

萬有文庫

第一集一千種

王雲五主編

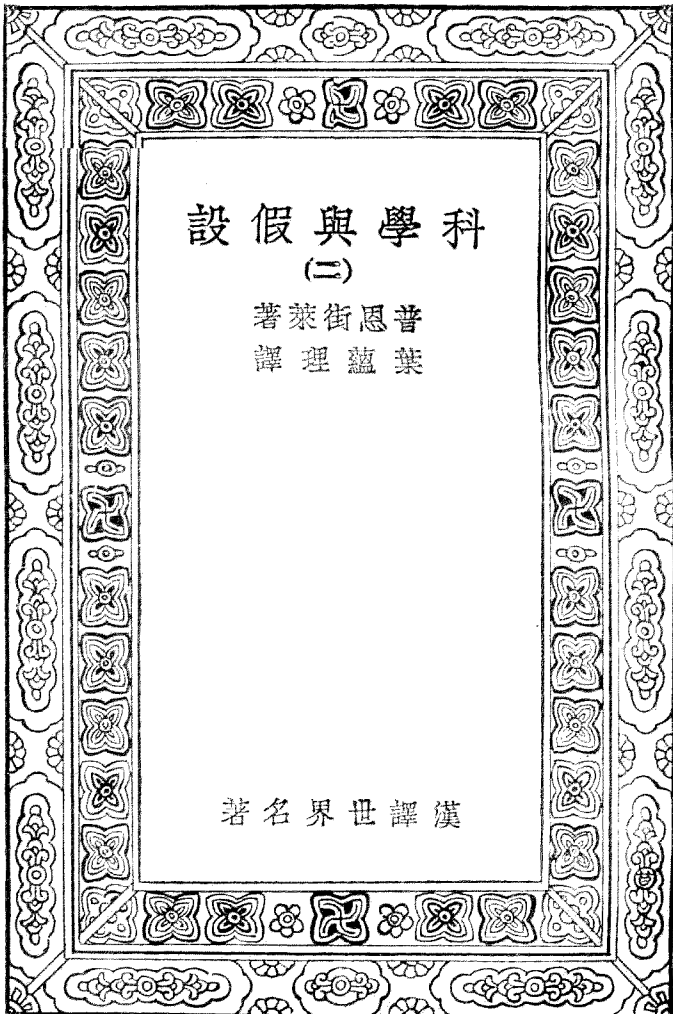
科學與假設

(二)

普恩街萊著  
葉蘊理譯

商務印書館發行





設假與學科  
(二)

著萊街恩普  
譯理蘊葉

著名界世譯漢

編主五雲王  
庫文有萬

冊 二

譯理蘊葉 著萊街恩普

號一〇五路山寶海上			
五	雲	王	人 行 發
路 山 寶 海 上			
館 書 印 務 商			所 刷 印
埠 各 及 海 上			
館 書 印 務 商			所 行 發

版初月十年九十國民華中

究必印翻權作著有書此

The Complete Library  
Edited by  
Y. W. WONG

LA SCIENCE ET L'HYPOTHESE  
BY HENRI POINCARÉ  
TRANSLATED BY YEH YŪN LI  
PUBLISHED BY Y. W. WONG

THE COMMERCIAL PRESS, LTD.

Shanghai, China

1930

All Rights Reserved

# 科學與假設

## 第七章 相對運動與絕對運動

相對運動原理——人們曾經想把加速定律連續於更普遍的定律中。任何系統的運動當受同樣的定律的支配，不問人們把牠納於固定的座標軸 (a fixed) 或納於作直線而等速運動的座標軸。這就是相對運動原理，我們有兩種理由當遵守之：第一，有最淺近的實驗證明之，其次相反的假設大為我人所厭棄。

那麼我們承認了牠罷，并設有一力加於一物體；又有一位觀察者，其均一的速度正等於物的初速度，而此物對於觀察者的相對運動，必與牠在由靜止而運動的絕對運動相同。人們由此結論物體之加速度不靠牠的絕對速度，有人還想從此引出加速定律之證理咧。

這個證理已隱隱的散在中學課程之中了，顯明的這事是百費辛苦的。我們之不能證明這定

律，實因我們不得力之定義；這個阻礙處處碰見，因為我們前面的原理也未能供給我們所缺乏的定義。

相對運動原理是很有趣，而很可供研究的。我們且極力把牠精確的說明罷。

在上文我們說過一系統中各物之加速度只依其相對速度，及其相對位置，而毫不依其絕對的速度與位置，祇要這個系統的活動標軸的運動而沿直線而等速的運動。又或人們願意這樣說，牠們的加速度可僅倚其速度之差數及座標之差數，而非這些速度與座標的絕對值。

倘若這個原理是合乎相對的加速度，好點說，合乎加速度的差數，那末把牠和反動力原理組合起來，人們便可證明牠對於絕對的加速度還是真實的。

所以現在我們要說的，就是如何證明加速度之差數，僅倚速度的及座標的差數，用數理的語言說，就是這些座標的相差數可以滿足二次微分方程式。

這個證理可否由經驗中演繹出來，或由先天的思想生出來的？

讀者試反思我們在上文所說過的，便自可解答了。

這樣說明相對運動原理與上面我所說的擴充的慣性原理實相彷彿；但也不盡然，因為一是座標，一是牠們的相差數。所以由這個新的原理所得的東西多於舊的，不過其中討論及其結論都是一樣的；可不必贅述了。

牛頓的論見——我們現在遇見一個很重要的，甚至很紛爭的問題了。我們上面說過相對運動原理對於我們不特是經驗的結果，並且說過任何相反的假設都先驗的遭人們厭棄。

然則何以僅是標軸沿直線而等速運動時，那個原理纔是真實的呢？如這運動是會變的，或至少變成等速的旋轉運動，則這個原理對於我們似乎仍常有同樣的效力。但在這兩款中這個原理是不真實的。

對於沿直線而不等速的運動我且不多說；仔細一看，一切謬解都可打消了。今如我站在車輛中，車碰着障礙物驟然停止的時候，雖是毫無一力直接的加在我身上，我也一定要倒在相反的方。這沒有什麼神祕；因我雖沒有受着外力，但那輛車則已受到外力的衝動了。那兩物之相對運動便亂了，只要兩者之一的運動受了外來的變因；這毫不奇怪的事。

我現在要仔細討論屬於標軸作等速旋轉運動的物體之相對運動。今如天空永是密布雲霓，我們又無法觀察那些星球，我們仍可結論地球之旋轉；其法在測視地球之扁平率，或用弗哥耳（Foucault）的鐘擺之試驗。

不過就是如此，說地球是旋轉的，可有意義嗎？苟無絕對的空間存在，那麼地球將繞何而旋轉，他方面我們安能承認牛頓的結論而相信空間是絕對的？

雖然，我們僅知這些可能的解答使我們詫異還是不夠，我們要一一的解析我們厭棄牠的理由何在，使我們選擇了一個的時候也有一個理由。所以望讀者恕我下文冗長的討論罷。

試仍回到我們剛纔的幻想：這便是重層的雲霾密布在天上使人們不能窺見星球，而人們亦不知其中有此；那末人怎能知道地球是旋轉的呢？他們一定比我們的祖先更要堅持說地球是不動的；他們還要等許多年代纔得有哥白尼（Copernicus）產生，不過這位哥白尼終久必到的；然則他怎樣來到呢？

這世界上的機械學家不會走來便碰着什麼絕對的矛盾。在相對運動的理論中，人們除了真

正力之外，還想出兩種理想的力，是即所謂普通離心力與組合離心力。所以我們理想的學者可以把這兩力看作實在的來解釋一切，而牠們與擴充的慣性原理並不見得有何矛盾，蓋這些力一種有如真正的吸引力，靠系統各部分的相對位置，一種有如真正的摩擦力，靠牠們的相對速度。

但是不久又有許多的難點喚起他們的注意；他們如能實現一個孤離的系統，則其重心運動將沒有一條大約是直線的軌道了。為說明這個事實，他們可以利用離心力，而認之為實在的；且無疑的，他們以為這是由於物體之相互作用。只是他們將不能看見這些力會消滅在牠們距離極大的時候，這就是說當牠們孤離愈實現的時候，不特如此，這離心力隨距離之增長而愈大，大至無窮。這個困難對於他們已似很大的了；但他們所受的阻礙并不長久；他們很快的就想出一個有如我們以太 (ether) 的很抽象的環境 (milieu)，而一切物體都沉浸其中，且受其拒絕力。

然這還不算數，空間是對稱的 (symétrique)，但運動定律並不表現對稱，牠們在左右之中應該有所分別。例如旋風總是向一個方向旋轉，然而天空中的星石，因為對稱的緣故，無區別地望左轉或望右轉，即令我們的學者竭力造成一個完全對稱的宇宙，這個對稱是不能持久的，雖表面上



沒有理由可以說明這個對稱是向這方面擾亂了而非在對方面。

由此他們還可發明許多道理，這是無疑的，他們所發明的東西，頂出奇不過於蒲多列麥（Ptolémée）的玻璃球，他們這樣前進，行見其愈弄愈繁，直待那位哥白尼來到，一條帚掃的乾乾淨淨，說道不如假定地球是旋轉的爲簡單些。

同樣我們的哥白尼對我們說，如今假定地球是旋轉的，則較爲便利，因爲人們可用很簡明的言語，說明許多天文學定理；那位哥白尼也說：今如假定地球是旋轉的，則較爲便利，因爲人們可以用很簡明的言語，說明機械學的定律。

然而絕對的空間，意即我們藉以觀察地球是否旋轉的標準，還是可以認爲毫無客觀的存在性。因此有了這個斷語：『地球旋轉』是毫無意義的，因無一實驗可以證明這個事實；像這種的實驗，不單不能實行，竟未能被思想之奇異有如魏勒（Jules Verne）的所能幻想，即想得時，亦必生出許多的矛盾；易言之，『地球旋轉』與『較便利的假設地球旋轉』這兩命題均是同一的且唯一的意思；而在兩者之中再沒有別的了。

或者人們還不以此爲滿意，且覺得在許多的假設中，或在我們關於此題所能做的公約中何以其中竟只有一條是較其他的便利，這個道理，似乎使人詫異。

然而遇到天文的定律時，人們就很容易容納這條公約，而關於機械學時，人們何故覺得詫異呢？

我們已知物體之位標是用二次微分方程式規定，而這些位標之差數，亦是如此規定的。這是我們所謂擴充的慣性原理與相對運動原理。如這些物體的距離也同樣是用二次方程式規定，則人們似乎應當完全滿意了。試問在何種限制之下人們纔得滿意，且何故他不滿意呢？

我們要明白這層，不如舉一個簡明的例。我假定有一個與太陽系相似的系統，但從這系統中，人們不能看見系統外之任何恆星，因此天文家僅能觀察太陽與其衛星之相對距離。而非衛星的絕對經度。我們如直接從牛頓定律中，演算那規定距離變動的微分方程式，這些方程式將非二次式了。我的意思就是說，除了牛頓定律之外，假使人們已知這些距離在起初時的值，及其對於時間的引數 (*la dérivée*)，這還不足算定這些距離在以後任何時間之值。所缺的與數，也許就是天文

家所謂面積常數。

然此地人們可以立在兩個不同的視點而識別兩種常數。在物理家的觀察，世界不過是一串現象，這些現象，一方面只靠起初時的現象，一方面只靠那些聯絡結果與來歷的定律。由是如果觀察告知我們某定量為常數時，我們在下兩種觀察方法中，就有一個選擇了。

或者我們承認有一種定律，按這個定律，那數量是不能變的；然牠在世紀之初，牠恰恰的不是別數而的確是這數；這數一直保存至今，那完全是偶然。所以這個數量可以名之曰偶然常數 (constante accidentelle)。

或者我們反而承認有一自然的定律，按這定律，那個量必是此數而非彼數。所以我們又有個所謂本然常數 (constante essentielle)。

例如照牛頓定律，地球公轉的週期，應當是個常數。然這數卻等於 360 天有餘而非 300 或 400 天的，這個緣故，我可說是一種莫明其妙的初時偶然。這是一種偶然常數。反之假使在吸力表式中的距離指數是等於  $\frac{1}{2}$  而不等於  $\frac{1}{3}$ ，這並非因偶然，卻是因為牛頓定律要如此的。這是本然

常數。

我不知道這樣說明偶然含意對其本身是否合法，也不知道這種區別是否染有人功色彩；但至少可以確信的是，當自然界尚含有所祕密時，以上的應用法便是很任意的，並且總是不能持久的。

至於面積常數，通常我們總認為偶然常數。不知我們理想的天文家亦同我們一樣設想否？他們如能比較兩種不同的太陽系，他們或竟可覺得這個常數可有許多不同的值，然起初時，我恰恰就已假定他們的系統是孤立的，並且他們不能觀察系外的任何恆星。在這種情形之下，他們僅能有唯一的常數，有唯一的值，而絕對不變的；牠們一定還要把牠認為本然常數。

為免去一個反駁起見，我順便還說幾句，在這個理想世界的居民，既不能觀測又不能像我們規定那面積常數，因為他們不能捉摸那些絕對經度；但這還不能禁止他們漸漸能注意到某一種常數，這常數自然地引導在牠們的方程式中，而這不是別的，這就是我們所謂面積常數。

然這樣又出事了，且請說來。如果這面積常數，是認為本然的，認為倚靠一自然的定律，那末如

要計算那些衛星在某時的距離，只要知道這距離在初時之值，及其一次引數之值。在這新的觀點上，那些距離可由二次微分方程式規定。

但這些天文家的意思認為完全滿意否？我不相信；第一他們計算漸高次的微分方程式時立刻就見得這些方程式反化繁爲簡。最使他們注目的，就是這些方程式之對稱的困難。於是又要承認許多不同的定律，這要隨這些衛星的全體是多棱體形，或對稱的多棱體形而定，人們如要免去這個結果非得承認面積常數是偶然的不可。

我所舉的例是很特別的，因爲我所假設的天文家完全不管地球上的機械學，而他們的眼界只限於太陽一系。然我們的結論卻能適合於任何款中。我們的宇宙是比他們的大，因爲我們還有恆星，但牠是有限止的，於是我們對於這宇宙全體，可做一種推理，正如這些天文家對於他們的太陽系做一種推理一般。

由此人們可見，結果我們不得不結論那規定距離的方程式的次數是高於第二的。那末我們何以感覺得詭異呢？

爲什麼我們覺得各現象之次序依靠這些距離在初時的一次引數值爲自然，而我們對於依靠二次引數之值就疑惑呢？這不過是因爲我們常常研究擴充的惰性原理及其結果所以養成的一種習慣了。

在某定時的距離之值倚靠牠們的初時之值，牠們的第一次微引數，以及其他。這其他是什麼？人們如不願意這個只是二次引數中之一，人們可選定一種假設，有如通例，假設這其他便是宇宙在空間的絕對方向，或此方向變動之速度，這也許是的，這一定是幾何家認爲最便利的解答；但對於哲學家，就不見十分滿足了，因這方向是不存在的。

人們可以假定這其他是些不可見的物體之位置，或速度；這確是有些人做過的，並且名之曰阿爾法體 (le corps alpha)，雖然我們的目的只要知道這物體之名稱就算完事了。這個巧法正與前章末了我說到惰性原理時的巧法酷似。

總之，困難是人造的，這只要將來我們儀器上的指示，僅依前已經給與我們的指示，或從前本可給與的，所要的統統在此。因此在這種情形之下，那我們儘管放心好了。

## 第八章 能與熱力學 (Energie et Thermodynamique)

能之系統——古機械學所引起的許多難點於是使人愛重一種新的系統名曰能的系統 (le système énergétique)。

能之系統產生於能之永存原則發明之後，這是愛兒母慈 (Helmholtz) 纔給了牠一個固定的形式。

我且規定作此原理基礎的兩種數量：一種是動能 (l'énergie cinétique ou force vive)，一種是位能 (l'énergie potentielle)。

自然界中各種物體所受到的一切變態總是根據下面兩種實驗的定律。

一、動能和位能之和為常數。這就是能之永存原則。

二、如某物體之系統在  $t_1$  時之情形為  $A$ ，在  $t_2$  時之情形為  $B$ ，則牠由第一情形至第二情形總是經過一條路，這路使二能在分開  $t_1$  與在  $t_2$  兩時期之間隔時期之相差數的平均值為最小。

這就是阿密耳東 (Hamilton) 原則，這是最小作用原則 (Le principe de moindre action) 之一種形式。

能力的理論比較古傳的理論有下列之利益：

一、這個理論比較完全；就是說能之永存原則與阿密耳東原則所能告訴我們的比古傳的原理中之基本原則爲多，並且牠們排除了一些自然界所不能實行的動作，這些動作是與古傳的理論相符合的。

二、這個理論省了我們原子的設想，而在古傳的理論中，這幾乎是不可避免的。但這個理論他也引起許多新的困難：

那二種能的定義之不易規定同在第一系統中力與質量的界說之不易規定相差極少；然而人們對此究竟較易解決，這至少是在最簡單的款中如此。

設有一孤離的系統，係多數物質的點所組成；我們假定這些點子受制於力，只由於牠們相對的位置與相互的距離，而非牠們的速度。按照能之永存原則，其中該有力的一個倚數 (une fonction)



tion des forces)。

在這個簡單的款中，力之永存原則的說明是極簡單的了。與實驗合宜的某數量，該是固定的。這個數量是兩項數之和；其一僅由於物質點之位置，而與其速度無關；其二是與速度平方成爲比例。做這種分解只有一種方法。

這兩項數之第一項我名之曰  $\square$ ，即位能；第二項數我名之曰  $\square$ ，是即動能。

今如  $T+U$  爲常數，自然無論什麼  $T+U$  的倚數也是如此：

$$\varphi(T+U)$$

但這個  $\varphi(T+U)$  倚數將不是兩項數之和：即一項是不靠速度的，一項是與速度平方成比例的。在固定不變的倚數中唯有一種倚數具此性質，即  $T+\square$ （或係  $T+\square$  之一次倚數，這是不不要緊的，因爲用單位與原點之變換法，這個一次倚數總可變成  $T+\square$  的。）此即我們所以謂能的；其第一項我們名之曰位能，第二項則謂爲動能。所以這二種能力的定義可以一直推下去毫不混雜。

物之質量的界說亦是如此。動能可很簡單的用一切物質點對於其中某點之相對速度及其質量來表明。這些相對速度是可以觀察的，一待我們有了以相對速度為變數的動能之表式，則由這表式的各係數可得質量若干。

所以在這簡單的款中，我們不難規定這些基本概念。然在較繁的款中，則困難重生，例如力有時不單由於距離，且與速度有關。又如魏北 (Weber) 假定兩電分子之互相作用不僅由於牠們的距離，且與其速度及加速度有關。如果物質點之互相引力也依照與這個相似的定律，則  $\square$  必依速度為轉移而能包含一個與速度平方為正比例的項數。

然則在與速度平方成比例的項數中，怎樣辨別來自  $\square$  或  $\square$  的那幾個呢？是故又怎樣分別這兩部分的能呢？

但更進一層，即能的本身又怎樣規定呢？倘若  $\square + \square$  的特性，即其為一特別形式的兩項數之和之特性，消滅了之後，則我們毫無理由以  $\square + \square$  為界說，而非其他  $\square + \square$  之倚數。

然這還不算，我們不特要留意純粹的機械能，此外還要計算別種形式的能，即如熱，化學能，電

能等等。故能力永存原則當以下式表之：

$$T + U + Q = \text{const.} \quad (\text{常數})$$

其中  $T$  代表可感的動能， $U$  為位置的位能，而只依物體之位置為轉移的， $Q$  為分子內部之能，其形式則或為熱的，或為化學的，或為電的。

如果這三項數都是絕對不同的，如  $T$  與速度平方成比例， $U$  與這些速度及物體之狀態無關， $Q$  與速度及物體之位置無關，而只依其內部情狀為轉移，則一切均可順利進行。

能之表式只能用此唯一的方法分為這三項數。

其實並非如此；假定有荷電之數物體：則其相互作用所生之靜電能當然由於其所受電之數量而定，即依其情狀為轉移，然而同時牠與位置也有關係。如果這些物體皆在運動中，則彼此必生動電作用，而動電能不特由於物之情狀及位置而定，且與其速度有關。

所以我們再也沒有方法可以規定某某項數當屬於  $U$  或  $Q$  或  $T$ ，而把這能力之三部分劃清楚楚。

倘若  $(T + U + Q)$  是常數，則其任何倚數亦然。

$$\varphi(T + U + Q)$$

倘若  $(T + U + Q)$  是我上面已說過的一種特別形式，則結果亦不致有混雜；在爲常數之諸倚數  $\varphi(T + U + Q)$  中將只有一倚數，而此種特別形式，而正就是這個，我名之曰能。

但我已經說過，實在不是嚴格如此的；在爲常數的諸倚數中，沒有一個可以化爲這樣特別的形式；然則從此怎樣在這些倚數中，揀那該當稱爲能的倚數呢？我們再也沒有什麼可作我們選擇的指導了。我們只剩了一個能之永存原則的說明；那裏有些東西是常定的。

這樣說法，這個原則也脫離了實驗之攻擊，而縮成一種重複之言語（tautologie）。假使世界受定律之支配，其中有些數量自必是常定的。以實驗爲根基的能之永存原則，爲了相似的理由，有如牛頓的原則，也不會被實驗打消的。

這個討論明示由古傳的系統換到能的系統，已經得到了一種進步；但同時也明示這個進步還是不夠的。我以爲還有一個辯駁更爲重要，就是最小作用原可應用於可轉變的現象中（*phé-*

nomene réversible) 而於不可轉變的現象中就不能應用。愛耳莫慈想把牠推廣到不可轉變的現象中，但是沒有成功，這也是不能成功的：在這種情形之下，一切還待努力咧。

甚至最小作用原則之說明也有點抵觸理智。譬如在一面上運動之物質的分子脫離了外界一切的影響，要從此點來到彼點之時，將取道於此面上之最短線 (ligne géodésique)，即路徑之最短者。

這個分子似乎自己知道人家將要引牠去某地點就預算定從某路線達到某點當費時若干，然後再揀定最適當的路徑。照上面的說明看來，這個分子似乎是能動而能自主的生物了。最好把這說明換一個比較不甚抵觸理智的說明，有如哲學家的口氣，那裏的最後因 (causes finales) 不像是去代替實效因 (causes efficientes)，這是很明顯的。

熱力學 (thermodynamique) (註) —— 熱力學中二大基本原則的功用，在自然哲學中日見其重要了。我們捨了四十年前的那些滿載着爲分子的假設之野心的理論，我們今日想把數學的物理全部建立在唯一的熱力學上。試問克魯秀士 (Clausius) 與墨淹 (Mayer) 之二原則

可作鞏固之基礎麼？這是無人懷疑的，但這個信仰果從何而來呢？

某日有一位高明的物理學家和我談到舛錯定律（*loi des erreurs*）時，曾說大家所以都極相信的緣故，因為數學家以為這是觀察的結果，而在觀察者以為這是數學中之一定理。能之永存原則很久就是經過了這種情形。今日則不然；沒有人不知道這是經驗的事實。

然則是誰給我們的權力，讓我們把這原則看做比那些證明這些原則的實驗更為精確，更為普遍呢？這個問題好比人家常常在那裏問推求實驗的論據是否合法，但我卻對付不了這個問題，因為已經有許多的哲學家想解決而終於未能。唯有一事是確的：就是如果我們沒有這個能力，則科學必不能存在，或至少要縮成一種貨物清單，一種分立的事實之觀察，這樣則科學對於我們將是毫無價值，因牠將不能滿足我們的秩序及和諧之需要，且牠同時亦必無先見之明了。只因在一件任何事實前的種種情形永遠不能再同時很相似地發現，就已經應該先有一種概括力去預測在這種情形中的最小一點受了變動之後是否還能重新發現。

然而凡是命題都可用無窮的方法來概括。在一切可能的概括中，我們當有所選擇，而只能取

那最簡單的。所以我們的行動所根據的見解以爲一個簡單的定律（雖然一切都是相等），比繁複的定律爲可靠。

五十年前，人們已老實承認這點了，並且宣言自然界歡喜簡明；然而從那時起自然界已給我們極多的反證。現在吾人已無此種傾向，而只揀那不可缺的留下，使科學不致成爲不可能。

經過比較上不算多而表現幾許歧異的若干實驗，來規定一種普遍的，簡明的，準確的定律的時候，我們所幹的只是服從了一種需要，這種需要是人的理智所不能免除的。

然而此外還有一層，所以我還要論列。

沒有人疑惑從一切特別的定律中引出的墨淹原則比這些定律要持久，如有從蓋伯勒定律中引出的牛頓定律要比牠們持久，這些定律只不過是近似的，假使我們顧及擾亂現象（*perturbation*）。

何故這個原則在一切物理的定律中占一個特別重要的位置呢？其中頗有許多的小理由。

第一人家以爲我們在沒有承認永久運動之可能的時候，就不能捨去這個原則，或不疑惑牠

那絕對的嚴密性；不必說我們對於永久運動是取懷疑態度的，且我們相信對於這個問題與其否認不如承認牠爲妥當。

這或者也不盡然；永久運動之不可能，雖可牽引能之永存原則，然這僅限於轉變現象。

那墨淹原則之簡明也有助於我們信仰之堅定。由實驗直接引出的定律，例如茉莉我得（Marlotte）定律之簡明反足以使我們不信任；此地則不然；初看上去，我們只見些不調和的原素在那裏構成一種意外的秩序，而組成一個和諧的整體；我們不相信這種出人意料之和諧乃偶然的簡單效果。這好像愈是我們犧牲的力量大，我們所獲得的東西愈是珍貴，或者愈是那自然怕我們去揭露牠的祕密，我們愈確信已經從牠那裏搶得了真祕密。

然而這還不過是些小理由；如要把墨淹定律建設爲一個絕對的原則，那就還要經過一番深入的討論。但我們如去試行，必見得這絕對的原則，就是去說明牠也不是容易的事。

在每一個特別款中，我們當可見得能是什麼？並且至少可給他一個暫時的界說；但要找到一個普遍的界說，那就不可能了。



假使要把這原則盡量普遍的說明，並且應用之於宇宙間，那便可說牠竟或會消失了，所剩下的，只是其中有些東西是常定的。

但連這句話也有一種意義嗎？據確定派 (determinists) 的假設，宇宙的狀態是用極大數目之  $\square$  個助變量規定的，我名之曰  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。只要人家在任何時，一知這  $\square$  個助變量之值，也就知其對於時間之引數，由是就可計算這些助變量在先前或以後之值。易言之，這些  $\square$  個助變量可滿足  $\square$  個一次微分方程式的需要。

這些方程式有  $\square - 1$  積分，故亦有  $\square - 1$  個含有  $x_1, x_2, \dots, x_n$  之倚數，且為常定的。假使我們說其中有些東西是常定的，我們所說明的只是重複的言語。我們甚至很難說在這些積分中，那一個當保存能之名稱。

然而當人們把墨淹原則應用在有限止的系統中時，人們對於這原則的觀念並不是這樣的呵。

於是人們承認在我們所說的  $\square$  個助變量中的  $\square$  個各自獨立的變動，因此我們只有這  $\square$  個助變

量及其引數間之  $\rho$ — $\rho$  的關係，這個通常都是一次的。

爲便於說明起見，假定外力工作之總數爲零，向外播散之熱亦然。於是且看我們的原則的意義何在：

在這些  $\rho$ — $\rho$  關係式中，有一種組合，其前項爲全微分；又據我們那些的  $\rho$ — $\rho$  關係式，此全微分既爲零，則其積分爲常數，而就是這個積分我們名之曰能。

然而其中怎會有許多的助變量是各自獨立變動的呢？此種情形只有在受外力之影響時纔能發現。（雖然爲簡便起見，我們已假定這些力的工作之代數和爲零。）其實如這系統完全脫離一切的外力，則我們的  $\rho$  助變量在某定時之值已足拿來規定那系統以後任何時間的情狀，但只要求我們常守着確定派之假設；因此我們又和上面一樣，遇着同一的困難了。

某系統將來之情狀所以不完全爲牠現在的情狀所規定者，是因牠還要受系統以外的物體的牽制。然則在規定這系統的情狀之助變量  $\rho$  中，有許多與外物之情狀無關的方程式之存在是可確信的嗎？如在某些款式中，我們相信能夠找到若干方程式，這是否只因爲我們的無知，並因

這些物體的影響太微弱，以致爲我們的實驗所不能發覺呢？

如果這系統不是認爲完全孤立的，則其內部能之嚴密精確的表式當與外物情狀有關。並且在上文中我不是曾經假定這外力工作之和爲零嗎？我們如要免除這個不很自然的限制，則更易說明了。

所以爲得要成立墨淹原則，而給與一個絕對的意義，那就應該把牠推廣於全宇宙，但這樣我們正要避免的困難又在面前了。

綜而言之，且用普通的說法，能之永存定律只能有一種意義，此即在一切可能中有一共同的特性；然依確定派的假設，只有一個惟一的可能，因此那定律便毫無意義了。

反之依照不確定派的假設，即使人們把牠看做有一個絕對意義的，那定律將仍有一個意義；這定律好像是支配着自由的一種界限。

然而說到自由這個字，我就覺得跑錯了路，我快要跑出數理與物理的範圍之外了。所以我停止，而在這番討論中，我只要保留一種印象，就是說墨淹定律的形式是很寬泛，差不多能夠任意將

一切歸納進去。我的意思不是說這定律毫無客觀的實在性，也不是說牠只是一種重複的言語，因為在每一個特別款式中且只要人們不去一直推到絕對，牠總有一十分明白的意義。牠這種的寬泛性，更足以使人相信牠之持久，牠方面，既謂要等牠溶化於更美的和諧之中自身纔得消滅，我們可以信任牠而去工作，並且可以預先確信我們的工作決不會白費了的呵。

上面我所說過的幾乎全可應用於克魯秀士原則上。其特點是在用不等式表出的。或者人家將說一切物理的定律統統是如此的，因為牠們的精密程度總是被觀察上的錯誤所限止。但牠們至少表明想作為最先的近似者，而我們希望將來以更精確的定律，去慢慢地代替牠們。但克氏原則之所以成不等式，並非由於我們觀察方法之不完善，這卻是因為這個問題之本身性質的原故。

### 第三部之總結論。

由上以觀，機械學之原則，對我們表現兩種不同的情形。一方面，是建立在實驗上的真理，對於差不多是孤立的系統可算是證驗得很相似的了。他方面，是些可以適合於宇宙全體，而且被認為嚴格真實的基本原理（*postulat*）。

這些基本原理，其所以有一種普遍性與確實性，而反為牠們所自出的經驗的真理所缺乏者，因為牠們於最後的分析，便縮為一種簡單的公約，而這是我們所能做的，因為我們預先可以確信的是不會受任何實驗所反駁的。

不過這種公約并非絕對任意的；牠不是由我們的私意而出；我們採用牠，因為有些實驗指示我們，說他是便利的。

這樣人們就可解釋實驗如何建立了機械學之原則，以及實驗何故不能推翻牠們。

我們試以幾何作比。幾何學中基本命題，有如歐克里得原理，也不過是些公約，但如要問牠們是真的，或是假的，則其不合理正如問密達制是真的或是假的了。

不過這些公約是便利的，而這是若干的經驗告訴我們的。

起初這個比較完全是相似的；經驗在這兩者之中似乎有同樣的功用。所以我們想說：或者機械學當認為一種實驗的科學，因此幾何學亦必如是；反之，或者幾何學是一種演繹的科學，因此人們對於機械學也可這樣說。

像這種的結論未免不合法了。使我們認幾何之基本公約爲最便利而採用牠的那些經驗所根據的對象，完全與幾何學所研究的對象不同；這些經驗是以固體之特性及光線直射性爲對象的。這些都是機械學的實驗，光學的實驗；而無論用何種名義，也不能把牠認爲幾何學的實驗。就連我們幾何於我們所以覺得便利的其主要原因，是我們身體的各部，眼睛，四肢，正具有固體的性質。照這樣說，我們的基本實驗就是生理學的實驗，所以實驗的並非空間，空間是幾何家研究的對象，所實驗的是在身體上，是卽他研究幾何時所需用的工具。

反之機械學的基本公約，以及證明其爲便利的那些實驗，牠們皆有些同一的，或相似的對象。公約式的而普遍的原則是特別的與經驗上的原則之直接而自然的推廣。

我希望人家不要說我在科學間劃出疆域來；也不要說假使我把固體的研究與純粹的幾何學劃開，我就能於普遍原則之公約式的機械學與實驗的機械學兩者中間另立一種界限。其實我若把這兩種科學分開時，誰不見得到我把牠們兩者都各有傷害，而公約式的機械學孤立了之後，只剩很有限的東西，絕不能與這幾何的學說相比呢？

現在我們可以明白爲什麼機械學的教授還是應該爲經驗的。

只有這樣，纔能使我們明白科學如何萌發，如要澈底明白科學之本身這卻是不可少的。

而且我們如研究機械學，這是爲應用的；如要應用，則牠非是客觀的不行。但是就我們所已經見過的說，凡是那些原則在普遍上與確實上有所得，在客觀上，便有所失。

所以要緊的，是在把原則的客觀方面早早熟悉，而這要從特別的到普遍的，而不去取相反的步驟纔能做到。

凡原則都是些變相的界說與公約。不過牠們仍是由實驗的定律引出，故原則可說是由定律砌成，我們對於認爲有絕對的價值。

有些哲學家未免太推廣了；他們以爲原則就是全部科學，因此以爲全部科學乃是公約的。這種荒唐的學說，所謂唯名派，實在不值一論。

一個定律怎會變成原則呢？牠能表明  $\triangleright$  與  $\triangleleft$  二項間之關係。然這定律不嚴格是確實的，這僅是相近的。我們任意地加進一個多少是幻想的中間項數  $\circ$ ，而依界說  $\circ$  卽爲與  $\triangleright$  恰好有爲定律

所表示之關係者

由是我們的定律分解爲二：其一表示  $\Delta$  與  $\circ$  之關係的絕對而嚴格的原則；其二，表示  $\circ$  與  $\square$  之關係的近似的而可修正的實驗定律。顯然的儘管我們再繼續的分解下去，那些定律終久存在。我們現在來到純粹的定律範圍了。

(註)下文係我所著熱力學書中序文之一部分原文。

## 第四部 自然界

### 第九章 物理學中的假設

實驗與概括之功用——實驗爲真理的唯一泉源；唯獨牠能告訴我們一些新事物；唯獨牠能給我們一種確切性。這就是無論誰都不能反對的兩點。

然則假使實驗包括一切，則數理的物理學 (La physique mathématique) 之地位又是怎



樣？實驗的物理學要這個助手有何用處？這個助手既像是無用的，而且恐怕是危險的呢！

但是數理的物理學還是存在着；牠的功勞又實在是不可抹殺的；其中必有一種事實有說明的必要。

這就是單單去觀察不濟事的，必要利用這些觀察，因此所以要概括。這正是一向人家都做過的；不過因為想起從前的錯誤，有了前車之鑒，人家就漸漸地格外慎重，多從事觀察而逐漸減少概括。

每一世紀的人總喜譏諷前世的人，怪他們對於所觀察策而概括得太快又太老實。笛卡兒很可憐那些伊洪學家（Ionians），然而笛氏自己又惹我們微笑；而我們的子孫必將譏笑我們，這是無疑的。

然則我們難道不能一直走到盡頭嗎？這不是我們免去所預料的遺笑之方法嗎？我們不能將赤裸裸的實驗認為滿足嗎？

不，這是不可能的；這樣未免太不懂得科學的真正特性了。凡是學者應當做整理的功夫，人們

靠着事實建設科學，正如用磚石築成房屋；然而許多事實之不成其爲科學，正如一堆磚石之不成其爲房屋呵。

并且最要緊的，學者應當有先見之明。高立爾（Carlyle）在某處曾經說過：『唯獨事實是要緊的；法王約翰無土（Jean Sans Terre）曾經過此地，這真是件很可讚美的事，爲此事實我願將天下所有的理論去換。』

高立爾是培根的同鄉；但培根卻不會這樣說。這原也是歷史家的口脛。物理家就要這樣說：『法王約翰無土曾經經過此地；但這與我毫無關係，因爲他也再不會經過此地了。』

我們大家都知道有好的實驗，也有壞的實驗。假若是壞的，那就再多也是無用的人們做牠一百個也好，做牠一千個也好，經不起一位真的學者，例如巴斯德（Pasteur）做的「一種工作」就可把那些都壓倒至於忘掉。我想培根是很明此理的，是他發明那決擇實驗（Experimentum Crucis）之名詞的。但這是高立爾不會懂得的呵。一件事便是一件事實；一個小學生毫不注意的在那裏看計溫表的度數；不管他注意不注意橫豎他已經看到了，但如只以這事實算數，那麼這裏是和

剛纔法王約翰無土遠遊這回事。同樣的一種真實了。何以那位學生做的這件事實沒有效用，而若是一位物理家測定溫度的事實就將是很重要呢？這因為前者所看的度數，我們絲毫無可結論。然則何為好的實驗？好的實驗就是除了一件孤單的事實外，令我們還能知道別的東西；這就是使我們能夠先測，亦即令我們能夠概括的一種實驗。

苟無概括，則先測是不可能的事。在某種境況下，人們做了實驗，下次決不能同時重有這些境況。所以視察過的事實，以後再也不重生了；人們所以能肯定的唯一事物，就是在相似的境況之下，當有一相似的事實發生。可見想要先測，至少先要有相似觀念 (l'analogie)，而這樣就已經是概括了。

人們無論如何膽小，總應該去做增註的功夫；實驗只給我們一些孤立的點子，要用一條連續的線把牠們集合起來；這纔是真正的概括。但是還要知道這畫出來的曲線，只在這些點子間穿繞而過；並非恰恰的通過這些點子。所以我們不僅自限於概括實驗，並且還要矯正牠：凡是不願做這種的修正，而以赤裸裸的實驗為滿足的物理學家勢必說出許多離奇的定律來。

學。  
由是以觀，赤裸裸的事實對於我們是不夠的；因此我們要有經過整理的科學，即有組織的科學。

人們往往說，做實驗必不可存一種成見 (*idée préconçue*)。這是不可能的；這樣不特將一切的實驗變為廢物，並且似乎人們情願把牠變為不可能的了。各人有各人的世界觀，而不易從中退出。例如，我們是用言語纔能有所表白，而我們的言語中所含的正是這些成見，卻也不能有別的。不過這是些不知覺的成見，真比別的還更危險一千倍。

我們若是這樣說，如果我們加入了些其他有自覺的成見，我們只是增加一些壞處嗎？我不相信；我想這或可做兩者勢力平均的錘子，我將說這可作為解毒藥；牠們兩者間總是合不好的；牠們彼此必互相引起衝突，因此我們不得不把事物反覆從各方面去仔細考量。這樣已足使我們能得自由，好比奴隸能夠選擇他的主人，就不是奴隸了。

是故，靠着概括每一觀察過的事實，可使我們預測許多的事實；不過我們不要忘記只是第一種事實是確切的，其餘的都不過是大概的罷了。一件預測之事，無論怎樣穩固的確定，我們去證實

牠的時候，絕對不能相信牠不會被實驗推翻的。但這或然性往往是很大，使我們在實際上可以認為滿足。與其毫不去預測，不如有點不能確定的預測。

所以有機會的時候我們萬不可不屑去做一番證實的功夫。但凡試驗都是很長很難的，而好學的人是不多的；而我們所需要預測的事實為數正是無窮；我們所能做的直接證明的數目對於那樣大的數量真同滄海一粟。

我們希望從我們所能直接達到的這一些中間抽出最好的效果；應該每一實驗能給我們最多的預測及含有最大的或然性。這個問題可以說是在增加科學機械之效率（rendement）。

請試以科學與日益擴充的圖書館相比；圖書館的經費既不充裕，則管理圖書的人應當不濫費。

這是實驗的物理學負責書之責；所以唯獨牠能使圖書館豐富起來。

至於數理的物理學，其任務在製定書目。而書目製定得再好，也不能使圖書館增加豐富。但牠能有助於讀者之使用其豐富的藏書。

而且他可以其藏書闕點之所在指示管理人，使他下次購書格外正當合理；此事在經費愈少之時，愈是要緊。

這就是數理的物理學之功用；牠應當指導我們去概括以增加我剛纔所說的科學機械之效率。但牠用何種方法以達到此目的，且如何可以行之而無危險，這就是還待下文討論的。

自然之和一性——第一我們要注意一切概括，在某範圍中，多少有一種自然界之簡明性與和一性的信仰。關於和一性，這個問題不會有何困難。如果宇宙之各部分不同一物之各機關，則互相不生作用，牠們將互不相認識；而尤其是我們將只能知其一部。所以我們就不必問那自然是整個的，但牠何故是整個的。

關於簡明性這個問題，就不是這樣容易的了。自然不一定是簡明的。我們可否當牠是這樣的而無危險？

從前因為萊莉得定律之簡明，便引爲此定律是確實之論證；其時弗勒納耳（Frenel）自己有一次與拉卜拉斯（Laplace）談話時，曾說過那自然界毫不顧慮分析上之困難，後來他恐怕遠

反衆意太甚，又自覺非加以解釋不可。

今日一切觀念都大變了；但那些不相信自然界的定律一定是簡明的人，然而仍舊不得不作爲相信似的幹下去。他們不能完全脫離這個需要，除非是把一切的概括，因而一切科學都弄成不可能。

一件任何事實顯然可用無窮的方法來概括，但要緊的是選擇；而選擇只能以簡明爲標準。我們試以最平常的例子作比：如插數法 (interpolation)，我們在觀察上所給與的點子間，穿過一條整齊的連續線。爲何我們要免去這些角點，以及太急促的屈折呢？爲何我們不在那曲綫上畫出最任意的彎轉曲屈之形？此因我們預先知道，或我們自信知道那要表示的定律不能如是之繁複的。

木星的質量，可以或由他的衛星運動測知，或由那些大行星之擾亂測知，或由那些小行星之擾亂測知。我們如將此三法所測定數平均之，乃得三個近似而各異之數。說明這個結果時，我們可以假定引力係數在這三款中是各不相同；因此觀察所得之結果當然較爲完滿。然則我們爲何捨去這種說明而不採用呢？這不是以牠爲荒謬，實因牠是無用的繁複。要到了不得已不採用牠的時

候，我們纔去採用牠，現在還不必。

綜而言之，普通凡是定律總被認為簡明，一直要得到相反的證明纔止。

這個習慣之所以支配着在物理家，已如我剛纔所說；然當着這些天天指示我們以更繁複而更豐富的新節目之發現，怎樣容這種習慣之存在呢？而且如何把牠與自然統一性的感覺相融洽呢？因為倘若一切以全體為轉移，則這樣多的不相同事物間之干預的各種關係必不復能簡明了。我們試研究科學的歷史，我們可見到兩種可說是相反的現象：有時是簡明藏匿在複雜的外表下面，有時反過來簡明是顯然的而他卻是隱蔽着非常複雜的真實。

那有再比行星的擾亂運動更複雜；那有再比牛頓定律更簡明呢？這正如弗勒納耳說過的自然界在那裏玩忽分析的困難，只用簡單的方法，經過彼此互相混合了之後，就發生一種不可言喻的難解亂絲。簡明正是藏匿在這裏，正應當去發現牠。

相反的例子也多極了。在氣體運動（*théorie cinétique des gaz*）之理論中，人們設想一定具有極大速度的分子，牠們的軌道，受不斷的衝擊，變成最奇怪的形狀，並且在空間四面八方都佈



滿了牠們的路迹。可觀察到的結果，即是萊莉得之簡明定律；每一種個別的事其實是複雜的；大多數的定律成立了在平均數中的簡明性。此地之簡明，只是表面的，而我們感官之遲鈍，正是阻礙我們不能見到此中之複雜。

好多的現象都是服從一種比例的定律；何則？因為在這些現象中，有一些東西是很小的。因此所觀察得的簡明的定律，不過是這種普遍的分析規則之翻譯，照這規則，某倚數 (fonction) 之極微末的增量與其變數之增量成正比例。實際上，我們所謂為極小的增量并非極小，不過是很小罷了；所以比例的定律亦無非近似的，而那種簡明只是表面的了。我剛纔所說的，可以應用到微小運動之重疊 (la superposition des petits mouvements) 規則，這條規則用處極大，且為光學之基礎。

至於那牛頓定律之本身呢，牠的簡明性隱匿得這末長久，也許只是表面的。誰知道牠不是一種複雜的機械作用，或生於一種不可捉摸而受不有規則運動的物質之影響，誰知道牠不是只靠着多數與平均數的一套把戲纔能成為簡明呢？無論如何，若不假定那真正的定律含有補充的項

數，是很難的，這些項數在短距離時，便有效用。假使在天文學中，牠們比牛頓公式中之項數來得忽略，或者此定律因此就得到牠的簡明性，這只因為天空中的距離極爲巨大的關係。

無疑的，假使我們觀察的方法日漸精密，我們便可在複雜的裏面找出簡明的東西，再由簡明裏面找出更複雜的東西，如是循環不已，我們便不能預料最後將是什麼。

在這個進程中，有些地方是要停當的，而爲得科學之可能起見，在遇到簡明的地方，就應該停下來。這裏正是我們唯一的地盤，在這上面我們纔能建設一切的概括，然而這簡明既只是表面的，這塊基地是否能夠堅固的呢？這是應付諸討論的。

爲此，請看簡明之信仰在我們的概括中有何功用？今我們已經在許多特例中證實了一條簡明的定律；我們不承認這只是偶然之事，因此我們結論那定律在普通例中也應當是真確的。

蓋伯烈 (Kepler) 注意到狄哥 (Tycho) 所觀察的一行星的位置都是在同一的橢圓上。他永未想到狄哥因一種奇怪的偶然每次測天時，都正當那星球真正的軌道與那橢圓曲線相交的時候。

所以簡明性是實在的，或者是隱藏着一種複雜的真理，這有何關係？隨牠是消去各個個別相差的大多數的影響之作用，或者是可以略去幾個項數的若干數量之大小的作用，無論如何，牠總不是偶然的作用。這種簡明是表面的，或是實在的，總有一個原因在。所以我們總可做同一的推理，且如一簡明定律曾經於好幾個特別款中觀察過，我們便可很正當的假定牠在相似的款中，還是真確的。我們若對此否認，那就是給偶然以一種不可承認的功用了。

但是其中有一個區別。如果那簡明是實在而深刻的，則我們的測量工具的準確無論如何進步，則這種簡明仍舊不會搖動；所以我們如果相信自然界具有十分的簡明性，則我們也該把這一種近似的簡明性，從而結論牠有嚴密的簡明性。這是前人所做過的；這是我們現在再無權去做的了。

譬如，蓋伯烈定律之簡明不過是表面的。這雖無礙牠對於一切如太陽系之系統大約都可適用，但要說這是嚴密真實的，那就不能了。

假設之功用——凡是概括都是一種假設；所以假設有個必需的功用，這是誰也不會反對的。

不過牠應當常常的經過證驗，並以愈早愈多爲妙。不必說，牠如經不起這種證驗，我們就當立即把牠拋棄。普通大家是這樣做的，但有時總帶幾分不高興。

其實這種不高興，是不能說出理由的；物理家當他拋棄一種假設的時候，應當反而十分快活，因爲他正是得了一個求之不得的發明的機會呵。我想他的假設不是輕易採用的；因爲牠已經顧及到一切好像能夠干預現象之各已知要素。假使不能證明這其中必有不曾料到而非常的事；這正是我們要去尋覓未知與新鮮的東西。

所以這樣推翻的假設是無效果的麼？大爲不然，我們可說牠比真正假設的功勞更大；不特牠是一種決定的實驗機會，並且我們偶然中作了這個試驗，若不曾作假設我們將一無所得；不能見得非常的東西，不過是多了一件事實，而不能從中得到什麼結果。

現在要問在如何情形之下，利用假設，纔不致有何危險。

單單決心去試驗，是不濟事的；此外還有危險的假設；第一最主要的，就是默示的與無意識的假設。我們既是不知不覺的作了，因此也無能力拋棄牠。此地還是數理的物理學可以協助我們。以

牠那般固有的精確，使我們不得立一切，就是沒有牠，我們不知不覺也要做的假設。

他方面，我們當注意不可濫用假設，並須依次而用之。我們如果把一理論建立在許多的假設之上，一旦被實驗推翻，則在吾人所有之假設中，當換去那一個呢？這是不得而知的。反而言之，如果試驗得成功，我們可能相信所有的假設同時都證實了嗎？我們相信只須用一方程式就可以求得幾個未知數嗎？

此外還要好好的把各種的假設分別一番。第一，其中有一種很自然的假設，為我們所難於免去的。比方我們不能不假定那遠離的物體之影響完全可以忽略，那微小運動是服從一次之定律，又如效果乃其原因之連續的倚數。我對於對稱定律所要求之條件，以為也是這樣。所有這一切的假設，可以說是組成數理的物理學所有的理論之共同基礎。人們到不得已時纔能把牠們捨去。

此外還有第二類的假設，姑名之曰無別的。在大多數問題中，分析家在演算之初便假定物質是連續的或反是原子所組成的。無論他做那一種假定，其結果則一，不過求得有難易而已。如他假定的是原子，難道實驗證明他的結論時，他就以為證明了原子是真實存在的嗎？

在光學中有兩種矢量 (vectors)。其一是認爲一種速度，其一是認爲旋渦 (tourbillon)。這仍是一個無別的假設，因爲我們如把牠兩調換過，結果還是一樣；所以實驗之成功不能證明第一矢量果爲速度；牠只證明一事，就是這個矢量；這是我們所加入於前提中唯一的假設。要把我們理智的薄弱所要求的這種具體外形給與牠，那就應該或者把牠看做一種速度，或者是一種旋渦；正如我們應該用  $x$  或  $y$  字來表示，但結果無論如何，並不證明把牠當做速度，是對了或錯了；正如代之以  $x$  或  $y$  時不見得就對了或錯了一般。

這些無別的假設，只要我們不看錯牠們的特性，永不至是危險的。牠們是能夠有用的，或者可以當着計算的技巧，或者用具體的影象來維持我們的意識，正如人說爲固定思想；所以這是無須禁止的。

第三類的假設，就是真正的概括。這就是爲實驗所該當肯定或否認的。不問是證實了或推反了，牠們能夠有豐富的效果。然而爲我說過的理由，非得我們不增積牠們的數目纔能夠是這樣。數理的物理之起源——我們現在要進一步仔細去研究那些構成數理的物理學之發達的

條件。我們第一就承認一般學者都在勉力去解決實驗直接給與的複雜現象，要把牠分解為許多基本的現象。

這有三種方法：第一，是在時間裏的。與其把現象的級進發展作全部的觀察，我們不如把一時刻之前與此時刻相連接起來；我們承認世界的現在情形只視最近過去的時代如何，而並非直接受既往已久的記憶之影響。依賴着這個基本原理，不必去直接研究現象一切過程，我們祇寫牠的「微分方程式」即夠了；例如蓋伯烈定律可用牛頓定律代之。

其次我們想法在空間裏分解現象。實驗所給我們的乃是一個紛亂的事實，演於一廣大的戲台上；故須竭力去辨別那些基本的現象，這現象反是存在空間之極小的部分。

請舉數例，以明吾說。今有一慢慢地冷下去之固體，要去研究其溫度分配之複雜的全部，那是永世做不到的。只要想一想那固體之一點不能向遠隔的一點直接傳熱，那什麼一切都成爲簡單了；牠只能傳熱於最貼近的点，再由這些點傳開去纔能把那熱氣傳於物體之牠部。那基本的現象就是二鄰點之熱的交易；此僅限於一小部分，且比較上是簡單的，只要人們承認（而這似乎很自

然的)那交易現象不受距離較大的分子之溫度的影響。

現在我屈指一棍，牠即刻變爲極複雜的形狀而爲吾人所不能直接研究的；然我仍可去試一試，只須注意牠的曲折力是棍內一部很小分子變形的綜合力，並且每分子之變形只由於那些直接加於牠的力，而絕非能加在其他分子上之力。

在這些我可以不費力的再添上許多的例子中，我們承認沒有距離的作用，或至少沒有相距甚遠而發生的作用。這卻是一種假設；不常常是真的，地心吸力的定律可爲明證；所以應當把牠來證驗；如果牠是證實了，就是近似的，牠亦是可寶貴的，因爲這足以使我們至少用漸進近似法研究數理的物理。

如果這個假設經不起試驗，那就要另找相類的東西，因爲此外尚有他法以達到基本之現象。倘若有許多的物體同時運動，有時牠們的作用也許是獨立的，也許是簡單相互增加的，至於增加的方法或如矢量的，或如非矢量的。所以基本現象乃是孤立的物體之作用。或者是我們對於微小動作更普通點說對於微小變動還有所討論，這些微小變動是服從那著名之堆疊定律的。於是觀



察得來的現象，將可分爲簡單的運動，例如音之分爲和諧，光之分爲單色光 (monochromatique)。

幾時我們已經辨別要從那方面尋覓基本現象？試問用何方法，才可達到目的呢？

第一，爲得猜想牠，或說，爲得猜度有益於我們的，那就不必一定深入機械法裏面；我們只要曉得由大多數得來的定律就夠了。我們試再以熱之傳播爲喻；每分子向鄰近的分子傳熱；至於按了什末定律，這是我們不必要知道的；假使我們在這一點上有所假設，則將是一種無可無不可的假設，所以這既是無用的，亦且不可證實的。其實有了平均的作用以及間界 (milieu) 之對稱性，一切的殊異都平衡了，且無論做的那種假設，結果總是一樣的。

在彈性 (Elasticité) 學理中與毛細管現象 (capillarité) 理論中有同樣的情形發生；鄰近的分子互相吸引，或互相推拒；我們不必知道這按的是甚麼定律；我們只要這吸力只能在小距離以內才有感覺，只要分子是極多的，只要間界是對稱的。而我們只能讓大多數定律去支配一切。

此地還是基本現象之簡明，隱藏在總現象的複雜裏面；不過這個簡明性也只是表面的，內裏

尙有很複雜的組織。

求得基本現象的最好方法當然是實驗了。這應當用經驗上的巧法，以解散那自然界給我們的一束複雜，而仔細研究提鍊得愈清楚愈妙的原素；例如人們用三稜鏡分光爲七色，用偏光鏡分光爲偏光（*Lumière polarisée*）。

所不幸者，這是往往不可能的，且不足的，而有時我們的理想要超過經驗才行。我只要舉一個那常使我注意的例子：

我如分解白光，我可採取一小部分之光帶（*spectre*），但無論如何小，牠總保有某種闊度。同樣，天然光，即所謂單色光的呈現一很細的線紋，但非無窮的細。我們可假定用實驗來研究這些單色光的特性時，以漸漸而細的光帶來試驗，最後至於可說是到極端定限之時，我們才認識一種嚴格的單色光之特性。

這是不確實的。我假定有從同一光源射出之二光線，我們使牠們先在二垂直之偏光鏡穿過，使成爲在兩垂直平面之偏光，再把牠們回在同一平面中，然後使牠們爲光線之交叉。如果光線

之嚴。格單色的，則牠們就交叉了；但我們的光既是差不多的單色光，就沒有交叉作用，而這是不問彩紋之如何細的；假使要不是這樣，那就應該叫此紋細到比較已知的最細彩紋，縮小千萬倍才行。

所以在這裏，我們爲達到極端邊際的過程所騙了；這是要理想超過實驗才行。而其成功之故是在牠能受簡明本能之指揮。

知道了基本的事實，我們就能把這個問題列爲方程式；於是經了些組合，就可引出那些可觀察的與可證實的繁複事實。此卽所謂積分法；而這又是數學家的本務了。

人們可問何以在物理科學中，概括很自然的成爲數學的形式。這個理由現在是很易明白了：這不特是要表示數的定律；此因可觀察的現象，是由許多相似的。基本現象堆積而成；由是微分方程式很自然的加入了。

僅只每一基本現象服從簡明的定律是不夠的，還要那些正待組合的現象服從同一的定律。唯獨這樣，那數學的參加才有益處；蓋算學教我們把相似的東西與相似的東西組合起來。牠的目

的是在猜想一組合之結果而不必再一塊塊的重新組合起來。如果同一的演算要重演至數次數，學令我們用一種歸納法，使我們預先知道結果，就可以免去了這種的重複。這是在前面數學推理一章中我已說明的了。

然而爲此，一切的演算當互相類似；否則自然要實際的忍耐着依次做下去，而數學就成爲無用的了。

所以這全靠物理學家所研究的物質之近似的同質性（homogénéité），那數理的物理學才能產生。

在自然科學中，就再沒有這些同質性，遠離部分之獨立性，基本事實之簡明性的條件了，而爲了這個原因，那自然科學家就不得不求助於別的概括方法。

## 第十章 近代物理學之理論

物理學理論之意義——普通人很奇怪那些科學理論的不經久。他們見那些定論經過了幾

年的幸運就被人先後的拋棄，他們只見到殘毀層層堆疊；他們分明見到現在風行一時的理論，霎時間就要變成明日黃花，因此結論牠們是絕對無效的。這就是他們所謂科學之破產。

他們這種懷疑是膚淺的；他們全不懂得科學的理論之功用及目的，不然他們可以明白就是那些殘毀也還是有用處的。

弗勒納耳認定光卽以太之運動。這個理論似乎是再也沒有更堅固的了。然而現在人們卻丟了牠而喜用馬克思威耳的理論了。然則弗氏的工作可說是徒然的嗎？因弗氏之目的不是要知道在有無以太，以及牠是否爲原子所成，這些原子是否望某方向運行；而爲的是預測光的現象。而這卻是弗氏理論永遠可以做到的在馬氏以前或在其後。其中微分方程式總是對的；我們總可用同樣的方法計算其積分的，而所得之結果，總保存牠們整個的價值的。

但是人家不要說我們這樣是把物理學之理論，變成一種實用的簡單方術；這些方程式表示一些關係，而這些方程式之所以仍舊是對的，因爲這些關係能保存其實在。或前或後，牠們能告訴我們某物與某物有何種關係；不過，這某物我們從前名之曰運動；現在卻名之曰電流了。然而這些

名稱不過是真物之影像，至於真物永被自然遮着，是不可見的。在這些實在物之中，真正的關係是我們能達到的唯一實在，而唯一的條件，就是在我們不得不用來代替牠們的那些影像中，當一如在這些真物中，有同樣的關係。倘若這些關係知道了之後，那麼我們如認為利便時，又何妨把此一影像換彼一影像。

就是那定期現象（例如電之顫動）或的確是生於某原子之震動，有如一鐘擺真是擺來擺去，這既是不可靠的，又是無味的。而說電之顫動與鐘擺運動及其他一切定期現象之間有一種符合於深切的實在之密切關係；而這種關係，這種同等，或竟說這種並行的情形，互相追逐，至於細微末節之處；或者牠是較普遍的原則之結果，如能力原則與極小作用原則；這都是我們可以肯定的；這都是永久同一的真理，那怕我們把牠弄成奇形怪狀罷。

關於折光（*la dispersion*）的問題，人們已提出過許多的理論，最先的總是不完全，而且只含有極少部分的真理。後來就有愛兒母慈（*Helmholtz*）的理論，其後人們又把牠用各種殊異的方法來加以改良，且愛氏自己也曾根據馬氏的原理，重立一說。然而可奇的事，就是這些在愛氏以

後的學者，各由表面上大為分歧的起點，都歸到同一的方程式。我敢說這些理論同時都是真的，這不僅因為牠們能使我們預測到同樣的現象，且以其皆能將一種真實的關係顯明，即吸光現象（absorption）與不規則的折光現象之真實關係。在這些理論的前提中，所有真的事物就是為一切學者共同的；這就是關於某物與某物間的關係之肯定，至其名稱則隨人而異。

氣體理論已惹起不少的辯駁，我們若以此為絕對的真理，那將有不能自圓其說之處。但這些辯駁仍不能阻止那理論曾經是有益的，尤其是曾經使我們發覺了一種真的關係，即是氣壓力與滲透力（osmose），倘若沒有這理論，我們便不會知道了。依這樣看法，也可說牠是真的。

當一位物理家察覺二相反而同是可貴的理論時，他有時會說：我們不必顧慮這個，雖然這條鍊子的中間圈環看不見，我們且緊握住其兩端。這位寤着的神學家的論調將很可笑，如果按照普通人所謂物理之理論，當遇見低觸的時候，則至少其中必有一理論是應該看作是錯誤的。倘是只為尋求應該尋求的東西，那就不然了。這也許牠兩者所表示的都是一個真實的關係，而其矛盾之處，只在那代表實在的影像之中。

對於覺得我們太限制學者研究範圍的人，我將答道：我們所禁止你們討論，而你們有遺憾的這些問題不特是不可解決的，亦屬幻想而毫無意思的呵。

有的哲學家以為所有的物理皆可用原子之互撞的道理來說明。倘若他只要說在物理現象中，和大多數圓球之相撞，有同樣的關係，那再好沒有了，這是可以證實的，這也許是真實的。但他還有其他一點意義；我們相信是懂得他的，因為他們相信是知道何為撞擊之本身；何則？簡簡單單的為的是我們常常看過彈子遊戲。我們能否相信上帝看他的造化時，和我們看打彈子有同一的感想呢？倘若我們不願意加這斷語以這種奇怪的意義，倘若我們又不願意我剛才所說明的且是好的那種狹義，那末這個斷語便毫無意義了。

可見這一類的假設只有比喻的意思。學者對之不當禁用，正如詩人之不禁比喻；但須知道牠們的價值。為滿足人的理智牠們是有用的，而只要牠們不是無別的假設，那就無害了。

這一番的討論，可以解答何以某種理論已為人被認為拋棄了的，且為經驗所根本推反了的，竟驟然能死灰復燃重新取得生命。這是因為牠曾表示過真實的關係；且為了這個理由，或那個理



由，我們相信應該用別的語詞表明同一的關係之時，那理論仍舊是真實。所以牠們曾經持一種緩進的生命。

記得不滿十五年前，那裏還有比古龍（Coulomb）所想出的液體再老實而可笑的把戲麼？但今天牠又出現了，名曰電子（electron）。然則這些永久荷電的分子與古龍的荷電分子，又有何區別？當然在那些電子中那電賴有一些物質作支撐，但這卻是很微小的；換言之，牠們有一質量（至今還有人駁議這話）；然而古氏不是不給他的液體以質量；或者，假使他不給與，這也是他所抱歉的。至於說那電子之信仰將不復受缺損，這卻是膽大的肯定；我們觀察這種信仰的意外復興，亦是奇怪的事。

然而最可注目的例子，就是高樓（Carnot）原則。高氏以錯誤的假設為起點，來建立此原則；當我們知道熱不是不可燬滅的，而能變成工作的，就完全拋棄了高氏的觀念；其後，克魯秀士（Clausius）從事於此，才得最後之勝利。高氏原則用他古老的形式，表示別的不確實的關係於真實的關係的旁邊，這是舊思想之殘餘；但是這些錯的參加，並不改變別的真实。克氏只是撇開了牠們，

有如修剪枯枝一般。

其結果乃得熱力學之第二基本定律。這總是那些相同的關係；雖然這些關係於相同事物間至少是在表面上不復存在。這已足保存那原則之價值。並且高氏理論未嘗因此而消滅；這些理論又曾經適合於染有錯誤的問題；但是牠們的形式（即其主要者）仍是正當的。

我剛才所說的，可以同時顯明普遍原則的功用，例如極小作用原則，或能之永存原則。

這些原則有一極高的價值；這是我們在許多物理定律的說明中尋求公共點時，才得到的；所以牠們代表有如無數的觀察中之精髓。

但是，由牠們的普遍性生出一個結果，這是我在第八章已令人注意的了，這就是牠們不復能不被證實。我們既不能給與能以一個普遍的定義，能之永存原則的意義只是說其中有些東西是不變之常數而已。所以無論將來實驗給我們什麼世界的新概念，我們事先就確信其中必定有些東西為常數，而我們名之曰能。

這樣是不是說那原則並無一點意義而無形中變成一種重複的言語呢？絕對不是的，牠的意

義是說凡我們所命爲能的那些東西，都互相有一種真正親屬的聯絡；牠肯定其中有一實在的關係。但是如果這個原則有一個意義，這也許是錯的；也許我們無權去無窮地擴展牠的應用，但就字的嚴格意思講來他事先就確定了這是可證實的；然則我們怎能知道牠在何時達到人家所能正常的正當當給與牠的擴展之全部呢？簡簡單單，就是要等牠對我們不復中用之時才行，這就是說，不欺騙他使我們預測新的現象。在這種情形之下我們可以確信那肯定的關係，不復是實在的了；否則，牠將是很豐富的；經驗不必直接與原則的一種新擴展有所衝突，但也能把牠推翻。

物理學與機械——大半理論家對於根據機械或動力學的解釋總有一種偏愛。有些人只要能够把一切現象用分子間按某定律之互相吸引運動說明，就心滿意足。有些人就貪心更大，他們想去了那種相距離的吸引力；於是他們的分子的路徑是直線的，非得受了衝擊不能屈折。還有別的人，例如黑慈，他們去掉那些力，但假定分子間有一種幾何的聯絡，有如我們的骨節；所以他們想把力學變成一種動學（cinématique）。

一言以蔽之，大家想把那自然界縮成某種形式，凡是在此種形式以外，他們總不能滿意的。那

自然界是否能夠爲此而這樣柔順呢？

我們在第十二章中談馬克思威爾理論時，再討論這個問題罷。凡是能之永存原則與極小作用原則滿足的時候，我們就可見其中不單有一機械的解釋之可能，並且可有無窮的咧。利賴了戈立克思（Konigs）先生一條關於交接系統（systemes articulés）很著名的定理，我們可以證明用能以種種樣式，用黑慈式的聯絡方法或中心力（forces centrales）來解釋一切。我們要證明當然比那常以簡單衝擊，自爲解釋一切的一樣容易無疑。

爲此，自然應該不以通常的物質爲自足，不以我們官能所感觸到而其動作爲我們所直接觀察的那種物質爲自足。或者我們將假定這個通俗的物質是許多原子構成，而這種原子內部的動作不爲我們所知，僅全部的移動爲我們官能所接近的。或者我們將幻想一些稀薄的液體，（叫牠們以太也好，或旁的名稱也好，）牠們在物理的理論中，歷來曾佔一極重要的位置。

人家往往更進一步，把以太看成唯一的原始物質，甚至唯一的真正物質。最持中的人，把普通物質認爲凝結的以太，這是毫無可怪的；然而還有人更減輕牠的作用，而只看做以太之奇數（imp.

gularités) 的幾何位置。例如開耳開 (Lord Kelvin) 以爲我們所認爲物質的不過是以太受有旋渦運動之地點而已；在李滿 (Riemann) 看起來，這是以太常被消滅的地點；在比較最近的理論家，如魏舍 (Wiechert) 或勞莫 (Larmor) 看起來，這是以太受了一種非常特別的絞 (torsion) 的地點。倘若假使我們想從上面諸家中取一說，我就要問人家怎樣可以把不過是假物質的通俗物質上所觀察到的機械特性以真物質的名義加在以太上。

當我們已知道熱不是不可消滅的時候，就把從前的液體，熱，電等一概拋去。然而還有別的理由。當我們把這些東西認爲物質時可以說就是着重了牠們的個性，我們不啻在其中挖了一條深淵。等到我們對於自然界和一的性有了較深切的感想，又看明所有聯絡各部分的密切關係，這個深淵就該填塞才行。從前的物理家增加許多的液體，不但造出些不需要的東西，並且把真正的聯絡也割斷了。

凡一理論不肯定錯誤的關係是不够的，還要不遮了真正的關係才行。

至於我們的以太，實在有不是呢？

我們知道以太的信仰從何而來。從遠星射來的光線需歷程數年才到我們眼上而當牠既已不在那顆星上，又尙未來到地球的時候總得有一個寄托的地方，可以說總有一個物質的承受東西。

我們可把同樣的思想，用更深切的算學形式與抽象形式來表示的。我們所觀察得的，是物質的分子所受到的變易的；例如我們看見那照片上所受到現象的結果，實即數年前那星球焰燒的現象。但是在普通的機械學中，某系統之情狀僅由其最貼近的先前情狀如何而定；所以這系統滿足微分方程式。反之，我們倘使不相信以太，則物質的宇宙狀況不特由於最貼近的先前狀況，且亦由於既往已久的狀況；於是此系統將滿足有限差數的微分方程式。這是爲要免去與機械學普遍的定律相抵觸之故，我們才發明以太。

而這不過是迫着我們拿以太來填滿星球間之真空，並不是教以太滲入物質本身的中間去。飛左（Fizeau）的實驗更進一步，用穿過水或空氣之播動光線的交叉。飛左的實驗似乎指示我們有互相滲透但於相互關係之下而移動的二種不同之範圍。我們竟相信以太可用手指觸覺了。

然而我們還可以想出些使我們對於以太的感觸，更爲密切的試驗。假定牛頓原則，即主動力與反動力相等之定則，如單單應用在物質上就不確實了，並且假定這是剛才我們所察覺的。於是加在一切物質分子上之幾何的總數就非零了。假使我們如不願變易全部機械學，那就應該把以太加入，使得那物質似乎受到的動力抵消那物質對於某物所發的反動力。

或者，我假定人們承認光與電之現象都受地球之影響。人們就要給論這些現象不但可以告訴我們物質體的相對運動，並且可以使我們知道那似乎是牠們的絕對運動。這還是應該有以太，使得這些自命的絕對運動不是對着虛空的空間移動，而是對着具體的一種東西。

這是人們會做得到的嗎？我早就沒有這個希望，稍待我將說出原由來，但這種希望不是怎樣荒謬的，因爲別人曾經有過。

例如，羅倫茲 (Lorentz) 的理論（這是我在第十三章中要仔細說的），倘是真實的，照這個理論，牛頓定律將不適合於唯一的物質，而其差數之能受試驗將不太遠。

他方面，人們對於地球運動的影響曾經做過很多的探索，結果總是否定的；然而我們所以屢

次從事試驗，正因我們事前就無把握，並且卽照一般流行的理論所得的抵償也不過是近似的，所以我們要等待精密的方法來給與確實的結果。

我相信這樣一個希望是虛幻的；倘有這種的成功，我們將不啻另有一個新世界，那也是稀奇的。

現在請讀者讓我說幾句題旁邊的話；因爲我當說明何以雖然有羅倫慈那樣主張我不相信有更精密的觀察便能證明物體間相對移動以外的東西；人們曾做過許多的試驗，以爲可以發見第一級無窮小的項數；然結果總是否定的。這能是偶然之事麼？一定沒有人承認的；人們曾經尋找普遍的解釋，而羅倫慈找到了；他示明第一級無窮小的項數自當消去的，而第二級無窮小的項數則不然。於是人們更作有精密的試驗；結果也是否定的；這也不是偶然的事；這是要解釋的；人們已想到了；總是可以想到的；假設便是缺欠最少的根基。

然而這還不够；誰不覺得這還是把偶然之位置抬的太高了？今有某種情形恰巧消去這些第一級無窮小，又有某種大爲不同，然亦適宜的別樣情形，能消去第二級無窮小，然這種少有的助合



不也是偶然之事嗎？不然；我們對於這兩種，應當找出同一的解釋，於是一切都使我們連想到這個解釋也必適合於更高級的無窮小，而這些項數的相互抵消，就是嚴密而絕對的了。

科學的近狀——在物理發達史中，我們可以分出兩種相反的趨勢。一方面，在有些好似應當永遠分開的事物中間，可以隨時發現新的關係；散亂的事實，就不再各不相干了；牠們漸漸的有整理，成爲一種有強力的組合之傾向。科學乃上了純一與簡單之路了。

他方面，觀察使我們天天知道新的現象；不過牠們要想在科學中占個位置，這就非久待不可，因此有時爲要給牠們一個位置，我們勢必把整個建築拆去一角才行。在那些本已知道的現象中，我們粗陋的官能使我們看做很均一，而往後我們就天天察見其中多變化的小地方；我們初以爲簡單的，變爲複雜了，而科學似乎向變化與複雜之路而行。

這兩種相反的趨勢，有時此勝，有時彼勝，究竟結果是誰勝呢？倘若這第一種勝了，則科學爲可能；然而這不能先驗的證實，並且可以慮到經過了徒然的費力，想把那自然做成我們理想的純一，以後因自然界現象被我們所發現者日積月累，我們恐終於不勝其繁，疲於分類，拋棄了我們的理

想，而把科學變爲無數方術之登記。

對於此問題，我們未能回答。我們所能做的，乃在觀察現在的科學，以比較從前的科學。經過這種審察，我們當然能夠抽出一些推測。

五十年前，人們曾經抱有無窮的希望。自從能之永存原則及其各種變化發現後，我們才知道力之統一性。例如牠能說明熱之現象可用分子運動解釋。至於這些運動的性質，則人們尙未十分確知；然而人們相信不久就可以知道了。關於光的問題，一切可說已解決了。至於電學則進步尙少。電學正與磁力學相合起來。這一步走向統一之路，卻是同小可，這是最後的一步。然而電學怎樣也入於普遍的總和一，他怎樣歸於普遍的機械論？人們卻還一點未想到。但這統一之可能，是誰也不疑的，人們確有此信仰。最後，關於物體的分子之特性，則統一更似容易；但一切詳細情形則尙在模糊中。一言以蔽之，希望是寬大的，熱烈的，但卻是空空洞洞的。

時至今日我們看見什麼？

最先是第一種進步，長足的進步。光與電之關係現在是知道了；從前分開的光，電，磁，這三科現

在只是一個了；而這種合併似乎已成定局。

然而得到這種的勝利，我們也着實有所犧牲。光學現象成爲一種特別款；而歸於電現象，只要牠們在分離的時候，是容易用人們自信爲詳細知道的運動來解釋，這是極順適的；但是現在一種解釋如要可行，應當推之於全部的電學而適合。但這卻不是容易做的呵。

我們所最滿意的，就是我們要在最後章說到的羅倫慈理論，牠用小電體之運動說明電流；這當然是一種將已知的事實說得最透澈的理論，是一種將最多數的真實關係顯明出來的理論，是一種爲人們在最後的建築中所能找到得最多遺跡的理論。然而牠還免不了我上面已指明的大缺點；牠是反對牛頓定律的，即主反動力之相等之定律；或者在羅倫慈的看法，這原則竟是不能應用到唯一的物質；爲要使牠成爲真確的，那就應該注意到那以太對於物質之主動力，以及物質對於以太之反動力。但在未來的新局面以前，好像這種事物的情形不是這樣的。

雖然，因靠着羅倫慈，那飛左關於動體的光學研究的結果，平常折光及異常折光，與吸光諸定律，才有所聯絡，並且與以太的其他特性，結了再不斷的關係是毫無的。試看齊門（Zeeman）的

新現象一來就有一個地位，並且牠竟能幫助法郎台（Faraday）磁轉現象之分類，這是馬克思 威耳費了許多工夫所沒有成功的；這樣的容易，足以證明羅倫慈的理論，並非一種預定消滅的虛飾集合物。大約我們應當修改牠，但不應消滅牠。

然而羅倫慈的奢望，只是把動體的光學及其動電力學集合起來；他并不想給牠一種機械學的解釋。勞莫更進一步，他保守羅氏理論的精髓而於其中加入馬克巨拉（MacCullagh）對於以太運動的方向之觀念，正如接樹一般。他以為以太的速度與磁力有同一的方向，與同一的數量。所以這個速度是我們所知道的，因為磁力是可以試驗的。這種學說無論如何巧妙，羅氏的理論之缺點，還是存在，並且加多了。主動力不等於反動力。依照羅氏，我們簡直不知何者為以太的運動；因為這種不知，我們可以假定牠們抵消了物質的運動，而恢復主動力與反動力之相等。依照勞莫，我們知道以太的運動，而我們可以察得這種抵消是沒有的。

如果照我的意思，勞莫是失敗了，這是否是說機械學的解釋就不可能嗎？大為不然；我在上面說過，凡現象服從能與極小作用兩原則，就有無窮的機械解釋；所以光與電的現象也是如此。

然而這還不够；要使一個機械的解釋是好的，那就要簡明；而且爲在一切可能的解釋中選擇，我們除爲了必需選擇的原因之外，還有別的原因。然而合乎此種條件的理論，因而有點用處的，我們卻還沒有咧。我們不應抱怨呢？果真這樣，那就不管忘記了我們的目的爲何物了，我們的目的不是其中的機械，而真實，及唯一的目的就是和一（unite）。

所以我們應節制我們的奢望；不必去想什麼機械的解釋；假使我們願意就以總可得到一種解釋爲滿足罷。對於這點我們已有成就；能之永存原則，至今總是證實的；此外還加上第二原則，即極小作用原則，此原則已有合乎物理學的形式。牠也是常常證實了的，這至少是關於那服從乃質方程式（*equations de Lagrange*）的可逆現象，即是服從機械學中最普遍的定律。

至於不可逆現象，就更不順手了。然而牠們還是有秩序而漸趨於和一的；這全靠高樓原則之光照熱力學從事於物體之澎漲及其變形之研究已很久了。近來牠漸膽大起來而擴張其範圍。凡電池理論，熱電現象之理論，皆當歸功於牠；牠在物理學中無處不有所啓示，且對於化學亦有所攻鑽。處處總是同一的定律；處處在不同的表面下，我們找到高樓原則；處處也碰到這個熱溫率（*en-*

trope) 之不可思議的抽象概念，這個概念與能的概念有同等的普遍性，而且也象牠似乎遮蓋着一種實在。傳熱現象從前似乎不應屬於熱力學；然而新近我們已見到牠歸於同一的定律下面了。

從那我們發現許多新的相似點，以至於細微點地方還是相似；窩密的電阻力 (resistance ohmique) 有似液體的凝聚 (viscosité) 力；磁化遲延現象 (Hysteresis) 尤似固體的摩擦。在任何款中，摩擦似乎是各種不同的不可逆現象之模形，而這種關係是實在而深遠的呵。

人們也曾找過這些現象的一種純粹機械的解釋。這是不容易找的。要找到牠們就得假定那種不可逆現象不過是表面的，而基本現象是可逆的，並且服從動力學已知的定律。然而基本的東西甚多，且漸相混合，所以在我們粗陋的眼光看來，似乎都是傾向統一的，就是說都向同一的方向前進，沒有回顧的希望。因此表面的不可逆現象只不過是大多數公有的定律之效果。唯有一種生物，其感官是無窮的靈敏，有如馬克思威耳理想的魔鬼，可以理解這束亂絲，而引世界退後。

爲這個有關於氣體運動之理論的觀念卻費了極大的力，而總是不豐富的；但牠將來可以成

爲豐富的。這不是在此地審查牠會不會引起矛盾來，及是否合乎物之真性。

雖然，我們且把顧衣（Gony）先生對於勃朗良運動（mouvement brownien）之奇特的觀念說一說。照這個學者的說法，這個奇異的運動不合高樓原則。那些他使牠震動的分子就比那很緊的亂絲網孔還細小；所以牠們將去分理這亂絲，而因此使世界逆行。我們將以爲這是馬克思威耳的魔鬼作怪呢。

綜而言之，舊時已知的現象分類得逐漸進步；但新的現象也來要牠們的位置；其中大半，有如齊門現象，一來就得到了。

然而我們還有負極光（rayons cathodiques）×光，鈾光，及鐳光。其中別有一世界爲任何人所沒有想到的。因此正不知還要安插多少不速之客咧！

現在誰也不能預料牠們將有何等的位置。但是我不相信牠們要消滅這普遍的統一，我還是相信牠們將有所補足咧。蓋一方面新的射光似與光耀現象（luminescence）相關連；牠們不特可以激起弗光現象（fluorescence），並且有時牠們發生的情形與之相同。

牠們與那受紫外光 (la lumière ultra-violette) 激起火焰發生的原因也不是沒有關係。

最後，而最重要的，人們相信在這些現象中找到一種荷電的真正伊洪，其速度之強大比在電之分解液中的自然有天壤之別。

這些都是很空泛的，但都待將來確定。

磷光現象 (phosphorescence)，光對於電閃之作用，又是較爲偏僻的問題，致爲學者所遺棄。我們現在可盼望去造一條新路線，使其與普遍科學的交通益加利便。

不特我們將發現新的現象，且在我們信爲知道的現象中，又顯露意外的景象。在自由的以太中，一切定律都保存牠們莊嚴的簡明性；但純粹的物質似乎漸形複雜；凡是我們所說到過的，永遠不過是近似的，而時時刻刻我們公式需要新的解釋。

雖然，那些表格並未中斷；在我們信爲簡明的物中，那些爲我們已經認識的關係，於我們知道牠們的繁複時還是存在着於這些同一的物中，而要緊的只是這事。我們的方程式愈形繁複，使得



與自然界的繁複愈加接近，這是實在的；但關於推算這些方程式之關係式卻絲毫沒有變易。一句話說來就是這些方程式的形式還是支持着。

我們就以弗勒納耳（Fresnel）關於返光（la réflexion）定律作例罷，弗氏是用一個簡明而引人注意的理論來建立的，且似乎得着實驗上證明的。此後有更精確的研究已經肯定這種的證實不過是近似的而已；牠們處處表示有橢圓偏光現象。然而利賴了這首次近似的結果，我們才找到這種不規則現象的原因乃是其中有一層東西經過的緣故；而弗氏理論仍不失其精要而存在。

不過人們不得不有一種思想：就是如果人們起初就懷疑爲這種關係所聯絡的物事的複性，則一切這些的關係將成爲依然是不會見到的了。久已有人說：如果狄哥有十倍精確的天文儀器，則永不會有克百勒、牛頓及天文學。一種科學發生得太遲，而觀察的方法已太完善，就是一件不幸之事。今日的物理化學（la physico-chimie）就是如此；牠的創造家往往受那第三位或第四位小數之累，所幸的，這種人都有一種強固的自信力。

我們對於物質的特性愈是明白，愈見其中有一種繼續性。自從安得來斯（Andrews）與德耳瓦耳斯（Van der Waals）的研究結果發表之後，我們才明白液體變成氣體之經過詳情，及知道這種過程不是驟然的。同樣在液體與固體兩種狀態之間，也沒有什麼深淵，又在新近的一個學會中我們見到同時有關於液體固結性，與固體流行的論文。

在這種傾向之下，簡明性的失敗是無疑；有某種現象從前是用許多直線表示的，現在多少也要用繁複的曲線把這些直線湊合起來。在這一方面，統一性卻於其中得到許多優勢。這些種類分清之後，使我們的理智能得休息；但牠們還是不足以使人滿足。

總之，物理的方法已經擴張到一個新的範圍內，此即化學物理化學（physicochimie）乃因此產生。這門學問現在還在幼稚時代，然而牠已能使我們把許多現象聯絡起來，例如：電之分解（l'electrolyse），滲透作用（l'osmose），以及伊洪運動（le mouvement des ions）。

從這樣短促的說明中，我們得到什麼結論呢？

把什麼都計算在內，我們已是近於統一（unite）了，我們所取的步驟，并未如五十年前所

希望的那般迅速，我們沒有取預定的路徑；然而，在結果上卻已拓展了許多地域。

## 第十一章 或然性之計算

在這個地方，忽然來說或然性之計算，我想人們一定是詫異的。牠與物理科學的方法又有何關呢？

但是我所要舉出而不曾解決的問題，自然而然為研究物理的哲學家所要提出討論的呵。

為此所以在前二章中，我常常用過或然性與偶然這些字眼。我上面曾經說過：『一切預料的事實只是或然的，無論一種預測之如何穩固，我們決不能絕對的信牠不致被經驗所推翻的。然而這或然性往往是很大的，以致我們在實用上能够滿意。』

其後我又說過：

『我們且看那簡明之信仰，在我們的概括理論中，有何功用。在許多特例中，我們曾將簡明的定律證實，而我們對於這樣一再重見的巧合，決不承認是一種偶然的事。』

所以在許多情況中，物理家的地位有如賭博者，只盼望幸運。凡是他們用歸納法推想的時候，他們多少有意識地用或然性來計算。

因此我不得不插入一句話，而打斷我的物理科學方法之討論，來詳細察看這種計算之價值及其值得為吾人信用之程度。

單看或然性之計算這個名詞已屬怪語；或然為確定之反面，是人們所不知道的，既是不知道的，又如何去計算呢？但是許多高明學者卻已經從事過這種計算，而我們決不能否認科學已從此中獲得若干益處的。這表面上的矛盾，怎樣解釋呢？

或然性這個名詞已有人下過定義否？到底牠可不可定義呢？假使不能，則我們怎麼敢去推理呢？人家將說，這個定義是很簡單的：一事端之或然性者，即順利於此事端的發生情形之數目與其可能發生情形的總數之比。

試舉一簡明之例，便可見此定義之不完全了。我試擲二骰，為要二枚中至少有一顯六點之或然性為如何呢？每骰可顯六種不同的點，此可能情形之數為  $6 \times 6 = 36$ ，順利情形之數為 11，故此或

然性爲

11。  
36

這個答案是不錯的。然而豈不可說：兩骰所顯出的點子可成  $\frac{6 \times 7}{2} \parallel 21$  不同的組合？在這些組合中，9個是順利的；故其或然性爲  $\frac{9}{21}$ 。

何以計算可能情形的第一式要比第二式合法呢？無論如何，這不是我們的定義告訴我們的。所以我們只好補足這定義，在『……與其可能發生情形的總數之比』句下增加一句說：『只要這些情形是一樣或然的。』這樣我們竟是只有將或然的來規定或然的了。

我們怎樣知道兩件可能的情狀就一樣的或然呢？這難道是一種公約嗎？我們如果在每一問題之起首用一種明釋的公約，那就一切順利，我們只要應用算術與代數的規則就可以一直算到底，所得的結果，不致有懷疑的餘地；但是一到我們要稍稍應用牠的時候，則我們必須證明這個公約是合法的，於是我們又將逢到我們以爲已經巧避的困難了。

有人將說，用我們的普通理智就可以知道須做何種公約麼？唉！白潭（M. Bertrand）先生曾經好玩演算一簡明的題目：『如要在一圓周中作一弦（corde）比內接正三角形之邊爲長，

則其或然性爲何？』這位著名幾何家曾依次用兩個都合乎普通理智的公約，於是得了兩個不同的結果，一爲 $1-1$ ，一爲 $1-3$ 。

由此以觀，則或然性之計算簡直是一種空虛的科學，我們再也不可相信這種不清不楚的本能，所謂普通理智的，而我們從前還要藉以矯正我們的公約咧。

然而對於這種結論，我們也不能贊同；這種不清不楚的本能是我們所不可少的；沒有牠則科學將爲不可能，沒有牠我們既不能發定律，又不能應用定律。譬如，我們可以說明牛頓定律嗎？這是當然的，因爲有許的觀察都能與之相合；但是這裏不是偶然的簡單作用麼？況且我們雖然知道這定律已真了許多世紀，又怎麼知道牠明年還是真的呢？對於這個疑問可說誰也不能回答，除非說：『這是很少或然性的。』

但我們姑且承認此定律吧；靠着牠，我想能够計算一年後木星之所在。然而我有這權嗎？誰敢說一個極大的物質挾着極大的速度就不會近着太陽系經過而發生一種不可預測的紛亂呢？講到此地，又是無可回答了，除非說：『這是很少或然性的。』

照這一看，所有科學不過是一種非意識的或然性計算之應用；所以破壞這種計算不會破壞科學的全體。

在有些科學問題中，或然性計算更是顯然的一部分，對此我不再多說了。第一譬如插值法（interpolation）是在已先知函數之值，後來猜其中間的值。

我還要舉個例：即那著名的觀察上的舛錯論，這是我以後還要談及的，氣體運動理論，這個著名的假設是假定某一氣體分子可運行極繁複的軌道，但因其數太多，故唯一可觀察的平均現象服從簡明的定律，即茱莉得與蓋呂申克（Gay-Lussac）定律。

所有這些理論都是根據大多數的定律而來，所以或然性的計算顯然是牽累了牠們。牠們確是只有一種特別的利益，而除了關於插值法外，這些都是些犧牲；對於這些犧牲人們是可以免為其難的。

但是我上面已經說過，這還不僅是這些部分的犧牲，而是關於科學的全體，因科學的正當地位將發生疑問了。

我知道有人一定要說：『我們是無知者，但我們應該作爲。如要作爲，就無暇去做詳密調查的功夫，來開我們的茅塞；況且，這樣的調查，要花費無窮的時間才行。所以我們不知不覺的應該決定我們要靠小機運而行，而且按照規則，但也不必信之太甚。我所知道的並不是說某事是真的，不過在我認爲最好的，還是當牠是真的做去。』

然則或然性的計算以及科學只有實用的價值了。

不幸那些難點，不是這樣可以打消的；今設有一賭博者要下手時，請我指教。如果我答應了他，則我將根據或然性計算，但我不能擔保他成功。這就是我所謂主觀的或然性。關於這一層，人們或可滿意我剛才所說的。但我假定有一旁觀者專記每局的結果，而且這賭博的時間又甚長；則末了看他的記錄之時，結果必合乎或然性計算，這就是我所謂客觀的或然性。而正是這個現象正有待解釋的。

現在有許多保險公司應用或然性計算，且他們能分配於股東以紅利，這紅利的客觀實在，是無可疑議的。拿我們的無知與作爲的需要來解釋此事，這是不夠的。



所以絕對懷疑是不能成立的；我們常有謹慎之態度，但我們不能作籠統的攻擊，一定要經一番討論才行。

一、或然性問題之分類——關於或然性的問題之分類，我們可有好幾種看法，第一根據普遍性。在上面我已說過：或然性者，乃順利情形之數與可能情形之數之比。因為沒有較妥的名詞，故名曰普遍，這是與可能情形之數並進的。此數可以有有限的；例如一局骰子之可能情形的數為三十六。此為第一級的普遍性。

但是，譬如我們問在圓周之一點能為本圓內接正方形中之一點的或然性如何，圓中有多少點便有多少可能情形，質言之即無窮數。這是第二級的普遍性。這個普遍性更可以擴張：我們可以問，如欲某倚數滿足某條件，則此或然性若何；於是我們可想出若干相異的倚數，就有若干可能的情形。這是第三級的普遍性，譬如，當我們根據有限數的觀察而猜想最或然的定律之時，我們就昇上這級了。

我們可根據完全不同的一點來着。如果我們不是無知，那就沒有或然性，而只有確定之位置。

了；但是我們的無知不能是絕對的否則也沒有或然性了，因為就是要達到這種不確實的科學，亦要借點光明才好。所以或然性問題可視此種無知程度之深淺而分類。

在算學中，已經可提出或然性問題。如任意在對數表中找一對數之第五位小數為0時，此或然性若何？我們一定不遲疑的答道，這是 $\frac{1}{10}$ 。此地我們具有此題所應有之與數；我們不用表就可計算對數；但我們不願費這種力。這就是第一級的無知。

在物理學中，我們的無知是更大了。一系統在某時之情狀視二事為轉移：其初時之情狀及此情狀因以變動之定律。這兩樣事情我們如都知道了，我們只剩算學問題待解決，而我們又落在第一級的不知上面了。

但我們往往只知定律，而不知其初時之情狀。譬如有人問現在小行星之分配如何；我們知道自古以來牠們是受蓋伯烈定律支配的，但我們絕不知道牠們初時狀況如何。

在氣體運動中，有人假定氣的分子的軌道為直線，且服從兩彈體互衝之定律；但因不知道牠們的最初速度，故其現在速度亦無從得知。

唯獨或然性計算可以預料平均現象，此即許多速度所組成者。這是第二級的無知。最後，不特初時的條件，並且定律之本身，皆有不知之可能；於是人們達到第三級的不知，而普通我們對於一現象的或然性之問題再也不能有絲毫的肯定了。

往往與其根據多少不完全的定律智識，以預測一事端，不如先知事端，再猜其定律，與其由因求果，不如從果求因。這叫作原因之或然性問題，這些問題對於科學上之應用要算最有趣的了。

今如我和一位我知道他極誠實人做紙牌遊戲；他將出牌；當他反出的牌是王，則此或然性如何？這是——這是結果之或然性問題。我和一位不相熟的人作同樣的遊戲，他反了十次牌，其中六次是王；假使我的遊伴是騙子，則此或然性又將如何？這是原因之或然性問題。

我們可說這是實驗方法之主要問題。我已觀察得 $\times$ 的 $\square$ 個之值，及 $\times$ 所有相當之各值；我已察得後者與前者之比為顯然的常數。這就是一件事端，試問其原因何在？

這也許是有一種普通的定律，根據這定律 $\times$ 與 $\times$ 成正比例，而其中小小的差別是由於觀察之錯誤？這是一種問題，我們研究科學時總不斷地遇到的，而不知不覺的解決了。

我現在且把這些不同類的問題提出討論，我先討論主觀的或然性，次討論客觀的或然性，這都是我上面定過的名詞。

二、在數理科學中的或然性——自一八八三年以來，將圓周變成平方之不可能已經證明了；但以前許多幾何家以為這個不可能性實在是十分『或然的』，所以科學院不經審察的丟棄那班可憐的瘋子每年送去的論文，呵，那些論文真是太多。

試問學院有過錯嗎？自然不是，因為牠知道這樣並不會埋沒一種真正的發現。牠當時雖未能自辯；但深知道牠的良知決不會欺騙牠的。如果你要問這學院裏的會員，他們一定答道：『我們會比較還是一位無名的學者能解答從來想解決而未能的問題之或然性為大，還是地球上又多了個瘋子的或然性為大；我們覺得這後者的或然性似較大』。這是很好的理由，但毫無數理的性質，這純粹是心理的。

又如你再追問他一句，他又將說：『你何以要一超然倚數 (fonction transcendente) 之某值為代數的數；又如  $\pi$  為某代數方程式之根，你何以要他是倚數  $\sin 2x$  之循環數 (période)』

而同一方程式之其餘的原則又不然呢？』總之，他想用一種最不可捉摸的充足理由之原則來辯護。

然他們從中可得着什麼？我想頂多不過一個時間利用的規則，與其把時間用來着那種早爲他們所不信任而枉費心血的書，不如用在普通的工作上爲有益。但我上面所謂客觀的或然性與此題毫無關係。

至於第二題則大爲不然。

例如我有一本對數表，在起首 $10,000$ 對數中隨意取一個要牠的第三小數爲偶數，則此或然性爲何？你一定不遲疑的回答這是 $\frac{1}{2}$ ，其實你如把這 $10,000$ 數目的第三位小數一個個寫出來列成一表，一定見到偶數之數與奇數之數相差不多。

質言之，現在如果把這 $10,000$ 對數之 $10,000$ 相當數寫下；如果對數之第三位小數爲偶數，則每數爲 $+1$ ，反之則爲 $-1$ 。然後將此 $10,000$ 數平均之。

我將不遲疑地說：這 $10,000$ 數之平均數大約爲零，並且我如果實在去計算我證明這數目一

定是很小歐。

但這種對正也是無益的。我本可證明此平均數小於 $0.003$ 。爲建立這個結果，那就要用很長的演算，此地篇幅是太小了，因此我只好引證我在一八九九年四月十五號出版的普通科學雜誌內所登之一文供讀者參考。我所要使人注意的唯一點就是：在這演算中，我只需要二事爲根據，即對數的第一次引數與第二次引數在認定的間隔內，仍舊是包含於某定限中。

由這結果乃知此特性不僅於對數爲真，且於任何連續倚數亦然，因爲凡是連續倚數的導函數都是受限制的。我所以能先將結果確定。第一，是因爲我在別的倚數中已經常常觀察些相似的事實；其次，因爲我在良心上總做了些多少是無意而不完善的推理，這種推理引我到前面的不相等式，有如一位演算的熟手，在未算完乘法以前，早已知道『大約若干』了。

況且，我所謂我的直覺，既然只不過是一種真推理的不完全的視察，人們便可說明觀察與我的預測之相符合，又客觀的或然性與主觀的或然性之相符合。

今再選下題以爲第三例：□爲一任意數，□爲一極大之給與的整數，則 $\frac{\square}{\square}$ 之大概值爲

何這個題目本身是毫無意思的，如欲給牠一個，就要一公約；我們試認  $\alpha$  介於  $a$  與  $a + da$  之間，其或然性爲  $\theta(\alpha)da$ ；故此或然性與無窮小的間隔  $da$  之面積成比例，而等於此面積乘那也跟着  $\alpha$  轉之倚數  $\theta(\alpha)$ 。至於此倚數可任意擇定，但是必需假定牠是連續的才行。當  $\sin n\alpha$  之值不變而  $\alpha$  增加  $2\pi n$  時，故我不去限制普遍性可以假定  $\alpha$  介於  $0$  與  $2\pi n$  之間，因此我就要假定  $\theta(\alpha)$  是循環倚數，其循環數爲  $2\pi n$ 。

我們要求的大概值用單積分表之甚易，且很易證明此積分是小於 $\frac{2\pi M_k}{n^k}$ 。  
 $M_k$  爲  $\theta(\alpha)$  的第  $k$  次之引數之最大值。所以人們可見，如第  $k$  次之引數爲有限的，則上式之值，當  $n$  爲無限地增大時，將漸趨於零，且較  $\frac{1}{n^k}$  之趨於零爲快。

故  $n$  極大時， $\sin n\alpha$  之大概值爲零；爲要規定此值，我曾求助於公約；但無論此公約如何，結果總是一樣的。我只受很小的制限，假定  $\theta(\alpha)$  倚數爲連續而循環的，這些假設是這樣自然，以致我們自問怎能將此免去。

把前面各異的三個例子審察了之後，我們一方面已經窺見哲學家所謂充足理由原則之功

用何在，他方面，有些特性是爲一切連續倚數所公有的，這是件重要的事實。在物理科學中研究或然性足使我們得到同一的結果。

三、在物理學中的或然性——現在我們談到關於上面所說的第二級的不知之問題了；這就是那些人們知其定律而不知其系統初時之情狀的題目。我儘可多舉些例子，但我只要舉一個：在十二宮（zodiac）上小星球現在大概的分佈如何？

我們相信牠們是服從蓋伯烈定律的；我們不變易此題之性質，甚至可假定牠們的軌道都是圓的，都在同一平面，而爲我們所知道的。反之，我們完全不知牠們初時的分佈如何。但是我們不遲疑的肯定今日這種分布是均一的。何則？

試以  $\theta$  爲一小星球在初時即在零時之經度，設  $\bar{\theta}$  爲其平均運動；則其在現時，即在  $t$  時之經度當爲  $\theta + t\bar{\theta}$ 。如說現時之分佈爲均一的，這就是說以  $\theta + t\bar{\theta}$  的倍數爲角度的正弦和餘弦之平均數爲零。我們何以做此肯定？

試以平面上之一點代表每一小星球，此點之位標適爲  $\theta$  與  $\theta$ 。這些代表點將包含於平面上



某定範圍內，但點數既多，此範圍便好像撒滿了點子一般。其實我們一毫不知牠們的分佈法。

對於此種問題，我們要應用或然性計算時，怎樣做呢？如要一點或多點是在範圍中某定部分，此或然性爲何在我們不知的時候，我們只好作一任意的假設。爲要使人明白此假設的性質，請讓我與其用數理的公式，不如用一粗淺而具體的影像來說。我們試想像在此平面上鋪有一種理想的物質，其密度是可變的，但是連續變動的。於是我們作爲這樣的說，那些在平面上某部分之點子其數與那理想的物質之數量成比例。於是人們如有平面上兩相等的部分，則我們小星球中之代表點在此一部分或在彼一部分之或然性之比等於此理想物質之平均密度在此兩相當部分之比。

這裏所以有了兩種的分佈，一種是真的，其中代表點是很多的，很擠的，但有如在原子設想中，物質的分子之分佈，都是散離的；一種是離開實際的，其中代表點是以理想的連續物質代替的。我們知道這後者不是實在的，但是我們的無知誤了我們，逼着我們才去採用牠。

我們如尚有關於代表點之實在的分佈法之意見，則我們便可安排得，使在某定大的部分內

此理想的連續物質之密度大約可與代表點之數成比例，質言之，就是包含在此部分內的原子。其實這也是不可能的，而以我們這樣甚的無知，我們勢必任意揀一倚數，以定我們的理想物質之密度。我們只受一種不得已的假設之限制，我們假定此倚數是連續的。這樣已足使我們得一結論，我們且看罷。

在  $t$  時，那些小星球之大概的分布如何？或者，在  $t$  時，徑度正弦之大概值，即  $\sin(at + b)$  爲何？起初我們曾作一任意的公約，但我們如採用之，則此大概值是完全定當了。今將平面劃分爲小面積。認定  $\sin(at + b)$  在每小面積中心點之值；將此值乘此小面積，及理想物質之相當的密度；然後再將所有小面積總合計算而求出其和。照定義，此總數即所求之大概的平均值，這樣他是用雙積分表示的。

人們或以爲此平均數由  $\epsilon$  倚數而定，此倚數規定理想物質之密度，而  $\epsilon$  既是任意的，那麼跟着任意的選擇，我們可得任何的平均值。這卻是絕對不然的。

用一簡明的計算可以證明此雙積分，當  $t$  增加時，牠卻遞降得極速。

因此，我不知道究竟對於起始時的某種或某種的分佈問題應該做什麼假設才好；但是無論用何種假設，其結果總是一樣的，就是這樣我才免了許多困難。

無論 $\theta$ 倚數是什麼，當 $n$ 增加時，其平均值漸趨於零，只因為那些小星球必已完成了極多次數之旋轉，所以我能肯定此平均值必為極小。

我可隨意選擇 $\theta$ ，但是有一種限制：就是此倚數應當是連續的；因為照主觀的或然性而論，如選了一種不連續的倚數，未免不合理性；例如我假定起始時的徑度為 $0$ ，而不能正 $0$ 與 $1$ 之中，其理由何在？

但是如果照客觀的或然性而論，如果我們從理想的分佈（那裏理想的物質已假定為連續的）來到真實的分佈（那裏我們表示的點有如散離的原子），則困難又生。

$\sin(at + b)$ 之平均值簡直可用下式表之：

$$\frac{1}{n} \sum \sin(at + b)$$

其中 $n$ 表小星球之數。我們所有的已非一連續倚數之雙積分，乃是散開的項數之和數。然而

竟無人真切地疑惑這平均值實在是極小的。

此因我們的代表點既極擁擠，我們這散開的項數之和數與積分相差普通也是很少的。

一積分乃一些項數之和，在項數增至無窮時所趨向之界限，如項數極多，則和數與其界限相差極少，即與積分相差極少，而我關於積分所已說的話仍然適於此和數。

但也有例外，例如對於一切小星球的問題爲：

$$D = \frac{\pi}{2} - \alpha t$$

在  $t$  時所有一切星球之經度將爲  $\frac{\pi}{2} - \alpha t$ ，其平均值當然等於  $\frac{\pi}{2}$ 。爲此，則在  $0$  時，所有小星球都應該放在一種特別形而緊密的螺旋線上。大家將以爲這種初時的分佈是未必的。（就是假定牠實現了，但在現世代，譬如一九〇〇年一月一日，其散佈必不均一，數年後才可均一。）

然而爲何我們斷定這初時的分佈是未必的呢？這是要解釋的，因爲我們倘若沒有理由捨去這個荒謬的設想，認爲不確實，那就統統都會傾倒了，而我們對於或然性問題，也不能肯定現時的分佈是如何了。

我們要援引的，仍是充足理由的原則，這是常常要回顧到的。我們可以假設星球起初時分散得彷彿成一直線；且亦可以假定星球不是整齊的分佈；但是在我們覺得好像無充足理由使那產生牠們而爲吾人所不知的原因去依着一條很整齊但很複雜的曲線而動作，并且好像特意選擇這曲線而使得現在的分佈不是均一的。

四、紅與黑——爲那些偶然的遊戲所引起的問題，例如轉盤賭（roulette），其實與我剛才所談的完全相似。

譬如在圓面上分成極多的相等部分，並間以紅黑二色；用力將指針旋轉，在經過很多數的圈子之後，牠止於某分格。欲此分格爲紅，則其或然性當然爲  $\frac{1}{2}$ 。

今如指針之旋轉角度爲  $\theta$ ，且包含數圓周；我如用力旋轉此針使止於  $\theta$  與  $\theta + 2\pi$  之間，則不知或然性爲何；但是，我可做一公約；假定此或然性爲  $\frac{1}{2}$ ；至於  $\theta$  倚數我完全可以任意選擇之；絕對沒有什麼可以指導我選擇；但是我卻自然的會假定這倚數是連續的。

設  $\theta$  爲每紅分格或黑分格之長度（在半徑爲 1 之圓周上計算。）

那應該計算  $\theta(\theta)$  之積分，一方面把牠普及於所有的紅分格，他方面普及於所有的黑分格，而比較其結果。

我們試認定一間隔  $\epsilon$  內含一紅分格及牠相接的黑分格。設  $\Sigma$  與  $\Xi$  爲  $\theta(\theta)$ ，在此間隔中之最大與最小值。普及於所有紅分格之積分將小於  $M\epsilon$ ；普及於所有黑分格之積分將大於  $M\epsilon$ ；故其相差將小於  $M(M - m)\epsilon$ 。但是，如倚數  $\theta$  是假定連續的；又如  $\epsilon$  對於指針所轉之全角度爲極小，則  $\Sigma - \Xi$  之差數將爲甚小。故二積分之相差極小，其或然性將近於 1。

人們自當明白，不知道倚數  $\theta$  爲何，我應該將或然性當作 1 做去。他方面，人們可以解釋何以我們從客觀一方面着想，我觀察得若干次數的局，這觀察的結果是紅的次數大約等於黑的次數。

凡賭博家都知道這客觀的定律；但這定律足以陷他們於錯誤中；雖經屢次救出，然仍舊常常墮落其中。如果紅色連接出了六次，他們以爲放在黑的上，一定靠得著；因爲他們說：紅色連出七次，這是很少的。

實際上，他們獲勝的或然性還是。在觀察上，實在連出七次紅色是很少的，但六次紅一次黑也是很少的呵。他們注意七次紅是很罕有的了；他們所以不能注意六次紅一次黑也是罕有的緣故，這完全是因為這種情形很少引起注意。

五、原因之或性然——我現在來談原因之或然性的問題，這是在科學應用一方面最重要的，例如：有兩顆星在天球上是很接近的；這種表面上的接近是否偶然的事，而這兩顆星雖似在同一的視線上，然與地球之距離是否相差甚大，而因之彼此相距距離遠呢？或者這是實在的接近嗎？這就是原因之或然性的問題。

直到現在所談的求結果之或然性的各問題中，在起初我們會應該安放一種多少是合理的公約。假使在某種限度中，結果與常常獨立於這公約以外，這只因為某種假設的條件使我們先驗的捨去不連續的倚數，或某種荒謬的公約。

我們研究原因之或然性時，我們又可見到一些同樣的東西。一種效果可由A原因或B原因所產生。今效果既已發生；人們要問這是由於A原因之或然性為何；這是後驗的原因之或然性。但

是如果沒有多少經過審查的公約預先告訴我原因之先驗的可信率，那我就不能計算牠了；所謂先驗的或然性，即對於尙未觀察其結果的人而言的事端或然性。

爲更明白起見，我再舉前面說過的那種紙牌戲 (Jeux de cartes) 爲例；我的對手人先動而所出的是王；如果這是騙子，則其或然性爲何依普通的公式求得，這是<sup>何</sup>，這個結果當然是很可怪的。我們如再加以考察，將可看見，我們做這樣的計算，好像在末坐在桌子旁邊以前，我兩分中已有一分認我的對手人爲不規矩。這是荒謬的假設，因爲如有這心理我一定不和他玩了；故此結論之謬誤亦即在此。

關於先驗的或然性之公約已經不對了；是故後驗的 (à posteriori) 或然性之計算引我到一個不可容納的結果。由此可見這預定的公約之重要；我還進一步說，倘若絕不設這種公約，則後驗的或然性之問題將毫無意義；故總要明白的或暗示的去做牠才行。

現在再舉一個更合乎科學的例子。我想確定一實驗的定律；此定律待我知道之後，就可用曲線來表示；我做了若干次孤立的觀察；每一觀察可以一點表之。我得了這些不同的點之後，使用曲



線穿過之，使不致與各點相距太遠，並須保持此線整齊之形狀，沒有角點，沒有太急的曲折，沒有曲度徑太急的變換。此曲線可表出大概的定律，我承認牠不但能使我知道已經觀察過的倚數中之中間倚數值，而且還能使我知道那此觀察得的數值之本身，比直接的觀察更爲正確。（因此我將曲線貼近這些點子而通過，並非經過這些點子的本身。）

這是原因之或然性的問題。那些效果即我所記錄下來的量度；牠們依着兩種原因的組合：現象之真正定律與觀察之錯誤。知道了效果，尚須尋求使現象服從某定律之或然性，以及使引起某種錯誤之或然性。於是或然性最大的定律與所劃的曲線相合，而一種觀察之或然性最大的錯誤即以此點與此曲線之距離表現之。

但是，在一切觀察以前，我如對於某定律之或然性以及我萬一的錯誤之或然性沒有先驗的一種意見，則此題將毫無意義。

如果我的儀器是精巧的（這是我在未觀察以前已經知道的了），我就不會使我的曲線與實驗上直接得來的表點相離太遠。這些儀器如其不好，我可以稍爲離遠一些，冀得一較少屈折之

線；這樣，那曲線之整齊形狀就多犧牲一些了。

我爲何要想法劃一沒有屈折的曲線呢？此因我先驗的，就認定一定律爲連續的倚數所表示（或以高次引數是很小的倚數表示），比之不合此種條件之定律的或然性較大。如無此種信仰，我們現在所談的問題將毫無意義；插值法將亦是不可能了；人們決不能從有限的觀察中推出一種定律；這樣科學將不能成立了。

五十年前，物理學家認定在同樣的情況中，簡明的定律總比複雜的定律爲可信。他們甚至引借這個原則來袒護茉莉得定律，反攻侯落耳（Regnault）的試驗。現在他們排斥這種的信仰；但是有多少次，他們不得已仍當奉守那信仰做去！雖然，這個傾向所餘的就是連續性之信仰，而我們剛才已見過，如果輪到這個信仰也有消滅的一天，則實驗的科學將成爲不可能了。

六、錯誤論——因此我們就來到談關於錯誤的理論，此理論與原因之或然性的問題直接相關。此地我們仍是察見一些效果，此即若干不相調和的觀察，而我們想法去猜度其原因，這些原因，一方面是測量的質量之真值，他方面是每一單獨的觀察中所做的錯誤。應當計算每一錯誤之後。

驗的或然性數量，以及須待測量之質量的大概值。

但是，照我剛才所已經說明的，如果人們不先驗的（即在一切觀察以前），承認一種錯誤的或然性定律，是不能做這計算的。錯誤定律究竟有沒有呢？

凡計算家所承認的錯誤定律就是哥斯（Gauss）定律，牠是用一超然曲線表示的，名曰「鍾形曲線」。

先且照古法分別系統的錯誤（*erreur systematique*）與偶然錯誤（*erreur accidentelle*）。我們如果用太長的米突尺量一長度，我們結果所得的數總是太小，雖經數次測量，然這終是無用的；這就是系統的錯誤。我們如用一精密的尺量之，雖然我們也能錯誤，但是有時我們錯的多，有時錯的少，苟經多次測量之後，試求其平均數，則錯誤漸消。這是偶然的錯誤。

系統的錯誤不能滿足哥斯定律是顯然的；但是偶然錯誤能滿足牠嗎？人們早已試演過許多證明；而大概都是些粗陋的誤解。但是人們仍可根據下述的假設以證明哥斯定律所犯的錯誤乃是許多部分的與各自獨立的錯誤組合而成；每一部分的錯誤是很小的，并服從一條任何或然

性定律，但一個實在的錯誤之或然性和一個相等而記號相反的錯誤之或然性是同樣的。自然這些條件往往可以滿足的，但並非永是如此，對於滿足這些條件的錯誤，我們就名之曰偶然的。

人們可見最小乘方法（*la méthode des moindres carrés*）不是在一切款中都合法的；普通物理學家還比天文家更看輕牠。這一定由於天文家除遇有如物理學家的系統錯誤之外，還要抵抗一種極重要的錯誤之原因，而這完全是偶然的錯誤；我就是說大氣的波動。所以聽一位物理家和一位天文家討論某觀察方法，那是很奇怪的。物理家因確信一次對的測量勝過許多次不準的，故小心竭力以消盡最後的系統錯誤為前提，而天文家回答道：「但是你這樣只能觀察極少數的星；偶然的錯誤還是不消滅的。」

我們的結論如何？是否應該繼續應用最小乘方法呢？我們應當分別：我們已把所能懷疑的一切系統錯誤都消去了；我們確然知道還有，不過我們不能發現牠們；但是我們應當定一個主意，而採用一個確定的數值，認為或然的數值；為要這樣我們最好的做法就是應用哥斯方法。我們所應用的止是關於主觀的或然性之實用的規則。那就沒有什麼說了。

但是人們還想進一步，並且不特肯定或然的數值是若干，並且肯定結果中所犯的或然錯誤是若干。這是絕對不合法的；要這是真實的除非我們確知那些系統的錯誤都已經消去了，但這是我們所絕對不得而知的。

我們有兩種觀察；應用最小乘法時，我們覺得第一種或然性的錯誤比第二種的小兩倍。但是第二種的却比第一種的好，因為第一種的或竟是顯着很大的系統錯誤。我們所能說的，便是第一種的大約勝於第二種的，因為牠的偶然錯誤較弱，並且我們絕沒有理由去肯定，系統錯誤中之此種比彼種爲大，關於這層，我們絕對是不知道的。

七、結論——在前文中我提出了許多的問題，可是一個都沒有解決。但是我并不懊悔已經寫了出來，因為這些文字也許能引起讀者去思索這些難題。

雖然這樣，其中有些地方似乎是成立得很好的了。如要作某種或然性的計算，且使這計算有一個意義，那末就應該以承認一種假設或是常常略含任意性的公約爲起點。選擇這種公約時，我們只能以充足理由的原則爲嚮導。

不幸這個原則是很空泛的，並且是很有收縮性的，而在我們方才很快的考察中，已見過牠有各種不同的形式了。最常見的形式，就是連續性之信仰，這信仰很難用不可辯駁的推理去證實，但是如果沒有了牠，則一切的科學也就不可能了。最後，凡是能應用或然性計算而有效果的問題，就是其結果都是與初時的假設不相干，祇要這假設滿足連續條件。

## 第十二章 光學與電學

弗勒納耳之理論——人們所能舉的最好的例子（註一）就是光的理論及其與電學之關係。有賴於弗氏，光學才變成物理中最進步之一部分；所謂波動說實在是愜乎人意的一種具體的理論。但我們不可向牠要求牠所不能給我們的東西呵。

數學理論不是以在揭示我們事物的真正性質為目的；如有這種奢望那就未免是無理了。牠唯一的目的，只在整理實驗所告訴我們的物理定律；然而如果不靠數學，則我們連這些定律說都說不出來。

以太真正存在與否，這都與我們沒有大關係的，這是玄學家的事情；在我們最要緊的，就是我們可以把牠當作存在的，而這個假設頗便於解釋許多現象。除了這個理由之外，我們還有無別的理由可以相信物質的東西之存在嗎？這也不過是一種便當的假設；但這是永遠如此便當的，那怕有一天以太成爲無用的而被拋棄。

然而就是有那一天，光學定律及其方程式還會是真實的，至少是第一種的近似。所以研究那聯絡這些方程式的學說總是有益的。

波動學理就是建在一種分子的假設上的；有些人相信這樣就把藏在定律裏的原因揭發了，他們以爲這是有益的；有些人以爲這正足以引起猜疑；然而我以爲這種猜疑與前面一班人的幻想，都是不能證明的。

這些假設的作用是次要的，人們可以犧牲了牠們，普通人們總不這樣去做，因恐失去陳述上之明晰，而這就是唯一的理由。

其實人們如仔細去觀察，則見人們所借用於分子假設的不過二事：能之永存原則，及一次方

程式，這些方程式表示微小運動，有如極小變易的普遍定律。

這可以說明何以人們採用光的磁電理論時，弗氏的結論大半仍可以無變動而存在。

馬克思威耳之理論——大家知道光與電的密切關係一直要等馬克思威耳才把牠倆聯絡起來。這樣，基礎雖是更寬大，入於更高的和諧中，但是弗氏的光學還是成立。牠的各部分還是存在，而其互相的關係總是一樣的。不過，我們講解時的語法已變了，他方面，馬氏更發明許多前人未曾發現的電與光之各部分的關係。

法國的讀者第一次展開馬氏的書之時，便覺有所不安，甚至往往贊美的感情與猜疑的感情參半。要費了許多的努力與長久的犧牲，這種感想才可消滅。有些高明人竟把牠永久保存着。

爲何這位英國學者的思想在我國這樣難得同意呢？無疑的，這是因爲大半有智識的法國人所受的教育使他們愛重精確，與邏輯，先於其他一切特性。

對於這方面，古傳的數學的物理之理論足使我們完全滿意。我們所有的老師，自從拉卜拉斯（Laplace）直至哥希（Cauchy）都是用同一的方法去研究。他們從一種很明顯的假設起



始，而得到一種有如數學之嚴密的結果，然後，再藉實驗以爲比較。他們好像要把物理的各部分都給以有如天體機械學的精密性。

對於性喜這種模範的人，凡是一種理論總難於使他滿意。他不特不容有一點矛盾的地方，還要各部分都合乎論理的聯絡起來，並且要不同的假設愈少愈好。

還不只此，他還有別的要求，這是我以爲不大合理的。在我們能够感觸到的物質之後，他還想看見一種別的物质，在他以爲惟此是真實的東西，而這種物質所有的只是純粹幾何的特性，其原子只是按照動力學公律而移動的數學的點。明知這些原子是無形無色，但因一種不知不覺的自相矛盾，他想把牠們表現出來，因此使其更加接近尋常的物質。

這樣他才完全滿意，並且以爲採進宇宙之祕密了。假使這種滿意是騙人的，但也不容易改變這種想頭。

因此，一個法國人展讀馬氏的書之時，他期待着可以找到好像建在以太設想上之物理的光學那般精密而有理的理論，他未免大失所望；這是我即刻奉勸讀者務必免去的，同時告訴他那

些是應在馬氏書中尋求的，那些是不應尋求的。

馬氏對於電與磁並沒有機械的說明；他僅限於說這個說明是可能的。

他也示明光學現象不過是磁電的特別現象。所以人們可從所有電之理論中，直接推出關於光之理論。

不幸這個道理倒過來講就不對了，從完全的光之理論中，往往不容易引起關於電之理論。人們如從弗氏理論起始，這更是特別不容易了；這一定並不是不可能；但人們總要問從前所有認為決無變更而可贊美的結果是否勢必一齊拋去。這好像是退走一步了；許多高明的人決不願這樣放任的。

讀者就是無奢望時，他還免不了別的困難。這位英國學者不是要建立一座唯一的，最後的，佈置極好的大廈，這不過好像他建了許多暫時的而獨立的建築，在這些建築中交通甚是困難，有時竟不可能。

我們試舉一個例，例如有一章論靜電引力可用感電間界之伸張力與壓力說明之。如把這章

刪了之後，其餘的不見得不明和不完全，並且他方面，這章自有牠的理論，人們不看牠的前後文就懂。但是這章不僅是獨立的；並且與全部書中的基本意義難融合。馬氏並不想將此連合，他只限於說：『我未能再進一步，即我不能用機械學來說明通感體之變形力 I have not been able to make the next step, namely to account by mechanical considerations for these stresses in the dielectric』

這個例子足以說明我的意思；其實我可以舉許多別的例子。譬如人們讀到磁之偏極旋轉 (polarisation rotatoire magnétique) 現象時，誰還疑惑光的現象與磁的現象有相同之處。所以人們不要以為免了矛盾；自己總要有一致的主張才行。其實，兩種矛盾的理論，只要人們不把牠混合，並且不要問事物的究竟如何，都可以做研究的有益工具，如果馬氏沒有開了這些新的歧路，則讀他的書時所能引起的感想一定較少。

然而這樣則基本觀念未免稍被遮蓋了。這種的情形尤以在通俗的書籍中為最，以致這是唯一被棄的一點。

所以我相信應該解釋這基本觀念之內容，以更顯明其重要。爲此，插一句閒話是必要的。

關於物理現象之機械的解釋——凡在物理現象中總是有某種助變數是實驗可直接達到而可測量的。我名之曰助變數  $Q$ 。

次由觀察使我們知道這些助變數變動的公律，這些公律普通可用那連絡其中助變數  $Q$  與時間之關係的微分方程式表示。

倘若把這種現象給以一種機械的解釋，那將怎樣做呢？

那麼人們將或用普通物質之運動或用一種或數種理想的液體之運動以解釋之。

這些液體將認爲極多數單離的分子  $m$  所組成。

那麼何時我們可以說我們有了某現象之完全的機械解釋呢？這就一方面，要待我們知道了這些滿足假設分子  $B$  的座標之微分方程式，這些方程式且當合乎動力學原則；他方面，要待我們知道了那規定分子  $B$  的座標爲助變數  $Q$  的關係，這些助變數  $Q$  可由經驗求得的。

我已經說過，這些方程式是要合乎動力學原則的，尤其要合乎能之永存原則及極少作用原

則。

由第一原則可知能之全部乃是常數，且可分為二部分：

一、動能 ( *energie cinétique* ) 或活力 ( *force vive* ) 其強弱有靠那些假設分子  $E$  之質量及其速度，我名之曰  $T$ ，

二、位能 ( *energie potentielle* ) 只靠這些分子之位標，我名之曰  $D$ 。此  $T$  與  $D$  兩能之和即為常數。

現在要問極小作用能告訴我們什麼？牠說那系統如要從牠在  $t_0$  時所占之初時位置，移往牠在  $t_1$  時所占之最後位置，其所取之路徑必使在那從  $t_0$  時到  $t_1$  時的過程中『作用』之平均值 ( 即  $T$  與  $D$  二能相差數 ) 為最小。況且第一原則實即第二原則的結果。

如果人們知道此  $T$  與  $D$  二倚數，這個原則就足以規定運動之方程式。

在所有由此地至於彼地之各種路徑中，自然有一條路可使作用之平均值比任何路徑之平均值为小。而且只有一條路，因此極小作用之原則足以規定所經歷之路徑以及運動之方程式。

這樣，人們就得所謂賴甘之（equations de Lagrange）方程式。

在這些方程式中，獨立的變數即是假設的分子  $m$  之位標；但現在我假定以直接可由實驗求得的助變數  $\rho$  爲變數。

於是這兩部分的能當表現爲助變數  $\rho$  的倚數及其引數；自然實驗家所看見的是這樣的形  
式。他當然想用他能直接觀察的數量以定位能及動能。（註二）

如是則系統從此情形到彼情形所走的路徑必使其平均作用爲最小的那樣。

現在不管  $\rho$  與  $\rho'$  是否用助變數  $\rho$  及其引數表示的；不管我們是否利賴這些助變數  $\rho$  以定起點與終點的情形；極小作用之原則總是真實的。

所以，在一切由此位置至於他位置之路徑中，此地仍只有一條路能使平均作用爲最小。而因此極小作用之原則足以規定那規定助變數  $\rho$  之變法的微分方程式。

這些求出的方程式乃賴甘之方程式之別一形式。

如要組成這些方程式，我們不必知道這些助變數  $\rho$  與假設分子之座標的關係，這些分子之

質量，以及成爲這些分子的座標之倚數的  $\square$ 。我們所要知道的，乃爲  $\square$  之倚數的  $\square$  之表示及爲  $\square$  之倚數與其引數的  $\square$  之表示，就是說爲實驗與數的倚數之動能與位能的表示。

由是不外乎二事，或是  $\square$  與  $\square$  的倚數既已合式的選擇了，賴氏方程式有如吾人剛才說的那樣建立起來，則將與實驗求出之微分方程式全相符合；或是並無  $\square$  與  $\square$  的倚數可以這樣相合的。在後一種情形，自然就絕無機械的解釋是可能的了。

使機械的解釋是可能的緊要條件，是在能够選定  $\square$  與  $\square$  的倚數，使滿足極小作用之原則，而帶出能力永存之原則來。

這個條件也是充足的；試設想我們真找得中含助變數  $\square$  的倚數  $\square$ ， $\square$  表示一部分之能，而以  $\square$  表示其他部分， $\square$  爲助變數  $\square$  及其引數之倚數；又假定此倚數對於引數爲二級同質多項式；最後，假定以  $\square$  與  $\square$  兩倚數所組成之賴氏方程式能與實驗所得相符合。

要怎樣才可以從中引出一種機械的解釋呢？此必須  $\square$  可認爲一系統之位能，而  $\square$  可認爲同一系統之動能。

關於 $\square$ 是不難的；但是 $\square$ ，可認爲一物質系統之動能嗎？

那是很容易證明這總是可能的，甚至有無窮的方法。我只請讀者參閱我所著的電與光一書的序言以求詳細。是故我們如不能滿足極小作用之原則。就無機械解釋之可能；如能滿足這原則，那就不單有一個，且有無窮的解釋。因此，一待有了一個解釋，就有其他無數的解釋。

於此還有一種觀察。

在實驗直接通知我們的數量中，有些被我們認爲我們假設的分子之座標之倚數；我們的助變數 $\square$ 就是這種；我們把別的不特看做根據座標且根據速度，或同樣的可說是根據 $\square$ 之引數，或爲這些助變數及其引數之組合。

於是就生出一問題；在所有實驗測得的數量中，我們將以何者爲助變數 $\square$ ？我們將願意以何者認爲這些助變數的引數？這種選擇仍有極大之任意性，但只要合乎極小作用之原則，以求機械解釋之可能。

於是馬克思威耳曾經自問過能否做這種選擇，以及 $\square$ 與 $\square$ 的二能之選擇，使電之現象滿足



此原則。由實驗我們知道電磁場之能可分爲二部分，即靜電能與動電能。馬氏曾認明如我們把第一認爲位能 $\square$ ，第二認爲動能 $\rho$ ；他方面，如靜電荷認爲助變數 $\sigma$ ，而電流強度認爲其他助變數 $\sigma$ 之引數；我就要說，在這情形之下，馬氏曾認明電之現象滿足極小作用之原則。由是一定有一機械的解釋之可能。

他如果把這意思不放在第二部書中偏角的地方而放在第一部起始之處，則大半的讀者不致忽略牠了。

所以如果一現象可有一完全的機械解釋，則亦有無數別的，都可以解釋實驗所揭發的特別之處。

這是物理學中各部分之歷史所證實的；譬如，在光學中，弗氏以爲顫動是垂直於偏極平面的；劉滿（Newmann）則以爲是平行的。好久人們就想一『決擇實驗』（experimentum crucis）以決定這兩理論孰是孰非，但人們終未能得之。

同樣，即在電學裏，那二液體與單液體的二理論亦皆能滿意的說明靜電學中觀察所得之定

律。

利賴了我剛才提起的賴氏方程式之特性，所有事實都可容易解釋。

現在很易明白馬氏的基本觀念了。

爲要證明電之機械的解釋之可能，我們不必先去找這解釋之本身，我們只要知道  $\rightarrow$  與  $\square$  二倚數之表式（此乃能之兩部分），以此兩倚數可組成賴氏方程式，且將此方程式比於實驗的定律。

在這些可能的解釋之中，怎樣作一種實驗不能幫助我們的選擇？或者有一天物理學家將不理會這些不可用積極的方法求得之問題，而將牠們棄給玄學家。這一天尚未到；而人們不是這樣容易忍耐着永不明白事物之深奧的呵。

我們的選擇只能以一種認定個人的觀察是很要緊的爲嚮導；但也有些答題是大家棄而不用的，因爲太古怪了，也有的是大家愛重的，因爲牠們是簡明的關係。

關於電與磁，馬氏不作任何選擇。這不是以其不屑要那種積極的方法不能達到的東西；我們

只看他對於氣體運動論所費之時間就可信了。我還要加說，如果在他的大著作之中他絕不擴張一種完全的解釋，但他從前在哲學雜誌中曾試給這種解釋。從前他不得已做的假設之奇怪及繁複使他後來又棄而不用牠們了。

同樣的精神，可在全部書中見到。其最要緊者，即為各種理論所公有者，皆已昌明；凡只能合乎一種特別的理论者無不默認而過。因此讀者面遇一種內無實物的形式，他起初還當作不可捉摸，飄忽無定的影子。但他費了的努力使他思想，而結果他明白了他從前所稱贊的理論中，總有些不自然。

(註一)這章是我所著的下列二書中序文的摘錄：光之數學理論 (Paris, Naud, 1889) 及電學與光學 (Paris, Naud, 1901)。

(註二)我們加說「只視」為轉移，「只視」及其對於時間有關之引數為轉移，且對於引數為二級同質多項式。

## 第十三章 動電學 (Electrodynamique)

動電學對於我們的立論更爲有益。

安培 (Ampère) 曾名其所著不朽的著作曰『唯一建立在實驗上的動電學現象之理論』。因此他以爲絕不會做有假設；然而他是做了的；只是他做而不知罷了。

他的後輩反見得很清，因爲安培解題之弱點引起他們的注意。他們做了些新的假設，他們這次却自知了；但這是經了幾許次數才到了今天猶未固定的通用的系統：這就是我們要去研究的。

(一) 安培之理論——當安培試驗電流之交互作用時，他只將而且只能將關閉電流 (courants fermés) 試驗。

這不是他反對開放電流 (courants ouverts) 之可能。如有二導體負有不同之電荷，而連之以金屬線，則生自此到彼之電流，直待兩者的電位相等後方止。

在安培時代，一般意見以爲這是開放電流；因爲人們只是看見電流從第一導體流向第二導體，而不見有電流從第二導體流回第一導體。

因此安培就以這種的電流認爲開放的，例如蓄電器 (condensateur) 放電時所生之電流，

但他不能以之作爲試驗，因爲經過的時間太短。

人們另可想出一種開放電流。我假定有 A、B 二導體，通之以 A、N、B 線。起初有些動作的小導體與 B 接觸，取得其中一部分的電荷，乃離開 B 的接觸，而跟着 B、N、A 的路運動，於是從這裏搬來電荷，來到 A 的接觸便放棄這電荷給 A，這電荷就由 A、N、B 路回至 B。

這樣人們可說有一種向一的關閉電路，因爲電流循 B、N、A、N、B 路而行；但此電流之兩部分均極不同：在 A、M、B 線上，電自移動經過。一不動的導體，其情形如尋常哇兒代電流（*courant voltaïque*），遇到窩密抵抗（*resistance*）而發熱，是以人們名之曰傳導行動；在 B、N、A 部分中，電是由一移動的導體所轉輸的；人們名之曰轉輸行動（*par convection*）。於是，如果把轉輸電流認爲與傳導電流大爲相同，則 B、N、A、M、B 電路必爲關閉的；反之，如轉輸電流并非『真正電流』，譬如牠對於磁鐵是無作用的，那就只剩傳導電流 A、M、B，牠是開放的。

例如，用一線聯霍子（*Holtz*）起電機之兩極，其中之旋轉板乃用轉輸電流法將此極之電轉輸於彼極，然後再經過此線之傳導，回到第一極。

然而這一種的電流極微，要牠強度可觀是很難實行的。照安培當時所設備的方法，人們可說這是不可能的。

總而言之，安氏可以意想兩種開放電流之存在，但這兩種都不是他所能利用來試驗的，因為牠們太弱或歷時太短。

所以試驗祇能表明關閉電流對於關閉電流間之作用，或嚴密點說，關閉電流對於一部分電流之作用，因為人們可使電流通一關閉的電路，而其一部分是可動的，一部分是固定的。於是人們可以研究可動的部分，受其關閉電流之作用而移動之情形。

反之，安培毫無方法研究開放電流，對於關閉電流，或對於開放電流之作用。

(1) 兩關閉電流之例——安培試驗二關閉電流之互相作用時，曾得許多非常簡明的定律。我姑且把與下文有關的定律，簡括的說出來。

一、如果電流強度是保持不變的，又如這兩電路既受一種移動與變形之後，仍歸原狀與原地，則動電力之工作必為零。

換一句話說，其中必有兩電路之動電位 (potentiel électrodynamique)，此電位與兩電流強度之積成正比例，又與電路之形式及其相對的位置有關；動電力之工作適等於此電位始終之相差數。

二、凡是電流經過自閉之螺絡管 (solenoid fermé) 其作用爲零。

三、電路  $\odot$  對於他 一哇兒 代電流的電路  $\odot$  之作用，僅賴  $\odot$  所發展之『磁場』。蓋在空間之各點，人們可以規定有方向與定量之磁力，此力有下列之特性。

(A)  $\odot$  對於磁極之力是施在這磁極上的；其量等於磁力乘磁極之磁量；

(B) 一根極短的磁針必傾向磁力之方向，此傾向力是一種偶力 (uncouple)，此力與磁力，磁針之磁積 (moment magnétique) 及其相成角之正弦，成正比例；

(C) 如果  $\odot$  移動時，則  $\odot$  對於  $\odot$  所生動電力之工作等於穿過此電路之『磁流』 (flux de force magnétique) 之增量。

(2) 關閉電流對於一段電流之作用——安培既未能實驗一種真正的開放電流，所以也只

有一個法子去研究關閉電流對於一段電流之作用（une portion de courant）。

其法即以電路○作實驗，此電路分固定與可動的兩部分。可動的一部分譬如是一條可動的線 $\alpha\beta$ ，其 $\alpha$ 與 $\beta$ 的兩端可移動於固定線上。在可動線的兩位置之一， $\alpha$ 端是停在固定線之A點上，而 $\beta$ 端則停在固定線之B點上。電流由 $\alpha$ 到 $\beta$ ，即先順可動線由A至B，再順固定線由B至A。故此電流為關閉的。

在第二位置時，可動線既經移動，則其 $\alpha$ 端移到A'點， $\beta$ 端移到B'點。於是電流由 $\alpha$ 流至 $\beta$ ，即先順可動線由A'至B'，然後順固定線由B'回至B，再由B到A，最後由A至A'。故此電流仍為關閉的。

今如此種電路受關閉電流○之作用，則其可動的部分必受外力而移動。安培承認此種表面上的力量，那AB可動的部分好像屈服於牠的力量，代表○對於電流之 $\alpha\beta$ 部分之作用，而此種力量有如通過 $\alpha\beta$ 之電流是開放的，此種電流將止於 $\alpha$ 與 $\beta$ ，非如關閉電流，在到了 $\beta$ 以後，乃順電流之固定部分回至 $\alpha$ 。



這個假設似乎是很自然的，而安培做的時候並不覺得；但牠不是強有力的，因為稍遲就可知道愛耳莫慈要拋棄牠。然而無論如何牠雖未使安培能實驗開放電流，但能使安培發明許多關於電流對於開放電流之作用，或對於一極小部分的電流之作用的定律。

這些定律還是很簡明的：

一、對於極小部分的電流之力是直接施在這上面的；此力與電流及磁力成直角，且與垂直於電流之磁力部分成正比；

二、一自閉之螺絡管對於極小部分之電流毫無作用。

但從此就沒有動電電位，就是說：有一定強度之開放電流與關閉電流歸還原地時，其總工作并非零數。

(3) 繼續的旋轉——關於動電學中最有趣的實驗即是實行一種繼續的旋轉有，時人們稱這種現象為單極感應 (induction unipolaire)。一磁針可繞其軸而轉；一電流起初通過一固定線，次入於磁針之北極 N，經過磁針之半段，再由一可推移之交接點流出，而入於固定之線。

於是此磁針旋轉不已，永不能達到平衡之位置。此弗乃得之試驗。但這是怎樣一回事？如果這是二種定形之電路，一是固定的 $\odot$ ，一是可繞軸而轉的 $\odot$ ，則這後者之旋轉，永不會繼續的；其實這裏有動電位的存在，故必有一平衡之位置，此將是電位最高之處。

故繼續的旋轉，除非 $\odot$ 包含兩部分方才可能：其一是固定的，其二是可繞軸而動的，有如弗乃得的試驗。不過還要有一個分別。即由固定的部分至於可動的部分，或反之，都是可能的，或用簡單的接觸法（固定的部分之同一點與可動的部分之同一點永相接觸），或用可溜動的接觸（可動的部分之同一點依次與固定的部分之各點相接觸）。

那種繼續的旋轉僅在第二款中才可能。在那時候，則物之系統漸趨於平衡；但是，當牠將達到這點時，那溜動的交接機關能使轉動部分與固定部分之一新點交通；牠更換着聯絡，所以牠也更換各種平衡位置之條件，因此，可說那物之系統總追不到牠所要趕上的平衡位置，而那旋轉現象就可無窮的延長下去。

安培承認電路對於 $\odot$ 之可動部分的作用，即等於 $\odot$ 之固定的部分不存在，因此亦即等於流

通於可動部分之電流爲開放的。

所以他結論閉電對於開電之作用，或反之開電對於閉電之作用，可生繼續的旋轉運動。

然而這種結論全由我剛才所說的假設而來，並且未經愛耳莫茲所承認，這是我在上面已經說過的了。

(4) 二開放的電流之相互的作用——關於二開電之相互的作用，尤其是關於二極小部分的電流之相互作用，無論什麼試驗都不行。安培曾求助於假設。他假定：一，二極小部分的電流之相互作用可縮爲在二者相聯之直線上之一力；二，閉電之相互的作用是這些極小部分之總合作用，而這些作用有如在各部分是單獨時所發生的。

最可注意的，即在此地安培又作了這兩個假設，而自己還不知道。

雖然，把這兩種假設與關於閉電之試驗綜合起來，可以規定二極小部分之相互作用。

但是這樣，那我們在閉電款中所遇着的簡單定律大多數又是不真實了。

第一，是沒有動電位；而我們已知在閉電對於開電發生作用時，亦無此種電位。

其次，真正說起來，是沒有磁力的。

其實關於這個力之定義，我們在上文已給了三種：

一、磁極所受之力；

二、是旋轉磁針之偶力；

三、是一極小部分之電流所受之力。

但是，在我們現在的討論中不特這三種定義不相符合，並且每一種都是毫無意義的，其實也是：

一、一磁極所受之力不僅限於一種施於此極的力。其實，我們已知一極小部分電流對於磁極之作用，並非施於極點，乃是施於此小部分上的；這個作用本可用一偶力與一施在磁極上之力代之。

二、這對於磁針所生之偶力不僅是定向的偶力；因為牠對於針軸之力積並非零。此力可分爲一真正的偶力，與一補充偶力，此最後力足以促起磁針之繼續的旋轉，這是我在上文已說過的。

三、最後，極小部分電流所受之力並不合於此部分。換言之，磁。力。之。統。一。性。已。消。滅。了。

且看這統一性是怎樣一回事。如兩系統對於一磁極發生同一的作用，則對於一無窮小的磁針亦有同一的作用，對於放在以前磁極所占之位置的極小的部分電流亦然。

那麼，倘若這兩系統僅含閉電，這就對了；依照安培的道理，如這兩系統所含的是開電，這就不對了。

人們只要注意，譬如一磁極是放在  $\triangleright$  點，又有一極小的部分電流是放在  $\square$  點，而這部分之方向既是在  $\triangle B$  引長線上，則此部分對於磁極是毫無作用，然對於放在  $\triangleright$  點之磁針或放在  $\triangleright$  點之極小部分電流，必生作用。

(5) 感應 (induction) —— 人們知道自從安培不朽的著作發表之後隨即有動電感應 (induction électrodynamique) 之發明。

這個現象只要是由於閉電而生，則毫無困難，並且愛爾莫慈曾注意到，只須根據能之永存定律，已足把那些感應的定律由安培的動電定律推想而出。不過還有一個條件，就是要另外承認許

多假設，白德安（Bertrand）先生曾將此層示明

關於開電，亦可用同一原則，求得此種推論，雖然人們萬不能將所得的結果證之以實驗，因為人們不能實現這種的電流。

人們如將此種分析方法應用在安培的開電理論上，可得許多極能令人奇異的結果。

第一，感應現象是不能用學者與實驗家的著名的公式由磁場變動現象推論而出，而且其實我們上文已說過，真正講起來，已經沒有磁場了。

但是另有一件事情。今有一電路○受可變的哇耳台系統  $S$ （système voltaïque）之感應；如此之系統自己行動並隨自變形，此系統之電流按某定律而變動，但變動之後，然後仍復其原位，那自然要假定平均的感應電動力（la force électromotrice moyenne induite）在電路○中爲零。

如果這○電路是關閉的，且之系統僅有閉電，那麼這就真實了。當有一開電時，如果人們承認安培的理論那就不真了。所以在任何普通意義而言，感應非特不是磁流之變動現象，且亦不能用

任何物之變動以形容之。

(二) 愛耳莫茲 (Helmholz) 之理論——關於安培理論之結果及其解釋開電之情形，我  
很申述了一番。

那些推想出來的命題之不自然與奇特實在是很容易見得的；因此人們想『一定不是那樣』  
由此人們可以想像愛氏另覓別路的動機了。

愛氏不用安培的根本假設，這個假設即兩小部分電流之相互作用可併成一力，此力在兩者  
相聯之直線上。

他承認一極小部分電流受力不僅爲一，且有一偶力。正爲了這一點，才發生愛氏與白氏之  
名的筆墨官司。

愛氏把安培的假設代之以下面的假設：二極小部分電流總可有一動電位 (potential elec-  
trodynamic) 此電位僅根據其位置及方向，而兩者互相交加的力之工作等於此電位之變量。  
所以愛氏也和安培一樣，是不能不做假設的；不過，至少他非明白地說明則不做。

在那唯獨可實驗的閉電的現象中，這兩種理論是相合的，在其他的情形中就有分別了。

第一，閉電的可動之部所受之力與將此部當作單離的且認為開電時所受之力不同，這同安培的設想適為相反。

現在我們再把上面的C<sub>1</sub>電路來談罷，此路原是由 $\alpha$  B可動線移動於固定線上而成；在唯一可以實行的試驗中， $\alpha$  B線不是單離的，但為關閉電路之一部分。當其自AB移至A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>時，電位之變動可分為二因：一、因為A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>對於C的電位有異於AB對於C的電位，故此電位受了第一種增量；二、因為此外還要加上AB與A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>各個對於C之電位，故此電位受了第二種增量。AB部分所受之力的工作，即此種重複的增量數。

反之，如 $\alpha$  B為單離的，則電位只受第一種增量，而就是這第一種增量計算AB所受力之工作。

第二，如果沒有溜動交接，則無繼續旋轉之可能；其實這是由動電位之存在而得之結果，我們談閉電時已說過了。



在弗乃得試驗中，如果磁鐵不動，且如磁鐵外之電流通過可動線，則此線將旋轉不已。但這不是說如果將磁鐵與可動線分離後，而將開電通過可動線時，此線仍可旋轉不已。

由此可見一單離的極小的部分電流所受力與屬於關閉電路的可動的部分所受力不同。

此外還有區別：按照實驗與那兩種理論，凡一關閉的螺絡管對於閉電之作用爲零；其對於開電之作用，根據安培爲零，根據愛氏爲非零。

由是乃得一重要之結果。我們上文述過三種磁力之定義；其第三種在此毫無意義，因爲一極小部分電流不只受着單力。其第一種亦無意義。其實，何爲磁極？這是一無窮長的條形磁鐵之極端。

此磁鐵可代以無限長之螺絡管。故欲磁力之定義成立，則開電對於無限長的螺絡管之作用，須僅依其極端之位置而異，就是說對於自閉的螺絡管之作用爲零。但是我們才剛已知道，這不是真的。

反之，我們儘管採取第二種定義，牠是建立在那定向偶力之測量，此力促起磁針之轉動。

但是，倘若人們採納這種定義，那麼感應作用與動電效用均不僅依靠此磁場之方線的分佈而定了。

(三) 這些理論所惹起的難題——愛氏的理論比安培的理論可算進一步了；但要所有的難題都能解決才好。在這兩家的理論中，磁場這個字都是無意義的，假使我們用一種多少不自然的公約給牠一個意義，則那些電學家所通用的定律不能再應用下去了；因此一線中的感應動電力，不能再以所穿過此線的磁力線之數來計量。

而我們厭棄的心理不特來自我們在思想上與言語上所深染的習慣。此外還有別的原因。我們如果不信距離作用 (action à distance) 之存在，那麼解釋動電現象時必借用一種間質 (milieu) 之變遷。而這種變遷正就是所謂磁場，於是關於動電的效應，只能依靠這種磁場。所有這些的難題都是來自開電之假設。

(四) 馬克思威耳之理論——這些難題一待馬克思威耳來到之後就一筆勾消。在他看起來只有閉電。

馬氏承認在通感體 (diélectrique) 中電場變動時，其中發特別現象，此現象對於電流計 (galvanomètre) 之影響與普通電流無異，馬氏名之曰通感電流 (Courant de déplacement)。

於是如有一線聯接兩個負有不同的電荷之導體，則在放電時，線中必發生一種傳導開電；但同時在鄰近的通感體（*diélectrique*）中，發生一種通感電流，以關閉此傳導電（*courant de conduction*）。

人們知道馬氏理論可用以解釋光學現象，以爲此現象生於極速的電之顫動（*oscillations électrique*）。

在當時，這種觀念可說是一種大膽的假設，而毫無實驗作根據的。

二十年後，馬氏的觀念才得實驗的證實。愛慈（*Hertz*）竟能實現電之顫動，把所有光的特性發揮無餘，其與光不同點，只在電波與光波（*longueur d'onde*）之長短，就是說有如紅色之別於紫色。他所做的差不多是光之組合。大家都知道無線電報就是從此發源的。

我們可說愛慈並未直接證明馬氏的基本觀念，即通感電流對於電流計之作用。在一方面，這語是不錯的，總之他所直接示明的，就是磁電的感應現象之傳播不像人們信以爲是有無窮大的速度，此速度等於光速。

不過，今如假定通感電流不存在，而感應現象之播速等於光速；又或假定通感電流發生感應現象，且此現象之播速爲無窮大，這都是一樣的。

這個道理在起初是看不見的，但可用解析法以明之，這是我不能在此概述的。

(五) 何浪之實驗 (Rowland) ——但是我上面已經說過有兩種開電：第一就是蓄電器，或某導體放電時所發生之電流。

其他情形有如電荷通過一自閉的導圈，其移動時，在電路之一部分爲傳導的，在他一部分爲轉輸的。

第一種的開電問題可算解決；因通感電流將電路關閉。

至於第二種的開電，其答案更似簡便；倘若電流是關閉的，則這也似乎只有轉輸電流的本身才去關閉。爲此，只須承認『轉輸電流』即負電之導體在移動時，可以影響於電流計。

但尙少經驗的證實。蓋即使極力加增導體之電荷與速度，仍然很難得到強度的電流。

這是何浪極能幹的試驗家第一戰勝這些難點。其法用圓盤可收受極大之電荷而發生極速

之轉動。旁邊有無定位的磁系統受牠影響而傾動。

何浪曾做過兩次試驗，第一次在柏林，第二次在巴耳的模（Baltimore）；其後又有希斯得脫（Hinstedt）繼之。這兩位物理家竟相信可以宣布他們曾做數量的測視。

何浪這條定律爲所有物理家所承認而無異議的。

而且好像什麼都證實這條定律。閃電（L'Étincelle）當然發生一種磁的效應；但是，閃電放電豈不像是由於某電極中之負電分子而轉運於他電極所成嗎？試看電花之色帶（spectre），可見其中有某極之金屬體的景線（raies），這不是證據嗎？然則電花是真正的轉輸電流（courant de convection）了。

他方面，人們也承認在導電溶液中（electrolyte），電流乃係伊洪（ion）所渡過。故此液中之電亦必爲轉輸電流。但是，牠對於磁針發生作用。

陰極射線（rayons cathodiques）亦復如是；克洛客斯（Crookes）說這是一種不可捉摸的物質含有負電荷，且有極大的速度；易言之，他以爲這是轉輸電流，他的這種見解雖經一時的

駁議，然如今已處處採用了。但是，這些射線可被磁鐵所傾斜。根據主動反動力的原則，這些光線亦當傾斜磁針。

不錯，愛慈相信這些陰極射線不能轉運負電，且對於磁針毫無作用。但這是他錯了；第一培林（Perrin）曾收集這種射線所荷的負電，而愛慈認為不存在的；這位德國學者之錯誤似乎由於光線之效應，而這種光線在當時尚未發明。其次，最近已有人發見陰極射線對於磁針之作用，并且看清愛慈的誤點所在了。

所以電花，溶液中之電，陰極射線，這些現象皆視為轉輸電流的，對於電流計有同一的作用，且合乎何浪定律。

（六）羅倫茲（Lorentz）之理論——不久人們又有更進的理論。根據羅倫茲的理論就連傳電流也是一種轉輸電流；他以為電是永久不可分解的寄託在一種小物質的分子上，名曰電子（electron）；哇兒代電流即是這些電子通過物體時所生，而即是導體與絕緣體（isolant）之分別，其一則能讓這些電子之通過，其他則能阻止其運行。

羅氏的理論頗多優長處，牠能簡單的解釋古今不能解答的現象，就是馬氏的最初理論也未能完滿解決這些問題，例如轉動視差現象（*L'aberration*）光浪之部分的牽動，磁之偏極現象及齊門（*Zeeman*）現象。

有些反議還是存在着。在某系統中所生之現象。似與其重心之絕對速度有關，這與我們對於空間相對性的觀念適為相反，立撥芒（*Lippmann*）先生曾得客雷妙（*Oremien*）先生的擁護，把這種反議明顯的陳述，設有二荷電導體，并具有同一的移動速度。牠們是相對的靜止；然而牠們中的各個可視為轉輸電流，牠們當相吸引，而人們如測量此吸力，即可測得絕對的速度。

羅倫慈一派人的回答說，不然，他們以為這樣測量的，不是絕對的速度，乃是對於以太的相對速度，因此相對論仍是保持着。從此羅氏尋到一種更為圓轉的解答，但這也更使人滿意些。

無論這些最後的反議是如何，大概說來，動電學的大部自至少是完全成立了；一切都呈現一種使人滿意的現象；至於安培與愛耳莫慈之理論原是為開電而做的，到現在已無所謂開電，所以這些理論也只有歷史上之價值了。

但是這些變遷之歷史，未嘗於我們無益；我們藉此可以知道學者是如何易受欺騙並且要怎樣才有逃避這個的希望。

## 第十四章 物質的究竟（註）

近年來物理家最可驚人的發現，即物質之不存在。我們要趕快說這個發現還不是最後的。物質固有最要的東西，就是質量與慣性。這質量是到處永久不變的，儘管受了化學的變化，表面上似乎變成完全不同的東西，但牠終是不變的。所以如有人證明物質的質量與慣性，實在不是屬於物質的，而以爲這不過是牠的一種裝飾，甚至那最是永定的質量也是易於改變的，那麼人們儘可說，物質是不存在的，而人們所宣佈的，當然就是這一點。

我們至今所能觀察的速度都是很微弱的，因爲那些使我們所有的汽車，望塵莫及的天體，其速度在每秒亦不過六十或一百『啓羅米突』；不錯，那光的速度是較大三千倍，但這不是物質的移動，這是經過相對的不動質體（substance）之擾亂現象，有如洋面上的波瀾。凡是在這些小速



度的現象中，物質的質量都看得出是不變的，但從沒有人問過在極大的速度時，也是如此否？

就是這些無限小的東西反比最快的水星更爲迅速；我這是說那些在陰極射線與鐳光中活動的小彈子。人們知道這真是分子衝突的現象。由此而射出的彈子都荷有負電，這是人們可用弗乃得筒收集而證實的。因爲牠們有了電荷，所以要受磁場或電場的傾斜，而由這些傾斜度的比較，我們乃知其速度及其電荷與質量之比。

但是，由這些測量我們可以知道牠們的速度是極大的，其速度約爲光速十分之一，或三分之一，比星球要快千倍，他方面，電荷比較質量是非常之大的。所以每一行動中之彈子可代表一種強大的電流。但是我們知道電流有一種特別的惰性，名曰自感現象（self-induction）。一電流發生後總是有有一種保持不休之傾向，故當人們斷絕電路以阻其通行時，乃見在斷絕點發生電花。由此可知電流極力保持其強度正如一行動中之物體總有保持其速度之傾向。所以陰極射線中的小彈子亦能抵抗變更，其速度之原因。這有兩種理由：第一，由於牠的真正慣性；第二，由於牠的自感現象。因爲速度變更時，同時卽有電流之變更。故小彈子——卽所謂電子——當有兩種慣性：機械

的慣性，電磁的慣性。

阿陌海姆 (Abraham) 先生與高夫芒 (Kaufmann) 先生，一位是計算家，一位是實驗家，曾協力做這兩慣性的研究。因此他們不得不承認一種假設；他們想所有負電子都是一樣的，牠們有同一的電荷，特別是不變的，我們所觀察牠們的不同僅是由於那些激動牠們的速度。當速度變更時，真正的質量，即機械的質量不變，這可說原是牠的定義；但是助成表面上的質量的電磁的慣性，隨其速度按某定律而增加。所以速度及電荷，與質量之比，兩者之間必有一關係式，而我們才剛說過，這些數量都可由光線經過磁場或電場時所受之傾斜度計算而得；此關係的研究就可規定二慣性。這結果真是可驚，真正的質量等於零。這自然應該承認起初的假設，但是理論上的曲線與實驗上所得的曲線之相合的程度很大，這個假設便是不會錯的了。

所以這些負電子沒有真正的質量；牠們所以似乎含有慣性，是在牠們變動速度時必擾亂以太。牠的慣性只是一種租借品，不是屬於牠們的，乃是屬於以太的。但是這些負電子不完全是物質的；所以人們能承認除牠們之外還有真正的物質，含有本身的慣性。有些射線——有如哥兒斯頓

孔道射線 (Les rayons-canal de Goldstein) 鐳之  $\alpha$  光——也是一些彈雨而成，不過這些彈子荷的是正電；這些正電子也是沒有質量的嗎？這是不能說的，因為牠們比較負電子重些慢些。於是二種假設，可以承認；或者電子較重之故，在除了牠們所借的電磁慣性之外，牠們本身有機械的慣性，這就是牠們才是真正的物質；或者牠們也同別的一樣沒有質量，其所以似乎較重者，是因牠們較小。我說比較很小，雖然這種說法似乎奇特；因為在這種意念中，那小物子不過是以太中之空物，唯以太獨是實在的，含有慣性。

直到此地，物質還是沒有連累着；我們還可採取第一種假設，甚或相信除了在正的負的電子之外尚有中性的原子。但據羅倫慈最近的研究，我們就要失去這最後的援助。地球很快的在以太中移動時，我們也在被牽動之中；光的或電的現象不會受了這種移動而變更嗎？人們相信了好久，且曾經假設，隨儀器對於地球轉動之方向之不同將得觀察結果之差異。其實不然，且最精密的測視亦未曾得過這樣的結果。由此實驗乃證明物理家的一種共同懷疑；人們如果真實找得一點東西，則人們不特可以知道地球對於太陽的相對運動，且知其以太中的絕對運動。但是有許多

很難相信任何試驗所得的結果，除了相對運動之外，尚有他物；他們到很願意承認物質是沒有質量的。

所以人們對於所得負的結果並不十分驚異；這些結果是與教授的理論相反，但這個能取悅於這些理論以前的一種高深的本能，並且還要把這些理論，根據其結果而修改之，以求合乎事實。這就是費則格好得（Fitzgerald）用一可驚的假設做過的：他承認無論何物，如順地球運動的方向而運動時，必縮短十萬萬分之一。圓球必變成扁橢圓球，且令其轉動時，其變形必使小軸平行於地球之速度。因為測量的儀器所受之縮小同於試驗物，故人們一無所見，除非能確定光線經過物的長度之時間。

這個假設可以說明觀察而得的事實。然而這還不夠；他日人們還可作更精密的觀察；將來可得正的結果嗎？我們可以測量地球之絕對的運動嗎？羅氏並沒有這樣想；他相信這種測定永是不可能的；許多物理家之共同的本能（*Instinct*），以及至今各種實驗之失敗，都足證明他的推想。所以我們可以承認這個不可能，為自然界的普遍定律，並且承認這是一種公理（*postulat*）。

然則其結果如何？這正是羅倫茲所尋求的，他發現所有原子，所有正電子，或負電子皆有一種慣性，與其速度依同一之定律相變更。如是則所有物質的原子皆爲小而重的正電子與大而輕的負電子所成，而假使那可感覺的物質對於吾人不似受電，則因爲這兩種的電子的數目幾乎相等之故。兩種都是沒有質量的，而只有假借的慣性。在這系統中就沒有真正的物質，而只有在以太中的孔竅（trous）。照南九凡（Langevin）先生的意思，物質乃液化的以太，而已失其所有之特性了；當物質移動時，這並不是這種液化的質體在以太中的移動，乃是向以太各部分漸漸擴充的；此種液化之現象，同時在後方已變成液體的部分又漸行恢復原狀。故運動的物質不保持其原物。這就是近來對於此題研究的梗概；但現在高夫芒先生又發表了許多新的試驗。速度極大的負電子，必受弗則格好得的縮小，因此速度與質量之關係亦變；但最近試驗不能證實這種設想；然則一切都要倒了，而物質又得生存之權力。但實驗是不易的事，在今日要想做一個最後的結論，還是太早了。

（註）參閱物質的進化黎朋著（L'évolution de la matière par Gustave LeBon）。

