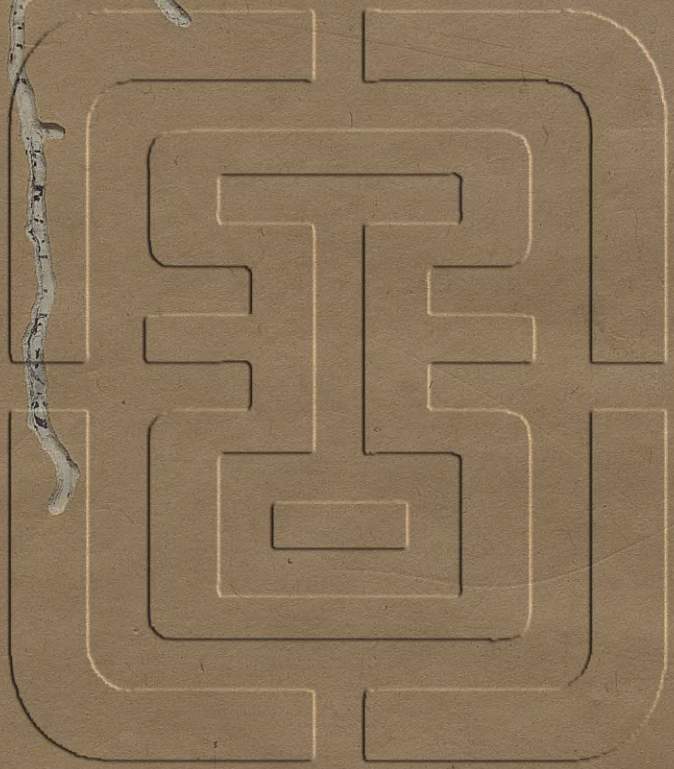


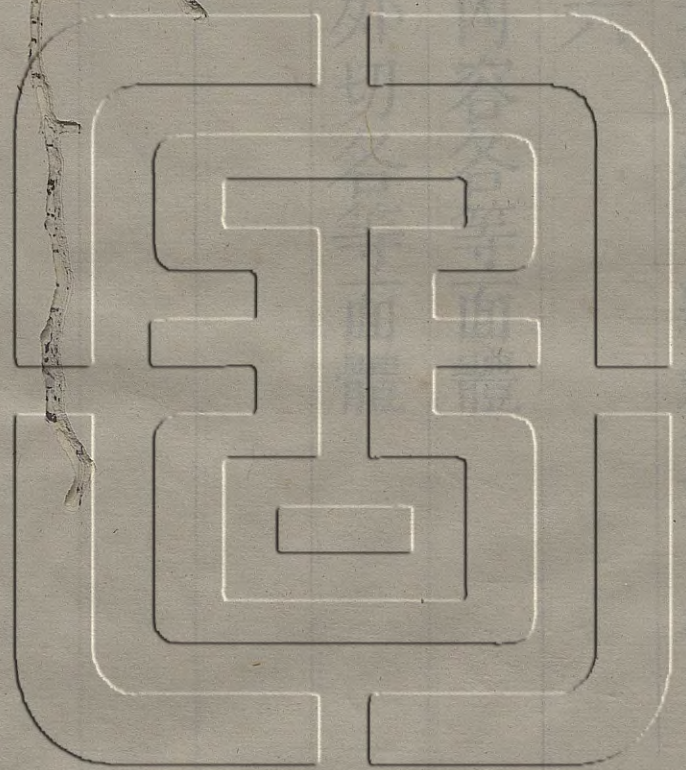
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47



科100
82

科100
8072
23



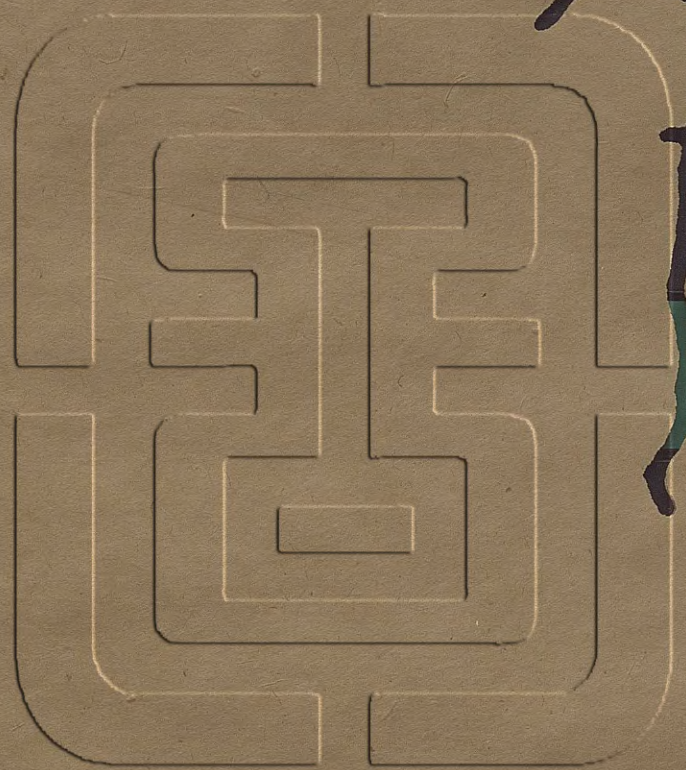


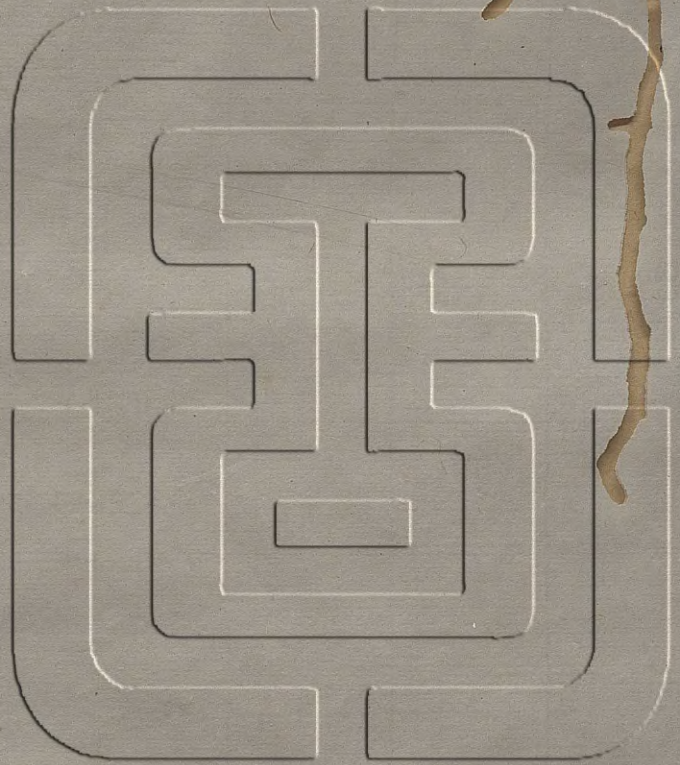
御製數理精蘊全編卷一十八

體部六

球內容各等面

球外切各等面



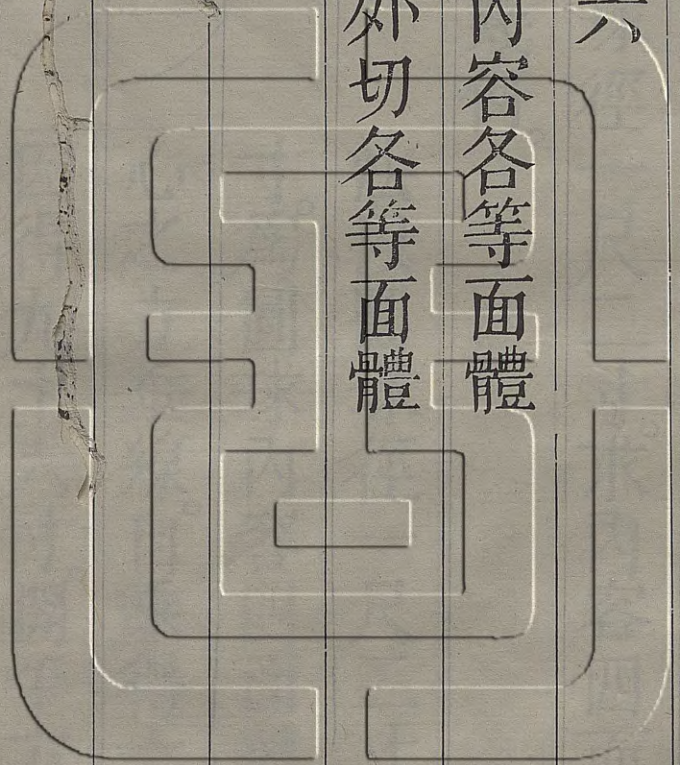


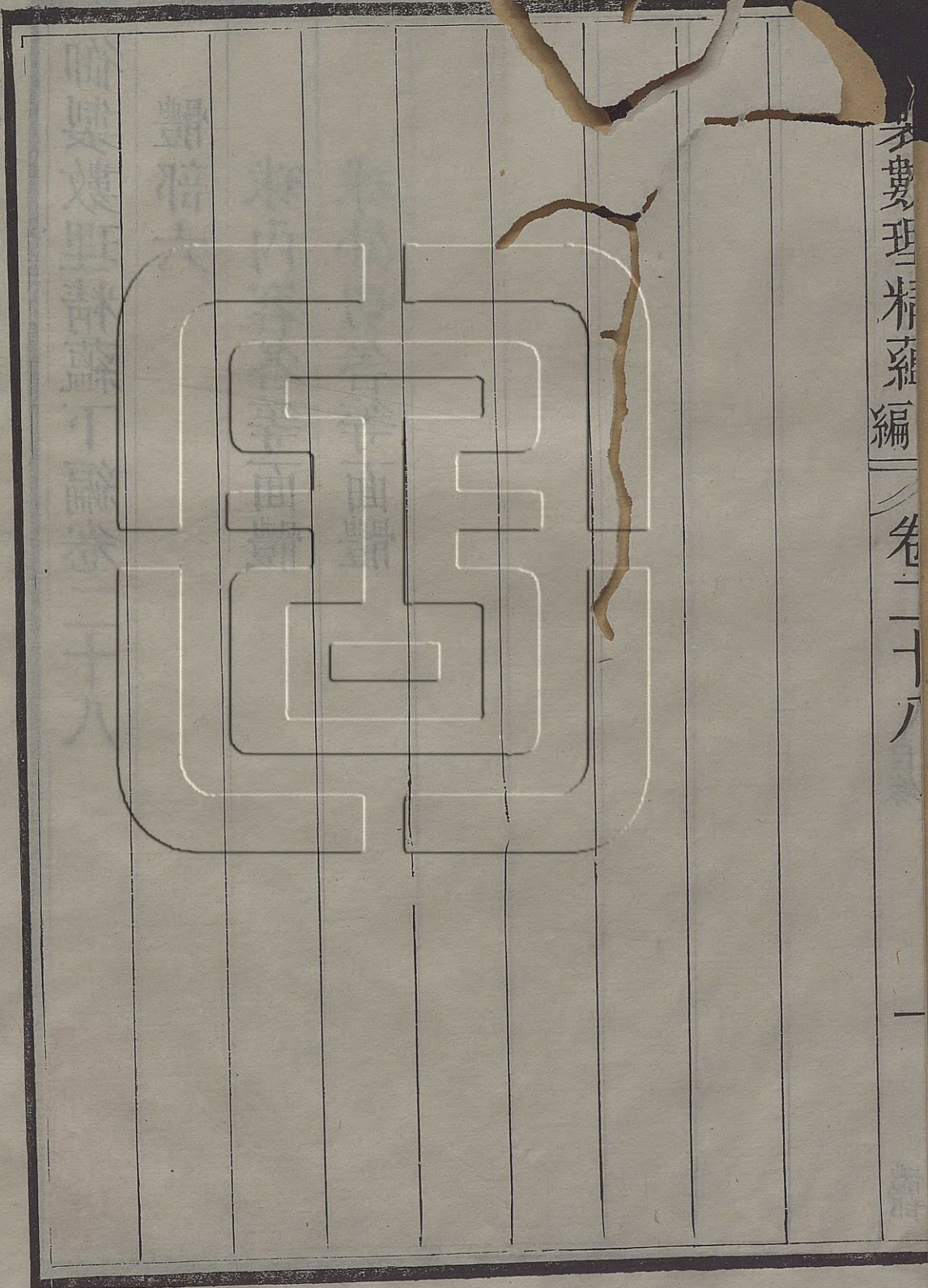
御製數理精蘊下編卷二十八

體部六

球內容各等面體

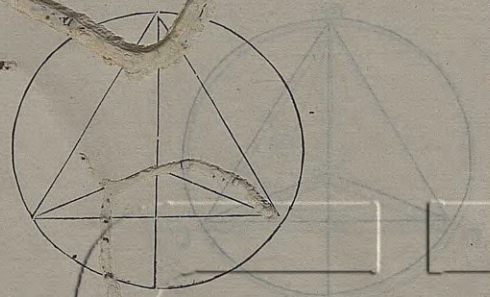
球外切各等面體



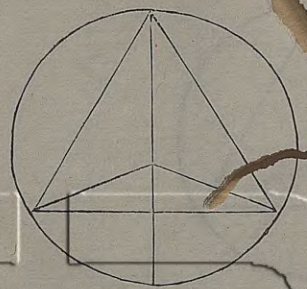


球內容各等面體

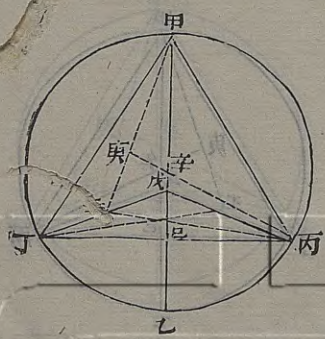
設如圓球徑一尺二寸。求內容四面體之每一邊及體積幾何。



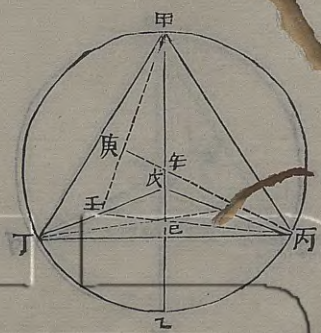
法以圓球徑一尺二寸。三歸二因得八寸。為圓球內容四面體自尖至每面中心之立垂線。自乘得六十四寸。二歸三因得九十六寸。開平方得九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘。即圓球內容四面體之每一邊也。乃以四面體之



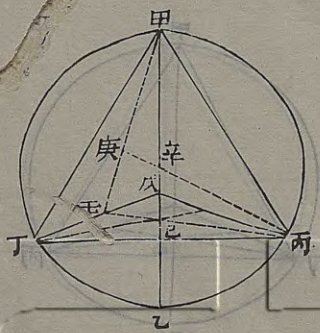
每一邊用等邊三角形求面積法求得
 每一面積四十一寸五十六分九十二釐
 釐一十九豪有餘與自尖至每面中心
 之立垂線八寸相乘得三百三十二寸
 五百五十三分七百五十釐有餘三歸
 之得一百一十寸八百五十一分二百
 五十釐有餘即圓球內容四面體之積
 也。如圖甲乙圓球徑一尺二寸內容甲
 丙丁戊四面體甲己與丙庚俱為自尖



至每面中心之立垂線相交於辛為四
 面體之中心亦即圓球之中心甲辛與
 丙辛俱為圓球半徑甲己壬勾股形與
 甲庚辛勾股形為同式形。甲己壬勾股形以甲己自尖至底中心立垂線為股己壬一面中垂線之三分之一為勾甲壬一面中垂線為弦甲庚辛勾股形以甲庚一面中垂線之三分之一為股庚辛四面體中心至每面中心之垂線為勾甲辛四面體自尖至中心立垂線為弦故兩勾股形同用一甲角而已角庚角同為直角其壬角與辛角亦必相等所以為同式形也己壬為丙壬一面中垂線之三分之



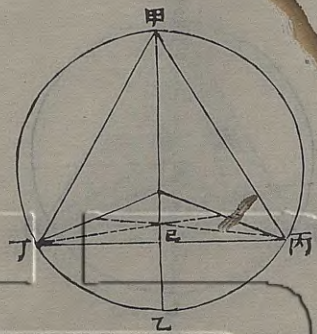
一亦為甲壬一面中垂線之三分之一。故庚辛亦必為甲辛四面體自尖至中心立垂線之三分之一。而甲辛即圓球之半徑。故庚辛亦為圓球半徑之三分之一。庚辛與辛己等。今命甲辛圓球半徑為三分。則甲乙圓球全徑為六分。以辛己一分。與甲辛三分相加。則得甲己四分。是甲己立垂線為甲乙圓球全徑之六分之四。即三分之二。故以甲乙圓



球徑三歸二因。即得甲己為四面體自尖至每面中心之立垂線也。又四面體之立垂線自乘方。為每邊自乘方之三分之一。見前四面體求積法。故以甲己立垂線自乘二歸三因。即得每一邊自乘方積。開平方得甲丙。為四面體之每一邊也。既得一邊。則用等邊三角形求面積法。求得丙丁戊三角形面積。與甲己立垂線相乘。三歸之。即得甲丙丁戊四面體之

積也。

又求邊捷法。以圓球徑一尺二寸自乘。三歸二。因得九十六寸。開平方亦得九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘。為內容四面體之每一邊也。蓋四面體之甲已立垂線。既為甲乙圓球徑之三分之二。則甲已自乘方。必為甲乙自乘方之九分之四。而甲已自乘方。又為甲丙每邊自乘方之三分之二。即六分之

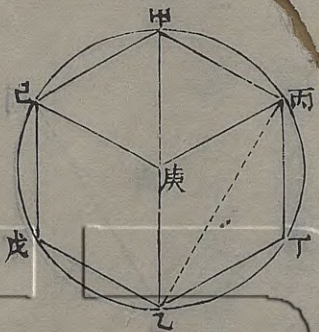


四。則甲丙每一邊自乘方。必為甲乙圓球徑自乘方之九分之六。即三分之二。

故以圓球徑自乘三歸二。因開平方。亦得四面體之每一邊也。如有四面體之一邊求外切圓球徑。則先求得自尖至每面中心之立垂線。二歸三。因即圓球徑。或以一邊自乘。三歸三。因開平方。亦即得圓球徑也。

又用求球內各形之一邊之定率比例。





既相等。則丙乙每一面對角斜線自乘
 方。為丙丁或丁乙每邊自乘方之二倍
 矣。又試以丙乙對角斜線為股。甲丙一
 邊為勾。求得甲乙弦。即圓球徑。則甲乙
 圓球徑自乘方。又為甲丙類每邊自乘
 方之三倍矣。故以圓球徑自乘三歸。即
 得每邊自乘之積。開平方。即得圓球內
 容正方體之一邊。以一邊自乘再乘。即
 得圓球內容正方體之積也。如有正方

體之一邊。求外切圓球徑。則以一邊自
 乘。三因之開平方。即得圓球徑也。

又用求球內各形之一邊之定率比例。

以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇

○為一率。圓球內容正方體之一邊五

七七三五〇二六為二率。今所設之圓

球徑一尺二寸為三率。求得四率六寸

九分二釐八豪二絲零三微有餘。即圓

球內容正方體之一邊也。

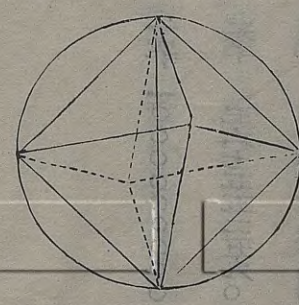
一率 一〇〇〇〇〇〇〇

二率 五七七三五〇二六

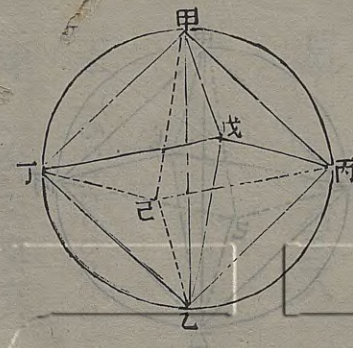
三率 一三

四率 一六九二八〇三

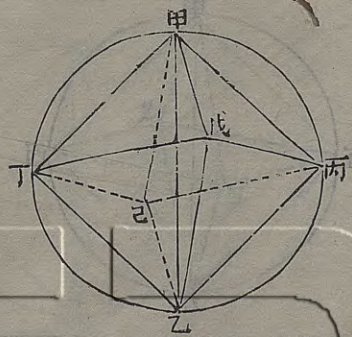
設如圓球徑一尺二寸。求內容八面體之每一邊及體積幾何。



法以圓球徑一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。折半得七十二寸。開平方得八寸四分八釐五豪二絲八忽一微有餘。即圓球內容八面體之每一邊也。乃以八面體之每一邊自乘。得七十二寸。以球徑一尺二寸再乘。得八百六十四寸。三歸之。得二百八十八寸。即圓球內容



八面體之積也。如圖甲乙圓球徑一尺二寸。內容甲丙乙丁戊己八面體。自正中對四角平分截之。則成甲丙己丁戊乙丁戊丙己。二尖方體。甲乙圓球徑為二尖方體之共高。即甲丙乙丁正方面之對角斜線。試以甲丙一邊為股。乙丙一邊為勾。則甲乙球徑為弦。勾與股既相等。則甲乙自乘方。為甲丙自乘方之二倍。故以甲乙球徑自乘折半開方。即



得甲丙為內容八面體之一邊。以戊丙
 一邊自乘。得戊丙己丁二尖方體之共
 底面積。以甲乙共高再乘。三歸之。得二
 尖方體積。即八面體之總積也。如有八
 面體之一邊。求外切圓球徑。則以一邊
 自乘加倍開平方。得對角斜線。即圓球
 徑也。

又用求球內各形之一邊之定率比例。
 以定率之圓球徑一○○○○○○○

一率 一○○○○○○○

二率 七〇七二〇六七八

三率 二二

四率 八四八五二八一

○為一率。圓球內容八面體之一邊七

○七二〇六七八為二率。今所設之圓

球徑一尺二寸為三率。求得四率八寸

四分八釐五豪二絲八忽一微有餘。即

圓球內容八面體之一邊也。

又用求球內各形之體積之定率比例。

以定率之圓球徑自乘再乘之。正方體

積一○○○○○○○為一率。圓

球內容八面體積一六六六六六六六

一率 一○○○○○○○

二率 一六六六六六六六

三率 一七三八

四率 二八八

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 一六六六六六六六

三率 一七七八

四率 二八八

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 三二八三〇九八八五

三率 九〇四七七八六八四

四率 二八九九九九九八

六為二率。今所設之圓球徑一尺二寸

自乘再乘得一千七百二十八寸為三

率。求得四率二百八十八寸。即圓球內

容八面體之積也。

又用圓球積之定率比例。以定率之圓

球積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。

圓球內容八面體積三一八三〇九八

八五為二率。今所設之圓球徑一尺二

寸。求得圓球積九百零四寸七百七十

八分六百八十四釐有餘為三率。求得

四率二百八十七寸九百九十九分九

百九十八釐有餘。即圓球內容八面體

之積也。

設如圓球徑一尺二寸。求內容十二面體之每一邊

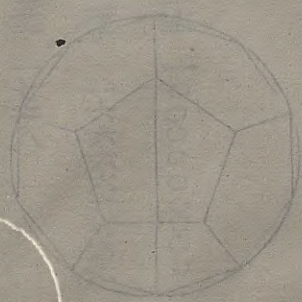
及體積幾何。

法以理分中末線之全分一〇〇〇〇

〇〇〇〇為股。小分三八一九六六〇

一為勾。求得弦一〇七〇四六六二六

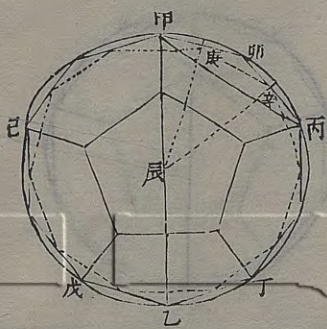




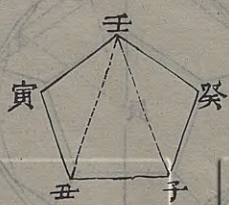
爲一率。小分三八一九六六〇一爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸爲三率。求得四率四寸二分八釐一豪八絲六忽五微有餘。卽圓球內容十二面體之每一邊也。乃以十二面體之每一面積三五等邊形求面積法。求得每一面積三十一寸五十四分三十八釐五十七豪有餘。又用五等邊形求外切圓徑法。求得半徑卽分角線三寸六分四釐二豪三絲



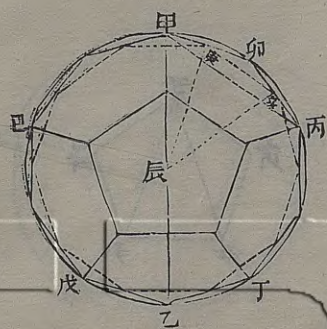
七忽一微有餘爲勾。圓球半徑六寸爲弦。求得股四寸七分六釐七豪九絲二忽七微有餘。爲自圓球中心至每一面中心之立垂線。與每一面積三十一寸五十四分三十八釐五十七豪相乘。得一百五十寸三百九十八分八百零七釐有餘。三歸之。得五十寸一百三十二分九百三十五釐。爲一五角尖體積。十二因之。得六百零一寸五百九十五分



二百二十釐有餘。即圓球內容十二面體之總積也。如圖甲乙圓球徑一尺二寸。內容甲丙丁戊己十二面體。自正中平分截之。則成十等邊面形。其所截之處皆正當每邊之一半。故其所截之庚辛等線。亦為甲丙兩角相對斜線之一半。而為十等邊形之一邊。試自十二面體之甲卯一邊正中至中心辰。作庚辰垂線。即為所截十等邊形外切圓之半



徑。與甲庚每邊之半甲辰圓球半徑。共成甲庚辰勾股形。庚辰為股。甲庚為勾。甲辰為弦。庚辰即如理分中末線之全分。甲庚即如理分中末線之小分。何以知之。蓋十二面體每面之壬子兩角相對斜線。與甲丙等。為全分。則子丑一邊與甲丙等。為大分。若以壬子兩角相對斜線為大分。則子丑一邊為小分。兩角相對斜線之一半庚辛為大分。則每邊之半甲庚



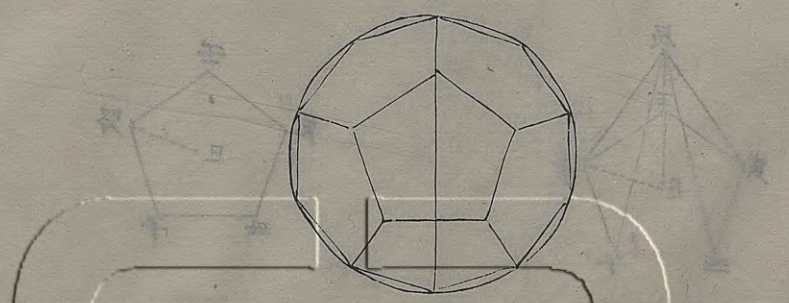
即為小分矣。又庚辰中心至每邊正中
 之垂線。既為十等邊形外切圓之半徑。
 而庚辛為十等邊形之一邊。則庚辛為
 大分。而庚辰必為全分矣。因庚辰全分
 為股。甲庚小分為勾。而甲辰圓球半徑
 為弦。故以理分中末線之全分為股。小
 分為勾。求得弦與小分之比。同於甲辰
 半徑與甲庚半邊之比。即同於今所設
 之甲乙全徑與甲卯全邊之比也。既得



一邊。則用五等邊形求面積法。求得壬
 癸子丑寅五等邊形面積。又求得巳癸
 五等邊形外切圓半徑。即分角線。乃以辰癸
 圓球半徑為弦。與辰甲等。巳癸分角線為勾。
 求得辰巳股。即圓球中心至內容十二
 面體每面中心之立垂線。與壬癸子丑
 寅五等邊形面積相乘。三歸之。得辰壬
 癸子丑寅一五角尖體積。十二因之。即
 得圓球內容十二面體之總積也。如有

十二面體之每一邊。求外切圓球徑。則先求得自中心至每邊正中之垂線為股。半邊為勾。求得弦。倍之即圓球全徑也。

又求邊法。用求圓球內容正方體之一邊法。以圓球徑一尺二寸自乘。得一百四十四寸。三歸之。得四十八寸。開平方得六寸九分二釐八豪二絲零三微有餘。為圓球內容十二面體每一面兩角



相對斜線。乃以理分中末線之全分一

○○○○○為一率。大分六一

八○三三九九為二率。每一面兩角相

對斜線六寸九分二釐八豪二絲零三

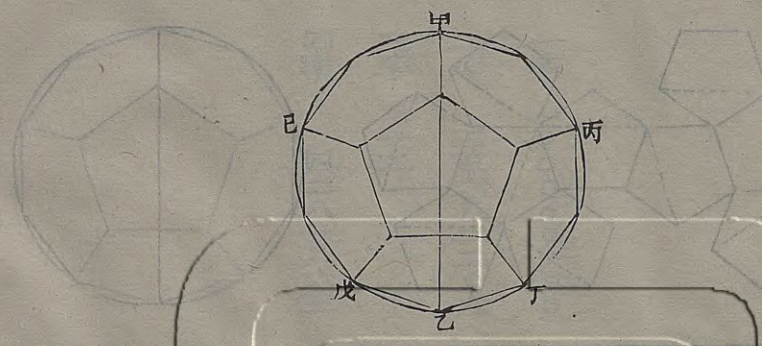
微為三率。求得四率四寸二分八釐一

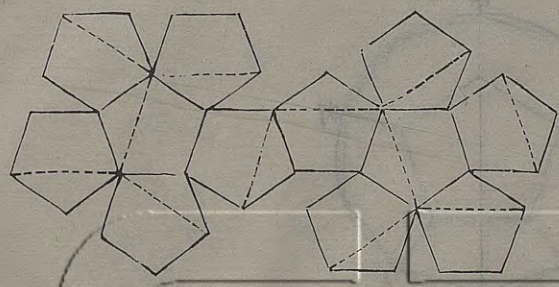
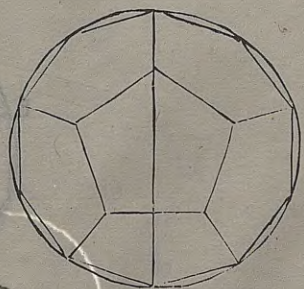
豪八絲六忽四微有餘。即圓球內容十

二面體之每一邊也。如圖甲乙圓球徑

一尺二寸。內容甲丙丁戊己十二面體。

試於每一面各作一斜線相連。則十二





斜線之二十四端。合為八角。遂成正方體形。其十二面之十二斜線。即正方體之十二邊。其八角即正方體之八角。皆切於圓球之面。故用求球內容正方體法。求得正方體之一邊。即十二面體每一面兩角相對之斜線。既得斜線。則以理分中末線之全分與大分之比。即同於兩角相對之斜線與每一邊之比。而得十二面體之每一邊也。如有十二面

體之每一邊。求外切圓球徑。則先求得每面兩角相對斜線。為正方體之一邊。用正方體求外切圓球徑之法。亦即得圓球徑矣。

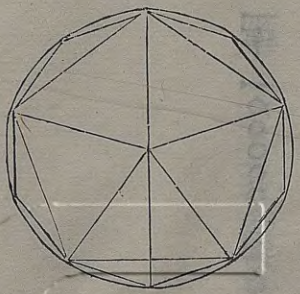
一率 10000000
 二率 三五八三〇九
 三率 三
 四率 四二八八五

又用求球內各形之一邊之定率比例。以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。為一率。圓球內容十二面體之一邊三五六八二二〇九為二率。今所設之圓球徑一尺二寸為三率。求得四率四

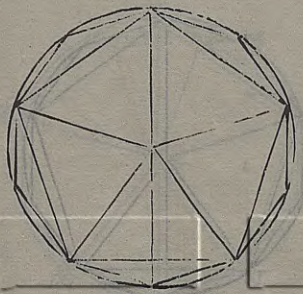
百九十一釐有餘。即圓球內容十二面體之積也。

設如圓球徑一尺二寸。求內容二十面體之每一邊

及體積幾何。



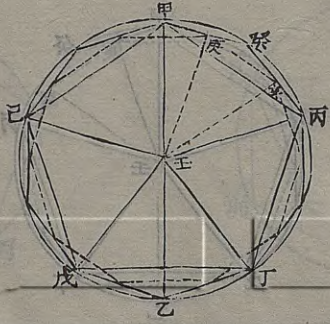
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇
〇〇〇〇為股。大分六一八〇三三九
九為勾。求得弦一一七五五七〇五〇
為一率。大分六一八〇三三九九為二
率。今所設之圓球徑一尺二寸為三率。



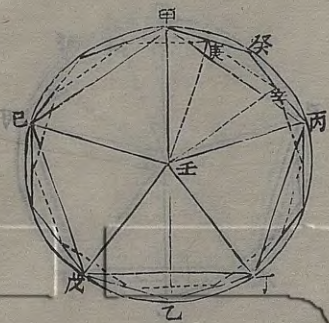
求得四率六寸三分零八豪七絲七忽
三微有餘。即圓球內容二十面體之每
一邊也。乃以二十面體之每一邊。用等
邊三角形求面積法。求得每一面積一
十七寸二三分四十一釐七十豪有
餘。又用三等邊形求外切圓徑法。求得
半徑即分角線三寸六分四釐二豪三絲七
忽。一微有餘為勾。圓球半徑六寸為弦。
求得股四寸七分六釐七豪九絲二忽。



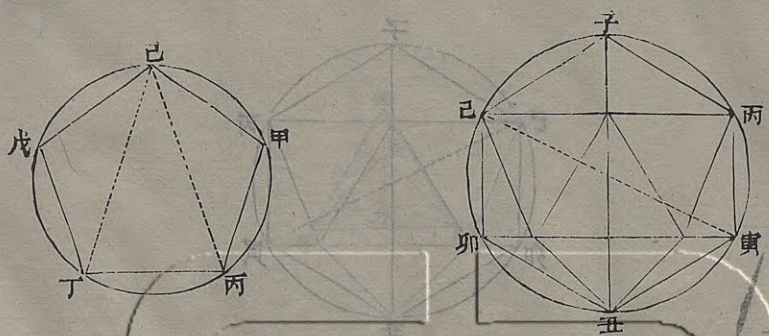
七微有餘。為自圓球中心至每一面中心之立垂線。與每一面積一十七寸二三分四十一釐七十豪有餘相乘。得八十二寸一百七十一分二百六十四釐有餘。三歸之。得二十七寸三百九十分四百二十一釐有餘。為一三角尖體積。二十因之。得五百四十七寸八百零八分四百二十釐有餘。即圓球內容二十面體之總積也。如圖甲乙圓球徑一



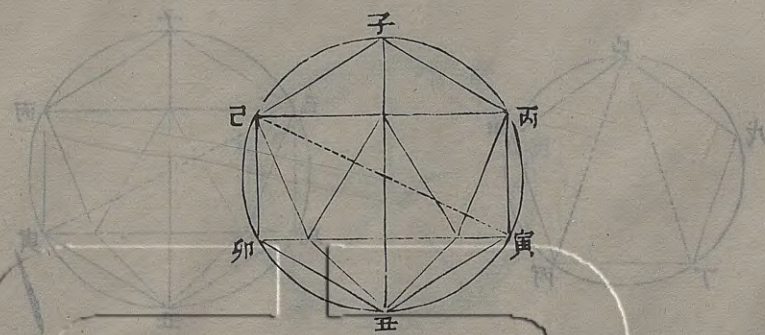
尺二寸。內容甲丙丁戊己二十面體。自正中平分截之。則成十等邊面形。其所截之處。皆正當每邊之一半。故其所截之庚辛等線。亦為甲丙每邊之一半。而為十等邊形之一邊。試自二十面體之甲癸一邊正中至中心壬。作庚壬垂線。即為所截十等邊形外切圓之半徑。與甲庚每邊之半甲壬圓球半徑。共成甲庚壬勾股形。庚壬為股。甲庚為勾。甲壬



為弦。庚壬即如理分中末線之全分。甲庚即如理分中末線之大分。何以知之。蓋庚壬中心至每邊正中之斜線。既為十等邊形外切圓之半徑。庚辛既為十等邊形之一邊。則庚辛為大分。庚壬必為全分。庚辛為每邊之半。甲庚亦為每邊之半。則甲庚亦即為大分矣。因庚壬全分為股。甲庚大分為勾。甲壬圓球半徑為弦。故以理分中末線之全分為股。



大分為勾。求得弦與大分之比。同於甲壬半徑與甲庚半邊之比。即同於今所設之甲乙圓球全徑與甲癸全邊之比也。又圖子丑圓球。內容子丙寅丑卯己二十面體。自丙己二處橫截之。則所截之面成圓。內容甲丙丁戊己五等邊面形。試自二十面體之己角至寅角。作己寅全徑線。則成己丙寅勾股形。己丙為股。丙寅為勾。己寅為弦。以甲丙丁戊己



五等邊面形言之。則已丙股為兩角相對斜線。即如理分中末線之全分。丙寅勾與丙丁一邊同。即如理分中末線之大分。今已丙全分既為股。丙寅大分既為勾。已寅與子丑同為圓球徑。既為弦。故以理分中末線之全分為股。大分為勾。求得弦與大分之比。即同於今所設之子丑全徑與丙寅一邊之比也。既得一邊。則用三等邊形求面積法。求得辰



巳午三等邊形面積。又求得未巳三等邊形外切圓半徑。即分角線。乃以壬巳圓球半徑與甲壬等為弦。未巳分角線為勾。求得壬未股。即圓球中心至內容二十面體每面中心之立垂線。與辰巳午三等邊形面積相乘。三歸之。得壬辰巳午一三角尖體積。二十因之。即得圓球內容二十面體之積也。如有二十面體之一邊。求外切圓球徑。則先求得自中心

至每邊正中之垂線為股。半邊為勾。求得弦。倍之即圓球全徑也。

又用求球內各形之一邊之定率比例。

以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇

○為一率。圓球內容二十面體之一邊

五二五七三一為二率。今所設之

圓球徑一尺二寸為三率。求得四率六

寸三分零八豪七絲七忽三微有餘。即

圓球內容二十面體之一邊也。

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 五二五七三一

三率 一

四率 六三〇八七七三

又用求球內各形之體積之定率比例。以定率之圓球徑自乘再乘之。正方面積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。圓球內容二十面體積三二七〇二八八

三三為二率。今所設之圓球徑一尺二寸。自乘再乘得一千七百二十八寸為

三率。求得四率五百四十七寸八百零八分五百四十三釐有餘。即圓球內容

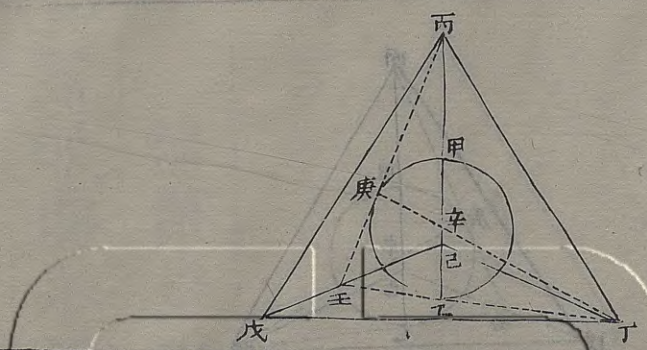
二十面體之積也。

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

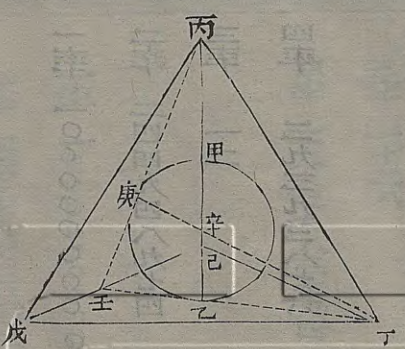
二率 三二七〇二八八三

三率 一七二八

四率 五四七六〇八五三



三分之一。故庚辛亦必為丙辛四面體
 自尖至中心立垂線之三分之一。而庚
 辛為圓球半徑與甲辛等。甲辛既為丙
 辛之三分之一。則丙甲即為丙辛之三
 分之二。與甲乙全徑等。故以甲乙圓球
 徑倍之得丙乙。為四面體自尖至每面
 中心之立垂線也。又四面體之立垂線
 自乘方。為每一邊自乘方之三分之一。
見前四面體求積法。故以丙乙立垂線自乘。一歸



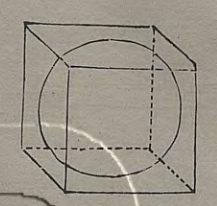
三因得每一邊自乘方積。開平方得丙
 丁。為四面體之每一邊也。既得一邊。則
 用等邊三角形求面積法。求得丁戊己
 三角形面積。與丙乙立垂線相乘。三歸
 之。即得丙丁戊己四面體之積也。如有
 四面體之一邊。求內容圓球徑。則先求
 得自尖至每面中心之立垂線。折半即
 內容圓球徑也。
 又用求球外各形之一邊之定率比例。

一率 100000000
 二率 330973372
 三率 90478664
 四率 299298374

三七二為二率。今所設之圓球徑一尺二寸。求得圓球積九百零四寸七百七十八分六厘八十四釐有餘。為三率。求得四率二尺九百九十二寸九百八十三分七厘九十四釐有餘。即圓球外切四面體之積也。

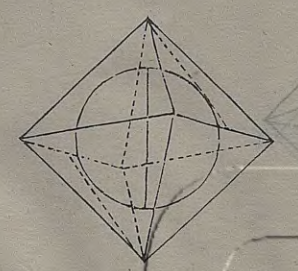
設如圓球徑一尺二寸。求外切正方體之每一邊及體積幾何。

法因圓球徑一尺二寸。即外切正方體



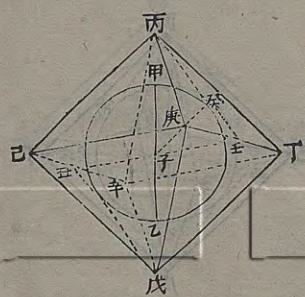
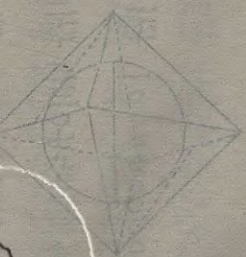
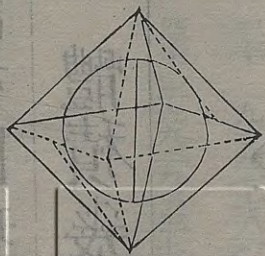
之每一邊。自乘再乘得一尺七百二十八寸。即外切正方體積。故他法皆不設。止存此題以備一體焉。

設如圓球徑一尺二寸。求外切八面體之每一邊及體積幾何。

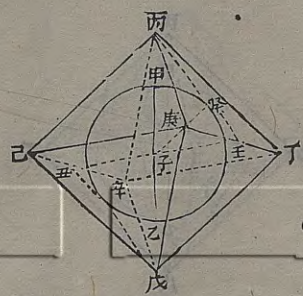


法以圓球徑一尺二寸。折半得六寸。為圓球外切八面體中心至每面中心之立垂線。自乘得三十六寸。六因之。得二百一十六寸。開平方得一尺四寸六分

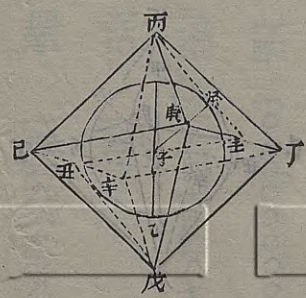
九釐六豪九絲三忽八微有餘。卽圓球
 外切八面體之每一邊也。乃以八面體
 之每一邊。用等邊三角形求面積法。求
 得每一面積九十三寸五十三分零七
 釐四十三豪有餘。與圓球半徑六寸相
 乘。三歸之。得一百八十七寸零六十一
 分四百八十六釐有餘。爲一三角尖體
 積。八因之。得一尺四百九十六寸四百
 九十一分八百八十八釐有餘。卽圓球



外切八面體之總積也。如圖甲乙圓球
 徑一尺二寸。外切丙丁戊己庚辛八面
 體。自丁辛己庚四角平分之。則成丙丁
 辛己庚戊己庚丁辛。二尖方體。將二尖
 方體自尖依各稜直剖之。則又得子丙
 丁庚類八三角尖體。圓球之外面。皆切
 於各面之中心。圓球之半徑。卽外切八
 面體中心至每一面中心之立垂線。試
 自丙角至丁庚邊正中壬。作丙壬一面



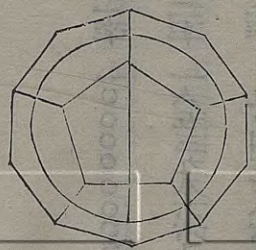
中垂線。又自八面體中心子。至丙丁庚
面中心癸。作子癸立垂線。復自八面體
中心子。至丁庚邊正中壬。作子壬線。遂
成壬癸子勾股形。此形以子癸立垂線
即圓球半徑為股。丙壬一面中垂線之三分
之一。癸壬為勾。八面體中心至每邊正
中斜線子壬為弦。子壬即八面體每邊之一半。蓋壬丑與庚
己平行。其度相等。折半於子。故為每邊之半。夫癸壬既為丙
壬一面中垂線之三分之一。則癸壬自



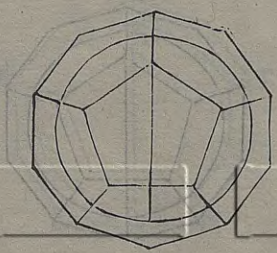
乘方。必為丙壬一面中垂線自乘方之
九分之一。面丙壬一面中垂線自乘方。
原為丙丁每邊自乘方之十二分之九。
則癸壬自乘方。必為丙丁每邊自乘方
之十二分之一。又子壬既為每邊之半。
則其自乘方。必為每邊自乘方之四分
之一。今命為十二分之三。癸壬勾自乘
方。既為每邊自乘方十二分之一。子壬
弦自乘方。又為每邊自乘方十二分之

設如圓球徑一尺二寸。求外切十二面體之每一邊及體積幾何。

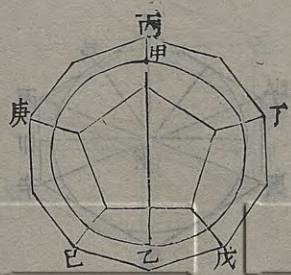
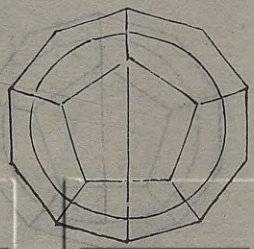
法以理分中未線之全分一〇〇〇〇
〇〇〇〇爲一率。大分六一八〇三三
九九爲二率。今所設之圓球徑一尺二
寸。折半得六寸爲三率。求得四率三寸
七分零八豪二絲零二微有餘。爲圓球
外切十二面體每一面中心至邊之垂
線。又以全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲



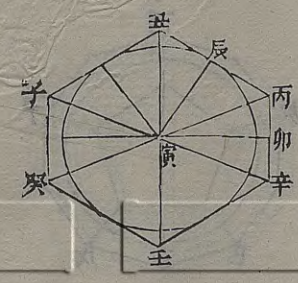
一率。倍小分七六三九三二〇二爲二
率。今所設之圓球半徑六寸爲三率。求
得四率四寸五分八釐三豪五絲九忽
二微有餘。爲每一面中心至角之分角
線。乃以每一面之分角線爲弦。每一面
中心至邊之垂線爲股。求得勾二寸六
分九釐四豪一絲六忽八微有餘。倍之
得五寸三分八釐八豪三絲三忽六微
有餘。卽圓球外切十二面體之每一邊



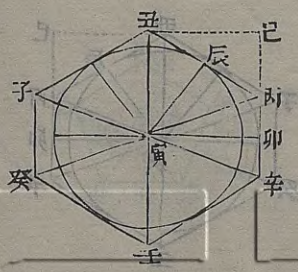
也。乃以十二面體之每一邊與每一面中心至邊之垂線相乘。得數折半。五因之。得四十九寸九十五分二十六釐零九豪有餘。為圓球外切十二面體之每一面之積。與圓球半徑六寸相乘。三歸之。得九十九寸九百零五分二百一十八釐有餘。為每一五角尖體積。十二因之。得一尺一百九十八寸八百六十二分六百一十六釐有餘。即圓球外切十



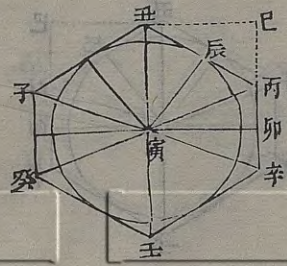
二面體之總積也。蓋圓球外切十二面體。其圓球之外面。皆切於各面之中心。圓球之半徑。即外切十二面體中心至每一面中心之立垂線。以圓球半徑為理分中末線之全分。則外切十二面體之每一面中心至邊之垂線。即五等邊形內容圓半徑。為大分。每一面中心至角之分角線。即五等邊形為倍小分。如甲乙圓球徑一尺二寸。外切丙丁戊己庚十二面體。



按其一面中垂線平分剖之。則成丙辛壬癸子丑不等邊六角形。丙辛與子癸皆十二面體之每一邊。辛壬壬癸子丑丑丙皆為十二面體之每一面自一角至對邊之中垂線。寅丑與寅卯皆為十二面體中心至每邊正中之垂線。寅辰為十二面體中心至每面中心之立垂線。即圓球半徑。辰丑為每面中心至邊之垂線。辰丙為每面中心至角之分角線。今以寅辰為全分。則辰丑為大分。辰丙為倍小分。何以知之。寅卯既為十二面體中心至每邊正中之垂線。平分丙辛邊於卯。故丙卯為每邊之半。寅卯為全分。則丙卯為小分。蓋十二面體中心至每邊正中之垂線為全分。則其每一面兩角相對斜線之一半為大分。而每邊之半即為小分。見球內容十二面體法。試依寅卯全分度。作丑巳卯寅正方形。則丑巳與巳卯亦皆為全分。巳卯既為全分。而丙卯又為小分。則



線。今以寅辰為全分。則辰丑為大分。辰丙為倍小分。何以知之。寅卯既為十二面體中心至每邊正中之垂線。平分丙辛邊於卯。故丙卯為每邊之半。寅卯為全分。則丙卯為小分。蓋十二面體中心至每邊正中之垂線為全分。則其每一面兩角相對斜線之一半為大分。而每邊之半即為小分。見球內容十二面體法。試依寅卯全分度。作丑巳卯寅正方形。則丑巳與巳卯亦皆為全分。巳卯既為全分。而丙卯又為小分。則



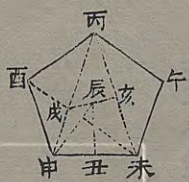
巳丙卽爲大分。丑巳丙勾股形與寅辰丑勾股形爲同式形。寅辰丑勾股形之丑角與寅角併之共九十度。而寅辰丑勾股形之丑角併之亦共九十度。故此二勾股形之巳丑丙角與丑寅辰角爲相等。辰角與巳角。又同爲直角。其餘一角亦必等。故爲同式形。丑巳丙勾股形之丑巳股爲全分。則巳丙勾爲大分。寅辰丑勾股形之寅辰股爲全分。則辰丑勾亦卽爲大分。故以寅辰圓球半徑與辰丑每面中心至邊之垂線之比。卽同於理分



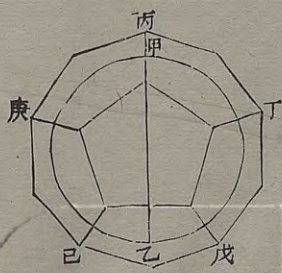
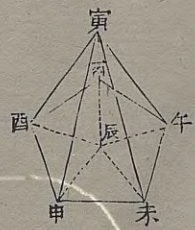
中末線之全分與大分之比也。又凡五等邊形自心至邊之垂線爲大分。則自心至角之分角線卽爲倍小分。如丙午未申酉五等邊形。其辰丑垂線爲大分。則辰申分角線爲倍小分。何以知之。蓋丙未兩角相對斜線爲全分。則未申一邊爲大分。而酉未與丙申兩兩角相對斜線相交所截戌申一段。卽爲小分。成連比例三率。故丙戌與戌未亦皆爲大



分與未申等。試自戌至亥作戌亥垂線。平分丙未兩角相對斜線於亥。則成丙亥戌勾股形。與辰丑申勾股形為同式形。辰丑申勾股形之辰角。當丑申平邊所對之弧。為未申邊所對之弧之一半。故辰丑申勾股形之辰角。與丙戌亥勾股形之丙角等。丑角與亥角又同為直角。其餘一角亦必等。故為同式形。夫丙未為全分。則丙戌為大分。丙未為大分。則丙戌為小分。若以丙未之半丙亥為大分。則丙戌即為倍小分。故以辰丑垂線為大分。則辰



申分角線亦即為倍小分。今圓球半徑與每面中心至邊之垂線之比。既同於全分與大分之比。則圓球半徑與每面分角線之比。亦即同於全分與倍小分之比也。既得辰丑垂線。又得辰申分角線。則用股弦求勾法。求得丑申勾。倍之得未申。即圓球外切十二面體之每一邊。既得每一邊。又得每面中心至邊之垂線。則以辰丑每面中心至邊之垂線。



與未申一邊相乘。折半五因之。得丙午
未申酉五等邊形面積。與寅辰圓球半
徑相乘。三歸之。得寅丙午未申酉一五
角尖體積。十二因之。即得丙丁戊己庚
十二面體之總積也。如有十二面體之
一邊。求內容圓球徑。則求得十二面體
中心至每面中心之立垂線。即內容圓
球之半徑也。
又用求球外各形之一邊之定率比例。

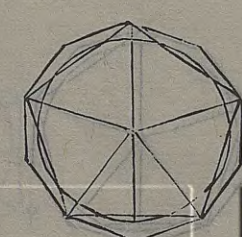
- 一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
- 二率 四四九〇二七七
- 三率 三
- 四率 五三八八五
- 一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
- 二率 六九三七八六三六七
- 三率 一七二八
- 四率 二九八六二八四

以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇
○為一率。圓球外切十二面體之每一
邊四四九〇二七七為二率。今所設
之圓球徑一尺二寸為三率。求得四率
五寸三分八釐八豪三絲三忽五微有
餘。即圓球外切十二面體之一邊也。
又用求球外各形之體積之定率比例。
以定率之圓球徑自乘再乘之。正方體
積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。圓

又體積

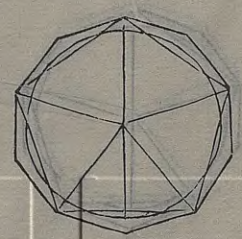


○○○○為一率。小分三八一九六六
 ○一為二率。今所設之圓球徑一尺二
 寸。折半得六寸為三率。求得四率二寸
 二分九釐一豪七絲九忽六微有餘。為
 圓球外切二十面體每一面中心至邊
 之垂線。三因之。得六寸八分七釐五豪
 三絲八忽八微有餘。為每一面自一角
 至對邊之中垂線。自乘三歸四因開平
 方。得七寸九分三釐九豪零一忽四微

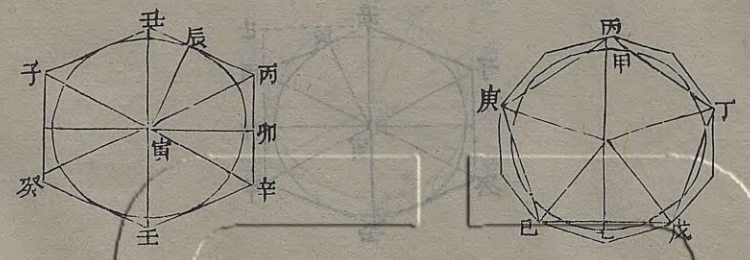


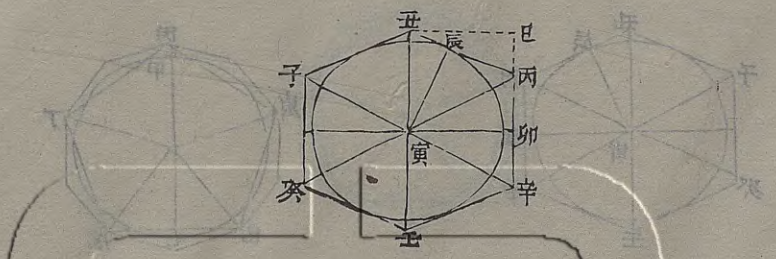
有餘。即圓球外切二十面體之每一邊
 也。乃以二十面體之每一邊。用等邊三
 角形求面積法。求得每一面積二十七
 寸二十九分一十九釐有餘。與圓球半
 徑六寸相乘。三歸之。得五十四寸五百
 八十三分八百釐有餘。為一三角尖體
 積。二十因之。得一尺九十一寸六百七
 十六分有餘。即圓球外切二十面體之
 總積也。蓋圓球外切二十面體。其圓球

之外面。皆切於各面之中心。圓球之半徑。即外切二十面體中心至每一面中心之立垂線。以圓球半徑為理分中末線之全分。則外切二十面體之每一面中心至邊之垂線。即三等邊形內容圓半徑。為小分。每一面中心至角之分角線。即三等邊形外切圓半徑。為倍小分。其每一面自一角至對邊之中垂線為三小分。如甲乙圓球徑一尺二寸。外切丙丁戊己庚二十面體。按

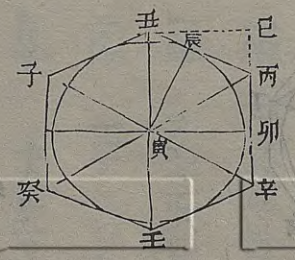


其一面中垂線平分割之。則成丙辛壬癸子丑不等邊六角形。丙辛與癸子。皆二十面體之每一邊。丑丙。辛壬。壬癸。子丑。皆為二十面體之每一面自一角至對邊之中垂線。寅丑與寅卯。皆為二十面體中心至每邊正中之垂線。寅辰為即圓球半徑。辰丑為每面中心至邊之垂線。辰丙為每面中心至角之分角線。

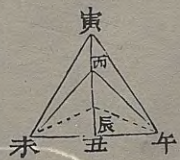




今以寅辰為全分。則辰丑為小分。辰丙為倍小分。丙丑即為三小分也。何以知之。寅卯既為二十面體中心至每邊正中之垂線。平分丙辛邊於卯。故丙卯為每邊之半。寅卯為全分。則丙卯為大分。蓋二十面體中心至每邊正中之垂線為全分。則每邊之半為大分。見球內容體法。試依寅卯全分度作巳卯寅丑正方形。則丑巳與巳卯亦皆為全分。巳卯既為全分。而丙卯又為大分。則巳丙



即為小分。丑巳丙勾股形與寅辰丑勾股形為同式形。丑巳丙勾股形之丑巳股為全分。則巳丙勾為小分。寅辰丑勾股形之寅辰股為全分。則辰丑勾為小分。故以寅辰圓球半徑與辰丑每面中心至邊之垂線之比。即同於理分中末線之全分與小分之比也。既得辰丑每面中心至邊之垂線。則以三因之。即得丙丑每面自一角至對邊之中垂線。而

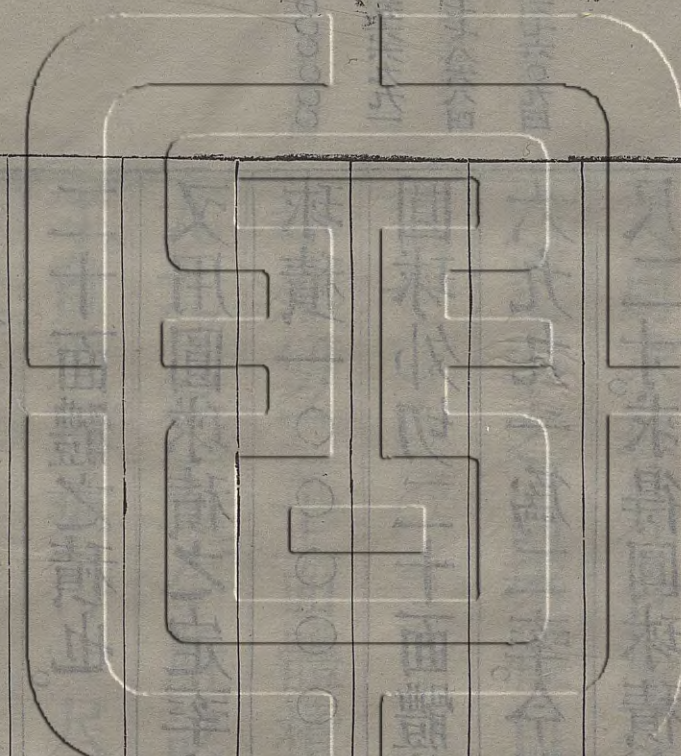


每面自一角至對邊之中垂線自乘方。為每邊自乘方之四分之一。故以所得丙丑每面自一角至對邊之中垂線。自乘三歸四。因開平方。即得午未。為圓球外切二十面體之每一邊。既得午未一邊。與丙丑每面自一角至對邊之中垂線相乘。折半得丙午未一三角形面積。與寅辰圓球半徑相乘。三歸之。得寅丙午未一三角尖體積。二十因之。即得丙

- 一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
- 二率 六六一五八四三
- 三率 二二
- 四率 七九三九〇二四

丁戊己庚二十面體之總積也。如有二十面體之每一邊。求內容圓球徑。則求得二十面體中心至每面中心之立垂線。即內容圓球之半徑也。又用求球外各形之一邊之定率比例。以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇。為一率。圓球外切二十面體之每一邊六六一五八四三為二率。今所設之圓球徑二尺二寸為三率。求得四率

六分零九十四釐有餘。即圓球外切二十面體之積也。八十四釐有餘。



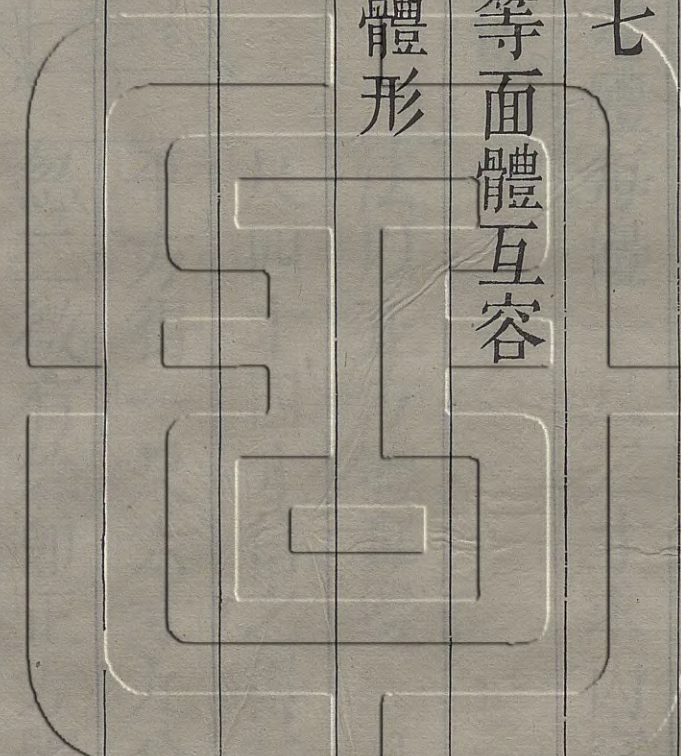
臣方楷湯金銘恭校

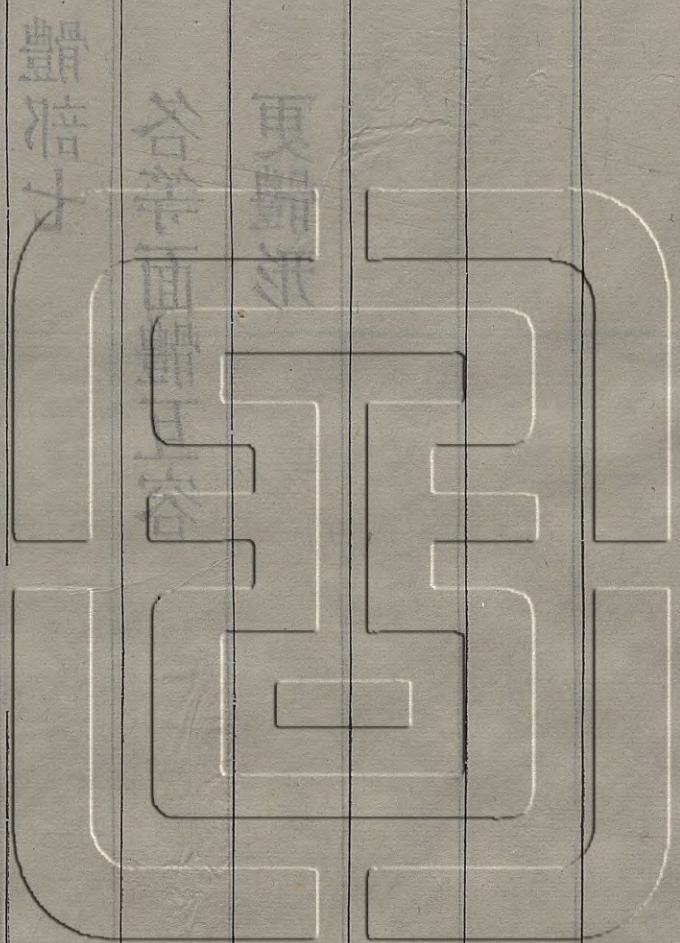
御製數理精蘊下編卷二十九

體部七

各等面體互容

更體形





更歸次

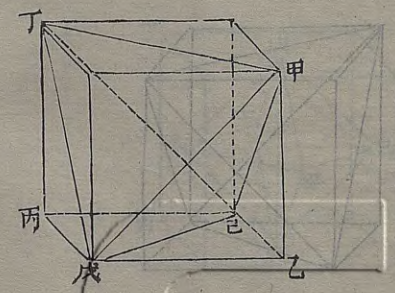
各等面體互容

體倍寸

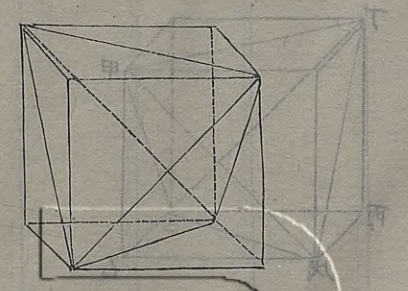
論幾何數學卷二十九

各等面體互容

設如正方體每邊一尺二寸。求內容四面體之每一邊幾何。



法以正方體每邊一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。倍之得二尺八十八寸。開平方得一尺六寸九分七釐零五絲六忽。二微有餘。即正方體內容四面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁正方體內容丁甲戊己四面體。以四面體之六稜切

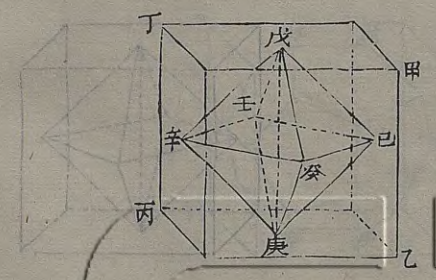


設如正方體每邊一尺二寸

於正方體之六面。則四面體之每一邊
 即為正方體之每一面之對角斜線。故
 用方邊求斜弦之法。以一邊自乘倍之。
 開平方。即得內容四面體之每一邊也。
 如有四面體之一邊求外切正方體之
 一邊。則用斜弦求方邊法。以四面體之
 一邊自乘折半。開平方。即得外切正方
 體之每一邊也。

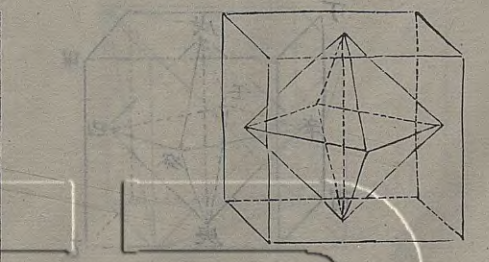
設如正方體每邊一尺二寸。求內容四面體之每一

邊幾何。



法以正方體每邊一尺二寸自乘。得一
 尺四十四寸。折半得七十二寸。開平方。
 得八寸四分八釐五豪二絲八忽一微
 有餘。即正方體內容四面體之每一邊
 也。如圖甲乙丙丁正方體。內容戊己庚
 辛壬癸四面體。以四面體之六角切於
 正方體之六面。則正方體之每一邊即
 與內容四面體之對角斜線等。

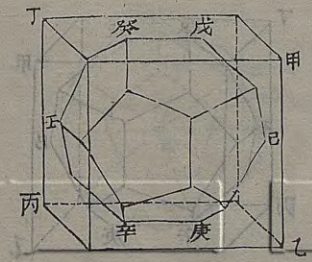
甲乙與戊庚等。



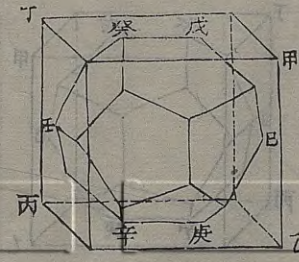
故用斜弦求方邊之法。以一邊自乘折半。開平方。即得內容八面體之每一邊也。如有八面體之一邊。求外切正方體之一邊。則用方邊求斜弦法。以八面體之一邊自乘加倍。開平方。即得外切正方體之每一邊也。

設如正方體每邊一尺二寸。求內容十二面體之每一邊幾何。

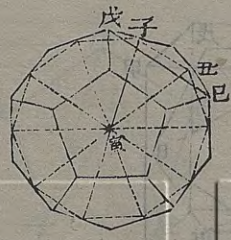
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇



〇〇〇〇為一率。小分三八一九六六。一為二率。今所設之正方體每邊一尺二寸為三率。求得四率四寸五分八釐三豪五絲九忽二微有餘。即正方體內容十二面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁正方體內容戊己庚辛壬癸十二面體。以十二面體之六稜切於正方體之六面。則正方體之每邊與十二面體之兩邊相對之線等。即十二面體中心至每邊正中之斜



線之。而正方體之每邊之半即為十二
 面體中心至每邊正中之斜線。試將十
 二面體之正中截之。則成十等邊之面
 形。而其所截之處皆正當每邊之一半。
 故其所截之子丑等線亦為戊己兩角
 相對斜線之一半。而為十等邊形之一
 邊。其子寅外切圓之半徑為中心至每
 邊正中之斜線。即正方體每邊之一半。
 子寅即如理分中末線之全分。子丑即

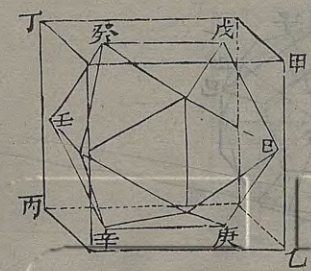


如理分中末線之大分。而戊子每邊之
 半即如理分中末線之小分。見球內容
十二面體
 法。故全分與小分之比。同於今所設之
 正方體每邊之半。與內容十二面體每
 邊之半之比。即同於今所設之正方體
 之一邊。與內容十二面體之一邊之比
 也。如有十二面體之一邊求外切正方
 體之一邊。則以十二面體之一邊為理
 分中末線之小分。比例得全分。即外切

正方形體之每一邊也。

設如正方形體每邊一尺二寸。求內容二十面體之每

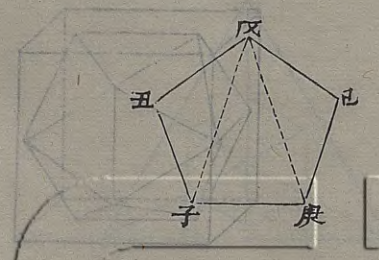
一邊幾何。



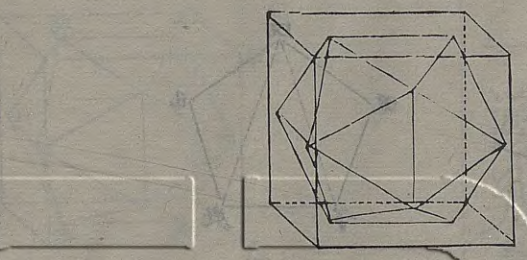
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇
 〇〇〇〇爲一率。大分六一八〇三三
 九九爲二率。今所設之正方形體每邊一
 尺二寸爲三率。求得四率七寸四分一
 釐六豪四絲零七微有餘。卽正方形體內
 容二十面體之每一邊也。如圖甲乙丙

數幾何

對面四面體

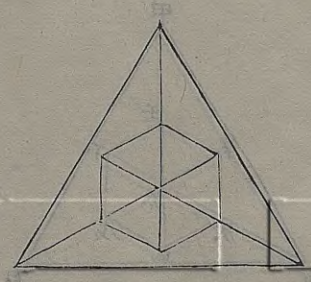


丁正方形體。內容戊己庚辛壬癸二十面
 體。以二十面體之六稜切於正方形體之
 六面。則正方形體之每邊與二十面體之
 兩邊相對之線等。卽二十面體戊庚兩
 角相對之斜線。試自二十面體之戊庚
 二角類對角平截之。則所截之面成戊
 己庚子丑五等邊之面形。戊庚兩角相
 對斜線。卽如理分中末線之全分。庚子
 與己一側。卽如理分中末線之大分。見球

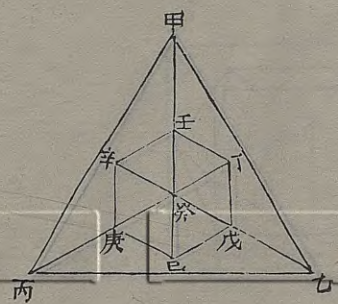


內容二十故全分與大分之比。即同於面體法。今所設之正方體之每一邊。與內容二十面體之每一邊之比也。如有二十面體之一邊。求外切正方體之一邊。則以二十面體之一邊為理分中末線之大分。比例得全分。即外切正方體之每一邊也。

設如四面體。每邊一尺二寸。求內容正方體之每一邊幾何。

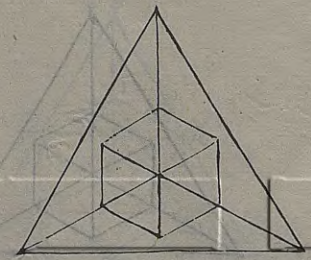


法以四面體每邊一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。三歸二。因得九十六寸。開平方。得九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘。為四面體自尖至底中心之立垂線。折半得四寸八分九釐八豪九絲七忽九微有餘。為四面體內容圓球全徑。乃用求球內容正方體之每一邊法。以球徑自乘三歸開平方。得二寸八分二釐八豪四絲二忽七微有餘。即四

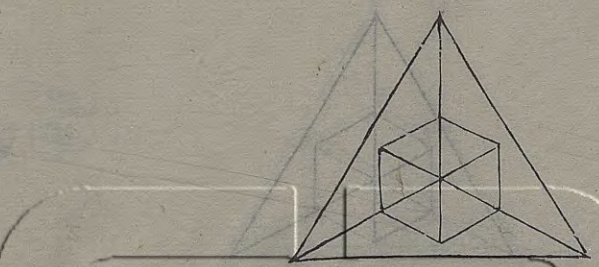


面體內容正方體之每一邊也。如圖甲乙丙四面體內容丁戊己庚辛壬正方體以正方體之丁己辛癸四角切於四面體各面之中心。則四面體中心至每一面中心之立垂線。即正方體中心至角之斜線。四面體內容圓球徑即正方體外切圓球徑。故先求得四面體內容圓球徑。又求得球內容正方體之一邊。即四面體內容正方體之一邊也。

四面體內容



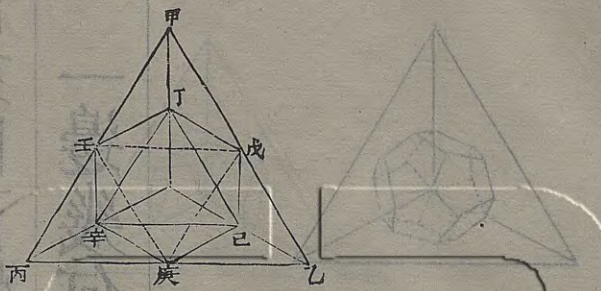
又法以四面體每邊一尺二寸自乘得一百四十四寸。以十八歸除之得八寸。開平方得二寸八分二釐八豪四絲二忽七微有餘。即四面體內容正方體之每一邊也。此法與前法同。蓋四面體之自尖至底中心之立垂線自乘方。為每邊自乘方之三分之一。即六分之二。內容圓球徑為立垂線之一半。見球外切四面體法。則內容圓球徑自乘方。為立垂線自乘方之



四分之一。即為每邊自乘方之六分之一。而圓球內容正方體之每邊自乘方。又為圓球徑自乘方之三分之一。故內容正方體之每邊自乘方。為四面體之每邊自乘方之十八分之一也。如有正方體之一邊求外切四面體之一邊。則以正方體之每邊自乘。以十八乘之。開平方。即得外切四面體之每一邊也。

設如四面體。每邊一尺二寸。求內容八面體之每一

邊幾何。



法以四面體每邊一尺二寸折半。得六

寸。即四面體內容八面體之每一邊也。

如圖甲乙丙四面體。內容丁戊己庚辛

壬八面體。以八面體之四面切於四面

體之各面。以八面體之六角切於四面

體之六稜。其各角皆當各稜之一半。故

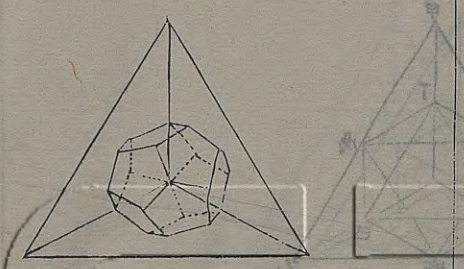
內容八面體之每邊亦為四面體每邊

之一半也。如有八面體之一邊求外切

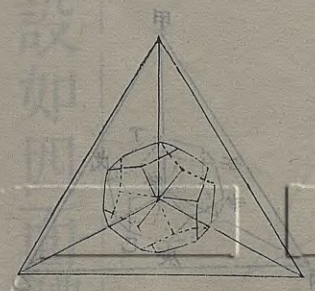
四面體

四面體之一邊。則以八面體之一邊倍之。即得外切四面體之每一邊也。

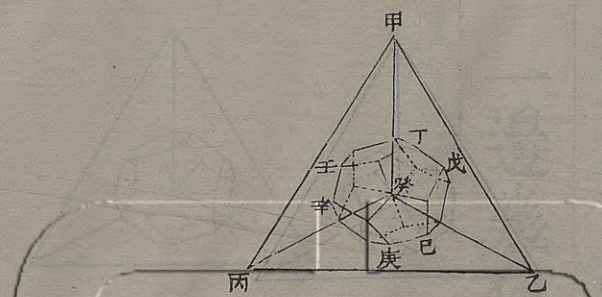
設如四面體每邊一尺二寸。求內容十二面體之每一邊幾何。



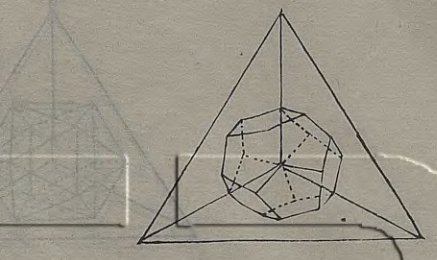
法以四面體每邊一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。三歸二因。得九十六寸。開平方得九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘。為四面體自尖至底中心之立垂線。折半得四寸八分九釐八豪九



絲七忽九微有餘。為四面體內容圓球全徑。乃用求球內容十二面體之一邊法。以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇為股。小分三八一九六六〇一為勾。求得弦一〇七〇四六六二六為一率。小分三八一九六六〇一為二率。今所得之圓球徑四寸八分九釐八豪九絲七忽九微為三率。求得四率一寸七分四釐八豪零二忽九微有餘。即

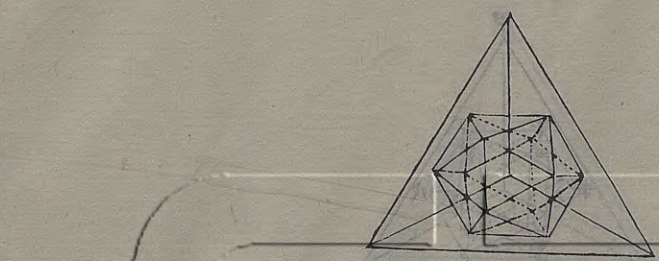


四面體內容十二面體之每一邊也。如圖甲乙丙四面體內容丁戊己庚辛壬十二面體以十二面體之戊庚壬癸四角切於四面體各面之中心。則四面體中心至每一面中心之立垂線。即十二面體中心至各角之斜線。四面體內容圓球徑。即十二面體外切圓球徑。故先求得四面體內容圓球徑。又求得球內容十二面體之每一邊。即四面體內容十



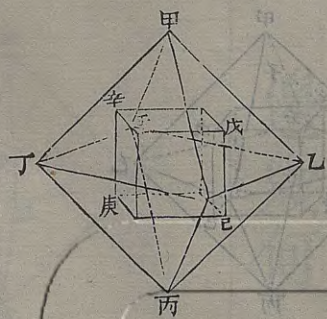
二面體之每一邊也。如有十二面體之一邊求外切四面體之每一邊。則先求得十二面體外切圓球徑。又求得球外切四面體之每一邊。即十二面體外切四面體之每一邊也。
 設如四面體每邊一尺二寸。求內容二十面體之每一邊幾何。

法以四面體每邊一尺二寸。求得內容圓球全徑四寸八分九釐八豪九絲七

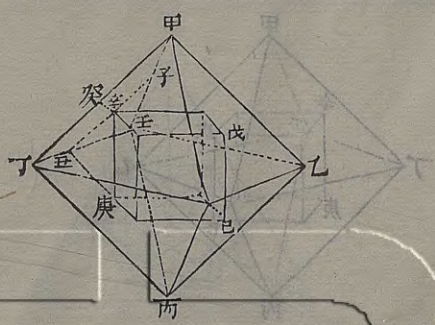


至每一面中心之立垂線。四面體內容
 圓球徑。即二十面體內容圓球徑。故先
 求得四面體內容圓球徑。又求得球外
 切二十面體之一邊。即四面體內容二
 十面體之一邊也。如有二十面體之一
 邊。求外切四面體之一邊。則求得二十
 面體內容圓球徑。又求得球外切四面
 體之一邊。即二十面體外切四面體之
 一邊也。

設如八面體。每邊一尺二寸。求內容正方體之每一
 邊幾何。



法以每邊一尺二寸三歸之。得四寸。自
 乘得一十六寸。倍之得三十二寸。開平
 方得五寸六分五釐六豪八絲六忽四
 微有餘。即八面體內容正方體之每一
 邊也。如圖甲乙丙丁八面體。內容戊己
 庚辛正方體。以正方體之八角切於八
 面體各面之中心。試自八面體之壬角



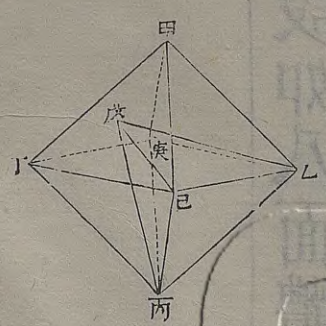
數幾何

設收八面體

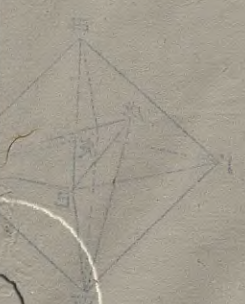
至對邊作壬癸一面中垂線。又自一面中心辛與甲丁邊平行作子丑線。則壬辛為壬癸三分之一。子丑亦為甲丁三分之一。辛丑即為甲丁三分之一。與丑庚等。辛丑丑庚與內容正方體之辛庚一邊。遂成辛丑庚勾股形。辛丑既與丑庚等。故以辛丑自乘倍之開平方。即得辛庚為八面體內容正方體之每一邊也。如有正方體之一邊求外切八面體

之一邊。則以正方體之一邊自乘折半開平方。得數三因之。即外切八面體之一邊也。

設如八面體每邊一尺二寸。求內容四面體之每一邊幾何。

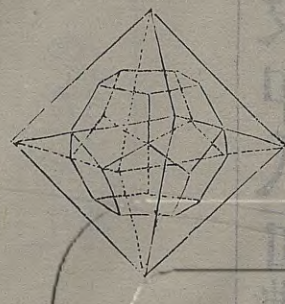


八面體之每邊。即內容四面體之每一邊也。何以知之。蓋甲乙丙丁八面體內容戊乙丙己四面體。以乙丙己底面合於八面體之一面。則上尖戊切於八面

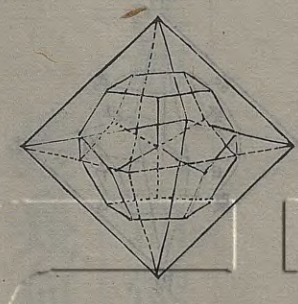


體甲庚丁一面之中心。其戊乙邊恰與乙丙邊等。故八面體之每一邊。即內容四面體之每一邊也。

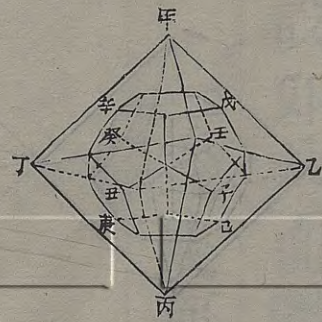
設如八面體。每邊一尺二寸。求內容十二面體之每一邊幾何。



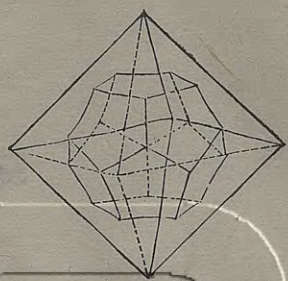
法以八面體每邊一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。三歸二。因得九十六寸。開平方得九寸七分九釐七豪九絲五忽。八微有餘。為八面體內容圓球全徑。乃



用求球內容十二面體之一邊法。以全徑自乘三歸開平方。得五寸六分五釐六豪八絲五忽四微有餘。為十二面體每一面兩角相對斜線。又以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇為一率。大分六一八〇三三九九為二率。今所得之每一面兩角相對斜線為三率。今求得四率三寸四分九釐六豪一絲二忽八微有餘。即八面體內容十二面體



之每一邊也。如圖甲乙丙丁八面體內容戊己庚辛十二面體。以十二面體之戊己庚辛壬癸子丑八角切於八面體各面之中心。則八面體中心至每面中心之立垂線。即內容十二面體中心至各角之斜線。八面體內容圓球徑。即十二面體外切圓球徑。故先求得八面體內容圓球徑。又求得球內容十二面體之一邊。即八面體內容十二面體之一

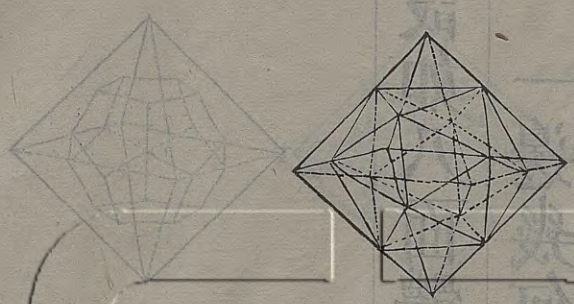


邊也。如有十二面體之一邊求外切八面體之一邊。則先求得十二面體外切圓球徑。又求得球外切八面體之一邊。即十二面體外切八面體之一邊也。

設如八面體每邊一尺二寸。求內容二十面體之每一邊幾何。

法以八面體每邊一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。六歸之得二十四寸。開平方。得四寸八分九釐八豪九絲七忽九

微有餘。為八面體內容圓球半徑。乃用
 求球外切二十面體之一邊法。以理分
 中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 為一率。小分三八一九六六〇一為二
 率。今所得之圓球半徑四寸八分九釐
 八豪九絲七忽九微為三率。求得四率
 一寸八分七釐一豪二絲四忽三微有
 餘。為二十面體每一面中心至邊之垂
 線。三因之得五寸六分一釐三豪七絲



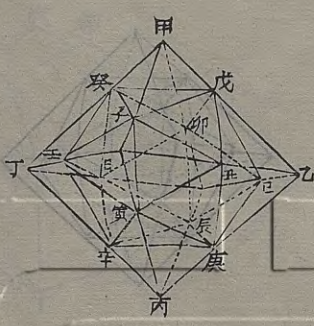
二忽九微有餘。為每一面自角至對邊
 之垂線。自乘三歸四因。開平方得六寸

四分八釐二豪一絲七忽五微有餘。即
 八面體內容二十面體之每一邊也。如

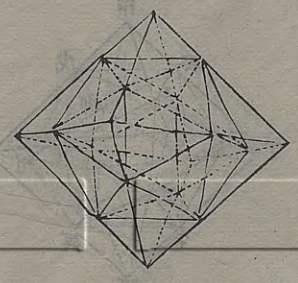
圖甲乙丙丁八面體。內容戊己庚辛壬
 癸二十面體。以二十面體之戊丑子丑

庚寅寅辛壬子壬癸戊己卯己庚辰己
 辰辛卯巳癸八面。切於八面體各面之

中心。則八面體中心至每面中心之立

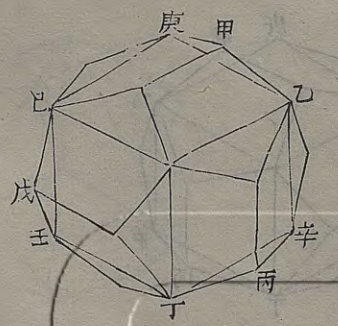


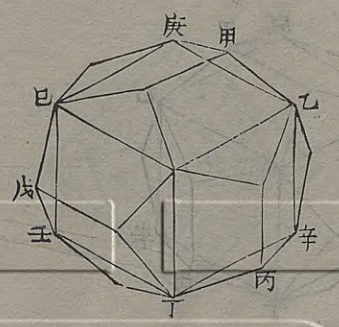
垂線。卽內容二十面體中心至每面中心之立垂線。八面體內容圓球徑。卽二十面體內容圓球徑。故先求得八面體內容圓球徑。又求得球外切二十面體之一邊。卽八面體內容二十面體之一邊也。如有二十面體之一邊求外切八面體之一邊。則先求得二十面體內容圓球徑。又求得球外切八面體之一邊。卽二十面體外切八面體之一邊也。



設如十二面體。每邊一尺二寸。求內容正方體之每一邊幾何。

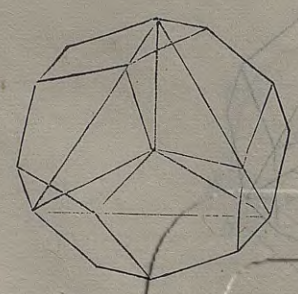
法以理分中末線之大分六一八〇三三九九爲一率。全分一〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之十二面體每邊一尺二寸爲三率。求得四率一尺九寸四分一釐六豪四絲零七微有餘。卽十二面體內容正方體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊己十二面體。內容庚乙辛



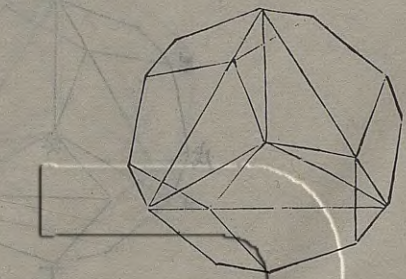


丁壬巳正方體以正方體之十二稜切於十二面體之各面則正方體之每一邊即十二面體之每一面兩角相對斜線故用五等邊面形有邊求對角斜線法算之即得十二面體內容正方體之每一邊也如有正方體之一邊求外切十二面體之一邊則正方體之一邊即外切十二面體之每一面兩角相對斜線用五等邊面形有對角斜線求邊法

設如十二面體每邊一尺二寸求內容四面體之每一邊幾何。



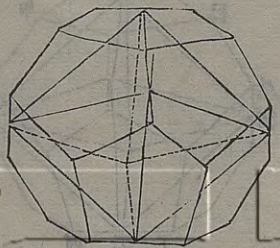
法以十二面體每邊一尺二寸用求十二面體外切圓球徑法以理分中末線之小分三八一九六六一為一率全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之十二面體每邊一尺二寸折半得



二面體內容四面體之一邊也。如有四面體之一邊求外切十二面體之一邊。則先求得四面體外切圓球徑。又求得球內容十二面體之一邊。即四面體外切十二面體之一邊也。

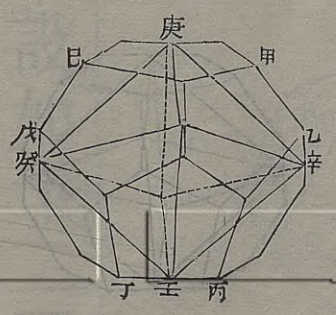
設如十二面體每邊一尺二寸。求內容八面體之每一邊幾何。

法以理分中末線之小分三八一九六六〇一為一率。全分一〇〇〇〇〇〇〇

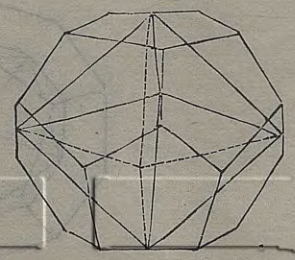


〇〇為二率。今所設之十二面體每邊一尺二寸折半得六寸為三率。求得四率一尺五寸七分零八豪二絲零三微有餘。為十二面體中心至每邊正中之斜線。倍之得三尺一寸四分一釐六豪四絲零六微有餘。即十二面體外切正方體之一邊。為

內容八面體兩角相對斜線。自乘折半開平方得二尺二寸二分一釐四豪七絲五忽二微有餘。即十二面體內容八



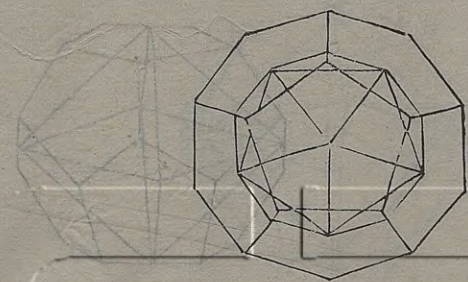
面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊己
 十二面體。內容庚辛壬癸八面體。以八
 面體之六角切於十二面體之六稜。則
 十二面體中心至每邊正中之斜線。即
 內容八面體中心至各角之斜線。倍之
 則得八面體兩角相對之斜線。故用斜
 弦求方邊法。求得方邊。即十二面體內
 容八面體之每一邊也。如有八面體之
 一邊求外切十二面體之一邊。則先求



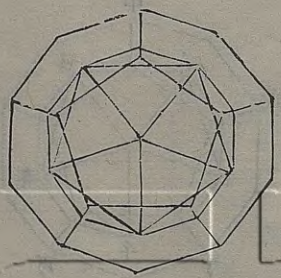
得八面體兩角相對斜線。折半。為外切
 十二面體中心至每邊正中之斜線。乃
 以理分中末線之全分與小分之比。同
 於十二面體中心至每邊正中之斜線
 與每邊之半之比。既得每邊之半。倍之。
 即八面體外切十二面體之一邊也。

設如十二面體。每邊一尺二寸。求內容二十面體之
 每一邊幾何。

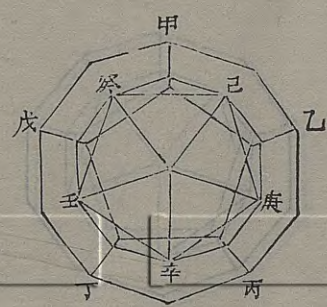
法以十二面體每邊一尺二寸。用求十



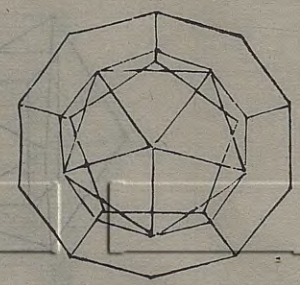
二面體中心至每面中心之立垂線法。
 求得中心至每邊正中之斜線一尺五寸七分零八豪二絲零三微有餘。又求得每一面中心至邊之垂線八寸二分五釐八豪二絲九忽一微有餘。乃以中心至每邊正中之斜線為弦。每一面中心至邊之垂線為勾。求得股一尺三寸三分六釐二豪一絲九忽六微有餘。倍之得二尺六寸七分二釐四豪三絲九



忽二微有餘。為十二面體內容圓球全徑。乃用求球內容二十面體之一邊法。以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇為股。大分六一八〇三三九九為勾。求得弦一一七五五七〇五〇為一率。大分六一八〇三三九九為二率。今所得之圓球全徑二尺六寸七分二釐四豪三絲九忽二微為三率。求得四率一尺四寸零四釐九豪八絲四忽四



微有餘。卽十二面體內容二十面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊十二面體內容已庚辛壬癸二十面體。以二十面體之十二角切於十二面體各面之心。則十二面體中心至每面中心之立垂線。卽內容二十面體中心至各角之斜線。十二面體內容圓球徑。卽二十面體外切圓球徑。故先求得十二面體內容圓球徑。又求得球內容二十面體之



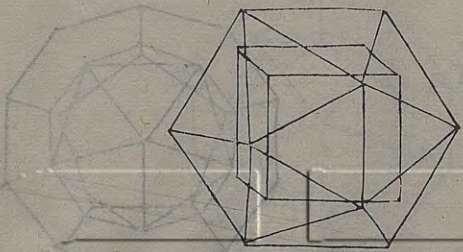
一邊。卽十二面體內容二十面體之一邊也。如有二十面體之一邊。求外切十二面體之一邊。則先求得二十面體外切圓球徑。又求得球外切十二面體之一邊。卽二十面體外切十二面體之一邊也。

設如二十面體每邊一尺二寸。求內容正方體之每一邊幾何。

法以二十面體每邊一尺二寸。用求二

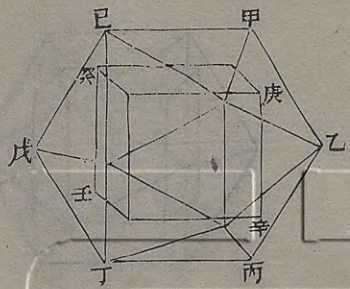
一數幾何

若收二十面

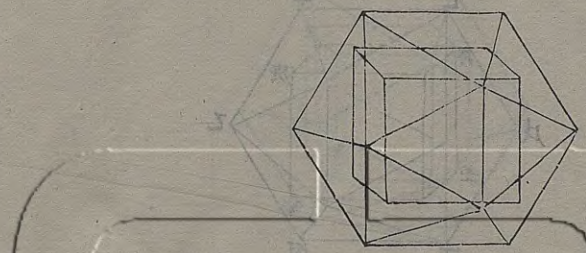


十面體中心至每面中心之立垂線法。求得中心至每邊正中之斜線九寸七分零八豪二絲零三微有餘。又求得每一面中心至邊之垂線三寸四分六釐四豪一絲零一微有餘。乃以中心至每邊正中之斜線為弦。以每一面中心至邊之垂線為勾。求得股九寸零六釐九豪一絲三忽五微有餘。倍之得一尺八寸一分三釐八豪二絲七忽有餘。為二

若收二十面



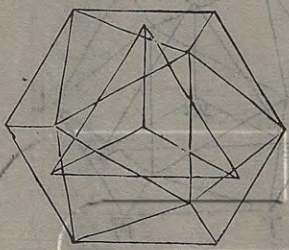
十面體內容圓球全徑乃用求球內容正方體之一邊法。以球徑自乘三歸開平方。得一尺零四分七釐二豪一絲三忽四微有餘。即二十面體內容正方體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊己二十面體內容庚辛壬癸正方體。以正方體之八角切於二十面體之八面之中心。則二十面體中心至每一面中心之立垂線。即內容正方體中心至角之斜線。



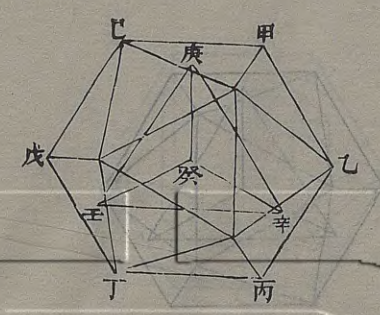
二十面體內容圓球徑。即正方體外切
 圓球徑。故先求得二十面體內容圓球
 徑。又求得球內容正方體之一邊。即二
 十面體內容正方體之一邊也。如有正
 方體之一邊求外切二十面體之一邊。
 則先求得正方體外切圓球徑。又求得
 球外切二十面體之一邊。即正方體外
 切二十面體之一邊也。

設如二十面體每邊一尺二寸。求內容四面體之每

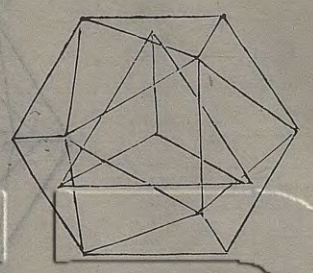
一邊幾何。



法以二十面體每邊一尺二寸。用求二
 十面體中心至每面中心之立垂線法。
 求得立垂線九寸零六釐九豪一絲三
 忽五微有餘。法見前題倍之得一尺八寸一
 分三釐八豪二絲七忽有餘。為二十面
 體內容圓球全徑。乃用求球內容四面
 體之每一邊法。以球徑自乘三歸二因
 開平方。得一尺四寸八分零九豪八絲



三忽五微有餘。即二十面體內容四面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊己二十面體。內容庚辛壬癸四面體。以四面體之四角切於二十面體之四面之中心。則二十面體中心至每面中心之立垂線。即內容四面體中心至角之斜線。二十面體內容圓球徑。即四面體外切圓球徑。故先求得二十面體內容圓球徑。又求得球內容四面體之一邊。即二

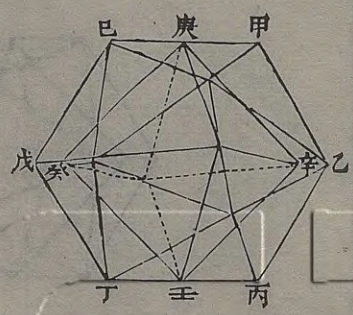
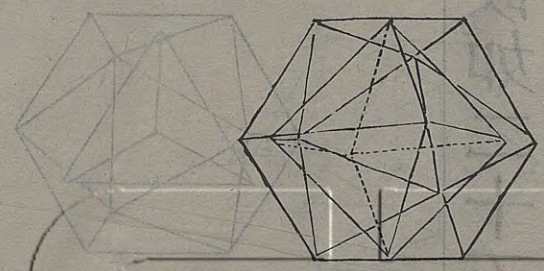


十面體內容四面體之每一邊也。如有四面體之一邊求外切二十面體之一邊。則先求得四面體外切圓球徑。又求得球外切二十面體之一邊。即四面體外切二十面體之一邊也。

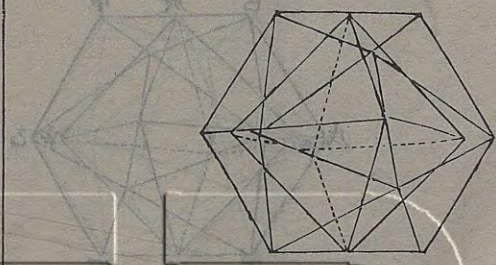
設如二十面體。每邊一尺二寸。求內容八面體之每一邊幾何。

法以理分中末線之大分六一八〇三三九九為一率。全分一〇〇〇〇〇〇

○○為二率。今所設之二十面體每邊一尺二寸折半。得六寸為三率。求得四率九寸七分零八豪二絲零三微有餘。為二十面體中心至每邊正中之斜線。倍之得一尺九寸四分一釐六豪四絲零六微有餘。即二十面體外切正方體之一邊。為內容八面體兩角相對之斜線。自乘折半開平方。得一尺三寸七分二釐九豪四絲七忽一微有餘。即二十面體內容八面

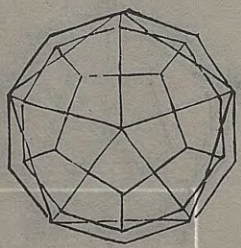


體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊己二十面體。內容庚辛壬癸八面體。以八面體之六角切於二十面體之六稜。則二十面體中心至每邊正中之斜線。即內容八面體中心至各角之斜線。倍之則得八面體兩角相對之斜線。故用斜弦求方邊法。求得方邊。即二十面體內容八面體之每一邊也。如有八面體之每一邊求外切二十面體之每一邊。則先

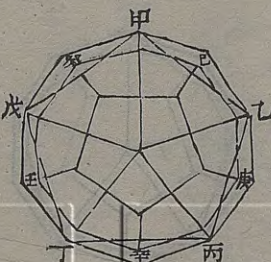


求得八面體兩角相對斜線折半為外切二十面體中心至每邊正中之斜線。乃以理分中末線之全分與大分之比。同於二十面體中心至每邊正中之斜線與每邊之半之比。既得每邊之半。倍之。即八面體外切二十面體之一邊也。設如二十面體每邊一尺二寸。求內容十二面體之一邊幾何。

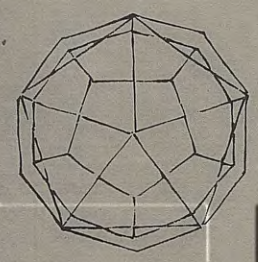
法以二十面體每邊一尺二寸。用求二



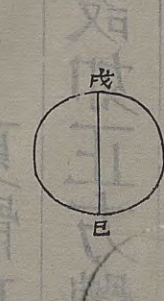
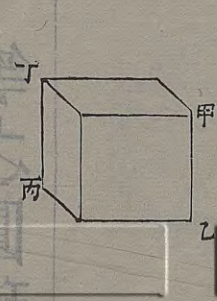
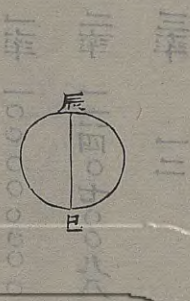
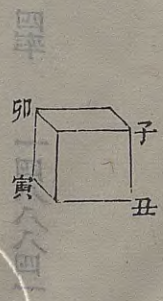
十面體中心至每面中心之立垂線法。求得立垂線九寸零六釐九豪一絲三忽五微有餘。法見前。倍之得一尺八寸一分三釐八豪二絲七忽有餘。為二十面體內容圓球全徑。乃用求球內容十二面體之一邊法。以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇為股。小分三八一九六六〇一為勾。求得弦一〇七〇四六六二六為一率。小分三八一九六



六〇一為二率。今所得之圓球全徑一尺八寸一分三釐八豪二絲七忽有餘為三率。求得四率六寸四分七釐二豪一絲三忽五微有餘。即二十面體內容十二面體之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊二十面體內容已庚辛壬癸十二面體以十二面體之二十角切於二十面體各面之中心。則二十面體中心至每面中心之立垂線。即內容十二面體中



心至角之斜線。二十面體內容圓球徑。即十二面體外切圓球徑。故先求得二十面體內容圓球徑。又求得球內容十二面體之一邊。即二十面體內容十二面體之一邊也。如有十二面體之一邊求外切二十面體之一邊。則先求得十二面體外切圓球徑。又求得球外切二十面體之一邊。即十二面體外切二十面體之每一邊也。



圓球之徑也。蓋正方體之每邊為一〇〇〇〇〇〇〇〇。圓球徑為一二四〇七〇〇九八。則兩體積相等。故以子丑寅卯正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇。與辰巳圓球徑一二四〇七〇〇九八之比。即同於今所設之甲乙丙丁正方體之每邊一尺二寸。與今所得之戊己圓球徑一尺四寸八分八釐八毫四絲一忽有餘之比。而兩體積亦為相等也。

設如正方體積一尺七百二十八寸。今欲作與正方邊相等之圓球體。問積幾何。

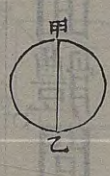
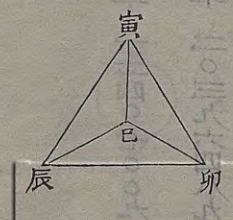
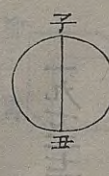
一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 五三三九九七七五

三率 一七三八

四率 九〇七七六八三

法用邊線相等體積不同之定率比例。以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇。為一率。圓球積五三三九九七八。今所設之正方體積一尺七百二十八寸為三率。求得四率九百零四寸七百七十八分六百八十三



分二釐七豪三絲八忽有餘。即四面體之每一邊也。蓋圓球徑為一二四〇七〇〇九八。四面體之每邊為二〇三九六四八九〇。則兩體積相等。故以子丑圓球徑一二四〇七〇〇九八。與寅卯辰巳四面體之每邊二〇三九六四八九〇之比。即同於今所設之甲乙圓球徑一尺二寸。與今所得之丙丁戊己四面體之每邊一尺九寸七分二釐七豪

設如圓球積一尺七百二十八寸。今欲作與圓球徑相等之四面體。問積幾何。

三絲八忽有餘之比。而兩體積亦為相等也。

法用邊線相等體積不同之定率比例。

以定率之圓球積五二三五九八七七

五為一率。四面體積一一七八五一一

二九為二率。今所設之圓球積一尺七

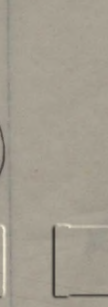
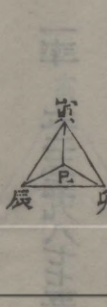
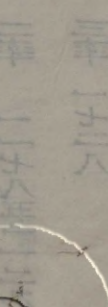
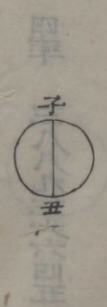
百二十八寸為三率。求得四率三百八

一率 五二三五九八七七

二率 一七八五一一

三率 一七三八

四率 三八九三六四五



子丑

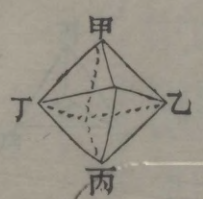
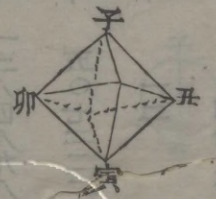


奇八寸九百三十六分六百四十五釐
 有餘。即四面體之積也。蓋圓球積為五
 二三五九八七七五。四面體積為一一
 七八五一一二九。則圓球徑與四面體
 之每邊相等。故以子丑圓球積五二三
 五九八七七五。與寅卯辰巳四面體積
 一七七八五一一二九之比。即同於今
 所設之甲乙圓球積一尺七百二十八
 寸。與今所得之丙丁戊巳四面體積三

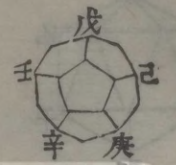
百八十八寸九百三十六分六百四十
 五釐有餘之比。而圓球徑與四面體之
 每邊亦為相等也。
 設如八面體每邊一尺二寸。今欲作與八面體積相
 等之十二面體。問每邊幾何。

- 一率 一八四八九八二九
- 二率 五〇七二二〇七
- 三率 一一一
- 四率 四七三七〇七

法用體積相等邊線不同之定率比例。
 以定率之八面體之每邊一二八四八
 九八二九為一率。十二面體之每邊五
 七二二二〇七為二率。今所設之八



設體之每邊一尺二寸為三率。求得四
 率四寸七分三釐七豪零七忽有餘。卽
 十二面體之每一邊也。蓋八面體之每
 邊為一二八四八九二九。十二面體
 之每邊為五〇七二二二〇七。則兩體
 積相等。故以子丑寅卯八面體之每邊
 十二八四八九二九。與辰巳午未申
 十二面體之每邊五〇七二二二〇七
 之比。卽同於今所設之甲乙丙丁八面



體之每邊一尺二寸。與今所得之戊己
 庚辛壬十二面體之每邊四寸七分三
 釐七豪零七忽有餘之比。而兩體積亦
 為相等也。

設如八面體積一尺七百二十八寸。今欲作與八面
 體每邊相等之二十面體。問積幾何。

一率 四七四〇四五二

二率 二八二六九四九九

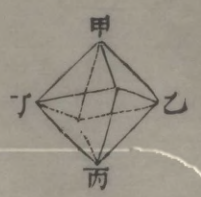
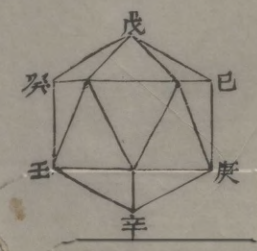
三率 一七二八
 四率 七九九七三二七三

法用邊線相等體積不同之定率比例。
 以定率之八面體積四七一四〇四五
 二一為一率。二十面體積二一八一六

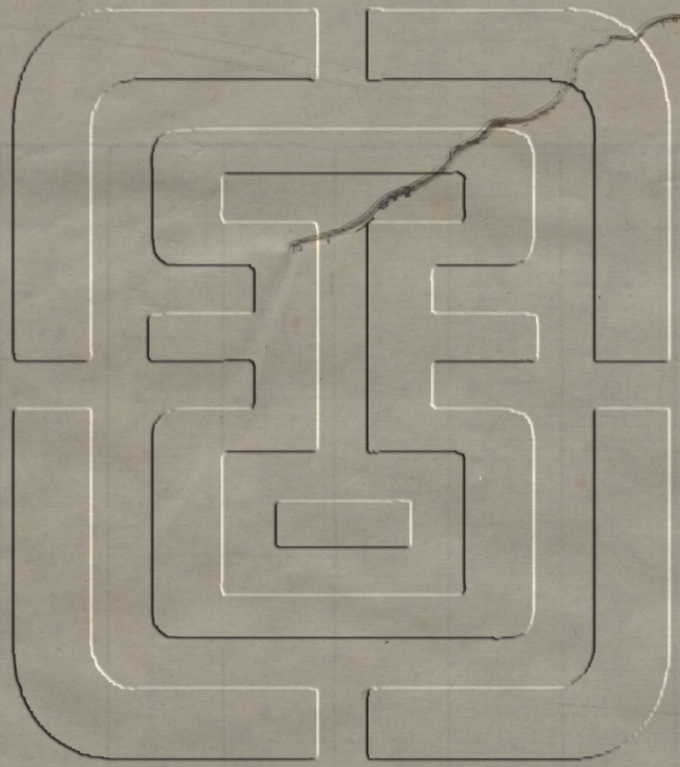
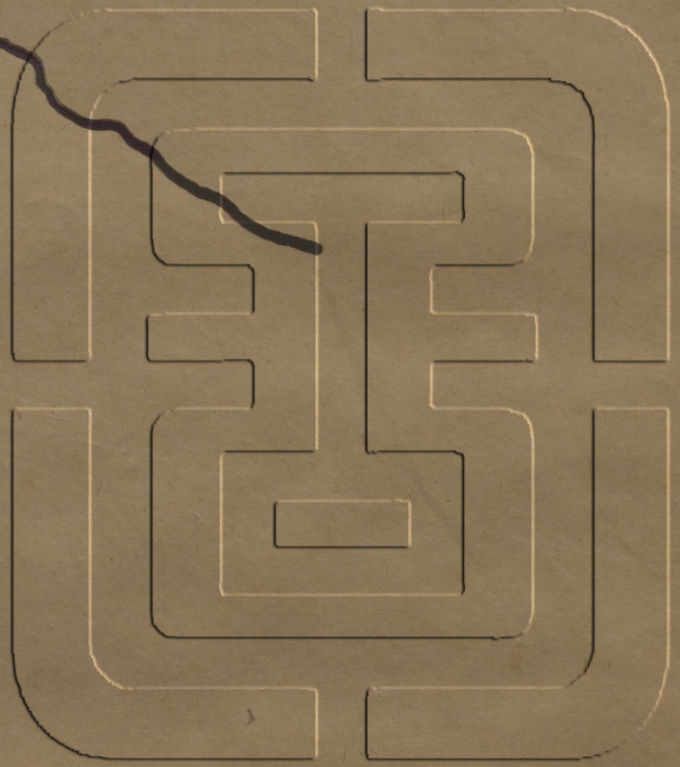
一率 四七二四〇四五二
二率 二八二六九四九九
三率 一七二八
四率 七九九七三二七三



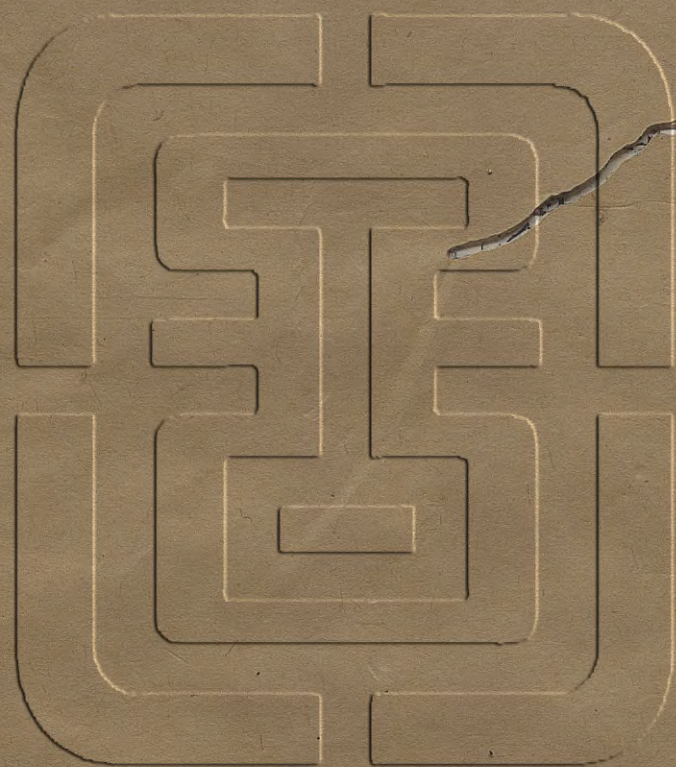
為四九六九為二率。今所設之八面體積一尺七百二十八寸為三率。求得四率七尺九百九十七寸三分一十一分。七百三十二釐有餘。即二十面體之積也。蓋八面體積為四七二四〇四五二。二十面體積為二一八一六九四九六九。則八面體之每邊與二十面體之每邊相等。故以子丑寅卯八面體積四七一四〇四五二一。與辰巳午未申酉



二十面體積二一八一六九四九六九之比。即同於今所設之甲乙丙丁八面體積一尺七百二十八寸。與今所得之戊己庚辛壬癸二十面體積七尺九百九十七寸三分一十一分七百三十二釐有餘之比。而八面體之每邊與二十面體之每邊亦為相等也。



御製
通志
卷之二



行
其
五
米
系
編
一