幾何學原礎

山本正至
川北朝隣 譯

六

版權免許明治十一年十一月六日

亞國格拉克先生口授

幾何學原礎 一冊

山本正至
川北朝隣 譯

文林堂發兌

譯語

Homologous. 同比或ハ相當

Lines. 幾何地或ハ通点條

幾何學原礎卷之六

亞國　挌拉克先生口授

山本正至
川北朝鄰　譯

命名

第一　相應直線圖ハ、各ノ角相等シクシテ、等角ニ就ク邊ハ、比例ヲ為ス者ナリ

第二　同積ニシテ、一ノ等角ヲ有スル、兩三角、或ハ兩平行邊形ノ、其等角ニ就ク二邊ヲ、轉比例ヲナシ、假令ハ第一形ノ邊ノ、第二形ノ邊ニ於ルヲ、第二形ノ他一邊ノ、第一形ノ他一邊ニ於ル如キ者ナリ

第三　若全線ノ、大ナル分線ニ於ルヲ、大ナル分線ノ、

小なる分線に於るが如き時ハ、直線を、端と、中間との割合に切るといふ

第四　或る圖の高さハ、頂角より底線まで、鉛垂をへく畫したる、直線なり

考定第一定理

高さ同一なる、三角或ハ平行邊形ハ、互に其底線に於るが如し

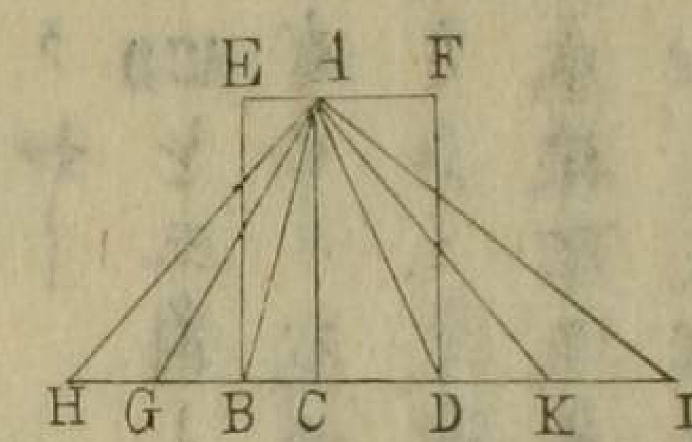
ABC ACDを三角に、EC CFを平行邊形に命し、共に同し高さを有せしむ、頂角AよりBDに垂線を畫く時ハ、各形の高さにして、BC CDハ三角及ひ平行邊行の、各の底線なり

底線BCの、底線CDに於るハ、ABC三角の、ACD三角に於るが如く、又ECの平行邊形の、CFの平行邊形に於るが如し

第一圖

BDを左右に引延し、而して、BCに等しくBG GHを取り、又CDに等しくDK KLを取る、而して AG AH AK ALを結ぶ

第一圖



$BC = BG = GH$		(1)
$\triangle ABC = \triangle AGB = \triangle AHG$	(1.38)	(2)
$CH = 3BC$		(3)
$\triangle AHC = 3\triangle ABC$		(4)
$CD = DK = KL$		(5)
$\triangle ACD = \triangle ADK = \triangle AKL$	(1.38)	(6)
$CL = 3CD$		(7)
$\triangle ACL = 3\triangle ACD$		(8)
$CH = CL$		(9)
$\triangle AHC = \triangle ACL$		(10)
$CH > CL$		(11)
$\triangle AHC > \triangle ACL$		(12)
$CH < CL$		(13)
$\triangle AHC < \triangle ACL$		(14)

$BC : CD :: \triangle ABC : \triangle ACD$	(5.D5)	(15)
$CE = 2\triangle ABC$	(1.41)	(16)
$CF = 2\triangle ACD$	〃	(17)
$\triangle ABC : \triangle ACD :: EC : CF$	(5.15)	(18)
$\therefore BC : CD :: EC : CF$	(5.11)	(19)

(證)(1)なる故に(1.38)に因りて(2)なり今AHLの三角の底線CHの中に、ABCの底線BCを若干數含むは、AHCの三角の中に、ABCの三角を若干數含むに等し即ち(3)(4)なり同理に依て、ACLの三角の底線CLの中に、ACD三角の底線CDを若干數含むは、ACLの三角の中に、ACDの三角を若干數含むに等し、(5)(6)(7)(8)なり、若し(9)なる時は、(10)となり、(11)なる時は、(12)、(13)、なる時は、(14)なり、爰に即ち両底線BC CD、及ひ両三角ABC ACDの四數あり、其第一第三なる底線BC及ひ三角ABCは、底線HC及ひ三角

AHCの同乗數を省きし者にして又第二第三なる底線CD及ひ三角ACDハ底線CL及ひ三角ACLの同乗數を省きし者なるが故に前條(9)より(14)に於る如くHCがCLよりハ大なれば AHCの三角はACLの三角より大なり若し等しき時は等しく小なる時は小なる事を顕し得れば(5.D5)に因りて(75)の比例をなすを屋し而して(7.41)に因れば(76)(77)なる故に(5.15)に因て(78)の比例を為す此前率は(75)と同しきが故に(5.11)に因て(79)の比例を為す夫故に高さ同一なる 云云

(系證)高さ同一なる三角及ひ平行邊形は互に底線の如く比例する者なり

考定第二定理

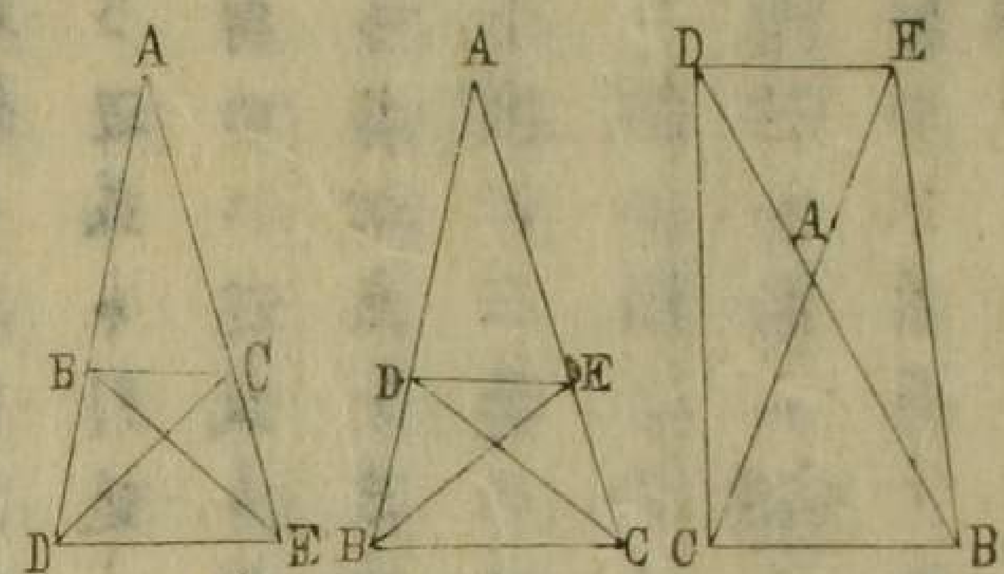
若直線が三角の底線と平行なる時は其直線にて切たる辺或は引延したる辺が比例をなすを屋し而して三角の二辺或は引延したる二辺を比例に於て切る時は其切点を連結する直線は底線と平行をなし

DEをABCの三角の底線BCに平行ならしむBDのDAに於るはCEのEAに於る如くなるを屋し

(證)BE CDを結ぶ(1.37)に因れば(1)なり而して ADEを設けたる他の三角なり故に(5.7)に因りて(2)なる比例を得る BDE ADEの三角は共に同一の高さを有つ如何となれば ABの上にEより垂直線なり故に(6.1)に因て(3)なる比

例を得る又同理に依て(4)なる比例を得る(3)(4)の比を照らし(5.11)に因て(5)なる比例を為す

第二圖



$\triangle BDE = \triangle CDE$　(7.37)　(7)

$\triangle BDE : \triangle ADE :: \triangle CDE : \triangle ADE$　(5.7)　(2)

$\triangle BDF : \triangle ADE :: BD : DA$　(6.1)　(3)

$\triangle CDE : \triangle ADE :: CE : EA$　〃　(4)

$BD : DA :: CE : EA$　(5.11)　(5)

先知

$BD : DA :: CE : EA$

$BD : DA :: \triangle BDE : \triangle ADE$

$CE : EA :: \triangle CDE : \triangle ADE$

$\triangle BDE = \triangle CDE$　(5.9)　(6)

次に(5)を先知の者とし而してDEを結ぶ然る時はDE

がBCに平行すべし

(證)前の方法に依て(3)(4)なる比例を得以て(5)に照らし(5.9)に因て(6)を得る然るに此二個の三角は底線DEの一方にある故に(7.39)に因れば即平行線の中間に有るを知る是以てDEがBCに平行を失故に若直線が云云

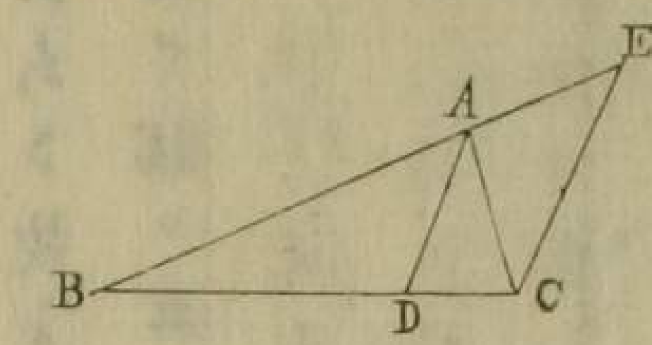
考定第三定理

若三角の頂角を等分する直線が其底線を切る時は底の分線が其隣れる三角の二辺と比例すべし而して若底の分線が夫に隣れる三角の二辺と比例を為す時は頂点より底を分割する線は頂角を等分すべし

或三角ABCの頂角BACを直線ADに因て等分しDに於て

底線BCを分割する時はBDのDCに於けるはBAのACに於ける如くなるべし

第三圖



先知 $\angle DAC$	$=$	$\angle BAD$		(1)
$\angle DAC$	$=$	$\angle ACE$	(1・29)	(2)
$\angle BAD$	$=$	$\angle ACE$		(3)
$\angle BAD$	$=$	$\angle AEC$	〃	(4)
$\angle ACE$	$=$	$\angle AEC$		(5)
AC	$=$	AE	(1・6)	(6)
$BD : DC :: BA : AE$			(6・2)	(7)
$BD : DC :: BA : AC$				(8)
$BA : AC :: BA : AE$			(5・11)	(9)
AC	$=$	AE	(5・9)	(10)
$\angle ACE$	$=$	$\angle AEC$	(1・5)	(11)
$\angle AEC$	$=$	$\angle DAC$		(12)
$\angle AEC$	$=$	$\angle BAD$		(13)
$\angle BAD$	$=$	$\angle DAC$		(14)

(證) CよりCEをADに平行にEに於てBAに會せしむべく畫く然る時はACが平行線ADECに會を(1.29)に因て(2)の如き等角を為す併し(1)に依て(3)となり又BAEが平行線ADECに會する故に(1.29)に因て(4)となる(3)に因て(5)となる(1.6)に因る時は(6)なるを知る今ADはBCEなる三角の辺CEに平行をなす故に(6.2)に因て(7)なる比例を得る(6)に因て此四率を換る時は(8)なる比例を為す次に(8)を先知の者としADを結ぶ然る時はBACの角をADにて等分すべし

(證) 前の方法に因て⌢ECをADと平行になすべし(7)なる比例を得(8)は先知なる故に(5.11)に因て(9)なる比例を得(5.9)に因て(10)なり(1.5)に因て(11)なり併しACがADECの平行

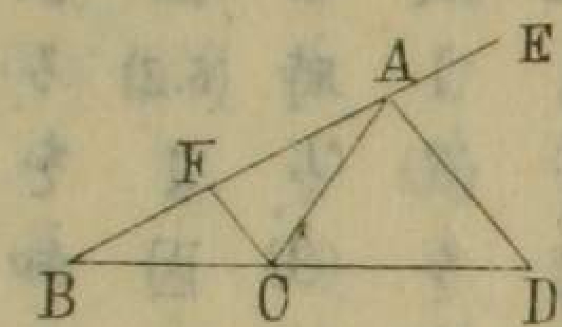
線ニ會ヲ故ニ(2)ノ如ク依テ(72)(73)(74)トアリ即チBACノ角ガ直線ADニ因テ等分サレタリ夫故ニ若三角ノ頂角云云

考定A定理

若三角ノ或一辺ヲ引延シテ夫ノ外角ヲ引延シタル底線ヲ切ル所ノ直線ニ因テ等分スル時ハ引延シタル底線ト其引延ノ部トハ其隣ナル三角ノ二辺ト比例スヘシ而シテ若引延シタル底線ト其引延ノ部ノ隣ナル三角ノ二辺ト比例ヲ為ス時ハ底線引延ノ止マテ頂角ヨリ畫ク直線ハ三角ノ外角ヲ等分スヘシ

或三角ABCノ外角CAEヲ底線引延ノ部Dニ於テ會スル所ノADニ因テ等分セシム、然ル時ニ、BDノDCニ於ケル、BAノACニ於ルガ如クナルヘシ

A圖



先知 $\angle DAC = \angle DAE$ (1)

$\angle DAC = \angle ACF$ (1.29) (2)

$\angle DAE = \angle ACF$ (3)

$\angle DAE = \angle AFC$ 〃 (4)

$\angle ACF = AFC$ (5)

$AC = AF$ (1.6) (6)

$BD : DC :: BA : AF$ (6.2) (7)

$BD : DC :: BA : AC$ (8)

$BA : AC :: BA : AF$ (5.11) (9)

$AC = AF$ (5.9) (10)

$\angle ACF = \angle AFC$ (1.5) (11)

$\angle AFC = \angle DAE$ (12)

$\angle ACF = \angle CAD$ (13)

$\angle CAD = \angle DAE$ (14)

(證) CヨリCFヲADニ平行ニ画ク、然ル時ハ、ACガ平行線

ADFCに會す、故に(7.29)に因て(2)の如き等角を為す、併し(7)に因て(3)となり、又FAEの平行線ADFCに會す、故に(7.29)に因て(4)となる、(3)に因て(5)となる、(7.6)に因る時は(6)なるを知る、今ADはBCFなる三角の辺、CFに平行する故に(6.2)に因て(7)なる比例を得る、(6)に因て、此四率を換る時は、(8)なる比例を為す

次に(8)を先知の者とし、ADを結ぶ、然る時はCAEの角をADにて等分すべし

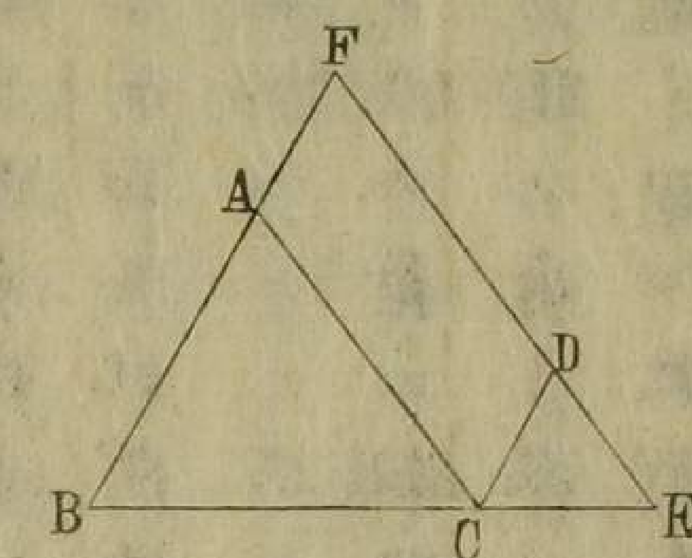
(證)前の方法に因て、(7)なる比例を得、(8)は先知なる故に、(5.11)に因て(9)なる比例を得、(5.9)に因て(10)なり、(7.5)に因て(11)なり、併しACがADFCの平行線に會す、故に(12)(13)(14)となり、即ち、CAFの角が、直線ADに因て、等分されたり、夫故に、若三角の或一辺云云

考定第四定理

互に等しき角を保つ、三角の等しき角に就く辺が、比例を為す、而して等しき角に對する辺が、同じ比例をなす、即ち、比例の前率、或は後率なるべし

ABC、DCE、をして、等しき角を保つ所の、三角とす、其ABCの角が、DCEの角にACBの角が、DECの角に等しく従て、BACの角も亦CDEの角に等し、然る時に、ABC、DCE、の三角の等しき角に就く辺が比例を為す、其等しき角に對する辺が、同じ比例をなすべし

第四圖



$$\left.\begin{array}{l}\angle ACB = \angle DEC \\ \angle ABC = \angle DCE\end{array}\right\}$$ 先知

$\angle ABC + \angle ACB < 2\angle R$		(1)
$\angle ABC + \angle DEC < 2\angle R$		(2)
$AF = CD$		(3)
$AC = FD$		(4)
$BA : AF :: BC : CE$		(5)
$BA : CD :: BC : CE$		(6)
$AB : BC :: DC : CE$	(5.16)	(7)
$BC : CE :: FD : DE$		(8)
$BC : CE :: AC : DE$		(9)
$BC : CA :: CE : ED$		(10)
$BA : AC :: CD : DE$	(5.22)	(11)

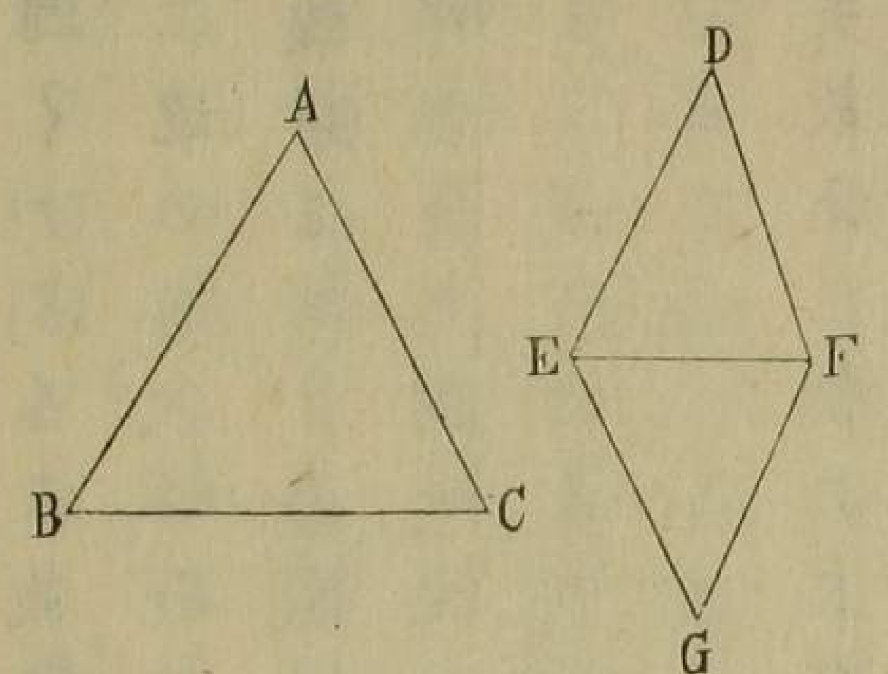
(證)DCEの三角をして、CEの辺が、BCの辺に觸て、共に一直線中にあらしむ、然る時は、(1)にしてACB、DEC、角の等しき故に、又(2)あり、BA、EDを引延す時は、相會すべし、依てBA、EDを引延し、Fに於て相會せしむ、然るにABC、の角がDCEの角に等しき故に、BFがCDに平行なり、而して又ACBの角が、DECの角に等しき故に、ACがFEに平行なり、故にFACDは平行辺形なり、因て(3)(4)となり、今ACが、FBEの三角の一辺FEに平行なる故に、(5)なる比例を得、併し(3)なる故に、(6)の如く、(5.16)に因て、互に交換して(7)を得る、又CDがBFに平行なる故に、(8)なる比例を得る、併し(4)なる故に、(9)の如く、又交換して、(10)を得る(7)(10)より(二比例の各等しき二率を捨て入代る)(5.22)に因て、(11)なる比例を為す、夫故に互に等しき角を保つ云云

考定第五定理

二個の三角の諸辺が、其角の各に就て比例を為す時は、互に等角なるべし、而して同じ比例の辺に對する所の角は相等しきなり

ABC、DEF、をして、其辺が比例する所の二個の三角とせ、即ちABのBCに於る、DEのEFに於る如く、及びBCのCAに於る、EFのFDに於る、EDのDFに於る如し、故に（此二比例の各等しき二率を替て入代る）BAのACに於る、EDのDFに於る如し、然る時はABC、DEF、の三角は互に等角なるべし、其同じ比例の辺に對する所の角は等角なり、即ちABCの角が、DEFの角に、BCAの角が、EFDの角に、BACの角が、EDFの角に等しかるべし

第五圖



$\angle FEG = \angle ABC$ (1)

$\angle EFG = \angle BCA$ (2)

$\angle EGF = \angle BAC$ (3)

$AB : BC :: GE : EF$ (6·4) (4)

$AB : BC :: DE : EF$ (5)

$DE : EF :: GE : EF$ (5·11) (6)

$DE = GE$ (5·9) (7)

$DF = GF$ 〃 (8)

$\angle DEF = \angle GEF$ (9)

$\angle DFE = \angle GFE$ (10)

$\angle EDF = \angle EGF$ (11)

$\angle ABC = \angle DEF$ (12)

$\angle ACB = \angle DFE$ (13)

$\angle A = \angle D$ (14)

(證) EFのE、F、点に於て、FEGの角をABCの角に、EFGの角をBCAの角に等しく作る時は、其殘角EGFが、BACに等しかるべし

し、故にABCの三角がGEFの三角に等角なり、故に(6.4)に因て、其等しき角に就く、其各の辺が比例を為す、因て(4)なり、併し(5)を先知なる故に、(5.11)に因て(6)を得る、(5.9)に因て(7)(8)なる故に、DEF、GEFの二個の三角に於て、DE、EFの二辺の各が、GE、EFの二辺各に等しく、及び底線DFが底線GFに等しき故に(9)を得、而して等しき辺に對する所の他の角が、他の角に等し、即ち(10)(11)の如し、(10)及び(7)に因て(12)を得、同理に因て(13)となる、而してA角がD角に等しき故に、ABCの三角がDEFの三角と等角なり、夫故に二個の三角の諸辺云云

考定第六定理

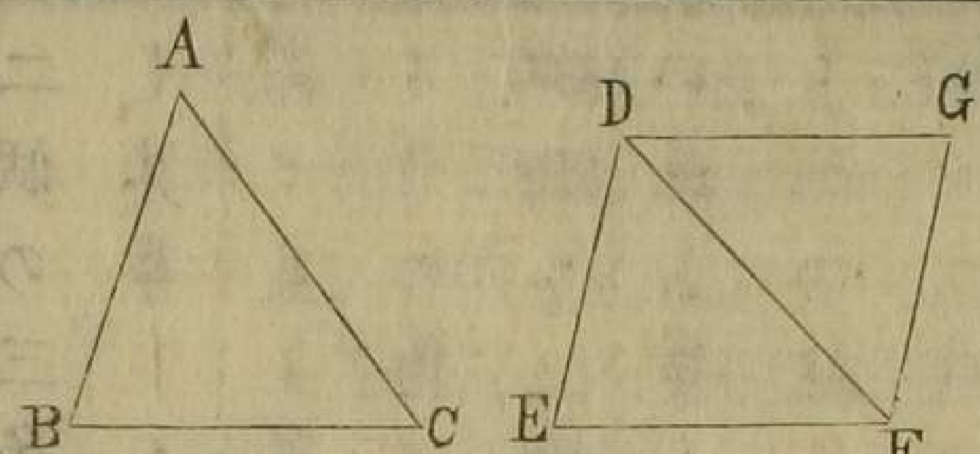
二個の三角に於て、第一の一角が、第二の一角に等しく、其等しき角に就く辺が比例を為す時は、二個の三角が互に等角なり、而して其同比例をなす辺に對する所の角が等しかる可し

ABC、DEFを二個の三角に命し、第一のBACの角が、第二のEDFの角に等しく、其等しき角に就く辺が比例を為す、即ちBAのACに於るは、EDのDFに於るが如くなる時は、ABC、DEFの三角が互に等角なる可し、而してABCの角がDEFの角に等しく、ACBの角はDFEの角に等しかる可し

(證)直線DFのD、F点に於てFDGの角をBAC、EDF各の角に等しく、DFGの角をACBの角に等しくて作る時は、B角がG角

ふ等し、故ふABC、の三角がDGFの三角と等角なり、故よ(6.4)よ因て(4)なり、併し(5)を先知なる故ふ(6)を得る、因て

第六圖



$\angle FDG = \angle BAC = \angle EDF$ (1)

$\angle DFG = \angle ACB$ (2)

$\angle ABC = \angle DGF$ (3)

$BA : AC :: GD : DF$ (6.4) (4)

$BA : AC :: ED : DF$ (5)

$GD : DF :: EF : DF$ (6)

$GD = ED$ (7)

$GE = EF$ (8)

$\angle DFG = \angle DFE$ (9)

$\angle DGF = \angle DEF$ (10)

$\angle ACB = \angle DFE$ (11)

$\angle ABC = \angle DEF$ (12)

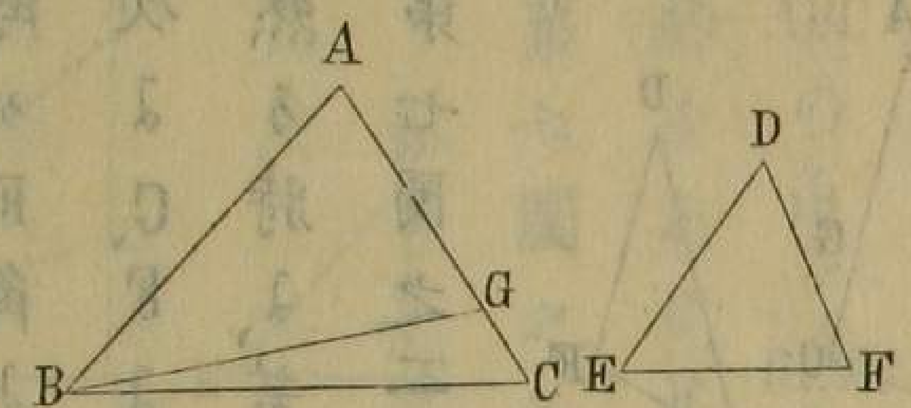
(7)なるゆゑよ、GDF、EDFの二個の三角ふ於て、GD、DFの二辺の各がED、DFの二辺おのおのよ等しく、GDFの角がEDFの角ふ等しき故よ、(8)を得る、而して等しき辺ふ對せる所の、他の角の各が、他の角の各ふ等し、即ち(9)(10)の如し、(9)及ひ(2)よ因て(11)を得る、同理よ因て(12)となる、而してABCの三角が、DEFの三角と等角なり、夫故よ二個の三角云云

考定第七定理

若二個の三角よ於て、第一の一角が、第二の一角ふ等しく、其他の二角よ就く辺が比例を為し、且殘角の各が直角より小か、大か、或ハ直角なるかを知る時ハ、此二個の三角ハ、互よ等角なるべし、而して比例せる所

の辺に就く角が等しかるべし
ABC、DEFを二個の三角に命し、第一のBACの角が、第二のEDFの角に等しく、他の二角ABC、DEFに就く辺が比例を為は、即ちABのBCに於るは、DEのEFに於るが如し、而して最初は残角C、Fの各を、直角より小ならしむ、然る時にABC.DEFの三角が等角なるべし、亦ABCの角がDEFの角に等しく、C角がF角に等しかるべし
(證)若ABC.DEFの角を等しからずとし、ABC角を大なりとせば、直線ABのB点に於て、ABGの角を、DEFの角に等しくなす、(1)(2)に因て(3)なり、故にABGの三角が、DEFの三角と等角なり、因て(4)を得る、併し(5)は先知なる故に(6)を得る、因て(7)となる、(8)の如し、併しBCGの角が直角より小なり、故にBGCの角も亦直角より小なり、因てAGB角は直角より大ならざるを得ず、然れども(3)の如き故に、亦DFEの角が直角より大なり、併し之れは直角より小に定

第七圖之一



と定む $\left\{\begin{array}{l} \llcorner ACB < \llcorner R \\ \llcorner DFE < \llcorner R \end{array}\right.$

$\llcorner BAC = \llcorner BAG = \llcorner EDF$ (1)

$\llcorner ABG = \llcorner DEF$ (2)

$\llcorner AGB = \llcorner DFE$ (3)

$AB : BG :: DE : EF$ (4)

$AB : BC :: DE : EF$ (5)

$AB : BC :: AB : BG$ (6)

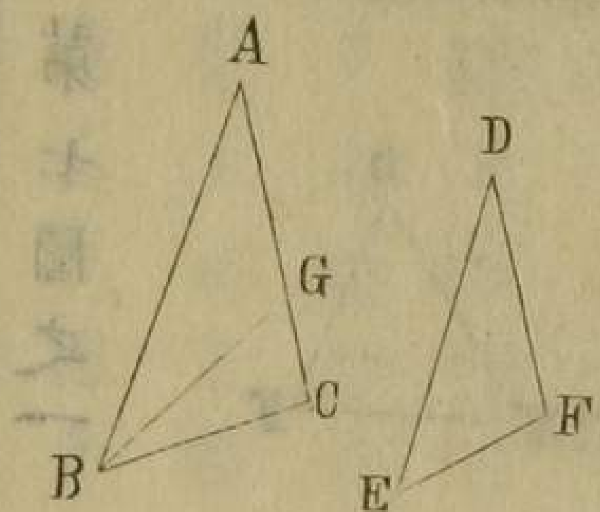
$BC = BG$ (7)

$\llcorner BCG = \llcorner BGC$ (8)

めたる故に不都合を生したり、因てABCの角がDEFの角と等しからざるにあらず、即ち等しきなり、而してC角がF角に等しきなり

次にC、Fに於る角の各を直角より小ならざらしむ、然る時に、若ABCの角がDEFの角と等しからざれば、ABC角を大ならしむ、而してABGの角をDEFの角に等しくなれば、前解に因て(1)(2)を得る、併しBCGの角が直角より大なり、故に亦BGCの角が直角より小ならず

第七圖之二



と定む $\begin{cases} \angle ACB > \angle R \\ \angle DFE > \angle R \end{cases}$

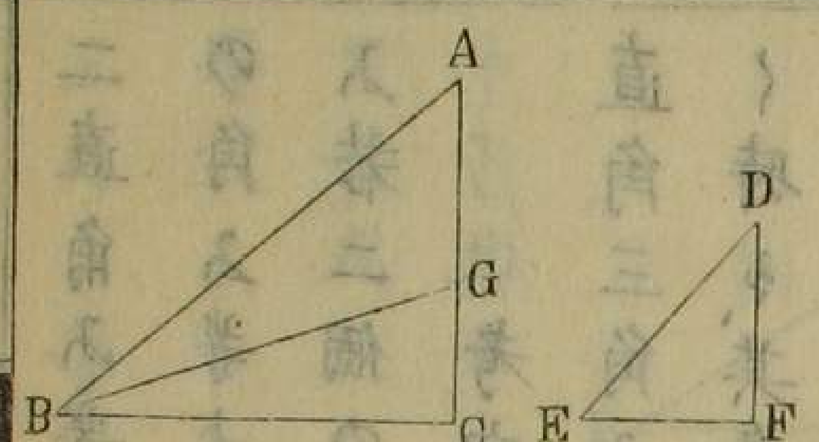
$$BC = BG \qquad (1)$$

$$\angle BCG = \angle BGC \qquad (2)$$

故に又BGCの角は直角より小ならず故にBCGの三角の二角を集めて、二直角より大なり、夫は出來難きなり、(1.17)夫故にABCの角がDEFの角に等しく、C角がF角に等しきなり

終りにC、F中の一角、即ちC角をして、直角ならしむ、然る時は若ABCの角がDEFの角に等しからざれば、夫の一個が大か、或は小ならざるを得ず、因て(1)の如くなし、前解に依て(2)を得、BCGの角は直角なる故に、亦BGCの角が直角なり、即ちBCGの三角の二角を集て

第七圖之三



$$\angle BCG = \angle R$$

$$\angle ABG = \angle DEF \qquad (1)$$

$$\angle BCG = \angle BGC \qquad (2)$$

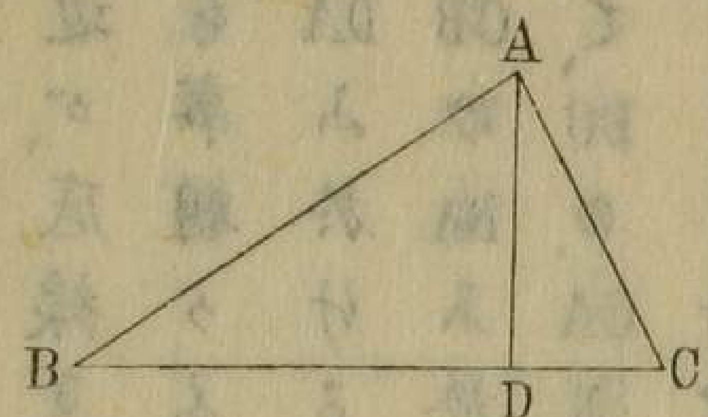
二直角に等し、夫は出來難きなり、夫故にABCの角がDEFの角に等しく、而してC角がF角に等しきなり、夫故に若二個の三角云云

考定第八定理

直角三角に於て、若垂線を直角点より底線にまで画く時は、其各辺の上の三角が、相互に全三角に等式なり

ABCを直角三角に命せ、BACの角が直角を保つ、而してA点より、ADを底線BCに垂直に画きたら、ABD ACDの三角が、全ABCの三角に、互に等式なるべし

第八圖



$\llcorner BAC = \llcorner ADB = \llcorner R$
$\llcorner ABC = \llcorner ABD$
$\llcorner ACB = \llcorner BAD$ (ア)

$\llcorner BAC = \llcorner ADC = \llcorner R$
$\llcorner ACB = \llcorner ACD$
$\llcorner ABC = \llcorner CAD$

(證)BACの角がADBの角に等しく、其各が直角なり、而してB角がABC、ABDの二個の三角に普通なり、故に(ア)にして、ABC、ABDの二個の三角は等角にして、其等しき角に就く辺が比例を為せ、(6.4)即ち其各が等式なり、(6.D.ア)同法に因て、ABC、ACDの三角が等角にして、等式なるを顕し得べし、故にABD、ACDの三角は、共にABCの三角に等角にして、且等式なり、之に依て相互に、等角

ふしく、等式なる事を知る、夫故ふ直角三角ゟ於て云
云

(系證)此理より直角三角の、直角点より、底線ふまで画く垂線が、底の分線の各と、中比例を為を、而して亦各辺が、底線及び其辺ふ隣たる底の分線と、中比例を為を事明かなり、如何となれば、ABD、ACDの三角ふ於て、BDのDAふ於ける、DAのDCふ於る如し、亦ABC、ABDの三角ふ於て、CBのBAふ於ける、BAのBDふ於る如し、ABC、ACDの三角ふ於て、BCの、CAふ於ける、CAのCDゟ於る如くなる故なり

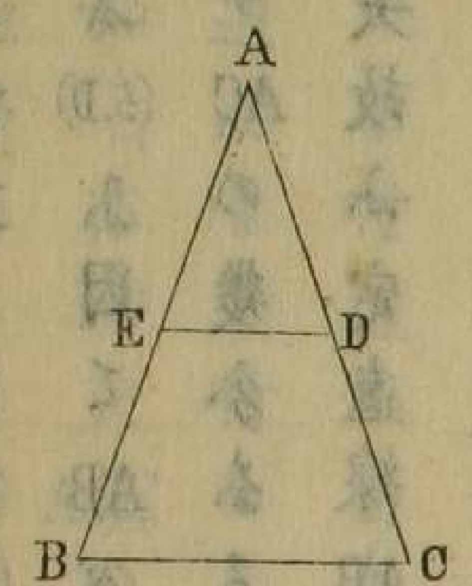
考定第九問題

定直線より、或る望む所の、部分ふ切る事、

ABを定直線とし、夫より或る望む所の部分ふ切断をる事を求む (5.D.1)

A点より、ABと或る角を為を所の、直線ACを画き、而してAC中ふD点を取り、夫をABより切断をべき部分をABふ含む所の倍數とACをADの同倍數ふ取り、BCを結ぶ、而してDEを、BCゟ平行ふ画く、然る時を、AEが望む所の部分なり

第九圖



BE : EA :: CD : DA (1)

BA : AE :: CA : AD (5.78) (2)

(證)EDがABCの三角の一辺BCふ平行なり、故ふ(1)なり、(5.78)

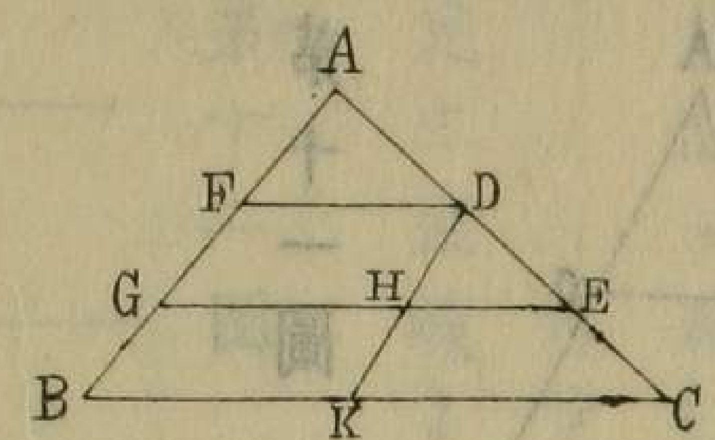
の組立に因て、(2)なり、併しCAがADの或る倍數なり、故に(5.D)に因てABがAEの或る倍數に同乘數なり、即ちADがACの幾分なるを、AEがABの幾分なるに同しきなり、夫故に定直線ABより、望む部分を切斷したり

考定第十問題

定直線を、定分割直線に均しく、分割する事、細言せば定分割線の部分と、同し割合を持つ處き、部分に分割する事、

ABを分割すべき定直線とし、ACを定分割線とせ、ABをACに均しく、分割する事を求む

第十圖



$$DH = FG \quad (1)$$

$$HK = GB \quad (2)$$

$$KH : HD :: CE : ED \quad (3)$$

$$BG : GF :: CE : ED \quad (4)$$

$$GF : FA :: ED : DA \quad (5)$$

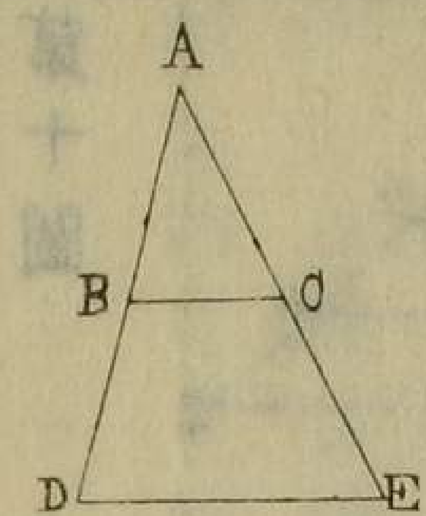
(證)ACをD、E点に於て分割し、而してAB、ACをして隨意の角を保たしめ、BCを結び、D、E点よりDF、EGをBCに平行に画き、DよりDHKをABに平行に画く、然る時に、FH、HBの圖の各が平行辺形なり、故に(1)(2)なり、今HEがDKCの三角の一辺KCに平行なる故に(3)を得、併し(1)(2)なる故に(4)の如し、亦FDがAGEの三角の一辺GEに平行なり、因て(5)の如し、而して(4)の如きを顯したり、夫故に直線ABがAC

に均しく分割し得たり

考定第十一問題

定二直線に比例せる、第三線を得る事、

AB、AC を定二直線とし、而して此二直線に、随意の角を持たしむ、AB AC に比例せる第三の線を得る事を求む



第十一圖

BD ＝ AC　(1)

AB : BD :: AC : CE　(2)

AB : AC :: AC : CE　(3)

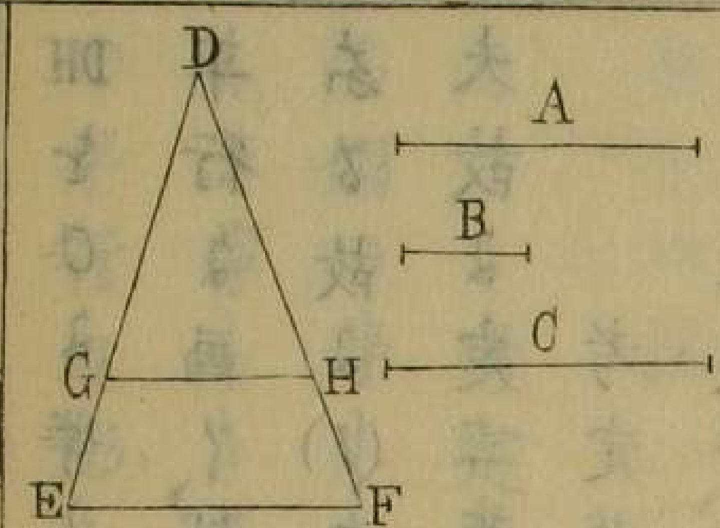
(證) AB、AC を D、E に引延し BD を AC に等しくせ、BC を結ぶ、D より DE を BC に平行に画く然る時に BC が ADE の三角の一辺 DE に平行なる故に

(2)の如し、併し(1)なる故に(3)の如し、夫故に定二直線 AB、AC が、第三の CE に比例せるを撿出し得たり

考定第十二問題

定三直線に比例せる第四率の線を得る事

A、B、C を定三直線に命し、今 A、B、C に比例せる、第四率の線を得る事を求む



第十二圖

DG : GE :: DH : HF　(1)

DG ＝ A
GE ＝ B
DH ＝ C　(2)

A : B :: C : HF　(3)

(證) 二直線 DE、DF に随意の角 EDF を保たしめ、DG を A に、GE を B に、及ひ

DHをCに等しくし、GHを結ぶ、而してEよりEFをGHに平行に画く、然る時にGHがDEFの三角の一辺EFに、平行なる故に(1)の如し、併し(2)の如くなる故に、(3)の如し

夫故に定三直線A、B、Cの第四率、HFを撿出し得たり

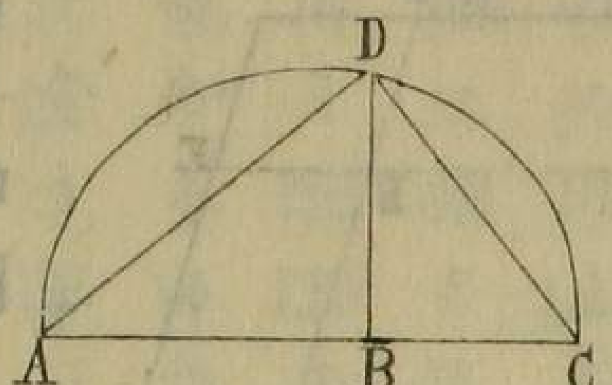
考定第十三問題

定二直線に、中比例を為すを線を得る事

AB、BCを定二直線とし、夫きに中比例を為す、直線を得る事を求む、

(證) AB、BCを一直線とし、而してACを中径として、ADCなる半圏を画き、BよりBD線を、ACに直角に画き、AD、DCを結ぶ、然る時に半圏に於る、ADCの角が直角なり、而してADC

第十三圖



$$AB : BD :: BD : BC \quad (7)$$

の直角三角に於て、DBが底線にまで、直角より垂線に画かれたり、故に(6.8)(系證)に因て、(7)の如く中比例を為せるなり、夫故に定二直線AB、BCが、垂線DBに中比例あるを撿出し得たり

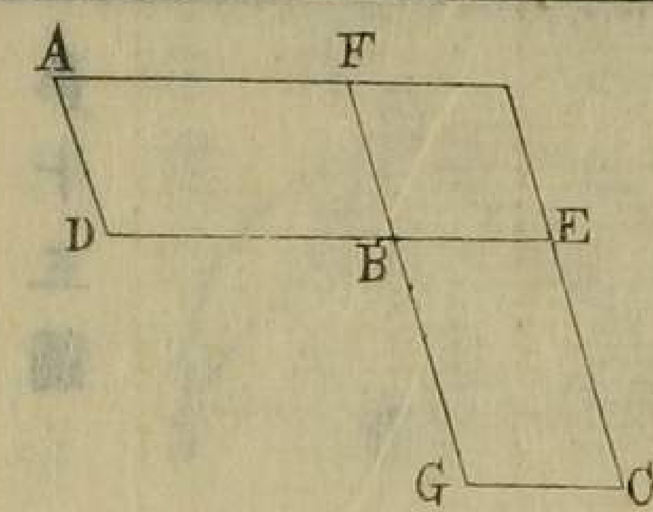
考定第十四定理

二個の等しき平行辺形に於て、等しき一角を有つ時は、其等しき角に就く辺が、轉比例を為す、而して二個の平行辺形に於て、等しき一角を有ち、且等しき角に

就く辺が轉比例を為す時は、其平行辺形は、互に相等し、

最初AB.BCをBに於て、等しき角を持つ所の、等しき二個の、平行辺形に命じ、AB.BCの平行辺形の、等しき角に

第十四圖



$$\angle DBF + \angle EBF = 2\angle R \qquad (1)$$
$$\angle DBF = \angle GBE \qquad (2)$$
$$\angle GBE + \angle EBF = 2\angle R \qquad (3)$$
$$AB = BC \qquad (4)$$
$$AB : FE :: BC : FE \qquad (5)$$
$$AB : FE :: DB : BE \qquad (6)$$
$$BC : FE :: GB : BF \qquad (7)$$
$$DB : BE :: GB : BF \qquad (8)$$

$$DB : BE :: GB : BF$$
$$DB : BE :: AB : FE \qquad (9)$$
$$GB : BF :: BC : FE \qquad (10)$$
$$AB : FE :: BC : FE \qquad (11)$$
$$AB = BC \qquad (5\cdot 9) \quad (12)$$

就く辺が轉比例を為すべし、即ちDBのBEに於けるは、GBのBFに於るが如くなるべし

(證)二個の平行辺形の各一辺、DB.BEを一直線とし、然る時にDBF、EBFの平行辺形の角を集めて、二直角に等しく、即(1)あり、(2)を先知なる故、(3)となる、故にGB.BFが一直線をなして、FEが全き平行辺形を為し、然る時に(4)を先知にして、FEを(各平行辺形と高さを等しくしたる)他の平行辺形なる故に、(5)の如し、併し(6)(7)の如くなる故、(8)なるを知る

次にAB.BCをBに於て、等しき角を持つ所の、平行辺形とし、而して等しき角に就く辺が轉比例を為し、即ち(8)の如き時は ABの平行辺形がBCの平行辺形に等し

べし

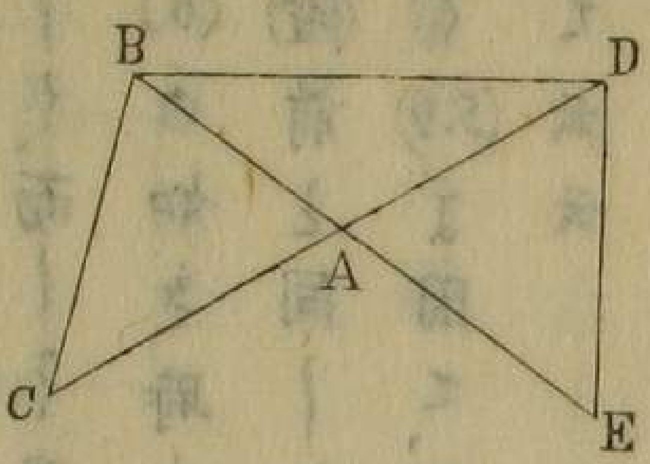
（證）前と同じ組立をなして(8)を先知なる故(9)(10)(11)を得る、(5.9)に因て、(12)を得る、夫故に二個の等しき平行辺形云云

考定第十五定理

二個の等しき三角に於て、等しき一角を有つ時は、其等しき角に就く辺が轉比例を為す、而して二個の三角に於て、等しき一角を有ち、且等しき角に就く辺が轉比例を為す時は、二個の三角が互に相等し、

最初ABC、ADEを等しき三角とし、BACの角がDAEの角に等しければ、等しき角に就く辺が轉比例を為す即ちCAのADに於ける、EAのABに於る如くなるべし

第十五圖



$$\angle BAC = \angle DAE \quad (1)$$
$$\triangle ABC = \triangle ADE \quad (2)$$
$$\triangle ABC : \triangle ABD :: \triangle ADE : \triangle ABD \quad (3)$$
$$\triangle ABC : \triangle ABD :: CA : AD \quad (4)$$
$$\triangle ADE : \triangle ABD :: EA : AB \quad (5)$$
$$CA : AD :: EA : AB \quad (6)$$

$$CA : AD :: EA : AB$$
$$CA : AD :: \triangle ABC : \triangle ABD \quad (7)$$
$$EA : AB :: \triangle ADE : \triangle ABD \quad (8)$$
$$\triangle ABC : \triangle ABD :: \triangle ADE : \triangle ABD \quad (9)$$
$$\triangle ABC = \triangle ADE \quad (5.9)\ (10)$$

（證）二個の三角の各一辺、CA、ADをして、一直線とし$\widehat{BAC}$、DAEの角互に等しき故(7.15)亦EA、ABが一直線をなすべし、BD

を結ぶ、然る時は(2)は先知なる故、此ABDの三角を以て、(3)の如し併し(4)(5)の如くなる故に、(6)の如し

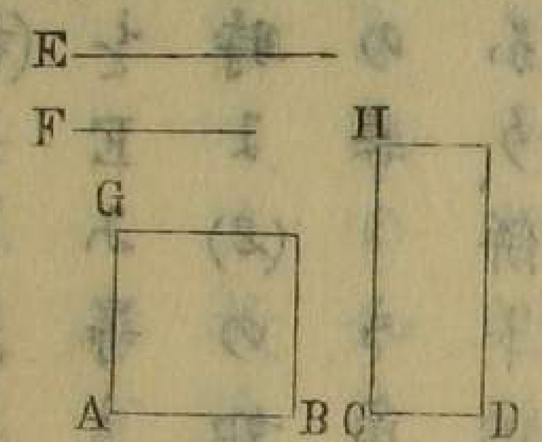
次にABC、ADEを二個の三角とし、其BACの角がDAEの角に等しく、而して等しき角に就く辺が、轉比例を為せは、即ち(6)の如き時はABCの三角がADEの三角に等しかるべし

(證)前と同じ組立をして、(6)は先知なる故、(7)(8)(9)の如く(5.9)に因て、(10)を得る、夫故に二個の等しき三角に於て云云

考定第十六定理

若四直線比例なる時は、外二線に因て保つ矩形は、中二線に因て保つ矩形に等しく、而して若外二線に因て保つ矩形が、中二線に因て保つ矩形に等しければ、四直線比例たるべし

第十六圖



最初四直線AB、CD、E、Fとして、比例ならしむ、即ちABのCDに於けるは、EのFに於る如くならしむれば、ABとFに因て有つ矩形がCDとEに因て有つ矩形に等しかるべし、

$$\left.\begin{array}{l} AG = F \\ CH = E \end{array}\right\} \quad (1)$$

$$AB : CD :: E : F \quad (2)$$

$$AB \; CD :: CH : AG \quad (3)$$

$$BG = DH \quad (6.14) \quad (4)$$

$$BG = DH$$

$$AB : CD :: CH : AG \quad (5)$$

$$AB : CD :: E : F \quad (6)$$

(證)A、C点より、AG、CHをAB、CDに直角に画き、AGをFに、CHをEに等しくし、而してBG、DHの平行辺形を作る、然る時は(2)の如し、(1)なる故に、(3)の如くBG、DHの平行辺形の等しき角に就く辺が比例を為す故に(6.14)に因て(4)なり、併しAGがFに等しき故に、BGの平行辺形を、ABとFの直線に因て有つ矩形なり、而してCHがEに等しき故にDHの平行辺形を、CDとEに因て有つ矩形なり、夫故にABとFに因て有つ矩形が、CDとEに因て有つ矩形に等しきなり、

次にABとFに因て有つ矩形が、CDとEに因て有つ矩形に等しからしむれば、四線比例をなすべし、即ち(2)の如くなるべし

(證)前に同じ組立をなして、AB、Fの矩形が、CD、Eの矩形に等しく、而してAGがFに等しき故に、BGの矩形をABとFに因て有つ矩形なり、亦CHがEに等しき故に、DHの矩形が、CDとEに因て有つ矩形なり、(4)の如し、而して此二個の平行辺形を、互に等角なり(6.14)に因て等しき平行辺形の等しき角に就く辺が転比例を為す故に、(5)の如し、併しCHがEに、AGがFに等しき故に、(6)の如し、夫故に若四直線云云

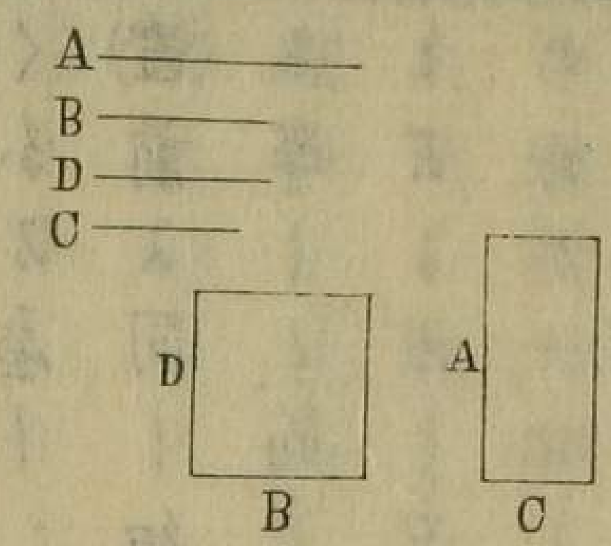
考定第十七定理

若三直線比例をなる時は、外二線に因て有つ矩形が中

の線の方形に等し、而して若外二線に因て有つ矩形が、中の線の方形に等しき時は、三直線比例を為し

最初三直線A、B、Cをして、比例ならしむ、即ちAのBに於ける、BのCに於ける如くなれば、AとCに因て有つ矩形が、Bの方形に等し、

第十七圖



$$A : B :: B : C \qquad (1)$$
$$A : B :: D : C \qquad (2)$$
$$A \cdot C = B^2 \qquad (3)$$

$$A : B :: D : C \qquad (4)$$
$$A : B :: B : C \qquad (5)$$

(證) DをBに等しく取る、然る時に(1)の如く因て(2)となる、若し四直線が比例なる時は、外二線に因て有つ矩形が、中二線に因て有つ矩形に等し、故にA、Cの矩形が、B、Dの矩形に等し、併しBがDに等しき故に、B、Dの矩形がBの方形に等し、(3)の如し、夫故にA、Cの矩形がBの方形に等しきなり

次にA、Cに因て有つ矩形を、Bの方形に等しからしむれば、(1)の如く比例をなすべし

(證) 前と同じ組立をなして、A、Cの矩形がBの方形に等しく、而してBがDに等しき故に、Bの方形がB、Dの矩形に等し、故にA、Cの矩形がB、Dの矩形に等し

(6.16) 若外二線に因て有つ矩形が、中二線に因て有つ、矩形に等しき時は、四直線比例を為すなり、故に(4)の如

し、併しBとDは等しき故ニ、(5)の如し、夫故ニ若三直線云云

考定第十八問題

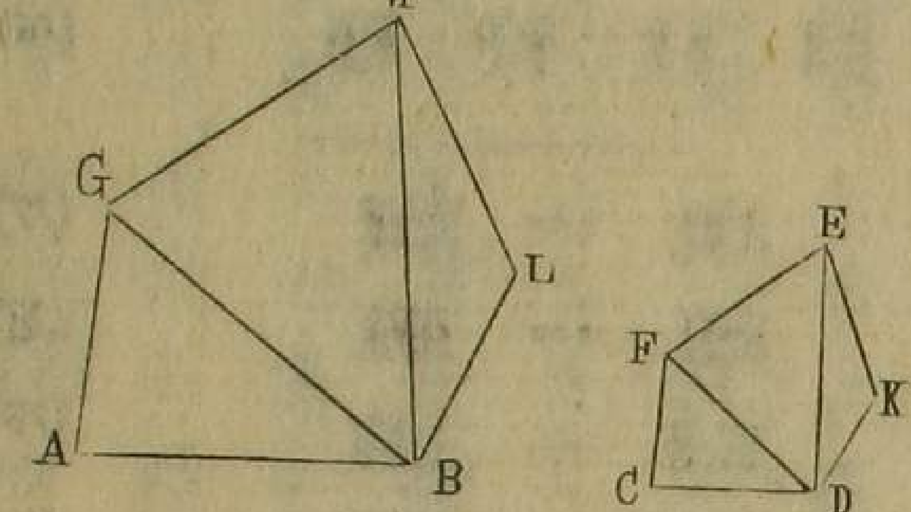
定直線の上ニ、定直線圖ニ、一様ニ關係ある、直線圖を画く事、

AB を定直線ニ、CDEF を定四辺の、直線圖ニ命し、定直線 AB の上ニ、CDEF ニ一様ニ關係ある、直線圖を画く事を求む、

(證) DF を結ぶ、而して直線 AB の A、B 点ニ於て、BAG の角を DCF の角ニ、ABG の角を CDF の角ニ等しくす、故ニ各殘角 CFD AGB の角相等し、而して CFD の三角が AGB の三角ニ等角なり、亦直線 BG の B、G 点ニ於て、GBH の角を FDE の角ニ、BGH の

角を、DFE の角ニ等しくす、故ニ各殘角、DEF. BHG の角相等し、而して DEF の三角が、BHG の三角ニ等角なり、然る時ニ、(3)

第十八圖



$\angle BAG = \angle DCF$ (1)

$\angle ABG = \angle CDF$ (2)

$\angle AGB = \angle CFD$ (3)

$\angle GBH = \angle FDE$ (4)

$\angle BGH = \angle DFE$ (5)

$\angle BHG = \angle DEF$ (6)

$\angle AGB + \angle BGH = \angle AGH$ (7)

$\angle CFD + \angle DFE = \angle CFE$ (8)

$\angle AGH = \angle CFE$ (9)

$\angle ABH = \angle CDE$ (10)

$BA : AG :: DC : CF$ (11)

$AG : GB :: CF : FD$ (12)

$GB : GH :: FD : FE$ (13)

$AG : GH :: GF : FE$ (14)

$AB : BH :: GD : DE$ (15)

$$GH : HB :: FE : ED \qquad (76)$$

$$\angle HBL = \angle EDK \qquad (77)$$

$$\angle BHL = \angle DEK \qquad (78)$$

$$\angle BLH = \angle DKE \qquad (79)$$

$$\angle BHG = \angle DEF \qquad (20)$$

$$\angle GHL = \angle FEK \qquad (21)$$

$$\angle ABL = \angle CDK \qquad (22)$$

$$AB : BH :: CD : DE \qquad (23)$$

$$BH : DL :: DE : DK \qquad (6.4)\ (24)$$

$$AB : BL :: CD : DK \qquad (26)$$

$$GH : HL :: FE : EK \qquad (25)$$

$$BL : LH :: DK : KE \qquad (6.4)\ (27)$$

(5)なる故、(7)(8)を、(9)の如し、同法に因て、(10)を得、而して(7)(6)なる故に、ABHGの直線圖をCDEFの直線圖に等角なり、其圖の等しき角に就く、辺が比例を為す、何となれば、BAG CDFの三角が等角なり、故に(6.4)に因て、(11)の如し、亦同理に因て(12)(13)の如し、夫故に同比例より(14)を得、同法に於て、(15)、(76)を得、故にABHG.CDEF圖が互に等角なり、而して等しき角に

就く辺が比例を為す、夫故に(6.D.1)各直線圖を互ニ等式なり、

次に定直線ABの上に、CDKEFの直線圖に一様に關係する、直線圖を畫く事を求む

(證)DEを結ぶ、而して前條の如く直線ABの上に、CDEFの四辺圖に一様に關係する、ABHGの直線圖を画き、直線BHのB.H点に於てHBLの角をEDKの角に、BHLの角をDEKの角に等しく為す、故に亦各殘角L.K相等し、然る時に、ABHG.CDEFの圖が相應する故に、(20)の如し、併し(78)なる故に(21)の如し、同法に因て、(22)の如し、故にABCHG.CDKEFの五辺圖が等角なり、亦ABHG.CDEFの圖が相應する故に、(23)の如く(6.4)に因て

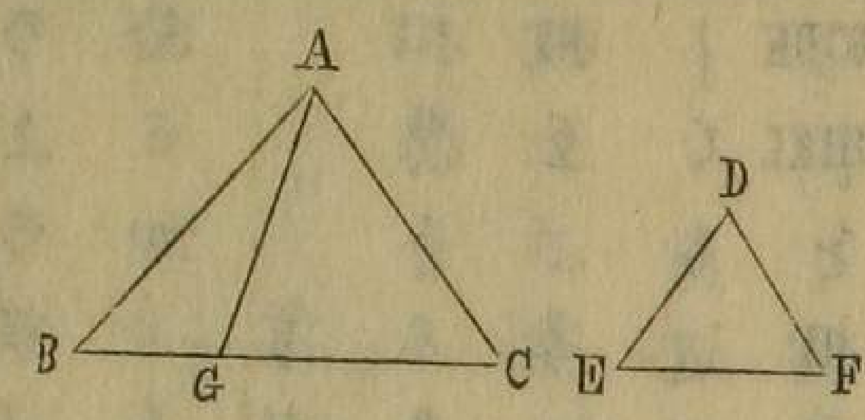
(24)の如し、此二比例より(25)を得る、同法に因て、(26)の如く、(6.4)に因て(27)の如し、故に、ABLHG、CDKEFの圖が互に等角なり、而して等しき角に就く辺が比例を為せは、故に其各圖互に相應せは、同法に於て定直線の上に、定六辺の直線圖等に一様に關係せる、直線圖を画き得るなり

考定第十九定理

等式三角なは、其相應せる辺の、自乗の割合なり、

ABC、DEFを等式三角とせ、B角と、E角と相等しく、而して ABのBCに於るは、DEのEFに於る如し、即ちBC辺がEFの辺に相應せは、ABCの三角と、DEFの三角に於るは、BCとEFの自乗の割合なり、

第十九圖



先知 $\begin{cases} \llcorner B = \llcorner E & (1) \\ AB : BC :: DE : EF & (2) \end{cases}$

$BC : EF :: EF : BG$ (3)

$AB : DE :: BC : EF$ (4)

$AB : DE :: EF : BG$ (5)

$\triangle ABG = \triangle DEF$ (6.15) (6)

$BC : BG :: BC^2 : EF^2$ (5.D.10) (7)

$BC : BG :: \triangle ABC : \triangle ABG$ (8)

$\triangle ABC : \triangle ABG :: BC^2 : EF^2$ (9)

$\triangle ABC : \triangle DEF :: BC^2 : EF^2$ (10)

(證)BC、EFに比例せる、第三線BGを取る、(6.11)に因て(3)を得AGを結ぶ、然る時に(2)なる先知なるが故(5.16)に因て、是を交換して(4)を得、併し(3)なる故、(5)を得、即ちABG DEFの三角の、等しき角に就く辺が轉比例を為せは、故に(6.15)に因て(6)なり、而して(3)の如き故に、(5.D.10)に因て(7)

の如し、併し(8)ある故に、(9)となる、(6)の如き故に(10)の如し、夫故に等式三角云云

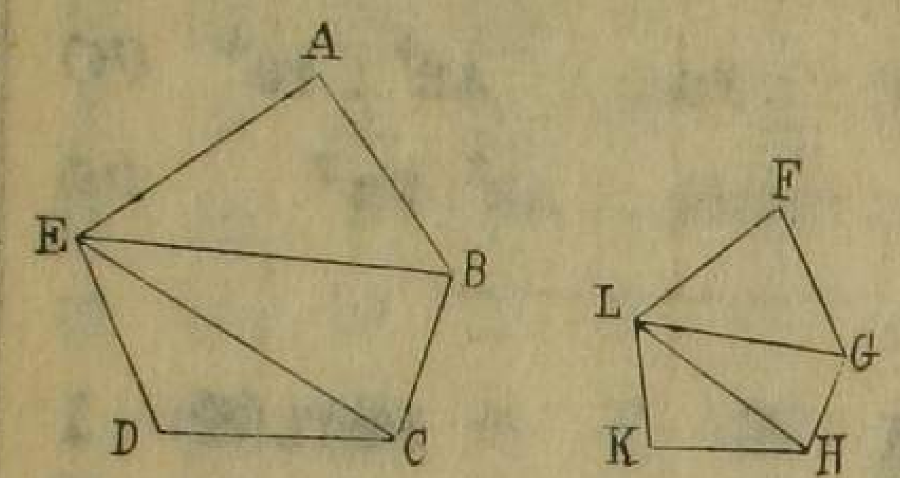
系證 若三直線比例する時は、第一の第三に於る、第一の上の、或る三角の是に相應する、第二の上の、三角に於る如くなり

考定第二十定理

相應する多辺形は、同數の相應する三角に分ち得て、相互に多辺形に持つ所の割合と、同し割合を持つ、而して多辺形が相互に、其相應する辺の自乗の割合あり、

ABCDE FGHKL を相應する多辺形に命じ、AB と FG を相應する辺とせ、ABCDE FGHKL の多辺形が、同數の相應する、三角に分ち得、其相應する三角の各が、互に多辺形に持つ所の割合と同し割合を持つ、而して ABCDE の多辺形の、FGHKL の多辺形

第二十圖



$\angle BAE = \angle GFL$ (1)

$BA : AE :: GF : FL$ (2)

$\angle ABE = \angle FGL$ (3)

$\angle ABC = \angle FGH$ (4)

$\angle EBC = \angle LGH$ (5)

$EB : BA :: LG : GF$ (6)

$AB : BC :: FG : GF$ (7)

$EB : BC :: LG : GH$ (8)

$\triangle ABE : \triangle FGL :: EB^2 : LG^2$ (6.19) (9)

$\triangle EBC : \triangle LGH :: EB^2 : LG^2$ (10)

$\triangle ABE : \triangle FGL :: \triangle EBC : \triangle LGH$ (11)

$\triangle EBC : \triangle LGH :: \triangle ECD : \triangle LHK$ (12)

$\left.\begin{array}{l}\triangle ABE : \triangle FGL :: \triangle EBC : \triangle LGH \\ :: \triangle ECD : \triangle LHK\end{array}\right\}$ (13)

$\triangle ABE : \triangle FGL :: ABCDE : FGHKL$ (5.12) (14)

に於けるは、ABとFGの自乗の割合なり、

$$\triangle ABE : \triangle FGL :: AB^2 : FG^2 \qquad (15)$$

$$ABCDE : FGHKL :: AB^2 : FG^2 \qquad (16)$$

(證)BE、EC、GL、LHを結ぶ然る時にABCDEの多辺形がFGHKLの多辺形に相應する故に(6.D.1)に因て(1)(2)の如し、ABE、FGLの三角の、一角相等しく、而して等しき角に就く辺が比例を為す、故に(6.6)に因て其各が等角なり、故に(6.4)に因て互に相應す、(3)を得る、併し多辺形が相應なる故(4)なり、因て(5)を得、而してABE、FGLの三角が相應する故に(6)の如し、亦多辺形が相應なる故に(7)の如し、同比例に因て(8)なり、即ちEBC、LGHの三角の等しき角に就く辺が比例を為す、夫故に其各が互に等角にして相應は、同法に因てECD、LHKの三角の相應する事を顯し得る、故にABCDE、FGHKLの相應する多辺形が、同數の相應する、三角に分ち得る、

亦此三角の各が、互に多辺形に持つ所の割合と同し割合を持つ、即ち前のABE、EBC、ECDと后のFGL、LGH、LHKに持つなり、而してABCDEの多辺形と、FGHKLの多辺形は、ABとFGの自乗の割合なり、

(證)ABEの三角がFGLの三角に相應する故に(6.19)に因て(9)の如し、同理に因て、(10)なり故に(11)の如し、同理に因て、(12)を得、(13)の如し、併し(5.12)に因て前率中なる或る一率の、其後率に於るは、前率總和の、後率總和に於る如し、

故に(74)の如し、併し(75)の如き故に、(76)の如し、同理に因て三個以上の辺の、或數の相應したる圖が互に夫の相應したる辺の、自乘の割合を持つ事を證し得べし、夫れ已に(6.79)三角に於て、證し得たり、夫故に一般に相應する多辺形云云

（系證）若AB.FGの第三の比例に、Mを取る時は、(5.D.70)に因て、ABのMに於る、ABとFGの自乘の割合に於るなるべし、併しABの上の直線圖の、FGの上の直線圖に於る、ABとFGの自乘の割合に於る如くなるべし、故にABのMに於る、ABの上の直線圖の、FGの上の直線圖に於る如し、

(6.79)（系證）三角に於て、證明せしなり、夫故に一般に若三

直線比例する時は、第一の第三に於ける、第一の上の或直線圖の是に相應せし、第二の上の相應する直線圖に於る如し、

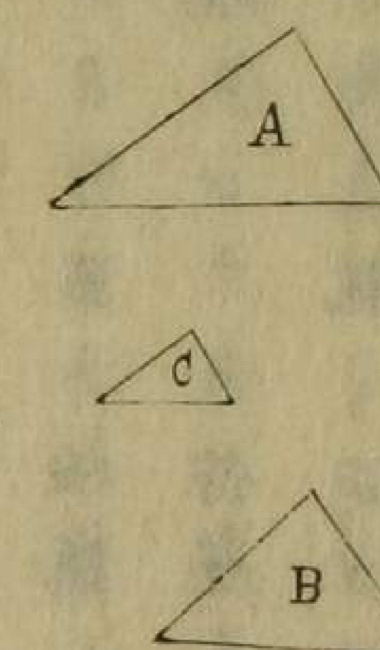
考定第二十一定理

直線圖の各が、或る直線圖に、相應する時は、其各が亦互に相應す、

直線圖A.Bの各が、直線圖Cに相應する時はAの圖がBの圖に相應す、

（證）AがCに相應する故に、互に等角なり、而して等しき角に就く辺が比例を為す、(6.D.1)亦BがCに相應する故に、互に等角なり、而して等しき角に就く辺が比例

第二十一圖



を為す、故にA、Bの各が、Cに等角あり、而してA、B及び、Cの各の等しき角に就く辺が、比例を為す、故にA及びBの圖が互に等角にして、等しき角に就く辺が比例を為す、夫故にAの圖がBの圖に相應す、夫故に直線圖云云

考定第二十二定理

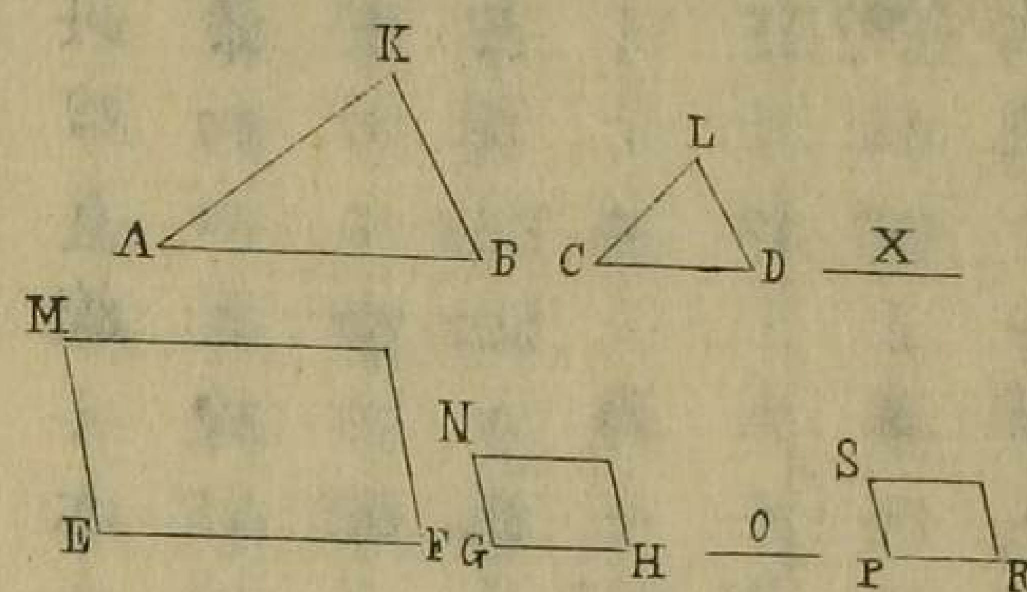
若第四直線比例して、第一と第二の上に、相應したる、直線圖を画き、第三と第四の上に、亦相應したる、直線圖を画く時は、此直線圖も亦比例をなし、而して若第四直線の第一と第二の上に、相應して画く、直線圖が第三と第四の上に相應して画く、直線圖に比例をなす時は、此四直線も亦比例を歴し、

最初四直線AB.CD.EF.GHを比例ならしむ、即ちABのCDに於ける、EFのGHに於ける如し、而してAB.CDの上に等式直線圖KAB.LCDを画き、EF.GHの上に、等式直線圖MF.NHを相應して画く時は、KAB圖のLCD圖に於けるは、MF圖のNH圖に於けるが如くなる歴し

(證)AB.CDに第三の比例Xを取る、而してEF.GHに第三の比例Oを取る、然る時に(1)も先知なる故、(2)(3)を得る、(5.11)に因て(4)の如し、亦(7)なる故に同し比例に因て(5)の如し、併し(6)の如く(6.20)(系證)亦(7)の如し故に(8)を得

る

第二十二圖



$$AB : CD :: EF : GH \quad (1)$$
$$AB : CD :: CD : X \quad (2)$$
$$EF : GH :: GH : O \quad (3)$$
$$CD : X :: GH : O \quad (5.11) \quad (4)$$
$$AB : X :: EF : O \quad (5)$$
$$AB : X :: \triangle KAB : \triangle LCD \quad (6)$$
$$EF : O :: MF : NH \quad (7)$$
$$\triangle KAB : \triangle LCD :: MF : NH \quad (8)$$

$$AB : CD :: EF : PR \quad (9)$$
$$\triangle KAB : \triangle LCD :: MF : SR \quad (10)$$
$$\triangle KAB : \triangle DCD :: MF : NH \quad (11)$$
$$MF : SR :: MF : NH \quad (12)$$
$$SR = NH \quad (13)$$
$$PR = GH \quad (14)$$

$$AB : CD :: EF : GH \quad (15)$$

次ニKAB圖の、LCD圖ニ於る、MF圖のNF圖ニ於る如き時ろ、ABのCDニ於るろ、EFのGHニ於る如し

(證)(6.12)ニ因て(9)の如くなるを、而してPRの上ニ(6.18)ニ因てSRの直線圖をMF.NHの圖の各ニ相應して画し、然る時ニ(9)の如くなる故、AB.CDの上ニ画きたる圖のKAB LCDが相應して画きたり、EF.PRの上ニ画きたる圖のMF.SRが相應して画きてある故ニ(10)の如し、併し(11)を先知なる故ニ(12)の如し、故ニ(13)の如し、亦其各が相應して画きたる故(14)なり、因て(9)を換へ(15)の如し、夫故ニ若四直線云云、

幾何學原礎巻之六

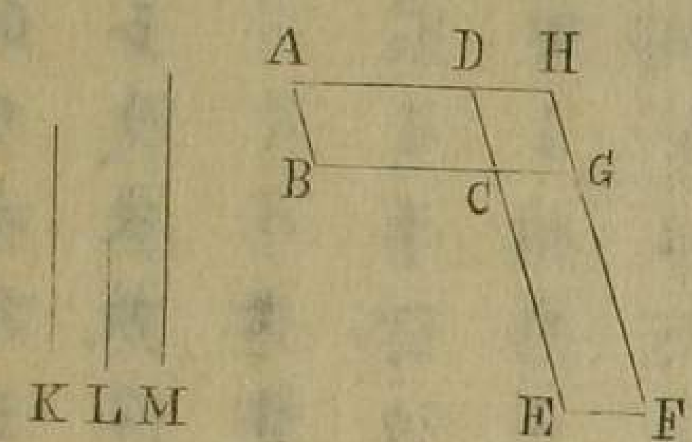
考定第二十三定理

相互に等角なる、平行辺形の割合は、互に其各の辺の相乗の割合なり、

AC、CFを等角なる平行辺形に命し、BCDの角がECGの角に等しき時は、ACの平行辺形の、CFの平行辺形に於る割合は、其各の辺の相乗の割合なり

(證)BC、CGを一直線とせ、故にDC、CEも亦一直線となるべし、DGの平行辺形を作る、而して或る直線Kを取り(6·12)に因て(1)及び(2)の如くなれ、然る時にKのLに於る、LのMに於る割合が其各の辺の割合、即ちBCのCGに於る、DCのCEに於る割合と一様なり、KとMの割合(5·D11)に因てKとL及びLとMの相乗の割合なりと云、故に亦KとMの割合は、辺の相乗の割合なり、今(3)の如くして、(1)の如くなる故(4)の如し、亦(5)の如くして(2)の如くなる故、(6)の如し、而して(4)(6)を顯したる故に、同し比例に因て(7)の如し、併しKのMに於るは、其各の辺の相乗の割合なり、故に亦ACの平行辺形の

第二十三圖



K : L	::	BC : CG		(1)
L : M	::	DC : CE		(2)
AC : CH	::	BC : CG	(6.1)	(3)
AC : CH	::	K : L		(4)
CH : CF	::	DC : CE	〃	(5)
CH : CF	::	L : M		(6)
AC : CF	::	K : M		(7)

CF の平行辺形ニ於ル割合ハ其各の辺の相乘の割合ナリ、夫故ニ相互ニ等角ナル云云、

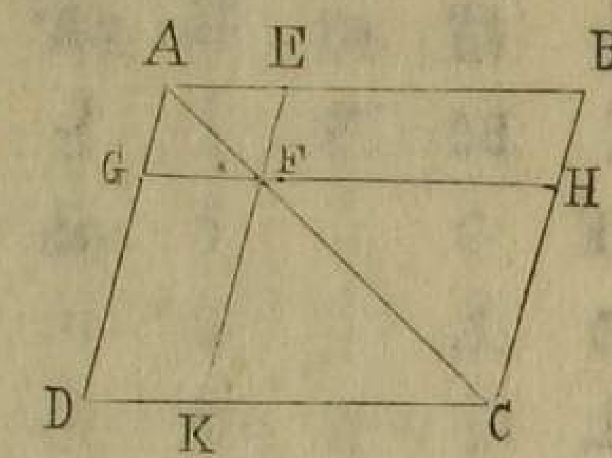
考定第二十四定理

或ル平行辺形の、徑ニ就ク平行辺形ハ、互ニ全平行辺形ニ相應ス、

ABCD ヲ平行辺形ニ命シ、其徑ハ AC ナリ、而シテ EG. HK の平行辺形ガ徑ニ就ク、EG. HK の平行辺形ガ、互ニ ABCD の全平行辺形ニ相應ス、

(證) DC. GF ガ平行スル故ニ、(1) ナリ、亦 BC. EF ガ平行スル故ニ (2) ナリ、而シテ (3) の如キ故ニ互ニ等シ、夫故ニ ABCD AEFG の平行辺形ガ等角ナリ、而シテ (2) の如ク、亦 BAC の角ガ

第二十四圖



$\llcorner ADC = \llcorner AGF$ (1)

$\llcorner ABC = \llcorner AEF$ (2)

$\llcorner BCD = \llcorner EFG = \llcorner BAD$ (3)

$AB : BC :: AE : EF$ (4)

$AB : AD :: AE : AG$ (5)

$CD : CB :: FG : FE$ (6)

$CD : DA :: FG : GA$ (7)

BAC EAF の三角ニ普通ナル故ニ、其各ガ等角ニシテ、互ニ相應ス、(4) の如シ、併シ平行辺形の相對スル辺ガ互ニ等シキ故ニ、(5) (6) (7) の如シ、故ニ ABCD AEFG の平行辺形ガ其各の等シキ角ニ就ク辺ガ比例ト為ス、而シテ互ニ相應ス、同理ニ因テ ABCD FHCK の平行辺形ガ互ニ相應ス、故ニ EG HK の平行辺形の各ガ、BD ニ相應ス故ニ (6·21) ニ因

てEGの平行辺形がKHの平行辺形に相應す、夫故に或る平行辺形云云、

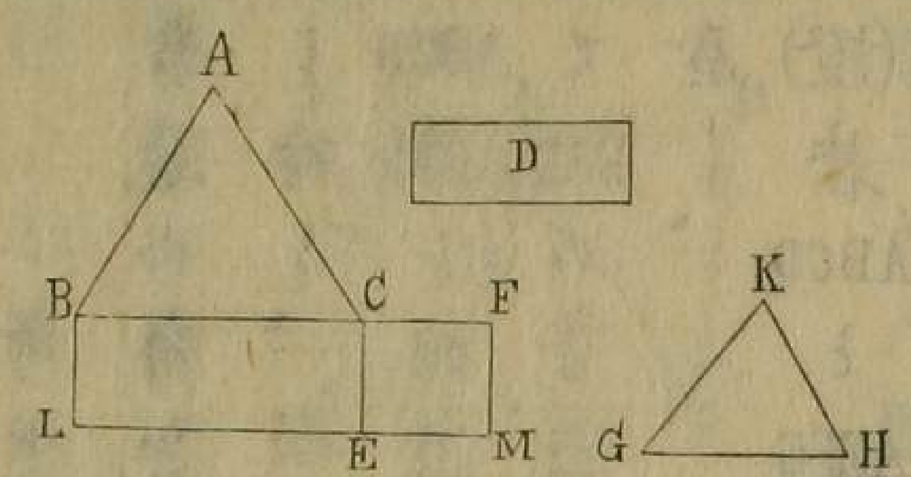
考定第二十五問題

定直線圖に相應して、他に等しき、直線圖を画く事、

ABCを画かんと欲する圖に、相應したる定直線圖とす、而してDを其圖に等しからしむべき、物とし其ABCに相應して、Dに等しき直線圖を画く事を求む、

(證)BCの上にABCの圖に等しきBEの平行辺形を画く、而してCEの上にFCEの角がCBLの角に等しき、所のDに等しきCMの平行辺形を画く、故にBCとCFが一直線を為すべし、亦LEとEMは一直線を為すべし、BCとCFの間に

第二十五圖



BC : GH :: GH : CF (1)

BC : CF :: △ABC : △KGH (2)

BC : CF :: BE : EF (3)

△ABC : △KGH :: BE : EF (4)

GHの中比例を求む、(6.13)而してGHの上にABCの圖に相應する、KGHの直線圖を画く、(6.18)然る時は(1)の如く、若三直線比例する時は、第一線の第三線に於るは、相應して画かれたる第一線上の圖の第二線上の圖に於る如し、故に(2)の如し、併し(3)なる故に(4)の如し、而してABCの圖がDEの平行辺形に等しき故に(5.14)に因てKGHの圖がEFの平行辺形に等し、併しEFの平行辺形はDの圖

に等し、故に亦KGHの圖がDの圖に等しきなり、而して
ABCに相應す、夫故KGHの直線圖がABCの圖に相應し且つ
Dに等しく画かきより

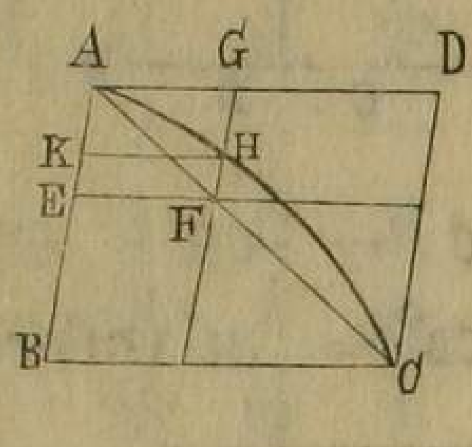
考定第二十六定理

普通の角を持つ、相應したる両平行辺形が等しく置るゝ時は、一徑に就くべし

ABCD AEFGを相應して等しく置るゝ平行辺形に命す、而してBADの普通の角を持たしめば、ABCDとAEFGを一徑に就くべし、

(證)若ABCDとAEFGを一徑に就かざる者と思想し、BDの平行辺形にEGの平行辺形の徑、AFより離れたる直線に於

第二十六圖



DA : AB :: GA : AK (1)

DA : AB :: GA : AE (2)

GA : AK :: GA : AE (3)

AK = AE (5.9) (4)

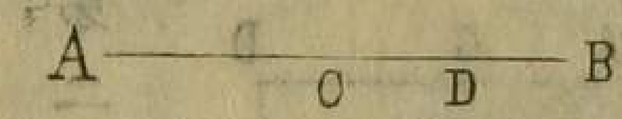
て其徑AHCを持しむ、GFがHに於てAHCに會す、而してHよりHKをAD或はBCに平行に画く、然る時にABCD、AKHGの平行辺形が一徑に就て互に相應す、(6.24)故に(1)の如し、併しABCD、AEFGが相應する、平行辺形なる故に(2)の如し、故に(3)を得る、(5.9)に因て(4)の如し、圖に因て見れば、小の大に等し夫は成し難きなり、夫故にABCD、AEFGが一直線に於て其各の徑を持つ能はざるなり、併しABCD AEFGが一徑に就く能はざるにあらざるなり、即ちABCD、AKHGが一徑に就く能はゞABCD AEFGの

各が一徑に就くなり、夫故に普通の角を持つ云云、

定一直線の部分に於て成したる、諸矩形の中、其最大なる者ハ、半線の上の方形なり、

考定第二十七定理

AB を定直線とし、是をCに於て等分し、而して其線中D点に於て、等しからざる長さに分つ時ハ、AC の上の方形ハ、AD DB の矩形より大なりとす、



$$AC = CB \quad (1)$$
$$AD.DB + CD^2 = AC^2 \quad (2\cdot5)(2)$$

（證）AB をCに於て等分し、而してDに於て分割せる故に (2·5) に因て (2) なり、故に AC の方形ハ、AD、DB の矩形より大なり、夫故に定一直線の部分云云

考定第二十八問題

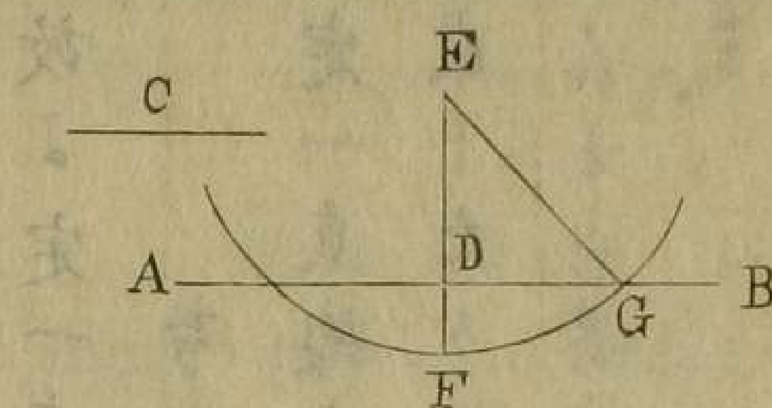
定一直線を等しからざる長さに分ち、其部分に於て成したる矩形をして、定めたる空間に等しからしめんとす、其空間ハ定直線半の方形より大なるべからず、

AB を定直線とし、而して C なる直線に於る方形をして、AB の部分に於て成る矩形に等しかるべき、定空間とす、然る時に此方形ハ AB なる直線の半に於る方形より大ならず、

AB をDに於て等分し、而して若AD の方形が C の方形

と等しき時は要とする所の件を全ふす、然るに若ADの方形がCの方形に等しからざる時は前の定理に因てADはCより大ならざるを得ず、ABと直角にDEを画き、而して是をCに等しからしめEDをFに引延し、EFをAD即ちDBに等しくして、EFEを中心としての離きに於て、ABとGに會する所の圏を画きEGを結ぶ

第二十八圖



$$DE = C \qquad (1)$$
$$EF = AD = BD \qquad (2)$$
$$AG.GB + DG^2 = DB^2 \quad (2.5) \qquad (3)$$
$$EF^2 = EG^2 \qquad (4)$$
$$ED^2 + DG^2 = EG^2 \quad (1.47) \qquad (5)$$
$$AG.GB + DG^2 = ED^2 + DG^2 \qquad (6)$$
$$AG.GB = ED^2 \qquad (7)$$

(證) ABはDに於て等しく分割せられ、Gに於て等しからず、分割せらる、故に(2.5)に因て、(3)あり、圖に依て(4)の如し、(1.47)に因て(5)を得、(3)を變して(6)となる、(6)より同形を消去して(7)の如し、夫故にABなる定直線は、Gに於て分割せらる、其AG GBの部分に於て成したる矩形は、Cなる定直線に於る方形に相等し、

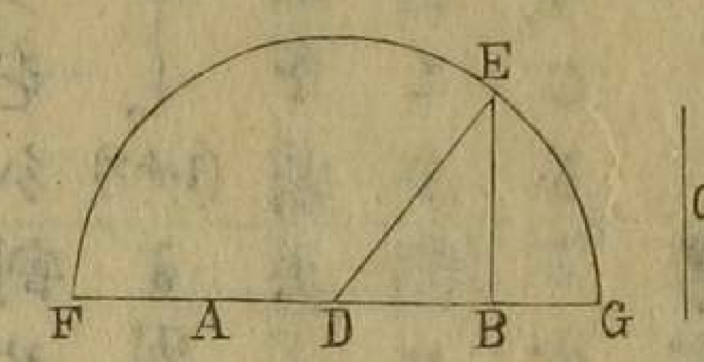
考定第二十九問題

定直線を引延したる線に於て、成したる矩形をして定めたる空間に等しからしめんとす、

ABを定直線とし、而してCなる直線に於る方形をしてABを引延したる、二部に於て成る矩形に等しから

しむべし、
ABをDに於て等分し、而してABと直角にBEを画き、是をしてCに等しからしめ、DEを結ぶ、Dを中心としてDEの離きに於てABとGに會する所の圈を画く、

第二十九圖



$$BE = C \quad (1)$$
$$AG.GB + DB^2 = DG^2 \quad (2\cdot6) \quad (2)$$
$$DE = DG \quad (3)$$
$$AG.GB + DB^2 = DE^2 \quad (4)$$
$$EB^2 + BD^2 = DE^2 \quad (1\cdot47) \quad (5)$$
$$AG.GB + DB^2 = EB^2 + BD^2 \quad (6)$$
$$AG.GB = EB^2 \quad (7)$$

(證)ABをDに於て等しく分割せられ、Gまで引延せし故に、(2·6)に因て(2)あり、(3)なる故に(4)の如し、(1·47)に因て(5)を得、(4)を變して、(6)となる、同形を消去して(7)の如し、夫故にABなる定直線をGまで引延し、其AG.GBなる引延したる線に於て成したる矩形も、Cなる定直線に於る方形に相等し、

考定第三十問題

定直線を端と中間の割合に切る事、

ABを定直線とし、夫を端と中間の割合に切る事を求む、

(證)ABをC点に於てAB.BCの矩形が、ACの上の方形に等しく有つべく割る、(2·11)然る時にAB.BCの矩形がACの上

$$AB : AC :: AC : CB \quad (1)$$

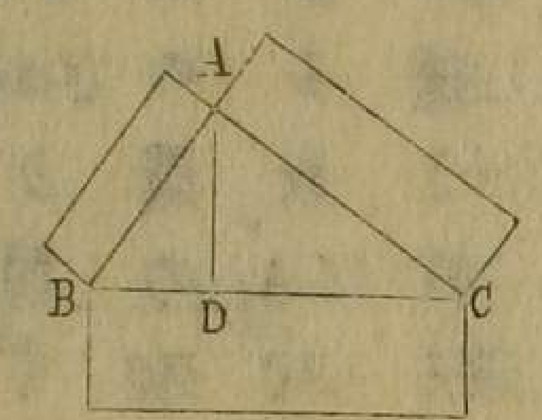
の方形よ等しき故よ、(6.17)よ因て(1)の如し、夫故よ(6.D.3)よ因て、ABの端と中間の割合よ切るなり

考定第三十一定理

或る直角三角よ於て、直角よ對する辺の上よ画く直線圖が、直角を有つ二辺の上よ、相應して画く圖よ等しきなり、

ABCを直角三角よ命し、BAC角を直角とを、AB.AC.BCの上よ相應したる、圖を画くBCの上の圖が、是よ相應したるBA、ACの上の圖よ等しかる應し、

第三十二圖



$$CB : BA :: BA : BD \quad (1)$$
$$CB : BD :: \square CB : \square BA \quad (2)$$
$$BD : BC :: \square BA : \square BC \quad (3)$$
$$CD : CB :: \square CA : \square CB \quad (4)$$
$$BD+CD : BC :: \square BC + \square AC : \square BC \quad (5)$$
$$BD+CD = BC \quad (6)$$
$$BC : BC :: \square BC + \square AC : \square BC \quad (7)$$
$$\square BC + \square AC = \square BC \quad (8)$$

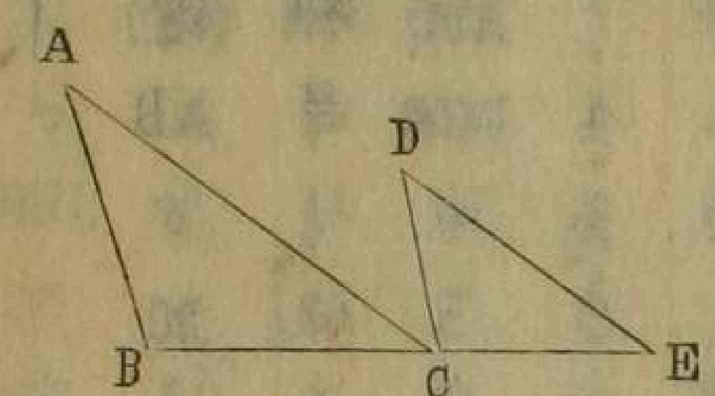
(證)垂線ADを画く、然る時よ直角三角ABCよ於て、ADを直角Aより底線BCへ垂直よ画く故よ、(6.8)よ因てADB.ADCが全三角ABCと互よ相應を而してABCの三角がABDの三角よ相應をる故よ、(1)の如し、併し若三直線比例を

る時ハ、第一の第三ニ於ける、第一の上の圖の是ニ相應したる、第二の上の圖ニ於る如し、(6.20)(系證)故ニ(2)の如し、是を交換して(3)の如し、同法ニ於て(4)の如し、故ニ(5.24)ニ因て BD 及ひ CD を集むる者の BC ニ於る、BA. AC の上の圖の BC の上の圖ニ於る如し、即ち(5)なり、併し(6)なる故、(5.A) BC の上の圖が是ニ相應して画く、BA. AC の上の圖ニ於る如し、即ち(7)なり、因て(8)なり、夫故ニ或る直角三角云云、

考定第三十二定理

若二個の三角の、各二辺が比例を為し、且つ一角を結合し、其各の相當せる辺が、互ニ、平行せる時ハ、他の各の一辺ハ、一直線中ニある屋し、ABC. DCE を二個の三角ニ命し、AB. AC の二辺が、CD. DE の二辺ニ比例を為し、即ち AB の AC ニ於ける、CD の DE ニ於る如し、而して、AB が DC ニ、AC が DE ニ平行し、然る時ニ BC 及び CE が一直線中ニある屋

第三十二圖



$$AB : AC :: CD : DE \quad (1)$$
$$\angle BAC = \angle ACD \quad (2)$$
$$\angle ACD = \angle CDE \quad (3)$$
$$\angle BAC = \angle CDE \quad (4)$$
$$\angle ABC = \angle DCE \quad (5)$$
$$\angle ABC + \angle BAC = \angle ACE \quad (6)$$
$$\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = \angle ACE + \angle ACB \quad (7)$$
$$\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 2\angle R \quad (8)$$
$$\angle ACE + \angle ACB = 2\angle R \quad (9)$$

し、

(證) AB が DC に平行し AC が夫に會す、故に代る角 BAC. ACD が相等し、(2) なり、同理に因て (3) なり、故に (4) なり而して等しき ABC. DCE の三角の A に於る角が、D に於る角に等しく、等しき角に就く辺が比例を為す故に、(6.6) ABC の三角が DCE の三角に等角なり、因て (5) を得、併し (2) の如き故に、(6) を得、其等しき各に、ACB の角を加る時は、(7) の如し併し (8) の如くなる故に、(9) の如し、故に BC 及び CE は一直線中にあるなり、夫故に若二個の三角云云

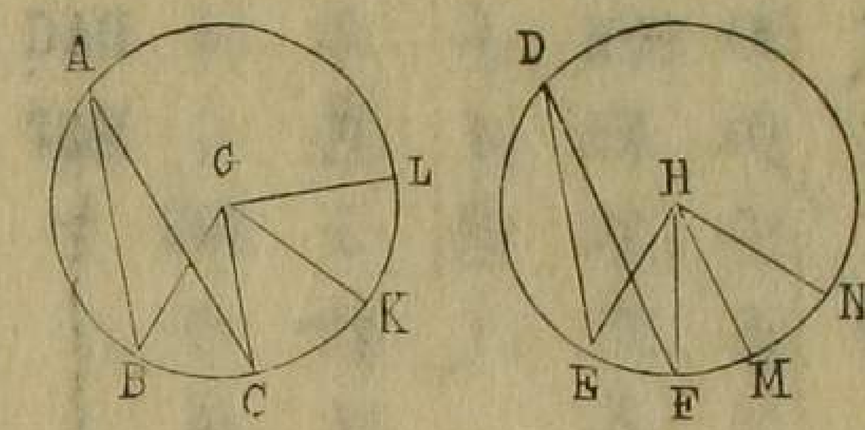
考定第三十三定理

等しき圏内に於て、中心或は周の何れにも於ける角も、其角の立つ所の弧、及び亦扇形と、互に同し割合なり、

ABC DEF をして等しき圏とし、BGC. EHF を其中心に於る角とし、DAC. EDF をして、其周に於る角とせ、BC の弧の EF の弧に於るは、BGC の角の EHF の角に於る如く、而して BAC の角の EDF の角に於る如く、亦 BGC の扇形の EHF の扇形に於る如くなる為し、

(證) CK. KL 弧の各の或る数を、BC に等しく取る、而して FM. MN の弧の各の或る数を EF に等しく取る、GK. GL. HM. HN を結ぶ、然る時に (1) (2) の如し、故に BL 弧が BC 弧の幾倍なるは、BGL の角が BGC の角の幾倍なるに等し、同法に因て

第三十三圖之一



$$\text{Arc.}CK = \text{Arc.}KL = \text{Arc.}BC \quad (1)$$

$$\text{Arc.}FM = \text{Arc.}MN = \text{Arc.}EF \quad (2)$$

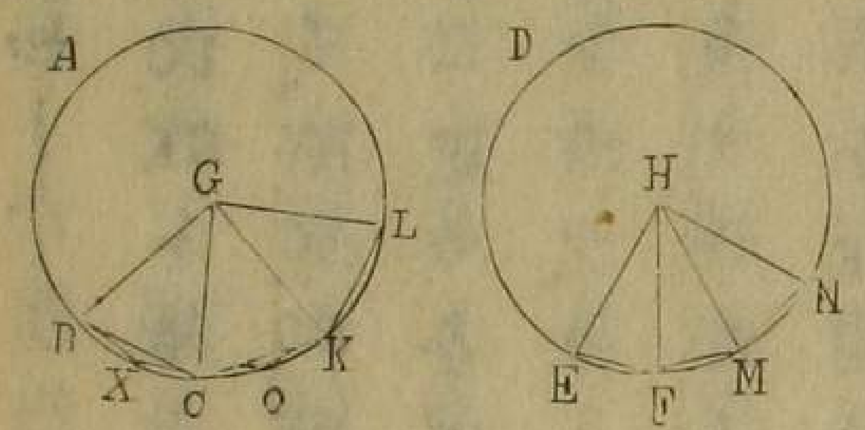
$$\text{Arc.}BC : \text{Arc.}EF :: \angle BGC : \angle EHF \quad (3)$$

$$\angle BGC : \angle EHF :: \angle BAC : \angle EDF \quad (5.15) \quad (4)$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Arc.}BC : \text{Arc.}EF :: \angle BGC : \angle EHF \\ :: \angle BAC : \angle EDF \end{array}\right\} \quad (5)$$

EN弧がEF弧の幾倍なるに、EHNの角がEHFの角の幾倍なるに同じ、今若BLの弧がENの弧に等しき時は、BGLの角が亦EHNの角に等し、而して若大なる時は大なり、小なる時は小なり、併しBLの弧及びBGLの角がBC弧及びBGCの角の或る同乗數なり、亦EHの弧及びEHNの角がEFの弧及びEHFの角と同乗數なり、故に(5.D.5)に因て(3)の如し、併し(5.15)に因て(4)の如き故に亦(5)の如し、亦BCの弧のEFの弧に於る、BGCの扇形のEHFの扇形に於

第三十三圖之二



$$BG = CG = GK \quad (1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \angle CBG = \angle BCG = \angle KCG \\ = \angle CKG \end{array}\right\} \quad (2)$$

$$BC = CK \quad (3)$$

$$\text{Arc.}BC = \text{Arc.}CK \quad (4)$$

$$\text{Arc.}BAKC = \text{Arc.}CBAK \quad (5)$$

$$\angle BXC = \angle COK \quad (6)$$

$$\text{Sec.}BGC = \text{Sec.}CGK \quad (7)$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Sec.}KGL = \text{Sec.}BGC \\ = \text{Sec.}CGK \end{array}\right\} \quad (8)$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Sec.}EHF = \text{Sec.}FHM \\ = \text{Sec.}MHN \end{array}\right\} \quad (9)$$

$$\text{Arc.}BC : \text{Arc.}EF :: \text{Sec.}BGC : \text{Sec.}EHF \quad (10)$$

る如し、
(證)BC.CKを結ぶ、而してBC.CKの弧に於て、成る点X.Oを取る、BX.XC.CO.OKを結ぶ、然る時にBGC.CGK三角に於てBG.GCの二辺の各が、CG.GKの二辺の各に等し、而して等しき角を持つ、故に底線BCが底線CKに等しく、且つBGC.CGKの三角が同形なり、BC弧がCK弧に等し、(1)(2)(3)(4)の如し、若BCを全周より取り、其残りの部分へCKを全周より取りたる、残りの部分に等し、(5)の如し、(3.27)に因て(6)に得、而してBXCの欽圏がCOKの欽圏に相應は、併し其各がBC.CKの直線上に有る故に、BXCの欽圏は、COKの欽圏に等しく、BGCの三角がCGKの三角に等し、故に全きBGCの扇形

が全きCGKの扇形に等し、(7)の如し、同法に於て(8)の如し、而して亦EHF.FHM.MHNの扇形が互に等しき事を説明し得る故に(9)を得、BLの弧がBCの弧の幾倍なるは、BGLの扇形がBGCの扇形の幾倍なるに同じ、ENの弧がEFの弧の幾倍なるは、EHNの扇形がEHFの扇形の幾倍なるに同じ、今若BLの弧がENの弧に等しき時は、BGLの扇形がEHNの扇形に等しかるべし、若大なる時は、大なり、小なる時は小なり、併しBLの弧とBGLの扇形は、BCの弧とBGCの扇形と或る同乗数なり、而してENの弧とEHNの扇形は、EFの弧とEHFの扇形の同乗数なり、故に(10)の如し、夫故に等しき圏内に於て云云、

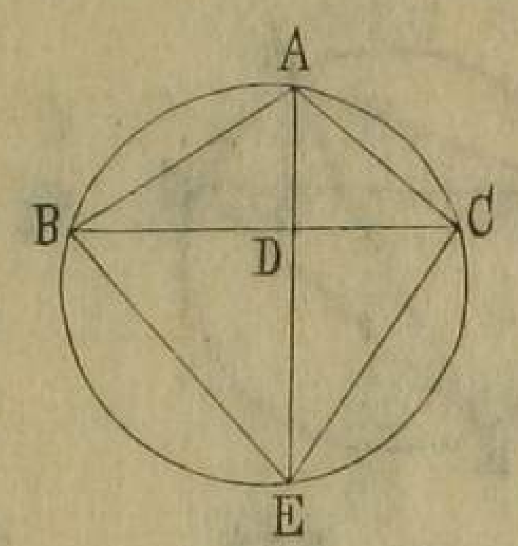
考定B定理

若三角の頂角を直線に因て二分し、其直線が底線を切る時は、三角の二辺に因て成る矩形が底の分線に因て成る矩形と、角を二分せし線の上の方形の和に等し

ABCを三角とし、而してBACの角を直線ADに因て等分し、夫が底線BCを、Dに於て切る時は、BA.ACの矩形は、BD.DCの矩形と、ADの上乃方形の和に等しかるべし、

(證)ABCの三角の周圍に圈を画き、ADをEに於る周にまで引延ばし、而してECを結ぶ然る時に(1)なり、(2)の如し〔同じ欽圈に於る角なるを以てなり〕故にABD.AECの三角が互に等角なり

B圖



$$\angle BAD = \angle CAE \quad (1)$$

$$\angle ABD = \angle AEC \quad (2)$$

$$BA : AD :: EA : AC \quad (3)$$

$$BA.AC = EA.AD \quad (6.16)\ (4)$$

$$ED.DA + AD^2 = EA.AD \quad (2.3)\ (5)$$

$$ED.DA = BD.DC \quad (3.35)\ (6)$$

$$BA.AC = BD.DC + AD^2 \quad (7)$$

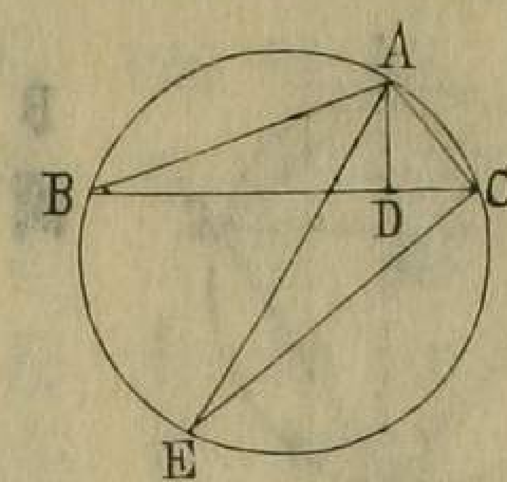
故に(3)の如し、(6.16)に因て(4)なり、(2.3)に因て(5)なり、併し(3.35)に因て(6)の如くなる故に(7)の如し、夫故に若三角の頂角云云、

考定C定理

若三角の頂角より、底線に垂直線を画く時は、三角の二辺に因て成る矩形が、三角の周圍に画く圈の徑と、

垂直線に因て成る矩形に等しきなり、

ABCを三角とし、ADをA角より底線BCに到る垂直線とせ、BA、ACの矩形が、三角の周圍に画く圏の徑と、ADに因て成る矩形に等しかる應し、



C圖

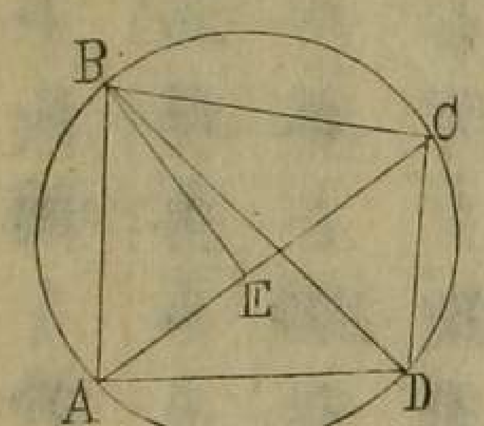
$$\llcorner BDA = \llcorner ECA \quad (1)$$
$$\llcorner ABD = \llcorner AEC \quad (2)$$
$$BA : AD :: EA : AC \quad (3)$$
$$BA.AC = EA.AD \quad (4)$$

(證)三角の周圍なる、ABCの圏の徑AEを画き、而してECを結ぶ、然る時に同じ直角なる故(1)の如し、亦同じ欽圏に於る故に(2)の如く、(3)の如し、因て、(4)を得る、夫故に若三角の項角云云、

考定D定理

圏の内に画く四辺圖の、斜線に因て成る矩形が、相對する辺に因て成る、矩形の和に等し、

ABCDをして圏内に画く成る四辺圖に命じ、而してAC、BDを結ぶ、AC、BDに因て成る矩形が、AB、CD及びAD、BCに因て成る、二個の矩形の和に等し、



D圖

$$\llcorner ABE = \llcorner DBC \quad (1)$$
$$\llcorner BAE = \llcorner BDC \quad (2)$$
$$BA : AE :: BD : DC \quad (3)$$
$$AB.CD = BD.AE \quad (4)$$

$$\llcorner ABE + \llcorner EBD = \llcorner DBC + \llcorner EBD \quad (5)$$
$$\llcorner ABD = \llcorner EBC \quad (6)$$
$$AD : DB :: EC : CB \quad (7)$$
$$AD.CB = BD.EC \quad (8)$$
$$BD.AC = AB.CD + AD.BC \,(2\cdot1)\,(9)$$

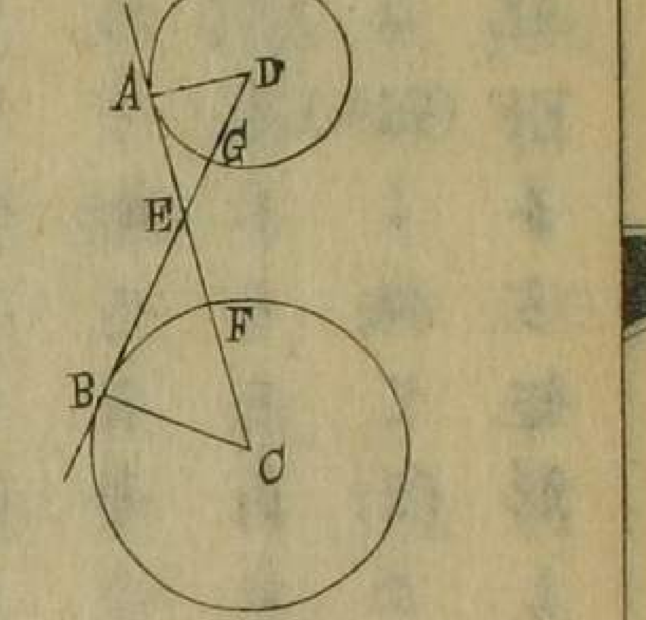
(證)ABE角をDBCの角に等しく為せ、(1)なりBAE、BDCの角も同じ欽圏に於る故に(2)なり、故にABEの三角がDBCの三角に等角なり、故に(3)の如し、因て(4)を得る、再び解く、(2)の各にEBDの角を加へ(5)となる、故に(6)なり、因てABDの三角がEBCの三角と等角なり、故に(8)の如し因て(9)を得る、併し(4)なる故に(2.1)に因て(10)を得、夫故に圏の内に画く云云、

第六巻用法

第一 相隔絶したる二圏の各中心より画せる、觸線をして、交わらしむるが各觸線の外部の分線に據て成る矩形を相等し

AGM、BENを二圏に命じ、Eに於て交る所のCA、DBをして、C及びDなる中心より、二圏に画せる觸線ならしめ、AF、BGを外部とせ然る時に、AE、EFにて成る矩形が、BE、EGにて成る矩形に等しかるべし、

(證)AED、EBCなる三角を等角にして、(1)の如く亦(2)の如し、故に(5.19)に依て(3)の如く、亦(4)の如し、因て(5)を得る、即ちAE、EFなる矩形を、BE、EGなる矩形に等し、

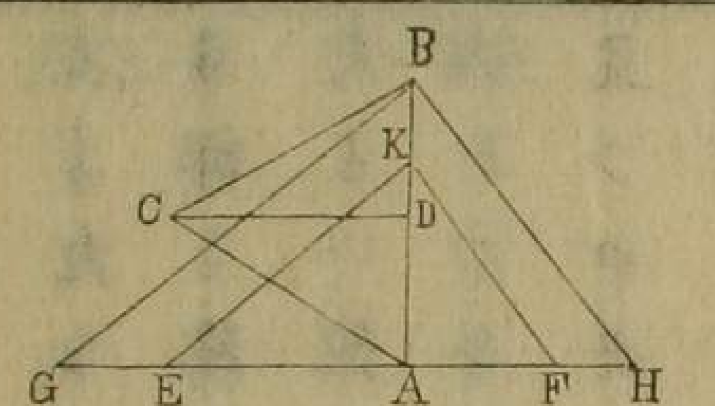


$$CE : DE :: BC : AD \quad (1)$$
$$CE : DE :: CF : DG \quad (2)$$
$$EF : EG :: CF : DG \quad (5.19) \quad (3)$$
$$EF : EG :: BE : AE \quad (5.16) \quad (4)$$
$$AE . EF = BE . EG \quad (5)$$

第二　定方形と、積相等しき、等辺三角形を作る事

定方形の一辺なる、ABの上に、ABCなる等辺三角形を作り、Dに於て、ABを等分し、CDを結ぶ、而してAを通して、CDに平行なる、GHを画し、AG、AHよりCD、DAの各に相等しきAE、AFを分ちEFの上にKに於てABを分つ所の半圏を画き、KE、KFを結び、而してKE、KFに平行なる、BG、BHを画し、然る時に、AHは求むる所の、三角の底辺の半なる可し、

(證)(1)(2)の如く定め、BG、KE及びHB、KFは平行なる故(3)の如く、(4)の如し、故にGA及びAHは、等辺三角の、高及び底辺の半にして、其積はGA、AHの矩形に等し、(6.8)に因て即ち(6)の如し

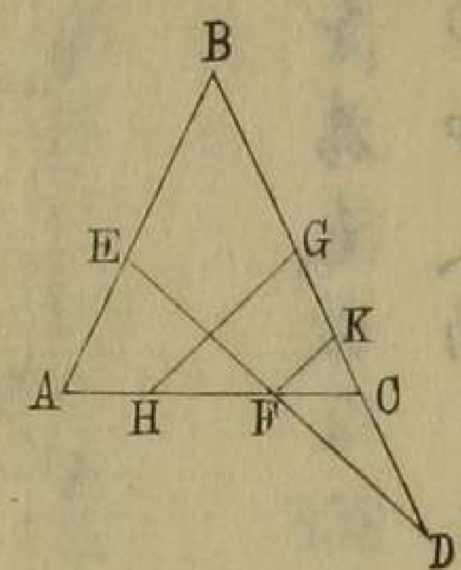


$$CD = AE \quad (1)$$
$$DA = AF \quad (2)$$
$$GA : AH :: EA : AF \quad (3)$$
$$GA : AH :: CD : DA \quad (4)$$
$$GA . AH = AB^2 \quad (6.8) \quad (5)$$

第三　二等辺三角の底辺を分ち、其分ちし点を中央としたる、一個の線を等辺及び、他の等辺を引延したる部に終らしむれは、其引延したる部は、等辺を分ちたる一部に等し、

ABCを二等辺三角に命じ、底辺ACをしてFに於て分ち、且つ中央として、等辺AB及びBCを引延したるBDのD及びEに於て終る一線を画けれは、AEはCDに等しかるべし

(證)BCに於てAEに等しきCGを取り、HGをしてEFに等しからしめ、而してHGに平行せるFKを画くべし、然る時に(4)なる故にFCはDFK角を二個に等分せ、而して(6.3)に



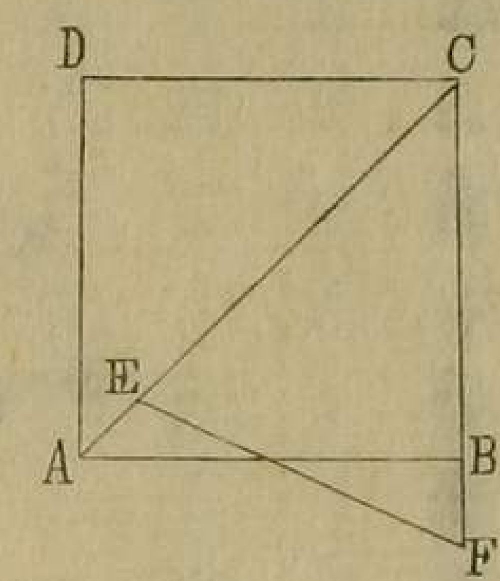
$$EF = FD \quad (1)$$
$$AE = CG \quad (2)$$
$$HG = EF \quad (3)$$
$$\left.\begin{array}{l}\angle CFK = \angle CHG \\ \quad = \angle AFE = \angle CFD\end{array}\right\} \quad (4)$$
$$DC : CK :: DF : FK \quad (6.3) \quad (5)$$
$$HG : GC :: DF : DC \quad (6)$$
$$DE = HG \quad (7)$$
$$DC = CG \quad (8)$$
$$DC = AE \quad (9)$$

因て(5)の如し、然るにCFK、CHGなる三角は等角なる故、(6)の如し、而して(7)の如き故に、(8)なりして(9)を得るなり、

第四　定方形と、積相等しき、等辺八角形を作る事、

ABCDなる方形をして、定方形の四分の一ならしめ、ACを結ぶ、然る時に定方形の八分の一を、ABC三角に等しき

なり、
ACの中にAC及びCBに比例中數たる、CEを認め、CBを引延し、Fに於てCFをECに等しくなす、而してEFを結ぶ、



$$CE = CF \quad (1)$$
$$AC : CE :: CF : CB \quad (2)$$
$$\llcorner ACB = \llcorner FCE \quad (3)$$
$$\triangle ECF = \triangle ABC \quad (4)$$

(證)組立に因て(2)の如し、因てACB、FCEなる兩三角に於る、ACB及びFCEなる兩角は普通角にして、(3)なり、且つ其等角に於る二邊は、轉比例を為す、故にECFなる二等邊三角は、ABC三角に相等し、(4)の如し、而して八角形の八分の一に相等し、其ECFなる頂角は亦直角の半にして、其八角形はC點に於る三角八個を以て之を作り得べし、故にEFは求むる所の邊なり、

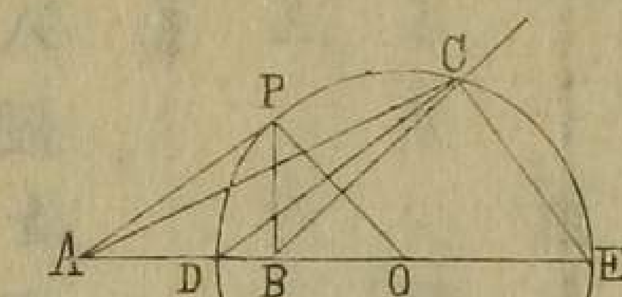
第五　同じ底に於ける、不等邊三角の邊をして、定めたる某の制合を有せしむるときは、其角頂點の幾何地集合して圈を成す、

(注意)平面幾何地とは、一線なり、即ち其中の各點を以て成したる、其形狀の界場を云ふ、故に同じ底に於る、二等邊三角の總ての頂點の幾何地とは、直角に於て、底邊を二個に等分する、直線を云ふ、

ABをして定底邊ならしめ、而してDに於て分ち、其AD

なる大なる部、及ひDBなる小なる部をして、定めたる割合を有せしむ、

AC、DC、BCをCなる某点に画し、其点をして假に求る所の幾何地中に在りとせ、蓋し(1)の如く比例を為を爲く



$AC : CB :: AD : DB$ (1)

$BE : AB :: AD - BD : DB$ (6.18) (2)

$AE : BE :: AD : DB$ (3)

$\llcorner DCE = \llcorner R$ (4)

$AD : AE :: DB : BE$ (5)

$AD + AE : AE :: DB + BE : BE$ (6.18) (6)

$2AO : AO + DO :: 2DO : DO + OB$ (7)

$AO + DO : AO :: DO + OB : DO$ (8)

$DO : AO :: OB : DO$ (5.17) (9)

$OP : AO :: OB : OP$ (10)

$AP : PB :: AO : OP$ (11)

$AP : PB :: 2AO : 2OD$ (12)

$AP : PB :: AD + AE : DB + BE$ (13)

$AP : PB :: AD : DB$ (14)

C点に画せし者とせ、

(證)ABを引延して、Eに到らしめ、(6.18)に因て(2)の如くならしむ、即ち(3)の如しとせ、CEを結ふ時は、BO及ひACを引延したる部にして成したる角を二個に等分せ、(6.A)而してCDは(6.3)に因てACB角を二個に等分せるか故に、DCE角は直角にして、而してCはDEを中径とせる圏の周に在りとせ、

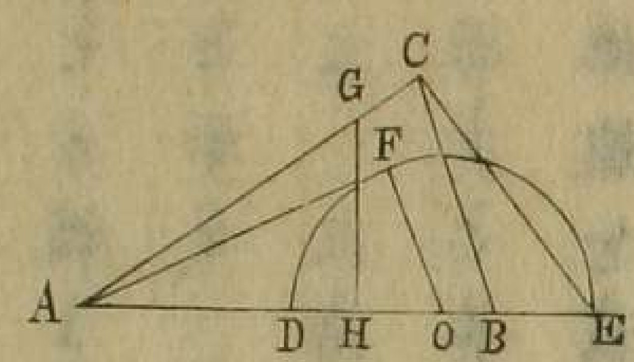
又左の如く説明せ、若しPなる某点をして、DEを中径とせる圏周に在りとし、而してPA、PBを畫すれは、其二線は定めたる割合を有すへし、Oをして中心ならしめOPを結ふ、然る時に(5)の如し、故に(6)の如し、(6.18)蓋し

(7)の如く、(8)の如し、而して(5.17)に因て(9)(10)の如し、故にAPO.PBOなる三角を相應す、(5.6)因て(11)(12)(13)(14)の如し、

第六 定三角を共底辺に畫する垂線を以て、二個に等分する事、

ABCをして定三角に命し、底邊ABをDに於て二個に等分し、ACと直角にCEを畫し、之を引延しEに於てABに會せしめ又DEの中央点なるOに因てDFEなる半圏を畫き之にAFなる觸線を畫し、ACに於てAFに等しきAGを取り、而してABに垂直なるGHを畫せ、然らばGHを定三角を二個に等分すべし、

(證)AGH ACEなる三角を相應するを以て(2)の如し、又(3)の



$$AB = 2AD \qquad (1)$$

$$\triangle AGH : \triangle ACE :: AG^2 : AE^2 \qquad (2)$$

$$AG^2 = AF^2 = AO^2 - OE^2 \qquad (3)$$

$$AO^2 - OE^2 = AE.AD \quad (2.6) \qquad (4)$$

$$AG^2 = AE.AD \qquad (5)$$

$$\triangle AGH : \triangle ACE :: AE.AD : AE.AE \qquad (6)$$

$$\triangle AGH : \triangle ACE :: AD : AE \quad (6.1) \qquad (7)$$

$$\triangle ACE : \triangle ABC :: AE : AB \qquad (8)$$

$$\triangle ACB : \triangle AGH :: AB : AD \qquad (9)$$

$$\triangle ACB : \triangle AGH :: 2 : 1 \qquad (10)$$

如く(2.6)に因て(4)の如し、故に(5)を得る、(2)を變し(6)を得、(6.1)に因て(7)となり、然るに(8)なる故、(9)を得(1)の如く設けたる故、(10)となるなり、

第六巻例題

第一　二線を以て成りたる矩形は、其各線正方形の、比例中率あり、

第二　四邊形あり其相對せる角より一個の對角線上に畫せる垂線相等し今之を形内一点より各角に畫せる線に因て四個の等しき三角形に分割せしめんを要す、

第三　三角形の一角点より其對邊の中央一線を畫し而して其線の中央を通して他一角点より其對邊に他線を畫せれば其邊を一と二の比に於て分割す之を證明を爲し、

第四　已知の一点を通徹して一線を画き其法を爲し其他已知の二点より其線上に垂線を画し其長さをして各等からしめんとす

第五　三角形の各角点より其對邊或は其延長の部に等しき三線を画し而して形内の或る一点より其線に並行せる線を各邊に画せれば此線の和は彼の一線に等しかるべし

第六　二個の等圓と一個の圓をして互に相觸せしめ其觸点を連結して成る三角形の頂角は三中心を連結して成る等脚三角形の底角に等し

第七　ABCなる等邊三角形ありAC邊中に一点Dを認

めBC邊延長の部にCD、CFを認てCA、CEに等しくなし而してAF、DEをしてHに於て交らしむときは左の比例をなす

HC:EC::AC:AC+EC

第八　内画したる（圖内に画きる者）四邊形の對角線AC、BDをEに於て交らしむときは左の比例をなす

AB.BC:AD.DC::BE:ED

第九　直角三角形内に一邊を斜邊に一致せしめて正方形を画きれば斜邊を連續比例に分割す

第十　ABCなる三角形を内画し（圖内に画きる者）A点を通して引たる觸線に平行してBDを画しACを或はAC延長の部に交らしむときはABをAC、ADの中比例なり

第十一　ABにC、Dを認てAB:AC::AC:ADの如く分割しACに等しきAEを画きれはBED角はECの為に等分せらる

第十二　圓徑の両端を通徹する二觸線間に嵌入する一觸線の部は觸点に於て半徑と中比例をなし分割せらる

第十三　圓中に二弦を相交へ其一弦の各部をして他一弦の各部に同比を有たしむときは其相當部分の角を二等分する線は圓の中心を通徹す

第十四　内画したる（圖内に画きる者）四邊形の對角線直角に交切せは對邊の相乗の和は本形の積に二倍す

第十五　圓周中の已知一点より画したる數條の弦線を其点を通徹しなる觸線に平行なる已知弦を以て分割せる已知点と已知弦間の部と其弦との相乘は一定なり

第十六　等式三角形内に其相當邊と共に等角を為す所の直線を相等角頂より對邊上に画すれば其直線が着する所の邊と等比を有す而して又其邊を等比に分割す

第十七　A直角なる三角形内にCを等分するCDを画すれば $AB:AC::BC-AC:AD$ を顯す

第十八　二圓を相觸せしめ其公觸線の觸点間の部と兩中徑とは中比例を為す

第十九　諸角点より對邊の中央に画する三線を已知として其三角形を画すべし

第二十　已知の缺圓中に正方形を画すを爲し

第二十一　設る一点より設る一圓に画したる數線を已知の一比に分割する点の幾何界場を撿出すを爲し

第二十二　相交る二圓を設け其一交点に通徹して兩圓を分割する一線を画し其嵌入しなる兩弦をして已知の一比ならしめんを要す

第二十三　設る三角形内に已知の並行四邊形に等比なる並行四邊形を画すを爲し

第二十四　A、Bは不等二圓の中心にしてAP、BQは並行半径の一對あり一定点を通徹するPQと各中心との距離は各半径に比例するを撿出すを要し亦之に因て二圓の公觸線を画する法を顯すを要し

第二十五　第二十四の問題一定点を通徹して二圓を分割する一線を画すれば分割点に着する各半径は並行を要し而して嵌入の弦は其半径に比例を要し

第二十六　CDEはEに於てABなる中心線に交會する二圓の公觸線にしてFGHKEは二圓を分割する一線あり然る時にEC.ED＝EF.EK＝EG.EHを為す

第二十七　設ある三線に因て數學連級幾何連級響音連級の各中率を求む

AB、AC、ADなる三直線に於て

〔一〕AB：AB：：AB－AC：AC－ADなる時は數學連級

〔二〕AB：AC：：AB－AC：AC－ADなる時は幾何連級

〔三〕AB：AD：：AB－AC：AC－ADなる時は響音連級

と稱す今爰にAP、AQ、ARをしてAB、AC間の數學、幾何、響音の中率を示さんに $AP=\frac{1}{2}(AB+AC)$．$AQ^2=AB.AC$

$AR=\frac{2AB.AC}{AB+AC}$・なるを撿出すべし故に又 $AP.AR=AQ^2$

即ち此三中率は連續して比例をなせり

〔三〕の比例は時として左の如く記載す

AB：AD：：CB：CD 或は AD：AB：：CD：CB 又は AD.BC＝AB.CD

第二十八　已知圓外なるP点よりPC、PDなる切線（觸線ともいふ）を画し其切点を連結せるCD線をしてPを通徹せる直径AOBをQに於て分割せしめなばOP.OQ$=(rad)^2$（radハ半径なり）をなしてPB線を（AQに於て）響音比例に分割せられPCQの角を（CA線に因て）二等分せらるゝを證明すべし

第二十九　第二十八の問題に就てE、Gに於て已知の圓を分割しFに於てCDを分割せる一線延長をしてPを通徹せしむべく画されなばPGを響音比例に分割せらるPEQ、PGQ角をEA、GAの為めに二等分せらるゝを證明すべし

第三十　AC＝2BCなる三角形ABCに於てCD、CEをしてC角及ひACを延長してなしたる外角を等分せしめなばCBD、ACD、ABC、CDEの三ヶ角形を其積一、二、三、四の比を有せ

第三十一　已知の正方形に等しき整六角を製作すべし

第三十二　A直角なるABCの三角形に於てCDを以てC角を二等分せなば$2AC^2 : AC^2 - AD^2 :: AB : AD$なる比例をなすを其證如何

第三十三　三角形あり一邊と其對角及他二邊の比を已知としてこの本形を画すべし

第三十四　兩三角形あり是の一角彼の一角に等しく又是の他角彼の他角の並角なる時なば此四角に對せる

邉は互に比例すべし

第三十五　ABは圓の中徑にしてAC、ADはEに於て相交る二弦なり今ABに垂線EFを画し之を延長せばAD、BCの交所を通徹す其證如何

第三十六　已知圓外の一点より両觸線を画し此両觸線の和として前の一点より中心を通徹し圓界に交會する線と同等ならしめんとす此点の位置を檢出を爲し

第三十七　Pなる一点より一圓にPA、PBの二觸線を画し而してBDなる中徑に鉛垂線ACを画すればACはPDの為にEに於て二等分せらるゝを證明を爲し

第三十八　已知の一線を數部に等分を爲し而して後一

個の三角形を共邉中に設くる一点より画する線に因て同しく數部に等分せんとす其法を説明すべし

第三十九　三角形の頂角を二等分しDに於て底邉を分割するADを画しBC延長の部にA及びDより等距なるE点を認めば$BE:DE::DE:CE$の比例をなす事を證明を爲し

第四十　半徑R及びrなる二圓の内一圓をしてABC三角形の三邉に他の圓をしてBC邉と其他両邉延長の部に觸せしめ其ABに觸る点をD_1 D_2としAC延長の部に觸る、点をE_1 E_2とすれば$BD_1, BD_2 = CE_1, CE_2 = Rr$なり之を詳明を爲し

第四十一　ADを直三角形の斜邊BCに鉛垂を虚く画しRをABC内に画したる圓の半徑とし r、r' をABD、ACD内に画したる圓の半徑とすれば $R^2=r^2+r'^2$ なる理を説明を虚し

第四十二　三角形の外角を二等分する線の為め底邊延長の部を分割せば其線の平方は底邊各部の相乘と他の兩邊相乘の差に等しかる虚し

第四十三　並行四邊形のA角より一線を画しEに於て對角線を分割しF、GにてBC、CDなる邊「兩邊の内一邊なる延長」を分割せばAEはEF、EG間の比例中率なるを證明を虚し

第四十四　B角を共用する二個の三角形ありCAB、CEB其CA、CEなる兩辺相等しく且BE延長の部はBA、ACと第三率の比例を為せばEDを「即BA:AC::AC:EDなるを第三率比例といふ」認むれバBDC、BACなる兩三角形は等數形なる虚し

第四十五　APBを圓の象限とし SPTをPに於て本圓に觸るをOA、OBなる半徑をS、Tに於て分割する觸線あり今OAに鉛垂なるPMを画すれば各三角左の如き比例を為すを事を證明をべし

第四十六　已知の一点を通徹して一線を画し若之を延長

せざ他の傾斜両線の交点を通徹を遂く画せんを要そ

第四十七　已知の斜三角形ふ積及ひ頂角を等しふしたる等脚三角形を画を應し

第四十八　ABCDある長方形ありCDふAEある一線を画し而してAEふ鉛垂をるBEを画をれ於AE BFの相乗るABCDある本形ふ等しきを證を應し

第四十九　ABCを圓内ふ画したる三角形ふしてAD AEをB Cふて圓ふ觸る二線ふ並行しそゝ底辺ふ画したる線あり今 $AD=AE$ 及び $BD:CE::AB^2::AC^2$ あるを證明をべし

第五十　某三角形ふ於て設し頂角より底辺ふ垂線を画されを 底辺：辺ノ和::辺ノ差：底辺截断ニ部ノ(差)或ハ(和)「之ハ垂線三角形の内或を外ふ着をる事あれ於あり」あり

第五十一　設けし直三角形内ふ直角を共用しそ長方形を画をれ於斜辺截断部の相乗を直角辺截断部の相乗を和をる者ふ等し

第五十二　圓内ふ底辺の二倍を各辺としたる等脚三角形を画をれ於半径ノ自乗：一辺ノ自乗::4:75を為を之を證明を應し

第五十三　A直角あるABC三角形ありB角をしそC角の二倍あらしめB角を二等分をるBDを画し又BCふ鉛垂をるAE、DFを画をれ於 $\frac{1}{BE.DF}-\frac{1}{AE.BF}=\frac{1}{AE.BE}$ あり之を

證明すべし

第五十四　一圓に一線を觸せしめ其觸点より或直徑上に垂線を画し又此直徑の両端及び中心へも垂線を画し之を以て觸線に交會せしめ此四垂線の比例を示すべし

第五十五　半圓を以て直三角形の頂角より画せる垂線に因て分割せる斜辺の各部上に画されたる其圓の間に嵌入したる辺の両部は両辺の三乘の比なるべし

第五十六　已知の正五角形の内へ一個の正方形を画すことを要す

第五十七　三角形あり其一辺に並行して画せる一線を

以て之を二等分せることを求む

第五十八　直三角形の一辺を他辺の二倍となせば頂角より斜辺上に画したる垂線を以て斜辺を一と四の比に分割することを證明すべし

第五十九　二個の三角形あり一形の一角他形の一角に等しくして又は餘角なる時は其形互に其角を有する二辺の比を相乘したる比なり

第六十　已知の一点を通徹して已知の二圓に觸る圓を画すべし

幾何學原礎巻之六終

版權免許
明治十一年十一月

著者并出版人　静岡縣士族　山本正至
静岡西草深町百番地

同　同　川北朝隣
東京牛込區若松町七番地

出版人　同平民　廣瀬市藏
静岡江川町拾二番地

定價金三拾七錢五厘

出版御届
明治十一年十二月

書肆

東京芝三嶋町　和泉屋市兵衛
同　大傳馬町三丁目　袋屋亀次郎
西京寺町四条上ル　田中治兵衛
大坂心齋橋南壹丁目　敦賀屋九兵衛
同所　秋田屋市兵衛
静岡江川町　本屋市藏

發兌