浙江測量雜誌

于右任

浙江測量雜誌

第一卷第一期目錄

本雜誌出版愆期道歉

浙江測量雜誌第一卷第一期原定十八年一月份出版因杭州印刷店缺乏算式鉛字命其添配延緩兩月始能開印及印至八十頁後承印之青白印刷社全部失火原稿及印件大半遭災本雜誌幾至不能出版爰急徵求稿件改託上海新辦之中國科學印刷所排印今始勉爲告成距原定日期已誤至一年之久甚勞會員及同好諸公盼望謹此道歉諸希鑒原

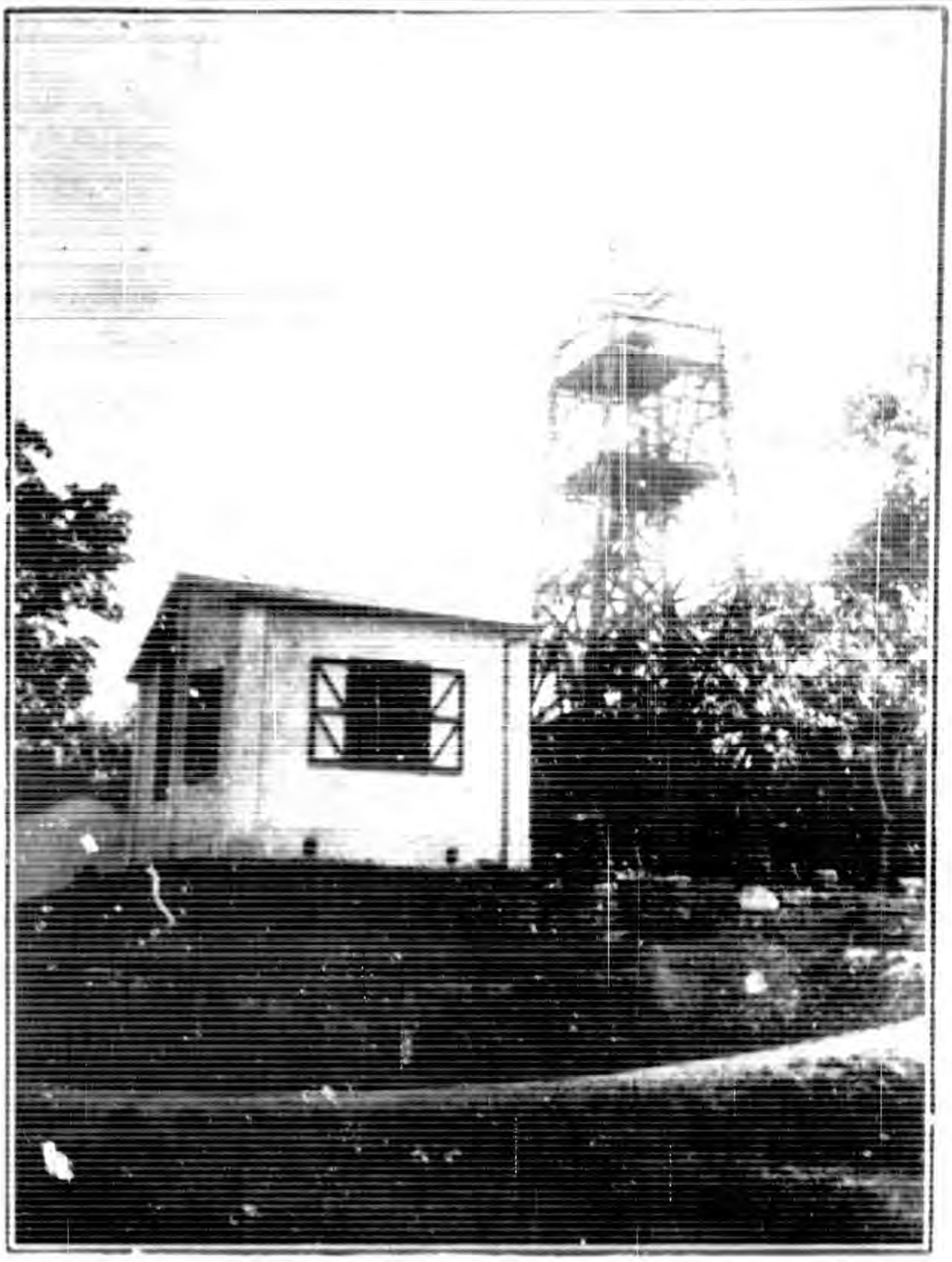
浙江測量學會編輯股啓

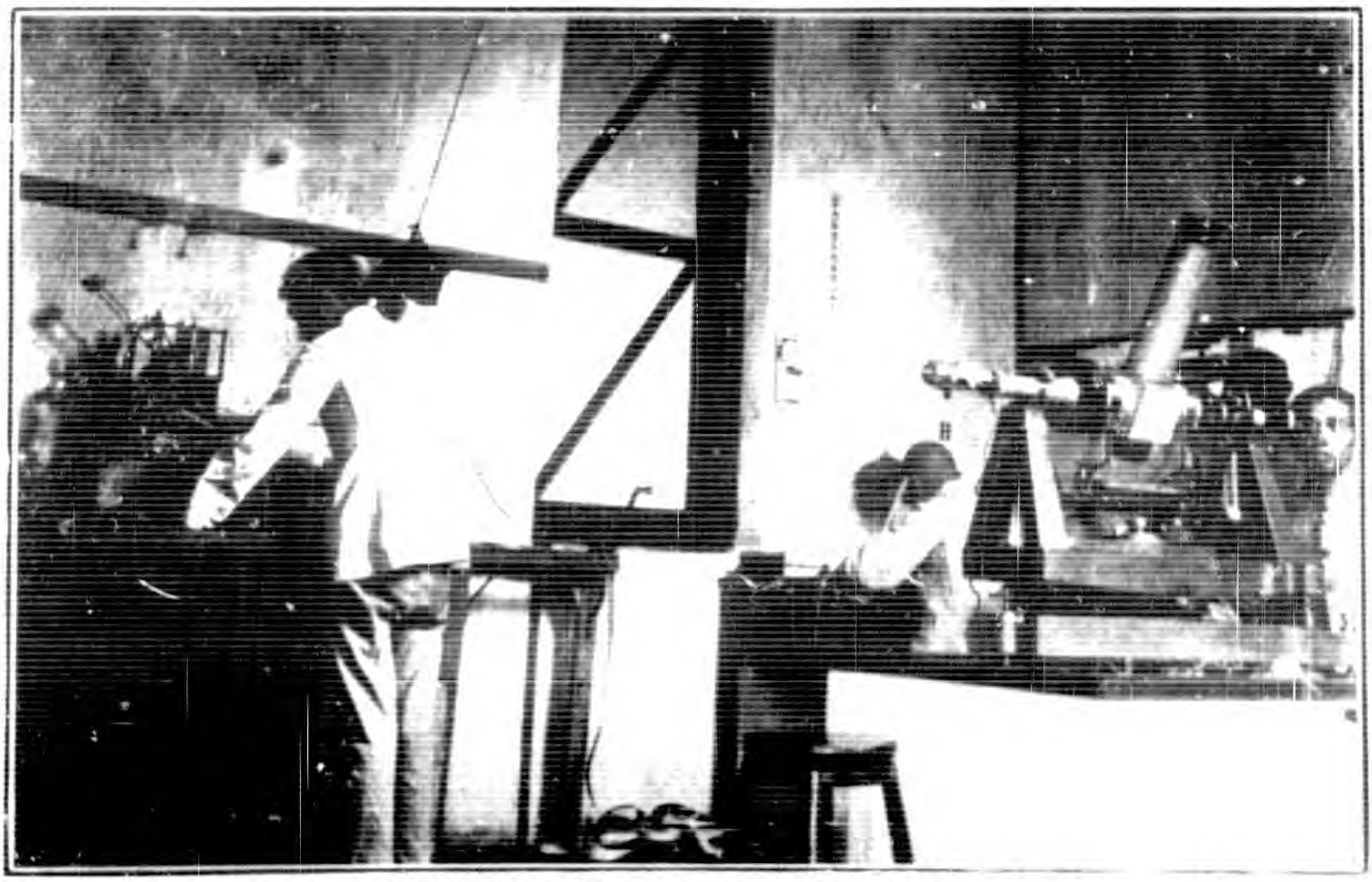
第二期「土地測量專號」徵文啓事

現政府對於土地測量視爲要政測界同人紛紛研究或實行工作有所報告本會已接得此項稿件多種茲擬將第二期多印關於土地測量之論文甚望測界同志多予賜教惠寄宏篇無任企仰（如需稿紙見索卽寄）

浙江測量學會編輯股啓

浙江陸軍測量局正式大地測量之一
左上　無線電收時天線
左中　天文臺
右方　三角原點覘標
下中　水準假定原點





浙江陸軍測量局正式大地測量之二
左方　自動記時器
右方　用子午儀觀測恆星中天之時刻以備計算經度或緯度
右後　量算自動記時所寫出之紙條

浙江陸軍測量局正式大地測量之三

左　無線電收時器

中　靜聽各國天文臺所發之時號

右　自動記時器

右下　櫃內藏有極精密之恆星時辰錶二具太陽時辰錶一具並有保持溫度之裝置

浙江陸軍測量局正式大地測量之四

左　比較外來時號與本局時辰錶之時刻並使寫於自動記時器上以備計算經度

右　自動記時器

浙江測量雜誌題詞

黃慕松

余昔於首都晤王君雍皞與余討論測量事所語均能見其遠大余雖與君初識面然觀其言論固余之畏友也頃得來書知君長浙江測量局之餘暇並邀集測界同志討論學術籌辦測量雜誌欲徵余一言余念當此庶政公開之日君等能出其學以應時代之需要已足偉矣又欲以其學術政事公諸報章以與天下共同討論其得失其熱忱爲何如耶余迂庸不足以贊一詞惟念浙省爲近世文明會萃之邦人材輩出每能以其所學成一家言風靡天下則浙人富於學術自立之性亦昭然矣以此例之則他日測量之學風行於兩浙亦必有奇人傑士出其心得獨樹一幟以爲天下倡導將於此雜誌之推行卜之矣此則不能不以一言相勗者也

題浙江測量雜誌

葛敬恩

立國三要　首曰土地　建設萬緒　測量是基

器維求新　藝維求精　深研博討　樹以先聲

吳山巍巍　浙水泱泱　努力發揚　邦家之光

題浙江測量雜誌

董紹祺

世界科學進步速　吾華猶同轅局促
測量事業十餘年　夕照西馳顧影落
國防重要建設方　如何吾圉固金湯
高原下隰知多少　畇畇禹甸待衡量
聞道羣賢攻學術　討論鑽研窮其極
自公退食念在茲　擷得菁華忍秘笈
行將緒餘餉社會　五光十色人爭羨
大地茫茫宇宙寬　萬端經緯道甯遠

浙江測量雜誌發刊紀念

廣東陸軍測量局局長黃思基敬祝

凡百學術　研究益精　矧夫測學　奥衍閎深
東西學者　智力競爭　測量進步　日邁月征
吾國測學　甫在芽萌　不自振奮　安與抗衡
緊惟貴會　首樹風聲　提倡學術　雜誌經營
交換智識　聯結精誠　爲吾測界　一放光明
遂聽佳音　歡忭莫名　拜手獻頌　敬祝前程

浙江測量雜誌發刊辭

王雍皞

近世測量術在科學上之地位無論爲理論爲實用均已日趨重要此凡稍具科學知識者類能言之至國家施政建設之初步如國防內政軍事水利經界交通市政農墾等莫不先行測量而後據以爲進行之規畫可知一國政治與科學之程度雖謂與測量學術之進步相連無不可也　憶吾國之有專門測量機關始於清末之測繪學堂遞嬗而爲各省之陸地測量所其時編制仿日本之陸地測量部辦理一時風起雲湧規模計畫頗有足多者自民國元年改爲各省陸軍測量局後漸致因陋就簡專測軍用地圖於是社會以訛傳訛以爲全國大地面之測量事業竟無人顧及矣　其他如交通水利礦產市政等測量均因限於局部未能爲規模較大之計畫　故因循至今全國無測量學術與測量成績之足以稱道於國際嗚呼可勝嘆哉　今者中原奠定載戢干戈訓政將行首重建設各種測量事業均將次第舉辦導揚國光指日可待能毋爲我測界前途慶乎　雖然測量之學分流類別方法不同各有專門吾測界同仁平時固失於連絡且如原點尺度名詞等以國家既未規定尤爲紛歧

本學會同人有鑒於斯愍焉憂之冀聯合各種測量作系

統之研究交換固有之技能灌輸新得之知識而以增進學術爲前提適應時勢之要求喚起社會之注意或備政府之採納是則測量雜誌之所以產生也夫大河始於濫觴大輅始於椎輪則此區區者雖云託於文字與圖案未始不可有以貢獻於國家與社會爲尙祈大雅不吝敎誨庶測量事業得以日行發展建設有所依據而測量之學術亦日有進步以躋於國際科學之林是又本誌之奢願焉

對於各省陸軍測量局的商榷

王雍皞

各省陸軍測量局,自從成立到現在,久的已經有二十餘年,少的也有十餘年的歷史.所造就的人員,大約在三千左右。各局所購的儀器,總計約值數百餘萬元.但是現在的成績如何呢?除山西江蘇幾省的迅速地形圖,已經完成外,浙江尚有三縣未測,其他成圖的比例,大約山東十分之二,安徽四分之一,江西五分之二,湖北三分之二,湖南五分之三,雲南五分之一,貴州十之四,廣東十分之四,河南三分之二,陝西四分之一,甘肅八分之一,廣西十分之二.爲什麼僅僅只有這點成績呢?這是非常抱恨的一件事.這十七年以來,國內戰事不停,土匪遍地,所有各省的錢,大多數用在這上面;測量局經費多數沒有指定,弄得僅能維持機關,最近尚有伙食都無着的這種景況,那裏還談得到成績呢?就是少數較好的省,也是經費不能充裕,每年勉强出測一次,所以成圖就要慢了。

測量人員薪俸非常微薄,到現在許多省分,一等股員最大的薪水,還不過三十餘元.雖然軍事委員會已經規定給與章程,以種種的原因,仍舊不能實行;以現在生活程度,這幾元薪水如何能夠維持生活呢?所以能夠活動的,迫於生計不能不改途了。死心塌地在局裏的人,既無他途可走,又以局內範圍很狹,無可升遷,弄得暮氣日深,加以軍閥時代,多有用非其人,不但不能改革,而且還要摧殘,弄到後來,由暮氣而灰心.由灰心而委靡不振,這都是環境有以致之,有這幾種原因,所以成績就差了.

現在訓政開始,各種測量應時俱興,就儀器人才及技能各方面說,測量局確能擔任狠重大的一部分事業,所以狠希望主持者,把從前積弊澈底的改革,各科的人員,也澈底覺悟.不然.非特將被天演陶汰.現在不擔點責任起來,於良心上也未免太講不過去,所以我把各局的弊病,赤裸裸地寫出來,並且把我的意見,來供獻大家,請高明指敎指敎!或者一得之愚,也許有可供參考的地方呢!

(一)提倡學術。測量爲技術的科學的,技術和科學,日新月異,我們中國對於這兩種,原本落後,尤其是測量界,因爲去研究測量的人很少,現在除少數的自由研究各國書籍外,所出版的書籍,眞是鳳毛麟角,可稱沒有,所以要提倡學術,除由中央設立學校,派遣留學,編譯書籍等等,視國家的財政次第舉辦之外;爲應急起見,各局也應該就可能範圍以內,先斟酌辦去。總理說;『我們要學外國,是要迎頭趕上去,不要向後跟着他。』這是確切不磨的道理,現在我且把各局能力可及的提倡學術方法,寫幾種出來看看。

(1)派員出洋考察。因爲科學的進步,技術亦隨之進步,譬如三角,因研究鉛垂綫偏差和地殼平衡之狀態,乃有確定地球原子,和全國三角測量原點的必要;因無線電的發明,乃有測定世界經度網的實行.譬如地形,從前用投影測量,現在於重要的和不能現示的地方,漸漸地改用攝影,將來或完全改用攝影,也未可知呢.至於製圖,則以印刷撮影等等的猛進,尤未可逆料.我們如果想和外國頡頏,非得派人留學不可;但是派人留學,要化很大的費,斷不是各省測量局所做得到的,那

末只好就可能的範圍,選擇很少數外國文和技術優長的青年,仍予原薪,酌給川資,派赴各國去考察了;考察的國家,可視經費的多寡來决定。

⑵調現有人員輪流研究。呈請中央,設立一研究機關,調各局現有人員,輪流補習,聘請各國專門人員教授之,以增學術。

⑶翻譯書籍。各局指定優秀份子數人,除出測外,免除他的內業,專令翻譯各國書籍,印發各人研究,一面在局內抽一部的經費,延聘一外國文教員,專授外國語文,使一般都能直接看外國新書,增進學術。

（二）用人要有標準。測量既係建設初步,換言之就是爲建設的依據,既然是建設的依據,那就不能有毫厘之差,所以技術固然要緊,責任心尤爲重要,倘有學術較差,和不自振作的人,應逐漸淘汰,以後用人應該以此爲準繩,絕不可貿情面,和任意黜陟,以尊重技術人員,而獎進眞異人才。

（三）地形圖的修正。從前所測的地形圖,或者因爲練習時所測,技術較差,或者年代過久,或者受軍閥時代包辦的影響,難免有不準確和地貌不合的地方,這種都是從前所犯的過失,也就是一般社會所指摘的地點,我們應該把原圖拿來檢查一下,如認爲不準確的,不要文飾,我們應該替前人懺悔,老老實實的拿來修正,以挽回各局的信用,並且可策勵後來,免得再蹈惡習,就是照各國講,年分過久的圖,也應該修正呢。

（四）提倡攝影。地形圖測完後,須成多數之印刷圖,其間必須經過清繪模繪製版種種手續,僅就模繪而言,全幅畫線

者,須要兩月上下的時間,方可繪成,付諸製版,代價上計算約在百元左右。假使我們把模繪手續省去,從事清繪,直接攝影,轉製石版,每幅成圖所耗時間,不過旬日以內,所費藥品代價,只須數元,兩相比較,何啻天壤呢。

（五）改良印刷術。少數的局,現在雖有快印機,多數還是幾部手搖機,印起來,又慢又粗糙,而且像銅版照相彫刻等等,大多數還沒有做過,你看外國的圖,何等精緻,何等美麗,兩相比較,實在有點慚愧,所以我的意思,應該派員到國內各大印刷公司,或者書局裏去實習,先來增進現在的攝影和印刷術等,到有錢的時候,再來漸漸的改良印刷方法。

（六）迅速測圖趕緊結束。前面已經說過,各局測成的迅速測圖,平均起來,還不過三分之一,如果要等全體完結,不知要到幾時?原本迅速測圖,是因為急需而測的一種草圖,將來仍舊要修正過,既然要修正過,現在可犯不着再測,所以迅速測圖將要完全的各省,應該趕快的測成,以符原定的計劃,相差太多的,不妨即行結束,在結束的時候,就來該地方上做事體,並且一面籌備正式測量,如購置儀器呀,教授功課呀,訓練人才呀,務使將來能夠用最新的方法,測全國正式圖,豈不很好嗎?

（七）應幫同地方做建設事業。軍閥時代,目的在於造就個人勢力,說不到建設,就是有零星舉辦的事業,用着測量的,也祇是少數人參加,我們測量界說一句,除幾張地形圖外,並沒有堂堂正正的,在地方建設上做過一點事業,這是覺得很慚愧的,現在我們北伐已經成功了,以後重在建設,那沒測量

就是建設初步,這是我們應該努力的,況且有幾省迅速測圖已經完成,或將要完成,正可做這種工作,就地方上說,既有現存的儀器圖籍人員薪俸等等,很可節省大宗經費,豈不兩全其美嗎?

以上所說各條,都是各省測局所辦得到的,希望各局本身,自己辦去,以下的各條,是各局能力所辦不到的,希望中央來辦呢!

(一)名稱的改正。我國的測量局,原來是仿照日本陸地測量所辦的,所以民國二年之前,有名為陸地測量司的,有名為陸地測量所的,到了後來,改為現在這個名稱,實在是錯的,測量祇存陸地海洋區別,並沒有陸軍海軍的分疆,就是把各測量學校的課本,翻開來看看,有沒有陸軍測量的教程,因為硬把陸軍兩字冠上去,所以軍閥得利用這兩個字,專門令測地形圖,於是一般社會,以訛傳訛,以為測量局只能測量軍用圖,那就錯了,我且把歷來測量局的各條例,摘來看看,諸位就可以明白了。

民國二年編制大綱第一條。各省陸軍測量局,隸屬參謀部第六局,兼隸於本省都督,商承本省總參謀,施行該省陸地測量,印製兵要地圖,並掌關於丈量地面事宜。

民國十六年軍事委員會呈奉頒布陸軍測量局組織條例。

第一條　各省陸軍測量局,直隸國民政府軍事委員會參謀廳,兼受各該省軍事廳(在軍事廳未成立以前受各該省政府之監察指導)之監察指導,辦理全省陸地測量各項業務,印製兵要地圖,及其他關於土地測勘事宜。

第四條　各省陸軍測量局三角地形兩科職掌如左:

三角科. 任全省圖根三角支線水準各項測量之規畫及實施。

地形科. 任全省各種尺度實測或調查編輯之平面立體等地形圖之規畫及實施。

但於訓政時期必要時,得增設經界一科,辦理土地清丈及地則審定之事務。

第十八條　中央陸軍測量局,設三角地形兩科,掌如左事務.

三角科, (1)關於天體及氣象觀測事項.(2)關於海岸潮汐測定事項.(3)關於全國幹線水準,及大地三角測定事項.(4)關於國防界址勘定事項.(5)關於各種計算表册調製事項。

地形科, (1)關於要塞位置地形測勘事項.(2)關於全國各種兵要地圖查勘事項.(3)關於全國兵工道路測勘事項.(4)關於地質地層分佈查勘事項.(5)關於不屬於各省陸軍測量局辦理之兵要地圖查勘事項。

照上面的條例,可以明白測量局,並非專測軍用圖;而且陸軍兩字,也覺得名不符實;現在聽說就要改陸地測量局了,這是很所希望的呢。

(二)創辦學校. 測量原本技術的,科學的;這二十年來科學的進步,眞是可驚可駭;技術是跟了科學增進的,所以技術的發展,也是出我們意料之外;但是我們中國呢?還是老樣子.所以我們要想迎頭趕上去,不能不辦學校,以外國最新的方法來教授;除把現有的人員加以一種陶鎔外,還要造就一

批新人才,來補充不足;並且有了補充人才,陸續出來,現有的人員,惕於落伍的可慮,當然自知奮勉,實在是一個整頓測量局的根本方法呢。

（三）派遣留學。在各省考驗程度相當,有志測量的青年,到外國去留學,爲將來教授和改良的導師及製儀器的技師。

（四）規定俸給。測量的事業,是終身事業,也就是青年事業,一到年紀稍大的時候,眼睛花了,體力差了,要跑山跑不動,要畫圖測圖,不能測不能畫了;但是我們一個人青年時代有幾年呢?青年的寶貴時代,我們要他努力,老來就置之不問,於情理上也有點說不過去,所以現在如大學教授軍官郵務海關等,終身事業的人員,國家都很體卹他們;到老的時候,規定一種俸金,或者養老金,使他們有一種保障,年輕的時候可以安安心心地服務。就是各大公司各大工場,對於職員工人,也都有這種規定;獨有我們測量界則不然,未免有點缺恨,所以希望政府照軍官和技術人員的例規定一種退伍的俸給,免得老來凍餒,也是一件功德的事呢。

（五）籌備正式測量。現在十年迅速測圖,有幾省完成好幾年,還有幾省也就要完成;照理應該辦正式測量了,正式測量的初步,就要測大三角;但是這件事體,不是一年半載能夠成功的,應該逐步進行,如驗潮呀,測經緯網呀,購置儀器呀,造就人才呀,種種事業,都要預先籌備,然後再行測量,那就容易的了。

測大三角,我們中國只有少數高等測繪學校畢業的人,是

實習過的;除外因為儀器關係,都沒有見識過,並且這種儀器,都是很貴,不是每省所能辦的,所以大三角測量,將來全國到憲政時期由中央辦理,比較的較為妥當;儀器除徵集現在各局所有的外,再置備若干副;一面集合現有的三角人員,加以一種訓練實習,組織一個測量隊,內分驗潮,測經緯網,測三角各組。驗潮如於沿海一帶;若葫蘆島秦皇島膠州半島揚子江口福州灣廣州灣楡林港各處,安設十數個驗潮儀就行。測經緯網,可從首都附近省分測起,逐次溯長江而上,再向南北推移。等到經緯網測好,再令三角隊,在網內閉鎖起來,測成全國三角鎖,那就容易了。

（六）仿製儀器。我們最困難的,就是儀器問題。因為各國的正式測量,大多數都測好了,對於這種儀器,無製造大宗之必要,甚至有許多的廠,於歐戰時改製別的器具了;這種技師,也多半的改途了。所以現在要購置稍為重要的儀器,國內各洋行,以我們中國測量事業幼稚,都沒有置備,所以非直接到外國去定造不可;不但手續麻煩,而且一有損壞,在國內各洋行不能修理,還是非運到原國去修不可;國內造的各種輕小儀器,又不精密,不能使用,眞是困難極了。我們中國幅員旣這麼廣大,正式測量斷非短期間所能夠完成,那末儀器不能不自行製造,省得輸出一大宗的漏巵,現在製這種儀器的工程師,還容易招,應該趕快聘延來,自行製造才好。

總起前面所述的十三條:雖然囉囉嗦嗦,說了許多的話,歸納起來:不過各局應該實實在在想個方法去整頓,各人應該負起肩子來,上面旣有政府的提倡,應該團結一致,站在一條線

上,努力工作,向建設方面做去,使我們中國的測量事業,日行發展,這幾句話罷了,到底對否?還要請大家指教指教!

民國十七年十月.

全國大地測量計畫草案

曹謨擬

引言—余因慨夫中國測量事業之不振,頗思擬具全國大地測量計畫,以供當局之採納,而作測務之準繩。每與南北同學函件往還之際,間言及之,極承贊許,且以屬稿之任責余。顧局務繁冗,一時未暇握管,深以爲嫌。今夏暑假家居之便,得草成此篇。本擬呈政於師友後,再行刊布。茲値本誌刋行,因卽移登。倉卒付梓,勢難完善,尙祈海內同志,不吝賜敎爲幸!十七年九月附識。

第一章　緒論

窮大地之形相,總山川之要會者,莫尙乎圖。故周官置職方以掌天下之圖,蕭何入關,先收圖籍。誠以坤輿之象,非圖不顯,方版所登,非圖不明,冊籍所載,非圖不彰。其有裨於庶政之推行,良非淺尠。至於設置國防,勘定國界,所關尤大。是地圖之重要可知,而測量之隨以重要亦不待言矣。

竊思測量之學,吾國肇基最早,神農之圖畫地形以通水脈爲其嚆矢。黃帝發明指南針,裴秀創作六體(分率,準望,道里,高下,方邪,迂直,)而測繪之器具與方法於焉略備。淸有統一輿圖及水陸道里圖記之測繪,其規模頗爲宏遠,惟製作粗略,方位偏差,不足以應需要。至民國數年前,中央及各省設立測繪學校,作育人才,而負笈留學東瀛者亦頗不乏人。民國四五年,中央聘歐美測量專家敎授,以爲測量全國精密地圖之準備,而於大地測量(Geodetic survey)尤爲注意。乃因軍閥專橫,連年內戰,搜括經費以供軍需,而中央及各省測政爲其摧殘

殆盡,毫無成績可言,良可慨也!

今國民政府已統一寰宇,軍政既已告終,訓政由茲開始,建設事業,經緯萬端。如厘正經界,開闢交通,籌畫市政,灌溉農田,開掘鑛山,栽培森林,疏浚水利與改良社會生活及一切物質上之設施,如建國方略中之實業計畫,莫不有賴於精密之測量以爲根據。故總理於訓政時期,規定土地測量爲完成自治之要素,又以農地測量爲政府應盡之第一種義務;而設置國防,勘定國界,與完成全國之精確地圖,尤非有統籌全國之大地測量不爲功。全國測量爲當今要政彰彰明矣。謨嘗讀國際測地學及地球物理學協會會長鮑威博士(Dr. W. Bowie)來書,謂中華地大物博,天然富源,蘊藏無限,惟欲開發蘊藏及發展運輸事業與公路等,亟須施行爲各種測量基礎之大地測量。又美國海岸大地測量局長强士(E. L. Jones)有云:解除國債惟工商業是賴,而發展全國工商業之物質的助力,乃爲精密之測量。吾國農工商業之不發達,債台高築豈徒然哉!

測量之地位在國內者其重要如此,而在國際上對於國家地位之光榮,尤有莫大之影響。嘗憶民國二年,前國際測地學會以吾國尚無大地測量,有礙國際學術之探討,有越俎代謀之請。於是政府方有十年迅速成圖之計畫,然因測算方法漫無標準,支離割裂之圖,仍無補於國計民生,而國際測地團體,屢次向吾國徵集測地資料,亦迄無以應。是皆無大地測量之故耳。謨每與鮑威博士拜利將軍(General G. Perrier爲國際測地學及地球物理學會總書記)及前京校教授法倫志(Prof. O. B. French現爲華盛頓大學教授)通訊,彼等輒以吾國亟

須開始大地測量,及加入國際測地學及物理學協會相勗,查該會現在已入會者有二十八國之多,吾國面積占亞洲四分之一,爲全球第四大國,而人口有四萬七千萬之衆,徒以測量事業落後,竟未能入會。吾國對於國際地位之落伍,非無故也。

測地事業對於國內外之關係及訓政時期之重要,既如上述。爲今之計,亟宜遵照總理遺訓,實施全國大地測量,樹全國建設事業之始基,謀民生主義之實現。

茲謹列徵近世各國大地測量之趨勢,內察國情之急需,擬具全國大地測量計畫草案,與國內測地界一商榷焉!

第二章　全國大地測量計畫的工作——分類的說明。

第一節　行政機關之主體一全國大地測量局。

大地測量首貴統一,如美國庶政,州得自專,獨於大地測量則集權於一局,不分州域以行之。故各州之測量均有所標準與根據。自一九〇〇年確定全國之大地測量標準點後,北美各國均以之爲標準。於是非特美國之圖可契合無間,而北美全洲之圖,亦均合若符節。其他凡爲近代的國家莫不有全國之大地測量局,爲測量全國精密地圖之統一機關,惟名稱隸屬各異耳。返觀吾國,求一省之測政統一亦不可得,全國測政更無論矣。吾國開辦測政垂二十年,毫無建樹,雖因軍閥專橫,未易爲力,實無全國大地測量局與計畫之故。爲今之計,亟宜設立全國大地測量局,直屬於國民政府(依舊制則屬參謀本部,)計畫並實施全國測量事宜。各省測量局直接受總局之指揮,以施行各該省之獨立三等三角測量,地形測量,及製

圖印刷業務,且將全省之土地測量歸納於該局,以收經濟與統一之效,而免有重複事業之弊.是在政府之善於立法耳.

第二節　根本建設.

大地測量之性質,小而言之為全省全國的;大而言之為國際的全球的,不可無永久之根本建設以為標準.

(1)　建設天文台

三角點之位置,須用經緯度及指角表示之,故施行大地測量必須先有精密之天文位置,為暫時標準點(Temporary Datum,)以資推算,及為全國授時之用.我國自黃帝使羲和占日,常儀占月,鬼臾區占星氣,對於天文已有專門之研究;卒以測器不精,未能有精確之測定.前北京雖有觀象台之設,亦虛有其名;惟外人在吾國所設立者,如上海徐家滙天文台(實則徐家滙專測氣象地磁地震等,而佘山則專測天文也,)駸駸乎有握亞東天文氣象牛耳之概,此誠吾國科學界莫大之羞.今吾國開始全國大地測量,對於天文台之需用甚殷;而自無線電測經度法發明後,其用尤大;若時時仰給於外人,非特有損國家地位之光榮,而測地工作亦將受人牽制.故宜即時設立天文台,特建鐘室,用自動子午儀及無綫電測經度法,精確測定經度;用 Talcott 法或用 Astrolabe 法精密測定緯度;並用自動授時機,由無綫電授時於全國(陸海空);於是全國中任何時何地均可用無線電法精密測定經度(緯度及指角測定較易,)以為各該地大地測量推算位置之用(直接由天文觀測推算之三角點位置,並非測地位置,其關係當另文述之,茲不贅),其他各項設備當依需要情形逐漸設施之.經

費概算詳第五章。

(2) 設立標準局

世界各國莫不有標準局之設立，以檢定全國之度量衡（美國標準局則含一切科學上之標準。）大地測量上所用之尺度與權衡，尤非有精確之標準不可，且屢屢檢定之，如基線測量之前後，均須將基線尺作精密之檢定；而扯伸基線尺之權衡及溫度等，亦須同時檢定之。此項標準局之性質爲普遍於全國科學界及社會的，宜聯合內政教育及其他關係部共同籌劃。然一時恐不易設立，宜仿坎拿大及前美國測地局辦法，即於全國測地局內特設標準室，購置各項標準器以應急需。

(3) 設立驗潮所

三角點不僅表示在平面之位置，亦須以高程表示之，而測地學上之地球表面，係以Geoid爲標準，故須測定中等海水面(Mean séa level)；亦惟以中等海水面爲標準，方能全國及全球均一致。我國東南濱海，海岸線長逾萬里，宜於濱海適宜之處，多設驗潮所，經長期之測定，以爲全國高程之標準。先於沿海七省每省設立一處，嗣後逐年增加之。

(4) 測量儀器製造廠

全國所需測量儀器爲數甚多，若均購自外洋，漏巵之大實堪驚人。且測量儀器使用後，難免有所損壞，若均一一寄至原廠修理（測量儀器每廠所出各異其式，若有損壞，須在原廠修理，方能完善），非特爲事實所不能，而運費等每有與原價相埒或倍之者，是不如棄而重購之爲愈，其不經濟爲何如耶？

又測量儀器常因使用之經驗,構造之進步,而逐漸改良。如近年Wild氏之經緯儀及美國海岸大地測量局各項新式儀器其改進之速,誠堪驚異。吾國現在工業雖不能與歐美齊驅,然亦當設小規模之製造廠,聘請外國技師,先行倣造簡易儀器,及修理各項儀器,然後逐步擴充,以能自製爲度。

第三節　編訂章制及法式

編訂章制及法式,爲中央及各省測量行政及技術之標準,前者宜由中央參考各國章制及斟酌國情編訂之,茲不具論。測量法式爲科學的與技術的,日新月異,與時俱進。吾國測界舊有方法,多不合於吾大陸國之精神。如十年迅速測圖計畫,各省施行獨立三等三角測量,而無獨立三等三角測量法式,一任各省之自爲而漫無標準,所測之圖,欲求其不同距異長,同向異方,安可得乎?

近十餘年來,測地學之進步誠有一日千里之概,編訂測量法式,須依總理所云:『我們要學外國,是要迎頭趕上去,不要向後跟着他。譬如科學,迎頭趕上去,便可減少兩百多年的光陰,……我們此後去學歐美,比較日本還要容易』如墨坎兩國大地測量,採用美國大地測量局之Geodetic Datum,至少可減少數十年之光陰,且測量法式一經全國採用,經過時間愈長愈難更改,如美國此時欲其改用國際地球原子,亦爲勢所不能。謨不揣固陋,本此原則參考世界各國測地法式,斟酌吾國國情,並致意於精度時間經費三者,擬議全部大地測量法式草案,務使爲近代最新式最經濟之法式,以備採納焉。

第四節　訓練人才

(1) 設立學校

吾國測量人才,異常缺乏,而尤以大地測量為甚。宜從速設立中央測量學校,招選各省現役測量人員,年力較壯者,及高中理科畢業者,分別授以必要之測繪學術,分高等普通兩科。以養成測量全國陸地人材為目的。各省依其需要,可設立測量學校或講習所,以訓練必要之多數技術人員。教材均須採用最近歐美各國之新學術,如不能直接用外國文教授,亦須能直接參考外國典籍。師資一層,先就國內延攬,至經費充裕,可聘請外國教授,並設立測地學研究院為全國最高測量學術機關。

(2) 派遣留學及考察

晚近各國測量學術進步頗速,尤以近十餘年來為甚。返觀吾國,方法陳腐,儀器窳敗,不有觀摩,安貧改進。亟宜選派現役測量人員,學有根柢者至各國考察測量建設,及選購儀器,期以半年或一年,歸而致用。留學則俟中央測量學校畢業後服務一二年以上者方得派遣;如現役人員,有學術優異者亦得派遣之。

第五節　測量邊疆及勘定國界

(1) 測量邊疆

我國自清季以還,割地賠款,層見疊出。俄國侵略吾國邊疆竟達一千三百四十三萬餘方里之多。其原因雖為國勢淩衰,外交懦弱,其根本實由吾國昧於邊疆地勢之故。致列強益無顧忌,遂至外侮頻仍,國境日蹙,言之滋痛!

今欲杜列強之侵略,固宜測量邊疆地圖,以固疆域而鞏國

防，而對於墾殖邊疆肥沃之地與開闢交通，亦非先行從事測量不爲功，且既有邊疆地圖，則將來測勘國界，亦有所依據不致茫無所措。今統一告成，訓政開始，兵工墾荒，勢當實行。允宜由總局組織邊疆測量隊，以測量邊疆地圖，尤注意於國防之設置。

方今無線電與攝影術之改進，有無線電信測經度及飛行機攝影測圖之法，吾國用之尤爲便利而經濟。

(2) 測勘國界

國界爲國際間的，須由兩國共同決定，欲確定及鞏固吾國疆域以杜列强侵略，自宜要求各鄰邦共同測勘。惟吾國國界東西相距約萬里，南北約七千餘里，非短時期所能勘測蕆事，尤宜早爲預備乘時着手也。　　（未完）

大地三角測量計算解說序

朱純熙

自印度緣天體觀測之結算而發啓三角，埃及勘納爾河氾濫界綫而發明幾何，迄於今茲，彼算學之燦然美備，已如大鵬展翮，搏扶搖而上者九萬里矣。然牛頓地球扁平之說，使無法政府子午線弧長測量爲之證實，世亦未嘗以金科玉律視之；愛因斯坦光線屈折之論，苟不得英皇家學會日食觀測團之報告，則今所譽爲推翻舊有科學根本之相對論，亦終寂寞於天地間耳。夫此二氏所創物理學說，邁古超今，震耳駭目，殊亙萬古而未有倫儔；不圖其所以邀信見重於社會者，猶待乎測量者之驗證以爲介紹；是測量之於科學，有若交通之治川陸，不有開源導流披荊斬棘之功，何以使舟車之航行，遂得暢所欲往？其爲關係，顧不重乎？

地球之爲旋轉橢圓體，唱之者不一其人，今且莫不承認之矣。雖然，地果橢圓乎哉？彼一部一線之測量，猶之管窺蠡測，曷能概括其餘。語云，『不識廬山眞面目』斯言也，足以見山形之處處不同，非周歷環觀，不能盡其奇妙。夫山特地之一部分耳，尙不能類推臆測如此，而況五洲之大，四海之廣哉！善夫！白爾恩氏之言曰：解決地球形狀，應以

(1) 天體觀測（經緯度及方位角）

(2) 三角測量（水平角觀測及基綫測量）

(3) 三角術的水準測量（天頂距離測量）

(4) 幾何學的水準測量

(5) 重力之測定

五項爲基本,其庶幾乎!

測量與畫圖,相爲表裏,測量貴得其眞,畫圖宜求其似;試以球面之地,畫爲平面之圖,非有術焉調協於其間,則將顧此失彼,左分右裂,或竟壘水重山,求與原形相似而不可得;又豈能一覽無餘,收江山於眼底也哉!自戈思氏解等形寫影法,而測量界爲之別開生面,於是旋轉橢圓體上測定之點之位置距離方位角,可以投影於球面更從球面投影於平面,而得精密畫其圖矣。

自貝塞爾氏蒐集三角測量結果,計算旋轉橢圓體之原子;格蘭果氏復踵而行之,於是測政進行,始有大規模之根本計劃,以言法式,亦經先哲之幾番考驗,而繁簡得中,精粗適當,蔚然成爲廿一世紀之結晶體;雖其體裁,不妨國自爲例,要亦不過大同小異而已;此在世界測量沿革史上,所可稱心滿意,大書特書者也。

雖然,自然界眞理無窮,今世之發明尙少,何可故步自封,不求孟晉。西人有言曰:『天文愈發明,人事愈進步。』轉言之,人事愈進步,則天文之有待於發明也愈亟,而爲發明工具之測量亦愈待大畢明矣!是故測量學者,直以物理爲思想,算學爲文字,而博大精深,隨時演進,駕乎各科學之上者也。造就人才,夫豈易事,若非寬籌經費,多備儀器,敎之以高等學科,積之以長期練習,則求其勝任愉快且不可得,安求其專心致志而有所闡顯乎幽微也?

由是觀之,測量事業,非人盡可爲;頭腦不充足,則不足學其學;意志不堅固,則不足事其事;用力多而享有少,非厭勞苦殉

名利者所能株守。雖然，重其學而厚其祿，豈無忠信敏達者之樂於趨就，矧我亞東大陸，處溫帶重要地位，負有考究地球形狀之重大責任，何可不與世齊趨，同軌共進？昔年萬國輿地學會，已有越俎代謀之電，若復沓沓泄泄，仍其舊貫，卽不以貽誤內政爲意，獨不以騰笑國際爲恥乎！

自相對論發明，而測量益爲世崇重；蓋圖籍爲行政所資，結果爲發明所賴，文化攸關，良非鮮淺。我國自清季興辦以來，儲才未充，雛形粗具，亟加培植，猶恐弗瞻；而乃內戰頻仍，經費支絀，豈僅一等三角測量，中道而廢，甚至奉職者饔飧不繼，迫而散之四方，求學者趦趄不前，望而爲之氣沮；卽有二三行省，幸而免茲情形，亦復與世推移，未見力圖猛步，盱衡世界，瞠乎後矣！嗚呼！東方老大睡獅，果終酣然不醒矣乎！吾欲呼蒼天而問之！

我蘇開辦測量，早於各省，南洋地位，又爲前朝重鎭，權大庫豐，宜若可以完全組織矣；設竟如我所期，切實進行，力圖建樹，立斯政之宏模，作各省之先導，其所成就爲何如。而乃始謀不臧，狂瀾莫挽，卒至經費有所限，事功有所急，學有所荒，物有所蔽；雖全省地圖，早隨部令以告成，而正式大地測量，猶待綢繆而未舉。十二年十月江蘇陸軍高等測量軍官學校應運誕生，曾幾何時，齊盧搆難，干戈接壘，業務紛更，余於爾時，倡議編輯計算解說，冀收利用時間之效，而顧未蒙當事者之同意。余遂獨成基線計算解說一冊，作拋磚引玉之遐想矣。

去秋，同學花君植僊應聘來止，亦以編輯計算解說爲請，卽蒙慨然應曰：吾道之不振，行見爲廣陵散矣，敢不乘此時機，竭

吾力以爲之，凡四閱月而一等本點計算解說成。或以其不諳學理之難解也易之，是誠難其所易，而易其所難矣。夫最小自乘法·量地學·天文學諸書，自簡而繁，循序爲之，何難之有？大地三角測量計算法，除應用上述諸書理式外，且須隨時援引實測情形以佐解說，淺嘗者固不能尋其端倪，博涉者亦未易窮其源委，徒精於理而不達於用者，縱欲追憶前情，有所論列，吾恐瞻前顧後，已有力不從心之歎矣。今君爲之，於頭緒之紛紜也，則揭之以綱領；於運算之翻覆也，則明之以先後；誤差有限；體例有別；採本國之成績，作法規之先導；得心應手，條舉目從，鉅細靡遺，繁簡悉當，以視彼迻譯外籍，而自矜學富者，不可同年而語，烏在見其所謂易哉！

龍山基線網，爲前清舉辦三角測量發軔之點；民國四五年間，又重測一次，花君植齋與本局王君尚其，皆當時身親其事者也。地在直隸灤縣東境，由此而北而西，經永平，遵化，薊州等縣，而與余當年（清宣二夏）所測昌平州之沙河基綫網相聯接；惜以庫帑告匱，未能全部竣事，今擇其已成一段解之，雖不足爲盡善盡美之例，要亦國中完備成績之一也。吉光片羽，至足爲珍，學者細味而熟習之，亦可以知其梗概矣。

諸子百家，非盡人所能讀也，自有註解，而無不能讀；三角測量計算，亦非常人所能盡曉也，有此解說，則不問算學程度如何，皆可以自修卒讀；故得之者，如獲指向之南針，渡迷之寶筏，其裨益於測量事業之遠且大，又豈尋常淺小之見所可測驗。偉哉花君，成此空前著作，不啻南華之有郭象，春秋之有杜預也矣。

或謂國家一貧至此,現狀且不能維持,更何求於開拓;此蓋就目前經濟問題而言也,經濟朝充,要政夕舉,使舉政焉而有無才之歎;毋寧儲才焉而待經費之籌;籌款反掌間事,儲才百年大計;是故政或有時不舉,才則不可不儲,況天下事皆如逆水行舟,惟努力者始能上進;測政前途;自可以同人努力之程度卜之,今姑學焉而後爲政,要亦未始無望也。

余粗覽此冊既竟,因思大地三角測量之於科學;其相需也如彼,而國內測量事務之沉滯也又如此,人才經費,兩感缺乏故略述已往事跡;及鄙懷所及,俾當世君子之同情斯道者,有所觀感云爾!

丁卯新歲,奉賢後萬學弟朱純熙謹序.

晚近測地學進步之一瞥

曹謨

晚近測地學Geodesy因各國測地學家之努力，其理論方法與儀器頗有突飛猛進之概。茲將其最近進步之狀況，略舉數則，以見一斑，諒為吾測地同人所樂聞焉。

(1) 據過去各國測地事業統計觀之，可知由大地測量所精密決定之高程，距離，方向與位置，以控制其他各種測量，其用甚廣；而以之控制較大之城市測量，亦早有强固之趨勢。

(2) 在過去十餘年前，測地之儀器方法已得穩固之改進，近則更臻完善而精巧。其目的多為減低儀器之價值及重量而增加觀測之精度與速度及運搬之輕易；例如三角測量之標燈，基線測量之Invar尺，精密三角與水準測量儀器，與無線電測經度儀器，重力測量儀器，攝影測量儀器，自動攝影製圖儀等均有改進，而以Wild氏之製造為最新式而合用。其對於測地學推論之精度亦更得强固之增加。至Hayford地球原子及Bowie（美國測地學家），Meinesz（荷蘭測地學家），Kohlschütter（德國測地學家），Tobey（坎拿大測地學家）諸氏之各種新理論及方法尤能在測地學上開闢新紀元。鉛垂線偏差及重力測定二者之結果與精度均增加甚速。無線電應用於經度測量，與飛行攝影應用於地形測量，不特可得精密之結果，且不受地域之限制，對於經費亦極節省；用於吾國甚為適宜，而尤以邊陲及國內交通不便之處用之尤為便利而經濟。

(3) 測地學之國際組織迄今已有多次。歐戰後繼前國際

測地學會而產生之國際測地學及地球物理學協會,已於1922年五月由十八國測地學家代表在Rome開第一次常會,嗣後在Madrid及Prague各開會一次。又波羅的海沿岸各國亦有測地學會之組織,其關於國際測地事業之議決案頗多。數年後國際間對於測地學上之合作利益當不可勝計。

(4)　歐美測地事業之成績增加甚速,而美國對於測地學上之貢獻獨多。除Hayford原子外,其最顯著且為近世測地學上最重要之發展,即現在北美所有連續之三角測量均歸於同一標準點是也。此標準點為美國所決定,(其決定法當另文述之)初名美國標準點,嗣為墨西哥及坎拿大兩國所採用,易名北美洲標準點。將來由美墨坎三國之合作,對於測地學上必能得更精確之地球形狀及大小,且較歐洲所得者為確無疑。而在歐洲方面若能連接亞斐二洲,則可得較西半球為尤長大之三角網,且亦可歸算於同一標準點也。故1922年國際測地學及地球物理學協會議決,大地域三角測量之歸算於測地標準點(Geodetic datum),應不以國際疆界為限。

(5)　十餘年前因測地學之發展與其他科學界接觸之點已屬不少。最近測地學家Bowie氏努力研究地殼均衡狀態,與地質學(Geology)及地文學(Physiography)均發生深切之關係。地質學家Barrel氏近十餘年間,關於地殼均衡之研究,其著述頗多,而Lawson氏對於地震之運動力學亦多所貢獻,而以overthrust式為尤著云。Nansen氏則因研究地殼均衡而解決多數地文學上之問題。(見其所著書The Strandflat and

Isostasy).美國加州大地震後之重作三角測量,即為用測地學理想與實測方法以研究地殼變形與地震之關係.其他如由重力測量及地殼均衡之法則,可測知地面組織,及地下油層之所在.美國有數煤油公司,曾請美國海岸大地測量局在其礦區附近施行重力觀測,以考究油層之狀況.該局又為物理學家Michelson氏用最審慎詳密之測地方法與儀器測長逾六十里之基線·(並非直接量度)以為決定光速之用.據此以觀,可知近年來測地學與其他科學,如地質學,地球物理學,地球力學,地文學,與地震學之接觸更多而密切.而測地學之範圍日益擴大矣.

晚近各國測地學之進步,既如上述.返觀吾國,訓政伊始,建設萬端,測地之需要甚殷而測地之設備毫無.其將何由達訓政時間建設之目的乎?雖然,以余觀之,此正吾國之大幸.總理不云乎,『迎頭趕上去,便可減少兩百多年的光陰.』惟恐情甘自棄,故步自封,不肯迎頭痛擊,為可痛心耳!

擴展全國平面與高程控制系之標準

曹謨擬

緒論

嘗考各國測地家對於此種計畫有兩說如次:

一.精密三角測量道線測量與水準測量以骨格式 Skeleton form 迅速擴展於全國.

二.凡爲將來詳細地形測圖所用時,所有各精密三角道線及水準測量,均應於作精密控制系時作之.

鄙意若作精密三角測量道線測量或水準測量時,依其環境而增加次級之控制業務有時最爲經濟.然此祗於作精密控制測量後隨卽施行地形測圖時爲有利.最要者於施測精密控制測量之初,卽宜迅速擴展於新區域,以供給與地位置與高程.且增加細部控制工作,庶使所要測圖業務不致延遲.

茲依吾國國情及總理建國大綱及建國方略,以上列二法參合應用,於迅速擴展精密控制系時,更宜同時施行各次等之控制業務,並於一等控制業務未能卽時着手之處,先行獨立之三等測量,以爲測量事業之基礎.惟全國平面與高程控制系,不可不有擴展標準及精粗之程度,以爲依據,雖擴展控制系可依國情及需要而定.而測量之精度則依方法儀器爲衡.近因測量方法與儀器均隨科學之發達而有長足之進步,故欲定此精度之標準,不知全世界測量方法儀器製造與各國國情.未可貿然厘定,致貽削足就屨之誚.謨十餘年來,與各國測量家之通信,雖略知一二,愧尙未能語此,惟目擊吾國訓政開始建設萬端,測量爲百政之首基,而大地測量又爲一切

測量之先務,故不揣譾陋,參攷各國測量方法與儀器製造及吾國國情,先擬擴展之標準及精粗之程度如次:

凡大地域之測量,須有決定各點經緯度及高程之控制測量,(Control Surveys)以為地形河海與經界測量之基礎。

平面及高程之基本控制弧長(Arcs or lines of fundamental horizontal and vertical control),恆擴越一省之面積,故控制測量宜不分省界施行之。

全國內每相距100公里之處,須有一等三角測量first order triangulation或一等道線測量與一等水準測量,(first order leveling)依此等精密測量系之中間地域,由次等平面與高程控制再分為較小之面積,使其寬廣在100公里以內,此之測量宜與一等測量同法施行之,惟應許其有較大之誤差,並使費用較為減省。

某地既成此等一等與二等之平面與高程控制測量後,須更有次等之控制測量即名為三等測量,於其地域內建設標點以為實施地形測量或河海測量之用,某地域內之三等測量,應於實測地形測圖,或他種細部測圖前之一年或半年內完成之。

所謂第四種控制測量之三角測量,祗於任一圖幅內之地形測圖業務用之,此類控制測量用於大尺度之精細測圖,亦即係用平板儀或經緯儀之測距道線法(Stadia traverse)也。其測站位置毋庸永久標識於地上,其精度則以所測地圖之尺度為標準。

各級測量中各種道線與水準環線,及三角測量主系之各

點,應嚴密加以誤差所應許之限制,其不用以擴展於他面積之控制測量之補助點(Subsidiary points)得超過此限制。

用以類別各級平面控制測量之最後標準,爲一邊長之實誤差,此差可以一基線之實測長度,與自前方之最後基線,經由三角測量所算得長度兩者之差以表示之,此差於一等三角測量不得過$^1/_{25000}$,二等三角測量不得過$^1/_{10000}$,三等三角測量不得過$^1/_{5000}$,此等差異於最小自乘法之邊角方程式平均後尙能留存者也,是故由外業計算(計算分外業內業兩部)作比較時此等差異恆稍稍超過其所滿足之量,此因經過邊角方程式之平均之故也。

欲保持上述之精度,須採用一定之標準,以施行野外業務,其最要者,爲關於三角形之閉塞差,卽三角形內所實測各角之和與180。加該三角形之球過量之和兩者之差是也。三角系內各圖形之形狀,基線之增大,儀器之精粗,與觀測之種類及回數等之抉擇均與所求之精度有直接關係不可不注意者也。

如上所述一邊長之比例誤差(Proportionate error),於某處情狀之下在任何等三角測量亦得超過之。如某處有二點其距離小於三角系之寬度,則該兩點間距離之誤差可超過該級三角系之誤差界限。任何計算邊(Computed length of any line)之精度可依圖形强弱之公式計算其R_1以估計之。任何類三角系之補助點(Subsidiary station)祗以次於主系點測站之精度選定之可也。

三角測量

一等三角測量　應施行一等三角測量之地帶相距約160公里,但其地有一等道線可資應用者則不在此例(見後述道線測量.)其所用方法與儀器宜為最新式者.三角形之閉塞誤差;不得過3秒,不得已時可至4秒;其平均閉塞差亦宜常少於1.5秒.但不得已時不得過3.0秒.

二等三角測量　二等三角測量(或精度相當之道線.)乃用之以區分一等之平面控制測量所未展布之面積.如是全國中各一等三角點;其與二等精度之三角點相距無有過於40公里者;二等三角測量之三角形之閉塞.其極大誤差不得過6秒;不得已時須在8秒內.而平均閉塞差須鮮有大於3秒者.一等三角網之邊長;曾經平均之一等邊長,或基線;其長度之閉塞不得過1/10000.

三等三角測量　二等三角測量所未施測之面積;宜用三等三角測量(或三等道線測量)擴布之,使地形圖幅中三等或三等以上精度之點數,不至少於三點.三等三角形之閉塞差其極大誤差不得過10秒,而平均閉塞差鮮有過5秒者.一等或二等三角網中之邊長,及曾經平均改正之三等三角測量邊長或基線;其長度之閉塞差均不得過1/5000.

四等三角測量　四等三角測量祗於控制地段內未有較高級之三角測量,而用以作測圖時之控制而已.此種測量宜自較高級者推測之.若推測至數圖形不再以之聯於較高級控制點者,爲所不許.此宜以平板儀(Plane table),經緯儀或六分儀(Sextant)施測之.每圖幅或相等之面積中;宜恆勻布四等以上之三角點或道線點至少三點,以其二作爲基線,餘一

點爲檢點之用。四等三角測量唯一之精度，爲能使必須決定之諸位置，於所測之地圖上不至有顯著之誤差而已。

首三級三角測量之一般顧慮

此三級三角測量之任何級選點時，宜勿忘所欲得之目的，且選定各種情況之三角點，亦能使之適合於將來次級三角測量之用爲要。

無論何時，高覘標之設立以能避免爲佳。但因局部情形而必須設置時，則先宜決定其由地上可與各永久目標通視之指角。若自地上無明顯而永久之目標如尖閣或其他三角點可通視時，則宜於由地上可通視，且至少在150公尺處設一標準參考點或指角標點，(A standard reference mark or azimuth mark)。此指角標點之方向，至少須由一校勘之觀測以測定之，且詳爲記述，庶易於重設而不致誤認。自測站至指角標點之距離若逾400公尺時，可由步度或其他略近法估計之，但若其距離較此爲短時，宜各以公尺往復量之。其距離卽以地上直接量得之長而未加坡度改正者記之可也。此距離係用何法測得者亦宜記入。

測站名稱宜用地方名稱或合地方意義者，且以此等名稱刻之於金屬三角點盤面及參考點盤面，並刋其設立之年月日。(凡三角點處宜有明顯永久且堅實之標點，而三角點除該點之標點外，又須至少有二個易於互相識別之參考點。)若一三角點之參考點在二個或二個以上時，則宜記以連續之號數，並須測定其對於本點之精確位置，因必要時可作測

站之用故也。測定其方向時，至少須有一校勘之測定。其距離則用公尺往復量之，且將坡度改正而記其水平距離。又尤宜特別注意者，須將三角點與土地測量之標點，各省邑城鎮之界標，與孤立之永久建築物（尖或圓屋頂）等聯絡之。

凡未作測站之交會點，如未由三方向測之者，則不應公布，且作『未加檢點』字樣以別之。

若所見之舊道線點或舊三角點之環境不適合於舊有『點之記』時，宜重作新點之記而記於『修正點之記』(Recovery note)內，或舊有『點之記』有誤記之處，則詳加註記而改正之。若舊點各件尚未公布，宜即報告總局或分局，如已公布則宜將修正『點之記』註以名稱與號數，及其在公布書內『點之記』該點所在之頁，須知此種修正，完全為使註記詳明易於尋覓該點之位置，或供將來之修正為目的。如有保存該點之必要時，則宜重行設置新標誌，而將舊者廢棄之。

一等或二等三角網中基線測量之諒必誤差，不得超過 $^1/_{500000}$。

須注意三角系間圖形之强弱，以定基線之坐落。此基線間 R_1 之總和，於三等三角測量之必要時，雖可稍稍超過之，然於一等三角測量不得過１００，二等測量不得過１５０。

崇山之地一等二等與三等三角點之對於中等海水標準面之高程，宜觀測垂直角以決定之。凡由交會觀測以決定之特別尖峯，亦宜測定其高程。

道線測量

道線測量者於施行平面控制之三角測量地區過於卑下，

且林木叢密或其地不克施行三角測量,或用三角測量而費用過鉅時用之者也。

道線測量除在高地外,易得與三角測量同精度之輿地位置,但道綫測量所經過之地爲一單線,而三角測量則含一地帶.是故三角測量每1·6公里進行之經費,不超過道線測量費用之一倍半時,則甯捨道線而用三角也.但此係特指首二級之三角與道線測量而言.而三等三角測量與三等道綫之取捨,其對於大面積之擴展,一以局部要求及各種情狀爲標準。

各級道綫測量均須測成環線,或以其兩端連於同等或高級三角點或道線點,故從無用於控制測圖之道線,而未加此種校勘者。

一等道綫測量之關係精度,應與一等三角測量所需者相同.位置閉塞差不得過其所經過距離之1/25000.因控制道線測量而觀測之天文指角,其所需之精度以約0·5秒之諒必誤差表示之,其位置應在於每10至15個主要角測站間。

二等道綫測量之精度與二等三角測量者相當.位置閉塞差不得過其所經過距離之1/10000。因控制道綫測量而觀測之天文指角,其所需之精度以約1 5秒之諒必誤差表示之,其位置應在於15至20個主要角測站間。

三等道線測量乃因供給測圖與他種工程之目的而設者.每段(Section)之位置誤差,不得過其所經過距離之1/5000.量度距離時,所用之器械爲曾經標定之卷(盤)尺,彈簧衡與寒暑表.在坡度上所量度之距離,用已知高程差或所測得之坡度角化爲水平距離.如卷尺量時未加托點之各段,則須加以

尺身岩下之改正。

四等道線測量祗供地形測圖之用，其所決定之位置不宜公布之。

首三級道線測量之一般要求

道線中之一段，其距離若不大於 8 公里時，於特別時雖可不安設永久測站標點，然此等道線點宜安設之於平均距離不逾五公里之間爲要。如某道線爲永久標點時，則其相鄰之點至少亦有一點，以永久性質安設之。因須確定永久點之指角，方足以資應用也。

道線點之標點宜以金屬圓盤安設於洋灰柱，大圓石，或顯露於地面之岩石中。洋灰柱頂之直徑，宜自 15 至 30 公分(C.m.)下端則 45 至 90 公分，其長短及埋入地中之深淺，一以其地成凍時所及之深度爲準，露出地面之距離宜自 5 至 15 公分。

每永久道線標點，宜設二個參考點於道線之兩旁（以與道線成正交爲佳，）刻以第一第二之號數。如本道線點或一參考點被毀時，則可由其餘之一參考點以求得道線點之位置也。又在參考點觀測時，須測定與永久目標所成之角，如教堂屋頂塔尖，裁判所之圓屋頂等。

道線測量尤宜隨時與公共土地測量之標點，省與城鎮之界碑，與各目標附近之永久物，用直接量度或三道線點以上所測之角度以聯絡之。道線點之『點之記』須記入其與道路交叉火車站橋梁及與河流交叉之位置等。

水準測量

一等水準測量　一等水準測量係用以展布主要水準網

於全國者。網線之位置須使全國中最後之精密水準點無有相距80公里以上。其所用之方法與儀器須採用最新式者。所有之網線均須分節，每節之長自一至二公里須往復測之，每節往復之差不得逾$4^{mm}\sqrt{K}$。式中K爲每節長之公里數。

二等水準測量　二等水準測量者，係用以再分一等水準測量之環線，使全國中之水準點與二等水準點或一等水準點之距離無有超過24公里以上者。二等水準測量，係包含用一等水準測量法於已知一等水準點間連測之單線，無論其爲環線或每節，作往復觀測之水準線，其誤差不得超過$12^{mm}\sqrt{K}$。式中K爲環綫長或每節二倍長之公里數。

三等水準測量　三等水準測量者，於一等及二等水準測量不及控制之地域內，使有適宜精度之高程，以爲施行地形測量及其他多數工程設施之用。任意地帶內水準點之設立，須使每標準地形圖幅內，至少有三點三等或較高級之固定水準點。其閉塞誤差不得過24^{mm}乘其距離公里數之平方根。

三角術的水準測量　在山地之一等二等三等三角點之高程，須由垂直角決定之。三角術的水準測量，宜隨時設法與幾何的水準點聯絡之，且三角術之水準網須用幾何之水準點平均改正之。其高程之精度須使之能爲地形測量之垂直控制點足矣。

四等水準測量　四等水準測量，係指Y形水準儀之水準測量，經緯儀及S'a!ia之水準測量與平板儀法之水準測量。此種水準測量，須與較高級之已知高程聯絡之，無須設立永久水準點。所測之高程若欲公布之，惟爲高峯之巔，小山之頂，與

尖峯等之高程耳。

凡一等二等水準線均須設立適宜之標點,而以插入水泥柱內,堅固之建築物,顯露之岩石或大圓石內之金屬圓盤爲佳。若其地似爲將來水準測量所自擴展者,則須於800公尺爲半徑之面積內,至少設立三水準點,但各點相距須稍遠,庶不爲同樣煩雜原因或諸種原因所混淆。

水準測量之一般顧慮

凡高程均須以中等海水面爲標準面。

凡首三級之水準線,均須測成環綫或以同級或較高級之水準點,及驗潮點以校勘之。

新測之水準測量,須隨時設法以之聯於政府或其他機關之現有水準點以資校勘,且可供平衡水準測量之用。

凡一等二等與三等水準線中所設各標點間相距,須平均在5公里,或較少之距離,又若所測之水準線,卽將爲地形測量隊之用,則可設立樹上或橋座等處之臨時水準點,於距水準綫左近每1.5公里之處。

金屬水準點上須刻建立之時期等,其對於中等海水面之高程祇能於平均計算告竣後刻之。

凡設有導線點處宜使水準線設法經過之,以便決定各該點之高程。

舊水準點『點之記』之更正,一如三角點。

控制之分類

前述各種控制之分類可列表如次:

	一　等	二　等	三　等	四　等
三角測量	三角形之平均閉塞差爲1″ 基線之校勘爲 1/25000	3″ 1/10000	5″ 1/5000	圖象或經緯儀所測之角
道線測量	位置校勘 1/25000	1/10000	1/5000	Stadia尺或測輪
水準測量	每節閉塞差 4 mm√公里數	環線閉塞差 12 mm√公里數	環綫閉塞差 24 mm√公里數	Flying wye 水準儀 垂直角

野外計算

每級測量業務，因欲保持其所要求之精度，及避免必須重測方向以改正超越誤差起見，茲將全部計算之一部分有在野外計算之必要，但此等計算恆視爲概算而已。當外業繼續進行時，此種概算亦有在總局分局計算者。偏心測站宜以歸算中心，角值測得後即須計算球過量，且檢驗三角形之閉塞差；計算經過三角系圖形之各距離（邊長）以檢點其長度是否適合。

基線測量宜作適宜之計算，藉知往復之校勘量度是否在所定之誤差限度內，基線之長亦宜依外業所測定之高程，歸算於中等海水面上。由此之計算可考查由三角測量已知（校勘）之邊長與實測邊長，其精度是否在該級三角測量所要之限度以內。

業務略圖恆須在野外作成之。

三角測量中毋須在野外計算與地位置,但因卽須用為地形測量之圖根點時,可取用單秒之角值以五位對數計算之可也。惟其位置須以全國之原點(Datum)為依準,按此原點一時殊未易決定,先用暫定之原點推算之。

最小自乘法之平均,永不在野外算之。

一等道線及二等道線之計算,須較三角測量計算更向前進行,以校勘所測之指角。

水準測量之野外計算,須相當的完成之,以保持各級水準測量所要求之精度。水準點之高程,須自中等海水面起算。

餘切尺

朱純熙

1　餘切尺之採用

設有傾斜地AB，如第一圖，試求其水平距離AC。

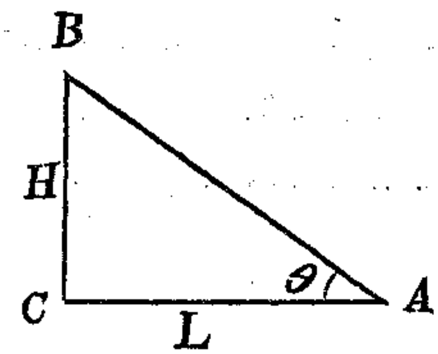
欲解此題，須先知次揭三條件之一：

(1)　斜邊及直邊。

(2)　斜邊及傾斜角。

(3)　直邊及傾斜角。

第一圖



但在實地，測傾斜易，量距離難，傾斜隨處可測，距離非盡能量。如ABC三角形，實含在一垂直面中，斜邊無物阻，猶可量得，直邊常在地下，無從測量，設令假定其長，則相應於此之形成直角三角形之斜邊，亦復無從推測。故(1)之二原子，非測量上所能完全求得。(2)除斜邊爲物阻外，可以適用。(3)若假定直邊之長，等於同高面間之等距離，則直邊爲已知，故於實地測量，最爲便適，是卽所以採用傾斜角之餘切，以求水平距離者也。

故於垂直鈑上，刻明高度之傾斜分劃，於水平規上刻明其相應之水平距離之分劃，則成測量之儀器矣。

如此製成之儀器，名曰測斜儀，其刻有傾斜分劃之垂直鈑，名曰直立鈑，其刻有『相應於傾斜分劃』之分劃之底規，名曰餘切尺。

2　餘切尺之公式

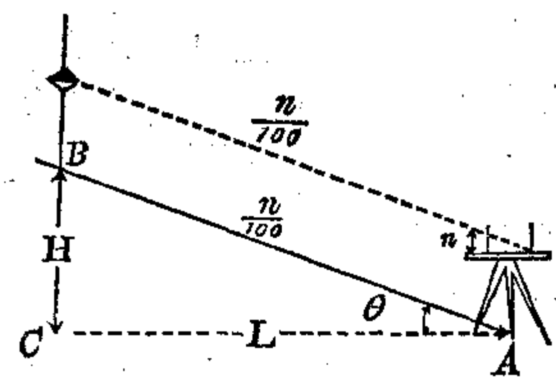
今設實地水平距離AC之長爲L，等距離BC之高爲H，傾斜

角 BAC 爲 θ，則

$$L=H\cot\theta \cdots\cdots(1)$$

又按測斜儀底尺之長之百分之一，鐫刻分割於直立鈑面，且假定 B 點之覘板，與 A 點之測器爲同高者，則自 A 覘視 B 點時，卽可測得其傾斜。

第二圖
傾斜地測量



今設所測直立鈑上之分割數爲 n，則因測斜儀與線視構成之三角形，與 ABC 三角形爲相似形，故得

$$\frac{L}{H}=\frac{100}{n}$$

觀(1)式當知 $\cot\theta$ 可以 $\frac{100}{n}$ 代之，故得

$$L=\frac{100}{n}\times H \cdots\cdots(2)$$

設 $L=ml$，則代入(2)式得

$$l=\frac{100}{n}\times\frac{H}{m} \cdots\cdots(3)$$

此 l 爲將實地水平距離 L，化成之圖上水平距離，其 $\frac{H}{m}$ 名曰圖上等距離，可以 h 表之。

3　餘切尺之製造

各種地圖，各有相當之縮尺，餘切尺爲縮尺之一，若按適當單位，製成一定之長，則用比例，推求其一切運用之變化，可省分別製尺之繁。

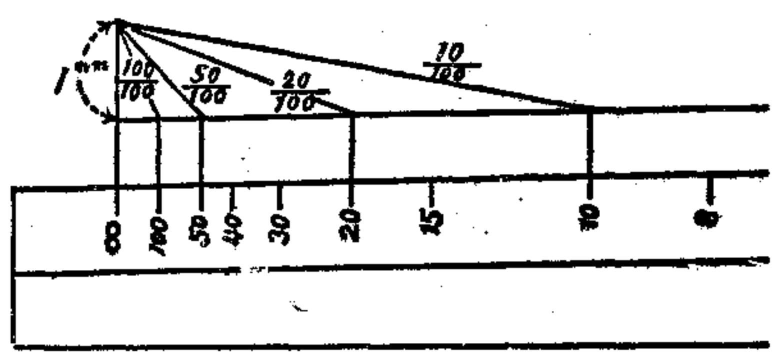
於(3)式令 $H=1^{m}$ 及 $m=1000$ 則 $\frac{H}{m}=1^{mm}$，而得

$$l=\frac{100}{n}\times 1^{mm}=\left(\frac{100}{n}\right)^{mm} \cdots\cdots(4)$$

蓋以一米立爲公共高,則對於此之各傾斜之水平距離,卽爲 l。或換言之曰,圖上等距離爲一米立,則同高線之間隔爲 l。

第　三　圖

餘　切　尺　之　要　領



故令 n=1,2,3,……,100,則從(4)式求得之長,卽爲餘切尺上標準線（記有∞符號者）與各分劃間之距離。

第一表卽代 n 以十一種數值而求得者。

故餘切尺之分劃,乃對於公共高一米立之各傾斜之水平距離也。

第　一　表

餘切尺（用實長千分之一製成）			
列數	尺長之分劃數	尺長之米立數	備考
1	n=1,5	$l=\left(\frac{100}{1,5}\right)^{mm}=66,^{mm}$	本表 $H=1^{m}$ $m=1000^{m}$ $h=1^{mm}$
2	n=2	$l=\left(\frac{100}{2}\right)^{mm}=50,^{mm}$	
3	n=2,5	$l=\left(\frac{100}{2,5}\right)^{mm}=40,^{mm}$	

4	n=3	$l=\left(\frac{100}{3}\right)^{mm}=33,^{mm}$	
5	n=3,5	$l=\left(\frac{100}{3,5}\right)^{mm}=28,^{mm}$	
6	n=4	$l=\left(\frac{100}{4}\right)^{mm}=25,^{mm}$	
7	n=5	$l=\left(\frac{100}{5}\right)^{mm}=20,^{mm}$	
8	n=6	$l=\left(\frac{100}{6}\right)^{mm}=16,^{mm}$	
9	n=10	$l=\left(\frac{100}{10}\right)^{mm}=10,^{mm}$	
10	n=20	$l=\left(\frac{100}{20}\right)^{mm}=5,^{mm}$	
11	n=50	$l=\left(\frac{100}{50}\right)^{mm}=2,^{mm}$	

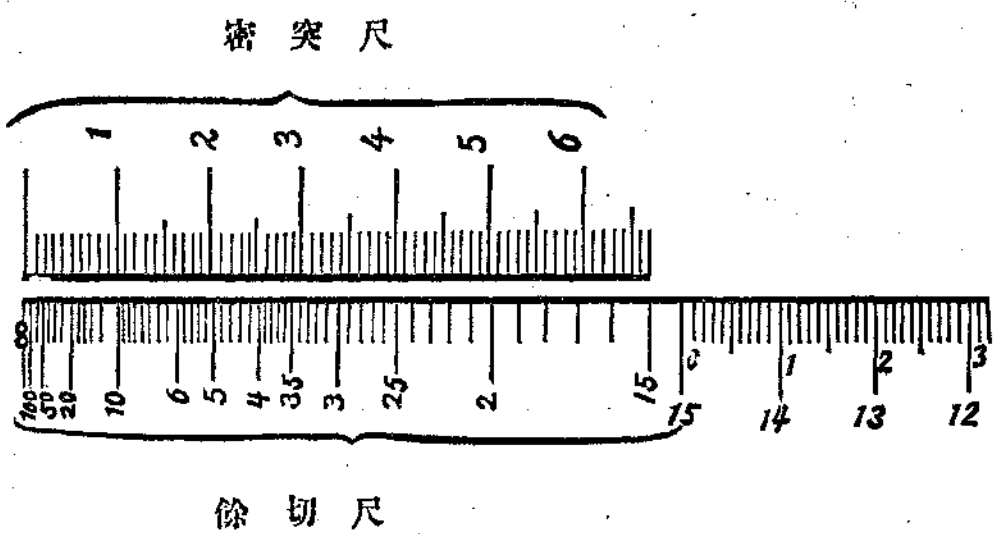
表中第二行各列,與第三行各列,俱爲兩兩相同之距離,惟一用分劃表之,一用米立表之,以明除切尺與密突尺長度之比較。

除切尺上之分劃數,與直立鈑上之分劃數,完全相同,惟一以表示水平距離,一則表示傾斜高度,彼此相應,頗便實用。

故除切尺上註記之數字,卽相應於傾斜之分劃之數,而具有註記之各分劃線,與標準線間之距離,卽爲相應於其傾斜之曲線間隔,故一經測得傾斜,立可求出曲線之經過點,不須計算也。

除切尺上註記之數字,雖無小數點之記號,但小數,單位數,十位數之位置,却秩然有序,務宜注意。

第四圖



第三圖爲餘切尺與密突尺之對照,觀表及圖,當可瞭然於餘切尺之製造矣。

4　餘切尺之活用

前節既言採用適當長度之餘切尺,則按比例可以推求對於一切縮尺之活用法,但有求其米立數者,有求其分劃數（尺上的）者,茲分述如次。

(I).　曲線間隔之求米立數者

此從第2節所述之次式

$$l=\frac{100}{n}\times\frac{H}{m}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

求之

(II).　曲線間隔之求分劃數者

觀第三圖可知測算之分劃愈大,則尺上之距離愈短,卽圖上之曲線間隔愈狹,故爲反比。又等距離愈增高,則測算之分劃愈增大,故爲正比。由是得反比例式如次。

圖上等距離h:製尺之基本等距離1^{mm}

＝相應於1^{mm}之傾斜 n 之曲線間隔:

相應於 h 之傾斜 n′之曲線間隔

第三率相應於1^{mm}之傾斜 n 之曲線間隔,卽徐切尺上之標準線與 n 分劃線間之距離,故以數值論（指 n ）,直可以直立飯上測得之傾斜分劃數代之。

第四率相應於 h 之傾斜 n′之曲線間隔,可用比例求其相當於尺上所刻之分劃數以代之,卽任何梯尺之曲線間隔,皆可求其相當於尺上之分劃數以代之。

故上式可改變如次。

圖上等距離 h:1^{mm}＝測得之分劃數 n:與尺上之分劃數 n′

$$\therefore\ \text{所求曲線間隔之分劃數}\ n' = \frac{\text{測得分劃數}}{\text{圖上等距離}}\cdots\cdots(5)$$

玆從⑶式及⑸式,算出 $\frac{1}{500}$，$\frac{1}{5000}$，$\frac{1}{10000}$，$\frac{1}{25000}$，$\frac{1}{50000}$ 等曲線間隔之例如後,使閱者益瞭然於其變化焉。

第　　二　　表

五百分一測圖之曲線間隔				
n	H	從⑶式算出之米立數	h	從⑸式算出之分劃數
2	$0,^m5$	$l=\frac{100}{2}\times\frac{0,^m5}{500}=50,^{mm}$	1^{mm}	$n'=\frac{2}{1}=2^m$
5	”	$l=\frac{100}{5}\times\frac{0,^m5}{500}=20,^{mm}$	1^{mm}	$n'=\frac{5}{1}=5^m$

第 三 表

五千分一測圖之曲線間隔				
n	H	從(3)式算出之米立數	h	從(5)式算出之分劃數
2	2^{m}	$l=\frac{100}{2}\times\frac{2}{5000}=20,^{mm}$	$\frac{2^{mm}}{5}$	$n'=\frac{2}{\frac{2}{5}}=5^{m}$
5	”	$l=\frac{100}{2}\times\frac{2}{5000}=8,^{mm}$	$\frac{2^{mm}}{5}$	$n''=\frac{5}{\frac{2}{5}}=12,^{m}5$

第 四 表

二萬五千分一測圖之曲線間隔				
n	H	從(3)式算出之米立數	h	從(5)式算出之分劃數
2	10^{m}	$l=\frac{100}{2}\times\frac{10^{m}}{25000}=20,^{mm}0$	$\frac{2^{mm}}{5}$	$n'=\frac{2}{\frac{2}{5}}=5^{m}$
5	”	$l=\frac{100}{5}\times\frac{10}{25000}=8,^{mm}0$	”	$n'=\frac{5}{\frac{2}{5}}=12,^{m}5$

第 五 表

一萬分一測圖之曲線間隔				
n	H	從(3)式算出之米立數	h	從(5)式算出之分劃數
2	5^{m}	$l=\frac{100}{2}\times\frac{5^{m}}{10000}=25,^{mm}$	$\frac{1^{mm}}{2}$	$n'=\frac{2}{\frac{1}{2}}=4^{m}$
5	”	$l=\frac{100}{5}\times\frac{5^{m}}{10000}=10,^{mm}$	”	$n'=\frac{5}{\frac{1}{2}}=10^{m}$

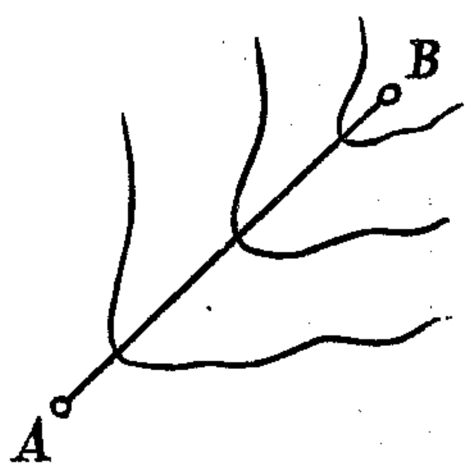
第六表

五萬分一測圖之曲線間隔				
n	H	從(3)式算出之米立數	h	從(5)式算出之分劃數
2	20^{m}	$L=\frac{100}{2}\times\frac{20^{m}}{50000}=20,^{mm}0$	$\frac{2^{mm}}{5}$	$n'=\frac{2}{\frac{2}{5}}=5^{m}$
5	”	$L=\frac{100}{5}\times\frac{20^{m}}{50000}=8,^{mm}0$	”	$n'=\frac{5}{\frac{2}{5}}=12,^{m}5$

5　餘切尺之餘論

餘切尺與急造量距尺並用，蓋利用之以求圖上水平距離者也。

第五圖



用急造量距尺求得整齊傾斜山坡上二點A，B間之水平距離，則A，B兩點俱在曲線上時，其間應有若干曲線，甚易求得。

若A不在曲線上時，宜從此求出其最近之一曲線，今設植於此曲線上之覘板之高，爲與測板同高者，則其覘線與山坡平行，故覘線之傾斜，卽爲山坡之傾斜，以此覘得之傾斜與規定之等距離，求出曲線之間隔，而逐次取之於AB線上，則得各曲線之通過點矣。

應用餘切尺，測繪曲線，固甚便利，但非傾斜整齊之山坡，不宜用此。

將(3)式中H及n，代以種種之値，而求其L之値，列爲一表，

則臨時應用,極爲便利。

次表卽以 H=1,2,3,4,5 密突,n=1,2,3,……,40 分劃之值調製者也,故於某等距離讀算傾斜分劃,則依此表卽可求得其水平距離。

第　七　表

餘切表 $L=\frac{100}{n}H$　n=傾斜之分劃數　H=垂直距離　L=水平距離

n \ H	1,ᵐ0	2,ᵐ0	3,ᵐ0	4,ᵐ0	5,ᵐ0	n \ H	1,ᵐ0	2,ᵐ0	3,ᵐ0	4,ᵐ0	5,ᵐ0
1,0	100	200	300	400	500	7,0	14	29	43	57	71
.2	83	166	250	333	417	.2	14	28	42	56	69
.4	71	143	214	286	357	.4	14	27	41	54	38
.6	63	125	188	250	313	.6	13	26	39	53	66
.8	56	111	166	222	278	.8	13	26	38	51	64
2,0	50	100	150	200	250	8,0	13	25	38	50	63
.2	45	91	136	182	227	.2	12	24	37	49	61
.4	43	83	125	167	208	.4	12	24	36	48	60
.6	38	77	115	154	192	.6	12	23	35	47	58
.8	36	71	107	143	179	.8	11	23	34	45	57
3,0	33	67	100	133	167	9,0	11	22	33	44	56
.2	31	63	94	125	156	.2	11	22	33	43	54
.4	39	59	88	118	147	.4	11	21	32	43	53
.6	28	56	83	111	139	.6	10	21	31	41	52
.8	26	53	79	105	132	.8	10	20	31	41	51
4,0	25	50	75	100	125	10,0	10	20	30	40	50
.2	24	47	71	95	119	.2	10	20	30	39	49
.4	23	45	68	91	114	.4	10	19	29	38	48
.6	22	43	65	87	109	.6	9	19	28	37	47
.8	21	42	63	83	104	.8	9	19	28	37	46
5,0	20	40	60	80	100	11,0	9	18	27	36	45
.2	19	39	59	78	98	.2	9	18	27	36	45
.4	19	37	56	74	93	.4	9	18	26	35	44
.6	18	36	54	71	89	.6	9	17	26	34	43
.8	17	34	52	69	86	.8	8	17	25	34	42
6,0	17	33	50	67	83	12,0	8	17	25	33	42
.2	16	32	48	65	81	.2	8	16	24	33	41
.4	16	31	47	63	79	.4	8	16	24	32	40
.6	15	30	45	61	76	.6	8	16	24	32	40
.8	15	29	44	59	74	.8	8	16	23	31	39

13.0	8	15	23	51	58	19.0	5	11	16	21	26
.2	8	15	23	30	38	.5	5	10	15	21	26
.4	7	15	22	30	37	20.0	5	10	15	20	25
.6	7	15	22	29	37	.5	5	10	15	20	24
.8	7	14	22	29	36	21.0	5	9	14	19	24
14.0	7	14	21	29	36	22.0	5	9	14	18	23
.2	7	14	21	28	35	23.0	4	9	13	17	22
.4	7	14	21	28	35	24.0	4	8	12	17	21
.6	7	14	21	27	34	25.0	4	8	12	16	20
.8	7	14	20	27	34	26.0	4	8	12	15	19
15.0	7	13	20	27	33	27.0	4	7	11	15	19
.2	7	13	20	26	33	28.0	4	7	11	14	18
.4	6	13	19	26	32	29.0	3	7	10	14	17
.6	6	13	19	26	32	30.0	3	7	10	13	17
.8	6	13	19	25	32	32.0	3	6	9	12	15
16.0	6	13	19	25	31	34.0	3	6	9	12	14
.5	6	12	18	24	30	36.0	3	6	8	11	13
17.0	6	12	18	24	29	38.0	3	5	8	11	13
.5	6	11	17	23	29	4[illegible].0	3	5	8	10	13
18.0	6	11	17	22	28						
.5	5	11	16	22	27						

例如梯尺五千分之一,等距離二密突之測圖,設其測算分劃爲八分劃,則得L之長爲二十五密突,圖上之曲線間隔爲.

$$L=\frac{25,^{m}0}{5000}=5,^{mm}0$$

餘切尺原理,甚爲膚淺,但非切實詳考,不易洞澈底蘊,故茲絮絮述之。

用任意次差求間數法

曹　　謨

引言——求間數法者,於每相當已知獨立變數之一連列函數值,不用函數解析式以求其間任何變數之函數值之法也。此獨立變數恆名為引數(Argument)。如太陽之赤經為『時』之已知函數,而此『時』即為獨立變數。吾人使用天文曆及精密之對數計算與查計算表時常用此法。茲篇之作係民十四因漢琴兄之見詢,而譯自Chauveret天文學中者。尚有其他各法異日當另為文述之。謨附誌.

1　由天文曆求任一數量之確值,必須依數學解析法之一般求間數法公式得之。其法能使吾人從表中相當於等距變數之函數值以求任一函數之中間值,而此變數即為函數之屬數。天文曆中諸元數有多種,其時間之函數即所謂變數或引數 (argument) 是也。

令$T, T+w, T+2w, T+3w, \ldots\ldots$為變數等距之各值;$F, F', F'', F''', \ldots\ldots$為相應於已知各函數之值;又令所求得之第一第二及其下之各次差如下表所示:—

引數	函數	第一次差	第二次差	第三次差	第四次差	第五次差	第六次差
T	F						
		a					
$T+w$	F'		b				
		a'		c			
$T+2w$	F''		b'		d		
		a''		c'		e	
$T+3w$	F'''		b''		d'		f
		a'''		c''		e'	
$T+4w$	F^{v}		b'''		d''		

		a^{IV}		c'''			
$T+5w$	F^{V}		b^{IV}				
		a^{V}					
$T+6w$	F^{VI}						

各差數係減下數而得,即每數皆從其下之一數減之而得者;而各差數前須加固有之代數號。各次差數皆由此法得之,第一次差數則自函數項而得。偶次差數(二次,四次………)在引數及函數之同行中;奇次差數(一次,三次………)則在各行之間。

茲以$F^{(n)}$表相當於引數$T+nw$之函數值,則依代數式可得,

$$F^{(n)}=F+na+\frac{n(n-1)}{1.2}b+\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}c+\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4}d+\cdots(1)$$

式中各係數即爲第n次羃二項式之係數。此式爲由各已知函數之第一函數,及各次差數之第n次差數所表示之間數式。若令n連續等於0,1,2,3,4,……則得函數F,F',F'',F'''……,而其間之數值則可用n之分數值求得之。吾人欲自某函數及其下之一函數間求間數時,常用此式,惟n須小於1。欲求各情況中之n值,其法可使$T+t$表示引數之值,而由此以插入一函數值:

因　$nw=t$,故$n=\frac{t}{w}$　即n爲t除以w之分數式。

例—天文曆中太陰每十二點鐘之赤經如次:—

	太陰之赤經	第一次差	第二次差	第三次差	第四次差	第五次差
1856年3月　$5,^{d}\ 0^{h}$	$12^{h}58^{m}28,^{s}39$					
		$+28^{m}$ 47,04				
5, 12	22 27 15, 43		$-36.^{s}$ 97			
		28 10, 07		$+4,^{s}79$		

6, 0	22 55 25, 50		32. 18		−1.74	
		27 37.89		6.53		−0.66
6, 12	23 23 3, 39		25. 65		1.08	
		27 12.24		7.61		
7, 0	23 50 15, 63		18. 04			
		26 54.20				
7, 12	0 17 9, 83					

求三月五日六時太陰之赤經.

茲　T＝3月5日0時　$t=6^h$　$w=12^h$　$n=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$；又若於(1)式中以A, B, C, D, E表示a, b, c, d, e之係數,則

$F=21^h\ 58^m\ 28.^s39$

$a=+28^m\ 47.04$　$A=n=\frac{1}{2}$,　$Aa=+\ 14\ 23.52$

$b=-\ 36.97$　$B=A\cdot\frac{n-1}{2}=-\frac{1}{8}$,　$Bb=+\ 4.62$

$c=+\ 4.79$　$C=B\cdot\frac{n-2}{3}=+\frac{1}{16}$,　$Cc=+\ 0.30$

$d=+\ 1.74$　$D=C\cdot\frac{n-3}{4}=-\frac{5}{128}$,　$Dd=-\ 0.07$

$e=-\ 0.66$　$E=D\cdot\frac{n-4}{5}=+\frac{7}{256}$,　$Ee=-\ 0.02$

1856年3月5日6時太陰之赤經……$F^{(1/2)}=22\ 12\ 56.74$

此値與美國天文曆所載者同樣精密。

2　(1)式亦可書如下式。

$$F^{(n)}=F+n\left(a+\frac{n-1}{2}\left(b+\frac{n-2}{3}\left(c+\frac{n-3}{4}\left(d+\frac{n-4}{5}\left(e+\cdots\cdots\right)\right)\right)\right)\right)\cdots(1)$$

故由前例則

$$\frac{n-4}{5}=-\frac{7}{10}\quad -\frac{7}{10}\times -0{,}66 \qquad = \quad +0{,}46$$

$$\frac{n-3}{4}=-\frac{5}{8}\quad -\frac{5}{8}(+\ 1{,}74+0{,}46) \qquad = \quad -1.38$$

$$\frac{n-2}{3}=-\frac{1}{2}\quad -\frac{1}{2}(+\ 4{,}79-1{,}38) \qquad = \quad -1.71$$

$$\frac{n-1}{2}=-\frac{1}{4}\quad -\frac{1}{4}(+36{,}97-1{,}71) \qquad = \quad +9.67$$

$$n=\frac{1}{2}\quad \frac{1}{2}(+28^{m}\ 47^{s}+9{,}67) \qquad =+14^{m}\ 28{,}35$$

$$F\ =21\ 58\ 28{,}59$$

$$22\ 12\ 56{,}74$$

5　若吾人不但用某函數值以下之值,且更用其以上之值,卽自相當於引數T−w,T−2w,………等值起,則從(1)式可推出甚適用之式。由是可得下表:—

引　數	函數	第一次差	第二次差	第三次差	第四次差	第五次差	第六次差
T−3w	F'''						
		a'''					
T−2w	F''		b''				
		a''		c''			
T− w	F'		b'		d'		
		a'		c'		e'	
T	F		b		d		f
		a'		c'		e'	
T+w	F'		b'		d'		
		a''		c''			
T+2w	F''		b''				
		a'''					
T+3w	F'''						

若(1)式自F起函數之差數以a,' b,' c''…………表之則引數T+nw之函數可由次求之

$$F^{(n)}=F+na'+\frac{n(n-1)}{1.2}b'+\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}c''+\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4}d''+\cdots$$

但　$b' = b + c'$

$c'' = c' + d' = c' + d + e'$

$d'' = d' + e'' = d + e' + e' + f' = d + 2e' + f'$

…………　…………　…………

式中$b', c'', \cdots\cdots$爲表中自起算應用函數之水平線下差數之項,以此諸值代入公式則得

$$F^{(n)} = F + na' + \frac{n(n-1)}{1.2}b + \frac{(n+1)(n)(n-1)}{1.2.3}c' + \frac{(n+1)(n)(n-1)(n-2)}{1.2.3.4}d + \cdots (2)$$

式中各係數之規則乃另成一新因數,卽其分子前後因數爲前後輪換,而其自左至右之因數常爲減一。又新因數之分毋則仍如(1)式而爲表示微差之次數。

用此式求間數甚爲精密,因其自中心函數下劃一水平線而取其最近於水平線之平均値,以代末次差數之値也;如取至四次差爲止,用 d 以代 d 與 d′ 間之値。如是卽含第五次差之項。

例—試用曆書所載每隔十二時間太陽赤經之値;求 1 8 5 6 年 3 月 5 日 6 時太陽之赤經。此與第一節之例從(1)式所求得者相同。但此係取用曆書中 3 月 5 日 0 時之前三日與後三日之數,如下表:—

		太陰之赤經	第一次差	第二次差	第三次差	第四次差	第五次差
1856年3月	5日12	$2)^h\ 28^m17.^s88$					
			$+30^m\ 39.^s20$				
	4　0	20　58 57.08		$-34.^s27$			
			30　4.93		$-4.^s28$		

4 12	21 29 2.01		38.55		+3.49	
		29 26.38		−0.79		−0.33
5 0	21 58 28.39		39.34		3.16	
		28 47.04		+2.37		−0.74
5 12	22 27 15.43		36.97		2.42	
		28 10.07		+4.79		
6 0	22 55 25.51		32.18			
		27 37.89				
6 12	23 23 3.39					

自起算之函數下劃一水平線,則(2)式中所用之差數皆在此水平線旁之互相上下處。

$F = 21^h58^m28.^s39$

$a' = +28^m47.04$	$A = \qquad n = \frac{1}{2}$	$Aa' = +14\ 23.52$
$b = -\ 39.34$	$B = A\cdot\frac{n-1}{2} = -\frac{1}{8}$	$Bb = +\ 4.92$
$c' = +\ 2.37$	$C = B\cdot\frac{n+1}{3} = -\frac{1}{16}$	$Cc' = -\ 0.15$
$d = +\ 3.16$	$D = C\cdot\frac{n-2}{4} = +\frac{3}{128}$	$Dd = +\ 0.07$
$e' = -\ 0.74$	$E = D\cdot\frac{n-2}{5} = +\frac{3}{256}$	$Ee' = -\ 0.01$

$F(\frac{1}{2}) = 22\ 12\ 56.74$

3. 若以次之各值代入(2)式則

$a' = a_{,} + b,\ c' = c_{,} + d, \cdots\cdots$

則 $$F^{(n)} = F + na_{,} + \frac{(n+1)n}{1.2}b + \frac{(n+1)(n)(n-1)}{1.2.3}c_{,} + \frac{(n+2)(n+1)(n)(n-1)}{1.2.3.4}d + \cdots\cdots \quad (3)$$

式中各項係數之規則仍爲分子前後相互之新因數，而分毋之因數仍自左至右常增一。所用之差數，爲在自起算之函數上方，劃一水平線上下之數。

若於前式中之 n 取小於一之負值，則可得 F 與 F 間之函數值，而 (3) 式之情狀較 (2) 式更爲收斂。一般若起算之函數爲最近於所欲求者，則 n 之數常小於 $\frac{1}{2}$，故若

$0<n<+\frac{1}{2}$ 則用 (2) 式，$\frac{-1}{2}<n$ 則用 (3) 式。

4. 若取 (2)，(3) 二式之平均值，又用無 (′) 之字母以示表中水平線上下奇次差數之平均值。而以

$$a=\frac{1}{2}(a_{,}+a'),\quad c=\frac{1}{2}(c_{,}+c')\cdots\cdots\cdots\cdots$$

則 $$F^{(n)}=F+na+\frac{n^2}{2}b+\frac{(n+1)(n)(n-1)}{2.3}c+\frac{(n+1)(n^2)(n-1)}{2.3.4}d+\cdots\cdots(4)$$

a，b，c，等數量可插入於表中以完成在所起算函數同行之差數行。(4) 式之各項係數之規則：其任一奇次項係數可從其以前奇次差係數之前後各加以二因數；其在前者加一，在後者減一；偶數項者亦可同法求得之。又分母之因數與前公式相同。

例—試由天文曆中已知太陰午正及子正之時，求 1856 年 3 月 5 日 6 時之赤經。

其表如次：—

	太陰之赤經	第一次差	第二次差	第三次差	第四次差	第五次差
1856年3月　3日12時	$20^h 28^m 17^s.88$					
		$+3^m 29^s.20$				

4	0	20	58	57.08		$-34.^{s}27$			
					30 4.93		−4.28		
4	12	21	29	2.01		38.55		+3.49	
					29 26.38		−0.79		−0.33
5	0	21	58	28.39	[+29 6.71]	−39.34	[+0.79]	+3.16	[−0.54]
					28 47.04		+2.37		−0.74
5	12	22	27	15.43		36.97		2.42	
					28 10.07		+4.79		
6	0	22	55	25.50		32.18			
					27 37.89				
6	12	23	23	3.39					

劃兩綫一在起算函數之上一在其下，然後以此兩線上下奇次差數之平均值書於兩線之間。而(4)式中取用之數，皆在此兩線之間。

$$F = 21^{h}58^{m}\ 28.^{s}39$$

$$a = +29^{m}\ 6.^{s}71 \qquad A = n = \frac{1}{2} \qquad Aa = -\ 14\ \ 33.36$$

$$b = -\ 39.34 \qquad B = \frac{n^2}{2} = +\frac{1}{8} \qquad Bb = -\ 4.92$$

$$c = +\ 0.79 \qquad C = A\cdot\frac{n^2-1}{6} = -\frac{1}{16} \qquad Cc = -\ 0.05$$

$$d = +\ 3.16 \qquad D = B\cdot\frac{n^2-1}{12} = -\frac{1}{128} \qquad Dd = -\ 0.03$$

$$e = -\ 0.54 \qquad E = C\cdot\frac{n^2-4}{20} = +\frac{3}{256} \qquad Ee = -\ 0.01$$

$$F\left(\frac{1}{2}\right) = 22\ 12\ 56.75$$

此值與前節所得者相差0 01，Hanson對此公式曾作有一表，應用時甚爲便利。

5. 此外又有一公式爲Bessel氏所創立，比前所述之法更爲精密。此法係於起算之函數下劃兩水平線，而取此兩水平間之奇數差，及此兩水平線上下奇次差數之平均值書於兩水平線間者也。設以

$$b_0=\frac{1}{2}(b+b'),\quad d_0=\frac{1}{2}(d+d'),\cdots\cdots\cdots\cdots$$

而與次式連合之

$$\frac{1}{2}c'=\frac{1}{2}(b'-b),\quad \frac{1}{2}e'=\frac{1}{2}(d'-d),\cdots\cdots\cdots\cdots$$

則可化爲

$$b=b_0=-\frac{1}{2}c',\qquad d=d_0-\frac{1}{2}e',\cdots\cdots\cdots\cdots$$

代入(2)式則

$$\begin{aligned}F_{(n)}=F+na'+\frac{n(n-1)}{1.2}b_0+\frac{n(n-1)(n-\frac{1}{2})}{1.2.3}c'\\+\frac{(n+1)(n)(n-1)(n-2)}{1.2.3.4}d_0\\+\frac{(n+1)n(n-1)(n-2)(n-\frac{1}{2})}{1.2.3.4.5}e'+\cdots\cdots\cdots\cdots(5)\end{aligned}$$

爲此式便於布算起見，可於起算之函數下劃兩水平線，則奇數差$a', c', \cdots\cdots$均在此兩水平線內。若再以此兩水平線外方之上下偶數差之平均值書於其間，則在兩線間之值皆爲公式中所應用之值。

例——試求西經$4^h42^m19^s$處，於1851年5月15日太陰過子午線時，其第二邊之赤經。

曆書中 Moon Culminations 欄中載有太陰亮邊上下經過格林之赤經此欄中之標目為赤經,而標目之時距為 12^h。故任意時過子午線之值可用求間數法以求得之.而 n 之商則以 12^h除本地經度(時)得之。

從英國曆書

	太陰第二邊之赤經	第一次差	第二次差	第三次差	第四次差	第五次差
5月14, 上經過	$15^h\ 12^m$ $39.^s04$					
		$+28^m$ $24.^s37$				
15, 下經過	15 41 3.41		$+12.^s11$			
		28 36.48		$-2.^s62$		
15, 上經過	16 9 39.89		+ 9.49		−1.58	
		28 45.97	[+7.39]	−4.20	[−1.42]	+0.33
16, 下經過	16 38 25.86		+ 5.29		−1.25	
		28 51.26		−5.45		
16, 上經過	17 7 17.12		− 0.16			
		28 51.10				
17, 下經過	17 36 8.22					

用(5)式求間數可於起算之函數下及其下之一函數之上各劃一水平線,則奇次差之數皆在此兩線內,而以兩線外方上下之偶次差之平均值插入之,則凡式中所採用之數,皆在此兩線內,即得:—

$$a' = +1725.^s97 \quad b_0 = +7.^s39 \quad c' = -4.^s20 \quad d_0 = -1.^s42 \quad e' = +0.33$$

於此 n 為非簡單之分數,故用對數計算則甚為便利。

$4^h\ 42^m\ 19^s = 16939$ 　　　　log 4.2288878

12 　　　　$= 43200$ 　　　　log 4.6354837

$\log A = \log n = 9.5934041$

$n =$	0.3921065	9.59340	9.5934	9.5934	9.5954
$n-1 =$	-0.60789	n9.78383	n9.7838	n9.7838	n9.7838
$n-\frac{1}{2} =$	-0.10789		n9.0330		n9.0330
$n-2 =$	-1.6079			n0.2063	n0.2063
$n+1 =$	$+1.3921$			0.1437	0.1437
		$(\frac{1}{2})$ 9.69897	$(\frac{1}{6})$ 9.2218	$(\frac{1}{24})$ 8.6198	$(\frac{1}{120})$ 7.9208
(A)	9.5934041	(B) n9.07620	(C) 7.6320	(D) 8.3470	(E) n6.6810
(a′)	3.2370332	($b_\circ$) 0.86864	(c′) n0.6232	($d_\circ$) n0.1523	(e′) 9.5185
	2.8304373	n9.94424	n8.2552	n8.4993	n6.1995

$$
\begin{aligned}
Aa' &= 11^m 16^s.764 \\
Bb_\circ &= -\ 0.879 \\
Cc' &= -\ 0.018 \\
Dd_\circ &= -\ 0.032 \\
Ee' &= \ \ 0.000
\end{aligned}
$$

赤經增加之數 $=$ 11 15.835

過格林納之赤經 $16^h 9\ 39.89$）

所求之赤經 1620 55.725

此爲 Bessel 氏求間數公式,用表計算方爲便利,表中列與 n 相當之 A, B, C, D,………係數及其對數.

6．中間時之間數法此相當於已知兩函數平均值時之求間數法也。即當 $n=\frac{1}{2}$ 則從(5)式因 $n-\frac{1}{2}=0$

$$F(\tfrac{1}{2})=F+\frac{1}{2}a'-\frac{1}{8}b_{\circ}+\frac{3}{128}d_{\circ}-\frac{5}{1024}f_{\circ}+\cdots\cdots\cdots\cdots$$

或因 $F+\frac{1}{2}a'=\frac{1}{2}(F+F')$

$$F(\tfrac{1}{2})=\frac{1}{2}(F+F')-\frac{1}{8}\left\{b_{\circ}-\frac{3}{16}\left[d_{\circ}-\frac{5}{24}(f_{\circ}-\&c.)\right]\right\}\cdots\cdots\cdots(6)$$

此即所謂中間時之求間數公式也。

當三次差爲常數，$d_{\circ}f_{\circ}\cdots\cdots$爲 0，則對於中間時求間數之法則頗爲簡單：自兩函數之平均值，減去與兩函數相對之二次差平均值之八分之一。由此法則求間數可改正於第三次差。

公式(6)用表格計算極便利。作表中之各函數值皆爲以 $2^{m}w$ 相差之引數值所直接計算者；而插入其兩函數中間之值，其時引數相差爲 $2^{m-1}w$；再插入於所得每兩聯數之中間，即可得每相差 $2^{m-2}w$ 引數之一聯列數；依此類推，至引數間相差數爲 $2^{m-m}w$ 或 w 止。

例——試從曆書中太陰午正與子正之值求 1856 年 3 月 5 日 6 時太陰之赤經。

此與 3 節之例同；惟 6^h 爲午正與子正之中間時，其結果可從(6)式簡單計算之如次：從 3 節之表得

$$b_{\circ}=-38.^{s}16 \qquad \frac{1}{2}(F+F')=22^{h}12^{m}51.^{s}91$$

$$d_{\circ}=+2.^{s}79,\ -\frac{3}{16}d_{\circ}=-\ 0.52 \qquad 38.68\times\frac{1}{8}=\quad +\ 4.83$$

$$\underline{\qquad\qquad} \qquad\qquad \underline{\qquad\qquad}$$

$$-38.68 \qquad F(\tfrac{1}{2})=22\ 12\ 56.74$$

7. 吾人自一已知聯列之後二值間以求間數，亦可依相反之次序，即引數爲T,T－w,T－2w,………以求之（T爲最後之引數）。各奇次差之符號須與前相反，而取a,b,c,d,…………等各項之最後差數其間數可用(1)式以求之。

8. 依引數之分數冪級數整列之以求間數之公式

當函數之各值插入於一已知聯列之兩數間，此常可應用依n之乘冪所整列之公式以求之。集(1)式中各分數之相乘積而整理之則得

$$
\begin{aligned}
F^{(n)}=F&+n\left(a-\frac{1}{2}b+\frac{1}{3}c-\frac{1}{4}d+\frac{1}{5}e-\cdots\cdots\right)\\
&+\frac{n^2}{1.2}\left(b-c+\frac{11}{12}d-\frac{5}{6}e+\cdots\cdots\right)\\
&+\frac{n^3}{1.2.3}\left(c-\frac{3}{2}d+\frac{7}{4}e-\cdots\cdots\right)\\
&+\frac{n^4}{1.2.3.4}\left(d-2e+\cdots\cdots\right)\\
&+\frac{n^5}{1.2.3.4.5}\left(e-\cdots\cdots\right)\\
&+\cdots\cdots
\end{aligned}
\tag{7}
$$

式中各次差可依1節之表以得之。

將(4)式同法整理之則得

$$
\begin{aligned}
F^{(n)}=F&+n\left(a-\frac{1}{6}c+\frac{1}{30}e-\cdots\cdots\right)\\
&+\frac{n^2}{1.2}\left(b-\frac{1}{12}d+\cdots\cdots\right)\\
&+\frac{n^3}{1.2.3}\left(c-\frac{1}{4}e+\cdots\cdots\right)\\
&+\frac{n^4}{1.2.3.4}\left(d-\cdots\cdots\right)
\end{aligned}
$$

$$+\frac{n^5}{1.2.3.4.5}(e-\cdots\cdots)$$

$$+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \tag{8}$$

式中 a, c, e 之差數 3 係節表中函數 F 線內所插入之平均奇次差也。

9. 表函數之推出函數。

當一函數之解析式為已知時,則其推出函數可直接由連續差數以得之;然當此式為不知或為甚複雜之式時,則可從表中各函數值之各次差數,以得特別變數值之推出函數值。

以 $T+nw$ 表引數,其相當函數 $f(T+nw)$ 以表之,相當於引數函數之連續推出函數則以 $f'(T+nw)$, $f''(T+nw)$, $f'''(T+nw)$, ………表之,而 $f(T)$, $f'(T)$, $f''(T)$, …………則表相當於引數 T 或當 $n=o$ 時之函數值及其推出函數,於是從 Maclaurin 定理則得

$$f(T+nw)=f(T)+f'(T)nw+f''(T)\frac{n^2w^2}{1.2}+\cdots\cdots\cdots$$

以此式中 n 乘冪之各係數與(7)式之係數比較之則有

$$f'(T)=\frac{1}{w}\left(a-\frac{1}{2}b+\frac{1}{3}c-\frac{1}{4}d+\frac{1}{5}e-\cdots\cdots\cdots\right)$$

$$f''(T)=\frac{1}{w^2}\left(b-c+\frac{11}{12}d-\frac{5}{6}e+\cdots\cdots\cdots\right)$$

$$f'''(T)=\frac{1}{w^3}\left(c-\frac{3}{2}d+\frac{7}{4}e-\cdots\cdots\cdots\right)$$

$$f^{IV}(T)=\frac{1}{w^4}\left(d-2e+\cdots\cdots\cdots\right)$$

$$f^{V}(T)=\frac{1}{w^5}\left(e-\cdots\cdots\cdots\right)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \tag{9}$$

式中所取之差數與 1 節中同。

以 Maclaurin 定理與(8)式相比較亦可得甚便利之式,卽

$$f'(T)=\frac{1}{w}\left(a-\frac{1}{6}c+\frac{1}{30}e-\cdots\cdots\right)$$

$$f''(T)=\frac{1}{w^2}\left(b-\frac{1}{12}d+\cdots\cdots\right)$$

$$f'''(T)=\frac{1}{w^3}\left(c-\frac{1}{4}e+\cdots\cdots\right)$$

$$f^{IV}(T)=\frac{1}{w^4}\left(d-\cdots\cdots\right)$$

$$f^{V}(T)=\frac{1}{w^5}\left(e-\cdots\cdots\right)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (10)$$

式中所求得之差數係依 3 節表中,奇次差 a, c, e,⋯⋯⋯插入之平均值。

前式爲決定引數 T 值之推出函數之用.玆求任意値時,則可對nw而微分 Maclaurin 式卽

$$f'(T+nw)=f'(T)+f''(T)\cdot nw+\frac{1}{2}f'''(T)\cdot n^2w^2+\cdots\cdots \qquad (11)$$

式中 $f'(T), f''(T), \cdots\cdots$ 可以(9)式,或(10)式之值代之。

同理,連續微分(11)式則得

$$f''(T+nw)=f''(T)+f'''(T)nw+\frac{1}{2}f^{IV}(T)\cdot n^2w^2+\cdots\cdots$$

$$f'''(T+nw)=f'''(T)+f^{IV}(T)\cdot nw\cdots\cdots+\cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

10. (9)式,或(10)式可直接使用於曆書中函數「單位時之差」之計算法.此之差數不能過於其第一推出函數,卽 f′.

例—求 1 8 5 6 年 3 月 5 日 0 時太陰赤經每分鐘之差.

於 4 節中 T=3 月 5 日 0 時, $a=29^m\ 6.^s71$, $c=+0.^s79$,

$e=-0^{s}.54$，而 $w=12^{h}=720^{m}$，故從(10)式之第一式則得

$$f'(T)=\frac{1}{720}(29^{m}6^{s}.71-0^{s}.13-0^{s}.02)=2^{s}.4258.$$

（完）

鋅版製法之次序及其腐蝕劑配方法

方　城

版之種類甚多,不勝枚舉,然就其形狀通常則分爲三種,卽凸版,凹版,平版,……是也。而平版中又分石版,鋁版,(卽阿爾密紐謨版)玻璃版,鋅版(亞鉛版)………其製版之方法亦有種種;一爲手術的製版法,二爲手術機械的製版法,三爲手術化學的製版法,四爲撮影理化的製版法,……茲僅將鋅版製版法之次序及其腐蝕劑處方的製配法,說之如下。倘有改良之處,尤希同仁指教!

鋅版製版法之次序:—

第一磨版,　第二整面,　第三製版,　第四腐蝕。

磨版　1.新版材用淨水略洗,或浸過百分之二硝酸液(HNO_3)後,卽可磨之。

2.若用過之版,先用煤油或揮發油拭去畫線。

3.浸於百分之五苛性曹達液(KOH)內一二分鐘後,取出用淨水冲洗。

4.再浸於百分之二硝酸液(HNO_3)中,然後取出,卽可磨擦之。

5.磨時須有一定之方向,不可縱橫亂磨爲要。

6.磨具係用立方木塊,外包以粗毛毡。

7.磨時加粗浮石粒及水少許。

整面　1.已經磨好之版,用淨水冲洗後,於下(A)(B)二種藥液任擇其一冲兩次。

A
水	H_2O	$1000Cm^3$
硝酸	HNO_3	$20Cm^3$
明礬	$AlK(SO_4)$	$60Cm^3$

B
鹽酸	Hcl	$20Cm^3$
水	H_2O	$1000Cm^3$

2.冲後,以水再冲,再以淨棉花拭之。

3.拭後,用吸水紙吸去版面水分,並急用扇扇之使其迅速乾燥爲要。

製版　1.轉壓後,剝去藥紙,扇乾版面。

2.檢查畫線有無脫落,若有脫落可於此時以(3H)硬鉛筆描補之。

3.描補之後,上厚淨桃膠(即護膜)扇乾。

4.用綿軟薄布,作回轉狀平均輕擦淨桃膠,俟乾。

5.薄淨桃膠乾後,即用土力青溶液,拭去畫線,然後水洗,用輭轆上墨,但墨不可堆積爲要。

6.上松香粉,滑石粉,即可腐蝕。

7.轉寫後提墨亦可,但此法不常用。

腐蝕　1.用水冲洗後,於以下(A)(B)二種之混合液,再加水四倍,斜冲版面二三次,若精細之畫線,連冲三四次亦可。

A
鉻酸	CrO_3	95^{gr}
水	H_2O	300^{gr}
燐酸	H_2PO_4	60^{gr}

B	水	H_2O	180gr
	硝酸	HNO_3	15gr
	食鹽	Nacl	20gr

2.腐蝕後,用水冲洗畢,拭去餘水,上護膜扇乾,再上薄桃膠(法同前)扇乾,用土力青溶液換墨後,卽可印刷。

以上所說;為鋅版製版必經之次序,不可前後倒換,亦不可缺少手續。然其製版,印刷,貯藏,……時,為印刷家應注意者,尚有種種,玆分說之如下:—

製版　1.在未腐蝕前,查有脫落部分,卽以硬鉛筆描補畢,將該處濕潤,並以手指蘸油墨少許,輕按鉛畫處,將墨漸漸附上.

2.若腐蝕後,查有脫落處,亦可用硬鉛筆描補之,但不必濕潤,可直接用指上墨,上完用水輕拭畫線,其外餘墨自然脫去矣。

3.大部分描補,固宜在腐蝕前行之,倘於腐蝕後行之,必用百分之二鹽酸液(Hcl)冲洗後,再行補描.

4.若用藥墨描補時,俟其乾燥後,只上滑石粉,不可用水冲洗,須於以下(A)(B)二種腐蝕液,任擇其一,用海綿蘸擦腐蝕之。

A	明礬	$Alk(SO_4)$	飽和液	$80Cm^3$
	桃膠		,,	$250Cm^3$
	硝酸	HNO_3	,,	$6Cm^3$

B{ 桃膠 液 150^{Cm^3}
燐酸 H_2PO_4 · " 5^{Cm^3} }

印刷 1.鋅版因係一種金屬之薄版,放於石版印刷機之游動盤上;則天盤(Tenpan)與軌版(Scraper)間之壓力,不能緊壓於鋅版及紙,故此時宜用石版石一塊,爲之基石墊於版下,或於游動盤上,特設一木製或鐵製之台亦可使用.而其台上,須附一濕布,以使鋅版貼於台上,不致滑動耳。

2.鋅版因其氣孔不如石版之多,故製版常甚困難,容易生污點,所以印肉宜硬,或稍加亞刺比亞膠於其中,又附肉之際,須時塗整面藥,而後再用轆轤。

3.欲使鋅版爲多數之印刷,則於附肉之後,宜用土瀝青粉末等以强固其畫線,而浸於次列液體中,以腐蝕之。

硫酸	H_2SO_4	$\frac{10}{100}$液	2克
硝酸	HNO_3	$\frac{10}{100}$液	2克
明礬	$Alk(SO_4)$	飽和液	1克

4.鋅版被冲後,則其畫線部分稍成凸形,以水洗之,塗以整面藥,(即桃膠)俟其乾燥後,以水洗去整面藥,再用松根油去其畫線上之印肉,用轆轤重上新印肉,再塗以整面藥,而置之一晝夜,則不生污點,而能經多數之印刷矣.

貯藏　鋅版因係一種金屬製成之物,往往因空氣及濕氣之作用而生變化卽炭酸鋅（$ZNco_3$）故貯藏時,須加以有炭酸鈣（$Caco_3$）之亞剌比亞膠液,塗布其版面,俟其乾燥後,放於無濕氣室中之棚架上。然每至六個月內,須檢點一次,以防其生變化。

鋅版之製版,及其貯藏法旣如上述;今將印刷所用之轉寫紙,轉寫墨,及用具三種說之如下:—

轉寫紙　轉寫紙有數種;然大別之則透明與不透明二種而已。而透明之中,則有普通販賣之轉寫紙,卽可籠紙（Chrom paper）是也。此種轉寫紙之製法,乃選用緻密而透明之薄紙,塗以澱粉亞膠,亞剌比亞膠及砂糖之混合液壓刷,而使其平滑;平常亦有以寫圖用之透明紙而製之者。透明紙種類雖多,其用以製轉寫紙者,則以質粗而透明者爲宜;其面上應塗布下列之液體。

小麥澱粉（Comstarch）	50
古列斯林（Glecerin）	3
愛興玻璃（Isinglase）	02
雌黃	1
水	250

先將澱粉混水,而行沸煮,使成粥狀;次加入其他各藥品,混和之後,用毛刷沾之,以塗布於紙上,使成薄層,而使其乾燥卽可。此種透明轉寫紙較硬於可籠紙,（Chrom paper）故可用鋼筆或鴨咮筆描出精細

圖畫。凡不透明轉寫紙用楮紙或厚洋紙平塗以上所列之液體以製之可也。

透明轉寫紙用以透寫原圖,不透明轉寫紙,則供直接描寫之用。

轉寫墨 轉寫墨有專門家製成者,販賣於市,於必要時,購用之可也。

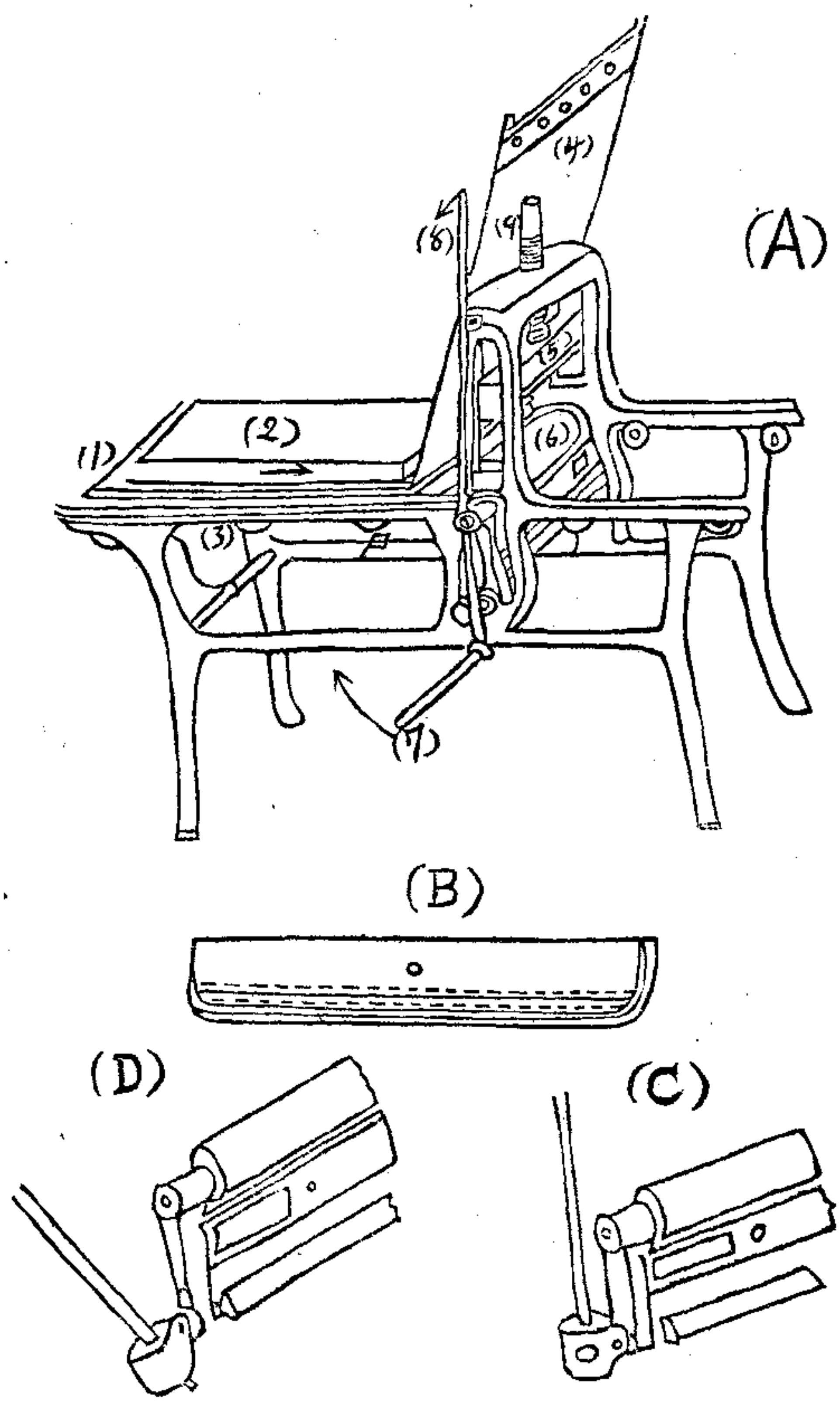
欲將轉寫紙上描寫圖畫時,先於小楪中,將轉寫墨沾水研磨之,次加水少許,以指頭摩擦之,於是漸漸加水,以達於適當之濃度為止。但墨質之濃度,切不可過濃亦不可過淡。若過於濃厚,則固着於鴨咴筆及鋼筆尖,不易流出,致畫線有不均勻之弊。若過於淡薄,則畫線不明顯,且印刷時容易膨脹。

當透寫原圖時,先將原圖固定於圖板上,次以透明轉寫紙朦貼其上,托手於腕板,以行描畫;而畫者手指決不可直接觸於紙面;其定規須用圓軸形者。三角板等使用時,亦宜另襯以紙。

轉寫紙上描畫既畢,則宜從速製版,製版之前,先取含有膠質甚少之洋紙(約百五十斤左右之洋紙)數張,重疊一處,與以濕潤,壓之以板使全體之濕度均勻;於是將已經描畫之轉寫紙,夾入其間,暫時放置之,則糊質受濕,而稍變柔軟,使溼度認為適當,則着手轉寫於鋅版上,以行製版。

用具 鋅版之用具,亦如石版用具;一為手刷機,二為轆轤,三練肉台,四為練肉棒,五為箆肉,六為溼台,………

手刷機之圖式



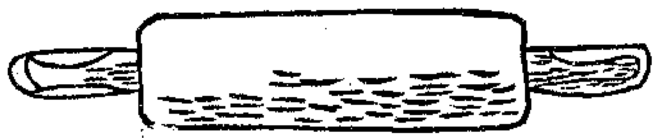
此外如海綿刷帚及各種應用器具,凡刷印者,均宜注意處理之。

手刷機之構造　該機之構造甚爲簡單;其骨格由兩山柱及一橫樑數橫柱合之而成.山柱上段爲圓柱形,中段有滑走之軌道,下段爲兩足,以生鐵鑄成,甚堅固,兩軌道相對而立,中附有滑車數個.軌道上置一游動鐵盤,可以前後滑走,曰游動盤.鋅版及石版石,郎置游動盤上,此盤上附有鐵框,其一端設樞鈕,可令掀起及掩覆.框中張以鋅之薄片,是曰天盤。(Tenpan)兩山柱間軌道下有圓柱鐵軌,鐵樑下有楔形木片曰軌版。(Scraper)此木片自上方擦壓游動盤之天盤,而圓柱又自盤之下方滾壓之,合此兩力則可緊壓鋅版及紙,而行印刷.圓柱一端附有搖柄,所以迴轉之,而使游動盤進行也。

手刷機之分析　如圖,A爲該機主要部之側面圖;1爲游動盤,2爲鋅版,3爲滑車,4爲天盤,5爲司克類帕,6爲圓柱,7爲搖柄,8爲增壓力之杠桿;9爲螺旋.而C,D二圖,爲指示增力之關鍵.B爲司克類帕(卽軋板)之另圖。

轆轤之構造　轆轤係一木製之圓柱,外包以皮革而成.其分兩稱:一爲墨轆轤(卽毛轆轤)二爲色轆轤.(卽滑轆轤)而墨轆轤以革之裏面爲表面;色轆轤反之.兩者均有木軸之柄,並附屬一革片,曰手革,以捲附於木柄,而便輥轉也.新購之轆轤,須以

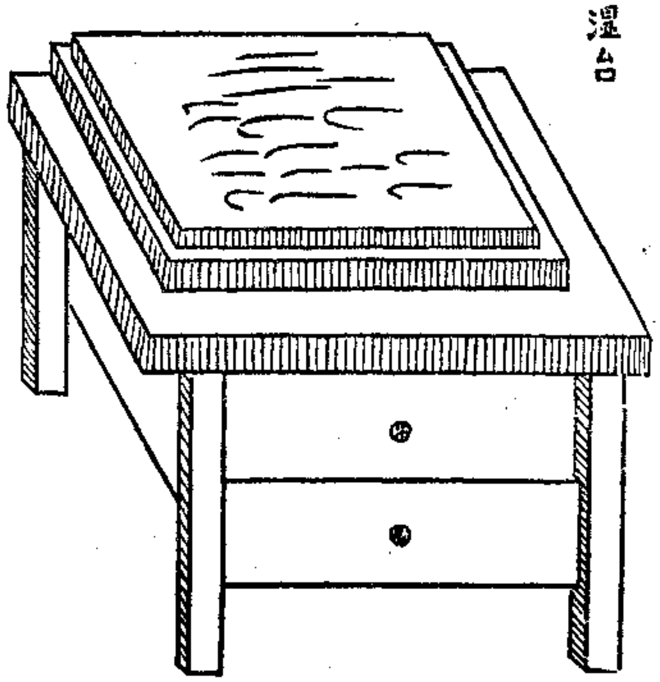
亞麻仁油浸透,並在練肉台上滾轉之,有纖維者,均須削去.如下之圖



轆轤之用法　使用轆轤須熟練爲要,由其遲速及壓力,常可變動畫線也.

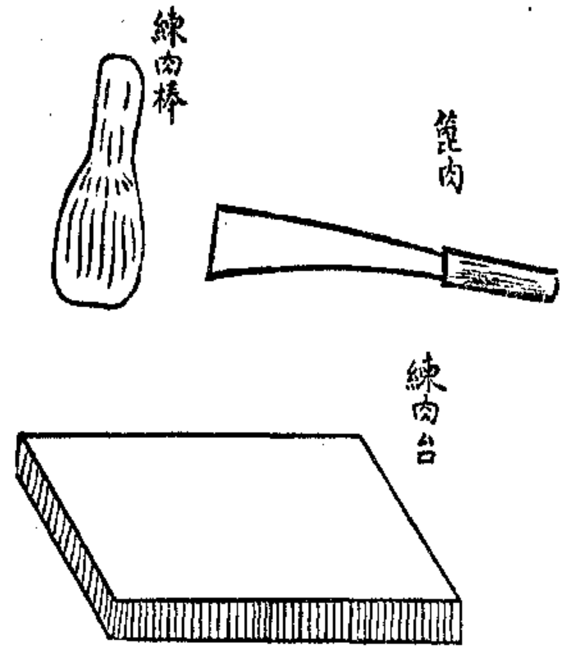
此外如溼台,篦肉,練肉台,練肉棒,……亦宜注意,其圖式如下:—

溼台



附鋅版之性質及產地

鋅之在天然界爲酸化物,炭酸化合物,或水酸化合物………等.將此等產物用炭素或水素爲之還原,則可製成純粹之物.比利時所產最多,幾占全世界產額之半,其他如德國,亞美利加等處皆有之.



純粹之鋅作青白色,而具有强光澤,其經鑄流者,比重爲71至72,輾伸之則比重增至73,在常溫度時性脆,及至100度至150度之間,則能耐鎚打,或可以輾伸爲版狀,至200度時,則又甚脆可成粉狀。其質較銀稍硬,較銅稍柔,難於銼削,而乏韌性。然能受極大之壓力,在乾燥之空氣中,或無空氣之水中,則並無變化,但一置於溼潤之空氣中,則酸化甚速,表面如蒙霜,而生鹽基性炭酸鋅之層矣。

販賣之鋅版用以製版者,按其厚薄附以號數,其特宜於平版者,爲10號至16號數種,12號之厚約爲0.55粍,旣得輾伸之鋅版,則用鑿及定規以截斷之,其四邊削以砂紙,並用輕石及磨石研削其面成旋痕,次用磨粉爲之清磨,終以浸入百分之五硫酸液及百分之五硝酸液之混合液中,則版色成爲純白。

蘭孛氏相似圓錐投影法之理論

Oscar S. Adams著

曹謨譯

譯者緒言.以彎曲之地球表面,描寫於平面上,爲一困難之問題,因此乃發生種種投影法解決之.此種種投影法,不能有利無弊.故欲描寫某地域之地圖,先須研究其地域之大小形狀與地圖應用之目的,然後採用特種投影法,庶可適合所要求之目的而得最佳之結果.否則,如吾國西北邊疆地圖或中俄勘界地圖而用多圓錐投影法,七省沿海地圖而用蘭氏相似圓錐投影法,其含誤差,而無地圖之價值可斷言也.

歐洲大戰中,法國陸軍對德軍發砲多不能命中,乃知所用地圖投影法之不適當,遂改用蘭氏相似圓錐投影法,收效甚大.此法於1772年爲蘭氏所發明.雖曾用於俄國地圖,地中海沿岸圖,及Debes氏之歐洲與澳洲地圖,而其眞義至歐戰始爲舉世所灼見.曩在京校,French教授曾以蘭氏投影表見贈而未及原理.乃於民國十五年取Adams博士所著General Theory of the Iambert Comformal Conic

Projection 譯成漢文,以供吾測界之需要.
茲因本誌索稿,遂即移登.惟倉卒付梓,未
能細加校閱,掛漏之處,在所不免.尚望海
內宏達,有以敎之.至於蘭氏等積投影法,
及亞爾培 (Albers) 氏圓錐等積投影法
及其他各種投影法見拙編地圖投影法.

本書旣述蘭孛氏 (Johann Heinrich Lambert) 之著作,先宜略叙其生平,而特詳其關於地圖投影法之領域以作小引.蘭氏以 1728 年生於法國亞爾塞斯 (Alsace) 之繆爾好孫(Muelhausen),爲某成衣之子,勤勉自修,日學十七小時,習以爲恆.年十六計算 1744 年彗星而發明所謂蘭孛氏定理.晚年移居柏林 (Berlin) 聲名益噪.其最卓越者即以數理的解析(Mathematical analysis) 應用於人生日用問題.至 1777 年未享頤年而歿,時年四十有九云.

彼對於數學界之貢獻有蘭孛氏級數,雙曲線函數概念,圓錐定理,與證明 π 爲無窮級數等.拉果蘭諸 (Lagrange) 與高斯 (Gauss) 兩人嘗襲其著述之部分以爲研究之起點.

茲特注意蘭氏著述之關於地圖投影法範圍者.夷考數學家之研究投影問題,蘭氏實爲第一人.在蘭氏以前之研究投影法者,多係從事於透視畫之配景法,而蘭氏則從較高之見地,注意描寫一球面於平面上之問題,且叙述使描寫適合之一般條件,其最重要者即保持與原形相似及等積.而此兩條件自不能得之於同一投影法者也.

蘭氏雖未能完全發展此兩種投影法之理論,然彼實首先說明此兩種觀念者也。前者——相似之條件——對於純粹數學固極為重要,而相似與等積二者對於製圖者,其為重要更不待言喻。故自蘭氏之說出而製圖科學立開一新紀元。彼得此重要之成功,不獨含一般之概念,且能使之應用於投影法內,其着手解决任何特別問題之方法最為可法。彼所發明之各種投影法,不獨與趣盎然,且均為現今製圖者所通用,其最重要者即相似圓錐投影法是也。

描寫地球曲面上之關係位置,大小,形狀於平面上為製圖之唯一目的。因地球為曲面不能展開於平面上,故欲將原形完全描寫為勢所不能。然於種種方法使得近似之描寫,其理論與各性質即為地圖投影法之問題。

地球面上各點之位置常以經緯度表示之,若吾人能以適宜方法描寫子午線與平行圈於紙上,即可依此等線而盡出各點之位置以成地圖。此投影之一名詞其意義自較用於幾何學上者為廣。各種地圖投影法,多非為幾何之意義——即透視投影,正射投影等——而純為子午線與平行圈之網狀組織使地球上與地圖上之位置均能一一相當。

地圖所需要之事項如次:

1.地域原形之保持。

2.圖上所描寫之地域,須保持其關係之大小。

3.地上各位置之距離對於其在圖上之距離,須有定比。

4.須以直線描寫地球上之大圈於圖上。

5.由圖上任意一點之位置須易於求得其經緯度。

6.投影組織法宜簡易,於實用上亦應注意.

任何投影法僅能達到以上諸事項之一部分而已。

地圖之尺度在任何已知方向皆為比例之數,那地圖上所量得之短距離對於地面上相當距離之比.因地圖上之尺度非處處相同每有變易,故此界說惟限於短距離而言.而吾人對於地圖尺度所要求者為每點各方向之尺度均須正確,且對於地圖全部之尺度皆為常數.然此為不可能之事.吾則,地球曲面為能完全描寫於圖上,且能與原形完全適洽矣.故任何投影法,必不能完全達到所要求之圖形而必有所犧牲。

描寫地形力求正確為地圖要素之一.在大地域內其所描寫者以全域而論,自不能無多少之偏欹.然於小地域內可以相似圖形構成之.保持此小面積相似之投影法名為正形投影 (Orthomorphic Projection). 自一面描寫於他面而能保持其主要各部之相似者數學家名之為相似描寫法.正形投影法者乃自地球曲面投影於平面上之相似描寫法也.此投影法若非子午線為直綫則於普通製圖上將無甚用處.

蘭孛氏相似圓錐投影法能適合此要求,且因其應用於法國軍用地圖已為世人特別注意.其法係以軍用圖投影於割圓錐上其準確為其他任何圓錐投影之切圓錐法所不及.地圖之尺度在割圓錐之兩標準平行圈間略短在地圖之頂部與底部則略長.

以下概述此投影法之數理及決定相似圖法 (onformal mapping) 之必須條件與滿足條件.其所以用切圓錐之故乃專為決定投影法中兩標準平行圈之限制者也.

凡平面曲線(Plane curve)可用參變數式(Parametric form)表示之,其法即以 $x=\phi(t)$ 及 $y=\psi(t)$, ϕ 及 ψ 爲變數 t 之已知函數故凡直線之方向餘弦(direction cosine)爲 α 及 β 且經過 (a,b) 點均可以次式表示之

$$x=a+\alpha t,\quad y=b+\beta t.$$

圓方程式可用次式表之

$$x=a\cos t,\quad y=a\sin t.$$

同理,空間曲線可用次式表之

$$x=\phi(t),\ y=\psi(t),\ z=\chi(t).$$

此曲線可依一定條件化爲平面曲線;其最明顯者即以其函數之一使同爲零是也。

空間直線式爲

$$x=a+\alpha t,\ y=b+\beta t,\ z=c+\gamma t.$$

圓螺線方程式爲

$$x=a\cos t,\ y=a\sin t,\ z=bt.$$

此坐標如表以兩參變數之函數,則軌跡除後述之某條件外,乃爲一面。故空間切線之切面以參變數方程式 $x=\phi(t)$, $y=\psi(t)$ 及 $z=\chi(t)$ 表之,則其式爲

$$x=\phi(t)+s\phi'(t),\ y=\psi(t)+s\psi'(t),\ z=\chi(t)+s\chi'(t),$$

式中有prime者係表示關於 t 之微分。以 s 及 t 爲獨立變數則此面爲切於曲線之一切線移動所成而如沿曲線運動者然。此一球面方程式爲

$$x=a\sin t\cos s,\ y=a\sin t\sin s,\ \text{及}\ z=a\cos t.$$

因欲避免關於曲線與曲面理論上之困難問題,故本節所

示之函數皆以單值,有限,連續,且可微分者爲限。

此種限制於各種情狀中皆能容許,故球面方程式中其變數之領域限爲

$$-\frac{\pi}{2}<t<+\frac{\pi}{2}\text{及}-\pi<s<+\pi。$$

關於各函數之情狀有三。第一各函數均可爲常數,如此可得一點。次,各函數均可不爲常數,而但以任二函數爲第三者之函數;如是則得一曲線而非爲曲面,因三函數若可以單變數 η 表之則其方程式將改爲

$$x=X(\eta)\qquad y=Y(\eta)\qquad z=Z(\eta)$$

第三,最少可以二函數使其互相獨立。此情狀之軌跡爲表示一面。各函數之任何二函數固可爲獨立,然必須至少使有二函數爲互相關係。

令 ϕ 與 ψ 爲此獨立之二函數。然其函數行列式(Jacobian)須不同爲 0,即

$$\begin{vmatrix}\frac{\partial\phi}{\partial u} & \frac{\partial\phi}{\partial v}\\ \frac{\partial\psi}{\partial u} & \frac{\partial\psi}{\partial v}\end{vmatrix}\neq 0$$

由參變數所表之曲面非僅一面須注意之。若此所表之曲面可令第一式之 u 及 v 等於其他兩變數 s 及 t 之兩任意獨立變數而得其他之數式。則其方程式可爲 $u=\lambda(s,t)$ 及 $v=\mu(s,t)$ 其條件爲

$$\begin{vmatrix}\frac{\partial\lambda}{\partial s} & \frac{\partial\lambda}{\partial t}\\ \frac{\partial\mu}{\partial s} & \frac{\partial\mu}{\partial t}\end{vmatrix}\neq 0$$

若諸變數中有一爲常數其他仍爲變數,則其曲面上成一

曲線。如是 u 爲常數時成一組曲線，v 爲常數時則成另一組曲線。此曲線名爲參變數曲線，而 u 與 v 名爲曲線坐標。以上所述之坐標變換之則可決定一組曲線。即 u 爲常數時之各曲線處處正交於 v 爲常數時之曲線。於球面方程式中 s 爲常數則得一子午大圈，t 爲常數則得一緯度圈或平行圈。在此種情狀各曲線皆爲正交或成直角。於變數 u 及 v 間任何函數之關係可於其曲面上決定一曲線此爲甚普通方法。此法能以他函數爲一函數之一坐標式表之，如 $v=g(u)$ 式及 $F(u,v)=0$ 式。更注意 u 及 v 間之第一次原微分方程式於其曲面上決定一組 ∞^1 曲線，因同方程式之積分則於含一任意常數之 u 及 v 間可得一函數之關係。

曲面上之線元 (Element of length) 可以次式表之

$$dS^2=dx^2+dy^2+dz^2$$

但

$$dx=\frac{\partial x}{\partial u}du+\frac{\partial x}{\partial v}dv$$

$$dy=\frac{\partial y}{\partial u}du+\frac{\partial y}{\partial v}dv$$

$$dS=\frac{\partial z}{\partial u}du+\frac{\partial z}{\partial v}dv$$

故

$$dS^2=\left[\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2\right]du^2$$

$$+2\left(\frac{\partial x}{\partial u}\cdot\frac{\partial x}{\partial v}+\frac{\partial y}{\partial u}\cdot\frac{\partial y}{\partial v}+\frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial z}{\partial v}\right)du\,dv$$

$$+\left[\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2\right]dv^2$$

爲縮短上式起見用次之記號，令

$$E=\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2$$

$$F=\frac{\partial x}{\partial u}\cdot\frac{\partial x}{\partial v}+\frac{\partial y}{\partial u}\cdot\frac{\partial y}{\partial v}+\frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial z}{\partial v}$$

$$G=\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2$$

由是則線元之方程式變爲

$$dS^2=Edu^2+2Fdudv+Gdv^2$$

若 v 仍保持爲常數，則線元式因 $dv=0$ 變爲

$$dS^2=Edu^2$$

若取其正方向而 u 爲增加時，則

$$dSv=\sqrt{E}du$$

同理 u 爲常數時 $dSu=\sqrt{G}dv$

若 v 爲常數則 $dx=\frac{\partial x}{\partial u}du$, $dy=\frac{\partial y}{\partial u}du$ 及 $dz=\frac{\partial z}{\partial u}du$. 切於 v 爲常數時曲線之方向餘弦其方程式爲 $\alpha=\frac{dx_v}{dS_v}$, 等。

由是 $\alpha=\frac{1}{\sqrt{E}}\cdot\frac{\partial x}{\partial u}$, $\beta=\frac{1}{\sqrt{E}}\cdot\frac{\partial y}{\partial u}$, 及 $\gamma=\frac{1}{\sqrt{E}}\cdot\frac{\partial z}{\partial u}$.

同理切於 u=常數時曲綫之方向餘弦可由次之各式表之

$$\alpha'=\frac{1}{\sqrt{G}}\cdot\frac{\partial x}{\partial v},\quad \beta'=\frac{1}{\sqrt{G}}\cdot\frac{\partial y}{\partial v}\text{ 及 }\gamma'=\frac{1}{\sqrt{G}}\cdot\frac{\partial z}{\partial v}$$

若 θ 爲此兩切線或兩切線間之角，則由其已知關係爲

$$\cos\theta=\alpha\alpha'+\beta\beta'+\gamma\gamma'$$

$$=\frac{1}{\sqrt{EG}}\left(\frac{\partial x}{\partial u}\cdot\frac{\partial x}{\partial v}+\frac{\partial y}{\partial u}\cdot\frac{\partial y}{\partial v}+\frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial z}{\partial v}\right)$$

$$=\frac{F}{\sqrt{EG}}.$$

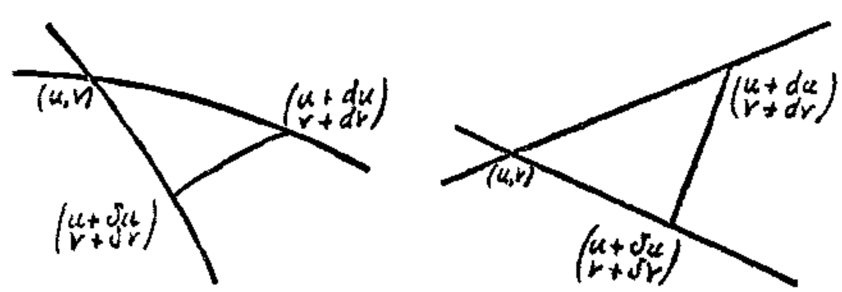
於是此式依 F 恆爲零之面上兩叅變數曲線 u 及 v 成爲一直角系，但同時 $\sqrt{EG}$ 須不爲零。因 F 爲零，E 與 G 皆不爲零乃恆爲實曲面卽 $F=0$, $\theta=\frac{\pi}{2}$.

玆再決定對於平面上之曲面相似寫影所允許之必須與

滿足條件所謂一曲面以相似表現於他面上者乃以第一曲面上任意無限小之地段以相似的圖形表現於他面上之謂也。

若依諸法則自一曲面描寫於一平面上，x, y, z 為曲面上之直角坐標，u, v 為平面上之直角坐標，則於平面上之每對坐標 u, v 對於曲面上必有相當之一組坐標 $x\ y\ z$；即 $x\ y$ 與 z 必為 u 與 v 之函數。

於是吾人可視為以含參變數 u, v 之曲面描寫於直角坐標 u, v 之平面上。故此問題即為依描寫為相似之條件而成立。令 (u,v), $(u+du,\ v+dv)$ 及 $(u+\delta u,\ v+\delta v)$ 為曲面之三點成一微分三角形。其描寫於平面上之三角形為 (u,v), $(u+du,\ v+dv)$ 及 $(u+\delta u,\ v+\delta v)$。此兩三角形必為相同 (Similar) 但其互相關係之位置不能一致而與其邊角之符號無關。於是要求兩事，第一在曲面上自 (u,v) 點所畫成三角形之邊與其描寫於平面上自 (u,v) 點所畫成之三角之邊須為同比，第二，曲面上三角形各邊所含之角與投影於平面之邊相含之角須為相等。即曲面上線元之方形須有定比，及曲面上兩線間



圖一　球面三角形與其在平面上所描寫者

角之餘弦相當於平面上之角之餘弦須爲相等。

但 $$ds^2=Edu^2+2Fdudv+Gdv.^2$$

$$\delta s=E\delta u^2+2F\delta u\delta v+G\delta v.^2$$

此 E, F 及 G 各量在每式中皆爲相同。彼等可爲常數或爲 u 與 v 之函數但每曲線均爲無窮小且自同一點 (u,v) 發出;彼等於此點將爲常數換言之,在平面上有

$$ds^2=du^2+dv^2$$

$$\delta s^2=\delta u^2+\delta v^2$$

故第一條件之比例式

$$\frac{Edu^2+2Fdudv+Gdv^2}{E\delta u^2+2F\delta u\delta v+G\delta v^2}=\frac{du^2+dv^2}{\delta u^2+\delta v^2}$$

恆爲眞。此須 $E=G$ 及 $F=0$ 甚明。故參變數曲線必成直角。

玆求曲面上曲線間角之餘弦。於曲面上 dS 曲線上 (u,v) 點切線之方向餘弦可由次之各式決定之。

$$\frac{dx}{dS},\quad \frac{dy}{dS},\quad \frac{dz}{dS}\qquad 或\qquad \frac{\frac{\partial x}{\partial u}du+\frac{\partial x}{\partial v}dv}{\sqrt{Edu^2+2Fdudv+Gdv^2}}\qquad 等等.$$

又於曲面上 δS 曲線上 (u,v) 點切線之方向餘弦,可同法由次之各式決定之

$$\frac{\frac{\partial x}{\partial u}\delta u+\frac{\partial x}{\partial v}\delta v}{\sqrt{E\delta u^2+2F\delta u\delta v+G\delta v^2}},\qquad \frac{\frac{\partial y}{\partial u}\delta u+\frac{\partial y}{\partial v}\delta v}{\sqrt{E\delta u^2+2F\delta u\delta v+G\delta v^2}},\ 等等.$$

是以若 α 爲曲線間之角,則

$$\cos\alpha=\frac{\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{\partial x}{\partial u}du+\frac{\partial x}{\partial v}dv\right)\left(\frac{\partial x}{\partial u}\delta u+\frac{\partial x}{\partial v}sv\right)+\left(\frac{\partial y}{\partial u}du+\frac{\partial y}{\partial v}dv\right)\\ \left(\frac{\partial y}{\partial u}\delta u+\frac{\partial y}{\partial v}\delta v\right)+\left(\frac{\partial z}{\partial u}du+\frac{\partial z}{\partial v}dv\right)\left(\frac{\partial z}{\partial u}du+\frac{\partial z}{\partial v}dv\right)\end{array}\right\}}{\sqrt{(Edu^2+2Fdudv+Gdv^2)(E\delta u^2+2F\delta u\delta v+G\delta v^2)}}$$

或
$$\cos\chi=\frac{Edu^2\delta u+F(du\delta v+\delta u dv)+Gdv\delta v}{\sqrt{(Edu+2Fdudv+Gdv^2)(E\delta u^2+2F\delta u\delta v+G\delta v^2)}}$$

在平面上之相當方向餘弦爲

$$\frac{du}{\sqrt{du^2+dv^2}},\quad \frac{dv}{\sqrt{du^2+dv^2}}$$

及
$$\frac{\delta u}{\sqrt{\delta u^2+\delta v^2}},\quad \frac{\delta v}{\sqrt{\delta u^2+\delta v^2}}$$

若 A 爲此兩直綫間之角則

$$\cos A=\frac{du\delta u+dv\delta v}{\sqrt{(du^2+dv^2)(\delta u^2+\delta v^2)}}$$

故第二要求條件須使方程式

$$\frac{Edu\delta u+F(du\delta v+\delta udv)+Gdv\delta v}{\sqrt{(Edu^2+2Fdudv+Gdv^2)(E\delta u^2+2F\delta u\delta v+G\delta v^2)}}$$

$$=\frac{du\delta u+dv\delta v}{\sqrt{(du^2+dv^2)(\delta u^2+\delta v^2)}}$$

恆爲眞.此要求亦如前第一者然須$E=G$及$F=0$.此兩條件中只一條件爲必須且亦爲滿足者因每條件均可得同一結果.由是易知曲面上之線元必可用 $dS^2=m^2(du^2+dv^2)$ 表示之.

若有一曲面其線元 $dS^2=Vdu^2+Udv^2$ 式中 V 只爲 v 之函數 U 亦只爲 u 之函數,則可以所要之式表示之.玆令其式爲 $dS^2=UV\left(\frac{du^2}{U}\right)+\left(\frac{dv^2}{V}\right)$.變換參變數,則可令$\theta=\int\frac{du}{\sqrt{U}}$ 及 $\iota=\int\frac{dv}{\sqrt{V}}$.於是線元變爲$dS^2=UV(d\theta^2+d\iota^2)$.

當線元爲此式時則其曲面稱爲以參變數之等(isothermal)直角系之關係表示之而 u, v 曲線網則稱爲成一等　直角網.此曲面爲被等分爲∞^2羣之無窮小方形.

如是以等直角坐標之關係而表示曲面如後則曲面對於

當綫元爲此式時則其曲面稱爲以參變數之等 (isothermal) 直角系之關係表示之,而 u, v 曲線網則稱爲成一等直角網。此曲面爲彼等分爲 ∞^2羣之無窮小方形。

如是以等直角坐標之關係而表示曲面如後則曲面對於平面上之一般相似描寫即可決定之。且同時卽可決定 u, v 平面對於其他平面上點點相應之一般相似圖法。此種一般描寫可由方程式 $x+iy=f(u+iv)$ 得之,式中 i 表 $\sqrt{-1}$ 而 $f(u+iv)$ 爲複變數$(u+iv)$之任意解析函數。線元 $dS^2=m^2(du^2+dv^2)$ 之在平面內者以 $ds^2=dx^2+dy^2$ 表示之。若 θ 表示曲線 C 與曲線 $v=\text{Constant}$ 所成之角則 $dS_v=mdu$ 且

$$\cos\theta=\frac{dS_v}{dS}=\frac{du}{\sqrt{du^2+dv^2}};$$

$$\sin\theta=\frac{dv}{\sqrt{du^2+dv^2}}\cdot$$

若 θ 爲 C_1 與 X 軸所成之角,則

$$\cos\theta_1=\frac{dx}{\sqrt{dx^2+dy^2}}$$

$$\sin\theta_1=\frac{dy}{\sqrt{dx^2+dy^2}}$$

$$e^{i\theta}=\cos\theta+i\cos\theta=\frac{du+idv}{\sqrt{dn^2+dv^2}}=\sqrt{\frac{du+idv}{du-idv}}$$

或 $$e^{2i\theta}=\frac{du+idv}{du-idv}$$

同理 $$e^{i\theta_1}=\cos\theta_1+i\sin\theta_1=\frac{dx+idy}{\sqrt{dx^2+dy^2}}=\sqrt{\frac{dx+idy}{dx-idy}}$$

或 $$e^{2i\theta_1}=\frac{dx+idy}{dx-idy}$$

故 $$e^{i(\theta-\theta_1)}=\frac{du+idv}{du-idv}\cdot\frac{dx-idy}{dx+idy}$$

或　$$e^{2i(\theta-\theta_1)}=\frac{du+idv}{dx+idy}\cdot\frac{dx-idy}{du-idv}$$

但因 $x+iy=f(u+iv)$，故亦 $x-iy=f(u-iv)$，由微分則得

$$dx+idy=(du+idv)f'(u+iv),$$

或　$$\frac{dx+idy}{du+idv}=f'(u+iv)$$

及　$$\frac{dx-idy}{du-idv}=f'(u-iv)$$

式中 *Primes* 表示關於複變數之微分。將此等值代入上式則

$$e^{2i(\theta-\theta_1)}=\frac{f'(u-iv)}{f'(u+iv)}$$

若以 Γ 及 Γ_1 爲自同一點所畫之其他一對相當曲線，其間之角以 φ 及 φ_1 表之，則 $e^{2i(\varphi-\varphi_1)}$ 應得相同之式。因此式於某已知點爲常數。由是。則

$$e^{2i(\theta-\theta_1)}=e^{2i(\varphi-\varphi_1)}$$

或　$$\theta-\theta_1=\varphi-\varphi_1$$

故　$$\theta-\varphi=\theta_1-\varphi_1$$

此式卽表示曲面上曲綫間之角與描寫於平面上者相同。若利用函數關係式 $x+iy=F(u-iv)$ 則應得關係式

$$e^{2i(\theta-\theta_1)}=\frac{F'(u-iv)}{F'(u+iv)}$$

故同上法有

$$\theta+\theta_1=\varphi+\varphi_1$$

或　$$\theta-\varphi=\varphi_1-\theta_1$$

此卽角度相等而方向之意義則爲相反，其差則不關於相似圖法。於是一般相似圖法可由次之關係式得之：

$$x + iy = f(u + iv)$$

及
$$x + iy = F(u - iv)$$

尙有其他兩式乃純爲與此共軛者,即

$$x - iy = f(u - iv)$$

及
$$x - iy = F(u + iv)$$

此等基本關係式仍能保持長度之比,亦甚明也。微分關係式 $x + iy = f(u + iv)$ 則 $dx + idy = (du + idv)\,f'(u + iv)$。微分此式之共軛式則得 $dx - idy = (du - idv)\,f'(u - iv)$。連乘此等結果則

$$(dx)^2 - (idy)^2 = [(du^2 - idv)^2]\,f'(u + iv)\,f'(u - iv)$$

或
$$dx^2 + dy^2 = (du^2 + dv^2)\,f'(u + iv)\,f'(u - iv)$$

但於平面內線元之式爲

$$ds^2 = dx^2 + dy^2$$

又曲面上有 $dS^2 = m^2(du^2 + dv^2)$

連結此等關係則

$$ds^2 = \frac{dS^2}{m^2}\,f'(u + iv)\,f'(n - iv)$$

或
$$\frac{ds}{dS} = \frac{\sqrt{f'(u + iv)\,f'(u - iv)}}{m}$$

$f'(u + iv)$ 及 $f'(u - iv)$ 兩函數爲共軛複函數因共軛複函數之和及相乘積均爲眞實之數。故式中相乘積,亦必爲眞實之數。實際上在曲線間所成之角,其自身對於成立相似寫影之理,自能滿足之,但須如上之式即名爲描寫之增大率。

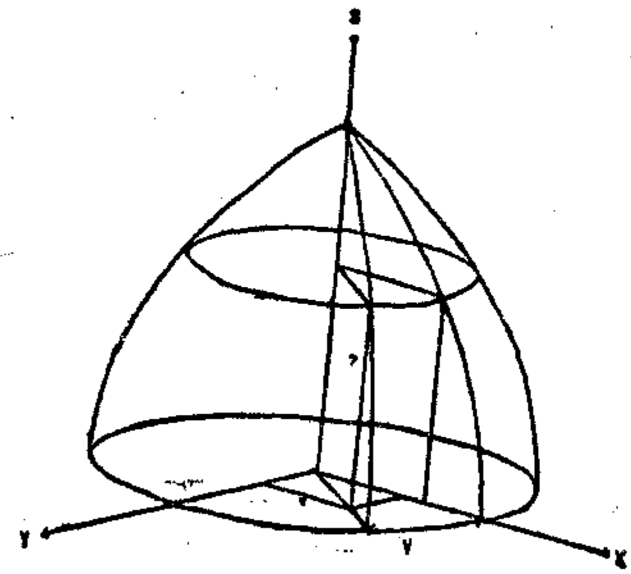


圖2　旋轉曲面圖

若平面上平面曲線方程式爲 $x=u, y=0, z=f(u)$，則以此曲線爲子午線之旋轉曲面方程式爲 $x=u\cos v$, $y=u\sin v$, $z=f(u)$。此曲面之 $E=1+[f'(u)]^2$, $F=0$, 及 $G=u^2$, E 式中之 Prime 表示關於 u 之微分。故線元之平方

$$dS^2=\{1+[f'(u)]^2\}\,du^2+u^2dv^2$$

或

$$dS^2=u^2\left\{\frac{1+[f'(u)]^2}{u^2}du^2+dv^2\right\}$$

可令

$$w=\int\frac{\sqrt{1+[f'(u)]^2}}{u}du$$

則 $dS^2=u^2(dw^2+dv^2)$。是曲面以等直角組之坐標表之

又相似圖法之其他攷驗即其函數必須適合 Cauchy Riemann 之微分方程式。即

$$x+iy=f(u+iv)$$

$$\frac{\partial x}{\partial u}=f'(u+iv) \qquad 或 \qquad \frac{\partial y}{\partial u}=f'(u+iv)$$

$$\frac{\partial x}{\partial v}=if'(u+iv) \qquad \frac{\partial x}{\partial v}=if'(u+iv)$$

$$i\frac{\partial y}{\partial u}=f'(u+iv) \qquad \frac{\partial y}{\partial u}=if'(u+iv)$$

$$i\frac{\partial y}{\partial v}=if'(u+iv) \qquad \frac{\partial y}{\partial v}=f(u+iv)$$

由是 $\frac{\partial x}{\partial u}=\frac{\partial y}{\partial v}$ 及 $\frac{\partial x}{\partial v}=-\frac{\partial y}{\partial u}$。

於 $x+iy=F(u-iv)$ 式則得

$$\frac{\partial x}{\partial u}=F'(u-iv)$$

$$\frac{\partial x}{\partial v}=-iF'(u-iv)$$

$$i\frac{\partial y}{\partial u}=F'(u-iv)$$

$$i\frac{\partial y}{\partial v}=-iF'(u-iv)。$$

故 $\frac{\partial x}{\partial u}=-\frac{\partial y}{\partial v}$ 及 $\frac{\partial x}{\partial v}=\frac{\partial y}{\partial u}$。

此等方程式即爲决定某已知複函數爲一意義上所容許之複變數之函數。第一組方程式能保持兩已知弧間之角之大小及記號。第二組則爲反角,或原角與寫影有反對之記號 x 及 y 爲適合兩元之 Laplace 方程式。如是於第一組爲

$$\frac{\partial^2 x}{\partial u^2}=\frac{\partial y}{\partial u\partial v}$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial v^2}=-\frac{\partial^2 y}{\partial u\partial v}。$$

但 $\frac{\partial^2 y}{\partial v\partial u}=\frac{\partial^2 y}{\partial u\partial v}$

故加之則

$$\frac{\partial^2 x}{\partial u^2}+\frac{\partial^2 x}{\partial v^2}=0$$

且 $\frac{\partial^2 y}{\partial u^2}+\frac{\partial^2 y}{\partial v^2}=0$

由第二組亦可得同樣之結果。由此等結果吾人可算得曲面在平面上最普遍之相似寫影，其法卽令平面內複變數等於複變數之任意解析函數，而以曲面之等直角坐標系組成之，或使等於此複變數之共軛的任意解析函數。於第一情形則得各角之直接相等；第二情形則各角相等而方向相反。

若被寫影之曲面爲旋轉橢圓體，則參變數方程式可選次之各式

$$x = a\cos M\ \sin u,\quad y = a\sin M\ \sin u,\quad z = b\ \cos u.$$

a 爲長半徑，b 爲短半徑，M 爲經度，u 爲母橢圓 (generating ellipse) 之中心角之餘角，或化成緯度之餘角。

球面上之線元方程式，爲 $dS^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$。

但 $dx = a\cos M\cos u du - a\sin M\sin u\,dM;$

$dy = a\sin M\cos u du + a\cos M\sin u\,dM;$

$dz = -b\sin u\,du;$

故線元方程式，變爲 $dS^2 = a^2\sin^2 u\,dM^2 + (a^2\cos^2 u + b^2\sin^2 u)\ du^2.$

如是 $E = a^2\sin^2 u$, $F = 0$, 及 $G = a^2\cos^2 u + b^2\sin^2 u$。若 $\frac{a^2-b^2}{a^2}$ 令等於 ε^2 則上式變爲

$$dS^2 = a^2\sin^2 u\,[dM^2 + (\cot^2 u + 1 - \varepsilon^2)\,du^2]。$$

母橢圓之方程式爲

$$x = a\sin u;$$

$$z = b\cos u.$$

餘緯度 p 之正切，等於法線與 X 軸所成之角之餘切。切線與 X 軸所成之角之正切爲 $\frac{dz}{dx}$。

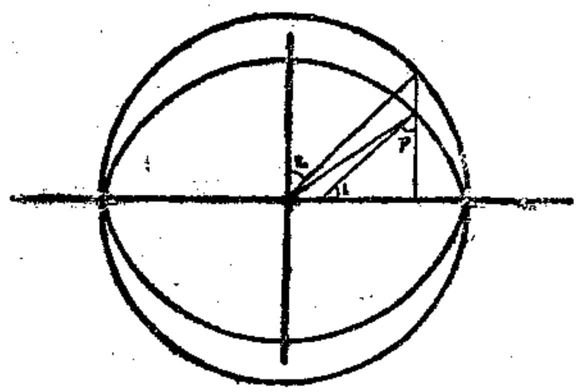


圖3. 母橢圓圖

法線與 X 軸所成之角之正切。或緯度 L 之正切等於 $-\frac{dx}{dz}$

但 $$-\frac{dx}{dz}=\tan L=\frac{a}{b}\cot u$$

或 $$\tan L=\cot p=\frac{a}{b}\cot u$$

故 $$\frac{b}{a}\tan u=\tan p$$

或 $$\sqrt{1-\varepsilon^2}\tan u=\tan p$$

$$\cos^2 u=\frac{(1-\varepsilon^2)\cos^2 p}{1-\varepsilon^2\cos^2 p}, \qquad \because \cos^2 u=\frac{1}{1+\tan^2 u}$$

$$\sin^2 u=\frac{\sin^2 p}{1-\varepsilon^2\cos^2 p}$$

$$\sqrt{1-\varepsilon^2}\cdot\frac{du}{\cos^2 u}=\frac{dp}{\cos^2 p}$$

或 $$du=\frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}.\,dp}{1-\varepsilon^2\cos^2 p}$$

$$(\cot^2 u+1-\varepsilon^2)\,du^2=\frac{(1-\varepsilon^2)^2 dp^2}{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^2\sin^2 p}$$

故 $$dS^2=\frac{a^2\sin^2 p}{1-\varepsilon^2\cos^2 p}\left[dM^2+\frac{(1-\varepsilon^2)^2 dp^2}{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)\sin^2 p}\right]$$

令 $$d\Theta = \frac{(1-\varepsilon^2)dp}{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)\sin p}$$

則 $$\Theta = \int \frac{dp}{\sin p} - \frac{\varepsilon}{2}\int \frac{\varepsilon \sin p\, dp}{1-\varepsilon \cos p} + \frac{\varepsilon}{2}\int \frac{-\varepsilon \sin p\, dp}{1+\varepsilon \cos p}.$$

積分之則

$$\Theta = \log \tan\frac{p}{2} - \frac{\varepsilon}{2}\log(1-\varepsilon \cos p) + \frac{\varepsilon}{2}\log(1+\varepsilon \cos p) + \log G.$$

若以 G(積分常數)爲等於一以選定積分之上下限則

$$\Theta = \log\left[\tan\frac{p}{2}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon \cos p}{1-\varepsilon \cos p}\right)^{\frac{\varepsilon}{2}}\right]$$

或 $$e^{\Theta} = \tan\frac{p}{2}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon \cos p}{1-\varepsilon \cos p}\right)^{\frac{\varepsilon}{2}}$$

於是線元則變爲

$$dS^2 = \frac{a^2 \sin^2 p}{1-\varepsilon^2 \cos^2 p}(dM^2 + d\Theta^2).$$

而各參變數化爲等直角系矣。

吾人今可決定似球體在平面上之相似寫影之任意數值。其所有之必須條件,須用關係式

$$x + iy = f(M \pm i\Theta)$$

式中 f 爲任意解析函數,且並用其正負號。

由關係式 $x+iy = f(M - i\Theta)$, 可令 $f(v) = Ke^{ilv}$.

則 $$x + iy = Ke^{ilM + l\log\left[\tan\frac{p}{2}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon\cos p}{1-\varepsilon\cos p}\right)^{\frac{\varepsilon}{2}}\right]}$$

$$= Ke^{\log\left[\tan\frac{p}{2}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon\cos p}{1-\varepsilon\cos p}\right)^{\frac{\varepsilon}{2}}\right]^{l}} \times e^{ilM}$$

$$= K\tan^{l}\frac{p}{2}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon\cos p}{1-\varepsilon\cos p}\right)^{\frac{l\varepsilon}{2}}(\cos lM + i\,\mathrm{sid}\, lM).$$

各以虛實部分作方程式,則

$$x = K\tan^{l}\frac{p}{2}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon\cos p}{1-\varepsilon\cos p}\right)^{\frac{l\varepsilon}{2}}\cos lM$$

$$y = K\tan^{l}\frac{p}{2}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon\cos p}{1-\varepsilon\cos p}\right)^{\frac{l\varepsilon}{2}}\sin lM$$

此種投影法之平行圈爲同心圓。其半徑之方程式爲

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=K\tan^{l}\frac{p}{2}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon\cos p}{1-\varepsilon\cos p}\right)^{\frac{l\varepsilon}{2}}$$

其各子午線則由此等同心圓之半徑表示之。此投影法即所謂蘭孛氏相似圓錐投影是也,最初由蘭氏所發明,見其所著之 *"Beiträge zum Gebrauche der Mathmatik," Berlin, 1772.* 嗣後得 *Gauss* 氏之完滿討論云。

若 z 角假定爲

$$\tan\frac{z}{2}=\tan\frac{p}{2}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon\cos p}{1-\varepsilon\cos p}\right)^{\frac{\varepsilon}{2}}$$

則此角與地心緯度之餘角甚相近。

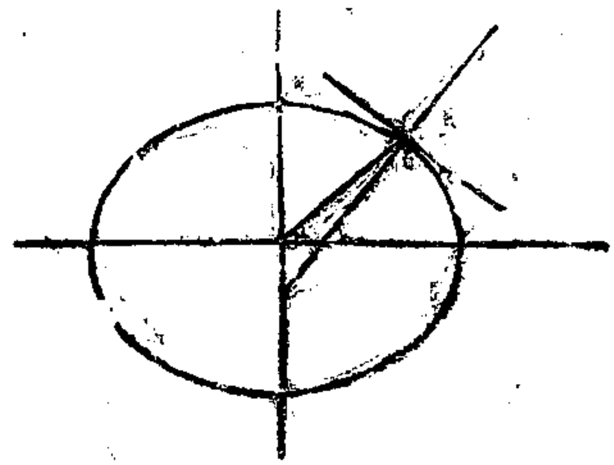


圖4　母橢圓

從母橢圓方程式 (*P. 94*) 地心緯度之正切爲

$$\frac{z}{x}=\frac{b}{a}\cot u=\tan L'$$

但 $$\tan L=\frac{a}{b}\cot u$$

或 $$\cot u=\frac{b}{a}\tan L,$$

故　$\tan L' = \frac{b}{a}\cot u = \frac{b^2}{a^2}\tan L,$

式中 a,b 爲長短半徑.

於是漸近式之滿足限度爲 $z = \frac{\pi}{2} - L.$

此 z 值能嚴密算得之,假定 q 爲 $\cos q = \varepsilon \cos p$ 則甚爲便利。

於是因

$$\cot\frac{q}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos q}{1-\cos q}}$$

則　$$\tan\frac{z}{2} = \tan\frac{p}{2}\cot^{\varepsilon}\frac{q}{2}$$

或　$$\log\tan\frac{z}{2} = \log\tan\frac{p}{2} + \varepsilon\log\cot\frac{q}{2}$$

但此漸近公式以決定 z,能至一秒之十分之一內。其各方程式若用補助角,則變爲

$$x = K\tan^{l}\frac{z}{2}\cos lM$$

$$y = K\tan^{l}\frac{z}{2}\sin lM$$

$$r = K\tan^{l}\frac{z}{2}$$

此等值中 x 自各同心圓之中心向下計算之 y 自中央子午線向右邊計算之,但於此向以計算 M 之值須爲正。

K 與 l 尙爲任意之常數。l 亦可以圖上任意各平行圈之兩弧長之比等於其所描寫之弧長之比以決定之。若 N 爲正交於子午圈之曲率半徑,或法線延長至短軸上之長,則平行圈 L_1 之半徑之長爲 $N_1\cos L_1$; 同法平行圈 L_2 之半經長爲 $N_2\cos L_2$ 由是此兩弧長之比可用次式表之

$$\frac{N_1\cos L_1}{N_2\cos L_2}.$$

因計算量地位置表中之A因數等於

$$\frac{1}{N\sin 1''}$$

上之比式變為

$$\frac{A_2\ \cos L_1}{A_1\ \cos L_2}\,\text{。}$$

平行圈 L_1 之半徑對於圖上所表示之弧長 $l r_1 = l K \tan^{l}\frac{z_1}{2}$

同樣平行圈 L_2 之半徑可以 $l r_2 = l K \tan^{l}\frac{z_2}{2}$ 表示之。若

$$\left(\frac{\tan\frac{z_1}{2}}{\tan\frac{z_2}{2}}\right)^{l} = \frac{A_2\cos L_1}{A_1\cos L_2}$$

或 $$l = \frac{\log\cos L_1 - \log\cos L_2 - \log A_1 + \log A_2}{\log\tan\frac{z_1}{2} - \log\tan\frac{z_2}{2}}$$

則可保持其長之比。

K之值不獨由平行圈 L_1 及 L_2 弧長之比以顯之並可顯示此等平行圈之實長。此法為大地域之面積如美國之投影法上決定K值之卓越方法也。於此法應有次式

$$l K \tan^{l}\frac{z_1}{2} = N_1\ \cos L_1 = \frac{\cos L_1}{A_1\ \sin 1''}$$

故 $$K = \frac{\cos L_1}{A_1 \sin 1''\, l \tan^{l}\frac{z_1}{2}} = \frac{\cos L_2}{A_2\ \sin 1''\, l\tan^{l}\frac{z_2}{2}}$$

此兩種決定可供計算檢點之用。

於此種 l 及K之決定法,可計算任意點增大率之式。採用次之函數 f 之式

$$f(M - i\theta) = K e^{il M + l\theta}$$

$$f'(M - i\theta) = i\,K\,l e^{il M + l\theta}$$

$$f'(M + i\theta) = -\,i\,K\,l e^{-il M + l\theta}$$

$$f'(M-i\theta)f'(M+i\theta)=K^2l^2e^{2l\theta}$$

但 $$\frac{ds}{dS}=k=\frac{\sqrt{f'(M-i\theta)f'(M+i\theta)}}{m}$$

自 96 頁橢圓體上線元方程式

$$m=\frac{a\sin p}{\sqrt{1-\varepsilon^2\cos^2 p}}$$

$$k=\frac{\sqrt{1-\varepsilon^2\cos^2 p}}{a\sin p}Kle^{l\theta}$$

但 $$e^{l\theta}=\tan^l\frac{p}{2}\left(\frac{1+\varepsilon\cos p}{1-\varepsilon\cos p}\right)^{\frac{l\varepsilon}{2}}$$

故 $$k=\frac{Kl\tan^l\frac{p}{2}}{a\sin p}\left(\frac{1+\varepsilon\cos p}{1-\varepsilon\cos p}\right)^{\frac{l\varepsilon}{2}}\sqrt{1-\varepsilon^2\cos^2 p}$$

或 $$k=\frac{lr_n}{\varrho_n}=\frac{lr_n}{N_n\cos L_n}=\frac{lr_n A_n\sin 1''}{\cos L_n}$$

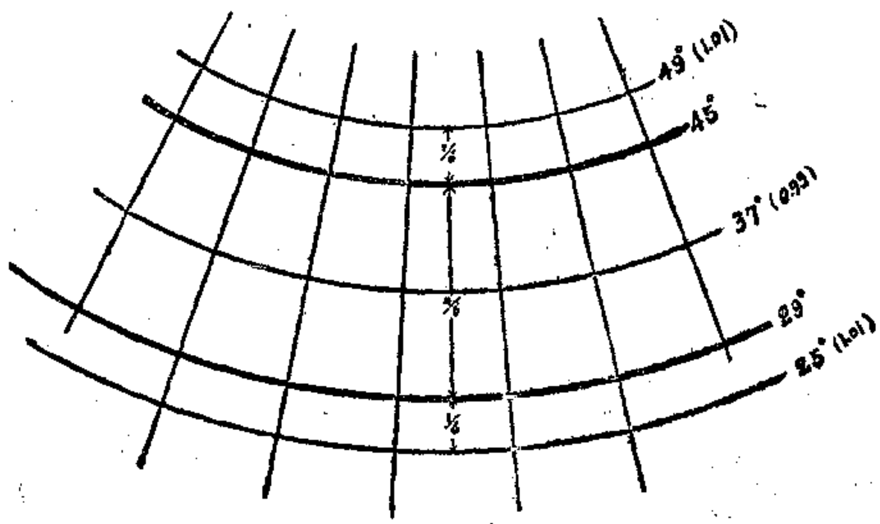
r_n 爲在圖上所示平行圈 L_n 之圓半徑 ϱ_n 爲平行圈之半徑。最後一式顯然爲條件之式。

若所撰取之兩平行圈各距作圖面積之頂及底爲 $6\frac{1}{2}$ 則能保持適當之平衡。圖中上下兩部尺度過大一如中部尺度之爲過小。而沿 L_1 及 L_2 之尺度則爲正確無差。吾人以此 K 之值由計算平行圈之半徑及表示於圖上之弧長即可知任意平行圈之尺度誤差之爲多少也。此即次之方程式之記載也。

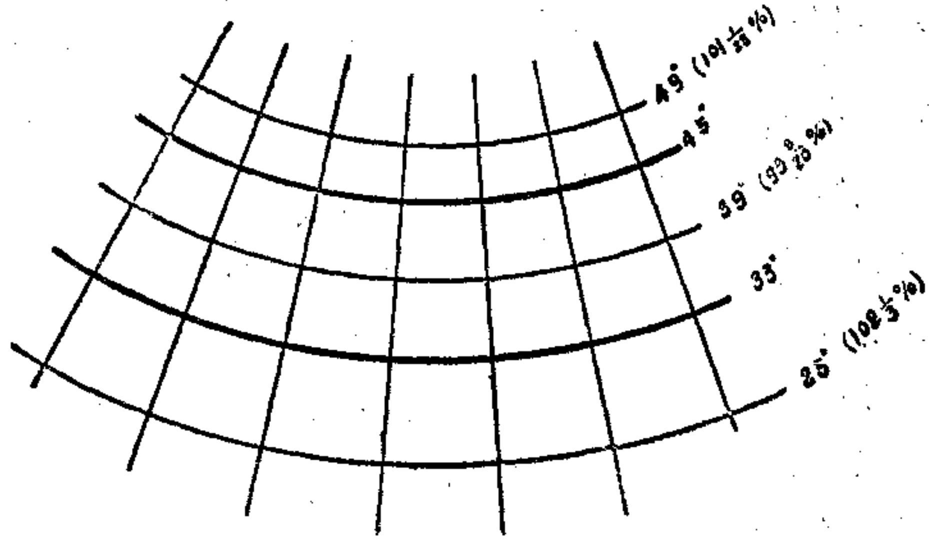
$$k=\frac{lr_n}{\varrho_n}$$

以此投影法能製成面積如美國大之地圖其任何部分之尺度誤差不大於百分之 $1\frac{1}{6}$。同面積之多面積投影法其圖中之尺度誤差有至百分之 $6\frac{1}{2}$ 者。以蘭孛氏投影法用於美國全圖其兩平行圈應爲 $29°$ 及 $45°$。其沿 $37°$ 平行圈處之尺度約縮短百分之一，沿 $49°$ 平行圈處則增大百分之 $1\frac{1}{6}$。

美國海大測局特別報告書第五十二號爲用於美國之蘭孛氏投影法之縱橫坐標表。其標準平行圈選於33°及45°以減少美國中部之尺度偏欹。由此所成之圖沿25°平行圈處之尺度偏欹約爲百分之2⅟₇爲全圖中誤差之最大者。此尺度誤差之增加只感應於*Florida*及*Texas*兩州之小部分而已。



圖五　標準平行圈爲29及45°時之尺度偏欹



圖六. 標準平行圈爲33°及45°時之尺度偏欹

畫平行圈之縱橫坐標,可用平行圈與中央子午線相交之點爲原點,則其計算甚爲便利,此中央子午線爲 y 軸正交於此軸者爲 X 軸。

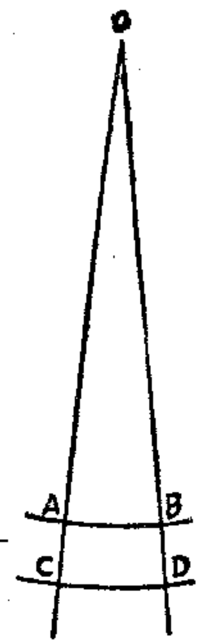
所有計算所用之公式如次。

$$\tan L' = \frac{b^2}{a^2}\tan L$$

$$z = \frac{\pi}{2} - L'$$

$$l = \frac{\log\cos L_1 - \log\cos L_2 - \log A_1 + \log A_2}{\log\tan\frac{z_1}{2} - lo\ \tan\frac{z_2}{2}}$$

$$K = \frac{\cos L_1}{A_1 \sin 1''\, l \tan^l \frac{z_1}{2}} = \frac{\cos L_2}{A_2 \sin 1''\, l \tan^l \frac{z_2}{2}}$$



$$r = K\tan^l\frac{z}{2}$$

圖7　小量地梯形之寫影

$$x = r\sin lM$$

$$y = r(1-\cos lM) = 2r\sin^2\frac{lM}{2} = x\tan\frac{lM}{2}$$

若視地爲球形以行計算,則只須令 $\varepsilon = 0$ 可矣。於是 z 等於極距離或 $z = p = \frac{\pi}{2} - L;\ A_1 = A_2 = \frac{1}{a \sin 1''}$。 以此等值代入上列各公式即得球面之改正公式。

各半徑之差即爲中央子午線上之間距。若圖之上部與下部之各一平行圈由決定其與子午線之交點坐標以畫成之後,方可畫各子午線。然後各子午線可依作中央子午線之情形再細分之。此法於其他平行圈之坐標可毋須施行計算以求得之。

若所撰之兩平行圈甚爲接近,則必須決定 l 之極限値。此可以各種之不同方法行之。而實際上可用七種不同方法求之,而各法得同一之結果。由此所得之結果與 *Gauss* 所得及引用 *Forsyth* 之 "*Theory of Functions of a Complex Variable*", 所得之結果相同。試驗此法,曾煞費苦心,因德人於其"*Traite des Projections*" 所載之結果爲含有誤差故也。此處由同法所得之値,即德人所言曾爲彼所使用者,乃非最簡之法,不過由此以得正確之結果已耳。

此間題求 l 之法以 $C\ D$ 對於 $B\ D$ 與 $A\ B$ 對於 $B\ D$ 者爲同比。或決定對於兩隣接之平行圈之位置爲有同比。此所云同比者,乃在此點之增大率爲極小,且只在此點爲眞確之謂也。

$$OB=r$$

圖上 $B\ D$ 之長等於 dr

地球上 $B\ D$ 之長 $=\dfrac{a\,(1-\varepsilon^2)\,dp}{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{3}{2}}}$

圖上 $C\ D$ 之長 $=l\,(r+dr)\,dM$

地球上 $C\ D$ 之長 $=\left[\dfrac{a\sin p}{\sqrt{1-\varepsilon^2\cos^2 p}}+d\left(\dfrac{a\sin p}{\sqrt{1-\varepsilon^2\cos^2 p}}\right)\right]dM$

$$=\left[\frac{a\sin p}{\sqrt{1-\varepsilon^2\cos^2 p}}+\frac{a\cos p\,dp}{\sqrt{1-\varepsilon^2\cos^2 p}}-\frac{a\,\varepsilon^2\sin^2 p\cos p\,dp}{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{3}{2}}}\right]dM.$$

$$=\left[\frac{a\sin p}{\sqrt{1-\varepsilon^2\cos^2 p}}+\frac{a(1-\varepsilon^2)\cos p\,dp}{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{3}{2}}}\right]dM$$

欲與所需之條件適合時,則必須有次之比例式

$$\frac{l\,(r+dr)\,dM}{dr}=\frac{\left[\dfrac{a\sin p}{\sqrt{1-\varepsilon^2\cos^2 p}}+\dfrac{a\,(1-\varepsilon^2)\cos p\,dp}{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{3}{2}}}\right]dM}{\dfrac{a\,(1-\varepsilon^2)\,dp}{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{3}{2}}}}$$

或　$$\frac{lr}{dr}+l=\frac{(1-\varepsilon^2\cos^2p)\,sinp}{(1-\varepsilon^2)\,dp}+\cos p$$

於是因　$$\frac{dr}{lr}=\frac{(1-\varepsilon^2)\,dp}{(1-\varepsilon^2\cos^2p)\,\sin p},$$

故　$$l=\cos p.$$

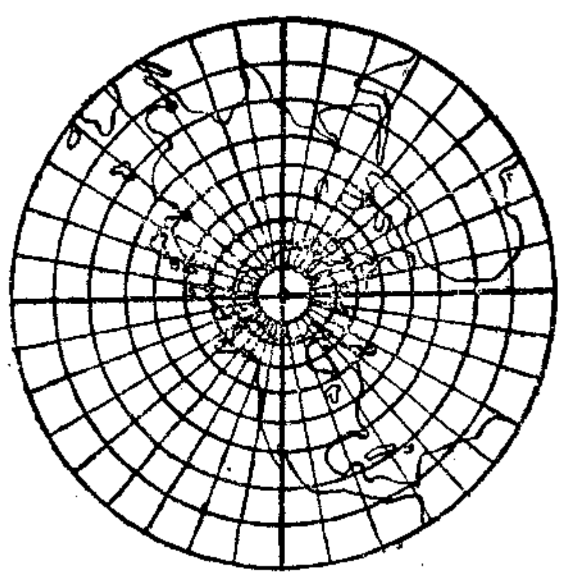
增大率之最小者為在

$$p=\cos^{-1}l\text{ 或 }L=\sin^{-1}l$$

若此增大率之最小值以k_1表之,則

$$k_1=\frac{lK}{a\sqrt{1-l^2}}\left(\frac{1-l}{1+l}\right)^{\frac{l}{2}}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon l}{1-\varepsilon l}\right)^{\frac{l\varepsilon}{2}}\sqrt{1-\varepsilon^2l^2}$$

若令l等於$\cos p$,且K由餘緯度p之平行圈之長以決之,則得一切圓錐之式。



圖八　北半球之正射投影圖法

蠡人所得含誤差之式為

$$l=\frac{\cos p-\varepsilon^2\cos p\,(1-3\sin^2p)}{1-\varepsilon^4}$$

若l等於一則$p_0=0$而在北極處之切圓錐為一切平面。

其方程式變為

$$r = K \tan \frac{z}{2}$$

$$x = r \cos M$$

$$y = r \sin M$$

此為似球體之投影式有類於球面之正射投影法。球面上之 ε 值為 0 而 z 為極距離。於是從南極對於北極之切平面上得一透視投影法。

若 $l = 0$ 則切圓錐變為切於赤道處之圓柱而 $p_0 = \frac{\pi}{2}$。欲求此等值時須使數極限值為無效。K 變為無限,但 $K\,l$ 為有限且 $K - x$ 亦為有限:

$$K = \frac{N_0 \cos L_0}{l \tan^{\iota} \frac{z_0}{2}}$$

$$Kl = \frac{N_0 \cos L_0}{\tan^{\iota} \frac{z_0}{2}}$$

當　$p_0 \doteq z_0 \doteq \frac{\pi}{2}$

則　$\lim K\,l = N_0 = a$

於一般之公式

$$x = K \tan^{\iota} \frac{p}{2} \cdot \left(\frac{1+\varepsilon \cos p}{1-\varepsilon \cos p}\right)^{\frac{\iota\varepsilon}{2}} \cos l M$$

$$y = K \tan^{\iota} \frac{p}{2} \cdot \left(\frac{1+\varepsilon \cos p}{1+\varepsilon \cos p}\right)^{\frac{\iota\varepsilon}{2}} \sin l M$$

欲標定此極根,則令 x 為次之式

$$x = K \cos l M e^{l \log \left[\tan \frac{p}{2} \cdot \left(\frac{1+\varepsilon \cos p}{1-\varepsilon \cos p}\right)^{\frac{\varepsilon}{2}} \right]}$$

或展開為指函數

$$x = K\cos lM\left\{1 + l\log\left[\tan\frac{p}{2}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon\cos p}{1-\varepsilon\cos p}\right)^{\frac{\varepsilon}{2}} + O(l^2)\right\}\right.$$

$O(l^2)$ 為示含 l 之最低冪 l^2 之各項。但

$$x_0 = K$$

故 $$x_0 - x = K(1-\cos lM) - Kl\cos lM\log\left[\tan\frac{p}{2}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon\cos p}{1-\varepsilon\cos p}\right)^{\frac{\varepsilon}{2}}\right]$$
$$- K\cos lM\,O(l^2)\cdot$$

當 $p_0 \doteq \frac{\pi}{2}$，$l \doteq 0$ 時取其極限值則

$$x_0 - x = a\log\left[\cot\frac{p}{2}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon\cos p}{1-\varepsilon\cos p}\right)^{\frac{\varepsilon}{2}}\right]$$

以 x 表示 $x_0 - x$ 且以其值 $\frac{\pi}{2} - L$ 代 p，則

$$x = a\log_n\left[\tan\left(\frac{L}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\cdot\left(\frac{1-\varepsilon\sin L}{1+\varepsilon\sin L}\right)^{\frac{\varepsilon}{2}}\right]$$

$\log_n$ 係表自然對數。

$$y = Kl\tan^{l}\frac{p}{2}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon\cos p}{1-\varepsilon\cos p}\right)^{\frac{l\varepsilon}{2}}\frac{\sin lM}{l}\cdot$$

當 $p_0 \doteq \frac{\pi}{2}$，$l \doteq 0$ 時取其極限則

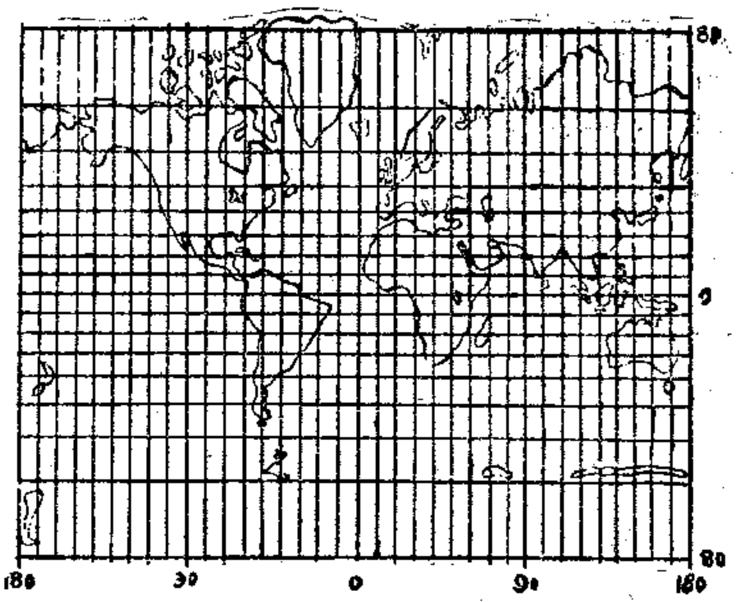
$$y = aM,$$

式中 M 當然以弧度表示之。互換 x 與 y 之值，則得普通畫圖法之坐標

$$x = aM$$
$$y = a\log_n\left[\tan\left(\frac{L}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\cdot\left(\frac{1-\varepsilon\sin L}{1+\varepsilon\sin L}\right)^{\frac{\varepsilon}{2}}\right]\cdot$$

此為似球體投影法公式與球面上之梅爾加脫投影法類似。若 ε 為零，即為梅爾加脫之球面投影法。

由是可知正射投影與梅爾加脫投影為蘭字氏投影之特別情形，故亦為相似。



圖九. 梅爾加脫投影

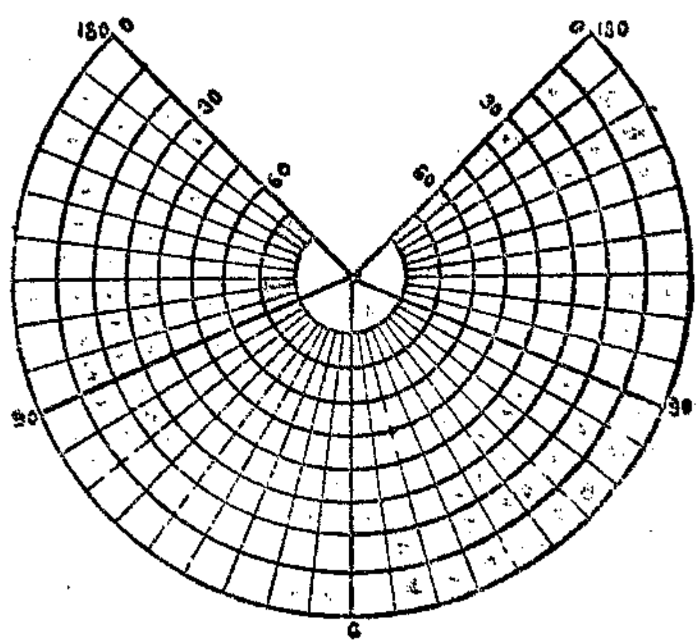
相似投影法中各點之位置,有諸特異之點亦爲不相似者。此爲於蘭孛氏相似圓錐投影法在極(*pole*)處之情形也。各子午線間之角不能保持其相似,因各子午線間之角爲以 lM 代地球上之 M 故也。在此等位置,若 $w=f(z)$ 爲複函數之關係式,則 $\frac{dw}{dz}$ 爲零或無限。梅爾加脫投影在極處雖不能相似,但於正射極投影之極心處則仍能保持其相似也。因蘭孛氏投影於各圓系中心角等於 lM,其經度之 360° 爲畫於扇形之圓周上其中心角爲 $360\times l$. 因 l 普通皆爲小於一之數,故中心角爲小於 360°, 若 l 等於 3/4, 則此扇形角爲 270°; l 等於 2/3 則爲 240°。

法國戰區之地圖由次式製成之。以漸近式代上述之精密式。最先決定一切圓錐以之切於圖中中央平行圈 55° 處。沿中央子午線用次式以定平行圈之位置.

$$\Delta r=\beta+\frac{\beta^3}{6\varrho_0^2}$$

式中β爲地球中沿子午線之距離，ϱ_0爲 55^g 處中等曲率半徑。此 Δr 之公式爲 Δr 之 *Taylor* 氏級數展開式卽自 r 之嚴密公式改正至β之第三次冪止者。(證明附後)

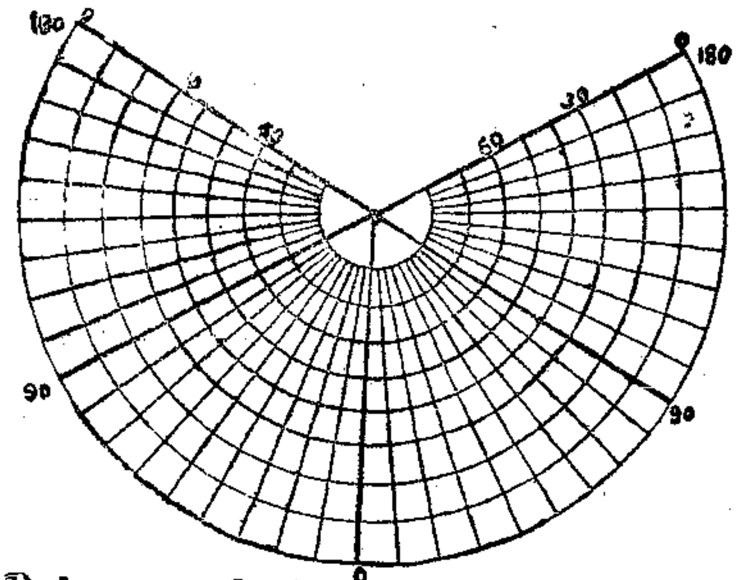
取 55^g 平行圈之半徑爲 $N_0\cot 55^g$, N_0 爲正交於子午線之曲率半徑。由此之半徑以加減 Δr 之值卽得其他各平行圈之半徑。$\Delta M\sin 55^g$ 爲沿相當於徑差 ΔM 之平行圈之弧長但 ΔM 係自中央子午線算起。



圖十　$l=\frac{3}{4}$ 時在北半球蘭氏投影法之方格圖

算得此等數值後，再化至尺度爲 1/2037。卽可得一漸近割圓錐交於 53^g 及 57^g 之兩平行圈。於是全地圖爲公里平方系所滿佈此公里平方系以緯度 55^g 及經度 6^g(巴黎之東)爲原點。此諸南北線均平行於 6^g 之子午線而西東線則與其正交

焉。於尺度之限度內之某限制地域內之大圈爲直線。因此圖係相似投影由此所成之圖對於決定發砲之方向,乃大有用處。在尺度誤差限制內之尺度,仍能保持常一不變,故此投影法爲決定方向及距離之最佳者。



圖十一　$\iota=\frac{2}{3}$時北半球蘭氏投影法之方格圖

〔附錄〕r式之 *Taylor* 氏定理展開

此函數

$$f(p)=r=K\tan^{\iota}\frac{p}{2}\cdot\left(\frac{1+\varepsilon\cos p}{1-\varepsilon\cos p}\right)^{\frac{\iota\varepsilon}{2}}$$

爲圓錐切於p_0時沿子午線之弧度(β)有關其接觸於平行圈上之尺度爲眞確無差。

由 *Taylor* 氏定理

$$f(p_0+\Delta p)=r_0+\Delta r=f(p_0)+f'(p_0)\beta+\frac{f''(p_0)}{\lfloor 2}\beta^2+\frac{f'''(p_0)}{\lfloor 2}\beta^3+\cdots\cdots+\frac{f^n(p_0)}{\lfloor n}\beta^n+\cdots\cdots$$

式中之各 *Primes* 爲示關於弧度β之微分,其$d\beta$與dp間之關

係爲

$$d\beta=\frac{a(1-\varepsilon^2)\,dp}{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{3}{2}}}$$

取其對數式則前式變爲

$$\log f(p)=\log K+l\log\tan\frac{p}{2}+\frac{l\varepsilon}{2}\log(1+\varepsilon\cos p)-\frac{l\varepsilon}{2}\log(1-\varepsilon\cos p)$$

由微分

$$(a)\quad \frac{f'(p)}{f(p)}=\left[\frac{l}{\sin p}-\frac{l\varepsilon^2\sin p}{1+\varepsilon\cos p}-\frac{l\varepsilon^2\sin p}{1-\varepsilon\cos p}\right]\cdot\frac{dp}{d\beta}$$

$$=\frac{l(1-\varepsilon^2)}{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)\sin p}\cdot\frac{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{3}{2}}}{a(1-\varepsilon^2)}=\frac{l(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{1}{2}}}{a\sin p}\ .$$

取(a)式之對數式,則

$$\log f'(p)-\log f(p)=\log l+\frac{1}{2}\log(1-\varepsilon^2\cos^2 p)-\log a-\log\sin p$$

再微分之,

$$\frac{f''(p)}{f'(p)}-\frac{f'(p)}{f(p)}=\left(\frac{\varepsilon^2\sin p\cos^2 p}{1-\varepsilon^2\cos^2 p}-\frac{\cos p}{\sin p}\right)\cdot\frac{dp}{d\beta}=\frac{-(1-\varepsilon^2)\cos p}{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)\sin p}$$

$$\cdot\frac{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{3}{2}}}{a(1-\varepsilon^2)}=-\frac{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{1}{2}}\cos p}{a\sin p}$$

自(a)式減去$\frac{f'(p)}{f(p)}$之值,則方程式變爲

$$(b)\qquad \frac{f''(p)}{f'(p)}=\frac{(l-\cos p)(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{1}{2}}}{a\sin p}$$

微分(b)式則得

$$\frac{f'''(p)}{f'(p)}-\left[\frac{f''(p)}{f'(p)}\right]^2=\left[\frac{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{1}{2}}}{a}+\frac{(l-\cos p)\varepsilon^2\cos p}{a(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{1}{2}}}\right.$$

$$\left.-\frac{(l-\cos p)(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{1}{2}}\cos p}{a\sin^2 p}\right]\cdot\frac{dp}{d\beta}=\left[\frac{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{1}{2}}}{a}\right.$$

$$\left.-\frac{(1-\varepsilon^2)(\iota-\cos p)\cos p}{a(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^{\frac{1}{2}}\sin^2 p}\right]\frac{(1-\varepsilon\cos^{2\,2} p)^{\frac{3}{2}}}{a(1-\varepsilon^2)}=\frac{(1-\varepsilon^2\cos^2 p)^2}{a^2(1-\varepsilon^2)}$$

$$-\frac{(l-\cos p)(1-\varepsilon^2\cos^2 p)\cos p}{a\sin^2 p}\ .$$

今必須決定此等餘緯度 p_0 之推出函數之值。因圓錐切於餘緯度 p_0 處,則有

$$f(p_0)=r_0=\frac{a\tan p_0}{(1-\varepsilon^2\cos^2 p_0)^{\frac{1}{2}}}\cdot$$

又因接觸於平行圈處之尺度為正確無誤差,則有次之條件

$$f'(p_0)=\left(\frac{dr}{d\beta}\right)_o=1,$$

此為曲線與切綫間之一般關係式也。

由(c)式

$$f'(p_0)=\frac{l(1-\varepsilon^2\cos^2 p_0)^{\frac{1}{2}}}{a\sin p_0}f(p_0)=1,$$

以 $f(p_0)$ 之值代入之,則

$$\frac{l(1-\varepsilon^2\cos^2 p_0)^{\frac{1}{2}}}{a\sin p_0}\cdot\frac{a\tan p_0}{(1-\varepsilon^2\cos^2 p_0)^{\frac{1}{2}}}=1,$$

或 $$l=\cos p_0\cdot$$

以此 l 之值代入(b)式則得

$$f''(p_0)=o\cdot$$

若此等 $l, f'(p_0)$ 及 $f''(p_0)$ 之值以之代入(c)式。則得

$$f'''(p_0)=\frac{(1-\varepsilon^2\cos\ p_0)^2}{a^2(1-\varepsilon)}\cdot$$

若 ϱ_0 為在 p_0 點曲率半徑之幾何中數,則此式可以次式表之

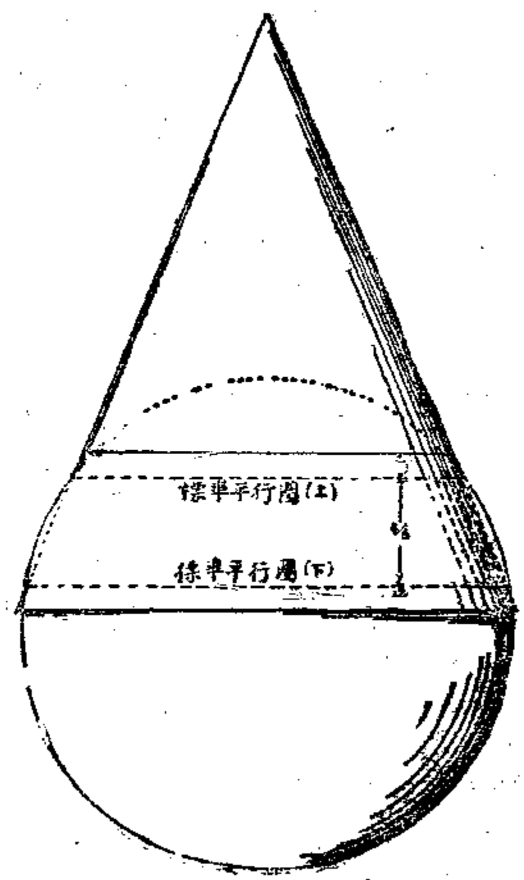
$$f'''(p_0)=\frac{1}{\varrho_0^2}$$

以此等值代入 *Taylor* 氏級數式中,則級數式變為

$$r_0+\Delta r=r_0+\beta+\frac{\beta^3}{6\varrho_0^2}+\cdots\cdots,$$

或 $\Delta r = \beta + \frac{\beta^3}{6\varrho_0^2} + \cdots\cdots,$

此即爲級數改正值至β之三次冪之式也。



無線電經度測定法目錄

（共七章加補編）

無線電經度測定法

(浙江陸軍測量局三角科測地叢書之一)

編述者　曹謨

序

無線電之發明,距今僅數十年耳。其發達之盛,進步之速,應用之廣,誠令人驚異。如無線電之播音傳影,探尋礦藏與指揮交通種種發明,可謂近代科學之秘鑰已由無線電啟之矣;而對於無線電經度測定法之發明,其功尤偉。嘗憶曩在京校美國教授 Prof. French (現為美國華盛頓大學教授)授經度測定法時,以遠距離之無線電信號,其力不能感動記時器之記時筆,作自動記錄為恨。不意至一九二四年,美國海岸大地測量局出一特刊,名曰無線電經度測定法 (Wireless longitude),已能接收法國之無線電信號而自為記錄。即蒙 French 教授以一册見贈。聆讀之餘,懽躍無似,以其方法便利最適合於吾國國情;而方法之精密人力時間費用之減省猶其次焉者也。故遂於是年夏,乘溽暑家居之暇,揮汗迻譯。其中關於無線電之理論,則賴胞弟季誠之助,未匝月而蕆事。按原書為說明Eckhardt 及 Karcher 兩博士所發明之無線電記錄器及使用法,觀測記錄計算法,與免除無線電器各種困難方法等。均限于長波收時器,而未及短波者。故頗擬參考其他新法詳為編訂,作拙編天文學中經度測定法第二章之第二法。近因測界同仁頗有來書索閱者,而敝局正在用無線電法測定經度急需參攷,乃將原稿加以銓次,並參入儀器改正及測算方法重行編訂,

並請裘師沖曼閱正後,即由本誌發表,以供同仁研究及應吾國測地界與天文界之急需,關於短波者,他日當重編補入之,惟此次倉猝付梓,掛漏必多,尚望海內明達不吝賜教是幸!

無線電經度測定法

(浙江陸軍測量局三角科測地叢書之一)

編述者　曹謨

史略

用無線電測定經度法實產生於二十年前。德國 Potsdam 與 Brocken 兩地間用無線電測經度,殆為世界第一次之測定。兩處距離約百英里,其信號 (time signals 或稱時號)係由一無線電台藉振盪擺發出,該兩經度測站均用同時切合法 (the Coincidence method) 接收之。以此等結果與由有線電所測得者相比較,於0.006秒之內可稱一致,即其差在0.006秒以內。

1911 年法國測定巴黎天文台與 Bizerte 兩地間之經差,其距離為 920 英里,翌年又測定巴黎天文台與 Brussels 之經差。此兩次測定之結果,均能與由有線電測定者若合符節。

嗣於 1913 至 1914 年用無線電橫越大西洋,以測定巴黎與華盛頓之經差,信號則傳自美國 Virginia 省之無線電台 Radio 與巴黎之 Eiffel Tower, 其所用之比較法:在美國經度測站,用同時切合法;在法國測站,則用攝影記錄法。在美國之測站作一種規定,使其時表秒針擊動之音與傳來之無線電信號相同,故同時切合法可得其精密之比較。

美國海軍觀象台由1913 年十月三十一日,至翌年三月五日所觀測之結果,得該台鐘室之經度值為 $5^h\ 8^m\ 15.^s721$, 該台人員以此值為所測結果中之最佳者,然因使全美國經度一致起見,仍以從前橫越大西洋所決定之結果(其中三結果係

美國海岸大地測量局所測定,其一則爲英國與加拿大人所測定者) $5^h\,8^m\,15.^s784$ 爲標準。

英國始於1915年在澳洲用無線電測經度,其所收之信號係發自 Melbourne 與 Adelaide 兩處。至1920年用自法國Lyons與 Bordeaux 及美國 Maryland 省 Annapolis 電台所發信號以測定之。其距離逾一萬一千英里。用聽音機接收時號,同時與該地時表用同時切合法比較之。

由無線電所傳時號之撮影記錄,係藉附於無線電話收音器 (Wireless-telephone receiver) 鼓膜上之一尖片 (Stylus) 以記於磨玻璃或紙上,而同時切合法係因地方時表秒針之擊動能與無線電收音機之綫圈 (Coils) 連續發生一種感應量 (Inductance有譯感應阻力,科學則譯自感係數,自感量),瞬時截斷電路而減低收音器之音節是也。此兩法均已爲歐西各國所試用。後法中由無線電傳來之信號,能使音節增高,而當音節高低次序之變換時,即記出其切合之時也。

1914年十月 Urie (Frank D.) 博士在美國 Ill. 省 Elgin 城, Elgin 鐘表公司觀象台之觀測,以無線電信號記錄於記時器上,此殆爲美國第一次用記時器記錄無線電時號。氏用方鉛鑛結晶檢電器 (Galena Crystal dector), 及一座四級揚波器 (four-stage amplifier) 以接收自 Va. 省 Arlington 發出之信號。其地方時鐘 Riefler 之記錄,亦藉射電組之感應,記錄於同一記時紙上,而此感應係藉地方時電路 (Local time circuit) 中繼電器 (relay) 之發火花 (Sparking) 而生出者。

1921年之初,美國標準局徇美國海岸大地測量局之請,由

局員 Eckhardt (E. A.) 及 Karcher (J. C.) 兩博士製成一輕便無線電器 (Radio autfit), 此器中時表等與無線電信號之記錄, 乃為經過同一記時器之筆系 (Chronographic-pen system) 而記出者。

1921 年三月二十六日在華盛頓哲學會前試演此儀器,以記錄自法國 Lyons 及美國 Annapolis, 與美國東岸各大商業無線電台等處發來之時號,乃證明此儀器之構造完全成功。

此組儀器中,因有數處尚須加以改良,故翌年末即以之使用於海岸大地測量局之外業測量隊中。至 1922 年六月,始用於美國之 Wisconsin 省云。

無綫電測經度法之近今事業,除控制三角測量所必須外己施行圍繞全球之精密經度網之測定,換言之,卽除令各洲在同一天文基礎外,亦足為世界各主要天文台增加時之觀測之精度也。

第一章　儀器

無綫電測定經度法所用之主要儀器,為附有子午測微器 (Transit micrometer) 之 Bamberg 折鏡子午儀 (Broken telescope transit);(吾國所有子午儀,殆均為此式,浙江為 Hayde 式,較本書所述者為大,其構造則相同);斷電路之恆星時表,附有特別線圈之筆磁鐵 (differentially wound pen magnet); 三級無線電揚波器 (three-stage radio amplifier); 無線電記錄器 (radio recorder); 無線電經度配電盤 (wireless longitude switchboard) 等。

第一節　折鏡子午儀之說明

自對物鏡投入之光線至鏡軸中之三稜鏡組,作直角之折射,而至Y軸座上望遠鏡回轉軸延長線內之接眼鏡端(如第一第二圖)。接物鏡之明顯孔口爲七公分,焦點距離爲六十七公分。此儀器裝有接眼測微器,卽用電力以記錄恆星經過鏡地之時間。測微螺旋一週之赤道值爲10,5秒。測微鼓上附有瑪瑙之邊緣,嵌入十枚等距離之金屬條,每條之寬約爲全周百分之一。除此十條外,尙有二條嵌入於零點條(zero strip)之兩邊等距離處,用以證明在記時器上所記錄之記號,與觀測時之相符合處也。另有一白金點,藉彈璜以抵住測微鼓之緣面(micrometer rims),當轉動測鼓時,則此白金點每與金屬條相接觸一次,立使電路流通,於記時器上卽作一記錄。

在測微器他端之望遠鏡軸上,裝有甚小之電燈,爲照明接眼鏡內較合系之用。其光係藉小三稜鏡以經過大三稜鏡,而至接眼鏡。此小三稜鏡之大,不過三分之一公分,以加拿大樹膠黏附於大三稜鏡之對角線面者。此兩三稜鏡面須使精確平行,庶光綫經過方不至偏差。

於望遠鏡軸上接眼鏡端測微箱之後,附有一十五公分直徑之高度盤(Setting circle 或名 finder circle)。此度盤上有一移動遊標可讀至一分,並附有一水準器。度盤之刻度自0°至360°,當接眼鏡端在$\frac{\text{東}}{\text{西}}$時,度盤上所對之天頂距離爲天頂以$\frac{\text{北}}{\text{南}}$之星,接眼鏡在$\frac{\text{東}}{\text{西}}$時,欲對天頂以$\frac{\text{南}}{\text{北}}$之星,則用頂天距離之補角。

又裝有一迴轉器,其上附有四磨擦輪,轉動於望遠鏡軸上

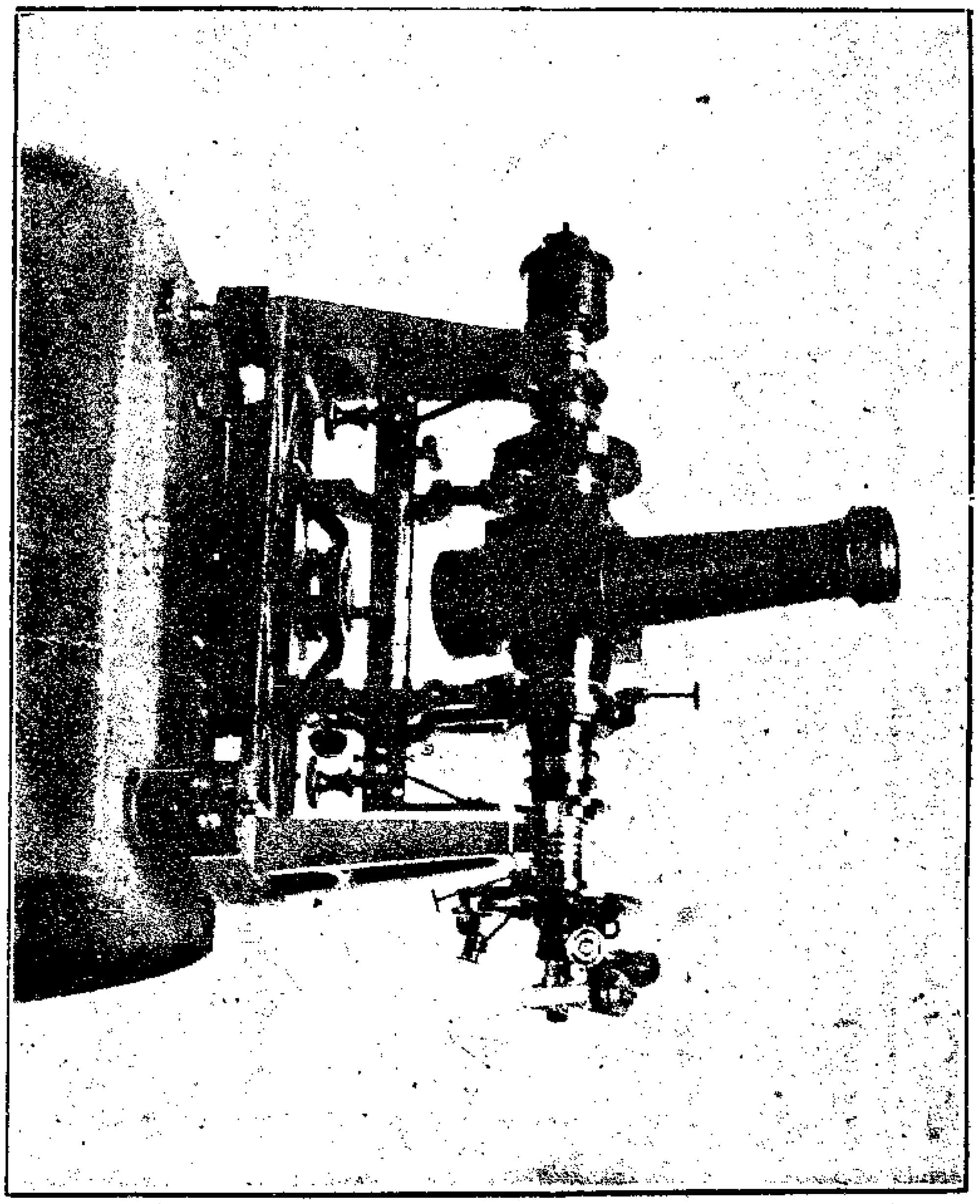
之兩凹溝內。此四輪中每兩輪成搖籃式,分托於望遠鏡管之兩邊,而轉動於彈璜上,此彈璜之力適能支持望遠鏡重量而有餘。如是運轉望遠鏡時Y軸座上之負荷,所着力者,只一小部分而已。若加全體重量於耳軸座上,可使所受屈撓爲極小,而望遠鏡重量愈加愈能確實穩固。

此儀器用懸垂水準器,不用跨乘水準器,且於每囘轉輪擎柱(Standard)之中部彎成半圓形,使此水準器能直接懸垂於望遠鏡軸上。懸垂水準管之兩端橫立兩小水準,以表示讀定時之眞確位置。

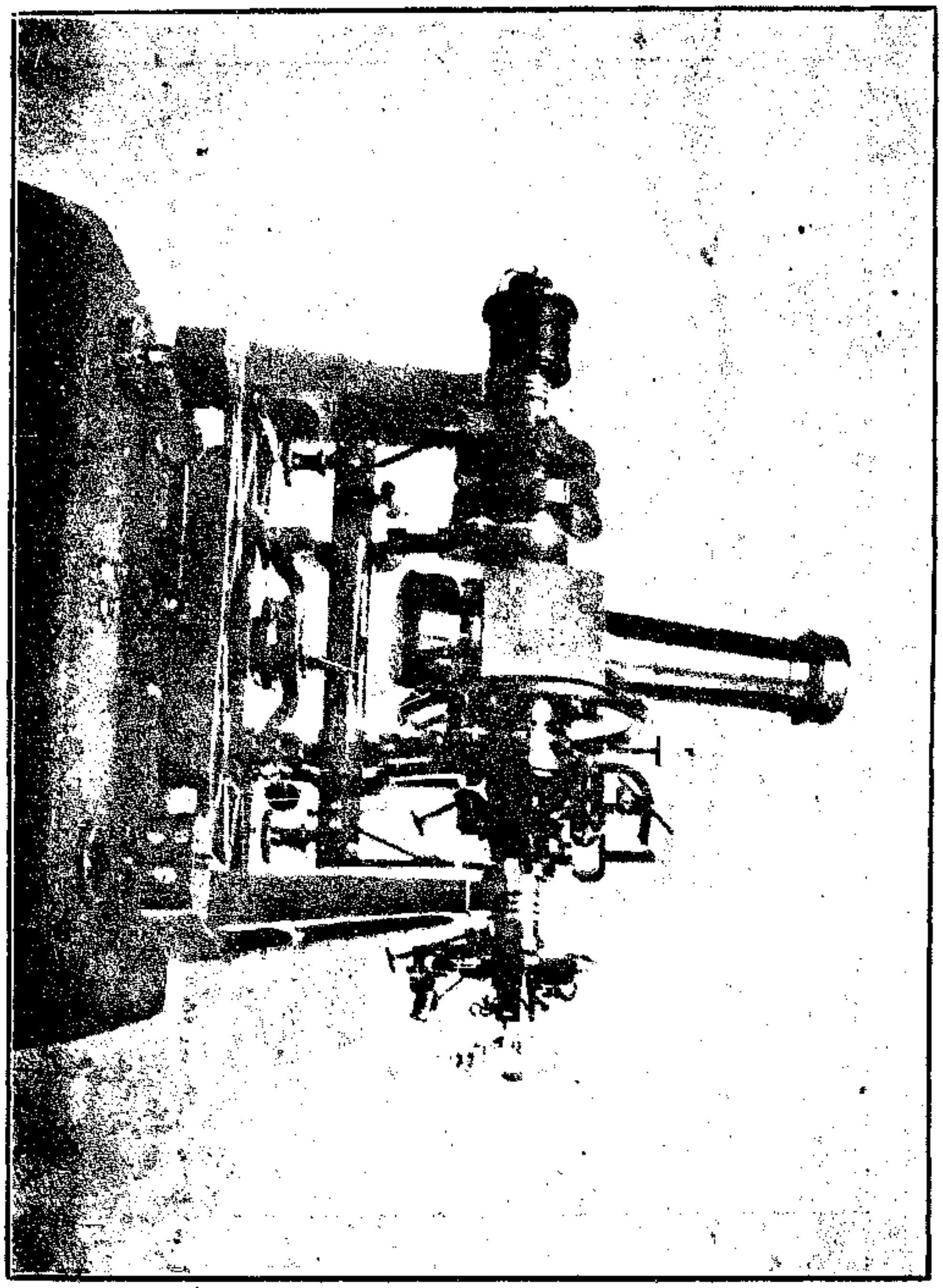
儀器支座(frame)係用骨格式,但該座強固之能力並不減少,而重量亦非過輕。座之大小爲28 × 55公分,座面離頂約八公分。

此儀器之踵定螺旋位置,爲構造上特性之一。其數有三,以其二置於座上北方之兩角隅成一直綫,餘一則置於對邊之中央(按北京測校及浙江測局者此螺旋之位置係東方二個,西方一個,而座下尙有一底座德文名爲Döllenscher Untersatz mit Azimutverstellung 即用以改正指角者)。西方踵定螺旋係置於儀器踵座(footplate)之孔內;南方者放於第二踵座上之硬鋼平面上,而東方者則放於第三踵座之V形溝內。此溝刻於鋼塊內,而此鋼塊則藉二隣接螺旋(Abutting screws)移動於踵座之溝內。此種移動之目的,乃欲藉此以安設儀器於子午面內。轉動兩隣接螺旋時,則全部儀器(支座及全部)以西方踵座之孔爲中心作水平之迴轉。

此儀器除上述外尙附有可分離雙水準器(detachable twin



第一圖 Bamberg 折鏡子午儀測經度時之裝置



第二圖 Bamberg 折鏡子午儀測緯度時之裝置

levels)，可爲測定緯度之用。測緯度時,用第二測微器。此測微器無電氣連絡。此種裝置於定時觀測可任用電鑰法 (Key method) 及耳目並用法 (Eye and ear method)。

以望遠鏡支持於磨擦輪上,可免曲撓,已如前述。而對此目的尙有其他方法,可使望遠鏡爲極有效之對稱;即因欲使望遠鏡管成平衡之狀態,而加一重量於軸之對方;因欲使接眼測微器及高度盤之對稱,乃加重照明燈之重量;欲固定部之平衡,乃於對方裝一同重量之圓鈑;至用緯度水準器時,亦加一圓鈑於對方,使成平衡狀態。

儀器上有二獨立電路,一爲照明鏡地之用,一爲傳達子午測微器記錄之用,兩電路所以如此裝置者,乃欲使望遠鏡在東西兩位置時均能有効故也。此兩電路只須三電綫,一綫爲兩路所公用;故此之連結必須將公共綫(Common or central wire)連於兩電池之同極。此兩電路由儀器之西南方引入之,其處有四接綫螺旋 (binding posts)。儀器南方有二電門,以司電路之連斷。三電綫均爲絕緣綫,沿儀器支座引於固着每擎柱頂硬橡皮條上之三金屬彈璜。此等彈璜係向上抵住鏡軸中轉軸 (pivots) 外面之三絕緣金屬環上。外環與中環通測微器電路,內環與中環則通照明電路。

玆詳述子午測微器及記錄方法。前述附有測微鼓與金屬條之測微螺旋附有適宜曳引之斜齒輪 (suitable train of bevels wheels) 之裝置,此等斜齒輪係櫛比連於測微箱後上方之一軸上。此軸之每端有一大螺紋頭 (milled head) 用以使測微系追隨星象經過鏡地之轉動也。

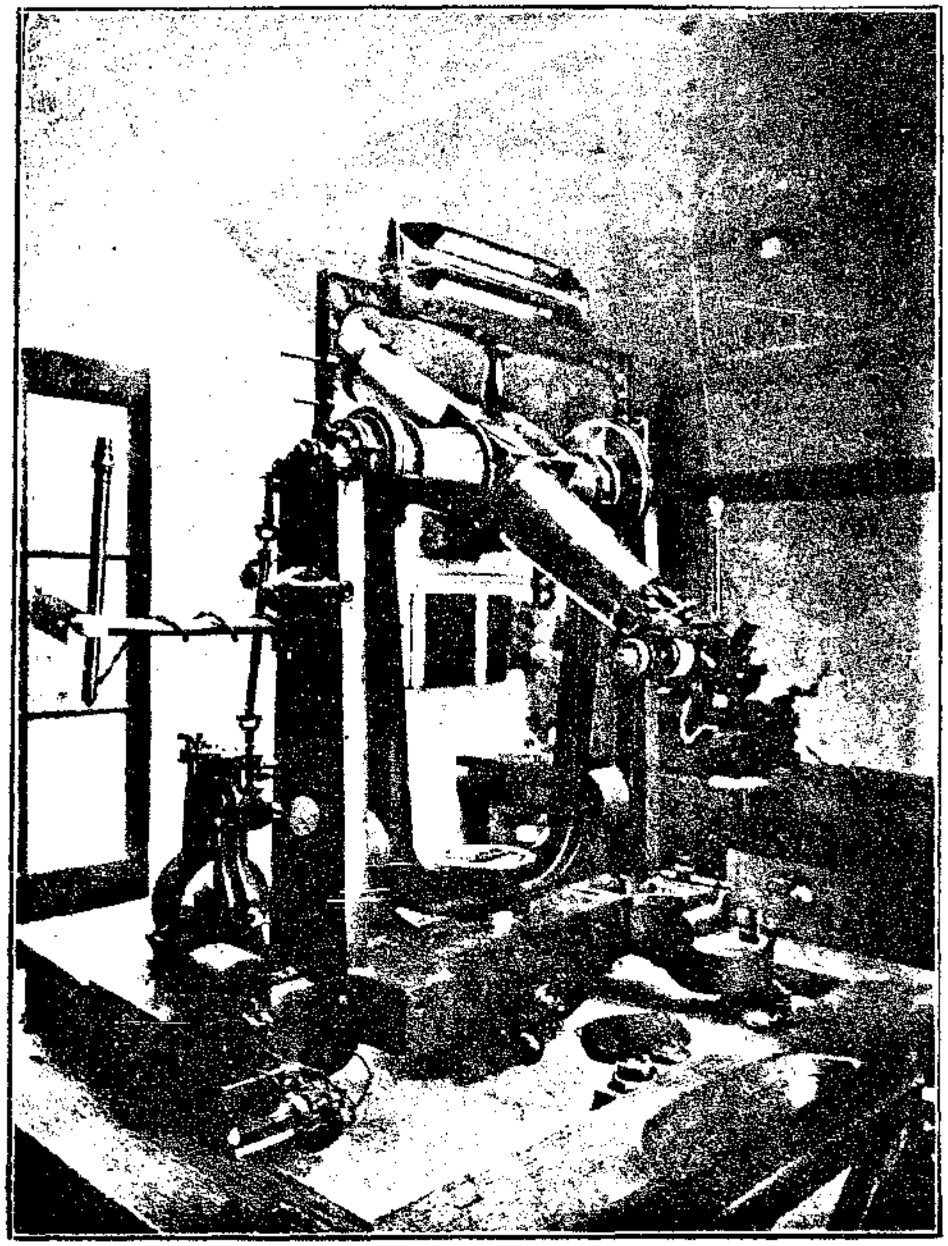
測微箱之背係附着於密接望遠鏡軸端內之一管上。管上有一小耳釘 (lug) 可移動於鏡軸內之橫條 (slot) 上,此橫條係較耳釘稍大,如是可藉兩隣接螺旋之移動,使鏡管轉動微小角度以爲各移動系 (movable wires) 垂直之改正。交合系之焦點可進退鏡管改正之,改正後則用管上之固定螺旋固定之。

膜網 (diaphragm) 上有三移動平行系。其二甚相接近,乃使觀測時之星像,夾於此兩系之間,餘一與該二綫分離,其距離約測微螺旋半周之間隔。觀測時以此一移動系平分星像而追隨之也。

測微器中有六固定系。其二系係表示星像所經之路,其間隔約弧度50秒,且互相平行。此二系宜與移動系成直角。其他四系則平行於移動系。其中二系互相接近者,係用以定視準綫 (the line of Collimation) 之位置;餘二則置於鏡地之兩邊,距視準線約爲測微螺旋之五周,以示觀測星像時之起訖。測微箱外有一尺度,刻有自 0 至 10 之數,以示移動系之位置。儀器支座之西端,有一金屬片,上鐫"O R",東方又有同樣之片則鐫有 "10 R". 此系使觀測者注意測微器中移動系之位置者,例如在接目鏡 (ocular) 西時測微器應對在 0 周之位置,然後追隨星象以作觀測;在接目鏡東時,則對在10周之位置然後方可觀測。Heyde 子午儀對此周數之位置乃另裝一測鼓以記之甚爲便利。

吾國各省現在所有之子午儀均未裝有此項自動記時之子午測微器,因可消去人差又名超人測微器,欲得精密之結果,必須有此裝置。法國之 Prin 子午儀,其子午測微器之動作,

乃經一小發動機而自動旋轉以記時者,如第三圖所示。其餘各部之理論與改正均相彷彿玆不具論。



第三圖　Grin 子午儀

上述之子午儀亦可用 Talcott 法以測定緯度。

第二節　子午儀之理論

視準線 (line of Collimation)　連接目鏡光心,與膜綱上平均垂直系（如在Bamberg或 Heyde 之折鏡子午儀,則視之成水平之位置,或亦名水平系,以後準此。）之中點,或測微器移動系之平均中點所成之線,謂之視準線。

視準軸 (Collimation axis)　通過接物鏡光心與遠鏡水平軸作直角之線,謂之視準軸。視準線與視準軸一致,則無視準差 (errar of Collimation)。

設子午儀完全改正後,則望遠鏡之視準線,必與水平轉軸成直角,而水平軸必須爲水平,且在東西大圈平面內。當此之時,視準線常在子午面內。恆星經過視準線時,其地方恆星時必等於該恆星之赤經。則經過視準線時之時表表面時,與該星赤經之相差,即爲該地方恆星時之表差。將欲施行子午儀定時之前,必須將子午儀盡力改正,使合於上述之條件。如視準誤差不能完全由改正而消除之,則剩餘之誤差須由補助觀測決定之。然後將觀測所得之時竭力加以改正,令與完全改正之子午儀所應測得者無異。以此改正後所得之恆星經過視準線之表面時,由其恆星之赤經減去,則可得觀測時恆星時（地方恆星時）之表差。

第三節　子午儀之改正

設一測站之儀器台,及帳蓬既設備後,即可開始觀測。惟晝間宜施行下述之改正,爲夜間觀測之預備。

1. 定子午線之約略方向　其法不一,視當時之能行者而

爲之。方向既定後,於台上劃記號或用台外之天然物體,及人造覘標亦可。安放副台 (Sub base) 或儀器之脚板 (foot plates) 於能令遠鏡旋轉於切近子午之位置。儀台用石洋灰或磚築成者,則將副台或脚板用白石膏粉粘固於其上;如用木造成者,則以螺旋釘扭固之。定子午線方向,可用羅針;但須將其偏斜差計入。由三角測量或前作之指角觀測所得之已知方向,亦可利用之。子午儀上附有指南改正螺旋。由此所得之子午方向只求不出改正螺旋所能改正之範圍即可。

2. 儀器之清潔　儀器之 Y 座及水平轉軸須以時表油 (Watch oil) 淨潔之。淨潔後,仍擦去以免塵埃着附。鏡片須時時考察,視其是否穩固於槽內。如有塵埃蒙覆,宜以駝毛刷拂去之,或嘘氣於鏡上以軟紙拭之。

3. 接目焦點之定準　以遠鏡指向天空,進退移動接目鏡,至測微器系極明瞭時而止。由接目鏡內通視時,除測微器系外,以毫不見有外物爲佳。否則於人目有損。

4. 接物焦點之定準　以遠鏡指向一英里外,界劃分明之物點,而變遷接物鏡與測微系行動平面之距離,直至人目在接目鏡前移動而物像與測微系不現關係位置之變遷而止。如是則改正之目的(令接物鏡所生物像與測微絲移動面一致)已達。設接目鏡之焦點完全定好,則物像亦必在極明瞭之位置。接物鏡之焦點於夜間尚須以恆星爲物點而考察之。如不準切,則加以改正。設不於晝間定其焦點近於正確,則夜間雖至明之星體,亦難望見。觀測者不免耗費時間以審察某弊害之所在。夜間定焦點時,先用大星,次用小星;以大星常

難得極明瞭之物像也。遊星及月爲定約略焦點最佳之物點。晝間定焦點後,於抽筒上劃記以示其約略之位置。至晚間定妥後,則以螺旋固定抽筒之位置以備用。

上述定接目焦點及接物焦點之法,用劃定線之玻璃膜片以代測微器時亦適用之。

晚間燈光常生弊端,可將接目鏡除去,直視遠鏡筒內之反射鏡,以考察之。全鏡明度須均一。否則旋轉之以得合宜之光亮。有時須將反射鏡移動令反射光線平行於遠鏡筒。

5.跨乘(或懸垂)水準之改正　法與尋常同,先置於遠鏡之轉軸上,次左右掉換之。如合於改正,而刻數爲由中間向兩端時則東西二讀數之較等於零。刻數由一端連續至他端時,則兩東端或兩西端讀數之和必等於中間讀數之二倍。此等水準更須改正其歪斜(Wind),即水準管軸不與連結Y軸座之綫平行也。試驗之法以水準於遠鏡水平軸上對試者前後擺動之,無歪斜則氣泡不動;有歪斜則用附於水準一端之旁螺旋改正之。改正歪斜時,前後擺動,以試氣泡移動之大小,而以旁螺旋改正其一半。至屢次試驗無歪斜而止。放水準於遠鏡轉軸上時,須前後略擺動之,以確定其跨立於中心,且爲合宜之按觸。

6.遠鏡水平軸之定平　此改正與跨乘水準之改正爲相連關之事。

7.測微系(或玻璃膜片劃綫)垂直之試驗　以測微系(或膜片中線)之上端(如在折鏡子午線則爲左端或右端)指向一界劃分明之點,迴轉遠鏡於水平軸,至視其線之下端設指定不

正確,則須轉動測微箱(或玻璃附圈)至常正確指定而止。

8.視準綫之改正　設用測微器則將測微系置於中心位置 (mean position 即光地上方或下方各錯齒中點所示之位置,測微系至此位置時,測微鼓讀零)。以指角螺旋 (Azimnth screw) 指向遠處界劃分明之點,常保持其綫在上所示之位置。令鏡軸仍在Y軸座內迴轉遠鏡 180° 而仍指向其點,設測微系仍平分其點,則無視準差,否則以改正螺旋向該點扭動其距離之半,然後再以指角螺旋指向其點。次迴轉遠鏡而爲第二次或第三次之試驗。

如用定綫玻璃膜片以代測微系,則法與上同而較簡。先以玻璃膜片上中間之綫指向遠處清晰之點,翻轉遠鏡迴轉180° 而仍指前點,設其綫仍恰指前點則無須爲視準差之改正,否則以改正螺旋,移動膜片,令其線退向物點至半途而止。此後再爲第二次或第三次之試驗,以視已得合宜之改正否。

視準差改正時須按測視天體時之焦點,至少須於一英里外地上之物點爲之。或將經緯儀及視準差 (Collimator) 之已改正於天體焦點者,恰置於子午儀前,於其較合系上爲視準差之改正亦可。經緯儀之線於必要時須照亮之,設既無遠物點,又無經緯儀,亦可於近物點上爲視準差之改正。但定焦點於天體時,其必仍有視準差之存在。設此差不甚大,則由觀測計算法,能於結果中消除之。靈敏精細之觀測者,有時能於行動遲緩之周極星爲視準差之改正,似此辦法,測者須估計當迴轉遠鏡時恆星移動之量而定第二之指定。視準差完全改正,甚屬不易。設所差不過一秒之十分二($0^s.2$)則無須更動。按

經驗所知,屢次改正,往往致螺旋及移動部分有鬆懈之弊,是宜注意者也。

9.求星度盤 (finder circle) 之試驗　求星度盤者,讀天頂距離之器也。試驗之法,以遠鏡指向一物點,令其物像生於二橫綫中,將附於度盤上之水準氣泡引至中心,而讀度盤。迴轉遠鏡,復轉遠鏡指前物點,再引氣泡於中心,而復讀度盤如前。二讀數之中數爲該物點之眞天頂距離。二讀數較數之半,爲指標誤差。如以指標對準眞天頂距離數,而指向其物點,並以水準改正螺旋引氣泡於中心,則指標誤差消除矣。在夜間作此改正,可令已知之星體中天時,全在二橫綫中。其時固定望遠鏡以已知該星體之天頂距離對準度盤仍依前法引氣泡於中心,若度盤有二(此指非折鏡子午儀而言)則定度盤於同一角度,而視二氣泡對遠鏡同一位置是否均在中心,其法最爲敏捷。

前之改正法,有時不能按所舉之次序爲之(如子午綫內無遠標記可見時),且無須每站作此改正。觀測者,須考察而行之,只須確定其差不出容許之限度外可矣。

10.指角之改正　夜間正式觀測開始以前,須將遠鏡置子午面內更正確之位置。其法所利用之理述如下:視準綫差及水準差既由前之改正,令其微小。則指角之差謂純由於遠鏡不在子午線內所生可也。所測之點,離天頂愈遠,其差愈大;離天頂愈近,其差愈小。設其點正在天頂,則其差爲零。如以遠鏡指經過天頂之星,而記其表面時;則以該星之赤經減表面時,其所得者爲表差以此表差算得距過偏於天頂以北之星過

中天時之表面時,而以微動螺旋令在中位置之測微系或玻璃膜片之中綫,隨星體轉動直至算得該星中天時之表面時而止,則指角差即被改正;而視準綫在子午面內矣。

改正後更以前法試驗之,設前改正無誤,則更向一近天頂星中天時之表面時,應與算得之表面時一致。若前者較晚於後者,則是接物鏡偏於西;較早,則是接物鏡偏於東(按星體在北極中者言)。然後用指角微動螺旋以減其指角差。螺旋應移動若干分,則須由測者約略計算應轉一週之分數以定之。或依台座上指角尺所刻之分數移動之。

如由前觀測,知表差相差在 5^s 以內,則可開始測北方之星,以約略改正其指角差。無須先爲近天頂星體之觀測也。

設時表差之約數既知,儀器上並附有螺旋或可量指角尺,則第一之約略子午位置,可由觀測北極星以得之。用歷書所載各時角北極星之指角表,以約略計算其指角,而以螺旋或分畫移轉儀器於子午內。北極星當太陽不甚高時,將遠鏡對準計算所得之高度,而迴轉於近子午方向,晝間亦可見之。故欲爲省時間計,此法甚便利也。指角改正,以用外露時表(時表之附記時器者,常藏於箱中以免曝露,外露時表即對此而言)及耳目觀測法爲宜。雖有記時器可不用也。

第四節　記時器與配電盤

此所述之記時器爲美國測量局之新式,其筆磁鐵有兩反對組之綫路如第四圖所示。

因綫路 B 之電流直立於磁鐵上記錄筆之發電子 (the recording-pen Armature) 每當時表 (break-circuit chronometer) 秒針

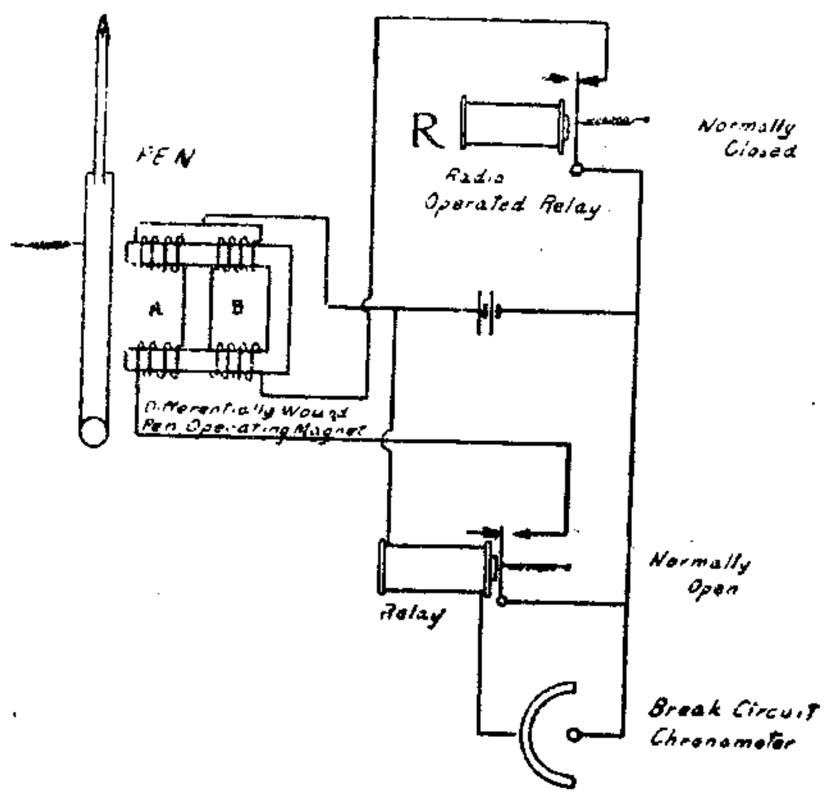
擊動時,藉線路A中電流之中性感應以離間之。

觀測星象進行時,代用無線電繼電器之子午繼電器(transit relay),當電流每過線路B電流斷時即於測鼓上作一次之接觸而使記時筆離間。當無線電繼電器受他站發來無線電信號之感應時,其作用亦同。

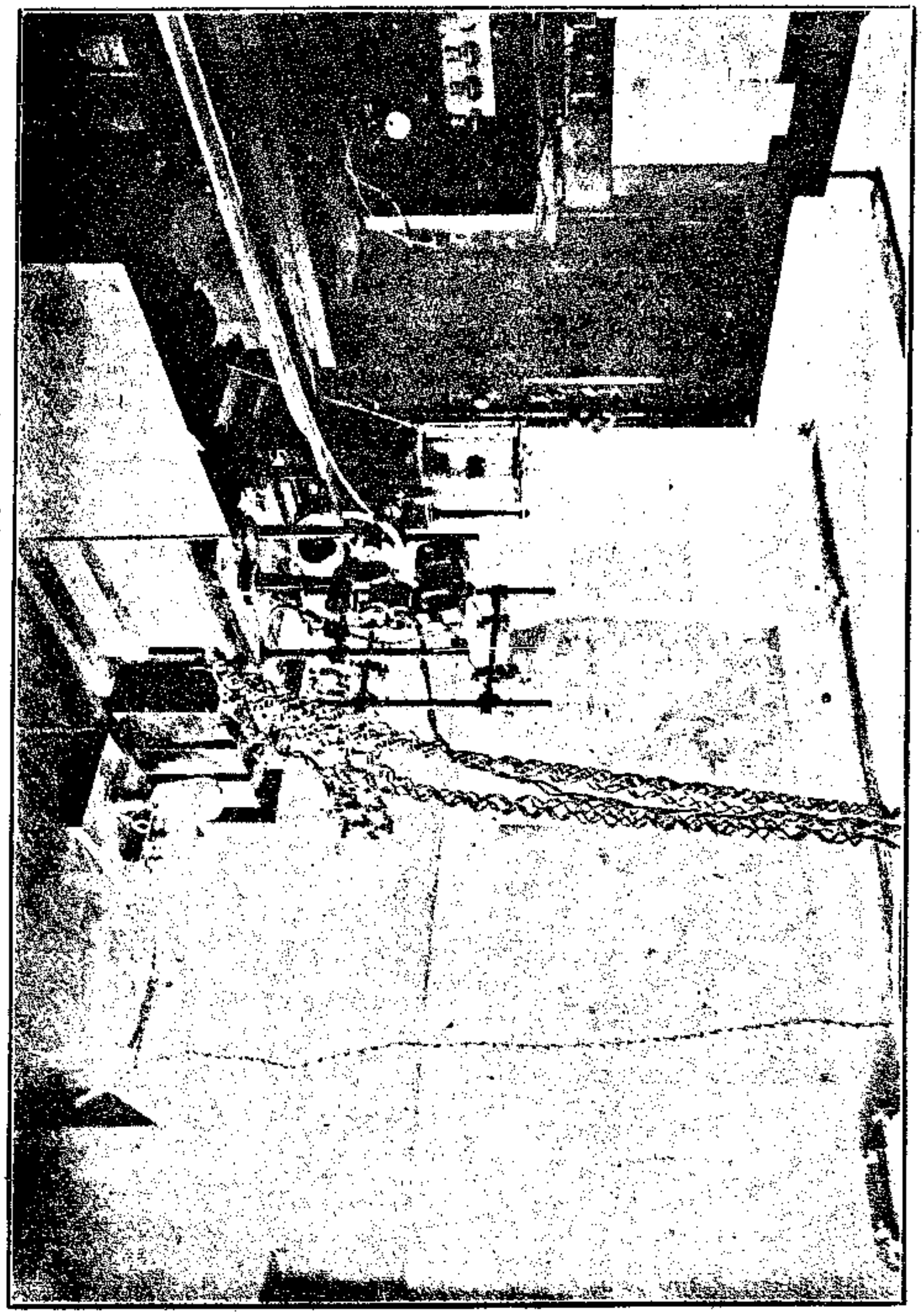
若於記時器每秒擊動成一電路而過A,且同時無綫電繼電器或子午繼電器電流斷而過B,則使記時筆急打磁鉄上。此可使時表秒數時時得確實之記載,

發電子彈璜伸張力 (tension) 之改正,須使由兩綫路作用所記同樣大小之時表秒數記號,與由單一綫路所記者相同

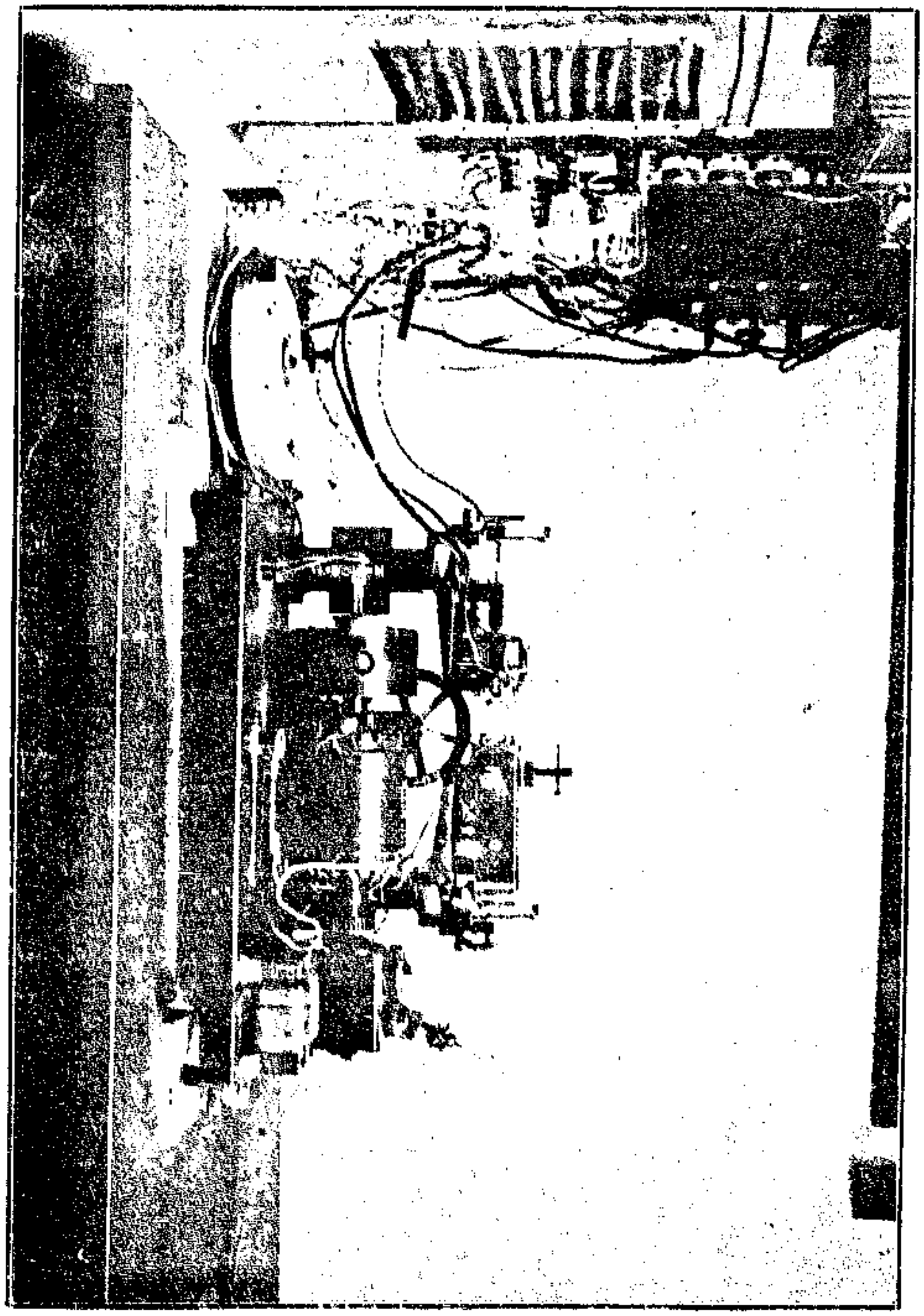
又有 Boulitte 及 Abraham 之記時器,如第五圖所示即爲現



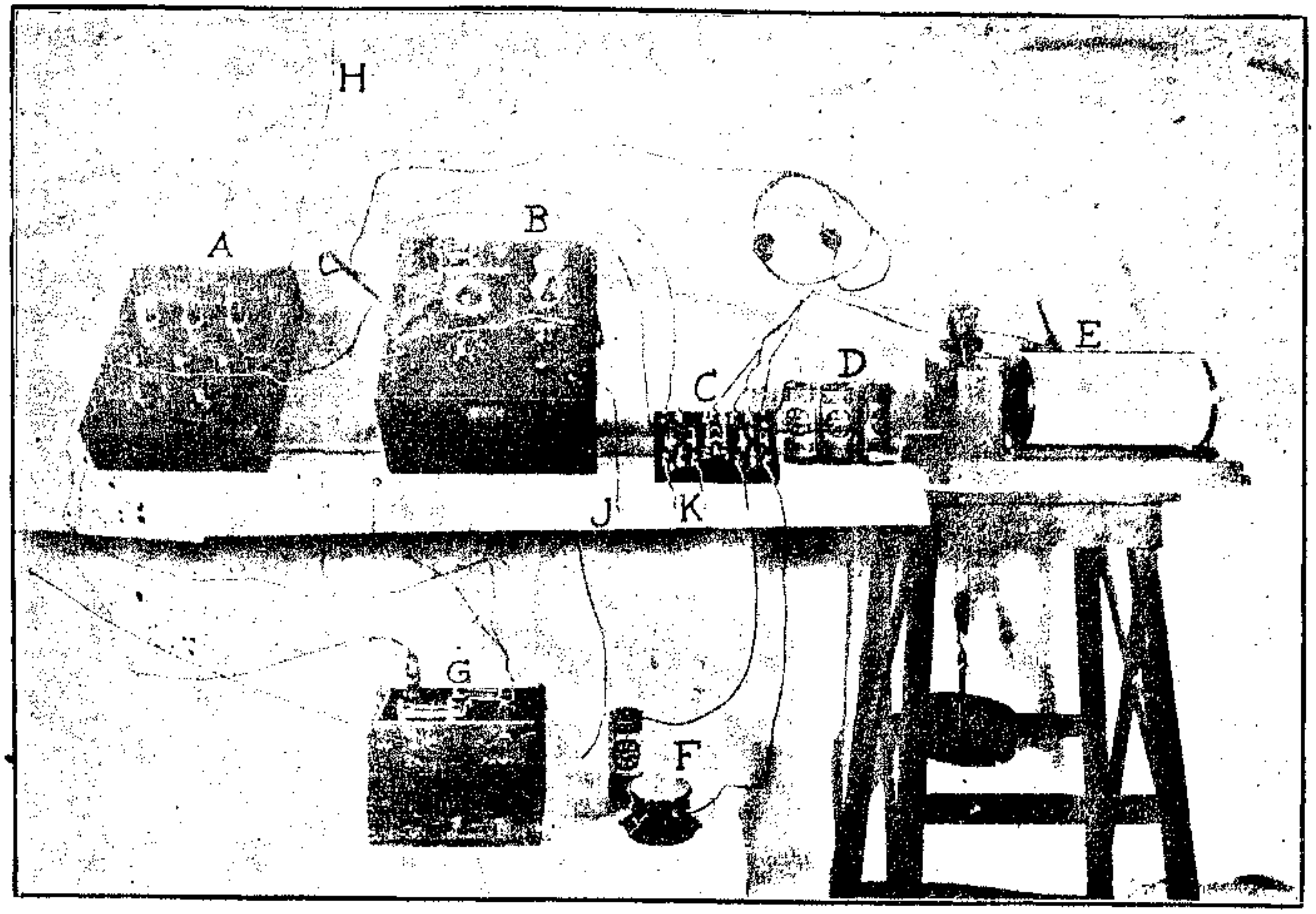
第四圖 記時之電路



第五圖(一) Boulitte 記時器



第五圖(二)　Abraham 記時器

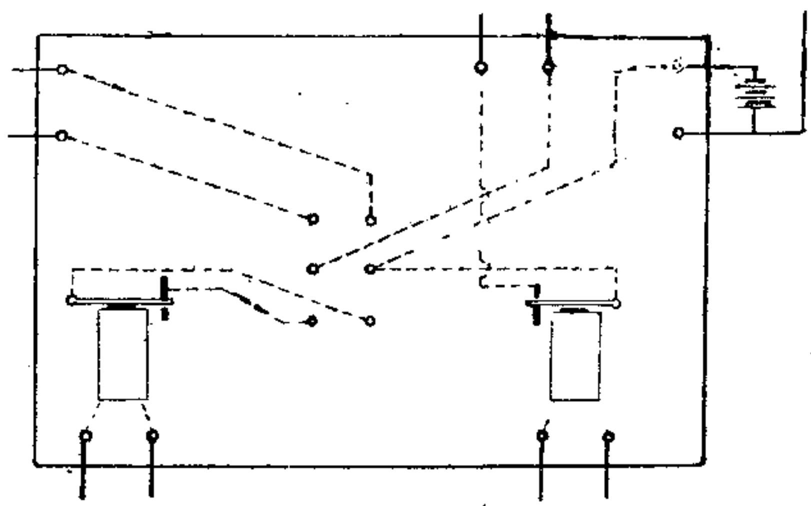


第六圖 無線電器之記錄裝置

A,第一號揚波器; B,第一號記錄器; C,配電盤; D,記時器之電池; E,記時器; F,時表; G,A蓄電池; H,天線之引入線; J,地線; K,子午測微器之電線,

浙江測量局用者。

配電盤(switchboard)如第六圖所示。接線圖(wiring diagram)如第七圖所示。配電盤由吸鐵片轉軸組在珠玉軸枕(Jeweled bearings)之兩繼電器,與一雙向開閉(double-throw)雙極(double-pole)電門所成。時表記電器有75歐姆(Ohms)之電阻(resistance),子午繼電器則有20歐姆。開電門則子午繼電器截斷電流,而無線電記錄器之無線電繼電器遂卽連入。



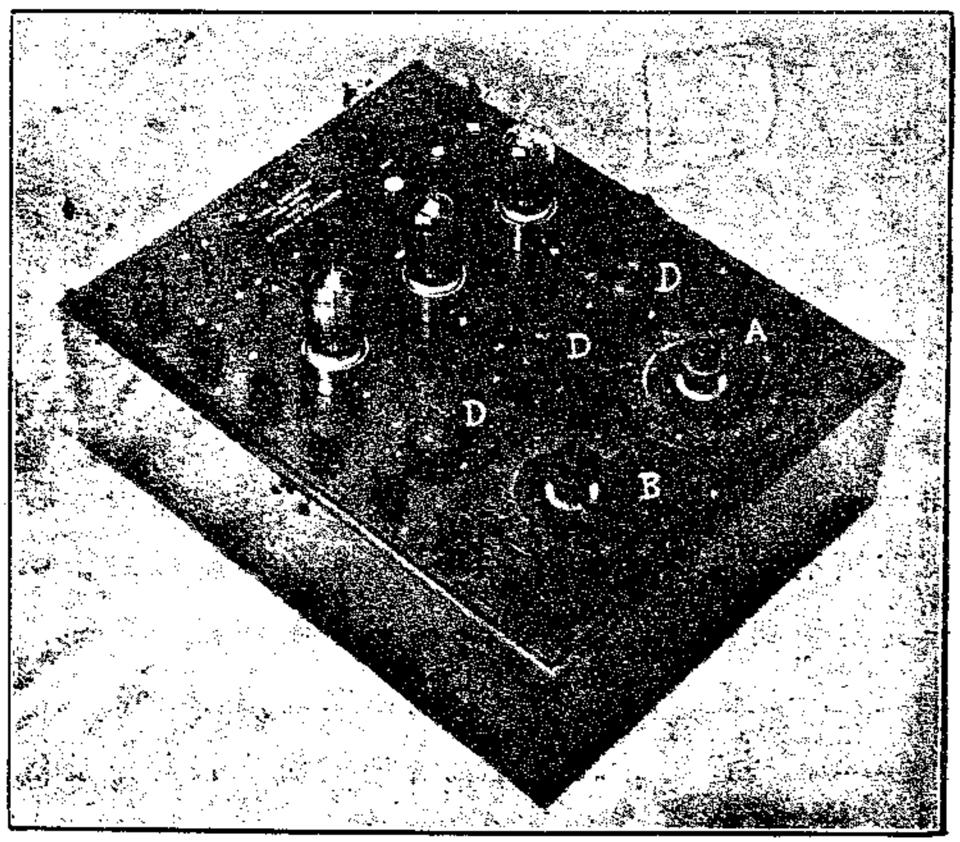
第七圖 經度配電盤之接線圖

第五節　無線電器

茲先依美國實際應用之無線電揚波器,與第一號記錄器詳細說明之,次說明無線電器之第一組與第二組之不同。及天線與天線支柱之設立。至於最近該局之短波無線電及浙江陸軍測量局所用者將另爲文編入之。

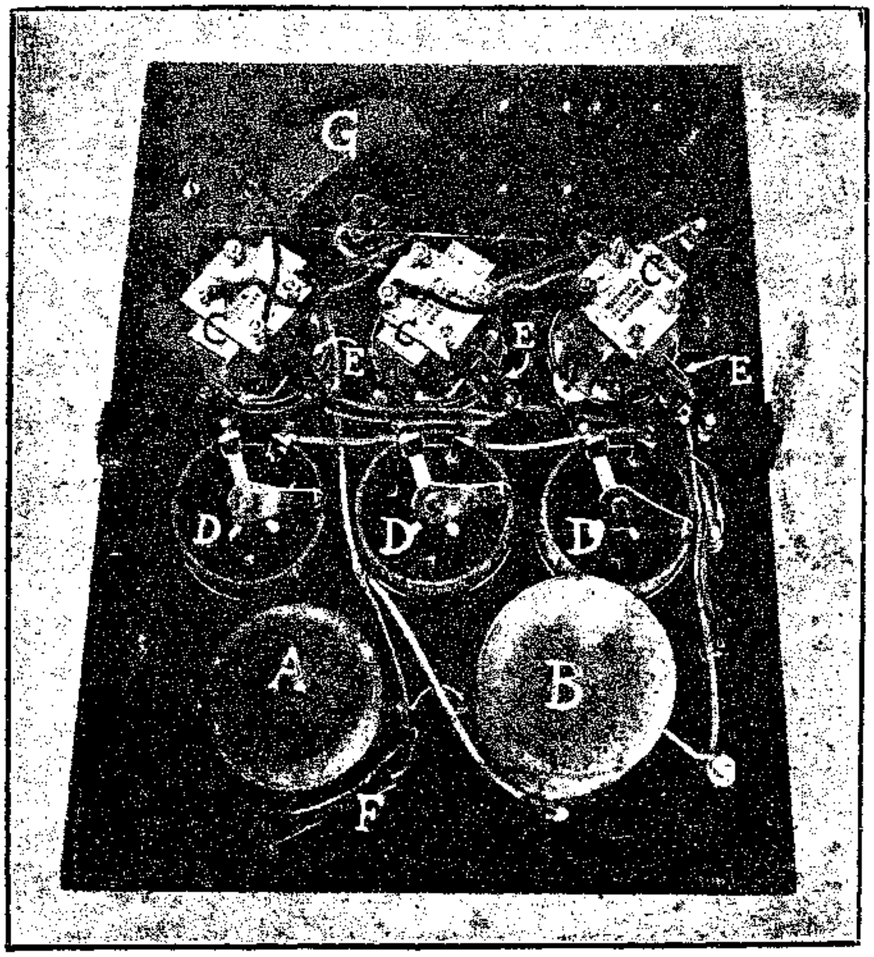
三級無線電揚波器(第一號)如第八圖所示此器係由裝於箱上之一膠板(Bakelite panel)及箱上三眞空管(vacuum tubes)裝於燈座(Sockets)內三燈絲抵抗器之節制扭(three filament theostate control knobs) 二個可變空氣蓄電器之調正盤(dial)及數接線螺旋(binding posts)所成。

此膠電板之背後(如第九圖)有每容量 0.002 米克羅拉特 $\left(\frac{0.002\text{法拉特}}{1,000,000}\right)$之可變空氣蓄電器 (Variable air condensers) 二,容量 0.001 米克羅法拉特之固定蓄電器一,成音週率變壓器(audio-frequency transformers) 三,五百捲蜂房式感應線輪 (Duo lateral-wound] inductance coil) 一,燈絲抵抗器三,與燈絲串連之固定抵抗 (fixed resistances in series with the filaments) 三,及一切之應有連結線等。無線電揚波器之接綫圖如第十圖所示。



第八圖　第一號無線電揚波器

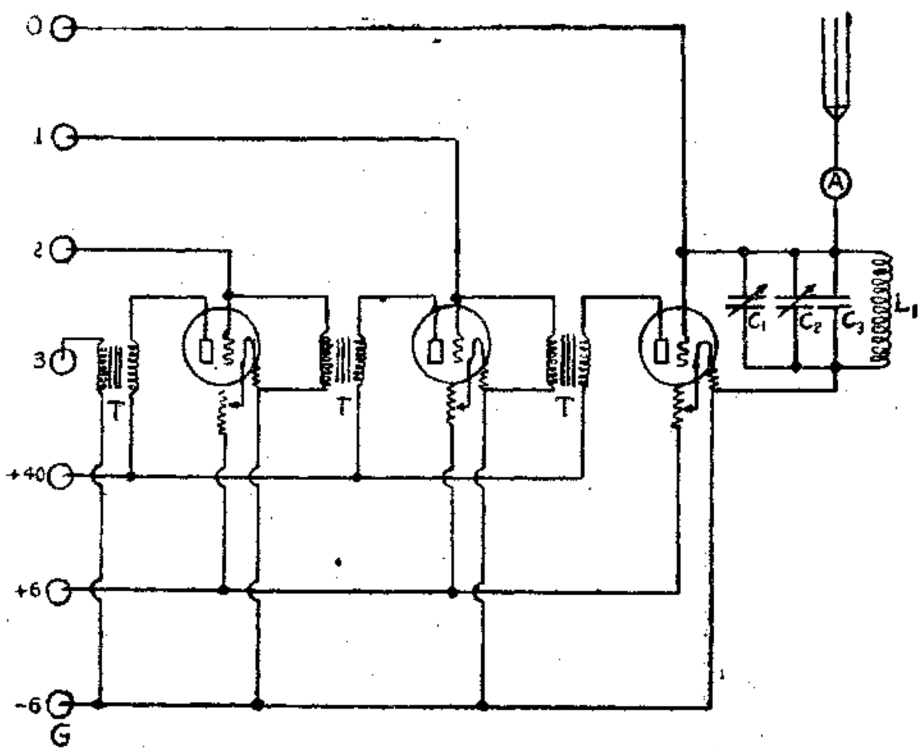
A 與 B 爲可變空氣蓄電器; D 爲燈絲抵抗器之節制柦。



第九圖　第一號揚波器之背景

第一號無綫電記錄器如第十一圖所示此器係由一膠電板（其頂有特高抵抗之繼電器並附有內外絕綠之接觸面)。一眞空管與燈座窠,一燈絲抵抗器之調節扭,一可變蓄電器調正盤,一電量計;一燈柵或C電池之電鑰 (A grid or C battery switch), 一電壓計調節扭,及各種電鑰與接線螺旋等所成。

如第十二圖該器下面有一0.002 mfd. 容量之可變空氣蓄電器,蜂房式千捲之感應線輪架一, 0.001 mfd. 及0.002 mfd. 容



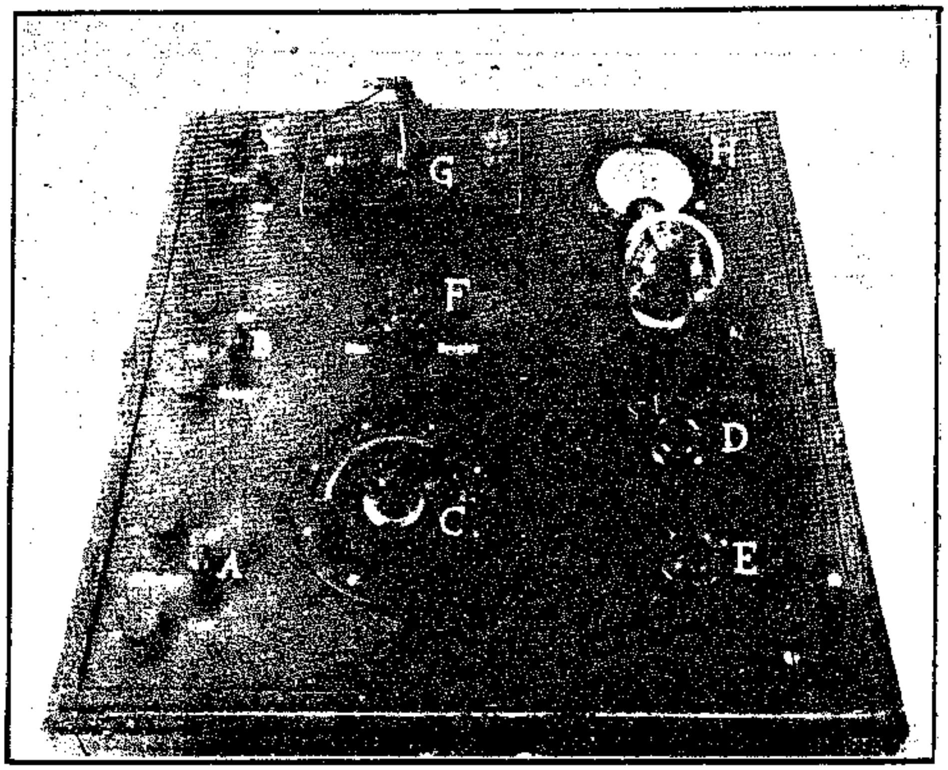
第十圖 第一號揚波器之接線圖

量之固定雲母蓄電器各一，0.2 mfd. 容量之固定雲母蓄電器一，$22\frac{1}{2}$—Volt (Volt 爲電壓單位) B 電池二組，$4\frac{1}{2}$ Volt 3 電池之 C 電池五組，燈絲抵抗(電阻)器一，電壓計一，電流計之副道(間流器或分流器 shunt) 一，及數開關釘與接線螺旋等。

無線電記錄器之單獨接線圖如第十三圖所示。

作業時裝置全部機件之實際接線圖，如第六圖及十四圖所示。

以揚波器連於記錄器可直接用一線，依吾人所需要之一級二級或三級揚波器，從其 1,2 或 3 接線螺旋連接於記錄器上之端扭 A，或用感應耦合 (inductive coupling) 以一蜂房式一千卷感應線圈置於記錄器之線圈上，而以其兩端連於揚

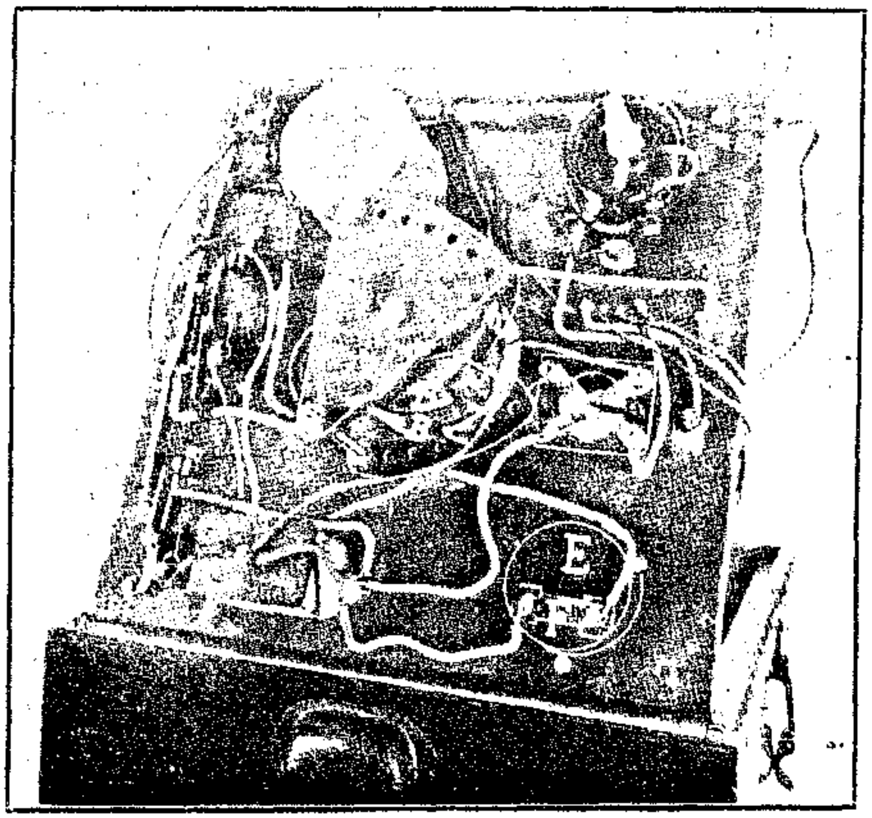


第十一圖　第一號記錄器

波器上之接線螺旋1.2或3及端楹G或－6上（參看第十四圖）。此感應耦合對於減低天電之擾亂，可得善良之結果。

於第一號無線電器係用Seibt蓄電器。此器製造特精，其鈑均由固體鋁片所製成，其裝置法能保持其形狀與間隔不變。其餘各組中均用適當且價廉之製造物。而前之第一種已不復用之矣。

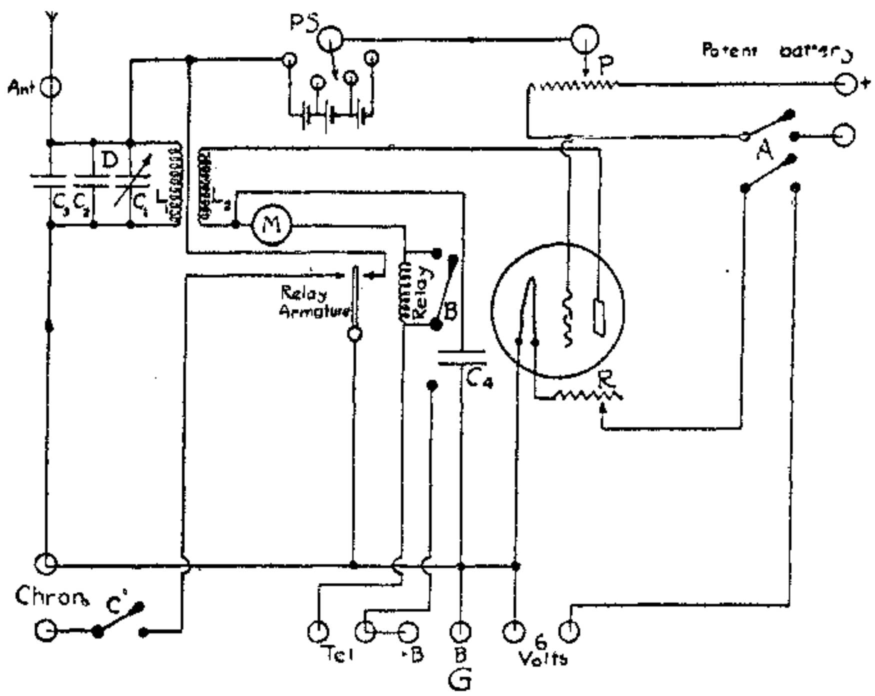
用於楊波器之眞空管爲美國 Western Electric Co. 第 203 號B，用於記錄器上者爲該公司之第 209 號 A（新式之102 D W及 102 D）；燈絲抵杭器爲 General Radio Co. 歐姆之第 214 A。電壓計爲 General Radio Co. 400 歐姆第 214 A。



第十二圖　第一號記錄器之背景

電量計為美國 Western Electric Co. 第 375 種之學生電量計,其指針之零點在讀尺之中央,不用副道而 0.6 milliampere (米里安培)能使指針偏於尺之任何方盡三十分劃處,在雲母片上之一抵抗線卷,其抵抗約當電量計抵抗五分之一作為一副道,而跨接於電量計之兩線端,讀尺在三十分劃時,恰相當於 3 米里安培。注意此電量計上之讀數值並非重要,若須改換或修理副道時,則一經更換後,電量計之指針仍指尺上或現特殊之大偏度,可視察無線電器電路流動之情形,即足應用矣。

擒波器中之變壓器係 Thordarson 之成音週率變壓器。無



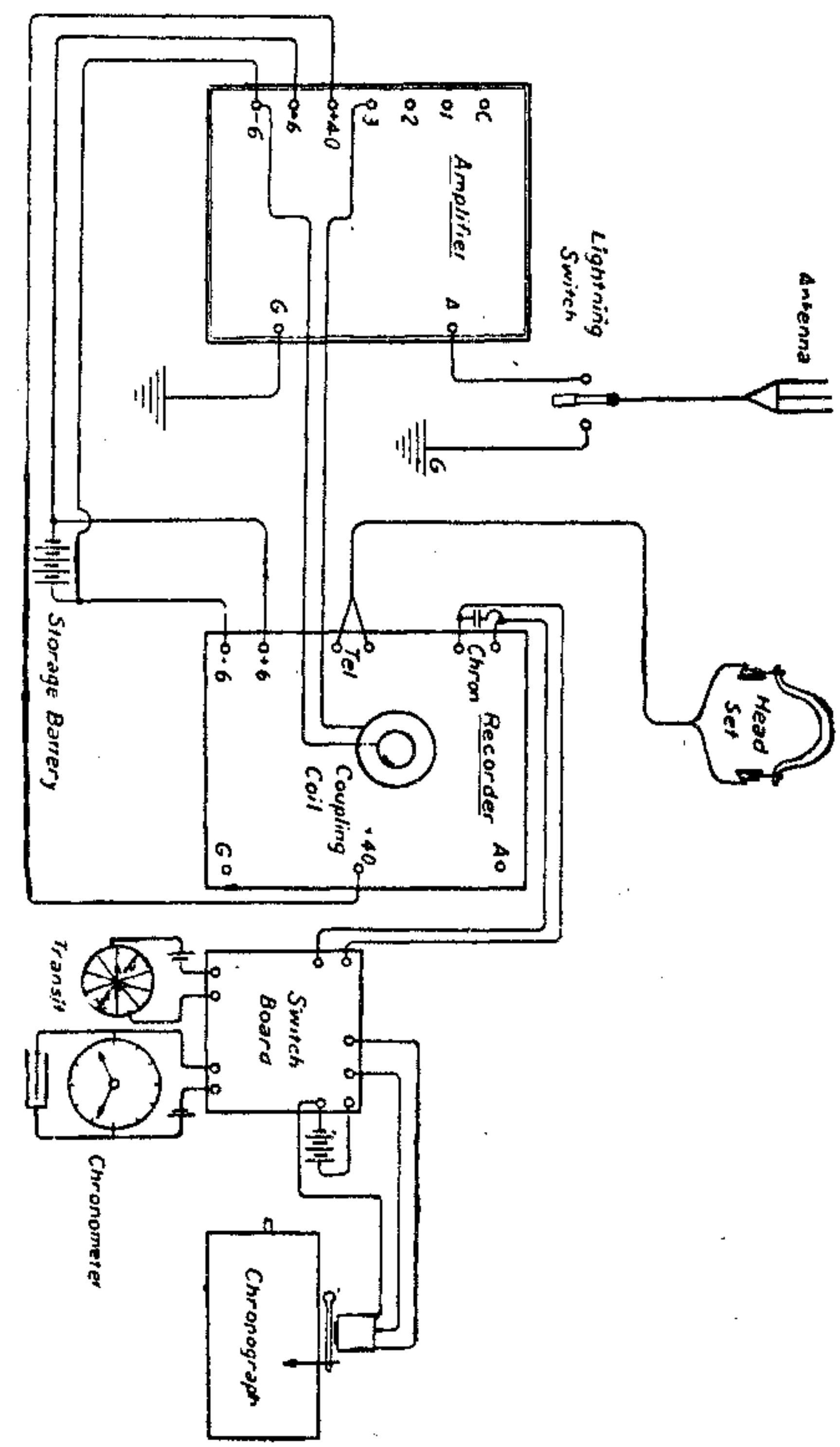
第十三圖 第一號記錄器之接線圖

線電週率變壓器 (Radio-frequency transformers) 爲美國標準局 (Bureau of Standard) 所造，如第十五圖所示。其他各組則爲美國海軍定製。

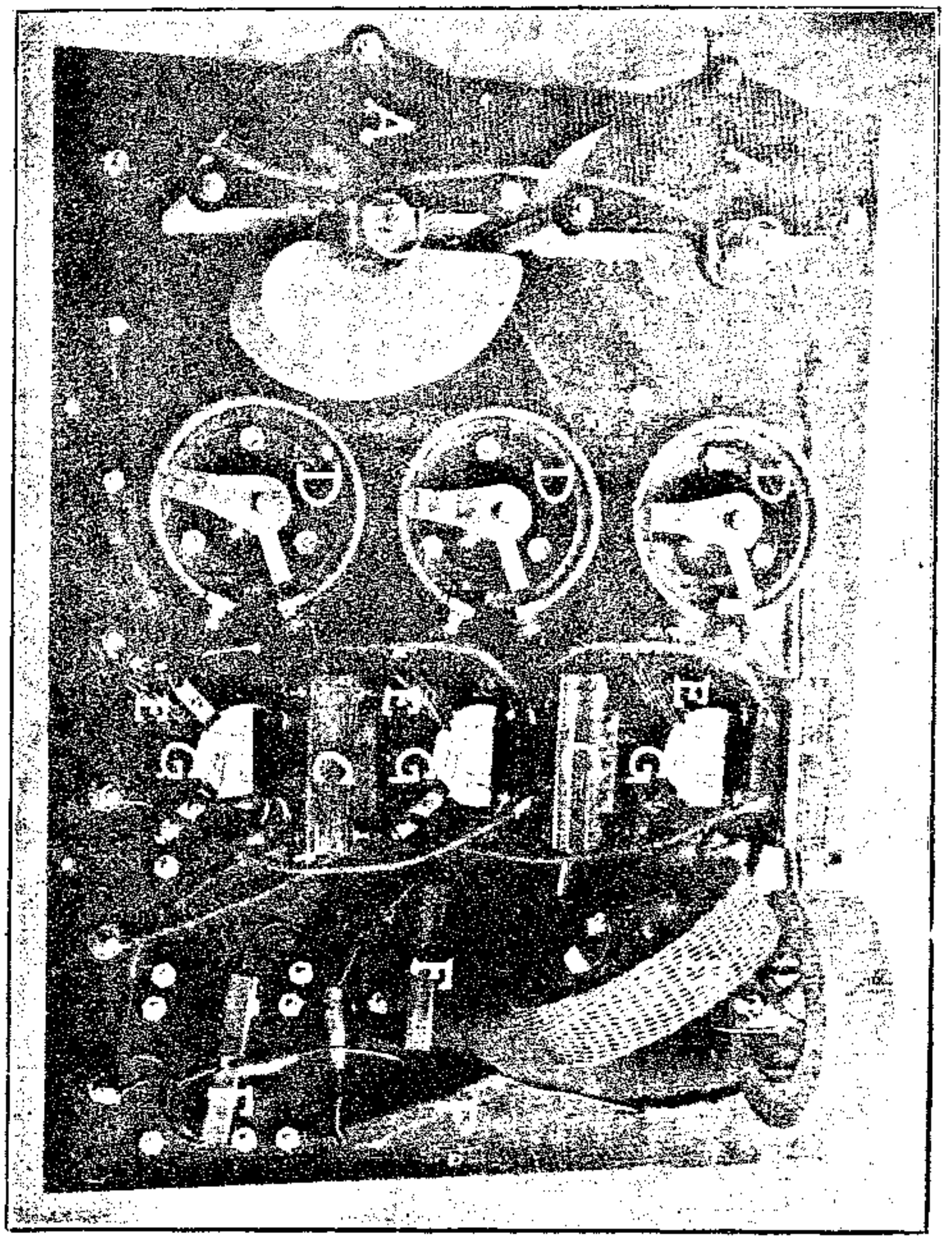
其一 第一第二第三無線電器之差異

第二號揚波器之接線圖，實際上與第一號相同。所異者，乃用兩調諧電路以代其一耳。第一號無線電器直接連於天線 (antenna) 能於電話機聽得聲音較高之信號，而第二號之裝置，則對於天線電路爲感應耦合，如是有較大之選擇性 (selectivity)，且亦可助減少天電之擾亂。

於第二號上另加 750 卷之綫圈於天線電路之耦合，則其耦合度可在膠質 (Bakelite) 電板上之兩螺旋帽 (two thumb



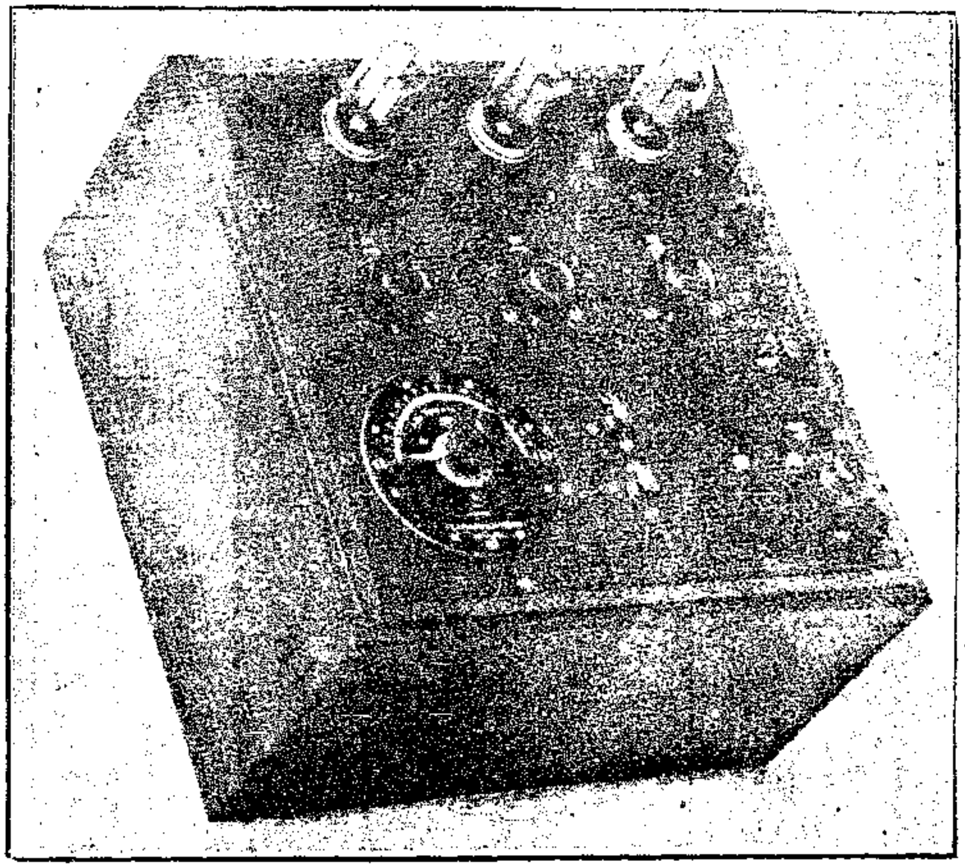
第十四圖　無線電經度作業時之接線圖



第十五圖　第二號揚波器之背景

nuts)循一弧形移動其中之一線圈,以改變之其一,可於第八圖之右上隅見之。

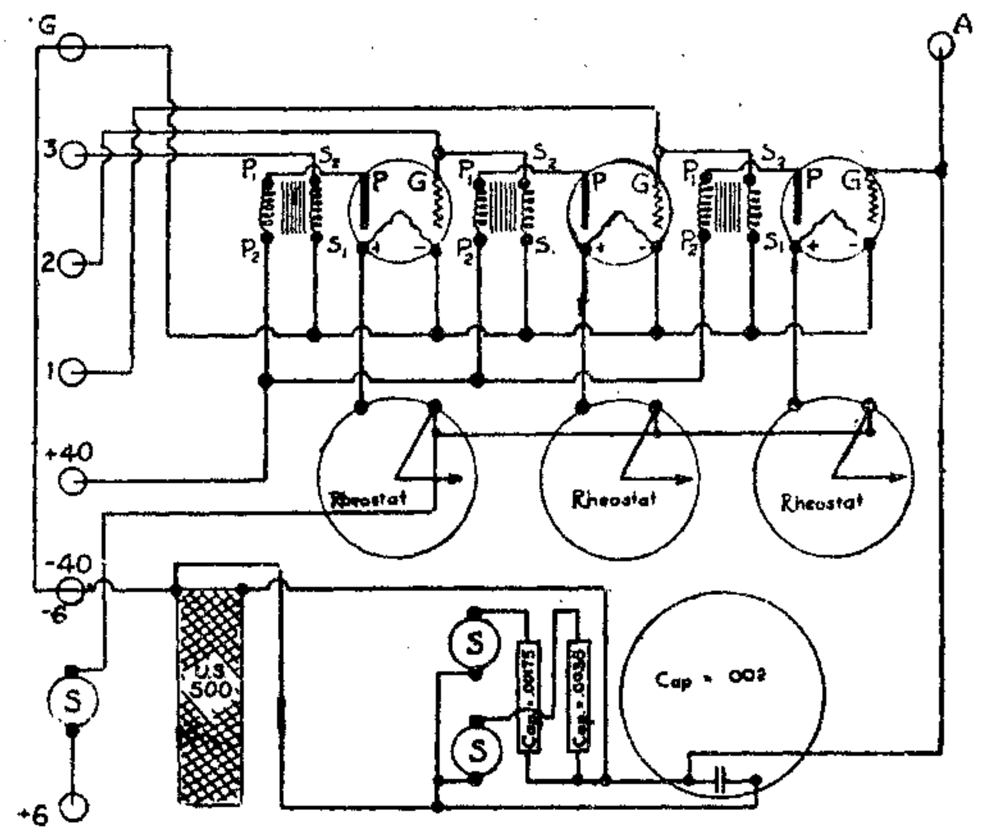
第二號內用製造不同之可變空氣蓄電器,其容量則與第一組同。



第十六圖　第三號揚波器

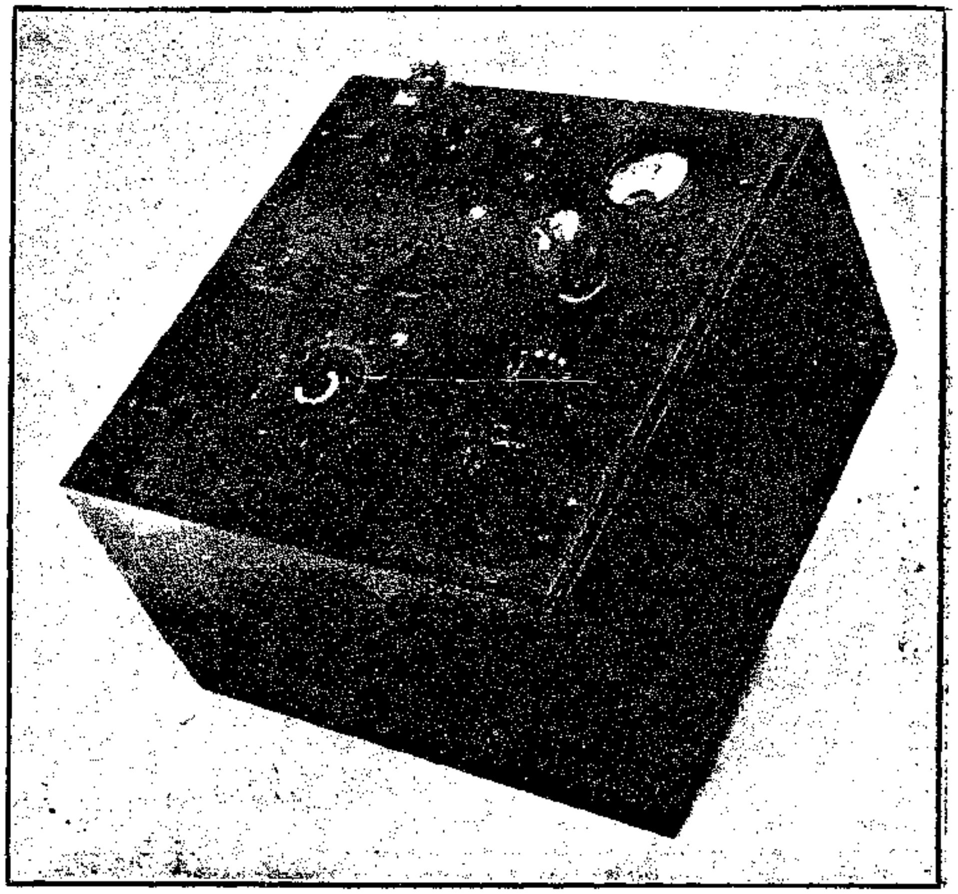
第三號揚波器備波長自6000至 24000 公尺之用。第十六圖表示各部之裝置,第十七圖為接線圖。此接線圖實際上與第一號揚波器相同,所異者此惟用一可變空氣蓄電器,且用按電門 (push switches) 聯接 (cut in) 或截斷 (cut out) 固定蓄電器以變換其受信之波長。

第二號無線電記錄器(第十八及二十一圖)與第一號所差者為用按電門以代開閉關(Throw switches) 是也。



第十七圖　第三號揚波器接線圖

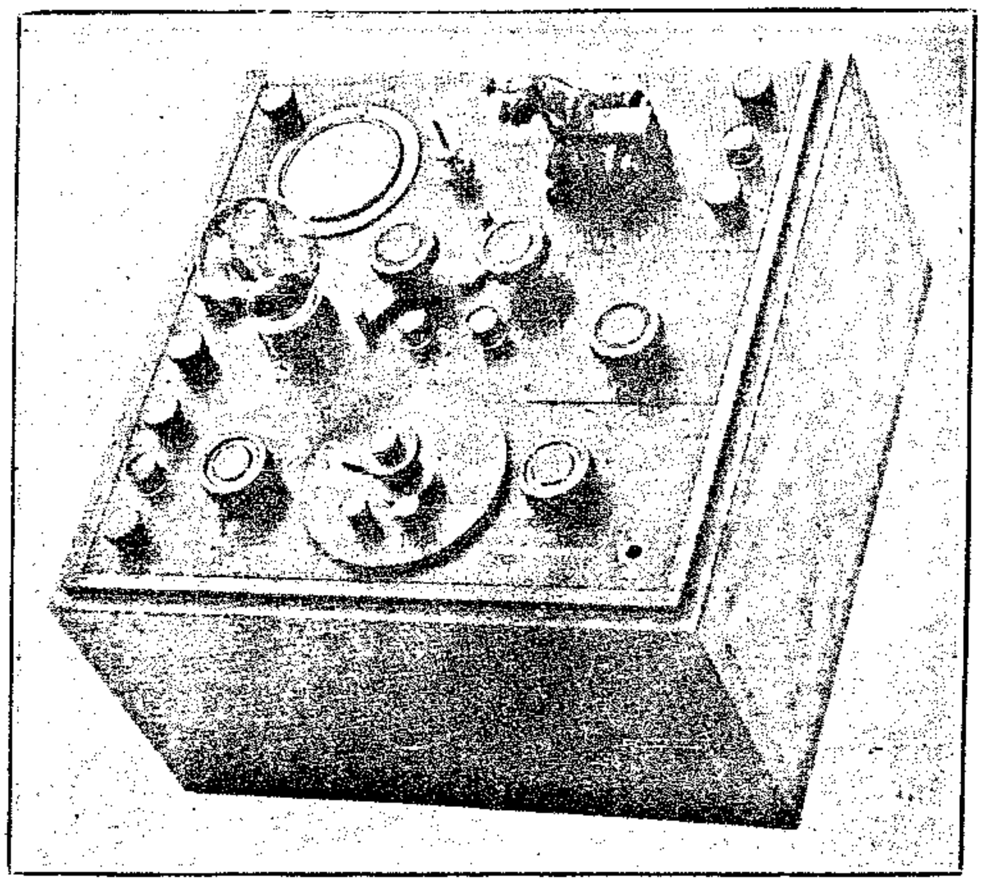
第三號射電記錄器(第十九圖)亦用按電門接入或截斷固定蓄電器之電路,以變換其受信波長,如第十八圖所示,且用按電門截斷電池之電路,與記時筆之聯絡。在第一號及第二號記錄器上之耦合線圈,於此無線電器內亦有之。第二十圖所示三(感應)線圈之耦合,可藉裝於盤頂之調節扭以改換之。C電池置於另一格 (section) 中在第十九圖之右,此電池當新電池換入時可完全除去之。



第十八圖　第二號記錄器圖

用一插頭 (plug) 以連接電話 (telephones), 比用接線螺旋爲便。

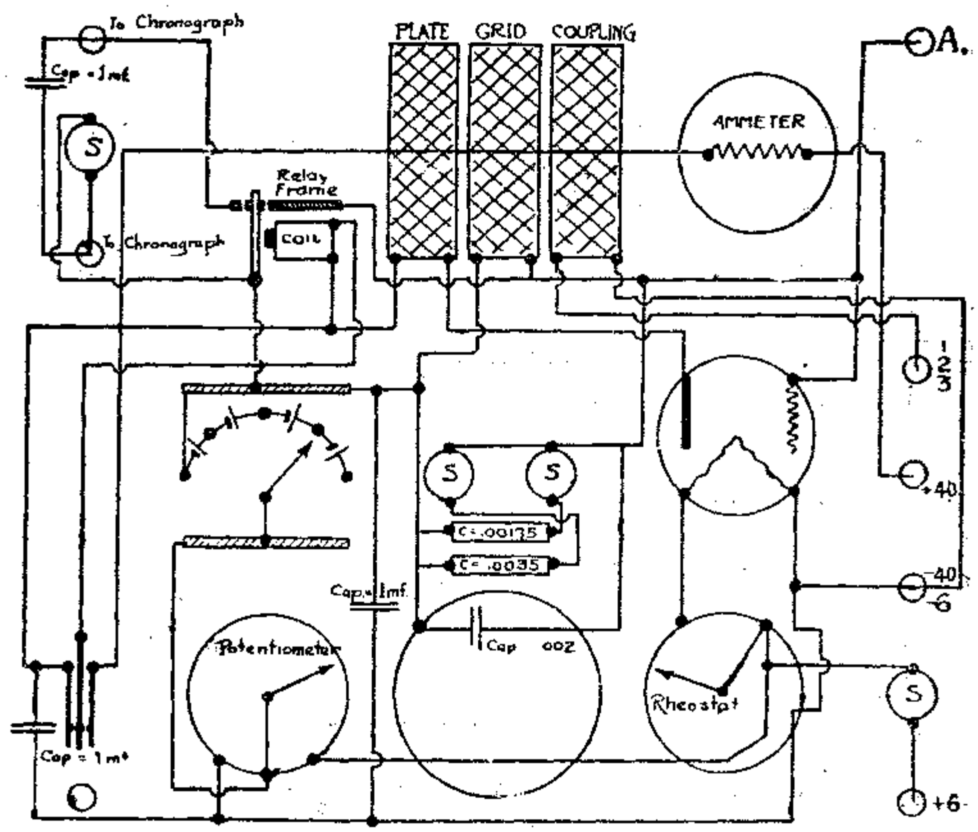
在第二第三號記錄器內,以固定蓄電器用作副道,跨接於記時器之電路,而在第一記錄器中,則將此蓄電器(1 mfd. 容量)在無線電器之外面,跨接於記時器之兩端。此蓄電器與第一號無線電器之關係,未顯示於圖中。



第十九圖　第三號記錄器圖

其二　天線與天線支柱

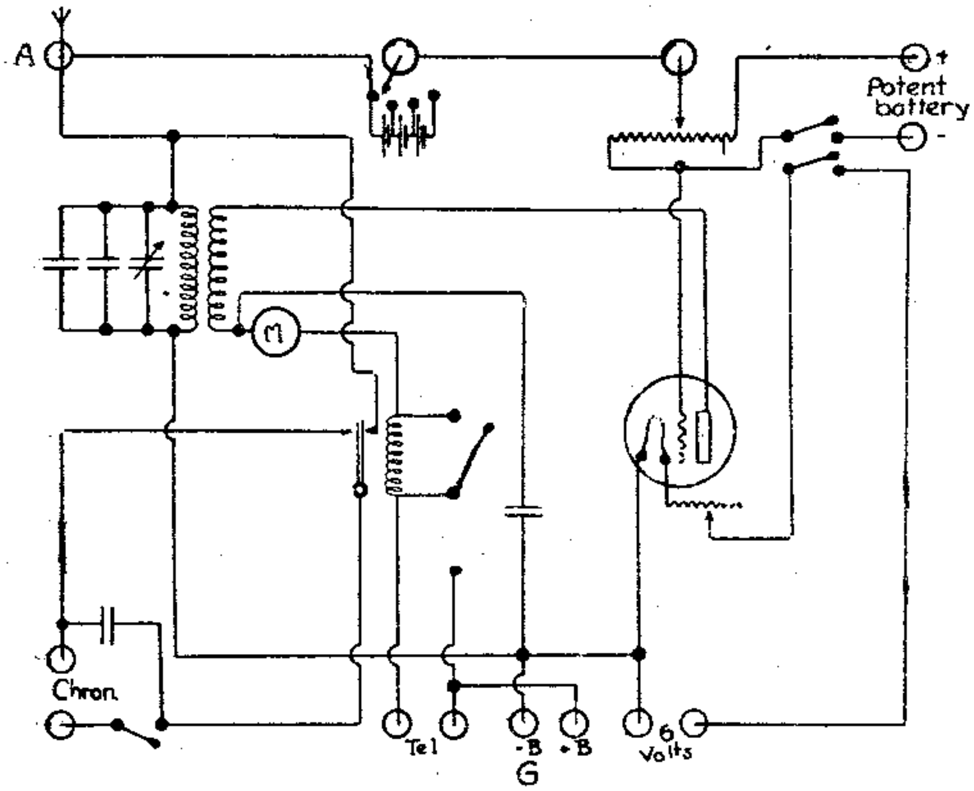
用 120 呎長之平頂天線 (flat-top antenna) 四五條,或六條,其間隔爲自18至24吋,以展布具 (spreaders) 分開之。各線端及分布具各裝以折拗形之鍍鋅鐵鈎,及鈎眼 (galvanized-iron snap hooks and eyes) 使裝設輕易。其線爲絞紐之第22號B&S之白銅線 (Phospher-Bronze);引入線 (lead-in) 係以同樣之線,而加較厚之絕緣體 (heavier insutation). 此聯繫之絕緣體其長



第二十圖　第三號記錄器接線圖

6 吋,橫斷面半吋,係用以使天線與分布具及天線柱上之支線成絕緣者。

引入線係先引裝於一天線支柱上,雙向開關之中央點。然後將電門關上,則連天線於揚波器,電門關下則連於地線。天線支柱係以分段中空鐵管接成之,每段長 $8\frac{1}{2}$ 呎,以鐵線向各方維繫之,其銜接處則以鐵管套接之。此種柱支頗便於搬運。



第二十一圖　第二號記錄器接線圖

天線柱曾有用三長段兩短段所接成之42呎高柱以兩組之三方向線 (two sets of three guy wires) 維繫之,豎立時藉一25呎起重柱 (gin pole) 之助。此種中空天線柱若分量過輕則不經久,其每段之價約美金十元,舟楫可通之處以用單松柱爲佳。以其堅直而輕,且隨處可得。起重柱可用普通柱兩段而以二呎長之銅套管 (brass tubing) 接合之。

第二章　無線電經度作業用品

1. 儀器表

懷中安培計 (Pocket Ammeter)	1
無線電揚波器 (Radio Amplifier)	1
6 volt 蓄電池	2
$22\frac{1}{2}$ Volt B 電池	4
$4\frac{1}{4}$ Volt C 電池	12
記時器 (Chronograph)	1
恆星時表 (Chronometer)	2
千卷線圈 (1000—turn coil)	1
折光方向羅針儀	1
時表蓄電器 (Chronometer Condenser)	1
0.001 mfd. 容量間流聲音蓄電器 (Condenser, 0.001 mfd. capacity as shunt for phones)	1
發電機 (Generator, or motor-generator)	1
聽筒 (Radio Headset)	1
比重器 (Hydrometer)	1
手電燈 (Hand electric Lamps)	2
子午測微器 (Micrometer for transit)	1
無線電記錄器 (Radio Recorder)	1
玻璃尺 (Glass Scale)	1
避雷電門 (Lighting Switch)	1
配電盤 (Switchboard)	1

鋼卷尺 (Steel Tape, 30 meter)		1
小經緯儀 (Theodotite. 4 inch)		1
子午儀 (Astronomical Transit)		1
真空管 (Vacuum Tubes)		12
電壓表 (Voltmeter, 0—150 volts.)		1

2. 裝具表

螺旋錐 (Screwdriver Bits)	2
照明儀器之電池箱 (Battery box, for Mumination of instrument)	1
木匠用之曲柄 (Carpenter's brace)	1
時表箱	1
軍用椅 (Folding camp chairs)	2
天幕 (Folding cots)	1
軍用寫字桌 (Army field desk)	1
轉輪 (Drum for antenna and guy Lines)	1
天幕機	2
地管 (...nd, iron pipe)	1
拔釘爪鎚 (Claw hammer)	1
大鎚 (Sledge hammer)	1
手斧 (Hatchet)	1
引入線之瓷頭 (Insulator, lead-in)	1
汽油燈 (Gasoline lantern)	1
普通油燈 (Common oil lantern)	1
小瓶水銀 (Mercury, small bottle))	5磅

石膏粉 (Plaster of paris)	5磅
鉗 (Combination pliers)	2
起重柱 (Gin poles)	1組
天線柱 (Antenna poles)	1組
天幕柱 (Tent poles)	2組
起重轉車 (Reel, for gin pole)	1
起子 (Screwdrivers)	2
烹餐爐 (Oil cook Stove)	1
軍用桌 (Folding camp table)	1
床布 (Bed tarps)	2
觀測及住宿幕 (Observing and living tents)	2
銲具 (Torch, with solding iron and solder)	1
子午儀架	1
電線及雜物	

3 雜件

天文曆	天文法式
行李	糧秣
記時紙	筆墨紙張
對數表	其他雜用品
記錄簿	

第三章 選擇地位裝設天線建設天文臺

第一節 選擇地位與裝設天線

測站位置須選于空曠地，天線及裝于天線柱上在發電站

方向之繫線,距測站須有二百呎之清晰曠地,又須有十分曠大平坦之地,以建設天文臺。臺之南北方向,須有清晰之通路,以觀測自27°至90°高度之星體(指在浙江省而言)。

木製天文臺,或觀測幕,係設于天線柱之下。而此天線柱以最近于無線電時號發送站者爲佳,因可使引入線縮短故也。

起重柱以二人豎立之甚易,豎立後用三繩分繫之。起重柱之繫樁,卽移作維繫天線柱中央部維繫線之用。

天線柱各段之連綴法:先自起重柱脚接出之,並繫維繫線與所附之滑車,及固着于扯線之羈繩,使扯線通過起重柱頂之滑車再引至柱脚之轉車。再以天線柱足繫于兩木樁上,以免滑動,於是以一人轉轉車,另一人以挺杆推之,則天線柱豎立矣。

兩天線柱之適宜距離,可先于地上量度之,或伸展天線以定之,欲使兩柱得滿足之高度,可縮短展開羈繩(spreader bridles且扯上近于柱頂之處。展布柱之各端各繫以綫,以免天線之顚覆。

若在亢旱之地用地網 (counterpoise) 以代入地之電引時,則于天線柱上近天線下之處,宜繫無數銅線向四面佈開,並跨至木樁而繫之。普通之入地電引爲一鐵管,深入地中約二三呎,或埋入地中之金屬面(以銅爲佳)上,或浸入水中而以一線連于無線電記錄器之入地電引之接線螺旋上,另以他線連于天線柱之雙流避雷開關。

第二節　建設天文臺

可通火車處,用天文觀測幕甚爲便利,且建立迅易。然遇風

暴不免損及纖緻之裝具,則殊爲不便。在美國阿拉斯加(Alaska)之顯露巖頂,與因雨而滯留至數星期之測站,往往用木製天文臺云。

木製天文臺,占地最少須九方呎,若重力觀測與天文觀測同時施行時,則須十方呎。北方之壁須高出地板七呎半,南方者高六呎足矣。于臺內儀器上方屋頂直接開一窗戶,約十二吋寬。其南北之長度須使無礙于觀測。

備一柏油紙之覆幕(tar-paper roofcovering)毋使疊逢適在窗上,以防雨水滲入漏及儀器。儀器不使用時,亦須以布覆之,如在潮濕之處,則用油類或其他溫熱器(heater)時時乾燥之。

穩固之運搬鋁架或由 6 × 8 吋木材堅固結合且加架面之木架,用之安設觀測儀器最爲適合。地板離開安儀器每邊只少須在一吋之距離,且毋使有他種壓力及于安儀架之部分。

臺內須設二呎寬之板几,其長度視天文臺之寬廣以定之。几面距地板約三四呎,此几係安置無線電記錄器,揚波器,配電盤,記時器,及他種雜件者。几下置蓄電池,時表(放于箱內),繼電器電路內之電池,記時器錘(如用美國測量局式記時器時),及其餘各裝具。屋內他隅尚可設一或二几以放記時紙,書籍,及其餘之眞空管等子午儀之二觀測櫈應依觀測者之適宜高度製之。

第四章　無線電授時

第一節　美國海軍觀象臺之授時法

無線電報時信號,於每日午正(正午)與亥正(下午十時)以西經第七十五子午綫標準時,自華盛頓海軍觀象臺授時室發送之。自正午及正亥前五分起每秒一信號至午正及亥正止完後即續打 NSS TIME O.K 之號。

傳送信號時期之前,以發送信號鐘 (Riefler clock) 與該臺觀測室內三主鐘 (Master Riefler clock) 之一,於記時器上比較之於是再藉該傳號鐘擺錘上電磁鐵之作用,以上下移動改正其快慢,至當傳送信號時,再以傳號鐘與主鐘比較之。由記時紙上量出之十組記號則精確地方恆星時之最終信號 (The final signal) 即可自此等結果推得之。此值再加以改算最終信號於午正及亥正之改正數,即爲該觀象臺每月所供給之時表值也。此改正數鮮有超過 0.05 秒者。其每月之變化亦甚微小。

此決定信號之精確時之三主鐘,均經表速之改正。如天氣所許以每隔晚約觀測六時星之結果,加以改正。(此種改正現該臺每月寄來)

時之信號係自傳號鐘經過一局部電路中各收發電報繼電器而送出之。此等繼電器係用限制Western Uion Telegraph Co.,標準局 (The Bureau of Standard) 及 Annapolis 與 Arlington 各無線電站及其他各處之電線者。在 Annapolis 與 Arlington 無線電站係用有線電以收信號,且同時經50至60組繼電器而自動傳入天線發送之。

時號至 Annapolis 與 Arlington 天線電路中之繼電器時其

吸片之機械動作發生時號之遲滯 (Lags) 此等遲滯可在海軍觀象臺量度記時紙上所記傳號鐘與觀測鐘及觀鐘與迴電時號每秒之記號及量度觀測鐘與回電時號所記之記號依此所得之數以計算之。

已求得 Annapolis 之遲滯爲 0.08 秒, Arlington 爲 0.09 秒而此等值之變動量 (fluctuation) 雖一般無有超過 0.005 秒,然其量之至 0.16 秒者亦曾遇及數次;海軍觀象臺對於此種情形特每日列表改正之在海軍觀象臺定時 (Time determination) 平均值之誤差或 Annapolis 與 Arlington 電路機械遲滯之任何變動量,均能使經度之測定直接發生誤差。

第二節　國際授時法

國際時辰局規定科學信號,先打該無線電站呼號二分鐘。(如 Annapolis 用 NSS, Bordeaux. 用 FLY, 上海徐家匯天文臺用 FFZ.) 停十秒次自 1 分 0 秒起打調節號 306 下合計 300 秒。又名新學用式。

新國際式自55^m起先一分鐘作 …— 記號十四個,及 —·—·— —·—·— —·· · —··· ·· ····;第二分鐘 5^s-10^s, 15^s-20^s, 35^s-40^s, 45^s-50^s, 作 ———, 25^s-30^s, 爲 ——;第三分鐘作 —··— 記號十個,自 55^s 至 60^s 則每秒初作一短點;第四分鐘作 —· 記號五個,自 55^s 至 60^s 每秒初亦作一短點。第五分鐘作 ——· 記號五個,自 55^s 至 60^s 每秒初亦作一短點。此各六點連續時號之末點適爲 58^m, 59^m, 60^m 零秒。上海徐家匯天文臺即係依此法而略變更之,其最初二分係自手按電鑰發送,末三分鐘之時號始自動發出。

第三節　日本授時法

自59分起係間1秒作一·信號,至55秒止,第二分第一秒發一信號至第30秒起作一·信號十個至55秒止,第三分至第五分均同;惟自30秒至55秒間之信號爲—··,—···,—····。至4分零秒又發一信號。

第四節　世界

錄1928日本

番號	G. M. T.		發信天文臺	無線電信局
	h	m		
1	0	0	Hamburg	Nauen
2	0	0	Rio de Janeiro	I. of Governor
3	0	0	Honolulu	Pearl Harbor
4	0	30	Adelaide	Adeloide
5	0	39	———	Kuching
6	1	0	Perth	Perth
7	1	0	Hongkong	Stonecutters I.
8	1	0	———	Malabar
9	1	0	Batavia	Weltevreden
10	1	0	Valparaiso	Plaja Ancha
11	1	0	Tacubaya	Chapultepec
12	2	0	Melbourne	Melbourne
13	2	0	Tokyo	Choshi
14	2	0	,,	Tokyo
15	2	0	Buenos Aires	Dorse North
16	2	10	Surabaja	Surabaja
17	2	15	———	Kien-Au
18	2	30	Calutta	Fort William
19	3	0	Shanghai Zi-Ka-Wei	Shanghai Zi-Ka-Wei

無線電授時表

理科年表

經度	緯度	呼出符號	波長及波之種類		報時形式	開始之年
12° 55′ ″ E	52° 39′ ″ N	POZ	3100 18075	SP CW	國際式 學用式	1924
43 7 53 W	22 49 25 S	SOH	1800		國際式	1918 (1919)
157 58 0 „	21 20 45 N	NPM	2255 11490	SP CW	美國式 學用式	1923
138 31 45 E	34 55 14 S	VIA	600	SP	國際式	1916
100 20 30 „	1 33 20 N	VQF	600	„	特 別	——
115 50 18 „	32 1 49 S	VIP	600	„	國際式	1918
114 8 40 „	22 19 18 N	BXY	2000	CW	特 別	1919
107 36 „	6 56 S	PKX	15000	„	國際式	1922
106 51 55 „	6 12 10 „	PKB	600	SP	特 別	1920
71 38 6 W	33 1 6 „	CCE	1000		似美國式	1918
99 11 11 „	19 25 0 N	XDA	5800		美國式	——
144 58 45 E	37 50 6 S	VIM	600		國際式	1917
140 51 12 „	35 44 8 N	JCS	600	SP	日本式	1925
139 59 „	35 43 „	JJC	7700	CW	,,	1925
58 22 10 W	34 35 35 S	LIH	1000	SP	特 別	1915
112 44 21 E	7 11 55 „	PKH	600	„	,,	1921
106 37 „	20 47 N	HVB	600		——	——
88 20 16 „	22 33 31 „	VWC	2000		國際式	1918
121 25 48 „	31 11 32 „	FFZ	600	SP	,,	1917

番號	G.M.T.		發信天文臺	無線電信局
	h	m		
20	3	0	Manila	Cavite
21	3	0	Washington	Annapolis
22	3	0	„	Arlington
23	5	0	Massawa	Massawa
24	5	30	———	Peshawar
25	6	0	Colombo	Colombo
26	6	0	Mogadisco	Mogadisco
27	6	0	Mare Island, Cal.	San Francisco
28	8	0	Lourenco Marques	Lourenco Marques
29	8	0	Paris	Bordeaux
30	9	0	Wellington	Wellington
31	9	0	Shanghai Zi-Ka-Wei	Shanghai Zi-Ka-Wei
32	9	0	Paris	Lyons
33	9	30	„	Eiffel Tower
34	10	0	Wellington	Awanui
35	10	0	Massawa	Massawa
26	10	0	Paris	Eiffel Tower
37	10	0	———	Balboa
38	10	0	———	Colon
39	10	30	Calcutta	Fort William
40	10	45	Paris	Eiffel Tower
41	12	0	Tokyo	Choshi
42	12	0	„	Tokyo
43	12	0	Hamburg	Nauen
44	12	0	Honolulu	Pearl Harbor
45	12	30	Adelaide	Adelaide
46	13	0	Perth	Perth
47	13	0	———	Archangel
48	14	0	Melbourne	Melbourne
49	14	0	Tokyo	Tokyo

經度	緯度	呼出符號	波長及波之種類		報時形式	開始之年
120° 54′ 35″ E	14° 28′ 59″ N	NPO	2560 2701	CW SP	美國式	1917
76 27 0 W	38 59 25 ,,	NSS	17130	CW	,,	1918
77 4 47 ,,	38 52 5 ,,	NAA	2655	SP	,,	1918
40 18 E	14 14 ,,	ICX	3500	,,	法國式	1823
71 40 ,,	34 2 ,,	VWP	1800		——	——
79 52 53 ,,	6 55 14 ,,	VPB	2300	CW	國際式	——
45 21 15 ,,	2 2 14 ,,	ISG	2700	SP	法國式	1923
122 15 57 W	37 5 3 ,,	NPG	4836 1333	CW Sp	美國式	——
32 35 39 E	25 58 5 S	CRZ	600	,,	國際式	1916
0 48 W	44 42 N	LY	19100	CW	國際式 學用式	1925
174 46 4 E	41 17 5 S	VLY	600	SP	國際式	1920
121 25 48 ,,	31 11 32 N	FFZ	600	,,	特別	1917
4 47 ,,	45 41 ,,	YN	15300	CW	國際式	1918
2 17 44 ,,	48 51 30 ,,	FL	2650	SP	,,	1913
173 18 ,,	34 54 S	VLA	2000	,,	特別	1918
40 18 ,,	14 14 N	ICA	9400	CW	——	1925
2 17 44 ,,	48 51 30 ,,	FL	2600	SP	學用式	1908
79 46 20 W	9 7 15 ,,	NBA	6663	CW	——	——
79 54 1 ,,	9 12 56 ,,	NAX	1817	SP	美國式	1918
88 20 16 E	22 33 31 N	VWC	2000		國際式	1918
2 17 44 ,,	48 51 30 ,,	FL	2650	SP	,,	1908
140 51 12 ,,	35 44 8 ,,	JCS	600	SP	日本式	1912
139 59 ,,	35 43 ,,	JJC	4000	SP	,,	1917
12 55 ,,	52 39 ,,	POZ	18075 3100	CW SP	國際式 學用式	1924
157 58 0 W	21 20 45 ,,	NPM	2255 11490	SP CW	美國式 學用式	1919 1623
138 31 45 E	34 51 14 S	VIA	600	SP	國際式	1916
115 50 18 ,,	32 1 40 ,,	VIP	600	SP	,,	1918
40 39 ,,	64 27 N	REA	2500	SP	特別	——
144 58 45 ,,	37 50 6 S	VIM	600	SP	國際式	1917
139 59 ,,	35 43 N	JJC	4000	SP	學用式(不定期)	1923

番號	G.M.T.		發信天文臺	無線電信局
	h	m		
50	14	0	Manila	Cavite
51	14	0	Hangkong	Stonecutters I.
52	14	0	Rio de Janeiro	I. of Governor
53	14	0	Halifax	Camperdown
54	17	0	Colombo	Colombo
55	17	0	Washington	Annapolis
56	17	0	,,	Arlington
57	17	0	,,	Key West
58	17	0	,,	Great Lakes
59	17	0	,,	New Orleans
60	18	0	Colombo	Colombo
61	18	0	———	Balboa
62	18	0	———	Colon
63	19	0	———	Saigon
64	19	0	Lourenco Margues	Lourenco Margues
65	19	0	Petrogard	Leningrad
66	19	0	Tacubaya	Chapultepec
67	19	6	Petrogard	Leningrad
68	20	0	Paris	Bordeaux
69	20	0	Mare Island, Cal.	San Diego
70	20	0	,,	San Francisco
71	20	0	,,	North Head
72	20	0	,,	Eureka
73	21	0	Petrogard	Moscow
74	21	0	Cape	Cape Town
75	22	0	———	Athens
76	22	0	Paris	Eiffel Tower
77	22	45	,,	Eiffel Tower
78	23	0	Wellington	Wellington

經度	緯度	呼出符號	波長及波之種類		報時形式	開始之年
120° 54′ 35″ ,,	14° 28′ 59″ ,,	NPO	2710 5260	SP CW	美國式	1917
114 8 43 ,,	22 19 18 ,,	BXY	2000	CW	特別	1919
43 7 58 W	22 49 25 S	SOH	1800	SP	國際式	1918
63 32 40 ,,	44 31 10 N	VCS	600	SP	特別	——
79 54 53 E	6 55 14 ,,	VPB	600	SP	國際式	——
76 27 0 W	38 59 25 ,,	NSS	17130	CW	美國式	1919
77 4 47 ,,	38 52 5 ,,	NAA	2655	SP	,,	——
81 48 21 ,,	24 33 22 ,,	NAR	1463	SP	,,	——
87 50 ,,	42 18 30 ,,	NAJ	1986	SP	,,	1919
90 1 54 ,,	29 56 51 ,,	NAT	2607	SP	,,	——
79 52 53 E	6 55 14 ,,	VPB	2300	CW	國際式	——
79 46 20 W	9 7 15 ,,	NBA	6663	CW	美國式	——
79 54 1 ,,	9 21 56 ,,	NAX	1817	SP	,,	1918
106 42 E	10 47 ,,	HZA	20800	CW	學用式	1924
32 35 39 ,,	25 58 5 S	CRZ	600	SP	國際式	1916
30 18 ,,	59 57 N	RET	2000	SP	特別	——
99 11 11 W	19 25 0 ,,	XDA	5800		美國式	——
30 18 E	59 57 ,,	RET	7100	CW	學用式	——
0 48 W	44 42 ,,	ZY	19100	CW	,,	——
117 14 49 ,,	32 42 26 ,,	NPZ	9798 1545	CW SP	美國式	1919
129 15 57 ,,	37 5 3 ,,	NPG	4836 1333	CW SP	,,	1919
124 4 31 ,,	46 17 56 ,,	NPE	2725	SP	,,	1919
124 16 34 ,,	40 41 48 ,,	NPW	3156	SP	,,	1919
37 33 E	55 47 ,,	RAZ	7480	CW	特別,學用式	——
18 19 18 ,,	34 8 46 S	VNC	600	SP	特別	1914
23 43 13 ,,	37 58 30 N	SXA	1200	SP	國際式	——
2 17 44 ,,	48 51 30 ,,	FZ	2650	SP	學用式	1908
2 17 44 ,,	48 51 30 ,,	FZ	2650	SP	國際式	1908
174 49 4 ,,	41 17 5 S	VZY	600	SP	特別	——

輿地位置

緯度 經度 指角
計算法之研究

曹　謨

自　序

位置有相對絕對之分,而測定之法有天文測地之別,故又有天文位置與輿地位置之名,吾人既習聞而熟知之矣。惟天文測定之位置,因含鉛垂線之偏差,(此差在西藏有至二千四百公尺在美國 Porto Rico 島有至一千六百餘公尺者,殊駭聽聞)不能爲吾人測地學上位置之標準;徒供研究地球形狀及供採用測地的標準原點 (geodetic datum) 之助而已(開始大地測量時用爲暫時標準點亦含於此)。而眞正之輿地位置,須由測地的標準原點推算得之,初不能由直接觀測而得。今吾國既未有精確天文位置之測定,(有之,惟外人在吾國所設天文台之位置。本省—浙江—於民國五年曾用子午儀太陰中天法作經年之觀測,其結果之諒必誤差雖在一秒以內,而實際上之差必不止此數。如佘山天文台曾以太陰中天法亘數年之觀測並作精密之改正,尙有半秒之差。此法自有線電報發明後,即爲測地界所不用)亦無測地的標準原點,何能得輿地之位置?此誠吾國學術界之恥,然幸近有無線電經度法之發明,此天文之位置不難於極短時期精確測定。(浙江陸地測量局已在觀測中);即可據之爲暫時標準點,以行大地測量輿地位置之計算也。

輿地位置計算法為測地學 (Geodesy) 之主要問題。近代科學昌明,日新月異,測地學為科學之一,亦隨之有長足之進步。如本問題及地球原子之測定,莫不日益精確而便利。吾國測地界,惟知使用 Bessel 氏之原子與 Schreiber 氏之輿地位置計算法,而不知其他。茲就研究所得,謹述大地測量對於採用原子精確與否之關係,臚列各種方法並互相比較其結果之精粗,與計算之便否,以供吾國正式大地測量(位置計算法)之採擇焉。

尤有進者,近國際測地學及地球物理學協會有大地測量不分國界之決議,而北美各國亦早已採用同一之標準原點。吾國為亞洲之主人翁,一洲之位置姑不論,一國之位置亦不論,即以一省之位置言之,迄今未有作精確之測定者,至於由一國之標準原點以為全國精確輿地位置之推算,非俟大地測量與天文測量偏及全國不為功。嘗憶民國三年,前國際測地學會以吾國無大地測量有礙世界學術之探討,有越俎代謀之請。況太平洋學術會議吾國有落伍之譏。欲躋吾國於世界學術之林,是在吾人之努力耳!

第一章

三角測量計算對於採用地球原子精確與否所受之影響

緒言

一國之大地測量對於所採用之地球原子精確與否,十九世紀以前,各國多未注意及之。然亦因所測定之原子雖多,初未經多數國家之採用與比較,孰為精確孰為粗劣杳無一定

之標準。惟以其計算所用弧度之長短與多寡而定其精粗之度而已。觀於第一節第二節所列之表卽可知之。自 1907 年之 Helmert 氏原子出，以其測算之法較爲精確，故曩歲同學劉君漢琴長皖測局三角科，卽欲採用，馳書商詢，曾告以尙有較精確之 Hayford 氏原子，以其加特別之改正爲前人所未有，自 Bessel 氏迄今，堪稱獨步，請其採用。詎知此原子已於 1924 年爲國際測地學及地球物理學協會第二次常會採用，爲國際標準地球原子。今國際標準地球原子旣已確定，則本章似可不必再事推敲。其實不然。夫地球原子(其形狀及大小)之硏究，爲大地測量之根本問題，亦爲國際學術之一，固不可不有共同之標準原子以聯絡各國之大地測量而測定地球之精確原子。吾國居亞洲之中部，面積占全洲三分之一，人口亦占全洲之半而有餘，吾國大地測量雖落人後，而將來全地球形狀大洲小之確定，當以吾全亞之大地測量爲轉移，本洲間各國大地測量之聯絡，當亦由我國任之，如將來欲於全亞採用同一之測地標準點，必在吾國無疑，故對此極大之根本問題，安可不加以深刻之硏究耶?

第一節　各種地球原子之測定

次表所列者爲各種地球原子之主要測定。首列二者爲決定國際公尺長度時所測定之地球原子。此工作可謂爲完成測地學之新舊過渡時期。測地學家每謂測地學之新紀元由 Bessel 氏啓之，而吾謂啓近代測地學之新紀元者 Hayford 氏也。Hyford 氏已於 1923 年去世，惜哉!

各種地球形狀之原子

測定者	時期	長半徑(a)	平扁率 ($1/f$)	測定者	時期	長半徑(a)	平扁率 ($1/f$)
Commission genrale des poids et mesures for the metric system	1799	km 6375,739	334,29	Clarke …………	1858	km 6378,294	294,26
				Do ………………	1863	6378,288	294,36
Delambre …………	1810	6376,428	311,5	Pratt …………	1863	6378,245	295,26
Do …………………	1810	6376,523	308,65	Clarke …………	1866	6378,207	294,98
Walbeck ……………	1819	6376,895	302,78	Fischer…………	1868	6378,338	288,50
Schmidt ……………	1828	6376,959	297,65	Clarke …………	1880	6378,249	293,47
Everest………………	1830	6377,253	300,80	Harkness………	1891	6377,972	300,20
Bessel ………………	1841	6377,397	299,15	Helmert ………	1907	6378:200	298,3
Everest ……………	1847	6376.634	311,04	Hayford ………	1907	6378,283	297,8
Airy …………………	1849	6377,491	299,32	Hayford ………	1909	6378,388	297,0
James and Clarke …	1856	6377,936	297,72	Hayford ………	1909	6378,062	298,2

上表中所列數値有與他處所載稍異者，此因彼此假定 Foot, toise 與 Meter 間之關係微有不同之故。此表係依 Clarke 氏所考定者爲標準。

表中所列 1909 Hayford(1) 橢圓體之平扁率實爲 1/296.96，由此算得之 b 爲 6356.909^{km}。若以 1/297.00 計算之則爲 6356.9119468128^{km}。1924年國際學術會議議決採用 1909年 Hayford(1) 之旋轉橢圓體。並以 $1/f=1/297.00$。又此橢圓體已於 1911 年爲巴黎天文會議所採用，美國天文曆亦早用之。其 a 及 $1/f$ 之諒必誤差爲 0.035^{km} 與 0.8。此平扁率之値由 Helmert, Bowie (2967 及 2974) 及 Veronnet 所測定(297.12±0.38)之結果與天文學上之所測定者聯合觀之均能證明其精確也。

閱表內諸 a 之値以 Hayford (1) 者爲最大。此値不能由重力觀測以得之。其値之所以較大者，實因受地形與地殼調補之改正故也。此種改正從前研究者均不注意而忽略之。德國 Helmert 原子之不能謂爲精確即坐此弊。此因鉛垂線之偏差致地球之曲率半徑失其眞値之故。Hayford (1)與Hayfard(2)之球體卽因研究此等差異所得之結果。故將來各國對於地球形狀之測定均能加以地殼平衡之改正，則所得結果較 Hayford 氏者更爲精確可斷言也。

第二節　各國大地測量所採用之原子

前節所列地球原子表中多係因研究科學之目的而測定者。次表爲各國測地上所實用之原子。雖不能謂爲完璧然亦足覘各國所採用原子之不同也。次表所列亦有爲前表所無者。此等原子係依局部情形而測定。在本地用之或較一般之

原子爲眞確。

測定者與時期	長半徑(a)	平扁率 1/f	採用之國名
Clarke 1866	Km 6378.206	295.0	美國 坎拿大 墨西哥 澳洲
Clarke 1880	6378.249	293.47	法國 南斐洲
Werest 1830	6377.253	300.8	印度
Plessis	6376.523	308.64	法國地圖
Bessel 1841	6377.397	299.15	德國 奧國 日本 Dutch East Indies(1880年以前的美國)
Kraijenoff	6376.950	309.65	荷蘭
Danish Survey	6377.019	300.	丹麥
Hayford	6378.388	297.	芬蘭

此外尚有一原子其平扁率與 Bessel 相同,其長半徑較 Bessel 者大萬分之一爲前國際測地學會中央局用於歐洲測地上之計算者。

第三節　三角測量計算對於原子精確與否之感應

三角測量計算對于地球原子精確與否之感應茲分四項依 Clarke 氏原子爲標準述之如次:

(1)因視準點高程差之指角改正(x_1)

此差恆爲微小之數,其公式爲

$$x_1=\frac{fh}{a\sin 1''}\cos^2\varphi\sin 2\alpha$$

式中 h 爲視準點高于中等海水面之數,a 爲所採用之地球長半徑(與 h 同單位),f 爲平扁,φ 爲觀測點之緯度,α 爲該方向線之指角。此 x_1 之值,在美國橫貫大陸之三角測量過羅基山脈時爲最大,然均小於 $0''.30$。若以此改正數 $0''.30$ 改變 $0''.01$ 即 1/30,則於 $1/f$ 約變單位數10,若 a 值改變 200^{km} 則對

於此問題絕無關係。雖x_1有較大之值,而未必有0."01之變化,故此改正數對於地球原子變化所受之感應,於實際上可不計焉。

(2)由直立截面歸算於測地線之指角改正(x_2)

此改正數之公式為

$$x_2=\frac{-f\,s^2}{6a^2\sin 1''}\cos^2\varphi\sin 2\,\alpha$$

式中 s 表示自觀測點至視準點之距離,與 a 同單位,其餘記號均如前。美國橫貫大陸三角測量中最長之邊為294km,此改正數之值,在赤道處約為 0."25, 緯度愈高則愈小。此改正數既如是微小,故於大地測量計算中常可略去,而對地球原子變化所受之感應,更可不計明矣。此x_1與x_2之改正數在與子午線成45°角之處為最大,(但其號相反,)故原子雖有微小之變化亦宜注意及之。

(3)橢圓體上三角形之球過量

因原子之變化而感應於球過量者甚小。Clarke 氏曾以橢圓體之長半徑每變化1000呎而計算 Ireland 大三角形之球過量。雖其半徑運動方向變化之記號係與球過量取同一方向,其所受感應之全數約 $\frac{1}{6800}$,即球過量為 49" 則其感應為 0."007。球過量之超過此數量者,惟於美國橫貫大陸之三角測量偶有至120",其餘即在山地中亦罕有遇及者。即以美國西部山地之三角測量而論,於長半徑變化1000呎,球過量受1/10000之感應時,亦不過 0."012。況 Clarke 氏球體之諒必改正數必不至至 1000呎之大,故於實際上此等球過量,可謂不

受球體變化之感應也。

(4)水平角由 geod 歸算於橢圓球體所生之感應(x_4)

觀測水平角時,儀器之水平度盤,係與觀測點之眞鉛垂線成直角。然所計算之三角形係在所採用之球體上,故直接測定各角時,其度盤之水平宜與所採用球體之法線成正交方可。一般此球體之法線方向,不與鉛垂線相一致;此方向差名爲垂直偏差 (The deflection of the vertical)。因實際上不能使儀器之水平面與所採用球體之法線成直角,故對於實際所測得之水平角須加以改正,使之歸算橢圓體上。此改正數於頂天距離 90°時爲零。

此橢圓體之法線與眞法線不一致時,對於方向改正數(x_4)之公式爲

$$x_4=\cot\zeta\ (\xi\sin\alpha+\eta\cos\alpha)+\eta\tan\varphi$$

此方程式中 ζ 爲觀測目標之頂天距離, α 爲指角,自南向西計算之, φ 爲觀測點之緯度, ξ 與 η 爲子午面與卯酉面之垂直偏差,即

ξ = 天文緯度減測地緯度

η =(天文經度減測地經度) $\cos\varphi$　西經爲正

此改正數 x_4 之號視指角所採用之方向而定,而測地指角所採用者,則視天文指角而定。當計算某一角之改正數如爲各邊兩方向改正數之差時,則 $\eta\tan\varphi$ 項爲零。

欲作此種改正,須於每三角點施行經度緯度(或指角)之觀測。此種理想,因經費關係每未能實現(惟近今無線電經度法之發明,或有實現之日),故此改正數不能應用於廣大地域

之測量。例如在一測站觀測時,其視準點高於或低於其水平面一二度而含有 10″ 差之 ξ 或 η,則一方向之改正數恆有達一秒之十分之幾,而於例外之情形,甚至有達一秒者。因 ξ,與 η 全憑所採用之球體而定,故理論上三角測量之計算自受球體變化之感應,但實際上因缺乏資料,卒不加此種改正數 (x_4) 而計算上亦極屬微小無所感應也。

然於精密之工作,仍當加入此種改正,尤以在山地區域,其 ξ 與 η 均較大而 ζ 與 90° 之差亦頗大,其各種情形均有使 x_4 之量變大之傾向。例如美國鹽湖基線網之計算,雖未加此種改正,但曾約計其差為天文測站之差。換言之,如瑞士有兩基線其間差異在七位對數為 86,而以其基線網加此種改正後其差只 1 而已。

在印度測量由經度及由指角所測定之卯酉面垂直偏差,其間之 Laplace 關係,一般較由吾人估計精密三角測量之誤差為大,以為未將水平角歸算于橢圓體之故,亦非無理〔參看 Hunter: The Earth's Axes and Triangulation (Surveg of India Prof. Papers No.16). P77〕。

由此可見所採用之球體稍經變化之後(在理性的限制之內,)殆與以前三角測量之計算無甚應響。然若吾人假定適合於三角測量之球體含有極大誤差,或三角測量之地域甚廣大,則此問題將較為簡單。即成為兩不同曲率之地球表面使處處相合之紐枉問題,然此問題非俟各種條件得充分之解說,不能解決也。(參看第 177 頁)由此可知此問題對於 ξ,η 之變化為不重要 (Hayford 氏曾以 1866 年之 Clarke 氏

原子爲根據,而決定一種球體。對于此球體之改正數曾用全美國之觀測以決定之,其法他日當另爲文述之。

在一點觀測時,因長半徑 a 之變化,在子午面或卯酉面之垂直偏差所受之感應,可於該點經度或緯度觀測方程式之量係數 (the Coefficient of the quantity) 即 $\frac{a}{100}$ 以求之。此係數乘之以 a(公尺數)之假定變化 $\frac{1}{100}$, 則得以弧秒表示之偏差變化。此之研究若以離心率之平方 e^2 表示地球之形狀,較由以平扁率 f 表示者爲佳,觀測方程式則以改正于 $10000\,e^2$ 之項表示之。但因 $f \doteqdot \frac{1}{2}e^2$, 可得次之簡單法則:求平扁率 $(1/f)$ 單位變化之影響,以 0.23 乘 $(10000\,e^2)$ 之係數;其結果即爲子午面或卯酉面之垂直偏差之變化(弧秒。)美國各三角點之輿地位置,由 1866 年 Clarke 氏原子之變化而受感應。若欲作此種變化之研究,則國際間宜一致採用同一球體,而所採用之球體自以最適合於全地球之形狀較適合於一部分者爲佳。吾人今日所能推知者,其長半徑不致大於 Clarke 者 200^m, 而平扁率亦不致大于 Clarke 者 3 之單位數。故若吾人致疑 $\frac{a}{100}$ 之係數而用 $(10000\,e^2)$ 係數之四分之三,則可估得對於所假定新球體變化之感應。此等係數恆小於單位數,但在美國 Me. 省之 Calais, 此等係數爲 1.34 與 1.68, 而在 Fla 省之 Sand key, 爲 0.98 與 3.06 云。假設 a 與 f 有加力 (reinforce) 之變化則上之兩種情形爲 $2 \times 1.34 + 0.75 \times 1.68 = 3.''94$ 與 $2 \times 0.89 + 0.75 \times 3.06 = 4.''08$。故以美國而論,此原子之變化對於偏差之感應不至甚過於 $4''$。此種球體之變化亦須注意於計算原點(即標準點)所假定之緯度,經度與指角。球體變化後

此等數量或不適用亦未可知,而平均剩餘誤差(mean risidual)可使減少。此4″之數量不計其符號約適爲平均剩餘偏差之值,故在美國殆鮮有超過此數兩倍之偏差者。

輿地家恆不注意於此種偏差,殊不知其對於各點間之邊長與方向最有關係者也。若此等點由三角測量確定後,其各點間之距離對於三角測量所展布之球體殆爲獨立無關,惟各點間之距甚長或在45°以上時則不能一概而論,然距離之相對變化較地球原子之相對變化爲小則無疑也。(參看176頁例題)

第四節

大地域三角測量對於地球原子精確與否之感應

三角形計算因原子變化所受之變化甚爲微小,(水平角歸算於橢圓體之差不計)且恆小於0.″01已如上述,而此種感應依Helmert氏之研究,如歐洲大之地域其影響之量將愈集積而愈大。如例題1.四邊形之面積約較歐洲略小,設祗以球體變化閉塞差與四邊形之周圍比較之,固不爲大,而對於更改或變動球體言之則更不覺其大。然若不以某改正數之 ξ 或 η 之差數而逕用實値,則此變化將使上述引數甚爲微小也。

然若以地球形狀或垂直偏差之問題爲一科學的精密問題,則此問題對於上述必須改正之集積誤差,一以所欲得之精度爲標準。第六節諸例題係假定以歸納法爲基礎。在各例題中此多角形之閉塞誤差其由多角形面積所增加者,較由綫狀增加者爲近,尤宜注意及之。

較精密之法宜先求得球體之第一漸近值,次重作三角測量之計算,及以新球體爲標準所生之偏差,末以新偏差爲基礎而求得球體之第二漸近值。此第二漸近值能使所作之改正數歸算水平角於此球體矣。又有一法如欲避免第二次漸近值之計算,加入球體原子變化所必要之各項於每觀測方程式後更用輿地位置變換法以平均三角測量。(見拙編之三角測量平均法)。

在大地域時,此第二法祇用選擇三角點法使之簡單,即於三角鎖內選其距離甚遠而通視之點,以計算其測地線(Geodesic Lines)之長與指角而以此等測地綫作爲直接觀測之綫。此測地線之距離與方向由平均計算求得後,則沿該綫之三角測量即可依此測地綫之已知邊長而平均之。

此種精美方法,歐美各國尙未應用於由三角測量以測定地球形狀及垂線偏差之計算。如前所述於較小之面積則用較簡單之法足矣。然當各連接之三角系所含之面積加大,須用更精密之方法,依新球體而重作三角測量之計算,或用加入假定地球原子之變化所必要之項,以行輿地位置變換法等,如研究吾國及北美所有之三角測量以求地球之形狀時自當採用此等較精密之方法也。

第五節 結論

1,前世紀所得之地球形狀以爲甚精確者,今則知其與原形相差頗遠,羣以 Hayford 氏於 1909 年所決定之結果爲最與地球原形相脗合,因此結果曾加以地形及地殼平衡調補之改正,嗣後所得者必將與此結果甚相近也。

2.用於輿地目的之球體有多種,爲國際間統一研究起見有採用同一原子之必要,故國際學術會議測地部於1924年已採用1909年 Hayford(1) 原子,爲萬國標準地球原子矣。

3.對於科學的精密起見,宜採用第三節第四種之改正(x_4),而於山地尤當採用之。

4.若各聯合之三角系所含之面積大如北美或吾國者,則對於研究地球形狀之科學問題而言,其三角測量須顧慮因地球形狀之變化所受之感應。

等六節　例題

本節計算所用之球體爲1866年之 Clarke 球體,1841年之 Bessel 球體,及1909年之 Hayford 球體(1)。各球體之原子已列於第一節之表內。

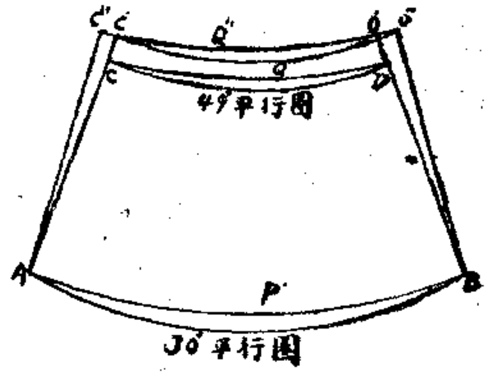
例題 1.

如第一圖假定A,B兩點均在緯度30°處,其經度差爲40°。由A B兩點各向北作直線而與49°平行圈相交於C及D,(此四邊形係依美國疆界情形而定者。)試求C D之距離自 Clarke 球體變至 Bessel 球體所受之感應。

茲分四種解說說明之。但C D之距離係以 Clarke 球體爲標準。平行圈30°與49°間,AC與BD之子午綫弧長爲2109475^m,30°處A B之平行圈弧長爲3859529^m,而49°處C D之平行圈弧長爲2926965^m。

第一解說——先在 Bessel 球體上求同一子午線與平行圈間之距離。求得30°與49°間子午綫弧長爲 2109286^m,卽在 Clarke 球體上短189^m。其計算係用七位對數表,其末位或有

單位數 1 或大于 1 之誤差。在 30°平行圈上 40°之弧長爲 3858994^{m} 卽在 Clarke 球體上短 535^{m}，而在 49°平行圈上 40°之弧長爲 2926515^{m} 卽在 Clarke 球體相當之弧長短 450^{m}。子午線弧長 31^{m} 之緯差爲一秒，而在 30° 與 49°平行圈上 27^{m} 與 20^{m} 之經差爲一秒。故上述兩者之差於緯度差爲 6″，經度差爲 20″ 與 22″。



第 一 圖

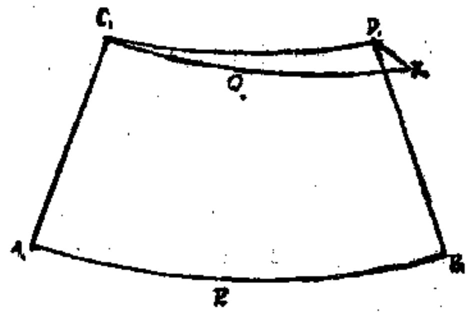
第二解說 ——第一解說之結果純係關于兩球體形狀與大小之問題，而關於兩球體上之三角測量則未嘗論及。若假定由 Clarke 球體所求得之距離 AB = 3859529^{m} 再以之合於 Bessel 球體上則可藉此實况而更可確知其相一致與否之情形。在 Bessel 球體上相當之經差，非恰爲 40°而爲 40°00′20″.0。同樣以 Clarke 球體上子午線弧長 AC = BD = 2109475^{m} 自緯度 30°處向北合於 Bessel 球體時，其北端點 C′ 與 D′ 之緯度非在正 49° 而爲 49° 00′ 06.″1。沿平行圈 49° 00′ 06.″1 處距離 C′ D′ = 2926822^{m} 卽比相當於 Clarke 球體上之距離短 143^{m}。由此可見此之差數較第一解說相差 450^{m} 爲小也。

第三解說 ——設以一球體上之三角鎖，假定相當於球面大圈之一部分之距離 AB 以測地線(最近線)連結之，則吾人更可得一較近眞之法。如是以 AB 兩點爲相當於三角形之觀測點，而各線之方向如 AC 或 BD 可由 PAC 或 PBD 角以得之，P 爲測地線上之一點。Clarke 球體上 APB 之距

離爲 3839223^m 而 $P\hat{A}C = P\hat{B}D = 79°51'03.''38$。玆以此等距離及方向移于 Bessel 球體上。兩端點均在30°平行圈之測地線上。其長爲 3839223^m, 其在 Bessel 球體上所對向之經差爲 $40°06'20.''17$, 而其兩端與子午線所成之角爲 $79°40'57.''95$ 卽比在 Clarke 球體上小 $5.''43$。實際上三角測量時, AC 或 BD 線之方向,係純由PAC 或 PBD 角求得之,而與子午線無關。以此三角測量自 Clarke 球體移於 Bessel 球體,係以 Clarke 球體上 AP 及 BP 上之角 $79°41'03.''38$ 移來者。於是得與 Bessel 球體之子午線 AC″ 及BD″ 所成之角 $C''AC = D''AD = 5.''43$。距離 AC″ 與BD″ 係與 Clarke 球體上 AC 或 BD 之距離相等,卽其長爲 2109475^m 若離開實際而論,第二解說之同一平行圈卽 $49°00'06.''11$ 此 $5.''43$ 之角感應於子午線之距離,雖似覺過小,但此小角能感應C″與D″點之位置偏於C′與D′點左方或右方至 54.7^m 之遠;故 C″D″ 之距離大於 C′D′ 者爲 109^m。若吾人在 Bessel 球體上由第二解說所計算之距離 $C'D' = 143^m$ 與在 Clarke 球體上者比較之以爲過小,則可見吾人改正之解說,可使在 Bessel 球體上 C″D″ 之距離與相當於 Clarke 球體上者甚爲相近。然不沿平行圈而沿測地線以連續量其距離則更爲一致相合。在 Clarke 球體上沿測地線之距離 CQD 爲 2892512^m, 而在 Bessel 球體上沿測地線之相當距離 C″Q″D″ 爲 2892467^m, 由此兩距離間 45^m 之差可知大地域之三角測量自一球體轉移於他一球體上一種閉塞誤差之概念。

第四解說——此因球體變換之閉塞差,仍可由其他與第

三解說甚相似之法以估計之。如前例假定 A,B,C 與 D,爲固定于 Clarke 球體上之各點。由此諸點之輿地坐標可決定四邊形ABCD之邊及角,而邊係假定爲測地線。設先決定 A B 之邊長,而以之移於 Bessel 球體上使 A_1, B_1 點爲相當於緯度 30°處之 A,B 點(看第二圖)。作 $A_1\hat{B}_1D$ 與 $B\hat{A}C$ 令等於 $A\hat{B}D$ 與 $B\hat{A}C$, 且取 $A_1C_1 = AC$ 與 $B_1D_1 = BD$。(此之作法與第三解說相差甚遠)。作 $A_1\hat{C}_1X$ 等於 $A\hat{C}D$ 且使 $C_1X = CD$。於 Clarke 球體上作相當之手續可得閉合之四邊形, X 點與 D 點相合。在 Bessel 球體上則不然。據第三解說所得, D 點爲在緯度 49° 00′ 06,″11 處,



第二圖

亦即在 C 點之東 40° 00′ 25,″55 處,然 X 點係在緯度 49° 00′ 03.″92 處,亦即在 C 點之東 40° 00′ 26,″88 處,故 X 約在 D 點南方73^m D 點東方 22^{c}處,而 A B C D 四邊形自 Clarke 球體移于 Bessel 球體其閉塞處相差 73^m 也。

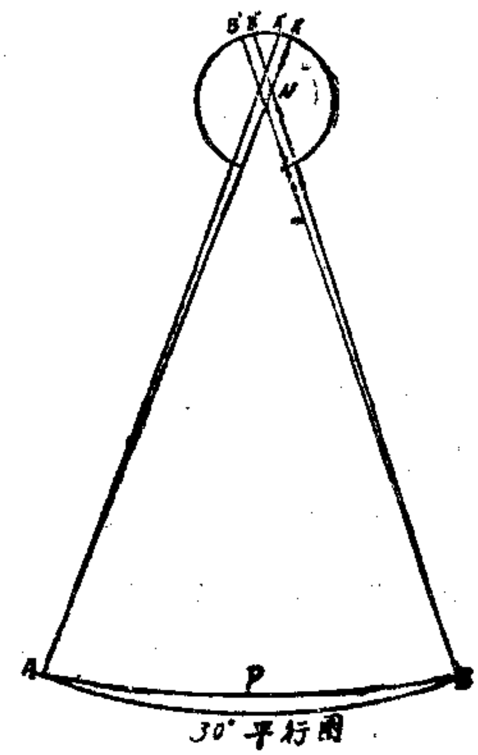
例題 2,

假定自 1866年 Clarke 球體上30°之平行圈至北極(Pole)之距離爲在 Bessel 球體自緯度30°起之子午線延長線上。試求該點在延長線上之何處?

此距離在 Clarke 球體上之長爲 6681954,^{m} 其在 Bessel 球體上之長爲 6681069,^{m} 是在 Clarke 球體上之距離越出 Bessel 球體之北極 885^m 卽 28,″5。如(第三圖)若由在 Clarke 球體上

之長度所決定之子午線在相當於 Bessel 球體上之子午線之外。不以相遇於北極之位置表示之,則各子午線之端點在 Clarke 球體上成一小圓其半徑為 885^m。在第一例題兩子午線相距 40。其相當於 Clarke 北極之兩點之相距為 605^m。若應許有 5.″43 之方向差,即如例題 1,第三解說所示,則第三圖內 A′, B′ 點各移于左方及右方,與子午線之垂直距離各約為 145^m,於是於第三圖內取 A,″B″ 兩點,其相距之差由 605^m 減為約 330^m,

由兩球體上同緯度 (30°) 兩點間子午線與測地線間之差角所生 5.″43 之方向差,宜注意之。此差角凡在球體上赤道處為 90° 兩子午線係由赤道發出,即無方向差,而第二與第三解說所得之結果即與此相同。



第三圖

例題　3

茲取美國之三角測量以實此例,此例為一形成四邊形之三角環系,以 Texas-California 弧與第三十九平行圈為底邊及頂邊,以第九十八子午線及 California 斜弧為左右兩邊,全長約為 5300^{km}, 其平均法係以 Texas-Cafiforuia 弧為閉塞邊(但其時第三十九平行圈尚未測算),而以其他三邊所集積之

誤差均歸入此邊內平均之。自八十九子午線算至 *California* 斜弧之緯度經度與指角差爲 39ᵐ(1.253),14ᵐ(0.532), 與 7.″5。

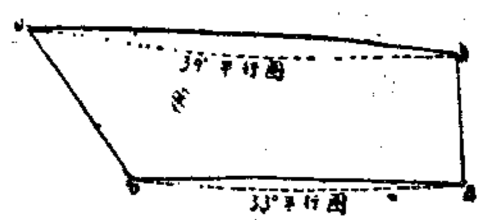
茲計算此等誤差內含有用 *Clarke* 球體之誤差幾何?

假定與實際圖形相同之四邊形各隅之輿地坐標如次:

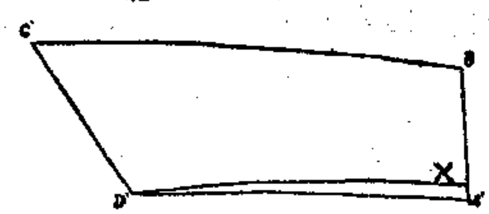
	北緯		西經	
A	33°	00′	98°	00′
B	39	00	98	00
C	39	00	123	00
D	33	30	116	00

如第四圖 A B 邊爲表示沿第九十八子午線之三角測量, B C 邊爲沿第三十九平行圈之三角測量, C D 邊爲南 *California* 之三角測量,及 D A 邊爲 *Texas — California* 弧。

第四圖 a



第四圖 b



四邊形之各邊與各角均由上列各角點之位置,係先假定以 1909 年之 *Hayford* 球體爲標準而計算之.因其爲國際標準原子而最與地球原形相符合者也。茲以在緯度 33°00′經度 98°00′之 A′ 點作爲在 1866 年 *Clarke* 球體之點,而取等于 A B 距離之 A′B′向北合於第九十八子午線。令在 *Clarke* 球體上 B 點之 A′B′C′角等于在 *Hayford* 球體上之 A B C 角;以 B′C′ 等于 B C,由此逐漸環繞此四邊形作之至等 D A 之 D′X, 其

XD′C′ 等于 ADC 角。此 X 點之位置係與A點相近,但不能謂爲與之相合。此 X 與 A′兩點之位置差之量,立可由一球體移於他一球體時四邊形之經緯度及指角(須另作簡單計算以求指角對於閉塞差之改正數)之閉塞差以求得之。此等閉塞差全由球體之變換所生者。

次列各值爲 *Hayford* 球體上四邊形之各邊與各角之値而各邊係假定爲測地線。

各邊	各角
AB $=665773.0^{m}$	A $= 83^{\circ}\ 09'\ 31''.78$
BC $=2158881.5^{m}$	B $= 97\ \ 56\ \ 33.99$
CD $=876002.9^{m}$	C $= 49\ \ 57\ \ 03.53$
DA $=1676289.6^{m}$	D $= 130\ \ 45\ \ 32.15$

此球體 *(Hayford)* 移于 1866 年之 *Clarke* 球體上,其情狀卽爲第四圖之 A′, B′, C′, D′ 與 X 各點之位置其値如次:

	北緯	西經
A′	$33^{\circ}\ 00'\ 00''.00$	$98^{\circ}\ 00'\ 00''.00$
B′	39　00　01.08	98　00　00.00
C′	39　00　00.80	123　00　02.12
D′	33　00　00.01	116　00　01.39
X	33　00　00.13	97　59　59.94

故 X 點與 A′點不相一致之緯差爲 0.″13,經差爲 0.″06,卽於子午線方向約差 4^{m},而正交於子午線之差約小於 2^{m},此差與由三角系平均改正之差 39^{m} 與 14^{m} 相較甚爲微小。於此可見球體之選擇,其誤差主要原因不在於此等差異也。

說明此閉塞差尚有一法,即以A'X之差爲 43ᵐ 而言,即爲四邊形全周圍之1250000分之一。D'X與D'A'之指角差與由平均改正所得之差 7.5 相較亦小于1"。由此亦可見球體之選擇,似不能全以此差異爲準也。

（待續）

高等大地測量學

理論之部

(浙江陸軍測量局三角科測地叢書之一)

編述者　曹謨

自序

晚近談高等測地學者,無不推崇 *Gauss, Bessel, Clarke, Jordan, Helmert, Hayford* 諸氏。即有所作,亦莫能或外。今有 *Tobey* 氏者,克繼餘緒,另闢蹊徑,而對於實用計算尤能力求精約;其理論實用,均超越前人,誠開近代測地學之新紀元。茲特以 *Tobey* 氏測地學為藍本,並參考上列諸氏及 *Hosmer Ingram, Crandall Clark, Zachariae, Baeyer, Hansen* 諸氏測籍輯為是書,以供吾測地同仁之研究。至於根據此理論之經緯度指角實用計算法式,見拙編"輿地位置計算法式。"惟倉卒付梓,掛漏必多,倘祈宏達,不吝賜教是幸!

第一章　測地線及其坐標

1、橢圓體上之曲線　平面曲線

以經緯儀整置A點,其垂直軸水平軸視準軸均無誤差,則垂直軸與在A點之法線相一致,若無地方偏差(*local deflection*)亦即與A點重力方向相一致。又另置一經緯儀於不同經緯度處之B點,則因此兩處之法線(鉛垂線)永不相交,其垂直軸自不能同在一平面內。緯度愈大。法線與極軸相交之處亦愈下。由是第一經緯儀在橢圓體上之視線(或言視平面即含視準軸與垂直軸之平面)不能與第二經緯儀之垂直平面相一

致,其理明甚。此垂直平面在橢圓體上所截之口名爲平面曲線 (*plane curves*)。若 A 在 B 之西南,則在 A 處經緯儀之垂直平面所截之曲線爲在 B 處經緯儀視平面所截曲線之南方。由此可知兩平面共含 A B 弦;而 A 處法線與極軸相交之處愈高,則其曲線必愈向下(愈南)。

2. 測地線

測地線 (*geodetic line*) 在測地學上甚占重要之位置。此線爲連結橢圓體上兩已知點間之最短線 (*shortest line*)。非平面曲線,而爲一雙曲率 (*double curvature*) 之線,即常在兩平面曲線之間而具相反之曲率。其性質爲地面接觸面 (*osculating plane*)。所含之曲線,而接觸面爲曲線上各點法線所含之面。

吾人因欲得測地線特性之明顯概念起見,可設想先於 A 點整置一經緯儀(圖 1)而視準 B 點,次將儀器移置 B 點,改正後,回視 A 點;並縱轉望遠鏡確定 C 點之位置。當視準 A 時,其視線所成之平面曲線爲 B *b* A;而視準 C 點時則爲 B *b* C。然後將儀器整置於 C 而逐漸依法向前進行。於此所當注意者,每測站儀器視準所成之垂直平面與其地面之法線相一致。若想像 A,B,C,D 等點極其接近,則 AB,BC,… 等爲曲線之極小部分,則含曲線之三個

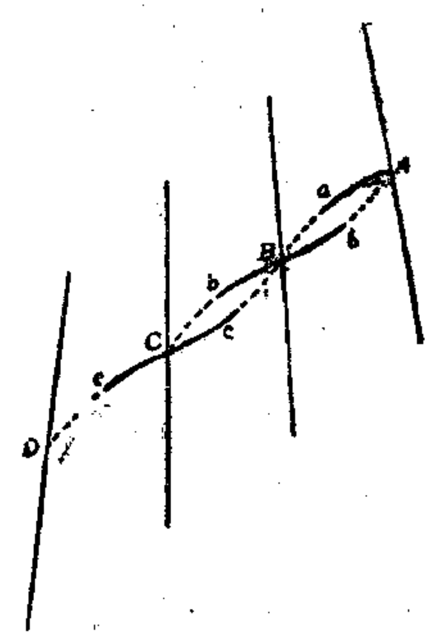


圖 1

連續點之平面亦含該地面之法線。如吾人想像以儀器沿此線而前進，則知儀器視線之垂直面成紐枉之狀而常含法線明矣。

測地線之特性可由次之方程式表示之

$$p\sin\alpha=k$$

p 爲平行圈之半徑，α 爲測地線上任意點之指角，k 爲常數。此方程式當於第二章述之。其由解析的變數積分法或由幾何構圖法推出者可參看 *Clarke* 氏測地學第125頁及 *Jordan* 氏測量學卷三第 399 頁。由上方程式可知 α 極大時（$90°$），$\sin\alpha=1$ 而 $p=k$。即方程式之常數項爲測地線所限之平行圈之半徑。當 α 爲極小時，則 p 爲極大即 $p=a$ 爲橢圓體之赤道面半徑。由此可知測地線截赤道於任意指角 α 時，在北半球可北向而至某定緯度（相當於 $p=k$）之平行圈，但不經過此平行圈之北方；在南半球其長相等，惟緯度爲負而已。此測地線若以之圍繞地球一周每不能回至原處，惟在赤道上則可經過與原點經度略差少許之處而圍繞地球一周成一環線。

測地線除特別情況外，常在兩平面曲線之間，且分其角爲二與一之比各線間相隔之距離以中部爲最大如（圖2）所示。設 P Q 兩點間之距離爲 100 公里，平

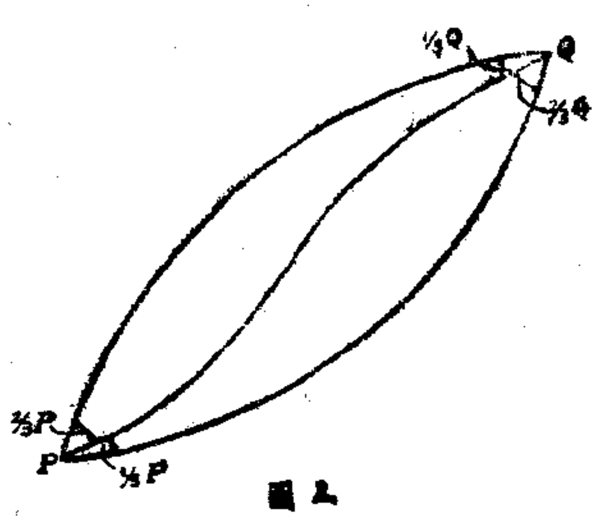


圖 2

均緯度爲 45°, 指角亦爲 45°, 則圖中

$$\frac{2}{3}P=\frac{2}{3}Q=0''.028,\quad \frac{1}{3}P=\frac{1}{3}\quad Q=0''.014$$

兩平面曲線中部相距爲 0.005 公尺;平面曲線較測地線約長 0.0000000002 公尺。(用 *Bessel* 原子見 *Jordan* 氏測量學卷三第 408 頁。)又美國 *California* 與 *Nevada* 間之弧度計算:距離爲 650 公里,中等緯度爲 37° 00′,指角爲 134° 33′,則兩平面曲線之最大間隔爲 1.8 公尺(用 *Clarke* 原子見 *Coast Survey Report* for 1900, 第 368 頁。)

若 P Q 兩端點爲約在同緯度處則測地線過平面曲線。

因測地線非爲平面曲線,故不能直接通視,而測地三角形 (*Geodetic triangle*)亦唯能由計算得之。

此外在兩點間尙有較近線(*Alignment Curve*) 及其他曲線等可參閱美國海岸大地測量局報告書茲不贅。

3. 旋轉橢圓體之方程式

如圖 3, WPLSV 爲表示旋轉橢圓體之子午截面。P 爲緯

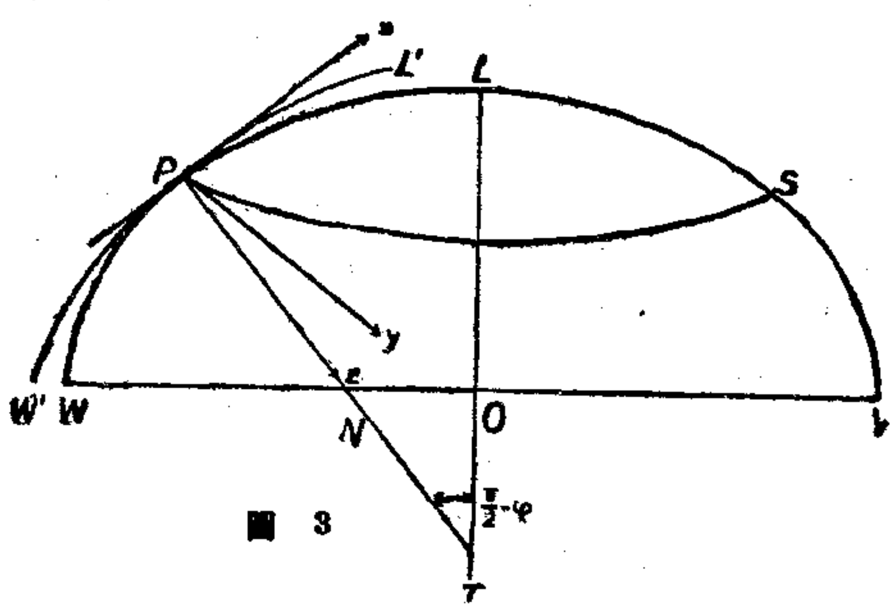


圖 3

度 φ 處之任意點。

令 N 爲緯度 φ 處法線至橢圓體短軸上之長。

半徑 PT(= N) 且中心在 T 之球面 W′P L′ 切於橢圓面上之 P 點,因橢圓體爲旋轉橢圓體,故此球面亦切於過 P 點之緯度平行圈 PS 上所有之各點。

在 X Z 平面內,原點爲 P 之圓方程式爲 $x^2+z^2-2Nz=0$, z 之方向以向地心爲正。

子午橢圓可謂爲切於 P 點之曲線,而 P 點爲直線 $x\cos\alpha-z\sin\varphi=0$ (即 PS 直線,若言面卽爲 PS 緯度平行圈所圍之平面)與圓 $x^2+z^2-2Nz=0$ 相交之處。故子午橢圓之方程式必爲

$$x^2+z^2-2Nz+\delta(x\cos\varphi-z\sin\varphi)^2=0 \quad \cdots\cdots(1)$$

式中 δ 爲常數。(參看 *Smith's Conic Section* P.201.)

此橢圓體之形狀依 δ 之值而定。

因方程式(1)係以 $y=0$ 而成立,故橢圓體之原式必爲次之形狀

$$x^2+z^2-2Nz+\delta(x\cos\varphi-z\sin\varphi)^2+f(y)=0 \quad \cdots\cdots(2)$$

此(2)式爲平面 $x\cos\varphi-z\sin\varphi=0$ 所割,故

$$x^2+z^2-2Nz+f(y)=0 \quad \cdots\cdots(3)$$

但已知橢圓體爲旋轉橢圓體,則(3)式必表示一圓,其圓心爲 T,故其方程式爲

$$x^2+y^2+z^2-2Nz=0 \quad \cdots\cdots(4)$$

比較(3)式與(5)式則得 $f(y)=y^2$

故旋轉橢圓體之方程式爲

$$x^2+y^2+z^2-2\,Nz+\delta\,(x\cos\varphi-z\sin\varphi)^2=0\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

次決定 δ 之值

(5)式為P點在任何位置之一般橢圓方程式。

茲令P點沿子午面移動至W,其處 $\varphi=0$.

因 φ 減少至零,則T漸向O移動直至N等於赤道半徑 a 而與O相合。此時(5)式變為

$$x^2+y^2+z^2-2\,za+\delta\,x^2=0$$

以 x 與 z 互換即使 X 軸沿W V 則

$$x^2+y^2+z^2-2\,a\,x+\delta\,z^2=0$$

移原點於 $(+a,0,0)$ 即移至橢圓體之中心,則

$$x^2+y^2+z^2(1+\delta)-a^2=0$$

亦可書為

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2(1+\delta)}{a^2}=1$$

但以O為中心之橢圓體方程式為

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2}{a^2(1-e^2)}=1$$

故 $1+\delta=\dfrac{1}{1-e^2}$

或 $\delta=\dfrac{e^2}{1-e^2}$

以此 δ 之值代入(5)式,則原點在P之橢圓方程式為

$$x^2+y^2+z^2-2\,N\,z+\frac{e^2}{1-e^2}(x\cos\varphi-z\sin\varphi)^2=0\cdots(6)$$

若 $\delta=0$ 則(6)式即為半徑N之球面方程式。

4. 以測地線之長 s 表示 x,y,z, 之值。

令旋轉橢圓體之方程式爲

$$u=0=x^2+y^2+z^2-2\,Nz+\delta\,(x\cos\varphi-z\sin\varphi)^2$$

又令 $A=1+\delta\cos^2\varphi=1+D$

$B=1+\delta\sin^2\varphi=1+D'$

$C=-\frac{1}{2}\delta\sin 2\varphi$

則 $u=0=Ax^2+y^2+Bz^2+2\,Cxz-2\,Nz$

如圖4.令PACD與PBED爲面μ=0之一部分

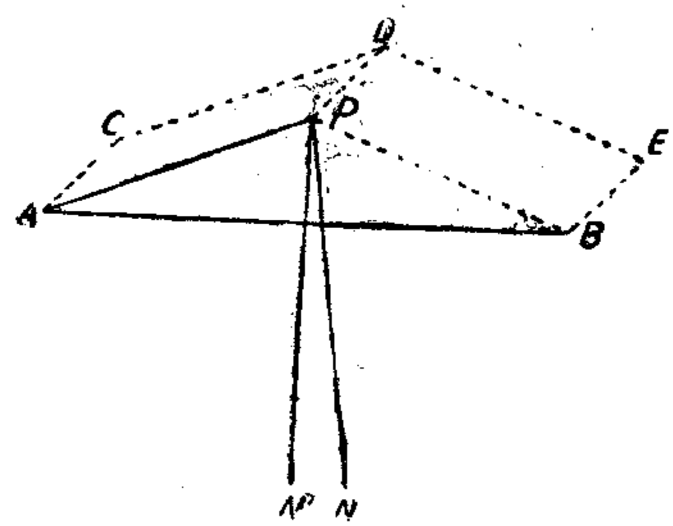


圖 4.

PA＝PB＝ds爲測地線之一部分。

正交於AB之PN線爲主法線。

在測地線上任意點之曲線面 (Plane of the curve) 常含其地之法線,故曲線之主法線與其地之法線相重合,其條件可由次式表示之(參看 *Smith's "Solid Geometry", P. 226*)。

$$\frac{\frac{d^2x}{ds^2}}{\frac{du}{dx}}=\frac{\frac{d^2y}{ds^2}}{\frac{du}{dy}}=\frac{\frac{d^2z}{ds^2}}{\frac{du}{dz}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

吾人應用此方程式可先假定以次列s之冪級數代 x, y, z,然後求s冪級數之各係數之值。

$$x=l_1s+l_2s^2+l_3s^3+l_4s^4+\cdots\cdots$$

$$y=m_1s+m_2s^2+m_3s^3+m_4s^4+\cdots\cdots$$

$$z=n_1s+n_2s^2+n_3s^3+n_4s^4+\cdots\cdots$$

以此x, y, z之值代入$u=0$式,測得如$a_1s+a_2s^2+a_3s^3+\cdots\cdots=0$之方程式。

此爲s爲任何值時n次之一般方程式,故s同冪之係數及絕對項均爲零。

由此以s之各係數均等於零,並注意$u=0$式中含一次項者惟一項,則得 $2n_1\mathrm{N}=0$, 或$n_1=0$.

微分次之方程式

$$u=0=\mathrm{A}x^2+y^2+\mathrm{B}z^2+2\mathrm{C}xz-2\mathrm{N}z,$$

得
$$\frac{du}{dx}=2(\mathrm{A}x+\mathrm{C}z)$$

$$\frac{du}{dy}=2y$$

$$\frac{du}{dz}=2(\mathrm{B}z+\mathrm{C}x-\mathrm{N})$$

又將前各方程式關於x, y, z微分之,則

$$\frac{d^2x}{ds^2}=1\cdot2\,l_2+2\cdot3l_3s+3\cdot4\,l_4s^2+\cdots\cdots$$

$$\frac{d^2y}{ds^2}=1\cdot2m_2+2\cdot3m_3s+3\cdot4m_4s+\cdots\cdots$$

$$\frac{d^2z}{ds^2}=1\cdot2\,n_2+2\cdot3n_3s+3\cdot4n_4s^2+\cdots\cdots$$

故(7)式變爲

$$\frac{1\cdot 2l^2+2\cdot 3l_3 s+3\cdot 4\, l_4 s^2+\cdots}{Al_1 s+(Al_2+Cn_2)s^2+(Al_3+Cn_3)s^3+\cdots}=\frac{1\cdot 2n_2+2\cdot 3n_3 s+3\cdot 4n_4 s^2+\cdots}{-N+Cl_1 s+(Cl_2+Bn_2)s^2+\cdots} \quad (8)$$

$$\frac{1\cdot 2\, m_2+2\cdot 3m_3\, s+3\cdot 4m_4\, s^2+\cdots}{m_1 s+m_2 s^2+m_3 s^3+\cdots}=\frac{1\cdot 2n_2+2\cdot 3n_3 s+3\cdot 4n_4 s^2+\cdots}{-N+Cl_1 s+(Cl_2+Bn_2)s^2+\cdots} \quad (9)$$

於(8)式中使各絕對項相等,則 $l_2=0$

於(9)式中使各絕對項相等,則 $m_2=0$

(8)(9)兩式可以 s 之羃如垂矢所示:

$$\left.\begin{array}{lll} s & s^2 & s^3\ \cdots \\ \hline -2\cdot 3\, Nl_3 & -3\cdot 4\, Nl_4 & -4\cdot 5\ Nl_5 \\ & +2\cdot 3l_3Cl_1 & +3\cdot 4l_4Cl_1 \\ & & +2\cdot 3l_3Bn_2 \\ & & \downarrow \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{lll} s & s^2 & s^3\ \cdots \\ \hline 1\cdot 2n_2Al_1 & +2\cdot 3n_3Al_1 & +3\cdot 4n_4Al_1 \\ & +1\cdot 2n_2Cn_2 & +2\cdot 3n_3Cn_2 \\ & & +1\cdot 2n_2(Al+{}_3Cn_3 \\ & & \downarrow \end{array}\right.$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

$$\left.\begin{array}{lll} s & s^2 & s^3\ \cdots \\ \hline -2\cdot 3Nm_3 & -3\cdot 4Nm_4 & -4\cdot 5Nm_5 \\ & +2\cdot 3m_3Cl_1 & +3\cdot 4m_4Cl_1 \\ & & +2\cdot 3m_3Bn_2 \\ & & \downarrow \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{lll} s & s^2 & s^3\ \cdots \\ \hline 2n_2m_1 & +3\cdot 2n_2m_1 & +3\cdot 4n_4m_1 \\ & & +2n_2m_3 \\ & & \downarrow \end{array}\right. \quad (11)$$

又代入 $u=0$ 式,則得

$$\left.\begin{array}{lll} s^2 & s^3 & s^4\ \cdots \\ \hline +Al_1^2 & & +2A_1l_3 \\ +m_1^2 & & +2m_1m_3 \\ & & +Bn_2^2 \\ & +2Cl_1n_2 & +2Cl_1n_3 \\ -2nn_2 & -2Nn_3 & -2Nn_4 \\ & & \downarrow \end{array}\right\} = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

於(12)式中使 s^2 之係數相等,則 $n_2=\dfrac{Al_1^2+m_1^7}{2N}=\dfrac{l+l^2D}{2N}$

式中 $l_1=l=\frac{dx}{ds}_{s=0}=\cos\alpha$

$$m_1=m=\frac{dy}{ds}_{s=0}=\sin\alpha$$

α = 在原點切線與 x 軸間所成之角

於(10)及(11)中 s 之係數及(12)中 s^3 之係數均使相等,則得

$$l_3=-\frac{Aln_2}{3N}$$

$$m_3=-\frac{mn_2}{3N}$$

$$n_3=\frac{Cln_2}{N}$$

於(10)及(11)中 s^2 之係數及(12)中 s^4 之係數均使相等,則得

$$l_4=\frac{1}{6N}\left\{3Cll_3-Cn_2^2-3Aln_3\right\}$$

$$m_4=\frac{1}{2N}\left\{Clm_4-mn_3\right\}$$

$$n_4=\frac{1}{2N}\left\{-\frac{2A^2l^2n_2}{3N}-\frac{2m^2n_2}{3N}+Bn_2^2+2Cln_3\right\}$$

故

$$\left.\begin{aligned}
x&=ls-\frac{Aln_2}{3N}s^3+\frac{1}{6N}\left\{3Cll_3-Cn_2^2-3\,Aln_3\right\}s^4+\cdots\cdots\\
y&=ms-\frac{mn_2}{3N}s^3+\frac{1}{2N}\left\{Clm^3-mn_3\right\}s^4+\cdots\cdots\\
z&=\frac{Al^2+m^2}{2N}s^2+\frac{Cln_2}{N}s^3+\frac{1}{2N}\left\{-\frac{2A^2l^2n_2}{3N}-\frac{2m^2n_2}{3N}+Bn_2^2+2\,Cln_3\right\}s^4+\cdots
\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

令　$D=\delta\cos^2\varphi$

$$C=-\frac{\delta\sin 2\varphi}{2}=-D\tan\varphi=-Dt$$

$$A=1+\delta\cos^2\varphi=1+D$$

$$B=1+\delta\sin^2\varphi=1+D'$$

代入(13)式並簡之,則得

$$
\left.\begin{aligned}
x&=ls-\frac{l(1+\mathrm{D})(1+\mathrm{D}l^2)}{6\mathrm{N}^2}s^3+\frac{1}{6\mathrm{N}}\left\{3\mathrm{C}ll_3-\mathrm{C}n_2{}^2-3\mathrm{A}ln_3\right\}s^4+\cdots\cdots\\
y&=ms-\frac{m(1+\mathrm{D}l^2)}{6\mathrm{N}^2}s^3+\frac{1}{2\mathrm{N}}\left\{\mathrm{C}lm_3-mn_3\right\}s^4+\cdots\cdots\\
z&=\frac{1+\mathrm{D}l^2}{2\mathrm{N}}s^2+\frac{\mathrm{C}l(1+\mathrm{D}l^2)}{2\mathrm{N}^4}s^3+\frac{1}{2\mathrm{N}}\left\{\frac{-2\mathrm{A}^2l^2n_2}{3\mathrm{N}}-\frac{2m^2n_2}{3\mathrm{N}}+\mathrm{B}n_2{}^2+2\mathrm{C}ln_3\right\}s^4+\cdots
\end{aligned}\right\}
\quad\cdots\cdots(14)
$$

因 A,B,C 與 D 均爲 δ 之函數,則此等級數之每式均可排列爲 δ 之冪級數,即

$$x=a_0+\delta\,a_1+\delta^2\,a_2+\cdots\cdots$$

$$y=b_0+\delta\,b_1+\delta^2 b_2+\cdots\cdots$$

$$z=c_0+\delta\,c_1+\delta^2\,c_2+\cdots\cdots$$

但 δ=0 時,(14)式必化爲半徑 N 之球面,故

$$a_0=l\,\mathrm{N}\sin\frac{s}{\mathrm{N}}$$

$$b_0=m\,\mathrm{N}\sin\frac{s}{\mathrm{N}}$$

$$c_0=2\mathrm{N}\sin^2\frac{s}{2\mathrm{N}}\ .$$

觀式易知其爲球面之式。

由是因 C 與 D 各函 δ, 並參考附錄第十則(14)式可列之爲

$$
\begin{aligned}
x&=l\,\mathrm{N}\sin\frac{s}{\mathrm{N}}-\left\{\frac{\mathrm{D}l(1+l^2)+\textcircled{\delta^2}}{6\mathrm{N}^2}\right\}s^3+\frac{1}{6\mathrm{N}}\left\{\frac{-3\mathrm{C}l^3}{6\mathrm{N}^2}-\frac{\mathrm{C}}{4\mathrm{N}^2}-\frac{3\mathrm{C}l^2}{2\mathrm{N}^2}+\frac{\textcircled{\delta^2}}{\mathrm{N}^2}\right\}s^4\\
&\qquad+\delta\textcircled{4}s
\end{aligned}
$$

$$
\left.\begin{aligned}
y&=m\,\mathrm{N}\sin\frac{s}{\mathrm{N}}-\frac{\mathrm{D}ml^2}{6\mathrm{N}^2}s^3+\frac{1}{2\mathrm{N}}\left\{\frac{-\mathrm{C}lm}{6\mathrm{N}^2}-\frac{\mathrm{C}lm}{2\mathrm{N}^2}+\delta^2\textcircled{2}\right\}s^4+\delta\textcircled{4}s\\
z&=\mathrm{N}\left(1-\cos\frac{s}{\mathrm{N}}\right)+\frac{\mathrm{D}l^2}{2\mathrm{N}}s^2+\frac{\mathrm{C}l(1+\mathrm{D}l^2)}{2\mathrm{N}^4}s^3\\
&\quad+\frac{1}{2\mathrm{N}}\left\{\frac{-l^2\mathrm{D}(2+l^2)+\textcircled{\delta^2}}{3\mathrm{N}^2}-\frac{\mathrm{D}m^2l^2}{3\mathrm{N}^2}+\frac{3\mathrm{D}^2+6\mathrm{D}l^2+\textcircled{\delta^2}}{12\mathrm{N}^2}\right\}s^4+\delta\textcircled{4}s
\end{aligned}\right\}
\quad\cdots\cdots(15)
$$

將(15)式簡之則

$$
\left.\begin{aligned}
x &= l\,\mathrm{N}\sin\frac{s}{\mathrm{N}} - \frac{\mathrm{D}l\,(1+l^2)}{6\mathrm{N}^2}s^3 - \frac{\mathrm{C}}{24\mathrm{N}^3}(1+8\,l^2)\,s^4 + s\left\{\delta^2\textcircled{2} + \delta\textcircled{4}\right\} \\
y &= m\,\mathrm{N}\sin\frac{s}{\mathrm{N}} - \frac{\mathrm{D}ml^2}{6\mathrm{N}^2}s^3 - \frac{\mathrm{C}ml}{3\mathrm{N}^3}s^4 + s\left\{\delta^2\textcircled{2} + \delta\textcircled{4}\right\} \\
z &= 2\,\mathrm{N}\sin^2\frac{s}{\mathrm{N}} + \frac{\mathrm{D}l^2s^2}{2\mathrm{N}} + \frac{\mathrm{C}l\,(1+\mathrm{D}l^2)}{2\mathrm{N}^2}s^3 + \frac{3\,\mathrm{D}'-6\mathrm{D}l^3}{24\mathrm{N}^3}s^4 + s\left\{\delta^2\textcircled{3} + \delta\textcircled{4}\right\}
\end{aligned}\right\} \qquad (16)
$$

（待續）

樺太島日俄劃界史

朱純熙譯

第一編　總說

第一章　樺太歷史之概要

樺太島歷史,文獻所可徵者甚鮮,不易知其詳細。昔我蝦夷島阿衣奴人種,與韃靼人交易,常以其地為媒介而居之。至奉官命蒞茲者,當以『寬永初年松前藩主派其藩士某作越年之試探』為濫觴。其後我國對於該島之事實,列舉如次。

1. 慶安三年(千六百五十年)松前藩主遣其臣蠣崎傳佑衞門,視察樺太。
2. 明和某年同藩主遣其臣和田某,査勘樺太南部五十里之地。
3. 安永六年(千七百七十六年)同藩主使其臣新井田隆助,視察同島南部之地。
4. 天明五年(千七百八十五年)再遣新井田隆助,至西岸克拉希馬利,東岸希勒脫哥。翌年復至西岸那育羅,東岸克生那,探險而歸。
5. 寬政元年(千七百八十九年)同島阿衣奴人,苦於山丹人(韃靼人)之暴戾,請我管治。
6. 寬政二年(千七百九十年)我國應阿衣奴之請,設小廳於希拉腦希,格興科塘,管治阿衣奴,其區域西至科塘得爾,東至希勒脫哥。
7. 寬政四年公然許內地人與樺太貿易。

8. 文化五年(千八百零八年)幕府遣松田傳十郎及間宮林藏至樺太探險,松田行至東岸那育羅,以行路難而賦歸與,遂留於拉玆卡岬。間宮至西岸痲衣奴,不能再進一步,遂越山橫島而至拉玆卡與松田會。松田以此岬爲日本之國境,樹標木而歸。

翌年間宮一人更從拉玆卡岬渡韃靼海峽(因此探險始發見樺太之島嶼),入韃靼境至拉倫,更折下黑龍江,遂南進海峽而歸。

我於樺太關係之深既如此,而俄人之始到此島者,尙在松前藩主派遣藩士之二十五六年(卽慶安三年)以後,此後雖有多少往來,殊無重大意義,其所以垂涎玆土,而欲收歸於掌握中者,實始於文化三年卽千八百零六年。蓋其年俄使勒薩腦氏請我互市,未獲許可,竟以憤死,職是激勵隨員,歸途至樺太附近巡視各島,深知情勢,遂思收入版圖,徒以國內多事,未能急切下手。至永嘉五年遣水師提督卜羌氏請我政府許與互市,交通,及劃定千島,樺太島之境界,其所提議除日本人居住之樺太南部一小區域外,其餘悉定爲俄國所有,我政府堅不肯允。談判數載,直至安政二年兩方交讓,決定千島境界定於愛脫羅島與伍爾舖島之間,樺太境界則一任從來情狀,而以締結條約焉。

此條約締結後,俄國益務爲東方之經營,必欲收樺太於己手,安政六年(千八百五十九年)模拉皮育夫(東部西比利亞總督)自率軍艦至品川灣,欲以宗谷海峽爲兩國國境,迫我承認,我主張以北緯五十度爲界線,模氏強請不遂,索然歸去。其後

文久元年(千八百六十一年)，政府擬乘承諾『條約施行之延期』之談判機會,申協定樺太境界之議,爰派外國奉行兼神奈川奉行松平石見守康直爲正使,監察官京極能登守爲副使,帶隨員三十七人同赴歐洲,當是時,我國以北緯五十度爲最當之境界,俄國則主張以全島爲其所有,談判數次,俄始容我主張,乃締條約曰以五十度爲劃定境界之標準,其境界線姑不記於條文,俟雙方派遣劃界委員,實地勘定之,是實千八百六十二年八月九日也。翌年俄國踐約派員,并來催問,適我國多事,未遑及此,遂至劃界要務,不獲實施。越三年即慶應二年,幕府採函館奉行小出太和守條陳,謀再作確定境界之交涉,派該奉行及監察官石川駿河守至俄,商議數次,未見進步,故仍以從前各佔境地爲兩國之所屬而締約焉。明治維新後,政府頗注意於邊境,於幕府未決問題如樺太境界者,尤爲悉心籌劃,時兩國移住民間,爭擾不絕,副島外務大臣主由我政府收買全島,不爲俄國所許。會開拓次官黑田清隆建議,以放棄樺太爲有利,我政府遂納之。明治七年八月委任駐俄公使榎本武揚以全權開談判,議定樺太全島悉屬俄領,千島羣島全部悉屬日領,乃締條約焉。是名曰樺太千島交換條約。

自樺太屬於俄領以後,俄政府以之爲流刑地,移國事犯及其他重罪犯人從事拓殖,我國人爲漁業到其中部以南沿岸者亦頗多。

明治三十七年日俄親交破裂,兩國干戈相見,翌年八月該島全部悉爲我軍攻略所得,同年九月五日在坡兹馬斯締結講和條約,俄以樺太島南部割讓與我,以北緯五十度爲境界。

關於此條約之條文如次。

日俄講和條約第九條

俄帝國政府以薩哈連島南部及其附近一切島嶼,並該地一切公共營造物及財產之完全主權,皆讓與於日本帝國政府,其讓與地域之北方境界定爲北緯五十度,該地域正確之境界線,依附屬於本條約之追加約款第二項規定決定之。

日俄兩國雙方同意。不得在薩哈連島或其附近島嶼之各自領地內,建築堡壘及其他類於此之軍事上之工作物。又兩國互約各不執行妨礙宗谷海峽及韃靼海峽自由航海之何等軍事上之措置。

追加約款

附於第九條

從兩締約國各自任命同數人員所得之劃界委員團,務於本條約實施後,速取永久方法,將薩哈連島日俄兩國領地間之正確境界,就實地劃定之。該委員團務在地形許可之限制內,以北緯五十度爲境界線。若於某地點認爲有離該緯度卽界線有偏倚之必要時,應在他地點以對當之偏倚補償之。該委員團應負責調製包含於讓與中之附近島嶼表,詳細報告書,且須調製顯示讓與地域境界之地圖而署名之。該委員團之事業,須經兩締約國之承認。

第二章　兩國委員團之編組

因講和條約俄以樺太島南半部讓與日本,遂爲境界劃定之準備,明治三十八年九月經法國公使之手,與日本外務省及陸海軍省等交涉。又經俄滿洲軍總司令官黎乃威兹斯將

軍,及我滿洲軍總司令官,致次記照會於我政府。

為決定樺太島兩國領土之境界,俄國政府應派次之委員,

委員長	參謀大(中)佐	一人
委員	參謀	一人
委員	天文學者	一人
委員	測量師	二人
外	護衛兵	百名

請日政府示以所命委員,及兩國委員會見地點與時日之意見。

我政府回文,允派相當之委員,但決定境界之實地作業,須俟來春解冰後為之,其時日及會見地點,容後通報。

明治三十九年三月俄人飄德,沙威黎夫者,自稱為俄國樺太國境劃定委員團之通譯,將自歷山港遵陸路至哥兒沙哥,與日本官憲作國境劃定問題之進行問答,由樺太守備隊司令官電陳其意,故陸軍大臣託外務大臣詢問委員之姓名,據答俄國政府已任命劃界委員如次。

俄國樺太劃界委員長	陸軍參謀中佐沃司克勒生司基
俄國樺太劃界委員	陸軍一等大尉阿夫麻美怯夫
俄國樺太劃界委員	陸軍一等大尉勃拉及開恩
俄國樺太劃界委員	陸軍一等大尉哈留夫
俄國樺太劃界委員	陸軍少尉腦沃希黎作夫
俄國樺太劃界委員屬員	軍醫哥士魯夫司基
俄國樺太劃界委員	日本語通譯薩威立愛夫
俄國樺太劃界委員	外科助手希開維茲斯

四月十四日我政府接東京俄國公使照會,稱俄國委員已到樺太歷山港,請協議與日本委員相會之日期及地點,我政府卽任命與俄同數之委員,及必要之附屬員,並決定五月中旬自東京出發,與俄國委員會於俄領樺太之歷山港。

五月十八日我政府任命之職員(高等官)姓氏如次。

日本樺太劃界委員長	陸軍炮兵大佐	大島健一
日本樺太劃界委員	陸軍炮兵中佐	佐渡邊岩之助
日本樺太劃界委員	陸軍步兵大尉	畑英太郎
日本樺太劃界委員	海軍大尉	和田勇二
日本樺太劃界委員	陸地測量師	矢島守一
日本樺太劃界委員屬員	陸軍一等主計	水津武之進
日本樺太劃界委員	陸軍一等軍醫	北島庚吉
日本樺太劃界委員	陸軍教授	樋口鹽之助
日本樺太劃界委員	東京帝國大學理科大學助教授	平山清次
日本樺太劃界委員	陸地測量師	中柴鎌三郎
日本樺太劃界委員	陸地測量師	山田竹彥
日本樺太劃界委員	陸地測量師	中嶹推

職員既任命,於是作業所需夫役,卽賴第八師團經理部長,在青森舉行徵傭,其人員之充用法,悉按附錄第一委員編成表,金櫃護衞兵則從樺太守備隊調取。但於此委員編成表之所須說明者,如俄國委員之勤務士,彼固以運用兵卒為相宜,而我戰後教育,方當訓練振作之秋,使之服務於單調之特種事業,歷半年之久,雖屬極少部隊,究不能不慮有反於我軍刷新之旨,故於補助作業,專用傭人,於護衞兵則除護衞金櫃之

有規定者以外,凡有所需,决計借助於俄國守備兵之力,此次之委員編成表,卽以此方針定之者也。

明治三十九年度按上揭之編制,着手作業,依作業之進步,及補給路之延長,隨時增加夫役。

依初年之經驗,感委員之不敷,故日俄兩國委員長協定於明治四十年度,各增委員爲十七人,日本委員長呈由政府與俄國政府交涉,使日俄兩國俱照同數任命,其委員長及委員十七人之姓氏如次。

明治四十年度日本樺太劃界委員長及委員

委員長(三十九年度委員長)	陸軍炮兵大佐	大島健一
委員(三十九年度委員)	陸軍炮兵中佐	渡邊岩之助
委員	陸軍工兵少佐	松村法吉
委員(三十九年度委員)	陸地測量師	矢島守一
委員(三十九年度委員)	海軍大尉	和田勇二
委員(三十九年度屬員)	陸軍一等軍醫	北島庚吉
委員(三十九年度委員)	陸軍步兵大尉	畑英太郎
委員	陸軍一等主計	北鄉恆楨
委員(三十九年度屬員)	陸軍教授	樋口盟之助
委員	陸軍工兵中尉	赤羽佑之
委員	陸軍二等主計	荒木魁之助
委員	陸軍二等軍醫	大槻式熊
委員(三十九年度屬員)	東京帝國大學理科大學助教授	平山清次
委員(三十九年度屬員)	陸地測量師	中柴鐵三郎
委員(三十九年度屬員)	陸地測量師	山田竹彥

委員(三十九年度屬員)	陸地測量師	中嶋雛
委員	陸軍通譯	石井良直

明治四十年度俄國樺太劃界委員長及委員

委員長	陸軍參謀大佐	里來愛夫
委員(三十九年度委員長)	陸軍參謀中佐	沃司克勒生司基
委員	陸軍參謀中佐	哥爾純
委員(三十九年度委員)	陸軍一等大尉	阿夫痲美怯夫
委員	陸軍一等大尉	加茲斯
委員(三十九年度委員)	陸軍一等大尉	哈留夫
委員	哥薩克一等大尉	閔特林
委員	陸軍一等大尉	拔希凝
委員	陸軍二等大尉	維腦格拉特司基
委員	陸軍二等大尉	阿立白爾克
委員	陸軍二等大尉	爾尼乞
委員	陸軍中尉	格拉希里尼哥夫
委員	陸軍中尉	賓非魯夫
委員	陸軍中尉	披羅哥歇夫
委員	陸軍少尉	里沃夫
委員(三十九年度屬員)	軍醫(陸軍二等大尉相當)	哥士魯夫司基
委員	通譯(大尉相當)	滑司開維狄

明治四十年度我擔任區域,因西方境界線兩端之天測,已於三十九年度完竣,而其西端安別,可以停泊汽船,故本年從西海岸,中央,東海岸三點,同時開工,加速作業之進步。且利用帕羅那衣河水道,輸送安別上陸之糧食,力圖糧道之短縮。因

此我委員之編成,如附錄第二所定,隨作業之進步,增加若干夫役,其於作業完成期之比,我一行委員之總人員,自委員長以下達八百八十七人,爾後隨作業之逐漸告成,而逐漸遣散夫役。

俄國委員十七人,屬員大尉一人,兵卒二百七十五名,馬匹七十五頭,從卒廚夫若干。該委員等中途感屬員之不足,請求哈巴魯司克軍務總督,酌予增加,但無可充人員,故僅添大尉一人而已。

第三章　關於劃界事業之兩國委員之協定

樺太島日俄領域,以北緯五十度緯線為境界,非地形不得已時,有不偏倚之成約,但在普通劃定境界所基準之經緯線,頗不易測定,特在一小區域之天測,而欲求其緯線之精確,殆為不可能之事。現在天文測量儀器之精度,雖不致發生一秒以上之誤差,但在觀測點四圍,其地物,地質之異同,頗足引起鉛垂測器至大之感應,遂使天測發生數秒,數十米之偏差。當美國工兵一等中尉愛夫,維,格林氏,在北美合衆國與英領加拿大間,測定烏士湖至亞加米那之境界也,其長約八百里,施行四十一箇天測,執其結果,探究鉛垂偏差之淵源,方知感受山岳,丘阜,及地面傾斜之影響,而可得而研究其原因者,僅約全數三分之一,其起因於不能豫測之地下性質者,竟有三分之二之多。然測點四周地物之有無感應,不難一望而知,若於地下之作用,則非發掘數十里深,奚由調查其中構造,故其程度如何,終難實測。要之除決定一連數箇天測點,平均其偏差,以求一緯線外,他無簡易方法。而此平均緯線,比之吾人想定

中之眞正緯線,亦尙有若干誤差,殆不能免。

觀樺太島北緯五十度附近之地形,東方有卡拉高山脈矗聳於境界綫之北,中央爲平原,漸次向南而下,西方五十度之北屋腦爾村之西,亦有高山脈,皆足使實際境界線發生向北遷移之感應,此可見之狀况也。但因山岳之大小高低遠近相異,故其感應之程度,亦復隨處不同,從而實際各天測點,必不能在一定曲線之中,其多數實受地下不測之感應,或偏於南或倚於北,連結之則成不規則之曲線,决不與緯線一致,此普通現象,如前記英美間亞美利加之境界線,卽其一例也。而在史維忒格拉士丘附近,鄰接二天測點之偏倚於南北,竟有七秒二八之大,其相距達七百三十八呎。吾人試觀地圖上繪有爲此境界之一緯線,則以地圖之梯尺過小,未能表示其誤差耳。

據上所記理由,可知緯線之正確測定,殆爲不可能之事,而况於求一小部分之緯線乎,卽令實測此緯線之全體,以求其平均緯線,亦難知其果能適應於眞緯度否,此學理之所明示也。故欲測定一地區之緯度,而置地下之感應於不問,自不能不遠避山岳,傾斜地等引起鉛垂偏倚之地物,而以選其測點於平地者爲滿意,然則以平地所行天測之結果爲其地之緯度者,吾人自不能不表其躊躇滿志矣。而境界線之採用,普通有二法。一採用連結此天測之不規則曲線,卽採用其地之天測緯度者。一採用其平均所得之整齊曲線,卽選用平均緯線者。然平均緯線,有次記之不利。

(1). 在有幾許不等不測感應之一小地區之天測結果,雖

平均之亦難期其與眞正緯線一致。

(2). 採用平均緯度,須於決定天測緯度之後,更加以平均修正所需作業之時日與經費。

(3). 平均緯線爲從天測緯線算出者,將來如有一部分境界標誌之湮滅,必須重行許多天測,更須求其平均,復舊作業,大爲困難。

天測緯線之爲不規則曲線,而與地理學上緯線之形狀相異,固不能無奇異之感,但卽平均之爲整齊曲線,其位置亦未必與眞正緯線相合,與其間違於眞緯線,毋寧採用便於實行之天測緯線,是以我委員決以天測緯線爲樺太島日俄之境界,而準備各種作業焉。

如前所述樺太島日俄領土,以北緯五十度爲境界,非地形不得已,有不偏倚之成約。其實該地附近,未見有測量上不能接近之地物,亦非有蹤望偏倚之地形與地區。設一偏倚又欲以反對之偏倚,爲正確之補償,亘廣大之地域,行精密之測量,不能不空增許多時日與經費,故境界線以全沿五十度緯綫爲妥當。

我委員於明治三十九年六月在俄領樺太歷山港,與俄國委員會見,叩其意見,該委員等亦贊成以天測緯線爲境界,並承認地點無偏倚之必要。彼我意見旣大體相同,於是相約以明治三十九年完成此事業。嗣復訂定關於業務實施之協約,名曰規約,有次之要旨,蓋遵此履行劃界者也。

規　約

一、據波茲馬斯講和條約第九條,日俄境界線爲以北緯

五十度自韃靼海峽至屋稿芝克海之緯線,橫斷樺太島者,若以地形狀況,有不能數學的確實遵守時,卽在某地點不能不稍生偏倚時,其所損失之領區,當以其他地點補償之。

二. 緯度於四箇天測點決定之,卽第一天測點在東海岸,第二在格羅兌歇村落附近,第三在從屋臘圖至第二亨達涉之道路上,第四在西海岸。

三, 緯度由兩國委員中之天文家,各自測定之,互相檢點計算表,以其修正所得之平均緯度爲眞正緯度。

四. 北緯五十度之地位,以幅十米之林塗標識之,於其中間設小溝或小徑。

五. 關於天測之詳細方法,及林塗方向之標識方法等,先由兩國委員中天文家討論之,再將其議決條文,付總會議討論決定。

六. 於各天測境界點,建立天測境界標石。又於其中間每隔六千米,建立形狀較小之中間標石,若以地勢關係,不能在每六千米地點,建立中間標石時,由各國委員臨時協議,選定適當地點。

建立於天測境界點之標石,在日本一面刻菊花紋章,在俄國一面刻雙頭鷲章,其兩側刻數號。

在中間標石,刻連續數號於其正面。

搬運及設立標石之費用,由兩國委員同等負擔之。

七. 沿全境界線,施行幅約四千米之地形測圖,測圖梯尺爲四萬分之一,其水平截斷面爲十米。在天測境界點附

近,以其點爲中心之一千米平方內,行特別測圖,其梯尺爲一萬分之一,其水平截斷面爲二米半,在天測境界點,及有予境界標識以便利之地物之處,更加以攝影圖。

八. 前項地形測圖,由兩國委員中之地形測圖班各測之,其所測地區,須時時互相檢點,若有差異,則報告兩國委員長,謀其一致,兩國委員各須提出製作圖兩份,經兩國委員長及全體委員之署名承認。

九. 行北緯五十度以南近海各島嶼之調查,且實施地形測圖。

然作業之遲速,以天候及他各種原因而定,其不能依照豫算實施者,不一而足,故復延續作業一年,以明治四十年完成劃界業務,以下將逐次敘述兩年間作業進行之狀況。

美國海岸大地測量局章程

商仲英 譯

第一章 組織

第一條 局長 局長管理並指揮局內一切事務,負正確及忠信之責任,關於經費之支出,務使正當而經濟,關於各科業務之實施務求完善,在公律及本章程範圍內局長有發表命令之權,如不屬法律及本章程範圍內,對於業務進行局長認爲必要時,亦得討論或批准之。

第二條 副局長 凡具有水文測量 (Hydrographyic) 與大地測量學識 (Geodetic Engineer of the Survey) 由局長之介紹,經商務部長 (Secretary of Commerce) 之批准,得充本局副局長,副局長承局長之命,辦理一切事務,遇局長請假或公出時,得以代理局長名義代行局長職權。

A. 副局長負保管全局之責,並須具四千元美金 ($4,000) 之保證書,以保證其對於業務之忠誠及責任,並經手公款之收支,該保證書須經商務部長之批准。

B. 副局長負全局房屋建築及局內公產保管之責。

C. 副局長負文件公產整理及安全之責。

D. 副局長有支配經費並購置必需物(如土地等)之權,並保管圖價刊物及公產等收入,報解商務部以符局章。(參看第五六二條。)

E. 副局長須保管一切野外業務之報告,並負責答復關

於彼個人或其職務內各項報告之建議。

F. 副局長告假時,其職務由某一科長以代理副局長名義代行其職務,如局長副局長均告假時,則該科長亦得以代理局長名義代行局長之職權。

第三條　書記長　書記長承局長與副局長之命,辦理一切事務。

第四條　大地測量科科長 (Chief of the Division of Geodesy) 大地測量科科長任計畫三角測量 (Triangulation) 天文測量 (Astronomical Determination) 精密水準測量 (Precise leveling) 及他種三角測量外業之實施,並指示局中計算時之審核及研究關於上述各項測量成果之責。

A. 大地測量科科長於野外作業時,當檢查並指導所屬各隊 (Party) 並審核各隊長之報告書,是否依照局長之命令辦理,業務之精度是否與計畫相合,並注意經費支出是否確當。

B. 大地測量科科長於每期外業終了時,卽須作報告書詳述所屬各隊作業是否能依照原定計算進行,有時如遇委辦之事亦須報告是否依照辦理。

第五條　水文科兼地形科科長(以下簡稱地形科長)(Chief of Division of Hydrography & Topography) 水文地形科科長任計畫關於本局水文測量及地形測量實施之責。

A. 水文地形科科長,於每期野外作業時,當檢查並指導所屬各股並審核各股長之報告書,是否依照局長命令辦理,業務之精度,是否與計畫相合,並注意支出之確當否。

B. 地形科科長於每期野外作業終了時,須作報告書詳述所屬各股作業情形,有時如遇委辦之事,亦依照同樣辦理之。

C. 地形科科長如遇與船隻或科員等有關之事,尤須迅速查明。

D. 地形科科長有調製沿海領港, (Coast Pilot) 及航行方向 (Sailing Direction) 表之責。

第六條　製圖科科長　製圖科科長負製繪外業測就或他種新圖之責,所存各圖註解務求新穎,俾得爲一最新之圖。

A. 製圖科科長須調製各種地圖之索引及圖解,如航行之危險地點,港口 (Harbour) 之改良,航海救濟事業之革新 (Changed in Aid to Navigation) 等。

B. 製圖科科長負彫鐫銅版,印刷地圖,及撮影事務之責

C. 製圖科科長須調製航海通告 (Notise to Mariners) 並承局長之命辦理同樣事務。

第七條　(1) 地磁科科長 (Chief of the Division of Terrestrial Nagration) 地磁科科長,負計畫地球吸引力測量之野外作業之實施法則,並指示局中關於審核事宜及研究本科之成績。

A. 地磁科科長於野外作業時,當檢查並指導所屬各股,並審核各股長之報告書是否依照局長之命令,關於事務之精度,是否與計畫相合,並應注意經濟之維持。

B. 地磁科科長於野外作業終了時,須作報告書,詳述所屬各股作業情形,有時如遇委辦之事,亦須依照辦理。

第七條　(2) 潮汐海流科科長(Chief of the Tide and Current)潮汐

海流科科長,負計畫潮汐測量,水流測量,及同等測量之野外作業之實施法則,並指示局中關於審核及研究本科之成績。

A. 潮汐海流科科長於野外作事時,當檢查並指導所屬各股,並審核各股長之報告書,是否依照局長命令,辦理業務之精度,是否與計畫相合,並注意經濟之維持。

B. 潮汐海流科科長於野外作業終了時,須作報告書,詳述所屬各股作業情形,有時如遇委辦之事,亦須依照辦理之。

C. 潮汐海流科科長負調製每年度潮汐表,及水流表之責。

第八條　會計科科長承局長之命,掌理各項測量經費之支出,須將支出細賬,如測量用品,賬單及分配等,呈請局長審核。

A. 依改正憲法 264 條之規定,會計科科長每年度須編造一說明書,由商務部長轉呈國會,詳述上年度大地測量局雇用人員之數額姓名等,及有關財政諸事項,如支出之總額,支款人用途,雇用之時間等,並作一副本呈報大地測量局局長。(卽本局局長)

B. 如遇奉辦他種性質相同之事務,會計科科長須負責辦理之。　　本章完

第二章　文　書

第九條　公文　凡公文逕寄華盛頓大地測量局,或寫明局長者,均逕送達局長,如關於經費之支出,或外業人員對於作業之聲述等,則函面須寫明交何科收,以便迅爲攷核。

A. 各種公函郵件,除關於會計之支出外,局中寄往外業

駐所某職員或傭員,須由科長轉股長或科中之負責人員轉股中負責人員,然後轉交本人。

B.、如外業職員或雇員有向局長有所呈請者,須由股長(或股中負責者)傳達科長,(或科中負責者)然後轉呈局長,而各該科股長於函面,須簽字註明日期或加寫介紹辭或評語。

C. 每一信件限述一事,凡函件較長而關於該事有多方面者,(如將來之建議)則於各段須標明一二三……等字樣,凡公函不准用省略字(Abbreviation)。

第十條　裝運文件　凡關於裝運文件,於裝送各物件之內容,務須詳爲述明,凡書本與記錄簿務須將要目述明,如地形及水形或他種測量之註記與疆界,並同寄之原圖等(Descriptive Report),凡用具亦須將記號與號碼等逐條詳明,除此之外,轉達函件無述他事之必要。

A. 凡轉達用清册,如財產目錄,用具清册,或圖書目錄,用十四號簿册。

B. 凡裝船寄至華盛頓總局者,須用四百十二號簿,且必須作一副本(參看第四七七條)。

第十一條　領款　公款請領用第 $13\frac{1}{2}$ 號式請領單時,隊長必須將第 $13\frac{1}{2}$ 號式之聲請書內之空白填寫,如支出預算及現有金額,至日期則填寫預計可以領到之某日,如認爲款項過大時,須將原聲請退還改塡。

第十二條　賬目之轉移　凡職員之薪金,與伙食等賬由隊長支付者,遇野外作業時調至他股或調局者,用327式信紙呈省(State),詳述該員之賬目,及到新股服務之日期,並須

造一副本,其正本即交本人,而副本即交該員所調往之股長

第十三條　電報　如可以用郵遞者,萬不可用電報,電報辭句簡潔,求對方能明了足矣,地址姓名及簽名須付價,故除必要外,必求簡明,如寫華盛頓沿海測量局局長收 (Director, Coast Survey, Washington.) 可簡寫爲 (D. C. Survey, Washington.) 凡局中職員因公拍電,可不必先交電報費,此等電費由局支付,於公事緊要時,如電報不至延誤者,得拍發夜間電報,第五一一式電報及第511 a信用電報。

第十四條　海底電信　如用海底電信應用陸軍部 (War Department) 或 (Western Unions) 密電,本局海底電信號碼爲 (Coast, Washington.)

第十五條　簽名 (Indorsement) 因公拍發電報,在送往電報局前,必須寫明(大地測量局公電)字樣,(Official business, Coast and Geodetic Survey.) 以別於普通電報,而所簽字樣務求明析。

第十六條　請假電報　關於請假或性質相同等事,用電報不作公電論。

第十七條　電報或無線電費之收據　電報費支出(除第十三條外)電局應照官電價目計算,連同電稿註明何處來電或拍往何處,並于收據上填明字數,電局以事關公務,對於上述事務尤須逐件載明。

(a)　無線電稿無論公私發自大地測量局船上者每月必須呈報華盛頓總局,此等電稿用 619 式(無線電報摘要表)依照表列各條填入。

(B)　私人電報　須錄一副稿,並附所需電費領支單據,呈

奉總局,其電費由總局支款處支付,惟須該人有款可付時爲限。

(C) 每月必須呈送電稿分類簡明表一份。

第十八條　電價　拍發電報遇必須先行繳價而於官電價目不明瞭時,可查電局印就之電報價目單,凡外業人員,因公與總局打長途電話而電話公司收費有錯誤時,該員須依照下列各條(用書信)呈報局長。

打電話之地址

打電話之日期

接線後談話之時間

總局何人接電,

電話公司共計算時間若干,需洋若干。

第十九條　通信處 (Addresses) 住局人員如因公或他事外出,如收到寄給該員之信件電報或快信等,須即通知電局請卽改寄用書信或 432 號式之更改通訊處通知單,此等改寄函件,務須迅爲處置,俾得早日收得。

(a) 爲省力起見,各外業區審查員 (Inspectors) 如有更改測區時,當填一更改地址單,通告華盛頓總局,各職員同樣辦理外,並須通告審查員。

第二十條　掛號信　重要文件如記錄等,須掛號寄遞,並將掛號收條取來(參看"記錄"章)。

第二十一條　禮儀　大地測量局與其他各機關,或對於民衆之公文等件,措辭務求禮雅。並免去個人性質,惟禮儀非獨辭句之恭敬,且須在實質及感情表現也。

附　錄

浙江測量學會章程

第一章　總　則

第一條　本會由測量界同人組織而成定名爲浙江測量學會

第二條　本會以研究測量學術發展測量事業供社會需要爲宗旨

第三條　本會會址暫設於舊藩署二十九號

第二章　會　員

第四條　會員凡具有左列之一者均得爲本會會員

1. 凡在測量專門學校畢業或曾受各種工程測量等教育者
2. 從事測量事務確有測量學識或有志研究測量者
3. 發明測量學術及測量儀器得有正式獎證者
4. 在測量界著有特別成績或撰述及聲譽者
5. 在測量學校肄業時之學生得爲學生會員

第五條　會員有左列各項之義務

1. 有繳納本會各種會費之義務
2. 有担任及維持本會一切應盡之義務

第六條　會員有左列各項之利益

1. 享受本會各項研究之利益
2. 會員有關於測量著述及發明品而無力出版及構造

者得酌量資助之

3.學術上有疑難事項得請本會討論答解

4.得享受本會俱樂部圖書室及其他設備之利益

5.得享受本會介紹職業之利益

第七條　會員有左列各項之一者由本會執監聯席會議議決停止一切權利或除名

1.不守會章者

2.不納會費者

3.藉名招謠者

4.破壞本會名譽者

第三章　組　織

第八條　本會設執行委員五人(內互選主席一人常務委員二人)候補執行委員三人組織執行委員會處理會內一切事務

第九條　本會設監察委員三人候補監察委員二人組織監察委員會監察會內一切事務

第十條　本會暫設總務研究二部(必要時得由執監聯席會議議決增減提交會員大會追認之)受主席及常務委員之指揮分股辦理各部事務每部設主任一人幹事若干人

第十一條　本會得酌設書記若干人。

第十二條　執行委員監察委員由大會投票選擇之各部主任由執監聯席會議選舉各部幹事均於會員中遴選由執行委員聘任俱爲義務職書記由主席提出執監聯席會議通過委任酌給薪資

第十三條　執行委員及監察委員遇缺時由候補委員依次遞補

第十四條　本會組織表如左其細則另定之

- 會員大會
  - 監察委員會
  - 執行委員會
    - 總務部
      - 文書股
      - 庶務股
      - 宣傳股
      - 附設測地通信社
    - 研究部
      - 編輯股
      - 調查股
      - 特種學術研究組

第四章　會　務

第十五條　本會為研究測量學術及發展測量事業研究及辦理左列各項事務

1. 為謀測量學術之進步而為各項專門之研究
2. 為謀測量事業之發展而研究或施行特種測量事業
3. 為社員研究便利及供社會需要而辦理各項測量圖書出版事務
4. 為增進社員測量學術而舉辦各項講習及特種研究
5. 為溝通測量學術而與國內外測地界交換智識及圖書
6. 為謀會員之利益而組織各項救濟娛樂等機關及介紹職業

第五章　會　議

第十六條　會議分下列數種

1.會員大會每年開會二次由執行委員會通函召集

2.執行委員會及監察委員會每月開會一次

3,全體職員聯席會議每二月開會一次

4.遇有特別事故由執監委員開聯席會議議決或全體會員三分之一以上聯署之請求得召集各種臨時會議

以上各項會議如因故不能出席者得函託代表出席或用書面代之

第十七條　大會人數須過正式會員(以會證爲憑)二分之一方得開議會議事件須得出席人數過半數以上方能表決可否如遇同數時則取決於主席

第十八條　各種會議如連續三次無故不列席者應由執行委員會用書面警告之

第六章　選　舉

第十九條　按第三章第十二條本分會執行委員監察委員及候補委員均由會員用雙記名投票法選舉之

第二十條　執行委員監察委員各部主任每年改選一次連選得連任但不得繼續過三次幹事連任不予限制

第二十一條　選舉以票數多者當選如票數相同時以抽籤法定之

第七章　經　費

第二十二條　本會經費分左列數項

1.入會費　會員入會時須繳入會費一元

2.常年費　會員應以每月薪金所得百分之一爲常年

費但至少每年應納常年費二元學生會員得免繳常年費

3.特別捐　會員自由捐認或勸募之

4.介紹捐　會員如由本會介紹職業其所得薪金每月酌收百分之五爲本會經費

第二十三條　本會收支款項每二月須結清公佈一次每年須刊發徵信錄分發各會員以昭大信

第八章　附　則

第二十四條　本會各種辦事細則由執監聯席會議訂定之

第二十五條　本章程如有未盡事宜由大會議決修改之

第二十六條　本章程呈請省政府立案後施行

浙江測量學會

十七年五月至十二月共八個月收支對照表

收方	項目	付方
	收入之部	
28.714	前測量協會餘存洋二十八元七角一分四厘	
153.000	入會費洋一百五十三元	
	會員一百五十三人每人計一元	
	常年費(按月繳納)	
74.816	五月份計洋七十四元八角一分六厘	
74.816	六月份計洋七十四元八角一分六厘	
74.816	七月份計洋七十四元八角一分六厘	
74.456	八月份計洋七十四元四角五分六厘	
74.111	九月份計洋七十四元一角一分一厘	
75.482	十月份計洋七十五元四角八分二厘	
75.192	十一月份計洋七十五元一角九分二厘	
75.078	十二月份計洋七十五元零七分八厘	
	(按年繳納)	
23.000	五月至十二月計洋二十三元	
	支出之部	
	五月份支洋十二元	12.000
	六月份支洋八十六元二角九分二厘	86.292
	七月份支洋二十六元七角五分六厘	26.756

	八月份支洋二十四元零九分六厘	24.096
	九月份支洋二十五元九角二分二厘	25.922
	十月份支洋十八元五角四分四厘	18.544
	十一月份支洋一百十五元三角	115.300
	十二月份支洋十六元四角四分一厘	16.441
	結　　餘	478.130
803.481		803.481

浙江測量學會

十七年五月至十二月共八個月會費收入表

會員	摘要	入會費	常年費	總計
楊震東	入會費一元常年費薪金百分之一月計七角五分	1.000	6.000	7.000
傅延昶	同上	1.000	6.000	7.000
汪超	同上	1.000	6.000	7.000
王偉	同上	1.000	6.000	7.000
邵椿林	同上	1.000	6.000	7.000
王文照	入會費一元常年費薪金百分之一五月至九月每月七角五分十月至十二月每月一元三角五分	1.000	7.800	8.800
裘翰興	同上 月計一元七角	1.000	13.600	14.600
詹緝熙	同上 月計七角五分	1.000	6.000	7.000
趙典潤	同上	1.000	6.000	7.000
曹謨	同上 月計一元三角五分	1.000	10.800	11.800
丁世績	同上 月計七角五分	1.000	6.000	7.000
錢方芝	同上	1.000	6.000	7.000
沈文勳	同上 月計六角	1.000	4.800	5.800
吳仙希	同上	1.000	4.800	5.800
吳經	同上 月計七角五分	1.000	6.000	7.000
黃成	同上 月計六角	1.000	4.800	5.800
鄭籍輝	同上	1.000	4.800	5.800
儲才	同上 月計七角五分	1.000	6.000	7.000
年昌齡	同上 月計八角六分四厘	1.000	6.912	7.912

曾崇傑	同　上　月計七角五分	1.000	6.000	7.000
薛尚智	同　上　月計六角	1.000	4.800	5.800
劉錦霞	同　上　月計一元三角五分	1.000	10.800	11.800
葉紹李	同　上　月計七角五分	1.000	6.000	7.000
邵　桐	同　上　月計一元三角五分	1.000	10.800	11.800
蔣一德	同　上　月計六角	1.000	4.800	5.800
陳　權	同　上　月計一元三角五分	1.000	10.800	11.800
孟喜來	入會費一元常年費自認薪金百分之一五月至八　每　四角八分九月六角六分十月至十二　每　七角五分	1.000	4.830	5.830
詹鼎新	同　上　月計六角	1.000	4.800	5.800
陳　彬	同　上	1.000	4.800	5.800
尹錫珍	同　上　五月至九月每月六角十月至十二月每月七角五分	1.000	5.250	6.250
姜兆熊	同　上五月至八　每　四角八分九月五角六分十月至十二　每月六角	1.000	4.280	5.280
劉爾鑅	同　上　月計六角	1.000	4.800	5.800
來敬德	同　上　五月至十月每月六角十一月一角	1.000	3.700	4.700
宋　文	同　上　月計七角五分	1.000	6.000	7.000
徐禮耕	同　上	1.000	6.000	7.000
王文熙	同　上　月計二元三角	1.000	18.400	19.400
朱　仁	同　上　月計七角五分	1.000	6.000	7.000
朱競存	同　上	1.000	6.000	7.000
龔啓傳	同　上　月計六角	1.000	4.800	5.800
陶端方	同　上	1.000	4.800	5.800
蔡秉長	同　上　月計一元七角	1.000	13.600	14.600
解祖恭	同　上	1.000	13.600	14.600
阮延闓	同　上　月計六角	1.000	4.800	5.800

王沛壽	同	上 月計七角五分	1.000	6.000	7.000
左華鑑	同	上 月計一元三角五分	1.000	10.800	11.800
林壽銘	同	上 五月至八月每月三角二分九月三角八分七厘十月至十二月每月四角二分	1.000	2.927	3.927
兪 愈	同	上 月計七角五分	1.000	6.000	7.000
郭耀騎	同	上 五月至八月三角二分九月三角八分七厘十月至十二月每月四角二分	1.000	2.927	3.927
石榮文	同	上 月計七角五分	1.000	6.000	7.000
楊錦章	同	上	1.000	6.000	7.000
蘇德厚	同	上	1.000	6.000	7.000
楊景瀾	同	上 月計七角五分	1.000	6.000	7.000
吳振鏘	同	上	1.000	6.000	7.000
馮藻卿	同	上	1.000	6.000	7.000
夏耀宗	同	上 月計六角	1.000	4.800	5.800
王 滿	同	上 月計四角二分	1.000	3.360	4.360
卞文耀	同	上	1.000	3.360	4.360
阮秉章	同	上	1.000	3.360	4.360
王青雲	同	上 月計三角二分	1.000	2.560	3.560
顧 琪	同	上 五月至八月每月三角二分九月三角八分七厘十月至十二月每月四角二分	1.000	2.927	3.927
江坤烈	同	上 月計三角二分	1.000	2.560	3.560
廣葭生	同	上 五月至八月每月二角二分四厘九月二角八分八厘十月至十二月每月三角二分	1.000	2.144	3.144
舒展海	同	上 五月至十一月止每月二角二分四厘	1.000	1.568	2.568
王培基	同	上 月計二角二分四厘	1.000	1.792	2.792
解紹棟	同	上 月計三角二分	1.000	2.560	3.560
商仲因	同	上 月計六角	1.000	4.800	5.800
兪印勳	同	上 月計四角二分	1.000	3.360	4.360

馬飛楊	同	上　月計七角五分	1.000	6.000	7.000
何國俊	同	上	1.000	6.000	7.000
黃一宇	同	上　月計六角	1.000	4.800	5.800
顏聖介	同	上	1.000	4.800	5.800
李振朝	同	上　月計四角二分	1.000	3.360	4.360
奚繼濱	同	上　月計一元三角五分	1.000	10.800	11.800
王承志	同	上　五月至七月每月一元三角五分八月九角九分	1.000	5.040	6.040
丁　琮	同	上　五月至八月每月六角九月二角	1.000	2.600	3.600
王惧韶	同	上　月計七角五分	1.000	6.900	3.600
陳亞範	同	上	1.000	6.000	7.000
吳　英	同	上　月計一元三角五分	1.000	10.800	11.800
聞　韶	同	上　月計七角五分	1.000	6.000	7.000
周國夔	同	上　五月至八月止月計六角	1.000	2.400	3.400
江　傑	同	上　月計六角	1.000	4.800	5.800
張頌楠	同	上　月計七角五分	1.000	6.000	7.000
方萬里	同	上	1.000	6.000	7.000
李濟春	同	上　月計六角	1.000	4.800	5.800
王繼乾	同	上　五月至八月每月四角八分九月五角六分十月至十二月每月六角	1.000	4.280	5.280
周　達	同	上　五月至八月每月四角二分九月五角四分十月至十二月每月六角	1.000	4.020	5.020
錢王偉	同	上　月計七角五分	1.000	6.000	7.000
沈　成	同	上	1.000	6.000	7.000
樓敬烈	同	上	1.000	6.000	7.000
徐翊民	同	上	1.000	6.000	7.000
王　剛	同	上　月計六角	1.000	4.800	5.800

張祖栻	同　上　月計六角	1.000	4.800	5.800
吳越材	同　上　五月至八月每月六角九月四角八分十月至十二月每月四角二分	1.000	4.140	5.140
査濟澄	同　上　月計六角	1.000	4.800	5.800
張家麒	同　上　五月至八月每月四角八分九月五角六分十月至十二月每月六角	1.000	4.280	5.280
兪冠華	同　上　月計四角二分	1.000	3.360	4.360
陳家杰	同　上　月計七角五分	1.000	6.000	7.000
陳日璋	同　上	1.000	6.000	7.000
王德浚	同　上　月計六角	1·000	4.800	5.800
胡熙臣	同　上　月計七角五分	1.000	6.000	7.000
戴厚沐	同　上	1.000	6.000	7.000
斯　淦	同　上　月計六角	1.000	4.800	5.800
吳振鵬	同　上　月計七角五分	1.000	6.000	7.000
章允時	同　上九月四角十月至十二月每月六角	1.000	2.209	3.200
王鵬翔	同　上　九月二角八分十月至十二月每月四角二分	1.000	1.540	2.540
楊一民	同　上　九月二角八分十月至十二月每月四角二分	1.000	1.540	2.540
方　城	同　上　十一月二角一分十二月四角二分	1.000	630	1.630
閔光祖	入會費一元自認常年費每年二元	1.000	2.000	3.000
羅少秋	同　上　每年四元	1.000	4.000	5.000
程　秉	同　上　每年二元	1.000	2.000	3.000
程祖蔭	同　上	1.000	2.000	3.000
吳　模	同　上	1.000	2.000	3.000
于少甫	同　上　每年六元	1.000	6.000	7.000
于馥生	同　上　每年五元	1.000	5.000	6.000
沈子元		1.000		1.000

吳孫繩	1,000	1,000
吳德化	1,000	1,000
孫奎伯	1,000	1,000
孫虎臣	1,000	1,000
章斐成	1,000	1,000
方宏遠	1,000	1,000
王禎祥	1,000	1,000
周紹奎	1,000	1,000
吳象泰	1,000	1,000
葉志翔	1,000	1,000
陳崇浩	1,000	1,000
陳崇本	1,000	1,000
陳　鶴	1,000	1,000
陳　亮	1,000	1,000
駱　賢	1,000	1,000
鄭之才	1,000	1,000
徐璧人	1,000	1,000
徐月春	1,000	1,000
徐德成	1,000	1,000
徐宏遠	1,000	1,000
徐潤生	1,000	1,000
斯沛然	1,000	1,000
呂朝樞	1,000	1,000
童思浩	1,000	1,000

秦鈞棠	1,000	1,000
蔣品荷	1,000	1,000
顧　鼎	1,000	1,000
許靜芝	1,000	1,000
董育青	1,000	1,000
楊哲昌	1,000	1,000
喻哲文	1,000	1,000
陸邦彥	1,000	1,000
吳道隆	1,000	1,000
來　楞	1,000	1,000
來祿燕	1,000	1,000
董開章	1,000	1,000
來升泰	1,000	1,000
毛繼輪	1,000	1,000

浙江測量學會

十七年五月至十二月共八個月支出日計賬

月	日	項目	收據編號	摘要	金額	總計
5	4	辦公費	1	信封一百個	400	
,,	,,			郵票六十份	600	
5	12	雜費		香烟三听	1.000	
,,	28	,,	2	廣告費二次測量協會改組徵求會員	9.000	
,,	30	辦公費	3	長方印二個	740	
,,	,,	,,		黃紙二張	050	
,,	,,	,,		洋釘鉛絲	030	
,,	,,	,,		複寫紙六張	180	12.000
6	1	雜費		香烟三聽	1.000	
,,	,,	,,		茶葉	162	
,,	,,	,,	4	廣告費徵求會員	4.000	
,,	,,	,,		國旗三組	600	
,,	,,	辦公費	5	紙張	4.480	
,,	,,	雜費		紅頭繩	050	
,,	1	,,		香烟三听	1.000	
,,	26	辦公費		郵票一元	1.000	
,,	,,	旅費	7	王裘二代表出席總會來往旅費	20.000	
,,	,,	津貼	8	津貼總會四十元	40.000	
,,	,,	,,	9	津貼張事務員	10.000	

6	26	津　貼	10	津貼在學會服務夫役	4,000	86,292
7	2	辦公費	11	紙張	3,472	
,,	3	雜　費		紙夾六個	320	
,,	5	,,		洋油	070	
,,	,,		12	茶葉一斤	800	
,,	,,			圖釘一盒	070	
,,	13	雜　費		洗臺布	164	
,,	26	,,	13	鋘櫃二個	2,100	
,,	,,	,,		修理籐椅四張	320	
,,	,,	辦公費	14	臘紙一筒	2,500	
,,	31	津　貼	15	津貼張事務員	10,000	
,,	,,	,,	16	津貼在學會服務夫役	4,000	
,,	,,	辦公費	17	紙張	2,940	26,756
8	2	雜　費	18	茶葉一斤	800	
,,	,,	,,		青蓮洋大肥皂	136	
,,	3	,,	19	洗面手巾	440	
,,	,,	,,	,,	面盆一個	420	
,,	,,	,,		香烟三聽	1,000	
,,	7	,,		郵票一元	1,000	
,,	17	報　費	20	民聲浙民三五國民商報民國六種報	6,300	
,,	31	津　貼	21	津貼張事務員	10,000	
,,	,,	,,	22	津貼在學會服務夫役	4,000	24,096
9	19	雜　費		廣東測地協會領辭裱工	246	
,,	,,	,,	23	廣東測地協會領辭鏡框	1,000	

9	19	雜　費		香烟三聽	1.000	
,,	,,	,,	24	茶葉半斤	800	
,,	24	,,		修籐椅	246	
,,	26	節　費		印刷文件傳遞函件兵夫節賞費	8.000	
,,	30	辦公費	25	紙張費	630	
,,	,,	津　貼	26	津貼張事務員	10.000	
,,	,,	,,	27	津貼在會服務夫役	4.000	25.922
10	12	辦公費	28	藥水紙五對印會務報告用	400	
,,	14	雜　費		香烟三聽	1.000	
,,	20	雜　費		書釘一盒	280	
,,	30	津		津貼張事務員	10.000	
,,	,,	,,		津貼在學會服務夫役	4.000	
,,	31	辦公費	29	紙張費	2.864	18.544
11	5			付印測量雜誌定費	100.000	
,,	18	,,		毛筆一枝	140	
,,	,,	,,		藥水紙一對	160	
,,	29	雜　費		郵票一百份	1.000	
,,	30	津	30	津貼張事務員	10.000	
,,	,,	,,	31	津貼在學會服務夫役	4.000	115.300
12	14	雜　費		郵花十分	100	
,,	30	津	36	津貼張事務員	10.000	
,,	,,	,,	37	津貼在學會服務夫役	4.000	
,,	31	雜　費	32	茶葉四兩	400	
,,	,,	,,		洋火一匣	053	

,,	,,	,,	33	前測量協會木戳費	1.020	
,,	,,	,,	34	學會木戳	560	
,,	,,	辦公費	35	紙張	308	16.441

（五 月 至 十 二 月）

共支付洋三百二十五元三角五分一厘　325.351

會 計 奚 繼 濂 丁 世 續 報 告

浙江測量學會

十八年一月至八月共八個月收支對照表

收入之部

收方	項目	付方
478.130	前表餘存計洋四百七十八元一角三分	
1.000	入會費一元	
	常年費(按月繳納)	
74.314	十八年一月份計洋七十四元三角一分四厘	
74.328	二月份計洋七十四元三角二分八厘	
75.700	三月份計洋七十五元七角	
76.224	四月份計洋七十六元二角二分四厘	
76.224	五月份計洋七十六元二角二分四厘	
76.326	六月份計洋七十六元三角二分六厘	
76.354	七日份計洋七十六元三角五分四厘	
78.780	八月份計洋七十八元七角八分	
	按年繳納	
27.000	一月至八月共計洋二十七元	
20.000	靑白印刷社罰洋二十元	
	支出之部	
	一月份支洋十四元三角零八厘	14.308
	二月份支洋十五元四角二分八厘	15.428
	三月份支洋十六元五角四分八厘	16.548

	四月份支洋九元二角一分六厘	9.216
	五月份支洋十六元六角七分七厘	16.677
	六月份支洋五元二角七分一厘	5.271
	七月份支洋五元	5.000
	八月份支洋七元六角	7.600
1134.380	總　　結	90.048
1043.900	結　　餘	

浙江測量學會

十八年(一二三四五六七八)八個月會費收入表

姓　名	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	總　計
王雍皞	2.300	同左	同左	同左	同左	同左	同左	2.4	18.500
奚繼漢	1.350	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	10.800
商敬宗	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4.800
王埴韶	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
裘翰興	1.700	,;	,,	,,	,,	,,	,,	,,	13.600
曹　謨	1.350	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	10.800
吳　英	1.350	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	10.800
閒　韶	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
汪　超	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
陳家杰	750	,,	,,	,;	,,	,,	,,	800	6.050
張頌楠	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
沈　成	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
陳日璋	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
方萬里	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6,050
樓敬烈	250	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
吳振鵬	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
徐翊民	750	,;	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
戴厚沐	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
錢王偉	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050

王　剛	600	同左	同左	同左	同左	同左	同左	同左	4·800
張祖栻	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
査濟澄	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
王德洨	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
江　傑	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
王繼乾	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
張家麒	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
周　達	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
吳越材	420	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	3,360
俞冠澤	420	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	3,360
蔡乘長	1,700	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	13,600
陳　權	1,350	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	10,800
王文照	1,350	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	10,800
年昌齡	864	,,	1,080	,,	,,	,,	,,	,,	8,208
朱　仁	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6·050
儲　才	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6,050
孟喜來	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6,050
馬飛揚	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6,050
陳亞範	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6,050
尹錫珍	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6,050
何國俊	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6,050
葉紹李	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6,050
饒方芝	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6,050
宋　文	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6,050

曾崇傑	750	同左	同左	同左	同左	同左	同左	800	6,050
吳　經	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6,050
朱競存	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6,050
黃一宇	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
裘啓傳	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
鄭觴輝	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
顏璺介	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
斯　淦	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
王　成	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
孫　塨			520	600	,,	,,	,,	,,	3,520
沈文勳	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
吳仙希	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
姜兆熊	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
詹鼎新	600	,,	75	,,	,,	,,	,,	800	5,750
章允時	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
薛尙智	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
陳　彬	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
蔣一德	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4,800
李振朝	420	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	3,360
俞印勒	420	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	3,360
王鵬翔	420	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	3,360
郭廷珍	140	420	,,	,,	,,	,,	,,	,,	3,080
解祖恭	1,700	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	13,600
左華鑑	1,350	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	10,800

劉錦霞	1.350	同左	同左	同左	同左	同左	同左	同左	10.800
邵　桐	1.350	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	10.800
石榮文	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
楊錦章	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
蘇德厚	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
楊震東	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
趙典潤	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
徐福耕	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
王　偉	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
王沛壽	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
詹緝熙	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
丁世績	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
吳振鏘	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
馮藻卿	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
邵椿林	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
俞　愈	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6.050
夏耀宗	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4.800
劉爾鑅	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4.800
陶端方	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4.800
阮延藺	600	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	4.800
王　湛	420	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	3.360
卞文耀	420	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	3.360
阮秉章	420	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	3.360
郭耀騏	420	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	3.360

顧琪	420	同左	同左	同左	同左	同左	同左	同左	3,360
林壽銘	420	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	3,360
方城	420	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	3,360
王育雲	320	,,	420	,,	,,	,,	,,	,,	3,160
江坤烈	320	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	2,560
解紹棟	320	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	640
虞葭生	320	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	2,560
王培基	224	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	1,792
諸人傑			325	750	,,	,,	,,	800	4,125
陶恆			180	200	,,	,,	,,	,,	1,180
馮樹軍						102	256	,,	614
方聖智								420	420
傅延昶	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6,050
楊景瀾	750	,,	,,	,,	,,	,,	,,	800	6,050
郁士劍			200	,,	,,	,,	,,	,,	1,200
朱純熙			半年會費		十二元				12,000
丁公龕			常年會費		五元				5,000
吳象泰		十七年 十八年	常年會費		十 元				10,000
楊鶴齡			入會費		一元				1,000

浙江測量學會

十八年一月至八月支出計賬

月	日	項目	收據編號	摘要	金額	總計
1	5	辦公費	1	雞狼毫一支	308	
,,	,,	津貼	2	津貼張事務員	10,000	
,,	,,	,,	3	津貼在學會服務夫役	4,000	14,308
2	9	報費	4	報紙力洋	1,428	
,,	23	津貼	5	津貼張事務員	10,000	
,,	,,	,,	6	津貼在學會服務夫役	4,000	15,428
3	8	雜費		香烟茶葉	1,000	
,,	16	,,		洋油	053	
,,	,,	津貼	7	津貼袁事務員	10,000	
,,	,,	,,	8	津貼在學會服務夫役	4,000	
,,	,,	雜費		香烟	1,000	
,,	,,	辦公費	9	紙張	465	16,548
4	7	,,		郵票	166	
,,	,,	津貼	10	津貼袁事務員半月	5,000	
,,	,,	,,	11	津貼在學會服務夫役	4,000	
,,	,,	雜費		洋火	050	9,216
5	20	,,		貼水	017	
,,	,,	,,	12	茶葉	880	
,,	,,	雜誌費	13	青白印刷社	7,780	

,,	,,	,,	14	訂費	4.000	
,,	,,	津　貼	15	津貼在學會服務夫役	4.000	16.677
6	2	雜　費		洋火	050	
,,	25	,,	11	白鐵茶壺	520	
,,	,,	,,	17	電泡	640	
,,	,,	,,		掃帚	061	
6	25	津　貼	18	津貼在學會服務夫役	4.000	5.271
7	30	雜　費	17	茶葉筆墨	1.000	
,,	,,	津　貼	20	津貼在學會服務夫役	4.000	5.000
8	31	報　費	21	報紙力洋	3.600	
,,	,,	津　貼	22	津貼在學會服務夫役	4.000	7.600
				（一月至八月）		
				共支付洋九十元零四分八厘	90.048	90.048

測量雜誌勘誤表

頁數	行數	字數	誤	正	附註
8	12	8	遣		遣字不要
14	6	14	繍	念	
18	8	16—17	教育	工商	
18	15	6	ó	e	
20	5	4—9	測量全國陸地	全國陸地測量	
30	4	12—13	計畫	控制系之擴展	接于種字下計畫二字不要
30	6—7	英文	Skeleto-nform	Skeletn-form	
30	23	7—8	信，雖	信，研究雖	添研究二字
31	9—10	英文	firsto-rder	first-order	
35	16	1—7	一等或二等三角	一等三角	去或二等三字
35	17		1/500000	1/1000000二等不得超過1/500000	
35	19	2	R	R_1	
35	20	11—13	100		
35	20	21—23	150		
135	9	7—8	與電	與配電	添配字
116	16	3	傾	頓	
118	19	6—7	大，其	大，並附有子午測微器，其	
124	6	2	綱	網	
124	20	6—29	H……………利		此段應去
126	12	14	過	邊	
128	6	7	幣	敝	
128	19	2	按	接	
136	5	8	記	糖	
154	14	20	(S…r b…s	(S…r b…s)	添括弧除去
164	3	1—6	計算法之研究		應改二號大字
166	14	2	大洲小	大小	洲字不要
167	11		H…d………	H…d (1)…………	
167	12		H…d………	H…d (2)…………	
168	9		2967	296.7	加小數點
168	10		2974	297.4	” ” ” ”
171	2	12	圓球體	圓體	球字不要
171	14	15	鉅	距	
172	22	8	紐	扭	
173	2	19	之。	之）。	添括弧除去
173	11	14—15	(弧秒。)	(弧秒)。	
173	19	20	Fla	Fla,	加點
174	7	5—6	距甚	距離甚	添離字

浙江測量雜誌

第一卷　第一期

民國十九年一月三十日出版

每册定價大洋六角

全年二期預定僅收大洋壹元郵費在內

編輯者　浙江測量學會
杭州市舊藩署二十九號

發行者　浙江測量學會

印刷者　科學印刷所
上海慕爾鳴路一二二號

代售處　中國科學公司
上海慕爾鳴路一二二號

杭州集益合作書局
杭州市三元坊大街

各省陸軍測量局

浙江測量學會重要職員表