

552

106



始



工工E-24



内務技師  
工學士 宮本武之 輔著

混  
凝  
土  
及  
鐵  
筋  
混  
凝  
土  
下  
卷

東京 日本工人俱樂部出版部

大正  
15. 11. 25  
内交

表 誤 正

三 三 七	三 三 六	三 三 二	三 三 一	頁
公 式	公 式	公 式	公 式	
(558)	(557)	(548)	(547)	
は 相 互 交 換		は 相 互 交 換		

# 混凝土及鐵筋混凝土 下卷 目次

## 第十二編 暗渠及び隧道

### 第一章 鐵筋混凝土函渠

- (1) 暗渠の種類
- (2) 函渠の第一計算法
- (3) 函渠の第二計算法
- (4) 函渠の第三計算法
- (5) 函渠の雜論

一頁

### 第二章 鐵筋混凝土管

- (1) 管の形狀
- (2) 圓形重力管
- (3) 楕圓形重力管
- (4) 卵形重力管
- (5) 壓力管
- (6) 管の自重應力
- (7) 縱桁としての管の抵抗率
- (8) 鐵筋の配置
- (9) 管の製作
- (10) 遠心力應用製管作業

四六

### 第三章 拱渠及び隧道

- (1) 混凝土導水渠
- (2) 混凝土導水渠の耐水性
- (3) 拱渠
- (4) 隧道

八〇

## 第十三編 桁橋

### 第一章 桁橋の理論

目次

八七

- (1) 桁橋の種類
- (2) 單桁の理論
- (3) 連桁の理論
- (4) 三反偶力の定理
- (5) 突桁の理論

第二章 桁橋の設計……………一一四

- (1) 版橋の設計
- (2) 丁字桁橋の設計
- (3) 凹字桁橋の設計
- (4) 水路橋の設計

第三章 桁橋の雜論……………一三一

- (1) 桁の撓度
- (2) 鐵筋混凝土の撓度
- (3) 桁橋の反り
- (4) 丁字桁の經濟的厚
- (5) 伸縮接合

## 第十四編 拱 橋

第一章 拱の總論……………一四六

- (1) 拱各部の名稱
- (2) 拱の種類
- (3) 拱の壓力線
- (4) 拱の解法

第二章 拱の理論……………一五三

- (1) 三鉸拱の理論
- (2) 二鉸拱の理論
- (3) 無鉸拱の理論
- (4) 鐵筋混凝土拱の理論
- (5) 石拱の理論
- (6) 壓力線の圖式解法
- (7) 拱堰の理論

第三章 拱橋の設計……………一九三

- (1) 拱環斷面の應力分布 (2) 拱環形狀 (3) 拱環寸法及び配置 (4) 拱側構造 (5) 鐵筋

第四章 拱橋の雜論……………二二二

- (1) 混凝土拱橋の沿革 (2) 施工 (3) 伸縮接合 (4) 拱側裏込 (5) 拱架

第十五編 塔狀築造物

第一章 煙 突……………二一八

- (1) 地震による應力 (2) 風壓應力 (3) 自重應力 (4) 彎曲應力と軸應力の合成 (5) 溫度應力 (9) 斜張力 (7) 煙突の基礎 (8) 煙突の雜論 (9) 斷面形狀

第二章 電 柱……………二四六

- (1) 電柱の外力 (2) 電柱の設計

第三章 水 槽……………二五五

- (1) 圓形水槽の理論 (2) 厚さ一定なる水槽壁の計算 (3) 厚さが等變する水槽壁の計算 (4) 水槽圓頂屋 (5) 水槽天幕屋 (9) 屋底抗張環 (7) 水槽底

# 第十六編 框構及び結構

## 第一章 框 構 ..... 二八五

- (1) 框構の應力 (2) カステイリアノの定理 (3) 最小働原理解法 (4) 傾斜角撓度解法 (5) 框構の解法例 (6) 温度應力

## 第二章 二鉸式單框構 ..... 三〇三

- (1) 總論 (2) 二鉸式圓弧框 (3) 二鉸式拋物線框 (4) 二鉸式矩形框 (5) 二鉸式多角框 (6) 二鉸式梯形框 (7) 二鉸式三角框 (8) 二鉸式鋸齒框 (9) 二鉸式角框

## 第三章 無鉸式單框構 ..... 三二一

- (1) 總論 (2) 無鉸式拋物線框 (3) 無鉸式矩形框 (4) 無鉸式多角框 (5) 無鉸式梯形框 (6) 無鉸式三角框 (7) 單鉸式角框 (8) 無鉸式角框

## 第四章 簡單なる複框構 ..... 三四八

- (1) 總論 (2) 彈性支承上の連桁 (3) 一支柱を有する二徑間複框 (4) 二支柱を有する二徑間複框 (5) 三支柱を有する二徑間複框 (6) 二支柱を有する三徑間複框 (7) 四支柱を有する三徑間複框

第五章 特殊の複框構 ..... 三六四

- (1) 總論
- (2) 單階複框構
- (3) 複階複框構
- (4) 構脚
- (5) 函形框構
- (6) 鉸端隔壁を有する二聯函框
- (7) 緊定隔壁を有する二聯函框
- (8) 鉸端隔壁を有する三聯函框
- (9) 緊定隔壁を有する三聯函框

第六章 結 構 ..... 三八四

- (1) 總論
- (2) 三角結構
- (3) 矩形結構
- (4) 並弦結構
- (5) 曲弦結構

第七章 框構及び結構の設計 ..... 三八九

- (1) 框構の設計
- (2) 並弦結構の設計
- (3) 曲弦結構の設計
- (4) 鉸の構造
- (5) 抗張材の設計

第十七編 建築構造

第一章 總 論 ..... 四〇六

- (1) 建築構造の沿革
- (2) 設計の經濟化
- (3) 設計荷重

第二章 基 礎 ..... 四一四

- (1) 地盤の支持力
- (2) 基礎面積
- (3) 基礎築造の原理
- (4) 礎段様式



第三章 柱……………四二〇

- (1) 柱の様式
- (2) 縦鐵筋と繫筋とを有する柱
- (3) 縦鐵筋と螺旋筋とを有する柱
- (4) 鋼柱を混凝土にて包被せる柱
- (5) 鑄鐵柱を混凝土にて包被せる柱
- (6) 鐵筋混凝土柱の雜論

第四章 壁……………四二九

- (1) 壁の様式
- (2) 外壁
- (3) 隔壁
- (4) 地下壁

第五章 床……………四三二

- (1) 床の様式
- (2) 版桁式構造
- (3) 中空式構造
- (4) 平板式構造
- (5) 平板の種類
- (6) 平板の解法
- (7) 平板の設計
- (8) 平板の雜論
- (9) 床の表面

第六章 屋 根……………四五〇

- (1) 屋根の様式
- (2) 屋根の構造
- (3) 屋根の絶縁
- (4) 屋根の排水

第七章 建築雜論……………四五五

- (1) 階段
- (2) 特殊構造物
- (3) 伸縮接合
- (4) 耐火構造
- (5) 混凝土建築の美化

# 混凝土及鐵筋混凝土 下卷



## 第十二編 暗渠及び隧道

### 第一章 鐵筋混凝土函渠

(1) 暗渠の種類 暗渠 (culvert) は主として用悪水路 (稀れには小徑) が河川の堤防、道路又は鐵道の築堤などを横斷する時に作られる構造物であつて、材料から言へば、木材、石工、鐵筋混凝土を普通とし、その様式から言へば、拱渠 (arch culvert) 函渠 (box culvert) 管渠 (pipe culvert) などがあり、或は徑間數によつて單渠 (single culvert) 双渠 (twin culvert) などの區別がある。河川工事の方では暗渠の事を以 (又は以樋) と言つたり或は樋管 (小型のもの) 樋門 (大型のもの) などと言つてゐる。

本章及び次章では鐵筋混凝土を材料とした函渠 (暗渠斷面が正方形又は矩形なるもの) 及び管渠 (暗渠斷面が圓形、橢圓形又は卵形なるもの) 即ち鐵筋混凝土管の設計法に就て講述しようと思ふ。

(2) 函渠の第一計算法 函渠の計算法を第一、第二及び第三に分けて説明しようと思ふが、第一と第二は函渠の横斷の方向の安全を考へたものであり、第三はその縦斷の方向即ち長さの方向の安全を考へたものであ

り、且つ第一計算法は略算、第二計算法は正確なる計算法を示したものである。

函渠の横断面を取つて考へるに、之を三つの部分に分つ事が出来る。第一は頂版 (top slab) 第二は左右の側壁 (side walls) 第三は底版 (bottom or base slab) である。(第一三五圖)

(イ) 頂版の設計 第一計算法に於ては上記の各部分を何れも兩端一部分固定 (partially fixed) せられたる單徑間の連桁と考へる。そこで頂版の自重、填充土砂の重量、その上の活荷重などの和を  $q$  とし、頂版の有効徑間を  $l$  とすれば

$$m = \frac{1}{10} q l^2$$

からその最大彎曲率を算出する。

(ロ) 底版の設計 之は地盤の反力  $q_0$  (第一三五圖(乙)) を荷重とし左右の側壁の點で支へられる桁と考へるから

$$m = \frac{1}{10} q_0 l^2$$

によつてその最大彎曲率を計算する。但し  $q_0$  は地盤の反力の中、底版に應力を生ぜしめる部分のみを取るのであつて、地表の活荷重、土砂の重量、暗渠の自重の中から底版の自重だけを控除したるもの、これだけを加へ合せて等布荷重に換算したものを  $q_0$  と取る可し。

(ハ) 側壁の設計 兩端が完全に固定せられたる單徑間の桁が  $\mu$  から  $\mu$  に増加する等變荷重を受ける場合 (第一三五圖参照) の彎曲率は力學上次の如し。(證明略、次編参照)  
荷重強度  $\rho_1$  の端にて

$$m_1 = \frac{1}{60} (3\rho_1 + 2\rho_2) H^2$$

荷重強度  $\rho_2$  の端にて

$$m_2 = \frac{1}{60} (2\rho_1 + 3\rho_2) H^2$$

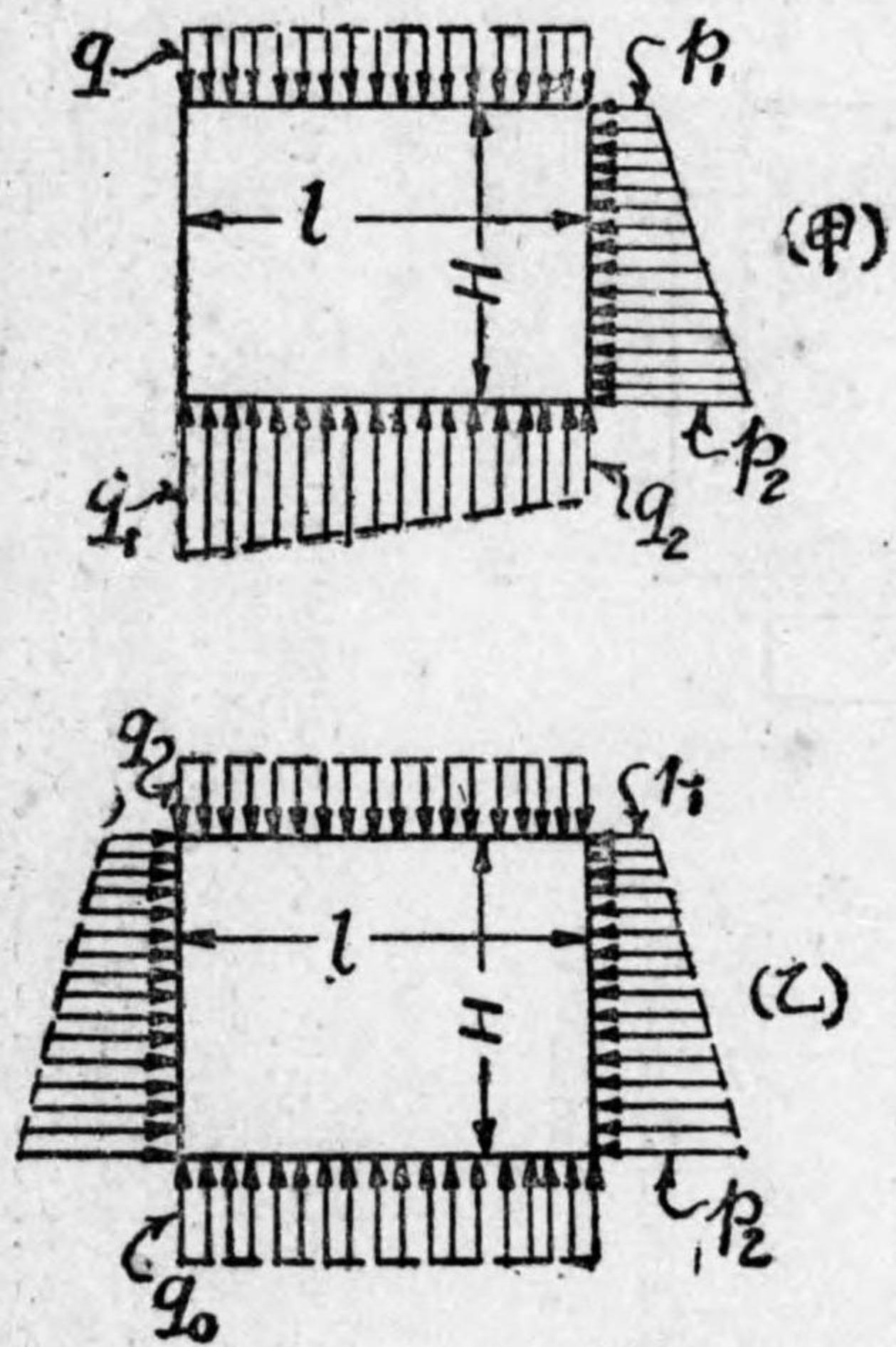
而して  $m_2$  を以て最大彎曲率と取るのであるが、此の場合には一部分固定端、換言すれば不完全固定端であるから (イ) (ロ) の場合に  $\frac{1}{12}$  の係数の代りに  $\frac{1}{10}$  を用ひたのと同じ意味で  $\frac{1}{60}$  の係数の代りに  $\frac{1}{50}$  を用ひ

$$m = \frac{1}{50} (2\rho_1 + 3\rho_2) H^2 \dots (177)$$

によつて側壁の彎曲率を算出するのである。

(ニ) 基礎 地盤の蒙る壓力は第一三五圖(乙)の  $q_0$  に底版の重量を加算したものであるから、此の和が地盤の許容支持力を超過しない事が必要である。但し之は左右の埋戻しが同一に進行して兩側壁が各同一の土壓力を蒙つた場合を考へたのであつて、實地上埋戻しは左右兩側が平均して進行してゆく

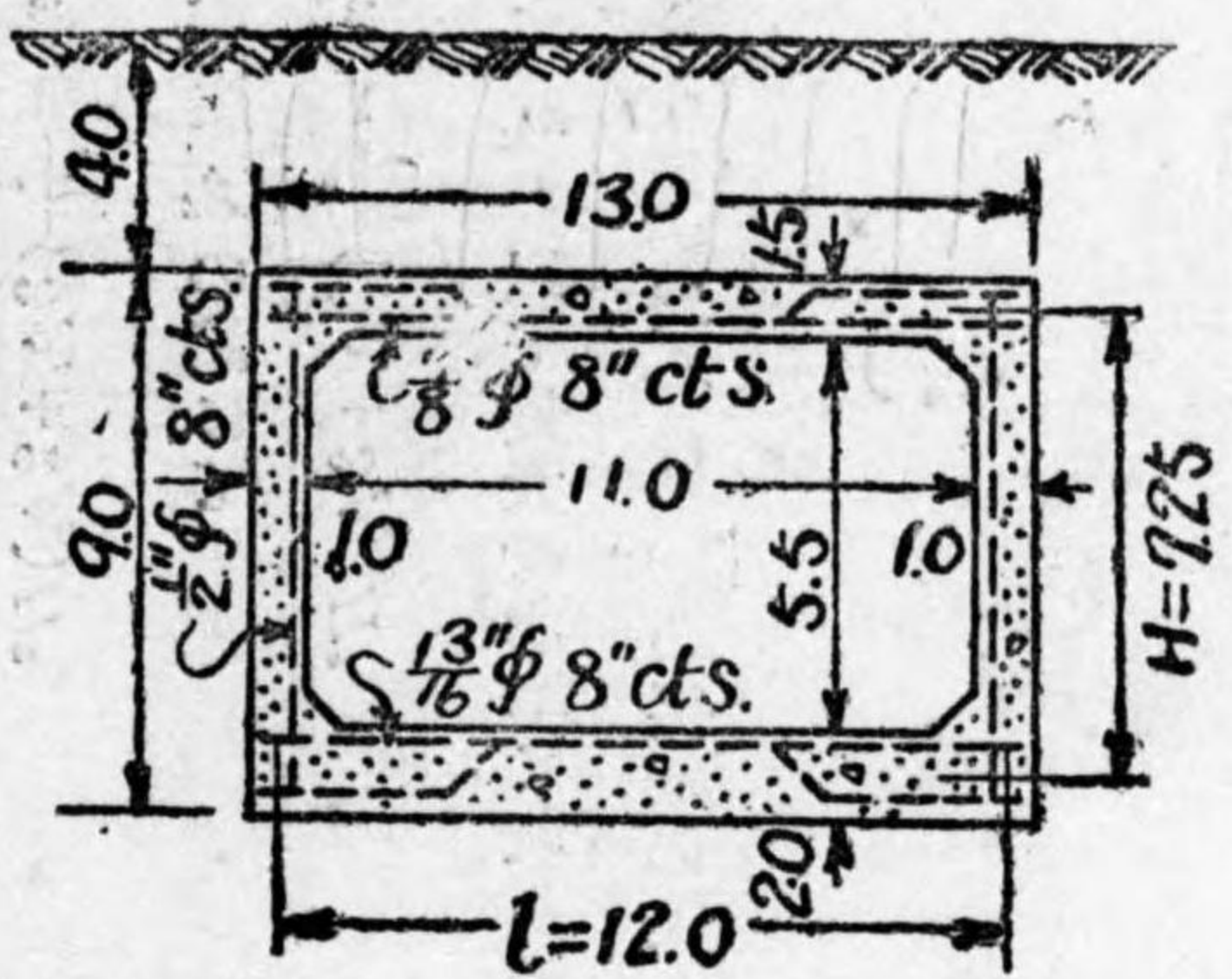
第一三五圖



様に注意せらる可きは勿論であるけれど、特別の理由のために埋戻しが平均せられず、従つて左右兩側壁に加はる土壓が同一でない場合が起り得る。そこで地盤の受ける壓力を計算する場合に、土壓が片側の側壁のみに働くものと假定する事がある。之は最も危険な場合を考へたのであつて、此の時は地盤の反力は $q_0$ の如き等布反力とならず、第一三五圖(甲)の如く $q_2$ から $q_1$ に増大する等變反力 (uniformly varying reaction) となり

$$\frac{1}{2}(q_1 + q_2) = q_0 \quad q_2 < q_0 < q_1$$

圖 六 三 一 第



なる關係がある。故に $q_1$ に底版の自重を加算したものが地盤の許容支持力を超過しないか、どうかを検するのであつて、地盤の支持力が微弱である時には杭打の如き地形(基礎工)を採用する。  
又此の場合には片側の側壁に働く土壓力の合力が、底版下底と地盤との間の摩擦力を超過しないか、どうかをも検する必要がある。

計算例 次の材料によつて第一三六圖の函渠を設計せよ。

活荷重 = 350 #/ft<sup>2</sup>

地盤の許容支持力 = 4,000 #/ft<sup>2</sup>

混凝土の地盤に對する摩擦係數 = 0.5

混凝土重量 = 150 #/ft<sup>3</sup>

土の重量 = 100 #/ft<sup>3</sup>

土の息角 = 30°

$f = 14000 \frac{\text{lb}}{\text{sq. in.}}$ ,  $c = 450 \frac{\text{lb}}{\text{sq. in.}}$ ,  $n = 15$

頂版は次の如く計算する。

活荷重 350

土砂  $100 \times 4 = 400$

頂版  $150 \times 1.5 = 225$

$$\therefore q = 975 \frac{\text{lb}}{\text{sq. ft.}}$$

$$m = \frac{1}{10} \times 975 \times 12^2 \times 12 = 168,480 \frac{\text{lb}}{\text{sq. ft.}}$$

$$K_1 = 65, \quad h = \sqrt{\frac{168480}{65 \times 12}} = 14.7''$$

故に  $h = 15'$ ,  $i = 3'$ ,  $h_0 = 18' = 1.5'$  とする。

$$K_2 = 12500, \quad A = \frac{168480}{12500 \times 15} = 0.9 \text{ sq. ft.}$$

$\frac{7}{8}'' \phi$  round, 8' cts.,  $A = 0.902 \text{ sq. ft.}$  使用。此の鐵筋は頂版の下面に挿入し、三本目毎に曲上す可し。

側壁は次の如く計算する。地表から四呎九吋の點から同一二呎の點迄を側壁と考へると(177)式の  $H = 7.25'$

混凝土及鋼筋混凝土

六

活荷重 350  
土砂 100 × 4.75 = 475 } 825

$$\therefore p_1 = \frac{1}{3} \times 825 = 275 \#/\square'$$

活荷重 350  
土砂 100 × 12.0 = 1200 } 1550

$$\therefore p_2 = \frac{1}{3} \times 1550 = 517 \#/\square'$$

$$(177) \text{ 活荷重 } m = \frac{1}{50} (2 \times 275 + 3 \times 517) \times 7.25^2 \times 12 = 26,500 \#'$$

$$\therefore h = \sqrt{\frac{26500}{65 \times 12}} = 6.8''$$

$h = 9''$ ,  $i = 3'$ ,  $h_0 = 12'' = 1.0'$  と取る。

$$A = \frac{26500}{12500 \times 9} = 0.236 \square''$$

$\frac{1}{2}'' \phi$  round, 8' cts.,  $A = 0.294 \square''$  使用。此の鐵筋は側壁の内面に近く挿入する。

底版の計算は次の如し、函渠の全幅（二三呎）に付

活荷重	350 × 13.0 = 4550
土砂	100 × 4.0 × 13.0 = 5200
頂版	150 × 1.5 × 13.0 = 2925
側壁(2)	150 × 2 × 5.5 × 1.0 = 1650
填壁(2)	150 × 1.0 × 1.0 = 150
	14475

$$\therefore q_0 = \frac{14475}{13} = 1,110 \#/\square'$$

$$m = \frac{1}{10} \times 1,110 \times 12^2 \times 12 = 191,800 \#'$$

$$h = \sqrt{\frac{191,800}{65 \times 12}} = 15.7''$$

$h = 21''$ ,  $i = 3'$ ,  $h_0 = 24'' = 2.0'$  と取る。

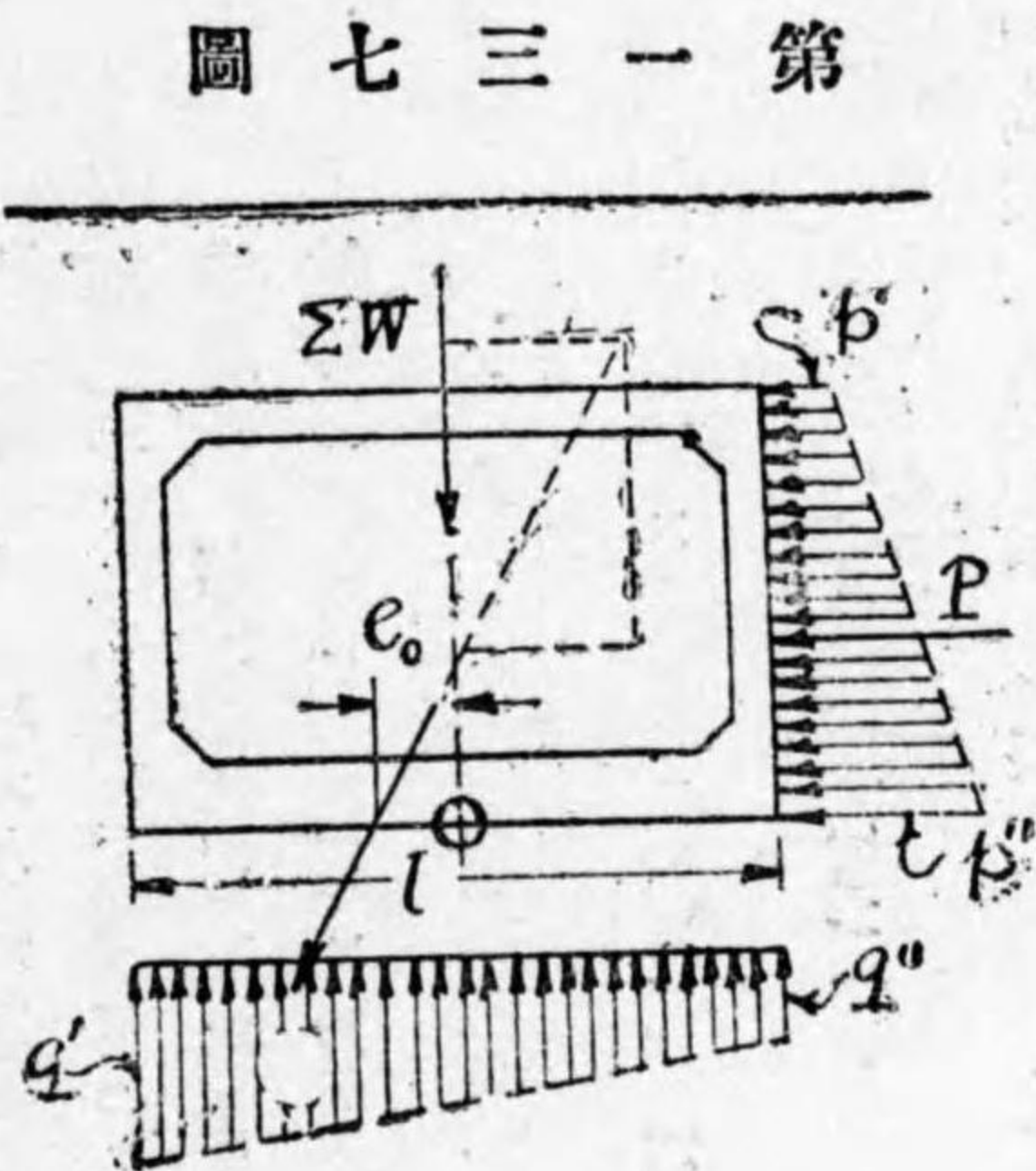
$$A = \frac{191800}{12500 \times 21} = 0.73 \square''$$

$\frac{13}{16}'' \phi$  round, 8' cts.,  $A = 0.778 \square''$  使用。此の鐵筋を底版の上面に挿入し三本目毎に曲下す可し。

以上は何れも函渠の横斷方向の主鐵筋であるが縦斷方向にも配置鐵筋として  $\frac{1}{2}'' \phi$  round, 12' cts. を頂版、側壁及び底版の凡てを通じて挿入す可し。函渠の四隅には填壁 (fillet) を附けるのが普通であるが、場合によれば此の填壁の部分にも四十五度の方向に繫筋を入れる事がある。次に地盤の蒙る壓力は土壓力が片側だけに作用するものと假定して

底版以上の重量(前掲) 14475  
 底版 150 × 2.0 × 13.0 = 3900  
 埋壁(2) 150  
 18525  
 活荷重 350  
 土砂 100 × 4.0 = 400  
 750

此等の鉛直荷重の働線は底版の中心線を通過する。更に頂版上面(地表から四呎)及び底版下面(地表から二三呎)に於ける土壓力を求めて見る。



今底版底面の中心O(第一三七圖)に力率の中心を取つて見ると鉛直荷重の力率はOがその働線上にあるから零となり、土壓力の力率だけが残る。

従つて合力の偏心率 $e_0$ (第一三七圖)は

$$\therefore e' = \frac{1}{3} \times 750 = 250 \text{ #/ft}$$

活荷重 350  
 土砂 100 × 13.0 = 1300  
 1650

$$\therefore e'' = \frac{1}{3} \times 1650 = 550 \text{ #/ft}$$

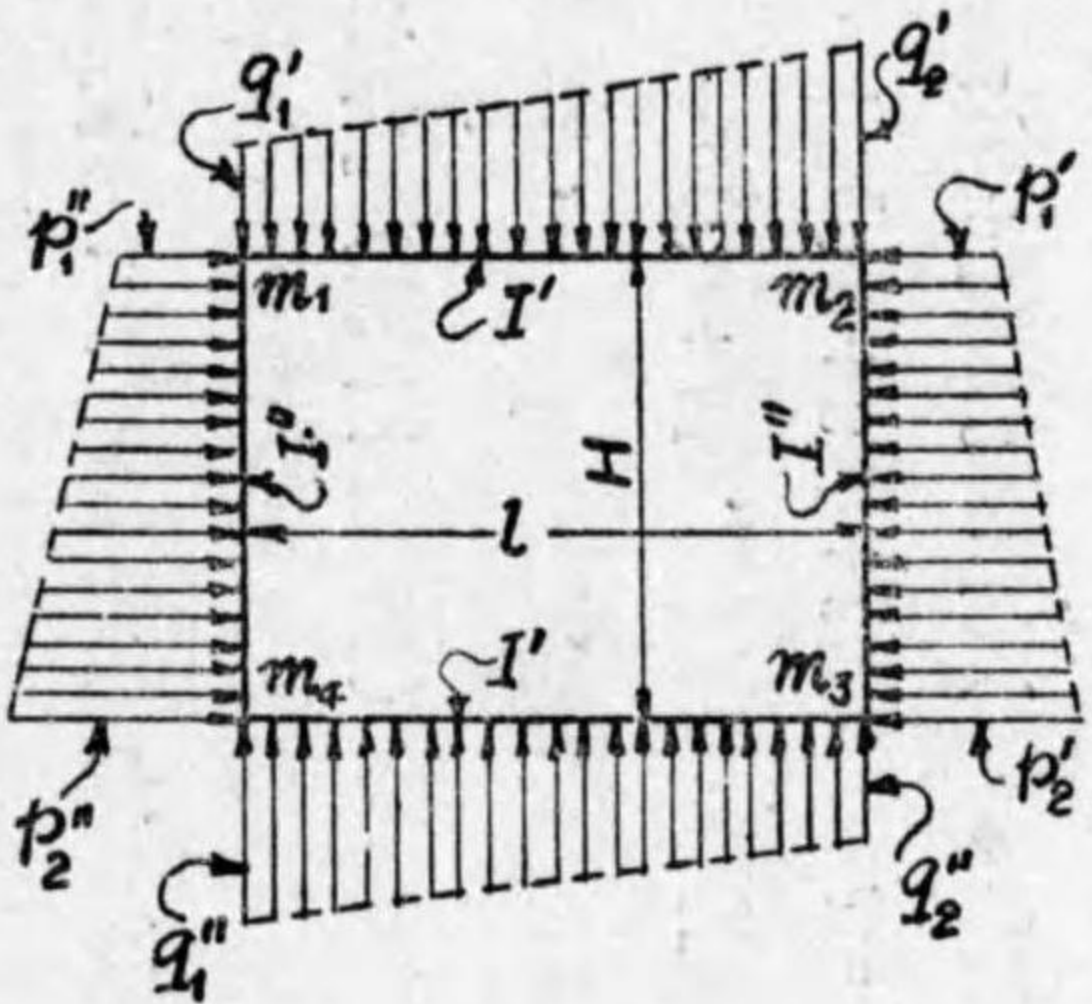
$$\therefore m = \frac{1}{6} (2 \times 250 + 550) \times 9'' = 14,175 \text{ #}$$

圖七三一第

$$e_0 = \frac{14175}{18525} = 0.77'$$

$$q' = \frac{18525}{13} \left( 1 + \frac{6 \times 0.77}{13} \right) = 1940 \text{ #/ft}^2$$

$$q'' = \frac{18525}{13} \left( 1 - \frac{6 \times 0.77}{13} \right) = 910 \text{ #/ft}^2$$



圖八三一第

$q''$ は第一三五圖(甲)の $q_1$   $q_2$ に底版の重量を加算したものに相當する。而して此等は何れも地盤の安全支持力每平方呎四〇〇〇所よりは遙かに小さいから、別に杭打工などの必要がない事が分る。最後に函渠の滑動に對する安定であるが

$$P = \frac{1}{2} (250 + 550) \times 9.0 = 3,600 \text{ #}$$

$$\text{摩擦力は } 0.5 \times 18525 = 9,260 \text{ #} > P$$

以上は函渠の略式計算法 (approximate calculation) であるが、比較的正確なる計算法 (exact calculation) は次節に於て述べるが如く函渠を頂版、側壁及び底版から成る四徑間の連桁と見做すのである。

(3) 函渠の第二計算法 矩形断面の函渠の徑間を $l$ 、高さを $H$ としその頂版、側壁及び底版が第一三八圖の如き荷重を蒙るものと假

定する。函渠を四徑間の連桁と見做してその四隅を支點と考へると、四隅には反偶力率  $m_1, m_2, m_3, m_4$  が存在する。

今頂版と底版とは同一の厚さと鉄筋量とを有するものと假定しその合成惰性率(47式参照)を  $I'$  とし側壁の合成惰性率を  $I''$  とする。然る時は桁の理論から次の如き諸公式を得る(證明略)

(1) 反偶力率

(a) 一般の場合。(第一三八圖)

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{l}{I'}, & b &= \frac{H}{I''}, \\ a &= -a(3a+5b), & \beta &= -b(5a+3b) \\ r &= +2(3a^2+8ab+3b^2), & \delta &= +4ab \\ \Delta &= 3(a+b)(3a+b)(a+3b) \\ 2(a+\beta)+r+\delta &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (178)$$

(178) 式の最後の式は檢算である。

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= (7p_2'' + 8p_1'') \frac{H^3}{60I''} + (8q_1' + 7q_2') \frac{b}{60I'} \\ k_2 &= (7q_1' + 8q_2') \frac{b}{60I'} + (8p_1' + 7p_2') \frac{H^3}{60I''} \\ k_3 &= (7p_1' + 8p_2') \frac{H^3}{60I''} + (8q_2'' + q_1'') \frac{b}{60I'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (179)$$

$$k_4 = (7q_2'' + 8q_1'') \frac{b}{60I'} + (8p_2'' + 7p_1'') \frac{H^3}{60I''}$$

(178) 式を用ひて

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= (\gamma k_1 + a k_2 + \delta k_3 + \beta k_4) / \Delta \\ m_2 &= (a k_1 + \gamma k_2 + \beta k_3 + \delta k_4) / \Delta \\ m_3 &= (\delta k_1 + \beta k_2 + \gamma k_3 + a k_4) / \Delta \\ m_4 &= (\beta k_1 + \delta k_2 + a k_3 + \gamma k_4) / \Delta \\ m_1 + m_2 + m_3 + m_4 &= \frac{k_1 + k_2 + k_3 + k_4}{3(a+b)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (180)$$

(180) 式の最後の式は檢算である。

(b) 特殊の場合その一。(第一三五圖甲)

此の時は  $q_1' = q_2' = q, q_1'' = q_2'', q_2'' = q_3'', p_1' = p_2, p_2' = p_3, p_1'' = p_2'' = 0$

故に (178) 式には變化はないが (179) 式の代りに次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{q b^3}{4I'} \\ k_2 &= \frac{q b^3}{4I'} + (8p_1 + 7p_2) \frac{H^3}{60I''} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (181)$$

$$k_3 = (7p_1 + 8p_2) \frac{H^3}{60I'} + (8q_2 + 7q_1) \frac{l^3}{60I'}$$

$$k_4 = (7q_2 + 8q_1) \frac{l^3}{60I'}$$

(c) 特殊の場合その二。(第一三五圖乙)

此の時は  $q_1' = q_2' = q$ ,  $q_1'' = q_2'' = q_0$ ,  $p_1' = p_1'' = p_0$ ,  $p_2' = p_2'' = p_0$

故に之を (179) 式に代入して

$$k_1 = k_2 = \frac{ql^3}{4I'} + (8p_1 + 7p_2) \frac{H^3}{60I'}$$

$$k_3 = k_4 = \frac{q_0 l^3}{4I'} + (7p_1 + 8p_2) \frac{H^3}{60I'}$$

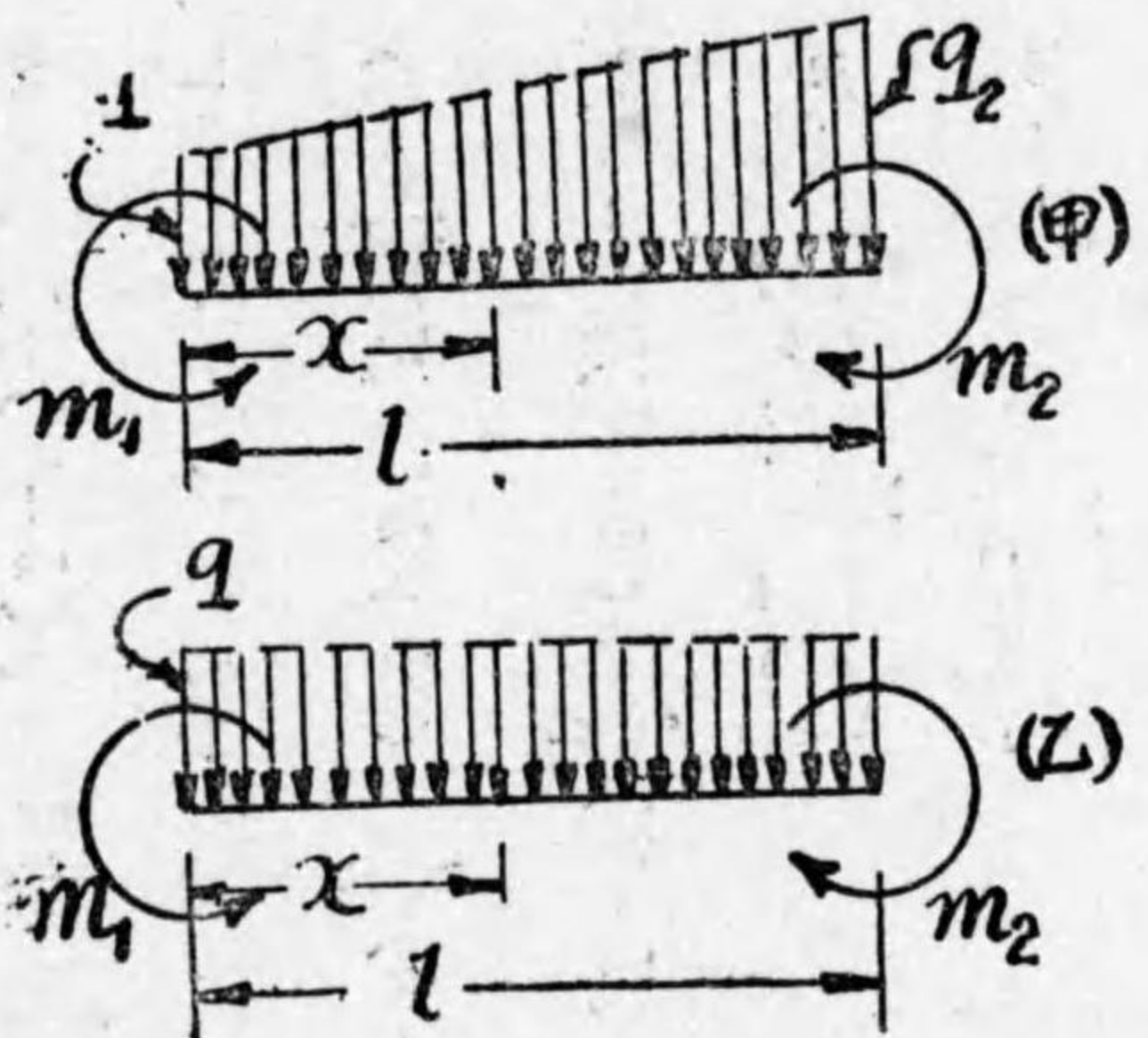
(182) 式を (180) 式に代入し且つ (178) 式を用ひてその結果を簡單にすれば

$$m_1 = m_2 = \frac{(3a+2b)k_1 - bk_3}{3(a+b)(3l+b)}$$

$$m_3 = m_4 = \frac{(3a+2b)k_3 - bk_1}{3(a+b)(3a+b)}$$

(口) 最大彎曲率

(a) 一般の場合。(第一三九圖甲)



圖九三一第

兩支點に於ける反偶力率  $m_1$ ,  $m_2$  が與へられたる時、 $q_1$  より  $q_2$  に増大する等變荷重を受ける連桁徑間の彎曲率は

$$m = m_1 - \frac{(m_1 - m_2)x}{l} - \frac{2q_1 + q_2}{6} xl + \frac{q_1}{2} x^2 - \frac{q_1 - q_2}{6l} x^3$$

(184) 式によつて與へられた彎曲率  $m$  の最大又は最小値を求める事は、 $x$  に就ての三次函數の最大又は最小値を求める問題に歸着する。而して  $x$  の三次函數を

$$f(x) = Ax^3 + 3Bx^2 + 3Cx + D$$

て表はしその最大又は最小値を  $x_0$  とすれば  $x_0$  は此の函數に最大又は最小値を與ふる  $x$  の値であつて、微分學上次の關係がある。

$$f(x) = Ax^3 + 3Bx^2 + 3Cx + D$$

$$G = B^2 - AC, \quad H = 3ABC - 2B^3 - A^2D$$

$$x_0 = \frac{-B \pm \sqrt{G}}{A} \quad \dots \dots \dots (185)$$



$$f(x_0) = \frac{-H \mp 2G^{\frac{3}{2}}}{A^{\frac{3}{2}}}$$

(185) 式を (184) 式に適用して  $m$  の最大又は最小値  $m_0$  を求めるには  $x = x_0$ ,  $\frac{dx}{dt} = 0$  として (184) 式を書き直し

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{l^2}{6} \left[ -(q_1 - q_2)s^2 + 3q_1s^2 - 3 \left\{ \frac{2q_1 + q_2}{3} + \frac{2(m_1 - m_2)}{l^2} \right\} s + \frac{6m_1}{l^2} \right] \\ A &= -(q_1 - q_2), \quad B = q_1 \\ G &= \frac{1}{3} (q_1^2 + q_1q_2 + q_2^2) - \frac{2}{l^2} (q_1 - q_2) (m_1 - m_2) \\ H &= -q_1q_2(q_1 + q_2) + \frac{6}{l^2} (q_1 - q_2) (q_2m_1 - q_1m_2) \\ x_0 &= l \left[ \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4G}}{2G} \right] \\ m_0 &= \frac{l^2}{6} \left[ \frac{-H \mp 2G^{\frac{3}{2}}}{A^{\frac{3}{2}}} \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (186)$$

(b) 特殊の場合との一。(第三三九圖乙)

$m_1$  と  $m_2$  とが等しからず、而も  $q_1 = q_2 = q$  とする。此の時は (184) 式の代りに

$$m = m_1 - \frac{(m_1 - m_2)x}{l} - \frac{q}{2} (1-x)x \dots \dots \dots (187)$$

(187) 式の表はす  $m$  は  $x$  の二次函数であり二次函数の最大又は最小値は (185) 式と同様にして微分學上次式から求められる。

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= Ax^2 + 2Bx + C \\ G &= B^2 - AC \\ x_0 &= -\frac{B}{A} \\ f(x_0) &= -\frac{C}{A} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (188)$$

(188) 式を (187) 式に適用すれば (186) 式を得たのと同様に

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{l^2}{2} \left[ qs^2 - 2 \left\{ \frac{q}{2} + \frac{(m_1 - m_2)}{l^2} \right\} s + \frac{2m_1}{l^2} \right] \\ A &= q, \quad B = -\frac{q}{2} - \frac{(m_1 - m_2)}{l^2} \\ G &= \frac{q^2}{4} - \frac{q(m_1 + m_2)}{l^2} + \frac{(m_1 - m_2)^2}{l^4} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (189)$$

$$x_0 = l \times \frac{-B}{A} = \frac{l}{2} + \frac{m_1 - m_2}{ql}$$

$$m_0 = \frac{p}{2} \times \frac{-G}{A} = -\frac{ql^2}{8} + \frac{m_1 + m_2}{2} - \frac{(m_1 - m_2)^2}{2ql^2}$$

(c) 特殊の場合その二。(第二三九圖(乙))

$m_1 = m_2, q_1 = q_2 = q$  とすると (187) (189) 式の代りに

$$m = m_1 - \frac{q}{2}(1-x)x \dots \dots \dots (190)$$

$$m = \frac{l^2}{2} [qs^2 - 2\frac{q}{2}s + \frac{2m_1}{l^2}]$$

$$A = q, \quad B = -\frac{q}{2}$$

$$G = \frac{q^2}{4} - \frac{2qm_1}{l^2}$$

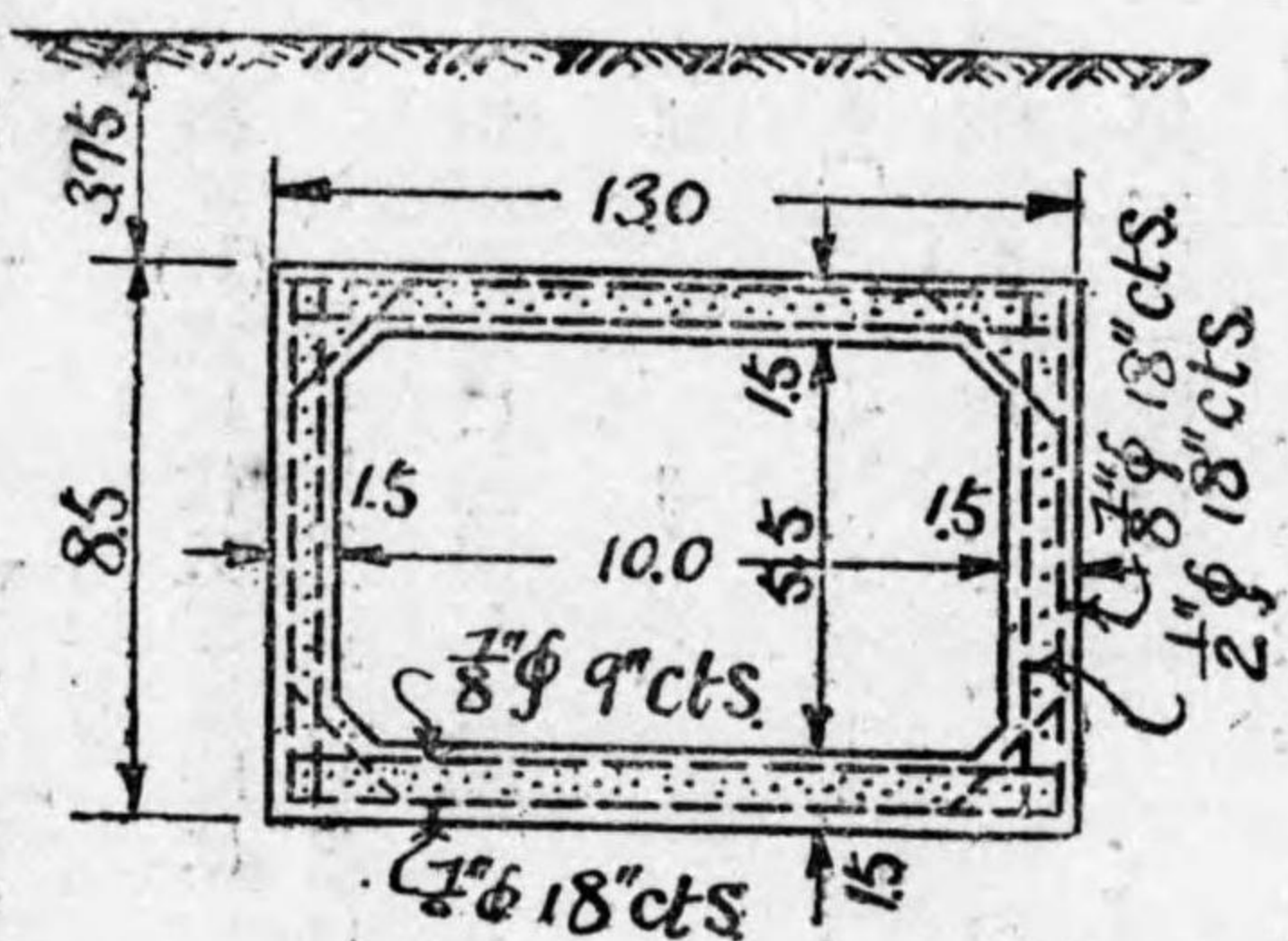
$$x_0 = l \times \frac{-B}{A} = \frac{l}{2}$$

$$m_0 = \frac{l^2}{2} \times \frac{-G}{A} = -\frac{ql^2}{8} + m_1$$

(191)

此等の公式を用ひて最大彎曲率を算出するのであるが、之には桁の合成惰性率を豫め知らなければならぬ。そこで第一計算法を用ひて頂版、側壁及び底版を略算的に設計したる後に、第二計算法を用ひて正確なる檢算を用ふがよい。

第一四〇圖



$$A = 0.801 \square, \quad p = \frac{0.801}{12 \times 15} = 0.00445$$

計算例 前例の材料により第一四〇圖の函渠を第二計算法によつて檢算可し。

本例の函渠に於てはその内法寸法を 10.0 x 5.5 とし、頂版と底版とは同一の斷面を有せしめる。即ち有効深一五吋總深一八吋にして抗張鐵筋は徑八分七吋丸鋼、九吋間隔、抗壓鐵筋(之は徑間の端に於ける反偶力率に對しては抗張鐵筋として働くものである)は徑八分七吋丸鋼、一八吋間隔、又側壁は同じく有効深一五吋、總深一八吋にして抗張鐵筋は徑八分七吋丸鋼、一八吋間隔(之は徑間の端に於ける反偶力率に抵抗するものである) 抗壓鐵筋は徑二分一吋丸鋼、一八吋間隔とする。(第一四一圖參照)

- (1) 合成惰性率及び有効徑間
  - (イ) 頂版及び底版(第一四一圖甲)
- 鐵筋量及び鐵筋比次の如し。

$$A' = 0.401 \square'', \quad p' = \frac{0.401}{12 \times 15} = 0.00222$$

$$n = 15, \quad \beta = \frac{18 - 15}{15} = 0.2$$

此等の値を(19)式に代入する時は  $a = 0.293$ ,  $ak \neq 4.4''$  桁の有効径間を中立軸から中立軸までに取るものとすれば  $H = 66 + 2(9 + 4.6) = 93.2'' \neq 7.77'$

又第八編第五章に説明した處により中立軸に関する混凝土及び鉄筋の惰性率は夫々

$$I_1 = \frac{12 \times 4.4^3}{3} = 340.7$$

$$I_2 = [A'(a - \beta)^2 + A(1 - a)^2]I_c^2 = [0.401 \times 0.093^2 + 0.801 \times 0.707^2] \times 15^3 = 90.7 \quad (44) \text{式参照}$$

合成惰性率は  $I' = I_1 + nI_2 = 340.7 + 15 \times 90.7 = 1701 \text{ in.}^4$

(ロ)側壁(第一四一圖(2))

同様にして

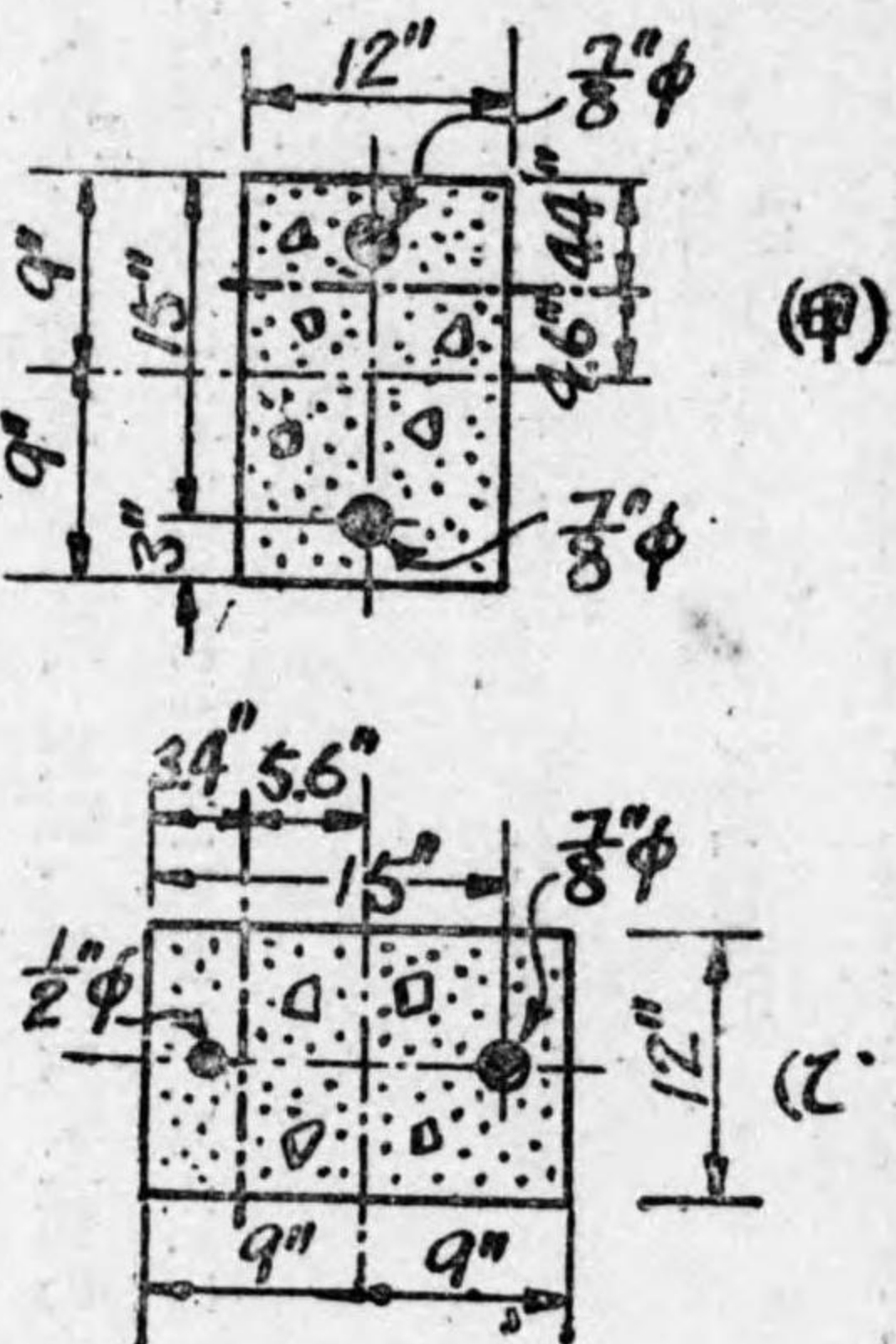
$$A = 0.401 \square'', \quad p = 0.00222$$

$$A' = 0.131 \square'', \quad p' = 0.00073$$

$$n = 15, \quad \beta = 0.2$$

$$(19) \text{式により} \quad a = 0.227, \quad ak \neq 3.4''$$

第一四一圖



桁の有効径間は  $l = 120 + 2 \times 3.4 = 126.8'' \neq 10.57'$

$$I_1 = \frac{12 \times 3.4^3}{3} = 157.2$$

$$I_2 = [0.131 \times 0.027 + 0.401 \times 0.773^2] \times 15^3 = 53.9$$

$$I' = 157.2 + 15 \times 53.9 = 966 \text{ in.}^4$$

(2) 式(178)の常数

$$a = \frac{126.8}{1701} = 0.0745, \quad b = \frac{93.2}{966} = 0.0966$$

$$\alpha = -0.05263425, \quad \beta = -0.06397818$$

$$\gamma = +0.20443806, \quad \delta = +0.02878680$$

$$A = +0.05985716$$

(178) 式の最後の式により検算を行へば

$$2(-0.05263425 - 0.06397818) + 0.20443806 + 0.02878680 = -0.23322486 + 0.23322486 = 0$$

(3)最大彎曲率(第一三五圖(甲)の場合)

(イ)荷重

第一三五圖(甲)の場合を取れば

$q = 350$  (活荷重)  $+ 100 \times 3.75$  (土砂)  $+ 150 \times 1.5$  (頂版)  $= 950 \#/\square'$   
 側壁を頂版及び底版の中立軸間の距離(即ち  $H$ ) だけに限ると、その荷重は地表から  $3.75' + 4.4' = 4.12'$  の地點及び  $3.75' + 4.4' + 93.2' = 11.88'$  の地點の土壓力に等變する事になる。

$$P_1 = \frac{1}{2}(350 + 100 \times 4.12) = 250 \#/\square'$$

$$P_2 = \frac{1}{2}(350 + 100 \times 11.88) = 510 \#/\square'$$

次に地盤の反力  $q_1, q_2$  を求めるがために第一三七圖を用ひ前例の場合と同様に計算すると

$$p' = \frac{1}{3}(350 + 100 \times 3.75) = 240 \#/\square'$$

$$p'' = \frac{1}{3}(350 + 100 \times 12.25) = 530 \#/\square'$$

$$m = \frac{1}{2}(2 \times 210 + 530) \times 8.5 = 12,160 \#$$

鉛直荷重  $\Sigma W$  は活荷重・土砂・頂版・側壁・上部の二個の填壁の重量のみを加算する。

$$\Sigma W = 350 \times 13 + 100 \times 3.75 \times 13 + 150[13 \times 1.5 + 2 \times 5.5 \times 1.5 + 1.0 \times 1.0] = 14,975$$

$$e_0 = \frac{12160}{14975} = 0.81'$$

$$q' = \frac{14975}{13} \left(1 + \frac{6 \times 0.81}{13}\right) = 1580 \#/\square'$$

$$q'' = \frac{14975}{13} \left(1 - \frac{6 \times 0.81}{13}\right) = 720 \#/\square'$$

此の  $q', q''$  は底版の兩端に起る反力強度であるが、底版及び頂版の有効徑間は  $\bar{h} = 126.8''$  であるから一三

呎即ち一五六吋の全幅に對して  $q'$  から  $q''$  に減少する反力は、一二六・八吋の徑間に對しては  $q_1$  から  $q_2$  に減少し  $\frac{1}{2}(156 - 126.8) = 14.6''$

$$q_1 = 1580 - \frac{1580 - 720}{156} \times 14.6 = 1500 \#/\square'$$

$$q_2 = 720 + \frac{1580 - 720}{156} \times 14.6 = 800 \#/\square'$$

(ロ) 式の係數

(181)

$$k_1 = \frac{950}{12} \times \frac{126.8^3}{4 \times 1701} = 23721$$

$k_1$  を求めるに方も荷重  $q$  を一二で割つたのは、 $q = 950$  は單位幅の桁一呎當りの荷重を表はしてゐるのに  $q$  は吋の單位で表はされてゐるから  $q$  の値をも單位幅の桁一時當りの荷重を表はす様に換算したのである。他も同様にして

$$k_2 = \frac{950}{12} \times \frac{126.8^3}{4 \times 1701} + \frac{5570}{12} \times \frac{93.2^3}{60 \times 966} = 30211$$

$$k_3 = \frac{5830}{12} \times \frac{93.2^3}{60 \times 966} + \frac{16900}{12} \times \frac{126.8^3}{60 \times 1701} = 34925$$

$$k_4 = \frac{17600}{12} \times \frac{126.8^3}{60 \times 1701} = 29298$$

(180) 式の反偶力率

$$m_1 = 39,900 \text{ 磅} \quad m_2 = 59,100 \text{ 磅} \quad m_3 = 72,600 \text{ 磅} \quad m_4 = 58,500 \text{ 磅}$$

(180) 式の最後の式で檢算を行くは

$$\text{左邊} \quad \Sigma m = 39,900 + 59,100 + 72,600 + 58,500 = 230,100 \text{ 磅}$$

$$\text{右邊} \quad \frac{\Sigma k}{3(a+b)} = \frac{118,155}{3 \times 0.1711} = 230,100 \text{ 磅}$$

(二) 彎曲率  $m_0$

頂版に對しては (189) 式を使用する。  $k_1, k_2$  等の計算と同様にして  $q = \frac{950}{12}$  と置く

$$\frac{q^2}{8} = \frac{950}{12 \times 8} \times 126.8^2 = 159,100$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2) = \frac{1}{2}(39,900 + 59,100) = 49,500$$

$$\frac{1}{2q^2}(m_1 - m_2)^2 = \frac{(59,100 - 39,900)^2 \times 12}{2 \times 950 \times 126.8^2} = 100$$

$$\therefore m_0 = -159,100 + 49,500 - 100 = -109,700 \text{ 磅}$$

底版に對しては (181) 式を使用する。

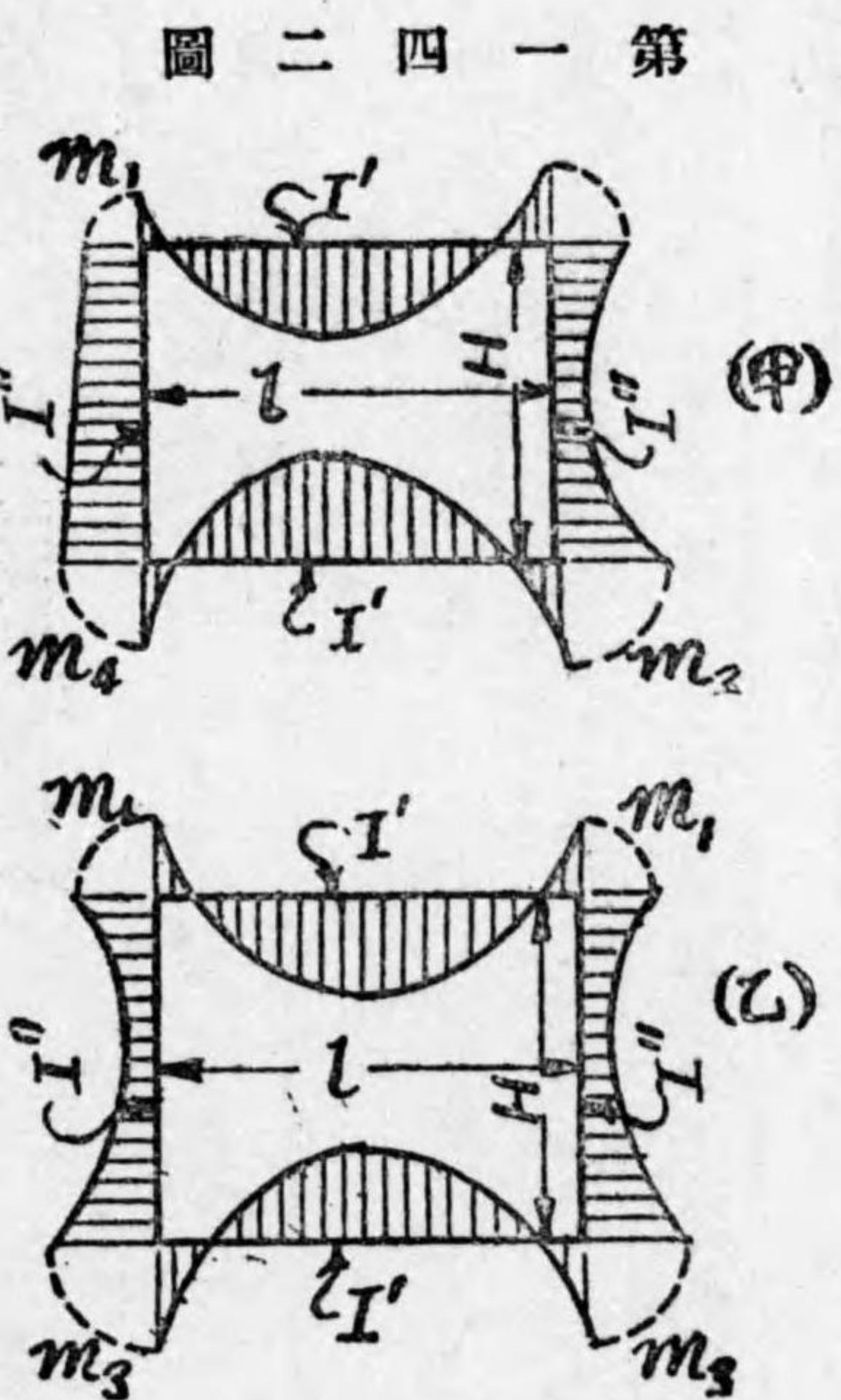
$$A = -\frac{1500 - 800}{12} = -58, \quad B = \frac{1500}{12} = 125$$

$$C = \frac{1}{3}(125^2 + 125 \times 67 + 67^2) + \frac{2}{126.8^2} \times 68 \times (72600 - 58500) = 9,598$$

$$H = -125 \times 67 \times 192 + \frac{6}{126.8^2} \times 58 \times (67 \times 58500 - 125 \times 72600) = -1,730,438$$

$$\frac{-H - 2C^2}{A^2} = \frac{1,730,438 - 2 \times 9,598^2}{58^2} = -45$$

$$\therefore m_0 = \frac{126.8^2}{6} \times (-45) = -120,600 \text{ 磅}$$



第一四二圖

側壁に就ては土壓力を蒙らない方の側壁は荷重が零であるから、彎曲率は  $m_1$  から  $m_4$  に直線的に増大する。土壓力を蒙る方の側壁に就ては底版の場合と同様に計算すると  $m_0$  は一とならず矢張り + の符號を有するから、 $m_0$  は負最大彎曲率とならず正最小彎曲率である事を知る。従つて此の場合の側壁は常に外側が張力側、内側が壓力側となる事を知る。(計算略)

故に此の場合の彎曲率圖は第一四二圖(甲)の如し。

(4) 最大彎曲率 (第一三五圖乙) の場合)

(イ) 荷重

第一三五圖乙) を取つて

$$q = 950 \text{ #/ft}^2$$

前の場合と同様に

$$p_1 = 250 \text{ #/ft}^2, \quad p_2 = 510 \text{ #/ft}^2$$

$$q_0 = \frac{1}{13} [350 \times 13 + 100 \times 3.75 + 150(13 \times 1.5 + 2 \times 5.5 \times 1.5 + 1.0 \times 1.0)] = 1150 \text{ #/ft}^2$$

(ロ) 式の係數

$$k_1 = 30211, \quad k_2 = 35508$$

(ハ) 式の反偶力率

$$m_1 = 55,700'' \#, \quad m_2 = 72,300'' \#$$

(ニ) 彎曲率  $m_0$

頂版に就ては (191) 式により

$$m_0 = -\frac{950 \times 126.8^2}{12 \times 8} + 55,700 = -103,400'' \#$$

底版に就ては同じく (191) 式から

$$m_0 = -\frac{1150 \times 126.8^2}{12 \times 8} + 72,300 = -120,300'' \#$$

側壁に就ては前の場合と同様に計算して  $m_0$  は正最小となり従つて彎曲率は符號を變じない事を知る。(計算略)

此の場合の彎曲率圖は第一四二圖乙) の如し。

(5) 抵抗率

以上の計算から彎曲率は乙) の場合よりも甲) の場合が大きい事が分る。即ち

桁	版	最大彎曲率(吋呎)
頂	版	109,700
側	壁	72,600
底	版	120,600

桁の抵抗率を見出すには (17) 式を用ひ  $c = 4.50$  として頂版及び底版に對しては

$$M = \frac{4.50}{4.4} \times 1701 = 174,000'' \#$$

側壁に對しては同様にして

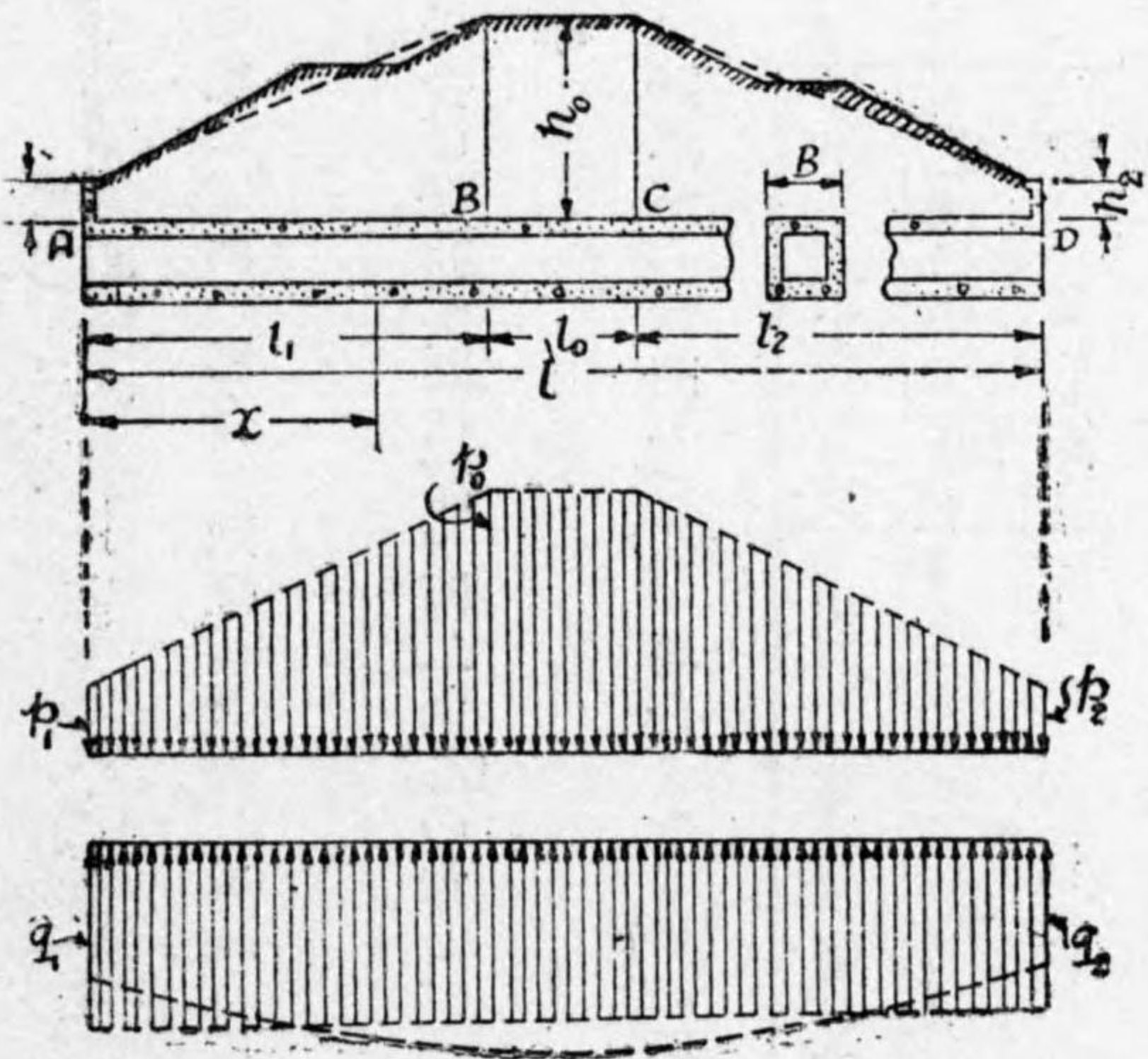
$$M = \frac{450}{3.4} \times 966 = 128,400 \text{ kg}$$

故に抵抗率は最大彎曲率に比すれば可なり大きく、始めの略算によるものは寧ろ過強 (Overthong) な設計であつた事が分るのである。

(4) 函渠の第三計算法 普通の場合には函渠は前二節に示した如き横斷の方向の計算をなすのみで充分であつて、その長さの方向には適宜に配置鐵筋を使用すればよいのであるが、函渠の長さが相當に長く、且つ河川の堤防を横斷して築造する場合の如く、その上に來る土の深さが一定でなく従つて暗渠上の荷重がその長さの方向に變化する場合には、暗渠を長さの方向の桁と考へて計算しなければならぬ。此の方向の計算をしながらたがために暗渠の破壊した實例は頗る多いのであるから、次に此の計算法を説明しよう。

第一四三圖の上圖を堤防の横斷面及び暗渠の縦斷面を表はすものとする。暗渠の自重をその全長に亙つて同一としその單位長の重量を  $g$  とする。堤防の斷面に於ける土の深さは第一四三圖の如く變化するのが普通である

第一四三圖



が、計算を簡單にするため之を破線で示した様な梯形と假定すると A B (又は C) D に於ける土の深さは夫々  $h_1, h_2$  であつて A B C D 間は共に直線的に變化する事になる。第一四三圖の中圖を自重をも加算したる暗渠の荷重を表はすものとする A B (又は C) D に於ける暗渠單位長の荷重の大きさは土の單位重量を  $w$  暗渠の幅を  $B$  として

$$p_1 = g + wBh_1, \quad p_0 = g + wBh_0, \quad p_2 = g + wBh_2$$

斯の如き荷重状態に對する地盤の反力は普通 B 及び C の間に頂點を有する高次の拋物線 (第一四三圖の下圖) によつて表はされるのであるが、その最も危険な場合を取つて之を直線と假定する場合が實地上頗る多いのである。即ち反力は第一四三圖下圖の如く A より D に向つて  $q_1$  から  $q_2$  に直線的に變化すると假定する。若し  $h_1 = h_2, l_1 = l_2$  であれば  $p_1 = p_2$  であつて而も荷重は前後對稱であるから  $q_1 = q_2$  となり、反力は暗渠の全長に亙つて同一となる。但し實地上  $h_1 \neq h_2, l_1 \neq l_2$  である場合が最も普通であるから  $q_1 \neq q_2$  なる關係が保たれる事になり、此の故に斯の如き計算法を等布反力の假定 (assumption of uniform reaction) と呼ぶ。

(1) 地盤反力 靜力學の原理から荷重の總和は反力の總和に等しくなければならない。即ち

$$\frac{p_1 + p_0}{2} \times l_1 + p_0 l_0 + \frac{p_0 + p_2}{2} \times l_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} \times l$$

又荷重の重心と反力の重心とは一致しなければならないから、例へば暗渠の右端即ち D 點に關する荷重の力率と反力の力率とは等しくなければならない。

$$m = \frac{(2p_0 + p_2)l_2^2}{6} + \frac{p_0 l_0 (l_0 + 2l_2)}{2} + \frac{(p_1 + p_0)l_1}{2} \left[ \frac{(2h_1 + h_0)l_1}{3(p_1 + p_0)} + l_0 + l_1 \right]$$

$$= \frac{(2p_0 + p_2)l_2^2}{6} + \frac{3p_0l_0(l_0 + 2l_2)}{6} + \frac{(2p_1 + p_0)l_1^2}{6} + \frac{3(p_1 + p_0)(l_0 + l_2)l_1}{6}$$

$$m = \frac{(2q_1 + q_2)l^2}{6}$$

$$\therefore (2p_0 + p_2)l_2^2 + 3p_0l_0(l_0 + 2l_2) + (2p_1 + p_0)l_1^2 + 3(p_1 + p_0)(l_0 + l_2)l_1 = (2q_1 + q_2)l^2$$

此等の二つの公式を書き直すと

$$p_1l_1 + p_0(l_1 + l_0) + p_2l_2 = (q_1 + q_2)l$$

$$p_1l_1(3l - l_1) + p_0[3l_0(l + l_2) + (l_1 + l_2)(l_1 + 2l_2)] + p_2l_2^2 = (2q_1 + q_2)l^2 \quad \dots\dots\dots (192)$$

(192) 式に於て  $p_1 = p_2$ ,  $l_1 = l_2$  とすれば

$$q_1 = q_2 = \frac{p_1l_1}{l} + \frac{p_0(l_1 + l_0)}{l} \dots\dots\dots (193)$$

此の  $q_1$ ,  $q_2$  を  $B$  で割つたものが地盤の単位反力となる。

(口) 彎曲率 暗渠の左端から計つて  $x$  の距離にある點の荷重強度を  $q$  とすると

AB 間にて  $0 \leq x \leq l_1$

$$p = p_1 + \frac{p_0 - p_1}{l_1}x = \frac{1}{l_1}[p_1(l_1 - x) + p_0x]$$

$$q = q_1 + \frac{q_2 - q_1}{l}x = \frac{1}{l}[q_1(l - x) + q_2x]$$

$$m = \frac{(2p_1 + p)x^2}{6} - \frac{(2q_1 + q)x^3}{6} = \frac{x^2}{2}(p_1 - q_1) + \frac{x^3}{6}\left\{\frac{p_0 - p_1}{l_1} - \frac{q_2 - q_1}{l}\right\} \dots\dots\dots (194)$$

A 點にて

$$m = 0$$

B 點にて

$$m_1 = \frac{l_1^2}{2}(p_1 - q_1) + \frac{l_1^3}{6}\left\{\frac{p_0 - p_1}{l_1} - \frac{q_2 - q_1}{l}\right\}$$

BC 間にて

$$l_1 \leq x \leq (l_1 + l_0)$$

$$p = p_0$$

$$q = \frac{1}{l}[q_1(l - x) + q_2x]$$

$$m = \frac{(2p_1 + p_0)l_1^2}{6} + \frac{(p_1 + p_0)(x - l_1)l_1}{2} + \frac{p_0(x - l_1)^2}{2} - \frac{(2q_1 + q)l_1^2}{6}$$

$$= \frac{(p_0 - p_1)l_1^2}{6} + \frac{(p_1 - p_0)l_1x}{2} + \frac{(p_0 - q_1)x^2}{2} - \frac{(q_2 - q_1)x^3}{6l} \dots\dots\dots (195)$$

B 點にて

$$m_1 = \frac{l_1^2}{2}(p_1 - q_1) + \frac{l_1^3}{6}\left\{\frac{p_0 - p_1}{l_1} - \frac{q_2 - q_1}{l}\right\}$$

C 點にて

$$m_2 = \frac{(p_0 - p_1)l_1^2}{6} + \frac{(p_1 - p_0)(l_1 + l_0)l_1}{2} + \frac{(p_0 - q_1)(l_1 + l_0)^2}{2} - \frac{(q_2 - q_1)(l_1 + l_0)^3}{6l}$$

(192) 式を用ひ之を書き直せば



$$m_2 = \frac{l_2^2}{2}(p_2 - q_2) + \frac{l_2^3}{6} \left\{ \frac{p_0 - p_2}{l_2} - \frac{q_1 - q_0}{l} \right\}$$

(195) 式によつて表はさるゝ  $m$  の最大値  $m_0$  を求むるには (185) 式を適用し、(186) 式を得たのと同様に

$$m = \frac{1}{6} \left\{ -\frac{(q_2 - q_1)x^2}{l} + 3(p_0 - q_1)x^2 + 3(p_1 - p_0)lx + (p_0 - p_1)l^2 \right\}$$

$$A = -\frac{q_2 - q_1}{l}, \quad B = p_0 - q_1$$

$$G = (p_0 - q_1)^2 + \frac{l}{1} (q_2 - q_1) (p_1 - p_0)$$

$$H = -\frac{3l}{1} (q_2 - q_1) (p_1 - p_0) (p_0 - q_1) - 2(p_0 - q_1)^2 - \frac{l^2}{2} (q_2 - q_1)^2 (p_0 - p_1)$$

$$a_0 = \frac{-B \pm \sqrt{G}}{A}$$

$$m_0 = \frac{1}{6} \left[ -\frac{H \pm 2G^{\frac{3}{2}}}{A^2} \right]$$

CC 間にて  $(l_1 + l_2) \leq x < l$

$$p = p_2 + \frac{(p_0 - p_2)(l - x)}{l_2}$$

$$q = q_2 + \frac{(q_1 - q_2)(l - x)}{l}$$

$$m = \frac{(l - x)^2}{2} (p_2 - q_2) + \frac{(l - x)^3}{6} \left\{ \frac{p_0 - p_2}{l_2} - \frac{q_1 - q_2}{l} \right\} \dots \dots \dots (197)$$

C 点にて  $m = \frac{l_2^2}{2} (p_2 - q_2) + \frac{l_2^3}{6} \left\{ \frac{p_0 - p_2}{l_2} - \frac{q_1 - q_2}{l} \right\}$

D 点にて  $m = 0$

(194) 乃至 (197) 式によつて暗渠の長さの方向に於ける各點の彎曲率を見出す事が出来る。  
荷重が對稱的であつて  $q_1 = q_2$  の時は (196) (188) 及び (193) 式から

$$m = \frac{1}{2} \left\{ (p_0 - q_1)x^2 + 2 \frac{(p_1 - p_0)}{2} lx + \frac{(p_0 - p_1)l^2}{3} \right\}$$

$$A = p_0 - q_1 = \frac{(p_0 - p_1)l^2}{l}, \quad B = \frac{(p_1 - p_0)l}{1}$$

$$G = \frac{(p_1 - p_0)^2 l^2}{4} - \frac{(p_0 - q_1)(p_0 - p_1)l^2}{3} = \frac{(p_0 - p_1)^2 (l^2 + 2l_0)l^2}{12l} \dots \dots \dots (198)$$

$$a_0 = \frac{B}{A} = \frac{l}{2}$$

$$m_0 = \frac{1}{2} \left[ -\frac{G}{A} \right] = -\frac{1}{24} (p_0 - p_1) (l + 2l_0) l_1$$

(ハ) 裁力 暗渠の設計を支配するものは主として彎曲率であつて、裁力は之を考慮する必要のない場合が少くないのであるが、裁力の求め方は次の如き計算による。

AB 間にて、  $0 \leq x \leq l_1$

$$S = \frac{(p_1 + p)x}{2} - \frac{(q_1 + q)x}{2} = x(p_1 - q_1) + \frac{x^2}{2} \left\{ \frac{p_0 - p_1}{l_1} - \frac{q_2 - q_1}{l} \right\} \dots\dots\dots (199)$$

A 點にて  $S = 0$

B 點にて  $S_1 = (p_1 - q_1)l_1 + \frac{l_1^2}{2} \left\{ \frac{p_0 - p_1}{l_1} - \frac{q_2 - q_1}{l} \right\}$

BC 間にて、  $l_1 \leq x \leq (l_1 + l_0)$

$$S = \frac{(p_1 - p_0)l_1}{2} + (p_0 - q_1)x - \frac{(q_2 - q_1)x^2}{2l} \dots\dots\dots (200)$$

B 點にて  $S_1 = (p_1 - q_1)l_1 + \frac{l_1^2}{2} \left\{ \frac{p_0 - p_1}{l_1} - \frac{q_2 - q_1}{l} \right\}$

C 點にて  $S_2 = -(p_2 - q_1)l_2 - \frac{l_2^2}{2} \left\{ \frac{p_0 - p_2}{l_2} - \frac{q_1 - q_2}{l} \right\}$

CD 間にて、  $(l_1 + l_0) \leq x \leq l$

$$S = -(p_2 - q_2)(l - x) - \frac{(l - x)^2}{2} \left\{ \frac{p_0 - p_2}{l_2} - \frac{q_1 - q_2}{l} \right\} \dots\dots\dots (201)$$

C 點にて  $S_2 = -(p_2 - q_2)l_2 - \frac{l_2^2}{2} \left\{ \frac{p_0 - p_2}{l_2} - \frac{q_1 - q_2}{l} \right\}$

D 點にて  $S = 0$

(199) 乃至 (201) 式は裁力を與ふる公式であるが、(200) 式の  $x=0$  として  $x$  の値を求めて見ると (196) 式の第六式の與ふる  $x_0$  と全く同じ値になる。即ち彎曲率最大の點に於て裁力が零となるのである。従つて負最大裁力は A と裁力零の點との間に起り、正最大裁力は D と裁力零の點との間に起る。但し裁力曲線は不連續曲線 (discontinuous curve) であるから最大裁力は  $l_1, l_2$  の間に起る事もあれば或は  $l_0$  の間に起る事もある。前の場合には (199) (201) 式の最大値を求め、後の場合には (200) 式の最大値を求めればよい。(188) 式参照) 荷重が對稱的であつて  $q_1 = q_2$  の場合には (193) 式を用ひて (199) 乃至 (201) の三公式の代りに次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} S &= (p_1 - p_1)x + \frac{(p_0 - p_1)x^2}{2l_1} = -(p_0 - p_1) \left[ \frac{l_1 + l_0}{l} - \frac{x}{2l_1} \right] x \frac{l_1 + l_0}{l} - \frac{x^3}{2l_1} \\ S &= \frac{(p_1 - p_0)l_1}{2} + (p_0 - q_1)x = (p_0 - p_1) \left[ \frac{x}{l} - \frac{1}{2} \right] l_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (202)$$

$$S = -(p_1 - q_1)(l - x) - \frac{(p_0 - p_1)(l - x)^2}{2l_1} = (p_0 - p_1)(l - x) \left[ \frac{l_1 + l_0}{l} - \frac{l - x}{2l_1} \right]$$

此の場合にはB及びC點に於ける裁力は絶對値同一であつて

$$S_1 = \pm (p_0 - p_1) \left[ \frac{l_1}{l} - \frac{1}{2} \right] l_1 = \pm \frac{l_1 l_0}{2l} (p_0 - p_1) \dots \dots \dots (203)$$

又最大裁力は $l_1$ 及び $l_0$ の間に起りその絶對値同一にして而も最大裁力の點はC及びDから等距離にある。最大裁力の値 $S_0$ を(202)の第一式から求めると(188)式を用ひ

$$S = -\frac{(p_0 - p_1)}{2} \left[ -\frac{x^2}{l_1} + \frac{2(l_1 + l_0)}{l} x \right]$$

$$A = -\frac{1}{l_1}, \quad B = \frac{l_1 + l_0}{l},$$

$$G = \frac{(l_1 + l_0)^2}{l^2}$$

$$x_0 = \frac{(l_1 + l_0)l_1}{l}, \quad x_0 = l - \frac{(l_1 + l_0)l_0}{l}$$

$$S_0 = \pm \frac{(p_0 - p_1)(l_1 + l_0)^2 l_1}{2l^2}$$

(204)

$S$ は(202)の第二式によりBからCに至る間即ち $l_0$ の間では直線的に變化し $S=0$ の點は $x = \frac{l}{2}$ である事が分る。(198)式の第五式参照)

計算例 前例の函渠を第一四三圖の如き堤防を横斷して築造するものとし次の條件の下に函渠の蒙る彎曲率及び裁力を計算せよ。

$$l_1 = 4', \quad l_2 = 3', \quad l_0 = 15', \quad l_1 = 40', \quad l_2 = 30', \quad l_0 = 20'$$

函渠一呎當りの自重は

$$g = 150 [2 \times 13 \times 1.5 + 2 \times 5.5 \times 1.5 + 2 \times 1 \times 1] = 8,600 \#/\text{ft.}$$

$$\therefore p_1 = 8,600 + 100 \times 13 \times 4 = 13,800 \#/\text{ft.}$$

$$p_0 = 8,600 + 100 \times 13 \times 15 = 28,100 \#/\text{ft.}$$

$$p_2 = 8,600 + 100 \times 13 \times 3 = 12,500 \#/\text{ft.}$$

(192)式により

$$q_1 + q_2 = \frac{13,800 \times 40 + 28,100 \times 110 + 12,500 \times 30}{90} = 44,640$$

$$2q_1 + q_2 = \frac{13,800 \times 40 \times 230 + 28,100 \times (60 \times 120 + 70 \times 100) + 12,500 \times 30^2}{90^2} = 66,320$$

$$\therefore q_1 = 21,680 \#/\text{ft.}, \quad q_2 = 22,960 \#/\text{ft.}$$

14の間の彎曲率は(194)式より

$$m = \frac{13,800 - 21,680}{2} x^2 + \left\{ \frac{28,100 - 13,800}{6 \times 40} - \frac{22,960 - 21,680}{6 \times 90} \right\} x^3 = -3940x^2 + 57x^3$$

彎曲率の變化は次の如し。

x (呎)	m (呎 <sup>2</sup> /呎)
10	-337,000
20	-1,120,000
30	-2,007,000
40	-2,656,000

15の間に於ける最大彎曲率は(196)式を用ひ

$$A = -\frac{22,960 - 21,680}{90} = -14, \quad B = 28,100 - 21,680 = 6,420$$

$$G = 6,420^2 + 14 \times 40 \times (13,800 - 28,100) = 33,208,400$$

$$H = 3 \times (-14) \times 6,420 \times (-572,000) - 2 \times 6,420^3 - 14^2 \times 40^2 \times 14,300 = -379,468,976,000$$

$$x_0 = \frac{-6,420 + 33,208,400^{\frac{1}{2}}}{-14} = \frac{657}{14} = 47'$$

$$m_0 = \frac{379,468,976,000 - 2 \times 33,208,400^{\frac{3}{2}}}{6 \times 14^2} = \frac{3,591,042,400}{1,176} = -2,798,500'$$

15の間の彎曲率は(197)式により

$$m = \frac{12,500 - 22,960}{2} (l-x)^2 + \left\{ \frac{28,100 - 12,500}{6 \times 30} - \frac{21,680 - 22,960}{6 \times 90} \right\} (l-x)^3 = -5230(l-x)^2 + 897(l-x)^3$$

彎曲率の變化は次の如し。

x (呎)	m (呎 <sup>2</sup> /呎)
60	-2,304,000
70	-1,380,000
80	-434,000

以上の計算によつて求め得たる彎曲率圖は第一四四圖上圖の如し。

次に14の間の裁力は(199)式により

$$S = -7,880x + 172x^2$$

Sの最大値s<sub>0</sub>を求むるに(188)式を用ふれば

$$A = 172, \quad B = -3,940, \quad G = 15,523,600$$

$$\therefore a_0 = \frac{3940}{172} = 23', \quad S_0 = -\frac{15523600}{172} = -90,300\#$$

裁力の變化は次の如し。

$x$ (呎)	$S$ (呎)
10	-61,600
20	-88,800
23	-90,300
30	-81,600
40	-40,000

$l_0$ の間の裁力は(20)式により

$$S = -286,000 + 6,420x - 7x^2$$

$m_0$ の起る點即ち  $x=47$  に對して

$$S = -286,000 + 6,420 \times 47 - 7 \times 47^2 = 0$$

$l_1$ の間の裁力は(20)式により

$$S = 10,460(l-x) - 267(l-x)^2$$

$S_0$ を求めるには  $(l-x)=x$  と置いて此の式を書き直し(188)式を適用して

$$S = -267x^2 + 10,460x$$

$$A = -267, \quad B = 10,460, \quad G = 27,352,900$$

$$\therefore x_0 = \frac{5230}{267} = 20' \quad \therefore x_0 = 90 - 20 = 70'$$

$$S_0 = \frac{27352900}{267} = +102,400\#$$

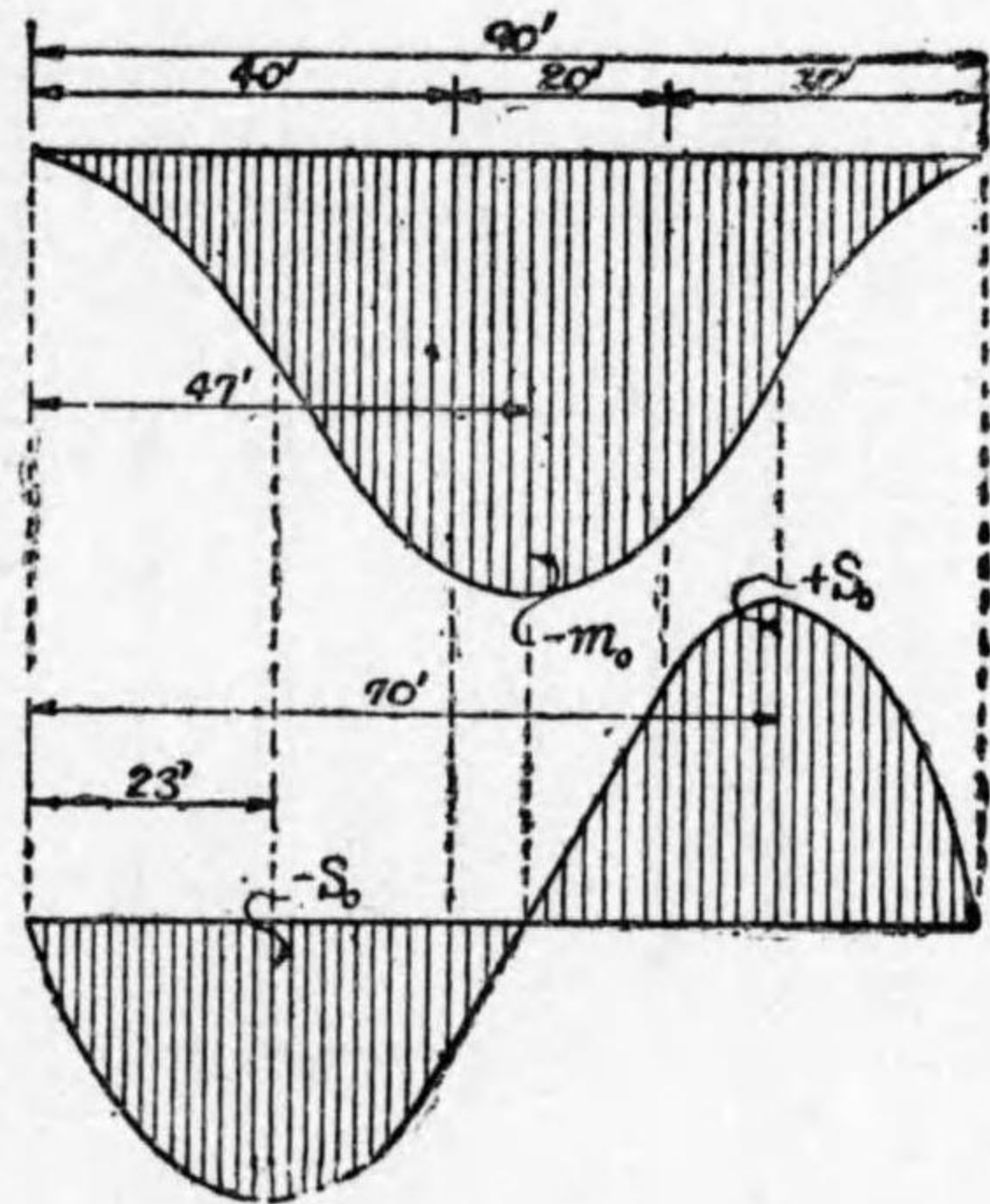
裁力の變化は次の如し。

$x$ (呎)	$S$ (呎)
60	+73,500
70	+102,400
80	+77,900

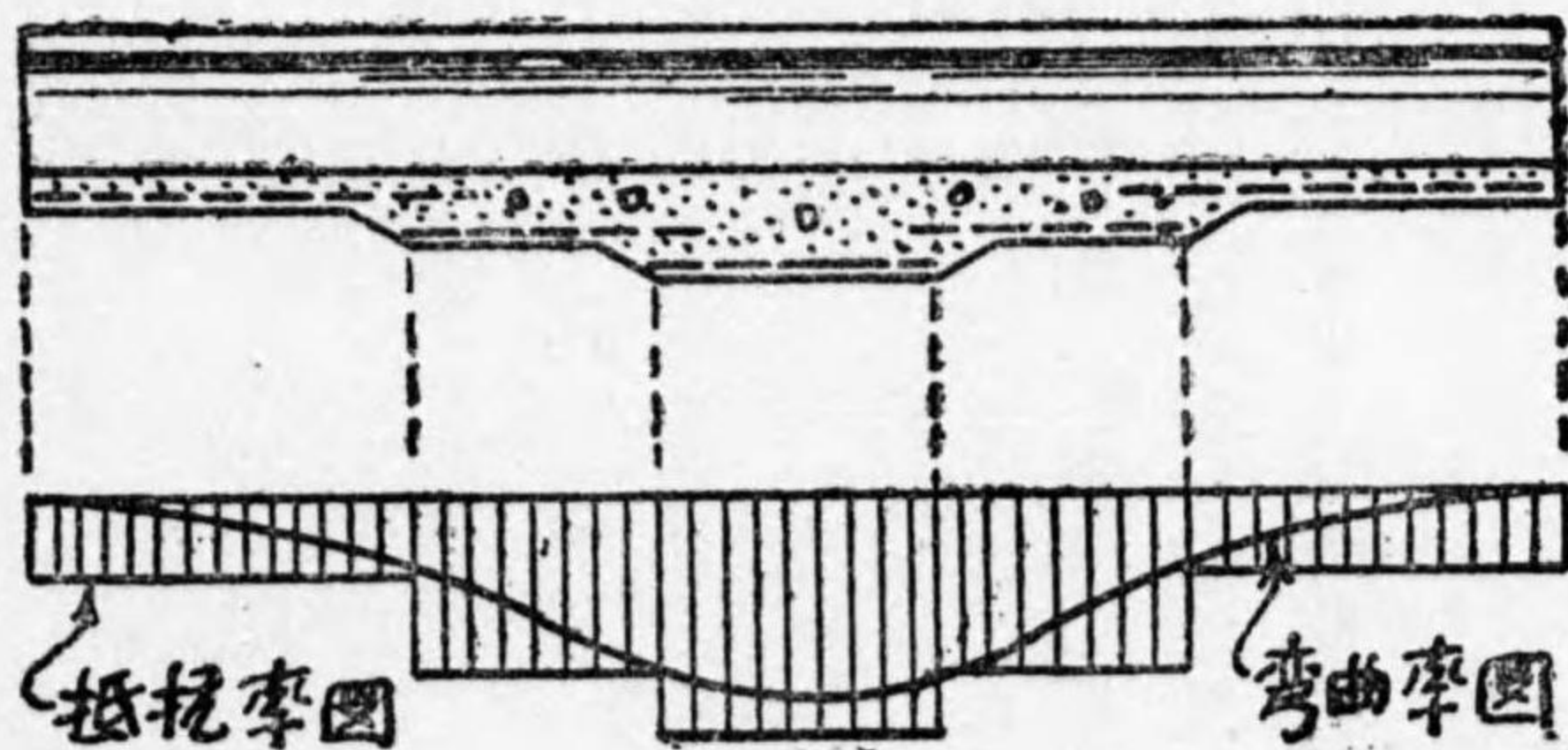
以上の計算によつて求め得たる裁力圖は第一四圖下圖の如し。猶  $m$  の曲線と  $S$  の曲線との相互的關係から言へば、 $m_0$  の點は前述の如く  $S$  の零の點であり、 $S_0$  の點は  $m$  の曲線の反曲點 (point of contraflexure) となるから、此の點を界として凹彎曲から凸彎曲に移り或は凸彎曲から凹彎曲に變るのである。

(二) 抵抗率及び抗裁力 倍、以上の如くにして彎曲率及び裁力を求めると、次に起る問題は暗渠の抵抗率及び抗裁力をして最大彎曲率及び最大裁力より小ならしめない様に混凝土の厚さなり鐵筋量なりを定めると言ふ

圖四四一第



圖五四一第

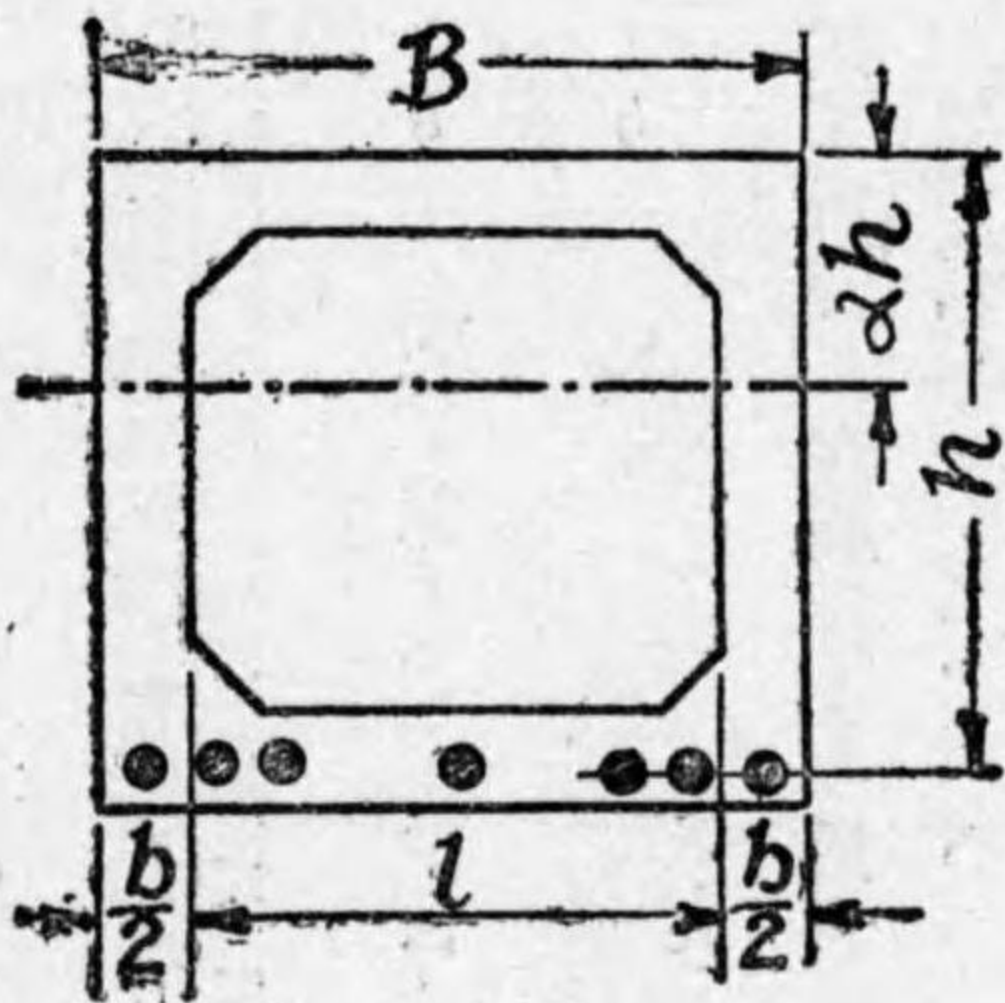


事である。暗渠が鐵筋混凝土底版の上に作られた煉瓦の函渠であつたり拱渠であつたりする場合には、上記の彎曲率なり裁力なりに對しては専ら底版によつて抵抗せしめなければならぬから、底版の厚さは可なり大きくなる。但し彎曲率最大の點は暗渠の略、中央部に起りてその前後は彎曲率が漸減するから、底版の厚さを中央部で最大、前後兩端で最小である様にして彎曲率の變化に對應せしめる事も少くない。

第一四五圖は斯の如き方針によつて設計せられた鐵筋混凝土底版を示したもので、抵抗率圖の縦距 (ordinates) が常に彎曲率圖のそれよりも小ならずして、而も大體に於て後者の變化に隨伴して前者を變化せしめたものである。

次に鐵筋混凝土函渠の場合にはその全斷面を以て彎曲率及び裁力に抵抗せしめる場合が少からず、即ち函渠を中空矩形斷面 (hollow rectangular section) を有する桁と考へるのであるが、而も實地上底版の混凝土と側壁以上の混凝土とは別々に施工せられるのが普通であるから、上述の如き假定を實地上危険のない程度に實現せしめんがためには新舊混凝土の接合に特別の注意を拂ひ、側壁と底版との連繫のために充分の鐵筋を挿入する事が必要である。

圖六四一第



中立軸が頂版内にある場合には第八編第四章第一節に於て述べた所によつて之を普通の矩形桁として取扱つていゝが、普通、中立軸は側壁内にあるのを常とするから此の時は第八編第四章第二節の中立軸が幹部にある丁字桁と見做して計算する。即ち頂版を丁字桁の突縁部、側壁をその幹部と考へるのであつて第一四六圖により

$B$  = 頂版總幅

$l$  = 同厚さ

$\frac{b}{2}$  = 各側壁の幅

として填壁の影響を無視すれば、側壁の應壓力を無視した場合には

(5) (8) (26) 乃至 (31) 式を用ひ、側壁の應壓力を無視せざる場合には (5) (8) (29) (32) 乃至 (34) 式を用ふればよい。

之は抵抗率に對する計算であるが抗裁力に關しては (72) 式、略算には (98) 式を使用する。

計算例 前々例の函渠を前例の彎曲率及裁力によつて設計せよ。

$f=14,000, \quad c=450, \quad n=15$  なるよ(6)式から  
 $a=0.325 \quad \therefore \quad a/l=0.325(8.5 \times 12-3) \neq 32.2'$

頂版の厚さ  $t=18''$  であるから中立軸は勿論側壁内にある。側壁の應壓力を無視せざるものとして  
 $b=13'=156'', \quad b=2 \times 18=36''$  を(3)式に代入すれば

$$z = \frac{(32.2 \times 18^2 - \frac{2}{3} \times 18^3) \times 156 + 14.2^2 \times (18 + \frac{1}{3} \times 14.2) \times 36}{18 \times 46.4 \times 156 + 14.2^2 \times 36} = \frac{1,185,768.0}{137,550.2} \neq 8.6''$$

(29)式により  $j/l=99-8.6=90.4''$

(34)式により  $M = \frac{450 \times 137,550.2 \times 90.4}{2 \times 32.2} = 86,884,200'' \#$

前例に於て計算した所により最大彎曲率は  
 $m_0=2,798,500'' \# = 33,582,000'' \#$

故に混凝土の厚さから言へば必要以上の安全を保つて居る事になる。鐵筋量を求めるには(34)式から

$$A = \frac{m}{fj/l} = \frac{14,000 \times 90.4}{1,265,600}$$

故に函渠各部の鐵筋量は次の如し。

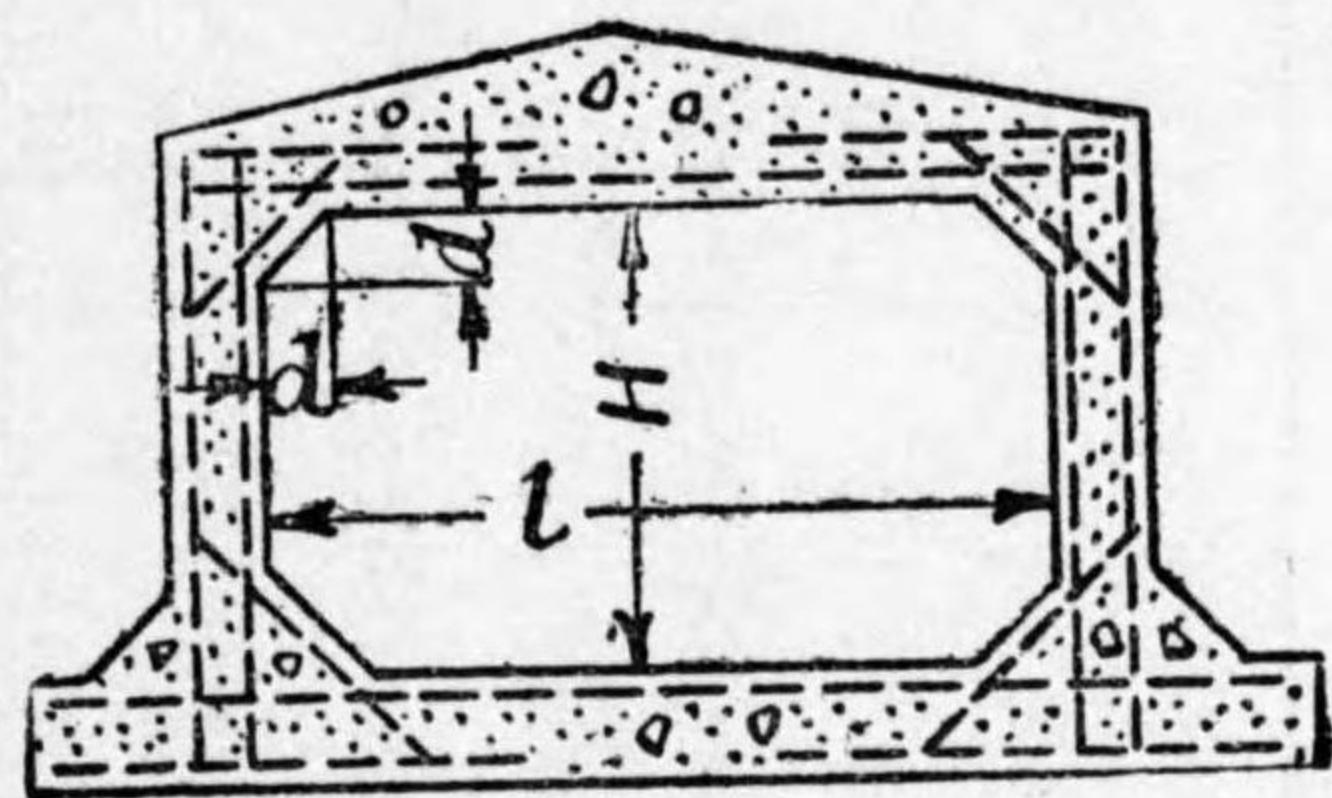
$x$ (呎)	$m$ (吋呎)	$A$ (平方呎) (所要)	鐵筋 (使用)	鐵筋間隔(吋)	$A$ (平方呎) (使用)
10	4,044,000	3.195	11-1" $\phi$ round	15	8.635
20	13,440,000	10.620	14-1" $\phi$ round	11.5	10.960
30	24,084,000	19.030	26-1" $\phi$ round	6.0	20.410
40	31,872,000	25.183	34-1" $\phi$ round	4.5	26.690
47	33,582,000	26.534	34-1" $\phi$ round	4.5	26.690
60	27,648,000	21.845	28-1" $\phi$ round	5.5	21.980
70	16,560,000	13.085	17-1" $\phi$ round	9.5	13.345
80	5,208,000	4.115	11-1" $\phi$ round	15	8.635

本例に於ては混凝土の厚さが充分であつたから問題は起らなかつたが、若し厚さが不足する様な場合には抗壓鐵筋を頂版内に用ひるか、或は第一四五圖の如く函渠の底版の厚さを彎曲率の大きい所で増大せしめなければならぬ。又此の設計では鐵筋を底版の全幅に亘つて同一間隔に挿入したのであるが、場合によつては此等の鐵筋を第一四六圖の如く側壁の下に集中せしめる事があり、此の時は鐵筋間隔の關係から之を二段又は三段に配列する必要の起る事が多い。

最後に抗裁力の計算をして見る。 $s=40''/ft$  を取るものとして(72)式を用ひ  $S=130,000'' \#$

最大裁力は  $S_c = 102,400$  であるから之に對しても充分の餘裕がある。  
 (5) 函渠の雜論 函渠の四隅には必ず填壁 (filling) を附ける。補強のためである。填壁の形状は第一四七圖に示すが如く直角二等邊三角形が普通であつてその寸法は  $\frac{2}{10}$  又は  $\frac{2}{10}H$  の何れか大きい方を採用するのが大體の標準である。

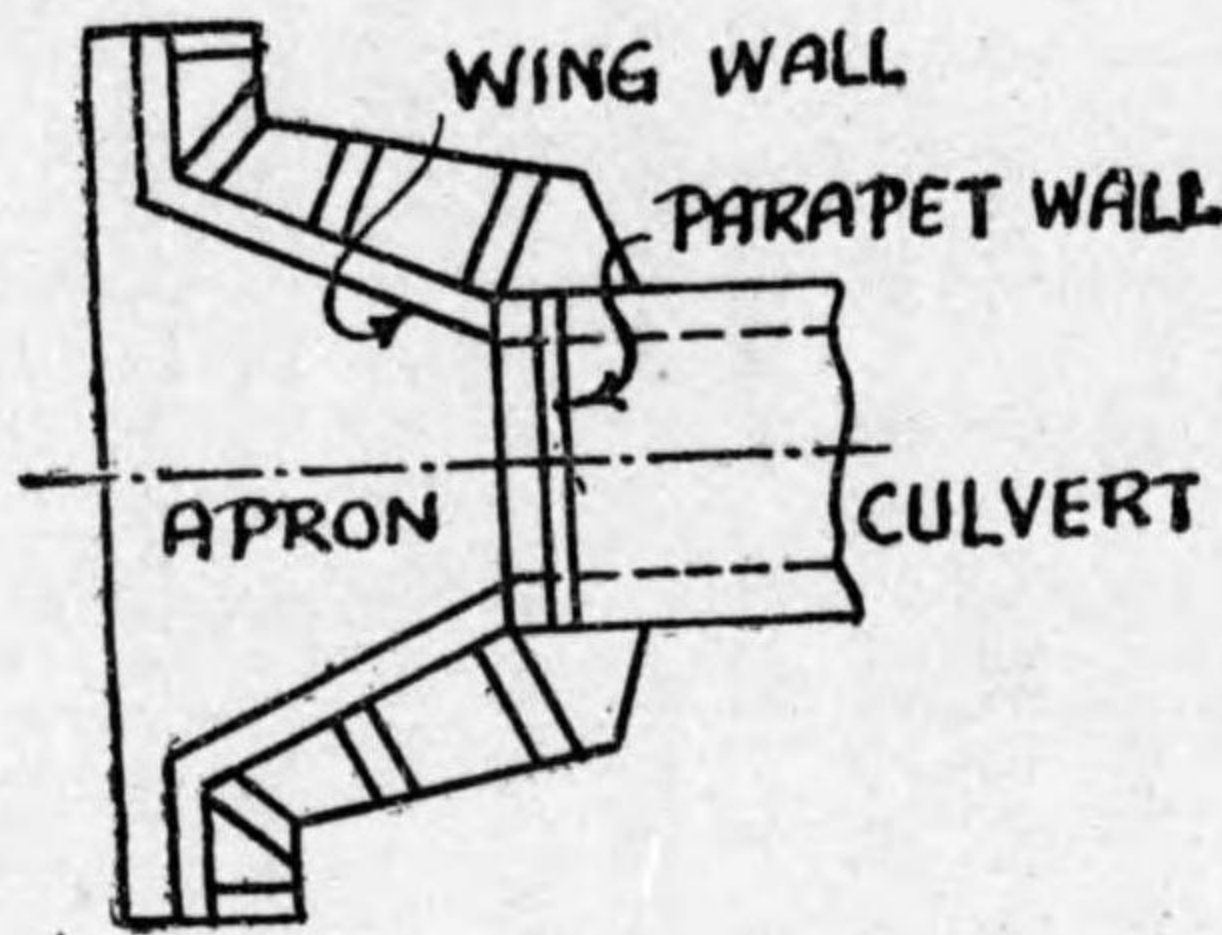
圖七四一第



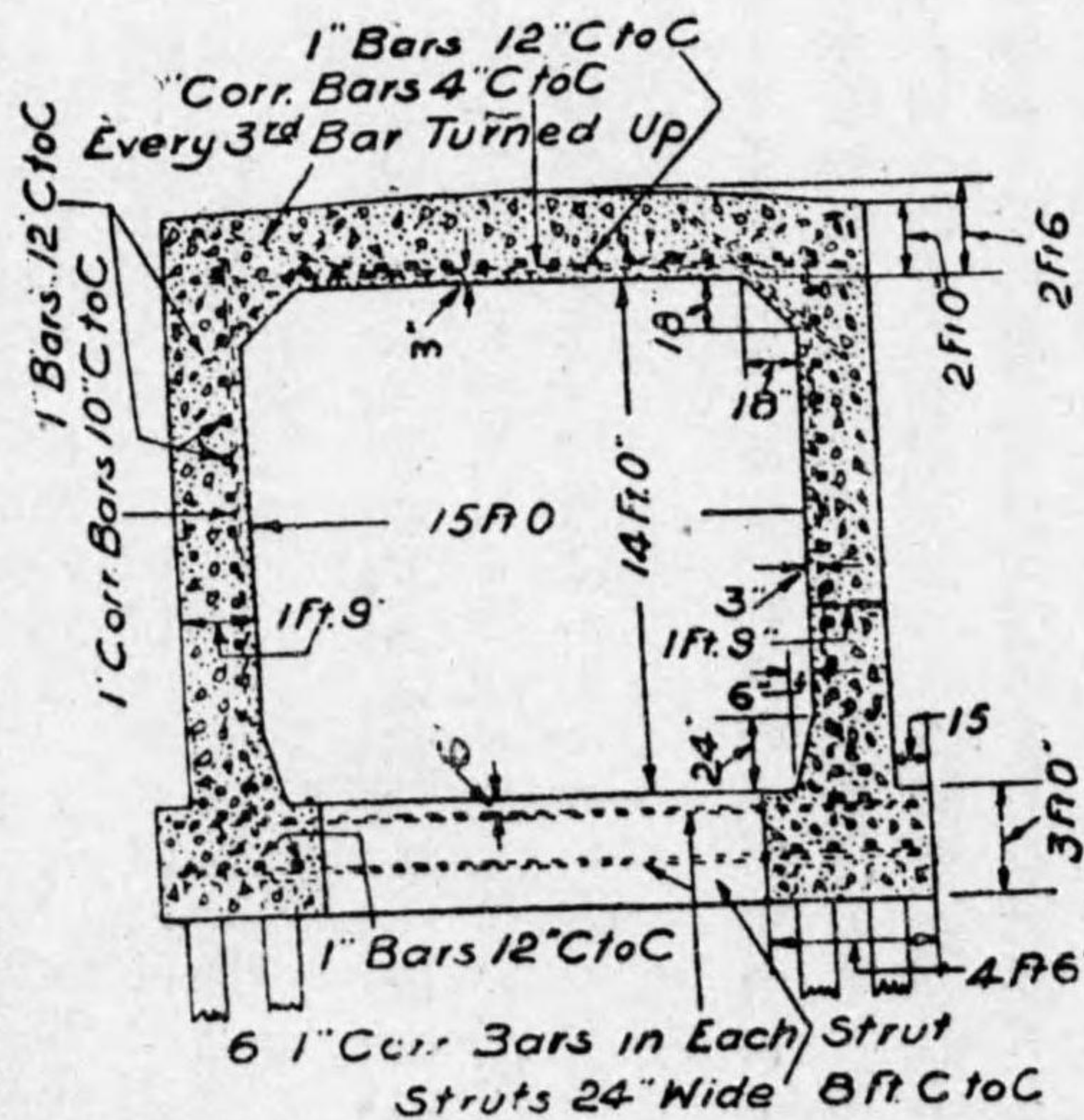
人道が鐵道線路の下を横斷する様な場合に人道として函渠を作るものとすれば、排水をよくして雨水が混凝土頂版を滲透する様な憂なからしめるために頂版の背面に第一四七圖又は第一四九圖に示した様に勾配を附ける事がある。此の勾配は十五分の一から二〇分の一で充分である。  
 地質が悪い時には基礎面積を増大するために第一四七圖の如く底版を左右へ張出させる事があるが、此の張出した部分は土砂の重量を受けるのであるから餘り有効でない場合が多い。  
 地質が良好な時は底版を省き、土壓力を支へるために所々に柱壁 (baffle wall) を設けて左右の側壁を繋ぐ事がある。第一四九圖の函渠は八呎間隔に二呎幅の柱壁を設けた一例であるが、此の場合には側壁は鉛直の桁であると同時に函渠の長さの方向に於ける水平の桁 (柱壁間隔を徑間とする) として取扱はなければならぬ。

地盤が基礎として充分信頼するに足り毫も沈下を起さない場合には、桁としての底版の計算は不必要であ

圖八四一第



圖九四一第



側壁の下で密に打ち水通しの部分で疎に打つと共に、縦斷の方向から言へば荷重の大きい部分即ち土砂の深さの大なる部分では杭の間隔を密にし、それから前後兩端に至るに従ひ間隔を疎にしてゆくか、或は間隔を一定に取れば中央部では寸法の大なる杭を使用し兩端に至るに従つて寸法を減小してゆく様な工法を採用する事が實地上頗る多い。

暗渠の前後兩端では底版を或る長さだけ延長して水叩き (apron) とするのが普通である。又兩端正面の土砂の崩落を防止するがためには頂版の上に胸壁 (breast wall or parapet wall) を作る。第一四三圖の函渠に於

るのみならず、前節で説明した第三計算法が全く不必要であるが、地盤がそれ程良好でなく杭打工などを採用する場合には函渠横斷の方向にも縦斷の方向にも等布反力の假定を採用した關係上、同一寸法の杭を縦橫の方向に同一間隔に配列してゐる事になる。但し函渠の安全のために、横斷の方向から言へば杭を左右の



てはA D 兩端に於て夫々 $n$ の高さの胸壁を設けてあるのは圖の通りである、それと共に左右兩側の土砂の崩落を防止せんがためには、或る角度を以て左右に開いた翼壁 (wing wall) を設ける。胸壁及び翼壁は共に擁壁であつて前者は突桁式、後者は突桁式又は扶壁式に作るのが普通である。第一四八圖は函渠の一端に於ける突桁式胸壁と扶壁式翼壁とを示した平面圖である。

### 第二章 鐵筋混凝土管

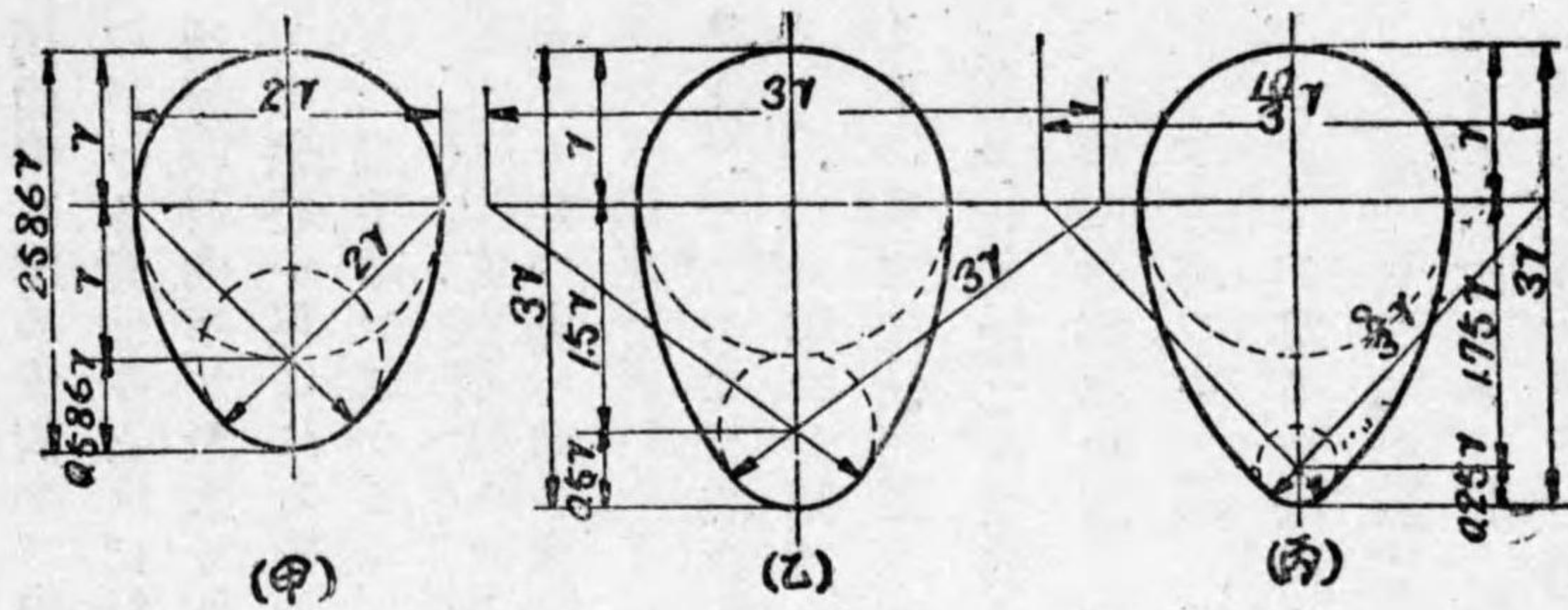
(1) 管の形狀 上水道、下水道その他の用途のために、從來の鋼管、土管、木管などの代りに近來は鐵筋混凝土管が盛んに使用せられ、米國などでは内徑九呎から一二呎位までの鐵筋混凝土管が使用せられる有様であるが、水道管又は下水管としての混凝土の得失如何は次章に於て詳論する事とし、本章では鐵筋混凝土管の設計及び製作に就て述べて見よう。

管の形狀から言へば圓形管 (circular pipe) が最も普通であるが、稀には楕圓形管 (elliptic pipe) もあり、又下水管としては卵形管 (egg-shaped pipe) を採用する場合も少くない。卵形管にも幾多の形狀を異にするものがあるが、第一五〇圖に三種の卵形管を示す。(甲)はホークスレーの卵形、(乙)はフキリップの標準卵形 (舊型) (丙)は同上 (新型) を示したのである。

次節以下に於て此等の管の應力を算出する方法を示さう。管内の水が重力によつて自然流下するものを重力管 (Gravity pipe) と稱し普通の下水管の如きはそれである。又管内の水が壓力を有する時は之を壓力管 (pressure pipe) と稱し水道管の如きはその一例である。

重力管に於ては管内の水の有無に關係なく、外壓によつて管の應力を計算するのであるが、壓力管に於ては此の外、水の内壓による應力をも加算しなければならない。本章に於ては初めに重力管を取扱ひ最後に壓

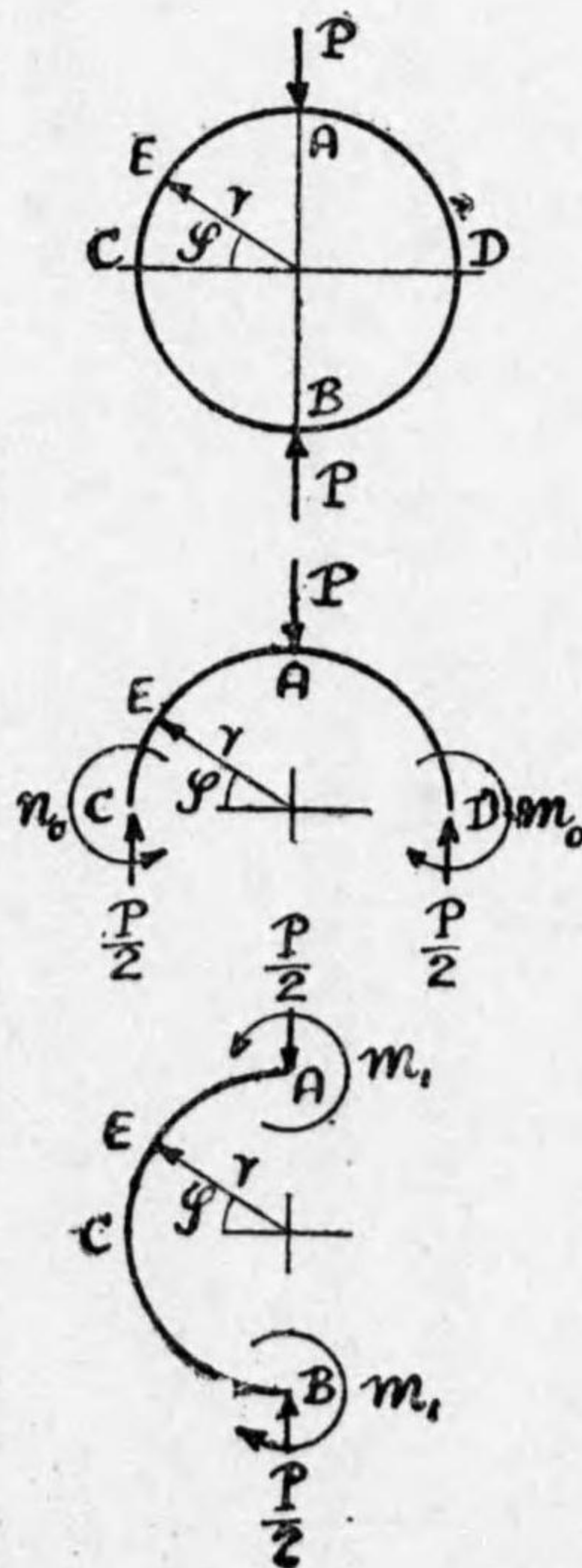
第一五〇圖



第二章 鐵筋混凝土管

力管を取扱ふ事にする。  
 (2) 圓形重力管 管を彈性環 (elastic ring) の一種と見做すと、種々の荷重状態に對する管壁各部に於ける彎曲率、垂直應力 (軸應力) 及び切觸應力 (力) は曲桁 (curved beam) の理論によつて容易に之を求める事が出来る。

第一五一圖



例へば第一五一圖上圖の如く管頂Aに一個の鉛直集中荷重Pが加はり、之に對する鉛直反力Pが管底Bに起るものとすれば、その結果として管は水平に扁平にならうとする。即ち鉛直徑ABは縮まり水平徑CDは伸びようとする傾向がある。

換言するとA B C Dの四點には最大彎曲率が起り、その中A Bに於ける彎曲率は管の内側に張力、外側に壓力を生せしめるものであるが、C Dに

於ける彎曲率は此の反對で、内側に壓力、外側に張力を生ぜしめる。第一五一圖の場合には對稱圖形の性質からAに於ける彎曲率とBに於ける彎曲率は相等しく、Cに於けるそれとDに於けるそれとは相等しいのである。此等の彎曲率が最大である結果として、鉛直荷重によつて管が破壊する時には先づABの内側とCDの外側とに龜裂が現はれるのが普通であるが、次に此等の彎曲率の値を求むる公式を紹介しよう。管をCDで兩分しその上半部を取るとCADは曲桁であつてC及びDには反力 $P/2$ と圖の如き彎曲率 $m_0$ とが現はれる。(第一五一圖中圖)又管をABで兩分しその左半部を取るとACBは曲桁であつてABには半分づゝの荷重と反力とがかゝり且つ圖の如き彎曲率 $m_1$ が存在する事になる。今Eを任意の點とし弧CEに對する中心角を $\varphi$ とし

- $m_1 = A, B$  に於ける彎曲率
  - $m_0 = C, D$  に於ける同上
  - $m = E$  に於ける同上
  - $N_1 = A, B$  に於ける軸應力
  - $N_0 = C, D$  に於ける同上
  - $N = E$  に於ける同上
  - $T_1 = A, B$  に於ける應裁力
  - $T_0 = C, D$  に於ける同上
  - $T = E$  に於ける同上
- とすると次の關係がある。(第一五一圖中圖参照)

$$m = m_0 - \frac{Pr}{2}(1 - \cos \varphi) \dots \dots \dots (205)$$

而して $m_0$ を見出すには曲桁の理論から弧の微分長を $ds$ として

$$ds = r d\varphi, \quad \int \frac{m ds}{EI} = 0, \quad \therefore \int m d\varphi = 0 \dots \dots \dots (206)$$

而して積分の限界は對稱圖形の性質上、0から $\pi/2$ までとすればよい。管の設計に最も必要なのは $m_0$ と $m_1$ の値であり、 $m_0$ を(206)式から求める時は $m_1$ は(205)式に於て $\varphi = \pi/2$ と置けば直ちに見出されるから、(206)式は最も重要な一般公式である。但し(206)式は $EI$ を常數と見たのであるから、管の厚さが全圓に亘つて同一なる場合にのみ使用し得る公式である。

以下種々の荷重状態に對する(206)式の適用を説明しよう。

(イ) 鉛直集中荷重を受くる場合 (第一五一圖)

(206)式の $m$ に(205)式の値を代入して

$$\int_0^{\pi/2} m d\varphi = 0$$

から $m_0$ の値を求めると次の公式を得る。

$$\left. \begin{aligned}
 m_0 &= \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \right) P_r = m_1 + \frac{P_r}{2} = +0.182P_r \\
 m_1 &= -\frac{P_r}{\pi} = -0.318P_r \\
 m &= m_0 - \frac{P_r}{2}(1 - \cos \varphi) = m_1 + \frac{P_r}{2} \cos \varphi
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (207)$$

(207) 式の第三式に於て  $m=0$  と置いて見ると

$$0.318 = \frac{\cos \varphi}{2}, \quad \cos \varphi = 0.636, \quad \therefore \varphi = 50^\circ - 30'$$

故に中心角  $\varphi$  が五〇度三〇分の時に E 點に於て彎曲率が零になる。

$$\left. \begin{aligned}
 N_1 &= 0, & N_0 &= -\frac{P}{2}, & N &= -\frac{P}{2} \cos \varphi \\
 T_1 &= \frac{P}{2}, & T_0 &= 0, & T &= \frac{P}{2} \sin \varphi
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (208)$$

□ 鉛直等布荷重を受くる場合 (第一五二圖)

管が鉛直等布荷重と鉛直等布反力とを受ける場合には荷重強度を  $p$  とすれば反力強度も亦  $p$  であるから、前の場合と同様に (206) 式を用ひて次式を得る。

第一五二圖

(209) の第三式に於て  $m=0$  と置けば

$$\left. \begin{aligned}
 m_1 &= -\frac{pr^2}{4} \\
 m_0 &= +\frac{pr^2}{4} = -m_1 \\
 m &= m_0 - \frac{pr^2}{2} \sin^2 \varphi = m_1 + \frac{pr^2}{2} \cos^2 \varphi
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (209)$$

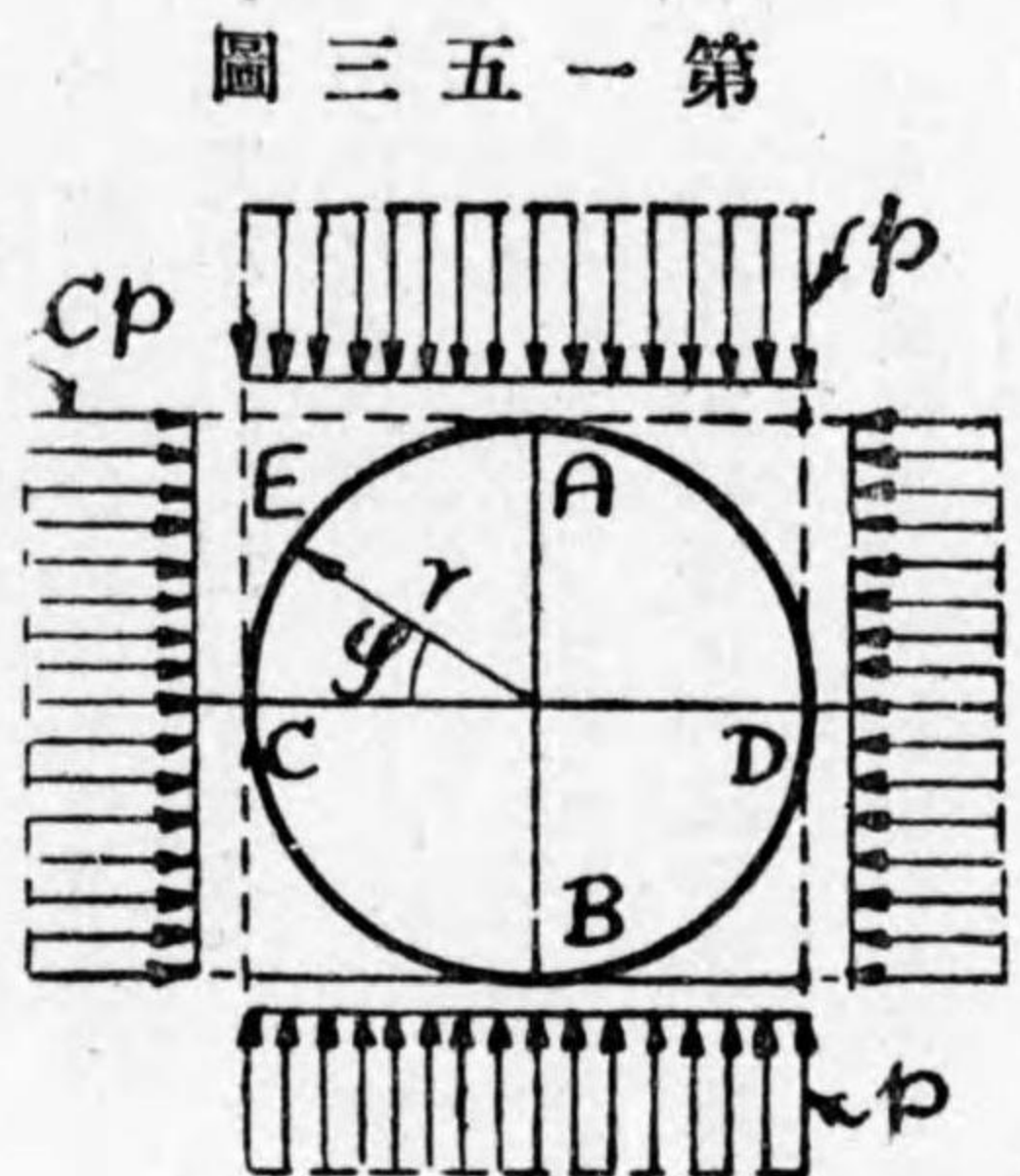
$$\frac{1}{4} = \frac{\cos^2 \varphi}{2}, \quad \cos^2 \varphi = \frac{1}{2}, \quad \therefore \varphi = 45^\circ$$

故に此の場合には  $\varphi$  が四五度の時に彎曲率が零となる。且つ此の時は  $m_0$  と  $m_1$  とはその絶対値は同上であつて符號が反對なだけである。

$$\left. \begin{aligned}
 N_1 &= 0, & N_0 &= -pr, & N &= -pr \cos^2 \varphi \\
 T_1 &= 0, & T_0 &= 0, & T &= pr \cos \varphi \sin \varphi
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (210)$$

ハ 鉛直及び水平等布荷重を受くる場合 (第一五三圖)

鉛直荷重強度を  $p$  とし水平荷重強度を  $q$  とすると前者に就ては (209) 式を用ひて  $m, N$  及び  $T$  を計算し、後者に就ては (209) 式に於て  $p$  の代りに  $q$  を置き且つ  $m_1$  と  $m_0$ 、 $N_1$  と  $N_0$ 、 $T_1$  と  $T_0$  及び  $\sin \varphi$  と  $\cos \varphi$  とを交換すると



次式が得られる。

$$m_1 = +\frac{Cpr^2}{4}$$

$$m_0 = -\frac{Cpr^2}{4} = -m_1 \quad \dots\dots\dots (211)$$

$$m = m_0 + \frac{Cpr^2}{2} \sin^2 \phi = m_1 - \frac{Cpr^2}{2} \cos^2 \phi$$

$$N_1 = Cpr, \quad N_0 = 0, \quad N = Cpr \sin^2 \phi \quad \dots\dots\dots (212)$$

$$T_1 = 0, \quad T_0 = 0, \quad T = Cpr \sin \phi \cos \phi$$

故に (209) 乃至 (212) 式を合記して

$$m_1 = -\frac{1-C}{4} pr^2$$

$$m_0 = +\frac{1-C}{4} pr^2 = -m_1 \quad \dots\dots\dots (213)$$

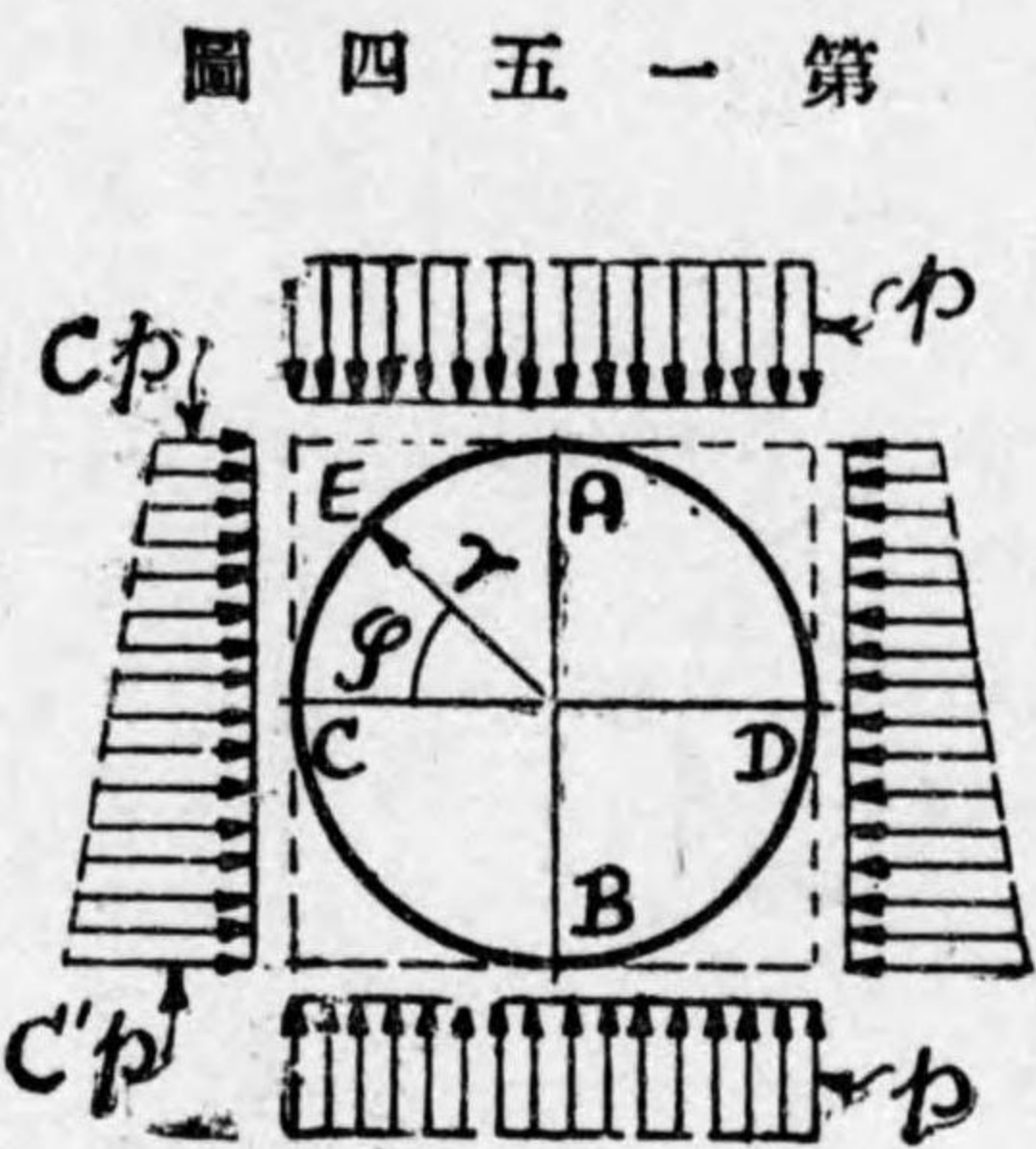
$$m = m_0 - \frac{1-C}{2} pr^2 \sin^2 \phi = m_1 + \frac{1-C}{2} pr^2 \cos^2 \phi$$

此の場合にも phi が四五度の時に m が零になる。

$$N_1 = -Cpr, \quad N_0 = -pr, \quad N = -(\cos^2 \phi + C \sin^2 \phi) pr \quad \dots\dots\dots (214)$$

$$T_1 = 0, \quad T_0 = 0, \quad T = (1+C) \sin \phi \cos \phi pr$$

第一五三圖の荷重 p は管上の土砂の重量、活荷重などを表はし Cp は側面土砂の横壓力を表はすものである



$$A \text{ にて } m_1 = (0.104C' + 0.146C) pr^2$$

$$B \text{ にて } m_1 = (0.146C' + 0.104C) pr^2$$

$$C \text{ にて } m_0 = -0.125(C' + C) pr^2$$

$$E \text{ にて } m = m_0 + 0.063(C' - C) \sin \phi pr^2$$

$$+ \frac{1}{12} [3(C' + C) - (C' - C) \sin \phi] \sin^2 \phi pr^2 \quad \dots\dots\dots (215)$$

$$AB \text{ にて } N_1 = (0.313C' + 0.687C) pr, \quad N_1 = (0.687C' + 0.313C) pr$$

$$CD \text{ にて } N_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (216)$$

が、管が餘り大きくない時は此の横壓力を等布荷重と考へて (213) 及び (214) 式を使用する事が出来る。(213) 式を見ても分る通り phi による彎曲率と Cp による彎曲率とは符號が常に反對であるから、兩者相消殺すると言ふ性質がある。即ち phi は管を水平に扁平にしようとするし、Cp は之を鉛直に扁平にしようとするのである。

(二) 鉛直等布荷重及び水平等變荷重を受くる場合 (第一五四圖)

此の場合には水平荷重が圖の如く Cp から Cp に等變するものとすると、水平荷重による m N T の値は

E にて  $N = -(C' - C) (0.063 + 0.250 \sin \varphi) pr \sin \varphi$   
 $- 0.250 [C' + 3C - (C' - C) \sin \varphi] pr \sin^2 \varphi$   
 A B にて  $T_1 = 0$   
 C D にて  $T_0 = -0.063(C' - C) pr$   
 E にて  $T = (C' - C) (0.063 + 0.250 \sin \varphi) pr \cos \varphi$   
 $+ 0.250 [C' + 3C - (C' - C) \sin \varphi] pr \sin \varphi \cos \varphi$

鉛直荷重の影響と水平荷重の影響とを合成した結果は (209) と (215) 乃至 (217) 式を合記すればよい。

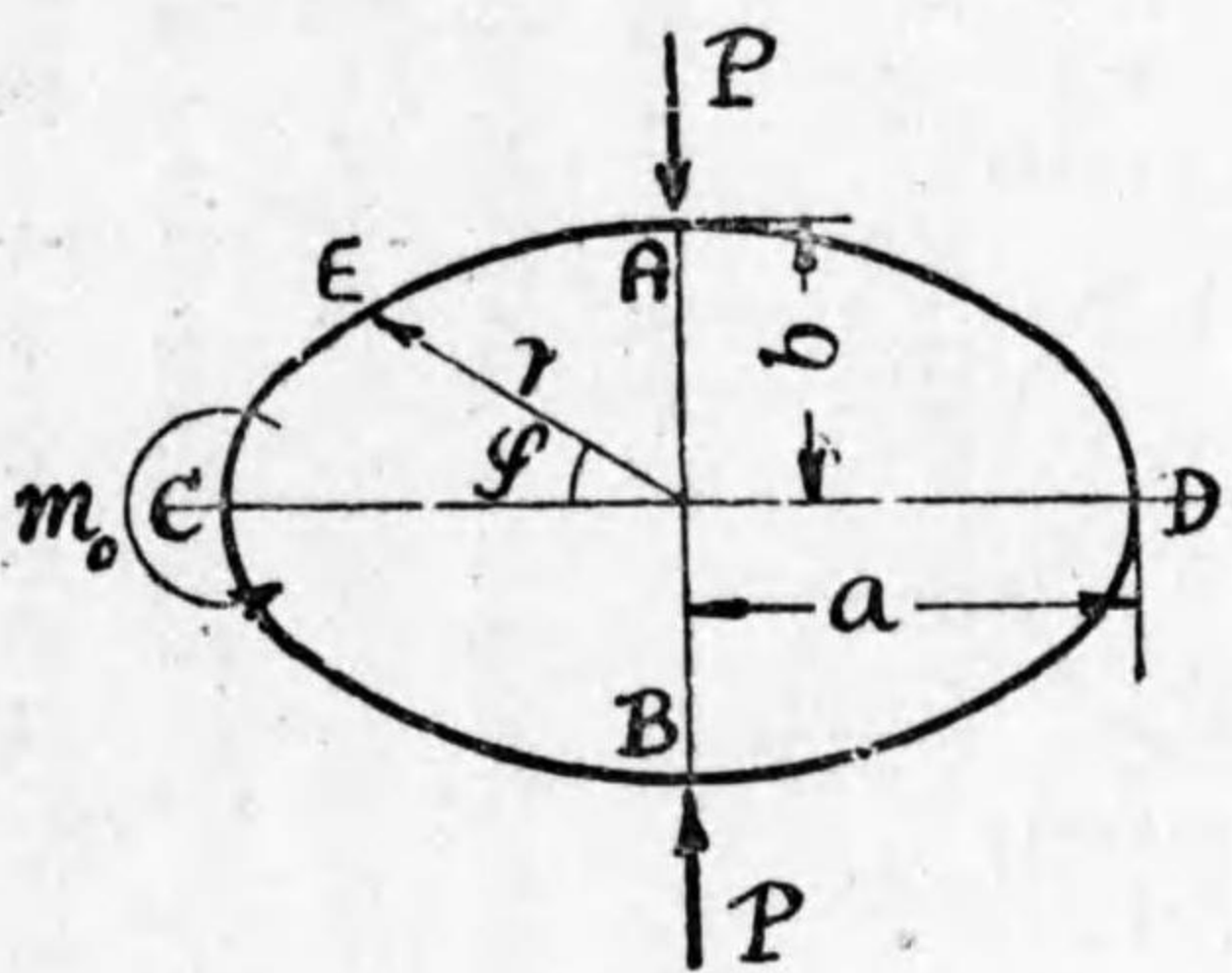
(217) 式を合記すればよい。  
 (3) 楕圓形重力管 楕圓形管の場合にも圓形管と同様の公式が求められる。その結果だけを次に示さう。

(1) 鉛直集中荷重を受くる場合 (第一五五圖)

楕圓の水平軸を  $2a$  鉛直軸を  $2b$  とし且つ  $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ ,  $k = \frac{b}{a}$  と置く  
 と任意の半径  $r$  は數學上

$$r = \frac{b}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \varphi}} = \frac{a}{\sqrt{1 + \frac{e^2}{k^2} \sin^2 \varphi}}$$

第一五五圖



$$\begin{aligned}
 m_1 &= m_0 - \frac{Pa}{2} = -\frac{Pak}{\pi} \left[ 1 + \frac{1}{3}e^2 + \frac{1}{5}e^4 + \frac{1}{7}e^6 + \dots \right] \\
 &= -\frac{Pb}{\pi} \left[ 1 + \frac{1}{3}e^2 + \frac{1}{5}e^4 + \frac{1}{7}e^6 + \dots \right] \\
 m_0 &= \frac{Pa}{2\pi} \left[ \pi - 2k \left\{ 1 + \frac{1}{3}e^2 + \frac{1}{5}e^4 + \frac{1}{7}e^6 + \dots \right\} \right] \\
 &= \frac{Pa}{2} - \frac{pb}{\pi} \left[ 1 + \frac{1}{3}e^2 + \frac{1}{5}e^4 + \frac{1}{7}e^6 + \dots \right] \\
 m &= m_0 - \frac{Pa}{2} \left[ 1 - \frac{k \cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \varphi}} \right] = m_1 + \frac{k \cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \varphi}} \\
 N_1 &= 0, \quad N_0 = -\frac{P}{2}, \quad N = -\frac{P}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\tan^2 \varphi}{k^4}}} \\
 T_1 &= \frac{P}{2}, \quad T_0 = 0, \quad T = \frac{P}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + k^4 \cot^2 \varphi}}
 \end{aligned}$$

(218)

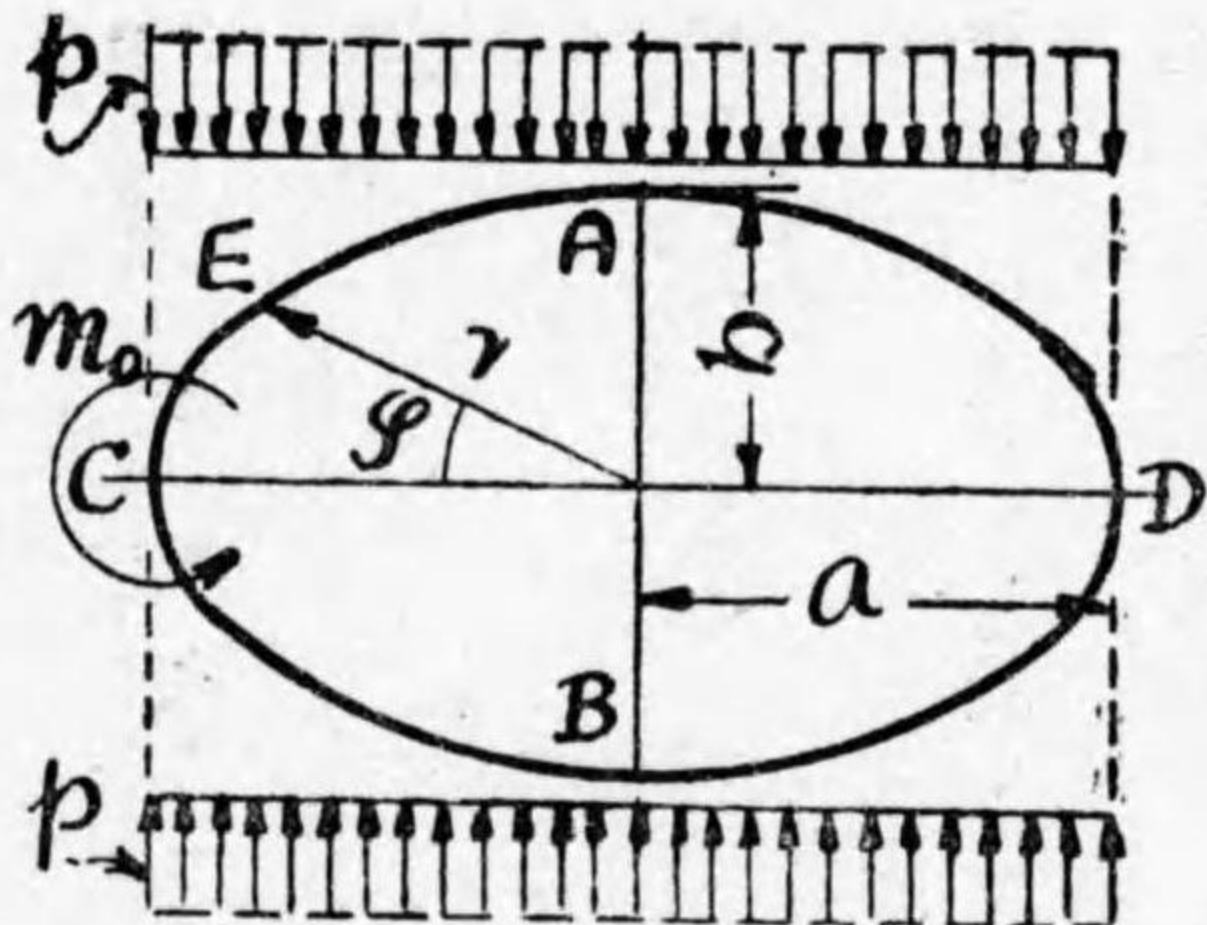
(219)

今  $k=1$ ,  $a=b=r$  と置くと楕圓は圓となり、(218) 式は前節の (207) 式に歸着する。

(2) 鉛直等布荷重を受くる場合 (第一五六圖)

此の場合にも同様の計算から、圓管に就て求めたのと類似の公式が求められる。

圖六五 一 第



$$\begin{aligned}
 m_1 &= m_0 - \frac{pa^2}{2} = -\frac{pa^2}{2} \cdot \frac{k}{1+k} = C_1 pa^2 \\
 m_0 &= \frac{pa^2}{2} \cdot \frac{1}{1+k} = C_0 pa^2 \\
 m &= m_0 - \frac{pa^2}{2} \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{1-e^2 \cos^2 \varphi} \\
 &= m_1 + \frac{pa^2}{2} \cdot \frac{(1-e^2) \cos^2 \varphi}{1-e^2 \cos^2 \varphi}
 \end{aligned}
 \tag{220}$$

$$\begin{aligned}
 N_1 &= 0, \quad N_0 = -pa, \quad N = -fa \\
 T_1 &= 0, \quad T_0 = 0, \quad T = pa \frac{k \cos \varphi}{\sqrt{1-e^2 \cos^2 \varphi} \sqrt{1 + \frac{\tan^2 \varphi}{k^4}}}
 \end{aligned}
 \tag{221}$$

(220) 式から  $C_1 = -\frac{k}{2(1+k)}$ ,  $C_0 = \frac{1}{2(1+k)}$  とし、 $k$  の種々の値に對する係數  $C_1, C_0$  の値を示せば次表の

第二八表 橢圓形管彎曲率係數  $C_1, C_0$

$\frac{b}{a} = k$	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5
$C_1$	-0.250	-0.237	-0.222	-0.205	-0.188	-0.167
$C_0$	0.250	0.263	0.278	0.294	0.312	0.333

此の表に於て  $k=1$  の場合の値は圓管の場合であつて、(209) 式によつて既に求め得たものと一致するであらう。

(4) 卵形重力管 卵形管に於ては AD AC の間、CF DG の間、BF BG の間 (第一五七圖参照) で弧の半径と中心の位置が違ふから、E 點に於ける彎曲率  $m$  を表はす公式が (205) 式の如く簡單には求め難い。

$$\begin{aligned}
 m', m'', m''', m'''' &= E_1, E_2, E_3 \text{ 點に於ける彎曲率} \\
 N', N'', N''', N'''' &= \text{同上垂直應力} \\
 T', T'', T''', T'''' &= \text{同上切觸應力} \\
 r_1, r_2, r_3 &= \text{同上半径}
 \end{aligned}$$

とすると弧 AD DG B の中心角は夫々  $\frac{\pi}{2}, \alpha, \frac{\pi}{2}$  であり、且つ此の場合には管が鉛直軸に就て左右對稱であるから積分の限界を A から B 迄とすると (206) 式の代りに次式を得る。但し此の場合にも  $EI$  を常數と

取る。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} m' d\varphi_1 + r_1 \int_0^a m'' d\varphi_2 + r_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}-1} m''' d\varphi_3 = 0 \dots\dots\dots (222)$$

之が卵形管に對する一般式である。

而して第一五〇圖に示した三個の卵形に就ては

- (甲)  $r_1=r, r_2=2r, r_3=0.586r, a=45^\circ=\frac{\pi}{4}$
- (乙)  $r_1=r, r_2=3r, r_3=0.5r, a=48^\circ-11'=0.8410$
- (丙)  $r_1=r, r_2=\frac{8}{3}r, r_3=0.25r, a=51^\circ-19'=0.8956$

(1) 鉛直集中荷重を受くる場合 (第一五七圖)

此の時は彎曲率の値は次の如し。

$$\left. \begin{aligned} m' &= m_1 + \frac{Pr_1}{2} \sin \varphi_1 & 0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{2} \\ m'' &= m_1 + \frac{P}{2} [r_1 - r_1(1 - \cos \varphi_2)] & 0 \leq \varphi_2 \leq a \\ m''' &= m_1 + \frac{Pr_3}{2} \cos(\alpha + \varphi_3) & 0 \leq \varphi_3 \leq \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \end{aligned} \right\} (221)$$

圖七五一第

之を(222)式に適用して  $m_1$  を求め、更に(224)式を用ひて  $m_0$  を求めると

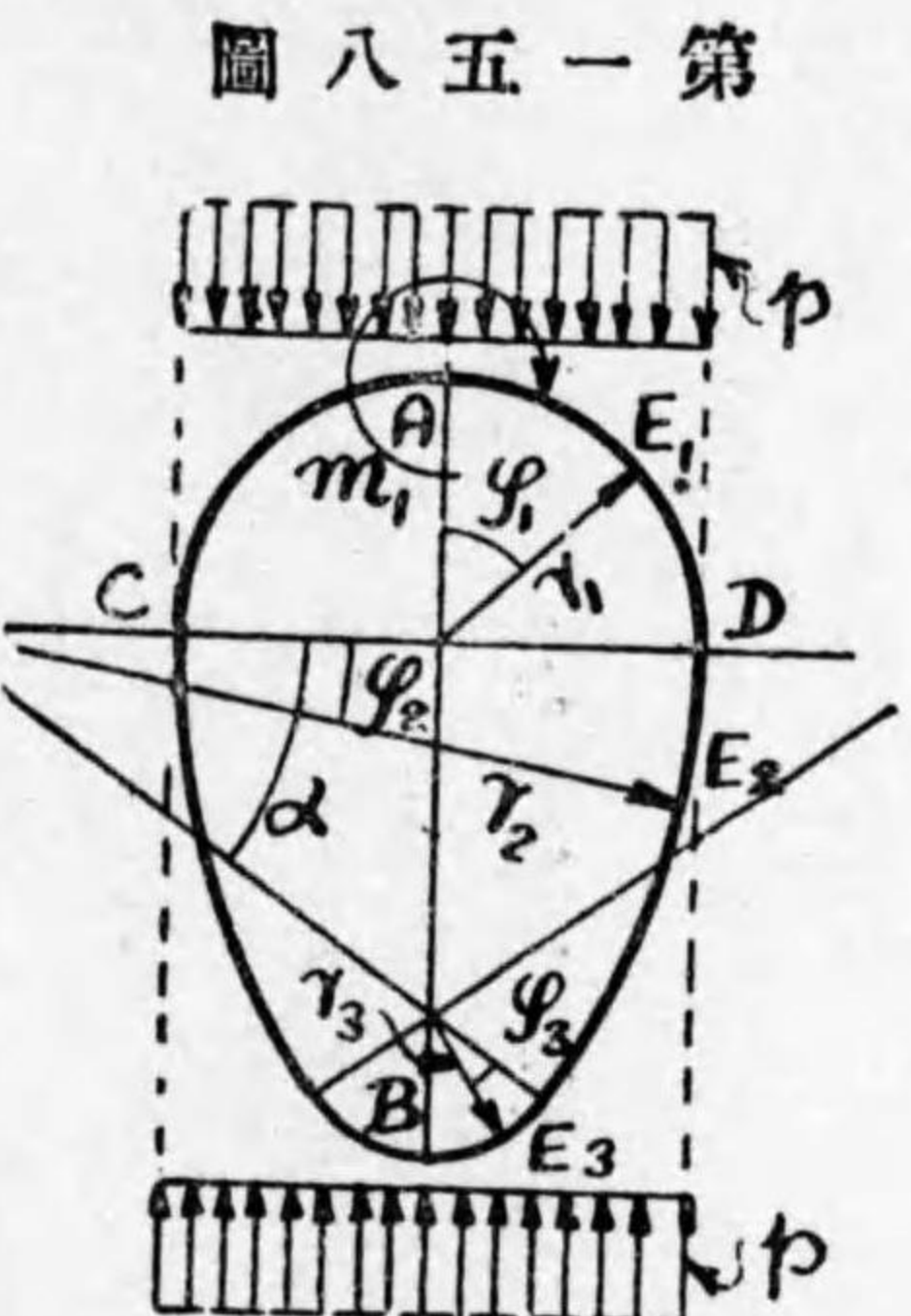
$$\left. \begin{aligned} m_1 &= -\frac{\frac{P}{2}K}{(r_1+r_3)\frac{\pi}{2} + (r_2-r_3)a} \\ K &= r_1^2 + r_3^2 + r_2(r_1-r_2)a + (r_2^2 - r_3^2)\sin \alpha \\ m_0 &= m_1 + \frac{Pr_1}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (225)$$

又  $E_1, E_2, E_3$  點に於ける  $N, T$  の値を夫々  $N', N'', N'''$  及び  $T', T'', T'''$  で表はせば

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= 0, N_0 = -\frac{P}{2} \\ N' &= -\frac{P}{2} \sin \varphi_1 & 0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{2} \\ N'' &= -\frac{P}{2} \cos \varphi_2 & 0 \leq \varphi_2 \leq a \\ N''' &= -\frac{P}{2} \cos(\alpha + \varphi_3) & 0 \leq \varphi_3 \leq \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (226)$$

$$\begin{aligned}
 T_1 &= \frac{P}{2}, & T_0 &= 0 \\
 T' &= \frac{P}{2} \cos \varphi_1 & C \sum \varphi_1 &\leq \frac{\pi}{2} \\
 T'' &= \frac{P}{2} \sin \varphi_2 & 0 &\leq \varphi_1 \leq \alpha \\
 T''' &= \frac{P}{2} \sin(\alpha + \varphi_3) & 0 &\leq \varphi_2 \leq \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)
 \end{aligned}
 \tag{227}$$

(□) 鉛直等布荷重を受くる場合 (第一五八圖)



此の場合には (224) 式の代りに次式を得る。

$$\begin{aligned}
 m' &= m_1 + \frac{p}{2} r_1^2 \sin^2 \varphi & 0 &\leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{2} \\
 m'' &= m_1 + \frac{p}{2} [r_1 - r_2(1 - \cos \varphi_2)]^2 & 0 &\leq \varphi_2 \leq \alpha \\
 m''' &= m_1 + \frac{p}{2} r_3^2 \cos^2(\alpha + \varphi_3) & 0 &\leq \varphi_3 \leq \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)
 \end{aligned}
 \tag{228}$$

之を (222) 式に適用して

$$\begin{aligned}
 m_1 &= -\frac{\frac{p}{2} K}{(r_1 + r_3) \frac{\pi}{2} + (r_2 - r_3) \alpha} \\
 K' &= (r_1^3 + r_3^3) \frac{\pi}{4} + r_2^2 (r_1 - r_2)^2 \alpha + 2(r_1 - r_2) r_2^2 \sin \alpha \\
 &\quad + (r_2^3 - r_3^3) \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{2} + (r_2^3 - r_3^3) \frac{\alpha}{2} \\
 m_0 &= m_1 + \frac{p}{2} r_1^2 \\
 N_1 &= 0, & N_0 &= -p r_1 \\
 N' &= -p r_1 \sin^2 \varphi_1 & 0 &\leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{2} \\
 N'' &= -p [r_1 - r_2(1 - \cos \varphi_2)] \cos \varphi_2 & 0 &\leq \varphi_2 \leq \alpha \\
 N''' &= -p r_3 \cos^2(\alpha + \varphi_3) & 0 &\leq \varphi_3 \leq \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \\
 T_1 &= 0, & T_0 &= 0 \\
 T' &= p r_1 \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 & 0 &\leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{2}
 \end{aligned}
 \tag{229}$$

$$\tag{230}$$



$$T'' = p[r_1 - r_2(1 - \cos \varphi_2)] \sin \varphi_2 \quad 0 \leq \varphi_2 \leq \alpha$$

$$T''' = pr_2 \cos(\alpha + \varphi_2) \sin(\alpha + \varphi_2) \quad 0 \leq \varphi_2 \leq \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \quad \dots\dots\dots (231)$$

(5) 壓力管 管内の水が壓力を有する時は、管が圓管である場合に限つてその解法を示す。此の時は圓形井筒基礎（第十編第七章）に就て求めた<sup>(148)</sup>式を使用するのであつて、水の壓力強度を $p_0$ とすると管壁の應（張）力 $N'$ は<sup>(148)</sup>式に於て $p' - p'' = -p_0$ を置か

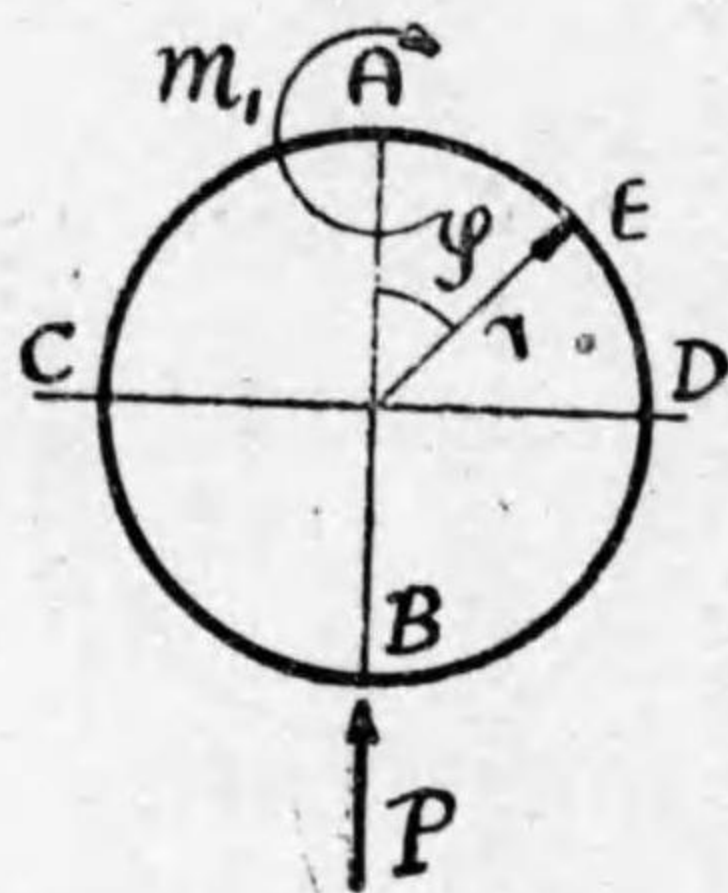
$$f = \frac{p_0 r}{t}, \quad N' = ft$$

$$\therefore N' = p_0 r \dots\dots\dots (232)$$

前數節に於て求めた直應力 $N$ は應壓力であるから茲に求めた $N'$ とは正に符號が反對である。又 $N$ や $T$ は管壁の各點でその値が相違するが、 $N$ は管壁全周に亘つて同一の値を持つてゐる。

(6) 管の自重應力 管の寸法が小さい時はその自重による應力を無視しても差向へないが、管の寸法が大きくなれば自重應力を考へに入れなくてはならない。管の自重によつても亦、彎曲率、直應（壓）力及び應裁力が起る。一例として圓形管の場合を取つて見ると、管を平坦なる地盤又は枕木上に列べた場合と、之を地下に埋設した場合とは状態が違つて來る。前の場合には管はその管底によつて支へられるのであるが、後の場合には管はその全幅 $2a$ だけの地盤の反力で支へられると考へる事が出来る。

第一五九圖



第一五九圖に於て圓管がその管底Bに於て支へられるものとする  
 $w$  = 弧の單位長に於ける自重  
 $W$  = 管の自重 =  $2\pi r w$   
 $P$  = 反力 =  $W$   
 此の場合には問題が少し複雑になるがその結果だけを示すと、任意の點Eに於て

$$m = m_1 + wr^2(\varphi \sin \varphi + \cos \varphi - 1) + \frac{wr^2}{2}(1 - \cos \varphi)$$

$$= m_1 + \frac{wr^2}{2}(2\varphi \sin \varphi + \cos \varphi - 1)$$

之を<sup>(206)</sup>式に適用して積分の限界を0から $\pi$ 迄に取れば次の結果を得る。

Aにて  $m_1 = -\frac{wr^2}{2} = -0.500 wr^2$

Bにて  $m_1 = -\frac{3}{2} wr^2 = -1.500 wr^2$

$$m_0 = wr^2 \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) = +0.5708 wr^2 \quad \dots\dots\dots (233)$$

$$m = \frac{wv^2}{2} (2\varphi \sin \varphi + \cos \varphi - 2)$$

Aにて  $N_1 = -\frac{wv^2}{2}$  (壓力)

Bにて  $N_1 = +\frac{wv^2}{2}$  (張力)

$$N_0 = -\frac{wv^2}{2}$$

$$N = -\frac{wv^2}{2} (2\varphi \sin \varphi + \cos \varphi)$$

Aにて  $T_1 = 0$

Bにて  $T_1 = -wv^2 r$

$$T_0 = -\frac{wv^2}{2}$$

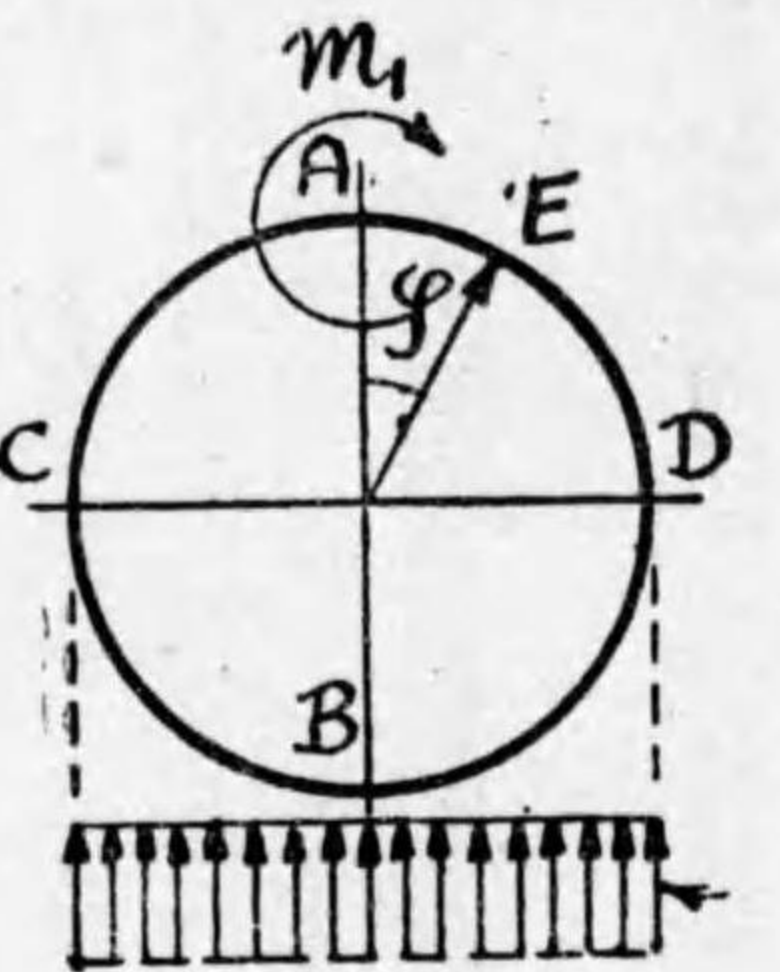
$$T = \frac{wv^2}{2} (2\varphi \cos \varphi - \sin \varphi)$$

(234)

(235)

次に第一六〇圖に於て圓形管がCDの全幅に於ける反力によつて支へられるものとし、 $\rho$ を反力強度とすれ

第一六〇圖



ば

$$W = 2\rho r$$

$$\rho' = wv^2$$

而して此の時のE點の彎曲率は

$$m_1 = m_1 + wv^2 (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi - 1) + \frac{1}{6} wv^2 (1 - \cos \varphi) \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$m_1' = m_1 + wv^2 (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi - 1) + \frac{1}{6} wv^2 (1 - \cos \varphi) + \frac{wv^2}{2} (1 - \sin \varphi)^2 \quad \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi$$

此の兩式を(206)式に適用して、 $m'$ を $\varphi$ の値、0から $\frac{\pi}{2}$ までに積分し、 $m''$ を同じく $\frac{\pi}{2}$ から $\pi$ までに積分すれば次の如き結果となる。

Aにて  $m_1 = -wv^2 \left( \frac{3\pi}{8} - \frac{5}{6} \right) = -0.3448wv^2$

Bにて  $m_1 = -wv^2 \left( \frac{5}{6} - \frac{\pi}{8} \right) = -0.4406wv^2$

$$m_0 = wv^2 \frac{\pi}{8} = 0.3927wv^2 \quad \dots \dots \dots (236)$$

$$m = wv^2 \left[ -\frac{3\pi}{8} + \varphi \sin \varphi + \frac{5}{6} \cos \varphi \right], \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$= 2w^2 \left[ -\frac{3\pi}{8} + \varphi \sin \varphi + \frac{5}{6} \cos \varphi + \frac{\pi}{2} (1 - \sin \varphi)^2 \right], \quad \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi$$

A にと  $N_1 = -\frac{2w^2}{6}$  (壓力)

B にと  $N_1 = +\frac{2w^2}{6}$  (張力)

$$N_0 = -\frac{2w^2 r^2}{2} \dots\dots\dots (237)$$

$$N = -\frac{2w^2}{6} [6\varphi \sin \varphi + \cos \varphi], \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$= -\frac{2w^2}{6} [6\{\varphi - \pi(1 - \sin \varphi)\} \sin \varphi + \cos \varphi], \quad \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi$$

$$T_1 = 0$$

$$T_0 = -\frac{2w^2 r^2}{6}$$

$$T = \frac{2w^2}{6} [6\varphi \cos \varphi - \sin \varphi], \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \dots\dots\dots (238)$$

$$= \frac{2w^2}{6} [6\{\varphi - \pi(1 - \sin \varphi)\} \cos \varphi - \sin \varphi], \quad \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi$$

以上は圓形管の例であるが、楕圓形管、卵形管の場合にも同様にして自重應力を算出する事が出来る。(省略)

(7) 縦桁としての管の抵抗率 前數節の計算は専ら管の横断面に就ての公式を與へたものであるが、場合によつては管が縦桁 (longitudinal beam) として自重及び荷重を支へなければならぬ事がある。之は前章の函渠の第三計算法に相當するものであり、荷重の不均一、地盤反力の不均一その他の原因から來る應力に對し管が中空桁 (hollow beam) として抵抗しなければならぬ場合を取扱ふのであるが、管が場所詰式でなく既塑式である限り管の長さ、從つて桁の徑間は非常に小さいから、此の應力は殆んど無視してもいゝ程度に小さいのが普通であるが、次に一應縦桁としての管の抵抗率を求めて置かう。

(1) 圓形管の抵抗率 此の場合には圓形中空断面の桁であつて、第八編第五章に示した(46)式を用ひるものとし中立軸に對する鐵筋の面率  $G_2$  及び惰性率  $I_2$  に就ては(50)式を用ふれば、混凝土の面率  $G_1$  及び惰性率  $I_1$  は(49)式を應用して次の如くにして算出する。

第一六一圖に於て

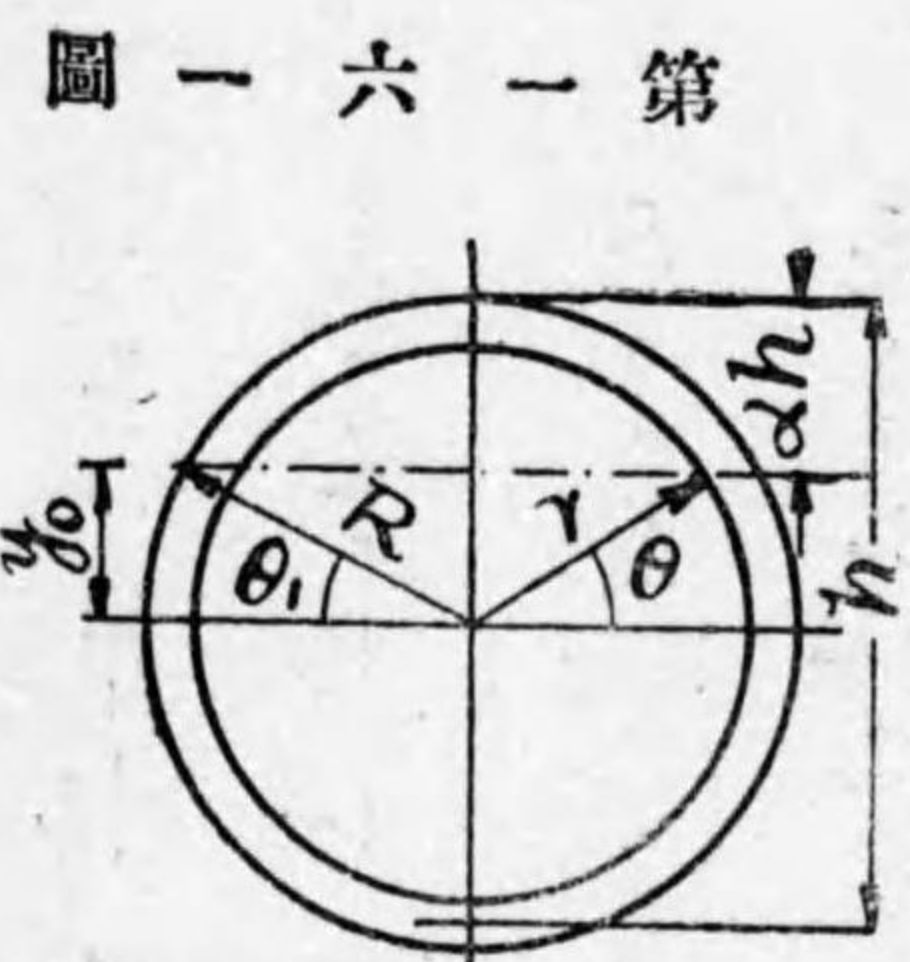
$R$  = 圓形管の外徑

$r$  = 同 内徑

とし、 $h$  及び  $ah$  を與へられたものとするれば

$$y_0 = R - ah$$

$$y_0 = R \sin \theta_1 = r \sin \theta$$



第一六一圖

$$\begin{aligned} \therefore \sin \theta_1 &= 1 - \frac{ah}{R} \\ \sin \theta &= \frac{R-ah}{r} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (239)$$

$$G'_1 = -R^3 \left[ \frac{1}{12} (9 \cos \theta_1 - \cos 3\theta_1) - \left( \frac{\pi}{2} - \theta_1 \right) \sin \theta_1 \right] \quad \dots\dots\dots (240)$$

$$G''_1 = -r^3 \left[ \frac{1}{12} (9 \cos \theta - \cos 3\theta) - \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \sin \theta \right]$$

$$I'_1 = R^4 \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{\pi}{2} - \theta_1 \right) (3 - 2 \cos 2\theta_1) - \frac{7}{12} \sin 2\theta_1 + \frac{1}{48} \sin 4\theta_1 \right] \quad \dots\dots\dots (241)$$

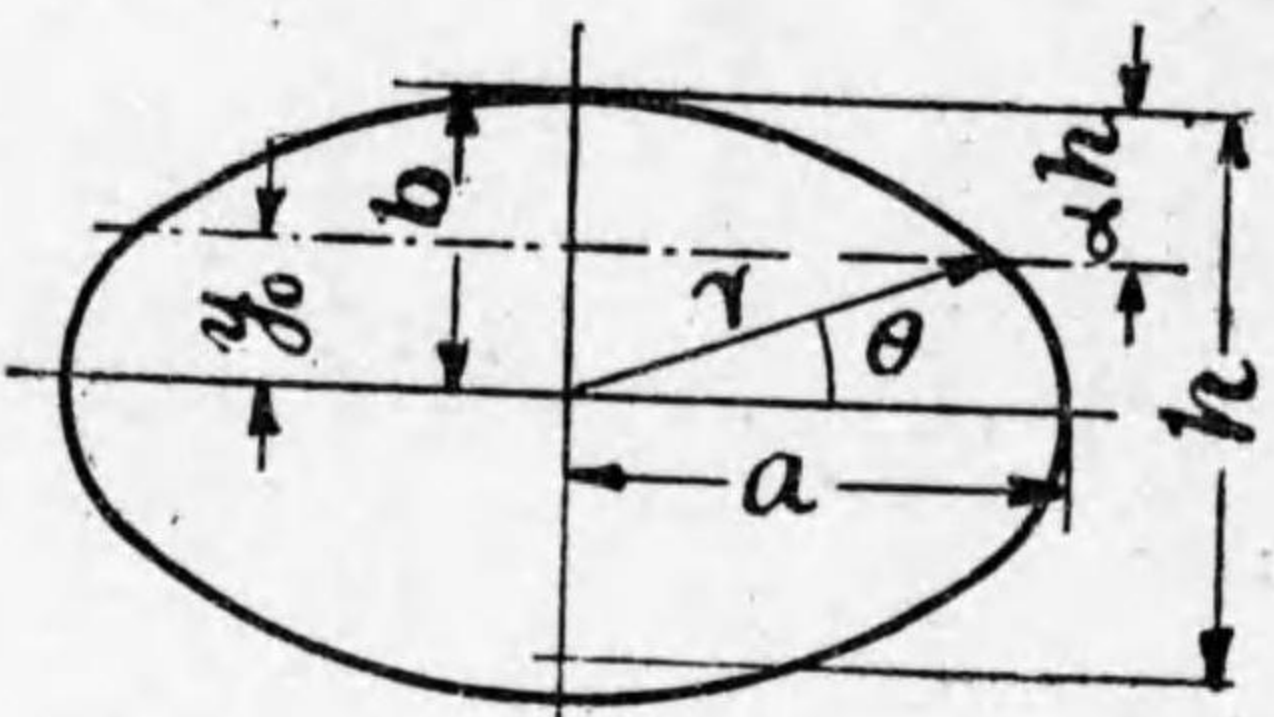
$$I''_1 = r^4 \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) (3 - 2 \cos 2\theta) - \frac{7}{12} \sin 2\theta + \frac{1}{48} \sin 4\theta \right]$$

$$G_1 = G'_1 - G''_1, \quad I_1 = I'_1 - I''_1 \quad \dots\dots\dots (242)$$

即ち<sup>(239)</sup>式によつて $\theta_1$ 及び $\theta$ の値を求め、之を<sup>(240)</sup>及び<sup>(241)</sup>式に代入して $G_1$ の値を算出すれば、<sup>(242)</sup>式を用ひて $G_1, I_1$ の値が見出されるのである。

(□) 橢圓形管の抵抗率 中空ならざる橢圓断面に對しては、圓形断面の場合の(49)式に對應する次の公式がある。(證明、略)

第一六一圖



第一六一圖に於て橢圓の軸を $2a$ 及び $2b$ とし且つ桁の中立軸が $2a$ の軸に平行であるとする、角 $\phi$ を次の如き關係を有するものと假定する。

$$y_0 = b \sin \phi, \quad \sin \phi = \frac{y_0}{b}$$

然るに $y_0 = r \sin \theta$  であつて此の時の $\theta$ は數學上次の如き値を持つてゐる。

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}, \quad r = \frac{b}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \theta}}$$

$$\therefore \sin \phi = \frac{y_0}{b} = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \theta}} \quad \dots\dots\dots (243)$$

此の $\phi$ の値を用ひて次式を得る。

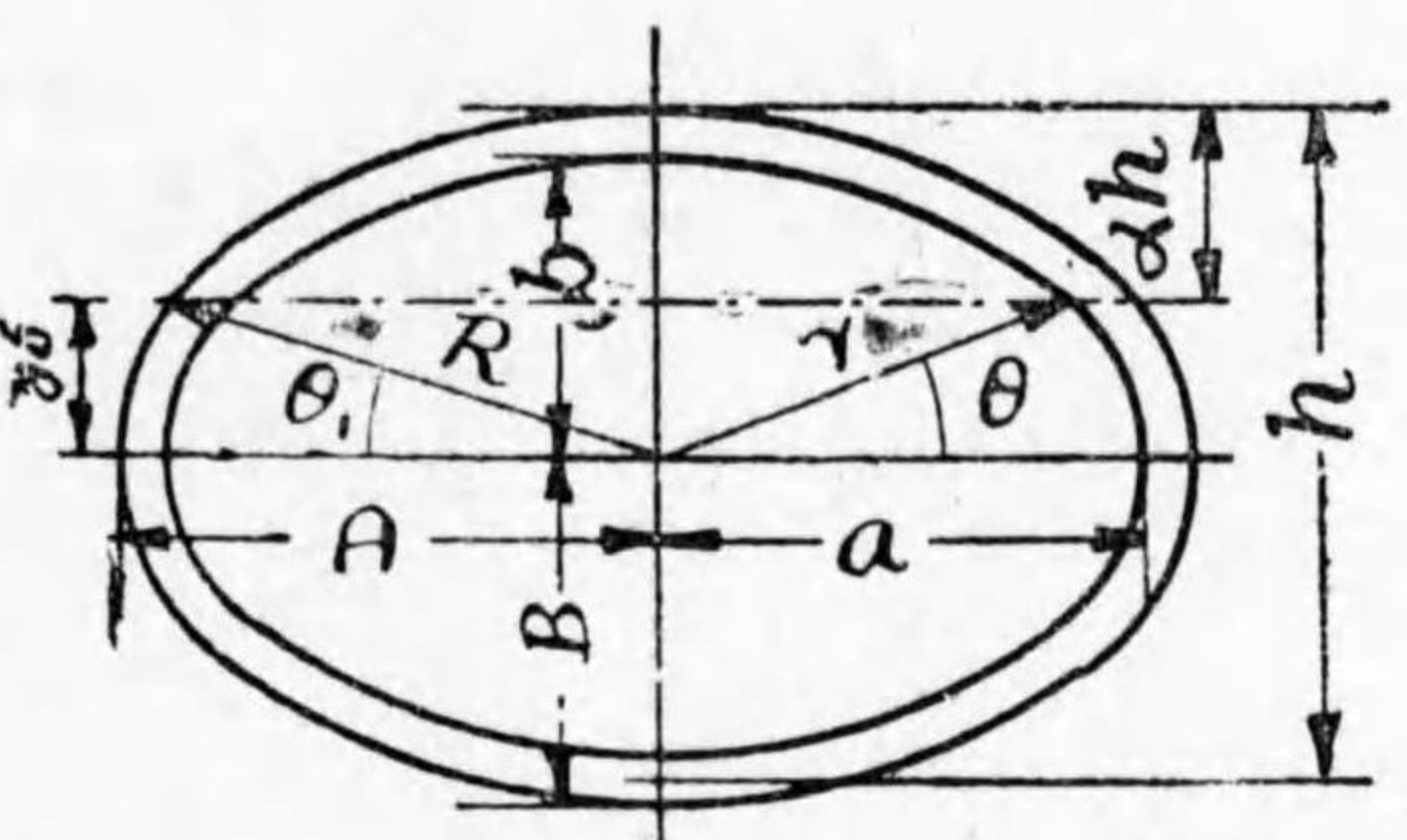
$$G_1 = -ab^3 \left[ \frac{1}{12} (9 \cos \phi - \cos 3\phi) - \left( \frac{\pi}{2} - \phi \right) \sin \phi \right]$$

$$I_1 = ab^3 \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{\pi}{2} - \phi \right) (3 - 2 \cos \phi) - \frac{7}{12} \sin 2\phi + \frac{1}{48} \sin 4\phi \right] \quad \dots\dots\dots (244)$$

讀者は圓の面積が $A = \pi r^2$  橢圓の面積が $A = \pi ab$  である事を對照して(49)式と(244)式との類似點に注意す可し。

若し中立軸が $2b$ の軸に平行である時には<sup>(243)</sup>式に於ける $a$ と $b$ とを交換すればよい。

圖 三 六 一 第



楕圓形中空断面の場合には(243)(244)式を應用して次の如くにして $G_1, I_1$ の値を算出する。即ち第一六三圖に於て

2A, 2B=楕圓形管の外軸  
2a, 2b=同 内軸

中立軸は圖の如く2A 2aの軸に平行とする。

$$\begin{aligned} y_0 &= B - ah \\ y_0 &= B \sin \varphi_1 = b \sin \varphi \\ \therefore \sin \varphi_1 &= 1 - \frac{ah}{B} \\ \sin \varphi &= \frac{B - ah}{b} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (245)$$

$$\begin{aligned} G_1' &= -AB^2 \left[ \frac{1}{12} (9 \cos \varphi_1 - \cos 3\varphi_1) - \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_1 \right) \sin \varphi_1 \right] \dots\dots\dots (246) \\ G_1'' &= -ab^2 \left[ \frac{1}{12} (9 \cos \varphi - \cos 3\varphi) - \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right) \sin \varphi \right] \\ I_1' &= AB^3 \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_1 \right) (3 - 2 \cos \varphi_1) - \frac{7}{12} \sin 2\varphi_1 + \frac{1}{48} \sin 4\varphi_1 \right] \dots\dots\dots (247) \end{aligned}$$

$$I_1'' = ab^3 \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right) (3 - 2 \cos \varphi) - \frac{7}{12} \sin 2\varphi + \frac{1}{48} \sin 4\varphi \right]$$

$G_1, I_1$ を求むるには(246)(247)式を(242)式に代入すればよい。

(ハ) 卵形管の抵抗率

桁の中立軸が第一六四圖のCD軸に平行であつて管頂Aが壓力側而も $\theta=0$ の場合には

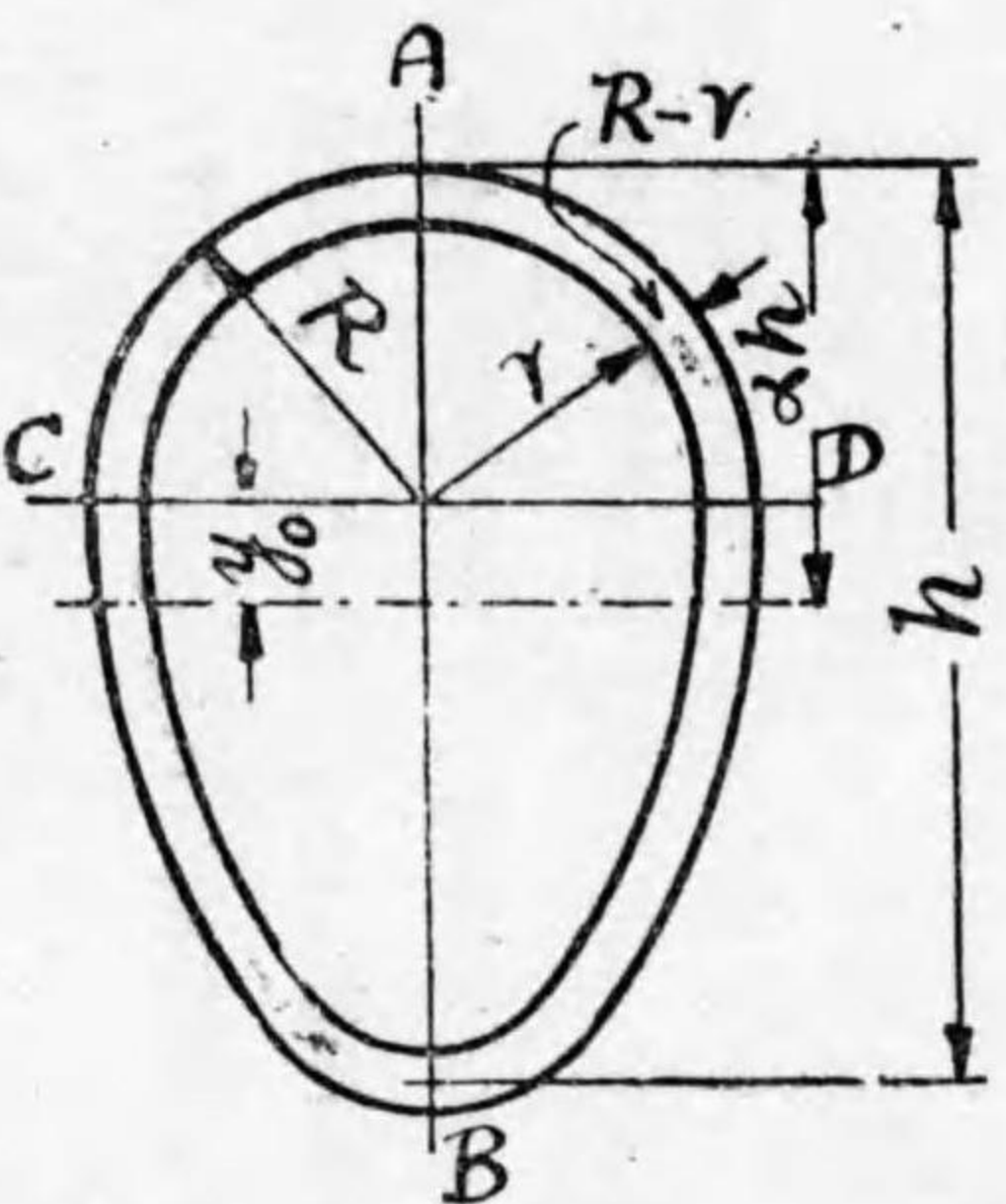
圓形管と同一の公式即ち(239)乃至(242)式を用ふればよい。特に $ah=R$ の時は $y_0=0, \theta_1=0, \theta=0$ であるから(240)(241)式は簡單になる。

$$\begin{aligned} G_1' &= -\frac{2I^3}{3}, & G_1'' &= -\frac{2I^3}{3} \\ I_1' &= \frac{\pi R^4}{8}, & I_1'' &= \frac{\pi I^4}{8} \\ \therefore G_1 &= -\frac{2}{3} (I^3 - I^3) \\ I_1 &= \frac{\pi}{8} (R^4 - I^4) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (248)$$

第一六四圖に示すが如く $ah > R$ であつて而も $ah - R = y_0$ が

比較的小さい時は $G_1$ 及び $I_1$ を求むるに次の公式を用ひる。

圖 四 六 一 第



$$G_1 = - \left[ \frac{2}{3} (E^2 - r^2) + \frac{\pi y_0^2}{2} (R^2 - r^2) + y_0^2 (R - r) \right]$$

$$I_1 = \frac{\pi}{8} (R^4 - r^4) + \frac{4 y_0^2}{3} (R^2 - r^2) + \frac{\pi y_0^2}{2} (R^2 - r^2) + \frac{2 y_0^2}{3} (R - r)$$

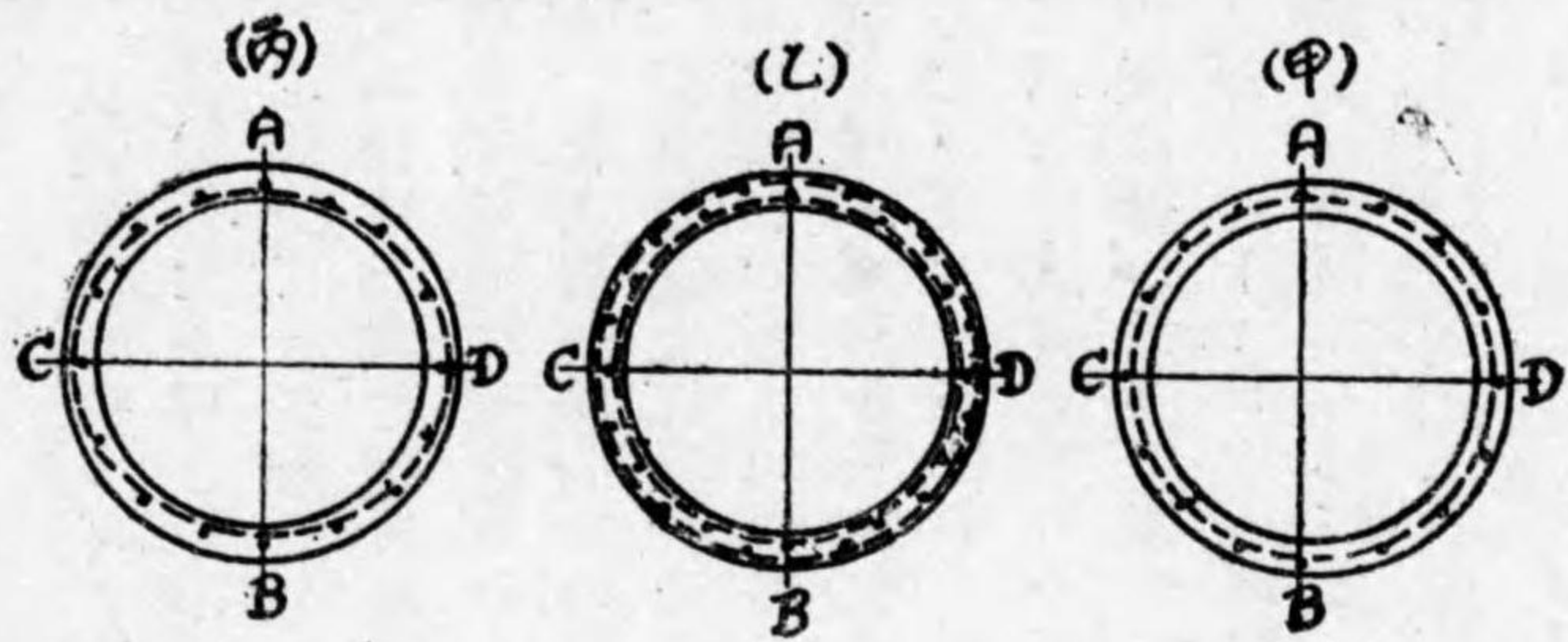
..... (249)

此の公式は中立軸とCD軸との間に挟まれたる管壁が直線状をなすものと假定して求めたのであるから、多少の誤差を含む。此の誤差は%の値と共に増大するが、實地上%の値は微少であるから此の公式で充分であらう。卵形管の管底Bが桁の壓力側となる場合には公式が極めて複雑となるから茲には省略して置く。

(8) 鐵筋の配置 鐵筋混凝土管に於ける鐵筋の配置に就ては普通三種の工法を擧げる事が出来る。第一六五圖は圓形管の配筋法を示したものであるが、甲は管壁の中心に一行に鐵筋を挿入したものであつて、鐵筋は常に張力を支へるけれど混凝土は管頂A管底Bに於ては外側が壓力を支へ、管側CDに於ては内側が壓力を支へる事になる。鉛直荷重と水平荷重とを受くる管にありても、後者の影響は前者のそれよりは小であるから結局、兩者消殺せしめた上でA Bに於ては外側が壓力側、内側が張力側となり、C Dに於ては此の反對に外側が張力側、内側が壓力側となる。従つて斯の如き配筋法にあつては第十一編第二章に述べた厚さの小さな突桁式牆壁に於て壁の中心に抗張鐵筋を挿入する場合と同様、鐵筋の有効率を減殺する不利を免れないのであるが、徑の小さい、従つて厚さの薄い管にあつては實地上の必要から此の配筋法に従ふのが普通である。

(乙)は厚さの稍々大なる管に用ひられる比較的完全なる配筋法であつて、鐵筋を二重に挿入しA Bに於ては外側の鐵筋を抗壓鐵筋、内側の鐵筋を抗張鐵筋として働かせ、C Dに於ては此の反對に外側の鐵筋を抗張鐵筋

第一六五圖



筋、内側の鐵筋を抗壓鐵筋として働かせるのである、此の配筋法は附着應力に對しても最も有効であるが、唯多量の鐵筋を使用しなければならぬのが缺點である。

(丙)は(乙)の配筋法に於ける二列の鐵筋を一行で兼用せしめたもので、鐵筋を稍、橢圓形に撓曲し、A Bに於ては内側に近く、C Dに於ては外側に近く配筋するが故に、鐵筋の有効率従つてその使用經濟から言へば最も理想的なものと言はなければならぬ。唯、(丙)の配筋法によつた管は鉛直軸ABと水平軸CDとを外観上判然と區別して置いて、實地埋設の場合に間違はない様にして置かなければ、悉く壓潰を見る事になるであらう。

之を要するに、(甲)(丙)は單鐵筋式矩形桁、(乙)は複鐵筋式矩形桁として取扱ひをす可きものであるから、第八編第二章及び第三章に示した諸公式を用ひて壁厚及鐵筋量を算出する。之は斷面が彎曲率のみを蒙つて直應力を蒙らない場合であるが、直應力と彎曲率とを同時に蒙る斷面に對しては第八編第六章、裁力(切應力)及び附着應力に對しては第八編第七章に示した諸公式を使用して計算しなければならぬ。

第一六五圖は圓形管に於ける配筋法の例であるが、橢圓形管、卵形管に就ても同様に三種の配筋法が採用せられる事は勿論である。而して此等の鐵筋は恰も柱に對する箍鐵筋と同じ關係にあるものであつて、柱の場合に分離箍と連續(螺旋)箍との二工法があるのと同様に、管の場合にも此

等の横鐵筋を一個々々分離せる圓環とすることもあれば、管の全長に亘つて螺旋形に連續せしめることもある。

此等の横鐵筋に直交す可き縦鐵筋は、前者の配置用鐵筋たると同時に、管が縦桁として働く場合の主鐵筋（抗張及び抗壓）たる可きものである。而して前述の如く長さの短かい管に於ける縦桁としての彎曲率は、特殊の例外を除いては微弱であるから、縦鐵筋は單に配置用鐵筋として置けば充分であるが、若し必要ならば前節に求めた諸公式を第八編第五章に適用して檢算をすればよい。

重力管の鐵筋量は管を何れも横斷の方向の單位幅矩形桁として通例の方法を以て之を定める事が出来るのであるが、壓力管の場合は特別の考慮を必要とする。即ち此の場合には管は横斷の方向の抗張材となるのであつて、鐵筋混凝土抗張材に於ては應力の全部を鐵筋に依つて取らしめる様にその鐵筋量を定めるのが通例ではあるけれど、而も此の場合には混凝土の存在を無視する結果として、管に龜裂を生ぜざる事を必要とする壓力管の根本要件を公式化する事を得ない。そこで應張力の全部を鐵筋で取らしめると同時に混凝土に龜裂を生じない條件を満足する様に管の厚さを定めなければならぬのである。此の場合の計算方法は第三編第五章に示した温度鐵筋の計算と類似の原理に依るのであるがその詳論は第十六編に譲る。

鐵筋の徑は管の寸法に依つて相違する事勿論であるが、普通の寸法の管に對しては徑四分一吋、同一六分三吋の丸鋼、バーミンガム標準鐵線寸法 (Birmingham standard wire gage; B. W. G.) 一番乃至八番位の鐵線又は鋼線を使用する事が多い。鐵線又は鋼線の標準寸法にはバーミンガム、英帝國 (British Imperial) 合衆國 (U. S. Standard) その他種々のものがあるが、次に B. W. G. の寸法を與へる。

第二九表 バーミンガム標準寸法(鋼線)

番 號	徑(吋)		斷 面 積 (平方吋)	周 邊 長 (吋)	重 量 (斤/呎)
	分數にて	小數にて			
C0000	$\frac{1}{2}$	0.5000	0.1963	1.5708	0.6674
0030	$\frac{7}{16}$	0.4375	0.1503	1.5745	0.5110
000	$\frac{3}{8}$	0.3750	0.1104	1.1781	0.3754
00	$\frac{5}{16}$	0.3125	0.0908	1.0681	0.3087
0	$\frac{3}{8}$	0.3750	0.1104	1.1781	0.3754
1	$\frac{5}{16}$	0.3125	0.0767	0.9818	0.2608
2	$\frac{3}{8}$	0.3750	0.0908	1.0681	0.3087
3	$\frac{5}{16}$	0.3125	0.0767	0.9818	0.2608
	$\frac{1}{4}$	0.2500	0.0491	0.7854	0.1669

4	0.238	0.0445	0.7477	0.1513
5	0.220	0.0380	0.6912	0.1292
6	0.203	0.0324	0.6377	0.1102
7	0.1875	0.0276	0.5891	0.0938
8	0.180	0.0255	0.5655	0.0867
9	0.165	0.0214	0.5184	0.0728
10	0.148	0.0172	0.4650	0.0585
11	0.134	0.01410	0.4210	0.04794
12	0.120	0.01131	0.3770	0.03845
13	0.109	0.00933	0.3424	0.03172
14	0.095	0.00709	0.2985	0.02411
15	0.083	0.00541	0.2608	0.01839
16	0.072	0.00407	0.2262	0.01384
	0.065	0.00332	0.2012	0.01129

17	0.058	0.00264	0.1822	0.00898
18	0.049	0.00189	0.1539	0.00643
19	0.042	0.00139	0.1319	0.00473
20	0.035	0.000962	0.1100	0.003271
21	0.032	0.000804	0.1005	0.002734
22	0.028	0.000616	0.0880	0.002094

表中徑を吋の分數で示したもので番號の缺除してゐるもの（徑1吋を除く）は B. W. G. の番號中にはないが、第一表の補遺として徑の小さい丸鋼を B. W. G. の系列中に挿入したものである。單位長の重量は鋼線として算出したものであつて、鐵線の場合には此の値の九八%に取ればよい。又 B. W. G. の鐵線番號は三六番迄あるが、第三一表には使用の廣い二二番迄を摘録したのである。

(9) 管の製作 鐵筋混凝土管に使用する混凝土の配合は普通一、二、四から一、一・五、三である。砂利の最大粒は管の厚さにも依るが、一般に第一編第四章に與へた標準よりは餘程小さく指定する必要がある。普通四分三吋以下或は二分一吋以下と言ふ様な砂利を標準とする。混凝土作業は管を一個宛鉛直に立て、施工するのが最も普通であつて、内外の型は各二片以上の弧狀型 (segmental form) に分割し得る様に製作し、特に内側の型は可潰的に作り、型取外しの際の作業を容易ならしめると共に混凝土に撃衝を與へない様な考案を立てなければならぬ。連續して多數の管を製作する場合には型の磨損、腐朽と狂ひとを避けるために鐵製又



は鋼製とするのが望ましい。

型の取外しは比較的短時日の後に行ふのが通例であつて、その時期は季節に依つて差違があるが、先づ混凝土施工後二乃至四日、時としては二十四時間に短縮する事もある。型を成る可く早く取外すのは之を出来るだけ有効に反覆使用せんがためであつて、型取外しの後は所定の期限内充分に濕氣を與へて養生すべき事は言ふ迄もない。

管の繼手のソケット (socket) の構造に關しては次章で述べる。

管の内徑は設計の種類即ち用途に應じて定められ、厚さは應力計算から決せらる可きであるが、長さは製作並びに運搬、特に埋設の難易から適當に定めるので、普通溝 (trench) を掘つて下水管を埋設する様な場合の作業上の必要からは、長さは三尺位が最も適當とせられる。次に示すものは東京鐵筋混凝土會社で製作販賣せる圓形管及び東京市改良下水管として製作埋設せられたる圓形管の寸法である。因みに下水管の如く普通の場合は流水が管の断面一杯になつて流れない様な管にあつては水理學上の平均浸深 (hydraulic mean depth) を大ならしめるために卵形管が最も適當であるとせられ、東京市改良下水でも卵形管が可なり使用せられたが、現今では製作の容易な點から各地の下水管が殆んど全部圓形管である。

第三〇表 鐵筋混凝土圓形管寸法 (その一)

内 徑 (吋)	東京鐵筋混凝土會社製管			東京市改良下水管		
	厚 (吋)	長 (吋)	重量(貫)	厚 (吋)	長 (吋)	重量(貫)
6	1	18	4.1	—	—	—

8	1	18	6.6	—	—	—
10	1.375	24	14.1	—	—	—
12	1.5	24	18.4	—	—	—
15	1.625	24	24.5	—	—	—
18	1.75	24	31.6	1.8	36	39.9
21	—	—	—	2.04	36	56.
24	2	24	50.4	2.28	36	71.2
27	—	—	—	2.64	36	93.2
30	3	36	135.0	2.88	36	113.5
33	—	—	—	3.12	36	135.1
36	3	36	158.7	3.24	36	152.4
42	—	—	—	3.60	24	120.0
48	—	—	—	4.08	24	155.2
54	—	—	—	4.56	24	195.0

兩種の管で重量が符合しない部分があるが、それはソケットなどの相違に因るのであらう。  
 (10) 遠心力應用製管作業 鐵筋混凝土管は比較的薄い厚さで而も充分なる耐水性を具へなければならぬのであるから、出来るだけ緻密な混凝土に仕上げを必要があり、此のために種々の考案が費やされてゐるがその内最も優秀なる考案として推稱するに足る可きものは遠心力を應用した製管作業である。之は鋼製の圓筒狀型を水平に置き之を急速度(例へば毎分五〇—二六〇回)で回轉しつゝ、その中へ比較的軟練りの混凝土を少量づゝ投入し仕上げに方つては更にその回轉回數を増大(例へば毎分一五〇—一、三三〇回)するのであつて、斯すれば混凝土は遠心力の作用に依つて一樣の厚さに型内に分布せられると共に混凝土内の空氣や過剰水は漸次排除せられてその質が非常に緻密なものになるばかりでなく、管の内側は特に平滑なる表面に仕上げることが出来るのである。此の作業は堅牢なる而して水密なる混凝土管、特に壓力管の製作に適する。  
 遠心力應用製管作業は一九一二年濠洲のヒュウムに依つて始めて考案せられ、その特許はヒュウム混凝土管として世界に認められ最近にはわが國にもその專賣權の一部を繼承した會社があるが、之と類似の考案に成る特許はその外にもあつて東邦混凝土管會社のその如きはその一例である。此等の管は下水管、壓力管、煙突、中空電柱、種々の導管、中空杭その他に對して便利に使用せられるから、可なりに廣い用途を有するものと言へるであらう。

次表はヒュウム混凝土管の寸法を示したもので、壓力管は水壓每平方吋五〇所に耐へると稱せらるゝものを一例として取つたものであるが、水壓の大小に應じて設計を變へる事になつてゐる。

第二一表 鐵筋混凝土圓形管寸法(その二)

内 徑	重 力	管 力	壓 力	管 力	管
-----	-----	-----	-----	-----	---

(吋)	厚 (吋)	長 (呎)	重量(貫)	厚 (吋)	長 (呎)	重量(貫)
4	0.75	6	8.6	1	6	12.6
6	0.875	6	14.9	1	6	17.3
9	1	6	25.2	1	6	25.2
12	1.125	6	36.0	1.125	6	37.4
15	1.25	8	63.6	1.25	8	69.1
18	1.5	8	90.0	1.5	8	99.8
21	1.5	8	109.2	1.5	8	115.2
24	1.5	8	128.4	1.5	8	132.5
30	1.875	8	192.0	1.875	8	206.4
36	2	8	248.4	2	8	266.9
42	2.4375	8	350.4	2.4375	8	387.8
48	3	8	504.0	—	—	—
60	3	8	615.6	—	—	—

72	4	8	981.6	—	—	—
----	---	---	-------	---	---	---

第三一表の管の厚さが第三〇表のそれに比して如何に薄いかは數字的に明瞭であらう。

### 第二章 拱渠及び隧道

(1) 混凝土導水渠 水道工事、下水工事又は灌溉工事に於ける導水渠 (conduit) 又は暗渠の材料として煉瓦、混凝土、鋼又は鐵、木材などの何れを使用す可きかは、要するに工費、工事期間、耐久力などの關係を考慮して慎重なる比較研究を要する問題である。

工費の點から言へば混凝土が比較的低廉であつて、之を煉瓦に比較すると二〇%から五〇%位工費を節約し得る場合が多い。而して重力渠 (gravity conduit) に對しては煉瓦又は混凝土、壓力渠 (pressure conduit) に對しては、鐵筋混凝土、鋼又は鐵を使用するのが普通であるが、重力渠と雖も煉瓦、混凝土の如き普通石工を使用するのは之を拱渠として築造し、此等の材料に應壓力のみを取らしめる場合に限るのであつて渠壁を薄くして出来るだけ材料の節約を計らうとすれば、矢張り鐵筋混凝土構造とするのは前二章に説明せる函渠及び管渠が之を示してゐる。

導水渠材料としては混凝土が又最も耐久性に富んである。煉瓦は勿論、木材と雖も導水渠としては腐朽の恐れはないが、下水渠の如く流水が土砂を運ぶ場合には長年月の間には磨滅を免れず、鋼や鐵の如き金屬は腐蝕と磨滅との双方に對する危険がある。米國某地に於ける鐵筋混凝土造と煉瓦造との下水渠の實地構造物の耐久性を比較した報告によると、前者は埋設後二十年を経て毫も磨滅の形跡を認めないのに、後者は建造後六、七年にして再築の必要に迫られたとある。

但し膠泥又は混凝土はセメントを含むが故に工場地に於ける下水渠は硫酸の如き強酸のためにセメントが侵される危険がある。又灌溉用水渠に於ては又アルカリのためにセメントが侵される事がある。(第四編第三章參照) 此等の危険のある場合には導水渠の底面仰拱 (invert) 及び側面の一部に花崗石や燒過煉瓦の張付をする事が多い。因みに仰拱と言ふのは直線狀にせず弧狀に作つた渠の底面を指す。

酸やアルカリに侵される危険さへなければ渠の内面は一、一位の膠泥を塗付けたのが最も成績がいい。勿論此の膠泥は混凝土施工後比較的早く型板を取外して直ぐに混凝土の面へ薄く塗るのであつて、セメント膠泥の磨滅に對する耐久力は少く共石材又は上等の燒過煉瓦と同等であるとせられてゐる。煉瓦の鋪裝 (brick pavement) に於て煉瓦が磨滅しても目地の膠泥は高く浮彫の様に残つてゐるのは普く人の注意する所であらうが、前掲の米國某地の下水渠は長さ二、〇〇〇呎、内徑四呎、一三%の勾配に築造し最大流速每秒四二呎と言ふのであるが、その仰拱を花崗石張とし目地には一、一膠泥を使用した所、二年の後に花崗石は流水の伴ふ砂礫のために表面が可なり磨滅したけれど膠泥の方は磨滅が少くて目地だけ浮上つて見える様になつたと報告せられてゐる。

(2) 混凝土導水渠の耐水性 重力渠に於ては外部から地下水や雨水が渠内へ滲透し、壓力渠に於ては渠内の水が外部へ滲透する。斯の如き水の滲透は一部分は混凝土渠壁の粗鬆な部分から、一部分は継手からなされるのであるが、此等の滲透を極微ならしむるためには混凝土の硬化伸縮 (主として收縮) 及び應力に對して充分の鐵筋を挿入すると共に、配合、用水量を適當にし施工に充分の注意を拂ふにある。(第三編第一章參照)

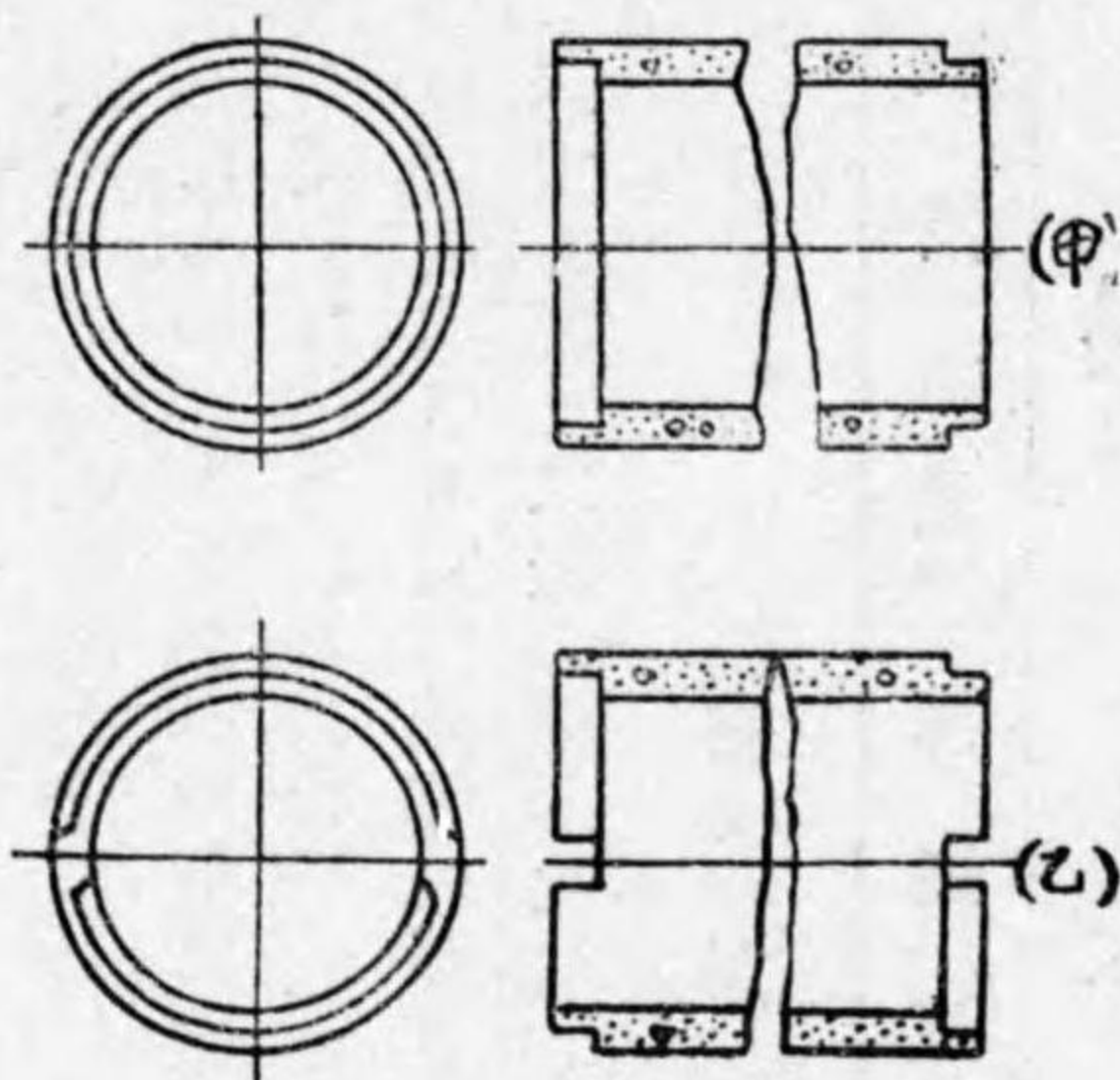
紐育水道局の報告によれば長さ三〇呎、内徑一一呎、厚さ八吋、配合一、二、三・五の鐵筋混凝土管七本に就て行つた試験に於て、水の滲透は水壓一五呎にして一日一哩二八、〇〇〇ガロン、水壓四〇呎にして一日

一哩一一四、〇〇〇ガロンの割合であつたと言ふ。又費府市が長さ四呎、内徑三呎、厚さ四吋、配合一、二、三・五の圓形管二本に就て行つた試験によれば、滲透は水壓五呎にして一日一哩一二、〇〇〇ガロンの割合であつたと報告せられてゐる。此等の報告による滲透量は普通、鑄鐵管を使用した場合のそれに比して著しく大きいから、鐵筋混凝土の壓力渠は水壓が餘り高い時には使用しない方がよいと言ふ事になるが、水壓が比較的低い場合には鑄鐵管の代りに鐵筋混凝土管とすれば、可なりの工費節約となる。特に遠方送水の場合には此の工費の差額が著しい額に上る事は言ふまでもない。

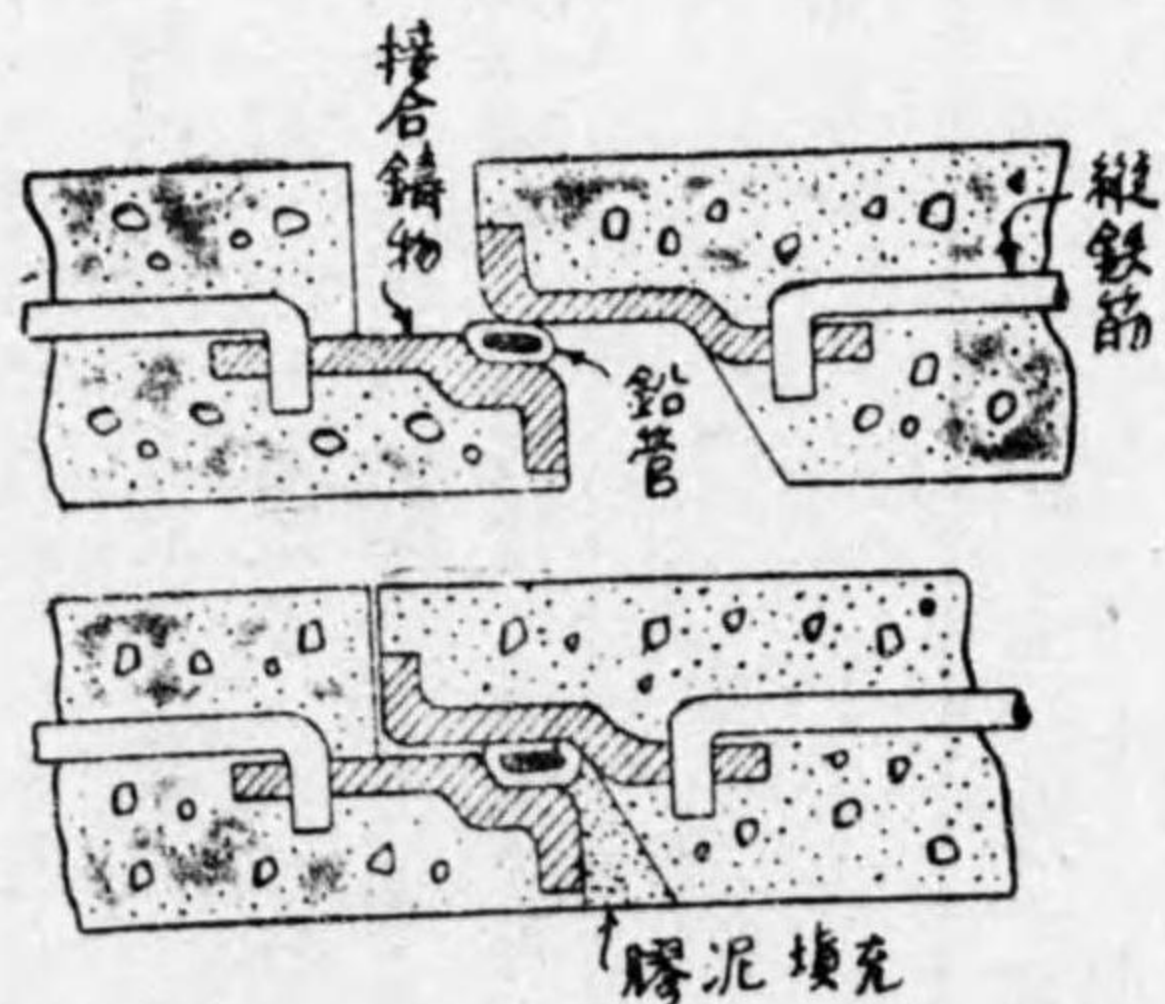
次に既塑管は勿論、場所詰渠と雖も長さが長ければ所々に分割施工の継手が出来る。之を築造接合 (construction joint) と言つてゐるが、洩水は此等の継手よりするのが最も多量であるからその構造には種々の工法が案出せられてゐる。第一六六圖は鐵筋混凝土圓形管のソケットの構造を示したもので継手に於ける多少の洩水を許し得る場合には之を普通土管の如く順次接合して布設するのであつて、接合部の外部は粘土を巻くとか膠泥を塗付けて置く、第一六六圖の(甲)は管の一端にソケットを設け他端は之に接合する様に管厚を段狀に縮小したもの、(乙)は管の一端ではソケットを上半部、他端では之を下半部に作つたものであつて、斯の如き構造は前章に述べた様に鐵筋を橢圓形に挿入してその鉛直軸と水平軸とを混同せしめない事を必要とする管にあつては判別を容易ならしめる上に於て頗る便利である。因みに卵形管は勿論、圓形管の場合でも基礎混凝土又は枕木の上に管を据付ける實地仕事を容易ならしめるために、管底の外側を圓形にせず或る部分だけ平面にして置く事があるが、斯の如き管にあつては勿論、鉛直軸と水平軸との判別を誤る様な事がない。

管が相當の厚さを有する時は第一六六圖の如き構造が容易であるが、管壁が薄い時には普通土管の如くソケットの部分で管壁の厚さを増大しなければならない。

圖六六一第



圖七六一第



管の接合を水密にする場合の工法は鐵筋混凝土管であつても鐵管であつても變りがなく、ソケットの間隙へ膠泥、アスファルト、ヤーン、鉛などを填充するのが普通であるが、第一六七圖に示したものは米國紐育のロック、ジョイント、バイブ會社の考案に成る鐵筋混凝土壓力管の水密接合であつて、管の接合部には特殊の形狀をした鑄物を混凝土

土施工の際鐵筋に連絡して取付けて置き、填隙材としては纖維質の心 (fibre core) を入れた鉛管の環を用ひる。第一六七圖の上圖は管の接合作業の中途、下圖は完成した接合部を示したもので、管はスクルー、チャッキを用ひて押込むのであるが、管が押込まれるに従つて鉛管填隙材は扁平となり完全に接合填隙の目的を達するのである。

此の接合は四八吋迄の管に用ひられ、一一〇呎 (平方呎) の水壓に對して些の洩水もないと言ふ試験成績を示し、既に米國各地に於て實際に使用せられてゐると言ふ事である。

前記の築造接合を水密にする工法は第三編第四章にその數例を示してある。

(3) 拱渠 導水渠の断面が矩形、方形又は楕圓形、圓形、卵形である場合の計算は前二章に於て既に講述した通りであるが、函渠の頂版だけを拱 (arch) にしたものは、或は頂版のみならず、側壁及び底版をも弧形に作つたもの (蹄形断面) などが導水渠の断面としては廣く採用せられる。此等を拱渠 (arch culvert or conduit) と稱しその計算は後編の拱橋の計算と同一であるから、茲にはその詳論を避けるが、拱渠は専ら拱環 (arch ring) の應壓力を利用するものであるから鐵筋を使用しない普通混凝土又は煉瓦で築造する場合が可なりが多い。

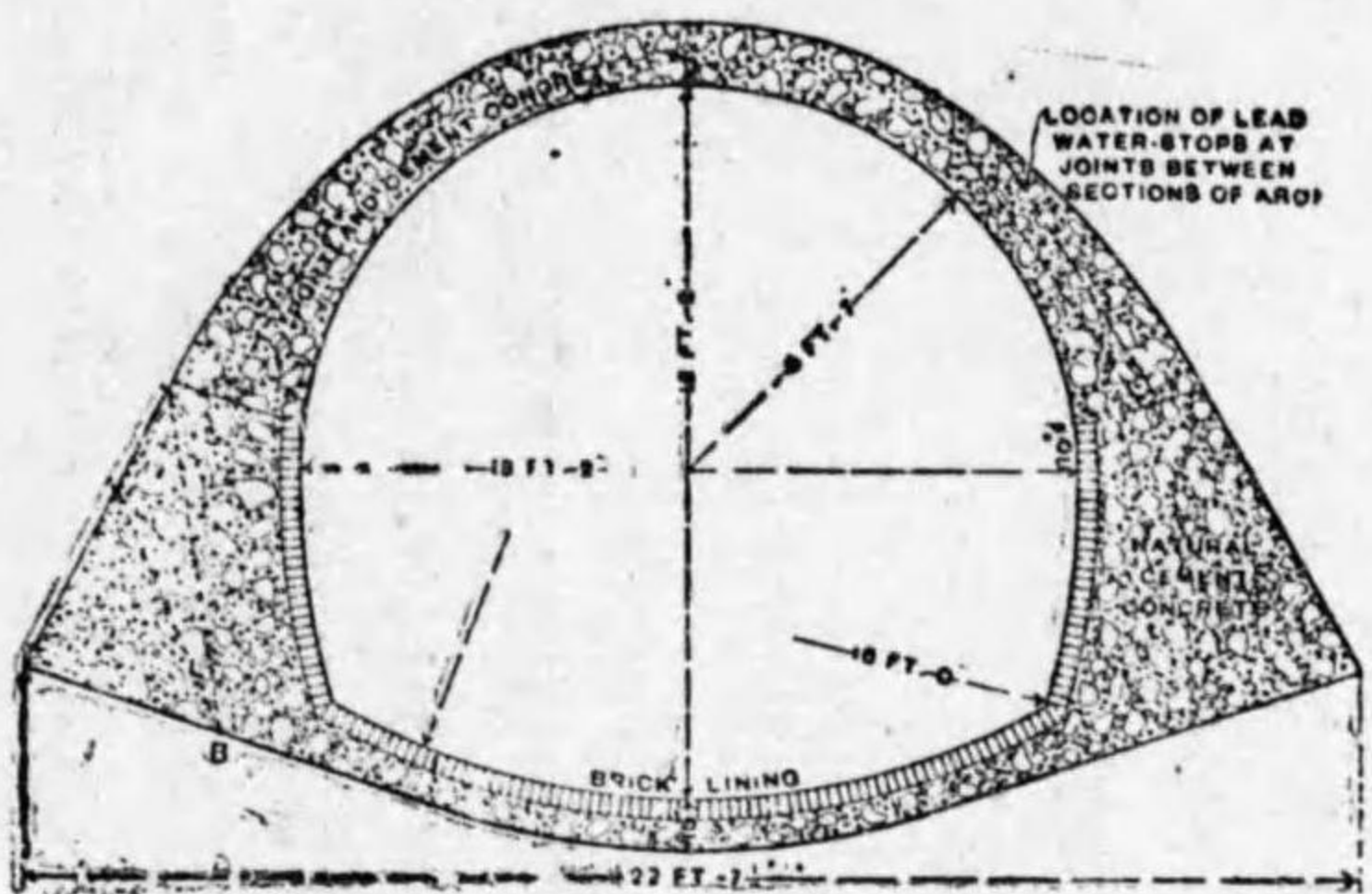
此の場合に於ける渠壁各部の厚さは勿論、拱としての計算から定まり、渠頂は鉛直荷重を受ける拱として側壁は拱の橋臺 (abutment) として、渠底は地盤の反力を受ける版又は仰拱として設計せらる可きものであるが、次に米國のダブリュー、ビー、フラーの與へた標準寸法を示して置く。

鐵筋を使用せざる普通混凝土にして地盤が比較的良好的時は、拱頂 (crown) の厚さ (吋) は渠の直径を呎で表はしたものに1を加へた値に定めその最小値を四吋と取る。仰拱の厚さは拱頂の厚さよりも一吋厚くしその最小値を五吋と取る。拱腰 (haunch) の厚さは拱頂の厚さの二倍半としその最小値を六吋と取る。若し地盤が良好ならざる時は此等の厚さを實地上の經驗から適當に増大す可しと言ふのであるが上記の標準を數字的に示すと第三二表の通りになる。

第三二表 拱渠寸法

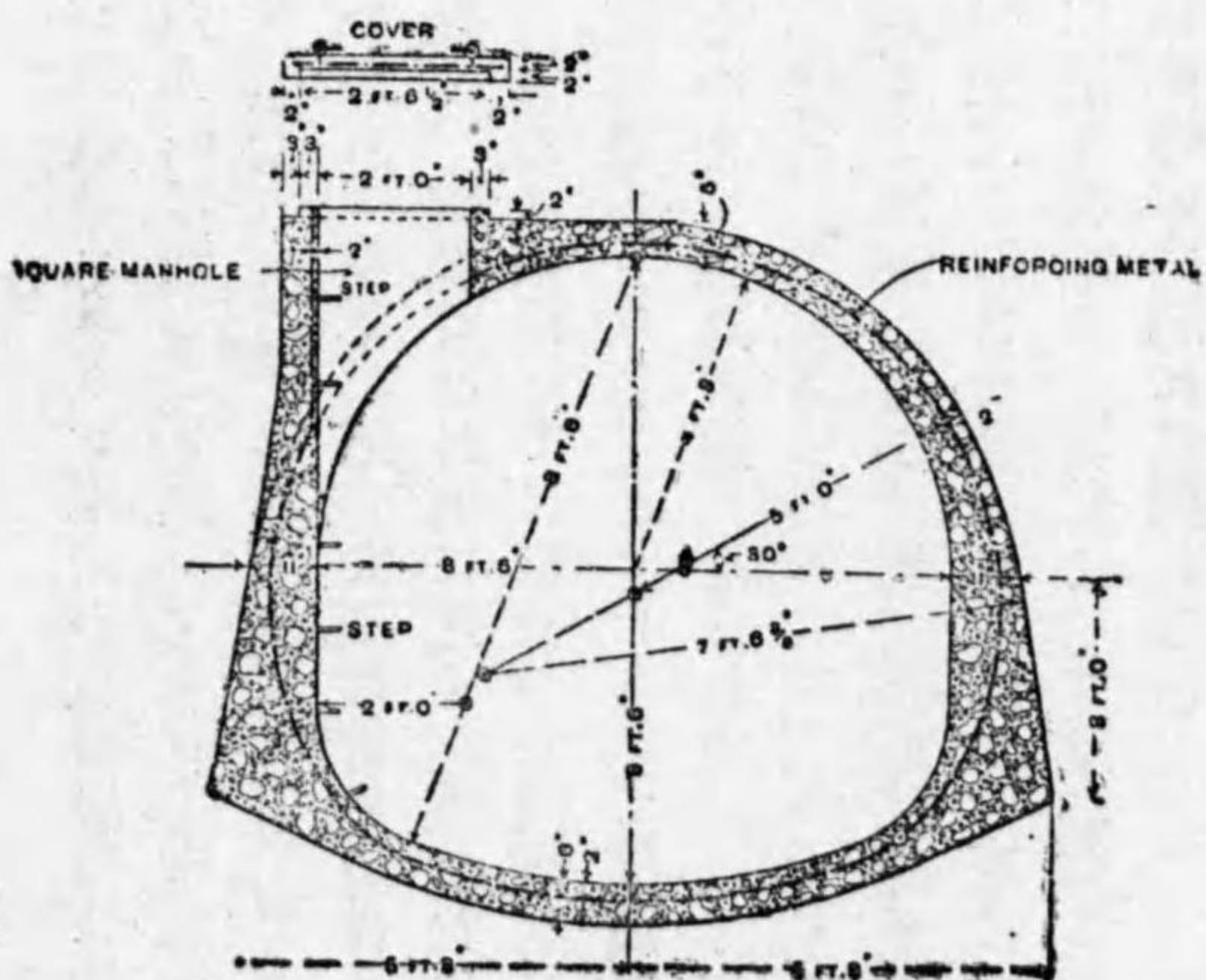
渠直径(呎)	拱頂厚(吋)	拱腰厚(吋)	仰拱厚(吋)
3	4	6-10	5
6	7	18	8
9	10	25	11
12	13	33	14
15	16	40	17

圖八六一第



第三章 拱渠及び隧道

圖九六一第



八五

第一六八圖は米國マサチューセッツ州メトロポリタン水道ウエストン水路の軟砂層中に於ける標準渠断面であつて、鐵筋を使用しない拱渠の一例である。第一六九圖は同じく米國ジャーシー市水道の標準渠断面であつて、同時に人孔 (man hole) の構造をも示してゐる。元來、管渠は拱渠の特殊の場合と見る事が出来るが、第一六九圖も普通の拱渠と言ふよりは寧ろ管渠に近いから、前章で述べた圓形管の場合と類似の鐵筋が挿入してある。即ち横斷鐵筋を拱頂及び仰拱では内面に近く、拱腰では外面に近く配置したのである。

(4) 隧道 鐵道、人道、水路などのために設ける隧道の構造は前節までに取扱つた暗渠又は導水渠の場合と大同小異であつて、特に水路隧道、地下鐵道などを開鑿隧道 (open-cut tunnel) として築造する場合には、唯その規模が大きくなるだけの相違で全く今迄の説明がそのまま、隧道に適用せられる。

横掘式の隧道にあつてもその内側の装工 (lining) に煉瓦、石材又は木材の如きものを使用する代りに近來混凝土又は鐵筋混凝土を使用し或は此等の材料を混用する事があるが、別に鐵筋混凝土工學上特別の取扱ひを要するものもない。隧道の形狀を如何に定めるか、装工の厚さを幾許に取るか、更に水底又は軟弱なる地盤に築造せられたる圓形又は橢圓形断面の地下鐵道に於て列車の運轉によつて壁の蒙る應力如何と言ふ様な問題は、自ら別箇の専門に屬するから本講義に於ては此等の問題には觸れない。

## 第十三編 桁 橋

### 第一章 桁橋の理論

(1) 桁橋の種類 桁橋 (beam bridge) を便宜上次の如く分類する。

(イ) 荷重による分類

鐵道橋 (railway bridge)

公道橋 (highway bridge)

水路橋 (aqueduct bridge)

此の中鐵道橋は蒸氣鐵道又は電氣鐵道のための専用橋であり、公道橋は車馬道、人道のために設けるものであるが市街地に於ては電氣鐵道をも併設するのが普通であつて、水路橋は上下水工事、灌漑工事、水力電氣工事の導水路中に設置せらるゝものである。

(ロ) 断面形状による分類

平版橋又は版橋 (flat slab or slab bridge)

丁字桁橋 (T-beam bridge)

凹字桁橋 (U-beam bridge)

此の中版橋は橋梁横断面を通じて同一の厚さを有する最も簡單なる桁橋であつて普通に徑間の小なる場合に用ひられ、丁字桁橋は數個の丁字桁を並列した様な断面形状を有し桁橋の最も普通の形式であり、凹字桁橋は凹字断面を有し板桁橋 (plate girder bridge) 又は構橋 (truss bridge) など、同一原理に従ふもので、

荷重は兩側の主桁 (main beam) によつて橋臺又は橋脚に傳達せられ床版 (floor slab) は横桁として荷重を双方の主桁に傳へるに過ぎないのであるが、此の床版を平版とする事もあれば或は丁字桁に作る場合もある。

版橋に對して丁字桁橋や凹字桁橋を總稱して桁橋又は梁橋 (beam or girder bridge) と言ふ。

(ハ) 桁の原理による分類

單桁橋 (simple beam bridge)

連桁橋 (continuous beam bridge)

突桁橋 (cantilever bridge)

拱桁橋 (arched beam bridge)

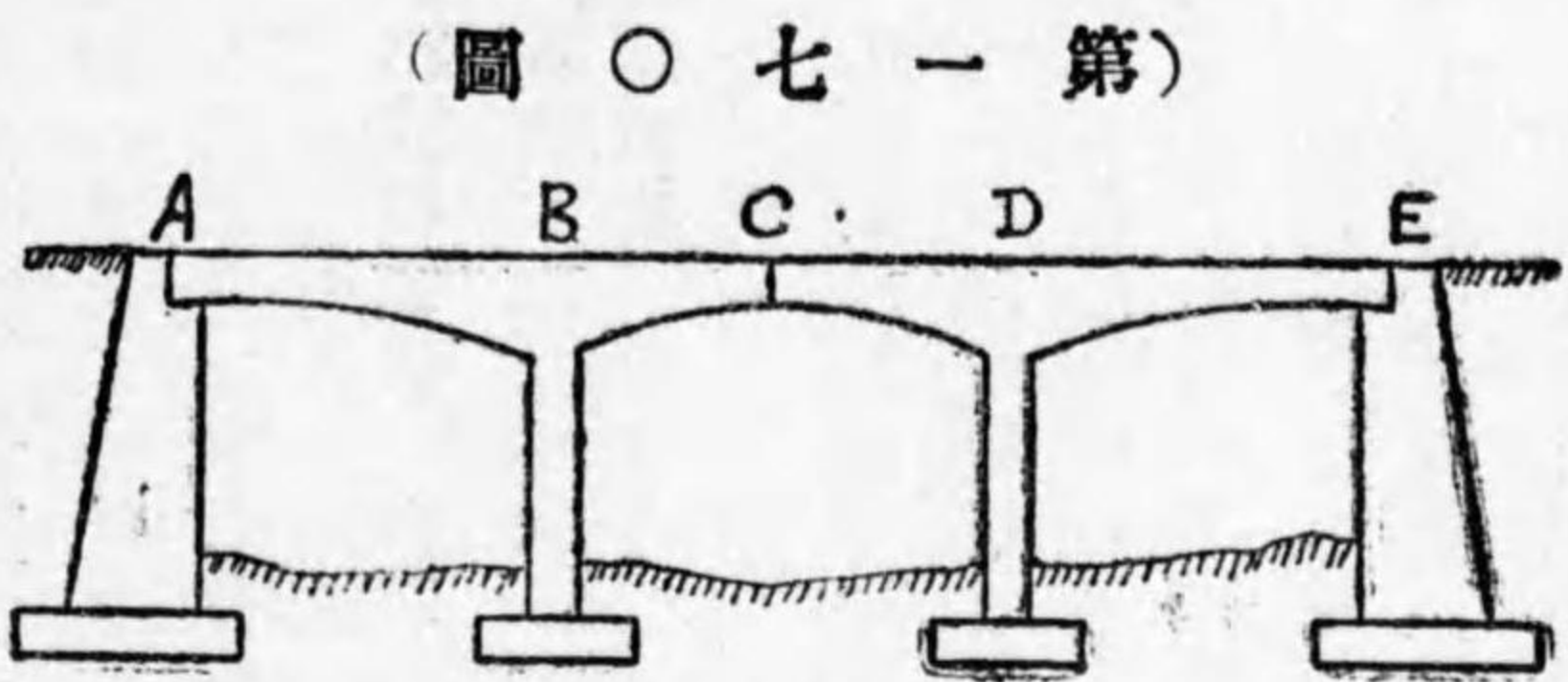
此の中單桁橋は單徑間の桁が兩端の橋臺上に單に支承せられる場合、多徑間であつても桁橋が一徑間毎に別々に建造せられて相互的に絶縁せられる場合、連桁橋は多徑間の桁橋が中間の橋脚上に於て連續する場合、突桁橋は多徑間の桁橋を突桁の原理によつて築造し徑間の中央に接合を設けたものである。第一七〇圖は突桁橋の一例であつてCが接合點である。ABEを鎮徑 (anchor arm) BC DCを突徑 (cantilever arm) と呼ぶ。最後の拱桁橋は一部分、拱として作用せしめた桁を言ふのである。

(ニ) 桁腹形状による分類

充腹橋 (solid web bridge)

開腹橋 (open web bridge)

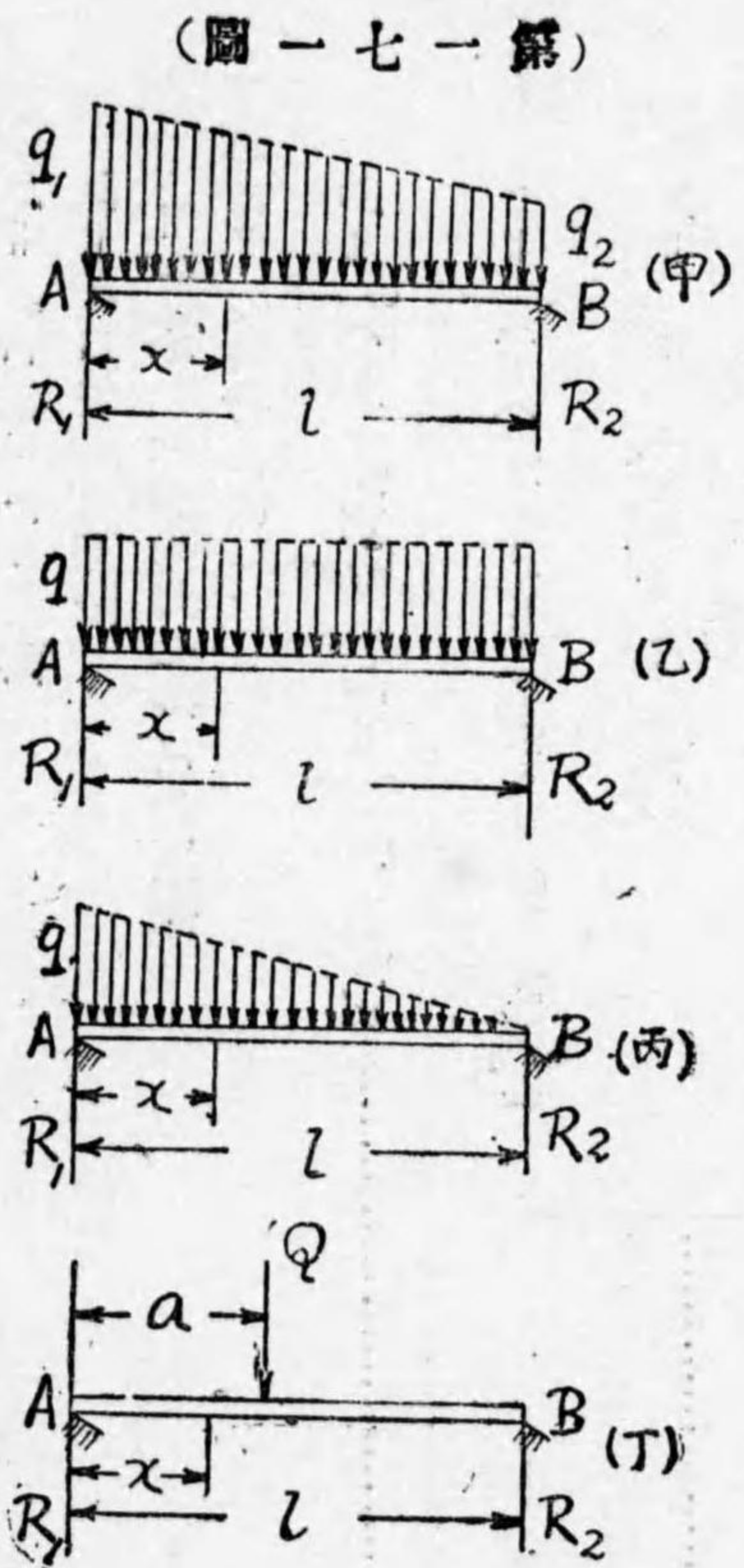
之は主として前掲の凹字桁橋に就て言つたのであつて兩側の主桁の桁腹 (web) を



(圖 〇 七 一 第)

充腹にするか開腹にするかの別である。開腹の場合には普通の構橋の如き外觀となる。

(2) 單桁の理論 桁橋は原則として軸應力を蒙らず専ら彎曲率と裁力とに作用せられるものであるから、單桁連桁、突桁に於ける最大彎曲率と最大裁力とを計算すれば容易に之を設計する事が出来るのであるが、種々の荷重状態に對して桁の蒙る最大彎曲率乃至裁力を算出する方法を説明する事は自ら本講義の範圍を脱する。特に集中動荷重 (concentrated moving load) を蒙る鐵道橋などの場合は茲に取扱ふ可き限りでないが、本章に於ては主として單一集中荷重、等布荷重及び等變荷重を蒙る桁の理論を簡單に紹介して置く。既に第九編第二章に於て桁の設計に必要な彎曲率の概略を摘記して置いたが茲には今少し一般的な取扱ひをして見よう。



荷重は前述の如く單一集中荷重、等布又は等變荷重の場合に限るのである。

1 梯形等變荷重の場合(第一七一圖甲)

$l$  = 徑間  $Q$  = 集中荷重

$q_1, q_2$  = 荷重強度

$R_1, R_2$  = 反力

$m = A$  端より  $x$  の距離に於ける彎曲率

$S$  = 同上裁力

$m_0 = m$  の最大値

$m_0 = m$  の最大値

$S_0 = S$  の最大値

$x_1 = m_0$  に對する  $x$  の値

$x_2 = S_0$  に對する同上

$a = A$  端より集荷重  $Q$  までの距離

この式は次の場合に出る

$$R_1 = \frac{1}{6}(2q_1 + q_2)l, \quad R_2 = \frac{1}{6}(q_1 + 2q_2)l \dots \dots \dots (250)$$

$$m = \frac{1}{6} [ -(2q_1 + q_2)xl + 3q_1x^2 - (q_1 - q_2)\frac{x^3}{l} ]$$

$$x_1 = \frac{3q_1 - \sqrt{3(q_1^2 + q_1q_2 + q_2^2)}}{3(q_1 - q_2)}l \dots \dots \dots (251)$$

$$m_0 = \frac{27q_1q_2(q_1 + q_2) - 2\sqrt{27(q_1^2 + q_1q_2 + q_2^2)^3}}{162(q_1 - q_2)^2}l_0$$

$$S = \frac{1}{6} [ (2q_1 + q_2)l - (q_1x + 3(q_1 - q_2)\frac{x^2}{l}) ]$$

$$x_2 = 0 \text{ 又は } l \dots \dots \dots (252)$$

$$S_1 = R_1 \text{ 又は } -R_2$$

□ 等布荷重の場合 (第一七一圖(乙))

(250) 乃至 (252) 式に於て  $q_1 = q_2 = q$  とし且つ多少の計算をして

$$R_1 = R_2 = \frac{1}{2}ql \dots \dots \dots (253)$$

$$m = -\frac{1}{2}q(l-x)x$$

$$x_1 = \frac{l}{2} \dots \dots \dots (254)$$

$$m_0 = -\frac{ql^2}{8}$$

$$S = \frac{1}{2}q(l-2x)$$

$$x_2 = 0 \text{ 又は } l \dots \dots \dots (255)$$

$$S_0 = \pm \frac{ql}{2}$$

△ 三角形等變荷重の場合 (第一七一圖(丙))

此の時は (250) 乃至 (252) 式に於て  $q_1 = q, q_2 = 0$  とすれば

$$R_1 = \frac{1}{3}ql, \quad R_2 = \frac{1}{6}ql \dots \dots \dots (256)$$



$$m = \frac{1}{6} q [-2lx + 3x^2 - \frac{x^3}{l}]$$

$$x_1 = \frac{3 - \sqrt{3}}{3} l = 0.423 l \quad \dots\dots\dots (257)$$

$$m_1 = -\frac{\sqrt{3}}{27} ql^2 = -0.06415 ql^2$$

$$S = \frac{1}{6} q (2l - 6x + 3x^2)$$

$$x_2 = 0 \text{ 又は } l \quad \dots\dots\dots (358)$$

$$S_0 = \frac{1}{3} ql \text{ 又は } -\frac{1}{6} ql$$

(二) 單一集中荷重の場合 (第一七二圖 (J))

$$R_1 = \frac{Q}{l} (l-a), \quad R_2 = \frac{Qa}{l} \quad \dots\dots\dots (259)$$

$$m = -\frac{Q}{l} (l-a)x \quad 0 \leq x \leq a$$

$$= -\frac{Q}{l} a(l-x) \quad a \leq x \leq l \quad \dots\dots\dots (260)$$

$$x_1 = a = \frac{l}{2}$$

$$m_0 = -\frac{Ql}{4}$$

$$S = \frac{Q}{l} (l-a) \quad 0 \leq x \leq a$$

$$= -\frac{Qa}{l} \quad a \leq x \leq l \quad \dots\dots\dots (261)$$

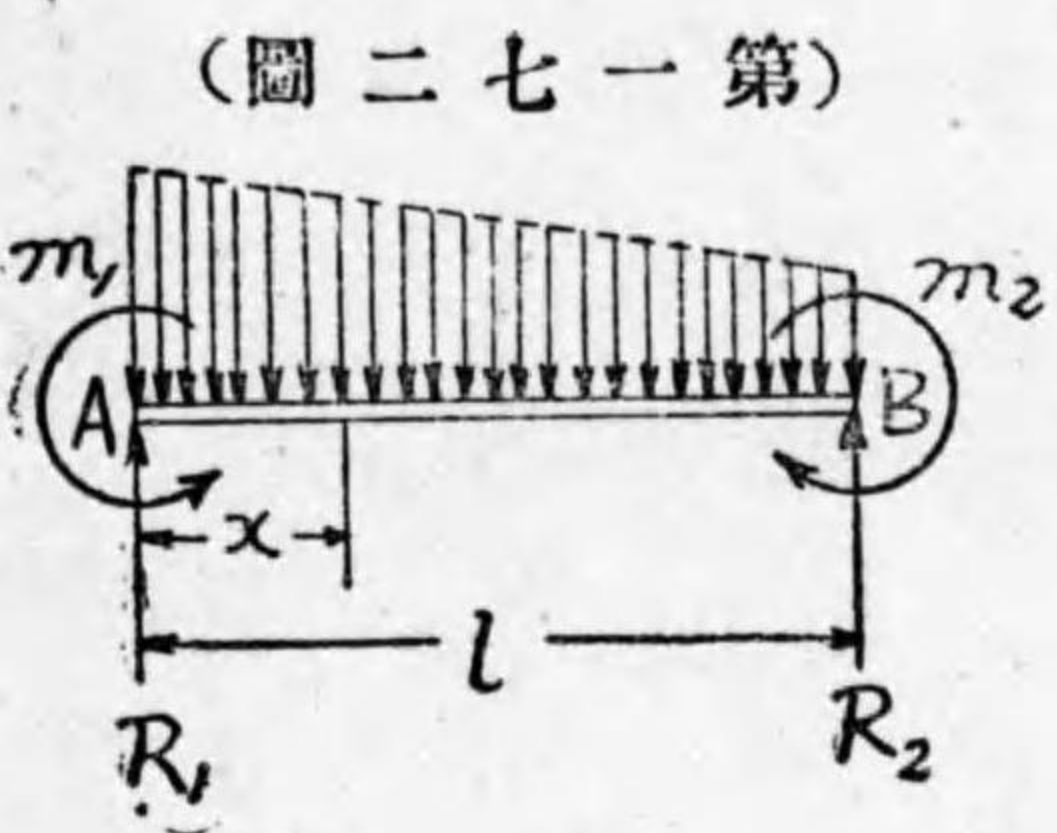
$$S_0 = \pm Q$$

荷重が二個以上の場合には省略する。拙著力學の講義を参照せらる可し。  
 (3) 連桁の理論 多徑間の連桁を一般的に取扱ふ事は本講義では困難であるが、連桁の反力、彎曲率及び裁力に關しては次の關係がある。  
 第一七二圖に於て AB を連桁徑間とすると支點又は定端 AB には一般に反偶力率  $m_1, m_2$  が存在する。

$R_1, R_2' = AB$  單桁の場合の反力

$m' =$  同上 彎曲率

$S =$  同上 裁力



としその他の符號は前節と同一とすると  $R_1, R_2, m, S$  は前節の (150) 乃至 (261) 式から求められる。

$$R_1 = R_1' + \frac{m_1 - m_2}{l}, \quad R_2 = R_2' - \frac{m_1 - m_2}{l}$$

$$m = m' + m_1 - \frac{m_1 - m_2}{l} x \quad \dots \dots \dots (262)$$

$$S = S' + \frac{m_1 - m_2}{l} x$$

故に  $m_1, m_2$  の値を分れば (250) 乃至 (262) 式によつて凡ての徑間に就て反力、彎曲率及び裁力の値を算出し得るのである。

(甲) 一支端と一定端の桁 單徑間の桁が一支端 (supported end) と一定端 (fixed end) とを有する時は、定端を A 支端を B とすると A に於ける反偶力率  $m_1$  は存在するが B に於ては  $m_2 = 0$

(イ) 梯形等變荷重の場合 (第一七三圖甲)

$m_1$  を求めよすれば問題は解決するのであるが  $m_1$  は次の如くにして計算する。(證明略、後節參照)

$$m_1 = -\frac{3}{l} \int_0^l m'(l-x) dx \quad \dots \dots \dots (263)$$

$m'$  は AB 單桁なる場合の彎曲率であるから (251) の第一式を用ふればよい。此の積分の結果として

$$m_1 = \frac{1}{120} (8q_1 + 7q_2) l^2 \quad \dots \dots \dots (264)$$

(262) 式に於て  $m_1$  に此の値を代入し  $m_2 = 0$  として之と (250) 乃至 (252) 式とを用ふれば反力、彎曲率及び裁力を求める事が出来る。例へば反力は

$$R_1 = R_1' + \frac{m_1}{l} = \frac{1}{6} (2q_1 + q_2) l + \frac{1}{120} (8q_1 + 7q_2) l = \frac{1}{40} (11q_1 + 5q_2) l$$

$$R_2 = R_2' - \frac{m_1}{l} = \frac{1}{6} (q_1 + 2q_2) l - \frac{1}{120} (8q_1 + 7q_2) l = \frac{1}{40} (4q_1 + 11q_2) l$$

他も同様である。

(ロ) 等布荷重の場合 (第一七三圖乙)

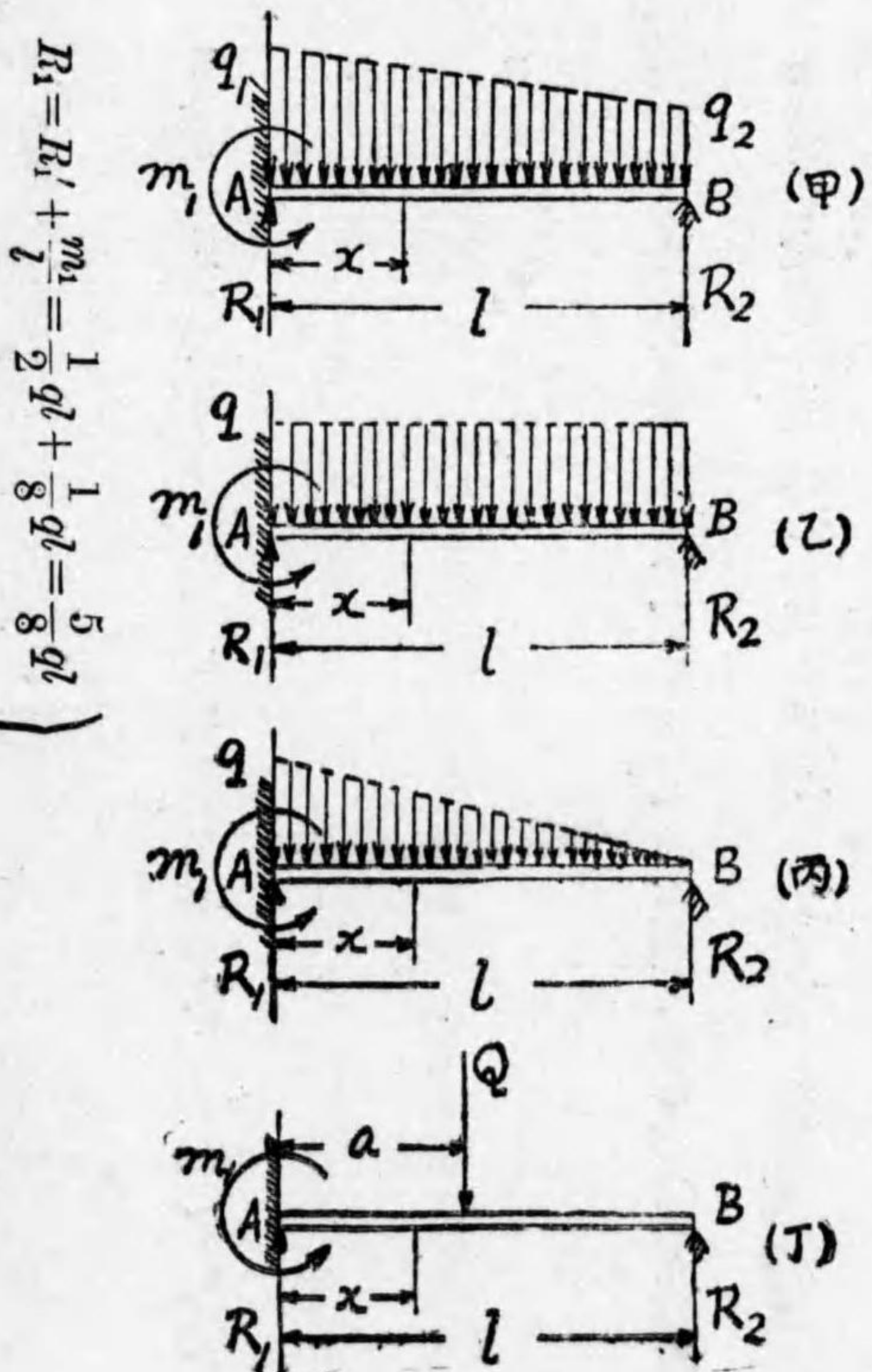
此の時は (263) 式の  $m'$  に (254) 式の第一式を適用してもいゝし、又は (264) 式に於

て  $q_1 = q_2 = q$  と置いて

$$m_1 = \frac{q l^2}{8} \quad \dots \dots \dots (265)$$

此の場合には反力、彎曲率及び裁力は

(圖三七一第)



$$R_1 = R_1' + \frac{m_1}{l} = \frac{1}{2} q l + \frac{1}{8} q l = \frac{5}{8} q l$$

$$R_2 = R_2' - \frac{m_1}{l} = \frac{1}{2}ql - \frac{1}{8}ql = \frac{3}{8}ql$$

$$m = m' + m_1 - m_{max} = -\frac{1}{2}q(l-x)x + \frac{1}{8}ql^2 - \frac{1}{8}qlx = -\frac{q}{8}(l-x)(4x-l)$$

$$x_1 = \frac{5}{8}l$$

$$m_2 = -\frac{9}{128}ql^2 = -\frac{1}{14}ql^2$$

最大彎曲率の點は支端からは  $l-x_1 = \frac{3}{8}l$  の距離にある。(第九編第二章丙參照)

$$S = S' + m_1 = \frac{1}{2}q(l-2x) + \frac{ql}{8} = \frac{q}{8}(5l-8x)$$

$$x_2 = 0$$

$$S_1 = R_1 = \frac{5}{8}ql$$

(ハ) 三角形等變荷重の場合 (第一七三圖丙)

(263) 式の  $m'$  に (257) 式の第一式を適用して積分するか或は (264) 式に於て  $q_1 = q, q_2 = 0$  とすれば

$$m_1 = \frac{1}{15}ql^2 \dots\dots\dots (266)$$

又  $q_1 = 0, q_2 = q$  の時は同様に

$$m_1 = \frac{7}{120}ql^2 = \frac{1}{17}ql^2 \dots\dots\dots (267)$$

(ニ) 單一集中荷重の場合 (第一七三圖丁)

此の場合には反偶力率は (263) 式に (260) 式の第一式及び第二式を適用して (264) 式の代りに次式を得

限界は (260) 式の第一式に就ては 0 から  $a$  まで、第二式に就ては  $a$  から  $l$  までとするのである。

$$m_1 = \frac{1}{2l^2} Qa(l-a) \dots\dots\dots (268)$$

荷重が二つ以上の時は  $Q_1, Q_2, Q_3$  等を荷重と  $a_1, a_2, a_3$  等を A 端から荷重までの距離として

$$m_1 = \frac{1}{2l^2} [Q_1a_1(l-a_1) + Q_2a_2(l-a_2) + Q_3a_3(l-a_3) + \dots\dots]$$

$$= \frac{1}{2l^2} \sum Qa(l-a) \dots\dots\dots (269)$$

とすればよいのであるが、茲には單一荷重の場合のみを取扱つて置く。(259)(262)(269) 式により反力は

$$R_1 = \frac{Q}{l}(1-a) + \frac{Q}{2l}a(1-a) \quad (2l-a) = \frac{Q}{2l}(2l-3l^2+a^2) \quad \dots\dots\dots (270)$$

$$R_2 = \frac{Qa}{l} - \frac{Q}{2l}a(1-a) \quad (2l-a) = \frac{Q}{2l}(3l-a)a^2$$

特に  $a=l-a=\frac{l}{2}$  の時は

$$R_1 = \frac{11}{16}Q, \quad R_2 = \frac{5}{16}Q, \quad m_1 = \frac{3}{16}lQ \dots\dots\dots (271)$$

即ち荷重が徑間の中央にかゝると反力は定端と支端とに一一と五の比に分れるのである。同一の反力を生ずる荷重位置を求めるには(270)式の  $R_1=R_2$  と置いて

$$2l^2-3la^2+a^3=3la^2-a^3, \quad \therefore a^3-3la^2+l^3=0$$

此三次方程式を  $a$  に就て解くと

$$a=0.6527l, \quad R_1=R_2=\frac{Q}{2}, \quad m_1=\frac{3}{20}lQ \dots\dots\dots (272)$$

反偶力率  $m_1$  の最大値  $m_0$  を求めるには(182)式により(268)式の最大値を計算すればよい。

$$a=0.423l, \quad m_1=\frac{5}{26}lQ \dots\dots\dots (273)$$

之は正最大彎曲率であるが、負最大彎曲率の値は荷重  $Q$  の點に起るから(260)(262)(268)式を用ひ  $x=l$  として

$$m = -\frac{Q}{2l}[3l^2a^2-4a^2l+a^3] = -\frac{Q}{2l}a^2(3l-a)(l-a) \dots\dots\dots (274)$$

此の最大値  $m_0$  を求めて

$$a_1=a=0.634l, \quad m_0=-\frac{4}{23}lQ \dots\dots\dots (275)$$

故に負最大彎曲率は正最大彎曲率よりも小さい。

裁力に關しては(261)(262)(268)式を用ひて

$$S = \frac{Q}{2l}(2l^2-3la^2+a^3) \quad 0 \leq x \leq a$$

$$= -\frac{Q}{2l}a^2(3l-a) \quad a \leq x \leq l \quad \dots\dots\dots (276)$$

$$a_2=a=0 \quad \text{又は} \quad l$$

$$S_2 = \pm Q$$

(乙) 兩定端の桁 同じく單徑間の桁が兩定端を有する時は反偶力率  $m_1, m_2$  は次の式から求られる。(證明略、後節参照)

$$m_1 = \frac{6}{l^2} \int_0^l m' x dx - \frac{4}{l} \int_0^l m' dx$$

$$m_2 = -\frac{6}{l^2} \int_0^l m' x dx + \frac{2}{l} \int_0^l m' dx \quad \dots\dots\dots (277)$$

(イ) 梯形等變荷重の場合 (第一七四圖甲) 此の場合には (277) 式の  $m'$  に (251) 式の第一式を適用して次の結果を得る。

$$m_1 = \frac{1}{60}(3q_1 + 3q_2)l^2 \quad m_2 = \frac{1}{60}(2q_1 + 3q_2)l^2 \dots \dots \dots (278)$$

此の公式はその結果を第十二編第一章の函渠の第一計算法に於て側壁の計算に使用したものである。(177) 式参照) (278) 式を用ひて例へば反力は

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= R_1' + \frac{m_1 - m_2}{l} = \frac{1}{6}(2q_1 + q_2)l + \frac{1}{60}(q_1 - q_2)l = \frac{1}{20}(7q_1 + 3q_2)l \\ R_2 &= R_2' - \frac{m_1 - m_2}{l} = \frac{1}{6}(q_1 + 2q_2)l - \frac{1}{60}(q_1 - q_2)l = \frac{1}{20}(3q_1 + 7q_2)l \end{aligned} \right\}$$

他も同様である。

(ロ) 等布荷重の場合 (第一七四圖乙) 此の時は (278) 式に於て  $q_1 = q_2 = q$  とすれば次式を得る。

$$m_1 = m_2 = \frac{1}{12}ql^2 \dots \dots \dots (279)$$

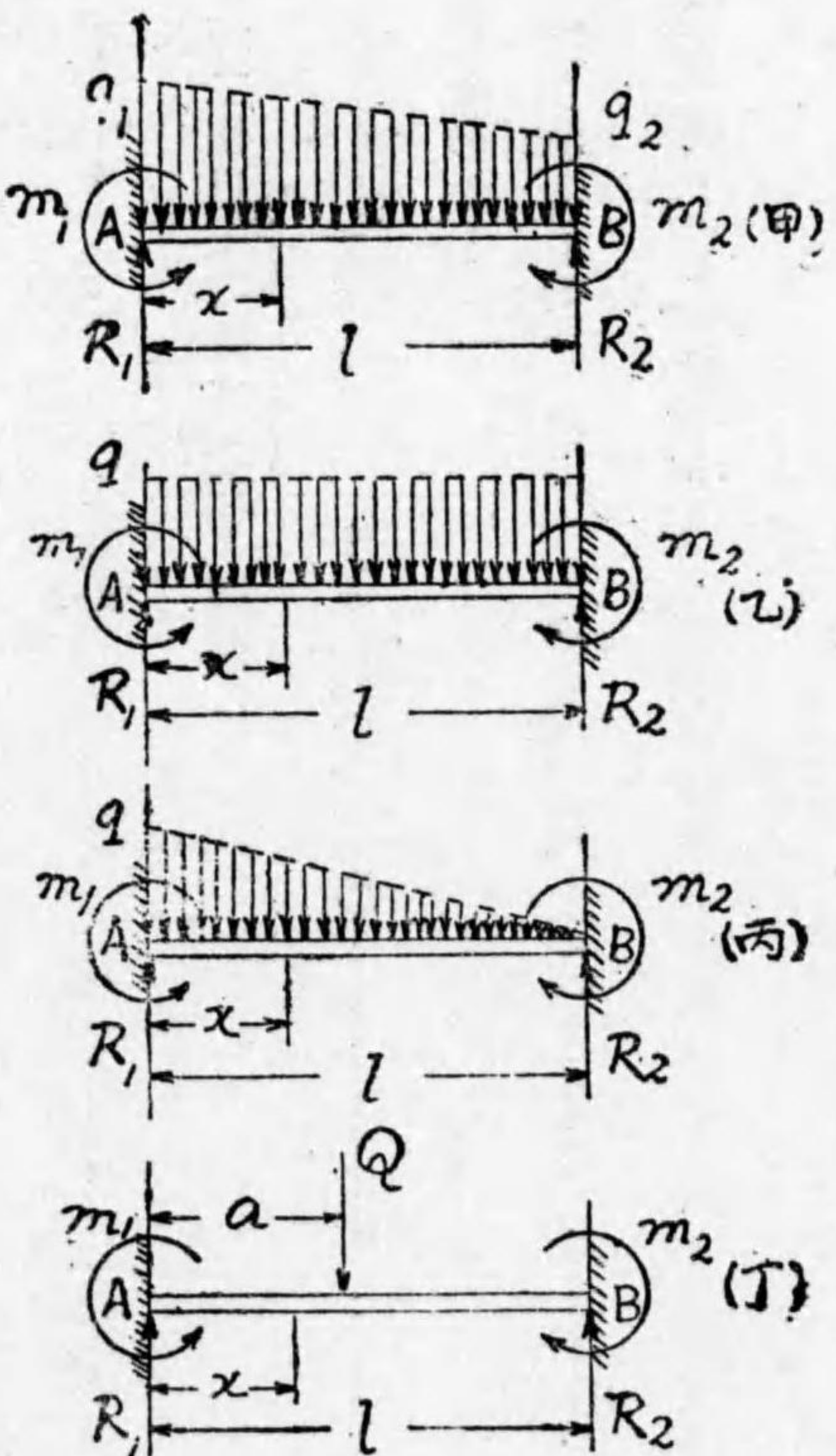
此の式を用ひて

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= R_2 = R_1' = R_2' = \frac{1}{2}ql \\ m &= m' + m_1 = -\frac{1}{2}qx(l-x) \pm \frac{1}{12}ql^2 = -\frac{1}{12}q[x(l-x) - l^2] \end{aligned} \right\}$$

$$q_1 = \frac{l}{2}$$

$$m_0 = -\frac{1}{24}ql^2$$

(圖 四 七 一 第)



$$\left. \begin{aligned} S &= S' = \frac{1}{2}q(l-2x) \\ x_2 &= 0 \text{ 又は } l \\ S_0 &= \pm \frac{ql}{2} \end{aligned} \right\}$$

(ハ) 三角形等變荷重の場合 (第一七四圖丙) 此の場合には (278) 式に於て

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= q, \quad q_2 = 0 \text{ とする } \\ m_1 &= \frac{1}{20}ql^2 \\ m_2 &= \frac{1}{30}ql^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (280)$$

凡て  $m_0$  又は  $S_0$  を求めるには第十二編第二章に示した函數の最大値を求むる諸公式即ち (185) 及び (188) 式を使用

するのである。

(二) 單一集中荷重の場合 (第一七四圖丁) 此の場合は (277) 式に (260) 式の第一式第二式を適用し且つ積分の限界を (260) 式の第一式に就ては 0 から a まで、第二式に就ては a から l までと取れば次式を得る。

$$m_1 = \frac{Q}{f} a(l-a)^2, \quad m_2 = \frac{Q}{f} a^2(l-a) \dots \dots \dots (281)$$

荷重が二個以上の時は (269) 式と同様に

$$m_1 = \frac{1}{f} \sum Q a(l-a)^2, \quad m_2 = \frac{1}{f} \sum Q a^2(l-a) \dots \dots \dots (282)$$

反力は次の如し。

$$R_1 = \frac{Q}{f} (l - 3la^2 + 2a^3), \quad R_2 = \frac{Q}{f} (3la^2 - 2a^3) \dots \dots \dots (283)$$

特に  $a=l-a=\frac{l}{2}$  の時は

$$R_1 = R_2 = \frac{Q}{2}, \quad m_1 = m_2 = \frac{1}{8} Ql \dots \dots \dots (284)$$

(281) 式から  $m_1, m_2$  の最大値を求めると  $a=\frac{l}{3}$  の時に  $m_1$  が最大となり  $a=\frac{2}{3}l$  の場合に  $m_2$  が最大となる。

$$a = \frac{l}{3} \text{ 又は } \frac{2}{3}l, \quad m_0 = \frac{4}{27} Ql \dots \dots \dots (285)$$

又負最大彎曲率は荷重 Q の點に起り (260) (262) (281) 式を用ひ  $x=a$  として

$$m = -\frac{2Q}{f^2} [l^2 a^2 - 2al + a^3] = -\frac{2Q}{f^2} a^2(l-a)^2 \dots \dots \dots (286)$$

(286) 式の最大値  $m_0$  を求めると

$$x_1 = a = \frac{l}{2}, \quad m_0 = -\frac{1}{8} Ql \dots \dots \dots (287)$$

(287) 式を (284) 式に對比すると、荷重が徑間の中央にある時の支端の反偶力率と徑間中央の負彎曲率とは絶對値が同一である事が分る。

反力は (261) (262) (281) 式を用ひ

$$S = \frac{Q}{f} (l^3 - 3la^2 + 2a^3) \quad 0 \leq x \leq l$$

$$= -\frac{Q}{f} (3la^2 - 2a^3) \quad a \leq x \leq l \quad \dots \dots \dots (288)$$

$$x_2 = a = 0 \quad \text{又は} \quad l$$

$$S_0 = \pm Q$$

(丙) 一般の連桁 一般の連桁に就て反偶力率  $m_1, m_2$  等を求める事は固より本講義の範圍では困難であるが、三反偶力の定理又はクラペイロンの定理 (Theorem of three moments or Clapeyron's theorem) と稱するものを加ひるのである。

第十二編第一章函渠の第二計算法に於ては此の定理を用ひて四隅に於ける反偶力率を求めたのであつて、

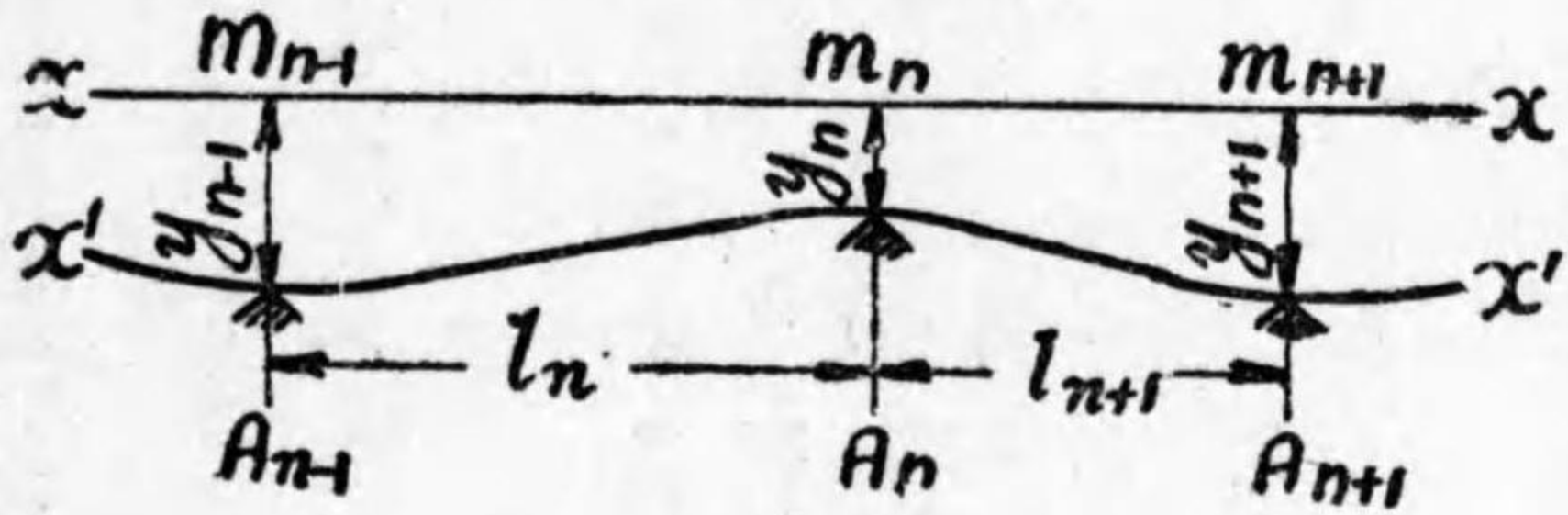
(180) 式が即ちそれである。

此の定理を用ひて中間の支點及び定端に於ける反偶力率を求め得れば前述の如く(262)式によつて凡ての徑間に於ける反力、彎曲率及び裁力を求める事が出来る。而して多徑間の連桁に於ては假令その中の一徑間だけに荷重が存在する場合に於ても、他の荷重の存在しない徑間にまで彎曲率や裁力が起る事になる。即ち(262)式の諸式の第一項が零になつても第二項以下が消滅しないからである。

(4) 三反偶力の定理 次に三反偶力の定理を紹介する。(證明略)

第一七五圖に於て  $xx'$  なる連桁が荷重を受けた後に  $x'$  の位置に來たものとし、支點  $A_{n-1}, A_n, A_{n+1}$  に於ける沈下  $y_{n-1}, y_n, y_{n+1}$  は徑間  $l_n, l_{n+1}$  に比して極めて小とす。

(圖五七一第)



$l_n, l_{n+1}$  = 徑間  
 $I_n, I_{n+1}$  = 斷面慣性率 (徑間毎に常數とする)

$m_{n-1}, m_n, m_{n+1}$  = 支點反偶力率

$m'_n, m'_{n+1} = l_n, l_{n+1}$  單桁なる場合の彎曲率

$\theta_{n-1}, \theta_n, \theta_{n+1} = x'x'$  が各支點に於て  $xx'$  となす角

$E$  = 彈性係數

とすれば次の關係がある。

$$l_n(m_{n-1} + 2m_n) = -\frac{6}{l_n} \int_0^{l_n} m' dx + 6EI_n \left[ \tan \theta_n - \frac{y_n - y_{n-1}}{l_n} \right] \dots (289)$$

$$l_{n+1}(2m_n + m_{n+1}) = -\frac{6}{l_{n+1}} \int_0^{l_{n+1}} m' dx + 6EI_{n+1} (l_{n+1} - x) dx$$

$$+ 6EI_{n+1} \left[ -\tan \theta_n + \frac{y_{n+1} - y_n}{l_{n+1}} \right] \dots (290)$$

(289) 式の和を求めて

$$l_n m_{n-1} + 2(l_n + l_{n+1}) m_n + l_{n+1} m_{n+1} = -\frac{6}{l_n} \int_0^{l_n} m' dx - \frac{6}{l_{n+1}} \int_0^{l_{n+1}} m' dx + 6EI_n \left[ \tan \theta_n - \frac{y_n - y_{n-1}}{l_n} \right] + 6EI_{n+1} \left[ -\tan \theta_n + \frac{y_{n+1} - y_n}{l_{n+1}} \right] \dots (291)$$

(291) 式を名づけて三反偶力の定理と言ふ。

(イ) 兩端及び各支點常に一直線上にあり各徑間を通じて斷面慣性率一定なる連桁

此の時は  $I_n = I_{n+1}$ ,  $y_{n-1} = y_n = y_{n+1}$  であるから (291) 式は

$$l_n m_{n-1} + 2(l_n + l_{n+1}) m_n + l_{n+1} m_{n+1} = -\frac{6}{l_n} \int_0^{l_n} m' dx - \frac{6}{l_{n+1}} \int_0^{l_{n+1}} m' dx - \dots (292)$$

(ロ) 一支端と一定端とを有する單徑間の桁。

此の時は第一七三圖を用ひ (292) 式よりは (290) 式を用ひ  $l_{n+1} = l$ ,  $m_n = m_n$ ,  $m_{n+1} = m_n = 0$ ,  $m'_{n+1} = m'$

とすれば  $y_{n+1} - y_n = 0$  として定端の性質上  $\tan \theta_n = \tan \theta_1 = 0$  であるから

$$2lm_1 = -\frac{6}{l} \int_0^l m'(l-x) dx, \quad \therefore m_1 = -\frac{3}{l^2} \int_0^l m'(l-x) dx$$

(263) 即ち式を得たのである。  
 (ハ) 兩定端を有する單徑間の桁。

此の時は第一七四圖を用ひ (289) 式により

$$m_1 + 2m_2 = -\frac{6}{l^2} \int_0^l m' x dx$$

$$2m_1 + m_2 = -\frac{6}{l^2} \int_0^l m'(l-x) dx = -\frac{6}{l} \int_0^l m' dx - \frac{6}{l^2} \int_0^l m' x dx$$

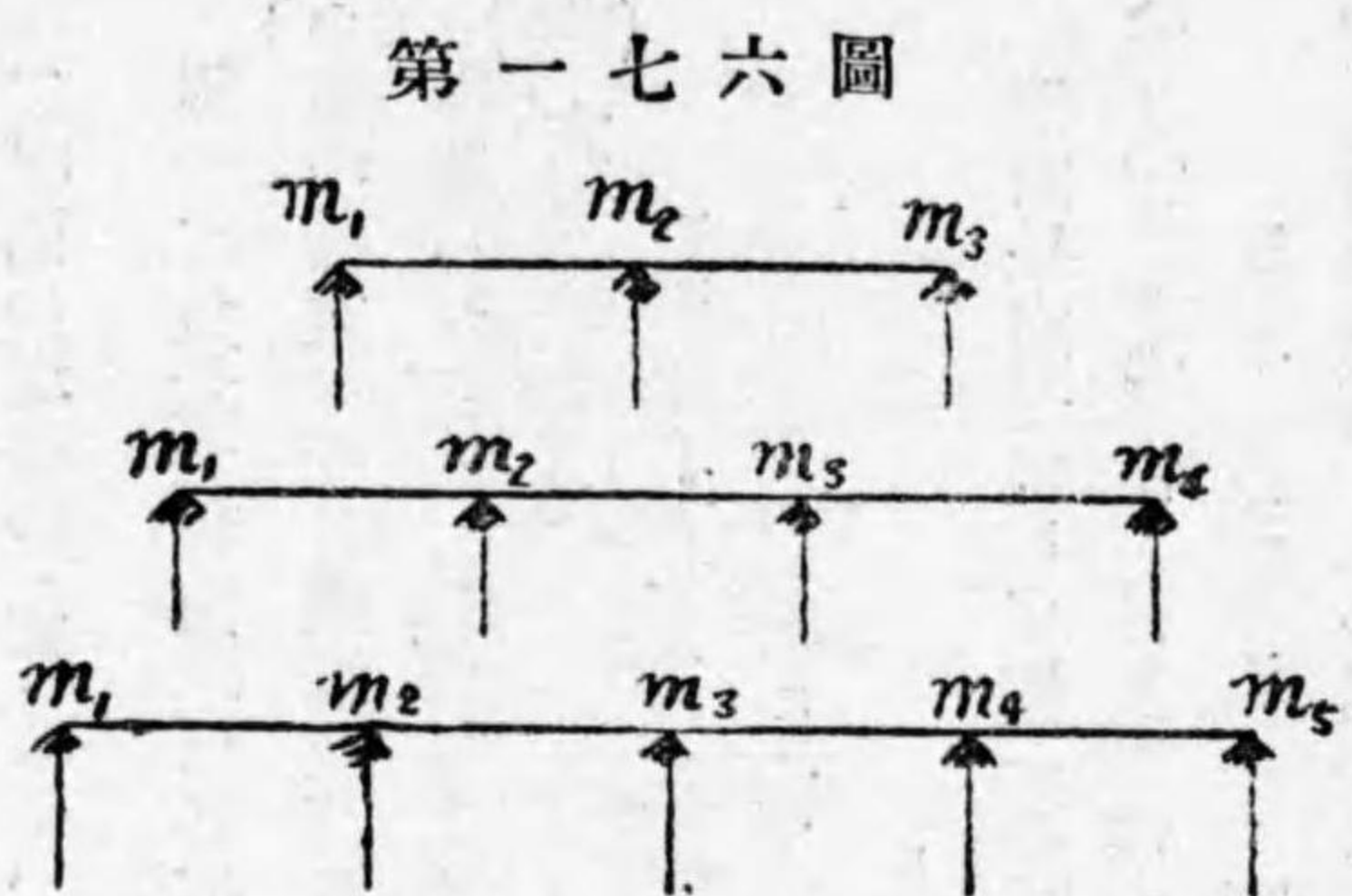
此の兩式を聯立方程式として解いて (277) 式を得る。

(ニ) 全長に亘る等布荷重を受け兩端及び各支點常に一直線上にあり各徑間を通じて斷面慣性率一定なる連桁。  
 荷重強度を徑間  $l_n, l_{n+1}$  に就て  $q_n, q_{n+1}$  とすれば、(292) 式を積分して

$$l_n m_{n-1} + 2(l_n + l_{n+1}) m_n + l_{n+1} m_{n+1} = \frac{1}{4} (q_n l_n^3 + q_{n+1} l_{n+1}^3) \dots \dots \dots (293)$$

荷重強度及び徑間長同一なる時は

$$m_{n-1} + 4m_n + m_{n+1} = \frac{1}{2} q l^2 \dots \dots \dots (294)$$



第一七六圖

例へば二徑間の場合には (294) 式に於て  $m_1 = 0, m_5 = 0$  と置き (第一七六圖)

三徑間の場合には  $m_1 = 0, m_4 = 0$  (第一七六圖) (第九編第二章(丙)参照)

$$\left. \begin{aligned} 4m_2 + m_3 &= \frac{1}{2} q l^2 \\ m_2 + 4m_3 &= \frac{1}{2} q l^2 \end{aligned} \right\} m_2 = m_3$$

之を解いて (第九編第二章(丙)参照)  
 四徑間の場合には  $m_1 = 0, m_5 = 0$  (第一七六圖)

$$\left. \begin{aligned} 4m_2 + m_3 &= \frac{1}{2} q l^2 \\ m_2 + 4m_3 + m_4 &= \frac{1}{2} q l^2 \\ m_3 + 4m_4 &= \frac{1}{2} q l^2 \end{aligned} \right\} m_2 = m_4$$

之を解いて  
 $m_2 = m_4 = \frac{1}{9.3} q l^2, \quad m_3 = \frac{1}{14} q l^2$

(294) 徑間數が増すに従つて聯立方程式の數が増すから計算が複雑になる。二徑間の場合でも兩端定端なれば式から



$$m_1 + 4m_2 + m_3 = \frac{1}{2}ql^2, \quad m_1 = m_3$$

更に (293) 式にかへつて

$$m_2 + 2m_3 = \frac{1}{4}ql^2$$

此等の式から  $m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{12}ql^2$

二径間の場合のみならず、兩定端を有する連桁に對しては  $m_1 = m_2 = m_3 = \dots = m_n = \frac{1}{12}ql^2$

従つて負最大彎曲率は各径間の中央に起りその値は同一である。  $m_0 = -\frac{1}{24}ql^2$

(ホ) 集中荷重を受け兩端及び各支點常に一直線上にあり各径間を通じて斷面慣性率一定なる連桁。

径間  $l_n, l_{n+1}$  に於ける集中荷重を  $Q_n, Q_{n+1}$  とし各径間の左端から荷重に至る距離を  $a_n, a_{n+1}$  とすれば

(292) 式を積分して

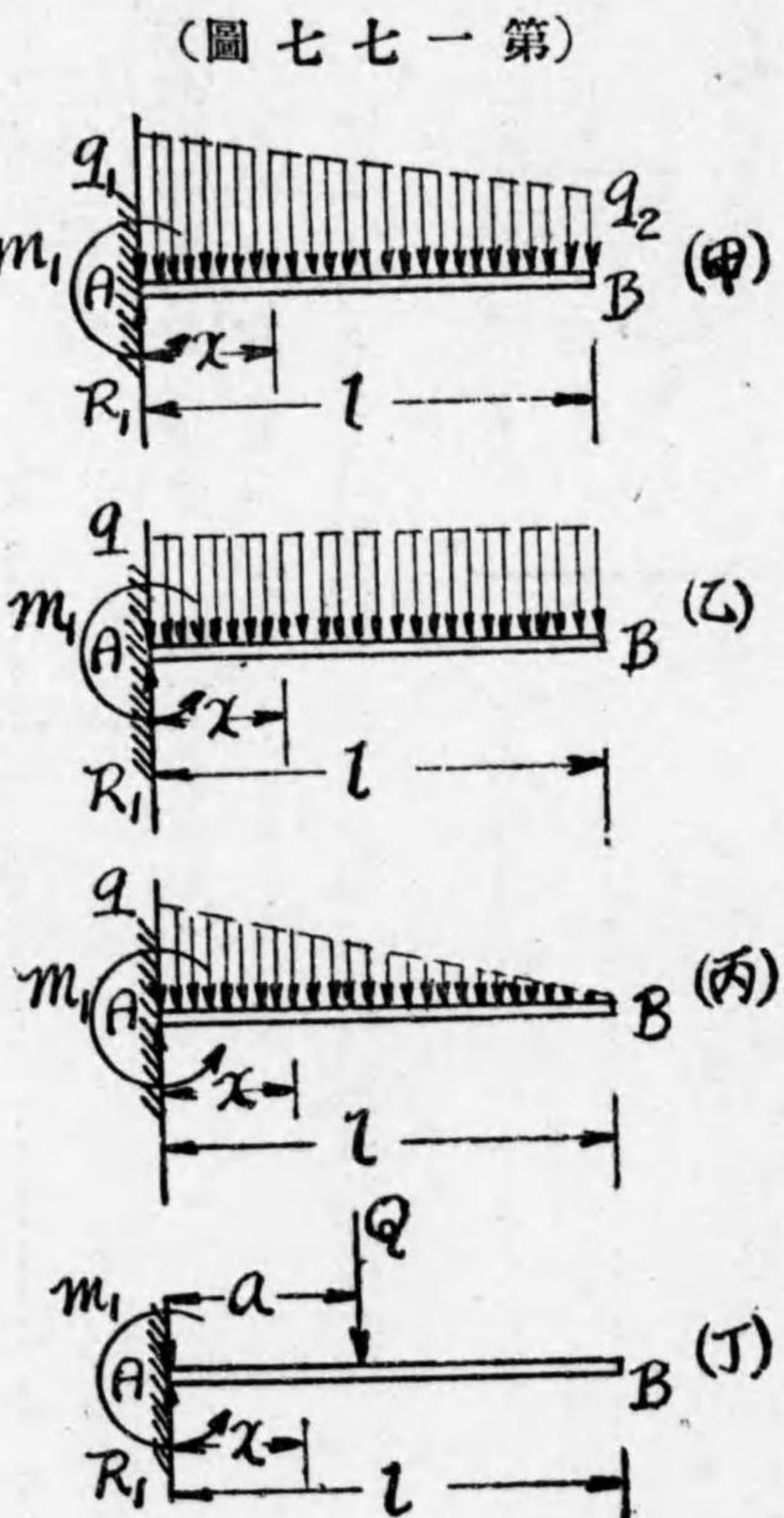
$$l_n m_{n-1} + 2(l_n + l_{n+1}) m_n + l_{n+1} m_{n+1} \\ = \frac{1}{l_n} \sum Q_n a_n (l_n - a_n) (l_n + a_n) + \frac{1}{l_{n+1}} \sum Q_{n+1} a_{n+1} (l_{n+1} - a_{n+1}) \dots \dots \dots (295)$$

径間長同一にして同一の單一集中荷重が各径間の中央にかゝる時は (295) 式に於て  $l_n = l_{n+1} = l,$

$$Q_n = Q_{n+1} = Q, \quad a_n = a_{n+1} = \frac{1}{2}l$$

$$m_{n-1} + 4m_n + m_{n+1} = \frac{3}{4}Q \dots \dots \dots (296)$$

(5) 突桁の理論 此の場合にも單一集中荷重、等布荷重及び等變荷重を取扱つて見る。第一七七圖に於て、



突桁の放端では反力、彎曲率共に零であるから  $R_2 = 0, m_2 = 0$

1) 梯形等變荷重の場合 (第一七七圖甲)

$$R_1 = \frac{1}{2}(q_1 + q_2)l \dots \dots \dots (297)$$

$$m = \frac{1}{2}q_2(l-x)^2 + \frac{1}{6l}(q_1 - q_2)(l-x)^3 \dots \dots \dots (298)$$

$$S = q_2(l-x) + \frac{1}{2l}(q_1 - q_2)(l-x)^2 \dots \dots \dots (299)$$

(ロ) 等布荷重の場合 (第一七七圖(乙))

(297) 乃至 (299) 式に於て  $q_1 = q_2 = q$  とすれば

$$R_1 = ql \dots\dots\dots (300)$$

$$m = \frac{1}{2} q(l-x)^2 \dots\dots\dots (301)$$

$$x_1 = 0 \dots\dots\dots$$

$$m_0 = m_1 = \frac{1}{2} ql^2 \dots\dots\dots$$

$$S = q(l-x) \dots\dots\dots (302)$$

$$x_2 = 0 \dots\dots\dots$$

$$S_0 = R_1 = ql \dots\dots\dots$$

(ハ) 三角形等變荷重の場合 (第一七七圖(丙))

(297) 乃至 (299) 式に於て  $q_1 = q, q_2 = 0$  として

$$R_1 = \frac{1}{2} ql \dots\dots\dots (303)$$

$$m = \frac{1}{6l} q(l-x)^3 \dots\dots\dots (304)$$

$$x_1 = 0 \dots\dots\dots$$

$$m_0 = m_1 = \frac{1}{6} ql^2 \dots\dots\dots$$

$$S = \frac{1}{2l} q(l-x)^2 \dots\dots\dots (305)$$

$$x_2 = 0 \dots\dots\dots$$

$$S_0 = R_1 = \frac{1}{2} ql \dots\dots\dots$$

若し  $q_1 = 0, q_2 = q$  の時は (304) (305) 式の代りに次式を得る。

$$m = \frac{q}{2} (l-x)^2 - \frac{q}{6l} (l-x)^3 \dots\dots\dots (306)$$

$$x_1 = 0 \dots\dots\dots$$

$$m_0 = m_1 = \frac{1}{3} ql^2 \dots\dots\dots$$

$$S = q(l-x) - \frac{q}{2l} (l-x)^2 \dots\dots\dots (307)$$

$$x_2 = 0 \dots\dots\dots$$

$$S_0 = R_1 = \frac{1}{2} ql \dots\dots\dots$$

(ニ) 單一集中荷重の場合 (第一七七圖(丁))

反力は荷重の位置に係らず

$$R_1 = Q \dots\dots\dots (308)$$

$$m = Q(a-x) \quad 0 \leq x \leq a \quad \dots\dots\dots$$

$$\begin{aligned} &= 0 & \alpha \leq \alpha \leq l \\ x_1 = 0, \quad \alpha = l & \dots\dots\dots (309) \end{aligned}$$

即ち荷重が放端に來た時の支端の反偶力率 $m_1$ が最大である。

$$\begin{aligned} S = S_1 = Q & \quad 0 \leq \alpha \leq \alpha \\ S = 0 & \quad \alpha \leq \alpha \leq l \end{aligned} \dots\dots\dots (310)$$

第一七〇圖の如き突桁にあつては BC CD に對しては (297) 乃至 (310) 式を適用し AB DE に對しては  $m_1$  を與へられたものとし  $m_2 = 0$  (支端) として (262) 式を適用すればよい。此の時には橋脚 B には AB の反力と BC の反力との合成反力が働く事になるのである。

### 第二章 桁橋の設計

(1) 版橋の設計 凡て桁橋の設計には第八編(第六章を除く)に與へた諸公式を使用すればよい。

計算例 有効徑間一六呎、幅九呎、活荷重を每平方呎一〇〇昕とす。單桁として版橋を設計せよ。許容應力強度は  $f = 15000$ ,  $e = 500$ ,  $s = 50$ ,  $n = 15$  と取る可し。

版橋の場合には橋の幅は問題にならない。之を單位幅の矩形桁に分割して考へるのである。自重の假定は第一五表によつて大體の見當をつける。自重を一五〇昕と假定して見ると  $q = 100 + 150 = 250 \text{ #/ft}$

(254) 式によつて

$$m_0 = -\frac{1}{8} \times 250 \times 16^2 \times 12 = -96,000 \text{ #}$$

$$S_0 = \pm \frac{1}{2} \times 250 \times 16 = \pm 2,000 \text{ #}$$

第一五表により  $m_0$  による所要深は  $h = 10 \frac{1}{2} \text{''}$   $S_0$  によるものは  $h = 4 \text{''}$

依つて  $h = 10 \frac{1}{2} \text{''}$   $i = 2 \frac{1}{2} \text{''}$   $\therefore h = 13 \text{''}$  とすると桁の自重は  $g = 150 \times \frac{13}{12} = 162.5 \text{ #/ft}$

自重を一七〇昕と取つて計算を繰返へすと

$$m_0 = -\frac{1}{8} \times 270 \times 16^2 \times 12 = -103,680 \text{ #}$$

第一五表より所要深は  $h = 11 \text{''}$

$$h_0 = 11 + 2 \frac{1}{2} = 13 \frac{1}{2} \text{''} \quad \text{と取ると } g = 150 \times \frac{13.5}{12} = 169 \text{ #/ft}$$

斯の如く鐵筋混凝土桁に於ては活荷重よりも自重の方が遙かに大きくなるのが普通であつて、之が一つの缺點である事は前にも述べた通りである。

徑間中央に於ける所要鐵筋量は同じく第一五表から  $A = 0.733 \text{ ft}^2$ ,  $\frac{5 \text{''}}{8} \phi$  round, 5 # es. を使用すれば第一六表から  $A = 0.737 \text{ ft}^2$

橋梁總幅は九呎即ち一〇八吋であるから兩側の絶縁を四吋づゝとすると、間隔を五吋として鐵筋の員數は  $n = 21$  となる。此の始め六本(四本目毎に一本)を曲上するものとする、その曲上ぐ可き點の支端からの距離は (81) 式により  $l = 16$ ,  $n' = 6$

$$x = \frac{16}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{6}{21}} \right) = 8(1 - 0.535) = 3.72 \text{ ft} = 3' - 9 \text{''}$$

次に更に五本を曲上ぐるものとすれば  $a=11$  として  
 $x=8(1-0.724)=2.27 \approx 2'-3"$

結局一〇本だけの鐵筋を桁の全長に伸ばして置く  
 すると(83)式を用ひ

$$a = \frac{S}{pjh}, \quad jh = \left(1 - \frac{a}{3}\right) \times 11 = \frac{88}{9} = 9.78"$$

$$p = 10 @ 1.964 = 19.64" \quad (\text{第一表より})$$

又桁の全幅に就ての裁力は

$$S = \frac{1}{2} \times 270 \times 9 \times 16 = 19,440 \#$$

$$\therefore a = \frac{19,440}{19.64 \times 9.78} = 100 \# / "$$

故にコルゲートド、バーを使用す可し。

支點から第二回の曲上筋の中心までの距離即ち一呎

一吋だけ離れた點の裁力は (第一七八圖)

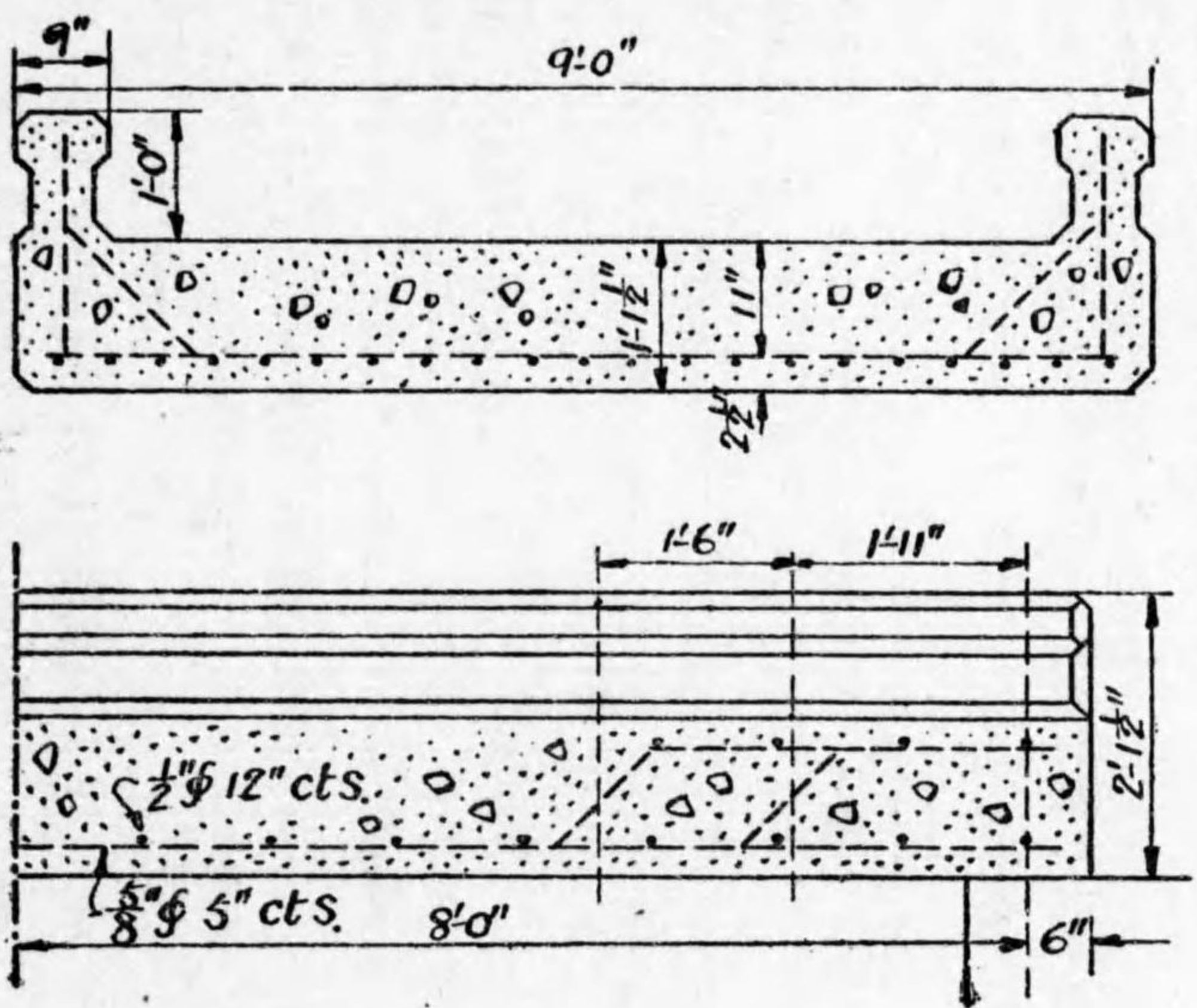
$$S = 19,440 - 270 \times 9 \times \frac{23}{12} = 19,440 - 4,660 = 14,780 \#$$

$$f = 15,000 \# / ", \quad a = 5 @ 0.307 = 1.535 "$$

として(76)式を用ひ

$$x = \frac{2.12 \times 15,000 \times 1.535 \times 9.78}{14,780} = 32"$$

(圖 八 七 一 第)



$i$  は曲上筋の間隔であるが、第二回の曲上筋から第一回の曲上筋に至る距離は一呎六吋即ち一八吋に過ぎず、又支端に至る距離は二三吋であるから、斜張力に對しては此の曲上筋で以て充分に抵抗し得る事となるのである、曲上筋だけでは不充分となれば鐵筋を使用する。

横鐵筋としては  $\frac{1}{2}$ "  $\phi$  round, 12" cts. を使用する。橋梁の左右兩側には欄干 (balustrade) をつけるのが普通であるが、之は茲に詳論する必要もあるまい。(第一七八圖参照) 版を複鐵筋式にするつもりならば版の厚さを減ずる事が出来るが此の場合の設計は省略して置く。

(2) 丁字桁橋の設計 丁字桁橋に於ては橋梁横断面を幾つかの丁字桁に分割するのである。従つて中間の桁は普通の丁字桁になるが、兩側の桁は突縁部が非對稱的な特殊の桁になるのを通例とする。例を以て丁字桁橋の設計を説明しよう。

計算例 第一七九圖及び第一八〇圖は單線電車を通ずる公道橋の一例であつて、純徑間三二呎、有効徑間三三呎三吋、幅員(兩側桁の心々)二五呎、桁の間隔を五呎とする。

活荷重、版に對して每平方呎三五〇听、桁に對して二〇〇听、版上の土の厚さ一五吋、許容強度を次の如く取る。

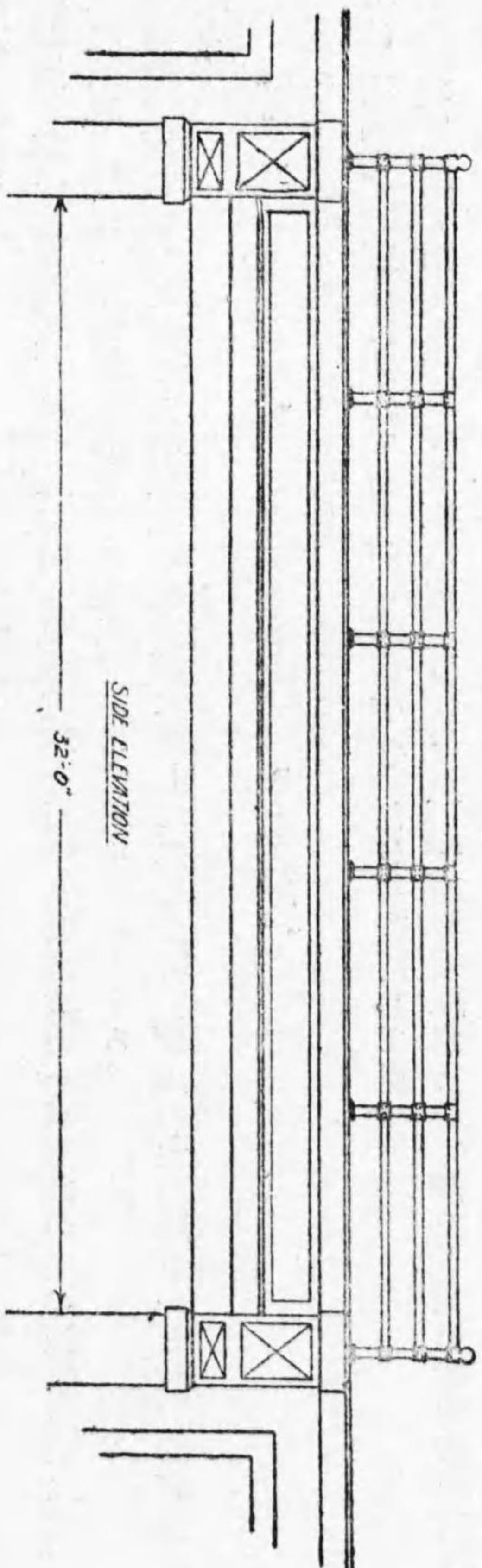
$$n=15, \quad c=600 \# / ", \quad f=14000 \# / ", \quad a=90 \# / "$$

$$s=100 \# / " (\text{純裁力}), \quad s=50 \# / " (\text{斜張力})$$

桁は  $G_1, G_2, G_3$  の三種に分れてゐるが、此の中  $G_3$  だけを設計して見よう。

(イ) 版の設計 桁と桁とを連絡する版は縦の方向では丁字桁の突縁部として働くと共に横の方向では荷重を桁に傳達する矩形桁として働くのである。版の徑間は五呎。荷重は活荷重三五〇听、土の重量一二五听、自重は版の厚さ五吋として六三听であるから  $q=538 \# / "$

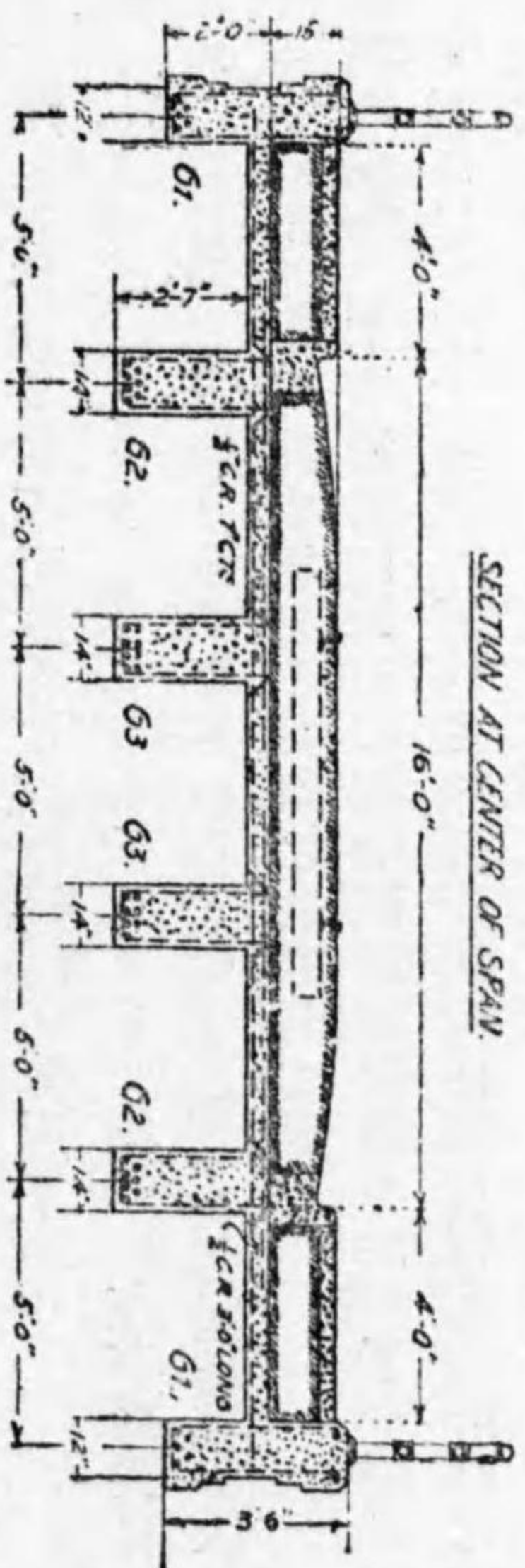
(圖 九七 一 第)



SECTION AT CENTER OF SPAN

SIDE ELEVATION

NOTE: ALL BARS ARE HIGH ELASTIC CORE NUMBER DESIGN BASED ON CLASS 2 LOADING.

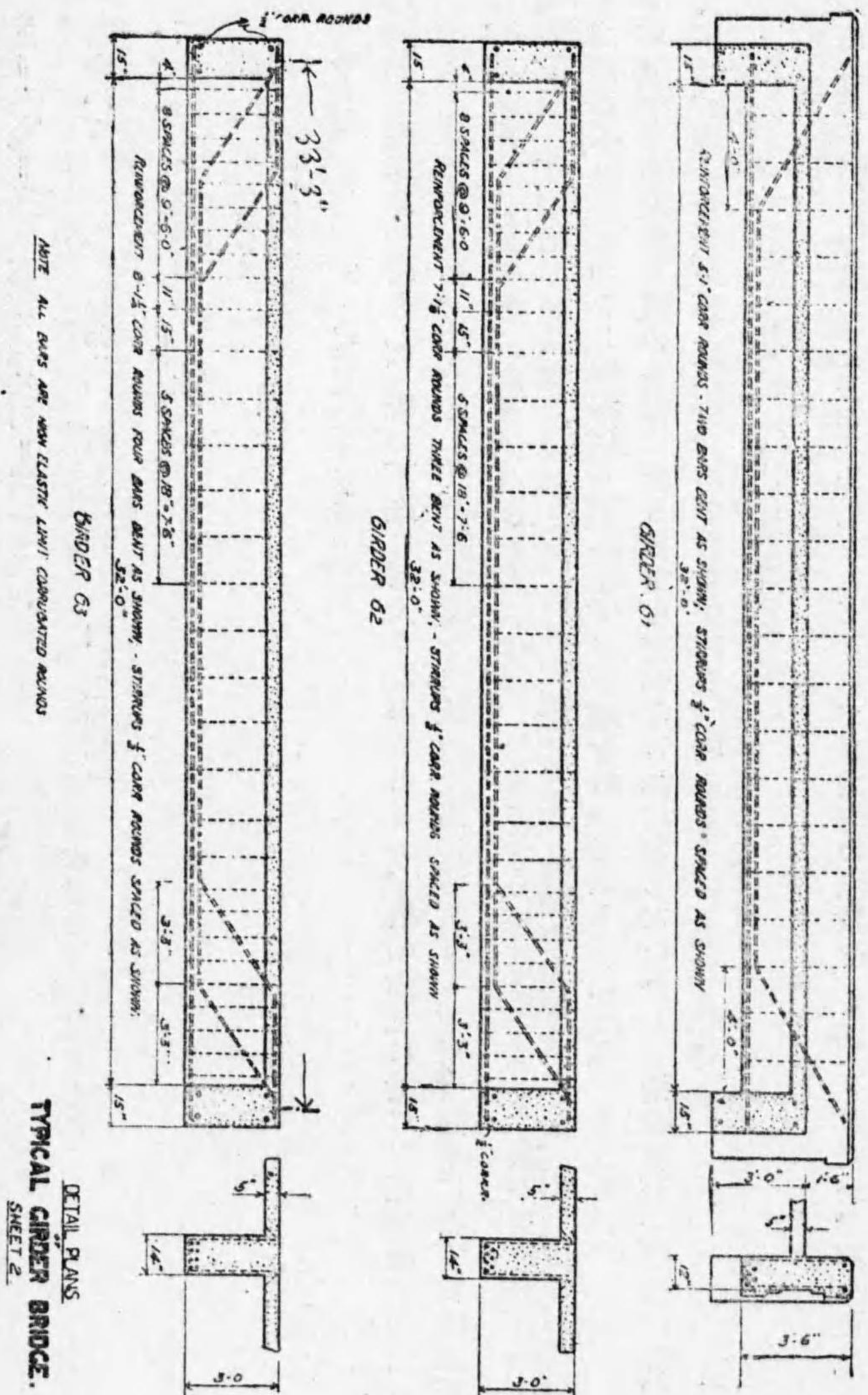


DETAIL PLANS  
TYPICAL GIRDER BRIDGE.

SHEET NO. 1

NOTE: SLAB 5" THICK - 4" CORN. REINFORC. 3" CTS. TOP BARS 4" CORN. REINFORC. - 3" LONG, 14" CTS.

(圖 〇 八 一 第)



DETAIL PLANS  
TYPICAL GIRDER BRIDGE.  
SHEET 2

NOTE: ALL BARS ARE HIGH ELASTIC LW11 CARBONIZED REINFORC.

$$m_0 = \frac{1}{10} q l^2 = \frac{1}{10} \times 538 \times 5^2 \times 12 = 16,100 \text{ lb}\cdot\text{ft}^2$$

第一四表から  $a = 0.391$ ,  $K_1 = 102$ ,  $K_2 = 12,180$

$$\therefore h = \sqrt{\frac{16100}{102 \times 12}} = 3.6' = 4'$$

$$A = \frac{16100}{12180 \times 4} = 0.33 \text{ sq}\cdot\text{ft}$$

$\frac{1}{2} \phi = 7''$  cts.  $A = 0.33 \text{ sq}\cdot\text{ft}$  使用。

此の鉄筋は絶縁を一時として版の下底に挿入するのであるが、桁の附近に於ける正彎曲率のために  $\frac{1}{2} \phi = 14''$  cts. の鉄筋を桁を中心として三呎の長さ版の上面に挿入する。正彎曲率に對する鉄筋量を減少したのは、桁の點では版の厚さが増大するが故である。

桁 G<sub>3</sub> の設計 丁字桁の突縁部の幅  $B = 60''$  幹部の幅  $b = 14''$  突縁部の厚さ  $t = 5''$  桁の厚さは總深  $h_0 = 36''$  鐵筋を二段に入れるものとし鐵筋列の重心までの距離を計つて  $e = 14''$ ,  $h = 32''$  となる。

丁字桁はその突縁部五呎の全幅に來る荷重を支へなければならぬから、活荷重が一〇〇〇呎、土の重量が六二五呎、版の重量が三二三呎、桁の自重が四五二呎となり  $q = 2390 \text{ lb/ft}$

$$\therefore m_0 = \frac{1}{8} \times 2390 \times 33.25^2 \times 12 = 3,963,000 \text{ lb}\cdot\text{ft}^2$$

版の時は部分的固定端 (partially fixed end) として彎曲率の係数を  $\frac{1}{10}$  としたが、桁は單桁であるから係数を  $\frac{1}{8}$  と取つたのである。

中立軸は幹部にある。幹部の應壓力を無視すると第八編第四章の (29)(30)(31) 式を用ひて

$$M = \frac{2ah-t}{2ah} Pbc \left[ h - \frac{3ah-2t}{2ah} \cdot \frac{t}{3} \right] \\ = \frac{cBt}{h} \left[ h^2 + \frac{t^2}{3a} - \frac{1+a}{2a} ht \right] \dots\dots\dots (311)$$

之を此の場合に適用すると

$$M = \frac{600 \times 60 \times 5^2}{h} \left[ h^2 + \frac{5^2}{3 \times 0.391} - \frac{1.391}{2 \times 0.391} \times 5h \right]$$

$m_0 = M$  と置つて  $h$  の値を求めてみると  $h = 30.2''$  であるから  $h = 32''$  として置けば充分安全である。

裁力に就ては  $S_0 = \frac{1}{2} \times 2390 \times 33.25 = 39,700 \text{ #}$

(29) 式を用ひ (72) 式の代りに

$$S = s_j h = sb \frac{2a}{2ah-t} \left[ h^2 + \frac{t^2}{3a} - \frac{1+a}{2a} ht \right] \dots\dots\dots (312)$$

此の式により

$$S = s \times 14 \times 29.7, \quad S = S_0, \quad \therefore s = \frac{39700}{14 \times 29.7} = 95 \text{ #/sq}\cdot\text{ft}$$

故に斜張力に對しては肋筋を使用しなければ抵抗し得ないのである。

彎曲率に對する主鐵筋は今の計算によつて  $j_h = 29.7''$  を求めたから (31) 式により

$$A = \frac{3963000}{14000 \times 29.7} = 9.53 \text{ sq}\cdot\text{ft}$$

8-14"φ, 4=8×1.227=9.82" 之を四本宛二列に使用、鉄筋四本を途中で曲上するものとする  
残り四本に就て p=4@3.927=15.71"

(83) 式の代りに

$$S = a_p j h = a_p \frac{2a}{2ah-t} \left[ h^2 + \frac{t^2}{3a} - \frac{1+a}{2a} ht \right] \dots\dots\dots (813)$$

$$\therefore a = \frac{39700}{15.71 \times 29.7} = 85 \#/\square$$

之は許容強度 a=90 よりも小さい。

次に曲上筋の計算に移る。最初の二本を曲上げる點を(81)式から求めると z=8, z=2 として

$$z = \frac{33,25}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{2}{8}} \right) = 8.3'$$

之を z=7'-1 1/2" と取る。更に二本を曲上げる點は z=4 として

$$z = \frac{33,25}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{4}{8}} \right) = 4.9'$$

之を z=3'-10 1/2" と取る。斜張力に對する肋筋としての曲上筋の間隔を計算するに(76)式の  $\left( 1 - \frac{a}{3} \right) h$  の代

りに此の場合には丁字桁の jh=29.7" を用ひ、曲上筋の中心に於ける裁力を求めてその間隔を算出すると

$$S = 39,700 - 2,390 \times 2.7 = 33,200 \#$$

$$a = 2 @ 1.227 = 2.454$$

$$z = \frac{2.12 \times 14,000 \times 2.454 \times 29.7}{33,200} = 65.5"$$

故に曲上筋だけでも充分斜張力に耐へるのであるが、餘分の安全のために曲上筋には關係なく鉄筋を入れる事にする。即ち桁は斜張力に對して二重に補強せられる事になるのである。鉄筋として徑二分一時丸鋼を U型に曲げて使用する。

$$a = 2 @ 0.196 = 0.392 \square$$

(74) 式を用ひ  $\left( 1 - \frac{a}{3} \right) h$  の代りに jh=29.7" とすると

$$z = \frac{\frac{3}{2} \times 14,000 \times 0.392 \times 29.7}{S} = \frac{24,450}{S}$$

桁の支端に於ては

$$S = 39,700 \#, \quad z = \frac{24450}{39700} = 6.2"$$

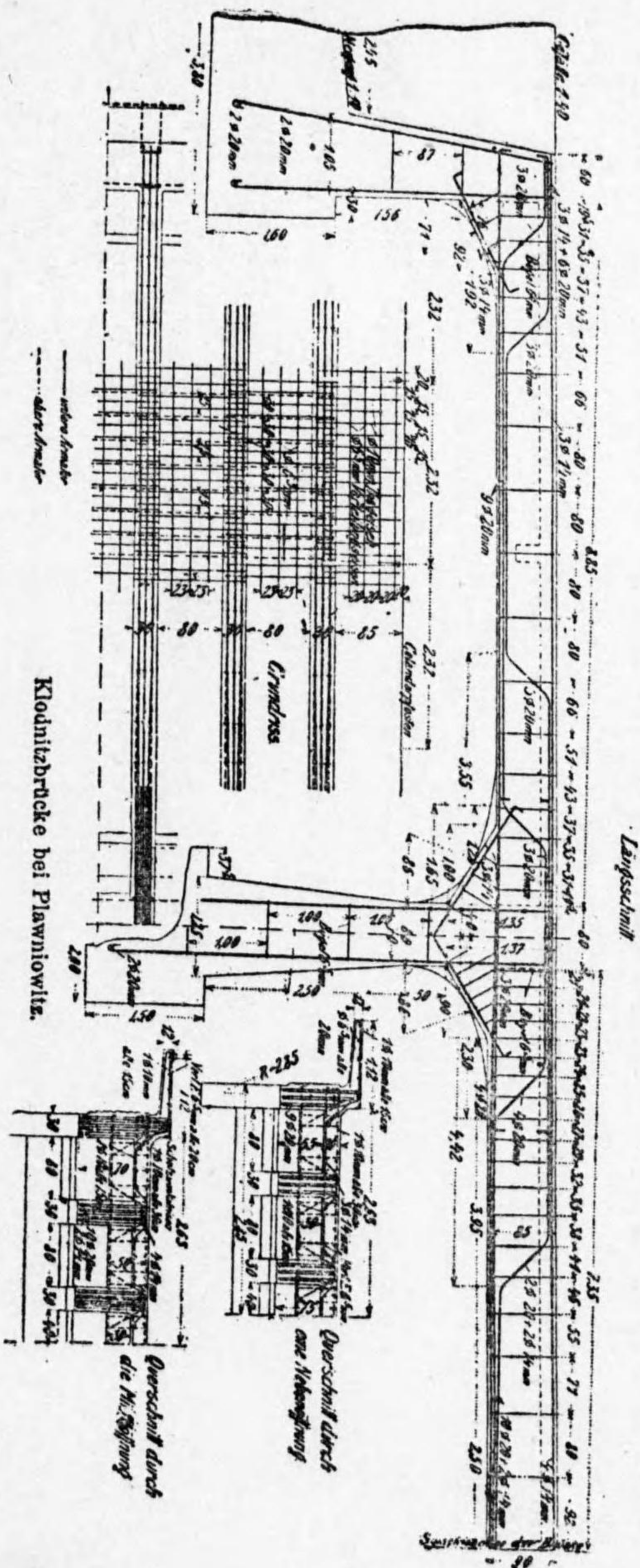
支端からの距離  $7 \frac{1}{2}'' + 4'' = 11 \frac{1}{2}'' = 1.0'$  の點では

$$S = 39,700 - 2,390 = 37,310 \#, \quad z = \frac{24450}{37310} = 6.6"$$

實際の鉄筋間隔は第一八〇圖に示した如く z=7.0' までを一様に九吋とし之に接続して一一吋、一五吋、一八吋と取る。

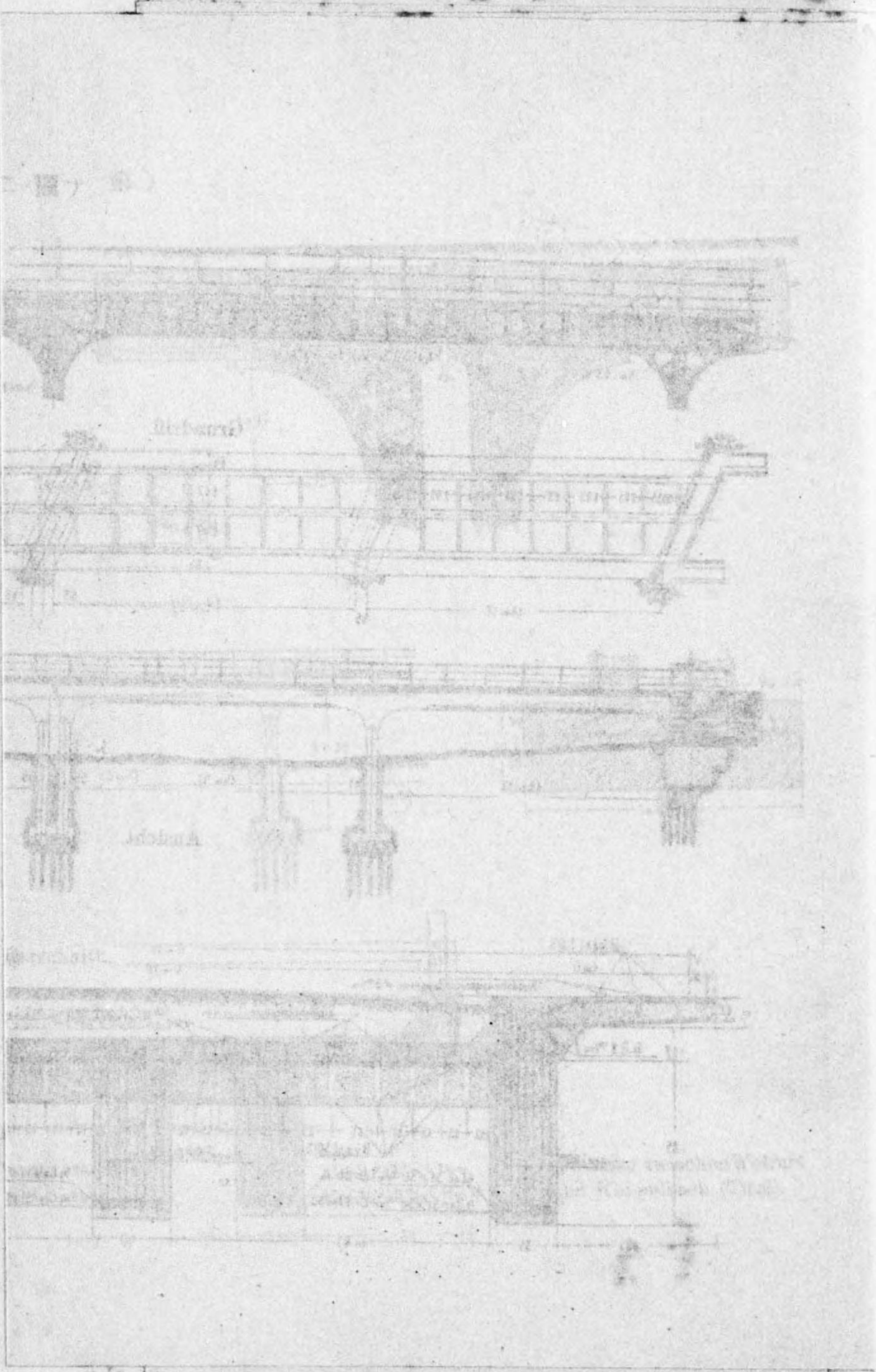
本例を前計算例に對比すれば丁字桁が版桁に比して如何に自重を軽減するに有効であるかを知るに足るであらう。

圖一八一 第一



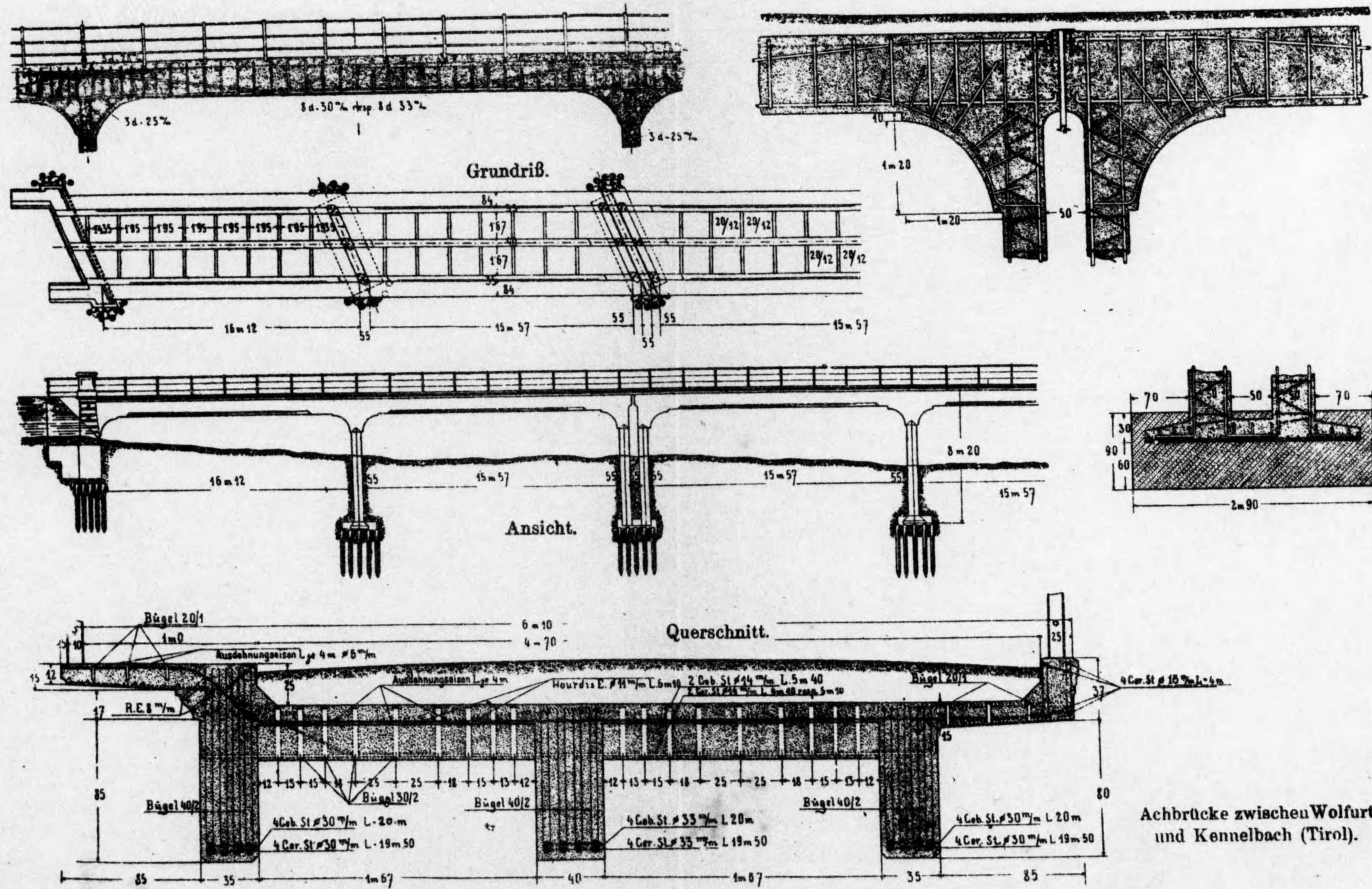
第一八一圖は丁字桁橋を三徑間の連桁として築造した一例である。第一八二圖も亦丁字桁の連桁橋を示したものである。

第一八三圖は同じく丁字断面の突桁橋の一例であつて、圖面のA及びCに於て桁が絶縁せられるのである。圖面は右から順次、側面圖、平面圖、AB(又はBC)の部分の詳細圖、CDの部分の詳細圖、横断面圖を示す。



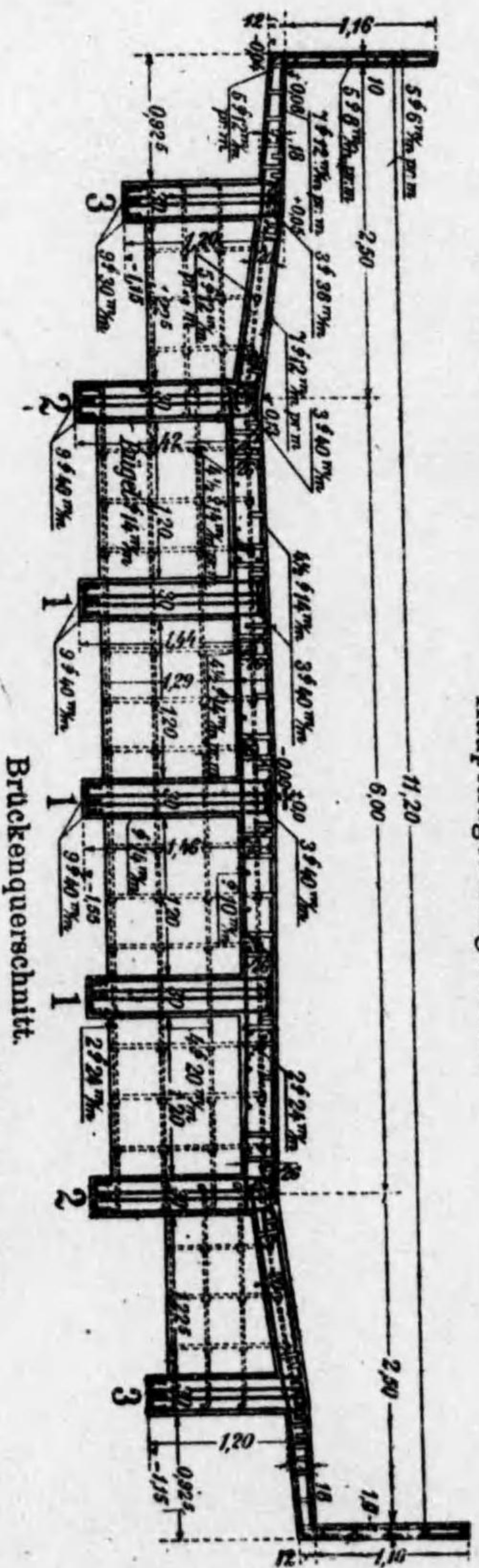
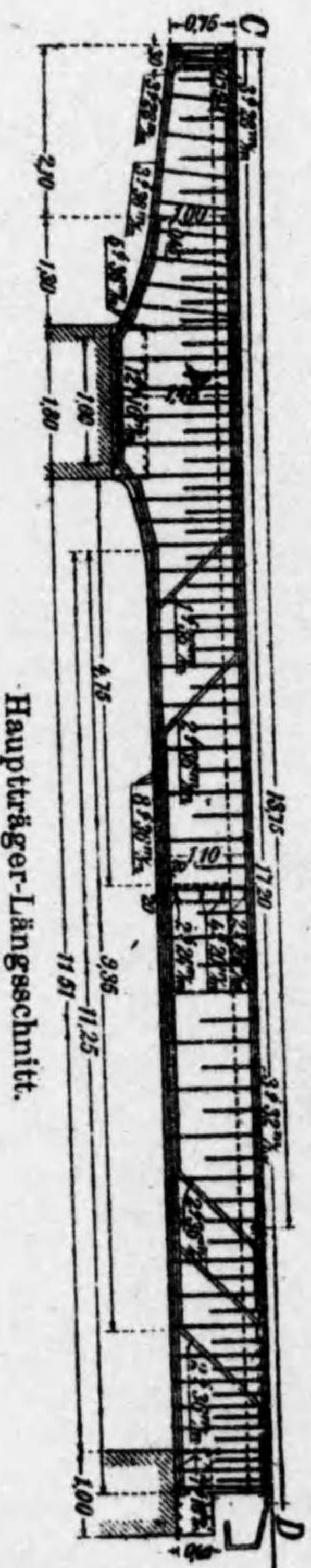
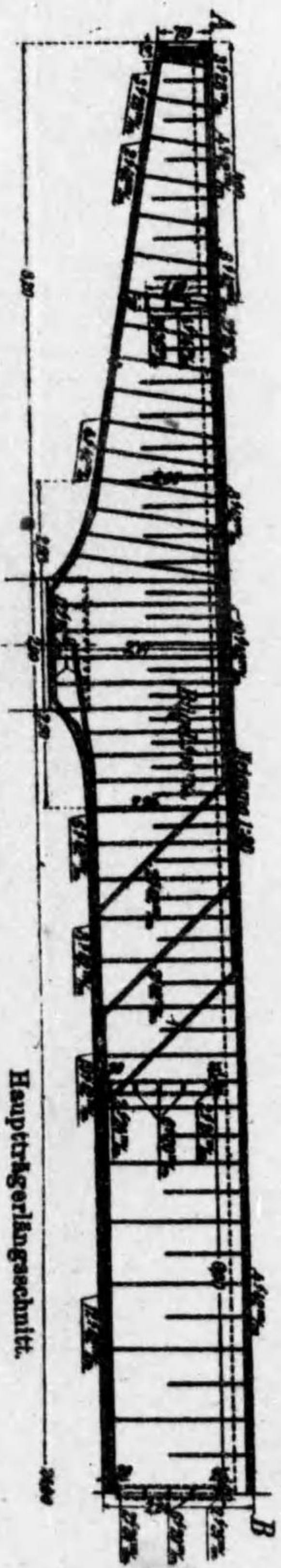
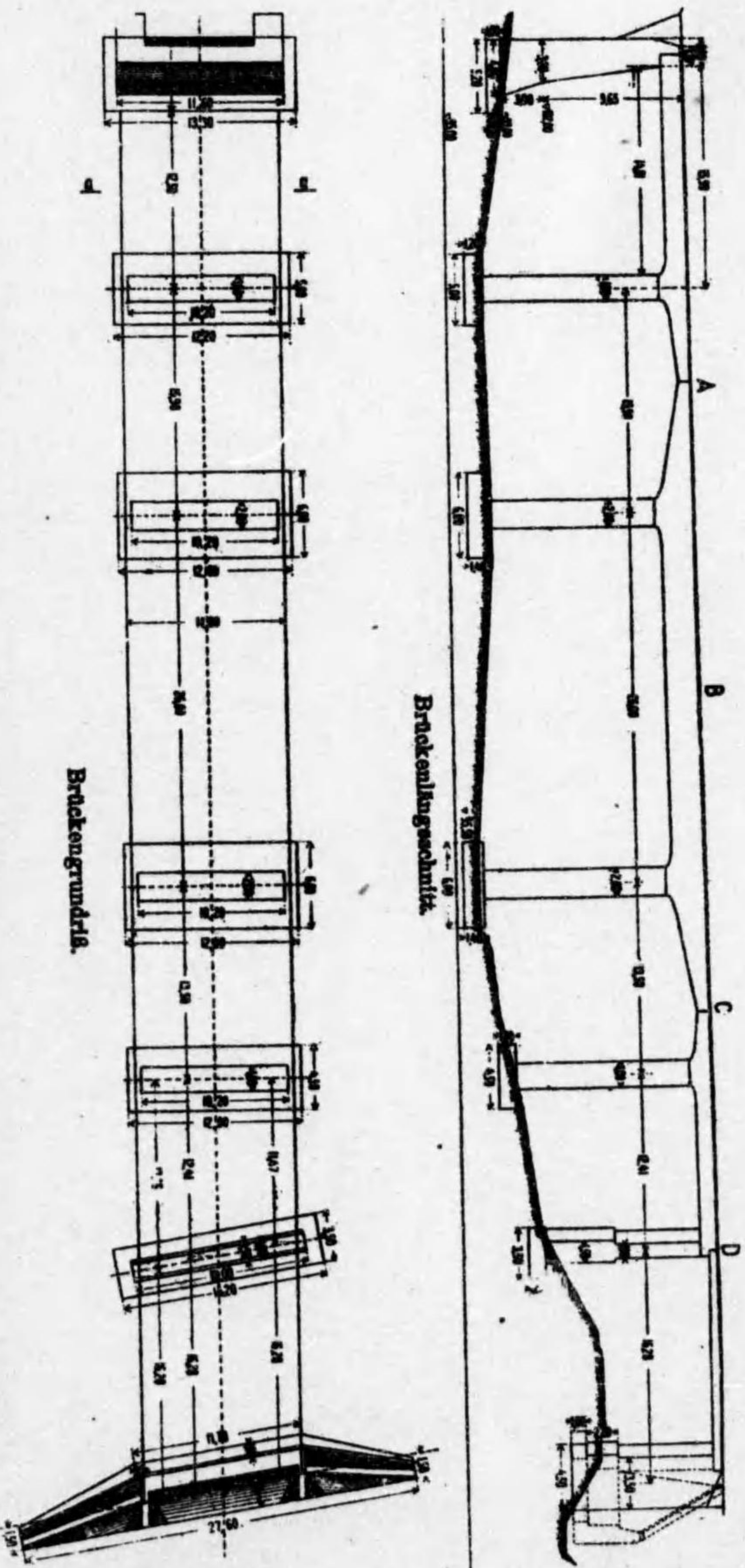


(圖二八一第)

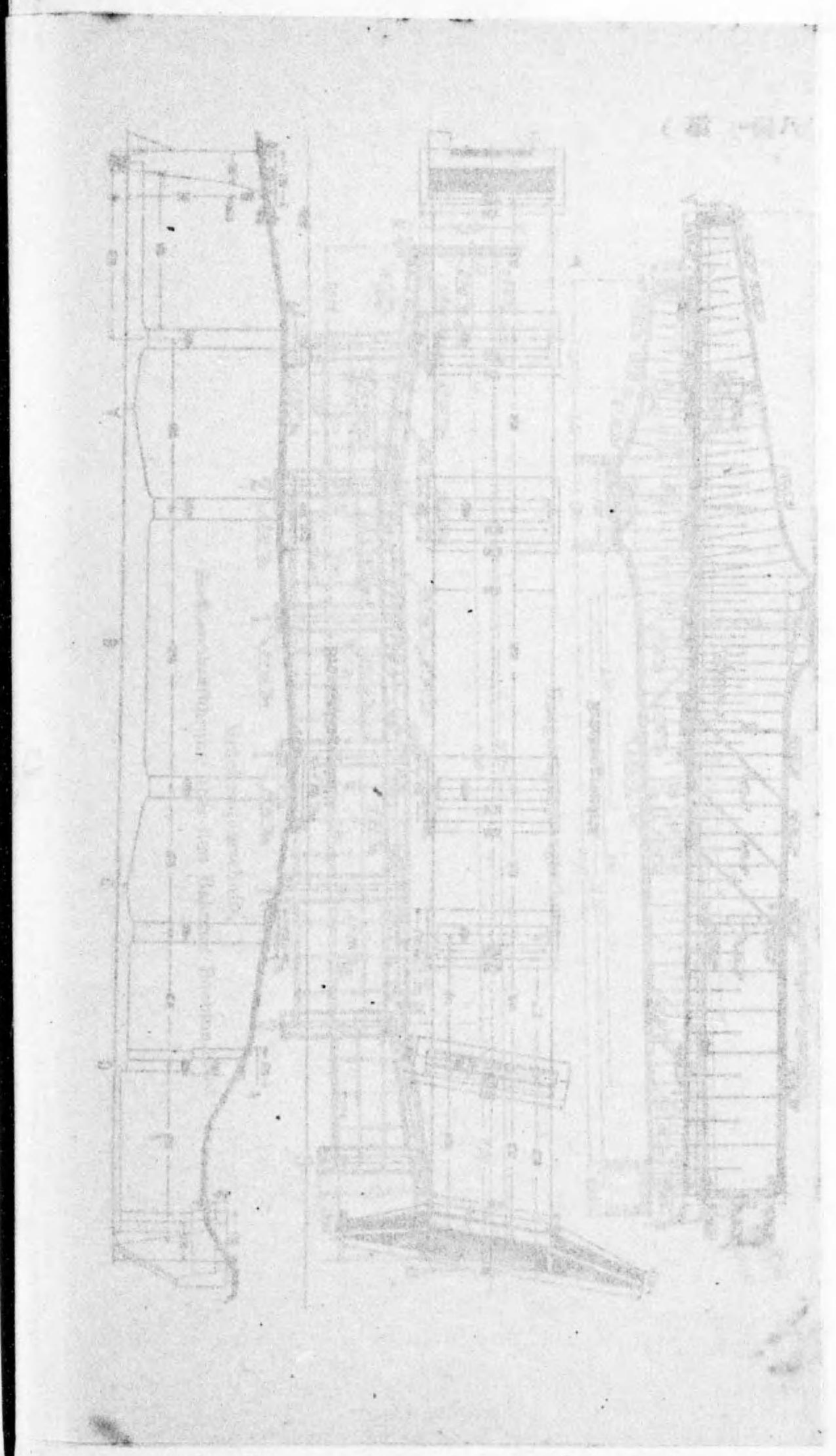


Achbrücke zwischen Wolfurt und Kennelbach (Tirol).

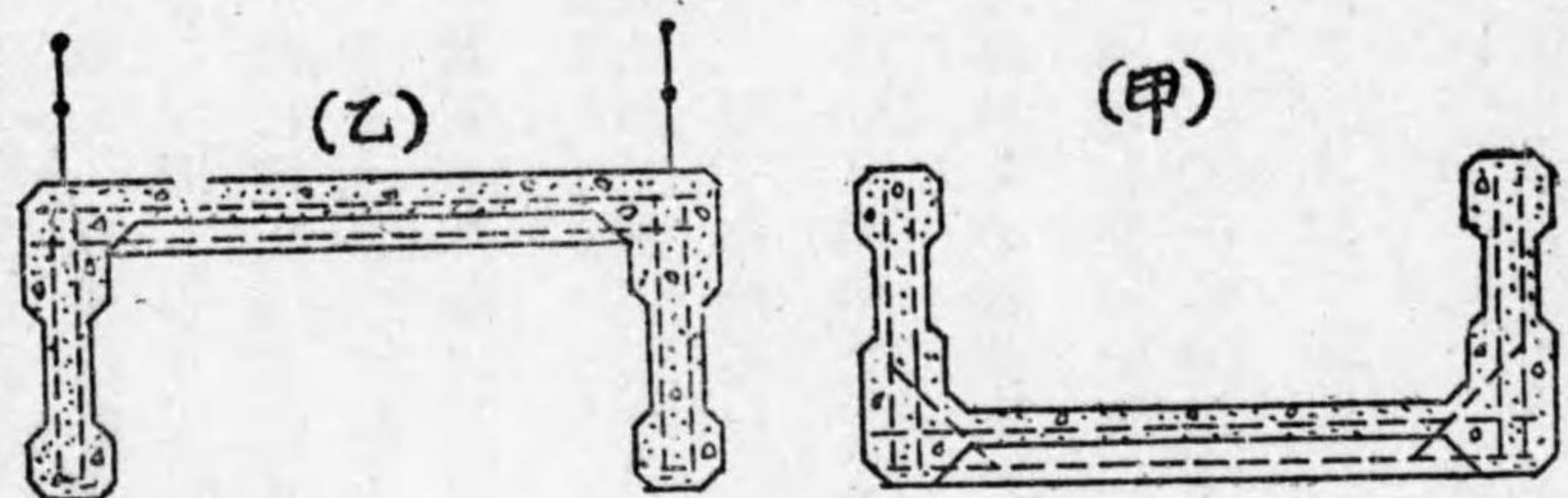
(圖三八一第)



Strassenbahnführung über den Bahnhof Rochum-Nord



第一八四圖



(3) 凹字桁橋の設計 鐵筋混凝土橋梁に於ても亦普通橋梁學上の上路橋 (deck bridge) と下路橋 (through bridge) とを區別する事が出来る。上路橋と言ふのは路面が桁より上にあるものを言ひ第一八四圖の乙が之に當る。下路橋と言ふのは之に反し、路面が桁より下にあるものを言ひ第一八四圖の甲が之に當る。

著者の分類に従へば第一八四圖甲の下路橋は凹字桁であり、同乙の上路橋は倒立凹字桁 (inverted T beam) と言ふ事になるのであるが、何れにしても左右兩側の主桁によつて荷重は支點又は支端に傳達せられるのであつて、床構 (floor system) は版として或は丁字桁として荷重を左右の主桁へ傳達するだけの目的を有するに過ぎない。而して下路橋は航運上、水面より桁下端までの距離を大ならしむる必要がある場合に採用せらるゝ様式であつて、此の場合には主桁をして欄干を兼用せしめる事が出来る。但し主桁の深さが大となれば死荷重を軽減する目的から言つても美觀又は採光上の目的から言つても、主桁を充腹 (solid web) とせず、普通結構 (truss) の如く開腹 (open web) に作るのがよい。

倒立凹字桁は丁字桁の特殊の場合たるに過ぎないから茲には凹字桁橋の設計を説明して置かう。

荷重は主桁に對しては毎平方呎一二〇呎の等布荷重、床構に對しては幅及び輪距五呎の六米噸荷重を採用す

る。強度の假定次の如し

$$c = 30 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, f = 15,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, s = 40 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, a = 80 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, n = 15$$

イ 床構の構造 床構は普通の平版とせず、所謂版桁式 (slab and girder system) として版の厚さを軽減する事に力める、即ち心々五呎間隔に横桁 (cross beam) を配置し且つ橋梁中心線に沿ひて即ち左右の主桁から五呎の距離に縦桁 (longitudinal beam or stringer) を設け、斯の如くにして作つた五呎平方の格子 (panel) を床版 (floor slab) を以て被ふ。

ロ 床版の設計 床版は長さ五呎の正方形であつて、縦横に鉄筋を挿入するものとする。(第九編第二章第(2)節参照)

死荷重は膠泥鋪装三吋、重量二五听、版の厚さ五吋、重量六二・五听、計八七・五听(毎平方呎)であるから(96)式を用ひて最大彎曲率は

$$m_0 = \frac{1}{20} \times 87.5 \times 5^2 \times 12 = 1,310 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

又六米噸荷車の輪荷重 (wheel load) を一、五米噸即ち三、〇〇〇听とすると此の輪荷重による最大彎曲率は

一つの車輪が版の中央に來た時に起り此の時は他の車輪は此の版中に載らない事になる。此の時は(260)式及び(287)式を參照して  $\frac{1}{14}$  の係數を使用すると

$$m_0 = \frac{1}{14} \times 3,000 \times 5 \times 12 = 12,860 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\therefore \Sigma m_0 = 14,170 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

(12)式を用ひ  $K_1 = 74$  とし

$$h = \sqrt{\frac{14,170}{12 \times 74}} = 4.4", \quad i = 1", \quad h_0 = 5.4"$$

鉄筋量は (13) 式を用ひ  $K_2 = 13,340$  とし

$$A = \frac{14,170}{13,340 \times 4} = 0.265 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

$$\frac{1}{4} \phi - 2 \frac{1}{4} \text{ cts}, \quad A = 0.266 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} \text{ 此の鉄筋を縦横に使用。}$$

ハ 縦桁の設計 縦桁は徑間五呎、兩端を部分的に横桁に固定せられたる單徑間の丁字桁と考へる。幹部の幅九吋、桁の厚さ一二吋、絶縁を三吋と取ると有効深九吋となる、突縁の厚さは五吋であるが、 $a = \frac{1}{3} a_h$ 、 $a_h = \frac{1}{2} \times 9 = 3" \wedge t = 3"$  であるから中立軸が突縁部にあり、矩形桁と同一の計算をすれば、事になる。突縁部の幅は縦桁の徑間の三分の一と取り (第九編第二章(3)参照)  $B = \frac{1}{3} \times 5 \times 12 = 20"$

死荷重は床版(鋪装とも)五呎幅の重量が  $\frac{87.5 \times 5}{2} = 219 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$  桁の自重が  $150 \times \frac{9}{12} \times \frac{12-5}{12} = 68 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$  計二八七听

(毎呎)であるから

$$m_0 = \frac{1}{10} \times 287 \times 5^2 \times 12 = 8,610 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

活荷重は三、〇〇〇听の輪荷重と取り、之が徑間の中央に來た時に、最大彎曲率が起る。彎曲率の係數を

(260) 式と(288)式との中間を取つて  $\frac{1}{6}$  とすると

$$m_0 = \frac{1}{6} \times 3,000 \times 5 \times 12 = 30,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\therefore \Sigma m_0 = 38,610 \text{ 磅}$$

$$K_1 = 74, \quad B = 20'' \quad \text{として計算する。}$$

$$h = \sqrt{\frac{38,610}{20 \times 74}} = 5.11'', \quad \text{使用 } h = 9'', \quad i = 3'', \quad h_0 = 12''$$

鐵筋量は  $K_2 = 13,340 \text{ 磅}$  として

$$A = \frac{38,610}{13,340 \times 9} = 0.322 \text{ 吋}^2$$

$$2 - \frac{5}{8} \phi \text{ round, } A = 0.6136 \text{ 吋}^2 \quad \text{使用。}$$

此の鐵筋は、横桁との交點に於ける負彎曲率に對抗せしめるために、徑間の約  $\frac{1}{4}$  の點で  $45^\circ$  の角度で曲上する。裁力に對する計算は省略する。斜張力に對する餘分の安全のために桁の支端に近く少しの鐵筋を挿入するのがよい。

(二) 横桁の設計 横桁は徑間一〇呎、兩端を部分的に主桁に固定せられる單徑間の丁字桁と考へる。幹部の幅一二吋、桁の厚さ一二吋、有効深は同じく九吋と取る。此の場合にも中立軸は矢張り突縁部にあるから、矩形桁と同様に計算する。突縁部の幅は同じく  $B = \frac{1}{2} \times 10 \times 12 = 40''$

死荷重は、床版、縦桁の重量及び自重であつて、此の中床版の重量は一部分は直接、横桁にかゝり、一部分は縦桁を経由して之にかゝるのであるが、安全のため全部縦桁を経由するものとする、徑間の中央に於ける床版の重さに依る集中荷重は前項により

$$Q = 28 \times 10 = 2,870 \text{ 磅}, \quad \therefore m_0 = \frac{1}{6} \times 2,870 \times 10 \times 12 = 57,400 \text{ 磅}$$

桁の自重は等布荷重であつて  $q = 150 \times \frac{12}{12} \times \frac{12-5}{12} = 87.5 \text{ 磅}$  であるから

$$m_0 = \frac{1}{10} \times 87.5 \times 10^2 \times 12 = 10,500 \text{ 磅}$$

活荷重に依る最大彎曲率は、三〇〇〇呎の輪荷重が徑間の中央に來た時に起り

$$m_0 = \frac{1}{6} \times 3,000 \times 10 \times 12 = 60,000 \text{ 磅}$$

故に徑間の中央に於て  $\Sigma m_0 = 127,900 \text{ 磅}$

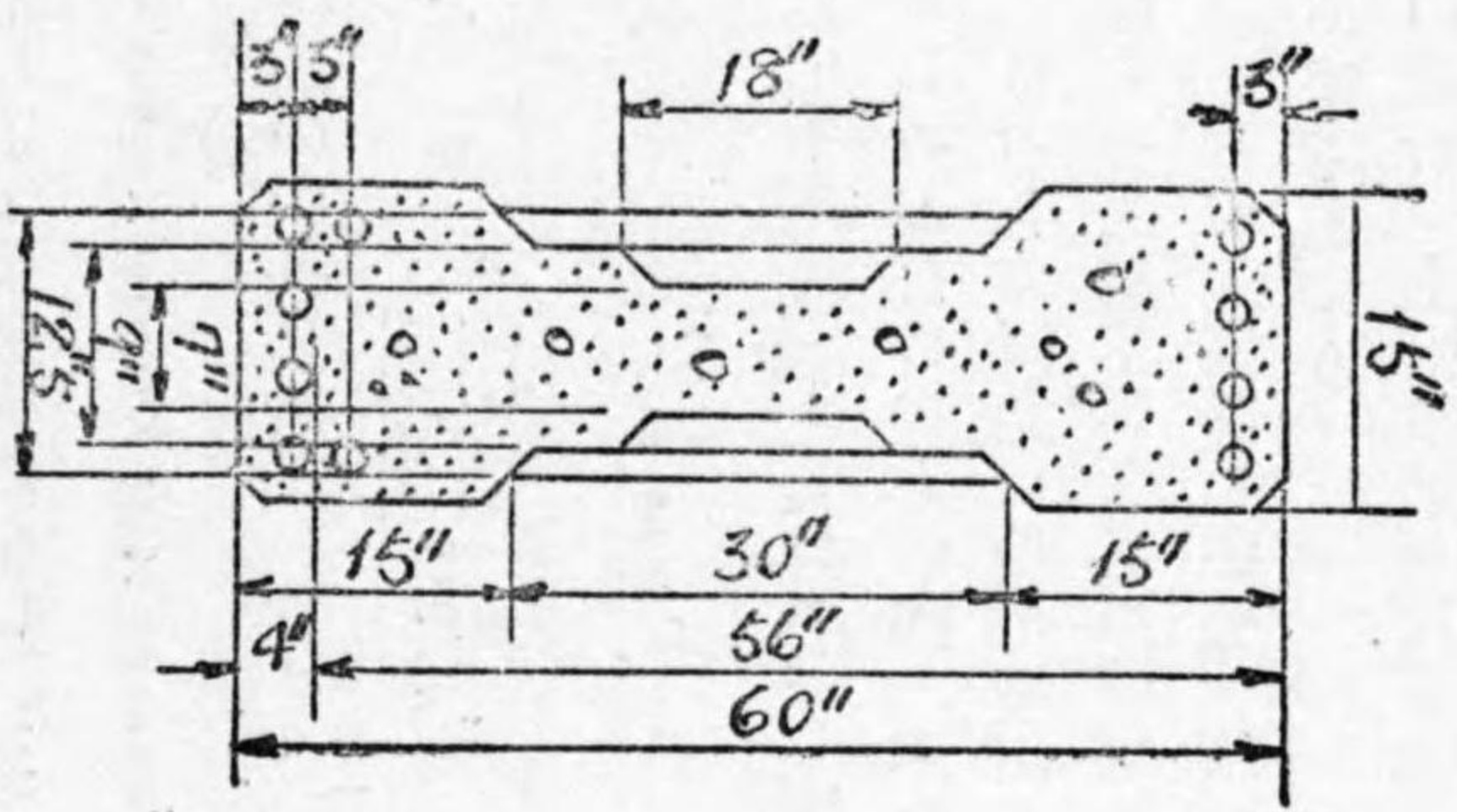
$$\therefore h = \sqrt{\frac{127,900}{40 \times 74}} = 6.6'', \quad \text{使用 } h = 9'', \quad i = 3'', \quad h_0 = 12''$$

$$A = \frac{127,900}{13,340 \times 9} = 1.056 \text{ 吋}^2$$

2-1吋φ round,  $A = 1.5708 \text{ 吋}^2$  使用、但し實際に於ては一時九鋼四本を用ひ、主桁の點に於ける負彎曲率に對抗せしめるため、その内二本を徑間の約  $\frac{1}{4}$  の點で  $45^\circ$  に曲上する、斯の如く異常に多量の鐵筋を使用したのは、その兩端に於て横桁と主桁との連絡を密接にせんがためであり、此の外に横桁の鐵筋と主桁の鉛直肋筋とを連絡す可き斜めの繫筋を使用して、此の部分を補強す可きである。此の場合にも裁力に對しては安全であるが、徑間の中央、横桁との交點及びその兩端主桁との交點附近に鐵筋を入れて、斜張力に對する安全の保障とする。

ホ) 主桁の設計 主桁は第一八五圖の如き斷面を有し、美觀のためと重量輕減とのために、横桁との交點に於

圖 五 八 一 第



てはその腹部の幅を二・五吋と取つてあるが、横桁と横桁との中間では之を九吋に減じ、更にその中央部では之を七吋に減ずる。依つて主桁の平均断面を  $A_0 = 2 \times 15 \times 15 + 30 \times 9 = 720$  と取ると、その自重は

$$q = 150 \times \frac{720}{144} \times \frac{12}{12} = 750 \text{#/ft.}$$

活荷重の二分の一は等布荷重として直接に主桁にかゝるものと考へ

$$q = \frac{1}{2} \times 120 \times \frac{9}{2} = 270 \text{#/ft.}$$

又床版の自重の二分の一も等布荷重として、直接に主桁にかゝり

$$q = \frac{1}{2} \times 87.5 \times \frac{9}{2} = 197 \text{#/ft.}$$

$$\therefore \Sigma q = 1,217 \text{#/ft.}, \quad m_0 = \frac{1}{8} \times 1,217 \times 40^2 \times 12 = 2,920,800 \text{#}$$

次に床版の自重の二分の一は集中荷重として、各横桁の交點にかゝり

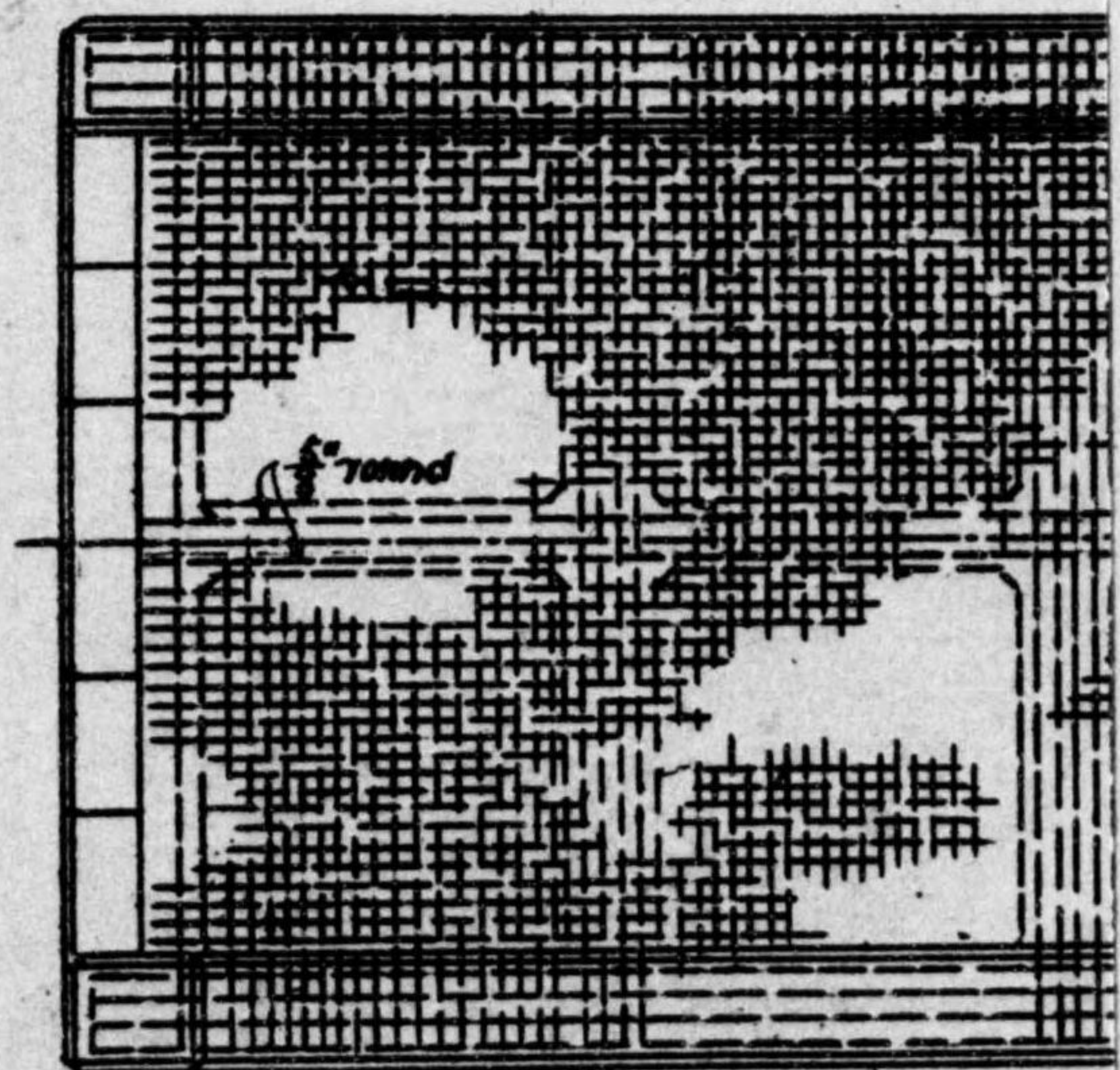
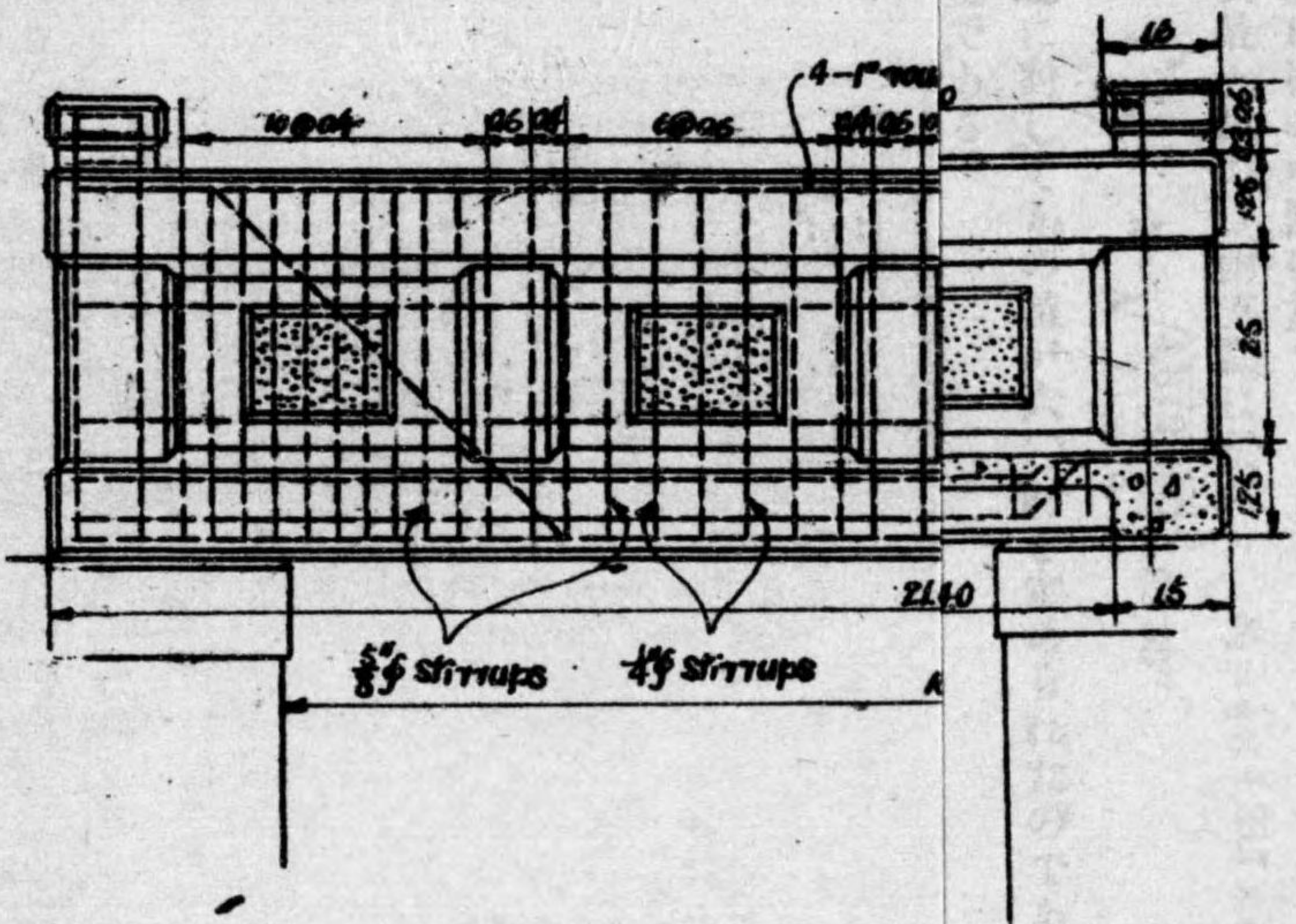
$$Q = 197 \times 5 = 985 \text{#}$$

縦桁の自重から成る集中荷重と、横桁の自重から成る集中荷重は

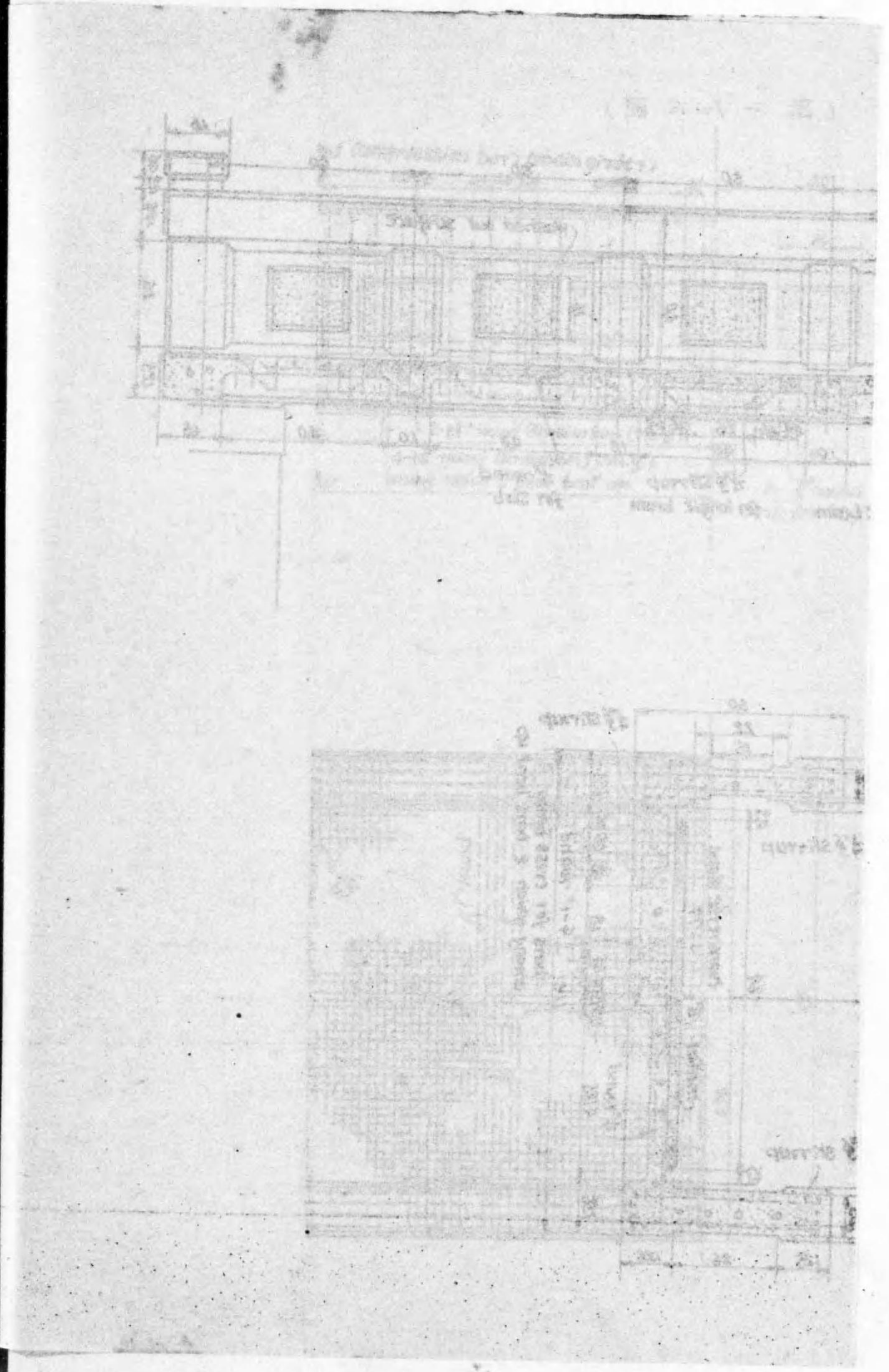
$$Q = 68 \times \frac{5}{2} + 87.5 \times \frac{9}{2} = 564 \text{#}$$

最後に活荷重の二分の一は集中荷重として、同じく主桁に加はるが故に  $Q = 270 \times 5 = 1,350 \text{#}$

$$\Sigma Q = 2,900 \text{#}, \quad m_0 = \left[ \frac{7}{2} Q \times 20 - Q \times 15 - Q \times 10 - Q \times 5 \right] \times 12 = 480Q = 1,392,000 \text{#}$$







故に桁の中點に於て  $\Sigma m_0 = 4,312,800 \text{ #}$   
 又最大裁力は兩支點に於て  $S_0 = \frac{1}{2} \times 1,217 \times 40 = 24,340 \text{ #}$   $S_0 = 3\frac{1}{2} Q = 10,150 \text{ #}$   $\therefore \Sigma S_0 = 34,500 \text{ #}$

$$\therefore h = \sqrt{\frac{4,312,800}{1.5 \times 74}} = 62.33 \text{ ''}$$

之に對して  $h_0$  の値が六〇吋と定められたのであるから、複鐵筋式の桁として、抗壓鐵筋を使用することが必要である。

$A$  = 抗張鐵筋斷面積 (〇'')

$A'$  = 抗壓鐵筋斷面積 (〇'')

$f$  = 抗張鐵筋應力強度 (＃/〇'')

$f'$  = 抗壓鐵筋應力強度 (＃/〇'')

此の場合にも(8)式を用ひ  $a = \frac{1}{3}$ ,  $ah = \frac{1}{3} \times 56 = 18.7 \text{ ''}$  桁の斷面に於ける應壓力と應張力とを、夫々  $C$  及び  $T$  とすれば

$$C = \frac{1}{2} b a h + f' A' = \frac{1}{2} \times 500 \times 15 \times 18.7 + f' A', \quad T = f A, \quad C = T$$

(18)式に於て  $a = \frac{1}{3}$ ,  $\beta = \frac{3}{56}$

$$f' = \frac{15 \times 500}{\frac{1}{3}} \left( \frac{1}{3} - \frac{3}{56} \right) = 15 \times 500 \times \frac{47}{56} = 6,300 \text{ #/〇''}$$

$$\therefore C = 70,000 + 6,300 A' = f A = 15,000 A$$

$$\therefore A = 4.667 + 0.420 A'$$



此の斷面の抵抗率は、彎曲率  $m$  に等しく

$$m_0 = 70,000 \times \frac{2}{3} 2a^2h + 6,300A'(a-\beta)h + 15,000A(1-a)h$$

$$= 871,000 + 99,000A' + 560,000A$$

此の  $A$  に先きに求めたる値を入れて

$$m = 871,000 + 99,000A' + 560,000(4.667 + 0.420A')$$

$$= 3,485,000 + 334,000A' = 4,312,800$$

$$\therefore A' = \frac{4,312,800 - 3,485,000}{334,000} = \frac{827,800}{334,000} = 2.478 \text{ "}$$

$$4-1\frac{1}{2}\phi \text{ round, } A' = 4 @ 0.785 = 3.140 \text{ " 使用。}$$

$$\text{従つて } A = 4.667 + 0.420 \times 2.478 = 5.708 \text{ "}$$

$$6-1\frac{1}{2}\phi \text{ round, } A = 6 @ 1.227 = 7.262 \text{ " 使用。}$$

四本の抗張鐵筋は一行に桁の全長に挿入し、六本の抗張鐵筋の中、一行四本は桁の全長に亘り、一行二本は徑間の端に於て四十五度に曲上する。

斜張力に對しては徑四分の一寸鐵筋を使用すると、

(74) 式を用ひ、徑間の端に於ける最大裁力は

$$\Sigma S_0 = 34,500 \#$$

であるから  $a = 2 @ 0.049 = 0.098$

$$f = \frac{3}{2} \times \frac{15,000 \times 0.098(1-\frac{1}{3}) \times 56}{34,500} = 3.2 \text{ "}$$

但し桁の端は橋臺上に乗つてゐるのであるから、鐵筋の間隔はこれだけ密にする必要がない。實際は桁の全長に亘つて五吋乃至七吋二分の一の間隔に鐵筋を挿入するのは、單に斜張力に對するためばかりでなく、床構の部分と主桁の部分との連絡を完全ならめしんがためである。第一八六圖は本計算例の凹字橋梁である。

#### (4) 水路橋の設計

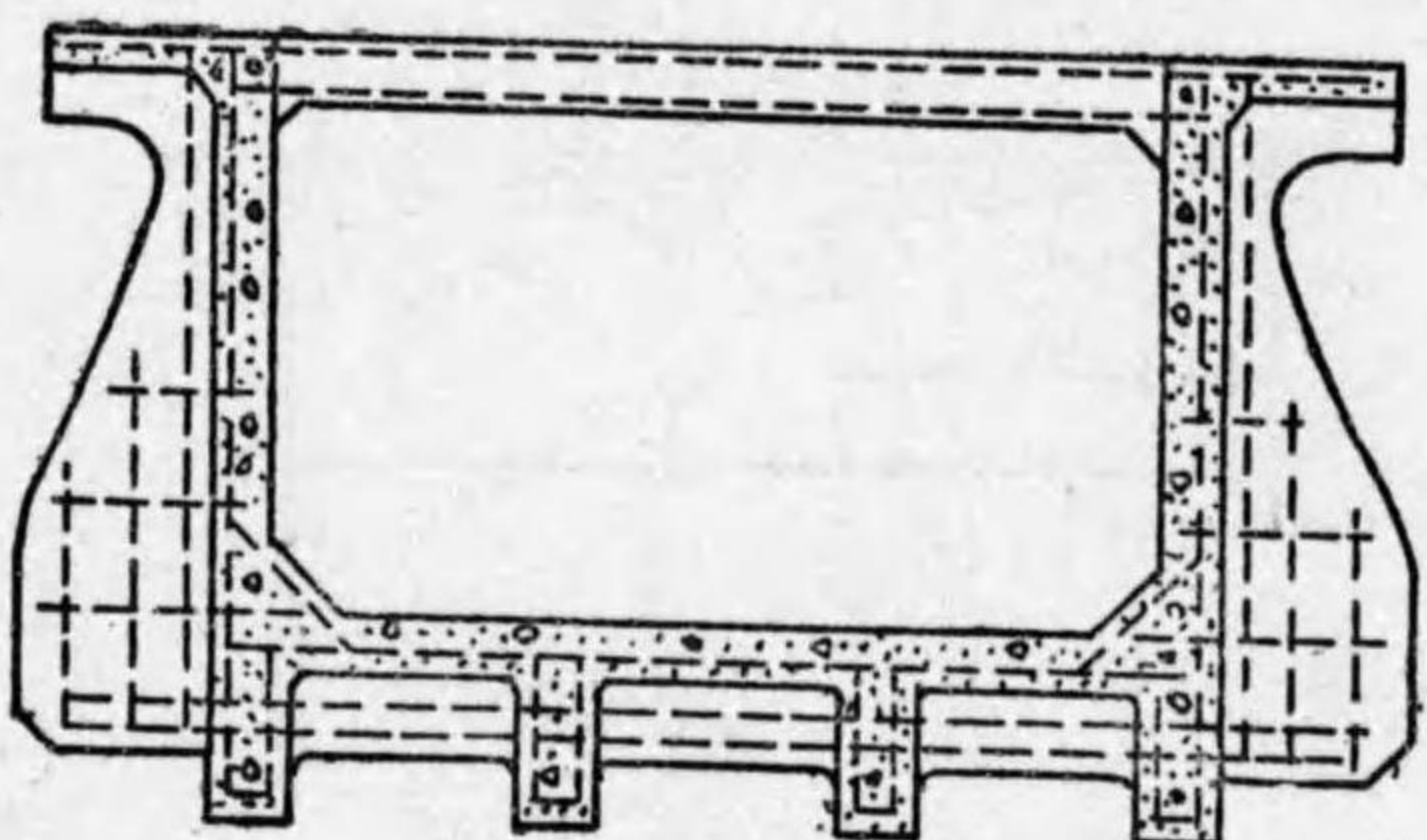
水路橋は荷重が水であるから、その構造は水壓を支ふ可き鉛直壁と、自重及び水の重量を支ふ可き桁とから成り、前者は之を擁壁として計算し後者は之を桁橋として計算すればよいのであるから、茲にはその詳論を省く。

第一八七圖は水路橋の一例であつて側面壁は扶壁型に作り、橋梁としては丁字桁橋に作つたものである。

橋上、人の通行のためには兩側壁の天端に歩道を設け且つ各扶壁の點に於て兩側壁頂部を繫材 (H.C.) を以て連絡したのである。

### 第三章 桁橋の雜論

(1) 桁の撓度 桁は荷重を受けて彎曲する。第一八八圖に於て荷重を加へない場合、即ち自重をも零と取つた場合の桁の位置を  $ACB$  とし、桁が荷重のために  $A'CB'$  の如き曲線となつたものとするとき、桁の一點  $C$  は  $C'$  の位置に來る  $O$  と  $O'$  との鉛直距離  $d$  を名づけて  $C$  點の撓度 (deflection) と言ふ。桁の撓度はその支端又は支點からの距離  $x$  に就ての三次以上の高次拋物線で表はされるものであるが、桁の撓度を詳論する事は本講義の眼目でないから、茲にはその結果だけを列記



第一八七圖

する。

(イ) 単桁の撓度

$I$  = 中立軸に對する桁の斷面慣性率

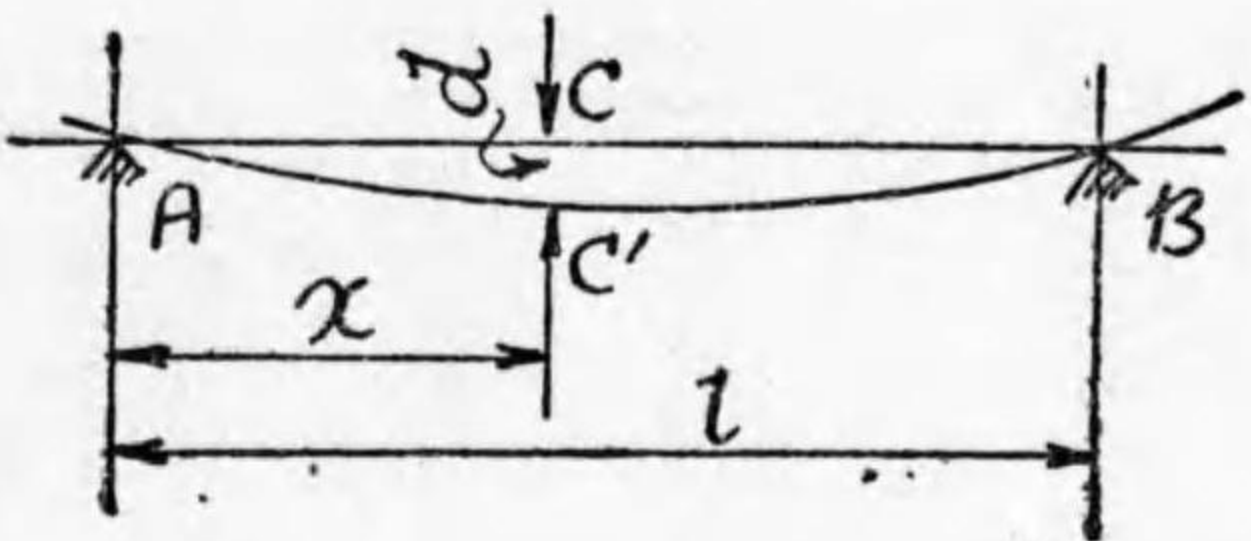
$E$  = 材料の彈性係數

$d$  = 任意の點の撓度

$d_0$  = 桁の最大撓度

とし  $E$  及び  $I$  を桁の全長に亘つて常數と假定すると、 $Q$  なる單一集中荷重を蒙る場合 (第一七一圖丁) には

第一八八圖



$$\begin{aligned} d &= \frac{Q(l-a)}{6EI} [a(2l-a)x - x^3] & 0 \leq x \leq a \\ &= \frac{Qa}{6EI} [(l-a)(l+a)(l-x) - (l-x)^3] & a \leq x \leq l \\ &= \frac{Qa^2(l-a)^2}{3EI} & x = a \end{aligned} \quad \dots (315)$$

$$d_0 = \frac{Ql^3}{48EI} = \frac{8Ql^3}{384EI}, \quad x = a = \frac{l}{2}$$

荷重が二つ以上の時はその各に就て (315) 式を適用すればよい。  
 $q$  なる等布荷重が桁の全長に亘る時 (第一七一圖乙) は

$$d = \frac{q}{24EI} x(l-x)(l^2 + lx - x^2) \quad \dots (316)$$

$$d_0 = \frac{5ql^4}{384EI}, \quad x = \frac{l}{2}$$

(ロ) 突桁の撓度  $Q$  なる單一集中荷重を受ける場合 (第一七五圖丁) には

$$\begin{aligned} d &= \frac{Q}{6EI} x^2(3a-x) & 0 \leq x \leq a \\ &= \frac{Q}{6EI} a^2(3x-a) & a \leq x \leq l \\ &= \frac{Qa^3}{3EI} & x = a \\ d_0 &= \frac{Q^3}{3EI} = \frac{128Ql^3}{384EI}, & x = a = l \end{aligned} \quad \dots (317)$$

$q$  なる等布荷重を桁の全長に受ける場合 (第一七五圖乙) には

$$\begin{aligned} d &= \frac{q}{24EI} x^2(6l^2 - 4lx + x^2) & \dots (318) \\ d_0 &= \frac{ql^4}{8EI} = \frac{48ql^4}{384EI}, & x = l \end{aligned}$$

(ハ) 一定端と一支持とを有する桁の撓度  $Q$  なる單一集中荷重を支へる場合 (第一七三圖丁) には

$$d = \frac{Q(l-a)x^2}{12EI^3} [3la(2l-a) - (2l^2 + 2la - a^2)x] \quad 0 \leq x \leq a$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{Qa^2}{12EI} (l-x)[3l^2(l-a) - (3l-a)(l-x)^2] \quad a \leq x \leq l \\
 &= \frac{Q}{12EI} a^2 (l-a)^2 (4l-a) \quad x=a \\
 d_0 &= \frac{47Ql^3}{4,800EI} = \frac{3.8Ql^3}{384EI}, \quad x=a=0.586
 \end{aligned} \tag{319}$$

全長に亘りなる等布荷重を受ける時(第一七三圖(乙))は

$$\begin{aligned}
 d &= \frac{q}{48EI} x^2(l-x)(3l-2x) \\
 d_0 &= \frac{13ql^4}{2,400EI} = \frac{2.1ql^4}{384EI}, \quad x=0.5785l
 \end{aligned} \tag{320}$$

(二) 兩定端を有する桁の撓度  $Q$  なる單一集中荷重を支へる場合(第一七四圖(丁))には

$$\begin{aligned}
 d &= \frac{Q(l-a)^2}{6EI} x^2[3la - (l+2a)x] \quad 0 \leq x \leq a \\
 &= \frac{Qa^2}{6EI} (l-x)^2[3l(l-a) - (3l-2a)(l-x)] \quad a \leq x \leq l \\
 &= \frac{Q}{3EI} a^3 (l-a)^3 \quad x=a \\
 d_0 &= \frac{Ql^3}{192EI} = \frac{2Ql^3}{384EI}, \quad x=a=\frac{l}{2}
 \end{aligned} \tag{321}$$

全長に亘りなる等布荷重を受ける場合(第一七四圖(乙))には

$$\begin{aligned}
 d &= \frac{q}{24EI} x^2(l-x)^2 \\
 d_0 &= \frac{ql^4}{384EI}, \quad x=\frac{l}{2}
 \end{aligned} \tag{322}$$

(ホ) 一般の桁の撓度 第一八八圖に於てA'B'曲線の任意の點Cに於ける曲率半徑 (radius of curvature) を  $R$  (曲率半徑と言ふのはA'B'曲線をCの附近に於て一つの圓と考へた場合に於けるその圓の半徑) とし、又Cに於けるA'B'曲線への切線 (tangent) とAB直線との間の角を  $\theta$  とすると、桁の撓曲率  $m$  と  $R$ 、 $\theta$ 、 $d$  の間に次の關係がある。

$R$  = 曲率半徑

$\tan \theta$  = 傾斜角 (inclination)

$d$  = 撓度

$$\frac{1}{R} = -\frac{m}{EI}$$

$$\tan \theta = \int \frac{m}{EI} dx$$

$$d = \int \int \frac{m}{EI} dx, dx$$

$\frac{1}{R}$  を名づけて曲線の曲率 (curvature) と言ひ  $R$  を半徑とする圓を曲率圓 (circle of curvature) と呼ん

であるが、此等の詳論は數學に譲る。(315)乃至(322)式はその各の場合に就て(323)式の第三式を適用して積分した結果に外ならないのである。(323)式は之を一般の桁に應用する事が出来る。  
 猶(315)乃至(322)式を通覽すると單一集中荷重による最大撓度と全長に亘る等布荷重による最大撓度とは、夫々次の如き式で表はし得る事が分る。

$$d_0 = C_1 Q l^3, \quad d_0 = C_2 q l^4 = C_3 Q l^3, \quad Q = q l \quad \left. \begin{array}{l} x=a \\ \end{array} \right\}$$

此の $C_1, C_2$ を桁の最大撓度係數と呼ぶと、その値は次表の如し。

第三三表

桁の最大撓度係數

桁の種類	兩端状態	集中荷重		等布荷重	
		$x=a$	$d_0$ の比較	$x$	$d_0$ の比較
單 桁	兩 支 端	0.57	8.0	0.57	5.0
突 桁	一 定 放 端	7	128.0	7	48.0
逆 桁	一 定 支 端	0.5867	3.8	0.5797	2.1
			$\frac{8}{384}$		$\frac{5}{384}$
			$\frac{128}{384}$		$\frac{48}{384}$
			3.8		2.1

逆 桁	兩 定 端	0.57	$\frac{2}{384}$	2.0	0.57	$\frac{1}{384}$	1.0
-----	-------	------	-----------------	-----	------	-----------------	-----

要するに桁の撓度は荷重 $Q$ 及び徑間の三乗 $l^3$ に正比例し斷面慣性率 $I$ 及び彈性係數 $E$ に反比例するのである。

(2)鐵筋混凝土の撓度 前節には一般の桁の撓度を論じたのであるが之を鐵筋混凝土に應用しようとする場合には $E$ 及び $I$ の値を算定すればよい。 $I$ は鐵筋混凝土の合成慣性率(第八編第五章第(1)節)であるから中立軸に對する混凝土(抗壓)の慣性率を $I_1$ 鐵筋のそれを $I_2$ とすれば

$$I = I_0 = I_1 + nI_2$$

例へば單鐵筋矩形桁に於ては

$$I_1 = \frac{ba^3h^3}{3}, \quad I_2 = A(1-a)^2h^2, \quad \therefore I = \frac{ba^3h^3}{3} + nA(1-a)^2h^2$$

複鐵筋矩形桁に於ては

$$I_1 = \frac{ba^3h^3}{3}, \quad I_2 = A(\alpha - \beta)^2h^2 + A(1-\alpha)^2h^2, \quad \therefore I = \frac{ba^3h^3}{3} + nA(\alpha - \beta)^2h^2 + nA(1-\alpha)^2h^2$$

丁字桁に於て中立軸が突縁部にある時は矩形桁に就て求めた上の公式の $b$ の代りに $B$ (突縁幅)を置換へればよい。中立軸が幹部にあり、幹部の應壓力を無視する場合には

$$I_1 = Bt \left[ \frac{t^2}{12} + \left( ah - \frac{t}{2} \right)^2 \right], \quad I_2 = A(1-\alpha)^2h^2, \quad I = Bt \left[ \frac{t^2}{12} + \left( ah - \frac{t}{2} \right)^2 \right] + nA(1-\alpha)^2h^2$$

幹部の應壓力を無視せざる場合には

$$I_1 = Bt \left[ \frac{t^2}{12} + \left( ah - \frac{t}{2} \right)^2 \right] + \frac{b}{3} (ah - t)^3, \quad I_2 = A(1 - \alpha)^2 h^2, \quad I = Bt \left[ \frac{t^2}{12} + \left( ah - \frac{t}{2} \right)^2 \right] + \frac{b}{3} (ah - t)^3 + nA(1 - \alpha)^2 h^2$$

その他の断面の桁に就ては第八編第五章第(2)節乃至第(4)節、第十二編第二章第(7)節に示した諸公式によつて  $I_1, I_2$  従つて  $I$  の値を算出する事が出来る。但し斯の如くにして算出したる  $I$  の値は混凝土の應張力を全然無視したものであるから實際の鐵筋混凝土の  $I$  よりは多少小さく出るのが當然であつて、此の  $I$  を用ひて算出した撓度  $d$  は實際の撓度よりは多少大きい結果を示すであらう。

次に弾性係數  $E$  であるが、之は次の如く假定するのが普通である。

$E_1$  = 混凝土の彈性係數

$E_2$  = 鐵筋同上

$A_1$  = 混凝土の斷面積

$A_2$  = 鐵筋同上

$n = \frac{E_2}{E_1}$  = 彈性比

$p = \frac{A_2}{A_1}$  = 鐵筋比

$$E = E_1 + n \frac{E_2 A_2}{A_1} = E_1 + E_2 p \dots \dots \dots (321)$$

但し以上の公式を用ひて計算した撓度の値は種々の假定の結果、實際とは多少の相違を生ずる事勿論であ

る。

計算例 第八編第二章第一五表に於て  $f = 15000, \sigma = 500, \sigma = 50$  と取つた場合の單位幅矩形桁を有効深一二吋、徑間二〇呎、兩定端を有するものとして此の桁が安全に支へ得る全長等布荷重及び桁の最大撓度を見出せ。

此の桁の抵抗率は第一五表から  $M = 127,900 \text{ ft} \cdot \text{lb}$

兩定端ではあるが鐵筋混凝土桁であるから部分的固定端と見做して最大彎曲率は

$$m = \frac{1}{10} q l^2 = \frac{1}{10} 20^2 \times 12 \times q = 480q$$

$$m = M, \quad q = \frac{127,900}{480} = 266 \text{ lb/ft}$$

桁の絶縁を二吋とすると總深一四吋となり自重は

$$g = 150 \times \frac{14^3}{12} = 175 \text{ lb/ft}, \quad \therefore q - g = 91 \text{ lb/ft}$$

故に此の桁は每平方呎九一呎の活荷重を支へ得るのである。

次に桁の惰性率  $I$  を求めるには  $a = \frac{1}{3}, A = 0.800$  とし

$$I = \frac{1}{3} \times 12 \times \left( \frac{1}{3} \right)^3 \times 12^3 + 15 \times 0.800 \times \left( 1 - \frac{1}{3} \right)^2 \times 12^2 = 1,024 \text{ in}^4$$

又彈性係數  $E$  は  $E_1 = 2,000,000, E_2 = 30,000,000$  と假定し且つ第一四表から  $p$  を求め (324) 式を用ひ

$$p = 0.00556, \quad \therefore E = 2,000,000 + 30,000,000 \times 0.00556 = 2,167,000$$

兩支端の時の最大撓度係數は  $\frac{5}{384}$  兩定端の場合のそれは  $\frac{1}{384}$  であるから、此の場合にはその平均値を

取るものとする。

$$d_0 = \frac{3}{384} \cdot \frac{266 \times 20^4 \times 12^3}{1,024 \times 2,167,000} = 0.259'' = \frac{1}{4}$$

此の撓度は径間長の約九三〇分の一に當る。

桁の径間が一定せる場合の撓度は前述の如く理論的に荷重に正比例し断面惰性率に反比例するから、幅と厚さとが一定せる矩形桁に於ては抗張鉄筋及び抗壓鉄筋の増大すると共に撓度は減少し、幹部の幅、厚さ及び鉄筋量が一定せる丁字桁に於ては突縁部の幅の増大すると共に撓度が減少する。此等の結果は實驗上からも明かに立證せられてゐるのであつて、次に二、三の實驗の結果を示さう。第三四表はアール、エル、ハンフレー及びエル、エッチ、ロツスの實驗であつて、桁は長さ一三呎、幅八吋厚さ一一吋、之を一二呎径間の單桁として、荷重は径間の三分の一の點に全荷重の二分の一づつを懸けたのである。鉄筋（抗張）量と撓度との關係を示す。

第三四表

單鐵筋矩形桁の撓度の實驗 (吋)

全荷重 (噸)	鐵筋比 (%)					
	0.49	0.74	0.98	1.11	1.30	1.54
5,000	0.240	0.158	0.096	0.106	0.092	0.088
6,000	0.320	0.220	0.155	0.142	0.124	0.114
						0.100

7,000	0.284	0.203	0.184	0.165	0.146	0.130
8,000	0.346	0.243	0.222	0.204	0.179	0.160
9,000		0.288	0.261	0.244	0.213	0.191
10,000		0.335	0.302	0.287	0.248	0.224
12,000		0.450	0.394	0.370	0.320	0.290
14,000			0.456	0.394	0.356	
16,000				0.470	0.422	
18,000					0.495	

第三四表の値は勿論自重撓度をも含むのである。以下同様。第三五表はパツハの實驗であつて桁の径間は三米、鐵筋として徑三吋鋼四本を挿入したものを使用し、荷重は全荷重の二分の一づつを径間の三分の一の點にかけたのである。丁字桁の突縁部の幅と撓度との關係を示す。

第三五表  
丁字桁の撓度の實驗 (吋)

全荷重 (噸)	矩形桁 18cm x 25cm	丁字桁, 桁厚 25cm, 幹部の幅 18cm		
		突縁幅 48cm	75cm	100cm
4,000	0.269	0.180	0.119	0.107

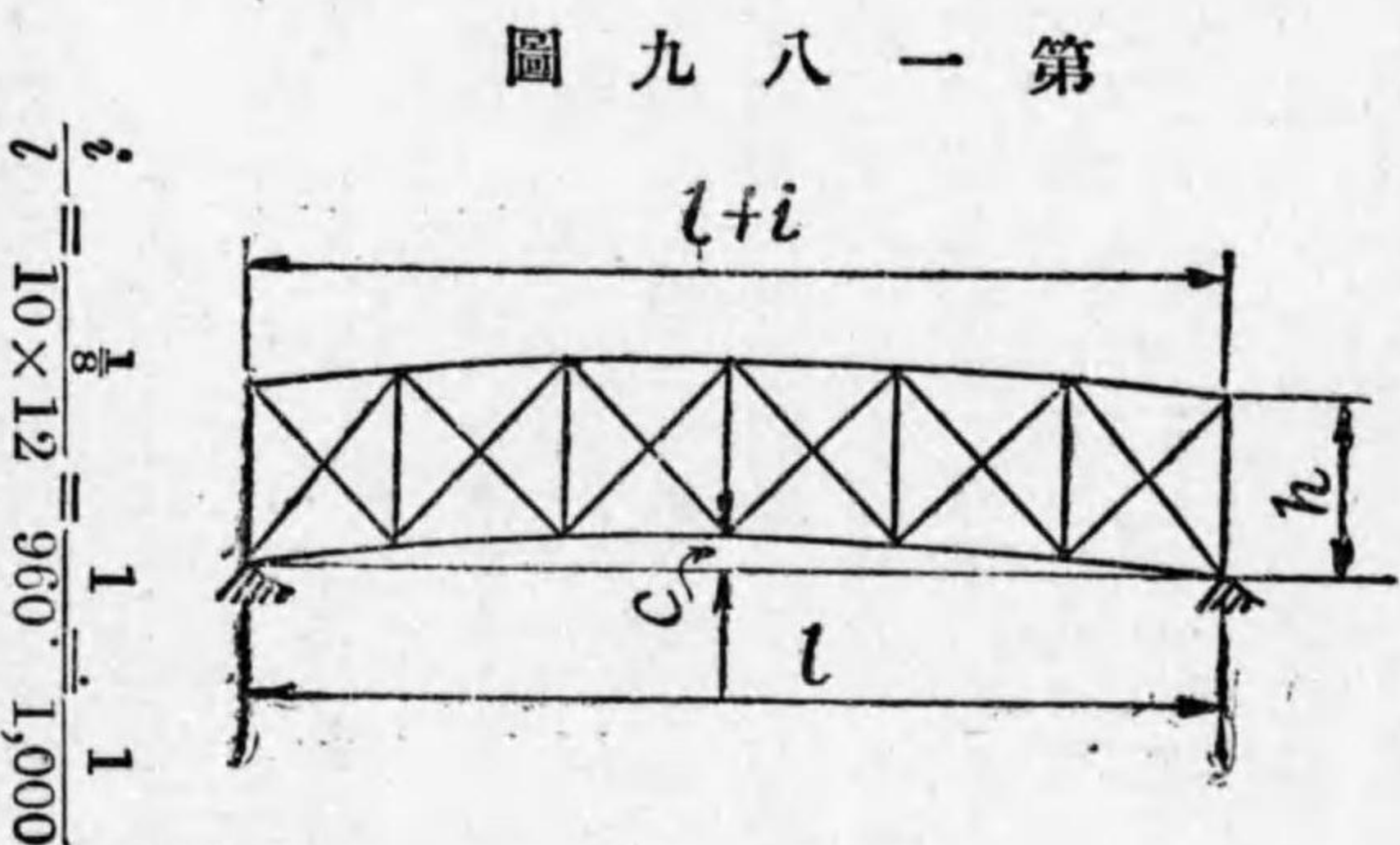
8,000	0.955	0.450	0.279	0.246
12,000		0.935	0.478	0.409
16,000			0.737	0.597
20,000			1.186	0.892
24,000				1.382

第三六表は同じくバツハの實驗で桁は徑間三米、斷面  $18\text{cm} \times 25\text{cm}$  の矩形とし、抗張鐵筋として徑三樫丸鋼四本を使用したもので、荷重は前同様二分の一づつを徑間の三分の一の點に懸ける。抗壓鐵筋量と撓度との關係を示す。

第三六表 複鐵筋矩形桁の撓度の實驗(樫)

全荷重 (斤)	抗壓鐵筋比 (%)		
	0	0.4	1.58
2,000	0.117	0.107	0.097
4,000	0.302	0.259	0.218
6,000	0.650	0.467	0.363
8,000		0.757	0.533
10,000			0.729
			1.58 <sup>▲</sup>

表中 $\Delta$ を附けたのは彈性限度の高 $i$ 鋼 (high elastic limit steel) を使用したものである。  
 (3) 桁橋の反り 橋梁に反り (camber) を附ける目的は畢竟、最大荷重を受けたる場合にも猶、橋桁下端が兩端を連ぬる水平線以下に垂下 (sag) しないためと、一方から言へば美觀のためとであつて、應力には何等の關係をも有しないとするのが通例である。第一八九圖に於て



第一八九圖

$l$  = 徑間  
 $h$  = 橋梁の高さ  
 $c$  = 反り  
 $i$  = 結構に於ける上弦材の長さ と 下弦材の長さとの差  
 とすると木橋に於ては普通

鋼板橋 (steel plate girder) に於ては

$$c = \frac{l}{200} \text{ 乃至 } \frac{l}{500} \dots\dots\dots (325)$$

$$c = \frac{l}{1,000} \text{ 乃至 } \frac{l}{2,000} \dots\dots\dots (326)$$

鋼構橋に於ては  $c$  の値を幾許と定めないうで上弦材の長さを下弦材の長さより  $i$  だけ長くして置く。而して  $i$  の値は下弦材の每一〇呎に付き八分一吋、即ち

と取るのが慣例であるが此の時の $c$ の値は

$$c = \frac{2l}{3h} \dots\dots\dots (327)$$

今  $i = \frac{l}{1,000}$ ,  $\frac{l}{h} = 8$  と取つて見ると  $c = \frac{l}{1,000}$  となるのである。鐵筋混凝土桁橋に於ても此等の公式を參酌して反りを附けるのであるが、美觀の上から言へば反りの大きい方が望ましく、普通徑間の二〇〇分の一位に取ればよからう。反りの曲線は拋物線又は圓弧に作るが、斯の如き扁平拋物線に於ては拋物線も圓孤も殆んど同一形狀を取るものと見て差問へない。

(4) 丁字桁の經濟的厚 丁字桁橋に於ては桁の厚さを幾許に取つたのが經濟的であるか。又桁と桁との間隔を幾許にすれば最も經濟的であるかと言ふ問題に出會ふ。桁の間隔は版即ち突縁の強度の方から定めるのであつて、第九編第二章第(3)節にも二、三の標準が與へてある。桁の有効深の最小限は(12)式(7)の代りにBを用ひ(31)式(4)式の各第二式の與ふる値に取るのであるが、此の値より大なる範圍に於て $h$ を決定するのが經濟的である。即ち $h$ を増せば増す程鐵筋量を減少する事を得るからであつて經濟的有效深は次式によつて算出せられる。

- $h$  = 有効深
- $t$  = 突縁厚
- $f$  = 鐵筋許容應張力強度
- $b$  = 幹部幅
- $m$  = 桁の彎曲率

$c$  = 混凝土單價に對する鐵筋單價の比

$$= 37-75, \text{ 普通 } 60$$

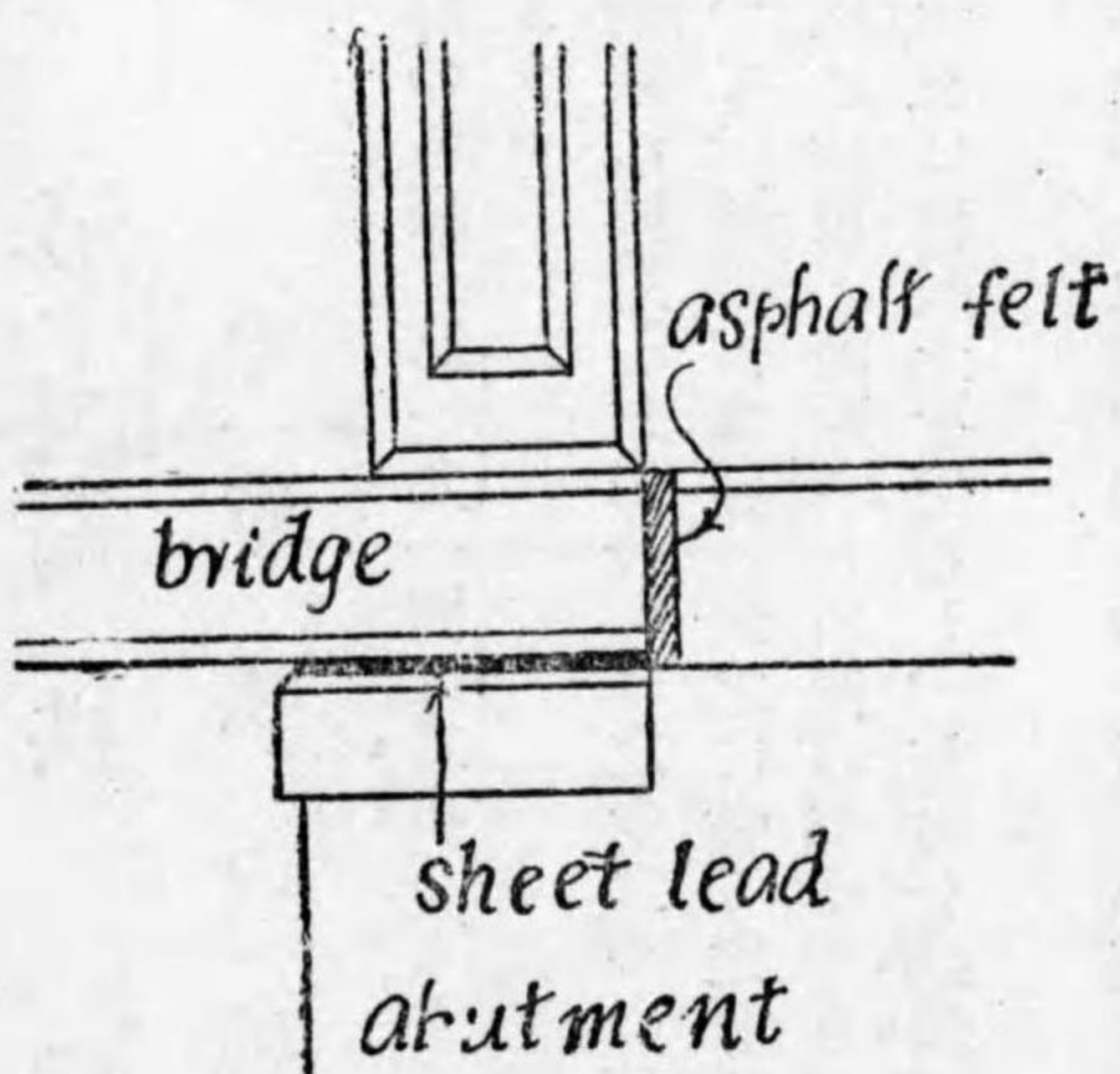
$$h - \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{cm}{fb}} \dots\dots\dots (328)$$

實例によれば、桁の有効深 $h$ を幹部幅 $b$ の二倍乃至三倍に取るのが通例であつて、極めて大きい桁にあつては四倍位に取る事もあるが、通行又は航運などの必要によつて制限せらるゝ場合には二倍より小さくする事もある。又同じく實例に徴するに丁字桁の厚さを桁の經間 $l$ の  $\frac{1}{10}$  乃至  $\frac{1}{12}$  に取るのも一つの標準である。若し  $\frac{1}{12}$  を取る場合には吋で表はした $h$ の數値と呎で表はした $h$ の數値とが同一だと言ふ事になり、 $l = 30'$  ならば  $h = 30''$  と擇ぶのである。

(5) 伸縮接合 橋梁の伸縮接合の目的は溫度應力を輕減して混凝土に龜裂を生ぜざらしめるにある。之にはター、ペーパー (tar paper) アスファルト、フェルト (asphalt felt) 又は鉛鉛 (sheet lead) の如きものを用ひて桁と橋臺又は橋脚との間を絶縁すると共に、溫度の變化に伴ふ自由伸縮に對する摩擦抵抗を輕減するのが普通であつて、第一九〇圖はアスファルト、フェルト及び鉛鉛を用ひた伸縮接合の一例である。

欄干が橋上から橋脚又は橋臺上に連亘する場合には、之にも伸縮接合の必要がある。その一例は第十一編第二章の第一一〇圖に示してあるが、伸縮接合は凡て斯の如き原理によつて隱匿して置くのがよい。

第一九〇圖





# 第十四編 拱 橋

## 第一章 拱 の 總 論

(1) 拱各部の名稱 第一九一圖は石拱 (voussoir arch) を示したものであるが、此の圖に就て拱各部の名稱を説明しよう。

(イ) 拱を橋梁に使用した場合には之を二つの部分に大別する。その一は石又は煉瓦を以て曲線狀に積立てた部分であつて、圖の  $ACB$  が之に當り之を拱環 (arch ring) と言ふ。

(ロ) その二は拱環と路面  $DE$  との間の部分であつて之を拱側 (spandrel) と呼ぶ。拱側は表面を石工で作り中埋めには土又は混凝土を使用し、前者を拱側壁 (spandrel wall) 後者を拱側裏込 (spandrel filling) と名づける。

(ハ)  $AB$  の中點  $O$  の軌跡、即ち  $O$  を通り圖面に直角の方向の直線を名づけて拱軸 (arch axis) と言ふ。

(ニ) 拱環をなす曲線の頂點  $C$  を名づけて拱頂 (crown) と言ふ。

(ホ) 拱環をなす曲線の兩端  $A, B$  を起拱點 (springing) と言ひ、起拱點の軌跡 (locus) 即ち  $AB$  を通つて圖面に直角 (拱軸に平行) の直線を起拱線 (springing line) と言ふ。

(ヘ)  $AB$  の距離を拱の徑間 (span) と稱する。

(ト)  $CO$  の距離、換言すれば起拱點と拱頂との間の鉛直距離を拱矢 (rise) と言ふ。

(チ) 拱環を構成する石を拱石 (voussoir) と言ひ、拱は要するに各拱石の應壓力によつて相互的に鈞合つてゐるのであつて、此の意味から拱の事を一名追持と言ひ拱石の事を追石と言ふ。

(リ) 拱石の内、拱頂に位するものを樞石 (key stone) と呼ぶ。

(ヌ) 拱石の内、起拱點に位するものを起拱石 (springer) と言ふ。樞石、起拱石ともに稍大型の石を使用するのである。

(ル) 拱環の兩端面を拱坐 (skew back) と稱す。

(ヲ) 拱脚 (arch pier) 又は拱臺 (arch abutment) に於て拱環を支へる石を拱坐石 (skew back stone) と言ふ。

ワ) 拱環内面の曲線を拱腹線 (intrados) と言ひ、拱腹線の軌跡即ち拱環内面を拱腹 (soffit) と言ふ。

カ) 拱環外面の曲線を拱背線 (extrados) と言ふ。

(ヨ) 拱環に於て樞石から起拱石に至る中間の部分の拱腰 (haunch) と呼ぶ。

(2) 拱の種類

(甲) 用途による分類

橋拱 (bridge arch)

屋背拱 (roof arch)

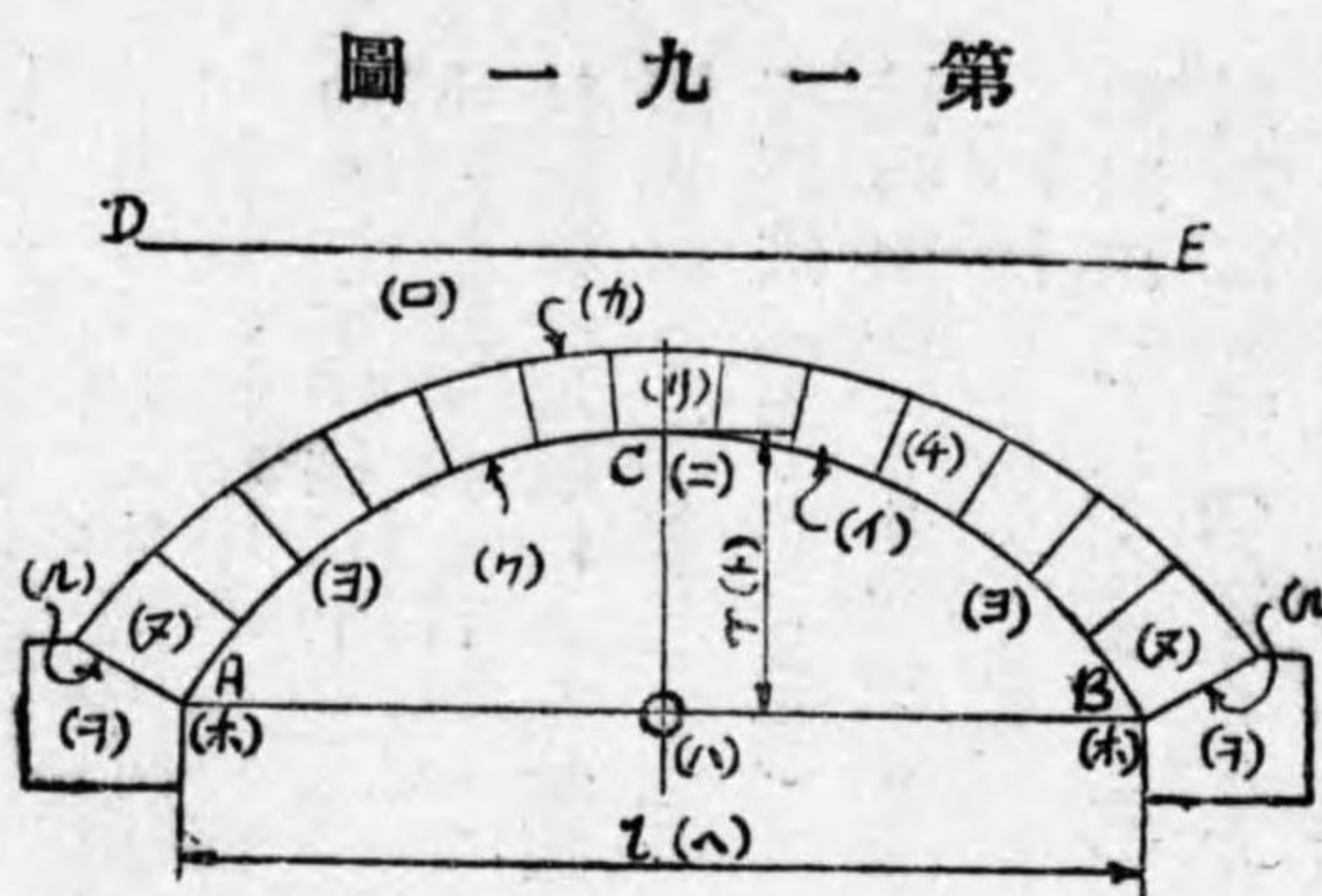
前者は原則として鉛直荷重を蒙るもので、暗渠や隧道の拱も亦此の部に屬する。後者は自重による鉛直荷重と風壓による水平荷重とを蒙るのである

(乙) 形狀による分類

正拱 (right arch)

斜拱 (skew arch)

十字拱 (groined arch)



第一九一圖

蝙蝠拱 (cloistered arch)  
圓頂拱 (dome arch)

此の中正拱は拱橋中心線が河岸又は拱軸に直交する場合を言つたので、東京の日本橋の如きがその例であり、斜拱は拱橋中心線が河岸又は拱軸に斜交する場合で東京の外濠に架けた新常磐橋、鍛冶橋の如きがそれである。十字拱以下の三つは屋背拱であつて、兩國國技館の如く屋根頂點を中心にして凡ての方向に拱をなすものは圓頂拱と言ふのである。

(丙) 拱腹線の形狀による分類

圓弧拱 (segmental arch)  
橢圓拱 (elliptic arch)  
拋物線拱 (parabolic arch)  
三心拱 (basket-handle or three-centred arch) 又は馬蹄拱 (horse shoe arch)  
螺線拱 (helicoïdal arch)  
對數曲線拱 (logarithmic arch)

此の中圓弧拱の中心角が一八〇度になれば半圓拱 (semi-circular arch) と言ふのである。三心拱は三個の中心によつて畫いた圓弧から合成せられたものを言ひ、最後の二つは斜拱に對して用ひらるゝ形狀である。

(丁) 鉸數による分類

無鉸拱 (hingeless arch)  
雙鉸拱 (two-hinged arch)  
三鉸拱 (three-hinged arch)

鉸と言ふのは蝶番金物の事である。兩起拱點に鉸を用ひたのが雙鉸拱であつて、兩起拱點と拱頂とに鉸を用ひたのが三鉸拱である。此の中最後の三鉸拱は普通の靜力學の原理によつて解き得るものであるが、無鉸拱と雙鉸拱とは所謂靜力學上不定構造 (statically indeterminate structures) である。

(戊) 材料による分類

石工拱 (masonry arch)  
鐵筋混凝土拱 (reinforced concrete arch)  
鋼拱 (steel arch)  
木拱 (wooden arch)

最初の石工拱は石、煉瓦、普通混凝土を使用したもので、此の中石及び煉瓦を材料とするものを特に石拱 (voussoir arch) と言ふのである。二重橋や日本橋は石拱の例、新常磐橋は鐵筋混凝土拱の例、萬世橋は鋼拱の例である。

(己) 拱肋による分類

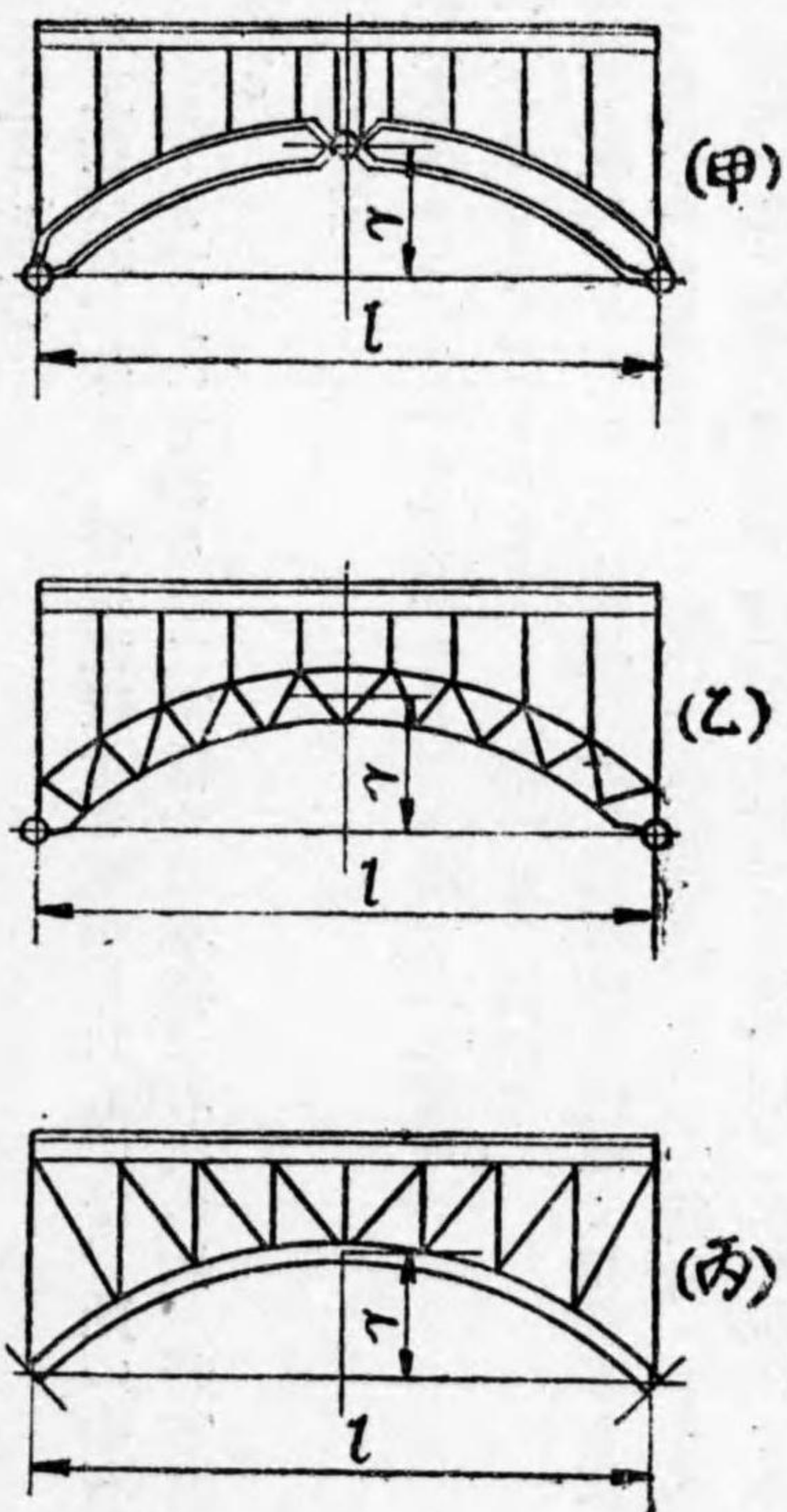
充肋拱 (solid arch, full-webbed arch) (第一九二圖甲)  
開肋拱 (open arch, braced arch) (第一九二圖乙)

之は鋼拱に就て言つたので、鋼拱に於ては石拱の拱環に相當する部分を拱肋 (arch rib) と稱し、拱肋が充腹材 (full-webbed member) なる時は之を充肋拱と言ひ、綾材 (braced member) なる時は之を開肋拱と言ふのである。猶第一九二圖の甲は同時に三鉸拱であり、同乙は雙鉸拱である。

(庚) 拱側構造その他による分類

充側拱 (solid spandrel arch)

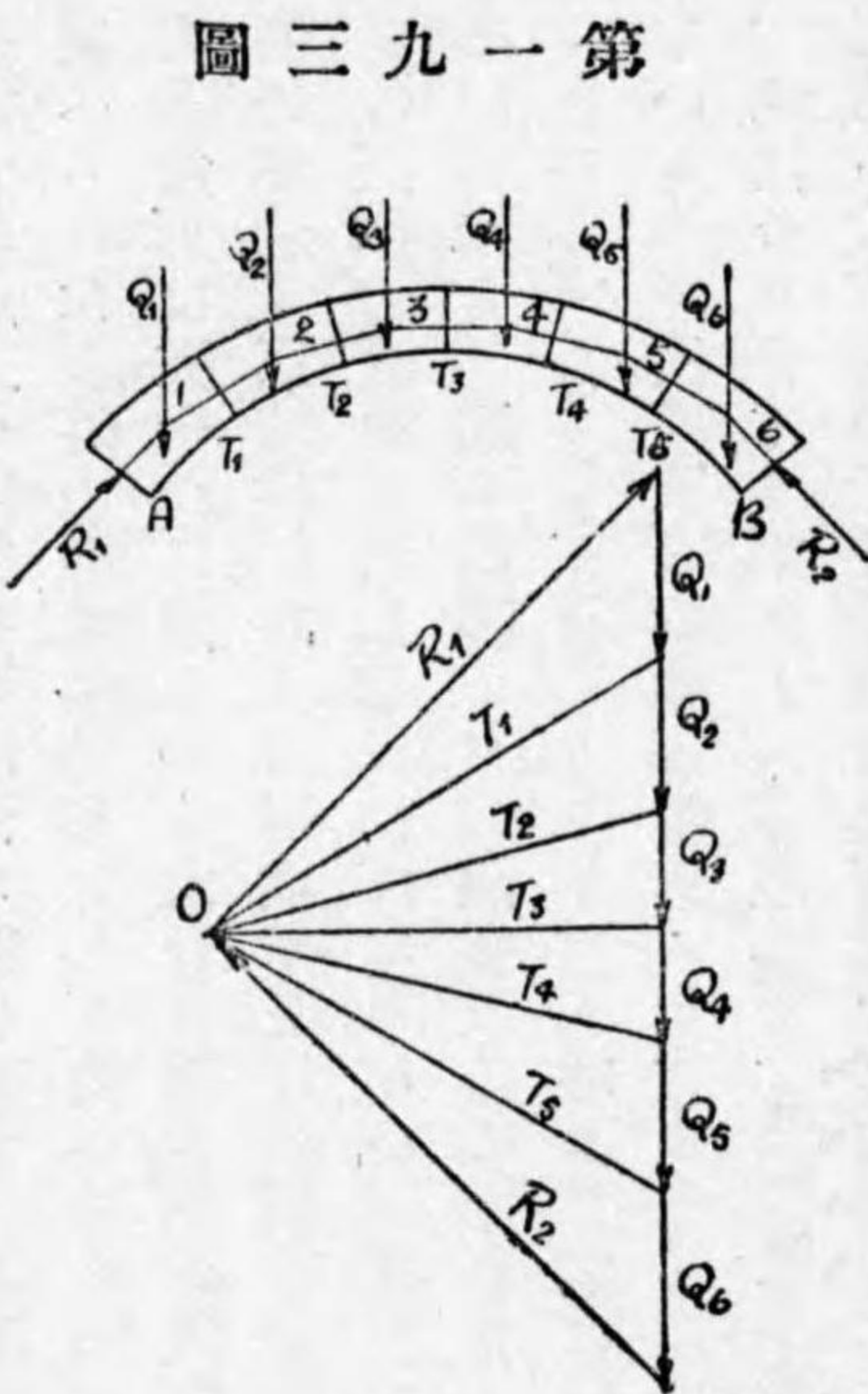
開側拱 (open spandrel arch) 構側拱 (spandrel braced arch) (第一九二圖丙)



如き拱に於ては路床を支へるために別に構造物を設けなければならぬのである。第一九二圖丙は無鉸拱の一例を示す。

(3) 拱の壓力線 拱環又は拱肋に加はる荷重は、活荷重、路床重量、拱側(壁又は裏込)重量、拱環又は拱肋自重などであるが、此等荷重の合力を  $SQ$  で表はすと  $SQ$  は一般に拱坐に於ける反力  $R_1 R_2$  と釣合ふ事になる。而して  $SQ$  が鉛直に働く場合には普通の桁に於ては  $R_1 R_2$  の方向も亦鉛直であつて唯  $SQ$  は下方に働き  $R_1 R_2$  は上方に働くだけの相違であるが、拱に於ては假令  $SQ$  が鉛直に働いても  $R_1 R_2$  の方向は一般に鉛直線と或る角をなすのである。但し此の場合に於ても勿論  $SQ R_1 R_2$  の三力は釣合つてゐるのであるから此等三力の力多角形 (force polygon) は閉多角形でなければならぬのは勿論である。換言すれば  $SQ$  は之を  $R_1 R_2$  と同一の大きさ、働線及び反對の方向を有する二つの分力に分解し得る事になる。此等の分力を名づけて拱推力 (arch thrust) と呼ぶ。此の推力は拱端に働くものであるから之を拱端推力 (end thrust) と言ふ。同理によつて拱環又は拱肋の一部分に働く荷重の合力はその兩端に於ける推力と釣合ひ此等の推力の相互作用によつて拱の安定が保たれるのである。拱頂に働く推力を拱頂推力 (crown thrust) と言ふ。

第一九三圖は石拱を示したものであるが拱環  $AB$  を 1 2 ..... 6 の拱石 (voussoir) に分割して見るとその中の一つ例へば 3 の拱石は此の拱石に働く荷重  $Q_3$  及びその兩端繼目に働く推力  $T_2 T_3$  と釣合て居るから  $Q_3 T_2 T_3$  は力の三角形を形作る。0 はその極 (pole) である。他の拱石に就ても同様であつて、結局  $SQ$  と拱端推力又は反力  $R_1 R_2$  とが力の三角形を形作る事になる。  $R_1 T_1 T_2$  .....  $T_5 R_2$  は 0 を極とする力多角形に對する索多角形 (kinematical polygon) と呼ばれる。拱石 1 2 ..... 等は必ずしも實際の拱石の寸法によつて分割するを要せず、計算上便利な寸法に適宜に分割すればいゝのであるが、拱環を此等の假定拱石に分割するその數が増大すればする程前記の索多角形は漸次圓滑な曲線に接近してゆく。此の曲線(實際は拱石の數を有限に取るから多角形として取扱ふ)を拱の抵抗力線 (line of resistance) 又は壓力線 (line of pressure) と呼ぶ。拱の解法は要するに此の抵抗力線を求むる問題に歸着するのであるが、拱の抵抗力線は次の二條件の一を満足するに非ざる



圖三九一第

第一章 拱の總論

限り之を決定し能はないのである。即ち

(イ) 拱推力又は反力の中任意の一つの大きさ、方向及び働點を知る場合。

拱推力  $T_1, T_2, \dots$  反力  $R_1, R_2$  の中何れか一つの大きさ、方向及び働點が分つて居れば第一九三圖の如き力多角形及び索多角形(抵抗力線)を求める事が出来る。

(ロ) 抵抗力線が三つの與へられたる點を通過する場合。

與へられたる外力の索多角形をして與へられたる三點を通過せしめる事は圖式力學上可能であり、斯の如き索多角形は唯一つに限るから求むる壓力線が決定せられる事になる。(後述)

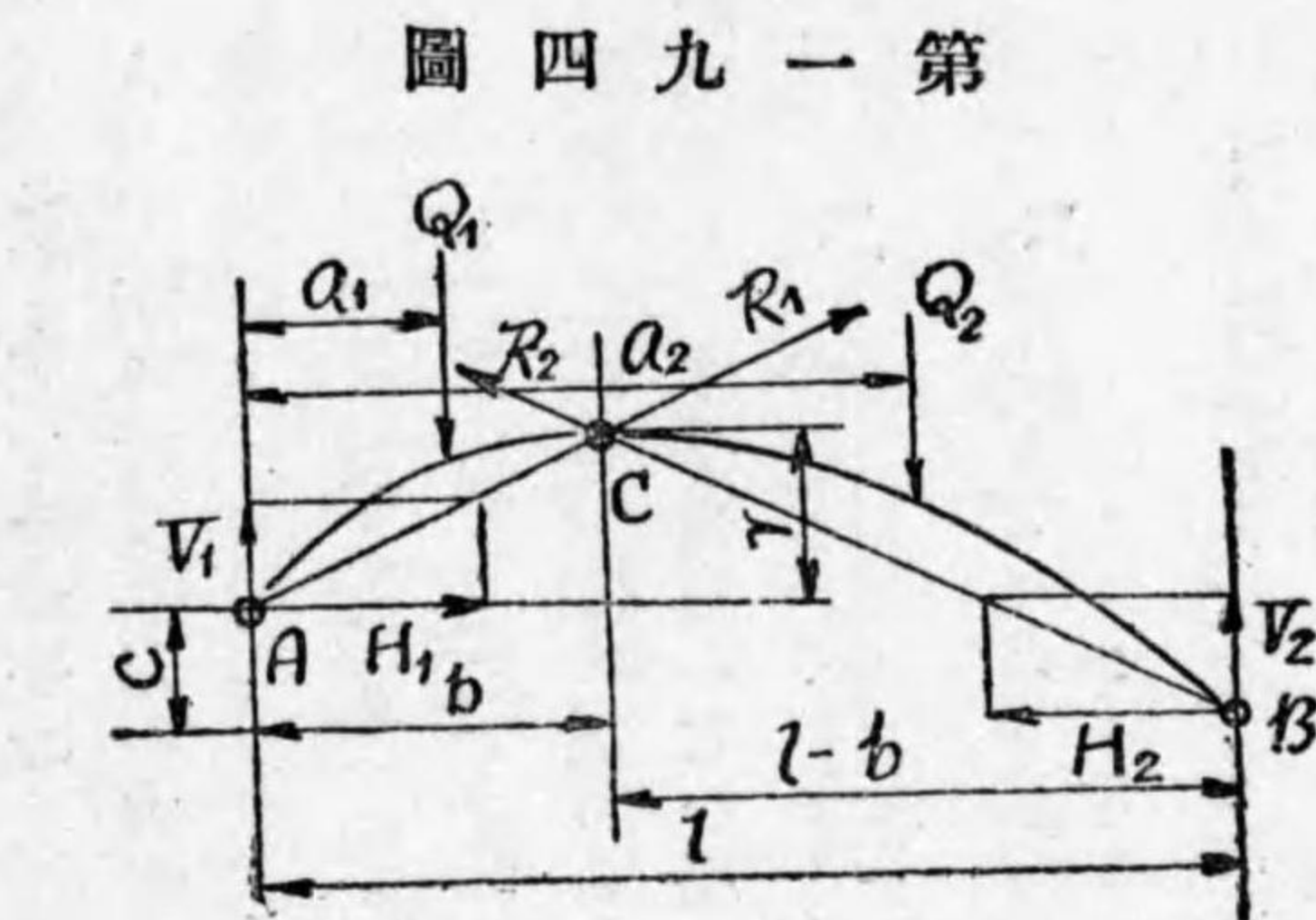
(4) 拱の解法 三鉸拱の時には兩拱坐及び拱頂に於ける鉸の點に於ては彎曲率が零であるから抵抗力線は是非共此等三個の鉸を通過しなければならぬ。従つて此の場合には通例の靜力學上の原理によつて解法を求める事が出来る。即ち前節の(ロ)に該當するのである。此の意味に於て三鉸拱を靜力學上定構造、略して靜定構造 (statically determinate structure) と呼ぶ。之に反して雙鉸拱や無鉸拱は普通の靜力學の原理からは解き能はないもので拱環又は拱肋の變形 (deformation) と言ふものを研究して所謂彈性理論 (elastic theory) により、或はカステイリアノー (Castigliano) の最小働の原理 (principle of least work) を應用して解法を求めるのである。従つて雙鉸拱や無鉸拱を靜力學上不定構造、略して不靜定構造 (statically indeterminate structure) と呼ぶ。

以上は拱材料の如何に係らず何れに對しても同様に成立する理論であるが、特に石拱 (voussoir arch) に對しては無鉸拱として彈性理論によつて之が解法を求め得る外、最小拱頂推力の原理 (principle of least crown thrust) によつて之を解く場合も少くない。何れにしても問題を前節の末段に示した(イ)又は(ロ)の何れかの場合に歸せしめるのであるが、次章に於て此等の理論を一通り紹介して置く。

## 第二章 拱の理論

(1) 三鉸拱の理論 三鉸拱は前述の通り靜定構造であるからその抵抗力線従つて應力を簡單に求め得る。凡て拱に於ては兩起拱點に於ける反力  $R_1, R_2$  の大きさ、方向及び働點の位置が決定せらるれば問題は解決するのであるが、實際は  $R_1, R_2$  の中何れか一つの大きさ、方向及び働點が決定すれば他は索多角形の作圖によつて之を決定する事が出来るから、結局前章第(3)節(イ)の場合に歸着するのである。

第一九四圖を非對稱三鉸拱 (asymmetric three-linged arch) とし



圖四九一第

- $l$  = 徑間
- $r$  = 拱矢
- $Q_1 = AC$  の部分に加はる集中荷重
- $Q_2 = BC$  同上
- $a_1 = A$  端より集中荷重  $Q_1$  に至る距離
- $a_2 =$  同  $Q_2$  に至る距離
- $b = AC$  の水平距離
- $l-b = BC$  同上
- $c = AB$  の鉛直距離 (圖に於ては  $B$  より  $A$  の方が高い)
- $V_1 = R_1$  の鉛直分力
- $H_1 =$  同上 水平分力
- $V_2 = R_2$  の鉛直分力

$H_2 =$  同上水平分力

ABC 點に於て外力の力率を取れば此等の點には彎曲率が存在しないから此等の力率を零に等しいと置く

$$\begin{aligned} & -V_1 l + H_2 c + Q_1 a_1 + Q_2 a_2 = 0, & -V_1 l - H_2 c + Q_1(l-a) + Q_2(l-a) &= 0 \\ & -V_1 b + H_1 r + Q_1(b-a) = 0, & -V_2(l-b) + H_2(r+c) + Q_2(a_2-b) &= 0 \end{aligned}$$

最後の二式はC 點に於ける左右兩側の力率である。此等の四つの式から四つの未知量  $V_1, H_1, V_2, H_2$  を求むる事が出来る。水平荷重のない場合は常に  $H_1 = H_2$

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{Q_1[(l-a_1)r + (b-a_1)c] + Q_2(l-a_2)r}{l r + b c} \\ V_2 &= \frac{Q_1 a_1(r+c) + Q_2(a_2 r + b c)}{l r + b c} \\ H_1 = H_2 = H &= \frac{Q_1(l-b-a_1 + Q_2(l-a_2))b}{l r + b c} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (329)$$

(329) 式は  $\Sigma V = 0, \Sigma H = 0$  を満足する。

對稱三鉸拱 (symmetric three-hinged arch) の時は (329) 式に於て  $b = \frac{l}{2}, c = 0$  として

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{Q_1(l-a_1) + Q_2(l-a_2)}{l} = \frac{\Sigma Q(l-a)}{l} \\ V_2 &= \frac{Q_1 a_1 + Q_2 a_2}{l} = \frac{\Sigma Q a}{l} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (330)$$

$$H = \frac{Q_1 a_1 + Q_2(l-a_2)}{2r}$$

即ち此の場合の  $V_1, V_2$  は AB 單桁の場合の反力の値と同一である。計算を簡單にするために以下對稱拱の場合のみを取扱ふ。

$q$  なる強度の等布荷重が A 端から  $a$  の距離迄擴がつてゐるものとするとき次の如き結果となる。

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{q a(2l-a)}{2l} \\ V_2 &= \frac{q a^2}{2l} \\ H &= \frac{q a^2}{4r}, \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} a < \frac{l}{2} \\ a > \frac{l}{2} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (331)$$

$$= \frac{q[2a(2l-a) - l^2]}{8r} \quad \dots\dots\dots$$

等布荷重が AC の半徑間に亘る時は  $a = \frac{l}{2}$  として

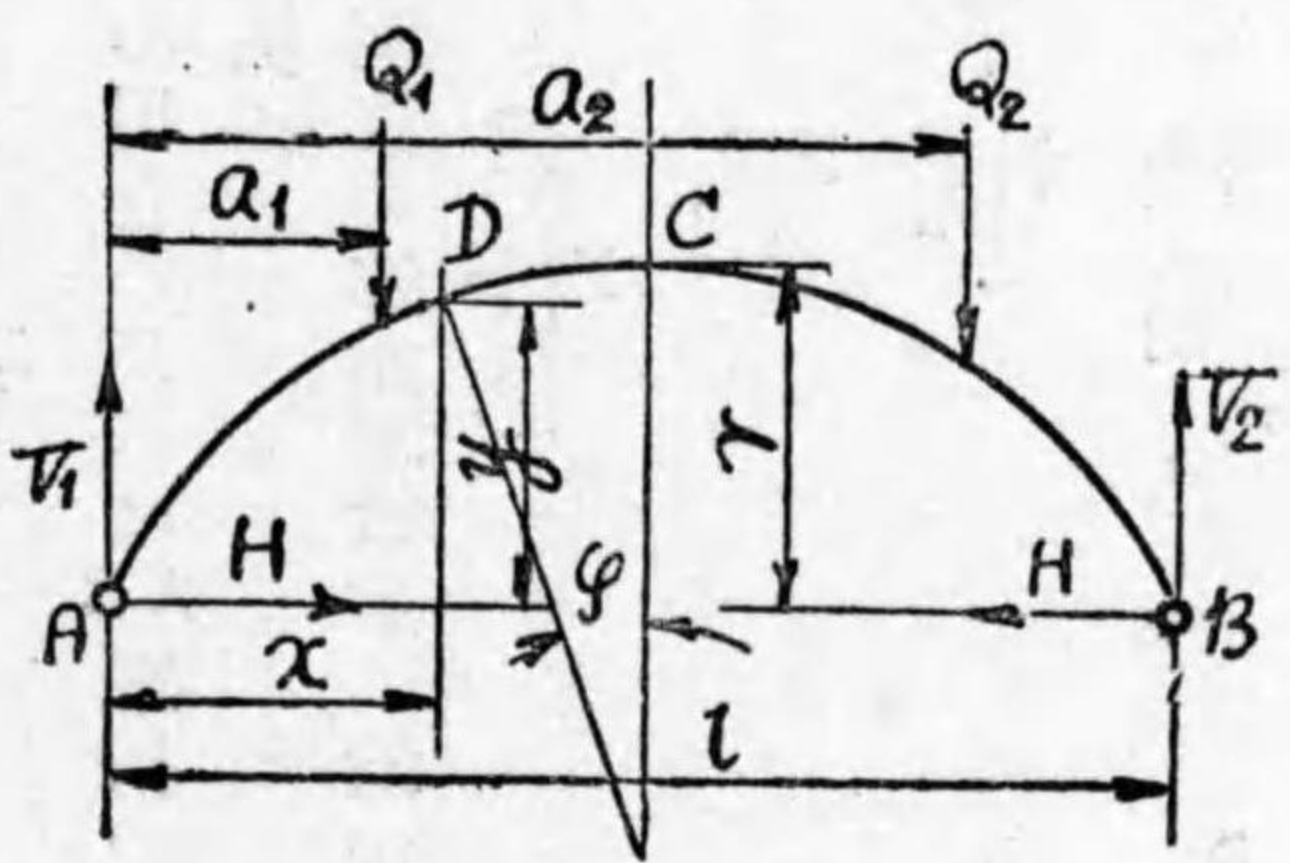
$$V_1 = \frac{3}{8} q l, \quad V_2 = \frac{q l}{8}, \quad H = \frac{q l^2}{16r} \dots\dots\dots (332)$$

等布荷重が AB 全徑間に亘る時は

$$V_1 = V_2 = \frac{q l}{2}, \quad H = \frac{q l^2}{8r} \dots\dots\dots (333)$$

故に對稱的三鉸拱の鉛直及び水平反力を求むる算法は之を次の如く述べる事が出来る。  
 ABに於ける鉛直反力 $V_1, V_2$ はABが單桁である場合の反力に等しく、水平反力 $H$ はABが單桁である場合の拱頂Cに於ける彎曲率を拱矢で除して求められる。  
 (2) 二鉸拱の理論 第一九五圖を鉛直集中荷重を受ける雙鉸拱又は二鉸拱とすると、起拱點ABに於ては彎曲率が存在しないから

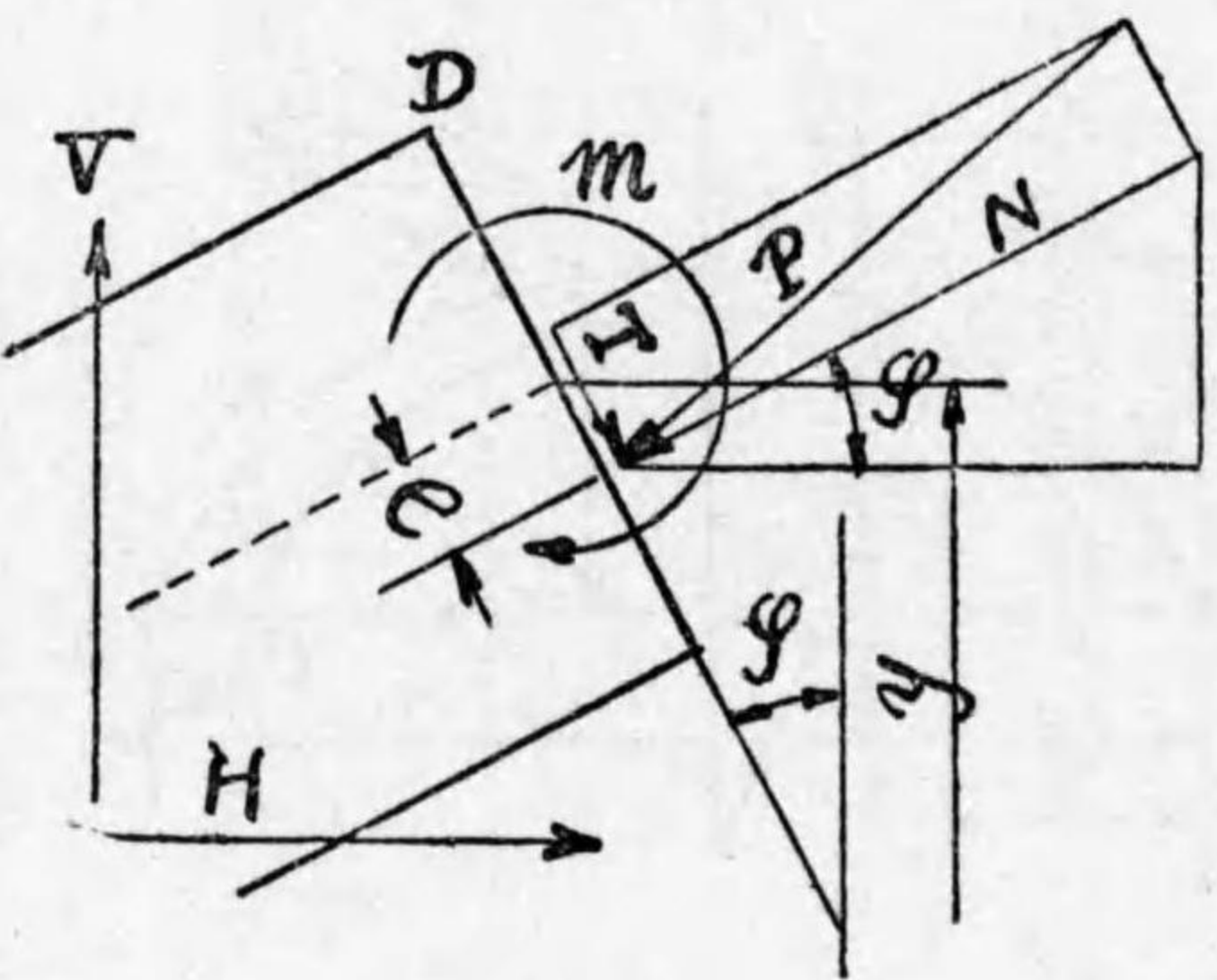
圖五九一第



即ち<sup>(330)</sup> 式の第一式及び第二式を得たのであつて、此の時にも $V_1, V_2$ はABが單桁である場合の反力と同じ値である。但し上記のABに於ける力率が零であると言ふ静力学上の條件式からだけでは水平反力 $H$ の値を求める事が出来ない。此の $H$ を求めるために弾性理論を應用するのであるが、弾性理論又は最小働の原理などを詳細に紹介する事は此の講義の程度では困難であるから、例によつてその結果式だけを摘録するに止める。  
 (イ) 荷重による水平反力 第一九六圖を拱肋の一部分とする。

$$\begin{aligned} -V_1 + Q_1 a_1 + Q_2 a_2 &= 0 \\ -V_2 + Q_1(l - a_1) + Q_2(l - a_2) &= 0 \\ \therefore V_1 &= \frac{\sum Q(l - a)}{l} \\ V_2 &= \frac{\sum Q a}{l} \end{aligned}$$

圖六九一第



$P=D$ なる断面に於ける推力  
 $m$  = 同上彎曲率  
 $m' = AB$  單桁なる場合の同上彎曲率  
 $\varphi$  = 同上鉛直角  
 $N = P$  の垂直分力 (軸壓力)  
 $T =$  同上切觸分力 (剪力)  
 $e =$  同上偏心率  
 $V = D$  より左の部分の外力の鉛直分力  
 $H =$  同上水平分力  
 $E =$  彈性係數  
 $I =$  拱肋慣性率  
 $A =$  同上斷面積  
 とすると次の關係がある。

$$m = m' + Hy = Ne \dots \dots \dots (334)$$

$$N = V \sin \varphi + H \cos \varphi \dots \dots \dots (335)$$

$$T = V \cos \varphi - H \sin \varphi \dots \dots \dots (336)$$

$T$  は比較的微弱であるのを常とするから此の時には

$$N = H \sec \varphi \dots \dots \dots (336)$$

$$T = 0$$

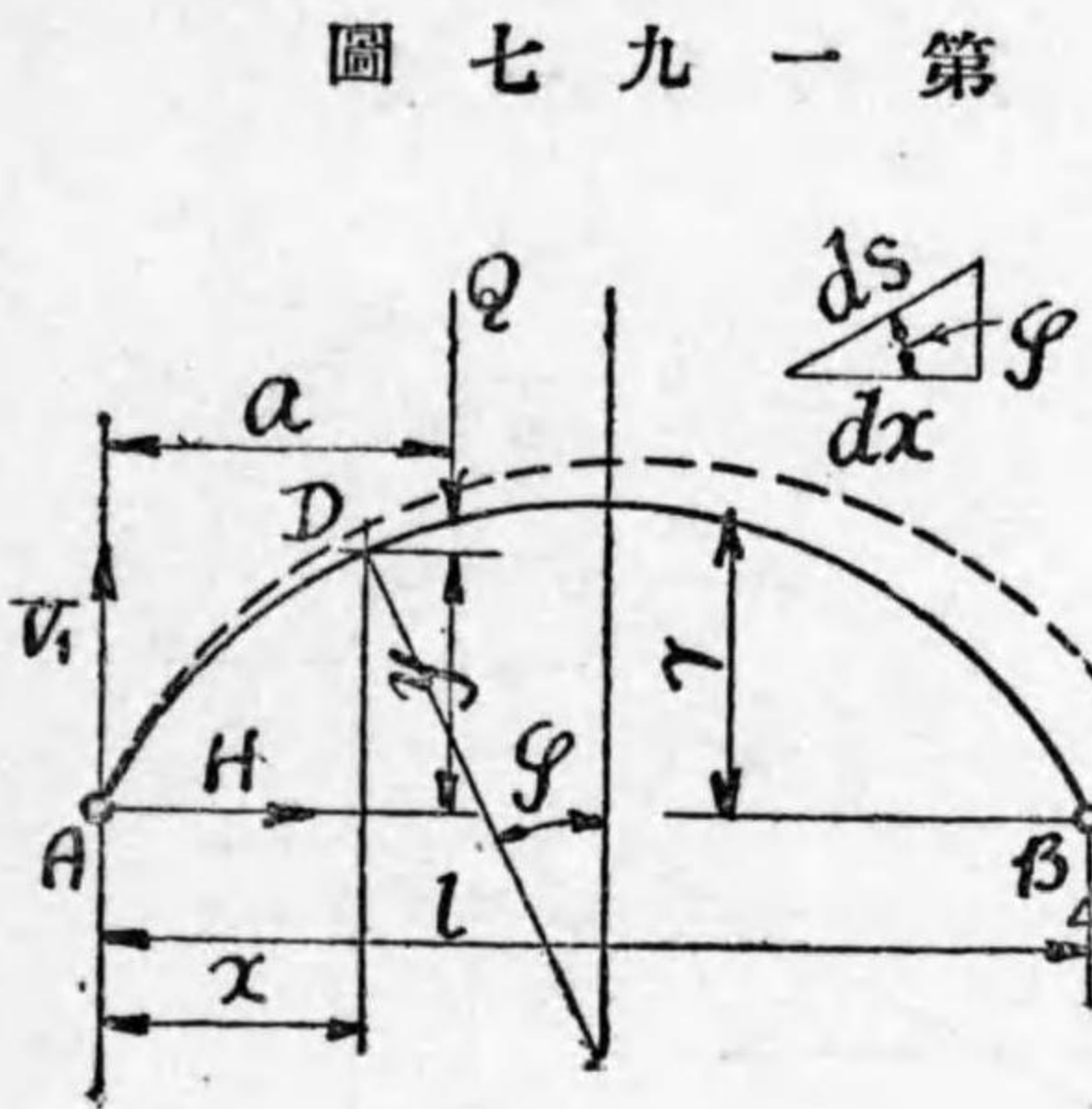
第一九七圖に於て拱肋各斷面に彎曲率及び軸壓力(裁力の影響は微弱であるから無視する)が存在する結果として拱肋は彈性變形 (elastic deformation) を起し従つて徑間 \$l\$ の長さにも \$dx\$ だけの變形が起らうとするのであるが、拱肋は \$A B\$ に於てその位置を固定せられてゐるから \$dx\$ は零でなければならぬ。曲桁の理論か

$$\Delta x = - \int_A^B \frac{m}{EI} y ds - \int_A^B \frac{N}{AE} dx = 0 \dots\dots\dots (337)$$

\$ds\$ は微分弧長、\$dx\$ は微分横距長である。\$E\$ を常數とすると

$$\int_A^B \frac{m}{I} y ds + \int_A^B \frac{N}{A} dx = 0 \dots\dots\dots (338)$$

の如き荷重状態では (337) 又は (338) 式は \$H\$ を求むる彈性理論の公式である。例へば第一九七圖



$$V = \frac{Q(l-a)}{l}$$

$$m = m' + Hy$$

$$= \frac{Q(l-a)x}{l} + Hy, \quad x < a$$

$$= \frac{Q(l-x)a}{l} + Hy, \quad x > a$$

$$N = - \frac{Q(l-a)}{l} \sin \varphi + H \cos \varphi, \quad x < a$$

第一九七圖

$$= - \frac{Ca}{l} \sin \varphi + H \cos \varphi, \quad x > a$$

此等の式を (338) 式に代入して積分すれば \$H\$ が求められるのである。若し (336) 式を使用する場合には

$$\int_A^B \frac{m'}{I} y ds + \int_A^B \frac{H}{I} y^2 ds + \int_A^B \frac{H \sec \varphi}{A} dx = 0$$

$$ds = dx \sec \varphi$$

$$\therefore H = - \frac{\int_A^B \frac{m'}{I} y ds}{\int_A^B \frac{y^2}{I} ds + \int_A^B \frac{dx}{A}} \dots\dots\dots (339)$$

若し軸壓力の影響を無視すれば

$$H = - \frac{\int_A^B \frac{m'}{I} y ds}{\int_A^B \frac{y^2}{I} ds} \dots\dots\dots (340)$$

\$m'\$ は荷重が鉛直荷重のみならず水平荷重を含む場合にも適用するのである。

(ロ) 温度變化による水平反力

\$\alpha\$ = 拱肋伸縮係數

\$t\$ = 温度の變化

とすると温度がただけ昇降すると徑間 \$l\$ には \$\Delta x = +\alpha l t\$ だけの伸縮が起る。此の伸縮を沮止する結果と

してABにはHの水平反力が働くのであるが(337)式を用ひ

$$- \int_A^B m y ds = - \int_A^B \frac{m}{EI} y ds - \int_A^B \frac{N}{EA} dx$$

而して此の時には(334)(325)式に於て  $V=0, \therefore m'=0$  と置いて

$$m = Hy, \quad N = H \cos \varphi$$

$$\therefore \pm atl = \int_A^B \frac{H}{EI} y^2 ds + \int_A^B \frac{H}{EI} \cos \varphi dx$$

$$\therefore H = \frac{\pm atEI}{\int_A^B \frac{y^2}{I} ds + \int_A^B \frac{\cos \varphi}{A} dx} \dots \dots \dots (341)$$

若し軸應力の影響を無視すれば

$$H = \frac{\pm atEI}{\int_A^B \frac{y^2}{I} ds} \dots \dots \dots (342)$$

温度が上昇する時はHは+で第一九七圖の如き方向に働き温度が下降する時はHは-で第一九七圖と反対の方向に働く。

**(ハ) 拱坐移動による水平反力**

ABに於ける拱の支承が水平に移動した、めに徑間に $dx$ の差違を生じたものとする。徑間の増減を  $\pm \Delta x$  で表はすとすると(□)の場合と同様にしてABにはHの水平反力を生じ

$$H = \frac{\pm E I \alpha}{\int_A^B \frac{y^2}{I} ds + \int_A^B \frac{\cos \varphi dx}{A}} \dots \dots \dots (343)$$

$$H = \frac{\pm E I \alpha}{\int_A^B \frac{y^2}{I} ds} \dots \dots \dots (344)$$

即ち徑間が増す時のHの方向は第一九七圖と反対であり徑間が減する時は之と同方向である。ABの支承が上下に移動する場合は二鉸拱に於てはその影響微細である。

**(3) 無鉸拱の理論** 無鉸拱の場合にはABには鉛直反力 $V_1, V_2$  水平反力 $H_1, H_2$  反偶力率 $m_1, m_2$  即ち六個の未知量が存在し、静力學上の原理から

$$\begin{aligned} \Sigma V = 0, & \therefore V_1 + V_2 = \Sigma Q \\ \Sigma H = 0, & \therefore H_1 = H_2 = H \\ \Sigma m = 0, & \therefore m_1 + m' = m_2, \quad m' = -V_1 l + \Sigma Q(l - a) \end{aligned}$$

の三條件を得るから残りの三條件は之を彈性理論から誘導しなければならない。拱肋斷面に彎曲率及び軸應力が存在する結果として拱肋には彈性變形が起るのであるが、その變形には次の如き制限がある。

拱肋はABに於てその位置のみならず方向をも固定せられてゐるから、徑間長の増減は許されない。即ち  $\Delta x = 0$  又支承の鉛直移動も許されない。即ち  $\Delta y = 0$  最後に支承點に於ける拱肋の方向にも變化がない。即ち  $\Delta \varphi = 0$

彈性理論により次の結果を得る。

$$\Delta \varphi = - \int_A^B \frac{m}{EI} ds = 0$$



$$\Delta x = - \int_A^B \frac{m}{EI} y ds - \int_A^B \frac{N}{AE} dx = 0$$

$$\Delta y = \int_A^B \frac{m}{EI} x ds - \int_A^B \frac{N}{AE} dy = 0$$

或は

$$\int_A^B \frac{m}{I} ds = 0$$

$$\int_A^B \frac{m}{I} y ds + \int_A^B \frac{N}{A} dx = 0$$

$$\int_A^B \frac{m}{I} x ds - \int_A^B \frac{N}{A} dy = 0$$

(1) 荷重による反力及び反偶力率

第一九八圖の如き荷重状態に對しては

$$m = m_1 - V_1 x + H_y,$$

$$= m_1 - V_1 x + H_y + Q(x-a)$$

$$V = V_1,$$

$$= V_1 - Q,$$

$$N = V \sin \varphi + H \cos \varphi$$

$$x < a$$

$$x > a$$

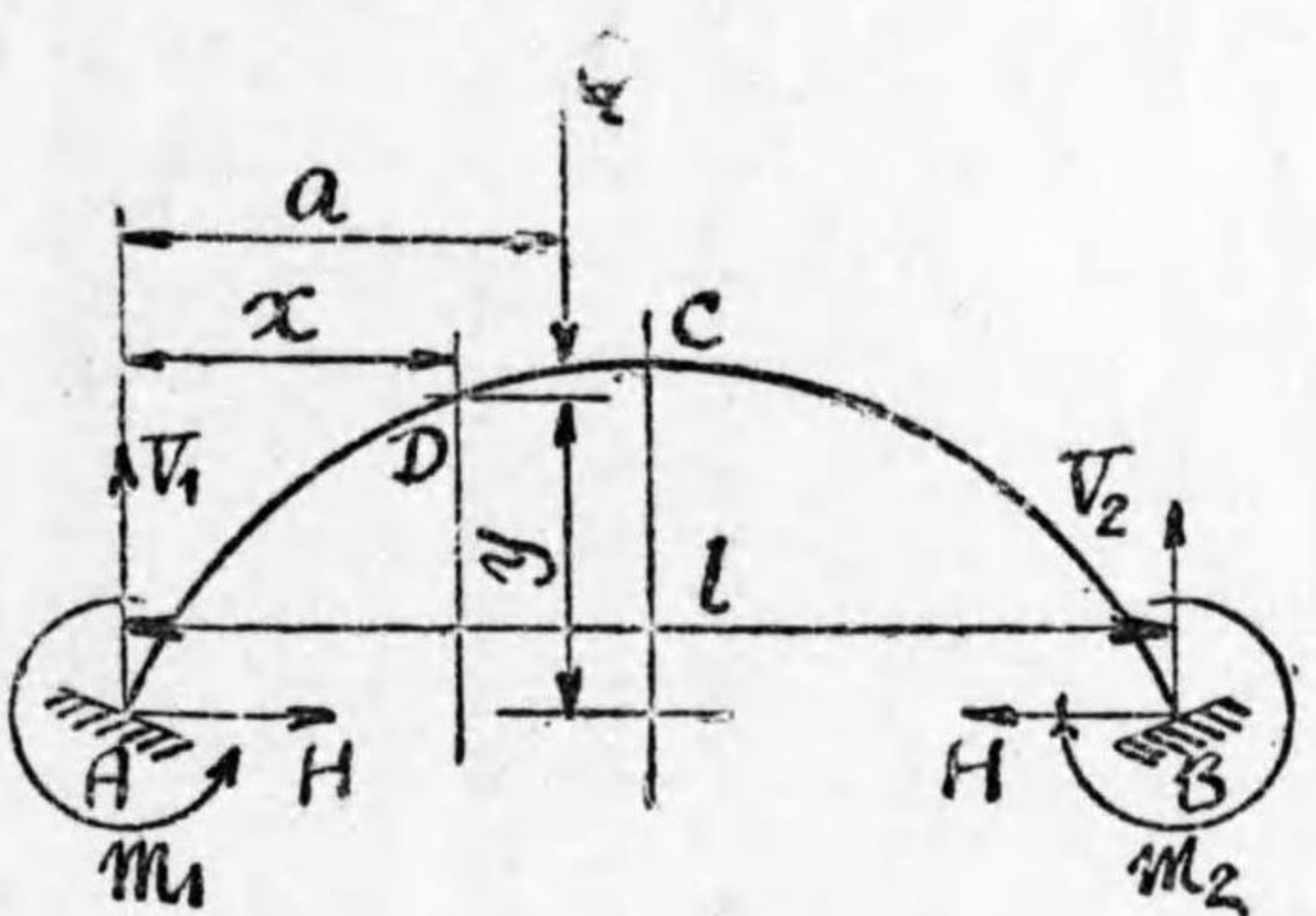
$$x > a$$

$$x > a$$

此等の値を(346)式に適用して  $m_1 V_1 H$  を求め延いて  $m_2 V_2$  を算出する事が

出来るのである。

第一九八圖



第十二編第二章に於て鉄筋混凝土管の計算に使用した基本公式

$$\int m ds = 0 \quad \therefore \int m dy = 0$$

(346)式の第一式に外ならないのであつて管の厚さが不變の場合には  $I$  を消去し得るからである。

温度變化による反力及び反偶力率

$$\Delta x = \pm atl, \quad m = m_1 + H_y, \quad N = H \cos \varphi$$

(345)式の第一式及び第二式に適用して次の結果を得る。

$$V_1 = 0$$

$$H = \frac{\pm atEl}{\int_A^B \frac{y^2}{I} ds + \int_A^B \frac{\cos \varphi}{A} dx - \frac{\left( \int_A^B \frac{y}{I} ds \right)^2}{\int_A^B \frac{1}{I} ds}}$$

$$m_1 = - \frac{\int_A^B \frac{y}{I} ds}{\int_A^B \frac{1}{I} ds} H$$

軸應力の影響を無視すると(347)式の第二式に於て分母の第二項が零になる。

(八) 拱坐移動による反力及び反偶力率

支承の水平移動即ち徑間の増減を  $H \Delta s$  で表はすと軸應力の影響を無視すれば

$$V_1 = 0$$

$$H = \frac{\pm E I \alpha}{\int_A^B \frac{y^2}{I} ds - \frac{\left( \int_A^B \frac{y}{I} ds \right)^2}{\int_A^B \frac{1}{I} ds}}$$

$$m_1 = - \frac{\int_A^B \frac{y}{I} ds}{\int_A^B \frac{1}{I} ds} H$$

(348)

支承の鉛直移動を  $H + \Delta y$  で表はしAを基準としてBがAより下つた時を+上つた時を-とすると同じく軸應力の影響を無視すれば

$$m = m_1 - V_1 x + H y$$

$$\int_A^B \frac{m}{I} ds = 0$$

$$\int_A^B \frac{m y}{I} ds = 0$$

$$\int_A^B \frac{m x}{I} ds = \pm E I \Delta y$$

$$\therefore m_1 \int_A^B \frac{ds}{I} - V_1 \int_A^B \frac{x}{I} ds + H \int_A^B \frac{y}{I} ds = 0$$

$$m_1 \int_A^B \frac{y}{I} ds - V_1 \int_A^B \frac{x y}{I} ds + H \int_A^B \frac{y^2}{I} ds = 0$$

(349)

此の三式を聯立方程式として解いて  $V_1, H, m_1$  を求むる事が出来る。

此の外A Bに於ける拱肋の方向に狂ひを生じた時にも反力及び反偶力率が起るのであるが茲には省略して置く。

(4) 鐵筋混凝土拱の理論 第(2)節及び第(3)節に述べた拱の理論は一般の彈性拱 (elastic arch) 即ち彈性拱肋に適し得るものであつて、鋼拱、木拱、混凝土拱などには同様に應用する事が出来る。唯その結果は相當に複雑な積分を含むが故に初學者に取つては直ちに此等の公式を應用する事が困難である。それ故本節に於ては積分を使用しない拱の略式解法を紹介して鐵筋混凝土拱に對する應用の途を開いて置かうと思ふ。

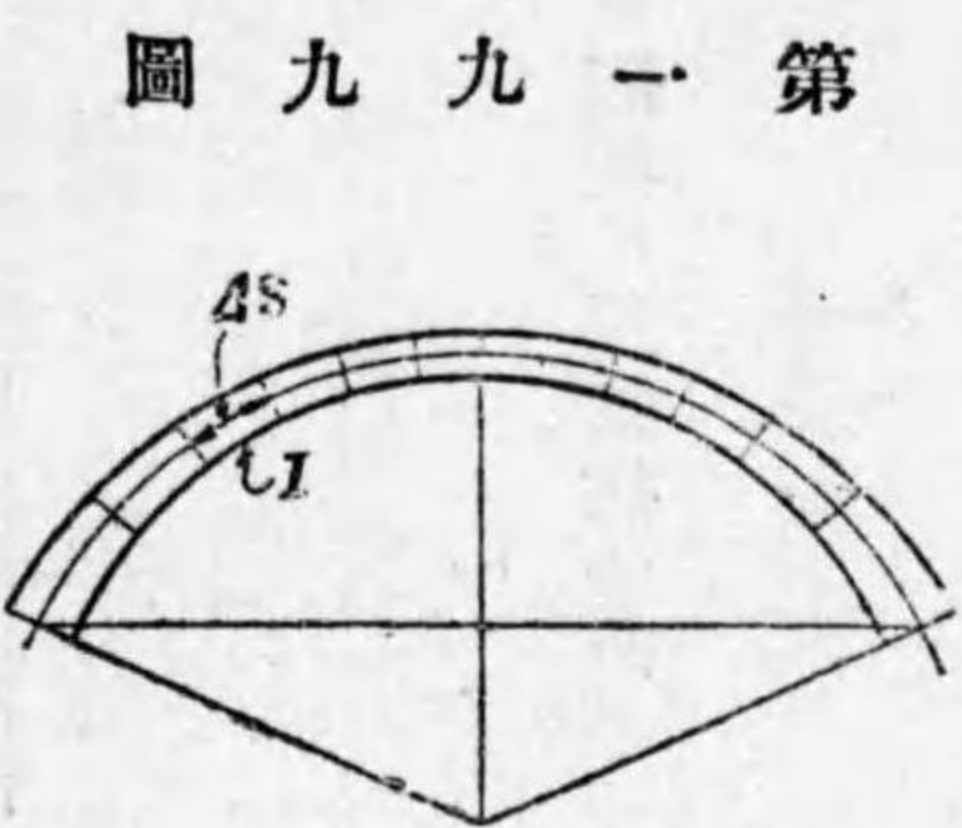
此の略式解法に於ては軸應力の影響を無視する。今第一九九圖の如く拱肋を多くの部分に分割しその各部分に就ての弧長  $\Delta s$  と平均惰性率  $I$  とを算出し  $\Delta s$  と  $I$  との比を一定ならしめるものとする。換言すれば  $\Delta s$  と  $I$  との比が一定である様に拱肋の分割をするのである。此の場合には二鉸拱の時の一般式(338)式を次の式で置換へる事が出来る。

$$\int \frac{m}{I} y ds = 0$$

$$\sum m y = 0$$

従つて(340)(342)(344)の各式は次の諸式で置換へられる。

$$H = - \frac{\sum m' y}{\sum y^2} \dots \dots \dots (350)$$



第一九九圖

$$H = \frac{\pm a t E l}{\int \frac{z s}{I} \Sigma y^2} \dots\dots\dots (351)$$

$$H = \frac{\pm E' x}{\int \frac{z s}{I} \Sigma y^2} \dots\dots\dots (352)$$

同様に三鉸拱の時の一般式(346)式の代りに次式を得る。

$$\int \frac{m}{I} ds = 0, \quad \int \frac{m}{I} y ds = 0, \quad \int \frac{m}{I} x ds = 0,$$

$$\left. \begin{aligned} \Sigma m &= 0 \\ \Sigma m y &= 0 \\ \Sigma m x &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (353)$$

拱肋を分割する断面の数が増せば増す程此等の公式による結果は段々精確なものになるのである。此等の公式の計算例を示すに先だつて  $ds$  と  $I$  との比を一定ならしめる方法の説明をして置かう。それには第一に拱肋の弧長を求めなければならぬ。拱肋が一定の數學的曲線である場合にはその長さは次の如し。

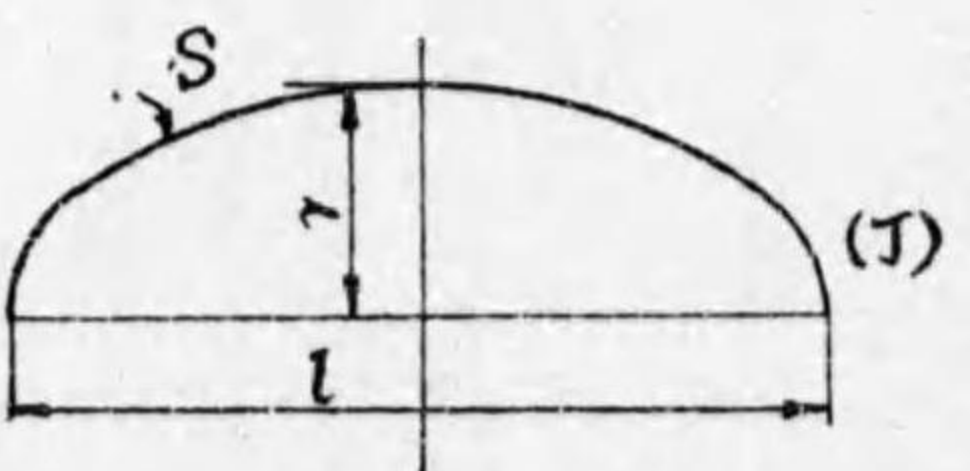
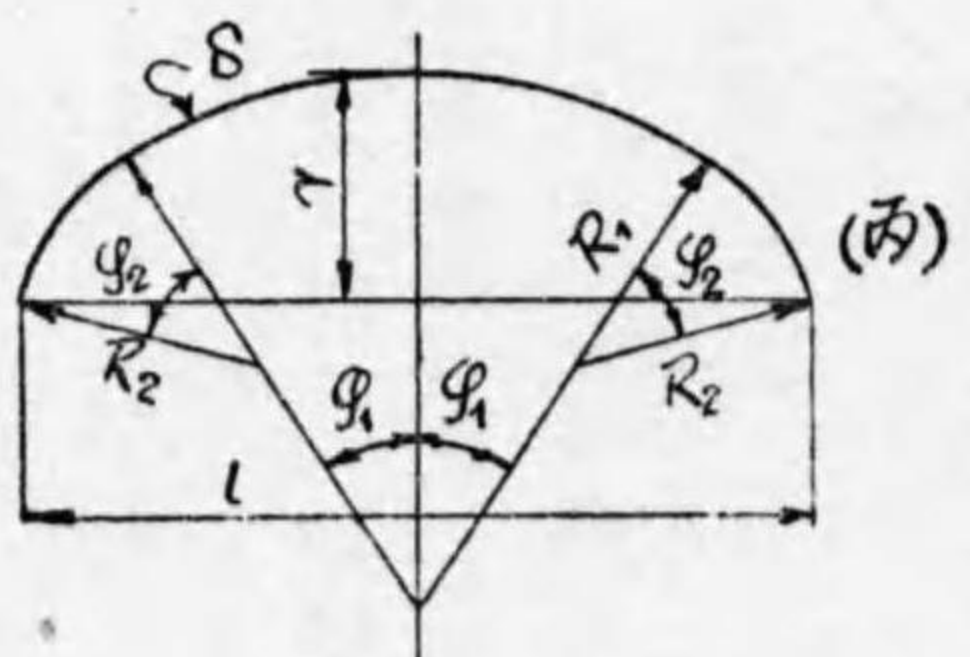
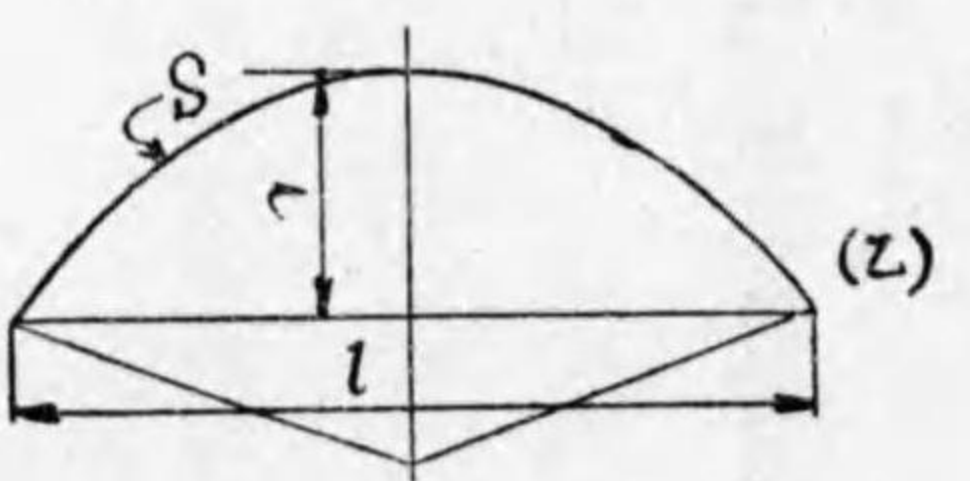
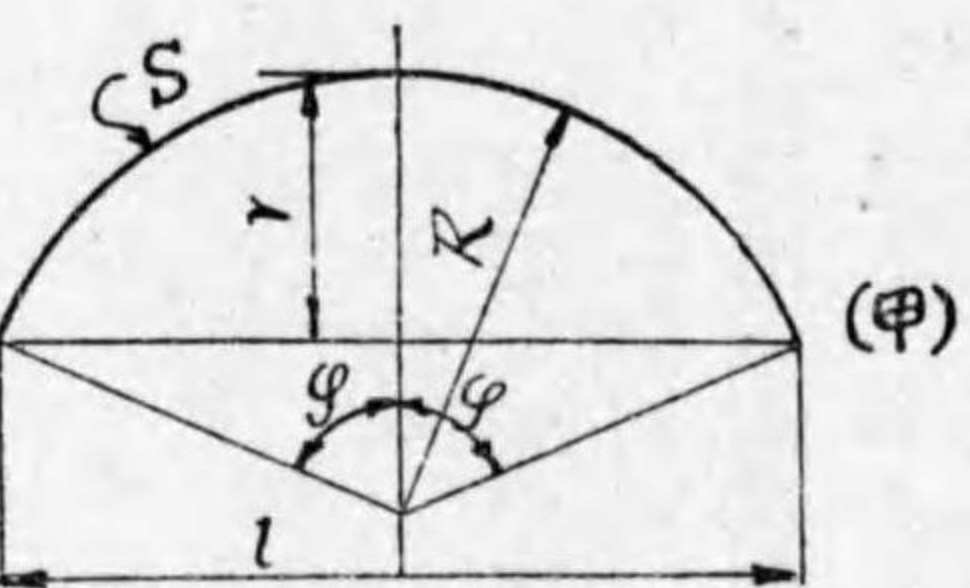
(イ) 圓弧拱 (第二〇〇圖甲)

$R$  = 圓の半徑

$l$  = 徑間

$r$  = 拱矢

第二〇〇圖



$S$  = 弧長

$n = \frac{r}{l} =$  拱矢と徑間と

の比

$2\phi =$  中心角

の半値

$$S = 2R\phi, \quad R = \frac{l}{8n}(1+4n^2)$$

$$S = l \left[ 1 + \frac{8}{3}n^2 - \frac{32}{15}n^4 + \dots \right] \dots\dots\dots (354)$$

$$\approx l \left[ 1 + \frac{8}{3}n^2 \right]$$

第一式を用ふれば  $2\phi = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$  (弧度) の時は  $S = \frac{2\pi R}{3} = 2.09R$ ,  $2\phi = 180^\circ = \pi$  即ち半圓の時は  $S =$

$$\pi R = 3.14R = 1.57l$$

(ロ) 拋物線拱 (第二〇〇圖乙)

積分學を應用して次の結果を得る。

$$S = \left[ 1 + \frac{8}{3}n^2 - \frac{32}{5}n^4 + \dots \right] \dots \dots \dots [1 + \frac{8}{3}n^2] \dots \dots \dots (355)$$

$n$ の小さい扁平拱 (Flat arch) に於ては圓弧の長さも拋物線弧の長さも相等しいのである。

(三) 三心拱 (第二〇〇圖丙)

$R_1$  = 主圓 (main circle) 半径

$R_2$  = 側圓 (side circle) 半径

$2\varphi_1$  = 主圓中心角

$\varphi_2$  = 側圓中心角

とすれば式を應用して

$$S = 2[R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2] \dots \dots \dots (356)$$

(二) 楕圓拱 (第二〇〇圖丁)

楕圓の中心が拱軸と一致するものとする。即ち

$l$  = 楕圓の水平軸

$r$  = 同上鉛直軸

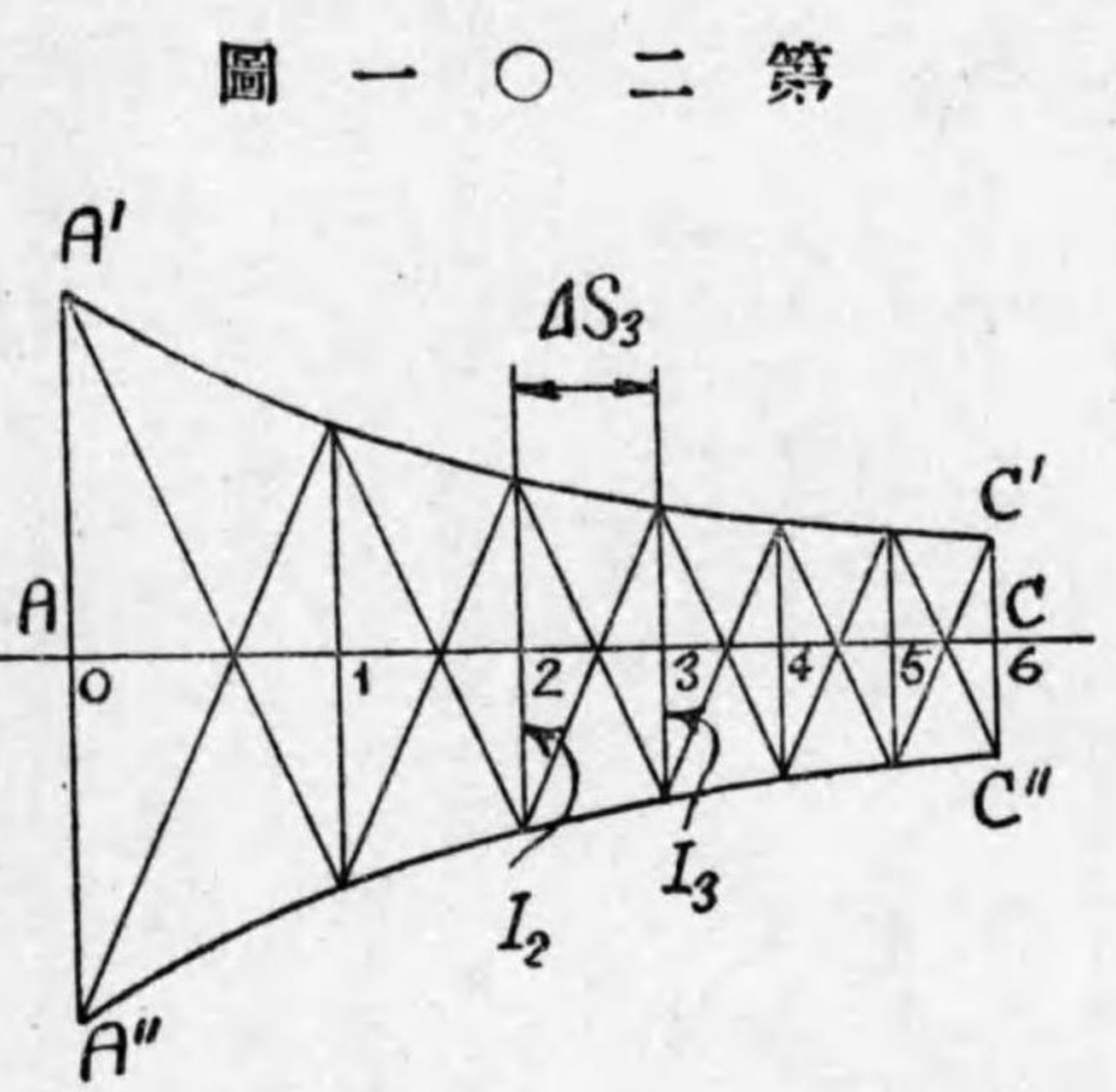
とすると積分學を應用して次の結果を得る。

$$S = \frac{\pi l}{2} \left[ 1 - \frac{1-4n^2}{4} - \frac{3(1-4n^2)^2}{64} \dots \dots \dots \right] \dots \dots \dots (357)$$

$$= \frac{\pi l}{2} \left[ \frac{3}{4} + n^2 \right]$$

$n = \frac{1}{2}$  とすれば半圓拱の場合に歸着し  $S = \frac{\pi}{2} l = 1.57l$  となるのである。

以上の公式を用ひて拱肋の長さ(その中立軸に沿へる)を算出したものとすれば之を  $\Delta s$  が常數なる數多の斷面に分割するには第二〇一圖の如き圖式解法を用ふるのが便利である。起拱點から拱頂に至る半拱肋の長さを直線で表はしたものを  $A'C'$  とし、拱肋各點に於ける斷面慣性率を算出しその値を  $A''C''$  を中心として上下に等分に割振つて畫いた慣性率曲線を  $A'C', A''C''$  とする。即ち  $A$  に於ける慣性率は  $A'A''$  で表はされ  $C$  に於けるそれは  $C'C''$  で表はされる事になるのである。 $A'$  から始めて任意の勾配に直線を引き此の直線と  $A'C'$  との交點から始めの勾配直線に平行なる直線を引き之と  $A''C''$  との交點から鉛直線を下ろす。順次にこの法を繰返して最後の勾配直線が  $C'$  を通過する様にする。若し之が  $C'$  を通過しない時は始めの勾配線の勾配を多少變更して作圖を反覆するのである。第二〇一圖に於ては斯の如くして  $A'$  から始めた鋸齒狀の直線群を最後に  $C'$  に終らしめたのであつて、此の圖では拱肋の半分の長さ即ち  $A'C'$  を六つに分割した事になる。 $I_0, I_1, I_2, \dots$  を  $0$  (起拱點)  $1, 2, \dots$  の各斷面に於ける慣性率とし  $\Delta s_1, \Delta s_2, \dots$  を各斷面間の距離とす



圖一〇二第

ると、平行四邊形の性質から