

УДК 101;130.1;113/119;510.2

КБТ 74.262.21;74.268.7

<https://doi.org/10.33864/MTFZK.2019.50>

*Eldar ƏMIROV**
(Azərbaycan)

AMEA, Fəlsəfə İnstitutu

Kəsilməzlik ideyası riyazi-fəlsəfi invariant kimi

Xülasə

İdeyalar fəlsəfədə ən maraqlı bəhs olub. İdeyaları idrakın düyün nöqtələri hesab etmək olar. Bu məqalədə kəsilməzlik ideyasının genezisi nəzərdən keçirilir. Onun insan idrakına haradan daxil olması öyrənilir, mənşəyi haqqında mülahizələr irəli sürülür. Bir ideya-vahid kimi epistemoloji rolu təhlil olunur. Kəsilməzlik ideyasının fundamental ideya kimi Leybnis tərəfindən idrak müstəvisinə daxil edilməsi məsələsi vurğulanır və fəlsəfi əsaslandırılması təhlil olunur. Bundan sonrakı dövrlərdə, kəsilməzlik ideyasının paradiqmatik ideyaya çevrilərək bir çox fundamental elmi konsepsiyaların əsasında dayanması məqamları da diqqətə çatdırılır. Həmçinin riyaziyyatın özəyi olan və min illərdən bəri əsaslandırılıla bilməyən həqiqi ədədlərin, kəsilməzlik ideyasının köməylə həlledici şəkildə əsaslandırılması göstərilir. Bu məqsədlə Dedekindin kəsilməzlik ideyasından necə istifadə edərək həqiqi ədədləri möhkəm təmələ oturtması məsələsi təhlil olunur. Araşdırma nəticəsində məlum olur ki, bu ideya düşüncə tarixində, fəlsəfi və riyazi düşüncədə fundamental ideyalardan biri olmaqla yanaşı bir çox konsepsiyaların təməl ideyasına çevrilmişdir. Bir çox konsepsiyalar bu ideya olmadan yarana bilməzdi. O xeyli məhsuldar və paradiqmatik ideya olmuşdur. Bütün bu nümunələr əsasında, ümumiləşdirmələr və fəlsəfi refleksiyanın köməylə belə qənaətə gəlinir ki, kəsilməz ideyası nə surf fəlsəfi, nə də ki, surf riyazi ideya deyil. Bu ideya hər iki elmin qovşağında qərar tutur. Ona görə də biz bu ideyanı yeni adla, riyazi-fəlsəfi invariant adı altında xüsusi sinif kimi ayırır və təsnifatlandırırıq.

Açar sözlər: *kəsilməzlik, ideya-vahid, Leybnis, həqiqi ədədlər, riyazi - fəlsəfi invariant, Dedekind, zaman.*

*AMEA-nın Fəlsəfə İnstitutunun doktorantı,
eldar_amirov.80@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3041-459X>

Giriş

Gerçək dünya daim axındadır. Biz onu saxlamaq iqtidarında deyilik, yalnız dərk edə bilirik. Dərk etmək üçün isə, bu əbədi axından fikri olaraq nələrisə “tutub” saxlayırıq. Öz fikri konstruksiyalarımızla gerçək dünyadan fraqmentlər ayırır və onlar üzərində refleksiya edirik. Fikri konstruksiyaları qurmaq üçün isə nə vaxtsa intuitiv olaraq qəbul etdiyimiz və ya kəşf etdiyimiz təməl prinsiplərdən istifadə edirik. Belə təməl, fundamental prinsipləri ifadə edən terminlər sabit qalsa da, onların məzmunu nəzəriyyədən-nəzəriyyə, təlimdən-təlimə, dövrdən-dövrə dəyişə, yeni formalara düşə bilər və yeni konsepsiyalar yarada bilər. Konsepsiyalar belə təməl prinsiplər ətrafında mərkəzləşməyə, “kristallaşmağa” başlayır; suya düşmüş buz parçasının kristallaşaraq genişləndiyi kimi. İdeyaları – bir cümlədən ibarət fikir kimi yox, istənilən ölçüdə genişlənə bilən ilkin bircins boş mühit kimi təsəvvür etmək olar. Belə bircins mühitin içərisini müxtəlif fikirlər toplusu, təcrübələr toplusu ilə doldurmaq olar. Bu zaman ideya ilkin sxem olmaq etibarilə – fikirlər toplusunun həm sərhəddini, həm də içərisinin dinamikasını təyin edir. Fəlsəfədə ideyaların tarixi bəhsinin müəllifi A.Lavcoy, belə orijinal ideyaların, ideya-vahidlərin (unit-ideas) həm də məhdud sayda olduğunu yazır və qeyd edir ki, fəlsəfə tarixi və insan refleksiyasının istənilən dövrü, ideyaların qarışığıdır¹. Məsələn, Leybnis özünün eyniyyət qanununu şübhəsiz doğru hesab edirdi. Bu prinsip digər prinsiplərlə yanaşı onun fəlsəfi təlimində irəli sürdüyü mülahizələrinə yön vermişdir. Bu prosesləri A.Lavcoy mental verişlər adlandırdı². Belə təməl prinsiplərdən biri də - kəsilməzlikdir.

Kəsilməzliyin fəlsəfi əsasları

Kəsilməzlik anlayışı da dünyagörüşünün fundamental prinsiplərindən biridir. Bu anlayış antik dövrdən üzü bəri bir çox konsepsiyaların təməl prinsipi olmuşdur. Kəsilməzlik ideyası haqqında fəlsəfi mülahizələr antik dövrdə, orta əsrlərdə olsa da,

¹ Lovejoy O. Arthur. *The Great Chain of Being: A Study of the History of an Idea*, (p.27).

² Yenə orada, (p.7).

bir düşüncə mexanizmi kimi aktuallaşması, daha tutarlı əsaslandırılması, Yeni dövrdən sonra elmi düşüncəyə daxil edilməsi Leybnisin adı ilə bağlıdır. Kant bu prinsipi təmiz zəka prinsipi adlandırır və öz təbirincə desək “dövrəyə buraxılması da Leybnisin adı ilə bağlıdır”¹. Leybnis bu fəlsəfi ideya ilə riyaziyyatı sintez edərək, müasir təbiətşünaslığın güclü riyazi aparatı olan differensial-inteqral hesabını da yaratmışdır.

Yuxarıda qeyd etdik ki, xeyli ideyaları insanlar intuitiv şəkildə qəbul etmişlər. Məsələn, bütöv olan, heç bir yerində sınığı, kəsiyi olmayan okean, səma qədim insanı intuitiv olaraq kəsilməzlik ideyasına gətirmişdir². Qazanılmış belə ideya-geşəttlər düşüncə tarixinin sonrakı dövrlərində də, müxtəlif baxışlarda özünü biruzə vermişdir. Kəsilməzlik intuitiv olaraq bircins mühitə aid olur, eyni cür formalar bir-birini ardıcıl, kəsintisiz surətdə əvəz edir. Deməli, kəsilməzlik eyni cür formaların bir-birini ardıcıl izləməsidir. Bu isə bir öncəgörmə rolunu da oynayır. Çünki əgər bir mühit, bir hadisə kəsilməzdirsə, onda hal-hazırda müşahidə etdiyimiz forma deməyə əsas verir ki, növbəti addımda da eyni belə forma olacaq. Kəsilməzliklə gələcək arasındakı məntiqi əlaqəni ifadə edən bu fikri Leybnis daha geniş, metafizik olaraq belə ifadə edir: “Mənim qənaətimə görə, metafizikanın əsaslarına dayanaraq, unversumda hər şey bir-biri ilə elə bir əlaqədədir ki, indi gələcəyi rüşeym halında özündə saxlayır. Hər bir hazırkı vəziyyət, yalnız başqa bir vəziyyətin, bilavasitə ondan öncəki vəziyyətin köməyi ilə izah oluna bilər. Bunu inkar etmək - dünyada boşluqların (hiatus) olmasını fərz etmək deməkdir”³. Başqa sözlə desək, müxtəlif cür formalar bir-birini kəsintisiz izləyə bilməz, onlar arasında keçid yalnız sıçrayışla mümkün ola bilər. Leybnis kəsilməzlik prinsipini məhək daşı hesab edir və ona tez-tez müraciət etdiyini deyir: “Mən təcrübələrdə, tədqiqatlarda bu prinsipdən tez-tez məhək daşı kimi istifadə edirəm. Hansı ki, onun sayəsində elə ilk baxışda, dərhal bir çox fikirlərin ardıcıl olmamasını, hətta detallara varmadan belə, müəyyən etmək olar”⁴. Lakin kəsilməzlik ideyası müasir kvant fizikası ilə nə dərəcədə uyuşur, yoxsa uyuşmur, bu artıq ayrı tədqiqat mövzusu ola bilər. Ancaq hələlik ən fundamental kateqoriyalar olan fəza və zamanın, kəsilməz olduğu düşülür və yaxud belə qəbul olunur. Ancaq onların həqiqətən də kəsilməz və diskret olması məlum deyil. “Müasir fizikanın bu sual üzə-

¹ Kant I. *Sochineniya v shesti toma*, (p.569).

² Bell L. John. *The Continuous and the Infinitesimal in Mathematics and Philosophy*, (p.13).

³ Leibniz G. V. *Sochineniya v chetyrekh tomah* (T.1), (p.211).

⁴ Yenə orada, (p.203).

rindəki hökmü tam aydın deyil hələ. Əgər fəza Plank sabiti ölçüsündə və ya ondan aşağı olan 10^{-35} m civarında diskretdirsə, onda bu hələ müşahidə olunan dünyada öz imzasını qoymayıb¹.

Beləliklə, Leybnisin “təbiətdə sıçrayış yoxdur” prinsipi hələ də öz aktuallığını və dərinliyini saxlayır. Kəsilməzlik ideyası Heraktlitin, Leybnisin, Hegelin, Berqsonun, Uaythedin, təkamül təlimi, muasir avtopoezis kimi təlimlərin əsas fəlsəfi ideyasıdır. Yaxud da məkan və zaman kimi fundamental kateqoriyalar yalnız kəsilməzlik kimi düşünülə bilər. Leybnis fəza və zamanın da kəsilməzliyinin fikri olduğunu deyir və sonradan bunu Kant da qəbul edir.

Kəsilməzlik paradigmatik ideya kimi

Kəsilməzlik ideyasının nə qədər dəruni, hökmran, elə yuxarıda da iqtibas gətirdiyimiz kimi, Kantın təbirincə desək, metafizik bir ideya olduğunu və bunun da nəticəsində nə qədər məhsuldar bir ideyaya çevrildiyini göstərmək üçün, ötən əsrlərdə mövcud olmuş dünyagörüşlərindən bir nümunə göstərək. Məsələn, təkamül ideyasını da özündə saxlayan XIX əsr dünyagörüşünün əsaslarını araşdıran P.Florenski yazır: “XIX əsr dünyagörüşü haqqında tərəddüd edən təsəvvürləri təsbit etmək, bu epoxanın ruhi hərəkətinin fərqli çalarlarını qısaca izah etmək, onu digər dünyagörüşlərindən fərqləndirən xarakterik cəhətləri qeyd etmək tələb olunarsa, düşünürəm ki, bunu bir söz işlətməklə etməkdən daha uğurlu bir şey yoxdur. Bu söz “kəsilməzlik”-dir. Aralıq hissəni keçmədən bir qütbədən o biri qütbə keçə bilməmək ideyası². Sonra, o, fikrini davam etdirərək yazır ki, XIX əsr bilik sahələrinin rəngarəngliyinə baxmayaraq, onlar hamısı bir cür rəngə boyanmışdı³. Qədim tarixə malik olan bu ideyanın geniş yayılması, onun ictimai şüura gətirilməsi, sonsuz kiçilənlərin yaradıcısı olan Leybnisin adı ilə bağlıdır. Daha sonra P.Florenski, bu ideyanın geniş yayılmasının mexaniki-fiziki elmləri, biologiyada Byuffonun konsepsiyasını, Darvinin təkə-

¹ Franklin J. *Discrete and Continuous: A Fundamental Dichotomy in Mathematics*, (p.370).

² Florenskij P.A. *Vvedenie k dissertacii «Ideya preryvnosti kak element mirosozercaniya»*, (p.160).

³ Yenə orada, (p.160).

mül nəzəriyyəsini necə şərtləndirdiyini də göstərir¹. Qeyd etmək lazımdır ki, nəzəri şəkildə təkamül ideyasını kəsilməzlik ideyasından, Darvindən qabaq Leybnis özü alır: “İnsanlarla heyvanlar arasında, heyvanlarla bitkilər arasında və nəhayət bitkilərlə qazıntı halında tapılanlar arasında sıx əlaqə var; qazıntı halında tapılanlar da öz növbəsində cisimlərlə sıx bağlıdır, hansı ki, onlar bizim hissələrimizə və təsəvvürlərimizə ölü kimi, formasız kimi görünür. Kəsilməzlik qanunu tələb edir ki, əgər bir varlığın əsas müəyyənliyi ikinci bir varlığın əsas müəyyənliyinə oxşadırsa, onda birincinin bütün xüsusiyyətləri ikincinin xüsusiyyətlərinə oxşamalıdır”².

Kəsilməzlik ideyası həqiqi ədədlərin əsaslandırılmasının intuitiv əsası kimi

Beləliklə biz, yuxarıda kəsilməzlik ideyasının mənşəyi ilə, düşüncəyə daxil edilməsi və fəlsəfi əsaslandırılması ilə tanış olduq. İndi isə bu ideyanın riyazi müstəvidə, həqiqi ədədlərin əsaslandırılmasında necə istifadə olunmasını təhlil edəcəyik.

Hamıya tanış olan ilkin, təbii ədədlər, natural ədədlərdir. Natural ədəd isə diskret təbiətlidir. Biz yalnız saya bildiyimiz obyektləri natural ədədlərlə ifadə edə bilirik. Lakin elə obyektlər var ki, onlar bu cür diskret ədədlərlə ifadə oluna bilmir. Elə ilk dəfə bu problemlə pifaqorçular qarşılaşmışdılar. Onlar ilk dəfə, tərəfləri vahid olan düzbucaqlı üçbucağın hipetonuzunun natural ədəd olmaması faktı ilə üzləşmişdilər. Bu ədəd, sonradan irrasional ədəd adlandırılacaq olan (bəzən də Pifaqor ədədi adlandırılan), $\sqrt{2}$ idi. Bu hadisə pifaqorçuların inancının və dünyagörüşlərinin mərkəzi ideyası olan "hər şey ədəddir" tezisində zidd gəlmiş və onu Allahların lənəti kimi qiymətləndirmişlər. Belə bir ədədin varlığı təbii olaraq hər şeyin əsasında, dünyanın əsasında natural ədədləri görən dünyagörüşünə və ümumiyyətlə, antik dünyagörüşünə yad idi. Yeni dünyagörüşü formalaşandan sonra belə ədədlər qəbul olundu və natural ədədlərə bərabər hüquqlu ədədlər oldular. O.Şpenqlər bu hadisəni belə qiymətləndirirdi: “İrrasional ədədlər, yunan ruhu üçün tamamilə qəbul olunmaz oldu. Evklid deyirdi ki, onun sözünü birbaşa qəbul etmək lazımdır, — ölçülə bilməyən məsafələr arasındakı münasibətlər ədəd kimi deyil. Doğurdan da artıq irrasional ədədin oturmuş anlamı, ədəd və kəmiyyət ayrımıdadır. Bunun da səbəbi ondadır ki, irra-

¹ Yenə orada, (p.170).

² Leibniz G.V. *Sochineniya v chetyrekh tomah*, (T.1), (p.213)

sional ədəd, məsələn π , heç vaxt məhdud deyil və heç vaxt da məhdud məsafə ilə ifadə oluna bilmir. Buradan isə belə çıxır ki, kvadratın tərəfinin onun diaqonalı ilə ifadəsi üçün antik ədəd kifayət etmədi. Çünki, bu ədəd hissələrin sərhəddi idi, qapalı kəmiyyət idi. Ona görə də, antik dünyaduyumuna yad olan yeni ədəd ideyasına ehtiyac var idi, hansı ki, onlar bununla qarşılaşanda, sanki, onların məhvinə səbəb olacaq dəhşətli bir sirr ilə üz-üzə gəlmişdilər¹. Daha sonra O.Şpenqer tamamilə haqlı olaraq, irrasional ədədin qəbulunun sonsuzluğunun qəbulu nəticəsində mümkün olduğunu deyir: “Antik ruh Pifaqorun simasında özünün apollonsayağı ədəd konsepsiyasını işlədi, oxşar olaraq, Qərbi Avropa da faustsayağı sonsuzluğa yaxınlaşma ehtiraslı ruhu ilə Dekart və onun müasirlərinin (Paskal, Ferma, Dezarq) simasında tamamilə öz dövrünə uyğun ədədləri kəşf etdilər²”.

Deməli, yeni keyfiyyətli ədədləri qəbul etmək üçün yeni dünyagörüşünün də meydana gəlməsi lazım idi. Belə bir dünyagörüşü kəsilməzliyi və sonsuzluğu qəbul edən dünyagörüşü idi. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi kəsilməzlik ideyası xeyli konsepsiyaların əsası olmaqla yanaşı, həm də, həqiqi ədədlərin də əsaslandırılmasının təməli ideyası oldu.

Əldə olan vasitə ilə, natural ədədlərlə həqiqi ədədləri ifadə etmək mümkün olmadığından yeni vasitə lazım idi. Ancaq natural ədədlərin özlərini ərəb rəqəmləri adlanan simvollarla və mövqeli say sistemi metodu ilə rahat ifadə etmək mümkün olurdu. Ərəblərin həndəsi firuqlardan düzəltdiyi belə simvollar (1-bir bucaqlı, 2-iki-bucaqlı, 3-üçbucaqlı, 4-dördbucaqlı, 5-beşbucaqlı, 6-altıbucaqlı, 7-yeddi bucaqlı, 8-səkkizbucaqlı, 9-doqquzbucaqlı həndəsi fiqurların şəklidir³) istisnasız olaraq bütün natural ədədləri ifadə etməyə imkan verirdi. Otuz iki hərflə bütün sözləri və fikirləri kodlaşdırdığımız kimi, doqquz simvolla da bütün natural ədədləri kodlaşdırmağa bilirik. Lakin həqiqi ədədləri natural ədədlər arasındakı münasibət kimi kodlaşdırmağa çalışdıqda, alınmır və elə pifaqorçuların da qarşılaşdığı ilk çətinlik bu idi. Belə olan təqdirdə və həqiqi ədədlərin varlığını qəbul etdiyimiz təqdirdə, hər bir həqiqi ədəd üçün yeni simvol qəbul edə bilmirik. Aydındır ki, bu prinsipal olaraq mümkün deyil,

¹ Spengler O. *Zakat Evropy: Ocherki morfologii mirovoj istorii. T.I. Obraz i dejstvitelnost*, (p.101).

² Yenə orada, (p.115).

³ Ifrah G. *The Universal History of Computing: From the Abacus to the Quantum Computer*, (p.356).

çünki sonsuz sayda ədəd üçün sonsuz sayda simvol qəbul etmək olmaz. Bu cür texniki imkanın olmaması həqiqi ədədlərin yoxluğuna dəlalət etmir və təsir də etmir. Bütün bu cür mülahizələr həqiqi ədədləri “kodlaşdırmaq” üçün yeni üsullar axtarılmasına rəvac vermişdir. Uzun tarixi dövrdə belə ədədlərdən istifadə olunmasına baxmayaraq¹ fundamental əsaslandırma alman riyaziyyatçısı R.Dedekindin adı ilə bağlıdır.

Beləliklə, kəsilməzlik ideyası həqiqi ədədlərin əsaslandırılmasının intuitiv əsası olur. Bütün düşüncə sahələri demək olar ki, belə intuitiv ideyalardan başlayır və sonra onun üzərində sistem qurulur. Kantın təbirincə desək: “İnsanın bütün dərk intuisiyadan başlayır, oradan anlayışlara keçir və ideyada tamamlanır”².

R.Dedekindin kəsilməzlik ideyasından istifadə edərək, həqiqi ədədləri əsaslandırması

Həqiqi ədədlər rasional ədədlər və irrasional ədədlərin yığındır. Rasional ədədlər qədimdən məlum olduğuna görə onların mahiyyəti haqqında hər şey aydındır. Ancaq irrasional ədədlər sonradan meydana çıxır və mahiyyəti həmişə də qaranlıq qalırdı. İrrasional ədədlərin əsaslandırmasını R.Dedekind məqsəd kimi öz qarşısına qoyur. Özünün, artıq çoxdandır ki, klassik əsərə çevrilən, “Kəsilməzlik və irrasional ədədlər” əsərində bu məqsədini belə ifadə edir: “Tez-tez deyirlər ki, differensial hesabı kəsilməz kəmiyyətlərlə məşğuldur, ancaq heç bir yerdə bu kəsilməzliyin tərifini verilmir”³. Sonra rasional ədədlərlə bağlı hər şeyin aydın olduğunu qəbul edərək, onları düz xətt ilə müqayisə edir, qarşılıqlı əlaqə qurur. Çünki düz xəttin kəsilməzliyini intuitiv, həndəsi olaraq bilir. Bu zaman məlum olur ki, düz xətt üzərində boşluqlar qalıb, rasional ədədlər bütünlüklə düz xətti doldura bilməyib⁴. Yəni məlum olur ki, rasional ədədlərin kifayət etmədiyi situasiyalar da var. “Biz alışımsız ki, hesabı tətbiq oluna bilən zaman tətbiq edək, ancaq unuduruq ki, elə hallar var ki, o tətbiq

¹ Məsələn, bu ədədlərdən ən qədimləri haqqında bu əsərlərə baxmaq: Zhukov A.V. Vezdesushchee chislo "pi". M., Editorial URSS, (2004), (216 s.); Mir matematiki: v 40 t. (T.5): Klaudi Alsina. Sekta chisel. Teorema Pifagora. M., De Agostini, (2014), (160 c.) və s.

² Kant I. *Kritika chistogo razuma*, (p.417).

³ Dedekind R. *Nepriyvnosti irracionalnoye chisla*, (p.9).

⁴ Yəni orada, (p.18).

olunmazdır”¹. Məhz bu ehtiyacı ödəmək üçün yeni ədədlər - irrasional ədədlər daxil edilir. R.Dedekind qeyd edir ki, “uzun müddət kəsilməzliyin nə olmasını axtardım və nəhayət tapdım. Ola bilər ki, müxtəlif insanlar bu tapıntıyı müxtəlif cür qiymətləndirəcək, ancaq mən hər halda düşünürəm ki, çoxları onun mahiyyətinin trivial olduğunu qəbul edəcəklər. O aşağıdakından ibarətdir: hər hansı p nöqtəsi düz xətti iki hissəyə ayırır. Bu zaman bir hissəsinin bütün nöqtələri ikinci hissənin bütün nöqtələrindən solda qalır. İndi mən kəsilməzliyin mahiyyətini tərs prinsipdə görürəm, yəni aşağıdakı kimi: Əgər düz xəttin bütün nöqtələri belə bir qayda ilə iki sinifə ayrılırsa ki, birinci sinfin bütün nöqtələri ikinci sinfin bütün nöqtələrindən solda yerləşsin, onda yalnız və yalnız yeganə bir nöqtə var ki, bu kəsilməni yaradır, düz xətti iki sinifə bölür, iki dilimə ayırır”².

Göründüyü kimi kəsilməzliyi biz fikri olaraq düz xəttə “ötürduruq”. Gerçəkdə, ətraf aləmdə kəsilməzliyin olub-olmaması bizə məlum deyil. A.Puankare bu barədə belə deyirdi: “Riyazi düşüncənin yeganə predmeti tam ədədlərdir. Kəsilməzlik bizə ətraf aləm tərəfindən təlqin olunub. O şübhəsiz ki, biz tərəfdən icad olunub, ancaq onu icad etməyi bizə ətraf aləm məcbur edib”³. Göründüyü kimi o, kəsilməzlik ideyasının insan icadı olduğunu söyləyir. Eyni şeyləri R.Dedekind özü də deyir: “Düz xəttin belə bir xassəsini qəbul etmək, aksiomdan başqa bir şey deyil, onun köməyi ilə biz düz xətt əvəzinə onun kəsilməzliyini qəbul edirik, fikri olaraq kəsilməzliyi düz xəttə yerləşdiririk. Əgər ümumiyyətlə, fəza gerçəkdən varsa, onda onun kəsilməz olması vacib deyil. Onun çoxsaylı xassələri, o kəsilməz olsa da, doğru qalacaq. Əgər biz bilsəydik ki, fəza kəsilməz deyil, onda arzu olaraq bizə heç nə mane ola bilməz ki, fikri olaraq fəzayı kəsilməz edək, onun boşluqlarını dolduraq. Bu cür doldurma işə yeni nöqtələrin yaradılmasından ibarət olmalıdır.”⁴. Elə məhz bu sonuncu fikir də Dedekind üçün fəlsəfi əsas olur. O, bu ideya vasitəsilə düz xəttin rasional ədədlərlə dolmayan, boş qalan nöqtələrini irrasional ədədlərlə doldurur; başqa sözlə desək, irrasional ədədləri yaratmış olur. Belə ki, düz xətt öz üzərində potensial şəkildə çoxlu sayda nöqtələr saxlayır. Yəni kəsilməz düz xətt üzərində, onun istənilən yerində hər hansı bir nöqtə götürmək olar. Bu da o deməkdir ki, düz xətt nöqtələrdən

¹ Lebeg A. *Ob izmerenii velichin*, (p.21).

² Yenə orada, (p.17).

³ Poincare Henri. *The value of science*, (p.285).

⁴ Dedekind R. *Nepreryvnosti irratsionalnoye chisla*, (p.18).

öncədir. Başqa sözlə desək, düz xəttin kəsilməzliyi onun üzərində götürülə biləcək istənilən nöqtədən öncədir. Məhz bu sonuncu mülahizəyə R.Dedekindən qabaq Leybnis gəlir: “Xətt öncədir, nəinki nöqtə. Çünki tam hissədən öncədir, beləki hissə mümkünlükdür, idealdır”¹. Məhz bu mülahizələrin köməyiylə də həqiqi ədədlər əsaslanmış olur. Çünki həqiqi ədədlər iki – rasionallıq və irrasional ədədlərin yığınınından ibarətdir və rasionallıq ədədlər əvvəlcədən məlum idi, problem yaradan isə tarixən irrasional ədədlər olmuşdu. R.Dedekind, yuxarıda istinad etdiyimiz, öz sitatının sonuncu cümləsinə xitabən deyir: “Artıq sonuncu sözlərlə kifayət qədər aydın görsənir ki, qırıq-qırıq olan rasionallıq ədədlər çoxluğunu kəsilməz etmək üçün, onu hansı üsulla doldurmaq lazımdır”².

Beləliklə, R.Dedekind kəsilməzliyin köməyiylə, sonradan riyaziyyatda onun adı ilə adlanacaq olan “Dedekind kəsməsi” metodunu kəşf etməklə irrasional ədədləri daxil edir: “Hər hansı rasionallıq ədəd həqiqi ədədlər çoxluğunu iki A_1 və A_2 sinfinə ayırır. Bu zaman birinci sinfin bütün elementləri ikinci sinfin bütün elementlərindən kiçik olur. Asanlıqla görmək olar ki, sonsuz sayda kəsiklər var ki, heç bir rasionallıq ədədə uyğun deyil. Bütün bu hallarda, əgər bizə bir kəsim verilibsə və bu kəsim heç bir rasionallıq ədədin köməyiylə yaradıla bilmirsə, onda biz bu kəsimmə tamamilə təyin olunan yeni irrasional ədəd yaratmış oluruq”³. Bundan sonra o, bu metodla irrasional ədədlər üzərindəki hesab əməllərini də təyin edir, onların sonsuz sayda olmasını da isbat edir. Başqa sözlə desək, düz xəttin bütünlüklə, kəsintisiz olaraq rasionallıqla və irrasionalıqla dolmasını isbat edir. Sonradan bu ideya da öz növbəsində “kompaktlıq” adı ilə ali riyaziyyatda təməl xassə kimi istifadə olunur.

Sonsuz sayda irrasional ədədin daxil edilməsi cəsarətini, fikrimizcə, bizə Pifaqorçular verir. Onlar ilk dəfə rasionallıq ədədlərlə ölçülə bilməyən kəmiyyətlə rastlaşmasa idilər, biz sonradan onları sonsuzluğa qədər genişləndirə bilməzdik. Çünki, riyaziyyatın canında hər şeyi sonsuzlaşdırmaq kimi bir xüsusiyyət var. Məsələn, elə natural ədədlər üçün doğru olan ən sadə bir qaydanı bir riyazi induksiyanın köməyiylə bütün sonsuz sayda natural ədədlər üçün də isbat edirik, qəbul edirik. Görkəmli riyaziyyatçılardan biri A.Kolmoqorov deyirdi ki, riyazi induksiyanı başa düşmüş adam riyaziyyatı başa düşmüşdür.

¹ Majorov G.G. *Teoreticheskaya filosofiya Gotfrida V. Lejbnica*. (p.160).

² Dedekind R. *Nepreryvnosti irratsionalnoye chisla*, (p.19).

³ Yenə orada, (pp.19-21).

İdeyaların zamanda səyahəti

İnsan yaradıcı qüvvədir. O, hiss üzvləri vasitəsilə aldığı məlumatlar üzərində yeni konstruksiyalar – abstrakt obyektlər qurur. Biz isə bu obyektlərin reallığını axtarıq, yəni onu da ilk başlanğıca qaytarmaq istəyirik. Bu isə mümkün deyil. Əgər onlar reallıqda olsa idi, elə hissələrlə verilmiş olardı. Yaxud da ki, başqa bir rakursdan yanaşsaq, əqli intuisiyanı da “altıncı hiss” kimi qəbul etsək, onda bu abstrakt obyektləri də real saymış olacağıq. Lakin biz həmişə çalışırıq ki, hər şeyi görək, eşidək, dadın alağ, səsin eşidək və ona toxunaq. Ancaq qərībədir ki, gözün gördüyünü qulaq görə bilmədiyi kimi, çünki o eşitmək üçündür, əqli hissini də məhsulları yerdə qalan beş hiss üçün əlçatmazdır. Başqa sözlə desək, ideyalar sanki bir “hiss”, əqli hiss rolunu oynayır. Əqlin gördükləri, yəni daha dəqiq desək, dərk etmə prosesi belə ideyalarla, təməl kateqoriyalarla mümkündür. Əqlin sərhədləri bu kateqoriyaların sərhəddi qədərdir. Bir nümunə kimi kəsilməzlik ideyasında da gördük ki, ideyalar bizə təbiətdən gəlir, onları bizə təbiət təlqin edir. Yəni insan üçün ilkin metafizika elə təbiətin özüdür. İndiyə kimi mövcud olan ideyaların əksəriyyəti təbiət mənşəlidir, çünki qədim insan təbiətlə daha çox həmahəng idi, təbiəti daha çox dinləyirdi, ondan daha çox asılı idi. Məsələn, bunu Platonun simasında antik düşüncənin öz dilindən də eşitmək olar: “Bütün mühakimələrdə təbiətə müvafiq gələn başlanğıcları seçmək lazımdır”¹. Göründüyü kimi insan üçün ilkin dayaq nöqtəsi, intuitiv başlanğıc kimi təbiət götürülür. Ancaq sonradan yeni-yeni nəzəriyyələr, təlimlər ortaya qoyulduqca, abstrakt ideyalar da sintez edilir. Bu ideyalar da öz növbəsində başqa nəzəriyyələr üçün ilkinlik rolunu, metafizik rol oynayır. Məsələn, kompüter texnologiyaları XX əsrdə insan tərəfindən yaradılan, ixtira olunan sahədir. İnformatikaya aid olan ideyalar sonradan başqa nəzəriyyələr üçün intuitiv baza rolunu, ideya rolunu oynayır. Əgər kəsilməzlik ideyasını bizə təbiət təlqin edirdisə, kompüter proqramlarının işləməsinin əsasında duran ideyalar insan mənşəlidir, abstrakt ideyalardır. Bu nəzəriyyələr öz ideyalarının başqa sahələrə köçməsinə bizə təlqin edir. Məsələn, müasir dövrdə beynin iş prinsiplərini izah etmək üçün, kompüter proqramlarının iş prinsipindən ge-

¹ Mochalova I. *O dvuh ontologicheskikh modeljah v dialoge Platona 'Timaeus'*, (p.62).

niş istifadə olunur, bənzətmələr aparılır. Bu sonuncunu M.Haydeggerin fikri ilə belə xülasə etmək olar: "Kibernetika atom əsrinin metafizikasındır"¹.

Bu yollarla idraka daxil olmuş ideyalar yuxarıda da gördüyümüz kimi, təkcə bir dəfə istifadə olunmur, təkcə bir problemin həllində istifadə olunmur, əksinə çoxlu sayda istifadə olunaraq, təkrar-təkrar, dövrdən-dövrə səyahət edir və düşüncəyə bələdçilik edir. Belə olan halda maraqlı və həm də fundamental bir aspekt üzə çıxır: ideya və zaman arasında əlaqə, qarşılıqlı münasibət. Hər iki bəhs, həm zaman mövzusu, həm də ki, ideya mövzusu düşüncə tarixində həmişə təməl mövzulardan olmuşlar. Eyni zamanda da hər ikisinə aid, həm Şərq müəllifləri, həm də Qərb müəllifləri öz görüşlərini irəli sürmüşlər. Könül Bünyadzadə hər iki tərəfi alaraq belə bir fikir irəli sürmüşdür ki, zamanla ideya arasındakı münasibət, nöqtə və an arasındakı münasibət kimidir². Həm də "zaman ideyanın daşıyıcısıdır"³. İdeyanın bu cür zaman və məkan ölçüləri olmaması onu bəli zamana və məkana pərçimləmir və ideya dövrdən-dövrə, nəzəriyyədən-nəzəriyyəyə səyahət edə bilir. Fikrimizcə, idrak ideyaları haradan almasına baxmayaraq, onu daim aktiv saxlayır və daim onunla dialektikada olur.

Nəticə

Bu təhlillərin və əsaslandırmanın köməyiylə belə bir nəticəyə gəldik ki, ideyalar ilkin şəkildə təbiətdən və insanın yaratdığı konsepsiyalardan görülə bilər. İdrakın qazandığı bu ideyalar "süni orqana" çevrilərək dərkətmə prosesində iştirak edir və bir dərkətmə alətinə çevrilir. Tədqiqata cəlb etdiyimiz kəsilməzlik ideyası da tarixən məhz belə bir dərkətmə alətinə, idrakın fundamentlərindən birinə çevrilmişdir. Yalnız kəsilməzlik ideyasının digər ideyalardan fərqi onun həm fəlsəfi, həm də riyazi ideya olmasıdır. Başqa sözlə desək, hər iki düşüncə sahəsində bu ideya xeyli dərəcədə məshuldar və paradigmatik olmuşdur. Müxtəlif kontekstlərə o qədər daxil olmuşdur ki, onun fəlsəfi, yoxsa riyazi ideya olmasına qərar vermək mümkün olmamışdır. Hətta hara qədər fəlsəfi, hara qədər riyazi ideya olması arasında sərhəd çəkmək də mümkün deyil. Ona görə də biz onu riyazi-fəlsəfi invariant adı altında təsnii

¹ Yenə orada, (p.13).

² Bünyadzadə K. *Zaman haqqında düşüncələr*, (p.10).

³ Yenə orada, (p.26).

fatlandırır yeni sinifə ayırırıq. Həm də bununla biz, gələcəkdə, bu sinfin yeni elementlərinin axtarılmasını problem kimi də irəli sürürük.

Ədəbiyyat siyahısı

1. Bell, J. L. (2005). *The Continuous and the Infinitesimal in Mathematics and Philosophy*. Monza: Polimetrica.
2. Bünyadzadə, K. (2018). *Zaman haqqında düşüncələr*. *Metafizika jurnalı*, 1(1), (s.8-29).
3. Dedekind, R. (2009). *Nepreryvnosti irracionalnoye chisla*. Moscow: LIBROKOM.
4. Florenskij, P. (1986). Vvedenie k dissertacii 'Ideya preryvnosti kak element mirosozercaniya'. In *Istoriko-matematicheskie issledovaniya* (Vol. 30, pp. 159-177). Moscow: Nauka.
5. Franklin, J. (2017). Discrete and Continuous: A Fundamental Dichotomy in Mathematics. *Journal of Humanistic Mathematics*, 7(2), 355-378.
6. Ifrah, G. (2001). *The Universal History of Computing: From the Abacus to the Quantum Computer*. New York: John Wiley & Sons Inc.
7. Kant, I. (1964). *Sochineniya v shesti toma* (Vol. 3). Moscow: Mysl.
8. Kant, I. (1994). *Kritika chistogo razuma*. Moscow: Mysl.
9. Lebeg, A. (1960). *Ob izmerenii velichin*. Moscow: Gosudarstvennoe uchebno-pedagogicheskoe izdatel'stvo.
10. Leibniz, G. (1982). *Sochineniya v chetyreh tomah*. Moscow: Mysl.
11. Lovejoy, A. O. (2010). *The Great Chain of Being: A Study of the History of an Idea*. New Jersey: Transaction Publishers New Brunswick.
12. Majorov, G. (1973). *Teoreticheskaya filosofiya Gottfried Leibniz*. Moscow: MGU.
13. Mochalova, I. (2014). O dvuh ontologicheskikh modeljah v dialoge Platona 'Timaeus'. In *Platonovskie issledovaniya* (Vol. 1, pp. 55–78). Saint Petersburg: RGGU–RHGA.
14. Poincare, H. (2015). *The value of science*. Cambridge University Press.
15. Spengler, O. A. (2009). *Zakat Evropy: Ocherki morfologii mirovoj istorii. Obraz i dejstvitelnost*. Minsk: Popurri.

Eldar Amirov

***The Idea of Continuity
as Mathematical-Philosophical Invariant
(abstract)***

The concept of 'ideas' plays a central role in philosophy. The genesis of the idea of continuity and its essential role in intellectual history have been analyzed in this research. The main question in this research is how the idea of continuity appeared in the human cognitive system. In this context, we analyzed the epistemological function of this idea. In intellectual history, the idea of continuity was first introduced by Leibniz. After him, this idea, as a paradigm, formed a base for several fundamental scientific conceptions.

This idea also allowed mathematicians to justify a nature of real numbers, which was one of the central questions and intellectual discussions in the history of mathematics. For this reason, we analyzed how Dedekind's continuity idea was used to this justification. As a result, it can be said that several fundamental conceptions in intellectual history, philosophy and mathematics cannot arise without existence of the idea of continuity.

However, this idea is neither a purely philosophical nor a mathematical one. This is an interdisciplinary concept. For this reason, we call and classify it as mathematical and philosophical invariance.

Keywords: *continuity, unit-ideas, Leibniz, real numbers, mathematical-philosophical invariant, Dedekind, time.*

Эльдар Амиров

***Идея непрерывности
как математически-философский инвариант
(резюме)***

Идеи как таковые всегда были наиболее притягательным предметом для дискуссий в истории философии. Идеи можно рассматривать как узлы познания. В данной статье рассматривается генезис идеи непрерывности. Предметом изучения является то, что собственно явилось импульсом ее возникновения и укоренения в человеческом сознании. Также, предметом размышления в статье является вопрос о происхождении данной идеи. Анализируется эпистемологическая роль идеи-единицы. Лейбниц подчеркивает включение идеи непрерывности в качестве фундаментальной идеи в познава-

тельное измерение и анализирует данное философское обоснование. В последующие периоды также отмечалось, что идея непрерывности превратилась в парадигматическую идею, основанную на многих фундаментальных научных концепциях. Также, с помощью идеи непрерывности показано обоснование действительных чисел, которые являются ядром математики и оставались необоснованными на протяжении тысячелетий. С этой целью используется идея непрерывности Дедекинда, с помощью которой выясняется, как установить надежную основу для действительных чисел. В ходе исследования стало ясно, что эта идея, помимо того, что она стала одной из фундаментальных идей в истории мышления, прежде всего - в философском и математическом мышлении, превратилась в фундаментальную идею во многих концепциях. Большинство из них не были бы возможны без этой идеи. Идея непрерывности является весьма продуктивной и парадигматической. На основе многих примеров, с помощью обобщений и философских рефлексий, можно сделать вывод, что идея непрерывности не является чисто философской или чисто математической. Эта идея находится на стыке обеих наук. Поэтому мы классифицируем эту идею как особый класс под новым именем, а именно – как математически-философский инвариант.

Ключевые слова: непрерывность, идея-единица, Лейбниц, действительные числа, математически-философский инвариант, Дедекинд, время.

Məqalə redaksiya daxil olmuşdur: 23.10. 2019

Təkrar işləməyə göndərilmişdir: 23.11. 2019

Çapa qəbul edilmişdir: 27.11. 2019