บทนิยามของเซตฟัซซี

แนวความคิดของเซตฟัซซี หรือ เซตคลุมเครือได้รับการนำเสนอโดย Zadeh ในปี คศ.1965 ซึ่งเป็นผลงานวิทยานิพนธ์ของท่าน ภายหลังแนวความคิดของเซตฟัซซีได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้อย่างแพร่หลาย โดยเฉพาะทางด้านคอมพิวเตอร์ ไอทีและวิศกรรมศาสตร์ หลายประเทศให้ความสำคัญในการศึกษาศาสตร์ทางด้านฟัซซีอย่างมากอาทิเช่น ประเทศญี่ปุ่นซึ่งเป็นประเทศชั้นนำในการผลิตเครื่องใช้ไฟฟ้าสมองกล ส่วนในวงการคณิตศาสตร์เองก็ได้มีการศึกษาเชิงทฤษฎีของฟัซซีกันอย่างแพร่หลายเช่นกัน ซึ่งปรากฏชัดเจนในช่วงทศวรรษที่ผ่านมา มีงานวิจัยตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติมากมายอาทิเช่นงานติพิมพ์ที่เกี่ยวกับทฤษฎีจำนวนฟัซซี สมการเชิงอนุพันธ์แบบฟัซซี เป็นต้น

Zadeh เสนอแนวคิดในการนิยามเซตฟัซซีจากฟังก์ชันสมาชิกในทำนองเดียวกับการกล่าวถึงเซตดั้งเดิมด้วยฟังก์ชันบ่งชี้เฉพาะ โดยใส่เงื่อนไขเพิ่มเติมคือ ค่าระดับความเป็นสมาชิก(Graded membership) สามารถเป็นได้ตั้งแต่ 0 ถึง 1 แทนที่จะมีค่าแค่เพียง 0 กับ 1 อย่างเซตดั้งเดิม

บทนิยาม กำหนดให้ A เป็นเซตดังเดิม(เป็นเซตที่พิจารณา) ของเอกภพสัมพัทธ์ $\mathcal{U}$ เซตฟัซซี $\mathcal{A}$ นิยามโดย

$$\mathcal{A} = \left\{ (x, u_{\mathcal{A}}(x)) \mid x \in A \text{ และ } u_{\mathcal{A}}(x) \in [0,1] \right\} \tag{1}$$

เรียก $u_{\mathcal{A}} : A \to [0,1]$ นี้ว่า ***ฟังก์ชันสมาชิก*** (Membership function) ของเซตฟัซซี $\mathcal{A}$

จากบทนิยาม 1.1 ฟังก์ชันสมาชิก $u_{\mathcal{A}}$ จะเป็นตัวกำหนดระดับความเป็นสมาชิกของเซตฟัซซี $\mathcal{A}$ ให้กับสมาชิกทุกตัวในเซต A

หมายเหตุ 1) ในตำราอื่นๆอาจเขียนสัญลักษณ์ $\dfrac{u_{\mathcal{A}}(x)}{x}$ แทนคู่อันดับ $(x, u_{\mathcal{A}}(x))$ นั่นคือ เซตฟัซซี $\mathcal{A}$ จะเขียนแทนด้วย

$$\mathcal{A} = \left\{ \frac{u_{\mathcal{A}}(x)}{x} \mid x \in A \text{ และ } u_{\mathcal{A}}(x) \in [0,1] \right\} \tag{2}$$

โดยเฉพาะถ้า $A = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ เซตฟัซซี $\mathcal{A}$ สามารถเขียนแทนด้วย

$$\mathcal{A} = \left\{ \frac{u_{\mathcal{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{u_{\mathcal{A}}(x_2)}{x_2} + \ldots + \frac{u_{\mathcal{A}}(x_n)}{x_n} \right\} \tag{3}$$

2) นิยมใช้อักษร $A, B, \ldots, Z$ แทน เซตดั้งเดิม ส่วนเซตฟัซซีนิยมแทนด้วย $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \ldots, \mathcal{Z}$

3) สำหรับเซตดั้งเดิม A จะเขียนแทนด้วย

$$A = \left\{(x, u_A(x)) \mid x \in \mathcal{U} \text{ และ } u_A(x) = 1\right\} \tag{4}$$

โดยเฉพาะอย่างยิ่ง

$$\mathcal{U} = \left\{(x, u_{\mathcal{U}}(x)) \mid x \in \mathcal{U} \text{ และ } u_{\mathcal{U}}(x) = 1\right\}$$

$$\phi = \left\{(x, u_{\phi}(x)) \mid x \in \mathcal{U} \text{ และ } u_{\phi}(x) = 1\right\}$$