

6.9 Esercizi**6.9.1 Esercizi dei singoli paragrafi****6.1 - Sistemi di secondo grado**

6.1 (*). Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 3 \\ x + y = 2 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} 4x^2 + 2y^2 - 6 = 0 \\ x = y \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} 3x^2 - 4y^2 - x = 0 \\ x - 2y = 1 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} 2x^2 - 6xy = x \\ 3x + 5y = -2 \end{cases} . \end{array}$$

6.2 (*). Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x - 2y = 1 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x^2 + 2xy = 25 \\ x + 2y = 5 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x^2 + xy = 0 \\ 3x + 4y = 8 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} y + 3x = -1 \\ y^2 - 3x^2 = 1 \end{cases} . \end{array}$$

6.3 (*). Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} y^2 - 3y = 2xy \\ y = x - 3 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x + 2y = -1 \\ x + 5y^2 = 23 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} xy - x^2 + 2y^2 = y - 2x \\ x + y = 0 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x - 5y = 2 \\ x^2 + 2y^2 = 4 \end{cases} . \end{array}$$

6.4 (*). Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 36 \\ 2x - y = 2 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} (x + y)^2 + y(1 - 2x) = 18 - x \\ x - y = 1 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x^2 - 4x + y^2 - 2y = 0 \\ 2x - y = 3 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} 3(x - 1) - 2y = 0 \\ 4y^2 + 9x^2 = 5 \end{cases} . \end{array}$$

6.5 (*). Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} 3x - y = 2 \\ x^2 + 2xy + y^2 = 0 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + 3y = 10 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 - 1 = 0 \\ x = y + 2 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x + y = 2 \end{cases} . \end{array}$$

6.6 (*). Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 - 3x + 2y = 3 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} 5x^2 - y^2 + 4y - 2x + 2 = 0 \\ x - y = 1 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} 3x + y = 2 \\ x^2 - y^2 = 1 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 4x - 3y + 7 = 0 \end{cases} . \end{array}$$

6.7 (*). Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + 2y = 3 \\ x^2 - 4xy + 2y^2 + x + y - 1 = 0 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} 2x^2 + xy - 7x - 2y = -6 \\ 2x + y = 3 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 - 1 = 0 \\ x = y + 2 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x - 2y - 7 = 0 \\ x^2 - xy = 4 \end{cases} . \end{array}$$

6.8 (*). Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + y = 0 \\ x^2 + y^2 - x - 10 = 0 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x^2 - 4y^2 = 0 \\ 4x - 7y = 2 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x^2 + 2y^2 - 3xy - x + 2y - 4 = 0 \\ 2x - 3y + 4 = 0 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x - 2y = 1 \\ x^2 + y^2 - 2x = 1 \end{cases} . \end{array}$$

6.9 (*). Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 + 2x - 2y^2 + 2y = 1 \\ 4x - 3y = -4 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} 2x - y = 2 \\ x^2 + \frac{y^2}{2} = 2x + y \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x^2 + xy - y^2 + 5x = 24 \\ x - y = -2 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} 2x - xy + 8y = 0 \\ \frac{x-y}{2} - \frac{x+y}{5} = 0 \end{cases} . \end{array}$$

6.10 (*). Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 - 2xy - 2y - 2 = 0 \end{cases} ; & \\ \text{b)} \begin{cases} 9x^2 - 12xy + 4y^2 - 2x + 6y = 8 \\ x - 2y = 2 \end{cases} ; & \\ \text{c)} \begin{cases} 3x + y = 4 \\ x^2 - y^2 = 1 \end{cases} ; & \\ \text{d)} \begin{cases} \frac{1}{2}(2y - x)(y + x) - (x + y)^2 + \frac{3}{2}x(x + y + 1) + 2(y - 1) = 0 \\ \frac{2}{3}(x - 3)^2 + 4(x - \frac{3}{2}) = 2(xy + 1) \end{cases} . & \end{array}$$

6.11 (*). Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x(x - y) = 0 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} 2 - x(x - 1) + y(x + 1) = 0 \\ 5 + 2(y - x - 1) + 2x = 5 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} 5 - (y + 2x)^2 = -(y - 3x)^2 \\ x + 2y = 3 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} xy + 4 = (x - y)^2 \\ 2x = y \end{cases} . \end{array}$$

6.12 (*). Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} 15 - 8(2 + x)^2 = 3(5 + 2y)^2 \\ 2x - 3 = 2y \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x + y = 14 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{24} \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x + y = -2 \\ xy = -15 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \\ xy = 180 \end{cases} . \end{array}$$

6.13 (*). Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{a^2 + b^2}{9} ; \\ x + y = \frac{a + b}{3} \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 37 - xy ; \\ x = 7 - y \end{cases} \\ \text{b)} \begin{cases} xy(x + y) = 70 ; \\ 133 - x^3 = y^3 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{5}{2} - \frac{y}{x} . \\ x = \frac{3}{2} - y \end{cases} \end{array}$$

6.14 (*). Risolvere i seguenti sistemi e discuterli rispetto al parametro.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = k \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} y = kx - 1 \\ y^2 - kx^2 + 1 = 0 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} ky + 2x = 4 \\ xy = 2 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} y = kx - 2k \\ x^2 - 2y - x = 2 \end{cases} . \end{array}$$

6.15 (*). Risolvere i seguenti sistemi e discuterli rispetto al parametro.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} y = x + k \\ y = 3x^2 + 2x \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} y + x - k = 0 \\ xy + 2kx - 3ky - 6k^2 = 0 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} y = -x + k \\ x^2 - y^2 - 1 = 0 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} y - x + k = 0 \\ y - x^2 + 4x - 3 = 0 \end{cases} . \end{array}$$

6.2 - Sistemi frazionari

6.16 (*). Trovare le soluzioni dei seguenti sistemi frazionari.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ \frac{x + 2y}{x - 1} = 2 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} \frac{2x + y}{x + 2y} = 3 \\ xy + 3y = 1 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} \frac{x + 2y}{x - y} = 4 \\ x^2 + y^2 + 3x - 2y = 1 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} \frac{3x - 2y}{x} = \frac{1 - x}{y - 1} . \\ 2x - y = 1 \end{cases} \end{array}$$

6.17 (*). Trovare le soluzioni dei seguenti sistemi frazionari.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + y = -1 \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = -2 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} \frac{2(y - x)}{xy} = 5 \\ x - y = -\frac{5}{12} \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} 6xy = 1 \\ \frac{3x + 1}{2 - 2y} = 2 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} 2x - y = 5 \\ \frac{x + y}{x - y} = \frac{x - y}{x + y} + \frac{48}{7} \end{cases} . \end{array}$$

6.18 (*). Trovare le soluzioni dei seguenti sistemi frazionari.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} \frac{x + y}{x - 2} = y + \frac{1}{3} ; \\ y = 2x + 2 \end{cases} ; & \text{b)} \begin{cases} \frac{2x + 1}{y - 2} = \frac{y - 1}{x + 1} ; \\ 2x + 2y = 3 \end{cases} \end{array}$$

$$c) \begin{cases} \frac{y-1}{x+y} = x ; \\ x-y = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{x+1}{2y-1} = y ; \\ 2y-x = -4 \end{cases}$$

6.19 (*). Trovare le soluzioni dei seguenti sistemi frazionari.

$$a) \begin{cases} x+y = -1 \\ 6\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = x+y ; \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x+y = 4 \\ \frac{x-y}{x+y} = \frac{8}{3} + \frac{x+y}{x-y} ; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x+y = 4 \\ \frac{2x+y+2}{x+y} = 4 - \frac{2x+y}{y} ; \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{4x-6}{2x-2} + \frac{4y-6}{y-1} - 2 = 0 \\ \frac{4y+9}{2} - 4 = 3x \end{cases}$$

6.3 - Sistemi in più incognite

6.20. Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado in tre incognite.

$$a) \begin{cases} x-3y-z = -4 \\ 3x+2y+z = 6 \\ 4x^2+2xz+y^2 = 6 \end{cases} ;$$

$$c) \begin{cases} x-y+z = 1 \\ 2x-y+z = 0 \\ x^2-y+z = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x+y = 5 \\ 2x-y+3z = 9 \\ x^2-y+z^2 = 1 \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} x-y+2z = 3 \\ 2x-2y+z = 1 \\ x^2-y^2+z = 12 \end{cases} .$$

6.21 (*). Risolvere i seguenti sistemi di secondo grado in tre incognite.

$$a) \begin{cases} 2x-3y = -3 \\ 5y+2z = 1 \\ x^2+y^2+z^2 = 1 \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} x-y = 1 \\ x+y+z = 0 \\ x^2+xy-z = 0 \end{cases} ;$$

$$b) \begin{cases} x-2y+z = 3 \\ x+2y+z = 3 \\ x^2+y^2+z^2 = 29 \end{cases} ;$$

$$e) \begin{cases} x-y-z = -1 \\ x+y+z = 1 \\ x+y^2+z^2 = 32 \end{cases} .$$

$$c) \begin{cases} x+y-z = 0 \\ x-y+3z = 9 \\ x^2-y+z = 12 \end{cases}$$

6.4 - Sistemi simmetrici

6.22 (*). Risolvere i seguenti sistemi simmetrici di secondo grado.

$$a) \begin{cases} x+y = 4 \\ xy = 3 \end{cases} ;$$

$$c) \begin{cases} x+y = 5 \\ xy = 6 \end{cases} ;$$

$$b) \begin{cases} x+y = 1 \\ xy = 7 \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} x+y = -5 \\ xy = -6 \end{cases} .$$

6.23 (*). Risolvere i seguenti sistemi simmetrici di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x + y = -4 \\ xy = 4 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x + y = 3 \\ xy = -4 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 9 \end{cases} . \end{array}$$

6.24 (*). Risolvere i seguenti sistemi simmetrici di secondo grado.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 10 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x + y = -1 \\ xy = 2 \end{cases} ; & \text{e)} \begin{cases} x + y = \frac{6}{5} \\ xy = \frac{9}{25} \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 12 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x + y = 12 \\ xy = -13 \end{cases} ; & \text{f)} \begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 50 \end{cases} . \end{array}$$

6.25 (*). Risolvere i seguenti sistemi simmetrici di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + y = -5 \\ xy = -14 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x + y = \frac{1}{3} \\ xy = -\frac{4}{8} \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x + y = 5 \\ xy = -14 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = -10 \end{cases} . \end{array}$$

6.26 (*). Risolvere i seguenti sistemi simmetrici di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 0 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x + y = -5 \\ xy = 2 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x + y = \frac{5}{7} \\ xy = -\frac{2}{2} \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x + y = \frac{4}{3} \\ xy = -\frac{1}{2} \end{cases} . \end{array}$$

6.27 (*). Risolvere i seguenti sistemi simmetrici di secondo grado.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + y = \frac{5}{9} \\ xy = -\frac{2}{2} \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x + y = 1 \\ xy = -3 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = -\frac{1}{3} \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x + y = 4 \\ xy = -50 \end{cases} . \end{array}$$

6.28 (*). Risolvere i seguenti sistemi riconducibili al sistema simmetrico fondamentale.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 + x + y = 1 \end{cases} ; \end{array}$$

$$e) \begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases} ;$$

$$f) \begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 - 3xy = 4 \end{cases} .$$

6.29 (*). Risolvere i seguenti sistemi riconducibili al sistema simmetrico fondamentale.

$$a) \begin{cases} x + y = -12 \\ x^2 + y^2 = 72 \end{cases} ;$$

$$c) \begin{cases} -4x - 4y = -44 \\ 2x^2 + 2y^2 - 3xy = 74 \end{cases} ;$$

$$b) \begin{cases} 2x + 2y = -2 \\ (y - x)^2 - xy = 101 \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y = 5 \end{cases} .$$

6.30 (*). Risolvere i seguenti sistemi riconducibili al sistema simmetrico fondamentale.

$$a) \begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases} ;$$

$$c) \begin{cases} \frac{x + y}{2} = \frac{3}{4} \\ 3x^2 + 3y^2 = \frac{15}{4} \end{cases} ;$$

$$b) \begin{cases} 2x + 2y = -2 \\ 4x^2 + 4y^2 = 52 \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} x + y = -3 \\ x^2 + y^2 - 5xy = 37 \end{cases} .$$

6.31 (*). Risolvere i seguenti sistemi riconducibili al sistema simmetrico fondamentale.

$$a) \begin{cases} x + y = -6 \\ x^2 + y^2 - xy = 84 \end{cases} ;$$

$$c) \begin{cases} x + y = -7 \\ x^2 + y^2 - 6xy - 3x - 3y = 44 \end{cases} ;$$

$$b) \begin{cases} x + y = -5 \\ x^2 + y^2 - 4xy + 5x + 5y = 36 \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} x^2 + y^2 = -1 \\ x + y = 6 \end{cases} .$$

6.32 (*). Risolvere i seguenti sistemi riconducibili al sistema simmetrico fondamentale.

$$a) \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y = -7 \end{cases} ;$$

$$c) \begin{cases} x^2 + y^2 - 4xy - 6x - 6y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases} ;$$

$$b) \begin{cases} x^2 + y^2 = 18 \\ x + y = 6 \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} x^2 + y^2 = 8 \\ x + y = 3 \end{cases} .$$

6.33 (*). Risolvere i seguenti sistemi riconducibili a sistemi simmetrici.

$$a) \begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} ;$$

$$c) \begin{cases} -2x + y = 3 \\ xy = 1 \end{cases} ;$$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -12 \\ xy = \frac{1}{35} \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} 4(x + y) = 1 \\ 4xy = -3 \end{cases} .$$

6.34 (*). Risolvere i seguenti sistemi riconducibili a sistemi simmetrici.

$$a) \begin{cases} 4(x + y) = 1 \\ 8xy = -1 \end{cases} ;$$

$$c) \begin{cases} x + y = 4a \\ xy = 3a^2 \end{cases} ;$$

$$b) \begin{cases} x + y = -\frac{13}{10} \\ xy = -3 \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} x + y = 2a + b \\ xy = a^2 + ab \end{cases} .$$

6.35 (*). Risolvere i seguenti sistemi di grado superiore al secondo.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x + y = -1 \\ x^3 + y^3 = -1 \end{cases} ; & \text{c) } \begin{cases} x + y = -2 \\ x^3 + y^3 - xy = -5 \end{cases} ; \\ \text{b) } \begin{cases} xy = -2 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases} ; & \text{d) } \begin{cases} x + y = 8 \\ x^3 + y^3 = 152 \end{cases} . \end{array}$$

6.36 (*). Risolvere i seguenti sistemi di grado superiore al secondo.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x^3 + y^3 = 9 \\ x + y = 3 \end{cases} ; & \text{c) } \begin{cases} x^3 - y^3 = 351 \\ xy = -14 \end{cases} ; \\ \text{b) } \begin{cases} x^3 + y^3 = -342 \\ x + y = -6 \end{cases} ; & \text{d) } \begin{cases} x^3 + y^3 = 35 \\ x + y = 5 \end{cases} . \end{array}$$

6.37 (*). Risolvere i seguenti sistemi di grado superiore al secondo.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x^4 + y^4 = 2 \\ x + y = 0 \end{cases} ; & \text{c) } \begin{cases} x^3 + y^3 = -35 \\ xy = 6 \end{cases} ; \\ \text{b) } \begin{cases} x^4 + y^4 = 17 \\ x + y = -3 \end{cases} ; & \text{d) } \begin{cases} x^3 + y^3 = -26 \\ xy = -3 \end{cases} . \end{array}$$

6.38 (*). Risolvere i seguenti sistemi di grado superiore al secondo.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x + y = 3 \\ x^4 + y^4 = 17 \end{cases} ; & \text{c) } \begin{cases} x + y = 3 \\ x^4 + y^4 = 2 \end{cases} ; \\ \text{b) } \begin{cases} x + y = -1 \\ 8x^4 + 8y^4 = 41 \end{cases} ; & \text{d) } \begin{cases} x + y = 5 \\ x^4 + y^4 = 257 \end{cases} . \end{array}$$

6.39 (*). Risolvere i seguenti sistemi di grado superiore al secondo.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x^4 + y^4 = 2 \\ xy = 1 \end{cases} ; & \text{c) } \begin{cases} x + y = -1 \\ x^5 + y^5 = -211 \end{cases} ; \\ \text{b) } \begin{cases} x^4 + y^4 = 17 \\ xy = -2 \end{cases} ; & \text{d) } \begin{cases} x^5 + y^5 = 64 \\ x + y = 4 \end{cases} . \end{array}$$

6.40 (*). Risolvere i seguenti sistemi di grado superiore al secondo.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x^5 + y^5 = -2882 \\ x + y = -2 \end{cases} ; & \text{c) } \begin{cases} x^5 + y^5 = 31 \\ xy = -2 \end{cases} ; \\ \text{b) } \begin{cases} x^5 + y^5 = 2 \\ x + y = 0 \end{cases} ; & \text{d) } \begin{cases} x^4 + y^4 = 337 \\ xy = 12 \end{cases} . \end{array}$$

6.41 (*). Risolvere i seguenti sistemi di grado superiore al secondo.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x^3 + y^3 = \frac{511}{8} \\ xy = -2 \end{cases} ; & \text{c) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ xy = 15 \end{cases} ; \\ \text{b) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{cases} ; & \text{d) } \begin{cases} xy = 1 \\ x^2 + y^2 + 3xy = 5 \end{cases} . \end{array}$$

6.42 (*). Risolvere i seguenti sistemi di grado superiore al secondo.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 3 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} xy = 1 \\ x^2 + y^2 - 4xy = -2 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 18 \\ xy = 9 \end{cases} . \end{array}$$

6.43 (*). Risolvere i seguenti sistemi di grado superiore al secondo.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x^2 + y^2 + 3xy = 10 \\ xy = 6 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x^2 + y^2 - 6xy + 3x + 3y = 2 \\ xy = 2 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x^2 + y^2 + 5xy - 2x - 2y = 3 \\ xy = 1 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 8 \\ xy = -3 \end{cases} . \end{array}$$

6.44 (*). Risolvere i seguenti sistemi di grado superiore al secondo.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x^2 + y^2 + 5xy + x + y = -6 \\ xy = -2 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x^2 + y^2 + 5xy + x + y = -\frac{25}{4} \\ xy = -2 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x + y = -\frac{1}{3} \\ x^5 + y^5 = -\frac{31}{243} \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x + y = 1 \\ x^5 + y^5 = -2 \end{cases} . \end{array}$$

6.45 (*). Risolvere i seguenti sistemi di grado superiore al secondo.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + y = 1 \\ x^5 + y^5 + 7xy = 17 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} xy = -6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} 9xy = 2 \\ 9(x^2 + y^2) = 5 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} xy = 6 \\ x^2 + y^2 = 15 \end{cases} . \end{array}$$

6.46 (*). Determina i punti di intersezione tra retta e parabola, interpreta graficamente le equazioni e le soluzioni del sistema.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} y = x^2 - 4x \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} y = x - 4 \\ x^2 + y = 4 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x^2 - y = 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x - y = 0 \\ y = x^2 \end{cases} . \end{array}$$

6.47 (*). Determina i punti di intersezione tra retta e circonferenza, interpreta graficamente le equazioni e le soluzioni del sistema.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y = 0 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x^2 + y^2 - 3y - 3 = 0 \\ y - 2x = 3 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0 \\ y = x + 1 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0 \\ x + 1 = 2y \end{cases} . \end{array}$$

6.5 - Sistemi omogenei di quarto grado**6.48 (*)**. Risolvi i seguenti sistemi omogenei.

a)
$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 0 \\ x^2 + 3xy - 2y^2 = 0 \end{cases} ;$$

b)
$$\begin{cases} 3x^2 - 2xy - y^2 = 0 \\ 2x^2 + xy - 3y^2 = 0 \end{cases} ;$$

c)
$$\begin{cases} x^2 - 6xy + 8y^2 = 0 \\ x^2 + 4xy - 5y^2 = 0 \end{cases} ;$$

d)
$$\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 = 0 \\ 4x^2 - 2xy - 6y^2 = 0 \end{cases} .$$

6.49 (*). Risolvi i seguenti sistemi omogenei.

a)
$$\begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = 0 \end{cases} ;$$

b)
$$\begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \\ x^2 + 2xy - 8y^2 = 0 \end{cases} ;$$

c)
$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + 5xy + 6y^2 = 0 \end{cases} ;$$

d)
$$\begin{cases} x^2 + 7xy + 12y^2 = 0 \\ 2x^2 + xy + 6y^2 = 0 \end{cases} .$$

6.50 (*). Risolvi i seguenti sistemi omogenei.

a)
$$\begin{cases} x^2 + 6xy + 8y^2 = 0 \\ 2x^2 + 12xy + 16y^2 = 0 \end{cases} ;$$

b)
$$\begin{cases} -4x^2 - 7xy + 2y^2 = 0 \\ 12x^2 + 21xy - 6y^2 = 0 \end{cases} ;$$

c)
$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 0 \\ x^2 + 3xy + 2y^2 = 0 \end{cases} ;$$

d)
$$\begin{cases} x^2 + 4xy = 0 \\ x^2 + 2xy - 4y^2 - 4 = 0 \end{cases} .$$

6.51 (*). Risolvi i seguenti sistemi omogenei.

a)
$$\begin{cases} x^2 - 8xy + 15y^2 = 0 \\ x^2 - 2xy + y^2 = 1 \end{cases} ;$$

b)
$$\begin{cases} 4x^2 - y^2 = 0 \\ x^2 - y^2 = -3 \end{cases} ;$$

c)
$$\begin{cases} x^2 + 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 - 3xy - y^2 = 3 \end{cases} ;$$

d)
$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 = 0 \\ 2x^2 - y^2 = -1 \end{cases} .$$

6.52 (*). Risolvi i seguenti sistemi omogenei.

a)
$$\begin{cases} 6x^2 + 5xy + y^2 = 12 \\ x^2 + 4xy + y^2 = 6 \end{cases} ;$$

b)
$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 - 4xy + y^2 = 6 \end{cases} ;$$

c)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases} ;$$

d)
$$\begin{cases} x^2 - 3xy + 5y^2 = 1 \\ x^2 + xy + y^2 = 1 \end{cases} .$$

6.53 (*). Risolvi i seguenti sistemi omogenei.

a)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - 3xy + y^2 = 11 \end{cases} ;$$

b)
$$\begin{cases} x^2 + 5xy + 4y^2 = 10 \\ x^2 - 2xy - 3y^2 = -11 \end{cases} ;$$

c)
$$\begin{cases} 4x^2 - xy - y^2 = -\frac{1}{2} \\ x^2 + 2xy - y^2 = \frac{1}{4} \end{cases} ;$$

d)
$$\begin{cases} x^2 - xy - 8y^2 = -8 \\ x^2 - 2y^2 - xy = 16 \end{cases} .$$

6.54 (*). Risolvi i seguenti sistemi omogenei.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x^2 - 6xy - y^2 = 10 \\ x^2 + xy = -2 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} x^2 + 3xy + 2y^2 = 8 \\ 3x^2 - y^2 + xy = -4 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} 4x^2 - 3xy + y^2 = 32 \\ x^2 + 3y^2 - 9xy = 85 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x^2 + 5xy - 7y^2 = -121 \\ 3xy - 3x^2 - y^2 = -7 \end{cases} . \end{array}$$

6.55 (*). Risolvi i seguenti sistemi particolari.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x^2 - 5xy - 3y^2 = 27 \\ -2x^2 - 2y^2 + 4xy = -50 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} 2x^2 - 4xy - 3y^2 = 18 \\ xy - 2x^2 + 3y^2 = -18 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} 9x^2 + 5y^2 = -3 \\ x^2 + 4xy - 3y^2 = 8 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x^2 + 2xy = -\frac{7}{4} \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = \frac{81}{4} \end{cases} . \end{array}$$

6.56 (*). Risolvi i seguenti sistemi particolari.

$$\text{a)} \begin{cases} x^2 + 4xy + 4y^2 - 16 = 0 \\ x^2 - xy + 4y^2 - 6 = 0 \end{cases} ; \quad \text{b)} \begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 - 1 = 0 \\ x^2 - 2xy - y^2 = 1 \end{cases} .$$

6.57 (*). Risolvi i seguenti sistemi particolari.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} (x + y - 1)(x - y + 1) = 0 \\ x - 2y = 1 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} (x - 2y)(x + y - 2) = 0 \\ 3x + 6y = 3 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} (x - 3y)(x + 5y - 2) = 0 \\ (x - 2)(x - y + 4) = 0 \end{cases} . \end{array}$$

6.58 (*). Risolvi i seguenti sistemi particolari.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} (x^2 - 3x + 2)(x + y) = 0 \\ x - y = 2 \end{cases} ; & \text{c)} \begin{cases} (4x^2 - 9y^2)(x^2 - 2xy + y^2 - 9) = 0 \\ 2x - y = 2 \end{cases} ; \\ \text{b)} \begin{cases} (x - y)(x + y + 1)(2x - y - 1) = 0 \\ (x - 3y - 3)(x + y - 2) = 0 \end{cases} ; & \text{d)} \begin{cases} x^2 + 6xy + 9y^2 - 4 = 0 \\ (x^2 - y^2)(2x - y - 4) = 0 \end{cases} . \end{array}$$

6.59 (*). Risolvi i seguenti sistemi particolari.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x^2 - 2xy - 8y^2 = 0 \\ (x + y)(x - 3) = 0 \end{cases} ; & \\ \text{b)} \begin{cases} (2x^2 - 3xy + y^2)(x - y - 1) = 0 \\ (x^2 - 4xy + 3y^2)(12x^2 - xy - y^2) = 0 \end{cases} ; & \\ \text{c)} \begin{cases} (x - 2y - 2)(x^2 - 9y^2) = 0 \\ (4x^2 - 4xy + y^2)(y + 2)(x - y) = 0 \end{cases} ; & \\ \text{d)} \begin{cases} x^4 - y^4 = 0 \\ x^2 - (y^2 - 6y + 9) = 0 \end{cases} . & \end{array}$$

6.60 (*). Risolvi i seguenti sistemi particolari.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} (y^2 - 4y + 3)(x^2 + 2x - 15) = 0 \\ (x^2 - 3xy + 2y^2)(9x^2 - 6xy + y^2) = 0 \end{cases} ; & \\ \text{b)} \begin{cases} (x - y)(x + 4y - 4)(x + y - 1)(3x - 5y - 2) = 0 \\ (3x + y - 3)(x^2 - 4y^2) = 0 \end{cases} . & \end{array}$$

6.6 - Metodo di addizione

6.61 (*). Risolvi i seguenti sistemi particolari.

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0 \end{cases} ;$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 - 3y = 6 \end{cases} ;$$

$$\text{c) } \begin{cases} x^2 - y^2 - 2x + 3y = 2 \\ 2x^2 - 2y^2 + x + 2y = 3 \end{cases} ;$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x^3 + 2y^2 - 8x + 3y = 3 \\ x^3 + y^2 - 3x + 2y = 1 \end{cases} .$$

6.7 - Sostituzione delle variabili

6.62 (*). Risolvi i seguenti sistemi particolari.

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + y^3 = 3 \\ x^4 - x^2y^3 = 20 \end{cases} ;$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + y^3 = 10 \\ 2y^3 - x^2y^3 = -7 \end{cases} ;$$

$$\text{c) } \begin{cases} x^6 - 3y^4 + 2x^3y^4 = 0 \\ 3x^3 - 2y^4 = 1 \end{cases} ;$$

$$\text{d) } \begin{cases} -x^5 + 2y^2 = -14 \\ x^{10} - 4x^5y^2 = -128 \end{cases} .$$

6.8 - Problemi che si risolvono con sistemi di grado superiore al primo

6.63 (*). La differenza tra due numeri è $\frac{11}{4}$ e il loro prodotto $\frac{21}{8}$. Trova i due numeri.

6.64 (*). Trovare due numeri positivi sapendo che la metà del primo supera di 1 il secondo e che il quadrato del secondo supera di 1 la sesta parte del quadrato del primo.

6.65 (*). Data una proporzione tra numeri naturali conosciamo i due medi che sono 5 e 16. Sappiamo anche che il rapporto tra il prodotto degli estremi e la loro somma è uguale a $\frac{10}{3}$. Trovare i due estremi.

6.66 (*). La differenza tra un numero di due cifre con quello che si ottiene scambiando le cifre è uguale a 36. La differenza tra il prodotto delle cifre e la loro somma è uguale a 11. Trovare il numero.

6.67 (*). Determina due numeri sapendo che il loro prodotto è 72 e la somma dei loro quadrati è 180.

6.68 (*). Determinare i due numeri sapendo che il loro prodotto è $\frac{1}{2}$ e che la somma dei loro reciproci è 2.

6.69 (*). Trovare due numeri consecutivi sapendo che la somma dei loro quadrati diminuita del loro prodotto è uguale a 43.

6.70 (*). Trovare due numeri interi positivi sapendo che il loro rapporto è $\frac{21}{10}$ e la somma dei loro quadrati è $\frac{551}{36}$.

6.71 (*). Oggi la differenza delle età tra un padre e sua figlia è 26 anni, mentre due anni fa il prodotto delle loro età era 56. Determina l'età del padre e della figlia.

6.72 (*). Determinare l'età di un padre e di sua figlia sapendo che il padre aveva 30 anni quando è nata la figlia e che moltiplicando tra loro le età che hanno attualmente si trova un prodotto uguale a tre volte il quadrato dell'età della figlia.

6.73 (*). Determinare l'età di due ragazzi sapendo che fra tre anni il prodotto delle loro età sarà $i \frac{39}{4}$ della somma dell'età attuali e che due anni fa l'età del maggiore era doppia di quella del minore.

6.74 (*). La somma delle età di due fratelli oggi è 46 anni, mentre fra due anni la somma dei quadrati delle loro età sarà 1 250. Trova l'età dei due fratelli.

- 6.75 (*)**. Due podisti partono contemporaneamente per un luogo distante 90Km. Uno di essi percorrendo ogni ora 1Km in più dell'altro, arriva un'ora prima. Calcolare la loro velocità.
- 6.76 (*)**. Nella produzione di un oggetto la macchina A impiega 5 minuti in più rispetto alla macchina B. Determinare il numero di oggetti che produce ciascuna macchina in 8 ore se in questo periodo la macchina A ha prodotto 16 oggetti in meno rispetto alla macchina B.
- 6.77 (*)**. Un serbatoio d'acqua può essere riempito in 6750 secondi utilizzando contemporaneamente due rubinetti. Calcolare quali sarebbero i tempi necessari se si usassero i rubinetti singolarmente, sapendo che uno impiegherebbe due ore meno dell'altro.
- 6.78 (*)**. In un rettangolo la differenza tra i due lati è uguale a 2cm. Se si diminuiscono entrambi i lati di 1cm si ottiene un'area di $0,1224\text{ m}^2$. Calcolare il perimetro del rettangolo.
- 6.79 (*)**. Trova due numeri sapendo che la somma tra i loro quadrati è 100 e il loro rapporto $\frac{3}{4}$.
- 6.80 (*)**. Ho comprato due tipi di vino. In tutto 30 bottiglie. Per il primo tipo ho speso € 54 e per il secondo € 36. Il prezzo di una bottiglia del secondo tipo costa € 2,5 in meno di una bottiglia del primo tipo. Trova il numero delle bottiglie di ciascun tipo che ho acquistato e il loro prezzo unitario.
- 6.81 (*)**. In un triangolo rettangolo di area 630 m^2 , l'ipotenusa misura 53m. Determinare il perimetro.
- 6.82 (*)**. Un segmento di 35cm viene diviso in due parti. La somma dei quadrati costruiti su ciascuna delle due parti è 625 cm^2 . Quanto misura ciascuna parte?
- 6.83 (*)**. Determinare le misure dei lati di due quadrati sapendo che la somma delle loro aree è 89 m^2 e che detti lati differiscono di 3m.
- 6.84 (*)**. Se in un rettangolo il perimetro misura 16,8 m e l'area $17,28\text{ m}^2$, quanto misura la sua diagonale?
- 6.85 (*)**. Determinare le misure dei lati di un rettangolo di perimetro 100cm ed equivalente a un quadrato il cui lato è doppio dell'altezza del rettangolo.
- 6.86 (*)**. In un triangolo rettangolo la somma dei cateti misura 10,5 cm, mentre l'ipotenusa è 7,5 cm. Trovare l'area.
- 6.87 (*)**. Determinare le misure dei lati di un rettangolo di perimetro 68m, sapendo che i punti medi dei suoi lati sono i vertici di un rombo di lato 13m.
- 6.88 (*)**. Quanto misura un segmento diviso in due parti, tali che una parte è $\frac{3}{4}$ dell'altra, sapendo che la somma dei quadrati costruiti su ognuna delle due parti è uguale a 121 cm^2 ?
- 6.89 (*)**. Calcolare le diagonali di un rombo di area 96 cm^2 , circoscritto a un cerchio di raggio di 4,8cm.
- 6.90 (*)**. In un trapezio rettangolo con area di 81 m^2 la somma della base minore e dell'altezza è 12m mentre la base minore è $\frac{1}{5}$ della base maggiore. Trovare il perimetro del rettangolo.
- 6.91 (*)**. La differenza tra le diagonali di un rombo è 8cm, mentre la sua area è 24 cm^2 . Determinare il lato del rombo.
- 6.92 (*)**. Sappiamo che in un trapezio rettangolo con area di 40 cm^2 la base minore è 7cm, mentre la somma della base maggiore e dell'altezza è 17cm. Trovare il perimetro del trapezio.
- 6.93 (*)**. Determinare la misura delle basi di un trapezio isoscele di area 15 m^2 e altezza 2m sapendo che la differenza tra i quadrati della diagonale e del lato obliquo è 50 m^2 .
- 6.94 (*)**. Un rettangolo ha l'area uguale a quella di un quadrato. L'altezza del rettangolo è 16cm, mentre la sua base è di 5cm maggiore del lato del quadrato. Determinare il lato del quadrato.

6.95 (*). Determinare la misura dei raggi di due cerchi, tangenti tra loro esternamente, sapendo che la somma delle due superfici è $149\pi\text{m}^2$ e che la distanza dei due centri è 17m.

6.96 (*). Determinare base e altezza di un triangolo isoscele sapendo che deve essere inscritto in un cerchio di raggio 1m e che la somma dei valori da ricercare è 3,2m.

6.97 (*). La differenza tra i cateti di un triangolo rettangolo è $7k$, mentre la sua area è $60k^2$. Calcola il perimetro. ($k > 0$)

6.98 (*). L'area di un rettangolo che ha come lati le diagonali di due quadrati misura $90k^2$. La somma dei lati dei due quadrati misura $14k$. Determinare i lati dei due quadrati. ($k > 0$)

6.99 (*). Nel rettangolo ABCD la differenza tra altezza e base è $4k$. Se prolunghiamo la base AB dalla parte di B di $2k$ fissiamo il punto E e congiungiamo B con E. Trovare il perimetro del trapezio AECD sapendo che la sua area è $28k^2$ con $k > 0$.

6.100 (*). In un triangolo isoscele la base è $\frac{2}{3}$ dell'altezza e l'area è $12k^2$. Trova il perimetro del triangolo.

6.9.2 Risposte

6.1. a) $(1; 1) \vee (\frac{5}{3}; \frac{1}{3})$, b) $(-1; -1) \vee (\frac{1}{2}; -\frac{1}{4})$, c) $(1; 1) \vee (-1; -1)$, d) $(0; -\frac{2}{5}) \vee (-\frac{1}{4}; -\frac{1}{4})$.

6.2. a) $(-1; -1) \vee (\frac{7}{5}; \frac{1}{5})$, b) $(0; 2) \vee (-8; 8)$, c) $(5; 0)$, d) $(-1; 2) \vee (0; -1)$.

6.3. a) $(3; 0) \vee (-6; -9)$, b) $(0; 0)$, c) $(-\frac{29}{5}; \frac{12}{5}) \vee (3; -2)$, d) $(-\frac{46}{27}; -\frac{20}{27}) \vee (2; 0)$.

6.4. a) $(-4; -10) \vee (8; 2)$, b) $(1; -1) \vee (3; 3)$, c) $(3; 2) \vee (-3; -4)$, d) $(\frac{1}{3}; -1) \vee (\frac{2}{3}; -\frac{1}{2})$.

6.5. a) $(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$, b) $(3; 1) \vee (5; 3)$, c) \emptyset , d) $(1; 1)$.

6.6. a) $(0; 1) \vee (\frac{7}{2}; -\frac{5}{2})$, b) \emptyset , c) $(-\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}) \vee (\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$, d) $(-4; -3) \vee (\frac{44}{25}; \frac{117}{25})$.

6.7. a) $(1; 1) \vee (\frac{10}{7}; \frac{11}{14})$, b) $(3; 1) \vee (5; -3)$, c) $\forall (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : y = -2x + 3$, d) $(1; -3) \vee (-8; -\frac{15}{2})$.

6.8. a) $(-2; 2) \vee (\frac{5}{2}; -\frac{5}{2})$, b) $(4; 4) \vee (-5; -2)$, c) $(4; 2) \vee (\frac{4}{15}; -\frac{2}{15})$, d) $(1 + \frac{2\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}) \vee (1 - \frac{2\sqrt{10}}{5}; -\frac{\sqrt{10}}{5})$.

6.9. a) $(-34; -10) \vee (2; 2)$, b) $(-7; -5) \vee (4; 6)$, c) $(2; 2) \vee (\frac{2}{3}; -\frac{2}{3})$, d) $(0; 0) \vee (16; 4)$.

6.10. a) $(\frac{1+\sqrt{13}}{4}; \frac{3-\sqrt{13}}{4}) \vee (\frac{1-\sqrt{13}}{4}; \frac{3+\sqrt{13}}{4})$,

b) $(\frac{-9+\sqrt{241}}{8}; \frac{-25+\sqrt{241}}{16}) \vee (\frac{9-\sqrt{241}}{8}; \frac{-25-\sqrt{241}}{16})$, c) $(\frac{6-\sqrt{2}}{4}; \frac{-2+3\sqrt{2}}{4}) \vee (\frac{6+\sqrt{2}}{4}; \frac{-2-3\sqrt{2}}{4})$,

d) $(\frac{6-8\sqrt{3}}{13}; \frac{17+12\sqrt{3}}{26}) \vee (\frac{6+8\sqrt{3}}{13}; \frac{17-12\sqrt{3}}{26})$.

6.11. a) $(1; 1) \vee (3; 0)$, b) $(1; 1) \vee (\frac{1}{2}; \frac{5}{4})$, c) $(1; -1) \vee (3; 1)$, d) \emptyset .

6.12. a) $(1; \frac{5}{2}) \vee (-\frac{1}{2}; -2)$, b) $(3; -5) \vee (-5; 3)$, c) $(8; 6) \vee (6; 8)$, d) $(6; 30) \vee (30; 6)$.

6.13. a) $(\frac{a}{3}; \frac{b}{3}) \vee (\frac{b}{3}; \frac{a}{3})$, b) $(2; 5) \vee (5; 2)$, c) $(3; 4) \vee (4; 3)$, d) $(1; \frac{1}{2}) \vee (\frac{1}{2}; 1)$.

6.14. a) $k \geq \frac{9}{2} \cdot \left(\frac{3-\sqrt{2k-9}}{2}; \frac{3+\sqrt{2k-9}}{2} \right) \vee \left(\frac{3+\sqrt{2k-9}}{2}; \frac{3-\sqrt{2k-9}}{2} \right)$,
d) $\forall k \in \mathbb{R} : (2; 0) \vee (2k-1; 2k^2-3k)$.

6.15. a) $k \geq -\frac{1}{12} : \left(\frac{-1-\sqrt{12k+1}}{6}; \frac{6k-1-\sqrt{12k+1}}{6} \right) \vee \left(\frac{-1+\sqrt{12k+1}}{6}; \frac{6k-1+\sqrt{12k+1}}{6} \right)$,
d) $\forall k \in \mathbb{R} : (3k; -2k)$.

6.16. a) $x \neq 1 : (2; 0) \vee (-\frac{6}{5}; -\frac{8}{5})$, b) $x \neq y : (\frac{2}{5}; \frac{1}{5}) \vee (-2; -1)$, c) $x \neq -2y : \emptyset$,
d) $x \neq 0 \wedge y \neq 1 : (4; 7)$.

6.17. a) $(-3; 2) \vee (-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$, b) $(\frac{2}{3}; \frac{1}{4}) \vee (\frac{1}{3}; \frac{1}{2})$, c) $(\frac{1}{4}; \frac{2}{3}) \vee (-\frac{2}{3}; -\frac{1}{4})$, d) $(4; 3) \vee (\frac{3}{2}; -2)$.

6.18. a) $x \neq 2 : (-1; 0) \vee (\frac{10}{3}; \frac{26}{3})$, b) $x \neq -1 \wedge y \neq 2 : (-\frac{5}{2}; 4)$, c) $x \neq -y : \emptyset$,
d) $y \neq \frac{1}{2} : (2; -1) \vee (9; \frac{5}{2})$.

6.19. a) $(3; -2) \vee (-2; 3)$, b) $(1; 2) \vee (3; -2)$, c) $(8; 4) \vee (\frac{4}{3}; -\frac{8}{3})$, d) $(\frac{3}{2}; 2) \vee (\frac{11}{12}; \frac{9}{8})$.

6.20. a) $(1; 2; -1)$, b) \emptyset , c) $\forall z \in \mathbb{R} (-1; z-2; z)$, d) $(-\frac{47}{3}; -\frac{46}{3}; \frac{5}{3})$.

6.21. a) \emptyset , b) $(5; 0; -2) \vee (-2; 0; 5)$, c) $(-4; \frac{25}{2}; \frac{17}{2}) \vee (3; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2})$, d) $(-1; -2; 3) \vee (\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 0)$,
e) $(0; \frac{3\sqrt{7}+1}{2}; -\frac{3\sqrt{7}-1}{2}) \vee (0; -\frac{3\sqrt{7}-1}{2}; \frac{3\sqrt{7}+1}{2})$.

6.22. a) $(3; 1) \vee (1; 3)$, b) \emptyset , c) $(3; 2) \vee (2; 3)$, d) $(1; -6) \vee (-6; 1)$.

6.23. a) $(2; 1) \vee (1; 2)$, b) $(4; -1) \vee (-1; 4)$, c) $(-2; -2)$, d) $(3; 3)$.

6.24. a) \emptyset , b) $(4; 3) \vee (3; 4)$, c) \emptyset , d) $(13; -1) \vee (-1; 13)$, e) $(\frac{3}{5}; \frac{3}{5})$, f) \emptyset .

6.25. a) $(2; -7) \vee (-7; 2)$, b) $(7; -2) \vee (-2; 7)$, c) $(\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}) \vee (-\frac{1}{2}; \frac{3}{4})$,
d) $(1 + \sqrt{11}; 1 - \sqrt{11}) \vee (1 - \sqrt{11}; 1 + \sqrt{11})$.

6.26. a) $(0; 4) \vee (4; 0)$, b) $(\frac{7}{2}; -1) \vee (-1; \frac{7}{2})$, c) $(\frac{-5+\sqrt{17}}{2}; \frac{-5-\sqrt{17}}{2}) \vee (\frac{-5-\sqrt{17}}{2}y = \frac{-5+\sqrt{17}}{2})$,
d) $(\frac{4+\sqrt{34}}{6}; \frac{4-\sqrt{34}}{6}) \vee (\frac{4-\sqrt{34}}{6}y = \frac{4+\sqrt{34}}{6})$.

6.27. a) $(\frac{5+\sqrt{97}}{4}y = \frac{5-\sqrt{97}}{4}) \vee (\frac{5-\sqrt{97}}{4}y = \frac{5+\sqrt{97}}{4})$, b) $(\frac{3+2\sqrt{3}}{3}; \frac{3-2\sqrt{3}}{3}) \vee (\frac{3-2\sqrt{3}}{3}; \frac{3+2\sqrt{3}}{3})$,
c) $(\frac{1+\sqrt{13}}{2}; \frac{1-\sqrt{13}}{2}) \vee (\frac{1-\sqrt{13}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2})$, d) $(2+3\sqrt{6}; 2-3\sqrt{6}) \vee (2-3\sqrt{6}; 2+3\sqrt{6})$.

6.28. a) $(1; 0) \vee (0; 1)$, b) $(1; 1)$, c) $(1; 2) \vee (2; 1)$, d) \emptyset , e) $(2; 2)$, f) $(0; 2) \vee (2; 0)$.

- 6.29. a) $(-6; -6)$, b) $(-5; 4) \vee (4; -5)$, c) $(3; 8) \vee (8; 3)$, d) $(-1; 4) \vee (4; -1)$.
- 6.30. a) $(2; 5) \vee (5; 2)$, b) $(-3; 2) \vee (2; -3)$, c) $(\frac{1}{2}; 1) \vee (1; \frac{1}{2})$, d) $(-4; 1) \vee (1; -4)$.
- 6.31. a) $(-8; 2) \vee (2; -8)$, b) $(-6; 1) \vee (1; -6)$, c) $(-\frac{1}{2}; -\frac{13}{2}) \vee (-\frac{13}{2}; -\frac{1}{2})$, d) \emptyset .
- 6.32. a) \emptyset , b) $(3; 3)$, c) $(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{1-\sqrt{5}}{2}) \vee (\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2})$, d) $(\frac{3+\sqrt{7}}{2}; \frac{3-\sqrt{7}}{2}) \vee (\frac{3-\sqrt{7}}{2}; \frac{3+\sqrt{7}}{2})$.
- 6.33. a) $(-1; -2) \vee (2; 1)$, b) $(-\frac{1}{7}; -\frac{1}{5}) \vee (-\frac{1}{5}; -\frac{1}{7})$,
c) $(\frac{-3-\sqrt{17}}{4}; \frac{3-\sqrt{17}}{2}) \vee (\frac{-3+\sqrt{17}}{4}; \frac{3+\sqrt{17}}{2})$, d) $(1; -\frac{3}{4}) \vee (-\frac{3}{4}; 1)$.
- 6.34. a) $(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}) \vee (-\frac{1}{4}; \frac{1}{2})$, b) $(-\frac{5}{2}; \frac{6}{5}) \vee (\frac{6}{5}; -\frac{5}{2})$, c) $(a; 3a) \vee (3a; a)$,
d) $(m+n; m) \vee (m; m+n)$.
- 6.35. a) $(-1; 0) \vee (0; -1)$, b) $(\frac{-3-\sqrt{17}}{2}; \frac{-3+\sqrt{17}}{2}) \vee (\frac{3+\sqrt{17}}{2}; \frac{3-\sqrt{17}}{2})$,
c) $(\frac{-5-\sqrt{10}}{5}; \frac{-5+\sqrt{10}}{5}) \vee (\frac{-5+\sqrt{10}}{5}; \frac{-5-\sqrt{10}}{5})$, d) $(3; 5) \vee (5; 3)$.
- 6.36. a) $(1; 2) \vee (2; 1)$, b) $(-7; 1) \vee (1; -7)$, c) $(2; -7) \vee (7; -2)$, d) $(2; 3) \vee (3; 2)$.
- 6.37. a) $(-1; 1) \vee (1; -1)$, b) $(-2; -1) \vee (-1; -2)$, c) $(-3; -2) \vee (-2; -3)$, d) $(-3; 1) \vee (1; -3)$.
- 6.38. a) $(1; 2) \vee (2; 1)$, b) $(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}) \vee (\frac{1}{2}; -\frac{3}{2})$, c) \emptyset , d) $(1; 4) \vee (4; 1)$.
- 6.39. a) $(1; 1)$, b) $(1; -2) \vee (-2; 1) \vee (-1; 2) \vee (2; -1)$, c) $(-3; 2) \vee (2; -3)$, d) $(2; 2)$.
- 6.40. a) $(-5; 3) \vee (3; -5)$, b) \emptyset , c) $(-1; 2) \vee (2; -1)$, d) $(-4; -3) \vee (-3; -4) \vee (3; 4) \vee (4; 3)$.
- 6.41. a) $(-\frac{1}{2}; 4) \vee (4; -\frac{1}{2})$, b) $(-2; -1) \vee (-1; -2) \vee (1; 2) \vee (2; 1)$,
c) $(-5; -3) \vee (-3; -5) \vee (3; 5) \vee (5; 3)$, d) $(-1; -1) \vee (1; 1)$.
- 6.42. a) $(-4; -3) \vee (-3; -4) \vee (3; 4) \vee (4; 3)$, b) $(-1; -1) \vee (1; 1)$, c) \emptyset , d) $(-3; -3) \vee (3; 3)$.
- 6.43. a) \emptyset , b) $(1; 1)$, c) $(-3 - \sqrt{7}; -3 + \sqrt{7}) \vee (-3 + \sqrt{7}; -3 - \sqrt{7}) \vee (1; 2) \vee (2; 1)$,
d) $(\frac{\sqrt{14}+\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}-\sqrt{14}}{2}) \vee (\frac{\sqrt{14}-\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}+\sqrt{14}}{2}) \vee (\frac{\sqrt{14}-\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}+\sqrt{14}}{2}) \vee (\frac{\sqrt{14}+\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}-\sqrt{14}}{2})$.
- 6.44. a) $(-2; 1) \vee (1; -2) \vee (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \vee (\sqrt{2}; -\sqrt{2})$, b) $(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}) \vee (\frac{1}{3}; -\frac{2}{3})$,
c) $(\frac{-1+\sqrt{33}}{4}; \frac{-1-\sqrt{33}}{4}) \vee (\frac{-1-\sqrt{33}}{4}; \frac{-1+\sqrt{33}}{4})$, d) \emptyset .
- 6.45. a) $(-1; 2) \vee (2; -1)$, b) $(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}) \vee (\frac{2}{3}; \frac{1}{3}) \vee (-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}) \vee (-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3})$, c) $(3; -2) \vee (-3; 2) \vee (2; -3) \vee (-2; 3)$, d) $(2\sqrt{3}; \sqrt{3}) \vee (\sqrt{3}; 2\sqrt{3}) \vee (-\sqrt{3}; -2\sqrt{3}) \vee (-2\sqrt{3}; -\sqrt{3})$.

6.46. a) $(3 + \sqrt{6}; 3 + 2\sqrt{6}) \vee (3 - \sqrt{6}; 3 - 2\sqrt{6})$, b) $(1 + \sqrt{3}; 3 + 2\sqrt{3}) \vee (1 - \sqrt{3}; 3 - 2\sqrt{3})$,
 c) $\left(\frac{-1+\sqrt{33}}{2}; \frac{-9+\sqrt{33}}{2}\right) \vee \left(\frac{-1-\sqrt{33}}{2}; \frac{-9-\sqrt{33}}{2}\right)$, d) $(0; 0) \vee (1; 1)$.

6.47. a) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \vee \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, b) $\left(\frac{\sqrt{14}}{2}; \frac{\sqrt{14}}{2} + 1\right) \vee \left(-\frac{\sqrt{14}}{2}; 1 - \frac{\sqrt{14}}{2}\right)$,
 c) $\left(\frac{1+\sqrt{26}}{5}; \frac{7+2\sqrt{26}}{5}\right) \vee \left(\frac{1-\sqrt{26}}{5}; \frac{7-2\sqrt{26}}{5}\right)$, d) $\left(\frac{7+2\sqrt{41}}{5}; \frac{6+\sqrt{41}}{5}\right) \vee \left(\frac{7-2\sqrt{41}}{5}; \frac{6-\sqrt{41}}{5}\right)$.

6.48. a) $(0; 0)$, b) $(t; t)$, c) $(0; 0)$, d) $(t; -t)$.

6.49. a) $(2t; t)$, b) $(2t; t)$, c) $(-2t; t)$, d) $(0; 0)$.

6.50. a) $(-4t; t) \vee (-2t; t)$, b) $(k; 4k) \vee (k; -\frac{12}{k})$, c) $(-t; t)$, d) $(-4; 1) \vee (4; -1)$.

6.51. a) $(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}) \vee (\frac{3}{2}; \frac{1}{2}) \vee (-\frac{5}{4}; -\frac{1}{4}) \vee (\frac{5}{4}; \frac{1}{4})$, b) $(1; 2) \vee (-1; -2) \vee (-1; 2) \vee (1; -2)$,
 c) $(-1; 1) \vee (1; -1) \left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \vee \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$, d) \emptyset .

6.52. a) $(1; 1) \vee (-1; -1) \vee (\sqrt{6}; -4\sqrt{6}) \vee (-\sqrt{6}; 4\sqrt{6})$, b) $(1; -1) \vee (-1; 1)$,
 c) $(\sqrt{3}; 0) \vee (-\sqrt{3}; 0) \vee (0; \sqrt{3}) \vee (0; -\sqrt{3})$, d) $(1; 0) \vee (-1; 0) \vee \left(\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \vee \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

6.53. a) $(1; -2) \vee (-1; 2) \vee (-2; 1) \vee (2; -1)$, b) $(2; -3) \vee (-2; 3)$,
 c) $(\frac{1}{2}; 1) \vee (-\frac{1}{2}; -1)$, d) $(4; -2) \vee (-4; 2) \vee (6; 2) \vee (-6; -2)$.

6.54. a) $(-1; 3) \vee (1; -3)$, b) $(1; -4) \vee (-1; 4) \vee (-1; -7) \vee (1; 7)$,
 c) $(0; 2) \vee (0; -2) \vee \left(\frac{10}{3}; -\frac{14}{3}\right) \vee \left(-\frac{10}{3}; \frac{14}{3}\right)$, d) $(2; 5) \vee (-2; -5) \vee \left(-\frac{18}{7}; -\frac{37}{7}\right) \vee \left(\frac{18}{7}; \frac{37}{7}\right)$.

6.55. a) $(3; -2) \vee (-3; 2) \vee \left(\frac{34}{7}; -\frac{1}{7}\right) \vee \left(-\frac{34}{7}; \frac{1}{7}\right)$, b) \emptyset , c) $(-3; 0) \vee (3; 0)$,
 d) $(\frac{1}{2}; -2) \vee (-\frac{1}{2}; 2) \vee \left(\frac{7}{4}; -\frac{11}{8}\right) \vee \left(-\frac{7}{4}; \frac{11}{8}\right)$.

6.56. a) $(-2; -1) \vee (2; 1)$, b) $(-1; 0) \vee (1; 0)$.

6.57. a) $(1; 1) \vee (3; -3)$, b) $(3; -1) \vee \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$, c) $(1; 0) \vee (-3; -2)$,
 d) $(2; 0) \vee \left(2; \frac{2}{3}\right) \vee (-6; -2) \vee (-3; 1)$.

6.58. a) $(1; -1)_{\text{doppia}} \vee (2; 0)$, b) $(0; -1)_{\text{doppia}} \vee \left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right) \vee (1; 1)_{\text{doppia}}$, c) $(5; 8) \vee \left(\frac{3}{2}; 1\right) \vee$
 $(-1; -4) \vee \left(\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}\right)$, d) $(1; -1) \vee (2; 0) \vee (-1; 1) \vee \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \vee \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right) \vee \left(\frac{10}{7}; -\frac{8}{7}\right)$.

6.59. a) $(0; 0)_{\text{doppia}} \vee \left(3; -\frac{3}{2}\right) \vee \left(3; \frac{3}{4}\right)$, b) $(t; t) \vee \left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right) \vee \left(\frac{1}{5}; -\frac{4}{5}\right) \vee \left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$,
 c) $(0; 0)_{\text{tripla}} \vee (-2; -2)_{\text{doppia}} \vee \left(-\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)_{\text{doppia}} \vee (6; -2) \vee (-6; -2)$, d) $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right) \vee \left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

6.60. a) $(1; 1) \vee (2; 1) \vee (3; 3)_{\text{doppia}} \vee (6; 3) \vee \left(\frac{1}{3}; 1\right) \vee (1; 3) \vee (-5; -5) \vee (-5; -\frac{5}{2}) \vee \left(3; \frac{3}{2}\right) \vee$
 $(-5; -15) \vee (3; 9)$, b) $(0; 0)_{\text{doppia}} \vee \left(\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right) \vee (1; 0) \vee \left(\frac{8}{11}; \frac{9}{11}\right) \vee \left(\frac{17}{18}; \frac{1}{6}\right) \vee \left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right) \vee$
 $(-4; 2)(2; -1) \vee \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right) \vee \left(\frac{4}{11}; -\frac{2}{11}\right) \vee (4; 2)$.

- 6.61. a) $(1; 1) \vee (2; 0)$, b) $(-\frac{8}{5}; -\frac{6}{5}) \vee (2; 0)$, c) \emptyset , d) $(1; 3)$.
- 6.62. a) $(2; -1) \vee (-2; -1)$, b) $(-3; 1) \vee (3; 1) \vee (-\sqrt{3}; \sqrt[3]{7}) \vee (\sqrt{3}; \sqrt[3]{7})$,
c) $(1; 1) \vee (1; -1) \vee (\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}) \vee (\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2})$, d) $(2; 3) \vee (2; -3)$.
- 6.63. $(-\frac{3}{4}; -\frac{7}{2}) \vee (\frac{7}{2}; \frac{3}{4})$. 6.82. (15cm; 20cm).
- 6.64. (12; 5). 6.83. (5m; 8m).
- 6.65. $(4; 20) \vee (20; 4)$. 6.84. Diagonale = 6m.
- 6.66. 73. 6.85. (10cm; 40cm).
- 6.67. (6; 12). 6.86. Area = 13,5 cm².
- 6.68. $(\frac{2}{3}; \frac{3}{4})$. 6.87. (10m; 24m).
- 6.69. $(7; 6) \vee (-7; -6)$. 6.88. 15,4 cm.
- 6.70. $(\frac{7}{2}; \frac{5}{3})$. 6.89. (12cm; 16cm).
- 6.71. (30; 4). 6.90. $2p_1 = 42 \vee 2p_2 = 57 + 3\sqrt{145}$.
- 6.72. (45; 15). 6.91. $2\sqrt{10}$ cm.
- 6.73. (10; 18). 6.92. $2p = 24 + 2\sqrt{13}$.
- 6.74. (23; 23). 6.93. (5m; 10m).
- 6.75. (10Km; 9Km). 6.94. 20cm.
- 6.76. (32; 48). 6.95. (7m; 10m).
- 6.77. (3 ore; 5 ore). 6.96. $(1,92 \text{ m}; 1,28 \text{ m}) \vee (1,6 \text{ m}; 1,6 \text{ m})$.
- 6.78. $2p = 144$ cm. 6.97. $2p = 40$ k.
- 6.79. $(-6; -8) \vee (6; 8)$. 6.98. $l_1 = 5k \vee l_2 = 9k$.
- 6.80. (12; 18). 6.99. $2p = 15 + k\sqrt{53}$.
- 6.81. $2p = 126$ m. 6.100. $2p = 4k(1 + \sqrt{10})$.