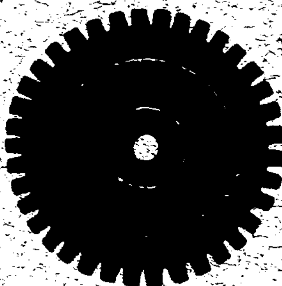
新課程標準適用

初級中學

實驗幾何學

編著者 汪桂榮

校訂者 任誠



正中書局印行

編者自序

推理幾何之教學,開始時最感困難.第一,學者初無幾何觀念,對於術語不易了解.第二,學者尙無運用圓規及直尺作精確圖形之訓練,蓋無論證定理,求軌跡,作圖以及計算問題,均非有精確圖形,不足以助其思考.第三,關係嚴格之論理思想,學者不易領會,即優秀學者,亦祇照書死記,毫無教育價值.第四,所有教材大都離生活情形太遠,學者不感興趣.第五,根據實際之測驗,學者開始讀推理幾何時,個性差別甚大.有對於已習功課尙能了解者,亦有毫無所知者.欲免以上諸困難,除在教推理幾何之前,先教實驗幾何外,別無辦法.

德國自二十世紀開始,由 Klein 之提倡,對於實驗幾何異常重視.先用實物使學者認識各種幾何形體,及熟習各項幾何名詞,但不正式告以幾何之定義.次使學者練習如何運用尺,圓規,量角器,三角板等,作成各種圖形,注重精確與整潔.復次使學者根據作圖量度,

發現簡單關係.

英國之注重實驗幾何,自 Spencer 之提倡始.其所著之發明幾何,學者讀之,頗為生動而有興趣.其後更有 Peny 之運動,一切幾何關係,均由學者自量長度,及角度得之,面積則用方格紙以算出.至 1912 年,國際算學會議開會於英之劍橋,實驗幾何乃有更新的發展,從此英國各中學對於實驗幾何格外重視,大概英國中學對於幾何分三個階段:第一階段為實驗的歸納的,學者年齡至十三歲止;第二階段注重演繹,但實驗歸納仍然用之,至十五歲止;第三階段注重嚴格的論理,一切定理均由少數公理推得,將已讀者加以整理,更加以擴充,至十六歲或十七歲止.我國部頒課程標準初中實驗幾何及推理幾何,相當於英之第一第二兩階段,高中幾何則頗似英之第三階段.

美國之重視實驗幾何,可謂自十九世紀中葉起.Hill 所著之幾何初步課程,注重由實驗幾何形體引起兒童研究之興趣,使兒童由觀察得到幾何觀念,而不注意純粹思考,實為實驗幾何之萌芽.至十九世紀末葉,中學校中卽有採用英國 Spencer 之發明幾何者,但尚未十分重視.直至 1912 年國際算學會議後,美國各初

級中學均讀實驗幾何.近年來美國通行之初中融合算學,乃融會算術,代數,實驗幾何,數值三角於一爐.在美國初級中學內大概不教推理幾何.

返觀我國,中學幾何教學對於實驗幾何向未重視.大概因教者主觀成見太深,以爲實驗幾何淺近無用,且教時甚感麻煩.不知近來我國中學算學教學所急需改進者,卽在太重注入方法,太重抽象理論,太重演繹思考.若採用實驗幾何,則師生合作討論,自免偏入之弊.一切教材,均切實用,使學者常與大自然接觸,自免死讀書本,太偏理論之弊.一切結果,均由學者自動量度歸納而得,自免太重演繹思考之弊.凡讀西洋科學史者,均知歐洲科學受 Aristotle 演繹理論影響,二千年間,可謂毫無進步.雖至十七世紀 Francies Bacon 及 Descartes 提倡歸納方法,歐洲科學始有萌芽,可見歸納方法之重要.算學雖爲演繹的科學,然中學算學教本,若不採用歸納編纂,注重實用教材,則中學算學教學,永無改進之日矣.

茲將實驗幾何教學目標,分論於下:

1. 發展學者空間觀念(量的觀念),及空間懸想.

2. 養成學者於自然,工藝,及家庭諸方面所遇幾

何形體有欣賞之能力.

3. 訓練學者如何運用直接量法及間接量法.

4. 給予學者自動研究之機會,如此可以使學者智慧日漸增進

5. 指示學者如何使用尺,圓規,量角器,三角板等繪圖器具.

6. 使學者估計幾何量之大小.

7. 使學者自由觀察認識幾何事實.

8. 使學者有自行發現幾何關係之能力.

9. 使學者有從特別事實,推求普通結論之能力.

10. 使學者有愛精確整潔之習慣.

11. 從遊戲及職業兩方面,提起學者對於幾何之興趣.

12. 使學者認識幾何與文化之關係.

13. 爲研究推理幾何及其他算學,建一良好基礎.

本書根據Smith幾何教學法,Breslich中學算學教學法,及Shibli最近幾何教學之趨勢三書所載對於編輯實驗幾何應取之原則;又根據英美實驗幾何教本,及初中混合算學教本十餘種之材料;更根據鄙人教學經驗,加以研究,加以整理而成.十年前鄙人在東南大

學附屬中學擔任算學,先用 Breslich 融合算學,對於實驗幾何方面,頗覺滿意.自新學制實行後,即採用國內出版之初級中學混合算學.惟其中對於實驗幾何部分,似嫌稍略.五年前爲教育部起草初中算學課程標準,對於實驗幾何,即加重視.兩年前江蘇省教育廳編訂中學算學教學進度表,關於實驗幾何部分由鄙人起草,鄙人即本諸多年研究,爲之草成綱要.今受正中書局之託,編輯實驗幾何教本.對於鄙人所草綱要,尚有少許改進及補充之處.茲將本書編製時所注意各點,分別述之於下:

1. 注重實用教材　使學者與大自然接觸,認識各種幾何形體,了解幾何與人生之關係,幷使學者能用幾何解決各種實用問題.

2. 注重自發活動　一切命題,均由學者自行作圖,自行測量,自行尋求結果.一切模型,均由學者自行製造,自行研究.

3. 注重歸納方法　一切結論,均由學者從實例中歸納得來,應用演繹之處甚少.

4 注重學習心理　關於名詞之解釋,注重實例說明,不用嚴格定義.常引用摺紙方法,指示結論.學者

讀之,頗有興趣.

5. 注重融合制度 凡與算術及代數有關之處,務使與各該科設法聯絡.

6. 注重充分練習 凡尺,圓規,量角器,三角板等之使用,均給以多數有變化的習題,使之練習,務使學者對於若干名詞,若干結果,得於充分練習之中,不知不覺,記憶純熟,并能自由使用之.

在第一章內:先使學者對於線段之意義,線段之量法,線段之估計,及求作已知長之線段,有透澈之了解.然後使學者知用線段表示數,應用於極實用之統計圖及圖解線等諸問題.最後用線段說明直線公理,等量公理,不等量公理,使學者繼續練習長度量法,而不覺乾燥無味.

在第二章內:先使學者對於角之意義,角之量法,角之估計,及求作已知角度之角,有透澈之了解.然後使學者應用量角器發現幾種角之關係.其中有兩種,除用實驗推求外,更說明可由其他角之關係以推求之.為將來推理幾何下一種子.

在第三章內:先使學者對於垂直平行之意義,有透澈之了解.然後使學者由實驗發現關於垂直平行之

重要關係.

在第四章內:使學者對於圓之半徑,直徑,弦,弧,圓心角,圓周角等,有透澈之了解.並使學者由實驗發現幾種關於圓之重要關係.

在第五章內:指示幾種作圖方法,而不說明其原因,對於以後研究,更加便利.並指示幾種應用圖案,使學者欣賞圖形之美,對於幾何發生極濃厚之興趣.

在第六章內:指示學者用割補法求各種極實用之圖形面積,更插以種種剪紙遊戲.學者讀之,頗有興趣.又說明用方格紙求不規則圖形之面積,亦頗實用.最後用種種方法使學者發現直角三角形三邊之關係,並使學者知此理在我國上古時代已發明,稱爲商高定理.

在第七章內:使學者對於相合形與對稱形,有透澈之了解.除指示學者發現幾種重要關係外,更說明種種應用.

在第八章內:使學者對於比例線段,及相似形,有透澈之了解.並指示學者發現幾種重要關係.最後之簡易測量,縮尺作圖,及用量法解三角形至爲實用.其取例亦至爲審愼,務求適可而止,不使太繁,但亦不至太簡.

在第九章內：使學者應用模型及實驗，推求幾種實用體積公式，較之一般書本中僅使學者死記公式者，較有興趣．並使學者對於立體圖形，有相當之認識．更能應用體積公式，解決種種實際問題．

以上略述鄙人對於實驗幾何教學之研究，及編輯本書時所注意之要點．但鄙人學識淺薄，且任課太多，時間匆促，故錯誤之處，在所不免．至希有道加以指正為幸！

民國二十四年三月江都汪桂榮自序．

目　次

第一章　線段量法

第二章　角度量法

第三章 垂直線和平行線

第四章 圓

第五章　簡易作圖

第六章 用割補術求直線形的面積

第七章　相合形與對稱形

第八章　比例線段與相似形

第九章 立體的面積和體積

實驗幾何學

第一章 線段量法

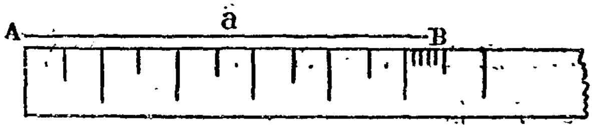
1. 實驗幾何學的目的.

我們日常所見教室外的房屋,球場,以及教室內的黑板,講臺等,都是幾何形體.譬如在球場上依規定尺寸畫線,又如計算造一座講臺所需木料的多寡,均須有幾何的知識.實驗幾何學的目的,即在使學者由觀察及實驗認識幾何形體,發現其簡單的關係,以求其幾何量的大小.

2. 必需的工具.

(一)公尺. (二)市尺. (三)圓規.
(四)量角器. (五)三角板 (六)各種模型

3. 線段的意義及其表示法.



如上圖,用筆由 A 起沿尺的一邊作直線至 B 止,所得

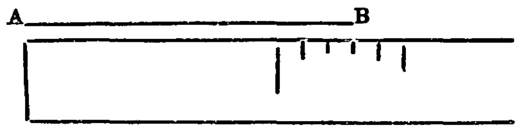
的線段叫做線段 AB, A 及 B 叫做線段的兩端.

線段的兩端普通叫做點,即線段 AB 的兩端是點 A 和點 B.

凡點都用大寫字母表示,線段就用兩端的大寫字母連貫名舉,如線段 AB. 但有時常在線段上寫一小寫字母來表示,所以線段 AB 也得稱做線段 a.

4 線段的量法.

一. 用直尺直接來量.



如上圖,將市尺一端的刻度正對着線段 AB 的點 A, 然後讀點 B 正對着這尺的刻度,知道是 1 市寸 3 市分, 卽 $AB=1.3$ 市寸.

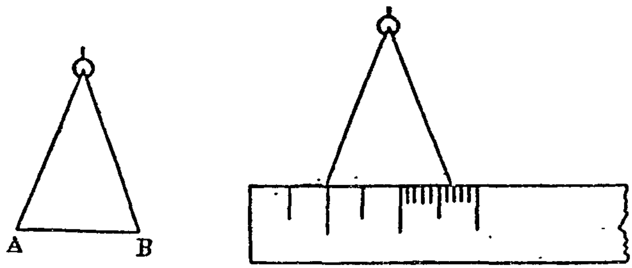
可知用市尺直接來量一線段的長度時,就是將市尺一端的刻度,或將整數寸數的刻度,正對着線段的一端.然後看線段他端正對着尺上的那一處,就可讀出線段的長度是若干市寸,若干市分.若遇不足一市分的時候,可用估計法決定其爲若干市釐.

此地所應注意的,是:讀刻度的時候,須看線段的兩

端所正對的刻度.如果視線偏左或偏右,則讀得的數,便不準確.

若用公尺來量長,則幾公分幾公釐都可直接讀出,幾公毫則由估計決定.

二　用圓規間接來量.



如圖,將圓規的兩脚一端放在線段 AB 的點 A 上,一端放在點 B 上.然後將圓規移到尺上來,(注意兩脚的距離不能變動).使一端置於整數寸數的刻度,再看他端所在之處,知爲 1 公分 6 公釐 3 公毫,即 $AB=1.63$ 公分.

用圓規間接量,往往比了用尺直接量更準確.

5.　線段的相等與不等

A————B　　C————D　　E————F

如圖,用公尺量得 AB 的長爲 1.8 公分,CD 的長爲 1.8 公分,EF 的長爲 2.1 公分,則稱 AB 和 CD 相等;AB 和 EF

不等.用式表示則如下:

$$AB=CD, \qquad AB\neq EF.$$

因 AB 小於 EF,若用下式來表示,則其不等的關係,更覺明顯,卽

$$AB<EF.$$

6. 線段長度的估計.

例. 某線段的長估計為 2.3 公分,但實際測量,知為 2.5 公分,則

$$2.5\text{公分}-2.3\text{公分}=0.2\text{公分},$$

這叫做絕對誤差.又

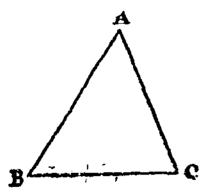
$$\frac{0.2\text{公分}}{2.5\text{公分}}=0.08$$

這叫做相關誤差.而 $0.08=8\%$

這叫做誤差的百分數.

線段的長度宜常常練習估計,並且常常和量得之數比較,練習旣久,估計出來的長度自能不離左右.將來無論在商業上,工程上都很有用的.

7. 三角形及多角形的周圍.



如圖 AB, BC, CA 三線段所圍成的圖形叫做三角形 AB, BC, CA 的長以及其和,用量法求得如下:

$$
\begin{array}{r}
AB=2.25\text{公分} \\
BC=1.93\text{公分} \\
CA=2.08\text{公分} \\
\hline
AB+BC+CA=6.26\text{公分}
\end{array}
$$

這 6.26 公分是三角形 ABC 的周圍的長.

凡三線段所圍成的圖形,叫做三角形.四線段所圍成的圖形,叫做四角形,其餘可照此類推.

習題一

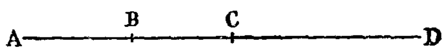
1. 用公尺量本書的長.

2. 用市尺量教室門的寬.

3. 用公尺量 C————D 的長.

4. 用市尺量 E————F 的長.

5. 用公尺量 AB, BC, CD 的長,再求其和,然後量 AD 的長來檢驗是否正確.



$$
\begin{array}{r}
AB=\quad\text{公分} \\
BC=\quad\text{公分} \\
CD=\quad\text{公分} \\
\hline
AB+BC+CD=\quad\text{公分}
\end{array}
\qquad AD=\quad\text{公分}
$$

6. 用市尺量 AC 及 AB 的長,再求其差,然後量 BC 的長

來檢驗是否正確.

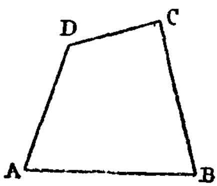
$$\begin{array}{rl} AC= & \text{市寸} \\ AB= & \text{市寸} \\ \hline AC-AB= & \text{市寸} \end{array} \qquad BC= \quad \text{市寸}$$

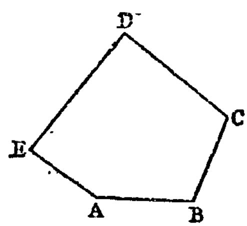
7. 用公尺量 a,b,c 三線段的長, ___a___ ___b___ ___c___, 並且說明何者與何者相等? 何者與何者不等?

8. 估量 a,b 兩線段的長, ___a___ ___b___, 并求其誤差的百分數.

線 段	估計的長	量得的長	誤差的百分數
a			
b			

9. 用公尺量四角形 $ABCD$ 的周圍,得數須準至公毫.





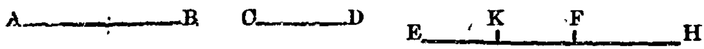
10. 用市尺量五角形 $ABCDE$ 的周圍,得數須準至市釐.

8. 作已知長的線段.

例　作長2.83公分的線段

如圖用筆沿尺的一邊畫線,取圓規張開其兩脚,一端置在尺上整數寸數的刻度,他端置在距離2.83公分之處.然後將圓規移置於所畫的線上.(注意兩脚的距離不能變動).使一端置於點A,看他端所在之處,定爲點B,則線段AB的長爲2.83公分.

9.　求兩線段的和或差.



如圖,AB及CD爲兩已知線段.任作一線段,在其上用圓規取$EF=AB$.再依同一方向取$FH=CD$,則EH爲AB及CD兩線段的和.試量AB, CD,及EH來檢驗.

$$
\begin{array}{rl}
AB= & \quad\text{公分} \\
CD= & \quad\text{公分} \\
\hline
AB+CD= & \quad\text{公分}
\end{array}
\qquad\qquad EH= \quad\text{公分}
$$

若用圓規取$EF=AB$,然後由反對方向取$FK=CD$,則EK爲AB及CD兩線段的差.試量AB, CD,及EK來檢驗.

$$
\begin{array}{rl}
AB= & \quad\text{市寸} \\
CD= & \quad\text{市寸} \\
\hline
AB-CD= & \quad\text{市寸}
\end{array}
\qquad\qquad EK= \quad\text{市寸}
$$

10.　線段的倍數.

如圖，AB 為已知線段.任作一線段，在其上用圓規取 $CD=DE=EF=FG=\cdots\cdots=AB$，則 $CE=2\,AB$，$CF=3\,AB$，$CG=4\,AB$，……其餘可照此類推.

11. 等分線段.

例一. 

如圖，作 $AB=6.8$ 公分，取 $AC=\frac{1}{2}AB=3.4$ 公分，則點 C 二等分 AB. 試量 CB 的長驗其是否與 AC 相等.

通常二等分一已知線段，可先用圓規取 AD 和 BE 兩相等線段，然後用目力定 DE 的中點 C，則 C 點二等分 AB.

例二. 

如圖，作 $DE=1.47$ 市寸，取 $DF=\frac{1}{3}DE=0.49$ 市寸；取 $DG=\frac{2}{3}DE=0.98$ 市寸，則 F, G 兩點分 DE 為三等分. 試量 FG 及 GE 的長，驗其是否與 DF 相等.

12. 市寸與公分的關係.

如圖，先作 $AB=2$ 市寸，然後用公尺再量知為幾公分，由此可求得一市寸等於若干公分的關係.

2市寸=　　公分，　∴　1市寸=　　公分.

再作3市寸長的線段,然後用公尺再量,看所得結果是否相同

3市寸=　　公分，　∴ 1市寸=　　公分.

如圖,作 $CD=6$ 公分,然後用市尺再量.

6公分=　　市寸，　∴ 1公分=　　市寸.

再作5公分長的線段,然後用市尺再量,看所得結果是否相同.

5公分=　　市寸，　∴ 1公分=　　市寸.

13. 用線段表數.

如圖,設 AB 爲1,取 $CD=DE=EF=AB$ 則 CF 爲3. 又取 $GH=AB$, $HK=\frac{1}{2}AB$, 則 GK 爲1.5.

習 題 二

1. 作4.27公分的線段.
2. 作1.74市寸的線段.
3. 作1.68公分和2.13公分兩線段,並求其和.
4. 作2.29市寸和1.32市寸兩線段,並求其差.
5. 先作 $p=2.8$ 公分, $q=1.6$ 公分, $r=0.9$ 公分,然後作

$p+q-r$ 的線段.

6. 先作 $m=2.7$ 公分, $n=1.1$ 公分, 然後作 $3m+2n$ 的線段.

7. 先作 2.84 市寸的線段, 然後求其中點.

8. 先作 $a=1.5$ 市寸, $b=2.4$ 市寸, 然後作 $\frac{1}{2}a+\frac{2}{3}b$ 的線段.

9. 用線段表示 $a+b+c=a+c+b$.

10. 用線段表示 $a+b-c=a-c+b$.

11. 用線段說明 $a-(b+c)=a-b-c$.

12. 用線段說明 $a-(b-c)=a-b+c$.

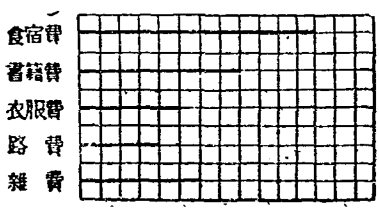
14. 方格紙的應用.

一. 統計圖.

例一. 某生每年費用如下列所示, 試用線段來表明.

食宿費 60 元,　書籍費 40 元,　衣服費 25 元,

路　費 20 元,　雜　費 30 元.

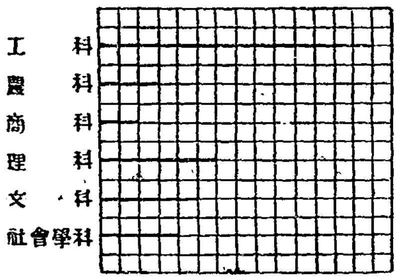


設方格紙上每一橫格代表五元,則所得的線段可表示如上圖.

例二. 某校畢業生升學情形如下列所示,試用線段來表明.

工科42人,　農科 9人,　商　科 6人,
理科18人,　文科15人,　社會學科12人.

設方格紙上每一橫格代表3人,則所得的線段可表示如下圖:



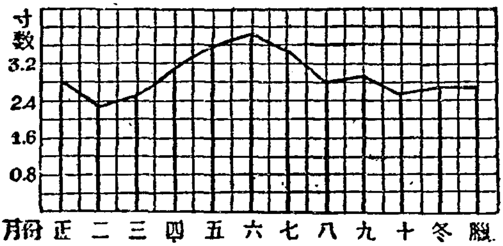
由上兩例,可知一列統計的數,如果用線段來表示,則大小的比較便一目瞭然.

二. 圖解線.

例一. 某地近十年來平均每月的雨量有如下表,試用圖解線表明之.

月份	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二
寸數	2.8	2.3	2.5	2.7	3.6	3.8	3.5	2.8	2.9	2.6	2.7	2.7

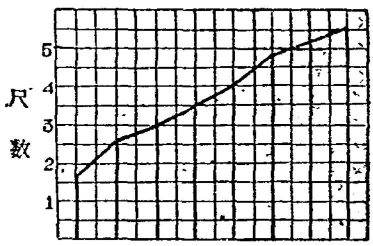
設方格紙上每一縱格代表0.4寸,則得圖解線如下:



例二. 男孩的平均高度有如下表,試用圖解線表明之.

年齡	2	4	6	8	10	12	14	16
尺數	1.6	2.6	3.0	3.5	4.0	4.8	5.2	5.5

設方格紙每一縱格代表0.5尺,則得圖解線如下:



由上兩例,可知圖解線的功用有三:

(一)表示變化情形,如在例一中可見五,六兩月雨量最多,二,三兩月雨量最少.

(二)預測未來情形,如在例二中,可知十八歲的男孩大概的高度是5.8尺.

(三)推求圖中未經載明的情形,如在例二中,可知五歲男孩的高度,大概是2.8尺.

習題三

作下列的統計圖:

1. 某生的各科成績:

學程	國文	算學	自然	社會	勞作	體育
分數	85	92	88	76	82	74

2. 前清與外國議和的賠款數:

約名	南京條件	天津條約	北京和約	馬關條約	辛丑和約
兩數	二千一百萬	四百萬	一千六百萬	二萬萬	四萬五千萬

3. 東北四省的面積:

省名	遼甯	吉林	黑龍江	熱河
方里	805,000	882,000	1,785,000	580,000

作下列的圖解線:

4. 某地一週內的平均溫度用華氏溫度計計之如下:

曜日	日	月	火	水	木	金	土
度數	63	60	58	62	66	68	73

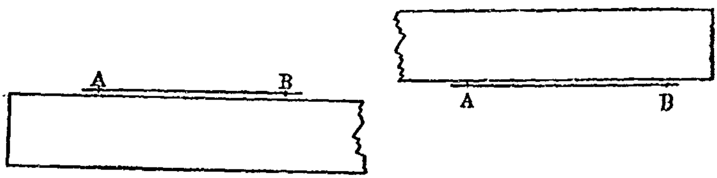
5. 在緯度45°的地方晝間的長如下:

月份	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二
時數	9.1	10.4	11.9	13.5	14.9	15.6	15.3	14.1	12.6	11.1	9.6	8.8

6. 某地近六年來米價如下:

年次	1	2	3	4	5	6
每石元數	10.0	10.4	10.2	10.5	11.5	13.9

15. 試驗尺的直否



如圖,在紙上任定兩點A, B,將尺置於其下側,使A, B兩點確在尺的邊上,用筆沿尺經過A, B作一線段.然後將尺置於其上側,使A, B兩點亦確在尺的邊上,用筆沿尺經過A, B兩點再作一線段.若兩線段相合,則尺的此一部分必直,再將尺的各部分如法試驗,則尺的全部是否正直,可以驗明.

16. 直線.

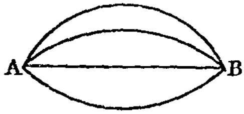
如前節所述,用筆沿尺的一邊所作的線段,其長度

有限.長度無限的便叫做直線.

依照上節試驗尺是否正直的方法,可知任取線的一段,放在別一段上,不論怎樣放法,若能處處疊合,則此線便是直線.

17. 直線公理.

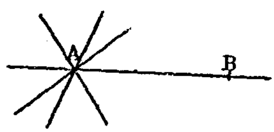
例一. 如圖,從 A 到 B 可作許多線,猶如由甲地到乙地有許多路可走.若要最快,必走直路.可知從 A 到 B 所作的線,以直線爲最短.從此得直線的第一公理如下:



兩點間,以直線爲最短.

主人呼犬給以食物,則犬必依直線走來,可知動物亦知此理.

例二. 如圖,經過點 A,可作許多直線,但是若要經過點 A 同時又經過點 B,則只可作一直線.從此得直線的第二公理如下:



經過兩點,只可作一直線.

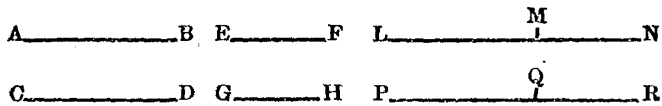
例三. 如圖,AB, AC 兩直線同經過點 A,則點 A 叫做 AB, AC 兩直線的交點,

因經過兩點只能作一直線,所以兩直線的交點只

能有一點.若有兩交點,兩直線都經過,則兩直線必相合而爲一直線.從此得直線的第三公理如下:

兩直線只能在一點相交.

18. 等量公理.



例一. 如圖, $AB=CD$, $EF=GH$.

在一線段上,取 $LM=AB$, $MN=EF$, 則 $LN=AB+EF$.

在另一線段上,取 $PQ=CD$, $QR=GH$, 則 $PR=CD+GH$.

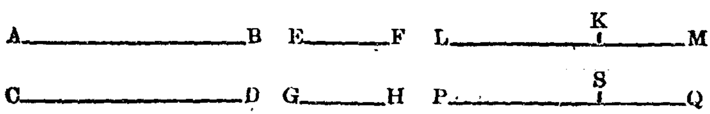
試量 LN 和 PR 比較一下,可知是相等的.

$AB=$ 公分, $EF=$ 公分, $LN=$ 公分,

$CD=$ 公分, $GH=$ 公分, $PR=$ 公分,

從此得等量第一公理如下:

等量加等量,所得和仍等.



例二. 如圖, $AB=CD$, $EF=GH$.

在一線段上取 $LM=AB$, $MK=EF$, 則 $LK=AB-EF$.

在另一線段上,取 $PQ=CD$, $QS=GH$ 則 $PS=CD-GH$.

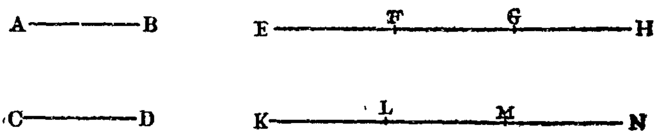
試量 LK 和 PS 比較一下,可知是相等的.

$AB=$ 市寸, $EF=$ 市寸, $LK=$ 市寸,

$CD=$ 市寸, $GH=$ 市寸, $PS=$ 市寸.

從此得等量第二公理如下:

等量減等量,所得差仍等.



例三. 如圖, $AB=CD$.

在一線段上取, $EF=FG=GH=AB$, 則 $EH=3\,AB$.

在另一線段上,取 $KL=LM=MN=CD$, 則 $KN=3\,CD$.

試量 EH 和 KN 比較一下,可知是相等的.

$AB=$ 公分, $EH=$ 公分,

$CD=$ 公分, $KN=$ 公分.

從此得等量第三公理如下:

等量的同數倍量仍等.

例四. 如圖, $AB=CD$.

求 AB 的中點 E, 和 CD 的中點 F.

試量 AE 和 CF 比較一下,可知是相等的.

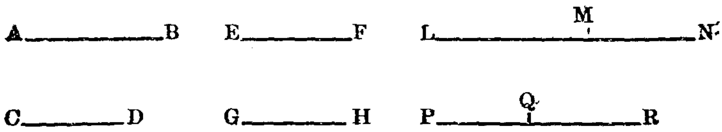
$AB=$　市寸,　$AE=$　市寸,

$CD=$　市寸,　$CF=$　市寸.

從此得等量第四公理如下:

等量的同數分量仍等.

19. 不等量公理.



例一. 如圖, $AB>CD$, $EF=GH$.

在一線段上,取 $LM=AB$, $MN=EF$, 則 $LN=AB+EF$.

在另一線段上,取 $PQ=CD$, $QR=GH$, 則 $PR=CD+GH$.

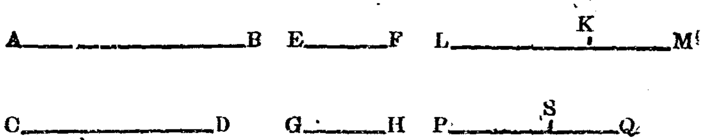
試量 LN 和 PR 比較一下,可知 $LN>PR$.

$AB=$　公分,　$EF=$　公分,　$LN=$　公分,

$CD=$　公分,　$GH=$　公分,　$PR=$　公分.

從此得不等量第一公理如下:

不等量加等量,所得和不等,原來大的仍大.



例二. 如圖, $AB>CD$, $EF=GH$.

在一線段上，取 $LM=AB$, $MK=EF$ 則 $LK=AB-EF$.

在另一線段上，取 $PQ=CD$, $QS=GH$ 則 $PS=CD-GH$.

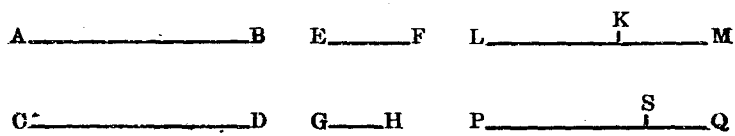
試量 LK 和 PS 比較一下，可知 $LK>PS$.

$AB=$ 市寸， $EF=$ 市寸， $LK=$ 市寸；

$CD=$ 市寸， $GH=$ 市寸， $PS=$ 市寸.

從此得不等量第二公理如下：

不等量減等量，所得差不等，原來大的仍大.



例三. 如圖, $AB=CD$, $EF>GH$.

在一線段上，取 $LM=AB$, $MK=EF$, 則 $LK=AB-EF$.

在另一線段上，取 $PQ=CD$, $QS=GH$, 則 $PS=CD-GH$.

試量 LK, 和 PS 比較一下，可知 $LK<PS$.

$AB=$ 公分， $EF=$ 公分， $LK=$ 公分，

$CD=$ 公分， $GH=$ 公分， $PS=$ 公分.

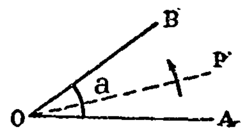
從此得不等量的第三公理如下：

等量減不等量，所得差不等，所減愈大，所得差愈小

第二章　角度量法

20. 角的意義和表示法.

如圖,直線OP從OA位置旋轉到OB位置,成角AOB,OA和OB叫做角的邊,O叫做角的頂點.



角的大小依旋轉的多少而異,與邊的長短無關.

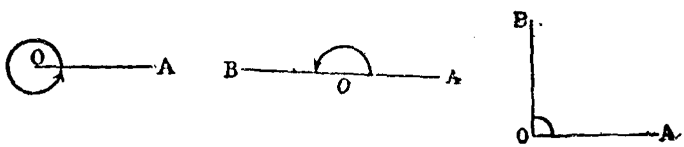
表示角的方法有三種:

(一)用三個大寫字母,把頂點寫在中間,兩旁寫兩邊上的字母,如圖記爲$A\hat{O}B$.

(二)用一個小寫字母,如圖記爲$\hat{a}$.

(三)用一個大寫字母,即只用頂點,如圖記爲$\hat{O}$,但在點O周圍同時有幾個角時,此法不能用.

21. 周角,平角,和直角.

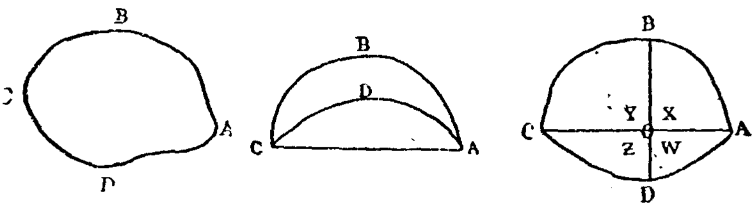


若 OP 從 OA 位置，旋轉一周，仍回到 OA 位置，則所成的角叫做周角.

若 OP 從 OA 位置，旋轉一周的一半，到 OB 位置，則所成的角叫做平角.

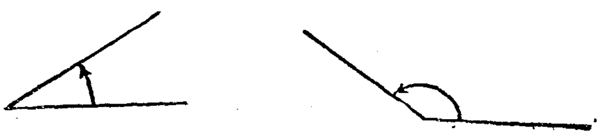
若 OP 從 OA 位置，旋轉一周的四分之一，到 OB 位置，則所成的角叫做直角.

22.　用摺紙法作直角



如圖，將紙的 ADC 部分，摺疊在 ABC 上，然後再摺疊使 OA 同 OC 相合，則所得 x, y, z, w 四角都相等，所以都是直角.

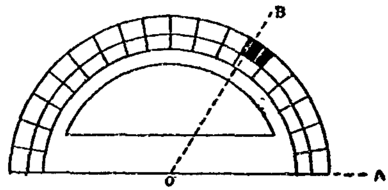
23.　銳角和鈍角.



比直角小的角叫做銳角.

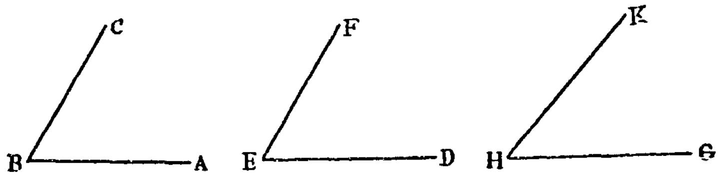
比平角小而比直角大的角，叫做鈍角.

24. 用量角器量角的大小.



如圖,把量角器的中心點,放在角的頂點 O 使零度線同 OA 相合,再看 OB 所在處是 57°, 即 $A\hat{O}B=57°$. 若不是整數度,則不足一度的數,用估計來決定.

15. 角的相等或不相等.



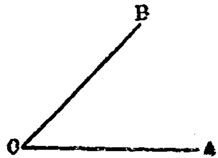
如圖,用量角器量得 $A\hat{B}C=60.5°$, $D\hat{E}F=60.5°$, $G\hat{H}K=49°$

即 $$A\hat{B}C=D\hat{E}F, \qquad A\hat{B}C>G\hat{H}K$$

若用剪刀把 $A\hat{B}C$, $D\hat{E}F$, $G\hat{H}K$ 剪下,然後把點 E 放在點 B 上,使 ED 同 BA 合,則 EF 同 BC 合,即 $A\hat{B}C$ 同 $D\hat{E}F$ 能疊合,所以是相等的.

若把點 H 放在點 B 上,使 HG 同 BA 合,則 HK 落在 $A\hat{B}C$ 內,即 $G\hat{H}K<A\hat{B}C$.

26. 角度的估計.



如圖,$\hat{AOB}$估計為45°,但實際用量角器來量知為47.5°,則絕對誤差為$47.5°-45°=2.5°$,誤差的百分數為

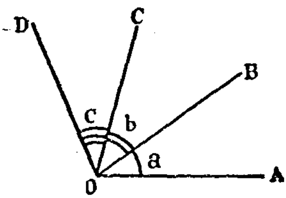
$$\frac{25}{47.5}\times 100\%=5.3\%.$$

習題四

1. 在三點鐘時,時針分針成幾度之角,在八點鐘時,時針分針成幾度之角?

2. 一路向東北一路向正南,問兩路所成的角是幾度?

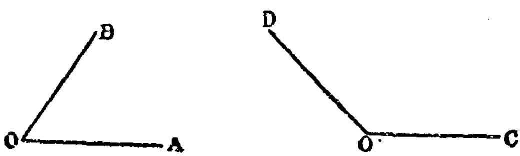
3. 就教室中試舉幾個直角的例子.



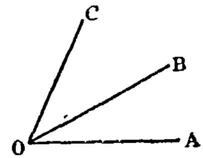
4. 如圖,用三個大寫字母來稱舉下列各角:

(一) a, (二) b, (三) c, (四) $a+b$, (五) $b+c$, (六) $a+b+c$.

5. 用量角器量$\hat{AOB}$.

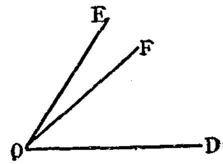


6. 用量角器量$C\hat{O}D$.

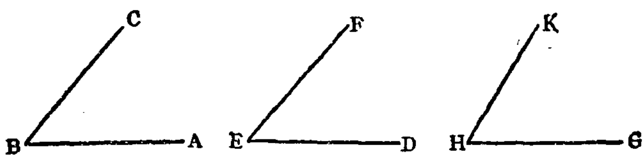


7. 用量角器量$A\hat{O}B$和$B\hat{O}C$,求其和,然後量$A\hat{O}C$檢驗一下.

8. 用量角器量$D\hat{O}E$和$D\hat{O}F$,求其差,然後量$F\hat{O}E$檢驗一下.



9. 用量角器量$A\hat{B}C$, $D\hat{E}F$和$G\hat{H}K$,並說明那一角同那一角是



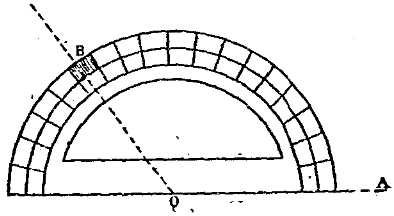
相等.那一角同那一角不相等.

10. 估計並量a, b兩角,求其誤差的百分數.

角度	估計數	量得數	誤差的百分數
a			
b			

27. 用量角器作已知角度的角.

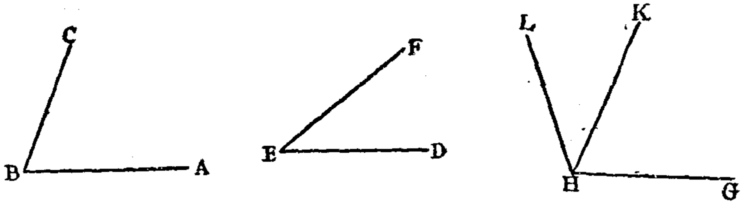
例. 作126°的角.



如圖，用尺作線段 OA，把量角器的中心放在點 O 上，使零度線同 OA 相合．然後在量角器周上尋得 $126°$ 所在處，用筆尖記下，如圖上的點 B，然後把量角器移去，用尺經過 O, B 作線段 OB，則 $A\hat{O}B=126°$.

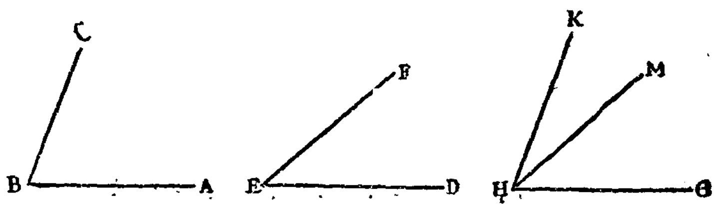
28. 求兩角的和或差.

例一．　如圖，$A\hat{B}C=68°$，$D\hat{E}F=41°$，用量角器作 $G\hat{H}K=$



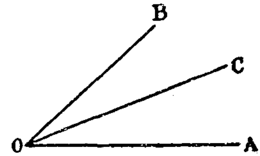
$68°$，$K\hat{H}L=41°$，則 $G\hat{H}L=A\hat{B}C+D\hat{E}F$.

例二．　如圖，$A\hat{B}C=68°$，$D\hat{E}F=41°$，用量角器作 $G\hat{H}K$

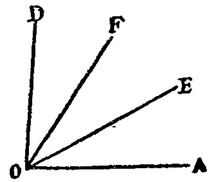


$=68°$，$G\hat{H}M=41°$，則 $M\hat{H}K=A\hat{B}C-D\hat{E}F$.

29. 角的等分法.

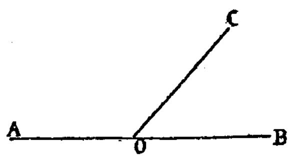


例一. 二等分角如圖, $A\hat{O}B=42°$ 因 $42°\times\frac{1}{2}=21°$, 用量角器, 作 $A\hat{O}C=21°$, 則 OC 二等分 $A\hat{O}B$. 試量 $C\hat{O}B$ 和 $A\hat{O}C$, 比較一下, 再用剪刀把 $A\hat{O}B$ 剪下. 然後把 OA 摺疊使同 OB 相合, 則摺痕 OC 二等分 $A\hat{O}B$.



例二. 三等分角.如圖, $AOD=84°$ 因 $84\times\frac{1}{3}=28°$, $84°\times\frac{2}{3}=56°$, 用量角器作 $A\hat{O}E=28°$ 和 $A\hat{O}F=56°$, 則 OE, OF 三等分 $A\hat{O}D$. 試量 $E\hat{O}F$, $F\hat{O}D$ 和 $A\hat{O}E$ 比較一下.

30. 接補角.



如圖,用尺作線段 AB, 又作線段 OC 同 AB 相交於 O.

試用量角器量 $B\hat{O}C$ 和 $C\hat{O}A$, 並求其和.

$$
\begin{array}{rl}
B\hat{O}C= & \quad\text{度}\\
C\hat{O}A= & \quad\text{度}\\
\hline
B\hat{O}C+C\hat{O}A= & \quad\text{度}
\end{array}
$$

同法,把 OC 的位置變動, 問結果是否相同?

如圖, $B\hat{O}C$ 和 $C\hat{O}A$ 有同一頂點 O 和同一邊 OC, $B\hat{O}C$ 和 $C\hat{O}A$ 就叫做互為接角.

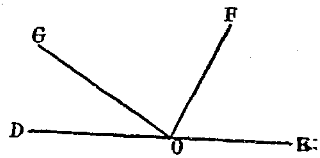
$B\hat{O}C$ 和 $C\hat{O}A$ 的和爲 180°, $B\hat{O}C$ 和 $C\hat{O}A$ 就叫做互爲補角.

即 $B\hat{O}C$ 和 $C\hat{O}A$ 互爲接補角,從此得下面的結論:

一直線同他直線相交,所成兩接角互爲補角.

31. 直線一側的諸接角的和.

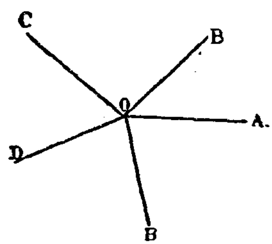
如圖,用尺作線段 DE 從線上的一點 O 在一側作 OG, OF 兩線段,試用量角器量 $E\hat{O}F$, $F\hat{O}G$ 和 $G\hat{O}D$, 並求其和.



$$E\hat{O}F = \quad 度$$
$$F\hat{O}G = \quad 度$$
$$G\hat{O}D = \quad 度$$
$$E\hat{O}F + F\hat{O}G + G\hat{O}D = \quad 度$$

從此得下面的結論:

直線一側的諸接角的和爲 180°.



32 一點周圍的諸接角的和.

如圖,從紙上一定點 O, 用尺作 OA, OB, OC, OD, OE 五線段.試用量角器量 $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$,.

$\hat{COD}$, $\hat{DOE}$, $\hat{EOA}$, 並求其和.

$\hat{AOB}=$ 度

$\hat{BOC}=$ 度

$\hat{COD}=$ 度

$\hat{DOE}=$ 度

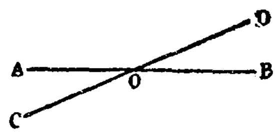
$\hat{EOA}=$ 度

$\hat{AOB}+\hat{BOC}+\hat{COD}+\hat{DOE}+\hat{EOA}=$ 度

從此得下面的結論:

一點周圍的諸接角的和爲360°.

33. 對頂角



如右圖, AB, CD 兩線段相交, 所成的 $\hat{AOC}$ 和 $\hat{BOD}$ 叫做對頂角. 又 $\hat{COB}$ 和 $\hat{AOD}$ 也叫做對頂角. 試用量角器量 $\hat{AOC}$, $\hat{COB}$, $\hat{BOD}$ 和 $\hat{AOD}$, 並比較其大小.

$\hat{AOC}=$ 度, $\hat{COB}=$ 度

$\hat{BOD}=$ 度, $\hat{AOD}=$ 度

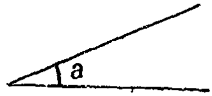
從此得下面的結論:

兩直線相交,則所成的對頂角相等.

習 題 五

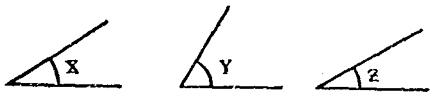
1. 用量角器作73°的角.

2. 用量角器作 136° 的角,並分做四等分.



3. 如圖,a 爲已知角,試用量角器作等於 $3a$ 的角.

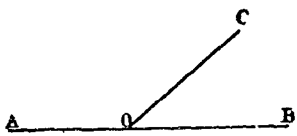
4. 如圖,x, y, z 爲三已知角,試用量角器作角使等於 $x+y-z$.



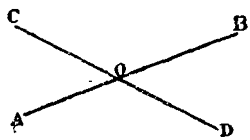
5. 一角爲其接補角的五倍,求此兩角.

6. 兩接補角爲 $3x^\circ+17^\circ$ 及 $5x^\circ-23^\circ$ 則 x 是幾度?

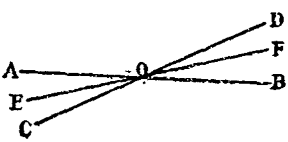
7. 如圖,AB 爲一直線,OC 爲另一直線,同 AB 在 O 相交,試用量角器量 $B\hat{O}C$ 和 $C\hat{O}A$,並說明那一個是銳角,那一個是鈍角.



8. 如圖,AB 和 CD 兩直線在 O 相交,若 $A\hat{O}C$ 和 $B\hat{O}D$ 是 $\frac{2}{3}x^\circ-10^\circ$ 和 $\frac{4}{3}x^\circ+24^\circ$,則 x 爲幾度?

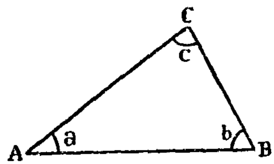


9. 作圖表明兩角相等,則其補角也相等.



如圖,AB同CD在O相交,試用量角器作$\hat{AOC}$的分角線OE,和$\hat{DOB}$的分角線OF,並用量角器量$\hat{EOF}$,如此可得什麼結論?

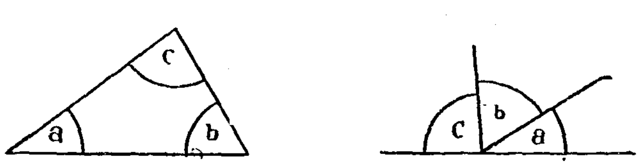
34. 三角形三角的和.



例一. 如圖,任作三直線,相交.成三角形.ABC試用量角器量各角,並求其和.

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \quad 度 \\ \hat{b} &= \quad 度 \\ \hat{c} &= \quad 度 \\ \hline \hat{a}+\hat{b}+\hat{c} &= \quad 度 \end{aligned}$$

例二. 如圖,任作一個三角形,把三角剪下,使三角



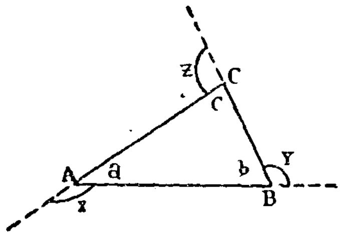
的頂點集於一點,三角的邊彼此相接,則從圖上可見三角的和是幾度?

從上兩例可得下面的結論:

三角形三角的和是180°.

35. 三角形三外角的和.

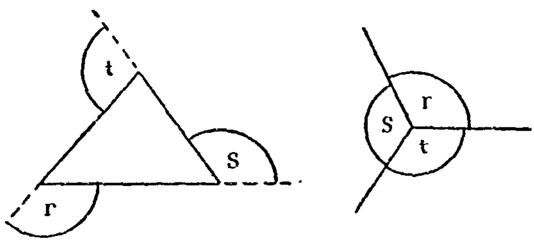
例一. 如圖,任作三角形ABC把CA邊延長得角x,把AB邊延長得角,y,把BC邊延長得角z,這x, y, z三角都叫做三角形的外角.試用量角器量x, y, z三角,並求其和.



$\hat{x}=$ 度
$\hat{y}=$ 度
$\hat{z}=$ 度

$\hat{x}+\hat{y}+\hat{z}=$ 度

例二. 如圖,任作三角形,把三外角r, s, t剪下使三角

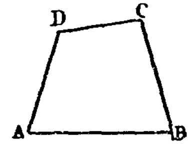


頂點集於一點,三角的邊,彼此相接如圖,則從圖上可見r, s, t三角的和是幾度?

從上兩例可得下面的結論:

三角形三外角的和是360°.

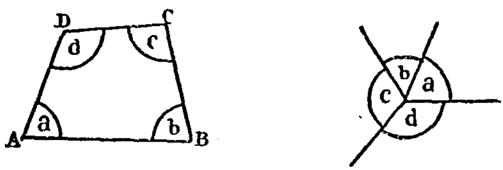
36. 四邊形四角的和.



例一. 如圖,任作$ABCD$四邊形,試用量角器量A, B, C, D四角,並求其和.

$$\hat{A}= \quad 度$$
$$\hat{B}= \quad 度$$
$$\hat{C}= \quad 度$$
$$\hat{D}= \quad 度$$
$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}= \quad 度$$

例二. 如圖,任作四邊形,把四角頂剪下,使各角頂

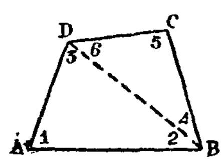


點集於一點,各角的邊彼此相接,則可見四角的和是幾度?

從上兩例,可得下面的結論:

四邊形四角的和是360°.

四邊形四角的和等於360°,也可從三角形三角的和等於180°的道理推出.



如圖,聯結四邊形的B, D兩角頂,則分四邊形爲兩三角形

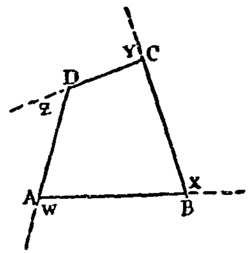
在三角形 ABD 內，　$\hat{1}+\hat{2}+\hat{3}=180°$

在三角形 BCD 內，　$\hat{4}+\hat{5}+\hat{6}=180°$

$$\hat{1}+\hat{2}+\hat{3}+\hat{4}+\hat{5}+\hat{6}=180°$$

$$\therefore\ \hat{1}=\hat{A},\ \hat{2}+\hat{4}=\hat{B},\ \hat{5}=\hat{C},\ \hat{6}+\hat{3}=\hat{D}$$

$$\therefore\ \hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}=360°$$



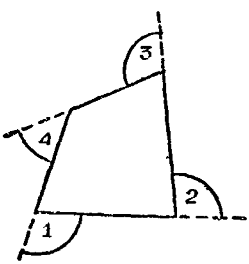
37. 四邊形四外角的和.

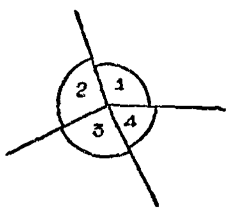
例一. 如圖，AB, CD 四邊形的四外角爲 w, x, y, z 試用量角器量四角的度數，並求其和

$\hat{w}=$　　度
$\hat{x}=$　　度
$\hat{y}=$　　度
$\hat{z}=$　　度

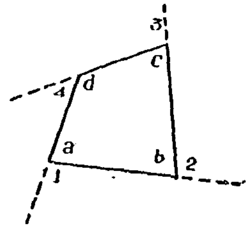
$\hat{w}+\hat{x}+\hat{y}+\hat{z}=$　　度

例二. 如圖，將四邊形的四外角 $\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}$，剪下，使各





角頂集於一點,各角的邊彼此相接,則可見四角的和是幾度?



從上兩例可得下面的結論:

四邊形四外角的和是360°

四邊形四外角的和是360°,也可用下法推求:

$$\hat{a}+\hat{1}=180^\circ \qquad \text{爲什麼?}$$
$$\hat{b}+\hat{2}=180^\circ \qquad \text{爲什麼?}$$
$$\hat{c}+\hat{3}=180^\circ \qquad \text{爲什麼?}$$
$$\hat{d}+\hat{4}=180^\circ \qquad \text{爲什麼?}$$

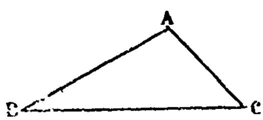
$$\therefore \quad \hat{a}+\hat{b}+\hat{c}+\hat{d}+\hat{1}+\hat{2}+\hat{3}+\hat{4}=720^\circ$$

$$\text{而} \quad \hat{a}+\hat{b}+\hat{c}+\hat{d}=360^\circ \qquad \text{爲什麼?}$$

$$\therefore \quad \hat{1}+\hat{2}+\hat{3}+\hat{4}=360^\circ$$

38. 三角形的分類

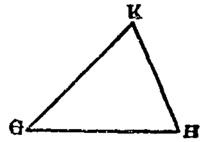
(一) 如圖,三角形 ABC 的角 A 爲鈍角,叫做鈍角三角形.



(二) 如圖,三角形 DEF 的角 E 爲直角,叫做直角三

角形.

(三) 如圖,三角形GHK的三角都是銳角,叫做銳角三角形.



習題六

1. 三角形的三角爲$3x$, x, 及$6x$, 求各角的度數.

2. 已知三角形的第一角爲第二角的六倍,第三角爲第一角的二分之一,求各角的度數,

3. 三角形兩角的差爲$20°$,第三角爲$46°$,求各角度數.

4. 三角形的三角相等,則每角幾度?

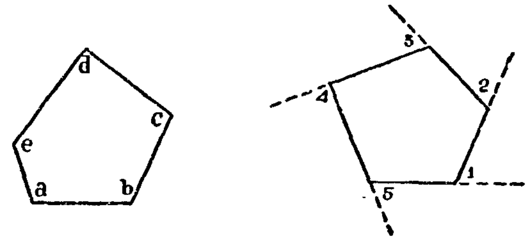
5. 四邊形的第一角爲第二角的3倍,第三角比第一角的2倍小$7°$,第四角比第二角大$10°$,求四邊形各角的度數.

6. 四邊形的四角相等,每角幾度?

7. 說明三角形不能有兩直角或兩鈍角.

8. 說明若第一三角形的兩角a, b依次等於第二三角形的兩角r, s,則第一三角形的第三角c,也一定等於第二三角形的第三角t.

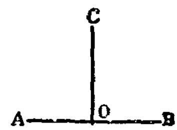
9. 用量角器量此五邊形的五角a, b, c, d, e.並求其和.



10. 用量角器量此五邊形的五外角$\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}$,並求其和.

第三章　垂直線和平行線

39. 垂直線的意義和表示法

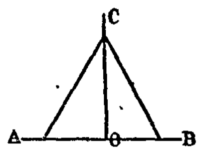


如圖,AB和OC兩直線在O相交,若所成兩接角AOC和COB相等,則叫做OC垂直於AB.用式表示如下:

$$OC \perp AB.$$

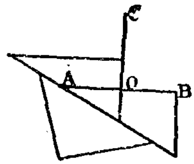
因$A\hat{O}C$和$C\hat{O}B$都是直角,所以兩直線若相交成直角,則兩直線就互爲垂直線.

40. 試驗三角板的直角是否準確.



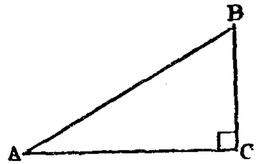
如圖,在紙上先作直線AB,在直線AB上任取點O,然後把三角板的直角頂同O相合,使夾直角的一邊同AB相合,用筆沿夾直角的他一邊,經過點O,作直線OC.再把三角板翻轉,同法,再作一直線.若兩直線相合,則三角板的直角是準確的.

41. 用三角板作垂線.



如圖,在紙上先作直線AB,再取一三角板,使夾直角的一邊同AB相合.再取另一三角板,使斜邊同第一三角板的斜邊緊貼.用左手把第二三角板按住不動,用右手把第一三角板的斜邊沿第二三角板的斜邊向上移動,然後用筆沿第一三角板夾直角的另一邊畫OC線,則OC垂直於AB.

42. 直角三角形兩銳角的關係



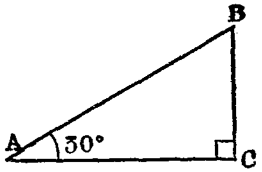
如圖,用三角板作BC垂直於AC,連接AB,則得直角三角形ABC.試用量角器量$\hat{A}$和$\hat{B}$,並求其和.

$$\begin{array}{rl} \hat{A} = & \quad 度 \\ \hat{B} = & \quad 度 \\ \hline \hat{A}+\hat{B} = & \quad 度 \end{array}$$

凡兩角的和是90°則兩角叫做互爲餘角.從此得下面的結論:

<u>直角三角形兩銳角的和是90°,即直角三角形兩銳角互爲餘角.</u>

43. 一銳角爲30°的直角三角形



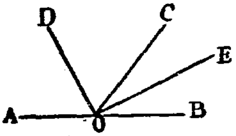
如圖,用三角板作 BC 垂直於 AC,再用量角器作 $C\hat{A}B=30°$,則得直角三角形 ABC.試用公尺量 AB 和 BC 的長,並比較一下.再用市尺量 AB 和 BC 的長,關係相同否?

	$AB=$	公分		$AB=$	市寸
	$BC=$	公分		$BC=$	市寸
∴	$AB=$	BC	∴	$AB=$	BC

從此得下面的結論:

直角三角形的一銳角是 30°.則斜邊是最短邊的二倍.

44. 接補角的分角線



如圖,任作直線 AB,再任作直線 OC 同 AB 在 O 相交,試用量角器量 AOC 和 COB 兩角.

$A\hat{O}C=$	度	$C\hat{O}B=$	度
$\frac{1}{2}A\hat{O}C=$	度	$\frac{1}{2}C\hat{O}B=$	度

然後用量角器作 OD 平分 $A\hat{O}C$,又作 OE 平分 $C\hat{O}B$,再用量角器量 $D\hat{O}E$ 有幾度.

$$D\hat{O}E=\quad 度$$

從此得下面的結論:

接補角的分角線互相垂直.

習題七

1. 舉幾個關於垂直線的例子.

2. 用量角器作 OC 垂直於 AB.

3. 直角三角形的一銳角是 $38°$, 則他銳角是幾度?

4. 直角三角形的一銳角是 $a°$, 則他銳角是幾度?

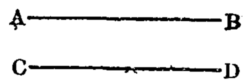
5. 兩餘角爲 $2x°+7°$ 及 $5x°-2°$, 求兩角的度數.

6. 兩餘角的差爲 $18°$, 求兩餘角的度數.

7. 作圖表明兩角相等則其兩餘角也相等.

8. 試用摺紙法作一直線的垂直線.

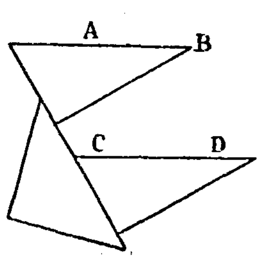
45. 平行線的意義和表示法



如圖, AB 和 CD 兩直線無論如何延長永不相交, 則叫做 AB 同 CD 平行, 用式表示如下:

$$AB \parallel CD.$$

46. 用三角板作平行線

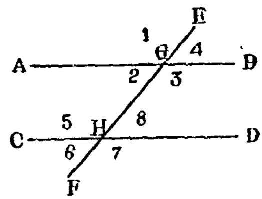


如圖, 取一三角板, 使斜邊同 AB 相合. 再取另一三角板, 使斜

邊與第一三角板夾直角的一邊緊貼,然後把第一三角板沿第二三角板的斜邊向下滑動,再用筆沿第一三角板的斜邊畫CD,則CD平行於AB.

47. 同位角內錯角和同側內角

如圖,用三角板作AB平行於CD,再任作第三直線EF,同AB,CD依次相交在G, H,得$\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{3}$, $\hat{4}$, $\hat{5}$, $\hat{6}$, $\hat{7}$, $\hat{8}$八角.



$\hat{1}$和$\hat{5}$叫做同位角,又$\hat{4}$和$\hat{8}$, $\hat{2}$和$\hat{6}$, $\hat{3}$和$\hat{7}$都叫做同位角.

$\hat{2}$和$\hat{8}$叫做內錯角,又$\hat{3}$和$\hat{5}$也叫做內錯角.

$\hat{2}$和$\hat{5}$叫做同側內角,又$\hat{3}$和$\hat{8}$也叫做同側內角.

試用量角器量$\hat{1}$和$\hat{5}$,並比較一下,同樣量$\hat{4}$和$\hat{8}$,並比較一下.

$\hat{1}=$　　度,　$\hat{4}=$　　度

$\hat{5}=$　　度,　$\hat{8}=$　　度

從此得下面的結論:

一直線同兩平行線相交,所成同位角相等.

試用量角器量$\hat{2}$和$\hat{8}$,並比較一下,同樣量$\hat{3}$和$\hat{5}$,並比較一下.

$\hat{2}=$　　度，　$\hat{3}=$　　度

$\hat{8}=$　　度，　$\hat{5}=$　　度

從此得下面的結論：

一直線同兩平行線相交，所成內錯角相等.

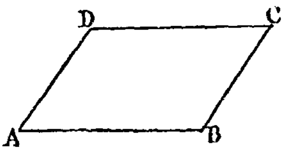
又用量角器量$\hat{2}$和$\hat{5}$，並求其和，同樣量$\hat{3}$和$\hat{8}$，並求其和.

$$\begin{array}{ll} \hat{2}= \quad \text{度} & \hat{3}= \quad \text{度} \\ \hat{5}= \quad \text{度} & \hat{8}= \quad \text{度} \\ \hline \hat{2}+\hat{5}= \quad \text{度} & \hat{3}+\hat{8}= \quad \text{度} \end{array}$$

從此得下面的結論：

一直線同兩平行線相交，所成同側內角互為補角.

48. 平行四邊形



如圖，用三角板作 AB 平行於 DC，又作 AD 平行於 BC，則 AB，BC，CD，DA 所圍成的四邊形，叫做平行四邊形.

49. 平行四邊形的對邊

試用公尺量 AB 和 DC 的長，並比較一下. 又量 AD 和 BC 的長，並比較一下.

$AB=$　　公分，　$AD=$　　公分

$DC=$　　公分，　$BC=$　　公分

從此得下面的結論：

平行四邊形的對邊相等.

50. 平行四邊形的對角.

試用量角器量$\hat{A}$和$\hat{C}$,並比較一下,同樣量$\hat{B}$和$\hat{D}$,並比較一下.

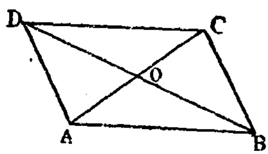
$\hat{A}=$ 度, $\hat{B}=$ 度

$\hat{C}=$ 度, $\hat{D}=$ 度

從此下面的結論:

平行四邊形的對角相等.

51. 平行四邊形的對角線



如圖,用三角板作平行四邊形$ABCD$,用尺經過A,C畫線段AC,又經過B,D畫線段BD,則AC和BD叫做平行四邊形的對角線.若AC同BD在O相交,試用市尺量OA和OC的長,並比較一下,又量OB和OD的長,並比較一下.

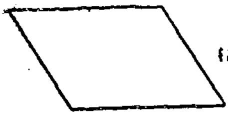
$OA=$ 市寸, $OB=$ 市寸

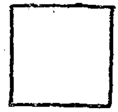
$OC=$ 市寸, $OD=$ 市寸

從此得下面的結論:

平行四邊形兩對角線的交點,平分各對角線爲二等分.

52. 平行四邊形的種類


(a)

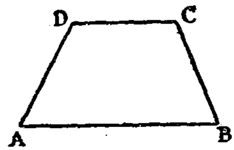
(b)

c

如圖 (a)，平行四邊形的四邊相等，叫做菱形.

如圖 (b)，平行四邊形的四角都是直角，叫做長方形.

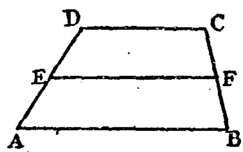
如圖 (c)，平行四邊形的四邊相等，四角都是直角，叫做正方形.

53. 梯形



如圖，AB 同 DC 平行，如 AD 不同 BC 平行，$ABCD$ 叫做梯形. AB 和 DC 叫做梯形的兩底，AD 和 BC 叫做梯形的兩腰.

54. 聯接梯形兩腰中點的線



如圖，$ABCD$ 爲梯形，F, E 爲兩腰 AD 和 BC 的中點，聯接 EF，試用公尺量 AB, DC, EF 的長，並比較 $\frac{1}{2}(AB+DC)$ 和 EF.

$AB=$　　公分

$DC=$　　公分

$AC+DC=$　　公分

$(\frac{1}{2}AB+DC)=$　　公分　　$EF=$　　公分

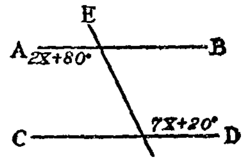
從此得下面的結論:

聯接梯形兩腰中點的線,等於上下兩底的和的一半.

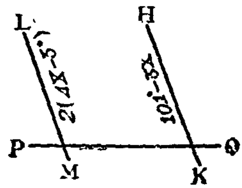
題 習 八

1. 舉幾個關於平行線的例子.

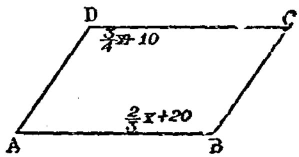
2. 如圖, $AB \parallel CD$, 問 x 是幾度?



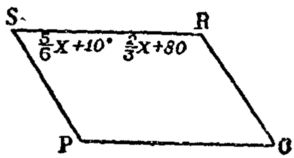
3. 如圖, $LM \parallel HK$, 問 x 是幾度?



4. 如圖, $ABCD$ 爲平行四邊形,求 x 的度數及平行四邊形四角的度數.



5. 如圖, $PQRS$ 爲平行四邊形,求 x 的度數, 及平行四邊形四角的度數.

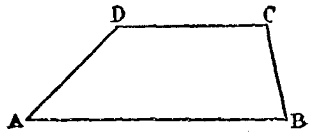


6. 長方形的長寬爲 1.2 市寸和 0.9 市寸,試用市尺和三角板作此長方形.

7. 平行四邊形的兩邊爲2.8公分和3.5公分,夾角爲50°,試用公尺,量角器,和三角板作此平行四邊形.

8. 用尺和三角板任作一長方形,試量長方形兩對角線的長,並比較一下,可得什麼結論?

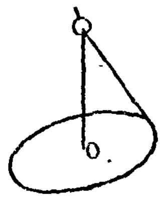
9. 用尺和三角板任作一菱形,試用量角器量兩對角線的夾角,可得什麼結論?



10. 如圖,$ABCD$爲梯形,已知$\hat{D}=3\hat{A}$, $\hat{B}=\frac{3}{5}\hat{D}$,問四角各幾度?

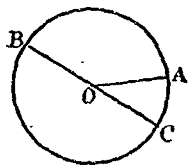
第四章　圓

55.　圓



如圖，把圓規兩脚張開，使尖端固定在點 O，幷使有鉛筆的一端繞尖端旋轉，則所得的曲線圈叫做圓周，定點 O 叫做圓心．

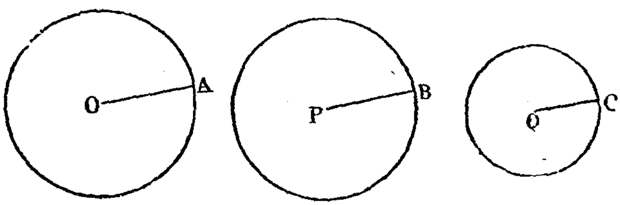
56.　半徑和直徑



如圖，連接圓心 O 和圓周上任一點 A 的線段，叫做半徑．

通過圓心 O 作線段 BC，兩端到圓周止，叫做直徑．

57.　兩圓的相等或不等



如圖，$OA=PB$，$OA>QC$，以 O 爲圓心 OA 爲半徑作圓，

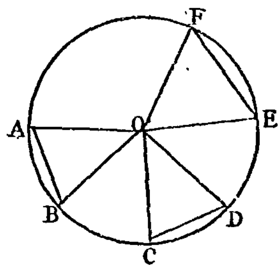
同樣,各以 P, Q 爲圓心, PB, QC 爲半徑,作圓.

試將此三圓剪下,用疊合法比較一下,則可見圓 O 同圓 P 相等,又圓 O 大於圓 Q.

從此得下面的結論:

兩圓的半徑相等,則相合.若半徑不等,則半徑大的圓也因之而大.

58. 圓心角和弦



如圖,先用圓規作圓,然後用量角器作 $A\hat{O}B = C\hat{O}D = 45°$, 又作 $E\hat{O}F = 60°$, 則 $A\hat{O}B$, $C\hat{O}D$, $E\hat{O}F$ 都叫做圓心角.

用尺畫 AB, CD, EF 三線段,則 AB, CD, EF 都叫做弦.

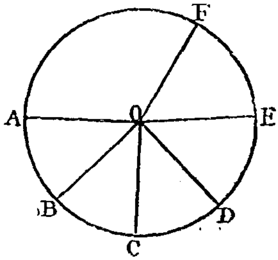
試用公尺量 AB, CD, EF 的長,並比較一下.

$A\hat{O}B = 45°$,	$AB =$	公分,
$C\hat{O}D = 45°$,	$CD =$	公分,
$E\hat{O}F = 60°$,	$EF =$	公分.

從此得下面的結論:

同圓內兩圓心角相等,則所對的弦也等,若兩圓心角不等,則圓心角大的所對的弦也大.

59. 圓心角和弧

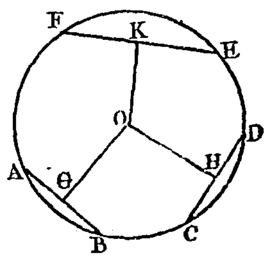


如圖,先用圓規作圓,然後用量角器作 $A\hat{O}B=C\hat{O}D=45°$, 又作 $E\hat{O}F=60°$, 則 A, B 兩點間圓周的一部分,叫做弧 AB. 同樣 C, D 兩點間和 E, F 兩點間圓周的一部分叫做弧 CD, 和弧 EF.

試用剪刀把 $A\hat{O}B, C\hat{O}D, E\hat{O}F$ 剪下,然後用疊合法比較一下,則可得下面的結論:

同圓內兩圓心角相等,則所對的弧也等.若兩圓心角不等,則圓心角大的所對的弧也大.

60. 弦和弦對於圓心的距離



如圖,用圓規作弦 AB 等於弦 CD, 又作弦 EF 大於弦 AB, 再用三角板作: $OG\perp AB$, $OH\perp CD$, $OK\perp EF$, 則 OG 叫做 AB 弦對於圓心 O 的距離.同樣, OH 和 OK 叫做弦 CD, 和弦 EF 對於圓心 O 的距離.

試用公尺量 AB, CD, EF 和 OG, OH, OK 的長,並比較一下.

$AB=$ 公分, $OG=$ 公分,

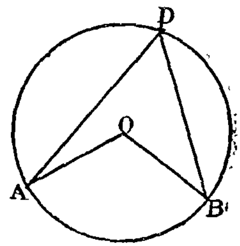
$CD=$ 公分, $OH=$ 公分,

$EF=$ 公分, $OK=$ 公分.

從此得下面的結論:

同圓內兩弦相等,則對於圓心的距離也等.若兩弦不等,則弦大的對於圓心的距離近.

61. 圓心角和圓周角



如圖,由圓心 O 任作兩半徑 OA 和 OB, 設 P 爲圓周上任一點, 畫 PA 和 PB, 則 $A\hat{P}B$ 叫做圓周角.

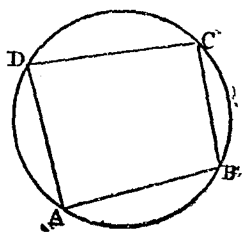
試用量角器量 $A\hat{P}B$ 和 $A\hat{O}B$, 並比較一下.

$A\hat{P}B=$ 度, $A\hat{O}B=$ 度

從此得下面的結論:

圓周角等於同弧上圓心角的一半.

62. 圓內接四邊形



如圖, A, B, C, D 爲圓周上任意四點,用尺把 A, B, C, D 依次連接,則得四邊形 $ABCD$, 叫做圓內接四邊形.

試用量角器量 $\hat{A}$ 和 $\hat{C}$, 並求其和,

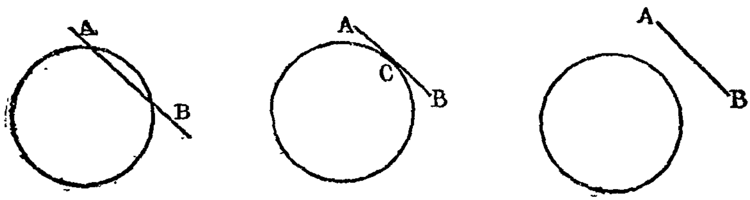
再量$\hat{B}$和$\hat{D}$並求其和.

$$\begin{array}{ll} \hat{A}= \quad 度 & \hat{B}= \quad 度 \\ \hat{C}= \quad 度 & \hat{D}= \quad 度 \\ \hline \hat{A}+\hat{C}= \quad 度 & \hat{B}+\hat{D}= \quad 度 \end{array}$$

從此得下面的結論:

圓內接四邊形對角相補.

63. 直線同圓的相關位置



(a) (b) (c)

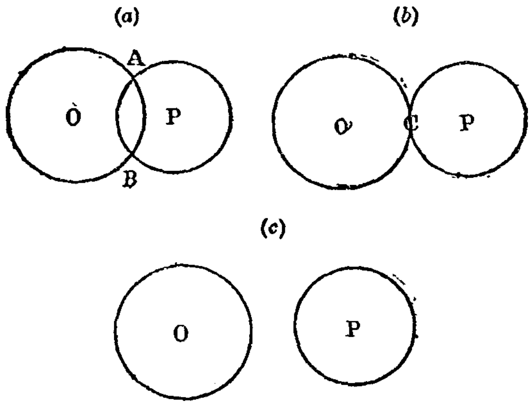
如圖(*a*),直線AB和圓周有兩公共點,叫做直線同圓周相交.

如圖(*b*),直線AB和圓周只有一公共點c,叫做直線同圓周相切.

如圖(c),直線AB和圓周無公共點,叫做直線同圓周不相交.

64. 兩圓的相關位置

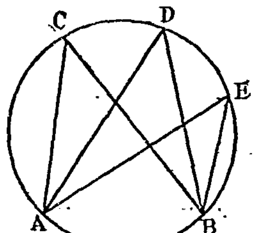
如圖(*a*),兩圓有兩公共點A, B,叫做兩圓相交.



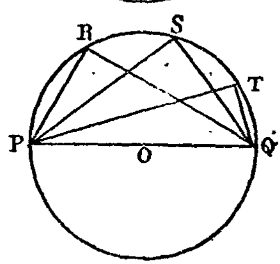
如圖(b),兩圓只有一公共點c,叫做兩圓相切.

如圖(c),兩圓沒有公共點,叫做兩圓不相交.

習題九

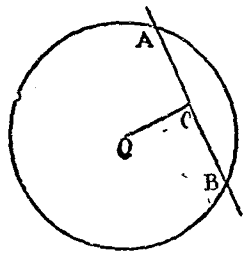


1. 如圖,A, B 爲圓周上兩定點,C, D, E 爲圓周上任意三點,試用量角器量 $A\hat{C}B$, $A\hat{D}B$, $A\hat{E}B$, 並比較一下,可得什麼結論?

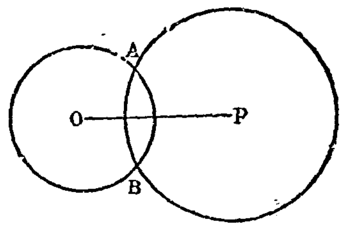


2. 如圖,PQ是圓的直徑,R, S, T 爲半圓周上任意三點,試用量角器量 $P\hat{R}Q$, $P\hat{S}Q$, $P\hat{T}Q$, 並比較一下,可得什麼結論?

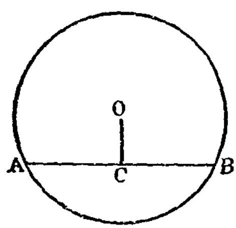
3. 如圖，直線 AB 同圓 O 在 A, B 兩點相交，用三角板作 OC 垂直於 AB，用公尺量 OC 的長，並同半徑的長比較一下，可得什麼結論？

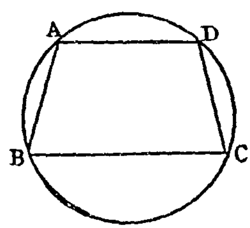


4. 如圖，O, P 兩圓周在 A, B 兩點相交，試用市尺量兩圓心的距離 OP，並同兩半徑的和比較一下，可得什麼結論？



5. 如圖，AB 為圓 O 的弦，用三角板作 OC 垂直 AB，試用公尺量 AC 和 CB 的長，並比較一下，可得什麼結論？

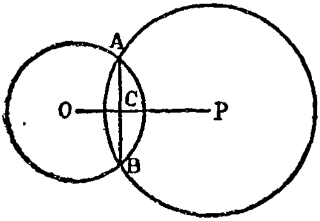


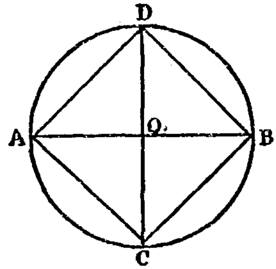


6. 如圖，用三角板作弦 D 平行於弦 BC，用尺連接 AB 及 DC 兩線段，試用市尺量 AB 和 DC 的長，並比較一下，可得什麼結論？

7. 如圖，O, P 兩圓在 A, B 兩點相交，畫 OP 同 AB 在 C

點相交,試用公尺量 AC 和 CB,並比較一下,再用量角器量 $A\hat{C}P$,可得什麼結論?





8. 如圖,任作直徑 AOB,再用三角板作直徑 COD,同 AOB 垂直,畫 $AC, CB, I\,D, DA$. 試用市尺量 AC, CB, BD, DA 的長,並用量角器量 $D\hat{A}C, A\hat{C}B, C\hat{B}D, B\hat{D}A$,可得什麼結論?

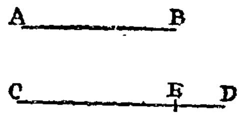
第五章　簡易作圖

65. 簡易作圖的意義

以下說明關於幾種簡易作圖的方法,如只用圓規和直尺,可以等分一角,從線外一點作一線同已知線平行,在定圓內作正六角形,等等.

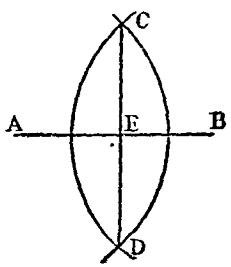
66. 作一線段等於已知線段

如圖,AB 爲已知線段,用尺任作一線段 CD 比線段 AB 略長,以 C 爲圓心,以 AB 的長爲半徑,作圓弧,同 CD 相交,於 E 點則 $CE=AB$, 卽 CE 爲所求的線段.



67. 等分一已知線段

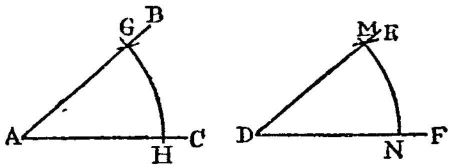
如圖,AB 爲已知線段,以 A 爲圓心以比 AB 的一半略大的長度爲半徑,作圓弧,又以 B 爲圓心,以同前相等的長爲半徑,作圓弧,兩弧在 C, D 兩點相交,聯結 C, D 同 AB 相交於點 E,



分 AB 爲二等分.

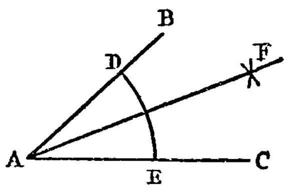
68. 作一角等於已知角

如圖, $B\hat{A}C$ 爲已知角,先作 DF, 以 A 爲圓心,以任意長爲半徑,



作圓弧,同 AB, AC 依次在 G, H 兩點相交.然後以 D 爲圓心,以同前相等的長爲半徑,作圓弧 MN, 同 DF 在點 N 相交.再以 N 爲圓心,以 HG 的長爲半徑,作圓弧,同圓弧 MN 在 M 相交.經過 D, M 兩點,作線段 OE, 則 $E\hat{D}F = B\hat{A}C$, 即 $E\hat{D}F$ 爲所求的角.

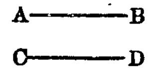
69. 等分一已知角



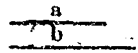
如圖, BAC 爲已知角,以 A 爲圓心,以任意長爲半徑,作圓弧,同 AB, AC 依次在 D, E 兩點相交.然後以 D 爲圓心,以任意長爲半徑,作圓弧,再以 E 爲圓心,以同前相等的長爲半徑作圓弧,兩弧在 F 相交.連接 AF, 則 AF 等分 $B\hat{A}C$.

習題十

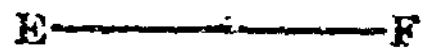
1. 如圖, AB 和 CD 爲兩已知線段,試作一線段等於其和,再作一線段等於其差.



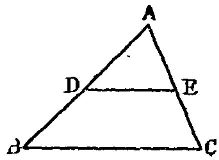
2. 如圖，a, b 爲兩已知線段，試作一線段等於 $3a+2b$.



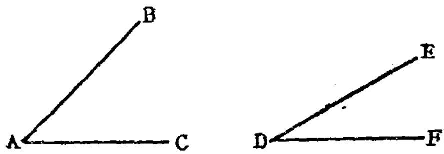
3. 如圖，EF 爲已知線段，試分爲二等分，再分爲四等分.



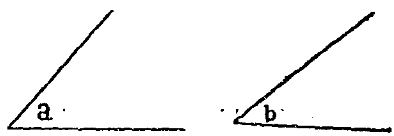
4. 如圖，ABC 爲已知三角形，求 AB 的中點 D，和 AC 的中點 E. 試用公尺量 DE 及 BC 的長，並比較一下，可得什麼結論？



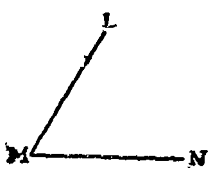
5. 如圖，$B\hat{A}C$ 和 $E\hat{D}F$ 爲兩已知角，試作一角等於其和，又作一角等於其差.

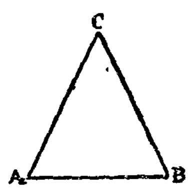


6. 如圖，a, b 爲兩已知角，試作一角等於 $\frac{1}{2}a+2b$.



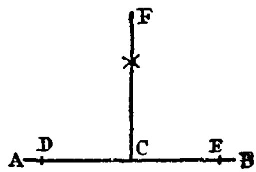
7. 如圖，$L\hat{M}N$ 爲已知角，試分爲二等分，再分爲四等分.





8. 如圖，AB 為已知線段，在 A 端任作線段 CA 在 B 端作 $A\hat{B}C$ 使等於 $C\hat{A}B$. 試用市尺量 AC 及 BC 的長，並比較一下可得什麼結論？

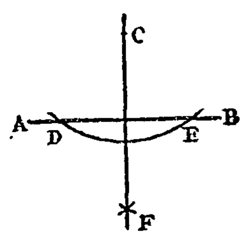
70. 從已知線段上一點作垂直線



如圖，AB 為已知線段，C 為線段上一定點. 以 C 為圓心，以任意長為半徑，作圓弧，同 AC, CB 依次在 D, E 兩點相交. 以 D 為圓心，以大於 DC 的長為半徑，作圓弧，以 E 為圓心，以同前相等的長為半徑，作圓弧，兩弧在 F 相交. 畫 CF 則

$$CF \perp AB.$$

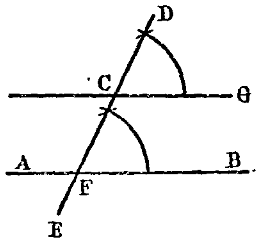
71. 從已知線段外一點作已知線段的垂直線



如圖，AB 為已知線段，C 為 AB 外的一定點. 以 C 為圓心，以任意長為半徑，作圓弧，同 AB 在 D, E 兩點相交. 以 D 為圓心，以比 DE 的一半稍大的長為半徑，作圓弧，又以 E 為圓心，以同前相等的長為半徑，作圓弧，兩弧在 F 相交. 聯結 C, F 則

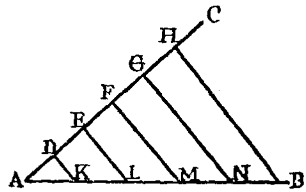
$$CF \perp AB.$$

72. 從已知線外一點作一線同已知線平行



如圖，AB 爲已知線段，C 爲 AB 外一定點．過 C 任作 DE 同 AB 在 F 相交．作 $D\hat{C}G=C\hat{F}B$ 則 $CG \parallel AB$.

73. 分一已知線段爲若干等分

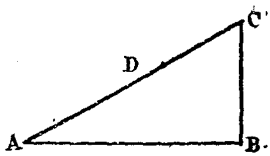


如圖，AB 爲已知線段，試分爲五等分．

任作一線段 AC，於線段上取 $AD=DE=EF=FG=GH$．聯結 H, B，作 $DK \parallel EL \parallel FM \parallel GN \parallel HB$，則 K, L, M, N 四點，分 AB 爲五等分．

習題十一

1. 作一直角三角形，使夾直角的兩邊一爲 2.5 公分，一爲 3 公分．



2. 如圖，任作 ABC 直角三角形，求其斜邊 AC 的中點 D，試用市尺量 DA, DB, DC 的長，並比較一下，可得什麼結論？

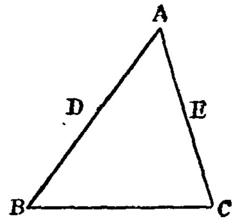
3. 作一正方形，使每邊長爲 3.2 公分．

4. 作一長方形,使長爲 1.2 市寸,寬爲 0.9 市寸.

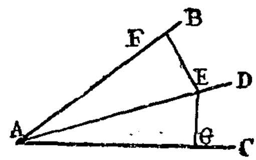
5. 作 $45°$ 和 $22\frac{1}{2}°$ 的角.

6. 任作一線段,試分爲三等分.

7. 如圖, ABC 爲已知三角形,求 AB 的中點 D,作 DE 平行於 BC,同 AC 在 E 相交.試用公尺量 AE 及 EC 的長,並比較一下,可得什麽結論?

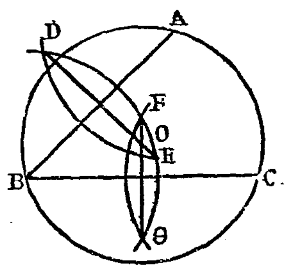


8. 如圖, $B\hat{A}C$ 爲已知角,作 AD 等分 $B\hat{A}C$. 從 AD 上任一點 E, 作 EF 垂直於 AB, EG 垂直於 AC. 試用市尺量 EF 和 EG 的長,並比較一下,可得什麽結論?



74. 經過不在一直線上的三點,作圓周

如圖, A, B, C 爲不在一直線上的三點.以 A 爲圓心以比 AB 的一半稍大的長爲半徑,作圓弧,以 B 爲圓心以同前相等的長爲半徑,作圓弧,兩弧在 D, E 兩點相交,聯結 D, E.



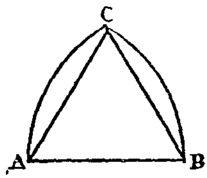
又以 B 爲圓心以比 BC 一半稍大的長爲半徑,作圓

弧,以C為圓心以同前相等的長為半徑,作圓弧,兩弧在F,G兩點相交,聯結F,G.

設DE同FG在O相交,則以O為圓心以OA的長為半徑的圓周,經過A,B,C三點.

75. 作正三角形

如圖,用尺先作線段AB,然後以A為圓心,以AB的長為半徑作圓弧,再以B為圓心,仍以AB的長為半徑作圓弧,兩弧在點C相交,畫AC和BC,則得三角形ABC.



試用公尺量AB, BC, CA三邊的長,並比較一下,再用量角器量$\hat{A}, \hat{B}$,及$\hat{C}$.並比較一下.

$AB=$　　公分,　$BC=$　　公分,　$CA=$　　公分

$\hat{A}=$　　度,　$\hat{B}=$　　度,　$\hat{C}=$　　度,

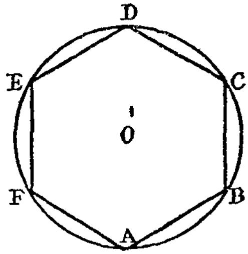
從此可知,此三角形的三邊相等,三角相等.

凡三邊相等三角相等的三角形,叫做正三角形,所以所作的三角形ABC是正三角形.

76. 作正六角形

如圖,以O為圓心,以任意長為半徑,作圓,在圓周上任取一點A,以A為圓心,以原半徑為半徑,作圓弧,點B

同圓周相交於B,再以B為圓心,同樣得C,再同樣得D,得E,得F,最後以F為圓心,仍以原半徑為半徑,作圓弧,交圓周於A點.依次畫AB, BC, CD, DE, EF, FA,得六角形$ABCDEF$.

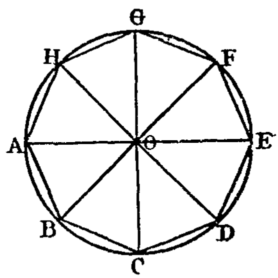


試用公尺和量角器量各邊和各角,則可知各邊相等,各角相等,所以$ABCDEF$叫做正六角形.

77. 作正八角形

如圖,經過圓O的圓心,作直徑AE,再作直徑CG垂直於AE,然後作直徑BF平分$G\hat{O}E$,和直徑DH平分$A\hat{O}G$,依次聯結A, B, C, D, E, F, G, H各點得正八角形

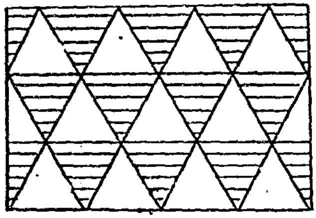
$ABCDEFGH$.



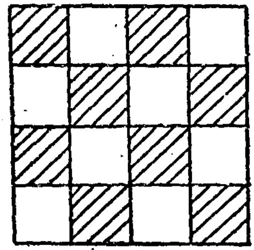
【注意】 以上各法都可用直尺,三角板,圓規或量角器檢驗結果是否準確.

78. 應用圖案

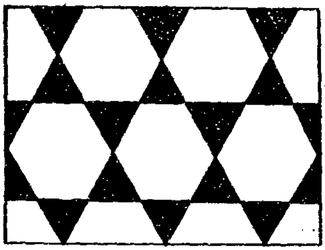
根據以上各法可用直尺,三角板和圓規作成下列諸圖案:



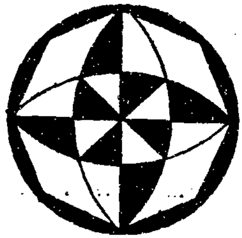
(a)



(b)

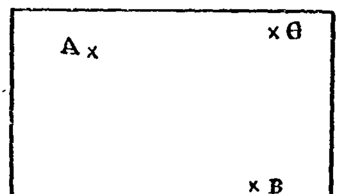


(c)



(d)

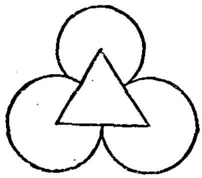
習題十二

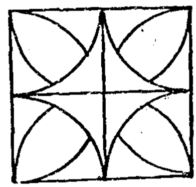


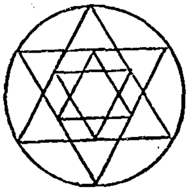
1. 如圖, A, B, C 爲三村現在三村合鑿一井,須離三村等遠,間此井該鑿在何處?試用圖表明.

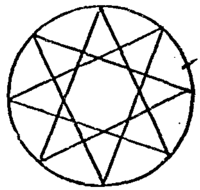
2. 作 $60°, 30°, 15°$ 的角.

3. 用直尺和圓規作下列圖案:

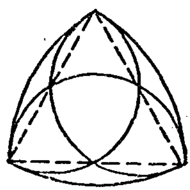


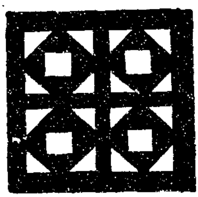


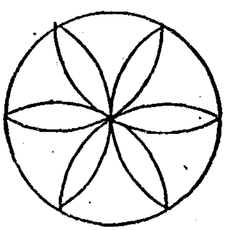




4. 照樣作下列各圖案:





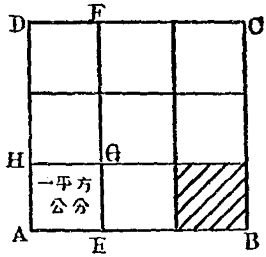


第六章　用割補術求直線形的面積

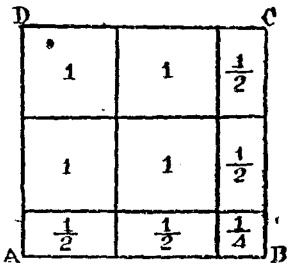
79. 面積和面積的單位

買賣土地,必須量土地的大小,土地大小的量叫做面積.量面積的單位,以每邊都是一單位長的正方形爲標準.每邊長一公分的正方形,面積爲一平方公分,每邊長一市寸的正方形,面積爲一平方市寸,餘類推.

80. 正方形的面積



如圖,$ABCD$爲每邊長 3 公分的正方形,則$ABCD$可分爲三個垂直長方形條,如$AEFD$.每條又可分爲三個一平方公分的小正方形,如$AEGH$.



所以$ABCD$的面積爲$3\times3=9$平方公分.

例二. 如圖,$ABCD$爲每邊長$2\frac{1}{2}$市寸的正方形.在方格紙上

取二小格的邊線代表 1 市寸,所以四小方格代表 1 平方市寸,兩個小方格代表 $\frac{1}{2}$ 平方市寸,一個小方格代表 $\frac{1}{4}$ 平方市寸.

所以 $ABCD$ 的面積為 $4\times1+4\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=6\frac{1}{4}$ 平方市寸.

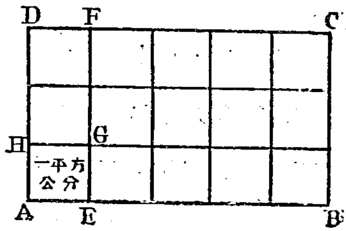
即 $ABCD$ 的面積 $=2\frac{1}{2}\times2\frac{1}{2}=6\frac{1}{4}$ 平方市寸.

從上兩例,可知

正方形的面積,等於邊的平方.

用式表示則　　$A=s^2$.

81.　長方形的面積



如圖,$ABCD$ 為長方形,長為 $AB=5$ 公分,寬為 $BC=3$ 公分,全形可分為五個垂直長方形條,如 $AEFD$. 每條又可分為三個一平方公分的小正方形如 $AEGH$.

所以 $ABCD$ 的面積為 $5\times3=15$ 平方公分.

從此可知

長方形的面積,等於長乘寬.

用式表示則　　$A=lw$.

習　題　十　三

1.　正方形每邊長 1.2 公分,求面積,並用圖表明.

2. 長方形的長爲$2\frac{1}{4}$市寸，寬爲$3\frac{1}{3}$市寸，求面積，並用圖表明.

3. 正方形面積爲64平方市寸，求一邊的長

4. 長方形面積爲48平方公分，若長爲8公分，問寬爲幾公分?

5. 一平方市尺等於幾平方市寸?

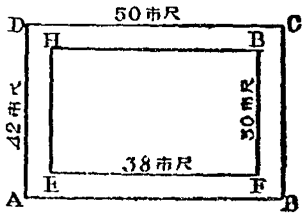
6. 一平方公尺等於幾平方公分?

7. 正方形的周圍長36市尺，求面積.

8. 長方形的周圍長38公分，長比寬多3公分，求長方形的面積.

9. 路長28市尺，寬5市尺，現用長10市寸寬5市寸的磚鋪砌，問要幾塊磚?

10. 如圖，$ABCD$爲長方形院子，$EFGH$爲長方形草地，尺寸都如圖所示，四周路寬相等.問路所佔的面積有多少?

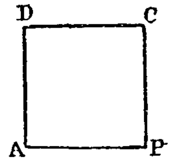


11. 某屋須配玻璃96塊，每塊長14市寸，寬12市寸，問要玻璃幾平方市尺?

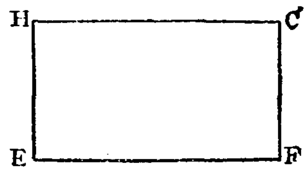
12. 某房長$19\frac{1}{2}$市尺，寬$10\frac{1}{2}$市尺，高$9\frac{1}{2}$市尺，四周用紙裱糊，若長3市尺寬$2\frac{1}{2}$市尺的紙，每張價值4分，問要

化多少錢?

13. 如圖, $ABCD$ 爲正方形,用公尺量一邊的長,並計算面積.



14. 如圖, $EFGH$ 爲長方形,用市尺量長和寬,並計算面積.



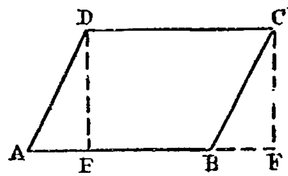
15. 用圖說明乘法交換律

$$ab = ba.$$

16. 用圖說明乘法分配律

$$a(b+c-d) = a + ac - ad.$$

82. 平行四邊形的面積



如圖, $ABCD$ 爲平行四邊形. 作 DE 於直垂 AB, 則 AB 叫做平行四邊形的底, DE 叫做平行四邊形的高.

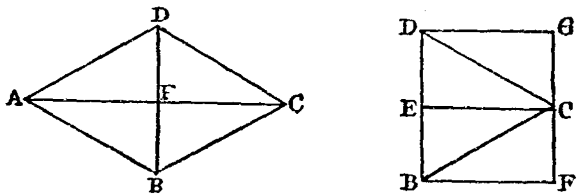
若用剪刀把 $\triangle AED$ 剪下,移至 $\triangle BFC$ 的位置,則成長方形 $DEFC$.

從此可知.

平行四邊形的面積,等於底乘高.

用式表示,則　　$A = bh.$

83. 菱形的面積



如圖，$ABCD$為菱形. 用剪刀把$\triangle AED$和$\triangle ABE$剪下，移至$\triangle DCG$和$\triangle BFC$的位置，拼或長方形$BFGD$

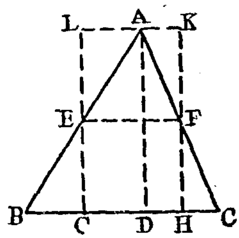
所以　$ABCD=BFGD=BF\times FG=\frac{1}{2}AC\times BD.$

從此可知，

菱形的面積，等於兩對角線相乘積的一半.

用式表示則，　$A=\frac{1}{2}d_1d_2.$

84. 三角形的面積



如圖，ABC為三角形，從A作AD垂直於BC，則BC叫做三角形的底，AD叫做三角形的高.

求AB和AC的中點E和F，作EG和FH都垂直於BC. 用剪刀把三角形BGE剪下，移至三角形ALE的位置，又把三角形FHC剪下，移至三角形FKA的位置，拼成長方形$GHKL$.

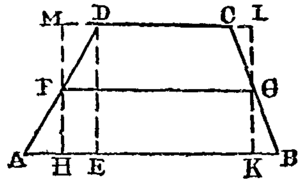
所以　$ABC=GHKL=GH\times HK=\frac{1}{2}BC\times AD.$

從此可知.

三角形的面積,等於底同高相乘積的一半,

用式表示,則　　　$A=\frac{1}{2}bh.$

85.　菱形的面積



如圖, $ABCD$ 為梯形.從 D 作 DE 垂直於 AB, 則 AB 叫做梯形的下底, DC 叫做梯形的上底, DE 叫做梯形的高.

求 AD 和 BC 的中點 F 和 G, 作 FH 和 GK 都垂直於 AB. 用剪刀把三角形 AHF 剪下,移至三角形 DMF 的位置,又把三角形 GKB 剪下,移至三角形 GLC 位置,拚成長方形 $HKLM$.

所以　　$ABCD=HKLM=HK\times KL$

$$=\frac{1}{2}(AB+DC)DE.$$

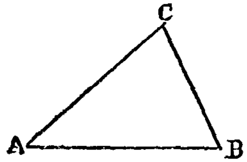
從此可知,

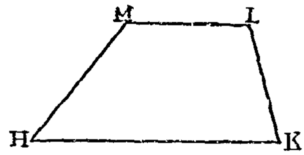
梯形的面積,等於上下兩底的半和乘高.

用式表示,則　　$A=\frac{1}{2}(b_1+b_2)h.$

習題十四

1.　如圖, ABC 為已知三角形.試剪裁拚成平行四邊形.





2. 如圖 $HKLM$ 爲梯形,試剪裁拚成平行四邊形.

3. 已知平行四邊形的底爲7.2市寸,高爲5.6市寸,求面積.

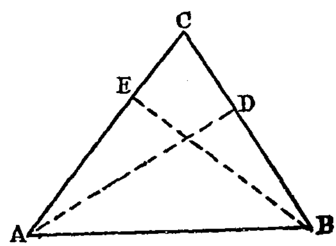
4. 三角形的面積爲56平方公分,底爲16公分,問高是多少?

5. 已知菱形的兩對角線是2市寸和18市寸,求面積.

6. 有田地一塊,成一梯形.上下兩底爲852市丈和1346市丈,高爲350市丈,若每市畝田價200元,問共值幾元?

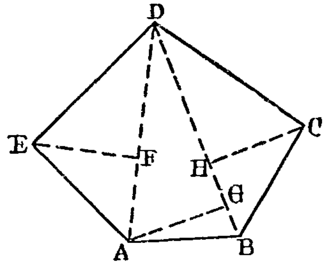
7. 有正方形.其對角線爲2.8公分,問面積多少?

8. 如圖,ABC 爲已知三角形.用圓規和尺作 AD 垂直於 BC,試用市尺量 BC 和 AD 的長,並計算面積.若從 B 作 BE 垂直於 AC,再量 AC 和 BE 的長,並計算面積,問結果是否相同?



86. 多角形的面積

如圖, $ABCDE$ 爲已知的五角形. 畫 AD 和 BD, 則分此五角形爲三個三角形. 作 $EF\perp AD$, $AG\perp BD$, 和 $CH\perp BD$ 用公尺量 AD, EF, BD, AG, 和 CH 的長如下:



$AD=$ 　　公分, $EF=$ 　　公分, $\frac{1}{2}AD\times EF=$ 　　平方公分.

$BD=$ 　　公分, $AG=$ 　　公分, $\frac{1}{2}BD\times AG=$ 　　平方公分

$AD=$ 　　公分, $CH=$ 　　公分, $\frac{1}{2}BD\times CH=$ 　　平方公分

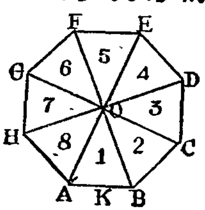
$ABCDE$ 的面積 $=ADE$ 的面積 $+ABD$ 的面積 $+BCD$ 的面積 $=\frac{1}{2}AD\times EF+\frac{1}{2}BD\times AG+\frac{1}{2}BD\times CH$

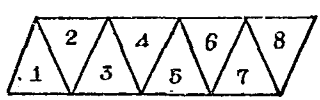
$=$ 　　平方公分.

從此得求多角形面積的規則如下:

先分多角形爲若干三角形, 求各三角形的面積, 再求各三角形面積的和, 即得多角形的面積.

87. 正多角形的面積





如圖,$ABCDEFGH$爲正八角形.其中有一點O距各頂點等遠,距各邊也是等遠,叫做正多角形的中心.從O作OK垂直於AB,則OK叫做邊心距.

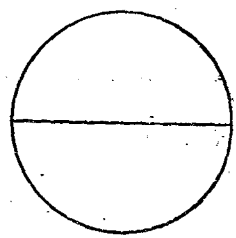
用剪刀依$OA, OB, OD, OC, OE, OF, OG, OH$剪開,則分此正八角形爲八個等大的三角形,拚起來則成平行四邊形.此平行四邊形的底,等於正八角形的半周,此平行四邊形的高,等於正八角形的邊心距.

從此可知,

正多角形的面積,等於半周同邊心距的相乘積.

用式表示則 $A=\frac{1}{2}Pr.$

88. 圓周率



以任意大爲半徑在硬紙上作圓.用剪刀依圓周剪下,用線繞此硬紙周圍,量其長,再量此圓直徑的長,並計算圓周同直徑的比:

圓周的長= 公分,

直徑的長= 公分, $\frac{圓周}{直徑}=$

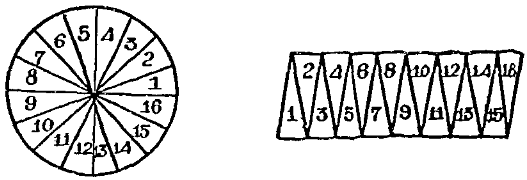
圓周同直徑的比稱爲圓周率,從實驗可知約爲3.14,通常用π表示此數.

從此得下面的結論:

圓周等於3.14乘直徑,或6.28乘半徑.

用式表示,則　$C=3.14D=6..8R.$

89. 圓的面積



如圖,用剪刀把圓剪爲十六等式,拼合則成一圖形,很像平行四邊形.若把這圓剪爲32,64……等分,如法拼合則等分的份數愈多,拼成的圖形,愈近於平行四邊形.此平行四邊形的底等於圓的半周,此平行四邊形的高等於圓的半徑.

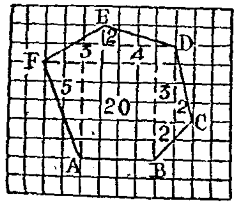
從此可知

圓的面積,等於圓周同半徑相乘積的一半.

因圓周等於6.28乘半徑,所以圓的面積,等於3.14乘半徑的平方.

用式表示,則 $A=\frac{1}{2}CR=\frac{1}{2}\times 6.28RR=3.14R^2=0.785D^2$

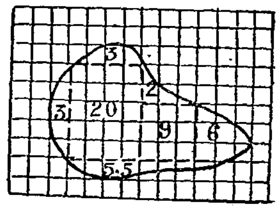
90. 用方格紙求不規則圖形的面積



例一. 如圖, $ABCDEF$ 爲任意六角形. 若分爲幾個直角三角形和長方形. 則其面積爲

$3+2+4+5+20+3+2+2=41$

(方格)

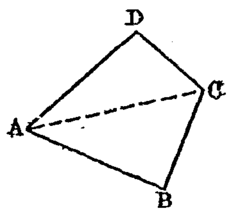


例二. 如圖, 有任意曲線形若分爲幾部份, 則其面積幾近於

$3+3+20+2+9+6+5.5=48.5$

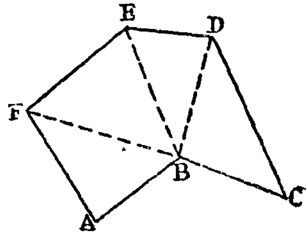
(方格)

習 題 十 五

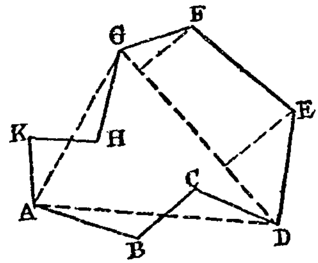


1. 如圖, $ABCD$ 爲已知四邊形, 試用公尺量 ABC 和 ACD 兩三角形的底和高, 然後求四邊形的面積.

2. 如圖, $ABCDEF$ 爲已知六角形, 試用市尺量各三角形的底和高然後求六角形的面積.

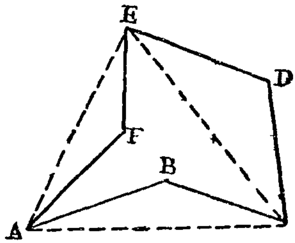


3. 如圖, $ABCDEFGHK$ 爲一不規則的多角形, 分爲幾個



三角形和梯形,試用公尺量各三角形和梯形的底和高,然後求多角形的面積.

4. 如圖, $ABCDEF$ 爲一不規則的多角形,分爲幾個三角形.試用市尺量各三角形的底和高,然後求多角形的面積.



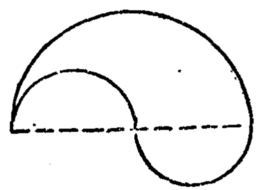
5. 試取一茶杯量其圓周和直徑,然後計算圓周率,所得結果如何?

6. 有一輪盤,直徑爲8.4市寸,問周圍有多少?

7. 圓的半徑爲6.2公分,求面積.

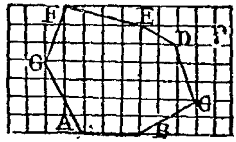
8. 圓周爲31.4公分,求圓面積.

9. 有圓環形,外圓直徑爲12市寸,內圓直徑爲8市寸,求圓環形的面積.

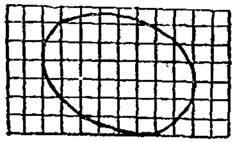


10. 如圖,是直徑4公分的一半圓,同直徑2公分的兩個半圓所圍成的圖形,求面積.

11. 如圖, $ABCDEFG$ 爲已知的七角形. 求面積.

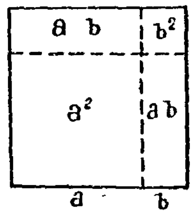


12. 如圖, 爲已知的曲線形. 求面積.



91. 兩線段和的正方形

如圖, a, b 爲兩已知線段. 在 $a+b$ 線段上作正方形, 則此正方形包含四部分. 一爲以 a 爲邊的正方形, 一爲以 b 爲邊的正方形, 其他兩部分則爲以 a, b 爲長寬的長方形.

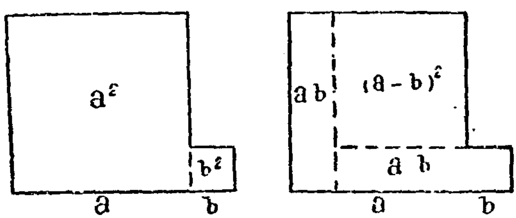


從此得下面的結論:

兩線段和的正方形, 等於兩線段正方形的和, 加兩線段所包長方形的二倍.

用式表示, 則　$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$.

92. 兩線段差的正方形



如左圖, 爲以 a 爲邊和以 b 爲邊兩正方形的和.

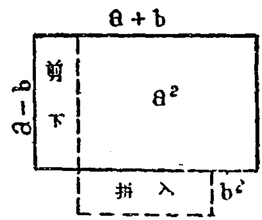
如右圖,此兩正方形的和,可分爲三部分,一部分爲兩線段差的正方形,其他兩部分爲兩線段所包的長方形,

從此得下面的結論:

兩線段差的正方形,等於兩線段正方形的和,減兩線段所包長方形的二倍.

用式表示,則 $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab.$

93. 兩線段和與差所包的長方形.



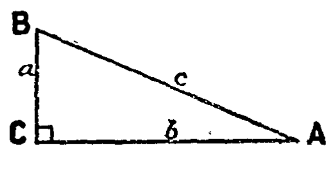
如圖.爲 $a+b$ 和 $a-b$ 所包的長方形.把左邊一部分剪下,拼入下面,則所成圖形,是以 a 爲邊的正方形,和以 b 爲邊的正方形的差.

從此得下面的結論:

兩線段和與差所包的長方形等於兩線段正方形的差.

用式表示,則 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$

94. 直角三角形三邊的關係



例一. 如圖,任作 ABC 直角三角形.用公尺量 a, b, c 三邊的長,並計算 a^2, b^2, c^2 的値,試求

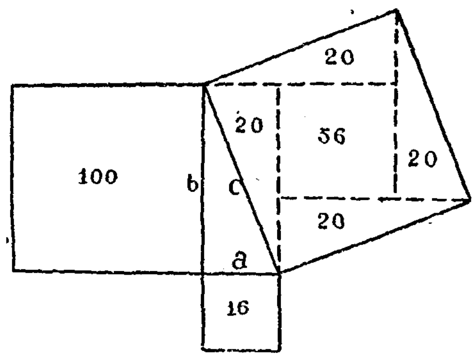
a^2+b^2 和 c^2, 並加比較.

$a=$ 　公分,　$b=$ 　公分,　$c=$ 　公分

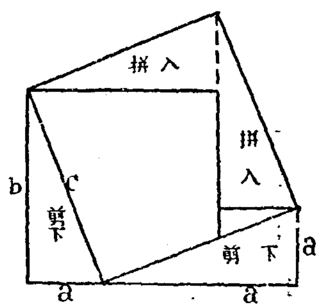
$a^2=$ 　公分,　$b^2=$ 　公分,　$c^2=$ 　公分,

$a^2+b^2=$

例二. 如圖,在方格紙上作直角三角形.使 $a=4, b=10$, 在 a, b, c 上各作正方形 從圖上可見 $a^2=100$, $b^2=16$,

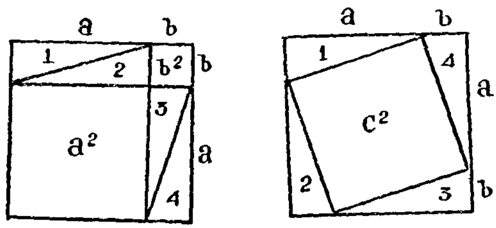


$c^2=20+20+20+20+36=116$.



例三. 如圖,把 a^2 拼在 b^2 的右側,然後用剪刀把左邊和下面兩部分剪下拼入上側和右側則得 c^2.

例四. 如左圖爲以 $a+b$ 爲邊的正方形.除去1, 2, 3, 4,四個直角三角形,則得



a^2+b^2.

如右圖,爲以 $a+b$ 爲邊的正方形,除去1,2,3,4四個直角三角形,則得C^2.

從上各例得下面的結論:

直角三角形夾直角兩邊上正方形的和,等於斜邊上的正方形,

此定理,我國上古時代卽發明.叫做商高定理.在外國爲希臘算學家發明,叫做闢氏定理.

習題十六

1. 在方格紙上作圖,表明 $(3+5)^2=3^2+5^2+2\times3\times5$

2. 在方格紙上作圖,表明 $(8+2)(8-2)=8^2-2^2$.

3. 直角三角形的斜邊爲20公分,夾直角的一邊爲12公分,求他一邊.

4. 長方形的長爲30市寸,寬爲18市寸,求其對角

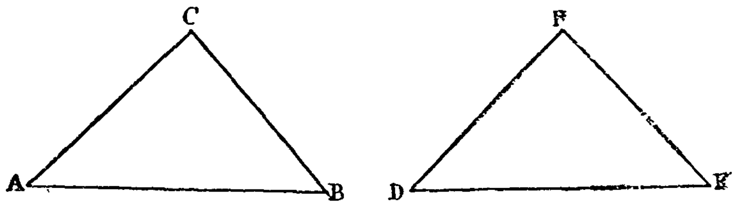
線的長.

5. 正方形的邊為 4 公分,求對角線的長.

6. 一船先向東航行21里,後向南航行28里,問從起點到終點的距離有多少?

第七章　相合形和對稱形

95　相合三角形（一）



如圖，作 $AB=4$ 公分，$B\hat{A}C=45°$，$AC=3$ 公分，連接 BC，得三角形 ABC.

同樣，作 $DE=4$ 公分，$E\hat{D}F=45°$，$DF=3$ 公分，連接 EF，得三角形 DEF.

試用剪刀把 ABC 和 DEF 兩三角形剪下，實驗兩形能否疊合.

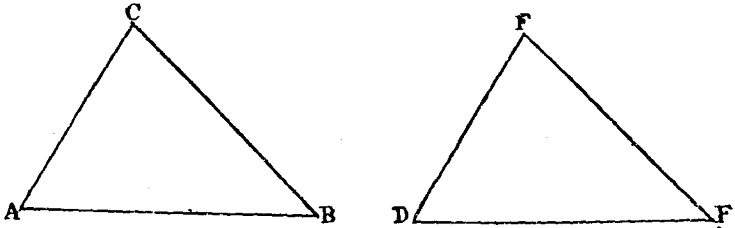
若各人都依樣作一三角形，都剪下如法比較，可知是都能疊合的.

從此得下面的結論：

凡兩三角形的兩對應邊和兩邊所夾的角相等

則相合.

96. 相合三角形 (二)



如圖,作 $AB=4$ 公分, $B\hat{A}C=60°$, $A\hat{B}C=45°$, 則得三角形 ABC.

同樣,作 $DE=4$ 公分, $E\hat{D}F=60°$, $D\hat{E}F=45°$, 則得三角形 DEF.

試用剪刀把 ABC 和 DEF 兩三角形剪下,實驗能否疊合.

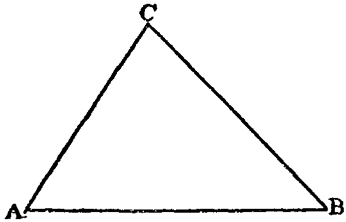
若各人依樣作一三角形,都剪下如法比較,可知是都能疊合的.

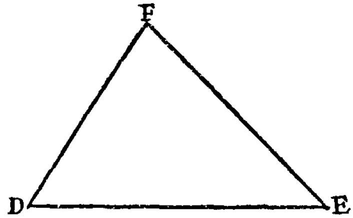
從此得下面的結論:

凡兩三角形的兩對應角和兩角所夾的一邊相等的,則相合.

97. 相合三角形 (三)

如圖,作 $AB=4$ 公分,以 A 爲圓心,以 3 公分的長爲半





徑,作圓弧,又以 B 爲圓心,以 3.5 公分的長爲半徑,作圓弧;兩弧在 C 點相交,聯結 A, C 和 B, C, 得三角形 ABC.

同樣,作 $DE=4$ 公分,以 D 爲圓心,以 3 公分的長爲半徑,作圓弧;又以 E 爲圓心,以 3.5 公分的長爲半徑,作圓弧;兩弧在 F 點相交,聯結 D, F 和 E, F 得三角形 DEF.

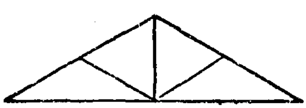
試用剪刀把 ABC 和 DEF 兩三角形剪下,實驗是能否疊合.

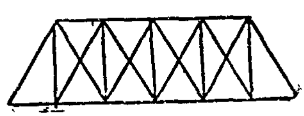
若各人都依樣作一三角形,都剪下如法比較,可知是都能疊合的.

從此得下面的結論:

凡兩三角形的三邊相等的,則相合.

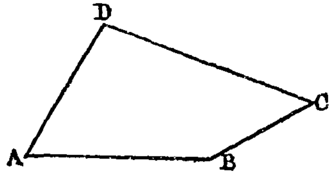
93. 三角形的堅固性.





現代房架和橋梁等建築,都由三角形結合而成.因三角形三邊的長一定時,形狀大小絕不改變.這叫做三角形的堅固性.

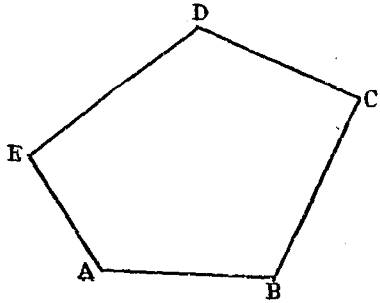
99. 四邊形的作法.



如圖,作 $D\hat{A}B=60°$, $AB=2.5$ 公分, $AD=2$ 公分.以 B 爲圓心,以 1.5 公分的長爲半徑,作圓弧;又以 D 爲圓心,以 3 公分的長爲半徑,作圓弧,兩弧在 C 點相交,聯結 B,C 和 D,C, 則得四邊形 $ABCD$.

從此可知四邊形的四邊和一角一定,則形狀大小也一定.

100. 五邊形的作法



如圖,作 $AB=2.3$ 公分,在 A 點作 $E\hat{A}B=124°$, 在 B 點作 $A\hat{B}C=113°$, 取 $AE=1.8$ 公分, $BC=2.8$ 公分,以 C 爲圓心以 2.4 公分的長爲半徑,作圓弧,以 E 爲圓心以 2.9 公分的長爲半徑,作圓弧,兩弧在 D 相交,則得五邊形 $ABCDE$.

從此可知五邊形的五邊和相鄰兩角一定,則形狀

大小也一定.

習題十七

1. 三角形的兩邊和夾角爲 1.5 市寸, 1.2 市寸, 和 74°, 試用市尺和量角器作此三角形, 同樣, 再作一三角形, 試把所作的兩三角形剪下, 比較一下.

2. 三角形的兩角和夾邊爲 65°, 55°, 和 1.4 市寸, 試用市尺和量角器作此三角形. 同樣, 再作一三角形, 試把所作的兩三角形剪下, 比較一下.

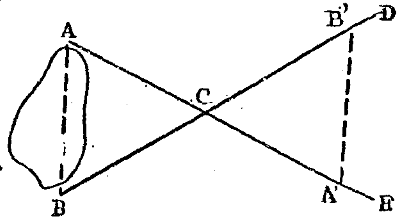
3. 三角形的三邊爲 1.6 市寸, 1.4 市寸和 1.1 市寸, 試用市尺和圓規作此三角形. 同樣, 再作一三角形, 試把所作的兩三角形剪下, 比較一下.

4. 作三角形, ABC (已知 $AB=2.6$ 公分, $A\hat{B}C=80^\circ$, 和 $BC=3.3$ 公分), 並用量角器量 $B\hat{A}C$ 和 $B\hat{C}A$, 又用公尺量 AC 的長.

5. 作三角形 ABC, (已知 $A\hat{B}C=35^\circ$, $A\hat{C}B=108^\circ$, 和 $BC=6.4$ 公分), 並用量角器量 $B\hat{A}C$, 又用公尺量 AB 和 AC 兩邊的長.

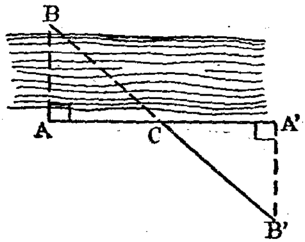
6. 作三角形 ABC, (已知 $BC=6.5$ 公分, $CA=8.8$ 公分. 和 $AB=4.3$ 公分), 並用量角器量三個角.

7. 如圖，A, B 爲池塘對邊的兩點，其距離可用下法求得：



先在 A, B 兩點各立一標桿，然後在陸地上立一標桿點 C，再取一標桿立在 D，使 B, C, D 三點在一直線上．又取一標桿立在 E，使 A, C, E 三點在一直線上．

在 CE 上量 $CA'=CA$，在 CD 上量 $CB'=CB$，然後再量 $A'B'$ 的長，卽爲所求 AB 的距離．



8. 如圖，A, B 爲一河對岸的兩點，其距離可用下法求得：

在河岸上同 AB 成直角的方向定 C, A' 兩點，使 $AC=CA'$，然後在同 CA' 成直角的方向定點 B'，使 B', C, B 三點同在一直線上．則量 $A'B'$ 的長，卽爲所求 AB 的距離．

9. 作三角形 ABC，使 $AB=AC=3.5$ 公分，$B\hat{A}C=50°$，然後用量角器量 $A\hat{B}C$ 和 $A\hat{C}B$，並加比較，可得什麼結論？

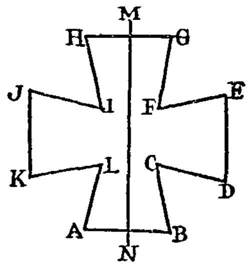
10. 作三角形 DEF，使 $EF=1.2$ 市寸，然後作

$D\hat{E}F = D\hat{F}E = 70°$, 試用市尺量 DE 和 DF 的長,並加比較,可得什麽結論?

11. 作四角形, $ABCD$ (已知 $AB=3.4$ 公分, $BC=2.3$ 公分, $AD=2.6$ 公分, $\hat{A}=8.2°$, $\hat{B}=95°$), 並用公尺量 CD 的長,用量角器量 $\hat{C}$ 及 $\hat{D}$.

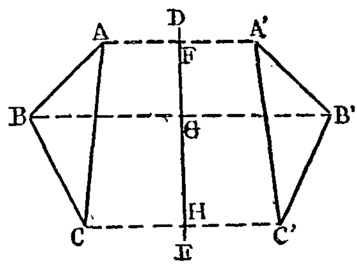
12 作五角形 $ABCDE$, (已知 $AB=4.1$ 公分, $BC=4.4$ 公分, $CD=3.7$ 公分, $DE=4.5$ 公分, $\hat{B}=110°$, $\hat{C}=138°$, $\hat{D}=100°$), 並用公尺量 AE 的長,用量角器量 $\hat{A}$ 和 $\hat{E}$.

101. 對稱的意義



如圖, $ABCDEFGHIJKL$. 依 MN 線摺上,則在 MN 左邊部分,同在 MN 右邊部分疊合. 這樣的圖形,叫做對稱圖形, MN 叫做對稱軸.

102. 作已知圖形的對稱形



如圖, ABC 爲已知三角形. 試以 DE 爲對稱軸,作一三角形,同 $\triangle ABC$ 對稱.

作 $AF \perp DE$, 延長到 A', 使 $AF=FA'$.

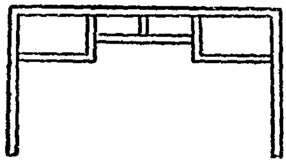
作 $BG \perp DE$, 延長到 B', 使 $BG=GB'$.

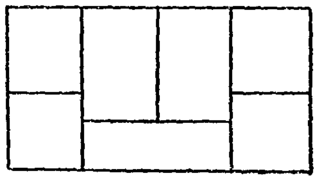
作 $CH \perp DE$, 延長到 C', 使 $CH=HC'$.

聯結 A',B'; B',C'; C',A' 則三角形 $A'B'C'$, 同三角形 A,B,C 對稱.

103. 對稱的應用

各種家具,各種建築,以及各種計劃,各種圖案,大多數是對稱形,茲舉兩例如下:

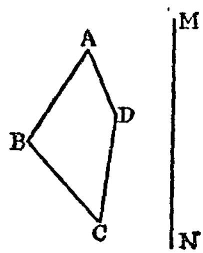




習題十八

1. 舉幾個關於對稱的例子.

2. 如圖,以 MN 爲對稱軸,作 $ABCD$ 的對稱圖形 $A'B'C'D'$. 試用剪刀把 $ABCD$ 和 $A'B'C'D'$ 剪下,實驗能否疊合.



3. 作一二等邊三角形,和三角形頂角的分角線. 試依此分角線摺合,驗看左邊是否同右邊疊合,所得結論如何?

4. 作一正方形,並表明對稱軸,問正方形的對稱

軸有幾?

5. 作一正三角形,表明對稱軸.問正三角形的對稱軸有幾?

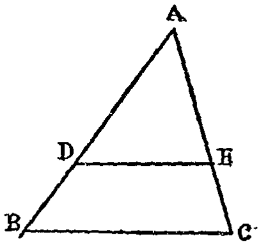
6. 作一正六角形,表明對稱軸.問正六角形的對稱軸有幾?

7. 平行四邊形若以對角線爲對稱軸,則平行四邊形該叫做什麽?

8. 圓的對稱軸是什麽?

第八章　比例線段和相似形

104. 平行線的比例線段



如圖，ABC 爲已知三角形，任作 DE 平行於 BC，試用公尺量 AD，DB，AE，EC 的長，求 $\frac{AD}{DB}$ 和 $\frac{AE}{EC}$ 兩比，並加比較。

$AD=$　　公分　　$AE=$　　公分

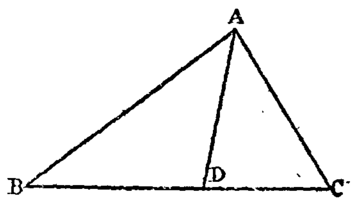
$DB=$　　公分　　$EC=$　　公分

$\frac{AD}{DB}=$　　　　$\frac{AE}{EC}=$

從此得以下的結論：

平行於三角形底邊的線，分其餘兩邊各爲兩份成比例。

105. 三角形的分角線



如圖，ABC 爲已知三角形。作 $\hat{BAC}$ 的分角線 AD，同 BC 在 D 點相交，試用公

尺量 AB, AC, BD, DC 的長,求 $\frac{AB}{AC}$, $\frac{BD}{DC}$ 兩比,並加比較.

$AB=$ 公分 $BD=$ 公分

$AC=$ 公分 $DC=$ 公分

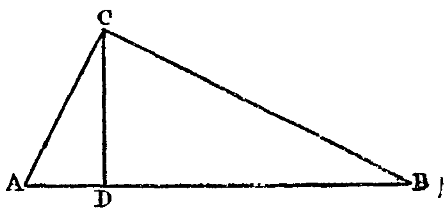
$\frac{AB}{AC}=$ $\frac{BD}{DC}=$

由此得下面的結論:

三角形一角的分角線,分對邊爲兩份,兩份的比,等於夾角兩邊的比.

106. 直角三角形的比例線段

如圖, ABC 爲已知直角三角形, C 爲直角.從 C 作 CD 垂直於 AB, 試用公尺量 AD, DB, CD 的長,求 $\frac{AD}{CD}$, $\frac{CD}{DB}$ 兩比,並加比較.



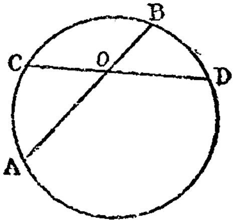
$AD=$ 公分 $CD=$ 公分 $BD=$ 公分

$\frac{AD}{CD}=$ $\frac{CD}{BD}=$

從此得下面的結論:

從直角三角形的直角頂向斜邊作垂線,分斜邊爲兩份,則垂線爲斜邊上兩份的比例中項.

107. 圓的比例線段



如圖, AB, CD 爲圓內兩已知弦,在點 O 相交.試用公尺量 OA, OB, OC, OD 的長,求 $\frac{OA}{OC}$, $\frac{OD}{OB}$ 兩比,並加比較.

$OA=$ 　　公分　　$OD=$ 　　公分

$OC=$ 　　公分　　$OB=$ 　　公分

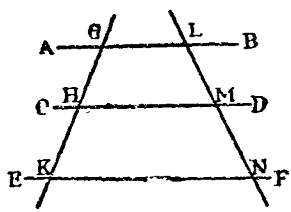
$\frac{OA}{OC}=$ 　　　　　　$\frac{OD}{OB}=$

從此得下面的結論:

圓內兩弦相交,以一弦的兩份爲比例內項,他一弦的兩份即爲比例外項.

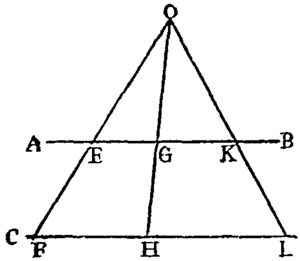
習題十九

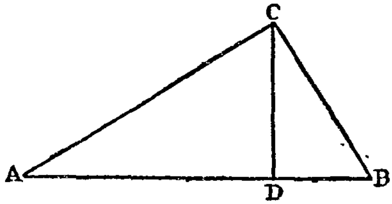
1. 如圖, $AB \parallel CD \parallel EF$, 任作兩直線同 AB, CD, EF 相交,試用公尺量 GH, HK, LM, MN 的長,求 $\frac{GH}{HK}$, $\frac{LM}{MN}$ 兩比,並加比較,所得結論如何?



2 如下左圖, $AB \parallel CD$, 從 O 任作三直線,同 AB, CD 相交,試用市尺量 EG, GK, FH, HL 的長,求 $\frac{EG}{GK}$, $\frac{FH}{HL}$ 兩

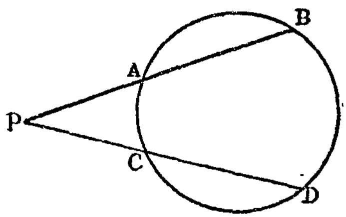
比,並加比較,所得結論如何?





3. 如上右圖,ABC為直角三角形.作CD垂直於AB,用公尺量 AC, AD, AB 的長,求 $\frac{AD}{AC}$, $\frac{AC}{AB}$ 兩比,並加比較,所得結論如何?

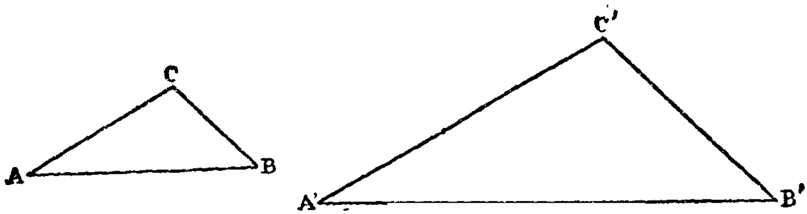
4. 如圖, PAB, PCD 為由定圓外的一定點 P 向定圓周所作的兩割線.試用市尺量 PA, PB, PC, PD的長,求$\frac{PA}{PB}$, $\frac{PC}{PD}$ 兩比,並加比較,所得結論如何?



108. 相似三角形

例一. 如圖,作 $\hat{A}B=3$ 公分, $\hat{A}=30°$, $\hat{B}=45°$, 得三角形 A, B, C; 又作 $A'B'=6$ 公分, $\hat{A}'=30°$, $B'=45°$,得三角形 $A'B'C'$. 試用公尺量 AC, BC, $A'C'$, $B'C'$, 求 $\frac{AB}{A'B'}$, $\frac{AC}{A'C'}$,

$\frac{BC}{B'C'}$,三比,並加比較.



$AC=$　　公分　　$BC=$　　公分

$A'C'=$　　公分　　$B'C'=$　　公分

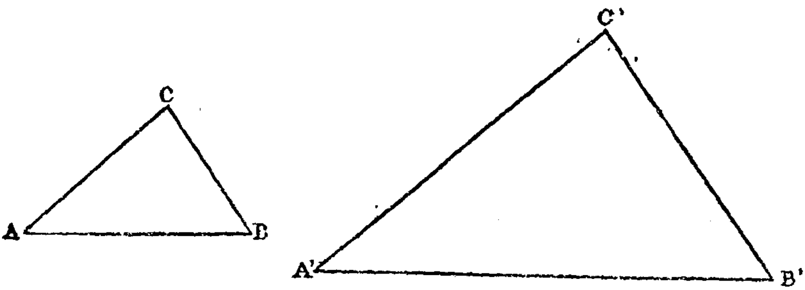
$\frac{AB}{A'B'}=$　　　$\frac{AC}{A'C'}=$　　　$\frac{BC}{B'C'}=$

從此得下面的結論:

兩三角形的對應角相等,則對應邊成比例.

兩圖形的對應角相等,對應邊成比例,這兩圖形叫做相似形.例如用照像器照出的像同原形相似.

例二.　如圖,以3公分,2.5公分,2公分為三邊作



三角形 ABC;又以6公分,5公分,4公分爲三邊,作三角形 $A'B'C'$.試用量角器量 $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$; $\hat{A}'$, $\hat{B}'$, $\hat{C}'$, 並加比較.

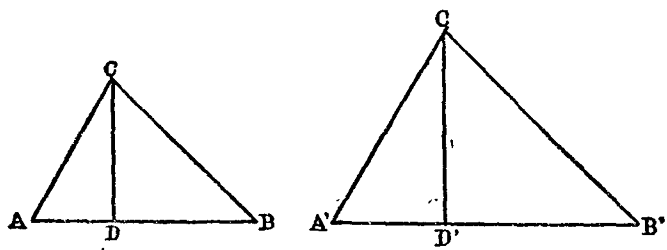
$\hat{A}=$　　度,　$\hat{B}=$　　度,　$\hat{C}=$　　度.

$\hat{A}'=$　　度,　$\hat{B}'=$　　度,　$\hat{C}'=$　　度.

從此得下面的結論:

兩三角形的對應邊成比例,則對應角相等.

109. 相似形面積的比



如圖, ABC 和 $A'B'C'$ 爲兩相似三角形.作 $CD\perp AB$, $C'D'\perp A'B'$, 用公尺量 AB, CD, $A'B'$, $C'D'$ 的長如下:

$AB=$　　公分　　　$A'B'=$　　公分

$CD=$　　公分　　　$C'D'=$　　公分

$(AB)^2=$　　　　　$(A'B')^2=$

$\frac{1}{2}AB\times CD=$　　　$\frac{1}{2}A'B'\times C'D'=$

$\frac{(AB)^2}{(A'B)'^2}=$　　　$\frac{\frac{1}{2}AB\times CD}{\frac{1}{2}A'B'\times C'D'}=$

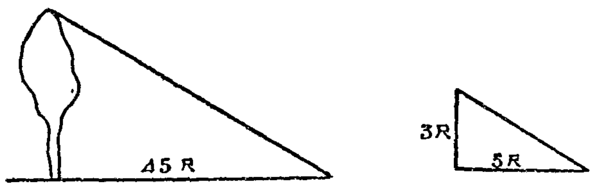
從此得下面的結論:

相似三角形面積的比,等於相當邊平方的比.

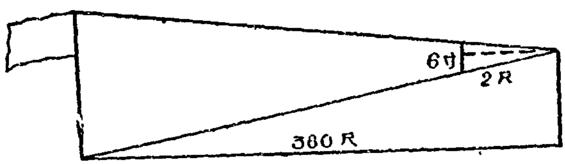
習題二十

1. 作兩三角形,使三角彼此相等,試求對應邊的比.

2. 作兩三角形,使一三角形的三邊,依次爲他三角形三邊的三倍,試量兩三角形的三角,比較三角的大小.



3. 如圖,樹影長 45 尺,同時有一桿立於地上,影長 5 尺,求樹高.



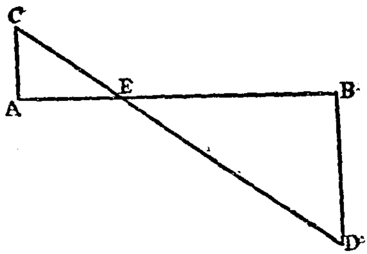
4. 如圖,以 6 寸長的鉛筆,放於眼前 2 尺的地方,從鉛筆兩端正見一旗竿的兩端.若旗竿離人 360 尺,則

旗竿的長是多少?

5. 一三角形的三邊是 4 公分, 4.5 公分, 6 公分; 又有一三角形同他相似,最大邊爲 14 公分,問其餘兩邊的長是多少?

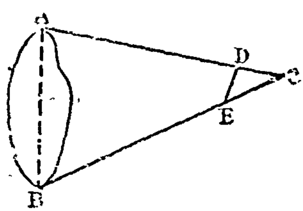
6. 兩三角形相似,一三角形的三邊爲 4.6 市寸, 5.2 市寸, 5.9 市寸,另一三角形的對應邊爲 2.5 公分, x 公分, y 公分,求 x, y 的值.

7. 如圖, $AB=4.2$ 公分. 作 AC 和 BD 都垂直於 AB, 取 $AC=1$ 公分, $BD=2$ 公分, 畫 CD 和 AB 在點 E, 相交, 則 E 分 AB 爲兩份, 其比爲 1 : 2. 試量 AE, EB, 求 $\frac{AE}{EB}$, $\frac{AC}{BD}$ 兩比,並加比較.



8. 作 $MN=1.5$ 市寸,試依 2 : 3 分 AB 爲兩份.

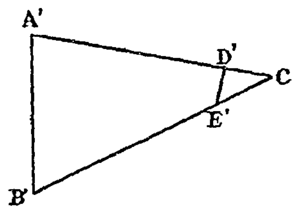
110. 簡易測量,縮尺作圖,和用量法解三角形,求面積.



例一. 如圖, A, B 爲一池塘對邊的兩點,試測 A, B 兩點間的距離.

因 A, B 間的距離不易直接量得,乃設法間接推求.在陸地上定一點 C, 用尺量得 AC 的長為65市尺,BC 的長為 70 市尺.在 AC 上取點 D,量得 CD 的長為 12 市尺.在 BC 上取點 E, 量得 CE 的長為 16 市尺.又量得 DE 的長為 10 市尺,則 AB 的長,可以設法求得.

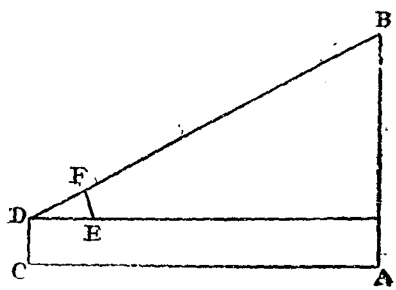
若把 1 公分代表 20 市尺,用此縮尺作圖如下:



作 $C'E'=0.8$ 公分;以 C' 為圓心以0.6公分的長為半徑作圓弧,又以 E' 為圓心以 0.5 公分的長為半徑作圓弧;兩弧在點 D 相交,聯結 C', D, 延長到 A', 使 $A'C'=3,25$ 公分,聯結 C', E', 延長到 B', 使 $B'C'=2.5$ 公分.

聯結 A', B', 用公尺量得　　公分

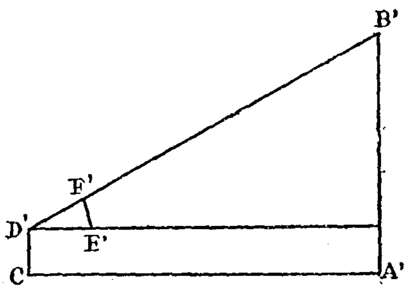
因 1 公分代表 20 市尺,所以 A, B 間距離為　　市尺.



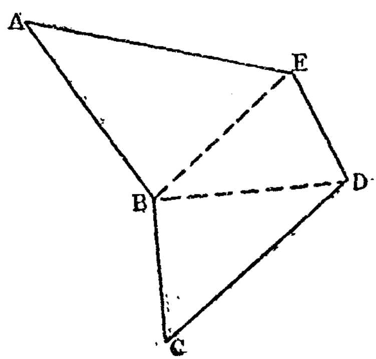
例二. 如圖,AB 為一物體的高,用一木桿先放在水平位置,如圖中

的 DE. 然後使此桿對於點 D 旋轉,直至 DFB 在一直線上.用尺量得 $CA=46$ 市尺, $DE=DF=8$ 市尺, $EF=5$ 市尺,若人高 $CD=6$ 市尺,則 AB 的高可用下法推求:

若把 1 公分代表 10 市尺,用此縮尺作圖如下:



作 $C'A'=4.6$ 公分,作 $A'B'\perp C'A'$, 又作 $C'D'\perp C'A'$, 使 $C'D'=0.6$ 公分, 作 $D'E'\parallel C'A'$, 使 $D'E'=0.8$ 公分. 以 D' 爲圓心,以 0.8 公分的長爲半徑,作圓弧; 以 E' 爲圓心,以 0.5 公分爲半徑作圓弧,兩弧在 F' 相交,聯結 D',F', 延長,同 $A'B'$ 聯結相交於 B'.



試用公尺量 A,B' 的長爲　　公分.

因 1 公用代表 10 市尺,所以 AB 的高爲　　市尺.

例三. 如圖, $ABCDE$ 爲一塊土地,求面積.

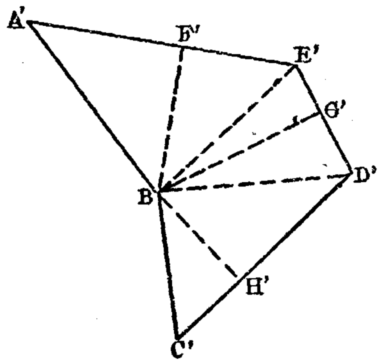
用市尺量得下列各長度:

$AB=290$ 市尺, $BC=190$ 市尺, $CD=320$ 市尺,

$DE=170$ 市尺, $EA=360$ 市尺, $BE=250$ 市尺,

$BD=260$ 市尺

若把 1 公分代表 100 市尺,用此縮尺作圖如下:



先作 $A'B'=2.9$ 公分,以 A' 爲圓心,以 3.6 公分的長爲半徑作圓弧;以 B' 爲圓心,以 2.5 公分的長爲半徑作圓弧;兩弧在 E' 相交.以 E' 爲圓心,以 1.7 公分的長爲半徑作圓弧,以 B' 爲圓心,以 2.6 公分的長爲半徑作圓弧,兩弧在 D' 相交.以 D' 爲圓心以 3.2 公分的長爲半徑作圓弧;以 B' 爲圓心,以 1.9 公分的長爲半徑,作圓弧,兩弧在 C' 相交.

依次聯結 A', B', C', D', E',得五角形 $A'B'C'D'E'$.

作 $B'F'\perp A'E'$, $B'G'\perp D'E'$, $B'H'\perp C'D'$.

用公尺量得 $B'F'$, $B'G'$. $B'H'$ 的長如下:

$B'F'=$　　公分, $B'G'=$　　公分, $B'H'=$　　公分

$\triangle A'B'E' = \frac{1}{2}A'E' \times B'F' =$ 平方公分
$\triangle B'D'E = \frac{1}{2}D'E' \times B'G' =$ 平方公分
$\triangle B'C'D' = \frac{1}{2}C'D' \times B'H' =$ 平方公分

$\therefore$ $A'A'C'D'E'$ 之面積 $=$ 平方公分

因1公分代表100市尺,所以1平方公分代表10000平方市尺.

所以 $ABCDE$ 的面積爲　　　　平方市尺.

因1市畝 $=6000$ 平方市尺,所以 $ABCDE$ 的面積爲　　　　市畝.

習題二十一

1. 兩船同時離一港口,一向東走,每時走10市里;一向東北走,每時走12市里.問兩小時後兩船相距多少?

2. 一人先由 A 向東走8市里到 B,然後向東南走5市里到 C,問 AC 的距離是多少?

3. B 在 A 的正北,AB 的距離爲55市里;C 在 A 的西北,AC 的距離爲40市里.求 BC 的距離.

4. 從一船上見一燈塔,其方向爲北 $30°$ 西.此船依北 $25°$ 東的方向前進8市里後,則見此燈塔的方向爲北 $80°$ 西.求船兩次對於燈塔的距離.

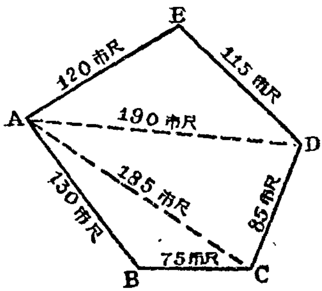
5. 樹高15市尺,影長8市尺,求此時太陽的高度角.

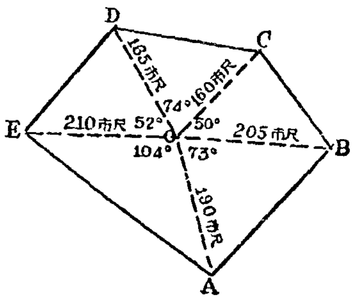
6. 塔頂上立一旗竿,在平地上距塔底40市尺的地方測得旗竿頂的仰角爲50°,塔頂的仰角爲40°.求塔高和旗竿的長.

7. 一人在某處測得山頂仰角爲25°,向山頂前進100市尺後,再測得山頂仰角爲32°.求此山的高.

8. $ABCD$爲四角形的田地.量得$\hat{A}=70°$, $AB=210$市尺, $BC=180$市尺, $CD=165$市尺, $AD=150$市尺.試求此田的面積.

9. 如下左圖, $ABCDE$爲五角形田地.用市尺量得AB, AC, AD, AE, BC, CD, DE的長,如圖所示.求面積.





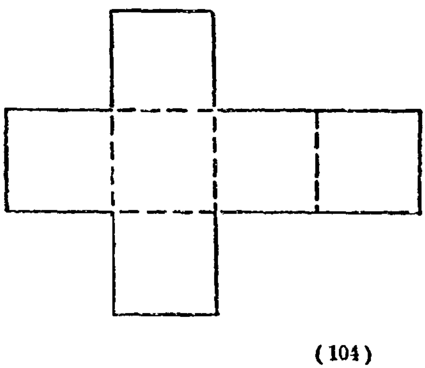
10. 如上右圖, $ABCDE$爲五角形田地, O爲田內的一點.在點O測得各距離和各角度,如圖所示,求面積.

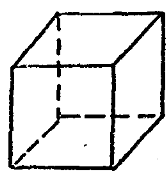
第九章　立體的面積和體積

111. 體積和體積的單位

凡是一件東西,小如鉛筆,墨水瓶,大如棹椅,房屋,都在空間佔據一部分地位.這種有界限的空間,不問其物質,顏色,輕重,等等如何,祇問其大小,形狀,位置時,叫做立體.立體大小的量,叫做體積.量體積的單位,以每邊都是一的立方體爲標準.每邊都是一公分的立方體,體積爲一立方公分.每邊都是一市寸的立方體,體積爲一立方市寸.餘類推.

112. 立方體的模型和全面積





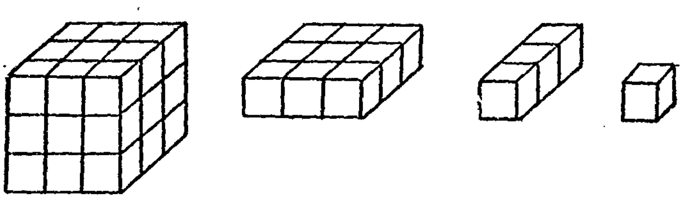
如圖,在硬紙上作六個正方形,正方形的邊長4公分,然後用剪刀依實線剪下,依虛線摺合則圍成一立方體.

此六面正方形面積的和,叫做此立方體的全面積,從此得下面的結論:

立方體的全面積,爲其一邊平方的六倍.

用式表示則, $A=6s^2$.

113.　立方體的體積



如圖,爲每邊3公分的立方體,此立方體可分爲3層,每層又可分爲3條,共9條.每條更可分爲3塊.共27塊.每塊爲每邊一公分的立方體.從此可知此立方體的體積爲3×3×3立方公分,即27立方公分.

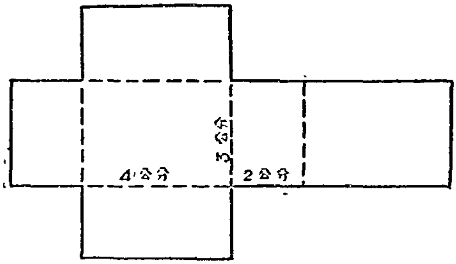
又每邊爲4公分的立方體,其體積爲4×4×4立方公分,即64立方公分.餘類推.

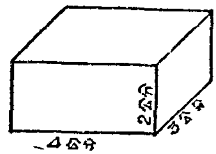
從此得下面的結論:

立方體的體積,等於邊的立方.

用式表示則，$V=s^3$.

114. 長方體的模型和全面積





如圖，在硬紙上作六個長方形，其尺寸如圖所示.然後用剪刀依實線剪下，依虛線摺合，則圍成一長方體.此六個長方形面積的和，叫做此長方體的全面積

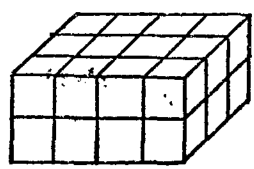
從此可知，此長方體的全面積爲

$$2(4\times3+4\times2+3\times2)=52\text{ 平方公分}$$

若長方體的長，寬，高依次爲 l, w, h，則其全面積爲，

$$T=2(lw+lh+wh)$$

115. 長方體的體積.



如圖，爲長等於4公分，寬等於3公分，高等於2公分的長方體，則此長方體可分爲2層，每層可分爲4條，共8條.每條更可分爲3塊，共24塊.每塊爲每邊都等於一公分的立方體.

所以此長方體的體積,爲 $2\times3\times4=24$ 立方公分.從此得下面的結論:

長方體的體積,等於長,寬,高的連乘積.

用式表示則,　　　$V=lwh.$

習題二十二

1. 立方體的一邊爲 5 市寸,則其全面積有多少?

2. 立方體的一邊爲 2.4 公分,則其全面積有多少?

3. 立方體的全面積爲 384 平方市寸,則其一邊長多少?

4. 一立方市丈等於多少立方市寸?

5. 有開口木箱,長 6 市尺,寬 4 市尺,高 3 市尺,用鐵皮襯裏.問共用鐵皮多少?

6. 有長方水池,長 8 市尺,寬 6 市尺,高 4 市尺,問能容水多少?

7. 有鐵一條,長 2 市尺,4 市寸,寬 5 市寸,厚 3 市寸,若一立方市尺的鐵重 550 市斤,問此鐵條共重多少?

8. 有一長方體,其體積爲 792 立方公分,長爲 11 公分,寬爲 9 公分,問高多少?

9. 有掘土工人,每日可掘二立方市丈的土.現在

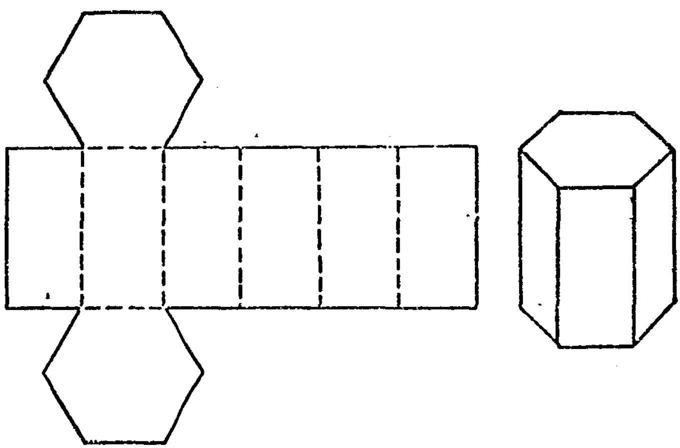
要掘長 480 市尺,寬 16 市尺,深 14 市尺的溝,問要幾日完工?

10. 現在要砌長 110 市尺,高 8 市尺,厚 12 市寸的牆所用磚厚 2 市寸,寬 5 市寸,長 10 市寸,問該用磚多少?

11. 用圖說明 $a\times b\times c=a\times c\times b$.(設 a, b, c 爲長方體的長,寬,高).

12. 用圖說明 $a\div b\div c=a\div c\div b$.(設 a 爲長方體的體積, b 爲長, c 爲寬).

116. 角柱體積模型和側面積.



如圖,在硬紙上作六個長方形,每個長方形的長爲 4 公分,寬爲 2 公分.又作兩個正六角形,每邊長 2 公分.然後用剪刀依實線剪下,依虛線摺合,則成正六角柱體

長方形爲此正六角柱體的側面,正六角形爲其底面.

從圖可知,此正六角柱體的側面積,爲

$$6\times4\times2=48 \text{ 平方公分.}$$

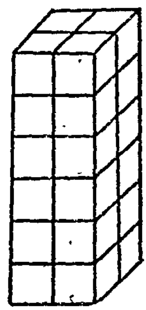
因 $6\times2=12$ 公分,爲此正六角柱體底的周圍,4 公分爲其高,所以正六角柱體的側面積,爲底的周圍乘高.若底爲正三角形,則爲正三角柱體.若底爲正八角形,則爲正八角柱體.餘類推,結果都一樣.

所以即得下面的結論:

正角柱體的側面積,等於底的周圍乘高.

用式表示,則 $L=Ph$

117. 角柱體的體積



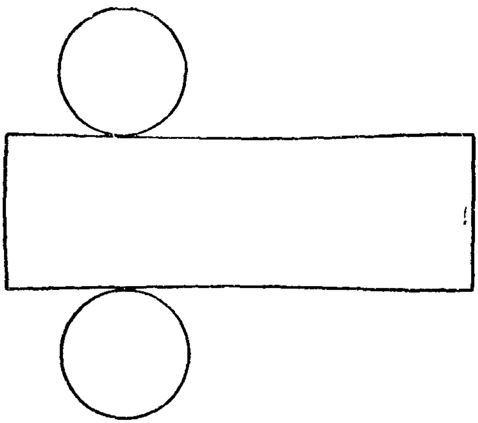
如圖,爲正四角柱體.底爲正方形,每邊長 2 公分,此角柱體的高爲 6 公分.此正四角柱體可分爲 6 層,每層更可分爲 4 塊,共 24 塊,每塊都是每邊一公分的立方體,所以此正四角柱體的體積,爲 $4\times6=24$ 立方公分.因此正四角柱體的底爲正方形,其面積爲 $2\times2=4$ 平方公分,所以此正四角柱體的體積,等於底面積乘高,同樣正三角柱體,正六角柱體,等等的體積,也等於底面積乘高.

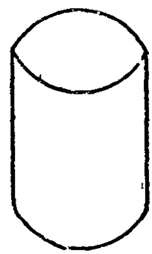
從此即得下面的結論：

正角柱體的體積，等於底面積乘高.

用式表示，則 $V=Bh$.

118. 圓柱體的模型和側面積





如圖，在硬紙上作兩個等大的圓，其半徑都是 2 公分.又作一長方形，其長等於圓周，其高爲 4 公分.然後用剪刀依實線剪下，連接長方形的左右兩邊，以兩圓爲上下底，所成的立體，叫做正圓柱體.可知正圓柱體的側面積，原爲長方形，所以此正圓柱體的側面積，爲

$$2\pi\times2\times4=16\times3.14=50.24 \text{ 平方公分.}$$

從此得下面的結論：

正圓柱體的側面積，等於底的周圍乘高.

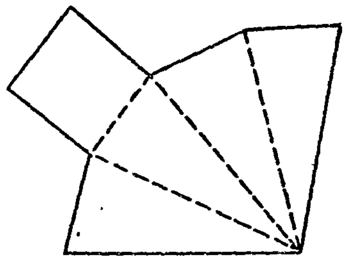
用式表示,則 $\underline{L=2\pi rh.}$

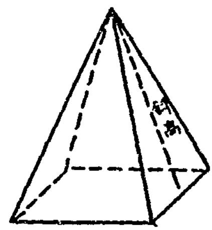
119. 正圓柱體的體積.

求正圓柱體的體積,同求正角柱體的體積一樣,也是用底面積乘高.若 r 爲底的半徑,h 爲高,則體積爲,

$$\underline{V=\pi r^2h.}$$

120. 角錐體的模型和側面積.





如圖,在硬紙上作四個等腰三角形,腰長 6 公分,底長 2 公分.又作一正方形,每邊長 2 公分.用剪刀依實線剪下,依虛線摺合,圍成的立體叫做正四角錐體.各等腰三角形叫做此正四角錐體的側面,正方形爲其底.又各等腰三角形的高,叫做正四角錐體的斜高.

從圖可知各等腰三角形的高,爲

$$\sqrt{6^2-1^2}=\sqrt{35}=5.9 \text{ 公分.}$$

各等腰三角形的面積,爲

$$\tfrac{1}{2}\times 2\times 5.9=5.9 \text{ 平方公分.}$$

所以正四角錐體的側面積,爲

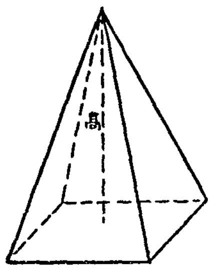
$$5.9\times 4=23.6 \text{ 平方公分}.$$

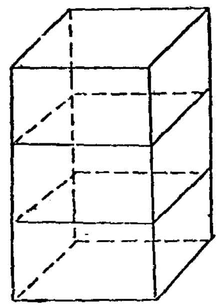
從此得下面的結論:

正角錐體的側面積,等於底的周圍乘斜高的一半.

用式表示,則 $L=\frac{1}{2}PS.$

121. 角錐體的體積





如圖,從角柱體的頂點到底面作垂線,則此垂線的長叫做此角柱體的高.

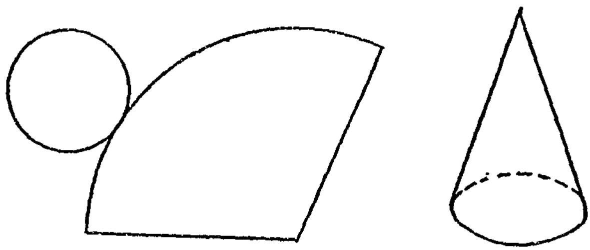
用硬紙製一正四角錐體,和一正四角柱體,同底同高.使錐體沒有下底,柱體沒有上底,然後把錐體內裝滿米穀,注入柱體內.這樣繼續做三次,則柱體內恰巧也滿滿的是米.可知正角錐體的體積,等於同底同高正角柱體體積的三分之一.

從此得下面的結論:

角錐體的體積,等於底面積乘高的三分之一.

用式表示,則　$V=\frac{1}{3}Bh.$

122. 圓錐體的模型和側面積.



如圖,在硬紙上作一小圓,其半徑為 2 公分.又作一大圓弧,其半徑為 6 公分.大圓弧的長等於小圓的周,把大圓弧的兩端同大圓的圓心聯結起來,得兩半徑.用剪刀依實線剪下,然後連接大圓弧的兩半徑使成一直線,以小圓為底,圍成的立體,叫做正圓錐體.

求正圓錐體的側面積,同求正角錐體的側面積相同.也是底的周圍同斜高相乘積的一半.若 r 為正圓錐體底的半徑,則其側面積為

$$L=\frac{1}{2}2\pi rS=\pi rS.$$

123. 圓錐體的體積

求正圓錐體的體積,同求正角錐體的體積一樣,也等於底面積乘高的三分之一.若圓錐體底的半徑為

R, 則其體積為

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h.$$

習題二十三

1. 有正六角柱體,高為9市寸,底面每邊長5市寸,求側面積.

2. 有正圓柱體,高為8公分,底的半徑為3公分,求側面積.

3. 有正三角柱體,底面積為5平方市尺,高為8市尺,求體積.

4. 有正圓柱形水池,直徑為8市尺4市寸,高為6市尺,問可容水多少?

5, 有正圓柱體,其體積為3078.768立方公分,底的半徑為7公分,求高.

6 有長64市尺的鐵管,外直徑為$2\frac{1}{4}$市寸,厚為$\frac{1}{8}$市寸,若一立方市尺的鐵重550市斤,問此鐵管共重多少?

7. 有正四角錐體,底面每邊長10公分,斜高為12公分,求側面積和全面積(全面積為側面積和底面積的和).

8. 有正三角錐體,高為9市寸,底面每邊長3市寸,

求體積.

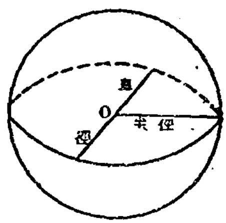
9. 有正圓錐體,斜高爲8公分,底的半徑爲2公分,求側面積和全面積.

10. 有正圓錐體,高爲7市寸,底的半徑爲3市寸,求體積.

11. 有正圓錐體,高爲44公分,底的直徑爲60公分,求體積.

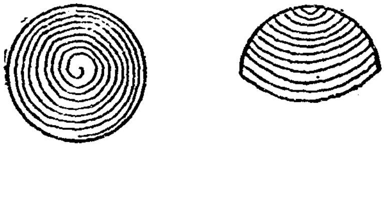
12. 有正圓錐體,其體積爲88立方市寸,底的半徑爲2市寸,求高.

124. 球的意義



如圖,立體表面上各點對於其中一定點O的距離常相等,此立體叫做球,定點叫做球心.從球心到球的表面上任一點所作的直線,叫做球的半徑;經過球心任作一直線兩端到球面爲止,叫做球的直徑.

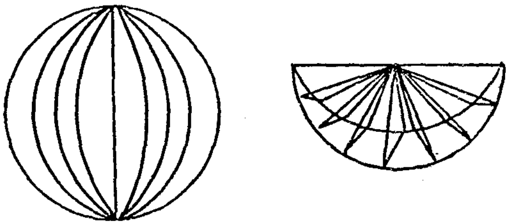
125. 球的面積



如圖,用軟繩盤繞於半球的曲面上,把半球的曲面盤滿爲止.然後再將此

繩盤繞於與球同半徑的平圓上，也盤滿爲止.即可知所用的繩，確爲第一次所用的一半.從此可知球的半徑若爲r，半球面積爲$2\pi r^2$.所以全球面積$A=4\pi r^2$.若球的直徑爲d則全球面積$A=\pi d^2$.

126.　球的體積.



如圖，把一個球像切西瓜一樣切成十六個半圓瓜片.再把各瓜片切成八部，每部幾近於相等的角錐體，共九十六個.各角錐體的頂點都是球心，其底面積都是球面積九十六分之一，高都是球的半徑

若球的半徑爲r，則各角錐體的體積，爲

$$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{96}\times 4\pi r^2\right)\times r$$

所以球的體積，爲

$$V=96\times\frac{1}{3}\left(\frac{1}{96}\times 4\pi r^2\right)\times r=\frac{4}{3}\pi r^3.$$

若球的直徑爲d，則$V=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3=\frac{1}{6}\pi d^3.$

習題二十四

1. 甲球的半徑爲3市寸,乙球的直徑爲5市寸,問甲球的面積比乙球的面積大多少?

2. 大球半徑爲小球半徑的三倍,問大球面積爲小球面積的幾倍?

3. 半球的面積爲153.86平方公分,求其半徑.

4. 球的半徑爲8市寸,求體積.

5. 甲球的直徑爲乙球的直徑的三倍,問甲球的爲積體乙球的體積的幾倍?

6. 有空球殼,外半徑爲24公分,厚爲2公分,問體積多少?

7. 球的面積爲100π平方市寸,求體積.

8. 有直徑爲6公分的球,落在直圓柱形的杯中.此杯的直徑爲8公分,一半裝水,若此球完全淹在水中,問水面該高起多少?

附錄 摘要及復習題

第　一　章

(一)名詞　段線,點,直線.

(三)方法

線段表示法　線段的量法　線段的相等或不等　作已知長的線段　求線段和　求線段差　求線段的倍數　等分線段　用線段表示數　統計圖　圖解線

(二)實驗結論

1. 兩點間直線最短.
2. 兩直線只能在一點相交.
3. 等量加等量,所得和仍等.
4. 等量減等量,所得差仍等.
5. 等量的同數倍量仍等.
6. 等量的同數分量仍等.
7. 不等量加等量所得和不等,原來大的仍大
8 不等量減等量,所得差不等,原來大的仍大

9. 等量減不等量,所得差不等,所減愈大,所得差愈小.

(四)復習題.

1. 用公尺量a的長. ———a———

2. 用市尺量AB的長. A——————B

3. 作等於3.45公分的線段.

4. 作等於1.34市寸的線段.

5. 已知$a=1.24$公分,$b=3.69$公分,作等於$2a-\frac{1}{3}b$的線段.

6. 已知$P=1.82$市寸,$Q=0.75$市寸,作等於$\frac{1}{2}P+Q$的線段.

7. 作下列統計圖:

民國二十年全國中學生數.

初中107,609人,高中4,080人,完全中學77,011人,職業學校16,641人,師範29.470人

8. 作下列圖解線:

日貨輸入總值(單位千海關兩)

民國15年　336,909　民國16年　293,794.

民國17年　319,293　民國18年　323,142.

民國19年　327,165　民國20年　290,187.

第二章

(一)名詞　角,周角,平角,直角,銳角,鈍角,接補角,對頂角,鈍角三角形,直角三角形,銳角三角形.

(二)方法

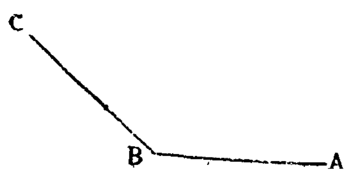
角的表示法　角的量法　角的相等或不等　作已知角度的角　求角的和　求角的差　角的等分法

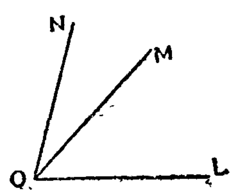
(三)實驗結論

1. 一直線同他直線相交,所成接角相補.
2. 直線一邊諸接角的和爲180°.
3. 一點四周諸接角的和爲360°.
4. 兩直線相交,對頂角相等.
5. 三角形三角的和爲180°.
6. 三角形三外角的和爲360°.
7. 四角形四角的和爲360°.
8. 四角形四外角的和爲360°.

(四)復習題

1. 用量角器量$A\hat{B}C$.





2. 用量角器量 $L\hat{O}M$, $M\hat{O}N$ 和 $L\hat{O}N$ 並說明其關係.

3. 作等於47.5°的角.

4. 作 $a=128°$, $b=73°$, 並作 $\frac{1}{2}a+2b$ 的角.

5. 若三角形的兩角爲65°, 72°, 求第三角.

6. 已知四角形第二角爲第一角的二倍, 第三角比第二角大 46°, 第四角比第三角的一半大 3°, 求此四角的度數.

第三章

(一) 名詞　垂直線, 平行線, 錯角, 同位角, 同側內角, 平行四邊形, 菱形, 長方形, 正方形, 梯形

(二) 方法

作已知線的垂直線　作已知線的平行線.

(三) 實驗結論

1. 直角三角形兩銳角互爲餘角.

2. 直角三角形一銳角爲30°, 則斜邊爲最短邊的二倍

3. 接補角的分角線互相垂直.

4. 一直線同二平行線相交, 所成錯角相等.

5. 一直線同二平行線相交,所成同位角相等.

6. 一直線同二平行線相交,所成同側內角互爲補角.

7. 平行四邊形的對邊相等.

8. 平行四邊形的對角相等.

9. 平行四邊形的對角線互相平分.

(四) 復習題

1. 一角比他的餘角的三倍小6°,求此兩角.

2. 用三角板作經過點A同BC垂直的線.

3. 用三角板作經過點D同EF平行的線.

4. 任作二平行線,再作一直線同此二平行線相交,用量角器量兩錯角的度數,並說明其關係.

第四章

(一) 名詞　圓,半徑,直徑,圓心角,弧,弦,圓周角,圓內接四邊形,一直線同圓相切,兩圓相切.

(二) 實驗結論

1. 兩圓的半徑相等,則相合,若半徑不等,則半徑

大的圓也大

2. 同圓內兩圓心角相等,則所對的弦也等,若圓心角不等,則圓心角愈大的弦也愈大,

3. 同圓內兩弦相等,則所對的弧也等,若兩弦不等,則弦愈大的所對的弧也愈大.

4. 同圓內相等兩弦對於圓心的距離相等,若弦不等,則弦愈大的對於圓心的距離愈近.

5. 圓周角等於同弧上圓心角的一半.

6. 圓內接四邊形對角相補.

(三)復習題

1. 作半徑爲3公分的圓,任作兩弦,各等於4公分,求從圓心到兩弦的距離,並加比較.

2. 作半徑爲$\frac{3}{4}$市寸的圓,任作AB弦等於$\frac{3}{5}$市寸,在AB弧中任取C, D, E三點,試量$A\hat{B}C$, $A\hat{D}B$, $A\hat{E}D$並加比較.

第　五　章

(一)名詞　正三角形,正六角形,正八角形.

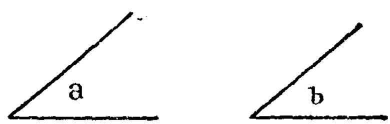
(二)方法

1. 作一線段等於已知線段.

2. 等分一已知線段.
3. 作一角等於已知角.
4. 等分已知角.
5. 在已知線上一點作垂直線.
6. 從已知線外一點作垂直線.
7. 從已知線外一點作平行線.
8. 分一已知線段爲若干等分.
9. 經過不在一直線上的三點作圓.
10. 作正三角形.
11. 作正六角形,
12. 作正八角形.

(二)復習題

1. 分AB線段爲四等分. A————————B
2. 作等於$\frac{1}{2}a+3b$的角.



3. 作長爲5.4公分闊爲4.7公分的長方形,
4. 作三角形DEF,使$DE=1.6$市寸,$EF=1.4$市寸,$FD=1.3$市寸,然後經過D, E, F三點作一圓.
5. 以$\frac{1}{3}$市寸爲半徑,作圓,在圓內作正三角形.

6. 作每邊爲 5.4 公分的正方形,並分爲 9 個相等的小正方形.

第　六　章

(一)名詞　面積,正多角形,邊心距,圓周.

(二)方法

1. 求任意多角形的面積.
2. 用方格紙求不規則圖形的面積.

(三)實驗結論

1. 正方形面積,等於邊的平方.
2. 長方形面積,等於長乘闊.
3. 平行四邊形的面積等於底乘高.
4. 菱形的面積等於兩對角線相乘積的一半.
5. 三角形的面積等於底高相乘積的一半.
6. 梯形面積等於上下底的半和乘高.
7. 正多角形的面積等於周同邊心距相乘積的一半.
8. 圓周等於 3.14 乘半徑,或 6.28 乘直徑.
9. 圓面積等於 3.14 乘半徑的平方.
10. 兩線段和的正方形,等於兩線段正方形的和,

加兩線段所包長方形的二倍.

11. 兩線段差的正方形等於兩線段正方形的和,減兩線段所包長方形的二倍.

12 兩線段和與差所包的長方形,等於兩線段正方形的差.

13 直角三角形夾直角兩邊平方的和,等於斜邊的平方.

(四)復習題

1. 正方形一邊爲2.5公分,求面積.

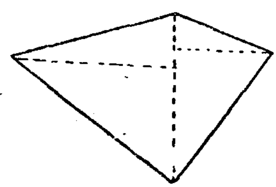
2. 平行四邊形的底爲2.1市寸,高爲1.5市寸,求面積.

3. 梯形的上底爲2.3公分,下底爲3.5公分,高爲1.3公分,求面積.

4. 圓的半徑爲2.4市寸,求圓周和圓面積.

5. 長方形的長爲4.8公分,闊爲3.6公寸,求對角線的長.

6. 用市尺量各三角形的底和高,然後求此四角形的面積.



第七章

(一)名詞 相合三角形,對稱形.

(二)方法

四邊形的作法,五邊形的作法,作已知圖形的對稱形.

(三)實驗結論

1. 兩三角形有兩邊夾一角相等,則相合.
2. 兩三角形有兩角夾一邊相等,則相合.
3. 兩三角形的三邊相等,則相合.

(四)復習題

1. 已知 $AB=5.4$ 公分, $AC=4.8$ 公分, $B\hat{A}C=58°$,作$\triangle ABC$,並量 BC 的長和 $A\hat{B}C$, $A\hat{C}B$ 的度數.
2. 已知 $AB=1.2$ 市寸, $BC=1.6$ 市寸, $AC=1.3$ 市寸,作$\triangle ABC$,並量 A, B, C 三角.
3. 已知 $AB=3.1$ 公分, $BC=3.5$ 公分, $D\hat{A}B=98°$, $A\hat{B}C=85°$, $B\hat{C}D=92°$,作四邊形 $ABCD$.
4. 作每邊為1.2市寸的正三角形,並表明其對稱軸.

第八章

(一)名詞 相似三角形.

(二)方法

測池塘對面兩點的距離,測物體的高,測土地面積.

(三)實驗結論

1. 作一線平行於三角形的底邊,分其他兩邊各成比例.

2. 等分三角形一角的分角線,分對邊爲兩份,則兩份的比,等於夾角兩邊的比.

3. 由直角三角形的直角頂向斜邊作垂線,則垂線爲斜邊上兩份的比例中項.

4. 圜內兩弦相交則以一弦的兩份爲比例內項,他弦兩份卽爲比例外項.

5. 兩三角形的對應角相等,則其對應邊成比例.

6. 兩三角形的對應邊成比例,則其對應角相等.

7. 相似三角形面積的比,等於對應邊平方的比.

(四)復習題

1. $\triangle ABC$ 中 $AB=6$ 公分, $BC=7$ 公分, $AC=8$ 公分,作 $B\hat{A}C$ 的分角線同 BC 在 C 點相交,求 BD 和

DC的長.

2. AB, CD 爲一圓內的兩弦,在點 O 相交,若 OA, OB, OC, OD 依次爲 $x+8, x-3, x-5, x+11$, 求 x 的值.

3. 兩相似三角形的對應邊,一爲2市寸,一爲5市寸,求兩三角形面積的比.

4. 距塔底120市尺處測得塔頂仰角爲38°,求塔的高.

第　九　章

(一) 名詞　體積,立方體,長方體,角柱體,圓柱體,角錐體,圓錐體,球.

(二) 公式

立方體的總面積 $T=6s^2$.

立方體的體積 $V=s^3$.

長方體的總面積 $T=2(lh+lw+wh)$.

長方體的體積 $V=lwh$.

正角柱體的側面積 $L=Ph$.

正角柱體的體積 $V=Bh$.

圓柱體的側面積 $L=2\pi rh$.

圓柱體的體積 $V=\pi r^2h$.

正角錐體的側面積 $L=\frac{1}{2}PS$.

正角錐體的體積 $V=\frac{1}{3}Bh$.

圓錐體的側面積 $L=\pi rS$.

圓錐體的體積 $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

球的面積 $S=4\pi r^2=\pi d^2$.

球的體積 $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{1}{6}\pi d^3$

(三)復習題.

1. 立方體的一邊爲2.8公分,求總面積和體積.

2. 長方體的長,闊,高爲4市寸,3市寸,2市寸,求總面積和體積.

正中書局

依照新課程標準編輯

初中教科書

公民　主編者葉楚傖　陳立夫　編著者錢安毅　劉悉規　林樹藝　趙祥麟　校訂者汪懋祖　壽勉成　全五冊定價每冊三角

國文　主編者葉楚傖　校訂者孟憲成　校選者汪懋祖　選注者汪定爽　張聖瑜　沈榮齡　許夢因　周侯予　全六冊定價第一冊五角第二冊五角半第三四五六冊各冊六角

衛生　陳雨蒼編　薛德焴校　全三冊

英語　陸步青編　全六冊

算術　余信符編　汪桂榮　任誠校　全二冊

代數學　黃泰編　戴維清　任誠校　全二冊

實驗幾何學　汪桂榮編　任誠校　全一冊

幾何學　萬頤祥編　任誠校　全二冊

數值三角法　汪桂榮編　任誠校　全一冊

植物學　王守成　方錫琛編　全二冊定價每冊六角

動物學　薛德焴編　全二冊定價上冊六角

化學　王義珏編　全二冊

物理學　陳傑夫編　全二冊定價上冊六角

本國地理　王益厓　周立三編　全四冊定價每冊五角半

音樂　吳夢非編　全四冊

外國歷史　陳祖源編　全二冊

總店　南京太平路

中華民國二十四年七月初版

初中實驗幾何學

全一冊 定價銀七角

(外埠酌加寄費)

編著者 汪桂榮

校訂者 任誠

發行人 吳秉常

印刷所 正中書局

發行所 正中書局
南京太平路

初中實驗幾何學　全一册　定價七角