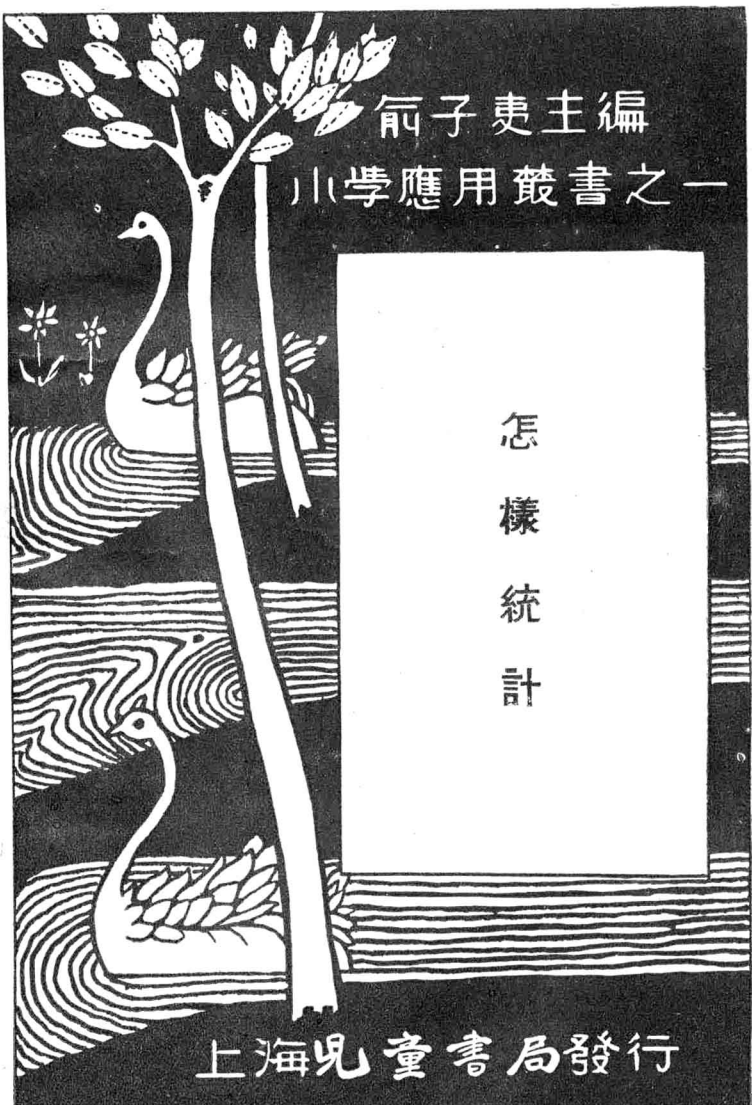


怎樣統計



編主夷子
一之書用應小學

怎
樣
統
計

上海兒童書局發行

小學應用叢書之一

怎樣統計

定價國幣伍角

遵照教育部劃一售書辦法核實減定

實售國幣叁角

外埠酌加郵匯費

主編者 俞子夷

編輯者 俞子夷

發行者 張一渠

印刷者 兒童書局

總發行所 上海四馬路四二四號
電話九一九三
電報掛號九三〇一 兒童書局

版權所有 翻印必究

中華民國二十五年九月初版

中華民國二十五年九月發行

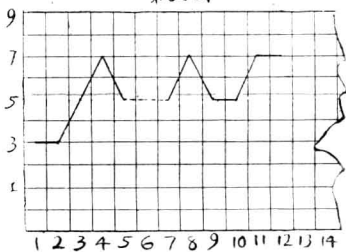
自 序

小學教師所要用的統計，並不十分多，也不必高深。但是師範學校裏學的統計，却很完備。學時因為公式多，所以不容易記憶。學過後不能把公式一一實地應用，所以難熟習。某一部份常要用到的，或者反而嫌得簡略。沒有在師範學校裏學過的，往往想找些統計的書自修。自修統計學，比別的科目較難。前編測驗統計術（中華書局印行），在初學者，自修者，以及大多數只須某一部份的實用者，或者還嫌不適用。因為那書裏仍舊包含統計中計算方法的各方面。方面多，所以敘述或者欠詳盡。現在這一本，不求完備，揀最重要，最常用的幾種，用更多的實例，作更詳細的說明。沒有學過的人可以拿來作自修的入門書；已經忘記了的或對於統計覺得繁瑣討厭的人，可以拿來作復習用。所須的算術，極淺近；不會得開平方的人，也沒有什麼困難。先看了本書，再讀測驗統計術，或者可以容易些。

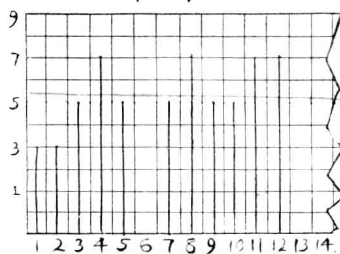
二十五年八月 俞子夷在浙江大學

為印刷便利計，本書內各圖的紅線及紅字都改用淡黑線及淡黑字，仍認淡黑色與黑色易於模糊不明，特再插入這紅黑二色圖，以資考證。最好閱者依照這紅黑二色圖，先將各原圖的淡黑線及淡黑字都改成紅線及紅字。

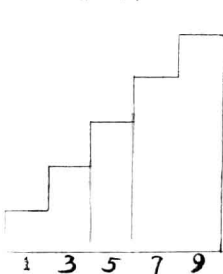
第三圖



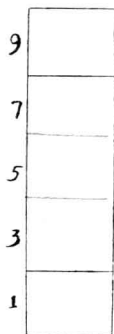
第四圖



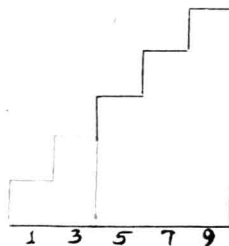
第七圖



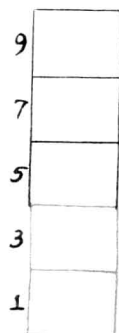
第八圖



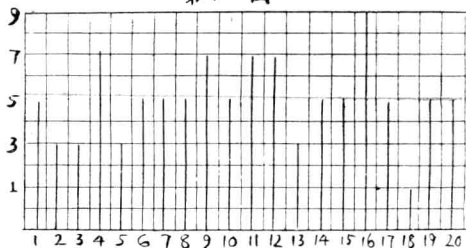
第九圖



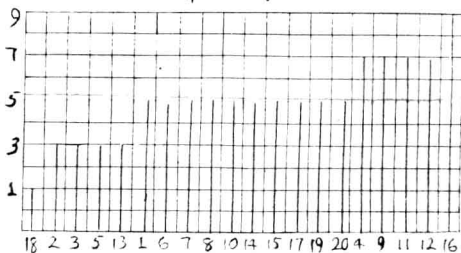
第十圖



第十一圖



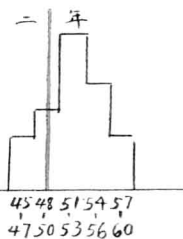
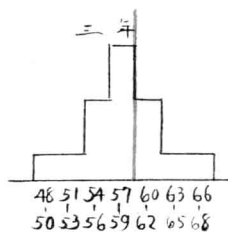
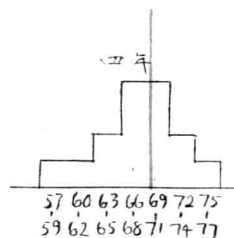
第十二圖



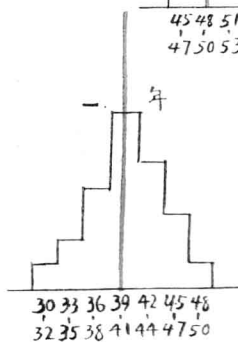
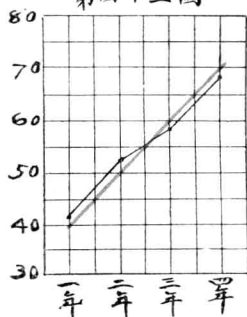
第十四圖

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	3	2	1										
2	3	3											
3	4	2											
4	1	1	2	2									
★5	2	3											
6	3	1	2										
7	4	1	1										
8	3	3											
9	1	2	1	2									
10	2	2	1	1									
11	2	2	2										
12	1	1	2	1	1								
13	3	2	1										
14	1	2	3										
★15	2	2	1										
16	1	1	1	1	1	1							
17	1	3	2										
★18	5												
★19	2	1	2										
20	2	2	2										

第二十八圖



第四十三圖



小學應用叢書之一

怎樣統計目次

自序

第一章	圖表的功用	1
第二章	學業方面應用的圖表	3
第三章	行政方面應用的圖表	23
第四章	求平均數的方法	33
第五章	求均方差的方法	48
第六章	用表查平方和平方根的方法	58

怎樣統計

第一章 圖表的功用

統計圖表，能把各方面複雜瑣屑的情形，簡明表示，給予參考檢查等時間上的經濟；還可以保存整個學校的歷史，使不致斷續失敗。重大的功用有下列的四種：一、把學校裏各種調查考核等表冊中的記載，作系統的統計，簡明的表示；從這裏，可以明白現在的情形，還可以做以後改進的根據。二、有了這種統計，才能知道過去的事實和現在比較；謀進步，或者推測將來的趨勢。三、把整個學校各方面的情形集合在一處，可以窺見一校的現況。四、從圖表中去檢視自身的地位，估計教育的效果。統計圖表的意義，既如上述，當然，我們不應當做裝飾品看待，更不應隨便調製幾張來點綴門面。

統計圖表決不是裝飾品，也不是廣告宣傳品，所以，我們在調製統計圖表前，應注意下列各點：

甲、內容方面：

1. 數字力求真實，正確。
2. 名稱須簡單明顯，不必加註釋即能明瞭。
3. 項目的排列須一致。

4. 盡量減少文字；或把文字縮簡，但須不失原意。

5. 項目、數目須完全，不可缺漏。

乙、形式方面：

1. 裝飾須美觀，但應顧到清晰，勿喧賓奪主。

2. 線條及點圈等力求清楚，正確，明顯。

3. 色彩宜單純，最好用黑紙白字，或白紙黑字。若項目數字複雜時，用色彩表示亦好。

4. 形式可根據內容，用最適宜的形狀繪製。但應顧及查看上的便利。

5. 文字線條等宜劃一，勿在一張統計圖表上顛倒雜亂。

6. 無結束性的，應備空格，留待將來填入，但空格勿過份多留。

7. 表格線條，宜依據項目而定。各項目或名稱間以粗細線條分別，查看上更覺便利，醒目。

8. 內容複雜時，用各種形狀的線條點圈或色彩等符號分別表示；但應在下角附加符號的說明。

9. 各種統計圖表，紙張大小宜一律。

工欲善其事，必先利其器。我們調製圖表時，用具若不完備，不但浪費時間，而且容易失敗。有時一張圖表畫到將結束時，因為器具不完善，而塗污或者畫斜，就此全體損壞，不能應用。下面是應用工具的名稱：

1. 鉛筆粗細各一枝
2. 橡皮（軟性）
3. 尺（二公尺長一支，一公尺長一支）
4. 三角板
5. 圓規
6. 直線筆（或借用圓規）
7. 分角器
8. 鋼筆一枝
9. 毛筆二三枝
10. 廣告畫色（可用水彩畫色代替）

11. 劃紙刀 12. 漿糊(以備劃壞後挖補) 13. 方格紙, 各色封面紙和圖畫紙。

有時, 可以利用剪貼方法, 把黑紙或色紙, 按照相當大小, 在背面用鉛筆畫出圖形, 再用剪刀剪下, 貼在白紙上即成。

第二章 學業方面應用的圖表

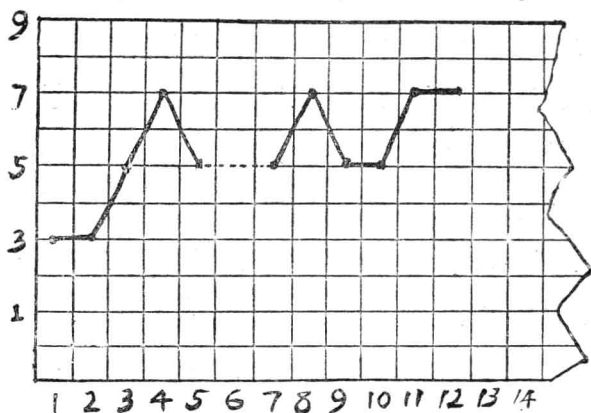
學業方面應用的圖表, 大體可分考查用, 研究用, 兩類。其實, 考查的目的, 還是在研究和改進。學生學業成績, 可以說是教員教學成績的代表。就是說, 我們看了學生成績的好壞, 可以間接推斷教員教學成績的好壞。所以教員考查了學生成績以後, 應當用統計方法或圖表, 把考查的結果整理出來, 自己詳細審核一下。要是成績太壞, 一定教學方法上有問題存在。圖表, 當然只能把事實的真相顯示出來, 不能指示我們問題究竟是什麼。要是我們沒有用圖表, 把結果整理, 事實的真相無由看出, 有沒有問題, 更無從說起。例如下表是一班二十個學生的某科目的成績分數(次序依照點名表上坐位的號子; 姓名省去, 用坐位號子代表), 不經過整理, 我們一些也看不出什麼。

【第一表】

1. 78分	6. 71分	11. 81分	16. 92分
2. 61分	7. 76分	12. 86分	17. 80分
3. 65分	8. 76分	13. 64分	18. 55分
4. 88分	9. 82分	14. 72分	19. 75分
5. 67分	10. 74分	15. 69分	20. 71分

一提到成績考查，做教員的，學生以及學生家庭總要聯想到同級生的相互比較，誰最好，誰最不好，等等問題。其實，成績的好不好，和別人比較，遠不如自己前後的比較的重要。因為前後的比較，可以看出是不是進步。進步，是我們教與學最重要的一個標準。

【第一圖】

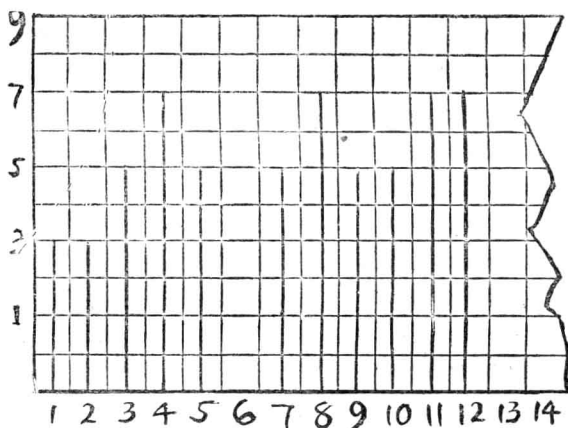


如第一圖，是學生個人用的，自己記載進步用的圖。左面從下而上，是代表分數的。下面從左而右，是代表星期的，這都不過是一種假定，作為例子罷了。記分方法，不一定用 1 3 5 7 9；此外有好多方式，詳見另冊怎樣記分結分。這裏假定每星期記載一次；或者延長或者縮短，都可以看學校情形，科目性質而定。這圖中第一星期是 3 分，第二星期仍是 3 分，第三星期 5 分，第四星期 7 分，有顯著的進步。第五星期 5 分，第六星期因故未記，第七星期仍是 5 分，以後幾星期裏，常在 5 分 7 分間。這樣，可以知道這學生是有穩健的進步的。學生自己看了一條曲線，漸漸的上升，無形中得到一種努力的鼓勵。所以這種圖表，還有一種促進

學習興趣，學習動機的好處。

方格紙不一定要買價貴的舊品，叫學生自己劃了用，也很經濟。圖表可以貼在各科練習簿的封面背後，或底面背後。這樣，每逢練習，可以看看一向來的進步狀況。

【第二圖】

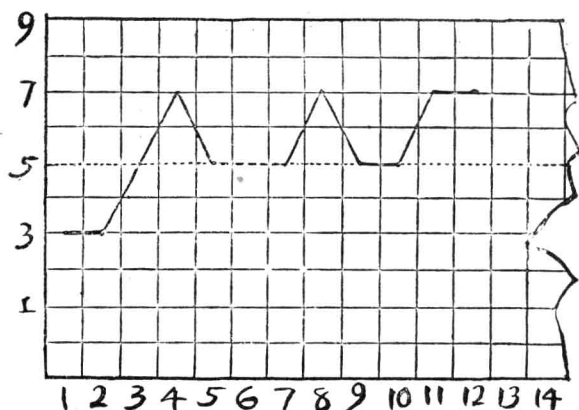


第二圖和第一圖彷彿，不過第一圖用曲線，第二圖改用直線。看了各星期直線的高低，可以明白成績的進退，畫圖表，有兩個方向，一個從下而上，代表數量；小的在下，大的在上。所以向上是增加，向下是減退。又一個從左而右，代表進程，時間，等等。愈在前的，愈靠左；愈在後的，愈靠右。這是畫圖表的通例。

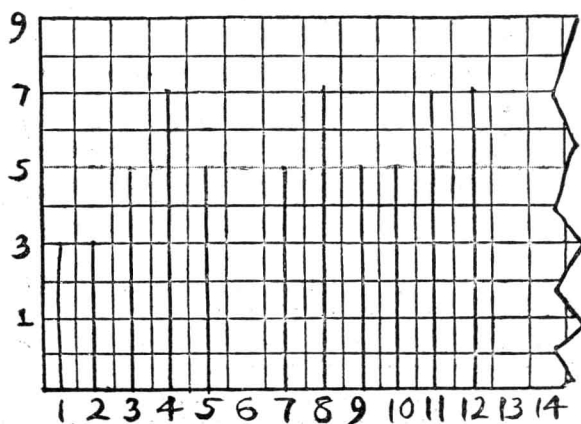
有時還可以預定一個大家要達到的標準，作為努力的目的。有時，標準可以跟學生能力程度，各各不同，譬如平常成績差些的兒童，拿5分做標準；原來是中等能力的，便拿7分做標準；對於能力強的幾個，竟可以拿9分做標準。這樣，促進努力中，兼含着一種適應個別差異的作用。

定了標準，可以在圖表中用紅線(即淡色的線)畫出。第三圖和第一圖相同，第四圖和第二圖相同，各各加上一條標準紅線。這例子，都拿5分做標準。第十星期以後，這兒童或者可以改用7分做標準。

【第三圖】



【第四圖】

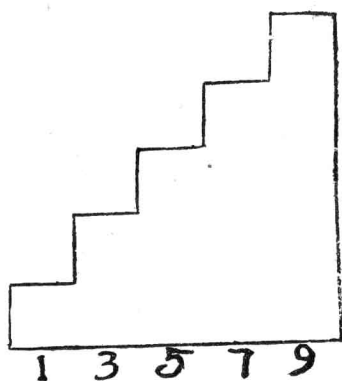


同級或同組學生間互相比較，不是絕對不可以用。從來只用相互的

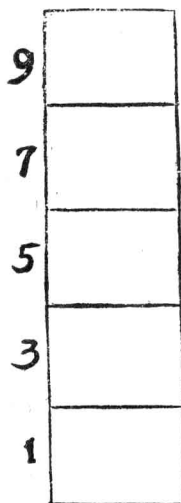
比較，不多用自己的比較，所以能力差的學生，常常不如人，因此不免灰心；能力高些的學生，容易自滿自足。相互比較，可以利用兒童的競爭心，鼓勵他們努力取勝；對於中等能力的學生，有相當的效力。

第五圖是一種揭示在教室裏用的圖表，形狀像一階級。分數仍假定用1 3 5 7 9制；當然，別種記分方法也可以用。每階段中寫學生的姓名。學生看了自己所在階段的地位，可以明白自己在同級或同組中的比較地位。第六圖是梯的形狀，從下而上，每級代表一種分數；人名寫在各級中。用意和階段彷彿，都有向上升的意味。

【第五圖】



【第六圖】



在單式學級，不分組或不分團的，每科目全級用上述圖表一張，在每次考查成績後，揭示在教室中相當地位。分組或分團的，每科目每組或每團一張。在複式或單級裏，看各科目分合情形而定。例如讀書分兩

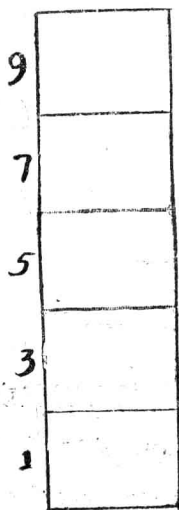
組的，每組用一張；算術分三組的，要用三張，常識不分組的，只要用一張。

這種圖表，大約每考查一次，揭示一回。例如每學期規定考查三次的，揭示三張。或者每學期第一次考查後揭示一回；到學期結束時再揭示一回。這樣，前後有一比較，兼能使學生知道自己的進步；回數不多，教員的工作也不至於太忙。

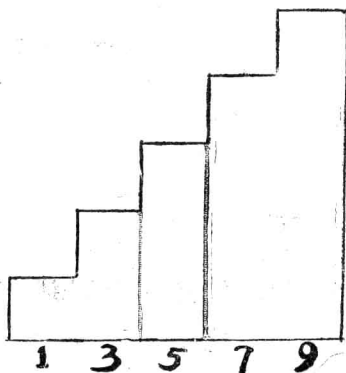
格式單純，學生也會得代畫；或者油印，或者木刻，都很便利。還有一法叫漆匠用白堊塗板，上面漆好階級或梯式，人名用墨筆臨時寫上，過後可以拭去。

如前面第三第四圖法；在階或梯上用紅色標示標準線如第七第八圖。這裏所用標準，與前述不同；是全級，全組或全團的共同標準，不是

【第八圖】

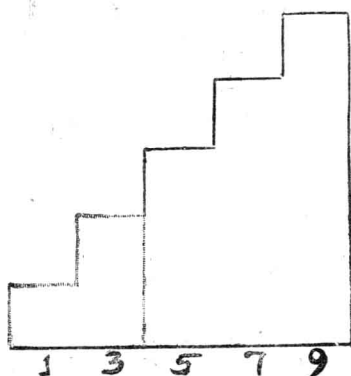


【第七圖】

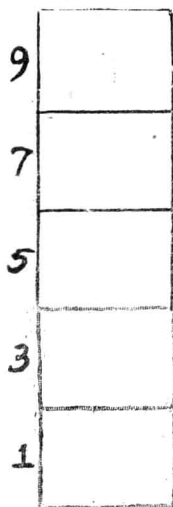


各生個人的標準。第九第十圖用意和第七第八圖彷彿；不過不是單單標示標準分數，而是把標準以下的分數，用紅色（即淡色的線）畫出；用來督促標準分數以下各學生的注意。

【第九圖】



【第十圖】

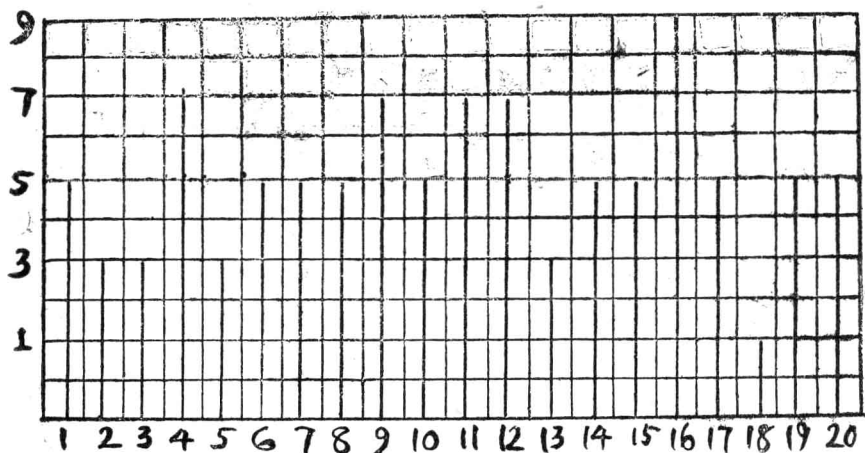


第十一圖第十二圖，是最通行的圖表形式；是用直線來表示的。左面是分數，下面是人名，用坐位號子代表。這種圖表，不及階梯形式。眉目不很清楚，一時看不出各人相互間的比較。每次一張，又不容易比較各人前後的進步。第十二圖，下面不照坐位號子排列，從左而右，依照分數多少排列。這樣，彼此的比較可以明顯，和階梯的形式，表示同樣的意義，不過沒有階梯形式的簡便容易畫。再加標準紅線，用意和第七第八圖同。

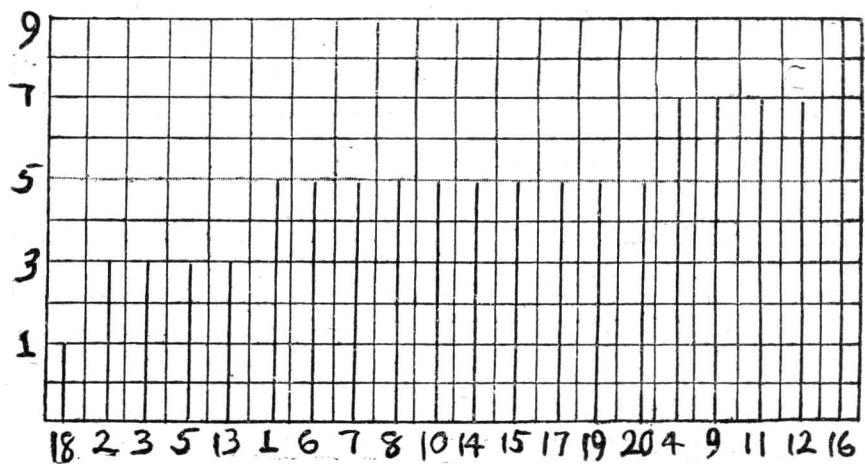
第十三圖是一種記錄成績的表式。表可用平常的點名表。左面是學

生姓名，圖中用坐位號子代表。每星期記一次做例，圖中只記了一次。星期數不一定寫在下面，也可以寫在上面。這也是最普通的。用途只能供記錄，不能表明比較——各人互相比較或自己進步比較。

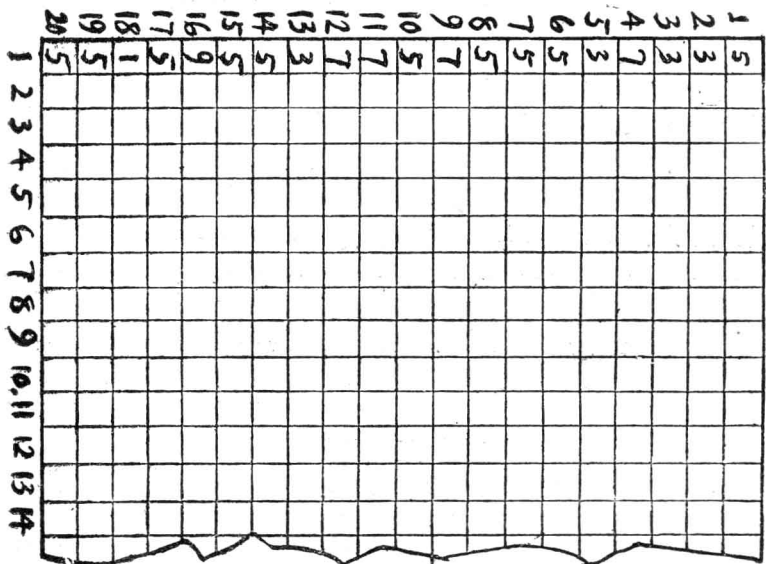
【第 十 一 圖】



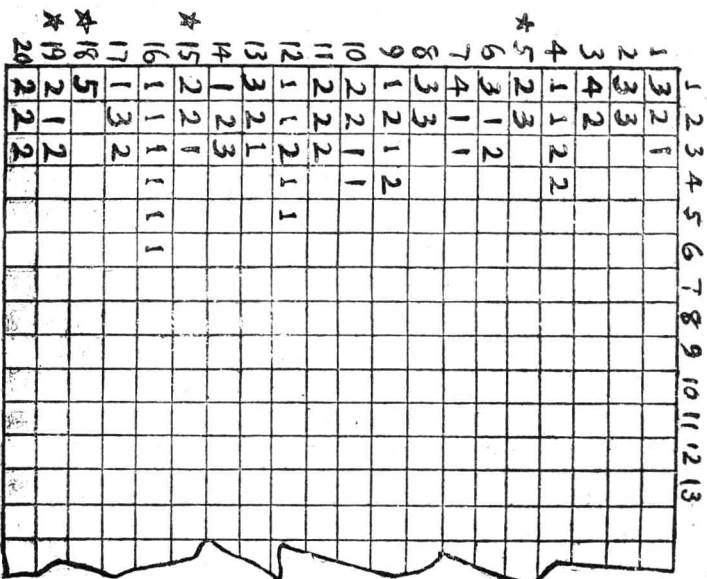
【第 十 二 圖】



【第十三圖】



【第十四圖】



第十四圖的形式和第十三圖彷彿。像算術練習測驗，算術練習書等，材料的排列有一定的次序；教學方法採取練習測驗的方式，各學生各自進行的，都可以用這等格式記錄成績。這是全級或全組共同用的。左面是學生的姓名，例子中用坐位號子代表。上面從左而右是練習材料的課數。例子中用算術練習測驗做例，首先十二課是練習，十三課是第一階段的測驗，所以用紅色表明。各人所記的數目字，是各課及格的日數，例如第一號兒童，第一課是做了三天及格的。所以第一格裏記「3」；第二課是做了二天就及格的，所以第二格裏記「2」；第三課是只做一天就及格的，所以第三格裏記「1」。別的照此類推。

這種記法，很容易看出學生進步的快慢。例如上述第一號學生，第一課做三天，第二課做二天，第三課做一天，進步很是顯著。又如第二號學生，一星期做了六天，二課及格，每課三天；這很可以看出他是能力較差的一個。又如第十六號學生，六天裏及格了六課，每課都只化一天的練習；這兒童一定是能力很高的一個。又如第十八號學生，第一課化了五天功夫，才能及格，所以他一定是能力很差的一個。第六天上，第十八號學生，應當在做第二課。不過他沒有及格，所以表上沒有記出。第五號，第十五號，第十九號各生，都是這樣；表上有星形符號指示。例中不過記了一個星期，已經表示出各人進步的快慢，十分顯著。到了二三星期以後，各人間個別的差異，當然要更加明顯。這等表，每天只要揀某課及格的人記錄，並且記時只須寫一個數目字，所以教員也並不麻煩。

關於學業方面，考查用的圖表，大體如上。研究用的圖表，今再舉例說明。如前第一表，是全級二十個學生的某種成績。表中次序，依照學生

座位號子排列；各生分數大小不一，看了這表，一時看不出什麼有研究價值的問題來，拿第一表的次序，改排一下，成功下面第二表的樣子以後，情形已較清楚。我們可以看出，分數最少的是第十八號的五十五分；最大的是第十六號的九十二分。我們還可以知道六十分以下的，只有十八號一人；六十分到七十分的，有五人；七十分到八十分的，有八人；八十分到九十分的，有五人；九十分以上的，只有一人。

【第 二 表】

18. 55分	15. 69分	19. 75分	11. 81分
2. 61分	6. 71分	7. 76分	9. 82分
13. 64分	20. 71分	8. 76分	12. 86分
3. 65分	14. 72分	1. 78分	4. 88分
5. 67分	10. 74分	17. 80分	16. 92分

我們要研究一級或一組學生的學業成績，學生的姓名席次，比較不十分重要；最要緊的，是能設法把這二十人的情形，很醒目的表現出來。第二表勝過第一表，就在這一點上。如把第二表改成第十五圖，那末一般情況更加顯明。因為數目字不如小方塊清楚。圖是用方格子畫成的。下面從左而右，每行代表一個分數，從五十五分到九十二分，全備。每一種分數，有一個學生得到的，就畫一小方黑塊；有二個學生得到的疊畫兩小方黑塊。某一個分數，如沒有什麼人得到，便空着。看了這圖，我們更加可以知道，最小分數和最大分數的兩端，人數比較稀疏。七十到八十分的中段，人纔比較密集些。實在這一種情形，第二表裏也可以看得

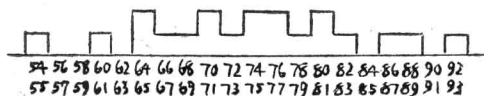
出。不過，看第二表時我們要用心細察；有時還得數一數人數纔能明白；看第十五圖，却一望便知。

【第十五圖】

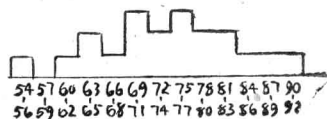


第十五圖還可以改成第十六圖的樣子。這裏不用小黑方塊，改成方形或長方形。下面從左而右，分數不是每行代表一分，而改每行代表二分，在第十五圖裏，六十四分有一個人，所以畫一塊；六十五分也有一個，所以也畫一塊。現在第十六圖裏六十四和六十五兩個分數合在一起，所以共有兩個人，疊畫二格成一個長方形，經此一改，情形比較密集些。

【第十六圖】



【第十七圖】

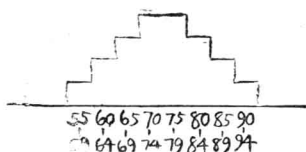


第十七圖，也是改畫而成的。這裏每三個分數集合作一行，就是下面從左而右，每行代表三個分數。圖中54—56就是五十四，五十五，五十六，三個分數的意思。簡括些說，就是五十四到五十六分。原來六十九分有一個人，七十分沒有人，七十一分有兩個人。集合了以後，從六十九到七十一的三個分數中，共有三個人，所以畫成三格的一個長方形。

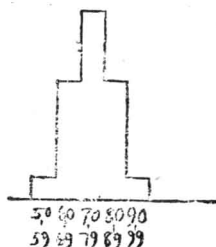
同樣，我們也可以拿五個分數集合在一行裏，那末第二表的成績，便變成第十八圖的樣子。要是我們拿十個分數集合一起，便可以成功第

十九圖的樣子。愈集合，圖的形狀愈見得密集，尤其是中段，人數往往很多。這種圖形叫做「近似常態分配」。就是說，平常的狀態，總是這般情形；愈到最小最大的兩端，人數愈少；愈近中段，人數愈多。二十人的一級如此，五十人的一級也如此。幾百人幾千人的成績，也往往如此。

【第十八圖】



【第十九圖】

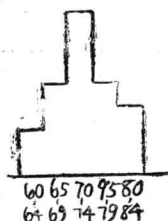


拿幾個分數集合在一起，叫做「組距」。第十五圖的組距是一，第十六圖的組距是二；第十七圖的組距是三；第十八圖的組距是五；第十九圖的組距是十。究竟用什麼組距最好，要看情形而定。平常的記分方法，少的四五十分，多的八九十分，照第十八圖的方法，用五做組距最合。像第十九圖，全體只有五組，不容易看出真相。通例，全體分成七組以上，至多到十組光景。還要看全體人數的多少。全體不過二十人，組數過多了，弄成第十五，十六，十七各圖的疏稀樣子，不容易看出真相。要是全體有一二百人，就是照第十七圖，分成十三組，也不至於太疏稀。

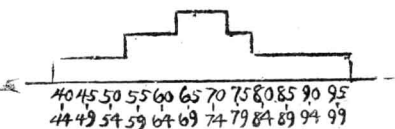
現在假定，某科目用同材料，同題目，考試同年級程度的學生九級。各級用甲乙丙丁戊己庚辛壬代表。各級成績用同一標準評閱。各級分數，同樣用上述方法，畫成圖形。距度一律用五分。所畫成的圖，如第十

八圖，第二十，二十一，二十二，二十三，二十四，二十五，二十六各圖。

【第二十圖】



【第二十一圖】



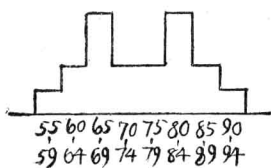
甲級成績如第十八圖，照上述，是一種近似常態分配的情形。乙級如第二十圖，丙級如第二十一圖，也各各近似常態分配。但是乙級豎裏高，橫裏狹，比較密集。這是表示全級學生能力相差較少。換一句話說，就是成績平均，亦可以說程度較齊整。

丙級成績如第二十一圖，豎裏低，橫裏闊，比較分散。這是表示全級學生能力相差較多。有最好的，在九十五分以上；有最不好的，在五十分以下。九十分以上的二個學生，能力或者已經足夠升入上級；四十五分以下的二個學生，能力或者只宜與下級學生共同學習。

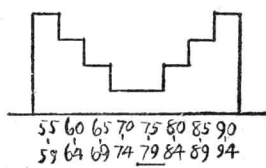
乙丙兩級相比較，我們知道，乙級裏問題少；丙級裏問題大，急須想個補救的方法纔是。如上述，把兩端最好和最不好的學生調級，是一個方法。或者另找適應個別差異的教學方法補救。

甲級如第十八圖，恰巧介於乙丙兩級之間，這等情形最是普通。最好和最不好的學生，也不能不顧。不及六十分的或者叫他補習；在九十分以上的，宜給他適合他程度的補充教材學習，免得把他的光陰虛耗。

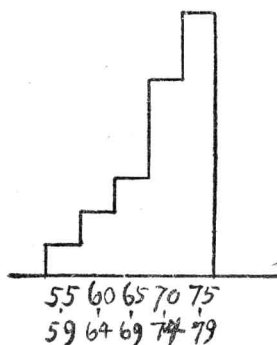
【第二十二圖】



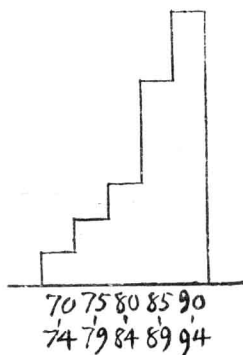
【第二十三圖】



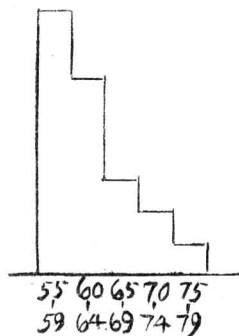
【第二十四圖】



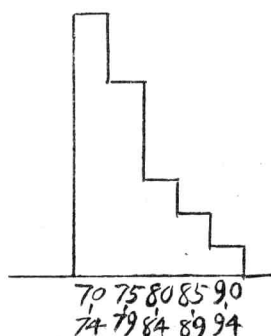
【第二十五圖】



【第二十六圖】



【第二十七圖】



丁級的情形，如第二十二圖。這不是近似常態分配的情形，看來好像是兩個常態分配的圖形並列在一起。這叫做雙峯，峯是指人數最多的

一行說的。畫成圖形，近似常態分配的，像一山形；中段人數最多的一行或幾行，高疊像個山峯。峯居山的中央，便是常態分配。丁級的情形，彷彿二山重疊，所以現出二個山峯。一個峯在六十五分，又一個峯在八十分。很明顯的，這一級裏有兩組的學生存在。宜分兩組教學；七十五分以上的，是好的一組，另外的編成較次的一組。教材可以分別深淺；進程也可以分別快慢。

戊級的情形，如第二十三圖，初看好像十分的古怪，恰恰和常態分配的情形相反。常態分配，中段高，兩端低；第二十三圖中段反而低，兩端反而高。從這一點說，可以叫做「反常態分配」。若拿第二十三圖和第二十二圖比較，也有相似的地方。就是說，第二十三圖，也有雙峯；一峯在五十五分，一峯在九十分。和第二十二圖比，兩峯相距，格外的分開，這是一點不同。還有一不同點，就是五十四分以下，和九十五分以上，兩端好像被切去似的。要是教室和人數沒有問題的話，戊級大可取消；把七十四分以下的一半編入下級，把七十五分以上的編入上級。要是教室和人數有問題的話，宜把上級下級學生，同樣考試。然後把三級學生，按照成績，重新編制。臨時救濟，宜分兩組教學，和上述丁級分組辦法相似。

己級的情形如第二十四圖。這彷彿是甲級第十八圖的左面一半。全級能力較差；好像能力較好的一半學生，新近升入上級。這種情形，我們叫做「偏態」。

庚級的情形如第二十五圖，和己級有些相似，實在就是戊級第二十三圖的右面一半，就是能力較好的一半。

辛級的情形如第二十六圖，和上面第二十四，二十五兩圖恰恰相

反，也是一種偏態。辛級彷彿是戊級第二十三圖左面的一半。

壬級的情形如第二十七圖，和辛級相似，其實就是甲級第十八圖的右面一半。全級能力較好；好像能力較差的一半學生新近降入下級。留級過嚴的學校，往往產生這種情形。升級不宜過濫，留級不宜過嚴。所以己級和壬級的情形，也有問題。

上面的討論，都是拿考試，記分等方法絕對正確做假定的。要是考試題目，記分方法，未能正確；隨便出題，隨便閱卷，那末本來近似常態分配的學生，成績也會弄成上述各種古怪的現象。這不是學生本身的錯誤，我們應當在考題，記分方法等各方面下研究功夫，設法改良。憑不正確的考試和記分法，任意把學生升降，是很危險的。

例如，國語教員隨便批的分數，極容易弄成第二十圖的樣子。甲生批六十分，乙生批六十一分，丙生批七十分，丁生批七十一分，戊生批七十二分；相差少，所以結果變成密集。算術教員，批分方法，往往用所出題目數做根據。要是題目出得多些，極容易弄成第二十一圖的樣子。分數相差大，所以結果變成分散。用測驗方式考試，題目數往往較多。若呆照幾題等於幾分的規定，也極容易弄成第二十一圖的樣子。用 1 3 5 7 9 記分法的，極容易弄成第二十圖的樣子。要幾次考試分數平均，纔能得到第十八圖的情形。因為原來只有五組；平均以後，纔會產生 2 3 6 8 等分數，然後會得變成六組或七八九組。組數少，當然是密集的。

任意批分，最容易發生第二十二到二十六各圖的情形。題目出得太容易，常常會得弄成第二十五圖的情形。要是考題中換上若干較難的題目，得八十五，九十分以上的人數便會得漸少，而全體情形近似常態分

配。太容易的題目，考不出學生真實的才能。

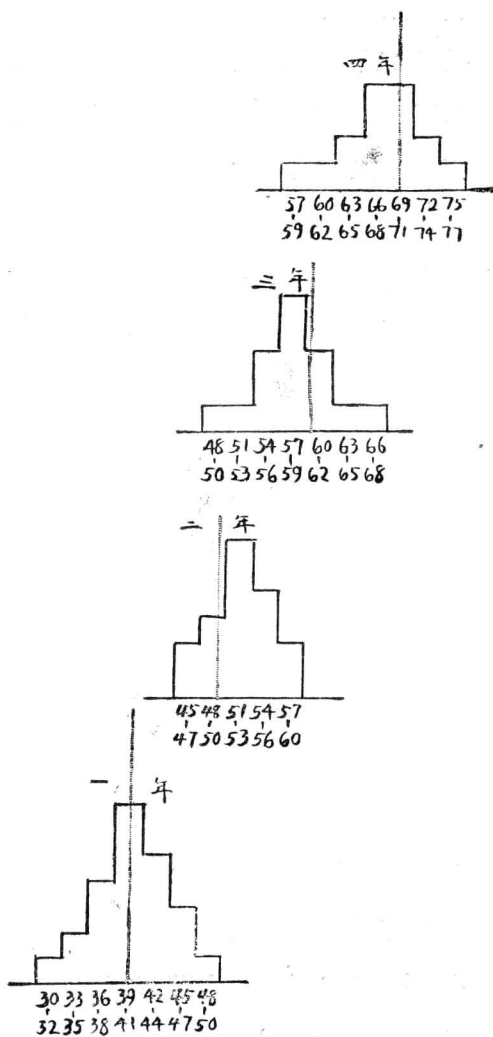
題目太難，弊病也是一樣。第二十六圖，便是表示題目太難的一個例子。要是換入若干較容易的題目，原來只得五十五分的人中，一定有好些可以得六十分或六十五分以上。那末，全體情形又可近似常態分配了。

第二十四圖，也是題目太容易；不過批分却較第二十五圖嚴些。第二十七圖，也是題目太難；不過批分却較第二十六圖寬些。誤用不合學生程度的標準測驗，也會得產生這等情形。例如三年級學生，不用初小專用的標準測驗，而用從三年級用起的小學標準測驗，尤其是三年級上學期的學生，很容易發生第二十六或二十七圖的情形。反過來，四年級末學期的學生，用初小的標準測驗，也容易發生第二十五或二十六圖的情形。補救方法，可改用從三年級用起的小學標準測驗。

上面是同年級程度各級比較研究的例子，下面的例子，是各年級間相互銜接的比較。假定一所初級小學，二班複式；一班是一二年級，一班是三四年級。某科目，教材各分兩組，就是一二年的一班分一年組和二年組；三四年的一班分三年組和四年組。用了某科目的標準測驗，像初小默讀測驗，或初小算術測驗等類，所得成績像第二十八圖。圖中一年組在最下，依次而上是二年組，三年組；四年組在最上，各組圖形的畫法，和以前一樣。不過成績分數的排列各組地位一致。就是二年組最低的四十五分，正對下面一年組的四十五分，在同一直行上。三年組，四年組也是這樣。

分別看，各年情形，二年最密集，全體分數只有五組——組距是各

【第二十八圖】



組一律,都是三分。一年,三年,四年各佔七組。各年都近似常態分配情

形，一年較均齊，三年和四年，最低和最高分數的兩端，比較平坦。各年分看情形還好；似乎沒有什麼重大問題。

連合了看，一年和二年，只有四十五分和四十八分兩組是彼此相重的。二年和三年有四十八，五十一，五十四，五十七四組相重；三年和四年也有五十七，六十，六十三，六十六四組相重。三年中段的五十七分，和四年最少的五十七分相重，情形還好。上級不好的和下級好的相重，是普通常有的事。就這一科目論，大概把四年裏五十七分和六十分的兩個學生，調到三年；再把三年裏六十三分和六十六分的兩個學生，調到四年便可銜接。

二年和三年的相重，問題却不同了。三年裏最不好的四十八分，調到二年裏去，也還是在中等以下。二年裏有大部份學生和三年裏的大部份相重。要不是把這兩年的學生混合起來，重新編制，這相重的問題無由解決。

上面是單就各年間相重的問題，比較討論；我們再進一步，拿標準測驗各年的標準用紅線在圖裏畫出——一年的標準是四十分，二年的標準是五十分，三年的標準是六十分，四年的標準是七十分，看各年成績和標準有什麼出入。一年的中段恰恰和標準紅線在同一直行；可以說一年是恰合標準。二年的標準紅線，在中段五十一分的左面；可以說二年的成績，稍稍超過標準，三年的標準紅線，在中段五十七分的右面；可以說三年的成績，不及標準。二年超過標準，三年不及標準，所以相重的情形，有如上述。四年的情形和三年彷彿。

要是別方面沒有什麼重大牽制的話，最理想的辦法，一年畫到四十

四分爲止，四十五分以上的升入二年。二年劃到五十六分爲止，五十七分以上的升入三年。三年裏五十三分以下的降入二年，六十六分以上的升入四年；五十四分的二人，暫留三年，不降入二年，這是一種比較穩健的辦法。同樣四年裏，六十二分以下的降入三年；六十三分的二人也暫留不動。

如事實上不能這樣更調，那末把日課表改動，使這一科目的上課時間，排在同一時刻，學生臨時調組學習。

總結的說，統計圖表應用在學業方面的，一是考查，一是研究。考查用的，有的表明各自的進步，有的重在彼此相互的比較。研究用的，一是看各級的分配是否近似常態，一是着眼在各級和上級下級的銜接。能用標準測驗的，當然最好。否則也宜把各級教材混和了考，記分方法宜各級一律；這樣，才能看出是否銜接。

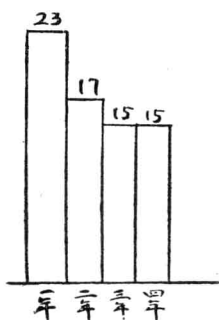
第三章 行政方面應用的圖表

行政方面用的圖表，無非是表示學校的實況，所以宜簡單明確。最要緊的，是要使看的人一目了然。多加花色，有時反而弄得使人看了眼花。這等圖表，因爲看的人不一定是學過教育的，或者受過高深教育，受過專門統計訓練的，所以要通俗。尤其在鄉村偏僻地方，圖表所接觸的人，不過是地方上的一般民衆，所以要格外簡明。

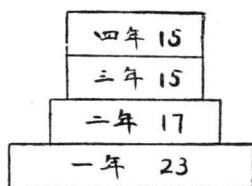
如第二十九圖，是一所小規模的小學裏，表示各學年學生人數的圖。用長方形的高低，表示人數的多寡。每個長方形上面有實在人數標出，這方法比了用標尺簡單。在圖形左面加畫一個標尺時，看的人要自

已去數標尺上的格子；比較起來，多一轉折。要是有了標尺，再註實在數目，那末看的人決不肯再數標尺上的格子，標尺不是等於虛設！數目字不一定註在長方形上面，也可以註在長方形裏面。

【第二十九圖】



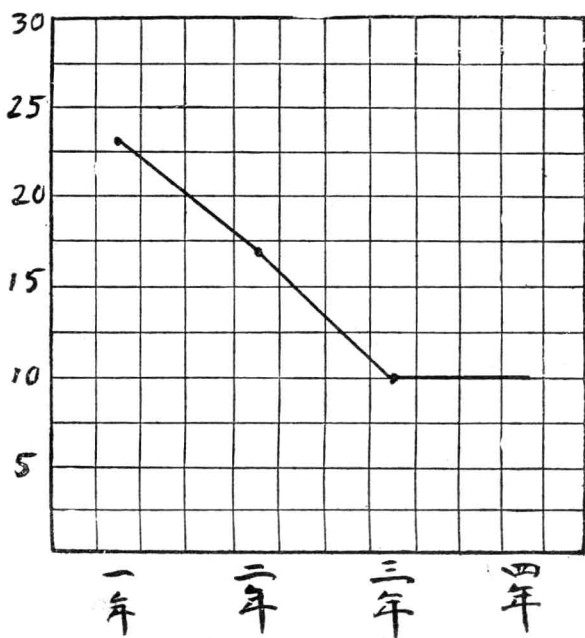
【第三十圖】



第三十圖是第二十九圖的變相。第二十九圖是直列的，成功一個階級形；第三十圖是橫列的，成功一個梯子形。梯子形的，通例把人數多的一年級放在下面，人數少的四年級放在上面。這樣，還可以顯示「年級上升，人數遞減」的一種普通現象。

有人把各學年學生人數的比較，改畫成曲線圖，如第三十一圖的樣子。這種圖形，初看和第二十九，三十圖的意思似乎所差有限。但是仔細一想，第三十一圖不如第二十九或三十圖醒目。並且各學年學生數的多寡，並沒有一定連續性的關係，所以用曲線圖，不是最適宜的辦法。凡是有連續性關係的，像某時期裏天氣溫度的升降，物價的漲落，有病時身體溫度的升降，某一學生某種學業成績前後的進退等等，纔宜用曲線圖表示。同一事件或東西，前後的變化，宜用曲線圖表示。若干相同事件或東西彼此間的比較，因為缺乏連續性，所以用長方形表示較合。第三

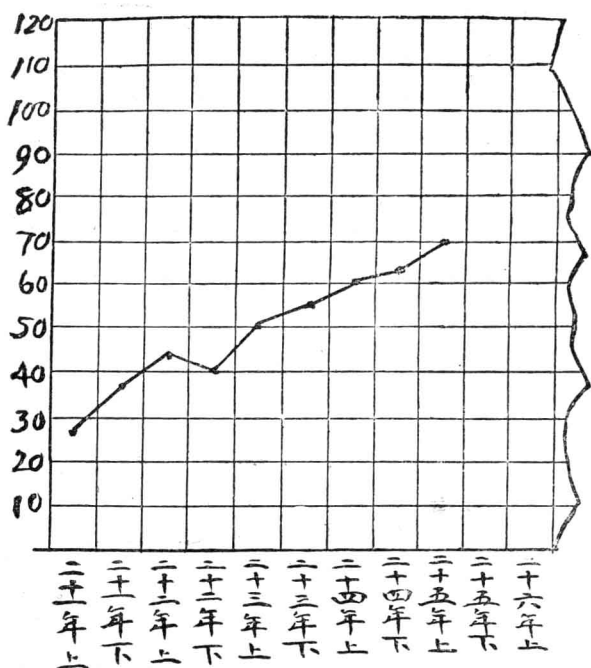
【第三十一圖】



十二圖，是用曲線圖來表示全校歷年學生數的比較。全校學生總數，只有一個事件。歷年的比較，還合乎連續性的關係。若要拿全村，全鎮，全學區，或全市，在某一學年或某一學期內，各小學的學生數彼此比較，便宜改用長方形圖較合。若某村，或某鎮……把歷年就學兒童數作一前後的比較，看義務教育的推行是否進步時，那末又宜用曲線圖了。因為這是前後的比較，有連續性的關係。

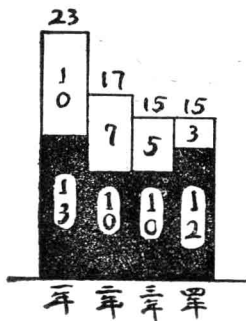
有時，我們要把學生的男女性別，在圖形中表出；如第三十三圖便是一個例子。第三十三圖和第二十九圖實在是一樣的。不同點，就是每個長方形分作兩段；一段表示男生，一段表示女生。例中用黑色代表男

【第三十二圖】

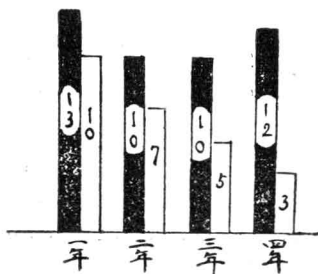


生,在下段;用白色代表女生,在上段。用別種顏色,也是一樣的。數目字因為每學年各有兩個,所以不能寫在長方形上面,只能寫在長方形中間。各段長方形塗的顏色和寫數目字用的顏色不能相似。例如男生段塗了深紫色或深青色,再用黑色寫數目字時便不明顯。其實,塗的顏色不宜用深色,還是淺色較妥。不過男生段塗了淡黃,女生段塗了淡紅。却又嫌太相近似。最好上下段各塗相反而淺色,再用黑色寫數目字,最是明顯。例如上段塗淡藍,下段塗淡黃;或者下段塗蜜色,上段塗茄花色,……等等。

【第三十三圖】



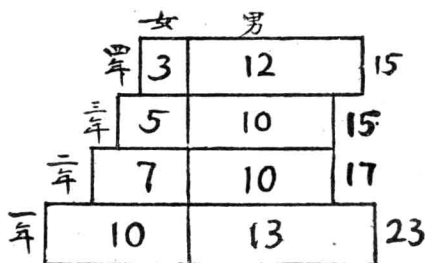
【第三十四圖】



第三十四圖是第三十三圖的變相。這是男女生並列的，第三十三圖是直列的。並列的，長方形宜狹些；不可以太闊。太闊了，反而看起來不容易醒目。各學年間宜留出若干空地，不能如第三十三圖的彼此靠近。空地的闊，大約和長方形的闊差不多。各學年離開太遠了，不容易比較。數目不一定寫在長方形裏，也可以分別寫在長方形的上面。第三十四圖比第三十三圖清楚。因為男女生分別並列，各長方形的下底在同一直線上，所以看了高低，便能知道男女生人數的多少。第三十三圖，下段還容易比較，上段各長方形底線不齊，一時看不出多少來。畫起來，第三十四圖較複雜。這一些些手續上的麻煩是很有價值的。

第三十五圖是把第三十圖改畫成的。左面是女生，右面是男生，中間一條直線把左右分開。這種圖形，畫時並不比第三十圖複雜，但是明顯的程度却和第三十四圖一樣。分別男女生，各學年比較時，第三十五圖比第三十四圖更清楚。要兼顧各學年男女生總人數比較時第三十三圖最清楚，第三十五圖次之，第三十四圖簡直看不出來。一張圖形裏包

【第三十五圖】

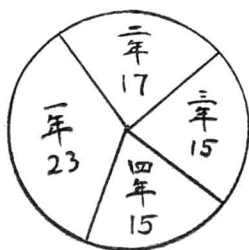


括的內容有了二種事件以上，極容易顧此失彼，或者反而弄得混淆不清。要看目的和需要而定所用的圖形。一般的表示，用第三十三圖也好。注重男女生分別的，用第三十四圖好。第三十五圖雙方兼顧，適得其中。年級愈高，女生愈少，這是一般小學裏常見的現象。幾年前，女生入學的較少，是一個原因。女生中途退學的比男生多，又是一個原因。有大多數地方，這兩個原因是都有的。怎樣使女生踴躍入學？怎樣保留女生不早早退學？這等問題，實在是學校行政上很重要的。

上述，要把二個事件包括在一個圖形中，極容易顧此失彼。所以，要想把三個或四個事件包括在一個圖形中，一定更是困難；不如分別幾個圖形來得清楚醒目。

有人喜歡把第二十九圖各學年學生數的比較，改用圓形表示，如第三十六圖。圓面積分作四份，各份的比例，等於各學年人數的比例。全體七十人，一年佔七十份之二十三，二年佔七十份之十七，三四年各佔七十份之十五。劃時圓面積很難計算，可用弧度代表，在圓周上按照比例劃分，再和圓心用直線連結。因為圓周有三百六十度，所以照下列方法計算。

【第三十六圖】



$$23 + 17 + 15 + 15 = 70$$

$$\frac{23}{70} \times 360 = 119 \quad \text{一年所佔弧度數。}$$

$$\frac{17}{70} \times 360 = 87 \quad \text{二年所佔弧度數。}$$

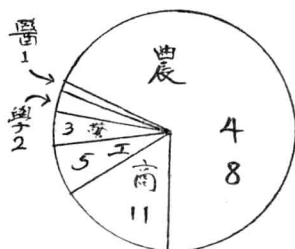
$$\frac{15}{70} \times 360 = 77 \quad \text{三四年所佔弧度數。}$$

【第三十七圖】



更有人用同心圓兩個，分別代表男女生，畫成各學年人數的比較如第三十七圖。畫法和上述同。這圖形，不很妥當。最好要能畫得外圓圓形各部份面積與內圓各部份面積比例適合，才合「正確」的標準。不過要如此畫法，手續非常麻煩，化了很多計算和畫圖的麻煩，結果還不如第三十五圖的清楚，不是徒勞無益！凡是重在各部份對於全體的比例時，宜用圓形表示。所以第三十六圖，目標似乎重在全校總人數中，那一個學年佔多數，那一學年佔少數……等問題了。

【第三十八圖】

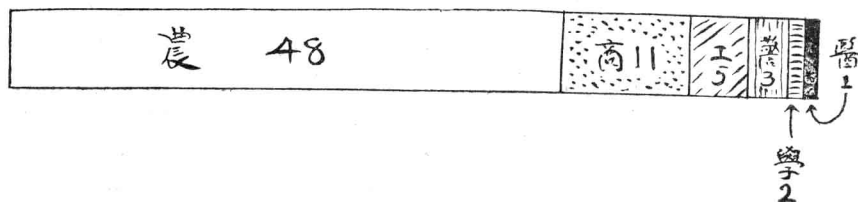


第三十八圖是通行的一種表示學生

父兄職業的圖形。調查學生父兄職業，原來是用作教育兒童的根據。照第三十八圖的情形，一望而知這小學裏應當注重：自然，農業，珠算，簿記等等。此等事件用圓形圖表示，最是相宜。我們的目標，是在全體中找一個最大多數或一二個次多數；和第三十六圖的各學年人數的比較，顯然不同。

有人，用第三十九圖的樣子，把圓形改作長方形。這形式比圓形容易畫；不過不容易顯示各部份在全體中的比例。並且狹狹的一長條，形式也不及圓形美觀。還有，每一部份要用一個顏色表示，麻煩得很。不塗顏色，便要做出第三十九圖中的各種花樣，因此圖形中複雜不清。所以還是略為多化一些手續，畫成第三十八圖的樣子較好。或者用長方形，畫成第二十九或三十圖的樣子，那也很好。並列如第二十九圖或橫列如三十圖的長方形，要比一長條而畫作若干段的（第三十九圖）清楚得多。

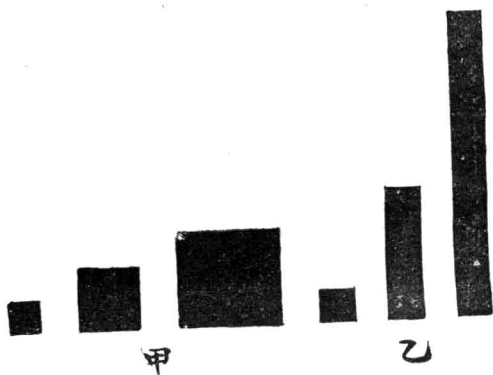
【第三十九圖】



總結的說，圖形中代表數量的多少，宜取一個方向，不宜取幾個方向。如第二圖的直線，當然只有一個方向。曲線是連結各點而成的；各點的高低，對於下面的底線，也只有一個方向。長方形的闊是相同的，所比較的是長短；所以仍只有一個方向。試看第四十圖，甲是三個方形，長與

闊各各不同，就是有了兩個方向，不如乙的明顯。大體看去，甲的三個方形差別似乎小些，不如乙的差別來得大。若論面積，甲和乙，差別是一樣的——1比4比9。

【第四十圖】

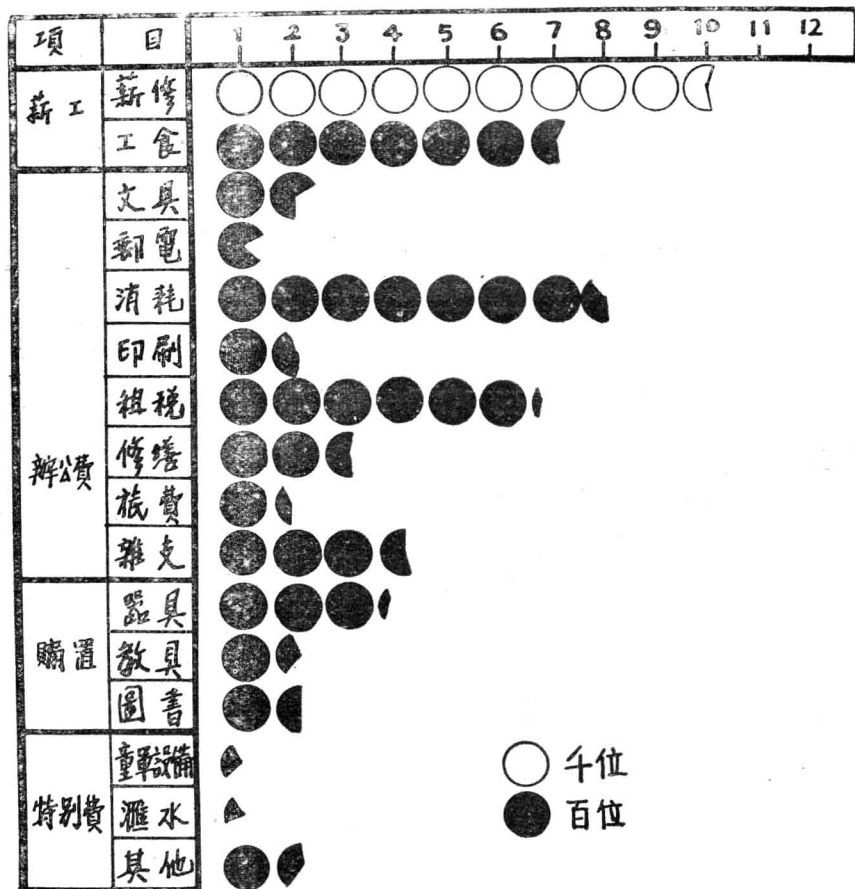


像第三十八圖，把一個圓形分作若干扇形，所比較的不過是弧度的大小，也是一個方向；半徑是一樣的。若用不同半徑的圓二個以上比較，那末圓面積的大小，很不容易看得正確。也會得像第四十圖甲，所看的差別，比實在的差別來得小。這叫做眼睛受騙。統計圖表，正確是一個重要的條件。若用眼睛容易受騙的圖形來表示，不是失却了正確，還有什麼用！因此，有人把半徑不同的幾個圓形，改成同半徑的圓形若干個並列，用一個圓形代表一定數量的單位如四十一圖。然而，這種圖形的意義又和長方形所差無幾，畫的手續却要加增好多的麻煩。有人用若干人形代表學生數的多少。例如第三十圖，可以改畫同大小的人形，每一個代表五個學生，分列四排。最下一排用人形四個又半代表一年；二年的一排在上，用人形三個又半；三年四年再依次在上，各用三個人形

代表。化了許多麻煩的手續畫人形，僅不過翻些花樣，於事實和統計，並沒有多大好處。

【第四十一圖】

經常費預算分配表

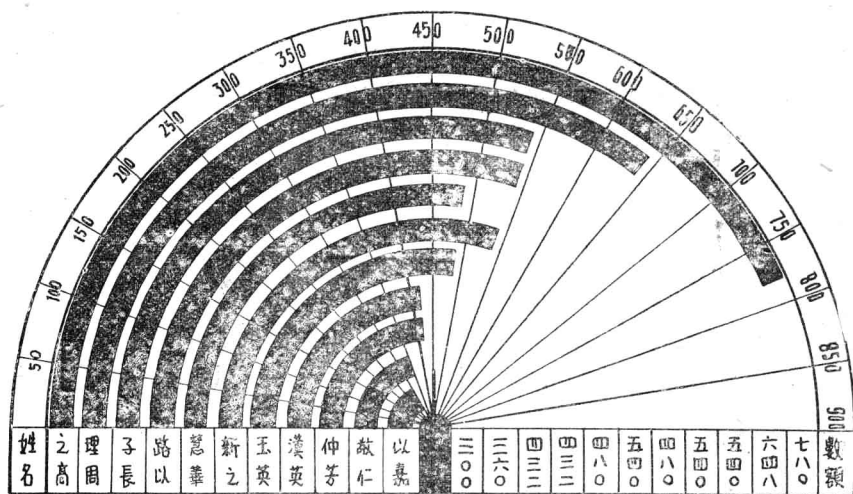


有人喜歡用同底的三角形來代替長方形。比較的方向當然只有一

個，就是三角形的高。畫法也沒有什麼繁複。不過三角形也難免使眼睛受騙。試畫同底的三角形三個，甲高和底等，乙高是甲的二倍，丙高是甲的四倍，不用標尺，看起來的差別不像1比2比4，試把第四十二圖弧外的標尺遮住，看各黑條的差別。這等形式是最容易使眼睛受騙的，不用爲是。

【第四十二圖】

教職員年俸統計



第四章 求平均數的方法

單看圖表，只能知道一個大概的情形。要詳細研究，宜求出幾個數目來比較觀察。最常用的，就是平均數。通例用平均數做一羣的代表。例如第二表中二十個學生的分數，少到五十五分，多到九十二分；中間還

有六十幾分，七十幾分，八十幾分的人好多。若把全體二十人的分數，一一說出來，非常麻煩。用一個平均數做了代表，十分簡捷。

平均數的求法很容易，只須把各人分數加起來，用人數除便得。第二表的材料，改成下面第三表，便可算出平均數來，此等算法，在二十個人的一級。是沒有多大問題的。人數多時，加法十分麻煩，同分數的人可以改用乘法；如下面第四表。

因為這一個例中，同分數的人很少，所以第四表的算法，反而比第三表麻煩。如全體人數較多，同分數的人也較多時，第四表的方法，實際要省便得多。

如用二做組距。如第十六圖，那末計算平均數的方法如第五表。因為每一組距是二分，所以各組要用一個折衷的數目做代表。例如 54 到 55 實在是從 54 起到 55.99……所以用 55 做代表。又如 70 到 71 實在是從 70 起到 71.99……所以用 71 做代表。餘依此類推。組距用三的，如第十七圖，各組折衷的代表數目，宜這樣求得：54 到 56 的一組，實在是 54 到 56.99……所以折衷點是在 55.5；同樣 58.5；61.5；64.5；67.5；70.5；73.5；76.5；79.5；82.5；85.5；88.5；91.5 等。其他計算方法見第六表，和上面同。

如第十八圖，組距度五時，計算方法，如第七表。各組的折衷代表數是 57.5；62.5；67.5；72.5；77.5；82.5；87.5；92.5 等等。因為 55 到 59，實在是從 55 起到 59.99……所以折衷點在 57.5；餘類推。同樣，如第十九圖，組距度是十時，計算方法如第八表。各組的折衷代表數是 55；65；75；85；95 等。因為 50 到 59，實在是從 50 起到 59.99……為 11，所以折衷代表

【第三表】

55

61

64

65

67

69

71

71

72

74

75

76

76

78

80

81

82

86

88

92

 20)1483

74.15(平均數)

【第四表】

55×1= 55

61×1= 61

64×1= 64

65×1= 65

67×1= 67

69×1= 69

71×2=142

72×1= 72

74×1= 74

75×1= 75

76×2=152

78×1= 78

80×1= 80

81×1= 81

82×1= 82

86×1= 86

88×1= 88

92×1= 92

 20)1483

74.15(平均數)

【第五表】

$55 \times 1 = 55$

$61 \times 1 = 61$

$65 \times 2 = 130$

$67 \times 1 = 67$

$69 \times 1 = 69$

$71 \times 2 = 142$

$73 \times 1 = 73$

$75 \times 2 = 150$

$77 \times 2 = 154$

$79 \times 1 = 79$

$81 \times 2 = 162$

$83 \times 1 = 83$

$87 \times 1 = 87$

$89 \times 1 = 89$

$93 \times 1 = 93$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{)1494} \\ \hline \end{array}$$

74.7(平均數)

【第六表】

$55.5 \times 1 = 55.5$

$61.5 \times 1 = 61.5$

$64.5 \times 2 = 129.0$

$67.5 \times 1 = 67.5$

$70.5 \times 3 = 211.5$

$73.5 \times 2 = 147.0$

$76.5 \times 3 = 229.5$

$79.5 \times 2 = 159.0$

$82.5 \times 2 = 165.0$

$85.5 \times 1 = 85.5$

$88.5 \times 1 = 88.5$

$91.5 \times 1 = 91.5$

$$20 \overline{)1491.0}$$

74.55(平均數)

數是55；餘類推。

算出來的平均數，不是一致。理由是很簡單的，因為組數合併以後，分數略有變化。第五，六，七，八各表所求得四個數目彼此出入不大；但是和第三第四表求得的數目却都相差不少。若把第三，四表的分數各加

半分重算，那末平均數是74.65；和第五，六，七，八各表算得的接近了。

55分原來是代表55到55.99……所以55分可以作為55.5算

若第二表的分數，是一種結算出來的積分，或考分的平均，或積分和考分的平均，那末因為結算時往往採用四捨五入或五捨六入等方法，所以55分實在是從54.5到55.49……應當用55作折衷的代表數了。同樣，組距是二時，54到55，實在是53.5到55.49……所以宜用54.5做折衷代表數。組距是三時，54到56，實在是53.5到56.49，……所以宜用55做折衷代表數。組距是五時，55到59，實在是54.5到59.49……所以宜用57做折衷代表數。組距是十時，50到59是49.5到59.49……所以宜用54.5做折衷代表數。其餘照此類推。和上面各表所用，都差半分。

【第七表】

$$57.5 \times 1 = 57.5$$

$$62.5 \times 2 = 125.0$$

$$67.5 \times 3 = 202.5$$

$$72.5 \times 4 = 290.0$$

$$77.5 \times 4 = 310.0$$

$$82.5 \times 3 = 247.5$$

$$87.5 \times 2 = 175.0$$

$$92.5 \times 1 = 92.5$$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{)1500.0} \\ \hline \end{array}$$

75.0(平均數)

【第八表】

$$55 \times 1 = 55$$

$$65 \times 5 = 325$$

$$75 \times 8 = 600$$

$$85 \times 5 = 425$$

$$95 \times 1 = 95$$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{)1500} \\ \hline \end{array}$$

75(平均數)

理論上講，這半分的出入，都有相當的理由。事實上不必拘泥。只須

在着手計算以前，先行決定一種，55分當作54.5到55.49……或當作55到55.99……一經決定，一律如此。標準一律，比較纔可正確。下面第九表是第二十圖的平均數算法，第十表是第二十一圖平均數算法。各組的折衷代表數同第五，六，七，八表。

【第九表】

$$62.5 \times 2 = 125.0$$

$$67.5 \times 4 = 270.0$$

$$72.5 \times 7 = 507.5$$

$$77.5 \times 4 = 310.0$$

$$82.5 \times 3 = 247.5$$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{)1460.0} \\ \hline \end{array}$$

73.0(平均數)

【第十表】

$$42.5 \times 1 = 42.5$$

$$47.5 \times 1 = 47.5$$

$$52.5 \times 1 = 52.5$$

$$57.5 \times 2 = 115.0$$

$$62.5 \times 2 = 125.0$$

$$67.5 \times 3 = 202.5$$

$$72.5 \times 3 = 217.5$$

$$77.5 \times 2 = 155.0$$

$$82.5 \times 1 = 82.5$$

$$87.5 \times 1 = 87.5$$

$$92.5 \times 1 = 92.5$$

$$97.5 \times 1 = 97.5$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{)1317.5} \\ \hline \end{array}$$

69.34(平均數)

近似常態分配的，纔可以用平均數代表全體的大概。如第二十二，二十三，二十四，二十五，二十六，二十七各圖，不合常態分配，平均數的用途很少。

【第十一表】

$$42.5 \times 2 = 85.0$$

$$47.5 \times 6 = 285.0$$

$$52.5 \times 16 = 840.0$$

$$57.5 \times 28 = 1610.0$$

$$62.5 \times 33 = 2062.5$$

$$67.5 \times 37 = 2497.5$$

$$72.5 \times 35 = 2537.5$$

$$77.5 \times 24 = 1860.0$$

$$82.5 \times 19 = 1567.5$$

$$87.5 \times 9 = 787.5$$

$$92.5 \times 5 = 462.5$$

$$97.5 \times 1 = 97.5$$

$$\begin{array}{r} 215 \overline{)14692.5} \\ \hline \end{array}$$

68.34(平均數)

人數不多時，上述算法還沒有什麼問題。要是人數多時，那末每個乘法的結果弄得很大；如許大數還要連加起來，不但手續麻煩，而且容易發生錯誤。結末，還有一個大數的除法。試看第十一表，是一個二百多人的例子。乘積要大到二千五百以外，總加起來有一萬四千多，而且後面仍要帶上小數。算一遍，校對一遍，所化時間不少。要使手續省便，另外還有一個計算的方法，如第十二表。

第十二表所用材料和第七表同。從左面起第一行是分數，第二行是

人數，第三行叫組差，組差一行裏的數目，有正有負，有另。先從大體情形看，假定一組，算是平均數。這一組作另；例中拿70-74的一組作另。

向上退一組是-1；退二組是-2；退三組是-3；再向下進一組是1；進二

【第十二表】

分 數	人 數	組 差	人 數 × 組 差
55-59	1	-3	-3
60-64	2	-2	-4
65-69	3	-1	-3
70-74	4	0	<u>-10</u> 乙
75-79	4	1	4
80-84	3	2	6
85-89	2	3	6
90-94	1	4	4
	<u>20</u> 丁		<u>20</u> 甲

$$\text{甲} = 20$$

$$\text{乙} = 10$$

$$\text{甲} - \text{乙} = 10 = \text{丙}$$

$$\text{組距} = 5$$

$$\text{組距} \times \text{丙} = 50 = \text{戊}$$

$$\text{戊} \div \text{丁} = 2.5 = \text{己}$$

$$\text{約均} = 72.5$$

$$\text{約均} + \text{己} = 75.0 (\text{平均數})$$

組是2；進三組是3；進四組是4；一一填入。

第四行是人數乘組差，就是拿第二第三兩行的數目，相乘， $1 \times -3 = -3$ ； $2 \times -2 = -4$ ； $3 \times -1 = -3$ ；一一填入。另一組不必乘，畫一方格，把上面乘得各數，關於負的一起加，得-10；填在方格內，在右面註「乙」字。

同樣，另一組以下， $4 \times 1 = 4$ ； $3 \times 2 = 6$ ； $2 \times 3 = 6$ ； $1 \times 4 = 4$ ；一一填入。在下面再畫一方格，把這四個數目加起來，得20，填在下面方格內，在右面註「甲」字。

第二行人數一起加，得20；在第二行下也畫一方格，把人數20填在方格內，在右面註「丁」字。

以上，先把表中填好，算好，再在下面計算。抄下甲數，再抄乙數。甲減乙得10，是丙。組距是5；5乘丙10，得50，是戊。人數丁20除戊50得2.5，是己。例中拿70-74的一組作另。這一組的折衷代表數是72.5；所以這72.5叫做「約均」。約均是「約略平均數」的簡語。實在，這72.5是一個假定的數目。約均和己相加，得75，就是所求的平均數；和第七表所得同。

表中第三行假定約均所在的一組，可以變動。例如第十三表第一第二行和第十二表完全相同。假定約均時，暫作在75-79的一組。第三行組差，第四行人數和組差相乘；方法是和第十二表同的，不過所得數目是不同了。

表下計算的手續，也和第十二表一樣。甲10減乙20，得-10，是丙。丙-10乘5，得-50，是戊。人數丁除戊得-2.5；是己。乙大於甲時，逐步都成負數。所以最後約均減己，就是 $77.5 - 2.5 = 75$ 平均數。

【第十三表】

分 數	人 數	組 差	人 數 × 組 差
55-59	1	-4	-4
60-64	2	-3	-6
65-69	3	-2	-6
70-74	4	-1	-4
75-79	4	0	<u>-20</u> 乙
80-84	3	1	3
85-89	2	2	4
90-94	1	3	3
	<u>20</u> 丁		<u>10</u> 甲

$$\text{甲} = 10$$

$$\text{乙} = -20$$

$$\text{甲} - \text{乙} = -10 = \text{丙}$$

$$\text{組距} = 5$$

$$\text{組距} \times \text{丙} = -50 = \text{戊}$$

$$\text{戊} \div \text{丁} = -2.5 = \text{己}$$

$$\text{約均} = 77.5$$

$$\text{約均} - \text{己} = 75.0 (\text{平均數})$$

用同法，第九表可以改成第十四表，再逐步計算，第十表可以改成第十五表，再逐步計算。

這三個例子，人數少，所以任何一個算法，好像沒有什麼多大出入。第十一表，人數多，算法手續麻煩。如改用第十六表算，大數的乘法，一概省去；所有計算，除戊除丁的一步外，都可以用心算。大約二三十人的成績，後法未必勝過前法；到一百人以上時，後法要快得多。

上三例，甲級平均75分，乙級平均73分，丙級平均69.34分。乙級雖比甲級集中，但平均數少2分；丙級成績分散，平均數比乙級少3分，比甲級少5分，可以說是比較最不好的一級。甲級比乙級平均數高，乙級比甲級集中；各有一個長處。

【第十四表】

分 數	人 數	組 差	人 數 × 組 差
60-64	2	-2	-4
65-69	4	-1	-4
70-74	7	0	-8 乙
75-79	4	1	4
80-85	3	2	6
	20 丁		10 甲

$$\text{甲} = 10$$

$$\text{乙} = -8$$

$$\text{甲} - \text{乙} = 2 = \text{丙}$$

$$\text{組距} = 5$$

$$\text{組距} \times \text{丙} = 10 = \text{戊}$$

$$\text{戊} \div \text{丁} = .5 = \text{己}$$

$$\text{約均} = 72.5$$

$$\text{約均} + \text{己} = 73.0 (\text{平均數})$$

【第十五表】

分 數	人 數	組 差	人數×組差
40-44	1	-5	-5
45-49	1	-4	-4
50-54	1	-3	-3
55-59	2	-2	-4
60-64	2	-1	-2
65-69	3	0	-18 乙
70-74	3	1	3
75-79	2	2	4
80-84	1	3	3
85-89	1	4	4
90-94	1	5	5
95-99	1	6	6
	19 丁		25 甲

$$\text{甲} = 25$$

$$\text{乙} = -18$$

$$\text{甲} - \text{乙} = 7 = \text{丙}$$

$$\text{組距} = 5$$

$$\text{組距} \times \text{丙} = 35 = \text{戊}$$

$$\text{戊} \div \text{丁} = 1.84 = \text{己}$$

$$\text{約均} = 67.5$$

$$\text{約均} + \text{己} = 69.34 (\text{平均數})$$

【第十六表】

分 數	人 數	組 差	人 數 × 組 差
40-44	2	-5	-10
45-49	6	-4	-24
50-54	16	-3	-48
55-59	28	-2	-56
60-64	33	-1	-33
65-69	37	0	<u>-171</u> 乙
70-74	35	1	35
75-79	24	2	48
80-84	19	3	57
85-89	9	4	36
90-94	5	5	25
95-99	1	6	6
	<u>215</u> 丁		<u>207</u> 甲

$$\text{甲} = 207$$

$$\text{乙} = -171$$

$$\text{甲} - \text{乙} = 36 = \text{丙}$$

$$\text{組距} = 5$$

$$\text{組距} \times \text{丙} = 180 = \text{戊}$$

$$\text{戊} \div \text{丁} = .84 = \text{己}$$

$$\text{約均} = 67.5$$

$$\text{約均} + \text{己} = 68.34 (\text{平均數})$$

【第十七表】(一年)

分數	人數	組差	人數×組差
30-32	1	-3	-3
33-35	2	-2	-4
36-38	4	-1	-4
39-41	7	0	-11
42-44	5	1	5
45-47	3	2	6
48-50	1	3	3
	$\frac{23}{1}$ 丁		$\frac{14}{1}$ 甲

$$\text{甲} = 14$$

$$\text{乙} = -11$$

$$\text{甲} - \text{乙} = 3 = \text{丙}$$

$$\text{組距} = 3$$

$$\text{組距} \times \text{丙} = 9 = \text{戊}$$

$$\text{戊} \div \text{丁} = .39 = \text{己}$$

$$\text{約均} = 40.5$$

$$\text{約均} + \text{己} = 40.89 (\text{平均數})$$

【第十八表】(二年)

分數	人數	組差	人數×組差
45-47	2	-2	-4
48-50	3	-1	-3
51-53	6	0	-7
54-56	4	1	4
57-59	2	2	4
	$\frac{17}{1}$ 丁		$\frac{8}{1}$ 甲

$$\text{甲} = 8$$

$$\text{乙} = -7$$

$$\text{甲} - \text{乙} = 1 = \text{丙}$$

$$\text{組距} = 3$$

$$\text{組距} \times \text{丙} = 3 = \text{戊}$$

$$\text{戊} \div \text{丁} = .18 = \text{己}$$

$$\text{約均} = 52.5$$

$$\text{約均} + \text{己} = 52.68 (\text{平均數})$$

【第十九表】(三年)

分數	人數	組差	人數×組差
48-50	1	-3	-3
51-53	1	-2	-2
54-56	3	-1	-3
57-59	5	0	0
60-62	3	1	3
63-65	1	2	2
66-68	1	3	3
	$\frac{15}{1}$ 丁		$\frac{8}{3}$ 甲

$$\text{甲} = 8$$

$$\text{乙} = -8$$

$$\text{甲} - \text{乙} = 0 = \text{丙}$$

$$\text{組距} = 3$$

$$\text{組距} \times \text{丙} = 0 = \text{戊}$$

$$\text{戊} \div \text{丁} = 0 = \text{己}$$

$$\text{約均} = 58.5$$

$$\text{約均} + \text{己} = 58.5 (\text{平均數})$$

【第二十表】(四年)

分數	人數	組差	人數×組差
57-59	1	-3	-3
60-62	1	-2	-2
63-65	2	-1	-2
66-68	4	0	0
69-71	4	1	4
72-74	2	2	4
75-77	1	3	3
	$\frac{15}{1}$ 丁		$\frac{10}{3}$ 甲

$$\text{甲} = 10$$

$$\text{乙} = -7$$

$$\text{甲} - \text{乙} = 3 = \text{丙}$$

$$\text{組距} = 3$$

$$\text{組距} \times \text{丙} = 9 = \text{戊}$$

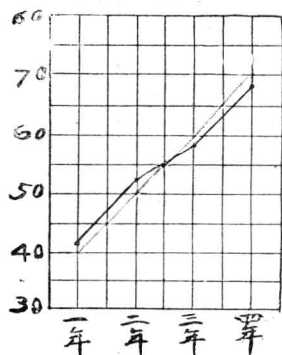
$$\text{戊} \div \text{丁} = .6 = \text{己}$$

$$\text{約均} = 67.5$$

$$\text{約均} + \text{己} = 68.1 (\text{平均數})$$

試拿第二十八圖各學年的成績，照上法求平均數，如第十七，十八，十九，二十等表。求得結果，一年平均數40.9分；二年52.7分；三年58.5分；四年68.1分。和標準比較，一年多1分光景，二年多2.7分，三年少一分半，四年少二分光景。二年成績最好，而目集中。一年成績次之，三年稍差，四年更差。除前述把學生調組外，三四年級全體宜謀改進。求出平均數以後，我們的研究，更加正確，精密。再拿各學年的平均數，畫成曲線圖形，如第四十三圖，情形更加明顯。黑線是各學年平均的連結線，紅線是各學年標準分數的連結線。黑在紅上，表示超過標準；黑在紅下，表示不及標準。因為各學年平均數，應當有一種進步的關係，所以宜用曲線圖形表示。

【第四十三圖】



第五章 求均方差的方法

平均數是一級或一組成績的代表；這是靠近中段的一個數目。但是單有平均數，不能知道全體情形是集中，還是分散。看了圖形，例如比較

第十八,二十,二十一圖,可以明白三級裏乙級最集中,丙級最分散,甲級介乎乙丙兩級之間。求出均方差後,這等圖形中的集中或分散情形,可以用數目字來表出,所以更其正確,精密。均方差是一個數目,代表大部份學生分數所在的範圍。這範圍小,便是集中的表示;這範圍大,便是分散的表示。

計算方法,如第二十一,二十二,二十三表。第二十一表就是甲級學生成績均方差的求法,可以和第十八圖,第十二表求平均數法參照。表式和第十二表相似:行數比第十二表多二行。從左而右,開始四行——分數,人數,組差,人數乘組差,完全一樣。第五行叫「組差平方」,就是第三行組差數的自乘。負三自乘得9;負二自乘得4;負一自乘得1;0的一行仍是0;正一自乘得1;正二自乘得4;正三自乘得9;正四自乘得16;自乘後不論正負,一律得正數,沒有負數。

第二行人數加起來是丁;第四行甲和乙的求法同第十二表。末一行是第二行和第五行相乘得來的結果。 $1 \times 9 = 9$; $2 \times 4 = 8$; $3 \times 1 = 3$; $4 \times 0 = 0$; $4 \times 1 = 4$; $3 \times 4 = 12$; $2 \times 9 = 18$; $1 \times 16 = 16$; 求好後加起來得70,就是庚。

表下面的算法,左面先算;甲減乙得丙;丁除丙得戊;戊自乘得己,數目是.25。右面先用人數丁20除庚70得3.5,是辛。辛3.5減己.25得3.25是壬。壬開平方得1.8,是癸。癸1.8用組距5乘得9,就是均方差。照第十二表,求出平均數是75分;現在求出均方差9分。意思是這級大多數學生的分數在 $75 + 9 = 84$ 和 $75 - 9 = 66$ 的範圍以內。大約全體學生有百分之六十八光景,分數都在這66到84分的範圍以內。

【第二十一表】

分 數	人 數	組 差	人 數 × 組 差	組 差 方	人 數 × 組 平 方
55-59	1	-3	-3	9	9
60-64	2	-2	-4	4	8
65-69	3	-1	-3	1	3
70-74	4	0	$\boxed{-10}$ 乙	0	0
75-79	4	1	4	1	4
80-84	3	2	6	4	12
85-89	2	3	6	9	18
90-94	1	4	4	16	16

$$\boxed{20} \text{ 丁}$$

$$\boxed{20} \text{ 甲}$$

$$\boxed{70} \text{ 庚}$$

$$\text{甲} = 20$$

$$\text{庚} = 70$$

$$\text{乙} = 10$$

$$\text{庚} \div \text{丁} = 3.5 = \text{辛}$$

$$\text{甲} - \text{乙} = 10 = \text{丙}$$

$$\text{己} = .25$$

$$\text{丙} \div \text{丁} = .5 = \text{戊}$$

$$\text{辛} - \text{己} = 3.25 = \text{壬}$$

$$\text{戊} \times \text{戊} = .25 = \text{己}$$

$$\sqrt{\text{壬}} = 1.80 = \text{癸}$$

$$\text{組距} = 5$$

$$\text{組距} \times \text{癸} = 9.0 (\text{均方差})$$

第二十二表是乙級學生成績均方差的求法，可以和第二十圖，第十四表參照。乙級平均數是73分，均方差約6分半景。乙級比甲集中，很明顯。大多數學生的分數，在67(73-6)到79(73+6)分的範圍裏。

【第二十二表】

分 數	人 數	組 差	人 數 × 組 差	組 平 方 差	人 數 × 組 平 方 差
60-64	2	-2	-4	4	8
65-69	4	-1	-4	1	4
70-74	7	0	-8 乙	0	0
75-79	4	1	4	1	4
80-85	3	2	6	4	12
	20 丁		10 甲		28 庚

$$\text{甲} = 10$$

$$\text{庚} = 28$$

$$\text{乙} = -8$$

$$\text{庚} \div \text{丁} = 1.4 = \text{辛}$$

$$\text{甲} - \text{乙} = 2 = \text{丙}$$

$$\text{己} = .01$$

$$\text{丙} \div \text{丁} = .1 = \text{戊}$$

$$\text{辛} - \text{己} = 1.39 = \text{壬}$$

$$\text{戊} \times \text{戊} = .01 = \text{己}$$

$$\sqrt{\text{壬}} = 1.18 = \text{癸}$$

$$\text{組距} = 5$$

$$\text{組距} \times \text{癸} = 5.9 (\text{均方差})$$

第二十三表是丙級學生成績均方差的求法，可以和第二十一圖，第十五表參照。丙級平均數是69.3分，均方差是14.2分。大多數學生的分數，在55分(69.3-14.2)和83.5(69.3+14.2)分的範圍裏，所以比甲級要分散；比乙級尤其分散。看慣了以後，只要把求得結果搞錄如下，便能知道。

	甲 級	乙 級	丙 級
平 均 數	75.0	73.0	69.3
均 方 差	9.0	5.9	14.2

再拿第二十八圖各學年學生成績，參照第十七，十八，十九，二十求平均數的各表，按照第二十四，二十五，二十六，二十七各表方式求均方差，得到的結果，連同標準分數，各學年平均數和標準相差的數目列成下式，各學年情形，可以一目了然。比標準高的用「+」號，比標準低的用「-」號。

	一 年	二 年	三 年	四 年
平 均 數	40.9	52.7	58.5	68.1
均 方 差	4.3	3.5	4.3	4.6
標 準	40.0	50.0	60.0	70.0
平均數與標準的相差	+ .9	+2.7	-1.5	-1.9

二年最好，成績超過標準約四分之一到三分之一光景（十分中超過2.7分）均方差最小，就是最集中。其次是一年，成績超過標準約十分之一，均方差適中。其次是三年，成績不及標準約六分之一（十分中不及1.5分），均方差和一年同。最不好的是四年，成績不及標準將近五分之一（十分中不及1.9分），均方差最大。但是四年是初級小學結末的一年，成績反而最不好，這問題要十分注意，而且要急謀補救才好。這等現象很普通。

【第二十三表】

分 數	人 數	組 差	人 數 × 組 差	組平 差方	人 數 × 組平 差方
40-44	1	-5	-5	25	25
45-49	1	-4	-4	16	16
50-54	1	-3	-3	9	9
55-59	2	-2	-4	4	8
60-64	2	-1	-2	1	2
65-69	3	0	<u>-18</u> 乙	0	0
70-74	3	1	3	1	3
75-79	2	2	4	4	8
80-84	1	3	3	9	9
85-89	1	4	4	16	16
90-94	1	5	5	25	25
95-99	1	6	6	36	36
	<u>19</u> 丁		<u>25</u> 甲		<u>157</u> 庚

$$\text{甲} = 25$$

$$\text{庚} = 157$$

$$\text{乙} = 18$$

$$\text{庚} \div \text{丁} = 8.26 = \text{辛}$$

$$\text{甲} - \text{乙} = 7 = \text{丙}$$

$$\text{己} = .14$$

$$\text{丙} \div \text{丁} = .37 = \text{戊}$$

$$\text{辛} - \text{己} = 8.12 = \text{壬}$$

$$\text{戊} \times \text{戊} = .14 = \text{己}$$

$$\sqrt{\text{壬}} = 2.85 = \text{癸}$$

$$\text{組距} = 5$$

$$\text{組距} \times \text{癸} = 14.2 (\text{均方差})$$

【第二十四表】(一年)

分數	人數	組差	人數	組差	組平方	人數	組平方
30-32	1	-3	-3	9	9	9	9
33-35	2	-2	-4	4	8	8	8
36-38	4	-1	-4	1	4	4	4
39-41	7	0	-11	0	0	0	0
42-44	5	1	5	1	5	5	5
45-47	3	2	6	4	12	12	12
48-50	1	3	3	9	9	9	9

$\frac{23}{14}$ 丁 甲 $\frac{47}{14}$ 庚
 甲 = 14 庚 = 47
 乙 = -11 庚 ÷ 丁 = 2.043 = 辛
 甲 - 乙 = 3 = 丙 己 = .017
 丙 ÷ 丁 = .13 = 戊 辛 - 己 = 2.026 = 壬
 戊 × 戊 = .0169 = 己 $\sqrt{\text{壬}} = 1.42 = \text{癸}$
 組距 = 3
 組距 × 癸 = 4.3 (均方差)

【第二十五表】(二年)

分數	人數	組差	人數	組差	組平方	人數	組平方
45-47	2	-2	-4	4	8	8	8
48-50	3	-1	-3	1	3	3	3
51-53	6	0	-7	0	0	0	0
54-56	4	1	4	1	4	4	4
57-59	2	2	4	4	8	8	8

$\frac{17}{8}$ 丁 甲 $\frac{23}{8}$ 庚
 甲 = 8 庚 = 23
 乙 = -7 庚 ÷ 丁 = 1.4118 = 辛
 甲 - 乙 = 1 = 丙 己 = .0036
 丙 ÷ 丁 = .06 = 戊 辛 - 己 = 1.4082 = 壬
 戊 × 戊 = .0036 = 己 $\sqrt{\text{壬}} = 1.18 = \text{癸}$
 組距 = 3
 組距 × 癸 = 3.5 (均方差)

【第二十六表】(三年)

分數	人數	組差	人數	組差	平方	人數	平方
48-50	1	-3	-3	9	9	9	9
51-53	1	-2	-2	4	4	4	4
54-56	3	-1	-3	1	3	3	3
57-59	5	0	-8	0	0	0	0
60-62	3	1	3	1	3	3	3
63-65	1	2	2	4	4	4	4
66-68	1	3	3	9	9	9	9

$\overline{15}$ 丁 $\overline{8}$ 甲 $\overline{32}$ 庚
 甲 = 8 庚 = 32
 乙 = -8 庚 ÷ 丁 = 2.1 = 辛
 甲 - 乙 = 0 = 丙 己 = 0
 丙 ÷ 丁 = 0 = 戊 辛 - 己 = 2.1 = 壬
 戊 × 戊 = 0 = 己 $\sqrt{壬} = 1.45 = 癸$
 距組 = 3

組距 × 癸 = 4.3 (均方差)

【第二十七表】(四年)

分數	人數	組差	人數	組差	平方	人數	平方
57-59	1	-3	-3	9	9	9	9
60-62	1	-2	-2	4	4	4	4
63-65	2	-1	-2	1	2	2	2
65-68	4	0	-7	0	0	0	0
69-71	4	1	4	1	4	4	4
72-74	2	2	4	4	4	4	4
75-77	1	3	3	9	9	9	9

$\overline{15}$ 丁 $\overline{10}$ 甲 $\overline{36}$ 庚
 甲 = 10 庚 = 36
 乙 = -7 庚 ÷ 丁 = 2.4 = 辛
 甲 - 乙 = 3 = 丙 己 = .04
 丙 ÷ 丁 = .2 = 戊 辛 - 己 = 2.36 = 壬
 戊 × 戊 = .04 = 己 $\sqrt{壬} = 1.54 = 癸$
 距組 = 3

組距 × 癸 = 4.6 (均方差)

求平均數和求均方差，可以合用一表。下面第二十八表，就是一個例子。材料用第十六表的。表下面的算法，中央甲-乙=丙是求平均數和求均方差合用的。左面是求平均數。中央丙÷丁以下，和右面，是求均方差。合用一表，可以省出好多抄寫的時間。這兩個數，都是常常用的；而且要用時往往連帶了用。所以合用一表把兩個數目同時計算，是最省便的方法。

均方差還有一個用法，只須把他略為改算一下，便成功了「平均均方差」。改算的方法極省便，只須拿人數開平方，把平方根除均方差，即得。寫成公式如下：

$$\text{平均均方差} = \frac{\text{均方差}}{\sqrt{\text{人數}}}$$

例如第二十八表，人數215，開平方得14.66；用這根14.66除均方差11，得.75；就是所要的平均均方差。

平均均方差，可以說是平均數的均方差。用了這平均數的均方差，可以斷定所求平均數是否可靠。第二十八表平均數是68.34；現在求得平均均方差是.75。我們用三乘平均均方差，得2.25；意思就是說所求平均數68.34總逃不出 $(68.34 + 2.25)70.59$ 和 $(68.34 - 2.25)66.19$ 的範圍。

拿了標準測驗考一級學生，所得平均數 68.34 便是一級學生的成績；若照上述，「這級學生成績的平均數不出66.19到70.59的範圍，」意義當然不通。不過，從另一方面看，假定第二十八表是二百十五個四年級學生，這分數是一種正在編造中的測驗成績，那末我們便有一個「代表是否可靠」的問題發生。就是說這215人，配不配做一切四年級學生的

【第二十八表】

分 數	人 數	組 差	人 數 × 組 差	組平方 差方	人 數 × 組平方 差
40-44	2	-5	-10	25	50
45-49	6	-4	-24	16	96
50-54	16	-3	-48	9	144
55-59	28	-2	-56	4	112
60-64	33	-1	-33	1	33
65-69	37	0	-171 乙	0	0
70-74	35	1	35	1	35
75-79	24	2	48	4	96
80-84	19	3	57	9	171
85-89	9	4	36	16	144
90-94	5	5	25	25	125
95-99	1	6	6	36	36
	215 丁		207 甲		1042 庚

求平均數

求均方差

甲 = 207

庚 = 1042

乙 = 171

庚 ÷ 丁 = 4.847 = 辛

組距 = 5 36 = 甲 - 乙 = 36 = 丙

己 = .028

組距 × 丙 = 180 = 戊 丙 ÷ 丁 = .167 = 戊

辛 - 己 = 4.819 = 壬

戊 ÷ 丁 = .84 = 己 戊 × 戊 = .028 = 己

$\sqrt{\text{壬}} = 2.195 = \text{癸}$

約均 = 67.5

組距 = 5

約均 + 己 = 68.34 (平均數)

組距 × 癸 = 11.0 (均方差)

代表。平均均方差要是很小,像 .01,用三乘後得 .03;那末68.34的平均

數，不出68.31和33.37的範圍，這平均數，雖只是215人的成績，然而很可以做代表。照上面求得的平均均方差.75，用三乘後得2.25；平均數在68.19和70.59的範圍裏，所以68.34雖不能說不配做代表，但還不能真正代表一切四年級學生的真正平均數。

人數愈多愈好，均方差愈小愈好；這兩者或兩者之一，都能使平均均方差變小。變小，就是平均數的代表性增加。要是第二十八表的分數，是2150人的成績，所得平均數仍是68.34，均方差11；那末照公式，

$$\frac{11}{\sqrt{2150}} = \frac{11}{46.37} = .23$$

用三乘.23得.69； $68.34 - .69 = 67.65$ ； $68.34 + .69 = 69.03$ ；就是平均數在67.65和69.03的範圍裏，這平均數68.34的代表性比215人時增高了不少。平均均方差，平常的用途並不大。要研究所得平均數是否能代表一切時，我們用三乘平均均方差，便可決定。凡是我們用若干學生的成績來斷定某種教材或教法或別種事件時，必須顧到這所得的結果，是否有代表性；這時應當用平均均方差來研究。

第六章 用表查平方和平方根的方法

前章的計算方法中，我們常常要用到某數的平方或某數開平方——就是求平方根。平方只須自乘，不過數目大時比較麻煩。用表查可以省力。開方，因為平常不用，所以往往不熟。用表查，更其方便。下面第二十九表是1到100各數的平方和平方根表。第三十表是1.01到10各數的平方和平方根表。表各三行，從左而起，第一行是數目，第二行是平方數，第三行是平方根數。

求某數的平方數時，1到100各數，只須在第二十九表內查。例如求83的平方數，查表得6889。

100以上200到990各數，可以假定算是2到9，用第二十九表查，再在查得的平方數後加四個0；因為百的平方是萬，萬位後應有四個0。例如求600的平方，查表中6的平方，得36；加四個0，是360000。

110到990各數，可以假定算是11到99，用第二十九表查，再在查得的平方數後加二個0；因為十的平方是百，百位後應有二個0，例如求740的平方，查表中74的平方，得5476；加二個0，是547600。

小數.1到.9，可以當作1到9，用第二十九表查，查得的平方數應有二位小數。例如求.4的平方，查表中4的平方，得16；定二位小數，是.16；又如查.2的平方，查表中2的平方，得4；定二位小數，是.04。

同樣，.01到.09各數，仍可用第二十九表查，當作1到9各數，再定所得平方數小數四位。例如求.08的平方，用表查8的平方，得64；定四位小數，是.0064；又如求.03的平方，用表查3的平方，得9；定四位小數是.0009。

小數.11到.99各數，可以當作11到99，用第二十九表查，再定平方數四位小數。例如求.27的平方，當作27，用表查得729；定小數四位，是.0729。

帶小數1.1到9.9各數，可以當作11到99用第二十九表查，再定平方數小數二位。例如求3.8的平方，在表中查38的平方，得1444；定二位小數，是14.44；又如求2.9的平方，在表中查29的平方，得841，定二位小數，是8.41。但第二表中包括1.1到9.9各數，可以直接查得。

帶小數1.01到9.99各數，可以查第三十表。例如求3.45的平方，查表得11.9025。

10.1到99.9各數，也可以用第三十表查，查得的平方數，小數點應向右移二位，例如求48.7的平方，在表中查4.87的平方，得23.7169；小數點向右移二位，是2371.69。

101到999各數，仍可以用第三十表查，查得的平方數，小數點應向右移四位。例如求643的平方，在表中查3.43的平方，得41.3449；小數點向右移四位，是413449。

1到100各數的平方根，查第二十九表即得。例如求38的平方根，查表得6.1644。

100到900各數的平方根，可以當作1到9，用第二十九表查，平方根的小數點向右移一位。例如求800的平方根，在表內查8的平方根，得2.8284；小數點向右移一位，是28.284。

.1到.9各數的平方根，可以當作10到90，用第二十九表查，平方根的小數點向左移一位。例如求.3的平方根，在表內查30的平方根，得5.4772；小數點向左移一位，是.54772。

.01到.09各數的平方根，可以當作1到9，用第二十九表查，平方根的小數點向左移一位。例如求.07的平方根，在表內查7的平方根，得2.6458；小數點向左移一位，是.26458。

.11到.99各數的平方根，可以當作11到99；用第二十九表查，平方根的小數點向左移一位。例如求.42的平方根，在表內查42的平方根，得6.4807；小數點向左移一位，是.64807。

1.01到9.99的平方根，可用第三十表查。例如求2.15的平方根，用表查得1.46329；又如求8.8的平方根，用表查得2.96648。

110到990各數的平方根，可以當作1.1到9.9，用第三十表查，平方根的小數點向右移一位。例如求350的平方根，在表內查3.5的平方根，得1.87083；小數點向右移一位，是18.7083。

101到999各數的平方根，可以當作1.01到9.99，用第三十表查，平方根的小數點向右移一位。例如求472的平方根，在表內查4.72的平方根，得2.17256；小數點向右移一位，是21.7256。

10.1到99.9各數，和10.01到99.99各數的平方根，不能借用第二十九表或第三十表查出。但是仍舊可以查得一個近似數。例如求21.5的平方根，可以在第三十表的第二行平方各數中去尋一個近似數21.5296；這數的第一行是4.64，所以4.64可以當做21.5的平方根的近似數。又如求97.12的平方根，第三十表第二行中只有97.0225和97.2196，沒有近似97.12的數目；97.12差不多介乎97.02和97.22之間，97.02的平方根是9.85（因為9.85的平方是97.02）；97.22的平方根是9.86（因為9.86的平方是97.22）；97.12介乎二者之間，那末平方根也可以算是介乎9.85和9.86二者之間，當作9.855。所以9.855是97.12的平方根的近似數。

不能恰巧在二者之間時，看靠近那一數，就作那一數論。例如求99.99的平方根，查第三十表第二行，有99.8001和100；99.99和100相差只.01；和99.8要差到.19光景。靠近100，就當作100；平方根的近似數是10（因為10的平方是100）。

這不過是省便的方法；若要求得精密正確，當然只有直接開平方。上例99.99直接開平方，平方根是9.9995。

【第二十九表】

數	平方	平方根	數	平方	平方根
1	1	1.0000	51	2601	7.1414
2	4	1.4142	52	2704	7.2111
3	9	1.7321	53	2809	7.2801
4	16	2.0000	54	2916	7.3485
5	25	2.2361	55	3025	7.4162
6	36	2.4495	56	3136	7.4833
7	49	2.6458	57	3249	7.5498
8	64	2.8284	58	3364	7.6158
9	81	3.0000	59	3481	7.6811
10	100	3.1623	60	3600	7.7460
11	121	3.3166	61	3721	7.8102
12	144	3.4641	62	3844	7.8740
13	169	3.6056	63	3969	7.9373
14	196	3.7417	64	4096	8.0000
15	225	3.8730	65	4225	8.0623
16	256	4.0000	66	4356	8.1240
17	289	4.1231	67	4489	8.1851
18	324	4.2426	68	4624	8.2462
19	361	4.3589	69	4761	8.3066
20	400	4.4721	70	4900	8.3666
21	441	4.5826	71	5041	8.4261
22	484	4.6904	72	5184	8.4853
23	529	4.7958	73	5329	8.5440
24	576	4.8990	74	5476	8.6023
25	625	5.0000	75	5625	8.6603
26	676	5.0990	76	5776	8.7178
27	729	5.1962	77	5929	8.7750
28	784	5.2915	78	6084	8.8318
29	841	5.3852	79	6241	8.8882
30	900	5.4772	80	6400	8.9443
31	961	5.5678	81	6561	9.0000
32	1024	5.6569	82	6724	9.0554
33	1089	5.7446	83	6889	9.1104
34	1156	5.8310	84	7056	9.1652
35	1225	5.9161	85	7225	9.2195
36	1296	6.0000	86	7396	9.2736
37	1369	6.0828	87	7569	9.3274
38	1444	6.1644	88	7744	9.3808
39	1521	6.2450	89	7921	9.4340
40	1600	6.3246	90	8100	9.4868
41	1681	6.4031	91	8281	9.5394
42	1764	6.4807	92	8464	9.5917
43	1849	6.5574	93	8649	9.6437
44	1936	6.6332	94	8836	9.6954
45	2025	6.7082	95	9025	9.7468
46	2116	6.7823	96	9216	9.7980
47	2209	6.8557	97	9409	9.8489
48	2304	6.9282	98	9604	9.8995
49	2401	7.0000	99	9801	9.9499
50	2500	7.0711	100	10000	10.0000

【 第 三 十 表 】

數	平 方	平 方 根	數	平 方	平 方 根
1.01	1.0201	1.0099	1.51	2.2801	1.22882
1.02	1.0404	1.00995	1.52	2.3104	1.25288
1.03	1.0609	1.01089	1.53	2.3409	1.26693
1.04	1.0816	1.01980	1.54	2.3716	1.24037
1.05	1.1025	1.02470	1.55	2.4025	1.24499
1.06	1.1236	1.02956	1.56	2.4336	1.24900
1.07	1.1449	1.03441	1.57	2.4649	1.25308
1.08	1.1664	1.03923	1.58	2.4964	1.25699
1.09	1.1881	1.04403	1.59	2.5281	1.26095
1.10	1.2100	1.04881	1.60	2.5600	1.26491
1.11	1.2321	1.05357	1.61	2.5921	1.26886
1.12	1.2544	1.05830	1.62	2.6244	1.27279
1.13	1.2769	1.06301	1.63	2.6569	1.27671
1.14	1.2996	1.06771	1.64	2.6896	1.28062
1.15	1.3225	1.07238	1.65	2.7225	1.28452
1.16	1.3456	1.07703	1.66	2.7556	1.28841
1.17	1.3689	1.08167	1.67	2.7889	1.29228
1.18	1.3924	1.08628	1.68	2.8224	1.29615
1.19	1.4161	1.09087	1.69	2.8561	1.30000
1.20	1.4400	1.09545	1.70	2.8900	1.30384
1.21	1.4641	1.10000	1.71	2.9241	1.30767
1.22	1.4884	1.10454	1.72	2.9584	1.31149
1.23	1.5129	1.10905	1.73	2.9929	1.31529
1.24	1.5376	1.11355	1.74	3.0276	1.31909
1.25	1.5625	1.11803	1.75	3.0625	1.32288
1.26	1.5876	1.12250	1.76	3.0976	1.32665
1.27	1.6129	1.12694	1.77	3.1329	1.33041
1.28	1.6384	1.13137	1.78	3.1684	1.33417
1.29	1.6641	1.13578	1.79	3.2041	1.33791
1.30	1.6900	1.14018	1.80	3.2400	1.34164
1.31	1.7161	1.14455	1.81	3.2761	1.34536
1.32	1.7424	1.14891	1.82	3.3124	1.34907
1.33	1.7689	1.15326	1.83	3.3489	1.35277
1.34	1.7956	1.15758	1.84	3.3856	1.35647
1.35	1.8225	1.16190	1.85	3.4225	1.36015
1.36	1.8496	1.16619	1.86	3.4596	1.36382
1.37	1.8769	1.17047	1.87	3.4969	1.36748
1.38	1.9044	1.17473	1.88	3.5344	1.37113
1.39	1.9321	1.17898	1.89	3.5721	1.37477
1.40	1.9600	1.18322	1.90	3.6100	1.37840
1.41	1.9881	1.18743	1.91	3.6481	1.38203
1.42	2.0164	1.19164	1.92	3.6864	1.38564
1.43	2.0449	1.19583	1.93	3.7249	1.38924
1.44	2.0736	1.20000	1.94	3.7636	1.39284
1.45	2.1025	1.20416	1.95	3.8025	1.39642
1.46	2.1316	1.20830	1.96	3.8416	1.40000
1.47	2.1609	1.21244	1.97	3.8809	1.40357
1.48	2.1904	1.21655	1.98	3.9204	1.40712
1.49	2.2201	1.22066	1.99	3.9601	1.41067
1.50	2.2500	1.22474	2.00	4.0000	1.41421

數	平方	平方根	數	平方	平方根
2.01	4.0401	1.41774	2.51	6.3001	1.58436
2.02	4.0804	1.42127	2.52	6.3504	1.58745
2.03	4.1209	1.42478	2.53	6.4009	1.59060
2.04	4.1615	1.42829	2.54	6.4516	1.59374
2.05	4.2025	1.43178	2.55	6.5025	1.59687
2.06	4.2435	1.43527	2.56	6.5536	1.60000
2.07	4.2849	1.43875	2.57	6.6049	1.60312
2.08	4.3264	1.44222	2.58	6.6564	1.60624
2.09	4.3681	1.44568	2.59	6.7081	1.60935
2.10	4.4100	1.44914	2.60	6.7600	1.61245
2.11	4.4521	1.45258	2.61	6.8121	1.61555
2.12	4.4944	1.45602	2.62	6.8644	1.51864
2.13	4.5369	1.45945	2.63	6.9169	1.62173
2.14	4.5796	1.46287	2.64	6.9696	1.62481
2.15	4.6225	1.46629	2.65	7.0225	1.62788
2.16	4.6656	1.46969	2.66	7.0756	1.63095
2.17	4.7089	1.47309	2.67	7.1289	1.63401
2.18	4.7524	1.47648	2.68	7.1824	1.63707
2.19	4.7961	1.47986	2.69	7.2361	1.64012
2.20	4.8400	1.48324	2.70	7.2900	1.64317
2.21	4.8841	1.48661	2.71	7.3441	1.64621
2.22	4.9284	1.48997	2.72	7.3984	1.64924
2.23	4.9729	1.49332	2.73	7.4529	1.65227
2.24	5.0175	1.49666	2.74	7.5076	1.65529
2.25	5.0626	1.50000	2.75	7.5625	1.65831
2.26	5.1076	1.50333	2.76	7.6176	1.66132
2.27	5.1529	1.50665	2.77	7.6729	1.66433
2.28	5.1984	1.50997	2.78	7.7284	1.66733
2.29	5.2441	1.51327	2.79	7.7841	1.67033
2.30	5.2900	1.51658	2.80	7.8400	1.67332
2.31	5.3361	1.51987	2.81	7.8961	1.67631
2.32	5.3824	1.52315	2.82	7.9524	1.67929
2.33	5.4289	1.52643	2.83	8.0089	1.68226
2.34	5.4756	1.52971	2.84	8.0656	1.68523
2.35	5.5225	1.53297	2.85	8.1225	1.58819
2.36	5.5696	1.53623	2.86	8.1796	1.69115
2.37	5.6169	1.53948	2.87	8.2369	1.69411
2.38	5.6644	1.54272	2.88	8.2944	1.69706
2.39	5.7121	1.54596	2.89	8.3521	1.70000
2.40	5.7600	1.54919	2.90	8.4100	1.70294
2.41	5.8081	1.55242	2.91	8.4681	1.70587
2.42	5.8564	1.55563	2.92	8.5264	1.70880
2.43	5.9049	1.55885	2.93	8.5849	1.71172
2.44	5.9536	1.56205	2.94	8.6436	1.71464
2.45	6.0025	1.56525	2.95	8.7025	1.71756
2.46	6.0516	1.56844	2.96	8.7616	1.72047
2.47	6.1009	1.57162	2.97	8.8209	1.72337
2.48	6.1504	1.57480	2.98	8.8804	1.72627
2.49	6.2001	1.57797	2.99	8.9401	1.72916
2.50	6.2500	1.58114	3.00	9.0000	1.73205

數	平方	平方根	數	平方	平方根
3.01	9.0601	1.73194	3.51	12.3201	1.87350
3.02	9.1204	1.73781	3.52	12.3904	1.87617
3.03	9.1809	1.74069	3.53	12.4609	1.87883
3.04	9.2416	1.74356	3.54	12.5316	1.88149
3.05	9.3025	1.74642	3.55	12.6025	1.88414
3.06	9.3636	1.74929	3.56	12.6736	1.88680
3.07	9.4249	1.75214	3.57	12.7449	1.88944
3.08	9.4864	1.75499	3.58	12.8164	1.89209
3.09	9.5481	1.75784	3.59	12.8881	1.89473
3.10	9.6100	1.76068	3.60	12.9600	1.89737
3.11	9.6721	1.76352	3.61	13.0321	1.90000
3.12	9.7344	1.76635	3.62	13.1044	1.90263
3.13	9.7969	1.76918	3.63	13.1769	1.90526
3.14	9.8596	1.77200	3.64	13.2496	1.90788
3.15	9.9225	1.77482	3.65	13.3225	1.91050
3.16	9.9856	1.77764	3.66	13.3956	1.91311
3.17	10.0489	1.78045	3.67	13.4689	1.91572
3.18	10.1124	1.78326	3.68	13.5424	1.91833
3.19	10.1761	1.78606	3.69	13.6161	1.92094
3.20	10.2400	1.78885	3.70	13.6900	1.92354
3.21	10.3041	1.79165	3.71	13.7641	1.92614
3.22	10.3684	1.79444	3.72	13.8384	1.92873
3.23	10.4329	1.79722	3.73	13.9129	1.93132
3.24	10.4976	1.80000	3.74	13.9876	1.93391
3.25	10.5625	1.80278	3.75	14.0625	1.93649
3.26	10.6276	1.80555	3.76	14.1376	1.93907
3.27	10.6929	1.80831	3.77	14.2129	1.94165
3.28	10.7584	1.81108	3.78	14.2884	1.94422
3.29	10.8241	1.81384	3.79	14.3641	1.94679
3.30	10.8900	1.81659	3.80	14.4400	1.94936
3.31	10.9561	1.81934	3.81	14.5161	1.95192
3.32	11.0224	1.82209	3.82	14.5924	1.95448
3.33	11.0889	1.82483	3.83	14.6689	1.95704
3.34	11.1556	1.82757	3.84	14.7456	1.95959
3.35	11.2225	1.83030	3.85	14.8225	1.96214
3.36	11.2896	1.83303	3.86	14.8996	1.96469
3.37	11.3569	1.83576	3.87	14.9769	1.96723
3.38	11.4244	1.83848	3.88	15.0544	1.96977
3.39	11.4921	1.84120	3.89	15.1321	1.97231
3.40	11.5600	1.84391	3.90	15.2100	1.97484
3.41	11.6281	1.84662	3.91	15.2881	1.97737
3.42	11.6964	1.84932	3.92	15.3664	1.97990
3.43	11.7649	1.85203	3.93	15.4449	1.98242
3.44	11.8336	1.85472	3.94	15.5236	1.98494
3.45	11.9025	1.85742	3.95	15.6025	1.98746
3.46	11.9716	1.86011	3.96	15.6816	1.98997
3.47	12.0409	1.86279	3.97	15.7609	1.99249
3.48	12.1104	1.86548	3.98	15.8404	1.99499
3.49	12.1801	1.86815	3.99	15.9201	1.99750
3.50	12.2500	1.87083	4.00	16.0000	2.00000

數	平方	平方根	數	平方	平方根
4.01	16.0801	2.00250	4.51	20.3401	2.12388
4.02	16.1604	2.00499	4.52	20.4304	2.12303
4.03	16.2409	2.00749	4.53	20.5209	2.12838
4.04	16.3216	2.00998	4.54	20.6116	2.13073
4.05	16.4025	2.01246	4.55	20.7025	2.13307
4.06	16.4836	2.01494	4.56	20.7936	2.13542
4.07	16.5649	2.01742	4.57	20.8849	2.13776
4.08	16.6464	2.01990	4.58	20.9764	2.14009
4.09	16.7281	2.02237	4.59	21.0681	2.14243
4.10	16.8100	2.02485	4.60	21.1600	2.14476
4.11	16.8921	2.02731	4.61	21.2521	2.14709
4.12	16.9744	2.02978	4.62	21.3444	2.14942
4.13	17.0569	2.03224	4.63	21.4369	2.15174
4.14	17.1396	2.03470	4.64	21.5296	2.15407
4.15	17.2225	2.03715	4.65	21.6225	2.15639
4.16	17.3056	2.03961	4.66	21.7156	2.15870
4.17	17.3889	2.04206	4.67	21.8089	2.16102
4.18	17.4724	2.04450	4.68	21.9024	2.16333
4.19	17.5561	2.04695	4.69	21.9961	2.16564
4.20	17.6400	2.04939	4.70	22.0900	2.16795
4.21	17.7241	2.05183	4.71	22.1841	2.17025
4.22	17.8084	2.05423	4.72	22.2784	2.17256
4.23	17.8929	2.05670	4.73	22.3729	2.17486
4.24	17.9776	2.05913	4.74	22.4676	2.17715
4.25	18.0625	2.06155	4.75	22.5625	2.17945
4.26	18.1476	2.06398	4.76	22.6576	2.18174
4.27	18.2329	2.06640	4.77	22.7529	2.18403
4.28	18.3184	2.06882	4.78	22.8484	2.18632
4.29	18.4041	2.07123	4.79	22.9441	2.18861
4.30	18.4900	2.07364	4.80	22.0400	2.19089
4.31	18.5761	2.07605	4.81	23.1361	2.19317
4.32	18.6624	2.07846	4.82	23.2324	2.19545
4.33	18.7489	2.08087	4.83	23.3289	2.19773
4.34	18.8356	2.08327	4.84	23.4256	2.20000
4.35	18.9225	2.08567	4.85	23.5225	2.20227
4.36	19.0096	2.08806	4.86	23.6196	2.20454
4.37	19.0969	2.09045	4.87	23.7169	2.20681
4.38	19.1844	2.09284	4.88	23.8144	2.20907
4.39	19.2721	2.09523	4.89	23.9121	2.21133
4.40	19.3600	2.09762	4.90	24.0100	2.21359
4.41	19.4481	2.10000	4.91	24.1081	2.21585
4.42	19.5364	2.10238	4.92	24.2064	2.21811
4.43	19.6249	2.10476	4.93	24.3049	2.22036
4.44	19.7136	2.10713	4.94	24.4036	2.22261
4.45	19.8025	2.10950	4.95	24.5025	2.22486
4.46	19.8916	2.11187	4.96	24.6016	2.22711
4.47	19.9809	2.11424	4.97	24.7009	2.22935
4.48	20.0704	2.11660	4.98	24.8004	2.23159
4.49	20.0601	2.11896	4.99	24.9001	2.23383
4.50	20.2500	2.12132	5.00	25.0000	2.23607

數	平方	平方根	數	平方	平方根
5.01	25,1001	2.25830	5.51	30,3601	2.31734
5.02	25,2004	2.24054	5.52	30,4704	2.31947
5.03	25,3009	2.24277	5.53	30,5809	2.35160
5.04	25,4016	2.24499	5.54	30,6916	2.35372
5.05	25,5025	2.24722	5.55	30,8025	2.35584
5.06	25,6036	2.24944	5.56	30,9136	2.35797
5.07	25,7049	2.25167	5.57	31,0249	2.36008
5.08	25,8064	2.25389	5.58	31,1364	2.36220
5.09	25,9081	2.25610	5.59	31,2481	2.36432
5.10	26,0100	2.25832	5.60	31,3600	2.36643
5.11	26,1121	2.26053	5.61	31,4721	2.36854
5.12	26,2144	2.26274	5.62	31,5844	2.37065
5.13	26,3169	2.26495	5.63	31,6969	2.37276
5.14	26,4196	2.26716	5.64	31,8096	2.37487
5.15	26,5225	2.26936	5.65	31,9225	2.37697
5.16	26,6256	2.27156	5.66	32,0356	2.37908
5.17	26,7289	2.27376	5.67	32,1489	2.38118
5.18	26,8324	2.27596	5.68	32,2624	2.38328
5.19	26,9361	2.27816	5.69	32,3761	2.38537
5.20	27,0400	2.28035	5.70	32,4900	2.38747
5.21	27,1441	2.28254	5.71	32,6041	2.38956
5.22	27,2484	2.28473	5.72	32,7184	2.39165
5.23	27,3529	2.28692	5.73	32,8329	2.39374
5.24	27,4576	2.28910	5.74	32,9476	2.39583
5.25	27,5625	2.29129	5.75	33,0625	2.39792
5.26	27,6676	2.29347	5.76	33,1776	2.40000
5.27	27,7729	2.29565	5.77	33,2929	2.40208
5.28	27,8784	2.29783	5.78	33,4084	2.40416
5.29	27,9841	2.30000	5.79	33,5241	2.40624
5.30	28,0900	2.30217	5.80	33,6400	2.40832
5.31	28,1961	2.30434	5.81	33,7561	2.41039
5.32	28,3024	2.30651	5.82	33,8724	2.41247
5.33	28,4089	2.30868	5.83	33,9889	2.41454
5.34	28,5156	2.31084	5.84	34,1056	2.41661
5.35	28,6225	2.31301	5.85	34,2225	2.41868
5.36	28,7296	2.31517	5.86	34,3396	2.42074
5.37	28,8369	2.31733	5.87	34,4569	2.42281
5.38	28,9444	2.31948	5.88	34,5744	2.42487
5.39	29,0521	2.32164	5.89	34,6921	2.42693
5.40	29,1600	2.32379	5.90	34,8100	2.42899
5.41	29,2681	2.32594	5.91	34,9281	2.43105
5.42	29,3764	2.32809	5.92	35,0464	2.43311
5.43	29,4849	2.33024	5.93	35,1649	2.43516
5.44	29,5936	2.33238	5.94	35,2836	2.43721
5.45	29,7025	2.33452	5.95	35,4025	2.43926
5.46	29,8116	2.33666	5.96	35,5216	2.44131
5.47	29,9209	2.33880	5.97	35,6409	2.44336
5.48	30,0304	2.34094	5.98	35,7604	2.44540
5.49	30,1401	2.34307	5.99	35,8801	2.44745
5.50	30,2500	2.34521	6.00	36,0000	2.44949

數	平方	平方根	數	平方	平方根
6.01	36.1201	2.45153	6.51	42.3801	2.55147
6.02	36.2404	2.45257	6.52	42.5104	2.55343
6.03	36.3609	2.45561	6.53	42.6409	2.55539
6.04	36.4816	2.45764	6.54	42.7716	2.55734
6.05	36.6025	2.45967	6.55	42.9025	2.55930
6.06	36.7236	2.46171	6.56	43.0336	2.56125
6.07	36.8449	2.46374	6.57	43.1649	2.56320
6.08	36.9664	2.46577	6.58	43.2964	2.56515
6.09	37.0881	2.46779	6.59	43.4281	2.56710
6.10	37.2100	2.46982	6.60	43.5600	2.56905
6.11	37.3321	2.47184	6.61	43.6921	2.57099
6.12	37.4544	2.47386	6.62	43.8244	2.57294
6.13	37.5769	2.47588	6.63	43.9569	2.57488
6.14	37.6996	2.47790	6.64	44.0896	2.57682
6.15	37.8225	2.47992	6.65	44.2225	2.57876
6.16	37.9456	2.48193	6.66	44.3556	2.58070
6.17	38.0689	2.48395	6.67	44.4889	2.58263
6.18	38.1924	2.48596	6.68	44.6224	2.58457
6.19	38.3161	2.48797	6.69	44.7561	2.58650
6.20	38.4400	2.48998	6.70	44.8900	2.58844
6.21	38.5641	2.49199	6.71	45.0241	2.59037
6.22	38.6884	2.49399	6.72	45.1584	2.59230
6.23	38.8129	2.49600	6.73	45.2929	2.59422
6.24	38.9376	2.49800	6.74	45.4276	2.59615
6.25	39.0625	2.50000	6.75	45.5625	2.59808
6.26	39.1876	2.50200	6.76	45.6976	2.60000
6.27	39.3129	2.50400	6.77	45.8329	2.60192
6.28	39.4384	2.50599	6.78	45.9684	2.60384
6.29	39.5641	2.50799	6.79	46.1041	2.60576
6.30	39.6900	2.50998	6.80	46.2400	2.60768
6.31	39.8161	2.51197	6.81	46.3761	2.60960
6.32	39.9424	2.51396	6.82	46.5124	2.61151
6.33	40.0689	2.51595	6.83	46.6489	2.61343
6.34	40.1956	2.51794	6.84	46.7856	2.61534
6.35	40.3225	2.51992	6.85	46.9225	2.61725
6.36	40.4496	2.52190	6.86	47.0596	2.61916
6.37	40.5769	2.52386	6.87	47.1969	2.62107
6.38	40.7044	2.52587	6.88	47.3344	2.62298
6.39	40.8321	2.52784	6.89	47.4721	2.62488
6.40	40.9600	2.52982	6.90	47.6100	2.62679
6.41	41.0881	2.53180	6.91	47.7481	2.62869
6.42	41.2164	2.53377	6.92	47.8864	2.63059
6.43	41.3449	2.53574	6.93	48.0249	2.63249
6.44	41.4736	2.53772	6.94	48.1636	2.63439
6.45	41.6025	2.53969	6.95	48.3025	2.63629
6.46	41.7316	2.54165	6.96	48.4416	2.63818
6.47	41.8609	2.54362	6.97	48.5809	2.64008
6.48	41.9904	2.54558	6.98	48.7204	2.64197
6.49	42.1201	2.54755	6.99	48.8601	2.64386
6.50	42.2500	2.54951	7.00	49.0000	2.64575

數	平方	平方根	數	平方	平方根
7.01	49.1401	2.64764	7.51	53.4001	2.74044
7.02	49.2804	2.64953	7.52	53.5504	2.74226
7.03	49.4209	2.65141	7.53	53.7009	2.74408
7.04	49.5616	2.65350	7.54	53.8516	2.74591
7.05	49.7025	2.65518	7.55	57.0025	2.74773
7.06	49.8436	2.65707	7.55	57.1536	2.74955
7.07	49.9849	2.65895	7.57	57.3049	2.75136
7.08	50.1264	2.66083	7.58	57.4564	2.75318
7.09	50.2681	2.66271	5.59	57.6081	2.75500
7.10	50.4100	2.66458	7.60	57.7600	2.75681
7.11	50.5521	2.66646	7.61	57.9121	2.75862
7.12	50.6944	2.66833	7.62	58.0644	2.76043
7.13	50.8369	2.67021	7.63	58.2169	2.76225
7.14	50.9793	2.67208	7.64	58.3696	2.76405
7.15	51.1225	2.67395	7.65	58.5225	2.76586
7.16	51.2656	2.67582	7.65	58.6756	2.76767
7.17	51.4089	2.67769	7.67	58.8289	2.76948
7.18	51.5524	2.67955	7.68	58.9824	2.77128
7.19	51.6961	2.68142	7.69	59.1361	2.77308
7.20	51.8400	2.68328	7.70	59.2900	2.77489
7.21	51.9841	2.68514	7.71	59.4441	2.77669
7.22	52.1284	2.68701	7.72	59.5984	2.77849
7.23	52.2729	2.68887	7.73	59.7529	2.78029
7.24	52.4176	2.69072	7.74	59.9076	2.78209
7.25	52.5625	2.69258	7.75	60.0625	2.78388
7.26	52.7076	2.69444	7.75	60.2176	2.78568
7.27	52.8529	2.69629	7.77	60.3729	2.78747
7.28	52.9984	2.69815	7.78	60.5284	2.78927
7.29	53.1441	2.70000	7.79	60.6841	2.79106
7.30	53.2900	2.70185	7.80	60.8400	2.79285
7.31	53.4361	2.70370	7.81	60.9961	2.79464
7.32	53.5824	2.70555	7.82	61.1524	2.79643
7.33	53.7289	2.70740	7.83	61.3089	2.79821
7.34	53.8756	2.70924	7.84	61.4656	2.80000
7.35	54.0225	2.71109	7.85	61.6225	2.80179
7.36	54.1696	2.71293	7.86	61.7796	2.80357
7.37	54.3169	2.71477	7.87	61.9369	2.80535
7.38	54.4644	2.71662	7.88	62.0944	2.80713
7.39	54.6121	2.71846	7.89	62.2521	2.80891
7.40	54.7600	2.72029	7.90	62.4100	2.81069
7.41	54.9081	2.72213	7.91	62.5681	2.81247
7.42	55.0564	2.72397	7.92	62.7264	2.81425
7.43	55.2049	2.72580	7.93	62.8849	2.81603
7.44	55.3536	2.72764	7.94	63.0436	2.81780
7.45	55.5025	2.72947	7.95	63.2025	2.81957
7.46	55.6516	2.73130	7.96	63.3616	2.82135
7.47	55.8009	2.73313	7.97	63.5209	2.82312
7.48	55.9504	2.73496	7.98	63.6804	2.82489
7.49	56.1001	2.73679	7.99	63.8401	2.82666
7.50	56.2500	2.73861	8.00	64.0000	2.82843

數	平方	平方根	數	平方	平方根
8.01	64.1601	2.83019	8.51	72.1201	2.91719
8.02	64.3204	2.83196	8.52	72.5904	2.91890
8.03	64.4809	2.83373	8.53	72.7609	2.92062
8.04	64.6416	2.83549	8.54	72.9316	2.92233
8.05	64.8025	2.83725	8.55	73.1025	2.92404
8.06	64.9636	2.82901	8.56	73.2736	2.92575
8.07	65.1249	2.84077	8.57	73.4449	2.92746
8.08	65.2864	2.84253	8.58	73.6164	2.92916
8.09	65.4481	2.84429	8.59	73.7881	2.93087
8.10	65.6100	2.84605	8.60	73.9600	2.93258
8.11	65.7721	2.84781	8.61	74.1321	2.93428
8.12	65.9344	2.84956	8.62	74.3044	2.93598
8.13	66.0969	2.85132	8.63	74.4769	2.93769
8.14	66.2596	2.85307	8.64	74.6496	2.93939
8.15	66.4225	2.85482	8.65	74.8225	2.94109
8.16	66.5856	2.85657	8.66	74.9956	2.94279
8.17	66.7489	2.85832	8.67	75.1689	2.94449
8.18	66.9124	2.86007	8.68	75.3424	2.94618
8.19	67.0761	2.86182	8.69	75.5161	2.94788
8.20	67.2400	2.86356	8.70	75.6900	2.94958
8.21	67.4041	2.86531	8.71	75.8641	2.95127
8.22	67.5684	2.86705	8.72	76.0384	2.95296
8.23	67.7329	2.86880	8.73	76.2129	2.95465
8.24	67.8976	2.87054	8.74	76.3876	2.95635
8.25	68.0625	2.87228	8.75	76.5625	2.95804
8.26	68.2276	2.87402	8.76	76.7376	2.95973
8.27	68.3929	2.87576	8.77	76.9129	2.96142
8.28	68.5584	2.87750	8.78	77.0884	2.96311
8.29	68.7241	2.87924	8.79	77.2641	2.96479
8.30	68.8900	2.88097	8.80	77.4400	2.96648
8.31	69.0561	2.88271	8.81	77.6161	2.96816
8.32	69.2224	2.88444	8.82	77.7924	2.96985
8.33	69.3889	2.88617	8.83	77.9689	2.97153
8.34	69.5556	2.88791	8.84	78.1456	2.97321
8.35	69.7225	2.88964	8.85	78.3225	2.97489
8.36	69.8896	2.89137	8.86	78.4996	2.97658
8.37	70.0539	2.89310	8.87	78.6769	2.97825
8.38	70.2244	2.89482	8.88	78.8544	2.97993
8.39	70.3921	2.89655	8.89	79.0321	2.98161
8.40	70.5600	2.89828	8.90	79.2100	2.98329
8.41	70.7281	2.90000	8.91	79.3881	2.98496
8.42	70.8964	2.90172	8.92	79.5664	2.98664
8.43	71.0649	2.90345	8.93	79.7449	2.98831
8.44	71.2336	2.90517	8.94	79.9236	2.98998
8.45	71.4025	2.90689	8.95	80.1025	2.99166
8.46	71.5716	2.90861	8.96	80.2816	2.99333
8.47	71.7409	2.91033	8.97	80.4609	2.99500
8.48	71.9104	2.91204	8.98	80.6404	2.99666
8.49	72.0801	2.91376	8.99	80.8201	2.99833
8.50	72.2500	2.91548	9.00	81.0000	3.00000

數	平方	平方根	數	平方	平方根
9.01	81.1801	3.00167	9.51	90.4401	3.08383
9.02	81.3604	3.00333	9.52	90.6304	3.08545
9.03	81.5409	3.00500	9.53	90.8209	3.08707
9.04	81.7216	3.00666	9.54	91.0116	3.08859
9.05	81.9025	3.00832	9.55	91.2025	3.09031
9.06	82.0836	3.00998	9.56	91.3936	3.09192
9.07	82.2649	3.01164	9.57	91.5849	3.09354
9.08	82.4464	3.01330	9.58	91.7764	3.09516
9.09	82.6281	3.01493	9.59	91.9681	3.09677
9.10	82.8100	3.01662	9.60	92.1600	3.09839
9.11	82.9921	3.01828	9.61	92.3521	3.10000
9.12	83.1744	3.01993	9.62	92.5444	3.10161
9.13	83.3569	3.02159	9.63	92.7369	3.10322
9.14	83.5396	3.02324	9.64	92.9296	3.10483
9.15	83.7225	3.02490	9.65	93.1225	3.10644
9.16	83.9056	3.02655	9.66	93.3156	3.10805
9.17	84.0889	3.02820	9.67	93.5089	3.10966
9.18	84.2724	3.02985	9.68	93.7024	3.11127
9.19	84.4561	3.03150	9.69	93.8961	3.11288
9.20	84.6400	3.03315	9.70	94.0900	3.11448
9.21	84.8241	3.03480	9.71	94.2841	3.11609
9.22	85.0084	3.03645	9.72	94.4784	3.11769
9.23	85.1929	3.03809	9.73	94.6729	3.11929
9.24	85.3776	3.03974	9.74	94.8676	3.12090
9.25	85.5625	3.04138	9.75	94.0625	3.12250
9.26	85.7476	3.04302	9.76	95.2576	3.12410
9.27	85.9329	3.04467	9.77	95.4529	3.12570
9.28	86.1184	3.04631	9.78	95.6484	3.12730
9.29	86.3041	3.04795	9.79	95.8441	3.12890
9.30	86.4900	3.04959	9.80	96.0400	3.13050
9.31	86.6761	3.05123	9.81	96.2361	3.13209
9.32	86.8624	3.05287	9.82	96.4324	3.13369
9.33	87.0489	3.05450	9.83	96.6289	3.13528
9.34	87.2356	3.05614	9.84	96.8256	3.13688
9.35	87.4225	3.05778	9.85	97.0225	3.13847
9.36	87.6096	3.05941	9.86	97.2196	3.14006
9.37	87.7969	3.06105	9.87	97.4169	3.14166
9.38	87.9844	3.06268	9.88	97.6144	3.14325
9.39	88.1721	3.06431	9.89	97.8121	3.14484
9.40	88.3600	3.06594	9.90	98.0100	3.14643
9.41	88.5481	3.06757	9.91	98.2081	3.14802
9.42	88.7364	3.06920	9.92	98.4064	3.14960
9.43	88.9249	3.07083	9.93	98.6049	3.15119
9.44	89.1136	3.07246	9.94	98.8036	3.15278
9.45	89.3025	3.07409	9.95	99.0025	3.15436
9.46	89.4916	3.07571	9.96	99.2016	3.15595
9.47	89.6809	3.07734	9.97	99.4009	3.15753
9.48	89.8704	3.07896	9.98	99.6004	3.15911
9.49	90.0601	3.08058	9.99	99.8001	3.16070
9.50	90.2500	3.08221	10.00	100.0000	3.16228