御製數理精藴下編卷二十四

體部二

帶縱較數立方

帶縱和數立方 勾股法四條附

帶縱較數立方

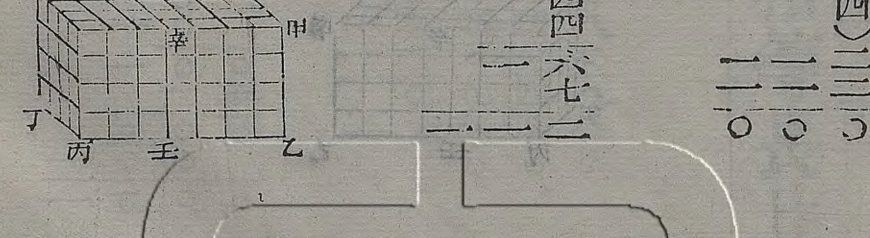
帶縱立方者。兩兩等邊長方體積也。高與闊相等。惟長不同者。爲帶一縱立方。長與闊相等。而皆比高多者。則爲帶兩縱相同之立方。至於長與闊與高皆不等者。則爲帶兩縱不同之立方。開之之法。大槩與立方同。秖有帶縱之異耳。其帶一縱之法。如以高與闊相等惟長不同爲問者。則以初商爲高與闊。以之自乘。又以初商加縱數爲長。以之再乘。得初商積。至次商以後。亦有三方廉三長廉一小隅。但其一方廉附

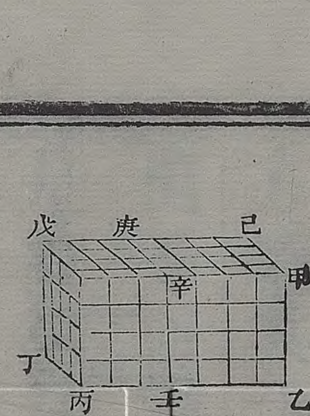
於初商積之方面者即初商數其二方廉附於初商積之長面者則帶縱也其二長廉附於初商積之方邊者即初商數其一長廉附於初商積之長邊者則帶縱也其帶兩縱相同之法如以長與闊相等皆比高多爲問者則以初商加縱數爲長與闊以之自乘又以初商爲高以之再乘得初商積至次商以後其一方廉附於初商積之旁面者則帶兩縱其二方廉附於初商積之正面者則帶一縱也其一長廉附於初商積之高邊者即初商數其二長廉附於初商積之長闊兩邊者則各帶一縱也其帶兩縱不同之法如以闊比高多長比闊又多爲問者則以初商爲高又以初商加闊縱爲闊與高相乘又加長縱爲長以之再乘得初商積至次商以後其一方廉附於初商積之正面者則帶兩縱其二方廉附於初商積之旁面者則一帶闊縱一帶長縱也其一長廉附於初商積之高邊者即初商數其二長廉附於初商積之長闊兩邊者則各帶一縱也惟小隅則無論帶一縱兩縱皆各以所商之數自乘再乘成一小正方其每

邊之數。即三方廉之厚。亦即三長廉之闊與厚焉。凡有幾層廉隅。皆依次商之。例遞析推之法。雖不一。要皆本於正方而後加帶縱。故凡商出之數。皆為小邊。方體共十二邊。若帶一縱。或帶兩縱。相同者。則八邊相等。四邊相等。若帶兩縱不同者。則每四邊各相等。是故得其一邊。加入縱多。即得各邊也。

設如帶一縱立方積一百一十二尺。其高與闊相等。長比高闊多三尺。問高闊長各幾何。

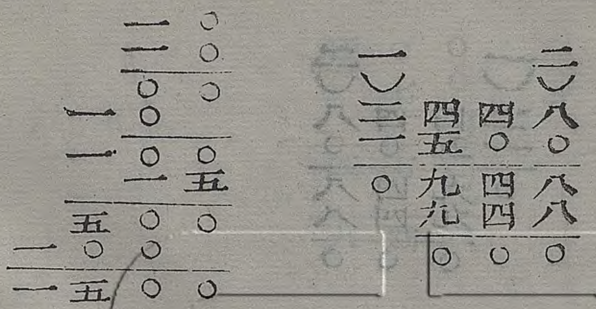
法列積如開立方法商之。其積一百一十二尺。止可商四尺。乃以四尺書於原積一一二尺之上。而以所商四尺為高與闊。因高與闊等。故四尺即方之高與闊也。加縱多三尺。得七尺為長。即以高與闊四尺自乘。得一十六尺。又以長七尺再乘。得一百一十二尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱四尺。加縱多三尺。得七尺。即立方之長也。如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積一百一十二尺。其甲乙為





高甲己爲闊。己戊爲長。甲乙甲己俱四尺。己戊爲七尺。己戊比己庚多三尺。即所帶之縱。甲乙壬辛庚己正方形。即初商之正方積。庚辛壬丙丁戊扁方形。即帶縱所多之扁方積也。葢因此法高與闊俱止一位。其積止一位之積。故初商所得即高與闊之邊。加入縱多即爲長邊也。凡有帶一縱無次商者。依此法開之。

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺。其高與闊相等。長比高闊多五尺。問高闊長各幾何。



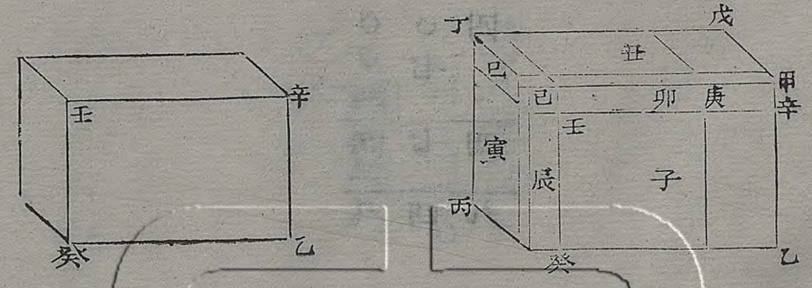
法列積如開立方法商之。其二千尺爲初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積二千尺之上。而以所商十尺爲初商之高與闊。加縱多五尺得十五尺爲初商之長。即以初商之高與闊十尺自乘得一百尺。又以初商之長十五尺再乘得一千五百尺。書於原積之下。相減餘九

二八〇 八八〇
四〇 四四〇
四五 九九〇
二三 〇

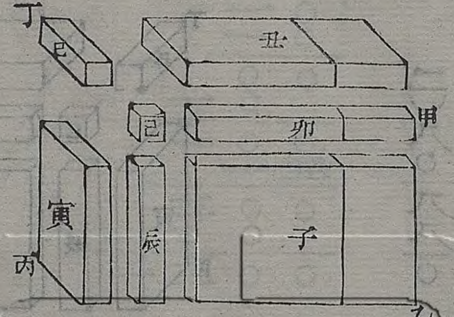
百四十八尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之高與闊十尺自乘。得一百尺。此一方廉初商數也。又以初商之高與闊十尺。與初商之長十五尺相乘。得一百五十尺。倍之得三百尺。加倍爲帶縱兩方廉卽初商加縱多也。兩數相併。得四百尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積九百四十八尺。足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。而以初商之高與闊十尺倍之。得二十尺。

〇〇四 四二八
〇七 七四
四 四九

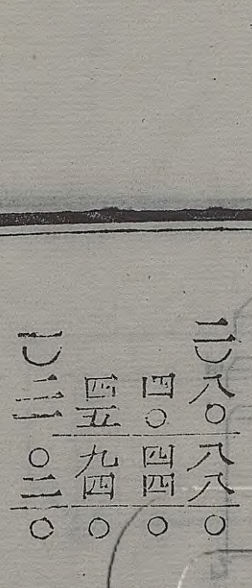
此兩長廉初商數也。與初商之長十五尺相併。此帶縱一長廉也。得三十五尺。以次商之二尺乘之。得七十尺。爲次商三長廉面積。又以次商之二尺自乘。得四尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四百七十四尺。爲廉隅共法。以次商之二尺乘之。得九百四十八尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱一十二尺。加縱多五尺。得一十七

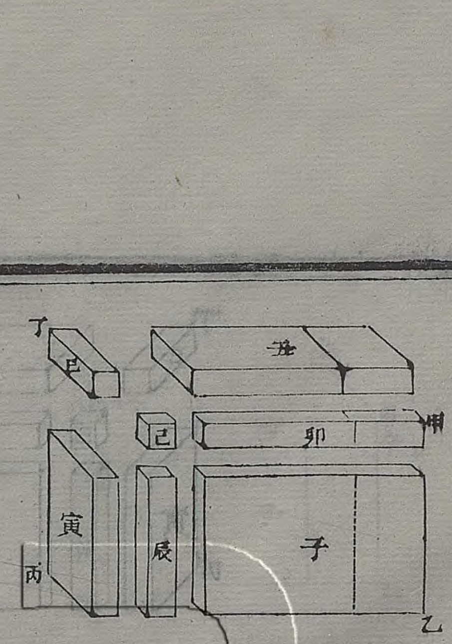


尺。卽立方之長也。如圖甲乙丙丁長方
體形容積二千四百四十八尺。其甲乙
高甲戊闊皆十二尺。甲己長十七尺。甲
己比庚己所多甲庚五尺。卽縱多之數。
其從一角所分辛乙癸壬長方體形。壬
癸與辛乙皆十尺。卽初商數。壬辛十五
尺。卽初商加縱多之數。辛乙癸壬長方
積一千五百尺。卽初商自乘又以初商
加縱多再乘之數。所餘子形丑形寅形



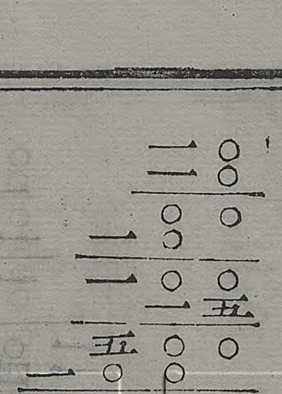
爲三方廉。其中寅形爲一正方廉。每邊
十尺。卽初商數。子形丑形爲二長方廉。
每闊十尺。長十五尺。其長比闊多五尺。
卽縱多之數。其厚皆二尺。卽次商數。卯
形辰形巳形爲三長廉。其辰形巳形皆
長十尺。卽初商數。卯形比辰形巳形皆
長五尺。卽縱多之數。其闊與厚皆二尺。
亦卽次商數。其巳形一小正方體爲隅。
其長闊與高皆二尺。亦卽次商數。合子

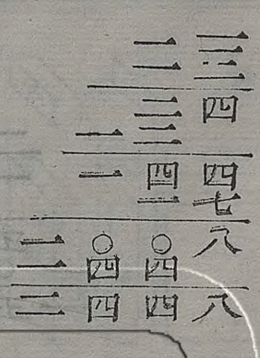




丑寅三方廉。卯辰巳三長廉。巳一小方隅。共成一磬折體形。附於初商長方體之三面。而成甲乙丙丁之總長方體積也。三商以後皆倣此遞析開之。

又法以初商積二千尺書於原積二千尺之上。而以所商十尺爲初商之高與闊加縱多五尺。得十五尺爲初商之長。即以初商之高與闊十尺自乘。得一百尺。又以初商之長十五尺再乘。得一千五百尺。書於原積之下相減餘九百四十八尺爲次商積。乃以初商之高與闊十尺自乘。得一百尺。又以初商之高與闊十尺與初商之長十五尺相乘。得一百五十尺。倍之得三百尺。兩數相併得四百尺爲次商三方廉面積。以除次商積九百四十八尺足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。合初商次商共一十二尺爲初商次商之高與闊。加

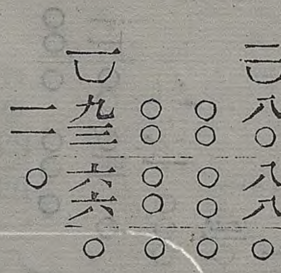


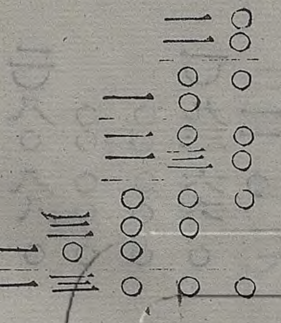


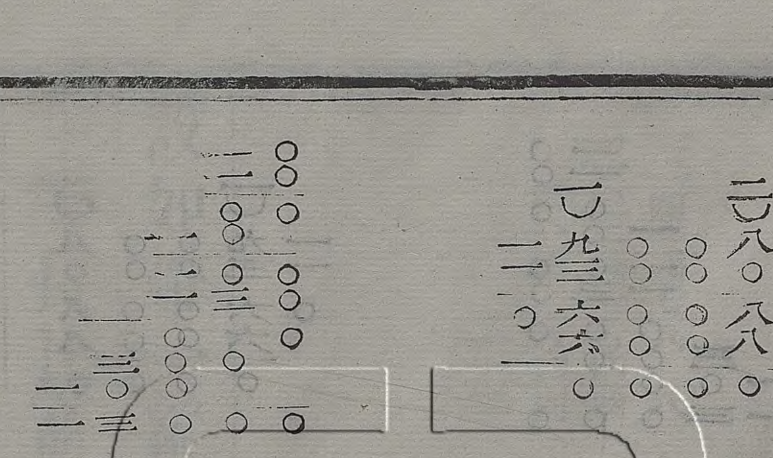
縱多五尺。得十七尺。為初商次商之長。乃以初商次商之高與闊十二尺自乘。得一百四十四尺。又以初商次商之長十七尺再乘。得二千四百四十八尺。與原積相減恰盡。即知立方之高與闊俱十二尺。其長為十七尺也。

設如帶一縱立方積一萬九千零八寸。其高與闊相等。長比高闊多一百二十寸。問高闊長各幾何。

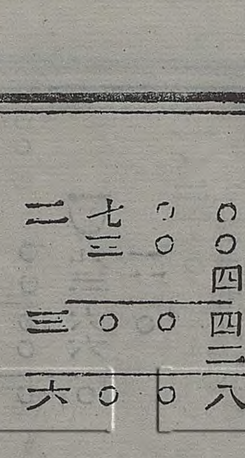
法列積如開立方法商之。其一萬九千寸為初商積。可商二十寸。則以二十寸為高與闊。加縱多一百二十寸。得一百四十寸為長。即以高與闊二十寸自乘。得四百寸。又以長一百四十寸再乘。得五萬六千寸。大於原積二倍有餘。乃退商十寸。書於原積九千寸之上。而以所商十寸為初商之高與闊。加縱多一百二十寸得一百三十寸為初商之長。乃以初商之高與闊十寸自乘。得一百寸。



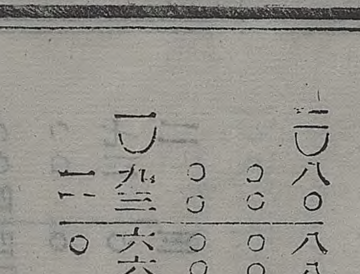




又以初商之長一百三十寸再乘。得一萬三千十寸。書於原積之下。相減餘六千零八寸。為次商廉隅之共積。乃以初商之高與闊十寸自乘。得一百寸。又以初商之高與闊十寸。與初商之長一百三十寸相乘。得一千三百寸。倍之得二千六百寸。兩數相併。得二千七百寸。為次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積六千零八寸。是二寸。則以二寸書於原

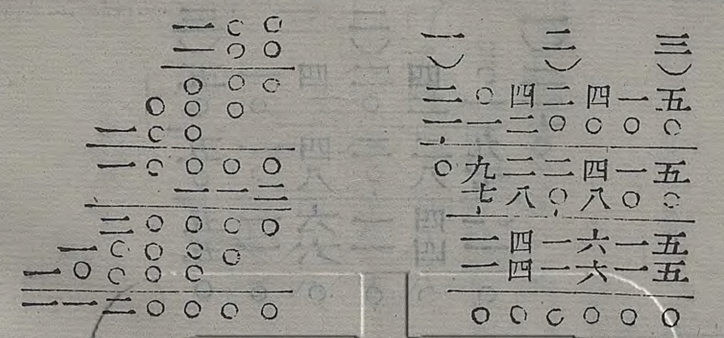


積八寸之上。而以初商之高與闊十寸。倍之得二十寸。又與初商之長一百三十寸相併。得一百五十寸。以次商之二寸乘之。得三百寸。為次商三長廉面積。又以次商之二寸自乘。得四寸。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三千零四寸。為廉隅共法。以次商之二寸乘之。得六千零八寸。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高與

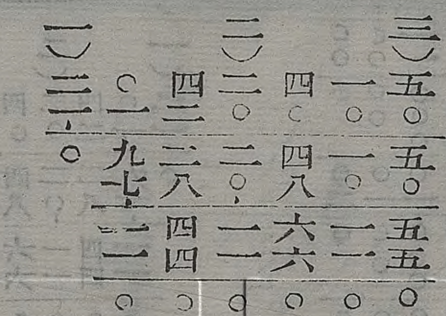


闊俱十二寸。加縱多一百二十寸。得一百三十二寸。即立方之長也。此法因帶縱甚大。按立方例。所得初商數並加縱多。所得初商積必大於原積幾倍。依次漸取小數開之。又至甚煩。故約略其分退商之。至商出之積比原積微小而後可。是則帶縱立方立法之最難者也。

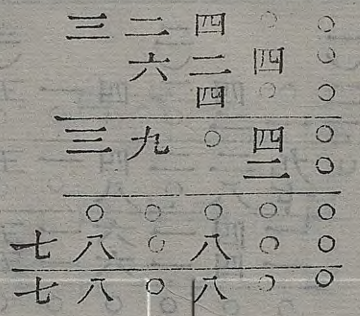
設如帶一縱立方積二丈零四十二尺四百一十五寸。其高與闊相等。長比高闊多一尺二寸。問高闊長各幾何。



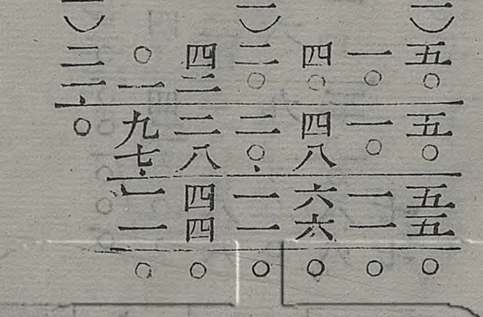
法列積如開立方法商之。其二丈為初商積。可商一丈。乃以一丈書於原積二丈之上。而以所商一丈為初商之高與闊。加縱多二尺二寸。得一丈一尺二寸。為初商之長。即以初商之高與闊一丈自乘。仍得一丈。又以初商之長一丈一尺二寸再乘。得一丈一百二十尺。書於原積之下。相減餘九百二十二尺四百



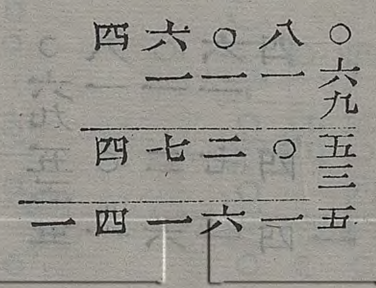
一十五寸。為次商廉隅之共積。乃以初商之高與闊一丈作一十尺。自乘得一百尺。又以初商之長一丈一尺二寸。作一十一尺二寸。與初商之高與闊一十尺相乘。得一百一十二尺。倍之得二百二十四尺。兩數相併得三百二十四尺。為次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積九百一十二尺。足二尺。則以二尺書於原積二尺之上。而以初商之高與



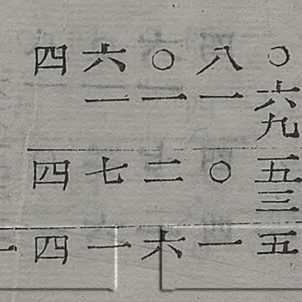
闊一十尺。倍之得二十尺。與初商之長一十一尺二寸相併得三十一尺二寸。以次商之二尺乘之。得六十二尺四十寸。為次商三長廉面積。又以次商之二尺自乘得四尺。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三百九十尺四十寸。為廉隅共法。以次商之二尺乘之。得七百八十尺八百寸。書於餘積之下。相減仍餘一百四十一尺六



百一十五寸卽一十四萬一千六百一十五寸爲三商廉隅之共積其初商次商所得之一丈二尺爲高與闊加縱多一尺二寸得一丈三尺二寸爲長乃以初商次商之高與闊一丈二尺作一百二十寸自乘得一萬四千四百寸又以初商次商之長一丈三尺二寸作一百三十二寸與初商次商之高與闊一百二十寸相乘得一萬五千八百四十寸

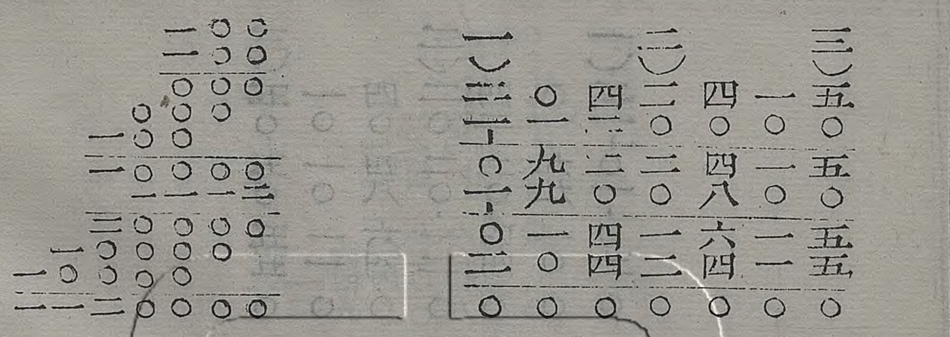


倍之得三萬一千六百八十寸兩數相併得四萬六千零八十寸爲三商三方廉面積以除三商廉隅之共積一十四萬一千六百一十五寸足三寸則以三寸書於原積五寸之上而以初商次商之高與闊一百二十寸倍之得二百四十寸與長一百三十二寸相併得三百七十二寸以三商之三寸乘之得一千一百一十六寸爲三商三長廉面積又

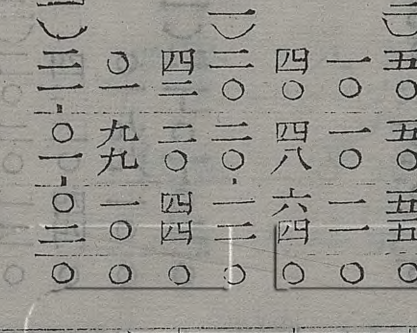


以三商之三寸自乘得九寸爲三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得四萬七千二百零五寸爲廉隅共法以三商之三寸乘之得一十四萬一千六百一十五寸書於餘積之下相減恰盡是知立方之高與闊俱一丈二尺三寸加縱多一尺二寸俱一丈三尺五寸卽立方之長也

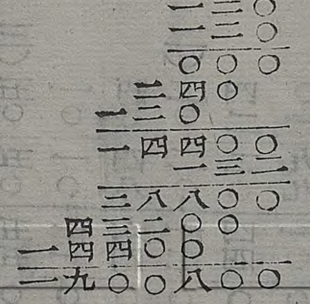
又法以初商積二丈商一丈書於原積



二丈之上而以所商一丈爲初商之高與闊加縱多一尺二寸得一丈一尺二寸爲初商之長卽以初商之高與闊一丈自乘仍得一丈又以初商之長一丈一尺二寸再乘得一丈一百二十尺書於原積之下相減餘九百二十二尺四百一十五寸爲次商積乃以初商之高與闊一丈作一十尺自乘得一百尺又以初商之長一丈一尺二寸作一十一



尺二寸。與初商之高與闊一十尺相乘。得一百一十二尺。倍之得二百二十四尺。兩數相併。得三百二十四尺。爲次商三方廉面積。以除次商積九百二十二尺四百一十五寸。足二尺。則以二尺書於原積二尺之上。合初商次商共一丈二尺。爲初商次商之高與闊。加縱多一尺二寸。得一丈三尺二寸。爲初商次商之長。乃以初商次商之高與闊一丈二



尺自乘。得一丈四十四尺。又以初商次商之長一丈三尺二寸再乘。得一丈九百尺零八百寸。與原積相減。餘一百四十一尺六百一十五寸。即一十四萬一千六百一十五寸。爲三商積。乃以初商次商之高與闊一丈二尺。作一百二十寸。自乘得一萬四千四百寸。又以初商次商之長一丈三尺二寸。作一百三十二寸。與初商次商之高與闊一百二十

二	○	四	二	四	一	五
一	一	二	○	○	○	○
○	九	三	二	四	一	五
一	九	○	○	八	○	○
○	一	四	一	六	二	五
二	○	四	二	四	一	五
○	○	○	○	○	○	○

寸相乘得一萬五千八百四十寸倍之得三萬一千六百八十寸兩數相併得四萬六千零八十寸爲三商三方廉面積以除三商積一十四萬一千六百一十五寸足三寸則以三寸書於原積五寸之上合初商次商三商共一丈二尺三寸爲初商次商三商之高與闊加縱多一尺二寸得一丈三尺五寸爲初商次商三商之長乃以初商次商三商之

				一	二	三
				一	二	三
				三	六	九
			二	四	六	
		一	二	三		
		一	五	一	二	九
				一	三	五
		七	五	六	四	五
	四	五	三	八	七	
一	五	一	二	九		
二	○	四	二	四	一	五

高與闊一丈二尺三寸自乘得一丈五十一尺二十九寸又以初商次商三商之長一丈三尺五寸再乘得二丈零四十二尺四百一十五寸與原積相減恰盡卽知立方之高與闊俱一丈二尺三寸其長爲一丈三尺五寸也

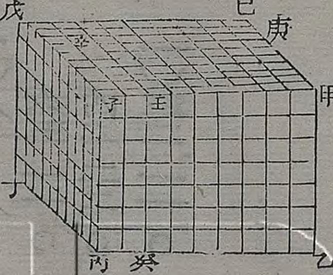
設如帶兩縱相同立方積五百六十七尺其長與闊俱比高多二尺問長闊高各幾何

法列積如開立方法商之共積五百六

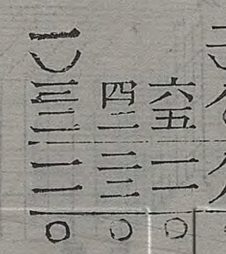
十七尺可商八尺因留兩縱積故取略小之數商七尺乃以七尺書於原積七尺之上而以所商七尺爲高加縱多二尺得九尺爲長與闊卽以長與闊九尺自乘得八十一尺又以高七尺再乘得五百六十七尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高爲七尺加縱多二尺得九尺卽立方之長與闊也如圖甲乙丙丁戊己扁方體形容積五百六十七

七
五六七
五六七
〇〇〇

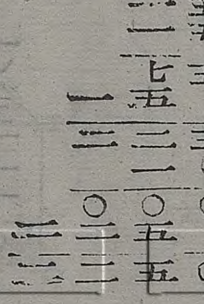
尺其甲乙爲高甲子爲闊甲己爲長甲乙七尺甲子甲己皆比甲乙多二尺卽所帶之縱其甲乙癸壬辛庚正方形卽初商之積庚辛壬癸丙丁戊己磬折體形卽所帶之縱積也此法因長闊俱比高多故初商所得爲高加縱多卽長與闊也



設如帶兩縱相同立方積三千四百六十八尺其長與闊俱比高多五尺問長闊高各幾何



法列積如開立方法商之。其三千尺爲初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積三千尺之上。而以初商十尺爲初商之高。加縱多五尺。得十五尺。爲初商之長與闊。即以初商之長與闊十五尺自乘。得二百二十五尺。又以初商之高十尺再乘。得二千二百五十尺。書於原積之下。相減餘一千二百一十八尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之長與闊十五



尺自乘。得二百二十五尺。此一方廉長闊皆帶一縱也。又以初商之高十尺與初商之長與闊十五尺相乘。得一百五十尺。倍之得三百尺。加倍爲帶縱兩方廉。即初商加縱多也。兩數相併。得五百二十五尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積一千二百一十八尺。足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。而以初商之長與闊十五尺倍之。得三十尺。此兩長廉。即長闊各帶一縱也。與初商之高

二〇八〇
八八
〇

六五
一一
〇

四二
三三
〇

一〇三三
一一
〇

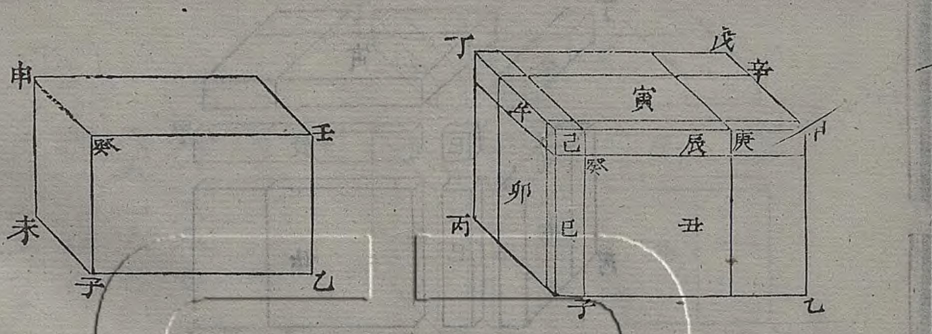
五〇四
九二
八

二八
〇
一

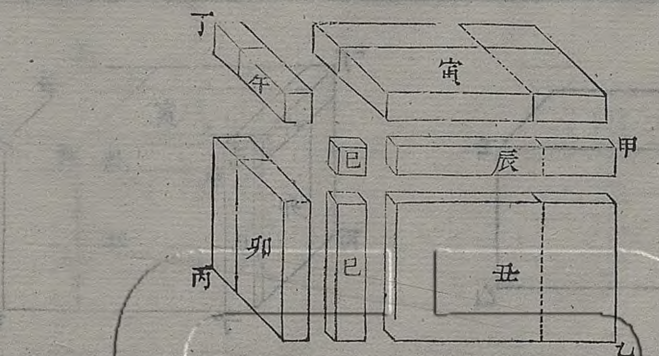
五
六
二

一

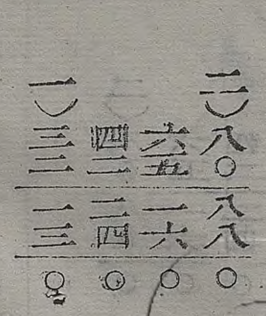
十尺相併。此一長廉初商數也。得四十尺。以次商之二尺乘之。得八十尺。爲次商三長廉面積。又以次商之二尺自乘。得四尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積共得六百零九尺。爲廉隅共法。以次商之二尺乘之。得一千二百一十八尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高爲十二尺。加縱多五尺。得十七尺。爲立方之長與闊也。如圖甲乙丙

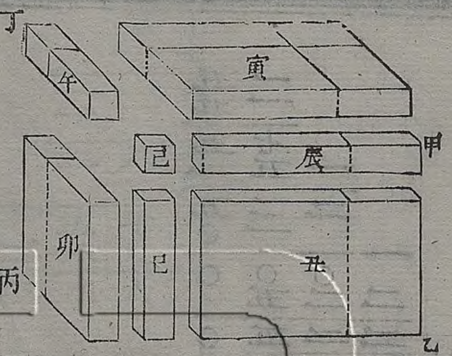


丁扁方體形容積三千四百六十八尺。其甲乙高十二尺。甲戊長甲己闊俱十七尺。甲戊比甲辛所多辛戊。甲己比庚己所多甲庚。俱五尺。卽縱多之數。其從一角所分壬乙子癸扁方體形癸子與壬乙皆十尺。卽初商數。壬癸與癸申皆十五尺。卽初商加縱多之數。壬乙子癸扁方積二千二百五十尺。卽初商加縱多自乘。又以初商再乘之數。所餘丑形



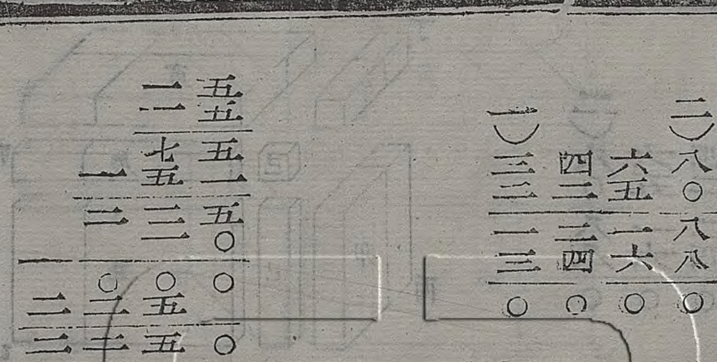
寅形卯形爲三方廉。其中寅形爲一正方廉。每邊十五尺。卽初商加縱多之數。丑形卯形爲二長方廉。每高十尺。長十五尺。其長比高多五尺。卽縱多之數。其厚皆二尺。卽次商數。辰形巳形午形爲三長廉。巳形長十尺。卽初商數。辰形午形比巳形俱長五尺。卽縱多之數。其闊與厚皆二尺。亦卽次商數。其己形一小正方體爲隅。其長闊高皆二尺。亦卽次



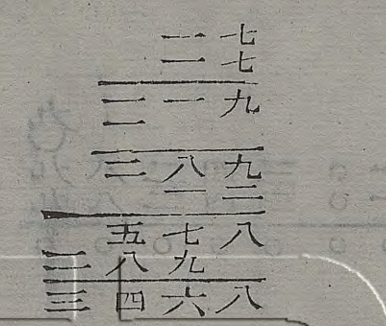


商數合丑寅卯三方廉辰巳午三長廉己一小方隅。共成一磬折體形。附於初商長方體之三面。而成甲乙丙丁之總扁方體積也。三商以後皆倣此遞析開之。

又法以初商積三千尺。商十尺。書於原積三千尺之上。而以所商十尺爲初商之高。加縱多五尺。得十五尺。爲初商之長與闊。卽以初商之長與闊十五尺自



乘得二百二十五尺又以初商之高十尺再乘得二千二百五十尺書於原積之下相減餘一千二百一十八尺爲次商積乃以初商之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺又以初商之高十尺與初商之長與闊十五尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺兩數相併得五百二十五尺爲次商三方廉面積以除次商積一千二百一十八尺足二尺則以二尺書於原積八尺之上合初商次商共十二尺爲初商次商之高加縱多五尺得十七尺爲初商次商之長與闊乃以初商次商之長與闊十七尺自乘得二百八十九尺又以初商次商之高十二尺再乘得三千四百六十八尺與原積相減恰盡即知立方之高爲十二尺其長與闊得十七尺也



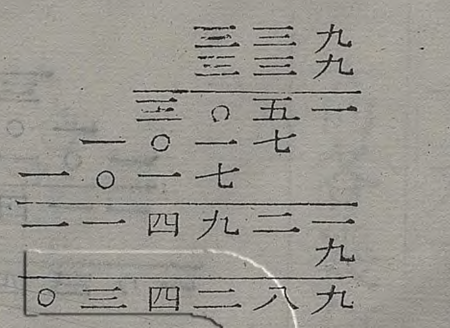
設如帶兩縱相同立方積一百零三萬四千二百八

十九寸。其長與闊俱比高多三百三十寸。問長闊高各幾何。

九
一〇三四二八九
一〇三四二八九
〇〇〇〇〇〇〇

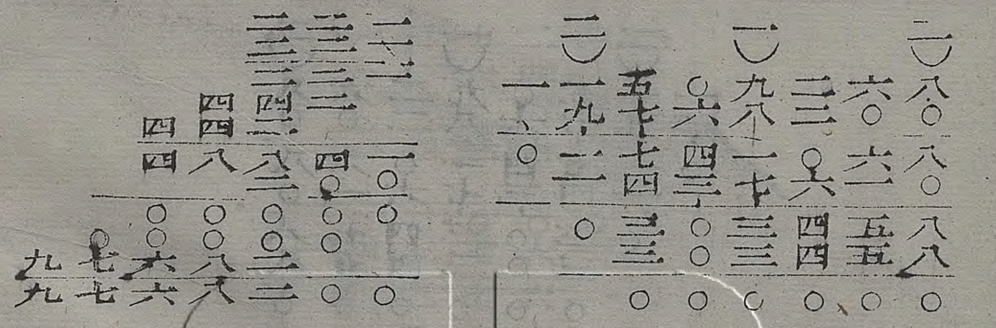
法列積如開立方法商之。其一百萬寸爲初商積。可商一百寸。乃以所商一百寸爲高。加縱多三百三十寸。得四百三十寸爲長與闊。即以長與闊四百三十寸自乘。得一十八萬四千九百寸。又以高一百寸再乘。得一千八百四十九萬寸。大於原積十倍有餘。是初商不可商一百寸也。乃改商十寸爲高。既大於原積十倍有餘。故取十分之一商之爲十寸。加縱多三百三十寸。得三百四十寸爲長與闊。即以長與闊三百四十寸自乘。得一十一萬五千六百寸。又以高十寸再乘。得一百一十五萬六千寸。仍大於原積。是亦不可商一十寸也。乃改商九寸。書於原積九寸之上。而以所商九寸爲高。加縱多三百三十寸。得三百三十九寸爲長與闊。即以長

三三九
三三九
三〇五一
一〇一七
一〇一七
一一四九二一
九
一〇三四二八九

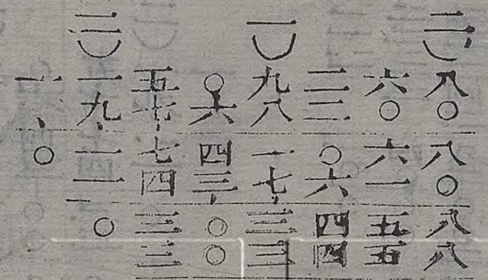


與闊三百三十九寸自乘得一十一萬四千九百二十一寸又以高九寸再乘得一百零三萬四千二百八十九寸書於原積之下相減恰盡是知立方之高爲九寸加縱多三百三十寸得三百三十九寸爲立方之長與闊也

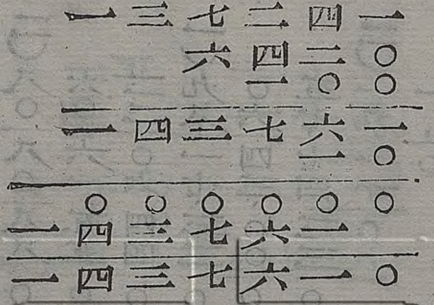
設如帶兩縱相同立方積一十一丈五百零九尺二百六十八寸其長與闊俱比高多二尺一寸問長闊高各幾何



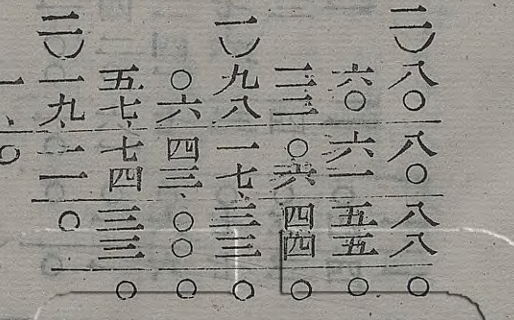
法列積如開立方法商之其一十一丈爲初商積可商二丈乃以二丈書於原積一丈之上而以所商二丈爲初商之高加縱多二尺一寸得二丈二尺一寸爲初商之長與闊乃以初商之長與闊二丈二尺一寸自乘得四丈八十八尺四十一寸又以初商之高二丈再乘得九丈七百六十八尺二百寸書於原積之下相減餘一丈七百四十一尺零六



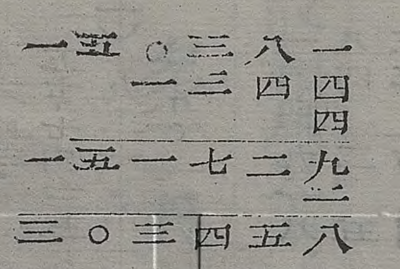
十八寸。即一千七百四十一尺零六十八寸。爲次商廉隅之共積。乃以初商之長與闊二丈二尺一寸。作二十二尺一寸。自乘得四百八十八尺四十一寸。又以初商之高二丈作二十尺。與初商之長與闊二十二尺一寸相乘。得四百四十二尺。倍之得八百八十四尺。兩數相併得一千三百七十二尺四十一寸。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共



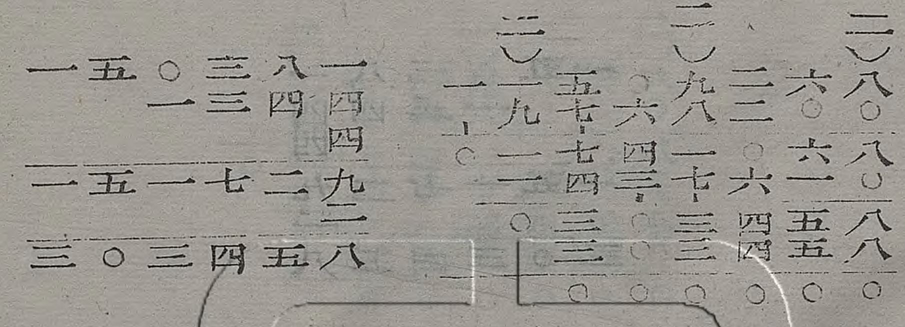
積一千七百四十一尺零六十八寸。足一尺。則以一尺書於原積九尺之上。而以初商之長與闊二十二尺一寸倍之。得四十四尺二寸。與初商之高二十尺相併。得六十四尺二寸。以次商之一尺乘之。得六十四尺二十寸。爲次商三長廉面積。又以次商之一尺自乘。仍得一尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一千四百三十七



尺六十一寸為廉隅共法以次商之一尺乘之得一千四百三十七尺六百一十寸書於餘積之下相減仍餘三百零三尺四百五十八寸即三十萬三千四百五十八寸為三商廉隅之共積其初商次商所得之二丈一尺為高加縱多二尺一寸得二丈三尺一寸為長與闊乃以初商次商之長與闊二丈三尺一寸作二百三十一寸自乘得五萬三千



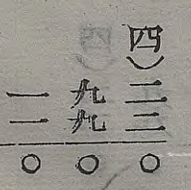
三百六十一寸又以初商次商之高二丈一尺作二百一十寸與初商次商之長與闊二百三十一寸相乘得四萬八千五百一十寸倍之得九萬七千零二十寸兩數相併得一十五萬零三百八十一寸為三商三方廉面積以除三商廉隅之共積三十萬零三千四百五十八寸足二寸則以二寸書於原積八寸之上而以初商次商之長與闊二百三



十一寸倍之得四百六十二寸與初商
次商之高二百一十寸相加得六百七
十二寸以三商之二寸乘之得一千三
百四十四寸爲三商三長廉面積又以
三商之二寸自乘得四寸爲三商一小
隅面積合三方廉三長廉一小隅面積
共得一十五萬一千七百二十九寸爲
廉隅共法以三商之二寸乘之得三十
萬三千四百五十八寸書於餘積之下

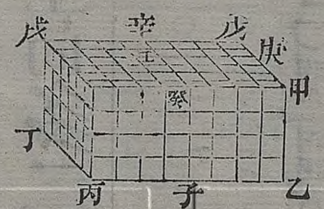
相減恰盡是知立方之高得二丈一尺
二寸加縱多二尺一寸得二丈三尺三
寸即立方之長與闊也

設如帶兩縱不同立方積一百九十二尺其闊比高多二尺其長比闊又多二尺問高闊長各幾何



法列積如開立方法商之其積一百九
十二尺可商五尺乃以所商五尺爲高
加闊比高多二尺得七尺爲闊再加長
比闊多二尺得九尺爲長即以高五尺

與闊七尺相乘得三十五尺又以長九尺再乘得三百一十五尺大於原積乃改商四尺書於原積二尺之上而以所商四尺爲高加闊比高多二尺得六尺爲闊再加長比闊多二尺得八尺爲長卽以高四尺與闊六尺相乘得二十四尺又以長八尺再乘得一百九十二尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高爲四尺其闊爲六尺其長爲八尺也



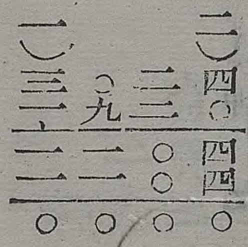
如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積一百九十二尺其甲乙爲高四尺甲己爲闊六尺己戊爲長八尺甲己比甲庚所多庚己二尺卽闊比高所帶之縱己戊比己辛所多辛戊四尺卽長比高所帶之縱甲乙子癸壬庚正方形卽初商之正方積庚壬癸子丙丁戊辛己磬折體形卽長闊兩縱所多之長方積也此法因長比闊多闊又比高多故初商所得

卽爲高。於高加闊縱爲闊。於闊加長縱

爲長也。

設如帶兩縱不同立方積三千零二十四尺。其闊比

高多二尺。其長比闊又多四尺。問高闊長各幾何。



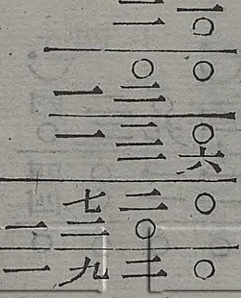
法列積如開立方法商之。其三千尺爲

初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積

三千尺之上。而以所商十尺爲初商之

高。加闊比高多二尺。得十二尺。爲初商

之闊。再加長比闊多四尺。得十六尺。爲



初商之長。乃以初商之高十尺。與初商

之闊十二尺相乘。得一百二十尺。又以

初商之長十六尺再乘。得一千九百二

十尺。書於原積之下。相減餘一千一百

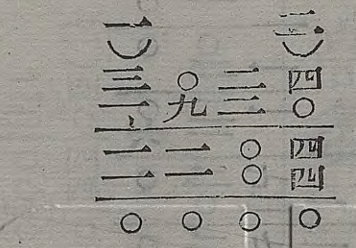
零四尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商

之高十尺。與初商之闊十二尺相乘。得

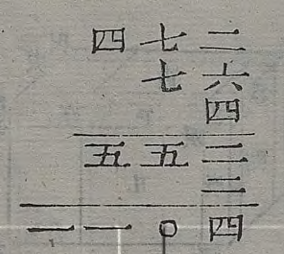
一百二十尺。此帶闊縱一方廉也。又以初商之高

十尺。與初商之長十六尺相乘。得一百

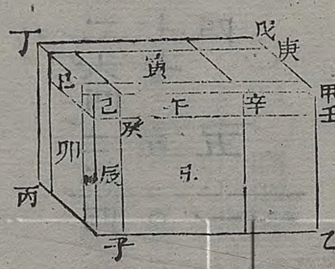
六十尺。此帶長縱一方廉也。又以初商之闊十二



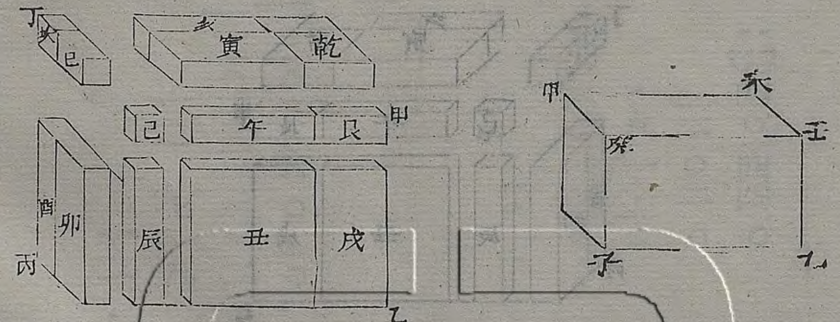
尺與初商之長十六尺相乘得一百九十二尺。此帶長闊兩縱一方廉也。三數相併得四百七十二尺爲次商三方廉面積以除次商廉隅之共積一千一百零四尺足二尺則以二尺書於原積四尺之上而以初商之高十尺。此一長廉初商數也。與初商之闊十二尺相併。此帶闊縱一長廉也。得二十二尺又與初商之長十六尺相併。此帶長縱一長廉也。得三十八尺以次商之二尺乘之得



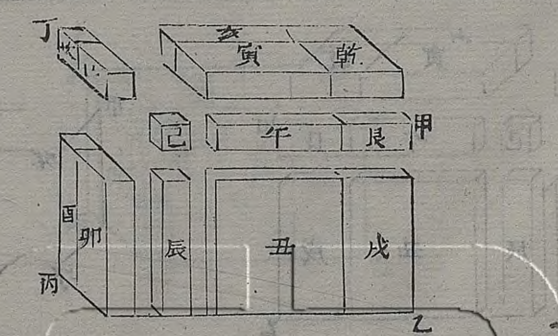
六尺爲次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得五百五十二尺爲廉隅共法以次商之二尺乘之得一千一百零四尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高得十二尺加闊比高多二尺得十四尺爲闊又加長比闊多四尺得十八尺爲長也如圖甲乙丙丁長方體形容積三千零二



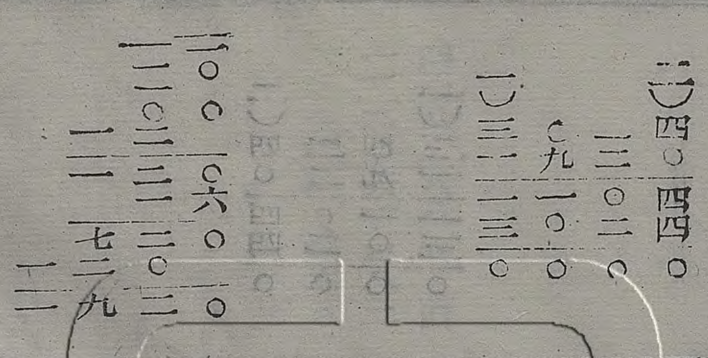
十四尺其甲乙高十二尺甲戊闊十四
尺甲己長十八尺甲戊比甲庚所多二
尺即闊比高所多之數甲已比辛已所
多六尺即長比高所多之數其從一角
所分壬乙子癸長方體形壬乙與癸子
皆十尺即初商之數壬未與癸申皆十
二尺即初商之高加闊多之數壬癸與
未申皆十六尺即初商之高加闊多又
加長多之數壬乙子癸長方體形所容



一千九百二十尺即初商積所餘丑形
寅形卯形為三方廉其卯形之高十尺
即初商之數其帶闊縱二尺如酉即闊
多之數其丑形之高十尺亦即初商之
數其帶長縱六尺如戊即長多之數其
寅形之闊十尺又帶闊多二尺如亥即
初商之高加闊多之數其帶長縱六尺
如乾即初商之高加闊多又加長多之
數其厚皆二尺即次商之數辰形巳形

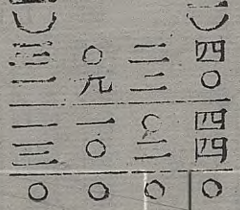


午形為三長廉其辰形之長十尺即初商之數己形比辰形所多二尺如坎即闊多之數其午形比辰形所多六尺如艮即長多之數其闊與厚皆二尺亦即次商之數其己形一小正方體為隅其長闊與高俱二尺亦即次商之數合三方廉三長廉一小隅共成一磬折體形附於初商長方體之三面而成甲乙丙丁之總長方體積也三商以後皆倣此

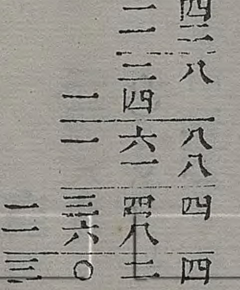


遞析開之

又法以初商積三千尺商十尺書於原積三千尺之上而以所商十尺為初商之高加闊比高多二尺得十二尺為初商之闊再加長比闊多四尺得十六尺為初商之長即以初商之高十尺與初商之闊十二尺相乘得一百二十尺又以初商之長十六尺再乘得一千九百二十尺書於原積之下相減餘一千一

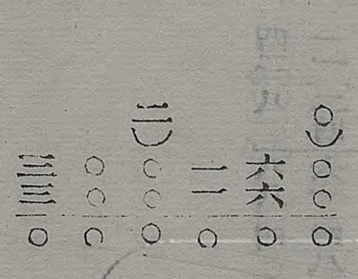


百零四尺爲次商積乃以初商之闊十二尺與初商之長十六尺相乘得一百九十二尺又以初商之高十尺與初商之闊十二尺相乘得一百二十尺又以初商之高十尺與初商之長十六尺相乘得一百六十尺三數相併得四百七十二尺爲次商三方廉面積以除次商積一千一百零四尺足二尺則以二尺書於原積四尺之上合初商次商共十

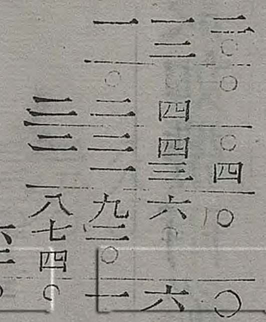


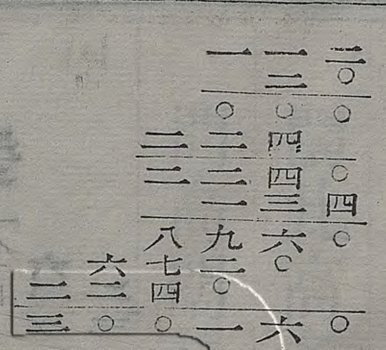
二尺爲初商次商之高加闊比高多二尺得十四尺爲初商次商之闊再加長比闊多四尺得十八尺爲初商次商之長乃以初商次商之高十二尺與初商次商之闊十四尺相乘得一百六十八尺又以初商次商之長十八尺再乘得三千零二十四尺與原積相減恰盡卽知立方之高爲十二尺其闊爲十四尺其長爲十八尺也

設如帶兩縱不同立方積三十萬零一百六十寸。其闊比高多九十二寸。其長比高多一百一十四寸。問高闊長各幾何。



法列積如開立方法商之。其三十萬寸爲初商積。可商六十寸。乃以所商六十寸爲高。加闊比高多九十二寸。得一百五十二寸爲闊。再加長比高多一百一十四寸得一百七十四寸爲長。即以高六十寸與闊一百五十二寸相乘得九千一百二十寸。又以長一百七十四寸再乘得一百五十八萬六千八百八十寸。大於原積五倍有餘。是初商不可商六十寸也。乃改商二十寸。書於原積空千寸之上。而以所商二十寸爲高。加闊比高多九十二寸。得一百一十二寸爲闊。又以高二十寸。加長比高多一百一十四寸。得一百三十四寸爲長。乃以高二十寸與闊一百一十二寸相乘得二

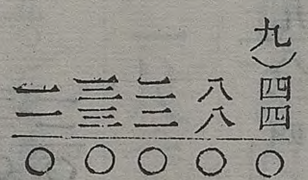




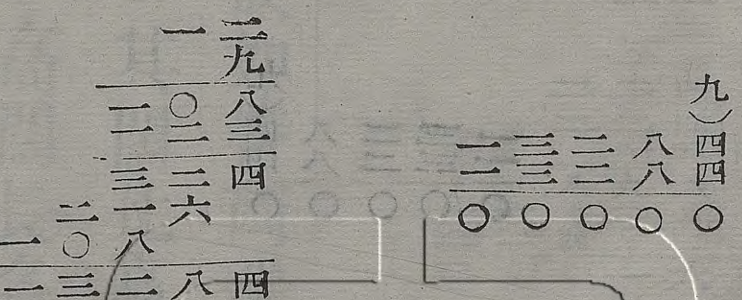
千二百四十寸。又以長二百三十四寸再乘得三十萬零一百六十寸。書於原積之下。相減恰盡。是知次商爲空位。而立方之高爲二十寸。其闊爲一百一十二寸。其長爲一百三十四寸也。

設如帶兩縱不同立方積一萬三千二百八十四寸。其闊比高多三寸。其長比闊多一百一十一寸。問高闊長各幾何。

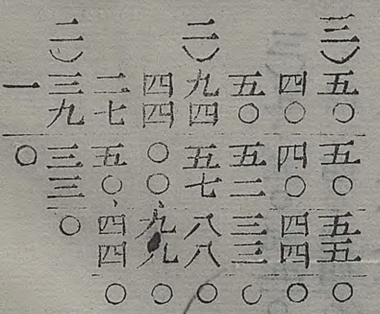
法列積如開立方法商之。其一萬三千



寸爲初商積。可商二十寸。乃以所商二十寸爲高。加闊比高多三寸。得二十三寸爲闊。再加長比闊多一百一十一寸。得一百三十四寸爲長。即以高與闊與長。按法相乘。得六萬一千六百四十寸。大於原積四倍有餘。是初商不可商二十寸也。乃退商十寸。而以所商十寸爲高。加闊比高多三寸。得十三寸爲闊。再加長比闊多一百一十一寸。得一百二

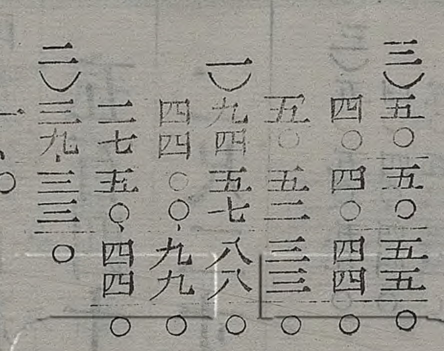


十四寸爲長。卽以高與闊與長按法相乘得一萬六千一百二十寸。仍大於原積。乃復退商九寸。書於原積四寸之上。而以所商九寸爲高。加闊比高多三寸。得十二寸爲闊。再加長比闊多一百一十一寸。共一百二十三寸爲長。卽以高九寸與闊十二寸相乘得一百零八寸。又以長一百二十三寸再乘得一萬三千二百八十四寸。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲九寸。其闊爲十二寸。其長爲一百二十三寸也。

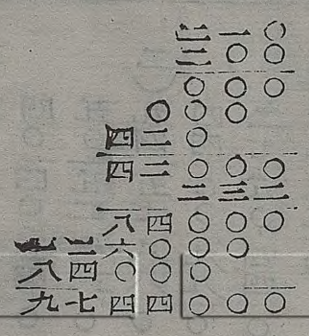


設如帶兩縱不同立方積一十三丈二百四十九尺五百四十五寸。其闊比高多一尺。其長比闊又多二尺二寸。問高闊長各幾何。

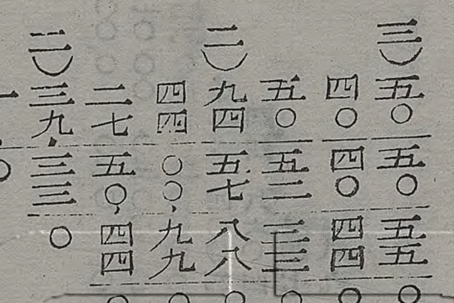
法列積。如開立方法商之。其一十三丈爲初商積。可商二丈。乃以二丈書於原積三丈之上。而以所商二丈爲初商之高。加闊比高多一尺。得二丈一尺爲初



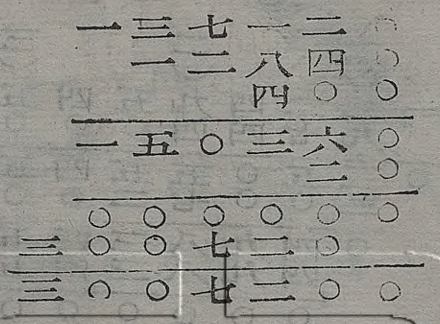
商之闊再加長比闊多二尺二寸得二丈三尺二寸爲初商之長卽以初商之高二丈與初商之闊二丈一尺相乘得四丈二十尺又以初商之長二丈三尺二寸再乘得九丈七百四十四尺書於原積之下相減餘三丈五百零五尺五百四十五寸卽三千五百零五尺五百四十五寸爲次商廉隅之共積乃以初商之高二丈作二十尺初商之闊二丈



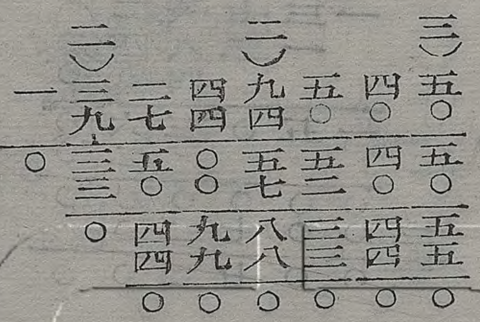
一尺作二十一尺相乘得四百二十尺又以初商之長二丈三尺二寸作二十三尺二寸與初商之高二十尺相乘得四百六十四尺又以初商之闊二十一尺與初商之長二十三尺二寸相乘得四百八十七尺二十寸三數相併得一千三百七十一尺二十寸爲次商三方廉面積以除次商廉隅之共積三千五百零五尺五百四十五寸足二尺則以



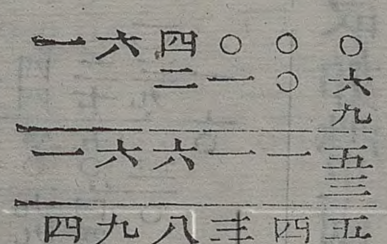
二尺書於原積九尺之上而以初商之
高二十尺與初商之闊二十一尺初商
之長二十三尺二寸相併得六十四尺
二寸以次商之二尺乘之得一百二十
八尺四十寸為次商三長廉面積又以
次商之二尺自乘得四尺為次商一小
隅面積合三方廉三長廉一小隅面積
共得一千五百零三尺六十寸為廉隅
共法以次商之二尺乘之得三千零七



尺二百寸書於餘積之下相減仍餘四
百九十八尺三百四十五寸即四十九
萬八千三百四十五寸為三商廉隅之
共積其初商次商所得之二丈二尺為
高加闊比高多一尺得二丈三尺為闊
又加長比闊多二尺二寸得二丈五尺
二寸為長乃以初商次商之高二丈二
尺作二百二十寸初商次商之闊二丈
三尺作二百三十寸相乘得五萬零六

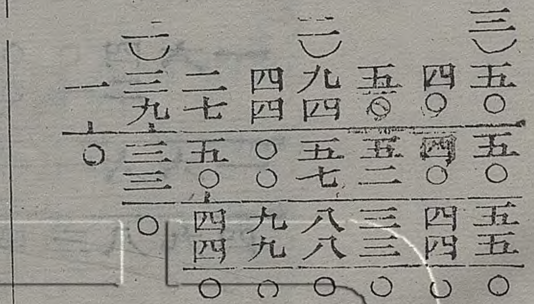


百寸又以初商次商之長二丈五尺二寸作二百五十二寸與初商次商之高二百二十寸相乘得五萬五千四百四十寸又以初商次商之闊二百三十寸與初商次商之長二百五十二寸相乘得五萬七千九百六十寸三數相併得一十六萬四千寸為三商三方廉面積以除三商廉隅之共積四十九萬八千三百四十五寸足三寸則以三寸書於



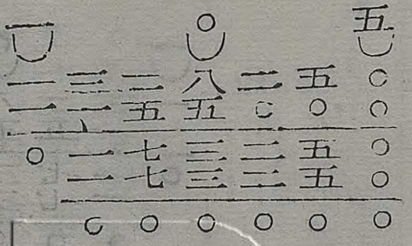
原積五寸之上而以初商次商之高二百二十寸與初商次商之闊二百三十寸初商次商之長二百五十二寸相併得七百零二寸以三商之三寸乘之得二千一百零六寸為三商三長廉面積又以三商之三寸自乘得九寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一十六萬六千一百一十五寸為廉隅共法以三商之三寸乘之得

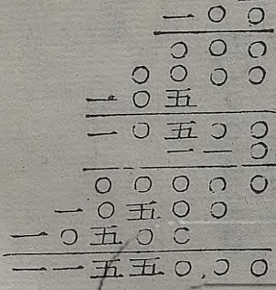
四十九萬八千三百四十五寸書於餘積之下相減恰盡是知立方之高得二丈三尺三寸加闊比高多一尺得二丈三尺三寸為闊又加長比闊多二尺二寸得二丈五尺五寸為長也



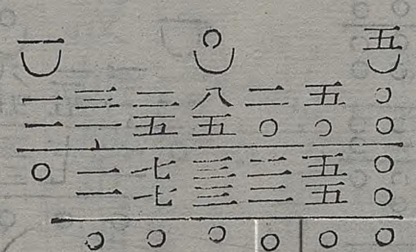
設如帶兩縱不同立方積一百三十二萬八千二百五十尺其闊比高多五尺其長比闊又多五尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其一百萬尺

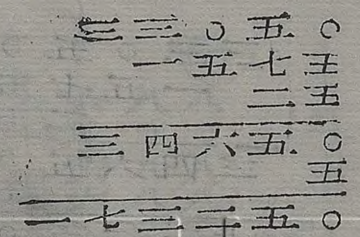




為初商積可商一百尺乃以一百尺書於原積一百萬尺之上而以所商之一百尺為初商之高加闊比高多五尺得一百零五尺為初商之闊再加長比闊多五尺得一百一十尺為初商之長乃以初商之高一百尺與初商之闊一百零五尺相乘得一萬零五百尺又以初商之長一百一十尺再乘得一百一十五萬五千尺書於原積之下相減餘一



十七萬三千二百五十尺為次商廉隅之共積乃以初商之高一百尺與初商之闊一百零五尺相乘得一萬零五百尺又以初商之高一百尺與初商之長一百一十尺相乘得一萬一千尺又以初商之闊一百零五尺與初商之長一百一十尺相乘得一萬一千五百五十尺三數相併得三萬三千零五十尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共



積一十七萬三千二百五十尺不足一十尺僅足五尺是次商為空位也乃書一空於原積八千尺之上以存次商之位復以所商五尺書於原積空尺之上而以初商次商之高一百尺與初商次商之闊一百零五尺初商次商之長一百一十尺相併得三百一十五尺以三商之五尺乘之得一千五百七十五尺為三商三長廉面積又以三商五尺自

乘得二十五尺爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積共得三萬四千六百五十尺。爲廉隅共法以三商之五尺乘之。得一十七萬三千二百五十尺。書於餘積之下相減恰盡。是知立方之高爲一百零五尺。加闊比高多五尺得一百一十尺爲闊。又加長比闊多五尺得一百一十五尺爲長也。

	三	三	○	五	○
		一	五	七	五
				二	五
	三	四	六	五	○
					五
一	七	三	二	五	○

設如一尺土方三萬九千六百八十八尺。築堤一段。其高與闊相等。其長比高闊多六十尺。問高闊長各幾何。

	二			二
三	九	六	八	八
三	二	○	○	○
○	七	六	八	八
	七	六	八	八
	○	○	○	○

法列積用帶一縱立方法開之。其三萬九千尺爲初商積。可商三十尺。乃以所商三十尺爲高與闊。加縱多六十尺得九十尺爲長。即以高與闊三十尺自乘。得九百尺。又以長九十尺再乘得八萬一千尺。大於原積。乃改商二十尺。書於原積九千尺之上。而以所商二十尺爲

	二〇			二〇
三	九	六	八	八
三	二	〇	〇	〇
〇	七	六	八	八
	七	六	八	八
	〇	〇	〇	〇

		三	〇
		三	〇
		〇	〇
	四	〇	
	四	〇	〇
		八	〇
	〇	〇	〇
三	〇	〇	
三	〇	〇	〇

初商之高與闊加縱多六十尺得八十尺為初商之長即以初商之高與闊二十尺自乘得四百尺又以初商之長八十尺再乘得三萬二千尺書於原積之下相減餘七千六百八十八尺為次商廉隅之共積乃以初商之高與闊二十尺自乘得四百尺又以初商之長八十尺與初商之高與闊二十尺相乘得一千六百尺倍之得三千二百尺兩數相

三	六	〇	〇
	二	四	〇
			四
三	八	四	四
			二
七	六	八	八

併得三千六百尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積七千六百八十八尺足二尺則以二尺書於原積八尺之上而以初商之高與闊二十尺倍之得四十尺與初商之長八十尺相併得一百二十尺以次商之二尺乘之得二百四十尺為次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共

三六〇〇
二四〇
四
三八四四
二
七六八八

得三千八百四十四尺為廉隅共法以次商之二尺乘之得七千六百八十八尺書於餘積之下相減恰盡是知堤之高與闊俱二十二尺加長比高闊多六十尺得八十二尺為堤一段之長也

設如有倉一座容米二千四百石其倉之長與闊俱比高多五尺問倉之長闊高各幾何

法將米二千四百石用每石定法二尺五百寸乘之得六千尺乃以六千尺為

一　　五
〇　　〇
六〇〇〇
二二五〇
一一
三七五〇
三七五〇
〇〇〇〇

二五
二五
七五
一五
三二五
一二〇
〇〇〇
三二五
三二五〇

帶兩縱相同立方積用帶兩縱相同法開之其六千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於原積六千尺之上而以所商十尺為初商之高加縱多五尺得十五尺為初商之長與闊乃以初商之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺又以初商之高十尺再乘得二千二百五十尺書於原積之下相減餘三千七百五十尺為次商廉隅之共積乃以初商

五〇〇〇〇
〇五五〇
〇二七七〇
〇六二三〇

之長與闊十五尺自乘。得二百二十五尺。又以初商之高十尺。與初商之長與闊十五尺相乘。得一百五十尺。倍之得三百尺。兩數相併。得五百二十五尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積三千七百五十尺。足七尺。乃按法算之。得廉隅共法八百五十四尺。以次商之七尺乘之。得五千九百七十八尺。大於次商廉隅之共積。乃改商六尺。按法算之。得廉隅共法八百零一尺。以次商之六尺乘之。仍大於次商廉隅之共積。又改商五尺。書於原積空尺之上。而以初商之長與闊十五尺。倍之得三十尺。與初商之高十尺相併。得四十尺。以次商之五尺乘之。得二百尺。爲次商三長廉面積。又以次商之五尺自乘。得二十五尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得七百五十尺。爲

五〇五〇五〇
二〇二五五
五一七七
三

	五	二	五
	二	〇	〇
		二	五
	七	五	〇
			五
三	七	五	〇

廉隅共法。以次商之五尺乘之。得三千七百五十尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知倉之高為一十五尺。加縱多五尺。得二十尺。為倉之長與闊也。

設如挑河一段。但知挑出土方七萬六千一百四十尺。其寬比深多三尺。其長比寬多二百六十四尺。問寬長深各幾何。

法列積用帶兩縱不同立方法開之。其七萬六千尺為初商積。可商四十尺。因

	一			五
七	六	一	四	〇
三	六	〇	一	〇
四	〇	一	三	〇
四	〇	一	三	〇
〇	〇	〇	〇	〇

長縱甚多。故取小數商二十尺為深。加寬比深多三尺。得二十三尺為寬。再加長比寬多二百六十四尺。得二百八十七尺為長。以三數相乘得十萬三千二百零二十尺。大於原積。乃改商十尺。書於原積六千尺之上。而以所商十尺為初商之深。加寬比深多三尺。得十三尺為初商之寬。再加長比寬多二百六十四尺。得二百七十七尺。為初商之長。乃

以初商之深十尺與初商之寬十三尺相乘得一百三十尺又以初商之長二百七十七尺再乘得三萬六千零十尺書於原積之下相減餘四萬零一百三十尺爲次商廉隅之共積乃以初商之深十尺與初商之寬十三尺相乘得一百三十尺又以初商之寬十三尺與初商之長二百七十七尺相乘得三千六百零一尺又以初商之深十尺與初商之長二百七十七尺相乘得二千七百七十尺三數相併得六千五百零一尺爲次商三方廉面積以除次商廉隅之共積四萬零一百三十尺足五尺則以五尺書於原積空尺之上而以初商之深十尺與初商之寬十三尺初商之長二百七十七尺相併得三百尺以次商之五尺乘之得一千五百尺爲次商三長廉面積又以次商之五尺自乘得二

五　　一
○　　七六一四○
○　　三六○二○
○○一四○
○○一四○
○○○○○

六五○一
一五○○
　　二五
八○二六
　　　五
四○一三○

十五尺爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得八千零二十六尺爲廉隅共法以次商之五尺乘之得四萬零一百三十尺書於餘積之下相減恰盡是知挑河之深爲十五尺加寬比深多三尺得十八尺爲寬再加長比寬多二百六十四尺得二百八十二尺爲河一段之長也

帶縱和數立方

帶縱較數立方其法已難而帶縱和數立方立法尤難故古無傳而以理推之則法有與較數相對待者其帶一縱立方高與闊相等惟長不同如以長與高和或長與闊和爲問者則以初商爲高與闊而與和數相減餘爲長乃以高與闊自乘以長再乘爲初商積其或和數甚多而積甚少按立方法商之必至大於原積者則以和數除原積得數約開平方可得幾數取略大數以定初商初商減積有餘實者其初商

方積外有二方廉一長廉成兩面磬折體形而初商之高與闊少一次商初商之長多一次商故內少一方廉積商除之法則以初商之高與闊與初商之長相乘倍之為二方廉面積視餘實足方廉面積幾倍取略大數以定次商而以初商自乘次商再乘得一方廉積與餘實相加始足次商二方廉一長廉之共積故以次商與初商之長相減餘為初商次商之共長與初商相乘倍之為二方廉面積又以初商次商之共長與次商相乘為一長廉面積合二方廉一長廉面積以次商乘之為二方廉一長廉之共積所謂初商方積外成兩面磬折體形是也其帶兩縱相同立方長與闊相等惟高不同如以高與闊和或高與長和為問者則以初商為高與和數相減餘為長與闊乃以長與闊自乘以高再乘為初商積其或和數甚多而積甚少按立方法商之必至大於原積者則以和數自乘除原積約足幾倍取略大數以定初商初商減積有餘實者初商方積外止一方廉成一扁方體形而初商之高少一次商初商之長與闊各多

一次商故內少二方廉一長廉積商除之法則以初商之長與闊自乘爲一方廉面積視餘實足方廉面積幾倍取略大數以定次商以次商與初商之長與闊相減餘爲初商次商之長與闊而與初商相乘次商再乘倍之爲二方廉積又以次商自乘初商再乘爲一長廉積合二方廉一長廉積與餘實相加始足次商一方廉積故以初商次商之長與闊自乘次商再乘爲一方廉積所謂初商方積外成一扁方體形是也其帶兩縱不同立方與帶兩縱相同立方同但帶兩縱相同者其次商積爲一正方廉帶兩縱不同者其次商積爲一長方廉耳要之定商皆以小於半和爲準有時退商而反不足進商而反有餘須合初商次商以斟酌之至次商以後因有益積之法故廉法亦不足憑則又須較量而增損之可也

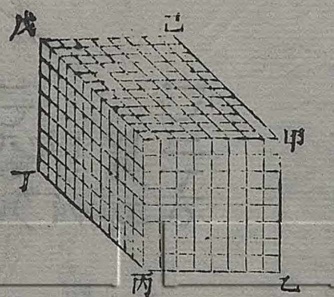
設如帶一縱立方積七百六十八尺其高與闊等長與闊和二十尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其積七百六十八尺可商九尺則以九尺爲高與闊

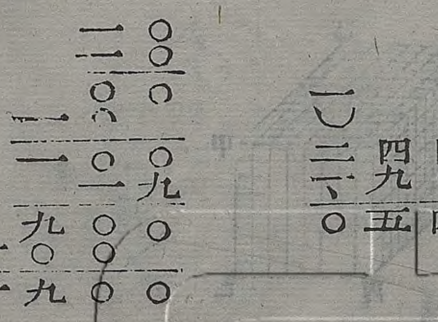
八〇八八〇
六六〇
七七〇

八八四一八八
一六二二四六
一六七

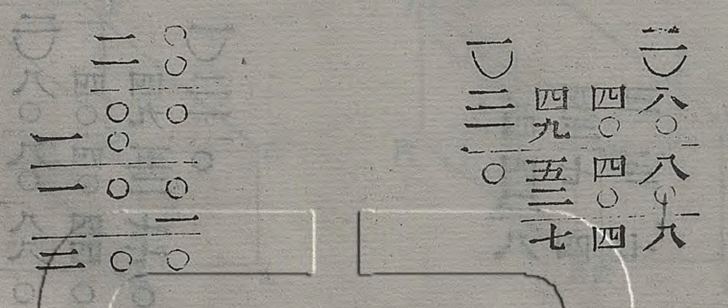
與長闊和二十尺相減餘十一尺爲長。即以高與闊九尺自乘得八十一尺。又以長十一尺再乘得八百九十一尺。大於原積。乃退商八尺。書於原積八尺之上。而以所商八尺爲高與闊。與長闊和二十尺相減餘十二尺爲長。即以高與闊八尺自乘得六十四尺。又以長十二尺再乘得七百六十八尺。書於原積之下相減恰盡。是知立方之高與闊俱八尺長十二尺也。如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積七百六十八尺。其甲乙爲高。乙丙爲闊。丙丁爲長。甲乙乙丙俱八尺。丙丁爲十二尺。乙丙與丙丁共二十尺。即長闊之和。初商所得即高與闊。於長闊和內減去初商所得即長也。此法與較數帶縱立方有加減之異。彼以所商之數與較數相加。此則以所商之數與和數相減也。



設如帶一縱立方積二千四百四十八尺其高與闊相等長與闊和二十九尺問高闊長各幾何



法列積如開立方法商之其二千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於原積二千尺之上而以所商十尺為初商之高與闊與長闊和二十九尺相減餘十九尺為初商之長卽以初商之高與闊十尺自乘得一百尺又以初商之長十九尺再乘得一千九百尺書於原積之

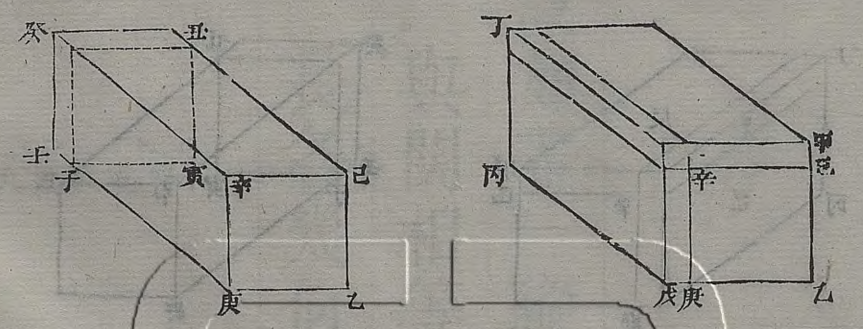


下相減餘五百四十八尺乃以初商之高與闊十尺與初商之長十九尺相乘得一百九十尺倍之得三百八十尺以除餘積五百四十八尺足一尺因仍益積且初商之長尚減去次商數故取大數為二尺則以二尺書於原積八尺之上而以初商十尺自乘又以次商二尺再乘得二百尺與餘積五百四十八尺相加得七百四十八尺為次商二方廉

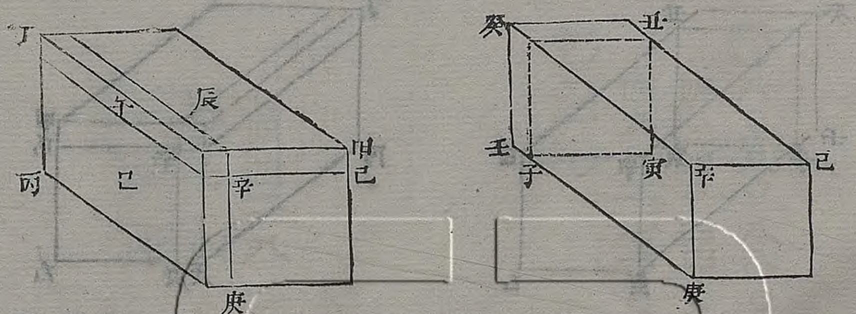
二〇八〇八〇八八〇
四〇四〇四四〇
四九五三七七〇
一〇二二〇

〇四四二八
四三七四
三三七

一長廉之共積乃以次商二尺與初高之長十九尺相減餘十七尺爲初商次商之長與初商之高與闊十尺相乘得一百七十尺倍之得三百四十尺爲二方廉面積又以次商二尺與初商次商之長十七尺相乘得三十四尺爲一長廉面積合二方廉一長廉面積共三百七十四尺以次商二尺乘之得七百四十八尺書於餘積之下相減恰盡是知



立方之高與闊俱十二尺長十七尺也如圖甲乙丙丁長方體形甲乙高乙戊闊皆十二庚戊丙長十七尺乙戊與戊丙共二十九尺即長闊之和其從一角所分己乙壬癸長方體己乙與乙庚皆十尺即初商數壬庚十九尺即長闊和內減初商所餘之數比戊丙多子壬一段卽次商數己乙壬癸長方積一千九百尺卽初商自乘又以初商與長闊



和相減之餘再乘之數比初商原體積多丑寅壬癸一扁方體形因初商積內多減去此積故以初商自乘次商再乘而得丑寅壬癸扁方體積與餘積相加卽得甲巳辛庚丙丁兩面磬折體形其辰形巳形爲兩方廉其闊十尺卽初商數其長十七尺卽長闊和內減初商次商之數其厚皆二尺卽次商數午形爲一長廉其長十七尺與方廉同其闊與厚皆二尺亦卽次商數合二方廉一長廉共成一磬折體形附於長方體之兩面而成甲乙丙丁之總長方體積也

設如帶一縱立方積九萬九千九百五十四尺其高與闊相等長與闊和一千二百四十三尺問高闊長各幾何

九九九五四

法列積如開立方法商之其九萬九千尺爲初商積可商四十尺而長闊和爲一千二百四十三尺按法相乘過大於

九
九九九五四
九九九五四
○○○○○

八
一二四三
九九九五四

原積。爰以長闊和一千二百四十三尺。除原積九萬九千九百五十四尺。足八十尺有餘。以八十尺開平方。約足九尺。乃以九尺書於原積四尺之上。而以所商九尺爲高與闊與長闊和一千二百四十三尺相減。餘一千二百三十四尺爲長。卽以高與闊九尺自乘得八十一尺。又以長一千二百三十四尺再乘得九萬九千九百五十四尺書於原積之

九
九
八一

一二三四
八一
一二三四
九八七三
九九九五四

下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱九尺。長一千二百三十四尺也。此法葢因帶一縱甚多。高與闊甚少。其長闊和比長所多無幾。故以長闊和除原積。卽得高與闊自乘之一面積。而開平方所得。卽高與闊與長闊和相減所餘卽長也。

設如帶兩縱相同立方積三百八十四尺。其長與闊相等。高與闊和十四尺。問高闊長各幾何。

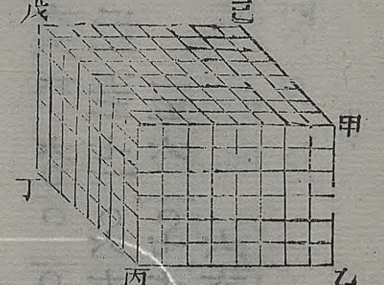
法列積如開立方法商之。其積三百八

十四尺可商七尺因欲得小於半和之數乃退商六尺書於原積四尺之上而以所商六尺為高與高闊和十四尺相減餘八尺為長與闊卽以長與闊八尺自乘得六十四尺又以高六尺再乘得三百八十四尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高為六尺長與闊皆八尺也如圖甲乙丙丁戊已扁方體形容積三百八十四尺其甲乙為高乙丙為

六〇
三八四
　八四
〇〇〇

八
八
六四六
五八四

闊丙丁為長甲乙六尺乙丙與丙丁皆八尺甲乙與乙丙共十四尺卽高與闊之和初商所得為高於高闊和內減去初商所餘為闊亦卽長也



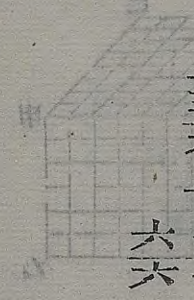
設如帶兩縱相同立方積六千九百一十二尺長與闊相等高與闊和三十六尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其六千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於六千尺之上而以所商十尺為初商之

六九一二

二〇三〇三〇
一六五〇五五〇
九七一〇二〇
六六〇一二〇

六六六六六〇〇〇
三三五二七一〇七
一五六〇七六
六六七六六



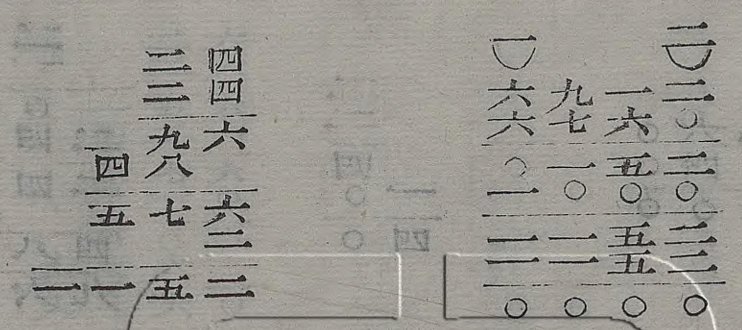
高與高闊和三十六尺相減餘二十六尺為初商之長與闊即以初商之長與闊二十六尺自乘得六百七十六尺又以初商之高十尺再乘得六千七百六十尺書於原積之下相減餘一百五十二尺乃以初商之長與闊二十六尺自乘得六百七十六尺以除餘積一百五十二尺不足一尺因仍益積且初商之長與闊內尚減去次商數故取大數為

四〇二
〇〇四二四〇二
二三四四八〇九六〇

二三四〇四〇
一四

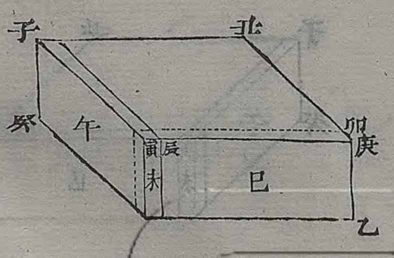
〇〇〇
九六四〇
一〇〇〇

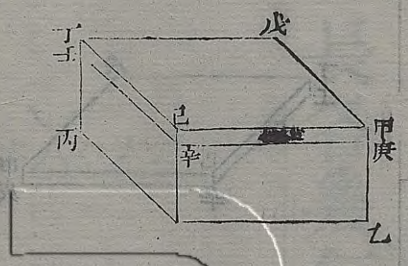
三尺書於原積二尺之上而以次商二尺與初商之長與闊二十六尺相減餘二十四尺為初商次商之長與闊與初商十尺相乘得二百四十尺以次商二尺再乘得四百八十尺倍之得九百六十尺為二方廉積又以次商二尺自乘以初商十尺再乘得四十尺為一長廉積合二方廉一長廉積共一千尺與餘積一百五十二尺相加得一千一百五



十二尺。爲次商一方廉積。乃以初商次商之長二十四尺自乘。得五百七十六尺。以次商二尺再乘。得一千一百五十二尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高十二尺。長與闊皆二十四尺也。

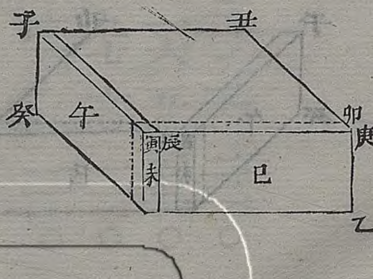
如圖甲乙丙丁扁方體形容積六千九百一十二尺。甲乙高十二尺。甲戊長甲己闊俱二十四尺。甲己與甲乙共三十六尺。卽高與闊之和。其從一面所分庚

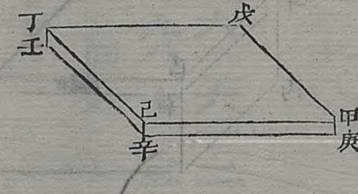




乙癸子扁方體形。庚乙十尺。卽初商數庚丑與庚寅皆二十六尺。卽高闊和內減初商之數。庚丑比甲戊多庚卯一段。庚寅比甲己多辰寅一段。卽次商數。庚乙癸子長方積六千七百六十尺。卽初商與高闊和相減之餘數自乘。又以初商再乘之數。比初商原體積多巳午二方廉積。未一長廉積。因初商積內多減去此積。故以初商次商之長與闊。與初

商相乘。以次商再乘。倍之。即得巳午二方廉積。又以次商自乘。以初商再乘。即得未一長廉積。與餘積相加。即得甲庚辛壬丁戊扁方體形。其甲戊長。甲己闊。皆二十四尺。即高闊和內減初商次商之數。甲庚厚二尺。即次商數。附於初商扁方體之一面。而成甲乙丙丁之總扁方體積也。三商以後。皆倣此遞析推之。





設如帶兩縱相同立方積三百九十六萬八千零六十四尺。其長與闊相等。高與闊和一千尺。問高闊長各幾何。

四
三九六八〇六四

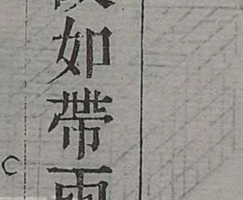
三
一〇〇〇〇〇〇
三九六八〇六四

法列積。如開立方法商之。其三百萬尺爲初商積。可商一百尺。而高闊和爲一千尺。按法相乘。過大於原積。爰以高闊和一千尺自乘。得一百萬尺。以除原積三百九十六萬八千零六十四尺。足三尺。取略大數爲四尺。乃以四尺書於原積四尺之上。而以所商四尺爲高與高

四)四四
六六
〇〇
八八
六六
九九
三三
〇〇〇〇〇〇〇

六六六
九九七四
九九九六四
五九六四
八九六四
八九九二〇一六
四
三九六八〇六四

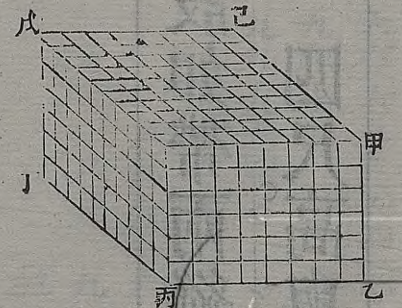
闊和一千尺相減餘九百九十六尺爲長與闊即以長與闊九百九十六尺自乘得九十九萬二千零一十六尺又以高四尺再乘得三百九十六萬八千零六十四尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高爲四尺長與闊俱九百九十六尺也此法葢因帶兩縱甚多而高數甚少其高闊和比原長原闊所多無幾故以高闊和自乘得一面積以除原積即得高與高闊和相減所餘爲闊亦即長邊也



設如帶兩縱不同立方積四百八十尺高與闊和十四尺高與長和十六尺問高闊長各幾何

六)〇〇
八八
四四
〇〇〇

法列積如開立方法商之其積四百八十尺可商七尺因欲得小於半和之數乃退商六尺書於原積空尺之上而以所商六尺爲高與高闊和十四尺相減餘八尺爲闊又以高六尺與高與長



六
八
四八
一〇
〇〇
四八
四八〇

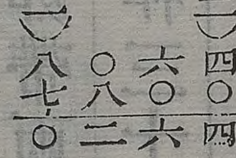
和十六尺相減餘十尺爲長。卽以高六尺與闊八尺相乘得四十八尺。又以長十尺再乘得四百八十尺。書於原積之下相減恰盡。是知立方之高爲六尺。其闊爲八尺。其長爲十尺也。如圖甲乙丙丁戊巳長方體形容積四百八十尺。其甲乙爲高六尺。乙丙爲闊八尺。甲己爲長十尺。甲己與甲乙共十六尺。卽高與長之和。甲乙與乙丙共十四尺。卽高與

闊之和。初商所得爲高。與高闊和相減所餘爲闊。以高與高長和相減所餘卽長也。

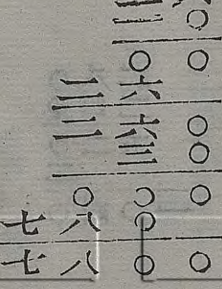
設如帶兩縱不同立方積八千零六十四尺。高與闊和三十六尺。高與長和四十尺。問高闊長各幾何。

一
八〇六四

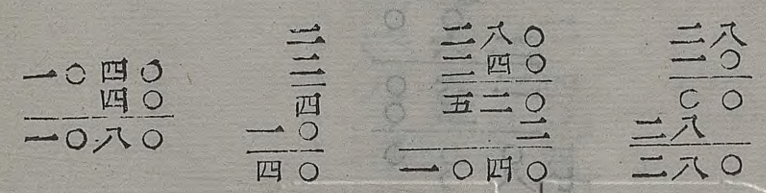
法列積如開立方法商之。其八千尺爲初商積。可商二十尺。因欲得小於半和之數。乃退商十尺。書於原積八千尺之上。而以所商十尺爲初商之高。與高闊



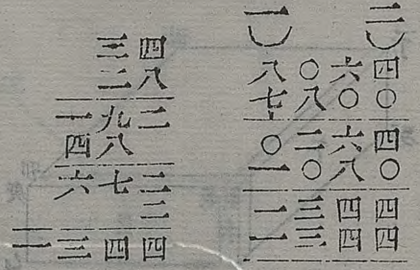
和三十六尺相減餘二十六尺爲初商之闊。又以初商之高十尺與高長和四十尺相減餘三十尺爲初商之長。卽以初商之高十尺與初商之闊二十六尺相乘得二百六十尺。以初商之長三十尺再乘得七千八百尺。書於原積之下相減餘二百六十四尺。爲一長方廉積其厚卽次商之數。其長與闊比初商之長與闊各少一次商之數。乃以初商之

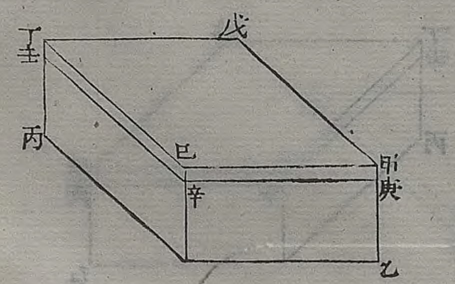


長三十尺。與初商之闊二十六尺相乘。得七百八十尺。以除餘積二百六十四尺。不足一尺。因仍益積。且初商之長闊尚減去次商數。故取大數爲二尺。書於原積四尺之上。而以所商二尺與初商之闊二十六尺相減。餘二十四尺。爲初商次商之闊。以所商二尺與初商之長三十尺相減。餘二十八尺。爲初商次商之長。卽以初商次商之闊二十四尺。與

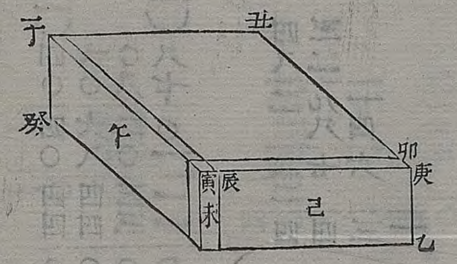


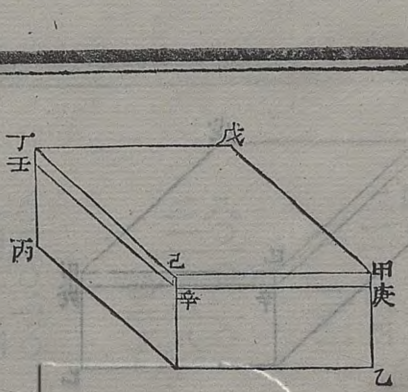
初商之高十尺相乘得二百四十尺。又以初商次商之長二十八尺與初商之高十尺相乘得二百八十尺。兩數相併得五百二十尺。以次商二尺乘之得一千零四十尺。為二方廉積。又以次商二尺自乘得四尺。以初商十尺再乘得四十尺。為一長廉積。合二方廉一長廉積。共一千零八十尺。與餘積二百六十四尺相加得一千三百四十四尺。為次商



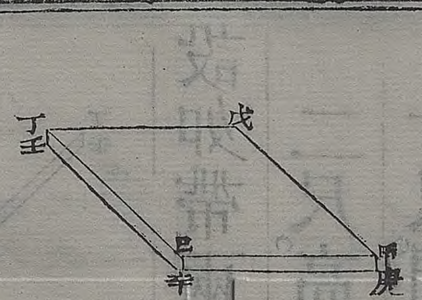


一方廉積。乃以初商次商之闊二十四尺與長二十八尺相乘得六百七十二尺。以次商二尺再乘得一千三百四十四尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高十二尺。闊二十四尺。長二十八尺也。如圖甲乙丙丁扁長方體形容積八千零六十四尺。甲乙高十二尺。甲戊長二十八尺。甲己闊二十四尺。甲乙與甲己共三十六尺。卽高與闊之和。甲乙



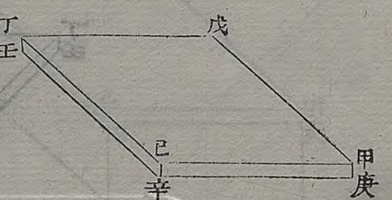


與甲戊共四十尺卽高與長之和其從一面所分庚乙癸子扁長方體形庚乙十尺卽初商數庚丑三十尺卽高與長和內減初商之數庚寅二十六尺卽高與闊和內減初商之數庚丑比甲戊多庚卯一段庚寅比甲巳多辰寅一段卽次商數庚乙癸子長方積七千八百尺卽初商之長與初商之闊相乘又以初商之高再乘之數比原長原闊多巳午



二方廉積未一長廉積因初商積內多減去此積故以初商次商之長與初商之高相乘以初商次商之闊與初商之高相乘兩數相併以次商再乘卽得巳午二方廉積又以次商自乘以初商之高再乘卽得未一長廉積與餘積相加卽得甲庚辛壬丁戊一扁長方體形其甲巳闊二十四尺卽高闊和內減初商次商之數甲戊長二十八尺卽高長和

内減初商次商之數。甲庚厚二尺。卽次商數附於初商扁長方體之一面而成甲乙丙丁之總扁長方體積也。三商以後皆倣此遞析推之。

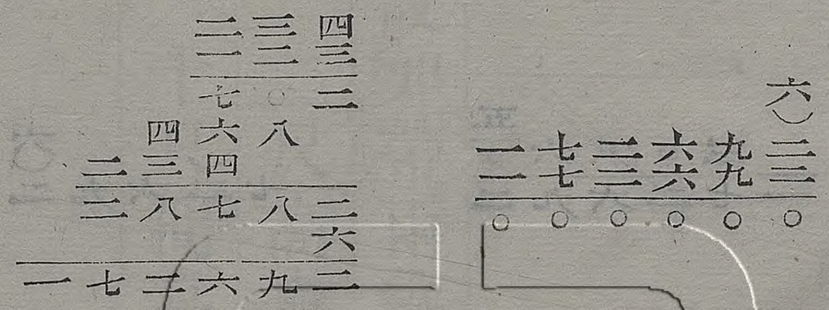


設如帶兩縱不同立方積一十七萬二千六百九十二尺。高與闊和一百二十九尺。高與長和二百四十尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其一十七萬二千尺爲初商積。可商五十尺。而長卽爲一百九十九尺。闊卽爲七十九尺。按法相乘過大於原積。爰以高與闊和一百二十九尺與高與長和二百四十尺相乘。得三萬零八百六十尺。以除原積一十七萬二千六百九十二尺。足五尺。取略大之數爲六尺。乃以六尺書於原積二尺之上。而以所商六尺爲高。與高與闊和一百二十九尺相減。餘一百二十三尺爲闊。又以高六尺與高與長和二

六〇二
一七二六九二

五〇
三〇八六
一七二六九二

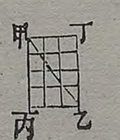


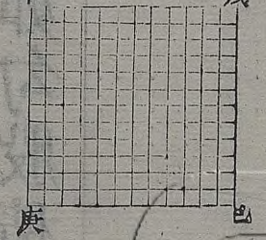
百四十尺相減餘二百三十四尺為長。即以闊一百二十三尺與長二百三十四尺相乘。得二萬八千七百八十二尺。又以高六尺再乘。得一十七萬二千六百九十二尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高為六尺。闊為一百二十三尺。長為二百三十四尺也。此法蓋因帶兩縱甚多。而高數甚少。其高與闊和。比原闊所多無幾。高與長和。比原長所多亦無幾。故以高與闊和與高與長和相乘。得一面積。以除原積。即得高與高闊和相減。所餘為闊。與高與長和相減所餘即長也。

附勾股法四條

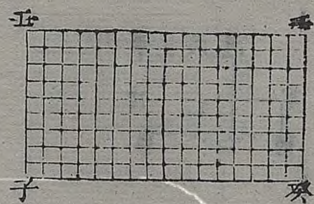
設如勾股積六尺。勾弦較二尺。求勾股弦各幾何。

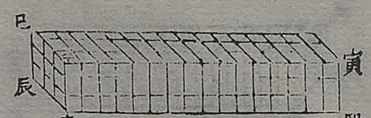
法以勾股積六尺。倍之得十二尺。自乘得一百四十四尺。以勾弦較二尺除之。得七十二尺。折半得三十六尺。爲長方體積。乃以勾弦較二尺。折半得一尺。爲長方體之長比高闊所多之較。用帶一縱較數開立方法算之。得高與闊三尺爲勾。加勾弦較二尺。得五尺爲弦。以勾



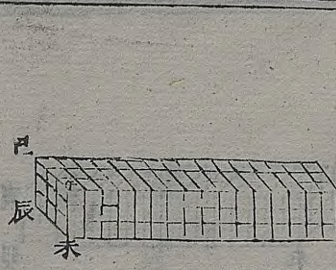


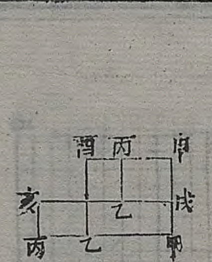
三尺除倍積十二尺得四尺爲股也此法有勾股積勾弦較必得股自乘積以勾弦較除之始得勾弦和而勾弦和爲二勾一勾弦較之共數將勾弦和半之爲一勾半勾弦較之共數今作爲帶縱立方體算者即如以勾爲帶縱立方之高與闊勾與半勾弦較之共數爲帶縱立方之長半勾弦較爲帶縱之較用帶縱較數立方法開之得高與闊即勾也



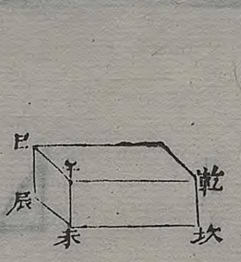


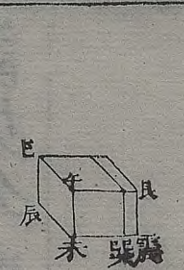
如甲乙丙勾股積倍之成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積自乘得戊己庚辛正方面積即如勾自乘股自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積試將此長方面積變爲長方體積其底爲勾自乘之數其長爲股自乘之數其勾自乘之底邊即勾而股自乘之長又爲勾弦較與勾弦和相乘之數是暗中已得股自乘之一數矣其長方體即如寅卯





辰巳長方體形然又試作一申甲乙酉弦自乘之正方內申戌乙丙爲勾自乘之正方則戌甲乙酉丙乙磬折形與股自乘之正方等。引而長之成戌甲丙亥之長方其戌甲闊卽勾弦較甲乙丙長卽勾弦和今以股自乘之數用勾弦較除之得勾弦和卽如寅卯辰巳之長方體積。用勾弦較除之而得乾坎辰巳之長方體積其午未辰巳之高闊相乘之

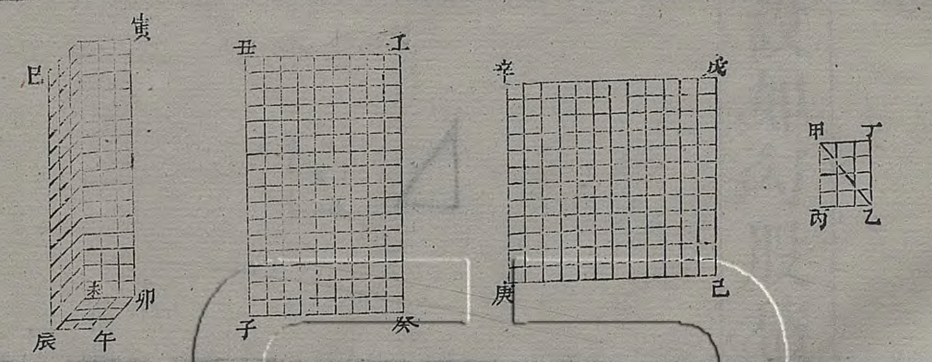




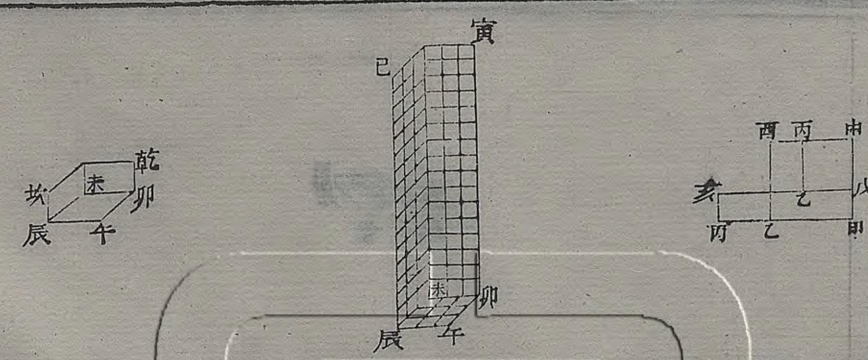
面積未減而坎未之長卽爲勾弦和矣勾弦和旣爲二勾一勾弦較之共數折半則得一勾半勾弦較之共數故將所得之乾坎辰巳長方體積折半爲艮震辰巳長方體積其巳辰高未辰闊仍皆爲勾與巽未等其震未長爲勾與半勾弦較之共數震巽爲半勾弦較卽長比高闊所多之數故以勾弦較折半用帶一縱較數開立方法算之得高與闊爲

勾也。
設如勾股積六尺。勾弦和八尺。求勾股弦各幾何。
法以勾股積六尺。倍之得十二尺。自乘得一百四十四尺。以勾弦和八尺除之。得十八尺。折半得九尺。爲扁方體積。乃以勾弦和八尺。折半得四尺。爲扁方體之高與長闊之和。用帶兩縱相同和數開立方法算之。得長與闊三尺。爲勾。於勾弦和八尺內。減勾三尺。餘五尺。爲弦。

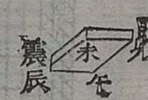
以勾三尺除倍積十二尺。得四尺。爲股也。此法有勾股積勾弦和。必得股自乘積。以勾弦和除之。始得勾弦較。半之爲半勾弦較。今作爲帶縱立方體算者。卽如以勾爲帶縱立方之長與闊。半勾弦較爲帶縱立方之高。一勾半勾弦較之共數爲帶縱立方之高與長闊之和。用帶兩縱相同和數立方法開之。得長與闊卽勾也。如甲乙丙勾股積。倍之成甲



丁乙丙勾股相乘之長方面積。自乘得戊己庚辛正方面積。卽如勾自乘。股自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積。試將此長方面積。變爲長方體積。其底爲勾自乘之數。其高爲股自乘之數。其勾自乘之底邊卽勾。而股自乘之高。又爲勾弦較與勾弦和相乘之數。是暗中已得股自乘之一數矣。其長方體卽如寅卯辰巳長方體形。然又試作一



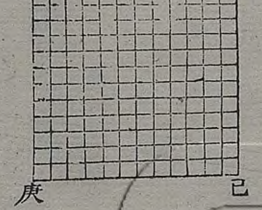
申甲乙酉弦自乘之正方。內申戊乙丙爲勾自乘之正方。則戊甲乙酉丙乙磬折形。與股自乘之正方等。引而長之。成戊甲丙亥之長方。其戊甲闊卽勾弦較。甲乙丙長卽勾弦和。今以股自乘之數。用勾弦和除之。則得勾弦較。卽如寅卯辰巳之長方體積。用勾弦和除之。而得乾卯辰坎扁方體積。其卯午辰未之長闊相乘之面積未減。而乾卯之高。卽爲



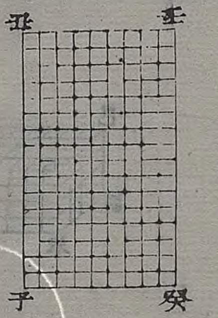
勾弦較矣折半則得艮卯辰震扁方體積其卯午長午辰闊仍皆為勾而艮卯之高為半勾弦較其艮卯與卯午即高與長闊之和為一勾半勾弦較之共數而勾弦和乃二勾一勾弦較之共數故以勾弦和折半得一勾半勾弦較用帶兩縱相同和數開立方法算之得長與闊為勾也。

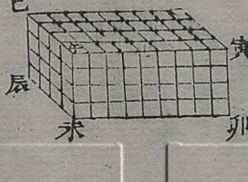
設如勾股積六尺。股弦較一尺。求勾股弦各幾何。

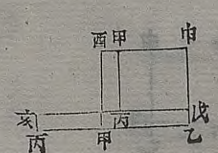
法以勾股積六尺。倍之得十二尺。自乘得一百四十四尺。以股弦較一尺除之。仍得一百四十四尺。折半得七十二尺。為長方體積。乃以股弦較一尺。折半得五寸。為長方體之長比高闊所多之較。用帶一縱較數開立方法算之。得高與闊四尺為股。加股弦較一尺。得五尺為弦。以股四尺除倍積十二尺。得三尺為勾也。此法有勾股積。有股弦較。必得勾



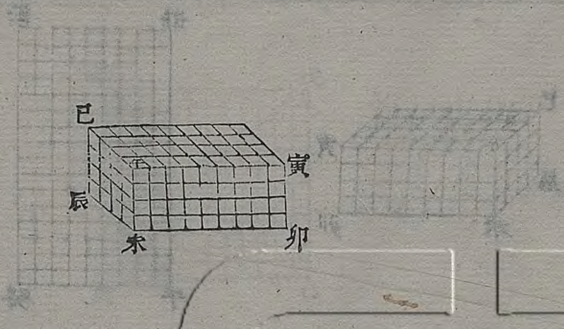
自乘積。以股弦較除之。始得股弦和。而股弦和爲二股一股弦較之共數。將股弦和半之爲一股半股弦較之共數。今作爲帶縱立方體算者。卽如以股爲帶縱立方之高與闊。股與半股弦較之共數爲帶縱立方之長。半股弦較爲帶縱之較。用帶縱較數立方法開之。得高與闊卽股也。如甲乙丙勾股積。倍之則成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積。自乘

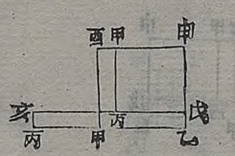




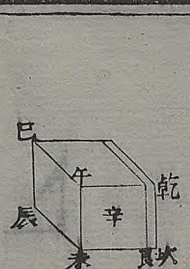


得戊己庚辛正方面積。卽如股自乘勾自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積。試將此長方面積變爲長方體積。其底爲股自乘之數。其長爲勾自乘之數。其股自乘之底邊卽股。而勾自乘之長。又爲股弦較與股弦和相乘之數。是暗中已得勾自乘之一數矣。其長方體。卽如寅卯辰巳之長方體形。然又試作一申乙甲酉弦自乘之正方。內申戌



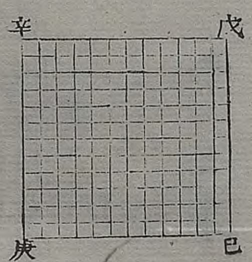


丙甲為股自乘之正方則戊乙甲酉甲丙罄折形與勾自乘之正方等引而長之成戌乙丙亥之長方其戌乙闊即股弦較乙甲丙長即股弦和今以勾自乘之數用股弦較除之得股弦和即如寅卯辰巳之長方體積用股弦較除之仍得寅卯辰巳之長方體積其午未辰巳高闊相乘之面積與卯未之長俱未減而卯未之長即命為股弦和矣股弦和既為二股一股弦較之共數折半則得一股半股弦較之共數故將所得之寅卯辰巳長方體積折半為乾坎辰巳長方體積其未辰闊巳辰高仍皆為股與艮未等其坎未長為股與半股弦較之共數坎艮為半股弦較即長比高闊所多之數故以股弦較折半用帶一縱較數開立方法算之得高與闊為股也

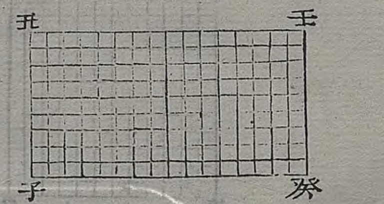


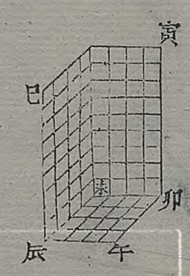
設如勾股積六尺股弦和九尺求勾股弦各幾何

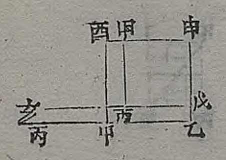
法以勾股積六尺倍之得十二尺自乘得一百四十四尺以股弦和九尺除之得十六尺折半得八尺為扁方體積乃以股弦和九尺折半得四尺五寸為扁方體之高與長闊之和用帶兩縱相同和數開立方法算之得長與闊四尺為股於股弦和九尺內減股四尺餘五尺為弦以股四尺除倍積十二尺得三尺為勾也此法有勾股積股弦和必得勾



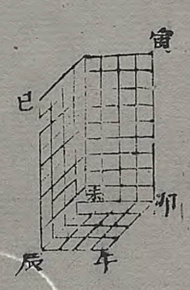
自乘積以股弦和除之始得股弦較半之為半股弦較今作為帶縱立方體算者即如以股為帶縱立方之長與闊半股弦較為帶縱立方之高一股半股弦較之共數為帶縱立方之高與長闊之和用帶兩縱相同和數立方法開之得長與闊即股也如甲乙丙勾股積倍之成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積自乘得戊己庚辛正方面積即如股自乘

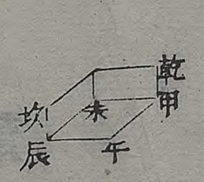


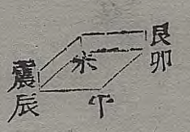




勾自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積試將此長方面積變爲長方體積其底爲股自乘之數其高爲勾自乘之數其股自乘之底邊卽股而勾自乘之高又爲股弦和與股弦較相乘之數是暗中已得勾自乘之一數矣其長方體卽如寅卯辰巳長方體形然又試作一申乙甲酉弦自乘之正方內申戊丙甲爲股自乘之正方則戊乙甲酉申







丙磬折形與勾自乘之正方等引而長之成戊乙丙亥之長方其戊乙闊卽股弦較乙甲丙長卽股弦和今以勾自乘之數用股弦和除之則得股弦較卽如寅卯辰巳之長方體積用股弦和除之而得乾卯辰坎扁方體積其卯午辰未長闊相乘之面積未減而乾卯之高卽爲股弦較矣折半則得艮卯辰震扁方體積其卯午長午辰闊仍皆爲股而艮

卯之高爲半股弦較其艮卯與卯午即高與長闊之和爲一股半股弦較之共數而股弦和乃二股一股弦較之共數故以股弦和折半得一股半股弦較用帶兩縱相同和數開立方法算之得長與闊爲股也