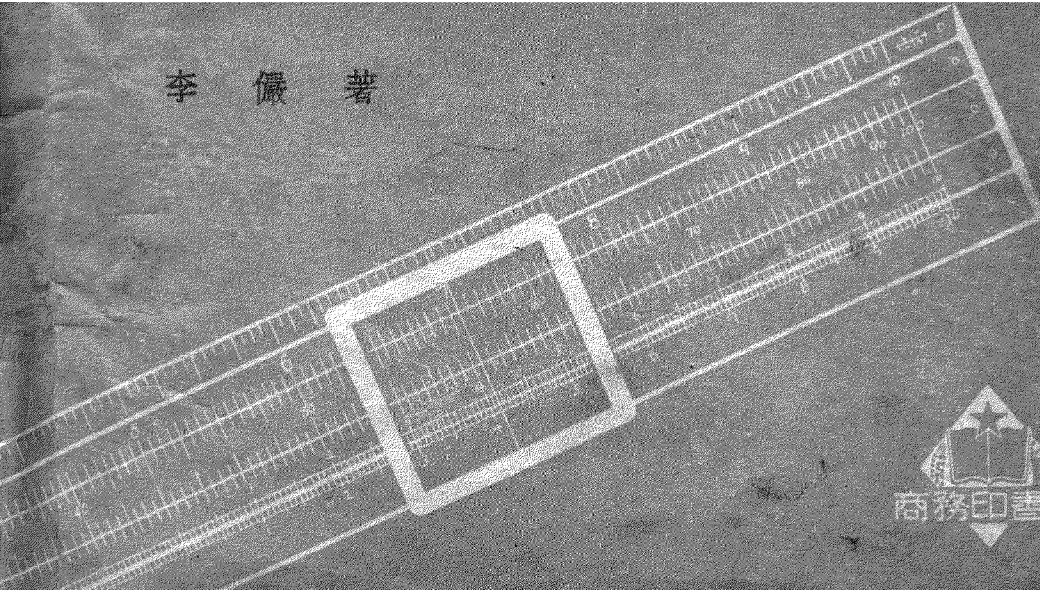
計祘尺用法

計算尺用法

李儼著



商務印書館

(50872)

計算尺用法

著作者 李儼

出版者 商務印書館
上海河南中路二一一號

發行者 三聯 中華 商務 開明 聯營聯合組織
中國圖書發行公司
北京絨線胡同六十六號

發行所 三聯書店 中華書局
商務印書館 開明書店
聯營書店 各地分店

印刷者 商務印書館印刷廠

1951年6月初版 定價人民幣2,000元

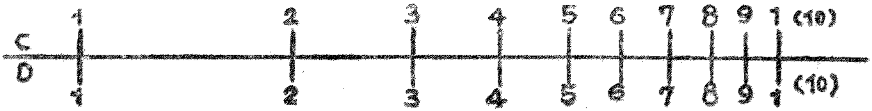
(京)1—3000

目　次

一　計算尺說明

計算尺 (slide rule) 爲一種簡便之計算工具，係應用對數原理製成。國內外工程師、工商業家、學者，幾無不人手一具。但因各國製造廠家甚多，說明書又多不一致，玆就計算尺應用原則，加以簡單說明，以備參考。

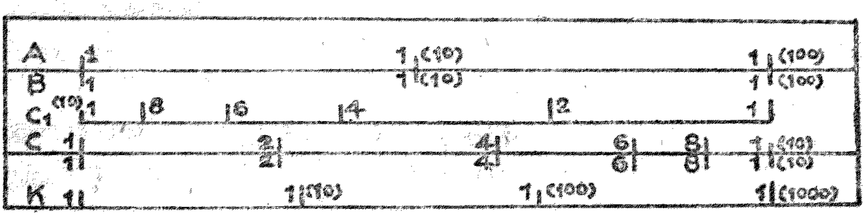
查計算尺，又稱滑尺，以其有一滑動小尺，套入固定大尺中間，可以左右滑動，因而取名。計算尺旣係應用對數原理製成，故每格並非如平常尺度之例，平均分畫，如第一圖。



第　一　圖

1 至 10 之尺度分畫，卽係從大而小，又爲指示精確尺度起見，另於大尺之外，套一小玻璃蓋，亦可左右滑動。此項玻璃蓋，正中畫一直線，有時畫成三直線，用作照準。

普通計算尺，正面多分爲四層，計：上面二層，下面二層，如第二圖所示，稱爲 A,B,C,



第　二　圖

D。其中 A 及 B 之尺度，C 及 D 之尺度，普通相同；而 B,C 在小尺上，A,D 在大尺上。此外另加之尺度，爲數甚多，如第二圖中間之 CI（或作 Cr），及下面之 K（或作 Cu），即其一例。就中：

A　稱爲上層固定尺度(upper rule scale)；

B　稱爲上層滑動尺度(upper slide scale)；

C　稱爲下層滑動尺度(lower slide scale)；

D　稱爲下層固定尺度(lower rule scale)；

CI　稱爲倒數尺度(reciprocal scale)；

K 稱爲立方尺度(cube scale).

上文所述下層分畫相同之 C 及 D 尺度，大體由 1 至 10；而上層分畫相同之 A 及 B 尺度，則由 1至100。上下層互相對照，則上層 A 及 B 爲下層 C 及 D 之平方數。至中間之 CI (或 Cr) 則由 10 至 1，爲 C 及 D 之倒數。又最下層之 K (或 Cu) 亦上下對照，由 1至1000，爲 C 及 D 之立方數。如 C 及 D 認爲 0.01 至 0.10 或認爲 10 至 100，則上下對照之平方及立方值隨之而變，餘類推。此外尚有 CF, DF, CIF, L, S, T, 及 LL, LU 或 Log-Log 等尺度；就中：

CF 稱爲上層某數與 π 相乘之滑動尺度；

DF 稱爲上層某數與 π 相乘之固定尺度；

CIF 稱爲上層某數與 π 相乘之倒數尺度；

L 稱爲對數尺度(logarithm scale)；

S 稱爲正弦尺度(sine scale)；

T 稱爲正切尺度(tangent scale)；

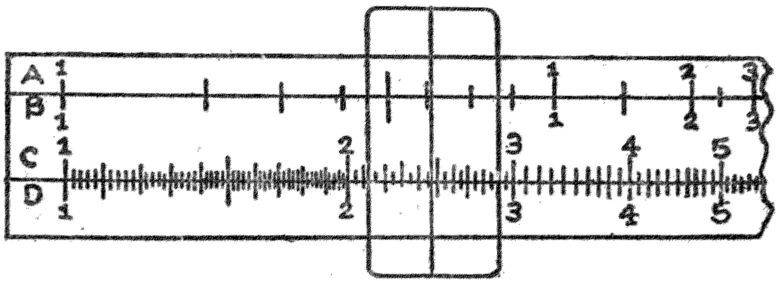
S-T 稱爲正弦切線尺度；

LU 稱爲上層複對數尺度(upper log-log scale)；

LL 稱爲下層複對數尺度(lower log-log scale).

就中對數尺度(*L*)有時置於最下層，而將*K*(或*Cu*)移置於最上層。但普通計算尺多將 *L*,*S*,*T*,及 *S-T* 尺度置於滑動小尺之後面，另於固定大尺之左或右，畫以直格，而於大尺之正面*B*下讀正弦(*S*)之數值，於大尺之正面 *B* 下，或 *C* 上讀正切(*T*)之數值。又於大尺之正面 *C* 上，或於大尺之正面 *L* 上讀(*L*)之數值。

計算尺 *C*,*D* 內之尺度，係從 1 至 10，而實際則爲絕對值。例如第三圖上玻璃蓋中直線



第 三 圖

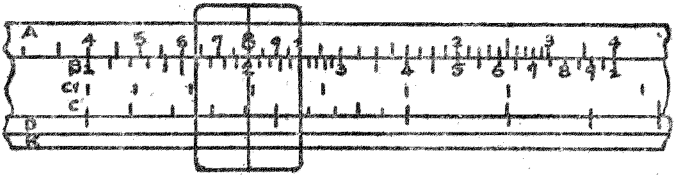
所指之絕對值爲 246，此 246 亦可看作 2.46，24.6，246；或 0.246，0.0246，0.00246。此項單位決定後，其平方值、立方值，即隨之而變。計算尺之最大作用，則爲連續乘除。此項連續乘除，亦可粗計其單位。例如 $6.25\times1.2\times5.2$，可預知其得數大於 $6\times1\times5$ 或 30；又 $\frac{44}{4.85\times3.66}$，可預知其得數約爲 $\frac{45}{5\times3}$ 或 3 是也。

三　計算尺數位之核定

【一】普通乘除

計算尺之最大用途，厥爲乘、除。如數值較少，則其小數點地位，自易確定。例如2.47×34.2可一望而知其得數在100以下，60以上。如求得絕對值爲845，則必爲84.5，而非845或8.45，即$2.47\times 34.2=84.5$.

惟査C,D之尺度，通常擬定爲由1至10，則凡兩單位値相乘積之得數在10以下者，如$2\times 4=8$，$3\times 3.2=9.6$等，小尺須向右移動；得數在10以上者，如$3\times 4=12$，$4\times 8=32$等，小尺須向左移動。設相乘兩數M,N之數位各爲m及n，如小尺向左移動一次，則其得數數位爲$(m+n)$；向右移動一次，則其得數數位爲$(m+n-1)$。設兩數M,N相除時，則小尺向左移動一次，其得數數位爲$(m-n)$；向右移動一次，其得數數位爲$(m-n+1)$。換言之，凡兩數相乘，如小尺伸向左方，祇將兩數數位相加，便得積之數位；如小尺伸向右方，則須將兩數數位相加後減去1，方得積之數位。又兩數相除時，小尺向右，其商之數位爲兩數數位相減後加1；小尺向左，則商之數位祇爲兩數數位相減之結果。故普通計算尺，有時在右角下標明$(Prod-1)$或$(P-1)$，又於左角下標明$(Quot+1)$或$(Q+1)$，以記此義。



丙式

第四圖

$2\times4=8$ 之得數。同樣，亦可如乙式、丙式（第四圖），將小尺 B 上之 1 移至與大尺 A 上之 4 相對照，而沿大尺 A 尋與小尺 B 上之 2 相對之數值。今於 A 上尋得 8，卽爲 $4\times2=8$ 之得數。反之，$8\div4=2$，或 $8\div2=4$ 之除法，亦可以相反之方法，求其得數。又在計算尺上求 $\frac{a\times b}{c}$，應先除後乘，卽 $\frac{a}{c}\times b$，使小尺祇移動一次。

至求某數之平方值、平方根值，立方值、立方根值，則不必移動小尺，祇移動玻璃蓋，求其對照數值可也。例如 D 上之 3，與 A 上之 9 對照，而 9 卽爲 3 之平方值。反之，3 爲 9 之平方根值。又如 D 上之 3，與 K 上之 27 相對照，則 27 爲 3 之立方值。反之，3 爲 27 之立方根值。又如計算尺上未有 K 之尺度，而欲直接一次求得某數之立方根值，或立方值，法

將小尺取下，倒插於大尺內，使 A,C 相對，B,D 相對。例如求 $\sqrt[3]{16}$，法將倒插小尺 C 上之 1(10) 移與大尺 A 上之 16 相對照，而沿 B 向左，沿 D 向右，求其相等數值，今求得 2.52，即 $\sqrt[3]{16}=2.52$。反之，某數之立方值，亦可以相反之方法，求其得數。

至 $X^{\frac{3}{2}}$,$Y^{\frac{2}{3}}$，亦可於倒置小尺時，一次求其得數。例如：求 $7.5^{\frac{3}{2}}=20.5$，法先於 B 及 D 上使 7.5 之值相對照，次於 B 倒尺 1 下，在 D 上求其數值。又例如：求 $132^{\frac{2}{3}}=25.9$ 爲上例之反，法於 B 倒尺 1 下對 D 上 132 之值，次沿 B 及 D，如求立方根之例，求其最後數值。

至 $\frac{1}{a}$，$\frac{1}{a^2}$，$\frac{1}{\sqrt{a}}$，$\frac{1}{a^3}$，$\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ 各值，亦可於倒置小尺時，一次求其得數。

$\frac{1}{a}$：法置 a 於 D，而於 C 倒尺上；或置 a 於 C 倒尺，而於 D 上求其得數。

$\frac{1}{a^2}$：法置 a 於 C 倒尺，而於 A 上求其得數。

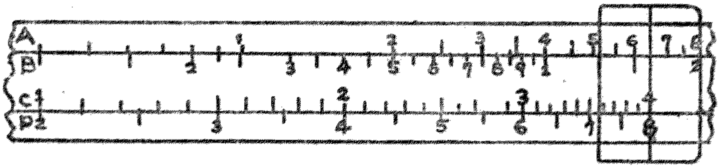
$\frac{1}{\sqrt{a}}$：法置 a 於 A，而於 C 倒尺上求其得數。

$\frac{1}{a^3}$： 法置 a 於 C 倒尺，而於 K 上求其得數。

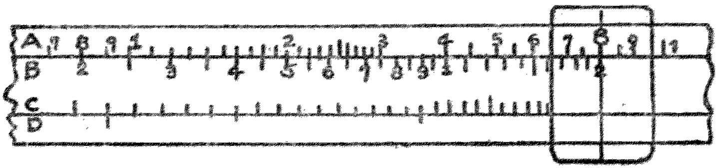
$\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$： 法置 a 於 K，而於 C 倒尺上求其得數。

二　計算尺普通算法

計算尺普通算法之最重要者：爲乘、除、及平方、開平方，立方、開立方。今先舉乘法以明之，例如 $2\times4=8$ 在計算尺上對此有三項算法：甲式（第四圖）、先將小尺 C 上之 1 移至與大尺 D 上之 2 相對照，而沿大尺 D 尋與小尺 C 上之 4 相對之數值。今於 D 上尋得 8，即爲



甲式



乙式

今舉例以明兩數相乘後所得得數數位之定法:

例		得數數位之定法			
兩數相乘 $M\times N$	$=P$	$m+n$	小尺向左或向右	應否減1	得數數位
1.12×1.1	$=1.232$	$1+1=2$	右	-1	1
5.43×1.47	$=7.98$	$1+1=2$	右	-1	1
0.27×57.6	$=15.55$	$0+2=2$	左	不變	2
0.42×0.161	$=0.0676$	$0+0=0$	右	-1	-1
0.058×37.6	$=2.18$	$-1+2=1$	左	不變	1
5430×0.00013	$=0.706$	$4+(-3)=1$	右	-1	0
0.00062×0.0000054	$=0.00000000335$	$-3+(-5)=-8$	左	不變	-8

再舉例以明兩數相除後所得得數數位之定法:

例		得數數位之定法			
兩數相除 $M \div N$	$=Q$	$m-n$	小尺向左或向右	應否加1	得數數位
$1.232 \div 1.1$	$=1.12$	$1-1=0$	右	$+1$	1
$7.62 \div 1.45$	$=5.26$	$1-1=0$	右	$+1$	1
$2.8 \div 9.02$	$=0.316$	$1-1=0$	左	不變	0
$584 \div 33.7$	$=17.33$	$3-2=1$	右	$+1$	2
$79.2 \div 0.033$	$=2400$	$2-(-1)=3$	右	$+1$	4
$0.846 \div 0.411$	$=2.06$	$0-0=0$	右	$+1$	1
$0.027 \div 0.081$	$=0.333$	$-1-(-1)=0$	左	不變	0
$0.0091 \div 0.000032$	$=284.5$	$-2-(-4)=2$	右	$+1$	3
$0.000163 \div 0.0702$	$=0.00232$	$-3-(-1)=-2$	左	不變	-2

【二】比例式乘除

比例式乘、除之算式如下： $a:b=c:d$

求 $a=\frac{bc}{d}$， $b=\frac{ad}{c}$， $c=\frac{ad}{b}$， $d=\frac{bc}{a}$

如用計算尺求 $a=\frac{bc}{d}$ 等之值，應先除後乘，並以小尺移動次數愈少愈妙。舉例如次：

(A) $\frac{31\times21}{28}=23.25$ 在筆算時，先乘後除，即先求 $31\times21=651$，次令 $651\div28=23.25$。用計算尺時，如按筆算次序計算，則小尺須移動二次，不易正確，法先令 $31\div28$，次移玻璃蓋使線條對準 21，即得 23.25。此時小尺僅移動一次，比較正確。但亦有必須移動小尺二次者，如：

(B) $\frac{42}{32}\times88=115.5$，或 $\frac{9}{13}\times32=22.15$；

(C) $\frac{22}{7}\times21=66$，或 $\frac{32}{42}\times11=8.38$ 是也。

上述(B)二式，移動小尺二次，最後一次，小尺向左；(C)二式移動小尺二次，最後一次，小

尺向右。歸納言之，「比例式乘除」，如 $\frac{M}{N}\times R$，用計算尺計算時，計有(A)，(B)，(C)三例，其數位亦可由此算得，即：

(A) 小尺移動一次，最後一次，小尺向左或向右，得數數位爲[$(m-n+r)$]；

(B) 小尺移動二次，最後一次，小尺向左，得數數位爲[$(m-n+r)+1$]；

(C) 小尺移動二次，最後一次，小尺向右，得數數位爲[$(m-n+r)-1$]。

由於上述方法，核定(A)，(B)，(C)三例之得數數位如次：

(A) $\frac{31\times 21}{28}$，得數數位 $2-2+2=2$，故 $\frac{31\times 21}{28}=23.25$；

(B) $\frac{42\times 88}{32}$，得數數位$(2-2+2)+1=3$，故 $\frac{42\times 88}{32}=115.5$；

(C) $\frac{22\times 21}{7}$，得數數位$(2-1+2)-1=2$，故 $\frac{22\times 21}{7}=66$。

【三】連續式乘除

「連續式乘除」之算例如下：

$$(A)\quad \frac{35.6\times1021\times0.000483\times0.754}{7580\times0.0905\times1.725}=0.01119;$$

$$(B)\quad \frac{0.00376\times0.853\times11270\times53.2\times0.987}{0.0165\times0.422\times955000\times18.33}=0.01556。$$

以上算例中各數之次序最好加以調動，使每次行「比例式乘除」時，小尺不至時常移動二次。如(A)例不加調動，則小尺須有兩次「移動二次」，即第一次向右，第二次向左；其數位之變動為$(-1+1)$。得數數位如次所示：

$$(2+4-3+0)-(4-1+1)+(-1+1)=3-4+0=-1。$$

又如(B)例，不加調動，則小尺須有三次「移動二次」，即第一次向左，第二次向右，第三次向左；其數位之變動為 $(1-1+1)$。得數數位如次所示：

$$(-2+0+5+2+0)-(-1+0+6+2)+(1-1+1)=5-7+1=-1。$$

試將(A)及(B)二例中各數之次序加以調動，如下式：

$$(A)_1\quad \frac{35.6\times0.000483\times0.754\times1021}{7580\times0.0905\times1.725};$$

$$(B)_1\quad \frac{0.00376\times11270\times0.853\times53.2\times0.987}{0.0165\times0.422\times955000\times18.33}。$$

則(A)₁例小尺僅移動一次，其數位不變。得數數位如次所示：

$$(2-3+0+4)-(4-1+1)+0=3-4+0=-1。$$

又(B)₁例小尺僅有一次「移動二次」，即最後小尺向左，其數位之變動為(+1)。得數數位如次所示：

$$(-2+5+0+2+0)-(-1+0+6+2)+1=5-7+1=-1。$$

【四】平方立方

普通計算尺平方數、立方數多上下對照，可以直接求出，例如（參看第二圖）：在求平方數時，則1對1，$\sqrt{10}=3.16$ 對 10，10 對 100；在求立方數時，則 1 對 1，$\sqrt[3]{10}=2.16$對10，$\sqrt[3]{100}=4.65$ 對 100，10 對 1000。凡在 3.16 以內之絕對數，其平方數之數位為（$2n-1$）（n 即絕對數之數位）；又在 3.16—10 之間之絕對數，其平方數之數位為 $2n$。同理，凡在 2.16以內之絕對數，其立方數之數位為($3n-2$)；又在 2.16—4.65 之間之絕對數，其立方數之數位為($3n-1$)；又在 4.65—10 之間之絕對數，其立方數之數位為 $3n$。茲再舉例如次：

（甲）平方數：

0.164^2	$=0.0269$	$n=0$	故 $s=2n-1=-1$
1.92^2	$=3.68$	$=+1$	$2n-1=1$

$2{,}090^2$	$=4{,}370{,}000$	$=+4$		$2n-1=\ \ 7$
0.00291^2	$=0.00000847$	$=-2$		$2n-1=-5$
30.5^2	$=930$	$=+2$		$2n-1=\ \ 3$

以上各數,絕對數在 3.16 以內,故其平方數數位爲$(2n-1)$。

4.1^2	$=16.8$	$n=\ \ 1$	故	$s=2n=\ \ 2$
557^2	$=310{,}000$	$=\ \ 3$		$2n=\ \ 6$
0.000731^2	$=0.000000534$	$n=-3$	故	$s=2n=-6$
0.912^2	$=0.832$	0		$2n=\ \ 0$

以上各數,絕對數在 3.16—10 之間,故其平方數數位爲 $2n$。

(乙)立方數:

1.32^3	$=2.30$	$n=\ \ 1$	故	$c=3n-2=\ \ 1$
0.175^3	$=0.00536$	0		$3n-2=-2$
0.0206^3	$=0.00000874$	-1		$3n-2=-5$

以上各數,絕對數在 2.16 以內,故其立方數數位爲$(3n-2)$。

32.5^3	$=34{,}300$	$n=\ \ 2$	故	$c=3n-1=\ \ 5$

0.421^3	$=0.0746$	0		$3n-1=-1$
0.0000432^3	$=0.000000000000809$	$n=-4$		$3n-1=-13$

以上各數，絕對數在 2.16—4.65 之間，故其立方數數位爲$(3n-1)$。

567^3	$=183,000,000$	$n=3$	故	$c=3n=9$
0.624^3	$=0.243$	0		$3n=0$
0.000957^3	$=0.000000000875$	-3		$3n=-9$

以上各數，絕對數在 4.65—10 之間，故其立方數數位爲 $3n$。

四　計算尺倒數尺度

第二節「計算尺普通算法」曾經說及，如將小尺取下倒插於大尺內，可因此 C 倒尺，求得 $\frac{3}{a^2}$，$\frac{2}{a^3}$，$\frac{1}{a}$，$\frac{1}{a^2}$，$\frac{1}{\sqrt{a}}$，$\frac{1}{a^3}$，$\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ 各値。普通計算尺亦有於小尺 B,C 中間，設有CI（或 Cr）尺度，以代上述之 C 倒尺者。

此項倒尺（CI 或 Cr）如用以計算 $a\times b\times c$；$\frac{a}{b\times c}$；及二次方程式，三次方程式，特別便利。茲分述之如次：

求 $a\times b\times c$，可置 a 於 D 上，置 b 於 Cr 上，置 c 於 C 上，最後於 D 下，求其乘積。

又求 $\frac{a}{bc}$，可置 a 於 D 上，置 b 於 C 上，置 c 於 Cr 上，最後於 D 下，求其得數。

二次方程式之兩根，並爲實數時，該兩根數藉倒數尺甚易求得；如 $X^2\pm aX\pm b=0$ 之兩根數並爲實數，法置 $\pm b$ 値於 D 上，再於 D 及 Cr 上，求得兩根數，上下對照，使其和或差，等於 $\pm a$。

例1 $X^2-12X+32=0$，已知該方程式兩實根並爲正數。法置 32 於D上，又在 D 及 Cr 求得兩根 $X_1=8$，$X_2=4$，上下對照，而 $X_1X_2=32$，$X_1+X_2=12$。

例2. $X^2-4X-18=0$，已知該方程式兩實根，一爲正數，其值較大，一爲負數，其值較小。法置 $b=18$ 於D上，又在 D 及 Cr，上下對照，求得兩根，先使 X_1+X_2 之差，與 4 之值相近。其第一、二、三次之值如下：

	第一次	第二次	第三次	
$X_1=$	-2.60	-2.70	-2.69	$=-2.70+\frac{1}{12}(2.70-2.60)$
$X_2=$	$+6.92$	$+6.67$	$+6.69$	$=+6.67+\frac{1}{12}(6.92-6.67)$
	$+4.32$	$+3.97$	$+4.00$	
	-4.00	-4.00	-4.00	
	32	-3	0	
	$+1$	-1	0	

故第三次正確之 X_1 值，當由 $-2.70+\frac{1}{12}(2.70-2.60)=-2.69$ 算得；又第三次之 X_2 值，當由 $+6.67+\frac{1}{12}(6.92-6.67)=+6.69$ 算得。其 $X_1=-2.69, X_2=-6.69$ 爲第三次值，卽所求二次方程式之實根。因 $X_1\cdot X_2=-2.69\times 6.69=-17.9961=-18$ (近似值)。

三次方程式之三根，並爲實根時，該項實根數藉倒數尺亦易求得。法將普通三次方程式先化爲 $X^3+\frac{b}{X}=a$ 之形式，然後置 b 於 D 上，移動小尺，於 C 上求假定之 X_1 值，與 b 值上下對照；因於 D 上求得 $\frac{b}{X_1}$ 值，再將 C 上假定之 X_1 值，於 B 上，上下對照，求得 $X_1{}^2$ 值。如 $X_1{}^2+\frac{b}{X_1}$ 之值與 a 相等，則 X_1 卽爲所求之值。

例　$X^3-13X+17=0$ 三次方程式，先化爲 $X^2+\frac{17}{X}=13$ 之二次方程式形式，應用二次方程式求之如次：

	第一次	第二次	第三次
$X_1 =$	2.40	2.50	2.475
$\dfrac{17}{X_1} =$	7.08	6.80	6.87
$X_1^2 =$	5.76	6.25	6.13
	1.84	13.05	13.00
	−13	−13	−13
	−16 :	5 :	0
	− 3 :	1 :	0

	第一次	第二次	第三次
$X_2 =$	−4.10	−4.20	−4.135
$\dfrac{17}{X_2} =$	−4.15	−4.05	−4.11
$X_2^2 =$	16.81	17.64	17.11
	1.66	13.59	13
	−13	−13	−13
	−34 :	59 :	0
	− 4 :	7 :	0

已知 $X_1 = 2.50 - \frac{1}{4}(2.50-2.40) = 2.475$； $X_2 = -4.20 + \frac{7}{11}(4.20-4.10) = -4.135$。

可求得第三根 $X_3 = 1.71$。

五. 計算尺複對數尺度

凡計算尺刻有 LL, LU；或 LL_1, LL_2, LL_3 等尺度者，卽爲具有複對數尺度。德國 A. W. Faber 公司製造之計算尺，其複對數尺度以 LL, LU 表之；美國 Keuffel & Esser 公司所製造者則以 LL_1, LL_2, LL_3 表之。今以後者爲例，說明其各種用法：

(一)求某數之十乘方。法(a)置某數於 LL_1，在 LL_2 上求其十乘方之得數；(b)置某數於 LL_2，在 LL_3 上求其十乘方之得數。

例　$1.204^{10}=6.4$；$1.443^{10}=39.2$。

(二)求某數之十次方根。此爲上法之反。

例　$\sqrt[10]{1.16}=1.01495$；$\sqrt[10]{3.4}=1.1302$；$\sqrt[10]{4.41}=1.16$；$\sqrt[10]{75}=1.54$。

(三)求 e 之大數各乘方。法置某乘方數於 C，在 LL_3 上求其乘方値。

例　$e^2=7.39$；$e^{2.3}=9.99$；$e^3=20.1$。

(四)求 e 之小數各乘方。如求 e 十分之一小數乘方，則置某小數乘方數於 C，在 LL_2

上求其乘方值。如求 e 百分之一小數乘方，則置某小數乘方數於 C，在 LL_1 上求其乘方值。

例　$e^{0.23}=1.259$；　$e^{0.336}=1.4$；　$e^{0.023}=1.0333$。

（五）求 e 之開方數。法先求開方數之倒數，如開五次方為 0.2（因 $\frac{1}{5}=0.2$），再按前法求之。

例　$\sqrt[2.17]{e}=1.585$。

（六）求 e^{-n} 之值。法先求 e^{+n} 之值後，再就其得數，求其倒數。

例　$e^{+5.2}=181.3$

則　$e^{-5.2}=1/e^{+5.2}=1/181.3=0.00551$。

（七）求解方程式 $e^x=a$。法置 a 值於 LL_3，LL_2，或 LL_1 上，在 C 上求 x 值。（參看本節第三、四項）

例　$e^x=20.5$，　$x=3.02$；　$e^x=11$，　$x=2.4$。

(八)求解方程式$e^{\frac{1}{y}}=a$。如上法求得$x=\frac{1}{y}$値後，再求其倒數。(參觀本節第五項)

例　$\sqrt[x]{e}=1.485$，$y=2.529$ (而$\frac{1}{y}=0.396$)。

(九)求雙曲線對數 (即$\log_e A$)之値。法置某數於 LL_3, LL_2, 或 LL_1 上，在 C 上求其對數値。

例　$\log_e 94=4.54$；$\log_e 1.87=0.626$。

(十)求某數之任何數乘方。如求$1.124^{2.22}=1.296$；法先將 C 尺度之 1 移動至與 LL_2 (等)尺度內 1.124 之値相對，再於 C 尺之 2.22 下 LL_2 (等)尺度內得所求數値。

例　$11.5^{2.53}=483$。

(十一)求解 $a^x=b$ 方程式。此爲上法之反。

例　$1.124^x=1.296$，$x=2.22$；$40^x=10$，$x=0.624$；$11.5^x=483$，$x=2.53$.

〔七〕 $\rho = \frac{400}{2\pi} = 63^{G}.662$; $\rho' = 6366.2'$; $\rho'' = 636620''$, 而 $4R = 400^{G}$。

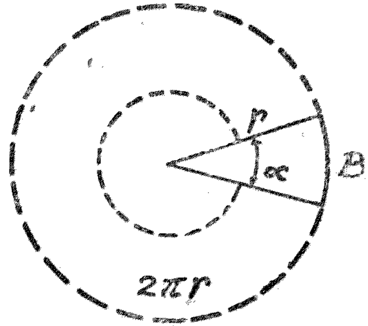
如第五圖，$B:2\pi = \alpha:4R$, 而 $b = \frac{\alpha}{\rho}$。下列各值可以直接求得，即：

【1】 $$B = \left(\frac{\pi}{4R}\right)\cdot \alpha = \frac{\alpha}{\rho}\cdot r;$$

【2】 $$r = \left(\frac{4R}{2\pi}\right)\frac{B}{\alpha} = \frac{\rho^\circ}{\alpha}\cdot B;$$

【3】 $$\alpha = \left(\frac{4R}{2\pi}\right)\frac{B}{r} = \rho^\circ \cdot \frac{B}{r} = p^\circ b;$$

【4】 $$b = \frac{\alpha}{\rho^\circ}。$$



第五圖

例 已知 $\alpha = 27^\circ 30' = 1650'$, $r = 121.2^m$, 求 B 及 b。

由【1】， $$B = \frac{1650'}{\rho'} \times 121.2 = 58.2^m。$$

由【4】， $$b = \frac{1650'}{\rho} = 0.48。$$