$$=\frac{K(\sin A-\sin B)}{K(\sin A+\sin B)}=\frac{2\cos\frac{1}{2}(A+B)\sin\frac{1}{2}(A-B)}{2\sin\frac{1}{2}(A+B)\cos\frac{1}{2}(A-B)}$$

$$=\frac{\tan\frac{1}{2}(A-B)}{\tan\frac{1}{2}(A+B)}$$

同樣ニ, $\frac{b-c}{b+c}=\frac{\tan\frac{1}{2}(B-C)}{\tan\frac{1}{2}(B+C)}$, $\frac{c-a}{c+a}=\frac{\tan\frac{1}{2}(C-A)}{\tan\frac{1}{2}(C+A)}$

(四) 三角形ノ各角ノ半分ノ正弦, 餘弦及ビ正切ヲ表ハス公式

(イ) $$\begin{cases}\sin\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}},\quad \cos\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}\\ \tan\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}\end{cases}$$

(ロ) $$\begin{cases}\sin\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ca}},\quad \cos\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}}\\ \tan\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}\end{cases}$$

(ハ) $$\begin{cases}\sin\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}},\quad \cos\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}\\ \tan\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}\end{cases}$$

〔解〕 $\cos A=1-\sin^2\frac{A}{2}$

$$=2\cos^2\frac{A}{2}-1$$ 〔第七編(1)ニヨリ〕

及ビ $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

ナルヲ以テ, $\sin^2\frac{A}{2}=\frac{(a-b+c)(a+b-c)}{4bc}$

$$\cos^2\frac{A}{2}=\frac{(a+b+c)(-a+b+c)}{4bc}$$

$$\therefore\quad \tan^2\frac{A}{2}=\frac{(a-b+c)(a+b-c)}{(a+b+c)(-a+b+c)}$$

今 $a+b+c=2s$ トスレバ,

$$-a+b+c=2(s-a)$$

$$a-b+c=2(s-b)$$

$$a+b-c=2(s-c)$$

$$\therefore \quad \sin\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$$

$$\cos\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$$

$$\tan\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$$

他ハ同樣ニシテ證スルコトヲ得。

(五) 三角形ノ三邊ヲ用ヰテ正弦ヲ表ハス公式

(イ) $\sin A=\frac{2}{bc}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

(ロ) $\sin B=\frac{2}{ca}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

(ハ) $\sin C=\frac{2}{ca}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

今　$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ トスレバ、

$$\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin C}{c}=\frac{2S}{abc}$$

(六) 三角形ノ各邊ヲ餘弦ニテ表ハス公式

$a=b\cos C+c\cos B$

$b=b\cos A+a\cos C$

$c=a\cos B+b\cos A$

第十編　三角形ノ解法

(1) 任意ノ三角形ノ解法　次ノ四ツノ場合アリ

(一) 二角ト一邊ヲ知ルトキ

(二) 二邊及ビ其夾角ヲ知ルトキ

(三) 二邊及ビ其一ツニ對スル角ヲ知ルトキ

(四) 三邊ヲ知ルトキ

(2) 任意ノ三角形ノ解法公式

(一) 二角(B.C,)ト一邊(a)トヲ知ルトキ

(イ) $$\begin{cases} A=180^\circ-(B+C) & \cdots\cdots 1. \\ b=\dfrac{a\sin B}{\sin A} & \cdots\cdots 2. \\ c=\dfrac{a\sin C}{\sin A} & \cdots\cdots 3. \end{cases}$$

2及ビ3ヲ對數ヲ用ヰテ計算スル公式

(ロ)
$$\begin{cases} \log b = \log \dfrac{a \sin B}{\sin A} \\ \quad = \log a + \log \sin B - \log \sin A \\ \log c = \log a + \log \sin C - \log \sin A \end{cases}$$

(二) 二邊(b, c)ト夾角(A)トヲ知ルトキ

(イ)
$$\begin{cases} B + C = 180^\circ - A \cdots\cdots 1. \\ \tan \dfrac{1}{2}(B - C) = \dfrac{b - c}{b + c} \tan \dfrac{1}{2}(B + C) \cdots\cdots 2. \\ a = \dfrac{b \sin A}{\sin B} \cdots\cdots 3. \end{cases}$$

(ロ) 2及ビ3ヲ次ノ如クス。
$$\begin{cases} \log \frac{1}{2}(B - C) = \log(b - c) + \log \frac{1}{2}(B + C) - \log(b + c) \\ \log a = \log b + \log \sin A - \log \sin B \end{cases}$$

(三) 二邊(a, b)ト其一ツニ對スル角(B)ヲ知ルトキ

(イ)
$$\begin{cases} \sin A = \dfrac{a \sin B}{b} \cdots\cdots 1. \\ C = 180^\circ - (A + B) \cdots\cdots 2. \\ c = \dfrac{b \sin C}{\sin B} \cdots\cdots 3. \end{cases}$$

(ロ) 1及ビ3ノ對數式ハ次ノ如シ。
$$\begin{cases} \log \sin A = \log a + \log \sin B - \log b \\ \log c = \log b + \log \sin C - \log \sin B \end{cases}$$

(四) 三邊(a, b, c)ヲ知ルトキ

(イ)
$$\begin{cases} \tan \dfrac{A}{2} = \sqrt{\dfrac{(s - b)(s - c)}{s(s - a)}} \cdots\cdots 1. \\ \tan \dfrac{B}{2} = \sqrt{\dfrac{(s - b)(s - a)}{s(s - b)}} \cdots\cdots 2. \\ C = 180^\circ - (A + B) \cdots\cdots 3. \end{cases}$$

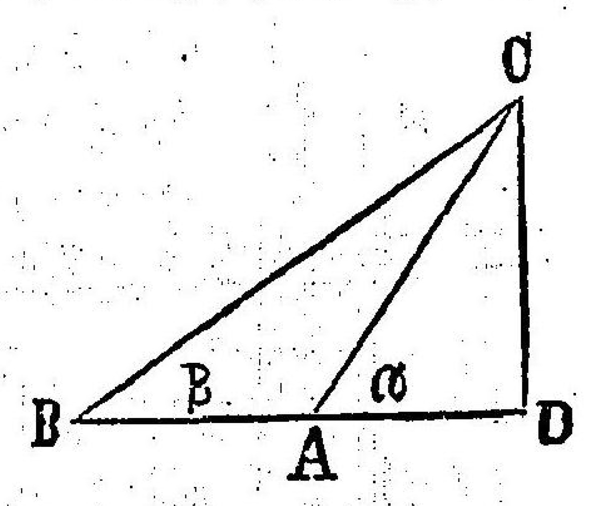
(ロ) 1及ビ3ノ對數式ハ次ノ如シ，
$$\begin{cases} \log \tan \dfrac{A}{2} = \dfrac{1}{2}\{\log(s - b) + \log(s - c) - \log s - \log(s - a)\} \\ \log \tan \dfrac{B}{2} = \dfrac{1}{2}\{\log(s - c) + \log(s - a) - \log s - \log(s - b)\} \end{cases}$$

第十一編　距離及ビ高サ

(1)　距離ト高サトノ測量

(一)　地平面上ニ於テ近クベカラザル物ノ高サ及ビ距離ヲ求ムルコト

例ヘバ，C, Dヲ近クベカラザル物トシ，A, Bヲ地平面上ニ於テ，互ニ近キ得ラルル所ノ二點トシ，A及ビBヨリ頂點ナルCヲ目擊シ得ルモノトス。



（イ）　A, B, Dヲ一直線中ニアル點ト定メ，仰角DAC, DBCヲ，夫々，α, βトスレバ，

$$CD=\frac{AB\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$$

$$AD=\frac{AB\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$$

〔解〕　$\triangle ABC$ニ於テ，$\angle ACB=\alpha-\beta$ナルヲ以テ，$AC:AB=\sin\beta:\sin(\alpha-\beta)$

ヨリテ，
$$AC=\frac{AB\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$$

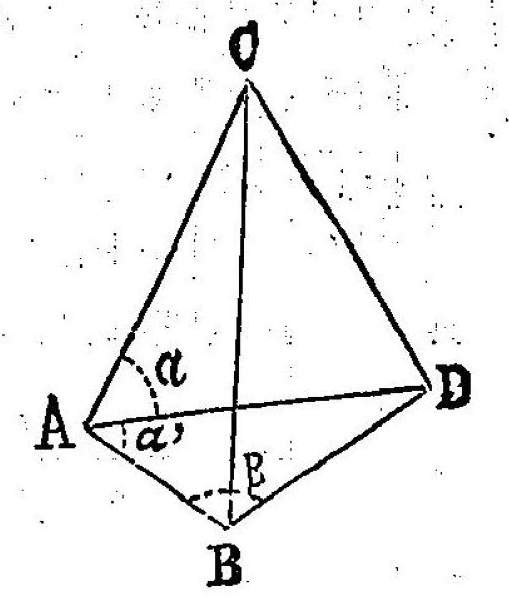
然ルニ，直角三角形ADCニ於テ，

$$CD=AC\sin\alpha,\quad AD=AC\cos\alpha$$

$$\therefore\quad CD=\frac{AB\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$$

$$AD=\frac{AB\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$$

（ロ）　A, B, Dヲ一直線中ニアラザルモノトシ，Aニ於ケル仰角ヲαトシ，$\triangle ABD$ノA及ビBニ於ケル角ヲα', βトスレバ，



$$CD=\frac{AB.\tan\alpha.\sin\beta}{\sin(\alpha'+\beta)}$$

〔解〕　$\triangle ABD$ニ於テ，

$$AD:AB=\sin\beta:\sin ADB$$

而シテ，　$\sin ADB=\sin(\alpha'+\beta)$

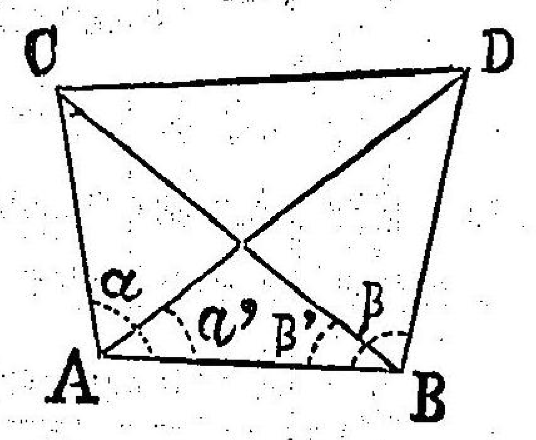
$$\therefore\qquad AD=\frac{AB\sin\beta}{\sin(\alpha'+\beta)}$$

然ルニ，　$AD=AD\tan\alpha$

$$\therefore\qquad CD=\frac{AB.\ \tan\alpha\ \sin\beta}{(\sin\alpha'+\beta)}$$

（二）　水平面上ニ於テ近クベカラザル二物ノ距離ヲ求ムルコト

例ヘバ，C, Dヲ近クベカラザル二物トシ，ABヲヲ基線トシ圖ニ於ケルα, α', β,β'ヲ器械ヲ以テ測リタル角トス。



△ABCニ於テ，

$$BC:AB=\sin\alpha:\sin ACB$$

又　$\sin ACB=\sin(\alpha+\beta')$

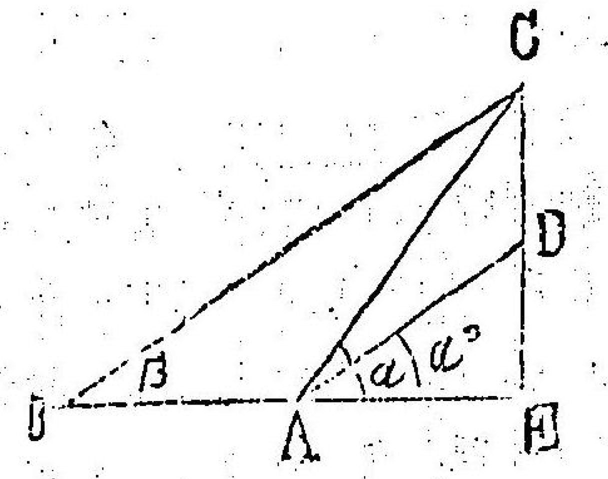
$$\therefore\qquad BC=\frac{AB\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta')}$$

ヨリテ，△ABDヨリ

$$BD=\frac{AB\sin\alpha'}{\sin(\alpha'+\beta)}$$

此二ツノ方程式ヨリ，△BCDノ二邊BC, BDヲ求ムルコトヲ得。而シテ，夾角ハ(β β')ナリ。故ニ，第二編(2)ノ二ヨリ求ムルコトヲ得ベシ。

（三）　水平面ヨリ高所ニアリテ近クベカラザル物ノ高サ及ビ其水面上ノ高サヲ求ムルコト　例ヘバ，CDヲ目的物トシ，ABヲ基線　α, βヲ，夫々，A及ビBヨリCノ仰角トシ，α'ヲAヨリDノ仰角トスレバ，



$$CD=\frac{AB\sin(\alpha-\alpha')\sin\beta}{\cos\alpha'\ \sin(\alpha-\beta)}$$

［解］　(一)ニヨリ

$$AE=\frac{AB\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$$

$$\therefore\qquad DE=\frac{AB\cos\alpha\ \sin\beta\tan\alpha'}{\sin(\alpha-\beta)}$$

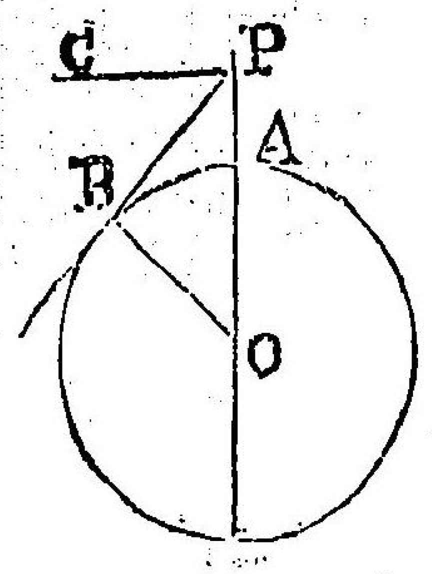
又，(一)ニヨリ

$$EC=\frac{AB\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$$

$$\therefore\quad CD=\frac{AB\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}(\sin\alpha-\cos\alpha\tan\beta$$

$$=\frac{AB\sin(\alpha-\alpha')\sin\beta}{\cos\alpha'\sin(\alpha-\beta)}$$

(四) <u>視水平ノ下リ</u>　今Oヲ地球ノ中心トシ，Pヲ地外ノ高所トシ，Pヨリ球へ切線PBヲ引キ，其切點ヲBトス。今，OPニ垂直ニPCヲ引キ，OPBヲ含ム平面中ニアラシムレバ，∠CPBヲPニ於ケル視水平ノ下リト稱ス。



OPヲ結ビ付ケ，球面トAニテ交ラシメ，∠BPCヲθトセバ，

$$\angle BOP=\angle BPC=\theta$$

$$\therefore\quad OP=OB\sec\theta$$

$$AP=OP-OA=OA(\sec\theta-1)=\frac{OA(1-\cos\theta)}{\cos\theta}$$

$$PB=OB\tan\theta=\frac{AP\cos\theta}{1-\cos\theta}\tan\theta$$

$$=\frac{AP\sin\theta}{1-\cos\theta}=AP\cot\frac{\theta}{2}$$

【注意】　上ノ二式ハ視水平ノ下リ及ビ水平距離ニ關スル問題ヲ解クニ必要ナルモノトス。

第十二編　三角形ノ面積及ビ外接圓，內接圓，傍接圓ノ半徑

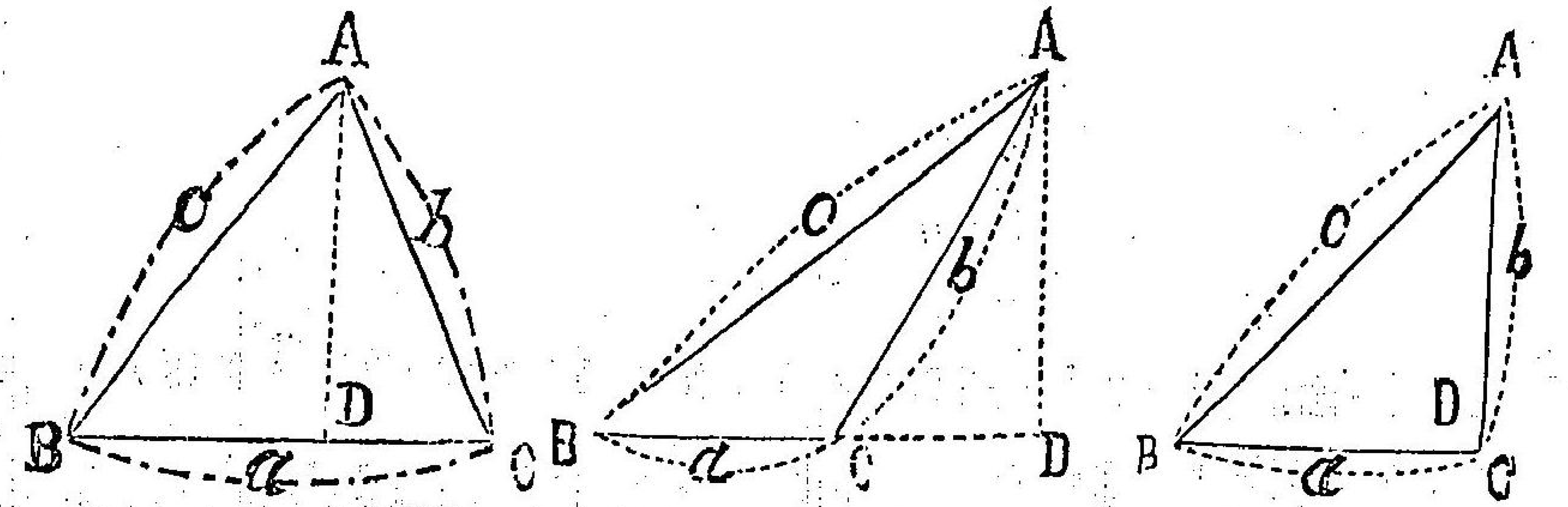
(1)　三角形ヲABCトシ，其各項ノ對邊ヲa, b, c, 其周ノ半分，即チ，$\frac{a+b+c}{2}=s$, 面積ヲSトス。

(2)　<u>三角形ノ面積</u>

$$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$$

$$=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

〔解〕



△ABCニ於テ，ADヲBCニ垂直ナリトセバ，幾何學ニヨリ

$$S=\frac{1}{2}a\,AD=\frac{1}{2}ca\ sinC$$

同樣ニ，$S=\frac{1}{2}ca\ sinB$　$S=\frac{1}{2}ab\ sinA$

$\therefore$　$S=\frac{1}{2}ab\ sinA=\frac{1}{2}cossinB=\frac{1}{2}ca\ sinC$

又，　$sinC=\frac{2}{ab}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$\therefore$　$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

又，$S=\frac{1}{2}bc\ sinA=\frac{1}{2}bc\times 2sin\frac{A}{2}cos\frac{A}{2}$

$$=bc\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}\sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$$

$$=bc\sqrt{\frac{s(s-a)(s-b)(s-c)}{b^2c^2}}$$

$$=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

(2)　外接圓ノ半徑　外接圓ノ半徑ヲRトスレバ，

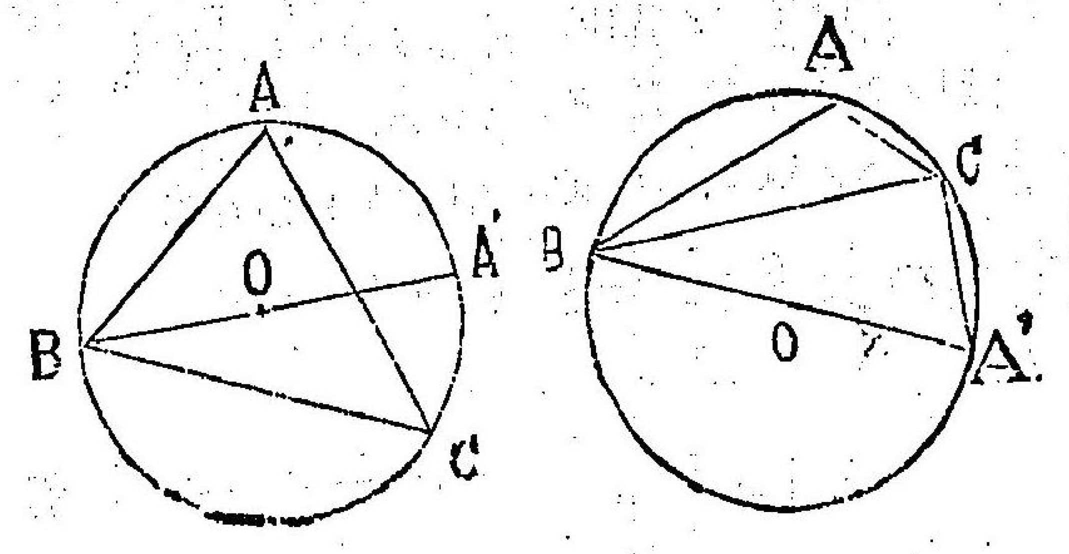
$$R=\frac{a}{2sinA}=\frac{abc}{4S}$$

$$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}=\frac{c}{sinC}=2R$$

〔解〕　△ABCノ外心ヲOトシ，

半徑OBト圓周トノ交點ヲA'トシ，A'Cヲ結ベバ，

∠BCA'＝R∠　ナルヲ以テ，



$$\sin A = \sin A'$$

$$= \frac{CB}{A'B}$$

$$= \frac{a}{2R}$$

$\therefore \quad 2R = \frac{a}{\sin A}$ 　同様ニ， $2R = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

(3) <u>内接圓ノ半徑</u>　内接圓ノ半徑ヲrトスレバ，

$$r = \frac{S}{s} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}$$

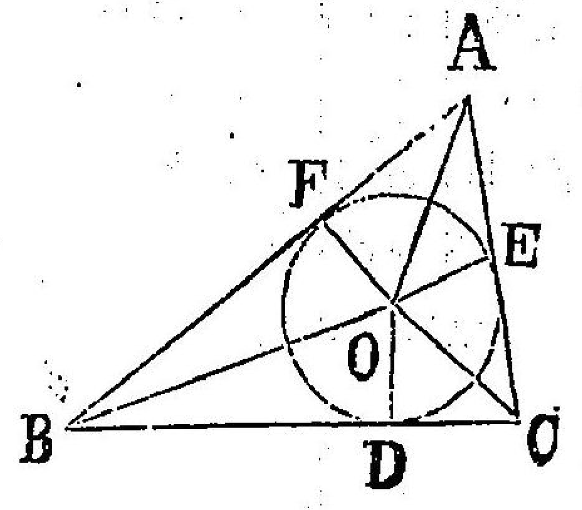
〔解〕 △ABCノ内心ヲOトシ，内接圓ノ切點ヲD, E, Fトスレバ，

$$\triangle ABC = \triangle OBC + \triangle OCA + \triangle OAB$$

即チ，　$S = \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr$

$$= \frac{1}{2}(a+b+c)r = sr$$

$$\therefore \ r = \frac{S}{s} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}$$

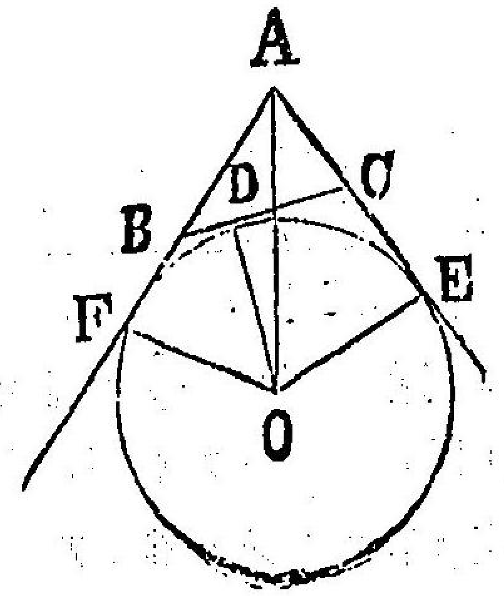


(4) <u>傍接圓ノ半徑</u>　傍接圓ノ半徑ヲ r_1，r_2，r_3 トスレバ，

$$r_1 = \frac{S}{s-a}$$

$$r_2 = \frac{S}{s-b}$$

$$r_3 = \frac{S}{s-c}$$



〔解〕 ∠A内ノ傍心ヲO，トシ，切點ヲD, E Fトスレバ，

$$\triangle ABC = \triangle CO, A + \triangle AO, B - \triangle BO, C$$

即チ，$S = \frac{1}{2}(b+c-a)r_1 = (s-a)r_1$

$\therefore \quad r_1 = \frac{S}{s-a}$

$$[a+b+c=2s \quad \therefore \ b+c-a=2(s-a)]$$

同様ニ，

$r_2 = \frac{S}{s-b}$，　　$r_3 = \frac{S}{s-c}$

第十三編　三角方程式

(1) 三角方程式　未知角ノ三角函數ト既知數トノ關係ヲ表ス方程式ヲ云フ。

(一) 三角方程式ヲ解ク　三角方程式ニ適合スル角ヲ求ムルコトヲ云フ。

(二) 三角方程式ノ解　三角方程式ヲ解キテ得タル角ヲ云フ。

〔注意1〕 $sin 30°$ ノ値ハ何程ナルカト問ハバ，其答ハ$\frac{1}{2}$ニ限ル。然レドモ，逆ニ $\sin x=\frac{1}{2}$ ニ適合スル角度ヲ求メヨト云ヘバ，$\frac{1}{2}$ ナル値ヲ有スル角度ハ $30°$モアリ，$150°$ モアリ，$390°$モアリ，$-330°$モアリ，其他$\frac{1}{2}$ナル値ヲ有スル角ハ種々アルヲ以テ，何レモ此問題ニ於ケル解ナリトス。サレバ，三角方程式ノ解ハ代數學上ニ於ケル角ト趣ヲ異ニスルコトヲ注意スベシ。

〔注意2〕　三角函數ノ値ハ廻轉線ノ位置ニヨリテ定マルモノナルコトヲ忘ルベカラズ。

(2) 方程式 $\sin x=a$ ノ完全ナル解　Aヲ方程式 $\sin x=a$ ニ適スル一角トスレバ，$\sin x=a$ ノ完全ナル解ハ

$$x=n\times 180°+(-1)^n A$$

ナリ。〔但シ n ハ任意ノ正或ハ負ノ整數 或ハ0ナリ。〕

(3) 方程式 $\cos x=a$ ノ完全ナル解　Aヲ方程式 $\cos x=a$ ニ適スル一角トスレバ，$\cos x=a$ ノ完全ナル解ハ

$$x=2n\times 180°\pm A$$

ナリ。〔但シ n ハ任意ノ正或ハ負ノ整數，或ハ0ナリ。〕

(4) 方程式 $\tan x=a$ ノ完全ナル解　Aヲ方程式 $\tan x=a$ ニ適スル一角トスレバ，$\tan x=a$ ノ完全ナル解ハ

$$x=n\times 180°+A$$

(5) 三角方程式ヲ解ク法

例1. $6\sin a^2 x-5\sin x+1=0$ ヲ解ケ。

〔解〕 與方程式ヲ $\sin x$ ニ於テノ二次方程式トシテ，此ノ兩根ヲ求メンニ，與方程式ハ

$$(2\sin x-1)(3\sin x-1)=0$$

$$\therefore\quad \sin x=\frac{1}{2}\quad 或ハ\quad \sin x=\frac{1}{3}$$

サテ，$\sin 30°$ ハ $\frac{1}{2}$ナルヲ以テ 此方式ノ一ツノ根ハ

$$x=n\times 180°+(-1)^n\times 30°$$

又，他ノ一ツノ根ニ於テ，x ノ値ハ $\frac{1}{3}$ ヲ以テ正弦トスル角ナルヲ以テ，今 $\frac{1}{3}$ ヲ正弦トセル最小ナル角ヲ A トセバ，此ノ根ノ一般ノ値ハ

$$x=n\times180^\circ+(-1)^n A$$

ナリ。

例2. $8\sin^2x+6\cos x-9=0$ ヲ解ケ。

〔解〕 先ヅ此方程式ヲ $\cos x$ ノミヲ有スル式ニ直セバ，

$$8(1-\cos^2x)+6\cos\theta-9=0$$

即チ， $$8\cos^2x-6\cos\theta+1=0$$

即チ， $$(2\cos x-1)(4\cos x-1)=0$$

$$\therefore\quad \cos x=\frac{1}{2}\quad 或ハ\quad \cos=\frac{1}{4}$$

サテ，60° ノ餘弦ハ $\frac{1}{2}$ ナルヲ以テ，$\cos x=\frac{1}{2}$ ノ一般ノ値ハ

$$x=2n\times180^\circ\pm60^\circ$$

又，他ノ一ツノ根ニ於テ，x ノ値ハ $\frac{1}{4}$ ヲ以テ正弦トスル角ナルヲ以テ，今 $\frac{1}{4}$ ヲ餘弦トセル最小ナル角ヲ A トセバ，此ノ根ノ一般ノ値ハ

$$x=2n\times180^\circ\pm A$$

〔注意〕 上ノ例ノ如ク未知函數ヲ含ム項ガ同一ナラザルトキハ，同一

ナル未知函數ヲ含ムモノニ直シテ後チ解クモノトス。

例3. $\sin3x=3\sin x$ ヲ解ケ。

〔解〕 $\sin3x=3\sin-4\sin^3x$

ナルヲ以テ，原式ハ

$$3\sin x-4\sin^3x=3\sin\theta$$

即チ， $$-4\sin^3x=0$$

ナルヲ以テ， $$\sin^3x=0$$

サテ $$\sin^3x=0$$

ナルヲ以テ， $$\sin x=0$$

ナラザルベカラズ。故ニ，

$$x=n\times180^\circ$$

ナリ。

例4. $\sin x-\operatorname{cosec}x+\frac{3}{2}=0$ ヲ解ケ。

〔解〕 此方程式ヲ $\sin x$ ノミヲ含ムモノトセバ，

$$\sin x-\frac{1}{\sin x}+\frac{3}{2}=0$$

$$\therefore \quad 2\sin^2x+3\sin x-2=0$$

$$\therefore \quad (2\sin x-1)(\sin+2)=0$$

$$\therefore \quad \sin x=\frac{1}{2} \quad 或ハ \quad \sin x=-2$$

サテ，正弦ハ大サニ於テ 1 ヨリ大ナルコト能ハザルヲ以テ，-2 ハ不適當ナリ。故ニ，$\sin x$トシテノ値ハ $\frac{1}{2}$ ノミヲ採用スルコトヲ得。然ルニ，30° ノ正弦ハ 30° ナルヲ以テ，

$$x=n\times180^\circ+(-1)^n\times30^\circ$$

ナリ。

例5. $6\cot^2A-4\cos^2A=1$ ヲ解ケ。

〔解〕 $\cot^2A=\frac{\cos^2A}{\sin^2A}=\frac{\cos^2A}{1-\cos^2A}$

ナルヲ以テ，與方程式ハ

$$6\frac{\cos^2A}{1-\cos^2A}-4\cos^2A=1$$

$$\therefore \quad 6\cos^2A-4\cos^2A(1-\cos^2A)=1-\cos^2A$$

即チ，$4\cos^4A+3\cos^2A-1=0$

$$\therefore \quad (4\cos^2A-1)(\cos^2A+1)=0$$

$$\therefore \quad \cos^2A=\frac{1}{4} \quad 或ハ \quad \cos^2A=-1$$

サテ，$\cos^2A=-1$ ハ $\cos A$ ニ虚數ヲ與フルヲ以テ之ヲ棄テ，$\cos^2A=\frac{1}{4}$ ノミヲ採用スレバ，

$$\cos A=\pm\frac{1}{2}$$

ヨリテ，$A=2n\times180^\circ\pm60^\circ$

$$(或ハ)=2n\times180^\circ\pm120^\circ$$

然ルニ此二式ハ下ノ一式中ニ含マルルヲ以テ

$$A=n\times180^\circ\pm60^\circ$$

例6. $\cos x=k\sin x$ ヲ解ケ。

〔解〕 兩邊ヲ自乘スレバ，

$$\cos^2x=k^2\sin^2x$$

$$=k^2(1-\cos^2x)$$

$$\therefore \quad \cos^2x=\frac{k^2}{1+k^2}$$

$$\therefore \quad \cos x=\pm\sqrt{\frac{k^2}{1+k^2}}$$

サテ，$\cos x=\sqrt{\frac{k^2}{1+k^2}}$ ニ適スル最小角ヲAトスレバ，$\cos x=-\sqrt{\frac{k^2}{1+k^2}}$ ニ適スル最小角ハ $180°-A$ ナルヲ以テ，$\cos x=\pm\sqrt{\frac{k^2}{1+k^2}}$ ニ適スル一般ノ値ハ

$$x=n\times180°\pm A \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(I)$$

ナリ。然レドモ，與方程式ハ

$$\frac{\cos x}{\sin x}=k$$

即チ　$\cot x=k$

ト書キ得ベキヲ以テ

$$x=n\times180°+A \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(II)$$

トスルコトヲ得ベシ。

サテ，(II)ハ與方程式ノ完全ナル解ニシテ，(I)ハ $\cos x=k\sin x$ ト $\cos x=-k\sin x$ トノ解ニ當ルヲ以テ，兩邊ヲ自乘シテ得タル解ハ與方程式ニ適合セザル根ヲ含ムコトアルヲ以テ，此場合ニ於テハ根ノ吟味ヲナ

シテ餘分ノ根ハ之ヲ棄ツルヲ要ス。

例7．$a\cos x+b\sin x=1$　ヲ解ケ。

〔解〕與方程式ハ

$$\cos x+\frac{b}{a}\sin x=\frac{1}{a}$$

ナルヲ以テ，表ニヨリ正切ガ $\frac{b}{a}$ ニ等シキ角ノ一ヲ見出シ之ヲAトスレバ，

$$\cos x+\tan A\sin x=\frac{1}{a}$$

即チ　$$\frac{\cos x\ \cos A+\sin x\ \sin A}{\cos A}=\frac{1}{a}$$

$$\therefore\quad \cos(x-A)=\frac{\cos A}{a}$$

ナリ。ヨリテ，表ニヨリ $\cos A$ ノ値ヲ求メ，又表ニヨリ，餘弦ガ $\frac{\cos A}{a}$ ニ等シキ角ノ一ヲ見出シ之ヲBトスレバ，

$$\cos(x-A)=\cos B$$

$$\therefore\quad x-A=2n\times180°\pm B$$

即チ．$x=A+2n\times180^\circ\pm B$

〔注意〕上ノ例ノAノ如ク總テ計算上便宜ノタメニ用フル角ヲ補助角ト云フ．

終

ポケット數學公式 全壹冊 定價金參拾五錢

明治四十三年十月十八日印刷
明治四十三年拾月二十日發行

著作者　山口國三郎
發行者　柏原政次郎
大阪市西區北堀江下通壹丁目貳番地
印刷者　日出民助
大阪市西區本田通一丁目四十七番地

發行所　數學書院

發賣所　柏原奎文堂
大阪市西區御池橋西詰
電話西三一四七番
振替口座大阪一〇五六六番

一視せられざるは勿論，先生が過去に於ける數十百の同樣著述中に於ても未だ曾て類を見ざる著書にして，本書院が切に請ふて之が出版を試み，大方社會に發表せんとしたるも，聊か世に貢献する所あらんとするを期したるに外ならず。加之，斯學專攻を以て名ある河谷先生が亦其校閲の手數を快諾せられ山口先生と共に之が大事業を完成せられたるものなれば，眞に是れ鳥の兩翼車の兩輪に譬へて，些か遲疑なく，完全無缺の良書として，江湖に推奨する所以なり。而して，其内容 順序等に至つては以下少しく項を別つて紹介する所あらんとす。乞ふ仔細に讀了せられんことを。

●本書著述の目的 算術が數學の階梯として，將た社會生存の必須學科として缺くべからざるは今更ら喋々の言を要せざる所なり。從つて之が學習に備へんが爲め，續々として出版發行せらるゝものは實に枚擧に遑あらざる所なるが，特に近來此種問題集として刊行せらるゝもの多々益々其多きを加へ社會亦進んで之が講究研學に資せんとするもの多きを加へたるやの傾向あり。誠に斯學が廣汎なる應用區域を領し，單に理論，例題に依てのみ學修するの不便を感じたるに外ならざるなり。而かも此種算術書の多くを見るに，未だ社會が要求する渇慾を充たすに充分ならざるもののみなるを如何せん。例へば單に

題目を示すが如き問題詳集の行列に過ぎざるものか，將た又僅かに其例解の一端を示し，以て著者が責を免れんとするか，或ひは，單に例解若しくば問題解答を懇切に説示したるものは，根本義たる算術の原理及び應用問題に疎にして研究者の修學了解に苦しましめ，若しくば，講究方法の如何を懇示したるものなきが如き，實に斯界の爲め遺感此事に踰ず。而して，偶々理想に近き此種の書を發見せんか，其解釋の不親切を如何せん；殆んど玉石同架の無責任なる言辭を列ね以て益々了解に苦しましむるのみ。茲に於てか著者深く之を慨し，篤學の士の爲め，將た學業中途の學生の爲め。進んで志望に應じ，以て之が缺陷を補ひ，聊か斯界に貢がんがため空前の大著述に着手せられたるに外ならず。語に曰く，努力と勤勉と熱烈は何物も之に向つて抗するを得ずと。

●本書著述の順序 前述の如き目的と抱負により，非常の努力と熱心を以て着手せられたる著書は，讀者研學者の利便に從ひ，凡そ晩近一般に行はるる算術の順序に慣ひ，加之方式に準據して全編の骨子を編みたるもの，是即ち本書十二編に分れたる所以にして，前記目録の示すが如し。而して，各編は更に數章に分たれ，其各章の始め先づ例を擧げて算法を示すか若しくば原理を詳述し，以て應用問題の基礎となし，併せて問題答案の書き方模範を示し，其終りに於ては

一々例題を舉げて先登諸例の練習に供し，以て首尾一貫，終始の連絡に意を用ゐ，周到の注意と共に些の瑕瑾なきを期せらる。而も，應用問題に至つては之を各種に類別し，系統的に懇切なる解釋を試み，以て法の歸する所を示されたり。故に讀者，學修者は之に依て各章の始めに於ける諸例に於て十二分の講究をなし，進んで各例題の解法を試み以て推理力を養成すると共に，思考力に長ぜしむることを得んか。

●本書の特色と內容　目的と順序に詳述したるが如き本書は，既に喋々の辭を重ぬるの必要なく，其如何に苦心の著述なるか，將た之に依て如何なる特色の示されたかるは，大方人士の認識首肯せられたることを信じ，左に其一二を擧げて以て內容の概略を示さん。

一．全編中特に第一編の四則應用問題の如きは，之を十餘種に類別して，一々詳細なる例解を附し，更に第二編諸等數應用問題に至つて各種諸等數の換算極めて詳細に涉り其他の各編盡く懇切丁寧を極む。

二．各卷の附錄として載錄したる解答に至つては，實に本書著述の最大目的にして其懇切詳細なることは茲に贅する迄もなく，他に存在す類書に見るが如き不親切の跡些もなく，一讀して如何なる難問も瞬時の下氷解するところあるべし。

三．各編載する所の應用問題に至つては，現今小學及中學諸學校に行はるる算術書中の大部分を占め，之が必要有益なるもの，若しくは難解問題を摘出し，以て全編の經となし更に官立各學校の入學試驗問題を擧げて以て全編の緯となし，之に加ふるに實用有益の各種問題を蒐集し，漸次易より難に移るが如く配列分類し，各問題毎に詳細の解答を施し之を附錄に載錄したり。

四．斯くの如きを以て，各中等諸學校の生徒諸子は勿論，進んで官立學校の入學試驗を受けんとする者，各種學校の教師諸君の參考書に必適するのみならず，算術を研究せんとする一般人士の獨習用として，最も必要缺くべからざものたるを信ず。

米國スタンフォード大學
バチエラー，オブ，アーツ，サイアンス　松井庫一先生
中等豫備校々長　山口國三郎先生　合著

例題及解式
最新實用算術

◎クロース洋裝本綴金字入◎上卷・下卷合本全壹冊
◎全部紙數四百八十頁◎舶來上質紙鮮明印刷
◎上下合卷全壹冊◎定價金七十錢郵稅金八錢

○本書發刊の理由と其內容の如何に完備せるか
○本書を世の篤學諸士に提供するの所以
○本書の如何に斯界に貢獻するかに就て

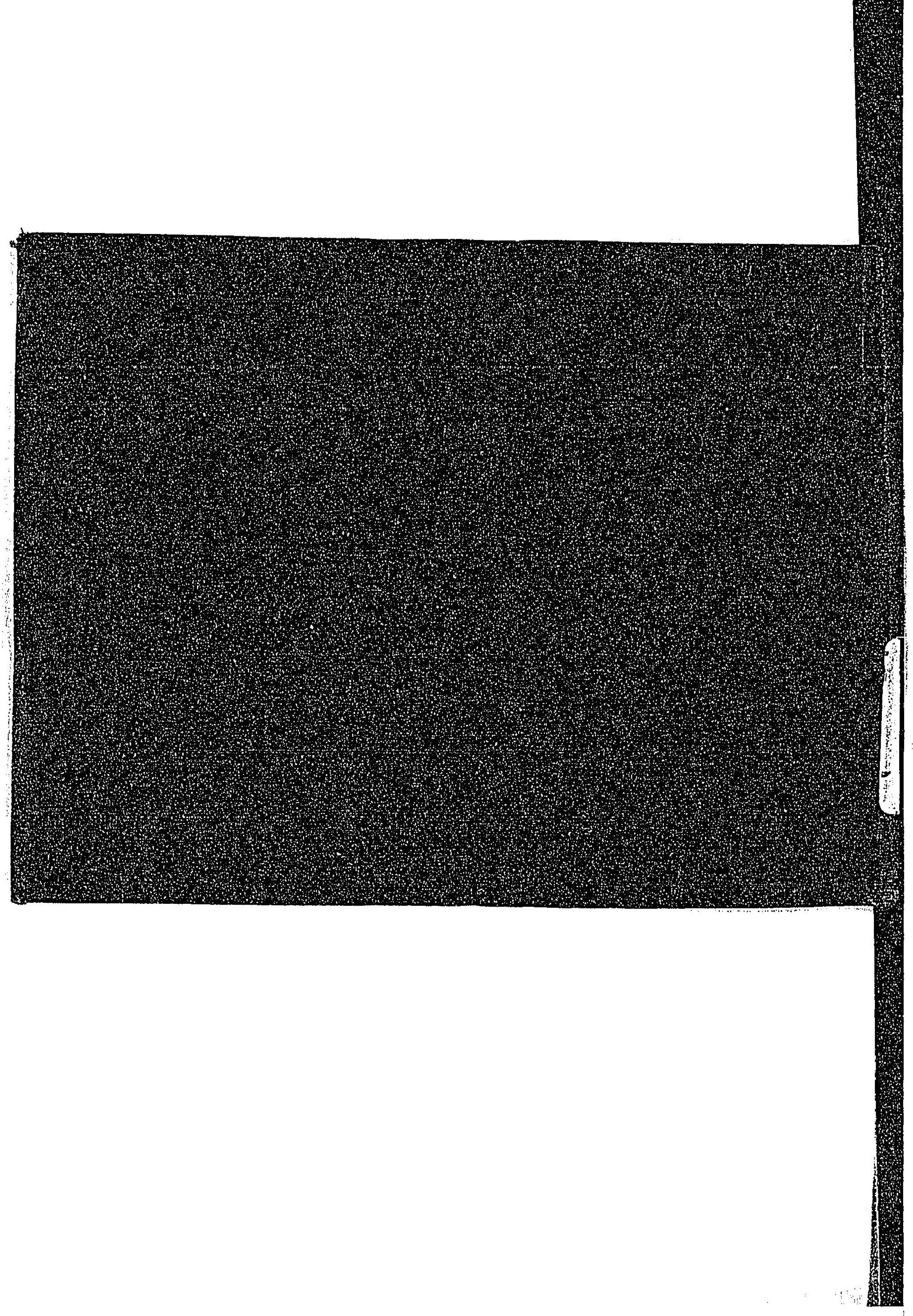
○元來算術なる者は數學の一大要科として總ての各學科中に於ける最要なる者の一なり，何人と雖も社會生存上瞬時も之に依らざる事なきを以て，官公私の學塾には之を設けざるはなく坊間又其就學の如何に關はらず修習せざる者殆どなし，されば之れが獨習書，或は講義書として，此類書の刊行多く實に汗牛充棟も啻ならずと雖も是れ等多くは，理論に偏するもの難解の文字を用ひ簡

易を主とするものは，其意義の明瞭を缺き，其配列順序を誤れるもの，甚だしきに至つては解式の全然誤れるもの等，又所謂高等算術書に到つては高きに失し，識者に在ては適書なるも，學ふ者に在つては高級或は不可解に屬するを如何せん，殆ど其中庸を得て，而も尚完せる書は極めて尠少なり，故に修學者は其撰擇に苦しみ，供給者は羊頭を揭けて狗肉を估るの言辭を弄し，斯界の爲遺憾なりとす。

茲に於て數理界の泰斗なる松井，山口両先生是等杜撰の書の多く，溷濁せる算術書界を慨し爰に萬斛の精力を傾注して尤も完備せる著書を世に公し以て，社會の渴仰に應して撰擇の勞なく好個の軌範を諸士の机上に薦めんとて著述せるもの即ち本書なり

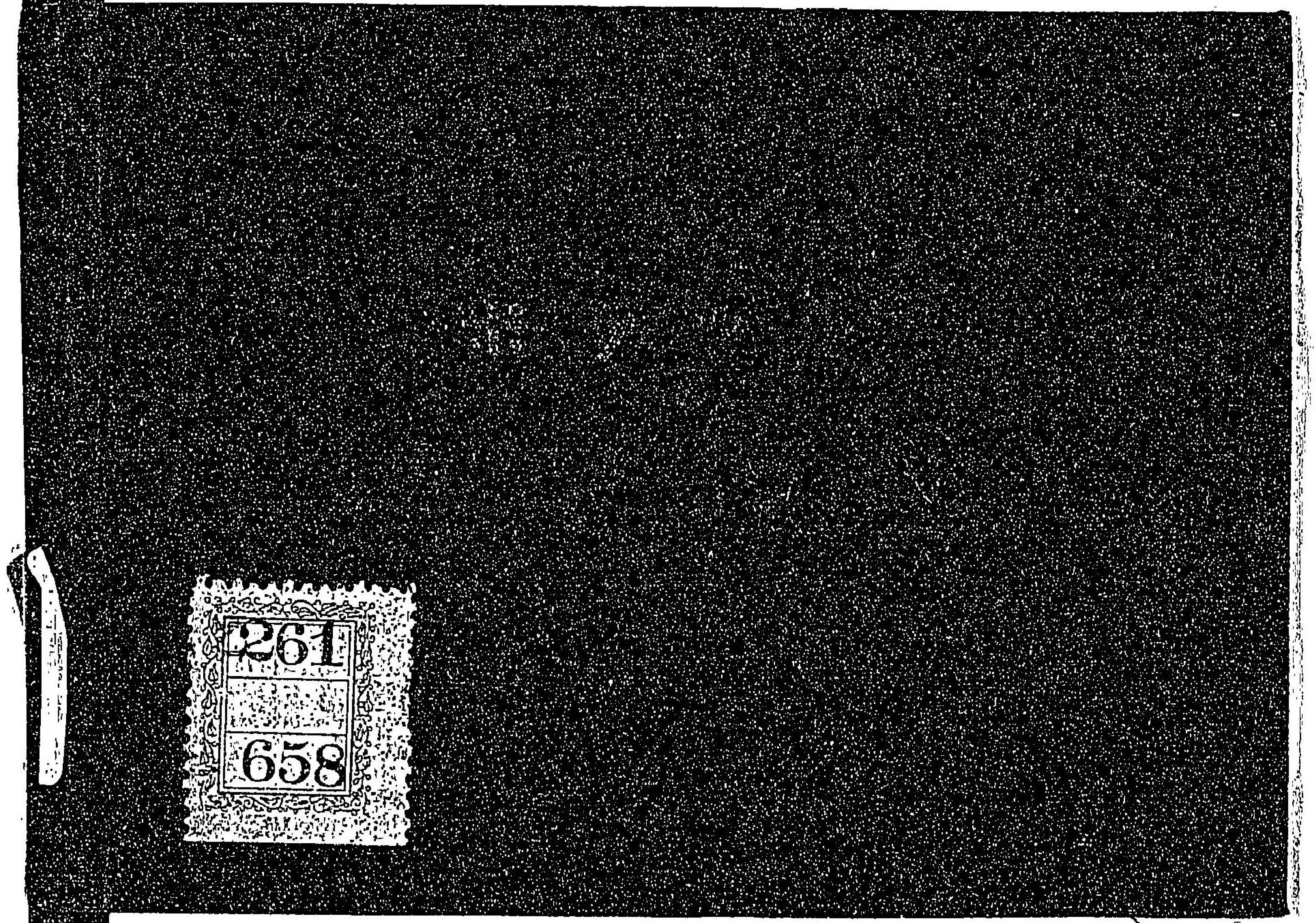
されば本書內容總ては，數學上の原則と順序を誤らず，從來多くの書に見る缺點に留意して之れを補ひ，而も多年の經驗より得たる尨大なる材料，蘊奥の學識と併せて，最新なる式法，健實なる理論に從ふて最も簡單にして，而も意義の明瞭と適切なる解法を主として，低きより漸次高きに登るが如く，數理の根底より理論と應用とを巧に述べ，各法毎に最新なる方式と詳細なる解法及數十の實利的なる應用問題と之れが解答を設けて修むるに從ふて直ちに法の應用

と實修の便を得せしめ，以て一般に模範たらしむ，且つ難解の文字は力めて避け，專ら平易なる言文一致の文体を用ひて，如何なる初學者と雖も毫も不可解の難を感ずる事なく，一讀の下直ちに了解し再讀を要せざる迄簡單平易に且つ完全せらるものなり，斯の如き周到なる主旨と偉大なる抱負に依て著したる者なれば，其組立も自ら他の類書と異るのみならず，首尾一貫，終始の連絡を完備せるは既に世に現在せる書中の白眉たる事を信じて疑はず，爰を以て見れば實に本書は各學校教師用としては教授案開道參考書となり又高等及中等程度の學校は勿論，小學校の生徒用としては修學の豫習參考書を入學試驗の受驗豫習の必須書となり教習共に裨益する所多大なるべく，又一般坊間の獨習者にしては本書に依て修めば殆ど他を顧みるの必要なく，毫も遲疑を要せず直ちに良師を得たると異らず，然れ共前述の如き寶典をして得るに難からしむるは著者及本書院の素思と目的に反するを以て，今回便法を設け，一般諸士に向つて普及せん事を計り，玆に廉賣法を以て提供する所以なり，而も其部數に制限あると其期限が頗る短期なれば，此際好期會を逸せず速かに御申あつて後日の遺憾なき事を期し給へ。



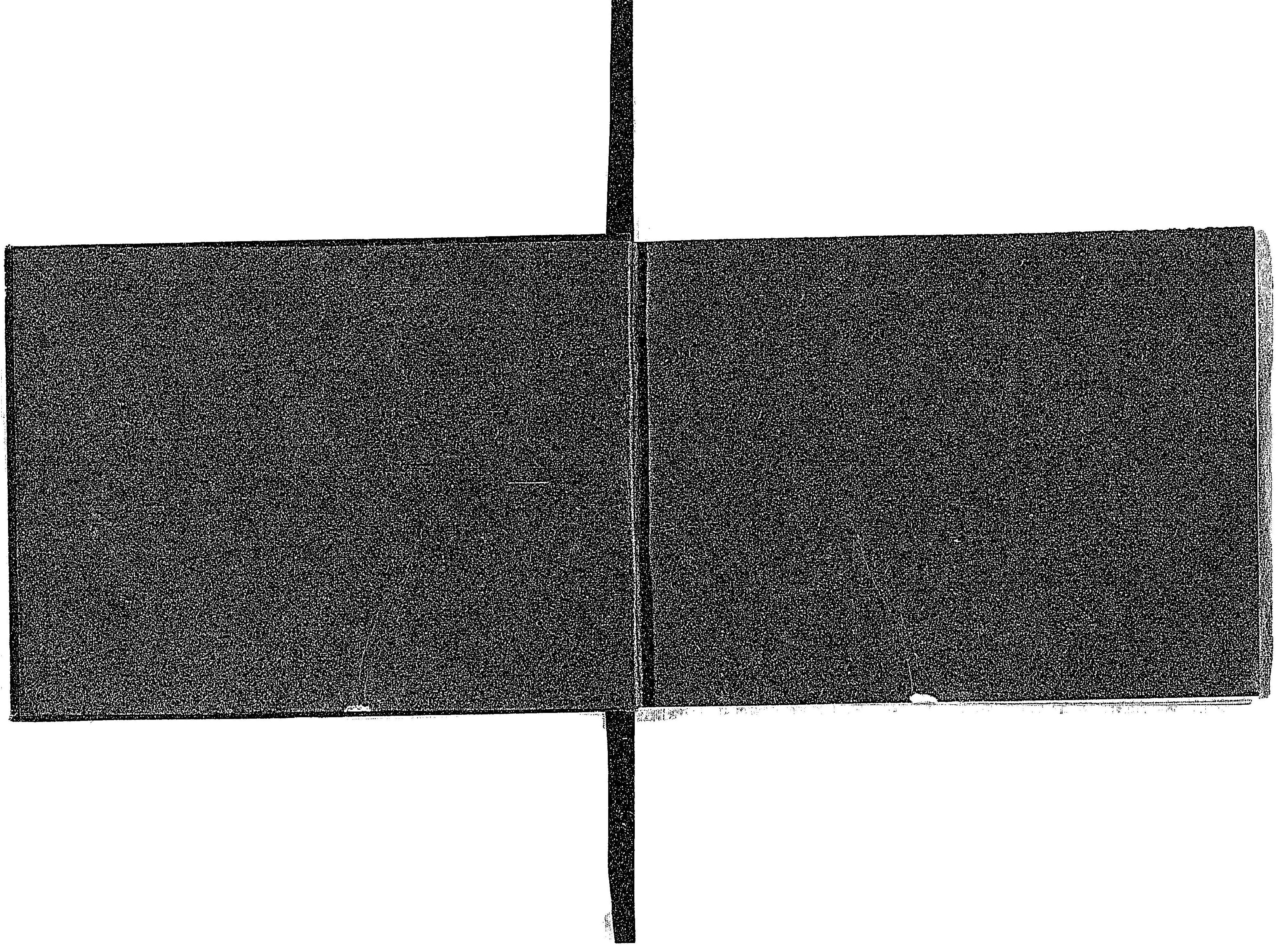
数学公式

山口　国三郎／著



ポケット

[illegible]



MATHEMATICAL FORMULAS

ポケット

數學公式

全

中等[illegible]校長
山[illegible]國三郎著

數學書院發行