Name:	
Klasse/Jahrgang:	

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

11. Mai 2015

Angewandte Mathematik

Teil A

BM BF Bundesministerium für Bildung und Frauen

Bundesinstitut bifie

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Das vorliegende Aufgabenheft (Teil A) enthält fünf Aufgaben mit unterschiedlich vielen Teilaufgaben. Die Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar.

Verwenden Sie für die Bearbeitung einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich das Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Antwortblätter. Schreiben Sie auf der ersten Seite des Aufgabenheftes Ihren Namen in das dafür vorgesehene Feld und auf jedes Antwortblatt Ihren Schülercode. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Streichen Sie Notizen durch.

Die Verwendung eines durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheftes und elektronischer Hilfsmittel (grafikfähige Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikation nach außen getragen werden kann und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Antwortblätter.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Farbenfrohe Gummibären

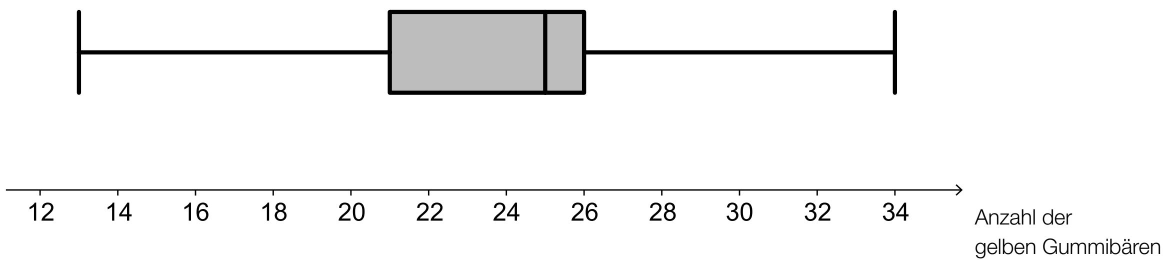
Gummibären werden in 5 unterschiedlichen Farben bzw. 6 unterschiedlichen Geschmacksrichtungen hergestellt: rot (Himbeere und Erdbeere), gelb (Zitrone), grün (Apfel), orange (Orange) und weiß (Ananas).

a) Die nachstehende Tabelle enthält eine Auflistung, wie viele weiße Gummibären in den untersuchten Packungen waren.

Anzahl weißer Gummibären	17	20	21	22	24
Anzahl der Packungen	2	3	3	1	4

– Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Anzahlen weißer Gummibären pro Packung. *[1 Punkt]*

b) Mehrere Packungen wurden hinsichtlich der Anzahl der gelben Gummibären pro Packung untersucht. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist im nachstehenden Boxplot dargestellt.



Eine der untersuchten Packungen wird zufällig ausgewählt. Sie gehört zu jenem Viertel aller untersuchten Packungen, in dem die meisten gelben Gummibären zu finden waren.

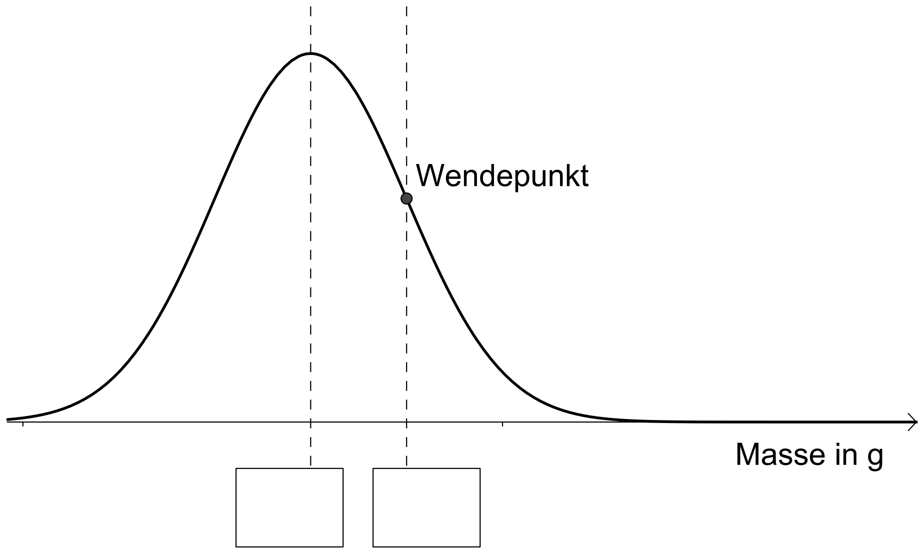
– Lesen Sie aus dem Boxplot ab, in welchem Bereich die Anzahl der gelben Gummibären in der ausgewählten Packung liegen muss. *[1 Punkt]*

c) In einer Packung sind alle Geschmacksrichtungen in gleichen Anteilen zu finden.

– Berechnen Sie, wie viel Prozent der Gummibären in dieser Packung die Farbe Rot haben. *[1 Punkt]*

d) Die Masse von Gummibären ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ = 2,3 g und der Standardabweichung σ = 0,1 g. Der Graph der Wahrscheinlichkeitsdichte ist in der unten stehenden Abbildung dargestellt.

– Tragen Sie die fehlenden Beschriftungen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein. *[1 Punkt]*



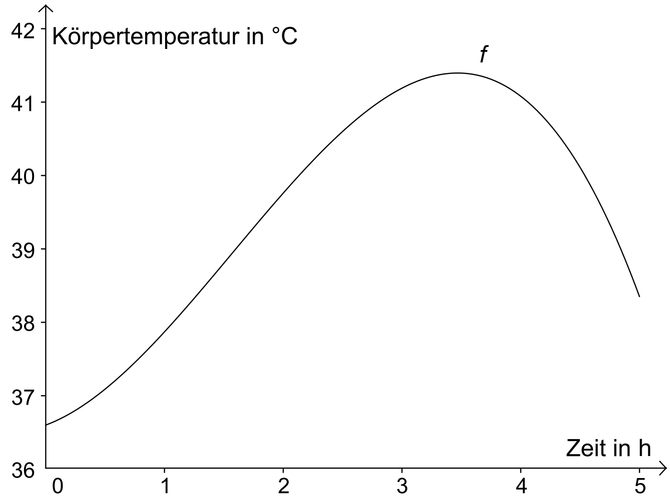
Gummibären, die zu leicht oder zu schwer sind, werden aussortiert. Abweichungen von bis zu ± 0,25 g vom Erwartungswert werden toleriert.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der ein zufällig ausgewählter Gummibär aussortiert wird. *[1 Punkt]*

Aufgabe 2

Ganzkörperhyperthermie

Bei einem Therapieverfahren wird die Körpertemperatur bewusst stark erhöht (künstliches Fieber). Die nebenstehende Grafik dokumentiert näherungsweise den Verlauf des künstlichen Fiebers bei einer solchen Behandlung.



Die Funktion f beschreibt den Zusammenhang zwischen Zeit und Körpertemperatur:

$f(t) = -0{,}18 \cdot t^3 + 0{,}85 \cdot t^2 + 0{,}6 \cdot t + 36{,}6$

t ... Zeit in Stunden (h) mit $0 \leq t \leq 5$
$f(t)$ ... Körpertemperatur zur Zeit t in °C

a) – Berechnen Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem die Körpertemperatur 37 °C beträgt. *[1 Punkt]*

b) – Dokumentieren Sie, wie die maximale Körpertemperatur im angegebenen Zeitintervall mithilfe der Differenzialrechnung berechnet werden kann. *[1 Punkt]*
– Begründen Sie, warum der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades höchstens 2 Extrempunkte haben kann. *[1 Punkt]*

c) – Berechnen Sie den Zeitpunkt der maximalen Temperaturzunahme. *[2 Punkte]*

d) Die mittlere Körpertemperatur $\overline{f}$ während der 5 Stunden andauernden Behandlung soll ermittelt werden.

Die mittlere Körpertemperatur in einem Zeitintervall $[t_1; t_2]$ ist:

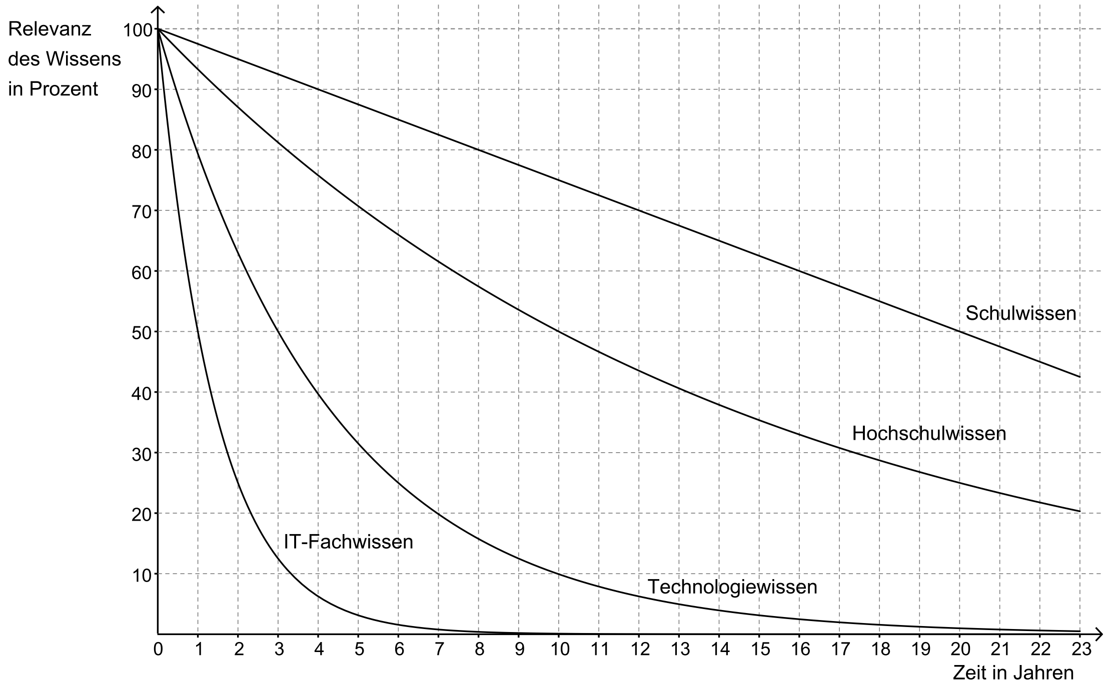
$$\overline{f} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,\mathrm{d}t$$

– Berechnen Sie die mittlere Körpertemperatur $\overline{f}$ im Intervall [0; 5]. *[1 Punkt]*

Aufgabe 3

Halbwertszeit des Wissens

Das zu einem bestimmten Zeitpunkt erworbene Wissen verliert im Laufe der Zeit aufgrund gesellschaftlicher Veränderungen, technologischer Neuerungen etc. an Aktualität und Gültigkeit („Relevanz“). Die nachstehende Abbildung beschreibt die Abnahme der Relevanz des Wissens in verschiedenen Fachbereichen. Für jedes Jahr wird angegeben, wie viel Prozent des ursprünglichen Wissens noch relevant sind.



a) Man geht davon aus, dass die Relevanz des beruflichen Fachwissens exponentiell abfällt und eine Halbwertszeit von 5 Jahren hat.

– Zeichnen Sie in die Abbildung der Angabe den Verlauf der Relevanz des beruflichen Fachwissens im Intervall [0; 15] ein. *[1 Punkt]*

b) Die Relevanz von Technologiewissen nimmt mit einer Halbwertszeit von 3 Jahren exponentiell ab.

– Stellen Sie diejenige Exponentialfunktion auf, die die Relevanz des Technologiewissens in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. *[1 Punkt]*
– Berechnen Sie, nach welcher Zeit die Relevanz des Technologiewissens auf 1 % der anfänglichen Relevanz abgesunken ist. *[1 Punkt]*

c) Die Relevanz des Hochschulwissens lässt sich durch folgende Funktion N beschreiben:

$N(t) = 100 \cdot e^{-0{,}0693 \cdot t}$

t ... Zeit in Jahren
$N(t)$ ... Relevanz des Hochschulwissens zur Zeit t in % des anfänglichen Hochschulwissens

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Relevanz des Hochschulwissens nach 7 Jahren bereits abgenommen hat. *[1 Punkt]*

d) Die Relevanz des Schulwissens kann in den ersten Jahrzehnten durch eine lineare Funktion beschrieben werden.

– Lesen Sie aus der Abbildung in der Angabe die Steigung dieser linearen Funktion ab. *[1 Punkt]*

Aufgabe 4

Gold

Das Edelmetall Gold gilt als besonders wertvoll, weil es selten vorkommt, leicht zu Schmuck verarbeitet werden kann und sehr beständig ist.

a) Der *World Gold Council*, eine globale Lobby-Organisation der Goldminenindustrie, schätzt die bis zum Jahr 2012 weltweit geförderte Goldmenge auf rund $1{,}713 \cdot 10^8$ Kilogramm (kg).
Gold hat eine Dichte von 19,3 Gramm pro Kubikzentimeter (g/cm³). Die Masse ist das Produkt von Volumen und Dichte.

Stellen Sie sich vor, dass die gesamte weltweit geförderte Goldmenge in einen Würfel gegossen wird.

– Berechnen Sie die Kantenlänge dieses Würfels in Metern. *[1 Punkt]*

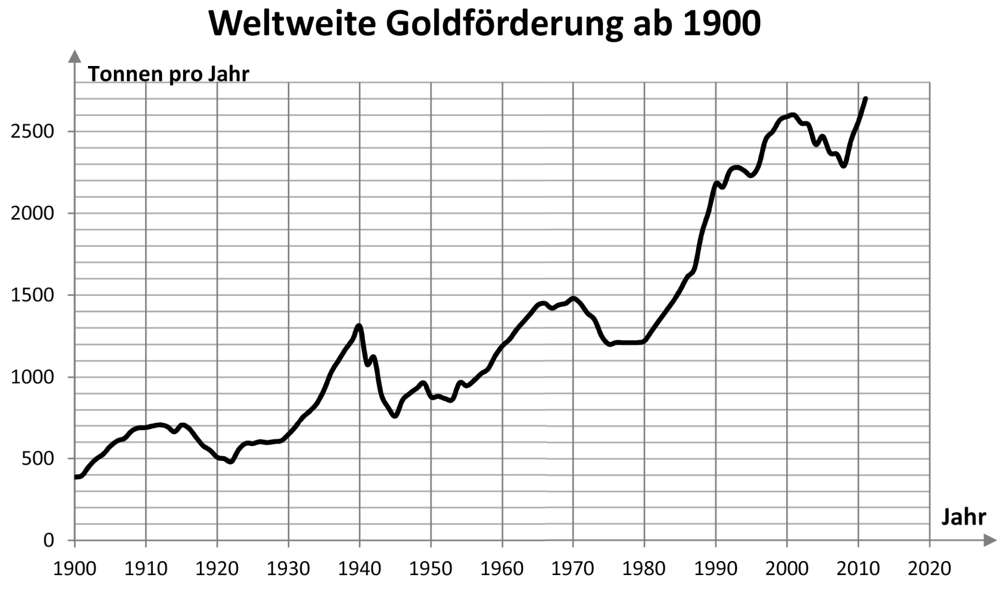
b) Gold kommt in der Natur auch in der Form von Nuggets (Goldklumpen) vor. Es wird in der Einheit *Feinunze* (oz) gehandelt, die einer Masse von 31,1035 Gramm (g) reinen Goldes entspricht.

Gesucht ist der Wert W eines Nuggets in Euro, wenn folgende Größen bekannt sind:

m ... Masse des Nuggets in Gramm (g)
p ... Preis in Euro für eine Feinunze Gold

– Erstellen Sie eine Formel für W. *[1 Punkt]*

c) Die nachstehende Grafik zeigt die weltweite jährliche Förderung von Gold ab dem Jahr 1900 in Tonnen.



Quelle: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Goldfoerderung.png [29.08.2013] (adaptiert)

– Lesen Sie aus der obigen Grafik ab, in welchem Jahrzehnt die weltweite Förderung absolut am stärksten gestiegen ist. *[1 Punkt]*

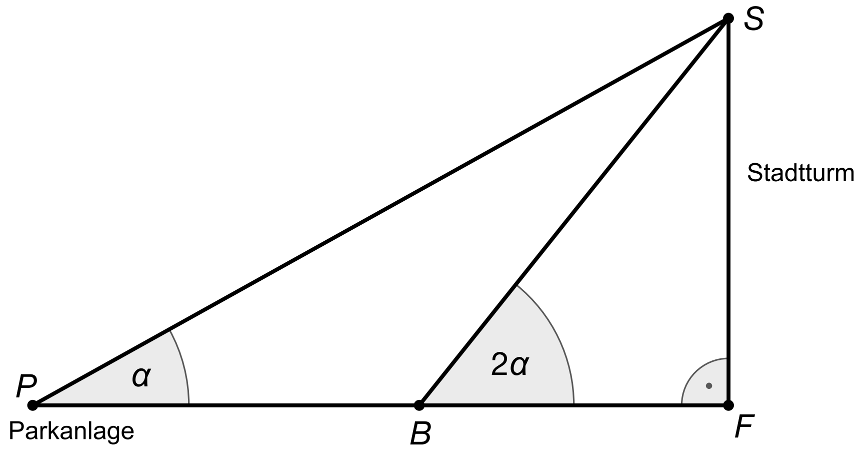
d) In einer Zeitung wird folgende Analyse veröffentlicht: „Der Wert der Ein-Unzen-Krugerrand-Goldmünze ist im Jahr 2010 um 20 % gestiegen. Im Jahr 2011 stieg der Wert nochmals um 10 %. Also ist der Wert der Münze in diesen beiden Jahren insgesamt um 30 % gestiegen.“

– Begründen Sie, warum diese Aussage über die Wertentwicklung nicht richtig ist. *[1 Punkt]*

Aufgabe 5

Stadtturm

a) Von einer neuen Parkanlage sieht man die Spitze des 51 m hohen Stadtturms unter dem Höhenwinkel $\alpha = 38{,}2°$.



– Berechnen Sie, um wie viel Meter man sich dem Stadtturm entlang der Strecke $\overline{PF}$ nähern muss, damit dieser unter dem doppelten Höhenwinkel zu sehen ist (siehe oben stehende Skizze). *[2 Punkte]*

b) Der Stadtturm mit einer Höhe h wirft zu einem bestimmten Zeitpunkt einen Schatten der Länge b.

– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Höhenwinkels, unter dem die Sonne zu diesem Zeitpunkt in dieser Stadt erscheint, auf. *[1 Punkt]*

c) Der 51 m hohe Stadtturm hat die Form eines Quaders mit quadratischer Grundfläche; die Seitenlänge dieses Quadrats beträgt 4 m. Zwei gegenüberliegende Seitenwände des Stadtturms sollen mit Glasplatten verkleidet werden. Pro Quadratmeter beträgt die Masse der verwendeten Glasplatten 30 Kilogramm.

– Dokumentieren Sie, wie Sie die Gesamtmasse der Glasverkleidung in Tonnen berechnen können. *[1 Punkt]*

Name:	
Klasse/Jahrgang:	

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

11. Mai 2015

Angewandte Mathematik

Teil B (Cluster 9)

BM BF Bundesministerium für Bildung und Frauen
Bundes institut bifie

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Das vorliegende Aufgabenheft (Teil B) enthält vier Aufgaben mit unterschiedlich vielen Teilaufgaben. Die Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen insgesamt 270 Minuten an reiner Arbeitszeit für Teil A und Teil B zur Verfügung.

Verwenden Sie für die Bearbeitung einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich das Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Antwortblätter. Schreiben Sie auf der ersten Seite des Aufgabenheftes Ihren Namen in das dafür vorgesehene Feld und auf jedes Antwortblatt Ihren Schülercode. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Streichen Sie Notizen durch.

Die Verwendung eines durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheftes und elektronischer Hilfsmittel (grafikfähige Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikation nach außen getragen werden kann und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Antwortblätter.

Es gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

44–49 Punkte	Sehr gut
38–43 Punkte	Gut
31–37 Punkte	Befriedigend
21–30 Punkte	Genügend
0–20 Punkte	Nicht genügend

Viel Erfolg!

Aufgabe 6

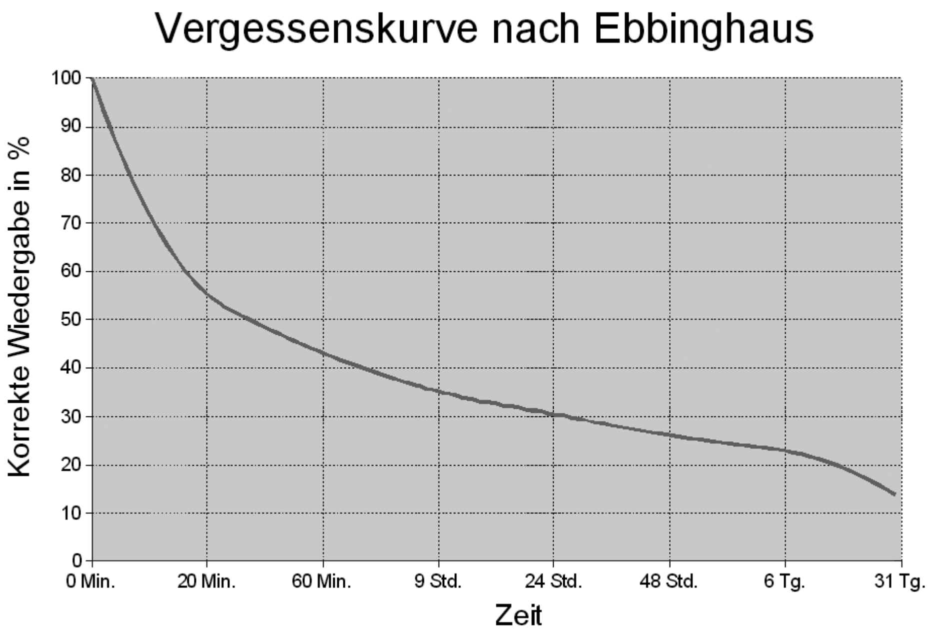
Lernen

a) In einer Schülergruppe wurden die jeweilige Lernzeit (in Minuten) und die erreichte Punktezahl bei einer Leistungsüberprüfung notiert:

Lernzeit in Minuten	20	34	27	18	16	23	32	22
erreichte Punktezahl	64	84	88	72	61	70	92	77

– Ermitteln Sie die Gleichung der zugehörigen Regressionsgeraden. (Die erreichte Punktezahl soll in Abhängigkeit von der Lernzeit beschrieben werden.) *[1 Punkt]*
– Interpretieren Sie die Steigung der Regressionsgeraden in diesem Sachzusammenhang. *[1 Punkt]*
– Berechnen Sie mithilfe dieses Modells, welche Punktezahl man erwarten kann, wenn man 30 Minuten lernt. *[1 Punkt]*

b) Die *Vergessenskurve nach Ebbinghaus* veranschaulicht, wie viel Wissen nach einer bestimmten Zeit noch vorhanden ist.
Im Internet findet man dazu die folgende Grafik:

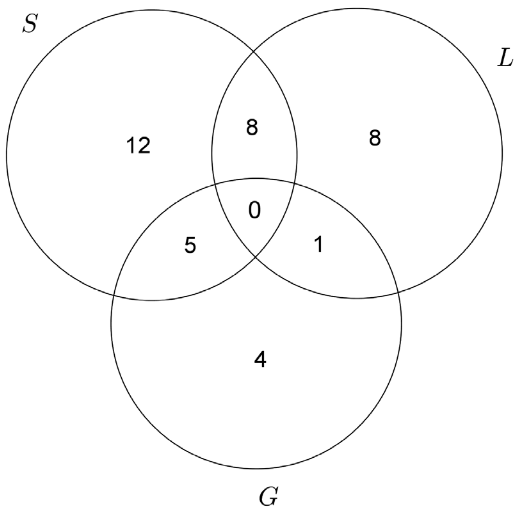


Quelle: https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVergessenskurve.png
Namensnennung: Rdb [GFDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html) or CC-BY-SA-3.0 (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/)], via Wikimedia Commons [23.12.2014]

– Lesen Sie ab, nach welcher Zeit die korrekte Wiedergabe auf 30 % gesunken ist. *[1 Punkt]*
– Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der korrekten Wiedergabe im Zeitintervall von 20 Minuten bis 9 Stunden. *[1 Punkt]*

c) Jugendliche wurden befragt, in welcher Körperhaltung sie Vokabeln lernen.
Folgende Kategorien standen zur Auswahl: sitzend (*S*), liegend (*L*) oder gehend (*G*).
Mehrfachnennungen waren möglich.

Im nachstehenden Venn-Diagramm sind die vollständigen Ergebnisse dieser Erhebung dargestellt:

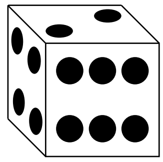


- Kennzeichnen Sie die Menge $(S \cup G) \setminus L$ im oben stehenden Venn-Diagramm. *[1 Punkt]*
- Erklären Sie die Bedeutung der Null im oben stehenden Venn-Diagramm im Sachzusammenhang. *[1 Punkt]*
- Lesen Sie aus dem oben stehenden Venn-Diagramm ab, wie viele Jugendliche sich nur für eine Kategorie entschieden haben. *[1 Punkt]*

Aufgabe 7

Brettspiele

Beim Würfeln mit einem fairen Spielwürfel treten die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf.



a) Bei einem Brettspiel wird zu Beginn des Spiels mit einem fairen Spielwürfel gewürfelt. Um das Spiel beginnen zu können, muss man einen Sechser würfeln. In einem Durchgang hat man maximal 3 Versuche zur Verfügung. Sobald man einen Sechser gewürfelt hat, ist die nächste Spielerin / der nächste Spieler an der Reihe.

- Stellen Sie alle möglichen Ausgänge („Sechser" oder „kein Sechser") für einen Durchgang für eine Spielerin/einen Spieler in einem Baumdiagramm dar. *[1 Punkt]*
- Tragen Sie die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten in das Baumdiagramm ein. *[1 Punkt]*
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Spielerin/ein Spieler in einem Durchgang das Spiel beginnen kann. *[2 Punkte]*

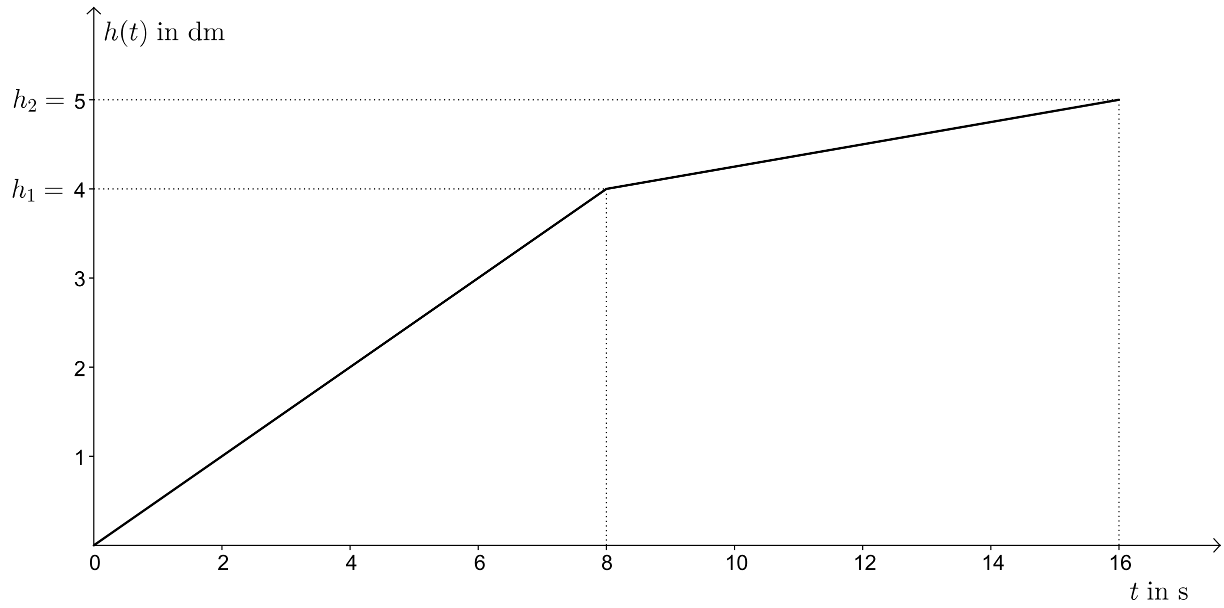
b) Bei einem Brettspiel wird mit einem fairen Spielwürfel gewürfelt und man rückt mit der Spielfigur so viele Felder vor, wie die gewürfelte Augenzahl angibt. Würfelt man im ersten Wurf einen Sechser, so würfelt man ein zweites Mal und rückt die dabei gewürfelte Augenzahl zusätzlich vor.
Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Felder, die man vorrücken darf.

- Stellen Sie eine Tabelle auf, der man alle möglichen Werte dieser Zufallsvariablen X und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten entnehmen kann. *[2 Punkte]*
- Berechnen Sie den Erwartungswert von X. *[1 Punkt]*
- Interpretieren Sie die Bedeutung des Erwartungswertes in diesem Sachzusammenhang. *[1 Punkt]*

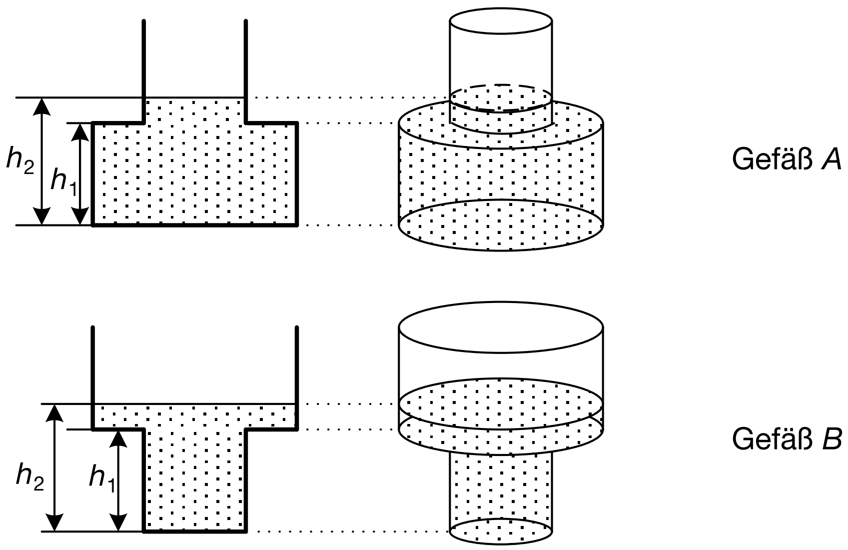
Aufgabe 8

Füllstandmessung

Ein Wasserauffanggefäß hat die Form zweier übereinandergestellter gleich hoher Zylinder.
Es wird durch einen konstanten Zufluss von 1 Liter pro Sekunde befüllt.
Der nachstehende Graph der Funktion *h* beschreibt die Füllhöhe des Gefäßes in Abhängigkeit von der Zeit.



Es stehen 2 Gefäße entsprechend der folgenden Abbildung zur Auswahl (Gefäß *B* entspricht dem „umgedrehten" Gefäß *A*):



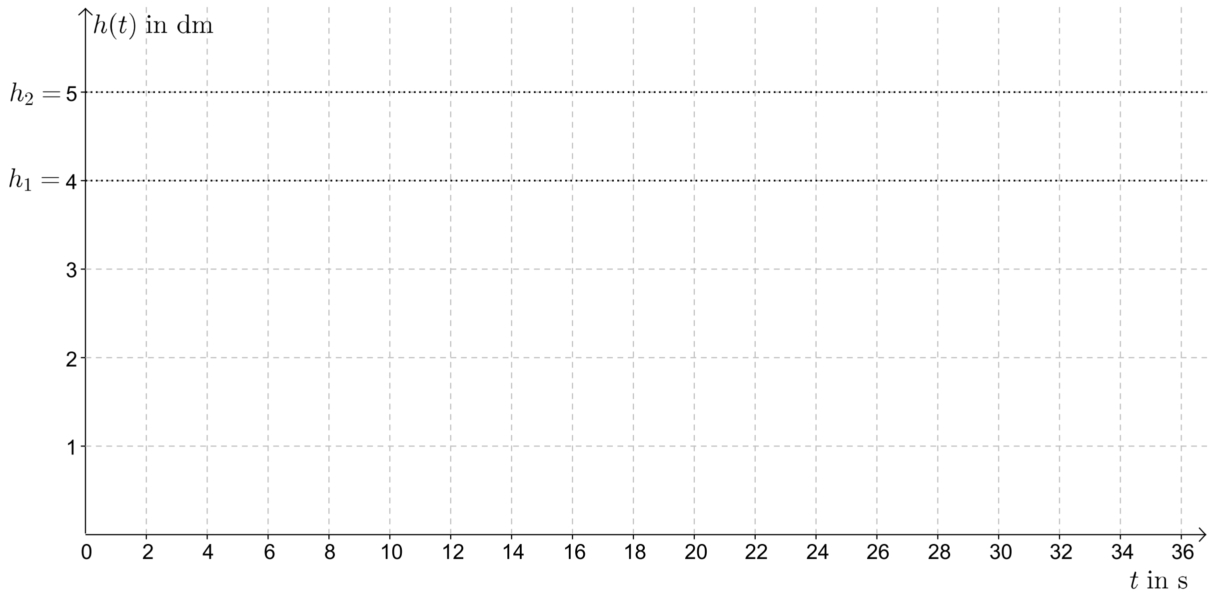
a) Der oben stehende Graph gibt die Füllhöhe *h* eines der beiden Gefäße richtig wieder.

– Begründen Sie, warum das Gefäß *B* zum angegebenen Graphen passt. *[1 Punkt]*

b) Das Gefäß *A* wird mit demselben konstanten Zufluss bis zu einer Höhe von 5 dm befüllt.
Die Funktion *h* beschreibt die Füllhöhe des Gefäßes in Abhängigkeit von der Zeit.

t ... Zeit in Sekunden (s)
h(*t*) ... Füllhöhe zur Zeit *t* in Dezimetern (dm)

– Zeichnen Sie den Graphen dieser Funktion in das unten stehende Koordinatensystem ein. *[2 Punkte]*



c) Bei der Befüllung mit einem konstanten Zufluss von 1 Liter pro Sekunde wird der untere Zylinder des Gefäßes *B* innerhalb von 8 Sekunden bis zur Höhe $h_1 = 4$ dm befüllt.

– Berechnen Sie den Radius dieses Zylinders. *[2 Punkte]*

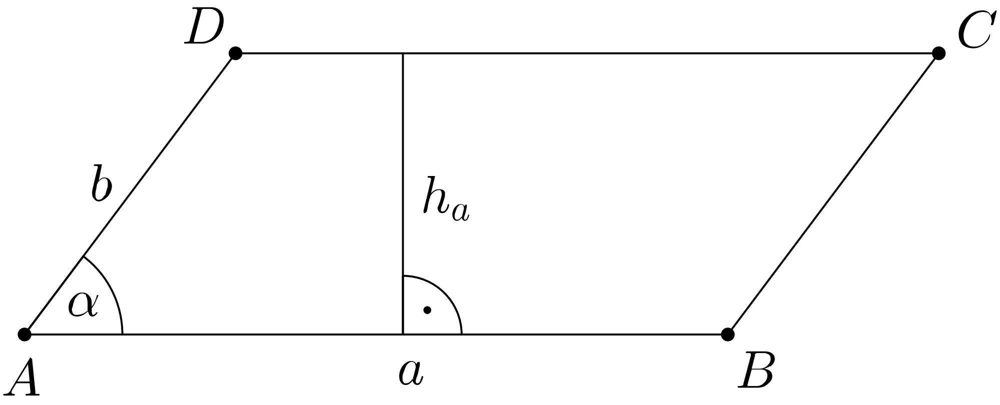
Aufgabe 9

Flächeninhalt eines Parallelogramms

Ein Grundstück hat die Gestalt eines Parallelogramms *ABCD*. Zur Berechnung des Flächeninhalts dieses Grundstücks stehen folgende Formeln zur Verfügung:

(1) $A = a \cdot h_a$
(2) $A = a \cdot b \cdot \sin(\alpha)$

Entnehmen Sie die Bezeichnungen der nachstehenden, nicht maßstabgetreuen Skizze.



a) – Erklären Sie, warum diese beiden Formeln gleichwertig sind. *[1 Punkt]*

b) Für das Grundstück werden folgende Maße angegeben: $b = 52{,}7$ m, $\alpha = 53°$, $A = 4\,133$ m².

– Berechnen Sie die Länge der Seite *a*. *[1 Punkt]*
– Berechnen Sie die Länge der Diagonale *BD*. *[1 Punkt]*

c) Die Länge der Seite *a* wird verdreifacht und die Länge der zugehörigen Höhe h_a halbiert.

– Ermitteln Sie die Änderung des Flächeninhalts in Prozent. *[1 Punkt]*