

$$S_1 \frac{dl_1}{dt} = S_2 \frac{dl_2}{dt}$$

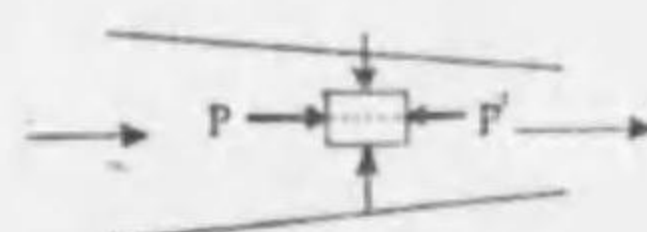
$S_1$  及び  $S_2$  に於ける液體の速度をそれぞれ  $v_1$  及び  $v_2$  とすると、

$$v_1 = \frac{dl_1}{dt}, \quad v_2 = \frac{dl_2}{dt}$$

であるから、

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad (2)$$

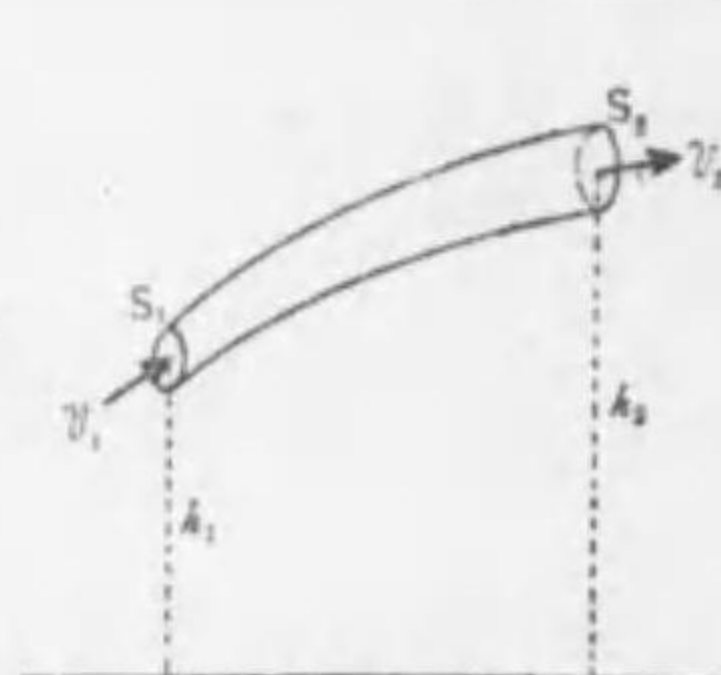
即ち、同一の流管内に於ける液體の速度は、その直切口の面積に逆比例する。故に、流管の太い部分から細い部分に流れるときには次第に速度が増す。依つて第137圖のように水平な流管の中に液體の質点を考へ、



第137圖

てみると、之を動かす力は前後の壓力のみであるから、前方から受ける壓力  $P'$  が後方よりの壓力  $P$  より小でなければならぬ。また、次第に太くなる部分に於ては、前方から受ける壓力  $P'$  が後方から受ける壓力  $P$  より大でなければならぬ、即ち太い所程壓力が大である。

次に、之を定量的に論ずる。第138圖に於て、 $S_1$  及び  $S_2$  を一つの流管の直切口とし、 $S_1$  及び  $S_2$  に於ける壓力をそれぞれ  $p_1$  及び  $p_2$  とし、液體が  $S_1$  から  $S_2$  の方に流れるとする。そうして、 $dt$  の間に  $S_1$  及び  $S_2$  がそれぞれ  $dl_1$  及び  $dl_2$  の距離を運動したとすると、 $p_1$  のなした仕事は



第138圖

$S_1 p_1 (dl_1)$  のなした仕事は  $-p_2 S_2 dl_2$  であるから、外からの壓力が  $S_1$  と  $S_2$  の間の液體になした仕事は

$$W = S_1 p_1 dl_1 - p_2 S_2 dl_2$$

今、 $dl_1$  及び  $dl_2$  部分の密度をそれぞれ  $\rho_1$  及び  $\rho_2$  とすると、運動のエネルギーの増加は、

$$\Delta E = \frac{1}{2} (S_2 dl_2 \rho_2) v_2^2 - \frac{1}{2} (S_1 dl_1 \rho_1) v_1^2$$

然るに、

$$S_2 dl_2 = S_1 dl_1,$$

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho$$

であるから、

$$\Delta E = \frac{1}{2} S_1 dl_1 \rho (v_2^2 - v_1^2)$$

である。また、同一水平面から  $S_1$  及び  $S_2$  までの高さをそれぞれ  $h_1$  及び  $h_2$  とし、 $h_2 - h_1 = h$  とすると、位置のエネルギーの増加は、

$$S_1 dl_1 \rho g h$$

である。故に摩擦がないとすれば、壓力の爲したる仕事は位置のエネルギーの増加と運動のエネルギーの増加の和に等しくなければならぬ、即ち

$$\begin{aligned} p_1 S_1 dl_1 - p_2 S_2 dl_2 \\ = \frac{1}{2} S_1 dl_1 \rho (v_2^2 - v_1^2) + S_1 dl_1 \rho g h \end{aligned}$$



即ち,

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh.$$

これをベルヌイの定理といふ。

【注意1】 この式で  $v_1$  と  $v_2$  が 0 ならば,

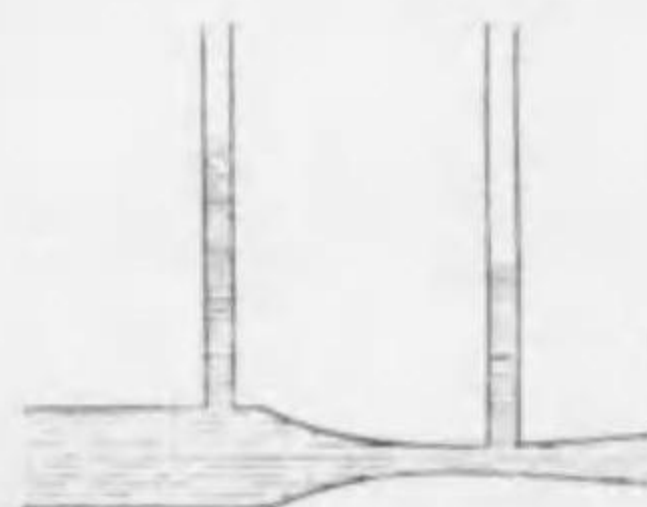
$$p_1 - p_2 = \rho gh$$

となり、静止せる液體に就て得たものになる (§77)。

【注意2】 この式で  $h=0$ , 即ち考ふる流管が水平なる場合には,

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2.$$

そうして,  $s_1 < s_2$  ならば  $v_1 > v_2$  になるから,  $p_1 < p_2$  となる。故に, その流管の直切口の小さな所ほど壓力は小であつて, 前に述べたことと一致する。これは第139圖のような装置で観る事が出来る。



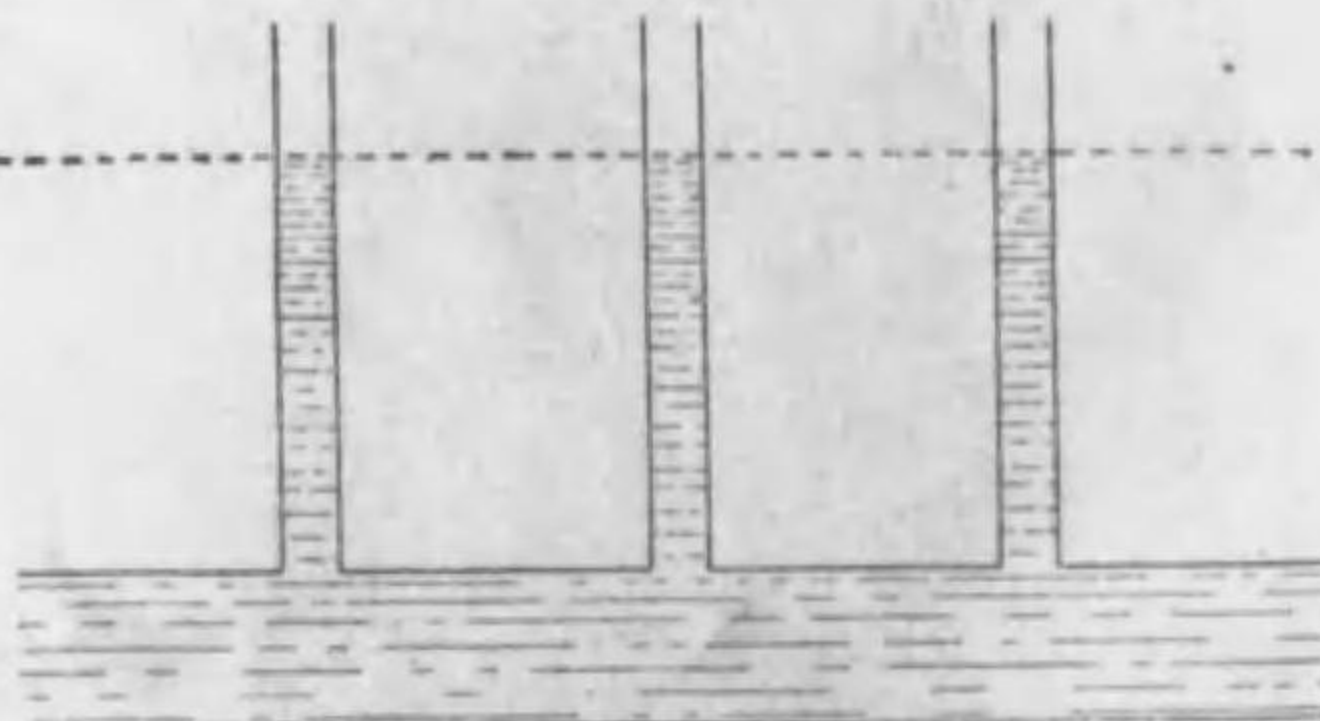
第139圖

もしこの場合に、流管の太さが一樣ならば

$S_1 = S_2$  であるから,

$$v_1 = v_2 \text{ 従て } p_1 = p_2$$

となる。故に、壓力は何れの點に於ても相等しい。従て、管壁に枝の管を出して置けば第140圖のようになる。理である。



第140圖

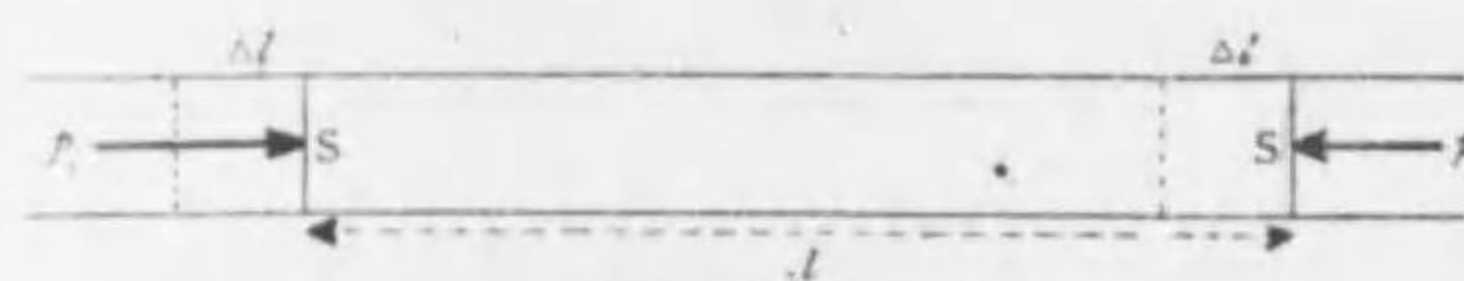
然し、これは理想液體、即ち少しも摩擦のない液體に於て初めて成立すべきことであつて、實際の場合

内部の摩擦に對しては仕事をせねばならぬから、これと異つた結果

(1) Daniel Bernoulli (1700-1782).

を生ずる(内部摩擦については §82 を見よ)。

内部摩擦のある液體では、水平な太さの一樣な流管中に於ても、壓力は一定でない。今、直切口の面積  $S$  なる、かゝる流管の長さ  $l$  だけのものを考へ(第141圖)、その兩端面の壓力をそれぞれ  $p_1$  及び  $p_2$  とし、



第141圖

これが  $dl$  だけ運動したとすると、外から之になした仕事は、

$$W = p_1 S_1 dl - p_2 S_2 dl \\ = dl S (p_1 - p_2).$$

但し、

$$S_1 = S_2 = S.$$

この仕事は、液體の位置のエネルギーを増加するために用ゐられたのでもなく、又運動のエネルギーを増すために用ひられたのでもない。内部の摩擦に打ち勝つために用ひられたのである。今、單位の長さにつき摩擦力を  $R$  とすると、摩擦力に對する仕事は、

$$W = R l dl,$$

故に、

$$dl S (p_1 - p_2) = R l dl.$$

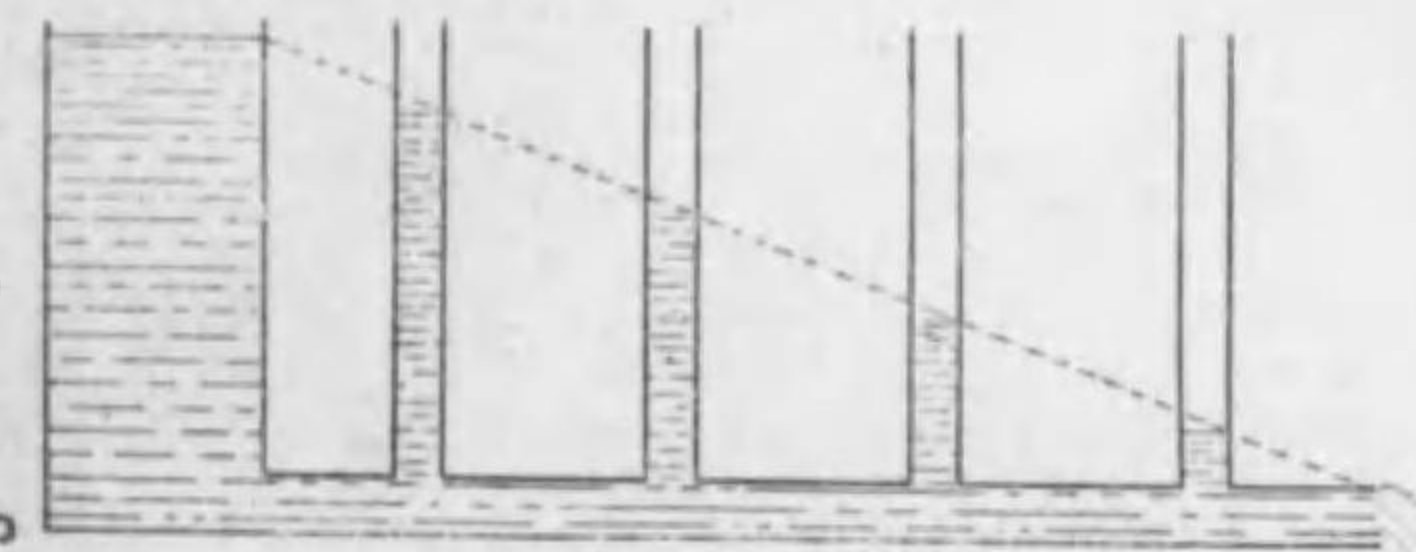
従て、

$$p_1 - p_2 = \frac{lR}{S}$$

即ち、

$$p_1 - p_2 \propto l.$$

故に、側管を附けると、液體は第142圖に示すように側管に昇る。

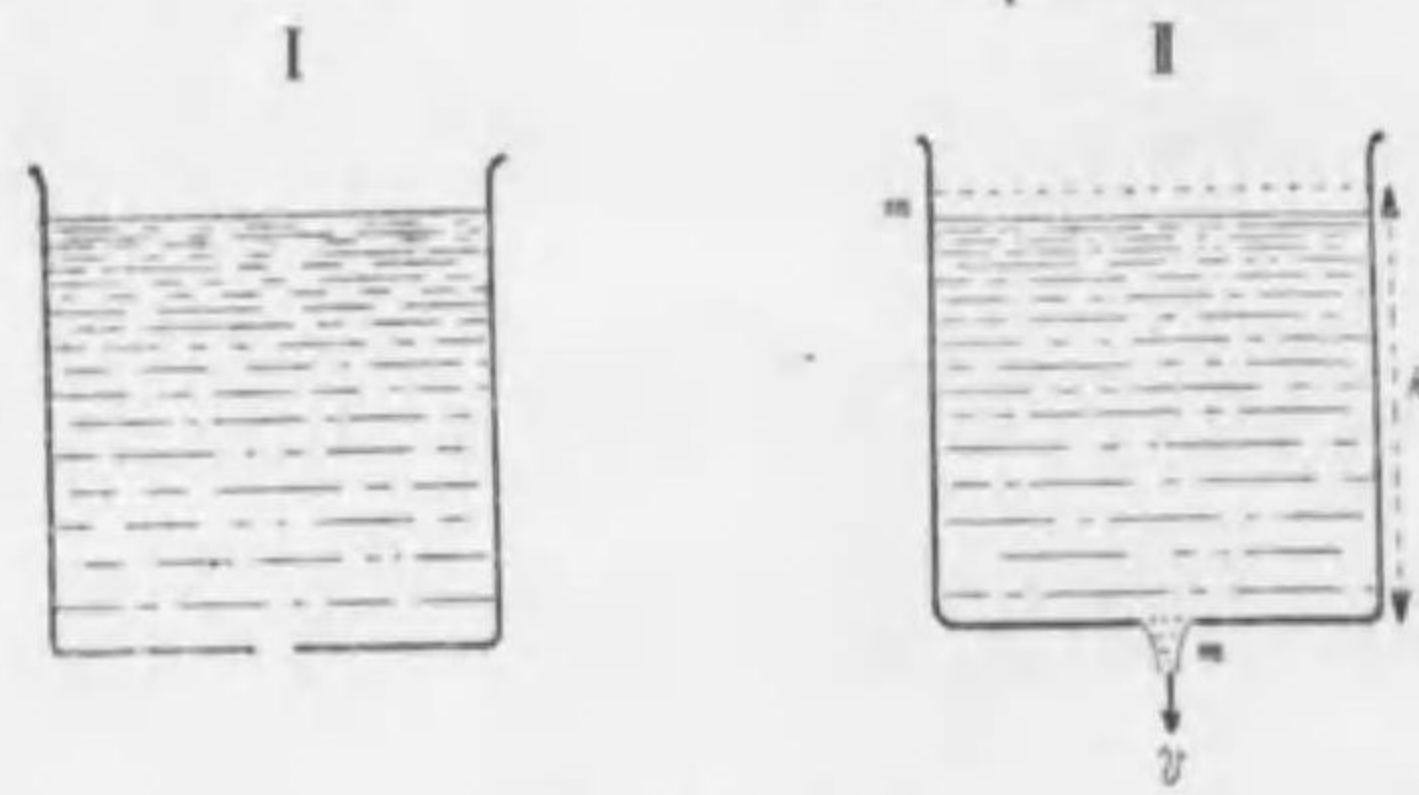


第142圖

§81. 液體の流出. 理想液體を、器底の細い孔から流



出せしめるとき速度を考へる。ある時刻 $t$ に、第143  
圖Ⅰのように、液體が少しも孔から流れ出て居らぬと  
し、それから $\Delta t$ の後、同圖Ⅱのように、僅かに流出したと



第143圖

する。その出た液體の質量を $m$ 、速度を $v$ 、液の深さを $h$ とすると、ⅠからⅡに移るときは位置のエネルギーの減少は $mgh$ で、運動のエネルギーの増加は $\frac{1}{2}mv^2$ である。そうして、理想液體であるからエネルギーの消失はない。即ち、位置のエネルギーの減少は運動のエネルギーの増加に等しくなければならぬ。故に、

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

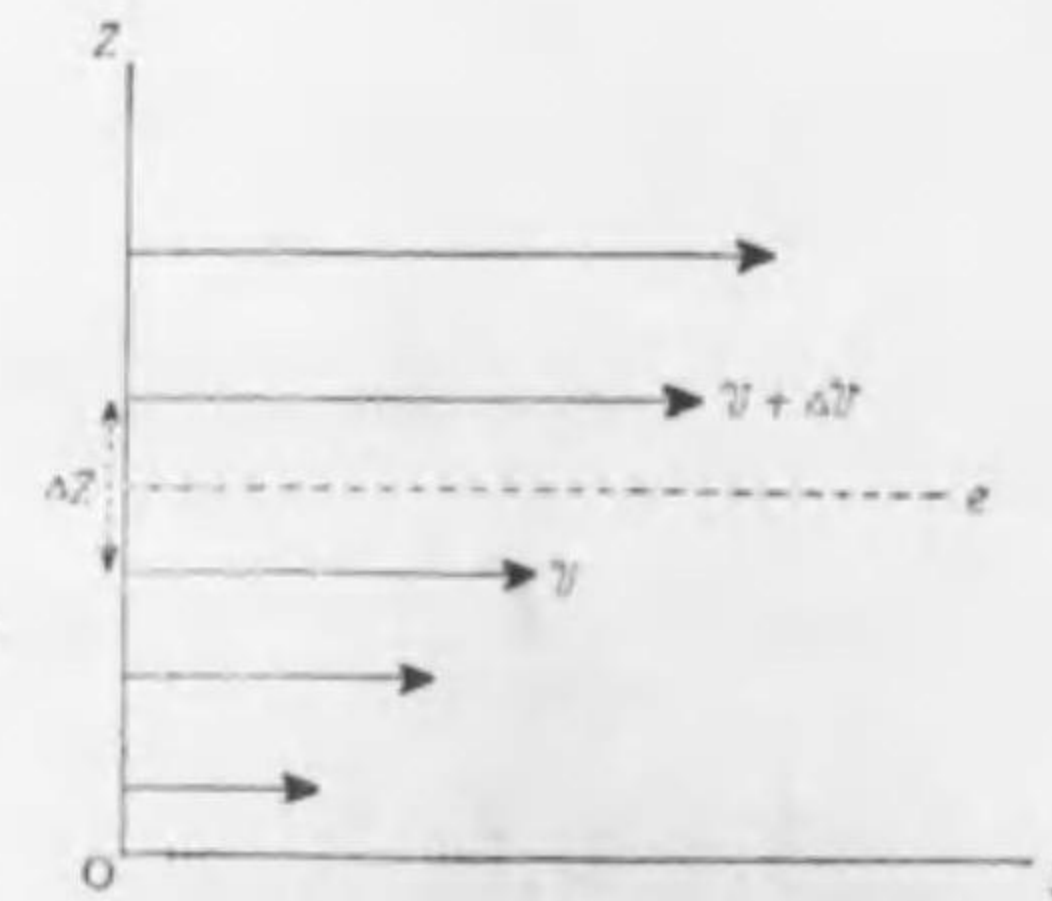
$$v = \sqrt{2gh}$$

これをトリセリーの法則<sup>(1)</sup>と云ふ。

§82. 液體の粘性<sup>(2)</sup>. 液體の中に直角坐標軸 $xy$ 及び $z$ を取り、液體の速度が $xy$ 平面上に於いて大きき相等しく、 $y$ 軸に平行で、且 $z$ 軸の正の方に進むに従てその大き

(1) Evangeliste Torricelli (1608—1647). (2) Viscosity; die Zähigkeit (die Viskosität).

が増すとす(第144圖)。今、 $xy$ 平面に平行なる平面 $e$ により、液體を二つの部分に分けて考へてみると、それより $z$ の正の方の部分、即ち圖の上の部分は、他の部分、即ち下の部分より速度が大であるから、上の部分は下の部分を $y$ の正の方へ引き、下の部分は上の部分を $y$ の負の方へ引き戻さんとす事、恰も一つの固體を他の固體の上に滑らしたときと同様である。これは、 $xy$ 平



第144圖

面に平行なる何れの平面に就いても同様である。この現象は液體の粘性によるものであつて、内部摩擦<sup>(1)</sup>と稱するものである。

今、 $z$ 軸上に極めて接近した二點を取り、各の點に於ける液體の速度をそれぞれ $v$ 及び $v + \Delta v$ とし、二點の距離を $\Delta z$ とすると、 $\frac{\Delta v}{\Delta z}$ は $\Delta z$ の間に於ける速度増加の平均である。そこで、二點の距離を段々小さくすれば、 $\Delta z$ と $\Delta v$ とがともに小さくなる。その極限、即ち

$$\lim \frac{\Delta v}{\Delta z} = \frac{dv}{dz}$$

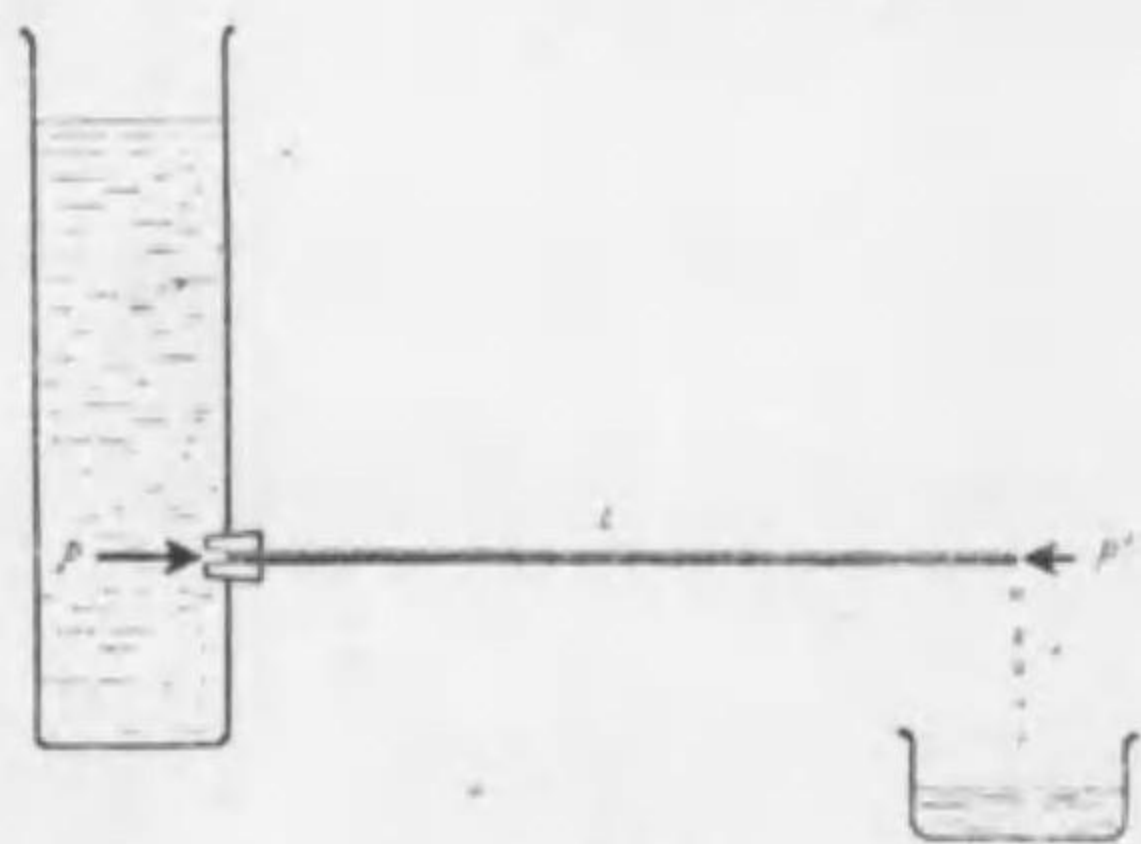
(1) Internal friction; die innere Reibung.



を、その點に於ける速度の勾配<sup>(1)</sup>といふ。

今、 $s$  に垂直なる平面  $e$  上に單位面積をとり、その面に於て、一方の側の液體が他の側の液體に及ぼす内部摩擦力  $f$  は、速度の勾配に比例する。その比例常數を  $\eta$  とすると、

$$f = \eta \frac{dv}{dx} \quad (1)$$



第145圖

この  $\eta$  を粘性係數<sup>(2)</sup>といふ。第145圖のような装置を用ひ、内半径  $R$  長さ  $l$  の毛細管を通し、粘性係數  $\eta$  なる液體を  $t$  秒間流すとき、その流れる容量は

次の式で表はされる。但し、こゝに  $p$  及び  $p'$  は管口に於ける液體の壓力である。

$$V = \frac{\pi}{\eta} \cdot \frac{p - p'}{8l} R^4 t \quad (2)$$

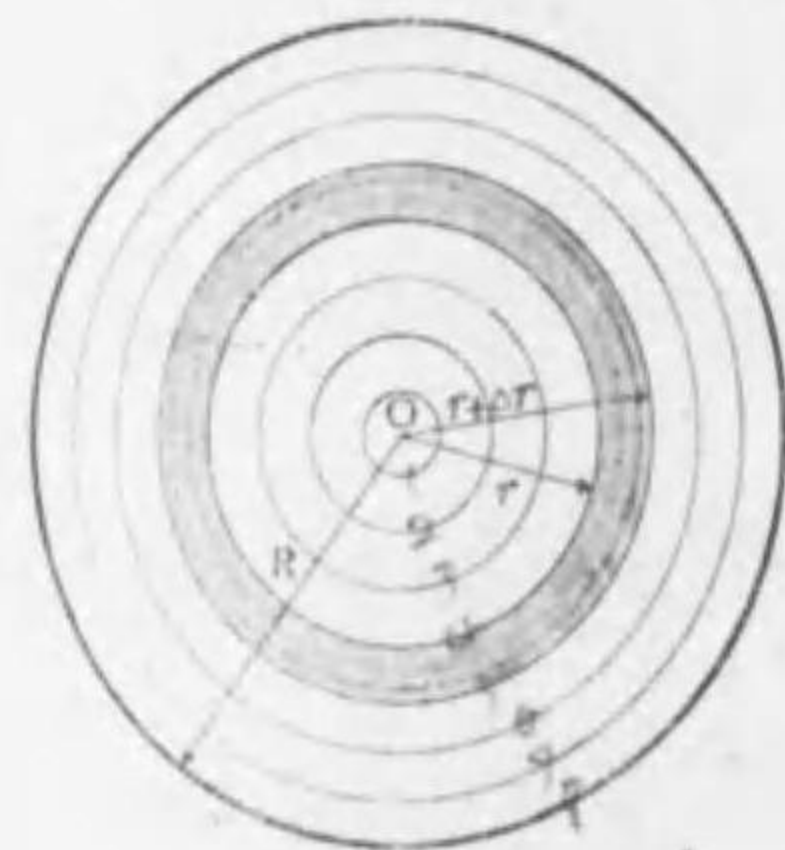
これをポアジェイユの定律<sup>(3)</sup>といふ。(2)の中の  $\eta$  以外のものは、何れも測り得るものであるから、これによつ

(1) Velocity-gradient; das Geschwindigkeitsgradient. (2) Coefficient of viscosity; die Zähigkeitsmodul (Koeffizient der inneren Reibung.)

(3) Poiseuille.

て  $\eta$  を測定することができる。<sup>(1)</sup>

(2)は次のように證明することができる。毛細管の直切口を第146圖の圓、その中心を  $O$  とし、これを  $O$  を中心とする圓により多くの圓環に分つ。そうすると、各圓環中には、何れの點に於ても液體の流れの速度は相等しい。且つ、速度は中心に於て最も大であつて、毛細管の管壁に於ては零と考へることができる。



第146圖

そこで、一つの圓環をとり、これを切口とする中空圓筒を考へると、その内側の面からは之を押し流さんとする力が働き、外側からは之を引き止めんとする力が働く。今圓筒の内半径を  $r$  とすると、その内側の面積は  $2\pi r l$  であるから、上述

の押し流さんとする力は、

$$\begin{aligned} f_1 &= 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr} \\ &= 2\pi l \eta Q \end{aligned} \quad (3)$$

こゝに、

$$Q = r \frac{dv}{dr} \quad (4)$$

さて、 $f$  の値は  $r$  が變れば變る。但し、これは(3)の右邊の  $Q$  の變化によるのである。

次に、圓筒の外半径を  $r + \Delta r$  とし、その所の  $Q$  の値を  $Q + \Delta Q$  とすると、上述の引き止めんとする力は、

$$f_2 = 2\pi l \eta (Q + \Delta Q) \quad (5)$$

その二力の差は

$$f = f_2 - f_1 = 2\pi l \eta \Delta Q \quad (6)$$

然るに、

$$\frac{\Delta Q}{\Delta r} = \frac{dQ}{dr} \text{ 即ち } \Delta Q = \frac{dQ}{dr} \Delta r \quad (7)$$

(1) 實驗法については早川金之助氏、物理實驗測定法 142頁を見よ。



故に

$$f = 2\pi l \eta \frac{dQ}{dr} \int r \quad (8)$$

そうして、この流れは定常状態にあるから、 $f$  は管の両端に作用する壓力の差  $2\pi r \int r(p-p')$  に等しく方向が逆でなければならぬ。即ち

$$-2\pi r \int r(p-p') = 2\pi l \eta \frac{dQ}{dr} \int r$$

即ち

$$-r(p-p') = l \eta \frac{dQ}{dr} \quad (9)$$

之を積分すると、

$$Q = -\frac{p-p'}{4\eta} r^2 + c \quad (10)$$

即ち

$$r \frac{dv}{dr} = -\frac{p-p'}{4\eta} r^2 + c$$

但し、 $c$  は積分常数である。然るに、 $r=0$  のときにもこの式は成り立つ故、 $r=0$  と置いて、 $c=0$  なることが分る。故に、

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{p-p'}{4\eta} r^2 \quad (11)$$

積分して、

$$v = -\frac{p-p'}{12\eta} r^3 + c'$$

但し  $c'$  は積分常数である。然るに  $r=R$  のとき  $v=0$  であるから、

$$0 = -\frac{p-p'}{12\eta} R^3 + c'$$

即ち、

$$c' = \frac{p-p'}{12\eta} R^3$$

$$v = \frac{p-p'}{4l\eta} (R^2 - r^2) \quad (12)$$

次に考ふる圓環を通つて、 $t$  秒間に流出する液量を  $\Delta V$  とすると、

$$\Delta V = 2\pi r \int r v t \quad (13)$$

この中の  $v$  の代りに(12)の値を入れると、

$$\Delta V = \frac{\pi r (p-p')}{2l\eta} (R^2 - r^2) \int r$$

故に、

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi r (p-p')}{2l\eta} \int_0^R (R^2 r - r^3) dr \\ &= \frac{\pi r (p-p')}{2l\eta} \left[ \frac{R^2 r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^R \\ &= \frac{\pi}{\eta} \cdot \frac{p-p'}{8l} R^4 t \quad (14) \end{aligned}$$

第十章 氣 體<sup>(1)</sup>

§83. 氣體. 液體は剛性率  $n$  が零であるけれども、體積の彈性率  $k$  は可なり大である。然るに、吾々が氣體、即ちガスと稱するものは、 $n$  が零なる事は勿論、 $k$  も液體に比して甚だ小なるものである。尙ほ、氣體が液體と異なる點は、液體には自由表面ができるが、氣體は之を如何に大なる器に入れても、常にその中に充滿する故、自由表面を作る事はない。

【注意】 前章液體について述べた事項中、それが壓縮されないこと即ち密度が一定であるといふことに基いて居る部分及び自由表面に関することの外は、全部氣體に就いても當てはまる。

§84. 大氣の壓力。<sup>(2)</sup> 丸底フラスコにコックを具へたゴム栓をはめ、之を天秤の一方の皿の上に置き、他の皿に分銅を置いて鈎合はしめ、フラスコの中の空氣を真空ポンプで吸ひ出し、コックを閉ぢ、前と同様にして天秤の皿に置いてみると、目方の減少したことが分る。この減少は吸ひ出した空氣の目方である。次に、フラスコの口を水中に入れてコックを開くと、フラスコの中に水がはいる。そこで内外の水面の高さを等しくし、コックをしめて中にはいつた水の目方を測れば、吸ひ出された空氣が占めて居た體積が分る。之に依て空氣の密度を知る事ができる。その結果は、 $0^\circ\text{C}$  一氣壓に於ける一立の空氣の目方は  $1.293 \text{ gr}$  である。故に密度は  $0.001293 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$  である。

(1) Gas ; das Gas (der Luftförmige Körper). (2) Atmospheric pressure ; der Atmosphärendruck.



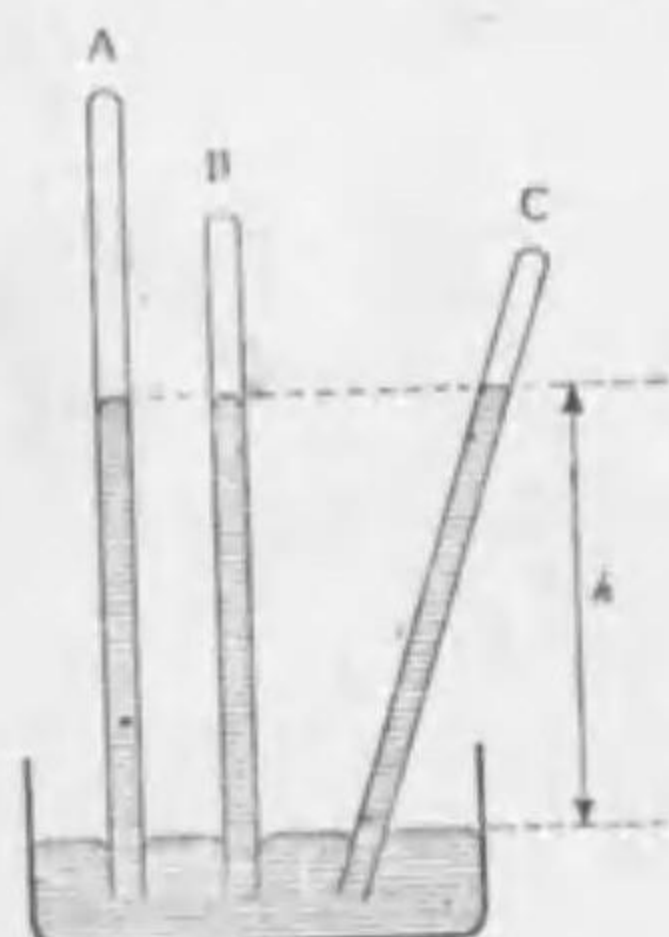
空氣中に在る體積  $V$  なる物體は、§78 に述べたアルキメデスの原理に依り、 $V \times 0.001293gr$  の重さに等しき力で上の方に押し上げられる。故に、物體の眞の質量を知るには、天秤を用ひ空氣中で測つて得た値に或る補正を施さねばならぬ。

【注意】 この浮力に對する補正については早川金之助氏物理實驗測定法 59 頁を見よ。

空氣は地球を圍繞する。之を大氣<sup>(1)</sup>といふ。空氣に重さがあるから、液體と同様にその重さのために壓力を生じて地表及び地上の物體を壓す。これを大氣の壓力或は畧して氣壓といふ。

大氣の壓力が畧ぼどれ位あるかといふことは、第147圖に示すような實驗で分かる。即ち、一端を閉じた長さ1メートルばかりの硝子管に水銀を一パイ入れ、管口を指で押さへ、水銀槽中に倒立して管口を開くと、管中の水銀は下り、畧ぼ76cmの高さに止まる。この高さは大氣の壓力を示すものである。この實驗をトリセリーの實驗<sup>(2)</sup>といふ。

【注意】 この高さ  $h$  は管全體の長さに無關係であること(同圖A及びB)、また管を傾けても變らぬこと(同圖C)の理は容易に分かる。



第147圖

大氣の壓力は時と場所に依つて異なるけれども、畧ぼ  $0^\circ C$  の水銀柱の高さ76cmの呈する壓力に等しいから、氣壓の單位としては緯度  $45^\circ$  の海面に於て、 $0^\circ C$  の水銀柱高さ76cmの呈する壓力を採り

(1) Atmosphere; die Atmosphäre. (2) Evangeliste Torricelli (1608—1647).

之を1氣壓<sup>(1)</sup>と名づける。 $0^\circ C$  に於ける水銀の密度は  $13.596 \frac{gr}{cm^3}$  であるから、

$$1 \text{ 氣壓} = 76 \times 13.596 \times g_{45} = 76 \times 13.596 \times 980.62$$

即ち

$$1 \text{ 氣壓} = 1013270 \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2} \quad (1)$$

$$= 10^6 \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2}$$

然るに、 $1 \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2}$  を1 bar と名づける。故に

$$1 \text{ 氣壓} = 10^6 \text{ bar} = 1 \text{ mega bar} \quad (2)$$

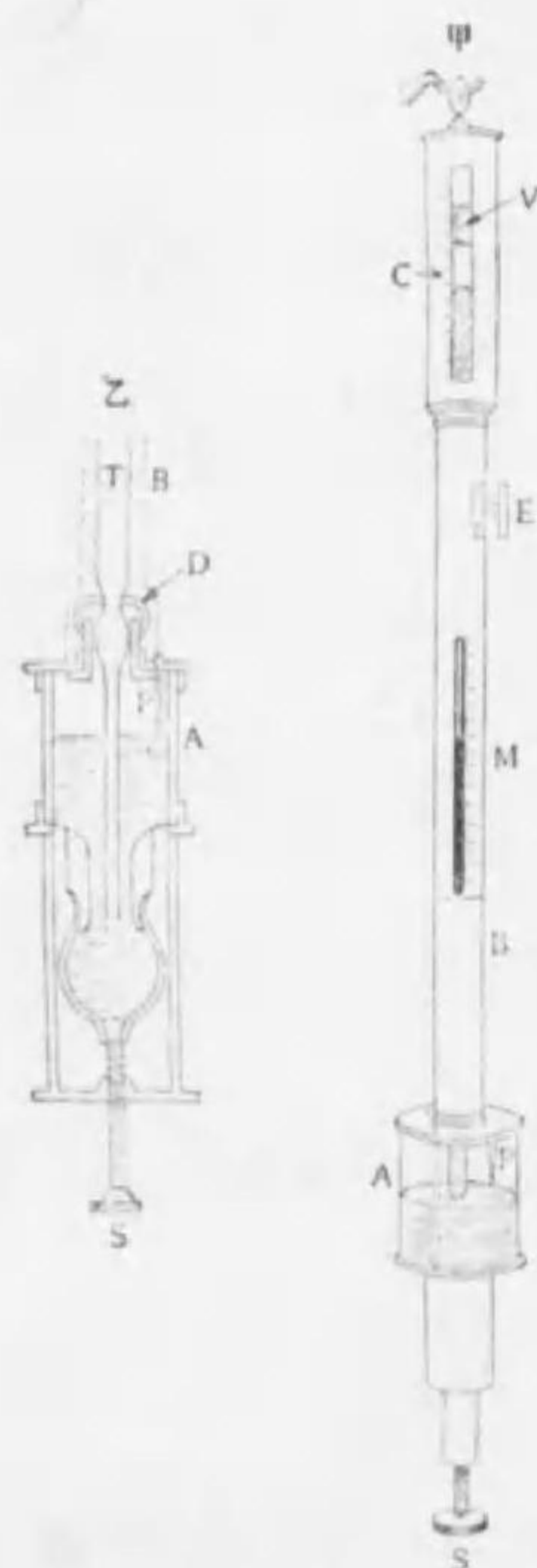
となる。

§85. 氣壓計<sup>(2)</sup> 大氣の壓力を測るには、普通フォルト<sup>(3)</sup>ンの水銀氣壓計を用ひる。これは、トリセリーの實驗に於て、水銀柱の高さを精密に測り得るように装置したものである。第148圖甲はその全體を示し、乙はその水銀槽の切口を示す。Dは革であつて、水銀は漏らな~~いけれども空氣は通す~~。また、水銀柱の高さを精密に知り得るように硝子管Tを包んで居る金屬管Bに目盛Cを施こしてある。そうして、それは象牙の針Pの先端を基準にしてある。これを用ひて氣壓を測るには、

(1) Atmospheric pressure; Atmosphärendruck 略して atm. と書く。

(2) Barometer; das Barometer. (3) Fortin.





第148圖

第一. 之れに附屬して居る寒  
暖針Mで温度を測り,之を $t^{\circ}C$ とす  
る。

第二. 水銀槽の下のネヂSに  
依て水銀面を上下してちょうど  
Pの先端が水銀面に觸れるよう  
にする。

第三. 物指について居る幅尺  
Vを動かして水銀の上端の高さ  
を読む。その高さを $Hcm$ とする。  
これから氣壓を計算するには次  
のようになる。先づ,普通水銀氣  
壓計について居る物指は, $0^{\circ}C$ の  
時その長さが眞の長さを示すよ  
うに作られて居る。故に, $t^{\circ}C$ に於

ける物指の示す $Hcm$ は,眞の $Hcm$ ではない。物指の膨  
脹係数を $\alpha$ とすると,眞の長さは $H(1+\alpha t)cm$ である。  
次に,現在の水銀の密度を $\rho_t$ とし,その觀測して居る位  
置の緯度を $\lambda$ ,海面からの高さを $h$ ,その地點の重力の  
加速度を $g_{\lambda h}$ とすると,

$$\text{大氣の壓力} = H(1+\alpha t)\rho_t g_{\lambda h} \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2}$$

$$= \frac{H(1+\alpha t)\rho_t g_{\lambda h}}{76 \times \rho_0 \times g_{45^{\circ}0}} \text{氣壓}$$

である。水銀の膨脹係数を $\beta$ とすれば

$$\frac{\rho_t}{\rho_0} = \frac{1}{1+\beta t}$$

又

$$\frac{g_{\lambda h}}{g_{45^{\circ}0}} = 1 - 0.0026 \cos 2\lambda - 0.0000003h$$

である。但し $h$ は $meter$ を單位とする。従つて,

$$\text{大氣の壓力} = \frac{H}{76} \cdot \frac{1+\alpha t}{1+\beta t} (1 - 0.0026 \cos 2\lambda - 0.0000003h).$$

然るに

$$\begin{aligned} \frac{1+\alpha t}{1+\beta t} &= (1+\alpha t)(1+\beta t)^{-1} \\ &= (1+\alpha t)\{1-\beta t+(\beta t)^2-\dots\} \end{aligned}$$

$(\beta t)^2$ 以下を省略すると,

$$\begin{aligned} \frac{1+\alpha t}{1+\beta t} &= (1+\alpha t)(1-\beta t) \\ &= 1+(\alpha-\beta)t. \end{aligned}$$

故に,

$$\text{大氣の壓力} = \frac{H}{76} \{1+(\alpha-\beta)t\} (1 - 0.0026 \cos 2\lambda - 0.0000003h).$$

尙ほ,精密を要するならば,毛細管の作用に對する補正  
及び水銀蒸氣の壓力に對する補正を要する。然し,そ  
れは非常に小さいものである。

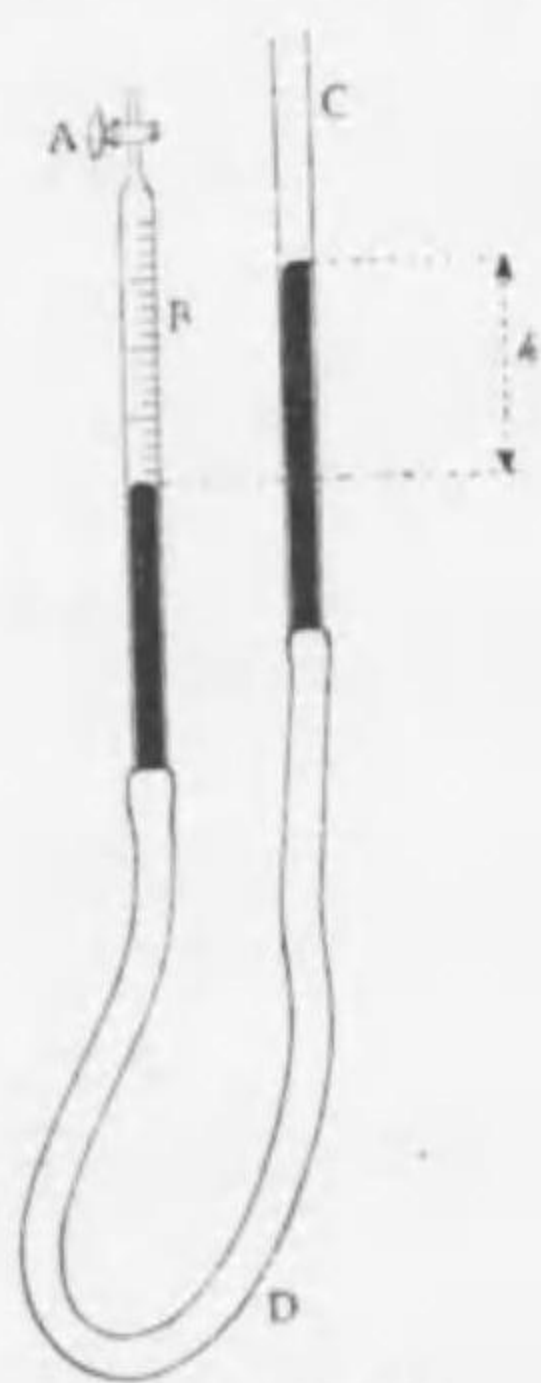
水銀氣壓計の外金屬製のアネロイド氣壓計がある。

§86. <sup>(1)</sup>ボイルの法則. 一定温度に於て,一定質量の氣  
體の體積と壓力との關係は,次の實驗で定めることが

(1) Robert Boyle (1626—1691).



できる。即ち、第149圖のAはコック、B及びCは硝子



第149圖

管であつて、Bには目盛りをしてある。Dはゴム管であつて、BとCの下端を  
連ね、その中に水銀を入れてある。A  
を開いて置けば、BとCとの水銀面は  
同じ高さになり、B中の空氣はその時  
の水銀氣壓計の高さHの水銀柱の壓  
力と等しい壓力を有する。次に、Aを  
閉ぢCを上げて水銀面の差がhであ  
るようになると、B中の空氣は(H+h)  
の壓力を有つて居る。また、Cを下

げ差をhならしむれば、B中の壓力はH-hである。かく  
の如くして、壓力pを色々な變へて、その度毎にB中の  
體積vを測ると、

$$pv = \text{一定} \quad \text{即ち} \quad p \propto \frac{1}{v} \quad (1)$$

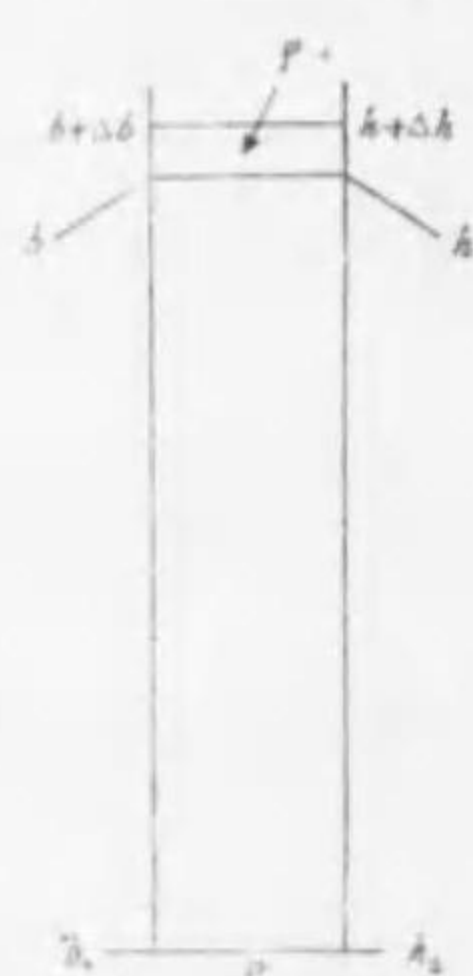
なる事が知られる。然るに、 $\frac{1}{v}$ は密度ρに比例する故  
に

$$p \propto \rho \quad (2)$$

(1)或は(2)を**ボイルの法則**或は**マリオツトの法則**とい  
ふ。

(1) Edme Mariotte (1620—1684).

§ 87. 氣壓計による高さの測定. 大氣中に、地表を底  
面として直立せる圓壺を考へる(第150圖)。今、地表か



第150圖

ら高さh及びh+Δhの間の空氣の密  
度をρとすると、その壓力の差は(Δh.ρg)?  
である。故に、水銀の密度をρ<sub>Hg</sub>とし、  
その二つの高さに於ける氣壓計の高  
さの差をΔb(Δb<0)とすると、

$$-\Delta b \cdot \rho_{Hg} g = \Delta h \cdot \rho g$$

$$\text{即ち、} \quad -\Delta b \cdot \rho_{Hg} = \Delta h \cdot \rho \quad (1)$$

然るに、ボイルの法則によると、密度と  
壓力とは比例するから、地表に於ける空氣の密度をρ<sub>0</sub>、  
壓力をb<sub>0</sub>とすると、

$$\rho_0 : \rho = b_0 : b$$

故に、

$$\rho = \frac{\rho_0 b}{b_0}$$

之を(1)に代入すると

$$-\Delta b \cdot \rho_{Hg} = \frac{\rho_0 b}{b_0} \Delta h$$

$$-\Delta b = \frac{\rho_0}{b_0 \rho_{Hg}} b \Delta h$$

今、

$$\frac{\rho_0}{b_0 \rho_{Hg}} = k \quad (2)$$

と置くと、



$$-\Delta b = k \cdot b \cdot \Delta h$$

$$-\frac{\Delta b}{b} = k \cdot \Delta h \quad (3)$$

故に、

$$-\frac{\Delta b}{b} \propto \Delta h$$

即ち、高さが  $\Delta h$  増したための壓力の減少  $\Delta b$  を、その場所の壓力  $b$  で除したものは、高さの増加  $\Delta h$  に比例する。(3)の左右兩邊を地表から  $h$  の高さの所まで加はへ集めると、

$$-\sum_{b_0}^b \frac{\Delta b}{b} = k \sum_{h_0}^h \Delta h \quad (4)$$

この式で  $\Delta b$  を限りなく小さくすると、

$$h - h_0 = \frac{b_0 \rho_{Hg}}{\rho_0} (\log_e b_0 - \log_e b) \quad (5)$$

【注意】 (4)から(5)の式を出すには次のようにする。

$$-\int_{b_0}^b \frac{dh}{b} = k \int_{h_0}^h dh$$

$$-\left| \log_e b \right|_{b_0}^b = kh \Big|_{h_0}^h$$

$$h - h_0 = \frac{1}{k} (\log_e b_0 - \log_e b)$$

(2)の式を代入して、

$$h - h_0 = \frac{b_0 \rho_{Hg}}{\rho_0} (\log_e b_0 - \log_e b)$$

(5)に於て  $h_0 = 0$  とすると、

$$h = \frac{b_0 \rho_{Hg}}{\rho_0} (\log_e b_0 - \log_e b)$$

然るに、

$$\rho_{Hg} = 13.6 \quad \rho_0 = 0.001293$$

であるから、

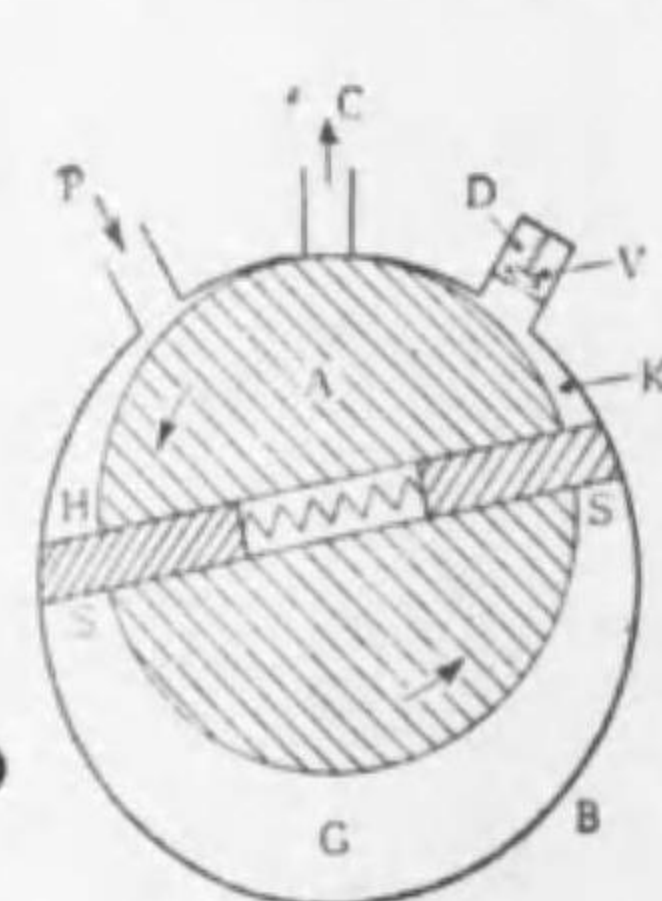
$$h = \frac{13.6}{0.001293} b_0 (\log_e b_0 - \log_e b)$$

又  $b_0 = 76$  とし  $\log_e$  を  $\log_{10}$  にすると、

$$h = 18400 (1.8808 - \log_{10} b) \text{ m.} \quad (6)$$

但し、この計算では温度を一定にしてある。實際は温度は高さに依つて變ずるから、この結果は極めて大體を示すに過ぎぬ。

### § 88. 廻轉式真空ポンプ. (1) | ゲーデの廻轉式オイルポンプ. (2)



第151圖

(3) ゲーデの廻轉式オイルポンプの構造は、第151圖に示すように、金屬製の圓嚙Aが中空の金屬製の圓嚙B中で廻轉するようになって居る。但し、二つの中心は一致せず、且つ二つは上部に於いて互に密接して廻轉するようになって居る。また、Aには一つの直徑に沿ふて溝があり、その中には金屬片Sがあつて之を彈性のバネで兩方の内壁に押しつけ、二つの圓嚙間の空隙を三つの部分G、H及びKに分つて居る。また、Bの内部の

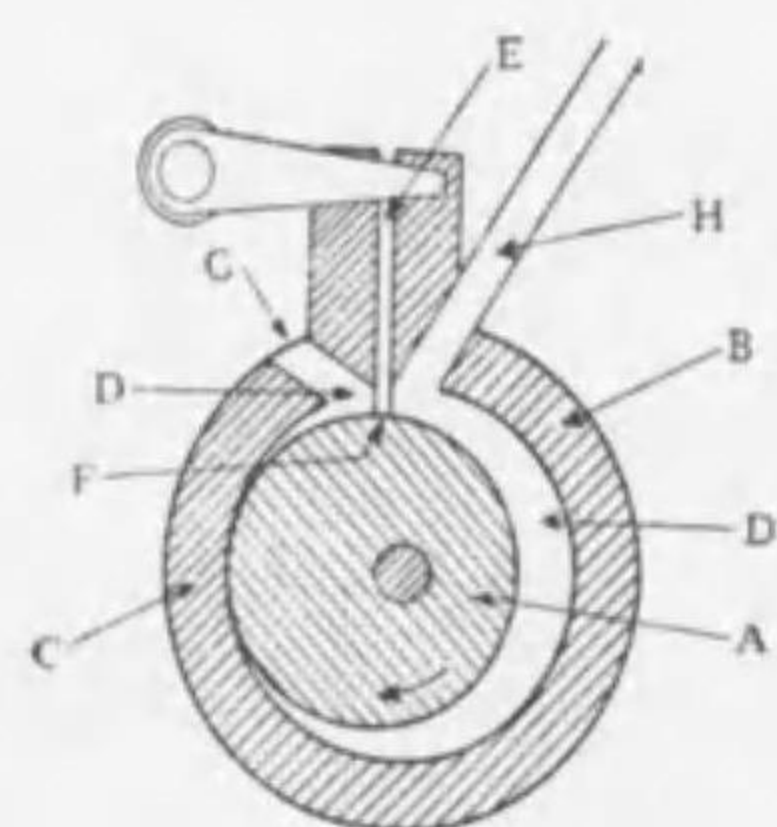
(1) Rotary vacuum-pump ; die rotierende Vakuumpumpe. (2) Wolfgang Gaede. (3) Rotary oil-pump ; die rotierende Ölpumpe.



接觸面は常に適當に油で潤ほし、AとBの間の三つの空隙相互の間には空氣が通はぬようになって居る。今、Aを圖の矢の方向に廻轉すると、Hの部分は次第に體積が大きくなるから、Pから空氣を吸ひ込み、Kの部分は體積が小さくなるから空氣はVなる辨を押してDに出る。また、DはCと連絡して居るから、Dの空氣はこゝから外に出る。故に、Pを密閉した器につなげばその空氣をぬくことができる。

【注意】 このポンプでは壓力  $1\text{mm Hg}$  位までの眞空を得ることができる。(h.m.m.Hgはhmmの水銀の呈する壓力の意)

II. センコハイヴァクの廻轉式オイルポンプ。このポンプは、ゲーデの廻轉式ポンプを改良したもので

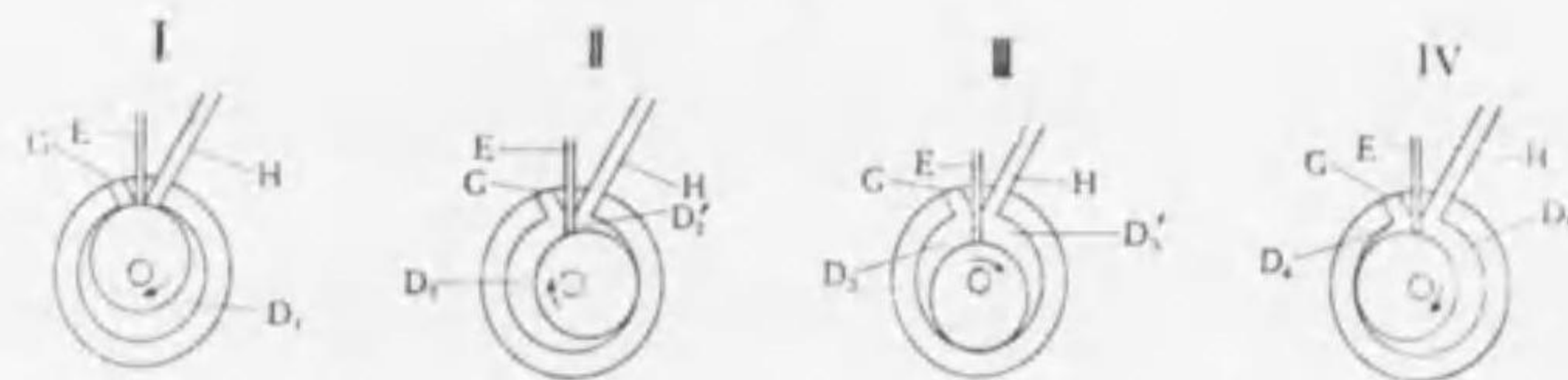


第152圖

あつて、その要部は第152圖に示す如きものである。圖のAは圓堵で中空圓堵Bの空隙内に廻轉するようになって居る。そうして、Aの周の一部分はBの内壁に氣密に接觸して居る。従つてAの中心とBの中心とは一致せず。AとBとの間には三日月形(1)の空隙があ

(1) Cenco-Hyvac. (2) 空氣が漏れぬようにするのを氣密 air tight; Luftdicht といふ。

る。この圓堵AをBの中心の周りに廻轉する。そうすると、それとともに接觸部Cも廻轉し、三日月形の向きが次第に變る(第153圖)。



第153圖

【注意】 ゲーデの廻轉式ポンプでは、中の圓堵はその中心の周りに廻轉する。従つて、内外圓堵の接觸部は同一の所に止まるが、このポンプでは接觸部の位置が廻轉する。

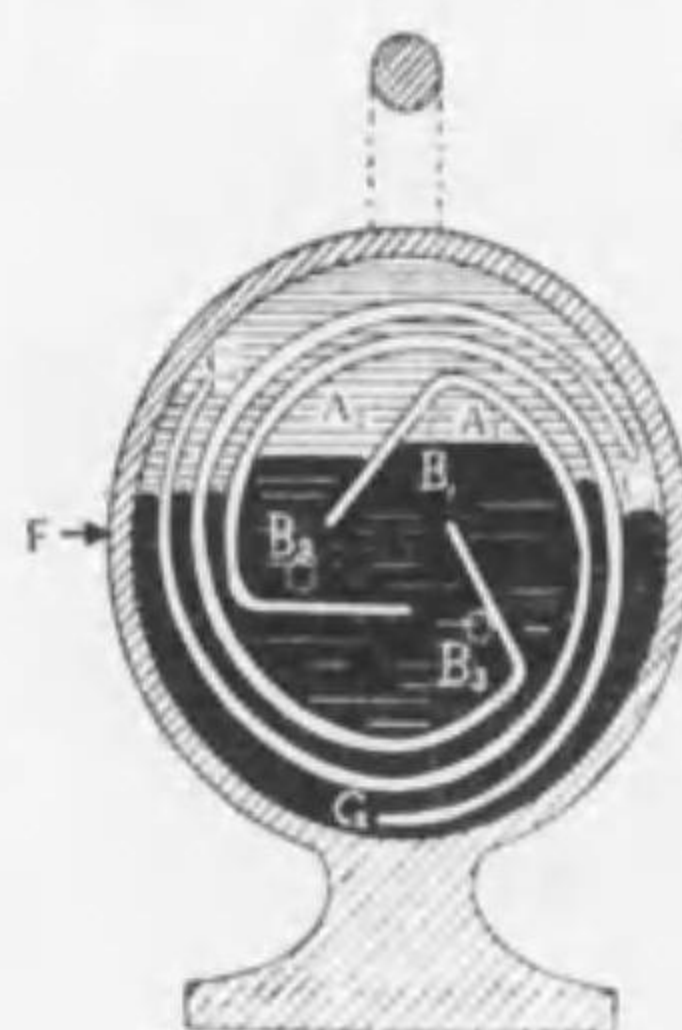
圖のEは金屬の板で、之をバネによつてAに押しつけ、その接觸部は氣密になつて居る。また、Gは辨であつて、外に開くようになって居る。そこで、今Aを矢の方向に廻轉して第153圖Iのようになったとし、これから更にII, III, IVのように廻轉すると、 $D_1, D_2, D_3, D_4$ の如くにDの空隙は次第に小さくなる。故に、その中の空氣は辨Gを押して外に出る。また、153圖IIの空隙 $D_2'$ は $D_3, D_4'$ の如くに大きくなる故、Hから空氣を吸ふ。依つて、絶えずAを廻轉すると、絶えずHから空氣を吸ひ、Gから之を出す。

普通この種のポンプは、第152圖に示すもの二つを直列につないである(即ち一方の空氣の出口を他方の



入口につなぎ、一方が吸ふとき他方が吐き出すようにしてある)。そして、第一の吸ひ口だけを外に出し全部を油の中に浸してある。

II. ゲーテの廻轉式水銀ポンプ<sup>(1)</sup> ゲーテは、また次のような廻轉式水銀ポンプを考案した。その構造の要點を第154圖及び第155圖に示す。

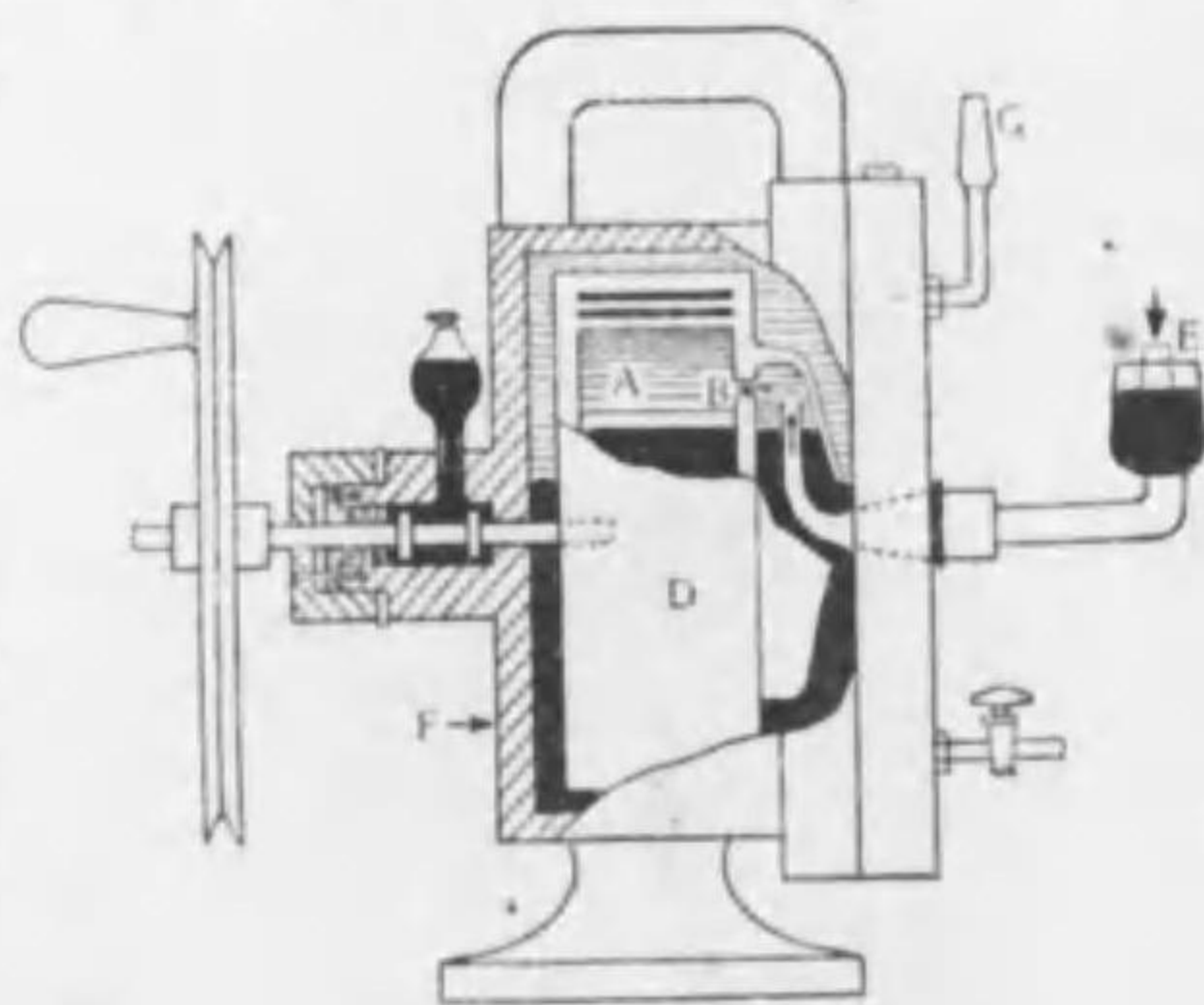


第154圖

圖のFは鐵製、Dは磁製の大鼓型のものであつて、その過半を水銀中に浸してある。そして、Dの切口は第154圖に示すように區劃されて居る。今、これを圖に向つて左廻りの方向に廻轉すると、A<sub>1</sub>なる部分はその容積が大きくなるから、穴B<sub>1</sub>から空氣を吸ひ込む。段々それが廻轉してA<sub>2</sub>の位置になると、穴B<sub>2</sub>は水銀中にはいるから、空氣の出る所がなくなる。それが尙廻轉してA<sub>3</sub>のような位置になると中の空氣はC<sub>3</sub>から外へ出る。このようにDの廻轉により、Bなる孔から空氣を吸ふてCなる孔から外へ出す。故にB<sub>1</sub>、B<sub>2</sub>及びB<sub>3</sub>を

第155圖のように外と連絡すれば、Eから常に空氣を吸ひ込む故に、Eを密閉した器につなぐと、その中の空氣をぬくことができる。

このポンプを用ふるには、補助のポンプ（上に述べたゲーテの廻轉式オイルポンプ）を第155圖のG



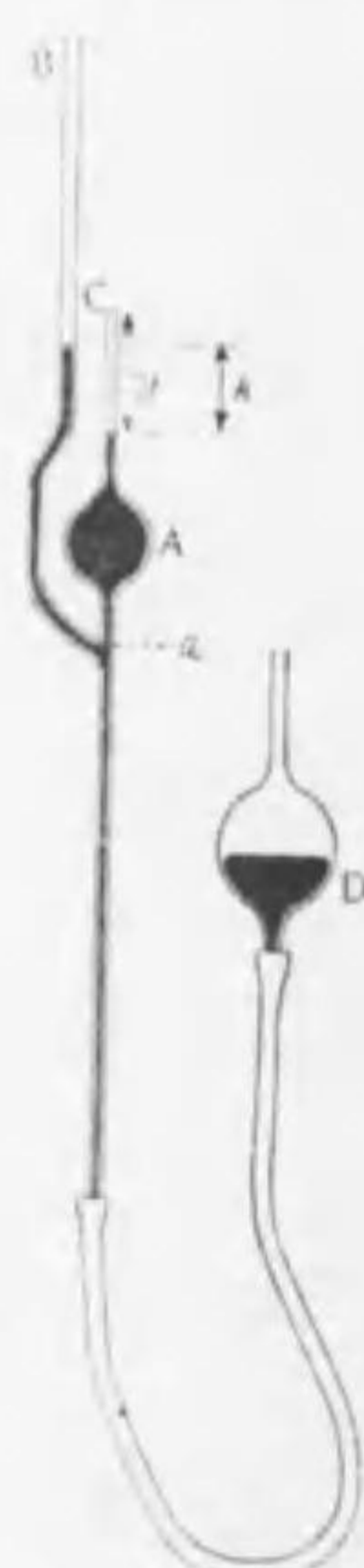
第155圖

(1) Rotary mercury-pump ; die rotierende Merkurpumpe.

につなぎ、D中の壓力を減じて置く必要がある。その際は、D内の壓力を $p$ 、D外の壓力を $P$ 、Dの内外の水銀面の高さの差を $h$ とすると、 $P-p=h$ である。ところが $h$ には大きさに限りがある。その最大の値を $H$ とすると、 $P-p < H$  即ち  $P-H < p$ 、故に、 $p$ を小さくするには、 $P$ が小さくしなければならぬ。

§89. マクレオドの真空計<sup>(1)</sup><sup>(2)</sup> 前節に述べたポンプを用ひて達し得るような真空の度を計るに、マクレオド真空計といふものがある。

その構造は、第156圖に示すようなものであつて、硝子管Bは、真空度を測らうとする器につなぐ。Dには水銀を入れてあつて、常にはこれを下に下げ置き、真空度を測るときには上げる。そうすると、管中の水銀が昇り、 $a$ に達して左右に分れ、一方は硝子球Aを満たして毛細管Cに昇り、他方はBに昇る。そのとき、兩水銀面の高さの差を $h$ とする。さて、水銀が $a$ に達すると、Aの中の空氣はA中に閉ぢ込められ、そのときの壓力は測らんとする壓力 $P$ に等しい。故に、 $a$ より上の部分(A及びC)の體積を $V$ 、C中の空氣の體積を $v$ 、その壓力を $p$ とすると、ボイルの法則により、



第156圖

の法則により、

(1) Mac Leod. (2) Vacuum gauge ; das Vacuummeter.



$$PV = pv.$$

然るに、左右の水銀面の高さの差を  $h$  とする、

$$p - P = h.$$

この二式から、

$$PV = (P + h)v$$

$$P = \frac{hv}{V - v}$$

普通  $v$  は  $V$  に比し省略することができる。故に

$$P = \frac{hv}{V}.$$

この右邊の  $h$  及び  $V$  は知る事ができるものであるから、これにより  $P$  が測られる。

§90. 運動する物體に対する空氣の抵抗. §11 に述べたように、真空中に於ては總ての物體は同一の加速度  $g$  を以て落下する。然し、空氣中ではそうでない。これは、空氣の抵抗がある爲である。今、空氣の抵抗を  $R$  とすれば、質量  $m$  の物體を落下せしむる力  $f$  は、

$$f = mg - R$$

である。  $f$  による物體の落下の加速度を  $a$  とすると、

$$f = ma = mg - R.$$

故に、

$$a = g \left( 1 - \frac{R}{mg} \right).$$

さて、 $R$  は物體の形と大きさによるものであるから、同形

同大の物體については、 $m$  の大なるもの程、 $a$  が大である。また普通の速さに於いては、抵抗  $R$  は畧ぼ速さ  $v$  の自乗に比例する故、

$$R = kv^2$$

と置くことができる。<sup>但し</sup>茲に、 $k$  は物體の形及び大きさにより定まる數である。之を前式に代入すると、

$$ma = mg - kv^2.$$

この式の右邊の第二項は、物體が落下するに従て次第に大きくなる故、ある所に於て、

$$mg - kv^2 = 0$$

となる。そのときは  $a = 0$  となるから、以後速さは増加せず一定の速さで落下する。その速さを  $V$  とすると

$$mg - kV^2 = 0$$

故に、

$$V = \sqrt{\frac{mg}{k}}.$$

これを終速度<sup>(1)</sup>といふ。落體が球の場合には、

$$m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$$

そうして、 $k$  は球の大圓の面積に比例すると見なすことができるから、その比例常數を  $C$  とすると

$$k = C \pi r^2$$

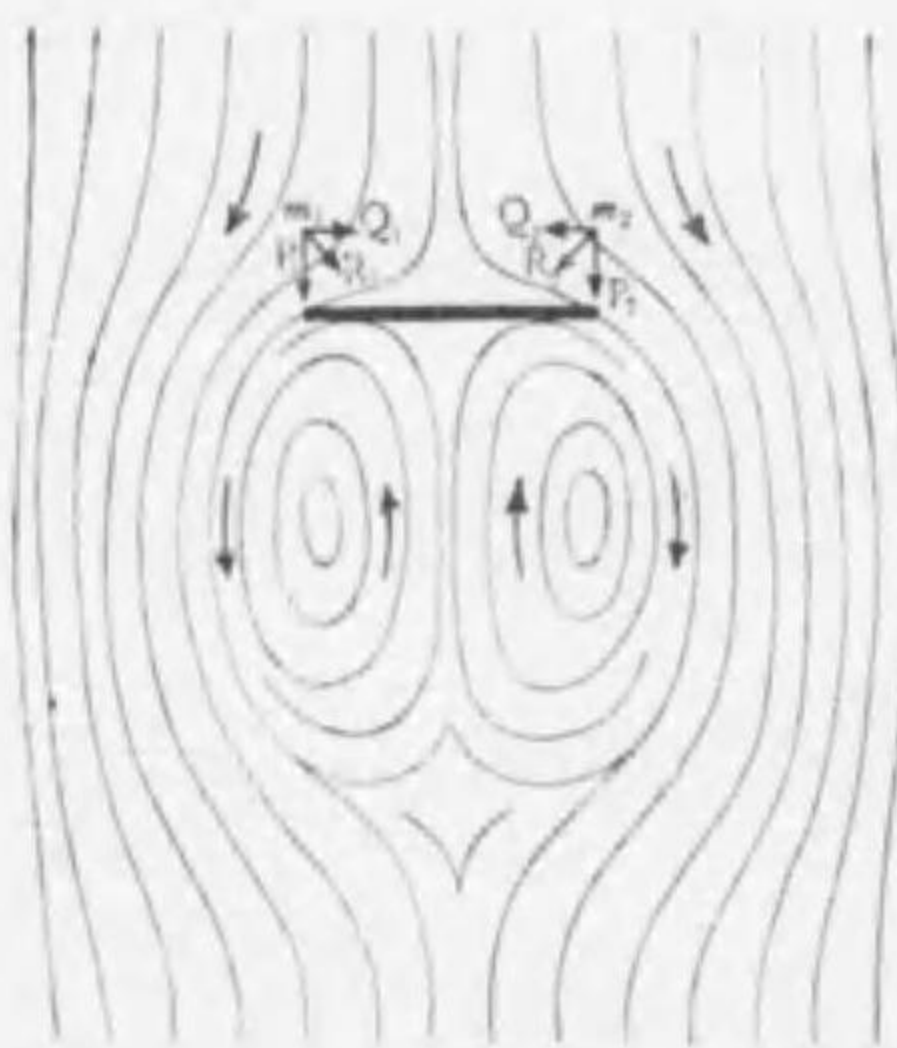
(1) Final velocity ; die Endgeschwindigkeit.



従つて、

$$V = \sqrt{\frac{4\pi r^3 \rho g}{3C\pi r^2}} = \sqrt{\frac{4\rho g}{3C}} \cdot \sqrt{r}$$

即ち、球の落下終速度は、半径の平方根に比例する。故に霧の如き小なる水滴は、非常に小なる終速度で落下する。



第157圖

次に板を空气中で動かしたときの空気の抵抗を考へる。これは、空気と板との關係速度で定まるのであるから、板が静止し、空気の流れが之れに當ると考へてもよい。そこで、第157圖のように、板を空気の流れに垂直に置いたとすると、流線は板の前面に於て兩方に分れる。従て、空気の質點は板の前面に於て曲線運動をする。ある一つの質點、例へば  $m_1$  を考へ、それが  $v$  なる速度で運動するとすると、曲線の中心に向ひ  $R = \frac{m_1 v^2}{r}$  なる力で之を押さなければならぬ。但し、こゝに  $m_1$  は質量、 $r$  は曲率半径である。従てその反作用として、 $m_1$  は  $R_1$  の方向に  $\frac{m_1 v^2}{r}$  の力で隣接する液體を押す。その力を板に平行なる分力  $Q_1$  と垂直なる分力  $P_1$  とに分けて考へると、 $Q_1$  はその右方に於ける  $m_1$  の對稱點  $m_2$  による  $Q_2$  と互に消し合ひ、 $P_1$  のみ残る。その合力は、板の中心に於て之に垂直に作用する。

板の背面に於ては、空気が稀薄となつてその壓力が減少するため、板を後方に引き戻さんとする作用をする。但し、空気が稀薄になるため流線を兩側から引きよせて渦巻を生じ、多少吸引作用を減殺する。

次に158圖のように、板が空気の流れに對して傾くときは、その前面



第158圖

に於ける流線の曲り方は、Aに近い程大であるから、板の受くる壓力も亦Aに近い程大である。従て壓力の中心Mは、板の幾何學的 center よりもAの方に片寄る。實驗の結果によると、板の形が正方形であつて邊の長さが  $a$ 、板の面が空気の流線(板のために曲げられないときの流線)と爲す角が  $\alpha$  のときMと板の幾何學的 center との距離を  $d$  とすると、

$$d = 0.3(1 - \sin \alpha)a$$

このとき空気の速さを  $v \frac{\text{meter}}{\text{sec}}$  とすると、板に及ぼす壓力は

$$D = \frac{2 \sin \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} k \rho \frac{v^2}{g} F \text{ 重量}$$

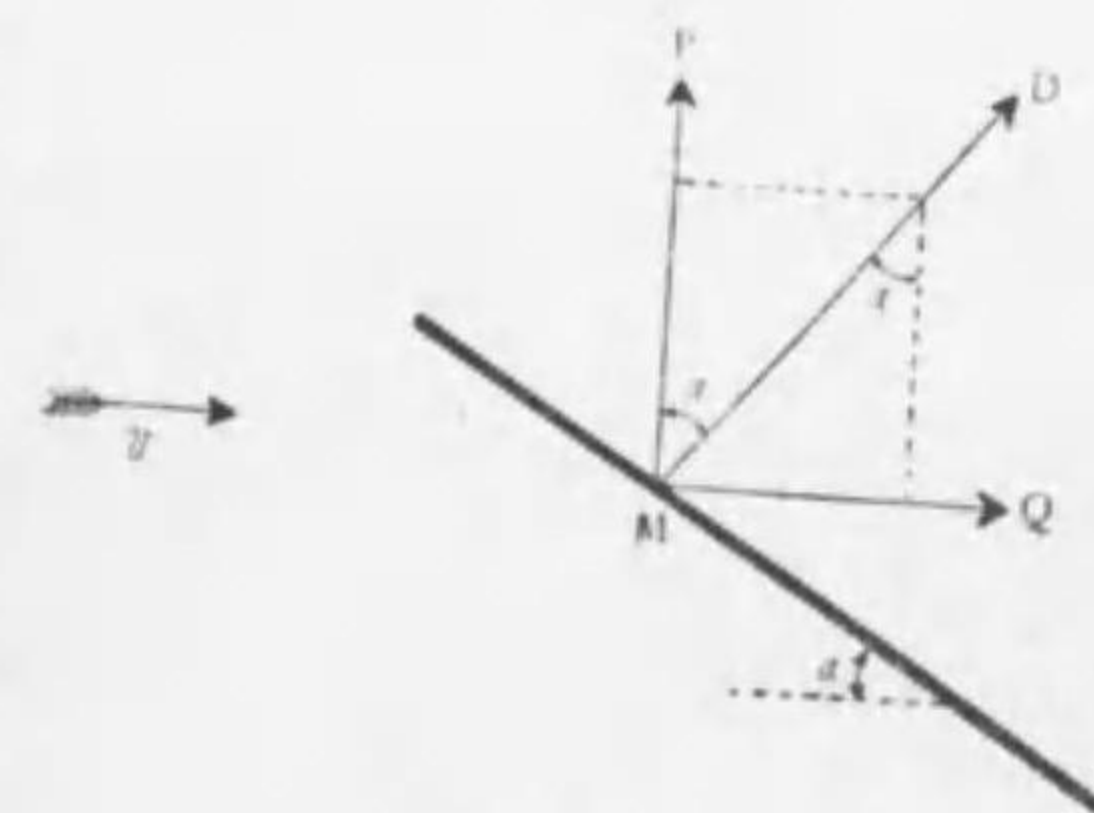
こゝには  $k$  は形に関する定數であつて正方形では  $0.56 - 0.63$ 、圓では  $0.54 - 0.62$  である。また、 $\rho$  は空気の密度  $g$  は重力の加速度、 $F$  は板の面積である。 $\alpha$  が小さくて  $\sin^2 \alpha \ll 1$  なるときは、

$$D = 2 \sin \alpha k \rho \frac{v^2}{g} F.$$

また  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  ならば、

$$D = k \rho \frac{v^2}{g} F.$$

次に、第159圖に示すように、風が水平の方向に吹いて斜に板に當つたとし、その時の壓力  $D$  を鉛直の分力  $P$  と水平の分力  $Q$  とに分ける。 $P$  は板を上方に昇さんとする力である。故に板は  $P$  なる力で上に押し



第159圖



上げられる。これを<sup>(1)</sup>舉揚力といふ。そして、上の式から

$$P = D \cdot \cos \alpha = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} k \rho \frac{v^2}{g} \cdot F$$

また  $Q$  は風の方向に板を押し流さんとする力であつて、之を<sup>(2)</sup>後退力と名づける。上の式から

$$Q = D \sin \alpha = \frac{2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} k \rho \frac{v^2}{g} \cdot F$$

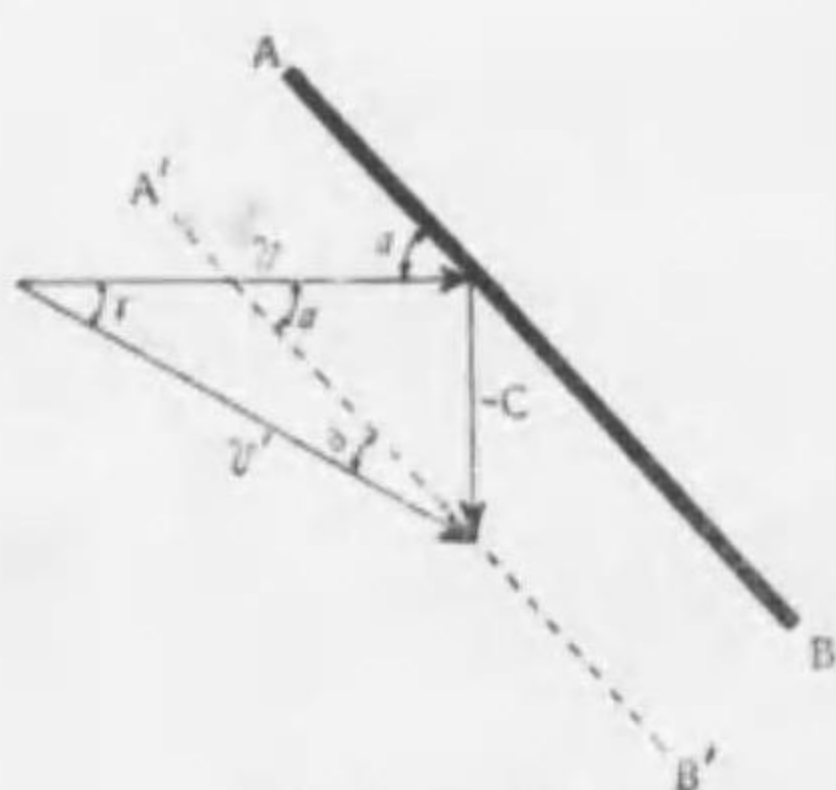
然し、板が運動するときは、風と板との爲す角は板が静止する場合と同一でない。今、その角を  $\delta$ 、板に対する風の速度を  $v'$  とすると、

$$D = \frac{2 \sin \delta}{1 + \sin^2 \delta} k \rho \frac{v'^2}{g} \cdot F$$

従て

$$P = \frac{2 \sin \delta \cos \alpha}{1 + \sin^2 \delta} k \rho \frac{v'^2}{g} \cdot F$$

$$Q = \frac{2 \sin \delta \sin \alpha}{1 + \sin^2 \delta} k \rho \frac{v'^2}{g} \cdot F$$



第160圖

今特別の場合として板が鉛直に  $C$  なる速度で昇るものとする。このとき風の板に対する速度を求めるには、 $v$  から  $C$  を減すればよい。即ち  $v$  に  $-C$  を加ふればよい。故に第160圖に示すようにして  $v'$  が求められる。 $v$  と  $v'$  との間の角を  $\delta$  とすると、

$$\begin{aligned} \gamma + \delta &= \alpha \\ \tan \gamma &= \frac{C}{v} \end{aligned}$$

であるから、 $C$  が大ならば大なる程  $\gamma$  が大である。従て、 $\delta$  が小である故に  $C$  が十分大であると、

$$\sin^2 \delta \ll 1$$

と見なすことができるから、このときには、

$$P = 2 \sin \delta \cos \alpha k \rho \frac{v'^2}{g} \cdot F$$

(1) Lift ; der Auftrieb. (2) Drift ; der Rücktrieb.

$$Q = 2 \sin \delta \sin \alpha k \rho \frac{v'^2}{g} \cdot F$$

となる。この場合に、 $v$  と  $C$  とが一定、従て  $v'$  及び  $\gamma$  が一定とし、 $\alpha$  を如何にすれば  $P$  を極大ならしめるかといふ問題を考へてみよう。それには  $\sin \delta \cos \alpha$  を極大にすればよい。故に先づ之を次の如く變形する。

$$\begin{aligned} \sin \delta \cos \alpha &= \sin(\alpha - \gamma) \cos \alpha \\ &= (\sin \alpha \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma) \cos \alpha \\ &= \frac{1}{2} \{ \sin 2\alpha \cos \gamma - (\cos 2\alpha + 1) \sin \gamma \} \\ &= \frac{1}{2} \sin(2\alpha - \gamma) - \frac{1}{2} \sin \gamma. \end{aligned}$$

この第二項は一定であるから、 $P$  を極大にするには、第一項を極大にすればよい。即ちこのときには、

$$\alpha = \frac{1}{2}(90^\circ + \gamma),$$

故に、この  $\alpha$  は  $\gamma$  が大きい程大きい。然るに、 $\gamma$  は  $C$  が大きい程大きい。故に、 $\alpha$  は  $C$  が大ならば大なる程大きくせねばならぬ。即ち  $AB$  を  $v$  の方向に對して垂直に近づかしめねばならぬ。

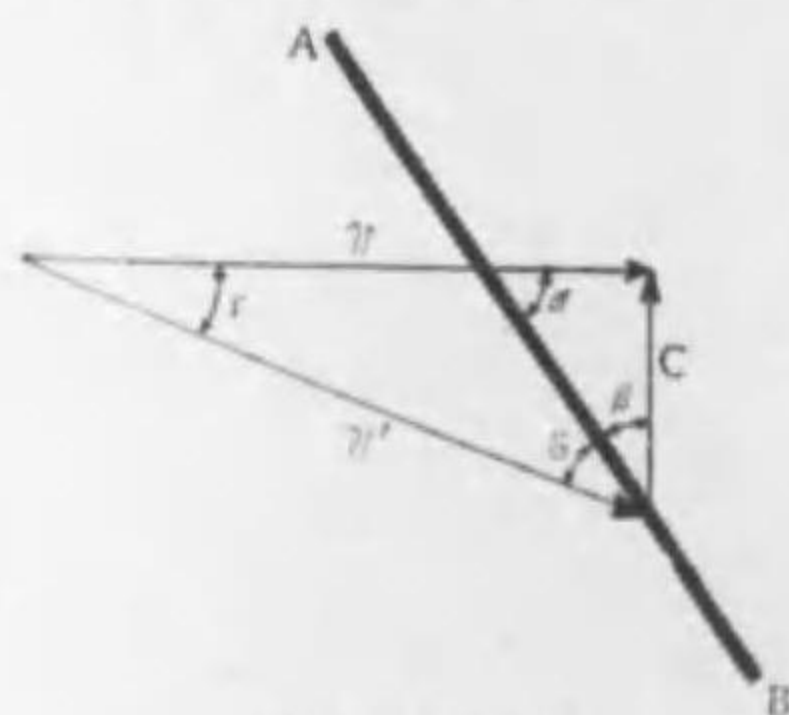
風車のようなものにあつては羽根の根本から先端に進むに従つて  $C$  の値が増加する故羽根の面は先端に近づくに従ひ、風車の廻轉面と平行に近づかしめねばならぬ。尙ほ、その意味を明かにするために、上の式を

$$\alpha - \gamma = 90^\circ - \alpha$$

とし、

$$\alpha - \gamma = \delta \quad 90^\circ - \alpha = \beta$$

とすると、 $\delta$  は  $v'$  と  $BA$  との角、 $\beta$  は  $AB$  と  $C$  との角である。故に、 $AB$  はちょうど  $v'$  と  $C$  と



第161圖

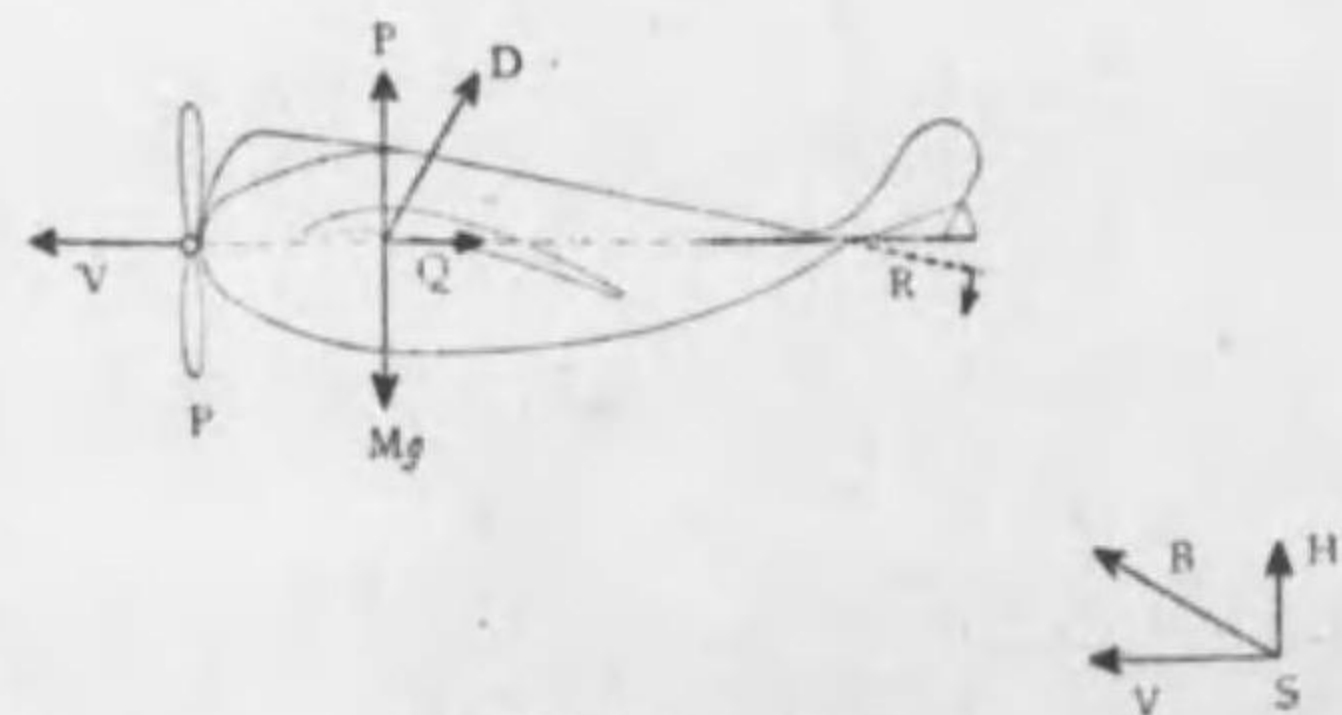
を二等分する(第161圖)。

船や飛行機のプロペラ及び扇風機の羽根の作用は風車の作用とは逆である。例へば扇風機についていふと、電氣モートルによつて羽根



を廻轉し、その廻轉面に垂直の方向に氣流を送る。このとき空氣は羽根に對して反作用を呈する。これは第159圖のPに相當する。故に、氣流を起すために空氣に與ふる運動量は、Pに對して成す仕事に等しくなければならぬ。従つて、氣流の速さを大ならしめんとすればPが大きくなる。依つて羽根の面と氣流の方向との傾きは風車の場合と同様であつて先端に近づくに従つてその傾きを小さくしなければならぬ。

§91. 飛行機<sup>(1)</sup> 飛行機は前節に述べた空氣の抵抗を應用したものであつて、第162圖に示すように、發動機によつてプロペラを廻轉し、これに作用する空氣の反



第162圖

作用により機體を速度 $V$ にて前進せしめる。そうすると、空氣は翼に當り機體に舉揚力 $P$ と後退力 $Q$ とを呈する(第162圖)。故に、プロペラの推進力は、この後退力より大でなければならぬ。今、機體の質量を $M$ 、舉揚力を $P$ とし、 $P=Mg$ ならば、機は同じ高さの所を飛行し、 $P>Mg$ ならば、前進すると同時に上昇するから、圖のB

(1) Aeroplane ; das Flugzeug.

の方に進み、 $P<Mg$ ならば、前進すると同時に下降する。また、後部の水平舵を圖のRのように廻轉すると、尾部に作用する舉揚力が増すから機體の頭は下方に向く<sup>(1)</sup>。

(1) 本節及び前節については、東北帝國大學助教授理學士高橋清氏の有益なる助言を受けることができた。深く感謝の意を表はす。



## 第十一章 音 波<sup>(1)</sup>

§92. <sup>(2)</sup>音. 發音體は速かに振動して居る。吾々が音の感覺を起す爲には、普通毎秒30-50000回振動するを要する。然し、真空中では、たとひ物體をこのように振動せしめても、音は聞へない。故に、音の感覺を生ずるには、物體の振動が空氣の如き媒體によつて傳播して吾々の耳に達する事が必要である。従て、音を物理學的に論ずるには、一方に於ては發音體の振動を論じ、他方に於てはその振動を傳へる媒體の振動を論ずるを要する。これから、まづ後の部分から論ずる。そうして、そのためには一般に波といふことから説明するのが便利である。

§93. <sup>(3)</sup>波. 水波に漂よう木葉の運動を見ると、波は一方から他方に進行するに關はらず、木葉は依然として同じ所で同じ運動を繰返して居る。尙、詳しくその運動状態を観察してみると、水が十分深いときには、それは圓運動である。故に、水面の各質點も皆木葉と同様の運動をして居るに相違ない。そうして、それが一方

(1) Sound wave ; die Schallwelle. (2) Sound ; der Schall.

(3) Wave ; die welle.

から他方に進むに従ひ次第に後れてゐるから、吾々が見るような波ができるのである。その有様は第163圖によつて容易に理解することができる。即ち、先づ波の無い水面に於いて、一直線上に等距離を隔て、並ぶ水の質點を考へ、それがいづれも圖に示すような圓運動をするものとする。但し、その運動は圖の右に進むに従ひ次第に後れるものとする。例へば、各質點の運動の軌道である圓周を8等分し、その分點を最下から初めて1, 2, 3, ……とし、ある時刻に左端の質點は1, その右隣りのものはそれより $\frac{1}{8}$ 圓周だけ後れて8, その右のものは7といふような位置に在るとすると、圖の質



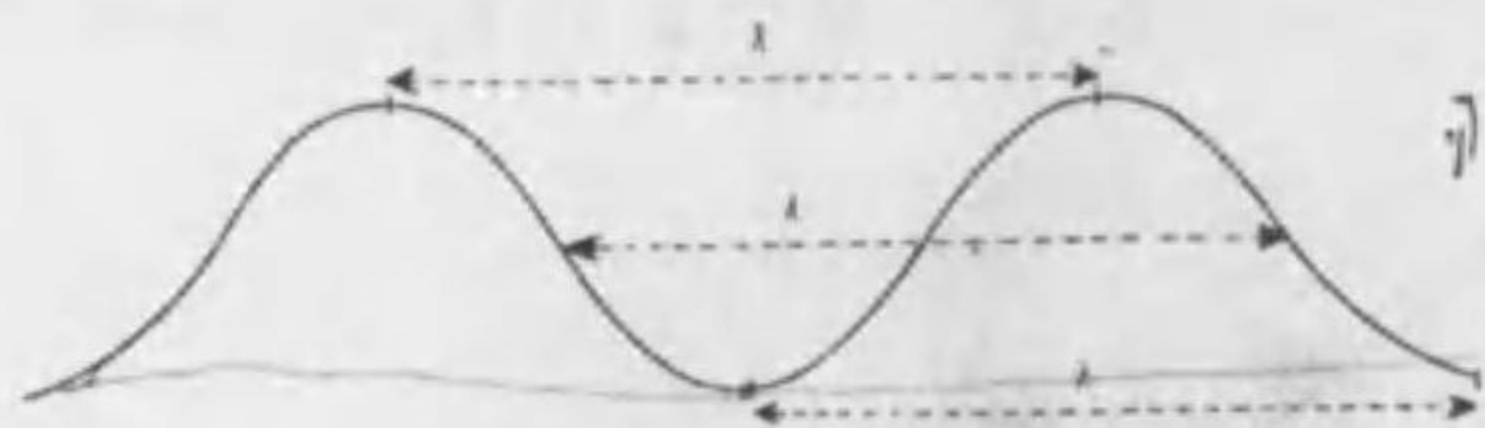
第163圖

線で示すような波ができる。その次の時刻に左端の質點が2, その右のものが1, その右のものが8といふように、いづれも $\frac{1}{8}$ 圓周だけ廻轉すると點線で示すような波になる。即ち、波は矢の示す方向に進む。獨り水の質點のみならず、また圓運動に限らず、一般に一列に並んだ多くの質點が、總て同一の週期的運動を繰返し且つそれが一方から他方に進むに従て次第に後



れて行はれるときは、之を波に云ふ。尙ほ、この考を擴張し質點の運動に限らず、一般に、物質の各點の物理學的状態、例へば温度の如きものが、同様な週期的變化を繰り返し、それが一方から他方に進むに従て次第に後れて行はれるときは、之を波といふのである。

さて、水波の山は質點が上昇の極に在る状態、谷は下降の極にある状態である。水波を見渡せば、同一時刻に多くの山或は多くの谷が在る。これと同様に、如何なる波に於ても同一時刻に同一の状態を有する多くの點がある。その相隣れるものゝ距離を波長<sup>(1)</sup>と云ふ。



第164圖

長い繩の一端を壁に結び附け、他端を持つて水平に張り、手を上下或は左右に振動させると、繩に波ができて壁の方に進む。その波及する有様を観ると、手が一振動する間に波は一波長進む。同様に、如何なる波に於ても、質點が一週期の運動をする間に、波は一波長だけ進行する。故に波の進行する速度を $V$ 、波長を $\lambda$ 、質

(1) Wave-length ; die Wellenlänge.

點の振動の週期を $T$ とすると、

$$VT = \lambda \quad (1)$$

各質點が毎秒 $n$ 回運動を繰り返すとすると、

$$\frac{1}{T} = n \quad (2)$$

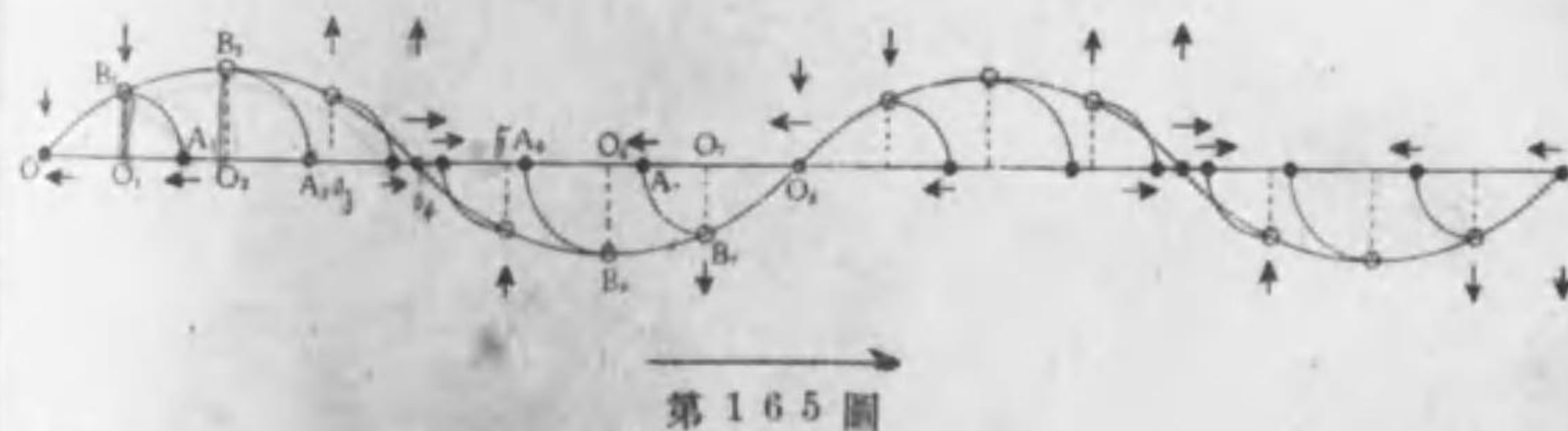
であるから、

$$V = n\lambda \quad (3)$$

である。

引き張つた繩に起る波のように、質點の運動の方向が波の進む方向と垂直なときは横波<sup>(1)</sup>といひ、進行の方向と質點の運動する方向と同一なときは、縦波<sup>(2)</sup>といふ。音波は縦波で、水面の波は横波と縦波との組み合わせたものである。

横波に於ては、質點の位置、従て波の形を容易に観ることが出来るけれども、縦波にありては、各質點の位置そのまゝでは、波の状態を明瞭に心に描く事がむづかしいから、各質點の變位を直角だけ廻轉して表はすの



第165圖

(1) Transversal wave ; die transversale Welle. (2) Longitudinal wave ; die longitudinale Welle.

$$V = \lambda \cdot T$$

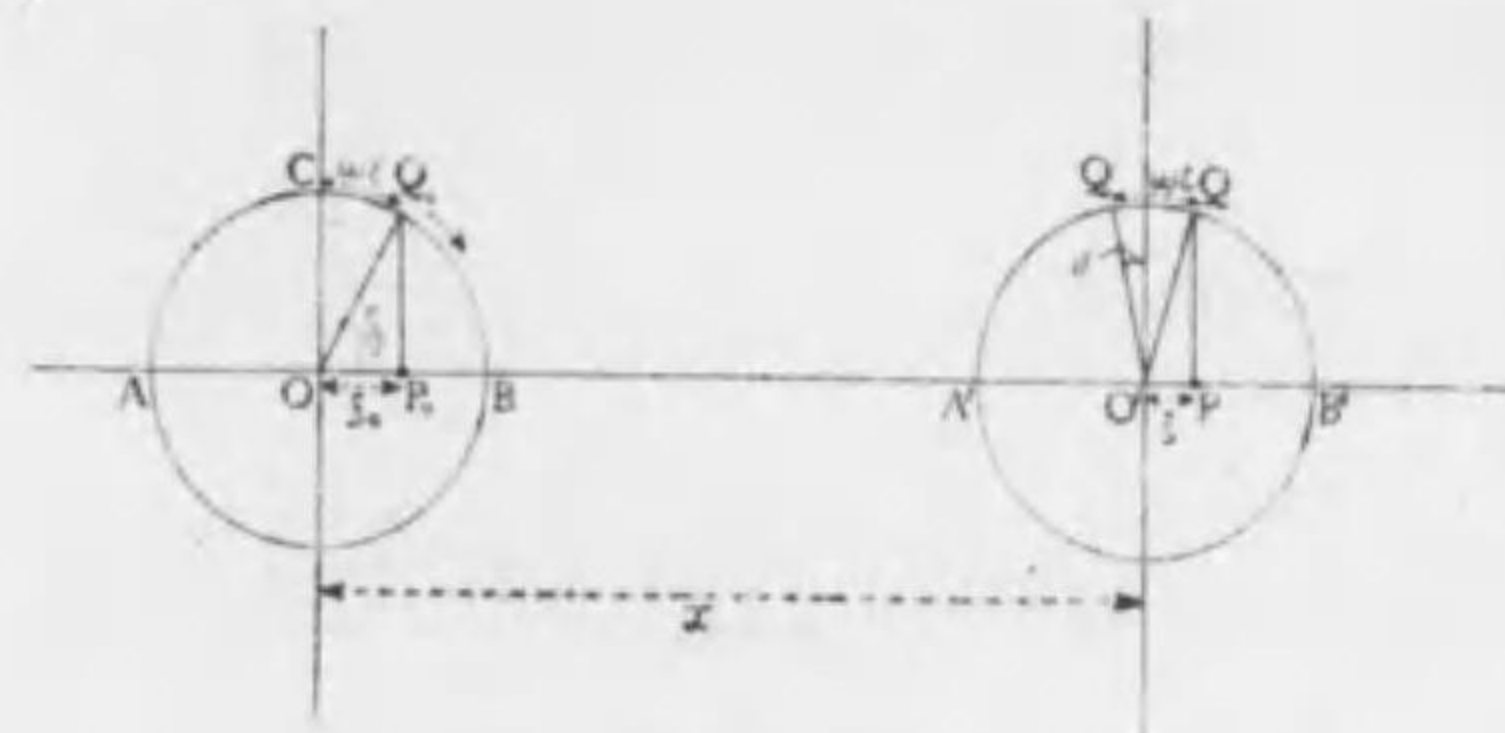


が便利である。即ち、第165圖の $x$ 軸の上に、初め等距離に並んで居る質点があるとし、その位置を $O, O_1, O_2, \dots$ とする。それが、波動により變位し、ある時刻に於て、 $A_1, A_2, \dots$ に在るとする。この變位を表はすに、 $O, O_1, O_2, \dots$ から $y$ 軸に平行線を引き、その上に變位を取る。即ち、 $x$ の正の方に變位したときは $y$ の正の方に、負の變位をしたときは $y$ の負の方にとる。そうすると、圖に示すように、各質点の變位を一目して見ることが出来る。これから、このような曲線を變位曲線と名づける。

§94. 正弦波<sup>(1)</sup> 横波或は縦波に於て、各々の質点が同じ單振動を爲すときに生ずる波を正弦波といふ。次に之を表はす數式を求めよう。但し、縦波について論ずれば、横波の方は自然に會得せられるから、縦波についてのみ述べる。

質点<sup>(1)</sup>が第166圖の $x$ 軸の上に列んで居るものとし、その中の任意の二つ $P_1$ 及び $P_2$ を考へ、初めにそれぞれ $O$ 及び $O'$ に在つたとする。便宜のため $O$ を原點とし $OO' = x$ とする。 $P_1$ は $O$ の左右に $AB$ の間を運動し、 $P_2$ は $O'$ の左右に $A'B'$ の間を運動する。§31に述べたように $P_1$ 及び $P_2$ の運動は、それぞれ $AB$ 及び $A'B'$ を直徑とする圓周上を等速にて廻轉する點 $Q_1$ 及び $Q_2$ をそれぞれ $AB$

(1) Sine-wave ; die Sinuswelle.



第166圖

及び $A'B'$ の上に正射影したものと考へられる。その廻轉の角速度を $\omega$ とし、 $P_1$ が $O$ を右に通過するときから時間 $t$ を測るとすると、 $P_1$ の變位 $\epsilon_1$ は

$$\epsilon_1 = a \sin \omega t \quad (1)$$

但し、 $a = AO$ 。また週期を $T$ とすると、 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ であるから、

$$\epsilon_1 = a \sin \frac{2\pi}{T} t \quad (2)$$

次に、 $Q_2$ は $Q_1$ よりも位相角が $a$ だけ後れて居るとすると、 $P_2$ の變位は

$$\epsilon_2 = a \sin \left( \frac{2\pi}{T} t - a \right) \quad (3)$$

次に、質点 $P_1$ 及び $P_2$ の速度は§31によりそれぞれ

$$v_1 = \lim \frac{\Delta \epsilon_1}{\Delta t} = a \frac{2\pi}{T} \cos \frac{2\pi}{T} t \quad (4)$$

及び

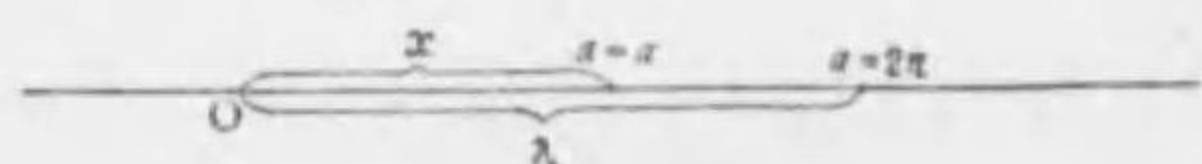
$$v_2 = \lim \frac{\Delta \epsilon_2}{\Delta t} = a \frac{2\pi}{T} \cos \left( \frac{2\pi}{T} t - a \right) \quad (5)$$

故に、 $P_1$ と $P_2$ との運動状態を比較對照してみると、



$$\left. \begin{array}{l} \text{變位 } \xi_0 = a \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad \xi = a \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - a\right) \\ \text{速度 } v_0 = a \frac{2\pi}{T} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad v = a \frac{2\pi}{T} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - a\right) \end{array} \right\} (6)$$

さて、上式中の  $a$  は運動の遅れを示すものである。故に、第166圖の  $O$  から右の方に進むに従ひ  $a$  の値は次第に増加する。そうして、 $O$  から1波長即ち  $\lambda$  だけ進め



第167圖

$$\xi_0 = \xi$$

$$v_0 = v$$

ば、質點の運動状態は全然  $O$  に於ける状態に還る。即ち、  
 となる。そのためには、第166圖の  $Q$  は  $Q_0$  と同じ位相に在らねばならぬ。即ち、 $a=2\pi$  でなければならぬ(第167圖)。然るに、位相の遅れは質點の  $O$  からの距離に比例する故、 $O$  から距離  $x$  に在る質點に就て  $a$  の値を  $a$  とすると、

$$\lambda : x = 2\pi : a \quad \text{即ち} \quad a = 2\pi \frac{x}{\lambda}$$

この値を(6)に入れると

$$\left. \begin{array}{l} \xi = a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \\ v = a \frac{2\pi}{T} \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \end{array} \right\} (7)$$

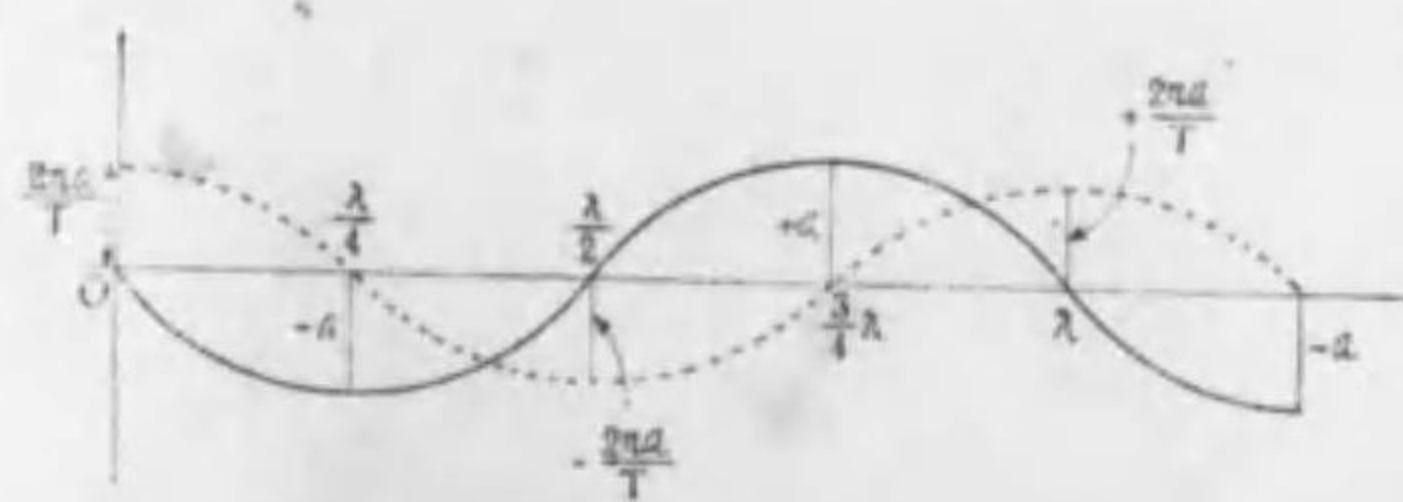
これは正弦波に於て、任意の質點の運動状態を表はす

式である。この式は、二つの變數、即ち  $t$  及び  $x$  を含んで居る。或る一つの質點の運動を知るためには、 $x$  に特別の値を與ふればよい。また、或時刻に於ける總ての質點の状態を知らんとせば、 $t$  にある特別の値を與ふればよい。例へば、 $t=0$  に於ては

$$\xi = a \sin 2\pi \left( -\frac{x}{\lambda} \right)$$

$$= -a \sin \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

$$v = \frac{2\pi a}{T} \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$$



第168圖

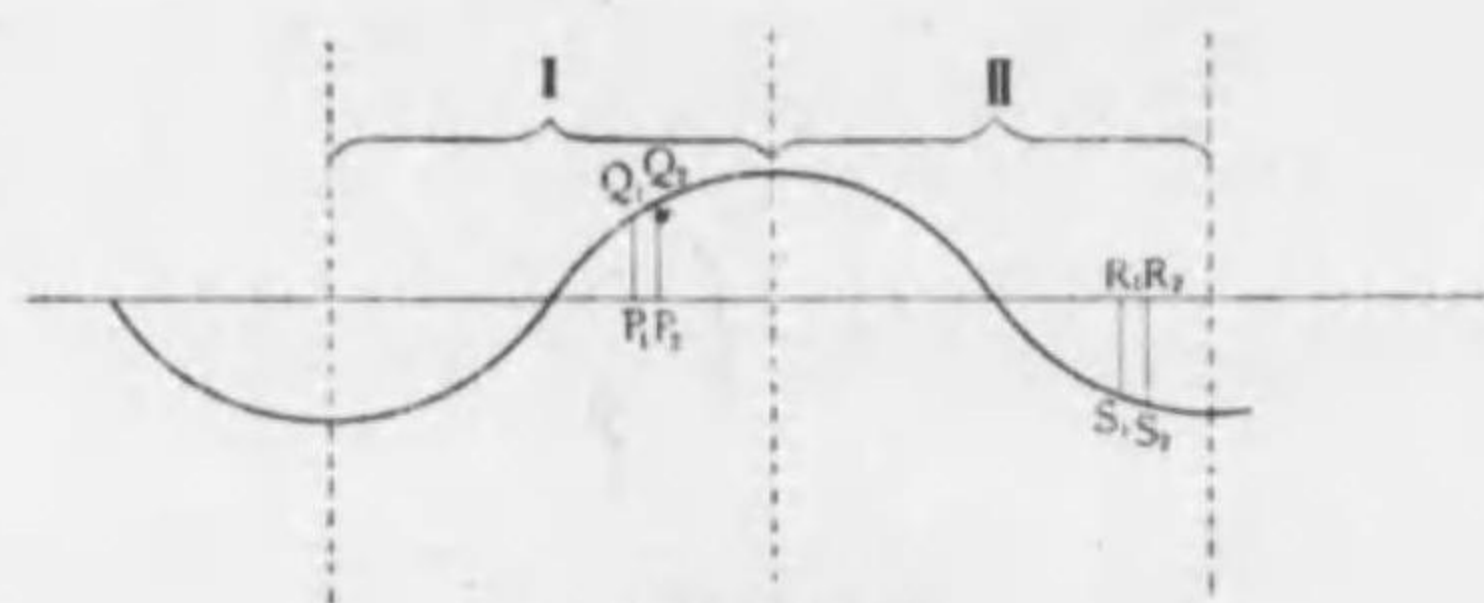
之を圖に表はせば、第168圖のようになる。但し、圖の實線は變位、點線は

速度を表はす。

§95. 疎密波. 質點の運動による縦波に於ては、媒體の密度の濃厚な部分と稀薄な部分とを生ずる。次にその密度の變化を考へてみよう。

これは、上述の變位曲線から知ることが出来る。今、第169圖を變位曲線とし、 $x$ 軸上の相接近せる二點  $P_1$  及び  $P_2$  を取り、





第 169 圖

$$P_1P_2 = \Delta x$$

とする。もと  $P_1$  及び  $P_2$  に在つた質點は、現在それぞれ

$$P_1Q_1 = \xi, \quad P_2Q_2 = \xi'$$

の變位をして居る。そうして、 $\xi' - \xi = \Delta\xi$  とする。もし二つの質點が同一の變位をするならば密度に變りがないのであるが、上の場合のように、 $\xi' \neq \xi$  であるならば、密度が變化する。即ち初め二質點間の距離が  $\Delta x$  であつたものが、變位したために

$$\Delta x + \Delta\xi$$

になる。そこで、波のなかつたときの密度を  $\rho_0$ 、現在の密度を  $\rho$  とすると、密度は質點間の距離に逆比例する故、

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{\Delta x + \Delta\xi}{\Delta x} = 1 + \frac{\Delta\xi}{\Delta x} \quad (1)$$

尚ほ、 $\rho = \rho_0 + \Delta\rho$  とし、 $\Delta\rho$  は  $\rho_0$  に比して小さいものとする、

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{\rho_0}{\rho_0 + \Delta\rho}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_0}} = \left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)^{-1} \\ &= 1 - \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \end{aligned}$$

故に、

$$\begin{aligned} 1 - \frac{\Delta\rho}{\rho_0} &= 1 + \frac{\Delta\xi}{\Delta x} \\ \frac{\Delta\rho}{\rho_0} &= -\frac{\Delta\xi}{\Delta x} \quad (2) \end{aligned}$$

さて、 $\frac{\Delta\xi}{\Delta x}$  は變位曲線の  $x$  軸に對する勾配であつて、 $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$  は密度の變化のもとの密度に對する割合である。故に  $\frac{\Delta\xi}{\Delta x}$  が正のときは普通よりも稀薄になることを表はし、負のときは濃厚になることを表はす。従つて、圖の I の部分のように、變位曲線の勾配が正のときは密度の稀薄になることを示し、II の部分のように、勾配が負のときは濃厚になることを示す。

上の結果を正弦波にあてはめる。次の式

$$\xi = a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

の兩邊を  $x$  について微分すると、

$$\frac{d\xi}{dx} = -\frac{2\pi a}{\lambda} \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

故に、

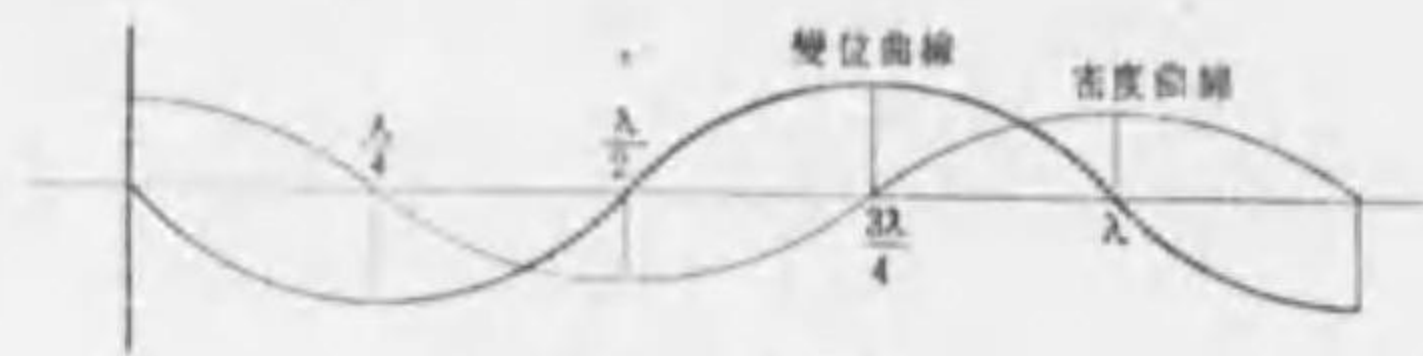
$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \frac{2\pi a}{\lambda} \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

例へば、 $t=0$  に於ては

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \frac{2\pi a}{\lambda} \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$$



之を圖に表はすと第170圖のようになる。



第170圖

【注意1】  $x = \frac{\lambda}{2}$  の點に於て、密度が極小になることは、圖から容易に想像される。何んとなれば、その左右の點を考へると、左側に在る質點は左の方へ、右側に在るものは右の方に變位する。故にこの點に於ては最も稀薄になる。また  $x = \lambda$  の點に於ては、その左側のもものは右に、右側のもものは左の方に變位する。それ故、此所が最も濃厚になる。

【注意2】 質點の變位と密度の變化とを混同して考へぬように注意せねばならぬ。よく質點の變位の最大なる部分に於て密度の變化も最大であると思ひ誤ることがあるけれども、上の説明で明らかのように、變位の最大の所は密度の變化は最小である。即ち變化はないのである。

§96. 單純音<sup>(1)</sup>及び合成音<sup>(2)</sup>. 吾々は、前節に於て媒質の質點が單振動を爲すものとして、それによつて生ずる波を論じた。然し、實際音の場合に於ける空氣の振動は、普通このような單純なものではない。従つて、その波の形も普通正弦波ではない。然るにフーリエ<sup>(3)</sup>は如何なる波でも正弦波に分解し得る事を數學的に證明した。従つて、各質點の振動も亦單振動の合成され

(1) Simple tone; der einfache Ton. (2) Resultant tone; der zusammengesetzte Ton. (3) Fourier (1768—1830).

たものと見なすことができる。これ即ち單振動の名のある所以である。このことをフーリエの定理と云ふ。従て音波をこの定理によつて分解すると、正弦波の和として表はし得る。音波が正弦波のときにはその音を單純音といひ、之に對して數個の單純音を合成したものを合成音と云ふ。

【注意】 棒の先きにコルク栓或はゴム栓のような軟かいものを附けて音叉の平たい面の上端を打つと、初めは調子の高い音が混つて聞えるが、僅かの時間の後、それは消へて、その後によく澄んだいは、少しも味はいのないような音が聞へる。容易に得られる音の中、これが單純音に最も近いものである。普通の樂器の音、人の音聲等は、いづれも合成音である。

合成音を構成して居る單純音の中で振動の最小のものが振幅が最大である。従て、強さも最大である。之を基礎音<sup>(1)</sup>といひ、他のものを陪音<sup>(2)</sup>といふ。そうして、陪音の振動數は基礎音の振動數の整數倍になつて居る。基礎音の二倍、三倍、……の振動數を有するものを、それぞれ第一、第二、……陪音といふ。

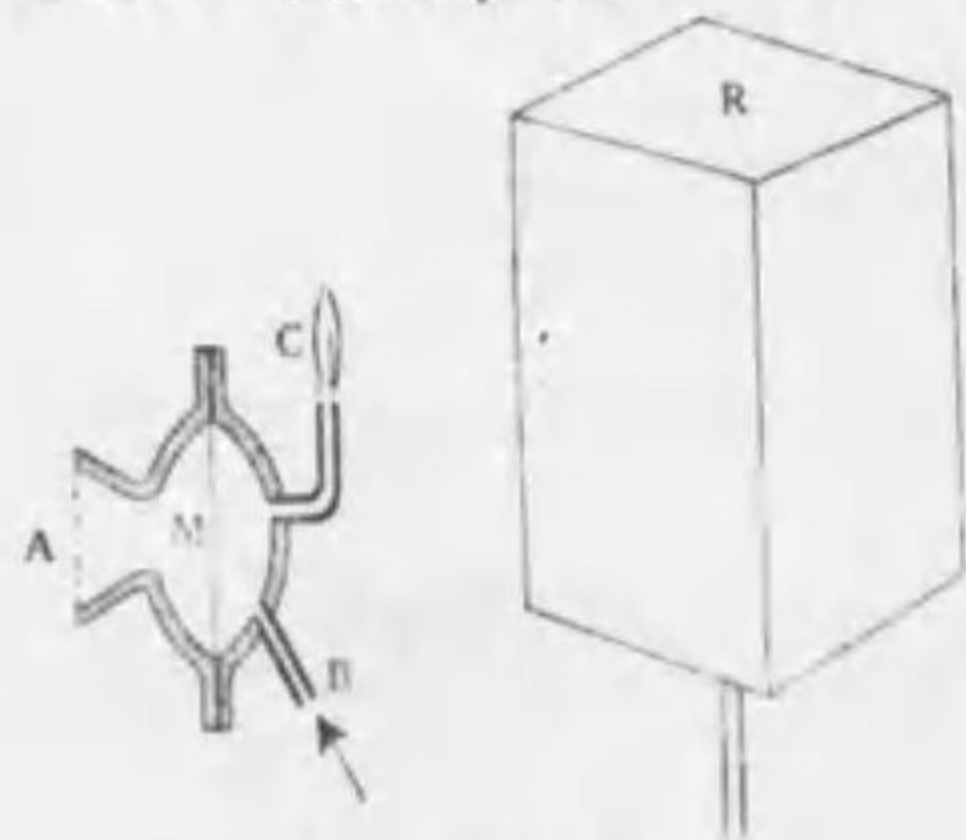
音を合成して居る單純音の中で基礎音が最も強いため、音全體としての強さ及び調子は、基礎音の強さ及び調子で定まる。即ち、吾々がある音の調子といつて

(1) Fundamental tone; der Grundton. (2) Over tone; der Oberton (der Nebenton).



居るのは、實はその基礎音の調子を指して居るのである。

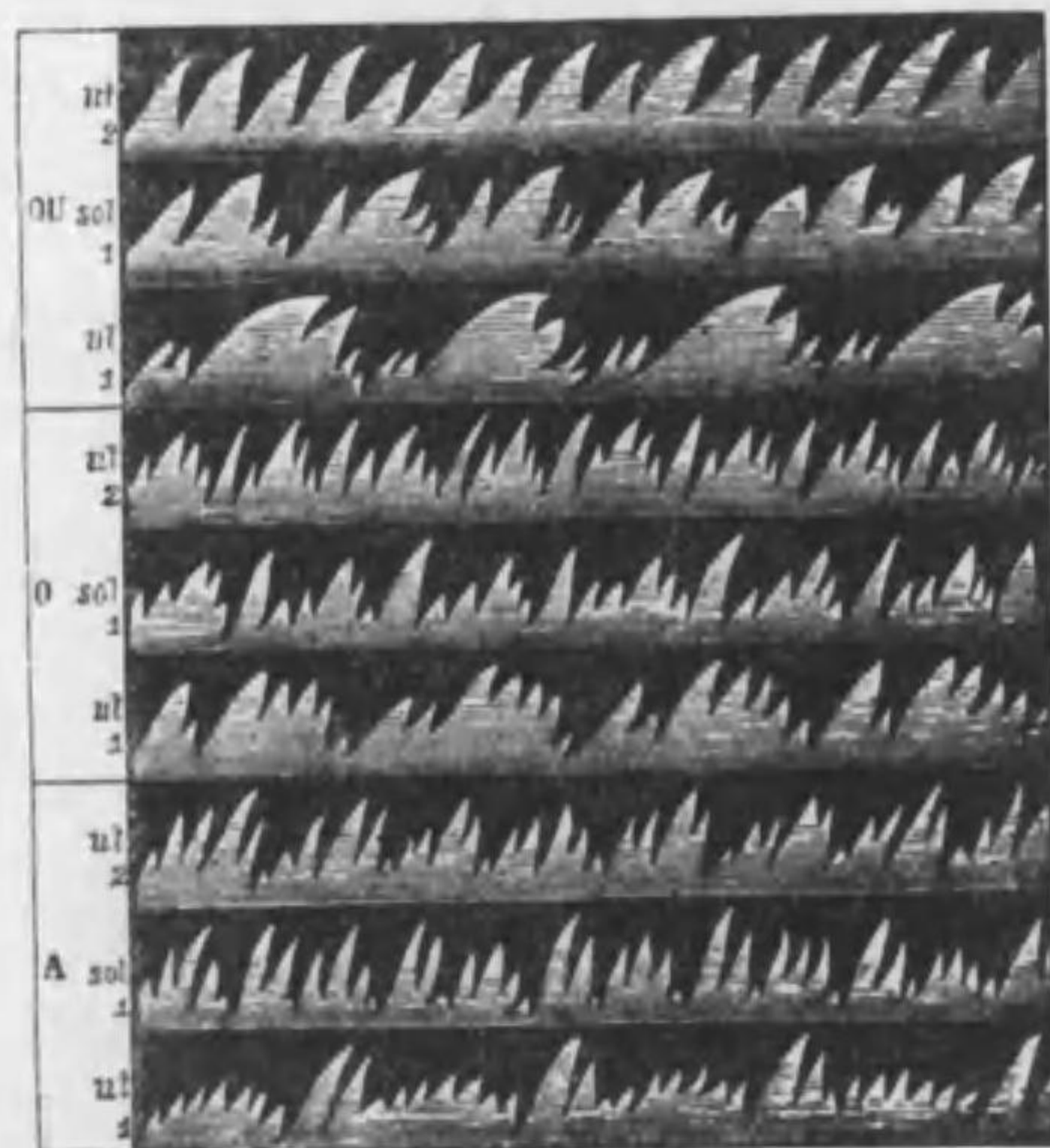
二つの合成音の基礎音の振動数が等しくても、之に加はるべき陪音の種類及び強さが異なるときは、異なる音の感<sup>(1)</sup>を生ずる。これが音色と稱せられるものである。



である。

音によつて音色の違ふのは、陪音の異なるため、いひ換へると音波の形が違ふためであることは、第171圖のような装置で観ることができ<sup>(1)</sup>る。圖のMはゴム<sup>(1)</sup>の薄い膜であつて、Aの口から音波を送ると、その波

第171圖  
形に應じて振動する。故にBの口からガス(アセチレンガスを用ふると焰の色が白くてよくわかる)を送り、Cで燃して置くと、Mの振動に伴ひガスの出る量が變化し、これに伴つて焰の大きさが變化する。その變化はそのまゝでは見ることができないが、廻轉鏡



第172圖

(1) Colour of tone ; die Klangfarbe.

Rに映して見ると、第172圖に示すように、音色の異なるに従つて波形の相違を現はす。このような焰をケ-ニツビ<sup>(1)</sup>の振動焰<sup>(2)</sup>といふ。

§97. 音波の反射及び定常波<sup>(3)</sup> 吾々は§73に於て激動が密度の異なる彈性媒質の境で反射する事を述べた。激動が密度の小なる方から大なる方に進んだ場合には、壓縮は壓縮として反射し、稀薄は稀薄として反射するが、密度の大小關係が逆であつたならば、疎密も亦反對になつて反射する事を述べた。これから、音波について先づ第一の場合、例へば音波が壁に當つて反射する様な場合を考へてみよう。

前述のように、普通音波は複雑な形の波であるけれども、フーリエの定理に依つて分解すると正弦波に



第173圖

なるから、その各の正弦波について論ずれば充分である。今、第173圖のOに於て音を出し、Oからlの距離に壁が在るとする。そ

(1) Rud König, (1832-1904). (2) Oscillating flame ; die schwingende Flamme. (3) こゝでは音波が壁のようなものに垂直に當り、反射してもと進んだ途を逆行する場合のみを考へ、斜に當つた場合は考へない。また反射の理論は深く考へない。是等のことは光の反射と同様に説明せられる。また音の屈折についてもその理論は光の場合と同様であるから、光の所を参照せられんことを望む。(4) Stationary (standing) sound wave ; die stationäre (stehende) Schallwelle.







ども、波の進む方向が反対であるから、その部分も壓縮される。即ち壓縮は壓縮として反射され稀薄は稀薄として反射される。

今第173圖のOから續いて音波をPに向つて送つたとすると、Pからは續いて音波が反射する故、OとPとの間の質點はこの兩方の影響を受ける。これによつて如何なる運動をするかを知るために、OとPとの間の一つの質點Qを考へ、

$$OQ=x \quad PQ=x' \quad \text{従つて} \quad x+x'=l$$

とする。そうすると、 $t$ なる時刻に於て質點Qは投射波によつて、

$$\xi_x = a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (5)$$

なる變位を受ける。また、反射波による變位は(3)に於て  $l$  の代りに  $l+x'$  と置けばよいから

$$\xi_{l+x'} = -a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{l+x'}{\lambda} \right) \quad (6)$$

故にQの變位は

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_x + \xi_{l+x'} = a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) - a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{l+x'}{\lambda} \right) \\ &= 2a \sin 2\pi \frac{l+x'-x}{2\lambda} \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{l+x+x'}{2\lambda} \right) \\ &= \left( 2a \sin 2\pi \frac{x'}{\lambda} \right) \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} \right) \quad (7) \end{aligned}$$

この式中、初めの( )の中のものゝは時間  $t$  に無關係で

あるから、

$$A = 2a \sin 2\pi \frac{x'}{\lambda} \quad (8)$$

と置くど、

$$\xi = A \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} \right) \quad (9)$$

となる。Aは(8)から容易に知らるゝように、 $x'$ の値によつては正或は負の値を取る。正のときは(9)はAを振幅とする單振動を表はす。また負のときには、その絶対値をA'とすると、

$$A = -A'$$

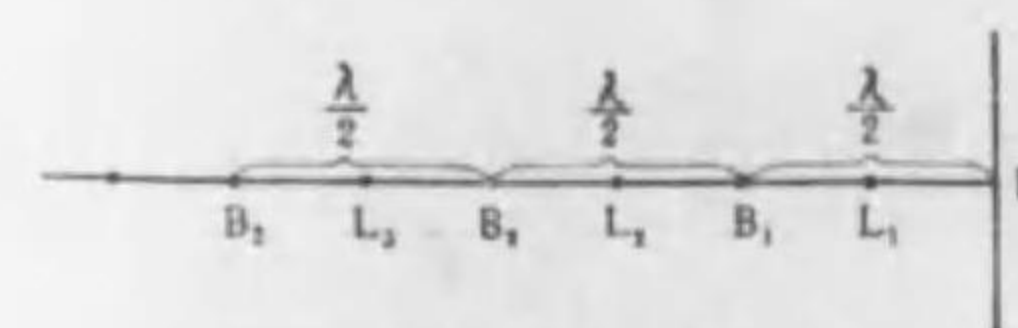
また、

$$\cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} \right) = -\cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{2} \right)$$

であるから之を上式の式に入れると、

$$\xi = A' \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{2} \right)$$

これ亦A'を振幅とする單振動を表はす。即ちOPの間の質點は何れも單振動をする。但し(8)から容易に分るように、 $x'$ が $\frac{\lambda}{2}$ の整数倍の點(第176圖のB<sub>1</sub>B<sub>2</sub>……)に



第176圖

於ては、 $\xi$ は何時でも零である。即ち質點は少しも運動しない。またP, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>……の相隣れる

點の中點L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>,……に於ては

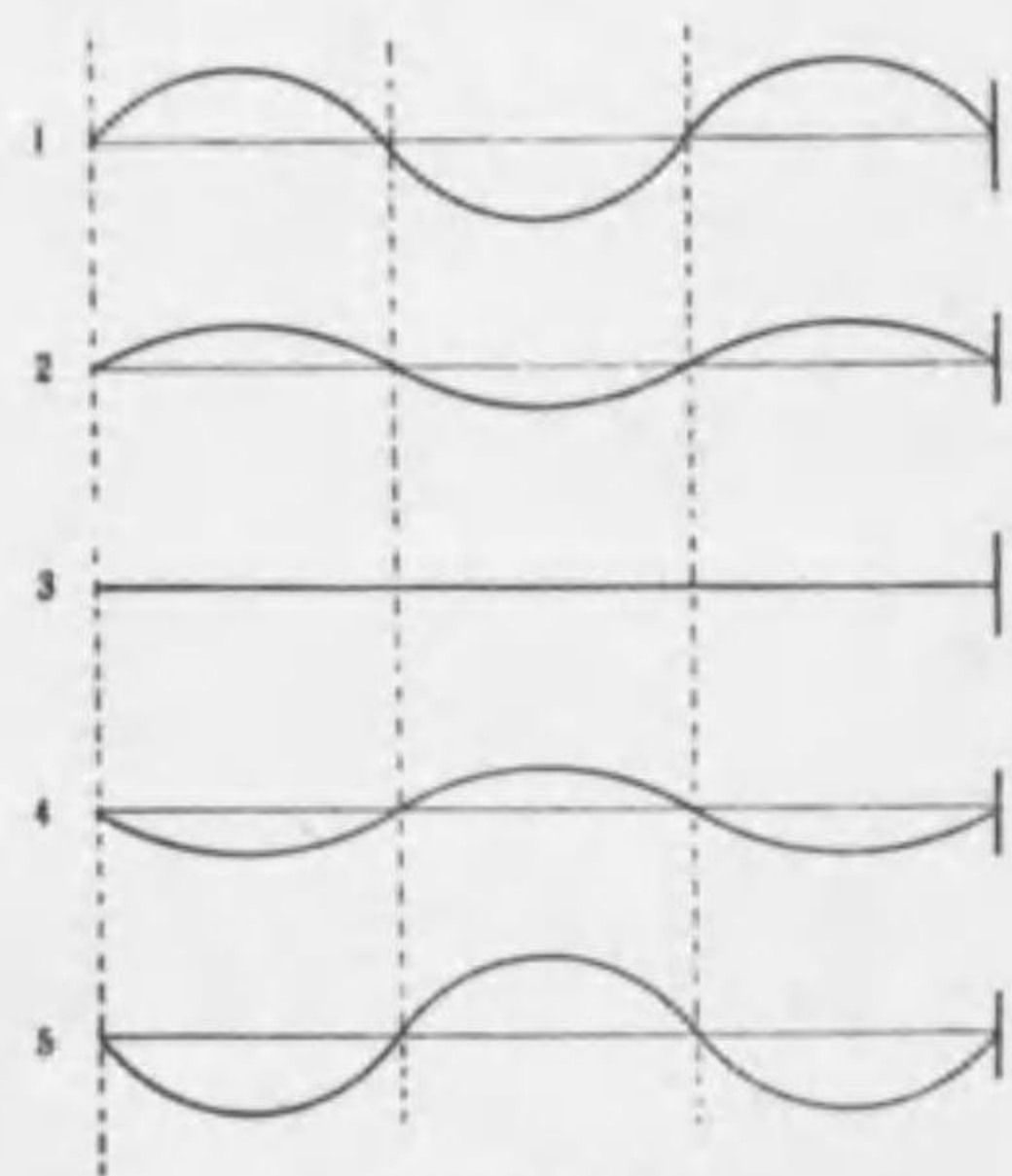


$$x' = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \quad (n \text{ は整数})$$

であるから、

$$A = \pm 2a$$

であつて、振幅が最大である。尙ほ、時間の経過に伴つ



第177圖

て各質點の變位の有様を示すと、第177圖のようになる。第177圖から容易に知らるゝ如く、この種の波は一方から他方に進行する事がないから、之を定常波といふ。これに對して、進行する波を進行波<sup>(1)</sup>といふ。定常波に於て運動せ

ざる點  $P, B_1, B_2, \dots$  を節點<sup>(2)</sup>といひ、最もよく運動する點  $L_1, L_2, \dots$  を腹<sup>(3)</sup>といふ。密度の變化は節點に於て最大、腹に於て最小、零である。

次に第173圖の壁の代りに、その左側の媒質よりも疎な媒質が在る場合を考へて見よう。このときは、反射波による質點の振動の位相は、投射波の位相と同一である。従つて、二媒質の境界は最もよく振動する。

(1) Progressive wave ; die Fortpflanzungswelle. (2) Nodal point ; der Knotenpunkt. (3) Loop ; die Bauchstelle.

その代りに密度の變化は最小である。簡單のため投射波と反射波の振幅が等しいとすると(7)に相當する式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \xi &= a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{l+x'}{\lambda} \right) \\ &= 2a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} \right) \cos 2\pi \left( \frac{x'}{\lambda} \right) \\ &= B \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

こゝに

$$B = 2a \cos 2\pi \left( \frac{x'}{\lambda} \right) \quad (11)$$

この場合には、 $x'$  が 0 又は  $\frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots$  が腹になる。故に  $P$  點は最もよく運動する點であつて密度の變化の最も少ない點である。

【注意】 音波が管中を傳播し管口に達したときには、上述の後の場合と同様の反射が起る。

§98. 喰り<sup>(1)</sup>. 振動数が僅かに異なる二つの音波が、同じ方向に進んで重なる場合には、第178圖に示すように、二つが互に助け合ふ所(圖の  $A$  及び  $C$ ) と、互に消し



第178圖

(1) Beat ; die Schwebung.



合ふ所(圖の B) とができる。之れを音の干渉<sup>(1)</sup>といふ。これを數學的に取扱ふために、二つの音波を相等しき振幅の正弦波とし、その週期を  $T$  及び  $T'$ 、波長を  $\lambda$  及び  $\lambda'$  とすると、ある點の變位は

$$\begin{aligned}\xi &= a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T'} - \frac{x}{\lambda'} \right) \\ &= a \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{Tx}{\lambda} \right) + a \sin \frac{2\pi}{T'} \left( t - \frac{T'x}{\lambda'} \right).\end{aligned}\quad (1)$$

またその振動数を夫々  $n$  及び  $n'$  とすると

$$\frac{1}{T} = n, \quad \frac{1}{T'} = n'$$

である。さうして、音の速度を  $V$  とすると、

$$\frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda'}{T'} = V$$

であるから、

$$\begin{aligned}\xi &= a \sin 2\pi n \left( t - \frac{x}{V} \right) + a \sin 2\pi n' \left( t - \frac{x}{V} \right) \\ &= 2a \cos 2\pi \left( t - \frac{x}{V} \right) \left( \frac{n' - n}{2} \right) \sin 2\pi \left( t - \frac{x}{V} \right) \left( \frac{n + n'}{2} \right).\end{aligned}$$

$n$  と  $n'$  とは僅かに違ふのであるから、

$$n' - n = \Delta n$$

と置くと、

$$\xi = 2a \cos 2\pi \left( t - \frac{x}{V} \right) \frac{\Delta n}{2} \sin 2\pi \left( t - \frac{x}{V} \right) \frac{n + n + \Delta n}{2}$$

さて  $\Delta n$  は  $n$  に比べて非常に小さいから、

$$\frac{n + n + \Delta n}{2} = n$$

(1) Interference; das Interferenz.

と置くことができる。故に、

$$\xi = 2a \cos 2\pi \frac{\Delta n}{2} \left( t - \frac{x}{V} \right) \sin 2\pi n \left( t - \frac{x}{V} \right).\quad (2)$$

さて、この右邊を次の二つの式

$$B = 2a \cos 2\pi \frac{\Delta n}{2} \left( t - \frac{x}{V} \right), \quad A = \sin 2\pi n \left( t - \frac{x}{V} \right)\quad (3)$$

に分けて考へてみると、二つともに單振動を表はすが、前者の振動数  $\Delta n$  は後者の振動数  $n$  に比べると非常に小さい。例へば、普通の音については  $n$  は毎秒數百のものであるが、 $\Delta n$  は毎秒數回若しくは數十回のものである。従て後の方の式であらはされる單振動が一回振動する間、前の方の式の表はす値は殆んど一定である。但し、 $B$  は正のこともあれば負の事もある。正の場合には、

$$\xi = B \sin 2\pi n \left( t - \frac{x}{V} \right)\quad (4)$$

と置けば、これは  $B$  を振幅とする單振動を表はすことが分かる。また  $B$  が負の場合には

$$B = -B' \quad B' > 0$$

とすると、

$$\xi = B' \sin \left\{ 2\pi n \left( t - \frac{x}{V} \right) + \pi \right\}\quad (5)$$

であるから、 $B'$  を振幅とする單振動を表はす。即ちいづれにしても、各の質點は單振動をする。但し、その振幅は徐々に變化する。そこで、ある一點の振動の有様



が時間とともに如何に變化するかを見るには、 $x$ にある特殊の値を與ふればよい。例へば、 $x=0$ の所では(2)は

$$\xi_0 = 2a \cos 2\pi t \frac{\Delta n}{2} \sin 2\pi n t.$$

即ち、その振幅は

$$B_0 = \left| 2a \cos 2\pi t \frac{\Delta n}{2} \right|$$

こゝに $||$ はその中の式の絶対値を表はす。 $\cos 2\pi t$ は $t$ が $t$ から $t+1$ まで變化すると、 $-1$ と $+1$ との値を各々一回宛取る。従て、 $\cos 2\pi t \frac{\Delta n}{2}$ は $t$ が $t$ から $t+1$ まで變ると $-1$ と $+1$ を各 $\frac{\Delta n}{2}$ 回宛取る。故に $B_0$ は毎秒 $\Delta n$ 回 $2a$ の値を取る。即ちある點に於て此の如き音を聞いたならば、毎秒、二つの音の振動数の差の回数だけ、音の強さが強くなり又弱くなる。故にこのとき聞ゆる唸りの數は二音の振動数の差に等しい。又或る瞬間に於て各質點が如何なる變位を受けて居るかを知るには(2)式に於て $t$ に、ある特殊の値、例へば $t=0$ と置けばよい。

§99. ドツプラーの效果<sup>(1)</sup> 音源と観測者とが互に相近づき、或は互に遠ざかるときは、音の調子が變化して

(1) Doppler's effect; der Dopplersche Effekt, Christian Doppler (1803-1853).

聞える。之をドツプラーの效果といふ。

I. 観測者が静止し音源が動くとき。(第179圖) 音源が耳に近づく場合には、發音體が波の或る部分、例へ



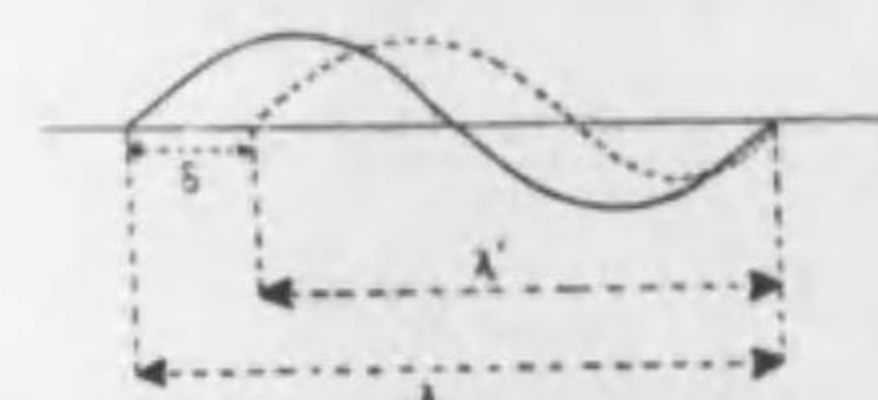
第179圖

ば濃厚部を送り出してから、次の濃厚部を送り出すまでに、それが耳の方に向

つて進行するから、波長は短くなる。今音が一波長進む間に、音源が $\delta$ だけ進んだとすると、波長は

$$\lambda' = \lambda - \delta$$

になる(第181圖)。従て見掛けの振動数は、



第180圖

$$n' = \frac{V}{\lambda'} = \frac{V}{\lambda - \delta}$$

となる。分母に $n$ を乗ると、

$$n' = \frac{nV}{n\lambda - n\delta} = \frac{nV}{V - a}$$

即ち

$$\frac{n'}{n} = \frac{V}{V - a} \quad (1)$$

但し、 $a$ は音源の速さである。 $a$ が $V$ に比して小なるときは

$$\frac{n'}{n} = \frac{1}{1 - \frac{a}{V}} = \frac{1 + \frac{a}{V}}{1 - \frac{a}{V}} = 1 + \frac{a}{V} \quad (2)$$



音源が耳から遠ざかる場合には,

$$\lambda'' = \lambda + \delta.$$

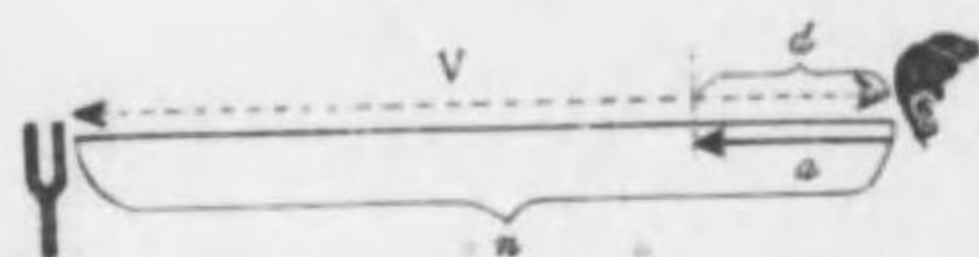
故に,

$$\begin{aligned} n' &= \frac{V}{V+a} n \\ \frac{n'}{n} &= \frac{V}{V+a} \end{aligned} \quad (3)$$

$a$  が  $V$  に比して小なるときは

$$\begin{aligned} \frac{n'}{n} &= \frac{1}{1 + \frac{a}{V}} \\ &= 1 - \frac{a}{V} \end{aligned} \quad (4)$$

II. 観測者が運動する場合. (第181圖) 音の速さを



第181圖

$V$  とすると、一秒間には耳から  $V$  の距離の間にある音波が耳にはいる。

耳が音源に向ひ速度  $a$  で進む場合には、その音波の外に、更に  $a$  なる距離の間に在る音波が耳にはいる。故に、 $a$  の中にある音波の数を  $d$  とすれば、この時耳に聞える音の振動数は

$$n' = n + d$$

然るに,

$$\frac{d}{n} = \frac{a}{V}$$

故に,

$$d = \frac{na}{V}.$$

依て,

$$n' = \frac{V+a}{V} n.$$

従て,

$$\begin{aligned} \frac{n'}{n} &= \frac{V+a}{V} \\ &= 1 + \frac{a}{V}. \end{aligned} \quad (5)$$

耳が音源から遠ざかる場合には,

$$\begin{aligned} \frac{n'}{n} &= \frac{V-a}{V} \\ &= 1 - \frac{a}{V}. \end{aligned} \quad (6)$$

(5) 及び (6) はそれぞれ (2) 及び (4) と同じ形である。



## 第十二章 發音體の振動

§100. 自由振動<sup>(1)</sup> 二つ或は二つ以上の物體から成る系に外力を加へて一旦安定平衡の状態を破り、外力を取り去るときは、普通内力の作用によつて再び安定の位置に歸る。然し、そのとき物體は運動のエネルギーを有つて居るから、安定の位置に止らずに更に變位し、また内力によつて安定の位置に歸る。このようにして振動する。このように、内力の作用のみによる振動を自由振動といひ、内力の外に週期的に變化する外力が作用して成す振動を強制振動<sup>(2)</sup>といふ。

物體の自由振動には種々の方法がある。例へば、兩端を固定した系に二つの質點  $M_1$  及び  $M_2$  を附けたも

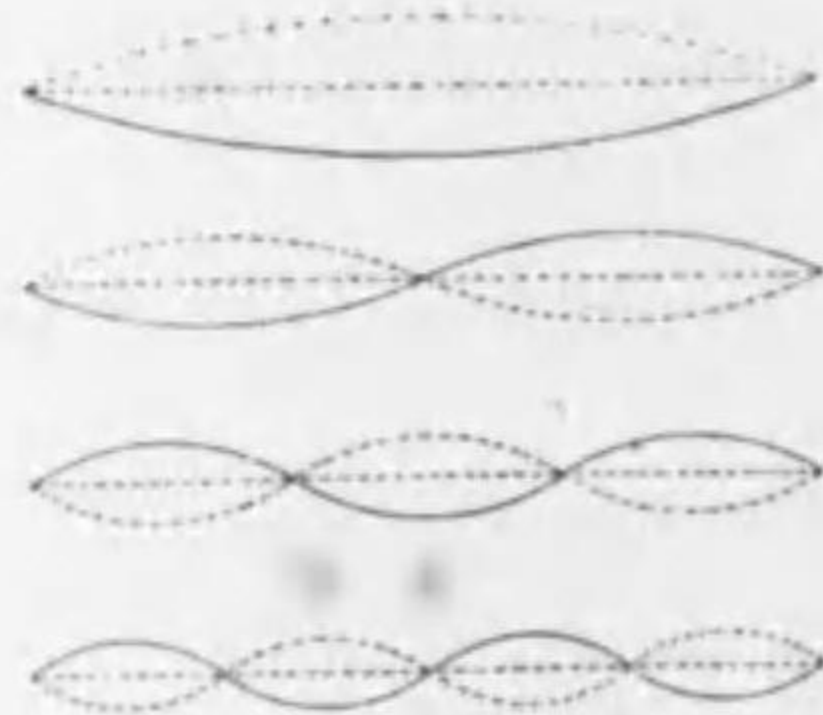


第182圖

のには、第182圖の I 及び II のような振動の方法がある。このような振動の方法の各々をそれぞれ一つの

(1) Free vibration ; die freie Schwingung. (2) Forced vibration ; die erzwungene Schwingung.

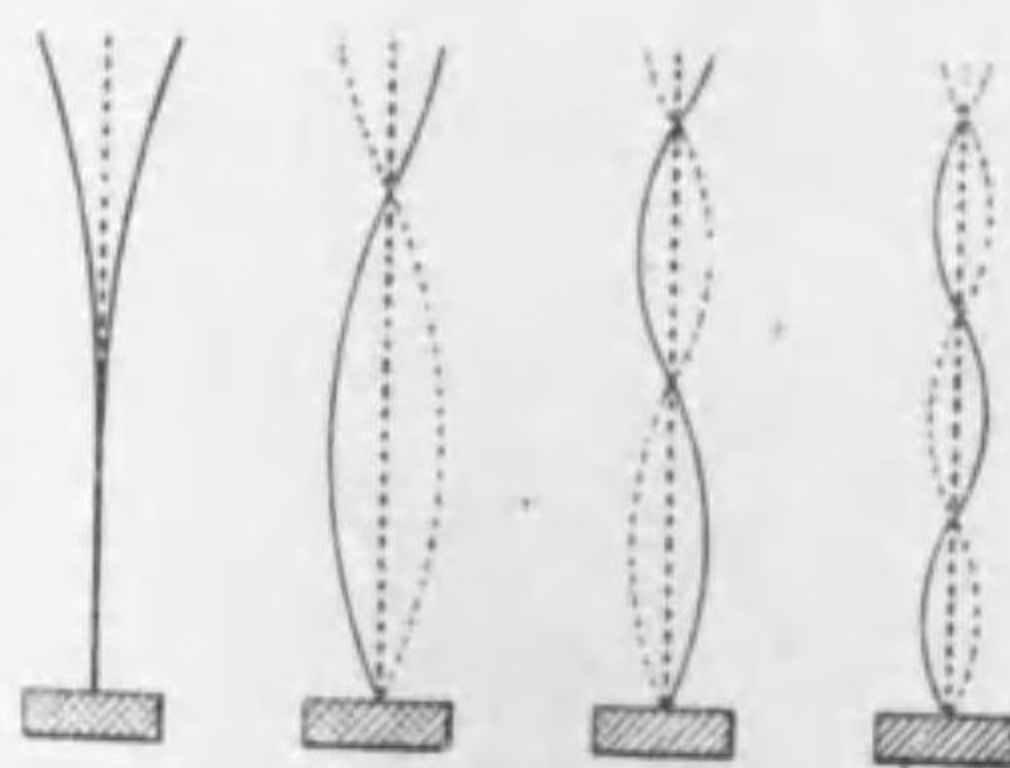
振動の様式<sup>(1)</sup>と名づける。その各々の様式には、それぞれ固有の振動數(從つて週期)がある。それを自然週期<sup>(2)</sup>といふ。連續體、例へば引き張つた弦、一端を固定した棒或は氣柱の如きものは、無限に多くの質點より成る系と見ることが出来るから、第183圖及び第184圖から容易に想像されるように、無数の振動の様式がある。



第183圖

ら容易に想像されるように、無数の振動の様式がある。

或る物體の系が爲し得る自由振動の中で、最も振動數の少ないものを基礎振動<sup>(3)</sup>といひ、他の振動を陪振動<sup>(4)</sup>といふ。實際



第184圖

の振動は普通是等の種々の振動の合成されたものである。物體が振動して音を出すとき、その基礎振動によつて出る音が基礎音であつて、陪振動によつ

て出る音が陪音である。

§101. 弦の振動<sup>(5)</sup> 弦の振動を論ずる爲に、引き張ら

(1) Mode of vibration ; die Schwingungsweise. (2) Natural period ; die natürliche Periode. (3) Fundamental vibration ; die Grundschiwingung. (4) Harmonic vibration ; die Nebenschwingung. (5) Chord ; die Saite.



れた糸のある所に激動を與へたとき、それが糸を傳播する速度を求めよう。

その速度は與へた激動の形ちには無關係である故、最も簡単な場合について論ずればよい。今、第185圖に



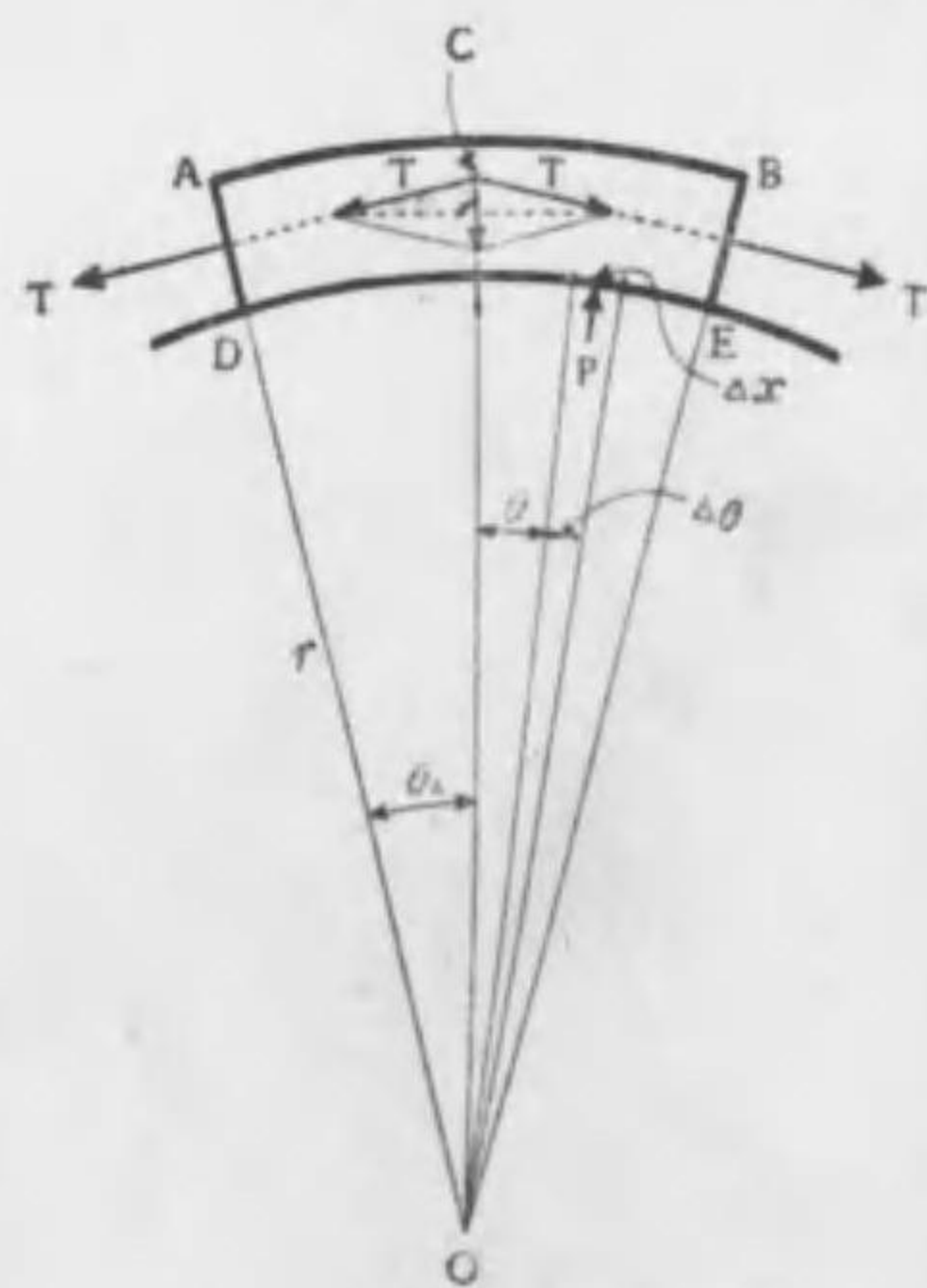
第185圖

示すように、半径  $r$  なる圓形の環内に糸を通してそれを張力  $T$  で引くと、糸が管の内面を押す。先づ、その壓力を計算する。

第186圖 ABED を糸の極短い一部分とし、 $O$  を圓環の中心とする。糸の單位の長さが圓環を押す壓力を  $p$

とすると、圓環は之と大き相等しく方向の逆な力で糸を外に向つて押す。故に ABED はその兩端に作用する張力  $T$  と環より受ける壓力單位の長さにつき  $p$  によつて平衡を保つて居る。その平衡條件を論ずるには、之を剛體とみなすことができる故 (§58),

張力  $T$  をその作用線上の  $C$  に移し、その合力を求める (§41)。これは角  $AOB$  の二等分線上に在つて  $O$  の方に



第186圖

向ふ。角  $AOC = \theta$  とすると、この合力の大きさは  $2T \sin \theta$  である。

次に、DE 中の更に短い部分  $\Delta x$  を取ると、その部分に於ける糸に及ぼす壓力は  $p \Delta x$  である。 $\Delta x$  の  $O$  に於ける角を  $\Delta \theta$  とすると、

$$p \Delta x = p \cdot r \Delta \theta.$$

この力の  $OC$  の方向に於ける分力は、

$$p r \Delta \theta \cos \theta$$

である。故に、DE 全體に於て  $OC$  の方向に糸に及ぼす壓力を求めるには、之を  $\theta = 0$  から  $\theta = \theta$  まで加へて二倍すればよい。その結果は、

$$2 p r \sin \theta.$$

である。

【注意】 この計算は次のようにすればよい。

$$2 \int_0^{\theta} p r \cos \theta d\theta = 2 \left| p r \sin \theta \right|_0^{\theta} = 2 p r \sin \theta.$$

依つて、平衡の條件は

$$2 p r \sin \theta = 2 T \sin \theta.$$

$$p = \frac{T}{r}.$$

(1)

次に環を固定し、糸に  $T$  なる張力を與へながら之を一方に  $V$  なる速さにて引けば、糸の各點は環内で圓運動をするから、外の方に向つて環壁を離れようとする。



その力は、單位の長さについて  $\frac{dV^2}{r}$  である (§30)。但し  $d$  は糸の單位の長さの質量である。依て

$$\frac{T}{r} = \frac{dV^2}{r}$$

即ち

$$V = \sqrt{\frac{T}{d}} \quad (2)$$

であるならば、糸は管の内面に少しも壓力を與へる事もなければ、又外側の環壁を壓する事もない。此關係は糸を固定して置いて環を動かす場合も同様である。

さて、今引き張られた糸に於て圓形を爲した激動が  $V$  なる速さで進行して居るとする。之を、第187圖のように、この圓形の糸がはまるだけの環で包み、それを  $V$  なる速さで動かしたとすれば、環の内壁には少しの



第187圖

壓力をも及ぼす事なき故、激動の傳播する速さ  $V$ 、糸の張力  $T$  及び糸の單位の長さの質量  $d$  の間には (2) の關係が成立せねばならぬ。吾々は、§74 に於て、彈性體の棒の中を激動が傳播する速さ  $V$  につき、

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

なる式を得た。こゝに、 $E$  はヤング率  $\rho$  は密度である。

上に得たものは、これとよく似て居る。

さて、弦の振動は §97 に述べた定常波であつて、或る進行波とそれの方向を反對にした波との干涉に依て生じたものと考へられる。その進行波については今論じた如く、

$$V = \sqrt{\frac{T}{d}} \quad \text{そして} \quad n = \frac{V}{\lambda}$$

である故に、その干涉によつてできたものについてもこの關係が成立する。従つて上の二つの式から

$$n = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{T}{d}} \quad (3)$$

第188圖のように、弦の兩端が節になり、その中間に唯一つの腹があるときは、

$$l = \frac{1}{2} \lambda$$



第188圖

であるから、このときの振動数を  $n_1$  とすると、

$$n_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{d}} \quad (4)$$

また、腹が二つあるときは、 $l = \lambda$  であるから、このときの振動数を  $n_2$  とすると

$$n_2 = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{T}{d}} \quad (5)$$

以下同様である。



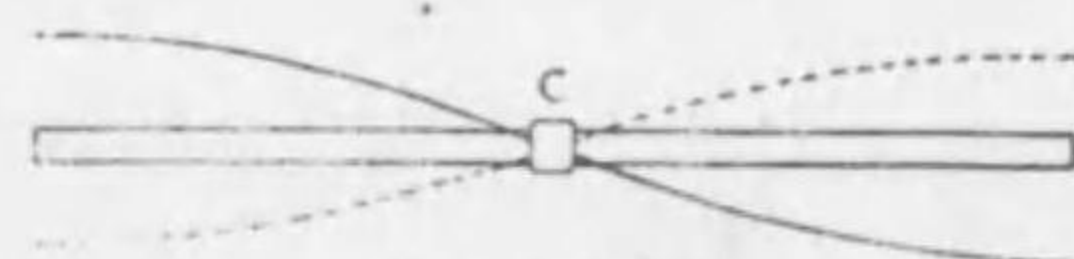
§ 102. 棒及び氣柱の振動. 激動が彈性棒を傳はる速さは §74 により

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

である。但し、 $E$  はヤング率  $\rho$  は密度である。故に棒が縦に振動するときの振動数は

$$n = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1)$$

である。そうして、第 189 圖のように棒の真中に唯一つ節があるとき、棒の長さを  $l$  とすると、

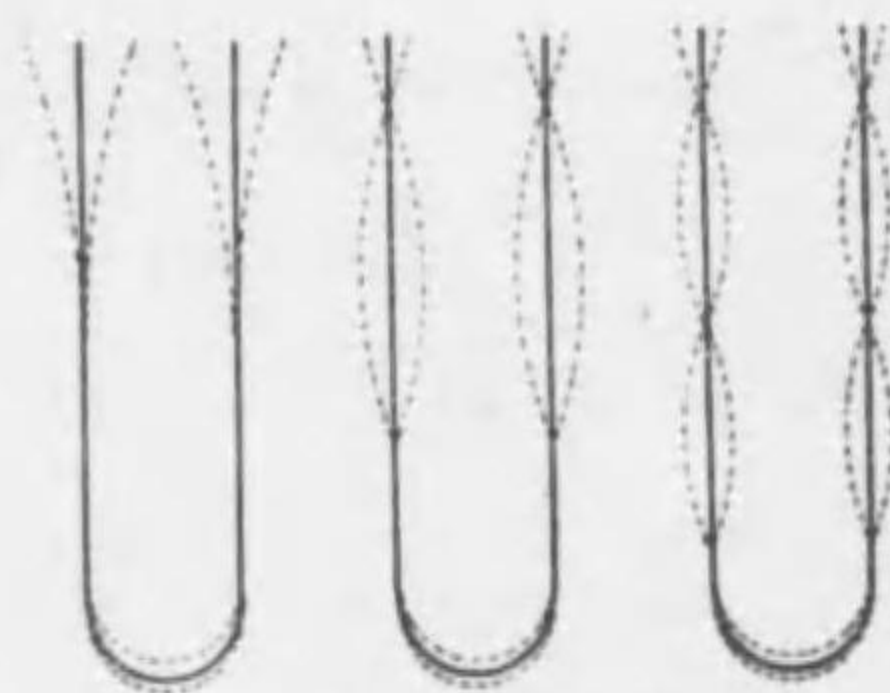


第 189 圖

$$l = \frac{1}{2} \lambda$$

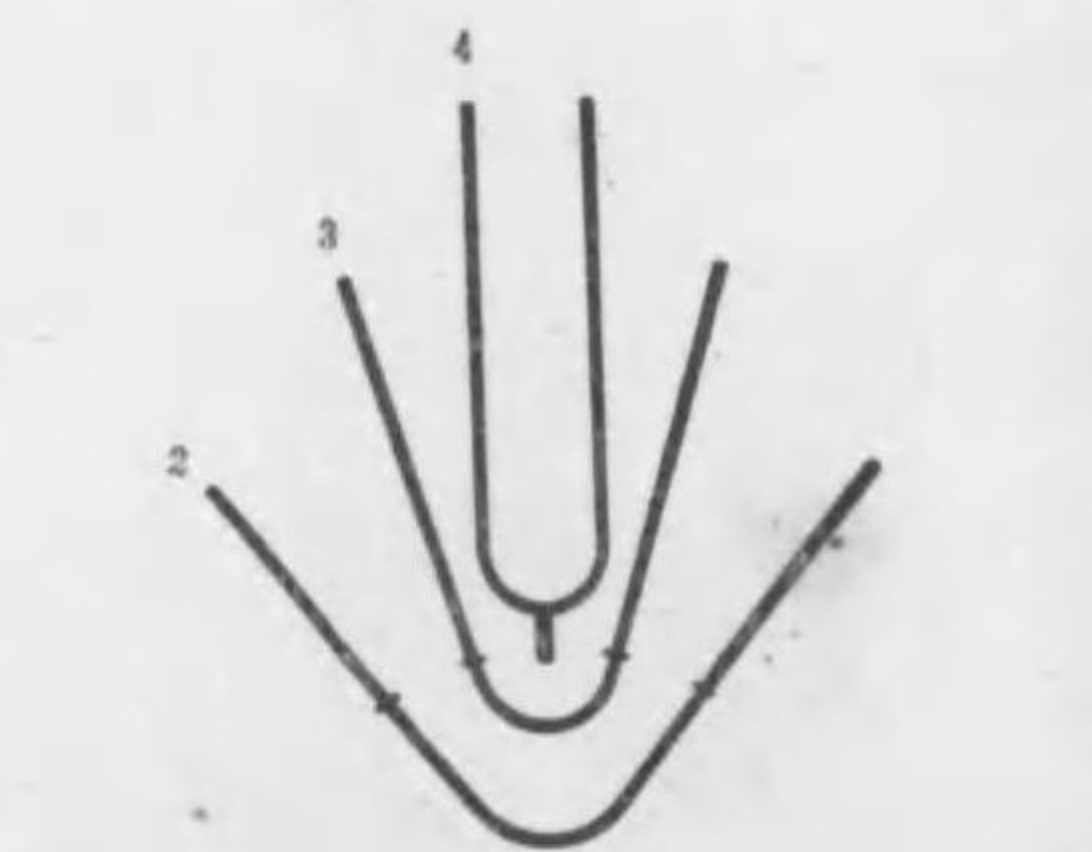
であるから、

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2)$$



第 190 圖

音叉の振動は第 190 圖に示すように、一種の



第 191 圖

(1) Gas-column ; die Gassäule. (2) Tuning-fork ; die Stimmgabel.

棒の横振動である。このことは第 191 圖のように棒を 1,2,3,4 の如く段々に曲げたものとすれば、容易に理解される。

氣體中の音の速さは §74 により、

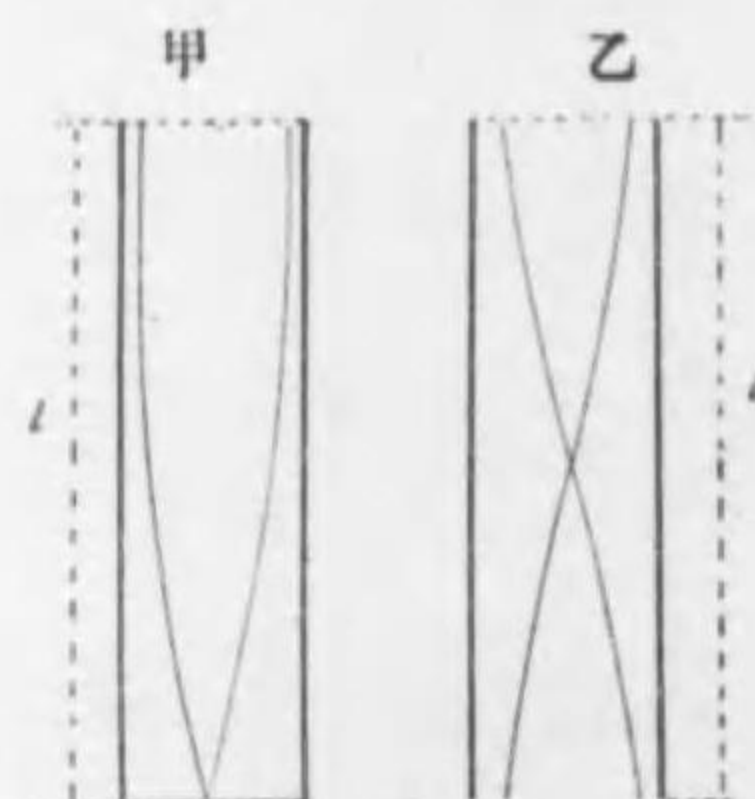
$$V = \sqrt{\frac{k}{\rho}}$$

である。こゝに  $k$  は體積の彈性率、 $\rho$  は密度である。

故に氣柱の振動数は、

$$n = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{k}{\rho}} \quad (3)$$

従つて、第 192 圖甲のように、一端の開いた管中の氣柱



第 192 圖

の基礎振動では、

$$l = \frac{1}{4} \lambda$$

であるから、

$$n = \frac{1}{4l} \sqrt{\frac{k}{\rho}} \quad (4)$$

又同圖乙のように両端が開いた管のときは、その真中が節で、

両端が腹であるから、

$$l = \frac{1}{2} \lambda.$$

故に、

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{k}{\rho}} \quad (5)$$

である。

§ 103. 共鳴. 一つの物體或は物體の系に週期的の

(1) Resonance ; die Resonanz.

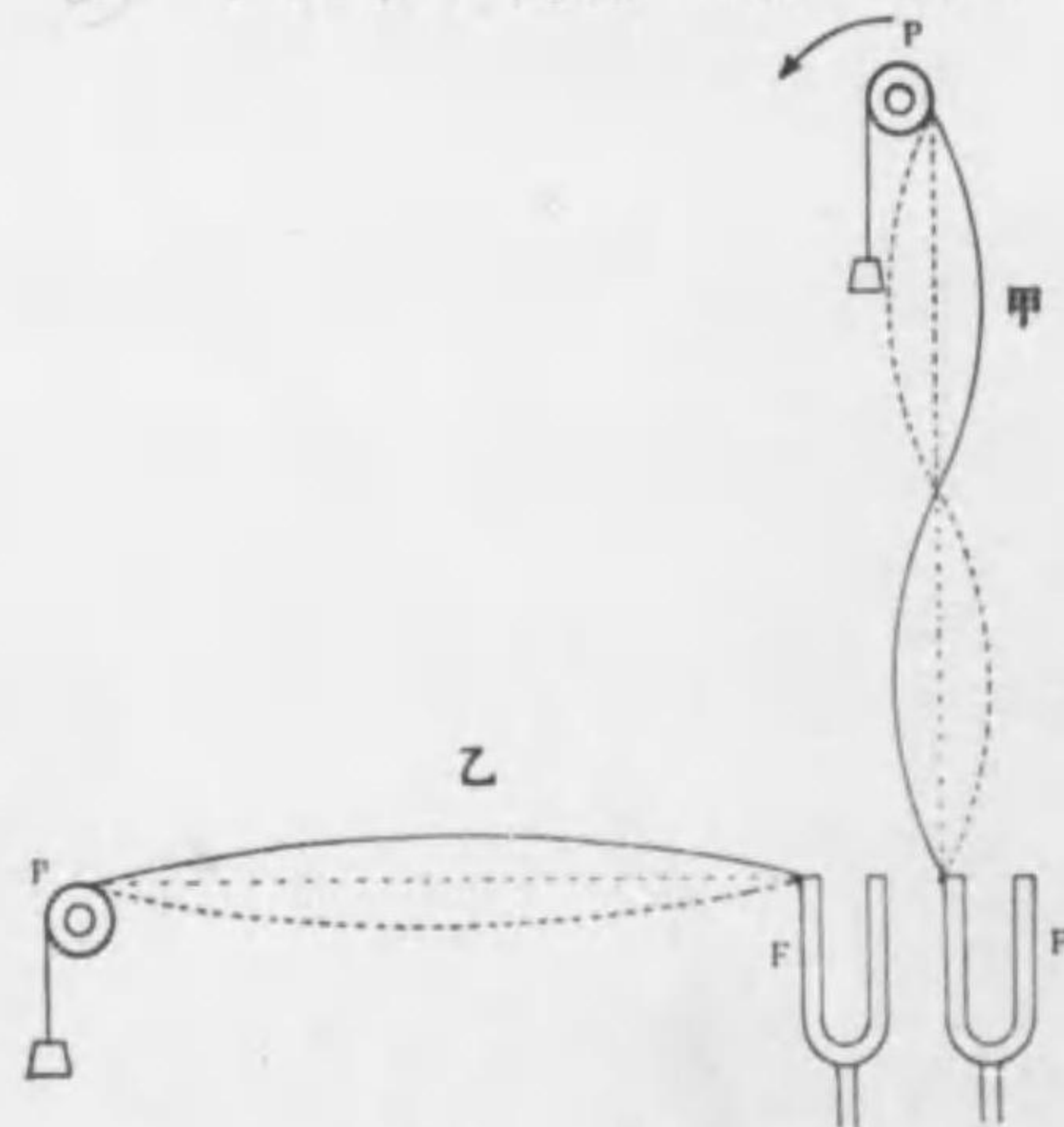


外力が作用するとき、その週期がその系の自由振動の週期と一致した場合には、振幅が次第に大きくなる。之を共鳴といふ。

【注意】 このときにも振幅は限りなく大きくはならない。何となれば、振幅が大きくなればなる程摩擦により熱として放散するエネルギーが多くなる。故に、外から與へるエネルギーが放散するエネルギーに等しくなると、それ以上振幅は増さない。

同一の自由振動の週期を有する二つの發音體を接近して並べ置き、その一方を發音せしめると、他方は共鳴に依て發音する。次に共鳴に關する二三の實驗を述べる。

1. <sup>(1)</sup>メルデの實驗. 第193圖甲のように、音又の先に糸を附け、之を滑車Pにかけ、その端に錘をつけて垂らし、音又を振動せしめ置き



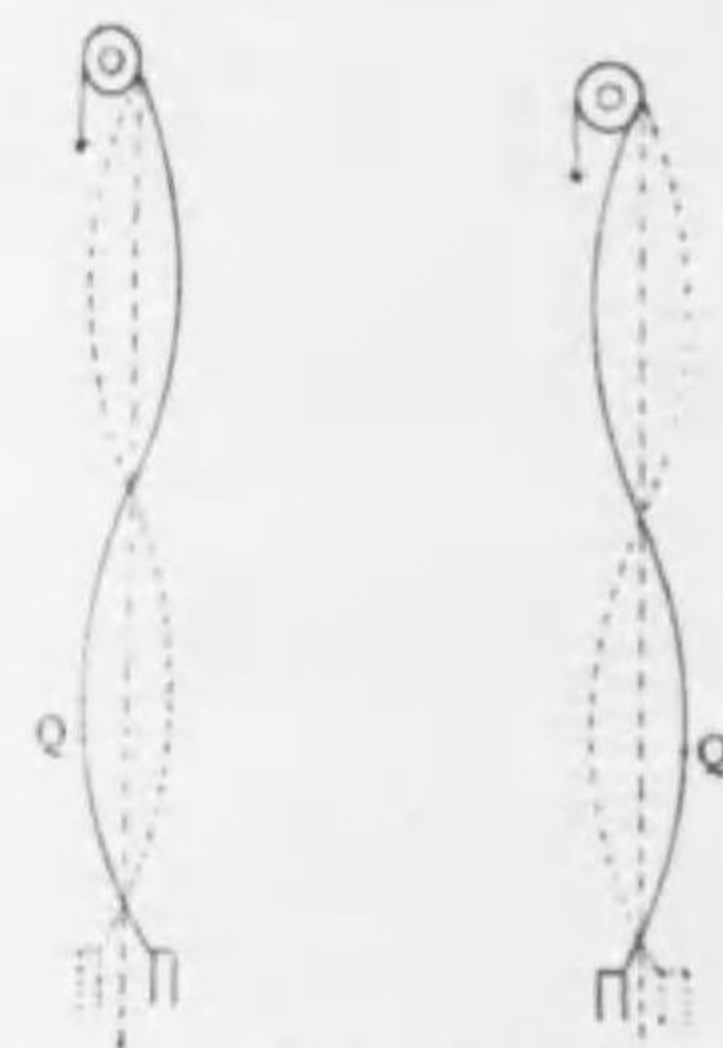
第193圖

(1) Melde.

に糸を附け、之を滑車Pにかけ、その端に錘をつけて垂らし、音又を振動せしめ置き糸の長さや張力を色々に加減し、圖に示すように糸の真中に一

つの節ができて振動するようにする。次に、これをそのまゝ倒して、同圖乙のように糸の方向を變へると、こんどは糸の真中が腹になつて振動する。

その譯は次のようである。第193圖甲のようにした

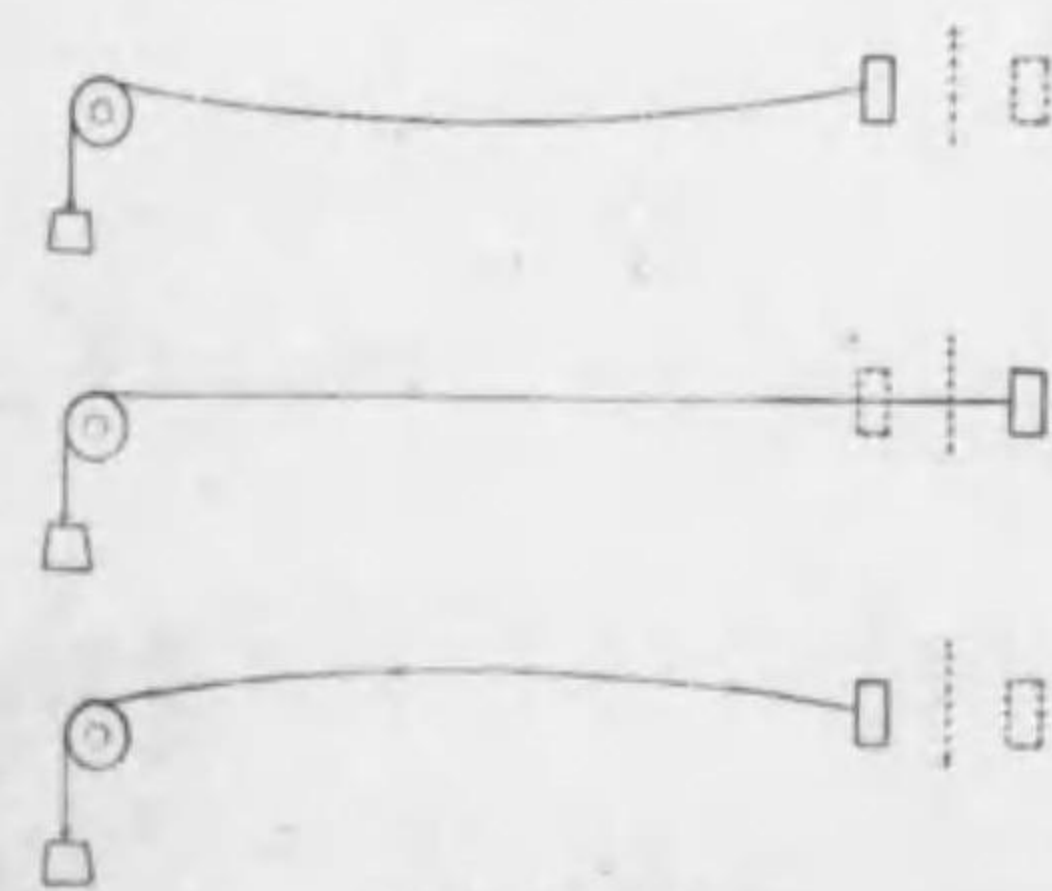


第194圖

ときは、第194圖に示すように、糸の下半の一點Qを考へてみると、音又が左に振れたときはQは右に振れ、音又が右に振れたときはQは左に振れる故、糸の各點の振動數と音又の振動數とが等しくなる。依つてその振動數をnとすると、

$$n = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{T}{d}} = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{T}{d}}$$

但しλ, T及びdは§10と同様のもの、lは糸の長さを表はす。然るに第193圖乙のようにすると、第195圖に示すように、音又が一振動するとき、糸は半振動する。例へば、音又が左に寄つたとき、糸は下の方に振れ、音又が右に寄つたとき



第195圖



には糸は最も強く引き張られ、音叉が左に寄つたときは糸は上の方に振れる。故に、糸の各點の振動數を  $n'$  とすると、これは音叉の振動數の半分である。即ち、

$$n' = \frac{1}{2}n$$

このとき糸の波長を  $\lambda'$  とすると、

$$n' = \frac{1}{\lambda'} \sqrt{\frac{T}{d}}$$

故に、

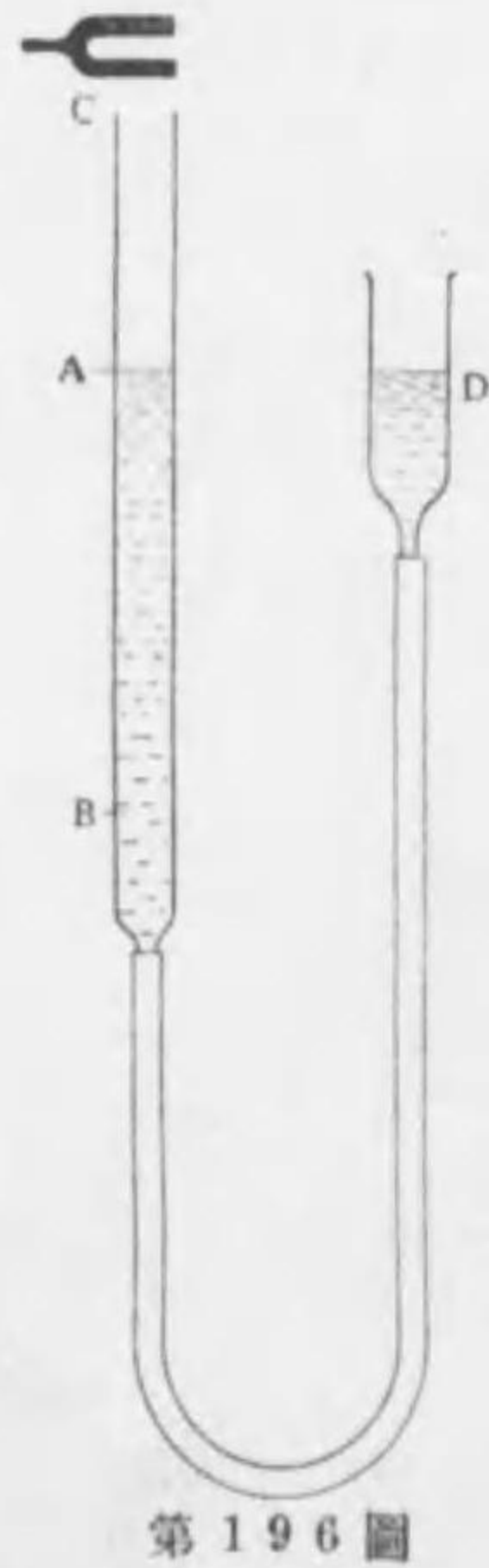
$$\frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{2l}$$

即ち、

$$l = \frac{1}{2}\lambda'$$

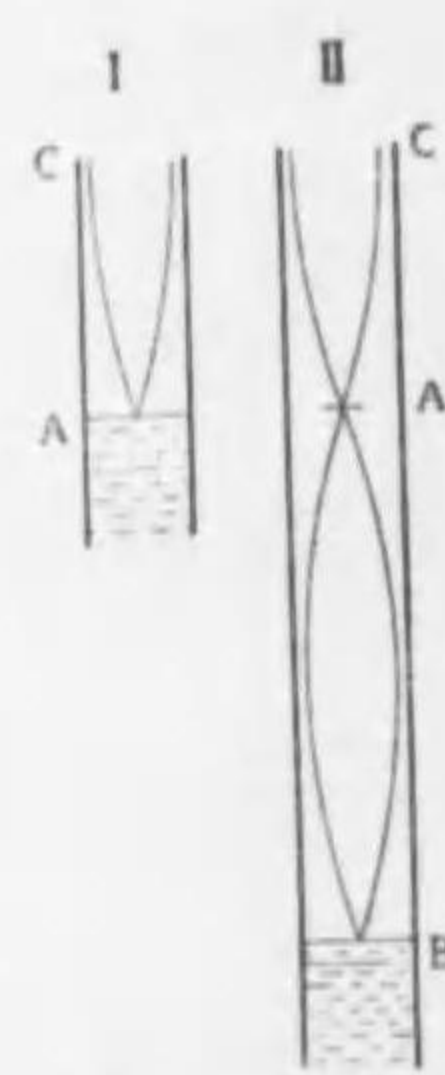
依つて、糸の長さが半波長となり第193圖乙のように振動するのである。

Ⅱ. 音叉の振動數の測定. 氣柱の振動と音叉の振動との共鳴を利用して音叉の振動數を測る事ができる。それには、第196圖の様な装置を用ひる。圖の AB 及び D は硝子管で、その下端をゴム管で連絡してある。これに水を入れ、D を昇降すると、AB 管中の水面の高さを變へて氣柱の長さを色々に変へることができる。管口 C



第196圖

で音叉を鳴らし置き、氣柱の長さを次第に長くし、初めて最もよく音叉と共鳴する點を A とすると、このとき氣柱の振動は第197圖 I のようになる。



第197圖

次に、管中の水面を下げ、第二に共鳴する點を B とすると、氣柱は第197圖 II のように振動する。故に

$$AB = \frac{1}{2}\lambda,$$

$$n\lambda = V.$$

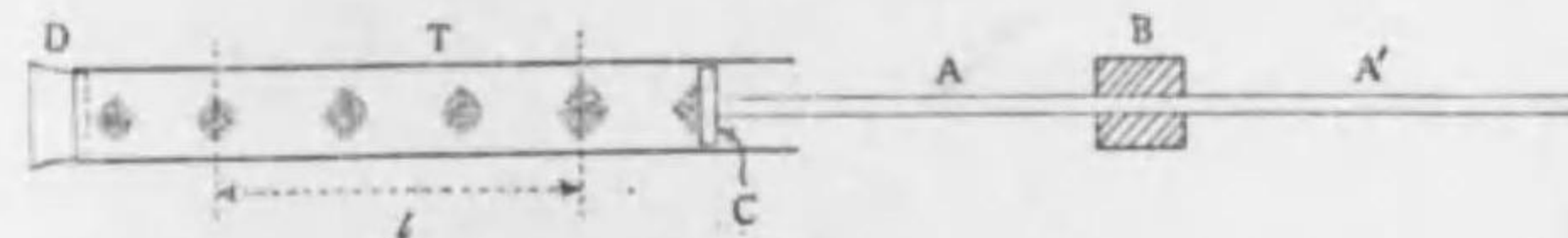
従て、

$$n = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{2AB}.$$

$V$  は知れてゐるから、 $AB$  を測れば  $n$  を算出する事ができる。但し、 $AC$  を測る事によつても亦  $n$  を決定し得る。併し、 $C$  は實際上の腹にならぬ。管の内半徑を  $r$  とすると、腹は  $C$  より  $0.57r$  だけ上になる。故に

$$\frac{\lambda}{4} = AC + 0.57r$$

Ⅲ. クントの<sup>(1)</sup>實驗. 第198圖の T は硝子管、D はコル



第198圖

(1) August Kundt (1838-1894).



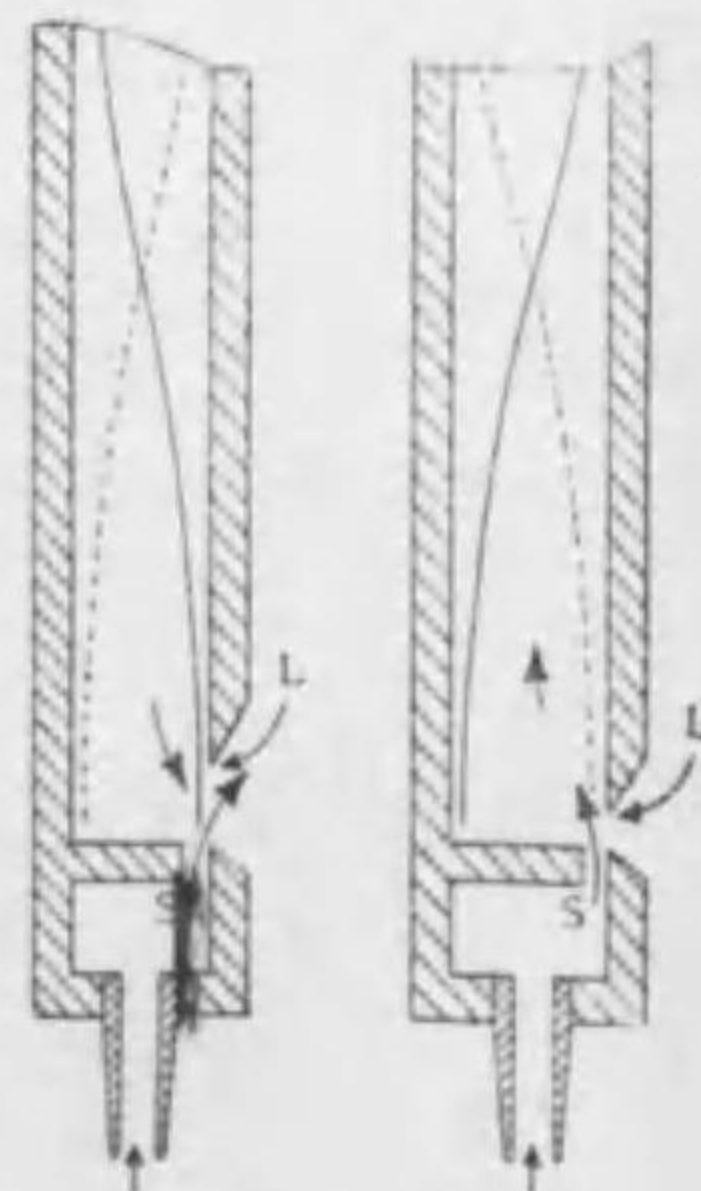
ク栓, AA' は硝子又は金屬の棒で C はコルクである。T の中に石松子の粉を入れて AA' の中央を B で固定し, 棒を摩擦して縦に振動せしめ, C と D の距離を適當にすると, 管中の空氣が棒の振動に共鳴して振動し石松子の粉は節に集る。その相隣れる節の距離は  $\frac{1}{2}\lambda$  であるから, 之を測れば  $\lambda$  を知る事ができる。即ち, 二つの粉のかたまりの中心間の距離  $l$  をその中間にある間隔の數で割ればよい。然るに音の速さは,

$$V = n\lambda$$

であつて,  $V$  が知れてゐるから, 棒の振動數  $n$  を知る事ができる。また此中に他のガスを入れて實驗し, そのガス中に於ける音の速度と空氣中に於ける音の速度との比を求めることができる。

#### §104. 笛. I. オルガン管<sup>(2)</sup>

オルガン管の鳴る理は次のようである。第199圖の小孔 S から空氣を噴出させると, L なる楔狀の先に當つて之が複雑なる振動をする。その振動を分解すればその中には管中の氣柱の振動と週期を等しくするもの

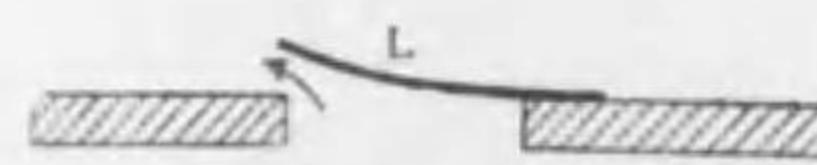


第199圖

(1) Flute ; die Flöte. (2) Organ pipe ; die Orgelpfeife.

がある故に, 管中の空氣は之に共鳴してその管固有の音を發する。故に, この時 L の振動はたゞ管内の空氣の振動を誘起するに止まり, 自己の振動は發音の主なるものではない。尺八, 横笛の如きものは, 皆之と同一種類の笛である。

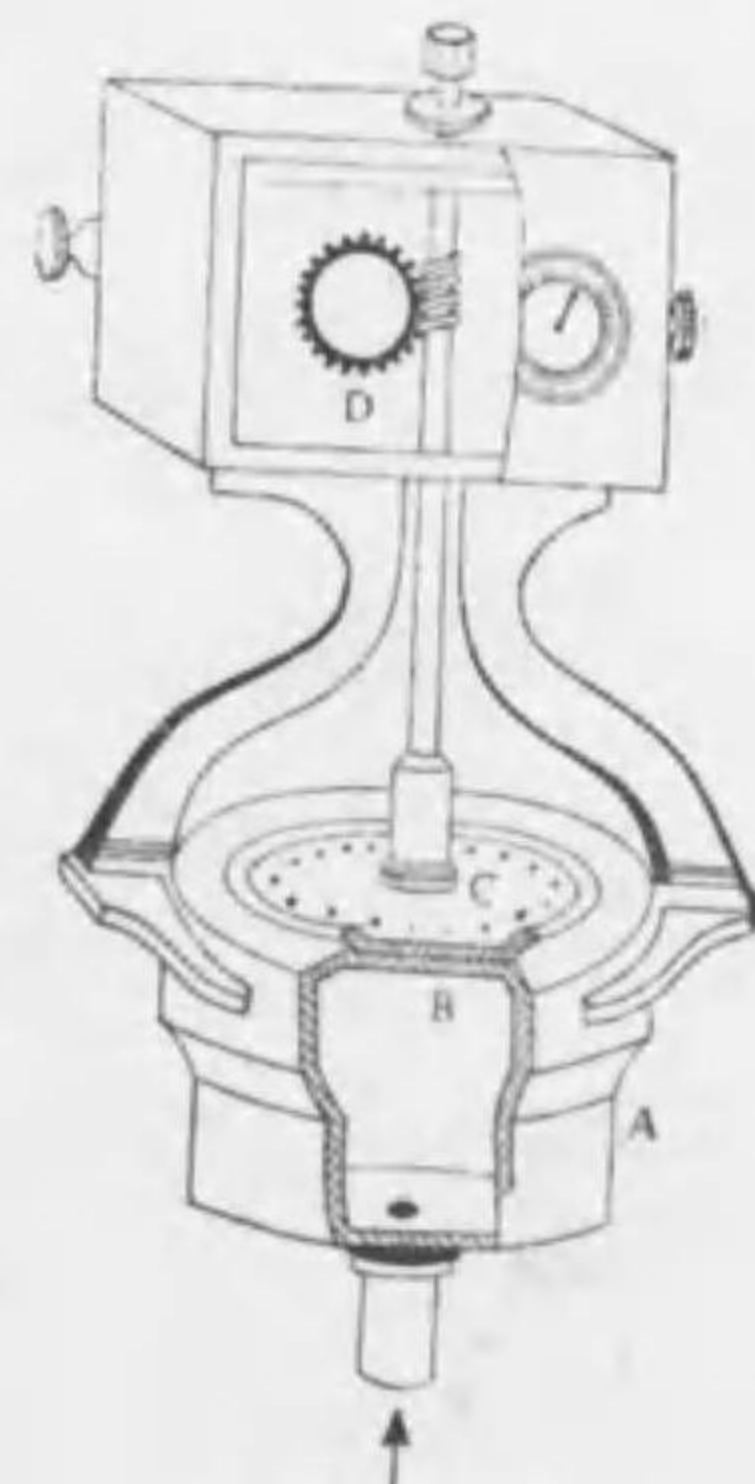
II. 舌管<sup>(1)</sup> 第200圖のように, 金屬板の孔を, 一端を固定した金屬の細長い板で覆ひ, その孔を通して強く空氣を噴出せしめると, 金屬板は横の振動をする。その爲に空氣の流出する口を開閉し, 金屬板の振動數と相等しき調子の音を發生する。この種の笛を舌管といふ。



第200圖

【注意】我國で俗にオルガンと稱してゐる樂器の笛は此種のものである。

§105. サイレン<sup>(2)</sup> サイレン(第201圖) は音の振動數を計る器械である。圖の A は圓筒狀の箱で, その蓋となる板 B には, 一圓周上に等距離に配列した孔がある。その蓋の上に鉛直軸の周りに廻

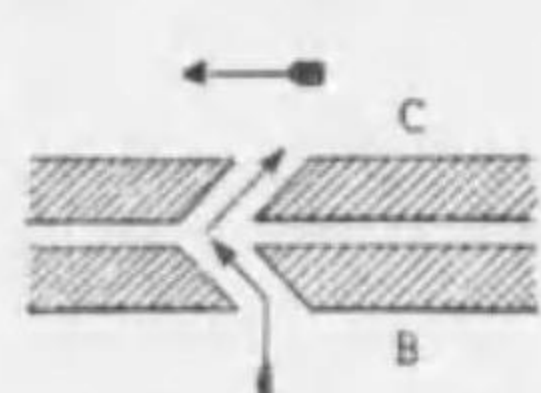


第201圖

(1) Reed pipe ; die Zungenpfeife. (2) Siren ; die Sirene.



轉し得る圓板Cがある。これにも蓋の孔と同様に配列した孔がある。但し、第202圖に示すように、蓋の孔と圓板の孔とは反對の方向に傾いてゐるから、Aに空気を吹き入れると、上の圓板が廻轉する。そして、その廻轉數は齒車の仕掛けDに依て測り得る。蓋の孔と



第202圖

圓板の孔とが重つたときは、空気が孔から噴出し、然らざるときは止められるから音を發する。今、蓋及び圓板に各々 $p$ 箇の孔があると、圓板の一廻轉毎に孔は $p$ 回開閉するから、圓板の廻轉數を毎秒 $m$ とすれば、發する音の振動數は、

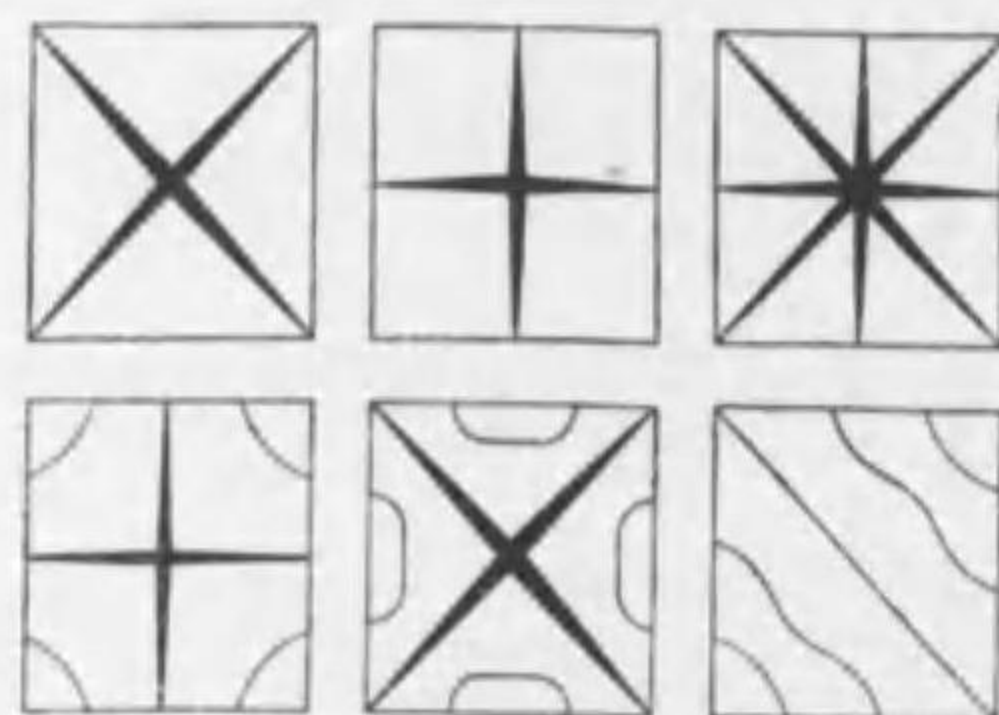
$$n = mp$$

である。

サイレンを用ひて音の振動數を測るには、振動數を測らんとする音を鳴らし置き、それと同時にサイレンを鳴らして、その振動數を次第に多くする。これが測らんとする音の振動數に近づくと、唸りが聞へる。次第にサイレンの廻轉數を速くすると、振動數の差が次第に少くなるから、唸りの數も次第に減じ (§98) 遂に振動數が一致すると唸りが聞へなくなる。この時の廻轉數を測れば、音の振動數を知る事ができる。

§106. 板の振動. 正方形の金屬板を水平にしてそ

の中心を固定し、その上に砂をまき、一つの角を指にて



第203圖

押さへ、一邊の中央を胡弓でこすると、板が振動して音を發すると同時に砂は對角線上に集まつて第203圖上の左端のようになる。

これは對角線が運動しな

い事を示すものである。かゝる線を節線<sup>(1)</sup>といふ。一

つの節線の兩側は互

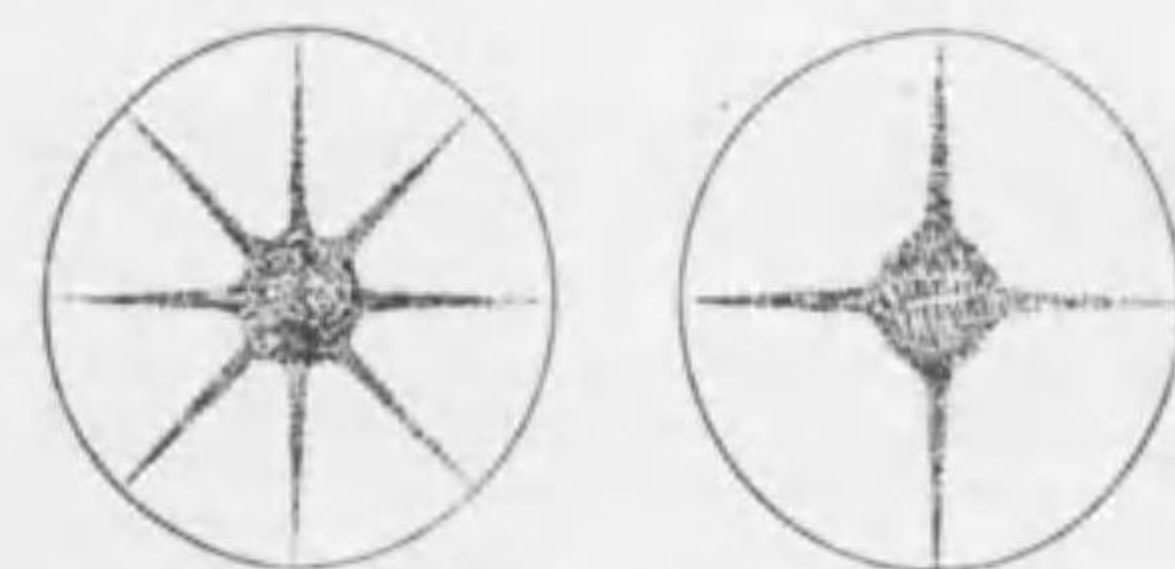
に反對の位相を以て

振動する。指の押さ

へ所と胡弓でこする

場所とを色々に變ず

ると、圖のように色々



第204圖

の節線を生ずる。また圓板を用

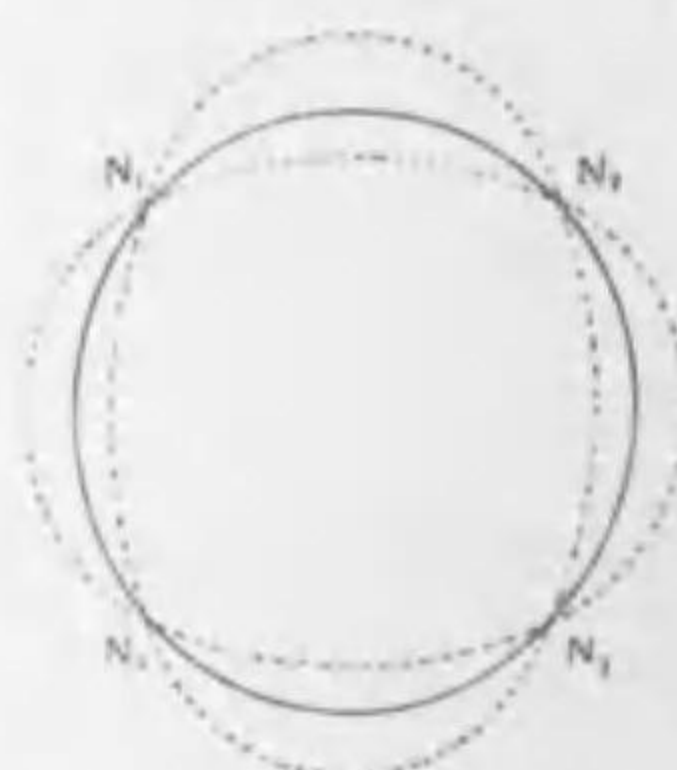
ふると、第204圖のようになる。

この時生ずる圖をクラドニー<sup>(2)</sup>の

圖と云ふ。鐘の如きものは第205

圖のように振動する。圖の $N_1, N_2,$

$N_3$ 及び $N_4$ は節線の端である。



第205圖

(1) Nodal line ; die Knotenlinie. (2) Chladni(1756-1827).



# 第十三章 分子<sup>(1)</sup>

§107. 分子. これまで吾々は物體を連續體と考へたが、溶解擴散等の現象はこれでは説明ができない。それ故に、古くから物質を極めて小なる粒子からできて居るものと考え、之を**アトム**<sup>(2)</sup>と名づけて居る。**ダルトン**<sup>(3)</sup>に至り化學的現象はこの假説によつて説明することができた。この假説を**分子説**<sup>(4)</sup>といふ。

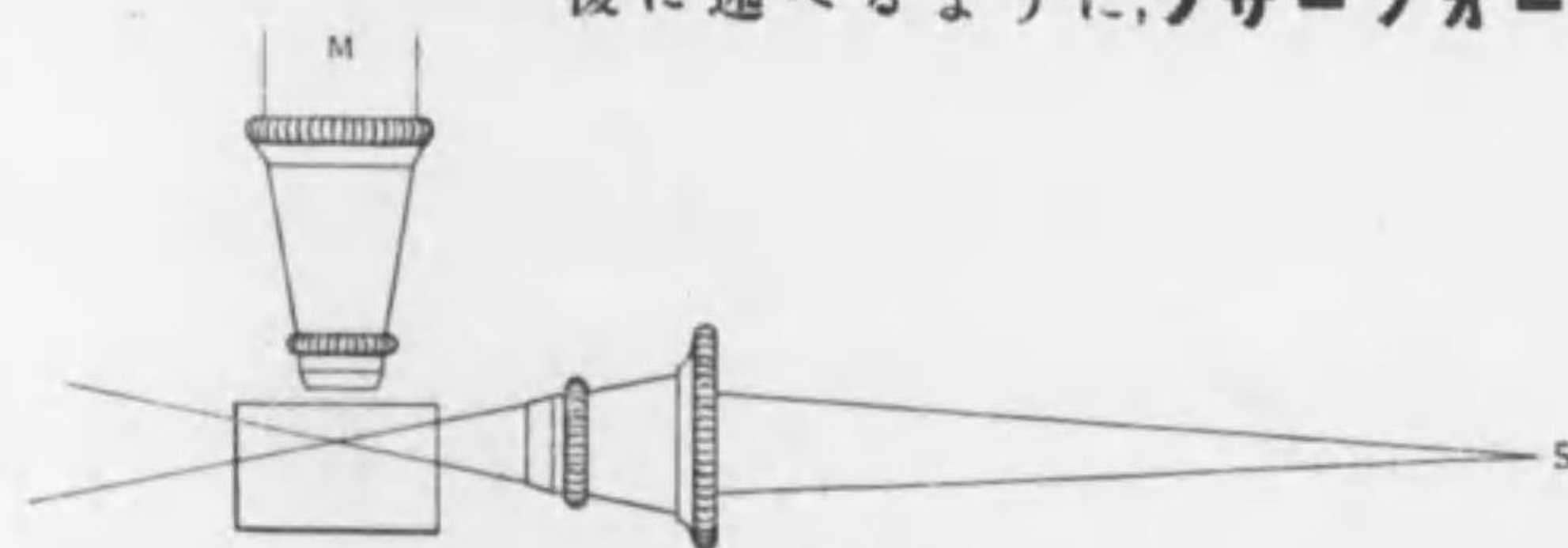
1827年英國の植物學者**ブラウン**は顯微鏡にて液體中に浮んで居る微小なる物體が不規則な運動をする事を發見した。これに對して種々なる説明が試みられたけれども、結局液體の分子がその微小體に衝突するためであるといふ外に適當なる説明を見出し得ない事になつた。これが、**分子假説**に有力なる實驗的の根據を與へた。この運動を發見者の名譽の爲めに**ブラウン運動**<sup>(5)</sup>といふ。

【注意】 簡単にブラウン運動を観るには、繪具を薄く水に溶き、顯微鏡のテツキガラスの上に滴下し、第206圖のようにして見ればよい。

(1) Molecule ; das Molekül. (2) Atom ; das Atom. (3) J. Dalton (1766-1844). (4) Molecular hypothesis ; die Molekularhypothese. (5) Brownian motion ; die Brownische Bewegung.



第206圖

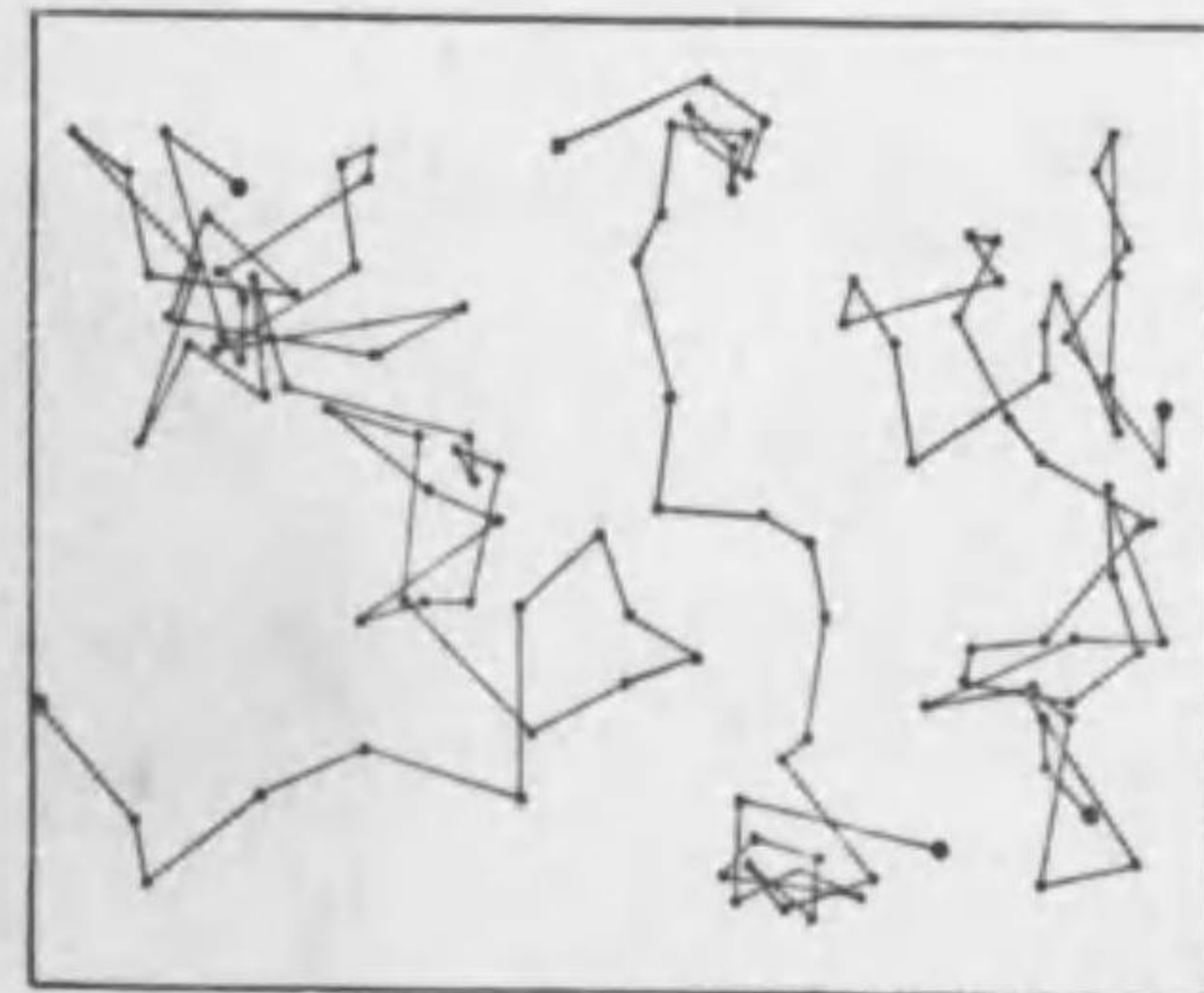


第207圖

またこれを観るために超越(或は度外)顯微鏡といふものがある。それは第207圖のように、Sから出た光を横から入れて顯微鏡下に收斂せしめ、微小なる浮遊物を照し、之を顯微鏡Mで見るのである。このような装置を用ゐ、數分毎に液中に浮遊する微小物體の位置を記録してみると第208圖のような不規則な途を描くことが分かる。

後に述べるように、**ラザーフォード**<sup>(1)</sup>

は**ラチウム**<sup>(2)</sup>の研究に依て初めて分子説に非常に有力なる實驗的證明を與へた。その後色々の學者が色々の方面から分子の實在を證明した。故に、今日に於ては最早分子なるものは假設的のもので



第208圖

(1) Ernest Rutherford (1871-). (2) Radium.



はなくて、實驗的にその存在を證明し得たものである。

【注意】 分子を基礎として種々の現象を證明せらんとする理論を分子論<sup>(1)</sup>といふ。また分子はブラウン運動により知らるゝ如く、常に運動して居るものであつて、分子論はその運動に依て現象を説明する部分が多いから、その意味に於て分子論をまた物質の分子運動的理論<sup>(2)</sup>ともいふ。

### § 108. 分子に関する定數<sup>(3)</sup>

I. 分子の大きさ. 分子の大きさは  $10^{-8}cm$  の程度のものである。分子を球であると思はして計算した結果に依ると、その直径は次表の如きものである。

水素	H <sub>2</sub>	$2.32 \times 10^{-8}cm$
ヘリウム	He	$2.30 \times 10^{-8} "$
酸素	O <sub>2</sub>	$3.11 \times 10^{-8} "$
窒素	N <sub>2</sub>	$3.53 \times 10^{-8} "$
一酸化炭素	CO	$3.31 \times 10^{-8} "$
二酸化炭素	CO <sub>2</sub>	$3.40 \times 10^{-8} "$

【注意】 この大きさを想像するために、水素分子とゴムマリと地球とを考へ、その直径をそれぞれ  $x$ 、及び  $D$  とし、

$$\delta : x = x : D$$

なる式が成り立つとすると、

$$x = \sqrt{\delta D}$$

然るに、

(1) Molecular theory ; die Molekulartheorie. (2) Molecular kinetic theory of matter ; die molekular kinetische Theorie der Materie. (3) Molecular constant ; die Molekularkonstante.

$$D = \frac{4 \times 10^9}{\pi} cm$$

故に

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{2.32 \times 10^{-8} \times \frac{4 \times 10^9}{\pi}} \\ &= \sqrt{\frac{2.32 \times 4 \times 10}{\pi}} \\ &= 5.4cm \approx 1.8寸 \end{aligned}$$

依て水素分子を直径1.8寸のゴムマリに比べると、その小なることは、そのゴムマリを地球に比べたと同様である。

II. 1瓦分子中の分子の數. 何れの物質についても、その1瓦分子中の分子の數は一定である。之を  $N$  とすると

$$1 \text{瓦分子中の分子數 } N = 6.06 \times 10^{23}$$

これをロシユミツト或はアヴォガドロの數<sup>(1)</sup>といふ。

III. 分子の質量. 水素の1瓦分子は2.016瓦であり、その中には  $6.06 \times 10^{23}$  個の水素分子がある。そうして、一個の水素分子は二個の水素原子からできて居るから、水素原子一個の質量を  $m_H$  とすると

$$m_H = \frac{2.016}{2 \times 6.06 \times 10^{23}} = 1.66 \times 10^{-24} gr.$$

それ以外の原子或は分子の質量はそれぞれ  $m_H$  に原子量或は分子量を乗すれば得られる。

### § 109. 分子力<sup>(2)</sup> 分子は互に作用を及ぼす。之を分

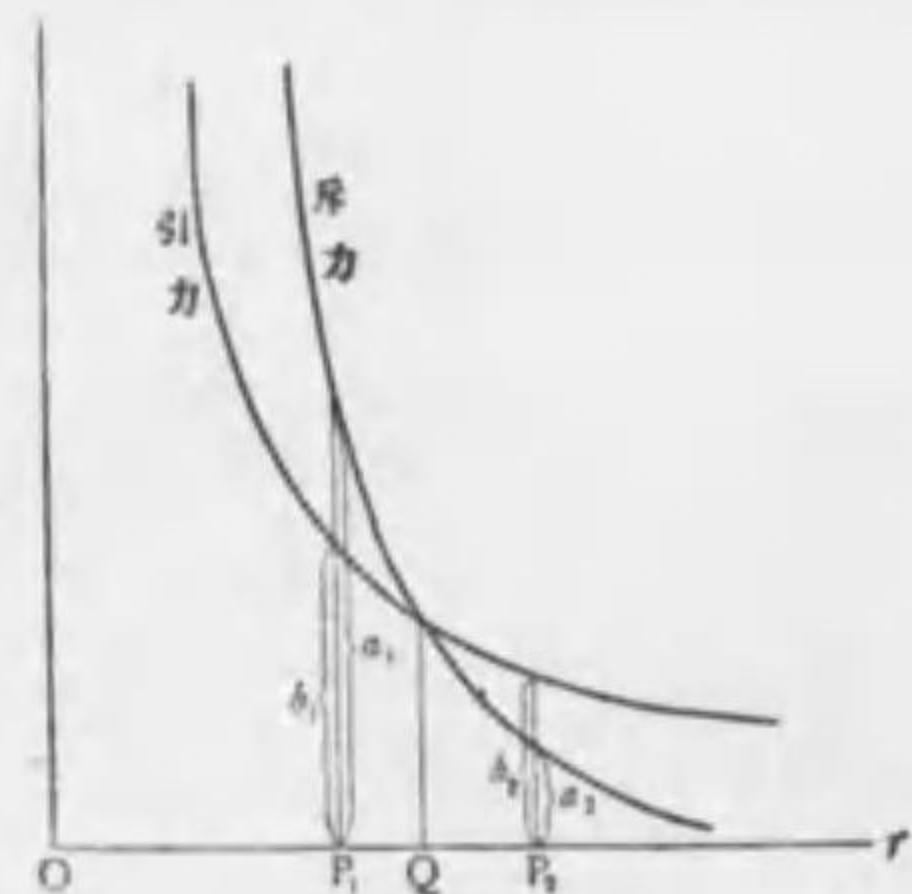
(1) Loschmidt's or Avogadro's number ; die Loschmidtsche oder Avogadro'sche Zahl. (2) Molecular force ; die Molekularkraft.



分子力といふ。諸種の事実を総合してみると、分子力は引力及び斥力より成つて居る。この二つは何れも分子間の距離が増加すると急に減少する。今、二分子の中心距離を  $r$  とし引力を  $-\varphi_1(r)$ 、斥力を  $+\varphi_2(r)$  とすると、分子間に働く力は、

$$f = \varphi_2(r) - \varphi_1(r)$$

なる形で表はされる。この  $\varphi_1$  及び  $\varphi_2$  が如何なる形の函数であるかは、現在では未だ知られて居ない。併し  $r$  が非常に小さい所では  $\varphi_2 > \varphi_1$  であつて、 $r$  が大きくなると  $\varphi_2$  は  $\varphi_1$  よりも速に減少する。故に、第 209 圖の



第 209 圖

ように、 $r$  の極めて小さい  $P_1$  では斥力  $a_1$  は引力  $b_1$  より大であるが、 $r$  が大きい  $P_2$  では斥力  $a_2$  が引力  $b_2$  よりも小である。その中間の点  $Q$  では二つが相等しい。また  $r$  がづつと大になれば、引力及び斥力ともに小さくなる。同種類の分子の間の引力を凝集力<sup>(1)</sup>、異種の分子間の引力を附着力<sup>(2)</sup>と名づける。

【注意】 後に述べるように、種々の現象から考へてみると、分子は總

(1) Cohesion (cohesive force); die Kohäsion (die Kohäsionskraft).

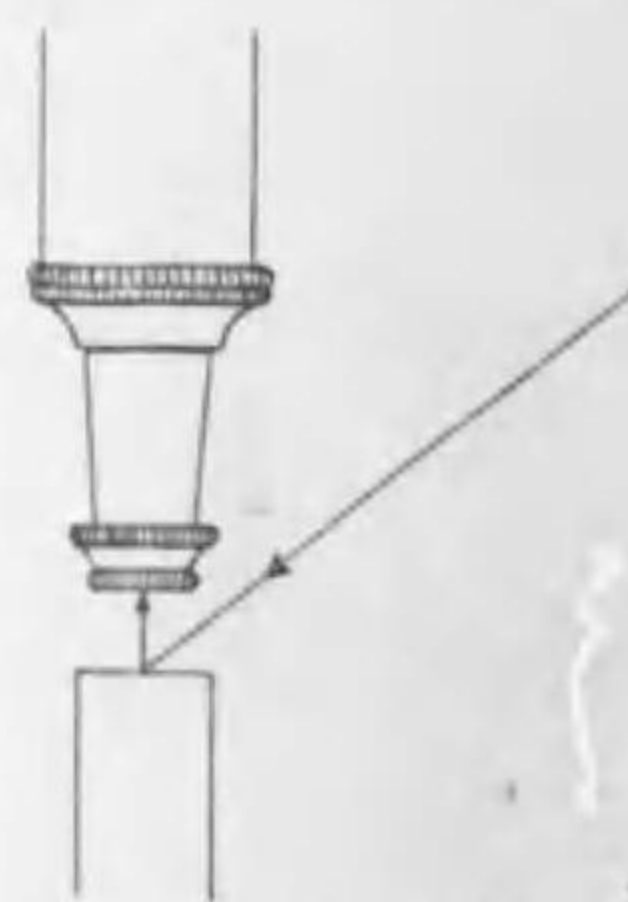
(2) Adhesion (adhesive force); die Adhäsion (die Adhäsionskraft).

て正と負の電氣から成つて居る。それ故、分子力なるものは、恐らくその分子を構成して居る電氣間の引力及び斥力に因るものであらうと想像されて居る。

§ 110. 分子集合の状態<sup>(1)</sup> 物質は分子の集合状態の異なるに従つて、固體、液體及び氣體の區別を生ずる。氣體は分子間の距離が大であつて、互に衝突する時の外分子力の作用を受けない。故に、自由に運動する。液體は分子間の距離が小なるため、常に分子力の作用を受けて居るけれども、容易く分子相互の位置を變じ得るものである。固體は分子相互の位置が定まつて居て、たゞ一定の位置の周圍に僅かに振動し得るものである。固體の中で水晶のように天然に規則正しい形をして居るものを結晶體<sup>(2)</sup>といふ。また小なる結晶

體が集合せる物質を結晶質<sup>(3)</sup>といひ、然らざるものを無定形<sup>(4)</sup>といふ。

金屬の面をよく磨き、適當の酸に浸した後、第 210 圖のようにして顯微鏡で見ると、第 211 圖に示すような模様が見える。これは、金屬が小さい結晶の集合より成り、その向き



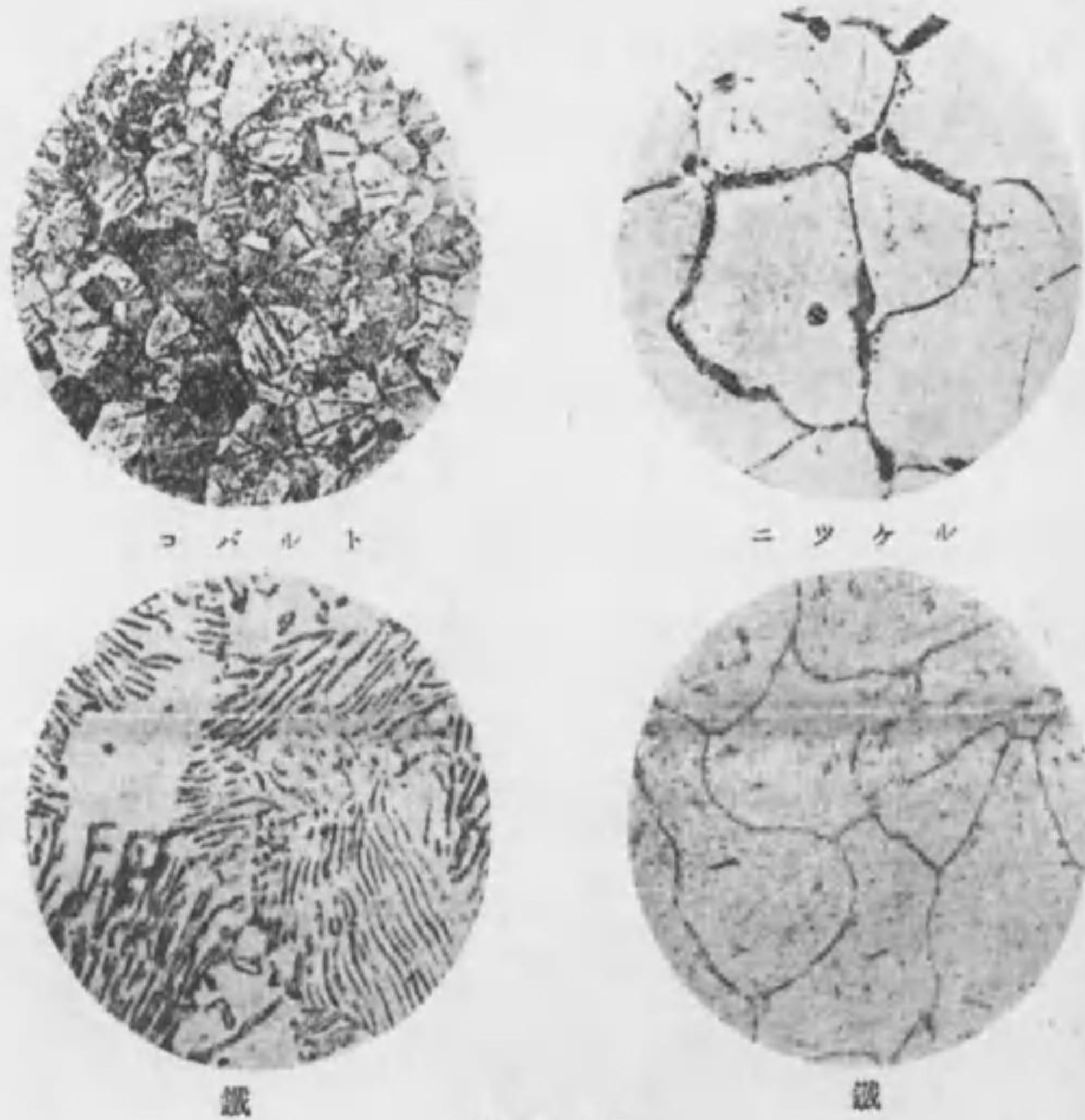
第 210 圖

(1) State of molecular aggregation; der Zustand der Molekularaggregation.

(2) Crystal; die Kristalle. (3) Crystalline; kristallinisch. (4) Amorphous; amorph.



によつて酸に浸される度が違ひ、そのため光を反射する有様が異なるためである。これによつて、金属は一



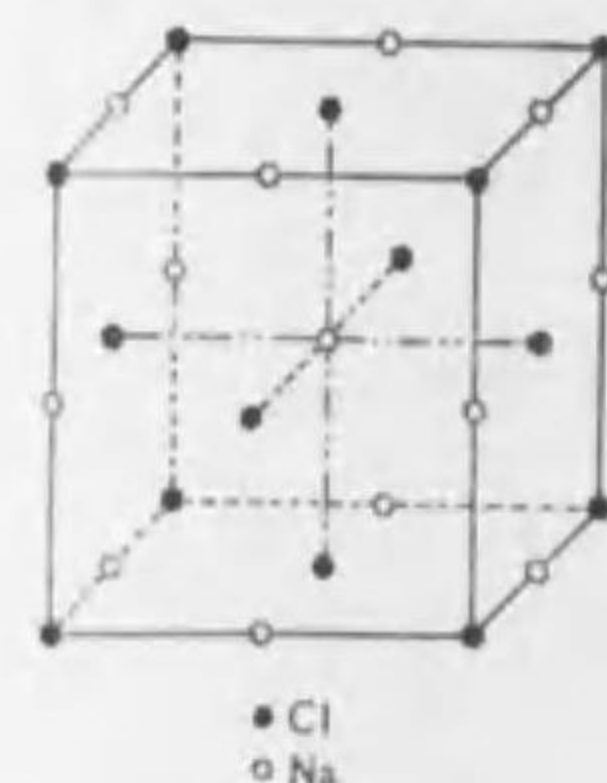
第211圖

見無定形であるけれども、實は小なる結晶の集合體であることが分かる。

**【注意】** 上述の方法により顕微鏡で合金を見たとき模様が見えるのは、合金を作つて居る化合物が所によつて違ふためである。このようにして、顕微鏡で金属の組織を研究する學問を金相學<sup>(1)</sup>といふ。

(1) Metallography; die Metallographie. 金相學の概要を知るには Desch, Metallography. を見よ。

後に述べるように、近年X線を應用して、結晶體及び金属の如き結晶質を構成して居る小結晶體中の分子排列を知り得るようになった。その結果によると、例



第212圖

へば食鹽の結晶では第212圖のように、ナトリウムと鹽素の原子が規則正しく排列して居る。さて、吾々の普通格子といふものは、平面的に規則正しく排列せるものであるが、この原子の排列は空間的のものであるから、これを空間格子<sup>(1)</sup>に排列して居るといふ。

そこで結晶及び無定形といふ語の意味を擴め、外形には無關係に、分子或は原子が規則正しく排列せるものを結晶、然らざるものを無定形といふことになつた。

§111. 弾性の説明. §109に述べたように、分子間には引力と斥力とが存在する故、これが集合して固體を作る場合には、二つの値が等しい間隔に於て平衡を保つて居るのである。故に、分子を引き離してその間隔を大きくせんとすれば、引力が斥力よりも大きくなつてもその間隔に歸らんとし、押し縮めてその間隔を小にせんとすれば、斥力が引力よりも大きくなつて舊の間隔に歸らんとする。これ即ち固體に弾性のある所

(1) Space lattice; das Raungitter.



以である。但し §109 に述べたように、分子間の引力及び斥力を表はす函数  $\varphi_1(r)$  及び  $\varphi_2(r)$  の形はまだ分らないけれども、距離  $r$  の変化が小さいときには、

$$\varphi_2(r) - \varphi_1(r)$$

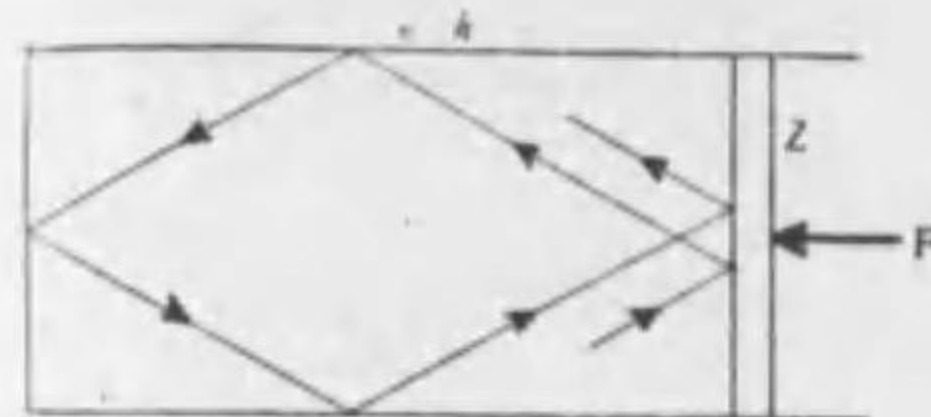
の変化は  $r$  の変化に比例すると見ることが出来る。これ即ちフックの法則のある所以である。

結晶體には比較的容易に裂くことのできる面の方向がある。これを裂開面<sup>(1)</sup>といふ。金屬に歪を與へて分子相互の位置を僅かに變じた場合には、外力を去れば上に述べた理によつてもその位置に歸るのであるが、その歪がある大きさに達すると、その小さい結晶のあるものは裂開面に沿ふて裂る。そうすると、外力を去つても舊の状態に歸らぬようになる。これが弾性の限界のある所以である。

① §112. **ボイルの法則の説明** 氣體の分子は絶えず運動して居るから、分子同士が相互に衝突するのみならず、器壁にも衝突する。その打撃が氣體の呈する壓力である。次にこの考へに依てボイルの法則を説明しよう。

今第213圖のように、活栓  $Z$  を備へた圓筒形の器にガスを入れ、尙簡單のため  $Z$  の外側は真空であるとす

(1) Cleavage; der Spalt.



第213圖

る。そうすると、 $Z$  の内側からは絶えず分子が衝突するから、 $Z$  を静止せしむるためには、外からある力  $F$  を加へて置かねばならぬ。但し、 $F$  を一定にして置いたのでは、絶對的に  $Z$  を静止せしむる事はできぬが、分子の数が非常に多いから、分子が單位時間に  $Z$  に與へる運動量と、 $F$  が單位時間に  $Z$  に與へる運動量とが相等しければ、 $Z$  は見かけ上静止する。また、簡單のため分子が非常に小さく、密度も小であつて、分子相互の衝突は器壁に對する衝突に對して之を無視する事ができるものと假定する。今、或る一つの分子を考へ、圖に示すような途を通つて器壁に衝突すとすれば、§72 に述べたように、何回衝突しても  $Z$  に垂直なる分速度の大きさは變らぬ。これを  $u_1$  とすると、一回の衝突に依り  $Z$  に與へる運動量は §72 により  $2mu_1$  である。その分子が  $h$  を往復する時間は  $\frac{2h}{u_1}$  秒であるから、毎秒

$$\frac{1}{\frac{2h}{u_1}} = \frac{u_1}{2h} \text{ 回}$$

だけ衝突する。故に、一つの分子が毎秒  $Z$  に與へる運動量は、

$$2mu_1 \frac{u_1}{2h} = \frac{mu_1^2}{h}$$



従て、器の中の總ての分子が與へる運動量は  $\frac{1}{h} \Sigma mu_1^2$  である。故に、

$$F = \frac{1}{h} \Sigma mu_1^2.$$

Zの面積を  $S$  とすれば、Zに及ぼす壓力の強さは、

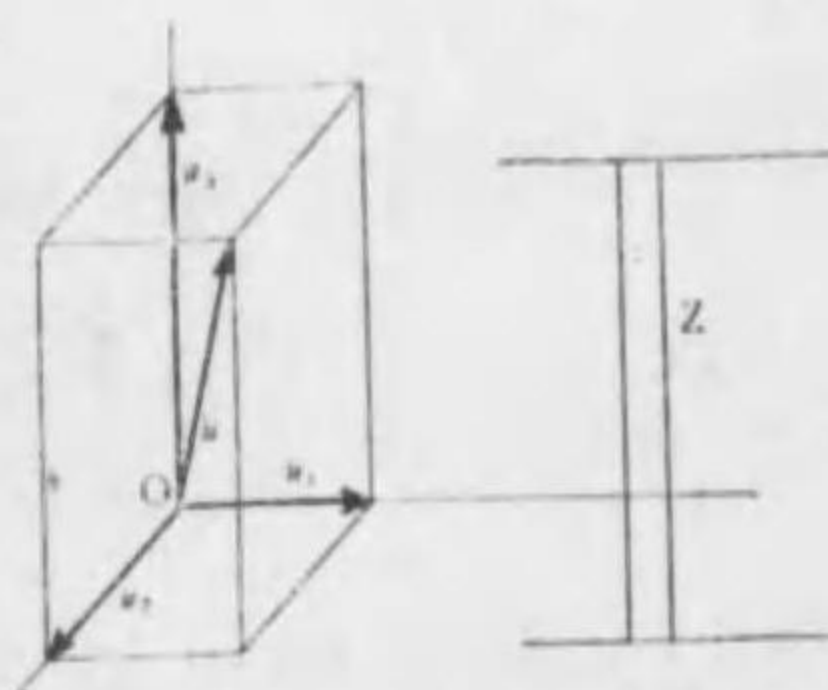
$$p = \frac{F}{S} = \frac{1}{hS} \Sigma mu_1^2.$$

然るに、 $Sh$  は器の體積  $v$  に等しい。故に、

$$pv = \Sigma mu_1^2 \quad (1)$$

である。

次に、ある一つの分子の速度  $u$  を第214圖のように、Z



第214圖

に垂直なる分速度  $u_1$  及び之に垂直であつてまた互に垂直なる二つの分速度  $u_2$  及び  $u_3$  に分解したとすると、

$$u^2 = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2.$$

そして器内の總ての分子

についてこの式の左右兩邊の和を求めたならば、

$$\Sigma u^2 = \Sigma u_1^2 + \Sigma u_2^2 + \Sigma u_3^2$$

さて、分子の運動する方向及びその速度の大きさの分布は、いづれの方角にも平等であつて、いづれか一方に片寄ることはない故に、

$$\Sigma u_1^2 = \Sigma u_2^2 = \Sigma u_3^2$$

従つて、

$$\Sigma u_1^2 = \Sigma u_2^2 = \Sigma u_3^2 = \frac{1}{3} \Sigma u^2. \quad (2)$$

依て、(1)と(2)から

$$\begin{aligned} pv &= \frac{1}{3} \Sigma mu^2 = \frac{2}{3} \Sigma \frac{1}{2} mu^2 \\ &= \frac{2}{3} E. \end{aligned} \quad (3)$$

$E$  は器内の分子の運動のエネルギーの和である。従て  $pv$  は分子の有する運動のエネルギーの  $\frac{2}{3}$  である。そして、後に述べるように温度が一定ならば  $E$  は一定であるから  $pv$  は一定である。これ即ちボイルの法則である。

§113. 氣體分子の平均速度. 前節に述べた器の中の氣體が凡て同一種類の分子から成つて居るとすれば、分子の質量  $m$  は一定であるから、

$$pv = \frac{m}{3} \Sigma u^2.$$

器内の分子の總數を  $N$  とし、 $u^2$  の平均の値を  $\bar{u}^2$  とすると、

$$\Sigma u^2 = N\bar{u}^2 \quad (1)$$

である。従つて、

$$pv = \frac{mN}{3} \bar{u}^2.$$

$mN$  は全體の質量であるから之を  $M$  とすると、

$$pv = \frac{M}{3} \bar{u}^2 \quad (2)$$



故に氣體の密度を  $\rho$  とすると,

$$\bar{u}^2 = \frac{3p}{\rho}$$

従つて,

$$\sqrt{\bar{u}^2} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} \quad (3)$$

さて  $\sqrt{\bar{u}^2}$  は速度の平均即ち  $\bar{u}$  とは一般に等しくない(注意1を見よ)。理論的研究の結果によると,

$$\bar{u} = 0.921\sqrt{\bar{u}^2} \quad (4)$$

である。従て,

$$\bar{u} = 0.921\sqrt{\frac{3p}{\rho}} \quad (5)$$

故に、ある氣體の壓力と密度とが分かれば、分子の平均の速度を知ることができる。例へば、酸素は1氣壓  $0^\circ\text{C}$  のとき,

$$\rho = 1.42900 \times 10^{-3} \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \text{ として } 1 \text{ 氣壓} = 1.013 \times 10^6 \frac{\text{dync}}{\text{cm}^2}$$

であるから (§84),

$$\bar{u} = 0.921\sqrt{\frac{3 \times 1.013 \times 10^6}{1.42900 \times 10^{-3}}} = 433 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

**【注意1】**  $\sqrt{\bar{u}^2}$  と  $\bar{u}$  とが一般に違ふことは次の例で明らかである。今速度1,2及び3を有する分子数の割合がそれぞれ1,2及び1であると,

$$\bar{u} = \frac{1+2 \times 2+3}{4} = 2$$

$$\sqrt{\bar{u}^2} = \sqrt{\frac{1^2 \times 1 + 2^2 \times 2 + 3^2}{4}} = 2.12$$

である。この例によつて、容易に分るように、 $\sqrt{\bar{u}^2} : \bar{u}$  の値は速度が分子間に如何に分布せられるかによつて違ふ。故に  $\sqrt{\bar{u}^2}$  と  $\bar{u}$  との関係を決めるには速度分布の法則を知るを要する。(4)の値は理論

的にこの分布の法則を求め、これによつて計算した結果である。

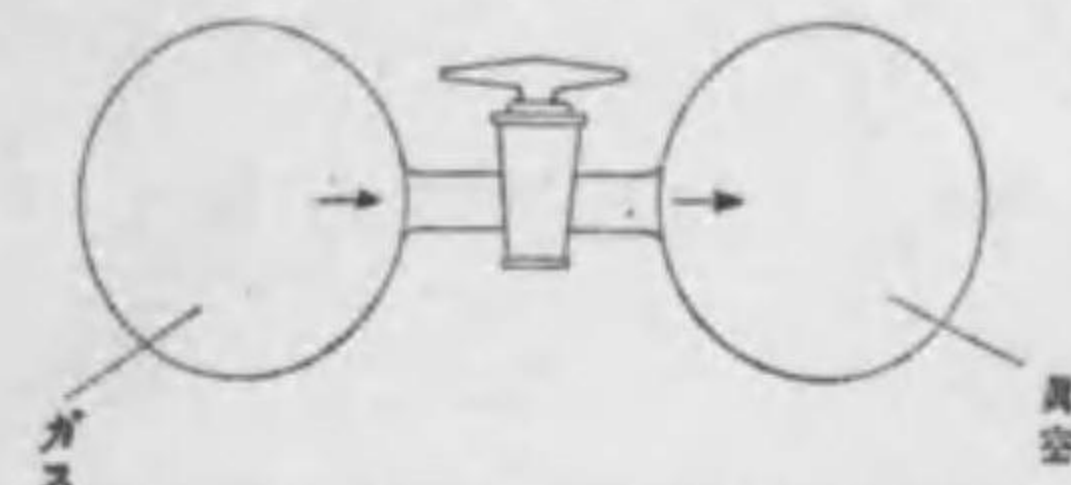
**【注意2】** 普通の獵銃の散弾が銃口から4間位離れた所の速さは  $500 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  位であるから、普通の状態に於て氣體分子はこの散弾の速度位の平均速度を有つて居る。

**【注意3】** 本節(5)の式によると同一壓力に於ける異なる氣體の分子平均の速度は密度の平方根に逆比例する。即ち分子量の平方根に逆比例する。故に酸素についての上の値から容易に他の氣體についての値を計算することができる。

§114. 氣體の擴散<sup>(1)</sup> 今ある氣體の中に於て、第215

圖のように、一つの平面  $a$  を界として、その一方(例へば下方)は密度が大、他方(例へば上方)の密度が小なる場合があつたとし、外から分子を一方に引き寄せる作用(例へば重力の如きもの)が働かなければ、ある時間に分子が下から上に向つて  $a$  を通過する數は、同時間に上から下に向つて之を通過する數よりも多いから、 $a$  の兩側の密度は互に平均するようになる。この理によつて、一つの器の中に密閉した氣體が、外力の作用を受けな

いで平衡を保つとき、その密度は一樣である。かくの如く、密度の一樣でないものが一樣



第216圖

(1) Diffusion; das Diffusion.



にならんとする現象を擴散といふ。第216圖のように、中央にコックを備へた器の一方に氣體を入れ、他方を初め真空にして置いてコックを開くと、氣體が一方から他方に噴出する。これは擴散の極端な場合である。

④【注意】 大氣中の空氣の分子は重力により下方に引かれて居るため、もしその密度が一様になつたならば、ある面を下から上に向つて通過する数が上から下に向つて通過する数よりも少ない。故に次第に下の方が濃密になり地表に近づくに従つて密度が大きくなつて平衡を保つのである。

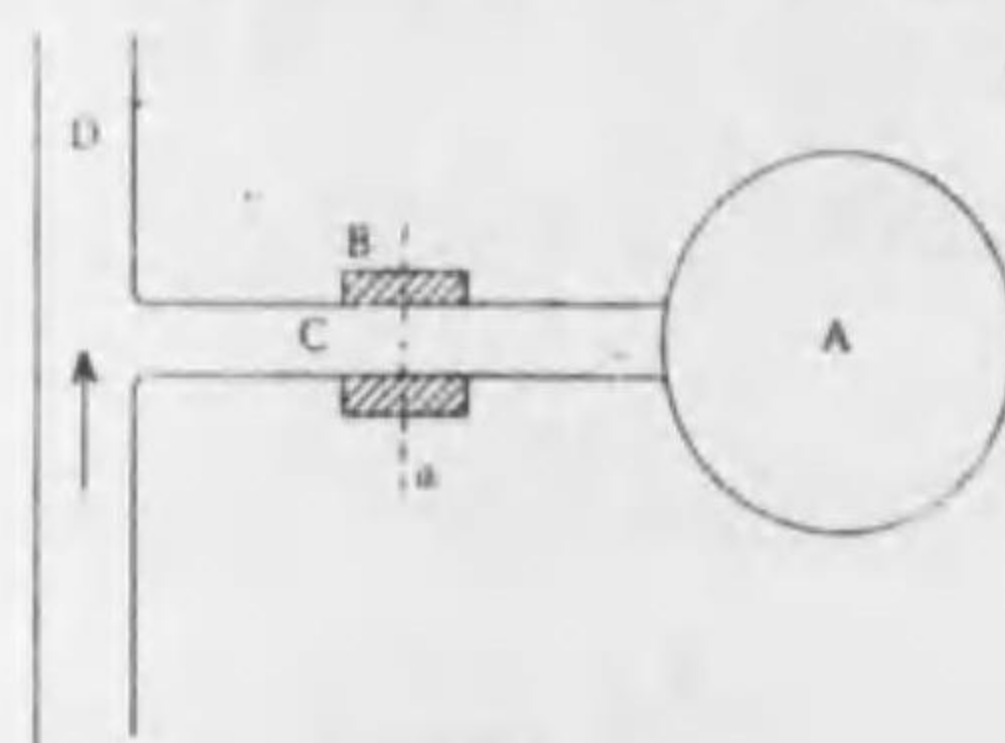
⑤次に、同一の器の中に二種の氣體例へば酸素と水素とを入れたとし、その中の一種類の氣體例へば水素について第215圖に示すような状態が起つたとする。即ち $a$ より下に於ては水素の密度大、上に於ては密度小であるとする。そうすると、下から上に向つて $a$ を通過する水素分子の数は、上から下に向つて之を通過するものより多いから、他の氣體の有無には無關係に水素のみについて、 $a$ の兩側の密度が等しくなる。故に氣體は如何なる種類のものでも、互に混合して一樣のものとなる。

§115. 擴散真空ポンプ. 1. ゲーデの擴散真空ポンプ. ゲーデは擴散の現象を應用して真空ポンプを

(1) Diffusion vacuumpump; die Diffusionsvacuumpumpe. (2) Wolfgang Gaede.

作つた。その作用は次の理に基づく。

第217圖のように、硝子管Dに側管をつけ、之を密閉



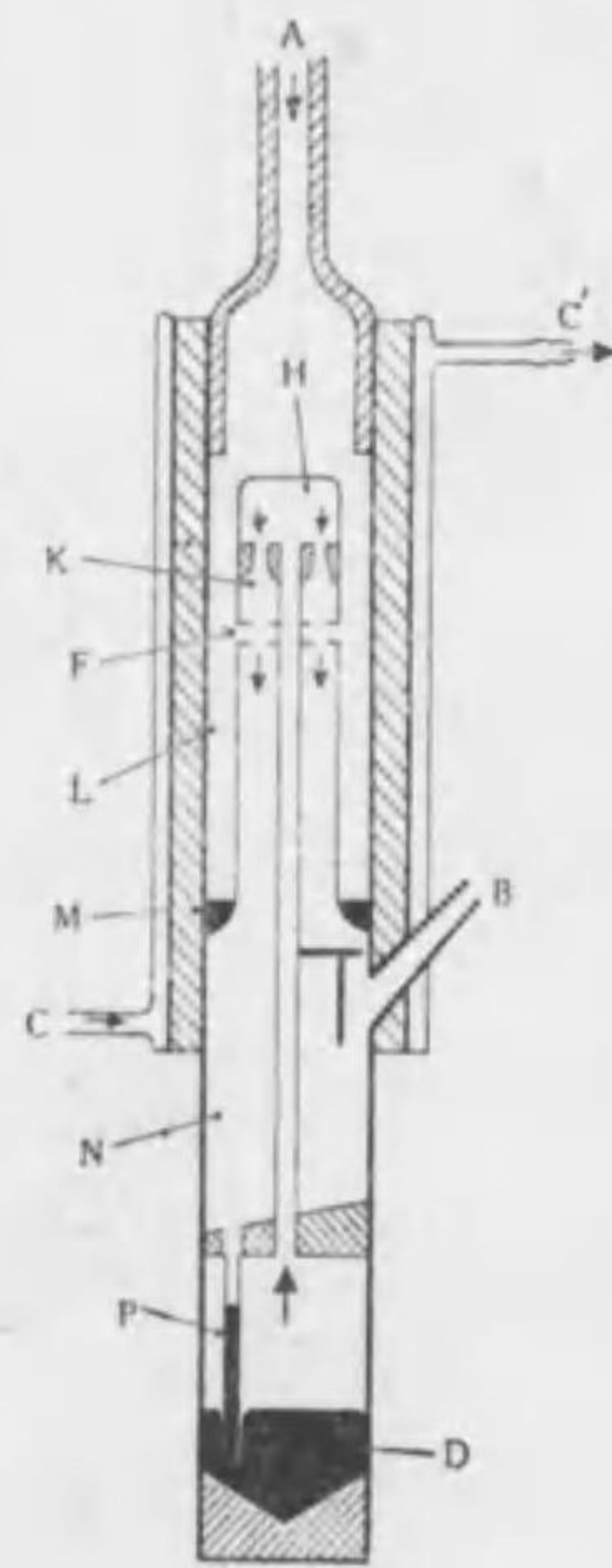
第217圖

した器Aに連結し、その途中を冷却装置Bで冷やし、Dを水銀容器に連結し、水銀を熱しD中にその蒸氣を流したとすると、水銀蒸氣は側管Cの所までは行

くが、Bで冷却されるからそれから先きへは極微量しか進まない。故に、 $a$ を界とし、その右方には空氣、左方には水銀蒸氣が在ることになる。従て、前節の理により、A中の空氣はCの中に擴散し、Dにはいると水銀蒸氣の流れに運び去られる。このようにして、Aの中の空氣は次第にDから運び去られ、Aの中は高度の真空になる。尙ほ、ゲーデの理論的及び實驗的研究の結果によると、Cの管の大きさが非常に小ならざるとき、擴散が有効に行はれるためには、Aの空氣の壓力は相當に小でなければならぬ。故に、この方法によりAを高度の真空にするためには、豫め補助ポンプによりAを相當の真空にして置かねばならぬ。

上述の原理により、ゲーデは第218圖のようなポンプを作つた。この装置は全部鐵で作つてある。Aを





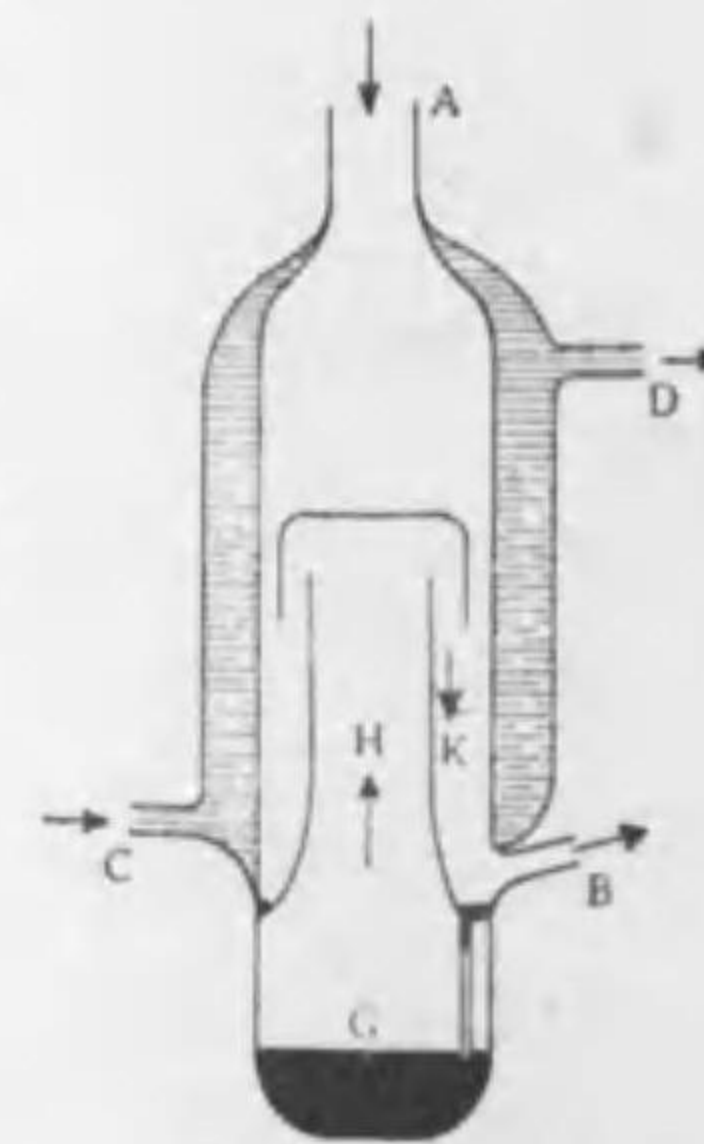
第218圖

真空にせんとする装置につなぎ、Bを補助ポンプにつないで、その中を相當の真空にする。また、Cから水を入れC'から之を出す、この装置の上の部分の外側が冷却される。そこで、下から熱すると、D中の水銀が蒸發し、器内は水銀蒸氣で満たされる。然し冷却されるため水銀蒸氣は極微量しかAに浸入することはない。故に、A中の空氣は擴散によつてFの部分まで浸入して来る。さうしてDから出た水銀蒸氣はHに昇りKから下方に向つて吹き出し、Fを通るときAから擴散した空氣を下方に運び去る。そうしてそれは補助ポンプによつて外に排除される。Lで凝結した水銀はMからNに出で、こゝで凝結した水銀とともにPを経てDにはいる。

【注意】 ゲーテは又上述のものを二段に連結したもの及び三段に連結したものを作つた。三段のものを用ふると、補助ポンプとして水ポンプ(アスピレーター)を用ゐても、尙よく高度の真空を得ることができる。

II. ラングミュアーの凝結式真空ポンプ。このポ

ンプは硝子石英或は鐵で作り、第219圖の如き構造である。圖のAを真空にせんとするものに連結し、Bを補助ポンプ(センコハイヴアクの油ポンプ或はゲー



第219圖

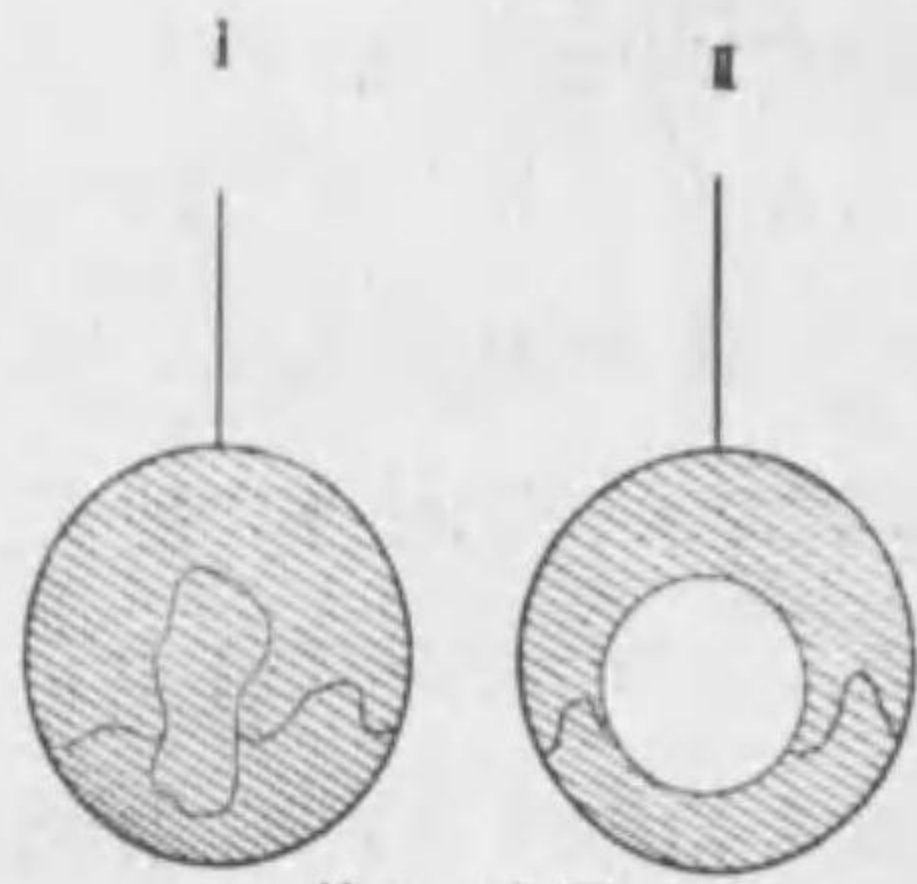
テの廻轉式水銀ポンプ)に連結する。また、Cから水を入れDから出し、上部を冷却する。Gには水銀を入れてある。之を下から熱すると、水銀は蒸發してHから上昇し、その上部を覆ふてある皿状のものに當り、外側Kを通つて流れるとき凝結してGに還る。

このように、Hから昇りKから下る水銀蒸氣の流れができる。また、外から常に冷却されて居るから水銀蒸氣は極めて微量しかAの方に浸入しない。故にIの場合と同様に、Aの空氣は水銀蒸氣中に擴散しKに來ると下に向ふ流れのために下に運ばれ補助ポンプの作用によつて外に運ばれる。

§116. 表面張力<sup>(1)</sup> 第220圖Iのように、針金の輪にシャボンの膜を作り、その中にシャボン水でぬらした糸の輪を置き、細い針金の先きを火で温め、糸の輪の中に觸れて膜を破ると、糸は周圍の膜に引かれてIIに示

(1) Surface-tension; die Oberflächenspannung.





第220圖

すように圓形になる。この現象から考へると、液體の表面には張力が作用して居る。これを表面張力といふ。その強さは、液面に想像した單位の長さの直線の兩側の液體が、互に引き合ふ力を以て測る。液體の表面張力は分子力に起因するものである。

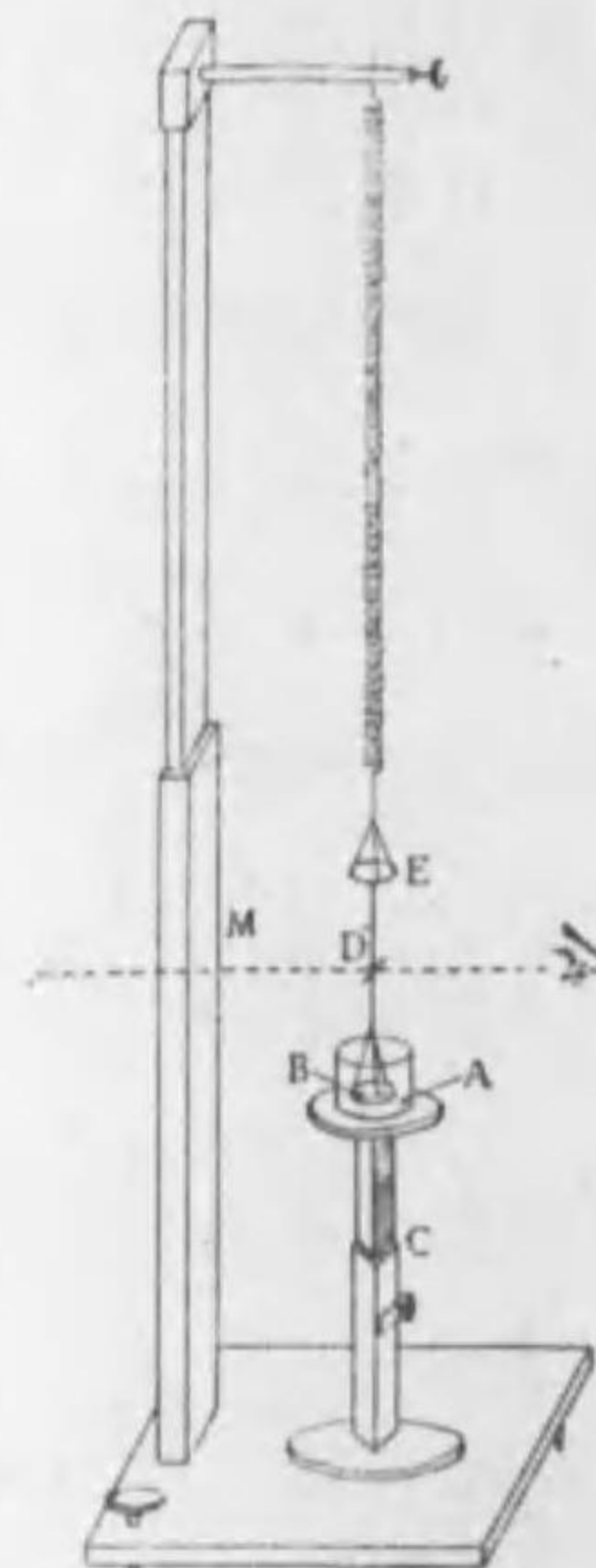
【注意1】表面張力が如何に分子力に起因するかを説明するラプラスの理論なるものがあつて多くの書に載せられて居る。(1) 然し、これには尙ほ不十分の點があるように思はれるから本書には述べないことにする。

【注意2】表面張力と表面エネルギーとの關係については熱力學第二法則の所で述べる。

§117. 表面張力の測定法 表面張力は§68に述べた彈條秤を用ひ、第221圖に示すようにして測る事ができる。圖のAは表面張力を測らんとする液體、Bは金屬の輪、Cは徐々に上下し得る臺である。

先づBが液に觸れぬ様になし置き、目印Dの高さを鏡尺によつて測る。之を $h$ とする。次に臺を上げてBを液體に觸れしめ、臺を徐々に下げてBとその液體

(1) Laplace.



第221圖

とが將に離れんとする時、Dの高さを讀む、それを $h'$ とする。故に、 $h-h'$ は彈條が表面張力のために引き延ばされた長さである。次に分銅(質量 $m$  gr)を皿Eに載せ、そのためにDが $l$  cmだけ下つたとすれば、Dを一程だけ下げるに要する力は $\frac{mg}{l}$  dyne、従て $h-h'$ だけ

下げるには  

$$\frac{h-h'}{l}mg$$

の力を要する。

今、表面張力の強さを $\sigma$ とする

と、液膜が輪を引く力は

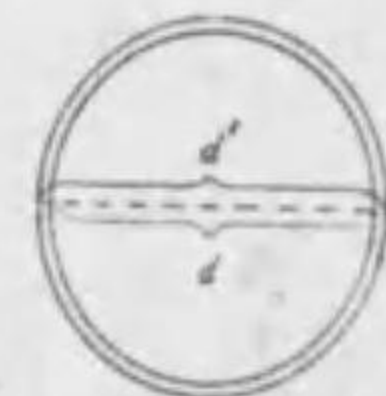
$$\left\{ \pi \frac{d+d'}{2} \sigma \right\} \times 2 = (d+d')\pi\sigma$$

である。こゝに $d$ 及び $d'$ は輪の内徑及び外徑である(第222圖)。依て、

$$\pi(d+d')\sigma = \frac{h-h'}{l}mg.$$

従つて、

$$\sigma = \frac{(h-h')mg}{\pi l(d+d')} \frac{\text{dyne}}{\text{cm}} \quad (1)$$

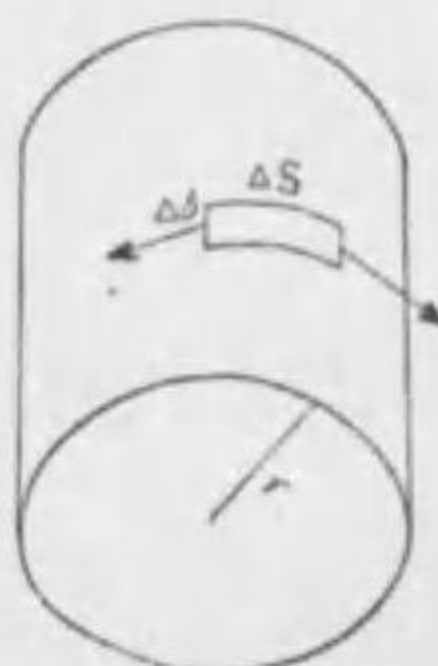


第222圖

(1) この實驗を實際行ふための注意については早川金之助氏、物理實驗測定法139頁を見よ。



§118. 液面の彎曲による壓力. 液面が彎曲せる場合には、表面張力のためにその内部の壓力が變化する。之を計算するために、先づ半径  $r$  の圓壩形の物體に、張力で引き延ばしたゴムの膜をかぶせたとき、圓壩の表面に呈する壓力を考へる。第223圖のように、ゴム膜中に圓壩の軸に垂直な帶狀の小さな面積を考へ、その



第223圖

長さを  $\Delta s$  その幅を  $\Delta b$ 、その單位の長さに作用する張力を  $\sigma$  とする。そうすると、この帶狀のゴムの兩端に作用する張力は  $\Delta b\sigma$  であるから、§101により、圓壩の表面を、面に垂直に壓する壓力は、單位の長さにつき

$\frac{\Delta b\sigma}{r}$  従て單位面積毎に

$$N = \frac{\sigma}{r}$$

である。

これと同様に、液面が圓壩の側面の如き彎曲をなし凸出する場合には、その内部の液の壓力はそれが平面の場合よりも  $\frac{\sigma}{r}$  だけ大である。また同様の彎曲をなして凹む場合には、液の内部の壓力はそれが平面の場合よりも  $\frac{\sigma}{r}$  だけ小である。

一般の曲面の場合には、考ふる點  $P$  を通り互に垂直なる帶  $a$  と  $b$  を考へ、その曲率半徑をそれぞれ  $r_1$  及び



第224圖

$r_2$  とすると、第224圖Iのように、二つの曲率の中心が同一の側のときには、

$$N = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

IIのように反對の側にあるときには、

$$N = \sigma \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

である。然るに  $a$  と  $b$  とが互に垂直である場合には、その方

向の如何に拘らず  $\left( \frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2} \right)$  は一定であると云ふ事が幾何學的に證明せられる。之をその點に於けるその曲面の曲率<sup>(1)</sup>と云ふ。これを  $K$  で表はすと

$$N = \sigma K. \quad (1)$$

球面の場合には、

$$r_1 = r_2 = r$$

であるから、

$$N = \frac{2\sigma}{r}. \quad (2)$$

シャボン球の如きものは、表裏二つの面があるから、

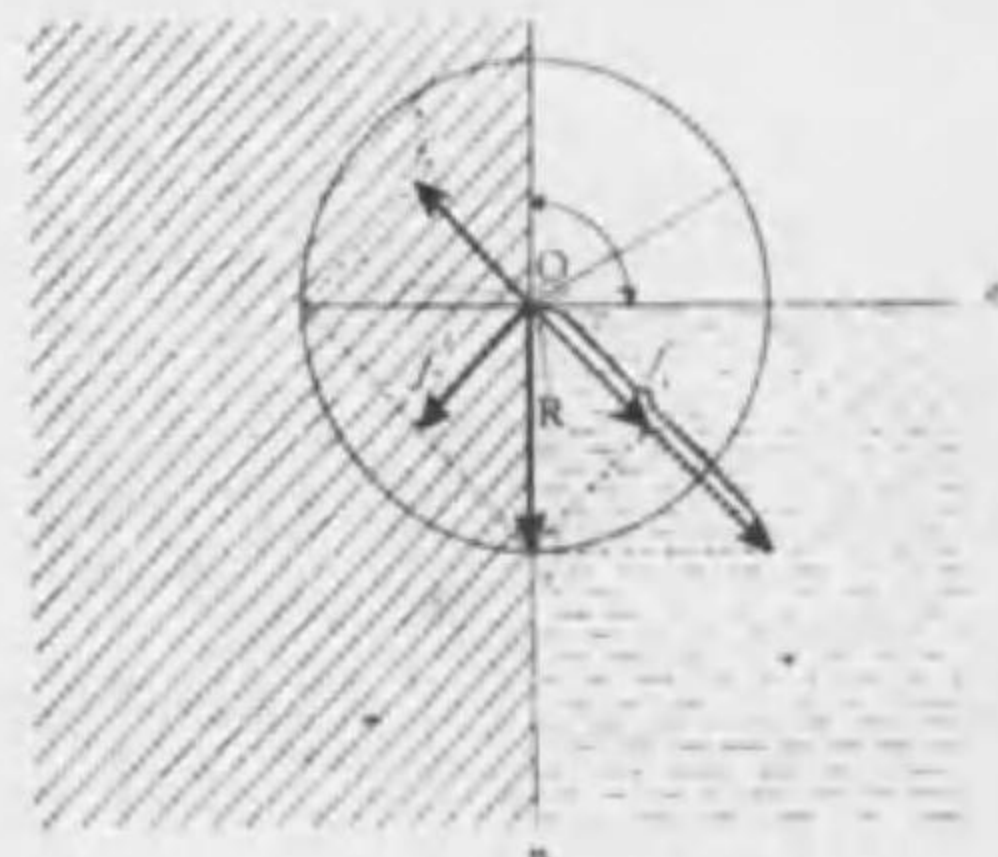
$$N = \frac{4\sigma}{r}. \quad (3)$$

§119. 毛管現象<sup>(2)</sup>. 液體の中に固體の板を直立する

(1) Curvature ; die Krümmung. (2) Capillarity ; die Kapillarität.



と液面がその板に交はる所に於て、板が液で潤らされる場合(例へば水中に硝子板を立てたような場合)には液面が引き上げられ、潤らされぬ場合(例へば水銀中に硝子板を立てたような場合)には引き下げられる。これは次のように分子力によつて説明することができる。



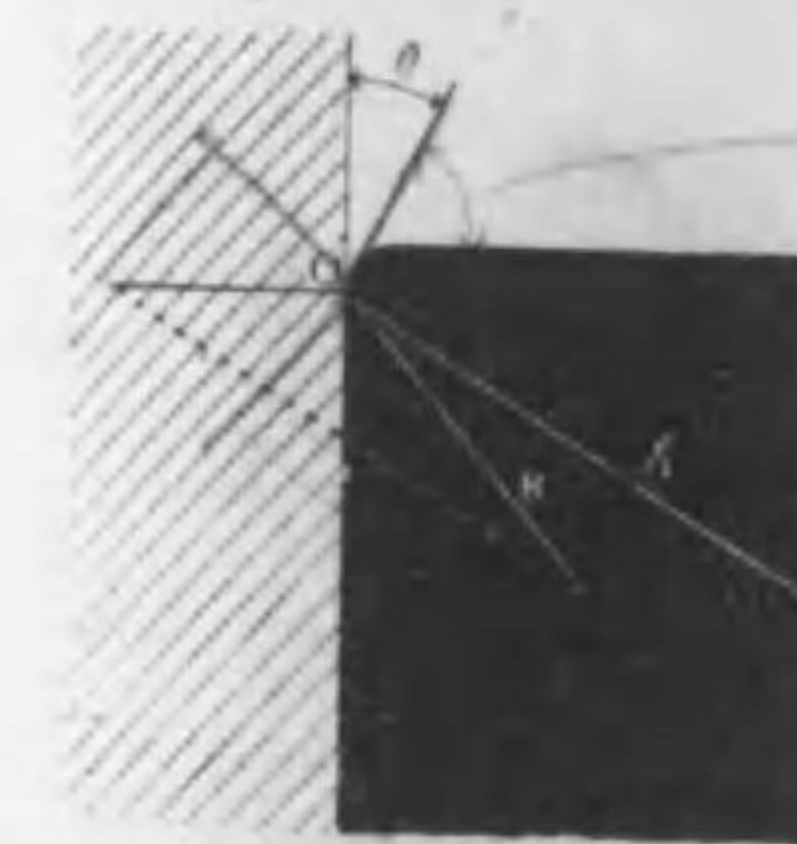
第225圖

第225圖に示すように、液體が鉛直なる固体の壁に接し、最初液面が壁の面と交はる所に於ても水平であつたとする。このとき、液面と壁との交點に在る分子Oに及ぼす周囲の分子力を考へる。Oの周圍には液體、固体及び氣體があるが、氣體の密度は固体及び液體のそれに比較すると非常に小であるから、Oに作用する分子力も亦非常に小であつて、之を省略することができる。故に、Oに作用するものは液體の凝集力と器の壁の附着力だけであるとしてもさし支へがない。その凝集力は、液面 $h$ と器壁 $n$ のなす角を二等分する方向即ち $h$ と $45^\circ$ をなす方向に作用する。之を $f_1$ とする。また器壁の附着力は $h$ から上の部分の作用と下の部分の作用とに分けて考へると、前者は $f_1$ と正反對の方向に作用

する。之を $f_2$ とする。後者は $f_2$ と大きさは等しく方向は之に垂直である。之を $f_2'$ とする。そこで、三つの場合に分かれる。

(1)  $f_1 = 2f_2$  この場合には $f_1$ から $f_2$ だけ引き、その残り $f_2'$ との合力Rを求めると、これは $h$ に垂直になる。然るに、液面の質點に作用する力が液面に垂直のとき液面は平衡を保つことができる(§76)。故にOはどちらへも動くことなく、液面 $h$ は器壁に接する部分に於ても水平である。

(2)  $f_1 > 2f_2$  この場合には、 $f_1$ から $f_2$ を取つた残り $f_2'$ との合力Rは液の中の方向に向ふ。故に、 $h$ は液面が器壁に接する部分に於て之に垂直になるように彎曲して第226圖のようになる。このとき、Oに於て液面への切線と器壁との成す角<sup>(1)</sup>を接觸角といふ。例へば硝子と水銀との接觸角は



第226圖

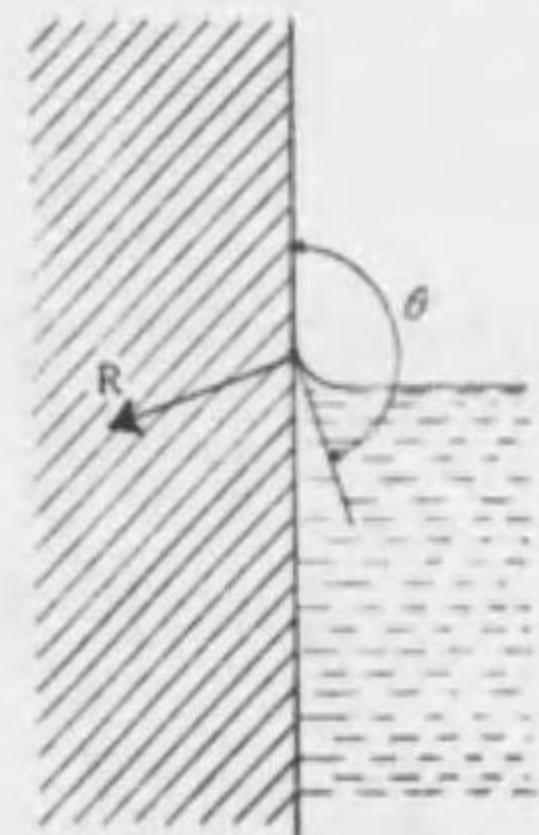
52°40'である。

(3)  $f_1 < 2f_2$  この場合には、Rは $h$ の左側に落ちる(第227圖)。故に液面がそれに垂直になるためには圖のようになる。この場合に接觸

(1) Contact angle ; der Randwinkel.



角  $\theta$  は  $90^\circ$  よりも大である。例へば硝子板を水中に立てたときはこの場合には  $\theta=180^\circ$  である。



第 227 圖

【注意】 このときは  $\theta=0$  といつてもよい。

次に口径の細い管(之を毛細管<sup>(1)</sup>といふ)を液中に立てると、管が液で濡らされる場合には、第 228 圖のように管内の液面は凹む。そして、そのために

管の内外の液面は同一水平面に在ることができない。どうしてかといふと、管内の液面は之を球面の一部と見なすことができるから、その曲率半径を  $R$  とし液の表面張力を  $\sigma$  とすると、管内の液面は上方に向ひ液面に垂直に

$$p = \frac{2\sigma}{R} \quad (1)$$

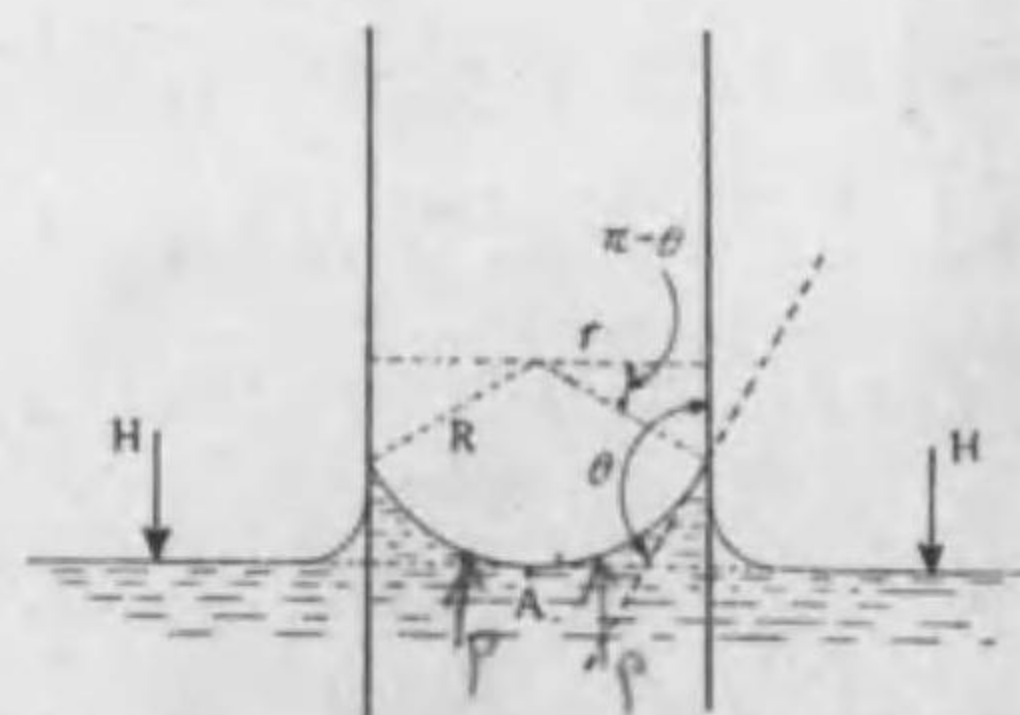
の壓力を呈する § 118, (2)。

假りに管の内外の液面が同一水平面に在るものとし、大氣の壓力を  $H$  とすると、管内の液面のすぐ下の點 A の壓力は

$$H - p = H - \frac{2\sigma}{R} \quad (2)$$

であつて、 $H$  より小である。即ち同一水平面の壓力が

(1) Capillary tube ; das Kapillarrohr.



第 228 圖

不同である。故に、管内の液面のすぐ下の點の壓力が  $H$  になるまで管中の液は上昇する。そこで  $h$  だけ上昇して平衡を保つたとし、液の密度を  $\rho$  とすると、

$$p = h\rho g$$

即ち

$$\frac{2\sigma}{R} = h\rho g.$$

でなければならぬ。然るに、管の半径を  $r$ 、接觸角を  $\theta$  とすると

$$\begin{aligned} r &= R \cos(\pi - \theta) \\ &= -R \cos \theta, \end{aligned}$$

故に、

$$h = -\frac{2\sigma \cos \theta}{r \rho g} \quad (3)$$

水と硝子の場合には  $\theta=180^\circ$  であるから

$$h = \frac{2\sigma}{r \rho g} \quad (4)$$

【注意】 (4) に於て  $\sigma$  以外のものは測り得る量であるから、これによつて水の表面張力を測ることができる。



第十四章 物體の熱膨脹<sup>(1)</sup>

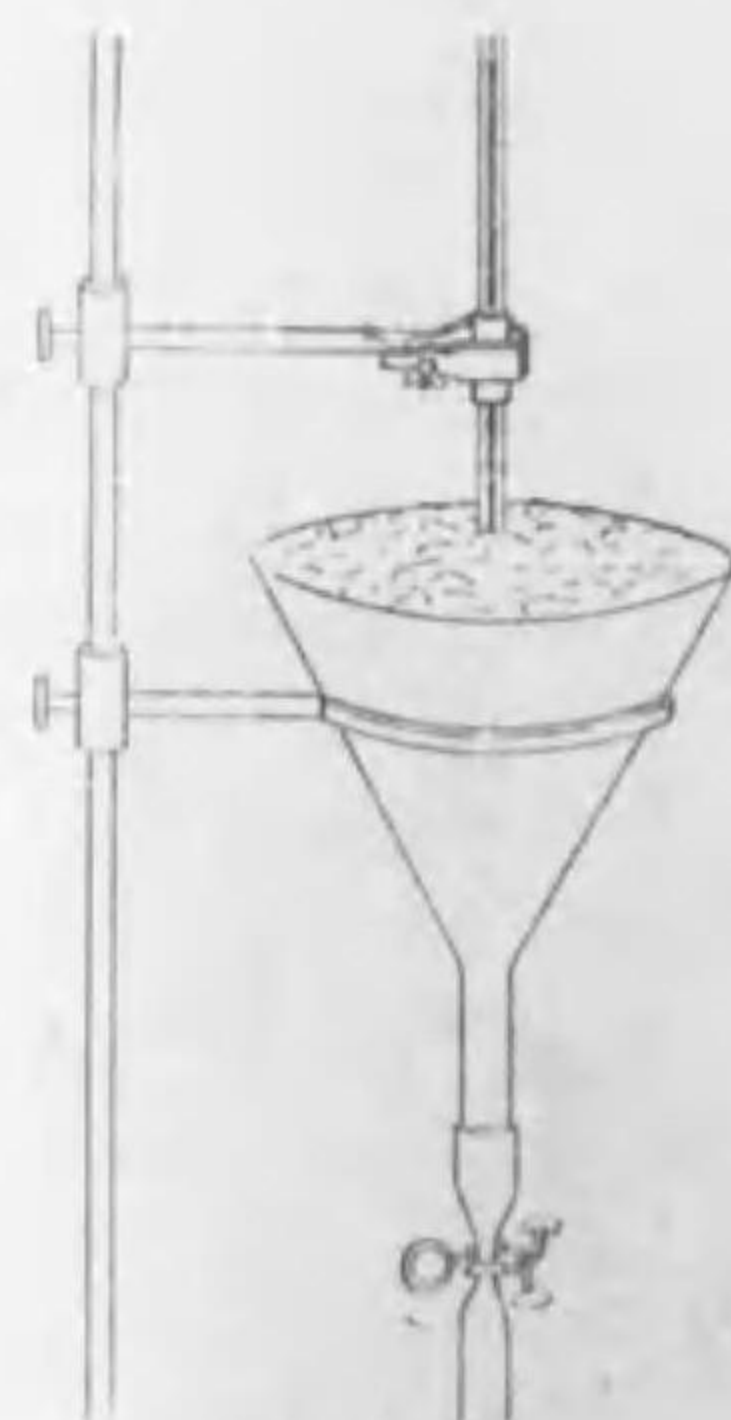
§120. 温度<sup>(2)</sup> 物體の暖かさを温度といふ。温度は物體に手を觸れて、その概畧を知ることができるけれども、その結果は極めて不正確である。これを正確に知るには、他の方法を探らねばならぬ。それには、普通物體は温まると膨脹し、冷えると收縮するからこれを利用する。それが普通に用ふる寒暖計<sup>(3)</sup>である。然るに精密に物體の熱に依て膨脹する有様を観察してみると、ある物は低温に於てはよく膨脹し、高温に於て膨脹すること少く、あるものはそれが逆であるといふ風に、物質の異なるに從て膨脹する有様が違ふから、この方法に依て温度を測るときは、寒暖計の中に入れる物質の異なるに從て異なる結果を示す事になる。例へば寒暖計中に水銀を入れた場合と、アルコールを入れた場合とはその結果が異ならねばならぬ。吾々は、後に至つて物質の相違に無關係に温度なるものを定め得ることを述べるが、それまでは水銀寒暖計の示すものが温度であると定めて置く。そうして、その目盛は

(1) Thermal expansion ; die thermische Ausdehnung. (2) Temperature ; die Temperatur. (3) Thermometer ; das Thermometer.

攝氏の日盛を用ふることにする。

§121. 寒暖計. 寒暖計は長い年月の間には狂ひを生ずる。それは、これを製作するときに熱せられた硝子が徐々に舊の状態に復するからである。そのために氷點<sup>(1)</sup>及び沸騰點<sup>(2)</sup>はそれぞれ $0^{\circ}$ 及び $100^{\circ}$ と印した點では無くなつて來る。故に精密に温度を測る爲には、豫めこれから起る誤差を測つて置いて、寒暖計の示度を補正せねばならぬ。それは、次のようにすればよい。

先づ、氷點の誤りを観るために、第229圖に示すよう



第229圖

に、漏斗の先きに短かいゴム管をつけ、之をピンチコックで挟み、漏斗の中に細かく砕いた氷を入れ、その中に寒暖計を挿入し、 $0^{\circ}\text{C}$ の目盛が氷の上に僅かに出るようにする。よく氷を押しつけて隙間がないようにし、時々ピンチコックを開いて水を出す、但し氷の面が乾かぬ程度に於て出す事を要<sup>(3)</sup>す。暫くして管中の水銀が

下り、示度 $\downarrow$ で止つたとする(第230圖)。もし、氷點以外

(1) Freezing point ; der Eispunkt. (2) Boiling point ; der Siedepunkt.



に誤りがなければ、この寒暖計の示度が  $t'$  のとき眞の温度は  $t'-J$  である。

【注意】 もしこのとき水銀の頭が  $0^\circ$  よりも下で止つたならば、 $J$  はそれ自身が負である。

次に、沸騰點の誤りを観るために、第231圖のように、沸騰する水から出る蒸氣の中に寒暖計を入れ、水銀の頭が僅かに外に出るようにし、その示度を  $100+J'$  とする(第230圖)。

【注意】 水銀の頭が  $100^\circ$  よりも下で止つた場合には、 $J'$  自身の値が負である。

上の二つの實驗の結果により、この寒暖計の目盛り  $1^\circ$  は正しき寒暖計  $\frac{100}{100+J'-J}$  度に當る。故にこの寒暖計の示度が  $t'$  のときの温度は、

$$t = (t' - J) \times \frac{100}{100 + J' - J}$$

$$= (t' - J) \times \frac{1}{1 + \frac{J' - J}{100}}$$

これを二項定理に依て展開し、 $\frac{J' - J}{100}$

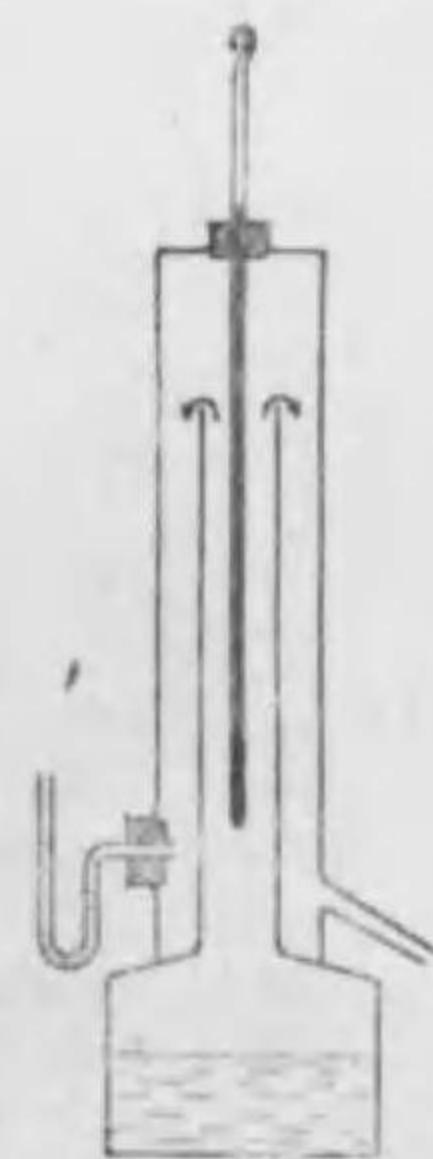
の二乗以下を省略すると、

$$t = (t' - J) \left( 1 - \frac{J' - J}{100} \right)$$

$$= t' - J - t' \frac{J' - J}{100}$$



第230圖

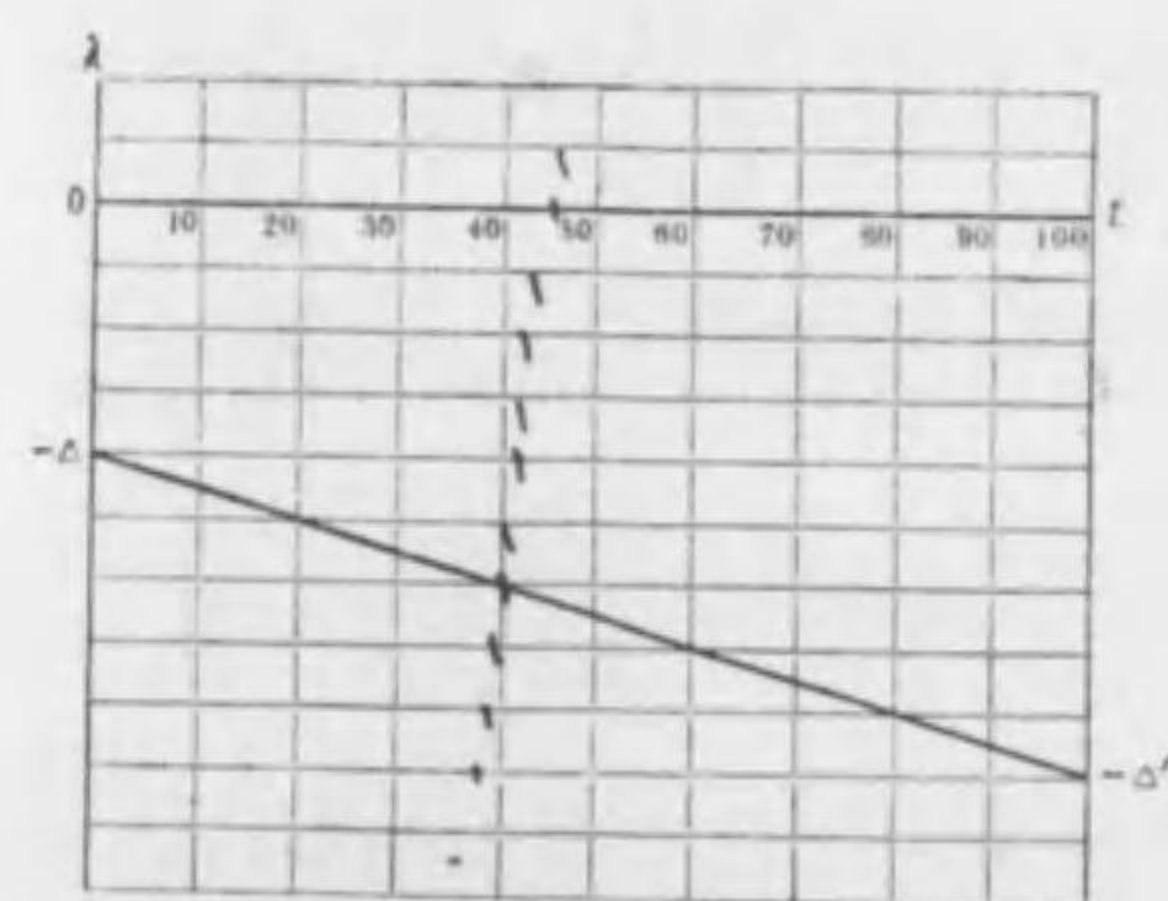


第231圖

故に、此寒暖計で温度を測るときは、その氷點と沸騰點との異なるために、寒暖計で讀んだ示度  $t'$  に補正<sup>(1)</sup>として

$$\lambda = -J - t' \frac{J' - J}{100}$$

を加へねばならぬ。この式は  $\lambda$  及び  $t'$  について一次であるから、その關係をグラフに表はすと直線になる。そうして、 $t'=0$  のとき  $\lambda = -J$ 、 $t'=100$  のとき  $\lambda = -J'$  で



第232圖

あるから第232圖のように、方眼紙の横及び縦にそれぞれ  $t'$  及び  $\lambda$  を取り、 $(0, -J)$  と  $(100, -J')$  の二點を直線で結ぶと、補正のグラフ

が得られる。

【注意】 普通補正といふのは、ある値から一層精密なる値を得るために、それに加ふべき正或は負の數をいふのである。故に補正そのものが負の場合には、これを算術的に引くことになる。

寒暖計は、又その管の太さが一樣ならざるために誤差を生ずる。之を測るには、管中の水銀を約  $10^\circ$  の長さ

(1) Correction ; das Korrektion.



に切り、之を管の中の所々に動かし、その長さの變化に依て管の太さの變化を測る。これを寒暖計の目定め<sup>(1)</sup>といふ。

【注意】 一般に管の太さの事を Caliber といふ。従て、寒暖計の管の太さをしらべる事を Calibration といふ。尙これを擴張して、總ての測定器械の目盛を檢査し、それに對する補正を求める事を一般に Calibration といふ。

§ 122. 膨脹係數<sup>(2)</sup> 固體、例へば針金の溫度  $t^{\circ}C$  のとき長さが  $l$  であつて、溫度  $t + \Delta t$  のとき  $l + \Delta l$  ならば、溫度  $t^{\circ}C$  に對しては  $\frac{\Delta l}{l}$  だけ伸びた割合になる。従て、 $t^{\circ}C$  の上昇に對し單位の長さについての伸びは、

$$\frac{\frac{\Delta l}{l}}{\Delta t} = a \quad (1)$$

である。之を線膨脹係數<sup>(3)</sup> といふ。今、 $a$  が一定なるものとし、棒の長さが  $t^{\circ}C$  のとき  $l$ 、 $t^{\circ}C$  のとき  $l'$  とすると、

$$\frac{l' - l}{l} = a.$$

従つて、

(1) Calibration ; die Kalibrierung. 寒暖計目定めの方法については早川金之助氏物理實驗測定法 165 頁を見よ。(2) Expansion coefficient ; der Ausdehnungskoeffizient. (3) Linear expansion coefficient ; der lineare Ausdehnungskoeffizient.

$$l' = l\{1 + (t' - t)a\}. \quad (2)$$

ある物體の體積が、 $t^{\circ}C$  のとき  $V$ 、 $t + \Delta t$  のとき  $V + \Delta V$  とすれば、

$$\frac{\frac{\Delta V}{V}}{\Delta t} = \beta. \quad (3)$$

之を體膨脹係數<sup>(1)</sup> といふ。

$\alpha$  と  $\beta$  との關係を考へるために、立方體を考へ、 $t^{\circ}C$  のとき一邊の長さが  $l$ 、體積が  $V$  とすると、

$$V = l^3. \quad (4)$$

また、 $t + \Delta t$  のとき一邊の長さ  $l + \Delta l$ 、體積  $V + \Delta V$  とすると、

$$V + \Delta V = (l + \Delta l)^3 = l^3 + 3l^2\Delta l + 3l(\Delta l)^2 + (\Delta l)^3 \quad (5)$$

故に、 $\Delta V = 3l^2\Delta l + 3l(\Delta l)^2 + (\Delta l)^3$

従つて、 $\frac{\frac{\Delta V}{V}}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{V^2} = 3\frac{\Delta l}{l} + 3\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2\Delta t + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^3\Delta t^2$

故に、

$$\beta = 3\alpha + 3\alpha^2\Delta t + \alpha^3\Delta t^2. \quad (6)$$

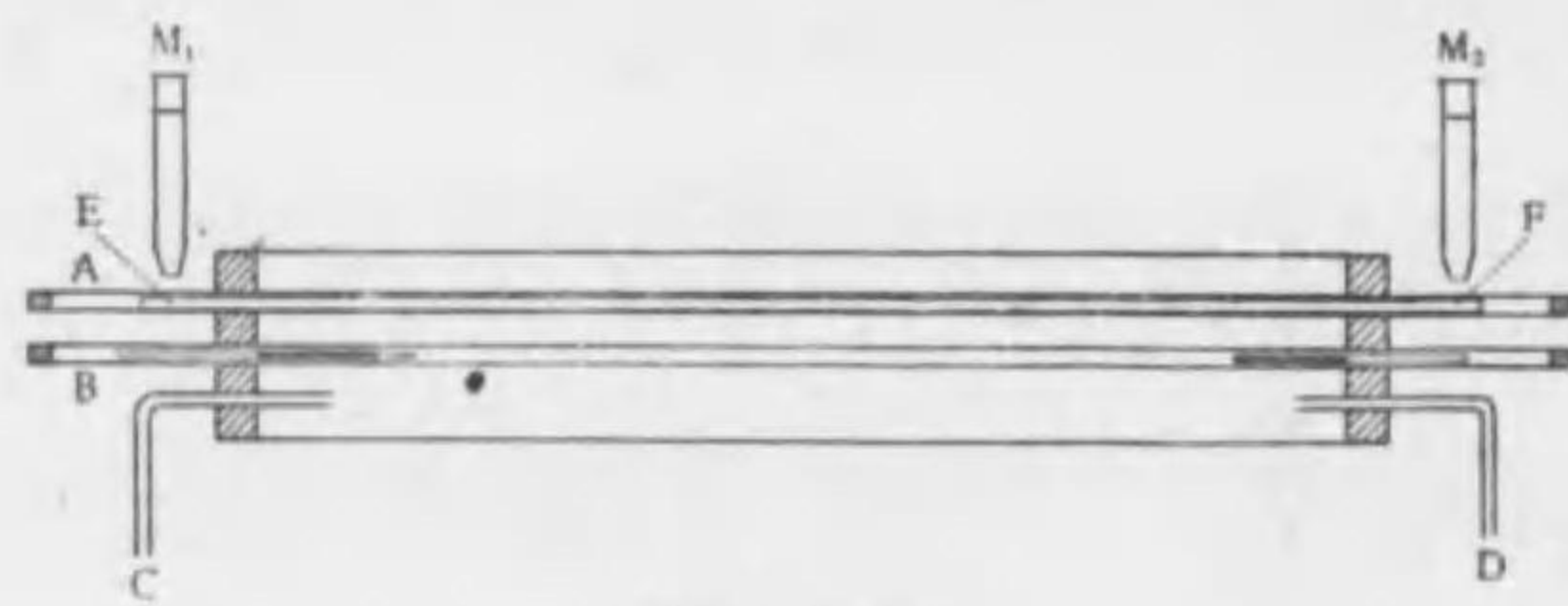
$\alpha^2$  以下の項は省略してもよいから、

$$\beta = 3\alpha. \quad (7)$$

(1) Cubic (volume) expansioncoefficient ; der kubische (volumen) Ausdehnungskoeffizient.



§ 123. 膨脹係數の測定法<sup>(1)</sup> I. 固體. 固體の膨脹係數は、第233圖のようにして測ることができる。圖の

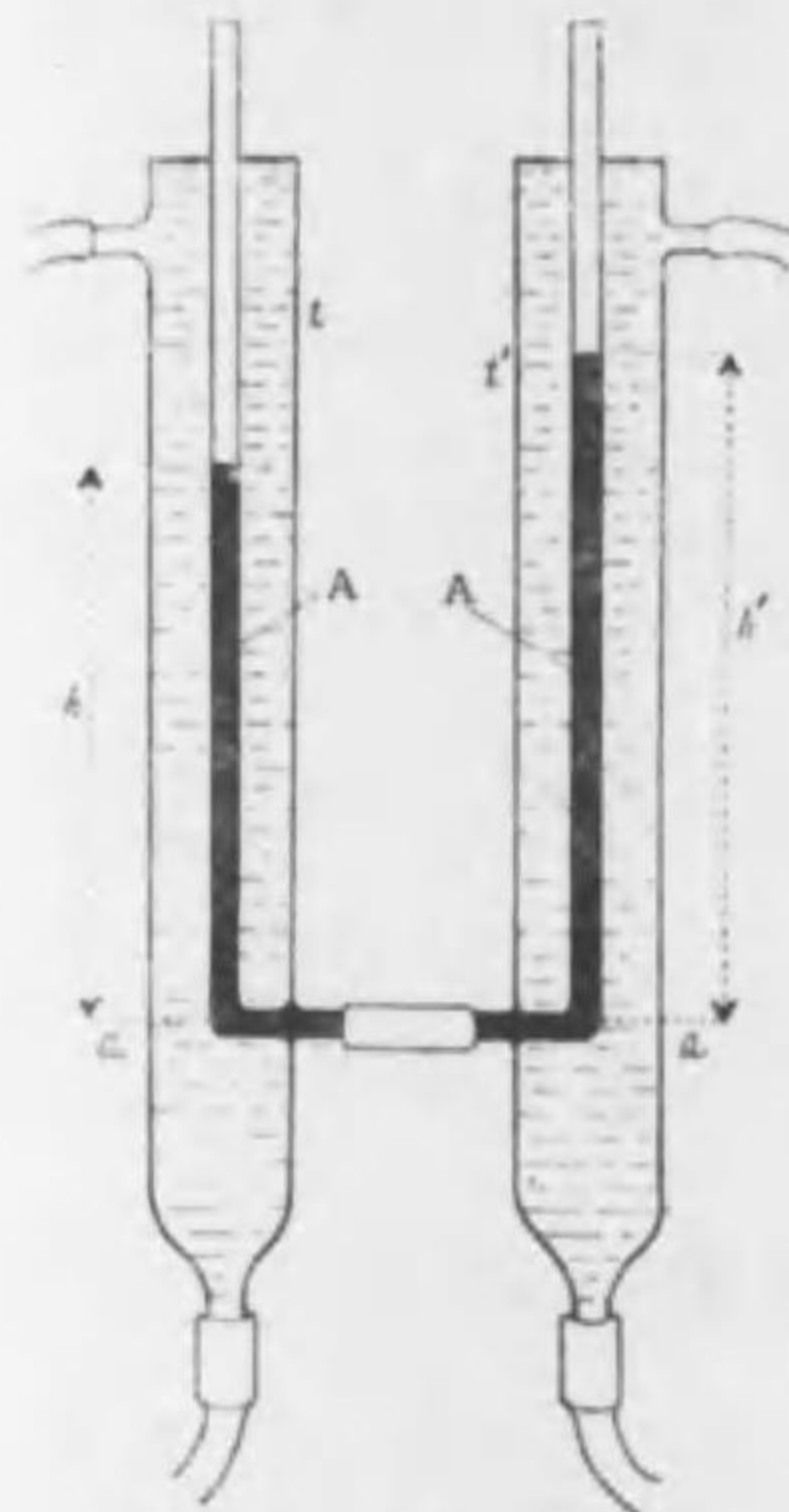


第233圖

Tは太い硝子管であつて、その兩端にはコルク栓をはめ、之れに二本の硝子管A及びBを通してある。Aには膨脹係數を測らうとする針金をさし込み、その兩端に近い所に目印として細い線E及びFを刻んで置く。また、Bには寒暖計を入れて針金の温度を測る。そこで、先づ常溫に於てE及びFを測微顯微鏡の中の線に一致せしめ、Cから水蒸氣を入れてDから出し、温度が一定になつたときM<sub>1</sub>及びM<sub>2</sub>によつてE及びFの移動を測つてΔlを計算し、寒暖計の前後の讀みの差によつてΔtを知る。また、物指でEFの間の長さを測つてlとし、前節の(1)によつてαを計算する。

II. 液體. 液體の膨脹係數を測るには、第234圖に示すような装置を用ひ、その膨脹に依る密度の變化を

(1) 實驗法の詳細については早川金之助氏物理實驗測定法177頁-191頁を見よ。



第234圖

利用するが便利である。圖のAは膨脹係數を測らんとする液體、管の左方の枝の周りには水を通し温度をtに保ち、他の方の枝の周りには湯を通し温度をt'に保つと、一方の液の密度はρ、他方の密度はρ'となる。従て、水平面aから液面までは高さが一方に於てはh、他方に於てはh'となる。そして、h及びh'は物指で測ることがで

きる。然るに、同一水平面に於ける壓力は相等しくなければならぬから、

$$h\rho = h'\rho'$$

故に、

$$\frac{h'}{h} = \frac{\rho}{\rho'}$$

然るに、一定質量の液體が温度t及びt'に於ける體積をそれぞれV及びV'とすると、

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{V'}{V}$$

故に、

$$\frac{h'}{h} = \frac{V'}{V}$$

従つて、

$$\frac{h'-h}{h} = \frac{V'-V}{V}$$

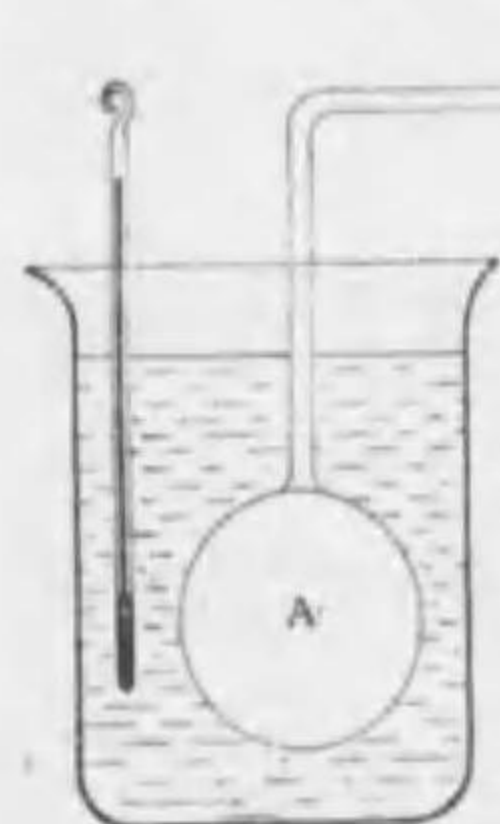


故に、

$$\beta = \frac{V' - V}{(t' - t)V} = \frac{h' - h}{(t' - t)h}$$

水は不規則なる膨脹をする。即ち  $0^{\circ}\text{C} \rightarrow 4^{\circ}\text{C}$  では温度が高まるにつれて、収縮し  $4^{\circ}\text{C}$  以上では膨脹する。

Ⅲ. 氣體. 氣體の膨脹係数は第 235 圖のよう



第 235 圖

て測ることができ。圖の A は硝子球であつて、これに直角に曲げた硝子管を附け、その中には水

銀を僅が入れ(圖の B), その部分を水平に保ち、A を水中に入れその温度を色々に變へ、B の移動によつて膨脹を知るのである。

實驗の結果によると、いづれの氣體も  $1^{\circ}\text{C}$  の上昇に對し  $0^{\circ}\text{C}$  の體積の約  $\frac{1}{273}$  を増す。これを **ゲールサツクの法則** 或は **シャルルの法則** といふ。

尙ほ精密なる實驗の結果によると、

ヘリウムに對しては  $\beta = 0.0036604 - 0.0000019p$ 。

水素に對しては  $\beta = 0.0036604 + 0.0000012p$ 。

窒素に對しては  $\beta = 0.0036604 + 0.0000127p$ 。

(1) Gay-Lussac (1778-1850). (2) Charles. (3) この値は F. Henning 及び W. Heuse が 1921 年に得たものである。

こゝに  $p$  はガスの壓力を表はし、1 ミリメートルの水銀柱の壓力を單位としてある。

この結果を見ると、ガスの膨脹係数はその壓力によつて變る。即ち、密度によつて變る。然し、密度が非常に小なるときは、

$$\beta = 0.0036604 = \frac{1}{273.2}$$

である。また色々のガスについて膨脹係数を測つてみると、液化し易いもの程上の値との違ひが大である。

§124. 理想氣體. 前節の結果から考へてみると、いづれのガスでもその密度が非常に小であれば、その膨脹係数は皆  $0.0036604$  であると思へることができる。そこで、この膨脹係数を有することがガスたるの一つの特性を表はすものであつて、密度が増すに従ひこの値から次第にはづれるのは、次第にガスたるの特性を失ふものであると思へることができる。

また §86 に述べたボイルの法則も、ガスの密度が大きくなれば次第にあてはまらなくなる。この法則も亦ガスたるの特性を表はすものと思へられる。

そこで、吾々が前に剛體 (§40) 及び彈性體 (§57) を考へたと同様に、こゝに一つの理想的の氣體を想像する。即ち、如何なる壓力如何なる温度に於てもボイルの法

(1) Ideal gas ; das idealegas.

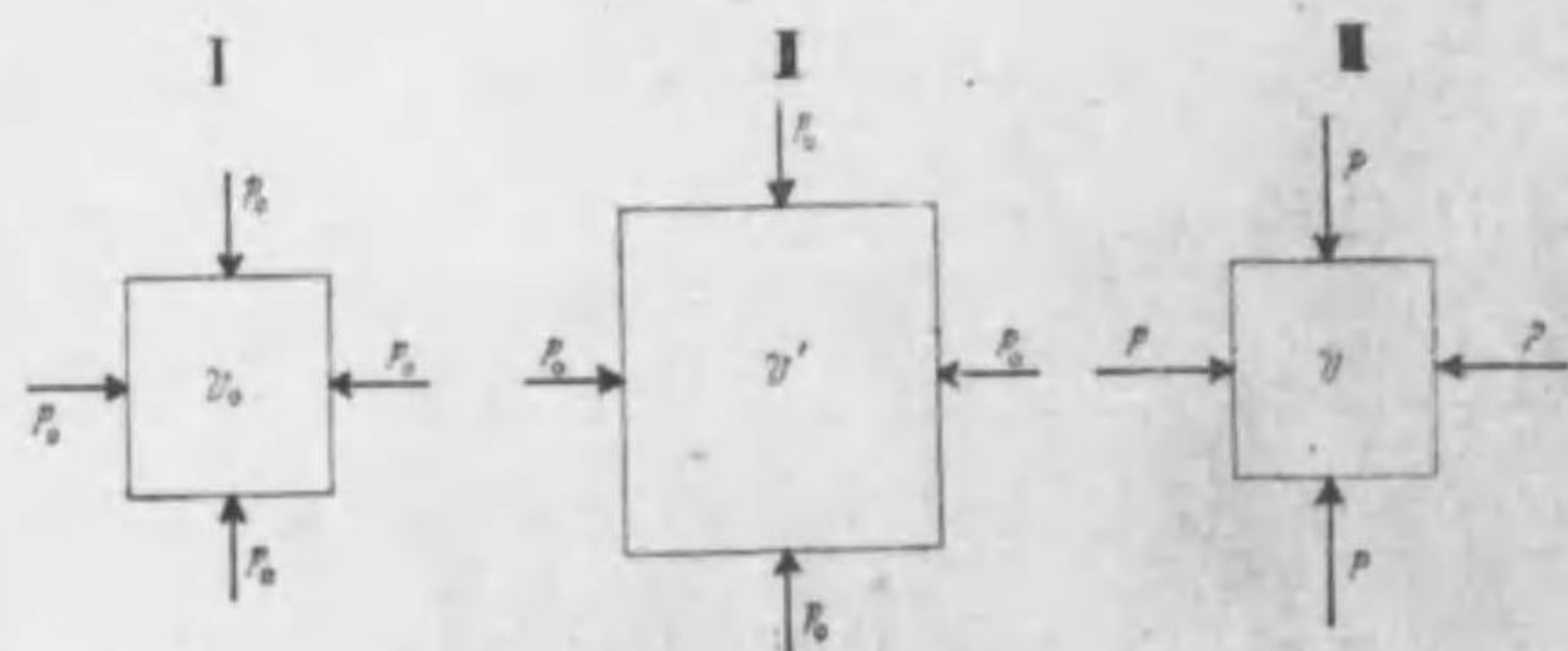


則に従ひその膨脹係数が 0.0036604 である氣體を假想し、之を理想氣體或は完全氣體<sup>(1)</sup>といふ。水素、ヘリウム、酸素、窒素の如きものは、常温常壓に於ては理想氣體とみなしてもさし支がない。

§ 125. 理想氣體の狀態方程式. ある質量の理想氣體の  $0^{\circ}\text{C}$  及び  $t^{\circ}\text{C}$  に於ける體積をそれぞれ  $v_0$  及び  $v$  とすると、前節の結果より

$$v = v_0 \left( 1 + \frac{1}{273.2} t \right).$$

この式は一定の壓力の下に於ける  $v$  と  $t$  との關係を表はすものであるが、壓力  $p$  と溫度  $t$  とがともに變化したる場合に  $v, t$  及び  $p$  の關係を表はしてみよう。先づ、初めは壓力を一定にして置いて溫度のみを變化し、次に溫度を一定して壓力を變化する。即ち、先づ溫度  $0^{\circ}\text{C}$  壓力  $p_0$  のとき體積が  $v_0$  であるものを(第 236 圖 I),



第 236 圖

壓力を變へずに、溫度を  $t^{\circ}\text{C}$  にしたとき體積が  $v$  になつ

(1) Perfect gas ; das perfekte Gas.

たとすると、

$$v' = v_0 \left( 1 + \frac{1}{273.2} t \right). \quad (1)$$

次に溫度を變へずに、壓力を  $p$  にしたとき體積が  $v$  になつたとすると(III), ボイルの法則により、

$$p_0 v' = p v$$

故に、

$$v' = \frac{p v}{p_0}.$$

之を(1)に入れて、

$$\frac{p v}{p_0} = v_0 \left( 1 + \frac{t}{273.2} \right).$$

故に、

$$p v = p_0 v_0 \left( 1 + \frac{t}{273.2} \right). \quad (2)$$

之をボイル、ゲールサツクの法則<sup>(1)</sup>或はボイル、シャルルの法則<sup>(2)</sup>といふ。(2)から

$$p v = p_0 v_0 \frac{273.2 + t}{273.2}.$$

即ち、

$$\frac{p v}{273.2 + t} = \frac{p_0 v_0}{273.2}. \quad (3)$$

となるから、 $0^{\circ}\text{C}$  よりも  $273.2^{\circ}\text{C}$  低い溫度から測つた溫度を  $T$  にて表はすと、

$$T = 273.2 + t.$$

この溫度の起點、即ち  $-273.2^{\circ}\text{C}$  を絶対零度<sup>(3)</sup>といひ、これ

(1) Boyle-Gay-Lussac's law ; das Boyle-Gay-Lussacsche Gesetz. (2) Boyle-Charles' law ; das Boyle-Charlessche Gesetz. (3) Absolute zero-point ; der absolute Nullpunkt.



から測つた温度を絶対温度<sup>(1)</sup>といふ。

【注意】 何故に絶対といふかについては後に述べる。

今、 $273.2^{\circ}\text{C} = T_0$  とすれば(3)から

$$\frac{pv}{T} = \frac{p_0 v_0}{T_0}$$

従て、或るガスの一定質量を取るならば、

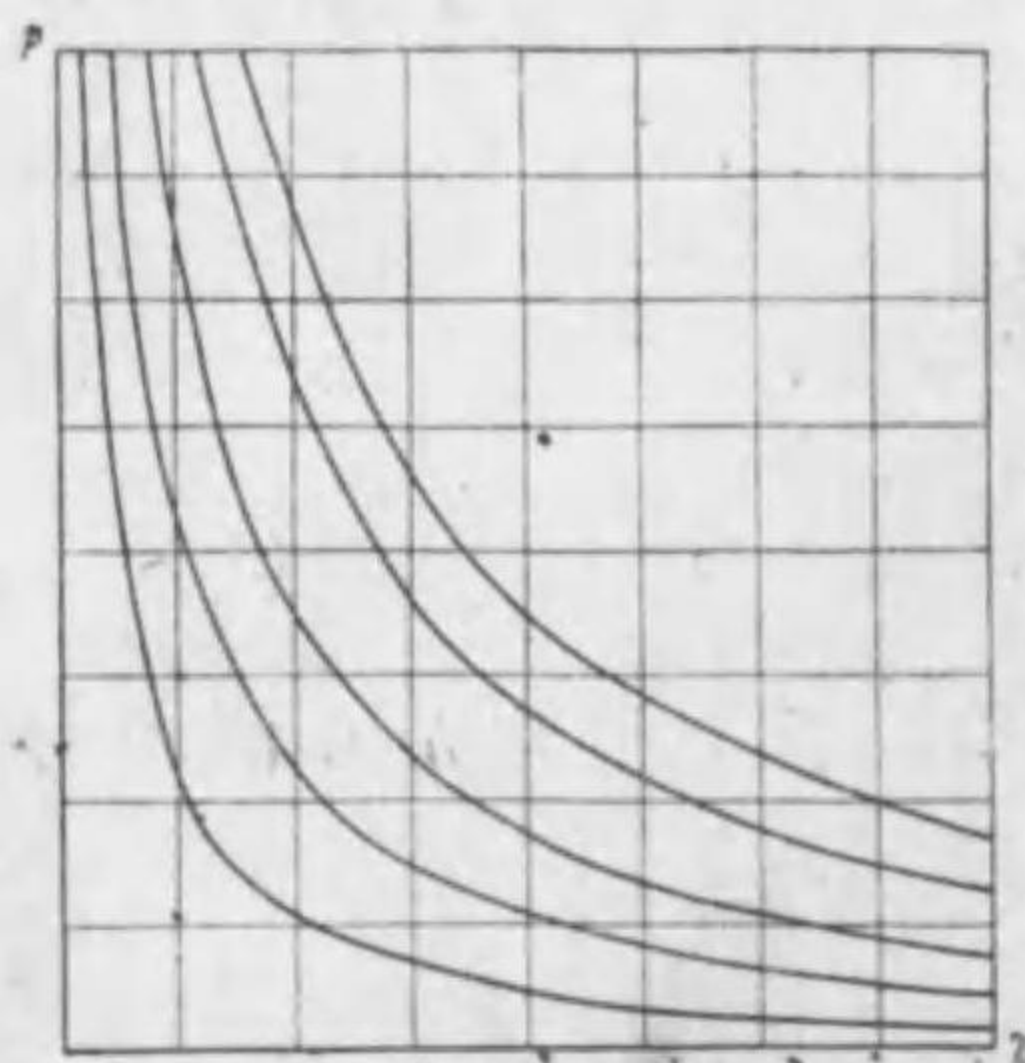
$$\frac{pv}{T} = \text{一定}$$

である。換言すれば、

$$pv = \text{定数} \times T. \quad (4)$$

故に、壓力と體積との關係を示すグラフは、温度に依て異なる直角雙曲線となる。

凡て、一定温度の下に於ける一定質量の物質につき



第237圖

壓力と體積との關係を示す曲線を等温線<sup>(2)</sup>といふ。依て、ガスの等温線は直角雙曲線である(第237圖)。

さて、(4)の定数は、取るべきガスの質量の多少によつて値を異にする

から、氣體の1 grを取ると定めて置けば、その定数はガ

(1) Absolute temperature; die absolute Temperatur. (2) Isothermal line; die isothermische Linie.

スの種類さへ定まれば定まるものである。之を  $k$  とすると、

$$pv = kT. \quad (5)$$

この  $k$  をガスの比恒数<sup>(1)</sup>といふ。

【注意】 このときにはガスの1 grを取つたことを特に注意するを要する。

次に、二種のガス(1)及び(2)について(5)に相當する式がそれぞれ

$$pv_1 = k_1 T$$

$$pv_2 = k_2 T$$

であるとし、邊々相除すると、

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{k_1}{k_2}. \quad (6)$$

然るに、 $\rho_1, \rho_2$  及び  $w_1, w_2$  をガス(1)及び(2)の密度及び分子量とすると、

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{w_2}{w_1}. \quad (7)$$

【注意】 分子量は酸素を32とし、これに比較した比重である。

(6)と(7)とから

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{k_1}{k_2}$$

即ち、

$$k_1 w_1 = k_2 w_2$$

故に、ガスの比恒数と分子量との積はガスの種類に關

(1) Specific gas-constant; die spezifische Gaskonstante.



せず一定である。之をガスの一般恒数或は單にガス恒数<sup>(1)</sup>といふ。さて(4)の兩邊に分子量  $w$  を掛けると、

$$pvw = w k.T$$

こゝに  $v$  は壓力  $p$ 、温度  $T$  に於てガス 1 瓦の體積であるから、 $vw$  は同一状態に於けるガスの  $w$  瓦即ち 1 瓦分子の體積である。之を  $V$ 、ガス恒数を  $R$  とすると、

$$pV = R.T \quad (8)$$

即ち、ガスの一瓦分子を取るならば、如何なるガスでもこの式を満足する。これを理想氣體の状態方程式といふ。

今、 $R$  の値を求めるため  $T=273.2$ 、 $p$  を 1 氣壓即ち  $1.013253 \times 10^6 \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2}$  とすると、 $V=22414.1 \text{ c.c.}$  であるから

$$R = \frac{1.013253 \times 10^6 \times 22414.1}{273.2}$$

$$R = 8.313 \times 10^7 \quad (9)$$

【注意】 總て或物質の一定質量を取るならば、その壓力  $p$ 、温度  $t$ 、體積  $v$  の中の何れか二つが定まれば残りの一つは定まる。故に、此三者間には一定の關係が成立して居なければならぬ。即ち

$$f(p, t, v) = 0$$

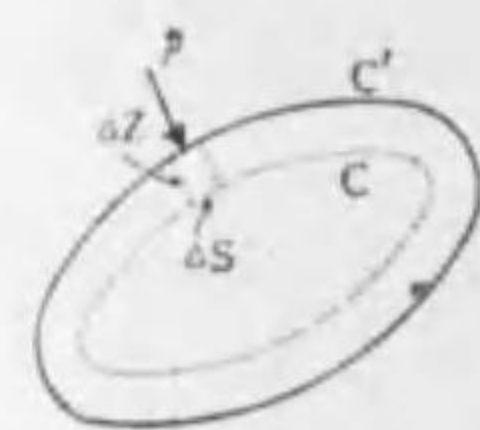
の如き形で表はさるに相違ない。此の式を名づけてその物質の状態方程式といふ。

### § 126. 膨脹のため外壓に對して成す仕事。普通物

(1) Gas-constant ; die Gaskonstante.

體は常に外から壓力を受けて居る。例へば、空氣中に在る物體は、その表面に於て大氣の壓力を受けて居る。故に膨脹するときには、その外壓に對して仕事をせねばならぬ。次に、その仕事の量を計算する。

今、第238圖のように、 $C$ なる表面で圍まるゝ物體が



第238圖

僅かに膨脹して、その表面が  $C'$  になつたとする。 $C$  を多くの小なる面積に分ち、その各の面を底とし  $C'$  を他の底面とする角塊を考へる。今、その一つを取り、底面積を  $ds$ 、高さを  $dz$ 、外壓を  $p$  とする。外壓に抗してこの小角塊だけの體積を膨脹せしめるに要する仕事を  $\Delta W'$  とすると

$$\Delta W' = p \times ds \times dz$$

然るに、 $ds \times dz$  は角塊の體積である。之を  $\Delta v'$  とすると

$$\Delta W' = p \Delta v' \quad (1)$$

今、小角塊の體積を  $(\Delta v')_1, (\Delta v')_2, \dots$  とすると、 $C$  から  $C'$  まで膨脹するときの仕事は

$$\Delta W = p(\Delta v')_1 + p(\Delta v')_2 + \dots$$

$$= p\{(\Delta v')_1 + (\Delta v')_2 + \dots\}$$

$$= p \Delta v \quad (2)$$

### § 127. 氣體恒数の物理學的意義。ある理想氣體 1



$gr$  の體積を  $v$  とすると,

$$pv = kT. \quad (1)$$

今、その温度を極僅か  $\Delta T$  だけ高めたために、體積が極僅か  $\Delta v$  だけ増加したとすると、そのため外に向つて成した仕事は前節によつて

$$\Delta W = p\Delta v. \quad (2)$$

である。それが膨脹した後には壓力は  $p$ 、體積は  $v + \Delta v$ 、温度は  $T + \Delta T$  であるから、

$$p(v + \Delta v) = k(T + \Delta T). \quad (3)$$

(1) と (3) とを邊々相減すると、

$$p\Delta v = k\Delta T. \quad (4)$$

(2) と (4) により、

$$\frac{\Delta W}{\Delta T} = k. \quad (4)$$

この式で  $\Delta T = 1$  のときは、

$$\Delta W = k \quad (5)$$

である。故に比ガス恒數といふものは、そのガス  $1 gr$  を温度一度だけ高めたとき外に向つて成す仕事を表はすものである。

以上述べたのと同様の方法に従ひ、

$$pV = RT$$

から、ガス恒數  $R$  といふのは、理想氣體  $1$  瓦分子(即ち  $1$  モル)の温度を  $1$  度高めたとき外に向つて成す仕事を

表はすものと解することができる。故に §125(9) に記した  $R$  の値に單位を添へて書くときは

$$\text{ガス恒數 } R = 8.313 \times 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{deg mol}} \quad (6)$$

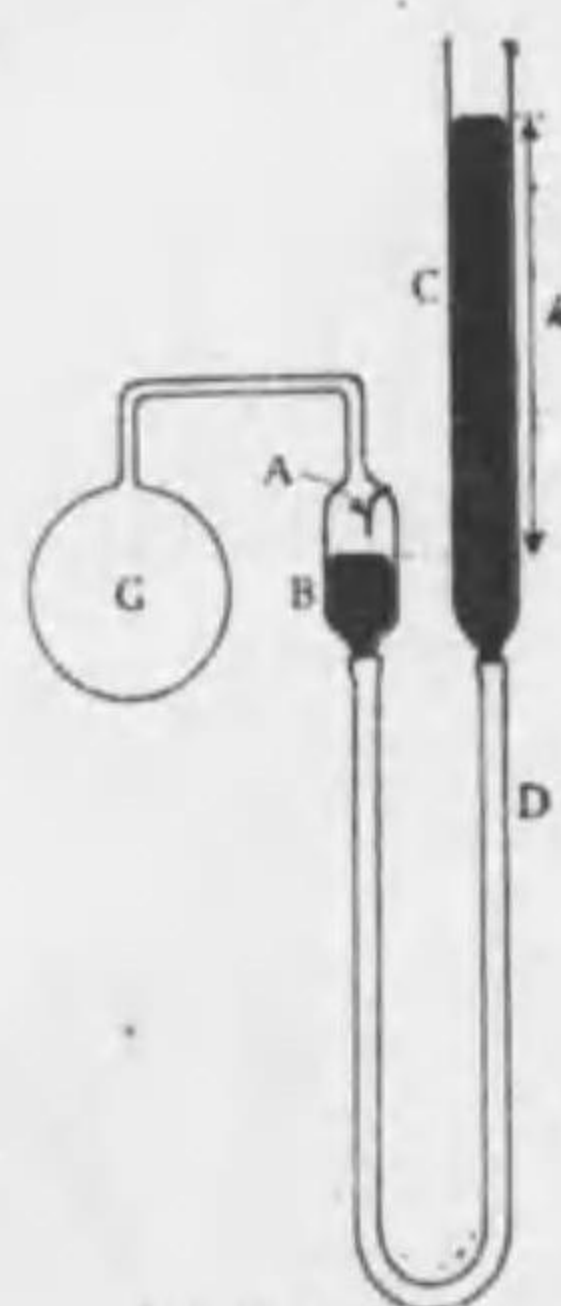
とすべきである。

§128. 理想氣體による温度の定義. 吾々は、これまで水銀の膨脹を基として温度を定義して來た。然し、これはたゞ便利のためであつて、理論的の根據はないのである。然るに、§125 によると、理想氣體はその種類の如何を問はず、 $1^\circ\text{C}$  の上昇に對し  $0^\circ\text{C}$  のときの體積の  $\frac{1}{273.2}$  の膨脹をする。故に、吾々は温度を定むるに水銀を採ることをやめて理想氣體をとり、 $1^\circ\text{C}$  といふのは理想氣體の體積を  $0^\circ\text{C}$  のときの  $\frac{1}{273.2}$  だけ増加せしむるため上昇すべき温度であるといふことにする。また體積を一定にして壓力を  $0^\circ\text{C}$  のときの  $\frac{1}{273.2}$  だけ増加せしめる温度が  $1^\circ\text{C}$  であるとしても同様である。尙又前節の結果によると、かく定めた温度なるものは理想氣體の  $1$  モルを温めて膨脹せしめ外壓に對して  $8.313 \times 10^7$  エルグの仕事を行なはしめる温度であるといふことができる。

さて §125 に述べたように、水素またはヘリウムの如きものは、常温常壓に於ては理想氣體に近いから、これを用ひて前節に定義した温度を測ることができる。



かくの如くガスに依て温度を測る装置を**ガス寒暖計**<sup>(1)</sup>といふ。その構造は第239圖に示すようである。圖の



第239圖

Bは硝子管であつて硝子球Gと硝子管で連結され、Bの下端はゴム管で硝子管Cと連結されて居る。D中には水銀を入れGの中には、空氣、水素、ヘリウム等の如きガスを入れる。之を用ひて温度を測るにはGを氷水の中に入れ、Aの先端に水銀面が觸れるまで右の管Cを上げ、その時の水銀面の高さの差 $h$ を測る。 $h$ と氣壓計の高さ $H$ とに依てG中のガスの壓力を知る事ができる。それを $P_0$ とする。次にGを温度を測らんとするものの中に入れる。前の様にAの先端に水銀面が觸れるとき兩方の水銀面の高さの差からG中の壓力を計算しこれを $P$ とする。Gの體積を $V_0$ とすると、

$$\frac{P_0 V_0}{273.2} = \frac{P V}{T}$$

$$T = \frac{P}{P_0} \times 273.2$$

【注意】 若し水銀の膨脹と、水素、ヘリウム等の膨脹が互に比例するならば、此寒暖計にて測りたる結果は水銀寒暖計と一致せねばならぬ。然るに、この値は大體一致するのみで全然は一致しない。

(1) Gas-thermometer ; das Gasthermometer.

## 第十五章 熱 量<sup>(1)</sup>

§129. 熱量の單位. 物體が温くなるのは、何物かその物體にはいり込むためであつて、それが冷たくなるのは、その物が物體から出るためであると想像される。この想像上の物を熱といふ。

こゝに想像した熱なるものゝ本性如何は後に考へることとし、本章に於ては主として之を測ることについて述べる。これには單位を定めることが必要である。その單位には純粹の水1斤を温度 $14.5^{\circ}\text{C}$ から $15.5^{\circ}\text{C}$ まで高めるに要する熱量を用ひ、**キログラムカロリー**<sup>(2)</sup>或は**大カロリー**<sup>(3)</sup>といふ。また純粹の水1瓦を $14.5^{\circ}\text{C}$ から $15.5^{\circ}\text{C}$ に高めるに要する熱量を**グラムカロリー**<sup>(4)</sup>又は**小カロリー**<sup>(5)</sup>といふ。また $14.5^{\circ}\text{C}$ — $15.5^{\circ}\text{C}$ の代りに $0^{\circ}\text{C}$ — $1^{\circ}\text{C}$ を採る事がある。この時は**零度カロリー**<sup>(6)</sup>といひ、之に對し前のものを $15^{\circ}\text{C}$ カロリーと云ふ。本書に於ては $15^{\circ}\text{C}$ グラムカロリーを用ひ之を單にカロリーといふ。

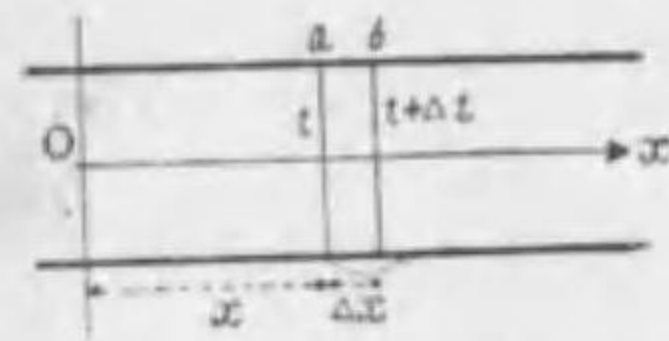
(1) Heat quantity ; die Wärmemenge. (2) Kilogramme-calory ; Kilogramkalorie. (3) Greatcalory ; grosse Kalorie. (4) Gramme-calory ; Gram-kalorie. (5) Smallcalory ; Kleine Kalorie. (6) Zeropoint-calory ; Nullpunktkalorie.



【注意】熱量の単位を定めるのに水を探った理由は最も普通な物質であつて最も便利であるからである。また、 $14.5-15.5^{\circ}\text{C}$ の温度を選んだのは普通室内の温度が $15^{\circ}\text{C}$ 近邊であるからである。

§130. 熱の移動. 熱は傳導, 對流及び輻射の三つの方法で移動する。

I. 傳導<sup>(1)</sup>. 一つの物體中に於て温度の差があるとき、熱は高温の部分から低温の部分に向ひ、物質を傳つて傳播する。温度の異つた二物體を接觸した場合も同様である。之を傳導といふ。今、棒の二つの切口  $a$  及び  $b$  の温度がそれぞれ  $t$  及び  $t+\Delta t$  であつたとする



第240圖

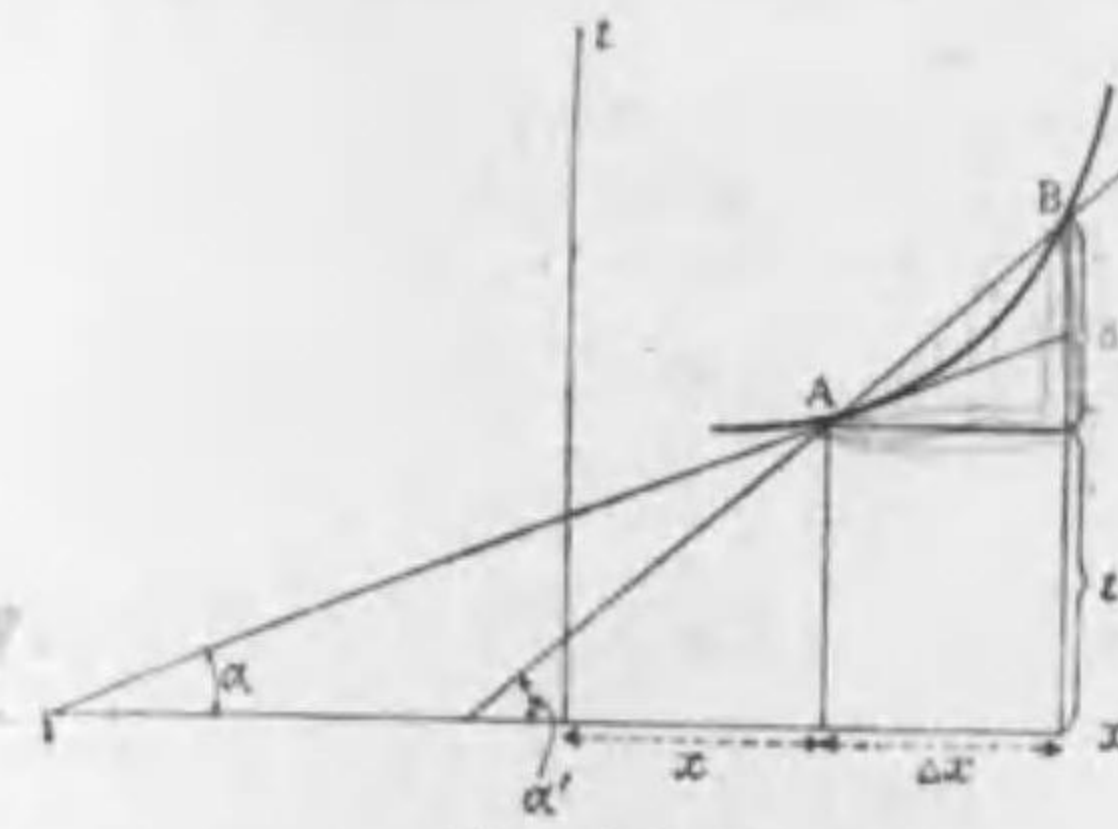
と(第240圖), 熱は  $b$  から  $a$  の方向に流れる。今棒の一つの切口  $o$  から棒に沿ふて計つた  $a$  及び  $b$  までの距離をそれぞれ  $x$  及び  $x+\Delta x$  とすると,  $\Delta t$  は  $x$  の値の變化  $\Delta x$  に對應する温度の變化である。従て,  $\frac{\Delta t}{\Delta x}$  は  $\Delta x$  中の平均の變化である。そこで,  $b$  を限りなく  $a$  に近づけると,  $\Delta x$  と  $\Delta t$  は, ともに零に近づく。併し  $\frac{\Delta t}{\Delta x}$  は一定の極限に近づく。即ち

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{dt}{dx}$$

之を  $a$  に於ける温度の勾配<sup>(2)</sup>といふ。之を圖に示すと

(1) Conduction ; die Leitung. (2) Temperature-gradient ; das Temperaturgradient.

第241圖のようになる。直線  $AB$  及び  $A$  に於ける曲線



第241圖

への切線が  $x$  軸となす角をそれぞれ  $\alpha'$  及び  $\alpha$  とすると,

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} = \tan \alpha'$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{dt}{dx} = \tan \alpha.$$

さて, 第240圖の  $a$  の單位面積を單位時間に通る熱量を  $Q$  とすると,

$Q \propto$  温度の勾配.

従つて,

$$Q = -k \frac{dt}{dx} \quad (1)$$

と置くことができる。  $k$  は各物質に特有なものであつて熱の比傳導率<sup>(1)</sup>といふ。

【注意1】 第241圖のように  $\frac{dt}{dx} > 0$  のとき熱は  $x$  の負の方向に流れ,  $\frac{dt}{dx} < 0$  のときは  $x$  の正の方向に流れる。故に,  $x$  の正の方向に流れるとき  $Q$  を正とし, 且つ  $k$  の値を正とするために上の式の右邊に  $-$  をつけたのである。

【注意2】 温度上昇の遲速は物質の異なるに従つて違ふ。それは  $k$  の外に密度  $\rho$  比熱  $C$  に關係する。さて(1)によつて, 一樣な棒に於いても温度の勾配が何處でも一定であつたならば, 棒のどの切口を通る熱量も相等しいから, 熱は棒の中に溜らない, 即ち温度の昇降は

(1) Specific thermal conductivity ; das spezifische Wärmeleitungs-koeffizient.



ない。故に、温度が昇降するためには温度の勾配が棒の切目によつて違はなければならぬ。そこで、温度の勾配を  $g' = \tan \alpha = \frac{dt}{dx}$  とすると、単位時間に於ける温度の昇り  $v$  は温度勾配の勾配即ち  $\frac{dg}{dx}$  に比例する。故に  $v = -D \frac{dg}{dx}$  と置かる。Dは物質によつて違ふ。熱をよく導く物質種、即ち  $k$  が大きいもの程 D は大きい。また単位體積の温度を  $1^\circ\text{C}$  昇するに多く熱を要するの程、即  $\rho C$  の大きいもの程小さい。理論上から  $D = \frac{k}{\rho C}$  なることが知られる。これは温度上昇の遅速を表はすものであつて、熱の擴散率或は温度傳導率<sup>(1)</sup>といふ。

II. 對流<sup>(3)</sup> 液體及び氣體は熱の傳導率が非常に小なるため、傳導に依りて温まる事は極めて少く、或一部分が温れば膨脹して密度が小になるから、その部分が上に昇り、他の冷い部分が代つて温まる。故に熱は物質の運動に依り、物質とともに移動する。之を熱の對流<sup>(3)</sup>といふ。

III. 輻射<sup>(4)</sup> 熱が物質の助けをからずして、空間に傳播するを輻射<sup>(4)</sup>といふ。例へば、太陽の熱は輻射に依り地球に到達する。輻射熱は光と同様に反射屈折の現象を呈する。また光に透明體と不透明體とあるが如く、よく輻射熱を通す物質と然らざるものがある。前者を透熱體<sup>(5)</sup>、後者を不透熱體<sup>(6)</sup>と名づける。輻射熱が

(1) Thermal diffusibility ; die thermische Diffusibilität. (2) Temperature conductivity ; Temperaturleitfähigkeit. (3) Convection ; die Konvektion. (4) Heat radiation ; die Wärmestrahlung. (5) Diatherman. (6) Atherman.

不透熱體を通る場合に、之が物質に吸収せられてその物質の温度が高まる。

熱が物質の表面から輻射する速さは、輻射面の面積、表面の性質及び物質の温度  $T$  とその周圍の物質の温度  $T'$  との差に關係する。  $Jt$  の時間に輻射する熱量を  $JQ$  とし、且つ  $T - T'$  が小さいとすると、

$$-\frac{JQ}{Jt} = k(T - T'). \quad (3)$$

之をニュートンの冷却の法則<sup>(1)</sup>といふ。

【注意】 この法則が成立するためには、 $T - T'$  は小であつて、その二乗以下が省略せられることが必要である。然らざる場合については後に述べる。

§131. 比熱の測定. 或物質  $1 \text{ gr}$  を  $t^\circ\text{C}$  から  $(t+1)^\circ\text{C}$  に高むるに要する熱量をカロリーを單位として表はしたものをその物質のその温度に於ける比熱<sup>(2)</sup>といふ。

ある物體の質量が  $m$  瓦で、比熱が  $C$  であるならば、之を  $1$  度高める熱量は  $mC$  カロリーである。之をその物體の熱容量<sup>(2)</sup>といふ。

一般に熱量を測る器械を熱量計<sup>(3)</sup>といひ、熱量を測ることを熱量測定<sup>(4)</sup>といふ。比熱を測るのは一種の熱量

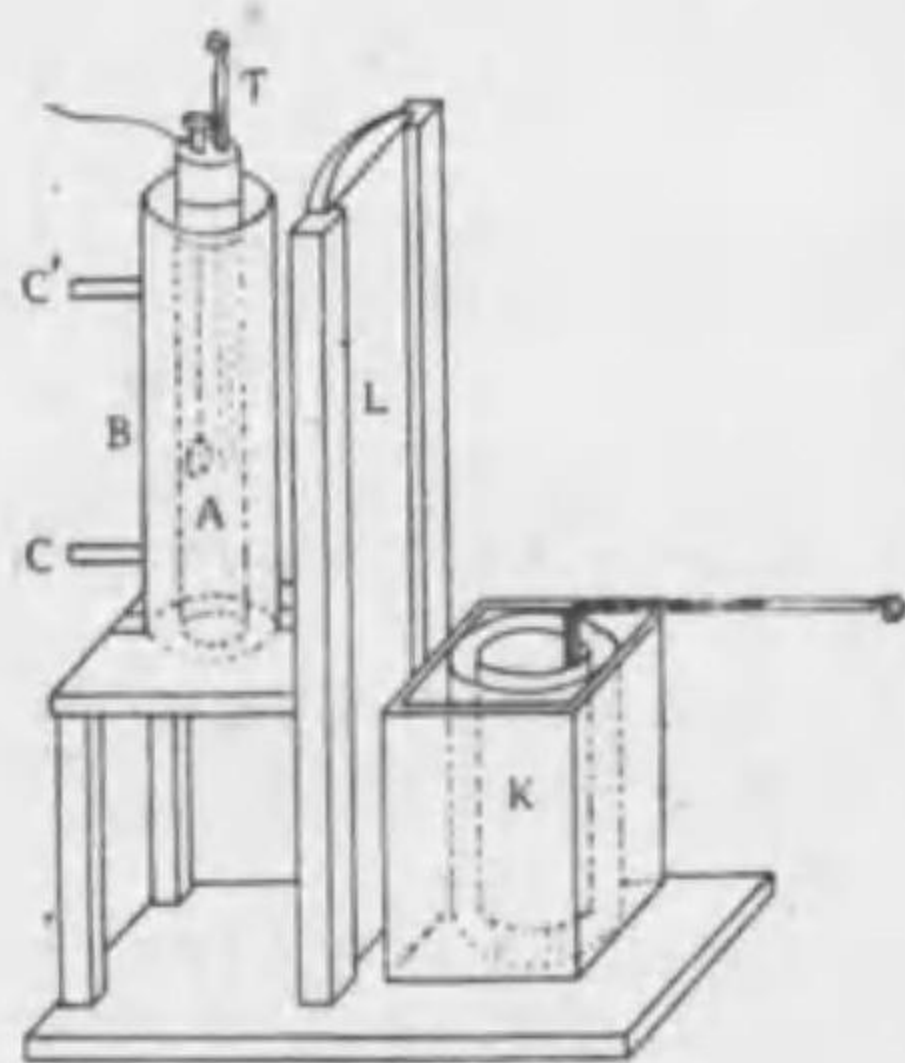
(1) Newton's law of cooling ; das Newtonsche Abkühlungsgesetz.

(2) Heat capacity ; die Wärmekapazität. (3) Calorimeter ; das Kalorimeter. (4) Calorimetry ; die Kalorimetrie.



測定である。そのために普通に用ひらるる方法は混合法、冷却法、水熱量計の方法及び蒸氣熱量計の方法である。

I. 混合法<sup>(1)</sup> 固体及び液体の比熱はレニヨ<sup>(2)</sup>の熱量計に依り、混合法を應用して計ることができる。第242



第242圖

圖はレニヨの熱量計の構造の要點を示すものである。圖のAは比熱を測らんとする物体であつて、之を糸でBの中に吊してある。Bは二重の壁の金属の器で、Cから水蒸氣を通しC'から出しAを温める。その温度は寒暖計Tで讀む。またKは銅或は銀の器で中に水を入れ、その温度を測るために寒暖計T'を具へ、また攪拌器を附けてある(圖には之を畧す)。

これで比熱を測るには、豫めAの質量 $m$ 、Kに入れた水の質量 $M$ 、その温度 $t_0$ を測る。次に、Aの温度 $t$ の一定するを待ち、Lを上引きぬき、KをAの下に移し、AをKの中に落とし、水をよく攪拌した後、その温度 $t'$ を測

(1) Method of mixture ; die Mischungsmethode. 1878)

(2) Regnault. (1810—

る。今Aの比熱を $C$ としAの失つた熱が全部Kの中の水に移つたものとする

$$Cm(t-t') = M(t'-t_0)$$

故に、

$$C = \frac{M(t'-t_0)}{m(t-t')} \quad (1)$$

然し、實際は $M$  grの水を温めると同時に、水の容器、寒暖計及び攪拌器等をも温めねばならぬ。尙また、或る部分の熱は空中に放散する。それ故に、そのために幾何の熱量が必要であるかを計らねばならぬ。それには、これ等の物体が水幾grに相當してゐるかを知ればよい。之を熱量計の水當量<sup>(1)</sup>といふ。之を測るには、前のAの代りに $m_0$  grの水を $t_0$ に熱し、それを $t_0$ の水 $M$  grを入れた熱量計に入れてかきませた後 $t'$ になつたとする。水當量を $w$ とすれば、

$$\begin{cases} m_0(t-t') = (t'-t_0)(M+w), \\ w = \frac{m_0(t-t')}{t'-t_0} - M. \end{cases}$$

之が知られたならば、(1)に於て $M$ の代りに $M+w$ と置けばよい。即ち

$$C = \frac{(M+w)(t'-t_0)}{m(t-t')} \quad (2)$$

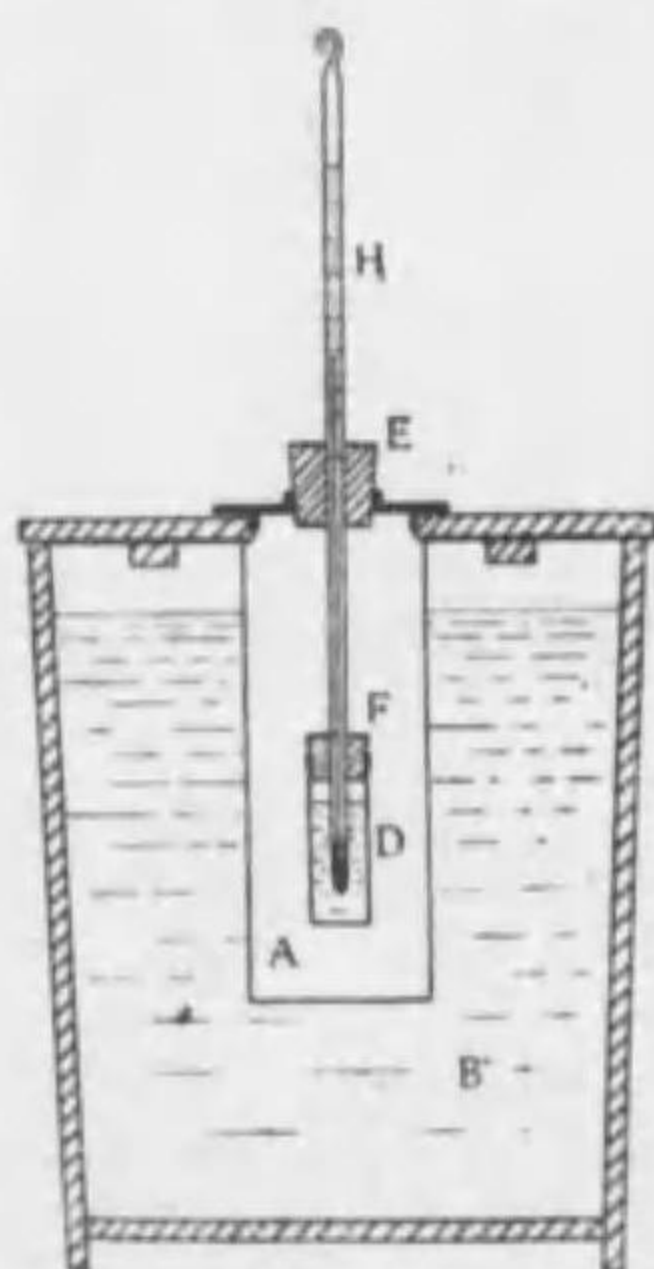
II. 冷却法. 冷却法によつて液体の比熱を測るに

(1) Water equivalent ; der Wasserwert.

Handwritten notes on the right page, including the formula  $m(t-t') = (M+w)(t'-t_0)$  and other related expressions.



は、第243圖の如き装置を用ひる。圖のAは金屬の筒であつて、その温度を一定に保つため、周圍Bに水を入れてある。Dは比熱を測る液體を入れるための銅の圓筒、Hは温度を測るための寒暖計であつて、コルク栓E及びFに之を通し、之によつてDをAの中央に支へるのである。

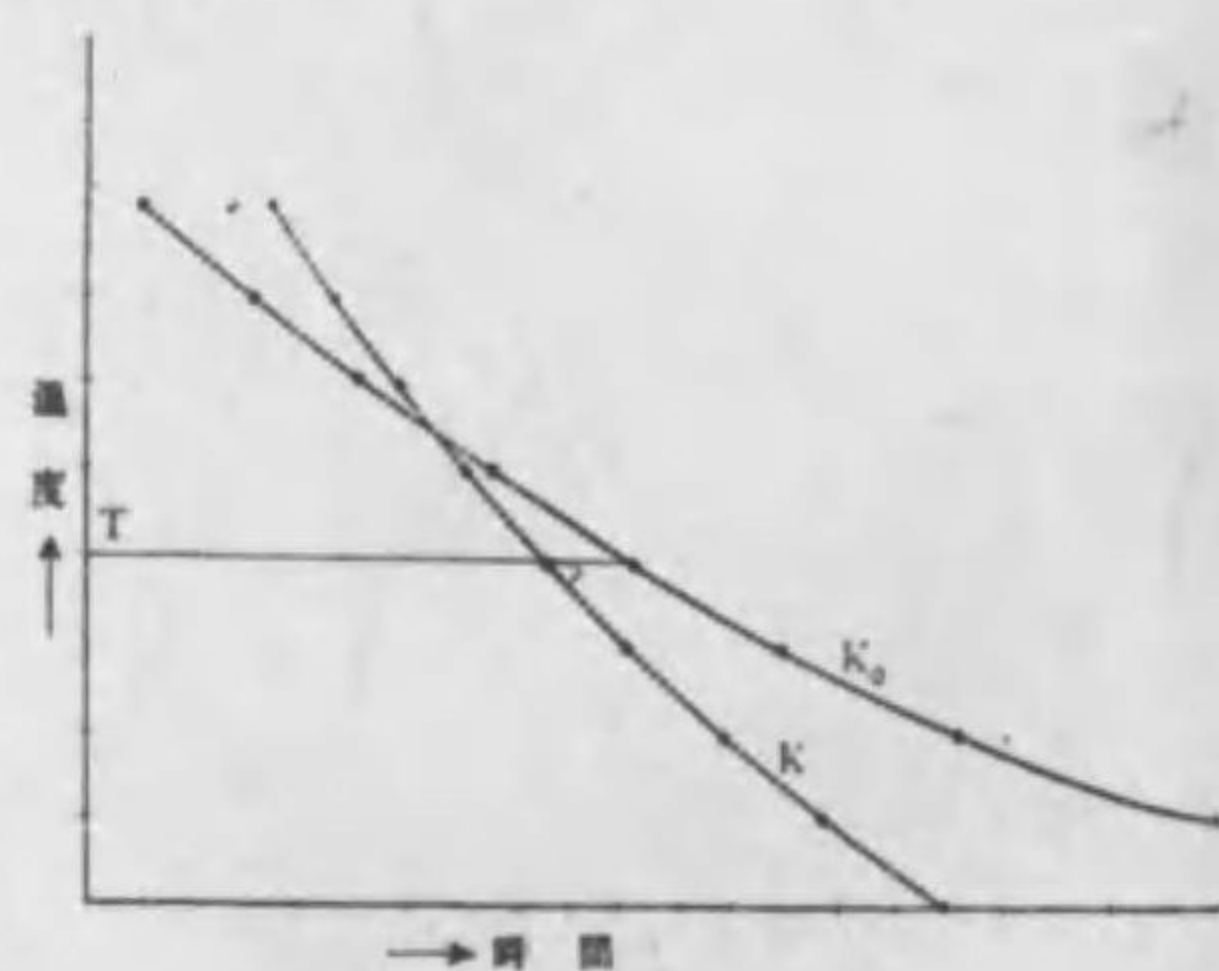


第243圖

これを用ひて液體の比熱を測るには、先づコルク栓Eをぬき、Dを取り出し、これに純粹の水(その質量 $M$ 、瓦)を入れて $80^{\circ}\text{C}$ 位迄暖めた後、圖のように装置し、Hの示度と時間との關係を示す曲線即ち冷却曲線描く(第244圖K)。

次にDの中の水を、比熱を測らんとする液體(質量 $M$ 、瓦)と取りかへ、前と同様にして冷却曲線を描く(第244圖K<sub>0</sub>)。

そこで、二つの場合に於て、Dの温度がともに $T$ のときを考ふれば、同一の時間 $\Delta t$ の間に輻射する熱量は



第244圖

ニュートンの冷却の法則により相等しくなければならぬ。これを $\Delta Q$ とする。その間に水及び液の温度の降下をそれぞれ $\Delta_1 T$ 及び $\Delta_2 T$ とすると、

$$\Delta Q = (M_0 + w)\Delta_1 T$$

$$\Delta Q = (MC + w)\Delta_2 T$$

こゝに $C$ は液體の比熱 $w$ はDの容器及び寒暖計の水當量である。これから

$$\frac{\Delta_1 T}{\Delta_2 T} = \frac{MC + w}{M_0 + w}$$

$$C = \frac{\Delta_1 T}{\Delta_2 T} \cdot \frac{M_0 + w}{M} - \frac{w}{M}$$

$$= \frac{\frac{\Delta_1 T}{\Delta t}}{\frac{\Delta_2 T}{\Delta t}} \cdot \frac{M_0 + w}{M} - \frac{w}{M}$$

この中で、 $\frac{\Delta_1 T}{\Delta t}$ 及び $\frac{\Delta_2 T}{\Delta t}$ は、 $T$ に於ける冷却の速さである。これは曲線の勾配から求められる。また $w$ はDの質量及びその比熱、液或は水中に浸つた寒暖計の體積と硝子及び水銀の比熱から計算せられるから、 $C$ が求められる。<sup>(1)</sup>

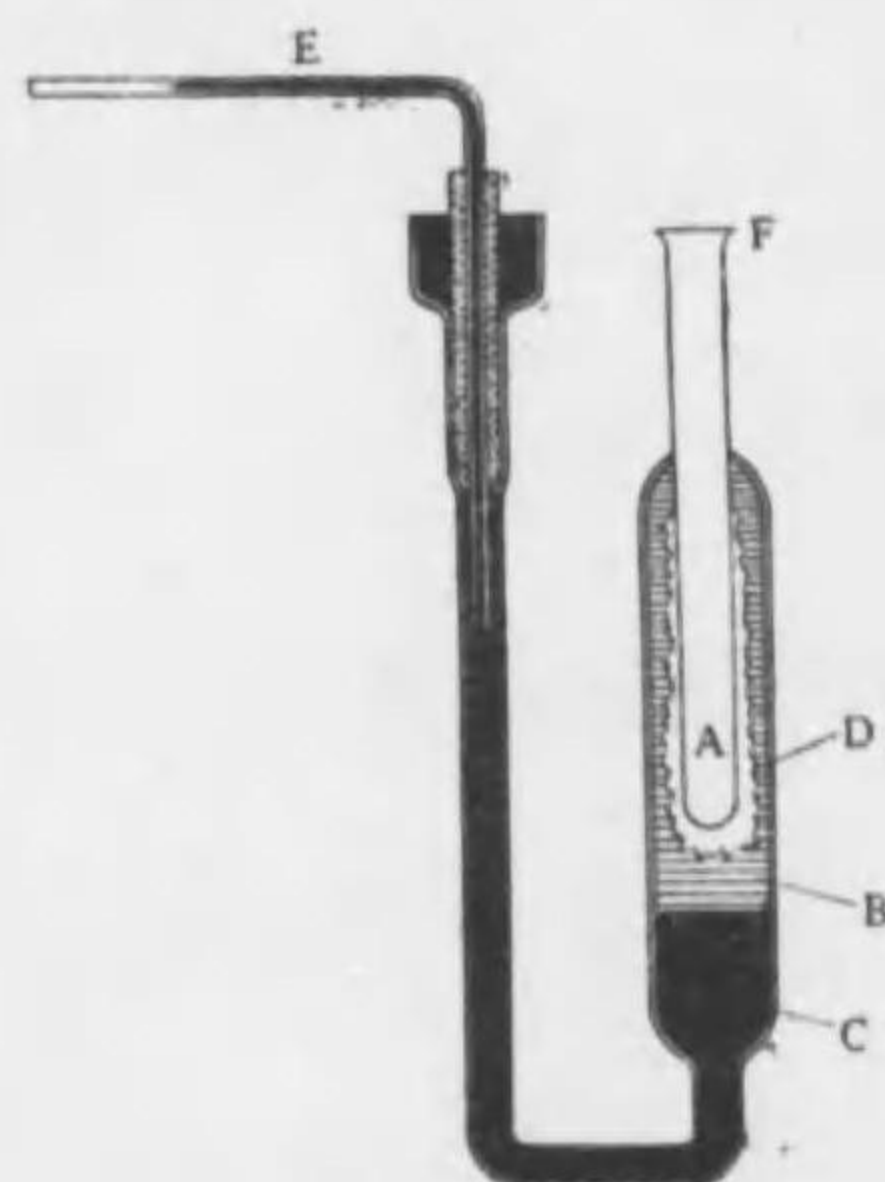
Ⅱ. 氷熱量計<sup>(2)</sup> この熱量計は、氷が融けるときには熱を吸収し、且つ體積が減少する事を利用するのである。その構造は、第245圖に示す

(1) 實驗法の詳細は柏木好三郎氏、物理實驗三十題18頁参照。

(2) Ice-calorimeter; das Eiskalorimeter. これは Bunsen (1811-1899) の考案したものである。



ようなもので、全部硝子で作つてある。圖のBは豫め沸騰して空気を追ひ出した水、Cは水銀、Eは毛細管である。先づ、Aに寒劑、例へば氷水に食鹽を入れたものを通してAの周圍に氷Dを附着せしめる。そこでE及びFを上に出し、残り全部を細かくした水中に埋め、總てが0°Cになるように數日間放置する。次に、Aの底に毛屑のようなものを僅か入れ、且つ熱の傳導を良くするために少し水を入れて濡らして置く。



第245圖

これで比熱を測るには、比熱を測らんとする物體を或る溫度に熱して之をA中に落す。そうすると、その熱が傳つて氷の一部が溶けて體積が減少するから、水銀の端が圖の右の方に動く。豫め、毛細管の内徑を測つて置けば、その體積の減少が知られる。さて、0°Cの水1grが0°Cの水になるとき、體積は1.09075c.c.から1.00010c.c.まで收縮する。従て、1瓦に對して體積の減少は

$$1.09075 - 1.00010 = 0.09065 \text{c.c.}$$

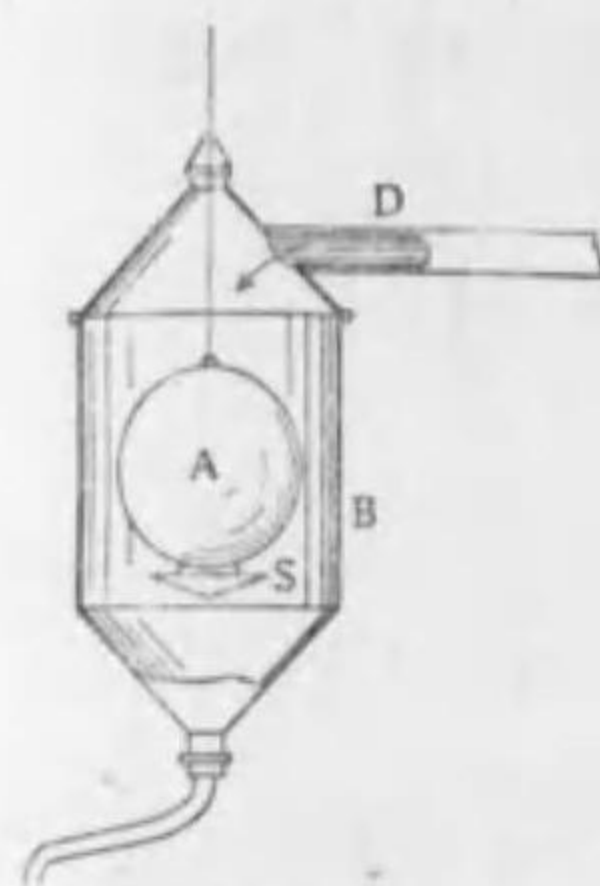
である。故に、幾瓦の氷が溶けたかを知る事ができる。また、0°C、1grの水が0°Cの水になるには79.67カロリーの熱を要する。之に依て、今Aに入れた物體が0°Cに冷える迄に如何程の熱を出したかを計算することができる。従て比熱を計算することができる。

Ⅲ. 蒸氣熱量計<sup>(1)</sup> この熱量計は、主としてガスの比熱を計るに用ひられる。その構造は、第246圖のように、金屬球Aの中にガスを密閉して、Bの中に天秤の皿から吊り下げ、Dの口から急に水蒸氣を送り込みAを水蒸氣と同溫度にまで温める。そうすると、Aの表面に水が凝結

(1) Steam-calorimeter; das Dampfkalorimeter. これは G. Ph. von Jolly (1809-1884) の考案したものである。

する。1氣壓に於て、水蒸氣1grが同溫度の水に成るには539.1カロリーの熱を出す。故に凝結した水をこぼさぬようにSに受けAの重さの増加によつて水の質量を知り、これによつてA中のガスの比熱が計算せられる。

【注意】後に述べるように、ガスには定壓比熱と定積比熱とがある。こゝに測るものは體積の一定な場合、即ち定積比熱である。



第246圖



第十六章 熱の本性<sup>(1)</sup>

§ 132. 熱の本性. 吾々は § 129 に於て、物體が温まるのは熱と稱するものが外から之れにはいり、冷えるのはそれが外に出るためであるとした。然し、その熱なるものは一體どういふものであらうか。これからその本性を究めようと思ふのである。

§ 112 に述べた所に依ると、氣體の壓力といふのは、氣體の分子が容器の壁に衝突する打撃である。然るに、氣體に熱を加へてその温度を高めると壓力が増す。即ち、分子の打撃力が増す。故に、氣體の温度を高めるといふことは、分子の運動の平均速度を大ならしむることに外ならぬ。即ち、分子の運動のエネルギーを増加することである。また、液體或は固體に熱を加へるといふ事は、その分子の振動のエネルギーを増加することに外ならぬ。かく考へると、物質を離れて別に熱なるものが存在するのではなく、熱は分子の運動のエネルギーに外ならないのである。たゞ、この場合には是迄述べた物體の運動のエネルギーと違ふのは、分子の運動に一定の規則がなく、各分子がマチマチであつて非常

(1) Nature of heat ; das Wesen der Wärme.

に亂雜なる點にある。

例へば、質量  $m$  なる砲丸が  $v$  なる速度で飛んで居るとき、これを作つて居る分子は個々の亂雜なる振動の外に、皆一様に  $v$  なる速度で運動して居る。故に砲丸の有する運動のエネルギーの  $\frac{1}{2}mv^2$  といふのは、實はその分子の規律正しき運動によるエネルギーの和である。また槌で鐵板を打つとき、槌の有つて居る運動のエネルギーといふのも、之を作つて居る分子の規則正しき運動のエネルギーの和である。然るに、これが鐵板に當るとどうなるかといふと、鐵板及び槌の中にはその打撃によつて弾性の波動が起る。この波動といふものも、分子の規則正しい振動であるが、その永續時間は僅かであつて、直ぐに分子の亂雜な運動になる。これ即ち打撃によつて熱が発生したのである。

また、ある物體を他の物體の上に滑らすとき熱が生ずるのは、次のように考へることができる。物體の表面は見掛上滑らかであるけれども、仔細に觀察すると凹凸がある。一物體を他物體の上に置くと、それが互に噛み合つたようになつて居る。故に、それを滑らそうとするとこれに抵抗する。それが摩擦である。然るに、之に抗して無理に滑らすと、凸起が曲げられては放され、また曲げられて放される。そのために弾性的振動が起り、それが分子の不規則な振動になる。故に、摩擦によつて運動のエネルギーが消失し熱が発生するといふのは、實は分子の規則正しき運動のエネルギーが不規則な運動のエネルギーに變るのである。

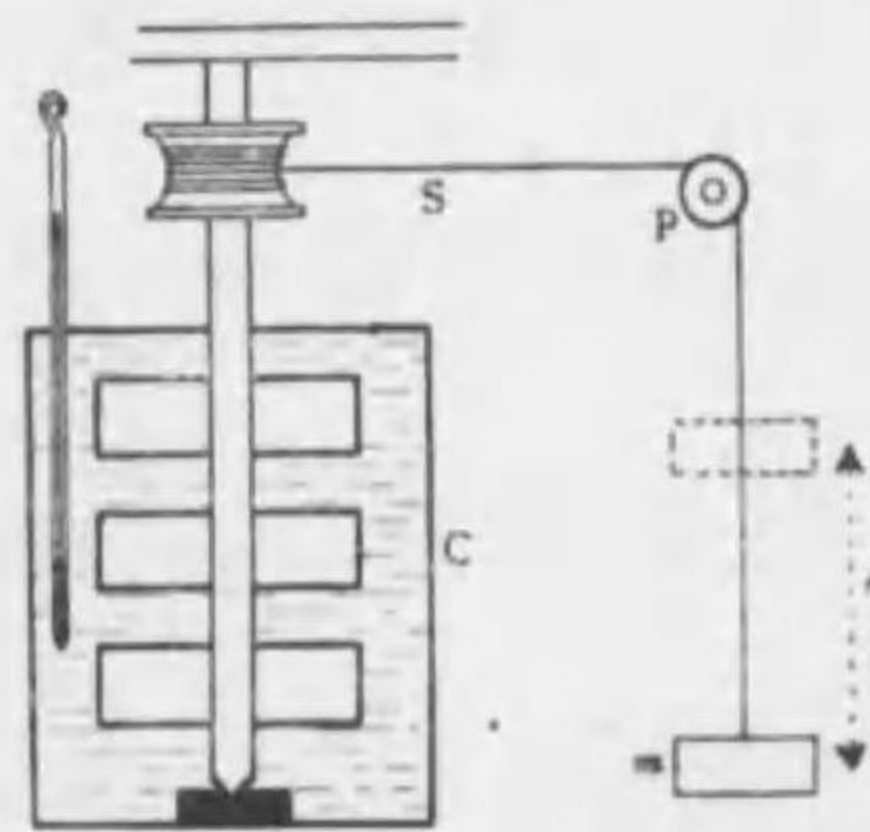
さて熱としてのエネルギーも一種の運動のエネルギーである以上、その量はエネルギーの單位エルグで計ることができるはずである。そして、§ 37 に述べたエネルギー不變の法則はこの場合にも成立する理である。

【注意】 輻射熱は真空中にも傳播する。故にこれは分子の振動で



はない。従て輻射熱は熱的エネルギーの中には入れない。これについては後に述べる。

§133. 熱の仕事當量<sup>(1)</sup> 前節の考によると、熱量の單位カロリーの仕事單位エルグで表はされる理である。1カロリーをエルグを單位として表はした數を



第247圖

熱の仕事當量といふ。ジュ

ール<sup>(2)</sup>は初めて之を測つた。

第247圖はジュールの實驗の裝置の要點を示したものである。圖のCは熱量計であつて、その中には羽根車  
で中の水をかきまぜるよう

にしてある。車の心棒には糸Sを巻き、その端は滑車Pを通して錘mを吊してある。今、錘の質量を $m$ grとし、 $h$ cmの高さだけ降下したとすると、重力が之になした仕事は $mgh$ エルグである。之によつて羽根車が廻轉し、また水が廻轉する。然るに、羽根車が止ると、水は内部の摩擦のために次第にその速度が減じ、水の温度が高まる。水の運動が全く止んだときはエネルギー不變の法則により、發生した熱的エネルギーは $mgh$ エ

(1) Mechanical equivalent of heat ; das mechanische Äquivalent der Wärme.

(2) James Prescott Joule (1818-1889).

ルグである。また、一方からCの中の水の温度の上昇により、發生した熱量をカロリーを單位として表はされる。それをQカロリーとすると、1カロリーがJエルグに等しいとすれば、

$$QJ = mgh.$$

即ち、

$$J = \frac{mgh}{Q}. \quad (1)$$

その後の精密な實驗によると、

$$\text{熱の仕事當量 } J = 4.186 \times 10^7 \text{ エルグ} \quad (2)$$

【注意】 熱量はカロリーを單位として表はすことゝ、エルグを單位として表はすことゝがあるから、何れであるかは前後の關係から判断しなければならぬ。

§134. エネルギー不變の法則<sup>(1)</sup> §37に述べたように、保存系に於ける變化は運動のエネルギーが位置のエネルギーに變化し、或はその逆の變化をなすに過ぎぬものである。また、熱が發生するのは力學的エネルギーが不規則な分子の運動のエネルギーになるのである。即ち、上述の如き種類の自然現象はエネルギーなるものが色々な形を變へて移り行くのであると見なすことができる。

(1) Law of conservation of energy ; das Prinzip von der Erhaltung der Energie.



然るに、自然現象は物體相互の位置の變化及び温度の昇降のみではない。この外に、化學的現象、光學的現象、電磁的の現象等がある。然るに、是等の現象に於て現はるゝ物理學的及び化學的の量の中には、力學的エネルギー或は熱的エネルギーに變じ得べきものがある。是等のものを凡てエネルギーといふ。そうすると、上に述べたように特殊の自然現象についての考へが如何なる自然現象についても成立する。即ち、自然現象といふのはエネルギーがその形を變へて移り行くに過ぎないものである。そうしてエネルギーそのものゝ量は不變に残る。これをエネルギー不變の法則といふ。この法則はヘルムホルツ<sup>(1)</sup>によつて明らかにせられたものである。

§135. 熱力學第一法則<sup>(2)</sup> 前述の如く、熱は物體分子の不規則なる運動のエネルギーであつて、その各分子の運動及び分子相互の衝突等は皆前に述べた力學の原則に従ふのであるから、熱的現象は力學を分子にまで適用することによつて説明される理である。かくの如く物體の分子的構造にまで立ち入り、力學を基礎として熱的現象を説明することは§107に述べた物質

(1) Hermann von Helmholtz (1821-1894). (2) First law of thermodynamics; der erste Hauptsatz der Thermodynamik.

の運動的分子論の範圍に屬するものである。

然るに、熱的現象を論ずるに尙一つの途がある。それは物質の内部の分子的構造及び分子間の作用にまで立ち入る事なく、それを全體として考へる。従て熱をたゞ熱といふ一種のエネルギーとして取り扱ふのである。この方法により熱的現象を説明するものを熱力學といふ。熱力學は吾々の經驗上眞なりと認めらるゝ二つの根本法則の上に立つて居る。その第一法則は、エネルギー不變の法則を熱的現象に適用したものである。

【注意】 熱的現象を論ずるに、その理路を明瞭にするには、熱力學的取扱と分子運動論的の取扱とを全然區別するのが便利であるけれども、本書はできるだけ紙数を少なくするために、兩者を混同して述べる。多くの場合、現象を性質的に説明するには分子運動論の考へにより、之を數量的に取扱ふには熱力學的の考へによる。

§136. 温度の分子論的意義 吾々は、§125に於て温度及び壓力の如何に係らず

$$pV = RT \quad (1)$$

$$R = 8.313 \times 10^7$$

なる式に従ふ氣體を假想し、これを理想氣體と名づけた。然るに§113によると、

$$pV = N \frac{1}{3} m \bar{u}^2 \quad (2)$$

こゝに  $N$  は 1 瓦分子中の分子の數、 $m$  は分子一個の質



量,  $\overline{v^2}$  は速度自乗の平均である。故に,

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \epsilon, \quad (3)$$

と置くと,

$$pV = \frac{2N}{3} \epsilon. \quad (4)$$

(1) と (4) により

$$\frac{2}{3} N \epsilon = RT. \quad (5)$$

温度が  $1^\circ\text{C}$  上昇して  $T+1$  となつたとき, 各分子の進行運動のエネルギーの平均の値を  $\epsilon'$  とすると

$$\frac{2}{3} N \epsilon' = R(T+1). \quad (6)$$

(5) と (6) から

$$N(\epsilon' - \epsilon) = \frac{3}{2} R. \quad (7)$$

即ち温度が  $1^\circ\text{C}$  上昇すると, 一瓦分子の中にある分子の進行運動のエネルギーは  $\frac{3}{2} R$  エルグ増加する。

(5) の式に於て  $N = 6.06 \times 10^{23}$   $R = 8.313 \times 10^7$  と置くと,

$$\epsilon = 2.06 \times 10^{-16} T. \quad (8)$$

$T$  が 1 だけ増すと,  $\epsilon$  即ち分子の有する進行運動の平均のエネルギーが  $2.06 \times 10^{-16}$  エルグだけ増加する。

**【注意】** 各分子は進行運動の外に廻轉運動及び分子を作つて居る原子相互の振動をする。温度が高まるとそれ等の運動のエネルギーも増加する。上に掲げたものはその中の進行運動のエネルギーのみであつて全體でないことに注意するを要する。

そこで, 吾々は是迄漠然として居つた温度なるものに, 新たに分子論的の意義を與へることが出来る。即ち, 理想氣體の分子の平均の進行運動のエネルギーが  $2.06 \times 10^{-16}$  エルグだけ増したとき, その温度が 1 度上昇したといふ。

このように定義した温度の定義によると,  $-273.2^\circ\text{C}$  では, 分子の進行運動のエネルギーが零になる。故にそれ以下の温度なるものは考へられない。依つて  $-273.2^\circ\text{C}$  を絶対零度といひ, これを起點として測つた温度を絶対温度といふのである。

§ 137. 熱膨脹の説明. 普通物體は之に加へる外壓を一定にして置いて温度を高めると, 外壓に抗して膨脹する。それはどういふ譯かといふと, 氣體にあつては分子の運動の速度が増し, 従つてその壓力が増すために, 外壓に打ち勝つて膨脹するのである。また, 液體及び固體にあつては, 分子振動のエネルギーが増加するから, 分子間に作用する分子引力及び外壓に打勝つて分子の距離が増大するためである。

分子運動のエネルギー及び分子間の位置のエネルギーを内部エネルギー<sup>(1)</sup>といふ。ある物體に  $4Q$  の熱を加へると, そのエネルギーは内部エネルギーの増加

(1) Internal energy; die innere Energie.



と外圧に抗して體積が膨脹するための仕事に費される。これをそれぞれ  $\Delta E_i$  及び  $\Delta W$  とすると、熱力学第一法則により

$$\Delta Q \times J = \Delta E_i + \Delta W \quad (1)$$

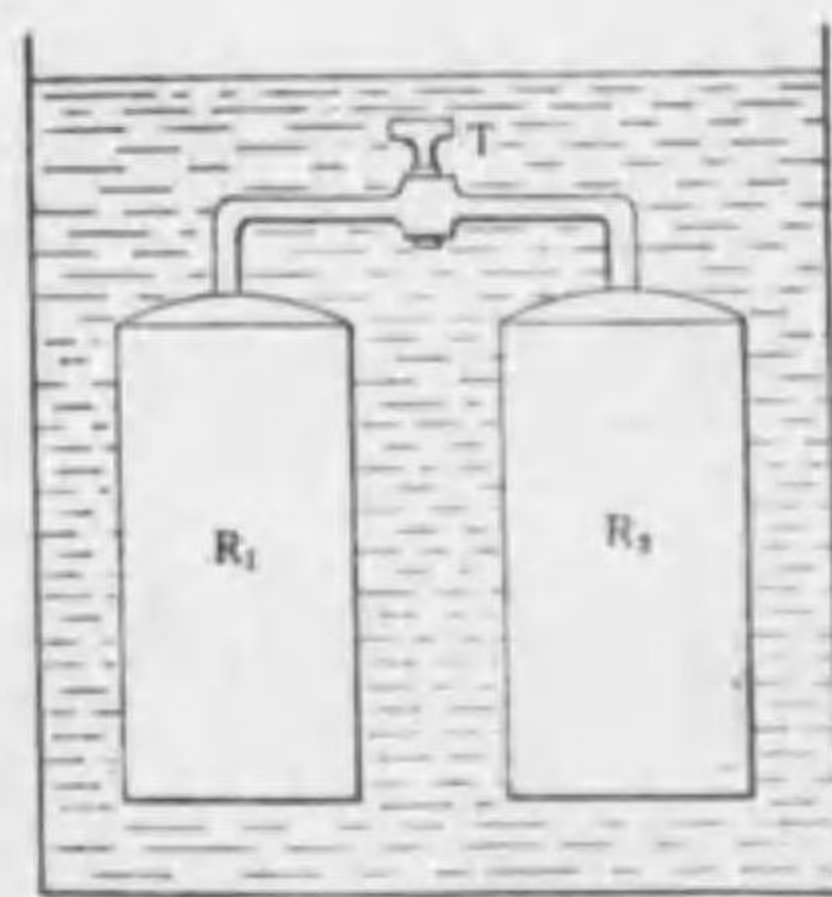
でなければならぬ。そうして §126 によると、

$$\Delta W = p \Delta v.$$

故に、

$$\Delta Q \times J = \Delta E_i + p \Delta v \quad (2)$$

§138. 氣體の内部エネルギー。氣體の分子間にも分子力が作用するから、分子間の位置のエネルギーはその距離が増加すれば増加する。然し、それが實驗上に認め得る程度のものかどうかといふ事は、實驗によ



第248圖

つて初めて決定せらるべきものである。ジュールは第248圖のやうな装置を用ひて之を實驗した。圖の  $R_1$  には空氣を入れ、 $R_2$  は真空とし、 $R_1$  と  $R_2$  の間にはコック T がある。今、その全體をカロリメーターの中に入れ、T を開いて空氣を膨脹させる。この時熱の出入がなければ、ガスの有する全エネルギーは膨脹の前後に於て同一であるから、もしガス分子間の距離が遠

くなつたため位置のエネルギーが増すならば、それだけ分子運動のエネルギーが減少する理である。故に、溫度が降らなければならぬ。そうして、その降下がカロリメーターで測られなければならぬ。然るに、ジュールの實驗の結果に依ると、其溫度の降下は實驗で認め得る程大ではない。故にガスの内部エネルギーはその體積に無關係である。之を氣體の内部エネルギーに関するジュールの法則と云ふ。

【注意】 此法則はジュールの實驗の程度に於て成り立つものであつて、理論上ガスの内部エネルギーが體積に無關係であるといふのではない。たゞ理想氣體については、理論上に於ても内部エネルギーはその體積に無關係である。

§139. 分子熱<sup>(1)</sup>及び原子熱<sup>(2)</sup>。ある物質の比熱にその分子量或は原子量を乘じたもの、換言すれば一瓦分子或は一瓦原子の溫度を  $1^\circ\text{C}$  上昇するに要する熱量を、それぞれその分子熱或は原子熱といふ。

諸種の氣體につきその分子熱を測つてみると、次表のようになる。即ち分子を作つて居る原子の数の相等しいもの、分子熱は殆んど相等しい。

【注意】 次節に述べるように氣體には定積比熱と定壓比熱がある。次の表は定壓比熱である。

(1) Molecular heat ; die Molekularwärme. (2) Atomic heat ; die Atomwärme.



	氣體	比熱	分子量	分子熱
二 原 子 分 子	酸素 ( $O_2$ )	.2175	32	6.95
	窒素 ( $N_2$ )	.2435	28	6.81
	水素 ( $H_2$ )	3.4090	2	6.82
	塩化水素 ( $HCl$ )	.1845	36.4	6.72
	一酸化炭素 ( $CO$ )	.2450	28	6.86
	一酸化窒素 ( $NO$ )	.2317	30	6.95
三 原 子 分 子	一二酸化窒素 ( $N_2O$ )	.2262	44	9.95
	炭素ガス ( $CO_2$ )	.2934	44	9.52
	水蒸気 ( $H_2O$ )	.4805	18	8.64

さて1瓦分子の中の分子の数は、いづれの氣體についても同一である。そうして、温度が上昇すると、分子の進行運動廻轉運動及び各分子を作れる原子間の振動のエネルギーが増加する。そこでこの表によると分子の構造の相似たものについては、 $1^\circ C$  上昇せしむるために平均一個の分子に與ふべき運動のエネルギーが畧相等しいことが分かる。

**【注意】** 次節に述べるように、氣體の定壓比熱の場合には、分子の運動のエネルギーを増加する外に、外壓に抗して體積が膨脹するためのエネルギーが必要であるから、異種のガスについて分子の運動のエネルギーの増加を比較するには、定積比熱を探るのが適當である。然し、次節に述べるように、定積比熱と定壓比熱との比は分子構造の相似たるものについては相等しいから、上表に於て二原子分子及び三原子分子の各の分子熱の等しいことは、畢竟分子運動のエネルギ

ーの増加の等しいことを示すものである。

次に固体の單體については次表のようになる。

物質	比熱	原子量	原子熱
カリウム ( $K$ )	.1655	39.1	6.47
ナトリウム ( $Na$ )	.2934	23.	6.75
銀 ( $Ag$ )	.0570	108.	6.16
金 ( $Au$ )	.0952	63.4	6.04

さて§110に述べたように、これ等の固体は小なる結晶の集りであつて、各の結晶は原子から組み立てられて居る。故に原子熱の畧相等しいといふことは、 $1^\circ C$  の上昇に對し各原子の振動のエネルギーの増加が、何れの物質についても畧相等しいことを表はすのである。

§140. 氣體の定壓比熱と定積比熱の關係. I. 二種の比熱の差. 氣體の體積を一定になし置き、その質量1 grを温度  $1^\circ C$  だけ昇すに要する熱量を定積比熱或は恒容比熱といひ、(之を  $C_v$  で表はす)、壓力を一定になし置き、(從て温度の上昇により體積は膨脹する) 質量1 grを  $1^\circ C$  上昇するに要する熱量を定壓比熱(之を  $C_p$  で表はす)といふ。定積の場合には、加へた熱は總てが分子運動のエネルギーを増加する爲に費されるけれども、定壓の場合には、尙ほこの外に分子間の引力に抗して分子相互の距離を大きくするため、外壓に



抗して膨脹する二途に用ひられる。但し、この二途の中前の方はジュールの法則によつて零と見なし得るから、結局定壓比熱  $C_p$  は定積比熱  $C_v$  よりも外壓に抗して膨脹するに要する仕事だけ大でなければならぬ。従て §127 によつて

$$J(C_p - C_v) = k \quad (1)$$

或は

$$J(C_p - C_v) = \frac{R}{W} \quad (2)$$

但し  $W$  は分子量である。故に、氣體の二種の比熱が分かるとこの式から  $J$  が計算せられる。

II. 二種の比熱の比. 定壓比熱と定積比熱の比を

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma \quad (3)$$

と置き、その物理學的意味を考へてみよう。§136(7)によると、氣體 1 瓦分子の溫度を  $1^\circ\text{C}$  上昇すると、分子進行運動のエネルギーは  $\frac{3}{2}R$  エルグ増加する。従つて

1 gr については  $\frac{3}{2} \frac{R}{w}$  ( $w$  は分子量) 即ち  $\frac{3}{2}k$  エルグ ( $k$  は比ガス恒數) 増加する。然るに、その全エネルギーの増加は  $C_v J$  エルグである。故に

$$\frac{\text{進行運動のエネルギーの増加}}{\text{全エネルギーの増加}} = H = \frac{3k}{2C_v J} \quad (4)$$

然るに(1)により、

$$\frac{C_p}{C_v} - 1 = \frac{k}{C_v J}$$

即ち

$$\gamma - 1 = \frac{k}{C_v J} \quad (5)$$

(4)と(5)から

$$H = \frac{3}{2}(\gamma - 1) \quad (6)$$

この式から  $\gamma$  が分かると、分子の有する運動のエネルギーの幾部分が進行運動のエネルギーであるか知られる( $\gamma$ を測る方法は後に説明する)。

A. 單原子分子. 水銀蒸氣、アルゴン、ヘリウム等の如き單原子分子にありては、

$$\gamma = \frac{5}{3} = 1.66$$

これを(6)に入れると、

$$H = \frac{3}{2} \left( \frac{5}{3} - 1 \right) = 1$$

即ち、この種のガスでは分子運動のエネルギーは全部進行運動のエネルギーに用ひられる。

B. 二原子分子. 酸素、水素、窒素の如き二原子分子では、

$$\gamma = \frac{7}{5} = 1.4$$

である。之を(6)に入れると、

$$H = \frac{3}{2} \left( \frac{7}{5} - 1 \right) = \frac{3}{5}$$

即ち二原子分子に於ては運動のエネルギーの  $\frac{3}{5}$  が進行運動のエネルギーとして用ひられる。



以上の事實は次のように説明せられる。先づAの場合を考へてみる。分子の運動としては進行運動の外に廻轉運動もあり得るに拘はらず、廻轉のためにエネルギーが用ひられないといふのは、この種の分子の衝突は、ちょうど表面の滑らかな球の衝突のようなものであつて、衝突によつて廻轉運動を起さないためである。

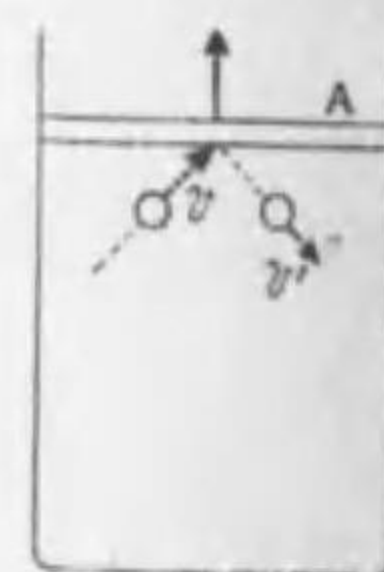
次にBの場合を考へる。二原子分子はアレイのように二つの球を剛體の細い棒で連結したものと考へることができ。かくの如き分子の空間中に於ける位置及び各の位置に於ける座り様は幾つの數で決定せられるかといふと、第一、位置は各分子の質量の中心の位置で定まるから、三つの數例へば直角座標  $x, y, z$  及び  $\phi$  で定まる。第二、その各の位置に於ける分子の座り様は分子の軸(上述の剛體の棒)の方向によつて定まるから、それには二つの數が必要である。結局5つの數が必要である。此事をかゝる分子は5つの自由度<sup>(1)</sup>を有すといふ。そこで分子運動のエネルギーが各自由度に平等に分配されるものとする、進行運動は質量の中心の運動であつて、3つの自由度があるから、運動の全エネルギーの  $\frac{3}{5}$  がこれに用ひられることになり、上の事實と一致する。

(1) Degree of freedom ; der Freiheitsgrad.

## 第十七章 氣體の等溫變化<sup>(1)</sup> 及斷熱變化<sup>(2)</sup>

§ 141. 氣體の斷熱變化による温度の昇降. 凡て熱の出入なしに起る變化を斷熱變化といふ。氣體を斷熱的に壓縮すれば温度昇り、斷熱的に膨脹せしむれば温度降る。夏夕立の起るのは、土地に接した空氣が温められて上昇すると同時に膨脹して冷却するによるのである。また水蒸氣を多く含める風が山に當つて凝結して雲を生ずるのは、空氣が山に沿ふて上昇する爲に斷熱的に膨脹して冷却するによる。

斷熱變化によつて温度が下降し或は上昇するのは、次の如く説明することができる。第249圖のAを活塞



第249圖

とし、氣體の分子が、 $v$  なる速度でこれに衝突し  $v'$  なる速度ではね返つたとする。Aが動かない時は § 72 に説明した如く

$$v = v'$$

であるが、もしAが衝突のために動かさ

(1) Isothermal change ; die isothermische Zustandsänderung. (2) Adiabatic change ; die adiabatische Zustandsänderung.



るときは

$$v' < v$$

である。従て、氣體の分子の平均速度は減少する。即ち温度が下降する。逆に A を外から内部に向つて押し込むならば

$$v' > v$$

であるから温度は上昇する。但し、このとき膨脹に依つて温度の下るのは分子の有する運動のエネルギーを A に與ふる爲めであつて、分子間の位置のエネルギーの變化に基くのではないから、この結果は § 138 のジュールの實驗の結果とは矛盾するものではない。もし、ジュールの實驗のように、ガスを真空中に向つて膨脹せしめたならば、その運動のエネルギーを外に向つて與へるものがないから、たとひその變化が断熱的でも、温度に變化はない。

次に、断熱變化に伴ふ温度の變化を計算する。簡單のため 1 gr の氣體を取り、温度 T、壓力 p のときの體積を  $v$  とし外壓に抗して  $\Delta v$  だけ膨脹したとすると、そのための仕事は § 126 により  $p \Delta v$  であるから、これだけ分子の運動のエネルギーが減する理である。然るにもしエネルギーが  $C_v J$  だけ減するならば、温度は  $1^\circ C$  下るのであるから、 $p \Delta v$  の減少に對する降下は、

$$\frac{p \Delta v}{C_v J}$$

である。故に、温度の變化を  $\Delta T$  とすると、

$$-\Delta T = \frac{p \Delta v}{C_v J} \quad (1)$$

【注意】 温度の上昇を +、下降を - とすると、この場合  $\Delta T$  自身は負であるから - をつけたのである。

然るに、§ 125 により

$$pv = kT. \quad (2)$$

(1) と (2) から  $p$  を消去すると、

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{k \Delta v}{C_v J v} \quad (3)$$

これ即ち體積の僅かの變化と温度の降下との關係を示すものである。かくの如き變化を段々に行ひ、 $v$  は  $v_0$  から  $v$  まで、 $T$  は  $T_0$  から  $T$  まで變化したとすると、

$$\sum_{T_0}^T \frac{\Delta T}{T} = -\frac{k}{C_v J} \sum_{v_0}^v \frac{\Delta v}{v} \quad (4)$$

$\Delta v$  及び  $\Delta T$  を無限に小さくすると、

$$\log_e \left( \frac{T}{T_0} \right) = \frac{k}{C_v J} \log_e \left( \frac{v_0}{v} \right) \text{ 或は } \log_e \left( \frac{T}{T_0} \right) = \log_e \left( \frac{v_0}{v} \right)^{\frac{k}{C_v J}} \quad (5)$$

故に、

$$\frac{T}{T_0} = \left( \frac{v_0}{v} \right)^{\frac{k}{C_v J}} \quad (6)$$

【注意】 (4) から (5) に移るには、

$$\int_{T_0}^T \frac{dT}{T} = -\frac{k}{C_v J} \int_{v_0}^v \frac{dv}{v}$$



$$\left| \log_e T \right|_{T_0}^T = -\frac{k}{CvJ} \left| \log_e v \right|_{v_0}^v$$

$$\log_e T - \log_e T_0 = -\frac{k}{CvJ} (\log_e v - \log_e v_0)$$

然るに §140, (5) により,

$$\gamma - 1 = \frac{k}{JCv}$$

故に,

$$\frac{T}{T_0} = \left( \frac{v_0}{v} \right)^{\gamma-1} \quad (7)$$

$\gamma$  は後に述べるようにして測られる。従つて、断熱變化に伴ふ温度の變化はこの式によつて計算される。

§142. 断熱變化に於ける壓力と體積との關係。前節の(7)を變形して

$$\frac{T}{T_0} = \left( \frac{v_0}{v} \right)^{\gamma-1} = \left( \frac{v_0}{v} \right)^{\gamma} \times \frac{v}{v_0} \quad (1)$$

とする。然るに,

$$pv = kT$$

$$p_0 v_0 = kT_0$$

この二式を邊々割ると,

$$\frac{T}{T_0} = \frac{pv}{p_0 v_0} \quad (2)$$

(1)と(2)から  $\frac{T}{T_0}$  を消去すると,

$$\frac{pv}{p_0 v_0} = \left( \frac{v_0}{v} \right)^{\gamma} \times \left( \frac{v}{v_0} \right)$$

$$\frac{p}{p_0} = \left( \frac{v_0}{v} \right)^{\gamma}$$

$$pv^{\gamma} = p_0 v_0^{\gamma}$$

故に,

$$pv^{\gamma} = \text{一定} \quad (3)$$

これ即ち断熱變化に於ける  $p$  と  $v$  との關係である。

§143. 等温曲線<sup>(1)</sup>及び断熱曲線<sup>(2)</sup>  $p$  と  $v$  とを直角座標としたとき,

$$pv = \text{一定}$$

を表はす曲線を等温曲線といひ,

$$pv^{\gamma} = \text{一定}$$

を表はす曲線を断熱曲線といふ。先づ、等温曲線を考へ、第250圖のように、その曲線上の二點 A 及び B がそれぞれ  $p, v$  及び  $p+\Delta p, v-\Delta v$  に相當する點とし、A と B とを連ねる直線が  $v$  軸となす角を  $\theta'$  とすると,

$$\tan \theta' = \frac{\Delta p}{\Delta v}$$

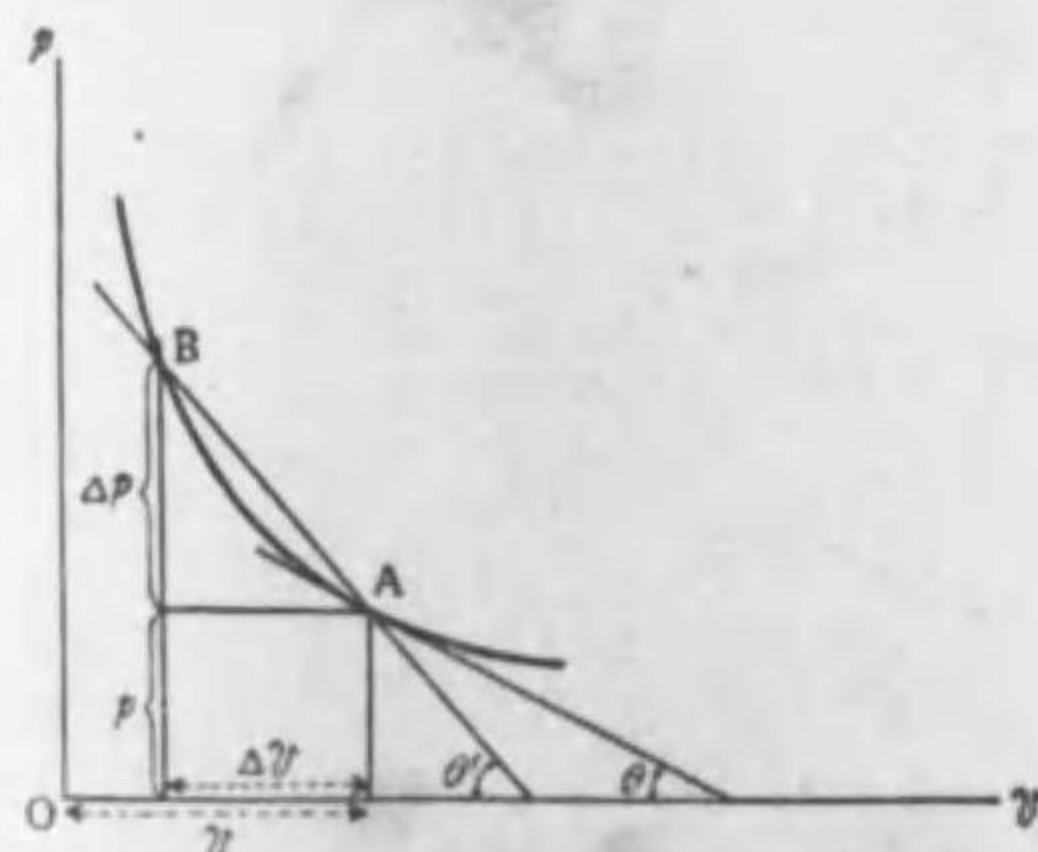
そうして、A なる點にては,

$$pv = \text{一定},$$

B なる點にては,

$$(p+\Delta p)(v-\Delta v) = \text{一定}$$

であるから,



第250圖

(1) Isothermal curve ; die isothermische Kurve. (2) Adiabatic curve ; die adiabatische Kurve.



$$pv = (p + \Delta p)(v - \Delta v) \\ = pv - \Delta v p + v \Delta p - \Delta v \Delta p$$

$\Delta p, \Delta v$  を省略すると,

$$\frac{\Delta p}{\Delta v} = \frac{p}{v} \quad (1)$$

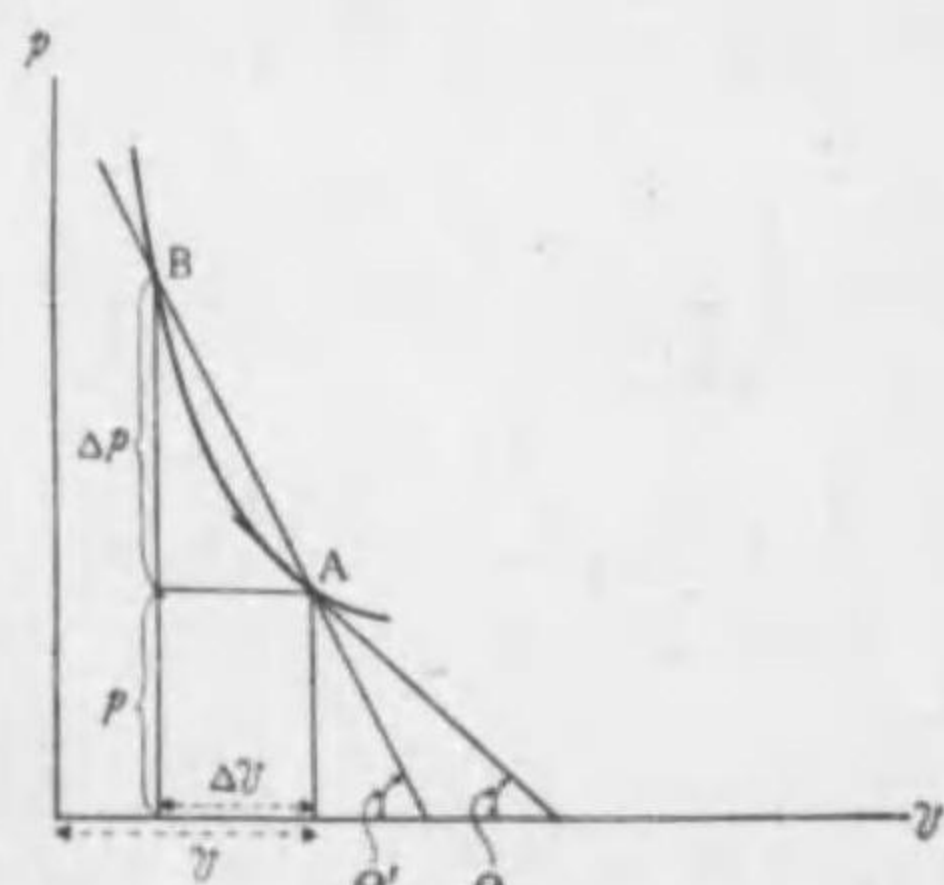
故に,

$$\frac{p}{v} = \tan \theta'$$

B を限りなく A に近づけたとき,  $\theta'$  が  $\theta$  になつたとすると,

$$\tan \theta = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta v} = \frac{p}{v} \quad (2)$$

故に, 等温曲線の  $v$  軸に対する勾配は  $\frac{p}{v}$  である。



第 251 圖

次に断熱曲線を考へ,  $p, v$  及び  $p + \Delta p, v - \Delta v$  に相應する曲線上の二點を夫々 A 及び B とし (第 251 圖), 直線 AB が  $v$  軸と成す角を  $\theta'$  とすると,

$$\tan \theta' = \frac{\Delta p}{\Delta v}$$

である。そして, A に於て

は,

$$pv^\gamma = \text{一定}$$

B に於ては,

$$(p + \Delta p)(v - \Delta v)^\gamma = \text{一定}$$

故に,

$$pv^\gamma = (p + \Delta p)(v - \Delta v)^\gamma \\ = pv^\gamma \left(1 + \frac{\Delta p}{p}\right) \left(1 - \frac{\Delta v}{v}\right)^\gamma$$

この右邊の  $\left(1 - \frac{\Delta v}{v}\right)^\gamma$  を二項定理で展開し,  $\Delta v, \Delta p^2, \Delta v \Delta p$  以下を畧すると,

$$pv^\gamma = pv^\gamma \left(1 + \frac{\Delta p}{p}\right) \left(1 - \gamma \frac{\Delta v}{v}\right) \\ = pv^\gamma \left(1 + \frac{\Delta p}{p} - \gamma \frac{\Delta v}{v}\right)$$

故に,

$$\frac{\Delta p}{p} = \gamma \frac{\Delta v}{v}$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta v} = \tan \theta' = \gamma \frac{p}{v}$$

A と B とを限りなく近づけると,

$$\tan \theta = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta v} = \gamma \frac{p}{v} \quad (3)$$

即ち, 断熱曲線の  $v$  軸に対する勾配は  $\gamma \frac{p}{v}$  である。故に,

$$\tan \theta = \gamma \tan \theta' \quad (4)$$

そして,  $\gamma > 1$  であるから, 断熱曲線の勾配は等温曲線勾配より急である。

§ 144. 氣體の等温或は断熱彈性率. § 62 に述べし如く, 壓縮率を  $\kappa$  とすると,



$$x = \frac{\lim \frac{\Delta v}{\Delta p}}{v}$$

であつて、

$$\frac{1}{x} = k$$

は體積の彈性率である。故に、

$$k = v \lim \frac{\Delta p}{\Delta v}$$

氣體を等温的に壓縮したときの  $k$  を  $k_i$  とすると、前節(2)により

$$\begin{aligned} k_i &= v \lim \frac{\Delta p}{\Delta v} = v \frac{p}{v} \\ &= p. \end{aligned}$$

即ち、氣體の等温體積彈性率はその壓力に等しい。

また氣體を断熱的に壓縮する場合、例へば急に壓縮するときの彈性率を  $k_a$  とすると、前節(3)により、

$$\begin{aligned} k_a &= v \lim \frac{\Delta p}{\Delta v} = v \times \gamma \frac{p}{v} \\ &= \gamma p. \end{aligned}$$

即ち、氣體を断熱的に壓縮する時の體積の彈性率は  $\gamma p$  に等しい。

吾々は §74 に於て彈性體の一部を急に壓縮或は膨脹せしむるとき、その激動が彈性體の中を傳播する速度は、

$$u = \sqrt{\frac{k}{\rho}}$$

なることを證明した。こゝに、 $\rho$  は彈性體の密度である。故にその變化が等温的に行はるゝならば、速度は

$$u = \sqrt{\frac{k_i}{\rho}} = \sqrt{\frac{p}{\rho}} \quad (1)$$

である。また断熱的のときは、

$$u = \sqrt{\frac{k_a}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \quad (2)$$

である。

普通音波の如きものでは、その變化が可なり速かに行はれ、熱が出入する隙がない、即ち断熱的に行はれる。故にその速度は、

$$u = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \quad (3)$$

でなければならぬ。之を音の速度に関するラプラスの公式<sup>(1)</sup>といふ。之を實驗と比較するに、空氣については  $\gamma = 1.404$ 、また、1 氣壓の場合には、

$$p = 1.01327 \times 10^6 \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2}$$

$0^\circ\text{C}$ 、1 氣壓の空氣の密度は  $\rho = 0.001293$  であるから、

$$\begin{aligned} u &= \sqrt{\frac{1.404 \times 1.01327}{0.001293}} \\ &= 331.6 \frac{\text{meter}}{\text{sec}} \end{aligned}$$

然るに、 $v = \frac{1}{\rho}$ <sup>(2)</sup> の實驗結果に依ると、音の速度は 331.37

(1) Laplace が 1816 年に得たものである。(2) H.V. Regnault (1810—1878).



$\frac{\text{meter}}{\text{sec}}$  であつて、よく理論から得た上の値と一致して居る。

次に §125 により

$$pv = kT.$$

こゝに  $v$  は氣體 1 gr の體積であるから、 $\frac{1}{v} = \rho$  である。

故に、

$$\frac{p}{\rho} = kT$$

故に、之を(3)に入れると

$$u = \sqrt{\gamma k T}. \quad (4)$$

ガスの種類により  $\gamma k$  が違ふから、そのため音の速度が違ふ。

**【注意】** ある氣體中に於ける音の速度を測ると(例へばクントの方法 §103 本節(4)によつて  $\gamma$  を知ることが出来る。

次に(4)に於て

$$T = 273.2 + t$$

と置くど、

$$\begin{aligned} u &= \sqrt{\gamma k (273.2 + t)} \\ &= \sqrt{\gamma k \cdot 273.2 \left(1 + \frac{t}{273.2}\right)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

この右邊を二項定理で展開し、第二項以下を畧すると、

$$u = \sqrt{273.2 k \gamma} \left(1 + \frac{t}{2 \times 273.2}\right).$$

0°C のときの速度を  $u_0$  とすると、

$$u_0 = \sqrt{273.2 \gamma k}$$

故に、

$$\begin{aligned} u &= u_0 \left(1 + \frac{t}{2 \times 273.2}\right) \\ &= u_0 (1 + 0.00183t) \end{aligned} \quad (5)$$

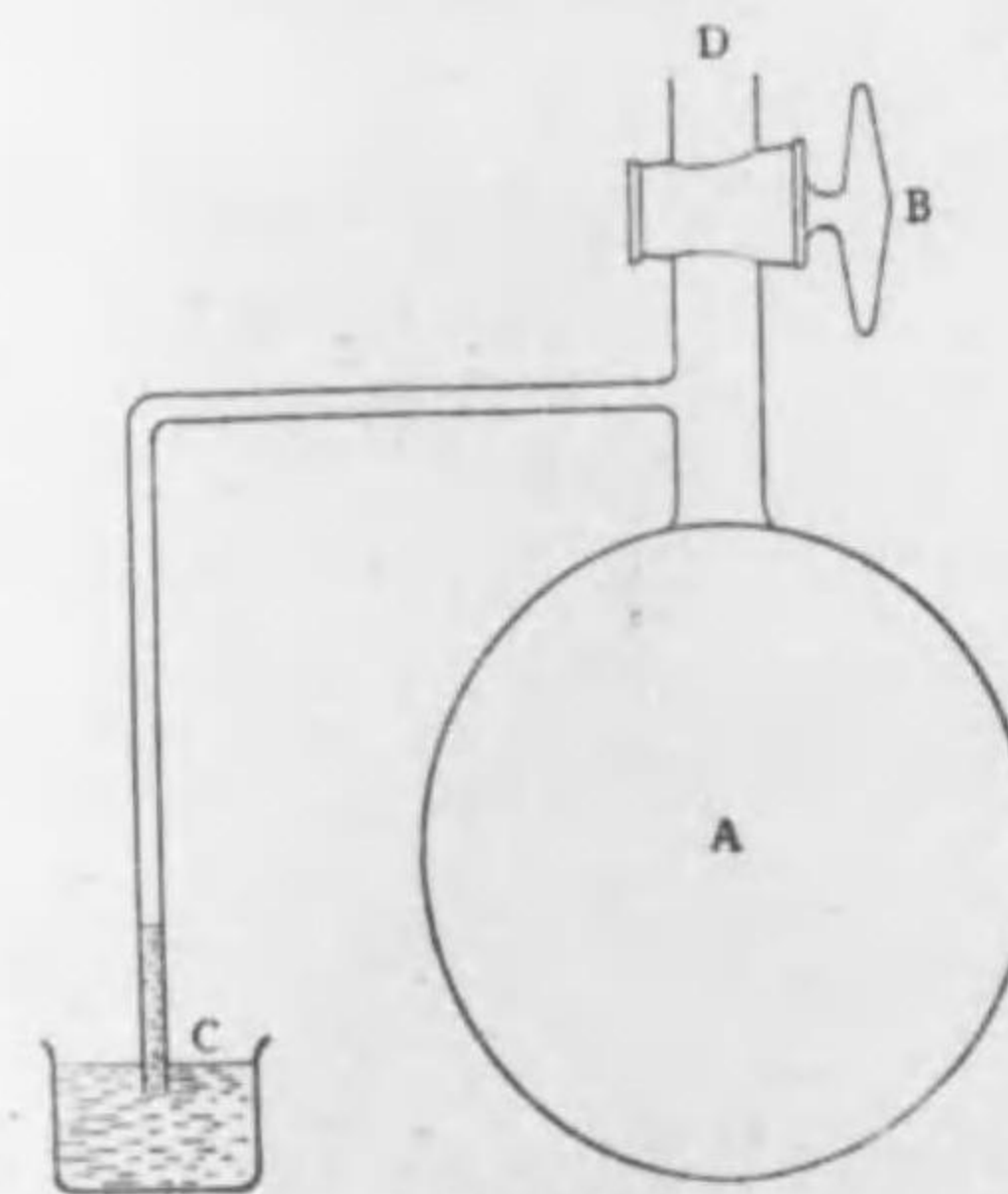
§145.  $\gamma$  の測定. §143 により等温曲線及び断熱曲線の勾配はそれぞれ、

$$\tan \theta = \frac{p}{v} \quad \text{及び} \quad \tan \theta = \gamma \frac{p}{v}.$$

である。故に、 $\gamma$  は次式を以て表はされる。

$$\gamma = \frac{\tan \theta}{\tan \theta}$$

クレマン<sup>(1)</sup>及びドゾルム<sup>(2)</sup>は第252圖に示すような簡単な装置で之を測定した。



第252圖

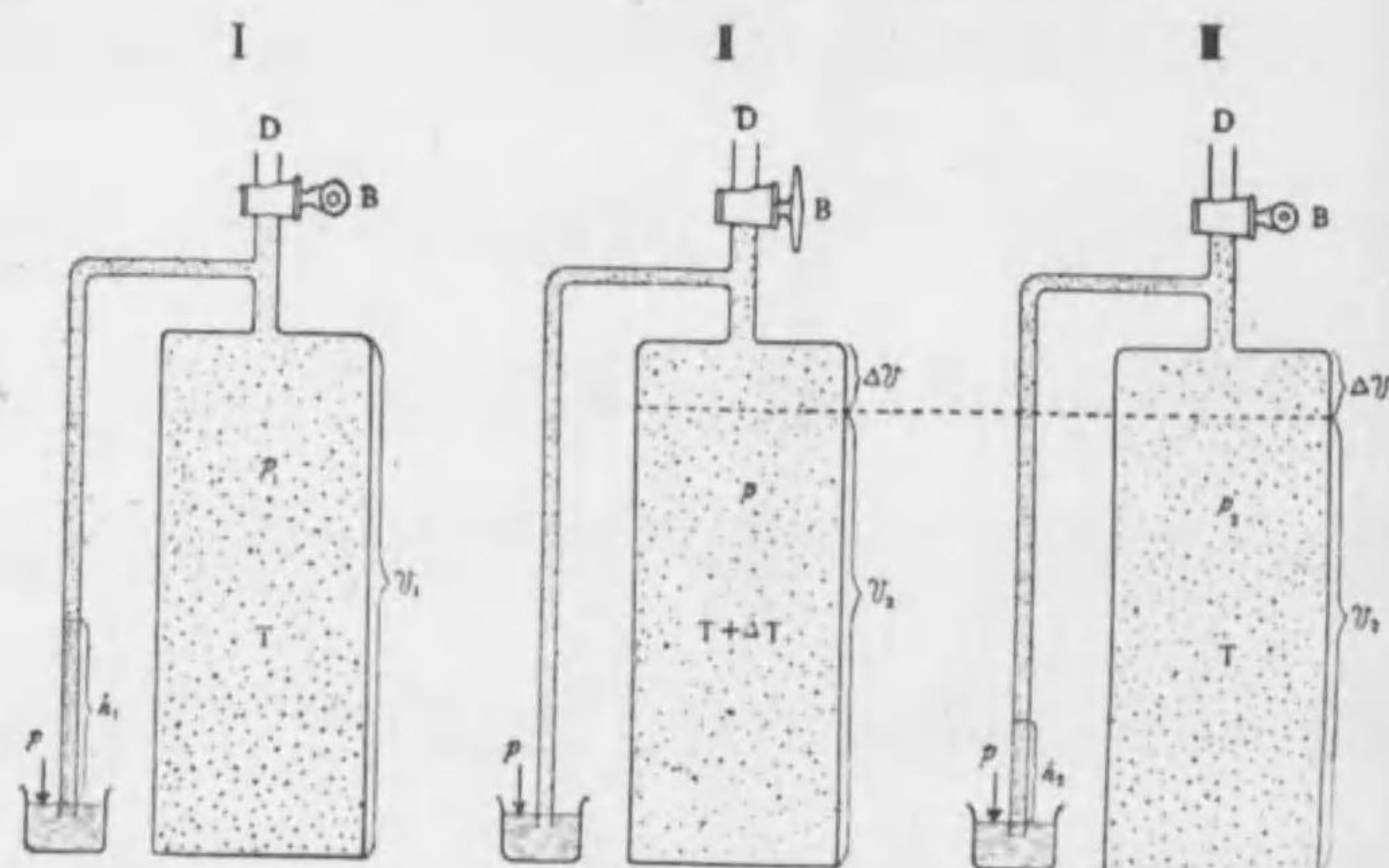
圖のAは大なる硝子球、Bはコック、Cは液體である。今Aの中のガスの體積の變化を理解し易いように、Aを第253圖のようにはす。

次に之を用ひて空氣の  $\gamma$  を測定する方法を述べる。

(1) Dより空氣を吸ひ出してBを閉ぢ暫くすると、Aの中の溫度が室内の溫度  $T$  になる。その時のA中の壓力を  $p_1$ 、外氣の壓力を  $p$  とし液體が管の中に昇つた高さを  $h_1$ 、液

(1) Clément. (2) Desormes (1777-1862).





第 253 圖

の密度を  $\rho$  とすると、

$$p_1 = p - h_1 \rho g$$

その状態は第 253 圖 I で示す。

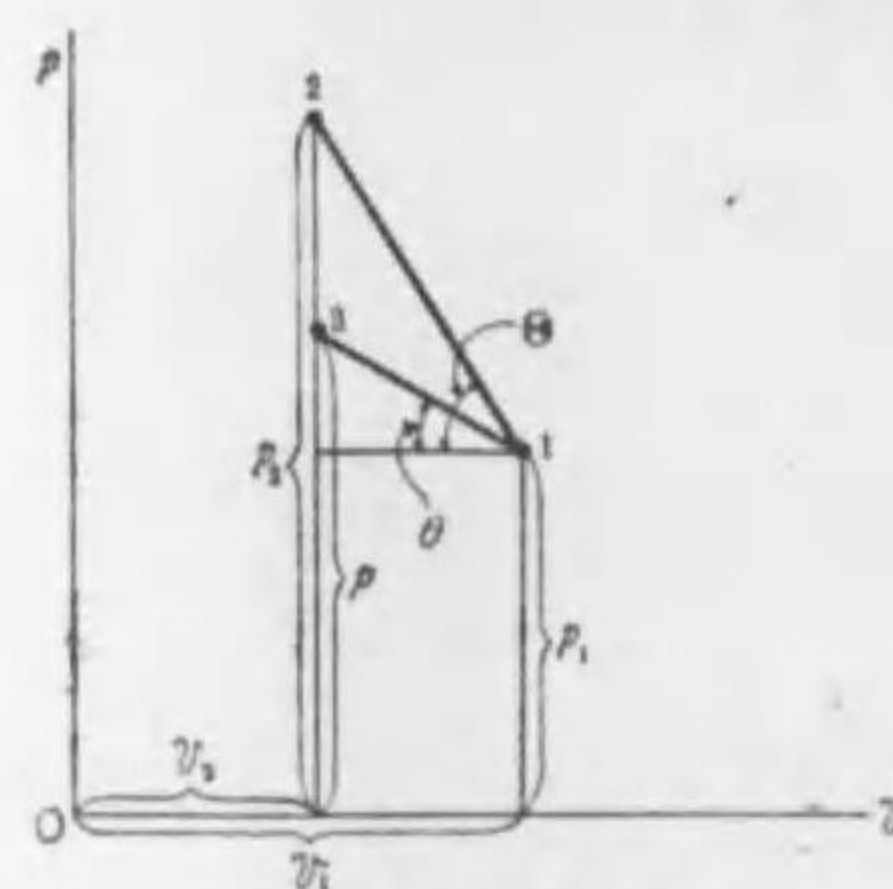
(2) 急に B を開く、そうすると外から  $\Delta v$  だけの空気がはいり込み、そのとき、もともと中に在つた空気は断熱的に壓縮せられ  $v_1$  から  $v_2$  になつたとし、そのために温度が  $T + \Delta T$  に昇り、壓力は外氣の壓力  $p$  に等しくなる。これは第 253 圖 II で示す。

(3) B を閉ぢて暫く待つ、そうすると、傳導に依り A 中の温度が室の温度  $T$  と等しくなる。然し體積は變らぬから壓力が下つて  $p_2$  となり、液體が  $h_2$  の高さに昇つたとすると、

$$p_2 = p - h_2 \rho g$$

である。これは第 253 圖 III で示す。

これ等の状態を比較すると、I と III は温度が等しいから、I から III に移つたとすると、それは等温變化である。また I から II に移るには、熱の出入がないから断熱變化である。故に、I, II, III に於ける  $p$  と  $v$  との關係を第 254 圖 1, 2 及び 3 で表はすと、



第 254 圖

故に、

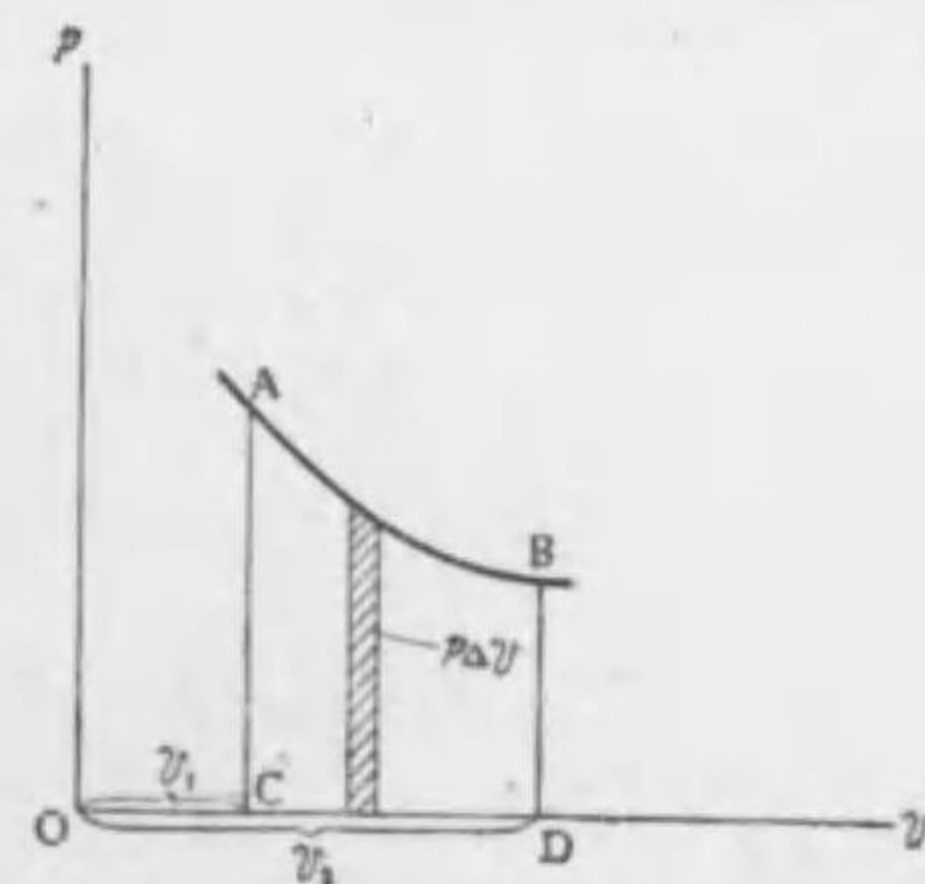
$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}$$

【注意】 この實驗をするには (I) に於て D から空氣を吸ひ出す代りに空氣を吹き入れてもよい。但しその場合には A 中の壓力を測るには U 形の硝子管に液體を入れたものを用ひる必要がある。

#### § 146. 氣體の等温或は断熱變化による仕事 § 126

に述べたように、氣體の體積が  $\Delta v$  だけ膨脹したとき外になす仕事は  $p \Delta v$  である。

これは、第 255 圖の  $p-v$  グラムに於て、 $p$  軸に平行なる細い帯の面積で表はされる。故に曲線上の二點 A 及び B から軸に垂線 AC 及び BD を引くと、面積 ACDB は



第 255 圖

OC (=  $v_1$ ) から OD (=  $v_2$ ) まで氣體が膨脹するとき外壓に對してなす仕事である。

$$\tan \theta = \frac{p_2 - p_1}{v_1 - v_2} = \frac{(h_1 - h_2) \rho g}{v_1 - v_2}$$

$$\tan \theta = \frac{p - p_1}{v_1 - v_2} = \frac{h_1 \rho g}{v_1 - v_2}$$

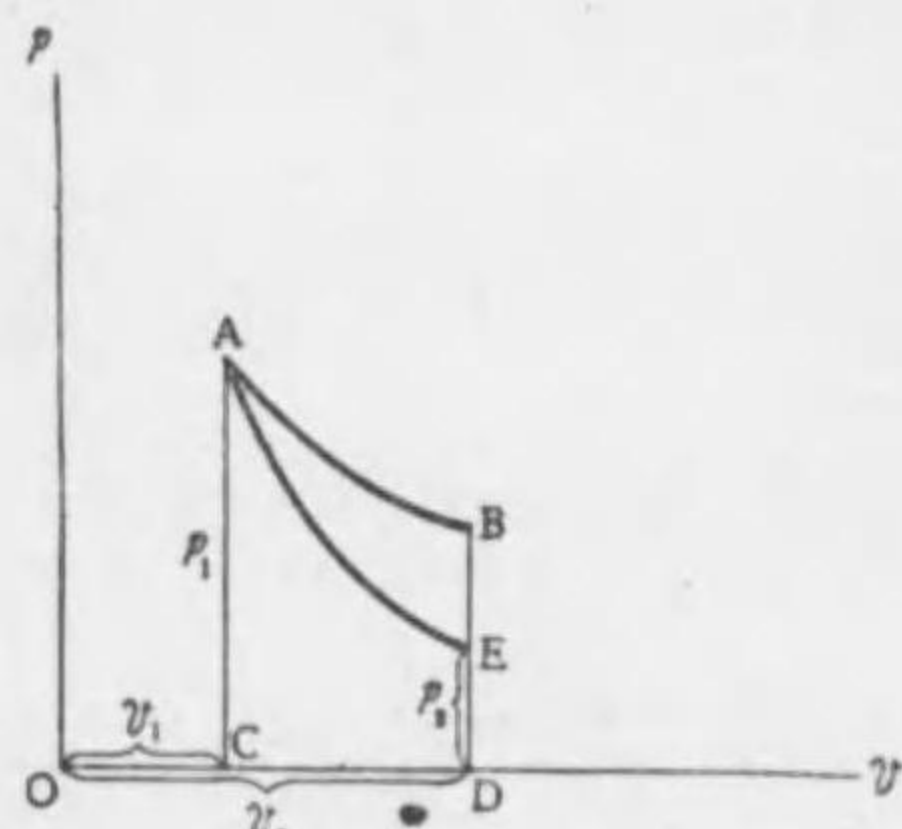
よつて、

$$\gamma = \frac{\tan \theta}{\tan \theta}$$

$$= \frac{v_1 - v_2}{(h_1 - h_2) \rho g} \times \frac{h_1 \rho g}{v_1 - v_2}$$

$$= \frac{h_1}{h_1 - h_2}$$





第 256 圖

次に第 256 圖に於て A を通る等温及び断熱曲線をそれぞれ AB 及び AE とすると、面積 ACDB 及び面積 ACDE は外壓に對してなす仕事である。これは次のように計算することが出来る。

等温の場合には、

$$pv = c \text{ (定數)}$$

であるから、その仕事は

$$W_i = \sum p \Delta v = \sum_{v_1}^{v_2} \frac{c \Delta v}{v} \quad (2)$$

これを計算すると

$$W_i = c \log_e \frac{v_2}{v_1} \quad (3)$$

然るに、

$$p_1 v_1 = c$$

であるから、

$$W_i = p_1 v_1 \log_e \frac{v_2}{v_1} \quad (4)$$

【注意】 (2) から (3) を得るには

$$W_i = \int_{v_1}^{v_2} \frac{c dv}{v} = c \log_e \frac{v_2}{v_1}$$

断熱の場合には、

$$pv^\gamma = c \text{ (定數)}$$

であるから、仕事を  $W_a$  とすると

$$W_a = \sum p \Delta v = \sum_{v_1}^{v_2} \frac{c \Delta v}{v^\gamma} \quad (6)$$

これを計算すると、

$$W_a = \frac{c}{\gamma+1} \left( \frac{1}{v_1^{\gamma+1}} - \frac{1}{v_2^{\gamma+1}} \right) \quad (7)$$

$v_1$  及び  $v_2$  に於ける壓力をそれぞれ  $p_1$  及び  $p_2$  とすると、

$$c = p_1 v_1^\gamma = p_2 v_2^\gamma$$

故に、

$$W_a = \frac{1}{\gamma+1} \left( \frac{p_1}{v_1} - \frac{p_2}{v_2} \right) \quad (8)$$

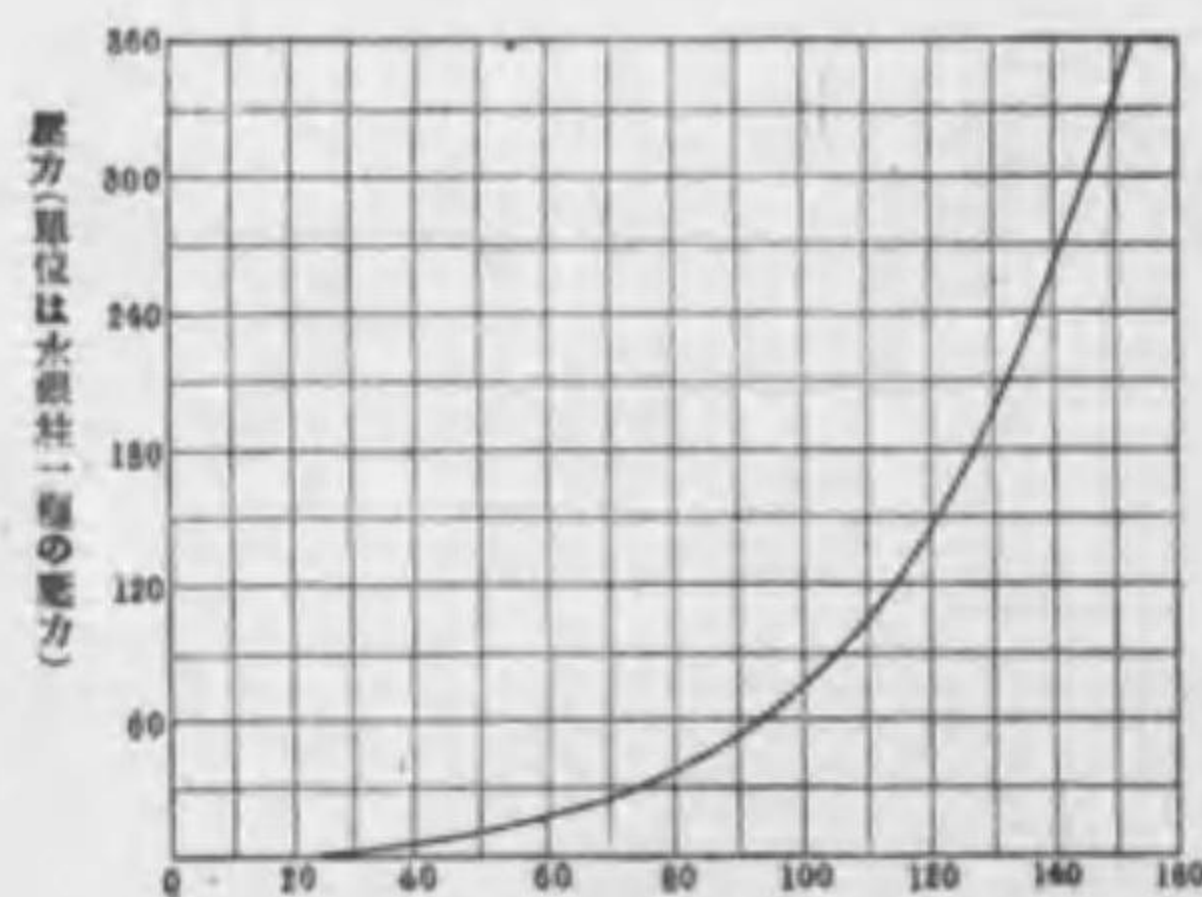
【注意】 (6) から (7) を得るには、

$$\begin{aligned} W_a &= \int_{v_1}^{v_2} \frac{c dv}{v^\gamma} = \frac{c}{\gamma+1} \left[ -\frac{1}{v^{\gamma+1}} \right]_{v_1}^{v_2} \\ &= \frac{c}{\gamma+1} \left( \frac{1}{v_1^{\gamma+1}} - \frac{1}{v_2^{\gamma+1}} \right) \end{aligned}$$



## 第十八章 分子集合状態の變化

§147. 蒸發及び凝結<sup>(1)</sup> §84 に述べたトリセリーの<sup>(2)</sup>真空内に下から少量の液體を送り込むと、直ちに蒸發して管内の水銀面が降る。そのとき降つた高さは、管内の蒸氣の壓力を示すものである。尙ほ、少量づつ液體を送り込めば、始めの間は次第に水銀面が降り、蒸氣の壓力の次第に増加することを示すけれども、或點まで降れば、それ以上液體を送り込んでも水銀面は降らず送り込んだ液體は、最早蒸發する事なく、水銀面上に溜るようになる。この事實から考へると、或温度に



(水蒸氣の最大壓力と温度との關係)

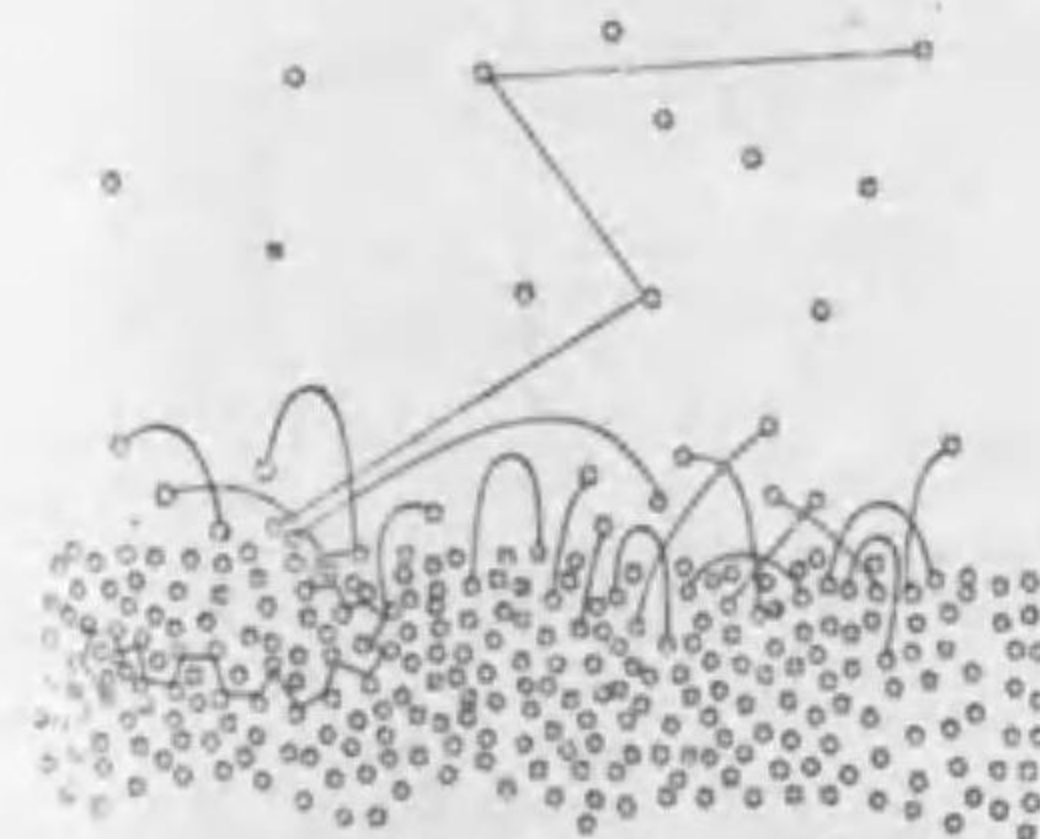
第257圖

(1) Vaporization and condensation : die Verdampfung und die Kondensation.  
 (2) Torricelli. (3) Saturated vapour ; der gesättigte Dampf. (4) Maximum pressure ; der maximale Druck.

於いて或液體の蒸氣の呈する壓力には限りがある。いひ換へると、密度に限りがある。その最大密度の蒸氣を飽和蒸氣<sup>(3)</sup>といひ、飽和蒸氣の壓力を蒸氣の最大壓力<sup>(4)</sup>、その

密度を最大密度といふ。第257圖に示すように、蒸氣の最大壓力は温度が昇るとともに急に増加する。

上述の事實は次のように説明される。液體の分子はいづれも振動して居る。但し、その振動のエネルギーは同一ではない。大なるものもあれば小なるものもある。それ故、液の表面に在る分子の中で、そのエネ



第258圖

ルギーが十分大きく、周囲の分子の引力に打ち勝つて飛散し得るものは、液面から飛び出る(第258圖はその有様を想像した圖である)。但し、蒸氣となつて居る分子

も亦、あるものは液の中に飛び込む。然し、蒸氣の密度が小なる間は、飛び出る數が飛び込む數より大である故、液體は次第に蒸氣になる。これが即ち蒸發である。そこで、蒸氣の密度がある値まで大きくなると、飛び込む數が飛び出る數に等しくなる。このときは蒸氣が最大密度に達したのである。

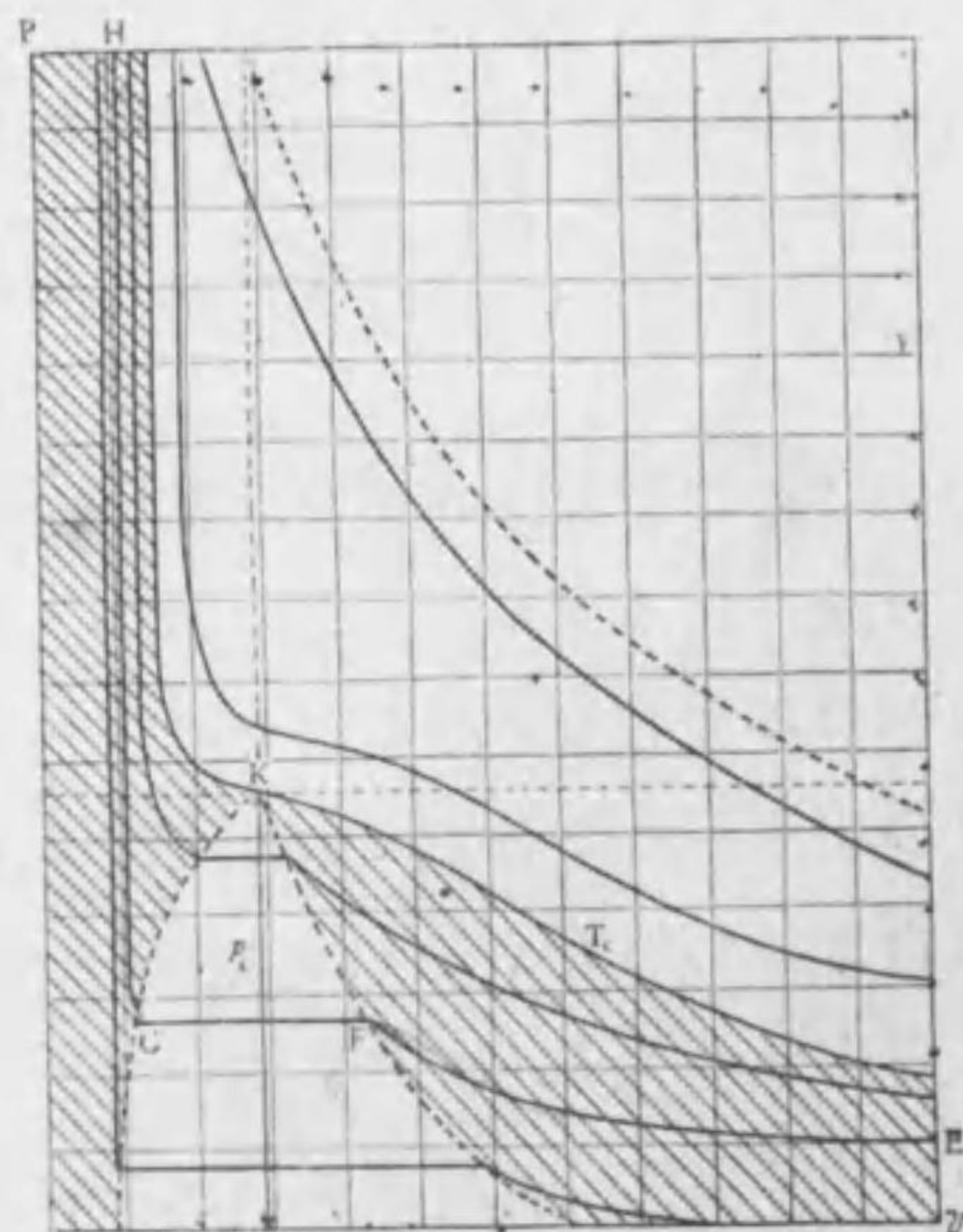
さて、この状態に達すると、液體と蒸氣との量はそれ以上増減しない。この有様をやはり平衡といふ。然し、剛體の平衡等とは違ひ、分子は液面から飛び出し又



液體の中へ飛び込んで居るのであつて、吾々が平衡にあるといふのは、實は見掛上のことである。かくの如き平衡を統計的の平衡<sup>(1)</sup>といふ。

上述のような平衡状態を保つて居る液體の温度を昇したとする。そうすると、液面に在る分子の平均の速度が増す、即ち液の分子引力に抗して液面を飛び出ることのできる分子の數が増す。従つて、蒸氣の密度が増して再び平衡に達する。

§148. 蒸氣の等温曲線. 一定量の蒸氣を一定の温



第259圖

(1) Statistical equilibrium ; das statistische Gleichgewicht.

度に於て壓縮すると、その體積と壓力との關係は第259圖のようになる。即ち、初めは體積が減少するとともに壓力は増加する。その有様は曲線 EF で示す。然るに壓力がその温度に對する最大壓力に達すると、それ以上壓縮しても壓力は増加せず、一部は液化しそれから液體と蒸氣とが同時に存在する。圖の直線 FG はこの状態を示す。それから壓縮するに従つて液體の部分は次第に多くなり、遂に全部液體となる。圖の G 點はこの状態を示す。これ以上壓縮すると、壓力は急に増加する。圖の GH はこの状態を示す。

次に、温度を高め同一質量の蒸氣につき、前と同様に  $v$  と  $p$  との關係を求めると、前と似た曲線が得られる。たゞ F 點と G 點とが前よりも近づく。段々温度を高めて行くと、終にその二點が一點 K に合するようになる。この K を臨界點<sup>(1)</sup>、その温度  $T_c$  を臨界温度<sup>(2)</sup>、その時の壓力  $P_c$  を臨界壓力<sup>(3)</sup>といひ、K に於ける状態を臨界状態<sup>(4)</sup>といふ。普通の物質に關するこれ等のものゝ値を次表に示す。

(1) Critical point ; der kritische Punkt. (2) Critical temperature ; die kritische Temperatur. (3) Critical pressure ; der kritische Druck. (4) Critical state ; der kritische Zustand.



物 質	$P_c$ (単位1気圧)	$T_c$
塩 素	58	+144
ア ン モ ニ ャ	85	+133
硫 化 水 素	68	+100
塩 化 水 素	62	+ 52
炭 酸 ガ ス	55	+ 31
メ タ ン	35	- 82
酸 素	38	-119
一 酸 化 炭 素	26	-139
窒 素	25	-147
水 素	10	-240
ヘ リ ウ ム	2	-268

次に臨界状態なるものが物理學的に如何なる意義を有するものなるかを考へてみる。第259圖のF點が温度の上昇とともに左に寄るといふことは、飽和蒸氣の密度が温度が昇るに従つて次第に増加することを示す。またG點が右に寄るといふ事は、飽和蒸氣と共存する液體の密度が次第に減少する事を示す。故にFとGが合るといふことはその點に於て飽和蒸氣の密度とこれと共存する液體の密度とが相等しくなり、この二つを區別することができないといふ事をあらはす。

【注意】 吾々は實際にその状態を見る事ができる。例へば、炭酸が

スを適當に硝子管に封ち込み、その一部分が蒸氣他の一部分が液體になるようになし置き、温度を高め行き、臨界状態に達すると氣體液體の界がなくなる。

臨界温度以上に於ては、液體は存在しない。故に、ガスを液化するには必ず臨界温度以下の温度にて壓縮するを必要とする。昔、水素、酸素等を液化する事のできなかつたのは、臨界温度以上の温度に於て壓縮した爲である。臨界温度以上に段々温度を高めると、遂にはボイルの法則に従ふやうになり、等温線は直角双曲線となる。

§149. ファンデルヴァールスの状態方程式<sup>(1)</sup> 吾々は§112に於て氣體の呈する壓力を分子の衝突による打撃であると考へて、

$$pV = \frac{Nm}{3} \bar{u}^2 \quad (1)$$

なる式を出した。こゝに  $N$  は瓦分子中の分子數、 $V$  はその體積、 $p$  は壓力、 $\bar{u}^2$  は分子速度の自乗の平均である。然るに、分子の平均の運動のエネルギーは絶對温度に比例する故、

$$\frac{1}{2} m \bar{u}^2 = \epsilon T$$

と置くと、

(1) Johannes Dietrich van der Waals (1837-1923). (2) Equation of state; die Zustandgleichung.

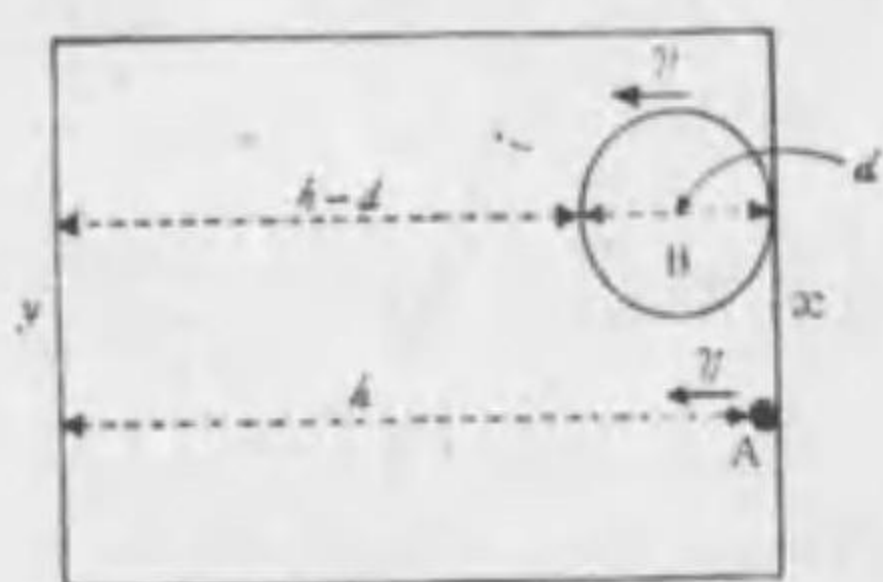


$$pV = \frac{2N}{3} \epsilon T = RT \quad (2)$$

となる。この式は理想氣體の状態を表はすけれども、實際の氣體の状態を表はさぬ。そこで**ファンデルヴァールス**は1879年、これを次の如くに改めた。

I. 上の式(1)を出すには分子の大きさを考に入れない。若し、これを考の中に入れると、次の如く改めなければならぬ。

例へば、第260圖のAは非常に小さい分子、BはAに比



第260圖

べると大きい分子とし、その直徑を  $d$  とする。AとBはともに平行な二つの器壁  $x$  と  $y$  との間を同一の速さで往復運動をして居るとする。 $x$  と  $y$  との距離を  $h$ 、分子の速さを  $v$  とすると、A分子の一往復の時間は  $\frac{2h}{v}$  であるが、Bの一往復の時間は  $\frac{2(h-d)}{v}$  である。故に同一時間中に於て壁に衝突する回数は、Bの方がAの  $\frac{h}{h-d}$  倍になる。同じ途の上にAもBも  $n$  個宛在つた場合には、壁に對する衝突回数はBの方がAの方の  $\frac{h}{h-nd}$  倍になる。この  $nd$  といふのはBの  $n$  個の分子を一方に押しつめたとき、占有すべき長さである。實際の場合には、理論は之よりも複雑であるけれども、大體之と同じ理により、分子に大きさの

ある場合には、それが無い場合よりも衝突回数が多くなる。どれだけ多くなるかといふと、その分子を一方に押しつめたときの體積の  $b$  だけ除いた  $V-b$  だけの場所に、極めて小さい分子があるのと同様である (第



第261圖

261圖)。即ち衝突回数は  $\frac{V}{V-b}$

倍になる。従て壓力も  $\frac{V}{V-b}$

倍になる。故にこの場合の

壓力を  $p'$  とすると

$$\begin{aligned} p' &= \frac{RT}{V-b} \\ p &= \frac{RT}{V} \end{aligned} \quad \therefore p' = \frac{RT}{V} \cdot \frac{V}{V-b} = \frac{RT}{V-b} \quad (3)$$

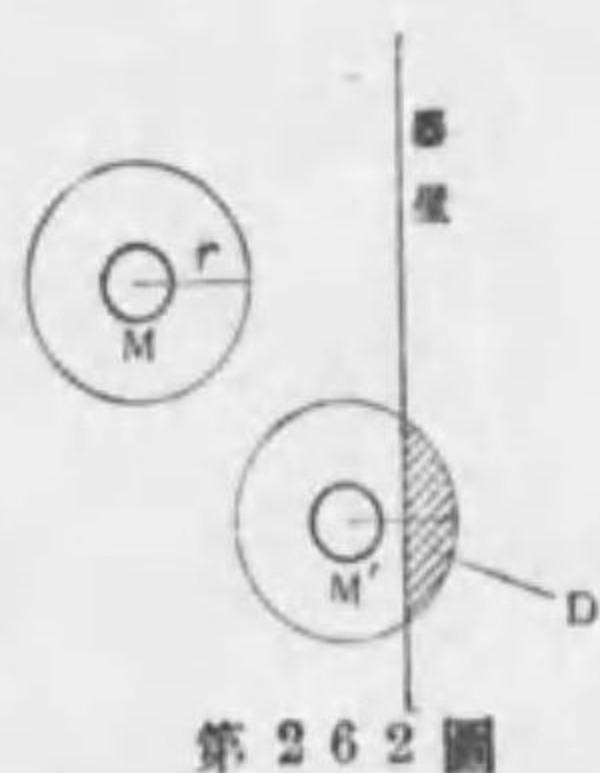
II. (3)の式を出すには分子間の引力を考に入れない。之を考へに入れると次のようになる。

分子間の引力は分子相互の距離が大きくなると急に減少するから、分子の中心間の距離が  $r$  になるまでは作用するけれども、それより大きくなると作用しないと假定することができる。そうすると、ある分子Aの中心を中心として半径  $r$  の球を描くと、その球内に中心を有する他の分子はAに作用を及ぼすけれども、その球外のものは作用しないことになる。この球を作用球<sup>(1)</sup>といふ。

(1) Action of sphere; die Wirkungssphäre.



そこで、今第 262 圖 M のように、氣體の容器の壁から遠く離れた分子 M を考えると、M の作用球は全部その氣體の中に在るから、M を四方から周圍の氣體分子が



第 262 圖

引く力は何れの方に於ても相等しき故、互に相殺して零になる。然るに、圖の M' のように、分子の中心が壁に近くて、その作用球の一部 D が氣體から外に出る場合には、それだけの分子引力が少なくなる故、M は

氣體の分子引力によつて内部に引き込まれんとする。但し、D の部分には器壁を作つて居る物質があつて、それが M' に作用する。故に、分子が器壁に衝突するときには、第一氣體の分子力、第二器壁の分子力の二つが作用する。

先づ、第一の作用によつて分子が壁に衝突する速度が減少する。故に、器壁に及ぼす壓力  $p$  は第一の作用がなかつたときの壓力、即ち(3)の  $p'$  からある値  $\Delta p$  だけ減じたものである。故に、

$$p = p' - \Delta p.$$

然るに、一つの分子に作用する分子力は分子の密度  $\rho$  に比例する。そして、器壁の單位面積に對し單位時間に分子の衝突する回数は分子の密度に比例する故、

$$\Delta p \propto \rho^2$$

と置くことができる。故に、

$$\Delta p = \frac{a}{V^2} \quad (4)$$

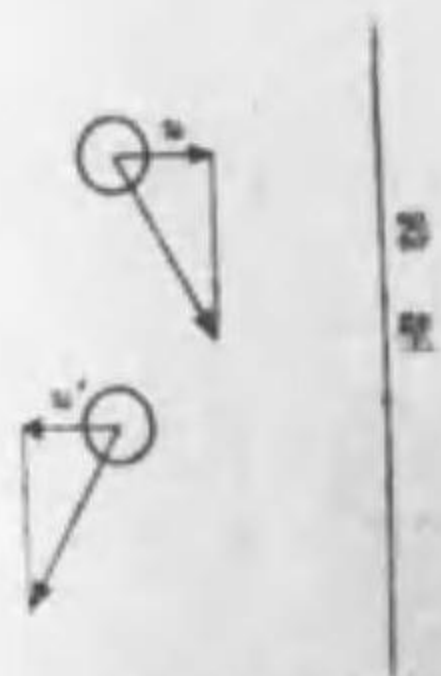
こゝに  $a$  はある定數である。之を(3)に入れると、

$$p + \frac{a}{V^2} = \frac{RT}{V-b}$$

或は、

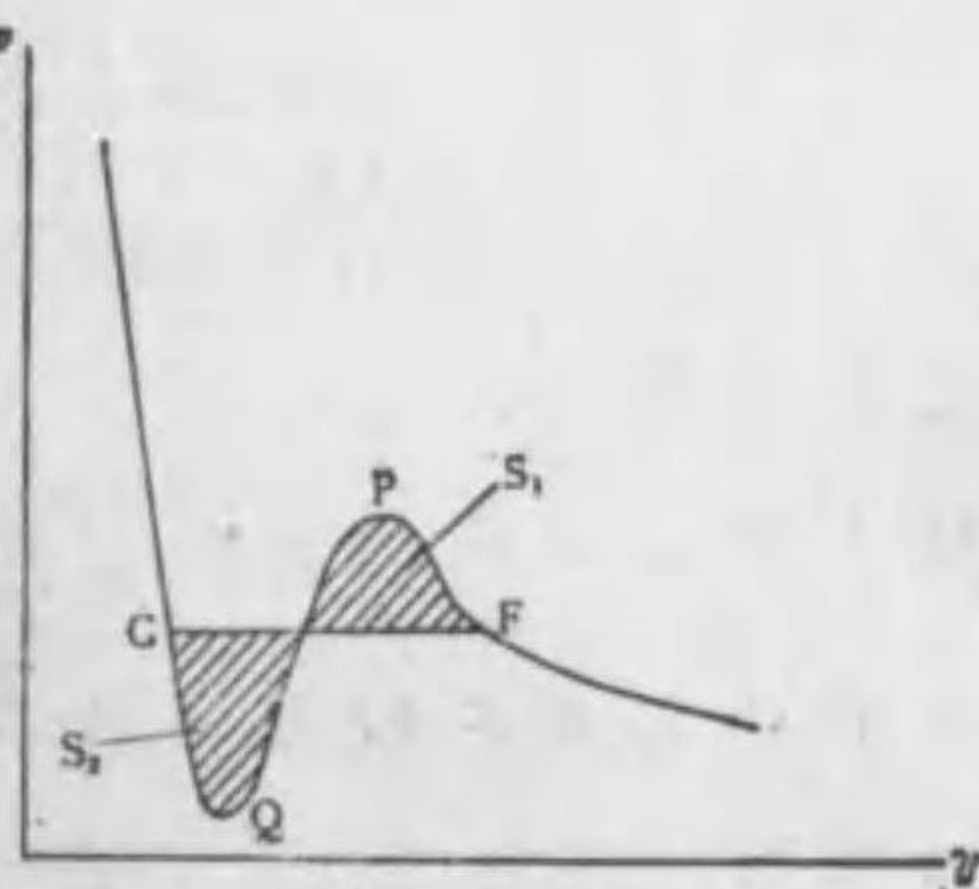
$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT \quad (5)$$

次に第二の作用を考へる。器壁に衝突する前、器壁の分子力の範圍以外に於て、壁に垂直なる分速度が  $u$  であるならば、衝突後壁の分子力の範圍外に出たときには  $-u$  でなければならぬ(第 263 圖)。従て壁に與へる運動量は  $2mu$  ( $m$  は分子の質量)であつて、第二の影響のない場合と同一であ



第 263 圖

るから、これは考へる必要がない。故に(5)によつて  $p, V$  と  $T$  と關係が與へられる。之をファンデルワールスの状態方程式といふ。この方程式を  $p, V$  の曲線で表はせば、第 264



第 264 圖



圖のようになる。然るにこの圖のP及びQで表はさるゝ状態は極めて不安定であるから、實際は面積 $S_1$ と $S_2$ が等しくなるように引いた直線FGにて表はるゝが如き變化をする( $S_1$ と $S_2$ が等しくなる理は後に述べる)。そうすると、前述の等温線になる。この方程式の $b$ の値から分子の直徑を知る事ができる。これは分子の直徑を計算する一つの方法である。

【注意】 ファンデルヴァールスの方程式に於て、もし温度が高ければ $V$ は大きくなるから $\frac{a}{V^2}$ 及び $b$ はそれぞれ $p$ 及び $V$ に比して省略することができて理想氣體の方程式

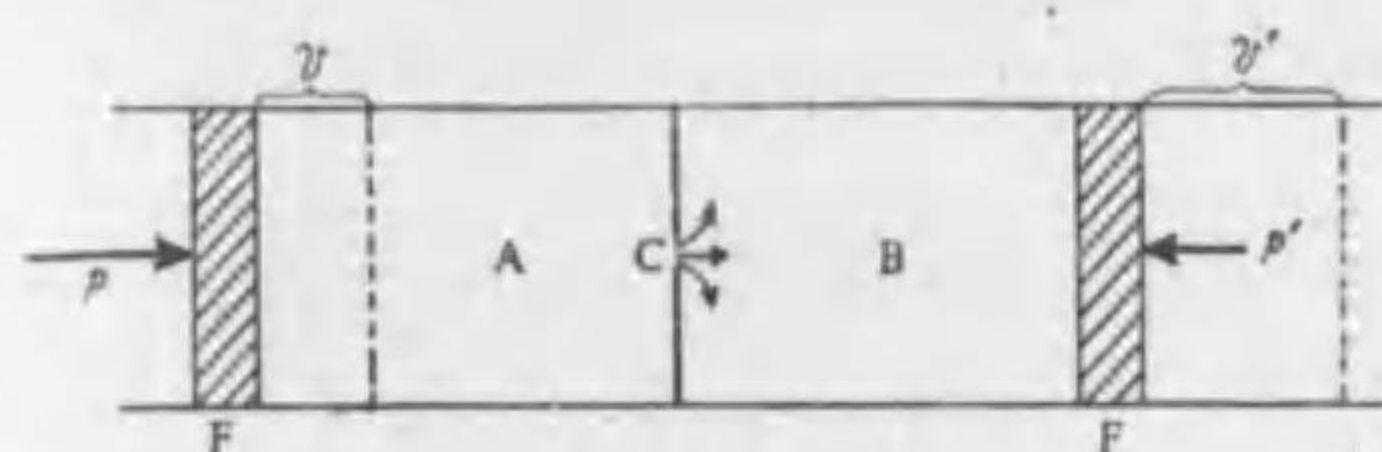
$$pV = RT$$

となり、よく事實と一致する。また $a$ と $b$ とが温度の如何に關らず、小さくて省略せられるときは、無論理想氣體の状態方程式になる。故に理想氣體といふのは、分子の大きさが非常に小さく又分子力の作用も非常に小さくて考ふる必要のないものと見なすことができる。

§150. ジュール及びトムソンの細孔管の實驗<sup>(1)</sup> 前節に述べたファンデルヴァールスの方程式の中の $a$ は、分子相互の引力から起るものであるから、氣體の内部エネルギーは、その體積によつて異ならねばならぬ。これは§138に述べたジュールの實驗の結果に反する。然し、ジュールの實驗に用ひた熱量計の熱容量は、膨脹せしめたガスの熱容量に比して大であるから、たゞひ

(1) James Prescott Joule (1818-1889) (2) Sir William Thomson (Lord Kelvin) (1824-1907). Porous plug experiment; Poröspfeifexperiment.

ガスの温度が少々變つても認めることができないといふ缺點がある。故に、トムソンはジュールの實驗よりも精密なる實驗方法を考案し、ジュール及びトムソンに依て試みられた。その原理を説明するために、第265



第265圖

圖のように硝子管の中央に境界があつて、それに極小さい孔Cが

あけてあるものを考へ、先づCの兩側A及びBに實驗しようとするガスを入れ、左側から活塞Fで $p$ なる壓力で押し、右側からは活塞Fで $p$ よりも小なる壓力 $p'$ で押すものとする。そうすると、Aのガスは孔CからBに吹き出る。然し、孔が非常に小さいため、Aの中の壓力は一定の値 $p$ を保ち、Bの中では $p'$ を保つ。

さてこのようにして1grのガスをCから吹き出させるために、兩方のFはそれぞれ體積 $v$ 及び $v'$ だけ右の方へ寄つたとする。そうして、この間に熱の出入がないものとする。この装置に對し外からなした仕事は、中のガスの内部エネルギーの増加に等しくなければならぬ。外からなした仕事は、

$$pv - p'v'$$

であるから、内部エネルギーの増加を $JE_i$ とすると、



$$pv - p'v' = \Delta E_t$$

内部エネルギーの増加は分子の運動のエネルギーの増加と分子間の位置のエネルギーの増加との和であるから、これをそれぞれ  $\Delta E_k$  及び  $\Delta E_p$  とすると、

$$E_t = \Delta E_k + \Delta E_p$$

従つて、

$$pv - p'v' = \Delta E_k + \Delta E_p$$

然るに、温度の變化を  $\Delta T$  とし、定積比熱を  $C_v$  とすると、

$$\Delta E_k = C_v \Delta T$$

故に、

$$\Delta E_p = (pv - p'v') - C_v \Delta T$$

となる。即ちこの式の右邊の諸量を測れば、 $\Delta E_p$  が分かる。そこで、その第二項を知るには、A と B とに寒暖計を置けばよい。そうして、これは前に述べたジュールの實驗のように熱量計を用ふるのではないから、 $\Delta T$  が僅かであつてもよく測ることができる。また、 $C_v$  及び  $J$  は既に知られて居る。

次に第一項  $pv - p'v'$  はどういふものであるかといふと、A と B との温度の違はあつても極僅かであるから、大體等温と見ることが出来る故、もし理想氣體であるならば、ボイルの法則によりこの値は零である。然し理想氣體でないために、 $p$  が  $p'$  に比し非常に大きい

ときには  $pv$  と  $p'v'$  との差が認められる。この差は既に他の實驗によつて測られて居るから、その値を用ひることができる。

かくの如き値を上式に入れて  $\Delta E_p$  を實驗的に求めることができた。

この實驗はその後他の學者により一層精密に繰り返して行はれた。その結果によると、温度の變化は A と B の壓力の差に略比例し、一氣壓の差に對する温度の下り  $\beta$  は次のように表はされる。

$$\beta = \frac{C}{T} - D$$

ここに  $T$  は絶對温度、 $C$  と  $D$  は各のガスについての定數であつて、その値は次の如きものである。

氣 體	$C$	$D$
空 氣	141.5	0.697
炭 酸 ガ ス	261.5	4.98
水 素	64.1	0.331

例へば、水素を  $15^\circ\text{C}$  に於て噴出せしめると、

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{64.1}{288} - 0.331 \\ &= 0.223 - 0.331 \\ &= -0.108 \end{aligned}$$

即ち水素はこの温度では却て温度が上昇する。然し



これを低温で行ふと降下せしめることが出来る。

§151. 所謂永久ガスの液化<sup>(1)</sup> 物體に固體、液體及び氣體の區別があるのは、たゞその分子の集合状態を異にして居るだけの事であつて、その物質の特性によるのではないといふことは、古から想像されて居つたのである。もしこの考へが正しいとすれば、普通吾々が氣體の状態に於て取り扱つて居る酸素、水素、窒素のよ  
うなものも、適當の方法さへ用ふれば液體と成し、更に進んでは固體とも成し得べきはすのものである。換言すれば、これ等のガスは非常に揮發し易い液體の蒸氣と見なすことができるはずである。故に、古來學者は實際にこれ等のガスを液化せんと努めたのである。

それにはどうしたかといふと、普通液體の蒸氣はこれを壓縮すると液化するから、先づこの方法を用ひたのである。これによつてアンモニア、塩素、炭酸ガスのようなものは液化することができたが、酸素、水素、窒素、一酸化炭素及びメタンの五つのガスはどうしても液化することができない。そこで、これは到底液化することのできないものである、即ち、これを液體の蒸氣と見なすことは誤りであるとし、これに永久瓦斯といふ

(1) Permanent gases ; die permanente Gase. (2) Liquefaction ; die Verflüssigung.

名を附けた。但しヘリウム等もこの種類に屬するガスであるが、まだこの當時は發見されて居なかつたのである。

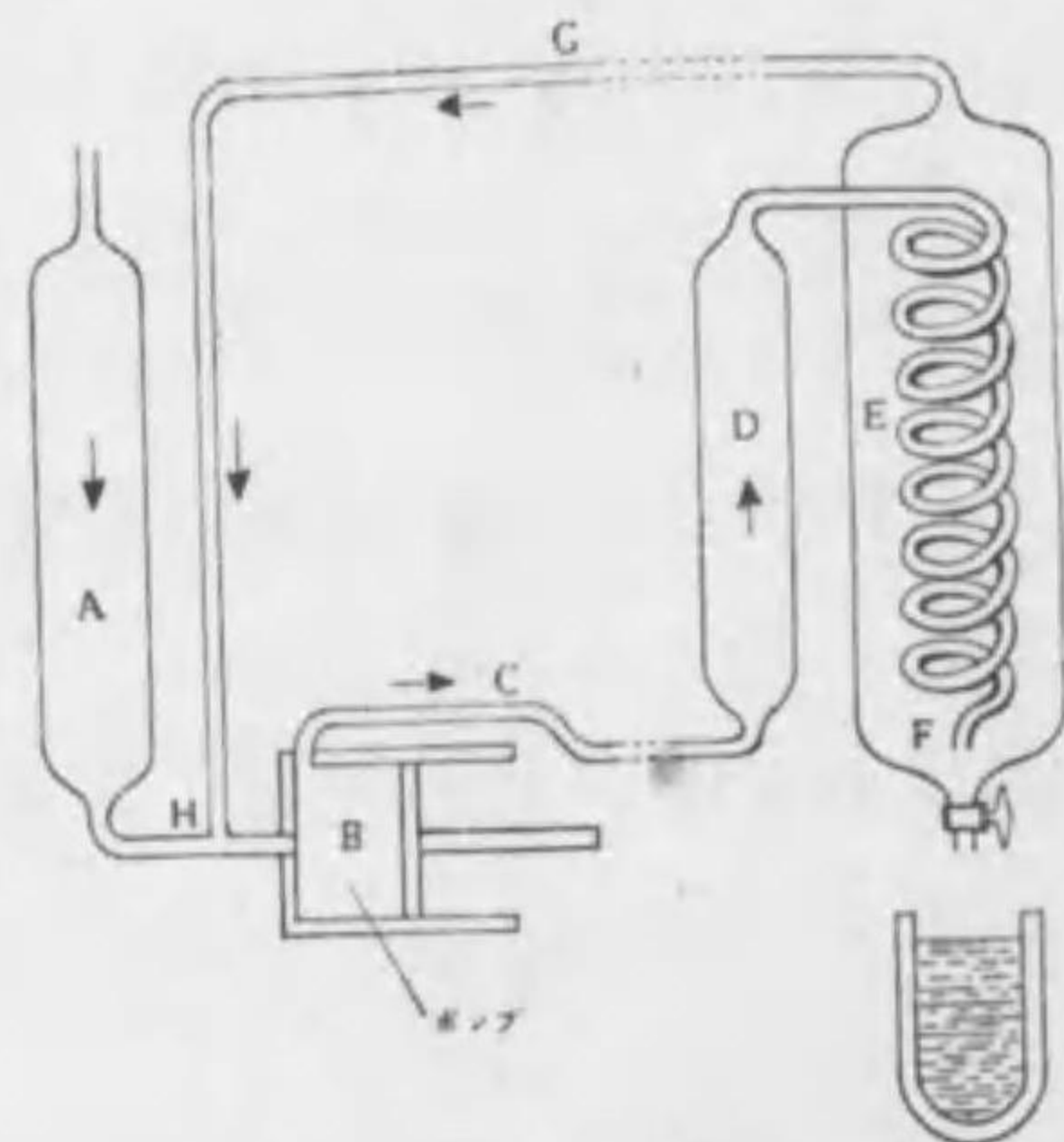
然るに、その後炭酸ガスの性状を詳に研究することにより、§148に述べたように、各の氣體にはそれぞれ特有の臨界温度なるものがあつて、それ以上の温度では如何に壓縮しても液化しない、従つて液化するためには先づ臨界温度以下に冷却して之を壓縮せねばならぬことが分つた。これにより、所謂永久ガスが壓縮によつて液化されなかつたのは、その臨界温度が低いためであると想像される(§148の表を見よ)。故に液化の目的を達するためには、非常に低い温度を得ることが必要であるが、それは寒劑では到底及ばない。ところが偶然の事からガスの急激なる膨脹による冷却を利用すればよいことが分かり、これによつて空氣を液化することができた。

その後(1895年)リンデ<sup>(1)</sup>は始めて空氣を多量に液化し得る機械を作つた。第266圖は空氣液化機械の要點を示すものである。圖のAに於て生石灰に依り空氣中の炭酸ガスを吸收せしめ、ポンプBに依り之を壓縮しCに送り込む。Dに於て苛性加里に依り水分を吸

(1) Karl v. Linde. (1842-)



收せしめ、Eなる細い銅管を通り其先の細い口Fから噴出せしめる。この際ジュールートムソンの實驗の時の如く冷却する。この冷却せる空氣は銅管Eを冷しつゝ上に昇り、Gを通りてHに來り、新にはいつた空氣と合する。さうして再びBにはいつて前と同様の



第266圖

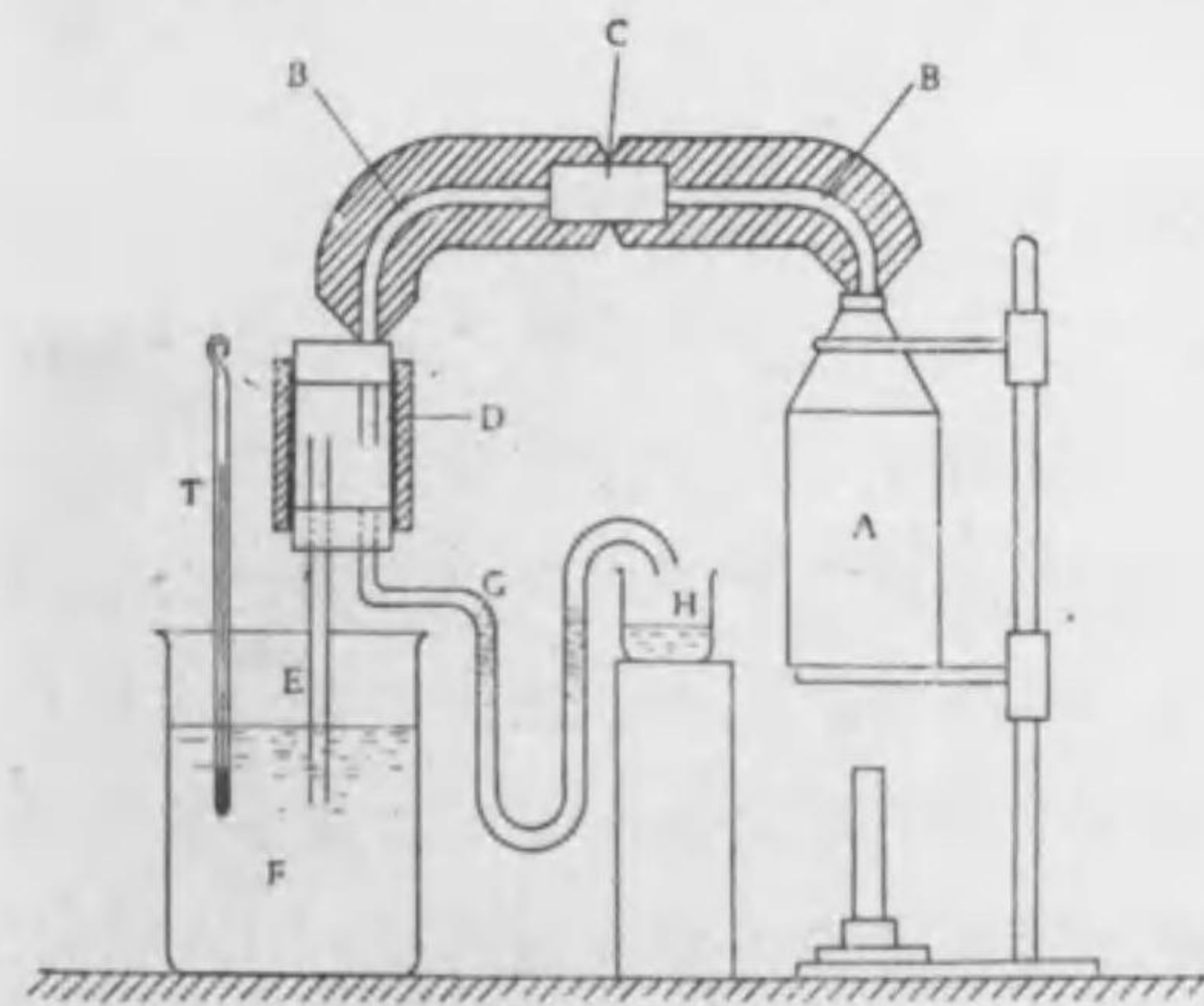
途を反復する。然るとき空氣は次第に冷却し遂にFより噴出する際に液體になる。そうして下に溜る。水素も同様の方法に依り液化する事ができる。但し常温に於いては噴出に依り却つて温度が昇るから、豫め液體空氣で冷却して噴出させる。又ヘリウムも同様の原理に依り液化する事ができる。

§152. 蒸發熱<sup>(1)</sup> 1 grの液體を、それと同温度の蒸氣

(1) Heat of vaporization ; die Verdampfungswärme.

となすために加ふべき熱量をその蒸發熱といふ。蒸氣が液化するときは、蒸發熱に等しい熱を放出する。蒸發熱は分子力に對して分子間の距離を大ならしむるため、及び外壓に抗して體積を膨脹せしめるための仕事として用ひらるゝものであつて、熱が潜的狀態になるためではない。然るに、熱を物質と考へた時代には、このとき熱が潜的狀態となつて存在するものとして考へ、これに潜熱<sup>(1)</sup>なる名稱を附けたのである。この言葉は今日に於ても尙ほ用ひられて居るけれど、その意味は全く前と異つて居る。

蒸發熱は第267圖の如き装置を用ひて測ることができる。圖のAに蒸發熱を測らうと思ふ物質を入れ、之を熱して沸騰せしめ、その蒸氣を



第267圖

(1) Latent heat ; die Latentwärme.



Bに導きDに入れる。Bは中央をゴム管Cで連結し、且つ冷へないようにネルのようなもので包んである。Dまでの途中で凝結したものはGを経てHに溜まる。故に液滴を含まない蒸気がEを経て同種の液體Fの中で凝結する。その時放出する熱量 $Q$ は寒暖計及びFの熱容量から知られる。依つて凝結した蒸氣の量を $m$ gr, 蒸發熱を $L$ , 液體の比熱を $C$ , 沸騰點を $T$ , 熱量計の最後の溫度を $t$ とすると,

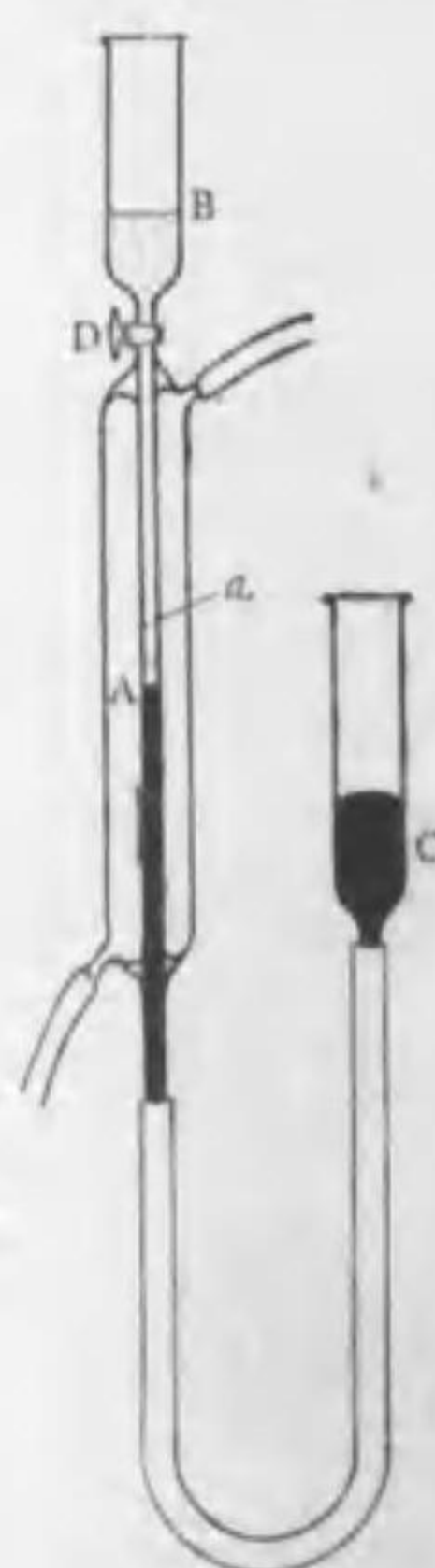
$$Q = mL + mC(T - t)$$

$$L = \frac{Q - mC(T - t)}{m}$$

§153. 蒸發に依る冷却. 蒸發といふのは§147に述べたように、液體の表面から、その分子中運動のエネルギーの比較的大きいもの、詳しくいへば、よく液の分子引力に抗して液面から脱出し得るものが飛散する現象であるから、一旦蒸發した分子を速かに外に運び去つて液體中に還らぬようにすれば、液體中には比較的運動のエネルギーの小なる分子が残るから、外から熱がはいらぬようにして置けば、液體の溫度は次第に降下する。アンモニア製氷機はこれを應用したものである。また、實驗室に於て非常な低溫度を得るにもこれを應用する。即ち、液體空氣から蒸發して來る氣體空氣をポンプで排除すると、液體空氣は次第に冷却する。このようにして蒸發させることを真空蒸發といふ。液體空氣が固體になる溫度は $-218^{\circ}\text{C}$ であるから、その溫度まではこの方法で得られる。次に、液體水素の凍つて固體となるのは $-259^{\circ}\text{C}$ であるから、この溫度

までは液體水素の真空蒸發によつて得られる。また、液體ヘリウムを真空蒸發させると $-272^{\circ}\text{C}$ に至つて固體と成る。これが今日まで實驗室で作り得た最低の溫度である。これは絶対零度を距ること僅かに $1^{\circ}2$ である。

§154. 大氣中の蒸發. 液體が空氣中で蒸發するときの蒸氣の最大壓力は、第268圖のよう



第268圖

にして計ることができる。圖のAは硝子管で上の方にコックDがある。また下端はゴム管によつて硝子管Cに連なつて居る。Aに水銀を入れ、Dを開けばAの水銀面とCの水銀面が同じ高さになる。その時Aの水銀の頭がAに刻んである目盛り $a$ に在るものとする。次にDを閉ち、最大壓力を計らんとする液體をBに入れる。Aの壓力を減ずるため、少しくCを下げ、Dを開けば液體がAの中に滴下する。一二滴落して直ちにDを閉ちる。さうすると、その蒸氣壓の爲めAの水銀面は下る。故にCを上げて水銀面をもとの $a$ 迄持ち來した時AとCの水銀面の高さの差はAの中の蒸氣壓を示す。このとき、Aの水銀面上に液體があれば、こ



の壓力は蒸氣の最大壓力である。Aのまわりに適當な温度の水を通し、種々の温度に於て蒸氣の最大壓力を測り、§147の方法で得た真空中に於ける最大壓力と比較してみると、その値が相等しい。之によつて、蒸氣の最大壓力は他のガスの存否には無關係なる事が知られる。

この事實は次のように説明することができる、§147に述べたように、蒸氣の最大壓力といふのは、液面から蒸氣中に出る分子の數と蒸氣から液中にはいる分子の數とが相等しいときの蒸氣の壓力である。このとき液の上に空氣があつても、その分子の密度が多くなければ、液體の分子が液面を出入することを妨害しないから、液上の蒸氣の密度が空氣のない場合と同一の値に達して平衡を保つのである。

§155. 湿度<sup>(1)</sup> 吾々を圍繞する大氣中の水蒸氣の壓力が、その温度に對する最大壓力に達するときは、吾々の皮膚から水分が蒸發しないから濕潤を感じる。之に反し、若し水蒸氣の壓力が最大壓力よりも非常に小なれば、吾々の皮膚から盛んに水分が蒸發する故、乾燥を感じる。故に、現在大氣中に在る水蒸氣の壓力と現

(1) Humidity ; die Feuchtigkeit.

在の温度に對する水蒸氣の最大壓力との比を以て濕潤の度を表はすことができる。普通之に100を乗じたものを湿度といふ。即ち湿度は最小が0で最大が100である。然るに湿度は亦1<sup>m</sup>中の空氣中に在る水蒸氣の量(gr單位)で表はすこともできる。之を絕對湿度<sup>(1)</sup>といふ。そうしてこれに對し前に定義したものを相對湿度<sup>(2)</sup>といふ。今、第269圖のABを温度 $t$ と蒸氣の最大壓力 $P$ との關係を示す曲線とする。そこで、ある場合に空氣の温度を $t$ 、その中の水蒸氣の壓力を $p$ 、 $t$ に對する水蒸氣の最大壓力を $P$ とする。もし空氣を冷やし水蒸氣の最大壓力が $p$ である



第269圖

ような温度 $t$ に達すれば、空氣中の水蒸氣は凝結して露となる。この温度 $t$ をその空氣の露點<sup>(3)</sup>といふ。 $t$ が分かれば、その温度に對する水蒸氣の最大壓力即ち $p$ が分かる。また $t$ に對する最大壓力も既製の表によつて分かるから、

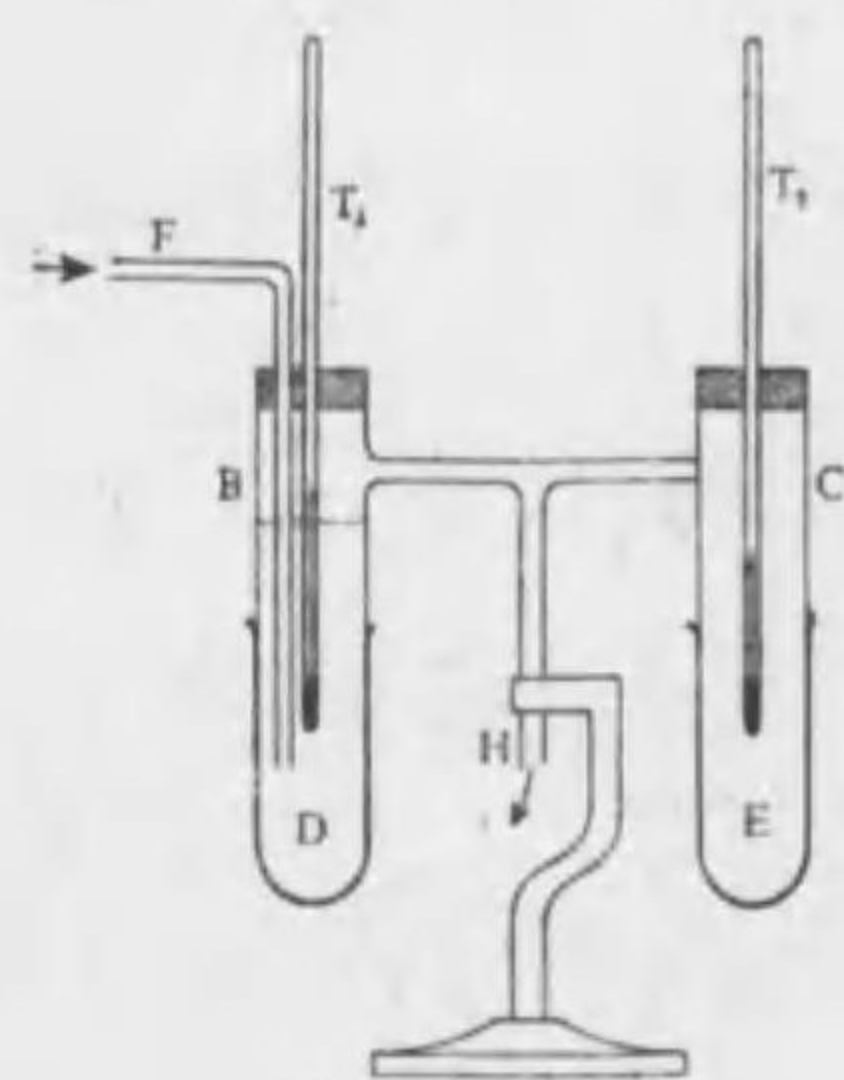
$$H = \frac{p}{P} \times 100$$

(1) Absolute humidity ; die absolute Feuchtigkeit. (2) Relative humidity ; die relative Feuchtigkeit. (3) Dew point ; der Taupunkt.



によつて湿度が計算せられる。

§156. 湿度計<sup>(1)</sup>. I. 露點湿度計<sup>(2)</sup>. 前節により、露點を計れば湿度を計算することができる。そのための装置を露點湿度計といふ。その構造の要點は第270



第270圖

圖の通りである。圖のBとCとは硝子管であつて、D及びEの部分には銀メッキをなし、その表面をよく磨いてある。またB中にエーテルを入れ、その中に硝子管Fと寒暖計T<sub>1</sub>とを挿入し、且つBの上部には氣密に栓をしてある。そこでHを適當な吸氣装置につないで空氣を引くと、B中のエーテルが盛んに蒸發する。従つて其温度が下り、鍍銀せるDの面が曇る。その温度をt<sub>1</sub>とする。この温度は實際は露點よりも低い。次にHから空氣を引くことを止めて暫くすると、Dが温たまりその曇りが消える。

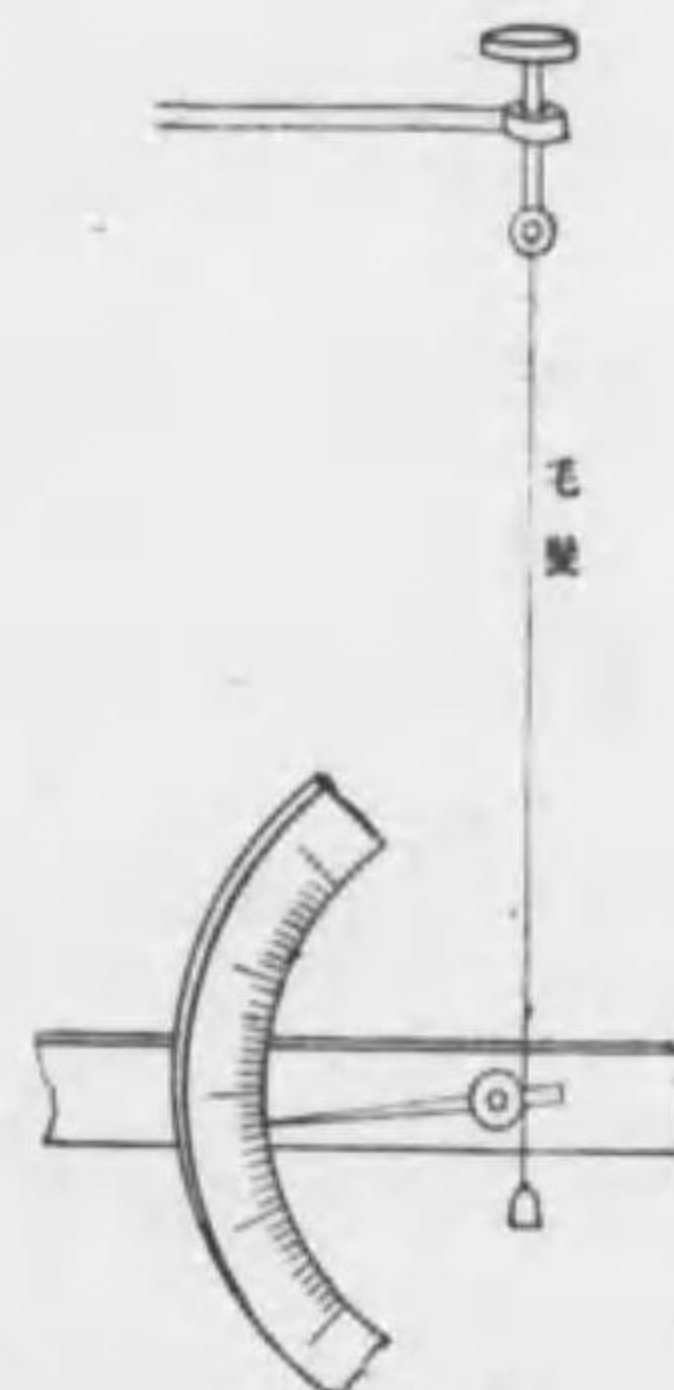
その温度t<sub>2</sub>は實際は露點より高いから、この二つの平均を以て露點とする。即ち、

$$t_0 = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

(1) Hygrometer ; das Hygrometer. (2) Dewpoint hygrometer ; das Taupunkthygrometer.

圖のCはHに接續してない。その中の寒暖計は空氣の温度を計る爲であつて、Eの面に鍍銀してあるのはこれに比較してDの曇りを見るためである。

II. 毛髮湿度計<sup>(1)</sup>. 毛髮は濕氣を吸収すると伸び乾燥すると縮むから、第271圖の様にその伸縮を針で示す様にしたのが毛髮湿度計である。但しこの目盛は他の種類の湿度計によつて定めねばならぬ。

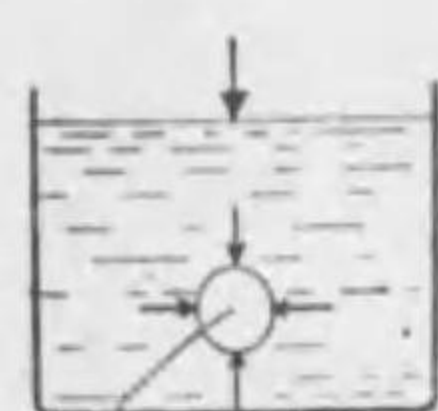


第271圖

§157. 沸騰<sup>(2)</sup>. 普通液體を熱してある温度に達すると液體の内部に泡を生じ蒸氣となる。之を沸騰といひその温度を沸騰點<sup>(3)</sup>といふ。沸騰點は液面の受ける壓力に依つて變化する。何となれば、今液體中に氣泡ができたとすると、その中はそのときの液の温度に相應する飽和蒸氣で滿され、その壓力は泡を周圍から押し潰さんとする液の壓力に對抗して居るのである(第

(1) Hair hygrometer ; das Haarhygrometer. (2) Boiling ; Sieden. (3) Boiling point ; der Siedepunkt.





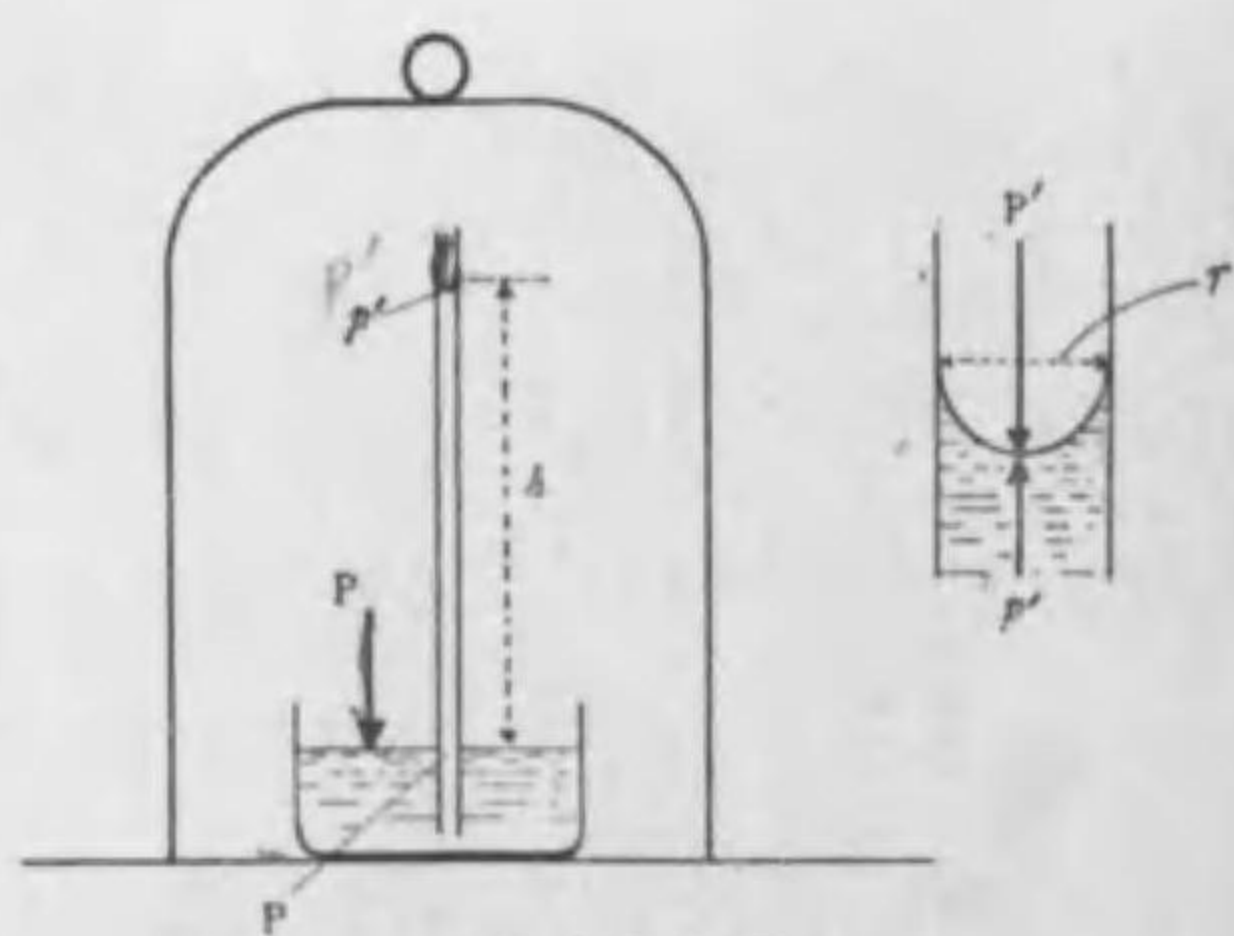
蒸気圧  
第 272 圖

272 圖)。故に液面の受くる大気の壓力が大きくなれば、泡を押し潰さんとする壓力も大きくなるから、これに抗する泡の中の蒸気の壓力も大きくなければならぬ。即ち温度は高くなければならぬ。

【注意】 尚ほ泡の内部の蒸気の壓力については次節を見よ。

§158. 彎曲液面に接する蒸気の最大壓力. これ迄述べた蒸気の最大壓力といふのは、それが平らかな液面に接して平衡を保つ場合についてのことである。同一の液体、同一の温度に於ても、その液面が彎曲して居る場合にはその曲率によつてこれと平衡を保つ蒸気の壓力が違ふ。

それを論ずるために、第 273 圖に示すように、密閉した器の中に液体を入れた器を置き、その中に毛細管を立て、液体がただ管中に上昇したとす



第 273 圖

る(但し器中は空気を排除し蒸気のみで満されて居るとする)。毛細管の半径  $r$  が相當小さければ、管中の

液面は半径  $r$  の半球であると思ふことができる。管中の液面即ち彎曲した液面に接した蒸気の壓力を  $P'$ 、管外の液面即ち平らかな液面に接した蒸気の壓力を  $P$  とすると、

$$P - P' = \rho'gh. \quad (1)$$

但し、 $\rho'$  は蒸気の平均の密度である。また管中の液面の直ぐ下の點の液の壓力を  $p'$ 、管外の液面と同一の高さの管内の點の壓力を  $p$  とすると、

$$p - p' = \rho gh. \quad (2)$$

但し、 $\rho$  は液の密度である。そして液の表面張力を  $\sigma$  とすると §118 により、

$$p' + \frac{2\sigma}{r} = P'. \quad (3)$$

尚ほ、

$$p = P. \quad (4)$$

(3) と (4) を (2) に入れると、

$$P - P' = \rho gh - \frac{2\sigma}{r}. \quad (5)$$

(1) と (5) から

$$\rho'gh = \rho gh - \frac{2\sigma}{r}.$$

即ち、

$$gh(\rho - \rho') = \frac{2\sigma}{r}.$$

$$\rho'gh = \frac{\rho'}{\rho - \rho'} \frac{2\sigma}{r}. \quad (6)$$



(1)から

$$P - P' = \frac{\rho'}{\rho - \rho'} \frac{2\sigma}{r} \quad (7)$$

 $\rho'$ は $\rho$ に比して小さいから、

$$P - P' = \frac{\rho'}{\rho} \frac{2\sigma}{r} \quad (8)$$

故に、凹んだ液面に接する蒸氣の最大壓力は平らかな液面に接するものよりも  $\frac{\rho'}{\rho} \frac{2\sigma}{r}$  だけ少ない。

次に、毛細管中の液面が凸面なるときは、管外の液面が管中の液面より高いのであるから、上と同様の推論により、凸の液面に接する蒸氣の壓力は平らかな液面に接するものよりも  $\frac{\rho'}{\rho} \frac{2\sigma}{r}$  だけ多いことが分かる。

以上述べたことは色々の場合に應用せられる。

I. 液體を熱して中に半径  $r$  の氣泡が出来たとすると、その中の蒸氣の壓力  $P'$  が周圍からの液の壓力  $P$  と平衡を保つためには、

$$P' = P + \frac{2\sigma}{r} \quad (9)$$

こゝに、 $\sigma$  は表面張力である。またこのとき外氣の壓力を  $H$ 、液の密度を  $\rho$ 、泡の液面からの深さを  $h$  とすると、

$$P = H + h\rho g.$$

普通には右邊の第二項は省略することができるから

$$P = H.$$

従つて、

$$P' = H + \frac{2\sigma}{r} \quad (10)$$

この右邊の第二項は、 $r$  が大きければ、 $H$  に比べて小さいから省略することができるけれども、 $r$  が非常に小さくなれば、却て第二項が第一項よりも大きくなる。

さて、普通の水を沸かすような場合には、水中に空氣が溶けて居つて、それが先づ泡に成る。また、器壁には空氣の泡が附着して居る。故に、先づこの空氣の泡の中に蒸發して氣泡を作るから、泡のでき初めから半径が大きくて(10)は

$$P' = H \quad (11)$$

となる。即ち液體はその蒸氣の最大壓力が液面に及ぼす外氣の壓力に等しい溫度に達すれば沸騰する。然し、豫め溶けた空氣をよく追ひ出し、器も非常に綺麗にして置けば、上に述べた状態に於いては沸騰しない。

【注意】 このように、沸騰する水の溫度は、外壓以外の種々の條件によつて違ふから、水の溫度を以て寒暖計の目盛の標準にすることはできない。然し、水から出る蒸氣については §148 により、壓力きへ定まればその溫度が定まる。寒暖計の沸騰點を定めるに、之を湯の中に入れて、それから出る水蒸氣の中に入れるのはこのためである。

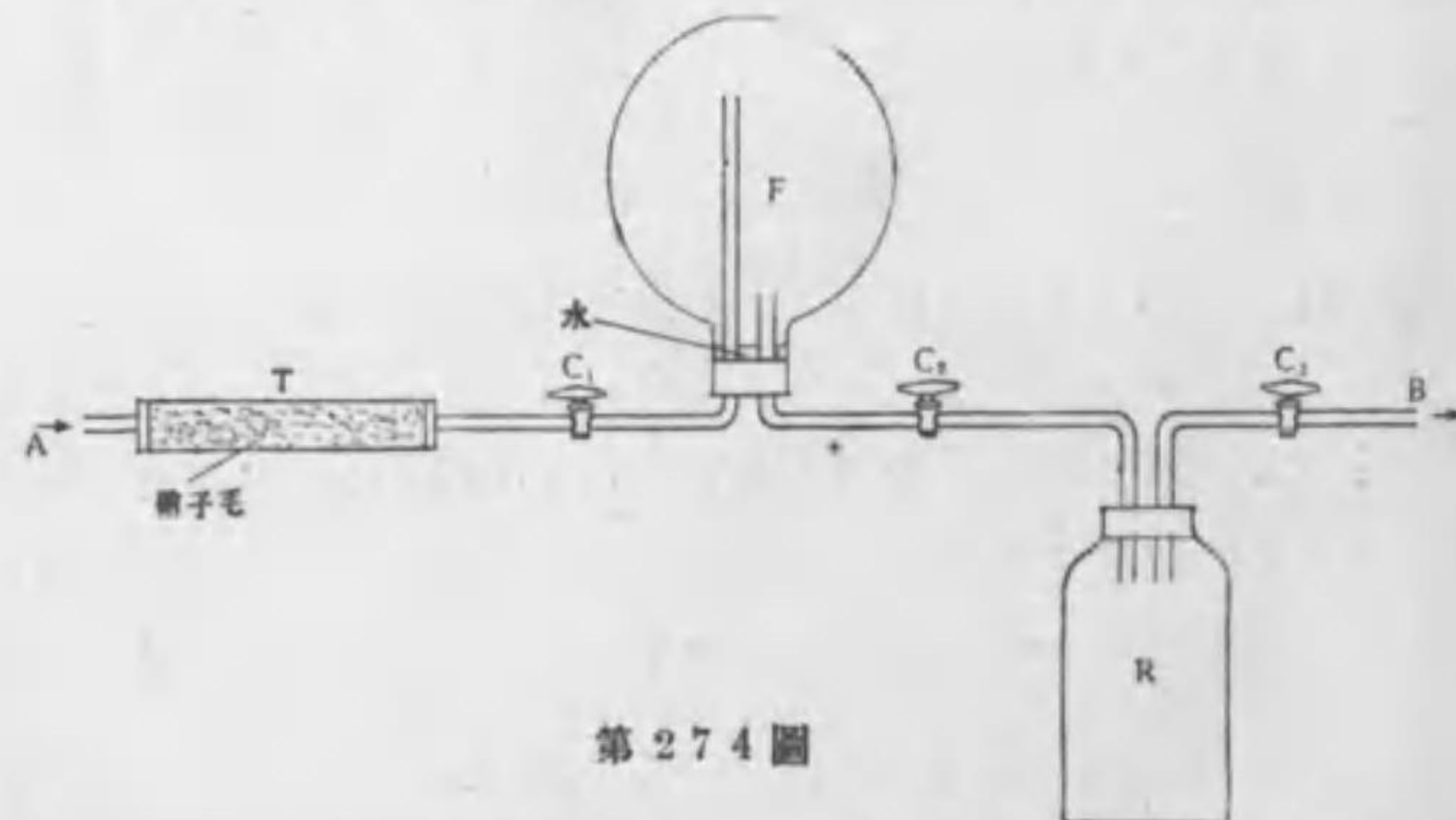
II. 毛織物、木綿、煉瓦のような多孔質のものは、多くの毛細管から成つて居るとみなすことができる。従



て、その中では非常に小なる蒸氣壓で水が凝結することができる。そのために、このやうな物質はよく水分を吸収する。

Ⅲ. 空氣中に塵埃の如きものが浮遊する場合には、それを核心として水蒸氣が凝結する。それは次の理による。水滴の曲面が凸なるため、半径  $r$  の水滴と成るには水蒸氣の壓力が、液面が平面のときより  $\frac{\rho' 2\sigma}{\rho r}$  以上大きくなければならぬ。故に水滴が何も核心なしに凝結するには、水蒸氣の壓力が非常に大でなければならぬ。けれども塵埃を核心とすると、 $r$  が大きいため水蒸氣の壓力が小さくてすむからである。従つて、空氣中の塵埃を除いて置くと凝結が起りにくい。

これは第274圖の装置を用ひて示すことができる。圖のTには硝子毛(硝子を燻かし毛のように細く引いたもの)を入れてあるから、Bを



第274圖

ポンプにつなぐと空氣がAからはいり、硝子毛のために大きな塵埃が

こし取られフラスコFにはいり、Rを経てBから出る。

そこで、豫めFの中に少量の水を入れて常にFの中の空氣が飽和状態にあるようになし置き、先づTを取り去り、室内の普通の空氣を入れ、C1及びC2を閉ぢ、BからR中の空氣をぬき、C2を急に開くと、F中の空氣は断熱膨脹をして冷へるから、中の水蒸氣は凝結して霧ができる。次にTを附けよ、Fの中を塵埃のない空氣で洗つた後C1を閉ぢ、前と同様のことを繰返すと、こんどは霧が前程濃くできない。

空氣中から水蒸氣の凝結の核心となるべきものを除いて置けば、水蒸氣の密度が最大密度以上になつても水滴が出来ない。かゝる状態を過飽和<sup>(1)</sup>といふ。

半径の異なる水滴が互に接近して存在すると、これと平衡を保つべき蒸氣の密度が違ふから、水は小なるものから蒸發して大なるものゝ面に凝結し、小は大に併合される。

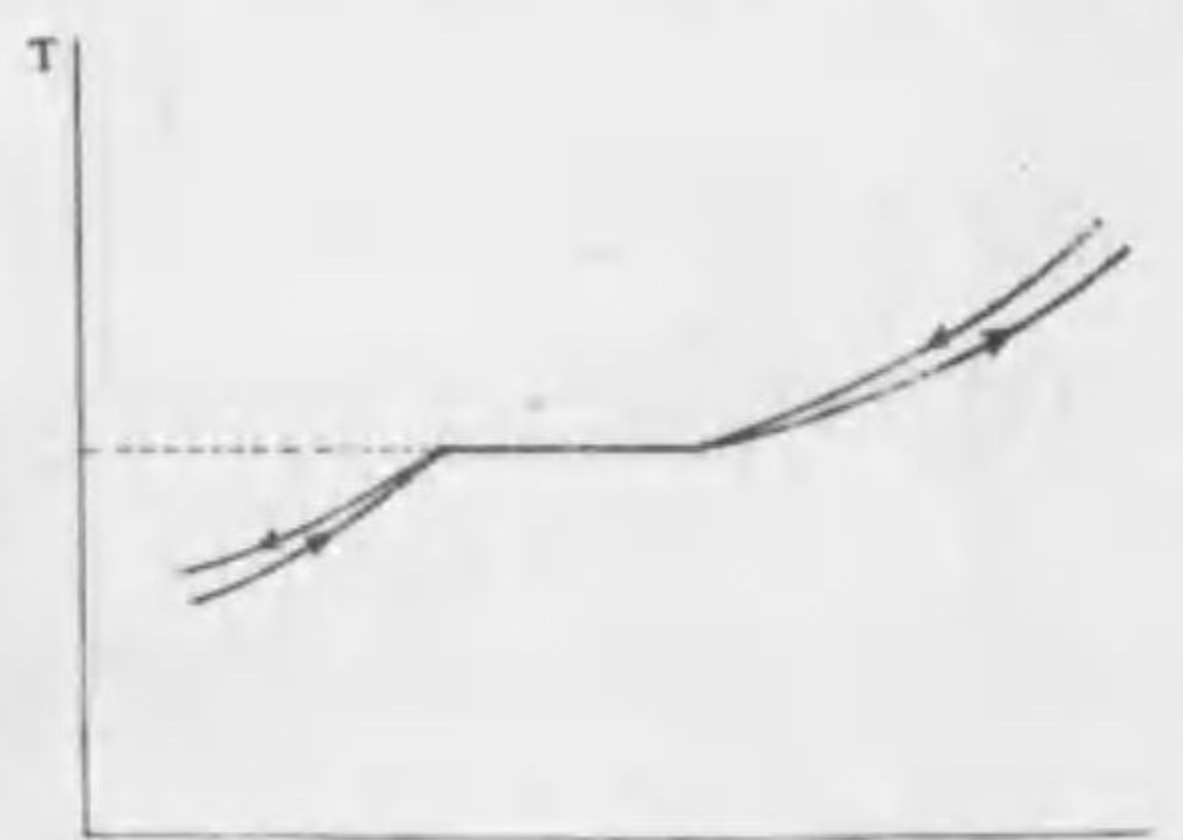
【注意】 結晶體が液體中に溶けること及び溶液から結晶が折出することは、ちようど液體の蒸發及び凝結に相當する。そして、このとき蒸氣の飽和壓力に相當するものは溶液の飽和溫度である。故に溶液の中に結晶の核心となるものがなければ、その溫度が飽和溫度に達しても結晶が折出しない。また、多孔質の物の中に浸み込んだ溶液は飽和溫度以上の溫度になり得る。また溶液中に大きな遠ふ結晶があるときには、小なるものは大なるものに併合される。

§159. 融解及び凝固<sup>(2)</sup>. 固體が融解して液體になる溫度即ち逆に液體が凝固して固體となる溫度を融解點<sup>(3)</sup>或は凝固點<sup>(4)</sup>といふ。化學的に純粹な物質は一定の

- (1) Supersaturation ; die Übersättigung. (2) Melting and solidification ; die Schmelzung und die Erstaltung. (3) Melting point ; der Schmelzpunkt. (4) Solidifying point ; der Erstaltungspunkt.



融解點を有つて居る。1 grの固體を融解してこれと同温度の液體となすに要する熱量を融解熱<sup>(1)</sup>といふ。融解熱は、相互の位置の定まつて居る分子の配列を崩すための仕事として用ひられるものであつて、決して熱が潜的状态に變つて保存されるのでないけれども、在來の語を用ひ融解の潜熱といふことがある。化學

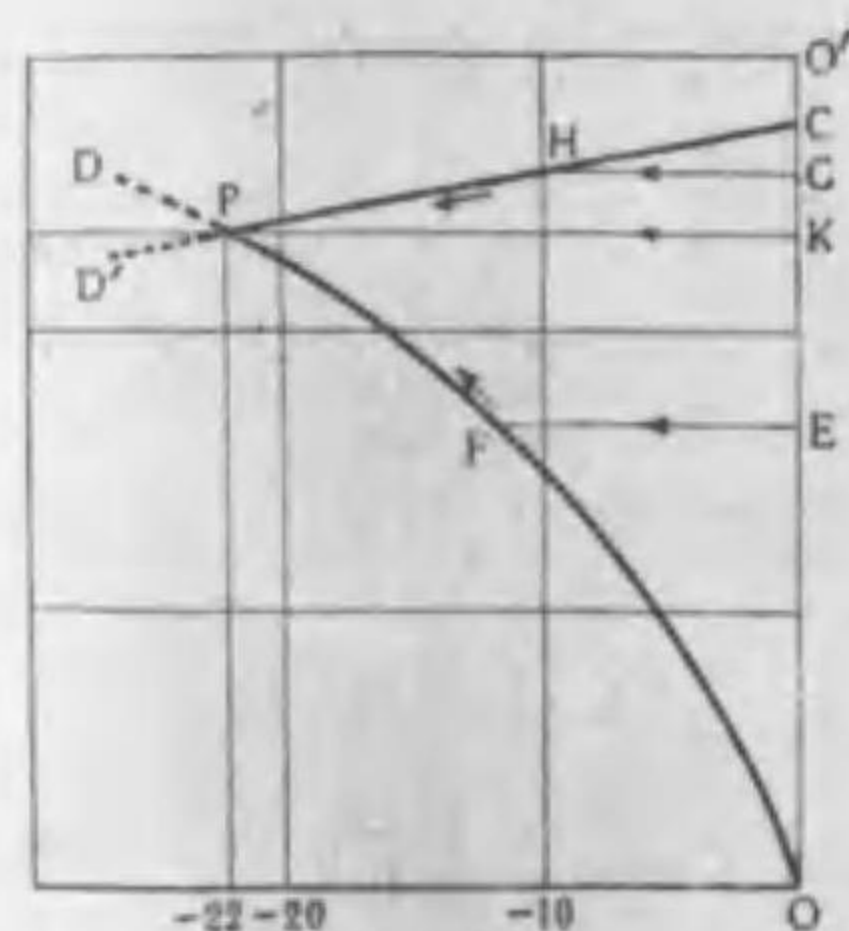


第 275 圖

的に純粋な物質を徐々に熱し、その温度  $T$  と時間  $t$  との關係を曲線で示すと第 275 圖の下方の曲線となる。即ちそれが融解しつゝあるときは温度が一定である。このときの曲線を加熱曲線<sup>(2)</sup>といふ。またかくして全部融解したものを徐々に冷し、そのとき  $t$  と  $T$  との關係を曲線で示すと、圖の他の一の曲線のようになる。これを冷却曲線<sup>(3)</sup>といふ。この方法によつて、物質の融解點 (即ち凝固點) を定めることができる。また寒暖計の水點を定めるに融けかゝつた氷を用ひるのはこれを利用するものである。

(1) Heat of fusion ; die Schmelzungswärme. (2) Heating curve ; die Heizungskurve. (3) Cooling curve ; die Kühlendekurve.

§ 160. 寒劑<sup>(1)</sup> 液體に物を溶かすときは、一般に熱を發生し或は吸収する。これを溶解熱<sup>(2)</sup>といふ。例へば、1 grの食鹽を水に溶解するときは、18.22カロリーの熱を吸収する。このようなものを用ひて、低温度を作ることができる。これを寒劑といふ。寒劑に依り達し得べき極限の温度は、各々の寒劑に就いてそれぞれ定まつて居る。その理を水と食鹽との混合について説明してみよう。水に食鹽を溶かす時は、その凝固點が下る。今、極めて濃度のうすい食鹽の溶液を作り、これを何等かの手段に依て冷すとす。食鹽水は温度が  $0^{\circ}\text{C}$  になつても凍らない。  $0^{\circ}\text{C}$  以下に冷すと、溶液中の水が次第に氷 (純粹の水の氷) となつて溶液外に折出する。故に溶液として残つて居るものは次第に濃



第 276 圖

くなる。その有様は第 276 圖の曲線 OD を以て表はすことができる。この圖の縦の線は食鹽水の濃度を示すもので、O では水のみで食鹽は少しも含まず、O' では食鹽のみで水を少しも含まず、その中間の點例へ

(1) Freezing mixture ; die Kältemischung. (2) Dissolving heat ; die Lösungswärme.



ばEでは溶液中に含める食塩と水との目方の割合が

$$(\text{食塩}):(\text{水})=OE:EO'$$

といふようになつて居る。また、横線は温度を示す。

次に食塩の濃溶液を冷やすと、前とは反対に食塩が固体として折出するから、残つた溶液は次第に淡くなる。その有様は曲線 CD' で表はす事ができる。この二つの曲線の交わりを P とする。P は  $-22^{\circ}\text{C}$  である。今、曲線 OP, CP 及び OC で囲まれた三角形内の點を考へて見ると、これで表はされるような溶液は存在する。然し、その外の點にて表はされるような溶液は存在する事ができない。

例へば、今 E なる濃度の溶液を  $0^{\circ}\text{C}$  から冷して行くと、初めの中はその濃度が變ることなしに冷へて行くが、それが OP との交點 F に達すると、それから濃度が變り初める。即ち、曲線 FP なる道を通り次第に氷が折出し溶液の濃度が増し、P に達して全部が凍る。次に G なる濃度の溶液を、 $0^{\circ}\text{C}$  から冷すと、GHP なる道を通りて P にてその全部が凍る。故に、P を通る横軸に平行なる直線と縦軸との交點を K とし、初めから K なる濃さの溶液を冷やすと、その濃度は變化する事なく P 點即ち  $-22^{\circ}\text{C}$  に達して一度に凍る。故にかくの如き食塩水は恰も凝固點が  $-22^{\circ}\text{C}$  なる單一なる物

質の如く見える。要するに、食塩の溶液は如何なる濃さのものでも  $-22^{\circ}\text{C}$  以下に於ては溶液として存在する事ができない。

以上は、食塩水を外から冷やした場合を考へたのであるが、これからは食塩と氷とを混ぜた場合を考へる。始め氷が外から熱を取つて溶けて  $0^{\circ}\text{C}$  の水となり、之に食塩が溶解するから、初めは極めて濃度の小なる食塩水ができる。そうして、それと同時に食塩の溶解に依つて温度が下る。更に、これに食塩がとけ込み、溶液は益々濃くなり、温度は益々下り、第276圖の曲線 OP を通つて變化する。然し、P 點に達すればそれ以上の食塩が溶け込む事ができない。従つて、それ以上温度が下らない、即ち  $-22^{\circ}\text{C}$  以下に降る事ができない。

以上は、食塩と水との混合を例にとつて説明したのであるが、その他の寒劑に於てもこれと同様に依りある温度以下に下げる事ができない。

上の事は二種の金屬を混じて合金を作る場合にも存在する。この時には、P 點の事を特に共融點<sup>(1)</sup>といふ。又、その割合に混合したものを共融體といふ。かくの如き合金の融解點はその成分たる何れの金屬よりも低い。半田臘はこの理に依つて作つたものである。

(1) Eutectic point; der eutektische Punkt.



§ 161. 昇華<sup>(2)</sup> 雪氷等が零度以下の温度に於いても漸次消えるのは、その表面から水蒸氣となつて發散するからである。そうして、この時温度は零度以下であるから、一旦溶けて水となりそれから蒸發するのであるとは考へられない。固體より直接に氣體に變化するものと考へなければならぬ。これを昇華といふ。固體に接する蒸氣も、その各々の温度に對しそれぞれ定まつた最大壓力なるものがある。雪霜の如きもののできるのは、これとは逆の現象である。即ち、水蒸氣が直接に固體となるのである。

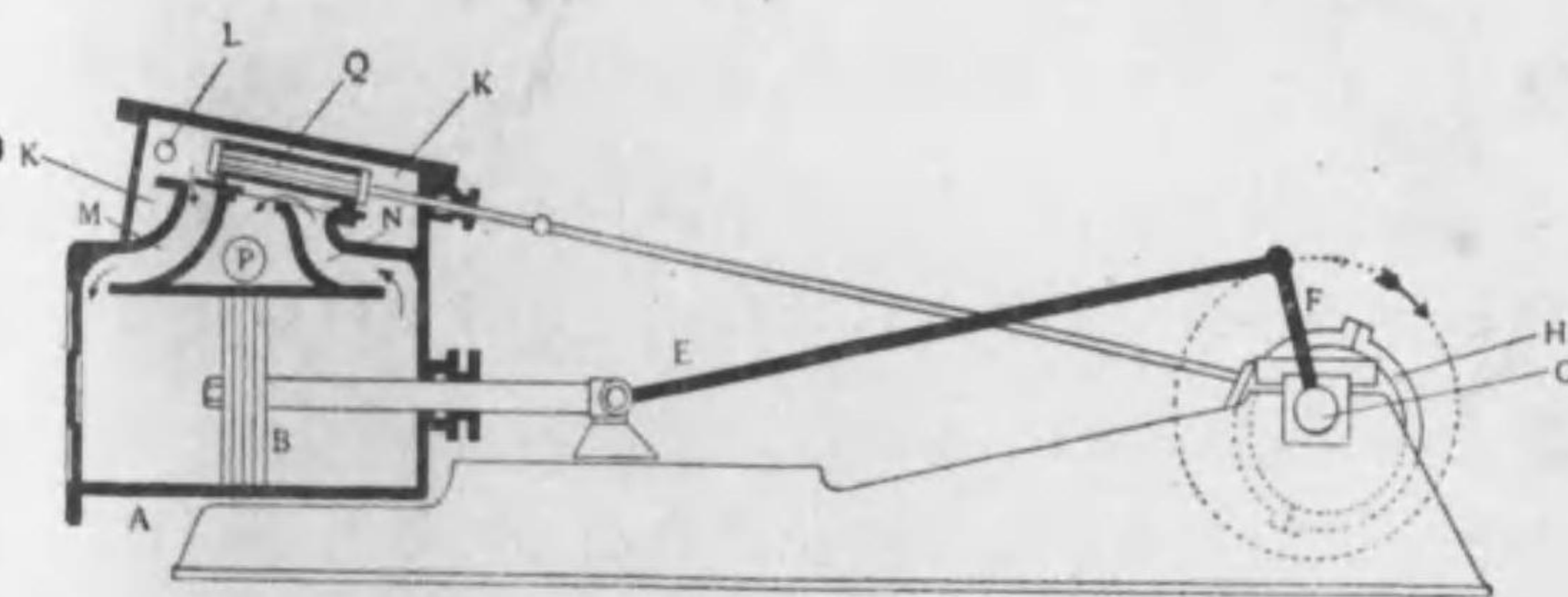
(2) Sublimation ; die Sublimation.

## 第十九章 熱 機 關<sup>(1)</sup>

§ 162. 熱機關<sup>(2)</sup> 熱的エネルギーを力學的エネルギーに變ずる装置を熱機關といふ。その普通のもは、蒸氣機關<sup>(3)</sup>、蒸氣タービン<sup>(4)</sup>及び内燃機關<sup>(5)</sup>である。

§ 132 に述べたように、熱的エネルギーは分子の不規則な運動によるエネルギーであつて、力學的の運動のエネルギーは、分子の規則正しき運動によるエネルギーであるから、熱機關は畢竟不規則な分子運動のエネルギーを規則正しき分子運動のエネルギーに變へるためのものである。

§ 163. 蒸氣機關 第 277 圖は普通の蒸氣機關の切



第 277 圖

(1) 本章に於ける所説は熱機關に關する極めて概要に止まる。尙深く知るには内丸最一耶氏著蒸氣機關、同氏著蒸氣タービン及び同氏著瓦斯及び石油機關を見よ。 (2) Heat engine ; die kalorische Maschine. (3) Steam engine ; die Dampfmaschine. (4) Steam turbine ; die Dampfturbine. (5) Internal combustion engine ; der Explosionsmotor.



口の圖である。Aは圓筒であつて、その中に活塞Bが在る。水蒸氣がこれを左右に動かす、その運動をEに傳へて、軸Gに附けてある短かい腕Fを廻轉させる。即ちここで直線往復運動が廻轉運動に變るのである。

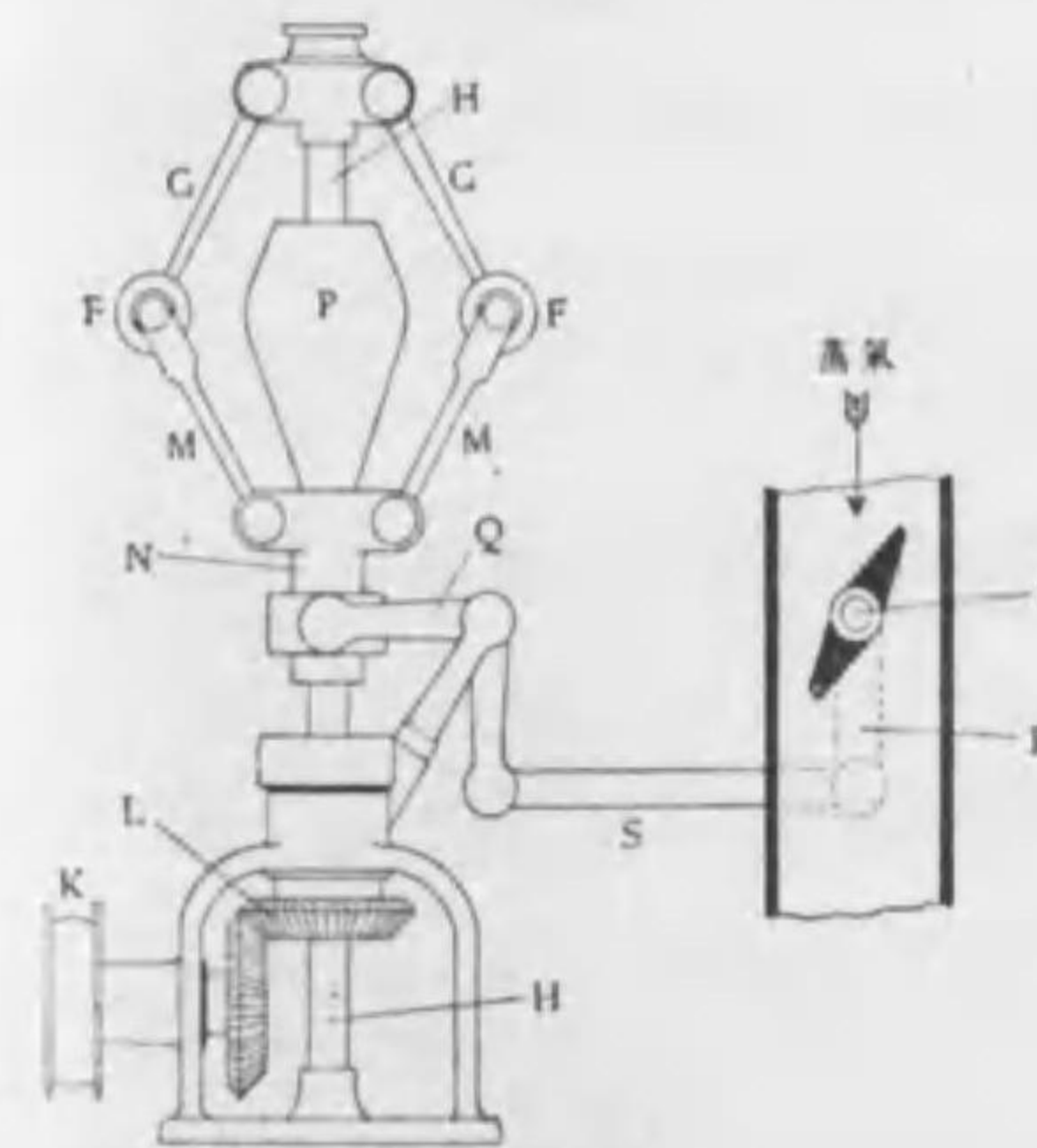
如何にして水蒸氣がBの往復運動をさせるかといふと、先づ汽罐<sup>(1)</sup>から出た蒸氣はLなる管によつてKに導かれる。Kからは圓筒Aにはいる二つの途M及びNがある。またKから凝結器<sup>(2)</sup>に導く管Pがある。そして、Qなる弁があつて、これが右に移動すればMなる入口は開かれ、Nは閉ざされる。その代りにNはPと通ずるようになる。またQが左方に移動すると、Nは開かれMは閉ざされる。然し、その代りにMはPと通ずるようになる。

故にQを軸Gと離心的に連結し、Bが左に移動したときにはQが右に移動し、Bが右に移動したときにはQが左に移動するようにすれば、Bは自動的に往復運動をする。

例へば、圖に示すような位置に在るときは、蒸氣はMからAにはいつて活塞を左から右の方に押し、Bの右側の蒸氣はNからPを経て凝結器にはいる。Bが右に移動すれば、蒸氣はNからAにはいつてBを右方か

(1) Boiler ; der Dampfkessel. (2) Condenser ; der Kondensator.

ら押し、Bの左方の蒸氣はMを通りPから凝結器に入る。これだけの仕掛けでは、Gが一様に滑かに廻轉しない。即ちある所では速く或所では遅い。それを一様にするために、軸Gに大きなハヅミ車<sup>(1)</sup>を附けてある。



第 278 圖

然しハヅミ車ではGの一廻轉中の速さを一様にすることはできない。その一廻轉の時間を一様にすることはできない。そのために調節機<sup>(2)</sup>を附けてある。第278圖はその構造を示すものである。圖のFは重い球で之をGにより螺番でHにつけてある。またKに調弁をかけて第277圖のGの廻轉によつて廻轉するようにすると、その廻轉が齒車によつて傳はり、Hが廻轉する。HはPなる重りを買いた縦の孔の中を通つて居る。又、PはMによつてFと連接されて居る。そしてPの下にNにはQなる曲つた横杆がついて居て之がSEをへてCなる板に接続されて居る。このCは蒸氣機に蒸氣を供給する管の中に在る。もし第277圖のGが速に廻轉すれば、Hも速に廻轉し、Fも亦速に廻轉するから、Pが持ち上げられる。従て、Cが蒸氣の通路の一部を塞ぐようになり、Gの廻轉が遅くなる。

§164. 蒸氣機關内に於ける蒸氣の壓力と體積のダイヤグラム。前節に述べたように、蒸氣機關に於いて

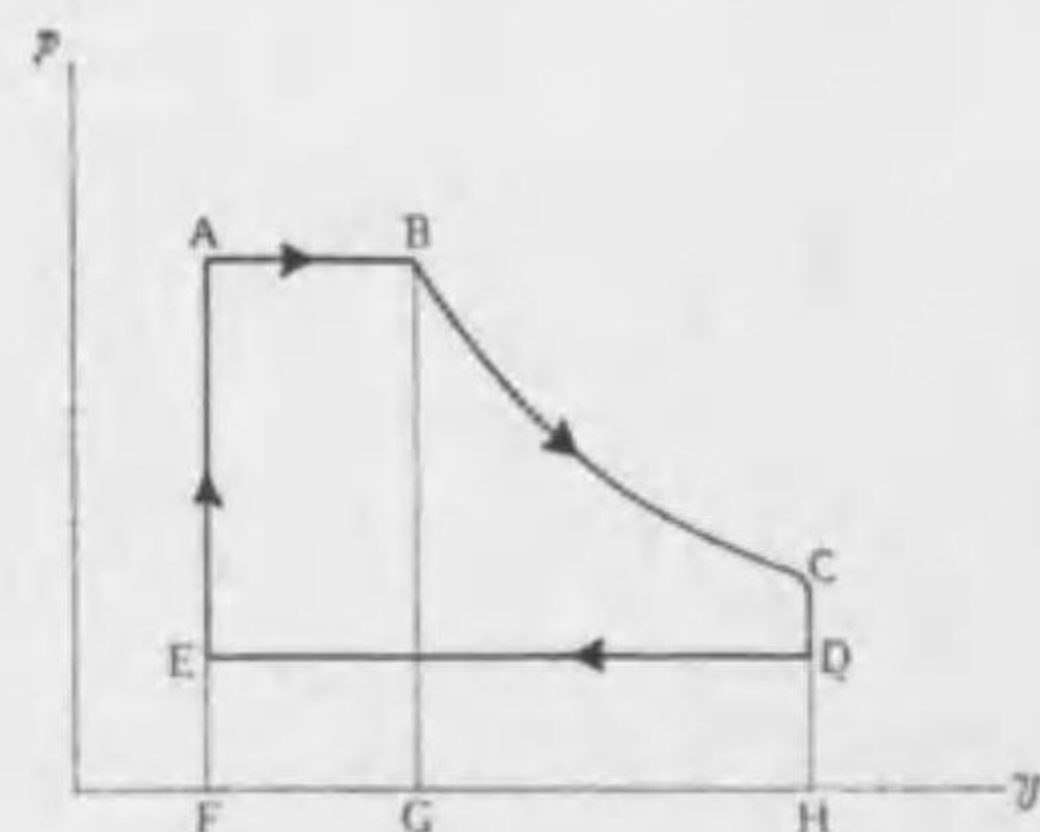
(1) Flywheel ; das Schwungrad. (2) Governor ; der Regulator.



仕事をするものは水蒸気である。次に、水蒸気がどういふ工合に仕事をするかを一層詳しく考へてみよう。

I. 先づ、水が汽鐘の中で蒸発する温度を  $T_1$  とし、活塞が一回往復する毎に圓筒内に吸ひ込んで吐き出すだけの蒸氣を蒸發するに要する熱量を  $L_1$  とする。

II. 次に、活塞が第 277 圖の左端から右の方に向つて運動する状態を考へると、蒸氣は一定の壓力  $P_1$  で第 277 圖の LM を經て圓筒 A にはいる。そして、活塞 B を右に押し初める。その初めの間の壓力は一定の値  $P_1$  である。そして、その間蒸氣のなす仕事は第 279 圖の面積 ABGF で表はされる (§126)。

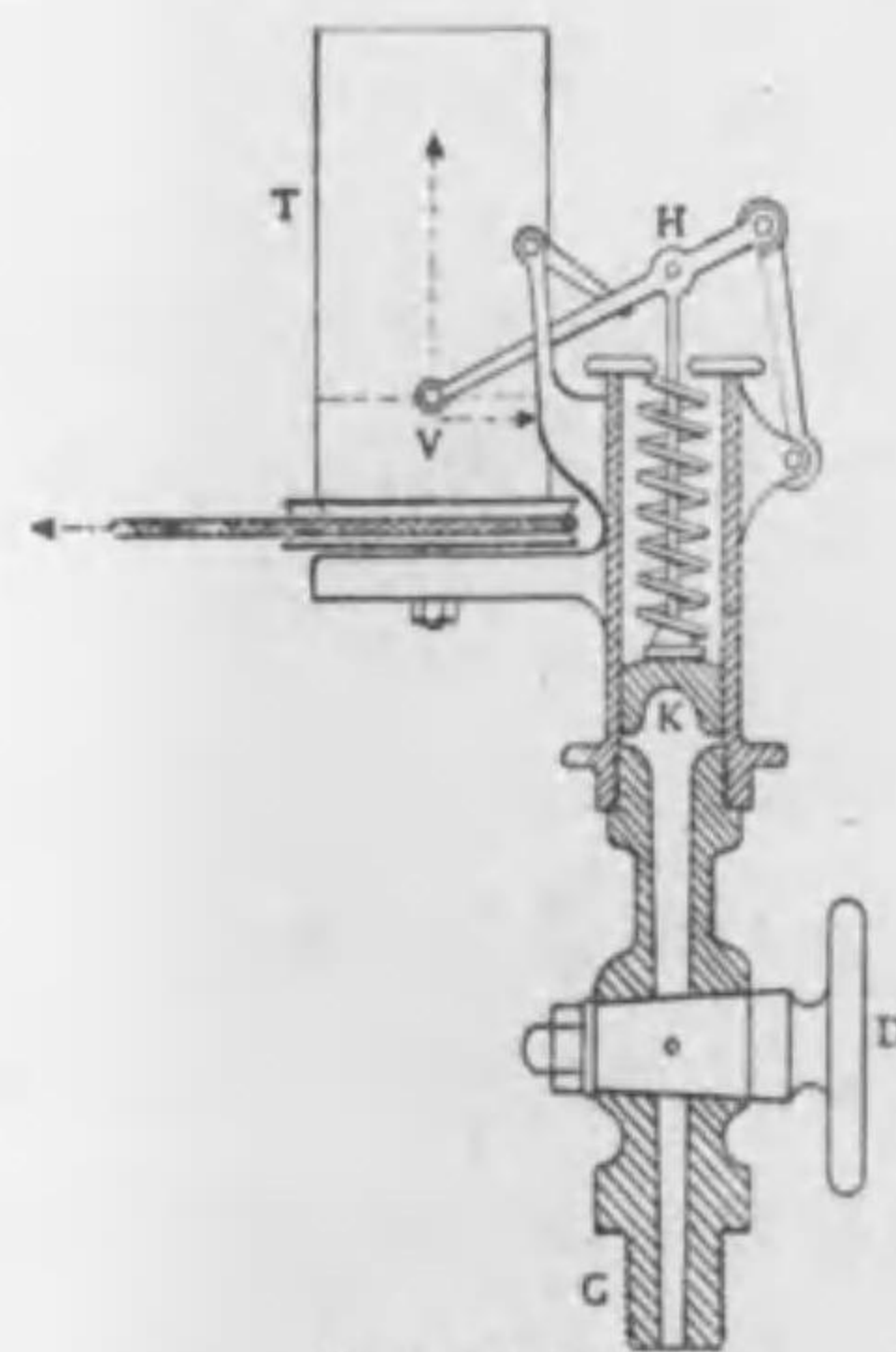


第 279 圖

III. B が尙ほ右の方に運動すると、蒸氣の通路 M が閉ざされる。その後の膨脹は殆んど斷熱膨脹 (§141) である。その間に水蒸氣がなした仕事は、BGHD の面積であらはされる。BD の終り頃 C に於いて、M は P によつて凝結器に通ずる故、壓力は俄かに C から D に降る。その後の蒸氣の壓力は凝結器の温度  $T_2$  に相當する蒸氣の最大壓力  $P_2$  である。

IV. そこで、B は運動の方向を變じ左の方へ運動する。この間は蒸氣の壓力は常に  $P_2$  であつて、體積の變化は DE であらはされる。その間に外から水蒸氣に加へられた仕事は面積 EFHD であらはされる。

V. 凝結器に凝結した水は、之を汽鐘の中にかへす場合と、そうでない場合とがあるが、簡單のためもとにかへしたとする。その水を汽鐘の中の水の温度  $T_1$  に温めるに熱量  $H$  を要したとする。次に、その水に  $L_1$  なる熱を加へ蒸發させると、またもとの水蒸氣の状態になつて、これから第 279 圖の ABCDE の途を通つて仕事をさせることができる。以下同様である。故に一循環によつて差引面積 ABCDE によつて表はされる仕事をする。



第 280 圖

このダイヤグラムは水蒸氣の變化する徑路を考へて、理論的に描いたものであるが、又第 280 圖に示す指示機<sup>(1)</sup>と稱する機械によつて、實際蒸氣機關の圓筒内の水蒸氣につき、このダイヤグラムを描かしめることができる。即ち、圖の G を蒸氣機關の圓筒(第 277 圖 A)に接続する。そして D を開

(1) Indicator ; der Indikator.



くと圓筒内の蒸氣は活塞Kを押し上げ、その上のペネを壓縮する故蒸氣の壓力が大なれば大なる程Hは上の方に多く押し上げられる。故に、腕Hの先端Vも亦之に伴つて運動する。また、Tは圓筒であつて、これを蒸氣機關の活塞と同様に廻轉するようにする。そうすると、Tは蒸氣機關の活塞(第277圖B)の運動に伴つて廻轉する。そこで、Vに鉛筆を附けその運動をTの上に描くようにすれば、上述のダイヤグラムを描かしめることができる。

§165. 蒸氣機關の効率<sup>(1)</sup> 前節に述べた所によると、蒸氣機關に於いて蒸氣が汽罐を出で凝結器を経て汽罐に還り、再び蒸氣となるまでには、第279圖 ABCDEA の途を通つて變化する。蒸氣機關の水はこの同一の徑路を繰り返して居ると見ることができる。かくの如く同一の状態を繰り返す變化を循環變化<sup>(2)</sup>といふ。

さて、この一循環に於て、蒸氣に加へた熱は  $H+L_1$  カロリー即ち  $(H+L_1)J$  エルグである。また一循環中に蒸氣が外になした仕事は第279圖の ABCDE の面積で表はされる。これを  $W$  とすると

$$\frac{W}{(H+L_1)J}$$

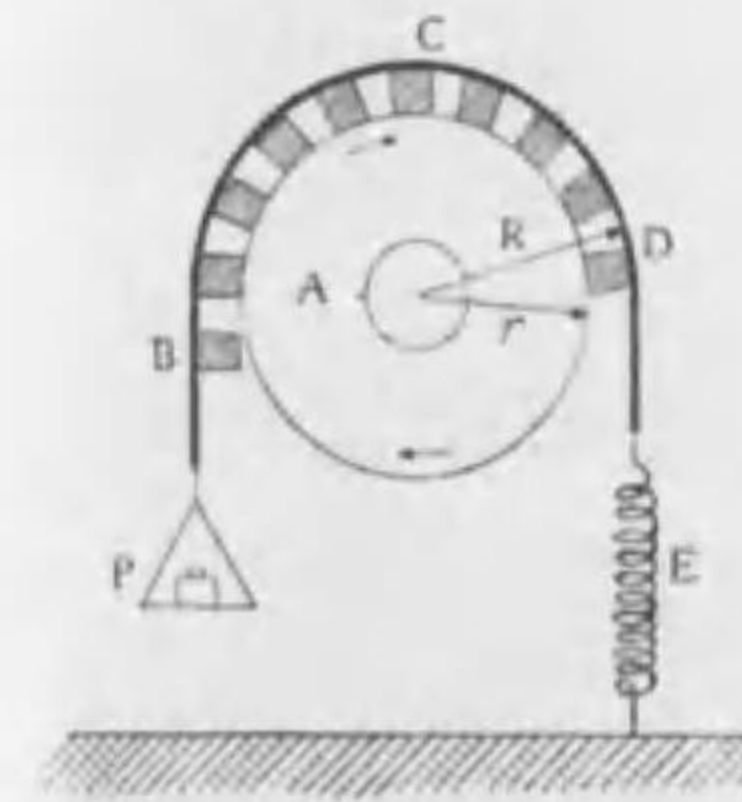
は蒸氣に加へた熱的エネルギーの幾部分が力學的エネルギーに變つたかを示すものであつて、これを蒸氣機關の熱的効率<sup>(3)</sup>といふ。その値は 10.4—25.5% である。

(1) Efficiency ; die Wirkungsgrad. (2) Cycle ; der Kreisprozess.

(3) Thermal efficiency ; die thermische Wirkungsgrad.

然るに、機關に摩擦等のあるために實際外に向つてなす仕事は  $W$  よりは小である。蒸氣機關が一循環の間に實際外になす仕事を  $W'$  とすると、 $\frac{W'}{W}$  を機械的効率<sup>(1)</sup>といふ。

$W'$  は實際ダイナモメーター<sup>(2)</sup>で測ることができる。それは第281圖に示すようなものである。圖のAは縁の平らかな滑車であつて、これを



第281圖

蒸氣機關の心棒に固定する。BCDは帶革であつて、その一面には數多の木片を附けてある。また、その一端には彈條秤Eを附け、他の端には重りPを附けてある。これを圖のように滑車にかけて蒸氣機關を運轉すると、滑車の縁と木片との摩擦力が  $F$  作用する。その強さにはEの示度とPによつて

$$Fr = (P - T)R,$$

知ることができる。滑車の半徑を  $r$ 、帶革までの半徑を  $R$ 、Eの示す張力を  $T$ 、Pの張力を  $P$  とし、BCDの平衡を考へてみる。BCDを左廻りに廻轉せんとする力の滑車の中心に關する能率は  $(P - T)R$  であつて、右廻りに廻轉せんとするものの能率は  $Fr$  である。この二つが等しくなければならぬから、

$$W' = 2\pi r F = 2\pi R(P - T)$$

§166. 工程<sup>(3)</sup> 蒸氣機關のように、繼續して仕事を爲すものが、單位時間毎に爲す仕事を工程といふ。その

(1) Mechanical efficiency ; die mechanische Wirkungsgrad. (2) Dynamometer ; das Dynamometer. (3) Power ; die Leistung.