九數通考

補借根方

九數通考卷五

虞山屈曾發省園氏輯

少廣章第四

此章如田截縱之多益廣之少故曰少廣以面積之多寡求邊線之長短則曰開平方而分田截積之法本此矣以體積之多寡求面形之大小則曰開立方而米求倉窖之法本此矣其束法求邊周堆垛求廣縱算法相同故悉隸焉皆如方田章還原之意

平方說

平方者等邊四直角之面積也以形而言則爲兩矩所合以積而言則爲自乘之數因其有廣無厚故曰平方因其縱橫相等故曰正方蓋方積面也而其邊則線也有線求面則相乘而得積有面求線則開方而得邊開之之法畧與歸除同但歸除有

法有實而開方則有實無法故古人立爲商除廉隅之制以相求其法先從一角而剖其羃以自一至九自乘之數爲方根與所有之積相審量其足減者而定之是爲初商初商減盡無餘則方邊止一位若有餘實卽初商方積外别成一磬折形其附初商之兩旁者謂之廉兩廉之角所合一小方謂之隅廉有二故倍初商爲兩廉之共長是爲廉法視餘積足廉法幾倍卽定次商隅卽次商之自乘故次商爲隅法合廉隅而以次商乘之則得兩廉一隅之共積所謂初商方積外别成一磬折形者是也故次商爲初商所得方邊之零如次商數與初商餘積相減尚有不盡之實則又成一磬折形而仍爲兩廉一隅但較前廉愈長而隅愈小耳凡有幾層廉隅俱照初商之例逐層遞析之實盡而止實不盡者必非自乘之正數遞析之至於纖塵終有奇零若餘實不足廉隅法之數者則方邊爲空位此開方之定法也面形不一而容積皆以方積爲準故平方爲算諸面之本諸面必通之方積而後可施其法也

平方認商訣

一百一十定無疑　謂如積一百步可定方邊十步

一千三十有零餘　謂如積一千步有零可定方邊三十步有零

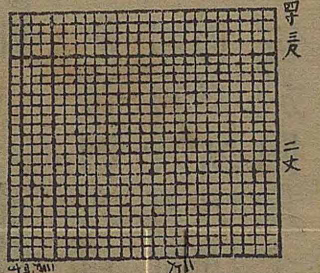
九千九百不離十　謂如積九千九百步可定方邊九十步有零

一萬方爲一百推　謂如積一萬步可定方邊一百步此言定初商之訣

初商為方倍作廉　次商名隅併廉除　餘數三商隅亦倍

只依此法取空虛解見前說。

設如正方面積五丈四十七尺五十六寸。開方問每邊幾何。答曰。二丈三尺四寸。　法置積中間為實。自末位起算。每方積二位。定方邊一位。故隔一位作記。於六寸上定寸位。七尺上定尺位。五丈上定丈位。其五丈為初商積。與二丈自乘之數相準。卽定初商為二丈。列於實左。亦列二丈於實右。為方法。左右相呼除。二二除實四丈。餘實一丈。卽一百尺。連次位積共一百四十七尺。為次商廉隅之共積。乃以右邊初商之二丈作二十尺。倍之得四十尺。為廉法。以除一百四十七尺。足三尺。次商卽定三尺。列於左二丈之次。亦列三尺於右倍作四十尺之次。為隅法。次第與左次商三尺呼除。三四除實一百二十尺。三三除實九尺。餘一十八尺。卽一千八百寸。連末位積共一千八百五十六寸。為三商廉隅之共積。乃以右邊初商次商之二丈三尺。倍作四百六十寸。又為廉法。以除一千八百五十六寸。足四寸。三商卽定四寸。列於左二丈



三尺之次。亦列四寸於右倍作四百六十寸之次。又為隅法。次第於左三商四寸呼除。四四除實一千六百。四六除實二百四十。四四除實一十六寸。恰盡左位所商二丈三尺四寸。卽正方每邊數也。如圖。初商二丈。二二除實四丈。是大方積。次商三尺。倍法四十尺。三四除實一百二十。是兩廉積。三三除實九尺。是隅積。三商四寸。倍法四百六十

寸。四四除實一千六百。四四六除實二百四十。是兩小廉積。四

四除實一十六寸。是小隅積。

設如正方面積四十五萬九千六百八十四尺。開方問每邊幾何。答曰。六百七十八尺。此題六位皆以尺命。似與前分丈尺寸者不同。然其每取方積二位。末位即命為單位。立算仍與丈尺寸同也。法置積於中為實。每方積二位定方邊一位。於四尺上定單位。六百上定十位。五萬上定百位。其四十五萬尺。為初商積以初商本位計之。則五萬尺為初商積之單位。而四十五萬尺為四十五。與六自乘之數相準。即定初商為六。列於左。亦列六於右為方法。左右相呼除。六六除實三十六萬。餘實九萬。連次位積共九萬九千六百尺。為次商廉隅之共積。以次商本位計之。

則六百尺為次商積之單位。而九萬九千六百尺為九百九十六。右邊初商之六。即為六十。倍之得一百二十。為廉法。以除九百九十六。足七倍。次商即定七。列於左六百之次。亦列七於右倍作一百二十之次。為隅法。次第與左次商七呼除。一七除實七萬。二七除實一萬四千。七七除實四千九百。餘實一萬○七百尺。連末位積共一萬○七百八十四尺。為三商廉隅之共積。以三商本位計之。則積與邊皆仍為本位。乃以右邊初商次商之六百七十倍之得一千三百四十。又為廉法。以除一萬○七百八十四尺。足八倍。三商即定八尺。列於左六百七十之次。亦列八尺於右倍作一千三百四十之次。又為隅法。次第與左三商八尺呼除。一八除實八千。三八除實二千四百。四八除實三百二十。八八除實六十四尺。恰盡左位所商六百

七十八尺，即正方每邊數也。

設如正方面積五百八十五萬六千四百尺，開方問每邊幾何。

答曰：二千四百二十尺。

法置積於中爲實，應於四百尺之下二位定單位，四百尺上定十位，五萬上定百位，五百上定千位。其五百萬尺爲初商積，以初商本位計之，則五百萬尺爲初商積之單位，與二自乘之數相準，即定初商爲二。列於左，亦列二於右爲方法，左右相呼除，二二除實四百萬尺，餘實一百萬尺，連次位積共一百八十五萬尺，爲次商廉隅之共積，以次商本位計之，則五萬尺爲次商積之單位，而一百八十五萬尺爲一百八十五，右邊初商之二即爲二十，倍之得四十，爲廉法，以除一百八十五，足四倍，次商即定四，列於左二十之次，亦列四於右，倍作四十之次，爲隅法。次第與左次商四呼除，四四除實一百六十萬尺，四四除實一十六萬尺，餘實九萬尺，連末位積共九萬六千四百尺，爲三商廉隅之共積，以三商本位計之，則四百尺爲三商積之單位，而九萬六千四百尺爲九百六十四，右邊初次商之二四，即爲二百四十，倍之得四百八十，又爲廉法，以除九百六十四，足二倍，三商即定二，列於左二千四百之次，亦列二於右，倍作四百八十之次，又爲隅法。次第與左三商二呼除，二四除實八萬，二八除實一萬六千，二二除實四百尺，恰盡。左位所商二千四百二十尺，即正方每邊數也。

此法方積之末虛二空位，故所得方邊之末亦虛一單位。凡設數末至單位者，皆倣此例推之。

設如正方面積六千四百一十一萬二千〇四十九尺。開方問每邊幾何。答曰八千〇〇七尺。　法置積於中為實。九尺上定尺位。空百上定十位。一萬上定百位。四百上定千位。其六千四百萬尺為初商積。以初商本位計之。則四百萬尺為初商積之單位。而六千四百萬尺為六十四與八自乘之數相合。即定初商為八。列於左。亦列八於右。為方法。左右相呼除。八八除實六千四百萬尺。無餘。爰以次位積一十一萬尺為次商廉隅之共積。以次商本位計之。則一萬尺為次商積之單位。而一十一萬為一十一。右邊初商之八。即為八十。倍之得一百六十為廉法。以除一十一。其數不足。是次商為空位。復以三位積二千尺併之。共一十一萬二千尺為三商廉隅之共積。

以三商本位計之。則空百為三商積之單位。而一十一萬二千尺為一千一百二十。右邊初商之八。即為八百。次商之空。即為空十。倍之得一千六百為廉法。以除一千一百二十。其數仍不足。是三商亦為空位。復以末位積四十九尺併之。共一十一萬二千〇四十九尺為四商廉隅之共積。以四商本位計之。則積與邊皆仍為本位。乃以右邊初商之八為八千。次商三商之空為空百空十。倍之得一萬六千為廉法。以除一十一萬二千〇四十九尺。足七倍。四商即定七尺。列於左八千〇〇之次。亦列七尺於右一萬六千〇〇之次。為隅法。次第與左四商七尺呼除。一七除實七萬。六七除實四萬二千。七七除實四十九尺。恰盡。左位所商八千〇〇七尺即正方每邊數也。凡廉法除餘積而數不足者。皆倣此例推之。

設如正方面積一萬四千九百二十八尺開方問每邊幾何答曰一百二十二尺一寸八分有餘

法置積於中爲實於八尺上定單位九百上定十位一萬上定百位其一萬尺爲初商積以初商本位計之則一萬尺爲初商積之單位止與一自乘之數相合即定初商爲一列於左亦列一於右爲方法左右相呼除一一除實一萬無餘爰以次位積四千九百尺爲次商廉隅之共積以次商本位計之則九百尺爲次商積之單位而四千九百爲四十九右邊初商之一即爲一十倍之得二十爲廉法以除四十九足二倍次商即定二列於左一百之次亦列二於右倍作二十之次爲隅法次第與左次商二呼除二二除實四千二二除實四百餘

實五百連末位積共五百二十八尺爲三商廉隅之共積以三商本位計之則積與邊皆仍爲本位乃以右邊初次商之一百二十倍作二百四十爲廉法以除五百二十八尺足二倍三商即定二尺列於左一百二十之次亦列二尺於右倍作二百四十之次爲隅法次第與左三商二尺呼除二二除實四百二四除實八十二二除實四尺餘四十四尺是開得每邊一百二十二尺仍餘四十四尺不盡也如欲以餘數再開則以四十四尺作四千四百寸爲四商連隅之共積爰以右邊初次三商之一百二十二尺作一千二百二十寸倍之得二千四百四十寸爲廉法以除四千四百寸足一倍四商即定一寸列於左一百二十二尺之次亦列一寸於右倍作二千四百四十寸之次爲隅法次第與左四商一寸呼除一二除實二千一四除實

四百。一四除實四十。一一除實一寸。仍餘實一千九百五十九寸。如欲再開。則以餘實作一十九萬五千九百分。為五商廉隅之共積。爰以初商至四商右邊之一百二十二尺一寸。作一萬二千二百一十分。倍之得二萬四千四百二十分。為廉法。以除一十九萬五千九百分。足八倍。五商即定八分。列於左一百二十二尺一寸之次。亦列八分。於右。倍作二萬四千四百二十之次。為隅法。次第與左五商八分呼除。二八除實一十六萬。四八除實三萬二千。四八除實三千二百。二八除實一百六十。八八除實六十四分。仍餘四百七十六分。不盡。左位所商一百二十二尺一寸八分。即正方每邊數也。

設如有三百六十一人。用船分載。其每船所載人數。與共船數相等。問共船幾何。答曰。船一十九隻。每船載一十九人。法置人數為方積。以開平方法除之。初商一十於左。亦列一十於右。左右相呼除。一一除實一百。餘實二百六十一。就以右一十倍作二十。以除餘實。足九倍。即定次商九隻。列於左初商一十之次。亦列九隻於右。倍作二十之次。與左次商九隻次第呼除。二九除實一百八十。九九除實八十一人。恰盡。左位所商一十九隻。即共船數。而每船亦載一十九人也。

設如用船運糧六千五百六十一石。欲取一船別用。將此船米分載各船。每船領去一石。其本船尚餘一石。問共船幾何。答曰。船八十一隻。每船原載米八十一石。法列米數為方積。以開平方法除之。其六千五百為初商積。與八十自乘之數相準。爰定初商八十於左。亦列八十於右。左右相呼除。八八除實六千四百。餘

實一百。連次位積共一百六十一石。就以右八十倍作一百六十。以除餘實。足一倍。即定次商一隻。列於左初商八十之次。亦列一隻於右倍作一百六十之次。與左次商一隻呼除。一一除實一百。一六除實六十。一一除實一石。恰盡。左位所商八十一隻。即共船數。而每船原載亦得八十一石也。

設如有錢一萬五千六百二十五文。買瓜。每瓜一箇。與腳錢一文。因無現錢。將一瓜準作腳錢。問瓜數幾何。答曰。瓜一百二十五箇。每瓜價一百二十五文。　法列錢數為方積。以開平方法除之。其一萬為初商積。止與一自乘之數相合。即定初商一百。於左。亦列一百於右。左右相呼除。一一除實一萬。餘實五千六百二十五文。就以右一百倍作二百。以除餘實。足二倍。即定次商二十。列與左一百之次。亦列二十於右倍作二百之次。與左次商二十呼除。二二除實四千。二二除實四百。餘實一千二百二十五文。再以右一百二十倍作二百四十。以除餘實。足五倍。即定三商五箇。列於左一百二十之次。亦列五箇於右倍作二百四十之次。與左三商五箇次第呼除。二五除實一千。四五除實二百。五五除實二十五文。恰盡。左位所商一百二十五箇。即共瓜數。而每瓜價錢亦得一百二十五文也。

帶縱平方說

帶縱平方者。兩等邊直角長方面積也。有積數。因長比闊之較或長與闊之和。而得邊。故曰帶縱。蓋正方之縱橫皆同。故止有積。即可得其邊。若長方則縱橫不等。知其積。又必知其縱橫相

差之較或縱橫相併之和始能得其邊故以長闊之較爲問者則用較爲帶縱加所開之數商除之而得闊或四因積數加較自乘平方開之即長闊之和和加較半之而得長和減較半之而得闊或半較自乘加原積而開平方即得半和加半較而得長減半較而得闊如以長闊之和爲問者則用和爲帶縱減去所開之數商除之而得闊或四因積數減和自乘平方開之即長闊之較較減和半之而得闊較加和半之而得長或半和自乘減原積而開平方即得半較加半和而得長減半和而得闊夫用半較半和之法與四因積數之法同出一理蓋四因積數加全較自乘故開方而得全和半較自乘加原積故開方而得半和四因積數減全和自乘故開方而得全較半和自乘減原積故開方而得半較此即面與線之比例面加四倍則邊加一倍邊得其半而積爲四分之一也法雖不一要之皆使歸於正方以求其和較是則雖曰帶縱仍不外乎平方之理也

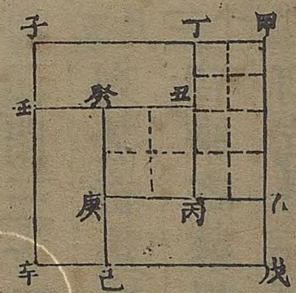
帶縱平方訣

平方帶縱法爲奇　右位先安縱較基　初商得數加縱內
縱較方法併爲題　左右相呼除實畢　倍方不倍縱開餘
餘數續商方再倍　何愁此術不能知

長闊相差訣

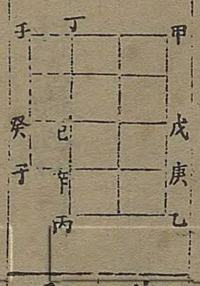
長闊相差要識情　積數將來以四因　差步自乘加入積

開方得數是和名　和步加差須折半　此爲長數更無零
以長減差便爲闊　學者留心仔細尋
設如長方面積八尺縱多二尺問長闊各幾何答曰闊二尺長
四尺　法置積於中爲實以縱多二尺列於右爲縱較用開平
方法除之積八尺止與二自乘之數相準爰商二尺於左亦列二尺
於右縱較二尺上共得四尺左右相呼除二四除實八尺恰盡左商
之二尺即闊加縱多二尺得四尺即長也
又法四因積數得三十二尺以縱多二尺自乘得四尺兩數相加共三十
六尺開方得六尺爲長闊相和之數乃以縱多二尺與和數相加
得八尺折半得四尺爲長減縱多二尺餘二尺爲闊也如圖甲乙丙丁
長方形容積八尺四因之得甲乙丙丁戊己庚
乙辛壬癸己子丁丑壬四長方形迴環相湊成
一空心正方式再加入縱多二尺自乘之丑丙
庚癸一小正方形即成一甲戊辛子大正方形



其甲戊類每一邊即長闊和故開方而得和既得和加縱多
是爲倍長故折半而得長減縱多則爲倍闊故折半而得闊
或得長而減縱多亦得闊也
又法將縱多二尺折半得一尺爲半較自乘仍得一尺與原積八尺相
加得九尺開方得三尺爲半和於半和減半較得二尺爲闊於半和
加半較得四尺爲長也如圖甲乙丙丁長方形甲乙爲長甲丁

爲闊戊乙爲縱多之較將較折半於庚而移庚乙丙辛置於丁己癸壬再加己辛子癸半較自乘之方則成甲庚子壬一正方形故開方而得甲庚甲壬之邊皆爲半和也於甲壬之半和減丁壬之半較得甲丁之闊於甲庚之半和加庚乙之半較得甲乙之長也

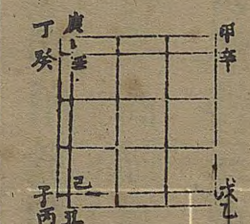


設如長方面積一千二百五十四尺縱多五尺問長闊各幾何

答曰闊三十三尺長三十八尺

法置積於中爲實以縱多五尺列於右爲縱較用開平方法除之其一千二百尺爲初商積與三十尺自乘之數相準即定初商三十尺於左亦列三十尺於右縱較之前位得三十五尺左右相呼除三三除實九百三五除實一百五十尺

餘實二百四尺○爲次商廉隅之共積乃以右列初商三十尺倍之得六十尺併縱較共六十五尺爲廉法以除餘實足三倍即定次商三尺列於左初商之次位亦列三尺於右六十五尺之上得六十八尺爲廉隅共法與左次商三尺相呼除三六除實一百八十三八除實二十四尺恰盡左商之三十三尺爲闊加縱多得三十八尺爲長也如圖甲乙丙丁長方形容積一千二百五十四尺其甲乙邊長三十八尺甲丁邊闊三十三尺甲辛即縱多之較初商三十與三十呼除九百者是辛戊己壬一大方積與五尺呼除一百五十者是甲辛壬庚一長方積次商三尺與六十呼除一百八十者是戊乙己丑壬己子癸



兩方廉積，與八尺呼除二十四尺者，是庚壬癸丁一縱廉積，併己丑丙子一隅積也。合兩方廉一縱廉二小隅，成一磬折形，環附於初商長方之兩旁，成一大長方，與平方之理無異。若次商除實不盡，則又為兩方廉一縱廉一小隅，復成一磬折形，得三商四商以至多商，皆依此法遞析開之。

又法，四因積數，得五千〇一十六尺，月以縱多五尺自乘，得二十五尺，兩數相加，得五千〇四十一尺，開方得七十一尺，為長闊和，加較五尺，得七十六尺，折半得三十八尺，為長，減較得三十三尺，為闊也。

又法，將縱多折半，得二尺五寸，為半較，自乘得六尺二十五寸，與原積相加，得一千二百六十尺二十五寸，開方得三十五尺五寸，為半和，於半和減半較，得三十三尺，為闊，於半和加半較，得三十八尺，為長也。

設如長方面積一萬六千一百二十八尺，縱多七十二尺，問長闊各幾何。答曰：闊九十六尺，長一百六十八尺。

法列積於中為實，以縱多七十二尺，列於右為縱較，用開平方法除之。其一萬為初商積，應商一百尺，加縱多，共得一百七十二尺，以初商一百除之，得一萬七千二百尺，大於原積，是初商不可商一百也，乃改商九十尺，列於左，亦列九十尺於右縱較上，共得一百六十二尺，左右相呼除，一九除實九千，六九除實五千四百，二九除實一百八十，餘實一千五百四十八尺，為次商廉隅共積，乃以右列初商九十尺倍之，得一百八十尺，併入縱較，共二百五十二尺，為廉法，以除餘實，足六倍，即定次商六尺，列於左初商之

次。亦列六尺於右二百五十二尺之內。共二百五十八尺為廉隅共法。與左次商六尺相呼除。二六除實一千二百。五六除實三百。六八除實四十八尺。恰盡。左商之九十六尺為闊。加縱多為長也。此法原積初商應得一百尺。因加縱多。除實大於原積。故改商九十尺。凡如此類。不若用四因積數之法。或縱較折半之法。為直捷。設例如後。

設如長方面積三萬四千五百六十九尺。縱多三千八百三十二尺。問長闊各幾何。答曰。闊九尺。長三千八百四十一尺。

法四因積數。得一十三萬八千二百七十六尺。另以縱多自乘。得一千四百六十八萬四千二百二十四尺。兩數相加得一千四百八十二萬二千五百尺。開方得三千八百五十尺。為長闊和。減縱多餘一十八尺。折半得闊。加縱多得長。

又法將縱多折半。得一千九百一十六尺。為半較。自乘得三百六十七萬一千〇五十六尺。與原積相加得三百七十萬五千六百二十五尺。開方得一千九百二十五尺。為半和。於半和減半較。得九尺為闊。於半和加半較。得三千八百四十一尺為長。

設如有銀三百六十兩賞人。其人數比每人所得銀數。為五分之二。問人數及每人所得銀數各幾何。答曰。十二人。每人得銀三十兩。 法先以總銀數五歸二因之。得一百四十四兩。開方得十二。為人數。以人數除總銀數。得每人應賞銀數。此法以人數為闊。每人所得銀數為長。成一長方形。人數既居銀數五分之二。是闊為二分。長為五分也。今將總銀五歸二因。為分作

五分而取其二分，卽人數與分得銀數相等，而成正方形矣。故開方而得人數也。

設如買果樹不知樹數，亦不知樹價，但知每株樹價爲樹共數之六倍，另每株腳錢六文，今樹價腳錢共三千六百文，問樹數及每株樹價各幾何。答曰：樹二十四株，每株樹價一百四十四文。

法以共錢六因之，得二萬一千六百文，爲長方積，腳錢六文爲縱較。爰以縱多六文折半，得三文，爲半較，自乘得九文，與六因所得之錢相加，得二萬一千六百〇九文，開平方得一百四十七文，爲半和，內減半較三文，得一百四十四文，爲樹每株之價，六歸之得二十四，爲樹數。此法以樹數爲闊，樹價與腳價爲長，成長方形，因每株之價爲樹數之六倍，是長爲闊之六倍又多六文，故六倍其積，則長比闊多六文，而以帶縱開平方法算之，得闊爲樹價，六歸之得樹數也。

減縱平方訣

減縱開方法如何　中閒置積右安和
初商左數和中減　餘縱對左互除呼
再把初商縱內退　次商左列亦除和
餘數次商呼減盡　以求長闊定無訛

長闊相和訣

長闊相和不識情　四因積步莫差爭
和步自乘減去積　餘以開方差步名
卻將和步加差步　折半當爲長數成

要知闊步如何見　長步減差闊便明

設如長方面積八尺長闊相和六尺問長闊各幾何答曰闊二尺長四尺　法置積於中爲實以長闊和六尺列於右積八尺止可商二尺乃列初商二尺於左以除右和六尺餘四尺與左商二尺相呼除二四除實八尺恰盡左商之二尺卽闊以減和六尺餘四尺卽長也

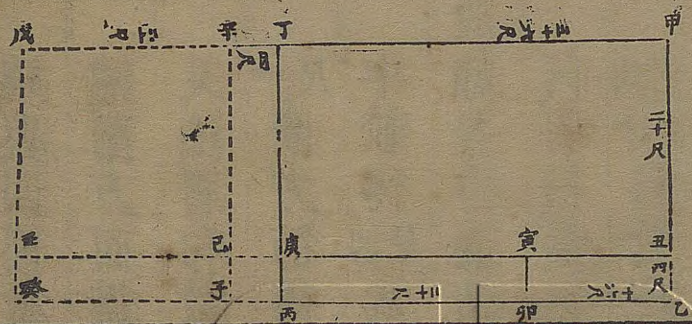
此法比較數爲問者在加減之異蓋一則以所商之數與較數相加一則以所商之數與和數相減也

又法四因積數得三十二尺以和數自乘得三十六尺相減餘四尺開方得二尺卽長闊之較與和數相加折半得四尺爲長減較二尺餘二尺爲闊此法比較數爲問者亦在加減之異蓋一則用較自乘與四因數相加開方而得和一則用和自乘與四因數相減開方而得較也

又法將和數折半得三尺爲半和自乘得九尺與原積八尺相減餘一尺開方仍得一尺爲半較於半和減半較得二尺爲闊於半和加半較得四尺爲長

設如長方面積八百六十四尺長闊相和六十尺問長闊各幾何答曰長三十六尺闊二十四尺　法列積於中爲實以和六十尺列於右爲減縱用開平方法除之其八百尺爲初商積與二自乘之數相準卽定初商二十列於左就將右縱内減去初商二十餘縱四十與左初商二十相呼除二四除實八百餘實六十四尺爲

次商廉隅之共積，乃以初商二十再減餘縱，仍餘縱十二為廉法，以除餘實，足三倍。因廉法內尚要減去次商數為法，故取畧大數四尺，列於左初商之次，又將右縱內再減去次商四尺，餘縱一十六尺，與左次商四尺呼除，一四除實四十，四六除實二十四尺，恰盡。左商二十四尺為闊，與和相減，餘三十六尺為長。



如圖，甲乙丙丁長方形，甲乙邊闊二十四尺，甲丁邊長三十六尺，甲戊為長闊和六十尺。其丁戊與甲乙等。假若借廣湊縱，作一大長方，長闊相乘，應得積一千四百四十尺。今初商二十，先減二十，則少乘二二如四百，卽辛己壬戊一大方虛積。次商四尺，先減二十，又少乘二四八十尺，卽己子癸壬一長廉虛積。再減餘縱二十，又少乘二四八十尺，卽丁庚己辛一長廉虛積。又減餘縱四尺，又少乘四四十六尺，卽庚丙子己一小隅虛積。仍止得實積八百六十四尺。所謂若不益積，便用減縱也。其初商二十，與四十呼除八百者，卽甲丑庚丁一大長方積，併與寅卯丙庚相等之丁庚己辛一長廉積。其次商四尺，與十六呼除六十四尺者，卽丑乙卯寅一短廉積也。然設問中有減縱過多，初商卽須改商小數者，或有廉法內尚要減去商數，次商三商，必須取大於足除之數，反覆商除，始能相符者，不若四因積數之法，及半

和自乘之法，為直捷而整齊也。

又法，四因積數，得三千四百五十六尺，另以和自乘，得三千六百尺，兩數相減，餘一百四十四尺，開方得一十二尺，為長闊之較，乃以較與和相加，折半得三十六尺，為長，長內減去較，餘二十四尺，為闊。

又法，以和折半，得三十尺，為半和，自乘，得九百尺，與原積相減，餘三十六尺，開方得六尺，為半較，於半和減半較，得二十四尺，為闊，於半和加半較，得三十六尺，為長。

設如有錢四千七百六十文，買果樹不知數，但知樹之共數，與每株之價相加，得一百七十四，問樹數及價各幾何。答曰：樹三十四株，每株價一百四十文。　法以一百七十四折半，得八十七，為半和，自乘，得七千五百六十九，與總錢相減，餘二千八百〇九，開方得五十三，為半較，於半和減半較，餘三十四，為樹數，於半和加半較，得一百四十，為樹價也。此法以樹數為闊，樹價為長，成一長方形，其樹數與樹價相加，即如長闊之和，故以半和自乘，減積開方得半較，既得半較，相減為樹數，相加為樹價也。

設如五百八十八人，用船均載，其船數與每船所載人數相加，比船數多四分之三，問船數與每船所載人數各幾何。答曰：船一十四隻，每船載四十二人。　法先以總人數三歸之，得一百九十六人，用開平方法除之，得一十四，為船數，以三因之，得四十二，為每船所載人數也。此以船數為闊，每船所載人數為長，成

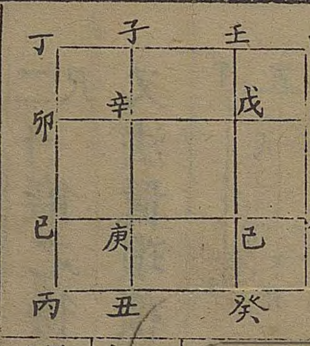
一長方形。船數與人數相加。即如長闊之和。和數既比船數多四分之三。則是和數爲四分。每船所載人數爲三分。船數爲一分。即闊爲一分。長爲三分也。故將總人數三分之而取其一。則人數與船數同爲一分。而成正方形矣。故平方開之。即得船數。每船所載之人數。既爲船數之三倍。故三因之而得所載人數也。

各面形求邊周法

設如梯形面積一千五百尺。下闊四十尺。中長五十尺。問上闊幾何。答曰二十尺。　法以積倍之。得三千尺。以長五十尺除之。得六十尺。爲上下兩闊之和。內減下闊四十尺。餘二十尺。即上闊也。

設如兩直角斜方形。面積九千六百尺。長一百二十尺。上下兩闊之較四十尺。問上下闊各幾何。答曰。上闊六十尺。下闊一百尺。　法以積倍之。得一萬九千二百尺。以長一百二十尺除之。得一百六十尺。爲上下兩闊之和。內減較四十尺。餘數折半。得六十尺。爲上闊。加較得一百尺。爲下闊也。以上三形。算法俱同。凡有設例。可以參用

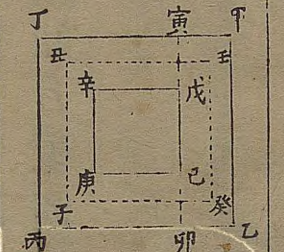
設如方環面積四千尺。闊二十尺。問內外方邊各幾何。答曰。內



邊三十尺。外邊七十尺。　法以闊二十尺自乘。得四百尺。如甲寅戊壬。四因之得一千六百尺。與環積相減。減去四隅四正方積。餘二千四百尺。存四正四長方積。四歸之得六百尺。如壬戊辛子。以闊二十尺除之。如壬戊。得三十尺。即內邊。如壬子。又以闊

二十尺倍之得四十尺如甲壬併子丁加內邊三十尺如壬子得七十尺如甲丁即外邊

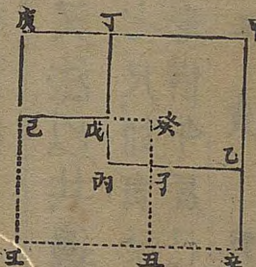
又法置環積四十尺以闊二十尺除之得二百尺如壬癸子丑為內周外周相併折半之中數四歸之得五十尺如壬癸一邊即如戊卯加闊二十尺如寅戊得七十尺即外邊如甲乙等與如寅卯於五十尺內減闊二十尺如己卯餘三十尺即內邊如戊己



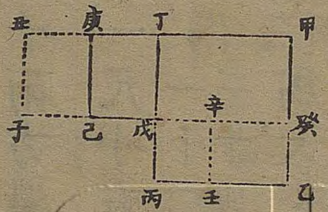
設如大小兩正方面形共積四百一十尺大方邊比小方邊多六尺問兩正方邊及面積各幾何

答曰大方邊一十七尺積二百八十九尺小方邊一十一尺積一百二十一尺

法以共積倍之得八百二十尺如甲辛壬庚一大方積仍疊一癸子丙戊一小方積又以多六尺自乘得三十六尺即癸子丙戊小方積與倍共積相減餘七百八十四尺即甲辛壬庚大方積開方得二十八尺為大小兩方邊之和如甲丁併丁庚加多六尺如戊丙為大小兩方邊之較得三十四尺折半得一十七尺為大方邊內減六尺餘一十一尺為小方邊各以邊自乘得各面積



又法以兩正方邊之較六尺如戊丙自乘得三十六尺如辛壬丙戊小方積與共積四百一十尺相減餘三百七十四尺如甲乙壬辛己庚磬折形若以癸乙壬辛長方形移於庚己子丑即成甲癸子丑一大長方形折半得一百八十七尺為長方積如丁戊子丑以多六尺為帶縱用帶縱較數開平方法算之得闊一十一尺即小方邊加較得一十七尺為大方邊

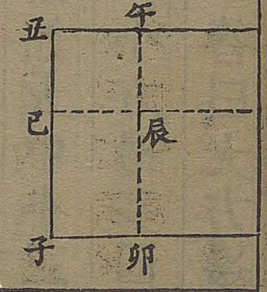


設如大小兩正方形共面積六百一十七尺。共邊三十五尺。問大小兩方邊及積各幾何。答曰。大方邊一十九尺。積三百六十一尺。小方邊一十六尺。積二百五十六尺。

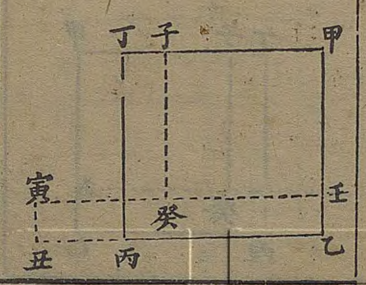
法以共積倍之。得一千二百三十四尺。另以共邊自乘。得一千二百二十五尺。相減。餘九尺。開方得三尺。爲大小兩方邊之較。與共邊卽和三十五尺相加。得三十八尺。折半得一十九尺。爲大方邊。減較三尺。餘一十六尺。爲小方邊。各以邊自乘。得各面積。

又法以共邊自乘得一千二百二十五尺。如壬癸子丑一正方形。內減共積六百一十七尺。如寅癸卯辰一大方形併午辰己丑一小方形。餘六百〇八尺。如壬寅辰午辰卯子己二長方形。折半得三百〇四尺。如壬寅午辰一長方形。爲長方積。以共邊三十五尺爲長

闊和。用帶縱和數開平方法算之。得闊一十六尺。如壬寅。卽如午丑。爲小方邊。與共邊相減。餘一十九尺。如壬午。爲長。卽大方邊。

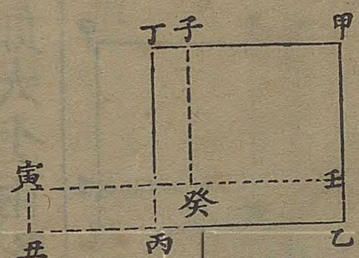


設如大小兩正方形。大正方邊比小正方邊多七尺。大正方積比小正方積多三百四十三尺。問大小方邊各幾何。答曰。大方邊二十八尺。小方邊二十一尺。



法以積較三百四十三尺。如壬乙丙丁子癸磬折形積。用邊較七尺。如壬乙。除之。得四十九尺。如乙丑。蓋以磬折形引而長之。卽成壬乙丑寅長方形。爲大小兩方邊之和。加邊較得五十六尺。折半得二十八尺。如乙丙。爲大方邊。與共邊相減。餘二十一尺。如丙丑。卽如子癸。爲小方邊。

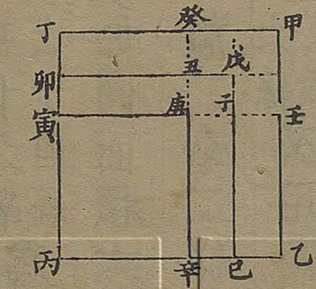
設如大小兩正方形共邊三十一尺大正方積比小正方積多一百五十五尺問大小方邊各幾何答曰大方邊一十八尺



小方邊一十三尺　法以積較一百五十五尺如壬乙丙丁子癸磬折形積用共邊三十一尺如乙丑蓋以磬折形引而長之即成壬乙丑寅長方形除之得五尺如壬乙為大小兩方邊之較與共邊三十一尺相加得三十六尺折半得一十八尺如乙丙為大方邊與共邊相減餘一十三尺如丙丑即如子癸為小方邊

設如大中小三正方面形大方邊比中方邊多四尺中方邊比小方邊多四尺共積八百尺問大中小三方邊及積各幾何

答曰大方邊二十尺積四百尺中方邊一十六尺積二百五十六尺小方邊一十二尺積一百四十四尺　法以大方邊多小方邊八尺自乘得六十四尺以中方邊多小方邊四尺自乘得一十六尺相併得八十尺如甲壬庚癸戊子庚丑兩隅積與共積相減餘七百二十尺是庚辛丙寅



類三箇小方併壬乙己子癸丑卯丁兩廉子己庚辛類兩廉丑庚寅卯類兩廉共六箇廉積三歸之得二百四十尺是一箇小方兩箇廉積為實如壬乙丙寅長方形併兩廉闊共八尺為縱較用帶縱較數開方法算之得闊一十二尺為小方邊加四尺即中方邊再加四尺即大方邊各以邊自乘即得各面積

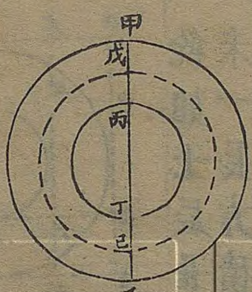
設如圓面積六尺一十六寸問徑幾何答曰二尺八寸〇〇五毫六絲有餘　法用圓徑方邊相等圓積方積不同之定率

比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇為一率。方積一二七三二三九五四為二率。今所設之圓積六尺一十六寸為三率。求得四率七尺八十四寸三十一分五十五釐五十六毫六十四絲。為與圓徑相等之方邊之面積。開方即得圓徑。

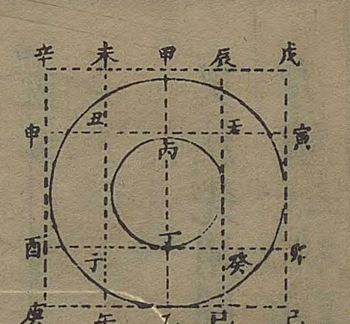
設如圓面積六尺一十六寸。問周幾何。答曰。八尺七寸九分八釐二毫二絲有餘。　法先用圓積求徑法。求得徑二尺八寸〇〇五毫六絲有餘。又用圓徑求周法。見方田章求得八尺七寸九分八釐二毫二絲有餘。即圓周。

設如橢圓形面積四十二尺四十一寸一十五分〇六十四毫。大徑九尺。問小徑幾何。答曰。六尺。　法用圓徑方邊相等圓積方積不同之定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇為一率。方積一二七三二三九五四為二率。今所設之圓積四十二尺四十一寸一十五分〇六十四毫為三率。求得四率五十四尺為長方積。以大徑九尺除之。得小徑。

設如圓環形面積四百六十二尺。闊七尺。問內外徑各幾何。答曰。外徑二十八尺〇八釐四毫五絲有餘。內徑一十四尺〇八釐四毫五絲有餘。　法以闊七尺除環積得六十六尺。為內外周相併折半之中周。即戊己周。乃以周求徑法求得徑二十一尺〇八釐四毫五絲。即戊己徑。為內外徑相併折半之中徑。加闊七尺得外徑。蓋甲戊與己乙兩段其闊與甲丙一段等。中徑內減闊七尺得內徑。蓋戊丙與丁己兩段其闊與甲丙一段等。

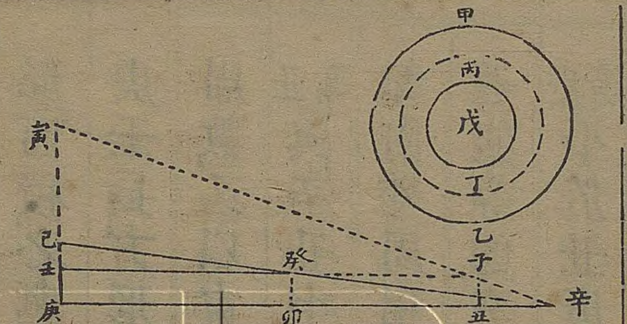


又法。先用圓積方積定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇為一率。方積一二七三二三九五四為二率。圓環積四百六十二尺為三率。求得四率



五百八十八尺二十三寸六十六分六十七釐有餘。為方環積。乃以闊七尺自乘。得四十九尺。如戊寅壬辰一方積。以四因之。得一百九十六尺。即四隅之四正方積。與方環積相減。餘三百九十二尺二十三寸六十六分六十七釐有餘。即四正之四長方積。四歸之。得九十八尺〇五寸九十一分六十六釐有餘。如壬辰丑未一長方積。以闊七尺。如辰壬。除之。得內圓徑。如辰未。即如丙丁。加倍闊一十四尺。如辰壬併癸巳。得外圓徑。如辰巳。即如甲乙。

設如圓環形面積三百〇八尺。闊七尺。問內外周各幾何。答曰。外周六十五尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。內周二十二尺〇八釐八毫六絲有餘。　法以闊七尺。如三角形之壬庚。除環積得四十四尺。如三角形之丑庚。為內外周相併折半之中周。又用徑求周法



以徑數一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。周數三一四一五九二六五為二率。闊七尺為三率。求得四率二十一尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。為內外周相減折半之半較。如三角形之辛丑。乃以半較與中周相加。得六十五尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。如三角形之辛庚。即外周。以半較與中周相減。餘二十二尺〇八釐八毫六絲有餘。如三角形之卯庚。即內周。如圖。甲乙丙丁圓環形。丁乙闊七尺。試依甲乙大圓之戊乙半徑。與甲乙圓周度作一己庚辛直角三角形。則三角形之面積。與甲乙大圓之面積等。又依丙丁小圓之戊丁半徑。截三角形之己庚小邊於壬。又依丙丁小圓周度。作壬癸線。與庚辛平

行，則成己壬癸一小直角三角形，內減小三角形，其面積與丙丁小圓之面積等，如於大三角形內減小三角形，所餘癸辛庚壬斜尖方形面積，必與環積等矣，而癸辛庚壬斜尖方形積，又與子丑庚壬長方形積等，故以如丁乙闊之壬庚除之，得丑庚為中周數，又以寅庚全徑與庚辛全周之比，同於丁乙圓環闊與子丑等與辛丑半較之比，蓋丁乙為內外徑相減折半之較，辛丑卽內外周相減折半之較，為相當比例四率也，既得辛丑，與丑卯等，卽辛庚外周，大於丑庚中周之較，亦卽癸壬內周，與卯庚等小於丑庚中周之較，故於中周加半較得外周，減半較得內周也。

設如圓環形面積三尺三十六寸，內周一尺一寸，問外周及闊各幾何，答曰外周六尺五寸九分〇一毫有餘，闊八寸七分三釐八毫。

法以內周用周求徑法，求得內徑三寸五分〇一毫有餘，又用周徑求積法，求得內圓積九寸六十二分七十七釐五十毫有餘，與環積相加，得三尺四十五寸六十二分七十七釐五十毫有餘，卽外周圓面積，乃用圓積方積定率比例，以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率，方積一二七三二三九五四為二率，今所得之外周圓面積三尺四十五寸六十二分七十七釐五十毫有餘為三率，求得四率四尺四十寸〇六分六十九釐一十七毫有餘，為外徑自乘之方積，開方得二尺〇九分七釐七毫有餘，卽外徑，減去內徑三寸五分〇一毫，餘數折半，得八寸七分三釐八毫，卽環形之闊，又用徑求周法，求得六尺五寸九分

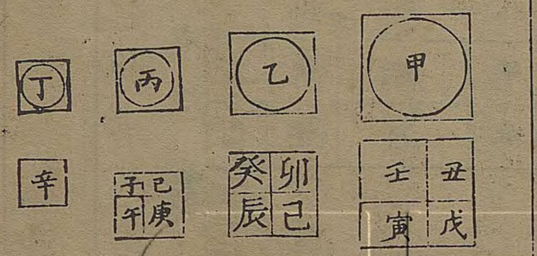
○一毫有餘即外周數也

設如圓環形面積三百八十四尺外周八十八尺求內周及闊各幾何

答曰內周五十四尺○二分二釐八毫有餘闊五尺四寸○七釐六毫

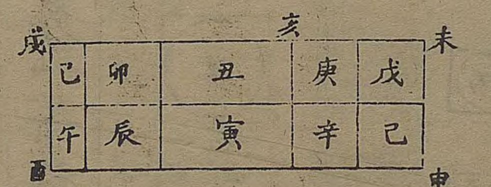
法以外周用周求徑法求得外徑二十八尺○一分一釐二毫有餘又用周徑求積法求得外周圓面積六丈一十六尺二十四寸六十四分有餘內減去環積餘二丈三十二尺二十四寸六十四分有餘為內圓積乃用圓積方積定率比例以圓積一○○○○○○○○為一率方積一二七三二三九五四為二率今所得之內圓積二百三十二尺二十四寸六十四分為三率求得四率二丈九十五尺七十寸五十二分九十九釐五十毫有餘即內徑自乘之方積開方得一十七尺一寸九分六釐有餘即內徑與外徑二十八尺○一分一釐二毫相減餘數折半得五尺四寸○七釐六毫即環形之闊又用徑求周法求得五十四尺○二分二釐八毫有餘即內周數也

設如甲乙丙丁四平圓共積二百一十七尺五十五寸五十三分一十釐甲圓徑比乙圓徑多三尺乙圓徑比丙圓徑多三尺丙圓徑比丁圓徑多二尺問四圓徑各幾何



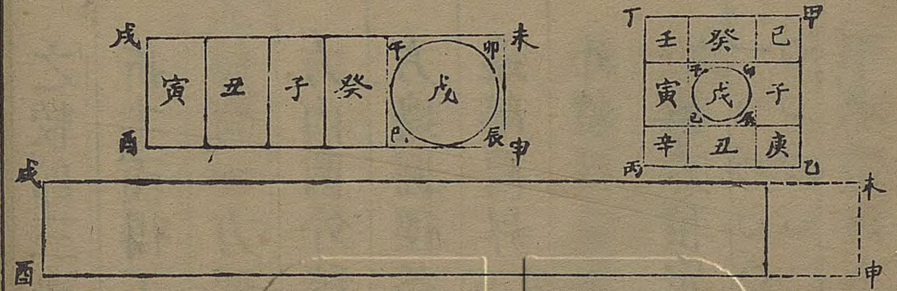
答曰甲十二尺乙九尺丙六尺丁四尺

法用圓積方積定率比例以圓積一○○○○○○○○為一率方積一二七三二三九五四為二率四平圓共積為三率求得四率二百七十七尺為四平方共積乃以丙圓徑多丁圓徑二尺自乘得四尺又以乙圓徑多丁圓



徑五尺自乘得二十五尺又以甲圓徑多丁圓徑八尺自乘得六十四尺三數相併共九十三尺與四平方共積相減餘一百八十四尺為長方積乃以四圓徑之較二尺五尺八尺併之得一十五尺為長闊較用帶縱較數開平方法算之得闊八尺二歸之得四尺為丁圓徑加二尺為丙圓徑再加三尺為乙圓徑再加三尺為甲圓徑如圖甲乙丙丁四平圓形變為四平方形則四圓徑之較即四方邊之較故於四方形內減去壬癸子三較方餘戊己庚辛四正方丑寅卯辰巳午六長方共成未申酉戌大長方戌亥為長闊之較即三邊較之共數故用帶縱較數開平方法算之得闊折半而得丁方邊即丁圓徑遞加之即得丙乙甲各圓徑也

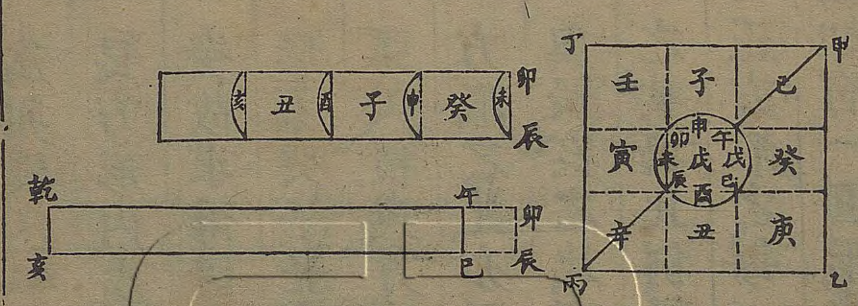
設如有一方形內不切方邊容一圓形但知方邊離圓界五丈方內圓外積三百二十一丈四十六尺〇一寸八十四分問方邊圓徑各幾何答曰方邊二十丈圓徑一十丈　法以方邊離圓界五丈自乘得二十五丈四因之得一百丈如四隅之四正方與方內圓外積相減餘二百二十一丈四十六尺〇一寸八十四分乃以圓積定率七八五三九八一六與方積定率一〇〇〇〇〇〇〇〇相減餘二一四六〇一八四為一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今減餘積二百二十一丈四十六尺〇一寸八十四分為三率求得四率一千〇三十一丈九十五尺八十四寸五十八分為長方積又以二一四六



〇一入四為一率。一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。以方邊離圓界五丈四因之。得二十丈為三率。求得四率九十三丈一尺九寸五分為長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊十丈。即內圓徑。加方邊離圓界共十丈。得二十丈。即外方邊。如圖。甲乙丙丁方形。內容戊圓形。以方邊離圓界五丈自乘四因。與積相減。則減去己庚辛壬四小方形。餘癸子丑寅四長方形。及卯辰巳午四隅積。今欲以卯辰巳午四隅積補足戊圓虛積共成未申酉戌長方形。應以定率之方積圓積相減。餘方內圓外積為一率。方積為二率。令所餘之卯辰巳午方內圓外積為三率。則得四率為未亥方積。而戊圓虛積。即補足在其中。然今乃以卯辰巳午四隅積。併癸子丑寅四長方積共為三率。則戊圓虛積固已補足。而癸子丑寅四長方積。必多補出之分。是知癸子丑寅四長方積。其寬仍為戌酉。而亥酉之長。必亦多補出之分矣。故又以定率之方內圓外積為一率。方積為二率。四因方邊離圓界五丈。得亥酉之長為三率。求得四率。即將亥酉之長亦增補出之分。乃以此為長闊較。求得未申闊。即內圓徑也。

設如有一方形。內不切方邊容一圓形。但知方角離圓界二十一丈二尺一寸三分。方內圓外積一千四百四十二丈九十

二尺〇三寸六十八分。問方邊圓徑各幾何。答曰。方邊四十丈。圓徑十四丈一尺四寸二分。　法以方角離圓界數自乘。倍之得九百丈。與方內圓外積相減。餘五百四十二丈九十二尺〇三寸六十八分。乃以定率弧矢積二八五三九八一六爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇方內容圓積七八五三九八一六圓內容方積五〇〇〇〇〇〇〇相減餘二八五三九八一六爲弧矢積。圓內容方積五〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今減餘積五百四十二丈九十二尺〇三寸六十八分爲三率。求得四率九百五十一丈十六尺三十寸四十八分爲長方積。又以二八五三九八一六爲一率。五〇〇〇〇〇〇〇爲二率。以方角離圓界二十一丈二尺一寸三分用斜求方法。求得四隅方邊十五丈。四因之。得六十丈。爲三率。求得四率一百〇五丈一尺一寸六分爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得闊十丈

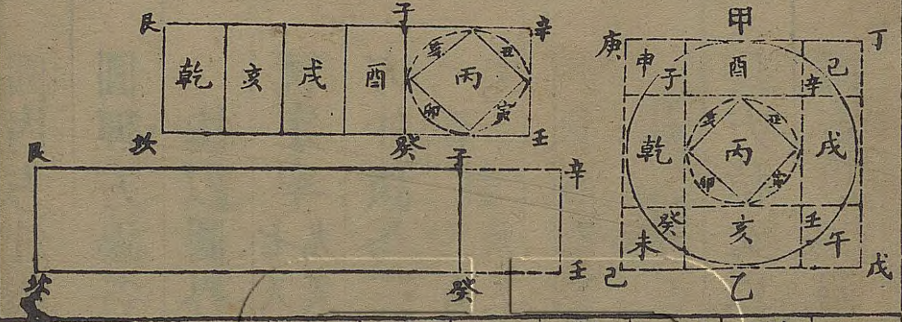


卽內圓所容方邊。以四隅方邊十五丈倍之。得三十丈。相加。得四十丈。卽外方邊。以內圓所容方邊十丈求對角斜線。得十四丈一尺四寸二分。卽內圓徑。如圖。甲乙丙丁方形。內容戊圓形。以方角離圓界甲卯自乘倍之。與積相減。則減去己庚辛壬四正方形。以甲卯自乘。折半得己正方形積。故甲卯自乘倍之。卽得四正方形積也。餘癸子丑寅四長方形。而內虛未申酉戌四弧矢形。今欲以所虛之未申酉戌四弧矢形。變爲卯辰巳午一正方形。應以定率弧矢積爲一率。方積爲二率。未申酉戌四弧矢虛積爲三率。則得四率

爲卯辰巳午虛方積，然今無四弧矢虛積，而以癸子丑寅四
長方形內，虛四弧矢形之餘積爲三率，實積旣變，則虛積亦
變，故求得四率爲卯辰亥乾長方形，而內虛卯辰巳午正方
形，蓋癸子丑寅四長方實積，與午巳亥乾長方積之比，同於
弧矢積與方積之比，則其所虛之四弧矢形，與卯辰巳午正
方形之比，亦同於弧矢積與方積之比，而癸子丑寅之共長
與辰亥之比，亦必同於弧矢積與方積之比矣，故以四長方
之共邊比例，得辰亥邊爲長闊和，求得卯辰闊爲內圓所容
正方形之每一邊也，

設如有一圓形，內不切圓界容一方形，但知圓界離方角五丈，
圓內方外積二百六十四丈十五尺九十二寸六十四分，問
圓徑方邊各幾何，答曰，圓徑二十丈，方邊七丈○七寸一分，
法以圓界離方角五丈自乘，得二十五丈，四因之得一百丈，又以圓
積定率七八五三九八一六爲一率，方積一○○○○○○○○爲二率，今圓內
方外積爲三率，求得四率三百三十六丈三十三尺八十寸二十三分，內減所得
一百丈，餘二百三十六丈三十三尺八十寸二十三分，乃以定率弧矢積二八五三九八一六
用圓積變方積法通之，得三六三三八○二三爲一率，方積一○○○○○○○
○爲二率，今減餘積爲三率，求得四率六百五十丈三十八尺七十四寸爲
長方積，又以三六三三八○二三爲一率，一○○○○○○○爲二率，以圓界
離方角五丈四因之得二十丈爲三率，求得四率五十五丈○三寸八分七釐四

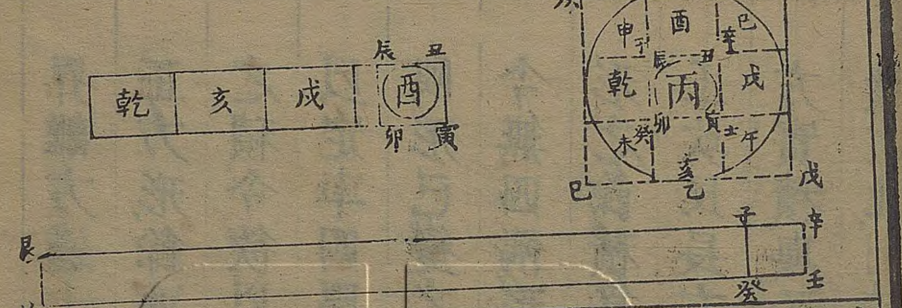
趙子



毫為長闊之較，用帶縱較數開平方法算之，得闊十丈，即內方對角斜線，用斜線求方法，得七丈〇七寸一分，即內方邊。以內方對角斜線十丈，加圓界離方角共十丈，得二十丈，即外圓徑。如圖甲乙圓形，內容丙方形，以圓積方積定率比例，則變為丁戊己庚辛壬癸子方環形，而多丑寅卯辰四弧矢形所變之積。蓋圓環變為方環，今圓內方外積，比圓環積多丑寅卯辰四弧矢形，故所變之方環亦多四弧矢形所變之積也。以圓界離方角五丈自乘四因，與積相減，則減去巳午未申四小方形，餘酉戌亥乾四長方形，及四弧矢形所變之積。今欲以四弧矢形所變之積，補成辛壬癸子正方形，共成辛壬坎艮長方形，應以定率四弧矢形已變之積為一率，方積為二率，今所多之四弧矢形已變之積為三率，則得四率為辛壬癸子正方積。然今乃以四弧矢形已變之積，併酉戌亥乾四長方積，共為三率，則辛壬癸子正方積，固已補足，而酉戌亥乾四長方，必多補出之分，是知酉戌亥乾四長方，其寬仍為子癸，而癸坎之長，亦必多補出之分矣。故又以四弧矢形已變之積為一率，方積為二率，以圓界離方邊五丈四因之，得癸坎之長為三率，求得四率，即將癸坎之長，亦增補出之分，乃以

此爲長闊之較求得辛壬闊即內方對角斜線也

設如有一圓形內不切圓界容一方形但知圓界離方邊十五丈圓內方外積一千一百五十六丈六十三尺七十寸四十分問圓徑方邊各幾何答曰圓徑四十丈方邊一十丈法以圓界離方邊十五丈自乘得二百二十五丈四因之得九百丈又以圓積定率七八五三九八一六爲一率方積定率一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今圓內方外積爲三率求得四率一千四百七十二丈六十七尺六十寸四十六分內減所得九百丈餘五百七十二丈六十七尺六十寸四十六分乃以定率方內圓外積二一四六〇一八四用圓積變方積法通之得二七三二三九五五爲一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今減餘積爲三率求得四率二千〇九十五



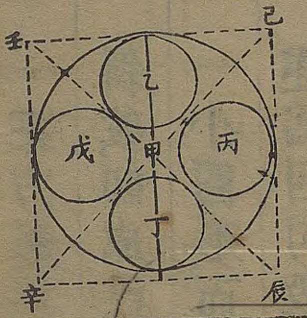
丈八十八尺六十三寸六十一分爲長方積又以二七三二三九五五爲一率一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率以圓界離方邊十五丈四因之得六十丈爲三率求得四率二百一十九丈五尺八寸八分爲長闊和用帶縱和數開平方法算之得闊十丈即內方邊加圓界離方邊共三十丈得四十丈即外圓徑如圖甲乙圓形內容丙方形以圓積方積定率比例則變爲丁戊己庚辛壬癸子方環形而少丑寅卯辰四隅所變之積蓋圓環變爲方環今圓內方外積比圓環積少丑寅卯辰四隅故所變之方環亦少四隅所變之積也以圓

趙午

界離方邊十五丈自乘四因與積相減則減去巳午未申四正方形餘酉戌亥乾四長方形而內少丑寅卯辰四隅所變之積今欲以所虛四隅所變之積作為辛壬癸子正方形應以定辛四隅形已變之積為一辛方積為二辛今所少之四隅形已變之虛積為三辛則得四辛為辛壬癸子虛方積然今無四隅形已變之虛積而以酉戌亥乾四長方內虛四隅形之餘積為三辛實積既變則虛積亦變故求得四辛為辛壬坎艮長方形而內虛辛壬癸子正方形蓋酉戌亥乾四長方實積與子癸坎艮長方形之比同於已變之四隅積與方積之比則其所虛之四隅已變之積與辛壬癸子正方形之比亦同於已變之四隅積與方積之比而酉戌亥乾之共長與壬坎之比亦必同於已變之四隅積與方積之比矣故以四長方之共邊比例而得壬坎邊為長闊和求得辛壬闊為內方邊也再加圓界離方邊之共三十丈即得外圓徑矣

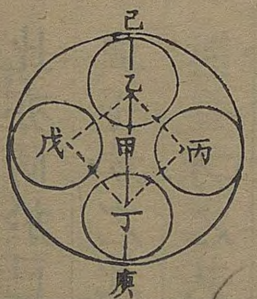
大圓容小圓求徑法

設如一大圓形內容四小圓形但知大圓徑一尺二寸求小圓徑幾何　答曰四寸九分七釐○五絲有餘　法以大圓徑一尺二寸自乘倍之開方得一尺六寸九分七釐○五絲有餘內減大圓徑一尺二寸餘即小圓徑如圖甲大圓形內容乙丙丁戊四小圓形試切大圓界作



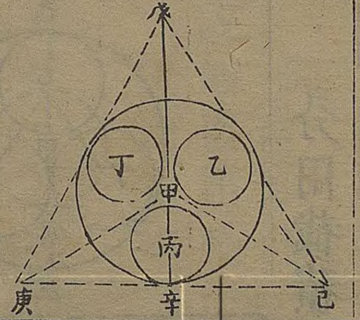
一正方形。其方邊卽大圓全徑。用方求斜法。得壬庚己辛兩斜弦。卽戊己甲壬己甲庚庚甲辛壬甲辛四句股形。內各容一小圓形。而四方邊遂爲四句股形之各弦。兩斜弦各折半。遂爲四句股形之各句股。任取一句股和減弦。卽得容圓全徑。解見句股容圓法中。

設如一大圓形。內容四小圓形。但知小圓徑五寸。求大圓徑幾何。答曰。一尺二寸〇七釐一毫有餘。　法以小圓徑五寸自乘倍之。開方得七寸〇七釐一毫有餘。加小圓徑五寸。卽得。如圖。甲大圓形。內容乙丙丁戊四小圓形。試連四小圓形中心。作一乙丙丁戊正方



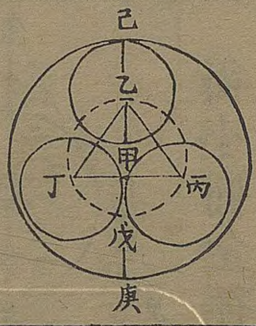
形。用方求斜法。求得乙丁斜弦。加己乙與丁庚兩半徑。爲一小圓形全徑。卽得己庚大圓全徑也。

設如一大圓形。內容三小圓形。但知大圓徑一尺二寸。求小圓徑幾何。答曰。五寸五分六釐九毫二絲有餘。　法以大圓徑一尺二寸求得外切三角形之每邊爲二尺〇七分八釐四毫六絲有餘。如己庚。乃以大圓徑一尺二寸爲兩腰。如甲己與甲庚爲三角形之分角線。皆與大圓全徑等。半徑六寸爲中垂線。如甲辛。用三角形求容圓法。求得半徑二寸七分八釐四毫六絲有餘。倍之。卽得小圓全徑也。



設如一大圓形。內容三小圓形。但知小圓徑五寸。求大圓徑幾

何答曰一尺〇七分七釐三毫五絲有餘法以小圓徑五寸為等邊三角形之每一邊如丙丁用三等邊形求外切圓形全徑法求得外切圓徑五寸七分七釐三毫五絲有餘如乙戊加小圓全徑五寸如己乙併戊庚即得



分田截積法

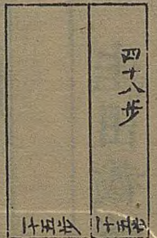
直田截積訣

直田截積法為奇　截長積步闊除之　截闊用長除甚易　得其步數不須疑謂若依原闊截長則以原闊除之若依原長截闊則以原長除之也

設如直田長四十八步闊四十步今依原闊截積七百二十步

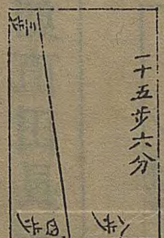
問截長幾何答曰長一十八步　法以截積為實以原闊四十步除之得截長一十八步

設如直田長四十八步闊四十步今依原長截積七百二十步



問截闊幾何答曰闊一十五步　法以截積為實以原長四十八步除之得截闊一十五步

設如直田長一十五步六分闊一十二步從東邊截斜田一段積五十四步六分北廣四步問截南廣幾何答曰三步　法以截積為實以原長一十五步六分除之



得闊三步五分為南廣相併折半之中數倍之得七步減去北廣四步餘得南廣三步

又法倍截積得一百〇九步二分為實以原長一十五步六分除之得共截闊七步減去北廣四步餘得南廣三步

設如直田長一十五步闊一十二步從西北角截句股田一段積三十一步五分股長九步問句闊幾何答曰七步

法倍截積得六十三步以股長九步除之得句七步

圭田截積訣句股田截積同

圭田截積小頭知　倍積原長以乘之　原闊歸除為實積

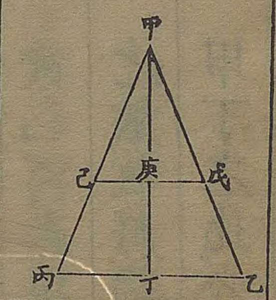
開方便見截長宜　仍以截長乘原闊　原長為法以除之

除來便見截闊數　法明簡易不須疑

設如圭田長七十五步闊三十步今從上段截三角形積四百〇五步問截長闊各幾何答曰長四十五步闊一十八步

法倍截積得八百一十步以原長七十五步乘之得六萬〇七百五十步以原闊三十步除之得二千〇二十五步為實開方得四十五步為所截之長就以原闊三十步乘之得一千三百五十步以原長七十五步除之得一十八步為所截之闊如圖甲乙丙三角形即圭田形甲丁中長七十五步乙丙底闊三十步甲戊己小三角形為截積四百〇五步是故乙丙與甲丁之比應同於戊己與甲庚之比然而無戊己之數故將截積倍之為戊己與甲庚相乘之長方則乙丙與甲丁之比必同於戊己與甲庚相乘之長方與甲庚自乘之

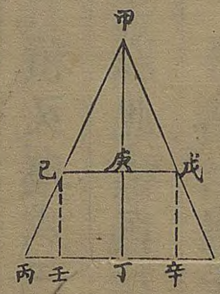
正方之比故開方而得甲庚爲所截之長又甲



丁與乙丙之比同於甲庚與戊己之比而得戊己爲所截之闊也

又法以中長乘底闊折半得三角形積一千一百二十五步爲一率今所截之小三角形積四百五步○爲二率以底闊自乘得九百步爲三率求得四率三百二十四步開方得截闊一十八步若以中長自乘得五千六百二十五步爲三率求得四率二千○二十五步開方得截長四十五步

設如圭田長七十五步闊三十步今從下段截梯形積七百二十步問截長闊各幾何答曰長三十步闊一十八步 法倍截積得一千四百四十步以原闊三十步乘之得四萬三千二百步以原長七十五步除之得五百七十六步另以原闊三十步自乘得九百步內減前所得五百七十六步餘三百二十四步開方得一十八步爲截闊步併原闊三十步折半得二十四步以除截積七百二十步得三十步爲截長步如圖甲丁乙丙三角形甲丁中長七十五步乙丙底闊三十步戊乙丙己梯形爲截積七百二十步戊己爲所截之闊庚丁爲所截之長乙辛壬丙兩段爲截闊與底闊之較是故甲丁與乙丙之比應

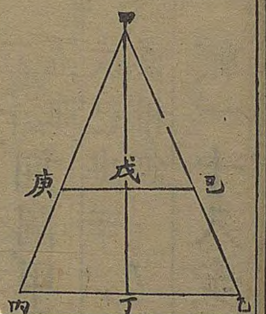


同於庚丁與乙辛壬丙兩段之比但今無庚丁之數故將截積倍之遂成庚丁所截之長與戊己乙丙上下兩闊之和相乘之長方形將此長方形與底闊相乘以中長除之所得之數即乙辛壬丙上下

兩闊之較與戊己乙丙上下兩闊之和相乘之長方形也此積又與戊己乙丙上下兩闊之數各自乘相減之餘積等故以此積與乙丙自乘方積相減即餘戊己自乘方積開方而得戊己爲所截之闊既得截闊則併原闊折半以除截積即得所截之長矣

又法以底闊與中長相乘折半得三角形全積一千一百二十五步內減截積七百二十步餘四百○五步即爲從上段所截之三角形積依前條第二法求之亦得

設如三角形中長三十步底闊一十五步今從尖截長一十二步問截闊幾何 答曰六步 法以底闊乘截長得一百八十步以原長除之得截闊六步 如圖甲乙丙三角形甲丁中長三十步乙丙底闊一十五步甲戊爲截長一十二步而甲丁與乙丙之比即同於甲戊與己庚之比也如以截闊求截長則以底闊爲一率中長爲二率截闊爲三率所得四率即截長也



又法以中長除底闊得闊差五分以乘截長一十二步亦得截闊六步

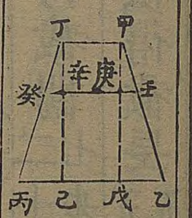
梯田截積訣 同斜田截積

梯田截積細端詳 倍積闊差乘最良 卻用原長爲法則
歸除乘數實之術 若截大頭田積步 大闊自乘減實當
若截小頭田積步 小闊自乘併實傍 俱用開方爲截闊

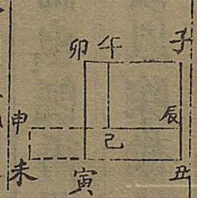
兩廣併來折半强　折半數來爲法則　以除截積便知長

設如梯田長九十步，南廣二十步，北廣三十八步，今從小頭截積八百二十二步五分，問截長闊各幾何。答曰：截長三十五步，截闊二十七步。

法倍積得一千六百四十五步，另以二廣相減得闊差一十八步乘之，得二萬九千六百一十步，以原長九十步除之，得三百二十九步爲實。另以南廣二十步自乘，得四百步，併入實內，開方得截闊二十七步。就以截闊併小闊即南廣折半，得二十三步五分，以除截積，得截長三十五步。如圖，甲乙丙丁梯形，甲戊長九十步，甲丁南廣二十步，戊己庚辛俱相等。乙丙北廣三十八步，乙戊與己丙爲南北兩廣之較一十八步。甲壬癸丁小梯形爲截積八百二十二步五分。



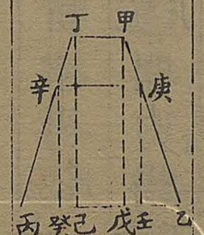
是故甲戊共長與乙戊己丙南北兩廣之較之比，應同於甲庚截長與壬庚辛癸南中兩廣之較之比。然無甲庚之數，故將截積倍之，爲甲庚截長與甲丁壬癸南中兩廣之和相乘之長方形，將此長方形積與南北兩廣之較相乘，以原長除之，所得之數，即壬庚辛癸南中兩廣之較與甲丁壬癸南中兩廣之和相乘之長方形也。此積又與甲丁壬癸南中兩廣之數各自乘相減之餘積等。即丑寅卯午巳辰磬折形積，引長則爲辰丑未申長方形積。蓋辰丑即兩廣之較，丑未即兩廣之和，故爲較與和相乘之長方形，又子辰與子午即南廣，子丑與子卯即中廣，故磬折形又爲兩廣各自



乘相減之餘積也。故以此所得之數，與甲丁自乘之數即子辰巳午長方積相

加。卽得壬癸自乘方積。卽子丑寅卯長方積開方而得壬癸爲所截之闊也。既得闊數則併南廣折半。又成一南中等廣之長方形。故以除截積。而得所截之長也。

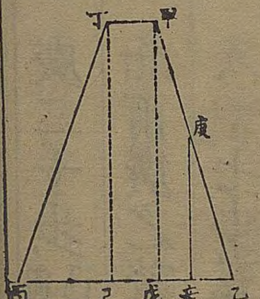
設如梯田長九十步南廣二十步。北廣三十八步。今從大頭截積一千七百八十七步五分。問截長闊各幾何。答曰。截長五十五步。截闊二十七步。法倍積得三千五百七十五步以闊差一十八步乘之。得六萬四千三百五十步以原長九十步除之。得七百一十五步爲實。另以大闊三十八步自乘。得一千四百四十四步減去實七百一十五步餘七百二十九步開方得截闊二十七步。就以截闊併大闊。卽北廣折半得三十二步五分以除截積。得截長五十五步如圖。甲乙丙丁梯形。甲戊長九十步。甲丁南廣二十步。與戊己等乙丙北廣三十八步。乙戊與己丙兩段。爲南北兩廣之較一十八步。庚乙丙辛小梯形。爲截積一千七百八十七步五分。是故甲戊共長與乙戊己丙南北兩廣之較



之比。應同於庚壬截長與乙壬癸丙中北兩廣之較之比。然無庚壬之數。故將截積倍之。爲庚壬截長與庚辛乙丙中北兩廣之和。相乘之長方形。將此長方形積。與南北兩廣之較相乘。以原長除之。所得之積。卽乙壬癸丙中北兩廣之較與庚辛乙丙中北兩廣之和相乘之長方形也。此積又與庚辛乙丙中北兩廣之數各自乘相減之餘積等。故以此數與乙丙自乘之數相減。餘卽庚辛自乘

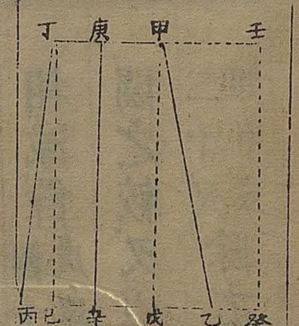
方積，開方而得庚辛爲所截之闊也。既得闊數，照前法求之，卽得所截之長矣。

設如梯形長一百二十尺，上闊二十尺，下闊八十尺，今從一邊截句股積四百五十尺，問截長闊各幾何。答曰：截長六十尺，截闊一十五尺。法以長一百二十尺爲一率，上下闊相減餘數折半得三十尺爲二率，倍截積得九百尺爲三率，求得四率二百二十五尺，開方得一十五尺爲截闊。既得闊數，又以半較三十尺爲一率，長一百二十尺爲二率，截闊一十五尺爲三率，求得四率六十尺爲截長。此法一率與二率爲線與線之比例，三率與四率爲面與面之比例。如圖甲乙丙丁



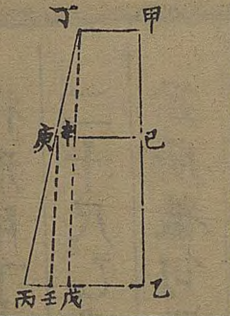
梯形甲丁上闊二十尺，與戊己等。乙丙下闊八十尺，甲戊長一百二十尺，乙戊爲上下闊相減所餘折半之較三十尺，庚乙辛爲所截句股積四百五十尺，甲乙戊句股形，與庚乙辛句股形爲同式形，故立法與三角形從上段截積之法相同也。

設如梯形長一百二十尺，上闊四十尺，下闊八十尺，今從一邊截斜方形積四千二百尺，問截上下闊各幾何。答曰：上闊二十五尺，下闊四十五尺。法以上闊四十尺如甲丁與下闊八十尺如乙丙相減，餘四十尺如乙戊與己丙，折半得二十尺如乙戊，爲所截斜方形上下兩闊之較，又以截積四千二百尺倍之，得八千四百尺如壬癸辛庚長方形，以長一百二十尺如甲戊除之，得七十尺，爲所截斜方形上下兩闊之和如癸丙辛。



減上下兩闊之較二十尺如乙戊餘五十尺如癸乙與戊辛折半得二十五尺如戊辛與甲庚等為所截之上闊加較二十尺得四十五尺如乙辛為所截之下闊

設如斜田形長九十尺上闊二十尺下闊三十八尺今截中闊二十七尺問截上下長各幾何答曰上長三十五尺下長五十五尺 法以上下闊相減餘十八尺如戊丙為一率原長九十尺如丁戊為二率以上中闊相減餘七尺如辛庚為三率求得四率三十五尺如丁辛即所截上長乃以此與原長相減餘五十五尺



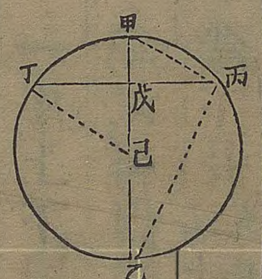
即所截下長蓋戊丙與丁戊之比即同於辛庚與丁辛之比也如欲先得所截下長則以中下兩闊相減餘一十一尺如壬丙為三率求得四率五十五尺如庚壬即所截下長蓋戊丙與丁戊之比又同於壬丙與庚壬之比也

設如斜方形長九十尺上闊二十尺下闊三十八尺今截上長三十五尺問截闊幾何答曰二十七尺 法以原長九十尺為一率上下闊相減所餘一十八尺為二率今所截之長三十五尺為三率求得四率七尺與上闊二十尺相加即得如有截下長數則以截下長五十五尺為三率求得四率一十一尺與下闊三十八尺相減亦得

圓形截弧矢法

設如圓徑一尺二寸今截弧矢形一段矢闊二寸四分問弦長幾何答曰九寸六分 法以矢闊二寸四分為首率圓徑減矢餘

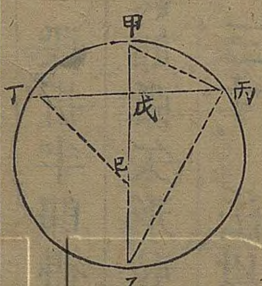
九寸六分為末率首率末率相乘得二十三寸○四分開方得四寸八分為中率倍之即得弦長如圖甲乙徑一尺二寸截甲丙丁弧矢形甲戊為矢闊二寸四分試自甲至丙作甲丙線自丙至乙作丙乙線遂成甲丙乙直角三角形而丙戊半弦即為中垂線故以甲戊為首率戊乙為末率求得丙戊為中率倍之得丙丁即弧弦長數也



又法以圓徑折半得六寸為弦矢闊與半徑相減餘三寸六分為句求得股四寸八分倍之亦得如圖丁己半徑為弦戊己為句求得丁戊股倍之即得丙丁弧弦也

設如圓徑一尺七寸今截弧矢形一段弦長一尺五寸問矢闊幾何答曰四寸五分

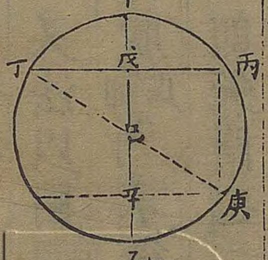
法以弦長折半得七寸五分自乘得五十六寸二十五分為長方積以圓徑一尺七寸為長闊和用帶縱和數開平方法算之得闊四寸五分即矢闊也如圖甲戊為首率戊乙為末率丙戊為中率中率自乘之正方與首率末率相乘之長方等故丙戊自乘之數即如長方積而以甲乙為長闊和求得甲戊闊即矢也



又法以圓徑折半得八寸五分為弦如丁己以弧弦折半得七寸五分為股如丁戊求得句四寸如戊己與半徑八寸五分如甲己相減餘四寸五分如甲戊即矢闊也

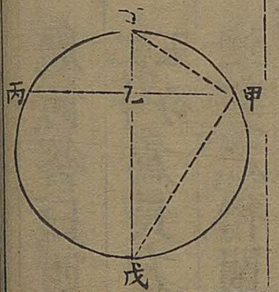
又法以圓徑一尺七寸為弦弧弦一尺三寸為股求得句八寸與圓徑一尺

七寸相減。餘九寸。折半得四寸五分。即矢闊。如圖。甲乙圓徑一尺七寸。



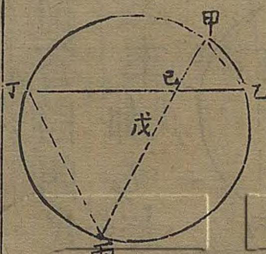
與丁庚等。如自丙至庚作丙庚線。則成丁丙庚句股形。故以丁庚為弦。丙丁為股。求得丙庚句。與戊辛等。與甲乙全徑相減。餘甲戊與辛乙兩段。折半即得甲戊為矢闊也。

設如弧矢形。弦長一尺二寸。矢闊四寸。求圓徑幾何。答曰。一尺三寸。法以矢闊四寸為首率。如丁乙。弧弦折半得六寸為中率。如甲

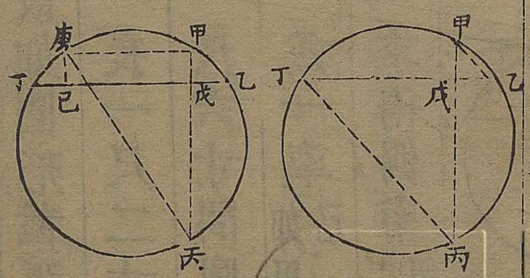


乙。乃以中率六寸自乘得三十六寸。以首率四寸除之。得九寸為末率。如乙戊。為圓之截徑。與矢闊四寸相加。即得圓全徑。如丁戊。

設如圓形截弧矢一段。任自弧界一處對圓心至弦作一斜線長一尺二寸。將全弦分為兩段。大段長一尺八寸。小段長一尺六寸。問圓徑幾何。答曰。三尺六寸。法以所作斜線一尺二寸為一率。如甲己。小段一尺六寸為二率。如乙己。大段一尺八寸為三率。如己丁。求得四率二尺四寸為截徑斜線。如己丙。將此線與甲己線相加。得三尺六寸。即圓徑。如圖。試將甲己斜線引長作甲丙線。又自甲至乙作甲乙線。自丁至丙作丁丙線。遂成甲己乙、丁己丙兩同式三角形。故甲己與乙己之比。同於己丁與己丙之比。既得己丙。與甲己相加。即得甲丙為圓徑也。



設如圓形截弧矢一段。任自弧界一處至弦作一垂線。長一尺二寸。將全弦分爲兩段。大段長三尺。小段長一尺。問圓徑幾何。答曰。四尺二寸。　法以垂線一尺二寸爲一率。戊如甲　小段一尺爲二率。戊如乙　大段三尺爲三率。丁如戊　求得四率二尺五寸。爲自弧弦至



對界之垂線。丙如戊　將此線與甲戊線相加。得三尺七寸爲股。丙如甲　以小段一尺與大段三尺相減。餘二尺爲句。庚如甲　求得弦四尺二寸。即圓徑。丙如庚　如圖。試將甲戊垂線引長作甲丙線。又自甲至乙作甲乙線。自丁至丙作丁丙線。遂成甲戊乙、丁戊丙兩同式三角形。故甲戊與戊乙之比。同於丁戊與戊丙之比。既得戊丙。與甲戊相加。即得甲丙。又以乙戊與同己丁相減。餘戊己。與甲庚等。乃自甲至庚。作甲庚線。與乙丁平行。則甲角爲直角。必立於圓界之一半。又自庚至丙。作庚丙線。則又成庚甲丙句股形。故以庚甲爲句。甲丙爲股。求得庚丙弦。即圓徑也。

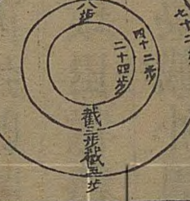
環田截積訣

環田要截外周積　倍積二周差步乘　原徑爲法除見數
另以外周周自乘　以少減多餘作實　開方便得內周成
二周相減餘零數　六而取一徑分明

設如環田外周七十二步。內周二十四步。徑八步。今從外周截

積二百八十五步。問截中周併徑各幾何。答曰。中周四十二步。徑五步。

法倍截積。得五百七十步。卻以外周減內周。餘差四十八步。乘之。得二萬七千三百六十步。以原徑八步除之。得三千四百二十步。以外周自乘。得五千一百八十四步。以少減多。餘一千七百六十四步。為實。開方得中周四十二步。以減外周七十二步。餘三十步。以六除之。得截徑五步。

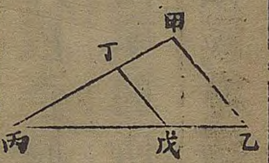


若以前田從內周截積九十九步。問截中周併徑幾何。則照前法得中周四十二步。減去內周二十四步。餘一十八步。以六除之。得截徑三步。

各面形平分面積法

設如三角形。小腰邊二十丈。大腰邊三十四丈。底邊四十二丈。面積三百三十六丈。今欲平分面積一半。與原三角形為同式形。問所截三邊各幾何。答曰。截底邊二十九丈六尺九寸八分四釐八毫有餘。截大腰邊二十四丈〇四寸一分六釐二毫有餘。截小腰邊一十四丈一尺四寸二分一釐三毫有餘。

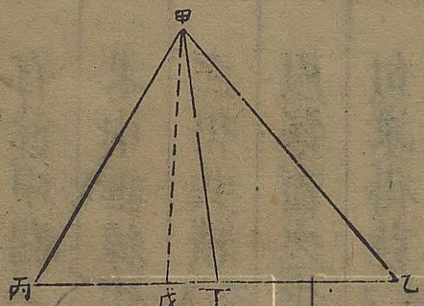
法以原面積為一率。折半得一百六十八丈為二率。底邊自乘得一千七百六十四丈為三率。推得四率八百八十二丈。開方即得所截底邊。乃以全底邊為一率。大腰邊為二率。所截底邊為三率。推得四率即所截大腰邊。又以全底邊為一率。小腰邊為二率。所截底邊為三率。推得四率即所截小腰邊。如圖。甲乙丙三角



形平分面積一半成下戊丙三角形此兩三角形既爲同式形則甲乙丙三角形之面積與丁戊丙三角形之面積之比同於各邊各自乘之正方面積與所截各邊各自乘之正方面積之比故所得四率開方而得戊丙也既得戊丙則乙丙與甲丙之比同於戊丙與丁丙之比又乙丙與甲乙之比同於戊丙與丁戊之比俱爲相當比例四率也若取原積三分之一或幾分之幾者則將其積以其分數歸之比例並同

又法以乙丙邊自乘折半開方即得戊丙邊甲丙邊自乘折半開方即得丁丙邊甲乙邊自乘折半開方即得丁戊邊此即面與面比線與線比之理也

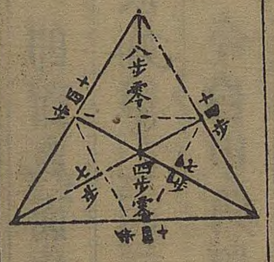
設如甲乙丙三角形面積三百八十四尺乙丙底邊三十二尺今自甲角將原積平分爲二問每分底邊幾何答曰各一十六尺　法以乙丙底邊折半得一十六尺即每分底邊之數也蓋



自甲至乙丙線上作甲戊垂線則甲丁乙甲丁丙兩三角形同以甲戊爲高即爲二平行線內同底兩三角形其面積必等故各得甲乙丙三角形積之一半而底邊亦各得一半也如分三分或四分者倣此類推

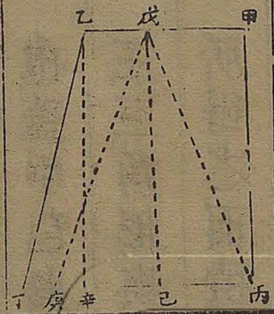
設如三角田三面各一十四步今平分作三段俱要四角問中

長中闊及積各幾何答曰每段中長八步〇八釐二毫八絲有餘中闊七步積二十八步二分九釐有餘　法用三角形求中垂線法求得中徑十二步一分二釐四毫三絲有餘以每面之半七步乘之得共積八十四步八分七釐有餘以三歸之得每段積二十八步二分九釐有餘乃以每面之半七步爲股取中垂線三分之一四步〇四釐一毫四絲有餘爲句求得弦八步〇八釐二毫八絲有餘即每段中長數乃用鈍角三角形求中垂線法以中長爲底爲一率以每邊之半與中垂線三



分之一爲兩腰相加得十一步〇四釐一毫四絲爲二率相減餘二步九分五釐八毫六絲爲三率求得四率四步〇四釐一毫五絲爲底邊之較與底八步〇八釐二毫八絲相減餘四步〇四釐一毫三絲折半得二步〇二釐一毫一絲爲句以小腰四步〇四釐一毫四絲爲弦求得股三步五分倍之得七步爲每段中闊數

設如甲乙丙丁二平行線無直角四邊形甲乙邊八丈丙丁邊一十二丈面積一百六十丈今將原積分爲四分問每分截邊幾何答曰五丈　法以甲乙丙丁兩邊數相加得二十丈以四歸之得五丈即每分所截之邊乃自甲量至戊得五丈自戊至丙

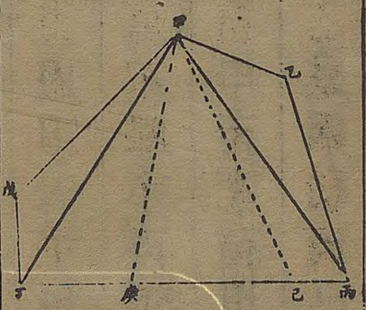


作戊丙線成甲戊丙三角形爲第一分又從丙量至己得五丈自戊至己作戊己線成丙戊己三角形爲第二分又從己量至庚得五丈自戊至庚作戊庚線成己戊庚三角形爲第三分又自庚至丁餘二丈自

戊至乙餘三丈併之亦得五丈成戊庚丁乙斜方形即爲第四分也蓋甲乙與丙丁二線既爲平行自乙至辛作乙辛垂線則三三角形與一斜方形同以乙辛爲高其邊線既等則各形所得之面積亦必相等而各爲四邊形面積四分之一也

設如甲乙丙丁戊不等邊無直角五邊形面積一十九丈九十八尺甲乙邊二丈五尺乙丙邊三丈九尺丙丁邊六丈丁戊邊一丈五尺甲戊邊四丈一尺自甲角至丙角斜線五丈六尺自甲角至丁角斜線五丈二尺今從甲角將面積平分爲三分問截各邊幾何答曰一得丙丁邊一丈〇九寸八分有餘一得丙丁邊二丈九尺七寸三分有餘一得丙丁邊一丈九尺二寸八分有餘　法以面積三歸之得六丈六十六尺爲每分應分積數乃以甲丙甲丁兩斜線分爲三三角形算之用三角形求面積法求得甲乙丙三角形面積四丈二十尺甲丁戊三角形面積二丈三十四尺俱不足一分應得之數甲丙丁三角形面積一十三丈四十四尺又過於一分應得之數乃以一分應得之數與甲乙丙面積相減不足二丈四十六尺應取足於甲丙丁面積內爰以甲丙丁原面積一十三丈四十四尺爲一率應取足補截積二丈四十六尺爲二率丙丁原邊六丈爲三率推得四率一丈〇九寸八分二釐一毫四絲〇爲甲丙丁補甲乙丙分數之邊如丙己乃自甲至己作甲己線成甲乙丙己不等邊四邊形爲第一分又以甲丙丁原面積

一十三丈四十四尺為一率，每分應得六丈六十六尺為二率，丙丁原邊六丈為三率，推得四率二丈九尺七寸三分二釐一毫四絲



○為甲丙丁應得之邊，如己庚，乃自甲至庚作甲庚線，成甲己庚三角形，為第二分，餘甲庚丁戊不等邊四邊形，即第三分。此三分之面積俱相等也。蓋兩形同高者，其面積之比例同於其底邊之比例，故此法一率二率皆面與面之比，三率四率皆線與線之比也。若以甲丁戊面積與每分應分面積相減，不足四丈三十二尺，即所截甲庚丁面積。試以甲丙丁原積與甲庚丁截積之比，必同於丙丁原邊與庚丁截邊之比，而得庚丁為一丈九尺二寸八分六釐四毫五絲○也。

立方說

立方者，等邊六面之體積也。以形而言，雖為六面十二邊之所合；以積而言，則為自乘再乘之數。因其縱橫與高俱相等，故十二邊皆如一線，得其一邊，而十二邊莫不相同。其積之也，自線而面，自面而體，次第相乘，而後得其全積。其開之也，必次第析之而後得其一邊。是故古人立為方廉長廉之制，每積三位而得邊之一位，所謂一千商十定無疑，三萬纔為三十餘，九十九萬不離十，百萬方為一百推，是也。其法先從一角而剖其體，以自一至九自乘再乘之數為方根，與實相審，量其足減者而定之，是為初商。初商減盡無餘，則方根止一位。若有餘實，即初商

方積外刖成一鈌角三面磬折體其附初商之三面者謂之方廉其附初商之三邊者謂之長廉其附初商之角者謂之隅廉各有三故以三爲廉法隅惟一而隅之三面卽符於三長廉之端合三方廉三長廉一隅始合次商之數故商除之法以初商自乘三因爲三方廉面積視初商餘實足方廉面積幾倍卽定爲次商乃以次商乘三倍初商爲三長廉面積又以次商自乘爲小隅面積共合三方廉三長廉一小隅面積以次商數乘之爲次商廉隅之共積所謂初商方積外刖成一鈌角三面磬折體者是也如次商外尚有不盡之實則初商次商方積外仍爲三方廉三長廉一小隅又成一三面磬折形但較前方廉愈大長廉愈長而隅愈小耳凡有幾層廉隅俱照次商之例遞析之實盡而止如開至多位實仍不盡者必非自乘再乘之正數此開立方之定法也體形不一而容積皆以立方爲準故立方爲算諸體之本諸體必通之立方而法乃可施也

立方訣

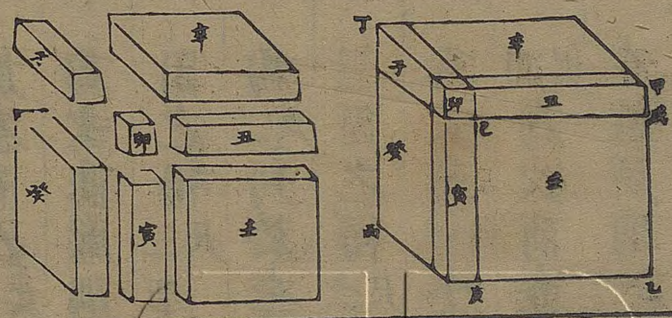
立方開法是如何　學者須先熟玩歌　初商自乘再乘數
減實餘來次第破　三因初商自乘積　三箇方廉面可識
初商三倍次商乘　是曰長廉三面形　次商自乘爲隅面
三面併乘次商遍　共成磬折三邊形　與實相減次商成
若然還有餘存實　三四多商依此的

設如正方體積一百二十五尺，開立方，問每邊幾何。答曰：五尺。

法列積於中為實，自末位起算，每方積三位定方邊一位。今積止有三位，則於五尺上定單位。以自一至九自乘再乘之方根數與之相審，知與五尺自乘再乘之數恰合，乃以五尺列於左為法，而以五尺自乘得二十五，再乘得一百二十五，除實恰盡，即得開立方數為五尺也。此法別無廉隅，故不用次商。如有餘實，則自成廉隅，而用次商矣。

設如正方體積一千七百二十八尺，開立方，問每邊幾何。答曰：一丈二尺。

法列積於中為實，自末位起算，每方積三位定方邊一位，故隔二位作記，於八尺上定尺位，一千上定丈位。其一千為初商積，與一丈自乘再乘之數相合，即定初商為一丈，列於左，而以一丈自乘再乘，仍得一丈，為初商方積，除實餘七百二十八尺，為次商廉隅之共積。乃以初商之一丈作一十尺，自乘得一百尺，三因之得三百尺，為次商三方廉面積，以除餘實，足二尺，即定次商為二尺，列於左初商一丈之下，而以二尺與初商一十尺相乘得二十尺，三因之得六十尺，為次商三長廉面積；又以次商二尺自乘得四尺，為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積共三百六十四尺，為次商廉隅共法，再以次商二尺乘之，得七百二十八尺，除實恰盡。是左位所商一丈二尺，即每邊數也。如圖甲乙丙丁正方體形，每邊皆一丈二尺，其中函積一千七百二十八尺，其先從一角所



分戊乙庚己方體每邊一丈即初商數中函積一千尺即初商自乘再乘之數所餘辛形壬形癸形三方廉體其每邊一丈即初商數其厚二尺即次商數子形丑形寅形三長廉體其長一丈即初商數其闊其厚皆二尺亦即次商數卯形一小隅體其長與闊與厚皆二尺亦即次商數合辛壬癸三方廉子丑寅三長廉卯一小隅而成一磬折體形附於初商方體之三面而成一甲乙丙丁之總正方體此立方廉隅之法所由生也三商以後皆倣此遞析開之

設如正方體積三千九百三十〇萬四千尺開立方問每邊幾何答曰三百四十尺 法列積於中為實自末位數起再下三位於空尺上定單位四千尺上定十位九百萬尺上定百位其三千九百萬尺為初商積以初商本位計之則九百萬尺為初商積之單位而三千九百為九三十止與三自乘再乘之數相準即定初商為三列於左而以三自乘再乘得二十七為初商方積除實餘一千二百三十〇萬四千尺為次商廉隅之共積以次商本位計之則四千尺為次商積之單位而一千二百三十〇萬四千尺為一萬二千三百〇四而初商之三即為三十乃以初商之三十自乘得九百三因之得二千七百為次商三方廉面積以除餘實足四倍即定次商為四列於左

而以四與初商三十相乘得一百二十，三因之得三百六十，為次商三長廉面積。又以次商之四自乘得一十六，為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積共三千○七十六，為次商廉隅共法。再以次商四乘之得一萬二千三百○四，除實恰盡。左商之三百四十尺，即每邊數也。凡設數末至單位者，皆依此例補足位分，然後開之。

設如正方體積八十億六千○一十五萬○一百二十五尺，開立方，問每邊幾何。答曰：二千○○五尺。

法列積於中為實，自末位起算，於五尺上定單位，空千尺上定十位，空百萬尺上定百位，八十億尺上定千位。其八十億尺為初商積，以初商本位計之，則八十億尺為初商積之單位，而八十億尺為八，與二自乘再乘之數相合，即定初商為二，列於左，而以二自乘再乘得八，為初商方積。除實八十億尺，餘六千○一十五萬○一百二十五尺，為續商共積。以次商本位計之，則空百萬尺為次商積之單位，而六千萬尺為六十，而以初商之二即為二十，乃以初商之二十自乘得四百，三因之得一千二百，為次商三方廉面積，以除六十，其數不足，是次商為空位。再以三商本位計之，則空千尺為三商積之單位，而六千○一十五萬尺為六萬○一百五十，而初商之二即為二百，次商之空即為空十，故以初商次商之二空作二百，自乘得四萬，三因之得一十二萬，為三商三方廉面積，以除六萬○一百五十，其數仍不足，是三商亦為空位。再以四商本位計之，則積與邊皆仍為本位，而初商之二即為二千，乃以

初商之二千尺自乘得四百萬尺三因之得一千二百萬尺為四商三方廉面積以除餘實足倍五即定四商為五尺列於左而以五尺與初商二千尺相乘得一萬尺三因之得三萬尺為四商三長廉面積又以四商五尺自乘得二十五尺為四商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共一千二百〇三萬〇〇二十五尺為四商廉隅共法再以四商五尺乘之得六千〇一十五萬〇一百二十五尺除實恰盡左商之二千〇〇五尺即每邊數也此法商出之方邊有二空位凡廉法除餘積而數不足者皆依此例推之

設如正方體積三十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺開立方問每邊幾何答曰一千四百八十八尺 法列積於中為實自末位起算於二尺上定單位六千尺上定十位四百萬尺上定百位三十億尺上定千位其三十億尺為初商積以初商本位計之則三十億尺為初商積之單位而三十億尺為三止與一自乘再乘之數相準即定初商為一列於左而以一自乘再乘仍得一為初商方積除實餘二十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺為續商積以次商本位計之則四百萬尺為次商積之單位而二十二億九千四百萬尺為二千二百九十四而初商之一即為一十乃以初商之一十自乘得一百三因之得三百為次商三方廉面積以除二千二百九十四足七倍因定次商為七而以初商之一十與七相乘得七十三因之得二百一十為次商三長廉面積又以次商七自乘得四十

九。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共五百五十九。為次商廉隅共法。以次商七乘之。得三千九百一十三。大於次商廉隅之共積。是次商不可商七也。乃改商六。而以初商之一十與次商六相乘。得六十。三因之。得一百八十。為次商三長廉面積。又以次商六自乘。得三十六。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共五百一十六。為次商廉隅共法。以次商六乘之。得三千○九十六。仍大於次商廉隅之共積。是次商不可商六也。又改商五。而以初商之一十與次商五相乘。得五十。三因之。得一百五十。為次商三長廉面積。又以次商五自乘。得二十五。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共四百七十五。為次商廉隅之共法。以次商五乘之。得二千三百七十五。仍大於次商廉隅之共積。是次商又不可商五也。乃改商四。而以初商之一十與次商四相乘。得四十。三因之。得一百二十。為次商三長廉面積。又以次商四自乘。得一十六。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共四百三十六。為次商廉隅共法。以次商四乘之。得一千七百四十四。是小於次商廉隅之共積。可減也。乃以次商之四列於左。而以次商所得。與實相減。餘積五億五千○六十四萬六千二百七十二尺。為續商積。以三商本位計之。則六千尺為三商積之單位。而五億五千○六十四萬六千尺。作為五十五萬○六百四十六。而初次商之一十四。卽為一百四十。乃以初次商之一百四十自乘。得一萬九千六百。三因之。得五萬八千八百。為三

商三方廉面積，以除餘積，足九倍，因定三商爲九。而以初次商之一百四十與三商九相乘，得一千二百六十。三因之，得三千七百八十，爲三商三長廉面積。又以三商九自乘，得八十一，爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積，共六萬二千六百六十一，爲三商廉隅共法。以三商九乘之，得五十六萬三千九百四十九，大於三商廉隅之共積，是三商不可商九也。乃改商八。而以初次商之一百四十與三商八相乘，得一千一百二十。三因之，得三千三百六十，爲三商三長廉面積。又以三商八自乘，得六十四，爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積，共六萬二千二百二十四，爲三商廉隅共法。以三商八乘之，得四十九萬七千七百九十二，是小於三商廉隅之共積，可減也。乃以三商之八列於左，而以三商所得與實相減，餘實五千二百八十五萬四千二百七十二尺。爲四商廉隅之共積。以四商本位計之，則積與邊皆仍爲本位。乃以初次三商之一千四百八十尺，自乘得二百一十九萬〇四百。三因之，得六百五十七萬一千二百，爲四商三方廉面積。以除餘實，足八倍，即定四商爲八，列於左。而以初次三商之一千四百八十，與四商八相乘，得一萬一千八百四十。三因之，得三萬五千五百二十，爲四商三長廉面積。又以四商八自乘，得六十四，爲四商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積，共六百六十萬六千七百八十四，爲四商廉隅共法。以四商八乘之，得五千二百八十五萬四千二百七十二尺，除實恰盡。左商之一千四百八十八尺，即每邊數也。此法因廉隅共法與商出之數

相乘得數大於廉隅共積幾一倍故改商三次所乘之數始與次商廉隅共積相準而後次商之數可定凡開立方遇此類者皆依此例推之

設如方亭幾座用方甎鋪地共用一千七百二十八塊其所鋪之座數與每座每行之甎數相等問亭之座數幾何答曰一十二座　法列甎數於中爲立方積用開立方法開之於八塊上定單位一千塊上定十位其一千爲初商積以初商本位計之則一千爲初商積之單位與一自乘再乘之數相合即定初商爲一列於左而以一自乘再乘得一千與實相減餘七百二十八塊爲次商廉隅共積乃以初商之一十自乘得一百三因之得三百爲次商三方廉面積以除餘實足二倍即定次商爲二列於左而以初商之一十與次商二相乘得二十三因之得六十爲次商三長廉面積又以次商二自乘得四爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共三百六十四爲次商廉隅共法以次商二乘之得七百二十八除實恰盡左商之一十二即亭之座數也此法因所鋪亭數與每座甎行數每行甎塊數俱相等是每座甎一十二行每行甎一十二塊其亭亦一十二座雖非立方形而法則立方法也故用立方開之

設如方石一塊重二萬六千六百一十兩問每邊尺寸幾何答曰二十二寸　法以石率寸方重二兩五錢除共重數得一萬○六百四

十八寸。為立方積。列於中。用開立方法開之。其一萬寸為初商積。以初商本位計之。則空千尺為單位。而一萬尺為十。與二自乘再乘之數相準。卽定初商為二。列於左。而以二自乘再乘。得八。除實餘二千六百四十八寸。為次商廉隅共積。而以初商之二作二十。自乘得四百。三因之得一千二百。為次商三方廉面積。以除餘實足二倍。卽定次商為二。列於左。而以初商之二十與二相乘得四十。三因之。得一百二十。為次商三長廉面積。又以二自乘。得四。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共一千三百二十四。為次商廉隅共法。以次商二乘之。得二千六百四十八寸。除實恰盡。左商之二十二寸。卽石每邊數也。此法因石是兩數。所問乃石之寸數。故先將石之兩數變為寸。而開立方。卽得每邊之寸數也。

設如有水銀一萬六千三百四十四兩六錢八分。欲作一方匣盛之。問匣高幾何。答曰。一十一寸。

法以水銀率寸方重一十二兩二錢八分。除共重數。得一千三百三十一寸。為立方積。列於中。用開立方法開之。其一千寸為初商積。以初商本位計之。則一千為初商積之單位。與一自乘再乘之數相合。卽定初商為一。列於左。而以一自乘再乘。得一千寸。除實餘三百三十一寸。為次商廉隅共積。而以初商之一作一十。自乘得一百。三因之得三百。為次商三方廉面積。以除餘實足一倍。卽定次商為一。列於左。而以初商一十乘之。得一十。三因之得三十。為次商三長廉面積。又以次商一自乘。

仍得一。為一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積，共三百三十一，為次商廉隅共法，以次商一乘之，如故除實恰盡，左商之一十一寸，為方匣之高也。

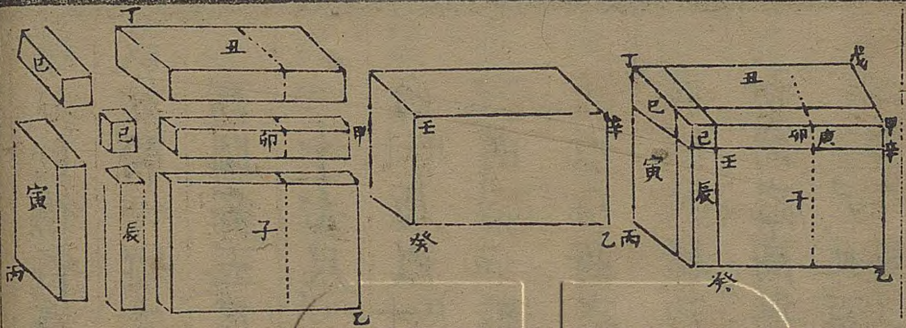
帶縱較數立方說

帶縱立方者，兩兩等邊長方體積也。高與闊相等，惟長不同者，為帶一縱立方；長與闊相等，而皆比高多者，則為帶兩縱相同之立方；至於長與闊與高皆不等者，則為帶兩縱不同之立方。開之之法，大槩與立方同，祇有帶縱之異耳。其帶一縱之法，如以高與闊相等，惟長不同為問者，則以初商為高與闊，以之自乘，又以初商加縱數為長，以之再乘，得初商積，至次商以後，亦有三方廉三長廉一小隅，但其一方廉附於初商積之方面者，即初商數，其二方廉附於初商積之長面者，則帶縱也；其二長廉附於初商積之方邊者，即初商數，其一長廉附於初商積之長邊者，則帶縱也。其帶兩縱相同之法，如以長與闊相等，皆比高多為問者，則以初商加縱數為長與闊，以之自乘，又以初商為高，以之再乘，得初商積，至次商以後，其一方廉附於初商積之正面者，則帶兩縱，其二方廉附於初商積之旁面者，則各帶一縱也；其一長廉附於初商積之高邊者，即初商數，其二長廉附於初商積之長闊兩邊者，則各帶一縱也。其帶兩縱不同之方，如以闊比高多，長比闊又多為問者，則以初商為高，加闊縱

為闊。與高相乘。又加長縱為長。以之再乘。得初商積。至次商以後。其一方廉附於初商積之正面者。則帶兩縱。其二方廉附於初商積之旁面者。則一帶闊縱。一帶長縱也。其一長廉附於初商積之高邊者。即初商數。其二長廉附於初商積之長闊兩邊者。則各帶一縱也。惟小隅則無論帶一縱兩縱。皆各以所商之數自乘再乘。成一小正方。其每邊之數。即三方廉之厚。亦即三長廉之闊與厚焉。凡有幾層廉隅。皆依次商之例。遞析推之。法雖不一。要皆本於正方。而後加帶縱。故凡商出之數皆為小邊。方體共十二邊。若帶一縱。或帶兩縱相同者。則八邊相等。四邊相等。若帶兩縱不同者。則每四邊各相等。是故得其一邊。加入縱多。即得各邊也。

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺。其高與闊相等。長比高闊多五尺。問高闊長各幾何。答曰。高與闊俱一十二尺。長一十七尺。

法列積如開立方法商之。其二千尺為初商積。可商十尺。乃以十尺列於左。而以所商十尺為初商之高與闊。加縱多五尺。得十五尺。為初商之長。即以初商之高與闊十尺自乘得一百尺。又以初商之長十五尺再乘得一千五百尺。除實餘九百四十八尺。為次商廉隅共積。乃以初商之高與闊十尺自乘得一百尺。此一方廉如寅形。又以初商之高與闊十尺與初商之長十五尺相乘得一百五十尺。倍之得三百尺。此兩方廉如子形丑形。兩數相併得四百尺。為次商三方廉面積。以除



餘實足二尺，即定次商為二尺，列於左，而以初商之高與闊十尺倍之，得二十尺此兩長廉如辰形巳形。又以初商之長十五尺相併此一長廉如卯形，得三十五尺。以次商二尺乘之，得七十尺，為次商三長廉面積。又以次商二尺自乘，得四尺，為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積，共四百七十四尺，為廉隅共法。以次商二尺乘之，得九百四十八尺，除實恰盡。左商之十二尺，即高與闊，加縱多五尺，即長也。如圖，甲乙高甲戊闊俱十二尺，甲己長十七尺，甲己比庚己多甲庚五尺，即縱多數，其從一角所分辛乙癸壬長方體形，壬癸與辛乙皆十尺，即初商數，壬辛十五尺，即初商加縱多數，其體積一千五百尺，即初商自乘，又以初商加縱多再乘之數。所餘三方廉，內寅形一正方廉，每邊十尺，即初商數，子形丑形二長方廉，每闊十尺，長十五尺，其長比闊多五尺，即縱多數，其厚皆二尺，即次商數。又餘三長廉，內辰形巳形皆長十尺，即初商數，卯形較長五尺，即縱多數，其闊與厚皆二尺，即次商數。再餘一小隅己形，其長闊與高皆二尺，亦即次商數。合子丑寅三方廉、卯辰巳三長廉、己一小隅，共成一磬折體形，附於初商長方體之三面，而成甲乙丙丁之總長方體也。三商以後，皆倣此遞析開之。

設如帶一縱立方積一萬九千〇〇八寸其高與闊相等長比高闊多一百二十寸問高闊長各幾何答曰高與闊俱十二寸長一百三十二寸法列積如開立方法商之其一萬九千寸爲初商積可商二十寸則以二十寸爲高與闊加縱多得一百四十寸爲長卽以高與闊二十寸自乘得四百寸又以長一百四十寸再乘得五萬六千寸大於原積二倍有餘乃退商十寸列於左而以所商十寸爲初商之高與闊加縱多得一百三十寸爲初商之長乃以初商之高與闊十寸自乘得一百寸又以初商之長一百三十寸再乘得一萬三千寸除實餘六千〇八寸爲次商廉隅共積乃以初商之高與闊十寸自乘得一百寸又以初商之高與闊十寸與初商之長一百三十寸相乘得一千三百寸倍之得二千六百寸兩數相併得二千七百寸爲次商三方廉面積以除餘實足二寸卽定次商二寸列於左而以初商之高與闊十寸倍之得二十寸又與初商之長一百三十寸相併得一百五十寸以次商二寸乘之得三百寸爲次商三長廉面積又以次商二寸自乘得四寸爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共三千〇〇四寸爲廉隅共法以次商二寸乘之得六千〇〇八寸除實恰盡左商之十二寸卽高與闊加入縱多卽長也此法因帶縱甚大若按立方例定初商數加入縱多所得初商積必大於原積幾倍依次逐漸改商又至甚煩故約畧其分退商之至商出之積比原積畧小而後可是則帶縱立方立法之最難

者也。

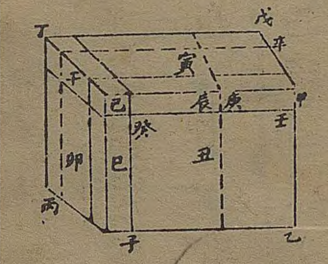
設如一尺土方三萬九千六百八十八尺，築堤一段，高與闊相等，長比高闊多六十尺，問高闊長各幾何。答曰：高與闊俱二十二尺，長八十二尺。法列積如開立方法商之，其三萬九千尺為初商積，可商三十尺，但加入縱多，所得初商積大於原積二倍有餘，乃退商二十尺，列於左，而以所商二十尺為初商之高與闊，加縱多得八十尺，為初商之長，即以初商之高與闊二十尺自乘，得四百尺，又以初商之長八十尺再乘，得三萬二千尺，除實，餘七千六百八十八尺，為次商廉隅共積。乃以初商之高與闊二十尺自乘，得四百尺，又以初商之高與闊二十尺乘初商之長八十尺，得一千六百尺，倍之，得三千二百尺，兩數相併，得三千六百尺，為次商三方廉面積，以除餘實，足二尺，則以二尺列於左，而以初商之高與闊二十尺倍之，得四十尺，與初商之長八十尺相併，得一百二十尺，以次商二尺乘之，得二百四十尺，為次商三長廉面積，又以次商二尺自乘，得四尺，為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積，得三千八百四十四尺，為廉隅共法，以次商二尺乘之，得七千六百八十八尺，除實恰盡，左商之二十二尺為堤之高與闊，加入縱多，即堤之長也。

設如帶兩縱相同立方，積三千四百六十八尺，長與闊俱比高多五尺，問長闊高各幾何。答曰：長與闊俱十七尺，高十二尺。

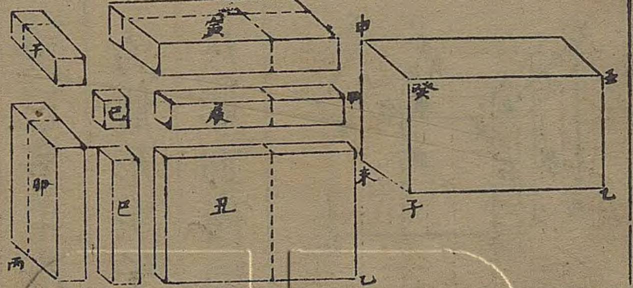
法列積如開立方法商之，其三千尺為初商積，可商十尺，乃以

十尺列於左，而以初商十尺為初商之高，加縱多得十五尺為初商
之長與闊，即以初商之長與闊十五尺自乘，得二百二十五尺。又以初
商之高十尺再乘，得二千二百五十尺，除實，餘一千二百十八尺，為次商廉隅
共積。乃以初商之長與闊十五尺自乘，得二百二十五尺，此一方廉，如寅形。又
以初商之高十尺與初商之長與闊十五尺相乘，得一百五十尺，倍之
得三百尺，此兩方廉，如丑形卯形。兩數相併，得五百二十五尺，為次商三方廉面積。
以除餘實，足二尺，則以二尺列於左，而以初商之長與闊十五尺倍
之，得三十尺，此兩長廉，如辰形午形。與初商之高十尺相併，此一長廉，如己形。得四十尺。
以次商二尺乘之，得八十尺，為次商三長廉面積。又以次商二尺自
乘，得四尺，為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積，

得六百○九尺，為廉隅共法。以次商二尺乘之，得一千二百十八尺，除實恰
盡。左商之十二尺為高，加入縱多為長與闊十
二尺。甲戊長、甲己闊俱十七尺。甲戊比甲辛多戊辛，甲己比
庚己多甲庚，俱五尺，即縱多數。其從一角所分壬乙子癸扁
方體形，癸子與壬乙皆十尺，即初商數。壬癸與癸申皆十五
尺，即初商加縱多之數。其體積二千二百五十尺，即初商加
縱多自乘，又以初商再乘之數。所餘三方廉，內
寅形一正方廉，每邊十五尺，即初商加縱多之
數。丑形卯形二長方廉，每高十尺，長十五尺，其
長比高多五尺，即縱多數。其厚皆二尺，即次商



數。又餘三長廉，內巳形長十尺，即初商數，辰形午形較長五尺，即縱多數，其闊與厚皆二尺，即次商數，再餘一小隅己形，其長闊與高皆二尺，亦即次商數，合丑寅卯三方廉，辰巳午三長廉，己一小隅，共成七磬折體形，附於初商扁方體三面，而成甲乙丙丁之總扁方體也。三商以後，皆依此遞析開之。



設如帶兩縱相同立方，積一十一丈五百○九尺二百六十八寸，長與闊俱比高多二尺一寸，問長闊高各幾何。答曰：長與闊俱二丈三尺三寸，高二丈一尺二寸。

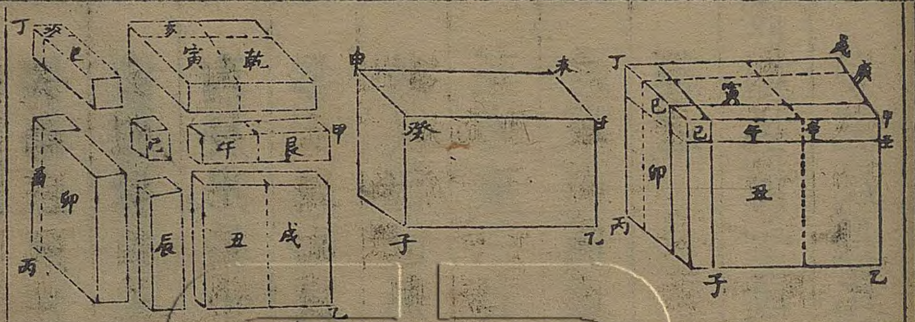
法列積如開立方法商之，其十一丈，為初商積，可商二丈，乃以二丈列於左，而以所商二丈為初商之高，加縱多得二丈二尺一寸，為初商之長與闊，乃以初商之長與闊二丈二尺一寸自乘，得四丈八十八尺四十一寸，又以初商之高二尺再乘，得九丈七百六十八尺二百寸，除實，餘一丈七百四十一尺○六十八寸，即一千七百四十一尺○六十八寸，為次商廉隅共積，乃以初商之長與闊作二十二尺一寸自乘，得四百八十八尺四十一寸，又以初商之高作二十尺，與初商之長與闊二十二尺一寸相乘，得四百四十二尺，倍之，得八百八十四尺，兩數相併，得一千三百七十二尺四十一寸，為次商三方廉面積，以除餘實，足一尺，即定次商為一尺，列於左，而以初商之長與闊二十二尺一寸倍之，得四十四尺二寸，與初商之高二十尺相併，得六十四尺二寸，以次商一尺乘之，得六十四尺二十寸，為

次商三長廉面積，又以次商一尺自乘，仍得一尺，為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積，共一千四百三十七尺六十一寸，為廉隅共法，以次商一尺乘之，得一千四百三十七尺六百一十寸，除實餘三百○三尺四百五十八寸，即三十萬三千四百五十八寸，為三商廉隅共積，乃以初次商之長與闊二丈三尺一寸，作二百三十一寸，自乘得五萬三千三百六十一寸，又以初次商之高二丈一尺，作二百一十寸，與初次商之長與闊二百三十一寸相乘，得四萬八千五百一十寸，倍之得九萬七千○二十寸，兩數相併，得一十五萬○三百八十一寸，為三商三方廉面積，以除餘實，足二寸，即定三商為二寸，列於左，而以初次商之長與闊二百三十一寸倍之，得四百六十二寸，與初次商之高二百一十寸相加，得六百七十二寸，以三商二寸乘之，得一千三百四十四寸，為三商三長廉面積，又以三商二寸自乘，得四寸，為三商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積，共一十五萬一千七百二十九寸，為廉隅共法，以三商二寸乘之，得三十萬三千四百五十八寸，除實恰盡，左商之二丈一尺二寸，即立方之高，加縱多得二丈三尺三寸，即立方之長與闊也。

設如帶兩縱不同立方積三千○二十四尺，闊比高多二尺，長比闊又多四尺，問高闊長各幾何。答曰：高十二尺，闊十四尺，長十八尺。

法列積如開立方法商之，其三千尺為初商積，可商十尺，乃以十尺列於左，為初商之高，加二尺得十二尺，為初商之闊，再加四尺得十六尺，為初商之長，乃以初商之高與闊相乘，得一百二十尺，又以初商之長再乘，得一千九百二十尺，除實餘一千一百○四尺，為

次商廉隅共積、乃以初商之高與闊相乘、得一百二十尺、此一方廉、如卯形、又以初商之高與長相乘、得一百六十尺、此一方廉、如丑形、又以初商之闊與長相乘、得一百九十二尺、此一方廉、如寅形、三數相併、得四百七十二尺、為次商三方廉面積、以除餘積、足二尺、乃以二尺列於左、而以初商之高此一長廉、如辰形、與初商之闊此一長廉、如巳形、相併、得二十二尺、又與初商之長此一長廉、如午形、相併、得三十八尺、以次商二尺乘之、得七十六尺、為次商三長廉面積、又以次商二尺自乘、得四尺、為次商一小隅面積、合三方廉三長廉一小隅面積、共五百五十二尺、為廉隅共法、以次商二尺乘之、得一千一百○四尺、除實恰盡、左商之十二尺、為高、加闊比高多二尺、得十四尺、為闊、再加長比闊多四尺、得十八尺、為長也、如圖、甲乙



高十二尺、甲戊闊十四尺、甲己長十八尺、甲戊比甲庚多二尺、即闊比高多之數、甲己比辛己多六尺、即長比高多之數、其從一角所分壬乙子癸長方體形、壬乙與癸子皆十尺、即初商數、壬未與癸申皆十二尺、即初商加闊多數、壬癸與子乙皆十六尺、即初商加闊多又加長多數、其積一千九百二十尺、即初商積、所餘三方廉、內卯形高十尺、即初商數、其帶闊縱二尺、如酉、即闊多數、丑形高十尺、亦即初商數、其帶長縱六尺、如戊、即闊多併長多數、寅形闊十尺、又帶

闊多二尺如亥即初商加闊多數其帶長縱六尺如乾即初商加闊多又加長多數其厚皆二尺即次商數又餘三長廉內辰形長十尺即初商數巳形多二尺如坎即闊多數午形多六尺如艮即闊多併長多數其闊與厚皆二尺亦即次商數又餘巳形一小隅其高與闊與長俱二尺亦即次商數合三方廉三長廉一小隅共成一磬折體形附於初商長方體之三面而成甲乙丙丁之總長方體三商以後皆倣此遞析開之

設如挑河一段但知挑出土方七萬六千一百四十尺寬比深多三尺長比寬多二百六十四尺問寬長深各幾何答曰深一五尺寬十八尺長二百八十二尺

法列積用帶兩縱不同立方法開之其七萬六千尺為初商積可商四十尺因長縱甚多故取小數商十尺列於左為初商之深加寬多得十三尺為初商之寬再加長多得二百七十七尺為初商之長乃以初商之深與闊相乘得一百三十尺又以初商之長再乘得三萬六千〇六尺除實餘四萬〇一百三十尺為次商廉隅共積乃以初商之深與寬相乘得一百三十尺又以初商之寬與長相乘得三千六百〇一尺又以初商之深與長相乘得二千七百七十尺三數相併得六千五百〇一尺為次商三方廉面積以除餘積足五尺即以五尺列於左而以初商之深初商之寬初商之長三數相併得三百尺以次商五尺乘之得一千五百尺為

次商三長廉面積又以次商五尺自乘得二十五尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共八千〇二十六尺為廉隅共法以次商五尺乘之得四萬〇一百三十尺除實恰盡左商之十五尺即挑河之深加多三尺得十八尺為寬再加多二百六十四尺得二百八十二尺為長也

設如白玉一方重九十三兩六錢但知闊比高多一寸長比闊多三寸問高闊長各幾何答曰高二寸闊三寸長六寸 法以玉寸方重二兩六錢為一率一寸為二率今所設玉重九十三兩六錢為三率推得四率三十六寸為長方體積乃以闊比高多一寸長比闊多三寸為帶兩縱之較用帶兩縱不同較數開立方法算之得高二寸加闊多三寸為闊再加長多六寸為長也

帶縱和數立方說

帶縱較數立方其法已難而帶縱和數立方其法尤難故古無傳而以理推之則法有與較數相對待者其帶一縱立方高與闊相等惟長不同如以長與高和或長與闊和為問者則以初商為高與闊而與和數相減餘為長乃以高與闊自乘以長再乘為初商積其或和數甚多而積甚少案立方法商之必至大於原積者則以和數除原積得數約開平方可得幾數取畧大數以定初商初商減積有餘實者其初商方積外有二方廉一長廉成兩面磬折體形而初商之高與闊少一次商初商之長

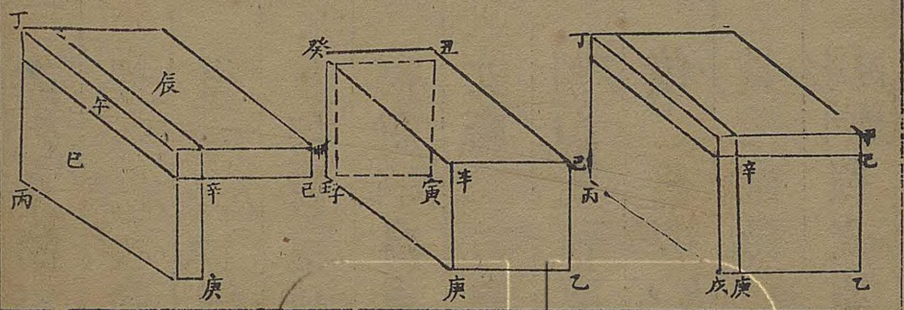
多一次商故內少一方廉積商除之法則以初商之高與闊與初商之長相乘倍之為二方廉面積視餘實足方廉面積幾倍取畧大數以定次商而以初商自乘次商再乘得一方廉積與餘實相加始足次商二方廉一長廉之共積故以次商與初商之長相減餘為初商次商之共長與初商相乘倍之為二方廉面積又以初商次商之共長與次商相乘為一長廉面積合二方廉一長廉面積以次商乘之為二方廉一長廉之共積所謂初商方積外成兩面磬折體形是也其帶兩縱相同立方長與闊相等惟高不同如以高與闊和或高與長和為問者則以初商為高與和數相減餘為長與闊乃以長與闊自乘以高再乘

為初商積其或和數甚多而積甚少案立方法商之必至大於原積者則以和數自乘除原積約足幾倍取畧大數以定初商初商減積有餘實者初商方積外止一方廉成一扁方體形而初商之高少一次商初商之長與闊各多一次商故內少二方廉一長廉積商除之法則以初商之長與闊自乘為一方廉面積視餘實足方廉面積幾倍取畧大數以定次商以次商與初商之長與闊相減餘為初商次商之長與闊而與初商相乘次商再乘倍之為二方廉積又以次商自乘初商再乘為一長廉積合二方廉一長廉積與餘實相加始足次商一方廉積故以初商次商之長與闊自乘次商再乘為一方廉積所謂初商方

積外成一扁方體形是也其帶兩縱不同立方與帶兩縱相同立方同但帶兩縱相同者其次商積爲一正方廉帶兩縱不同者其次商積爲一長方廉耳要之定商皆以小於半和爲準有時退商而反不足進商而反有餘須合初商次商以斟酌之至次商以後因有益積之法故廉法亦不足憑則又須較量而增損之可也

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺高與闊相等長與闊和二十九尺問高闊長各幾何答曰高與闊俱十二尺長十七尺

法列積如開立方法商之其二千尺爲初商積可商十尺乃以十尺列於左爲初商之高與闊與和數相減餘十九尺爲初商之長卽以初商之高與闊自乘得一百尺以初商之長再乘得一千九百尺除實餘五百四十八尺乃以初商之高與初商之長相乘得一百九十尺倍之得三百八十尺以除餘實足一尺因須益積且初商之長尚須減去次商數故取畧大數二尺爲次商列於左而以初商十尺自乘次商二尺再乘得二百尺與餘實相加得七百四十八尺爲次商二方廉一長廉共積乃以次商二尺與初商之長相減餘十七尺爲初商次商之長與初商之高與闊十尺相乘得一百七十尺倍之得三百四十尺爲二方廉面積又以次商二尺與初商次商之長相乘得三十四尺爲一長廉面積合二方廉一長廉面積共三百七十四尺以次商二尺乘之得七百四十八尺除實恰盡左商之十二尺爲高



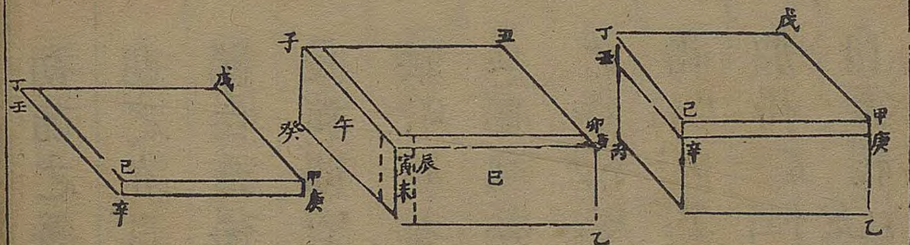
與闊與和相減餘十七尺為長也如圖甲乙高乙戊闊皆十二尺戊丙長十七尺乙戊與丙戊共二十九尺即長闊之和其從一角所分己乙壬癸長方體形己乙與乙庚皆十尺即初商數壬庚十九尺即和內減初商所餘之數比戊丙多子壬一段即次商數己乙壬癸長方積一千九百尺即初商自乘又與初商與和減餘再乘之數比初商原體積多丑寅壬癸一扁方體形因初商積內多減去此積故以初商自乘次商再乘而得丑寅壬癸扁方體積與餘實相加即得甲己辛庚丙丁兩面磬折體形其辰形巳形為兩方廉闊皆十尺即初商數長皆十七尺即和內減初商次商所餘之數厚皆二尺即次商數午形為一長廉長十七尺與方廉同闊與厚皆二尺亦即次商數合二方廉一長廉成兩面磬折體形附於長方體之兩面而成甲乙丙丁之總長方體也

設如帶一縱立方積九萬九千九百五十四尺高與闊相等長與闊和一千二百四十三尺問高闊長各幾何答曰高與闊俱九尺長一千二百三十四尺　法列積如開立方法商之其九萬九千尺為初商積可商四十尺而和數甚多案法相乘過大於原積爰以和數為法除原積足八十尺有餘以八十尺開平方約

足九尺。乃以九尺列於左，為高與闊與和相減餘一千二百三十四尺為長，即以高與闊自乘得八十一尺，以長再乘得九萬九千九百五十四尺，除實恰盡。左商之九尺為高與闊，與和相減餘數為長也。此法因帶一縱甚多，高與闊甚少，其長闊和比長所多無幾，故以長闊和除原積，即得高與闊自乘之一面積，而開平方所得，即高與闊，與和相減所餘即長也。

設如帶兩縱相同立方積六千九百十二尺，長與闊相等，高與闊和三十六尺，問高闊長各幾何。答曰：高十二尺，長與闊俱二十四尺。

法列積如開立方法商之，其六千尺為初商積，可商十尺。乃以十尺列於左，為初商之高，與高闊和相減餘二十六尺，為初商之長與闊，即以初商之長與闊自乘，得六百七十六尺，又以初商之高再乘，得六千七百六十尺，除實餘一百五十二尺，乃以初商之長與闊自乘得六百七十六尺以除餘實，不足一尺，因須益積，且初商之長與闊尚須減去次商，故取大數二尺為次商，列於左，而以次商二尺與初商之長與闊二十六尺相減，餘二十四尺，為初商次商之長與闊，與初商十尺相乘，得二百四十尺，以次商二尺再乘，得四百八十尺，倍之，得九百六十尺，為二方廉積，又以次商二尺自乘，以初商十尺再乘得四十尺，為一長廉積，合二方廉一長廉積共一千尺，與餘實相加，得一千一百五十二尺，為次商一方廉積，乃以初商次商之長與闊自乘，得五百七十六尺，以次商二尺再乘，得一千一百五十二尺，除實恰盡，左商



之十二尺為高與和相減餘二十四尺為長與闊也如圖甲乙高十二尺甲戊長甲己闊俱二十四尺甲己與甲乙共三十六尺即高與闊之和其從一面所分庚乙癸子扁方體形庚乙十尺即初商數庚丑與庚寅皆二十六尺即和內減去初商之數庚丑比甲戊多庚卯一段庚寅比甲己多辰寅一段即次商數庚乙癸子長方積六千七百六十尺即初商與和相減餘數自乘初商再乘之數比初商原體積多巳午二方廉積未一長廉積因初商積內多減去此積故以初商次商之長與闊與初商相乘以次商再乘倍之即得巳午二方廉積又以次商自乘以初商再乘即得未一長廉積與餘實相加即得甲庚辛壬丁戊扁方體形其甲戊長甲己闊皆二十四尺即和內減去初商次商之數甲庚厚二尺即次商數附於初商扁方體之一面而成甲乙丙丁之總扁方體也三商以後皆倣此遞析推之

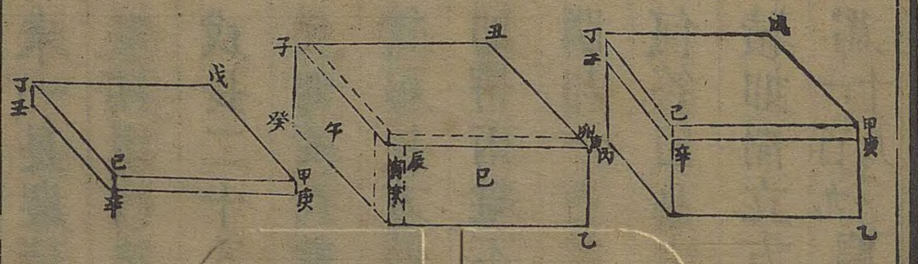
設如帶兩縱相同立方積三百九十六萬八千〇六十四尺長與闊相等高與闊和一千尺問高闊長各幾何答曰高四尺長與闊俱九百九十六尺　法列積如開立方法商之其三百萬尺為初商積可商一百尺而高闊和為一千尺按法相乘過大於

原積爰以和數自乘得一百萬尺以除原積足三尺取畧大數四尺列於左為高與和數相減餘九百九十六尺為長與闊即以長與闊自乘得九十九萬二千○一十六尺又以高四尺再乘得三百九十六萬八千○六十四尺以除實恰盡左商之四尺為高與和相減所餘九十六尺為長與闊也

此法因帶兩縱甚多而高數甚少其高闊和比原長原闊所多無幾故以高闊和自乘得一面積以除原積即得高與高闊和相減所餘為闊亦即長邊也

設如帶兩縱不同立方積八千○六十四尺高與闊和三十六尺高與長和四十尺問高闊長各幾何答曰高十二尺闊二十四尺長二十八尺　法列積如開立方法商之其八千尺為初商積可商二十尺因欲得小於半和之數乃退商十尺於左為初商之高與高闊和相減餘二十六尺為初商之闊又以高十尺與高長和相減餘三十尺為初商之長即以初商之高與初商之闊相乘得二百六十尺以初商之長再乘得七千八百尺除實餘二百六十四尺為一長方廉積其厚即次商之數其長與闊比初商之長與闊各少一次商之數乃以初商之長與初商之闊相乘得七百八十尺以除餘實不足一尺因須益積且初商之長闊尚須減去次商之數故取大數二尺列於左而以次商二尺與初商之闊相減餘二十四尺為初商次商之闊以次商二尺與初商之長相減餘二十八尺為初商次商之長即以初商次商之闊與初商之高

相乘得二百四十尺又以初商次商之長與初商之高相乘得二百八十尺兩數相併得五百二十尺以次商二尺乘之得一千〇四十尺為二方廉積又以次商二尺自乘得四尺以初商十尺再乘得四十尺為一長廉積合二方廉一長廉積共一千〇八十尺與餘實相加得一千三百四十四尺為次商一方廉積乃以初商次商之闊與初商次商之長相乘得六百七十二尺以次商二尺再乘得一千三百四十四尺除實恰盡左商之十二尺為高與高闊和相減餘二十四尺為闊與高長和相減餘二十八尺為長也如圖甲乙高十二尺甲戊長二十八尺甲己闊二十四尺甲乙與甲己共三十六尺即高闊和甲乙與甲戊共四十尺即高長和其從一面所分庚乙癸子扁長方體形



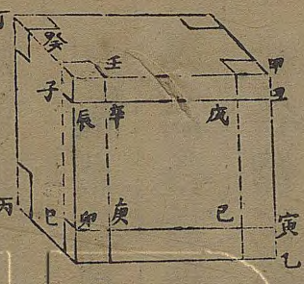
庚乙十尺即初商數庚丑三十尺即高長和內減去初商之數庚寅二十六尺即高闊和內減去初商之數庚丑比甲戊多庚卯一段庚寅比甲己多辰寅一段即次商數庚乙癸子長方積七千八百尺即初商之長闊相乘又以高再乘之數比原長原闊多巳午二方廉積末一長廉積因初商積內多減去此積故以初商次商之長與初商之高相乘以初商次商之闊與初商之高相乘兩數相併以次商再乘即得巳午二方廉積又以次商自乘以初商之高再乘即得

未一長廉積與餘積相加卽得甲庚辛壬丁戊一扁長方體形其甲己闊二十四尺卽高闊和內減去初商次商之數甲戊長二十八尺卽高長和內減去初商次商之數甲庚厚二尺卽次商數附於初商扁長方體之一面而成甲乙丙丁之總扁長方體也三商以後皆倣此遞析推之

設如帶兩縱不同立方積一十七萬二千六百九十二尺高與闊和一百二十九尺高與長和二百四十尺問高闊長各幾何答曰高六尺闊一百二十三尺長二百三十四尺 法列積如開立方法商之其十七萬二千尺為初商積可商五十尺而長卽為一百九十尺闊卽為七十九尺按法相乘過大於原積爰以高闊和與高長和相乘得三萬〇八百六十尺以除原積足五尺取畧大之數六尺列於左為高與高闊和相減餘一百二十三尺為闊又以高六尺與高長和相減餘二百三十四尺為長卽以闊與長相乘得二萬八千七百八十二尺又以高再乘得十七萬二千六百九十二尺除實恰盡左商六尺為高而闊為一百二十三尺長為二百三十四尺也此法因帶兩縱甚多而高數甚少其高闊和比原闊所多無幾高長和比原長所多亦無幾故以高闊和與高長和相乘得一面積以除原積而得高也既得高各於和數內減之而長闊亦得矣

各體形求邊周法

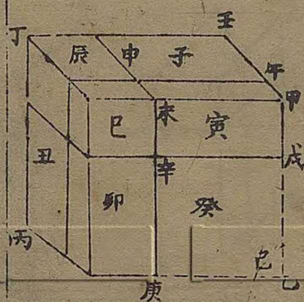
設如空心正方體積一千二百一十六寸厚二寸問內外方邊

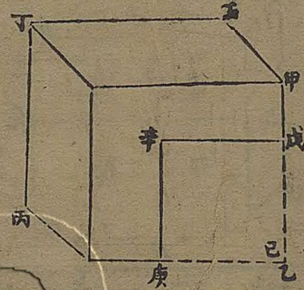


各幾何。答曰。內方邊八寸。外方邊一尺二寸。

法以厚二寸自乘再乘。得八寸。八因之。得六十四寸。如壬辛子癸類八小隅體積。與共積相減。餘一千一百五十二寸。六歸之。得一百九十二寸。如丑寅巳子類縱橫六長方扁體積。用厚二寸除之。得九十六寸。爲內方邊。如丑寅與戊己等。與外方邊。如丑辰與甲乙等。相乘長方面積。乃以厚二寸倍之。得四寸。如丑辰戊與辛辰。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊八寸。即內方邊。得長一尺二寸。即外方邊。

一法以厚二寸倍之。得四寸。爲內方邊與外方邊之較。自乘再乘。得六十四寸。如巳一小隅體積。與共積相減。餘一千一百五十二寸。爲三方廉三長廉體積。三歸之。得三百八十四寸。爲一方廉一長廉體積。如午甲乙庚未申扁長方形。以內外方邊之較四寸即厚。除之。得九十六寸。爲長方面積。以內外方邊之較四寸。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊八寸。即內方邊。加較四寸。得長一尺二寸。即外方邊也。此法如圖以戊己庚辛空心小正方形。移置乙角之一隅。則空心正方體變爲甲戊辛庚丙丁壬三面磬折體形。故依開立方次商法分之。而得癸子丑三方廉。寅卯辰三長廉。己一小隅體。次第歸除。得一長方面積。而用帶縱平方法算之也。

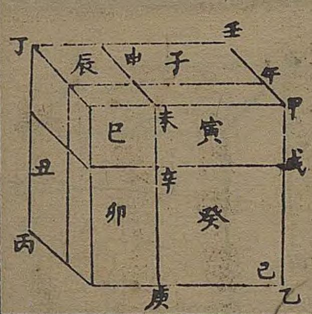


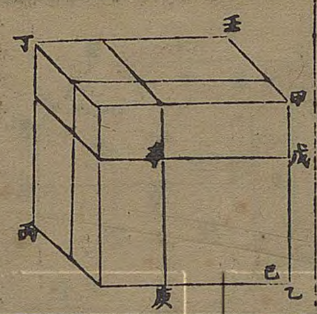


設如大小兩正方體。大體比小體每邊多四寸。積多二千三百

六十八寸。問大小兩體邊各幾何。答曰。大體邊十六寸。小體邊十二寸。

法以邊較四寸自乘再乘。得六十四寸。如己一小隅體積。與積較相減。餘二千三百〇四寸。爲三方廉三長廉體積。三歸之。得七百六十八寸。爲一方廉一長廉體積。如午甲乙庚未申扁長方形。以邊較四寸除之。得一百九十二寸。爲長方面積。乃以邊較四寸爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊十二寸。即小方邊。加較四寸。得長十六寸。即大方邊。如圖。試於甲乙丙丁大方體。減去戊己庚辛小方體。餘壬甲戊辛庚丙丁三面磬折體形。即大正方比小正方所多之積。甲戊爲磬折體之厚。即大正方比小正方所多之





邊。此三面磬折體形。依開立方次商法分之。則得癸子丑三方廉。寅卯辰三長廉。巳一小隅體。故次第歸除。得一長方面積。用帶縱較數開平方法算之。而得大小二體之邊也。

設如正方青石一塊。紅石一塊。紅石比青石每邊多二寸。體積多五十六寸。問二石之邊及重各幾何。答曰。青石邊二寸。重二十三兩〇四分。紅石邊四寸。重一百六十三兩八錢四分。

法用大小二立方有邊較積較求邊法算之。以邊較二寸自乘再乘。得八寸。與積較相減。餘四十八寸。三歸之。得十六寸。以邊較二寸除之。得八寸。爲長方面積。以邊較二寸爲縱較。用帶縱較數開平方法算之。得闊二寸。即青石邊。加較得長四寸。即紅石邊。乃以一寸

為一率紅石寸方重二兩五錢六分為二率紅石邊四寸自乘再乘得
六十四寸為三率推得四率為紅石重數又以一寸為一率青石寸
方重二兩八錢八分為二率青石邊二寸自乘再乘得八寸為三率推得
四率即青石重數此法因二石皆為正方體故用大小二立
方有邊較積較求邊法求得二石之邊自乘再乘即得二石
之體積用寸方重數定率以比例之即得二石之重數也
設如有正方大中小水桶三箇小桶每邊一尺大桶比中桶每
邊多二寸其體積與中小兩桶之共積等問三桶盛水重數
各幾何答曰小桶九百三十兩中桶一千五百七十兩九錢
九分三釐有餘大桶二千四百九十二兩二錢三分八釐有
餘 法以一寸為一率水寸方重九錢三分為二率小桶邊一尺自乘
再乘得一千寸為三率推得四率即小桶盛水重數又以大桶
比中桶每邊多二寸為邊較以小桶體積一千寸為大桶比中桶
所多之積較用大小二立方有邊較積較求邊法算之以邊
較二寸自乘再乘得八寸與積較相減餘九百九十二寸以三歸之得三百三十
寸六百六十六分六百六十六釐有餘以邊較二寸除之得一尺六十五寸三十三分三十三釐有餘為
長方面積以邊較二寸為長闊較用帶縱較數開平方法算之
得闊一尺一寸八分九釐有餘為中桶邊數加較二寸得一尺三寸八分九釐有餘為大
桶邊數乃以一寸為一率水寸方重九錢三分為二率中桶邊自乘
再乘得一尺六百八十寸九百二十四分有餘為三率推得四率即中桶盛水

重數又以大桶邊自乘再乘得二尺六百七十九寸八百二十六分有餘爲三率推得四率即大桶盛水重數此法因大桶體積與中小二桶之共積等則小桶體積即大桶比中桶所多之積較而大桶比中桶每邊多二寸故用大小二立方有邊較積較求邊法求得二桶之邊自乘再乘即得二桶之體積用寸方重數定率以比例之即得二桶水之重數也

設如圓球積六尺問徑幾何答曰二尺二寸五分四釐五毫〇二忽有餘 法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比例以球積一〇〇〇〇〇〇〇爲一率方積一九〇九八五九三一七爲二率今所設之圓球積六尺爲三率推得四率十一尺四百五十九寸一百五十五分九百〇二釐有餘爲與圓球徑相等之正方邊之正方體積開立方即得圓球徑

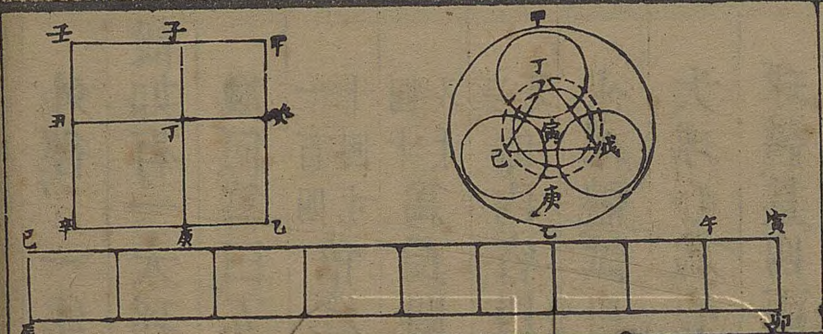
設如橢圓體積五十寸大徑比小徑多二寸問大小徑各幾何答曰小徑三寸九分九釐二毫有餘大徑五寸九分九釐二毫有餘 法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比例以球積一〇〇〇〇〇〇〇爲一率方積一九〇九八五九三一七爲二率今所設之橢圓體積五十寸爲三率推得四率九十五寸四百九十二分九百六十五釐八百五十毫有餘爲長方體積乃以大徑多小徑二寸爲高與長闊之較用帶一縱開立方法算之得闊即小徑得高即大徑

設如空心圓球積二千寸厚三寸問內外徑各幾何答曰內徑

一尺一寸四分六釐三毫九絲七忽有餘。外徑一尺七寸四分六釐三毫九絲七忽有餘。法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比例。以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一九〇九八五九三一七爲二率。今所設之空心球積二千寸爲三率。推得四率三尺八百一十九寸七百一十八分六百三十四釐有餘。爲空心正方體積。乃用算空心正方體法。以厚三寸自乘再乘得二十七寸。八因之得二百十六寸。與所得空心正方體積相減。餘三尺六百〇三寸七百一十八分六百三十四釐有餘。六歸之。得六百寸六百一十九分七百七十二釐有餘。以厚三寸除之。得二尺〇二十分六十五釐九十毫有餘。爲內徑與外徑相乘長方面積。乃以厚三寸倍之得六寸。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊即內徑。得長即外徑。一法求得空心正方體積。用前第二法算之。亦得。

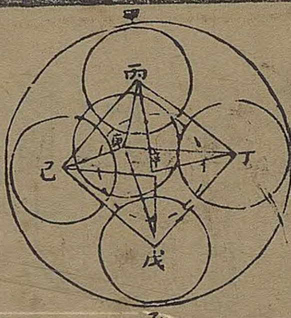
設如有一大球體。內容四小球體。大球徑一尺二寸。求小球徑幾何。答曰。五寸三分九釐三毫。法以大球徑一尺二寸自乘得一百四十四寸。倍之得二百八十八寸。爲長方積。以大球徑一尺二寸四因之得四十八寸。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊五寸三分九釐三毫。即內容四小球之徑。如圖。甲乙大球體內容丙丁戊己四小球體。試自四小球中心各作線聯之。成一四等面體。又以大球心爲心。四小球心爲界。作一虛圓。成四等面體外切圓球體。其四面體一邊即小球徑。以四面體外切丁庚虛球徑加一小球徑。即大球徑。故以大球徑自乘。得甲乙辛壬正方

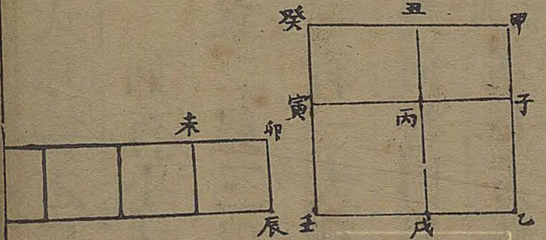
形內甲癸丁子爲小球徑自乘方。即四面體每邊自乘方。丁庚辛丑爲



四面體外切圓球徑自乘方。癸乙庚丁子丁丑壬爲四面體每邊與外切圓球徑相乘二長方。凡四面體邊自乘方爲外切圓球徑自乘方三分之二。故甲癸丁子正方形爲丁庚辛丑正方形三分之二。將甲乙辛壬正方形倍之則得甲癸丁子二正方。丁庚辛丑二正方。癸乙庚丁四長方。而丁庚辛丑二正方。與甲癸丁子三正方等。是共得甲癸丁子五正方。癸乙庚丁四長方。共成寅卯辰巳一大長方。其巳午長闊之較爲大球徑之四倍。故四因大球徑爲縱較。求得闊。即小球徑也。如有小球徑求大球徑。則以小球徑爲四面體之一邊。自乘。二歸三因。開平方得外切圓球徑。加一小球徑。即大球徑。

設如有一大球體。內容六小球體。大球徑一尺二寸。求小球徑幾何。答曰。四寸九分七釐。法以大球徑一尺二寸自乘。得一百四十四寸。爲長方積。以大球徑倍之。得二尺四寸。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊四寸九分七釐。即內容六小球之徑。如圖。甲乙大球體。內容丙丁戊己庚辛六小球體。試自六小球之中心。俱各作線聯之。則成一八等面體。其八面體之一邊。即小球徑。以八面體之對角線。加一小球徑。即大球徑。故以大球

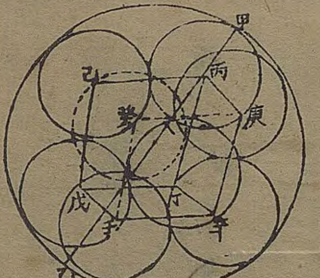




徑自乘得甲乙壬癸正方形。內甲子丙丑爲小球徑自乘方。卽八面體邊自乘方。丙戊壬寅爲八面體對角線自乘方。子乙戊丙丑丙寅癸爲八面體邊與對角線相乘二長方。凡八面體邊自乘方爲對角線自乘方之一半。故丙戊壬寅一正方與甲子丙丑二正方等。是甲乙壬癸一正方。共爲甲子丙丑三正方。子乙戊丙二長方。與卯辰巳午長方積等。其午未長闊之較爲甲乙球徑之倍數。故倍大球徑爲縱較。求得闊。卽小球徑也。如有小球徑求大球徑。則以小球徑爲八面體之一邊。自乘加倍開方。得對角線。加一小球徑。

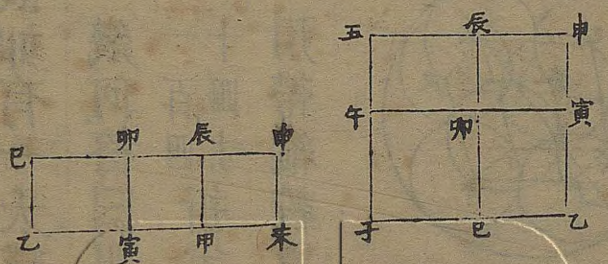
卽大球徑也

設如有一大球體。內容八小球體。大球徑一尺二寸。求小球徑幾何。答曰四寸三分九釐二毫。法以大球徑一尺二寸自乘得一百四十四寸。折半得七十二寸。爲長方積。以大球徑一尺二寸。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊四寸三分九釐二毫。卽內容八小球之徑。



如圖。甲乙大球體。內容丙丁戊己庚辛壬癸八小球體。試自八小球之中心。俱各作線聯之。則成一正方體。其正方體之一邊。卽小球徑。以正方體之丙壬對角斜線。加一小球徑卽大

球徑，故以大球徑自乘得甲乙子丑正方形，內甲寅卯辰為正方體邊自乘方，卯巳子午為正方體對角斜線自乘方，寅乙巳卯辰卯午丑為正方體之每邊，與對角斜線相乘二長方，凡正方體對角斜線自乘方，為邊自乘方之三倍，故卯巳子午正方形，為甲寅卯辰正方形之三倍。折半即得未甲辰申甲寅卯辰二正方，寅乙巳卯一長方，共成未乙巳申一長方，甲乙球徑，即長闊之較，故用帶縱較數開平方法算之，得闊即小球徑也。



如有小球徑求大球徑，則以小球徑為正方體之一邊自乘，三因開平方，得正方體對角斜線，再加一小球徑，即大球徑。

設如四面體積二百〇三寸六百四十六分七百五十釐，問每邊幾何。答曰：一尺二寸。法用邊線相等體積不同之定率比例，以四面體積一一七八五一二二九為一率，正方體積一〇〇〇〇〇〇〇為二率，今所設之四面體積二百〇三寸六百四十六分七百五十釐為三率，推得四率一尺七百二十八寸，開立方，即得四面體之邊。此法因四面體之邊與正方體之邊相等，則四面體之積與正方體之積不同，故先定為體與體之比例，既得正方體積，而後開立方得線也。

設如八面體積八百十四寸五百八十七分十二釐，問每邊幾

何答曰一尺二寸法用邊線相等體積不同之定率比例以八面體積四七一四○四五二一為一率正方體積一○○○○○○○為二率今所設之八面體積八百十四寸五百八十七分十二釐為三率推得四率一尺七百二十八寸開立方即得八面體之邊

設如十二面體積十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐問每邊幾何答曰一尺二寸法用邊線相等體積不同之定率比例以十二面體積七六六三一一八九○三為一率正方體積一○○○○○○○○○為二率今所設之十二面體積十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐為三率推得四率一尺七百二十八寸開立方即得十二面體之邊

設如二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百○六釐問每邊幾何答曰一尺二寸法用邊線相等體積不同之定率比例以二十面體積二一八一六九四九六九為一率正方體積一○○○○○○○○為二率今所設之二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百○六釐為三率推得四率一尺七百二十八寸開立方即得二十面體之邊

米求倉窖法

設如方倉一座共盛米八百七十八石八斗問倉高幾何答曰十三尺法以石法二千五百寸乘盛米數得二千一百九十七尺為立方積用開立方法商之其二千尺為初商積以初商本位計之則

二千尺爲初商積之單位，止與一自乘再乘之數相準，卽定初商爲一十。列於左，而以一十自乘再乘之一千尺，與實相減，餘一千一百九十七尺，爲次商廉隅共積。而以初商之一十自乘得一百，三因之得三百尺，爲次商三方廉面積，以除餘積，足三尺，卽定次商爲三尺。列於左，而以初商之一十相乘得三十，三因之得九十，爲次商三長廉面積。又以次商三尺自乘得九尺，爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積共三百九十九尺，爲次商廉隅共法，以次商三尺乘之，得一千一百九十七尺，除實恰盡。左商之十三尺，卽方倉之高也。此法因米是石法，所問乃倉之尺數，故先將石變爲尺也。

設如圓倉一座，盛米一百六十石，高十尺，問周徑各幾何。答曰：徑七尺一寸三分六釐四毫九絲有餘，周二十二尺四寸一分九釐九毫四絲有餘。　法以石法二千五百寸乘盛米數，得四百尺，爲圓倉積。以高十尺除之，得四十尺，爲圓倉面積。乃用圓積方積之定率比例，以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，方積一二七三二三九五四爲二率，今所得之圓倉面積四十尺爲三率，推得四率五十尺九十二寸九十五分八十一釐六十毫有餘，開平方得徑數，再用徑求周法，得周數。

設如有米十石，欲用蓆圍盛之，先以一蓆作圍，較之盛米二石五斗，問該用蓆幾何。答曰：二領。　法置米十石，以較圍米二石五斗除之，得四領，以平方開之，得用蓆二領。凡面加一倍者，積必加四倍。如面二尺，則積得四尺；若面加一倍爲四尺，則積必加四

倍而爲十六此以蓆作圍爲面所盛米數爲積故也

束法求邊周訣

方圓三稜求周數　各減總一分明布　十六乘方帶縱八
十二乘圓加縱六　十八三稜添縱九　俱用帶縱開方術
倍方不倍縱開除　何愁外周不知數

設如方束積一百問外周幾何答曰三十六　法以方束積一百開平方得一十四因之得四十內減四隅兩邊同用之四餘卽外周數

一法以積減一餘九十九以十六乘之得一千五百八十四爲長方積以八爲長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊三十六亦卽外周法按後法乃歌訣法下二題同

設如三稜束積六十六問外周幾何答曰三十　法以三稜束積六十六倍之得一百三十二爲長方積以一爲長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊十一爲三稜束之每邊三因之得三十三內減三角兩邊同用之三餘卽外周數

一法以積減一餘六十五以十八乘之得一千一百七十爲長方積以九爲長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊三十亦卽外周

設如圓束積九十一問外周幾何答曰三十　法以圓束積減去中心一餘九十六歸之得十五倍之得三十爲長方積以一爲長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊五六因之卽外周

數。

一法以積減一餘九十以二十乘之得一千〇八十為長方積以六為長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊三十亦即外周。

一面堆求邊法

設如一面直角尖堆積二十八問底幾何答曰七箇。　法倍積得五十六為長方積以一為長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊七即底數此法倍積為長方者如另將一直角尖堆顚倒湊合於原形之側則成一長方形其長比闊多一蓋原形之底與另形之尖並列一行故多一也以一為縱較開方而得底闊矣。　一面三角尖堆同。

設如一面梯形堆積三十五下九問上幾何。　法以下九用一面尖堆求積法求得共積四十五內減梯形積三十五餘十為上所虛小尖堆積用一面尖堆有積求邊法求得小堆底四加一得五即梯形堆上闊數。　如有上闊求下闊則以上闊內減一為上所虛之底用一面尖堆求積法求得上虛小堆積與梯形積相加為三角尖堆之共積乃用有積求邊法算之即得下闊。　一面直角半堆同。

設如一面梯形堆積三十五上闊比下闊少四問上下闊各幾何答曰上闊五下闊九。　法倍積得七十又以上下闊之較四加一得五為層數以除倍積得十四為上下闊之和加較共十八

折半得九爲下闊，內減較四，餘五爲上闊。如有積與上下闊之和，求上下闊，則倍積以和數除之得層數，內減一即較。或有積與層數求上下闊，則於層數內減一即得較，以層數除倍積，即得和，既有較有和，即可得上下闊矣。

堆垜求廣縱法

設如三角尖堆積一百二十，問每邊幾何。答曰八箇。法以積六因之得七百二十，爲長方體積，以一爲長與闊之較，以二爲高與闊之較，用帶兩縱不同較數開立方法算之，得闊八，即每邊數。此即三角尖堆有邊求積之法而轉用之，蓋有邊求積則以每邊加一與每邊相乘，又以每邊加二再乘，得長方體積，爲三角尖堆之六倍，是長比闊多一，高比闊多二，今以三角尖堆積六因之得長方體積，故用帶兩縱不同較數開立方法算之，得闊爲每邊之數也。

設如四角尖堆積二百○四，問每邊幾何。答曰八箇。法以積三因之得六百一十二，爲長方體積，以半爲長與闊之較，以一爲高與闊之較，用帶兩縱不同較數開立方法算之，得闊八，即每邊數。此亦即四角尖堆有邊求積之法而轉用之。

設如長方堆積二百七十六，長比闊多二，問每邊幾何。答曰闊八箇，長十箇。法以積三因之得八百二十八，爲長方體積，以長闊較二折半，仍添半得一箇半，與原較二相加，得三箇半，爲長闊

較以一爲高闊較用帶兩縱不同較數開立方法算之得底闊八加較二得十爲底長此卽長方堆有邊求積之法而轉用之蓋長方堆有邊求積則以原長闊之較折半又加半與原長相加乃與闊相乘又以闊加一再乘得長方體積爲長方堆之三倍是長比闊原較之外又多半較仍多半高比闊多一今以長方堆積三因之得長方體積故用帶兩縱不同較數開立方法算之得闊加較得長也

設如三角半堆積一百上邊五問底邊幾何答曰八箇 法以上邊五減一餘四爲上所虛小尖堆之底用三角尖堆有邊求積法求得虛尖堆積二十與半堆積相加共一百二十爲全堆積用三角尖堆有積求邊法求得每邊八卽底邊數 如有底邊求上邊則以底邊求得全堆積與半堆積相減餘爲上所虛小尖堆積求得小尖堆之虛底加一卽上邊也

設如四角半堆積六百二十上邊五問底邊幾何答曰十二箇 法以上邊五減一餘四爲上所虛小尖堆之底用四角尖堆有邊求積法求得虛尖堆積三十與半堆積相加共六百五十爲全堆積用四角尖堆有積求邊法求得每邊十二卽底邊數

如有底邊求上邊亦照三角半堆法算之

設如長方半堆積四百十上長八闊六問底長闊各幾何答曰長十二闊十 法以上長闊各減一得長七闊五爲上所虛

小長尖堆之底用長方堆有邊求積法求得虛長尖堆積八十五與半堆積相加得四百九十五為全堆積用長方尖堆有積求邊法求得闊十長十二卽底邊數如有底邊長闊求上邊長闊亦照三角半堆法算之

九數通考卷五終