8.7 Esercizi

8.7.1 Esercizi dei singoli paragrafi

8.1 - Funzioni

8.1. È vero che la corrispondenza che associa ad ogni regione italiana il suo capoluogo di provincia è una funzione?

a) Completa: $\mathcal{D} = \text{I. D.} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$;
b) è vero che IM. = {città d'Italia}?
c) completa $f(\text{Liguria}) = \dots\dots\dots\dots$; $f(\dots\dots\dots\dots) = \text{Cagliari}$?

8.2. Assegnati gli insiemi $A = \{\text{mare, ruspa, fegato, generale}\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ la corrispondenza che associa ad ogni elemento di A il numero di lettere di cui è composta la parola è una funzione?

a) Rappresentala con grafico sagittale e stabilisci l'insieme immagine;
b) quale relazione sussiste tra B e IM.?

8.3. Quali tra le seguenti relazioni sono funzioni?

Dominio	Codominio	Relazioni
libri	autori	a ogni libro associa l'autore
canzoni	cantanti	a ogni canzone associa il cantante
portoni di una via	numeri	a ogni portone associa il numero civico
computer	sistemi operativi	a ogni computer associa il S.O. installato
canzoni	orari	a ogni canzone associa la sua durata
libri	numeri interi	a ogni libro associa il suo numero di pagine
studenti della classe	voti	a ogni studente associa il voto di matematica
materie	libri	a ogni materia associa i testi in adozione

8.4. Si è ammessi a una facoltà universitaria se nel test d'ingresso si è avuto un punteggio compreso tra 60 incluso e 100 incluso. La corrispondenza che associa ad ogni studente che ha superato il test il punteggio ottenuto è una funzione? Se sì di che tipo è la funzione?

8.5. Spiega perché la funzione che associa a ciascuna persona il suo codice fiscale è biunivoca.

8.2 - Funzioni tra insiemi numerici

8.6. Nella corrispondenza che associa ad ogni intero il suo valore assoluto (esempio 8.5 a pagina 215), è vero che scelto un qualunque numero naturale è possibile determinare almeno un numero intero di cui è immagine? Completate: $f(\dots\dots) = 45$. L'osservazione precedente permette di concludere che tale funzione è suriettiva? Fate la rappresentazione sagittale della funzione.

8.7. Data la funzione $y = x - 2$ con dominio $\mathbb{N} - \{0, 1\}$ e codominio $\mathbb{N}$ completa l'analisi dell'esempio 8.7 a pagina 216:

a) elementi diversi del dominio hanno immagini diverse, quindi tale funzione è iniettiva; si ha anche IM. $= \mathcal{C} = \mathbb{N}$ e pertanto la funzione è suriettiva, quindi $\dots\dots\dots\dots$;

b) preso $y = 8$ sapresti trovare l'elemento del dominio di cui è immagine? . . . . ;

8.8. Stabilisci se la funzione $f : y = \frac{1}{x}$ è iniettiva. Nell'insieme immagine c'è lo zero? Completate $\mathcal{C} = \text{IM.} = \ldots$ Completate la tabella

$x \in \mathbb{Q}_0$	-2	$-7/8$	$+1$				-1	
$y \in \mathbb{Q}_0$				$+1/3$	$-12/5$	$-7/8$		-1

8.9. Consideriamo la funzione f che associa ad ogni numero razionale il suo triplo.
$\mathbb{Q} \xrightarrow{f} \mathbb{Q}$; la sua espressione in forma analitica è $f : y = \ldots\ldots\ldots$
$\mathcal{D} = \text{I. D.} = \mathbb{Q}$; possiamo moltiplicare per 3 qualunque numero razionale.
$\mathcal{C} = \text{IM.} = \mathbb{Q}$; infatti per ogni numero razionale y c'è un numero razionale x di cui y è il triplo, basta dividere y per 3.

a) qual è l'immagine di 0? . . . .
b) quale elemento del dominio ha per immagine 5? . . . .
c) è vero che ogni numero positivo ha l'immagine positiva? . . . .
d) è vero che -1 è immagine di -3? . . . .
e) la funzione è iniettiva? . . . .
f) la funzione è biunivoca? . . . .

Fai il grafo sagittale della funzione.

8.10. Per ciascuna delle seguenti funzioni determinare l'insieme di definizione, l'insieme immagine e stabilire se la funzione è iniettiva o suriettiva.

a) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, \quad x \to 2x;$
b) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, \quad x \to x^2;$
c) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \quad x \to \frac{1}{x};$
d) $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}, \quad x \to 2x;$
e) $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}, \quad x \to \frac{1}{x}.$

8.11. Per ciascuna delle funzioni di seguito elencate, da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$, riempite le colonne della tabella.

$y = f(x)$	$f(x)$ è iniettiva?	$x = f^{-1}(y)$
$y = 2x$		
$y = x + 2$		
$y = 2x - 2$		
$y = x^2$		
$y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$		
$y = \sqrt{2} \cdot x$		

8.12. Assegnata la funzione $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$, definita da $y = x^2 + 1$ non è né iniettiva, né suriettiva. Motiva questa affermazione scegliendo gli opportuni valori di x e di y.

8.3 - Composizione di funzioni

8.13. Date le funzioni $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = 3x + 2$ che hanno per dominio rispettivamente $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leqslant x \leqslant 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leqslant x \leqslant 3\}$. Scrivi le espressioni analitiche delle funzioni $f \circ g$ e $g \circ f$.

8.14. Date le seguenti funzioni f cerca due funzioni g e h tali che $g \circ h = f$.

$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$
$y = (x-1)^2$	$y = x^2$	$y = x - 1$
$y = 4x^2$		
$y = 5x - 2$		
$y = \frac{x-5}{5}$		
$y = \sqrt{x+4}$		

8.15. Date le funzioni f e g determina le funzioni composte richieste.

$f(x)$	$g(x)$	$f \circ g$	$g \circ f$	f^{-1}	$g \circ f^{-1}$
$y = 2x$	$y = x + 1$				
$y = x - 2$	$y = x^2$				
$y = \frac{x-1}{2}$	$y = 3x + 1$				
$y = \frac{1}{2}x + 1$	$y = 2x - 1$				

8.16. Date le funzioni f e g determina le funzioni composte richieste.

$f(x)$	$g(x)$	$f(g(x))$	$g(f(x))$
$y = 2x$	$y = x^2$		
$y = x^2$	$y = x^3$		
$y = 2x$	$y = 3x$		
$y = 4x$	$y = x + 41$		
$y = x + 1$	$y = x + 2$		
$y = 2x + 1$	$y = x^2 - 1$		
$y = 3 - x$	$y = \frac{2}{x}$		

8.4 - La retta e gli insiemi numerici

8.17. Determina sulla retta reale i punti immagine dei seguenti numeri reali: $\alpha = \frac{3}{2}\sqrt{2}$; $\beta = \frac{2}{5} + \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\delta = -\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)$; $\lambda = \sqrt{3} - 3$.

8.18. Verifica che il numero $\chi = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ non è uguale al numero $\omega = \sqrt{5}$, usando la rappresentazione sulla retta orientata.

8.19. Stabilisci il valore di verità della proposizione: "poiché tra 2 e 3 non vi è nessun altro numero naturale, anche tra $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ non vi è nessun numero reale".

8.5 - Il metodo delle coordinate cartesiane

8.20. Per ciascuna coppia di punti indica in quale quadrante si trova, se si trova su un asse indica l'asse: $(0;-1)$, $\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{4}\right)$, $\left(0;\frac{1}{3}\right)$, $\left(\frac{5}{3};1\right)$, $\left(1;-\frac{5}{3}\right)$, $(-8;9)$, $\left(-2;-\frac{1}{4}\right)$, $(-1;0)$.

Completa l'osservazione conclusiva:

- tutte le coppie del tipo $(+;+)$ individuano punti del . . . .;
- tutte le coppie del tipo $(\ldots;\ldots)$ individuano punti del IV quadrante;
- tutte le coppie del tipo $(-;+)$ individuano punti del . . . .;
- tutte le coppie del tipo $(-;-)$ individuano punti del . . . .;
- tutte le coppie del tipo $(\ldots;0)$ individuano punti del . . . .;
- tutte le coppie del tipo $(\ldots;\ldots)$ individuano punti dell'asse y.

8.21. Sono assegnati i punti $A(3;-1)$, $B(3;5)$, $M(-1;-1)$, $N(-1;-7)$. È vero che $\overline{AB} = \overline{MN}$?

8.22. Sono assegnati i punti $A(1;5)$, $B(-4;5)$, $C(-4;-2)$, $D(5;-2)$. Quale poligono si ottiene congiungendo nell'ordine i quattro punti assegnati? Determinare l'area del quadrilatero $ABCD$.

8.23. Determina l'area del quadrilatero $MNPQ$ sapendo che $M(6;-4)$, $N(8;3)$, $P(6;5)$, $Q(4;3)$.

8.24. Determina $\overline{AB}$ sapendo che $A(7;-1)$ e $B(-3;-6)$.

8.25. Determina la distanza di $P\,(-3;2{,}5)$ dall'origine del riferimento.

8.26. Calcola la misura del perimetro del triangolo ABC di vertici $A(3;-2)$, $B(4;1)$, $C(7;-4)$.

8.27. Determina il perimetro del quadrilatero di vertici $A(1;5)$, $B(-4;5)$, $C(-4;-2)$, $D(5;-2)$.

8.28. Determina il perimetro del quadrilatero di vertici $M(6;-4)$, $N(8;3)$, $P(6;5)$, $Q(4;3)$.

8.29. Determina il perimetro e la misura delle diagonali del quadrilatero di vertici $A(1;-3)$, $B(4;3)$, $C(-3;1)$, $D(-6;-5)$.

8.30. Verifica che il triangolo di vertici $E(4;3)$, $F(-1;4)$, $G(3;-2)$ è isoscele.

8.31. Il triangolo ABC ha il lato BC appoggiato sull'asse x; il vertice B ha ascissa $\frac{5}{4}$, il vertice C segue B e $\overline{BC} = \frac{17}{2}$. Determina le coordinate del vertice C, l'area e il perimetro del triangolo sapendo che il terzo vertice è $A(-1;5)$.

8.32. I punti $F(3;0)$, $O(0;0)$, $C(0;5)$ sono i vertici di un rettangolo; determina le coordinate del quarto vertice, il perimetro, l'area e la misura delle diagonali del rettangolo.

8.33. I punti $O(0;0)$, $A(4;5)$, $B(9;5)$, $C(3;0)$ sono i vertici di un trapezio. Determina perimetro e area del trapezio $OABC$.

8.34. Determina le coordinate del punto medio dei segmenti i cui estremi sono le seguenti coppie di punti:

a) $A(-\sqrt{2};0)$, $B(0;\sqrt{2})$;
b) $A\left(\frac{2}{3};-\frac{3}{2}\right)$, $B\left(-\frac{1}{6};3\right)$;
c) $A(-1;4)$, $B(1;-4)$;
d) $A\left(0;-\frac{3}{2}\right)$, $B\left(-2;-1\right)$;
e) $A\left(1+\sqrt{2};\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, $B\left(-\sqrt{2};-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$;
f) $A\left(\frac{7}{5};-\frac{7}{5}\right)$, $B(1;-1)$;
g) $A\left(-3;\frac{1}{2}\right)$, $B\left(\frac{1}{2};-3\right)$.

8.35. I vertici del triangolo ABC sono i punti $A\left(\frac{2}{3};-\frac{3}{2}\right)$, $B\left(-\frac{1}{6};1\right)$, $C\left(\frac{4}{3};0\right)$, determina le coordinate dei punti M, N, P, punti medi rispettivamente dei lati AB, AC, BC.

8.36. I vertici del triangolo ABC sono i punti $A(-3;5)$, $B(3;-5)$, $C(3;5)$, i punti M, N, P sono i punti medi rispettivamente dei lati AB, AC, BC. Determina il perimetro di ABC e di MNP. Quale relazione sussiste tra i perimetri ottenuti? Secondo te vale la stessa relazione anche tra le aree dei due triangoli?

8.37. Verifica che il triangolo di vertici $A(2;3)$, $B(6;-1)$, $C(-4;-3)$ è rettangolo (è sufficiente verificare che le misure dei lati verificano la relazione di Pitagora). È vero che CB è l'ipotenusa? Verifica che AM, con M punto medio di BC è metà di BC stesso. Come sono i triangoli AMC e AMB?

8.38. Verifica che i segmenti AB e CD di estremi $A\left(\frac{1}{2};2\right)$, $B\left(-\frac{3}{4};-2\right)$, $C(3;1)$, $D\left(-\frac{7}{2};-1\right)$ hanno lo stesso punto medio. È vero che $AC = BD$?

8.6 - Il grafico di una funzione

8.39. Sono assegnate alcune funzioni con una formula; compila le tabelle a seguito di ciascuna e rappresenta graficamente le funzioni.

$f_1 : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q} \quad y = \frac{1}{2}x$:

x	2	0	−2	4	−4
y	1				

$f_3 : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q} \quad y = 2-3x$:

x	0	1	−1	2/3	−2/3
y	2				

$f_2 : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q} \quad y = -x$:

x	1	−1	0	2	−2
y	−1				

$f_4 : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q} \quad y = -x-4$:

x	−2	−1	0	1/2	−1/2
y	−2				

8.40. Esprimi con linguaggio comune la funzione f_1 dell'esercizio precedente e rispondi alle domande:

a) qual è l'immagine di 0? $y = \ldots\ldots$;
b) quale elemento del dominio ha per immagine 5? $x = \ldots\ldots$;
c) è vero che ogni numero positivo ha l'immagine positiva? Perché?
d) è vero che -1 è immagine di -2? Perché?

8.41. Dopo aver determinato per ciascuna delle seguenti funzioni il coefficiente angolare k, tracciane il grafico in un riferimento cartesiano ortogonale:

a) $f_1 : y = \frac{1}{2}x$;
b) $f_2 : y = x$;
c) $f_3 : y = \frac{4}{3}x$;
d) $f_4 : y = \frac{3}{5}x$;
e) $f_5 : y = 5x$;
f) $f_6 : y = -\frac{1}{2}x$;
g) $f_7 : y = -x$;
h) $f_8 : y = -\frac{3}{4}x$.

8.42. Riporta in uno stesso riferimento cartesiano ortogonale le prime cinque funzioni dell'esercizio precedente. Evidenzia con un colore diverso la funzione f_2, calcola poi il coefficiente angolare k compilando la seguente tabella:

f	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
k					

Cancella i termini errati presenti nelle seguenti affermazioni:

a) Tutte le funzioni hanno coefficiente angolare positivo/negativo;
b) Tutte le rette formano con l'asse orientato delle x un angolo ottuso/acuto;
c) Tutte le rette aventi coefficiente minore di 1 stanno sopra/sotto la f_2;
d) Tutte le rette aventi coefficiente maggiore di 1 stanno sopra/sotto la f_2.

8.43. Ripeti l'esercizio precedente per le altre tre funzioni (f_6, f_7 e f_8) evidenziando la funzione f_7; costruisci l'analoga tabella e cancella i termini errati presenti nelle seguenti affermazioni:

a) Tutte le funzioni hanno coefficiente angolare positivo/negativo;
b) Tutte le rette formano con l'asse orientato delle x un angolo ottuso/acuto;
c) Tutte le rette aventi coefficiente minore di -1 stanno sopra/sotto la f_7;
d) Tutte le rette aventi coefficiente maggiore di -1 stanno sopra/sotto la f_7.

8.44. Se x rappresenta la misura del lato di un triangolo equilatero, determina la misura della sua altezza (al variare della misura del lato). Nel riferimento cartesiano ortogonale traccia il grafico della funzione ottenuta.

8.45. Quale deve essere la misura del lato di un quadrato per avere la diagonale di 2m?

8.46. Traccia nel riferimento cartesiano ortogonale il grafico delle funzioni: $y = -2$, $y = 6$, $y = 0$, $y = -1$, $y = 3$.

8.47. Traccia nel riferimento cartesiano le funzioni $y = 1$ e $y = -3$; nello stesso riferimento traccia la funzione $y = 2x$. Le tre rette individuano nel piano due punti P e Q. Determina la distanza tra P e Q.

8.48. Le due funzioni f_1 e f_2 di proporzionalità diretta assegnate dalle tabelle seguenti delimitano sulla funzione $y = -2$ un segmento; determina la misura del segmento e il suo punto medio:

f_1	x	-2	0	3	-1
	y	2	0	-3	1
f_2	x	1	0	3	-2
	y	4	0	12	-8

8.49. Traccia il grafico cartesiano delle funzioni $f_1 : y = 2x$, $f_2 : y = -\frac{1}{2}x$, $f_3 : y = 2$ e indica con A e B rispettivamente i punti di intersezione di f_1 con f_3 e di f_2 con f_3. Considera il triangolo AOB (O è l'origine del riferimento). È vero che $\overline{AB}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{OB}^2$? Sai trarre una caratteristica del triangolo AOB? Traccia nello stesso riferimento la funzione $f_4 : y - 4$ e indica con C e D rispettivamente i punti di intersezione di f_1 con f_4 e di f_2 con f_4. Calcola l'area del quadrilatero $ABCD$.

8.50. Sono assegnate le funzioni lineari: $f_1 : y = \frac{1}{2}x - 2$, $f_2 : y = -x - \frac{3}{4}$, $f_3 : y = 6x - 6$. Rappresentale in un riferimento cartesiano ortogonale dopo aver compilato per ciascuna una tabella di valori.

8.51. Segna nel riferimento cartesiano ortogonale i punti assegnati tramite la tabella:

x	-3	$-3/2$	0	3	6
y	-2	-1	0	2	4

La funzione assegnata è una proporzionalità diretta?

Scrivi la formula $y = \dots\dots\dots$

Completa ora la tabella avente i medesimi valori della variabile indipendente, ma i valori della variabile dipendente siano ottenuti dai precedenti diminuiti di 2:

x	-3	$-3/2$	0	3	6
y			-2		

Scrivi la formula della nuova funzione $y = \dots\dots\dots$

Traccia il suo grafico nello stesso riferimento. È una funzione lineare?

8.52. La tabella seguente individua coppie di punti allineati; trova la formula che descrive ciascuna funzione lineare e traccia il suo grafico:

f_1	x	5	-1	0	3	1
	y	-2	4	-3	0	2
f_2	x	-4	$-4/3$	0	$-1/3$	$4/3$
	y	-2	0	1	$3/4$	2
f_3	x	-6	-1	0	3	1
	y	$-11/3$	$-1/3$	$1/3$	$7/3$	1

8.53. Traccia il grafico delle seguenti funzioni di proporzionalità inversa:

a) $f_1 : y = -\frac{3}{2x}$;
b) $f_2 : y = \frac{1}{x}$;
c) $f_3 : y = \frac{5}{x}$;
d) $f_4 : y = \frac{-3}{x}$;
e) $f_5 : y = -\frac{1}{x}$;
f) $f_6 : y = -\frac{2}{5x}$.

8.54. Traccia nelle stesso riferimento cartesiano ortogonale la curva $\gamma : y = -\frac{1}{2x}$ e le rette $r_1 : y = 2$ e $r_2 : y = -2$. Verifica che l'origine del riferimento è il punto medio del segmento avente per estremi i punti $A_1 = r_1 \cap \gamma$ e $A_2 = r_2 \cap \gamma$.

8.55. Traccia il grafico delle seguenti funzioni di proporzionalità quadratica:

a) $f_1 : y = -x^2$;
b) $f_2 : y = x^2$;
c) $f_3 : y = -\frac{1}{2}x^2$;
d) $f_4 : y = -\frac{5}{2}x^2$;
e) $f_5 : y = \frac{3}{4}x^2$;
f) $f_6 : y = \frac{7}{3}x^2$.

8.56. Dai grafici dell'esercizio precedente trai le conclusioni sulla parabola $y = k \cdot x^2$, completando

a) se $k > 0$ allora i punti della parabola si trovano . . . .;
b) se $k < 0$ allora i punti della parabola si trovano . . . .;
c) se $k > 1$ allora la curva è più aperta o più chiusa rispetto alla $y = x^2$? . . . .;
d) se $0 < k < 1$ allora la curva è più aperta o più chiusa rispetto alla $y = x^2$? . . . .;
e) se $k < -1$ allora la curva è più aperta o più chiusa rispetto alla $y = -x^2$? . . . .;
f) se $-1 < k < 0$ allora la curva è più aperta o più chiusa rispetto alla $y = -x^2$? . . . .

8.57. Determina la distanza del punto di ascissa $x = -2$ della parabola $y = 3x^2$ dal suo vertice.

8.58. Sono assegnate le funzioni $f_1 : y = (-x)^2$ e $f_2 : y = -x^2$ di proporzionalità quadratica. Spiega se e perché sono o non sono la stessa funzione. Danne di ciascuna la descrizione in linguaggio comune. Costruisci per ciascuna una tabella di valori e costruisci il rispettivo grafico. Puoi confermare la risposta data alla prima domanda?

8.59. Completa la seguente tabella:

Funzione	In linguaggio comune	Formula	Tipo
f_1	Associa ad ogni x reale il valore $-2/3$		
f_2	Associa ad ogni x reale il triplo del suo quadrato		
f_3		$y = -5x^2$	
f_4	Associa ad ogni x reale il suo doppio aumentato di $3/2$		
f_5	Associa ad ogni x reale $\neq 0$ l'opposto del suo reciproco		
f_3		$y = -5x$	

Traccia nel riferimento cartesiano ortogonale le funzioni assegnate. Per quali di esse è vero che per qualunque x del dominio è IM. $= \mathbb{R}$?

8.60. Il rettangolo $ABCD$ ha il lato AB triplo del lato BC. Indica $\overline{BC} = x$; determina il perimetro del rettangolo in funzione di x: $2p =$ . . . . Spiega perché è necessaria la condizione $x > 0$; rappresenta graficamente la funzione perimetro nel riferimento cartesiano. Determina ora l'area in funzione di x: Area $=$ . . . .; rappresenta la funzione area, nello stesso riferimento.

8.61. Il triangolo rettangolo ABC, retto in A ha i cateti l'uno doppio dell'altro. Indica la misura del cateto minore $\overline{AB} = x$ e spiega perché è necessaria la condizione $x > 0$.

Determina l'area del triangolo in funzione di x: Area $=$ . . . .; rappresenta questa funzione nel riferimento cartesiano ortogonale. Stabilisci le misure dei cateti se l'area è di 20cm^2.

Calcola il perimetro del triangolo in funzione di x: $2p =$ . . . .; rappresenta come varia la funzione perimetro al variare di x nel riferimento cartesiano ortogonale.

8.62. Nel triangolo isoscele ABC il lato obliquo AB è doppio della base BC; indica $\overline{BC} = x$ e determina in funzione di x il perimetro del triangolo. $2p =$ . . . . Di che funzione si tratta? Descrivila e rappresentala nel riferimento cartesiano ortogonale, dopo aver fissato le opportune condizioni sulla variabile indipendente.

Se il perimetro è 120cm, quanto misurano i lati del triangolo? Calcola, in questo caso, l'area del triangolo e la misura delle altezze relative ai lati uguali.

8.63. Traccia il grafico delle seguenti funzioni.

$$f_1(x)=\begin{cases} y=x+1 & \text{se } x\geqslant -1\\ y=x-1 & \text{se } x<-1\end{cases} \qquad f_2(x)=\begin{cases} y=-1 & \text{se } x>1\\ y=2x & \text{se } x\leqslant 1\end{cases}$$

$$f_3(x)=\begin{cases} y=x^2 & \text{se } x\geqslant 1\\ y=\dfrac{1}{x} & \text{se } x<0\end{cases} \qquad f_4(x)=\begin{cases} y=x & \text{se } x>1\\ y=1 & \text{se } 0<x<1\\ y=-x & \text{se } x<0\end{cases}$$

$$f_5(x)=\begin{cases} y=-1 & \text{se } x>1 \vee x<-1\\ y=x & \text{se } 0<x\leqslant 1\\ y=-x & \text{se } -1<x\leqslant 0\end{cases} \qquad f_6(x)=\begin{cases} y=x+2 & \text{se } x<-1\\ y=x^2 & \text{se } -1\leqslant x\leqslant 1\\ y=-x+2 & \text{se } x>1\end{cases}$$

$$f_7(x)=\begin{cases} y=-2 & \text{se } x<-2\\ y=-2x+1 & \text{se } x\geqslant -2\end{cases} \qquad f_8(x)=\begin{cases} y=-1 & \text{se } x<0\\ y=x & \text{se } 0\leqslant x\leqslant 1\\ y=-x^2 & \text{se } x>1\end{cases}$$

8.64. Traccia il grafico della funzione $y=|x+1|$.

8.65. Un caseificio vende mozzarelle a € 4,50 al chilo ai clienti che ne acquistano fino 10kg; per i clienti che fanno acquisti superiori ai 10kg vende a € 4,00 al kg per la parte che eccede i 10kg e per i primi 10kg vende sempre a € 4,50/kg. Per i clienti dei grandi supermercati che acquistano quantità superiori a 100kg vende a € 3,50 al kg. Codifica con opportune formule la funzione costo:

$$\begin{cases} \dots\dots\dots & \text{se } x\leqslant 10\\ \dots\dots\dots & \text{se } 10<x\leqslant 100\\ \dots\dots\dots & \text{se } x>100\end{cases}.$$

Determina il costo dei seguenti ordini:

kg	3,5	11,8	78	120			
€					360	57	35

Rappresenta graficamente la funzione nel riferimento cartesiano ortogonale.

8.66. Dai grafici delle funzioni di seguito riportati, per ognuna di esse stabilisci insieme di definizione $\mathcal{D}$, insieme immagine IM. e verifica se la funzione è iniettiva, suriettiva o biettiva.