＋1992
50－51	383	52	＋4	＋1532
	7353			＋2626

$2626\times5=13130$　　$13130\div7353=1.78$

假定平均數＝32

$\therefore A=32+1.78=33.78$

此法應注意者有三:

a 觀察大勢,假定平均數所在之組距。玆假定爲 30－34,此組之中點爲32卽爲假定平均數。

b 每組爲五單位,第四欄本爲－15,－10,－5,0,＋5,＋10,＋15,＋20。然爲計算省力起見,假定各組距爲1,而得－3,－2,－1,0,＋1,＋2,＋3,＋4。

c 第五欄正負各數相消後,得 2626,以組距 5 乘之(因先第四欄各數係假定組距爲 1,減少五倍,藉省計算上之時力,此時應以 5 乘之,使之還原)得 13130;再以次數 7353 除之,得 1.78 爲校正數。

(三)算術平均數之特質:

a 優點:

1. 算術平均數,是根據事實全部之觀察,與各項均有密切之關係。

2. 其意義甚簡明而普通,無須解釋。

3. 其算法甚簡單，雖無統計知識之人，亦能爲之。

4. 若知項數，則能求得總數。例如中國人口每戶平均爲五·五人，若知戶數，則可計算全國之人口。

b 弱點：

1. 算術平均數未必見諸事實，假如按安徽十七年戶口調查統計，平均每戶爲五·八人。然於事實上斷無一戶有五·八人。

2. 算術平均數，常受極端量數之影響而大變其數量。

3. 於次數分配圖上，算術平均數則不能指定。

4. 若極端之數遺漏，則算術平均數不能算出。

5. 算術平均數係將全部事實雜糅一處，而求其平均。故對於目前所研究問題之現狀，無從表現，而對於將來此項事實之趨勢，亦難於推測。設某項事實中五的現象有十個，六〇的現象有一個。今若以此項平均數求之，則得一〇。試問此數目，與本問題表示何等狀況，其將來趨

勢如何，更難言矣。

二 中數

（一）意義　中數者，居中之數量也。設有幾個量數，其數目依照大小次序排列（如表二六），中數則居上下兩方相等之中間。設有五人其高度爲六一寸，六二寸，六三寸，六四寸，六五寸等，中數則爲六三寸。若添多一人其高度爲六六寸，則中數居於六三寸與六四寸之間，爲六三·五寸。若兩個中項之數目均相同，如五，七，九，九，一〇，一三，等，則中數爲九。

（二）計算方法　中數計算方法甚多，然最要者有三：

方法一　分立數列　若數量均知且依照大小次序排列（如表二六），則可由觀察而計算之，其法係由上下兩端任何一端起，數至中間之項止，卽$\frac{n+1}{2}$項……（公式5）卽項數加1，以2除之，則得中數之位置，此處卽爲中數。

表二六　某處人口之年齡（根據表四）

位置	年　齡	位置	年　齡	位置	年　齡	位置	年　齡
1	1	26	25	51	33	76	42
2	2	27	25	52	33	77	43
3	4	28	26	53	34	78	43
4	6	29	26	54	34	79	43
5	9	30	26	55	34	80	44
6	10	31	26	56	35	81	45
7	11	32	27	57	35	82	45
8	12	33	27	58	36	83	47
9	14	34	27	59	36	84	47
10	15 —D_1^a	35	28	60	36	85	47
11	15	36	28	61	36	86	48
12	15	37	28	62	37	87	49
13	17	38	29	63	37	88	50
14	18	39	30	64	37	89	51
15	18	40	30	65	38	90	51
16	20	41	30	66	38	91	54
17	20	42	30	67	39	92	55
18	20	43	30	68	39	93	56
19	21	44	31	69	39	94	58
20	21	45	31	70	40	95	60
21	22	46	32	71	40	96	64
22	22	47	32	72	40	97	64
23	22	48	32	73	41	98	66
24	22	49	32	74	41	99	68
25	24	50	33	75	42	100	74
	—Q_1		—Mi		—Q_3		

D_1^a 之意義爲十分點（first decile）

表二六中，項數共計一〇〇，若按此法計算，則中數在第五〇項與第五一項之間，但兩項均爲三三，故中數仍爲三三。

方法二　繼續數列　若量數按照次數分配排列，則中數宜用<u>愷雷</u>(Kelley)氏公式求之。其公式如下：

$$Mi = L + \left(\frac{\frac{n+1}{2} - F}{f}\right)i \cdots\cdots\cdots\cdots（公式6）$$

在此公式內：

Mi ＝ 中數

L ＝ 此組最低（或最高）界限之價值

n ＝ 次數之總數

F ＝含有中數之組距以上（或以下）次數之總數

f ＝含有中數之組距的次數

i ＝組距之大小

若以表一四之材料代入此公式，則

$$Mi = 30 + \left(\frac{\frac{100+1}{2} - 38}{17}\right)5$$

$$= 30 + \frac{12.5}{17} \times 5$$

$$= 30 + 3.7 = 33.7$$

茲再按次說明之：

a 先求中數之位置，$\left(\frac{n+1}{2}\right)$得 50.5

b 求含有中數之組距，觀第二欄累積次數，50.5 必包含在 55 之內。其組距爲 30－34。而 30 爲該組最低價值。

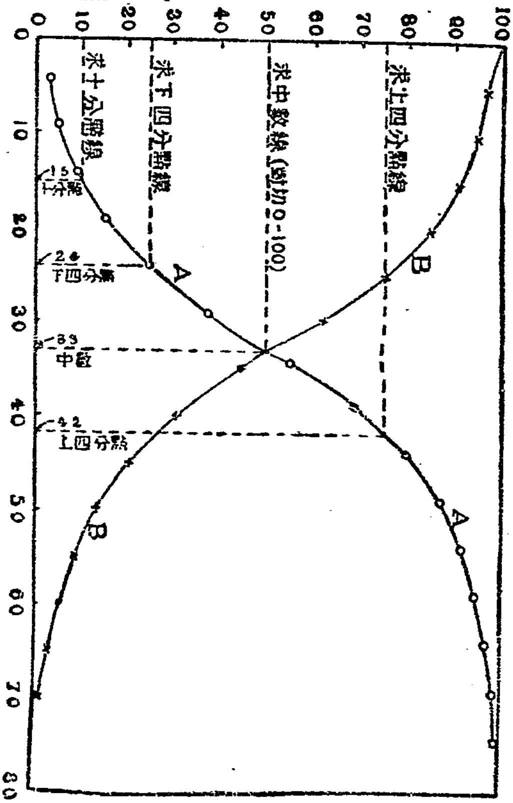
c 此組以上次數之總數，由第三欄觀之，爲 38。

d 30－34，其組距爲 5，次數爲17。以此數量，代入公式，即得上數。

方法三　用累積次數圖　中數亦可由累積次數圖求之。其方法係由縱坐標上代表總次

數部分之中點起，作一平行線，切已修勻累積次數之曲線為兩段，在交切之點，復作一垂直線直至橫坐標，其與橫坐標交切之點(31)，即為中數。

圖三十　累積次數圖（材料根據表一四）



在圖二〇中，即用此方法之一例。爲比較起見，兩線均表現於圖上，然僅用A線（即根據表一四第三欄「以下」累積次數）以求中數。茲爲學者明瞭計，再將其作法說明之。按照表一四第三欄之材料，繪成A線（B線則根據第四欄）在縱坐標上50之處（切0—100爲兩半）起作一平行線直至A線；在其交切之點起，作一垂直線至橫坐標上，其與橫坐標交切之點33，即中數也。

初學者尤宜注意者，即A線與B線所得之結果，均應相同無異。

又如圖二〇所指示，四分點及十分點等均可用此法求之。四分點有上四分點與下四分點之別。上四分點(Q_3)係將量數之總和分爲兩部，上部占四分之一下部占四分之三；下四分點(Q_1)係將量數之總和分爲兩部，上部占四分之三下部占四分之一。至十分點係將量數之總和分爲兩部，上部占十分之九，下部占十分之一。故中數有時亦稱爲五十分點。

（三）中數之特質：

a 優點：

1. 中數最大之優點，即一客觀之量數，固定正確，不受兩端特殊數量所影響。故對於工資

及財富分配之統計上，效用尤大。

2. 計算方法最簡明。

3. 計算中數時，其量數必須順序排列，故有顯明全部事實分配現象之特點。

b 弱點：

1. 中數計算之方法雖簡明，但不若算術平均數之易曉。

2. 以中數乘次數之和，不能得總數。

3. 在間斷數列中，若量數相同太多時，中數則不確定。設有以下之數列，3,4,5,6,6,6,7,7,7,7,8；以$\frac{n+1}{2}$求之，第六項為中數，即6。但小於6者有三項，大於6者有五項，故6為中數似未十分正確。

三 衆數

(一)意義 衆數者(mode)，卽在許多量數中，其次數最多之數也。譬如安徽戶籍之調查，每戶人口，五人者爲最多，則五人爲衆數；又安慶市工人每月得一十元者，人數最多，則一十元亦爲

衆數。

（二）計算方法：

方法一　若組距為一，則近似衆數（非理論衆數），可由觀察得之。如表二七七月出生人數最多，故七月為某年中之衆數，（初學者不可誤認次數二〇為衆數）。

表二七　某處某年出生統計表

月份	量數
一月	二
二月	三
三月	八
四月	七
五月	五
六月	一二

七月……………………………………………………………二〇

八月……………………………………………………………一五

九月……………………………………………………………一六

十月……………………………………………………………九

十一月…………………………………………………………七

十二月…………………………………………………………八

方法二　此法係用關而生之公式，算法簡便，其結果雖爲近似理論之衆數，較眞正理論衆數(the true mode) 稍有差異；但於戶籍統計中，足供應用。玆示其公式如下：

$$Mo = A - 3(A - Mi) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (\text{公式}7)$$

在此公式內

Mo ＝ 衆數

A ＝ 算術平均數

Mi＝中數

由上列之公式，可用下表之材料以明之：

表二八　安徽各縣平均每戶人數表（按十七年第一次調查報告）

平均每戶人數	縣數
4–5	18
5–6	28
6–7	10
7–8	3
8–9	1
	統計 60

按上表　$A=5.5$

$Mi=5.4$

代入公式

$$Mo=5.5-3(5.5-5.4)$$
$$=5.2$$

5.2恰好在5–6之組間，蓋此組縣數最多，卽衆數所在之組也。故每戶5.2人爲安徽之代表家庭(modal family)。

方法三　此法用以求繼續數列之衆數，更爲簡便，其公式如下：

$$Mo = L + \frac{i \times f_2}{f_2 + f_1} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots （公式8）$$

在此公式內

Mo ＝衆數。

L ＝衆數所在組之最低價值。

i ＝組距。

f_2 ＝衆數所在組，上組之次數。

f_1 ＝衆數所在組，下組之次數。

以表二八之材料，代入公式，則得

$$Mo = 5 + \frac{1 \times 10}{10 + 18} = 5.36$$

（三）衆數之特質：

a 優點：

1. 其意義常人共曉。
2. 不爲極端數量所影響。
3. 其計算方法甚易，蓋僅察其次數之多寡，卽知近似之衆數也。

b 弱點：

1. 有時因分組方法不同，衆數常隨之而變。
2. 顯明之衆數，有時不容易彰出，如在工資統計中，欲得兩個相同之工資，常不易得。
3. 以衆數乘總次數則不能得各量數之和。
4. 衆數雖不爲極端之數所影響，但需要極端數量之重(weight)時，卽爲其缺點。

四　幾何平均數

（一）意義　幾何平均數者（或稱對數平均數，）卽N項數相乘之積，而求其N次根也。算術平均數，中數，衆數爲統計中最常用者，然在戶籍統計中，幾何平均數，頗具重要。如人口調查，普通爲每十年一次。若知兩時期之人口，則中間時期之人口，卽爲兩時期人口之幾何平均。例如

美國人口一九一〇年爲九一、九七二、二六六，一九二〇年爲一〇五、七六〇、六二〇，則一九一五年之人口，若不受天災兵禍之影響，大概必爲

$$\sqrt{91,972,266 \times 105,760,620} = 98,602,258$$

（二）計算方法　若項太繁，可用以下公式。

$$G. = \sqrt[n]{a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots\cdots a_n} \cdots\cdots\cdots\cdots（公式 9）$$

在此公式內

$G. =$ 幾何平均數

$a_1, a_2, a_3 \cdots\cdots a_n =$ 各項數量

用此公式時，若用對數表（書末附有簡單對數表，）則計算較易，其公式如下：

$$\log G. = \frac{\log a_1 + \log a_2 + \log a_3 + \cdots\cdots \log a_n}{n} \cdots\cdots\cdots\cdots（公式 10）$$

茲舉例以明之，設有 32,35,12,18，四個數，試求其幾何平均數。

$$G.=\sqrt[4]{32\times35\times12\times18}$$

$$\log G.=\frac{5051+5441+0792+2553}{4}=3459$$

$$\therefore\quad G.=22.13$$

（三）幾何平均數之特點：

a 優點：　凡平均數受極大或極小之數所影響者，用幾何平均數，則其影響可以減少。例如81與4之算術平均數爲$\frac{81+4}{2}=42.5$；而其幾何平均數則爲$\sqrt{81\times4}=18$。

b 弱點：　幾何平均數之弱點，在計算較煩，若數學無研究者，則不易領悟。

五　倒數平均數

（一）意義：　倒數平均數(harmonic mean)者，即各項數量倒數之算術平均數之倒數也。初學者對此意義，未免含糊不清，若細閱以下之舉例，諒不難解悟。

（二）計算方法：　計算倒數平均數之法，可用下列公式。

$$H=\frac{1}{\frac{1}{N}\Sigma\frac{1}{X}}\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{公式}11)$$

或爲

$$H=\frac{\frac{1}{X_1}+\frac{1}{X_2}+\frac{1}{X_3}+\cdots\cdots\frac{1}{X_n}}{n}\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{公式}12)$$

在此公式內

H＝倒數平均數

N＝項數

X＝各項數量＝$X_1, X_2, X_3, \cdots\cdots$

玆舉例說明以上公式之應用。設有甲乙丙三個學生，解答某算題，甲生需六分鐘（卽每點鐘能解答一〇題），乙生需八分鐘（卽每點鐘能解答七·五題）；丙生需一〇分鐘（卽每點鐘能解答六題）。問此三生每點平均能解答算題若干？此題答案，以算術平均數之法求之爲八；若以倒數平均數之法求之則非也。玆將其算法列於下表：

表二九　倒數平均數之算法

每點鐘解答之題數	每點鐘解答算題之數之倒數 $\frac{1}{X}$	解答每題所需之時間
甲生……10 乙生……8 丙生……6 $3\overline{)24}(8=$ 甲乙丙三生平均每點鐘解答之題數 （算術平均數）	$\frac{1}{10}=.10000$ $\frac{1}{8}=.12500$ $\frac{1}{6}=.16667$ $3\overline{).39167}(.13056=$ 甲乙丙三生解答每題之平均時間 $\frac{1}{.13056}=$甲乙丙三生平均每點鐘解答之題數（倒數平均數）	$\frac{60}{10}=6$ 分鐘 $\frac{60}{8}=7.5$分鐘 $\frac{60}{6}=10$ 分鐘 $3\overline{)23.5}(7.83=$ 甲乙丙三生解答每題所需之平均時間 $\frac{60}{7.83}=7.66=$甲乙丙三生平均每點鐘解答之題數(倒數平均數)

上表第一欄係按照算術平均數法計算第二及第三欄均按照倒數平均數法計算其稍異之處卽第三欄以一點鐘化爲六〇分耳，但結果相同。

（三）倒數平均數之特質　倒數平均數之優點，在表現時間之平均率。教育統計中常用之。至其弱點，則與幾何平均數同。

第六章　差量與偏態性

一　差量之意義

次數分配之情形，可用平均數形容之，前章已詳言之矣。然有時有數種分配，其平均數雖同，而各量數與平均數之差，則彼此各異。例如下列甲乙兩表，其平均數均爲五〇；然甲表量數與平均數之差，爲數甚微，而乙表則參差甚大。此種量數與平均數差異之情形，謂之差量。

甲表	乙表
四〇	一〇

四五	二〇
五〇（平均數）	五〇（平均數）
五五	八〇
六〇	九〇

差量之程度，於社會經濟統計中，極其重要。社會家當統計某種工人工資時，不獨要知其平均每人之工資，而尤要知此平均工資是否爲數人所得，抑或僅少數人得大宗收入，而其餘數千或數萬工人之收入，遠在平均工資之下？在戶籍統計中亦然，例如各市人口死亡平均率，固可表明其集中之趨勢；然各率與平均率差異之情形，則非用差量法，無以表現之。

二　差量之算法

測算差量之方法有四：（一）全距離，（二）四分差，（三）平均差，（四）標準差。茲分述之如次：

（一）全距離

測算差量最簡易之方法爲全距離，其法係將事實中最大之數，減去最小之數，乃得。但不固定，且不可靠。蓋其數量僅賴兩端之數，若遇極端數量（極大或極小），則全距離將大受其影響。故此法除用於記載利率之升降及有價證劵價值之漲落外，甚鮮用之。

（二）四分差

a 四分差之意義　四分差(quartile deviation, or semi-interquartile range，縮寫爲Q)者，係將事實由小而大，依次排列，分爲四等段，第一段與第二段之交點爲下四分點(lower quartile或Q_1)，第二段與第三段之交點爲中數，第三段與第四段之交點爲上四分點(upper quartile或Q_3)。以上四分點減去下四分點半之，卽第四分差。

若分配完全對稱，則 $Q_3 - Mi = Mi - Q_1$，其差數均可作爲四分差；然普通分配，常帶偏態，或不對稱，故 $Q_3 - Mi$ 未必等於 $Mi - Q_1$，所以須以 $Q_3 - Q_1$ 折半之，始能表明Q之確度。

b 四分差之算法　依照上節所述，則Q之計算方法，宜用以下公式：

$$Q=\frac{Q_3-Q_1}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots（公式13）$$

關於計算四分點之法，本宜用$\frac{n+1}{4}$之公式，方得其最準確之度。例如表二六中計有一百項，Q_1之位置，應在第二五與第二六項之間；Q_3之位置，應在第七五與第七六項之間。然爲省力計，普通之算法，Q_1之位置$=\frac{n}{4}$（項數之和以4除之），Q_3之位置$=\frac{3n}{4}$。此公式雖不若前者之準確，然出入甚微，故多用之。至Q_1與Q_3之值，則可用求中數之法求之。

茲設例以明Q之算法。

表三〇　四分差之求法

（某省一〇八村一年內一千八中之死亡比率）

組距（死亡率）	次數（村數）	
40－ 50	2	
50－ 60	3	
60－ 70	5	
70－ 80	4	
80－ 90	8	
90－100	10	$Q=\frac{126.66-95}{2}=15.83$
100－110	25	
110－120	16	
120－130	12	
130－140	7	
140－150	8	
150－160	4	
160－170	2	
170－180	1	
180－190	1	
	n＝108	

算法如下：

（a）　以4除次數之總和108得27

（b）　$Q_1=90+\frac{27-22}{10}\times 10=95$

（c）　$Q_3=120+\frac{81-73}{12}\times 10=126.66$

（d）　$Q=\frac{126.66-95}{2}=15.83$

c 四分差之特性

1. 若分配對稱或略不對稱，則自中數起，正負各一個Q，占有全數之 50%，Q_1 以下占有全數之 25%，Q_3 以上亦占有全數之25%。

2. 在正 Q與負 Q(±Q) 之間，其中任何一量數與平均數之差，均不能越過Q之值。

3. 在常態分配圖或略不對稱分配圖上，Q=.8453 A.D. 或 .6745 S.D.。

（三）平均差

a 平均差之意義　平均差(average deviation)者，即各項量數與衆數，或中數，或算術平均數之差之平均數也。衆數，中數，及算術平均數，均可為計算平均差之標準；然用中數，則於計算上較易。故統計學者多用之。

b 平均差之算法　關於計算平均差，學者宜注意者，即與中數之差各數相加時，不計正負。

茲將其算法，分列於下：

（一）普通法　方法一　倘事實簡單，且量數未經歸類，則可用下列公式：

$$A.D. = \frac{\Sigma(X - Mi)}{n} \qquad \text{（公式14）}$$

在此公式內：

A.D.＝平均差，

X＝各項量數，

Mi＝中數，

n＝項數之總和，

Σ＝和之符號。

算式如下：

表三一　平均差之普通求法　方法一（材料與表二七同）

量數（X）	差數（X—Mi）
2	6
3	5
5	3
7	1
7	1
8	0
8	0
9	1
12	4
15	7
16	8
20	12
$2\,\big\lvert\,\underline{12+1}$ 6.5 項	48
中數=8	$A.D.=\frac{48}{12}=4$

算法如下：

（一）　將事實依次排列。

（二）　求出中數爲 8。

（三）　求各項量數與中數之差。

（四）　將各差數相加（正負不計），得48。

（五）　以項數之總和12除差數之總和48得4，卽爲平均差。

方法二　若量數已歸類列成分配表者，則應用以下公式：

$$\text{A. D.} = \frac{\Sigma f(v - Mi)}{n} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（公式15）}$$

在此公式內：

f ＝次數，

v ＝組距中值，

Mi ＝中數，

n ＝次數之總和。

算式如下：

表三二　平均差之普通求法　方法二（材料與表三〇同）

組距	組距中值	次數	差數	次數×差數
	V	F	V—Mi	F(V－Mi)
40－50	45	2	63.8	127.6
50－60	55	3	53.8	161.4
60－70	65	5	43.8	219.0
70－80	75	4	33.8	135.2
80－90	85	8	23.8	190.4
90－100	95	10	13.8	138.0
100－110	105	25	3.8	95.0
110－120	115	16	6.2	99.2
120－130	125	12	16.2	194.4
130－140	135	7	26.2	183.4
140－150	145	8	36.2	289.6
150－160	155	4	46.2	184.8
160－170	165	2	56.2	112.4
170－180	175	1	66.2	66.2
180－190	185	1	76.2	76.2
	N＝108			2272.8

中數＝108.8　　$A.D.=\frac{2272.8}{108}=21.04$

算法如下:

（1） 照前章求中數法，求得中數爲 108.8。

（2） 求各組中值與中數之差得 63.8，53.8 等。

（3） 以次數乘各該差數得 127.6，161.4 等。

（4） 不論其正負，將「次數×差數」之積相加，得 2272.8。

（5） 以次數之總和 108 除 2272.8 得 21.04，卽爲平均差。

（二）簡捷法　若事實繁雜，則可用簡捷法計算之。其公式爲：

$$A.D.=\frac{\Sigma fd+c(Nb-Na)}{n} \cdots\cdots\cdots\cdots (公式16)$$

在此公式內：

Σfd＝次數乘差數（與假定中數）之總和

c＝校正數，

Na＝比眞正中數較大者之總項數，

Nb＝比眞正中數較小者之總項數，

n＝次數之總和。

算式如下：

表三三 平均差之簡捷求法（材料與表三〇同）

組距	次數 f		差數 d	次數×差數 fd
40–50	2	57=bN	6	12
50–60	3		5	15
60–70	5		4	20
70–80	4		3	12
80–90	8		2	16
90–100	10		1	10
100–110	25		0	0
110–120	16	51=Na	1	16
120–130	12		2	24
130–140	7		3	21
140–150	8		4	32
150–160	4		5	20
160–170	2		6	12
170–180	1		7	7
180–190	1		8	8
N=108				ΣFd=225

$$\therefore \text{A.D.}=\frac{225+.38(57-51)}{108}$$ 眞正中數=108.8

$$=\frac{227.28}{108}=2.104$$ 假定中數=105

校正數 $C=\frac{108.8-105}{10}=.38$

$$=2.104\times10=21.04$$

算法如下：

1. 求次數之和 n 爲 108。
2. 求眞正中數爲 108.8。
3. 以含有眞正中數組距(100—110)之中值 105 爲假定中數。
4. 求校正數(c)爲 .38。
5. 求各組中值與假定中數之差，設各組距離爲 1，藉省時力。故得 6，5，4，3，2，1，0，1……等。
6. 求次數乘差數之總和(ΣFd)得 225。
7. 求比眞正中數較小者之總項數 (Nb) 得 57。
8. 求比眞正中數較大者之總項數 (Na) 得 51。
9. 將以上所得之值，代入公式，

$$A.D.=\frac{225+.38(57-51)}{108}=2.104$$ （卽組距爲 1 單位之平均差。）

10. 以組距10乘 2.104（因前假設各組距離爲 1，故此處應以組距 10 乘之，使其還原）遂得

A.D. = 2.104 × 10 = 21.04.

c 平均差之特點：

1. 計算繁雜。

2. 根據全部事實。

3. 受取樣變動之影響。

4. 中點左右各一個平均差（±A.D.），約占全數之 57.5%。

5. 在常態分配圖或略不對稱圖上，

A.D. = .7979 S.D.

（四）標準差

a 標準差之意義　標準差（standard deviation，縮寫爲 S.D.，符號爲σ）者，即各差

數之方之平均數之方根也。質言之，即將各量數與算術平均數之差，方之，然後相加得各方數之和；復以次數除之，得差數方之平均；再求其方根，即得標準差。

b 標準差之算法：

1. 普通法： 若事實簡單，則可用此法，其公式爲：

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma d_2}{n}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（公式17）}$$

$$\text{或 } \sigma=\sqrt{\frac{\Sigma fd_2}{n}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（公式18）}$$

在以上兩個公式內：

σ ＝標準差，

d ＝與平均數之差，

n ＝次數之總和，

f ＝次數。

玆用表二七之材料，以明其算式。

表三四　標準差之普通求法（材料與表二七同）

量數	差數	差數方
2	−7.33	53.73
3	−6.33	40.07
5	−4.33	18.75
7	−2.33	5.43
7	−2.33	5.43
8	−1.33	1.77
8	−1.33	1.77
9	−33	.11
12	+2.67	7.13
15	+5.67	32.15
16	+6.67	44.49
20	+10.67	113.85
12) 112 (9.33		324.68

A = 9.33　　$\therefore\ \sigma=\sqrt{\dfrac{324.68}{12}}=\sqrt{27.06}=5.2$

算法如下：

1. 求各量數之平均數(A)爲 9.33。

2. 求各量數與平均數之差，得 −7.33，−6.33 等。

3. 將各差數乘方，得 53.73，40.07 等。

4. 將各差數方相加得 324.68。

5. 以次數 12 除 324.68 得 27.06。

6. 將 27.06 開方，得 5.2，即爲標準差。

（二）簡捷法　倘事實繁雜，可用此法，以省時力，其公式爲：

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma d_E^2}{n}-(A-E)^2}\cdots\cdots\cdots\cdots（公式19）$$

在此公式內：

$\Sigma d_E^{\,2}$＝各量數與假定平均數之差方之總和，

A＝眞正平均數，

E＝假定平均數，

n＝次數。

若將此公式，使之更合於次數分配，可以$\Sigma F(V-E)^2$代 $\Sigma d_E^{\,2}$，則中 V 爲組距中值，F爲組距次數，則上列公式，可變爲

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma f\,(V-E)^2}{n}-(A-E)^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{公式}20)$$

算式如下：

表三五　標準差之簡捷求法（材料與表三〇同）

組　距	次數	組距中值	與假定平均數之差	差數方	次數×差數	次數×差數方
	f	V	V−E	$(V-E)^2$	f(V−E)	$f(V-E)^2$
40−50	2	45	−60	3600	−120	7200
50−60	3	55	−50	2500	−150	7500
60−70	5	65	−40	1600	−200	8000
70−80	4	75	−30	900	−120	3600
80−90	8	85	−20	400	−160	3200
90−100	10	59	−10	100	−100	1000
100−110	25	105	0	0	0	0
110−120	16	115	+10	100	+160	1600
120−130	12	125	+20	400	+240	4800
130−140	7	135	+30	900	+210	6300
140−150	8	145	+40	1600	+320	12800
150−160	4	155	+50	2500	+200	10000
160−170	2	165	+60	3600	+120	7200
170−180	1	175	+70	4900	+ 70	4900
180−190	1	185	+80	6400	+ 80	6400
	108				+1400 − 850 + 550	84500

$$A=E+\frac{\Sigma f(V-E)}{108}$$

$$=105+\frac{550}{108}=110.1$$

代入公式 20

$$\sigma=\sqrt{\frac{84500}{108}-(110.1-105)^2}$$

$$=\sqrt{782.41-26.01}\quad=\sqrt{756.40}\quad=27.5$$

算法如下:

1. 將事實排作次數分配表。

2. 記出各組距之中值（V）。

3. 在（V）欄各量數中任擇一數爲假定平均數，茲擇 105 爲假定平均數（E）。

4. 求各組距中值與假定平均數（105）之差（V－E）。

5. 將各差數乘方（V－E）^{2}。

6. 以次數乘差數〔F(V－E)〕，復將正負各數分別相加，然後相消，得餘數 ＋550。

7. 以次數乘差數方〔F(V－E)^2〕，加之共得 84500。

8. 將以上所有之值求出眞正平均數。

$$A = 105 + \frac{550}{108} = 110.1$$

9. 代入公式20

$$\sigma = \sqrt{\frac{84500}{108} - (110-105)^2} = 27.5$$

此法之外，尚有一法，於計算上，更爲簡便，茲揭其公式如下：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f d_E^2}{n} = C^2} \cdots\cdots\cdots\cdots (公式21)$$

在此公式內：

$\Sigma f d_E^2$ = 次數乘差數方（與假定平均數）之總和。C^2 = 校正數方。

茲將其算式列下，以便比較。

表三六　標準差之簡捷求法（材料與表三〇同）

組	距	次數 F	差數 d_E	差數方 d_E^2	次數×差數 Fd_E	次數×差數方 Fd_E^2
40	50	2	−6	36	−12	72
50	60	3	−5	25	−15	75
60	70	5	−4	16	−20	80
70	80	4	−3	9	−12	36
80	90	8	−2	4	−16	32
90	100	10	−1	1	−10	10
					−85	
100	110	25	0	0		
110	120	16	+1	1	+16	16
120	130	12	+2	4	+24	48
130	140	7	+3	9	+21	63
140	150	8	+4	16	+32	128
150	160	4	+5	25	+20	100
160	170	2	+6	36	+12	72
170	180	1	+7	49	+ 7	49
180	190	1	+8	64	+ 8	64
		N=108			+140	845
					− 85	
					108) 55(.51	

$$C = .51 \qquad C^2 = .2601$$

代入公式：

$$\sigma = \sqrt{\frac{845}{108} - (.51)^2} = \sqrt{7.824 - .2601}$$

$$= \sqrt{7.5639} \qquad = 2.75$$

$$\therefore \sigma = 2.75 \times 10 \qquad = 27.5$$

本法與前法之計算，大體相同，而稍異之處有四：

1. 組距中值，可免記出。

2. 在計算差數時（與假定平均數之差）時，各組距單位本爲 10，而假定其爲 1，故其差數各少去十倍，因此於計算上大省時力。

3. 免求眞正平均數，只求其校正數（即眞正平均數與假定平均數之差。）

4. 最後須以組距原有單位乘入，始與原數相符，本例題以 10 乘之者，即因此也。

（C）標準差之特性：

1. 標準差能使極端之差數，占重大之勢力。

2. 標準差係根據於全部事實，最爲公允。

3. 標準差最準確可靠，故計算相關及可靠性時，均要用之。

4. 可用代數計算，且稱便捷。

5. 若分配對稱，或略不對稱，則從平均數起，正負各一個標準差，等於全數之 68.26%（$\pm\sigma=68.26\%$）；正負各二個標準差，等於全數之 95.46%；正負各三個標準差等於全數之 99.73%。

6. 以 6 乘標準差，可得全數之 99.73%，故可以證明計算有無錯誤。

7. 從平均數左右各展開一個標準差。共占全數之 68.26%，其中任何一量數與平均數之差，無一能越過標準差之值。

三　各種差量之換算法

按上所論各種差量（即Q，A. D.，及S. D.），在常態分配圖上，彼此各有一定之比率，知其一，便可計算其他。茲將各種差量之比率列下：

A. D. =.7979 S. D.

Q =.6745 S. D.

Q =.8453 A. D.

照上列之比率，將表 33 之 A. D.(21.04) 換算之，則得

S.D.=21.04÷.7979=26.37

Q=21.04×.8453=17.78

然此二數，與實際算出之 S.D.27.5（表三六），Q 15.83（表三〇），均不相同，此乃因分配不係常態所致也。

四　差量係數

（一）意義　差量係數（coefficients of dispersion）者，即測量各差數之比率也。蓋要比

較兩種事實之差量程度，斷不可以其絕對的(absolute)差數，直接相比，因其測量事實之單位不同；且所得之結果，又大小懸殊，均無直接比較之價值，故必須用其差量係數，始能表明其差異程度之高低也。

（二）算法　計算差量係數之方法，可用以下闢而生之公式：

$$V（差量係數）=\frac{S.D.}{A}\times100 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots（公式22）$$

茲舉例以明之：表三四之平均數 $=9.33$，標準差 $=5.2$，則差量係數爲

$$V=\frac{5.2}{9.33}\times100=55.73\%$$

表三五之平均數 $=110.1$，標準差 $=27.5$，則差量係數爲

$$V=\frac{27.5}{110.1}\times100=25.98\%$$

按以上所舉之例，表三五之標準差高於表三四之標準差五倍有餘，此種絕對差數，因其測量

單位不同，斷不能以之相比，若要比較其差量程度之高低，則非用其差量係數不可。觀表三四之差量係數，實二倍於表三五之差量係數而有餘，由此可知表三四的差量程度，必高於表三五兩倍。

以上爲最普通之差量係數的百分比，除此以外，尙有各個差數之係數平均差之係數爲

$$\frac{A.D.}{Mi} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{（公式23）}$$

標準差之係數爲

$$\frac{S.D.}{A} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{（公式24）}$$

四分差之係數爲

$$\frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{（公式25）}$$

五　偏態性

（一）偏態性之意義　次數分配不對稱，謂之偏態（skewness）。偏態之形狀甚多，有正者，

有負者，有略略偏態者，有極端偏態者，均已於前第四章末詳言之矣。但欲測算某分配之偏態程度及其性質，則可用以下方法。

（二）偏態性之算法　計算偏態性之最普通方法，以關而生公式，其公式如下：

$$偏態性(Sk)=\frac{A-Mo}{\sigma}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{（公式26）}$$

舉例如下：

在表三五內：

$A\ =110.1$

$Mo=103.85$　（用公式8求得）

$\sigma\ =27.5$

代入公式：

$$S=\frac{110.1-103.85}{27.5}=.227$$

（三）偏態性之特性：

1. 若分配對稱，其平均數，中數，及衆數均相等，故其偏態性爲零。

2. 若略略偏態，其偏態性必小於 .1；若極端偏態，其偏態性必大於 .3。

3. 若平均數大於衆數，則其偏態性爲正；反是，則爲負。

第七章　相關

一　相關之意義

相關（correlation）者，卽測算兩種事實彼此關係之程度也。例如結婚年齡太早，對於嬰孩死亡，有無關係？失業者多，是否犯罪者亦多？身長者是否體重？如此之類之問題，皆相關之問題也。茲將巴萊（A. L. Bowley）對於相關之意義，錄之如下：

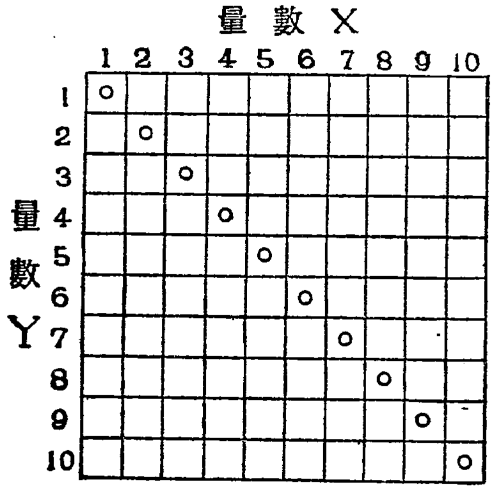
「若有二種數量，其一種之各數量增多或減少時，又一種之各數量亦隨之增多或減少（或相反，）且一種之各數量之變度漸大時，其又一種之各數量之變度亦隨之漸大，此之謂相關。」

二　相關之種類

相關之種類，依其性質可分為三：

（一）正相關　若二種事實，其變動趨向相同，如此方之數量增多，彼方之數量亦增多；此方之數量減少，彼方之數量亦減少，則其相關為正相關 (direct correlation)。例如失業與犯罪是。失業者愈多，犯罪者愈衆。若其相關屬於完全相關者，則其相關線，可成一直線，如下圖：

圖二十一　完全正相關

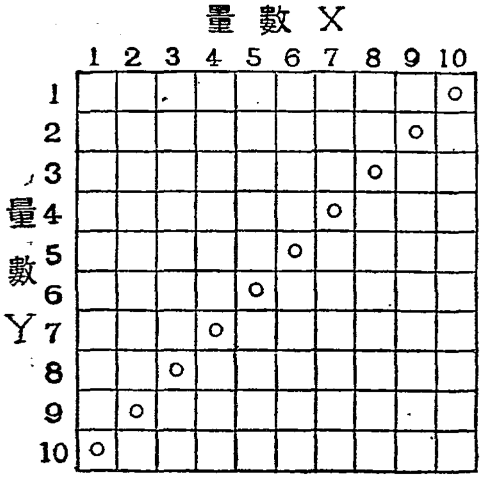


（二）負相關　若二種事實，其變動趨向相反，如此方之數量增多，彼方之數量減少；此方之數量減少，彼方之數量增多，則其相關為負相關 (inverse correlation)。例如物品之出產與價格是。出產愈多，價格愈廉。若其相關屬於完全負者，則其

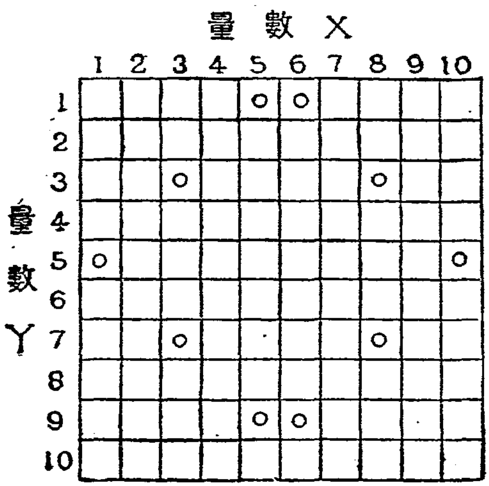
相關線有如下圖：

（三）不相關　若有一種事實，其變動趨向，毫不受第二種變動之影響，彼此間毫無關係，則爲不相關(zero correlation)。例如死亡與身長則無關係也。倘以圖式示之，約如下圖：

圖二十二　完全負相關



圖二十三　不相關



三　相關係數

相關之意義及種類既已明瞭，然兩種事實相關程度之高低，非用數字不足以表明之。相關係數(coefficient of correlation)者，即以簡單數字表明各種事實相關之程度與種類者也。

兩種事實完全正相關時，其相關係數爲 $+1$；完全負相關時，其相關係數爲 -1；完全不相關時，其相關係數爲 0。然在實際上，$+1$，-1 及 0 之相關係數，誠非易得，而在自 -1 至 $+1$ 間之種種相關係數居多。

四　相關係數之求法

相關之性質有二：一爲直線性相關，一爲曲線性相關。直線性相關者，即二種事實之相關，若以圖表示之，其相關趨勢，爲一直線。曲線性相關者，即二種事實之相關，若以圖表示之，其相關趨勢，成一曲線。普通相關係數之求法，屬於直線性者居多，本書所論各法，亦以直線性者爲主。

（一）乘積率法(the product-moment method)斯法所用之公式，乃英人關而生所求得，故亦名關而生法 (Pearsonian method)，爲求直線性相關法之最完美者，故統計學者最常用

之。茲述之如下：

（a）普通法　關而生之公式如下：

$$r=\frac{\Sigma XY}{n\sigma_x\sigma_y}\cdots\cdots\cdots\cdots\text{（公式27）}$$

在此公式內：

r＝關而生相關係數。

x＝X量數與其平均數之差。

y＝Y量數與其平均數之差。

Σxy＝差積之總和。

σ_x＝X量數之標準差。

σ_y＝Y量數之標準差。

n＝次數之總和。

上列之公式有時亦可變爲：

$$r=\frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2}\sqrt{\Sigma y^2}} \qquad \text{（公式28）}$$

因 $n\sigma_x\sigma_y=n\sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n}}\sqrt{\frac{\Sigma y^2}{n}}=n\frac{\sqrt{\Sigma x^2}\sqrt{\Sigma y^2}}{n}=\sqrt{\Sigma x^2}\sqrt{\Sigma y^2}$

設表三七，X，Y兩行之事實，爲某省十六個縣之總死亡率及嬰孩死亡率，則其相關係數之求法，按公式二七，有如下式：

表三七　乘積率法之普通求法

（某省十六個縣之總死亡率與嬰孩死亡率）

縣名	總死亡率	與平均數之差	差數方	嬰孩死亡率	與平均數之差	差數方	兩差之積
	X	x	x^2	Y	y	y^2	xy
A	15	−2.5	6.25	24	+3	9	−7.5
B	13	−4.5	20.25	25	+4	16	−18.0
C	17	−.5	.25	26	+5	25	−2.5
D	21	+3.5	12.25	26	+5	25	+17.5
E	25	+7.5	56.25	28	+7	49	+52.5
F	18	+.5	.25	19	−2	4	−1.0
G	20	+2.5	6.25	22	+1	1	+2.5
H	12	−5.5	30.25	15	−6	36	+33.0
I	14	−3.5	12.25	12	−9	81	+31.5
J	15	−2.5	6.25	17	−4	16	+10.0
K	13	−4.5	20.25	20	−1	1	+4.5
L	19	+1.5	2.25	23	+2	4	+3.0
M	22	+4.5	20.25	24	+3	9	+13.5
N	24	+6.5	42.25	26	+5	25	+32.5
O	16	−1.5	2.25	19	−2	4	+3.0
P	16	−1.5	2.25	20	−1	1	+1.5
	平均=17.5		240	平均=21		206	+207.5
							−26.5
							+181

$$r=\frac{181}{16\sqrt{\frac{240}{16}}\sqrt{\frac{306}{16}}}=\frac{181}{16\times3.87\times4.37}=\frac{181}{270.59}=.669$$

$$P.E.r=.67449\frac{1-(669)^2}{\sqrt{16}}=.67449\frac{.5524}{4}=.093$$

$$\therefore\ r=.669\pm.093$$

算法如下:

1. 在表三七內第一行 A, B, C, D, 等代表各縣之名。并將兩種相關之事實。分別記入 X, Y 行內。

2, 求 X行之平均數, 得 17.5; Y行之平均數, 得 21。

3. 將X行之量數與其平均數 17.5 之差數, 記入 x 行內; 量數較平均數大者爲正(+), 小者爲負(-)。

4. Y行之算法與X行同。

5. 將 x 行之差數自乘。記入 x^2 行內, 并求其和得 240。

6. 將 y 行之差數自乘, 記入 y^2 行內, 并求其和得 306。

7. 將 x, y 兩行之差數相乘, 記入 xy 行內, 并求和得 +205, -29, 正負相減得 +176。

8. 將以上之值代入公式 27, 得 r=.65。

9. 用公式 48 求相關係數之可靠度得 .097 (參看第八章。) 故相關係數應寫作 r=

.65±.097。

（b）簡捷法　照普通法之計算，若平均數帶有小數時，於乘除上之費時力，故宜用簡捷法，以節省一切。其原則與前法相同，而公式則稍異。

$$r=\frac{\Sigma x_1y_1-nC_xC_y}{n\sqrt{\frac{\Sigma x_1^2}{n}-C_x^2}\sqrt{\frac{\Sigma y_1^2}{n}-C_y^2}}\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{公式}29)$$

在此公式內：

x_1＝X 量數與其假定平均數之差。

y_1＝Y 量數與其假定平均數之差。

C_x＝X 量數假定平均數之校正數。

C_y＝Y 量數假定平均數之校正數。

茲舉三法以說之：

方法一　事實簡單者若對偶量數不多，則可用其原來數目為單位，其式如下：

表三八　乘積率法之簡捷求法　方法一（材料與表三七同）

縣名	總死亡率	與假定平均數之差	差數方	嬰孩死亡率	與假定平均數之差	差數方	兩差之積
	X	x_1	x_1^2	Y	y_1	y_1^2	x_1y_1
A	15	−3	9	24	+4	16	−12
B	13	−5	25	25	+5	25	−25
C	17	−1	1	16	−4	16	+4
D	21	+3	9	26	+6	36	+18
E	25	+7	49	28	+8	64	+56
F	18	0	0	19	−1	1	0
G	20	+2	4	22	+2	4	+4
H	12	−6	36	15	−5	25	+30
I	14	−4	16	12	−8	64	+32
J	15	−3	9	17	−3	9	+9
K	13	−5	25	20	0	0	0
L	19	+1	1	23	+3	9	+3
M	22	+4	16	24	+4	16	+16
N	24	+6	36	26	+6	36	+36
O	16	−2	4	19	−1	1	+2
P	16	−2	4	20	0	0	0
	假定平均數＝18	+23 −31 −8	244	假定平均數＝20	+38 −22 +16	322	+210 −37 173

$$C_x=\frac{-8}{16}=-.5 \qquad \therefore\ C_x^2=.25$$

$$C_y=\frac{16}{16}=1 \qquad \therefore\ C_y^2=1$$

$$\therefore\ r=\frac{173-16(-.5\times1)}{16\sqrt{\frac{244}{16}-.25}\sqrt{\frac{322}{16}-1}}=\frac{173+8}{16\times3.87\times4.37}$$

$$=\frac{181}{270.59}=.669\pm.093$$

上法之計算，與普通法相同，故其算法從略。惟其異之處，卽在 X，Y 兩行量數中，各假定一平均數，無須計算眞正平均數，以避免平均數帶小數時計算之麻煩。但其結果則與前無異。

方法二　事實繁多者：若對偶量數極多，或 X，Y 兩種事實，已作成組距者，則宜用此法，以減困難。按公式 29：

$$r=\frac{\Sigma x_1y_1-nC_xC_y}{n\sqrt{\frac{\Sigma x_1^2}{n}-C_x^2}\ \sqrt{\frac{\Sigma y_1^2}{n}}}$$

以 n 除之則

$$r=\frac{\frac{\Sigma x_1y_1}{n}-C_xC_y}{\sqrt{\frac{\Sigma x_1^2}{n}-C_x^2}\ \sqrt{\frac{\Sigma y_1^2}{n}-C_y^2}}\cdots\cdots\cdots\cdots\text{（公式30）}$$

其計算手續，比前亦較繁雜。設有表三九之材料，第一步應將其對偶之量數，劃入次數劃記表內（如表四〇），第二步將劃記之符號，改爲數字，塡入另一表（如表四一）。

表三九 某處人口身長與體重之分配表

身長吋	體重磅	身長吋	體重磅	身長吋	體重磅
68.5	153.0	66.9	113.2	66.1	125.0
69.6	157.0	67.2	125.5	64.1	120.8
68.8	155.5	65.2	112.5	68.8	135.6
73.8	172.0	65.7	126.5	69.0	152.6
68.1	141.5	67.0	119.5	68.1	136.6
66.3	120.8	65.4	136.2	68.3	135.0
68.0	124.5	67.0	130.0	71.0	147.1
65.1	112.5	72.0	174.0	64.5	104.3
64.0	121.5	67.8	140.3	68.0	134.0
71.2	162.0	67.8	129.5	66.1	129.5
71.7	131.2	69.3	128.0	67.3	124.5
70.5	153.5	70.0	136.0	70.3	137.2
67.2	125.2	69.0	123.0	65.7	133.0
64.7	116.2	69.0	122.0	69.2	145.6
73.5	140.5	66.5	128.5	66.1	147.6
65.4	124.0	66.8	138.8	64.3	135.5
67.7	131.5	68.2	147.5	69.7	150.5
69.2	140.5	64.7	125.0	67.9	128.0
73.7	156.5	69.1	138.0	65.6	133.0
65.5	130.0	70.5	142.3	65.0	126.5
38.4	146.0	65.8	132.5	63.4	107.0
71.0	151.0	70.8	146.7	71.0	151.0
64.0	117.0	68.7	171.0	69.5	150.0
73.0	142.5	67.2	129.7	68.8	145.0
66.4	128.4	72.2	161.0	70.3	141.5
70.2	140.2	68.1	146.4	70.8	152.0
66.7	129.0	64.7	117.6	70.0	153.0
70.0	158.5	72.7	153.2	66.8	102.0
69.6	125.5	68.8	136.5	66.4	117.4
66.2	118.5	66.2	134.5	68.5	131.0

表四〇　次數劃記法（根據表三九）

<table>
<tr><td></td><td></td><td colspan="6">X　身長</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>62-63.9</td><td>64-65.9</td><td>66-67.9</td><td>68-69.9</td><td>70-71.9</td><td>72-73.9</td></tr>
<tr><td rowspan="8">Y 體重</td><td>100-109.9</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>110-119.9</td><td></td><td>卌</td><td>||||</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>120-129.9</td><td></td><td>卌 |</td><td>卌 卌 ||</td><td>卌</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>130-139.9</td><td></td><td>卌 |</td><td>||||</td><td>卌 |||</td><td>||||</td><td></td></tr>
<tr><td>140-149.9</td><td></td><td></td><td>||</td><td>卌 |</td><td>||||</td><td>||</td></tr>
<tr><td>150-159.9</td><td></td><td></td><td></td><td>卌 |</td><td>卌 |</td><td>||</td></tr>
<tr><td>160-169.9</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td></tr>
<tr><td>170-179.9</td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td></tr>
</table>

表四一 乘積率法之簡捷求法 方法二（材料根據表四〇）

Y 體重 \ X 身長	62-	64-	66-	68-	70-	72-	FY	y_1	Fy_1	Fy_1^2	Σx_1y_1
100-	1	1	1				3	−2	−6	12	+12
110-		5	4				9	−1	−9	9	+14
120-		6	12	5			23	0	−15		
130-		6	4	8	4		22	+1	22	22	−12
140-			2	6	4	2	14	+2	28	56	+12
150-				6	6	2	14	+3	42	126	+30
160-					1	1	2	+4	8	32	+12
170-				1	1	1	3	+5	15	75	+15
Fx	1	18	23	26	16	6	90		+115	332	+95
									−15		−12
									100		83
x_1	−3	−2	−1	0	+1	+2					
Fx_1	−3	−36	−23		+16	+12	+28 −62	−34			
Fx_1^2	9	72	23		16	24	144				

$C_x = -34 \div 90 = -.378$

$\therefore C_x^2 = .1428$

$C_y = 100 \div 90 = 1.111$

$C_y^2 = 1.234$

$C_xC_y = -378 \times 1.111 = -.42$

$$r = \frac{\frac{83}{90} - (-.42)}{\sqrt{\frac{144}{90} - .1428}\sqrt{\frac{332}{90} - 1.234}} = \frac{.922 + .42}{1.206 \times 1.566} = \frac{1.342}{1.889}$$

$$= .71 \pm .035$$

$$P.E._r = 6745\frac{1-(71)^2}{\sqrt{90}} = .035$$

算法如下：

1. 作一次數劃記表（如表四〇），橫行X自左至右，代表身長，由低而高；縱行Y自上而下，代表體重，由輕而重。每格爲一組距（或每格爲一單位亦可。）

2, 將各人身長與體重之交切點，作一劃記在方格內。如是記完之後，其相關趨勢，可一覽而知。

3. 將劃記之符號，改作數字，塡入另一表（表四一）。

4. 求Y行各量數（體重）之次數，幷將其總數90書於Fy行之下。再求X行各量數（身長）之次數，幷將其總數90書於Fx行之後。（二總數必相等。）

第二個與X行64交切，故對Y行言，其差爲 −2，對X行言，其差爲 −2。以 −2×−2 得4。第三個與X行66交切，故對Y行言，其差爲 −2，對X行言，其差爲 −1。以 −2×−1 得2。6+4+2

$=12$。將此數寫於 Σx_1y_1 行之下。

判定各 Σx_1y_1 之正負，其法甚易，茲作一四方圖於下以明之：

此四方圖與表四一之原理相同。圖中左下一方，$X=-$，$Y=+$，意即在此方內，X差數皆爲負（量數較假定平均數爲小）Y差數皆爲正（量數）。

5. 以68爲橫行X各量數之假定平均數，並將其縱線加粗，使之特別顯著。以120爲縱行Y各量數之假定平均數，並將其橫線加粗，使之特別顯著。

6. y_1行爲Y行各量數與其假定平均數之差數；x_1行爲X行各量數與其假定平均數之差數。（均以組距爲單位。）

7. 求次數乘差數（Fy_1）之總數得100；求

左上	$X=-$ $Y=-$ $-\times-=+$	$X=+$ $Y=-$ $+\times-=-$	右上
左下	$X=-$ $Y=+$ $-\times+=-$	$X=+$ $Y=+$ $+\times+=+$	右下

次數乘差數方（Fy_1^2）之總數得332。再求 Fx_1 之總數得-34； Fx_1^2 之總數得 144。

8. Σx_1y_1行之求法如下：在Y行體重100之橫行言有三個，第一個與X行高度62交切，此點代表100與62二數，故對Y行言其差爲-2，對X行言，其差爲-3。以-2×-3得6。較假定平均數爲大。故$-\times+=-$。再看Y行110之橫行上有9個。Y行110與X行64有5個交切點，其差數爲$-1\times-2=2$。再乘次數5得10。Y行110與X行66有四個交切點，其差數爲$-1\times-1=1$。再乘次數4得4。$10+4=14$。將此數記於 Σx_1y_1 行之下。

Y行120已假定爲該行之平均數，其差爲零，故免計算。

再看Y行130之橫行上有22個，交切於X行64，66，68，70等處。第一Y行130與X行64有六個交切點，其差爲 $+1\times-2=-2$。再乘次數6得-12。第二Y行130與X行66有四個交切點，其差爲$+1\times-1=-1$。再乘次數4得-4。第三Y行130與X行68本有8個交切點，但68既爲X行之假定平均數，其差爲零，結果爲零，故毋庸計算。第四Y行行130與X行70有4個交切點，其差爲 $+1\times+1=1$。再乘次數4得4。故 $-12-4+4=-12$。將此數記於 Σx_1y_1 行

之下。餘類推。

9. 求 Σx_1y_1 之總數得 83。

10. 求X行假定平均數之校正數得 $C_x=-.378$，自乘得 $C_x^2=.1428$。

11. 求Y行假定平均數之校正數得 $C_y=1.111$，自乘得 $C_y^2=1.234$。

12. 兩校正數相乘得 $C_xC_y=-.42$。

13. 將以上所得各數代入公式30得

$$r=\frac{\frac{83}{90}-(-.42)}{\sqrt{\frac{144}{90}-1.428}\sqrt{\frac{332}{90}-1.234}}.71$$

14. 求 $P.E._r=.6745\frac{1-(.71)^2}{\sqrt{90}}=.035$

故 $r=.71\pm.035$

（二）等級差異法 (the method of rank-difference) 此法乃英人司畢門(Spearman)

所求得，凡量數不多，且僅欲知其相關之大概者，則可用之。其優點在易於計算，但不若關而生方法之準確。

（a）司畢門等級差異法　其公式如下：

$$P = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2-1)} \cdots\cdots\cdots\cdots（公式31）$$

在此公式內：

P＝司畢門等級差相關係數之符號，如關而生之 r 為乘積率法相關係數之符號然。但 P 較 r 之值稍大，故應將 P 之值直接改為 r 之值（參看附表一），或引用 $r = 2\sin\left(\frac{\pi}{6}P\right)$ 求之，以冀得普通之了解。

D＝X與 Y 等級之差數。

N＝項數之總和。

算式如下：

表四二 司畢門等級差異法之求法（某地夫婦之年齡）

夫之年齡 X	妻之年齡 Y	X等級	Y等級	等級差 D	差方 D^2
25	20	14.5	15	−.5	.25
36	22	6.5	14	−7.5	56.25
28	30	13.	10	+3	9
51	50	2	2	0	0
72	62	1	1	0	0
33	35	9	7	+2	4
43	46	3.5	3	+ .5	.25
29	30	12	10	+2	4
30	30	10.5	10	+ .5	.25
25	25	14.5	13	+1.5	2.25
30	28	10.5	12	−1.5	2.25
36	34	6.5	8	−1.5	2.25
40	40	5	4.5	− .5	.25
43	40	3.5	4.5	−1	1
34	36	8	6	+2	4
21	18	16	16	0	0
A=36	A=34				$\Sigma D^2=86$

$$P=1-\frac{6\times 86}{16(16^2-1)}=1-\frac{516}{4080}=.873$$

若 $P=.873$

則 $r=.883$

算法如下:

1. 在X行夫之年齡中,按其大小,依次排成等級。如最大者72,改為等級1;次大者51,改為等級2;再次者43,共有2個,佔等級3與4之位置。故二個43各改為3.5(即$\frac{3+4}{2}=3.5$)。餘類推。

2. Y行妻之年齡之改法與X行同。

3. 將X與Y兩種等級相比,得其差數 $-.5$, -7.5 等。

4. 將各差數自乘,幷求其總數得86。

5. 代入公式31得

$$P=1-\frac{6\times 86}{16(16^2-1)}=.873$$

6. 將P之值改為r之值,學者可直接從「由P之值求r表」中得之(見附表1),若欲用公式,則其算法如下:

$$r-2\sin\left(\frac{\pi}{6}P\right)$$

$$=2\sin\left(\frac{180}{6}\times .873\right)$$

$$=2\sin(30\times .873)$$

$$=2\sin 26.19^{0}$$

$$=2\times .4414$$ （查附表7得）

$\therefore$ r＝.883

（b）司畢門簡捷法　司畢門另有一法，比較前法更爲簡便。其公式如下：

$$R=1-\frac{6\Sigma G}{N^{2}-1}$$ ……（公式32）

在此公式內。

R ＝ 司畢門簡捷法相關係數之符號。但其值數r爲大（比P之值亦爲大），故亦應將R之值直接改爲r之值（參看附表2），或引用 $r=2\cos\frac{\pi}{3}(1-R)-1$ 求之，以冀得普通之了解。

G ＝ X 等級大於Y等級（或Y等級大於X等級亦可。）

N ＝ 項數之總數。

茲引用美國二十九邦工業與教育之關係以說明之:

表四三　司畢門等級差異法之簡捷求法　（美國二十九邦工業與教育之等級）

邦名	工業等級（按每方英里資本計） X	教育等級（按本地白人識字人數計） Y	X大於Y G
阿拉排買	24	23	1
亞肯撒斯	29	24	5
康奈鐵克脫	3	2	1
台拉威	8	21	
佛魯里達	28	22	6
喬治亞	23	27	
伊里諾	16	14	2
印第安那	14	17	
阿哀哇	26	13	13
肯脫季	15	25	
魯伊細亞那	25	18	7
梅思	12	5	7
梅萊倫	9	15	
麻塞邱塞茨	2	1	1
米西根	17	9	8
米西西比	27	16	11
米索里	19	19	
紐亨潑希爾	7	6	1
紐拳塞	4	11	
紐約	6	7	
北卡洛里那	22	29	
哇哈哇	10	12	
本雪文尼亞	5	10	
洛特島	1	8	
南卡洛里那	21	20	1
呑奈雪	18	28	
佛芒	11	3	8
佛奇尼亞	13	26	
維斯康新	20	4	16

$N=29$　　$\Sigma G=88$

$$R=1-\frac{6\times 88}{29^2-1}=1-\frac{528}{840}=.372$$

若 R =.372

則 r =.583

算法如下:

1. 將 X 與 Y 兩種量數，改爲等級，其法與前法同，從略。

2. 求 X 等級大於 Y 等級之量數，加之得88。

3. 代入公式32得

$$R=1-\frac{6\times 88}{29^2-1}=.372$$

4. 將 R 之值，改爲 r 之值，學者可從「由 R 之值求 r 表」中得之（見附表二），若欲用公式，則其算法如下:

$$r = 2\cos\frac{\pi}{3}(1 - R) - 1$$

$$= 2\cos\frac{180}{3}(1 - .372) - 1$$

$$= 2\cos(60 \times .628) - 1$$

$$= 2\cos 37.68^{0} - 1$$

$$= 2 \times .7915 - 1 \quad \text{（查附表七得）}$$

$$= 1.583 - 1$$

$$\therefore r = .583$$

（三）異號對偶法(the method of unlike signed pairs)此法乃英人薛伯 (Sheppard) 所求得，為求相關係數最迅速而不甚精確之方法，其公式如下：

$$U=\frac{u+\left(\frac{u}{\frac{u+L}{2}}+\frac{1}{2}\right)d}{N}\quad\text{……（公式33）}$$

在此公式內：

U ＝薛伯異號對偶法相關係數之符號。其值適與 r 之值相反。故亦應將U之值，改爲 r 之值（參看附表三），或引用 $r=\cos\pi U$ 求之亦可。

L ＝每對偶量數與平均數之差，其符號相同者，如＋＋或－－。

u ＝其符號相異者，如＋－或－＋。

d ＝其符號有零差者，如 00；－0；0－；＋0；0＋。

茲仍用表四二夫婦年齡之相關以說明之。

表四四　薛伯異號對偶法之求法（材料與表四二同）

夫年	妻年	夫年與平均數之差	妻年與平均數之差	同號對數	異號對數	零差對數
X	Y	D_x	U_y	L	u	D
25	20	－	－	1		
36	22	○	－			1
28	30	－	－	1		
51	50	＋	＋	1		
72	62	＋	＋	1		
33	35	－	＋		1	
43	46	＋	＋	1		
29	30	－	－	1		
30	30	－	－	1		
25	25	－	－	1		
30	28	－	－	1		
36	34	○	○			1
40	40	＋	＋	1		
43	40	＋	＋	1		
34	36	－	＋		1	
21	18	－	－	1		
平均＝36	平均＝34	N＝16		12	2	2

$$U=\frac{u+\left(\dfrac{\dfrac{u}{u+L}+\dfrac{1}{2}}{2}\right)d}{N}=\frac{2+\left(\dfrac{\dfrac{2}{2+12}+\dfrac{1}{2}}{2}\right)2}{16}$$

$$=\frac{2+\left(\dfrac{\dfrac{2+7}{14}}{2}\right)2}{16}=\frac{2+\dfrac{9}{28}\times 2}{16}$$

$$=\frac{2+\dfrac{18}{28}}{16}=\frac{56+18}{448}=.165$$

若 $U=.165$

則 $r=.868$

算法如下：

1. 求夫年之平均數得36，求妻年之平均數得34。

2. 將X行夫年與其平均數相比，記出其＋，－或0等符號；將Y行妻年與其平均數相比，記出其＋，－或0等符號。

3. 求對偶符號相同者 $L=12$，符號相異者 $u=2$，符號零差者 $d=2$。

4. 代入公式33得

$$U=\frac{2+\left(\frac{2}{\frac{2+12}{2}}+\frac{1}{2}\right)^2}{16}=.165$$

5. 將U之值，改爲r之值，學者可從「由U之值求r表」中得之（見附表三），若欲用公式，則其算法如下：

$$r = \cos\pi U$$

$$= \cos 180 \times .165$$

$$= \cos 29.7$$

$\therefore r = .868$　（查附表七得）

（四）變量相應法（concurrent deviations）若僅注意其變量之趨勢，而不注意其變量程度之高低者，則可用變量相應法。其優點在計算簡單迅速，用以測算歷史事實之相關爲最宜，惟不甚精確。其公式如下：

$$r=\pm\sqrt{\pm\frac{2C-N}{N}} \qquad \text{(公式34)}$$

在此公式內:

r ＝相關係數。

C ＝變量相應數，即兩種事實較前期之變量，趨勢相符，如＋＋或——。（或變量趨勢不符亦可，如—＋或＋—。）

N ＝項數之總和。

算式如下:

表四五　變量相應法之求法

（根據美國人口總死亡率與肺癆死亡率之相關）*

年期	總死亡率 (每1000)	肺癆死亡率 (每100,000)	較前期之增減	
	X	Y	x	y
1900	17.6	201.9		
1901	16.5	196.9	−	−
1902	15.9	184.5	−	−
1903	16.0	188.5	+	+
1904	16.5	200.7	+	+
1905	16.0	192.3	−	−
1906	15.7	180.2	−	−
1907	16.0	178.5	+	−
1908	14.8	167.6	−	−
1909	14.4	160.8	−	−
1910	15.0	160.3	+	−
1911	14.2	159.1	−	−
1912	13.9	149.7	−	−
1913	14.1	147.0	+	−
1914	13.6	147.2	−	+
1915	13.6	146.4	○	−
1616	14.0	142.1	+	−
1917	14.3	147.0	+	+
1918	18.1	150.0	+	+
1919	12.9	125.7	−	−
1920	13.1	114.2	+	−

$C=13.5 \qquad N=20$

$$r=\sqrt{\frac{2\times13.5-20}{20}}=\sqrt{\frac{27-20}{20}}=.592$$

* U. S. Bureau of the Census, Mortality Statistics: 1910, p. 83; 1920, pp. 9, 10, 18; (Bulletin 152, p. 4)

算法如下:

1. 將兩種事實按年期先後排列。

2. 將 X 行之量數,各與其前期量數相比,較大者爲(+),較小者爲(-),相等者爲零(0),以示中性。如 16.5 比其前期者 17.6 爲小,故爲(-);15.9比其前期者 16.5 爲小,故亦爲(-)。餘類推。

3. Y行之比法,與X行同。

4. 計算變量相應之符號,相符者(如++或--)得13;不符者(如+-或-+)得6;中性者(如0-或+0等)得1。

5. 將中性次數,1/2加入相符對數(13+.5=13.5),1/2 加入不符對數(6+.5=6.5)。比較相符與不符對數,取其大者(13.5)作變量相應數(C)。

6. 求對偶量數(N)得20。(本爲21,因1900年之量數無可比較,故不計入。)

7. 將C,N二數之值代入公式34得

$$r=\sqrt{\frac{2\times 13.5-20}{20}}^{*}=.592$$

（五）消長方程（regression equation）以上所論諸法，均以 r 之值，表示二種事實相關之程度。至二種事實中，甲種之變化，乙種受其如何影響；乙種之變化，甲種受其如何影響。彼此變化影響之程度，是否相同，孰大孰小，則非 r 所能解答。消長方程，能依一方事實之變化，而可預測他方事實之影響。可由已知推未知，由過去推未來。此乃其特殊之功用，亦即統計學中最重要之原則也。其計算手續，宜用關而生之乘積率法。茲將其方程式列下：

$$X-\overline{X}=r\frac{\sigma_x}{\sigma_y}(Y-\overline{Y}) \qquad \text{（公式35）}$$

$$Y-\overline{Y}=r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(X-\overline{X}) \qquad \text{（公式36）}$$

在此兩個公式內：

* 若取不符對數爲變量相應數時，則方均前宜加一負號（－），以示其相關爲負。

$\overline{X}=X$ 量數之平均數。

$X=$ 任何量數X。

$\overline{Y}=Y$ 量數之平均數。

$Y=$ 任何量數Y。

$r=$ X與Y二種事實之相關係數。

$\sigma_x, \sigma_y=$ X 量數及Y 量數之標準差。

以上二個方程式，亦可寫爲

$$x=r\frac{\sigma_x}{\sigma_y}y \qquad \text{（公式37）}$$

$$y=r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}x \qquad \text{（公式38）}$$

在此兩個公式內：

$x=$ X量數與其平均數之差。

$y=$ Y量數與其平均數之差。

茲假定一最簡單之例，如表四六，以說明之：

表四六　身長與體重之相關

姓名	身長（寸） X	差數 x	差方 x^2	體重（磅） Y	差數 y	差方 y^2	差積 xy
A	58	−6	36	80	−30	900	180
B	62	−2	4	100	−10	100	20
C	64	0	0	110	0	0	0
D	66	+2	4	120	+10	100	20
E	70	+6	36	140	+30	900	180
$\overline{X}=64$			80	$\overline{Y}=110$		2000	400

$\sigma_x=4\qquad \sigma_y=20\qquad r=1$

照上列之例，若代入公式37及38則

$$x=1\frac{4}{20}y=.2y$$

意卽當體重有一個單位y之變化時，則身長有.2個單位之變化。

$$y=1\frac{20}{4}x=5x$$

意卽當身長有一個單位x之變化時，則體重有5個單位之變化。

但 x 與 y 均爲差數，若用其原有量數代之（參看公式35及36，）則

$$X-64=1\,\frac{4}{20}(Y-110)$$

$$\therefore X=.2Y+42$$

$$Y-110=1\,\frac{20}{4}(X-64)$$

$$\therefore Y=5X-210$$

依據以上兩個方程，吾人若知表內任何一人之體重，則可預測其身長。設若知A之體重爲80磅，則其身長大概必爲

$$X=.2\times80+42=58$$

同理若知任何一人之身長，亦可預測其體重。設若知D之身長爲66吋，則其體重大概必爲

$$Y=5\times66-210=120$$

此例係完全相關之事實，故預測之結果，極爲精確，均與原數相符。然此種完全相關之事實，在

實際絕少，因此預測之數，勢必稍有出入。總之頗爲相近，雖不中，必不遠。

（六）相關比例（correlation-ratio）前曾述及相關有直線性與曲線性之別，以上各法多適用於直線性。至曲線性相關，則非用闢而生之相關比例法不可。試觀表四七年齡與死亡之關係，明明有集中之趨勢，若用直線相關公式求之，則 r＝.58，若用相關比例法求之，則其相關係數有.861之高。此可知直線性相關之公式，不適用於該項事實明矣。茲將闢而生相關比例之公式列下：

$$n=\frac{\sqrt{\frac{\Sigma[N_x(\overline{y_x}-\overline{y})^2]}{N}}}{\sigma_y}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\text{公式}39)$$

在此公式內：

n＝闢而生相關比例之符號，

N_x＝X 量數各行之次數。

$\overline{y_x}$＝X 量數各行之平均數。

表四七　相關比例之求法（材料根據表二一）

Y 死亡率（千人中）	X 死亡年齡 0–	5–	10–	15–	20–	25–	30–	35–	40–	45–	50–	55–	60–	65–	–70	$N_y=F$	d	Fd	Fd^2
0–		5	5	5	2											17	–1	–17	17
5–	2				3	5	5	5	2							22	0	0	
10–	1								3	5	1					10	1	10	10
15–											4					4	2	8	16
20–												4				4	3	12	36
25–	1											1	1			3	4	12	48
30–													2			2	5	10	50
35–													2			2	6	12	72
40–														2		2	7	14	98
45–														1		1	8	8	64
50–														2		2	9	18	162
55–															1	1	10	10	100
60–															1	1	11	11	121
65–															1	1	12	12	144
70–															1	1	13	13	169
75–																	14		
80–															1	1	15	15	225
85–																	16		
90–																	17		
95–																	18		
100–																	19		
105–																	20		
110–	1															1	21	21	441
$N_x=F$	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	75		169	1773
平均數$\bar{y}_x$	34	3	3	3	6	8	8	8	11	13	19	24	34	48	69				
$\bar{y}_x-\bar{y}$	14.75	–16.25	–16.25	–16.25	–13.25	–11.25	–11.25	–11.25	–8.25	–6.25	–.25	4.75	14.75	28.75	49.75				
$(\bar{y}_x-\bar{y})^2$	217.56	264.06	264.06	264.06	175.56	126.56	126.56	126.36	68.06	39.06	.06	22.56	217.56	826.56	2474.06				
$N_x(\bar{y}_x-\bar{y})^2$	1087.80	1320.30	1320.30	1320.30	877.80	632.80	682.80	632.80	340.30	195.30	.30	112.80	1087.80	4032.80	12370.30				

$C_{\bar{y}}=\frac{169}{75}=2.25$ 組距

$2.25\times5=11.25$ 單位

$C^2_{\bar{y}}=(2.25)^2=5.06$

$\sigma_y=\sqrt{\frac{1773}{75}-5.06}=4.32$ 組距

$4.32\times5=210.6$ 單位

$\bar{y}=8+11.25=19.25$

$\Sigma(N_x(\bar{y}_x-\bar{y})^2=25964.5$

$\therefore\quad \eta=\frac{\sqrt{\frac{25964.5}{75}}}{21.6}=\frac{18.6}{21.6}=.861\pm.02$

$P.E.=.2745\frac{1-(.861)^2}{\sqrt{75}}=.02$

$\bar{y}$ = Y量數各行之平均數。

σ_y = Y 量數之標準差。

茲用表二一之材料，將其算式列下：

1. 作一分配表將表二一之材料記入。

2. 將X量數各行之次數（N_x）相加，并求其總和得75。將Y量數各行之次數（N_y）相加，并求其總和亦為75。

3. 求Y量數之平均數（$\bar{y}$）得19.25（假定平均數8加校正數11.25得19.25）。及其標準差得21.6。

4. 求X行Y之平均數($\bar{y}_x$)，其法如下：

X行0—（即0—5）之組距，有5個次數，與Y行5—之組距交切者有二個，與10—之組距交切者有一個，與25—之組距交切者有一個，與110—之組距交切者有一個。其計法係取各組距之中值，故(8×2)+13+25+113=167，以次數5除之得34。再看X行5—之組距，共有

次數5項，均交切於Y行0—之組距。取其中值3，乘5得15再以5除之仍得3，餘類推。

5. 將X行Y之平均數（$\overline{y_x}$）減去Y量數之眞正平均數（$\overline{y}$），（$\overline{y_x}-\overline{y}$）$=14.75$；$-16.25$……等。

6. 將$\overline{y_x}-\overline{y}$自乘得（$\overline{y_x}-\overline{y}$）$^2=217.56$；264.06；264.06……等。

7. 將X行次數乘之得$N_x(\overline{y_x}-\overline{y})^2=1087.80$；1320.30……等。

8. 將$N_x(\overline{y_x}-\overline{y})^2$各數相加得 $\Sigma[N_x(\overline{y_x}-\overline{y})^2]=25964.5$。

9. 將以上之值代入公式39得

$$\eta=\frac{\sqrt{\frac{25964.5}{75}}}{21.6}=.861$$

10. 求其可靠度

$$\mathrm{P.E.}=6745\frac{1-(.861)^2}{\sqrt{75}}=.02$$

$$\therefore \eta = 21.6 \pm .02$$

觀以上之法，可知相關比例乃各行標準差，與全體平均差之比例，是以其數爲正。此外尙有一問題，卽當分配表製成之後，究竟其相關爲直線抑爲曲線？欲解決此項問題，勃拉克孟(Blakeman)曾定有一標準，謂相關如爲直線性時，則

$$\frac{\sqrt{N}}{67449} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{\eta^2 - n^2}$$ 必小於2.5。如上例

$$\frac{\sqrt{75}}{67449} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{(.861)^2 - (.58)^2} = 4.2 > 2.5$$ 因此可知其爲曲線性相關。

五　r 高低之鑑別

依據以上各法，旣可求得 r 之值，然 r 高低之標準，尤爲統計中實際上之重要問題。例如 r 等 .25 或 .40 或 .50 或 .60 等。何者應視爲高？何者應視爲低？應有一定之標準，以資鑑別。玆將金(W. I. King) 所定之標準錄下：*

* W. I. King: Elements of Statistical Method, p. 215.

1. 若 r 小於 P. E. 時，則表示完全沒有相關。

2. 若 r 大於 P. E. 六倍時，必有切實之相關。

8. 若 r 之值小於 .30 時，則其相關與否，尚未確定。

4. 若 r 大於 .50 時，則其相關程度已確。

六　相關減弱之更正法

凡事實觀察之次數愈多，則其準確之程度必愈高；反是，必愈低。相關係數之測算亦然。相關係數係由一次之測算而得者，較諸由數次測算而得者爲低。此種較低相關，名爲相關「減弱」。故應更正之，使其有眞正之價值。其更正之法，在增加事實觀察之次數。茲將司畢門之公式列下：

$$r_{pq}=\frac{\sqrt{(r_{p_1q_2})(r_{p_1q_2})}}{\sqrt{(r_{p_1p_2})(r_{q_1q_2})}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{（公式40）}$$

在此公式內：

p　＝A事實之精事量數。

q =B事實之精確量數。

r'_{pq} =A, B 兩種事實之最真確相關係數。

p_1p_2 = A 事實之第一次第二次之量數。

q_1q_2 = B 事實之第一次及第二次之量數。

$r'_{p_1q_2}$ = A 事實之第一次與B事實之第二次相關係數。

$r_{p_2q_1}$ = A 事實之第一次與B事實之第一次相關係數。

$r_{p_1p_2}$ = A 事實之第一次及第二次之相關係數。

$r'_{q_1q_2}$ = B 事實之第一次及第二次之相關係數。

茲設例以明之：

設 p =每千人中犯罪人數。

q =每千人中識字人數。

$r_{p_1q_2}$ = .45 = 犯罪人數第一次調查與識字人數第二次調查之相關係數。

$r_{p_2q_1}=.30=$ 犯罪人數第二次調查與識字人數第一次調查之相關係數。

$r_{p_1p_2}=.42=$ 犯罪人數第一次調查與第二次調查之相關係數。

$r_{q_1q_2}=.50=$ 識字人數第一次調查與第二次調查之相關係數。

代入公式：

$$r_{pq}=\frac{\sqrt{.45\times.30}}{\sqrt{.42\times.50}}=\frac{.3674}{.4580}=.80$$

第八章　可靠度

一　可靠度之意義

設吾人欲知中國人口平均每戶人數，本應將全國戶口，一一調查之，始能得其眞正平均數。但此項工作，每嫌麻煩，且非個人之力所能做到；於是只擇數千百戶，而求其平均數。然此平均數，倘非偶然湊合，斷不能與眞正平均數相符，勢必稍有出入。其出入之數愈小，則所求得之平均數可靠愈

甚；反是，其出入之數愈大，則其不可靠亦愈甚。故可靠度者，即實得數與眞正數之差也。其差愈小，則實得數之可靠度愈高；其差愈大，則實得數之可靠度愈低。差數與可靠度適成反比例。

二　表示可靠度之方法

可靠度既爲實得數與眞正數之差，故欲決定其可靠度之高低，必須視其差數之大小。表示差數之法有二：一爲標準差（σ），一爲或有差誤（probable error 或 P. E. 簡稱爲差誤。）茲述之如下：

（一）以標準差表示者　平均數，差量，及相關係數等之可靠度，均可以標準差表示之。其法如下：

a．算術平均數之可靠度　公式如下：

$$\sigma_A=\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\quad\text{（公式41）}$$

在此公式內：

σ_A＝算術平均數之標準差。

σ ＝標準差。

N ＝次數之和。

玆舉例以明之：設按某縣死亡之登記，其結果如下：

死亡年齡平均(A)＝64.2

死亡人數(N)＝3250。

標準差(σ)＝28.5。

觀上列死亡年齡實得之平均數(64.2)，倘非偶然湊合，決不能與全省或全國之死亡年齡平均數相符，其不可靠可知矣。欲其可靠程度如何，可將以上之值，代入公式41。

$$\sigma_A = \frac{28.5}{\sqrt{3250}} = .5$$

按上例死亡年齡實得之平均數爲 64.2，其可靠度以標準差表示之爲 .5。其意義卽眞正

平均數（可作全省或全國之死亡年齡平均數）與實得平均數（64.2）之差，大概不出＋.5與－.5之外。但一個標準差只包含全體量數之68.26％（±σ），兩個標準差（±2σ）只包含全體量數之95.46％，三個標準差才包含全體量數之99.73％。所以可靠度應用三個標準計算，才能準確。故實得平均數(64.2)之可靠度在 64.2+1.5 至 64.2−1.5，或 64.2±1.5 之間。

b. 中數之可靠度

$$\sigma_{mi} = \frac{1\;25\sigma}{\sqrt{N}} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{（公式42）}$$

c. 標準差之可靠度

$$\sigma_{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{2N}} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{（公式43）}$$

d. 相關係數之可靠度

$$\sigma_{r} = \frac{1-r^2}{\sqrt{N}} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{（公式44）}$$

以上三個公式之意義，均可依照公式41類推。

（二）以差誤表示者　差誤（P. E.）者，即在常態分配圖中，正負各一個 P. E.（±P. E.）包含有全體量數之 50%；而正負各一個四分差（±Q）亦包含有全體量數之50%，故 P. E. 與 Q 相同。但 Q 既用以測算差量（deviation），故 P. E. 則用以度量可靠度，此兩者之不同也。

按曲線之原理，次數分配如為正常時±.67449σ 亦含有全體量數之50%，故

$$P.E. = .67449\sigma$$

因此吾人可由 P. E. 之值，而求 σ 之值。

茲將以上幾個量數之可靠度再 P. E. 以表示之：

a. 算術平均數之可靠度

$$P.E._A = .67449\frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad \text{（公式45）}$$

b. 中數之可靠度

$$P.E._{mi} = .67449\frac{1.25}{\sqrt{N}}\sigma \cdots\cdots\cdots\cdots (公式46)$$

c. 標準差之可靠度

$$P.E._{\sigma} = .67449\frac{\sigma}{\sqrt{2N}} \cdots\cdots\cdots\cdots (公式47)$$

d. 相關係數之可靠度

$$P.E._{r} = .67449\frac{1-r^2}{\sqrt{N}} \cdots\cdots\cdots\cdots (公式48)$$

可靠度之表示，按以上所舉雖有二法。然普通恆以 P.E. 表示之。前章 r 之可靠度，即根據於本節公式48。

三 機會

機會 (chances) 者，即表示事實之可有性(probability)。例如吾人袋內有金幣銀幣各一枚，隨手取出，非金卽銀。故得金幣之機會與得銀幣之機會，爲 1 與 1 之比。若袋內金幣二枚，銀幣一枚，

則得金幣之機會爲2，得銀幣之機會爲1，其比爲2與1。若袋內有金幣九枚，銀幣一枚，則得金幣之機會爲9，得銀幣之機會爲1，其比爲9與1。由此觀之若袋內之金幣愈多，則得金幣之機會愈大，得銀幣之機會愈小也。

可有機會 (probable chance) 之表示，亦可用標準差及差誤兩種方法。在常分配圖內，正負各一個標準差 ($\pm\sigma$)之間含有全數之68.26%，尙餘31.74%量數，故$\pm\sigma$之間，可有之機會與不可有之機會爲2.15與1之比，卽2.15與1之機會。又在正負各一個差誤($\pm$P. E.)之間，含有全數之50%，故在$\pm$P. E.之間，可有之機會與不可有之機會爲1與1之比，卽1與1之機會。

玆將兩種機會之比率列下：

（一）　機會以標準差表示者

$\pm\sigma$ 爲 2.15 與 1 之機會

$\pm 2\sigma$ 爲 21 與 1 之機會

$\pm 3\sigma$ 爲 369 與 1 之機會

$\pm 4\sigma$ 爲 12819 與 1 之機會

$\pm 5\sigma$ 爲 174398 與 1 之機會

（二） 機會以差誤表示者

$\pm$ P.E. 爲 1 與 1 之機會

± 2 P.E. 爲 4.6 與 1 之機會

± 3 P.E. 爲 22 與 1 之機會

± 4 P.E. 爲 142 與 1 之機會

± 5 P.E. 爲 1315 與 1 之機會

± 6 P.E. 爲 19200 與 1 之機會

第九章　比率與生殖指數

商業家與社會科學家所用之重要比率與百分率如稅率，利率，貨轉率，滙兌率，出生率，死亡率，

婚嫁率等，在統計上均有密切之關係。其性質，算法，以及用法，均有專書評論，本章不能一一詳及；而所要論者僅關於本書內所用之比率耳。茲將其意義與算法，述之如下：

一　比率之意義

比率爲分數之一種，係由於比較分子與分母而得者也。例如安徽十七年戶籍調查報告，女子與男子之比爲 .74。即以女子人口爲分子，男子人口爲分母，所得之分數也。若以百分率表示之，則爲百分之74，即男子人數一百人，而女子則僅七十四人。故此項比率常含有兩種意義：如死亡率，意卽每年每 1000 人中之死亡人數；利率卽指每年每元之利息。

關於比率之意義，尙有四個名詞，其意義尤不可不認識清楚：（1）絕對的增加 (absolute increase)，（2）比例的增加 (relative increase)，（3）絕對增加率 (absolute rate of increase)，（4）比例增加率 (relative rate of increase)。設某處1910年之人口爲1,000，至 1920 年增至 1,500。其絕對的增加爲 500。比例的增加，係將 1910 年之人口（10000），除1920年增加之人口（500），得百分之 50。絕對增加率，每年爲 50 人（卽 $\frac{500}{10}=50$），比例增

加率係以 1910 年之人口(1000)除 50，得每年增加百分之 5。

二　比率之算法

計算比率之敏捷方法，宜用計算器，如計算尺 (slide rule)，對數表，及比率表等。至計算稍簡單者，如百分比，則可用以下手續：

$$\frac{\text{分子}}{\text{分母}}\times 100$$

例如安徽壯丁爲人口總數之百分比爲

$$\frac{\text{壯丁}(5,060,645)}{\text{總人口}(21,715,396)}\times 100=23.30$$

在計算比率時，應宜注意者，最少應計至小數下二位，如上列之算法。百分比之外，尚有千分比或十萬分比等，亦爲常見。例如死亡率，則常以每1000計算；特殊死亡率，如自殺，亦有以每 100,000 計算；其所以如是者，蓋要使所得之比率有一個或一個以上之整數也。

三　戶口變動統計之比率

戶口變動統計之比率，其主要者，有如下列：

（一）出生率　出生率者，卽在一定時期（平常爲一年）內出生之人數，與去年末人口總數之比率也。設某縣於民國十七年出生人數爲8,000，而十六年十二月調查，該縣人口爲 200,000，故是年出生率爲 40，或每 1000 人出生 40 人。此項總出生率之外，尙有特殊出生率，如出生男女之比率，公生與私生之比率，節季出生之比率等是也。

近世各國之出生率，最高者，如蘇維埃爲 42.5，埃及爲 41.6，日本爲 34.7；最低者如法國爲 20.2，瑞典爲 20.3，瑞士爲 19.7。但細察其歷年之升降，均有傾下之趨勢。

（二）死亡率　死亡率者，卽在一年內死亡之人口，與同年中間預測生存人口總數之比率也。此種比率，亦可分爲總死亡率與特殊死亡率兩種。設某城某年死亡人數爲 20,000，而該年七月一日預測生存之人口爲 2,000,000，故其死亡率爲 1.00，或 1000 人死亡 10 人。

又例如美國 1900 年腸熱症死亡率，每 100,000 人爲 3.08，此爲特殊死亡率。特殊死亡率

種類甚多，如死亡原因，性別，年齡，及其他分類等是也。特殊死亡率，可以比較各部比率之高低，故其效用，遠勝於總死亡率。

近世各國因醫學之昌明，衞生之設備，除戰爭死亡外，普通死亡率，亦有傾跌之勢。如美國死亡率。1918 年爲 18.1，1919 年爲 12.9，1920 年爲 13.1。

（三）嬰孩死亡率　嬰孩死亡率爲特殊死亡率之一種。其算法與前法稍異。其法係將一年內死亡人數，與同年出生人數相比。例如某市某年嬰孩死亡人數爲 150，而是年出生人數爲2000，故其死亡率爲千分之 75。

（四）自然增加率　出生率與死亡率之差爲自然增加率。若無遷徙之發生，則出生率越過死亡率之數，必與人口之數相等。設某城 1927 年正月人口共 1,000,000 人，而是年出生率爲53，死亡率爲 35，則該年自然增加率爲 18，或每 1000 人可自然增加 18 人。若不受遷徙之影響，其人口至 1928 年正月可以增至 1,018,000 人。

（五）婚嫁率　婚嫁率者，係將一年內婚嫁之人數，以該年中間人口之總數除之，復乘 100

即得。其效用在比較其比率之高低，即可鑑別其人口結婚之早遲。離婚率之計算亦與此同。

最後關於比率高低之比較，尤其係死亡率，每易生錯誤，初學者宜深切注意。蓋僅比較兩地之死亡率，不足以明兩地居民之康健程度。例如自歐戰初至 1919 年五月一日，美國陸軍軍人由疾病而死之死亡率為 15。然全美國之死亡率，於 1917 年為 14.2，191.8 年為 18.0。若以此即證明陸軍軍人之生活，除戰時死亡外，實較居民之生活為安康，可乎？此中之錯誤，可想而知。因陸軍軍人皆年富力強，而居民則老弱不等，死亡率自然較高。此種死亡率，無年齡之限制，不能以之相比。若要以之作比較，非使兩地之分子性質與環境相同不可。

四　生殖指數

前節各種比率，為測算人口增加之徐速；本節生殖指數，則為測驗人口康健之程度。其計算方法，可用以下公式：

$$\frac{\text{出生率}}{\text{死亡率}}\times 100$$

此公式係1920年薄萊爾所發明，據薄氏云「照此公式所求得之比率，如超過100，卽表明人口增長及康健；反是卽表明人口不健全之現象。」最近歐美各國之生殖指數，如南美洲爲264，新西蘭爲253，澳洲爲237，荷蘭爲233及加拿大爲232，均在200以上，此卽表其人口增加趨勢之速與康健程度之高也。

附　錄

附表一　由 P 之值求 r 表

此表可由 P 之值，求 r 之值。$r=26\sin\left(\frac{\pi}{6}p\right)$。讀法如下：若 P＝.15，則 r＝.1569；若 P＝.9080。

P	r	P	r	P	r	P	r
.01	.0105	.26	.2714	.51	.5277	.76	.7750
.02	.0209	.27	.2818	.52	.5378	.77	.7847
.03	.0314	.28	.2922	.53	.5479	.78	.7943
.04	.0419	.29	.3025	.54	.5580	.79	.8039
.05	.0524	.30	.3129	.55	.5680	.80	.8135
.06	.0628	.31	.3232	.56	.5781	.81	.8230
.07	.0733	.32	.3335	.57	.5881	.82	.8325
.08	.0838	.33	.3439	.58	.5981	.83	.8421
.09	.0942	.34	.3542	.59	.6081	.84	.8516
.10	.1047	.35	.3645	.60	.6180	.85	.8610
.11	.1151	.36	.3748	.61	.6280	.86	.8705
.12	.1256	.37	.3850	.62	.6379	.87	.8799
.13	.1360	.38	.3953	.63	.6478	.88	.8893
.14	.1465	.39	.4056	.64	.6577	.89	.8986
.15	.1569	.40	.4158	.65	.6676	.90	.9080
.16	.1674	.41	.4261	.66	.6775	.91	.9173
.17	.1778	.42	.4363	.67	.6873	.92	.9269
.18	.1882	.43	.4465	.68	.6971	.93	.9359
.19	.1986	.44	.4567	.69	.7069	.94	.9451
.20	.2091	.45	.4669	.70	.7167	.95	.9543
.21	.2195	.46	.4771	.71	.7265	.96	.9635
.22	.2299	.47	.4872	.72	.7368	.97	.9727
.23	.2403	.48	.4973	.73	.7460	.98	.9818
.24	.2507	.49	.5075	.74	.7557	.99	.9909
.25	.2611	.50	.5176	.75	.7654	1.00	1.0000

附表二　由R之値求r表

此表可由R之値，求r之値。$r=2\cos\frac{\pi}{3}(1-R)-1$。讀法如下：若R＝.20，則r＝.338；若R＝.75，則r＝.932。

R	r	R	r	R	r	R	r
.01	.018	.26	.429	.51	.742	.76	.937
.02	.036	.27	.444	.52	.753	.77	.942
.03	.054	.28	.458	.53	.763	.78	.947
.04	.071	.29	.472	.54	.772	.79	.952
.05	.089	.30	.486	.55	.782	.80	.956
.06	.107	.31	.500	.56	.791	.81	.961
.07	.124	.32	.541	.57	.801	.82	.965
.08	.141	.33	.528	.58	.810	.83	.968
.09	.158	.34	.541	.59	.818	.84	.972
.10	.176	.35	.554	.60	.827	.85	.975
.11	.192	.36	.567	.61	.836	.86	.979
.12	.206	.37	.580	.62	.844	.87	.981
.13	.226	.38	.593	.63	.852	.88	.984
.14	.242	.39	.606	.64	.860	.89	.987
.15	.259	.40	.618	.65	.867	.90	.989
.16	.275	.41	.630	.66	.875	.91	.991
.17	.291	.42	.642	.67	.882	.92	.993
.18	.307	.43	.654	.68	.889	.93	.995
.19	.323	.44	.666	.69	.896	.94	.996
.20	.338	.45	.677	.70	.902	.95	.997
.21	.354	.46	.689	.71	.908	.96	.998
.22	.369	.47	.700	.72	.915	.97	.999
.23	.383	.48	.711	.73	.921	.98	.9996
.24	.399	.49	.721	.74	.926	.99	.9999
.25	.414	.50	.732	.75	.932	1.00	1.0000

附表三　由U之值求r表

此表可由U之值，求r之值。$r=\cos\pi U$。讀法如下：若U＝.10，則r＝.9510；若U＝.45，則r＝.1564。

U	r	U	r	U	r	U	r
.00	1.0000	.13	.9174	.26	.6848	.38	.3682
.01	.9996	.14	.9044	.27	.6615	.39	.3387
.02	.9982	.15	.8905	.28	.6375	.40	.3089
.03	.9958	.16	.8757	.29	.6129	.41	.2788
.04	.9924	.17	.8602	.30	.5877	.42	.2485
.05	.9880	.18	.8439	.31	.5620	.43	.2180
.06	.9826	.19	.8268	.32	.5358	.44	.1873
.07	.9762	.20	.8089	.33	.5091	.45	.1564
.08	.9688	.21	.7902	.34	.4819	.46	.1253
.09	.9604	.22	.7707	.35	.4542	.47	.0941
.10	.9510	.23	.7504	.36	.4260	.48	.0628
.11	.9407	.24	.7293	.37	.9973	.49	.0314
.12	.9295	.25	.7074			.50	.0000

附表四　乘方表（由 10 至 999）

No.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	10000	10201	10404	10609	10816	11025	11236	11449	11664	11881
11	12100	12321	12544	12769	12996	13225	13456	13689	13924	14161
12	14400	14641	14884	15129	15376	15625	15876	16129	16384	16641
13	16900	17161	17424	17689	17956	18225	18496	18769	19044	19321
14	19600	19881	20164	20449	20736	21025	21316	21609	21904	22201
15	22500	22801	23104	23409	23716	24025	24336	24649	24964	25281
16	25600	25921	26244	26569	26896	27225	27556	27889	28224	28561
17	28900	29241	29584	29929	30276	30625	30976	31329	31684	32041
18	32400	32761	33124	33489	33856	34225	34596	34969	35344	35721
19	36100	36481	36864	37249	37636	38025	38416	38809	39204	39601
20	40000	40401	40804	41209	41616	42025	42436	42849	43264	43681
21	44100	44521	44944	45369	45796	46225	46656	47089	47524	47961
22	48400	48841	49284	49729	50176	50625	51076	51529	51984	52441
23	52900	53361	53824	54289	54756	55225	55696	56169	56644	57121
24	57600	58081	58564	59049	59536	60025	60516	61009	61504	62001
25	62500	63001	63504	64009	64516	65025	65536	66049	66564	67081
26	67600	68121	68644	69169	69696	70225	70756	71289	71824	72361
27	72900	73441	73984	74529	75076	75625	76176	76729	77284	77841
28	78400	78961	79524	80089	80656	81225	81796	82369	82944	83521
29	84100	84681	85264	85849	86436	87025	87616	88209	88804	89401
30	90000	90601	91204	91809	92416	93025	93636	94249	94864	95481
31	96100	96721	97344	97969	98596	99225	99856	100489	101124	101761
32	102400	103041	103684	104329	104976	105625	106276	106929	107584	108241
33	108900	109561	110224	110889	111556	112225	112896	113569	114244	114921
34	115600	116281	116964	117649	118336	119025	119716	120409	121104	121801
35	122500	123201	123904	124609	125316	126025	126736	127449	128164	128881
36	129600	130321	131044	131769	132496	133225	133956	134689	135424	136161
37	136900	137641	138384	139129	139876	140625	141376	142129	142884	143641
38	144400	145161	145924	146689	147456	148225	148996	149769	150544	151321
39	152100	152881	153664	154449	155236	156025	156816	157609	158404	159201
40	160000	160801	161604	162409	163216	164025	164836	165649	166464	167281
41	168100	168921	169744	170569	171396	172225	173056	173889	174724	175561
42	176400	177241	178084	178929	179776	180625	181476	182329	183184	184041
43	184900	185761	186624	187489	188356	189225	190096	190969	191844	192721
44	193600	194481	195364	196249	197136	198025	198916	199809	200704	201601
45	202500	203401	204304	205209	206116	207025	207936	208849	209764	210681
46	211600	212521	213444	214369	215296	216225	217156	218089	219024	219961
47	220900	221841	222784	223729	224676	225625	226576	227529	228484	229441
48	230400	231361	232324	233289	234256	235225	236196	237169	238144	239121
49	240100	241081	242064	243049	244036	245025	246016	247009	248004	249001
50	250000	251001	252004	253009	254016	255025	256036	257049	258064	259081
51	260100	261121	262144	263169	264196	265225	266256	267289	268324	269361
52	270400	271441	272484	273529	274576	275625	276676	277729	278784	279841
53	280900	281961	283024	284089	285156	286225	287296	288369	289444	290521
54	291600	292681	293764	294849	295936	297025	298116	299209	300304	301401
55	302500	303601	304704	305809	306916	308025	309136	310249	311364	312481
56	313600	314721	315844	316969	318096	319225	320356	321489	322624	323761
57	324900	326041	327184	328329	329476	330625	331776	332929	334084	335241
58	336400	337561	338724	339889	341056	342225	343396	344569	345744	346921
59	348100	349281	350464	351649	352836	354025	355216	356409	357604	358801
60	360000	361201	362404	363609	364816	366025	367236	368449	369664	370881
61	372100	373321	374544	375769	376996	378225	379456	380689	381924	383161
62	384400	385641	386884	388129	389376	390625	391876	393129	394384	395641
63	396900	398161	399424	400689	401956	403225	404496	405769	407044	408321
64	409600	410881	412164	413449	414736	416025	417316	418609	419904	421201
65	422500	423801	425104	426409	427716	429025	430336	431649	432964	434281
66	435600	436921	438244	439569	440896	442225	443556	444889	446224	447561
67	448900	450241	451584	452929	454276	455625	456976	458329	459684	461041
68	462400	463761	465124	466489	467856	469225	470596	471969	473344	474721
69	476100	477481	478864	480249	481636	483025	484416	485809	487204	488601
70	490000	491401	492804	494209	495616	497025	498436	499849	501264	502681
71	504100	505521	506944	508369	509796	511225	512656	514089	515524	516961
72	518400	519841	521284	522729	524176	525625	527076	528529	529984	531441
73	532900	534361	535824	537289	538756	540225	541696	543169	544644	546121
74	547600	549081	550564	552049	553536	555025	556516	558009	559504	561001
75	562500	564001	565504	567009	568516	570025	571536	573049	574564	576081
76	577600	579121	580644	582169	583696	585225	586756	588289	589824	591361
77	592900	594441	595984	597529	599076	600625	602176	603729	605284	606841
78	608400	609961	611524	613089	614656	616225	617796	619369	620944	622521
79	624100	625681	627264	628849	630436	632025	633616	635209	636804	638401
80	640000	641601	643204	644809	646416	648025	649636	651249	652864	654481
81	656100	657721	659344	660969	662596	664225	665856	667489	669124	670761
82	672400	674041	675684	677329	678976	680625	682276	683929	685584	687241
83	688900	690561	692224	693889	695556	697225	698896	700569	702244	703921
84	705600	707281	708964	710649	712336	714025	715716	717409	719104	720801
85	722500	724201	725904	727609	729316	731025	732736	734449	736164	737881
86	739600	741321	743044	744769	746496	748225	749956	751689	753424	755161
87	756900	758641	760384	762129	763876	765625	767376	769129	770884	772641
88	774400	776161	777924	779689	781456	783225	784996	786769	788544	790321
89	792100	793881	795664	797449	799236	801025	802816	804609	806404	808201
90	810000	811801	813604	815409	817216	819025	820836	822649	824464	826281
91	828100	829921	831744	833569	835396	837225	839056	840889	842724	844561
92	846400	848241	850084	851929	853776	855625	857476	859329	861184	863041
93	864900	866761	868624	870489	872356	874225	876096	877969	879844	881721
94	883600	885481	887364	889249	891136	893025	894916	896809	898704	900601
95	902500	904401	906304	908209	910116	912025	913936	915849	917764	919681
96	921600	923521	925444	927369	929296	931225	933156	935089	937024	938961
97	940900	942841	944784	946729	948676	950625	952576	954529	956484	958441
98	960400	962361	964324	966289	968256	970225	972196	974169	976144	978121
99	980100	982081	984064	986049	988036	990025	992016	994009	996004	998001

附表五　方根表（由1至999）

No.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	......	1.00	1.41	1.73	2.00	2.24	2.45	2.65	2.83	3.00
1	3.16	3.32	3.46	3.61	3.74	3.87	4.00	4.12	4.24	4.36
2	4.47	4.58	4.69	4.80	4.90	5.00	5.10	5.20	5.29	5.39
3	5.48	5.57	5.66	5.74	5.83	5.92	6.00	6.08	6.16	6.24
4	6.32	6.40	6.48	6.56	6.63	6.71	6.78	6.86	6.93	7.00
5	7.07	7.14	7.21	7.28	7.35	7.42	7.48	7.55	7.62	7.68
6	7.75	7.81	7.87	7.94	8.00	8.06	8.12	8.19	8.25	8.31
7	8.37	8.43	8.49	8.54	8.60	8.66	8.72	8.77	8.83	8.89
8	8.94	9.00	9.06	9.11	9.17	9.22	9.27	9.33	9.38	9.43
9	9.49	9.54	9.59	9.64	9.70	9.75	9.80	9.85	9.90	9.95
10	10.00	10.05	10.10	10.15	10.20	10.25	10.30	10.34	10.39	10.44
11	10.49	10.54	10.58	10.63	10.68	10.72	10.77	10.82	10.86	10.91
12	10.95	11.00	11.05	11.09	11.14	11.18	11.22	11.27	11.31	11.36
13	11.40	11.45	11.49	11.53	11.58	11.62	11.66	11.70	11.75	11.79
14	11.83	11.87	11.92	11.96	12.00	12.04	12.08	12.12	12.17	12.21
15	12.25	12.29	12.33	12.37	12.41	12.45	12.49	12.53	12.57	12.61
16	12.65	12.69	12.73	12.77	12.81	12.85	12.88	12.92	12.96	13.00
17	13.04	13.08	13.11	13.15	13.19	13.23	13.27	13.30	13.34	13.38
18	13.42	13.45	13.49	13.53	13.56	13.60	13.64	13.67	13.71	13.75
19	13.78	13.82	13.86	13.89	13.93	13.96	14.00	14.04	14.07	14.11
20	14.14	14.18	14.21	14.25	14.28	14.32	14.35	14.39	14.42	14.46
21	14.49	14.53	14.56	14.59	14.63	14.66	14.70	14.73	14.76	14.80
22	14.83	14.87	14.90	14.93	14.97	15.00	15.03	15.07	15.10	15.13
23	15.17	15.20	15.23	15.26	15.30	15.33	15.36	15.39	15.43	15.46
24	15.49	15.52	15.56	15.59	15.62	15.65	15.68	15.72	15.75	15.78
25	15.81	15.84	15.87	15.91	15.94	15.97	16.00	16.03	16.06	16.09
26	16.12	16.16	16.19	16.22	16.25	16.28	16.31	16.34	16.37	16.40
27	16.43	16.46	16.49	16.52	16.55	16.58	16.61	16.64	16.67	16.70
28	16.73	16.76	16.79	16.82	16.85	16.88	16.91	16.94	16.97	17.00
29	17.03	17.06	17.09	17.12	17.15	17.18	17.20	17.23	17.26	17.29
30	17.32	17.35	17.38	17.41	17.44	17.46	17.49	17.52	17.55	17.58
31	17.61	17.64	17.66	17.69	17.72	17.75	17.78	17.80	17.83	17.86
32	17.89	17.92	17.94	17.97	18.00	18.03	18.06	18.08	18.11	18.14
33	18.17	18.19	18.22	18.25	18.28	18.30	18.33	18.36	18.38	18.41
34	18.44	18.47	18.49	18.52	18.55	18.57	18.60	18.63	18.65	18.68
35	18.71	18.73	18.76	18.79	18.81	18.84	18.87	18.89	18.92	18.95
36	18.97	19.00	19.03	19.05	19.08	19.10	19.13	19.16	19.18	19.21
37	19.24	19.26	19.29	19.31	19.34	19.36	19.39	19.42	19.44	19.47
38	19.49	19.52	19.54	19.57	19.60	19.62	19.65	19.67	19.70	19.72
39	19.75	19.77	19.80	19.82	19.85	19.87	19.90	19.92	19.95	19.97
40	20.00	20.02	20.05	20.07	20.10	20.12	20.15	20.17	20.20	20.22
41	20.25	20.27	20.30	20.32	20.35	20.37	20.40	20.42	20.45	20.47
42	20.49	20.52	20.54	20.57	20.59	20.62	20.64	20.66	20.69	20.71
43	20.74	20.76	20.78	20.81	20.83	20.86	20.88	20.90	20.93	20.95
44	20.98	21.00	21.02	21.05	21.07	21.10	21.12	21.14	21.17	21.19
45	21.21	21.24	21.26	21.28	21.31	21.33	21.35	21.38	21.40	21.42
46	21.45	21.47	21.49	21.52	21.54	21.56	21.59	21.61	21.63	21.66
47	21.68	21.70	21.73	21.75	21.77	21.79	21.82	21.84	21.86	21.89
48	21.91	21.93	21.95	21.98	22.00	22.02	22.05	22.07	22.09	22.11
49	22.14	22.16	22.18	22.20	22.23	22.25	22.27	22.29	22.32	22.34
50	22.36	22.38	22.41	22.43	22.45	22.47	22.49	22.52	22.54	22.56
51	22.58	22.61	22.63	22.65	22.67	22.69	22.72	22.74	22.76	22.78
52	22.80	22.83	22.85	22.87	22.89	22.91	22.93	22.96	22.98	23.00
53	23.02	23.04	23.07	23.09	23.11	23.13	23.15	23.17	23.19	23.22
54	23.24	23.26	23.28	23.30	23.32	23.35	23.37	23.39	23.41	23.43
55	23.45	23.47	23.49	23.52	23.54	23.56	23.58	23.60	23.62	23.64
56	23.66	23.69	23.71	23.73	23.75	23.77	23.79	23.81	23.83	23.85
57	23.87	23.90	23.92	23.94	23.96	23.98	24.00	24.02	24.04	24.06
58	24.08	24.10	24.12	24.15	24.17	24.19	24.21	24.23	24.25	24.27
59	24.29	24.31	24.33	24.35	24.37	24.39	24.41	24.43	24.45	24.47
60	24.49	24.52	24.54	24.56	24.58	24.60	24.62	24.64	24.66	24.68
61	24.70	24.72	24.74	24.76	24.78	24.80	24.82	24.84	24.86	24.88
62	24.90	24.92	24.94	24.96	24.98	25.00	25.02	25.04	25.06	25.08
63	25.10	25.12	25.14	25.16	25.18	25.20	25.22	25.24	25.26	25.28
64	25.30	25.32	25.34	25.36	25.38	25.40	25.42	25.44	25.46	25.48
65	25.50	25.51	25.53	25.55	25.57	25.59	25.61	25.63	25.65	25.67
66	25.69	25.71	25.73	25.75	25.77	25.79	25.81	25.83	25.85	25.87
67	25.88	25.90	25.92	25.94	25.96	25.98	26.00	26.02	26.04	26.06
68	26.08	26.10	26.12	26.13	26.15	26.17	26.19	26.21	26.23	26.25
69	26.27	26.29	26.31	26.32	26.34	26.36	26.38	26.40	26.42	26.44
70	26.46	26.48	26.50	26.51	26.53	26.55	26.57	26.59	26.61	26.63
71	26.65	26.66	26.68	26.70	26.72	26.74	26.76	26.78	26.80	26.81
72	26.83	26.85	26.87	26.89	26.91	26.93	26.94	26.96	26.98	27.00
73	27.02	27.04	27.06	27.07	27.09	27.11	27.13	27.15	27.17	27.18
74	27.20	27.22	27.24	27.26	27.28	27.29	27.31	27.33	27.35	27.37
75	27.39	27.40	27.42	27.44	27.46	27.48	27.50	27.51	27.53	27.55
76	27.57	27.59	27.60	27.62	27.64	27.66	27.68	27.69	27.71	27.73
77	27.75	27.77	27.78	27.80	27.82	27.84	27.86	27.87	27.89	27.91
78	27.93	27.95	27.96	27.98	28.00	28.02	28.04	28.05	28.07	28.09
79	28.11	28.12	28.14	28.16	28.18	28.20	28.21	28.23	28.25	28.27
80	28.28	28.30	28.32	28.34	28.35	28.37	28.39	28.41	28.43	28.44
81	28.46	28.48	28.50	28.51	28.53	28.55	28.57	28.58	28.60	28.62
82	28.64	28.65	28.67	28.69	28.71	28.72	28.74	28.76	28.77	28.79
83	28.81	28.83	28.84	28.86	28.88	28.90	28.91	28.93	28.95	28.97
84	28.98	29.00	29.02	29.03	29.05	29.07	29.09	29.10	29.12	29.14
85	29.15	29.17	29.19	29.21	29.22	29.24	29.26	29.27	29.29	29.31
86	29.33	29.34	29.36	29.38	29.39	29.41	29.43	29.44	29.46	29.48
87	29.50	29.51	29.53	29.55	29.56	29.58	29.60	29.61	29.63	29.65
88	29.66	29.68	29.70	29.72	29.73	29.75	29.77	29.78	29.80	29.82
89	29.83	29.85	29.87	29.88	29.90	29.92	29.93	29.95	29.97	29.98
90	30.00	30.02	30.03	30.05	30.07	30.08	30.10	30.12	30.13	30.15
91	30.17	30.18	30.20	30.22	30.23	30.25	30.27	30.28	30.30	30.32
92	30.33	30.35	30.36	30.38	30.40	30.41	30.43	30.45	30.46	30.48
93	30.50	30.51	30.53	30.55	30.56	30.58	30.59	30.61	30.63	30.64
94	30.66	30.68	30.69	30.71	30.72	30.74	30.76	30.77	30.79	30.81
95	30.82	30.84	30.85	30.87	30.89	30.90	30.92	30.94	30.95	30.97
96	30.98	31.00	31.02	31.03	31.05	31.06	31.08	31.10	31.11	31.13
97	31.14	31.16	31.18	31.19	31.21	31.22	31.24	31.26	31.27	31.29
98	31.30	31.32	31.34	31.35	31.37	31.38	31.40	31.42	31.43	31.45
99	31.46	31.48	31.50	31.51	31.53	31.54	31.56	31.58	31.59	31.61

附表六　對數表

例 1: 求 log 153,查縱行 1.5 橫行 3 相交之處為.1847,故 log 153 為 2.1847.

例 2: 求 log 153.4. 先查 log 153,再加上 0.4, 其法如下: log 153應為 .1847,而 log 154 則為 .1875,相差為 28. 查差數欄 28 以下第四個數為 11,故 log 0.4 為 11, 加入 1847 得 .1858. 故 log 153.4 為 2.1858.

No.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	差數			
											38	36	34	32
											4	4	3	3
											8	7	7	6
											11	11	10	10
											15	14	14	13
											19	18	17	16
											23	22	20	19
											27	25	24	22
											30	29	27	26
											34	32	31	29
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374	30	28	26	24
.1	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	3	3	3	2
.2	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	6	6	5	5
.3	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	9	8	8	7
.4	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	12	11	10	10
.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014	15	14	13	12
.6	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	18	17	16	14
.7	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	21	20	18	17
.8	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	24	22	21	19
.9	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	27	25	23	22
2.0	.3010	.3032	.3054	.3075	.3096	.3118	.3139	.3160	.3181	.3201	22	20	18	16
.1	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	2	2	2
.2	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	4	4	4	3
.3	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	7	6	5	5
.4	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	9	8	7	6
.5	.3979	.3997	.4014	.4031	.4048	.4065	.4082	.4099	.4116	.4133	11	10	9	8
.6	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	13	12	11	10
.7	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	15	14	13	11
.8	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	18	16	14	13
.9	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	20	18	16	14
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843	.4857	.4871	.4886	.4900	15	14	13	12
.1	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	2	1	1	1
.2	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	3	3	3	2
.3	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	5	4	4	4
.4	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	6	6	5	5
.5	.5441	.5453	.5465	.5478	.5490	.5502	.5514	.5527	.5539	.5551	8	7	7	6
.6	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	9	8	8	7
.7	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	11	10	9	8
.8	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	12	11	10	10
.9	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	14	13	12	11
4.0	.6021	.6031	.6042	.6053	.6064	.6075	.6085	.6096	.6107	.6117	11	10	9	8
.1	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	1	1	1
.2	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	2	2	2	2
.3	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	3	3	3	2
.4	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	4	4	4	3
.5	.6532	.6542	.6551	.6561	.6571	.6580	.6590	.6599	.6609	.6618	6	5	5	4
.6	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	7	6	5	5
.7	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	8	7	6	6
.8	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	9	8	7	6
.9	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	10	9	8	7
5.0	.6990	.6998	.7007	.7016	.7024	.7033	.7042	.7050	.7059	.7067	9	8	7	
.1	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	1	1	
.2	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	2	2	1	
.3	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	3	2	2	
.4	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	4	3	3	
.5	.7404	.8412	.7419	.7427	.7435	.7443	.7451	.7459	.7466	.7474	5	4	4	
.6	7482	8490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	5	5	4	
.7	7559	8566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	6	6	5	
.8	7634	8642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	7	6	6	
.9	7709	8716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	8	7	6	
6.0	.7782	.7789	.7796	.7803	.7810	.7818	.7825	.7832	.7839	.7846	7	6		
.1	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1		
.2	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1		
.3	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	2	2		
.4	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	3	2		
.5	.8129	.8136	.8142	.8149	.8156	.8162	.8169	.8176	.8182	.8189	4	3		
.6	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	4	4		
.7	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	5	4		
.8	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	6	5		
.9	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	6	5		
7.0	.8451	.8457	.8463	.8470	.8476	.8482	.8488	.8494	.8500	.8506	6	5		
.1	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1		
.2	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1		
.3	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	2	2		
.4	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	2	2		
.5	.8751	.8756	.8762	.8768	.8774	.8779	.8785	.8791	.8797	.8802	3	3		
.6	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	4	3		
.7	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	4	4		
.8	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	5	4		
.9	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	5	5		
8.0	.9031	.9036	.9042	.9047	.9053	.9058	.9063	.9069	.9074	.9079	6	5		
.1	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1		
.2	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1		
.3	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	2	2		
.4	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	2	2		
.5	.9294	.9299	.9304	.9309	.9315	.9320	.9325	.9330	.9335	.9340	3	3		
.6	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	4	3		
.7	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	4	4		
.8	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	5	4		
.9	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	5	5		
9.0	.9542	.9547	.9552	.9557	.9562	.9566	.9571	.9576	.9581	.9586	5	4		
.1	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	1	0		
.2	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	1	1		
.3	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	2	1		
.4	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	2	2		
.5	.9777	.9782	.9786	.9791	.9795	.9800	.9805	.9809	.9814	.9818	3	2		
.6	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	3	2		
.7	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	4	3		
.8	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	4	3		
.9	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	5	4		

附表七　三角函數之正弦及餘弦表

1	0°		1°		2°		3°		4°		1
	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	
0	0000	1000	0175	9998	0349	9994	0523	9986	0698	9976	60
5	0015	1000	0189	9998	0364	9993	0538	9986	0712	9975	55
10	0029	1000	0204	9998	0378	9993	0552	9985	0727	9974	50
15	0044	1000	0218	9998	0393	9992	0567	9984	0741	9973	45
20	0058	1000	0233	9997	0407	9992	0581	9983	0756	9971	40
25	0073	1000	0247	9997	0422	9991	0596	9982	0770	9970	35
30	0087	1000	0262	9997	0436	9990	0610	9981	0785	9969	30
35	0102	9999	0276	9996	0451	9990	0625	9980	0799	9968	25
40	0116	9999	0291	9996	0465	9989	0640	9980	0814	9967	20
45	0131	9999	0305	9995	0480	9988	0650	9979	0828	9966	15
50	0145	9999	0320	9995	0494	9988	0669	9978	0843	9964	10
55	0160	9999	0334	9994	0509	9987	0683	9977	0857	9963	5
60	0175	9999	0349	9994	0523	9986	0698	9976	0872	9962	0
	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	
1	89°		88°		87°		86°		85°		1

1	5°		6°		7°		8°		9°		1
	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	
0	0872	9962	1045	9945	1219	9925	1392	9903	1564	9877	60
5	0886	9961	1060	9944	1233	9924	1406	9901	1579	9875	55
10	0901	9959	1074	9942	1248	9922	1421	9899	1593	9872	50
15	0915	9958	1089	9941	1262	9920	1435	9897	1607	9870	45
20	0929	9957	1103	9939	1276	9918	1449	9894	1622	9868	40
25	0944	9955	1118	9937	1291	9916	1464	9892	1636	9865	35
30	0958	9954	1132	9936	1305	9914	1478	9890	1650	9863	30
35	0973	9953	1146	9934	1320	9913	1492	9888	1665	9860	25
40	0987	9951	1161	9932	1334	9911	1507	9886	1679	9858	20
45	1002	9950	1175	9931	1349	9909	1521	9884	1693	9856	15
50	1016	9948	1190	9929	1363	9907	1536	9881	1708	9853	10
55	1031	9947	1204	9927	1377	9905	1550	9879	1772	9851	5
60	1045	9945	1219	9925	1392	9903	1564	9877	1736	9848	0
	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	
1	84°		83°		82°		81°		80°		1

1	10°		11°		12°		13°		14°		1
	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	
0	1736	9848	1908	9816	2079	9781	2250	9744	2419	9703	60
5	1751	9846	1922	9813	2093	9778	2264	9740	2433	9699	55
10	1765	9843	1937	9811	2108	9775	2278	9737	2447	9696	50
15	1779	9840	1951	9808	2122	9772	2292	9734	2462	9692	45
20	1794	9838	1965	9805	2136	9769	2306	9730	2476	9689	40
25	1808	9835	1979	9802	2150	9766	2320	9727	2490	9685	35
30	1822	9833	2994	9799	2164	9763	2334	9724	2504	9681	30
35	1837	9830	2008	9796	2179	9760	2349	9720	2518	9678	25
40	1853	9827	2022	9793	2193	9757	2363	9717	2532	9674	20
45	1865	9825	2036	9790	2207	9753	2377	9713	2546	9670	15
50	1880	9822	2051	9787	2221	9750	2391	9710	2560	9660	10
55	1894	9819	2065	9784	2235	9747	2405	9706	2574	9663	5
60	1908	9816	2079	9781	2250	9744	2419	9703	2588	9659	0
	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	
1	79°		78°		77°		76°		75°		1

1	15°		16°		17°		18°		19°		1
	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	
0	2588	9659	2756	9613	3924	9563	3090	9511	3256	9455	60
5	2602	9655	2760	9609	3938	9559	3104	9506	3269	9450	55
10	2616	9652	2784	9605	3952	9555	3118	9502	3283	9446	50
15	2630	9648	2798	9600	3965	9550	3132	9497	3297	9441	45
20	2644	9644	2812	9596	3979	9546	3145	9492	3311	9436	40
25	2659	9640	2826	9592	2993	9542	3159	9488	3324	9431	35
30	2672	9636	2840	9588	3007	9537	3173	9483	3338	9426	30
35	2686	9632	2854	9584	3021	9533	3187	9479	3352	9422	25
40	2700	9628	2868	9580	3035	9528	3201	9474	3365	9417	20
45	2714	9925	2882	9576	3048	9524	3214	9469	3379	9412	15
50	2728	9621	2896	9572	3062	9520	3228	9456	3393	9407	10
55	2742	9617	2910	9567	3076	9515	3242	9460	3407	9402	5
60	2756	9613	2924	9563	3090	9511	3256	9455	3420	9397	0
	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	
1	74°		73°		72°		71°		70°		1

1	20°		21°		22°		23°		24°		1
	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	
0	3420	9397	3584	9336	3746	9272	3907	9205	4067	9135	60
5	3434	9392	3597	9331	3760	9266	3921	9199	4081	9130	55
10	3448	9387	3611	9325	3773	9261	3934	9194	4094	9124	50
15	3461	9382	3624	9320	3786	9255	3947	9188	4107	9118	45
20	3475	9377	3638	9315	3800	9250	3961	9182	4120	9112	40
25	3488	9372	3651	9309	3813	9244	3974	9176	4134	9106	35
30	3502	9367	3665	9304	3827	9239	3987	9171	4147	9100	30
35	3516	9362	3679	9299	3840	9233	4001	9165	4160	9094	25
40	3529	9356	3692	9293	3854	9228	4014	9159	4173	9088	20
45	3543	9351	3706	9288	3867	9222	4027	9153	4187	9081	15
50	3557	9346	3719	9283	3881	9216	4041	9147	4200	9075	10
55	3570	9341	3733	9277	3894	9211	4054	9141	4213	9069	5
60	3584	9336	3746	9272	3907	9205	4067	9135	4226	9063	0
	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	
1	69°		68°		67°		66°		65°		1

1	25°		26°		37°		28°		29°		1
	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	
0	4226	9063	4384	8988	4540	8910	4695	8829	4848	8746	60
5	4239	9057	4397	8982	4553	8903	4708	8823	4861	8739	55
10	4253	9051	4410	8975	4566	8897	4720	8816	4874	8732	50
15	4266	9045	4423	8969	4579	8890	4733	8809	4886	8725	45
20	4279	9038	4436	8962	4592	8884	4746	8802	4899	8718	40
25	4292	9032	4449	8956	4605	8877	4759	8795	4912	8711	35
30	8205	9026	4462	8949	4617	8870	4772	8788	4924	8704	30
35	4318	9020	4475	8943	4630	8863	4784	8781	4937	8696	25
40	4331	9013	4488	8936	4643	8857	4797	8774	4950	8689	20
45	4344	9007	4501	8930	4656	8850	4810	8767	4962	8682	15
50	4358	9001	4514	8923	4669	8843	4823	8760	4975	8675	10
55	4371	8994	4527	8917	4682	8836	4835	8753	4987	8668	5
60	4384	8988	4540	8910	4695	8829	4848	8746	5000	8660	0
	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	
1	64°		63°		62°		61°		60°		1

1	30°		31°		32°		33°		34°		1
	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	
0	5000	8660	5150	8572	5299	8480	5446	8387	5592	8290	60
5	5013	8653	5163	8564	5212	8473	5459	8379	5604	8282	55
10	5025	8646	5175	8557	5324	8466	5471	8371	5616	8274	50
15	5038	8638	5188	8549	5336	8457	5483	8353	5628	8266	45
20	5050	8631	5020	8542	5348	8450	5495	8365	5640	8258	40
25	5063	8624	5213	8534	5361	8442	5507	8347	5652	8249	35
30	5075	8616	5225	8526	5373	8434	5519	8339	5664	8241	30
35	5088	8609	5237	8519	5385	8426	5531	8331	5676	8233	25
40	5100	8601	5250	8511	5398	8418	5544	8323	5688	8225	20
45	5113	8594	5262	8504	5410	8410	5556	8315	5700	8216	15
50	5125	8587	5275	8496	5422	8403	5568	8301	5712	8208	10
55	5138	8579	5287	8488	5434	8395	5580	8299	5724	8200	5
60	5150	8572	5299	8480	5446	8387	5592	8290	5736	8192	0
	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	
1	59°		58°		57°		56°		55°		1

1	35°		36°		37°		38°		39°		1
	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	
0	5736	8192	5878	8090	6018	7986	6157	7880	6293	7771	60
5	5748	8183	5890	8082	6030	7878	6168	7871	6305	7762	55
10	5760	8175	5901	8073	6041	7969	6180	7862	6316	7753	50
15	5771	8166	5913	8064	6053	7960	6191	7853	6327	7744	45
20	5783	8158	5925	8056	6065	7951	6202	7844	6338	7735	40
25	5795	8150	5937	8047	6076	7942	6214	7835	6350	7725	35
30	5807	8141	5948	8039	6088	7934	6225	7826	6361	7716	30
35	5819	8133	5960	8030	6099	7925	6237	7817	6372	7707	25
40	5831	8124	5972	8021	6111	7916	6248	7808	6383	7698	20
45	5842	8116	5983	8013	6122	7907	0259	7799	6394	7688	15
50	5854	8107	5995	8004	6134	7898	6271	7790	6406	7679	10
55	5866	8199	6007	7995	6145	7889	6282	7781	6417	7670	5
60	5878	8090	6018	7986	6157	7880	6293	7771	6428	7660	0
	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	
	54°		53°		52°		51°		50°		1

1	40°		41°		42°		43°		44°		1
	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	
0	6428	7660	6561	7547	6691	6431	6820	7314	6947	7193	60
5	6439	7651	6572	7538	6702	7422	6831	7304	6957	7183	55
10	6450	7642	6583	7528	6713	7412	6841	7294	6967	7173	50
15	6461	7632	6593	7518	6724	7402	6852	7284	6978	7163	45
20	6472	7623	6604	7509	6734	7392	6862	7274	6988	7153	40
25	6483	7613	6615	7499	6745	7383	6873	7264	6999	7143	35
30	6494	7604	6626	7490	6756	7373	6884	7254	7009	7133	30
35	6506	7595	6637	7480	6767	7363	6894	7244	7019	7122	25
40	6517	7585	6648	7470	6777	7353	6905	7234	7030	7112	20
45	6528	7576	6659	7461	6788	7343	6915	7224	7040	7102	15
50	6539	7566	6670	7451	6799	7333	6926	7214	7050	7092	10
55	6550	7557	6680	7441	6809	7323	6936	7203	7061	7081	5
60	6561	7547	6691	7431	6820	7314	6947	7193	7071	7071	0
	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	
1	49°		48°		47°		46°		45°		1

附表八　符號表

A ＝眞正算術平均數。

$A.D.$＝平均差。

C ＝（1）校正數，（2）變量相應數。

C_x ＝X量數假定平均數之校正數。

C_y ＝Y量數假定平均數之校正數。

D ＝X與Y等級之差數。

d ＝（1）與平均數之差，（2）對偶差數符號有零差者。

d_E ＝與假定平均數之差。

E ＝假定平均數。

F ＝含有中數之組距以上次數之總和。

f ＝次數。

f_1 = 衆數所在組，下組之次數。

f_2 = 衆數所在組，上組之次數。

G = 幾何平均數。

g = X 等級大於 Y 等級（或Y等級大於 X 等級。）

H = 倒數平均數。

i = 組距之大小。

Mi = 中數。

Mo = 衆數。

N = 次數之總和。

η = 相關比例。

Na = 比眞正平均數較大者之總項數。

Nb = 比眞正平均數較小者之總項數。

P　=司畢門等級差相關係數。

P.E. =差誤。

Q　=四分差。

Q_1　=下四分點。

Q_3　=上四分點。

R　=司畢門簡捷法相關係數。

r　=關而生相關係數。

r_{pq}　=A, B兩種事實之最眞確相關係數。

S.D. =標準差。

Sk　=偏態性。

σ　=標準差。

σ_x　=X量數之標準差。

σ_y =Y量數之標準差。

Σ =和之符號。

U =薛伯異號對偶法相關係數。

u =對偶差數符號差異者。

v =（1）組距中値，（2）差量係數。

X =量數，任何量數X。

$\bar{X}$ =X量數之眞正平均數。

x =X量數與其平均數之差。

x_1 =X量數與其假定平均數之差。

Y =任何量數Y。

$\bar{Y}$ =Y量數之眞正平均數。

y =Y量數與其平均數之差。

y_1 =Y量數與其假定平均數之差。

附表九 本書所用之公式

號數	公式	頁數
1.	$A=\frac{\Sigma X}{N}$	91
2.	$A=\frac{\Sigma fX}{N}$	92
3.	$A=E+\frac{(\Sigma X-E)}{N}$	94
4.	$A=E+\frac{\Sigma f(V-E)}{N}$	95
5.	$\frac{n+1}{2}=$中數之位置	99
6.	$Mi=L+\left(\frac{\frac{n+1}{2}-F}{f}\right)i$	101

15. $\text{A.D.} = \dfrac{\Sigma f(V - Mi)}{n}$ 123

16. $\text{A.D.} = \dfrac{\Sigma fd + c(Nb - Na)}{n}$ 125

17. $\sigma = \sqrt{\dfrac{\Sigma d_2}{n}}$ 130

18. $\sigma = \sqrt{\dfrac{\Sigma fd_2}{n}}$ 130

19. $\sigma = \sqrt{\dfrac{\Sigma d_E{}^2}{n} - (A - E)^2}$ 132

20. $\sigma = \sqrt{\dfrac{\Sigma f(V - E)^2}{n} - (A - E)^2}$ 133

21. $\sigma = \sqrt{\dfrac{\Sigma fd_E{}^2}{n} - C^2}$ 136

22. $V = \dfrac{\text{S.D.}}{A} \times 100$ 141

36. $Y-\overline{Y}= r\,\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}\,(X-\overline{X})$ …… 176

37. $x = r\,\dfrac{\sigma_x}{\sigma_y}$ …… 177

38. $y = r\,\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}\times$ …… 138

39. $n = \dfrac{\sqrt{\dfrac{\Sigma[N_x(\overline{y}_x-\overline{y})^2]}{N}}}{\sigma_y}$ …… 170

40. $r_{pq} = \dfrac{\sqrt{(r_{p_1q_2})(r_{p_2q_1})}}{\sqrt{(r_{p_1p_2})(r_{q_1q_2})}}$ …… 184

41. $\sigma_A = \dfrac{\sigma}{\sqrt{N}}$ …… 187

42. $\sigma_{mi} = \dfrac{1.25\sigma}{\sqrt{N}}$ 189

43. $\sigma_{\text{б}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{2N}}$ 189

'4. $\sigma_r = \dfrac{1-r^2}{\sqrt{N}}$ 189

45. $P.E._A = .67449\dfrac{\sigma}{\sqrt{N}}$ 190

46. $P.E._{mi} = .67449\dfrac{1.25\sigma}{\sqrt{N}}$ 191

47. $P.E._{\sigma} = .67449\dfrac{\sigma}{\sqrt{2N}}$ 191

48. $P.E.r = .67449\dfrac{1-r^2}{\sqrt{N}}$ 191

附表一〇 本書所用之參考書

Alexander, Carter: School Statistics and Publicity.

Bailley and Cummings: Statistics.

Bowley, A. L.: Elements of Statistics.

Brinton, W. C.: Graphic Methods for Presenting Facts.

Davies, G. R.: Introduction to Economic Statistics.

Fisher, Irving: The Making of Index Numbers.

Jerome, H.: Statistical Method.

Kelley, J. L.: Statistical Method.

King. W. I.: Elements of Statistical Methods.

Rugg, H. O.: Statistical Methods Applied to Education.

Secrist, H.: Introduction to Statistical Methods.

Secrust, H.: Reading, and Problems in Statistical Methods.

Thornike, E. L.: An Introduction to the Theory of Mental and Social. Measurements

U. S. Bureau of the Census: Birth Statistics; Mortality Statistics, Abstract; Population.; Financial Statistics of Cities;Mortality Rates, 1910–1920.

Whipple, G. C.: Vital Statistics.

Yule, G. U.: An Introduction to the Theory of Statistics.

王仲武: 統計學原理及應用。

朱君毅: 教育統計學。

陳其鹿: 統計學。

金國寶: 統計新論。

俞子夷: 測驗統計法概要。

樊　弘: 社會調查方法。

江蘇民政廳: 明日之江蘇,第四及第五期。

王雲五主編
萬有文庫
第一集一千種

戶籍統計

蘇崇禮著

發行人 上海河南路 王雲五
印刷所 上海河南路 商務印書館
發行所 上海及各埠 商務印書館

中華民國二十二年十二月初版

The Complete Library
Edited by
Y. W. WONG

STATISTIC APPLIED TO POPULATION
BY SÜ CH'UNG LI
PUBLISHED BY Y. W. WONG
THE COMMERCIAL PRESS, LTD.
Shanghai, China
1933