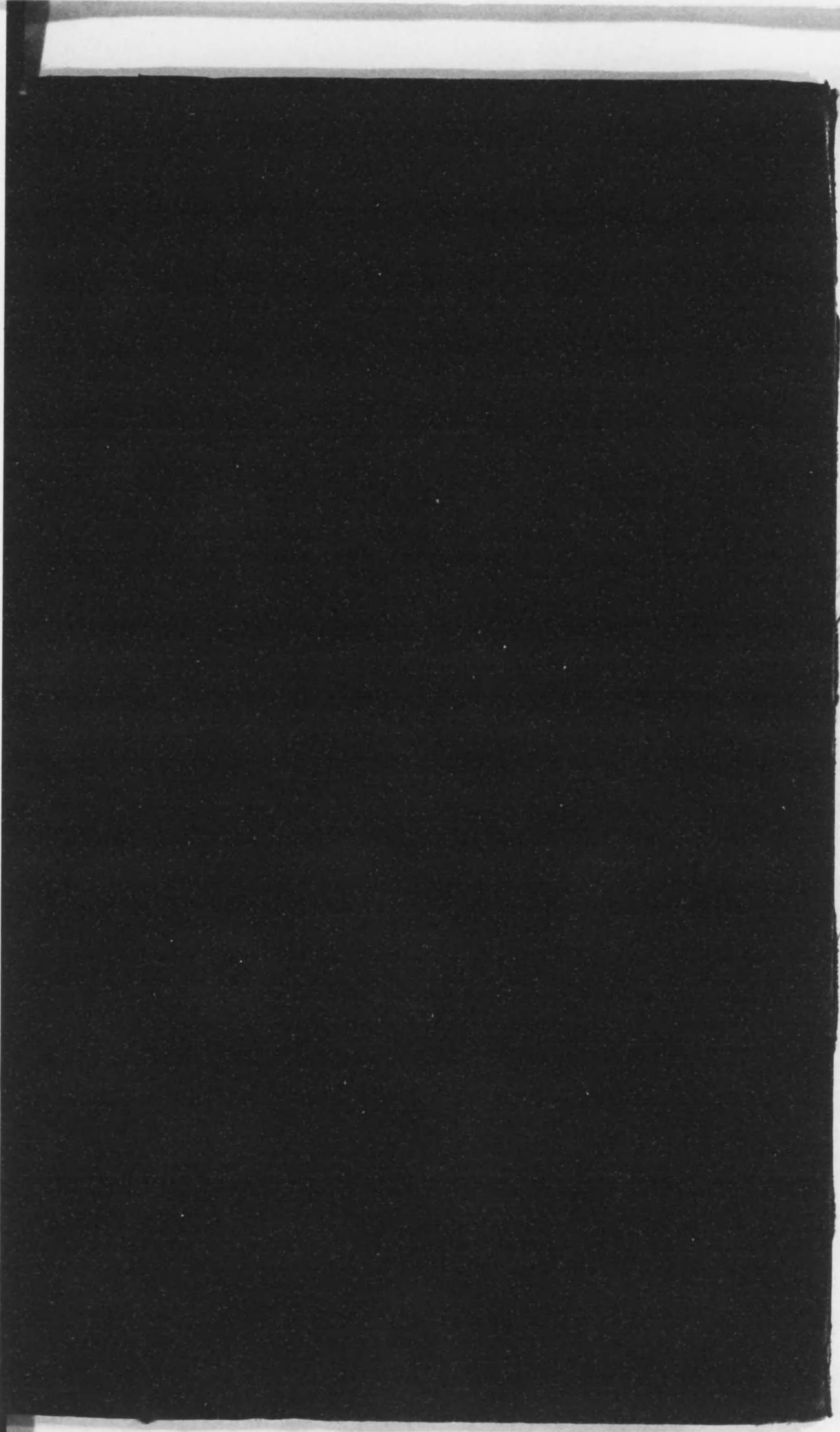




發





322  
469



理學博士 小倉金之助編輯

數學教育名著叢書  
第七篇

ジョン・ペリー

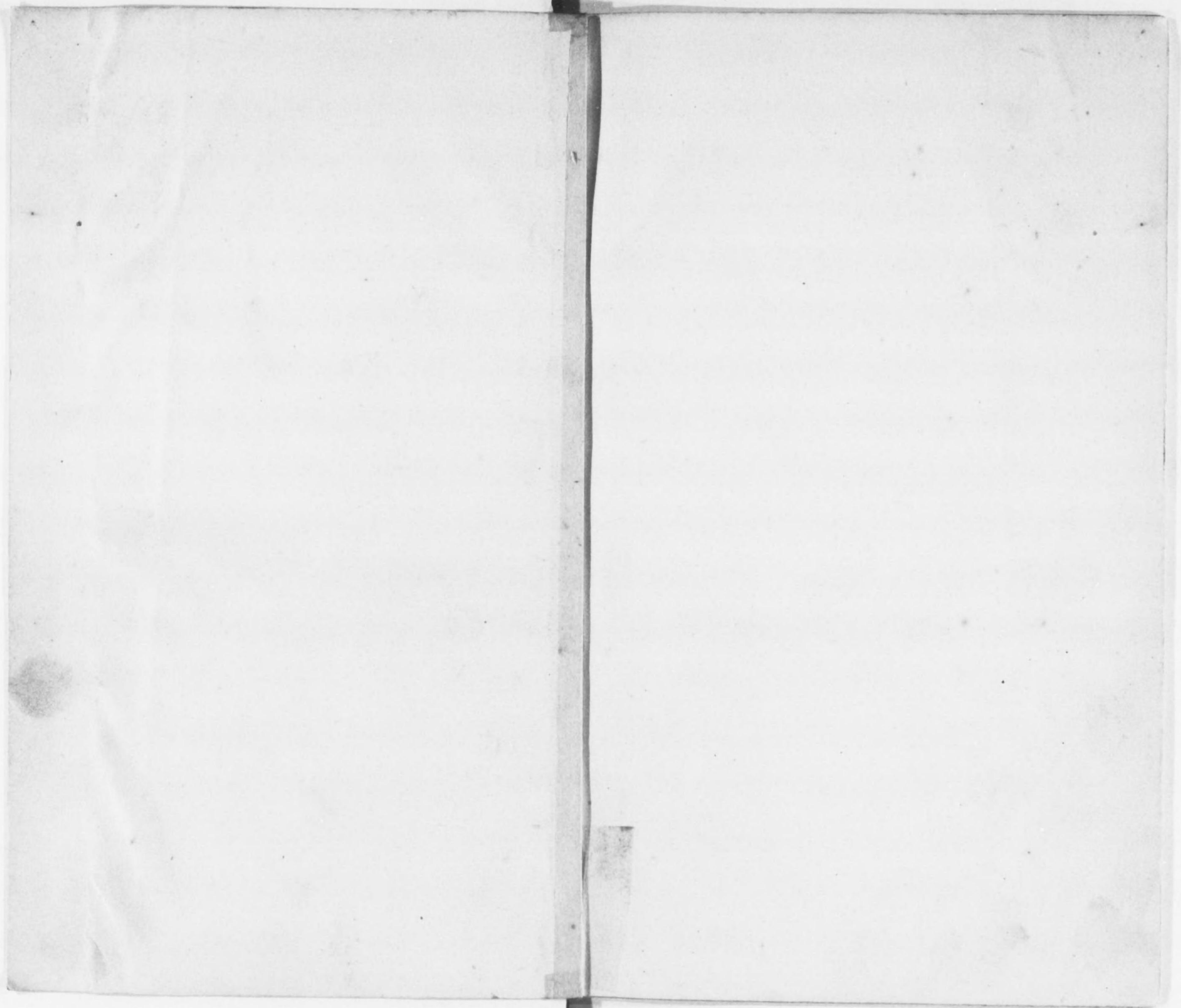
初等實用數學

小倉金之助序  
新宮恒次郎譯註

1930

東京  
山海堂出版部







ジョン・ペリー

著者ト其筆蹟



ジョン・ペリーハ1850年アイルランドノアルスタニ生ル。ベルファストノ學校ヲ卒ヘテ後、1864年ヨリ5年ノ間年期奉公シ、1868年ヨリ1870年マデ同地ノクニーンズ・カレッジニ工学ヲ學ビ、1870年優等デ卒業シ、工學士トナル。ソレヨリクリフトン・カレッジデ物理學ヲ講義シ、1874年グラスゴニノウヰリアム・タムソン教授ノ名譽助手トナル。1875年日本ニ來リ、東京工科大学ノ助教授トナリ、1879年歸英、1882年ロンドン工科大学ノ教授トナリ、1896年ロンドン王立理科大学教授トナリ、1913年マデ在職。1920年71歳ニテ歿シタ(詳細ハvii頁參照)



理學博士 小倉金之助編輯

數學教育名著叢書

第七篇

ジョン・ペリー

# 初等實用數學

小倉金之助序

新宮恒次郎譯註

1930

東京

山海堂出版部





322-469

1

## ジョン・ペリーニ於ケル數學ノ實踐性

— 序ニ代ヘテ —

ジョン・ペリー(1850—1920)ハ工學ノ優レタ専門家デアツタガ、一般的ニハ寧ロ「數學教育改造十字軍」ノ主唱者トシテ知ラレテキル。既ニ誰デモ認メテキルヤウニ、現代ニ於ケル數學教育改造ノ動機ト意義トハ、少クトモ其ノ一半ヲ彼ノ主張ニ歸スベキモノデアラウ。

實際ペリーハ、カノ劃期的ナル「數學教育ノ討議」(1901)ニ於テ、<sup>(1)</sup>マタ彼自身ノ講義案タル本書ソノ他ニ於テ、抽象的理論的數學教育ヲ徹底的ニ排撃シテキル。ソレデ、因襲ヲ固守スル封建的教師ト、智識的貴族タル高踏的教授トハ、ペリーニ面ヲ背ケタ。ソシテ稍々進歩的ナ教育者<sup>(2)</sup>ハ、彼ノ方法ノ幾「パーセント」カニ、クライン、ボレル、ムーア等

(1) ペリーノ講演ノ譯ハ、鍋島信太郎氏編『數學教育ノ革新』(目黒書店、大正15)、頁45—105ニ載セラレテアリ、教育者必讀ノ文字デアル。

(2) ペリーニ好意ヲ有ツタ有力ナル數學者ニハ、アメリカノムーアヤドイツノクライン學派ノ人々ガアツタ。ムーアノ講演ハ前掲鍋島氏ノ著ニ採録サレテキルシ、クライン學派ノモノデハ R. Fricke, Ueber Reorganisationsbestrebungen des mathematischen Elementarunterrichts in England, Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. 13 (1904), S. 283 ガ參考ニ値スルト思フ。



ノ比較的穩健ナル方法ヲ多分ニ混合シ、進ンデハ教育學者ヤ心理學者——デュウイ、ナン、ソーンダイク等——ノ主張ヲモ加味スルニ至ツタ。カクテ改造運動ノ尖端ニ立テル現代ノ教育者ハ、數學ノ心理化、社會化、實用化、教授法化ヲ誇リトシテキル。<sup>(1)</sup>

併シナガラ、斯ル修正(?)ノ結果トシテ、吾々ハベリノ思想ノ本質カラ、既ニ遠ク離レ去ツタコトヲ、見出サザルヲ得ナイノデアアル。<sup>(2)</sup>ナゼナラ、ベリハ決シテ普通ノ、單ナル意味デノ實用化ヤ教授法化ナドヲ主張シタノデハナカッタカラ。<sup>(3)</sup>彼ノ主張ノ本質ハ、數學ノ實踐性ニアツタ。ソレモ單ナル教授技巧トシテノ所謂實驗實測デハナク、現實ノ問題ソレ自身ノ把握ニアツタノデアアル。

(1) 世界各國ニ於ケル數學教育ノ現状ヲ總覽スルニハ、The National Council of Teachers of Mathematics, The Fourth Yearbook: Significant changes and trends in the teaching of mathematics through the world since 1910. (Teachers College, Columbia University, 1929)ガ最モ便利デアラウ。

アメリカノ状態ハ直接最モ研究ニ値スルガ、「ネツプ」ノソヴィエト・ロシア、ムツソリ・イタリノ數學教育ヲ知ルハ、極メテ重要ナコトデナケレバナラナイ。

(2) ベリ自身デモ、ベリ運動ノ直接ノ結果ガ、單ニ簡單ナ改良ニ止マルヤウニナツテ、到底彼ガ「實用數學ノ教師トシテ二十年以上ニ亘ル著シイ成功ニヨツテ實踐シタ所ノ徹底的改造」ハ望ミ得ナイダラウト、豫言シテキル。Nature, Vol. 65 (1902), p.484ヲ見ヨ。

(3) ベリノ主張ノ要點トシテ、ユークリッドノ形態カラノ絶縁、實用幾何ノ高調、立體幾何ノ重視、方眼紙ノ奨勵、實用上ノ諸測定ノ高調、等々ト列挙シテモ、ソレ丈ケデベリノ本質ガ完全ニ分析サレタコトニハナラナイ。ベリニアツテハ、自然科學的現象ト實用解析の方法トガ統一融合サレテ、分離シ難イモノニナツテキル。ベリノ數學ヲ正當ニ判斷批評スルコトハ實ニ難イ。

ベリニアツテハ、抽象的數學ノ理論ヲ自然(及ビ社會)現象ノ説明ニ應用シヨウト云フノデナク、寧ロ、自然(及ビ社會)現象ノ中カラ、實踐ニヨツテ、數學的法則ヲ見出ス所ニ、彼ノ數學ノ意義ガアツタノダ。[實驗ヲ伴ツタ常識ノ説明ガ法則デナケレバナラナイ。抽象的幾何學ヲ斷ジテ教ヘルコト勿レ]トノ[スローガン]ハ、斯クシテコソ初メテ正當ニ解釋シ得ラレルト思フ。

獨リ其レノミデハナイ。ベリノ價值ハ、コレ迄恐ラク誰モ注意ヲ拂ハナカッタ所ノ、他ノ一面カラモ批判セラルベキデアルト信ズル。

ベリハ長年月ノ間、大學教授トシテ生活シタガ、彼ハ單ナル[大學教授]デハナカッタ。彼ハ少年ノ時代(1864—68)ヲ一商會ノ年期徒弟トシテ送り、其ノ商會ノ製圖室並ビニ模型製作室ニ勤務シタ。ソノ後(1868—70)夏季ノ間鍛冶工場ニ通勤シ、苦學ノ中ニゼームス・タムソン教授ノ工學講義ニ出席シタノデアアル。<sup>(1)</sup>カクテ若年ニシテ勞働者

(1) オックスフォード大學天文學教授ターナーノ筆ニ成レルベリノ傳記ニヨル。Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol.111 (1926)參照。

實際ベリノ如キ人ニシテ初メテ、次ノコトガ言ヘルノダト思フ。(尤モドイツノリッケモ流石ニ之ニ對シテハ辯明シテキルガ)。

「私ハ茲ニ或ル外國ノ工業大學ノ全課程ヲ……持ツテキル。コノ學校ノ入學準備ヲスル爲メニ、子供ハ十九歳マデ烈シイ勉強ヲシナケレバナラナイ。……此ノ學校ハ氣力ヲ失ツタ十九歳ノ青年カラ始メテ、四ケ年ニ亘ツテ、アラユル(次頁ニ續ク)。



ノ生活ヲ體驗セル彼ハ、勞働者ノ智識増進ノ爲メニ努力スルニ至ツタ。現ニ1890年出版ノ『獨樂』ハ、職工等ヘノ講義デアツタ。更ニ1899年彼ハイギリス學務局ニ依嘱サレテ、ロンドンノ職工等ニ數學ニ關スル六回ノ講義ヲナシ、ソノ講義ガ即チ本書ノ前身タル『實用數學』トナツタノデアアル。彼ノ數學教育論ハ、單ナル書齋ヤ講堂カラノ產物デハナク、ソノ陰ニハ工場ト職工ノ生活ガアルノダツタ。

彼ハ職工ノ味方トシテ、ヨク職工ヲ理會シテ居タ。

「コノ邊ノコトハ數學者ノ所謂解析幾何學ト稱スル所デアツテ、彼等ニ云ハセルナラ、代數ヤ三角法ヲ十分學ンダ後デナケレバ、理解スルコトガ出來ナイト云フダラウ。ケレドモ私ハ、讀ミ書キノ出來ナイ人デモ、上手ニ方眼紙ヲ使ツテ、ヨク其ノ理由ヲ會得スルダラウト思フ。」——

彼ハ職工ノ爲メニ、弱者ノ爲メニ、年少者ノ爲メニ、大衆ノ爲メニ戰ツタ。彼ガ抽象的理論ヲ排撃シテ、具體的實

(<sup>(1)</sup>續キ)種類ノ純粹數學及ビ應用數學ヲ教ヘルノデアアル……。

併シ私ハ、小學校ヲ卒ヘタキリデ數學ヤ自然科學ニ無智デアリ、且ツ彼等ヲ教育スル義務ガアルト考ヘテキル者ノ誰一人居ナイ工場ニ集メラレテキル……英國ノ子供デモ、先程述べタ工業大學ノ產物ニ比ベテ、ヒドク悪イ職工デハナイト、眞面目ニ罷言スル。……彼等(工業大學ノ卒業生)ハ嘗テ發明スルコトガ出來タカ? 自由人トナルコトガ出來タカ? 私ハ彼等ガ工藝ニ關スル一切ノ學問ヲ、出來ル丈ケ無視シ、忘却シ、輕視スルコトニヨツテ、人間トナラウト努メテキルノヲ見タコトガアル」

踐ヲ説キ、半生ヲ擧ゲテケムブリッジ、オックスフォード流ノ「アカデミック」ナル數學ヲ論難シツツアル間ニ、本書ハ作リ上ゲラレタノデアツタ。若シカウ云フ言葉ガ許サレルナラ、彼ハ無意識ノ裡ニ、「自然發生的」ナル「プロレタリア的數學」ヲ作リツツアツタノダ!

コノ書ハ、ペリーノ數多キ著作中デモ、特ニ論争的色彩ニ富ンダ講義デアアル。本書ノ讀者ハ、大衆ヘノ實踐的數學普及宣傳ノ爲メニ、「大學教授的高踏性ト戰ヘル、熱風ノ如キ著者ノ息吹ヲ感ズルデアラウ。彼ハ本書ノ中デ純粹數學者」ノ迷信ヲ、口ヲ極メテ非難シタ。ソレト同時ニ、彼自身ノ主張モ未ダ十分消化シ切レズニ、生ノママ所々ニ轉ガツテキル。彼ハ他ヲ傷付ケルト同時ニ、自ラモ傷付イタ。併シ、ソレガ闘ナノダ……。

(<sup>(1)</sup> グラスゴーニ於ケルペリーノ講演ニ對シテ、最モ烈シク反對シタ數學者ノ一人ガ、其ノ會ノ委員長フォーサイス(當時ノケムブリッジ大學教授)デアツタコトモ皮肉デアツタ。斯様ナ反對論ハ、普通誰レデモ言ヒサウナコトデ、茲ニ改メテ述ベル必要モアルマイト思フ。1925年ノMathematical Gazetteニ掲載シテキルヒューウッドノ反對論モ、「大學教授」ノ代表的意見以外ノ何物デモナイ。

(<sup>(2)</sup> 私ハ「マルキシズム」等ニ對シテ、茲ニ「自然發生的」ナル語ヲ用ヒタノデアアル。ペリーハ、彼ノ論文集『England's neglect of science』(1901)ソノ他ニ見ルガ如ク、熱心ナル愛國者デアツタ。マタ彼ガ一種ノ人道主義者デアツタコトハ、彼ノ著作ヲ通ジテ明ラカニ讀ミ取リ得ル。彼ノ言葉ニ曰フ「國家ノ安泰ノ基礎ハ良キ教育ニヨツテ、少數デナク全國民ヲ精神的並ニ身體的ニ完全ニ發達サセルコトニアル。」數學教育論者トシテノ彼ハ、「全能ノ神ヨ! 私ハ寧ろ着古ルサレタ信仰カラ生レ出ター一人ノ異教徒デアリタイ」ト叫ンデキル。聖書トマコーレーノ論文集トハ、生業ヲ通ジテ彼ノ愛讀書デアツタ。



卒直ニ言ヘバ、從來ノ中等教育ヲ受ケタ日本ノ學生ハ、彼等ガコレマデ負ウテ來タ遺産ノ重荷ノ爲メニ、本書ヲ學ブニハ多分ノ骨折リヲ要スルダラウ。之ニ反シテ、例ヘバ工場ニ働ク技術的勞働者ノ如キ人々ハ、コノ實踐的ナル荒削リノ數學書ヲ、却ツテ容易ニ了解シ得ルダラウト思ハレル。

慧眼ナル教育者ハ、所謂心理的、社會的、實用的、教授法的ニ、最善ノ進歩ヲ遂ゲタト呼バレルアメリカノ數學教科書ニ於テ、資本主義的ナ、ソシテ「ビズネス・ライク」ナ「アメリカニズム」ノ反映ヲ、到ル處ニ見出スデアラウ。若シ諸君ニシテ「プロレタリア」的實踐性ヲ有スル力強イ數學ヲ欲スルナラバ、之ヲ本書ニ求メルガヨイ。コレハ如何ナル意味ニ於テモ未成品デハアルガ、併シ此處ニハ輝カシイ未來ガ期待サレテキル。(1929・11・26)

小倉金之助

## ベリート本書

—(譯者ノ序)—

米人ペルリノ我が浦賀來訪ニモ比スベク、二十世紀ノ劈頭曉鐘ヲ物凄クモ撞イテ、雄々シクモ數學教育革新ノ烽火ヲ打チ舉ゲタペリーハソモ如何ナル人ゾ。古來幾多曠世ノ偉才ハ數學ヲシテ講壇ノ奥深ク隠レシメタルニ反シ、ペリーハ卓抜ナル見識ヲ以テヨク之ヲ市井ノ大衆ニ呼ビカケタ。コレガ爲ニ數學教育ノ改造ハ全世界ノ國々ニ於テ企畫セラレ、着々其ノ歩ヲ進メラレテ來タ。思フニ、彼ハ少クトモ數學ニ關係ヲ有シ、或ハ教育ヲ論ズル者ノ欣慕スベキ恩人デアリ、先覺者デナケレバナラス。

ジョン・ペリー (John Perry, 1850-1920)<sup>(1)</sup>、彼ハ1850年2月14日アイルランドノアルスタ (Ulster) ニ生ル。ベルファスト (Belfast) ノ學校 (Model School) ヲ卒ヘ、1864年カラ1868年マデハ同地ノ工作品ノ商會ニ年期奉公シテ、具ニ働ク人トシテノ體驗ヲ嘗メ、1868年カラ1870年マデハ、同地 (ベルファスト) ノクキーンズ・カレッジ (Queen's College) ノ教授、ゼームス・タムソン (James Thomson) ノ工學ノ「クラス」ニ出席シ、刻苦勉勵、1870年ニ優等ノ成績ヲ以テ卒業シ、工學士 (「バチュラー・オヴ・エンヂニアリング」) ノ稱號ヲ獲タ。ココニ彼ノ工學方面ニ進ム緒ハ開ラカレ、卒業後、クリフトン・カレッジ (Clifton College) デ物理學ヲ講義シテキタガ、1874年、グラスゴー (Glasgow) ノサー・ウィリアム・タムソン (Sir William Thomson) 教授ノ許ニ其ノ名譽助手トナ

(1) ペリーノ傳記ニ就イテハ、iii頁脚註(1)參照。



日本ニ在ツタ當時ノ著者



【カシヨリ初等數學史ヨリ】

(1) 東京工科大学ノ前身デ、虎ノ門ノ工部大學校ニ聘セラレ、數學ヤ應用力學ヲ教授シタ。即チ明治8年(1875)9月9日工部大學校土木學助教トシテ就職シ、同12年(1879)3月31日ヲ以テ解職トナツタ。其ノ間5個年ノ間、日本ノ數學教育ニ新味ノ教授振ヲ發揮シタ事ハ『原著者ノ序』ニモ述ベテアル通りデアル。(xiv頁參照)

ツテ研鑽ヲ積ミ、1875年、日本ニ來朝シテ東京工科大学ノ助教授 (Joint professor) トナツタ。<sup>(1)</sup>

1879年英國ニ歸リ、1882年ロンドン工科大学 (London Technical College)ノ機械工學ノ教授トナリ、1896年ニハ王立理科大学 (Royal College of Science)ノ力學並ニ數學ノ教授トナツタ。彼ノフイフテノ「獨逸國民ニ告グ」ノ大獅子吼ノソレニモ比スベク、ベリーガナシタ數學教育革新ノ爲ノ奔河ノ如ク虹霓ノ如キ熱辯數學教育ノ討議<sup>(2)</sup>ハ、此ノ理科大学教授デアルトキニナサレ、本書ノ執筆モ亦此ノ頃デアル。其ノ間又彼ハ物理學會長ヲ務メ、又電氣工學研究所長等ノ職ヲモ兼ネテ、社會的ニモ活躍シタ。

本書ノ原書ガ初メテ公刊サレタ記念スベキ年、1913年ニ64歳ヲ以テ教授ノ職ヲ退キ、1920年ニハ病氣保養ノ爲ニ南米ニ赴イタガ、歸國後8月4日ニ71歳ヲ一期トシテ歿シタ。彼フイフテハ臨終ニ際シ、獨逸軍ノ旣ニライン河ヲ超エタト聞イテ莞爾トシテ逝ツタトイフ。我ガ數學教育界ノベリーハ、其ノ終焉ノ時本書ノ原書ガ再版ノ新裝ヲ以テ世ニ現ハレタルモ如何ガ感じタ事デアラウ。

ベリーノ研究ハ主トシテ物理學、工學ノ方面ニ在ツタ事ハ述ベルマデモナイ。其ノ研究ニハアイルトン (W. E. Ayrton) トノ協同

(1) i頁脚註(1)參照。尙此ノ原論文ハ British Association Meeting at Glasgow, 1901; Discussion on the **Teaching of Mathematics**, which took place on September 14th, at Joint Meeting of two Sections: Section A.-Mathematics and Physics, section L.-Education, [Chairman of the Joint meeting, The Right Hon. Sir John E. Gorst, K.C., M.P. President of Section L.] Edited by Professor PERRY, to which is now added the Report of the British Association Committee drawn up by the Chairman Professor Forsyth. 1901(再版ハ1902), London. 之ハ四六版123頁假綴ノ小著デアルガ、力強イモノデアツタワケデアル。今ハ既ニ絶版トナツテキテ、愈々其ノ歴史的價值ヲ有スル。



ノモノガ多イ。今其ノ研究中特ニ名論文ト稱ヘラレルモノヲ學  
ゲルナラバ

Music of colour and visible motion.

Dispersion photometer.

The importance of a general system of simultaneous observations of  
atmospheric electricity.

Contact theory of Voltaic action.

等,其ノ他數々アル。<sup>(1)</sup>

從ツテ其ノ著書ニモ,蒸汽機關ト瓦斯機關<sup>(2)</sup>獨樂等ヲ始メ,工學方  
面ノモノガ多イノデアルガ,又數學ニ就イテ造詣深ク,數學ニ關ス  
ル著書モ多イ。併シ此等ハ皆工學方面ヘノ應用的色彩ヲ濃厚ニ  
シタモノデアルコトハ,其ノ著應用力學<sup>(4)</sup>工學者ヘノ微積分學<sup>(5)</sup>等ノ  
名ガ有力ニ之ヲ物語ツテキル。即チ彼ハ他ノ文獻ニ於テ既ニ實  
用數學ヲ建設シツツアツタノデアル。

(1) Earthquakes. (日本デ)

Heat conduction in stone.

Magic mirror of Japan. (日本古來ノ鏡ガ,之ニ日光ヲ當テ反射光線ヲ平面上ニ  
トルトキハ,其ノ裏面ノ書畫ガ之ニ映ズル特性ヲ有スルコトノ研究發表。)

Stress in continuous beams.

Quadrant electrometer.

Defective insulator.

Efficiency of electric lamps, 等多々アル。

(2) Perry, The steam engine and gas & oil engines. London.

(3) iv 頁參照, Perry, Spinning tops. (The "operatives' lecture" of the British  
Associating at Leeds.) 1890, London. 大部ノ著書デハナイガ,「ヂャイロスコープ」ノ  
今日ノ應用ヲ思フトキ,又價値アルモノデアル。

(4) Perry, Applied mechanics, 1897, London. (今ハ絶版)

(5) Perry, The calculus for engineers. 1897. London. 此ノ(4),(5)ノ二書ハ屢々  
本書ノ原書ニ引用シテアルノデ,譯者モ努メテ之ヲ拔萃シテ來タ。

本書ハ彼ノ代表的傑作ニシテ,ベリーノ數學教育思潮ヲ實際ニ  
教材ヲ通シテ發表サレタト見ルベキ,

Perry, **Elementary practical mathematics** 1913, London.<sup>(1)</sup>

ノ全譯デアル。彼ハ本書ヲ著作スル前,同ジ「實用數學」ノ名ヲ冠  
シタ假綴ノ小著ヲ出シテキル。<sup>(2)</sup>併シ之ハ講本デアルカラ文字モ  
稍大キク,挿繪モ粗雜デアル。之ニ反シ本書ノ原書ハ此ノ譯書ニ  
モ劣ラス程度ニ活字モ小サク,組ミ方モ餘白少ク緊縮シテアル所  
ココニモ,特權階級ヲ對象トシナイデ,博ク民衆ヲ其ノ讀者ニ求メ  
テキル事ガ思ハレル。從ツテ其ノ内容ノ豊カナ事,他ノ數學書ノ  
追從ヲ許サヌ所デアル。加之,之ニ盛ラレタ材料ソノモノタルヤ,  
著者自身ノ創作ノ問題ノミデアリ,一問ヲ作ルニ數時間或ハ數日  
ヲ要シタトイフニ至ツテハ,本書ノ全卷ヲ通ジテ彼ノ魂ガ籠リ,彼  
ノ生々シイ血ガ流レテアルモノト言ハネバナラナイ。換骨奪胎  
ハマダシモ,著作ノ事業ヲ缺ト糊ノ仕業ト思フ輩ヲシテ愧死セシ  
メルニ足ルモノデアラウ。

予薄學菲才ヲ以テ,カクモ意義深キベリーノ其ノ代表的作物ヲ  
邦文ニ移植スルノ任ニ當リ,之ニ著手シタノハ大正14年ノ夏デア  
ツタ。爾來年ヲ閱スル滿四箇年,組版印刷ノミニ於テモ一年近ク  
ヲ要シタ。而シテ今組版成ツテ之ヲ回顧スルトキハ,ベリーノ如

(1) 其ノ「タイトル・ページ」ニハ次ノ如クアル。

Elementary practical mathematics, with numerous exercises for the use of  
students and especially of mechanical and electrical engineering students.

(2) iv 頁參照, Board of Education, Practical mathematics. Summary of six  
lectures delivered to working men by Professor John Perry, D.Sc., F.R.S., at  
the Museum of Practical Geology, Jermyn Street, February and March, 1899,  
with certain exercises supposed to be worked after every lecture. 1910, London,  
(172 p.). 以テ其ノ主旨ヲ伺フニ足ル。



ク博學ニシテ而モ彼ノ如ク創意豊ナ天才ノ作品ヲ翻譯スルニ、餘リニ自ラノ微力ト貧弱トヲ慨歎スルノミデア。何故ナラバ、巷間アリフレタ從來ノ數學書ノ型ヲ破リ、物理學、化學、工學、經濟學等各方面ヨリ縱横ニ材料ヲ集輯シ、或ハ數學ノ「メス」モテ自由ニ之ヲ解剖シ、或ハ之ヲ數學ノ曠野ニ勇敢ニ投入スル、ソコニハーツノ因襲モナク、傳統モナイ。改造ニ非ズシテ建造デアリ、創作デア。一問題ノ紹介ニ、纏ツター冊ノ著書ヲ讀ムノ止ムナキニ至ル微力サデ、如何デヨク、其ノ精神ヲモ併セテ我が日本文化ニ輸入シ得ウゾ。

而モ尙翻譯刊行ヲ敢テシタ所以ノモノハ、本書ノ讀者ガ誰シモ感得スル所ノ全卷ヲ通ジテ流レル著者ノ精神ニ感激シタ爲デア。若シソレ本書ニシテ大過ナク、幸ニ世ニ容レラレル所トモナラバ、ソハニ我ガ小倉金之助先生ノ懇切丁寧ナル校閲指導ノ賜デア。

終リニ博ク讀者ニ訴ヘ度イ。理論數學ガ成立スルト同ジ意味ニ於テ實用數學ハ成立スルモノデア。純正數學ノ立場ヨリスレバ實用數學ナド無價値デアトノ思想ハ、貴族的事大思想デアリ、寧ロ實用數學ニコソ開拓ノ餘地ガアル。吾人ハ勿論實用即眞理トハ考ヘテハヲラス、實用ノミヲ目的トスル科學ノ肯定ハ出來ナイ。眞理デアレバコソ應用ガアリ實用價値ガアル。併シ實用アルガ爲ニ眞理ノ發展スル事ハ十分認メナケレバナラス。理論ハ理論トシテソレ自身十分價値ヲ有スルケレド、美シイ應用ノ發見ニ依リ、其ノ理論ガ燦然タル光ヲ放ツ。應用ヲ卑シトシ、純正數學ノ中ニ蟄居スル方々ハ、三百年ノ鎖國主義ヲトツタ日本ト海外發展主義ヲトツタ英國トノ現狀ヲ比較スレバ、思ヒ半バニ過ギ

ルモノガアラウ。

マシテ教育ヲ對象トシテ數學ヲ考ヘルトキ、此ノ實用數學ノ價値ノ絶大ナルヲ感ズル。學問ノ研究トシテハ科學ノ爲ノ科學ト云フ態度モ、實用ノ爲ノ科學ト云フ態度モ共ニ肯定サルベキモノデア。コトハ數學ニモ亦適用セラレテ、純正數學モ實用數學モ共ニ研究ノ價値ガアツテモ、一度教育ノ曠野ヲ眺メルトキハ、ソコニ社會アリ人生ノアルコトヲ否定スルコトハ出來ナイ。ココニ於テ實用數學ニハ絶大ノ敬意ヲ表ハサナクテハナラス。アア數學ノ森嚴ナル學風ト壯麗ナル體系トニ飽和シタル數學研究家ヨ。眼ヲ轉ジテ現實ノ世界ヲ見ヨ。各方面ノ科學ヨリ數學的知識ハ要求セラレ、ソコニ開拓スベキ數學ノ處女地ヲ見出スデアラウ。抽象的ナル公理主義ト冷徹ナル演繹推理トニ數學教育ノ價値ヲ懷疑セラレタル教育者ハ來ツテ實用數學ノ曠野ニ立テ、國民教育トシテ將又人間教育トシテノ數學ニ數學教育ノ價値ヲ發見シ、其ノ安住地ハ求メラレルデアラウ。

此ノ意味ニ於テ、本書ハ我ガ邦ノ各階級ノ人々ニ讀マレテ何物ヲカフ其ノ魂ニ植付ケテ止マヌデアラウ。

茲ニ筆ヲ擱クニ當リ絶大ノ指導誘掖ヲ賜ツタ恩師小倉先生、並ニ多大ノ援助ヲ與ヘラレタ僚友林兼一君ニ謹ンデ深長ナル感荷ノ意ヲ表ハス。

1929年12月15日

新宮恆次郎 識



## 原著者ノ序

「アカデミック」ナ數學教授法ハ、抽象推理ヲ好ム極ク少數ノ學生、即チ全學生ノ約5%ニハ成功スルガ、併シ、普通ノ學生ニハ全ク失敗スルモノデアアル。研究者ニ興味ヲ起サセサヘスレバ、數學的研究ハ普通ノ人ニトツテモ、極メテ價値ノアルモノデアアル。實用數學トイフ名稱ハ、新研究方法ニ對シテ附與サレタモノデアツテ、唯單ニ舊方法ト區別スル爲ノミノ名稱デハナイ。

今ヲ去ル40年ノ昔、既ニ著者ハ此ノ新方法ヲ英國ノ「パブリック・スクール」<sup>(1)</sup>デ使ヒ始メタ。其ノ後、日本ニ於テモ之ヲ使ツタ。<sup>(2)</sup>又1881年ニハ、大膽ニモフ、イONSブレイ市立工科大学ノ課程ノ一部ニ之ヲ加ヘタ。然ル所、其ノ結果ハ豫想以上ニ成功シタノデ、著者ハ理學部ノ時間表ニハ之ヲ加ヘル事ヲ學務局ニ建議シタ。英國ニ於テハ、實用數學研究ノ級ノ學生數ハ、複利法ヨリモ尙大キイ割合デ増加シ、今日デハ他ノ如何ナル學科ノ學生ヨリモ、此ノ實用數學ノ學生ガ多數ニキル。若シ、初等純正數學ヲ研究スル爲ニ、一學級ガ九月ニ開講サレルト、(純正數學トハ舊式ノ方法即チ「アカデミック」ナ研究方法ニ與ヘラレル名稱デアアル)其ノトキ、20人ノ學生ガ一學級ヲ作ツテキルモ、「クリスマス」ニナルト其ノ人數ガ7人ニ減ジ、終ニ翌年ノ五月マデニハ出席ヲ續ケル者ガ1人カ2人ニ

(1) 我カ國ノ中學校ニ該當スル。重ニ遺贈基金ヲ以テ設立シ、公共管理ノ下ニ在ル爲ニ此ノ名ガアル。大學ノ豫備校、或ハ文武官ノ準備學校デアツテ、寄宿學校デアアル。

(2) ix頁參照。

(3) “幾何數ヲ以テ増加スル”トイフニ同シ。

ナツテ了フ。之ニ反シ、實用數學ヲ研究スル學級ハ、學期ノ終リマデ殆ンド全部ノ者ガ出席ヲ繼續スルノデアアル。

十分力ノアル教師ヲ得ル事ハ困難デアアル。純正數學ヲ學ンダ人ハ、誰デモ數學教授ヲナスノニ適任デアルト自他共ニ許ス所デアアル。然ルニ純正數學ヲ研究シヨウトスル其ノ人ノ嗜好、並ニ其ノ人ガ之ヲナス適當性ガアル爲ニ、此ノ新方法ノ基礎ヲナシテキル簡單ナ原理ヲ理解スルノニ困難ヲ感ズル。

吾人ハ、常識ヲ働カシテ問題ヲ解ク方法ヲ學生ニ示シ、又學生ガ得タ結果ノ正確サヲ實驗的ニ證明スル方法ヲ與ヘル。吾人ノ推理ノ方法ハ物理學ノ教授並ニ日常ノ事務ニ用ヒラレル論理的方法ソノモノデアリ、從ツテ吾人ハ學生ガ爲シテキル事ヲ學生自身デ諒解シ、之ニ興味ヲ有スル事ヲ要求シ、カクテ彼ガ得タ結果ニ確信ヲ抱クヤウニシタイモノデアアル。

學務局ガ1899年、此ノ新教材ヲ發表シタトキニ、著者ハ依囑サレテロンドンニ於ケル職工等ニ、實用數學ニ關シテ六講ヲナス事ニシタ。<sup>(1)</sup>此等ノ講義ノ摘要ニ練習問題ヲ加ヘテ説明シタモノガ政府カラ出版サレタ。之ハ其ノ後、練習問題ヲ澤山ニ補充シテ、政府カラ再版ヲ出版サレタ。<sup>(2)</sup>其ノ時ニハ、本書ニアルヤウニ、1900年カラ1909年マデニ施行サレタ學務局試験問題ノ重要ナ問題ハ殆ンド總テ一緒ニシテ掲載シテアツタ。此ノ出版物ハ安價デアツタ<sup>(3)</sup>ノニモ拘ハラズ、教師諸君ハソレヲ參考ニシヨウトモセズ、試験問題ヤ又出版サレテキル試験官ノ年々ノ報告ナド何レヲモ參考ニスルヤウニハ見エナイ事ガ解カツタ。

上述ノ摘要ニ基イテ實用數學ニ關スル教科書ガ1900年以降ニ

(1) iv頁參照。

(2) xi頁、脚註(2)參照。

(3) 定價9「ペンス」(約36錢5厘)デアツタ。



隨分澤山出版サレタ。其ノ中ニハ、今茲ニ述ベタヤウナ多クノ優秀ナ問題ヲ含ム良書モアル。併シ、此等ノ良教科書ノ指導ガアルニモ拘ハラズ、多數ノ學生ガ熱心ニ困難ヲ解クヲナシテキル事ハ、世間周知ノ事實デアアル。此等ノ學生ハ、此ノ吾々ノ新方法ヲ理解シナイ教師ノ手ニ教ヘラレテキル。此等ノ教師ハ、學生ニ多クノ教科書ノ問題ヲ解カセテキルガ、併シ眞實ノ數學教授ハ其處ニハ存在シナイ。之ヲ救済スル最良ノ方法ハ、教師ノ俸給ヲ倍額ニ増倍スル事ニアル。

學務局ハ時々限ラレタ人数ノ教師ニ、七月開催ノ二週間教育講習會ニ出席スルヤウニ、ロンドンニ出テ來ル機會ヲ與ヘル。著者ハ、常ニ此等ノ教師ガ最モ熱心ナ而モ困難ヲ解法ヲスル學生デアル事ヲ知ツテキル。次ノ數頁ニ於テ、著者ガ此等ノ學生ニ與ヘル知識ヲ轉載スルヤウニ試ミヨウ。之ハ丁度彼等ガ各自ノ學生ニ與ヘ、學生自身デ解クヤウニ課スル問題ト同様デアアル。著者ハ常ニ10人ノ學生ニ一人宛ノ助手ヲ使用スル。此ノ助手ノ任務ハ問題ヲ解ク補助ヲナスノニ在ル。

著者ハ、常ニ私自身ノ著作出版物ノ或ルモノニ對シ、學生ノ注意ヲ向ケル事カラ始メル。其ノ印刷物ハ借用ガ出來ルモノデアアル。次ニ、著者ハ次ノ叙述ノ敷衍ニ過ギナイ精言の言葉ヲ致サウ。

本質的事項ガ、吾々ノ初等教育並ニ中等教育ニ於テ無視サレテキル。教師等ハ、現代ニ於テ必要デアアル事ニハ適合シナイ弊害ノアル舊制度ノ下ニ於テ教育サレタ人々デアアル。一人ノ教師ガ、極メテ多數ノ生徒ヲ受持ツテキテ、而モ教師ノ俸給ハ僅少デアアル。有效ナ革新ガ初等教育ニハ起ツテキル。而モ中等學校デハ尙依然トシテ舊套ニ泥ミ、恰カモ總テノ普通ノ生徒ガ大學ニ於ケル古

典ノ研究ニマデ進ンデキルカノ如ク、或ハ又皆ガ僧侶カ學校長カニナル準備ヲシテキルカノ如ク、教授シテキル。

英國ノ普通ノ兒童生徒ハ、競技ヲ通シテ教育サレルダケデアツテ、教室デハ何物ヲモ學ブ所ハナイ。今日英語ノ知識、計算ノ知識、自然科學ニ於ケル訓練等ヲ本質的ニ要シナイ事務ハ殆ンドナク、又書籍ヲ好マナイヤウナ人ハ殆ンド成功スル事ハ出來ナイ。此等ノ特性ヲ、英國ノ兒童生徒ニ附與スル事ハ容易デアアルノニ、而モ彼等ハ未ダ此等ノ特性ノ一ツサヘモ得テキナイ。次ニ、最モ傑出スル英國人ト雖モ、文明ノ總テノ條件ヲ變改シツツアル此等ノ科學ニ就イテハ、何物ヲモ理解シテキナイ。吾人ハ唯中世ノ思想ヲ墨守シテキルノミデアアル。

五百年以前ニハ、總テノ著書ハラテン語デ書イテアツタ。從ツテラテン語ヲ知ラナイ人ハ之ヲ讀ム事ガ出來ナカツタ。現今英文學(翻譯ヲ含ム)ハ、既ニ知ラレテキル他ノ如何ナル文學ヨリモ偉大デアアル。而モ尙吾人ハ、若シラテン語ヲ知ラナイ人ガ居ルトキハ、之ヲ無學文盲デアルト決メコソデ了フ。五百年以前ニハ、百人中唯一人ノ人ガ自分ノ姓名ヲ記ス事ガ出來タ。計算ヲナシ得ル人ハ殆ンド居ナカツタ。而シテ今ヤ、國內ノ總テノ人ガ讀ミ書キヲナシ得ルノミナラズ、又此等ノ人々ハ、最モ偉大ナルアレクサンドリア<sup>(1)</sup>ノ哲學者ノカヲ以テシテモ全ク解キ得ナカツタ算術ノ問題サヘ完全ニ解ク事ガ出來ルノデアアル。ユークリッド<sup>(2)</sup>ノ第七、第八、第九卷、又ハ第十卷ノ原理サヘモ解ク事ガ出來ルヤウニナラウトハ、何人モ夢想ダニシナカツタ事デアアル。

(1) ユークリッド、アルキメデス、アポロニウス、ディオファントス等ノ人々ヲ言フ。

(2) ユークリッドハ本來ハ古代數學者ノ人名デアアルガ、ココニハ其ノ著“幾何學原本”(十三卷ヨリ成ル)ヲ言フ。76頁脚註(1)參照。



同様ニユークリッドノ各卷ハ總テ廢棄サレネバナラス。ユークリッドノ第二卷及ビ第五卷ノ大部分ニ就イテハ、吾人ハ僅カニ容易ナ代數學ノ本ヲ必要トスルダケデアル。ケンブリッジ大學ノ一等及第者ニナツタ人ハ、ユークリッドノ第五卷及ビ實際ユークリッドノ全卷ガ、最モ心ヲ魅スルニ足ル研究物デアル事ヲ知ルデアラウ。併シ、兒童生徒ガ此ノ研究ヲ不可能デアルト言ツタカラトテ、其ノ兒童生徒ヲ愚鈍デアルトイフノハ、慘酷ナ侮辱デアル。

普通ノ兒童生徒ハ、抽象的推理ヲナス事ガ出来ナイ。而モ之ガ爲ニ彼等ハ愚鈍デアルト呼バレル。私ハ普通ニ利巧デアルト言ハレテキル兒童ヨリモ、上ノ兒童ヲ一層賢明デアルト思フ。兒童ハ事物ニ就イテ推理スル前ニ、先ヅソレヲ實行シテ獲得スルヤウニサレナケレバナラナイ。兒童ニハ、遊ンデキル間ニ實測ノ習慣ヲツケネバナラナイ。即チ、店番ノ遊ビヤ、互ニ重サヲ衡ツタリ大サヲ測ツタリシテ物ヲ賣ツタリ、又ハ本當ノ金錢ヲ物品ヲ買ツタリスル間ニ、實測ノ習慣ヲツケラレネバナラナイ。

「キ、リバー」ヤ物指デ物ヲ測ラセルト、八歳ノ兒童ヲシテ「小數」ノ使用ニ慣レサセル事ガ出来ルデアラウ。十歳ノ兒童ハ、之デ自分等ノ學校及ビ學校ノ周圍ノ街路ノ平面圖ヲ描クデアラウ。ソシテ間モナク、地圖ノ使用ヲ學ビ、地圖ハ異ナツタ縮尺デアルコトヲ知ルヤウニナル。此等ノ兒童ハ、自身ニ有用ナ地圖ヲ通シテ、又高サ及ビ距離等ニ關スル問題ヲ通シテ、極ク徐々ニ幾何學ノ「ベクトル」ノ問題ニ導カレナケレバナラナイ。斯クシテ、彼等ハ殆ンド直覺的ニユークリッドノ第六卷ノ題材ニ就イテ正確ナ知識ヲ獲得スルデアラウ。簡易測量ハ、普通ノ兒童ニトツテハ魂ヲ打ち込メスル仕事デアリ、若シ兒童ガ測量シ計算シ且實驗ニ依ツテ其ノ結果ヲ驗スルナラバ、此ノ仕事ハ彼ノ推理力ヲ養成スルモノ

デアル。如何ナル兒童生徒デモ、若シ其ノ研究題材ニ興味ヲ感ゼズ幸福デナイナラバ、其ノ題材ニ依ツテ精神陶冶ヲ得ル事ハ出来ナイ所デアルト思フ。從ツテ兒童生徒ガ學校ニ居ル時ノ主ナ仕事ハ、呱呱ノ聲ヲ擧ゲテ以來習慣ヅケラレテキル觀察實驗的科學ノ研究ヲ繼續スル事デアルト考ヘル。普通ノ學校長ノ方法ハ總テ此ノ考ヘニ反スルモノデアツテ、彼等ノ方法ノ缺點ハ、或ルーツノ學科目ヲ教授スルトキニ附隨的ニ多クノ學科目ヲ教授シナイデ、多クノ學科目ガ割然トシテ孤立シ、互ニ水モ洩ラサヌ城壁ヲ構ヘテ教ヘラレル事デアル。

吾人ハ非常ニ大ナル二ツノ誤ヲヤツテキル。吾人ハ悲惨ニモ、兒童ガ三歳ノ幼イ時カラ全クヨク知り抜イテキル觀念ヲ、諒解スルノニ困難デアルトイフ印象ヲ與ヘテキル。次ニ又吾人ハ、吾々ニトツテハ單純ニ見エル大人ノ觀念ヲ、子供ガ全ク容易ニ理解スル事ガ出来ルモノト考ヘル。カクテ吾々ハ知覺ヲ喪失シ、又兒童ハ精神の破滅ニ陥ルノデアル。兒童ガ溺レントシテ薬ヲモ掴ムトキ、ソコニ流木トシテ常ニ用意サレテキルモノハ公式デアリ、法則デアル。若シ、校長ガ其ノ兒童生徒ヲ動物使ヒガヤルヤウニ、研究スルナラバ、普通ノ兒童ニハ知的作業ノ最モ高イ程度ノモノヲナス能力ガアル事ヲ知ルデアラウ。

兒童ガ實物ヲ用ヒテ乘法ノ九九ノ表ヲ定メ、乗除ノ計算ガ出来ルヤウニナツタ後、無名數ヲ棄テテ量ノ方ヘ進マネバナラスト思フ。從ツテ、兒童ハ極メテ早クカラ「小數」ヲ得ルヤウニナル。小數ノ使用ヲ教ヘル爲、又手ヤ目ヤ判斷ナドヲ教育スル爲ニ、諸君ハ兒童ニ事物ヲ測ル事ヲ許ス。併シ、之ヲナスニ、諸君ハ如何ニスルカ。最モ興味ノナイ方法ヲ屢々行ハレテキルデハナイカ。兒童ニ或ル一定ノ長サヲ測ラセタリ、物體ノ重サヲ衡ラセタリスル。



ソシテ其ノ結果ヲ眞ノ長サ、眞ノ重サ等ト比較サセル。之ヲ次ノ問題ニ比較シテ見ヨ。兒童ニ鐵ノ棒片ヲ與ヘ、兒童ハ之ヲ測ツテ其ノ長サハ3.27吋、幅ハ2.63吋、厚サハ1.95吋ヲ得タトスル。從ツテ其ノ體積ハ16.77立方吋デアアル事ヲ知ル。此ノ時兒童ハ直チニ省略方法ヲ採ラウトスル。何故諸君ハソレヲ止メヨウトスルノデアアルカ。兒童ニハ之ト同種類ノ鐵ノ立方體デ、一稜ガ1吋ノモノヲ與ヘテアツテ、ソレヲ衡ツテ重サガ0.26封度アル事ヲ知ツタトスル。ソコデ兒童ハアノ棒ノ重サハ4.36封度デアルト計算スル。次ニ、實測シテ見テ之ガ實際ニ一致シテキルノデ喜ブノデアアル。諸君ハ何處カラ相異ガ入ツテ來タノカ知ツテキルカ。又兒童ノ計算ガ實際ト一致シテキルノヲ發見スル事ガ如何ニ興味アル事デアアルカヲ知ツテキルノデアアルカ。ソシテ其ノ同ジ鐵片ヲ、水ヲ盛ツタ器ノ中ニ入レ、其ノ排除シタ水ノ體積ハ殆ンド16.77立方吋デアアル事ヲ實驗的ニ知ル。次ニ、兒童ハ不規則ナ形ノ鐵塊ヲトツテ、其ノ體積ヲ排除シタ水ニ依ツテ知り、其ノ重サヲ計算シ、別ニ秤デ其ノ重サヲ衡ル。カクスレバ、何故完全ナ一致ヲ期待スル事ガ出來ナイカ、其ノ理由ヲ直チニ知ル。

實驗ヲ伴ツタ常識ノ説明ハ法則デナケレバナラナイ。抽象的幾何學ヲ全然教授スル勿レ。算術、代數學及ビ度量衡ノ助ケニ依リ測量ヲ教ヘヨ。兒童生徒ニ早クカラ正弦、餘弦、正切ヲ教ヘタリ、又高サ、距離ノ測量ニ依リ計算ヤ實測ヲ授ケタリスル事ヲ恐レルナ。兒童生徒ハ熱心ニ斯様ナ仕事ニ興味ヲ抱クモノデアリ、且之ハ教育的デアアル。然ルニ、之ガ如何ニ恐ル恐ルノロクナサレテキル事ヨ!

實用數學ニハ、此ノ代數的方面ノ外ニ「グラフ」ガアル。此ノ「グラフ」ハ實用平面幾何學、同ジク立體幾何學及ビ「ベクトル」ヤカ

ノ加法ヲ含ムモノデアアル。

1913年

ジョン・ベリー



## 注 意

夏期講習會ニ出席スル相當多數ノ教師ガ、何カ進ンダ教授ヲ受ケタイト希望スルトキニハ、著者ハ常ニ毎日一ツノ講義ヲ聞カセル。彼等教師ハ、他ノ人々ニ與ヘタ練習問題ノ大部分ヲヤル事ヲ期待サレルガ、併シ特別ナ進ンダ練習問題モ亦課セラレルノデアル。斯様ナ進ンダ問題ハ、數個ノ可能ナ方向ノ中ノ一ツダケヲ取ラネバナラナイカラ、著者ハ常ニ此等ノ學生ニ其ノ方向ヲ選ブ事ヲ要求スル。今年即チ1912年、彼等學生ハ調和函數ノ材料及ビ本書ノ卷末ノ方ニ叙述シテアル振動體、交流電氣、海底電線、電話線、熱ノ傳導等ニ關スル練習問題ヲ選ンデヤツタ。此等ノ進ンダ問題ハ、初期即チ初歩ノ問題ヲ忠實ニ解ク學生ニハ、誰ニモ容易ニ解キ得ルモノデアル。或ル學生ハ、此等ノ問題ハ電氣技師ニトツテノミ實際ニ重要デアルト考ヘルカモ知レナイ。併シ、電氣技師ノ術語ヲ一ツモ導入スル事ナク、克ク機械工學ヤ一般物理學ナドニ關スル問題ト同様ナ數學的問題ヲ正確ニ決定スル事ハ容易デアラウ。

學務局ハ、今日唯二段階ノ試験ヲ施行スルダケデアル。普通試験ノ志願者ハ本書第一章カラ第十八章マデノ總テノ課程ヲ會得シナケレバナラナイ。高等試験ノ志願者ハ本書ノ全部ヲ修得シナケレバナラナイ。尙著者ハ、1910、1911及ビ1912年ニ行ハレタ問題ニ答ヲ附シテ掲載シテオイタ。

ロンドン大學ノヤウナ制度ニ依ツテ作ラレタヒドイ試験制度ハ、學生ヲシテ、眞實ノ教師ガ教ヘル「クラス」ニ出席スルヨリモ、無價値ナ試験勉強ヲスル「クラス」ニ出席スル事ヲ興味ガルヤウニ

スル。又其ノ制度ノ結果ハ、唯一ツノ試験ニノミ正確ニ適合シテ、他ノ試験ニハ適合シナイヤウナ種類ノ教科書ヲ作ルヤウニナル。實用數學ノ題材ハ、幸ニシテ斯様ナ制度ニ自身ヲ委ネナイモノデアリ、又現實ノ學生ニ多ク利用サレル上述ノヤウナ教科書デハナイ。本書ハ教師ニトツテハ初歩デアルガ、併シ詰込ミ主義ノ教科書トハ著シク異ナツタ本書ノ如キハ、學生ニトツテハ總テノ教科書ノ中デ最モ優秀ナモノデアルト信ズル。

本當ニ實際的ナ例題ヲ作ル事ノ困難サヲ諒解スル人ハ殆ンドナイ。本書ニアル總テノ例題及ビ問題ハ、著者自身デ創作シタモノデアル。多クノ場合ニハ、此等ノ各問題ヲ作ルニ數時間ヲ要シ、或ル場合ニハ數日ヲ要シタ事モアル。



## 凡 例

1. 脚註ノ中,星印\*ヲ附シタモノハ原著者ノ初メカラ附ケテオ  
イタモノデアリ,番號<sup>(1)</sup>,<sup>(2)</sup>等ヲ附シタモノハ譯者ガ試ミタ註  
釋デアル.
2. 人名,地名等ノ固有名詞ニハ下側線ヲ施シ,原語ノ發音ノママ  
使用シタ普通語ニハ鍵印「」ヲ施シテオク.
3. 原著書トハ反對ニ,我ガ國ノ慣例ニ從ツテ,小數點ハ下方ニ,乘  
法記號ノ點ハ上下ノ中央ニ打ツ事ニスル.
4. 節名ノ大部分及ビ卷末索引,目次ハ譯者ノ書イタモノデ,原著  
書ニハ,或ハ之ヲ缺キ,或ハ極ク簡單ニ載セテアル.
5. 挿繪ノ番號ニ〔補〕ノ記號ヲ附シタモノハ,譯者ガ補充シタモ  
ノデ,原著書ニハ掲載サレナイモノデアル. 從ツテ本書ニハ  
同一番號ノ圖ガ二ツアルモノモアルカラ,引用或ハ參照ニ際  
シ注意サレタイ,

(譯 者)

—(序終リ)—

## 目 次

口 繪—著者ト其筆蹟—小傳.	
序. . . . .	i
<u>ジョンペリー</u> ニ於ケル數學ノ實踐性(編輯者ノ序),— <u>ペリー</u> ト本書(譯者ノ序),—原著者ノ序,—注意(原著者),—凡例(譯者).	
目 次. . . . .	xxv
第一章. 算 術. . . . .	1
§1. 不正直ナ計算,—§2. 誤差ヲ伴フ大數ノ記シ方,—§3. 乘法,— —§4. 除法,—§5. 百分率,—§6. 商業算術,—§7. 實用算.	
第二章. 對 數. . . . .	10
§8. 對數ノ定義,—§9. 對數表,—§10. 對數表ノ使用法,—問題, —§11. 省略算ノ問題,—§12. 對數使用練習問題.	
第三章. 計算尺. . . . .	19
§13. 計算尺ノ原理,—§14. 計算尺ノ目盛,—§15. 計算尺ノ用法,— —§16. 計算ノ迅速ト正確,—問題.	
第四章. 公式ノ評價. . . . .	27
§17. 數學的記號,—問題.	
第五章. 代數學. . . . .	33
§18. 初等代數學ノ應用,—問題,—§19. 法則ノ練習,—§20. 乘器 ノ計算,—§21. 比例,—§22. 比例ノ問題,—§23. 算術ノ問題,— §24. 算術級數,—§25. 幾何級數,—§26. 複利,—§27. 現價及割引, —§28. 公式ノ一般練習問題,—問題,—稍程度ノ進ンダ練習	



問題.

第六章. 測量. ... .. 74  
 §29. 幾何學,—§30. ヌークリッドノ原本(一),—§31. ヌークリッドノ原本(二),—§32. 測量,—問題,—§33. 環ノ定理.

第七章. 角. ... .. 87  
 §34. 角ノ作圖,—§35. 角速度,—§36. 射影,—§37. 鉛直線,—§38. 一般ノ問題.

第八章. 速度. ... .. 96  
 §39. 速度ノ意義,—問題,—§40. 表ノ使用,—有用ナ常數,—對數表,—逆對數表,—指數函數表( $e^x, e^{-x}$ ),—角(度「ラディアン」)法, 正弦, 正切, 餘切, 餘弦)ノ表.

第九章. 方眼紙ノ使用. ... .. 111  
 §41. 方眼紙,—§42. 方眼紙使用ノ實例,—§43. 方眼紙使用ノ効果,—§44. 挿入,—§45. 外挿入,—§46. 問題,—§47. 例題,—§48. 例題,—§49. 對數表使用ノ入門,—§50. 問題.

第十章. 面積, 體積, 其他ノ測量問題. ... .. 123  
 §51. 測量ノ法則,—§52. 面積測定ノ方法,—§53. 體積測定ノ方法.

第十一章. 重心, 其他ノ測量問題. ... .. 131  
 §54. 重心,—§55. 例題,—§56. 例題.

第十二章. 方眼紙上ノ曲線坐標. ... .. 139  
 §57. 曲線ノ作圖,—§58. 點ノ位置,—§59. 球面上ノ點ノ位置. 曲線ノ例題.

第十三章. 一次式. ... .. 150  
 §60. 直線ト一次式,—§61. 勾配ノ定義,—§62. 直線ノ勾配,—§63. 一次式ノ例題,—§64. 圓計算,—問題,—§65. 例題.

第十四章. 方眼紙實驗公式. ... .. 163  
 §66. 一次式ニ轉換サレル式,—§67. 實驗式,—§68. 例題,—§69. 例題,—§70. 例題,—§71. 例題,—§72. 例題,—§73. 例題,—§74. 對數

方眼紙,—§75. 例題,—§76. 問題,—§77. 例題,—§78. 問題.

第十五章. 重要ナ曲線. ... .. 177  
 §79. 曲線ノ作圖,—§80. 三點ヲ通ル曲線,—§81. 實驗式ノ使用ト其誤用.

第十六章. 方眼紙, 近似式, 方程式. ... .. 184  
 §82. 簡單ナ式ノ使用,—§83. 方程式ノ解法.

第十七章. 極大及極小. ... .. 189  
 §84. 極大及極小ノ問題.

第十八章. 微積分ノ概念. ... .. 193  
 §85. 直線ノ勾配,—§86. 曲線ノ勾配,—§87. 列車運行ノ問題,—§88. 極限ノ思想,—§89. 二次式ノ微分,—§90. 三次式ノ微分,—§91. 高次式ノ微分,—§92. 微分係數,—§93. 積分.

第十九章. 公式及證明. ... .. 205  
 §94. 微積分ノ重要公式,—§95. 公式ノ證明.

第二十章. 微積分學. ... .. 208  
 §96. 積分ノ應用,—§97. 拋物線ノ面積,—§98. 速度ト加速度,—§99. 積分ノ記號. 例證,—問題,—§100. 表ノ法.

第二十一章. 説明題. ... .. 221  
 §101. 微分記號,—§102. オームノ法則,—§103. 積分問題.

第二十二章. 極大及極小. ... .. 226  
 §104. 微分法ニ依ル極大及極小ノ求メ方,—問題.

第二十三章. 曲線. ... .. 233  
 §105. 曲線ノ勾配ト切線及法線,—§106. 切線及法線ノ方程式ノ求メ方,—§107. 切線影及法線影,—問題.

第二十四章. 説明題. ... .. 236  
 §108. 説明題.

第二十五章. 説明題. 梁ト支柱. ... .. 240  
 §109. 滑ラカナ曲線ノ勾配,—§110. 支柱ニ關スルオイレルノ理



論.

第二十六章. 説明題. 流體. . . . . 244  
 §111. 力線及水準面, — §112. 流體ノ運動.

第二十七章. 複利法則. . . . . 249  
 §113. 複利法則ト其實例.  
 一般ノ問題. . . . . 255

第二十八章. 單振動. . . . . 278  
 §114. 單弦運動, — §115. ニツノ「クランク」運動ノ合成, — §116. 簡單ナ場合, — §117. 交流電氣ノ例, — §118. 圖解問題, — §119. 虛量ノ導入.

第二十九章. 主トシテ自然振動ニ就テ . . . . . 293  
 §120. 自然振動ト強制振動, — §121. 「ゼンマイ」秤, — §122. 單振動ノ法則. 例題, — §123. 強制振動, — §124. 電氣振動, — §125. 無線電信.

第三十章. 強制振動. . . . . 307  
 §126. 強制振動, — §127. 電氣振動ニ於ケル強制振動, — §128. 電氣ニ於ケル一般法則, — §129. 相互感應, — §130. 抵抗ト「イムビダンス」, — §131. 相互感應ノ體系.

第三十一章. 一般ノ週期函數. . . . . 319  
 §132. 週期函數ノ概念, — §133. 微分方程式.

第三十二章. 法則ノ擴張並ニ其證明. . . . . 326  
 §134. 函數ノ四則ノ微分係數, — §135. 函數ノ函數ノ微分係數, — §136. 例題, — 問題, — §137. 二項定理ト指數定理, — §138.  $y = x^n$ ノ微分係數ノ一般ノ證明, — §139. 指數定理ノ證明, — §140. 對數函數ノ微分, — §141. 微分ニ關スル例題, — §142. テーラーノ定理, — §143. 偏微分.

第三十三章. 虛量ニ關スル問題. . . . . 344  
 §144. 虛數ノ計算, — §145. 三角函數ノ意義, — §146. ドモアヴルノ定理, — 問題, — §147. 例題, — §148. 「ベクトル」ノ積, — §149. 雙曲

線函數, — 問題.

第三十四章. 基礎ノ公式. . . . . 362  
 §150. 基礎ノ公式, — §151. 熱ノ傳導, — §152. 電信電話ノ「ケーブル」.

第三十五章. 電信電話ノ問題. . . . . 366  
 §153. 電信電話線, — §154. 無限電話線, — §155. 自己感應, — §156. 海底電信, — §157. 有限線ニ關スル問題, — §158. 受信機ノ捲キ數ヲ求メル問題, — §159. 海底電信擊電機, — §160. 電流ト抵抗, — §161. ケンネリ教授ノ說.

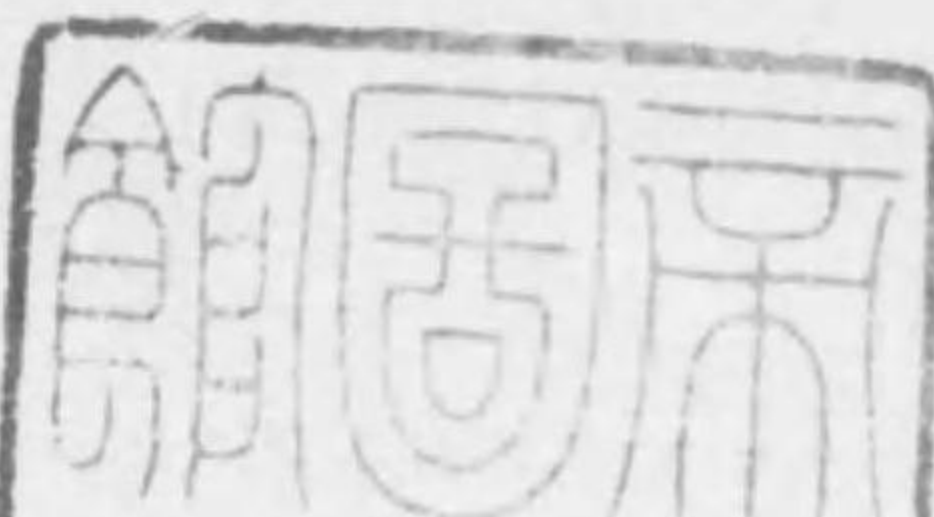
第三十六章. 熱ノ問題. . . . . 382  
 §162. 熱ノ問題, — §163. ケルヴィントフォーストノ實驗.

第三十七章. 「ベクトル」. . . . . 387  
 §164. 「ベクトル」ノ意義, — §165. 「ベクトル」ノ和, — §166. 「ベクトル」ノ向キ, — §167. 「ベクトル」ノ運動, — §168. 「ベクトル」量ノ積, — §169. 點ノ位置, — §170. 空間ニ於ケル「ベクトル」, — §171. 問題, — §172. 點ノ位置ヲ知ル三方法, — §173. 問題, — §174. 「スクラ」積ニ關スル問題, — §175. 「ベクトル」積ノ二種類.

英國學務局試驗問題. . . . . 407  
 1912年ノ普通試驗, — 1912年ノ高等試驗, — 1911年ノ第二階試驗, — 1911年ノ第三階試驗, — 1910年ノ第二階試驗, — 1910年ノ第三階試驗.

索引. . . . . 435





## 第一章 算術

### §1. 不正直ナ計算

観察シタ量カラ計算スルトキニ、確カデアルト信ズル桁數以上ニ桁數ヲ取ルコトハ不正直デアル。實驗スル子供ニハ直グ此ノコトガ知レル。

例 或ル子供ガ鐵ノ棒片ヲ測ツタラ、長サガ 6.56 吋、幅ガ 4.13 吋、厚サガ 2.67 吋アツタ。彼ハ其ノ鐵ト同シ種類ト思ハレル鐵一立方吋ヲ衡ツテ見テ、其ノ重サガ 0.26 封度アルコトヲ知ツタ。サウスレバ、其ノ鐵片ノ重サハ封度デ

$$6.56 \times 4.13 \times 2.67 \times 0.26$$

ガケアル筈デアル。掛ケ合セテ、答 18.80763976 封度ヲ得ル。

他ノ子供ガ其ノ鐵片ヲ同シ尺度デ測ツタラ、長サ、幅、厚サガ夫々 6.55 吋、4.14 吋、2.68 吋アツタ。彼モ鐵一立方吋ノ重サガ 0.26 封度アルコトヲ知ツタ。サウスルト、彼ノ答ハ次ノヤウニナル。

$$6.55 \times 4.14 \times 2.68 \times 0.26 = 18.8951256 \text{ (封度)}$$

此ノ二ツノ答ハ異ナツテキル。ソレハ尺度ヲ用ヒタ爲、測定ノ最後ノ桁ニ誤差ヲ生ジタカラデアル。ソレ故、彼等ノ答ノ中、初メノ三ツノ有効數字ダケヲ以テ答トスレバ、初メノ子供ハ 18.8 封度、後ノ子供ハ 18.9 封度ト答フベキデアツテ、ソレデモ尙最後ノ數字ニ誤差ノ起リ得ルノハ明ラカナコトデアル。勿論初メノ三數字ヨリモ以下ノモノニハ價値ハナイ。

數日前、私ハ新聞ヲ讀ンデ、船舶用機關ノ馬力ヲ表ハスニ、3562.74 馬力トシテ引用シテアルノヲ見タ。トコロガ、此ノ測定ニハ少クトモ 5「パーセント」ノ誤差ノアルコトハ普通デアル。即チ之ヲ測定シテ計算シタ者ハ、答ガ 3700 カラ 3400 ノ間ノ何レデアルカ確カデナイノデアル。ケレドモ、筆者ハ最後ノ數字 4 ニモ意味ガアルカノヤウナ風ヲシテキル。蒸氣機關ノコトヲ書イテアル立派ナ著書ノ中ニ、カヤウニ人ヲ迷ハス數字ノ印刷シテアルノガ澤山ア



ルガ之ハ極メテ遺憾ナコトデアルト思フ。

航海士ノ免許試験ヲ受ケル船員ハ、経緯度表ヲ秒ノ位マデ計算スルケレドモ、風壓ハ小數點マデ計算スル。數度ノ誤差ガ起ルコトハ確カデアアル。ソレデアアルノニ、彼等ハ其ノ計算ニ六桁或ハ七桁ノ對數表ヲ用ヒル。四桁ノ對數表デ十分正確デアアル。土木技師學院ノ試験デハ、答トシテハ唯三桁ヲ必要トスルノデアアルガ、七桁ノ對數表ヲ用ヒネバナラスト強要シテキル。

私ガ在學ノ時、地球ト太陽トノ平均距離ハ95,142,357哩デアルト講義サレタ。私ハ何故「フーロング」<sup>(1)</sup>ヤ吋ガ記シテナイカト不審ニ思ツタ。現今吾々ガ此ノ距離ニ就イテ有スル最上ノ知識ハ93百萬哩ヨリモ大デナク、 $92\frac{1}{2}$ 百萬哩ヨリモ小デナイトイフ程度デアアル。

## §2. 誤差ヲ伴フ大數ノ記シ方

學生ガ若シ93,000,000或ハ92,500,000ト書ク代リニ、 $9.3 \times 10^7$  或ハ  $9.25 \times 10^7$  ト書ク方法ヲ採レバ、此ノ種ノ誤ヲ大イニ防グコトガ出來ル。コノ記シ方ハ他ノ場合ニモ便利ナモノデアアル。

6.548ヲ次ノ表ニ於ケル問題ノ數ニスルニハ、小數點ヲ幾桁動カサナケレバナラストカトイフ事ニ著眼セヨ。

654,800,000,000	$6.548 \times 10^{11}$
654,800	$6.548 \times 10^5$
65.48	$6.548 \times 10^1$
6.548	$6.548 \times 10^0$
0.6548	$6.548 \times 10^{-1}$
0.006548	$6.548 \times 10^{-3}$

計算ニ際シテ、答ノ小數點ノ位置ニ就イテハ、他ノ事ガ總テ完結

<sup>(1)</sup> 「フーロング」(furlong)ハ碼封度法ノ長サノ單位デアツテ、略號トシテ fur. ヲ用ヒル。1 fur. =  $\frac{1}{8}$  哩。詳細ハ7頁脚註(4)参照。

スルマデ、私ハ殆ンド頭ヲ混雜サセラレルコトハナイ。小數點ノ位置ニ就イテハ、種々器用ニ工夫ヲ凝シタ法則ガ澤山アルガ、實際ニ之ヲ使用スル場合ニ臨ンデ忘レル。故ニソレヲ習ハナイ方ガマシデアアル。

## §3. 乗 法

$$2.714 \times 15.68$$

ノ乘法ニ於テ、先ヅ小數點ノ位置ヲ無視シテ2714 = 1568ヲ掛ケル。其ノ答ニ四桁ノ有効數字ガ必要デアルト假定シヨウ。私ハココニ普通ノ方法ヲ提出スル。ソコデ先ヅ不必要ナ數字ヲ0トスル。サウシテ實際ハ如何ニシテソレヲ計算スルカトイフコトヲ示サウ。學生ハ之ヲ理解シテ、實際ニ自分自身デヤツテ見ヨ。

2714	2714	2714
1568	1568	8651
21712	22000	2714
16284	16300	1357
13570	13570	163
2714	2714	22
4255552	4256000	4256

私ハ乘數ヲ逆ニ書イタ。例ヘバ先ヅ6ヲ掛ケルトキニ、唯27ダケニ掛ケルヤウニ考ヘタ。其ノ27トイフノハ、6ノ上ノ行ニアツテ、ソレヨリモ左ニアル總テノ數字デアアル。併シ、之ニ1ヲ加ヘタ。何故カトイヘバ、 $6 \times 1 = 6$ デアツテ、之ハ0ヨリ10ノ方ニ近イカラ、棄テル事ハ出來ナイデ、1ヲ繰上ゲタノデアアル。學生ハ實際ニ之ヲヤツテ、此ノ乘法ノ省略計算ニ熟達シナクテハナラス。ケレドモ實際ニナス場合ニハ、私ガヤツテ見セタヤウニ、乘數ヲ逆ニ書カナイ方ガヨイ。小數點ノ位置ニ就イテハ、今2ト3トノ間ノ數ト凡ソ16トイフ數トヲ掛ケ合セタノデアアルカラ、明ラカニ42.56デアツテ、ソノ答ガ4256或ハ425.6デハナイ。

## §4. 除 法



2714ヲ1568デ割レ。但シ、答ニハ有効数字ヲ唯四桁ダケ要スル。  
 此處ニ普通ノ方法ヲ示サウ。點線ノ右側トABノ下トノ總テ  
 ノ数字ハ不必要デアル。故ニ他ノ方法(右側)ノ長所ハ除數ノ数字  
 ガ無クナルヤウニスル事デアル。<sup>(1)</sup>

1568)2714	173086	1568)2714	1731*
1568		1568	
11460		1146	
10976		1098	
4840		48	
4704		47	
13600		1	
A—12544—B			
	10560		
	9408		
	1152		

之ヲ行フニハ尙省略法ガアル。1568, 1098 及ビ47ノ上ノ数字ハ  
 書カナイ。ソレハ諸君ハ習ツタ筈デアル。私ハ自分デハ常ニ上  
 ノ様ニスルカラ、サウ書イタノデアル。上ノ場合ノ乗法除法ノ何  
 レデ、第四桁目ヲ疑ヒナク、正確ニシヨウトスルニハ、2714ノ代リニ  
 27140ヲ用ヒタ方ガヨイ。實際ニハ五桁ノ数字ヲ求メテ最後ノ桁  
 ヲ切捨テルノデアル。

例 1. 次ノ數 a, b ヲ掛ケ合セヨ。又割レ。答ヲ載セテオク。

a	b	答		
		ab	a/b	b/a
1323	24.32	32185	54.4	0.01833
17.56	143.5	2520	0.1224	8.172
0.5642	0.2471	0.1394	2.283	0.4380
4.326	0.003457	0.01495	1251.0	0.0007931
0.01584	2.104	0.03333	0.007530	132.8

\* 除數ノ数字ヲ消ス代リニ、或ル人ハ答ヲ除數ノ下ニ逆ニ書ク。例ハバ 1568  
 1371  
 トイフヤウニスル。

<sup>(1)</sup> 除數ノ数字ヲ消シテナクナルヤウニスルトハ、第一回目ニハ 1568 デ割リ、  
 次ニハ 8 ヲ消シテ 156 デ割リ、次ニハ 6 ヲ消シテ 15 デ割リ、最後ニ 5 ヲ消  
 シテ 1 デ割ルヤウニスル事ヲ指ス。

例 2. 任意ノ數 n ノ自然對數(之ヲ log<sub>e</sub>n ト書ク)ヲ求メルニハ、常用對  
 數(之ヲ log<sub>10</sub>n ト書ク)ニ 2.3026 ヲ乘メ

log <sub>10</sub> n	答(log <sub>e</sub> n)
2.1460	4.9435
0.3574	0.8229
-1.5178	-3.4949
-3.2005	-7.3695

<sup>(1)</sup> 然ラバ次ノ對數ヲ變ヘヨ。  
 log<sub>e</sub>n が與ヘラレタトキ常用對數ヲ

求メルニハ、2.3026 デ割レバヨイ。ソ  
 レト同シ事デアルガ、0.4343 ヲ掛ケテ  
 モ常用對數ガ求メラレル。

例 3. 次ノ對數ヲ變ヘヨ。

log <sub>e</sub> n	答(log <sub>10</sub> n)	log <sub>e</sub> n	答(log <sub>10</sub> n)
5.7152	2.4821	-2.1543	-0.9256
0.3513	0.1526	1.7216	0.7477
-2.1435	-0.9309	8.4175	3.6557
-4.7354	-2.0563	-0.1493	-0.0648

學生ハ 2.3026 デ割ルコトハ、0.4343 ヲ掛ケルコトト全ク同シデアルコト  
 ヲ確カメヨ。

### § 5. 百分率

5「パーセント」ト言ヘバ百中ノ五トイフ意味デアル。即チ  
 5÷100、或ハ 0.05 ヲ意味スル。同様ニ 0.035 ハ 3<sup>1</sup>/<sub>2</sub>「パーセント」ヲ、  
 0.02 ハ 2<sup>(2)</sup>「パーセント」ヲ意味スル。

賣メルノデハナイガ「パーセント」ニ就イテ全ク誤ツタ言ヒ方ガ一般  
 ニヨク用ヒラレテキル。例ヘバ、仲買人ハ“半「クラウン・パーセント」ヲ  
 請求シヨウ”ナドト言フ。彼ハ百磅ニ就イテ半「クラウン」トイフ意味デ  
 實際ハ <sup>1</sup>/<sub>8</sub>% デアル。所ガ彼ノ言葉ハ 100「半クラウン」ニ就イテ半「クラ  
 ウン」ノ意味デアツテ、ソレハ 1% デアル。牝牛一頭「パーセント」ト言フ

<sup>(1)</sup> 第二章、特ニ § 8 參照。

<sup>(2)</sup> 原著書ニハ「パーセント」(per cent) ト記シテアルガ、以後本書デハ慣  
 例ニ從ツテ、記號% ヲ用ヒルコトニスル。

<sup>(3)</sup> 「クラウン」(crown) ハ英國ニ於ケル貨幣ノ名稱デアツテ、1「クラウン」ハ 5  
 志デアル。故ニ 1 磅=20 志(shilling)=4 クラウン(crown)。



ノハ、百頭ノ牝牛ニ就イテ一頭ノ牝牛ト言フ意味デアツテ、即チ1%デア  
ル。併シ、仲買人ノコトハ恕シテオカウ。(1)

例1. 3.28封度ノ合金ノ片ガ2.65封度ノ銅、0.46封度ノ錫、0.17封度ノ鉛  
ヲ含ンデキル。ソレ等ヲ「パーセント」トシテ言ヘ。

答  $2.65 \div 3.28 = 0.8079$ , 即チ 80.79% ノ銅。

$0.46 \div 3.28 = 0.1402$ , 即チ 14.02% ノ錫。

$0.17 \div 3.28 = 0.0518$ , 即チ 5.18% ノ鉛。

例2. 二人ノ人ガ或ル物ヲ測ツテ計算シタラ、15.72噸ト15.59噸アツ  
タ。其ノ二ツノ數ノ平均ガ正確ナモノデアルトスレバ、ソレ等ノ誤差ハ  
何%デアルカ。(2)

答 平均ハ  $\frac{1}{2}(15.72+15.59)$  即チ 15.655 デアツテ、ソレ等ト雙方トノ  
差ハ 0.065 デアル。之ガ全體ニ對スル誤差ハ

$0.065 \div 15.655 = 0.00415$ , 即チ 0.415% デアル。

例3. 年收 230 磅ノ人ガ 5% ノ增收トナツタ。新シイ收入ハ何程デ  
アルカ。

答  $230 \times 0.05$  即チ 11.5 ヲ加ヘテ 241.5 トナル。或ハ又  $230 = 1.05$  ヲ  
掛ケテモヨイ。

例4. 或ル人ノ收入ガ 241.5 磅デアル。ソレガ 230 磅ニ減シタトイフ。  
何「パーセント」減シタノデアルカ。

答  $11.5 \div 241.5 = 0.0476$ , 即チ 4.76%。

例5. 私ハ 4% 利附百磅公債ヲ 86 磅<sup>(3)</sup> デ買ツタ。得タ利廻リハ何程デ  
アルカ。

答 86 磅ニ就イテ 4 磅ノ利益デアルカラ、全體ニ對シテハ  $4 \div 86$ , 即チ  
0.0465, 即チ元高ニ對シテ 4.65% デアル。

(1) 我が國在來ノ言ヒ方ハ 1:10 即チ 0.1 ヲ歩合ノ單位トシテ、之ヲ「割」ト唱  
ヘル。其ノ小數ハ普通ノ小數ノ位ノ名「分、厘、毛」等ヲ用ヒル。此ノ呼ビ方ニハ上  
述ノ如キ誤リハナイガ、又別ニ、割ヲ單位トスル小數ト、普通ノ小數トノ呼稱ガ  
一致スル爲屢々其ノ混用ガアル。

(2) 眞ノ値エト測定ノ結果ズトノ差  $\Delta x$  ヲ絕對誤差トイヒ、絕對誤差ノ眞ノ  
値ニ對スル比  $\frac{\Delta x}{x}$  ヲ相對誤差或ハ誤差率トイフ。此處ニ言フ誤差ハ相對誤差ヲ指  
スモノデアル。

(3) £ ハ磅ノ記號デアル。同様ニ志ニハ s, 片ニハ d ヲ用ヒル。

## §6. 商業算術

掛ケ算ヤ割リ算ヲシテ小數デ表ハス必要ヲ感ズル迄ハ、金錢等  
ノ和ヲ小數デ表ハス必要ハナイ。同種ノ計算ヲ澤山スル銀行員  
ヤ雜貨商、其ノ他ノ人々ハ、ソノ目的ヲ達スル爲ニ、勞力ノ省ケル方  
法ヲ用ヒル。成人シタ學生ガ其ノ目的ガ何デアルカヲ見レバ、直  
グ其ノ法則ヲ理解スル事ガ出來ル。併シ、ソレガ彼ノ業ニ關係ガ  
ナイナラバ、此ノ法則ノ記憶ヲ煩ハス必要ハナイ。原理ハ次ノ例  
デ容易ニ理解出來ル。

例1. 182£ 17s 9d ヲ磅ノ小數ニ直セ。

解 此處デ 9d ハ  $\frac{9}{12}$  s, 即チ 0.75 s デアル。故ニ  $17.75$  s ハ  $\frac{17.75}{20}$  £, 即チ  
0.8875 £ デアル。故ニ答ハ 182.8875 £ デアル。

例2. 3噸 5cwt<sup>(1)</sup> 「クォーター」<sup>(2)</sup> 18封度ヲ噸ノ小數ニ直セ。

解  $\frac{18}{28} = 0.643$ ;  $\frac{2.643}{4} = 0.6608$ ;  $\frac{5.6608}{20} = 0.28304$ . 故ニ答ハ 3.28304 噸デア  
ル。

例3. 5哩<sup>(3)</sup> 3「ファーロング」<sup>(4)</sup> 30「パーチ」<sup>(5)</sup> 4碼ヲ哩ノ小數ニ直セ。

解  $\frac{4}{5\frac{1}{2}}$  即チ  $\frac{8}{11} = 0.73$ ;  $\frac{30.73}{40} = 0.768$ ;  $\frac{3.768}{8} = 0.471$ . 故ニ答ハ 5.471 哩  
デアル。

例4. 7.828 磅ヲ、磅、志、片ニ直セ。

(1) 重量噸ニハ英噸(2240封度)ト米噸(2000封度)ガアルガ、我が國デ今日言フ  
「トン」ハ佛噸(1000斤)デアツテ、文字モ「噸」ヲ使用シ、略字ニハ t ヲ用ヒル。

(2) cwt. ハ重サノ單位 (hundred weight) ノ略號デアツテ、

$$1 \text{ cwt.} = \begin{cases} 112 \text{ 封度(英國)} = 13 \text{ 貫 } 547 \text{ 匁 } 29, \\ 100 \text{ 封度(米國)} = 12 \text{ 貫 } 95 \text{ 匁 } 80. \end{cases}$$

此處デハ勿論 112 封度ヲトル。尙何レデモ 1 噸 = 20cwt.

(3) 「クォーター」(quarter) ハ cwt. ノ四分ノ一ヲ意味シ、略號トシテ qr. ヲ用  
ヒル。故ニ 1 qr. = 28 封度(米國ナラバ = 25 封度)。

(4) 「ファーロング」(furlong) ハ長サノ單位デ、略號トシテ fur. ヲ用ヒル。

$$1 \text{ fur.} = 10 \text{ 領, 即チ } 220 \text{ 碼. (= } 1 \text{ 町 } 50 \text{ 間 } 3 \text{ 尺 } 8 \text{ 寸 } 538)$$

(5) 「パーチ」(perch) ハ又「ロッド」(rod), 或ハ「ポール」(pole) トイフト同シク、  
共ニ  $5\frac{1}{2}$  碼 即チ  $16\frac{1}{2}$  呎デアル。我が國ノ 2 間 4 尺 5 寸 9625 = 當ル。



解  $0.828 \text{ 磅} = (0.828 \times 20) \text{ 志}$ , 即チ 16.56 志デ,  $0.56 \text{ 志} = (0.56 \times 12) \text{ 片}$ , 即チ 6.72 片デアルカラ, 答ハ 7£ 16s 6.72d, 即チ約 7£ 16s  $6 \frac{3}{4}$  d.

例 5. 56.2154 噸ヲ在來ノ不都合ナ英國ノ單位ノ形ニ直セ.

解  $0.2154 \text{ 噸} = (0.2154 \times 20) \text{ cwt.}$ , 即チ 4.308cwt. 又  $0.308 \text{ cwt.} = (0.308 \times 4) \text{ qr.}$ , 即チ 1.232qr. 又  $0.232 \text{ qr.} = (0.232 \times 28) \text{ 封度}$ , 即チ  $6 \frac{1}{2}$  封度デアル. 故ニ答ハ 56 噸 4cwt. 1qr.  $6 \frac{1}{2}$  封度.

例 6. 3.78085 哩ヲ各單位ニ直セ.

解  $0.78085 \text{ 哩} = (0.78085 \times 8) \text{ 「ファーロング」}$ , 即チ 6.2468 「ファーロング」  
 $0.2468 \text{ 「ファーロング」} = (0.2468 \times 40) \text{ 「パーチ」}$  即チ 9.872 「パーチ」  
 $0.872 \text{ 「パーチ」} = (0.872 \times 5 \frac{1}{2}) \text{ 碼} = 4.796 \text{ 碼}$ ,  $0.796 \text{ 碼} = 2.388 \text{ 呎}$ ,  $0.388 \text{ 呎} = 4.656 \text{ 吋}$ . 故ニ求メヨウトスル不便極マリナイ答ハ, 3 哩 6 「ファーロング」 9 「パーチ」 4 碼 2 呎 4.656 吋デアル.

此ノ不都合ナコトガ賞讃スベキコトデアルカノヤウニ學校ノ教科書ニ見セビラカシテアリ, 而モ誰一人トシテソレガ悪イトイフ者ガナイ. 實ニ英國民ガ破滅ヲ逃ガレルコトノ出來タノハ, 全ク偶然ナ天命デアル.<sup>(1)</sup>

## §7. 實用算

金高ヤ重サ, 尺度ニ小数ヲ使用スル所デハ, 實用算<sup>(2)</sup>トカ利子トカノ規則ハ單ニ非常ニ簡單ナ掛ケ算ヤ割リ算ノ問題ニ過ギナイ.

例 1. 1 碼ガ 7.86 仙<sup>(3)</sup> (即チ 0.0786 弗) ノ「リボン」ヲ 33.24 碼買ヘバ代價ハ何程ニナルカ.

(1) 我が國ガ尺貫法, 並ニ碼封度法ヲ棄テテ, 「メートル」法ヲ專用スルコトニナツタノモ, 全ク同一ノ理由ニ依ル. 明治大正年間發行教科書, 尋常小學算術書第五學年用ヲ播ケバ, 思ヒ半ヲ過ギルモノガアラウ.

(2) ココニ「實用算」(practice)トハ, 歐洲ノ慣用語デ, 決シテ普通ノ意味デノ實用的計算ヲ指スノデハナイ.

(3) 仙(cent), 弗(dollar)ハ米國ノ貨幣ノ單位デ, 略號トシテ夫々 C, \$ ヲ用ヒル.  
 $1 \$ = 100 \text{ C.}$

答  $(33.24 \times 0.0786) \text{ 弗}$ , 即チ 2.613 弗. (之ハ 2 弗 61 仙トシテモヨイ.)

例 2. 1 庭ガ 1.234 法<sup>(1)</sup> ノモノ 11.275 庭ノ代價ハイクラデアルカ.

答  $(11.275 \times 1.234) \text{ 法}$ , 即チ 13.913 法. (之ハ 13 法 91 參トシテモヨイ.)

## 利 子

例 元金 5143.65 弗ヲ年利  $4 \frac{1}{2} \%$  デ 302 日 貸セルト, 利子ハ何程デアルカ.

解 ココデ 365 日ノ利子ハ  $5143.65 \times 0.045$  デアル. 故ニ, 之ニ 302 ヲ掛ケテ, 365 デ割ツタモノガ答デアル. 即チ 191.51 弗.

## 比 例

例 若シ, 3.275 噸ノ代價ガ 1.625 磅デアララバ, 1.164 噸ノ代價ハ何程デアルカ.

解 1 噸ノ代價ハ  $1.625 \div 3.275$  デ, 之ニ 1.164 ヲ掛ケルト答ヲ得ル. 即チ  $0.578$  封度.<sup>(2)</sup>

英國ノ算術ヲ調べタ人ハ誰デモ, 生徒ノ苦痛ハ, 十進法ヲ用ヒタトキノ勞力ノ 20 倍ニモ當ルトイフ事ヲ知ルデアラウ. 之ノミナラズ, 彼等ノ用ヒル規則ノ起源ヲ知ラウトスル子供ニハ, 子供ノ能力ヲ遙カニ超エテキル六ヶ敷イ理論ニ導キ入ルノデアル.<sup>(3)</sup> 子供ガ斯様ナ事柄ニ就イテ理由ヲ求メヨウトスル心ヲ棄テテ了ツテ, 其ノ後ハドンナ大切ナ理論ニ對シテモ努力ヲ試ミナイヤウニナルノハ, 正ニ此處ニ起因スルモノデアルト思フ.

<sup>(1)</sup> フラン (franc), 參 (centime) ハ佛國ノ貨幣ノ單位デ, 略號トシテ夫々 fr. c. ヲ用ヒル.  
 $1 \text{ fr.} = 100 \text{ c.}$

(2) 此ノ解法ハ歸一法ト言ハレ, 比例トシテノ解法デナク, 一種ノ四則應用問題解法ノ型デアル.

(3) 英國度量衡ノ歴史ハ, 「カジョリ初等數學史」(小倉, 井田兩氏共譯) 259 頁以下ニ詳シイ.



## 第二章 對數

### §8. 對數ノ定義

對數ヲ使ヘバ、普通ノ算術デスルヨリモ遙カニ迅速ニ計算スルコトガ出來ル。

六ヶ數クテ殆ンド出來ナイト思ハレルヤウナ種々ノ計算モ、對數ヲ用ヒルト出來ル。

記號 $a^3$ ハ $a \times a \times a$ トイフ意味デアル。

故ニ  $2^3=8, 2^5=32.$

多クノ人ハ“ $a^3$ トハ $a$ ソレ自身ヲ三度掛ケルコトデアル”ト言フ。勿論之ハ間違ツテキル。“ $a^3$ トハ $1=a$ ヲ三度掛ケルコトデアル”トイフノガ正シイ。故ニ $a^0$ ハ $1=a$ ヲ一度モ掛ケナイコトヲ意味シテキル。即チ $a^0$ ハ確カニ $1$ デアル。

#### 對數ノ定義

若シ $a^n=N$ デアラナラバ、 $n=\log_a N$ デアツテ、之ヲ“ $n$ ハ $a$ ヲ底トスル $N$ ノ對數デアル”トイフ。故ニ $2^3=8$ デアルカラ、 $3$ ハ $2$ ヲ底トスル $8$ ノ對數デアル。

吾々ガ用ヒル數ノ記數法ハ十進法デアルカラ、普通ノ計算ニハ殆ンド $10$ ヲ底トシテ對數ノミガ常ニ使用サレル。ケレド多クノ重要ナ計算<sup>(1)</sup>ニ於テハ、底ガ $2.71828$ デアル所ノ自然對數ヲ用ヒル。此ノ $2.71828$ ハ大切ナ數デアルカラ、丁度「ギリシヤ」文字 $\pi$ デ $3.14159$ (圓周率)ヲ表ハスヤウニ、常ニ「ローマ」文字 $e$ ヲ用ヒテ表ハス。

或ル數ノ常用對數ニ $2.30258$ ヲ乘ジ、或ハ $0.43429$ ヲ除スレバ、自然對數トナルコトハ證明サレテキル。\*

(1) 重要ナ計算トハ主トシテ理論ニ涉ル式ノ計算ヲ指スモノデアル。算術的數ソノモノノ計算ハ常ニ常用對數ノミヲ用ヒル。

$n$ ト $m$ トガ整數デアツテモナクテモ、 $a^n$ ヲ、

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

デアルト定義スル。

此ノコトカラ次ノコトガ導キ出サレル。

$$a^n \div a^m = a^{n-m},$$

又

$$(a^n)^m = a^{nm},$$

故ニ

$$a^n \div a^n = a^0 = 1,$$

又

$$1 \div a^n = a^0 \div a^n = a^{0-n} = a^{-n}.$$

學生ハ任意ノ數ヲトツテ之ヲ $a$ トシ、ソノ數ノ非常ニ高イ冪根ヲ求メテ見ヨ。之ニハ對數ヲ用ヒルカ、或ハ平方根ヲ求メ更ニ其ノ平方根ヲ求メ、カクシテ平方根ヲ求メルコトヲ續ケテナスガヨイ。サウスレバ高イ冪根ニナレバナル程、即チ $a^0$ ニ近ヅケレバ近ヅケル程、其ノ値ハ段々ニ $1$ ニ接近スルヲ見出ス。學生ハ此ノ種ノ練習問題ヲ輕ンジテハナラス。若シ、此ノ種ノ事ハ最早既ニ十分知ツテキルトイフナラ、ヤツテ見ル必要ハナイ。併シ、人ハ斯様ナ練習問題ヲナスコトニ依ツテ、始メテカカル事項ヲ眞ニヨク熟知スルヤウニナルモノデアル。

ソコデ、次ノヤウナ法則ガアル。

1. 二數ノ對數ノ和ハ其ノ二數ノ積ノ對數デアル。
2. 二數ノ對數ノ差ハ其ノ二數ノ商ノ對數デアル。

其ノ外又、  
 $a^2$ ノ對數ハ  $a$ ノ對數ノ $2$ 倍デアル。  
 $a^3$ ノ對數ハ  $a$ ノ對數ノ $3$ 倍デアル。

\*  $e^x = N = 10^z$ デアルトキハ、 $x$ ハ $N$ ノ自然對數デアツテ、 $z$ ハ $N$ ノ常用對數デアル。

$$\log_{10} N = z = x \log_{10} e, \text{ 且ツ } \log_{10} e = 0.43429.$$

故ニ $x$ ヲ $0.43429$ ヲ除スレバ $z$ トナル。



$a^{\frac{1}{2}}$ , 即ち  $\sqrt{a}$  の對數ハ  $a$  の對數ノ  $\frac{1}{2}$  デアル.

$a^{\frac{1}{3}}$ , 即ち  $\sqrt[3]{a}$  の對數ハ  $a$  の對數ノ  $\frac{1}{3}$  デアル.

同様ニシテ,  $b$  ガ如何ナル數デアツテモ  $a^b$  ノ對數ハ  $a$  ノ對數ノ  $b$  倍デアル.

(本書ノ初メ十九章ノ間デハ, 常用對數ヲ  $\log_{10} n$  ト書ク代リ  $= \log n$  ト書カウ).<sup>(1)</sup>

### § 9. 對數表

私ハ諸君ニ學務局デ印刷シタ四桁ノ對數表及逆對數表ノ寫シヲ一組宛分ケタ. 此處ニ又, 正弦 (sine), 餘弦 (cosine), 正切 (tangent) 及  $0^\circ$  カラ  $90^\circ$  マデノ弧度ヲ求メル表モアル. ソシテ此ノ小冊子ノ第一頁ニハヨク使ハレル種々ノ數ヤ公式ガ載セテアル. (第八章末ノ表ヲ参照セヨ).

次ニ對數表デドウシテ計算スルカトイフ事ヲ述ベヨウ.

先ヅ對數表ノ使用ニ就イテハ, 何處ニモ小數點ノナイ事ニ著眼セヨ. 5204 トイフ數ガ與ヘラレルトキハ, 左ノ 52 ノ欄ノ横ト, 上ノ 0 ノ欄ノ下トヲ見テ, 7160 トイフ數ヲ得ル. 最後ノ桁 4 ニ對シテハ右側ノ欄ノ小サイ數字ノ 3 ヲ見出シ, 之ヲ加ヘテ 7163 トスル. 最小限度ノ練習サヘモマサニ之ヲ教ヘルニ十分デアル.

ソコデ次ノ事ガ如何ナルコトヲ意味シテキルカトイフコトヲ理解シテ欲シイ.

$$\log 5.204 = 0.7163.$$

故ニ任意ノ數ノ對數ヲ求メルニハ, 唯一ツ次ノヤウナ例題ヲ學

<sup>(1)</sup> 常用對數ヲ主トシテ取扱フ初等數學デハ, 常用對數ノ底 10 ヲ略シテ  $\log n$  ト書キ, 自然對數ハ一々  $\log_e n$  ト書クケレド, 自然對數ヲ主トシテ用ヒル進ンダ數學デハ  $\log n$  ヲ以テ自然對數ヲ表ハシ, 却テ常用對數ハ底ヲ明示シテ  $\log_{10} n$  トスル.

習スルコトガ, 必要デアルコトヲ知ルデアラウ. 即チ, 或ル數ヲ 10 倍スルハ, 其ノ數ノ對數ニ 1 ヲ加ヘル事ニナル.

數	§ 2 デ書イタヤウナ數	對 數	尙簡單ニ書イタ對數ノ値
520400	$5.204 \times 10^5$	0.7163+5	5.7163
5204	$5.204 \times 10^3$	0.7163+3	3.7163
5.204	$5.204 \times 10^0$	0.7163+0	0.7163
0.5204	$5.204 \times 10^{-1}$	0.7163-1	$\bar{1}.7163$
0.005204	$5.204 \times 10^{-3}$	0.7163-3	$\bar{3}.7163$

學生ハ對數ノ整數部分ハ其ノ數ノ小數點ノ位置ニ關係スルモノデアアルコトヲ注意セヨ.

希望デアアルナラバ, 5.7163 ヤ  $\bar{3}.7163$  ニ於テ, 5 或ハ 3 (即チ整數部分) ヲ指數又ハ指標ト呼ビ, 常ニ正數デアアル小數部分ヲ假數ト名ヅケテモヨイ. 併シ, 實ハカヤウナ不必要ナ術語ハ實際ニハ用ヒナイ方ガヨイ.

### § 10. 對數表ノ使用法

次ニ數ノ對數ヲ與ヘテ, 其ノ數ヲ求メルコト. 之ニハ前表ノ第四欄カラ第一欄ニト反對ノ方向ニ進ムノデアアル.

故ニ, 對數ガ 3.7163 デアル數ヲ求メルニハ, 逆對數表ニ於テ (對數表ソレ自身ニ依ツテモ, 殆ンド勞力ヲ増サナイデ之ヲナスコトガ出來ル)<sup>(1)</sup>, 0.7163 ニ相當スル數ヲ求メルニ, ソレハ明ラカニ  $5200+4$ , 即チ 5204 デアル. 之ハ次ノ事ヲ意味スル.

$$\log 5.204 = 0.7163,$$

<sup>(1)</sup> 對數表ノ中カラ此ノ對數ヲ見出シ, 之ニ相當スル數ヲ左端ノ欄及ビ上方ノ欄カラ讀メバ眞數ヲ得ル. 併シ, 別ニ逆對數表ヲ與ヘタガ便利ナコトハ勿論デアアル.



故ニ  $\log 5204 = 3.7163$ .

乗法及ビ除法ノ二三ノ練習デ、此ノ事ニ就イテ十分ニ熟知シ、且ツ徹底的ニ理解スル事ガ出來ル。カヤウナ練習ナンデ詳細ナ教授書ヲ讀ムコトハ、恰モ技術ノ教授書ヲ僅カ讀ンデ水泳ヲナン、或ハ自轉車ニ乗ルコトヲ學バウト努メルノト同ジク、全ク何ノ役ニモ立タナイコトデアアル。

ソコデ學生ハ、對數ヲ用ヒテ § 4 ノ問題ノ計算ヲヤツテ見ルガヨイ。

例 次ノ數ノ常用對數ヲ求メヨ。

數	對 數	數	對 數
7.135	0.8534	1.065	0.0273
713.5	2.8534	0.01065	$\bar{2}.0273$
0.7135	$\bar{1}.8534$	10.65	1.0273
0.007135	$\bar{3}.8534$	106500	5.0273
71350	4.8534	1065	3.0273

若シ、對數ソレ自身ヲ乗除スル必要ガアル場合ニハ、ソノ整数部分ニハ屢々負數ガ存在スルコトヲ記憶スルコトガ肝要デアアル。

例 次ノ値ヲ求メヨ。

$$\sqrt{8574}, \quad \sqrt{8.574}, \quad \sqrt{0.8574}, \quad \sqrt{0.0008574}.$$

此等ノ數ノ對數ハ2デ割ラネバナラヌ。何トナレバ平方根ノ對數ハ其ノ數ノ對數ノ半分デアアルカラデアアル。

數 $N$	$\log N$	$\frac{1}{2} \log N$	答
8574	3.9332	1.9666	92.60
8.574	0.9332	0.4666	2.928
0.8574	$\bar{1}.9332$	$\bar{1}.9666$	0.9260
0.0008574	$\bar{4}.9332$	$\bar{2}.4666$	0.02928

斯様ニ  $\bar{1}.9332$  ヲ 2 デ割ルニハ、此ノ數ガ實ハ  $-1+0.9332$  デアルコトヲ想ヒ起ス。即チ、之ハ  $-2+1.9332$  ニ同ジク、從ツテ此ノ半ハ  $-1+0.9666$ 、即チ  $\bar{1}.9666$  デアル。

$\bar{1}.9332$  ヲ 3 デ割ルニハ、之ヲ  $-3+2.9332$  トスル。從ツテ答ハ  $-1+0.9777$ 、即チ  $\bar{1}.9777$  トナル。

$\bar{3}.9332$  ヲ 4.56 ノヤウナ數デ乗除スルニハ、全體ヲ負數ノ形ニ直スコトガ必要デアアル。之ハ  $-3+0.9332$  デ、實ハ  $-2.0668$  デアル。之ヲ 4.56 デ割ツテ  $-0.4532$  ヲ得ル。之ハ  $-1+0.5468$ 、即チ  $\bar{1}.5468$  デアル。

故ニ  $(0.00857)^{\frac{1}{4.56}}$  ハ 0.3522 デアル。<sup>(1)</sup>

$\bar{2}.4666$  ノヤウナ對數ヲ乗除スルトキニ、恐ラク學生ハ之ヲ 2 ヤ 3 デ乗除スル場合ニデサヘモ、常ニ  $-2+0.4666$  トハシナイデ、 $-1.5334$  トスルデアラウト思フ。之デハ他ノ方法ノヤウニ迅速ニスルコトハ出來ナイガ、併シ其ノ學生ハ仕方ハヨク知ツテキルシ、且ツ又誤ヲナスコトモ少ナイデアラウ。

問 題

1.  $a^b$  ヲ計算セヨ。即チ與ヘラレタ數  $a$  ヲ、 $b$  デ示サレタ數ダケノ乗冪ニ高メル。

$a$  ノ對數ヲ求メ、之ヲ  $b$  倍シタモノガ答ノ對數デアアル。

$a=20.52,$	$b=2$	トセヨ。	答 421.1
$a=1.564,$	$b=1\frac{1}{2}$	"	" 1.955
$a=0.5728,$	$b=3$	"	" 0.1879
$a=60.71,$	$b=\frac{1}{3}$	"	" 3.930.

ココデ  $\frac{1}{3}$  倍スルコトハ、3 デ割ルコトヲ意味スル。

(1)  $\log(0.00857)^{\frac{1}{4.56}} = \frac{1}{4.56} \times \log 0.00857 = \bar{3}.9332 \div 4.56 = \bar{1}.5468$ . 而シテ、 $\bar{1}.5468$  ニ相當スル眞數ヲ見レバ、逆對數表カラ 0.3522 ヲ得ル。



$a=0.2415, b=\frac{1}{3}$  トセヨ. 答 0.6227  
 $a=1.671, b=2$  " " 2.793  
 $a=0.5014, b=3\frac{1}{2}$  " " 0.08919.

2. 對數ヲ用ヒナイデ,又計算ニ不必要ナ數字ヲ總テ除イテ,  $4.326 \times 0.003457$  ヲ計算シテ有效數字四桁ヲ求メヨ.

又  $0.01584 \div 2.104$  ヲ計算シテ,有效數字四桁ヲ求メヨ.

次ニ又對數ヲ用ヒテ此等ヲ求メヨ. 又  $\log_7 7$  ヲ求メヨ.

$5^{2.43}, 3^{-0.246}, 0.042^{0.476}, \sqrt[3]{246.3}, 30.01^{\frac{2}{3}} \times 0.02641^{\frac{1}{7}}$  ヲ計算セヨ.

答 0.01495, 0.007529, 1.94502, 49.95, 0.7632, 0.2211, 3.008, 5.745.

$a^b$  ノ計算ニ於テ,進ンダ學生ニノミ與ヘル問題ヲ作ルトキ,教師ハ  $b$  ノ値ガ負數デアルノニ出會ツテ誤リヲナスモノデアル. 最モ初學ノ學生ハカヤウナ問題ニ慣レナケレバナラス. ソシテ,教師ガ困難ナ問題ニ導カナイ以上ハ,此等ノ計算ヲスルノニ少シモ困難デナイトイフ事ヲ感ズルデアラウ.

§ 11. 省略算ノ問題

1.  $\sqrt{3}=1.7321$  及ビ  $\sqrt{2}=1.4142$  トシテ,與ヘタ數カラ認メラレル程度正確ニ, $\sqrt{6}$  及ビ  $\sqrt{1.5}$  ヲ省略算デ求メヨ. 答 2.4495; 1.2248.

2. 五桁ノ有效數字  $\sqrt{5}=2.2361$  及ビ  $\sqrt{2}=1.4142$  ヲ知ツテ,省略算デ  $\sqrt{10}$  及ビ  $\sqrt{2.5}$  ヲ求メヨ. 答 3.1623; 1.5812.

3. 對數ヲ用ヒナイデ,  $0.30103 \times 0.026007$  ヲ省略算デ正確ニ有效數字四桁ヲ求メヨ. 答 0.007829.

4. 或ル矩形ヲ測ツタラ  $23.59 \text{ cm} = 18.64 \text{ cm}$  アツタ. 省略算ヲ用ヒテ,其ノ面積並ニ其ノ長サガ幅ニ對スル比ヲ求メヨ. 答 439.7; 1.265.

5.  $e^{\frac{1}{3}}=1.3956$  ヲ知ツテ省略算デ  $e^{\frac{2}{3}}$  及ビ  $e^{-\frac{1}{3}}$  ヲ求メヨ. 答 1.9477; 0.7165.

6.  $\sqrt[3]{3}=1.4422$  及ビ  $\sqrt[3]{2}=1.2599$  ヲ知ツテ,對數ヲ用ヒナイデ省略算ニ依リ, $\sqrt[3]{6}$  及ビ  $\sqrt[3]{1.5}$  ヲ求メヨ. 答 1.8170; 1.1447.

7.  $10^{\frac{1}{3}}=3.1623$  及ビ  $10^{\frac{2}{3}}=1.3335$  ノ五桁ノ有效數字ヲ與ヘテ,省略算ニ依リ  $10^{\frac{4}{3}}$  及ビ  $10^{\frac{5}{3}}$  ヲ求メヨ. 答 4.217; 2.3715.

8. 或ル圓ノ直徑ガ  $27.35$  吋アル. 省略算ノ乘法ヲ用ヒテ,此ノ圓ノ面積ハ  $587$  平方吋ト  $588$  平方吋トノ間ニアルコトヲ示セ. 圓ノ面積ハ直徑ノ平方ノ  $0.7854$  倍<sup>(1)</sup>デアル.

9. 有效數字五桁マデトレバ,  $e=2.7183$  デアル.  $e^2$  ノ値ヲ省略算デ求メヨ. 答 7.3891.

§ 12. 對數使用練習問題

1. 次ノ  $x^n$  ノ値ニ對シテ,種々ノ場合ノ  $x^n$  ヲ計算セヨ.

與ヘラレ タ $x^n$ ノ値	答 $x^n$					
	$n$ ガ 4 ノトキ	$n$ ガ 1 ノトキ	$n$ ガ $\frac{1}{2}$ ノトキ	$n$ ガ $-\frac{1}{2}$ ノトキ	$n$ ガ -1 ノトキ	$n$ ガ -4 ノトキ
0	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
0.1	0.0001	0.1	0.5623	1.778	10	10,000
0.2	0.0016	0.2	0.6688	1.495	5	625
0.3	0.0081	0.3	0.7401	1.351	3.333	123.5
0.4	0.0256	0.4	0.7952	1.257	2.5	39.06
0.5	0.0625	0.5	0.8410	1.190	2	16
0.6	0.1296	0.6	0.8802	1.136	1.667	7.711
0.7	0.2401	0.7	0.9147	1.093	1.429	4.165
0.8	0.4096	0.8	0.9457	1.057	1.250	2.443
0.9	0.6561	0.9	0.9740	1.027	1.111	1.524
1.0	1.0000	1.0	1.0000	1.000	1.000	1.000
1.1	1.4641	1.1	1.024	0.976	0.9091	0.6830
1.2	2.0736	1.2	1.046	0.955	0.8333	0.4820
1.3	2.8561	1.3	1.068	0.937	0.7692	0.3501
1.4	3.8416	1.4	1.088	0.919	0.7143	0.2603
1.5	5.0625	1.5	1.107	0.904	0.667	0.1975
1.6	6.5536	1.6	1.125	0.889	0.625	0.1526
1.7	8.3521	1.7	1.142	0.876	0.588	0.1197
1.8	10.50	1.8	1.158	0.863	0.556	0.0953
1.9	13.03	1.9	1.174	0.852	0.526	0.0767
2.0	16.00	2.0	1.189	0.841	0.500	0.0625

(1) 半徑ヲ  $r$ , 直徑ヲ  $d$  トスレバ,  
 圓ノ面積  $=\pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4} d^2 = d^2 \times 0.7854 \dots$



$x^{-1}$ ヲ求メルニハ、初メ $x^1$ ヲ求メ、其ノ後ソノ逆數ヲ求メルガヨイ。  
教師ハ學生ニ、上ノ問題ノ中カラ唯僅カニ數題ヲ一日ニ課セネバナラス。

2. 次ノ場合ニ於ケル $a^b$ 及ビ $a^{-b}$ ヲ計算セヨ。

a	b	答	
		$a^b$	$a^{-b}$
5	2.43	49.95	0.02002
3	0.246	1.310	0.7632
0.042	0.476	0.2211	4.522
246.3	0.2	3.008	0.3324
30.01	2/3	9.657	0.1036
0.02641	1/7	0.595	1.681

3. 次ノ數ノ平方、立方、平方根、立方根及ビ逆數ヲ計算セヨ。

與ヘラ レタ數	答				
	平 方	立 方	平方根	立方根	逆 數
3931	$1545 \times 10^4$	$6074 \times 10^7$	62.70	15.78	$2.544 \times 10^{-4}$
227	51529	$1.170 \times 10^7$	15.07	6.100	$4.405 \times 10^{-3}$
8.65	74.82	647.2	2.941	2.053	0.1156
0.7854	0.6169	0.4845	0.8862	0.9226	1.273
0.00326	$1.063 \times 10^{-5}$	$3.465 \times 10^{-8}$	$5.71 \times 10^{-2}$	$1.483 \times 10^{-1}$	306.7
$5.426 \times 10^{-2}$	$2.944 \times 10^{-3}$	$1.597 \times 10^{-4}$	0.2329	$3.786 \times 10^{-1}$	18.43

4.  $\log_{10} n = 2.1563$  デアルトキ、 $\log_e n$ ヲ求メヨ。  
常用對數 = 2.3026ヲ乘ズルコトハ既ニ學習シタ所デアリ、又 2.1563ハ  
-1.8437ノ形ニ書イテヨイ事モ明ラカデアル。 答 -4.2453。

5. 次ノ常用對數ヲ自然對數ニ直セ。

$\log_{10} n$	答		$\log_{10} n$	答	
	$\log_e n$			$\log_e n$	
2.4822	-3.4949		1.0213	-2.2535	
4.7995	-7.3695		3.9812	-4.6485	

### 第三章 計算尺

#### § 13. 計算尺ノ原理

$5623 \times 1547$ ノ積ヲ求メルニハ

$$\log 5623 = 3.7499$$

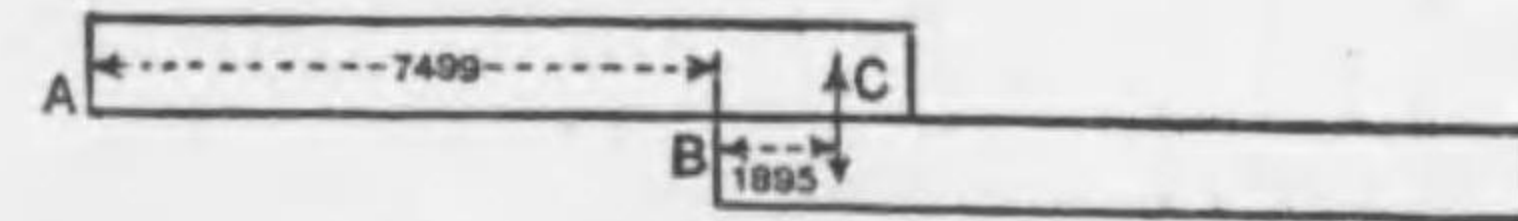
$$\log 1547 = 3.1895$$

加ヘテ  $6.9394 = 8.698 \times 10^6$ ノ對數。

此ノ計算ノ主要部分ハ 0.7499ト 0.1895トヲ加ヘル所デアツテ、  
而モ數ノ和ハ機械的ニ種々ノ方法ヲ求メルコトガ出來ル。

7499箇ノ豆ヲ一ツノ袋ノ中ニ入レ、其ノ中ヘ更ニ1895箇ヲ入レテ總數  
ヲ數ヘルコトハ甚ク煩ハシイデアラウ。749.9<sup>(1)</sup>ヲト189.5<sup>(1)</sup>ヲ分銅ヲ天  
秤ノ一ツノ皿ニ載セテ、其ノ全量ヲ衡ツテモ和ヲ求メルコトハ出來ル。

併シ、最モ良イ工夫ハ第1圖ノヤウニ7.499吋或ハ極ノ長サヲ尺  
度ノ上ニ度リ、他ノ尺度ノ上ニ1.895吋或ハ極ヲ度ツテ、ソシテ二ツ  
ノ距離ノ和ヲ度ルコトガ出來ルヤウニ置クコトデアル。



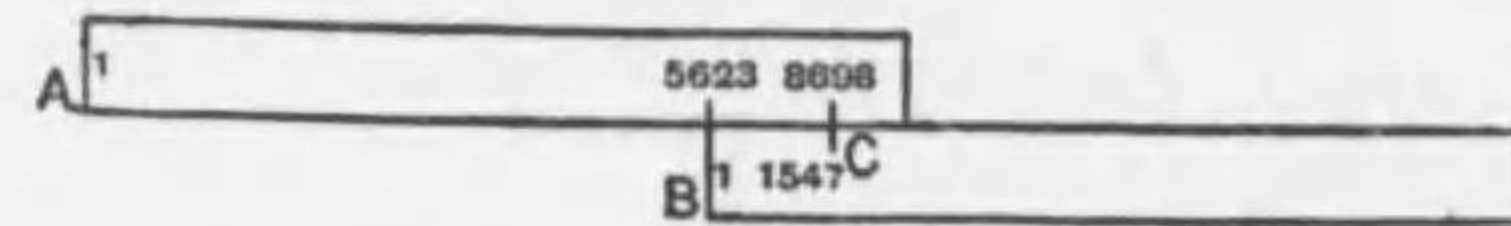
第1圖. 距離 AB = 距離 BCヲ加ヘタモノハ距離 ACデアル。

ソコデ計算尺トイフハ、全ク此ノ事ヲナスモノデアル。唯計算  
尺ニハ上ノ第1圖ニ示シタヤウニ數ガ書イテナイダケデアル。  
之ニハ二ツノ此ル尺度(即チ滑尺)ガアツテ、其ノ上面ニハ第2圖ニ  
示スヤウニ、目盛ノ上ニ印ガツケテアル。即チ Aカラ Bマデノ距  
離ガ或測定ノ尺度或ハ他ノ尺度デ、7499ヲ表ハシテキルケレバ、上  
方ノ尺度ニ書カレタノハ 7499デハナクテ 5623デアル。即チ 0.7499

(1) 号(オンス)ハ噸對度法ニ依ル重サノ單位デアツテ、略號ニハ ozヲ用ヒル。

16号=1 封度。





第2圖. 距離 AB, BC 及び AC へ第1圖ト同一デアルガ, 併シ數ハ違フ.

ハ 5.623 ノ對數デアリ, C ノ對點ヲ上方ノ尺度デ讀ム所ハ對數 0.9394 デナクシテ, 却ツテ A カラ C 至ル眞ノ距離デアル. 即チ ソコニ見エルヤウニ 8698, 即チ 0.8698 デアル.

§ 14. 計算尺ノ目盛

若シ私ガ諸君ノ眼前ニ於テ計算尺ヲ作ツタナラバ, 恐ラク諸君 ハ容易ニ理解スルデアラウ. 此處ニ五ニミリ動キ合フヤウニ出 來タ A ト B ノ(第3圖) ニツノ粗雜ナ尺度ガアル. 其ノ尺度ノ兩



第3圖. 教室デ生徒ノ面前ニ於テ數分間ニ作り上ゲタ計算尺

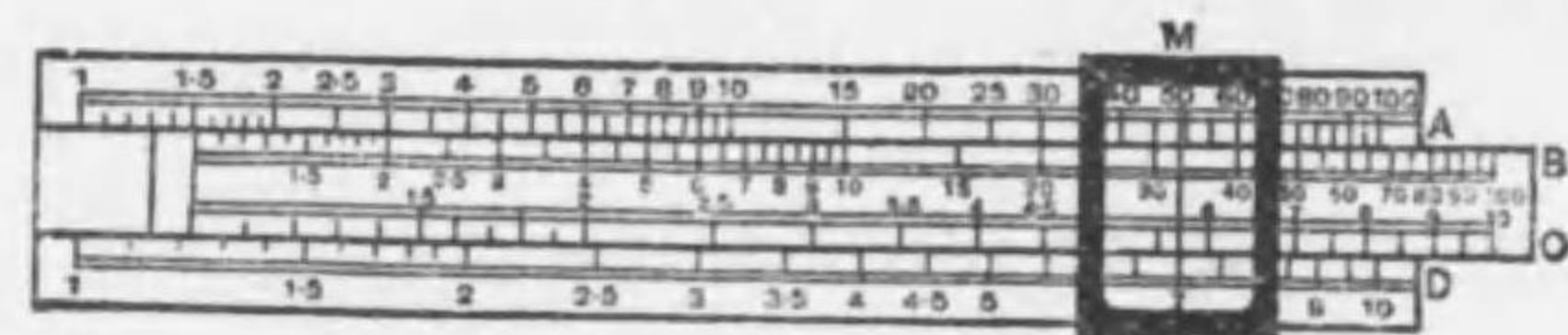
端ハ一致サセテオイテ, 兩方ニ同時ニ「チョーク」デ印ヲ打ツテ行 ッタ. 此處ニ私ハ一種ノ卷尺ヲ以テ, 其ノ上ニ或ル一定ノ距離ヲ トリ(實際ノ長サハ何時デアツテモ差支ナイ.) 之ヲ單位ノ長サト シヨウ. 此ノ長サヲ10等分或ハ100等分シテ, 其ノ尺度上單位ヨ リ如何程デモ短イ距離モトレルヤウニシヨウ. 此ノ尺度上ニ4.5 トイフ數ハ何處ニオクベキカトイフ事ヲ知ラウトスルニ, 之ハ1 ノ點カラ 0.6532 ノ距離ニアル所ニオク. 又同様ニ5トイフ數ハ, 1 カラノ距離ガ 0.6990 ニ等シイ所ニオク.

實際ニ, 1ト印ヅケタ點カラノ距離ハ, 此等ノ距離ニ置カレタ數 ノ對數ニ比例スル.

尺度上ノ數	印1ノ點カラノ距離	理 由
4.5	0.6532	$\log 4.5 = 0.6532$
5.0	0.6990	$\log 5.0 = 0.6990$
10.0	1.0000	$\log 10 = 1.0000$

§ 15. 計算尺ノ用法

計算尺ニハ種々ノ目盛ガアル. 若シ諸君ガ計算尺ヲ所持スル ナラバ, A, B ト名ヅケラレタノヲ見ヨ(第4圖). ソレ等ノ印ガ正



第4圖. 計算尺

確ニ一致スルヤウニ尺度ヲミラセヨ. サウスレバ, 1ト印ヅケラ レタ所カラ, 印 2, 3, 4 或ハ 12 マデノ距離ハ2吋, 3吋, 4吋或ハ12吋 デハナクシテ, 實ハ 0.3010吋, 0.4771吋, 0.6021吋, 或ハ 1.0792吋アルコト ヲ知ルデアラウ. 何トナレバ, 此等ノ四數ハ 2, 3, 4 及ビ 12 ノ對數 デアルカラデアル.

ソレ故, B尺ノ1ヲA尺ノ3ニ對シテオキ, B尺ノ4ノ所ト一致シ テキル A尺上ノ數ヲ求メルト, 12デアアルデアラウ. 諸君ハ單ニ 0.4771ト0.6021トヲ加ヘテ 1.0792ヲ求メテ, 之デ3×4ノ乗法ヲナシ テキル. 自分自身デソレヲ考ヘ出シ, 誰ニモ聞カナイデ簡單ナ數 ノ掛ケ算ヲ練習セヨ. サウスレバ早く計算尺ニ慣レテ來ルト共ニ, 計算尺ヲ好クヤウニナル.

私ハ乗法ヤ除法ヲ示スニ十分ナ計算尺ヲ, 教室ニ於テ二分間ニ 作ツタ. 學生ハ各自二枚ノ細長イ紙片デ計算尺ヲ製作セネバナ



ラス。<sup>(1)</sup>

12ヲ4デ割ルニハ、A尺ノ12ニ對スル所ニB尺ノ4ヲ置ケバB尺ノ1ニ對スルA尺ノ所(3)ガ答デアル。除法モ再三練習セヨ。

4×3×6×7ノ乗法ヲナセ。サウスレバ「カースル」ト言ハレル滑ル指標ノ價值ヲ知ルニ至ル。4×3ノ乗法ヲナストキ、「カースル」ヲ答ノ所ニ置ケ。諸君ハ此ノ答ヲ知ラウト希望スルノデハナイ。ソコデ次ニB尺ノ1ノ所ヲ「カースル」ノ所ニ置イテ、「カースル」ヲB尺ノ6ノ所ニ動かセ。カヤウニ續ケテ行クノデアル。諸君ガ實際自分デ練習スルナラバ、一々上ノヤウニ言フ必要ハナイ。又若シ諸君ノ讀マウトスル答ガA尺ノ端ヨリ外ニ出タナラバ、1ノ印ガ占メテキル場所ニ10或ハ100ノ印ガ來ルヤウニB尺ヲ滑ラシテ後歸リヲサセヨ。之ハ即チ丁度A尺ヲ延長シタコトニナル。併シ教ハルコトハ用ヒル事デハナイ。凡テ諸君自身デ發見セヨ。

或ル數ノ逆數ハ如何ニシテ求メルカ。其ノ數デ1カ或ハ10ヲ割ツテ見ヨ。ソレハワケハナイ事デアル。B尺ノ1ガA尺ノ3ニ向キ合ツテアルトキニハ、B尺ノ各數ハ夫々之ガ對スルA尺ノ數ノ3倍デアルコトニ著眼セヨ。斯様ニシテ、B尺ノ一ツノ位置デ表ニナツテキル總テノ數ヲ一定數倍スル事ガ出來ル。

乗法ヤ除法ニ於テ諸君自身正確サヲ試シテ見ヨ。如何ニ目盛ガ精巧ニ割ツテアルカトイフ事ニ氣ヲツケテ、數ヲ迅速ニ讀ムコトニ慣レヨ。

實際ノ計算尺(第4圖)<sup>(2)</sup>ニ於テ、互ニ沿ヒ合ツテ滑リ動クAトBト

(1) 讀者ノ切取ツテ直チニ作り得ルヤウニスル爲、譯者ハ卷末ニ圖ヲ添付シテオイタ。之ニ依リ原著者ノ述べテキル所ヲ實驗シテ見ラレヨ。

(2) 我が國ニモ數種發賣サレテキルガ、就中逸見式計算尺(東京玉屋商店發賣)ハ用材ガ日本固有ノ竹デアツテ滑リガヨイ點デ外國品ニ優レテキル。5吋、10吋、2吋ノモノガアルガ、10吋ノモノガ最モ手頃デアル。

イフ尺度バカリデナク、又別ニ沿ヒ合ツテ滑リ動クCトDトイフ一對ノ尺度ガアル。此等ハAヤBト全ク同様ニ作ツテアル。唯併シ

A尺或ハB尺上デハ1カラ2マデノ距離ガ0.3010吋ナラバ、

C尺或ハD尺上デハ1カラ2マデノ距離ガ0.6020吋デアル。

故ニD尺上ノ數ハ、A尺上丁度其ノ數ノ平方ノ數ノアル位置ノ眞下ニアルコトガ知レルデアラウ。又「カースル」Mハ平方或ハ平方根ヲ求メルニ役立つコトガ解ルデアラウ\*。

或ル數ニ他ノ數ノ平方或ハ平方根ヲ掛ケタリ、之ヲ割ツタリスル事モ亦容易デアル。之モ實際ニ練習シテ見ナクテハナラス。故ニ又或ル數ニ其ノ數ノ平方ヲ掛ケルコトモ出來ル。サウスレバ其ノ數ノ立方ヲ得ル。此ノ階梯ヲ逆ニ行ヘバ立方根ガ求メラレルトイフ事ヲ學生ハ知ルデアラウ。

念入りナ教授書ヲ讀ムコトナクシテ、計算尺ヲ使用スルコトニ依リ諸君自身デ總テノ事柄ヲ發見スルコトガ出來ル。此ノ教卓ノ上ニハカヤウナ名ノ付イタ種々ナ考案物ガアルガ、此等ハ皆實ハ計算尺デアル。<sup>(3)</sup>フ

(1) 邦文ニハ次ノ如キ著書ガアル。參考サレヨ。

野津正忠著、計算尺精義。丸善株式會社發行。

(2) 計算尺ハ、1614年ネビーアニ依リ對數ノ發見セラレタノニ其ノ考ヘハ始マリ、1620年ロンドンノグレンシャム大學教授エドモンド・ガンター(Edmund Gunter, 1581-1626)、對數尺度ノ用途ヲ工夫シタノガ今日ノ計算尺ノ濫觴デアル。次デ1630年ウキリアム・オートレツド(William Oughtred, 1574-1660)及ビ1685年セス・パトリツヂ(Seth Partridge)等ニ依リ改善サレ、1850年當時僅カニ19歳デアツタ佛國砲兵中尉アメデー・マナーム(Amédée Mannheim, 1831-1909)始メテ「カースル」ヲ工夫シテ今日行ハレル形ノモノトナツタ。上述ノモノハ(以下次頁ニ續ク) [補]第1圖。ウキヒマン式計算器





ラーノ計算尺ハ如何デアカ著眼セヨ。ソレハ直線形デハナクテ、螺旋狀デアル。<sup>(2)</sup> 故ニ狭イ周圍ニ極メテ長イ尺度ガアルノト同ジコトニナル。又エヴェレット教授ノ此等ノ平板ハ、實ハ裂ケ目(スリット)ノアルニ枚ノ厚紙ノ形ヲナシテ極メテ長イ尺度デアル。

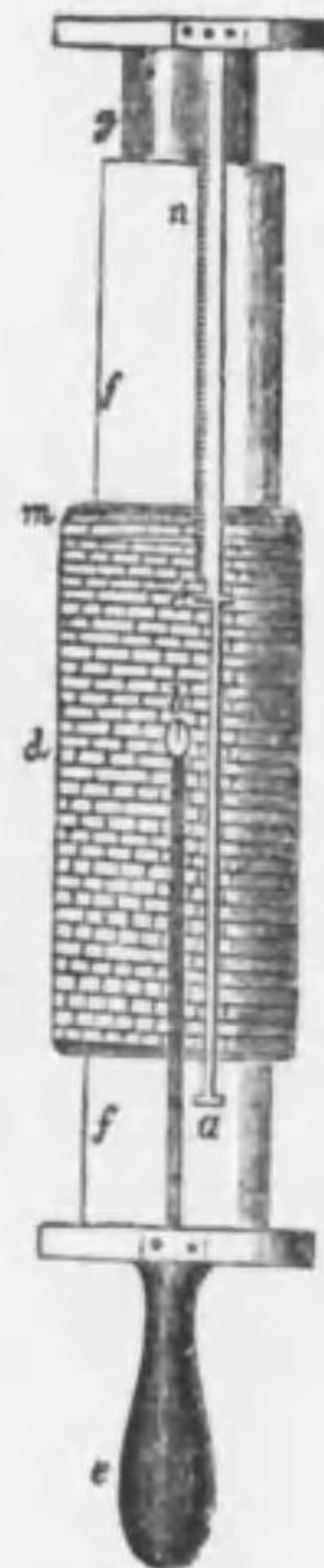
§ 16. 計算ノ迅速ト正確

學生諸君ガ、 $a \times b$  ヲ、 $a \div b$ 、或ハ  $a^b$  ノ計算ガ出来ルトキハ、此ノ種ノ問題ガ

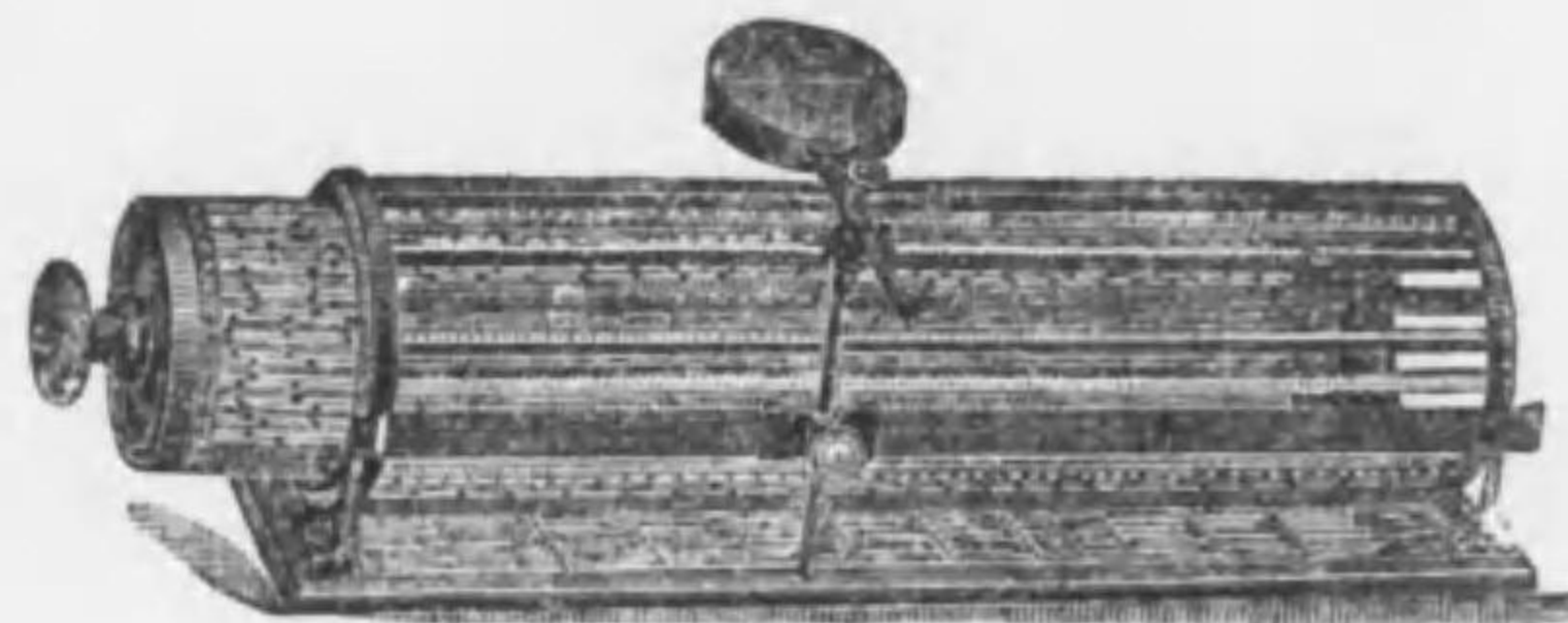
(前頁脚註ノ續キ)即チ マネーム式計算尺デアル。其ノ更ニ精巧ナモノニハ横田式計算尺(英國デビス會社製作)、其ノ他専門ノ用途ヲ有スル各種ノモノガアル。ウキヒマン式時計形計算器(獨逸 Wichmann 會社製)、スタンレー式時計形計算器(英國 Stanley-Boucher ノ計算尺)等ハ何レモ圓形ノ金屬板ニ日盛シテアル。我が國ノ“藤野式計算尺”モ之ニ類スル。

(3) 螺旋狀計算尺ノ一例トシテ精密ナルフラー式計算尺(Fuller's spiral scale slide rule)(〔補〕第3圖)及ビサッチャー式計算尺(Thacher's slide rule)(〔補〕第4圖)ヲ示ス。

〔補〕第3圖・フラー式計算尺



〔補〕第2圖・スタンレー式計算器



〔補〕第4圖・サッチャー式計算器

30題アツテモ、總テ同種ノ問題トシテ型ニハメテ計算スルコトガ出来ル。法則ヲ知ツテキルカラ、ソレヲ應用スルダケデ、考ヘル必要ハナイ。即チ機械的デアルカラ、要ハ唯時間ノ問題ニ過ギナイノデアル。私ハ問題ガ直ダ次々トアルノヲ全ク反對ハシナイガ、一ツノ課デアル問題ハ出来ルダケ變化ノアルヤウニスベキモノデアルト思フ。例ヘバ、一ツノ課題デ、  
 $37.56 \times 18.23$ ,  $37.56 \div 18.23$ ,  $37.56^{1.823}$ ,  $37.56^{-1.823}$

ヲ計算セヨトイフヤウナモノデアル。此等ノ次ニ全ク違ツタ問題ヲ與ヘル。コレガ出来タナラバ、ソノ者ハ如何ナルトキニモ出来ルト考ヘテ間違ヒハナイ。

公式ニ依ツテ極メテ迅速ニ計算ガ出来ル生徒ヲ私ハ好イテキル。之ハ各課業ノ各部分ハ、夫々他ノ部分ガ要求スルトハ稍異ナツタ思考ヲ要スルカラデアル。誰デモ、掛ケ算ヤ割リ算ヲ正確ニ且ツ迅速ニヤルトキニハ、必ズソレヲ機械的ニシテ、其ノ過程ヲ詳細ニ考ヘルコトハシナイ筈デアル。彼ノ思考ハ今ヤツテキル主ナ問題ニ歸イテヲラネバナラヌ。

問 題

1. 次ノ數ノ常用對數ヲ書キ下セ。  
 $1.115$ ;  $1,115,000$ ;  $0.000,011,15$ . 答  $0.0472$ ,  $6.0472$ ,  $5.0472$ .
2. 對數及ビ計算尺(都合ガツクナラバ)デ、次ノ計算ヲナセ。  
 (i)  $\frac{6837 \times 0.002942}{52.49}$ ; (ii)  $\frac{54.35 \times 763 \times 273}{760 \times 295} \times 0.004136$ ;

\* (23頁) 數年前、私ハ  $a^b$  ヲ計算スル計算尺ヲ工夫シタガ、コレト同ジ方法ヲ1815年ニローグット博士ガ用ヒテキタトイフコトヲ見出シタ。私ノ計算尺ハマンチエスターノソートン商會ガ作ツテクレタガ、其ノ原理ハ次ノヤウデアル。

$$x = a^b \text{ ナラバ } \log x = b \log a \text{ デアリ,}$$

又  $\log(\log x) = \log b + \log(\log a)$  デアル。

C尺ハソノ値ニシテオイテ、D尺ニ、aマデノ距離ガ  $\log(\log a)$  ヲ表ハスモノヲ代用スル。C尺ノ1ガD尺ノaノ所ニアレバ、C尺ノbノ所ノD尺デエヲ求メ得ル。bガ1ヨリ小デモ、エヲ求メルコトハ容易デアル。

學生ハ宜シク  $2^2, 2^3$  等ヤ、或ハ  $3^2, 3^3$  等ノヤウニ答ノ知レテキルモノヲツテ實際ニヤツテ見ルガヨイ。

任意ノ數ヲ底トスル或ル數ノ對數ヲ求メルコトガ出来ルノモ明ラカデアル。 $x = a^c$  ヤ、 $x = a^c$  モ一ツノ計算デ出来ル。又此ノ新シイ計算尺ハ外ニ多クノ利用ノ道ガアル。



$$(iii) \frac{60.8 \times 525 \times 10^7}{57750 \times 754 \times 0.7}; \quad (iv) \frac{5.306 \times 0.07632}{73.15 \times \sqrt{0.02164}};$$

$$(v) \sqrt[3]{251 \times \frac{0.1639 \times 52100 \times 0.0253}{0.00035 \times 1.0264}};$$

$$(vi) \frac{0.0065 \times \sqrt{136}}{(0.1324)^2 \times 0.005621}; \quad (vii) \frac{5.473 \times 2.517 \times \sqrt[3]{3.5}}{1.324 \times 4.768 \times (1.69)^{1.5}};$$

$$(viii) \frac{5.397 \times 307 \times 760 \times (0.589)^{2.5}}{273 \times 673 \times \sqrt{1.589}}; \quad (ix) 97.43 + (0.3524 + 6.321)^{2.56};$$

$$(x) (1.342 \times 0.01731 + 0.0274)^{0.319}$$

答 (i) 0.38320; (ii) 0.2089; (iii) 10,472; (iv) 0.03763; (v)  $9.528 \times 10^6$ ;  
(vi) 771; (vii) 1.858; (viii) 1.448; (ix) 0.7557; (x) 0.9487.

3. 對數ヲ用ヒテ次ノ値ヲ求メヨ.

$$(a) \sqrt{\frac{31.2 \times 0.064}{25.7 \times 18.3}}, \quad (b) (1782 + 0.3152) \text{ノ立方根}$$

答 (a) 0.06516; (b) 17.81.

4.  $e=2.718$  トシテ,  $e$ ヲ底トスル3ノ對數ヲ求メヨ. 答 1.0986.

5. 對數ヲ用ヒテ次ノ計算ヲセヨ.

$$(a) 5.36^{-1.21}, 0.236^{2.4}; \quad (b) \sqrt[4]{237}, 10.5^{2.3};$$

$$(c) 26.12^{\frac{1}{3}}, 26.12^{-3}; \quad (d) 0.3^{\frac{1}{2}}; \quad (e) 3.59^{-\frac{1}{2}}, 0.0359^{\frac{1}{2}};$$

$$(f) 71.34^{\frac{1}{1.78}}, 0.0632^{1.78}; \quad (g) 3^{2.59}, 0.3241^{0.236};$$

$$(h) 25^{\frac{1}{2}}, 0.025^{0.3}, 0.25^{-1.3}; \quad (k) 5^{2.43}, 3^{-0.246}, 0.042^{0.476}.$$

答 (a) 0.1311, 0.03126; (b) 2.985, 223.2; (c) 17820, 0.00005612;

(d) 0.6694; (e) 0.6531, 0.3299; (f) 10.99, 0.007333; (g) 17.21, 0.7665;

(h) 2.924, 0.3307, 6.063; (k) 49.95, 0.7632, 0.2211.

## 第四章 公式ノ評價<sup>(1)</sup>

### § 17. 數學的記號

數學上ノ記號ハ速記上ノ簡便ナ形式ニ過ギナイ。ソレ等ハ或ル算術ノ計算ヲスル爲ニ、ヨク教ヘラレルモノデアアル。例ヘバ+, -, × 及 ÷ ハヨク知ラレテキル。勿論量ヲ表ハス爲ニ文字ヲ用ヒルトキニハ,  $a \cdot b$ , 或ハ  $ab$  ハ  $a \times b$  ト同ジ意味デアアル。併シ, 此等ノ第一義ハ數ニ就イテ用ヒラルベキモノデアアルトイフコトハ明ラカデアアル。又  $a \div b$ , 或ハ  $a : b$ , 或ハ  $\frac{a}{b}$  ヲ  $a/b$  ハ同ジ意味デアアル。

括弧ノ用法ハ學生ノヨク知ツテキル所デアアル。又  $a^{\frac{1}{2}}$  ハ  $\sqrt{a}$  ト同ジク,  $a^{\frac{1}{3}}$  ハ  $\sqrt[3]{a}$  ト同ジク,  $a^{\frac{1}{4}}$  ハ  $\sqrt[4]{a}$  ト同ジイ。即チ, 一般ニ  $a^{\frac{p}{q}}$  ハ  $a$  ノ  $p$  乗ノ  $q$  乗根, 或ハ  $a$  ノ  $q$  乗根ノ  $p$  乗ヲ意味スル。又  $a^{-m}$  ハ  $1 \div a^m$  ト同義デアアル。

公式中ニハ屢々  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  或ハ  $\tan \theta$  等ノ項ヲ見受ケルガ之ハ,  $\theta$  ハ或ル與ヘラレタ角デアツテ, 適當ナ表ニ依ツテ其ノ角ノ正弦 (sine) ナリ, 餘弦 (cosine) ナリ, 正切 (tangent) ナリノ數值ヲ求メルコトヲ要求シテキルノデアツテ, ソレヲ用ヒテ公式ニ依リ計算スレバ宜シイ。

又  $\sin^{-1}a$  <sup>(2)</sup> ハ “正弦ガ  $a$  ナル角” トイフ意味デアツテ, 若シ  $a$  ノ値ヲ知レバ, 表ニ依ツテ  $\sin^{-1}a$ ,  $\cos^{-1}a$ ,  $\tan^{-1}a$  等ノ値ヲ求メルコトハ容易デアアル。此ノ記號ガ他ノ意味ニトラレガチデアアルコトハ誠ニ遺憾ナコトデアアル。

(1) 公式中ノ文字ニ數值ヲ代入シテ, 其ノ式ノ値ヲ求メルコトヲ公式ノ評價トイフ。

(2) 之ヲ “逆正弦” トイヒ “アークサイン” (arc-sine) ト讀ム。他モ之ニ準ズル。

(3) 普通ノ三角函數表ヲ指ス。逆三角函數表ハ餘リ用ヒナイ。



又若シ、 $\log_{10} x$ ヲ用ヒルトキハ、10ヲ底トスル對數即チ常用對數ノ表ニ依リ、數 $x$ ノ常用對數ノ値ヲ求メルノデアルトイフコトハ知ラレテキル。

更ニ又、 $\log_e x$ ガアルトキニハ、之ハ數 $x$ ノ**ネビーア**ノ對數即チ人々ノ所謂自然對數(或ハ或ル少數ノ人ガ不合理ニモ名ヅケテ言フ所ノ**雙曲線對數**)ヲ用ヒルコトヲ要求シテキルノデアル事ヲ知ル。數學者ハ、普通  $\log_e x$ ト書クベキヲ、 $\log x$ ト書ク。<sup>(1)</sup>

常用對數ヲ自然對數ニ直スニハ 2.3026ヲ掛ケレバヨイ。

公式ノ或ルモノハ他ノ事柄ヲ求メルコトヲ意味シテキルガ、併シ教師ガ彼ノ生徒ニ唯練習問題ヲ與ヘ、教師ノミガ想像スル哲學的難點ニ就イテ言ハナイナラバ、常ニ必要ナ算術的問題ヲ仕達ゲルコトノ出來ルヤウニ十分ニ教ヘラレル。生徒ハ又複雑ナ公式デモ、ソノ平易ナ説明ヲ理解スル常識ハ十分ニ備ヘテキルモノデアル。

第八章ノ表ハ次ノ問題ヲスルニ役立つ。併シ、算術的問題ノ或ルモノハ第五章ヲ讀ンデカラノ方ガ一層容易デアル。

本書ニ於テハ、尙他ノ記號モ屢々用ヒル。即チ  $a > b$ ハ“ $a$ ハ $b$ ヨリ大”ナルコトヲ意味シ、 $a < b$ ハ“ $a$ ハ $b$ ヨリ小”ナルコトヲ意味スル。 $y \propto x$ ハ“ $y$ ハ $x$ ニ比例スル”即チ“ $y$ ハ $x$ ニ或ル常數ヲ乘ジタモノニ等シイ”コトヲ表ハス。 $\sum$ ノギリシヤ文字 $\Sigma$ ハ屢々“……カヤウナ項ノ總和”トイフ意味ニ用ヒル。

公式ノ評價トイフコトハ、唯單ニ算術的ノモノデアルコトヲ學生ニ明瞭ニシナケレバナラス。ソレニハ何モ困難ナコトデハナイ。澤山ノ練習問題ヲヤツテ、學生ハ公式ニ對スル恐レヲナクシ、如何ナル公式デモ評價スルコトガ出來ルトイフコトヲ知ツタトキニ、數學ハ容易ナ學科デアルト知ルニ至ルデアラウ。

實用數學ト呼バレル學問ノ研究方法ニ於テ最モ本質的ナ觀念ハ、學生ガ事物ノ理由ヲ尋ネラレル前ニ、ソレ等ノ事物ニ親シクナ

(1) 12頁脚註(1)參照。

ラネバナラストイフ點デアル。故ニ學生ハ次ノヤウナ練習問題ヲヤツテ、代數的公式ニ慣レルヤウニシナケレバナラス。

今度ダケデアルガ、—此等四章ノ間ニハ容易ナ算術ニ就イテノミ記述スル。人々が複雑ト思ハレルヤウナ公式ヲ使フトキニハ、複雑ナ數學ニ於ケル問題ヲヤツテキルト考ヘルコトガ誇ヲ満足サセル。藥劑師ガ處方ヲシタトキモ同シ誇ヲ感ズル。「オルガン」ヲ鳴ラス人モ同様デアル。此ノ頃デハ科學ニ依ツテ非常ニ驚クベキ機械ガ出來テ來タガ、ソノ把手ヲ廻ス人ハ誰デモ同様ナ誇ヲ有スル。若シ學生ガ生意氣デナク、眞面目デアツテ、而モ求知欲ニ燃エルナラバ、此等ノ機械ノ把手ヲ廻スコトハ容易ナコトデ、且ツソノ把手ヲ廻スコトガ機械ノ知識ト科學發見トニ導ク事ニナルトイフコトヲ學生ノ心ニ銘ツサセル。他ノ比喩ヲ用ヒレバ、誠ニ、若シ吾人ガ科學ノ殿堂ノ門戸ヲ開カウト欲スルナラバ、機械ノ把手ヲ廻スコトハ絶對的ニ必要ナコトデアル。

問題

1.  $m = (1 + \log_e r) / r$  ナルトキ、次ノ $r$ ノ値ニ對スル $m$ ヲ求メヨ。

$r$	1.333	1.5	2	3	5	8	12	20
答 $m$	0.965	0.937	0.846	0.70	0.522	0.385	0.290	0.20

2.  $m = (sr^{-1} - r^{-s}) / (s - 1)$  ナラバ、次ノ $r$ ノ値ニ對シ、 $s$ ガ 0.8, 0.9, 1.1, 1.2ナルトキノ $m$ ノ値ヲ計算セヨ。

$r$	答 $m$			
	$s=0.8$ ノトキ	$s=0.9$ ノトキ	$s=1.1$ ノトキ	$s=1.2$ ノトキ
1.333	0.971	0.970	0.962	0.959
1.5	0.948	0.941	0.933	0.926
2	0.871	0.859	0.834	0.823
3	0.743	0.721	0.681	0.662
5	0.580	0.549	0.497	0.475
8	0.447	0.414	0.360	0.337
12	0.352	0.318	0.267	0.246
20	0.257	0.225	0.180	0.163



が1ナラバ、計算スルコトノ出来ナイコトニ注意セヨ。ケレドモ、之ヲ計算スル方法ハアツテ、其ノ答ヲ求メルト問題1デ與ヘタヤウニナル。

3. 1平方吋ノ壓力 $p$ 封度ノ乾燥シタ飽和蒸氣1封度ノ體積ガ $u$ 立方呎ナルトキハ、實驗ニ依リ近似的ニ次ノ關係式ヲ得ル。

$$u = 329 + p^{0.94}$$

次ノ $p$ ノ各値ニ對スル $u$ ノ値ヲ計算セヨ。

或ル特殊ノ目的ノ爲ニハ、幾分不正確デハアルガ、次ノ公式ヲ用ヒル必要ノアルコトガアル。

$$u_1 = 1 + (0.0171 + 0.0021p)$$

$p$ ノ同シ値ニ對スル $u_1$ ヲ計算シテ、兩方ノ場合ノ誤差ヲ述ベヨ。

$p$ ノ與ヘラレタ値	答 $u$	答 $u_1$	誤差 $u_1 - u$
80	5.36	5.40	0.04
120	3.66	3.72	0.06
140	3.16	3.21	0.05
180	2.50	2.53	0.03
220	2.07	2.09	0.02
280	1.65	1.65	0.00

4. 公式  $p = 479 \div u^{1.0648}$

ヲ用ヒテ、次ノ $u$ ノ各値ニ對スル $p$ ノ値ヲ求メヨ。

$u$ ノ與ヘラレタ値	40	20	10	5	3	2
答 $p$	9.436	19.73	41.28	86.34	148.7	229.1

次ノ二問題ハ極メテ大切ナ近似値ヲ與ヘルモノデアル。

5.  $a$ ガ1ニ比シテ極メテ小サイトキニハ、殆ンド

$$(1+a)^n = 1 + na,$$

トシテヨイ。之ヲ用ヒテ次ノ關係ガ近似的ニ正シイコトヲ示セ。

$$(1.001)^3 = 1.003; (1.01)^{\frac{1}{2}} = 1.0033; (0.99)^2 = (1-0.01)^2 = 1-0.02 = 0.98;$$

$$\frac{1}{0.99} = \frac{1}{1-0.01} = (1-0.01)^{-1} = 1+0.01 = 1.01.$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{1.01}} = (1+0.01)^{-\frac{1}{3}} = 1-0.0033 = 0.9967.$$

$$\sqrt{99} = \sqrt{100(1-0.01)} = 10(1-0.01)^{\frac{1}{2}} = 10(1-0.005) = 9.95.$$

此等ノ答ノ誤差ハ正確ニ何%デアルカ、求メヨ。

例ヘバ、掛ケ算ヲシテ1.001ノ三乗ヲ求メ、其ノ結果ト1.003トノ差ガ如何ニ、小サイカトイフコトヲ觀察セヨ。

6. 次ノ假定ニハドレダケノ誤差ガアルカ。

$$\alpha = 0.01, \beta = 0.01; \alpha = -0.003, \beta = -0.005 \text{ ナルトキ,}$$

$$(a) \frac{1+\alpha}{1+\beta} = 1+\alpha-\beta; (b) (1+\alpha)(1-\beta) = 1+\alpha-\beta.$$

答 (a) 誤差ナシ, 0.001%, (b) 0.01%, 0.0015%.

7.  $a + \sqrt{a^2 + b^2}$ ヲ計算スル代リニ、殆ンド同シ答ヲ得ルモノトシテ、ヨク  $1.84a + 0.84b$ ヲ用ヒル。<sup>(1)</sup>  $a=1$ トシ、 $b$ ニ種々ノ値ヲ入レテ答ヲ二通りニ出シ、二組ノ答ノ表ヲ作レ。誤差ガ3%ヨリ小サイ爲ニハ $b$ ノ探ルベキ値ノ極限ハ如何デアルカ。

8. 直徑 $D$ 呎ノ圓盤ガ、1平方吋ニ絕對壓力 $p$ 封度ノ水蒸氣ノ大氣中デ、1分間ニ $n$ 回迴轉スル場合ニ、摩擦ノ爲ニ失ハレル馬力ヲ $P$ トスレバ、 $P$ ハ次ノ式デ與ヘラレル。

$$P = 10^{-15} p D^5 n^3.$$

次ノ $p, D, n$ ニ對スル $P$ ノ値ヲ計算セヨ。

$D$	$n$	$p$	答 $P$
5	1000	15	4.7
5	1000	1	0.3
1	1000	15	0.0015
1	1000	1	0.0001
5	500	15	0.6
5	500	1	0.04

9. 點 $A$ ハ海面上 $h_0$ 呎ノ所ニアル。物體ヲ $A$ カラ毎秒 $v_0$ 呎ノ速度デ投ゲ上ゲタナラバ、投ゲ上ゲタ後 $t$ 秒後ニ海面上ノ高サ $h$ 呎ト、其ノトキ上ニ向フ速度 $v$ トハ次式デ與ヘラレル。

$$h = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2, \quad v = v_0 - g t.$$

(1) 此ノ式ノ $a, b$ ハ共ニ正デアル事ヲ條件トスル。



$h_0=100, v_0=80, g=32.2$  ナルトキ、次ノ  $t$  ノ各値ニ對スル  $h$  ト  $v$  トノ値ヲ計算セヨ。次ノ表ニハ答モツケテアル。

$t$	0	0.5	1	2	2.484	3	4.0	4.968
$h$	100	135.98	163.9	195.6	199.4	195.1	162.4	100
$v$	80	63.9	47.8	15.6	0	-16.6	-48.8	-80

上述ノ垂直速度ヲ有スル外、尙其ノ物體ハ  $A$  カラノ水平距離  $x$  ガ  $u$  デアルヤウニ動ク。 $u=100$  トシテ、 $t$  ノ上ノ各値ニ對スル  $x$  ノ値ヲ求メヨ。最後ニ、 $x$  ト  $h$  トヲ方眼紙上ニトツテ其ノ物體ノ實際ニ通ツタ道ヲ描ケ。

10. トムソン「タービン」ノ製品表ニ、次ノヤウニ書イテアル。

若シ落水ノ全馬力ヲ  $P$ 、落下ノ高サヲ  $H$  呎、毎分ノ廻轉數ヲ  $n$ 、車輪ノ外半径ヲ  $R$  トスレバ、

$$n=22.75H^{\frac{1}{2}}P^{-\frac{1}{2}}, \quad R=2.373P^{\frac{1}{2}}H^{-\frac{1}{2}}$$

$P$	$H$	$n$	$R$
74	250	2629	0.3247
50	100	1017	0.5306
50	50	427.8	0.8924
70	25	152.0	1.7758

左ノ  $P$  ト  $H$  トノ各値ニ對スル  $n$  ト  $R$  トノ値ヲ求メヨ。

上ノ形式ノ練習問題ハ尙第五章ノ終ニアル。

(1) 單位ヲ秒秒種ニトシテ  $g=980$  デアリ、秒秒米ナラバ  $9.8$  デアル。今ハ長サノ單位ヲ呎ニシタカラ  $32.2$  トナツタノデアル。從ツテ (9) ノ問題ヲ米突法ニシヨウト思ヘバ  $g$  ノ値ダケ上ノ如ク換ヘレバヨイ。

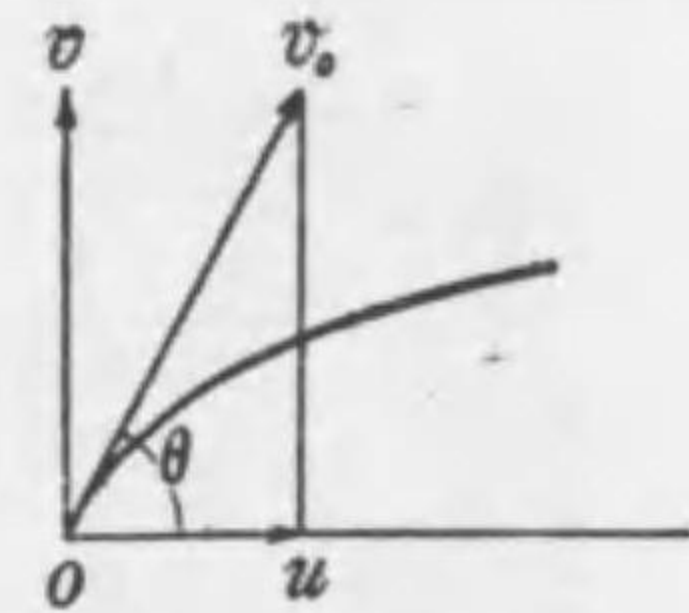
(2) 一般ニ水平面ト  $\theta$  ノ角ヲナシ(之ヲ投射角トイフ。),  $v_0$  ナル速度ヲ以テ(之ヲ初速度トイフ。), 物體ヲ投ズルト  
 水平分力  $u=v_0 \cos \theta$ ,  
 垂直分力  $v=v_0 \sin \theta$ .

問題 (9) ノ  $v_0$  ハ即チ垂直分力ヲトツタモノトスレバ  
 ノ問題ハ一般ノ場合ニ適用サレル。

(3)  $x$  ヲ横軸ニトリ、 $h$  ヲ縦軸ニトラネバナラス。コノ道ヲ彈道トイフ。之ハ拋物線デアツテ、其ノ方程式ハ次ノ通りデアル。

$$h=x \tan \theta - x^2 \frac{g}{2v_0^2} \sec^2 \theta.$$

之ハ、 $t$  秒後ニ於ケル水平距離ハ  $x=tv_0 \cos \theta$ 、垂直距離ハ  $h=tv_0 \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2$  デアツテ、此ノ式ヨリ  $t$  ヲ消去シテ得ラレル。



[補] 第 5 圖

## 第五章 代數學

### § 18. 初等代數學ノ應用

初歩ノ者ニトツテハ公式カラ計算スルコトヲ學ブノハ極メテ易イ事デアル。丁度之ト同様ニ、他ノ種々有用ナ事項ヲ公式デ學習スルコトモ容易デアル。

初等代數學ハ法則ヲ單ニ述ベルダケデアルノデ、困難ナ學科トサレテ來タ。何故、加法ヤ減法、或ハ乘法ヲヤルノニ、仰々シク履ギタテル必要ガアルデアラウカ。括弧ノアル公式ヲ用ヒタ事ノアル者ハ誰デモ、此等ノ事項ハ既ニ知ツテキルデハナイカ。

子供ニ、兩黨ノ話ヲシテ見ヨ。サウスルト最モ簡單ナ事項ガ複雜ニ且ツ神秘ニナツテ來ル。簡單ナ代數學デモ子供ハ屹度難カシガル。勿論其ノ問題ハ極メテ容易デアルトイフ事ヲ子供ニ告ゲサヘスレバ、何デモナイ問題ニナツテ了フモノデアル。此ノ事ヲヨク子供ニ調ヘテオクガヨイ。

私ハ兒童ニ直グ出來ル一次方程式ヲ與ヘヨウ。又特ニ、一次方程式デ解ケル應用問題モ課セヨウ。之ハ、カヤウナ問題ノ如ク、兒童ニ迅速ニ考ヘサセル問題ハ他ニ多クハナイカラデアル。普通ノ子供ハ、エヲ含ンダリ、或ハエトリヲ含ンダ一次方程式及ビ其ノ應用問題ヲ極メテ速カニ學ビ、而モヨク理解スル事ヲ、私ハ十分心得テキル。

第四章ニ於テ與ヘタヤウナ練習問題ヲヤツタナラバ、代數的公式ノ意味ヲ言葉デ叙ベルコトガ出來ナクテハナラス。又同時ニ言葉デ與ヘラレタ法則ハ、如何ナルモノデモ之ヲ代數的ニ書キ表ハサレナクテハナラス。此ノ練習ヲ子供ニ少シクサセヨ。サウスレバ生徒ハ、何故先生ハコンナ問題ヲ生徒ニヤラセルノニ困難ヲ感ズルデアラウカトスグ笑フデアラウ。同時ニ簡單ナ問題ヲ



ヤルノニ興味ヲ起スデアラウ。實ニ所謂應用問題ハ簡單ナ方程式ニ導カレルモノデアアル。

複雑ニ見エル方程式ハ實際問題ニハ殆ンド起ツテ來ナイデ、カヤウナ複雑ナ方程式ニナル應用問題トイフモノハ試験制度ニ依ツテ創作セラレタモノデアアル。其等ノ方程式ハ概シテ仕掛ケノアルモノデアツテ、生徒ガ間違ナク極メテ迅速ニナスコトガ出來ルカ否カヲ試験スルニ向イテキル。併シ、實際問題ヲナスノニハ、事實時間ハ十分裕ニアル。次ノヤウナ易イ問題ヲ課セネバナラヌ。

例 1. 8.37 ヲ二部分ニ分ケテ、一部分ヲ他ノ部分ノ 2.4 倍トセヨ。

解 此處デ、二部分ヲエト 8.37-x トニスルコトガ出來ル。

ソコデ次ノ方程式ヲ得ル。

$$8.37-x=2.4x,$$

即チ  $3.4x=8.37,$

故ニ  $x=2.4618.$

且ツ  $8.37-2.4618=5.9082.$  答 2.4618, 5.9082.

例 2. 和ガ 22.5 デアツテ、差ガ 5.6 デアルヤウナ二數ヲ求メヨ。

解 エヲ其ノ一數トセヨ。サウスレバ他ノ數ハ 22.5-x デアル。

ソコデ  $22.5-x-x=5.6.$

即チ  $x=8.45.$

$22.5-8.45=14.05.$  答 8.45, 14.05.

例 3. 今年父ノ年齢ハ子供ノ年齢ノ 3.5 倍デアアルガ、20 年後ニハ僅カニ 2 倍トナルトイフ。今年ノ父子ノ年齢ハ何程デアアルカ。

解 エヲ子供ノ年齢トセヨ。サウスレバ父ノ年齢ハ 3.5x デアツテ、20 年後ニハ父子ノ年齢ハ夫々 3.5x+20, x+20 トナル。故ニ題意ヲ表ハス方程式ハ

$$3.5x+20=2(x+20).$$

之ヲ解イテ  $x=13.33$  即チ 13.33 年ガ子供ノ年齢デアアル。父ノ年齢ハ  $13.33 \times 3.5=46.67.$  答 父 46.67 年, 子 13.33 年<sup>(1)</sup>

(1) 數ハ年ヲ以テ年齢ヲ表ハス我が國ノ慣習ヨリスレバ之ハ不能ノ問題トスベキデアアル。併シ滿何歳トイフ言ヒ方ノミヲナス歐米諸國ノ慣習デハ小數ノアル年齢ハ何モ不自然デハナイ。

例 4. 8.32 ヲ二部分ニ分ケテ、一方ノ 6 倍カラ他方ノ 5 倍ヲ減ズレバ、1.56 殘ルヤウニセヨ。

解 x ヲ一部分トスレバ、他ノ部分ハ 8.32-x デアル。故ニ

$$6x-5(8.32-x)=1.56,$$

$$6x-41.6+5x=1.56,$$

$$11x=43.16,$$

$$x=3.924.$$

故ニ各部分ハ 3.924 ト 4.396 トデアアル。

問題ハ聯立方程式ヲ用ヒルコトニ依ツテ一層容易ニ解ケルコトガ屢々アル。上ノ例 2 ヲトツテ見ヨウ。二數ヲエト y トニスレバ、問題ハ次ノヤウニナル。

$$\begin{cases} x+y=22.5, \\ x-y=5.6. \end{cases}$$

此等ノ方程式ヲ邊々相加ヘテ 2x ヲ得ルシ、邊々減シテ 2y ヲ得ル。<sup>(1)</sup>

多クノ問題ハ二次方程式ニナル場合ガ屢々アル。即チ

$$x^2+px+q=0 \dots \dots \dots (1)$$

ノ形デアアル。之ヲ解ク方法ハ次ノ通りデアアル。

先ツ方程式ヲ次ノ形ニ書ケ。

$$x^2+px=-q.$$

兩邊ニ p ノ半分ノ平方、即チ  $\frac{p^2}{4}$  ヲ加ヘヨ。

$$x^2+px+\frac{p^2}{4}=\frac{p^2}{4}-q.$$

此ノ左邊ハ完全平方ニナル。

兩邊ヲ平方ニ開ケ。一數ヲ平方ニ開クトキ、例ヘバ 9 トイフヤウナ數ノ平方根トシテハ、答トシテ +3 或ハ -3 ヲ得テ、之ヲ ±3 ト書クカラ、此ノトキモ、

(1) 聯立方程式ノカヤウナ解法ヲ加減法トイフ。



$$x + \frac{p}{2} = \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q},$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \dots\dots\dots(2)^{(1)}$$

故ニ二次方程式ニハ答ガ二ツアル。此ノ答ヲ根トイフ。  
 若シ、(1)ニ於ケル  $x^2+px+q$  ナル式ガ**因數**ニ分解スルコトガ出来ルナラバ、之ヲ  $x-a, x-b$  トシヨウ。サウスレバ(1)ハ次ノヤウニナル。

$$(x-a)(x-b)=0.$$

ソコデ如何ナルトキニ此ノ式ハ0デアアルカ。若シ  $x-a=0$ 、即チ  $x=a$  ナラバ0トナル。或ハ又  $x-b=0$ 、即チ  $x=b$  ナラバ0トナル。

若シ、 $x^2+11x+30$  トイフヤウナ式ヲ見ルト、少シク公式ニ馴レテキルナラバ、其ノ因數ハ  $x+6$  ト  $x+5$  デアルトイフコトガワカル。何トナレバ、吾々ノ目ハ30ハ6ト5トノ積デアリ、11ハ6ト5トノ和デアルトイフ考ヘニ馴レテキルカラデアアル。事實

$$(x-a)(x-b)=x^2-(a+b)x+ab.$$

即チ、若シ  $(x-a)(x-b)$  ガ  $x^2+px+q$  ト同一デアアルナラバ、 $q$  ハ  $ab$  デアリ、 $-p$  ハ  $a+b$  デアル。

多クノ場合ニ於テ、視察スルダケデハ因數分解ノ助ケトハナラナイガ、上ノ推理ニ依リ、如何ニスレバヨイカトイフコトガ解カル。今

$$x^2+fx+g$$

ヲ因數分解シナケレバナラストセヨ。之ヲ0ニ等シイト置キ、(2)

(1) 若シ  $x^2$ ニ任意ノ係數ノアル場合、即チ  $ax^2+bx+c=0$  ノ形デ(1)ノ式ガ與ヘラレルトキハ、兩邊ヲ  $a$  デ割ツテ  $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$  トシ、 $p=\frac{b}{a}$ 、 $q=\frac{c}{a}$  トシテ(2)ノ公式ヲ用ヒレバヨイ。

併シ、一般ノ形  $ax^2+bx+c=0$  ニ對シテ、上述ノ方法ト同一ナヤリ方デ次ノ公式ヲ求メテオク方が便利デアアル。 $x=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 。

ノヤウニシテ其ノ根ヲ求メヨ。若シ此等ノ根ガ  $a$  ト  $b$  トデアレバ、因數ハ  $x-a$  ト  $x-b$  トデアアル。

例題  $x^2-3.8x-11.6$  ノ因數ヲ求メヨ。

解 之ヲ0ニ等シイト置イテ、其ノ根ヲ求メヨ。之ニハ上ニ述ベタ所ノ(2)ノ式ヲ得ル過程ヲトルモヨク、或ハ(2)ヲ公式トシテ用ヒテモ宜シイ。此ノ場合ニ  $p=-3.8$ 、 $q=-11.6$  デアルカラ、根ハ

$$1.9 \pm \sqrt{1.9^2 + 11.6} = 1.9 \pm 3.9, \text{ 即チ } 5.8, \text{ 或ハ } -2.$$

故ニ與ヘラレタ式ハ次ノ通りニナル。

$$x^2-3.8x-11.6=(x-5.8)(x+2) \dots\dots\dots\text{答}$$

二次方程式ヲ解クト、屢々答ノ中ニ  $\sqrt{-25}$  ノヤウナ式ガ出テ来ル。之ハ不能、又ハ**虚量**トイフ。今直チニカヤウナ事柄ニ意味ヲ附スルコトハ出来ナイケレド、虚數ノ答ヲ與ヘルカヤウナ問題ヲヤル事ハ代數學ニハ良イコトデアアル。手數ヲ省ク爲ニ  $\sqrt{-25}$  ヲ  $\sqrt{25} \times \sqrt{-1}$  ト書キ、尙  $\sqrt{-1}$  ヲ表ハスニ  $i$  ナル文字ヲ以テシテ、結局  $\sqrt{-25}$  ハ  $5i$  ト記ス。

方程式	$x^2-4x+5.44=0,$	ヲ解ケ。
二根トシテ	$x=2 \pm 1.2i,$	ヲ得ル。

第二十八章カラ第三十六章マデデ、學生ハ虚ナル數ヲ重要ナ實用上ノ用ニ供スルコトガ出来ルコトヲ知ルデアラウ。

$f(x)=0$  トイフヤウナ方程式ヲ解クニ當ツテ、視察ニ依ルカ、或ハ方眼紙ヲ用ヒルカ、或ハ他ノ如何ナル方法ヲ採ツテデモ、 $x=a$  ト

(1)  $\sqrt{-25}$  デアレバ虚數トイフガ適當デアアル。  
 (2)  $i$  ハ虚數 (imaginary number) ノ頭文字デアアル。  
 (3) 一般ニ、 $x$  ノ函數ヲ表ハスニハ  $f(x)$  ナル記號ヲ用ヒル。 $f$  ハ函數 (function) ノ頭文字デアツテ、( ) ノ中ハ何ヲ變數トスル函數デアアルカトイフ事ヲ表ハス。 $x$  トリトノ函數ハ  $f(x,y)$  ト書ク。  
 (4) 剩餘定理ニ依リ適當ナ値 (絶對項ノ因數ナルヲ要ス) ヲ代入シ、與方程式ヲ満足スルカ否カヲミテ、満足スレバ之ヲ一根トスル。



イフヤウナ根ヲ得タトスレバ、 $x-a$ ハ $f(x)$ ノ因数デナクテハナ  
 ラス。ソコデ若シ、 $f(x)$ ヲ $x-a$ デ割ツタナラバ、ヨリ簡單ナ方程  
 式ヲ得テ、之ヲ解ケバヨイ。次ニ若シ $x=b$ ヲ發見シタナラバ、 $x-b$   
 モ亦 $f(x)$ ノ根デナケレバナラス。ソコデ再ビ $x-b$ デ割ツタナラ  
 バ、一層簡單ナ方程式ヲ得ル。カヤウニ順次ヤツテ進ムノデアル。

例題 方程式  $x^2+5.1x^2+2.9x-9=0$ , ヲ解ケ。

解 視察ニ依ルカ、或ハ方眼紙ヲ利用スルカ、或ハ其ノ他適當ノ方法  
 ニ依ツテ、 $x=1$ ガ上ノ方程式ノ一根デアルコトヲ知ツタト假定シヨ  
 ウ。

然ラバ上式ヲ $x-1$ デ割ツテ、

$$x^2+6.1x+9=0,$$

ヲ得ル。此ノ二次方程式ノ根ハ $x=-3.6$ 及ビ $x=-2.5$ デアル。故ニ與  
 ヘラレタ方程式ノ三根ハ

$$1, -3.6, -2.5.$$

デアル。

少シ、ホンノ少シデアルガ、屹度出テ來ル聯立二次方程式ヲヤツ  
 テ見ヨウ。

例題 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} x^2+y^2=37.13, \\ x+y=8.40. \end{cases}$$

解 第二ノ方程式ヲ平方シテ、第一ノ方程式ヲ引ケバ、

$$2xy=33.43$$

(1) 一般ニ方程式ノ兩邊ヲ乘算ニ高メテ得タ方程式ハ原方程式ト等値デハナイ。  
 之レ無理方程式ノ解法ニ吟味ヲナス所以デアル。故ニ此ノ解法ハ整頓サレテキテ  
 面白イガ、之レノミデハ完全ナ解法ト言ヘナイ。得タ値ヲ原方程式ニ代入シテ、  
 之ヲ満足スルヤ否ヤ検査シ満足スル値ノミヲ根トシテトルベキデアル。此ノ如キ  
 缺陷ヲ生ジナイ爲ニハ、次ノ如ク代入法ヲトレバヨイ。

第二ノ方程式ヨリ $y=8.40-x$ ヲ得テ、之ヲ第一ノ方程式ニ代入シ、

$$x^2+(8.40-x)^2=37.13, \quad 2x^2-16.8x+33.43=0.$$

之ヲ解ケバ宜シイ。

ヲ得ル。第一ノ方程式カラ之ヲ減シ、平方ニ開イテ

$$x-y=\pm 1.92.$$

之ヲ第二ノ方程式ニ加ヘ、2デ割ツテ、

$$x=5.16, \quad y=3.24.$$

ヲ得ル。

又同様ニシテ  $x=3.24, \quad y=5.16.$

モ得ル。故ニ若シ二數ノ和ハ 8.40 デアツテ、其ノ平方ノ和ハ 37.13 デ  
 アル。二數ヲ求メヨトイフ問題ガアツタトスレバ、其ノ答ハ 5.16 ト 3.24  
 デアル。

例題 若シ $x^2+y^2$ ト $xy$ トノ値ガ與ヘラレタナラバ、 $x^2+y^2=2xy$ ヲ加  
 減シテ之ヲ開キ、 $x+y$ 及ビ $x-y$ ノ値ヲ求メサヘスレバ宜シイ。

例題 
$$\begin{cases} x^2+y^2=37, \dots\dots\dots(1) \\ x-y=1, \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

解 (1)ノ式ノ兩邊ヲ(2)ノ式ノ兩邊デ邊々割ツテ、

$$x^2+xy+y^2=37.$$

ヲ得ル。又(2)ノ式ノ兩邊ヲ自乗シテ

$$x^2-2xy+y^2=1.$$

此ノ二式ヲ邊々減シテ、

$$3xy=36, \quad \text{即チ } xy=12.$$

故ニ 
$$x^2+2xy+y^2=49,$$

即チ 
$$x+y=\pm 7.$$

故ニ 
$$x=4, y=3. \text{ 或ハ } x=-3, y=-4.$$

上ノ演算ノ過程ニ於テ、而モ孤立シタ問題トシテデナケレバ、學生ハ式  
 ヲ簡單ニスルデアラウ。學生ハ次ノ式ノ因数ハ直覺的ニ知ルデアラウ。

$$x^2-144, \quad x^2-5x-66, \quad x^2+7x+12.$$

學生ハヨク、恰モ全ク新ラシイ獨立ノ問題ヲ取扱フカノ如クシテ、精細  
 ニ考ヘル事ナク材料ヲ掛ケタリ割ツタリスル。カヤウナ乗法ヤ除法ニ

(2) 此ノ場合(2)式ノ左邊ニハ文字ヲ含ムモ、其ノ値ガ 0 デナイ (即チ 1 デア  
 ル) コトガ知レテキルカラ、之ヲ以テ (1) 式ヲ割ルノハヨロシイ。併シ未知數ヲ  
 含ム式デ乘除スルコトハ往々誤ヲ招クカラ、次ノ如ク述ベルガヨイ。(1)ノ式ヲ  
 $(x+y)(x^2-xy+y^2)=37$  トシテオイテ、 $x+y$ ノ部分ニ(2)ノ式ヲ代入シテ  
 $x^2-xy+y^2=37$ ヲ得ル。



於テハ、 $n$ ガ3, 4及ビ5ノトキノ  $(a+x)^n$  ノ答ヲ暗記シヨウト努力シナケレバナラス。或ハ又  $\frac{1}{1-x}$  ヤ  $\frac{1}{1+x}$  ノ答デアル所ノ級數ヲモ暗記シヨウト努メネバナラス。

教授ニ於テ、最モ大ナル誤ガナサレル所ハ、學生ニ此等總テノ仕事ノ中デモ極ク初期ニ於テ、一種ノ息抜ノ仕事トシテ、方眼紙ヲ用ヒテ函數ヲ圖示スルコトヲ導入シナイ點ニアル。何トナレバ、 $x$ ノ任意ノ函數ヲトリ之ヲリトシ、 $x$ ニ任意ノ値ヲ入レテ  $y$ ノ値ヲ計算シ、 $x$ ト  $y$ トノ對應スル値ヲ方眼紙上ニ採レバ、其ノ函數ノ曲線ヲ得ルカラデアル。其ノトキ、函數ヲ0ナラシメル $x$ ノ値ヲ知ツテアレバ、最モ簡單ナヤリ方デ方程式ヲ解クコト、根ノコト及ビ方程式ノ最上知識ヲ得ルデアラウ。カクテ其ノ生徒ハ教師カラ何等ノ指導ヲ受ケルコトナクシテ、其ノ理ヲ究メルコトガ出來ルデアラウシ、又出來タノデアル。

ケレドモ今日ノ學校代數學ノ編纂者ガ導入シタ此ノ函數ヲ描クコトノ用途ハ、神ノ一笑ニ値スルニ過ギナイモノデアルト言ハザルヲ得ナイ。

此處ニ於テ、二三ノ代數的ノ量ニ關スル一ツノ公式ヲ得タトキニハ、多クノ有用ナ計算ヲナス爲ニ、其等ノ量ノ中ノ何レカーツヲ他ノ量ノ項デ表ハスコトハ、屢々容易デアルコトヲ指摘スルノガヨロシイ。故ニ實際トシテハ、代數學ノ最後ニ置イテアツテ、而モ餘リ終リノ方デアルノデ、一般普通ノ生徒ハ、ソノ邊マデ學習シナイヤウナ、カヤウナ代數學ノ多クノ部分ヲ、初學者ニサヘ容易ニ授ケルコトガ出來ルヤウニシタイ。此ノ爲ニ、簡單ナ代數計算トシテ、此等ヲ混用スルコトヲ教師ニ薦メ度イモノデアル。

故ニ“算術ノ法則”トイフ名ノ下ニヤルスベテノ種類ノ問題ヲ、カヤウナ問題ノ中ニ包含セシメヨウトイフノデアル。

次ノ問題ハ生徒ニ提供スルニ適切ナ數百ノ問題中ノ二三ニ過ギナイ。

## 問 題

1. 若シ  $Q=0.00545d^2ln$  ナラバ、 $Q=4800$ ,  $l=2$ ,  $n=125$  ナルトキ、 $d$ ノ値ヲ

求メヨ。

答 59.36.

2.  $y=wl^4/384EI$ , 但シ  $w=\frac{W}{l}$ ,  $I=\frac{bd^3}{12}$  デアルナラバ、 $W=3.5 \times 2240$ ,  $l=147$ ,  $b=3$ ,  $d=9$ ,  $E=1.1 \times 10^6$  デアルトキ、 $w$ ,  $I$  及ビ  $y$  ノ値ヲ求メヨ。

答  $w=53.33$ ,  $I=182.25$ ,  $y=0.3234$ .

3. 同種ノ「フライホーメル」ニ存スル「エネルギー」ハ  $E=ad^3n^2$  デ與ヘラレル。茲ニ  $d$ ハ車ノ直徑ノ呎數、 $n$ ハ一分間ノ廻轉ノ速サ、 $a$ ハ常數デアル。若シ  $d=5$ ,  $n=100$  デ、 $E$ ハ18,500デアルナラバ、ソノトキノ此ノ種ノ「フライホーメル」ノ  $a$ ヲ求メヨ。又此ノ種ノ車デ、 $n$ ガ149カラ151ニ増加スルトキ、 $E$ ガ10,000デ増加スルナラバ、ソノ  $d$ ノ値ヲ求メヨ。

答  $a=0.000592$ ,  $d=7.761$ .

4.  $xy'=a$  デアツテ、 $y$ ガ10ノトキ  $x$ ハ5, 又  $y$ ガ8ノトキ  $x$ ハ11デアル。  $n$ ト  $a$ トノ値ヲ求メヨ。又  $x$ ガ7デアルトキノ  $y$ ノ値ハ如何。

答  $n=3.533$ ,  $a=17060$ ,  $y=9.00$ .

5. 工兵手帳ニ、圓錐形ノ堤ノ厚サニ就イテ、次ノヤウナ公式ガアル。

$$t=r(1-\sqrt{1-20p/T}).$$

$r=144$ ,  $T=1.075 \times 10^5$  デアツテ、 $11 \times 144p=20 \times 62.5$  デアルトキ、 $t$ ヲ求メヨ。

答 0.116.

6.  $\frac{x}{y}=e^a$ , 但シ  $e=2.718$ .

若シ  $a=0.3$ ,  $\theta=2.85$  デアツテ、 $x-y=550$  デアルナラバ、 $x$ ノ値如何。

答 957.0.

7.  $x$ ト  $y$ トガ極メテ小サイトキニハ、 $(1+x)/(1+y)$ ハ  $1+x-y$ ニ殆ンド等シイトシテヨイ。  $x=0.02$ ,  $y=0.03$ ノトキ、此ノ誤差如何。

答 0.000291, 即チ 0.0291%.

8.  $y=ax^2+bx^3$ ,

デアツテ、 $x$ ガ1ノトキ  $y$ ハ4.3デ、 $x$ ガ2ノトキ  $y$ ハ30デアル。  $a$ ト  $b$ トヲ求メヨ。又  $x$ ガ1.5ノトキ  $y$ ノ値如何。 答  $y=1.1x^2+3.2x^3$ , 13.275.

9.  $\log_8 \frac{853}{493} + 0.9 \times \frac{836}{853} = \log_8 \frac{677}{493} + \frac{961}{677} x$ ,

ナルトキ、 $x$ ノ値ヲ有效數字3桁求メヨ。

答 0.784.

10. 公式  $\tan \frac{A+B}{2} + \tan \frac{A-B}{2} = \frac{a+b}{a-b}$ .

ヲ用ヒテ  $C=29^\circ.7$ ,  $a=86.92$ ,  $b=54.68$  ナル三角形  $ABC$ ノ  $A$  及ビ  $B$ ヲ



求メヨ.

答 115°.5, 34°.8.

11.  $q = \frac{t}{l} \left( \frac{q_1 l_1}{t_1} + \log_e \frac{t_1}{t} \right)$

ニ於テ,  $t = 0 + 461, \quad t_1 = 0_1 + 461, \quad \text{デアリ,}$

且ツ  $l = H - h, \quad l_1 = H_1 - h_1, \quad \text{デアル.}$

今  $0 = 230, \quad 0_1 = 338,$

$H = 1152.1, h = 198.7; H_1 = 1185.0, h_1 = 308.7,$

$q_1 = 1,$

デアルトキノ  $q$  ノ値ヲ求メヨ. 答 0.9.

12. 流體ノ壓力中ニ在ル厚イ圓場内ニ於テ,放射狀ノ應壓力  $p$  ト環狀ノ應張力  $f$  トハ,圓場ノ軸カラ  $r$  ノ距離ニ於テ,

$$p = \frac{b}{r^2} - a, \dots\dots\dots(1)$$

$$f = \frac{b}{r^2} + a, \dots\dots\dots(2)$$

デアル. 但シ  $a, b$  ハ常數デアル.

(a) 内側ノ半徑  $r_1$  ガ 5 吋デアルトキ,内方ノ壓力  $p_1$  ハ 1 平方吋ニ就キ 3 噸デアツテ,外側ノ半徑  $r_0$  ガ 10 吋デアルトキ,外方ノ壓力  $p_0$  ハ 0 デアル. 公式(1)ト(2)カラシテ  $a$  ト  $b$  トヲ求メテ,  $r$  ノ 5, 6, 7, 8, 9 及ビ 10 ノ場合ノ  $p$  及ビ  $f$  ヲ計算セヨ.

解 此處ニ  $3 = \frac{b}{25} - a, \quad 0 = \frac{b}{100} - a,$

邊々相減シテ,  $3 = 0.03b$  即チ  $b = 100$  ヲ得ル.

故ニ  $a = 1.$

$$(1) \text{ 及ビ } (2) \text{ ハ } p = \frac{100}{r^2} - 1, \quad f = \frac{100}{r^2} + 1.$$

トナル. ソコデ答ハ右ノヤウニナル. 最後ニ  $p$  ト  $f$  トノ曲線ヲ方眼紙上ニ描クガヨイ.

$p_0, r_0, r_0$  ニ數ヲ代入スル代リニ,生徒ニ,カヤウナ總テノ場合ニ應用ノ出來ル公式デ  $p$  ヤ  $f$  ヲ與ヘ,此等ノ文字ヲ用ヒル上ノ問題ヲ再ビ繰返サセヨ.  $p_0 = 0$  トセヨ.

(β)  $r_0 = 15, r_1 = 13$  ノ銃身デハ  $p_1 = 0, f_1 = 20$  デアル.  $p_1$  及ビ  $f_0$  ヲ求メヨ.

$r$	$p$	$f$
5	3	5
6	1.778	3.778
7	1.041	3.041
8	0.5625	2.5625
9	0.2346	2.2346
10	0	2

解

$$0 = \frac{b}{225} - a = 0.004444b - a,$$

$$20 = \frac{b}{169} + a = 0.005917b + a.$$

邊々相加ヘテ,

$$20 = 0.010361b \quad \text{即チ } b = 1930.3, \quad a = 8.5783.$$

$$p_1 = \frac{1930.6}{169} - 8.58 = 2.84,$$

$$f_0 = \frac{1930.3}{225} + 8.578 = 17.16.$$

學生ハ,此ノ場合ニモ亦一般ノ公式ヲ求メナクテハナラヌ.

(γ)  $r_0 = 13, r_1 = 11$  ノ銃身デハ  $p_0 = 2.84, f_1 = 20$  デアル.  $p_1$  及ビ  $f_0$  ヲ求メヨ.

答  $p_1 = 6.62, f_0 = 16.22.$

(δ)  $r_1$  ガ 5 吋デ,  $r_0$  ガ 10 吋ノ圓場ノ内側デ 1 平方吋ニ付キ  $f_1 = 10000$  封度デアル.  $p_0$  ガ 0 デアルトキ,  $p_1$  ハ如何. 總テノ場所ノ  $f$  ハ如何. 又總テノ場所ノ  $p$  ハ如何.

$$\text{答 } 0 = -a + \frac{b}{100}, \quad \text{且 } 10000 = a + \frac{b}{25}.$$

此等ノ方程式カラ  $a = 2000, b = 200000$  ヲ求メラレル.

$$\text{故ニ何處デモ } f = 2000 + \frac{200000}{r^2},$$

内側ノ  $p$  ガ 1 平方吋 6000 封度デアルト,何處デモ

$$p = -2000 + \frac{200000}{r^2}.$$

$f$  ト  $r$  及ビ  $p$  ト  $r$  トノ關係ヲ二ツノ曲線デ示セ.

### § 19. 法則ノ練習

學生ガ總テノ種類ノ公式ニ出會ツタトキニ,恐レナイヤウニナルマデ,公式ヲ用ヒル練習ヲサセタイモノデアル. 勿論,今迄ニ説明ノシテナイ或ル少シノ速記法即チ記號ガアルガ,ソレニハ何モ不思議ナコトヤ,怪シイコトハ少シモナイトイフ事ヲ知ツテヲラネバナラヌ. 私ハ手當リ次第ニ公式ヲ取ツテ來タ. 公式ハドレデモ一ツノ法則デアルト言ツテヨイ. ソコデ難解トナツテ來ル. 併シ,其等ノ總テノ中ニ,唯一ツノ道ガ存在スル.

複雑ナ算術ヤ,代數學,サテハ工科的ノ澤山ノ法則ノ問題ヲヤツタ普通ノ人ハ,ソレ等ノ中ノ不斷ニ必要デアル二三ヲ除イテ,他ハ皆迅速ニ忘レテ了フモノデアル. 數學ノ法則ヲ數百モ記憶シテキル人ハ教師バカリ



デアル。併シ、始メニ於テハ、何人モソレ等ノ法則ハ總テガ唯一ノ法則デア  
ルトイフ事ヲ知ツテキル。分岐シタ個々ノスベテノ法則ハ、單ニ一ツ  
ノ、一般原理カラクル例ニ過ギナイ。彼ハソノ一般原理ハ忘レルコトハ  
出来ナイ。何トナレバ總テノ彼ノヤル常識的ノ計算ハ、唯此ノ一般の原  
理ヲ尙一層緊密ニ彼ノ心ニ銘ズルダケデア  
ルカラ。

偉大ナ人ハ、總テノ作用ヲ整理整頓スル爲ニ、極ク少数ノ原理ヲトツテ  
キル事ニ著眼シナイカ。卓越シタ技師ハ、僅カニ二三ノ簡單ナ計算方法  
ヲ頭ニ入レテキルニ過ギナイ。併シ、間斷ナク問題練習ヲシテ、簡單ナ原  
理即チ方法ガ常ニ使用サレルヤウニ、心ニ用意サレテキルコトニ注意セ  
ヨ。問題ノ或ル一種ヲヤルニハ熱練シタ人ハヨリ迅速ニ、ヨリ巧妙ニヤ  
ルコトガ出来ルカモシレナイガ、併シ偉大ナ人ガ問題ヲ解ク方法ハ下  
手デ且ツ遅イケレド、常ニ正確ナ答ヲ得テ、ソノ出シタ答ニ對シテ少シノ懸  
念モ持ツテキナイ。

私ノ一ツノ簡單ナ法則トイフノハ、或ル公式ヲ以テスル問題トシテ總  
テノ數値計算ヲ取扱フ事及ビ總テノ法則ハ之ヲ公式トシテ簡潔ニ述ベ  
ラレネバナラヌトイフ事デア  
ル。

勿論カヤウナ公式ヲ作り出シ、又ソレ等ノ正シイコトヲ證明スルコト  
ハ、別個ノ事柄デア  
ル。而モ尙、ココデサヘ私ハ、此ノ一般原理ガ偉大ナ場  
面ヲ導キ出ストイフ事ヲ叫ブデア  
ル。多クノ場合ニ於テ、公式ヲ理解  
シ且ツ之ヲ恐レナイヤウニ感  
ジルハ、ソノ公式ノ證明ガ殆  
ンド出来ルニ  
依ル。

### § 20. 乘羈ノ計算

次ノ事ニ著眼セヨ。此處ニ任意ノ方程式、

$$M=N$$

ガアルトキ、之ヨリ  $\log M = \log N$ ,

或ハ  $M^n = N^n$ , 但シ  $n$  ハ任意ノ數。

トスルコトガ出来ル。又  $x^n = y^m$

デア  
ルトキニハ、之ヨリ  $n \log x = m \log y$ ,

トスルコトガ出来ル。

例 1.  $pu^{1.0646} = 479$  デアルトキ、 $u=4$  ノトキノ  $p$  ノ値ヲ求メヨ。

解 此處デ  $\log p + 1.0646 \log 4 = \log 479$

デアツテ、之ヨリ  $p = 109.5$  ヲ得ル。

例 2. 又上式ニ於テ、 $p=203$  ノトキノ  $u$  ヲ求メヨ。 答 2.24.

例 3.  $pv^{1.13} = a$ . ト假定セヨ。

(x)  $p=100, v=1$  ノトキ、 $a$  ノ値ヲ求メヨ。 答 100.

$v$  ガ 1.5 トナツタトキ、同ジ  $a$  ノ値ヲ用ヒテ、 $p$  ノ値ヲ求メヨ。

答 63.24.

(β)  $v$  ガ  $2, 2\frac{1}{2}, 3, 3\frac{1}{2}, 4$  トナルトキ、各ノ場合ニ相當スル  $p$  ノ値ヲ求  
メヨ。

次ニ  $pv^{0.9} = a$ ,

ノトキ、 $p=100, v=1$  トシテ  $p$  ノ値ヲ求メ、以下、上ノ問題ヲ繰返セ。

(γ)  $pv = a$ ,

ノトキ、再ビ繰返シテナセ。

此ノ三ツノ場合ノ  $p$  ノ答ヲ表ニ作レ。

例 4.  $p_1 v_1^{1.13} = p_2 v_2^{1.13}$ ,

$p_1$	250	200	150	100	50
答 $r$	27.13	22.27	17.26	12.06	6.53

デアツテ、 $\frac{v_2}{v_1}$  ヲ  $r$  ト名ツケ、  
 $p_2=6$  デアルトキ、 $p_1$  ノ左ノ各値  
ニ對スル  $r$  ノ値ヲ求メヨ。

### § 21. 比 例

$a$  ノ  $b$  ニ對スル比、即チ  $a:b$  トハ  $a \div b$  ノ意デア  
ル。故ニ  $2/3$  ニ  
對スル比ハ 0.6667 デアル。

$y$  ガ  $x$  ト共ニ正變化スル、即チ  $y$  ガ  $x$  ニ比例スルトキニ、之ヲ  
 $y \propto x$  ノ形ニ書ク。之ハ  $a$  ガ或ル常數デア  
ルトキニ、 $y = ax$  ト書ク  
ノト同ジコトデア  
ル。

單比例。若シ  $y \propto x$  デアツテ、 $x=3$  ノトキ  $y=4$  デアルナラバ、  
 $y = ax$  ニ於テ

$$4 = a \times 3, \quad \text{即チ } a = \frac{4}{3}.$$



トナルカラ、從ツテ  $y = \frac{4}{3}x$ .  
ハエト $y$ トノ關係ヲ表ハス眞ノ法則デアル。若シ $x$ ノ任意ノ値  
ヲ與ヘルナラバ、 $y$ ノ値ヲ求メル事ガ出來ル。

**複比例** 若シ 10 人ノ労働者ガ毎日 12 時間働イテ、5 日間 =  
150 碼ノ堀ヲ掘ルナラバ、毎日 9 時間働イテ 2 日間 = 356 碼ノ堀  
ヲ掘ルニハ何人ノ労働者ヲ要スルカ。  $l, y, d$  及ビ  $h$ <sup>(1)</sup>ヲ用ヒルト、  
上ノ假定ハ次ノヤウニ表ハサレル。

$$l \propto \frac{y}{dh}$$

即チ  $l = a \frac{y}{dh}$

故ニ  $10 = a \frac{150}{5 \times 12}$   $a = \frac{5 \times 12 \times 10}{150} = 4$

故ニ如何ナル問題ヲ解クニモ用ヒラレル法則ハ

$$l = 4 \frac{y}{dh}$$

故ニ求メヨウトスルハ答ハ

$$l = 4 \frac{356}{2 \times 9} = 79.11.$$

答 79.11人.

## § 22. 比例ノ問題

次ニ掲ゲル總テノ問題ハ § 21 ノ問題ト同様ナ方法デ解ケルコ  
トニ著眼セヨ。

**例 1.** 同型ノ汽船ニ於テ、 $I$ ヲ指示馬力、 $D$ ヲ變位、 $v$ ヲ速サトスレバ、  
 $I \propto D^{\frac{5}{2}} v^3$ .

(α)  $D=1720$  噸、 $v=10$  節ノトキ、 $I=655$  デアルナラバ、正確ナ法則ヲ求  
メヨ。 答  $I = D^{\frac{5}{2}} v^3 + 219$ .

(β)  $D$ ハ 1500、 $v=13$ ;  $I$ ヲ求メヨ。 答 1314.

(γ)  $I=800$ 、 $D=1300$ ;  $v$ ヲ求メヨ。 答 11.37 節.

(1)  $l$ ハ労働者 (labourer)ノ頭文字デ其ノ人数ヲ表ハシ、 $y$ ハ碼 (yard)ノ、 $d$ ハ  
日 (day)ノ、 $h$ ハ時間 (hour)ノ頭文字デ、夫々ノ數量ヲ表ハスモノトシタノデア  
ル。

船ノ表面ノ單ニ滑カナ事、即チ渦ヲ作ル爲ノ抵抗ヨリモ、波ヲ作ル爲ノ  
抵抗ヲ遙カニ重要視スル現代ノ船舶ノ最高速力デハ、全抵抗ニフラウド<sup>(1)</sup>  
ノ法則ヲ適用スルノガ正シイ。即チ、指示馬力ヲ  $I$ 、變位ヲ  $D$ トスルトキ、  
之ニ對應スル速サ (速サハ船舶ノ長サノ平方根ニ比例スル)ニ於テハ、

$$I = c D^{\frac{5}{2}}. \quad \text{但シ } c \text{ハ常數.}$$

故ニ、若シ  $D=10000$ 、 $I=20000$  デ、20 節ノ大西洋航路定期船ハ 6 日間デ横斷  
スル。

若シ、5 日間ニ横斷シヨウトスレバ、 $v=24$  節デナケレバナラス。又  
 $v \propto \sqrt{\text{長サ}} \propto D^{\frac{1}{2}}$  デアルカラ、 $D$ ハ

$$10000 \times \left(\frac{6}{5}\right)^6 = 29860 \text{ 噸,}$$

ニ増サナケレバナラスシ、 $I$ ハ

$$20000 \left(\frac{6}{5}\right)^7 = 71660,$$

ニ増サナケレバナラス。

航海所要ノ石炭  $\propto D$ .

デアルカラ、之ハ常ニ變位ノ分數ト値ヲ等シクスル。

**例 2. 相似形ノ物體**ノ重サ  $W$ ハ、相對應スル長サノ立方ト其等物質ノ  
密度トニ比例スル。今ニツノ相似形ノ物體ガアツテ、其ノ長サノ比ハ  
1:4.37、其ノ密度ノ比ハ 2:1.74 デアル。前者ノ重サガ 20 封度デアルト  
キ、後者ノ重サ如何。 答  $W=1452$  封度.

**例 3. 大砲**ノ口徑ヲ  $d$ トスレバ、其ノ重サハ  $d^3$ ニ比例シ、砲彈ノ貫ク甲  
板ノ厚サハ  $d$ ニ比例スルト通常言ハレテキル。若シ口徑 8 吋、重サ 14 噸  
ノ大砲ガ 11 吋ノ甲板ヲ貫クナラバ、10 吋ノ大砲ハ何程ノ厚サノ甲板ヲ貫  
クカ。又大砲ノ重サ如何。 答 13.75 吋、27.34 噸.

**例 4.** 直徑ガ夫々 1.22 呎ト 3.14 呎ノ地球儀ガアル。若シ、前者ノ地球  
儀デ或ル國ノ面積ガ 15 平方吋アルトキ、他ノ方デ其ノ國ノ面積ハ何程ア  
ルカ。 答 99.32 平方吋.

**例 5.**  $Q \propto k^{\frac{5}{2}}$  デアツテ、 $Q=0.466$  ナラバ、 $h=0.5$  デアルトイフ。  $Q$ ト  $h$ ト  
ノ關係ヲ求メヨ。 答  $Q=2.636h^{\frac{5}{2}}$ .

(α)  $h=1.3$  ノトキノ  $Q$ ノ値ヲ求メヨ。 答  $Q=5.079$ .

(1) William Froude (1810—1879)、英國ノ工學者ニシテ數學者。船舶ノ動搖、抵  
抗及ビ推進等ニ關スル研究ガ深イ。



(β)  $Q=2.46$  ノトキノ  $h$  ノ値ヲ求メヨ。 答  $h=0.9727$ .

例 6.  $a, b$  ハ常數デアツテ,  $y=a+bx$  デアルコトが知レテキル.

(α)  $x=1$  ノトキ  $y=12, x=5$  ノトキ  $y=15$  デアル.  $a$  及ビ  $b$  ヲ求メヨ.

解 此處デ  $12=a+b, 15=a+5b$ .  
デアルコトハ解ツテキル. 故ニ邊々引キ算ヲシテ,

$$3=4b, \text{ 即チ } b=\frac{3}{4}.$$

$$12=a+\frac{3}{4}, \text{ 即チ } a=11\frac{1}{4}.$$

故ニ真ノ關係ハ  $y=11\frac{1}{4}+\frac{3}{4}x$ .

(β)  $x=4$  ノトキノ  $y$  ノ値ヲ求メヨ。 答  $11\frac{1}{4}$ .

(γ)  $y=20$  ノトキノ  $x$  ノ値ヲ求メヨ。 答  $11\frac{2}{3}$ .

例 7.  $y=ax+bx^2$ .

デアツテ,  $x=1, z=8$  ナラバ,  $y=49.5$ .

又  $x=1.5, z=20$  ナラバ,  $y=356$

デアル.  $a$  ト  $b$  トヲ求メヨ. 又  $x$  ガ  $2, z$  ガ  $17$  ノトキノ  $y$  ヲ求メヨ.  
答  $y=-57.1x+26.65z^2; 590.7$ .

### § 23. 算術ノ問題

支拂ノ方程式, 取引損益, 合資算, 各種ノ混合法, 比例, 複比例, 連比例等ト呼ブ算術ノ部分ハ, 其等ノ術語ヤ技巧ノ複雑ナ點ヲ取除ケバ最モ簡單ナ代數學ノ問題デアツテ, 又簡單ナ代數學ノ問題トシテ取扱ハナクテハナラスモノデアル.

### § 24. 算術級數<sup>(1)</sup>

級數ノ項數ヲ  $n$ , 公差ヲ  $d$  (即チ任意ノ項カラ其ノ前ノ一項ヲ減ジタモノ)トシ,  $s$  ガ總和ヲ,  $f$  ガ初項ヲ,  $l$  ガ末項ヲ表ハストキハ,

(1) 略號トシテ A.P. ト書ク. 算術級數 (arithmetical progression) ノ頭文字ヲトツタモノデアル. 併シ我が國デハ等差級數ノ名ガヨリ多ク用ヒラレル.

(2)  $n, d, s, f$  及ビ  $l$  ハ夫々其ノ術語ノ頭文字ヲトツタモノデ,  $n$  ハ項數 (number of terms),  $d$  ハ公差 (common difference),  $s$  ハ總和 (sum),  $f$  ハ初項 (first term),  $l$  ハ末項 (last term) ヲ表ハス.

$$l=f+(n-1)d,$$

$$s=\frac{1}{2}n(f+l),*$$

且ツ

デアルコトハ容易ニ示サレル.

(1)  $0.25, 0.50, 0.75, \dots$  ノ第 15 項及ビ 15 項ノ和ヲ求メヨ. 答  $3.75, 30$ .

(2) 第 59 項ガ 70, 第 66 項ガ 84 デアルトキ, 初項ハ如何. 答  $-46$ .

(3) 3 ト 18 トノ間ニ 4 ツノ算術中項ヲ入レヨ. 答  $6, 9, 12, 15$ .

### § 25. 幾何級數<sup>(2)</sup>

$f, l, s, n$  ヲ前述ノ通りトスル.  $r$  ヲ公比 (即チ任意ノ項ヲ其ノ前ノ項デ割ツタモノ)トスレバ,

$$l=fr^{n-1}$$

$$s=f\frac{r^n-1}{r-1},*$$

デアルコトガ容易ニ知レル.

\* 此ノ級數ヲ代數的ニ  $f, f+d, f+2d, f+3d, \dots$  ト書キ下セバ, 第二項ニ  $d$ , 第三項ニ  $2d$ , 第四項ニ  $3d$  ガアルカラ, 第 40 項ニハ  $39d$  ガアリ, 第  $n$  項ニハ  $(n-1)d$  ガアルコトガ解ル.

更ニ又, 第一項ト末項トノ和ハ, 第二項ト終リカラ第二項トノ和, 第三項ト終リカラ第三項トノ和ニ等シイ. 故ニ總和ハ上ニ與ヘタヤウナ形ニ書ケルコトガ解ル.

(1) 算術中項 (arithmetic mean) モ我が國デハ等差中項ト言ハレルコトガ多イ. 一般ニ初項  $f$  ト末項  $l$  トノ間ニ  $m$  個ノ等差中項ヲ入レルトキハ, 公差ヲ  $d$  トスレバ,  $l=f+(m+1)d$ , 故ニ  $d=\frac{l-f}{m+1}$ .

\*  $n$  項ノ幾何級數ハ, 明ラカニ次ノ通りデアル.

$$f, fr, fr^2, fr^3, \dots, fr^{n-1}.$$

次ニ唯割リ算ニ依ツテ次ノ事ガ知レル.

$$\frac{1-r^n}{1-r}=1+r+r^2+r^3+\dots+r^{n-1}.$$

兩邊ニ  $f$  ヲ乘ズレバ, 右邊ハ即チ幾何級數ノ總和  $s$  ヲ表ハス式トナルカラ, 其ノ總和ハ左邊デ與ヘラレル.<sup>(3)</sup>

(2) 幾何級數 (geometrical progression) ノ頭文字ヲトツテ, 其ノ略號ニハ G. P. 用ヒル. 併シ, 我が國デハ等比級數ノ名ガヨリ多ク用ヒラレル.



(1) 2, 6, 18, ……………ノ第10項及ビ10項ノ和ヲ求メヨ.

答 39366, 59048.

(2) 3ト243トノ間ニ3ツノ幾何中項ヲ入レヨ.

答 9, 27, 81.

(3) 幾何級数ノ第6項ガ20.34デ,  $r$ ガ0.26デアル. 初項及ビ6項ノ和ヲ求メヨ.

答  $1.712 \times 10^4$ ,  $2.313 \times 10^4$ .

(4) 幾何級数ノ5項ノ和ガ534デ,  $r$ ガ1.65デアル. 初項及ビ末項ヲ求メヨ.

答  $f=30.9$ ,  $l=229.1$ .

### §26. 複 利

總金額  $P$  (即チ元金)ヲ年利率  $r\%$ ノ複利デ貸付ケルトキ,  $n$ 年後ノ元利合計  $A$ ハ次ノ式デ與ヘラレルコトヲ證明スルノハ容易デアル.

(5) 此ノ證明ハ綜合的デ, 證明トシテハ誠ニ簡潔デハアルガ, 如何ニシテ  $\frac{1-r^n}{1-r}$ ノ割り算, 即チ  $(1-r^n)(1-r)^{-1}$ ノ展開ヲ考ヘ出シタカトイフコトハ解ラヌ. 故ニ普通ハ  $s$ ト  $sr$ トヲ作ツテ邊々引キ算ヲシテ兩端ノ一項宛ヲ殘シ  $sr-s=fr^n-f$ ヲ得, 之ヨリ  $s=f\frac{r^n-1}{r-1}$ ヲ得ル.

(4) 幾何中項 (geometric mean) モ我カ國デハ等比中項ト言ハレルコトガ多イ. 一般ニ初項  $f$ ト末項  $l$ トノ間ニ  $m$ 箇ノ等比中項ヲ入レルトキハ, 公比ヲ  $r$ トスレバ,  $l=fr^{m+1}$ デアルカラ, 從ツテ  $r=\sqrt[m+1]{\frac{l}{f}}$ . 但シ  $m+1$ ガ偶數ノトキハ正負ノ二値ヲトル.

(5) 我カ國ノ慣習ハ, 歩合ヲ割デ唱ヘル. 併シ, 書クトキニハ普通1割ト書カナイデ0.1ト書ク. ソコデ利率  $r$ ハ0.1或ハ0.07ヲ表ハシ, 10トカ7トカヲ表ハサヌカラ此ノ式モ

$$A=P(1+r)^n,$$

ト書ク.

(6)  $P, r, n, A, I$ ハ夫々其ノ術語ノ頭文字ヲトツタモノデ,  $P$ ハ元金 (principal),  $r$ ハ利率 (rate),  $n$ ハ期間 (number of term),  $A$ ハ元利合計 (amounts of principal and interest),  $I$ ハ利息 (interest)ヲ表ハス.

(7) 此ノ式ハ  $n$ ガ正ノ整數ノミヲトル. 此ノ式ヲ  $n$ ノ小數ニ對シテ適用スルニハ, 整數ノ部分ニ就イテノミ適用シ, 小數部ニ就イテハ單利法ノ計算ヲ用ヒル. 併シ斯様ニスルノ公式ソノママヲ用ヒルノトノ差ハ極メテ小デアル.

$$A=P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$$

增加高ヲ利息トイフ. 利息  $I$ ハ次ノ式デ與ヘラレル.

$$I=A-P.$$

例1.  $P=255.75$ ,  $r=3\frac{1}{2}$ ,  $n=17$ デアルトキノ  $A$ ヲ求メヨ. 答 459.

例2.  $A=930$ ,  $r=4\frac{1}{2}$ ,  $n=10\frac{1}{2}$ デアルトキノ  $P$ ヲ求メヨ. 答 585.82.

例3.  $P=320$ ,  $I=456$ ,  $r=5$ ;  $n$ ヲ求メヨ. 答 18.156.

例4.  $P=250$ ,  $A=420$ ,  $n=16$ デアルトキ,  $r$ ヲ求メヨ. 答 3.3.

例5.  $P=1$ 「ファージング」<sup>(1)</sup>,  $n=1900$ ,  $r=5$ ;  $A$ ヲ求メヨ. 答 約  $2 \times 10^{37}$  磅.

例6.  $A=2P$ デアルトキノ  $n$ ヲ求メヨ. 答  $n=\log 2 + \log\left(1+\frac{r}{100}\right)$ . 後ニナレバ, 實際家ガ用ヒル適切ナ近似値トシテ  $n=70 \div r$ デアルコトヲ, 方眼紙デ示サウ.

例7. 若シ1年ニ  $m$ 回利息ヲ元金ニ繰入レルナラバ,

$$A=P\left(1+\frac{r}{100m}\right)^{mn}.$$

デアルコトヲ證明セヨ.

例8. 若シ利息ヲ各瞬間ニ元金ニ繰入レルナラバ,

$$A=Pe^{nr/100}.$$

デアルコトヲ示セ.

例9. イングランド及ビウエールズノ人口ハ50年毎ニ2倍ニナルトス. 一年ニ増加スルノハ何%デアルカ.

$$A=2P, n=50. \text{ 故ニ } r=1.396.$$

若シ  $A=2P$ ナラバ,  $nr=69.8$ デアルコトガ知レル.

### §27. 現價及割引

$n$ 年後ニ支拂ハレル金額  $A$ ガアツテ, 其ノ現價ガ  $P$ デアルナ

\* 例ヘバ年利率5%デ總高  $P$ ノ金子ノ1年間ノ利息ハ  $0.05P$ デアル. 故ニ利息ヲ  $P$ ニ加ヘルト元利合計ハ  $1.05P$ トナル. 實際ニ年ノ始メノ總高  $P$ ハ其ノ年ノ終リニ  $1.05P$ トナル. 故ニ2年後ニハ合計  $1.05^2P$ トナリ, 3年後ニハ  $1.05^3P$ トナリ, カクテ第  $n$ 年後ニハ  $1.05^n P$ トナル.

(1) 「ファージング」(farthing)ハ英國ノ最低額ノ銅貨デ, 我カ國ノ1錢銅貨トイフ所デアル. 1「ファージング」ハ1片ノ  $\frac{1}{4}$ デ, 法定平價ニ依レバ我カ1錢2モデアル.



ラバ、§26ノ公式ヲ用ヒヨ、 $A-P$ ヲ割引高トイフ、<sup>(1)</sup> 年利率  $r\%$ デ、 $n$ 年ノ間支拂ハレル年金  $a$ ノ現價  $P$ 、或ハ其ノ年金ニ年利率  $r\%$ ノ値ガアルトスレバ、 $n$ 年後ノ總額  $A$ ハ次ノ式デ與ヘラレルコトハ容易ニ證明サレル、<sup>(2)</sup>

$$\frac{rA}{100i} = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n - 1,$$

(1) 割引高ニ對シ、現價  $P$ ヲ手取金トイフ、手形等デアレバ  $A$ ハ即チ其ノ額面高デアル、§26ノ公式ニ依リ手取金  $P$ ハ、

$$P = \frac{A}{\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n}.$$

或ハ單利法ナラバ

$$P = \frac{A}{1 + \frac{nr}{100}} \quad \text{トスルヲ眞割引トイフ、併シ實際ニ}$$

銀行等デ手形ノ割引ヲナス場合等ニハ、

$$P = A \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n, \dots\dots\dots \text{複利法,}$$

$$P = A \left(1 - \frac{nr}{100}\right), \dots\dots\dots \text{單利法.}$$

トスル、之ヲ銀行割引トイフ、

(2)  $a$ 圓ヲ年利率  $r\%$ デ、毎年末ニ積立テルト、其ノ總和  $A$ 圓ハ

$$A = a \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{n-1} + a \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{n-2} + \dots\dots\dots + a \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 + a \left(1 + \frac{r}{100}\right) + a.$$

之ヲ差比級數ノ總和ノ公式ニ依ツテ、

$$A = \frac{a \left\{ \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n - 1 \right\}}{\left(1 + \frac{r}{100}\right) - 1} = \frac{a \left\{ \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n - 1 \right\}}{\frac{r}{100}}$$

即チ、書キ替ヘテ、 $\frac{rA}{100a} = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n - 1.$

又此ノ  $A$ 圓ノ代リニ、今  $P$ 圓ヲ受取り、年利率  $r$ ニ利殖スレバ、 $n$ 年後ニハ

$$P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \text{トナリ、之ガ } A \text{圓ニ等シカルベキヲ以テ、}$$

$$P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n = \frac{a \left\{ \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n - 1 \right\}}{\frac{r}{100}},$$

即チ

$$\frac{rP}{100a} = \frac{\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n - 1}{\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n} = 1 - \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{-n}.$$

或ハ 
$$\frac{rP}{100a} = 1 - \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{-n}.$$

此等ノ公式ノ一ツハ  $A$ ト  $P$ トノ關係ガ複利法ニ依ツテ定メラレテキルト記憶スレバ足リル、

§28. 公式ノ一般練習問題

學生諸君ハ、此等總テノ公式ノ數値計算ノ練習問題ヲ課セラレル、斯様ナ練習問題ハ多クノ著書ニ見ル所デアル、

併シ實ニ、殆ンド如何ナル「ポケット・ブック」ニモアル公式ハ一定ノ良イ問題ヲ解クニ役立つモノデアル、

就中、私ハ次ノ點ヲ教師ニ對シ強調シタイ、技巧的ノ困難ナ點モナク、好策モナク、謎的ノ難問デモナイ代數的問題ヲ教師ハ導入スベキデアル、何レノ練習問題モ眞直デ正直ナ、而モ出來ルダケ容易ナモノデアルヤウニシヨウ、

問 題

1. 滑車ニ懸ル「ベルト」ノ滑リ、 $N$ ガ引張ツタ方ノ張力デ、 $M$ ガ弛ンダ方ノ張力デアルトシ、車ニ卷ク綫ノ角ヲ  $\theta$ 「ラディアン」、「ベルト」ト滑車トノ間ノ摩擦係數ヲ  $\mu$ トスレバ、

$$\frac{N}{M} = e^{\mu\theta}$$

デアル、<sup>(1)</sup>

(1)  $\mu=0.3$ デアルトキ、次ノ  $\theta$ ノ各値ニ對スル  $N/M$ ノ値ヲ求メヨ、又  $180^\circ$ ガ  $3.14159$ 「ラディアン」デアルナラバ、 $\theta$ ノ値ハ夫々何度デアルカ、

(2) 又  $N/(N-M)$ ノ値ヲ求メヨ、

\* 代數學デ次ノ事ガ解ル、若シ  $\frac{N}{M} = a$ デアルナラバ、 $\frac{N}{N-M} = \frac{a}{a-1}$ デア  
ル、故ニ  $\frac{N}{M} = 1.35$ デアレバ、 $\frac{N}{N-M} = \frac{1.35}{0.35} = 3.86.$

(1) 此ノ式ヲ實際ニ作ル方法、殊ニ係數  $\mu$ ヲ定メル實例ハ §67ノ終リニアル、



θ ラジアン	θ 度	N/M	N/(N-M)
1	57.30	1.35	3.86
2	114.59	1.823	2.21
3	171.88	2.46	1.69
4	229.18	3.320	1.43
5	286.48	4.482	1.29
6	343.78	6.050	1.20
7	401.07	8.167	1.14
8	458.37	11.03	1.10
9	515.66	14.88	1.07
10	572.96	20.09	1.05

2. 複利. 次ノ公式ハ既ニ得タ所デアアル.

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

元金  $P$  ヲ, 年利率  $r\%$  デ,  $n$  年間貸付ケルト,  $A$  ハ其ノ元利合計デアアル  
利息  $I$  ハ  $A - P$  トシテ求メラレル.

(1) 次ノ表ノ各  $n$  ニ對シテ,  $r=5$  或ハ  $4, 3, 2, 1$  デアルトキノ  $A/P$ , 即チ  $\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$  ノ値ヲ計算セヨ.

n	答				
	r=5	r=4	r=3	r=2	r=1
10	1.629	1.48	1.344	1.219	1.105
50	11.47	7.107	4.384	2.692	1.645
100	$1.315 \times 10^2$	$5.050 \times 10$	19.22	7.245	2.705
200	$1.729 \times 10^4$	$2.551 \times 10^3$	$3.694 \times 10^2$	$5.249 \times 10$	7.316
400	$2.99 \times 10^8$	$6.506 \times 10^6$	$1.364 \times 10^5$	$2.755 \times 10^3$	$5.253 \times 10$
1000	$1.546 \times 10^{21}$	$1.08 \times 10^{17}$	$6.87 \times 10^{12}$	$3.983 \times 10^8$	$2.096 \times 10^4$
1500	$6.08 \times 10^{31}$	$3.543 \times 10^{25}$	$1.89 \times 10^{19}$	$7.949 \times 10^{12}$	$3.035 \times 10^6$
2000	$2.39 \times 10^{42}$	$1.166 \times 10^{34}$	$4.725 \times 10^{25}$	$1.585 \times 10^{17}$	$4.393 \times 10^8$

(2) 一般ニ  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ナラバ, 兩邊ヨリ 1 ヲ減シ,  $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$  トナル. (除比ノ理)

(2)  $A/P=2$  デアルトキ, 次ノ  $r$  ノ各値ニ對スル  $n$  ヲ求メヨ. 之ハ即チ元利合計ガ元金ノ 2 倍ニナル年數ヲ求メル問題デアアル.

rノ値	1	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
答 n	69.66	35.0	28.07	23.45	20.15	17.67	15.75	14.21

學生ハ  $n = 0.3310 \div \lg \left(1 + \frac{r}{100}\right)$  デアルコトヲ知ルデアラウ.

(3) 今 14 年デ元利合計ガ元金ノ 2 倍ニナル利率ヲ取ラウ. 一杯ノ「ボート」葡萄酒ノ値ガ 1800 年ニ 6 片デアツタト想像セヨ. 其ノ當時穴蔵ニ貯藏シテオイテ, 1912 年迄飲マナカツタラ, 其ノ時ノ値ハ如何. 112 年間, 即チ 14 年ノ 8 倍ノ間經過シテキル. ソレ故 6 片ヲ 8 度 2 倍セネバナラヌ. 答 128 志.

3. 第八章ノ表ヲ用ヒル問題.

$$(1) \quad \begin{aligned} \sin(A+B) &= \sin A \cos B + \cos A \sin B, \\ \sin(A-B) &= \sin A \cos B - \cos A \sin B, \\ \cos(A+B) &= \cos A \cos B - \sin A \sin B, \\ \cos(A-B) &= \cos A \cos B + \sin A \sin B. \end{aligned}$$

$A=55^\circ, B=32^\circ$  ヲ用ヒテ此等ノ公式ヲ驗セ.

又  $A=50^\circ, B=12^\circ$  トシテ驗セ.

若シ  $A$  ガ  $90^\circ$  デアレバ此等ノ公式ハ如何ニナルカ, 書ケ.

又若シ  $B$  ガ  $90^\circ$  ニナレバ如何.

又若シ  $A=B$  デアレバ如何.

$$(2) \quad \begin{aligned} \sin A \cos B &= \frac{1}{2} \{ \sin(A+B) + \sin(A-B) \}, \\ \sin A \sin B &= \frac{1}{2} \{ \cos(A-B) - \cos(A+B) \}, \\ \cos A \cos B &= \frac{1}{2} \{ \cos(A+B) + \cos(A-B) \}. \end{aligned}$$

$A=52^\circ, B=15^\circ$  ヲ用ヒテ此等ノ公式ヲ驗セ.

又  $A=28^\circ, B=12^\circ$  トシテ驗セ.

若シ  $A=90^\circ$  デアレバ, 此等ノ公式ハ如何ニナルカ, 書ケ.

又若シ  $B=90^\circ$  ニナレバ如何.

又若シ  $A=B$  デアレバ如何.

(1) 5% デ 14 年ニ 1.979932 トナルカラ, 此ノ利率ハ大體 5% ト考ヘレバヨイ.



(3)  $\sin \theta + \sin \phi = 2 \sin \frac{1}{2}(\theta + \phi) \cos \frac{1}{2}(\theta - \phi),$   
 $\sin \theta - \sin \phi = 2 \cos \frac{1}{2}(\theta + \phi) \sin \frac{1}{2}(\theta - \phi),$   
 $\cos \theta + \cos \phi = 2 \cos \frac{1}{2}(\theta + \phi) \cos \frac{1}{2}(\theta - \phi),$   
 $\cos \theta - \cos \phi = 2 \sin \frac{1}{2}(\theta + \phi) \sin \frac{1}{2}(\theta - \phi).$

$\theta = 67^\circ, \phi = 50^\circ$  ノトキ, 此等ノ法則ヲ説明セヨ.

又  $\theta = 60^\circ, \phi = 30^\circ$  ノトキハ如何.

又  $\theta = 30^\circ, \phi = 60^\circ$  ノトキモ説明セヨ.

4.  $y = e^{bx}$  = 關スル問題. 次ノ  $x$  ノ値ニ對スル  $y$  ノ値ヲ求メヨ(57頁ノ表). 學生ハ既ニ  $e$  ハ自然對數ノ底デアツテ, 其ノ近似値ガ 2.71828 デアルコトヲ知ツテキル. 此ノ場合ニ於テ  $bx$  ハ  $\log_e y$  デアル.<sup>(1)</sup>

此ノ問題ノ少クトモ二三ハ,  $\Gamma$  ノ學生ニモ課セラレネバナラス.

5. 二項定理. 二項定理ハ容易ニ證明スルコトガ出來ル. 從來此ノ證明ノ前ニ不必要ナ課程デアル所ノ順列ヤ組合ヲ課シテ來タノハ誠ニ惜シイコトデアル. 此ノ爲ニ, “ $r$  番目ノ項ハ何カ”トカ, 或ハ“始メカラ  $r$  番目ノ項ト終リカラ  $r$  番目ノ項トハ相等シイコトヲ證明セヨ”トイフヤウナ技巧的ナツマラナイ問題ヲ課セラレル.

定理ハ次ノ通りデアル.  $a, x$  及ビ  $n$  ノ總テノ値ニ對シテ,

$$(x+a)^n = x^n + nax^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2} a^2 x^{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3} a^3 x^{n-3} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4} a^4 x^{n-4} + \dots$$

ココニ,  $\Gamma$  ト書イタノハ  $1 \times 2 \times 3 \times 4$  ノ意デアル. 近頃ハ  $\Gamma$  ノ代リニ  $4!$  ノ記號ガ用ヒラレルヤウニナツタ.<sup>(2)</sup>

(1)  $n=2, n=3, n=4$  ノ場合ノ定理ヲ書キ下セ.

答  $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2,$   
 $(x+a)^3 = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3,$   
 $(x+a)^4 = x^4 + 4ax^3 + 6a^2x^2 + 4a^3x + a^4.$

(2) 次ノ式ヲ證明セヨ.

(1)  $y = e^{bx}$  ノ兩邊ノ對數(自然對數)ヲトレバ  $\log_e y = bx \log_e e$  デアツテ,  $\log_e e = 1$  デアルカラ  $\log_e y = bx$  トナル.

(2) 記號  $n!$  ノノ階乗トイフ. 之ヲ  $n!$  ト表ハスコトハ全ク印刷ノ便宜カラ起ツタ事デアル.

4. ノ問題

與ヘラレ タ $x$ ノ値	答 $e^{bx}$ ノ 値					
	$b$ ガ 4 ノ トキ	$b$ ガ 1 ノ トキ	$b$ ガ $\frac{1}{2}$ ノ トキ	$b$ ガ $-\frac{1}{2}$ ノ トキ	$b$ ガ -1 ノ トキ	$b$ ガ -4 ノ トキ
-1.1	0.01227	0.3329	0.7596	1.317	3.004	81.45
-1.0	0.01831	0.3679	0.7787	1.284	2.718	54.61
-0.9	0.02732	0.4065	0.7985	1.252	2.460	36.60
-0.8	0.04076	0.4493	0.8187	1.222	2.225	24.53
-0.7	0.06081	0.4965	0.8395	1.191	2.014	16.44
-0.6	0.09071	0.5488	0.8607	1.162	1.823	11.03
-0.5	0.1353	0.6065	0.8824	1.133	1.649	7.389
-0.4	0.2018	0.6703	0.9047	1.105	1.491	4.953
-0.3	0.3011	0.7408	0.9277	1.077	1.350	3.321
-0.2	0.4492	0.8188	0.9512	1.052	1.221	2.225
-0.1	0.6704	0.9047	0.9753	1.025	1.105	1.491
0.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.1	1.491	1.105	1.025	0.9753	0.9047	0.6704
0.2	2.225	1.221	1.052	0.9512	0.8188	0.4492
0.3	3.321	1.350	1.077	0.9277	0.7408	0.3011
0.4	4.953	1.491	1.105	0.9047	0.6703	0.2018
0.5	7.389	1.649	1.133	0.8824	0.6065	0.1353
0.6	11.03	1.823	1.162	0.8607	0.5488	0.09071
0.7	16.44	2.014	1.191	0.8395	0.4965	0.06081
0.8	24.53	2.225	1.222	0.8187	0.4493	0.04076
0.9	36.60	2.460	1.252	0.7985	0.4065	0.02732
1.0	54.61	2.718	1.284	0.7787	0.3679	0.01831
1.1	81.45	3.004	1.317	0.7596	0.3329	0.01227



$$(1+a)^{-1} = 1 - a + a^2 - a^3 + a^4 - \dots,$$

$$(1-a)^{-1} = 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + \dots$$

又1ヲ1+a及ビ1-aデ割ツテ,上ノ公式ヲ驗算セヨ.

(3) 次ノ場合ノ(1+a)<sup>n</sup>ヲ計算セヨ. a=0.01, 0.001, -0.01, -0.001トシ  
タトキノ, n=2, 3; -1, -2, -3;  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}; -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$ ノ場合.

答トシテハ唯有效數字四桁ヲトルダケデヨイ. 今記述ノ便ノ爲ニ  
1+aヲyト置カウ.

y	答									
	y <sup>2</sup>	y <sup>3</sup>	y <sup>-1</sup>	y <sup>-2</sup>	y <sup>-3</sup>	y <sup>1/2</sup>	y <sup>1/3</sup>	y <sup>1/4</sup>	y <sup>-1/2</sup>	y <sup>-1/3</sup>
1.01	1.020	1.030	0.9902	0.9804	0.9709	1.005	1.003	1.003	0.9955	0.9967
1.001	1.002	1.003	0.9991	0.9782	0.9983	1.001	1.000	1.0005	0.9991	0.9997
0.99	0.9801	0.9703	1.010	1.020	1.031	0.9950	0.9967	0.9975	1.005	1.00335
0.999	0.998	0.997	1.001	1.002	1.003	0.9995	0.9997	0.9998	1.001	1.0003

(4) 次ノ各場合ニ於ケル(1+a)<sup>n</sup>ヲ計算シテ,答ニハ有效數字四桁以上  
ヲ出セ.

yノ値	y <sup>2</sup>	y <sup>3</sup>	$\sqrt{y}$	$\sqrt[3]{y}$	1/y
1.001	1.002001	1.003003	1.0005	1.0003	0.9991
1.01	1.0201	1.0303	1.005	1.003	0.9902
1.1	1.21	1.331	1.049	1.032	0.909
1.5	2.25	3.375	1.225	1.145	0.6667
2.0	4.0	8.0	1.415	1.26	0.50

此ノ手數ヲ掛ケテ求メタ値ニ對シテハ,最初ノ算術ニ依リ,或ハ對數ヲ  
使用シテ驗算シテミルガヨイ.

6.  $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots$  (1) デアルトキ,次ノxノ各値ニ對スル  
ヲ計算セヨ.

xノ値	N即チe <sup>x</sup>
0.001	1.00100
0.01	1.01005
0.1	1.1052
0.2	1.2214
0.4	1.4918
0.7	2.014
1.0	2.71828
1.5	4.4817
2.0	7.389

ココデxハNノ自然對數デアツテ, xガ1ノ  
トキニハ, Nハeツレ自身デアル. 記號 [5]ハ  
1×2×3×4×5ヲ意味スル.

7. 角αハ普通「ラディアン」デ測ラレタモノ  
トスル. 1「ラディアン」ハ57.30度デアル.

次ノ級數ヲ用ヒテ, sin α 及ビ cos α ノ値ヲ有  
效數字四桁マデ計算セヨ.

$$\sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3} + \frac{\alpha^5}{5} - \frac{\alpha^7}{7} + \dots,$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^4}{4} - \frac{\alpha^6}{6} + \dots \quad (2)$$

又 sin α + cos α = 依ツテ tan α ヲモ計算セヨ.

a	sin a	cos a	tan a	角 (度ニテ)
0.001	0.0010	1.0000	0.0010	0.0573
0.01	0.0100	0.9999	0.0100	0.573
0.1	0.0998	0.9950	0.1002	5.73
0.2	0.1987	0.9801	0.2023	11.46
0.4	0.3894	0.9207	0.4228	22.92
0.6	0.5646	0.8253	0.6843	34.38
1.0	0.8416	0.5403	1.5577	57.30
1.5	0.9975	0.0706	14.1589	85.95
2	0.9094	-0.4163	-2.1842	114.60
3	0.1411	-0.9900	-0.1423	171.90

此等ノ値ヲ三角函數表ニ與ヘラレタモノト比較シテ見ヨ.

90°ヨリ大ナル角ノ正弦,餘弦及ビ正切ヲ求メルコトハ§145ニ讀ル.

(1), (2) コレ等ノ級數ノ展開ニ就イテハ, §139, §141ヲ參照セヨ. ソレ迄ハ, 讀  
者ハ唯其ノ眞ナルコトヲ假定シテ計算スレバヨイ.



8.  $t=273+\theta$ ,  $\phi = \log \frac{t}{273}$  デアルトキ, 次ノ  $\theta$  ノ各値ニ對スル  $\phi$  ノ値ヲ求メヨ.

尙一層正確ナ公式ハ次ノ通りデアル.

$$\phi^1 = 1.0565 \log_e \frac{t}{273} + 9 \times 10^{-7} \left( \frac{t^2}{2} - 503t \right) + 0.0902.$$

$\phi^1$  ヲ計算シテ, 計算ノ普通ノ方法デハドレダケノ誤差ガアルカヲ見ヨ.

與ヘラレタリノ値	$t$	答	
		$\phi$	$\phi^1$
0	273	0	...
50	323	0.168	0.1683
100	373	0.3118	0.3134
150	423	0.4375	0.4415
200	473	0.5494	0.5570
250	523	0.6497	0.6628

上ノ  $\phi$  ハ溫度  $0^\circ\text{C}$  ニ於ケル水 1 封度ノ「エントロピー」デアルノデ, 普通之ニ  $\phi_w$  ナル記號ヲ用ヒル.

9. 
$$\phi_s = \log_e \frac{t}{273} + \frac{796.2}{t} - 0.695,$$

デアツテ, 且ツ

$$t = 273 + \theta,$$

デアルトキ, 次ノ  $\theta$  ノ各値ニ對スル  $\phi_s$  ヲ求メヨ.

(1) 攝氏デ測ツタ或ハ溫度ヲ  $\theta$  トスレバ, 此ノ式ノ  $t$  ハ絕對溫度 (absolute temperature) ヲ與ヘル.

(2) 一般ニ溫度  $T$  デアル物體ガ  $dQ$  ダケノ熱量ヲ受ケタトキ, 此ノ物體ハ  $\frac{dQ}{T} = d\phi$  ダケ其ノ「エントロピー」(entropy) ヲ増加シタトイフ. 從ツテ狀態  $A$  ニアル物體ガ, 狀態  $B$  ニ移ツタトキ, 其ノ物體ノ「エントロピー」ハ

$$\int_A^B \frac{dQ}{T} = \phi_B - \phi_A \text{ ダケ増加スル. 即チ, } \phi_A \text{ ハ } A \text{ ニ於ケル「エントロピー」デ}$$

アルトイフ. 之ハ熱力學デ重要ナ事項デアル.

(3) 水 (water) ノ頭文字  $w$  ヲトツテ  $\phi_w$  トシタモノデアル.

與ヘラレタリノ値	0	50	100	150	200	250
$\phi_s$	2.223	1.938	1.752	1.6225	1.537	1.476

(1)  $\phi_s$  ハ溫度  $0^\circ\text{C}$  ニ於ケル蒸氣 1 封度ノ「エントロピー」デアル.

10. ランキン「サイクル」デ動イテキル完全ナ蒸氣機關ノナス仕事ハ, 蒸氣 1 封度毎ニ,

$$W = 1400 \left\{ (t - t_0) - t_0 \log_e \frac{t}{t_0} + L \left( 1 - \frac{t_0}{t} \right) \right\},$$

デアル. 但シ  $L = 796.2 - 0.695t$ .

$t$  ハ供給蒸氣ノ絕對溫度,  $t_0$  ハ排出蒸氣ノ絕對溫度デアルコトニ注意

與ヘラレタリ	$W$	$w$
600	270,300	7.33
550	231,200	8.56
500	184,500	10.73
450	125,600	15.76
400	50,220	39.43

セヨ.

$t_0 = 373$  デアルトキ, 次ノ  $t$  ノ各値ニ對スル  $W$  ヲ求メヨ.

又各場合ニ就イテ,  $w = 1.98 \times 10^6 \div W$  ヲ求メヨ.

此ノ  $w$  ハ毎時 1 指示馬力毎ニ用ヒタ蒸氣ノ重サデアル.

11. 溫度  $0^\circ\text{C}$  ノトキ, 飽和蒸氣ガ 1 平方吋ニ及ボス壓力ノ封度數ヲ  $p$  トスレバ, 次ノヤウナ有用ナ實驗式ガアル.

$$\log_{10} p = 6.1007 - \frac{1518}{t} - \frac{122500}{t^2},$$

但シ  $t = \theta + 273$ .

次ノ各場合ニ於ケル  $p$  ヲ求メヨ.

與ヘラレタリ	60	100	120	140	160	170	180	190	200
計算シタ $p$	2.88	14.70	28.83	52.52	89.86	115.1	145.8	182.4	225.9

12.  $e = 1 - r^{\gamma-1}$ . 但シ,  $\gamma = 1.37$  デアルトキ, 次ノ  $r$  ノ値ニ對スル  $e$  ヲ求メヨ.

(1)  $\phi_s$  ハ蒸氣 (steam) ノ頭文字  $S$  ヲトツテ, 其ノ「エントロピー」ノ記號トシタモノデアル.



r	0.4	0.3	0.25	0.2	0.17	0.14	0.12	0.10
答 e	0.2876	0.3594	0.4013	0.4487	0.481	0.5168	0.5435	0.5734

e ハ オットー「サイクル」ヲ用ヒタ假想瓦斯機關即チ石油機關ノ能率ヲ表ハス。r ハ 餘隙ノ最大體積ニ對スル比デアリ。

13.  $e = 1 - P^{\frac{1}{\gamma} - 1}$ . 但シ  $\gamma = 1.37$  デアルトキ、次ノ P ノ値ニ對スル e ヲ求メヨ。

P	2	6	10	14	18	22	26
答 e	0.1708	0.3835	0.4630	0.5095	0.5419	0.5660	0.585

e ハ プレートン「サイクル」ヲ用ヒタ假想瓦斯機關即チ石油機關ノ「ダイヤグラム」ノ能率デアリ。此ノ P ハ (大氣中デ) 燃焼ガ起ルトキノ壓力デアリ。

14. 長さ l ナル等質ノ兩端支持梁ノ中央ニ荷重 W ガアルトキ、中軸線ニ關スル断面ノ慣性能率ヲ I、ヤングノ彈性率ヲ E トスレバ、中央ニ於ケル撓ミ D ハ 次式ニ依リ與ヘラレル。

$$D = \frac{Wl^3}{48EI}$$

直徑 d ナル圓形断面ノ I ハ  $\frac{\pi d^4}{64}$  デアリ、外直徑  $d_0$ 、内直徑  $d_1$  ノ管デハ  $\frac{\pi}{64}(d_0^4 - d_1^4)$  デアリ、幅 b 厚さ d ナル矩形断面デハ  $\frac{bd^3}{12}$  デアル。又輪縁及ビ桁腹ノ幅 b、深さ d、厚さ t ナル單梁ガ廻轉シテキルトキ、断面ノ I ハ

$$\frac{1}{12} \{ bd^3 - (b-t)(d-2t)^3 \},$$

(1) 廻轉體ヲ構成スル質量 m ナル任意質點カラ、廻轉軸ニ至ル距離ヲ r トシ、物體ノ角速度ヲ  $\omega$  トスレバ、此ノ質點ノ速度ハ  $\omega r$  デアルカラ、此ノ物體ノ有スル「エネルギー」W ハ

$$W = \frac{1}{2} \sum m(\omega r)^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum mr^2,$$

デアリ。此ノ  $\sum mr^2$  ノ値ハ物體ノ大小、形狀、質量及ビ廻轉軸ノ位置ニ依リ一定デアリ。之ヲ慣性能率 (moment of inertia) トイフ。今  $\sum m = M$  トシテ、二三ノ簡單ナ形状ノ物體ニツキ慣性能率ヲ表示スル。(63頁脚註)

デアリ。

又厚さ d ナル梁ノ中央ニ荷重  $W'$  ガアルトスレバ、

$$W' = \frac{8If}{ld},$$

デアリ。但シ、f ハ物質ノ安全應力デアツテ、d ハ断面ノ深さデアリ。

使用サレタ鐵デハ一平方吋ニ就キ、ヤングノ彈性率ガ  $E = 3 \times 10^7$  封度デアリカラ、一平方吋ニ就イテ  $f = 10^4$  封度デアリ。

(1) 断面ガ  $b = 1.2$  吋、 $d = 1.9$  吋ノ矩形デ、長さガ  $l = 60$  吋ノトキ、 $W'$  ヲ求メヨ。又荷重ガ  $W'$  デアルトキノ撓ミ D ヲ求メヨ。

答  $W' = 481.4$  封度、 $D = 0.1053$  吋。

(2) 圓形断面ノ直徑  $d = 3$  吋、長さ  $l = 60$  吋ナルトキ、 $W'$  ヲ求メヨ。又

物 體	大 さ	軸 ノ 位 置	慣性能率
太サ一様ナル棒	長さ l	中心ヲ通過シ、棒ニ垂直	$M \frac{l^2}{12}$
厚サ一様ナル矩形板	邊ノ長さ a, b	中心ヲ通過シ、a 邊ニ垂直	$M \frac{a^2}{12}$
同	同	中心ヲ通過シ、板ニ垂直	$M \frac{a^2 + b^2}{12}$
直 六 面 體	稜ノ長さ a, b, c	中心ヲ通過シ、ab 面ニ垂直	$M \frac{a^2 + b^2}{12}$
圓 板	半徑 a	直 徑	$M \frac{a^2}{4}$
同	同	中心ヲ通過シ、板ニ垂直	$M \frac{a^2}{2}$
直 圓 錐	同	圓錐ノ軸	$M \frac{a^2}{2}$
球	同	直 徑	$M \frac{2a^2}{5}$

(2) 彈性體ニ張力又ハ壓力ヲ加ヘルトキ、其ノ單位面積ニ對スル値ヲ p トシ、力ノ方向ニ於テ、單位ノ長さニ對スル延長又ハ短縮ヲ  $\gamma$  トスレバ、

$$p \propto \gamma, \quad \text{從ツテ} \quad \frac{p}{\gamma} = E.$$

此ノ E ハ比例常数デアツテ、物質ニ依リ一定シテキル。之ヲヤングノ彈性率 (Young's modulus) 或ハ延長ノ彈性率 (stretch modulus) トイフ。ヤング (Thomas Young 1773-1829) ハ英國ノ物理學者デアリ。



荷重が  $W'$  デアルトキノ撓ミ  $D$  ヲ求メヨ.

答  $W'=1767$  封度,  $D=0.0667$  吋.

(3)  $l=350, b=6$  吋,  $d=16$  吋,  $t=0.64$  吋ナル廻轉スル單梁ノ斷面ニ於ケル  $W'$  及ビ荷重ガ  $W'$  ナルトキノ撓ミ  $D$  ヲ求メヨ.

答  $W'=8900$  封度,  $D=0.4254$  吋.

(4) 矩形斷面デ  $d=2b, l=30d$  デアツテ, 荷重  $W=400$  ニ依ツテ撓ミ  $D=0.1$  吋ヲ生ジタトキ,  $d$  ヲ求メヨ. 從ツテ  $b$  及ビ  $l$  ヲ求メヨ.

答  $d=1.8$  吋,  $b=0.9$  吋,  $l=54$  吋.

(5) 中空デ一様ナ梁ノ圓形斷面デ, 厚サガ外直徑ノ五分ノ一, 長サガ外直徑ノ25倍アルトキ, 安全荷重ガ2000封度デアルナラバ, 直徑如何. 此ノ荷重ガ梁ニ懸ツテキルトキ, 撓ミハ如何.

答  $d_0=4.643$  吋,  $D=0.1613$  吋.

(6) 長サ1呎ノ英國徑ノ梁デ, 斷面ガ矩形デ幅1吋, 厚サ1吋ノトキ, 此ノ梁ノ兩端ヲ支ヘルニ其ノ中點ニ於ケル安全荷重  $W'=70$  封度デアツテ, 撓ミガ0.021吋デアルナラバ, 英國徑ノ  $E$  及ビ  $f$  ヲ求メヨ.

答  $E=1.44 \times 10^6$ ,  $f=1260$ .

15. 幅  $b$ , 厚サ  $d$  及ビ長サ  $l$  ナル矩形斷面ノ一様ナ梁ノ兩端ヲ支ヘテ中央ニ荷重ヲ懸ケルトキ, 荷重ガ  $W$  デアルナラバ, 撓ミハ

$$D = c \frac{l^3 W}{bd^3}$$

デアツテ, 安全荷重ハ  $W' = g \frac{bd^3}{l^3}$ ,

デアル. 但シ,  $c$  及ビ  $g$  ハ特定ノ物質ニ依ル常數デアル.

兩端支持梁ガ等布荷重ヲ受ケルトキハ,  $D$  ハ上述ノ値ノ0.625倍デアツテ,  $W'$  ハ上述ノ値ノ2倍デアル.

又兩端固定梁ガ等布荷重ヲ受ケルトキハ,  $D$  ハ上述ノ値ノ $\frac{1}{3}$ 倍デアツテ,  $W'$  ハ3倍デアル.

(1) 厚サ1吋, 幅1吋, 長サ12吋ノ英國徑ノ兩端支持梁ガ中央ニ荷重ヲ受ケルトキハ, 其ノ安全荷重ハ70封度デアツテ, 撓ミ  $D$  ハ0.021吋デアル. 幅8吋厚サ11吋, 長サ20呎ノ英國徑ノ梁ノ中央ニ於ケル安全荷重及ビ其ノトキノ撓ミ  $D$  ヲ求メヨ. 答  $W'=3388$  封度,  $D=0.7635$  吋.

(1) 等布荷重ニ對シ, 問題14ノ場合ノ如ク一點ニ荷重スルヲ集中荷重トイフ.

(2) 前問ニ於テ, 兩端支持等布荷重ノトキ,  $W'$  及ビ  $D$  ヲ求メヨ.

答  $W'=6776$  封度,  $D=0.4772$  吋.

(3) (1) デ述ベタ所ノ代リニ, 兩端固定等布荷重ノトキ,  $W'$  及ビ  $D$  ヲ求メヨ. 答  $W'=10164$  封度,  $D=0.0954$  吋.

16.  $x = 6 \frac{1}{2} \sin 3t, \dots\dots\dots(4)$

$x = 6.7e^{-0.2t} \sin 2.985t, \dots\dots\dots(3)$

$x = 20t^{-2t}, \dots\dots\dots(2)$

$x = 2 \frac{1}{2}(e^{-t} - e^{-2t}), \dots\dots\dots(1)$

次ノ各  $t$  ノ値ニ對シテ, 上ノ四ツノ公式ノ各  $x$  ノ値ヲ求メテ, 此處ニ示シタヤウナ表ニ作レ. 角ハ「ラディアン」デ示スヤウニ期待サレテキル事ヲ忘レルナ.

$t$ ノ 値	(1) カラ計 算シタエ	(2) カラ計 算シタエ	(3) カラ計 算シタエ	(4) カラ計 算シタエ
0	0	0	0	0
0.2	1.634	2.1952	3.546	3.7647
0.4	1.6086	2.4088	5.525	6.21
0.6	1.3607	1.9836	5.461	6.492
0.8	1.1213	1.4515	3.607	4.5027
1.0	0.9195	0.9956	0.7729	0.9393
1.2	0.7525	0.6557	-1.994	-2.9520
1.4	0.6165	0.4197	-3.792	-5.8133
1.6	0.5045	0.2634	-4.137	-6.64
1.8	0.4133	0.1609	-3.082	-5.1493
2.0	0.3382	0.0971	-1.135	-1.86
2.2	0.2770	0.0598	0.9661	2.08
2.4	0.2267	0.0358	2.513	5.2927
2.6	0.1856	0.0213	3.057	6.0567
4.0	0.0459	0.00049	-1.182	-3.572

問題(21)ノ注意ヲ見ヨ. 方眼紙ニエトイトノ相對應スル値ヲ坐標トシ

(1) 問題14, 15等ニ述ベテアル事項ハ桁梁材ニ關スル基礎的ノ事項デアツテ, 一般ニ工學ニ於テ材料強弱學等ニ重要視サレル. 此等ノ事項ニ就イテハ第二十五章ニ詳説スル所ガアル.



テ「グラフ」ヲ描クトキハ、同一ノ振動物體ノ種々ノ程度ノ減衰運動ヲ示ス四ツノ曲線ガ得ラレルデアラウ。(§121参照).

17. 
$$x = a(\phi - \sin \phi),$$
$$y = a(1 - \cos \phi).$$

デアルトキ、 $a=10$  トセヨ。次ノ  $\phi$  ノ各値ニ對スル  $x$  ト  $y$  トヲ計算シテ、ココニ示シタヤウナ表ヲ作レ。  $\phi$  ハ「ラディアン」デ、 $\pi$  「ラディアン」ハ  $180^\circ$  即チ  $2$  直角デアル。後  $x$  ト  $y$  トノ對應スル値ヲトツテ曲線ヲ描ケ。之ヲ「サイクロイド」トイフ。

$\phi$ ノ 値	$x$ ノ 値	$y$ ノ 値
0	0	0
$\frac{\pi}{6}$	0.236	1.338
$\frac{\pi}{4}$	0.783	2.929
$\frac{\pi}{3}$	1.81	5.0
$\frac{\pi}{2}$	5.708	10.0
$\frac{2\pi}{3}$	12.284	15.0
$\frac{3\pi}{4}$	16.491	17.07
$\frac{5\pi}{6}$	21.18	18.662
$\pi$	31.416	20.0

問題(21)ノ注意ヲ見ヨ。

18. 
$$x = a \sin(pt + e) \quad (2)$$

デアツテ、 $a=10$ ,  $p=3\pi$ ,  $e=\frac{\pi}{6}$  即チ  $30^\circ$  デアルトキ、 $t$  ノ 0.06, 0.061, 0.062 ノ各値ニ對スル  $x$  ヲ計算セヨ。答ガ §114 ノ表ノ數ト一致スルカ否カラ調べヨ。

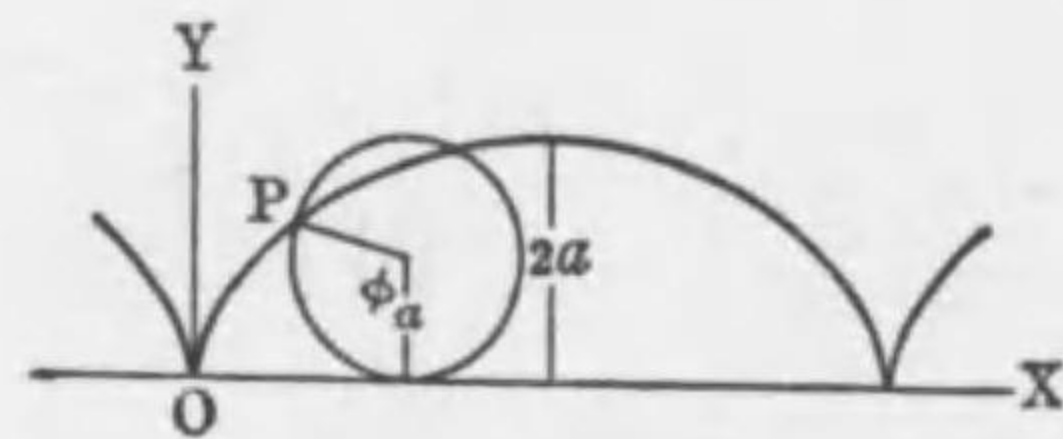
次ニ  $t=0.0605$  及ビ  $0.0615$  ニ對シテ  $ap \cos(pt + e)$  ヲ計算セヨ。

又  $t=0.061$  ニ對シテ  $ap^2 \sin(pt + e)$  ヲ計算セヨ。

此等ノ答ヲ §114 ノ表ノ數ト比較セヨ。

19. 
$$c = \frac{v}{r} \left(1 - e^{-\frac{r}{l}t}\right),$$

(1) 「サイクロイド」(cycloid) ハ又擺線ト譯サレル。半徑  $a$  ナル圓ガ直線上ヲ廻轉スルトキ、其ノ圓周上ノ定點ノ描ク軌跡デアル。詳細ハ §59 例3 並ニ其ノ註(1)ヲ参照セヨ。



〔補〕 第 6 圖

(2) 此ノ式ノ意義ハ §114 デ述ベル所ガアル。

デアツテ、 $v=100$ ,  $r=1$ ,  $l=0.01$  デアルトキ、 $t$  ノ 0, 0.0001, 0.0002, 0.0010, 0.0011, 0.0012, 0.0100, 0.0101, 0.0102 ノ各値ニ對スル  $c$  ノ値ヲ求メヨ。眞ノ答ハ §99 ノ問題 10 ノ表ニアル。

20.  $a=100$ ,  $p=30\pi$ ,  $r=1$ ,  $l=0.01$  デアルトキ、 $t$  ノ 0.0150, 0.0151, 0.0152 ノ各値ニ對シテ次式ノ  $c$  ヲ計算セヨ。

$$c = \frac{a}{\sqrt{r^2 + l^2 p^2}} \sin(pt - e), \quad \text{但シ } e = \frac{lp}{r}.$$

又  $t=0.0151$  ニ對シテ、 $v = a \sin pt$  ヲ計算セヨ。

此等ノ答ヲ §99 ノ問題 11 ノ表ノ數ト比較セヨ。

21. 
$$y = a \sin(bx + c).$$

$a=10$ ,  $b=0.8727$  デアルトキ、次ノ各  $x$  ノ値ニ對シテ  $y$  ノ値ヲ求メヨ。第一ニ  $c$  ガ 0 ナルトキ、第二ニ  $c$  ガ  $\frac{\pi}{6}$  ナルトキ、第三ニ  $c$  ガ  $\frac{\pi}{2}$  ナルトキ、第四ニ  $c$  ガ  $\pi$  ナルトキ。角ハ「ラディアン」デトレ。

與ヘラレ タ $x$ ノ 値	答 $y$ ノ 値			
	$c$ ガ 0 ノトキ	$c$ ガ $\frac{\pi}{6}$ ノトキ	$c$ ガ $\frac{\pi}{2}$ ノトキ	$c$ ガ $\pi$ ノトキ
0	0.0	5.000	10.000	0.0
0.4	3.420	7.660	9.397	-3.420
0.8	6.428	9.397	7.660	-6.428
1.2	8.660	10.000	5.000	-8.660
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
8.0	6.428	9.397	7.660	-6.428

若シ諸君ニシテ、 $90^\circ$  ヨリ大ナル角ノ正弦ヲ求メルコトヲ正確ニ知ラナイナラバ、 $90^\circ$  ヨリ小ナル角ヲ合ム問題ダケヲナセバヨイ。 §145 ヲ研究シタラ、此ノ問題ガ完全ニ出來ルシ、又  $x$  ト  $y$  トノ關係ヲ曲線ニ描クコトモ出來ル。

22. 
$$s = A \sin(nt + e), \quad \text{但シ } n^2 = \frac{g}{Wl}, \quad g=32.2.$$

$h=0.01$ ,  $W=64.4$ ,  $A=1$ ,  $e=0$  ナルトキ、次ノ  $t$  ノ値ニ對スル  $s$  ヲ計算セヨ。

0.0700, 0.0701, 0.0702; 0.1400, 0.1401, 0.1402.

計算ニハ七桁ノ表ヲ用ヒヨ。



此ノ答ヲ §99 ノ問題 12 ノ表ノ數ト比較セヨ。

23. 壓力 1 平方呎ニ就キ  $p_0$  封度, 重サガ 1 立方呎ニ就キ  $w_0$  デアル瓦斯ガ斷熱的ニ孔ヲ通ツテ大氣中ニ流出スルトキ, 若シ壓力ガ  $p$  デアル所デ, 斷面ガ小サク, 其ノ面積ガ  $A$  平方呎ノ流管ヲ考ヘルト,  $v$  ノ場所デノ速度トシ,  $g$  ガ 32.2,  $\gamma$  ハ空氣ナラ 1.4, 乾燥シタ蒸氣或ハ濕ツタ蒸氣ナラバ 1.13 デアルトスレバ,

$$v^2 = 2g \frac{p_0}{w_0} \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(1 - \alpha^{1-\frac{1}{\gamma}}\right), \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{但シ } \alpha = \frac{p}{p_0}$$

且ツ又此ノ流レノ中デ, 毎秒ノ流體ノ重サハ一定デアルカラ,

$$A \sqrt{\alpha^{\frac{2}{\gamma}} - \alpha^{1+\frac{1}{\gamma}}} = \text{常數} \dots\dots\dots(2)$$

トスル。

$p \div 144$	$A$	$v$
100	極メテ大	0
90	0.00732	658
80	0.00541	994
70	0.00489	1245
60	0.00483	1456
57.85	0.00481	1512
55	0.00484	1573
50	0.00488	1708
40	0.00519	1963
30	0.00589	2252
20	0.00743	2654
15	0.00889	2910
10	0.01170	3220
5	0.01430	3506
2.5	0.03306	4214

乾イタ蒸氣或ハ濕ツタ蒸氣ガ此ノ法則ニ從フトイフコトヲ證明スルコトハ餘リ困難デハナイ。丁度  $\gamma=1.13$  ノトキノ瓦斯ノヤウナモノデアル。

ココニハ唯蒸氣ニ對スル答ノミヲ與ヘル。  $p_0=100 \times 144$ ,  $w_0=0.23$ ,  $\gamma=1.13$  フトレ。 (2) フ或ル小サナ常數, 例ヘバ 0.00073 トオイテ, 右ノ  $p$  ノ各値ニ對スル  $v$  及ビ  $A$  ヲ計算セヨ。

〔注意〕  $A$  ハ口ノ所デ極小値トナル事ニ著眼セヨ。然ラバ, ソノ場合ノ  $v$  ハソコニ存在スル性質ノ液體内デ音ガスル速度デアルコトガ示サレルデアラウ。液體ノ流レノ觀察ニ基ヅイタ誤ツタ推論ガ考ヘラレ, 此ノ爲ニ物理學者ヤ工學者ハ, 瓦斯ノ速度ハ音響ノ速度ヨリ大ニハナリ得ナイト想像スル。孔ノ外側ニ於ケル流管ハ斷

面ニ於テ大ニナリ得ル。ソシテ速度モ亦ヨリ大デアルコトニ注意セヨ。摩擦ハナイト假定シタ。又實際ニ於テモ口ニ達スルマデハ摩擦ハナイノデアルガ, 外部ニ向ツテ發散スル流レデハ相當ニ摩擦ガアツテ,  $v$  ノ計算値ニ相當大キナ影響ガアル。

$$24. \text{公式 } \sqrt{\frac{kqr}{2}} \sqrt{\left(1 + \frac{q^2 l^2}{r^2}\right) \left(1 + \frac{s^2}{k^2 q^2}\right)} \mp \left(\frac{q l}{r} - \frac{s}{qk}\right)$$

ニ於テ, 負號ヲトレバ  $h$  ノ値デ, 正號ヲトレバ  $g$  ノ値デアル。次ノ五ツノ場合ニ於ケル  $h$  ト  $g$  トヲ求メヨ。次ノ各場合ハ何レモ標準電話或ハ電信「ケーブル」デアル。

	$q$	$r$	$l$	$k$	$s$	答	
						$h$	$g$
A	5000	88	0	$0.05 \times 10^{-6}$	0	0.105	0.105
B	5000	18	0.0039	$0.008 \times 10^{-6}$	$10^{-6}$	0.0122	0.0302
C	5000	2.97	0.0933	$0.0096 \times 10^{-6}$	$10^{-6}$	0.00281	0.0282
D	5000	12	0.0010	$0.0714 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	0.0382	0.0564
E	60	2.88	0	$0.4095 \times 10^{-6}$	0	0.005948	0.005948

此等ノ答モ §149 ノ問題 9 ノ表ニアル。

25. 問題 24 ニ於テ, 電話ノ電流  $I$  ハ, 前ノ各場合ニ於テ, 距離  $x$  哩デ  $e^{-kx}$  マデ弱クナツテ,  $gx$  「ラディアン」ノ角ダケ遅レル。50 哩ノ距離ニ於テ, 各線ニ就キ弱マリト遅レ(角デ)トヲ求メヨ。即チ次ノ計算ヲセヨ。

$$\text{弱マリ} = e^{-50k}, \quad \text{遅レ} = 50g \times 57.3.$$

次ニ答ヲ示ス。

	A	B	C	D	E
弱マリ	0.0052	0.54	0.868	0.14808	0.743
遅滯角(度)	$300^\circ$	$87^\circ.1$	$80^\circ.5$	$161^\circ.5$	$17^\circ.04$

(1) 電信電話ノ「ケーブル」ハ電纜トモ譯サレル。電線ヲ澤山集メテ束ネタモノヲイフ。此ノ表ニ於ケル A, B, C, ……ハ「ケーブル」ノ名稱デアル。詳細ハ §149 ノ問題 9 ヲ参照セヨ。



26. 電氣傳導ノ問題.

(1) 長サ  $l$ , 直徑  $d$  (共ニ圓デ) ノ圓イ銅線ノ抵抗  $R$  「オーム」ハ次ノ式  
 デ與ヘラレル.

$$R = l\rho \div \frac{\pi}{4}d^2, \quad \text{但シ } \rho = 1.7 \times 10^{-6}.$$

次ノ直徑ノ銅線ト哩ニ對スル  $R$  ヲ求メヨ. 第一ニ

$$R = 0.3482 \div d^2$$

ナルコトヲ示セ.

$d$	1	0.3162	0.1	0.03162	0.01
$R$	0.3482	3.482	34.82	348.2	3482

答  $\beta$  ノ値ヲ下ニ表示スル.

此等ハ電流ガ一定ナルトキノ抵抗  
 デアル.

(2) 前ノ針金ガ振動數  $q/2\pi$  ノ交流  
 ニ用ヒラレルトキハ、次ノヤウナ微小  
 ノ抵抗ノ増加  $\beta$  ヲ受ケル.

$$\beta = \frac{1}{12} \frac{l^2 q^2}{R^2} \div 10^{18}.$$

$\beta = 1.779 \times 10^{-8} q^2 d^4$  ナルコトヲ示

セ.

上ノ直徑ニ就イテ,  $q=500, 1000,$

$2000, 5000,$  或ハ  $10000$  ノ振動數ノ場合ノ  $\beta$  ノ値ヲ求メヨ.

27. 感應「コイル」ノ損失.

(1) 渦流ニ依リ、鐵一立方體毎ニ損失スル「ワット」數  $w_c$  ハ

$$w_c = 4.8f^2 10^{-12} \beta^2 d^2, \quad \text{即チ } 7.6f^2 10^{-12} \beta^2 d^2.$$

ココニ  $f$  ハ振動數,  $d$  ハ鐵ガ針金デアルトキノ針金ノ直徑,  $t$  ハ鐵ガ板狀  
 デアルトキノ板ノ厚サデアル. 且ツ總テ圓デ測ツタモノデ,  $\beta$  ハ一平方  
 種ニ於ケル  $C, G, S.$  單位ニ依ル感應デアアル.

「ヒステレシス」ニ依ル損失「ワット」數  $w_h$  ハ

$$w_h = 2.5f\beta^{16} 10^{-10}.$$

$f=1000, \beta=25$  ナルトキ、此等ノ各値ヲ求メヨ.

$$\text{答 } w_c = 0.003d^2, \quad w_c = 0.00475d^2, \quad w_h = 0.0000431.$$

(2)  $d=0.1, 0.03162$  或ハ  $0.01$  ノトキ,  $w_c/w_h$  ヲ計算セヨ.

$$\text{答 } 0.696, 0.0696 \text{ 及ビ } 0.00696.$$

(3)  $t=0.1, 0.03162$  或ハ  $0.01$  ノトキ,  $w_c/w_h$  ヲ計算セヨ.

$$\text{答 } 1.102, 0.1102 \text{ 及ビ } 0.01102.$$

鐵ハ普通  $t=0.3$  ヲリ薄ク、又針金ハ  $d=0.03$  ヲリ小サイ. ソレ故總テノ  
 實際問題ニ於テハ、渦流ノ起ル爲ノ損失ヨリモ、「ヒステレシス」ノ損失ノ  
 方ガ遙カニ重大デアアル.

28. 如何ナル種類ノ水車「タービン」ニ於テモ,  $P$  ヲ流ノ全馬力,  $H$  ヲ  
 流ノ高サノ呎數,  $n$  ヲ 1 分間ノ廻轉數トシ、水ガ車ニ入ル場所ノ平均半徑  
 ヲ  $R$  呎トスレバ,

$$n = aH^{\frac{5}{2}}P^{-\frac{1}{2}}, \quad R = bP^{\frac{1}{2}}H^{-\frac{3}{2}}.$$

ココニ  $a$  ヤ  $b$  ハ「タービン」ノ種類ニ依ツテ定ル常數デアアル.

(1) 落差ノ少イ或ル種ノ「タービン」ニ製作者ノ添附シタ表カラ、今一  
 例ヲトルニ,  $H=6, P=100, n=50, R=2.51$  トアツタ.  $a$  及ビ  $b$  ヲ求メヨ.

$$\text{答 } a=53.25, \quad b=0.963.$$

今ヤ吾々ハ此ノ製作者ノ表ノ他ノ總テノ數字ヲ再ビ作り出ス事ガ出  
 來ル.

(2)  $H=11, P=80$  ナルトキ,  $n$  及ビ  $R$  ヲ求メヨ.

$$\text{答 } n=119.6 \quad R=1.425.$$

(3)  $n=93$  デアツテ  $H=12.5$  デアルトキ,  $P$  及ビ  $R$  ヲ求メヨ.

$$\text{答 } P=181, \quad R=1.947.$$

(4) トムソン「タービン」(アメリカデハフランス「タービン」ト言ツ  
 テキル.)デハ,  $a=23.75, b=2.373$  デアルコトガ解ツタ.

$H=250, P=74$  ナルトキ,  $n$  及ビ  $R$  ヲ求メヨ. 答  $n=2623, R=0.3247.$

$R=1.84$  デアツテ  $P=95$  デアルトキ,  $H$  ヲ求メヨ. 答  $H=29.22.$

稍程度ノ進ンダ練習問題

1. 地球ノ半徑ヲ  $r$ , 月ノ質量ヲ  $M$ , 地球ノ中心ヨリ月マデノ距離ヲ  
 $l$  トスレバ、地球上最モ月ニ遠イ點及ビ最モ近イ點ニ於ケル月ニ向フ加  
 速度ハ  $M/(l+r)^2$  及ビ  $M/(l-r)^2$  デアル. 此等ノ點ニ於テ潮ヲ起ス運動  
 ハ此等ノ加速度ト地球ノ中心ニ於ケル加速度  $M/r^2$  トノ差デアアル.



r/l ハ極メテ小サイトシテ、此等ノ簡單ナ近似ノ形ヲ求メヨ。

答 r/l ヲ a トオイテ、

$$\frac{M}{l^2} - \frac{M}{(l+r)^2} = \frac{M}{l^2} \left\{ 1 - \frac{1}{(1+a)^2} \right\} = \frac{M}{l^2} \{ 1 - (1-2a) \} = \frac{2M}{l^2} a = 2M \frac{r}{l^3}$$

同様ニシテ

$$\frac{M}{(l-r)^2} - \frac{M}{l^2} = 2M \frac{r}{l^3}$$

斯様ニ潮ヲ生ズル效果ハ距離ノ立方ニ反比例スル。月ノ地球ニ及ボス引力ハ、太陽ノ地球ニ及ボス引力ニ比シ極メテ小サイケレド、月ニ依ル地球上ノ潮ハ太陽ニ依ル潮ノ 2.1 倍デアル。

2. 或ル實際ノ研究ニ用ヒラレル補正公式ハ、

$$y = 0.75 + 2.59x^2 + \sqrt{0.5x - 1} \sin 3x^2 + x \log_e x + 0.3c \dots \dots (1)$$

デアル。但シ、xノ値ガ 0.5 ヨリ小ナルカ、或ハ 1 ヨリ大ナルトキハ、此ノ公式ハ用ヒラレナイトイフ事ハ知レテキル。

之ニ依ツテ數學的ニヤル事ハ殆ンド不可能ノ事ニ屬スル。ソコデ、方眼紙ニ「グラフ」ヲ描イテ求メラレタ次ノ公式ガ其ノ代リニ用ヒラレル。

$$y = 0.11 + 3.833x \dots \dots (2)$$

種々ノ xノ値ニ就イテ、二ツノ公式ヲ比較セヨ。

3. 或ル装甲船ニ於テ、眞ノ磁針ノ北ヨリ標準「コンパス」ノ「フレ」ハ東ニ D 度 (Dハ次ノ式デ與ヘラレル。) デアルコトヲ發見シタ。其ノ時、船ノ進路ハ標準「コンパス」ノ北トリノ角ヲナシテキタ。(θハ時計ノ針ノ方向ニ測ツタ角。) 即チ

$$D = 15 \sin (\theta + 25^\circ) + 2 \sin 2\theta.$$

0° ヨリ 360° マデ 16 ノ値ニ對スル D ヲ計算セヨ。ソシテ之ヲ方眼紙上ニ描ケ。或ル木造船デハ、之ガ

$$D = 5 \sin \theta + 0.8 \sin 2\theta.$$

デアル。之ニ就イテモ同様ニヤツテ見ヨ。

θ' ヲ船ノ進路ト眞ノ磁針ノ北トノナス角トスル。即チ θ' = θ + D。各上ノ場合ニ就キ、θ' ト D トヲトツテ方眼紙上ニ「グラフ」ヲ描ケ。

4. 一分ノ經度ガ常ニ等長デアル所ノメルカトールノ地圖<sup>(1)</sup>ニ於テハ、緯度 l ノ地點ガ赤道カラノ距離 m ハ

$$m = \frac{5400}{\pi} \log \frac{1 + \sin l}{1 - \sin l}$$

(尤モ、之ハ地球ガ球デアルト假定シテノ事デアル。) 二三ノ緯度ニ就イ

テ計算セヨ。ソシテ航海者ガ m ヲ「子午線緯度」ト呼ンデキル所ヲ見ヨ。

赤道ニ接近シタ所デハ m ハ即チ緯度ノ分数ニ等シイ。

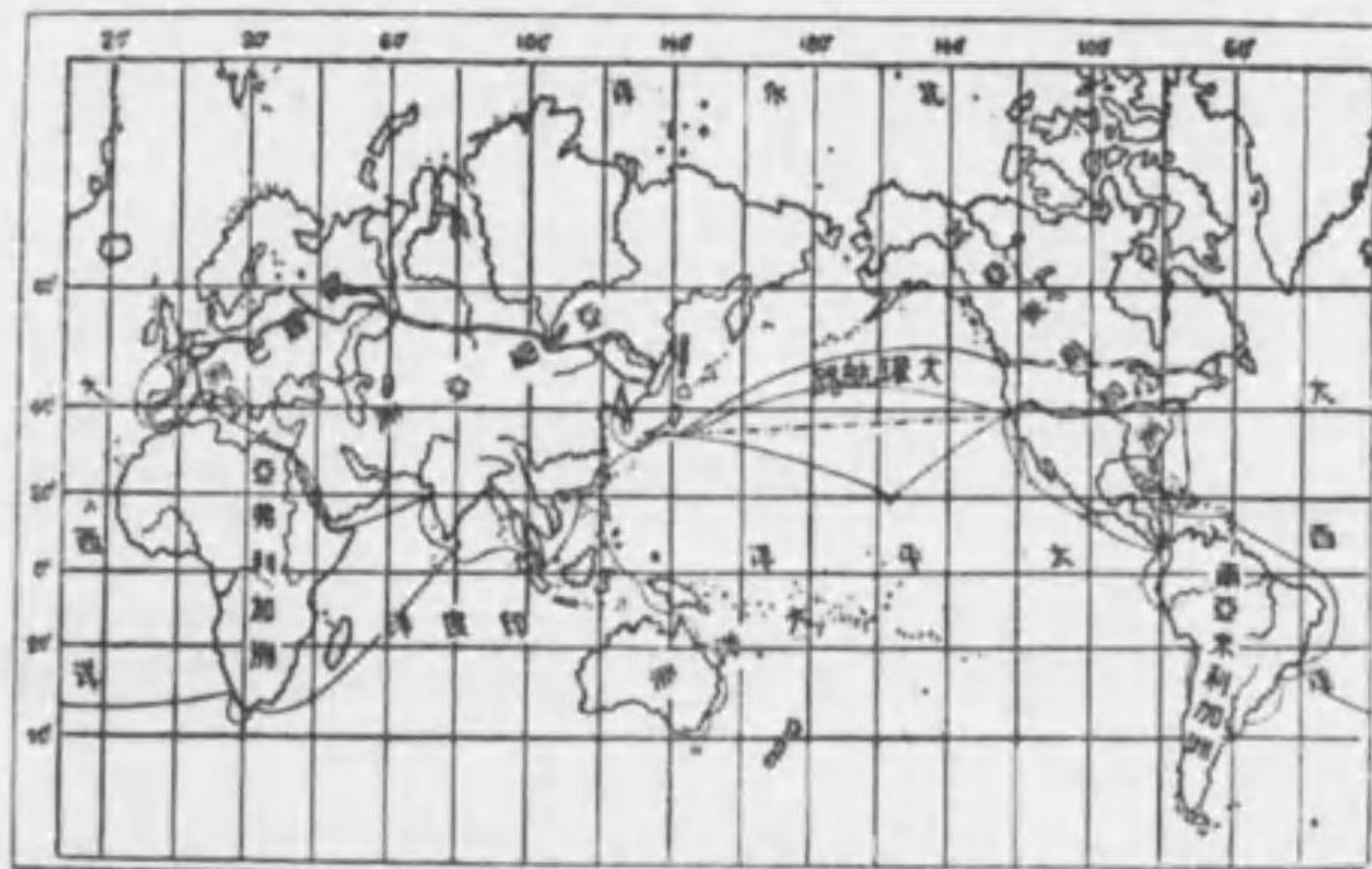
$$5. \quad y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2} \quad \text{且ツ} \quad z = \frac{hx^2 / \sqrt{\pi}}{x^2 + x^2}$$

$$\text{但シ} \quad \alpha = \frac{0.4769}{h}$$

xノ 0 カラ ∞ ニ至ル多クノ値ニ對シテ、yトzトノ値ヲ比較セヨ。

第一、h=1; 第二、h=10; 第三、h=100 ノトキニ就イテナセ。

(1) 獨逸ノ地理學者メルカトール (1512-1594) ノ創製ニカカル地圖ノ描キ方デアツテ、圓錐投影圖法ノ一デアル。此ノ圖法デハ經線、緯線共ニ直線デアツテ、經線間ノ距離ハ等距離ニ現ハレ、緯線間ノ距離ハ赤道ヲ離レ兩極ニ至ルニ從ヒ、上式ニ依リ擴大サレテ現ハレル。故ニ漸長圖法トモ言ハレル。次ニ一例ヲ示ス。



[補] 第 7 圖。メルカトール圖法ニ依ル世界地圖

次ニ此ノ圖法ニ依ル赤道ヨリノ漸長距離ヲ表示スル。

緯 度 l	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
漸長緯線 m	553	1111	1678	2258	2857	3482	4139	4838	5594

緯 度 l	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°
漸長緯線 m	6412	7326	8361	9568	11027	12889	15494	19927	∞



### 第六章 測 量

#### § 29. 幾何學

幾何學ハ代數學ヨリモ早ク教ヘテハナラナイ。學生ハ公式ヲ評價スル方法ヲ知ルヤ否ヤ次ノヤウナ課程ヲトツテ進ムカモ知レナイ。即チ彼ノ研究ヲ實用幾何學ニ依ツテ證明シ、又彼自身ノ觀測ヤ教師ノ言葉カラ或ル事項ガ眞ナル事ヲ假定シ、之ヨリ眞デアル事ガ明ラカデナイ他ノ事項ノ眞ナル事ヲ證明シナケレバナラナイ。

教師ガ實用幾何學デ冗長ナ而モ無用ナ課程ヲ與ヘタリ、或ハ抽象的推理ノ長イ課程ヲ與ヘタリスル事ハ危險デアル。總テノ人ガ自分ニ興味ヲ持ツテキル事物ヲ考ヘルトキ用ヒル推理ヲ使ツテ、普通ノ學生ガ興味ヲ有スルヤウナ題目ヲ常識的ニ取扱フコトハ望マシイ所デアル。ココニ一種ノ要目ガアル。

通常ノ定義。度、「ラディアン」直角及ビ週轉ヲ單位トスル角ノ測リ方。任意ノ三角形ヲ描キ、各角ヲ測ツテ之ヲ加ヘヨ。此ノ圖解ニ依ル方法ノ正確サヲ吟味セヨ。任意ノ角及ビ任意ノ直線ヲ二等分セヨ。直線ニ垂線ヲ立テヨ。三邊、又ハ二邊ト夾角、又ハ二角ト其ノ間ノ邊ガ與ヘラレタトキ、三角形ヲ作レ。平行線ヲ引ク方法ヲ研究セヨ。三角形ノ底邊ニ平行ニ引イタ直線ハ他ノ邊ヲ比例スル部分ニ分ケルト言フ事實ヲ熟知セヨ。三角形ノ一角ノ二等分線ハ對邊ヲ他ノ二邊ノ比ニ分ケル事ヲ證明セヨ。等角三角形ニ於テハ三邊ハ同シ比ヲナス。與ヘラレタ分割線分ノ各部分ニ比例スルヤウニ一直線ヲ分割セヨ。

方眼透寫紙ノ細長イ片ヲ用ヒテ、直線ヲ或ル比ヲナスヤウニ速カニ分割スル圖示法ヤ、或ハ圖ニ依ツテ仕事ヲ助ケル其ノ他ノ方法ハヨク記憶スベキモノトシテデハナク、唯單ニ説明ノ練習問題トシテ學生ニ與ヘラルベキモノデアル。何トナレバ、賢明ナ學生

ハ若干ノ重要ナ法則ノミヲ記憶スルカラデアル。此ノ仕事ニ於テ始メ學生ハ直角三角形ヲ描キ、各邊ヲ測リ、各角ノ正弦、餘弦、正切等ヲ計算シ、表ニ依ツテ與ヘラレルモノト比較シナケレバナラナイ。カクテ、若シ彼ガ之ハ三角法ト云フ新シイ非常ニ進シダ科學デアルト聞カサレテモ驚カナイナラバ、高サト距離トニ關スル簡單ナ問題ヲ解クノニ何等ノ困難ヲモ感ジナイデアラウ。<sup>(1)</sup>

ココニ證明シ、練習シ、注意シナケレバナラナイ極ク僅カノ重要ナ原理ガアル。

相似ナ平面圖形又ハ其ノ他ノ圖形ヲ定義セヨ。相似形ノ面積ハ其等ノ相似ナ次元ノ平方ニ比例スル。<sup>(2)</sup> 相似立體ノ體積ハ其等ノ相似ナ次元ノ立方ニ比例スル。<sup>(3)</sup>

平行四邊形ノ面積ハ一邊ノ長サニ此ノ邊ト此ノ邊ノ對邊トノ間ノ垂直距離ヲ乘シタ積デアル事、又三角形ノ面積ハ一邊ト其ノ對角頂カラノ垂線トノ積ノ半分デアル事ヲ證明セヨ。又此ノ結果ハ、二邊ノ長サト其ノ二邊ノ夾角ノ正弦トノ相乘積ノ半分ト同シデアルカ否カラ檢ベヨ。

平行四邊形ニ於テハ、其ノ對角線ハ圖形ヲ全ク二等分スル事ヲ證明セヨ。直角三角形ノ三邊ノ長サノ平方ノ間ノ關係ヲ證明シ、且ツ

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1,$$

ナル事ヲ證明セヨ。

私ハ此ノ事ハ總テ驚ク程輕ンセラレテキル事ヲ恐レル。幾何學の哲學ヲ算術的ノ手品ニヨツテ置キカヘタノデアルト言フ考ヘテ、現代ノ數

(1) 三角法ニ關スル問題ヲ、單ニ初等代數學ヤ初等幾何學ノ應用練習問題トシテ極メテナガラカニ排列シタ實例ノ典型ハ、本叢書第四篇ノ次ノ書ニ見ラレル。參照セラレヨ。

新宮恒次郎譯。ラッゲークラーク、初等數學ノ基礎。(第六章)。

(2) “相似多角形ノ面積ハ一邊ノ自乘ニ比例スル” “圓ノ面積ハ半徑ノ自乘ニ比例スル” 等ノ定理ヲ總括シタ定理デアツテ、閉曲線(楕圓等)ニ圍マレタ面積ノ場合デモ含ムモノデアル。

(3) 球ノ體積ガ半徑ノ三乗ニ、立方體ノ體積ガ一稜ノ三乗ニ、相似多面體ノ體積ガ一稜ノ三乗ニ比例スル事等ヲ總テ含ム言ヒデアル。



學者ハ輕蔑シテキル。併シ、若シユークリッドガ算術ニ就イテカクモ絶望スル程無智デナカツタナラバ、ユークリッドサヘモ私ノ方法ヲ用ヒナカツタカドウカトイフ事ハ誰モ斷言ハ出来ナイ。或ハ私ノ方法ヲ用ヒタカモ知レナイ。

ユークリッドノ第二卷ノ始メノ10個ノ命題ハ、或ル初歩ノ代數的叙述ト全く同一デアリ、又第14ノ命題ハ開平法デアル。一數 $n$ ヲニツノ部分 $x$ ト $n-x$ トニ分ケテ、 $n(n-x)=x^2$ ナルヤウニセヨ。之ハ第11ノ命題デアル。三角形ノ二邊ト其ノ夾角トヲ與ヘテ、(1)第三邊ヲ、(2)他ノ二角ヲ求メル方法ヲ示セ。

三角形ノ解法ハ出来ルダケ容易ニ行ハレナケレバナラナイ。而シテ此ノ事ハ、若シ教師ガ通常學生ノ前ニ置カレル澤山ノ非本質的ナ事柄ニ氣ガ附キサヘスレバ、何等ノ困難モナイノデアル。今日殆ンド總テノ人々ハ、三角形ノ解法ノ周圍ニ生ジタ非本質的(試驗ノ目的ヲ除イテ)無用物ノ如何ナル部分ヲモ必要トシナイ。此等ハ少數ノ測量者ヲ除イテハ、全く使用サレナカツタ。而カモ測量スル事ヲ専門ニシテ居ル測量者モ今日デハ全く測量ヲシナイ。ソレハ今日デハ陸軍測量地圖ガアルカラデアル。

### § 30. ユークリッドノ原本(一)

私ハ是迄ユークリッドノ第一卷及ビ第二卷ニ就イテ述ベテ來タ。之ハ普通ノ學生ニ容易ニ興味ヲ起サセ、又普通ニヤラレルヤウニ極メテ人ヲ恍惚タラシメルモノデアル。三角法ハ最も初歩ノ代數學ノ二三行ト同ジイ。即チ、若シ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ナラバ、 $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ デアルトイフヤウナ所デアル。私ハ總テノ斯様ナ命題ノ最モ一般的ナモノ、即チ、

(1) ユークリッド (Euclid, 紀元前 330年頃—275年頃)ノ著デアルト言ハレル Elements(幾何學原本)ハ 13 卷ヨリ成リ、其ノ始メ 6 卷ニ平面幾何學ガ叙述シテアル。ユークリッドノ名ハ多ク此ノ書物ノ名トシテ用ヒラレ、特ニ英國ニ於テハ此ノ幾何學原本ヲ幾何學教科書ノ典型トシテキタノデ、ユークリッドトハ即チ幾何學ソノモノヲ指ス風ガアル。

若シ、 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ナラバ、 $\frac{ma+nb}{pa+qb} = \frac{mc+nd}{pc+qd}$ デアル。(1)

トイフ命題ヲ學生ノ腦裡ニ印象ヅケタイト思フ。ココニ $m, n, p, q$ ハ如何ナル數デアツテモヨイ。

### § 31. ユークリッドノ原本(二)

ユークリッドノ第三卷ニ關シテハ、私ハ圖ニ依ツテ命題 1-19ヲ説明スルダケデアル。又其ノ證明ハ不要デアルト認メル。次ノ命題ノ中ノ或ルモノニ關シテハ、僅カノ抽象的推理ガアルカモ知レナイ。併シ之ハ學生ガ實驗實測ニヨツテ其ノ眞ナル事ヲ説明シテ始メテノ事デ、ソレマデハ抽象的推理ヲシナイ。

同ジ弧ノ上ニ立ツ中心角ハ圓周角ノ二倍デアル事及ビ同ジ弓形内ノ角ハ相等シイ事ヲ證明セヨ。半圓内ノ角ハ直角デアル事、尙又圓ニ内接スル四邊形ノ兩對角ノ和ハ $180^\circ$ デアル事ヲ證明セヨ。又切線ト弦トノ間ノ角ハ、コノ弦ニヨツテ切り取ラレル一方ノ弧ノ上ニ立ツ圓周角ニ等シイ事ヲ證明セヨ。圓ノ弦ガ互ニ内分又ハ外分シテキルトキニハ、各部分ノ積ハ相等シイ事ヲ證明シ、此等ノ弦ノ一ツガ切線デアル所ノ特殊ノ場合ヲ考察セヨ。

ユークリッドノ第四卷ニ於テハ、唯一ツノ事項ヲ附ケ加ヘル必要ガアル。——即チ、

與ヘラレタ三角形ニ圓ヲ内接サセル、

(1)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$  トオケバ、 $a = bk, c = dk$ 。之ヲ代入シテ、

$$\frac{ma+nb}{pa+qb} = \frac{b(mk+n)}{b(pk+q)} = \frac{mk+n}{pk+q} \quad \frac{mc+nd}{pc+qd} = \frac{d(mk+n)}{d(pk+q)} = \frac{mk+n}{pk+q} \quad \text{トシテ}$$

證明サレル。

(2) 此ノ弦ハ切點ヲ通ルコトヲ要スル。

(3) 此ノ角内ニアル弧ヲトレバヨイ。弓形トシテ考ヘレバ此ノ角外ノ弓形ヲトルベキデアル。



方法デアル。

ユークリッドノ第七、第八、第九及ビ第十卷ハ算術ニ關係スル事  
項ヲ取扱ツテキルカラ、私ガココデ述ベル必要ハナイ。ユークリ  
ッドハピタゴラスヤプラトノ數ニ就イテノ神秘的哲學ニハ服  
シナカツタ。併シ、此等ノ本ハアラユル見地カラ全く不必要デア  
ツテ最モ純正ナ學者ブル人デサヘモ、此等ノ本ヲ初等算術デ置キ  
カヘル事ヲ承認スル。故ニユークリッドノ其ノ他ニ就イテ、又ユ  
ークリッドノ改造ニ於ケル總テノ近代ノ要求ニ就イテ、或ル希望  
ガアル。即チ早晚吾々ノ學校教授カラソレヲ省ク事デアル。

### § 32. 測 量

測量ノ法則ハ公式トシテ述べラレ且ツ、若シソノ證明ガ容易デ  
アルナラバ、ソレハ幾何學的仕事ノ一部分トシテ證明サレナケレ  
バナラナイ。幾何學ト測量トガ實際ニ同一ノモノデアルノニ、兩  
者ノ間ニ現今ノヤウナ不自然ナ區別ノ存スルト言フ事ハ、確カニ  
嫌ハシイ事デアル。又、算術ニ就イテ無智デアツタユークリッド  
ガソレヲ用ヒナカツタ言フ理由デ、今日吾々ガ知ツテキル算術  
ヲ輕蔑スルノモ亦忌ハシイ事デアル。

平行四邊形ノ面積ノ中心ハ兩對角線ノ交點デアル。三角形ノ  
面積ノ中心ハ一ノ中線ニ沿ウテ對角頂ノ方ニ三分ノ一ノ點デ  
アル。圓ノ周圍ハ  $3.14159d$ 、即チ  $\pi d$  デアル。圓ノ面積ハ  $\frac{\pi}{4}d^2$ 、又ハ  
 $\pi r^2$  デアル。不正多角形ノ面積ハ、コレヲ三角形ニ分ケ、其ノ三角  
形ノ面積ヲ加ヘ合セテ求メラレル。梯形ノ面積ハ、平形ナ二邊ノ  
和ト共等ノ間ノ垂直距離トノ相乗積ノ二分ノ一デアル。弓形ノ

(1) 幾何學原本第七卷ヨリ第十卷マデハ整数ノ性質、無理數等ノ數ノ理論ガ載セ  
テアル。例ヘバ第九卷ニハ素數ノ數ガ無限デアルトイフ定理ノ證明ガアリ、第十  
卷ニハ通約シ得ベカラザル量ノ理論ガアル。

面積：一同ジ弧ヲ有スル扇形ノ面積ヲ求メ、(中心角ガ  $\theta$  「ラデ、ア  
ン」デアルナラバ、 $\frac{1}{2}$  弧  $\times$  半徑、即チ  $\frac{1}{2}r\theta^2$ 、次ニ其ノ弦ト二ツノ半徑  
トデ作ラレル三角形ノ面積ヲ求メ、兩者ノ差ヲ作レ。(1)

正確ナ値ニ可成リ接近シタ近似値ノ答ヲ得ル面白イ法則ガアル。即チ次ノ通りデアル。

半圓ヨリ小ナル弓形ノ面積。

$$h \text{ ヲ高サトシ、} c \text{ ヲ弦トスレバ、}^{(2)}$$

$$\text{面積} = \frac{h^3}{2c} + \frac{2}{3}ch.$$

圓弧ノ長サ  $s$  ヲ求メル近似的法則。

$$s = \frac{1}{3}(8l - L).$$

但シ、 $l$  ハ弧ノ半分ノ弦デアツテ、 $L$  ハ弧全體ノ弦デアル。

學生ニハ少數ノ測量ノ法則ヲ記憶サセレバヨロシイ。學生ニトツテ  
最モ重要ナ事ハ、ヤラネバナラヌ問題ニ直面シタトキニ、此等ノ法則ガ明  
瞭ニ叙述シテアル本ヲ直チニ引證スルコトガ出來ル事デアル。實際ノ  
仕事デハ人ハ手引トシテ如何ナル本ヲ引證シテモ宜ロシイ。故ニ私ニ  
其ノ方法ガアルナラバ、試験ニ於テモ、各志願者ガ自分ノ愛讀スル教科書  
ヲ試験場ニ持込ムコトヲ許可スベキデアルト信ズル。

ユークリッドノ第十一、第十二卷ハ今ヤ畫法幾何學及ビ測量デ  
置換ヘラレテキル。

點及ビ直線ノ射影。直線及ビ平面ノ追跡。

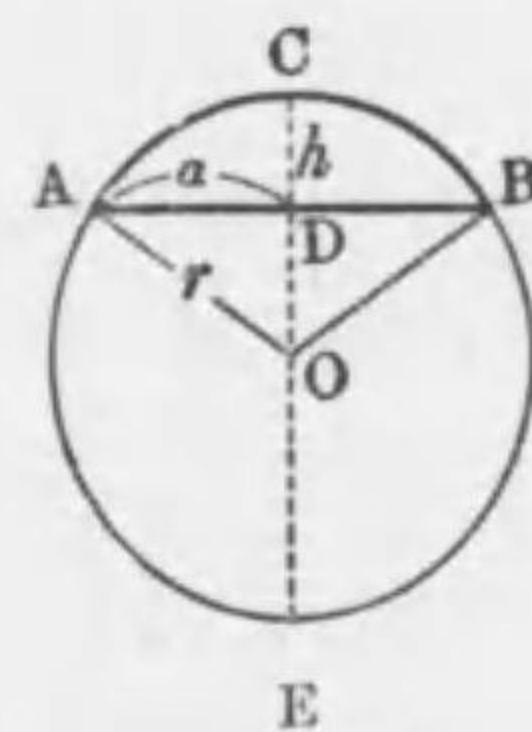
(1) 弓形  $ACB$  = 扇形  $O-ACB$  -  $\triangle OAB$ .

(2) 此ノ式ヲ用ヒナイデ始メカラ弓形ノ面積ヲ求メ  
ヨウトスレバ、弦ノ半  $AD = a$ 、高サ  $CD = h$  トシテ

$$\frac{ED}{a} = \frac{a}{h}. \quad \therefore ED = \frac{a^2}{h}. \quad \text{從ツテ圓ノ直徑ハ}$$

$$h + \frac{a^2}{h}, \quad \text{半徑ハ } r = \frac{1}{2} \left( h + \frac{a^2}{h} \right) \text{ トナル.}$$

從ツテ  $\sin \angle AOD = \frac{a}{r}$ 、或ハ  $\tan \angle AOD =$  依リ扇形  
ノ角  $\angle AOB$  ヲ求メレバヨイ。



(補) 第 8 圖



二ツ或ハ三ツノ平面ヲ與ヘ、之ヲ追跡シテ其等ノ平面ガ互ニ作ル交線及ビ角ヲ求メヨ。與ヘラレタ一直線ト一點トヲ含ム平面、或ハ與ヘラレタ三點ヲ含ム平面ヲ求メヨ。與直線ト與平面トナス交點及ビ角ヲ求メヨ。與ヘラレタ二直線ノ間ノ角ヲ求メヨ。等々。普通ノ學生ハ圓錐及ビ圓錐、及ビ其ノ交線ニ關スル簡單ナ問題ヲヤル事ガ容易デアル事ハ、直グニ知ル事ガ出來ル。

問 題

1. 或ル銅ノ圓盤ノ直徑ガ3.2吋アル。其ノ周圍ヲ求メヨ。又其ノ面積ハ何程デアルカ。  
答 10.05吋, 8.94平方吋.
2. 面積20平方吋ナル圓ノ直徑ト其ノ圓周トヲ求メヨ。  
答 5.04吋, 15.8吋.
3. 梯形ガアル。其ノ平行二邊ノ長サハ2.16呎及ビ3.25呎デアツテ、垂直距離ハ1.57呎デアル。面積ヲ求メヨ。  
答 4.25平方呎.
4. 弓形ガアル。弦ハ8.56吋デアツテ、高サハ3.14吋デアル。其ノ半分ノ弧ノ長サヲ求メヨ。又其ノ弓形ノ面積ハ如何。  
答 5.31吋, 19.77平方吋.
5. 直圓錐ノ曲面積ハ、圓周ト高サトノ相乘積デアル。直徑4.5吋、高サ7吋ノ圓錐ノ曲面積如何。  
答 98.96平方吋.
6. 直圓錐ノ曲面積ハ底面ノ圓周ト斜高トノ相乘積ノ $\frac{1}{2}$ デアル。底面ノ半徑2.6吋、鉛直ノ高サ5.2吋ナル圓錐ノ斜高及ビ曲面積如何。  
答 5.815吋, 47.5平方吋.

學生ハ平行ナ端面ヲ有スル角錐及ビ圓錐ノ形、及ビ一般ニ圓錐、角錐ノ形ヲ知ツテキルモノト思フ。角錐ノ體積ハ常ニ底面積ニ

(\*) 幾何學原本第十一、第十二卷ハ立體幾何學ノ初歩ヲ講述シタモノデ、第十一卷ニハ初歩ノ定理ヲ、第十二卷ニハ角錐、角錐、圓錐、圓錐及ビ球ノ關係ヲ論ジテアル。(第十三卷ハ正多角形ヲ論ジ、終リノ方ニハ五個ノ正多面體ニ及ンデキルノデ、普通此ノ三卷ヲ立體幾何學ノ部分トスル)。

垂直ノ高サヲ掛ケタモノ、即チ換言スレバ、截面ノ面積ニ軸ニ沿ウタ長サヲ乘ジタモノデアル。角錐ノ軸ハ端面ノ重心ヲ通ル。角錐ノ重心ハ軸ノ中點デアル。

角錐又ハ圓錐ノ體積ハ底面積ト底面カラ頂點マデノ垂直ノ高サトノ相乘積ノ三分ノ一デアル。直圓錐ノ重心ハ底面カラ軸ニ沿ウテ $\frac{1}{4}$ ノ所ニ在ル。カヤウナ物體ノ軸ハ底面ノ面積ノ中心ト頂點トヲ通ル。曲面積ハ實用幾何學ニヨツテ容易ニ求メラレル。直圓錐ノ曲面積ハ底面ノ圓周ト斜高トノ相乘積ノ $\frac{1}{2}$ デアル。

若シ、 $A$ ガ圓錐臺<sup>(1)</sup>ノ底面積デアツテ、 $a$ ガ他ノ平行端面ノ面積デアリ、又 $h$ ガ高サデアルナラバ、其ノ體積ハ $h$ ト $\frac{1}{3}(A+a+\sqrt{Aa})$ トノ相乘積デアル。

環ノ體積ハ其ノ截断面ノ面積ノ中心ヲ通ル圓ノ周ニ截断面ノ面積ヲ乘ジタモノニ等シイ。故ニ、若シ $R$ ガ中心圓ノ半徑デアツテ、 $a$ ガ環ノ圓形断面ノ半徑デアルナラバ、其ノ體積ハ

$$V=2\pi R \times \pi a^2, \quad \text{即チ } 2\pi^2 Ra^2 \dots \dots \dots (1)$$

此ノ法則ノ證明ハ§33ニアル。

環ノ面積ハ截断面ノ周圍ニ、其ノ周圍ノ中心ヲ通ル圓ノ周ヲ乘ジタモノデアル。故ニ上ノヤウナ圓形断面ノ環ノ面積 $A$ ハ

$$A=4\pi^2 Ra \dots \dots \dots (2)$$

此ノ法則ノ證明ハ§33ニアル。

球ノ表面積。直徑ト圓周トノ積、又ハ大圓ノ面積ノ4倍、即チ

$$S=\pi d^2 \text{ 又ハ } 4\pi r^2 \dots \dots \dots \text{ デアル。}$$

直圓錐ノ曲面積。圓周ト高サトノ積、即チ $S=2\pi rL$ 。

球分<sup>(2)</sup>ノ曲面積ハ球分ト同ジ高サデ、球ノ大圓ヲ底面トスル圓錐

(1) 一般ニ圓錐臺、角錐臺ノ如キ立體ヲ截頭體 (frustum) トイフ。



ノ曲面積 = 等シイ。<sup>(3)</sup>

楕圓ノ面積. 長軸ト短軸ト  $\pi/4$  トノ相乗積. 若シ軸ノ半分ノ長サガ夫々  $a$  及ビ  $b$  デアルナラバ,  $A = \pi ab$ .<sup>(4)</sup>

球ノ體積.  $\frac{\pi d^3}{6}$  又ハ  $\frac{4\pi r^3}{3}$ .

平板ノ體積. 平板ノ面積ト其ノ厚サトノ相乗積.

球分ノ體積. 球ノ直徑ノ3倍カラ球分ノ高サノ2倍ヲ減ジ其ノ殘リニ高サノ自乗ヲ掛ケ, 之ニ  $\pi/6$  即チ 0.5236 ヲ乗ゼヨ.

學生ハ此ノ法則ヲ公式トシテ書キ表ハス場合ニハ, 常ニ其ノ重要ナ事ヲ注意シナケレバナラナイ.

例. 中空ナル圓錐ガアツテ, 其ノ外半徑  $R$ , 内半徑  $r$ , 長サ  $l$  デアル. 其ノ體積ヲ  $V$ , 曲面積ヲ  $S$ , 重サヲ  $W$  トスレバ, (單位體積ノ重サヲ  $w$  トスル);

$$V = \pi(R^2 - r^2)l,$$

$$S = 2\pi(R+r)l,$$

$$W = \pi w(R^2 - r^2)l.$$

サテ, 單ニ  $V$  ヲ  $S$  ヲ  $W$  ヲ計算スル事ヲ要求サレルノミデナク,  $V$  ヲ  $S$  ヲ  $W$  ヲ與ヘテ半徑ヤ長サヲ計算スル事ヲ求メラレルカモシレナイ.

7.  $R=2, r=1, l=5$  ナルトキ,  $V$  ト  $S$  トヲ求メヨ.

答  $V=47.12, S=94.25$ .

8.  $V=160$  立方吋,  $l=7$  吋,  $r=2$  吋.  $R$  ヲ求メヨ. 答  $R=3.358$  吋.

9.  $W=20$  封度,  $R=4$  吋,  $r=2.5$  吋,  $w=0.3$  封度, (1立方吋ニ就イテ) ナルトキ,  $l$  ヲ求メヨ. 答  $l=2.177$  吋.

10.  $V=230$  立方吋,  $S=110$  平方吋ナルトキ,  $R-r$  ヲ求メヨ.

(2) 平行ナ二平面ノ間ニアル球ノ部分ヲ球分トイヒ, 其ノ平行平面ニ依ル球ノ截面ヲ球分ノ底, 兩底ノ間ノ距離ヲ其ノ高サトイフ. 尙二平行平面ノ一ガ球ノ切平面デアルトキハ其ノ球分ヲ球分トイフ.

(3) 球分ノ曲面ヲ球帶, 球ノ曲面ヲ球面トイフカラ, 此ノ定理ハ次ノ如ク言ハレル. “球帶及ビ球面ノ面積ハ其ノ大圓ノ周ト高サトノ積ニ等シイ.”

(4)  $a, b$  ハ即チ夫々楕圓ノ長徑, 短徑デアルカラ, 之ハ普通次ノヤウニ言ハレル. “楕圓ノ面積ハ長徑ト短徑トノ積ニ圓周率ヲ乗シタモノニ等シイ.”

$V$  = 對スル公式ヲ  $S$  = 對スル公式デ割レバ,

$$\frac{230}{110} = \frac{1}{2}(R-r), \text{ 故ニ } R-r=4.182,$$

ヲ得ル. 上ニ與ヘラレタ環ニ關スル公式ヲ用ヒレバ,

$$V=2\pi^2 Rr^2, \quad A=4\pi^2 Rr.$$

11.  $R=5, r=1$  ナルトキ,  $V$  及ビ  $A$  ヲ求メヨ.

答  $V=98.68, A=197.4$ .

12.  $A=230$  平方吋,  $V=190$  立方吋ナルトキ,  $r$  ヲ求メヨ.

答  $V/A = \frac{1}{2}r$ . 故ニ  $r = 2 \times \frac{190}{230}$ , 即チ 1.652 吋.

コノトキ  $R$  ハ 3.526 ナルコトガ解カル.

13.  $V=120$  立方吋,  $R=10$  吋ナルトキ,  $r$  ヲ求メヨ. 答  $r=0.7793$ .

14. 球殼ガアツテ, 其ノ外徑ハ 12 吋, 重サハ 100 封度デアアル. 其ノ物質ハ 1 立方吋ノ重サガ 0.26 封度デアアル. 内徑ヲ求メヨ. 今コレヲエト名ヅケレバ,

$$(12^3 \times 0.5236 - x^3 \times 0.5236) \times 0.26 = 100.$$

故ニ,  $x=9.977$  (吋) ナル事ハ容易ニ知ラレル.

15. 眞鍮(1立方吋ノ重サ 0.3 封度) 製ノ中空ナル圓錐ガアツテ, 長サ 11 吋, 内徑 4 吋, 重量 40 封度デアルトイフ. 其ノ外徑ヲ求メヨ. 今, コレヲエト名ヅケレバ,

$$(x^2 \times 0.7854 - 4^2 \times 0.7854) \times 11 \times 0.3 = 40.$$

故ニ,  $x=5.607$  ナル事ハ容易ニ知ラレル.

16. 鑄鐵(1立方吋ノ重サ 0.26 封度) 製ノ車輪ノ輪縁ガアツテ, 其ノ重サハ 20,000 封度デアアル. 其ノ輪ノ斷面ハ矩形デアリ, 其ノ放射狀ノ方向ノ厚サガ  $x$  デ, 他ノ方向ノ厚サハ  $1.5x$  デアル. 又輪ノ内半徑ハ 10  $x$  デアル. 實際ノ大サヲ求メヨ. 明ラカニ,

$$(x \times 1.5x \times 2\pi \times 10.5x) \times 0.26 = 20,000.$$

故ニ,  $x=9.194$  (吋).

次ノ諸問題ハワザト分類シナイ.

17. 直徑 3.2 吋ナル圓ノ面積及ビ圓周ヲ求メヨ.

答 8.041 平方吋, 10.05 吋.

18. 面積 15 平方吋ナル圓ノ直徑ヲ求メヨ. 答 4.37 吋.



19. 二邊が2吋 = 3.4吋デアツテ、其ノ夾角が $74^\circ$ ナル三角形ノ面積ヲ求メヨ。 答 3.268 平方吋。

20. 弓形ガアル。弦ハ30吋、高サハ $4\frac{1}{2}$ 吋アル。面積ヲ求メヨ。<sup>(1)</sup>

答 91.35 平方吋。

若シ、コレガ拋物線<sup>(2)</sup>ノ弓形デアラナラバ、其ノ面積ハ弦ト高サトノ積ノ三分ノ二、即チ90平方吋デアラウ。

21. 半徑6吋、中心角 $50^\circ$ ナル扇形ノ面積及ビ弧ノ長サヲ求メヨ。

答 15.71 平方吋, 5236 吋。

22. 半徑10吋ナル球ノ面積及ビ體積ヲ求メヨ。

答 1256.6 平方吋, 4180 立方吋。

23. 高サ6吋、底面ノ直徑22.5吋ナル球分ノ體積ヲ求メヨ。

答 1046 立方吋。

24. 底面ノ半徑3.42吋、高サ6.42吋ナル直圓錐ノ曲面積及ビ其ノ體積ヲ求メヨ。

答 78.14 平方吋, 78.63 立方吋。

25. 或ル鑄環ノ平均半徑ハ4.2吋デアツテ、其ノ圓形横斷面ノ半徑ハ1.05デアル。其ノ表面積ト體積トヲ求メヨ。

答 174.1 平方吋, 91.39 立方吋。

26. 長サ8.5吋ナル中空圓筒ガアツテ、其ノ外徑及ビ内徑ハ夫々5吋及ビ3.5吋デアル。其ノ體積及ビ曲面積ヲ求メヨ。

答 96.38 立方吋, 220.4 平方吋。

27. 長サ100呎、重サ4.3封度ナル丸イ銅ノ針金ガアル。直徑ヲ求メヨ。但シ、銅一立方吋ノ重サハ0.32封度デアル。

答 0.119 吋。

28. 高サ7.2呎、兩端面ノ半徑夫々4.24呎及ビ5.16呎ナル圓錐臺ノ凸面ノ面積及ビ體積ヲ求メヨ。

答 214.3 平方吋, 501.3 立方吋。

29. 正方形ノ斷面ヲ有スル鑄鐵製ノ車輪ガアル。外側ノ直徑ハ15吋、内側ノ直徑ハ13吋6分デアル。其ノ體積及ビ重量ヲ求メヨ。

答 25.19 立方呎, 5.05 噸。

(1) 79 頁參照。

(2) 拋物線ノ一部ト弦トヨリ成ル圓形デアル。其ノ求積法ハ積分學ニ俟タネバナラヌ。

30. 直徑4呎ナル圓筒ガアル。圓筒ノ軸ニ對シ $50^\circ$ 傾斜スル平面ヲ截ツテ作ラレル橢圓形ノ斷面ノ面積ヲ求メヨ。

§ 36 ヲ參照セヨ。

答 19.54 平方呎。

31. 長軸3.6呎、短軸2.14呎ナル橢圓ノ面積ヲ求メヨ。又此ノ橢圓ヲ底トシ、高サ2.5呎ナル圓錐ノ體積ヲ求メヨ。

答 6.05 平方呎, 5.04 立方呎。

32. 内側ノ直徑6.5吋、外側ノ直徑10.4吋ナル球殼ノ體積ヲ求メヨ。

答 444 立方吋。

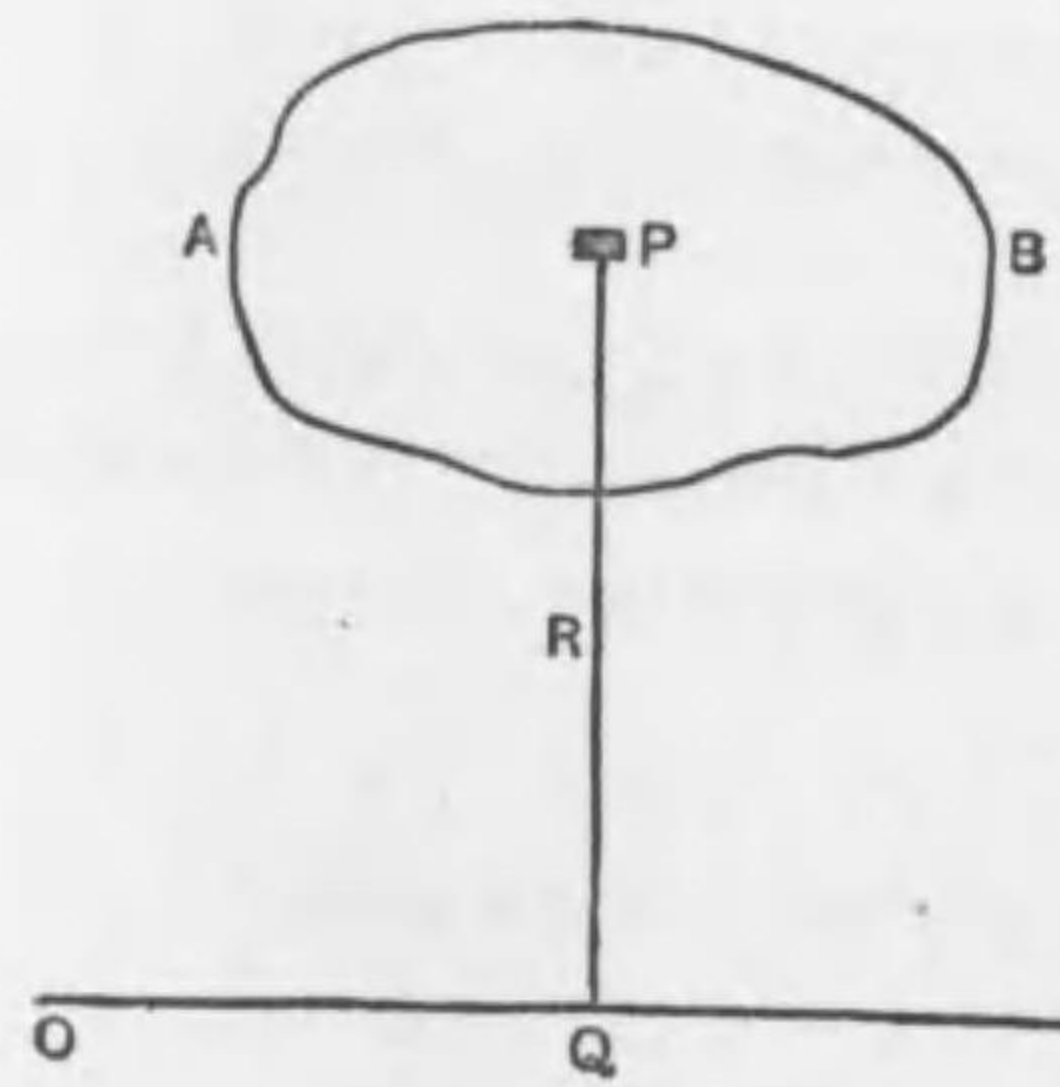
33. 長サ24呎、幅15呎、深サ3吋6分ナル水筒ガアル。幾「ガロン」<sup>(1)</sup>ノ水ヲ入レ得ルカ。(102 頁參照)

答 7875「ガロン」。

34. 長サ3米、外徑15哩、内徑11.5哩ナル管ガアル。此ノ物質ノ比重ガ7.2デアルトキ其ノ重サヲ底ト封度トデ求メヨ。(102 頁參照)

答 157.3 底, 346.8 封度。

### § 33. 環ノ定理



第 5 圖

環ノ體積 AB (第 5 圖) ハ任意ノ面積デアル。若シコレヲ、ソレ自身ノ平面——即チ此ノ紙ノ平面——ニ於ケル軸 OO' ノ周リニ廻轉スレバ、一ツノ環ヲ作ル。此ノ環ノ體積ハ AB ノ面積ト、AB ノ面積ノ中心ガ通ル圓ノ圓周トノ相乘積ニ等シイ。軸カラ距離  $PQ = r$  ナル場所 P

ニ於ケル非常ニ小サイ部分ノ面積  $a$  ヲ考ヘヨ。之ニヨツテ作ラ

(1) 「ガロン」(gallon)ハ舊封度法ニ於ケル液量ノ單位デアツテ、略號ニハ g ヲ用ヒ、我が國デハ「研」ト書ク。1g = 277.462879 立方吋(英), 1g = 231 立方吋(米)。



レル要素的環ノ體積ハ  $a \times 2\pi r$  デアル。而シテ全環ノ體積ハカヤウナ項ノ總和デアツテ、之ヲ  $V=2\pi \sum ar$  ト書ク。併シ  $\sum ar=RA$ 。ココニ  $A$  ハ  $AB$  ノ全面積、 $R$  ハ面積ノ中心(即チ多クノ人が云フヤウニ面積ノ重心)ノ其ノ  $r$  デアル。故ニ  $V=2\pi R \times A$ 。即チコノ命題ハ證明サレタノデアル。

**環ノ面積**。環ノ表面積ハ  $AB$  ノ周邊即チ境界線ノ長サ  $s$  ト境界線ノ重心ガ通ル圓ノ周トノ相乘積デアル。軸カラ距離  $r$  ニ於ケル周邊ノ非常ニ短イ長サ  $\delta s$  ヲ考ヘヨ。コレハ面積  $\delta s \times 2\pi r$  ナル細長イ帯ヲ作ル。故ニ全面積ハ  $2\pi \sum r \cdot \delta s$  デアル。然ルニ  $\sum r \cdot \delta s = R \cdot s$  デアル。ココニ  $R$  ハ軸カラ周邊ノ重心マデノ距離デアリ、 $s$  ハ全周長デアル。故ニ環ノ全面積ハ  $s \times 2\pi R$  デアル。

面積ノ重心ハ必ズシモ其ノ周邊ノ重心ト一致シナイ事ヲ注意セヨ。

**例 1.** 平均半径 10 呎ナル「フライホイール」ノ輪縁ガアル。其ノ斷面ハ邊ノ長サ 1.3 呎ナル正方形デアル。其ノ體積ト面積トヲ求メヨ。

**答**  $V=1.3^2 \times 2\pi \times 10=106.2$  立方呎。面積  $=4 \times 1.3 \times 2\pi \times 10=326.3$  平方呎。

**例 2.** 主直径ガ 10 及ビ 6 ナル橢圓ヲ、ソレ自身ノ平面ニ於ケル軸ノ周リニ廻轉スル。橢圓ノ中心ハ軸カラ 8 ナル距離ニ在ル。コノ環ノ體積如何。答 橢圓ノ面積ハ  $10 \times 6 \times 0.7854=47.124$ 、體積ハコレト  $2\pi \times 8$  トノ積、即チ 2369。

**例 3.** 半圓ノ重心ハ直径カラ何程ノ距離  $x$  ノ所ニ在ルカ。球ヲ直径ノ周リニ半圓ヲ廻轉セシメテ生ズル環ト考ヘヨ。球ノ體積ハ  $\frac{4}{3}\pi r^3$  デアツテ、半圓ノ面積ハ  $\frac{1}{2}\pi r^2$  デアル。

$$\text{故ニ} \quad \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{2}\pi r^2 \times 2\pi x,$$

$$\text{從ツテ} \quad x = \frac{4r}{3\pi}, \quad \text{デアル}$$

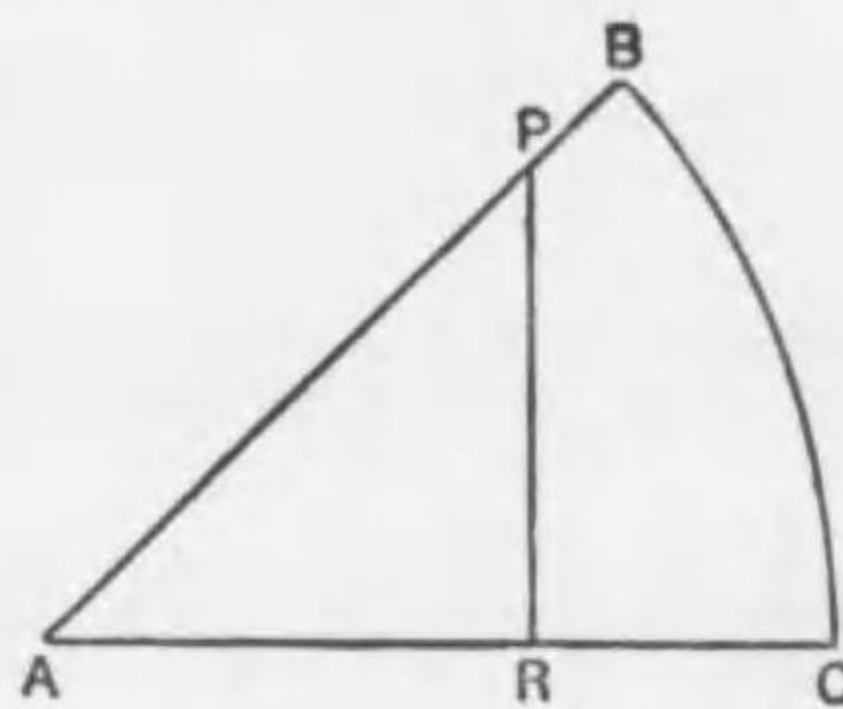
\* 之ハ面積ノ中心ノ定義デアル。§54 参照。

## 第七章 角

### §34. 角ノ作圖

角ハ描ク事ガ出來ル。第一、若シ其ノ大サガ度デ表ハサレテキルナラバ、直角ハ  $90^\circ$  デアル。第二、若シ其ノ大サガ「ラディアン」デ表ハサレテキルナラバ、直角ハ 1.5708「ラディアン」デアル。二直角ハ 3.1416「ラディアン」ヲ含ム。1「ラディアン」ハ 57.2958 度ニ等シイ。1「ラディアン」ハ半径  $AB$  又ハ  $AC$  ニ等シイ長サノ弧  $BC$  ヲ有スル。時々之ハ“弧度法ノ單位”

ト云フ無器用ナ名前ヲ頂戴スル。第三、若シ角ノ正弦、餘弦、又ハ正切等ノ何レカヲ知ルナラバ、其ノ角ヲ描ク事ガ出來ル。任意ノ角  $BAC$  (第 6 圖) ヲ描ク。  $AB$  上ニ任意ノ  $P$  ヲトリ、  $AC$  上ニ垂直ニ  $PR$  ヲ引ケ。後  $PR, AP$  及ビ  $AR$  ヲ時ト時ノ十分ノ一トデ測レ。



第 6 圖

$PR \div AP$  ヲ此ノ角ノ正弦ト呼ブ。又  $AR \div AP$  ヲ此ノ角ノ餘弦ト言ヒ、  $PR \div AR$  ヲ此ノ角ノ正切ト呼ブ。

自分デ描イタ任意ノ角ニ對シ、此等ノ値ヲ計算シ、且ツ分度器デ角ノ度数ヲ測レ。諸君ハ此等三ツノ結果ガ正確ニ角ノ正弦カ餘弦カ又ハ正切カデアル事ヲ數字ノ表ニヨツテ知ルデアラウ。コノ練習問題ハ此等三ツノ言葉ノ意味ヲ諸君ノ記憶ニ印象深クシタ事デアラウ。又之ニ依リ、若シ角ノ度数ガ知レテヲレバ、表ニヨツテ其ノ正弦、餘弦、又ハ正切ヲ知ル事ガ出來ルト云フ事實ヲ知ツタ。又、若シ直角三角形  $APR$  ノ邊  $AP$ 、又ハ  $PR$ 、又ハ  $AR$  ノ中ノ任



意ノ一ツト角  $A$  トガ知レテヲレバ、他ノ邊ヲ知ル事ガ出来ル。角ノ度数ヲ 57.2958 デ割レバ、「ラディアン」ノ數ヲ知ル。今吾々ハ、角  $BAC$  ノ「ラディアン」ノ數ヲ知リ、且ツ半徑  $AB$  又ハ  $AC$  ヲ知ツテヲルモノトスル。シカルトキハ、

$$\text{弧 } BC = AB \times (\text{角ノ「ラディアン」ノ數}).$$

故ニ半徑ヲ與ヘテ弧ヲ求メタリ、弧ヲ與ヘテ半徑ヲ求メタリスル事ハ非常ニ容易ナ問題デアル。

學生ハ紙上ニ描カレタ角ヲ見ル事ニ、一見シタダケデ其ノ角ノ度数ヲ知ルヤウニ慣レテ來ル。又其ノ角ガ「ラディアン」デ何程アルカトイフ事ヲ判断スル習慣ヲ得テオク事ハ都合ノヨイコトデアル。

吾々ガ言フノハ、學生ハ度ニ於ケルト同様ニ、容易ニ「ラディアン」ニ於テモ考ヘルヤウニナラケレバナラナイト云フ事デアル。カクスレバ、學生ハ「ラディアン」ノ大サヲ熟知スルニ到ルノデアル。

例 1.  $35^\circ$  ノ角ヲ描ケ。コノ角ノ正弦、餘弦及ビ正切ヲ實測ニヨツテ求メ、コレヲ表ノ數ト比較セヨ。

「ラディアン」ノ數ヲ計算セヨ。即チ  $35$  ヲ 57.296 デ割レ。

$\sin^2 35^\circ + \cos^2 35^\circ = 1$  デアルカドウカ。又  $\sin 35^\circ \div \cos 35^\circ = \tan 35^\circ$  デアルカドウカ。又  $\tan^2 35^\circ + 1 = \sec^2 35^\circ$  デアルカドウカヲ試セ。但シ、 $\sec A = 1 \div \cos A$ 。

例 2. 或ル角ノ正弦ガ 0.25 デアル。其ノ餘弦ト正切トヲ求メヨ。實際ノ作圖ニヨツテ此ノ角ヲ求メヨ。又「ラディアン」デハ何程デアルカ。

答 0.9683, 0.2582,  $14.^\circ 5' 0.2528$ 。

例 3.  $1\frac{1}{2}$  度ナル角ノ正弦、正切、及ビ「ラディアン」ノ數如何。コレヲ小數四桁マデ求メヨ。

答 各 0.0262。

例 4. 第 6 圖ニ於テ、若シ  $A=47^\circ$ ,  $AP=5.23$  呎デアラナラバ、 $AR$  及ビ  $PR$  如何。

答  $AR=3.567$  呎,  $PR=3.824$  呎。

(1) 角  $x$  「ラディアン」ガ極メテ小ナルトキハ、

$$x = \sin x = \tan x.$$

例 5. 弧  $BC$  (第 6 圖)ハ 12 呎,  $AC$ ハ 16 呎デアル。角ヲ求メヨ。  $AR=10.5$  呎トシテ、 $AP$  及ビ  $PR$  ヲ計算セヨ。

答 0.75「ラディアン」又ハ  $42^\circ 58'$ ,  $AP=14.32$  呎,  $PR=9.779$  呎。

例 6. 塔ガアル。其ノ脚下ヨリ水平ニ 200 碼距ツター點ヨリコレヲ觀タノニ、高度ガ  $19^\circ.3$  デアル。其ノ高サヲ求メヨ。

答 70.03 碼。

例 7. 或ル橋ガ二ツノ部分  $AB$  及ビ  $BC$  カラ出来テキル。  $A$  ト同一水平面上ノ一點ニ於テ、 $AB$ ハ  $35^\circ$ ,  $AC$ ハ  $45^\circ$  ノ角ヲ張ル。  $AB$  ト  $BC$  トノ比ヲ求メヨ。

答 2.335。

例 8. 丘ノ頂ヨリ、水平ニシテ眞直グナ道路ニ立テラレタ二ツノ相續ク里程標(二ツノ里程標ノ距離ハ 1 哩)ヲ望シタノニ、其ノ俯角ハ  $12^\circ$  ト  $6^\circ.2$  トデアツタトイフ。道路カラ丘ノ頂マデノ鉛直ナ高サヲ求メヨ。<sup>(1)</sup>

答 0.2220 哩。

例 9. 緯度  $25^\circ$  ノ地點ニ一點ガアル。若シ、地球ガ半徑 3960 哩ノ球デアルトスレバ、此ノ點ハ軸カラ何程ノ距離ニアルカ。又此ノ點ヲ通ル緯度圓ト言ハレル圓ノ周ノ長サ如何。此ノ圓周ノ  $\frac{1}{360}$  ノ長サヲ求メヨ。ソレハ何ト呼バレルモノデアルカ。又子午圓ノ  $\frac{1}{360}$  ハ何デアルカ。之ハ何ト呼バレルカ。

答 軸カラノ距離 3589 哩, 圓周 22,550 哩,  $\frac{\text{圓周}}{360} = 62.63$  哩;

經度 1 度ノ長サ,  $\frac{\text{子午圓}}{360} = 69.10$  哩; 緯度 1 度ノ長サ。

例 10. 緯度  $35^\circ$  ニ於ケル經度 1 度ノ長サヲ求メヨ。但シ、赤道ニ於ケル長サヲ 60 哩トセヨ。<sup>(4)</sup>

答 49.12 哩。

例 11. 砲手ノ法則デハ、100 碼離レタ所ニアル 1 吋ノ長サハ角 1 分ヲ張ルトイフ。此ノ法則ノ百分率誤差ヲ求メヨ。<sup>(5)</sup>

答 4.5 %。

(1) 此ノトキ、里程標ト丘ノ頂トハ同一鉛直面内ニアルモノトセヨ。

(2) 地軸ノ事デアル。

(3) 緯度或ハ經度ノ線ヲ地球全體ヨリ見ルトキハ全圓周デアルノデ、此ノ名ガアル。

(4) 哩ハ地理里トモイフテ、モト地球赤道ノ長サノ  $\frac{1}{360 \times 60}$  即チ 1 分ニ對スル弧ノ長サヨリ定メタモノデアル。102, 103 頁參照。

(5) 之ハ即チ比較誤差デアル。6 頁脚註(2)參照。



例 12. 或ル浮イテキル目標ノ鉛直ノ高サガ20呎アル。砲彈ガ水平線ト $4^\circ$ ノ角ヲナシテ落下シテ來ルトキ、此ノ砲彈ガ此ノ目標物ノ上端又ハ下端ニ命中スベキ水平範圍ノ限界如何。 答 236 呎。

### § 35. 角速度

若シ車軸ガ一分間 = 90 回廻轉スルナラバ、之ハ一秒間 = ハ 1.5 廻轉ヲナス事ニナル。併シ、一廻轉毎 = 任意ノ放射線ハ $360^\circ$ 、即チ 6.2832「ラディアン」ノ角ヲ動ク。故ニ每秒1.5廻轉ハ每秒 $6.2832 \times 1.5$ 、即チ 9.4248「ラディアン」ノ事デアル。之ハ車輪ノ角速度、即チ每秒ノ「ラディアン」ノ數ヲ測ル所ノ普通ノ科學的方法デアル。

若シ車輪ガ一分間30廻轉ヲスルナラバ、其ノ角速度ハ每秒 $\pi$ 「ラディアン」デアル。毎分 $n$ 廻轉ヲナスト云フコトハ毎分 $2\pi n$ 、又ハ每秒 $2\pi n \div 60$ 「ラディアン」ヲナスト云フコトデアル。一廻轉ハ一度廻ルノ = 横ギル角空間デアル。

例. 車輪ニ於ケル一點ノ每秒ノ線速度ヲ呎デ表ハシタモノハ、車輪ノ角速度ニ軸カラ此ノ點マデノ距離ヲ呎デ表ハシタモノヲ乘シタ積ニ等シイ事ヲ證明セヨ。

#### 角加速度. 角速度ノ一秒毎ノ増加.

若シ車輪ガ休止ノ状態カラ運動ヲ起シ、且ツ第一秒ノ終リニ於テ每秒1「ラディアン」ノ角速度ヲ得ルナラバ、此ノ間ニ於ケル平均ノ角加速度ハ1秒々「ラディアン」デアル。<sup>(1)</sup>

例 1. 或ル「シャフト」<sup>(2)</sup>ガ毎分 800 回廻轉スル。每秒ノ角速度ヲ「ラディアン」デ表ハセ。 答 83.79「ラディアン」

例 2 地球ノ軸カラ 3000 哩ニ在ル一點ガ 23 時 56 分 4 秒一廻轉ヲ終ル。其ノ速度ハ毎時何哩デアルカ。 答 787.5 哩。

(1) 之ヲ  $1$ 「ラディアン」/秒<sup>2</sup>ト書ク。之ニ對シ角速度ハ  $5$ 「ラディアン」/秒ノ如ク書ク。

(2) 機械ノ廻轉軸ヲ「シャフト」(shaft)ト言フ。

例 3. 緯度  $58^\circ$  ニ一點ガアル。今地球ヲ半徑 4000 哩ノ球トシテ、地球ノ廻轉ニ基テ其ノ點ノ線速度ヲ求メヨ。 答 556.4 時哩。

例 4. 或ル「フライホイール」ノ輪縁ノ平均半徑ハ 10 呎デアル。此ノ車ガ毎分 150 廻轉スルトキニハ、輪縁ノ平均速度如何。 答 157.1 秒呎。

例 5. 毎秒、毎分 1 廻轉ノ加速度ハ幾秒秒「ラディアン」デアルカ。 答  $0.1047$ 「ラディアン」/秒<sup>2</sup>。

例 6. 或ル車ガ一分間 90 廻轉ノ割合デ廻轉シテキル。其ノ角速度ハ毎秒幾「ラディアン」デアルカ。

此ノ車ノ上ノ一點ハ軸カラ 6 呎デアル。其ノ線速度ヲ求メヨ。若シ中心カラノ距離ガ 50% 増スナラバ、其ノ速度ハ如何ニナルカ。若シ、同時ニ、車ノ速度ガ 50% 増スナラバ、此ノ點ノ線速度ハ如何ニナルカ。

答 毎秒 9.425「ラディアン」、56.55 秒呎、48.82 秒呎、127.2 秒呎。

例 7. 長サ 30 吋ナル挺子  $OA$  ガアル。 $O$ ニ於テ軸ノ周リニ働ク。此ノ挺子ヲ  $OA$  上  $O$ ヨリ 15 吋ナル一點  $B$ ニ或ル力ヲ作用シテ廻轉セシメ、 $B$ ニ毎秒 2 呎ノ速度ヲ與ヘルヤウニスル。コノ挺子ノ角速度ヲ求メヨ。

若シ、同シ速度ヲ  $B$ ノ代リニ  $A$ ニ與ヘルナラバ、其ノ際角速度ハ如何ニナルデアラウカ。 答 毎秒 1.6「ラディアン」、毎秒 0.8「ラディアン」。

### § 36. 射 影

若シ、一直線  $AB$  ガ水平線ト角  $\theta$  ヲナスナラバ、水平線ニ於ケル其ノ長サノ射影ハ  $AB \cos \theta$  デアル。

鉛直線上ノ射影ハ  $AB \sin \theta$  デアル。

若シ、 $A$  平方吋ナル面積ノ平面ガ水平面ト角  $\theta$  ヲナスナラバ、水平面ニ於ケル面積ノ射影ハ  $A \cos \theta$  平方吋デアル。

面積ヲ水平線ニヨツテ數多ノ細長片ニ分ケテ、此ノ事ガ眞デアル事ヲ證明セヨ。

例 1. 35 平方呎ノ面積ノ平面ガ水平面ニ對シ  $20^\circ$  傾斜シテキル。水平面ニ於ケル其ノ射影ヲ求メヨ。 答 32.82 平方呎。

例 2. 或ル圓錐ノ直截面〔直截面トハ常ニ其ノ軸、(即チ各截面ノ中心



ヲ通ル直線) = 直角ナ平面ニヨツテ作ラレル截面ノコトデアル]ガ半徑0.7吋ノ圓デアル。此ノ直截面ト $25^\circ$ 及ビ $45^\circ$ ノ角ヲナス截面ノ面積ヲ求メヨ。直截面ハ任意ノ他ノ截面ノ射影デアル事ヲ注意セヨ。

答 1.699, 2.177 平方吋。

例3. 上ノ圓錐ハ錐鐵ヲ束ネテ棒デアツテ、全體ノ張力ヲ生ズル荷重ハ12,000 封度デアル。之ハ直截面ノ一平方吋ニ就イテ幾何トナルカ。又上ノ二ツノ斜メナ截面ノ各一平方吋ニ就イテハ幾何トナルカ。

答 7794 封度, 7063 封度, 5512 封度。

例4. 或ル管ノ直截面ガ直徑15吋ナル圓デアル。其ノ面積ハ幾平方呎デアルカ。若シ、毎秒13「ガロン」流レルナラバ、速度 $V$ ハ如何。又直截面ニ $28^\circ$ 傾斜スル截面ノ面積ヲ求メヨ。此ノ截面ニ垂直ナ速度 $V$ ヲ求メヨ。但シ、垂直速度 $\times$ 面積=毎秒ノ立方呎トスル。 $V$ ハ此ノ截面ニ垂直ナ方向ニ於ケル $V$ ノ分解部分デアルコトヲ證明セヨ。

答 1.228, 1.7 秒呎; 1.39, 1.5 秒呎。

例5. 4000 平方呎ノ平面トシテ見エテキル屋根ノ一部分ガ水平面ニ $24^\circ$ 傾斜シテキル。其ノ面積如何。

答 4378.7 平方呎。

例6. 或ル束ネテ棒即チ短イ支柱ノ直截面ガ2平方吋アル。此ノ直截面ニ $45^\circ$ ヲナス截面ノ面積ヲ求メヨ。若シ、全體ノ張力又ハ應力ヲ生ズル荷重ガ20,000 封度デアラナラバ、各々ノ截面ニ於ケル1平方吋ニ就イテ幾封度デアルカ。其ノ全力ヲ斜メナ截面ニ垂直ナ方向ト切線ノ方向トニ分解シ、各方向ニ1平方吋ニ就イテ幾封度デアルカ之ヲ求メヨ。

答 2.828 平方吋, 10,000 封度, 7070 封度, 5000 封度。

### §37. 鉛直線

鉛直線トハ重力ノ合成力ガ働ク方向ヲ示ス直線デアル。之ハ静止スル水又ハ水銀ノ表面ニ直角ナ直線デアル。

水平面. 靜カナ湖ノ面ノヤウナ面デアツテ、到ル處同ジク水平デアリ、又到ル處ニ於テ物體ニ作用スル重力又ハ其ノ他ノ體積測定ノ力ニ直角ナ面デアル。之ハ平面デハナイ。

曲率. 任意ノ曲線ニ就イテ、圓ガ其ノ曲線ニ丁度一致スル場所

ヲ、任意ノ所ニ發見スル事ガ出來ル。此ノ圓ノ半徑ヲ其ノ場所ニ於ケル曲率半徑トイフ。併シ、例ヘバ、鐵道線路ニ於テ、曲率半徑ガ小サイトキニ、其ノ線路ハ澤山曲ツテキルト云フカラ、曲率ト云フ言葉ハ常ニ曲率半徑ノ逆數ノコトデアル。故ニ、若シ曲率半徑ガ8デアラナラバ、其ノ曲率ハ $\frac{1}{8}$ デアルトイフ。若シ、又他ノ場所ニ於テ曲率ガ $\frac{1}{9}$ デアラナラバ、此等二ツノ分數ノ差ハ一方ノ場所カラ他方ノ場所ヘ行ク間ノ曲率ノ變化デアル。

例題 一ツノ曲線ヲ廻ツテ100歩行ツタトキ、運動ノ方向ヲ示ス所ノ羅針盤ガ正北カラ東北マデ動イタ。平均ノ曲率ヲ求メヨ。

解 正北カラ東北マデハ $45^\circ$ 、即チ0.7854「ラジアン」アル。コレヲ100歩デ割ツタモノ、即チ1歩ニツイテ0.007854「ラジアン」ハ平均ノ曲率デアツテ、此ノ逆數、即チ127.3歩ハ、其ノ曲率半徑デアル。但シ、曲率ヲ一定トスル——即チ此ノ曲線ヲ圓ノ弧ト假定スル。

問題 長さ10呎ナル線路ガ、曲率半徑半哩ナル曲線ト一致スルタメニ彎曲スベキ角ヲ求メヨ。

答 0.22 度。

### §38. 一般ノ問題

- 半徑 $6\frac{4}{11}$ 吋ナル圓ノ中心ニ於テ、長さ1吋ノ弧ガ張ル角ヲ求メヨ。  
答 0.1572「ラジアン」即チ $9^\circ$ 。
- 若シ、12呎ノ弧ガ $50^\circ$ ノ角ヲ張ルナラバ、此ノ圓ノ半徑ハ何程デアルカ。  
答 13.78 呎。
- 直角三角形ノ銳角ノ一ツガ1.2「ラジアン」デアラナラバ、他ノ角ハ如何。  
答 0.3708。
- 圓ノ半徑ガ2.5呎ナルトキ、或ル弧ガ1.5「ラジアン」ノ角ヲ張ル。其ノ弧ト等シイ長さノ弧ガ3.75「ラジアン」ノ角ヲ張ルタメニハ半徑ヲ如何ニスベキカ。  
答 1 呎。
- 次ノ角ヲ示ス圖ヲ描ケ。コレヲ「ラジアン」デ表ハセ:  
 $152^\circ$ ,  $205^\circ$ ,  $-270^\circ$ ,  $300^\circ$ ,  $-840^\circ$ ,  $1350^\circ$ 。
- 1, 2, 3, 4, 5「ラジアン」ノ角ヲ示ス圖ヲ描ケ。



7. 直径6吋ノ「シャフト」ノ上ニアル直径6呎ノ「フライホイール」ガ1分間ニ260回廻轉スル。車輪ノ縁ノ上ノ一點ノ速サ如何。又「シャフト」ノ表面上ノ點ノ速サ如何。

答 81.7秒呎, 6.81秒呎。

8. 地球ハ年ニ一回太陽ノ周リヲ廻ル。其ノ軌道ハ殆ンド半径 $92.8 \times 10^6$ 哩ナル圓デアアル。<sup>(1)</sup>其ノ速サハ幾秒哩デアアルカ。

答 18.5秒哩。

9. 地球ハ其ノ軸ノ周リヲ24時間ニ一回廻轉スルモノトスル(此ノ假定ハ僅カノ誤差ガアル)。<sup>(2)</sup>一秒間ニ地球ガ廻轉スル角ヲ「ラディアン」デ求メヨ。赤道上ノ一點ノ速サヲ秒呎デ求メヨ。但シ、赤道ノ半径ヲ3963哩トセヨ。

答 0.0003「ラディアン」, 1522秒呎。

10. 地球ノ赤道上ノ一點ガ太陽ニ對スル相對速度ヲ秒呎デ求メヨ。

(i) 日中ニ於テ, (ii) 夜中ニ於テ。

答 (i) 99,232秒呎, (ii) 96,128秒呎。

11. 或ル汽車ガ半径0.5哩ノ曲線上ヲ毎時間20哩ノ割合デ走ツテキル。10秒間ニ此ノ汽車ガ過ギル角ヲ求メヨ。

答 0.111「ラディアン」, 即チ $6^\circ.36$ 。

12. 午前11時15分ト午後2時30分トノ間ニ時計ノ長針ト短針トガ動ク角度ヲ求メヨ。

答  $1170^\circ$ ,  $97^\circ.5$ 。

13. 砲手ノ法則ニヨレバ、半「ベニイ」ノ貨幣ハ、(其ノ直径1吋), 100碼ノ距離ニ於テ1分ノ角ヲ張ル。此ノ法則ノ百分率ノ誤差ハ何程デアアルカ。

答 4.5%。

14. 地球ヲ、直径8000哩ノ球デアルト假定スレバ、 $51^\circ.5$ ノ緯度圓ノ周ハ幾哩アルカ。地球ハ(殆ンド)24時間ニ一回轉スル。緯度 $51^\circ.5$ ニアル南ケンシントン(Shouth Kensington)ニ在ツテハ其ノ速サハ幾時哩デアアルカ。

答 15,640哩; 652時哩。

15. 中空ナル銅ノ球ノ内部ニ、重サ10封度ノ水ヲ充スコトガ出來ル。其ノ内面ノ半径ヲ求メヨ。若シ、銅ノ目方ガ30封度デアアルナラバ、其ノ厚サ如何。但シ、銅1立方吋ノ目方ハ0.32封度デアアル。

答 4.044吋; 0.414吋。

16. 一塊ノ石炭ニ於テ、0.1130封度ノ炭素, 0.0092封度ノ水素, 0.0084封

(1) 實際ノ軌道ハ離心率0.01675ナル楕圓デアツテ、太陽ハ其ノ一ツノ焦點ニアル。

(2) 實際ハ23時56分4秒餘デアアル。

度ノ酸素, 0.0056封度ノ窒素及ビ0.0071封度ノ灰トガアツタ。其ノ外ニ何物モナイトシテ、石炭ノ成分ノ百分率ヲ求メヨ。

答 78.9, 6.4, 5.9, 3.9, 4.9%。

17. 一ツノ桶ヲ圓錐臺ノ形ニ作ルニ、内側ノ直径ハ、上面デハ10吋、底面デハ7吋デアツテ、又其ノ高サハ8吋デアアル。此ノ桶ニ入ラレルベキ水ノ量ト目方トヲ求メヨ。

答 459.4立方吋, 16.54封度。



## 第八章 速度

### § 39. 速度ノ意義

私ハ既ニ速サ即チ速度ニ關スル問題ヲ諸君ニ與ヘタ。速サトハ如何ナルコトカ。汽車ニ就イテ、速サガ毎時間30哩デアルトイフノハ如何ナル意味デアルカ。吾々ハ最後ノ一時間ニ30哩行ツタ事ヲ意味スルノカ、又ハ其ノ次ノ一時間ニ實際ニ30哩行ク事ヲ意味スルノデアルカ。確カニサウデハナイ。吾々ハ單ニ10分前ニ終點ヲ去ツタノデアルカモ知レナイ。ソレデ、次ノ1分間ニハ偶然ノ出来事ガアルカモ知レナイ。距離ヲ呎デ、時間ヲ秒デ記載スル事ハ都合ノヨイ事デアル。<sup>(1)</sup>

呎デ測ツタ或ル距離ヲ、或ル物體ガ過ギルニ要スル時間ヲ秒デ求メヨ。コノ距離ヲソノ時間デ割ツタモノガ平均速度デアル。故ニ、若シ或ル汽車ガ4秒間ニ200呎走ツタトスレバ、此ノ時間内ノ汽車ノ平均速度ハ  $200 \div 4$ 、即チ50秒呎デアル。若シ、吾々ガ注意深イ測量機械ヲ以テ、其ノ汽車ガ0.4秒間ニ20呎行ク、又ハ0.04秒間ニ2呎行ク事ヲ知ツタナラバ、其ノ速度ハ  $20 \div 0.4$ 、又ハ  $2 \div 0.04$ 、即チ50秒呎デアル。速度ハ如何ニ短イ時間ノ間ニモ常ニ變化シツツアルカモ知レスト云フ事ヲ記憶スルコトハ重要ナ事デアル。任意ノ瞬間ニ於ケル速度ヲ求メルタメニハ、非常ニ短イ距離ヲ通過スルニ要スル時間ヲ極メテ正確ニ測量シナケレバナラナイ。又假令、此ノ事ハ其ノ短時間内ノ平均速度ヲ與ヘルニ過ギナイト

(1) 著者ハ既ニ前章カラ速度 (velocity) ト速サ (speed) トヲ混用シテキル。併シ科學的ニハ之ヲ判然ト區別シ、速度トハ物體ノ速サト其ノ方向トヲ併セ考ヘタモノデアル。故ニ假令、速サハ一定デモ徑路ノ曲ルトキハ速度ハ一定デハナク、速サノ一定ナ直線運動ハ等速度運動デアルガ、速サノ一定ナ運動ハ等速運動デアツタ等速度運動デハナイ。

(2) 毫封度ヲ採用スル英國デハサヤウデアウラガ、メートル法ヲ採用スルトキハ、秒機ガ最も有用デアル。

シテモ、斯クシナケレバナラナイ。併シ、若シ吾々ガ、段々短イ時間ヲ用ヒテ數回ノ測定ヲ行ヘバ、其ノ平均速度ハ漸次求メヨウト欲スル速度ニ接近スル。

カクテ、10時ヲ過ギテカラ、注意深イ測定ヲシテキル汽車ノ乗客ハ、汽車ガ次ノ4秒間ニ200呎通過スル事ヲ知ル。彼ハ10時以後ノ4秒間ノ平均速度ハ  $200 \div 4$ 、即チ50秒呎デアル事ヲ知ル。他ノ一人ハ汽車ガ10時ノ後ノ2秒間ニ100.4呎通過スル事ヲ知り、從ツテ其ノ2秒間ノ平均速度ハ  $100.4 \div 2$ 、即チ50.2秒呎デアル事ヲ知ル。又他ノ一人ハ10時ノ後ノ1秒間ニ50.25呎通過スル事ヲ知り、從ツテ其ノ平均速度ハ50.25秒呎デアル事ヲ知ル。又他ノ一人ハ10時ノ後ノ半秒間ニ25.132呎通過スル事ヲ知り、平均速度ハ  $25.132 \div 0.5$ 、即チ50.264秒呎デアル事ヲ知ル。又他ノ一人ハ10時ノ後ノ  $\frac{1}{4}$  秒間ニハ12.567呎ナル事ヲ知り、平均速度ハ50.268秒呎ナル事ヲ知ル。順次カヤウニスル。此等ノ種々ナ觀測ニヨツテ與ヘラレル値ハ、10時ニ於ケル速度ノ眞ノ値ニ近ヅイテ行ク事ハ明ラカデアル。此等ノ結果ヲ表示スレバ次ノヤウニナル。

10時以後ノ秒數	秒呎ニ依ル平均速度
4	50.00
2	50.20
1	50.25
$\frac{1}{2}$	50.264
$\frac{1}{4}$	50.268

此ノ二組ノ數ヲ坐標トシテ方眼紙上ニ「グラフ」ヲ描キ、次等ノ點ヲ通ル曲線ヲ描ケ。此ノ曲線ヲ延長スレバ、10時ノ後ノ限リナク短イ時間ニ對スル平均速度ヲ知ル事ニナル。コレガ求メル速度デアル。

“此ノ汽車ノ速度ハ一時間30哩デアル”ト云フ意味ヲ正確ニ知ツテキル人ハ微分學ノ基礎觀念ヲ持ツテキル。ソシテ微積分學ノ方法ヲ使用スルコトヲ容易ニ學ブ事が出来ルノデアル。カヤウナ觀念ハ、多年數學ヲ研究シタ人デナケレバ持ツ事が出来ナイト云フ假定ハ、一般ニ馬鹿ゲタコトデアル。

ロンドンニ於テ、彈丸ハ休止ノ状態カラ、2秒ノ後ノ次ノヤウナ時間ニ



自由落下ニ於テ事ハ知ラレテキル。即チ2秒ト2.1秒トノ間ニ、  
又ハ2秒ト2.01秒トノ間ニ、又ハ2秒ト2.001秒トノ間ニ於テデアル。  
次ニ落下スル距離ヲ記載スル。

秒 数 = ヨル 時 間	0.1	0.01	0.001
落 下 距 離	6.601	0.6456	0.064416
平 均 速 度	66.01	64.56	64.416

2秒ノ後ノ時間ノ間隔ヲ段々小サク取ツタカラシテ、其ノ間ノ  
平均速度ハ休止カラ2秒後ノ眞ノ速度ニ漸次接近シテ行ク事ヲ  
知ル。而シテ、2秒後ノ眞ノ値ハ確カニ64.4秒呎デアル。0.001秒  
ノ間デサヘモ長過ギル事ヲ知ル。若シ吾々ガ、之ヲ $t=2$ ニ於ケル  
眞ノ値ト言ハウト欲スレバ、之ヨリモモツト非常ニ短イ間ノ平均  
速度ヲ取ラネバナラス。

**加速度.** 之ハ物體ノ速度ノ變化ノ時間ニ對スル割合デアル。

前シテ、ロンドンニ於テ自由ニ落下スル物體ノ速度ハ

1秒ノ終リニハ	32.2秒呎デアリ、
2秒 "	64.4 " "、
3秒 "	96.6 " "、
4秒 "	128.8 " デアル。

事ハ既知デアル。從ツテ吾々ハ一秒毎ニ32.2ノ速度ノ増加ガアル事ヲ  
知ル。此ノ場合ニハ加速度ニ常ニ一定デアル。故ニコレヲ等加速度ト  
云ヒ、ソレハ32.2秒々呎デアルト言フ。<sup>(1)</sup>

### 問 題

1. 一時哩及ビー節ヲ分呎及ビ秒呎ニ直セ。<sup>(2)</sup>

答 88分呎, 1.467秒呎; 101.3分呎, 1.689秒呎。

(1) C. G. S. 制ノ單位ヲ用ヒルト、此ノ値ハ980秒々呎デアル。

(2) 1節 (knot) ハ即チ1時哩デアルガ、ココニ1哩ハ6080呎トシテ計算ス  
ルガヨイ。尙1哩ハ5280呎デアル。

2. 或ル驅逐艦ノ速力ハ32節デアル。コレヲ英國ノ時哩ニ換算セヨ。  
答 36.85時哩。

3. 60時哩ハ0.0268秒呎デアル事ヲ證明セヨ。

4. 1時間ニ10哩。之ヲ秒呎及ビ秒々呎デ表ハセ。

答  $14\frac{2}{3}$  秒呎, 447秒々呎。

5. 32.2秒々呎ノ加速度。之ヲ秒時哩及ビ秒々呎デ表ハセ。

答 21.95秒時哩, 981.4秒々呎。

6. 1分間ニ230「ガロン」ノ水。之ハ1秒間ニ幾封度デアルカ。又  
1秒間ニ幾立方呎デアルカ。答 33.3秒封度, 0.535秒立方呎。

7. 直徑6吋ノ圓イ管ガ1秒間ニ30「ガロン」ノ水ヲ流ス。其ノ速  
度如何。若シ、直徑ヲ10吋トスレバ速度ハ如何ニナルカ。コノ二ツノ場  
合ニ就イテ、水1封度ノ運動ノ「エネルギー」ヲ求メヨ。但シ、運動ノ「エ  
ネルギー」ハ速度ノ二乗ヲ64.4デ割ツタモノデアル。<sup>(1)</sup>

答 24.5秒呎, 8.8秒呎, 9.3呎封度, 1.2呎封度。

8. 二本ノ細イ針金ガ10呎ハナレテキル。一發ノ彈丸ハコノ兩者ヲ  
切ル。各針金ガ切レテ、電氣火花ガ起リ、廻轉圓場上ニ固定サレタ白金ノ  
指針ノ下ニ印ヲツケルヤウニシテアル。<sup>(2)</sup> 若シ、ソノ圓場ノ直徑ガ4呎デ  
アリ、一分間ノ廻轉數ガ1000デアリ、又ソノ火花ノ印ガ曲面上1.32呎離レ  
テ別々ニアルナラバ、二ツメ針金ガ切レル間ノ時間及ビ彈丸ノ速度ヲ求  
メヨ。但シ、兩針金ガ切レル間ノ時間ト各々ノ印ヲツケル間ノ時間ハ同  
ジデアルモノト假定スル。

表面速度ハ  $\frac{1000 \times 4\pi}{60}$ 、即チ209.44秒呎デアル。コレデ1.32ヲ割レバ、  
0.006303秒ヲ得ル。コレデ10呎ヲ割リ1587秒呎ヲ得ル。コレ即チ求メ  
ル彈丸ノ速度デアル。

9. 或ル銃砲實驗ニ於テ、彈丸ガ150呎宛離レテキル障害物ヲ、最初ノ  
障害物ヲ破ツタ時カラ數ヘテ、次ノヤウナ時間(秒)ニ破ル。0, 0.0666, 0.1343,  
0.2031, 0.2729, 0.3439, 0.4159。各二ツノ連続セル障害物ノ間ノ平均速度ヲ

(1) 一般ニ質量  $m$  ナル物體ノ速度ヲトスレバ、其ノ物體ノ有スル運動ノ「エ  
ネルギー」ハ  $\frac{1}{2}mv^2$  デアル。

(2) 此ノ裝置ハ銃ノ彈丸ノ速度ヲ測ルモノデアツテ、圓場ノ表面ニハ鐵線ヲ塗ツ  
テオク。



求メヨ。

答 2252, 2216, 2180, 2149, 2113, 2083 秒呎。

10. 運動スル物體ガアル。其ノ道ニ於ケル或ル原點カラ測ツタ距離  $s$  呎ヲ、或ル時間ノ初メカラ測ツタ時間  $t$  秒間ニ行ク。其ノ運動ノ式ハ

$$s = 12.2 - 3.4t + 6.7t^2,$$

デアル。  $t$  が 4 デアルトキ、  $s$  ヲ計算セヨ。  $t$  が 4.1 デアルトキ、即チ 1 秒ノ十分ノ一後ノ  $s$  ヲ計算セヨ。次ニコノ十分ノ一秒間ニ通過シタ距離ヲ求メヨ。而シテソノ平均速度ヲ求メヨ。

即チ、  $t=4$  ナルトキ、  $s=105.8$ 、  $t=4.1$  ナルトキ、  $s=110.887$ 。〔公式ニ關スル計算ガ正確デアルト考ヘラレルトキニハ、多クノ有效數字ヲ使用スル事ニ、學生ハ氣附クデアラウ。〕

0.1 秒間ニ通過シタ空間ハ 5.087 デアルカラ、コノ十分ノ一秒間ノ平均速度ハ

$$\frac{\text{空間}}{\text{時間}} = \frac{5.087}{0.1} = 50.87 \text{ 秒呎},$$

デアル。次ニ  $t=4.01$  及ビ  $t=4.001$  ニ對スル  $s$  ヲ計算シ、且ツ  $t=4$  以後ノ漸次短イ時間ニ對スル平均速度ヲ求メ、カクシテ  $t=4$  ニ於ケル眞ノ速度ヲ求メヨ。

若シ  $s$  ト  $t$  トヲツテ方眼紙ニ「グラフ」ヲ描ケバ、(§ 87 參照)、其ノ曲線ノ勾配ハ速度ノ物差デアル。

#### § 40. 表ノ使用

附録ノ本ニ於ケル數字ノ表ヲ用ヒル事ハ便利デナイ。故ニ學務局デハ次ノヤウナ表ヲ殆ンド無代(一部約半「ベニイ」)デ賣ツテキル。ソレハドンナ貧乏ナ學生ト雖モ、數部ヲ持タネバナラナイト云フ見地ニ基クノデアル。

第三十三章カラ第三十六章マデノ問題ノ解法ハ、若シ學生ガ平方、平方根、逆數ニ關スル表ヲ持ツテキルナラバ、非常ニ容易ニナスコトガ出來ルデアラウ。

丁度吾々が希望スルヤウナ表ハ少シモ公刊サレテキナイ。對數正弦等ノヤウナ不必要ナ表ハ非常ニ煩瑣デアル。吾々ハ四桁ノ有效數字ヲ使用スルダケデアル。次ノ表ニ於テ、各々ノ表ハ二頁ヲ要スル。或ル企業心アル發行者ガ、コノ表ヲ例ヘバー「ベニイ」ニ賣ル時ハ何時ノ事デア

ラウカ。

對數ト逆對數; 自然對數ト逆對數; 0 カラ  $90^\circ$  マデノ角ノ正弦、餘弦及ビ正切、(此等ノ角ハ度及ビ度ノ小數デ表ハサレテキテ、分ニハ無關係デナケレバナラス。  $\tan \theta$  ヲ與ヘテ直接ニ  $\theta$  ノ度數ヲ知ルヤウナ表ガナケレバナラナイ。); 度ヲ「ラディアン」ニ換算スル表及ビ「ラディアン」ヲ度ニ換算スル表; 平方、平方根ノニツノ表、逆數。此等ハ 28 頁間ニ涉リ、14 表トナル。



## 有用ナ常數

1 哩=1.6093 軒.

1 吋=25.40 耗.

1 呎=30.48 釐.

1 「ガロン」=0.1604 立方呎=10 封度ノ水(62°F).

1 節=6080 時呎=1 時哩=1.15 時哩.

ロンドンニ於ケル 1 封度ノ重サ=445,000 「ダイン」.

1 「アヴォアールヂュポア」<sup>(1)</sup> 封度=7000 「グレーン」=453.6 瓦.

1 疋=2.2046 封度.

新鮮ナ水 1 立方呎ノ日方=62.3 封度.

0°C 1 氣壓ニ於ケル空氣 1 立方呎ノ日方=0.0807 封度.

0°C 1 氣壓ニ於ケル水素 1 立方呎ノ日方=0.00559 封度.

1 呎封度=1.3562 × 10<sup>7</sup> 「エルグ」.

1 馬力時=33000 × 60 呎封度=2.6853 × 10<sup>13</sup> 「エルグ」.

1 電氣單位=1000 「ワット」時=1.34 馬力時.

1 「ジュール」=1 秒ニ對スル 1 「ワット」=10<sup>7</sup> 「エルグ」.

レニヨ<sup>(2)</sup>ノ  $H$ ニ適スルジュールノ當量=  $\begin{cases} 774 \text{ 呎封度}=1 \text{ 華氏單位.} \\ 1393 \text{ 呎封度}=1 \text{ 攝氏單位.} \end{cases}$

1 馬力=毎分 33000 呎封度=746 「ワット」.

1 「ワット」=毎秒 10<sup>7</sup> 「エルグ」.

「ボルト」×「アムペア」=「ワット」.

1 氣壓=1 平方吋ニ就キ 14.7 封度=1 平方呎ニ就キ 2116 封度=760 耗(水銀)=1 平方吋ニ就キ約 10<sup>6</sup> 「ダイン」.

(1) 「アヴォアールヂュポア」(avoirdupois) ハ常衡トイハレ、16 「オンス」ヲ 1 封度ト定メタ度量デアル。從ツテ此ノ制デハ 1 封度=7000 「グレーン」トナル。金銀、寶石、藥材ノ外ハ此ノ制ヲ用ヒル。

(2) H. V. Regnault (1810-1878), 佛國ノ化學者。其ノ  $H$  トハ熱ノ仕事當量デアツテ、壓力ト體積ノ相乘積ガ一定デアルトシタボイルノ定律ハ完全瓦斯ニ就イテデアツタノヲ、レニヨ<sup>(2)</sup>ハ壓力ガ大ニナレバ此ノ積ガ一定ナクナル事ヲ言ツタ。C.G.S. 單位ヲトレバ 1 「カロリー」=4.12 「ジュール」=4.12 × 10<sup>7</sup> 「エルグ」デアル。

高サ 2.3 呎ナル水柱ハ、一平方吋ニ就キ一封度ノ壓力ニ對應スル。絶對溫度、 $t=0^\circ C+273^\circ$ . 又ハ  $9^\circ F+461^\circ$ .

$\pi=3.1416$ .

1 「ラディアン」=57°30'.  $\pi$  「ラディアン」=180°.

自然對數=常用對數×2.3026.

自然對數ノ底  $e=2.7183$ .

ロンドンニ於ケル  $g$  ノ値=32.191 秒々呎=981 秒々釐.

光ノ速度=3 × 10<sup>10</sup> 秒釐.

地球ノ平均密度=水ノ密度ノ 5.67 倍.

我ガ日本デ必要ナ二三ノ常數ヲ次ニ補ツテオク。

1  $m=3.3$  尺=3.2809 呎.

1  $km=9$  町10 間 (0.25463 里)=0.62138 哩.

1 哩=1852  $m=16$  町58 間3 尺6 寸 (0.47157 里).

1  $a=100$  平方米=1.0083 畝=0.024711 「エーカー」.

1  $l=1000cc=0.55435$  升=0.21995 卍(英).

1  $kg=0.26667$  貫( $\frac{4}{15}$  貫)=1.6667 斤=2.2046 封度.

1  $t$  (噸)=266.67 貫=0.98421 噸(英).

1  $ct=200mg$ .

1 「メガダイン」=1  $kg$  ノ質量ノ物體ニ働キ10 秒々米ノ加速度ヲ與ヘル力.

1 重量疋=0.98 「メガダイン」.

氣壓 1 「バール」=1 「メガダイン」ノ力ヲ 1 平方釐ノ面積ニ受ケル壓力.

平方釐ニ付キ 1 重量疋ノ壓力=0.98 「バール」.

1 「キロワット」時=3600 「キロジュール」.

1 疋米=9.8 「ジュール」.

\* (104頁脚註)1000 ヨリ 2000 ニ至ル數ノ對數ヲ求メ得ル次頁ノ表ノ部分ノ版權ハマックミラン會社ノ各位ノ所有ニ係ル。ケレドモ教育的目的ノ爲ニ公刊スル如何ナル著書ニモ此ノ形ヲ用ヒル事ヲ許可サレタ。

(1) (108頁脚註) 108, 109 頁ノ指數函數表ハ、譯者ガ之ヲ撰シ補ツタモノデ原書ニハナイ。



對 數\* (一)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170						4	9	13	17	21	26	30	34	38
					0212	0253	0294	0334	0374		4	8	12	16	20	24	28	32	37
11	0414	0458	0492	0531	0569						4	8	12	15	19	23	27	31	35
					0607	0645	0682	0719	0755		4	7	11	15	19	22	26	30	33
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969					3	7	11	14	18	21	25	28	32
					1004	1038	1072	1106			3	7	10	14	17	20	24	27	31
13	1139	1173	1206	1239	1271						3	7	10	13	16	20	23	26	30
					1303	1335	1367	1399	1430		3	7	10	12	16	19	22	25	29
14	1461	1492	1523	1553							3	6	9	12	15	18	21	24	28
					1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	17	20	23	26
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903					3	6	9	11	14	17	20	22	26
					1931	1959	1987	2014			3	5	8	11	14	16	19	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148						3	5	8	11	14	16	19	22	24
					2175	2201	2227	2253	2279		3	5	8	10	13	15	18	21	23
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430					3	5	8	10	13	15	18	20	23
					2455	2480	2504	2529			2	5	7	10	12	15	17	19	22
18	2553	2577	2601	2625	2648						2	5	7	9	12	14	16	19	21
					2672	2695	2718	2742	2765		2	5	7	9	11	14	16	18	21
19	2788	2810	2833	2856	2878						2	4	7	9	11	13	16	18	20
					2900	2923	2945	2967	2989		2	4	6	8	11	13	15	17	19
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
					3424	3444	3464	3483	3502	3522	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	16	18
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
					4314	4330	4346	4362	4378	4393	2	3	5	6	8	9	11	13	14
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
					5051	5065	5079	5092	5105	5119	1	3	4	5	7	8	9	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
					5682	5694	5705	5717	5729	5740	1	2	3	5	6	7	8	9	10
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
					6232	6243	6253	6263	6274	6284	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	8	9
					6721	6730	6739	6749	6758	6767	1	2	3	4	5	6	7	8	9
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	6	7	8	9
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	5	6	7	8	9
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	4	5	6	7	8	9

對 數 (二)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	6
72	8573	8579	8585	8591	8597														



逆 對 數 (一)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
-01	1023	1026	1028	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
-02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
-03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
-04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-06	1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-07	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-08	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-09	1230	1233	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-10	1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-11	1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-12	1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-13	1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-14	1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-15	1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-16	1445	1449	1452	1455	1459	1462	1466	1469	1472	1476	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-17	1479	1483	1486	1489	1493	1496	1500	1503	1507	1510	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-18	1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1538	1542	1545	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-19	1549	1552	1556	1560	1563	1567	1570	1574	1578	1581	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-20	1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-21	1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-22	1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-23	1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-24	1738	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-25	1778	1782	1786	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-26	1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-27	1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-28	1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-29	1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-30	1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-31	2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-32	2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-33	2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183	0	1	1	1	1	1	2	2	2
-34	2188	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-35	2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-36	2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-37	2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-38	2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-39	2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-40	2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-41	2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-42	2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-43	2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-44	2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-45	2818	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-46	2884	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-47	2951	2958	2965	2972	2979	2985	2992	2999	3006	3013	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-48	3020	3027	3034	3041	3048	3055	3062	3069	3076	3083	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-49	3090	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155	1	1	2	2	2	2	3	3	3

逆 對 數 (二)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228	1	1	2	2	2	2	3	3	3
-51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	3304	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	3381	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	3459	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	3540	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	3622	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	3707	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3767	3776	3784	3793	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	3882	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-59	3890	3899	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	3972	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	4064	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	4159	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-62	4169	4178	4188	4198	4207	4217	4227	4236	4246	4256	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	4355	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	4457	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-65	4467	4477	4487	4498	4508	4519	4529	4539	4550	4560	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-66	4571	4581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4656	4667	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	4775	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	4887	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	5000	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	5117	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	5236	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	5358	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	5483	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-74	5495	5508	5521	5534	5546	5559	5572	5585	5598	5610	1	2	2	2	2	2	3	3	3
-75	5623	5636	5649	5662															



指數函數 (一)<sup>(1)</sup>

$x$	$e^x$	$e^{-x}$	$x$	$e^x$	$e^{-x}$
0.0000	1.0000	1.00000000	1.5	4.4817	0.2231302
0.0001	1.0001	0.99990000	1.6	4.9530	0.2018965
0.0002	1.0002	0.99980001	1.7	5.4739	0.1826835
0.0003	1.0003	0.99970004	1.8	6.0496	0.1652986
0.0004	1.0004	0.99960007	1.9	6.6859	0.1495686
0.0005	1.0005	0.99950012	2.0	7.3891	0.1353353
0.0006	1.0006	0.99940017	2.1	8.1662	0.1224564
0.0007	1.0007	0.99930024	2.2	9.0250	0.1108032
0.0008	1.0008	0.99920032	2.3	9.9742	0.1002588
0.0009	1.0009	0.99910040	2.4	11.0232	0.0907180
0.001	1.0010	0.99900049	2.5	12.1825	0.0820850
0.002	1.0020	0.99800199	2.6	13.463	0.0742736
0.003	1.0030	0.99700449	2.7	14.880	0.0672055
0.004	1.0040	0.99600798	2.8	16.445	0.0608101
0.005	1.0050	0.99501247	2.9	18.174	0.0550232
0.006	1.0060	0.99401796	3.0	20.086	0.0497871
0.007	1.0070	0.99302444	3.1	22.198	0.0450492
0.008	1.0080	0.99203191	3.2	24.533	0.0407622
0.009	1.0090	0.99104038	3.3	27.113	0.0368832
0.01	1.0100	0.99004982	3.4	29.964	0.0333733
0.02	1.0202	0.98019867	3.5	33.115	0.0301974
0.03	1.0304	0.97044553	3.6	36.598	0.0272237
0.04	1.0403	0.96078945	3.7	40.447	0.0247235
0.05	1.0512	0.95122942	3.8	44.701	0.0223708
0.06	1.0618	0.94176453	3.9	49.402	0.0202419
0.07	1.0725	0.93239381	4.0	54.598	0.0183156
0.08	1.0833	0.92311634	4.1	60.340	0.0165727
0.09	1.0942	0.91393118	4.2	66.686	0.0149956
0.1	1.1052	0.90483742	4.3	73.700	0.0135686
0.2	1.2214	0.81873075	4.4	81.451	0.0122773
0.3	1.3499	0.74081822	4.5	90.017	0.0111090
0.4	1.4918	0.67032005	4.6	99.48	0.0100518
0.5	1.6487	0.60653066	4.7	109.95	0.0090953
0.6	1.8221	0.54881164	4.8	121.51	0.0082297
0.7	2.0138	0.49658533	4.9	134.29	0.0074466
0.8	2.2255	0.44932896	5.0	148.41	0.0067379
0.9	2.4596	0.40656966	5.1	164.03	0.0060967
1.0	2.7183	0.36789441	5.2	181.27	0.0055166
1.1	3.0042	0.3328711	5.3	200.34	0.0049916
1.2	3.3201	0.3011942	5.4	221.41	0.0045166
1.3	3.6693	0.2725318			
1.4	4.0552	0.2465970			

指數函數 (二)

$x$	$e^x$	$e^{-x}$	$x$	$e^x$	$e^{-x}$
5.5	244.60	0.40868 × 10 <sup>-2</sup>	9.5	13360	0.7485 × 10 <sup>-4</sup>
5.6	270.43	0.36979 "	9.6	14765	0.6773 "
5.7	298.87	0.33460 "	9.7	16318	0.6128 "
5.8	330.30	0.30276 "	9.8	18034	0.5545 "
5.9	365.04	0.27394 "	9.9	19930	0.5018 "
6.0	403.43	0.2479 "	10	22026	0.4540 "
6.1	445.86	0.2243 "	11	59874	0.167017008 "
6.2	492.75	0.2029 "	12	162754	0.614421235 × 10 <sup>-5</sup>
6.3	545.57	0.1836 "	13	442413	0.226032941 "
6.4	601.85	0.1662 "	14	1202604	0.831528719 × 10 <sup>-6</sup>
6.5	665.14	0.1503 "	15	3269017	0.305902321 "
6.6	735.10	0.1360 "	16	8886110	0.112535175 "
6.7	812.41	0.1231 "	17	24154953	0.413993772 × 10 <sup>-7</sup>
6.8	897.85	0.1114 "	18	65659969	0.152299797 "
6.9	992.27	0.1008 "	19	178482301	0.560279644 × 10 <sup>-5</sup>
7.0	1096.63	0.9119 × 10 <sup>-3</sup>	20	485165195	0.206115362 "
7.1	1212.00	0.8251 "	21	1318815730	0.758256043 × 10 <sup>-9</sup>
7.2	1339.40	0.7466 "	22	3584912850	0.278946809 "
7.3	1480.30	0.6755 "	23	9744803450	0.102618796 "
7.4	1636.00	0.6113 "	24	26489122100	0.377513454 × 10 <sup>-10</sup>
7.5	1808.00	0.5531 "	25	72004899300	0.138879439 "
7.6	1998.2	0.5005 "	26	195729609 × 10 <sup>3</sup>	0.510908903 × 10 <sup>-11</sup>
7.7	2208.3	0.4528 "	27	532048241 "	0.187952882 "
7.8	2440.6	0.4097 "	28	144625707 × 10 <sup>4</sup>	0.691440011 × 10 <sup>-12</sup>
7.9	2697.3	0.3707 "	29	393132430 "	0.254366565 "
8.0	2981.0	0.3355 "	30	106864746 × 10 <sup>5</sup>	0.935762297 × 10 <sup>-13</sup>
8.1	3384.5	0.3035 "	35	158601345 × 10 <sup>7</sup>	0.630511676 × 10 <sup>-15</sup>
8.2	3641.0	0.2747 "	40	235385267 × 10 <sup>9</sup>	0.424835426 × 10 <sup>-17</sup>
8.3	4023.9	0.2485 "	45	349342711 × 10 <sup>11</sup>	0.286251858 × 10 <sup>-19</sup>
8.4	4447.1	0.2249 "	50	518470553 × 10 <sup>14</sup>	0.192874985 × 10 <sup>-21</sup>
8.5	4914.8	0.2035 "	55	769478527 × 10 <sup>15</sup>	0.129958143 × 10 <sup>-23</sup>
8.6	5431.7	0.1841 "	60	114200739 × 10 <sup>18</sup>	0.875651076 × 10 <sup>-26</sup>
8.7	6002.9	0.1666 "	65	169488924 × 10 <sup>20</sup>	0.590009052 × 10 <sup>-28</sup>
8.8	6634.2	0.1507 "	70	251543867 × 10 <sup>22</sup>	0.397544974 × 10 <sup>-30</sup>
8.9	7332.9	0.1364 "	75	373324200 × 10 <sup>24</sup>	0.267863696 × 10 <sup>-32</sup>
9.0	8103.0	0.1234 "	80	554062238 × 10 <sup>26</sup>	0.180485139 × 10 <sup>-34</sup>
9.1	8955	0.1117 "	85	822301271 × 10 <sup>28</sup>	0.121609930 × 10 <sup>-36</sup>
9.2	9897	0.1010 "	90	122040329 × 10 <sup>31</sup>	0.819401262 × 10 <sup>-39</sup>
9.3	10933	0.9142 × 10 <sup>-1</sup>	95	181123908 × 10 <sup>33</sup>	0.552108228 × 10 <sup>-41</sup>
9.4	12088	0.8272 "	100	268811714 × 10 <sup>35</sup>	0.372007598 × 10 <sup>-43</sup>



角

度	角						弦	正弦	正切	餘切	餘弦	度
	ラジアン	弦	正弦	正切	餘切	餘弦						
		0	0	0	∞	1	1.414	1.5708	90°			
1	-0175	-017	-0175	-0175	57.2900	.9998	1.402	1.5533	89			
2	-0349	-035	-0349	-0349	28.6363	.9994	1.389	1.5379	88			
3	-0524	-052	-0523	-0524	19.0811	.9986	1.377	1.5184	87			
4	-0698	-070	-0698	-0699	14.3007	.9976	1.364	1.5010	86			
5	-0873	-087	-0872	-0875	11.4301	.9962	1.351	1.4835	85			
6	-1047	-105	-1045	-1051	9.5144	.9945	1.338	1.4661	84			
7	-1222	-122	-1219	-1228	8.1443	.9925	1.325	1.4486	83			
8	-1396	-140	-1392	-1405	7.1154	.9903	1.312	1.4312	82			
9	-1571	-157	-1564	-1584	6.3138	.9877	1.299	1.4137	81			
10	-1745	-174	-1736	-1763	5.6713	.9848	1.286	1.3963	80			
11	-1920	-192	-1908	-1944	5.1446	.9816	1.272	1.3788	79			
12	-2094	-209	-2079	-2126	4.7046	.9781	1.259	1.3614	78			
13	-2269	-226	-2250	-2309	4.3315	.9744	1.245	1.3439	77			
14	-2443	-244	-2419	-2493	4.0108	.9703	1.231	1.3265	76			
15	-2618	-261	-2588	-2679	3.7321	.9659	1.218	1.3090	75			
16	-2793	-278	-2756	-2867	3.4874	.9613	1.204	1.2915	74			
17	-2967	-296	-2924	-3057	3.2709	.9563	1.190	1.2741	73			
18	-3142	-313	-3090	-3249	3.0777	.9511	1.176	1.2566	72			
19	-3316	-330	-3256	-3443	2.9042	.9455	1.161	1.2392	71			
20	-3491	-347	-3420	-3640	2.7475	.9397	1.147	1.2217	70			
21	-3665	-364	-3584	-3839	2.6051	.9336	1.133	1.2043	69			
22	-3840	-382	-3746	-4040	2.4751	.9272	1.118	1.1868	68			
23	-4014	-399	-3907	-4246	2.3559	.9205	1.104	1.1694	67			
24	-4189	-416	-4067	-4452	2.2460	.9135	1.089	1.1519	66			
25	-4363	-433	-4226	-4663	2.1445	.9063	1.075	1.1345	65			
26	-4538	-450	-4384	-4877	2.0503	.8988	1.060	1.1170	64			
27	-4712	-467	-4540	-5095	1.9626	.8910	1.045	1.0996	63			
28	-4887	-484	-4695	-5317	1.8807	.8829	1.030	1.0821	62			
29	-5061	-501	-4848	-5543	1.8040	.8746	1.015	1.0647	61			
30	-5236	-518	-5000	-5774	1.7321	.8660	1.000	1.0472	60			
31	-5411	-534	-5150	-6009	1.6643	.8572	.985	1.0297	59			
32	-5585	-551	-5299	-6249	1.6003	.8480	.970	1.0123	58			
33	-5760	-568	-5446	-6494	1.5399	.8387	.954	.9948	57			
34	-5934	-585	-5592	-6745	1.4826	.8290	.939	.9774	56			
35	-6109	-601	-5736	-7002	1.4281	.8192	.923	.9599	55			
36	-6283	-618	-5878	-7265	1.3764	.8090	.908	.9425	54			
37	-6458	-635	-6018	-7526	1.3270	.7986	.892	.9250	53			
38	-6632	-651	-6157	-7783	1.2799	.7880	.877	.9076	52			
39	-6807	-668	-6293	-8098	1.2349	.7771	.861	.8901	51			
40	-6981	-684	-6428	-8391	1.1918	.7660	.845	.8727	50			
41	-7156	-700	-6561	-8693	1.1504	.7547	.829	.8552	49			
42	-7330	-717	-6691	-9004	1.1106	.7431	.813	.8378	48			
43	-7505	-733	-6820	-9325	1.0724	.7314	.797	.8203	47			
44	-7679	-749	-6947	-9657	1.0355	.7193	.781	.8029	46			
45°	-7854	-765	-7071	-10000	1.0000	.7071	.765	-7854	45°			
			餘弦	餘切	正切	正弦	弦	ラジアン				
								角				

第九章 方眼紙ノ使用

§ 41. 方眼紙

方眼紙ハ等距離ニアル水平線ト鉛直線トヲ覆ハレテキテ、各10番目毎ノ直線ヲ日立ツヤウニスル。従ツテ物指ヲ用ヒナイデ、水平及ビ鉛直ノ距離ヲ測ルコトガ容易デアル。コノ紙ハ、實際ニ、紙上トル處其ノ物指ヲ具ヘテキルノデアル。

1876年マデハ方眼紙ハ非常ニ高價ナモノデアツタ。ソレハ重要ナ仕事ヲスル若干ノ人々ガ之ヲ使用スルノミデアツタ。此ノ年ニアイルトシ教授ト私トハ、日本デコレヲ廣ク使用シ始メタ。ソシテ私等ガロンドンニ歸ラテフィソズベリノ工科大学デ数学、機械工学、電気工学及ビ實驗室ノ仕事ナド(其ノ當時ハ今日程普及シテキナカッタ)ヲ教ヘル者々ノ方法ヲ紹介シタ時ニ、安價ナ方眼紙ヲ作ルト云フ事ハ、一ツノ基本的事業デアルノヲ知ツタ。昔方眼紙一枚ハ8「ペンス」デアツタノニ、今日デハ一帖6「ペンス」デ求メラレル。(1) 今日ノ學生ハ之ヲ樂書ノ紙ノヤウニ扱フ。文部省ノ三ツノ重要ナ學科ニ於ケル志願者ハソノ答案ヲ方眼紙ノ本ノ上ニ書ク。學生ハ澤山ノ方眼紙ヲ使用シナケレバナラナイト云フ事、又ソレヲ濫リニ使用シナケレバナラナイト云フ事ハ重要ナコトデアル。以前ニハ、多クノ人ハ方眼紙ハ如何ニシテ使フ事ガ出來ルカト云フ事ハ知ツテキタ。併シ、彼等ハ殆ンドソレヲ使ハナカッタ。又タマタマ彼等ガ之ヲ使フトキニハ、問題ヲ解ク爲ニ使フノデハナク、問題ヲ解ク方法ヲ説明圖解スル爲ニ使ツタノデアル。

私ハ次ニ方眼紙ノ使用法ノ二三ヲ諸君ニ示シタイト思フ。此ノ課題

(1) 譯者ハ大正10年ヨリ大正14年ニカケ(1921-1925),「グラフ」ヲ普通教育ニ導入スベキ事ヲ叫ビ、之ニ關スル著書ヲ二三公刊シタノデアルガ、之ガ眞ニ徹底スル爲ニハ安價ナ方眼紙ヲ提供スル必要ガアルト思ヒ、九種ノ方眼紙ヲ考案シ一枚五厘ヲ發賣セタ。大正10年以前ニハ一枚五六錢モシ、而モ容易ニ得難イ所デアツタ。今日デハ四六版型一枚ガ三厘以下デ手ニスル事ガ出來ルヤウニ普及シタ。



ヲ150ノ命題ニ分チ、且ツツノ一ツカラ次ヘト諸君ヲ導キ、遂ニ一ツノ科學ヲ建設スル事ハ容易デアラウ。併シ、ココデハ、其ノ冒頭ニ當ツテ、嘗テ計算尺ノ事ヲ記述シタトキニ私が言ツタヤウニ、次ノ總テノ問題ハ實際ニハ一ツノ問題デアルト云フ事ヲ諸君ニ諒解シテ貰ヒタイノデアル。學生ハ、此等ノ問題ノ一ツ又ハ二ツヲヤツタ後、此等ノ總テニ潜在シテキル一般ノ思想ヲ見ネバナラナイ。又若シ、彼ガ自分一人デ實行スルダケデアツテ、自分ノ常識ヲ繰磨スルノミデアラバ、彼ハコノヤウナ問題ハドンナモノデモ解ク事が出来、更ニ進ンデ、彼ハ何等ノ煩雜ナ證明ヲモ要シナイデアラウ。事物ハ證明ヲ要シナイ自明ノモノトナルデアラウ。

證明ナルホド！或ル人々ハ彼等自ラノ存在ヲ證明スル必要ガアル。數學者ハ諸君ニコノ學科ハ坐標幾何學又ハ解析幾何學ト呼バネバナラナイト云フデアラウ。又彼等ハ諸君ニ如何ナル人デモ、其ノ人が最も煩雜ナ代數學及ビ三角法ノ研究ヲ成就スルマデハコノ解析幾何學ヲ始メテハナラナイト言フデアラウ。今私ハ、讀ミ書キモ出来ナイ人ニヨツテ之ガ使用サレ、シカモ極メテ賢明ニ且ツ有效ニ使用サレルコトヲ知ツタト云フコトヲ諸君ニ諒解シテ貰ヒタイノデアル。

#### §42. 方眼紙使用ノ實例

私ハココニ、今朝ノ新聞紙カラ切り抜イタ先週ノ晴雨計ト寒暖計トノ高低ヲ記録シタ方眼紙ヲ持ツテキル。諸君ハ此ノ意味ヲ直チニ諒解シナイカ。水平ノ距離ハ日曜ノ夜半カラノ時間ヲ表ハシ、鉛直ノ距離ハ一ツノ分デハ晴雨計ノ高サヲ、又他ノ分デハ寒暖計ノ高サヲ表ハシテキル。

#### §43. 方眼紙使用ノ效果

商業新聞ハ方眼紙デ澤山ノ記録ヲ載セル。ココニ、或ル金屬ノ價格ノ變動ヲ示ス所ノ工學新聞カラ切り取ツタ或ル方眼紙ガアル。

又ココニ英國、米國、獨國、佛國、白國等ニ於テ、1878年以後年々ノ石炭ト鐵トノ産額ヲ示ス或ル曲線ガアル。コレヲ博物館ニ於ケル展覽會デ發見

シタ。此等ノ曲線ハ諸君ガ知ラウト欲スルモノヲ一見シテ與ヘル。石炭ト鐵トニ興味ヲ有スル人々ハ、諸君ガ見ル所ノ各々ノ僅カナ動搖ニ於テ、面白イ物語ヲ讀ムデアラウ。工業發達ノ一般的割合ハ明瞭デアル。最も驚クベキコトハ、ソノ發達ガ、米國ニ於テ著シイ事デアル。

横濱ノ或ル生絲商人ニ、伊太利ノ生絲一封度ノ價ガ電信デ報告サレルトキ、其ノ商人ガ方眼紙上ニ生絲相場ヲ記録スル場合ヲ考ヘテ見ヨウ。彼ハ何故サウスルカ。

第一ニ、彼ハ一年前ノ價ノ記録ヲ持ツテキル。ソノ記録ハ一見明瞭デアリ、絲價ガ最高又ハ最低ニナツタトキ、及ビ市場ガ混亂シテキルトキヲ、一見シテ知ラセルモノデアル。

第二ニ、彼ハ價格ノ高低ノ割合ヲ曲線ノ勾配ニヨツテ見ル。

第三ニ、若シ彼ガ同ジ紙ノ上ニ同ジ日附ニ於ケル他ノ事物ノ「グラフ」ヲ描クナラバ、其等ノ事物ノ高低ガ彼ノ生絲ノ價格ニ及ボシタ影響ヲ知ルデアラウ。

第四ニ、彼ハ曲線カラ非常ニ多クノ知識ヲ得、從ツテ彼ハコノヤウナ記録ヲ持タナイ人ヨリモモツト正確ニ相場ヲ豫言スルコトガ出来ル。事實、彼ガ若シ今委託貨物ヲ送ルナラバ、一ヶ月ノ後ニ伊太利ニ於テ彼ノ生絲ガ賣ラレルトキノ値段ヲ相當正確ニ云フコトガ出来ル。

實際ニ金儲ケヲスル人及ビ哲學者ハ、非常ニ多クノ有用ナ目的ニ對シテ方眼紙ヲ使用スル。故ニ私ハ其等ノ目的ヲ列舉スル事ヲ止メヨウ。

私ハ嘗ツテ、我が國ノ最も偉大ナ政治家ノ一人ニヨツテ書カレタ十九世紀ニ於ケル立派ナ論說ヲ讀ンダ。ソレハ英國ノ人口ト富トノ増加ノ割合ヲ述ベタモノデアル。其ノ推理ハ最も難解ナモノデアツタ。併シ、其ノ著者ノ數字ヲ取ツテ之ヲ方眼紙上ニ作圖スレバ、彼ガ非常ニ緻密ニ推理シテ得タ各々ノ結果ハ曲線ノ上ニ明ヲカデアツテ、從ツテ子供デサヘソノ結果ヲ理解スル事が出来タ。

私ハ嘗テ、或ル委員會ニ列シタ。其ノ時一人ノ幹事ハ、或ル級ニ於ケル



出席が確カニ落ちテユク理由ヲ詳述シテキタ。暇ナ時ニ、私ハ、大變祖略デハアツタガ、方眼紙ヲ作ツテ其ノ數ヲ作圖シタ。其ノ結果缺席ノアツタ或ル特別ナ日ニ或ル奇妙ナ出来事ガ起ツテキタ事ガ直チニ明ラカニナツタ。コノ事ハ直チニソノ惡弊ヲ矯正スルモノニ役立ツタ。今私ハ數字ニ器用ナ人ガ、數字自身カラ此ノ事ヲ發見シナカツタデアラウトハ言ハナイ。併シ、仕事ヲヤルノニ、方眼紙ヲ用ヒル方法ガ重要ナ事ハ、數字ヲ精細ニ取扱フ事ニ如何ニ悩ンデモ、「グラフ」ニ依レバソノ數字ガ告ゲテキル一般の物語(即チ法則)ヲ不明ニハサセナイトイフ點デアル。

#### §44. 挿入

學生ハ直グニ自分デ方眼紙ヲ使用シ、又興味ヲ感ズル數ヲ以テソレヲ使用スルヤウニ努メナケレバナラナイ。ソレニハ「ウキ、テ、カーノ曆<sup>(1)</sup>」ノヤウナ書物ガ有用デアル。

諸君ハ1790年以後ノ年々ノ三分利附英國公債<sup>(2)</sup>ノ價格ヲ示ス表ヲ見受ケルデアラウ。ソレヲ「グラフ」ニ描ケバ、此ノ方法デ金ノ値ノ變化ニ就イテノ或ル觀念ヲ得ル。即チ次ノヤウニスル。

例1. 或ル保險會社ガ次ノヤウナ年々ノ保險料ニ對シテ、死亡ノ場合ハ100磅ノ保險契約ヲスル:

保險ノ年數	21	25	30	35	40	45	50	55	60
保險料	£ s. d. 2 3 1	£ s. d. 2 6 6	£ s. d. 2 11 9	£ s. d. 2 18 2	£ s. d. 3 6 3	£ s. d. 3 16 4	£ s. d. 4 10 7	£ s. d. 5 13 8	£ s. d. 7 4 9

「シリング」ヤ「ペンス」ハ磅ノ小数ニ換算シタ方ガヨイ。例ヘバ、5£

(1) Whitaker's Almanack ハ年々發行サレル英國ノ曆デアツテ、1868年ニジョセフ・ウキテッカー(Josph Whitaker)ガ1869年ノ曆ヲ作ツタニ始マル。1887年カラ年々二種刊行サレ、ソノ大ナル方ニハ特ニ世界各國ノ統計的資料ガ多ク載セテアル。我が國ニモ「日本帝國統計年鑑」(内閣統計局)等ノ定期出版物ガアルガ、廉價デ便利ナモノヲ選ブナラ、矢野恒太著「日本國勢圖會」ヤ諸新聞社ノ年鑑ガ手頃デアラウ。

(2) Consols (即チ Consolidated annuities) ノ事デアツテ、之ハ1751年整理シテ三分利附ニシタ英國公債證書デアル。今ハ二分五厘デアル。

13s 8d ヲトル。8片ハ $\frac{8}{12}$ 志、即チ0.667志デアル。又13.667志ハ0.6834磅デアル。故ニ、私ハ5.6834磅ヲ使フ。(恐ラク諸君ハコノヤウナ問題ハ避ケタ方ガヨイ。之ハ十進法ニ換算スルニ面倒ナ計算ヲ要スル。)

サテ、諸君ガ作圖シタ諸點ヲ通ル曲線ヲ描イテ、挿入スルコト(或ハ補間)ガ出来ル事ニ注意セヨ。即チ諸君ハ、任意ノ中間ノ年ニ於テ、被保險者ニ課セラレル保險料ヲ極メテ巧ミニ言ヒ當テル事ガ出来ルノデアル。其ノ他、コノ曲線自身デモ、ソレヲ單ニ見ルダケデ大イニ得ル所ガアル。

同ジ方法デ、或ル特定ナ年齢ノ一人ノ人ニ對スル年金ノ額ヲ示ス表カラ問題ヲ取ル事ガ出来ル。

又特定ナ年齢ノ人々ニヨツテ期待セラレル生命ノ平均ノ長サヲ示ス表ニ於テ優レタ問題ヲ發見スルデアラウ。

1887年以來毎年鑛山カラ産出スル金又ハ銀ノ全量ヲ作圖セヨ。此等ノ點ノ間ニ最モ滑カニ横ハル曲線ヲ描ケ。之ニヨツテ諸君ハ、茲數年間ノ産出量ヲ如何ニ精密ナ値ニ接近シテ豫言スル事ガ出来ルカラ見ヨ。

1885年以來毎年郵送セラレタ封書及ビ葉書ノ總數ヲ二ツノ曲線ニ作圖セヨ。若シ其ノ中ノ一ツガ、或ル時期ニ特色ヲ表ハスナラバ、他ノ方モソレニ相應スルカ否カニ注意セヨ。

印度ニ於ケル歲入又ハ歳出ノ増加、又ハ米國ノ貿易ノ増加、又ハ英國カラノ移民、又ハ1885年以後ノ年々ノ羊肉或ハ林檎ノ輸入額等ノ「グラフ」ヲ描ケ。

例2. 次ノ表ハ、次ノ年々ニ於ケル、9月1日カラ12ヶ月間ノ學校ニ於ケル半日出席兒童<sup>(1)</sup>ノ數デアル。

年	1892	1893	1894	1895	1896
出席數	164,018	140,831	126,896	119,747	110,654

コレニ依ツテ「グラフ」ヲ描キ、且ツ其ノ次ノ(1897年)ニ於ケル出席數ヲ豫言セヨ。又、進ニ延長シテ1891年9月1日カラ1892年9月1日マ

(1) 半日出席ノ兒童トハ、勞働スル兒童デアツテ、勞働ノ爲毎日學校ノ授業時間ヲ半分出席スル者ヲイフ。



デノ確カラシイ出席數ヲ言ヘ。

(此ノ問題ハ、1899年ニ於ケル私ノ講義ノ中ノ一ツニ在ル。之ハ丁度ソノ當時學校ニ於ケル半日出席制度ニ關スル議案ガ衆議院ニ提出サレテキタカラデアル。)

聯合王國<sup>(1)</sup>ノ鐵道運輸ノ收入或ハ旅客數ノ「グラフ」ヲ描ケ。其ノ曲線ニ依ツテ、1883年以來、如何ニ二等乗客ノ數ガ減少シ、三等乗客ノ數ガ増加シタカヲ示セ。

私ハ次ニ、讀者ガウキッテッカーノ曆ノヤウナ本ヲ選擇スル事ニ注意スルヤウ、若干ノ問題ヲ記述スル。

§ 45. 外挿入

次ノ諸問題ハ 1899年ニ於ケル私ノ講義ノ一ツニ在ル。次ニ表記シタ數ハ、百萬ヲ單位トスル或ル人口ノ統計デアル。

各々ノ明記セラレタ年ノ中間ニ於ケル數ヲ云フ。

年	1811	1821	1831	1841	1851	1861	1871	1881	1891
イングランド及ビウエールズ	10.164	12.000	13.897	15.914	17.928	20.066	22.712	25.974	29.002
スコットランド	1.806	2.091	2.364	2.620	2.889	3.062	3.360	3.736	4.026
アイルランド	—	6.802	7.767	8.175	6.552	5.779	5.412	5.175	4.705

コレヲ作圖シ、其ノ點ノ間ヲ滑カニ通ル曲線ヲ描ケ。

カヤウナ問題ハ次ノヤウニナセ。(a) 1845年ニ於ケルイングランドトウエールズトノ確カラシイ人口ヲ、單位ヲ百萬トシテ求メヨ。答 16.72百萬。(b) 1845年ノ中頃ニ於ケル一年ニ就イテノ人口増加ノ確カラシイ割合ヲ求メヨ。答 毎年200,000。(c) 1901年及ビ 1911年ニ於ケルイングランドトウエールズトノ確カラシイ人口ヲ求メヨ。答 33.92及ビ38.58百萬。

私ハ問題(c)ヲ、1899年ニ與ヘラレタモノトシテ諸君ニ與ヘル。何トナレバ、現在デハ 1901年及ビ 1911年ニ於ケル人口ハ既知デアル。1901年ニ

(1) 聯合王國 (United Kingdom) トハ イングランド、スコットランド及ビアイルランドノ聯合ヲイヒ、植民地ヲ合セタ大英帝國ニ對スル英本國デアル。

於テ人口ハ 32.5デアリ、1911年ニテハ 36.1デアツタ。故ニ上ノ答ハ誤ツテキル。從ツテコノ事ハ外挿入(或ハ補外)ノ危險ヲ示シテキル。

學生ハココデ、或ル特殊ナ時期ニ於ケル人口増加ノ一年ニ對スル割合ヲ私ニ質問セラレテ困ルカモ知レナイ。彼ハ 1845年中ノ實際ノ人口ノ増加ヲ言フ事ハ出來ル。今一ツノ概念ハ實際ニ彼ニハヨク解ツテキル。併シ、ソレヲ第十八章デ考ヘネバナラナイ。

此ノヤウナ問題ニ於テ、學生ハ次ノ事ヲ注意スルデアラウ。即チ其等ノ數ハ全ク正確デアツテモ、吾々ガ人口増加ノ或ル簡單ナ一般的法則ガ存在スルカ否カラ見ヨウトスルトキニハ、其等ノ點ヲ正確ニ通ラナクテモ、唯滑カニ其等ノ點ヲ通ルヤウナ曲線ヲ描ケバヨロシイ。

§ 46. 問 題

次ノ測定數ハ、機關手ニトツテ非常ニ有用ナ或ル表カラ取ツタモノデアル。θ=152ナルトキ、pヲ求メヨ。尙又 p=75ナルトキ、θヲ求メヨ。

θ	140	145	150	155	160	165
p	52.52	60.40	69.21	79.03	89.86	101.90

方眼紙ニ「グラフ」ヲ描イテ挿入ガ出來ル。(又學生ハ大型ノ紙ヲ使ハネバナラナイ。試験ニ於ケル或ル志願者ハ、彼等ガ一平方呎ノ紙ヲ費消シナケレバナラナイトキニ、一平方吋ヲ費消スル。)

答 θ=152, p=73.1; p=75, θ=153.

上ノ諸數ハ實驗カラ得タモノデ、從ツテ多分僅少ノ誤差ガアルケレドモ、併シ、其等ノ數ハ既ニ誤差ニ對シテハ訂正サレテキルノデアルカラ、其ノ曲線ハ正確ニ作圖シタ諸點ヲ通ラネバナラナイト云フ事ニ、學生ハ氣附クデアラウ。

上ノ總テノ課業ニ於テ、—私ガ學生ニ豫言スルコトヲ求メルトキ、私ガ彼ニ警告モセズ、又話モシナカッタ事ハ何デアルカ。—彼ノ常識ニ關



スル練習問題ヲヤルヤウニ、私ハ言ツタ事ハナイ。街ヲ横切ルトキ、彼ハ馬車ニ乗キ倒サレル危険ニアルト云フ事ヲ言ツタ事ハナイ。(言ハナクトモワカツテキル。)勿論、私ハ自明ノ事物ニ就イテ話シテ時間ヲツブス事ハ出来タノデアル。併シ、馬車ノ馭者ノ特質ニ就イテノ哲學ニ至ツテハ、アマリ問題が大きい過ギル。

#### § 47. 例題

例 1. 學生ガ實驗ヲシ、其ノ觀測ノ結果ヲ次ノヤウニ表ニシタ。カクテ、彼ハエガ 80 デアルトキ、 $y$ ハ 0.55 ナルコトヲ知ツタ。今彼ノ眞ノエ又ハ $y$ ガ何デアルカニハ氣ニカケルナ。コノエハ多分蒸氣ノ溫度デアリ、 $y$ ハソノ壓力デアル。又ハコノエハ電流ノ「アンペア」デアリ、 $y$ ハ或ル二箇所間ノ電位差デアルカモ知レナイ。如何ナル實驗室ノ實驗ニ於テモ、吾々ハ常ニ一事物ガ如何ニ他ノ事ニ關係スルカトイフ兩者ノ關係ヲ發見シテキル。エハ磁石ニ通ズル電流ノ「アンペア」デアリ、 $y$ ハ之ニヨツテ作ラレル磁場デアツテモヨイ。又エハ水道ノ「メートル」ヲ流レル一秒钟ノ水ノ「ガロン」デアリ、 $y$ ハ指針面ニ於ケル指針ノ角運動デアルカモ知レナイ。且ツ吾々ハ實驗ニヨル結果カラコノ指針面ニ度盛リヲシヨウトスルノカモ知レナイ。

兎ニ角、學生ハ彼ノ測定ニハ誤差ガアルコトヲ知ツテキル。彼ハ此等ノ數カラ方眼紙ニ點ヲ打ツダラウ。次ニ此等ノ點ヲ滑カニ通ルーツノ

$x$	80	100	150	190	250	300
$y$	0.55	0.78	0.97	1.10	1.22	1.24

\* 他ノ方法。或ル表記セラレタ數ガ、其ノ表ノ一方ノ端カラ他ノ端マデ大キイ誤差ハナクシテ或ル簡單な法則ニ從フ事ガ解ツテキルモノトスル。コノ法則ハ極メテ正確ニ挿入スルニ用ヒラレル。

例 上ノ $\theta$ (蒸氣ノ溫度)及ビ $p$ (1平方吋ニ對スル蒸氣ノ壓力ノ封定數)ハ挿入法ニ對シテハ、十分正確ニ法則 $p=a(\theta+b)^5$ ニ從フモノデアル事ハ既知デアル。但シ、 $a, b$ ヲ常數トスル。 $\theta=150, p=69.21; \theta=155, p=79.03$ ヲ與ヘテ $a, b$ ヲ知リ、而シテ $\theta=152$ ナルトキノ $p$ 、及ビ $p=75$ ナルトキノ $\theta$ ヲ計算セヨ。〔正確ニ挿入法ヤ、表差ニヨツテ増加ノ率ヲ見ルコトハココニ説ク必要ハナイ。§ 100 參照〕。

直線ヲ描クダラウ。カクシテ彼ハ、ソノ觀測ノ確カラシイ誤差ヲ知ルダラウ。若シソノ誤差ガアマリ大キイヤウデアルナラ、彼ハ多分實驗ノ方法ヲ改メルデアラウ。\*

サテ學生ハ、上ノ數ヲトツテ且ツ要求サレタモノトシテ點ヲ打テ。彼ハ如何ナル日盛ヲ用ヒテモヨイ。從ツテ一枚ノ紙ノ一方ノ隅ニノミ點ガ來ルヤウナ日盛ヲトラナイ方ガヨイト云フ事ヲ知ラネバナラナイ。彼ハ又 $y$ 及ビ $x$ ノ値ノ全體ヲ描カナクテモヨイ事ニ氣附クデアラウ。何故ナラ、 $y$ ニハ 0.55 ヨリ小サイ値ハナク、 $x$ ニハ 80 ヨリ小サイ値ハナイカラ。私ハ $y$ ノ上ノ各實測値ノ確カラシイ誤差ハ夫々、

$$0.013, 0.03, -0.03, 0.01, 0.02, -0.01.$$

ナル事ヲ知ル。一ノ符號ハ、實測シタ $y$ ガアマリニ小サ過ギルト考ヘル事ヲ意味スル。

例 2. 上ノ場合ニ於テ、エガ 170 デアルトキニ $y$ ハ實驗サレナイ。其ノ確カラシイ値如何。

答 1.06.

#### § 48. 例題

例 1. 或ル人ガ「ソース」鍋ヲ作ルニ、彼ハマダ其ノ鍋ノ三ツノ大サノモノヲ作ツタダケデアル。併シ、他ノ大サノモノモ必要デアルコトヲ知ツテキル。彼ハ多クノ大サノ定價表ヲ發表シタイト思ツテキル。私ハ「ソース」鍋ノ商賣ニ就イテハアマリ知ラナイ。併シ、種々ノ見地カラ、實際ニ正シイ價トシテ次ノヤウニ定メタモノト想像スル。

16「ポイント」ノ「ソース」鍋、價格 87「ペンス」。

10「ポイント」ノ「ソース」鍋、價格 68「ペンス」。

2「ポイント」ノ「ソース」鍋、價格 28「ペンス」。

サテ、此等ノ大サト價トデ方眼紙上ニ點ヲ打テ、曲線、例ヘバ直線線ヲ彎曲シタヤウナモノヲ以テコレヲ連ネヨ。コノ曲線上ノ任意ノ點ハ「ソース」鍋ノ大サト其ノ蓋然的ニ最モ近イ價トヲ示ス。

\* 若シ彼ガ自分ニ思ツタヨリモ誤差が大キイ事ヲ知ルナラ、コレガ新シイ種類ノ研究ノ始メトナル。何故ナラソレハ曲線ハ單純ナモノデアルトイフ彼ノ假定ガ誤ツテキルカモ知レヌカラ。

(1) 「ポイント」(pint)ハ容量ノ單位デ、1「ガロン」ハ 8「ポイント」デアル。1「ポイント」ハ我が 3.15017 合ニ當ル。略號ニハ pt. ヲ用ヒル。



カクシテ、 $1\frac{3}{4}$ 「ガロン」ノ「ソース」鍋ノ最も適切ナ價ハ81「ペンス」デアリ、1「ガロン」ノハ60「ペンス」デアル事ヲ知ル。

多クノ製造業者ハ物ノニツノ大サノ價ヲ注意深ク求メルノミデ、コレヲ正シク作圖シテ、他ノ總テノ大サノ價ヲ與ヘルモノトシテ直線ヲ使用スル。

例2. 或ル人ガ或ル型ノ小サイ蒸気機關ノ次ノヤウナ大サノモノヲ作り、ソノ價ヲ注意深ク整頓シタ。

4馬力、 價格44磅。

12馬力、 價格108磅。

コレラデ方眼紙上ニ點ヲ打ち、直線ヲ以テコレヲ連ネテ、他ノ大サノ確カラシイ價ヲ算出セヨ。

カクシテ、10馬力ニ對シテハ92磅デアル事ヲ知ル。

學生ハ少數ノ定價表ヲ檢査シ、價ヲ計算スル法則ヲ求メヨ。

§49. 對數表使用ノ入門

全ク正シイ數ノ表ヲ取扱フトキニハ、且ツ吾々ガ挿入シヨウトスルナラバ、曲線ハ正確ニ作圖シタ點ヲ通ラネバナラナイ。薄イ木材ノ棧ヲ曲ゲテアチラコチラニ錘ヲ置キ、一ツノ線ヲ描ク事ガ出來ル<sup>(1)</sup>。時トシテ彎曲セル直線ノ縁ハ十分有效デアルコトガアル。次ノ問題ハ非常ニ面白イモノデ、單ニ「グラフニ依ル挿入法」トシテノミデナク、私ガ對數ニ就イテ既ニ述ベタモノノ續キトシテ興味ガアル。私ハ1899年ノ講義ニ使ツタ言葉ヲ引用スル。

對數、又ハ逆對數ノ表ノ計算。

私ノ數名ノ友人ハ、ドンナ人デモ、ドンナ子供デモ、對數ヲ計算スル事ヲ知ルマデハ對數ヲ使用シテハナラナイト主張スル。彼等ハ、コノ計算ハ高等數學ノ一分科デアル事、及ビ六歳以上ノ普通ノ兒童ハ、數學ニ於テ、指數定理ノ研究ヲ始メル事サヘモ望ミガナイ事ヲ知ツテキルカラ、此ノヤ

(1) 之ヲ「タワミ定規」トイフ。之ニハソノ曲リ方ニ依リ等質ノモノ(圓的、拋物線的、雙曲線的ナドノ種類ガアル。

ウテ事ヲ云フノデアル。之ハ暴言デアル！之ハ確カニ、恰モ子供ガ時計ヤ「ズボン」ヲ作ル事ガ出來ルマデハ、時計ヤ「ズボン」ヲ用ヒテハナラナイト云フヤウナモノデアル。之ハ優位ニ在ル人ノ態度ヲヨク説明スル所ノ、一種ノ無情ナ聲明デアル。

近頃對數ヲ計算スル容易ナ方法ガ發見サレ、(私ハ之ガ帝國理科大学ノ一員エドサー氏ニヨツテ二日程前ニ發行サレタ著書ノ中ニ書イテアル事ヲ知ツタ。ソシテ彼ハ發見者トシテハ私ヨリモ先キデアル)、又ソレハ吾々ノコノ仕事ノ非常ニ都合ノヨイ説明デアル事ヲ知ツタノデ、私ハソレヲココデ言フノニ何等ノ害ハナイト思フ。

私ハ、子供ガ算術ニヨツテ平方根ヲ求メ得ルモノト假定スル。故ニ、今10ノ平方根ヲ求メ、其ノ又平方根ヲ求メ、順次カクノ如クサセル。カヤウニシテ、

$$10^1 = 10, 10^{\frac{1}{2}} = 3.1623, 10^{\frac{1}{4}} = 1.7783, 10^{\frac{1}{8}} = 1.3336, 10^{\frac{1}{16}} = 1.1548, 10^{\frac{1}{32}} = 1.0746$$

ナルコトヲ知ル。

此等ノ結果カラ、乘法ニヨツテ、 $10^{\frac{3}{2}}$ ,  $10^{\frac{5}{2}}$ ,  $10^{\frac{7}{2}}$  等ヲ求メル事ガ出來ル。カクテ  $\frac{1}{16}$  ハ 1.1548ノ對數デアリ、 $\frac{1}{8}$  ハ 1.3336ノ對數デアル。今  $\frac{1}{8}$ ノ代リニ 0.125ヲ用ヒ、且ツ實際ニ小數ノミヲ用ヒルモノトスル。又ココニ一ツノ表ヲ與ヘテ、ソノ始メト中央部ト終リトノミヲ示サウ。

對 數	眞 數
0	1.0000
0.03125	1.0746
0.06250	1.1548
0.09375	1.2409
0.12500	1.3336
.....	.....
.....	.....
0.46875	2.9427
0.50000	3.1623
0.53125	3.3982
.....	.....
.....	.....
0.90625	8.0584
0.93750	8.6596
0.96875	9.3057
1.00000	10.0000

若シ今、例ヘバ、3ト3.4トノ間ノ數ノ對數ヲ求メヨウトスルナラバ、方眼紙ノ上ニ三ツノ點ヲ打テ、但シ、方眼紙全面ヲ用ヒヨ。

對 數	眞 數
0.46875	2.9427
0.50000	3.1623
0.53125	3.3982

此等ノ點ヲ曲線デ結ベ、直線線ヲ輕ク彎曲セシメルト非常ニヨイ曲線ガ出來ル。カクスレバ3ト3.4トノ間ノ任意ノ數ノ對數、又ハ0.47ト0.53トノ間ノ任意ノ對數ニ對スル眞數ヲ讀ム事ガ出



來ル。コノ方法デ、安價ナ方眼紙ヲ用ヒテサヘ、子供ハ四桁マデハ正シイ表ヲ作ルコトガ出來ル。若シ、彼ガモット正確ナモノヲ希望スルナラバ、彼ハ $10^{\frac{1}{10}}$ ヲ使ハネバナラナイ。

§ 50. 問題

代數學ニ於テ與ヘラレタ指數定理ノ最モ簡單ナ形ハ

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \dots \quad (1)$$

デアル。但シ、 $e$ ハ自然對數ノ底デアル。

$e^{0.1}, e^{0.2}, e^{\frac{1}{3}}, e^{0.5}, e^{\frac{2}{3}}, e^1$ ノ値ヲ有効數字五桁マデ計算セヨ。其ノ答ヲ表記セヨ。

$x$	$e^x$	$e^{-x}$
0.1	1.1052	0.90481
0.2	1.2214	0.81873
1/3	1.3956	0.71654
0.5	1.6487	0.60654
2/3	1.9477	0.51343
0.8	2.2255	0.44934
1.0	2.7183	0.36790

$e^{0.2} \times e^{0.8} = e = e^{\frac{1}{3}} \times e^{\frac{2}{3}}$ デアルカ否カ、又  $e \div e^{0.5} = e^{0.5}$ デアルカ否カラ試スコトニヨツテ、諸君ノ答ヲ検査セヨ。

$y = e^x$ トスレバ、 $x = \log_e y$ デアル。方眼紙ニエヲ水平ニトリ、 $y$ ヲ鉛直ニトツテ作圖セヨ。而シテ其ノ曲線ニヨツテ 1.5, 2.0, 2.5 及ビ 2.7ノ自然對數ノ値ヲ出來ルダケ正確ニ讀ミ取レ。コレヲ常用對數ニ換算シテ諸君ノ答ト對照シ、又諸君ノ表ト比較セヨ。(自然對數 = 0.4343ヲ乗ズルカ、又ハコレヲ 2.3026デ割レバ常用對數ヲ得ル)。

$y$	$\log_e y$	表ニヨル $\log_{10} y$
1.5	0.407	0.1761
2.0	0.694	0.3010
2.5	0.9165	0.3979
2.7	0.994	0.4314

(1) コノ定理ノ證明ニ就イテハ § 139ヲ見ヨ。

第十章 面積、體積、其他ノ測量問題

§ 51. 測量ノ法則

次ノ問題ヲ取り上ゲル前ニ、不規則ナ圖形ノ面積ヲ求メル普通ノ方法ヲ學生ニ話シテ置クノハヨイ

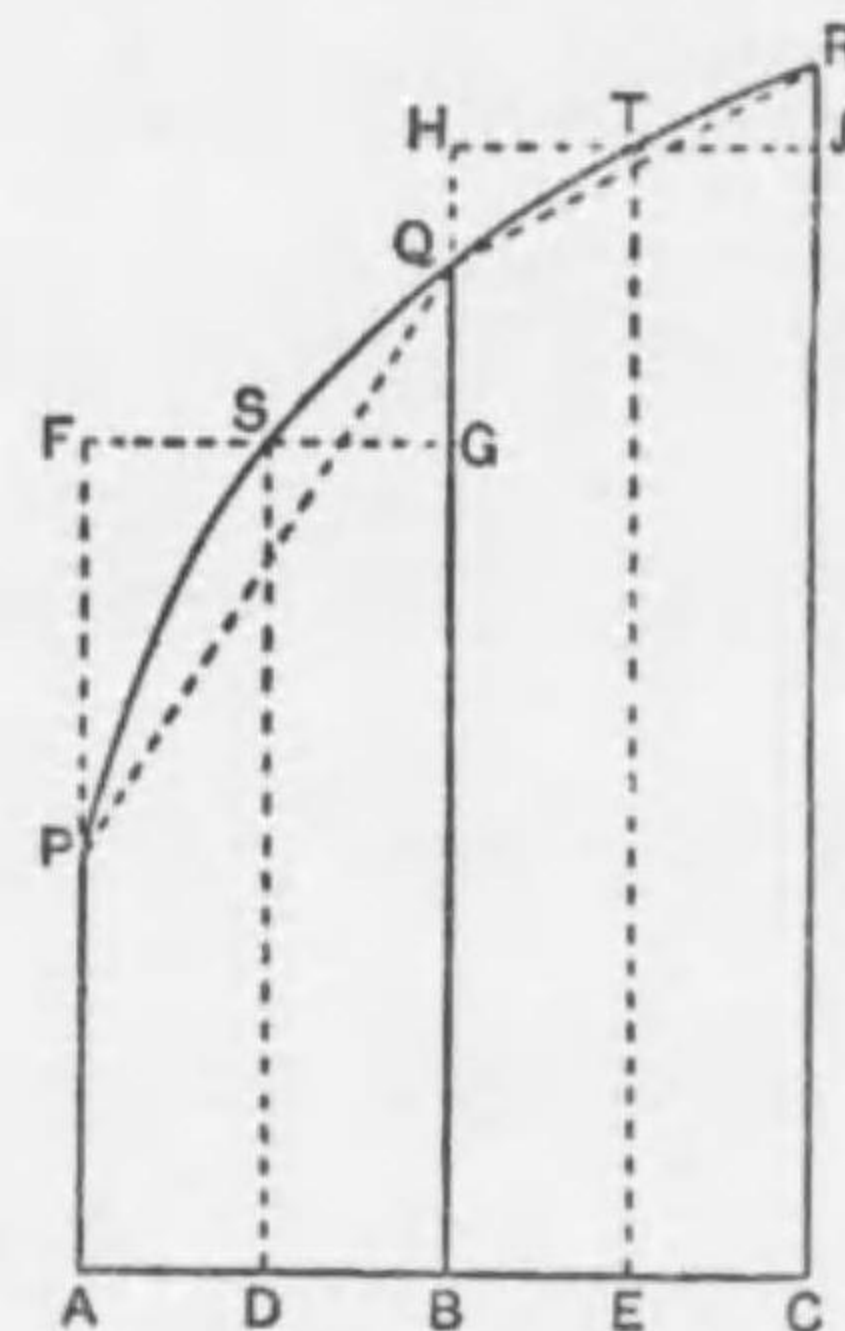
事デアラウ。

若シ、三點  $P, Q, R$  (第7圖)ガ與ヘラレ、其ノ三縦線  $AP, BQ, CR$ ガ等距離ニアルナラバ、面積  $APQRCA$ ヲ求メルニ三ツノ近似的ノ方法ガアル。

1. シムプソン<sup>(1)</sup>ノ法則ハ此ノ曲線  $PQR$ ヲ拋物線デアルト假定スル。

$$(AP + 4 \cdot BQ + CR) \div 6$$

ハ平均ノ縦線デアリ、コレニ  $AC$ ヲ乗ズレバ面積ヲ得ル。



第 7 圖

(1) Thomas Simpson (1710-1761) ハ英國ノ數學者。獨學デ築キ上ゲタ人デアル。

\* シムプソンノ法則ノ次ノ證明ハ、學生ガ第十八章ヲ讀ムマデハ諒解サレナイデアラウ。若シ、  

$$z = a + bx + cx^2, \dots \dots \dots (1)$$
 デアツテ、又  $x_1, x_2$  及ビ  $x_3$ ガ  $x$ ノ等距離ノ値ニ對スルニ三ツノ値デアルナラバ、 $x_1$ ト  $x_3$ トノ間ノ平均ノ値ハ

$$\frac{1}{x_3 - x_1} \int_{x_1}^{x_3} z \cdot dx = \frac{1}{6} (z_1 + z_3 + 4z_2) \dots \dots \dots (2)$$

デアル。コノ事ヲ次ニ證明スル。

$z$  及ビ  $x$ ガ何デアラウトモ、曲線ヲ用ヒテ兩者ノ關係ヲ示ス事ガ出來ル。而シテソレハ、(1)ガ眞デアルナラバ、 $z$ ノ軸ニ平行ナ軸ヲ有スル拋物線デアル。 $x$ ヲ測ルノニ何處ヲ0トシテモ何等差支ヘハナイ。何トナレバ、今  $x' = x + a$ トスレバ、 $z$ ト  $x'$ トノ關係式ハ常數ノ差違ガアルダケデ、全く(1)ト同様デアル。故ニ、コノ一般ノ證明ニ於テハ、 $x_2 = 0, x_1 = -h, x_3 = h$ ト考ヘテ(以下次頁ニ續ク)。



2. 中間縦線ノ法則. 中間縦線  $DS$  及ビ  $ET$  ヲ測レ. 曲線全體ノ平均縦線トシテ, コノ二縦線ノ和ノ半ヲ取レ. 此ノ事ハ明ラカニ曲線ノ面積ガ二ツノ矩形,  $AFGB$  及ビ  $BHJC$  ノ和ニ等シイ事ヲ假定シテキル.

3. 梯形ノ法則.  $(AP+CR+2\cdot BQ)\div 4$  ハ平均縦線デアアル. 此ノ事ハ, 恰カモ曲線  $PSQ$  及ビ曲線  $QTR$  ガ直線ニヨツテ置キ代ヘラレタヤウニ, 曲線ノ面積ガ二ツノ梯形  $APQB$  及ビ  $BQRC$  ノ面積ノ和デアアル事ヲ假定シテキル.

吾々が此ノ種ノ任意ノ三點ヲ, 此等ノ點ヲ連ネル任意ノ種類ノ曲線ト共ニ得タトキニハ, 其ノ外見ハ圖(第7圖)ニ示サレタ曲線トハ大分異ナッタモノデアアル事ヲ記憶シナケレバナラナイ. 圖ニ於ケル曲線ハ上方ニ凸ニ彎曲シテキル. 與ヘラレタ曲線ハ上方ニ凹ニ彎曲シテキルカモ知レナイシ, 又一部分凹デ, 一部分凸デアアルカモ知レナイ.

等距離縦線ヲ用ヒテ, 面積ヲ求メタト丁度同ジヤウニ, 等距離平行截面ノ面積ヲ用ヒテ體積ヲ求メル事ガ出來ル.

大方ノ單純ナ物體ニ對シテハ, シムブソンノ法則ハ正確デアツテ, 單ナル近似的ノ答ヲ與ヘルノミデハナイ. 若シ  $A_1$  及ビ  $A_2$  ガ二ツノ平行端面デアツテ,  $A_2$  ガ兩端面ノ中央ニ在リ且ツ其等ニ平行ナ截面ノ面積デアアルナラバ, 其ノ平均截面ハ

$$\frac{1}{6}(A_1+A_2+4A_3)$$

デアアル.

圓錐臺及ビ角錐臺ノ體積; 球又ハ二ツノ平行截面ノ間ノ廻轉拋

モコイ.  $a$  ノ平均ノ値ハ  $a + \frac{2}{3}ch^2, \dots\dots\dots(3)$

デアアルコトハ容易ニ知ラレル. 任意ノ場合ニ於テ, (コノ場合ニハ  $b$  ヲ要シナイ.)

$a, b, c$  ノ値ヲ求メル爲ニ, (1)ニ  $x_1 = -h, z = z_1; x_2 = 0, z = z_2; x_3 = h, z = z_3$  ヲ代入スル. カクテ  $a = z_3, c = (z_1 + z_3 - 2z_2)/2h^2$  ヲ得ル.

コレヲ代入シテ(2)ナル結果ヲ得ル. コレシムブソンノ法則デアアル.

物線體ノ體積, 又ハ, 實際, 任意ノ橢圓體及ビ他ノ二次曲面體ノ體積; 楔ノ截頭體ノ體積; 擬樽ノ體積—此等ノモノハ總テシムブソンノ法則ニヨツテ正確ニ計算スル事ガ出來ル.

例ヘバ, 全球ハ  $A_1=0, A_2=0$ , 且ツ  $A_3=\pi r^2$  デアル. 從ツテ平均截面ハ

$$\frac{1}{6}(0+0+4\pi r^2), \text{ 即チ } 4\pi r^2/6 \text{ デアル. 之ニ } 2r \text{ ヲ乘シタモノハ球ノ體積, } \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ デアル.}$$

擬樽ノ定義. 二平行平面上ニ, 各々一ツノ閉曲線或ハ不正多角形ガアツテ, 之ヲ兩端面トシ, 其ノ間ガ錐面ヲ作ル表面ノ一部分又ハ平面(此ノ如キ面ヲ擬樽ノ展開面トイフ.) デ結バレテキル立體ヲ擬樽トイフ. 之ガ擬樽ニ就イテ私ガ考ヘ得ル最モ一般的定義デアアル. ハリソン教授ハシムブソンノ法則ガ擬樽ニ對シテモ正確ニ適用サレル事ヲ證明シタ.

例1. 或ル樽ノ各端ノ面積ガ8平方呎デアツテ, 中央部ノ面積ハ10平方呎デアアル. コノ樽ノ截面ノ平均面積如何. 答  $(8+8+40)\div 6$ , 即チ9.33平方呎. 若シ樽ノ長サガ5呎デアアルナラバ, シムブソンノ法則ニヨツテ, 其ノ體積ハ  $9.33 \times 5 = 46.67$  立方呎デアアル.

例2. 或ル鐵道<sup>(1)</sup>ノ截面ニ於テ, 20碼寬距ツテキル截面ノ面積ガ91, 110, 112平方碼デアアル. 土工ノ全體積ヲ求メヨ. 答シムブソンノ法則ニヨツテ, 平均截面ハ  $(91+112+440)\div 6$ , 即チ107.17平方碼. 其ノ體積ハ  $107.17 \times 40$ , 即チ4287立方碼デアアル.

例3. 或ル直圓錐臺ノ底面圓ノ直徑ハ4吋デアリ, 底ニ平行ナ上底面圓ノ直徑ハ2.5吋デアリ, 上底面ト下底面トノ垂直距離ハ5吋デアアル. 其ノ體積如何. 此ノ場合ニハシムブソンノ法則ハ正シイ答ヲ與ヘル. 答 中央部ノ面積ハ明ラカニ  $\frac{1}{2}(4+2.5)$ , 即チ3.25吋ナル直徑ヲ有スル. 上中下三部ノ面積ハ各々ノ直徑ノ平方ニ  $0.7854$  ヲ乘シタモノデアアル.

(1) コノ證明ヲ欲スル讀者ニ取ツテ, 「ルーシェ・コンブルス, 初等幾何學」(小倉博士譯註), 第二卷, 757-763頁ハ, 好箇ノ研究資料ヲ與ヘルデアラウ.

(2) 此ノ鐵道トイフハ「レール」ノ事デナク, 其ノ堤防ヲ指シテキル.



從ツテ截面ノ平均面積ハ

$$0.7854(16+6.25+42.25)+6=8.443.$$

故ニ體積ハ  $8.443 \times 5$ , 即チ 42.22 立方呎デアル.

例 4. 貯水池ガアル. ソノ周邊ハ平面デアリ, 其ノ上面ハ 600 呎 = 100 呎ノ矩形デアリ, 其ノ底面ハ又矩形デアツテ, 上面ノ邊ニ夫々對應シテ 200 呎 = 70 呎デアル. 其ノ鉛直ノ深サガ 50 呎デアル. 其ノ容積ヲ求メヨ. 中央截面ハ明ラカニ矩形デアツテ, 其ノ邊ハ  $\frac{1}{2}(600+200)$  及ビ  $\frac{1}{2}(100+70)$ , 即チ 400 呎及ビ 85 呎デアル. 故ニ  $A_1=600 \times 100$ , 即チ 60,000 平方呎,  $A_2=400 \times 85$ , 即チ 34,000,  $A_3=200 \times 70$ , 即チ 14,000 デアル. 故ニ平均截面ハ  $\frac{1}{6}(60,000+14,000+136,000)$ , 即チ 35,000 平方呎デアル. 故ニ體積ハ  $35,000 \times 50=1,750,000$  立方呎デアル.

## § 52. 面積測定ノ方法

不規則ナ面積ハ多クノ部分ニ分割スルモヨイ. 次ノ法則ハ上ニ述ベタ諸法則カラ直チニ導カレル. ココニハ梯形ノ法則ヲ述ベナイ. 併シ之ハ若シ必要デアレバ容易ニ求メラレル.

**シムブソンノ法則.** 與ヘラレタ面積ヲ奇數ノ等距離平行直線ニヨツテ偶數ノ部分ニ分ケ, 其ノ平行直線即チ縦線ノ最初ト最後トハ出來ルダケ長サガナイヤウニスル. ソレハ此等ガ周邊ノ曲線ニ切シナケレバナラスカラデアル. 兩端ノ縦線ノ和(多クノ場合零)ヲトリ, 偶數番目ノ縦線ノ和ヲ 4 倍シ, 奇數番目ノ縦線(最初ト最後トヲ省ク)ノ和ヲ 2 倍セヨ. 其ノ總和ニ共通距離ノ三分ノ一ヲ別々ニカケヨ. 此ノ結果ハ求メル面積ニ近イモノニナル.

**中間縦線ノ法則.** 其ノ面積ヲ等距離平行直線ニヨツテ任意ノ數ニ分ケ, 其ノ中最初ト最後トガ周ノ曲線ニ切スルヤウニセヨ. 各二ツ宛ノ平行直線ノ中間ニ於ケル圖形ノ幅ヲ測リ, 此等ノ幅ヲ相加ヘ其ノ數デコノ和ヲ割レ. 此ノ商ヲ平均ノ幅トイフ. コレニ長サ即チ兩端ノ直線ノ間ノ垂直距離ヲ乘ズレバ求メル面積ヲ

得ル. 「インディケーター」<sup>(1)</sup>ノ「ダイアグラム」ニ關スル仕事ニ於テ, 吾々ハ通常十個ノ部分ヲトル.

學生ハコノヤウナ方法ヲ使用スルトキニ生シサウナ誤差ヲ知ラネバナラナイ. 圓ヲ描イテコレヲ分割セヨ. 其ノ面積ヲ求メルニシムブソンノ法則ヲ用ヒヨ. 彼ハ正シイ答ニ對シテ, 驚クベキ相違ヲ發見スルデアラウ. コレハシムブソンノ法則ニ對シテ, 特ニ都合ノ悪い場合デアル. 彼ハ他ノ場合ニ就イテモ, コノ二ツノ方法ヲ比較シナケレバナラス.

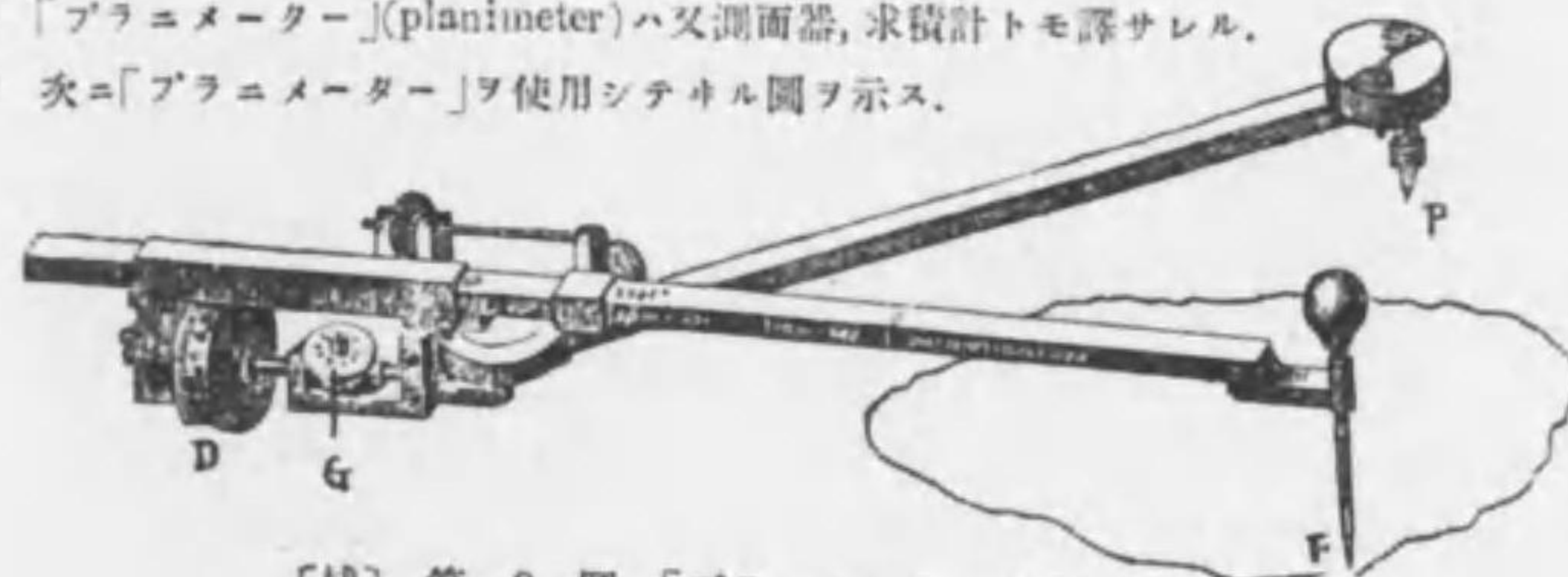
私ハ自分デハ中間縦線ノ法則ヲ使用スル. 私ハ時々ドウシテシムブソンノ法則(多クノ坐標ニ擴張セラレタモノ)ガソシナニ屢々違ベラレル(而カモ常ニ不規則ナ面積ヲ決シテ計算スル必要ノナイ人々ニヨツテ違ベラレル)カヲ不思議ニ思ツテキタ. 何トナレバ, コノ法則ハ記憶スルノニ容易デナイカラデアル. 私ハ結局, ソレガ積分學ヲ使ツテ得ラレタモノデアリ, 從ツテ之ニ就イテ話ストイフコトハ學者ノヤウニ見エラデアルトイフ結論ヲ得タ.

**プラニメーター**<sup>(2)</sup>ハ圖形ノ面積ヲ平方呎, 又ハ平方輻, 又ハ他ノ單位デ測ル器械デアル. 幾ツカノ面積ヲ求メルトキニハ之ハ非常ニ便利デアル. 點ヲ追跡シテ圖形ノ周邊上ヲ出發點マデ一巡セシメヨ. 何處カラ出發シテモヨイ.<sup>(3)</sup> 指針面ノ示數ノ増加ハ面積<sup>(4)</sup>

(1) 「インディケーター」[indicator]ハ自動圖表記載器デアツテ, 機關ニ着イテテリ, 機關ノナシタ仕事ヲ「ダイアグラム」ニ描クモノデアル. 以後此ノ「ダイアグラム」ヲ汽力圖ト譯スコトニスル.

(2) 「プラニメーター」[planimeter]ハ又測面器, 求積計トモ譯サレル.

(3) 次ニ「プラニメーター」ヲ使用シテキル圖ヲ示ス.



〔補〕第 9 圖. 「プラニメーター」ノ圖

(此ノ使用法ハ次頁脚註ニ示ス.)



ヲ與ヘル。アムスラーノ「プラニメーター」ノ原理ハ諒解スルノニ容易デアリシ、又學生ニ之ヲ諒解セシメナケレバナラナイ。<sup>(3)</sup> 曲線ガ多クノ環(「ループ」)ヲ有スルトキニハ、特殊ナ部分ノ面積ガ正デアルカ負デアルカニ關シテノ面白イ規則ガアル。「プラニメーター」ヲ用ヒルトキニハ、コノヤウナ規則ニ何等ノ注意ヲ拂フ必要ハナイ。故ニ「プラニメーター」ハ、吾々ガ瓦斯又ハ石油機關ノ汽力圖ニ於ケル平均壓力ヲ求メヨウトスルトキニハ、非常ニ價値ガアル。吾々ハ「プラニメーター」デ面積ヲ求メ、コレヲ氣壓線ニ平行ナソノ端ノ長サデ割ルノデアル。

### §53. 體積測定ノ方法

吾々ガ等距離縦線ヲ有スル面積ヲ求メタノト丁度同ジヤウニ又、等距離平行截面ノ面積ガ解レバ、シムブソンノ法則又ハ中間縦線ノ法則ノ何レカニヨツテ、體積ヲ求メル事ガ出來ル。

例1. 邊ガ不規則デアル貯水池ガアツテ、其ノ大サガ次ノ通りデアル。基準水平面カラ鉛直ノ高さ $h$ 呎マデ水ヲ充セバ、水面ノ面積ハ $A$ 平方呎トナル。又基準水平面上最低點ノ高さハ $h=20$ デアル。 $h$ ト $A$ トノ關係ヲ次ニ表示スル。

$h$	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
$A$	0	11,800	23,600	37,100	51,000	61,500	76,010	89,000	102,000	118,250	130,300

<sup>(3)</sup>ノ續キ] 指針 $P$ ハ面積ヲ測ラウトスル圓形ノ外ノ適當ナ位置ニ固定シ、 $F$ ノ尖端ツシテ圓ノ周邊上ヲ滑ヌシテ一周サセル。此ノトキ測輪 $D$ ハ $F$ ノ動クニ從ツテ廻轉シ、其ノ廻轉ノ度合ハ指針面 $G$ 及ビ $D$ ノ上デ讀ムコトガ出來ル。

<sup>(4)</sup>  $F$ ヲ動かス前ニ $G$ 及ビ $D$ ノ讀ミヲトリ、圓形ノ周邊ヲ一周シタ後再ビ其ノ讀ミヲトツテ、差ヲ求メル。

<sup>(5)</sup> 積分學ノ書ニハ其ノ説明ヲ載セタモノガアル。「ザンデン、實用解析學」

(小倉、近藤兩氏共譯)、320頁ニハ稍初等ノ説明ガアル。

$h=70$ マデ充タサレタトキ、其ノ體積ハ幾立呎デアルカ。答  $3.177 \times 10^6$   
 $h=44\frac{1}{2}$ ト $h=45\frac{1}{2}$ トノ間ノ體積ヲ求メヨ。答 61,500 立方呎

例2. 或ル河ノ河床ヲ横斷シタ水深測量ヲシタ結果ハ次ノ表ニヨツテ與ヘラレル。ココニ $x$ 呎ハ一方ノ岸カラノ距離デアリ、 $y$ 呎ハソレニ對應スル深サデアル。(a)此ノ斷面ノ面積、(b)其ノ重心ノ位置ヲ求メヨ。

$x$	0	10	16	23	30	38	43	50	55	60	70	75	80
$y$	10	20	26	28	30	31	28	23	15	12	8	6	0

(§54 参照)。

答 (a) 1583 平方呎、(b)  $x=34.1$ 呎、 $y=12.1$ 呎。

(c) 此ノ斷面ニ垂直ナル水ノ平均速度ガ4.5秒呎デアララバ、毎秒ノ流量ハ幾立呎デアルカ。答 7123 立方呎。

(d) 若シ、ソコニ高さ10呎ノ利用スベキ溝ガアルナラバ、之ハ幾馬力デアルカ。答 8069。

[注意]水1立方呎ノ日方ハ62.3 封度デアル。若シ、毎分 $w$ 封度ノ水ガ鉛直ニ $h$ 呎落下スルナラバ、有效馬力ハ $w^3 \div 33,000$ デアル。

例3. 長さ約4吋、最大ノ高さ3吋ナル蒸汽機關ノ汽力圖ノヤウナ或ル圓形ヲ描ケ。正方形ノ面積ヲ求メテ「プラニメーター」ノ正確サヲ檢シタ後、コレヲ用ヒテ其ノ面積ヲ求メヨ。

次ニ、其ノ圓形ヲ少數ノ細長片ニ分チ、後又多數ノ細長片ニ分チ、其ノ各場合ニ於テ面積ヲ計算シ、尙又シムブソンノ法則及ビ中間縦線ノ法則ヲ用ヒテ面積ヲ計算セヨ。其等ノ結果ヲ比較シテ、種々ナ方法ノ相對的正確度ニ就イテノ觀念ヲ得ヨ。

例4. 直徑6吋ナル圓ヲ描イタモノトスル。直徑ヲ引ケ。之ヲ六個ノ等シイ部分ニ分テ。又縦線ヲ引イテコレヲ測レ。シムブソンノ法則ニヨル面積ト中間縦線ノ法則ニヨル面積トヲ比較セヨ。眞ノ答ハ勿論28.274 平方吋デアル。コノ場合ニハシムブソンノ法則ハアマリ適當デハナイコトヲ知ルデアラウ。次ニ、コレヲ12等分シテ、復面積ヲ計算セヨ。ニツノ方法ノ結果ハヨリ正確トナルデアラウ。併シ、尙シムブソンノ方法ハ一層不正確デアル。

例5. 或ル船ノ吃水面ガ長さ200呎デアル。ソノ中央線ヲ20等分シ、



各部分ノ幅員ガ呎デ

0, 22, 27, 29, 30, 30.5, 30.5, 30.5, 30, 29.5, 28, 26.2,  
24.5, 21.5, 18, 14.5, 11, 7.1, 3.9, 0.

デアル。シムプソンノ法則ニヨツテ其ノ面積ヲ求メヨ。若シ船ノ吃水  
ガ鹽水ニ於テハ1吋減ズルナラバ噸數ノ減リハ何程デアルカ。

答 4477 立方呎, 10.66 噸。

例 6. 樽ノ兩端ノ内側ノ面積ガ12.35平方呎デアル。中央截面ノ面積  
ハ14.16平方呎デアリ、樽ノ軸ノ長サハ5呎デアル。體積ヲ求メヨ。又、之  
ニ充シ得ル水ノ日方如何。

答 67.78 立方呎, 4223 封度。

## 第十一章 重心, 其他ノ測量問題

### §54. 重心

吾々ハ屢々物體面積或ハ曲線ノ重心ニ就イテ話ス。其ノトキ、  
此ノ語ハ慣性ノ中心、面積ノ中心、或ハ線ノ中心ヲ意味スル。

1. 一物體ノ質量  $m$  ナル小部分ノ各々ニ、一平面カラ其ノ部分  
ニ至ル距離  $x$  ヲ乘ジ、其等ノ和ヲ  $\sum mx$  デ表ハス。コレヲ其ノ物體  
ノ全質量  $M$ , 即チ  $\sum m$  デ割レバ、此ノ物體ノ慣性ノ中心、即チ質量  
ノ中心ノ其ノ平面カラノ距離ヲ得ル。

此ノ計算ヲ三平面ニ就イテ行ヘバ、質量ノ中心ノ正確ナ位置ヲ  
得ル。

若シ、或ル物體ガ一平面ニ關シテ對稱デアルナラバ、此ノ仕事ノ  
三分ノ一ガ助カル。若シ、其ノ物體ガ或ル軸ニ就イテ對稱デアル  
ナラバ、仕事ノ三分ノ二ガ助カル。コノ規則ヲ次ノ如ク書ク。

$$\sum mx = Mx.$$

2. 或ル面積ノ小部分  $a$  ノ各々ニ、其ノ平面上ノ一直線カラ其  
ノ部分ニ至ル距離  $x$  ヲ乘ゼヨ。此等ノ和ヲ  $\sum ax$  デ表ハス。コレ  
ヲ全面積  $A$ , 即チ  $\sum a$  デ割レバ、面積ノ中心ノコノ直線カラノ距  
離ヲ得ル。此ノ計算ヲ平行デナイ二直線ニ就イテ行ヘバ、面積ノ  
中心ノ正シイ位置ヲ得ル。

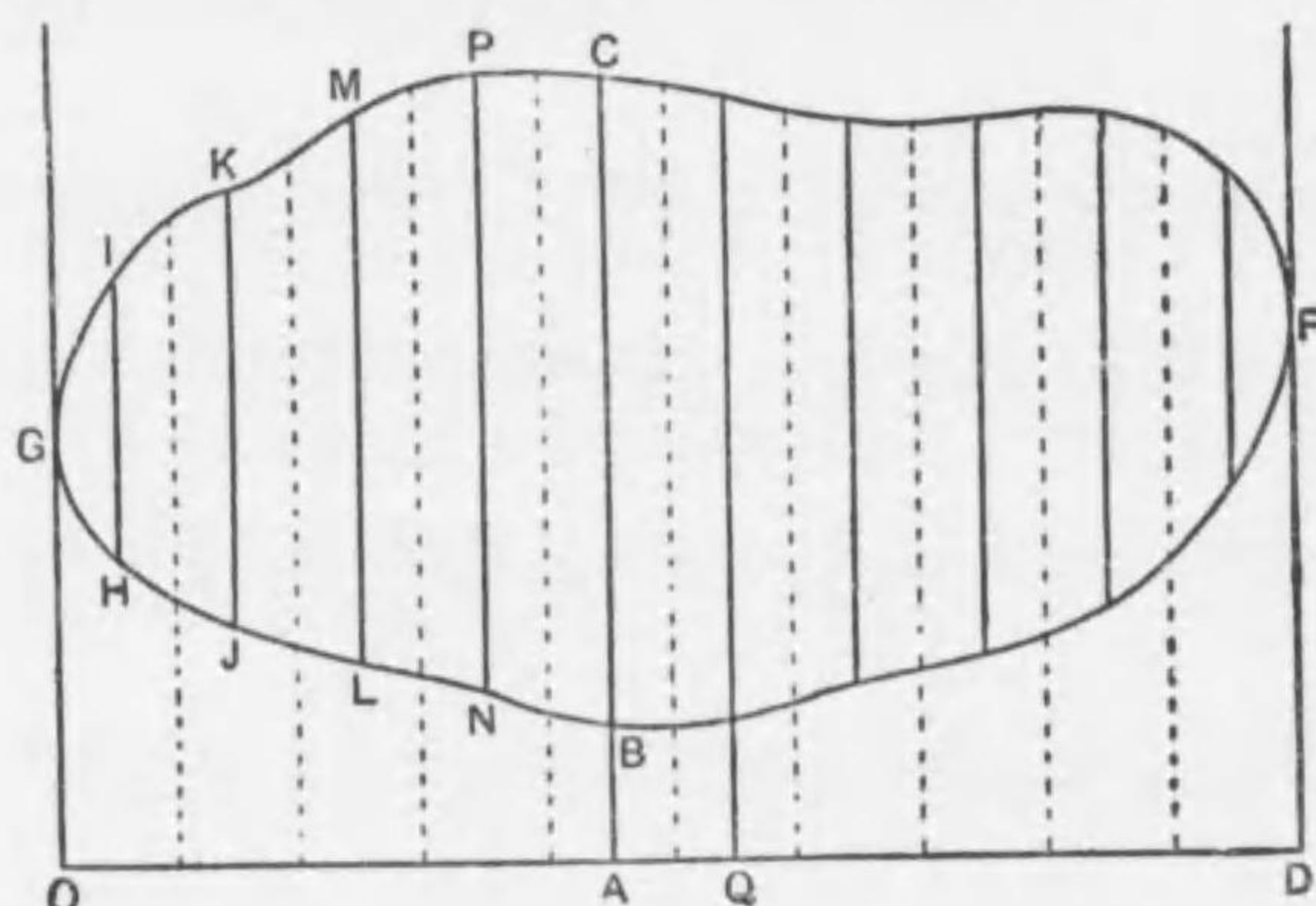
例 1.  $FBGC$  (第8圖) ヲ不規則ナ圖形トスル。其ノ面積及ビ面積ノ中  
心ノ位置ヲ求メル爲ニ、周ノ端ニ切スル平行ナ二直線  $FD$ ,  $GO$  ヲ引キ、且  
ツ此ノ二直線ニ直角ナ任意ノ直線ヲ  $DAO$  トスル。  $DO$  ヲ多クノ等シイ  
部分ニ分チ、其ノ各部分ノ中點ヲ通ツテ縱線ヲ引ケ。

$BC$  ノヤウナ總テノ縱線ノ和ヲ縱線ノ數デ割レバ、其ノ平均ノ幅ヲ知  
リ、コレニ  $DO$  ヲ乘ズレバ面積ヲ得ル。即チ若シ、 $d$  ガ各縱線間ノ距離、例



へバ AQ デアルナラバ, 次ノヤウニ書ク事ガ出来ル.

$$\text{面積 } A = d(HI + JK + LM + NP + BC + \dots)$$



第 8 圖

尙又, 若シ OX が OG カラノ面積ノ重心ノ水平距離デアルナラバ, 定義ニヨリ,

$$OX = \frac{d \cdot HI \times \frac{1}{2}d + d \cdot JK \times 1\frac{1}{2}d + d \cdot LM \times 2\frac{1}{2}d + \dots}{\text{全面積}}$$

之ハ明ラカニ

$$OX = \frac{1}{2}d \frac{HI + 3 \cdot JK + 5 \cdot LM + 7 \cdot NP + \dots}{HI + JK + LM + NP + \dots}$$

デアル. 次ニハ, OG 及ビ DF ノヤウナ周邊ノ直線ノ他ノ一対ヲ取ラナケレバナラナイ. ソシテ又前ト同シ事ヲ繰リ返ヘセバ, 其ノ中心ノ實際ノ位置ヲ知ルコトガ出来ル.

例 2. 或ル船ノ搭載吃水平面ノ半縦線ガ 12 呎宛離レテキテ, 其等ノ長さハ夫々

- 0.5, 3.8, 7.7, 11.5, 14.6, 16.6, 17.8, 18.3, 18.5, 18.4, 18.2,  
17.9, 17.2, 15.9, 13.4, 9.2, 0.5 呎.

デアル.

- (a) 其ノ平面ノ全面積ヲ計算セヨ. 答 5280 平方呎.  
(b) 其ノ重心ノ縦ノ位置ヲ求メヨ. 答 第一縦線(0.5)カラ 102 呎.  
(c) 此ノ吃水面ニ於ケル浸水一時ニ就イテノ排水量ハ幾立呎デアル

カ.(コレハ平方呎ヲ單位トスル面積ヲ 12 デ割ツタモノデアル).

答 440 立方呎.

面積ノソノ中心線ノ周ノ慣性能率, 及ビソノ中心線ニ直角ニシテ且ツソノ重心ヲ通ル直線ノ周ノ慣性能率ハ, 船ノ安定度ヲ計算スルノニ重要デアル. 此等ヲ求メルタメニ, 著者ハコレト同種ノ澤山ノ容易ナ問題ヲ有シテキル. 併シ多分ココデハコノヤウナ問題ヲ與ヘナイ方ガヨイデアラウ. 拙著「應用力學」138 頁ヲ参照セヨ.

例 3. ココニ或ル軸ニ關シテ對稱デ同質ノ物體ガアル. 次ノ表ハソノ一端カラ距離 x 吋ノ點ニ於ケル截断面ノ面積 A ヲ示スモノデアル. 其ノ體積及ビ其ノ重心ヲ求メヨ. 其ノ物體ハ同質デアルカラ, 私ハ此ノ計算ニ於テハ體積ハ質量ヲ意味スルモノトシテトラウ. 全長ハ 200 吋デアル.

(1) Perry, Applied mechanics. 1901 (第一版, 1897), London.

(2) 其ノ一二ヲ掲ゲテ參考トシヨウ.

(1) 中心ガ一直線上ニアル A, B, C, D ノ質量ハ夫々 4 封度, 8 封度, 7 封度, 6 封度アリ, AB=0.5 呎, AC=2 呎, AD=2 $\frac{1}{2}$  呎 ナルトキ, 共通ノ中心ヲ求メヨ.

答 AG=1.32 呎.

(2) 直徑 8 吋, 厚サ 2 吋ノ圓盤ニ, 直徑 4 吋ノ孔ガアツテ, 其ノ孔ノ中心ハ圓盤ノ中心カラ 1 吋ノ所ニ在ル. 重心ヲ求メヨ.

答 中心カラ  $\frac{1}{3}$  吋.

(3) 一邊ガ 3 吋ノ正三角形 ABC ガアル. 頂點 A, B, C ニ, 夫々質量 1, 2, 3 ノ質點ガアルトキ, 重心ヲ求メ, 且ツ A カラノ距離ヲ圖ニ示セ.

答 2.18 吋.

(4) 等質正方形ノ薄板 ABCD ガアル. AB, BC ノ中點ヲ夫々 E, F トスル. B ガ對角線 AC 上ニ來ルヤウニ直線 EF ニ沿ウテ折返ヘシタナラバ, 其ノ重心ハ何處ニアルカ.

答 中心カラ對角線ノ  $\frac{1}{48}$ .

(5) 直徑 8 吋ノ圓盤カラ, 直徑 2 吋ノ孔ヲ打チ抜イタ. 其ノ孔ノ中心ハ圓盤ノ周カラ 3 吋ノ所ニ在ル. 殘リノ圓盤ノ重心ヲ求メヨ.

答 圓盤ノ中心カラ 0.0667 吋.

(6) 正方形ト正三角形トガ一邊ヲ共有シテキル形ノ金屬板ガアツテ, 正方形ノ一邊ハ 12 吋アル. 其ノ板ノ重心ヲ求メヨ. 答 正方形ノ中心カラ 2.86 吋.



$x$	10	30	50	70	90	110	130	150	170	190
$A$	320	304	311	297	292	279	287	274	263	251

解  $A$ ノ値ノ和ハ 2378 デアル。從ツテ平均斷面ハ 237.8 平方吋デアル。コレニ全長ヲ掛ケタモノハ  $237.8 \times 200 = 57,560$  立方吋デアル。

重心ヲ求メル事。吾々ハ各與ヘラレタ截斷面ニ對シ軸ノ方向ニ 20 吋宛距タツタ扁板ヲ想像スル。然ル後、和

$$(20 \times 320 \times 10) + (20 \times 304 \times 30) + (20 \times 311 \times 50) + \dots,$$

ヲ求メヨ。コレハ明ラカニ

$$200\{(320 \times 1) + (304 \times 3) + (311 \times 5) + \dots\}, \text{即チ, } 5,528,800,$$

デアル。コレヲ全體積デ割ツタモノハ 96 吋デアツテ、コレ即チ重心ノ  $x$ ノ値デアル。

§ 55. 例題

例 1. 一ツノ不規則ナ圖形ヲ、 $OO'$ ノ方向ニ直角ニ測ツタラ、幅ガ次ノヤウデアツタ。コノ手當リ次第ニ選ンダ  $OO'$  方向ヲ長サノ方向ト呼ブコトトスル。3.62 吋離レテキル二直線  $OA$  ト  $O'M$  トハ  $OO'$ ニ直角ニシテ  $ll$ ツ圖形ノ兩端  $A$  及  $M$ ニ於テツレニ切スル。今  $OA$  カラ距離  $x$ ノ點ニ於テ  $OO'$ ニ直角ナルコノ圖形ノ幅ヲ測ル。

幅(吋)	0	0.75	1.45	1.62	1.73	1.71	1.78	1.95	1.82	1.47	0.95	0
$x$ ノ對應値(吋)	0	0.123	0.426	0.823	1.22	1.72	2.34	2.57	2.97	3.25	3.47	3.62

此等ノ數ガ與ヘラレタノミデ他ノ事ハ總テ未知トスル。勿論、若シ圖形ツノモノガ與ヘラレテキルナラバ、次ノヤウニ推論スル必要ハナイ。

幅ト  $x$ ノ値トヲ坐標トシテ方眼紙上ニ點ヲ打ツテ曲線ヲ描ケ。

此ノ曲線ニヨツテ、他ノ幅ヲ得ル事ガ出來ル。例ヘバ、 $x$ ノ等シイ増加ニ對シテノ幅員ヲ得ル事ガ出來、從ツテシムブソンノ法則ヲ使用スルコトガ出來ル。又ハ、「プラニメーター」ニヨツテ面積ヲ求メル事ガ出來ル。コレハ原圖形ノ面積デアル。又中間縱線ノ法則ヲ用ヒテモヨイ。カク

シテ其ノ長サヲ 10 等分シ、各部分ノ中點ニ於ケル縱線ヲ測ツテ、次ノヤウナ結果ヲ得ル。

$x$	0.181	0.543	0.905	1.267	1.629	1.991	2.353	2.715	3.077	3.439
幅	0.96	1.53	1.65	1.74	1.71	1.72	1.80	1.97	1.70	1.05

サテ、此等ノ和ハ 15.83 デアツテ、コレヲ 10 デ割ツテ平均ノ幅員 1.583 ヲ得ル。長サハ 3.62 吋デアルカラ、面積ハ  $1.583 \times 3.62 = 5.73$  平方吋デアル。

§ 54ノ法則ニヨツテ、コノ面積ノ中心ノ  $OA$  カラノ距離ハ 1.85 吋デアルコトガ解ル。

例 2. 次ノ表ハ或ル物體ノ其ノ直線軸ニ直角ナ截斷面ノ面積デアル。

截斷面ノ面積 $A$ 平方吋	0	75	145	162	173	171	178	195	182	147	95	0
一端カラ 截斷面マデ ノ距離 $x$ 吋	0	12.3	42.6	82.3	122	172	234	257	297	325	347	362

$A$ ト  $x$ トヲ坐標トシテ方眼紙上ニ點ヲ打ツテ、「グラフ」ヲ描ケ。 $A$ ノ平均ノ値ハ 158.3 デアル事ハ容易ニ求メラレル。コレニ全長 362 ヲ掛ケレバ、體積  $362 \times 158.3 = 5.73 \times 10^4$  立方吋ヲ得ル。 $A$ ノ平均ノ値ハ勿論、例 1ノ方法ト同シ方法デモ求メラレル。

コノ物體ノ重心ハ、 $x$ ヲ測ツタ端カラ 185 吋ノ距離ニアル事ガ解ル。

例 3. 貯水池ガアル。其ノ最大ノ深サハ 42 呎デアル。底ノ最下點カラ鉛直ノ高サ  $h$  呎ニ於ケル水面ノ面積ヲ  $A$  平方碼トスレバ、 $A$ ト  $h$ トノ關係ハ次ノ表ノ通りデアル。コノ貯水池ノ容積ヲ求メヨ。

$A$	0	2100	8200	13,100	15,500	19,500	25,400	32,400	47,100	52,000
$h$	0	5	10	17	21	25	29	33	38	42

$A$ ト  $h$ トヲ坐標トシテ方眼紙ニ點ヲ打ツテ「グラフ」ヲ描ケ。次ニシムブソンノ法則、又ハ中間縱線ノ方法、又ハ「プラニメーター」ノ何レカニヨツテ、曲線ノ平均ノ高サヲ求メルト、平均ノ  $A$ ハ 29,000 平方碼、即チ 180,000 平方呎デアルコトヲ知ル。コレニ 42 ヲ掛ケレバ 7,560,000 立方呎トナル。



コレ求メル答デテル。

次ノヤウナ諸問題ハ屢々“造船學”ニ用ヒラレル。但シ、與ヘラレタ線ハ通常等距離ニ在ル。

例4. 次ノ吃水ニ於ケル船ノ次々ノ吃水面ノ面積ハ次ノ通りデアル。

A=面積(平方呎)	14,850	14,400	13,780	13,150	11,570	9,200	6,400
h=吃水(呎)	23.6	20.35	17.1	14.6	10.1	5.6	2.6

(1) 吃水ガ 23.6 呎ナルトキ、排水サレタ體積及ビ淡水ノ排水量ノ噸數ヲ求メヨ。 答 265,000 立方呎, 7370 噸。

(2) 排水量 V 立方呎(又ハ淡水ナラバ T 噸)ト吃水トヲ示ス曲線ヲ描ケ。

(3) 吃水面ノ面積ヲ A 平方呎トスル。(a) 吃水ガ 1 吋増シタトキ、淡水ニ於ケル排水サレタ餘分ノ噸數ヲ求メヨ。(b) 餘分ノ排水量ノ立方呎ヲ求メヨ。 答 (a) A ÷ 432, (b) A ÷ 12。

(4) h ノ總テノ値ニ對シテ、淡水ニ於ケル V, A, T 及ビ鹽水ニ於ケル V, A, T<sub>1</sub> ヲ示ス各曲線ヲ一枚ノ紙ニ描ケ。

例5. 電車ノ前面ニ立ツテ居ル一人ノ人ガ電車ト曳ク棒トノ間ニ挿入シテアルヨク振動ヲ抑止シタ「ゼンマイ」秤ヲ見テキル。コノ秤ハ電車ノ牽引力ヲ封度ヲ測ルノデアル。今コノ牽引力ヲ F トスル。他ノ一人ハ線路ノ或ル點カラ通過シタ距離 x 呎ヲ測ル手段ヲ有シテキル。第三ノ人ハ時計ヲ以テ、或ル任意ノ時刻カラ經過シタ時間 t 秒ヲ記録スル。彼等ハ同時ニ F, x, t ノ觀測ヲ行ヒ、次ノ表ヲ得タ。

F	650	630	615	585	540	510	460	450	450	500	550
x	500	600	750	870	950	1100	1300	1400	1500	1650	1800
t	0	10	21.71	29.37	34.02	42.46	53.44	59.03	64.78	73.69	82.5

(1) F ト x トヲ坐標トシテ一枚ノ紙ニ「グラフ」ヲ描キ、F ノ平均値ヲ求メヨ。

(2) F ト t トヲ坐標トシテ他ノ一枚ノ紙ニ「グラフ」ヲ描キ、F ノ平均

値ヲ求メヨ。

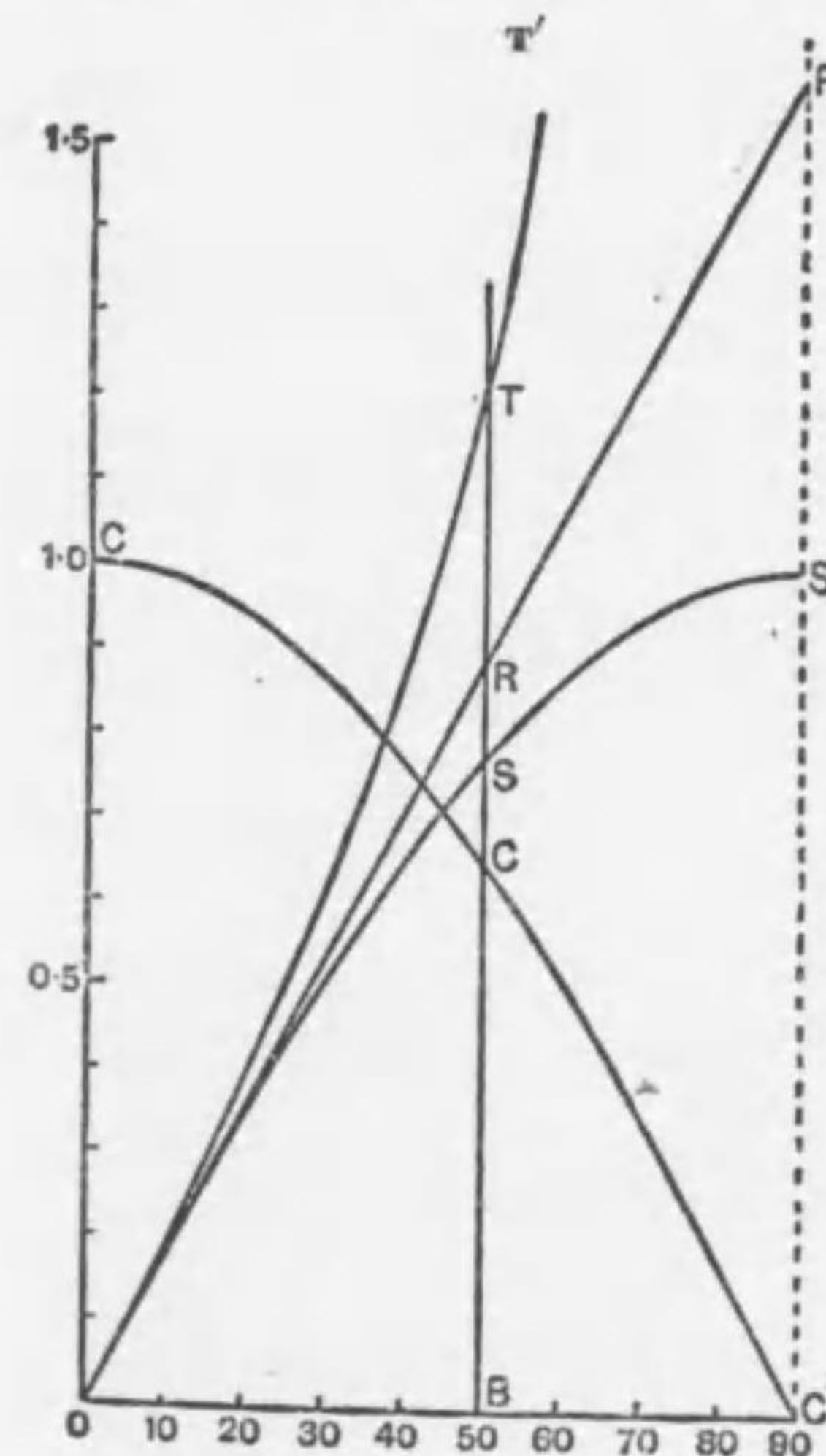
此等ノ平均値ガ等シクハナイ理由ヲ考ヘルノハ價值ノアル事デアル。

第十八章ノ課題ニ於ケル問題ノ如ク、若シヨトイトガ方眼紙上ノ點ノ坐標トシテ作圖セラレルナラバ、ソレ等ノ點ヲ通ル曲線ノ勾配ハ電車ノ速度 v 秒呎ヲ與ヘル。之ヲ表記セヨ。  $\frac{F_p}{550}$  ハ馬力デアル。之ヲ表記セヨ。

§56. 例題

例1. 一枚ノ紙ニ、角ガ 0° カラ 90° マデ變ズルトキ、其ノ角ノ「ラディア」ノ數及ビ正弦、餘弦、正切ガ如何ニ變ズルカヲ略示スル數個ノ曲線ガアル。第9圖ハコノ結果ヲ示ス。

例ヘバ、OC' ハ 90° ヲ表ハシ、OB ハ 50° ヲ表ハシ、BC' ハ 50° ノ餘弦 0.6428 ヲ尺度デ示シ、BS' ハ 50° ノ正弦、即チ 0.7660 ヲ示シ、BR' ハ 50° ノ「ラディア



第 9 圖<sup>(1)</sup>

ン」即チ 0.8727 ヲ示シ、BT' ハ 50° ノ正切、即チ 1.1918 デアル。OR' ハ直線デアル。OSS' (正弦曲線) ハ下方ニ垂レテキテ、S' ニ於テ水平デアル。OTT' (正切曲線) ハ無窮遠ニ行ク。CCC' (餘弦曲線) ハ、鏡ニ於テ見ルヤウニ、正シク正弦曲線 OSS' ニ似テキル。

學生ガ 0° カラ 90° マデノ間ノ角ノミデナク、アラユル大サノ角ノ、正弦等ヲ求メル方法ヲ知ツテキルトキニハ、彼ハ非常ニ興味アル問題トシテ、例ヘバ -360° カラ +360° マデ、上ノ曲線ヲ作圖シナケレバナラナイ。

例2. 正弦曲線又ハ餘弦曲線ノ正ノ部分ノ平均ノ高サハ最大ノ高サ、即チ振幅ノ 0.6366、即チ  $\frac{2}{\pi}$  ナル分数デアル。之ヲ檢セヨ。



ソレニハ單ニ  $\sin 5^\circ, \sin 15^\circ, \dots, \sin 85^\circ$  ヲ相加ヘルダケデ 5.7369 ヲ得ル。コレヲ 9 デ割ツテ, 平均ノ高サ 0.6374 ヲ得ル。モット正確ナ答ヲ得ルタメニ,  $\sin 2.5^\circ \sin 7.5^\circ$  等ヲ加ヘテソノ平均ヲ求メヨ。

(1) 第 9 圖カラ, 角ガ小サイトキ, 其ノ角(「ラジアン」)ト其ノ正弦及ビ正切トガ, 殆ンド相等シイコトヲ見ヨ。

## 第十二章 方眼紙上ノ曲線・坐標

### §57. 曲線ノ作圖

一ツノ量, 例ヘバ  $y$  ガ他ノ一ツノ量, 例ヘバ  $x$  ノ代數函數トシテ表ハサレルトキニハ,  $x$  ノ任意ノ値ヲ探レバ, ソレニ對應スル  $y$  ヲ計算スル事ガ出來, 之ニ依リ方眼紙ノ上ニ點ヲウツテ作圖スル。斯様ニ作圖シタ多クノ點ヲ通ル所ノ曲線ヲ描ケ。

作圖スルニ最モ重要ナ一ツノ函數ハ

$$y = ax^n$$

デアル。茲ニ  $a$  及ビ  $n$  ハ如何ナル數デモヨイ。<sup>(2)</sup>

即チ  $y = 9x, y = 2x^2, y = 3.5x^3$ , 等。

又ハ  $y = 10x^{\frac{1}{2}}, y = 5x^{\frac{1}{3}}$ , 等。

又ハ  $y = 9x^{-1}$  (書キ直セバ  $xy = 9$ ),  $y = 9x^{-2}, y = 4x^{-3}$ , 等。

又ハ  $y = 2x^{-0.246}, y = 2x^{0.246}$ , 等。

各々ノ場合ニ於テ,  $a$  ノ値トシテ 1 ヲ用ヒル事ハ多分都合ノヨイ事デアラウ。依ツテ一學級ノ學生ハ,  $n$  ノ異ナル値ヲ用ヒテ得ラレル總テノ曲線ヲ作圖スル事ガ出來ル。同一ノ紙ノ上ニ此等ノ曲線ヲ追跡スル事ハヨイ事デアル。

一例トシテ

$$y = x^{-0.246},$$

ヲ取ラウ。

(1) 一般ニ  $f(x)$  ガ  $x$  ノ代數式デ表ハサレルトキ, 之ヲ代數函數 (algebraic function) トイフ。之ニ對シテハ超越函數 (transcendental function) ガアル。代數函數ハ變數  $x$ , 即チ  $x$  ト  $x$  ノ間, 或ハ  $x$  ト常數トノ間ニ加減乗除及ビ開法ノ五演算ヲ有限回施シテ得ラレルモノデアツテ, 之ニ對シテ超越函數ハ上記ノ五演算以外ノ演算ヲ含ムカ, 或ハ上記五演算ヲ無限回行ハネバ得ラレヌモノデアル。

(2)  $a$  及ビ  $n$  ハ任意常數デアル。若シ此ノ式デ ( $x$  ヲ常數)  $n$  ヲ變數トスレバ, 指數函數ト稱スル超越函數ヲ得ル。



$x=0.1$  トスレバ,  $y=(0.1)^{-0.246}=1.762,$

$x=0.2$  トスレバ,  $y=(0.2)^{-0.246}=1.486.$

順次斯クシテ,  $x$  ノ次ノ如キ値ニ對シテ,  $y$  ノ次ノ如キ値ヲ得ル.

$x$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	.....
$y$	1.762	1.486	1.345	1.253	1.186	1.133	1.091	1.056	1.027	1.000	0.977	.....

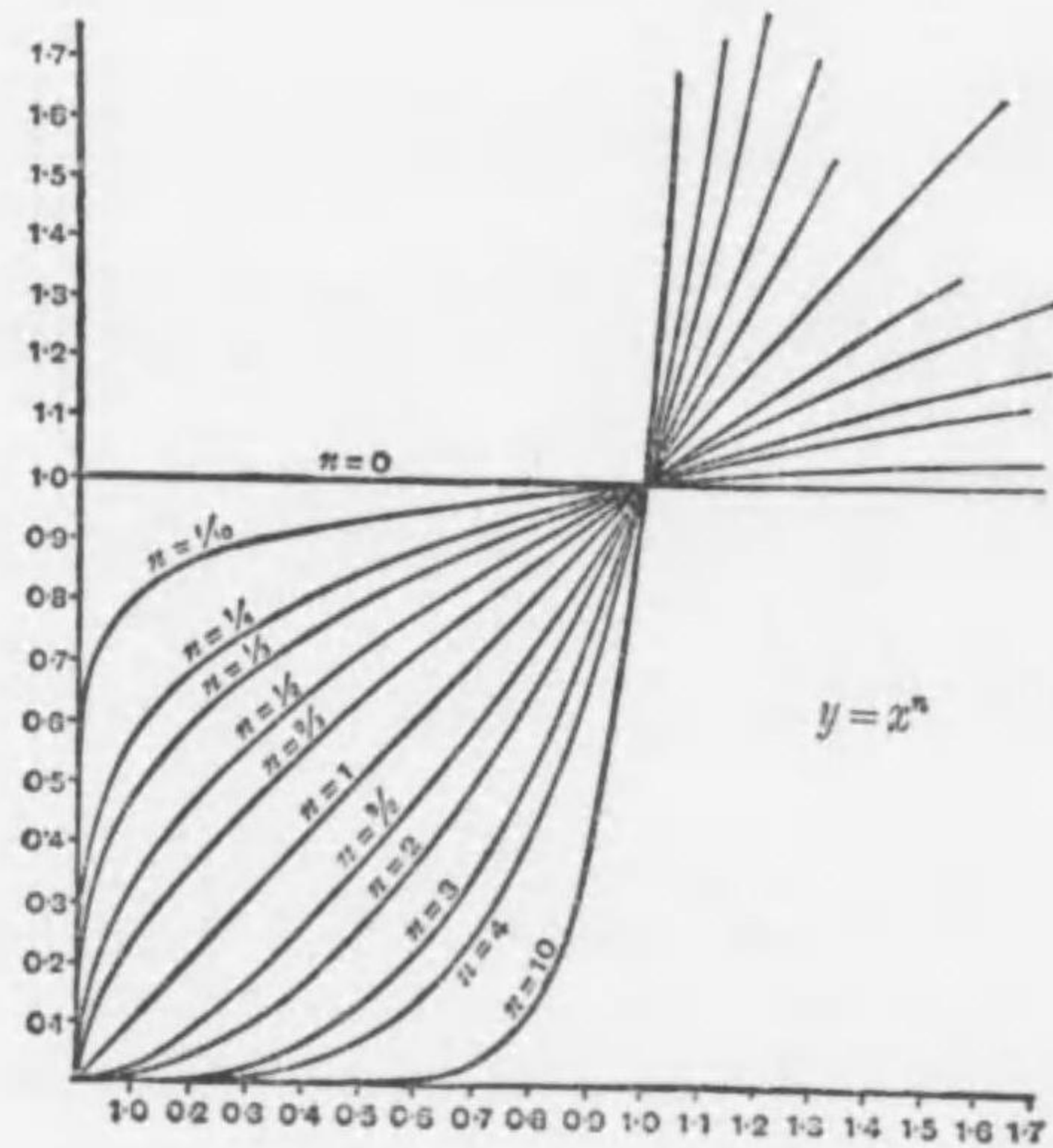
此等ノ諸點ヲ作圖シテ曲線ヲ描キ,  $x=0.3$  ト  $x=1.1$  トノ間ノ  $y$  ノ平均値ヲ求メヨ.

答 普通ノ方法デ, 平均ノ高サヲ測ツテ,  $y$  ノ平均値ハ 1.114 デアル事ヲ知ル.

從ツテ  $x=0.3$  ト  $x=1.1$  トノ間ノ曲線ノ面積ハ

$$1.114 \times 0.8 = 0.891$$

デアル.



第 10 圖

例 1.  $y=b+ax^n, \dots\dots\dots(1)$   
ニ於テ,  $b$  ハ單ニ附ケ加ヘタ常數項デアリ,  $a$  ハ測度ノ尺度ヲ決定スルニ

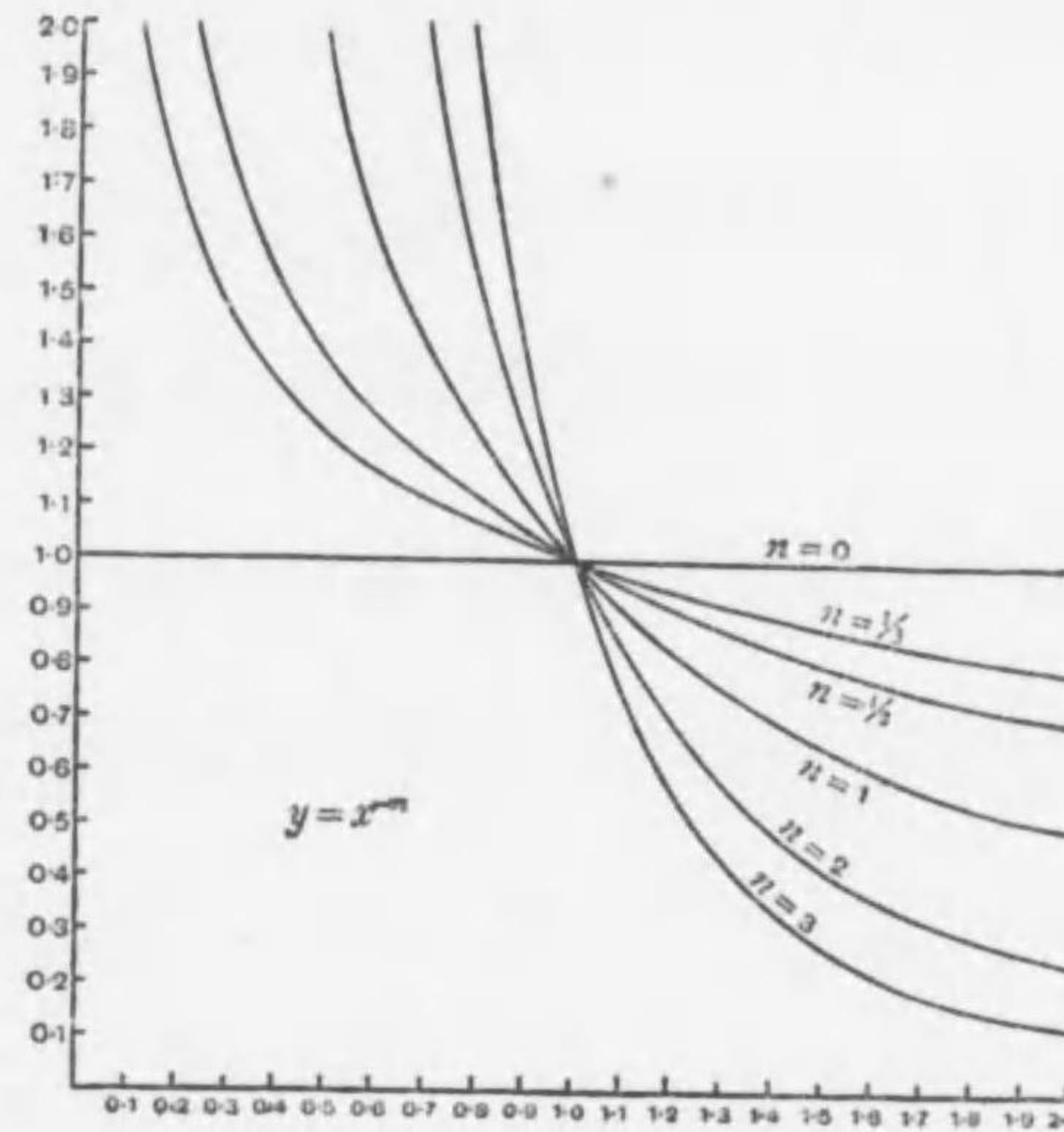
過ギナイ. 故ニ, 若シ

$$y=x^n, \dots\dots\dots(2)$$

ヲ研究スレバ, (1)ノ研究ヲ完全ニナシタト言ヘル.

第二章ノ問題ニ於テ,  $n$ ノ値ガ  $4, 1, \frac{1}{4}, -1, -4$  ナルトキ,  $x$ ノ多クノ値ニ對スル  $y$ ノ値ガ既ニ計算サレテキル. 故ニ此等六ツノ曲線ハ直チニ作圖スル事ガ出來ル.

若干ノ學生ヲ集メテ, 各々ニ一ツ宛ノ曲線ヲ與ヘテ之ヲ作圖サセヨ. 總テノ曲線ガ完成シタ後, 之ヲ一枚ノ紙ノ上ニ描イテ研究セヨ.  $n$ ノ値ノ異ナツタ幾多ノ曲線ガ第10圖ニ示シテアル. 此等ノ曲線ハ一群ヲナスト云フ事ガ出來ル. 値ガ負ナル場合ノ圖ノ一部分ヲモ示ス, (第11圖)



第 11 圖

例 2.  $y=ae^{bx}, \dots\dots\dots(1)$

ニヨツテ表ハサレル曲線ヲ研究セヨ.

前ノヤウニシテ,  $a$ ヲ1トシテ, 曲線群

$$y=e^{bx} \dots\dots\dots(2)$$

ヲ, 數名ノ學生ニヨツテ一枚ノ紙ノ上ニ描カセヨウ. 但シ, 其ノ各學生ハ



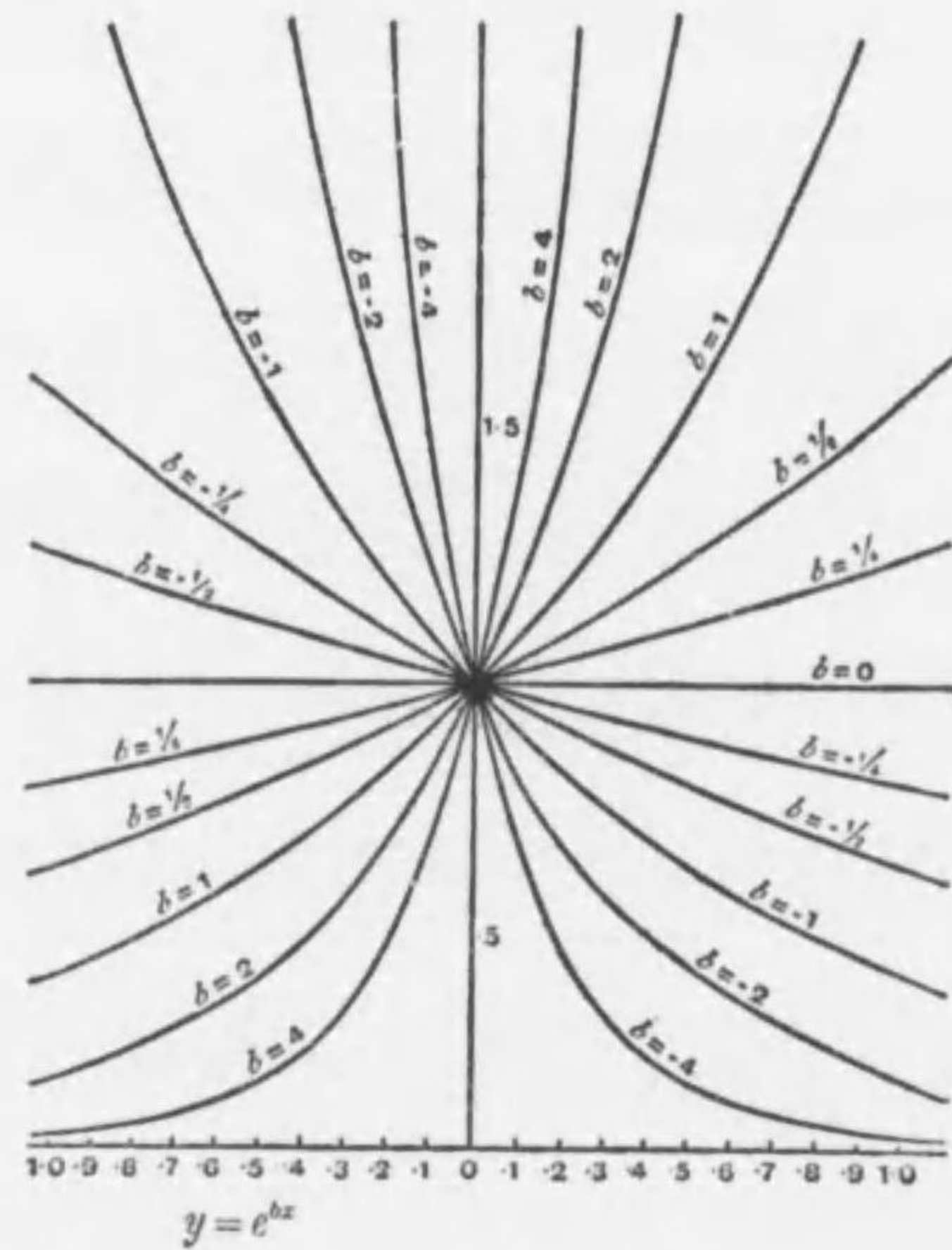
bノ相異なる値ヲ取ルモノトスル。此ノ仕事ハ自然對數表ガアレバ容易デアル。何トナレバ、

$$\log_e y = bx, \dots\dots\dots(3)$$

デアルカラ。又若シ、常用對數表ノミアルナラ、

$$\log_{10} y = 0.4343 bx, \dots\dots\dots(4)$$

bノ種々ナ値ニ對スル數個ノ曲線ヲ示シテオク。(第12圖)。



第 12 圖

§ 28ノ問題4ニ於テ、bノ値ガ4, 1,  $\frac{1}{4}$ ,  $-\frac{1}{4}$ , -1, -4デアルトキ、xノ異なる値ニ對スルyノ値ハ既ニ計算シテアル。故ニ此等六ツノ曲線ハ直チニ描ク事ガ出來ル。

### § 58. 點ノ位置

次ノ物語ハ作り話カモ知レナイ。

七年戦争ノトキ、1760年ニ獨國サクソニーニ於テ、一人ノ紳士ガ自分

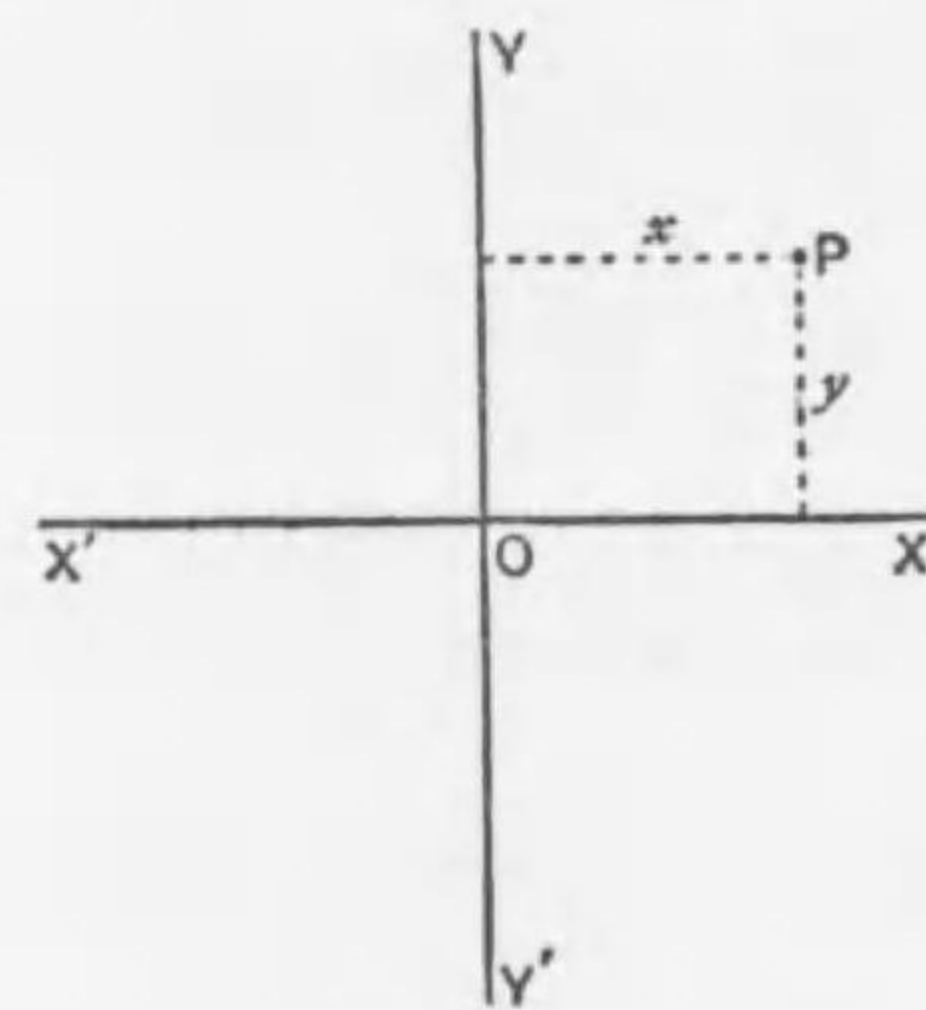
ノ財寶ヲ所有地内四箇所ノ地點ニ埋メテ隠シタ。所ガ其ノ紳士ハ突然發害サレテ了ツタ。其ノ息子ハ、件ノ財寶ガ何處ニ埋メテアルカ知ラナカツタガ、唯財寶ガ埋メテアルトイフ事柄ダケハ知ツテキタ。最モ父ハ次ノ記號ノ書イテアル羊皮紙ノ文書ヲ渡シテ置イタ。

$$x=2000, y=977 ; x=-560, y=700;$$

$$x=-750, y=-650 ; x=356, y=-274.$$

息子ハ財寶ヲ探シテ廻ツタガ、終ニ得ル所ハナカツタ。

所ガ、1860年ニナツテ、其ノ子孫デアル若イ米國人ガ遙々此ノ昔ノ所有地ニヤツテ來タ。ソノ土地ニハ一族ガ殘ツテキタガ、之カラ遠來ノ從兄トシテ歡迎サレタ。彼ハアマリ裕福デハナカツタ。而モ彼ト同様ニ貧乏デアルソノ土地ニキタ從妹ニ當ル少女ト戀ヲ物語ルヤウニナツタ。其ノ青年ハ財寶ガ埋藏サレテキルトイフ古イ傳ヲ以前カラ知ツテキタ。——事實、其ノ一族ノ者ハ誰一人トシテ之ヲ忘レハシナカツタノデアル。其ノ青年ハ一日、偶然ニモ一冊ノ教科書ヲ取り出シタ所、左ニ示スヤウナ



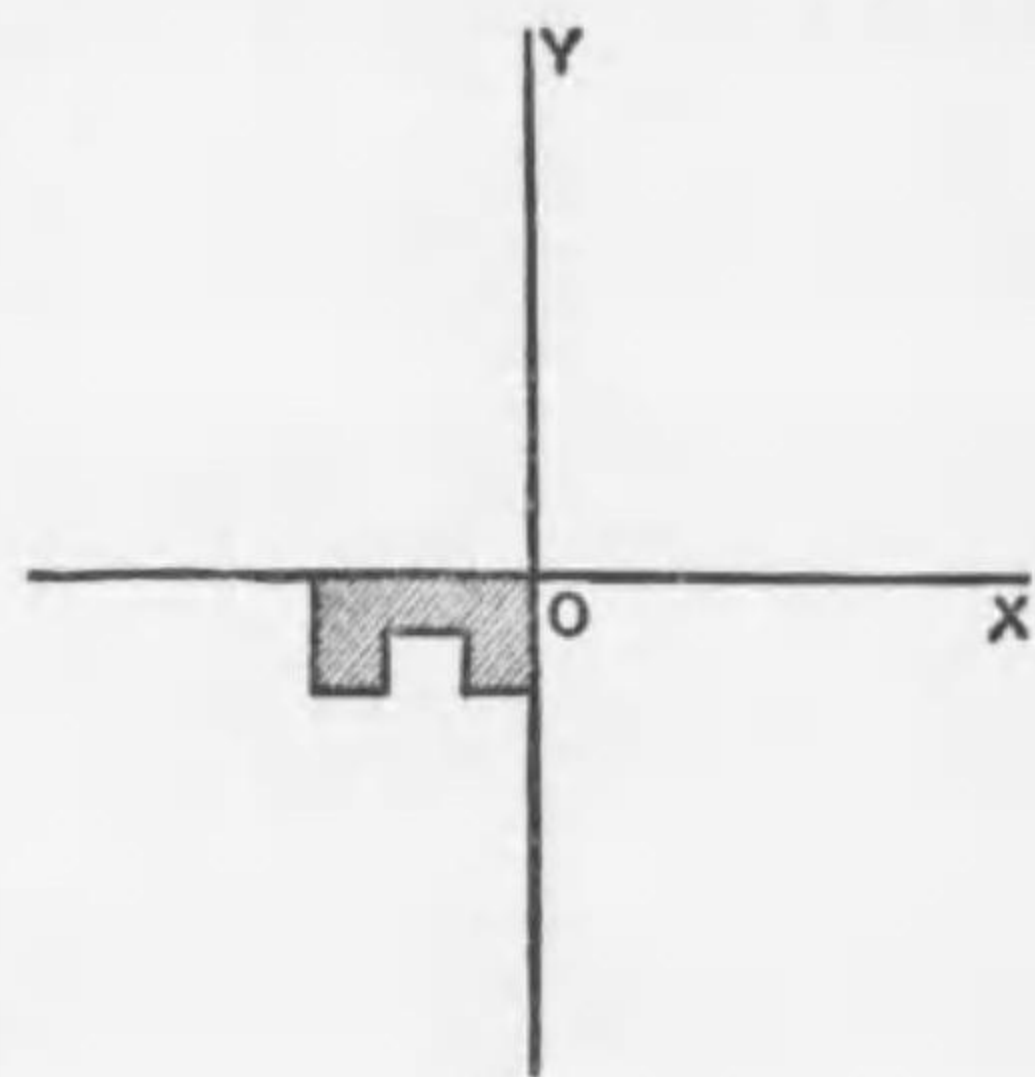
第 13 圖

圖(第13圖)ヲ見付ケタ。最モ今迄斯様ナ圖ハ一度モ見タ事ガナカツタガ之ハ數學ノ書物トシテ極メテ普通ノアリフレタ事デアル。之ガ餘リニ通俗ナ事デアルノデ、7歳ニナツテ學校ニ入學シ、25歳マデ通學シテ、ストラスブルグノ鷺鳥ノヤウニ其ノ當時一日9時間ノ總テヲ精神的訓練ノ知識デ充滿サセテキタ獨逸人ニハ、誰一人トシテ之ガ傳説ヤ物語ヲ解ク鍵デアルトハ夢ニモ思ヒ及バナカツタ所デア

ル。即チ單ニ教科書ニ關係シタモノトノミ考ヘ、ソレ以上ニハ出ナカツタ。然ルニ此ノ若イ米國人ニトツテハ、之ガ一ツノ物語ヲ示シテクレタ。ココニエ云々及ビリ云々トアルノハ、明ラカニヨク記シヅケラレタニ直線カラノ距離デアル。ソコデ此ノ青年ハ戀人ノ從妹ト二人デ、其ノ所有地ノ古イ地圖(1760年ノ)ヲ出シテ觀タ。ソシテ其ノ當時彼等一族ノ住ンデキル昔ノママノ建築物ノ周圍ニ沿ウテ、微カニ引イテアル二直線ヲ

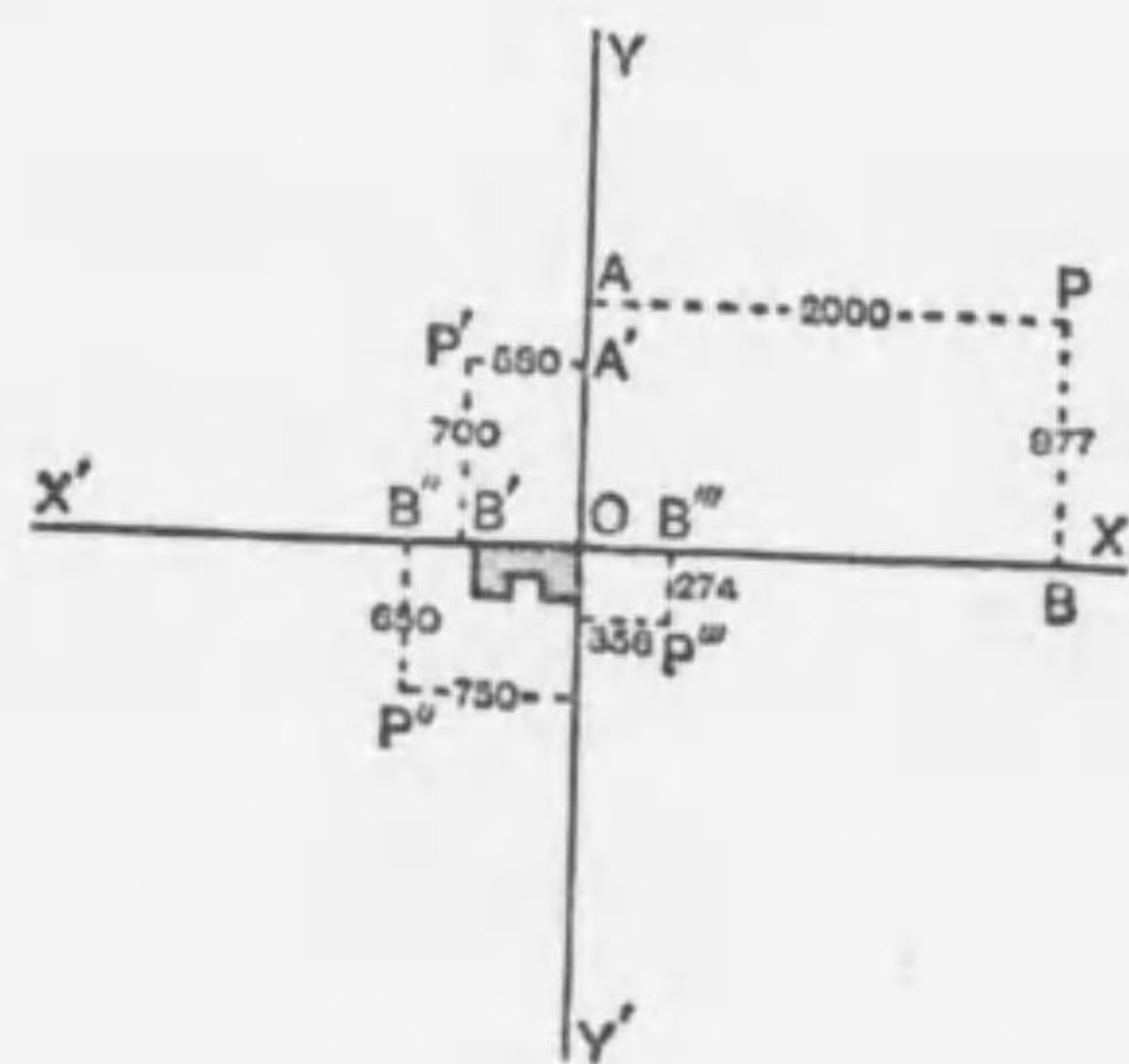


見付ケタ。ソレハ第14圖ノ通りデアツタ。ソコデ、ジョーザ・ダヴルユハ戀人ドロシーノ父ノ許ニ走り趣イテ言ツタ。“若シ、私が昔ノ埋藏サレタ財寶ヲ發見シタナラバ、伯父サンハ私が従妹ト結婚スルノヲ許シテ下サルデセウカ。”スルト、老ハインリッヒハ嬉シサウニ答ヘタ。“ココニ二ツノ發見ガアル。其ノ一ツハオ前ガ發見シタ所デアリ、他ノ一ツハ私が發見シタ。私ノ發見トイフノハ吾々獨逸人が妨ゲラレテキル斯様ナ教科書ノ知識ヲ持ツテキナイ米國人ノオ前ガ、仕事ヲナスベキ想像力ト才能トヲ持ツテ居ル事及



第 14 圖

ビソノオ前ハ怠慢デナイトイフ事ヲ克ク知ツタ事デアル。故ニ、タトヒオ前ガ此ノ仕事ニ失敗シテモ、ドロシート結婚スル事ヲ許スデアラウ。”ソコデジョーザ・ワシントン・オーレンドロフハ伯父ノ爲ニ次ノ圖(第15



第 15 圖

“今コソオ前ガ此ノ間中私ヲ欺イテキタコトガ解ツタ。ナゼナラオ前

圖)ヲ描イタ。

“此ノ距離ハ呟デ表ハシテアルカ、ソレトモ碼デ表ハシテアルカ、ソレハ私ハ知りマセン。

併シ、伯父サンハ百年前ニ此處デ祖先ガ用ヒタ測度ヲ知ツテオイデルデセウ。ソシテ私が印ヅケタ地點ハ埋藏サレタ財寶ヲ掘ルベキ場所デアリマス。”

サウシタラ、オーレンドロフノ老男爵ハインリッヒハ怒ツテ罪ノナイジョーザ・ダヴルユノ方ニ向キ直ツテ言ツタ。

ハ平面幾何學ノデカルト<sup>(1)</sup>ノ坐標<sup>(2)</sup>ニ就イテ知ツテキルカラ、從ツテ此ノ事作ニ關シテ、タトヒ誰一人私ニ味方シナイニシテモ、私ハオ前ガ愚鈍デアルニ相違ナイト斷言スル。”

併シ、ドロシーハ戀人ノ父ヲ宥メテ言ツタ。“ネ、オ父サン、私達ハ何ノ學問モナイ事ハ御存ジデセウ。併シ其ノ無學ナ私デサヘ、若シ一直線ノ右ノ方ヘ測ツタ  $AP$  ガ 2000 デアルナラ、同ジ直線ノ左ノ方ヘ測ツタ  $A'P'$  ハ -560 デアルトイフベキ位ハ知ツテキマス。又直線ノ上ノ方ヘ測ツタ  $PB$  ガ 977 デアルナラ、此ノ直線ノ下ノ方ヘ測ツタ  $P''B''$  ハ -274 トイフベキデアルトイフ事モ解カリマス。”

尙又ジョーザ・ダヴルユハ言フツイデ言ツタ。“私ハ今丁度伯父サンガオッシャル彼ノスバラシイ科學ニ就イテ、私が多少心得テキルト考ヘマス。併シ、之ハ此ノ傳說的ナ圖形ヤ、傳說的ナ地圖ニ附隨スル常識デアルト思ヒマス。其ノ上、私ハ伯父サント約束シテキマスカラ、此ノ財寶ハ一物ヲモ自分デハ取ラナイトイフ事ヲココニ斷言致シマス。私ノ寶ハ吾々ノ原點ノ地點デアル此處ニ埋メテアリ、マス。”

併シ、老ハインリッヒハ埋藏サレタ四個ノ財寶ヲ歐洲ニ居ル 207 人ノオーレンドロフ家ノ人ト、米國ニ居ル 310 人ノオーレンドロフ家ノ人トノ間ニ分配スル事ヲ主張シタ。ソシテジョーザ・ダヴルユノ分ケ前ト、ドロシーノ分ケ前トノ和ハ 523.07 弗ニ及ンダ。

### §59. 球面上ノ點ノ位置. 曲線ノ例題

一點ガ一平面上ニナク、球面上ニアルトキニモ、其ノ位置ヲ知ル

- (1) ルネ・デカルト (René Descartes, 1596—1650) ハ佛國ノ數學者デ哲學者デアル。特ニ解析幾何學ノ創始者トシテ知ラレテキル。
- (2) 一般ノデカルトノ坐標ハ基準ニナル二直線(即チ坐標軸)ガ斜交スル(之ヲ斜角坐標トイフ)。之ニ對シ、本書デ始終用ヒルモノノ如ク、軸ノ直交スル(即チ直角坐標)ハ、其ノ特別ノ場合デアル。
- (3) 球面上ニアル點ノ位置ヲ決定スルニハ、一般ニ球面坐標 (spherical coordinates) ヲ用ヒル。經緯、緯線ヲ坐標トスルノハ其ノ一例デアツテ、其ノ軸ハ赤道ト本初子午線デアル。



爲ニハ二ツノ方向ヲ與ヘナケレバナラナイ。緯線ト經線トハ諸君ノヨク知ツテキル所デアル。若シ私ガ、北緯 56°, 西徑 30° ノ地點ニ小サイ島ヲ發見シタト言フナラバ、其ノ位置ヲ地圖又ハ地球儀ノ上ニ見出ス事ハ容易デアル。船長ガ、若シ所持シテキル「クロノメーター」ガ正確デ信頼サレ、且ツ太陽ヲ觀ル事ガ出來ルナラバ、其ノ船ノ位置ヲ高々一哩位ノ誤差デ知ル事ガ出來ル。<sup>(3)</sup>

例 1. 曲線(橢圓)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

ヲ描ケ。

解 此ノ曲線ハ

$$\frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{x^2}{a^2}, \quad \text{即チ } y = \pm b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}},$$

ト同シデアル事ハ容易ニ知ラレル。故ニ、 $x$ ノ各々ノ値ニ對シテ $y$ ノ二ツノ値ガアル。<sup>(4)</sup> 又次ニ、 $x=+4$ , 又ハ $x=-4$ ハ共ニ相等シイ $y$ ノ値ヲ與ヘル事モ明ラカデアル。此ノ事ヲ明ラカニスル爲ニハ二三ノ計算ヲシテケレバナラナイ。

(1)  $b=5$  及ビ  $a=5$  トセヨ。上式ハ、

$$y = \pm \sqrt{25 - x^2}$$

トナル。  $x=1$  トスレバ  $y=+\sqrt{24}$  及ビ  $y=-\sqrt{24}$ ; 即チ  $x=1$  ニ對スル  $y$  ノ二ツノ値ガアル。從ツテ二ツノ點ガアル。實際ニハ一回ノ計算ニヨツ

(4) 一般ニハ空間ニ在ル點ノ位置ヲ決定スルニハ三ツノ坐標軸ヲ要スル。

(3) 「クロノメーター」ヲ細度ノ知レテキル地點ノ時刻ニ正シク合ハシテオケバ、之ニ依リ、本初子午線ノ通過シテキル英國グリニッチノ時刻ガ知レル。今或ル地點デ太陽ノ觀測ヲ行ヒ、其ノ地ノ時刻(地方時)ヲ得レバ、之トグリニッチノ時刻トノ差ヲ 1 時間 15° ノ割ニ讀メバ細度ハ得ラレル。

緯度ヲ求メルニハ球面三角法ノ知識ヲ要スル。次ノ拙著ヲ參照サレヨ。

新宮恒次郎著、球面三角法。(1927)(第九章)。富山房發行。

(4) 一般ニ  $x$  ノ一ツノ値ニ對シツノ函數トシテ二値ヲ得ルモノヲ複値函數(double valued function) トイフ。

テ四ツノ點ヲ得ル。何トナレバ、 $x=-1$  ハ又  $y$  ニ對シテ同一ノ結果ヲ與ヘルカラデアル。

次ニ、 $x=\pm 2$  トシテ $y$ ヲ計算スレバ、又他ノ四點ヲ得ル。順次斯クノ如クスル。サウスレバ此ノ曲線ハ兩軸ガ相等シイ橢圓即チ圖デアル。<sup>(1)</sup>

(2)  $a=5, b=3$  トセヨ。<sup>(2)</sup>

$$\text{然ルトキハ } y = \pm \frac{3}{5} \sqrt{25 - x^2}.$$

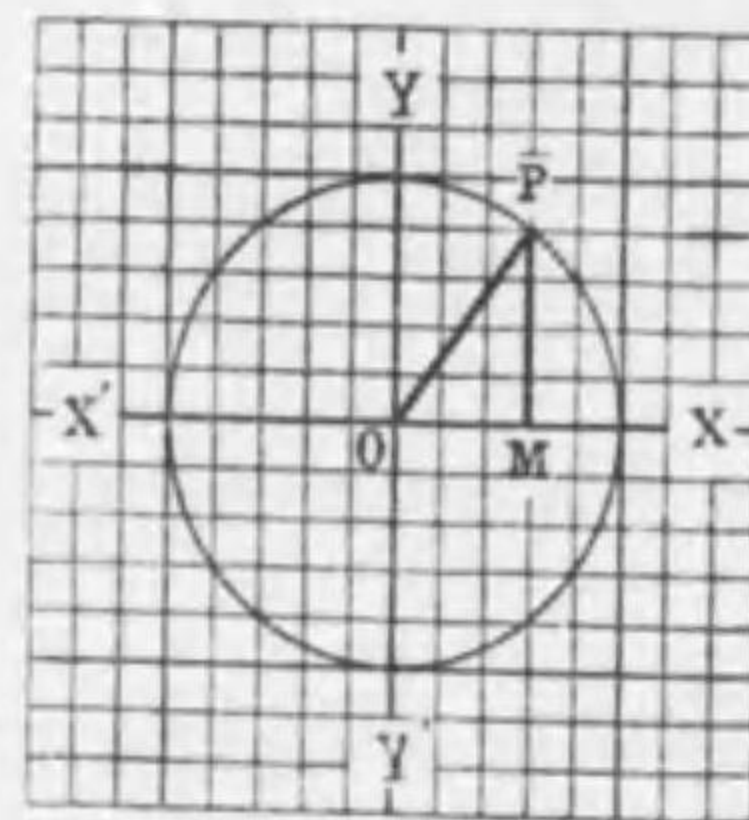
(1) フナシタ者ニハ之ハ非常ニ容易デアル事ガ解ル。

例 2. 雙曲線

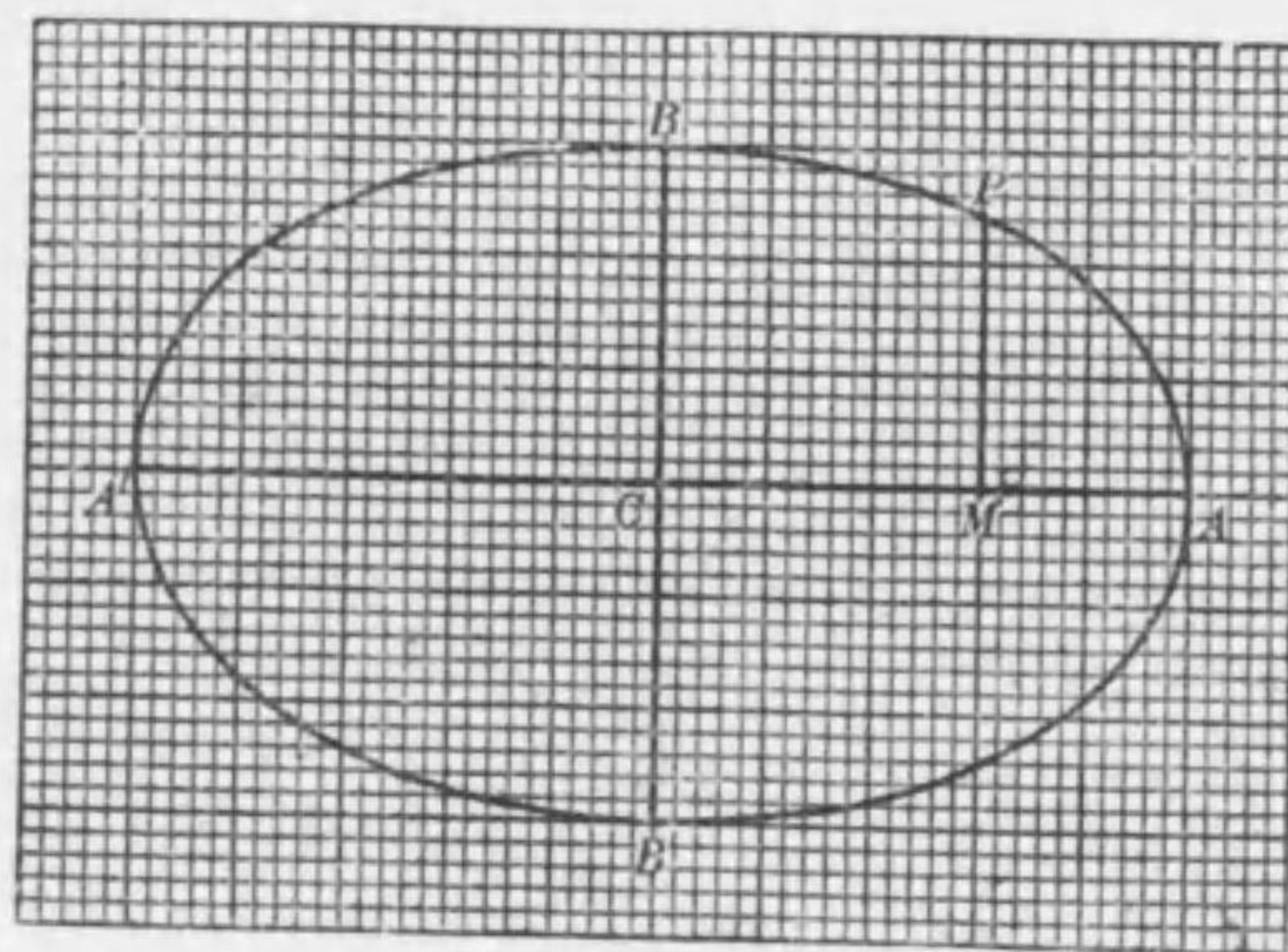
(1)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ニ於テ  $a=b$  トスレバ、之ヲ  $r$  トオキ  $\frac{x^2}{r^2} - \frac{y^2}{r^2} = 1$ , 即チ  $x^2 + y^2 = r^2$  トナル。之ハ原點ヲ中心トシテ

ヲ半徑トスル圓デアル。何トナレバ其ノ「グラフ」上ノ任意ノ點ヲ  $P$  トシ、 $PM \perp OX$  トスレバ、ピタゴラスノ定理ヨリ  $OM^2 + PM^2 = OP^2$ , 即チ  $x^2 + y^2 = OP^2$ . 與式ト比較シテ  $OP=r$ . 即チ  $O$  ハ定點,  $OP$  ハ定長トナルカラ  $P$  ノ軌跡ハ圓デアル。

(2) 此ノ場合ニハ一般ノ橢圓トナル。  $a > b$  ナラバ  $a$  ハ其ノ長徑,  $b$  ハ短徑デアツテ、原點ヲ其ノ中心トスル。次ニ其ノ「グラフ」ヲ示ス。



(補) 第 10 圖



(補) 第 11 圖



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

ノ「グラフ」ヲ描ケ.

解 之ハ明ラカニ  $y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2}$

ト同一デアル.  $b=3$  及ビ  $a=5$  トシテ, 曲線

$$y = \pm \frac{3}{5} \sqrt{x^2 - 25},$$

ヲ描ケバヨイ.

例 3. サイクロイド

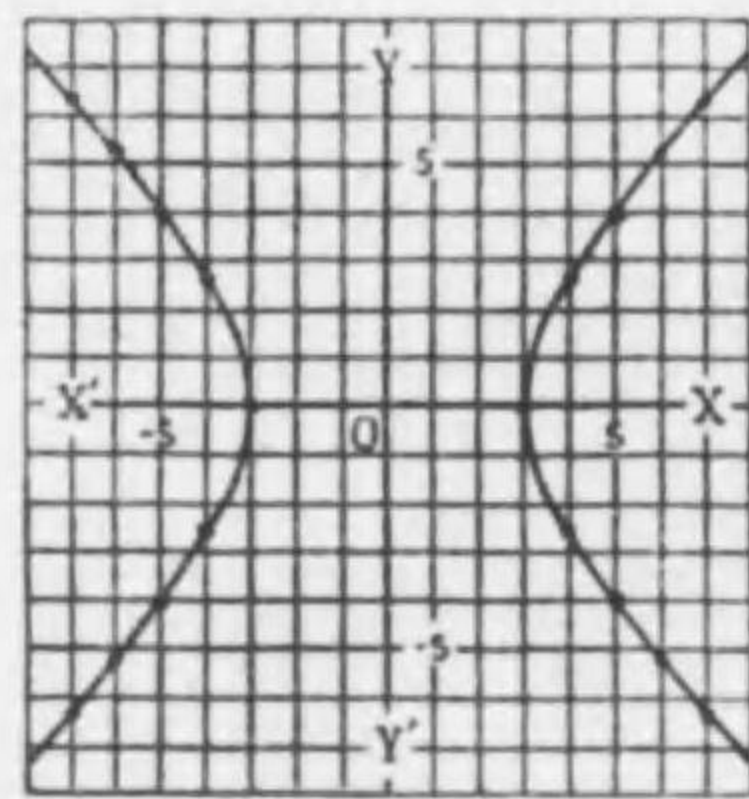
$x$  ノ函數トシテ  $y$  ヲ與ヘタリ, 又ハ  $x$  ト  $y$  トノ關係方程式ヲ與ヘル代リニ,

$$x = a(\phi - \sin \phi) \quad \text{及ビ} \quad y = a(1 - \cos \phi)$$

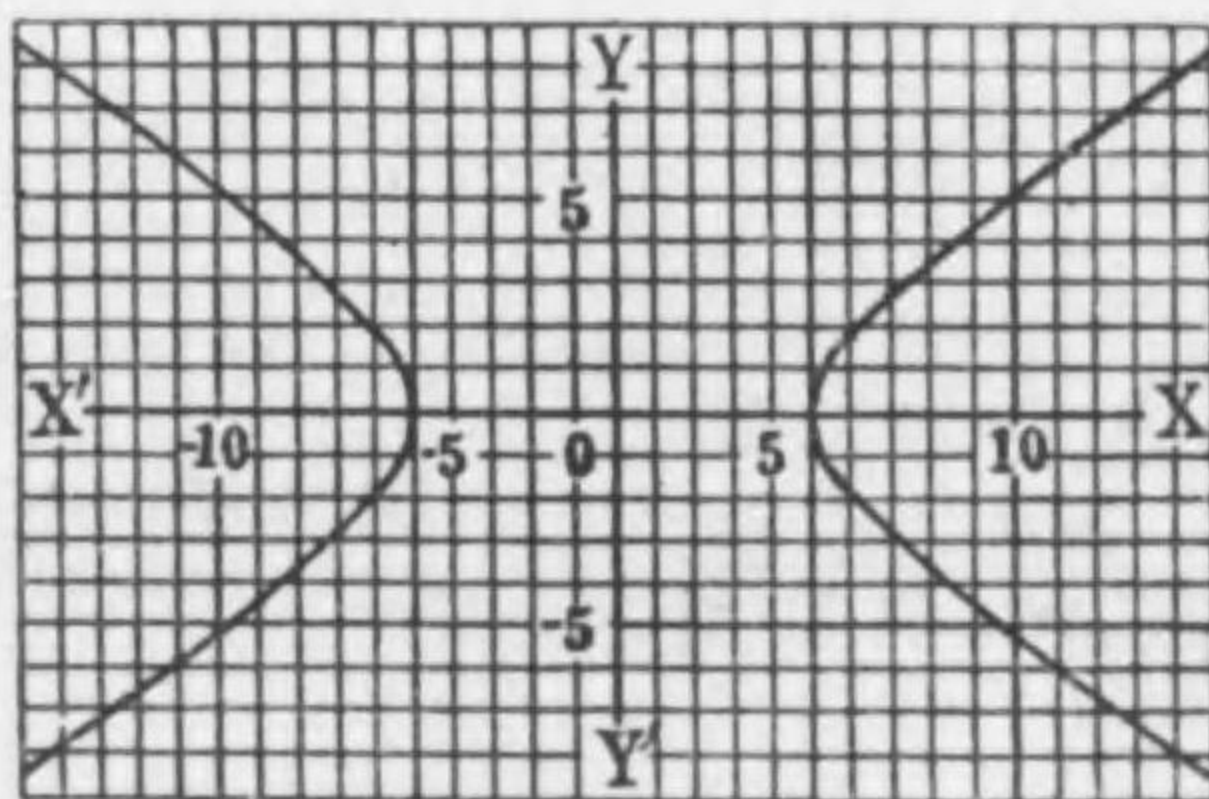
ト書クコトハ, 一層便利デアル.

$\phi$  = 對シテ一ツノ値ヲ取り,  $x$  ト  $y$  トヲ計算セヨ. 此ノ場合  $\phi$

(1) 此ノトキ  $a=b$  デアルト, 之ヲ「トオケバ」,  $x^2 - y^2 = r^2$  トナル. 之ハ「開圓」ニ於ケル圓ノ如ク, 雙曲線ノ特別ノモノデ, 之ヲ「直角雙曲線」(或ハ「正雙曲線」)トイフ. 之ニ  $x^2 - y^2 = 9$  ヲ示ス. (〔補〕第 12 圖)



〔補〕第 12 圖



〔補〕第 13 圖

(2) 其ノ「グラフ」ヲ上ニ示ス. (〔補〕第 13 圖)  
 (3)  $y=f(x)$  ノ形ヲイフ. 之ヲ「陽函數 (explicit function)」トイフ.  
 (4)  $f(x, y)=0$  ノ形ヲイフ. 之ヲ「陰函數 (implicit function)」トイフ.  
 (5) 此ノ式ニ於ケル  $\phi$  ノ如キ變數ヲ「補助變數 (auxiliary variable)」トイフ.

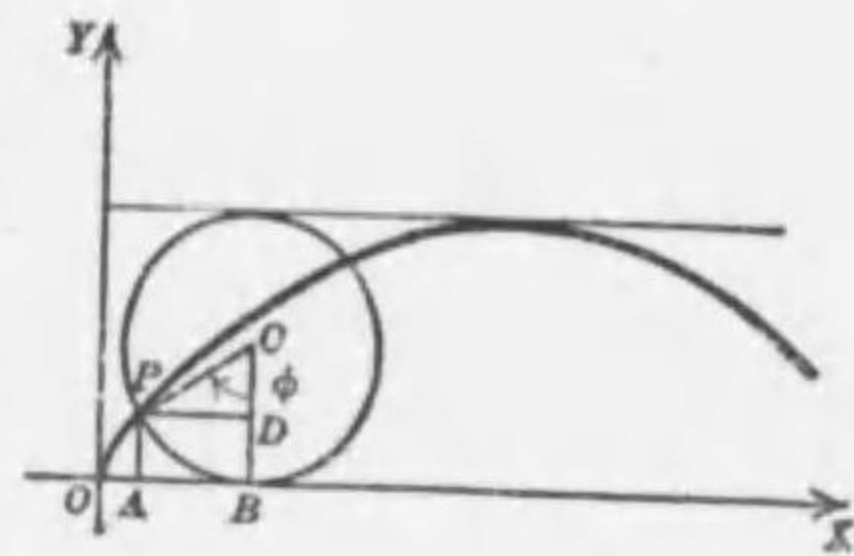
ハ「ラディアン」ヲ測ルコトヲ記憶セヨ.

$\phi$  ノ他ノ一ツノ値ヲ與ヘテ,  $x$  及ビ  $y$  ノ新シイ對ナ値ヲ計算セヨ.

カヤウナ方法デ,  $x$  及ビ  $y$  ノ坐標ヲ求メ, 曲線上ノ點ヲ打ツ.  $\phi$  ハ補助角デアル.

此等ノ計算ハ §28 ノ問題 17 デ既ニ完成シタ所デアル. 今ハ唯其ノ「グラフ」ヲ描クコトノミガ殘ツテキルダケデアル.

(1) 「サイクロイド」ハ半徑  $a$  ナル圓  $C$  ガ定直線  $OX$  上ヲ滑ルコトナク廻轉スルトキ, 其ノ圓周上ノ定點  $P$  ノ描ク軌跡デアル. 從ツテ  $a$  ハ常數デアルガ,  $\phi$  ハ變數デアツテ, 半徑  $PC$  ガ  $C$  ヨリ  $OX$  へ下シタ垂線  $CB$  トナス角デアル. 之ヲ補助角トイフ. 今  $P$  ノ坐標ヲ  $(x, y)$  トスレバ,



〔補〕第 14 圖

$$x = OA = OB - AB = OB - PD = a\phi - a\sin\phi = a(\phi - \sin\phi).$$

$$y = AP = BC - DC = a - a\cos\phi = a(1 - \cos\phi).$$



### 第十三章 一次式

#### § 60. 直線ト一次式

曲線ガ簡單デアルトキニハ、屢々簡單ナ方程式デ表ハサレル。  
 $x$  ト  $y$  トノ相對應スル値ヲ坐標トシテ點ヲ打チ、其ノ「グラフ」ヲ描クトキ、其ノ點ガ一直線上ニ在ルナラバ、常ニ

$$y = a + bx.$$

ナル形デ  $x, y$  ヲ結ビツケル一次式ガ存在スル事ヲ知ル。ココニ  $a$  及ビ  $b$  ハ常數デアル。

此ノ函數ノ「グラフ」ヲ描ク事ハ價値ノアル事デアル。

先ヅ、 $y = 2 + 0.75x$  ノ「グラフ」ヲ描ケ。  $x = 0$  就イテ、次ノ各値ヲ取リ、之ニ對應スル  $y$  ノ各値ヲ計算スル。此等ノ値ヲ坐標トシテ方眼紙上ニ點ヲ打チ「グラフ」ヲ描ク。サウスレバ此等ノ點ハ確カニ一直線上ニ在ル事ガ解ル。

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$y$	2	2.75	3.5	4.25	5.0	5.75	6.5	7.25	8

引キ張ツター一本ノ黒絲ハ、其ノ眞ツ直グサニ就イテ、最モ誤解シ易イ驗證ヲ與ヘルモノデアル。

今次ノ各場合ヲ試ミヨ。

$$\begin{aligned} y &= 2 + 0.5x, & y &= 2 + 0.9x, \\ y &= 2 - 0.3x, & y &= 2 - 0.75x. \end{aligned}$$

各々ノ場合ニ於テ、諸君ハ直線ヲ發見スルデアラウ。

サテ此等ノ總テノ場合ニ於テ、 $a$  ノ値ハ同一デアリ、從ツテ此等ノ總テノ直線ハ或ル一ツノ物ヲ共通ニ持ツト云フ事ニ注意シナケレバナラナイ。ソレハ何デアラウカ。諸君自ラ之ヲ發見セヨ。<sup>(1)</sup>

(1) 此ノ形デ直線ノ方程式ヲ與ヘルト、 $a$  ハ  $y$  軸ノ截片ヲ示ス。故ニ此等ノ直線ハ  $y$  軸上ノ同一點デアル。

#### § 61. 勾配ノ定義

次ニ直線  $y = a + bx$  ニ於テ、 $b$  ガ總テニ共通デアル所ノ、他ノ直線ノ一群ノ「グラフ」ヲ描ケ。

$$\begin{aligned} \text{今} \quad y &= 1 + 0.75x, & y &= 3 + 0.75x, & y &= 4 + 0.75x, \\ y &= 0 + 0.75x, & y &= -1 + 0.75x, & y &= -2 + 0.75x, \end{aligned}$$

トスル。

諸君ハ同一ノ  $b$  ヲ持ツ斯クノ如キ總テノ直線ハ、同じ勾配ヲ有シテキル事ヲ知ルデアラウ。從ツテ實際ニ私ハ、常ニ  $b$  ヲ直線ノ勾配ト呼ブ。此等ノ直線ハ互ニ平行デアル。

#### § 62. 直線ノ勾配

若シ  $y = a + bx$  デアルナラバ、 $x = x_1$  トシ、之ニ對應スル  $y$  ヲ求メル。ソレハ  $y_1 = a + bx_1$  デアル。

次ニ新ラシク  $x = x_2$  トシ、之ニ對應スル  $y$  ヲ求メル。ソレハ  $y_2 = a + bx_2$  デアル。邊々相減ジテ、次式ヲ得ル。

$$y_2 - y_1 = b(x_2 - x_1).$$

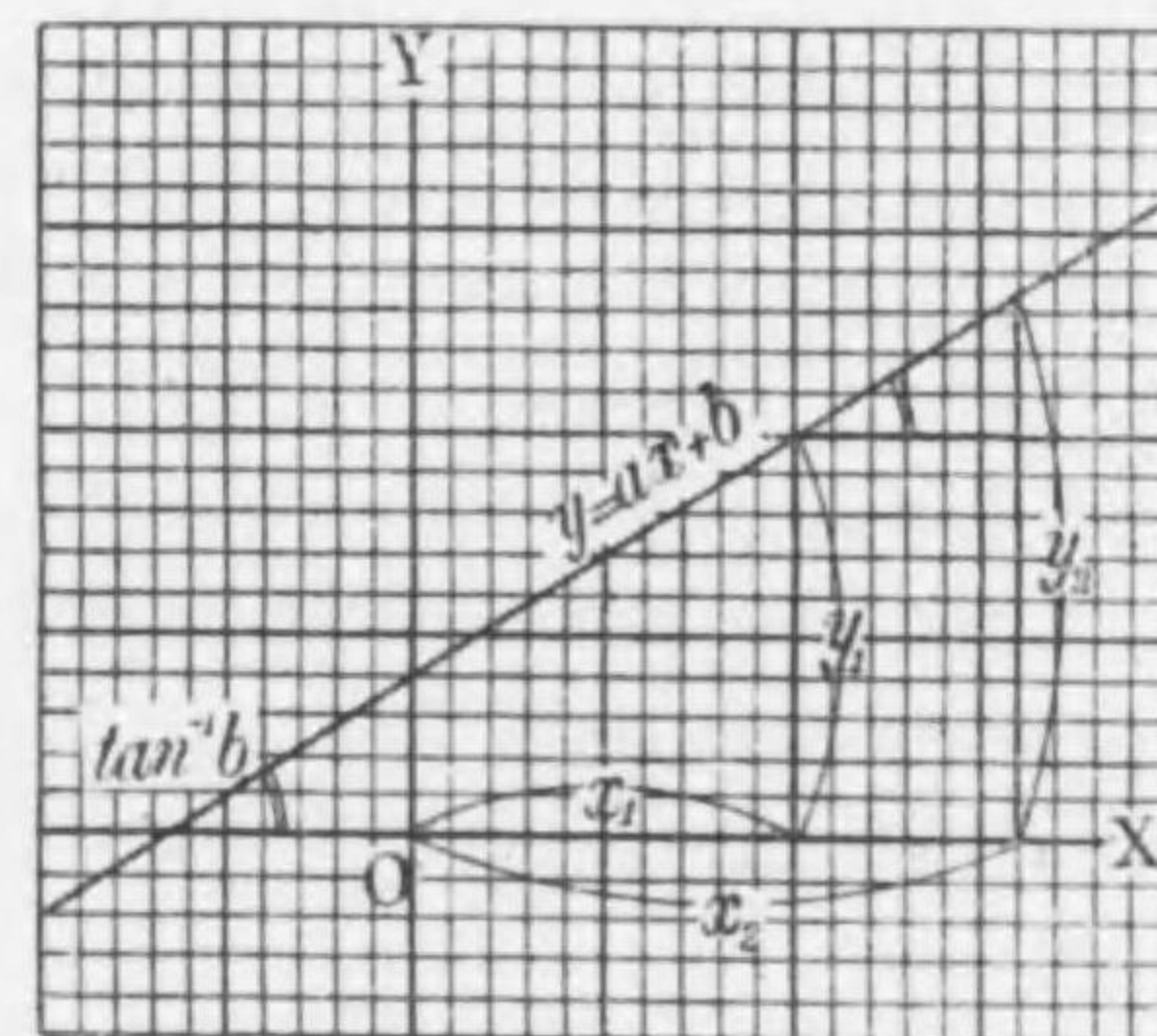
即チ  $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = b.$

即チ言葉デ云ヘバ、

$$\frac{y \text{ノ増加}}{x \text{ノ増加}} = b.$$

故ニ  $x_1$  及ビ  $x_2$  ニ如何ナル値ヲ與ヘテモ、次ノ事ガ云ヘル。

$y$  ノ増加ヲ  $x$  ノ増加デ除シタ商ハ常數  $b$  デアル。



[補] 第 15 圖

サテソレハ其ノ物が、他ノ一ツノ物ニ對シ相對的ニ増加スル割合デアツテ、之ハ事物ニ關シ



テ考ヘルトキ、吾々ノ大方ノ考ヘノ中ニ入ツテ來ルノデア。且ツ吾々ガ其等ノ量ヲ方眼紙上ニ作圖シテ直線ヲ得ルトキニハ、此ノ割合ハ必ズ常數デア。事ニ注意セヨ。<sup>(1)</sup>

§ 63. 一次式ノ例題

實驗室ニ於テ、相對應スル事物ヲ測定シ、之ヲ「グラフ」ニ描イテ結果、其等ノ點ガ一直線上ニ在ル事ヲ發見シタトキニハ、常ニ喜バシイモノデア。何トナレバ、此等ノ事物ハ非常ニ簡單ナ法則ニヨツテ結ビツケラレテキル事ヲ知ルカラデア。又ソレハ黒絲ヲ以テ試験スル事ガ容易デア。所ノ法則デア。

例 1. 次ノ觀測シタ諸數ハ

$$y = a + bx,$$

ナル如キ式ニ從ツテ計算サレテキル。併シ、其處ニハ觀測ノ誤差ガアル。方眼紙ヲ用ヒテ、 $a, b$ ノ最モ確カラシイ値ヲ發見セヨ。

$x$	2	3	4.5	6	7	9	12	13	.....
$y$	5.6	6.85	9.27	11.65	12.75	16.32	20.25	22.33	.....

解 第 16 圖ノヤウニ「グラフ」ヲ描イテ、此等ノ點ノ間ニ最モ滑カニ横ハル所ノ直線ヲ得ルタメニ、黒絲ヲ張レバ、此ノ直線上ノ二點ハ

$$x=2, y=5.5; \text{ 及 } x=10, y=17.5$$

デア。事ガ解ル。故ニ、 $y = a + bx$ ニ此等ノ數値ヲ代入スレバ、

$$5.5 = a + 2b, \quad 17.5 = a + 10b.$$

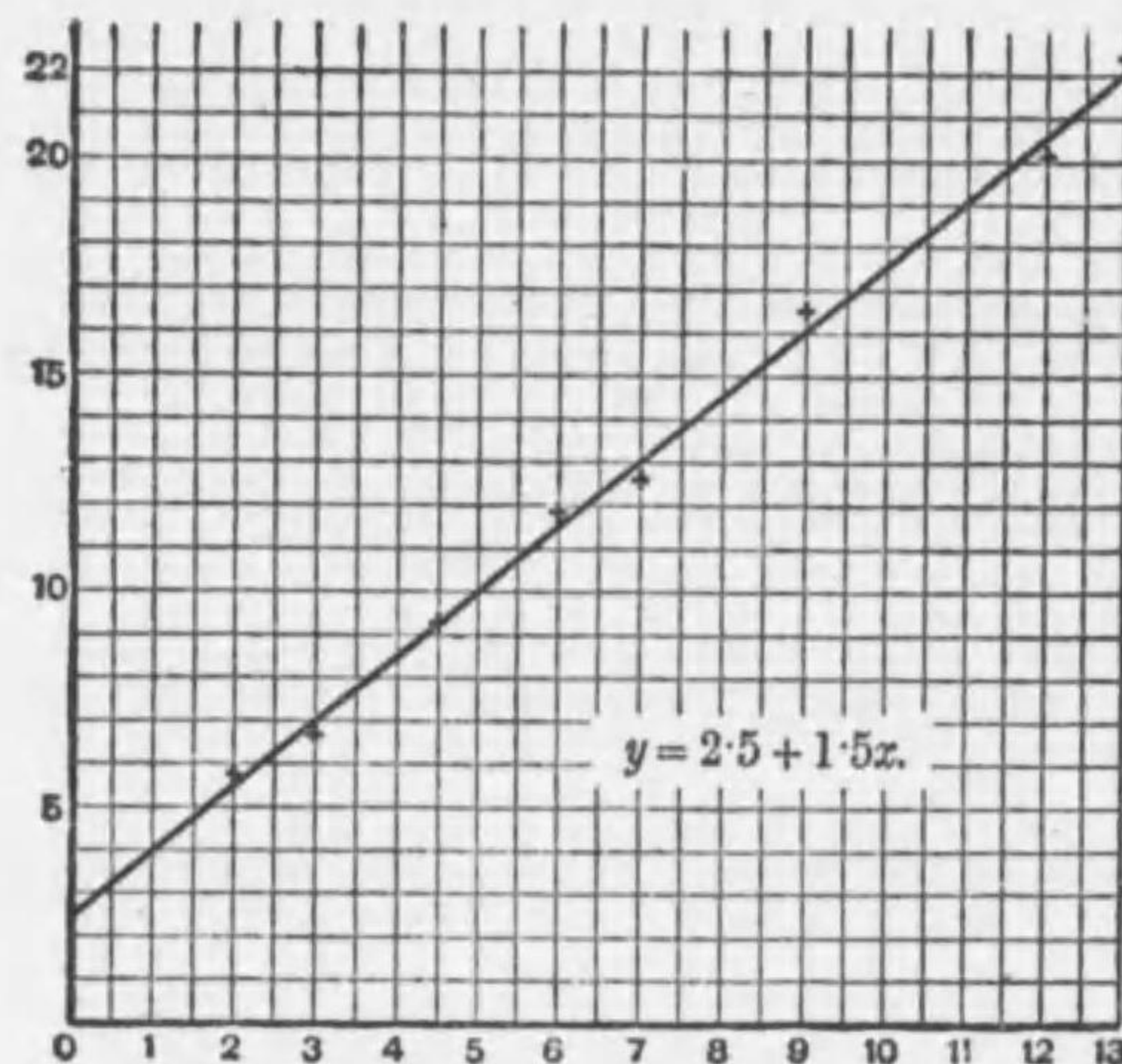
逐々相減シテ、 $12 = 8b$ 、即チ  $b = 1.5$ ;

$$\text{故ニ } 5.5 = a + 3 \times 1.5, \quad \text{即チ } a = 2.5,$$

$$\text{故ニ求メル式ハ } y = 2.5 + 1.5x.$$

デア。

<sup>(1)</sup> 此ノ  $b$  ノ値ハ即チ其ノ直線ガ  $x$  軸トナス角ノ正切デア。換言スレバ其ノ直線ハ  $x$  軸ト  $\tan^{-1}b$  ノ角ヲナス。



第 16 圖

〔注意〕 愚鈍ナル帳面ナ學徒ハ、 $a$  及  $b$  ノ最良ノ値ヲ求メル事ニ對シテ、確率ノ法則ニ基イテ非常ニ正確ナ代數的方法ガアルト云フデア。併シ、彼ヲ信用シテハナラナイ。黒絲ノ方法ハ容易ニ瞭解サレ、從ツテ人ハコレヲ用ヒレバマゴツク事ハナイ。他ノ方法ヲ用ヒル普通ノ人ニ取ツテハ黒絲ノ方法ハ神祕デア。此ノ方法ニ對スル彼ノ考ヘハ、吾々ノ先祖ガ魔術ニ對スル考ヘノヤウナモノデア。相當ナ數學家デサヘモ、總テノ觀測ハ何レデモ同様ノ誤差ガアルモノデ、此ノ誤差ノアル假設ニ基イテキルモノデア。事ヲ忘レテキル。併シ、黒絲ヲ用ヒタ場合ニ觀測ノ性質ニ適スル所ノ確率ニ關スル法則ヲ採用セザルヲ得ナイ。特ニ其ノ觀測ヲ自ラナス場合ニ於テ、サヤウデア。屢々確カラシイ誤差ハ總テガ相等シクハナク、寧ロ百分率誤差又ハ確カラシイ誤差ハ觀測ニ對シテ或ル奇妙ナ關係ニ在ルカモ知レナイ。

尙又幾多ノ觀測ノ中ノ一ツニハ非常ニ大キイ誤差ガアルカモ知レナイ。吾々ノ方法ハ出來ルダケ大キイ誤差ヲ直チニ示シ、且ツ實驗ヲ反覆スベキコトヲ暗示スル。

<sup>(1)</sup> 所謂「最小二乗法」ヲ指スノデア。



サテ學生ハ、 $x$ ノ上ノ各々ノ値ニ對シテリヲ計算スベキデアツテ、サウシテ觀測シタリノ値ノ確カラシイ誤差ヲ檢ベナケレバナラナイ。

例2. 發電機ヲ動カス所ノ非凝結蒸氣「タービン」ノ定價表ニ次ノヤウナ事ガ書イテアル。

機械ノ最大産出力即チ「キロワット」ニヨル動力= $K$	英貨磅ニヨル價= $P$	一分間ノ廻轉速度= $n$
2,000	15,785	1,200
1,000	8,085	1,800
500	4,235	2,500
100	1,155	3,500

若シ、 $P$ ト $K$ トノ關係ノ「グラフ」ヲ描ケバ、一直線ヲ得ル事ヲ證明セヨ。サテ、 $P$ ト $n$ トノ關係ノ「グラフ」ヲ描イテ直線ヲ得ルモノハ、多クノ發電機ニ在ツテハ、 $K \propto n$  デアル。併シ、今此處デハ左様ノ關係ハナイ事ヲ證明セヨ。700「キロワット」ノ「タービン」ノ表ニヨル定價ハ何程デアルカ。

答  $P=385+7.7K; £5775.$

例3. 次ノ試験ハ蒸氣「タービン」(凝結式) 發電機ニ就イテ行ハレタモノデアル。

「キロワット」ニヨル産出力 $K$	封度ニヨル一時間ノ消費蒸氣 $W$
1,190	23,120
995	20,040
745	16,630
498	12,560
247	8,320
0	4,065

10°Cカラ20°Cマデ過熱サレタ蒸氣ハ常ニ同シ状態デハナイ。最良ノ直線ノ式ヲ求メヨ。

答  $W=16.2K+4220.$

例4. 私ハ大キイ單一筒筒瓦斯機關ニ就イテ、次ノ試験ヲ行ツタ。Iハ指示馬力デアリ、Bハ機械ニ

ヨツテ出ル實馬力即チ計量馬力デアル。IトBトヲ坐標トスル點ヲ打ツテ、其等ノ間ノ關係ヲ表ハス法則ヲ求メヨ。私ハIガ100<sup>2</sup> デルトキノBヲ測ラナカツタ。若シ之ヲ測ツタナラバ、大體ニ於テ、私ノ答ハ如何ニナツタデアラウカ。

實馬力 $B$	15	57	95	99	117
指示馬力 $I$	35	73	114	120	139

答  $B=0.96I-16.4.$

$I=100$  ナルトキ、 $B=79.6.$

例5. 若シ、 $P$ ガ發電所カラ送ラレル「キロワット」ニヨル電動力デアツテ、 $C$ 封度ガ汽罐ノ體ニ於テ一時間ニ燃焼サレル石炭ノ量デアラバ、次ノ試験ガ正シイトシテ、 $P$ ト $C$ トノ關係式ヲ求メヨ。

答  $C=1.67P+540.$

$P$	$C$
349	1121
291	1020
228	927
171	820
119	743
71	652

此等ノ各場合ニ於テ、 $C \div P$ ヲ計算シ、且ツ動力ノ僅カナ供給ヲナストキ、即チ24時間ノ大部分ノ間デ、發電ノ工率ノ低下ニ注意スル事ハ、學生ニトツテ興味ノアル事デアル。 $P$ ノ各値ニ對スル  $C \div P$ ノ値ヲ示ス曲線ヲ描ク事ハ必要ナ事デアル。勿論  $C \div P$ ハ「キロワット」時ニ就イテノ石炭ノ量ヲ意味スル。

例6. 分銅  $A$ ガ實驗室ノ起重機ニヨツテ持チ上ゲラレルトキ、把力  $B$ (把手ニ直角ニ働ク力)ヲ測定シタ結果、次ノ値ヲ有スル事ヲ知ツタ。

$A$	0	50	100	150	200	250	300	350	400
$B$	6.2	7.4	8.3	9.5	10.3	11.6	12.4	13.6	14.5

$A, B$ ノ關係式ヲ求メヨ。

答  $B=0.0207A+6.3.$

例7. 上ノ起重機ノ速度ノ割合ガ80デアラバ、把力  $A \div 80$ ハ、各場合ニ於テ  $A$ ヲ揚ゲ得ル筈デアル。但シ、摩擦ヤ不必要ノ仕事ヲナス原因ハナイモノトスル。  $A \div 80$ ヲ  $B$ デ割ツタモノ、即チ  $A \div 80B$ ヲ工率  $e$ ト言フ。 $e$ ト  $A$ トヲ坐標トスル點ヲ打チ、起重機ノ工率が荷重ト如何ナル關係ニアルカヲ示ス曲線ヲ求メヨ。

例8. 或ル電力ノ仕事ニ於テ、 $W$ ヲ一年間ノ仕事ノ費用(單位百萬「ベ



ンス)トシ、 $T$ ヲ一年間ノ總費用トシ、 $U$ ヲ販賣サレタ電氣單位數(單位百萬)トスレバ、1894年以降ハ近似的ニ

$$W=0.3+0.6U, \quad T=0.5+0.97U$$

デアル事ガ發見サレタ。

若シ、1901年ニ $U$ ガ3デアツテ、而モ $U$ ハ毎年0.5宛増加スルナラバ、1904年ニハ $U$ ハ如何ナル値トナルカ。又大體ノ費用ハ何程デアルカ。又單位ニ就イテノ費用ハ如何。〔此ノ問題ヲ作ツタノハ1902年デアツタ。〕

§64 圖計算

澤山ノ計算ガアルトキ、其ノ一例ヲ次ニ示ス。

一人ノ試験官ガ答案ニ採點シタ。其ノ點數ハ最高點ガ185、最下點ガ42デアアル。其ノ試験官ハ總テノ點數ヲ一次式ニ據ツテ變ヘヨウト考ヘタ。即チ最高點ヲ250トシ、最下點ヲ100トスルヤウニシタイト思ツタ。之ヲナス爲ニハ如何ニシタラヨイカ。モトノ點數ガ140デアルトキ、改メラレタ點數ハ何ト答案ニ書カレルカ。

(1) 面倒ナ方法。任意ノ答案ニ對シテ、 $y$ ヲ改メタ點數、 $x$ ヲモトノ點數トスル。

今 $y=a+bx$ デアルト假定スル。但シ、 $a, b$ ハ常數デアアル。

$$\begin{array}{r} 250 = a + 185b \\ 100 = a + 42b \\ \hline 150 = 143b \end{array}$$

依ツテ  $b = 1.048$ .

$$100 = a + 42 \times 1.048, \text{ 故ニ } a = 56.$$

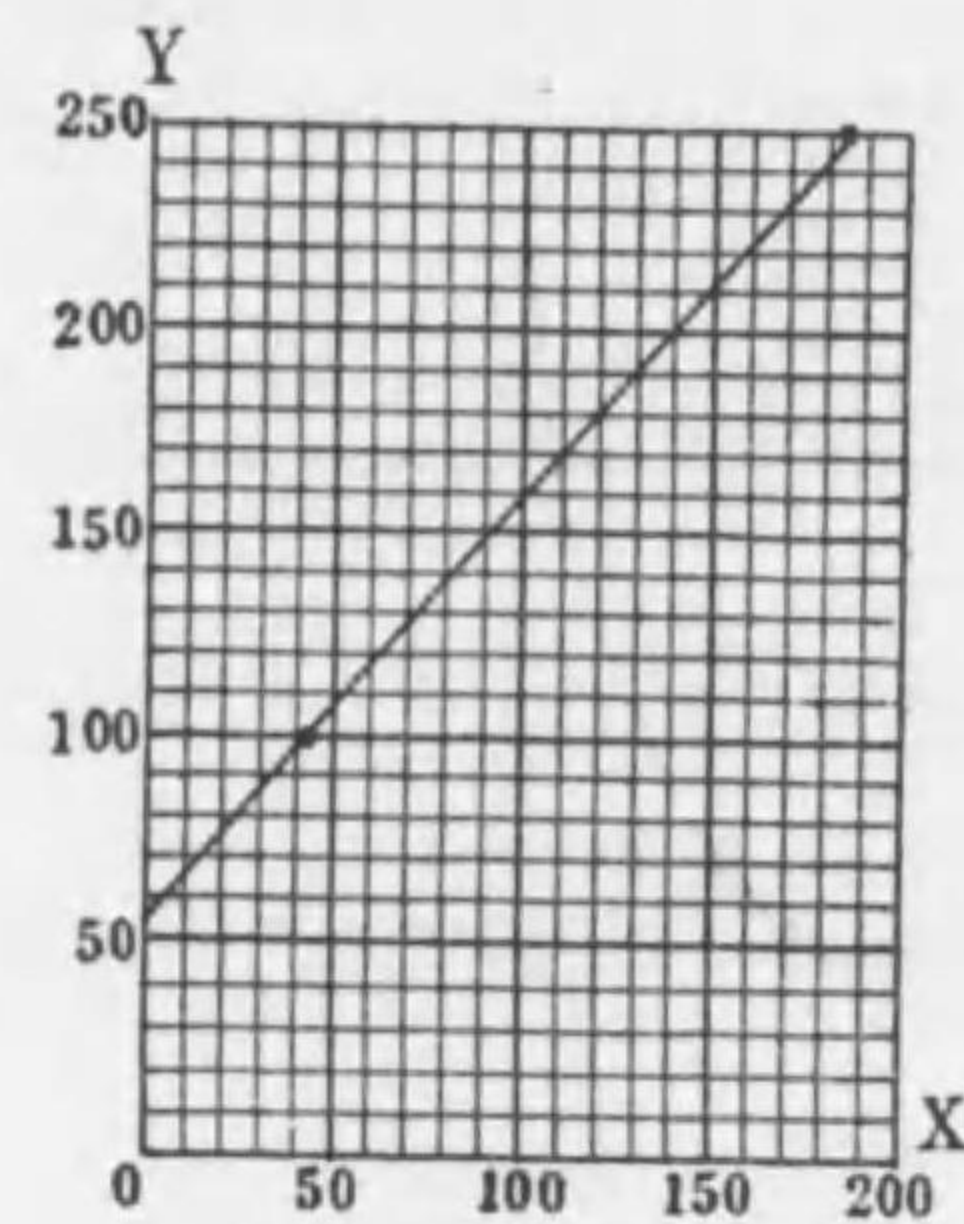
故ニ  $y = 56 + 1.048x$ .

ナル式ヲ得ル。之ニ依リ總テノ點ヲ改メル事ガ出來ル。例ヘバ $x=140$ ナラバ、 $y=56+1.048 \times 140$ 、即チ $y=203$ .

(2) 方眼紙ノ利用。二點 $x=185, y=250$ ; 及ビ $x=42, y=100$ ヲ打

チ直線デ此ノ二點ヲ結ベ、之ニ依リ任意ノ $x$ ニ對スル値ヲ讀ミトレバヨイ。

(3) 「ゴムテップ」ノ方法。二ツノ物指ヲ用ヒル。其ノ一ツハ硬化シタ印度「ゴム」デ作ツタ細長イ一様ノ「テップ」ノ上ニ日盛ヲシタモノデアアル。此ノ「ゴム」ノ物指ヲ他ノ物指ニ沿ウテ延バシ、185ト250、及ビ42ト100トヲ夫

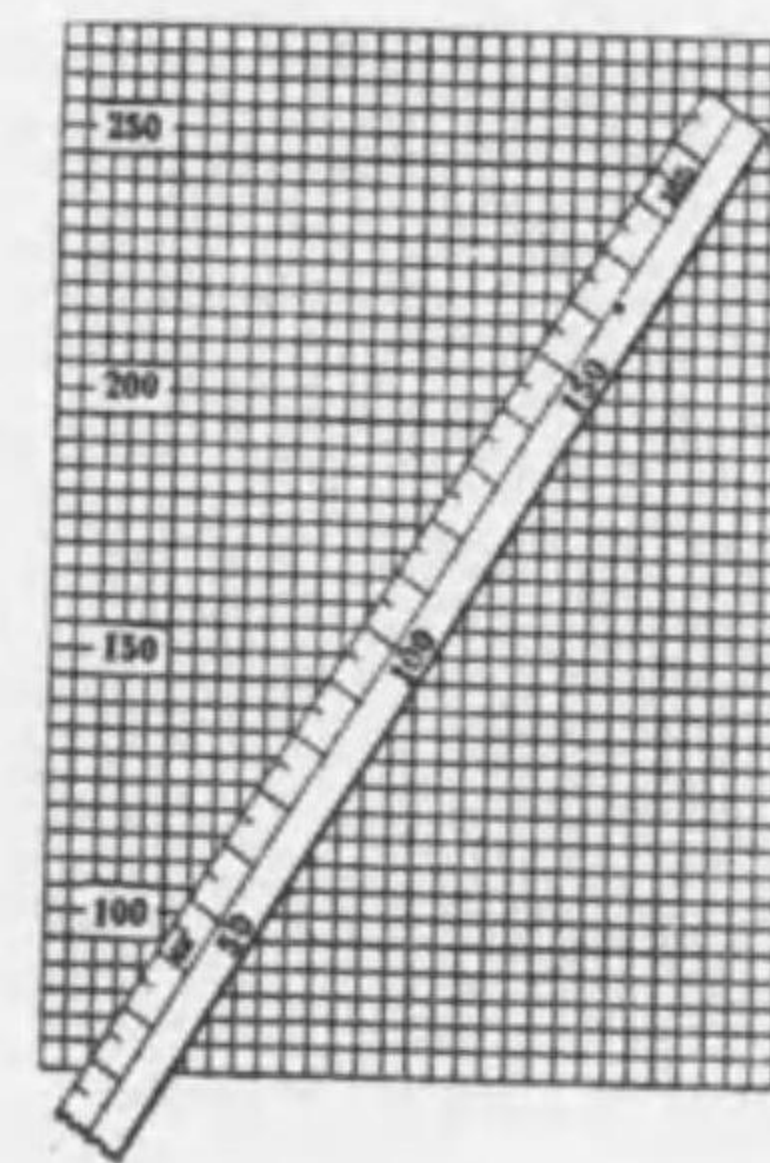


〔補〕第16圖

々一致サセル。サウシテ二ツノ物指ヲ一緒ニシテ固定スレバ、容易ニモトノ任意ノ點數ニ對應スル改メタ點數ヲ讀ミトル事ガ出來ル。ココデ、斯様ニ出來ルノニハ、印度「ゴム」ノ延ビガ一様デアアル事ガ肝要デアアル。

(4) 最良ノ方法。方眼紙ト手頃ナ物指トヲ使用スル。其ノ物指ノ日盛ガ方眼紙ノ日盛ニ一致スルヤウニ方眼紙上ニ物指ヲ斜メニオク。

(1) 例ヘバ、耗ノ日盛ノアル20程ノ物指ヲトリ、一端ヲ0、他端ヲ200、一刻ミヲ1トシ、42及ビ185ノ點ヲ印ヅケル。之ヲA、Bトスル。別ニ方眼紙上ニ適宜日盛ヲ作ル。之ハ物指ノ日盛ト一致シナクテヨイ。方眼紙ノ日盛ノ100ノ點ニ物指ノAヲオキ、圖ノ如ク物指ヲ斜メニシテ250ノ線ニBヲソロヘル。サウスレバ物指ノ日盛上ニモトノ點數ヲ讀メバ、之ニ對應スル新シイ點數ヲ方眼紙ノ日盛ニ得ル。



〔補〕第17圖



マダ此ノ外ニモ、全ク異ナツタ手順ノ方法モアル。(2)

問題

1. 實驗室ニ於テ、滑車ノ「セミ」ニ依ツテ巻キ上ゲラレタ重量  $W$  ト、之ニ要スル力  $E$  トノ間ニ介在スル關係ヲ驗シタ結果、次ノ數ヲ得タ。

$W$	7	14	21	28	35	42	49	56
$E$	3.0	5.1	7.4	9.6	11.5	14.0	16.0	18.25

此等ノ二組ノ數ノ間ニ  $E=aW+b$  ナル形ノ式ガ成立スルカ否カヲ驗シ、若シ成立スルナラバ、 $a, b$  ノ最モ良イ値ヲ求メヨ。

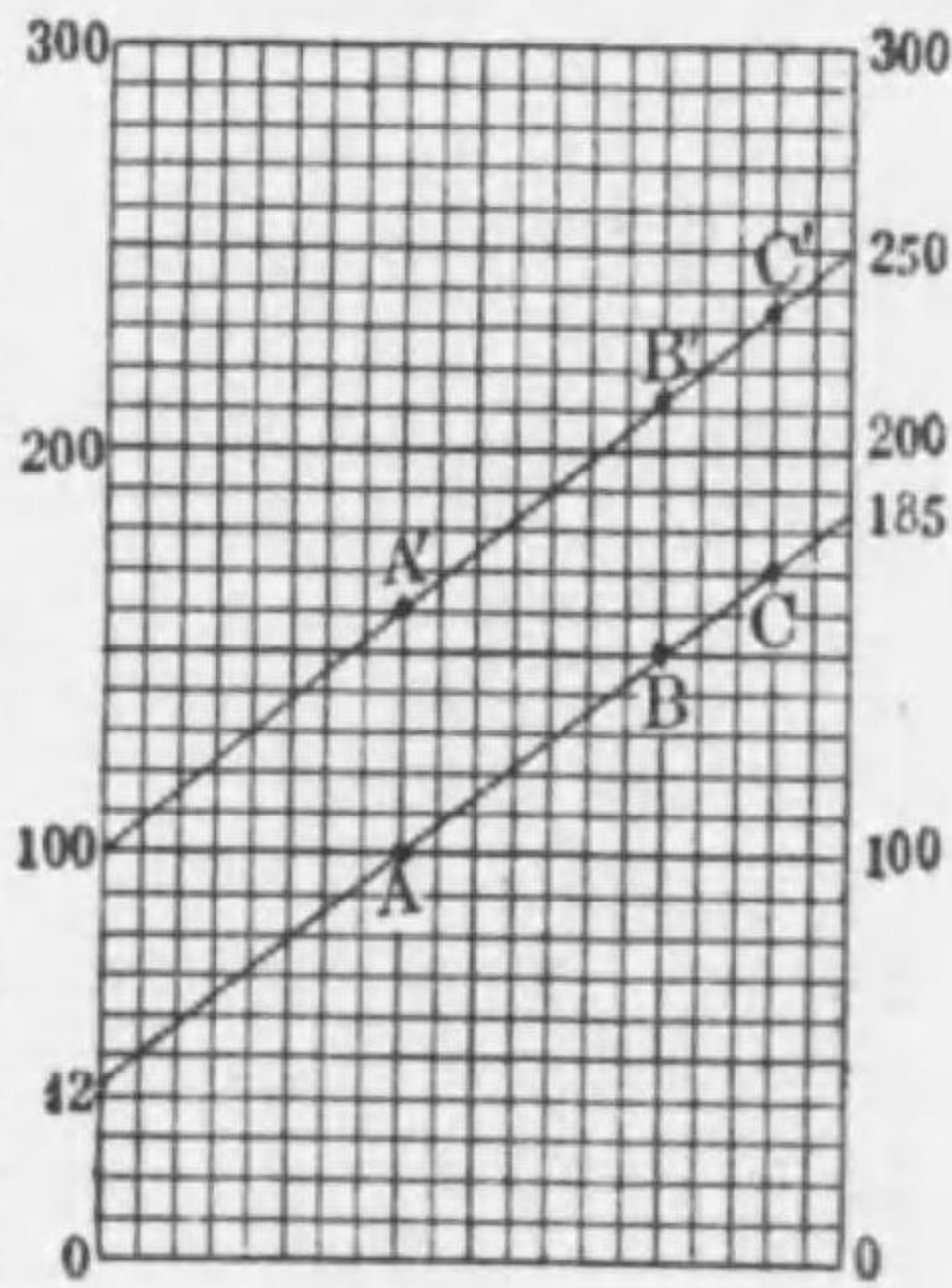
答  $E=0.303W+0.94$ .

2. 次ノ實驗ニ依ル諸數ハ、一次式ニ依ツテ關係ヅケラレルカ否カヲ驗シ、若シ關係ヅケラレルナラバ、適當ナ常數ヲ求メヨ。

$x$	14	28	42	56	70	84	98	112
$y$	3.5	5.0	6.75	8.25	9.75	11.5	13.25	14.78

答  $y=0.116x+1.75$ .

(2) 最モ簡單デヨイ方法ト思フノフーツ附加スル。方眼紙ノ兩側ニ同一ノ目盛ヲ施シ、ソノ一方、例ヘバ左側ニ最下點ヲトリ、他ノ方即チ右側ニ最高點ヲトリ、之ヲ結ブ。例ヘバ左ノ 42 ト右ノ 185 トヲ結ブ。今モトノ點ノ 100 ヲ換算シヨウト思ヘバ下ノ線上ノ點  $A$  ニ對應スル上ノ線上ノ點  $A'$  ノ値 161 ヲ讀メバヨイ。150 ナラバ  $B$  ニ對應スル  $B'$  ニ依リ 213 ヲ得ル。又換算シタ點 234 ノモトノ點ヲ求メルニハ逆ニ上ノ線上ノ  $C'$  ニ對應スル下ノ線上  $C$  ノ値 170 ヲ讀メバヨロシイ。此等ノ圖計算ニ就イテハ、小倉博士著「圖計算及ビ圖表」(1923)ヲ参照サレヨ。



〔補〕第 18 圖

3. 次ノ數ハ或ル學生ノ實驗帳カラ得タモノデアアル。

$R$	9.35	9.99	10.41	10.70	10.77	11.186	11.50
$t$	13	27	40	50	51	60	70

$R$  ト  $t$  トハ  $R=R_0(1+\alpha t)$  ノヤウナ關係ニ在ルモノトスル。此ノ關係ハ果シテ近似的ニ成立スルカ否カヲ見ヨ。又若シ成立スルナラバ、 $R_0$  ト  $\alpha$  トノ最良ノ値如何。

答  $R_0=8.854, \alpha=0.00431$ .

4. 電氣排水「ポンプ」ヲ實驗シテ、次ノ結果ヲ得タ。  $E$  ハ「ポンプ」ニ與ヘラレル電氣馬力デアリ、 $H$  ハ水ヲ汲ミ上ゲルノニ實際ニ費サレル馬力デアアル。

$E$	3.12	4.5	7.5	10.75
$H$	1.19	2.21	4.26	6.44

$E$  ト  $H$  トノ間ニハ如何ナル關係ガアルカ。若シ此ノ

裝置ノ工率ガ  $e=H \div E$  デアルナラバ、 $e$  ヲ  $H$  デ表ハセ。

答  $E=1.45H+1.38, e=H \div (1.45H+1.38)$ .

5.  $K$  ハ 24 時間内ニ發電所カラ需要家ニ送ラレル實際ノ平均電力デアリ、 $W$  ハ一時間毎ニ費サレル石炭ノ實際ノ重量デアルトキ、次ノ實驗ガ行ハレタ。

$K$	2760	2100	1800	1520	1300
$W$	7760	6740	6110	5480	5030

$K$  ト  $W$  トノ關係ヲ求メヨ。

需要家ニ送電サレル最大電力ハ 13,060 デアル。今  $K/13,060$  ヲ荷重率トイヒ、 $f$  ヲ以テ表ハス。又  $W/K$  ハ單位電力ニ對スル石炭デアアル。之ヲモト言ハウ。(商務局ノ「エネルギー」ノ單位ハ「キロワット」時デアアル。)  $W$  ト  $f$  トノ間ニハ如何ナル關係ガアルカ。 $f$  ガ 0.25, 0.20, 0.15, 0.10, 0.05 ナルトキノ  $W$  ヲ計算シ、且ツモト  $f$  トヲ表示セヨ。