

九章算術

九章算術卷八

算經十書之二

魏 劉徽 注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勅 釋

方 程

以御錯
棧正負

今有上禾三秉中禾二秉下禾一秉實三十九
斗上禾二秉中禾三秉下禾一秉實三十四斗
上禾一秉中禾二秉下禾三秉實二十六斗問
上中下禾實一秉各幾何

答曰

上禾一秉九斗四分斗之一

中禾一秉四斗四分斗之一

下禾一秉二斗四分斗之三

方程

程課程也羣物總雜各列有數總言其實令每行為率二物者再程三物

者三程皆如物數程之並列為行故謂之方程行之左右無所同存且為有所據而言耳此都術也以空言難曉故特繫之禾以決之又列中行如右行也

術曰置上禾三秉中禾二秉下禾一秉實

三十九斗於右方中左禾列如右方以右

行上禾徧乘中行而以直除

為術之意令少行減多行

反覆相減則頭位必先盡上無一位則此行亦闕一物矣然而舉率以相減不害餘數之課也若消去頭位則下去一物之實如是疊令左右行相減審其正負則可得而知先令右行上禾乘中行爲齊同之意易雖不言齊同以齊同之意觀之其義然矣又乘其次亦以直除復去左然以中行中禾不盡者

復去左

然以中行中禾不盡者

徧乘而左行而

以直除

亦令兩行相乘去行之中禾也

左方下禾不盡者

上爲法下爲實實卽下禾之實

上中禾皆去故餘數

是下禾實非但一乘欲約衆乘之實當以禾乘數爲法列此下禾之乘實乘兩行以直除則下禾之位自決矣各以其餘一位之乘除其下實卽斗數矣用算繁而不省

所以別爲法約也然猶不
如自用其舊廣異法也
求中禾以法乘

中行下實而除下禾之實

此謂中下兩禾實下禾一乘實

數先見將中乘求中禾其列實以減下實而左方下禾不唯一乘下禾實既以法爲母則中行下實不以法爲母於率不通故先以法乘其實而同之俱令法爲母而除下禾實以下禾先見之實令乘下禾乘數卽得下禾一位之列實減於下實則其數是中禾餘如中禾乘數而一卽中禾之實之實也
餘如中禾乘數而一卽中禾之實
餘中禾一位之實也故以一位乘數約之乃得一乘之實也
求上禾亦

以法乘右行下實而除下禾中禾之實

此右

行三禾共實合三位之實故以二位乘數約之乃得上禾一乘之實此右行三禾共

實合中下禾之實其數並見以中下禾先
見之實令乘右行中下禾乘數以減之故
亦如前各求列餘如上禾乘數而一卽上
實以減下實也

禾之實實皆如法各得一斗

三實同用不
滿法者以法

命之母實
皆當除之

今有上禾七秉損實一斗益之下禾二秉而實
十斗下禾八秉益實一斗與上禾二秉而實十
斗問上下禾實一秉各幾何

答曰

上禾一秉實一斗五十二分斗之十

下禾一秉實五十二分斗之四十一

術曰如方程損之曰益益之曰損

問者之辭雖以

損益爲說今按實云上禾七乘下禾二乘實十一斗上禾二乘下禾八乘實九斗也損之曰益言損一斗餘當十斗今欲全其實當加所損也益之曰損言益實一斗乃滿十斗今欲加本實當減所加卽得也 損實一斗者其實過

十斗也益實一斗者其實不滿十斗也

重論

損益數者各以損益之數損益之也

今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿

斗上取中中取下下取上各一秉而實滿斗問
上中下禾實一秉各幾何

答曰

上禾一秉實二十五分斗之九

中禾一秉實二十五分斗之七

下禾一秉實二十五分斗之四

術曰如方程各置所取

置上禾二秉爲右
行之上中禾三秉

爲中之中下禾四秉爲左行之下所取
一秉及實一斗各從其位諸行相借取之

物皆依
此例

以正負術入之

正負術曰

今兩算得失相反要令正負以名之正算赤負算黑否則以邪

正爲異方程自有赤黑相取左右數相推求之術而其并減之勢不得交通故使赤黑相消奪之於算或減或益同行異位殊爲二品各有并減之差見於下焉著此二條特繫之禾以成此二條之意故赤黑相雜足以定上下之程減益雖殊足以通左右之數差實雖分足以應同異之率然則其正無入負之負無入正之其率不妄也

同名相除

此爲以赤除赤以黑除黑行求相減者爲法頭位也然則頭位

同名者當用此條頭位異名者當用下條

異名相益

益行減行當各以其

類矣其異名者非其類也非其類者猶無對也非所得減也故赤用黑對則除黑無對則除赤赤黑并於本數此爲相益之皆所以爲消奪消奪之與減益成一實也術

本取要必除行首至於他位不嫌多少正
故或令相減或令相并理無同異一也

無入負之負無入正之

無入爲無對也無所得減則使消奪

者居位也其當以列實或減下實而中行
正負雜者亦用此條此條者同名減實異
名益實正無入負其異名相除同名相益
之負無入正之也

正無入正之負無入負之

此條異名相除爲例故亦與上

條互取凡正負所以記其同異使二品互
相取而已矣言負者未必負於少言正者
未必正於多故每一行之中雖復赤黑異
算無傷然則可得使頭位常相與異名此
條之實兼通矣遂以二條反覆一率觀其
每與上下互相取位則隨算而言耳猶一
術也又本設諸行欲因減數以相去耳故
其多少無限令上下相命而已若以正負

相減如數有舊增法者每行
可均之不但數物左右之也

今有上禾五秉損實一斗一升當下禾七秉上
禾七秉損實二斗五升當下禾五秉問上下禾
實一秉各幾何

答曰

上禾一秉五升

下禾一秉二升

術曰如方程置上禾五秉正下禾七秉負
損實一斗一升正

言上禾五秉之實多減
其一斗一升餘是與下

禾七秉相當數也故互其算令相折除以一斗一升爲差爲差者上禾之餘實也

次置上禾七秉正下禾五秉負損實二斗

五升正以正負術入之

按正負之術本設列行物程之數不

限多少必令與實上下相次而以每行各自爲率然而或減或益同行異位殊爲二品并減之差見於下也

今有上禾六秉損實一斗八升當下禾十秉下禾十五秉損實五升當上禾五秉問上下禾實一秉各幾何

答曰

上禾一乘實八升

下禾一乘實三升

術曰如方程置上禾六乘正下禾十乘負
損實一斗八升正次置上禾五乘負下禾

十五乘正損實五升正以正負術入之

言上

禾六乘之實多減損其一斗八升餘是與
下禾十乘相當之數故亦互其算而以一
斗八升爲差實差
實者下禾之餘實

今有上禾三乘益實六斗當下禾十乘下禾五
乘益實一斗當上禾二乘問上下禾實一乘各

幾何

答曰

上禾一乘實八斗

下禾一乘實三斗

術曰如方程置上禾三乘正下禾十乘負

益實六斗正次置上禾二乘負下禾五乘

正益實一斗正以正負術入之

言上禾三乘之實少

益其六斗然後於下禾十乘相當也故亦互其算而以六斗爲差實差實者下禾之

實餘

今有牛五羊二直金十兩牛二羊五直金八兩
問牛羊各直金幾何

答曰

牛一直金一兩二十一分兩之十三
羊一直金二十一分兩之二十

術曰如方程

假令爲同齊頭位爲牛左右
行相乘定更置牛十羊四直

金二十兩左行牛十羊二十五直金四十
兩牛數等同金多二十兩者羊差二十一
使之然也以少行減多行則牛數盡惟羊
與直金之數見可得而知也以小推大雖
四五行
不異也

今有賣牛二羊五以買十三豕有餘錢一千賣
牛三豕三以買九羊錢適足賣羊六豕八以買
五牛錢不足六百問牛羊豕價各幾何

荅曰

牛價一千二百

羊價五百

豕價三百

術曰如方程置牛二羊五正豕十三負餘
錢數正次置牛三正羊九負豕三正次置

牛五負羊六正豕八正不足錢負以正負

術入之

此中行買賣相折錢適足但互買賣算而已故下無錢直也設欲以

此行如方程法先令牛二徧乘左行而以右行直除之是終於下實虛缺矣故注曰正無實負負無實正方爲類也方將以別實加不足之數與實物作實盈不足章黃金白銀與此相當假令黃金九白銀十一稱之重適等交易其一金輕十三兩問金銀一枚各重幾何與此同

今有五雀六燕集稱之衡雀俱重燕俱輕一雀

一燕交而處衡適平并燕雀重一斤問燕雀一

枚各重幾何

答曰

雀重一兩十九分兩之十三

燕重一兩十九分兩之五

術曰如方程交易質之各重八兩

此四雀一燕與

一雀五燕衡適平并重一斤故各八兩列
兩行程數左行頭位其數是一可省乘令
右行徧乘左行而取其法實於左左行數
多以右行取其數左頭位減盡中法下實
卽每枚當重宜可知也按此四雀一燕與
一雀五燕其重等是三雀四燕重相當雀
率重四燕率三重也諸再程之
率皆可異術求之卽其數也

今有甲乙二人持錢不知其數甲得乙半而錢

算術一書
九章算術卷之六
五十二
五十二
幾何
五十乙得甲太半而亦錢五十問甲乙持錢各

答曰

甲持三十七錢半

乙持二十五錢

術曰如方程損益之

此問者言一甲半乙而五十太半甲一乙

亦五十也各以分母乘其全內子行定二甲一乙而錢一百二甲三乙而錢一百五

十於是乃如方程諸物有分者做此

今有二馬一牛價過一萬如半馬之價一馬二

牛價不滿一萬如半牛之價問牛馬價各幾何

答曰

馬價五千四百五十四錢十一分錢

之六

牛價一千八百一十八錢十一分錢

之二

術曰如方程損益之

此一馬半與一牛價直一萬也二牛半與

一馬亦直一萬也一馬半與一牛通分內子右行爲三馬二牛直錢二萬二牛半於

一馬通分內子左行爲二馬五牛直錢二萬也

今有武馬一匹中馬二匹下馬三匹皆載四十石至阪皆不能上武馬借中馬一匹中馬借下馬一匹下馬借武馬一匹乃皆上問武中下馬一匹各力引幾何

答曰

武馬一匹力引二十二石七分石之

六

中馬一匹力引十七石七分石之一

下馬一匹力引五石七分石之五

術曰如方程各置所借以正負術入之

今有五家共井甲二綆不足如乙一綆乙三綆
不足如丙一綆丙四綆不足如丁一綆丁五綆
不足如戊一綆戊六綆不足如甲一綆各得所
不足一綆皆逮問井深綆長各幾何

荅曰井深七丈二尺一寸

甲綆長二丈六尺五寸

乙綆長一丈九尺一寸

丙綆長一丈四尺八寸

丁綆長一丈二尺九寸

戊綆長七尺六寸

術曰如方程以正負術入之

此率初如方程爲之名各

一逮井其後法得七百二十一實七十六是爲七百二十一綆而七十六逮井而戊一綆逮之數定逮七百二十一分之七十六是故七百二十一爲井深七十六爲戊綆之長舉率以言之

今有白禾二步青禾三步黃禾四步黑禾五步實各不滿斗白取青黃青取黃黑黃取黑白黑取白青各一步而實滿斗問白青黃黑禾實一

步各幾何

答曰

白禾一步實一百一十一分斗之三

十三

青禾一步實一百一十一分斗之二

十八

黃禾一步實一百一十一分斗之十

七

黑禾一步實一百一十一分斗之十

術曰如方程各置所取以正負術入之
今有甲禾二秉乙禾三秉丙禾四秉重皆過於
石甲二重如乙一乙三重如丙一丙四重如甲
一問甲乙丙禾一秉各重幾何

答曰

甲禾一秉重二十三分石之十七

乙禾一秉重二十三分石之十一

丙禾一秉重二十三分石之十

術曰如方程置重過於石之物爲負

此問者言

甲禾二秉之重過於一石也其過者幾何
如乙一秉重矣互其算令相折除以石爲
之差實差實者如甲禾
餘實故置算相與同也
以正負術入之
頭位異名相除者正無
入正之負無入負之也

今有令一人吏五人從者十人食雞十令十人
吏一人從者五人食雞八令五人吏十人從者
一人食雞六問令吏從者食雞各幾何

答曰

令一人食一百二十二分雞之四十

五

吏一人食一百二十二分雞之四十

十一人食

從者一人食一百二十二分雞之九

十七

一術曰如方程以正負術入之

今有五羊四犬三雞二兔直錢一千四百九十
六四羊二犬六雞三兔直錢一千一百七十五
三羊一犬七雞五兔直錢九百五十八二羊三
犬五雞一兔直錢八百六十一問羊犬雞兔價

各幾何

荅曰

羊價一百七十七

犬價一百二十一

雞價二十三

兔價二十九

術曰如方程以正負術入之

今有麻九斗麥七斗菽三斗荅二斗黍五斗直
錢一百四十麻七斗麥六斗菽四斗荅五斗黍

算術一書
卷之九
五問一斗直幾何

三斗直錢一百二十八麻三斗麥五斗菽七斗
荅六斗黍四斗直錢一百一十六麻二斗麥五
斗菽三斗荅九斗黍四斗直錢一百一十二麻
一斗麥三斗菽二斗荅八斗黍五斗直錢九十

荅曰

麻一斗七錢

麥一斗四錢

菽一斗三錢

荅一斗五錢

黍一斗六錢

術曰如方程以正負術入之

此麻麥與均輪少廣章之

重衰積分皆爲大事其拙於精理徒按本術者或用算而布擅方好煩而喜誤曾不知其非反欲以多爲貴故其算也莫不闕於設通而專於一端至於此類苟務其成然或失之不可謂要約更有異術者庖丁解牛游办理間故能歷久其办如新夫數猶办也易簡用之則動中庖丁之理故能和神愛办速而寡尤凡九章爲大事按法皆不盡一百算也雖布算不多然足以算多世人多以方程爲難或盡布算之象在綴正負而已未暇以論其設動無方斯膠柱調瑟之類聊復恢演爲作新術著之於

此將亦啓導疑意網羅道精豈傳之空言
記其施用之例著策之數每舉一隅焉
方程新術曰以正負術入之令左右相減
先去下實又轉去物位求其一行二物正
負相借者易其相當之率又令二物與他
行互相去取轉其二物相借之數卽皆相
當之率也各據二物相當之率對易其數
卽各當之率也更置減行及其下實各以
其物本率今有之求其所同并以爲法其
當相并而行中正負雜者同名相從異名
相消餘以爲法以下實爲實實如法卽合
所問也一物各以本率今有之卽皆合所
問也率不通者齊之 其一術曰置羣物
通率爲列衰更置減行羣物之數各以其
率乘之并以爲法其當相并而行中正負
雜者同名相從異名相消餘爲法以減行
下實乘列衰各自爲實實如法而一卽得
以舊術爲之凡應置五行今欲要約先置

第三行以減第四行及減第三行位次置第
二行以第二行減第三行去其頭位次置
右行去其頭位次以第四行減左行頭位
次以左行去第四行及第二行頭位次以
第五行減第二行頭位餘可半次以第二
行去第四行頭位餘約之爲法實如法而
一得空卽有黍價以法減第二行得荅價
左行得麥價第三行麻價右行得菽價如
此凡用七十七算以新術爲此先以第四
行減第三行次以第三行去右行及第二
行第四行下位又以減右行下位不足減
乃止次以左行減第三行下位次以第三
行去左行下位訖廢去第三行次以第四
行去左行下位右行當左行下位次以右
行去第二行及第四行下位次以第二行
減第四行及左行願位次以第四行減右
行菽位不足減乃止次以左行減第二行
頭位餘可再半次以第四行去右行及第

二行頭位次以第二行去右行頭位餘約
之上得五下得三是菽五當荅三次以左
行去第三行菽位又以減第四行及右行
菽位不足減乃止次以右行減第二行頭
位不足減乃止次以第三行去左行頭位
次以左行去右行頭位餘上得六下得五
是爲荅六當黍五次以右行去左行荅位
餘約之上爲二下爲三次以左行去第二
行下位以第二行去第四行下位又以減
左行下位次右行去第二行下位餘上得
三下得四是爲麥三當菽四次以第二行
減第四行下位次以第四行去第二行下
位餘上得四下得七是爲麻四當麥七是
爲相當之率舉矣據麻四當麥七卽爲麻
價率七而麥價率四又麥三當菽四卽爲
麥價率四而菽價率三又荅六當黍五卽
爲荅價率五而黍價率六而率通矣更置
第三行以第四行減之餘有麻一斗菽四

斗荅三斗負下實四正求其同爲麻之數
以菽率三荅率五各乘菽荅斗數如麻率
七而一菽得一斗七分斗之五正荅得二
斗七分斗之一負則菽荅化爲麻以并之
令同名相從異名相消餘爲定麻七分斗
之四以爲法置下實四爲實以分母乘之
實得二十八而分子化爲法矣以法除得
七卽麻一斗之價置麥率四菽率三荅率
五黍率六皆以其斗數乘之各自爲實以
麻率七爲法所得卽同爲麻之數亦可使
置本行實與物同通之各以本率今有之
求其本率所得并以爲法如此則無正負
之異矣擇異同而已又可以一術爲之置
五行通率爲麻七麥四菽三荅五黍六以
爲列衰減行麻一斗菽四斗正荅三斗負
各以其率乘之訖令同名相從異名相消
餘爲法又置下實乘列衰所得各爲實此
可以實約法則不復乘列衰各以列衰如

所約知其價如此則凡
用一百二十四算也

九章算術卷八訂訛

休寧 載 震 東原

術曰置上禾三乘中禾二乘下禾一乘實三十

九斗於右方中左禾列如右方以右行上禾徧

乘中行而以直除

古字直值通用直除猶言對減也以右行上禾徧乘中行

復以中行上禾徧乘右行然後可相對減古人文省故但舉一以該之

又乘其次亦以直除

此謂右行上禾徧乘左行復以左行上禾徧乘右行

亦相對減古人文多省畧

然以中行中禾不盡者

古人單用然字不曰徧然後者然猶乃也徧

乘左行

此以中行左行所減之餘如前徧乘文亦從省

用算繁而不省所以別爲法約也然猶不如自

用其舊廣異法也

用法繁而不省以下訛舛行文

益行減行當各以其類矣其異名者非其類也

非其類者猶無對也非所得減也故赤用黑對

則除黑無對則除赤赤黑并於本數此爲相益

之皆所以爲消奪消奪之與減益成一實也

此注

多訛舛據方術無論物有幾品遞減至一物乃止又以赤黑別正負首位赤減赤黑減黑者同名伯除也次位以下遇赤用黑對則相益此條是也首位赤減黑黑減赤者異名相除也次

位以下遇皆赤皆黑則相益後條是也由此言之注之謬顯然蓋傳寫失真後人復妄加改竄遂不可通

正無入負之

入字原本訛作人下文及注並同據注云無入爲無對也無對之說

亦未分曉釋方程者專爲遇空位起例而左右兩行相對減或正宜變爲負或負宜變爲正往往不得其義例今考同名相除異名相益者如下實左右俱正所減之餘屬左行則去右行屬右行則去左行其物品以正減正餘在所去之行爲正無入以負減負餘在所去之行爲負無入以正從負爲正無入以負從正爲負無入負對空位而負數在所去之行與以負減負同例正對空位而正數在所去之行與以正從負同例此皆所謂正無入負之負無入正之也異名相除同名相益者如下實左右俱正并爲一數則無分於左右其物品以負減正餘或左或右

爲正無入以正減負餘或左或右爲負無入以正從正爲正無入以負從負爲負無入正對空位與以負減正同例負對空位與以負從負同例此皆所謂正無入正之負無入負之也由是言之在所去之行則其數無入而或左或右以與無分於左右合爲一行因亦謂之無入人字乃傳寫之誤明矣今悉改正

無入爲無對也無所得減則使消奪者居位也

其當以列實或減下實

此句訛舛據後注內方程新術以列衰乘下實

又以列衰乘羣物之數并爲法其當相并而行中正負雜者同名相從異名相消似卽此所舉

此條異名相除爲例故亦與上條互取凡正負所以記其同異使二品互相取而已矣言負者

未必負於少言正者未必正於多故每一行之
中雖復赤黑異算無傷然則可得使頭位常相
與異名此條之實兼通矣遂以二條反覆一率
觀其每與上下互相取位則隨算而言耳猶一
術也又本設諸行欲因減數以相去耳故其多
少無限令上下相命而已若以正負相減如數
有舊增法者每行可均之不但數物左右之也

此注皆不分曉當由傳寫失真
後人又妄加改竄遂不可通

此中行買賣相折錢適足但互買賣算而已故

下無錢直也設欲以此行如方程法先令牛二
徧乘左行而以右行直除之是終於下實虛缺
矣故注曰正無實負負無實正方爲類也方將

以別實加不足之數與實物作實

此注訛脫不
分曉據術意

應列三行先令右行牛二徧乘中行復令中行
牛三徧乘右行而以直除得羊三十三正豕四
十五負餘錢三千正此同名相除異名相益正
無入負之負無入正之也次令右行牛二徧乘
左行復令左行牛五徧乘右行而以直除得羊
三十七正豕四十九負餘錢三千八百正此異
名相除同名相益正無入正之負無入負之也
重列爲左右兩行先令右行羊三十三徧乘左
行復令左行羊三十七徧乘右行而以直除得
豕四十八正以爲法錢一萬四千四百正爲實

實如法而一得豕價三百轉減而上得羊價五百牛價一千二百此亦同名相除異名相益正無入負之負無入正之也中行下實虛缺本無庸論蓋注文傳寫失真後人又妄加改竄遂不可通

此四雀一燕與一雀五燕衡適平并重一斤故各八兩列兩行程數左行頭位其數是一可省乘令右行徧乘左行而取其法實於左左行數多以右行取其數左頭位減盡中法下實卽每枚當重宜可知也按此四雀一燕與一雀五燕其重等是三雀四燕重相當雀率重四燕率重

三也諸再程之率皆可異術求之卽其數也

此卽末條所言新術以下實俱重八兩徧乘上
雀燕以左雀八減右雀三十二餘二十四以右
燕八減左燕四十餘三十二是爲二物正負相
借因而約之雀得三燕得四乃三雀當四燕也
對易其數卽雀率重四而燕率重三
注於此突入異術幾不解其所謂

今有五家共井甲二綆不足如乙一綆乙三綆

不足如丙一綆丙四綆不足如丁一綆丁五綆

不足如戊一綆戊六綆不足如甲一綆各得所

不足一綆皆逮問井深綆長各幾何荅曰井深

七丈二尺一寸甲綆長二丈六尺五寸乙綆長

一丈九尺一寸丙綆長一丈四尺八寸丁綆長

一丈二尺九寸戊綆長七尺六寸

此問不言丈尺無由知井

深綆長於丈尺幾何使井深半之爲三丈六尺有半寸則甲綆一丈三尺二寸半乙綆九尺五寸半丙綆七尺四寸丁綆六尺四寸半戊綆三尺八寸使井深倍之爲十四丈四尺二寸則甲綆五丈三尺乙綆三丈八尺二寸丙綆二丈九尺六寸丁綆二丈五尺八寸戊綆一丈五尺二寸皆合所問由是言之問旣不定以丈尺依術推求先得七百二十一無以定百爲丈十爲尺也問井深綆長之率各幾何答以井深之率七百二十一甲綆長率二百六十五乙綆長率一百九十一丙綆長率一百四十八丁綆長率一百二十九戊綆長率七十六於義乃通

此率初如方程爲之名各一逮井其後法得七

百二十一實七十六

此上訛舛不可通據術先得七百二十一爲所列五

行之通率卽井深率也以此率列各行下爲各

行之下實重求之法得七百二十一實得五萬

四千七百九十六以法除

實得用逮之數七十六

此麻麥與均輸少廣章之重衰積分皆爲大事
其拙於精理徒按本術者或用算而布瓊方好
煩而喜誤曾不知其非反欲以多爲貴故其算
也莫不闕於設通而專於一端至於此類苟務
其成然或失之不可謂要約更有異術者庖丁
解牛游刃理閒故能歷久其刃如新夫數猶刃

也易簡用之則動中庖丁之理故能和神愛刃
速而寡尤凡九章爲大事按法皆不盡一百算
也雖布算不多然足以算多世人多以方程爲
難或盡布算之象在綴正負而已未暇以論其
設動無方斯膠柱調瑟之類聊復恢演爲作新
術著之於此將亦啓導疑意網羅道精豈傳之
空言記其施用之例著策之數每舉一隅焉

以上

字句多誤又皆屬虛辭非有
實義可考無從訂正姑仍之

其一術曰置羣物通率爲列衰更置減行羣物

之數各以其率乘之并以爲法其當相并而行
中正負雜者同名相從異名相消餘爲法以減
行下實乘列衰各自爲實實如法而一卽得以
舊術爲之凡應置五行今欲要約先置第三行
以減第四行及減第三行次置第二行以第二
行減第三行去其頭位次置右行去其頭位次
以第四行減左行頭位次以左行去第四行及
第二行頭位次以第五行減第二行頭位餘可
半次以第二行去第四行頭位餘約之爲法實

如法而一得空卽有忝價以法減第二行得荅

價左行得麥價第三行麻價右行得菽價如此

凡用七十七算

以上所言舊術訛舛不可通據

物之價者應列五行行五位及價直兩兩相對減去
互乘因徧乘次位以下及價直兩兩相對減去
其頭位所減之餘重列之減至一物一價乃止
物爲法價爲實實如法而一得一物之價轉減
而上以知各價先化五爲四次化四爲三次化
三爲二次化二爲一凡用十算兼乘減除言之
則一百四十五算凡上一位互乘其數必同可
省乘若遇上一位數同則省徧乘或上一位遇
一則省其與對行徧乘考問意左行上一位是
一先以左行減右行次減第二行次減第三行
一次減第四行所減之餘重列爲四行其左行上
一位又是以左行減右行次減第二行次減

第三行所減之餘重列爲三行其上一位數皆同卽以本數減之餘列爲兩行依術得荅價轉而上求得菽價及麥價麻價凡用九十九算以新術爲此先以第四

行減第三行次以第三行去右行及第二行第四行下位又以減右行下位不足減乃止次以左行減第三行下位次以第三行去左行下位訖廢去第三行次以第四行去左行下位右行當左行下位次以右行去第二行及第四行下位次以第二行減第四行及左行頭位次以第四行減右行菽位不足減乃止次以左行減第

二行頭位餘可再半次以第四行去右行及第二行頭位次以第二行去右行頭位餘約之上得五下得三是菽五當荅三次以左行去第三行菽位又以減第四行及右行菽位不足減乃止次以右行減第二行頭位不足減乃止次以第三行去左行頭位次以左行去右行頭位餘上得六下得五是爲荅六當黍五次以右行去左行荅位餘約之上爲二下爲三次以左行去第二行下位以第二行去第四行下位又以減

左行下位次右行去第二行下位餘上得三下
得四是爲麥三當菽四次以第二行減第四行
下位次以第四行去第二行下位餘上得四下

得七是爲麻四當麥七是爲相當之率舉矣

以上

所言新術亦訛舛不可通據其術求之先以左
行減第三行去其次位次并右行左行亦并第
三行第四行以減之去其次位次倍左行以第
二行減之去其次位次所減之餘重列之爲三行
次以第四行減第二行去次位及下位次以重
列之中行減右行去其下位次以重列之左行
減右行去其下位所減之餘又重列之爲三行
次以此右行減中行去其頭位次以此右行減
左行去其頭位所減之餘兩行兩物減去下實
餘約之上得五下得三是菽五當荅三前云令

左右相減先去下實又轉去物位求其一行二
物正負相借者易其相當之率謂菽五當荅三
卽菽價率三荅價率五也或先減下實乃減物
位或先減物位乃減下實各從省便本無一定
之先後其先求菽與荅相當之率次求荅與黍
相當之率次求麥與菽相當之率次求麻與麥
相當之率亦無一定之先後然非遇正負相借
者則二物相當之率不可得往往窮而復推輾
轉滋繁遠不若舊
術之究歸易簡也

九章算術卷八終

Blank columns containing faint, illegible text.

九章算術卷九

算經十書
之二

魏 劉 徽 注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勅注釋

句股

以御高深廣遠

今有句三尺股四尺問爲弦幾何

答曰五尺

今有弦五尺句三尺問爲股幾何

答曰四尺

今有股四尺弦五尺問爲句幾何

答曰三尺

句股

短面曰句長面曰股相與結角曰弦句短其股股短其弦將以施於諸率

故先具此術以見其源也

術曰句股各自乘并而開方除之卽弦

自句

乘爲朱方股自乘爲青方令出入相補各從其類因就其餘不移動也合成弦方之冪開方除之卽弦也

又股自乘以減弦自乘其餘開方除之卽

句

臣淳風等謹按此術以句股冪合成弦冪句方於內則句短於股令股自乘以

減弦自乘餘者卽句冪也故開方除之卽句也

又句自乘以減弦自乘其餘開方除之卽

股

句股冪合以成弦冪令去其一則餘在者皆可得而知之

今有圓材徑二尺五寸欲爲方版令厚七寸問
廣幾何

荅曰二尺四寸五分

術曰令徑二尺五寸自乘以七寸自乘減

之其餘開方除之卽廣

此以圓徑二尺五寸爲弦版厚七寸

爲句所求
廣爲股也

今有木長二丈圍之三尺葛生其下纏木七周

上與木齊問葛長幾何

荅曰二丈九尺

術曰以七周乘三圍爲股木長爲句爲之

求弦弦者葛之長

據圍廣木長求葛之長其形葛卷裏袞以筆管

青線宛轉有似葛之纏木解而觀之則每周之間自有相間成句股弦則其間木長爲股圍之爲句葛長爲弦弦七周乘三圍是并合衆句以爲一句則句長而股短故術以木長謂之句圍之謂之股言之倒互句與股求弦亦如前圖句三自乘爲朱幂股四自乘爲青幂合朱青二十五爲弦五自乘幂出上第一圖句股幂合爲弦幂明矣然二幂之數謂倒在於弦幂之中而已可更相裏者則成方幂其居表者則成矩

幕二表裏形詔而數均又按此圖句幕之
矩青卷白表是其幕以股弦差爲廣股弦
并爲表而股幕方其裏股幕之矩青卷白
表是其幕以句弦差爲廣句弦并爲表而
句幕方其裏是故差之與
并用除之短長互相乘也

今有池方一丈葭生其中央出水一尺引葭赴
岸適與岸齊問水深葭長各幾何

答曰

水深一丈二尺

葭長一丈三尺

術曰半池方自乘

此以池方半之得五尺
爲句水深爲股葭長爲

弦以句及股弦差求股弦以出水一尺自

故令句自乘先見矩幕也

乘減之 出水者股弦差減此差幕於矩幕

餘倍出水除之即得水深

倍差為矩幕之廣水深是股欲

先見葭長者出水一尺自乘以加於半池方自乘倍出水除之即得令此幕得出水

一尺為袤故為矩而得葭長也 加出水數得葭長

臣淳風等謹按

此葭本出水一尺既見水深故加出水尺數而得葭長也

今有立木繫索其末委地三尺引索卻行去本八尺而索盡問索長幾何

答曰一丈二尺二十一分尺之一

術曰以去本自乘

此以去本八尺爲句所求索者弦也引而索盡

與開門去闕者句及股弦差求股

令如委

數而一

委地者股弦差也以除矩幂卽是股弦并也

所得加委

地數而半之卽索長

子不可半者倍其母加差於并則成兩索

長故又半之其減差於并而半之得木長也

今有垣高一丈倚木於垣高與垣齊引木卻行

一尺其木至地問木幾何

答曰五丈五寸

術曰以垣高十尺自乘如卻行尺數而一

所得以加郤行尺數而半之卽木長數此垣高一丈爲句所求倚木者爲弦引郤行一尺爲股弦差其爲術之意與繫索問同也

今有圓材埋在壁中不知大小以鑿鑿之深一寸鑿道長一尺問徑幾何

答曰材徑二尺六寸

術曰半鑿道自乘

此術以鑿道一尺爲句材徑爲弦鑿深一寸爲

股弦差之一半故鑿長亦半之也臣淳風等謹按下鑿深得一寸爲半股弦差注云爲股弦差如深寸而一以深寸增之卽者鑿道也

材徑

亦以半增之如上術去本當半之今此皆同半差不復半也

今有開門去闔一尺不合二寸問門廣幾何

答曰一丈一寸

術曰以去闔一尺自乘所得以不合二寸

半之而一所得增不合之半即得門廣

此去

闔一尺爲句門廣爲股不合二寸以半之得一寸爲股弦差求弦故當半之今即以兩弦爲廣數故不復半之也

今有戶高多於廣六尺八寸兩隅相去適一丈

問戶高廣各幾何

答曰

廣二尺八寸

高九尺六寸

術曰令一丈自乘爲實半相多令自乘倍之減實半其餘以開方除之所得減相多

之半卽戶廣加相多之半卽戶高

令戶廣爲句高

爲股兩隅相去一丈爲弦高多於廣六尺八寸爲句股差按圖爲位弦幕適滿萬寸倍之減句股差幕開方除之其所得卽高廣并數以差減并而半之卽戶廣加相多之數卽戶高也今此術先求其半一丈自乘爲朱幕四黃幕一半差自乘又倍之爲

黃幕四分之一二減實半其餘有朱幕二黃
幕四分之一一其於大方棄四分之三適得
四分之二故開方除之得高廣并數之半
減差半得廣加得戶高又按此圖幕句股
并自乘加差幕爲兩弦幕半之開方得弦
今倍弦幕減差幕求句股并蓋先見其弦
然後知其句與股也句股適等者并而自
乘卽爲兩弦幕皆各爲方先見其弦然後
知其句與股者倍弦幕卽爲句股適等者
并而自乘之幕半相多自乘倍之又半股
并自乘亦倍之合爲弦幕其無差數者句
股各自乘并之爲實與句股相乘倍之爲
實皆開方得弦弦幕半之爲實開方卽得
句股及股長句短同源而分流焉假令句
股各五弦幕五十開方除之得七尺有餘
一不盡假令弦十其幕有百半之爲句股
二幕各得五十當亦不可開故曰圓三徑
一方五斜七雖不正得盡理亦可言相近

耳其句股合而自乘之冪令弦自乘倍之
爲兩弦冪以減之其餘開方除之爲句股
差加差於合而半之爲股減差於合而半
之爲句股弦卽高廣袤其出此圖也其倍
弦爲廣袤合矩句卽爲冪得廣卽句股差
其矩句之冪倍爲從法開之亦句股差其
餘以句股冪減半其餘差
爲從法開方除之卽句也

今有戶不知高廣竿不知長短橫之不出四尺
從之不出二尺邪之適出問戶高廣袤各幾何

答曰

廣六尺

高八尺

表一丈

術曰從橫不出相乘倍而開方除之所得

加從不出卽戶廣

此以戶廣爲句戶高爲股戶表爲弦凡并句股

之冪卽爲弦冪或矩於表或方於裏連之者舉表矩而方之又從句方裏令爲青矩之表未滿黃方滿此方則兩端之廉重於隅中各以股弦差爲廣句弦差爲袤故兩端差相乘又倍之則成黃方之冪開方除之得黃方之面其外之青知亦以股弦差爲廣故以股弦差加橫不出卽戶高兩不加之則爲句也

出加之得戶表

今有竹高一丈末折抵地去本三尺問折者高

幾何

答曰四尺二十分尺之十一

術曰以去本自乘

此去本三尺爲句折之除高爲股末折抵地爲

弦以句及股弦并求股故先令句自乘見矩幕

令如高而一竹高一丈

爲股弦并以除此幕得差

所得以減竹高而半其餘卽

折者之高也

此術與繫索者之類更相反覆也亦可如上術令高自乘

爲股弦并幕去本自乘爲矩幕減之餘爲實倍高爲法則得折之高數也

今有二人同所立甲行率七乙行率三乙東行

甲南行十步而邪東北與乙會問甲乙行各幾

行

答曰

乙東行十步半

甲邪行十四步半及之

術曰令七自乘三亦自乘并而半之以爲

甲邪行率邪行率減於七自乘餘爲南行

率以三乘七爲乙東行率

此以南行爲句東行爲股邪行

爲弦句弦并七欲知弦者當以股自乘爲
幕如并而一所得爲句弦差加差於并而
半之爲弦以弦減差餘爲句如是或有分
當通而約之乃定術以句弦并爲分母差

爲分子故令句弦并自乘爲朱黃相連之
方股自乘爲青暴之矩令其矩引之直加
損同之以句弦并爲袤差爲廣其圓大體
以兩弦爲袤句弦并爲廣引黃斷其半爲
弦率七自乘者句弦并之率故弦減之餘
爲句率同立處是中停也列用率皆句弦
并爲袤弦與句各爲之廣置南行十步以
故亦以股率同其袤也

甲邪行率乘之副置十步以乙東行率乘
之各自爲實實如南行率而一各得行數

南行十步者所有見句求見弦
股故以弦股率如句率而一

今有句五步股十二步問句中容方幾何

答曰方三步十七分步之九

術曰并句股爲法句股相乘爲實實如法

而一得方一步

句股相乘爲朱青黃幕各二令黃幕連於下隅朱青

各以類合共成修幕中方黃爲廣并句股爲袤故并句股爲法幕圖方在句中則方之兩廉各自成小句股而其相與之勢不失本率也句面之小股股面之小句從橫相連合而成中方令股爲中方率并句股爲廣率據見句五步而今有之得中方也復令句爲中方率以并句股爲袤率據股十二步而今有之則中方又可知此則雖不效而法實有法由生矣不容圓率以今有衰分言之可以見之也

今有句八步股十五步問句中容圓徑幾何

答曰六步

術曰八步爲句十五步爲股爲之求弦三

位并之爲法以句乘股倍之爲實實如法

得徑一步

句股相乘爲圖之本體朱青黃
各二則倍之爲各四可用畫

於小紙分裁邪正之會令顛倒相補各以
類合成脩罽圓徑爲廣并句股弦爲衰故
并句股弦以爲法又以圖之大體言之股
中青必令立規於橫廣句股又邪三徑均
而復連規從橫量度句股必合而成小方
矣又畫中弦以觀其會則句股之中成小
句股弦者四句面之小股股面之小句皆
小方之面皆圓徑之半其數故可衰以句
股弦爲列衰副并爲法以小句乘未并者
各自爲實實如法而一得句面之小股可
知也以股乘列衰爲實則得股面之小句
可知言雖異矣及其所以成法之實則同

歸矣則圓徑又可以句乘之差并句弦差減股爲圓徑又弦減句股并餘爲圓徑以句弦差乘股弦差而倍之開方除之亦圓徑也

今有邑方二百步各中開門出東門十五步有木問出南門幾何步而見木

答曰六百六十六步太半步

術曰出東門步數爲法

以句率爲法也

半邑方自

乘爲實實如法得一步

此以出東門十五步爲句率東門南

至隅一百步爲股率南門東至隅一百步爲見句步欲以見句求股以爲出南門數正合半邑方自乘者股率當乘見句此二者數同也

今有邑東西七里南北九里各中開門出東門十五里有木問出南門幾何步而見木

荅曰三百一十五步

術曰東門南至隅步數以乘南門東至隅步數爲實以木去門步數爲法實如法而

一 此以東門南至隅四里半爲句率出東門十五里爲股率南門東至隅三里半爲見股所問出南門卽見股之句爲術之意與上同也

今有邑方不知大小各中開門出北門三十步有木出西門七百五十步見木問邑方幾何

答曰一里

術曰令兩出門步數相乘因而四之爲實

開方除之卽得邑方

按前術半邑方自乘出東門步數除之卽

出南門步數今兩出門相乘爲半方邑自乘居一隅之積分因而四之卽得四隅之積分故以爲實開方除之卽邑方也

今有邑方不知大小各中開門出北門二十步有木出南門十四步折而西行一千七百七十五步見木問邑方幾何

答曰二百五十步

術曰以出北門步數乘西行步數倍之爲

實

此以折而西行爲股自木至邑南十四步爲句以出北門二十步爲句率北門

至西隅爲股率卽半廣數故以出北門句率乘西行股得半廣股率乘句之幕然此幕居半以西故又

倍之合半以東也

并出南門步數爲從法

開方除之卽邑方

此術之幕東西廣如邑方南北自木盡邑南十

四步爲袤合南北步數爲廣袤差故連并兩步數爲從法以爲隅外之幕也

今有邑方十里各中開門甲乙俱從邑中央而

出乙東出甲南出出門不知步數邪向東門磨

邑適與乙會率甲行五乙行三問甲乙行各幾

何十問木走八乘餘

答曰

甲出南門八百步邪東北行四千八百八十七步半及乙

乙東行四千三百一十二步半

術曰令五自乘三亦自乘并而半之爲邪

行率邪行率減於五自乘者餘爲南行率

以三乘五爲乙東行率

求三率之意與上甲乙同

置邑

方半之以南行率乘之如東行率而一卽

得南門步數

邑半方自南門至東隅五里以爲小股求出南門步

數爲小股之句以東行爲股率南行爲句率故置邑方半之以南行句率乘之如股

率而以增邑方半卽南行

半邑者謂從置邑心中停也

南行步求弦者以邪行率乘之求東者以東行率乘之各自爲實實如南行率得一

步

此術與上甲乙同

有木去人不知遠近立四表相去各一丈令左兩表與所望參相直從後右表望之入前右表三寸問木去人幾何

答曰三十三丈三尺三寸少半寸

術曰令一丈自乘爲實以三寸爲法實如

法而一

此以入前右表三寸爲句率右兩表相去一丈爲股率左右兩表相

去一丈爲見句所問木去人者見句之股股率當乘見句此二率俱一丈故曰自乘以三寸爲法實如法得一寸

有山居木西不知其高山去木五十三里木高九丈五尺人立木東三里望木末適與山峯斜平人目高七尺問山高幾何

答曰一百六十四丈九尺六寸太半

寸

術曰置木高減人目高七尺餘以乘五十

三里爲實以人去木三里爲法實如法而

一所得加木高卽山高

此術句股之義以木高減人目高七

尺餘有八丈八尺爲句率去人目三里爲股率山去木五十三里爲見股以句率乘見股如股率而一得句加木之高故爲山高也

今有井徑五尺不知其深立五尺木於井上從木末望水岸入徑四寸問井深幾何

答曰五丈七尺五寸

術曰置井徑五尺以入徑四寸減之餘以
乘立木五尺爲實以入徑四寸爲法實如
法得一寸

此以入徑四寸爲句率立木五尺爲股率井徑四尺六寸爲見

句問井深者見句之股也

九章算術卷之九終

錢唐莫濶校字

大清乾隆三十八年癸巳秋闕里孔氏依汲古閣影宋刻本重雕

秘書省

九章算術一部共九冊

元豐七年九月

日校定降授宣德郎秘書省校書郎臣葉祖洽上進

校定承議郎行秘書省校書郎臣王仲脩

校定朝奉郎行秘書省校書郎臣錢長卿

奉議郎守秘書郎丞

臣韓宗古

朝請郎試秘書少監

臣趙彥若

元豐七年九月二十八日

進呈奉

御寶批竑依已校定鏤板

朝奉郎祕書丞上騎都尉賜緋魚袋臣韓治

朝散郎祕書少監上騎都尉賜緋魚袋臣顧臨

朝議大夫守祕書少監上護軍賜紫魚袋臣劉攽

中大夫守尚書右丞護軍東平郡開國侯食邑貳千叁百戶賜紫金魚袋臣呂大防

通議大夫守尚書左丞上柱國平原郡開國公食邑貳千捌百戶食實封伍伯戶臣李清臣

正議大夫守中書侍郎上柱國馮翊郡開國公食邑貳千叁百戶食實封伍伯戶臣張璪

正議大夫守門下侍郎上柱國南陽郡開國公食邑貳千壹百戶食實封壹仟戶臣韓維

金紫光祿大夫守尚書右僕射兼中書侍郎上柱國東平郡開國公食邑叁千叁百戶食實封壹仟玖伯戶臣吳著

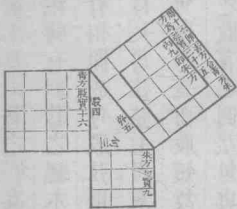
正議大夫守尚書左僕射兼門下侍郎上柱國河內郡開國公食邑肆千一百戶食實封壹仟伍伯戶臣司馬光

九章算術卷九訂訛補圖

算經十書之二

休寧 戴 震 東原

句股弦互求圖



注云句自乘爲朱方股自乘爲青方令出入相補合成弦方之釋云句方於丙則句短於股據此則劉徽注此章舊有圖而缺今並按注補圖

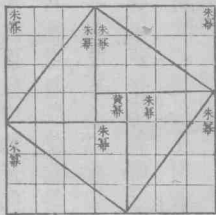
據圍廣木長求葛之長其形葛卷裏袤以筆管
青線宛轉有似葛之纏木解而觀之則每周之
閒自有相閒成句股弦則其閒木長爲股圍之
爲句葛長爲弦弦七周乘三圍是并合衆句以
爲一句則句長而股短故術以木長謂之句圍
之謂之股言之倒互句與股求弦亦如前圖句
三自乘爲朱冪股四自乘爲青冪合朱青二十
五爲弦五自乘冪出上第一圖句股冪合爲弦
冪明矣然二冪之數謂倒在於弦冪之中而已

可更相裏者則成方冪其居表者則成矩冪二
表裏形訛而數均又按此圖句冪之矩青卷白
表是其冪以句股弦差爲廣股弦并爲袤而股
冪方其裏股冪之矩青卷白表是其冪以句弦
差爲廣句弦并爲袤而句冪方其裏是故差之
與并用除之短長互相乘也

據趙君卿注周髀算經云凡并句股

之實卽成弦實或矩於外或方於內形詭而量均體殊而數齊句實之矩以股弦差爲廣股弦并爲袤而股實方其裏股實之矩以句弦差爲廣句弦并爲袤而句實方其裏君卿漢人此注蓋用其說而傳寫失真加以後人竄改遂不可通

句股差句股并與弦互求之圖



據注意滿大方即
 句股并自乘之幕
 有朱幕八黃幕一
 內小方即弦實有
 朱幕四黃幕一倍
 弦實滿外大方而
 多一黃幕於弦實
 內減黃幕四分之一
 二半其餘適得外
 大方四分之一朱
 幕者句股積也黃
 幕之面即句股差

股實之矩圖

句	弦	并	爲	家		股	實
				句	實		
						廣	
						實	句

趙君卿云股實之
 矩以句弦差爲廣
 句弦并爲袤而句
 實方其裏劉注用
 句弦差句弦并與
 句股弦互求本此

臣淳風等謹按下錄深得一寸爲半股弦差注

云爲股弦差者錄道也

案此言下錄深得一寸爲半股弦差卽注所謂

錄深一寸爲股弦差之一半也更綴注云爲股弦差者錄道也十字舛誤不可通據割圓術錄深一寸卽可爲股弦差半錄道五寸爲句材半徑爲弦若以此言之尤合術意

股弦卽高廣袤其出此圖也其倍弦爲廣袤合

矩句卽爲冪得廣卽句股差

下股弦卽高廣袤以

注周髀算經云其倍弦爲廣袤合而令句股見者自乘其爲實四實以減之開其餘所得爲差以差減合半其餘爲廣減廣於弦卽所求也此注似用其說而傳寫舛訛後人又妄加改竄遂不可通就君卿說考之倍弦自乘得弦實四內有句實股實各四減四句實餘卽四股實開之

得倍股減四股實餘卽四句實開之得倍句所
謂開其餘所得爲差也減倍股於倍弦半其餘
爲股弦差減倍句於倍弦半其餘爲句弦差所
謂以差減合半其餘爲廣也減股弦差於弦卽
股減句弦差於弦卽句所謂減廣於弦卽所求
也凡股弦差爲廣股弦并爲袤其冪卽句冪句
弦差爲廣句弦并爲袤其冪卽股冪合廣袤皆
成倍弦故曰倍弦爲廣袤合而倍句倍股卽廣
袤其矩句之冪倍爲從法開之亦句股差其餘
以句股冪減半其餘差爲從法開方除之卽句
也據趙君卿云減矩句之實於弦實開其餘卽
股倍股在兩邊爲從法開矩句之角卽股弦
差減矩股之實於弦實開其餘卽句倍句在兩
邊爲從法開矩股之角卽句弦差此注亦用其
說而殘缺失
次遂不可通

股實廣袤合圖

廣	句弦差爲					股實	句弦并爲	股實
句弦并爲	股實		句實		句實	句實	袤	
			句實		句實			
							廣句弦差爲	
		廣句弦差爲				句弦并爲	廣	股實

據注意倍弦
 自乘之幕容
 句實股實各
 四股實以句
 弦差爲廣句
 弦并爲袤廣
 袤合卽倍弦
 減四股實於
 倍弦自乘之
 幕餘爲四句
 實開方得倍
 句卽股實之
 廣袤差也

術曰令七自乘三亦自乘并而半之以為甲邪

行率邪行率減於七自乘餘為南行率以三乘

七為乙東行率

據問意甲行率七者設句弦并七也乙行率三者設股三也術

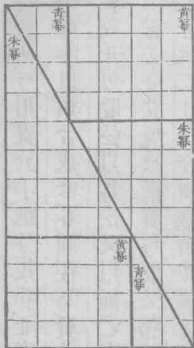
令七自乘三亦自乘并而半之為甲邪行率者句弦并自乘加股自乘半之即弦乘句弦并所得數以為弦率邪行率減於七自乘餘為南行率者句弦并自乘減弦乘句弦并餘即句乘句弦并所得數以為句率弦率句率皆通之以句弦并則股三亦以乘句弦并七乃為股率句股弦三率皆句弦并通句股弦所得數然則七自乘即句弦并之率三自乘即句弦差之率合差於并而半之為弦減弦於并為句其義一而已矣

句股相乘爲朱青黃冪各二令黃冪連於下隅
朱青各以類合共成修冪中方黃爲廣并句股
爲袤故并句股爲法冪圖方在句中則方之兩
廉各自成小句股而其相與之勢不失本率也
句面之小股股面之小句從橫相連合而成中
方令股爲中方率并句股爲廣率據見句五步
而今有之得中方也復令句爲中方率以并句
股爲袤率據股一十二步而今有之則中方又
可知此則雖不效而法實有法由生矣

此十三
字舛誤

據上以粟米章今有術及衰分章列衰之意解此術大小句股互求并句股卽所有率中方率卽所求率見句見股卽所有數於事雖不同而意相做效實術所由生也注意當是如此

句股容方圖



據注意句股相乘得兩黃幕兩朱幕兩青幕合黃幕從黃幕朱幕從朱幕青幕從青幕兩朱在上兩黃在中兩青合而橫之在下則句股并爲幕容方之面爲廣其朱幕青幕各成小股皆如大句股本率互求

句股相乘爲圖之本體朱青黃冪各二則倍之
爲各四可用畫於小紙分裁邪正之會令顛倒
相補各以類合成修冪圓徑爲廣並句股弦爲
袤故并句股弦以爲法又以圖之大體言之股
中青必合立規於橫廣句股又邪三徑均而復

連規

此二十一字外誤據容圓之徑卽減弦於句股并之餘也取半徑規之又以半徑減

句股其餘并之適爲弦如是截句股弦各爲二
三半徑均而復連於規之中央注意蓋以此爲
言而殘缺夫從橫量度句股必合而成小方矣

次遂不可通

又畫中弦以觀其會則句股之中成小句股弦

四者句面之小股股面之小句皆小方之面皆

圓徑之半其數故可衰以句股弦爲列衰副并

爲法以小句乘未并者各自爲實實如法而一

得句面之小股可知也以股乘列衰爲實則得

股面之小句可知以小句乘未并者至此訛舛不可通或後人妄加改竄又

援衰分章之文入於此遂漫無辨別當是言令

股爲列衰以見句乘之爲實實如法而一則句

面之小股可知也令句爲列衰以見股乘之爲

實實如法而一則股面之小句可知此在粟米

章卽今有術以所求率乘所有數所有率除之

古算家謂之異乘同除注以解大小句股互求

句率股率謂所有率及所求率見句或見股爲

所有數不可以見句乘句率見股乘股率也

數皮射

言雖異矣及其所以成法之實則同歸矣則圓

徑又可以句乘之差并

此句亦訛舛當云則又可以股弦差減句為圓

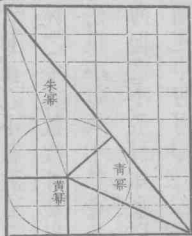
徑句弦差減股為圓徑

此下有脫文當補云句弦差股弦差并之以減

弦餘為

圖徑

句股容圓圖



據術意句股相乘半
 之為句股積有朱青
 黃冪各一則倍之有
 朱青黃冪各四截朱
 青冪各成小句股者
 二令倒順相補各成
 小長方合四朱四青
 四黃而成大長方以
 容圓半徑為廣并句
 股弦為袤

九章之術乃算術之鼻祖囊括後賢胥不能度越範圍焉猶六經之臨百氏也周官保氏九數鄭君以九章之方田粟米衰分少廣商功均輸方程贏不足旁要釋之綴曰今有重差夕桀句股也錢曉徵學士以爲夕桀乃互棗之脫誤良然蓋九章句股篇末有望遠度高測深七術或析之名曰九章重差互棗卽方程術所謂雜棗是也句股卽旁要疏所云今九章以句股替旁

要旁要云者不必實有是形可自旁假設
以要取之祖冲之謂之綴術疏又引馬氏
融注今有重差夕桀馬氏不連及句股者
以句股替旁要故不重舉劉徽序云漢張
蒼耿壽昌因舊文遺殘各稱刪補故校其
目與古或異而所論多近語所謂目與古
異者則句股替旁要是也至唐王孝通云
校其條目頗與古術不合則妄而敢矣夫
古今豈有異術哉劉徽因其有望遠諸術

遂造重差綴於句股之下卽今海島算引
而申之觸類而長之事之宜也舊有圖今
缺余友休寧東原戴先生補之今分附諸
篇之末亦猶劉徽之綴重差於句股焉乾
隆癸巳闕里孔繼涵識於京師壽雲篋之
敏事齋

九章算術卷九終

九章算術音義

算經十書之二

假承務郎祕書省鈎考算經文字臣李籍撰

序

九九之術

食律切術者有所述也前漢梅福傳臣聞齊桓之時有以九九見者桓公

不逆欲以致大也師古曰九九算術若今九章五曹之輩隋書經籍志九九算術二卷楊淑撰

隸首

郎計切世本曰黃帝時隸首作數

九數

色具切卽九章是也以算言之故曰

九數以篇言之故曰九章周官保氏教國子以六藝一曰禮二曰樂三曰射四曰馭五曰書六

日數鄭康成注云九數方田粟米差分少廣商功均輸方程贏不足旁要今有重差夕桀句股

隋書律歷志云一曰方田以御田疇界域二曰粟米以御交質變易三曰衰分以御貴賤稟稅

四曰少廣以御積冪方圓五曰商功以御功程
積實六曰均輸以御遠近勞費七日盈鬴以御
隱雜互見八曰方程以御錯糅探蹟上吐南切
正負九曰句股以御高深廣遠探蹟下士革切
蹟者含蓄含蓄者探索隱上色白切下於謹切
之可及故易曰探蹟索隱隱者隱匿隱匿者索
之可得故重差也上直容切下楚佳切重復
易曰索隱重差也差不齊也句股名也率所
切數相與也又可度徒各切考論盧敦孤離呂
音律約數也揆也

九章第一

方田

徒年切田者圍周之以爲疆橫從之以爲

方田

理平夷著見典作利養之地也方田者田

之正也

諸田不等以御牛倨切田疇直留切

方爲正

故曰方田以御理也

田界域

雨逼切

廣

如字

從

卽容切

幾何

上起居切下如

字幾何數之疑也

相乘

食陵切登也登之使其數多隋書曰乘以散之

淳風

並

字李淳風岐州雍人幼爽秀通羣書明步天歷算貞觀初與傅仁均爭歷法議者多附淳風故

以將仕郎直太史局制渾天議詆撫前世得失著法象書七篇上之擢承務郎遷太常博士改

太史丞與諸儒脩書遷爲令於占候吉凶若節契然當世術家意有鬼神相之非學習可致終

不能測也以勞封昌樂縣男奉詔與算博士梁述助教王真儒等是正五曹孫子等書刊定注

解立於學官九章卽其一也

畝法

莫厚切司馬法六尺爲步步百爲畝秦孝公之制二

百四十步爲一畝

除之

直魚切去也去之使其少隋書曰除以聚之

一頃

去

切百畝也

約分

於畧切約者欲其不煩分之爲數煩則難用設有言四分之二者煩而言

數皮射

之則可爲八分之四約而言之則二分
之一也雖則異辭至於爲數亦同歸耳
副置上

救切別也下陟吏切設
合分古沓切合分者欲其不離數非一端

也別設算位有所分也
分無定準分子雜互羣母參差麤細既殊理難
從一故齊其衆分同其羣母分可相并故曰合

分
參差上楚金切下楚宜切不齊也
觸音觸所

詩曰童
減分古斬切減損也減分者欲知其餘

子佩觿
課分苦卧切校也欲知其相多

知餘幾以餘爲
平分符兵切均也平分者欲減多增

實故曰減分
故曰課分
等減彼之多增此
副并昇政切兼也別兼

如字釋名曰經者徑也經分者欲徑求一人而
至於徑自合分已下皆於諸分相齊此乃徑求
經分

一人之分以人數分所乘分如字乘分者欲知

分故曰經分下經率同其所積分母相乘

爲法子相乘爲積故曰乘分自合分已下獨乘

言田而皆列於方田者欲其學數者不可後也

故說算者以謂爲術者先治諸分

能治諸分則數學之能事盡矣

術有全步而無餘分次術有餘分而無全步此

術先見全步復有餘分可以廣兼三術故曰大

廣圭田古攜切圭田者其形上銳有如圭然白
虎通曰圭者上銳象物皆生見於上也

箕田

居之切箕田者有舌有踵其形侈侈

王權切圓田之率有三十一曰古率周三徑一

也二曰徽率周一百五十七徑五十是也三曰

密率周二十二徑七是也爲算之術有四一曰
半周半徑相乘得積步二曰周徑相乘四而一
三曰徑自相乘三之四而一
四曰周自相乘十二而一

徽術

許歸切徽術
以五十乘周

一百五十七而一卽徑以一百五十七乘徑密

率美畢切密率以七乘周二十二而一卽徑以

州從事史祖冲之冲之以圓徑一億爲一文圓

周盈數三丈一尺四寸一分五釐九豪二秒七

忽朒數三丈一尺四寸一分五釐九豪二秒六

忽正數在盈朒二限之間密率圓徑一百一十

三圓周三百五十五約率圓徑秒忽上亡沼切

七周二十二此乃率之最密也

忽者數之始也一蠶所吐謂之忽孫子算術云
蠶所生吐絲爲忽十忽爲秒十秒爲豪十豪爲
釐十釐爲億於力切十萬曰億萬者物數也以人
爲分之意數爲足以勝物數故也或曰萬
萬曰億黃帝爲法數有十等及其用也乃有三
焉十等者謂億兆京垓秭壤溝澗正載也三等
者謂上中下之數也下數者十變之若言十
萬曰億十億曰兆十兆曰京中數者萬萬變之

若言萬萬曰億萬萬億曰兆萬萬兆曰京上數者數窮則變若言萬萬曰億億億曰兆兆兆曰京詩云不稼不穡胡取禾三百億兮毛氏曰萬萬曰億鄭氏曰十萬曰億據如此言則鄭用不數毛用嘉量音亮周禮考工記桌氏爲量黼深中數也嘉量尺內方尺而圓其外其實一黼其鬻一寸其實一豆其耳三寸其實一升重一鈞其聲中黃鍾之宮槩而不稅其銘曰時文思允臻其極嘉量旣成以觀四國永啟厥後茲器維則春秋左氏傳曰齊舊四量豆區黼鍾四升曰豆各自其四以登於黼六斗四升也黼十則鍾六十四斗也鄭康成以爲方尺積千寸比九章粟米法少二升八十一分升之二十二祖沖之以算術考之積凡二千五百六十二寸半方尺而圓其外減旁一釐八豪其徑一尺四寸一分四釐七秒二忽有奇而深尺卽古斛之制也王莽作銅斛名曰律嘉量其意蓋本於此銅斛之法方尺而圓其外旁有庇焉其上爲斛其下爲

斗左耳為升右耳為合倫其狀似爵以糜爵祿
 上三下二參天兩地圓而函方左一右二陰陽
 之象也圓象規其重二鈞備氣物之數各萬有
 一千五百二十也聲平黃鍾始於黃鍾而反覆
 焉其斛銘曰律嘉量斛方尺而圓外庀旁九釐
 五毫罍百六十二寸深一尺積一千六百二十
 寸容十斗祖沖之以圓率考之此斛當徑一尺
 四寸三分六釐一毫九秒二忽庀旁一分九毫
 有奇劉歆庀旁少一釐四毫有奇歆數術不精
 之所致也魏陳留王景元四年劉徽注九章商
 功曰當今大司農斛圓徑一尺三寸五分五釐
 深一尺積一千四百四十一寸十分寸之三王
 莽銅斛於今尺為深九寸五分五釐徑一尺三
 寸六分八釐七毫以術計之於今斛為容九斗
 七升四合有奇此魏斛大而庀吐雕切不奇居
 尺長王莽斛小而尺短也庀滿之貌也奇宜
 切餘攲撫上居運切下之石切攲睨當作宛
 數也攲撫取拾也攲或作拈睨字之誤也

宛田者中央隆高爾雅曰宛中宛邱又曰
邱上有邱爲宛邱皆中央隆高之義也
弧田
戶吳切弧田者有環田戶關切環田者有肉有
弧有矢如弧之形
好若一謂之環
環或作銀

九章第二

粟米

上相玉切下莫禮切粟者禾之米之未舂
米者穀實之無殼粟者米之率也諸米不

等以粟爲率

交質

陟利切又如字

變易

羊益切

糲米

盧達切

故曰粟米

也凡粟五斗得糲米三斗

故粟率五十而糲率三十

糲米

傍卦切精於糲也凡粟五斗得

糲米二斗七升故粟率五十而糲率二十七詩

日彼疏斯糲鄭康成注云米之率糲十糲九

八侍

糲米

音作精於糲也凡粟五斗得糲米二

御七

糲米

斗四升故粟率二十四春秋左氏傳

數皮射

曰柔食不御米牛倨切精於粢也供王膳之米

進也凡衣服加於身蔡邕獨斷曰所進曰御御者

飲食入於口皆曰御小麵大麵音敵麥屑也細

麵菽音叔大荅都合切豉是義切鹽豉也廣

音孫說文葉魚列切麵葉也瓠上音靈下扶

日舖也說文日米牙瓠歷切瓠也

箇古賀切數也縑古甜切說文鈞居勻切三銖數竹日箇

音殊八銖為錡音侯說文日羽本也數羽稱

二十四銖為兩其本猶數草木稱其根株也

榦古按切榦莖也一本作籐

九章第三

衰分楚宜切衰差也以差稟筆錦切供穀曰大

而平分故曰衰分

稟或作廩非是大

夫

上如字下甫無切爵名也夫以智率之大者也不更古

切爵名也次大夫

取其不與戊更

簪裏

上側吟切下奴了切爵

馬

上造

音皂爵名也次簪裏

公士

並如字爵名

其爲士

爵數

色具切爵數者謂大夫五不更四

而在公

爵數

簪裏三上造二公士一也墨子號

令篇以爵級爲賜然則

償之

市羊切

北鄉算

貫蘇

戰國之初有此名也

切算者計口出錢漢律人出一算

僇

音遙

匹

譬

吉

一算百二十錢

買人與奴婢倍算

僇

音遙

匹

譬

吉

譬

切說文耗

呼到切

乾

古寒切

保

音寶

備也如貸

貨

吐代切以

物假人也

燥也

保

所謂酒家保

貨

貨

貨

九章第四

少廣

上書沼切不多也下古莽切闕也廣少積

纂

上資昔切下莫狄切積者聚也衆數聚居之稱纂者覆也方而單布之名積纂之義不同

如半博漫切物中分也凡言半者以二爲約省

所景折法旨熱切折者屈而有內子既以分母

通之必入其分子故曰內子中行也下切列丸

所謂齊同以通之也又音納

徑故官切丸牟合上莫浮切桌氏力質切桌氏

一本爲渾胡昆祖暉之古鄧切暉之字景鏤沖

極精微亦有巧思入神之妙般倅無以過也當其詣微之時電霆不能入嘗行遇僕射徐勉以頭觸之勉呼乃悟父所改何承天歷時尙未行梁天監初暉之更脩之於是始行焉位至大舟

鄉昭晰音哲明也
哈晒上呼開切下式忍切笑也

九章第五

商功式羊切商度也以度穿地昌緣切掘地也

壤五尺爲堅古賢切堅謂築土壤如兩切壤謂

堅三尺爲堅詩曰築之登登壤息土書曰厥

土惟墟苦虛切墟垣音園隄也俗作堤溝切釋

名曰田間之水曰溝塹也水之遠城者冬程人

溝構也縱橫相交凡役有輕重功有短長以

功程課程也唐六典凡功二三月八月九月爲中功

以十分爲率長功加一月爲短功中功以渠強如切

也水之衰莫侯切礫郎擊切釋名堦塿上音寶

通運者衰長也礫小石曰礫塿小城也

下音鳥以

方亭

特丁切釋名曰亭停也人所停

土擁木也

方錐

職誰切方錐者其積之形如亭之

方者圓

方錐

如錐之方者圓錐亦然

亭亦然

方錐

如錐之方者圓錐亦然

切壅堵壅上

壅也

以立方一邪解得一壅堵其

積居立方二

分之一

將一壅堵邪解得一壅堵其

一鼈臠求壅

堵之積

以廣長陽馬莫下切陽馬

相乘又以高

乘之二而

一陽馬之形方錐一

隅也今以四

柱屋隅爲

陽馬以立方一邪解得

三陽馬其積

居立方三分

之一將一陽馬邪解得

得二鼈臠求

陽馬之積

以廣鼈臠那到切臂節

長相乘又以

高乘之三而

一鼈臠也鼈臠之積

半陽馬其形

有似鼈肘故

以名云以立方一邪

解得六鼈臠

其積居立方

六分之一求鼈臠之

積以廣長相

乘又以高乘

羨除上以淺切下直

之六而一

臠或作腰非

是羨除魚切羨延也除

道也羨除乃

隧道也其所

穿地上平下邪似鼈

臠夾一壅堵

卽羨除之形

求其積并三廣以深

乘之又以長
乘之六而一
芻蕘上測隅切刈草也俗作芻下

屋蓋上苦也求其積倍下長上長從之又以廣

乘之又以高乘之六而一正解方亭兩邊合之

卽其芻童徒紅切如倒置研石求其積倍上長

形也芻童并入下長以上廣乘之又倍下長并

入上長以下廣乘之并二位以高乘曲池邱玉

之六而一曲池盤池冥谷皆同術

盤池薄官切冥谷莫經切冥谷之棚除張挹廣雅切

棲載棚閣榉殘莠也下遲據切詩曰何福不除

傳云開也棚者下有物揚之使高除者旁有物

開之脚蹶上直離切下直載輸上作代切籠

使避脚蹶誅切行不進也載輸下式朱切一籠

力董委粟於詭切程粟直誠切課也程粟一斛

積一千六百二十寸菽荅麻麥一斛積二千四

百三十寸此據精麤爲率使價齊而不等其器

之積寸也。以米斛爲正，則同於漢志。孫子算術曰：六粟爲圭，十圭爲抄，十抄爲撮，十撮爲勺。勺爲合，應劭曰：圭者自然之形，陰陽之始。四圭爲撮，孟康曰：六十四黍爲圭。漢志曰：量者，侖合升斗斛也。所以量多少也。本起於黃鍾之侖，用度數審其容，以子穀秬中者，千有二百實其侖。以井水準其槩，十侖爲合，十合爲升。圓囷，十升爲斗，十斗爲斛，而五量嘉矣。

九章第六

均輸

式朱切。均，平也。輸，委也。以

勞費

芳未切。耗也。

乘

繩證切。數車曰

衰出

楚危切。次也。不齊等

薄塞

上乘一本作量

上補各切。迫也。下先代

輦之。補妹切。配

儗。卽就切。賃

切。邊也。薄，或作博。非是。

也 傭

餘封切 賃也

重車

直隴切 輕對也

春

書容切 世本曰雍父作春 呂氏春秋

日赤冀

程傳

張戀切 傳郵

絡

盧各切

惡

鳥各切 不善也

金篦

累之

切策

四間

古閑切 中間也

錐行

戶剛切 錐行衰者下 多上少如立錐之形 也

防無切

牝瓦

毗忍切

牡瓦

莫厚切

矯矢

居天切 說文曰揉箭箝也

俗作

箬

括同 箬足受弦處

假田

古雅切 借也 史記北方假中 裴駟云北假北方田

官主以田

假與發

方伐切 伐也 詩曰駿發爾私

耕

古莖切 犁也 詩曰亦

貧人故云

北假

日發爾私 音憂 覆種也 孟子

九章第七

盈不足

以成切 盈者滿也 不足者虛也 滿 膺 六 虛相推以求其適 故曰盈不足

數皮射

算經一書

切不足也或進將鄰切美石次玉適足施隻切

作舩非是瓠瓜屬也蔓無販也莞九莞切白蒲也

箋小蒲醇酒常倫切行酒市酒也和漆如字又

之席也厚酒也驚馬音奴字林之蜀

易油羊益切惡田鳥各切駑馬音奴字林之蜀

賈音古商賈返府遠切

九章第八 方程直成切方者左右也程者課率也錯糅女

切雜正負上之盛切下房人切本數為正非本

也名相除則異名者相益異名相除則同名者

乘

兵永切刈禾稱昌孕切正斤課苦卧切衡戶庚

盈手爲秉稱兩也俗作秤程也衡切權

衡武馬莫下切武馬戎馬也戎馬言武馬者猶

也武馬曲禮謂戎車爲武車也取其健猛而善

行阪府遠切不平也詩日瞻彼阪田借資者切

物引余忍切引重也綆古杏切令力正切從者

疾用切庖薄交恢演下以淺切廣大也

九章第九句股面上苦侯切下公戶切句短面也股長圍之

雨非切纏持碾切纏繞葛長直良葭古牙切說

未秀闡苦本切鑿求於切橫戶育切折常列切

者闡門限也鑿亦作鐸橫從橫也折斷也

抵

都禮切

磨邑

莫禾切言切近過之摩靡通春秋左氏傳曰靡壘而還戰國策摩燕

烏集

參

倉含切謂三相參列也俗作參

九章算術音義終