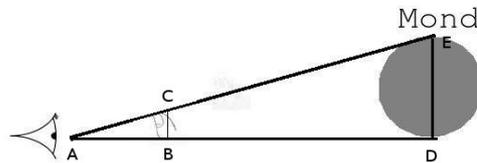


Aufgaben

zur PSA-Mathematik



*Abstand zum Mond
mit dem Finger berechnen*

Erfasst von Georg Rizos

**Für die TeilnehmerInnen der
Pflichtschulabschlussgruppen
des Berufsförderungsinstituts Salzburg**

**Erweiterte Version mit vertiefenden Aufgaben
auch für Gymnasium geeignet**

Bemerkungen: Das ganze Material wurde vom Autor erfasst und erstellt. Einzige Ausnahme die Bilder für die geometrischen Körper. Sie kommen alle aus dem Wikimedia Projekt (CC Lizenz oder PD). Die Ersteller dieser Bilder kann man in Quellenverzeichnis finden. Vielen Dank an diese Personen!

Dieses Übungsheft ist Begleitmaterial für das entsprechende Buch, das auch in Wikibooks zu finden ist unter:
https://de.wikibooks.org/wiki/PSA_Mathematik Danke auch an das Wikimedia Projekt!

Ein herzliches Danke auch an alle TeilnehmerInnen, die die Inspiration für dieses Buch waren und an alle meine KollegInnen, die für ein angenehmes Arbeitsklima sorgen, das dieses Projekt ermöglicht.

Quellenverzeichnis: *Wurfel:* By Petrus3743, *Quader:* By Klaus-Dieter Keller, *Pyramide:* By Picknick, *Zylinder:* By User:Ævar Arnfjörð Bjarmason, *Kegel:* By Oldracon, *Prisma:* By Gaucho, *Kugel:* By Juan diego perez, *Ellipsoide:* By Sarg, *Tetraeder:* By Aldoaloz

Aufgaben

Zur PSA-Mathematik

Inhaltsverzeichnis

1. Grundrechenarten.....	2	9. Umformen.....	18
a) Addition.....	2	a) Die Gegenrechnungen.....	18
b) Subtraktion.....	2	b) Kombinationen.....	18
c) Multiplikation.....	2	10. Darstellung von Zahlen.....	18
d) Division.....	2	a) Runden.....	18
e) Punktrechnungen mit 10-Potenzen.....	2	11. Zahlenmengen.....	19
f) Textaufgaben.....	3	12. Einheiten.....	19
2. Vorrang der Rechenarten.....	4	a) Grundaufgaben.....	19
a) Einfach(er.....)	4	b) Vertiefende Aufgaben.....	21
b) Mit Klammer in Klammer.....	4	13. Mittelwerte.....	22
3. Bruchrechnungen.....	5	14. Dreieckskonstruktionen.....	23
a) Gemischte Zahlen.....	5	15. Geometrie der Ebene.....	23
b) Erweitern und Kürzen.....	5	a) Einsetzen.....	23
c) Strich- und Punktrechnungen.....	5	b) Umformen.....	24
d) Kombinationen.....	6	c) Satz von Pythagoras.....	24
e) Textaufgaben zu Bruchrechnungen.....	6	d) Theoretische Aufgaben.....	25
4. Primfaktorzerlegung.....	7	e) Textaufgaben.....	25
a) Teilbarkeit.....	7	f) Ebene Figuren.....	26
b) Anwendungen.....	7	g) Zusammengesetzte Flächen.....	27
i) Brüche kürzen.....	7	16. Geometrie des Raums.....	28
ii) Strichrechnungen von mehreren Brüchen.....	7	a) Einsetzen.....	28
5. Schlussrechnung.....	8	b) Umformen.....	28
a) Direkte Proportionalität.....	8	c) Theoretische Aufgaben.....	28
b) Direkte und indirekte Proportionalität.....	9	d) Textaufgaben.....	29
6. Prozentrechnung.....	10	e) Figuren im Raum.....	29
a) Grundaufgaben.....	10	17. Diagramme.....	30
b) Vertiefende Aufgaben.....	10	18. Lineare Gleichungssysteme.....	32
c) Umsatzsteuer (USt.) und Rabatt.....	12	a) Graphische Lösung.....	32
d) Zinsen und Kapitalertragssteuer (KESt.).....	13	b) Einsetzungs-, Gleichsetzungs- und Additionsverfahren.....	32
7. Wachstums- und Zerfallsprozessen.....	15	c) Lösbarkeit.....	32
8. Arbeiten mit Termen.....	16	d) Textaufgaben.....	32
a) Potenzen.....	16	19. Lineare Funktion.....	33
b) Grundaufgaben.....	16	a) Grundlagen.....	33
c) Klammer Auflösen.....	16	b) Diagramm mit Hilfe von zwei Punkten erstellen	33
i) Mit einer Klammer.....	16	c) Eine lineare Funktion mit Hilfe von zwei Punkten finden.....	33
ii) Mit zwei Klammern.....	16	d) Textaufgaben.....	33
d) Herausheben.....	16	e) Vertiefende Aufgaben.....	33
e) Binomische Formeln.....	17		
f) Bruchterme kürzen.....	17		
g) Bruchtermgleichungen.....	17		

1. Grundrechenarten

a) Addition

- 1) $57886,5 + 7,543 + 7659,03 + 38765 + 0,009 + 86,867$
- 2) $0,03 + 67000 + 67000,569 + 5499,97 + 89618,989$
- 3) $83812,8 + 6,871 + 4512,09 + 76331 + 0,008 + 73,867$
- 4) $0,04 + 65000 + 82000,587 + 6929,88 + 98517,975$
- 5) $96254 + 68,71 + 45120,9 + 76,331 + 0,008 + 86867$
- 6) $8004,78 + 65000 + 82090,58 + 99929,88 + 3517,9$
- 7) $46 + 87 + 95 + 68 + 800078,32 + 96$
- 8) $5487 + 765,5 + 989,08 + 0,78 + 57 + 865 + 733,99 + 633,8 + 88,8$

b) Subtraktion

- 1) a) $3422,5 - 61,007$ b) $3000000 - 3$ c) $4678,7 - 235,6$ d) $766,5 - 79$
- 2) a) $5800,5 - 54,001$ b) $800000 - 0,2$ c) $9341,7 - 411,5$ d) $83821,08 - 937,2$
- 3) a) $9060,5 - 94,001$ b) $800000 - 80080,2$ c) $9551,796 - 411,5$ d) $5298,8 - 4663,9$

c) Multiplikation

- 1) a) $65,23 \cdot 0,00038$ b) $760000 \cdot 39,41$ c) $3003 \cdot 555$ d) $6,7 \cdot 0,0052$ e) $6 \cdot 7569$
- 2) a) $43,54 \cdot 0,00062$ b) $59000 \cdot 54,48$ c) $4004 \cdot 666$ d) $83 \cdot 0,074$ e) $5 \cdot 25,64$
- 3) a) $78,61 \cdot 0,00062$ b) $86000 \cdot 86,48$ c) $2002 \cdot 545$ d) $0,042 \cdot 0,00037$ e) $9 \cdot 8,5342$

d) Division

- 1) a) $1368905,7 : 2,7$ b) $865 : 11$ c) $9059,7 : 0,69$ d) $30 : 0,0007$ e) $869 : 11$ f) $872,3 : 11$
- 2) a) $108541,891 : 2,7$ b) $793 : 13$ c) $8549,4 : 0,53$ d) $30 : 0,0007$ e) $44,45 : 7$ f) $31,2 : 13$
- 3) a) $12462,108 : 3,1$ b) $2696,4 : 63$ c) $1961,4 : 0,37$ d) $40 : 0,0013$ e) $5 : 11$ f) $4,71 : 13$

e) Punktrechnungen mit 10-Potenzen

(Punktrechnungen mit 10, 100, 1000 usw.)

- 1) a) $768,44 : 100$ b) $76844 : 100$ c) $768,44 \cdot 100$ d) $76844 \cdot 100$ e) $768,44 \cdot 10000$
- 2) a) $768,44 : 1000$ b) $76844 : 1000$ c) $768,44 \cdot 1000$ d) $76844 \cdot 1000$ e) $76844 \cdot 10000$
- 3) a) $768,44 : 10$ b) $76844 : 100000$ c) $768,44 \cdot 100$ d) $0,07684 \cdot 10000$ e) $768,44 \cdot 10$
- 4) a) $0,07684 : 100$ b) $0,7684 : 100$ c) $0,007684 \cdot 100$ d) $7,6844 \cdot 100$ e) $7,6844 \cdot 10000$

f) Textaufgaben

- 1) Dividieren Sie die Summe von 6 und 14 mit der Differenz von 17 und 12
- 2) Multiplizieren sie 19 um 13 reduziert mit dem Quotient von 69 und 23.
- 3) Finden Sie das Produkt des dreifachen von fünf mit 7.
- 4) Finden Sie das Produkt der Differenz von 23 und 18 und der Summe von 7 und 4
- 5) Multiplizieren Sie die Summe von 7 und 23 mit der Differenz von 16 und 10.
- 6) Dividieren sie 21 um 9 erhöht mit dem Dreifachen von 2.
- 7) Finden Sie das Produkt des sechsfachen von 3 mit 7.
- 8) Finden Sie den Quotient der Differenz von 23 und 8 mit 51 um 46 reduziert.
- 9) Die Differenz vom Quotient einer Zahl mit 5 und von 3 ist 7. Berechnen sie die Zahl.
- 10) Dividieren Sie die Zahl 17 und 23 erhöht mit der Zahl 32 auf 4 geteilt.
- 11) Multiplizieren sie 21 um 17 reduziert mit dem Quotient von 51 und 17.
- 12) Subtrahieren Sie aus dem Zehnfachen von 13 die Zahl 15 um 11 reduziert.
- 13) Finden Sie das Produkt der Differenz von 23 und 18 und der Summe von 11 und 4
- 14) Finden Sie das Produkt von 15 um 11 reduziert und der Summe von 9 und 2.
- 15) Die Summe des Fünffachen einer Zahl und des Quotienten aus 72 und 8 ist 24. Finden Sie die Zahl!
- 16) Erhöhen Sie die Summe aus 9 und 4 um den Quotient von 48 und 12.
- 17) Erhöhen Sie das Produkt der Differenz von 36 und 25 und der Summe von 3 und 5 um das siebenfache von 3.
- 18) Reduzieren Sie den Quotient der Differenz von 41 und 31 und der Summe von 2 und 3 um das vierfache von 5.
- 19) Erhöhen Sie das Produkt der Differenz von 41 und 31 und der Summe von 2 und 5 um das vierfache von 5.
- 20) Die Differenz des Fünffachen einer Zahl und 26 ist so viel, wie der Quotient aus 72 und 8. Finden Sie die Zahl.
- 21) Der Quotient einer Zahl mit 3 ist so viel, wie die Summe von 5 und 6. Finden Sie die Zahl.
- 22) Die Summe von 7 und einer Zahl ist so viel, wie das Produkt aus 3 und 13. Finden Sie die Zahl.
- 23) Das Produkt aus 6 und einer Zahl ist so viel, wie 87 um 15 reduziert. Finden Sie die Zahl.
- 24) Die Summe vom Quotient einer Zahl mit 5 und vom 7 ist so viel, wie die Differenz von 35 und vom Sechsfachen von 4. Finden Sie die Zahl.
- 25) Die Differenz vom Produkt einer Zahl mit 5 und vom 7 ist so viel, wie 43 um das Fünffache von 4 reduziert. Finden Sie die Zahl.
- 26) Die Differenz von 6 und dem Dreifachen einer Zahl ist so viel, wie 5 um 17 reduziert. Finden Sie die Zahl.

2. Vorrang der Rechenarten

a) Einfach(er...)

- 1) a) $4 + 12 : 3 - 1 - 7 \cdot 6 - (9 + 2)$ b) $4 + 12 : 3 - 1 - 7 \cdot 6 - 9 + 2$
 c) $4 + 12 : 3 - 1 - 7 \cdot 6 - (9 - 2)$ d) $(4 + 12) : (3 - 1) - 7 \cdot (6 - 9) + 2$
- 2) a) $63 : 9 - 2 + 5 - 3 \cdot 11 - 8$ b) $63 : (9 - 2) + (5 - 3) \cdot 11 - 8$ c) $63 : 9 - 2 + (5 - 3) \cdot (11 - 8)$
- 3) a) $5 + (63 : 9 + 5) : 3 - 2 + 5 - 3 \cdot 11 - 8$ b) $5 + (5 + 2 \cdot 8) : 3 - (2 + 5) - 3 \cdot (11 - 8)$
- 4) a) $9 + 15 : 3 - 1 - 9 \cdot 6 - 11 + 7$ b) $9 + 15 : 3 - 1 - 9 \cdot 6 - (11 - 7)$
 c) $9 + 15 : (7 - 4) - 1 - 9 \cdot 6 - (33 : 3 + 7)$ d) $9 + 15 : 3 - 1 - 9 \cdot 6 - (11 + 7)$
 e) $(9 + 15) : 3 - 1 - 9 \cdot (6 - 11) + 7$ f) $(9 + 15) : (3 - 1) - 9 \cdot (6 - 11 + 7)$
- 5) a) $19 + 15 : (7 - 28 : 7) - 5 - 9 \cdot 6 - 30 : (3 + 7)$ b) $19 + 15 : (7 - 28 : 7) - (5 - 9) \cdot 6 - 30 : 3 + 7$
- 6) a) $90 : 3 + 15 - (7 - 4) - 1 - 9 \cdot 6 - (24 : 3 + 5)$ b) $90 : (3 + 15) - 7 - 4 - 1 - 9 \cdot 6 - 24 : (3 + 5)$
- 7) $(-66) : (3 + 2 \cdot 4) + 21 - 7 \cdot (-5)$
- 8) $(-63) : (3 - 2 \cdot 6) + 43 + 7 \cdot (-2)$
- 9) $44 - (105) : (3 - 2 \cdot 5) + 21 + 11 \cdot (-5)$
- 10) $(56) : (4 - 144 : 12) + 23 - 7 \cdot 9 + (3 - 7) \cdot (-5)$
- 11) $(3 \cdot 5 - 10) \cdot (56 : 7 + 1) - 81 : (132 : 11 - 3) + (42 : 6 - 10) \cdot (-5)$
- 12) $4 \cdot (11 \cdot 3 - 144 : 4) - (4 \cdot 5 - 27) \cdot (55 : 11 - 8)$
- 13) $(6 \cdot 5 - 23) \cdot (55 : 11 + 4) - 99 : (104 : 13 + 1) + (72 : 8 - 10) \cdot (-5)$
- 14) $5 \cdot (7 \cdot 3 - 124 : 4) - (4 \cdot 7 - 27) \cdot (66 : 11 - 6)$ (Ant. -50)
- 15) $(88 : 11 - 3 \cdot 4) : (-2) + (-3 - 5) \cdot (10 - 3 \cdot 5) - 7 + 5 \cdot (6 - 7)$
- 16) $(2 + 65 : 5) : (11 - 2 \cdot 8) + 77 : 7 - (5 + 8) \cdot (33 : 3 - 105 + 94)$
- 17) $-43 + 5 \cdot 4 - (2 \cdot 8 + 96 : 8) : (5 - 12) + (5 - 8) \cdot (36 : 9 - 5)$
- 18) $84 : 7 + 5 \cdot (-11) - (+5) \cdot (-3) + (2 - 22 : 2) : (-3) - (+7) \cdot (+4)$
- 19) $66 : 6 + 5 : (52 : 4 - 2 \cdot 9) - (73 - 65) \cdot (19 - 3 \cdot 5) + 6 - 2 \cdot 17$
- 20) $3 + 11 \cdot 5 - 81 : (90 : 3 - 3) + (4 - 20 : 5) \cdot (-3)$

b) Mit Klammer in Klammer

- 1) $7 \cdot 5 + 36 : (45 : 5 - 5) - 6 + 2 \cdot [3 - (5 - 49 : 7) \cdot 4 + 5 \cdot (6 - 11)] + 53$
- 2) $8 + 39 : (-3) - [(9 + 75 : 5) : 3 - 1 - 9 \cdot (6 - 11) + 8] : (73 - 67) + 14 - 91 : 7$
- 3) $8 + (+39) : (+3) - [(9 + 75 : 5) : 3 - (1 - 9) \cdot (6 - 11) + 8] : (73 - 65) + (14 - 91) : 7$
- 4) $7 \cdot 5 + (-36) : (45 : 5 - 5) - (-6) + 2 \cdot [3 - (49 : 7 - 5) \cdot (4 + 5) \cdot (6 - 11)] + 53$
- 5) $7 - 5 \cdot (-36) : (45 : 5 - 5) - (-6) \cdot (-2) - [3 - (49 : 7 - 5) \cdot (4 + 5) - (6 - 11)] \cdot 3 - 53$

3. Bruchrechnungen

a) Gemischte Zahlen

1. a) $6\frac{5}{11}$ b) $4\frac{3}{7}$ c) $1\frac{2}{3}$ d) $2\frac{2}{5}$ e) $\frac{65}{11}$ f) $\frac{43}{7}$ g) $\frac{12}{3}$ h) $\frac{22}{5}$
2. a) $6\frac{5}{7}$ b) $4\frac{3}{13}$ c) $22\frac{2}{5}$ d) $1\frac{2}{9}$ e) $\frac{65}{7}$ f) $\frac{43}{13}$ g) $\frac{222}{5}$ h) $\frac{12}{9}$

b) Erweitern und Kürzen

1. $\frac{420}{630} = \frac{?}{18} = \frac{10}{?} = \frac{14}{?} = \frac{?}{45} = \frac{16}{?} = \frac{?}{3}$
2. $\frac{8}{14} = \frac{?}{70} = \frac{24}{?} = \frac{56}{?} = \frac{?}{126} = \frac{4}{?} = \frac{?}{21}$
3. $\frac{2772}{616} = \frac{?}{22} = \frac{63}{?} = \frac{36}{?} = \frac{?}{2} = \frac{18}{?} = \frac{?}{26}$
4. $\frac{14}{16} = \frac{?}{80} = \frac{21}{?} = \frac{56}{?} = \frac{?}{112} = \frac{7}{?} = \frac{?}{64}$

c) Strich- und Punktrechnungen

1. a) $\frac{5}{11} - \frac{7}{3}$ b) $\frac{10}{7} + \frac{18}{7}$ c) $\frac{66}{45} - \frac{21}{45}$ d) $\frac{8}{3} + \frac{3}{5}$ e) $\frac{7}{13} - \frac{13}{7}$ f) $\frac{7}{13} - \frac{7}{13}$ g) $\frac{7}{13} + \frac{7}{13}$
2. a) $\frac{6}{11} - \frac{5}{3}$ b) $\frac{10}{11} + \frac{23}{11}$ c) $\frac{74}{43} - \frac{31}{43}$ d) $\frac{7}{3} + \frac{3}{4}$ e) $\frac{8}{15} + \frac{8}{15}$ f) $\frac{8}{15} - \frac{8}{15}$ g) $-\frac{8}{15} - \frac{8}{15}$ h) $-\frac{8}{15} + \frac{7}{15}$
3. a) $-\frac{19}{13} - \frac{9}{4}$ b) $-\frac{19}{13} - \frac{7}{13}$ c) $\frac{19}{7} - \frac{15}{3}$ d) $-\frac{9}{13} - \frac{19}{7}$ e) $-\frac{7}{3} - \frac{11}{5}$ f) $-\frac{7}{3} + \frac{11}{5}$ g) $-\frac{19}{13} + \frac{7}{13}$
4. a) $-\frac{11}{4} - \frac{5}{3}$ b) $-\frac{11}{4} + \frac{5}{3}$ c) $\frac{11}{4} - \frac{5}{3}$ d) $\frac{11}{4} + \frac{5}{3}$ e) $\frac{9}{13} - \frac{5}{13}$ f) $\frac{8}{15} - \frac{8}{15}$ g) $\frac{8}{15} + \frac{8}{15}$ h) $-\frac{9}{13} - \frac{5}{13}$
5. a) $\frac{5}{11} : \frac{6}{7}$ b) $\frac{2}{3} : \frac{7}{5}$ c) $\frac{9}{2} : \frac{13}{5}$ d) $\frac{8}{3} : \frac{11}{5}$ e) $\frac{5}{13} : \frac{11}{7}$ f) $\frac{9}{2} : \frac{13}{5}$ g) $\frac{8}{3} : \frac{11}{5}$ h) $\frac{5}{11} : \frac{6}{7}$ i) $\frac{2}{3} : \frac{7}{5}$ j) $\frac{36}{55} : \frac{28}{15}$
6. a) $\frac{7}{11} : \frac{35}{44}$ b) $\frac{9}{14} : \frac{18}{28}$ c) $\frac{52}{25} : \frac{39}{25}$ d) $\frac{2}{3} : \frac{7}{11}$ e) $\frac{7}{34} : \frac{11}{17}$ f) $\frac{9}{17} : \frac{9}{17}$ g) $\frac{64}{25} : \frac{8}{5}$ h) $\frac{44}{55} : \frac{99}{45}$
7. a) $\frac{5}{11} : \frac{35}{33}$ b) $\frac{10}{14} : \frac{18}{21}$ c) $\frac{66}{45} : \frac{22}{45}$ d) $\frac{8}{3} : \frac{3}{5}$ e) $\frac{5}{13} : \frac{11}{26}$ f) $\frac{7}{13} : \frac{7}{13}$ g) $\frac{49}{81} : \frac{7}{9}$ h) $\frac{36}{55} : \frac{99}{77}$
8. a) $\frac{7}{11} : \frac{5}{4}$ b) $\frac{7}{11} - \frac{5}{4}$ c) $\frac{7}{11} \cdot \frac{5}{4}$ d) $-\frac{7}{3} - \frac{5}{3}$ e) $\frac{9}{4} \cdot \frac{5}{7}$ f) $-\frac{9}{4} - \frac{5}{7}$ g) $\frac{9}{4} - \frac{7}{4}$ h) $\frac{9}{4} : \frac{5}{7}$ i) $\frac{24}{55} : \frac{52}{33}$
9. a) $-\frac{11}{7} - \frac{13}{7}$ b) $\frac{11}{7} - \frac{13}{8}$ c) $\frac{11}{7} : \frac{13}{8}$ d) $\frac{11}{7} \cdot \frac{13}{8}$ e) $\frac{9}{5} \cdot \frac{8}{7}$ f) $\frac{9}{5} - \frac{8}{7}$ g) $\frac{9}{5} + \frac{7}{5}$ h) $\frac{9}{5} : \frac{8}{7}$
10. a) $\frac{14}{22} : \frac{35}{33}$ b) $\frac{14}{22} - \frac{35}{33}$ c) $\frac{14}{33} \cdot \frac{55}{35}$ d) $-\frac{17}{33} - \frac{49}{33}$ e) $\frac{9}{40} \cdot \frac{50}{21}$ f) $\frac{24}{40} - \frac{35}{21}$ g) $-\frac{9}{4} - \frac{7}{4}$ h) $\frac{9}{14} : \frac{15}{49}$
11. Zeigen Sie warum a) $\frac{3}{4} + \frac{2}{11} = \frac{41}{44}$ b) $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{13}{20}$ c) $\frac{1}{2} + \frac{3}{7} = \frac{13}{14}$ ist!

d) Kombinationen

- 1) a) $(\frac{3}{5} - \frac{3}{7}) : \frac{9}{14} + \frac{4}{5}$ b) $\frac{15}{3} - (\frac{2}{3} - \frac{4}{11}) : \frac{5}{22}$ c) $\frac{3}{22} : (\frac{3}{5} + \frac{3}{11}) - 3 \cdot (\frac{7}{3} : 3\frac{3}{6} - \frac{1}{3})$
- 2) a) $\frac{3}{10} - (\frac{4}{5} - 1\frac{1}{7}) : \frac{9}{14}$ b) $\frac{5}{22} : (\frac{2}{3} - \frac{4}{11}) + \frac{3}{11}$ c) $1\frac{1}{22} : (\frac{2}{3} + \frac{8}{11}) - 3 \cdot (\frac{7}{3} : 8\frac{1}{6} - \frac{1}{3})$
- 3) a) $\frac{3}{14} : (\frac{4}{7} + \frac{1}{5}) + \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{8}$ b) $\frac{2}{5} : (\frac{2}{3} - \frac{18}{10} \cdot \frac{2}{3}) + \frac{35}{36} \cdot \frac{9}{7}$ c) $\frac{3}{7} \cdot (\frac{8}{15} - \frac{35}{6} : \frac{14}{8}) - \frac{3}{8} \cdot (\frac{14}{9})$
- 4) a) $\frac{16}{15} \cdot \frac{5}{8} - \frac{28}{21} : (\frac{3}{5} - \frac{5}{7})$ b) $\frac{35}{36} \cdot \frac{9}{5} - \frac{2}{5} : (\frac{2}{3} - \frac{18}{10} \cdot \frac{2}{3})$ c) $\frac{5}{28} : (\frac{3}{7} - \frac{5}{11}) - \frac{7}{5} \cdot \frac{15}{8}$
- 5) a) $\frac{27}{8} \cdot (\frac{2}{5} - \frac{4}{9}) - \frac{13}{15} : \frac{26}{5}$ b) $\frac{16}{77} : (\frac{3}{5} - \frac{45}{28} : \frac{9}{4}) - \frac{12}{11} \cdot \frac{5}{4}$ c) $\frac{28}{39} \cdot (\frac{6}{7} - \frac{35}{4} : \frac{21}{8}) - \frac{3}{8} \cdot \frac{14}{15}$
- 6) a) $\frac{35}{9} \cdot (\frac{3}{4} - \frac{5}{7}) - \frac{7}{12} : \frac{14}{9}$ b) $\frac{28}{9} \cdot (\frac{2}{5} - \frac{4}{7}) - \frac{8}{15} : \frac{4}{5}$ c) $\frac{14}{5} \cdot (\frac{2}{3} - \frac{3}{7}) - \frac{8}{15} : \frac{2}{5}$

e) Textaufgaben zu Bruchrechnungen

- 1) Ein Bauer hat letztes Jahr 4494 kg Gemüse produziert. Ein Drittel davon waren Kartoffeln, zwei Siebtel Karotten, ein Fünftel Zucchini und der Rest andere Sorten. Wie viel kg von jeder Sorte sind das?
- 2) In einer Schule gibt es 1260 Kinder. Zwei Drittel davon lernen Mathematik, drei Fünftel Biologie, drei Viertel Literatur, zwei Siebtel Musik, zwei Fünftel Physik, ein Viertel Geschichte und ein Neuntel Geographie. Von wie vielen Kindern wird jedes Fach besucht?
- 3) 1092 Bewohner einer Stadt wurden gefragt, welches ihr Lieblingstier sei. Acht Dreizehntel haben den Hund gewählt, vier Siebtel die Katze, zwei Drittel das Pferd, drei viertel das Schaf. Wie viele Bewohner haben das jeweilige Tier gewählt? Ein Sechstel der Befragten hat gesagt, dass sie kein Tier mögen. Wie viele Bewohner sind sie?
- 4) Bei den Wahlen in einem Dorf haben von den 308 wahlberechtigten Bewohnern fünf Siebtel teilgenommen. Wie viele Bewohner sind es? Von den Bewohnern, die teilgenommen haben, haben zwei Fünftel die Partei A, ein Viertel die Partei B, zwei Elftel die Partei C und der Rest die Partei D gewählt. Wie viele Stimmen hat jede Partei bekommen? Sind die Wähler der Partei A mehr als die Leute die nicht teilgenommen haben?
- 5) Vier Fünftel der Luft, die wir ausatmen sind Stickstoff (N₂), drei Zwanzigstel sind Sauerstoff (O₂), ein Fünfundzwanzigstel ist Kohlendioxid (CO₂), ein Hundert-zwanzigstel Argon (Ar) und der Rest andere Stoffe. Wie viel von jedem Stoff gibt es in 4,35 Liter? Runden Sie auf zwei Nachkommastellen!
- 6) In einem Staat mit 8,46 Millionen Einwohner trinkt jeder Einwohner durchschnittlich vier Neuntel Liter Milch täglich. a) Wie viel Liter werden dann täglich konsumiert? b) Der Gewinn für die Eigentümer ist 1¢/Liter Milch. Wie viel ist der tägliche Gewinn? Finden Sie ihn gerechtfertigt?

7) Im einem Staat wie in Aufgabe 3 gibt es 4 Supermarktketten. Zusammen gewinnen die Eigentümer 21000€ täglich. Eigentümer A bekommt zwei Fünftel des Gewinns, Eigentümer B ein Drittel und den Rest teilen die anderen zwei Eigentümer. Wie viel gewinnt täglich jeder Eigentümer? Finden Sie den Gewinn gerechtfertigt?

8) Das Symbol % bedeutet hundertstel. Daher ist z.B. $2\% = \frac{2}{100}$, $37\% = \frac{37}{100}$ usw.

a) Wie viel ist 24% von 634g Apfelmus? b) Wie viel ist 3,4% von 55m?

9) (Physik) (die Aufgabe setzt Umformen voraus!) Die Formel für den Gesamtwiderstand R, wenn vier Widerstände parallel angeschlossen sind ist: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$. Finden Sie R, wenn $R_1=6$

Ohm, $R_2=4$ Ohm, $R_3=15$ Ohm und $R_4=10$ Ohm sind. Benutzen Sie PFZ bei der Lösung!

4. Primfaktorzerlegung

a) Teilbarkeit

Für die Teilbarkeit durch 11 gibt es eine Regel: *wenn die Differenz der alternierenden Summe der Ziffer einer Zahl 0 oder durch 11 teilbar ist, dann ist die Zahl auch durch 11 teilbar*. Beispiel: 981607. Man nimmt die Summe der ersten, der dritten und der fünften (alternierend) Ziffer $9+1+0=10$ und die Summe der zweiten, der vierten und der sechsten (alternierend) Ziffer $8+6+7=21$. Die Differenz der beiden Summen ist $21-10=11$, was durch 11 teilbar ist. Daher ist auch 981607 durch 11 teilbar!

Benutzen Sie die Regeln, die Sie gelernt haben, um zu finden, ob die folgenden Zahlen durch 2, 3, 5, 7, 9 oder 11 teilbar sind!

1. a) 5117384 b) 953107187 c) 66452145 d) 8037635 e) 713137 f) 37013713

b) Anwendungen

i Brüche kürzen

1. a) $\frac{936}{540}$ b) $\frac{735}{700}$ c) $\frac{77077}{91091}$ d) $\frac{8624}{6776}$ e) $\frac{23635}{44100}$ f) $\frac{20449}{22308}$ g) $\frac{3276}{12012}$ h) $\frac{216}{180}$ i) $\frac{660}{264}$ j) $\frac{10000}{5000}$

ii Strichrechnungen von mehreren Brüchen

1. a) $\frac{5}{6} - \frac{9}{12} + 2\frac{7}{10}$ b) $\frac{11}{21} - 3\frac{1}{5} + 2\frac{7}{15}$ c) $\frac{5}{8} - \frac{7}{18} + 2\frac{7}{20}$ d) $\frac{4}{5} - 3\frac{7}{12} + 2\frac{3}{10}$

2. a) $\frac{3}{20} - \frac{13}{15} + 2\frac{7}{12}$ b) $\frac{3}{20} + \frac{13}{66} - 2\frac{7}{36}$ c) $3\frac{3}{50} - \frac{13}{24} - 2\frac{8}{15}$ d) $5\frac{3}{8} - 7\frac{13}{18} + 2\frac{7}{12}$

3. a) $\frac{3}{20} - 4\frac{13}{25} + 3\frac{7}{10}$ b) $1\frac{29}{45} - \frac{13}{75} - 3\frac{7}{25}$ c) $5\frac{13}{28} - 2\frac{23}{77} - 2\frac{7}{22}$ d) $3\frac{3}{5} + \frac{2}{3} - 2\frac{7}{11}$

4. a) $\frac{3}{4} - \frac{3}{8} + \frac{7}{16}$ b) $\frac{3}{5} + \frac{11}{15} - \frac{2}{3}$ c) $\frac{17}{18} - 2\frac{1}{3} + 2\frac{5}{9}$ d) $\frac{1}{18} - 4\frac{1}{6} + 2\frac{5}{9}$

5. a) $\frac{17}{22} + \frac{5}{11}$ b) $\frac{17}{22} - \frac{5}{121}$ c) $2\frac{7}{9} - 3\frac{5}{27}$ d) $\frac{1}{2} - \frac{5}{8}$

5. Schlussrechnung

a) Direkte Proportionalität

- 1) Ein Fahrradfahrer fährt in 23 min 7,2 km.
 - a. Wie lang braucht er mit der gleichen Geschwindigkeit für 3,3 km?
 - b. Wie weit fährt er in 57 min?
- 2) Bei einer Fair-Trade Bananen-Plantage werden in einer Fläche von 20,3 Hektar 8540 Bäume angebaut.
 - a. Wie viele sind es dann in 0,5 Hektar?
 - b. Wie viel Fläche brauchen 43000 Bäume?
- 3) Eine Henne legt in 5 Tage 28 Eier.
 - a. Wie viel Eier legt sie in 7,5 Tage?
 - b. Wie lang braucht sie, um 16 Eier zu legen?
- 4) Ein Mensch atmet in Ruhe ca. 130 Liter Luft in 2 Minuten ein (und aus).
 - a. Wie viel Luft atmet er dann in 5 Minuten?
 - b. Wie lang braucht er für 450 Liter?
- 5) Eine Packung mit 25 Zigaretten kostet 6,7 €.
 - a. Wie viel kosten 13 Zigaretten?
 - b. Wie viel gibt ein Mensch in einem Monat (30 Tage) aus, wenn er 1,4 Packungen pro Tag raucht.
 - c. Wie viel Geld ist das in 10 Jahren?
- 6) Ein Auto verbraucht 30 Liter Benzin pro 430 km.
 - a. Wie viel ist es in 6740 km?
 - b. Wie weit kann man mit 0,7 Liter fahren?
- 7) Für die Produktion des Kakaos in Elfenbeinküste sind Kinder eingesetzt. Für die Produktion von 25 kg Kakao bezahlt eine Firma 7 €. Wie viel kostet dann der Firma das notwendige Kakao für 200 Schokoladen, wenn pro Schokolade 30g notwendig sind?
- 8) 5 Kühe produzieren 35 Liter am Tag. Wie viele Kühe produzieren (unter gleichen Bedingungen) 56 Liter am Tag?
- 9) Eine Kakerlake braucht für 55 Meter 18 Minuten. Wie lang braucht sie für 8 Meter?
- 10) Ein Kind in Kolumbien erntet 45kg Coca in 3,2 Stunden. Wie lang braucht es für 132kg?
- 11) a. Jede Stunde sterben an der Welt 663 Kinder an Hunger. Wie viele sterben jede 38 min?
b. Trotzdem wächst die Bevölkerung in den Staaten, wo die Kindersterblichkeit so groß ist! In einem Staat sterben zwar 7 Kinder jede 370min an Hunger, es werden aber gleichzeitig doch 9 geboren. Wie viele Kinder mehr pro Tag sind es dann?

b) Direkte und indirekte Proportionalität

- 1) In einer WG wohnen 7 Leute und jede Person bezahlt 245€ im Monat. Wenn doch nur 5 Leute in der WG bleiben und die Gesamtmiete gleich bleibt, wie viel muss jede Person bezahlen?
- 2) Für 25 Kühe braucht man 450kg Futter pro Woche.
 - a. Wie viel braucht man pro Woche für 3 Kühe?
 - b. Wie viele Kühe kann man in einer Woche mit 6400kg Futter besorgen?
 - c. Wie viel Futter braucht man für 25 Kühe in 23 Tage?
 - d. Wie viel Futter braucht man für 35 Kühe in 53 Tage?
- 3) Der Vorrat in einem Bunker reicht für 105 Tage aus, wenn 5 Leute dort bleiben. Für wie lang reicht der Vorrat aus, wenn 2 Menschen dazu kommen?
- 4) 11 Arbeiter brauchen 54 min um eine Gewisse Arbeit zu erledigen.
 - a. Wie lang brauchen 7 Arbeiter mit der gleichen Leistung?
 - b. Wie viele Arbeiter sind notwendig, um die Arbeit in 66 min zu erledigen?
- 5) Ein Kuchen wird auf 9 geteilt und jede Person bekommt 47,3 g. Wie viel wurde jede Person bekommen, wenn der gleiche Kuchen auf 11 geteilt würde?
- 6) In einer Plantage sind für die Produktion von 25 kg Kakao in 5 Stunden 14 Kinder notwendig.
 - a. Wie viele Kinder braucht man, damit diese Produktion in höchstens 3 Stunden stattfindet?
 - b. Wie viele Kinder braucht man, um in 5 Stunden 75 kg Schokolade zu produzieren?
 - c. Wie viel Kakao wird in 5 Stunden von 8 Kindern produziert?
 - d. Wie viel Kakao wird in 5 Stunden von einem Kind produziert?
 - e. Wie viel Kakao wird in 8 Stunden von 13 Kinder produziert?
 - f. Wie viel Kakao wird in einer Stunde von einem Kind produziert?
- 7) In einer Schule hat eine Firma entschlossen jedem Schüler 150 g Schokolade zu schenken. 24% wollten doch keine Schokolade. Wie viele g haben die anderen dann doch bekommen, wenn die Gesamtmenge gleich bleibt?
- 8) In einer Bergbau in Kongo produzieren 9 Arbeiter pro Tag (14 Stunden) 385g Cobalt.
 - a. Wie viele sind notwendig um unter gleichen Bedingungen 3,54kg/Tag zu produzieren?
 - b. Wie viele Arbeiter sind notwendig um 385g Cobalt in 1,75 Stunden zu produzieren?
- 9) In Österreich entsprechen durchschnittlich 1,2 Handys pro Einwohner (Bevölkerung: 8,3 Millionen).
 - a. Wenn pro 250 Handys 0,44 g Cobalt notwendig sind, wie viele g sind für ganz Österreich notwendig?
 - b. Finden Sie auch, wie viel Geld ein Österreicher für die Produktion des Cobalts in seinem Handy ausgibt, wenn 2g 0,5€ kosten.
- 10) Das Heu in einem Stall mit 27 Kühe reicht für 120 Tage aus.
 - a. Für wie lang reicht es aus, wenn 7 Kühe geschlachtet werden?
 - b. Für wie viele Kühe reicht der Vorrat für 135 Tage aus?

- 11) In Nordkorea war 1990 eine Produktion von $1,26 \cdot 10^9$ kg Weizenmehl vorhergesehen. Die Einwohner Koreas sind ca. 35000000 Menschen. Wie viele kg bekäme eine 7-köpfige Familie, wenn die Produktion auf alle Bewohner gleich verteilt würde. Wie viele kg wären das pro Tag?
- 12) Die Produktion (siehe vorherige Aufgabe) war doch nicht so groß wie vorgesehen. Die Produktion würde pro Kopf und Tag nur 65g sein, wenn niemand gestorben wäre. Doch aus wirtschaftlichen Gründen (Fall des Ostblocks) sind an diesem Jahr einiger Bewohner verhungert (ca. 7 Millionen). Wie viel hat dann jeder Einwohner pro Tag bekommen?
- 13) Wieder in Nordkorea wurden in einer Industrie 34000 Fernseher in 210 Tagen produziert. Bei gleichen Bedingungen wie viele Fernseher würden in 145 Tagen produziert? Wie viele Tage hätte die Produktion von 58400 Fernseher gedauert?
- 14) Eine Klasse hat für einen Ausflug einen Bus gemietet, jede der 27 Personen (SchülerInnen und LehrerInnen) muss dann 35€ bezahlen. Zwei SchülerInnen sind aber doch krank und werden nicht bezahlen. Wie viel muss jede der anderen Personen dann bezahlen?
- 15) Eine Kuh produziert 63 Lt Milch in 7 Tagen. Wie viel produziert sie in 11 Tagen?

6. Prozentrechnung

a) Grundaufgaben

- 1) a) Wie viel ist 13% von 235kg? b) Wie viel % von 13 Liter sind 235 Liter?
c) Wie viel % von 235 Liter sind 13 Liter? d) Von wie vielen kg sind 13kg 235%?
- 2) a) Wie viel ist 0,3% von 231kg? b) Von wie vielen kg sind 231kg 0,3%?
c) Wie viel ist 231% von 0,3kg? d) Wie viel % von 231 Liter sind 0,3 Liter?
- 3) a) Wie viel ist 673% von 23,5m? b) Wie viel % von 673 m sind 23,5 m?
c) Wie viel % von 23,5 m sind 673 m? d) Von wie vielen m sind 673m 23500%?
- 4) a) Von wie vielen kWh sind 0,069kWh 4600%? b) Wie viel % von 4600kWh sind 0,069kWh?
c) Wie viel % von 0,069kWh sind 4600kWh? d) Wie viel ist 0,069% von 4600kWh?
- 5) In einer Forschung hat sich gezeigt, dass von 253 Leute, die einen Herzinfarkt mit weniger als 40 Jahren alt erleiden, 237 Raucher sind. Wie viel % ist das?
- 6) Ein Raucher gibt monatlich 23% seines Nettogehalts (1300€) für Zigaretten. Wie viel Geld ist das?
- 7) Eine Forschung hat gezeigt, dass von 5400 Todesfälle, 895 dem Rauchen (Herzinfarkt, Krebs usw.) zuzuschreiben sind. Wie viel % ist das?
- 8) (Pearl-Index) Bei 73 Frauen, die 7 Jahre lang eine Verhütungspille genommen haben, gab es 3 Schwangerschaften. Berechnen Sie den Pearl-Index :
$$\frac{\text{Anzahl der Schwangerschaften} \cdot 1200}{\text{Anzahl der Frauen} \cdot \text{Anwendungsmonate}}$$

b) Vertiefende Aufgaben

1. Schreiben Sie folgende Prozentsätze als Kommazahlen: a) 150% b) 3% c) 27% d) 23750%
e) 0,06% f) 3,8% g) 46,1% f) 323,7% h) 3000000% i) $\sqrt{7}\%$ j) 2,36% k) 0,458%
2. Schreiben Sie folgende Prozentsätze als gekürzte Brüche: a) 150% b) 25% c) $66,6\%$ d) 50%
e) 20% f) 10% g) 1% f) $33,3\%$ h) 2000% i) 40% j) x% k) 60% l) 80% m) 100%
3. Schreiben Sie folgende Brüche als Prozentsätze: a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{2}{4}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{30}{60}$ f) $\frac{3}{4}$ g) $\frac{4}{5}$ h) $\frac{1}{4}$ i) $\frac{25}{75}$
4. Ein Haus mit 283m² Fläche wird um 47% vergrößert. Wie groß ist die neue Fläche?

5. Die Länge eines 4,1 m langen Tisches wird um 27% verkleinert. Berechnen Sie die neue Länge!
6. Ein Kind ist im letzten Jahr um 12% gewachsen und ist jetzt 28cm groß. Wie groß war es vor einem Jahr?
7. Das Gehalt der Dienstmädchen in einem Hotel wurde um 7% gekürzt und ist jetzt 790,5€. Wie viel war das ursprüngliche Gehalt?
8. Ein Pflanze mit 0,83m Höhe wächst um 24%. Wie viel ist die neue Höhe?
9. Ein 6,2m großer Baum wird um 35% geschnitten. Berechnen Sie die neue Höhe!
10. Die Nase von Pinocchio ist nach einer Lüge um 24% gewachsen und ist jetzt 3,1cm lang. Wie lang war sie vor der Lüge?
11. In manchen Staaten gibt es den „Brauch“, wenn jemand stiehlt, ihm die Hand abzuhacken. Der Arm eines (unschuldigen aber doch) Verurteilten wurde dadurch um 24% kürzer und ist jetzt 49,4cm lang. Berechnen Sie die ursprüngliche Länge!
12. Ein Lied dauert 6,5min, die verlängerte Version 24% mehr. Jemand hat es geschafft 30% der verlängerten Version zu hören. Wie viel Zeit wäre das?
13. Der Teig für ein Brot ist 1,2 Liter, beim Gären wächst es um 45%, beim Backen wird das Volumen aber wieder um 20% weniger. Wie viel ist das Volumen am Ende? Um wie viel % ist das Volumen gewachsen (oder reduziert) insgesamt?
14. Ein Baum wächst in einem Jahr um 30%. Dann wird er um 25% geschnitten. Seine Höhe ist dann 13,65m. Berechnen sie die ursprüngliche Höhe! Um wie viel % hat sich die Höhe insgesamt geändert?
15. Ein Hausbesitzer hat die Fläche seines Hauses um 60% vergrößert. Durch einen Brand ist aber doch 37,5% der neuen Gesamtfläche verbrannt. Die verbliebene Fläche war 245m². Berechnen Sie die ursprüngliche Fläche! Um wie viel % hat sich die Fläche insgesamt verändert?
16. Ein Gegenstand wächst um 25% und dann wird um 20% kleiner. Die Größe am Ende ist 42 Einheiten. Berechnen Sie die ursprüngliche Größe!
17. Das Gehalt eines Arbeiters wurde im Jahr 2013 um 7% gekürzt und im Jahr 2014 um 15% erhöht und war dann 941,16€. Wie viel war das ursprüngliche Gehalt? Um wie viel % wurde das Gehalt insgesamt erhöht (oder gekürzt)?
18. Den Anfangswert (100%) nennt man auch Grundwert G, den Wert am Ende Prozentwert W, der Prozentsatz p(%) hat keinen anderen Namen. Versuchen Sie mit Hilfe der Schlussrechnung eine Formel zu entwickeln, die a) den Prozentwert, b) den Grundwert, c) den Prozentsatz berechnet, wenn die restlichen Werte gegeben sind! Benutzen Sie dabei folgende Schlussrechnung:
G 100(%)
W p(%)

c) Umsatzsteuer (USt.) und Rabatt

1) Berechnen Sie die fehlenden Werte in der Tabelle:

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
Nettoverkaufspreis €	3500€					336000€	
USt. %	14%	10%	60%	20%			
USt. €					129€		195€
Bruttoverkaufspreis €		92,4€	88€			369600€	
Rabatt %	10%	10%	37,5%	5%	10%	3%	
Rabatt €							195€
Preis nach dem Rabatt €				478,8€	939,55€		780€

2) Berechnen Sie die fehlenden Werte in der Tabelle:

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
Nettoverkaufspreis €	550€					550€	
USt. %	18%	15%		20%	60%		
USt. €			4,2€				58€
Bruttoverkaufspreis €					1408€	605€	
Rabatt %	8%	10%	5%	20%	37,5%	3%	
Rabatt €		8,97€					63,8€
Preis nach dem Rabatt €			41,99€	720€			574,2€

3) Berechnen Sie die fehlenden Werte in der Tabelle:

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
Nettoverkaufspreis €	455					336000	
USt. %	14%	25%	25%	20%			10%
USt. €					50		
Bruttoverkaufspreis €		44	88			386400	
Rabatt %	14%	20%	10%	15%	10%	3%	10%
Rabatt €							77
Preis nach dem Rabatt €				255	270		

4) USt.

- a. Der Nettoverkaufspreis einer Ware ist 650€, die USt. 12%. Berechnen Sie den Bruttoverkaufspreis!
- b. Der Nettoverkaufspreis einer Ware ist 428€, die USt. 15%. Berechnen Sie den Bruttoverkaufspreis!
- c. Der Nettoverkaufspreis einer Ware ist 2,8€, die USt. 25%. Berechnen Sie die USt. und den BVP!
- d. Der Bruttoverkaufspreis einer Ware ist 82,88€, die USt. 12%. Berechnen Sie den Nettoverkaufspreis!
- e. Der Bruttoverkaufspreis einer Ware ist 4,4€, die USt. 10%. Berechnen Sie die USt. und den NVP!
- f. Die 20%-ge USt. einer Ware ist 70€. Berechnen Sie den BVP und den NVP!

5) Rabatt

- a. Der Bruttoverkaufspreis einer Ware ist 230€, der Rabatt 5%. Berechnen Sie den Preis nach Rabatt!
- b. Der Bruttoverkaufspreis einer Ware ist 98€, der Rabatt 25%. Berechnen Sie den Preis nach Rabatt und den Rabatt!
- c. Der Preis nach Rabatt einer Ware ist 36000€, der Rabatt 2%. Berechnen Sie den Bruttoverkaufspreis!
- d. Der Preis nach Rabatt einer Ware ist 109,99€, der Rabatt 15%. Berechnen Sie den Bruttoverkaufspreis und den Rabatt!
- e. Der 6%-ge Rabatt ist 9€. Berechnen Sie den BVP und den Preis nach Rabatt!

6) USt. und Rabatt

- a. Der Nettoverkaufspreis einer Ware ist 230€, die USt. 14% und der Rabatt 5%. Berechnen Sie den Bruttoverkaufspreis, den Preis nach Rabatt, die USt. und den Rabatt!
- b. Der Nettoverkaufspreis einer Ware ist 85€, die USt. 25% und der Rabatt 20%. Berechnen Sie den Bruttoverkaufspreis, den Preis nach Rabatt, die USt. und den Rabatt!
- c. Der Preis nach Rabatt einer Ware ist 230€, der Rabatt 20% und die USt. 15%. Berechnen Sie den Bruttoverkaufspreis, den Nettoverkaufspreis, den Rabatt und die USt.!
- d. Der Preis nach Rabatt einer Ware ist 70,4€, der Rabatt 20% und die USt. 8€. Berechnen Sie den Bruttoverkaufspreis, den Nettoverkaufspreis, den Rabatt und den Umsatzsteuersatz!

d) Zinsen und Kapitalertragssteuer (KESt.)

- 1) Das Kapital in einem Bankkonto ist 550€, der Zinssatz 0,8%. Berechnen Sie den Gutschrift (also die effektiven Zinsen), die Zinsen und das Guthaben nach einem Jahr!
- 2) Das Kapital in einem Bankkonto ist 90000€, die Zinsen nach einem Jahr 270€. Berechnen Sie den Gutschrift (also die effektiven Zinsen), den Zinssatz, den effektiven Zinssatz die KESt. und das Guthaben nach einem Jahr!
- 3) Das Guthaben in einem Bankkonto nach einem Jahr ist 8425,2€, der Zinsen nach einem Jahr 33,6€. Berechnen Sie den Gutschrift (also die effektiven Zinsen), den Zinssatz, den effektiven Zinssatz und das ursprüngliche Kapital!
- 4) Das Guthaben in einem Bankkonto nach einem Jahr ist 54243€, die effektiven Zinsen nach einem Jahr 243€. Berechnen Sie die Zinsen (ohne KESt.), den Zinssatz, den effektiven Zinssatz, die KESt. und das ursprüngliche Kapital!

5) Berechnen Sie die fehlenden Werte in der Tabelle: (die KESt. ist immer 25% der Zinsen!)

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
Kapital €	5000	6000					458000
Zinssatz %	0,22%		0,22%	0,75%			
Jahreszinsen €		120	320				
KESt €						18	
Effektiver Zinssatz%							0,45%
Gutschrift €					280		
Guthaben €				4022,5	7080	1275	

6) Berechnen Sie die fehlenden Werte in der Tabelle: (die KESt. ist immer 25% der Zinsen!)

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
Kapital €	400	600					35000
Zinssatz %	0,20%		0,25%	0,60%			
Jahreszinsen €		18	320				
KESt €						0,55	
Effektiver Zinssatz%							0,24%
Gutschrift €					56,25		
Guthaben €				34153	7556,25	551,65	

7) Berechnen Sie die fehlenden Werte in der Tabelle: (die KESt. ist immer 25% der Zinsen!)

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
Kapital €	7500	300					657500
Zinssatz %	0,22%		0,36%	0,92%			
Jahreszinsen €		7,2	180				
KESt €						3	
Effektiver Zinssatz%							0,33%
Gutschrift €					45		
Guthaben €				4430,36	4045	3009	

7. Wachstums- und Zerfallsprozessen

- 1) Die Bevölkerung in Kenia im Jahr 2016 war ca. 47 Millionen Menschen, der jährliche Wachstum ca. 2,6%. Wie groß wird die Bevölkerung im Jahr 2040 sein, wenn der Wachstum gleich bleibt? Welche wären die Ergebnisse eines solchen Wachstums? Wie ist die Lage in Ihrem Land?
- 2) Das Iod-Isotop ^{131}I (wird in nuklear-medizinischen Therapie benutzt) wird täglich um 8,3% weniger. Wie viele Atome des Isotops bleiben nach 7,2 Stunden, wenn wir am Anfang 3800 Atome haben?
- 3) Ein Bakterien-Kultur hat am Anfang 2 Bakterie und wächst um 130% jede Minute. Wie vielen Bakterien gibt es in der Kultur nach 3,9 Stunden?
- 4) Ein Bakterien-Kultur hat am Anfang 30000000 Bakterie und verfällt dank eines Antibiotikums um 23% jede Stunde. Wie vielen Bakterien gibt es in der Kultur nach 2,3 Tagen?
- 5) In einem Bankkonto ist das Guthaben im Jahr 2012 45270€, der Zinssatz 0,8%.
 - a) Berechnen Sie den effektiven Zinssatz, die effektiven Zinsen und das Guthaben im Jahr 2013 und im Jahr 2011!
 - b) Berechnen Sie das Guthaben im Jahr 2040!
- 6) Die gleiche Bank gibt Kredite mit 2,4% Jahreszinssatz. Berechnen Sie wie viel Geld sie im Jahr 2040 zurückbekommen soll, wenn sie im Jahr 2011 45000€ ausleiht! Wie viel Geld wird das sein, wenn sie jeweils 45000€ an 12 Leuten ausleiht?
- 7) Der Kaffee in einer Tasse kühlt um 3% jede 30s ab. Welche Temperatur wird eine Tasse kochenden Kaffees (100°C) nach 15 min haben?
- 8) Es gibt eine Geschichte über einen König, der einem Weisen versprochen hatte, ihm mit Weizenkörner zu bezahlen, wenn der Weise mit ihm Schach spielen würde. Der Weise hat gesagt, der König sollte ein einziges Weizenkorn am ersten Quadrat des Schachbretts stellen und die Weizenkörner bei jedem nächsten Quadrat verdoppeln. Erklären Sie warum der König den Weisen nicht bezahlen konnte. Finden Sie heraus: wie viele Körner wären dann am letzten Quadrat?
- 9) Meeresschweinchen (eine Art von Mäuse) vermehren sich ziemlich schnell. Nehmen wir an, dass sie sich jede Woche verdreifachen. Wie viele wird es dann nach einem Jahr geben? Stellen Sie sich vor, diese Mäuse leben in einem Wald. Was wird passieren, wenn sie sich so vermehren? Ist es überhaupt möglich, dass sie immer mehr werden?
- 10) Das Plutonium-Isotop ^{239}Pu (wird in nuklear-Reaktoren für die Produktion von Energie benutzt) wird jede ca. 25 Jahrtausenden halbiert (um 50% weniger; diese Zeit nennt man allerdings *Halbwertszeit*). Wie viele Jahre dauert es bis von einer gewissen Menge ein Sechstel übrig bleibt? Die Radioaktivität dieses Elements ist gefährlich. Denken Sie über die Konsequenzen seiner Benutzung nach und erfahren Sie im Internet, was mit dem radioaktiven Abfall passiert!

8. Arbeiten mit Termen

a) Potenzen

1) Vereinfachen Sie:

a) $a^4 \cdot a^6 =$ b) $r^{23} \cdot r^5 =$ c) $w^7 \cdot w^{-3} =$ d) $\frac{n^8}{n^5} =$ e) $d^k \cdot d^8 =$ f) $\frac{x^7}{x^{-8}} =$

2) Finden Sie die unbekannte Hochzahl x:

a) $a^{65} \cdot a^{14} = a^x$ b) $r^{-7} \cdot r^{-4} = r^x$ c) $w^{-6} \cdot w^{42} = w^x$ d) $\frac{b^{15}}{b^8} = b^x$ e) $\frac{b^w}{b^q} = b^x$ f) $\frac{k^5}{k^8} = k^x$

3) Vereinfachen Sie:

a) $3^{35} \cdot 3^{47} =$ b) $8^{23} \cdot 8^{-p} =$ c) $r^{-u} \cdot w^{-3} =$ d) $\frac{5^{-8}}{n^x} =$ e) $d^{-k} \cdot d^d =$ f) $\frac{x^{-7}}{x^{-e}} =$ g) $d^{-5} \cdot d^{d-2} =$

4) Finden Sie die unbekannte Hochzahl x:

a) $39^{39} \cdot 39^{14} = 39^x$ b) $r^{-u} \cdot r^{-k} = r^x$ c) $w^{-6k} \cdot w^{9k} = w^x$ d) $\frac{b^{15u-3e}}{b^{-8u+4e}} = b^x$ e) $\frac{b^{w-q}}{b^q} = b^x$

b) Grundaufgaben

Vereinfachen Sie!

1) $4d^2+3d-24+5d+11-12d^2-34$

2) $4xz+3x-2x^2-5x^2+7x-3xz-5xz-4x$

3) $4r^2+5r^5-r^2+7r-3r^2-6r^5+2r-9r$

4) $u^8-8u+3u^3-2u^8+4u+4u+u^3+5u^3+u+u^3$

5) $4e^2w+5w \cdot e^2-w^2e^2+7r+e^3w-3w^2e^2-6e^3w+2r-9w^2e^2$

6) $p^2r+p^3r-pr^3+pr-r p^3$

c) Klammer Auflösen

i Mit einer Klammer

1) a) $3 \cdot (4u+2)$ b) $5 \cdot (5-3d)$ c) $4s^2(2s^3-3s)$ d) $2e^7(8e \cdot u-5e^2 \cdot w)$ e) $5z^3v(2z \cdot v^7+3z^5v)$

2) a) $4t(3t^2-5t+6)$ b) $e(e+8-2e^8)$ c) $2d^7(5d^9-9d^2+3d)$ d) $3y^4x(2x-3y+4x^4y^9)$

ii Mit zwei Klammern

1) a) $(2x^3-9) \cdot (5x+3)$ b) $(6t-3) \cdot (4-t)$ c) $(5f+2) \cdot (4f+3)$ d) $(4a-2r) \cdot (4a-3r)$

2) a) $(3b^3+5) \cdot (2-4b^2)$ b) $(7u^5-2) \cdot (2-3u^5)$ c) $(i+e) \cdot (u+k)$ d) $(k^2j-7) \cdot (2+k^5j^3)$

3) a) $(2h^3-8) \cdot (4h^5+3)$ b) $(6t^4-3) \cdot (4-t)$ c) $(7f+2) \cdot (4f+11)$ d) $(4a+2r) \cdot (4r-3a)$

4) a) $(w-8) \cdot (w-3)$ b) $(x^5-4) \cdot (x^2+3)$ c) $(t-z) \cdot (r-k)$ d) $(2t^3k-4) \cdot (3t^2k^2-1)$

5) a) $(3p^5-3e) \cdot (2p^5-5e)$ b) $(2k^3-3p) \cdot (2p-5k^3)$ c) $(3b^4-2e) \cdot (2b^4+7e)$ d) $(5k^6-8c) \cdot (2k^6-7c)$

d) Herausheben

1) a) $7u^5k^3z-35u^4k^6z^5+14u^7k^2z^5$ b) $4a b^7x^4 + 6b^9x^5 - 14a^8b^8x^8 - 10a^7b^7x^7c$

2) a) $6b^6k^3m^2-3b^5k^2m^2+15b^5k^9m^5-9b^8k^8m^8$ b) $15t^4m^7x^3+5t^5m^3x^8-20t^4m^7x^7$ c) $6z^3k^6u^4-7x$

e) Binomische Formeln

(Klammer auflösen):

1) a) $(3t-4s)^2$ b) $(r+5d)^2$ c) $(2e+3m)(2e-3m)$ d) $(7x-11y)^2$ e) $(6z+7p)^2$ f) $(m-2v)(m+2v)$

2) a) $(8y-3h^2)(8y+3h^2)$ b) $(12u^3-5q^2)^2$ c) $(9f^7+10g^5)^2$

(Faktorisieren, also mit Klammern schreiben):

3) a) $4r^2-25z^2$ b) $9u^6-30u^3k+25k^2$ c) $49d^4+84d^2m^4+36m^8$ d) $121k^{12}-81w^{30}$

4) a) $81m^2+18+1$ b) $49-28v+4v^2$ c) $64-49n^6$ d) $100h^4-6h^5+9h^6$ e) $z^6+2z^3b^4+b^8$

(Ist es eine binomische Formel? Wenn nein, warum nicht?):

5) a) $9r^2-25z^2$ b) $9u^6-15u^3k+25k^2$ c) $49d^4+84d^2m^4+42m^8$ d) $z^6+6z^3b^4-9b^8$

(was fehlt da?):

6) a) $81m^2+?+4$ b) $63-28v^3+4v^2$ c) $49u^6-?u^3k+25k^2$ d) $100h^6-6h^2+9h^8$ e) $?z^6+4z^3b^4+4b^8$

f) Bruchterme kürzen

1) a) $\frac{15s^3-6s^2}{25s^2-4}$ b) $\frac{9w^2-12w+4}{15w^3-10w^2}$ c) $\frac{121x^4-36s^2}{121x^4+132x^2s+36s^2}$ d) $\frac{15s^3n^4-6s^2n^4}{10s^8-4s^7}$

Schwierigere Aufgaben

Beispiel: erst herausheben, dann nach binomische Formel suchen und am Ende kürzen!

$$\frac{27w^4n-36w^3n+12w^2n}{15w^3n^3-10w^2n^3} = \frac{3w^2n(9w^2-12w+4)}{5w^2n^3(3w-2)} = \frac{3w^2n(3w-2)^2}{5w^2n^3(3w-2)} = \frac{3(3w-2)}{5n^2}$$

2) a) $\frac{18w^3b^5+24w^2b^5+8wb^5}{27w^4b^2-12w^2b^2}$ b) $\frac{75x^6s^2-12x^2s^4}{25x^4+20x^2s+4s^2}$ c) $\frac{15s^3b^3-6s^2b^3}{100b^5s^3-16b^5s}$

g) Bruchtermgleichungen

Finden Sie die Definitions- und die Lösungsmenge in den folgenden Aufgaben:

1) a) $\frac{2}{w+1} - \frac{3}{w-1} = \frac{3w+7}{w^2-1}$ b) $\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a^2+a} = \frac{1}{a}$ c) $\frac{2}{x+1} - \frac{3}{x-1} = \frac{3x-13}{x^2-1}$

2) a) $\frac{2k+3}{k-2} - \frac{2k-5}{k+2} = \frac{11k+6}{k^2-4}$ b) $\frac{2z+3}{z-2} - \frac{4z-5}{2z} = \frac{7z-5}{z^2-2z}$

3) a) $\frac{7b^2+14b}{b^2-4} - \frac{5b^2+10b}{b^2+4b+4} = \frac{2b^2+6}{b^2-4}$ b) $\frac{3y^2+6y}{y^2-4} - \frac{5y^2+30y+45}{3y^2+9y} = \frac{4y^2-7y+34}{3y^2-6y}$

9. Umformen

a) Die Gegenrechnungen

Berechnen Sie in allen Beispielen die jeweils unbekannt Variable!

1) a) $352=x+76$ b) $z+877=343$ c) $56=d-87$ d) $875=j-378$ e) $34=546-x$

2) a) $217=7x$ b) $11z=143$ c) $225=5d$ d) $\frac{x}{15}=34$ e) $23=\frac{b}{4}$ f) $g:13=8$ g) $\frac{125}{z}=25$

b) Kombinationen

Berechnen Sie in allen Beispielen die jeweils unbekannt Variable!

1) a) $3 \cdot (4x-5) = 5x+6$ b) $-5-3a=7 \cdot (4-2a)$ c) $5 \cdot (p-13) = 3 \cdot (11-3p)$ d) $13c+15=9 \cdot (c-4)$

2) a) $3 \cdot (11x-5) = 5x-1$ b) $10-7b=6 \cdot (5-2b)$ c) $9 \cdot (y-13) = 3 \cdot (7-3y)$ d) $17y+14=9 \cdot (3y-4)$

3) a) $5 \cdot (3x - 7) = 6x+1$ b) $7 \cdot (3a - 4) = 6a+17$ c) $5 \cdot (3v - 11) - 8v=1$ d) $7(2u - 11) = 3u-11$

4) a) $7(21-a)+11a=199$ b) $3(40-g)+7g=148$ c) $4(30-3p)-6p=380-7(9p+5)$

10. Darstellung von Zahlen

A) Mit welchen aus den folgenden Zahlen ist 4% gleich? 1) 0,4 2) $\frac{2}{5}$ 3) $\frac{4}{100}$ 4) $\frac{1}{25}$ 5) 0,04

B) Mit welchen aus den folgenden Zahlen ist 23 gleich? 1) 23% 2) 230% 3) 2300% 4) $\frac{69}{3}$ 5) $\frac{59}{3}$

C) Mit welchen aus den folgenden Zahlen ist 8 gleich? 1) 2^3 2) 80% 3) 800% 4) 8% 5) $\frac{24}{3}$

D) Mit welchen aus den folgenden Zahlen ist 0,09 gleich? 1) $0,3^2$ 2) $0,03^2$ 3) 9% 4) $\frac{9}{10}$ 5) $\frac{18}{200}$

E) Mit welchen der folgenden Zahlen ist 37,5% gleich? 1) 3,75 2) $\frac{3}{8}$ 3) 0,375 4) $\frac{15}{40}$ 5) $\frac{37,5}{100}$

F) Mit welchen aus den folgenden Zahlen ist 81 gleich? 1) 3^2 2) 3^3 3) 3^4 4) 9^2 5) 810% 6) 8100%

G) Mit welchen aus den folgenden Zahlen ist 0,16 gleich? 1) $0,4^2$ 2) 16% 3) 0,16% 4) $\frac{1,6}{10}$ 5) $\frac{16}{100}$

H) Mit welchen der folgenden Zahlen ist 0,16% gleich? 1) $0,4^2$ 2) $0,04^2$ 3) 0,0016 4) $\frac{16}{100}$ 5) 0,16

a) Runden

Machen Sie folgende Rechnungen und runden Sie das Ergebnis jeweils auf 5, 4, 3, 2, 1 oder keine Nachkommastellen:

a) 2π b) $\sqrt{13}$ c) $\frac{25}{13}$ d) $2\frac{5}{13}$ e) $\frac{5}{7}$ f) $\sqrt{25}+0,03^2$ g) 39:32 h) 87:91 i) $\sqrt{23}$

11. Zahlenmengen

1) Füllen Sie die Tabelle aus!

	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}		\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}
-56,3					5				
-563					0,5				
$\sqrt{563}$					$\sqrt{-0,5}$				
563					$2\sqrt{0,25}$				
$\sqrt{25}$					$-\pi$				
$\frac{\sqrt{25}}{2}$					$\frac{76}{4}$				
$\frac{-39}{13}$					$\frac{\sqrt{76}}{4}$				

2) Was ist der Unterschied zwischen a) natürlichen und ganzen, b) natürlichen und rationalen, c) natürlichen und reellen, d) ganzen und rationalen und e) rationalen und reellen Zahlenmengen?

12. Einheiten

a) Grundaufgaben

1) Ordnen Sie richtig zu

Länge eines Tisches		cm^3
Masse einer Frau		m
Dauer eines Liedes		m^3
Dicke eines Blatts Papier		min
Entfernung: Jerusalem-Tripolis		m^2
Volumen einer Parfum-Flasche		mm
Fläche eines Zimmers		g
Fläche eines Staates		h
Volumen eines Öltanks		kg
Masse einer Münze		km^2
Dauer eines Unterrichts		km

2) Ordnen Sie richtig zu

Länge eines Autos			km
Masse einer Kuh			cm ³
Dauer eines Herzschlags			m
Dicke eines Fingernagels			m ³
Entfernung: Salzburg-Hallein			s
Volumen einer Spritze			m ²
Fläche eines Hauses			mm
Fläche eines Staates			mm ²
Volumen eines LKW			h
Fläche einer Nagel			kg
Dauer eines Tages			km ²

3) Ordnen Sie richtig zu

Länge eines Zugs			km ²
Masse einer Katze			km
Fläche von Österreich			mm
Dicke einer Bleistiftspitze			kg
Entfernung: Salzburg-Hallein			m
Dauer eines Films			h

4) Ordnen Sie richtig zu

Fläche eines Zimmer			m
Masse eines Weizenkorns			km
Dicke einer CD			s
Höhe eines Fernsehturms			g
Volumen einer Flasche			m ²
Umfang der Erde			Liter
Dauer eines Herzschlags			mm

5) Ordnen Sie richtig zu

Länge eines Hefts			cm ³
Masse eines LKWs			t
Fläche eines Bildschirms			mm
Dicke einer Nadel			s
Volumen einer Spritze			cm
Dauer eines Atemzugs			cm ²

6) Ordnen Sie richtig zu

Länge eines Tisches			cm ³
Masse einer Frau			mm
Dauer eines Liedes			m
Dicke eines Blatts Papier			kg
Entfernung: Jerusalem-Tripolis			km
Volumen einer Parfum-Flasche			min

- 7) a) Rechnen Sie 11,76 km in cm um. b) Rechnen Sie 2,5 kg in g um.
 c) Rechnen Sie 72 s in h um. d) Rechnen Sie 17,2 Minuten in s um.
 e) Rechnen Sie 2,5 g in kg um. f) Rechnen Sie 6,2 t in kg um.
 g) Rechnen Sie 2223s in Tage um. Runden Sie auf 4 Nachkommastellen!
- 8) a) Rechnen Sie 0,7 mm² in m² um. b) Rechnen Sie 3470cm³ in m³ um.
 c) Rechnen Sie 57000m² in km² um. d) Rechnen Sie 57000mm² in dm² um.
 e) Rechnen Sie 3464cm³ t in m³ um. f) Rechnen Sie 87300mm² in dm² um.
- 9) a) Rechnen Sie 7,8 g in t um. b) Rechnen Sie 6,2 kg in g um.
 c) Rechnen Sie 6,2 min in s um. d) Rechnen Sie 6,2 m in cm um.
 e) Rechnen Sie 6,2 mm in m um. f) Rechnen Sie 6,2 h in s um.
 g) Rechnen Sie 63000s in h um. h) Rechnen Sie 7,8 kg in t um.
 i) Rechnen Sie 8,7 Sekunden in Minuten um. Runden Sie auf 4 Nachkommastellen!
 j) Rechnen Sie 3,7 Sekunden in Minuten um. Runden Sie auf 4 Nachkommastellen!

b) Vertiefende Aufgaben

- 1) Rechnen Sie 53kg/m³ in kg/l um. 2) Rechnen Sie 0,27 g/l in kg/m³ um.
 3) Rechnen Sie 90km/h in m/s um. 4) Rechnen Sie 23m/s in km/h um.

13. Mittelwerte

1. Finden Sie die Mittelwerte der folgenden Zahlen heraus! 8, 4, 7, 3, 3, 2, 11, 9, 2

2. Finden Sie die Mittelwerte der folgenden Zahlen heraus! 0,4 0,8 0,3 0,6 0,5 0,3

3. Finden Sie die Mittelwerte der folgenden Zahlen heraus! 0,4 0,8 0,5 0,6 0,5 0,3

4. Finden Sie die Mittelwerte der folgenden Zahlen heraus! 5, 3, -3, 0, 2, 7, 7, 8, 3, 48, 7

5. Hier sind die Höhen von 8 verschiedenen Orten in Holland: 9m, 45m, 6m, 9m, 6m, -32m, -8m, 17m. Berechnen Sie die durchschnittliche Höhe, den Median und den Modus dieser Werte! Was bedeuten die negativen Werte hier?

6. Angegeben sind hier die Kontostände von 5 Personen in einer gewissen Bank: 985€, 3400€, 32050€, -7500€, 547450€. Berechnen Sie den Durchschnitt, den Median und den Modus dieser Werte! Was bedeutet der negative Wert hier? Vergleichen Sie Durchschnitt und Median und interpretieren Sie das Ergebnis!

7. Bei einem Marathonlauf von Wien nach St. Polten wurden die Geschwindigkeiten von 7 Personen gemessen: 5, 20, 15, 12, 15, -2, 15 (in km/h). Berechnen Sie den Durchschnitt, den Median und den Modus dieser Werte! Was bedeutet der negative Wert hier? Vergleichen Sie Durchschnitt und Median und interpretieren Sie das Ergebnis!

8. In einer Klasse wird die Größe der Kinder gemessen: 132, 122, 143, 122, 140, 98, 131, 117 (in cm). Berechnen Sie den Durchschnitt, den Median und den Modus dieser Werte! Vergleichen Sie Durchschnitt und Median und interpretieren Sie das Ergebnis!

9. In einer Klasse wird das Gewicht (genauer: die Masse) der Kinder gemessen: 53, 32, 32, 32, 40, 37, 33, 40 (in kg). Berechnen Sie den Durchschnitt, den Median und den Modus dieser Werte! Vergleichen Sie Durchschnitt und Median und interpretieren Sie das Ergebnis!

10. Die folgenden Zahlen zeigen uns wie viele Bücher weniger in einer Bibliothek an einer bestimmten Woche geblieben sind: Montag: -43 Bücher, Dienstag 12, Mittwoch 23, Donnerstag 0, Freitag 56. Berechnen Sie den durchschnittlichen Wert, den Median und den Modus! Was bedeutet der negative Wert hier? Was bedeutet der Wert „0“?

11. Im Jahr 2013 wurde eine Untersuchung der EU über die Verteilung des Vermögens in verschiedenen EU Länder veröffentlicht. Diese Untersuchung kann als Muster dienen, um zu zeigen, wie statistische Daten für die Manipulation der „öffentliche Meinung“ benutzt werden können. In den Boulevard-Zeitungen wurde darauf hingewiesen, dass in den nördlichen Staaten, die die südlichen Krisenländer finanzierten, der „durchschnittlicher Bürger“ weniger Vermögen hatte als der entsprechender Bürger in den Südländer.

Konzentrieren wir uns auf die Daten von zwei Ländern, um die Meinungsmanipulation besser zu verstehen. In Deutschland war das durchschnittliche Nettovermögen 195200€, der Median allerdings 51400€, in Griechenland waren die entsprechenden Werte 147800€ und 101900€. Wo ist der Unterschied zwischen Durchschnitt und Median größer? Was bedeutet das für die Verteilung des Vermögens in beiden Staaten (sehen Sie auch Aufgaben 2 und 5 um das besser zu verstehen)? Ist der Begriff „durchschnittlich“, der in der Zeitung benutzt wurde, richtig? Woran liegt es, dass der Median in Griechenland doch höher ist als in Deutschland?

12. (Besonders schwere Aufgabe, setzt lineare Gleichungssysteme voraus!) In Österreich ist laut Studien 34% der Bevölkerung Raucher. Die Lebenserwartung liegt bei 81,5 Jahren. Wie groß ist die Lebenserwartung in Österreich für Raucher, wenn die Lebenserwartung für nicht-Raucher 84,4 Jahre ist? Was passiert daher mit dem Anteil der Raucher in der Altersgruppe über 70?

14. Dreieckskonstruktionen

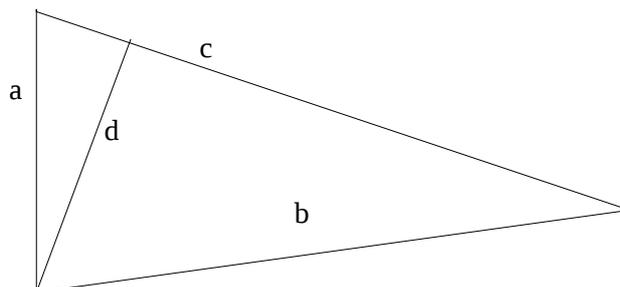
Bei den folgenden Aufgaben finden Sie zuerst welcher Konstruktionssatz vorliegt und konstruieren Sie dann das entsprechende Dreieck!

1. Seite a ist 21 cm, Winkel β 43° , Seite c 13 cm.
2. Winkel α ist 104° , Seite c 9 cm, Winkel β 21° .
3. Seite b ist 14 cm, Winkel γ 11° , Seite c 2 cm.
4. Seite b ist 14 cm, Winkel γ 11° , Seite a 11 cm.
5. Seite b ist 14 cm, Seite a ist 21 cm, Seite c 12 cm.
6. Winkel α ist 104° , Seite c 9 cm, Winkel γ 21° .
7. Seite a ist 2 cm, Seite b ist 21 cm, Winkel α 40° .
8. Seite b ist 23 cm, Winkel γ 67° , Seite a 11 cm.
9. Winkel α ist 54° , Seite c 9,4 cm, Winkel β 36° .
10. Seite b ist 24 cm, Seite a ist 19 cm, Seite c 7 cm.

15. Geometrie der Ebene

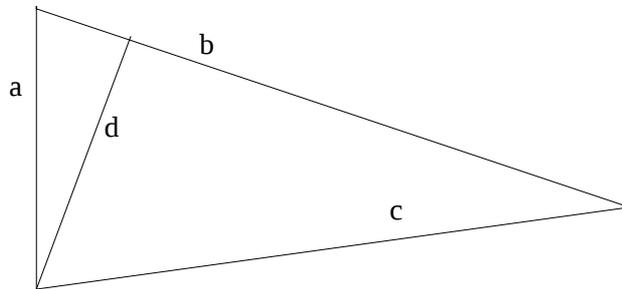
a) Einsetzen

- 1) Die Seite eines Quadrats ist 8m lang. Wie groß ist seine Fläche und sein Umfang?
- 2) Die Basis eines Dreiecks ist 5cm und die Höhe 4cm. Wie groß ist seine Fläche? (Basis ist die untere Seite einer Figur)
- 3) Der Radius eines Kreises ist 43dm. Berechnen sie die Fläche und den Umfang! Runden Sie die Ergebnisse auf 3 Nachkommastellen!
- 4) Von einem Dreieck kennt man folgende Größen: $a=0,5\text{dm}$, $b=30\text{mm}$, $c=5,5\text{cm}$, $h_a \approx 2,98\text{cm}$. Wie groß ist seine Fläche und wie groß der Umfang?
- 5) Die lange Seite eines Parallelogramms ist 4 km und die entsprechende Höhe 2,5 km. Die kürzere Seite ist 2,8 km. Berechnen sie die Fläche und den Umfang!
- 6) Die Seite eines Quadrats ist 3,4mm lang. Wie groß ist seine Fläche?
- 7) Die Seite eines gleichseitigen Dreiecks ist 4cm. Wie groß ist seine Fläche?
- 8) Der Durchmesser eines Kreises ist 8,3dm. Berechnen sie die Fläche und den Umfang! Runden Sie die Ergebnisse auf 3 Nachkommastellen!
- 9) Von einem Dreieck kennt man folgende Größen: $a=0,41\text{dm}$, $b=48,7\text{mm}$, $c=6\text{cm}$, $h_b \approx 4,07\text{cm}$. Wie groß ist seine Fläche und wie groß der Umfang?
- 10) Wie groß ist die Fläche und der Umfang in der folgenden Figur, wenn $a=3\text{cm}$, $b=5,5\text{cm}$, $c=6\text{cm}$ und $d \approx 2,9\text{cm}$ ist? (d ist eine Höhe!)



b) Umformen

- Wie groß ist die Fläche des Rechtecks, dessen Umfang 30dm und dessen Breite 30cm ist?
- Wie groß ist die Fläche in der folgenden Figur, wenn $a=4\text{cm}$, $c=68\text{mm}$, $u=1,86\text{dm}$ und $d\approx 3,9\text{cm}$ ist? (d ist eine Höhe!)



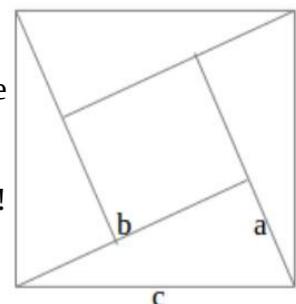
- Wie groß ist der Umfang eines Rechtecks, wenn seine Fläche $1,92\text{dm}^2$ und die Breite 12dm ist?
- Die Fläche eines Quadrats ist $3,4\text{mm}^2$. Wie groß ist sein Umfang? Runden Sie auf 2 Nachkommastellen!
- Die Basis eines Dreiecks ist 4cm und die Fläche 6cm^2 . Wie viel ist seine Höhe?
- Die Fläche eines Kreises ist $8,3\text{dm}^2$. Berechnen Sie den Umfang! Ergebnisse auf 3 Nachkommastellen!
- Wie groß ist die Fläche des Rechtecks, dessen Umfang 50dm und Breite 50cm ist?
- Wie groß ist die Fläche eines Quadrats, wenn sein Umfang 290mm ist? (Ergebnis in cm^2 auf eine Nachkommastelle gerundet!)

c) Satz von Pythagoras

1. Füllen Sie die Tabelle aus! Mit c ist die Hypotenuse bezeichnet.

a	b	c		a	b	c
3cm	4cm			2dm	21cm	
0,15dm	0,2dm			6m		1090cm
28cm		53cm		0,1dm		26mm
	17,6m	18,5m			4cm	41mm
	12km	12,5km			13,5km	18541m

- Bei einem rechtwinkligen Dreieck ist die eine Kathete 65 cm und die andere $2,3\text{ dm}$. Berechnen Sie die Hypotenuse!
- Bei einem rechtwinkligen Dreieck ist die eine Kathete 65 cm und die Hypotenuse $8,3\text{ dm}$. Berechnen Sie die andere Kathete!
- Bei einem Rechteck beträgt die Diagonale 7 m und die Breite 20 dm . Berechnen Sie die Fläche!
- Bei einem Quadrat beträgt die Seite $2,3\text{ cm}$. Berechnen Sie die Diagonale!
- Bei einem Quadrat beträgt die Diagonale 4 cm . Berechnen Sie die Seite und die Fläche!
- Beweisen Sie den Satz von Pythagoras mit Hilfe der nebenstehenden Figur!



d) Theoretische Aufgaben

1) Überprüfen Sie, ob die folgende Formel zur Berechnung der Diagonale d eines Rechtecks mit Länge a und Breite b richtig ist: $d^2 = a^2 + b^2$

Erklären Sie, wie man die Diagonale berechnen kann!

2) Überprüfen Sie, ob die folgende Formel zur Berechnung des Radius r eines Kreises mit Umfang

u richtig ist: $r = 2 \frac{u}{\pi}$

Erklären Sie, wie man den Radius berechnen kann!

3) Überprüfen Sie, ob die folgende Formel zur Berechnung der Länge a eines Rechtecks mit

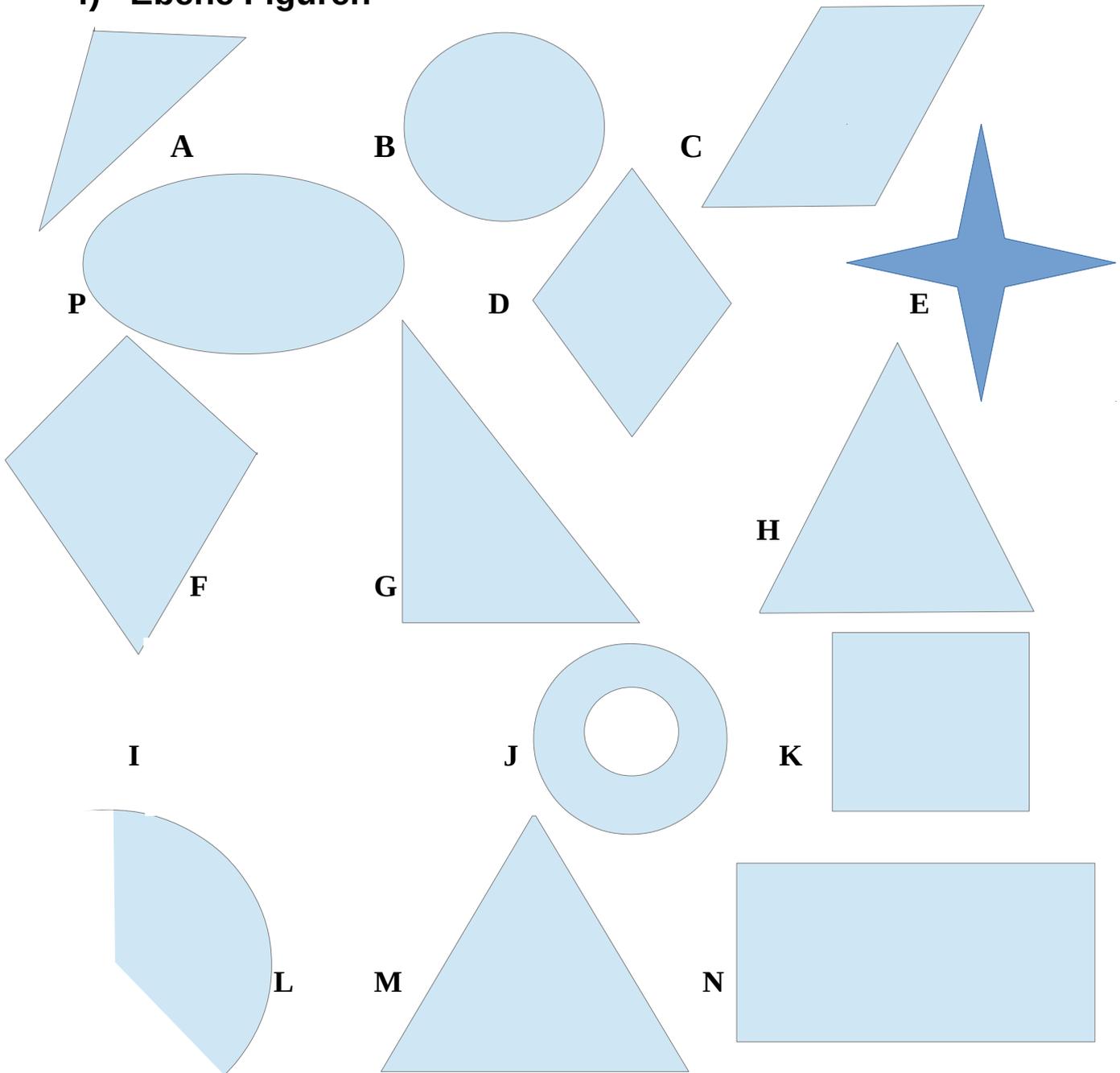
Umfang u und Breite b richtig ist: $a = \frac{u - b}{2}$

Erklären Sie, wie man diese Länge berechnen kann!

e) Textaufgaben

1. Jemand will einen Teppich in seinem Zimmer verlegen. Die lange Seite des Zimmers ist 6 m, die kürzere 75% der längeren.
 - a) Wie viele m^2 Teppich muss die Person kaufen?
 - b) Wenn der Teppich 320 cm Breite hat, wie viele laufende Meter muss sie kaufen, so dass der Boden nicht so ganz hässlich aussieht? Wie viel wird der Einkauf kosten, wenn die Kosten pro laufenden Meter 34€ sind?
 - c) Die Person will den Rand des Teppichs mit einer Leiste verzieren. Wie viele Meter Leiste muss sie kaufen?
 - d) Wenn die Leiste nur in 2,3 m lange Teile verfügbar ist und jeder Teil 8,4€ kostet, wie viel muss die Person bezahlen, um den ganzen Rand zu verzieren?
2. Eine 25 dm hohe Tür wird an eine Wand angelehnt, der untere Teil am Boden liegt 150cm weit von der Wand. Wie hoch an der Wand ist die Tür angelehnt?
3. Die Stadtgärtnerin will den Rand eines Runden Platzes mit Blumen verzieren. Der Durchmesser des Platzes ist 12 m. Die Blumen müssen zumindest 25 cm voneinander entfernt eingesetzt werden. Wie viele Blumen kann sie höchstens benutzen?
4. Bei Bildschirmen wird oft die Diagonale angegeben. Bei einem Bildschirm ist sie 58 cm, die Höhe ist 40 cm. Wie viel ist die Breite?
5. Die Diagonale eines quadratischen Fensters ist 125cm.
 - a) Wie viel kostet das Glas des Fensters, wenn es 2,2€/dm² kostet?
 - b) Wie kostet die Umrandung, wenn sie 4,3€/dm kostet?
6. Maira will den Boden ihres Zimmers mit Laminat verlegen. Die Breite des Zimmers ist 324cm und die Länge 4,3m. Die Laminat-Packungen im Markt sind je 2,2m². Wie viele Packungen braucht sie fürs Zimmer? Sie will auch für den ganzen Rand Bodenleiste kaufen. Wie lang muss sie sein?

f) Ebene Figuren



Welche der Figuren ist ein:

Rechteck?

Parallelogramm?

Quadrat?

Raute?

Trapez?

Deltoid?

Ellipse?

Kreis?

Kreisring?

Kreisektor?

Dreieck?

rechtwinkeliges Dreieck?

gleichschenkliges Dreieck?

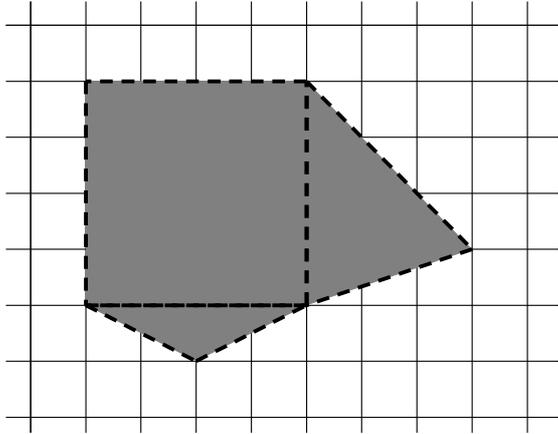
gleichseitiges Dreieck?

Vieleck?

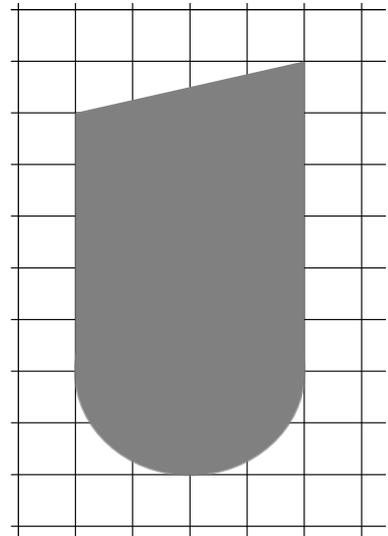
g) Zusammengesetzte Flächen

Berechnen Sie folgende zusammengesetzte Flächen. Die Einheit ist 1 dm. Zu berechnen ist die graue Fläche!

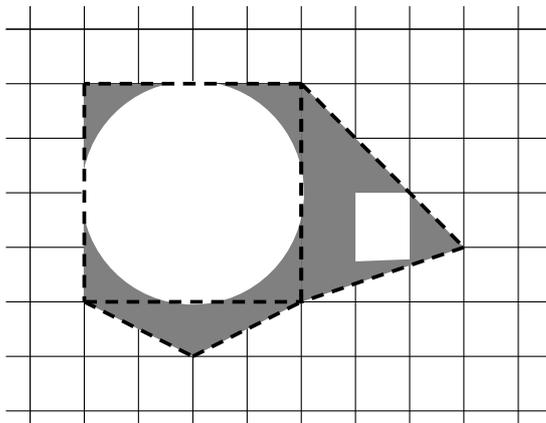
1)



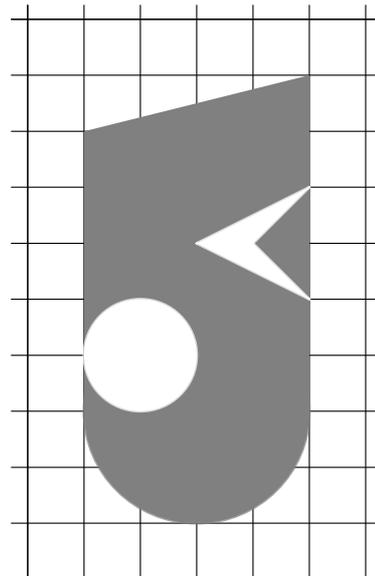
2)



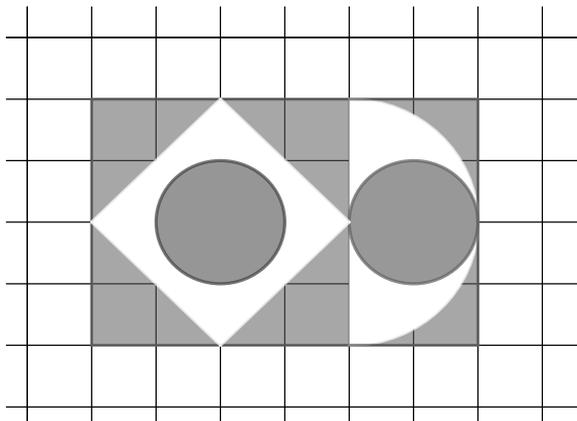
3)



4)



5)



16. Geometrie des Raums

a) Einsetzen

In den folgenden Aufgaben berechnen Sie das Volumen und die Oberfläche!

1. Der Radius einer Kugel ist 3cm.
2. Der Durchmesser einer Kugel ist 3cm.
3. Der Durchmesser der Grundfläche eines Zylinders ist 3cm, die Höhe 30mm.
4. Der Durchmesser der Grundfläche eines Kegels ist 3cm, die Höhe 20mm.
5. Die drei Dimensionen eines Quaders sind 30cm, 400 mm und 0,5 m.
6. Die Seite eines Würfels ist 5,4 dm.
7. Die Seite der Grundfläche einer quadratischen Pyramide ist 4 dm, die Höhe 21 cm.

b) Umformen

1. Das Volumen einer Kugel ist 64 m^3 . Wie viel ist die Oberfläche?
2. Die Oberfläche einer Kugel ist 16 m^2 . Wie viel ist das Volumen?
3. Das Volumen eines Quaders ist 63 m^3 , die Höhe 70 dm. Wie viel ist die Diagonale der quadratischen Grundfläche?
4. Das Volumen eines Würfels ist 64 m^3 . Wie viel ist die Oberfläche?
5. Die Oberfläche eines Würfels ist 24 m^2 . Wie viel ist das Volumen?
6. Das Volumen eines Zylinders ist 50 cm^3 , die Höhe 2 dm. Wie viel ist die Oberfläche?
7. Der Durchmesser der Grundfläche eines Kegels ist 23 dm, das Volumen $0,8 \text{ m}^3$. Wie viel ist die Oberfläche?

c) Theoretische Aufgaben

1. Mohammed gibt für die Berechnung der Grundfläche G eines Quaders mit Volumen V und Höhe h folgende Formel an:

$$G = \sqrt{V \cdot h}$$

- a) Überprüfen Sie, ob die Formel richtig ist.
 - b) Erklären Sie, wie man die Grundfläche berechnen kann!
2. Überprüfen Sie, ob folgende Formel zur Berechnung der Oberfläche O einer Kugel mit Volumen V richtig ist.

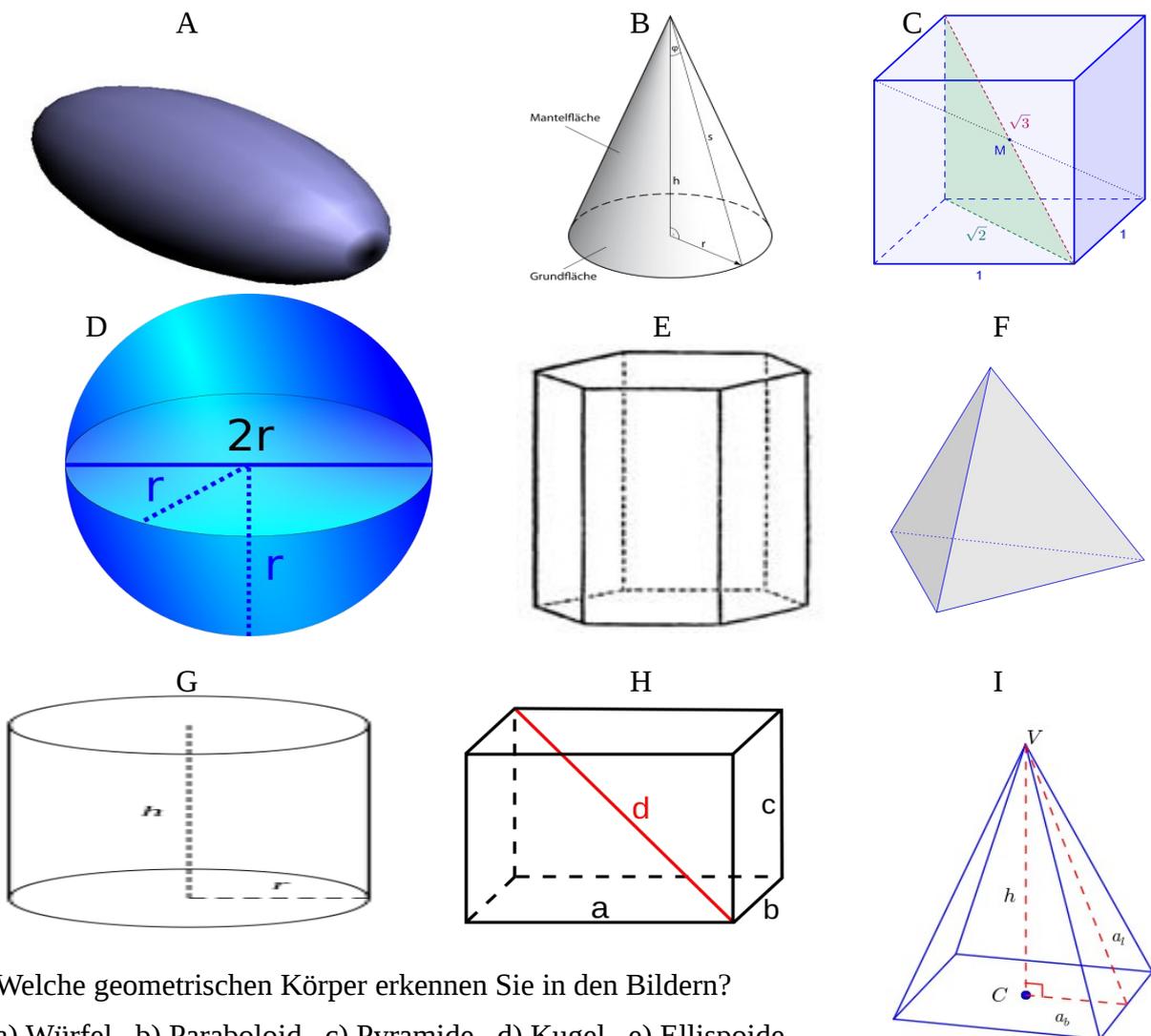
$$G = 4 \left(\sqrt[3]{V \cdot \frac{3\pi}{4}} \right)^2$$

Erklären Sie, wie man die Oberfläche mit Hilfe des Volumens berechnen kann!

d) Textaufgaben

1. Das Volumen einer Getränkedose aus Aluminium ist 0,45 L, die Höhe 15cm. Berechnen die Kosten für die Produktion von 20 Dosen, wenn die Kosten des Aluminiums 0,07€/dm² sind.
2. Mit Hilfe welches geometrischen Körpers würden sie versuchen, das Volumen und die Oberfläche eines 2500 m hohen Berges, dessen Fuß einen Umfang von 15 km umfasst, annähernd zu berechnen? Wie viel ist nach dieser Annäherung das Volumen und der Umfang?
3. Wie viel kostet das Holz für den Bau eines Schrankes mit 6 dm Breite, 1 m Länge und 2,3 m Höhe, wenn das Holz 59,9€/m² kostet?
4. Sie wollen in einem Schrank mit 8 dm Breite, 1,2 m Länge und 50 cm Höhe würfelförmige Boxen mit einer Kante von 45 mm lagern. Wie viele Boxen passen im Schrank hinein?
5. Kann man einen 1,5m langen Besenstiel in einem Schrank mit 8 dm Breite, 1,2 m Länge und 50 cm Höhe lagern?

e) Figuren im Raum



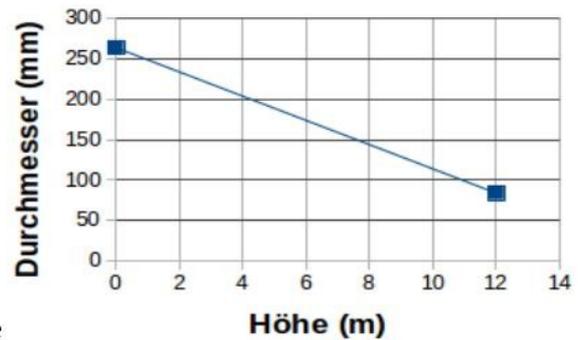
Welche geometrischen Körper erkennen Sie in den Bildern?

- a) Würfel b) Paraboloid c) Pyramide d) Kugel e) Ellispoide
 f) Tetraeder g) Zylinder h) Quader i) Kegel j) Prisma

17. Diagramme

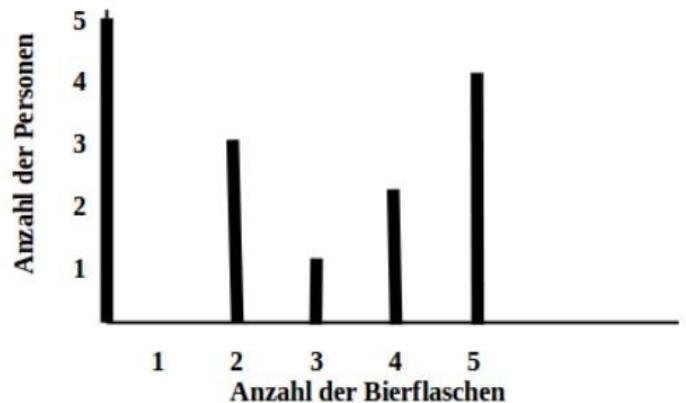
1) Das nebenstehende Diagramm gibt den Durchmesser (Dicke) des Stammes eines Baums in Bezug auf die Höhe an. Lesen Sie von Diagramm ab:

- Wie dick der Baum am Boden ist!
- Wie dick er in 6m Höhe ungefähr ist!
- In welcher Höhe ungefähr er 200mm dick ist!
- In welcher Höhe ungefähr er 15cm dick ist!
- Mit Hilfe des Diagramms finden Sie heraus, wie groß der Baum ist!



2) In seiner Party hat Thanasis den Bierkonsum in ein Diagramm zusammengefasst. Lesen sie vom Diagramm ab:

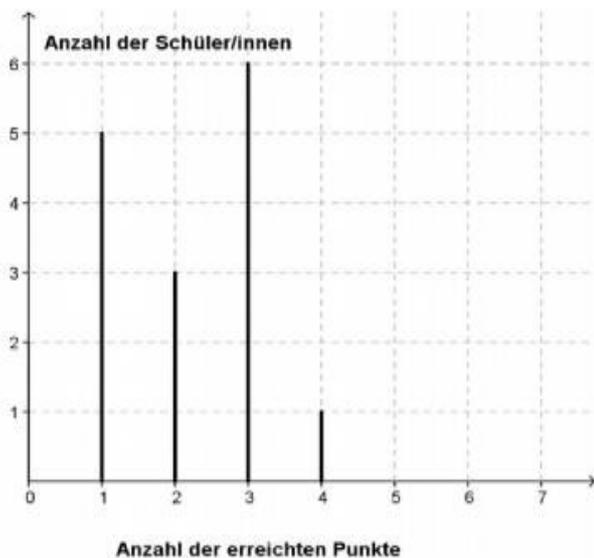
- wie viele Personen 3 Flaschen Bier getrunken haben!
- wie viele Personen höchstens 2 Flaschen Bier getrunken haben!
- wie viele Personen die Party besucht haben!
- wie viele Flaschen Bier im Durchschnitt getrunken wurden!



3) Das folgende Diagramm zeigt die erreichten **Punkte** bei einem Test.

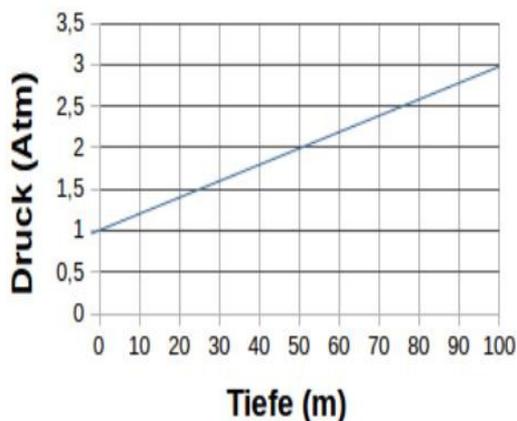
Lesen Sie ab:

- wie viele Schüler/innen höchstens 3 Punkte erreicht haben.
- wie viele Schüler/innen genau 3 Punkte erreicht haben.
- wie viele Schüler/innen zumindest 3 Punkte erreicht haben.
- wie viele Schüler/innen zumindest 2 Punkte erreicht haben.
- wie viele Schüler/innen den Test geschrieben haben.
- den Durchschnitt der Punkte/Person



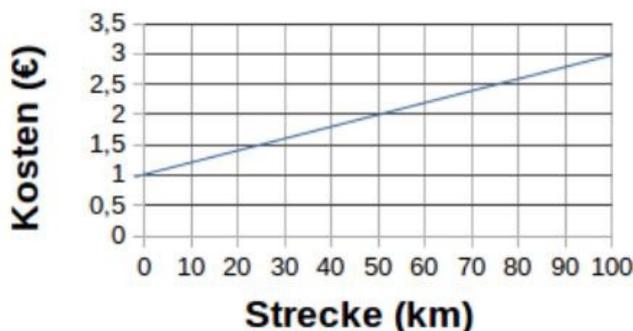
4) Das folgende Diagramm gibt den Druck im Meer in Bezug auf die Tiefe an. Lesen Sie vom Diagramm ab:

- Wie hoch der Druck am Meeresspiegel ist!
- Wie hoch der Druck in 30m Tiefe ist!
- In welcher Tiefe ungefähr der Druck 2 Atm ist!
- Wie hoch der Druck in 50m Tiefe ist!
- In welcher Tiefe ungefähr der Druck 2,5 Atm ist!
- Wie hoch der Druck in 100m Tiefe ist!
- In welcher Tiefe ungefähr der Druck 1,5 Atm ist!
- In welcher Tiefe ungefähr der Druck 3,5 Atm ist!



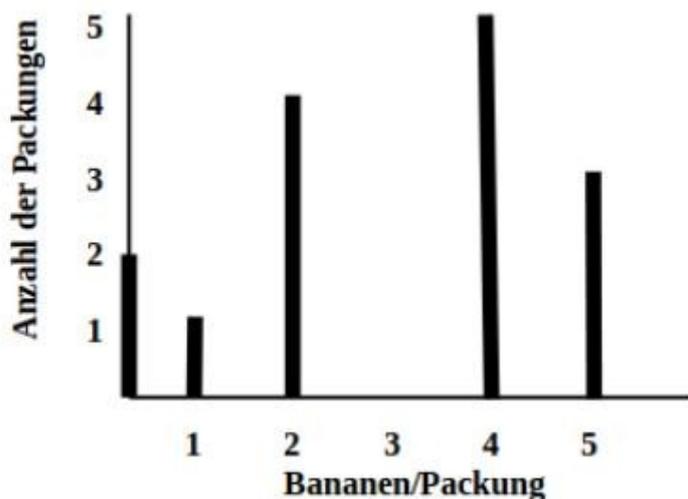
5) Das folgende Diagramm gibt die Kosten einer Taxi-Fahrt in Myanmar an. Lesen sie vom Diagramm (ungefähr) ab:

- wie viel die Grundgebühr ist!
- wie viel eine 40 km lange Strecke kostet!
- wie weit man mit 1,5 € fahren kann!
- wie viel eine 120 km lange Strecke kostet!



6) Das folgende Diagramm gibt die Anzahl der Packungen die eine gewisse Anzahl von Bananen pro Packung beinhalten. Lesen sie vom Diagramm ab:

- wie viele Packungen 4 Bananen haben!
- wie viele Packungen 3 Bananen haben!
- wie viele Packungen höchstens 2 Bananen haben!
- wie viele Packungen (aus Versehen) keine Banane haben!
- wie viele Packungen mindestens 4 Bananen haben!
- wie viele Bananen jede Packung im Durchschnitt hat!



18. Lineare Gleichungssysteme

a) Graphische Lösung

Finden Sie die Lösung der folgenden linearen Gleichungssysteme, indem sie die beide linearen Funktionen auf einem Koordinatensystem zeichnen!

1) $y = 3x + 2$	2) $3x + 4y = 7$	3) $-x + 3y = 3$	4) $-2x - 3y = 4$
$y = x + 4$	$4x - 2y = 5$	$5x + 2y = 2$	$-2x + y = 4$

b) Einsetzungs-, Gleichsetzungs- und Additionsverfahren

Finden Sie die Lösung der folgenden linearen Gleichungssysteme als auch der vorherigen Aufgabe mit Hilfe eines Verfahrens Ihrer Wahl!

1) $3y = 4x + 2$	2) $3x + 4y = -4$	3) $-x + 3y = 0$	4) $-2x - 3y = 4$
$2y = -x + 5$	$3x - 2y = 4$	$5x + 2y = 17$	$-10x + 9y = 4$

c) Lösbarkeit

Finden Sie, ob die folgenden lineare Gleichungssysteme keine, eine oder unendlich viele Lösungen haben (ohne zu versuchen, die Lösung zu finden)!

1) $-y = 3x - 2$	2) $3x + 4y = 7$	3) $-x + y = 3$	4) $-2x - 3y = 4$
$y = -3x + 2$	$4x - 2y = 5$	$2x - 2y = 4$	$-2x + y = 4$

d) Textaufgaben

- 1) In einem Café gibt es 18 Tische. Manche sind für 3 Personen und der Rest für 5 Personen. Insgesamt kann das Café 62 Personen bedienen. Wie viele 3 bzw. 5 Personen-Tische gibt es im Café?
- 2) Vasili hat 14€ weniger als Hara. Er hat genau ein Drittel ihres Geldes. Wie viel € hat jede Person?
- 3) In einem Feld gibt es 31 Bäume. Manche haben 3 Äste und der Rest 7. Insgesamt gibt es 133 Äste. Wie viele Bäume mit 3 bzw. 7 Äste gibt es im Feld?
- 4) In einem Paar ist der Mann 5 Jahre älter als die Frau und sein Alter ist das 1,2-Fache des Alters der Frau. Wie alt sind die Frau und der Mann?
- 5) In einer Nachbarschaft gibt es 67 Häuser, manche mit 2 Schlafzimmern, die restlichen mit 4 Schlafzimmern. Insgesamt gibt es 200 Schlafzimmer in der Nachbarschaft. Wie viele Häuser mit 2 bzw. 4 Schlafzimmern gibt es?
- 6) Vasili wiegt 14kg mehr als Hara. Zusammen wiegen sie 110kg. Wie viel kg wiegt jede Person?
- 7) An einem See verleiht eine Firma Tret- und Ruderboote. Die Tretboote sind für 5 Personen, die Ruderboote für 2. Die Firma hat 29 Boote, in denen insgesamt 91 Personen sitzen können. Wie viele Tret- bzw. Ruderboote hat die Firma?

19. Lineare Funktion

a) Grundlagen

1) Machen Sie eine Wertetabelle für die folgenden linearen Funktionen und für die x-Werte -5, -3, -2, $-\sqrt{2}$, -1, 0, $\frac{1}{2}$, $\sqrt{3}$, 2,3 und 4:

a) $y = 2x - 3$ b) $y = -0,5x + 2$ c) $y = -3x$ d) $y = 4$ e) $y = -\sqrt{2}x - 1,4$ f) $y = -x - 2$ g) $y = x + 1$

Schreiben Sie auch dazu, wie viel die Steigung (k oder m) und wie viel der y-Achsenabschnitt (d oder n) für diese Funktionen sind!

b) Diagramm mit Hilfe von zwei Punkten erstellen

1) Zeichnen Sie die linearen Funktionen, die durch die folgenden Punktpaare definiert werden:

a) $P_1: (3|4)$, $P_2: (4|4,5)$ b) $P_1: (4|3)$, $P_2: (2|4,5)$ c) $P_1: (-1|4)$, $P_2: (1|0)$ d) $P_1: (0|-4)$, $P_2: (4|-2)$

c) Eine lineare Funktion mit Hilfe von zwei Punkten finden

1) Finden Sie die entsprechenden lineare Funktionen für die Aufgaben 1, 4 und 5 im Kapitel „Diagramme“, als auch für die Punktpaare der vorherigen Aufgabe („Diagramm mit Hilfe von zwei Punkten erstellen“)!

d) Textaufgaben

Für die folgenden Aufgaben sollte eine entsprechende lineare Funktion erstellt werden!

1) Die Erzieherinnen und Erzieher im Kindergarten "Kunterbunt" trinken gerne Fairtrade Kaffee der Marke "EDE". Die Vorratsdose enthält momentan 1,8 kg Kaffeebohnen. Wöchentlich wird 350 g für die Kaffeemaschine benötigt.

2) Beim Schwimmen durch den Ärmel-Kanal braucht eine Person 315 s fürs Aufwärmen und dann 2 s für jeden Meter.

3) Ein Bauer transportiert ein Fass mit Wein. Das Fass enthält 150 Liter Wein. Es hat ein Loch und verliert dabei $\frac{1}{3}$ Liter jede Stunde.

4) Eine Person befindet sich im höchsten Stock eines Wolkenkratzers, 400 m über den Boden. Sie entscheidet nicht den schnellsten Weg hinunter zu wählen (also kein Fallschirmspringen) und nicht den mühsamsten (also nicht hinunter klettern)... Sie fährt einfach mit dem Aufzug, dabei wird sie jede Sekunde 1,3 Meter näher zum Boden kommen.

e) Vertiefende Aufgaben

1) In dem Sie die Schritte im Theorieteil für zwei zufällige Punkte $(x_1|y_1)$ und $(x_2|y_2)$ benutzen,

zeigen Sie das die Steigung k tatsächlich $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ist!