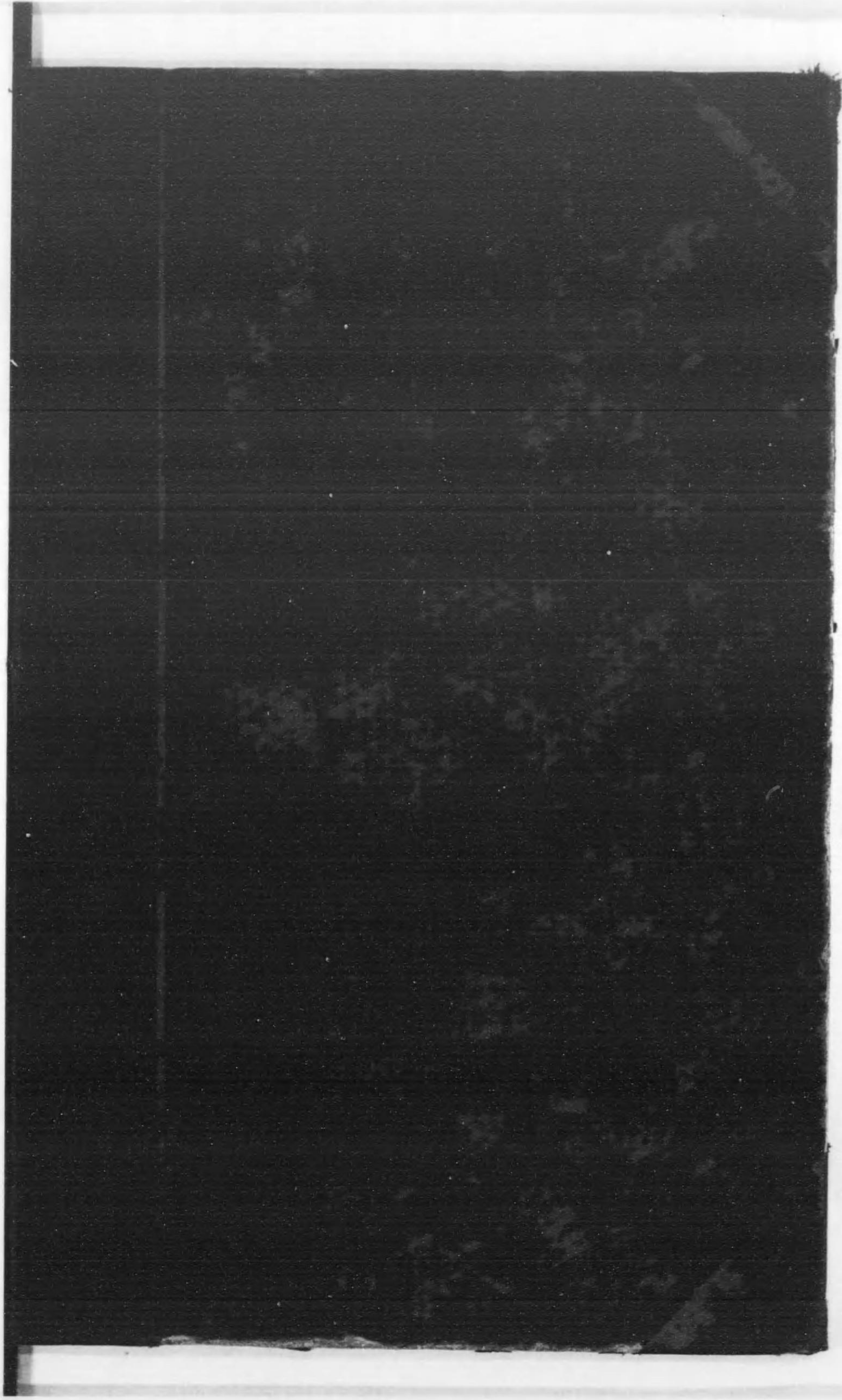




始



320
257

材料強弱學教科書

商船學校

320-257



材料強弱學教科書

商船學校

大正
5. 10 7
内交

材料強弱學教科書

明治四十三年十月

淺越教授初板編

大正五年八月

淺越教授二板編

大正五年八月

目次

第壹編

Stress, Strain 及ビ Elasticity.

條	頁
1. Stress 及ビ Strain	1
2. Stress 及ビ Strain ノ Intensities.....	2
3. Stress 及ビ Strain = 關スル法則	4
4. Ultimate Strength.....	5
5. Elastic Limit.....	5
6. Elastic Constants	5
7. Tension	7
8. Materials ノ Working Stress.....	9
9. Compression	9
10. Shear	10
11. Steady Load ノ 爲ニ起レル Stress	11
12. Sudden Load ノ 爲ニ起レル Stress	11
13. Impact ノ 爲ニ起レル Stress ..	12
14. Bar ノ Resilience	13
15. 溫度ノ増減ニ伴フ Stress	14
16. Piston Rod ノ 最小部.....	15
17. Connecting Rod ノ 最小部.....	16
18. Stress 及ビ Strain = 關スル二三ノ問題	16
19. Tension 及ビ Compression ニ伴フ Shearing Stress	20
20. Conjugate Shear	21

2	目 次	
21.	Shear に伴フ Tension 及ビ Compression	21
22.	Lateral Strain 及ビ Poisson Ratio	22
23.	ニツノ Principal Stresses ヨリ起レル True Stresses 及ビ Strains	23
24.	Bulk Modulus	24
25.	Direct Modulus ト Shear Modulus トノ 關係	25
26.	Principal Planes 及ビ Principal Stresses	27
27.	ニツノ 正交セル Normal Stresses	27
28.	Stress ノ Ellipse	28
29.	Principal Stresses = 關スル 問題	31
	問題	33

第 貳 編

Riveted Joints.

30.	Riveted Joints ノ 損傷	37
31.	Single-Riveted Lap-Joints	38
32.	Double-Riveted Lap-Joints	42
33.	Double Covers ナ有スル Butt Joints	43
34.	Riveted Joints ノ Plate ノ Efficiency	45
35.	Riveted Joints ノ Rivet ノ Efficiency	46
36.	Riveted Joints ノ Combined Efficiency	46
	問題	47

第 參 編

Cylinder ノ Strength.

37.	Pipe ノ Strength	49
38.	Boiler ノ Strength	51
39.	機關検査規程ニ於ケル汽筒圓筒部ノ厚サ	52

目 次	3	
40.	Cylinder ノ Collapse	53
41.	Thick Cylinder ノ Strength	57
	問題	63

第 四 編

Beam ノ Strength.

42.	Beam	65
43.	Loads ノ 種類	65
44.	Beam ノ 支點ニ於ケル抵抗力	66
45.	Vertical Shear	67
46.	Vertical Shear ノ Diagram	68
47.	Beam ノ Bending Moment	71
48.	Bending Moment ノ Diagram	72
49.	最大ナル Bending Moments ノ 比較	76
50.	Vertical Shear ト Bending Moment トノ 關係	76
51.	Internal Stresses ト外力トノ 關係	78
52.	Internal Stresses ノ 分賦ニ關スル法則	79
53.	Neutral Axis ノ 位置	81
54.	Resisting Shear	83
55.	Resisting Moment	84
56.	Section Modulus	85
57.	Rectangular Beam ノ Resisting Moment	87
58.	Beam ニ關スル問題	88
59.	Air Pumps ノ Levers ノ Strength	91
60.	Crank-Pin ノ長サ及ビ Overhung Crank-Pin ノ直徑	91
61.	Combustion Chamber ノ頂上ヲ支フル Girders ノ Strength	92
62.	Uniform Strength ノ Beam	94

4	目 次	
63.	Shearing Stresses ノ分賦ニ關スル法則	97
64.	Beam ノ Resilience	101
	問題	102

第 五 編

Shaft 及 ビ Spring ノ Strength.

65.	Coulomb 氏 ノ 法 則	105
66.	Shaft ノ Stresses ノ分賦ニ關スル法則	106
67.	Shaft ノ Resisting Moment	107
68.	Hollow Shaft ノ Strength	108
69.	Shaft ノ Twist	109
70.	Shaft ノ 最大ナル Twisting Moment	110
71.	汽 壓 = 由テ求メタル Shaft ノ 直徑	114
72.	馬 力 = 由テ求メタル Shaft ノ 直徑	116
73.	Shaft = 於ケル 最大ナル Stress	117
74.	Twisting Action ト Bending Action トヲ受ケタル Shaft ノ 最大ナル Stress	119
75.	Equivalent Twisting Moment 及 ビ Equivalent Bending Moment	121
76.	Combined Action ノ 下ニアル Shaft ノ True Stresses	122
77.	Shaft Couplings = 於ケル Bolts ノ 大サ	124
78.	Shaft ノ Resilience	125
79.	Spring ノ Strength	126
80.	Spring ノ 伸縮	127
	問題	128

第 六 編

Beam ノ Flexure.

	目 次	5
81.	Beam ノ Elastic Curve ノ 方程式	131
82.	Beam ノ Deflection	133
83.	Shaft ノ Bending Moment	144
84.	兩端及ビ中央ニ於テ支ヘラレテ, Uniform Load ナ有スル Continuous Beam	144
85.	End Plates ガ Boiler Shell ノ Stress ニ及ボセル影響	145
	問題	150

第 七 編

Column ノ Strength.

86.	Column ノ Strength 及 ビ Flexure	151
87.	Column ノ Strength ニ關スル公式ノ種類	152
88.	Euler 氏 ノ 公式	153
89.	Straight Line Formula	156
90.	Hodgkinson 氏 ノ 公式	157
91.	Gordon 氏 ノ 公式	159
92.	Piston Rod ノ Strength	161
93.	Connecting-rod 及 ビ Valve-rod	164
94.	柱 ノ Deflection 及 ビ Breaking Strength	165
	問題	168

第 八 編

Plate ノ Strength.

95.	周圍ヲ固定サレテ Uniform Load ナ有スル Rectangular Plate ノ Strength	169
96.	Stays ノ 配置ガ一般四邊形ヲナセルトキノ Plate ノ Strength	172
97.	周圍ニ於テ支ヘラレテ Uniform Load ナ有スル Rectangular	

Plate ノ Strength.....173
 98. Uniform Load ナ有スル Circular Plate ノ Strength174

第九編

Plate ノ Strength ノ 續キ

99. Circular Plate = 於ケル Stress 及ビ Strain179
 100. 周圍ニ於テ支ヘラレテ Uniform Load ナ擔フ Circular Plate....183
 101. 周圍ニ於テ固定サレテ Uniform Load ナ擔フ Circular Plate....187
 102. 周圍ニ於テ支ヘラレテ中心ニ Load ヲ擔フ Circular Plate....188
 103. 周圍ニ於テ固定サレテ中心ニ Load ナ擔フ Circular Plate191
 104. 中心ニ於テ支ヘラレテ Uniform Load ナ擔フ Circular Plate....193

附 録

造船規程(附屬表ヲ缺ク) } 明治四十三年六月三日官報號外.....1-92
 機關検査規程



材料強弱學
教科書

第一編

Stress, Strain 及ビ Elasticity.

1. Stress 及ビ Strain.

外力ガ材料ニ働キテ之ヲ變形セントスルトキハ、一般ニ材料ノ内部ニ抵抗カヲ生ジ、獨リ外力ヲシテ其威ヲ縱マ、ニセザラシムルモノニシテ、此場合ニ於ケル内部ノ抵抗カヲ稱シテ Stress 應力又ハ内カト云ヒ、外力ノ爲ニ受ケタル材料ノ變形ヲ稱シテ Strain 歪又ハ變形ト云フ。

Stress ハ一般ニ場所ト方向ニ由テ大サヲ異ニスルヲ以テ、其大サハ場所ヲ指定スベキ點ヲ貫ヌキテ一ノ平面ヲ作り、點ヲ圍メル平面ノ面積ノ微分ニ働ケル力ニ就テ之ヲ度ルモノトス、則チ面積ノ微分ヲ dA トシ、之ニ加ハルカヲ dP トセバ、其點ニ於ケル stress ハ $\frac{dP}{dA}$ ニシテ、此數値ガ平面ヲ通ジテ同一ノ大サヲ有スルコトアリ。

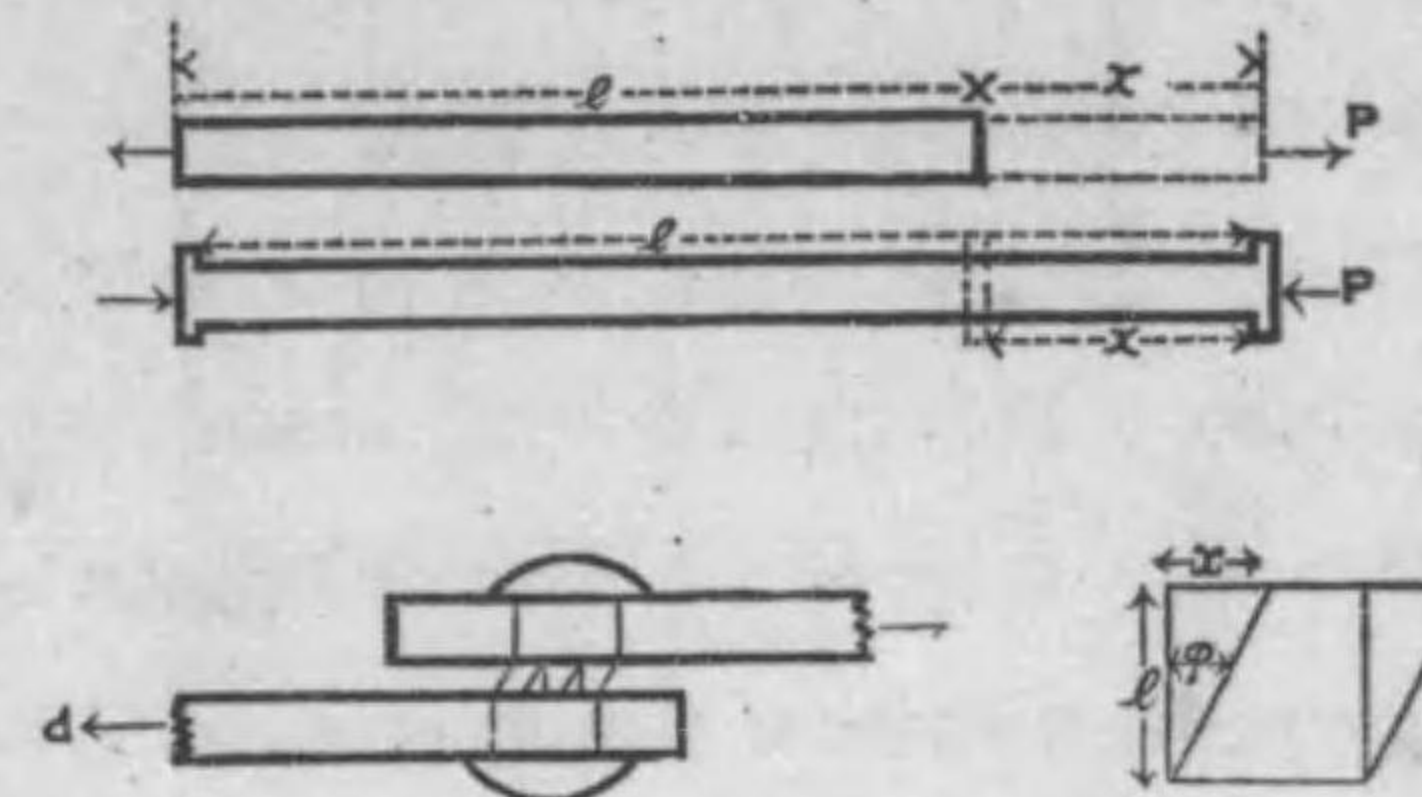
Stress = Tension, Compression, Shear ノ三種アリ, 簡單ナル例ニ就テ之ヲ言ハバ, tensile stress ハ綱若シクハ棒ヲ引キ張ラントスルトキニ起リ, compressive stress ハ柱若シクハ棒ヲ押シ潰サントスルトキニ起リ, shearing stress ハ板ヲ截斷セントスルトキニ起ルモノナリ.

Tension, compression, shear ナル三種ノ stresses ハ皆單純ナルモノニシテ, beam, column, shaft 等ニ起ル複雑ナル stress ハ皆此三種ノ simple stress ニ分解スルコトヲ得ベキモノナリ.

Tension, compression, shear ナル stress ニ對スル strain ハ elongation, shortening, detrusion ニシテ, 是等ノ變形ハ材料ノ分子間ノ stresses ニ由テ抵抗サレ, 内部ノ抵抗ガ外力ト均リ合ヒヲ保ツニ至テ變形ノ度ヲ停ムベシト雖モ, 若シ外力ガ或程度ヲ超ヘテ増加スルトキハ, 材料ハ遂ニ破壊スルニ至ルベシ, 故ニ simple stress ノ場合ニ於テ, 材料ガ均リ合ヒヲ保ツトキハ, 其内部ニ起レル stress ハ總テ外力ニ等シキモノナリ.

2. Stress 及ビ Strain ノ intensities.

Tension 及ビ compression ハ其働カノ方向ニ於テハ差異アリト雖モ, 其性質ニ於テハ全ク同一ニシテ, tensile stress ハ棒ヲ引キ張ルトキニ起リ, compressive stress ハ棒ヲ壓迫セルトキニ起ルガ故ニ, 若シ棒ニ起レル stress ヲ其 cross-section ヲ通ジテ一樣ニ分賦サレタルモノトシ, P ヲ以テ其 total stress ヲ示シ, A ヲ以テ平方吋ニテ



表ハシタル cross section ノ面積ヲ示ストキハ, 面積ノ單位ニ對スル stress ハ P/A ニシテ, 之ヲ稱シテ Intensity of Stress 或ハ Unit-Stress ト云フ.

Shear ハ二ツノ相接近セル平行面ニ沿フテ働ケル二カヨリナレルモノニシテ, 是レ又前ノ如ク P ヲ以テ其 total stress ヲ示シ, A ヲ以テカノ働ケル面積ヲ示シ, stress ガ面積ヲ通ジテ一樣ニ分賦サルモノトセバ, stress ノ intensity ハ P/A ナリ.

故ニ f ヲ以テ stress ノ intensity ヲ示ストキハ,

$$P/A = f, \quad P = Af.$$

又 l ナル長サヲ有スル棒ノ total strain ヲ x トスルトキハ, 單位ノ長サニ對スル strain ハ x/l ニシテ, 之ヲ稱シテ Intensity of Strain 或ハ Unit-Strain ト云ヒ, s ヲ以テ之ヲ示ストキハ,

$$x/l = s, \quad x = ls.$$

Shearing strain ノ intensity モ亦 x/l ヲ以テ表ハシ得ベキモ, 此場合ニ於テハ, x ハ l ノ方向ニ垂直ナルヲ以テ,

α ノ滑ベリノ角ナル ϕ ヲ以テ之ヲ表ハシ得ベシ。

3. Stress 及ビ Strain ニ關スル法則.

綱ヲ一端ヨリ懸垂シテ他端ニ重物ヲ加フルトキハ、綱ハ延長スベキヲ以テ、之ニ由テ其 strain ヲ知ルコトヲ得ルト共ニ、綱ノ切斷スル迄 load ヲ増加スルトキハ、其 ultimate strength ヲ知ルコトヲ得ベシ、steel, iron 等ノ如ク伸縮少ナキモノト雖モ、testing machine ヲ用フルトキハ、容易ニ其 stress ト strain トノ關係ヲ知ルコトヲ得ベシ。

下ニ掲グル法則ハ、實驗ヨリ得タルモノニシテ、tension 及ビ compression ヲ通ジテ之ヲ適用シ得ベク、且ツ材料ノ強弱ヲ論ズル學科ノ基礎トナルベキモノナリ。

第一 小ナル stress ハ小ナル strain ヲ起シ、stress ヲ取り除クトキハ、strain ハ直ニ消失スベク、總テノ材料ハ小ナル stress ニ對シテ充分ナル彈力ヲ有スルモノナリ。

第二 小ナル stress ニ對スル strain ハ殆ド stress ニ比例スルノミナラズ、又力ヲ加ヘタル棒ノ長サニ比例スルモノニシテ、之ヲ稱シテ Hooke's Law ト云フ。

第三 Stress ガ大サヲ増シテ或程度ニ達スルトキハ、strain ハ一部永久トナリ、材料ハ stress ヲ取り除クモ全ク原形ニ復セザルモノナリ、此永久ノ部分ヲ稱シテ Permanent Set ト云フ、此ノ如キ場合ニ於テハ、最早 strain ハ stress ニ比例セザルナリ。

第四 Stress ガ引キ續キテ猶ホ其大サヲ増ストキハ、

strain ハ速ニ増加シ、材料ハ遂ニ破壊スルニ至ルベシ。

第五 Sudden load ハ steady load ヲリ、ヨリ多クノ損害ヲ物體ニ與フモノナリ。

4. Ultimate Strength.

Tension, compression 及ビ shear ニ對スル材料ノ ultimate strength, ハ、材料ノ堪ヘ得ベキ最大ナル stress ノ intensity ニシテ、物體破壊ノ當時若シクハ夫レ以前ニアリテ、材料ノ種類ニ應ジ其大サヲ異ニス、則チ A ナル cross-section ヲ有スル棒ガ P ナル tensile stress ノ爲ニ破壊スルトキハ、其 ultimate strength ハ P/A ナリ。

Tension ニ對スル ultimate strength ヲ又 Tenacity ト云フコトアリ。

5. Elastic Limit.

Elastic limit トハ將ニ permanent set ニ達セントスルトキノ stress ノ intensity ニシテ、elastic limit ニ到ル迄ハ strain ハ stress ニ比例スルモノナリ。

總テノ材料ハ elastic limit ヲリ小ナル stress ニ對シテ充分ナル彈力ヲ有シ、stress ノ消失ト共ニ原形ニ復スベキモ、elastic limit ヲ超ユルトキハ、stress ガ消失スルモ材料ハ多少永久ニ其形ヲ變ズルニ至ルベシ、是ヲ以テ機械ノ製作、土木ノ築造等ニ於テハ、其材料ガ elastic limit ヲ超ヘザルヲ以テ原則トス。

6. Elastic Constants.

Tension, compression 及ビ shear ニ對スル Modulus of

Elasticity トハ、材料ノ elastic limit ヲ超ヘザル範圍ニ於テ、stress ノ intensity ノ strain ノ intensity ニ對スル比ニシテ、tension 及ビ compression ノトキハ之ヲ Direct Modulus or Yung's Modulus ト云ヒ、shear ノトキハ之ヲ Shear Modulus or Rigidity Modulus ト云フ、direct modulus ハ E ヲ以テ之ヲ示シ、shear modulus ハ G 或ハ C ヲ以テ之ヲ示スモノトス。

f ヲ以テ stress ノ intensity ヲ示シ、 s ヲ以テ strain ノ intensity ヲ示ストキハ、

$$E = f/s, \quad \text{or} \quad G = f/s.$$

$$\therefore f = Es, \quad \text{or} \quad f = Gs.$$

Stress 及ビ strain ニ關スル第二ノ法則ニヨリ、 E 及ビ G ハ f ガ elastic limit ヲ超ヘザル限リハ孰レノ materials ニ就テモ定數ナリト雖モ、其 limit ヲ超ユルトキハ、 s ハ f ヲ速ニ増加スベキヲ以テ、此時ニ於テハ E 及ビ G ハ已ニ定數ニハアラザルナリ。

上式ハ材料強弱ヲ論ズル學科ノ基礎トナルベキモノニシテ、 E 及ビ G ハ s ニ反比例ヲナスヲ以テ、modulus of elasticity ハ material ノ stiffness ノ measure トシテ之ヲ見ルコトヲ得ベク、堅牢ナル材料ハ與ヘラレタル stress ニ對シテ其 strain 小ナルヲ以テ、從テ modulus of elasticity ハ大ナル數値ヲ有スベキモノトス。

Modulus of elasticity ノ數値ハ testing machine ニ由テ之ヲ求ムルコトヲ得ベク、下條ニ示スモノハ其中數ニシ

テ stress ノ intensity f ト同一ノ單位ヲ以テ表ハサルベキモノトス。

Direct modulus ハ又充分ナル彈力範圍以內ニ於テ、棒ヲ其長サノ二倍ニ引キ延バスタメニ要スル stress ノ intensity ト見做スコトヲ得ベシ、何ントナレバ、此場合ニ於テ、 $s=1$. ナルヲ以テ、之ヲ $E=f/s$ ニ代入セバ、 $E=f$ トナルヲ以テナリ。

7. Tension.

棒ヲ徐々ニ引キ張ルトキハ、下ノ如キ現象ヲ呈ス、則チ stress ノ intensity f ガ elastic limit ヲ小ナレバ、strain ノ intensity s ハ f ニ比例シ、 f ノ s ニ對スル比ハ direct modulus ナリト雖モ、若シ f ガ elastic limit ヲ超ユルトキハ、棒ハ速ニ延長シテ cross-sections ノ面積ハ著シク減少シ、終ニ stress ガ ultimate stress ニ達スルニ至レバ、棒ハ截斷スベシ、通例 ultimate strength ハ棒ニ於ケル stress ノ最大ナル intensity ニシテ、最大ナル stress ハ時トシテ棒ノ破壊前ニ起ルコトアリ。

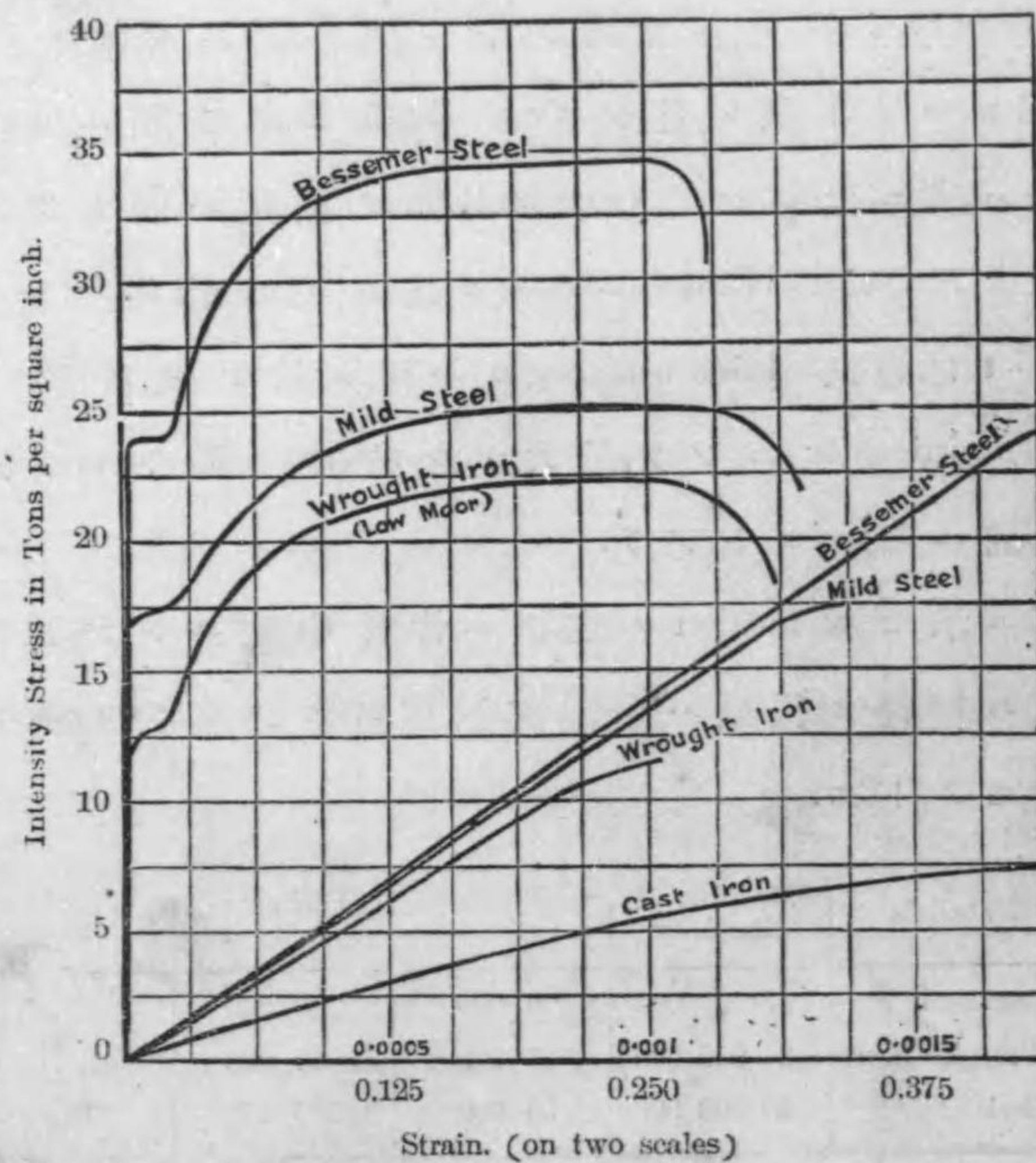
下ニ示ヒル tension ノ定數ハ皆其中數ニシテ是等ノ諸數ハ材料ノ種類ハ勿論其状態ニ由テ多少差異ヲ生ズルモノトス。

Materials	Modulus of Elasticity	Elastic Limit	Ultimate Strength	Ultimate Strain
Cast iron	17 000 000	6 000	20 000	0.5
Wrought iron	28 000 000	25 000	55 000	20.0
Steel	30 000 000	30 000	100 000	10.0

Modulus of elasticity, elastic limit, breaking or ultimate strength ハ棒ノ original cross-section ノ每平方吋ニ對スル所ノ數ヲ與ヘタルモノニシテ, ultimate strain ハ original length ノ percent ニテ表ハセルモノナリ.

Ultimate strain ハ cross-section ノ contraction ト共ニ, 材料ノ ductility ヲ知ルノ便ニ供スルモノニシテ, cast iron 及ビ hard steel ノ lateral contraction ハ孰レモ微少ナリト雖モ, wrought iron, soft steel ノ如キ ductile materials ハ original section ノ 50% 乃至 60% ニ及ブコトアリ.

下圖ハ tension ノ stress-strain curve ニシテ, strain ノ inten-



sity ヲ横線トシ, stress ノ intensity ヲ縦線トセルモノナリ.

孰レノ材料ノ曲線ニ就テモ, 原点ヨリ elastic limit ニ至ル間ハ殆ンド直線ニシテ, 此直線ガ横軸ニ傾ク角ノ trigonometrical tangent ハ direct modulus ニ等シク, elastic limit ニ於テ曲線ニ急激ノ變化ヲ起シ, 夫レヨリ速ニ延長シテ, 其終點ハ破壊ヲ示スモノナリ.

此曲線ハ, 總テ他ノ場合ニ於ケル如ク, 表ニ由テ與ヘラレタル數ヨリ明ニ, 材料ノ性質ノ差異ヲ知ルコトヲ得ベク, elastic limit ハ曲線ノ示ス如ク少シク不明瞭ナルヲ以テ, 其數値ハ又多少不精確タルヲ免カレザルモノニシテ, cast iron ニ於テハ特ニ然リトス.

茲ニ示セルモノハ其中數ニ對スル曲線ナルヲ以テ特種ノモノニ就テハ, 勿論多少之ト相違スベキモノトス.

8. Materials ノ Working Stress.

Materials ノ working stress 即チ其受働ノ stress ノ intensity ハ其 elastic limit ノ三分之一乃至三分之二以内ニスベキモノナルヲ以テ, tension ノ下ニアル材料ノ安全ヲ計ラント欲セバ, 其 tension ヲ材料ノ cross-section ニテ除シ, 之ヲ elastic limit ニ比較スルヲ要ス.

9. Compression.

Compression ノ爲ニ起ル現象ハ, 棒ノ長サガ其最小ナル直径ノ五倍以内ナレバ, 長サハ始メ stress ニ比例シテ短縮シ, cross-section ハ之ニ反シテ増大スベキモ, stress ガ

elastic limit を超へて ultimate strength に達スルに至ラバ、棒ハ破壊スベシ、若シ棒ノ長サガ其最小直径ノ十倍以上ナレバ棒ハ屈撓シ、compression ノミヲ受クルトキハ異ナル状態ヲ以テ挫折スベシ。

下ニ示セル compression ノ定數ハ tension ト等シク其中數ニシテ、modulus of elasticity ハ tension ニ於ケル場合ト略々同一ノ數値ヲ有スベシ。

Materials	Modulus of Elasticity	Elastic limit	Ultimate Strength
Cast iron	17 000 000	20 000	90 000
Wrought iron	28 000 000	25 000	55 000
Steel	30 000 000	50 000	150 000

10. Shear.

Shearing stress ハ鉄ヲ以テ紙片ヲ截斷セントスルトキニ起ルガ如ク、相接近セル二ツノ平行力ヨリ成リ立ツモノニシテ、鐵板ニ孔ヲ穿ツハ力ガ ultimate shearing strength ニ打ち勝ツニアリテ、tension ヲ受ケタル bolt ハ stress ノ爲メ其頭ヲ削ギ取ラレントシ、二枚ノ plates ヲ結合セル rivet ハ plates ノ tension ノタメ截斷セラレントスルガ如シ。

Shear ニ關スル定數ヲ示セバ、下ノ如シ。

Materials	Modulus of Elasticity	Ultimate Strength
Cast iron	6 000 000	20 000
Wrought iron	11 000 000	50 000
Steel	13 000 000	70 000

11. Steady Load ノ爲ニ起ル Stress.

Bar ニ tensile load ヲ加へ、徐々ニ之ヲ 0 ヲリ P ニ至ルマデ増加スルトキハ、bar ノ内部ニ起レル stress ハ勿論其 steady load ニ等シカルベシト雖モ、果シテ然ルヤ否ヤ、sudden load ノ爲ニ起ル現象ヲ示スニ當リ、先ヅ之ヲ考究セントス。

Steady load P ノ爲ニ起リタル bar ノ total strain ヲ s トシ、之ニ對スル total stress ヲ Q トセバ、 s ナル strain ニ對スル stress ハ $Q \times \frac{s}{s}$ ニシテ、internal work ノ diagram ハ直角三角トナルヲ以テ、

$$\text{Internal work} = \frac{1}{2} Qs.$$

是レ即チ、0 ヲリ Q ニ至ル mean stress ナル $\frac{Q}{2}$ ニ total strain ヲ乗ジタルモノナリ。

同様ニ、外力ガ bar ニ加ヘタル work ハ、0 ヲリ P ニ至ル mean intensity ナル $\frac{P}{2}$ ニ bar ノ strain ヲ乗ジタルモノニ等シキヲ以テ、energy ノ conservation ニ由テ、

$$\frac{1}{2} Qs = \frac{1}{2} Ps.$$

$$\therefore Q = P.$$

則チ、steady load ノ爲ニ起リタル bar ノ stress ハ其 load ニ等シキモノナリ。

12. Sudden Load ノ爲ニ起ル Stress.

Sudden load ハ bar ノ伸長ノ前後ヲ通ジテ常ニ同一ナルヲ以テ、 P ニ對スル strain ヲ s' トスルトキハ、其 work

ハ Ps' ニシテ, internal work ハ前ト等シク $\frac{1}{2}Qs'$ ナルヲ以テ,

$$\frac{1}{2}Qs' = Ps'$$

$$\therefore Q = 2P.$$

則チ, sudden load ノ爲ニ起レル bar ノ stress ハ load ノ二倍ニ等シキモノナリ.

又 sudden load ニ對スル bar ノ strain ヲ steady load ノ strain ニ比較スレバ,

$$\frac{s'}{s} = \frac{Q}{P} = 2.$$

$$\therefore s' = 2s.$$

則チ, sudden load ハ steady load ヨリ二倍ノ strain ヲ bar ニ與フルモノナリ.

是ニ由テ, tensile load ヲ急激ニ bar ニ加フルトキハ, 徐々ニ之ヲ加フルヨリ二倍ノ strain ヲ生ジ, 從テ bar ハ load ノ二倍ニ等シキ stress ヲ生ズルヲ以テ, 其下端ハ load ニ等シキ力ヲ以テ上方ニ引キ上ゲラレ, bar ハ暫時震動ノ後チ, 下端ニ於ケル strain ガ steady load ニ於ケル strain ニ等シク, stress ガ load ニ等シキニ至テ靜止スベシ.

13. Impact ノ爲ニ起レル Stress.

P ナル load ガ h ナル高サヨリ墜落シテ bar ニ加ハリ, 之ガ爲ニ生ジタル bar ノ strain ヲ x トセバ, 外力ガ bar ニ加ヘタル work ハ $P(h+x)$ ニシテ, 之ニ抵抗セル bar ノ internal work ハ, 其 stress ヲ Q トセバ, 前ト等シク $\frac{1}{2}Qx$

ナルヲ以テ,

$$P(h+x) = \frac{1}{2}Qx.$$

s ヲ以テ steady load P ニ對スル strain ヲ示ストキハ,

$$\frac{Q}{P} = \frac{x}{s}.$$

上ノ二式ヨリ Q 及ビ s ヲ求ムレバ,

$$Q = P \left(1 + \sqrt{\frac{2h}{s} + 1} \right),$$

$$x = s \left(1 + \sqrt{\frac{2h}{s} + 1} \right).$$

上式ニ於テ, $h=0$. トセバ, sudden load ニ於ケル如ク, $Q=2P$, $x=2s$. トナリ, 又 $h=12s$. トセバ, $Q=6P$, $x=6s$. トナリ, 又 $h=60s$. トセバ, $Q=12P$, $x=12s$. トナルベシ.

Steady load ニ對スル strain s ハ極メテ微小ナルヲ以テ, h ガ極テ大ナルニアラザルモ $\frac{h}{s}$ ハ非常ニ大ナル數トナリ從テ墜落セル load ハ非常ニ大ナル stress ヲ bar ニ與フルモノナリ.

Live load ニ對スル factor of safety ヲ dead load ノ factor ヨリ大ニスルハ此理ニ基ツケルモノナリ.

若シ, v ナル速度ヲ以テ運動セル物體ガ bar ニ衝突スルトキハ, 之ガ爲ニ起レル stress ハ前ニ求メタル式ノ $h = \frac{v^2}{2g}$ ヲ代入シテ之ヲ求ムルコトヲ得ベシ.

14. Bar ノ Resilience.

外力ニ抵抗シテ bar ノ molecular force ノ仕途ゲタル仕事ヲ稱シテ其 Resilience ト云ヒ, stress ガ elastic limit ニ達

セルトキ之ヲ Elastic Resilience, ultimate strength = 達セルトキ之ヲ Ultimate Resilience ト云フ, 但シ單ニ resilience ト云フトキハ elastic resilience ナリト知ルベシ.

Bar ノ cross-section ヲ A , 長サヲ l トシ, total stress P = 對スル total strain ヲ s トシ, stress ノ intensity ヲ f トセバ, strain ノ intensity ハ s/l = シテ, 且ツ

$$P = Af, \quad \frac{s}{l} = \frac{f}{E}.$$

ナルヲ以テ,

$$\frac{1}{2}Ps = \frac{f^2}{2E} \cdot Al.$$

$\frac{f^2}{2E}$ ハ material ノ 性質 = 屬スル數ナルヲ以テ, bar ノ resilience ハ 其體積 = 比例スルモノトス.

Resilience ハ impact = 抵抗スル material ノ capacity ノ 數量ヲ表ハスモノニシテ, $\frac{f^2}{2E}$ ヲ稱シテ Modulus of Resilience ト云フ.

15. 温度ノ増減ニ伴フ Stress.

物體ハ總テ之ヲ壓迫スルニアラザレバ, 温度ノ増加ニ伴フテ膨脹スルト共ニ, 温度ノ減少ニ伴フテ收縮スベシ, 是ニ由テ, 温度ガ増加スルモ之ヲ膨脹セシメズ, 温度ガ減少スルモ之ヲ收縮セシメザルトキハ, 之ガタメ物體ノ内部ニ stress ヲ生ズベシ.

l ナル長サヲ有スル棒ノ長サノ膨脹係數ヲ a トシ, t ナル温度ノ増減ニ對スル棒ノ長サノ變化ヲ ΔAl トセバ,

$$\Delta Al = l \times at.$$

ニシテ, 此 strain ノ intensity ヲ s トセバ,

$$s = \frac{\Delta Al}{l} = at.$$

ナリ, 此 strain = 對スル stress ノ intensity ヲ f トセバ,

$$f = Es = Eat.$$

是ニ由テ, 若シ棒ノ cross-section ガ A ナレバ, 其 total stress ハ Af ナリ.

下ニ示セル數ハ, 華氏一度ノ變化ニ對スル長サノ膨脹係數ナリ.

Cast iron,	0.000 0062,
Wrought iron,	0.000 0067,
Steel,	0.000 0065,
Copper	0.000 0100.

16. Piston Rod ノ 最小部.

Piston rod ノ 兩端ニ於ケル最小部ハ單ニ tension 及ビ compression ノ 爲ニ破壞スルモノトシ, 其部分ノ直徑ヲ d , working stress ノ intensity ヲ f , cylinder ノ 直徑ヲ D , 蒸氣ノ最大壓力ヲ P トセバ,

$$\frac{\pi d^2}{4} f = \frac{\pi D^2}{4} P.$$

$$\therefore d = D \sqrt{\frac{P}{f}}.$$

上式ニ於テ, $P = 250 \text{ lbs.}$, $f = 6000 \text{ lbs.}$, $D = 5'$, トセバ,

$$d = 5' \sqrt{\frac{250}{6000}} = 1' 0'' \frac{1}{4}.$$

17. Connecting Rod ノ 最小部.

Cylinder ノ 直徑ヲ D , 蒸氣ノ 最大壓力ヲ P , connecting rod ノ 傾斜ヲ θ , 長サヲ l , crank ノ 長サヲ c トセバ connecting rod ノ 受クル 壓力ハ

$$\frac{\pi D^2}{4} \times P \sec \theta.$$

ニシテ, $\sec \theta$ ノ 極大値ハ

$$\sec \theta = \frac{l}{\sqrt{l^2 - c^2}}$$

ナルヲ以テ, connecting rod ノ 受クル 最大壓力ハ,

$$\frac{\pi D^2}{4} \times P \sec \theta = \frac{\pi D^2}{4} \times P \times \frac{l}{\sqrt{l^2 - c^2}}.$$

Connecting rod ノ working stress ノ intensity ヲ f トセバ,

$$\frac{\pi d^2}{4} f = \frac{\pi D^2}{4} P \times \frac{l}{\sqrt{l^2 - c^2}}.$$

$$\therefore d^2 = D^2 \times \frac{P}{f} \times \frac{l}{\sqrt{l^2 - c^2}}.$$

$P=250 \text{ lbs.}$, $f=7000 \text{ lbs.}$, $D=5'$, $l=4c$. トセバ,

$$d^2 = 60^2 \times \frac{250}{7000} \times \frac{4}{\sqrt{15}}.$$

$$d = 11''.523.$$

18. Stress 及 ビ Strain ニ 關スル 二三ノ 問題.

問題一. 直徑 2'' ノ steel bolt ヲ 長サ 10'', 直徑 4'' ノ circular casting ニ 通シテ, 每平方吋 5 tons ノ 張力ヲ 與フル トキハ, 其一端ニ 於ケル 延長幾何.

Casting ノ section ノ 面積ハ

$$(4^2 - 2^2) \times .7854 \square''.$$

Bolt ノ total load ハ

$$2^2 \times .7854 \times 5 \times 2240 \text{ lbs.}$$

ナルヲ以テ, casting ノ 受クル load ハ 每平方吋

$$\frac{2^2 \times .7854 \times 5 \times 2240}{(4^2 - 2^2) \times .7854} = 3733\frac{1}{3} \text{ lbs.}$$

ニシテ, 其短縮ハ

$$\frac{3733\frac{1}{3}}{17000000} \times 10 = 0''.0022.$$

而シテ bolt ノ 伸長ハ

$$\frac{5 \times 2240}{30000000} \times 10 = 0''.0037.$$

Casting ノ 縮ム丈ケ bolt ハ 伸ビルヲ以テ, bolt ノ 伸長ハ 總テ

$$0.0022 + 0.0037 = 0''.0059.$$

問題二. 長サ 8', 直徑 10'' ナル ferro-concrete ノ 柱ノ 内部ニ 直徑 2'' ノ steel bars ヲ 四本貫通セシメ, 之ニ 30 tons ノ 重サヲ 擔ハシムルトキハ, steel ト concrete トノ 擔フベキ重サ各幾何.

$$E \text{ for concrete} = 1\ 860\ 000 \text{ lbs. per sq. in.}$$

Steel ト concrete トノ 擔フベキ重サヲ W_1 , W_2 トセバ, 其各自ノ compression ハ

Steel ニ 就テハ,

$$\frac{W_1}{2^2 \times .7854 \times 4 \times 29000000} \times 8'.$$

Concrete ニ 就テハ,

$$\frac{W_2}{(10^2 - 2^2 \times 4) \times .7854 \times 1860000} \times 8'.$$

Steel モ concrete モ 同様ニ 短縮スベキヲ以テ,

$$\frac{W_1}{2^2 \times 4 \times 29000000} = \frac{W_2}{(10^2 - 2^2 \times 4) \times 1860000}$$

or
$$\frac{W_1}{5800} = \frac{W_2}{1953}$$

然ルニ、 $W_1 + W_2 = 30$.
ナルヲ以テ、此二式ニ由テ、 W_1, W_2 ヲ求ムレバ、

$$W_1 = 22.44 \text{ tons,}$$

$$W_2 = 7.56 \text{ tons.}$$

問題三. 10'ノ高サヨリ 20 lbs.ノ鐵槌ヲ落シテ厚サ 1"ノ鐵板ヲ打ツトキハ、鐵板ニ起レル stressハ幾何ナルカ.

$$Q = P \left(1 + \sqrt{\frac{2h}{s} + 1} \right)$$

ニ於テ、 $P = 20 \text{ lbs}$, $s = \frac{20}{28000000}$, $h = 10 \times 12$. ト、根號内ノ 1ヲ省キテ計算スレバ、

$$\begin{aligned} Q &= 20[1 + 2000\sqrt{42}] \\ &= 25837 \text{ lbs.} \\ &= 11.08 \text{ tons.} \end{aligned}$$

問題四. 鐵板ニ圓形ノ孔ヲ壓シ抜カントセバ、孔ノ直徑ト板ノ厚サトノ關係如何.

鐵板ニ孔ヲ壓シ抜カントセバ、板ノ崩潰セザルニ先ダチ孔ノ周圍ガ剪斷セザルベカラザルヲ以テ、板ノ厚サヲ t , 孔ノ直徑ヲ d , 板ノ ultimate crushing strengthヲ f_c , ultimate shearing strengthヲ f_s トセバ、

$$\frac{\pi d^2}{4} f_c > \pi d t f_s$$

$$\therefore d > \frac{4 f_s t}{f_c}$$

問題五. 長サ 2'ナル steel bar (棒)ヲ夫レト同大ナルニツノ iron barsニ夾ミテ兩端ヲ固ク結合シ、之レヲ $80^\circ F$.ヨリ $200^\circ F$.マデ熱スルトキハ、是等ノ棒ニ生ゼル stressesノ大サ各幾何.

Steel barノ膨脹ハ

$$2 \times .0000065 \times (200 - 80) \text{ ft.}$$

Iron barノ膨脹ハ

$$2 \times .0000067 \times (200 - 80) \text{ ft.}$$

ニシテ、其間ニ

$$2 \times .0000002 \times 120 \text{ ft.}$$

ノ差アリト雖モ、是等ノ棒ハ皆其兩端結合セラル、ヲ以テ、steel barハ iron barsノ爲メ更ニ x ft.伸バサレ、iron barsハ steel barノ爲メ y ft.縮メラレ、以テ等長ヲ保ツモノトセバ、

$$x + y = 2 \times .0000002 \times 120.$$

ニシテ、且ツ steel barニ起レル stressハ iron barsニ起レル stressニ等シキヲ以テ、

$$\frac{x}{2} \times 30000000 = \frac{y}{2} \times 28000000 \times 2.$$

or $15x = 28y.$

是等二式ニ由テ x, y ヲ求ムレバ、

$$x = .0000313,$$

$$y = .0000167,$$

故ニ、steel barニ生ゼル stressハ、

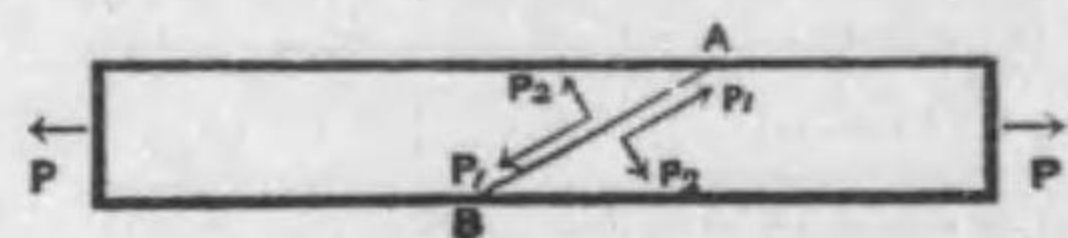
$$\frac{.0000313}{2} \times 30000000 = 4675 \text{ lbs.}$$

Iron bar = 生セル stress ハ,

$$\frac{.0000167}{2} \times 28000000 = 2338 \text{ lbs.}$$

19. Tension 及 Compression = 伴フ Shearing Stress.

若シ bar ガ tension 若シクハ compression フ受クルトキハ、之ガタメ bar ハ其軸ニ斜ナル section ニ沿フテ shearing stress フ惹キ起スベシ。



AB フ以テ、A ナル cross-section フ有シ、P ナル tensile stress フ惹キ起セル bar ノ軸ト θ ナル角 フナセル section フ示シ、其積ヲ A_1 トシ、其兩側ニ於ケル stress P フ section ニ平行及ビ直角ナル方向ニ分解シテ、之ヲ P_1 、 P_2 トスルトキハ、 P_2 ハ AB ニ直角ナル tension ニシテ、 P_1 ハ AB ニ平行ナル shear ナリ。

Shearing stress P_1 ハ $P \cos \theta$ ナル値 フ有シ、且ツ A_1 ナル面積ニ等シク分賦サル、モノトセバ、 A_1 ハ $A \operatorname{cosec} \theta$ ナルヲ以テ、其 intensity フ f_1 トセバ、

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{P_1}{A_1} \\ &= \frac{P}{2A} \sin 2\theta. \end{aligned}$$

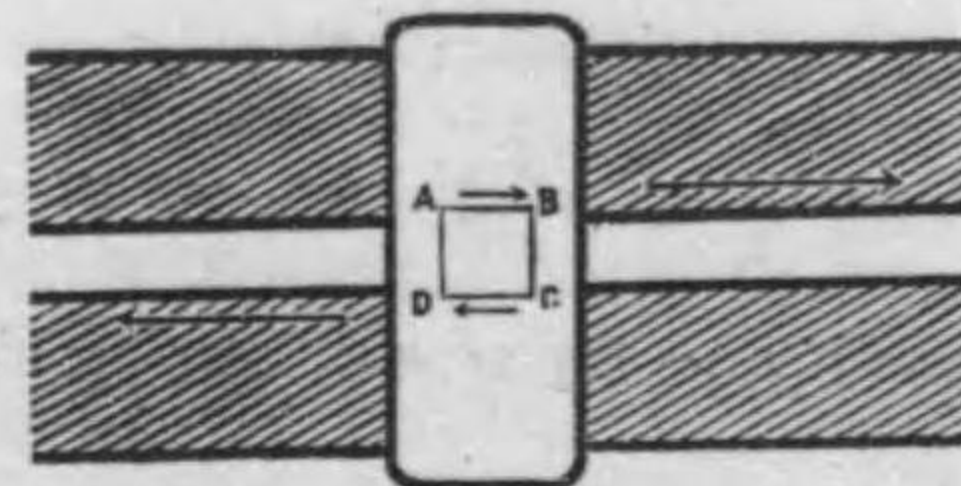
是ニ由テ、 f_1 ハ $\theta=0^\circ$, or 90° ナルトキ其値消失シ、 $\theta=45^\circ$ ナルトキ其値最大トナリ、 f ナル intensity フ有

スル tensile stress ノ爲メ、bar ニ起レル最大ナル shearing stress ハ $\frac{1}{2}f$ ニシテ、其平面ハ bar ノ軸ニ 45° 傾ムクモノトス。

又 bar ガ compression フ受クル場合ニ於テモ、shearing stress ハ等シク $\frac{1}{2}f$ ナル intensity フ有スレドモ、其方向ハ全ク相反スルモノトス。

20. Conjugate Shear.

材料ノ或方向ニ shearing stress フ生ズルトキハ、其結果之ニ直角ナル方向ニモ亦同一ノ intensity フ有スル shearing stress フ生ズベシ。



ABCD フ以テ、bar ノ正方形ナル或 element トシ、其二邊 AB, CD ニ沿フテ intensity f ナル shearing stress ガ働キ、之ガ爲メ他ノ二邊 AD, CB ニ沿フテ intensity f' ナル shearing stress フ惹キ起セルモノトセバ、

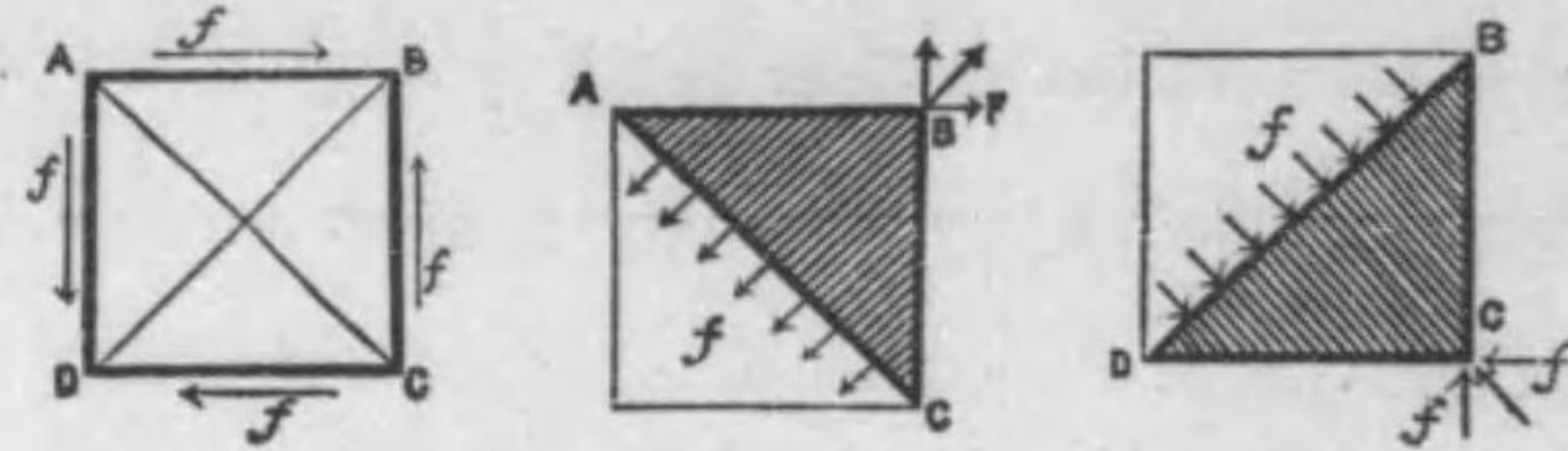
$$f \times AD = f' \times AB.$$

$$\therefore f = f'.$$

則チ、AB, CD ニ沿フテ shearing stress ガ起ルトキハ、AD, CB ニ沿フテ又同一ノ intensity フ有スル shearing stress フ惹キ起スベキモノトス。

21. Shear = 伴フ Tension 及ビ Compression.

若シ material が shearing stress ヲ受クルトキハ、其結果 shearing stress ト 45° 傾ケル方向ニ、shear ト同一ノ intensity ヲ有スル tension 及ビ compression ヲ惹キ起スベシ。



ABCD ナル正方形ノ邊ヲ單位ノ長サトシ、AB、CD ナル二邊ニ沿フテ f ナル intensity ヲ有スル shearing stress ガ働ケルモノトセバ、其結果 AD、CB ナル二邊ニ沿フテ又 f ナル shearing stress ヲ生ズルヲ以テ、BD、AC ナル對角線ハ $f\sqrt{2}$ ナル compression 若シクハ tension ヲ受ケ、BD、AC ノ長サハ孰レモ $\sqrt{2}$ ナルヲ以テ、tension 及ビ compression ノ intensity ハ孰レモ shearing stress ト等シクナリ。

22. Lateral Strain 及ビ Poisson's Ratio.

棒ヲ縦ニ緊張スルトキハ其側面縮小スルト共ニ、壓縮スルトキハ其側面膨大スルヲ以テ、從テ其側面ニ反對ノ stress ヲ惹キ起スベシ。

s_x, f_x ヲ以テ longitudinal strain 及ビ stress ノ intensities ヲ表ハシ、 s_y, f_y ヲ以テ lateral strain 及ビ stress ノ intensities ヲ表ハシ、lateral strain ヲ longitudinal strain ノ $\frac{1}{m}$ トセバ、

$$s_y = -\frac{s_x}{m}$$

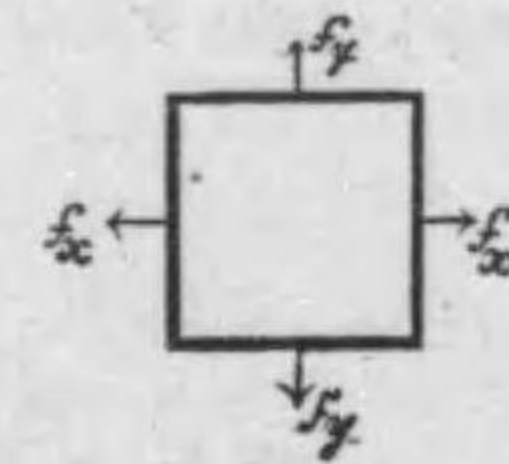
$$\therefore f_y = -\frac{1}{m} f_x$$

$\frac{1}{m}$ ヲ稱シテ Poisson's Ratio ト云フ。

Poisson 氏ハ $m = 4$ ナル數值ヲ與ヘタリト雖モ、今日ノ實驗ニヨレバ、 m ハ大畧下ニ示ス如ク材料ニ由テ異ナル數值ヲ有スルモノナリ。

Steel,	4.0
Wrought iron,	3.6
Cast iron.	3.8

23. ニツノ Principal Stresses ヨリ起レル True Stresses 及ビ Strains.



各邊ガ單位ノ長サニ等シキ立方體ノ側面ニ相對シテ f_x, f_y ナル stresses ガ起レルモノトセバ、立方體ノ各邊ハ夫ニ直角ナル面ニ於ケル stress ノ direct strain ト夫ニ平行ナル面ニ於ケル stress ノ lateral strain トヲ受クルヲ以テ、其 true strains ハ

$$x \text{ ノ方向ニ就テハ, } \frac{f_x}{E} - \frac{f_y}{mE},$$

$$y \text{ ノ方向ニ就テハ, } \frac{f_y}{E} - \frac{f_x}{mE},$$

$$\text{縦ノ方向ニ就テハ, } -\frac{f_x}{mE} - \frac{f_y}{mE}.$$

ニシテ、從テ true stresses ハ

$$x \text{ ノ方向ニ就テハ, } f_x - \frac{f_y}{m},$$

$$y \text{ ノ方向ニ就テハ, } f_y - \frac{f_x}{m},$$

縦ノ方向ニ就テハ、 $-\frac{f_x}{m} - \frac{f_y}{m}$

是ニ由テ、若シ $f_y = -f_x$ 即チ f_y ハ compressive stress ニシテ、其絶対値ガ f_x ニ等シキトキハ、

x ノ方向ニ於ケル true strain ハ $\frac{f_x}{E}(1+m)$ 、

y ノ方向ニ於ケル true strain ハ $\frac{f_x}{E}(1+m)$ 、

縦ノ方向ニ於ケル true strain ハ $-\frac{f_x}{mE} + \frac{f_{xy}}{mE} = 0$ 。

ナルヲ以テ、此場合ニ於テハ、 x, y ノ方向ニ於ケル strain ハ $\frac{1}{m}$ ヲ増加シ、縦ノ方向ニ於ケル strain ハ相殺サル、モノナリ。

24. Bulk Modulus.

單位面積ニ就テ p ナル壓力ヲ以テ壓迫サレタル物體ノ單位容積ノ收縮ヲ以テ p ヲ除シタル數ヲ稱シテ Bulk Modulus or Volume Elasticity ト云フ。

各邊ガ長サノ單位ニ等シキ立方體ヲ其側面ヨリ p ナル力ヲ以テ壓スルトキハ、其各邊ハ夫ニ直角ナル面ニ於ケル stress ノ direct strain ト夫ニ平行ナル面ニ於ケル stresses ノ lateral strains トヲ受クルヲ以テ、其 true strain

$$\frac{p}{E} - \frac{2p}{mE} = \frac{p}{E} \left(1 - \frac{2}{m}\right).$$

ニシテ、從テ立方體ノ容積ノ收縮ハ

$$\frac{3p}{E} \left(1 - \frac{2}{m}\right).$$

ナルベシ。

故ニ、 K ヲ以テ bulk modulus ヲ示ストキハ、

$$K = \frac{mE}{3(m-2)}.$$

是レ即チ、bulk modulus ト Yung's modulus トノ關係ナリ。

下表ハ他ノ elastic constants ト共ニ bulk modulus ヲ示セルモノニシテ、毎平方吋ノ噸數ナリ。

Materials	Bulk Modulus K	Rigidity G	Yung's Modulus E	Poisson's Ratio 1/m	m
Water	143	—	—	—	—
Mercury	3510	—	—	—	—
Glass (flint)	2204-2636	1492-1524	3645-3829	.244	4.1
Blas	6363-6890	2185-2560	6020-7112	.333	3.0
Copper	10690	2794-3440	7442-7836	.333	3.0
Cast iron	6123	3378	6250-10220	.270	3.7
Wrought iron	9245	4883	12470	.278	3.6
Steel	11690	5200	12820-15560	.303	3.3

25. Direct Modulus ト Shear Modulus トノ關係.

$ABCD$ ナル正方形ノ邊ヲ單位ノ長サトシ、 AB, CD ナル邊ニ沿フテ f ナル shearing stress ガ起レルモノトセバ、 AD, CB ナル二邊ニモ f ナル shearing stress ヲ生ジ、 BD, AC ナル對角線ハ又 f ナル compression ト tension トヲ受クルヲ以テ、 $ABCD$ ニ外切シテ他ノ $EFGH$ ナル正方形ヲ畫キテ、 A, B, C, D ヲ其邊ノ中點ニアラシメ、



EF, GH ナル對邊ニ f ナル intensity ノ tension ヲ受ケ, FG, HE ナル對邊ニ compression ヲ受ケシムルトキハ, 之ガ爲メ, ABCD ナル正方形ハ四邊ニ沿フテ, f ナル shearing stresses ヲ惹キ起スベシ.

今是等 stresses ノ爲ニ生ゼル $\angle ABC$ ノ distortion ヲ θ トシ, shear ノ方面ヨリ θ ヲ求ムレバ,

$$\theta = \frac{f}{G}$$

又他ノ方面ニ於テ, EFGH ナル正方形ノ二邊ガ tension ト compression ノ爲ニ受ケタル strains ヲ θ ヲ求ムレバ,

$$\tan \frac{\pi - \theta}{2} = \frac{AC}{BD} = \frac{1 - \frac{f}{E} - \frac{f}{mE}}{1 + \frac{f}{E} + \frac{f}{mE}}$$

然ルニ, θ ハ微小ナルヲ以テ,

$$\tan \frac{\pi - \theta}{2} = \frac{1 - \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\theta}{2}}$$

トシ, 之ヲ前ノ式ニ比較スレバ,

$$\frac{\theta}{2} = \frac{f}{E} \left(1 + \frac{1}{m}\right)$$

θ ノ此値ヲ前ニ得タルモノニ比較スレバ,

$$\frac{f}{G} = \frac{2f}{mE} \left(1 + \frac{1}{m}\right)$$

$$\therefore G = \frac{m}{2(m+1)} E$$

mヲ4, トスレバ, GハEノ五分ノ二トナルベシ.

26. Principal Planes 及ビ Principal Stresses.

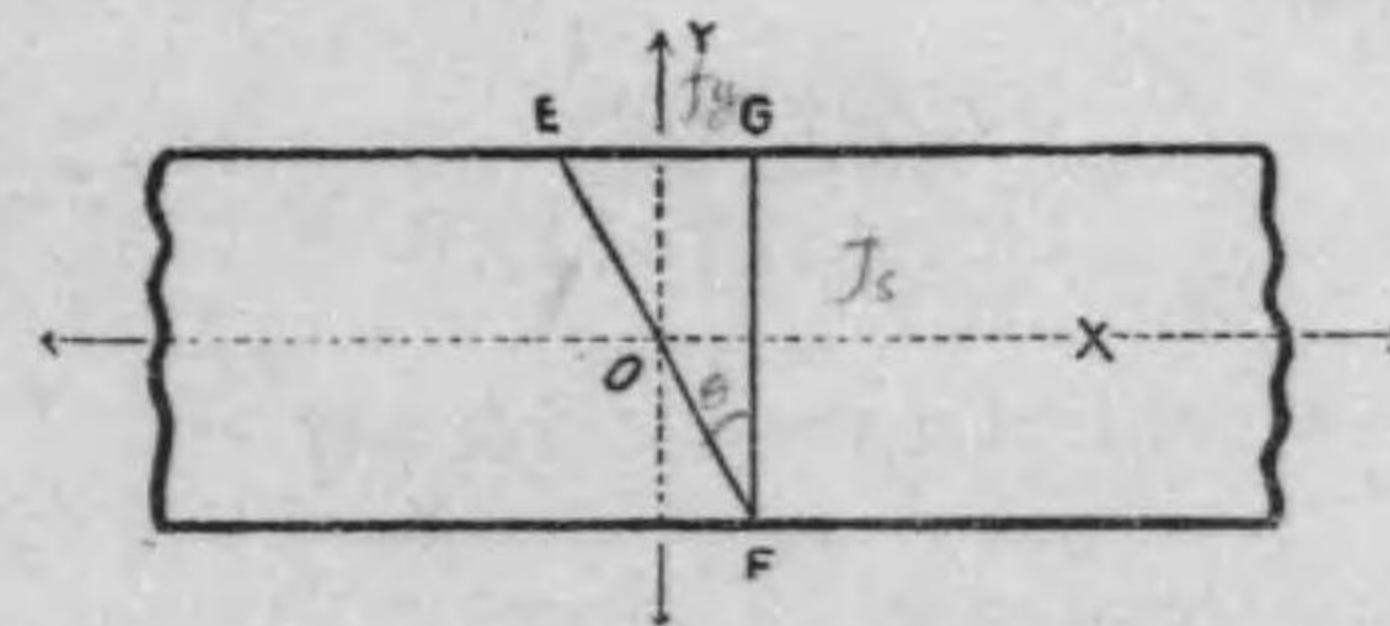
物體ノ内部ノ或點ヲ貫スキタル平面ガ夫ニ就テ求メタル resultant stress ニ垂直ナルトキハ, 其平面ヲ稱シテ Principal Planes ト云ヒ, resultant stress ヲ稱シ Principal Stress ト云フ, 故ニ此場合ニ於テハ tangential component ハ消失シテ normal component ハ resultant stress ニ等シキモノナリ.

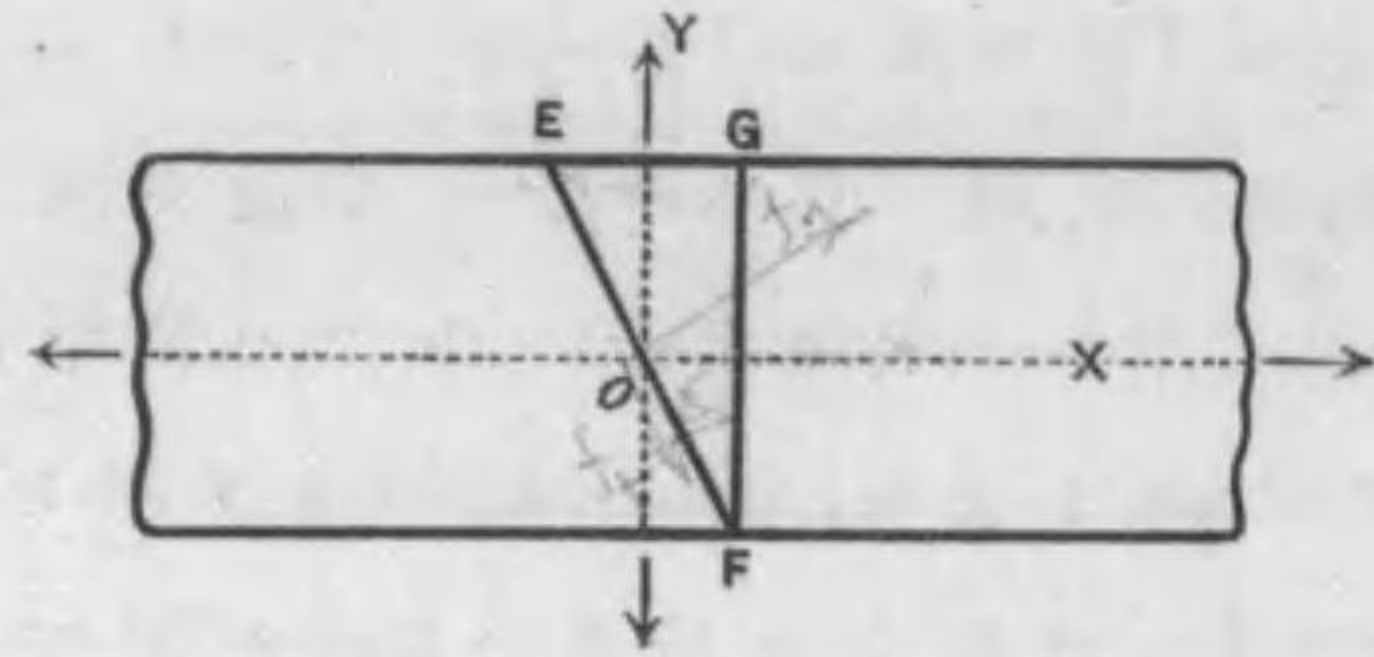
物體ノ或點ニ於ケル stress ガ如何ニ複雑セルモ其點ニ於ケル三ツノ principal planes ハ互ニ垂直ノ位置ヲ探リ, stress ノ三ツノ components ノ中チ, 其一ハ他ノ方向ニ於ケルモノヨリ最大, 他ノ一ハ最小ニシテ, 實際問題ニ於テハ, 三ツノ principal stresses ノ中チ, 其一ガ消失スルカ, 消失セザルモ微小ニシテ消失セルモノト見做シ得ベキ場合多シ.

27. ニツノ正交セル Normal Stresses.

正交セルニツノ OX, OY ナル方向ニ於ケル stress ノ intensities f_x, f_y ヲ與ヘテ, EF ナル或平面ニ對スル stress ノ intensity 及ビ方向ヲ求メントス.

OX, OY ニ垂直ナル平面ヲ FG, EG トシ, EF ノ FG ニ





傾ムケル角ヲ θ トシ, EF = 働ク stress ノ normal 及ビ tangential components ノ intensities ヲ夫々 f_n 及ビ f_t トセバ,

FG = 直角ナル stress ヲ

$$EF \cos \theta \cdot f_x$$

EG = 直角ナル stress ヲ

$$EF \sin \theta \cdot f_y$$

EF = 直角ナル stress ヲ

$$EF \cdot f_n$$

EF = 平行ナル stress ヲ

$$EF \cdot f_t$$

ナルヲ以テ, EF = 直角ナル諸力ノ均り合ニ由テ,

$$EF \cdot f_n = EF \cos \theta \cdot f_x \times \cos \theta + EF \sin \theta \cdot f_y \times \sin \theta.$$

$$\therefore f_n = f_x \cos^2 \theta + f_y \sin^2 \theta. \quad (1)$$

更ニ EF = 平行ナル諸力ノ均り合ニ由テ

$$EF \cdot f_t = EF \cos \theta \cdot f_x \times \sin \theta - EF \sin \theta \cdot f_y \times \cos \theta.$$

$$\begin{aligned} \therefore f_t &= (f_x - f_y) \sin \theta \cos \theta \\ &= \frac{1}{2} (f_x - f_y) \sin 2\theta. \end{aligned} \quad (2)$$

$\theta = 45^\circ$ トセバ, tensile stress ノ intensity ヲ

$$f_n = \frac{1}{2} (f_x + f_y).$$

shearing stress ノ intensity ヲ

$$f_t = \frac{1}{2} (f_x - f_y).$$

トナル, shearing stress ヲ其極大値ナリ.

(1) 及ビ (2) = 由テ resultant stress ノ intensity f ヲ求ム
レバ, 其 total stress ヲ $EF \cdot f$ ナルヲ以テ,

$$EF \cdot f = \sqrt{(EF \cos \theta \cdot f_x)^2 + (EF \sin \theta \cdot f_y)^2}.$$

$$\therefore f = \sqrt{f_x^2 \cos^2 \theta + f_y^2 \sin^2 \theta} = \sqrt{f_n^2 + f_t^2}. \quad (3)$$

Resultant stress ガ OX = 傾ムケル角ヲ α トセバ

$$\tan \alpha = \frac{EF \sin \theta \cdot f_y}{EF \cos \theta \cdot f_x} = \frac{f_y}{f_x} \tan \theta. \quad (4)$$

又 resultant stress ガ EF = 傾ムケル角ヲ β トセバ,

$$\tan \beta = \frac{f_n}{f_t} = \frac{f_x \cos^2 \theta + f_y \sin^2 \theta}{(f_x - f_y) \sin \theta \cos \theta}. \quad (5)$$

(1) 及ビ (2) = 於テ, f_y ヲ compressive stress トシテ其
符號ヲ變ズレバ,

$$f_n = f_x \cos^2 \theta - f_y \sin^2 \theta,$$

$$f_t = (f_x + f_y) \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} (f_x + f_y) \sin 2\theta.$$

又 unlike stress ノ特別ナル場合トシテ f_x, f_y ノ絶對値
ヲ相等シカラシムルトキハ, $\theta = 45^\circ$ = 對シテ,

$$f_t = \frac{1}{2} (f_x + f_y) = f_x = f,$$

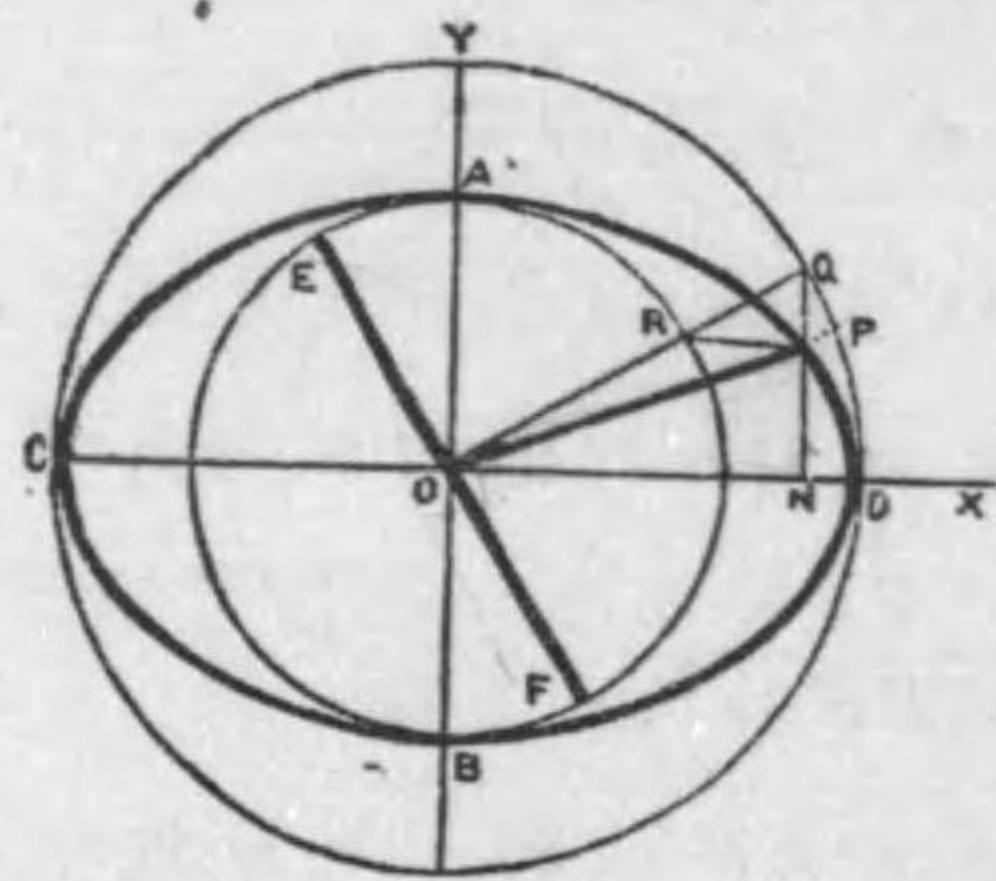
$$f_n = 0.$$

28. Stress ノ楕圓

前條ニ示セル如ク, f_x, f_y ナルニツノ principal stresses

ガ與ヘラレテ或平面ニ對スル resultant stress ノ方向ト大サトヲ圖ニ就テ求ムルノ法ヲ下ニ示サントス。

0ヲ中心トシ、 f_x, f_y ヲ半徑トシテ二圓 CQD, ARB ヲ畫キ、 EF ニ垂直ニ ORQ ヲ引キテ大圓ト Q ニ、小圓ト R ニ交ハラシム。



OX ニ直角ニ引キタル直線 QN ト平行ニ引キタル直線 RP トノ交點ヲ O ニ結ブトキハ、 OP ハ方向ト大サニ於テ resultant stress ノ intensity ヲ表ハスベキモノナリ。

P ノ軌跡ハ楕圓ニシテ、其坐標ハ

$$f_x \cos \theta, f_y \sin \theta.$$

ナルヲ以テ、 OP 即チ p ハ

$$p = \sqrt{f_x^2 \cos^2 \theta + f_y^2 \sin^2 \theta}.$$

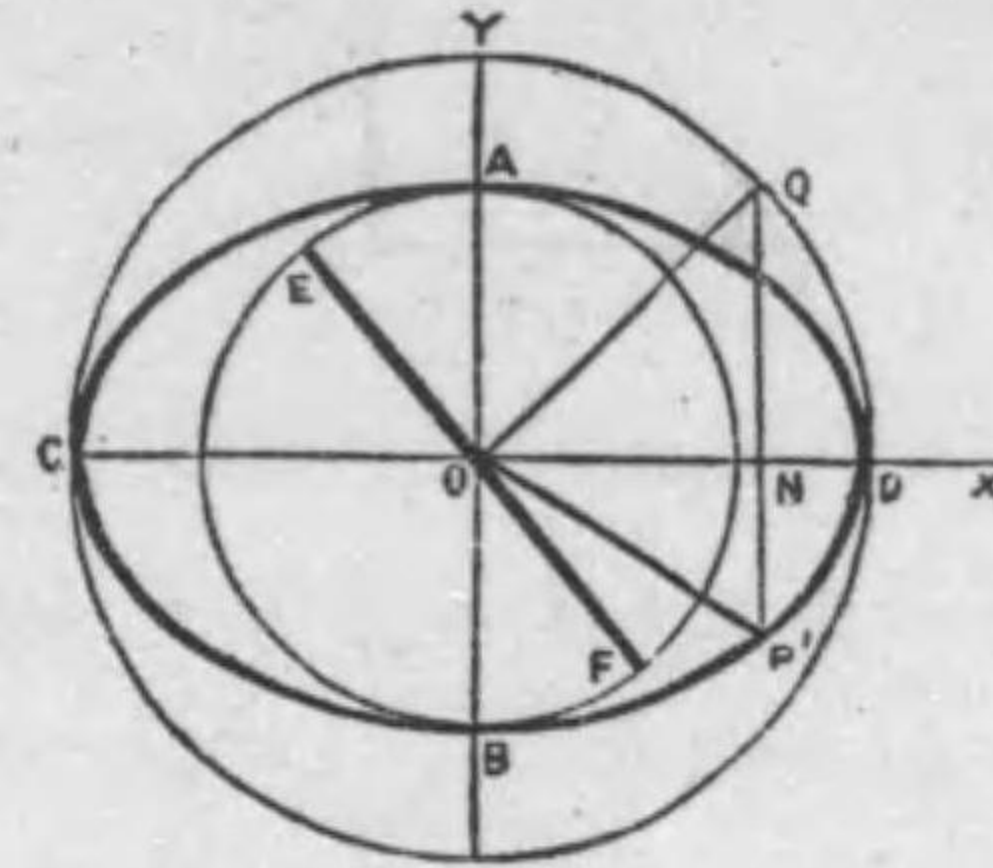
又 OP ノ OX ニ傾ムケル角 a ハ

$$\tan a = \frac{f_y \sin \theta}{f_x \cos \theta} = \frac{f_y}{f_x} \tan \theta.$$

ナルヲ以テ、 p 及ビ a ハ前條ニ於ケル (3) 及ビ (4)ニ符合スベシ。

又 unlike stresses ノ場合ニ於テハ f_y ハ負ナルヲ以テ

下圖ニ示セル如ク OP' ハ所要ノ resultant stress ヲ表ハスモノトス。

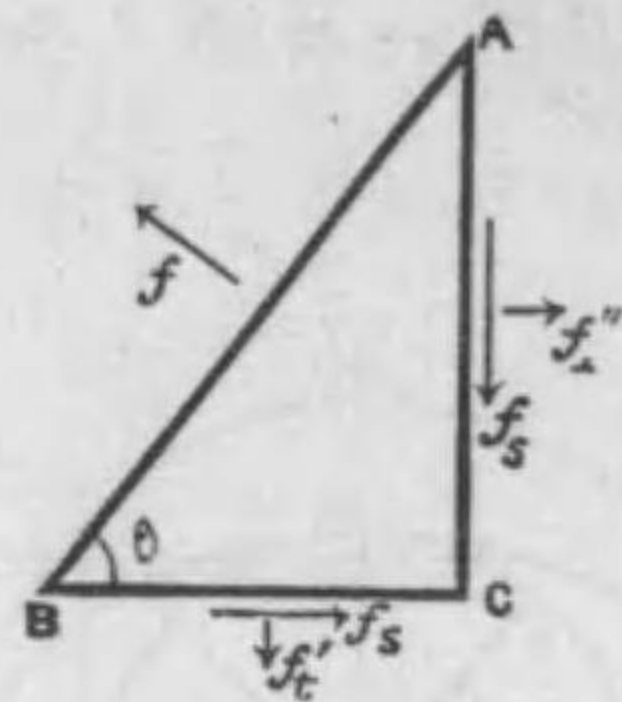


29. Principal Stresses ニ關スル問題.

Stress ノ状態ニアル物體ノ principal stresses ノ大サ及ビ principal planes ノ位置ハ 27 條ト同様ノ方法ヲ以テ之ヲ求ムルコトヲ得ベク、問題ガ二ツノ principal stresses ニ限ギルトキハ、其一ハ極大値ニ相當スルモノトス。

21 條ハ此問題ノ最モ簡單ナル例ニシテ、相等シキ intensity ノ二ツノ shearing stresses ガ互ニ直角ナル二ツノ平面ニ沿フテ働クトキハ、其 principal stresses ハ shearing stress ニ等シキ intensity ヲ以テ、夫レト 45° 傾ムケル平面ニ直角ニ働クト云フニアリ。

第二例トシテ、 f'_1, f'_2 ナル intensities ヲ有スル二ツノ normal stress ガ互ニ直角ナル二面 BC, AC ニ働キ、且ツ f_s ナル intensity ノ shearing stresses ガ其面ニ沿フテ働ケルトキ、principal planes 及ビ principal stresses ヲ求ムルノ法ヲ示スベシ。



Principal stress ノ intensity ヲ f トシ principal plane AB ガ BC ニ傾ムケル角ヲ θ トシ、諸力ヲ AC ニ平行ニ分解スルトキハ、

$$AB \cdot f \times \cos \theta = BC \cdot f'_i + AC \cdot f_s$$

$$= AB \cos \theta \cdot f'_i + AB \sin \theta \cdot f_s$$

$$\therefore f - f'_i = f_s \tan \theta \quad (1)$$

又諸力ヲ BC ニ平行ニ分解スルトキハ、

$$AB \cdot f \times \sin \theta = AC \cdot f''_i + BC \cdot f_s$$

$$= AB \sin \theta \cdot f''_i + AB \cos \theta \cdot f_s$$

$$\therefore f - f''_i = f_s \cot \theta \quad (2)$$

(2) ヨリ (1) ヲ減ズルトキハ、

$$f'_i - f''_i = f_s (\cot \theta - \tan \theta) = \frac{2 f_s}{\tan 2\theta}$$

$$\therefore \tan 2\theta = \frac{2 f_s}{f'_i - f''_i} \quad (3)$$

2θ ノ特別解法ヲ a トセバ、一般解法ハ $a + n\pi$ トナリ、 θ ハ $\frac{a}{2}$ 及ビ $\frac{a}{2} + n\frac{\pi}{2}$ トナルヲ以テ、二ツノ principal planes ハ互ニ正交スルコト、ナルベシ。

次ニ (1) ト (2) トヲ乗ズルコトニ由テ、

$$(f - f'_i)(f - f''_i) = f_s^2$$

之ヲ解クトキハ、

$$f = \frac{1}{2}(f'_i + f''_i) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(f'_i - f''_i)^2 + f_s^2} \quad (4)$$

是レ即チ、二ツノ principal stresses ノ intensities ヲ與フルモノニシテ、大ナル方ハ f'_i 及ビ f''_i ト同名ニシテ、小ナル方ハ f_s^2 ガ $f'_i f''_i$ ヨリ大ナレバ、 f'_i 及ビ f''_i ト異名ナルモノトス。

Maximum shearing stress ノ働ク平面ハ principal planes ニ 45° 傾ムキ、其 intensity ハ principal stresses ノ intensities ノ差半ナル

$$\sqrt{\frac{1}{4}(f'_i - f''_i)^2 + f_s^2}$$

ニ等シキモノトス。

(4) ニ於テ、 $f''_i = 0$ トセルモノガ即チ combined action ノ下ニ起レル shaft ノ principal stresses ヲ表ハス式ニ相當セルモノナリ。

◎ 問 題

✓ 1. 直徑 1 in. ナル round wrought iron bar ノ tensile test ニ於テ、8 in. ノ長サガ 5 tons ノ load ノ爲メ 0.00386 in. 伸長シ、更ニ load ヲ 8 tons ニ増加セルトキ elastic point ニ達スルトキハ、elastic modulus 及ビ elastic resilience ノ大サ各如何。

✓ 2. 直徑 1.5 in.、長サ 18 ft. ナル steel rod ガ 7 tons ノ張力ノ爲メ $\frac{1}{16}$ in. 伸張スルトキハ、rod ニ於ケル張力ノ intensity, elastic modulus ノ數値及ビ斜面ニ沿ヒタル shear stress ノ greatest intensity ノ大サ各如何。

3. Steel rod が cross-section ノ 毎平方吋 3 tons ノ 張力ヲ受クルトキ, 斜面ニ沿ヒタル shear stress ガ 毎平方吋 1 ton ナレバ, 其斜面ノ法線ガ rod ノ軸ニ傾ケル角及ビ斜面ニ直角ナル stress ノ intensity ノ大サ各如何.

4. 外徑 10 in., 内徑 8 in. ナル hollow cylindrical cast iron column ハ 60 tons ノ load ノ爲メ何時短縮スベキカ.

5. 三條ノ wires ヲ以テ 3000 lbs ノ重サヲ支フルニ, 中間ハ steel, 兩側ハ brass ニシテ, 其太サハ孰レモ $\frac{1}{2}$ in. ナルトキハ, wires ノ支フル力各如何.

Brass ノ elastic modulus ハ 12×10^6 lbs per sq. in. ナリ.

6. 前問ニ於テ, wires ガ等シキ重サヲ支フル如ク裝置シタル後チ, 更ニ 5000 lbs ノ荷重ヲ加フルトキハ, wires ニ起レル stresses ノ intensities ノ大サ各如何.

7. 平行シテ 25 ft. 離レタル二ツノ壁ヲ緊束スルニ $300^\circ F.$ ニ熱シタル直徑 1 in. ノ steel bar ヲ以テセルトキ, bar ガ $60^\circ F.$ ニ冷却スルトキハ, 之ガ爲メ壁ノ引キ張ラルハ力如何.

8. Steel bolts ヲ以テ結合セル二枚ノ厚キ銅板ヲ熱シテ温度ヲ $120^\circ F.$ 高メタルトキ, 坐金が大キクシテ銅板ニ compressive stress ヲ惹キ起サザルトキト, 坐金ノ面積ガ bolt ノ截面積ノ五倍ニ等シキ場合トニ就キ, bolt ノ内部ニ起レル tensile stress ノ増加ヲ計算スベシ.

Copper ノ elastic modulus ハ 7500 tons per sq. in. ナリ.

9. 問題四ニ於テ, 柱ノ内部ヲ滿スニ concret ヲ以テ

スルトキハ, 柱ノ短縮及ビ各材料ノ分擔スベキ重サ各幾何.

10. Steel ノ試験材ニ就テ, direct modulus ガ 毎平方吋 29,500,000 lbs., shear modulus ガ 12,500,000 lbs ヲ得ルトキハ, Poisson's Ratio 及ビ bulk modulus ノ數値各幾何.

第 貳 編

Riveted Joints.

30. Riveted Joints ノ 損傷.

Rivet ヲ以テ結合セルニ枚ノ plates = 張力ヲ加フル
トキハ、下ノ如ク五種ノ損傷ヲ生ズ.

第一 Riveted holes 間ノ板ノ横裂ニ由テ,

第二 Rivet ノ 剪斷ニ由テ,

第三 Plate ノ 潰崩ニ由テ,

第四 Rivet ノ 前面ニ於ケル plate ノ 剪斷ニ由テ,

第五 Rivet ノ 前面ニ於ケル plate ノ 縦裂ニ由テ,

今是等ノ損傷ニ對スル抵抗力ヲ求メシニ

d ヲ以テ rivet ノ 直徑,

p ヲ以テ rivet ノ pitch,

t ヲ以テ plate ノ 厚サ,

l ヲ以テ plate ノ lap,

f_t ヲ以テ plate ノ ultimate tensile strength,

f_s ヲ以テ rivet ノ ultimate shearing strength,

f'_s ヲ以テ plate ノ ultimate shearing strength,

f_c ヲ以テ plate ノ ultimate crushing strength ヲ示シ,

rivet ヲ single lap joint トスルトキハ,

第一ニ對スル抵抗ハ

Handwritten note: $1/2 d$ of Rivet

$$f_s t (p-d).$$

第二 = 對スル抵抗ハ

$$f_s \frac{\pi d^2}{4}.$$

第三 = 對スル抵抗ハ

$$f_c t d.$$

第四 = 對スル抵抗ハ

$$2f_s' t \left(l + \frac{d}{2} \right).$$

第五 = 對スル抵抗ハ

$$\lambda \frac{E t}{d}.$$

ヲ以テ表ハスコトヲ得ベシ、但シ λ ハ材料ニ屬スル定數ニシテ、長サガ總テ時ヲ以テ表ハサル、トキ、Robert Wilson 氏ハ iron plate ニ就キ之ヲ 100 000 lbs. トセリ。

31. Single-Riveted Lap-Joints.

Riveted joint ハ機械ノ各部ガ總テ equal strength ヲ有スル如ク、rivet ト plate トガ常ニ相等シキ強力ヲ有シ、第一乃至第五ノ中チ孰レカーノ損傷ヲ來タストキハ、他ノ損傷モ同時ニ起リ、獨リ rivet 若シクハ plate ノミヲ強カラシメザル如ク設計セザルベカラズ、更ニ詳言セバ、五種ノ損傷ニ對スル抵抗ヲシテ成ルベク相等シカラシムル如ク、rivet ノ直徑、pitch 及ビ lap ヲ定メザルベカラズ、若シ第一乃至第五ノ損傷ニ對スル抵抗ヲ相等シカラシメ、以テ方程式ヲ作ルトキハ、未知ノ三數 d 、 l 、 p ニ對シテ四個ノ方程式ヲ得テ、方程式ノ數一ツ未

知元ノ數ヨリ多キガ如シト雖モ、第四、第五ノ損傷ハ孰レモ lap ニ關スルガ故ニ、其抵抗ノ小ナルモノヲ取リテ lap ヲ決定セバ可ナリ。

之レヨリ第一乃至第五ノ抵抗ヲ比較シテ d 、 l 、 p ト t トノ關係ヲ求メントス。

第二ノ抵抗ヲ第三ノ抵抗ニ等シカラシムレバ、

$$f_s \frac{\pi d^2}{4} = f_c t d,$$

$$\therefore d = \frac{4 f_c t}{\pi f_s}.$$

Riveted joints ノ實驗ノ結果ニヨレバ、

	Stress in tons per. sq. in.		
	f_s	f_c	f_c/f_s
Single shear, iron rivets and plates	18.0	30.0	1.66
„ „ steel „ „	23.0	40.0	1.74
Double shear, iron „ „	16.0	36.0	2.25
„ „ steel „ „	20.0	50.0	2.50

ナルヲ以テ、之ニ由テ d ノ値ヲ求ムレバ、

$$\text{Iron} = \text{就テハ、} \quad d = 2.1 t,$$

$$\text{Steel} = \text{就テハ、} \quad d = 2.2 t.$$

Iron rivet ノ直徑ニ就テ諸家ノ定メタル公式ヲ掲グレバ下ノ如シ。

$$\text{Brown} \quad \begin{cases} d = 2 t, \\ d = 1.25 d. \text{ for double covers.} \end{cases}$$

$$\text{Fairbairn} \quad \begin{cases} d = 2 t. \text{ for plates less than } \frac{3}{8}'' . \\ d = 1.5 t. \text{ for plates greater than } \frac{3}{8}'' . \end{cases}$$

Lamaitre	$d=1.5t+0.16.$
Antoine	$d=1.1\sqrt{t}$
Pohlig	$\begin{cases} d=2t. & \text{for boiler riveting.} \\ d=3t. & \text{for extra strength.} \end{cases}$
Redtenbacher	$d=1.5t, \text{ to } 2t.$
Unwin	$\begin{cases} d=0.75t+\frac{5}{16} \text{ to } \frac{7}{8}t+\frac{3}{8}. \\ d=1.2\sqrt{t}. \end{cases}$

次ニ、第二ノ抵抗ヲ第五ノ抵抗ニ等シカラシムルトキハ、

$$f_s \frac{\pi d^2}{4} = \lambda \frac{l^2 t}{d}$$

$$\therefore l = \frac{\pi f_s d^2}{4 \lambda t}$$

此式ニ於テ、 $d=2t$, $\lambda=100\ 000\ \text{lbs.}$, $f_s=50\ 000\ \text{lbs.}$ トシテ、 l ヲ求ムレバ、

$$l=0.89d.$$

實際ニ於テハ、通例 l ノ値ヲ之ヨリ少シク増加シテ、 d ニ等シカラシムルモノトス。

次ニ又第一ノ抵抗ヲ第二ノ抵抗ニ等シカラシムルトキハ、

$$f_t t(p-d) = f_s \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\therefore p = \frac{\pi f_s d^2}{4 f_t t} + d.$$

實驗ノ結果ニヨレバ、

	Aparent tenacity of joint, tons per sq. in.	
	Iron plates.	Steel plates.
Single-riveted, drilled	18.1	27.6
„ „ punched	15.8	25.0
Double-riveted, drilled	19.5	29.0
„ „ punched	17.5	27.6
Treble-riveted, drilled	20.0	30.0

	Aparent shearing resistance of rivets, tons per sq. in.
Iron rivets, in punched holes	20.5
„ in drilled holes	19.0
Steel rivets, in punched holes	23.5
„ in drilled holes	22.0

ニシテ、 f_s/f_t ノ數値ハ

	Iron Plates, Iron Rivets		Steel Plates, Steel Rivets	
	Drilled or punched and reamed or annealed	Punched	Drilled or punched and reamed or annealed	Punched
Single riveted	1.06	1.30	0.79	0.95
Double riveted	0.98	1.18	0.75	0.85
Treble riveted	0.95	—	0.74	—

ナリト雖モ、實際ニ於テハ、iron plates punched and iron rivetsニ就テハ $f_s/f_t=1.25$ to 1; iron plates punched and reamed, or drilled and iron rivetsニ就テハ $f_s/f_t=1.0$; steel plates and steel rivets, the holes drilled or the plates annealedニ就テハ $f_s/f_t=0.82$. トスル方可ナルヲ以テ、之ニ由テ p ヲ求ムレバ、

Iron = 就テハ $p=2.6d,$

Steel = 就テハ, $P=2.4d.$

32. Double-Riveted Lap-Joints.

Double-riveted lap-joints = 就テハ,

第一ノ損傷 = 對スル抵抗ハ single joints = 於ケル如ク,

$$f_t t (p-d).$$

第二ノ損傷 = 對スル抵抗ハ rivets ガ二個アルヲ以テ,

$$2f_s \frac{\pi d^2}{4}.$$

第三ノ損傷 = 對スル抵抗モ亦 single joints = 於ケルトキノ二倍即チ

$$2f_c t d.$$

ナルヲ以テ, 第二ノ抵抗ヲ第三ノ抵抗 = 等シカラシムルトキハ,

$$2f_s \frac{\pi d^2}{4} = 2f_c t d,$$

$$\therefore d = \frac{4f_c t}{\pi f_s}.$$

f_c/f_s ノ數値ハ single shear = 於テハ常ニ同一ノ値ヲ有スベキヲ以テ, lap-joints = 於テハ其 single タルト double タルトヲ問ハズ, rivets ノ直徑ハ常ニ同一ノ大サヲ有スルモノナリ, 即チ

Iron = 就テハ, $d=2.1t,$

Steel = 於テハ, $d=2.2t.$

次ニ第一ノ抵抗ヲ第二ノ抵抗 = 等シカラシムルトキハ,

$$f_t t (p-d) = 2f_s \frac{\pi d^2}{4},$$

$$\therefore p = \frac{\pi f_s d^2}{2f_t t} + d.$$

此式 = 於ケル f_s/f_t ノ數値ハ single-lap joint = 於ケル如ク, iron ナレバ 1, steel ナレバ 0.82 ナルヲ以テ, 之ニ由テ p ヲ求ムレバ,

Iron = 就テハ, $p=4.3d,$

Steel = 就テハ, $p=3.7d.$

Rivets ノ列ト列トノ間隔ハ, 第一乃至第五ノ抵抗ノ比較ニヨリテ之ヲ學術的ニ求ムルコト能ハズト雖モ, 實際ニ於テハ, 實驗上 chain riveting = 就テハ pitch, zigzag riveting = 就テハ, pitch ノ 7/6 = 等シカラシムルヲ以テ, zigzag rivets = 於テハ, 相並ビタル二ツノ rivets ガ其上ノ rivet ト共ニ正三角形ヲ畫クモノトス.

33. Double Covers ヲ有スル Butt-Joints.

Single butt-joints ノ損傷 = 對スル抵抗ハ,

第一 $f_t t (p-d),$

第二 $2f_s \frac{\pi d^2}{4},$

第三 $f_c t d.$

ナルヲ以テ, 之ヲ比較スルコトニ由テ, d 及ビ p ヲ求ムレバ,

$$d = \frac{2f_c t}{\pi f_s}$$

$$p = \frac{\pi f_s d^2}{2f_c t} + d.$$

Double shear = 就テハ、 f_c/f_s ノ數值ハ iron ナレバ 2.25, steel ナレバ 2.50 = シテ、 f_s/f_t ノ數值ハ iron ナレバ 1, steel ナレバ 0.72 ナルヲ以テ、

$$\text{Iron} = \text{就テハ}, \quad \begin{cases} d=1.4t, \\ p=3.2d. \end{cases}$$

$$\text{Steel} = \text{就テハ}, \quad \begin{cases} d=1.6t, \\ p=2.8d. \end{cases}$$

次ニ double butt-joint ノ損傷ニ對スル抵抗ハ、

$$\text{第一} \quad f_t t (p-d),$$

$$\text{第二} \quad 4f_s \frac{\pi d^2}{4},$$

$$\text{第三} \quad 2f_c t d.$$

ナルヲ以テ、之ヲ比較スルコトニ由テ、 d 及ビ p ヲ求ムレバ、

$$d = \frac{2f_c t}{\pi f_s}$$

$$p = \frac{\pi f_s d^2}{f_t t} + d.$$

此式ニ於ケル f_c/f_s , f_s/f_t ノ數值ハ前同様ナルヲ以テ、

$$\text{Iron} = \text{就テハ}, \quad \begin{cases} d=1.4t, \\ p=5.4d. \end{cases}$$

$$\text{Steel} = \text{就テハ}, \quad \begin{cases} d=1.6t, \\ p=4.6d. \end{cases}$$

Covers ハ shearing stress ヲ受クルノミナレバ、孰レモ main plates ノ厚サノ半分ニテ充分ナリト雖モ、實際ニ於テハ大抵 tension 及ビ compression ガ伴フヲ以テ、main plates ノ 5/8 乃至 7/8 ノ厚サヲ有セシムルモノトス。

34. Riveted Joints ノ Plate ノ Efficiency.

Joint plate ノ solid plate ノ強サニ對スル比ヲ稱シテ Efficiency of Plate ト云フ。

故ニ plate ノ efficiency ハ

$$\frac{f_t (p-d)t}{f_s p t} = \frac{p-d}{p} \times 100\%$$

ニ由テ之ヲ求ムルコトヲ得ベク、此數值ハ又下ノ如ク pitch 及ビ直徑ニ由ラズ、材料ノ強サノミニ由テ之ヲ求ムルコトヲ得ベシ。

Single-riveted lap-joints = 於テ、第一ノ抵抗ヲ第三ノ抵抗ニ等シカラシムルトキハ、

$$f_t t (p-d) = f_c t d.$$

$$\therefore \frac{p-d}{d} = \frac{f_c}{f_t},$$

$$\frac{p-d}{p} = \frac{f_c}{f_t + f_c}.$$

上式ニ於テ、 $\frac{f_c}{f_s} = 1.66$, $\frac{f_s}{f_t} = 1$. トセバ、

$$\frac{p-d}{p} = \frac{1.66}{2.66} = 62\%.$$

Double-riveted lap-joints = 於テハ、

$$f_t t (p-d) = 2f_c t d,$$

$$\frac{p-d}{d} = \frac{2f_c}{f_t}$$

$$\frac{p-d}{p} = \frac{2f_c}{f_t+2f_c}$$

$$\therefore \frac{p-d}{p} = \frac{3.32}{4.32} = 77\%$$

Butt-joints = 於テモ亦同様ノ方法ヲ以テ之ヲ求ムル
コトヲ得ベシ

35. Riveted-Joints ノ Rivet ノ Efficiency.

Rivets ノ強サノ solid plate ノ強サニ對スル比ヲ稱シ
テ Efficiency of Rivet ト云フ。

故ニ rivet ノ efficiency ハ

$$\frac{f_s \cdot n \frac{\pi d^2}{4}}{f_t p t} = \frac{n a}{p t} \times F. \%$$

ニ由テ之ヲ求ムルコトヲ得ベク、 a ハ rivet ノ section ノ
面積ナル $\frac{\pi d^2}{4}$ 、 F ハ $\frac{f_s}{f_t} \times 100$ ヲ表ハセルモノナリ。

造船規程ニ於テハ、boiler plates ノ joints = 就キ F ノ
數値ヲ 70 乃至 100 トセリ。

36. Riveted-Joint ノ Combined Efficiency.

Boiler plates ノ joints = 於テ rivets ノ數ガ外列ニ於テ
半數ナルトキ、plates ト rivet トノ combined efficiency ハ

$$\frac{100(p-2d)}{p} + \frac{a}{p t} \times F.$$

ニ由テ之ヲ求ムルコトヲ得ベク、 p ハ外列ニ於ケル
rivets ノ pitch ナリ。

上式ノ第一項ハ $\frac{p}{2}$ ナル pitch = 就テ求メタル plate
ノ efficiency ナル

$$\frac{\frac{p-d}{2}}{\frac{p}{2}} \times 100 = \frac{100(p-2d)}{p}$$

ニシテ第二項ハ $\frac{p}{2}$ ナル pitch = 於ケル一ノ rivet ノ
efficiency ナリ。

問 題

1. Brown, Lamaitre, Unwin 諸氏ノ公式ニ由テ半吋ノ
板ヲ lap-joint スルトキノ rivet ノ直徑ヲ求ムベシ。
2. Rivet ノ直徑ハ接合ノ單複ニ關セザルコトヲ證
明セヨ。
3. Single lap-joints ノ pitch ヲ表ハセル

$$p = d + \frac{\pi f_s d^2}{4 f_t t}$$

ナル式ニ於テ、直徑ニ就テハ Unwin's formula ヲ適用シ、
 $\frac{f_s}{f_t} = 0.8$ 。トシテ後節第二項ノ數値ヲ求ムベシ。

4. Single lap-joints = 於テ、 $t = \frac{1}{2}$ 。ナルトキ、 $d = \frac{3}{4}$ 、
 $p = 2\frac{9}{16}$ 。トセバ、其 joints ノ efficiencies ノ數値各如何。

5. $\frac{f_c}{f_s} = 1.6$ 、 $\frac{f_s}{f_t} = 0.8$ 。トシテ single lap-joints ノ rivet ノ
直徑、pitch 及ビ plate ノ efficiency ヲ求ムル式ヲ作レ。

6. Riveted-joints ノ plate ノ efficiency ハ複行ノ方ガ單

行ノトキヨリ大ナルコトヲ證明セヨ.

7. Butt-joints ニ於ケル plate ノ efficiency ハ lap-joints
ニ於ケル如ク, single ノトキハ $\frac{f_c}{f_t+f_c}$, double ノトキハ
 $\frac{2f_c}{f_t+2f_c}$ ナルコトヲ證明セヨ.

8. 材料ノ強サノミヲ以テ rivet ノ efficiency ヲ表ハ
ス式ヲ作レ.

第 參 編

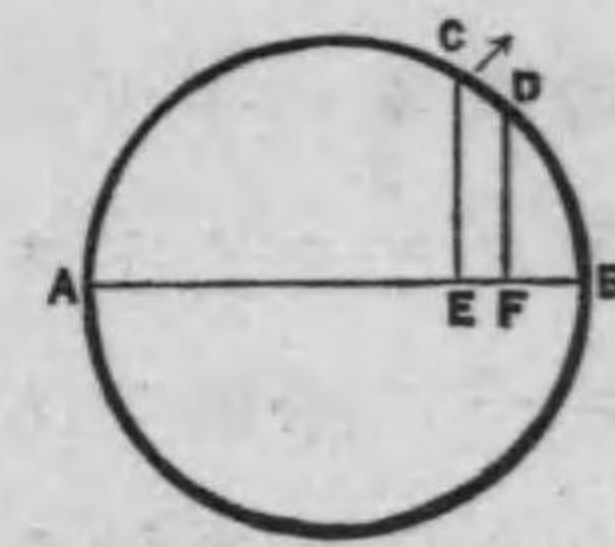
Cylinder ノ Strength.

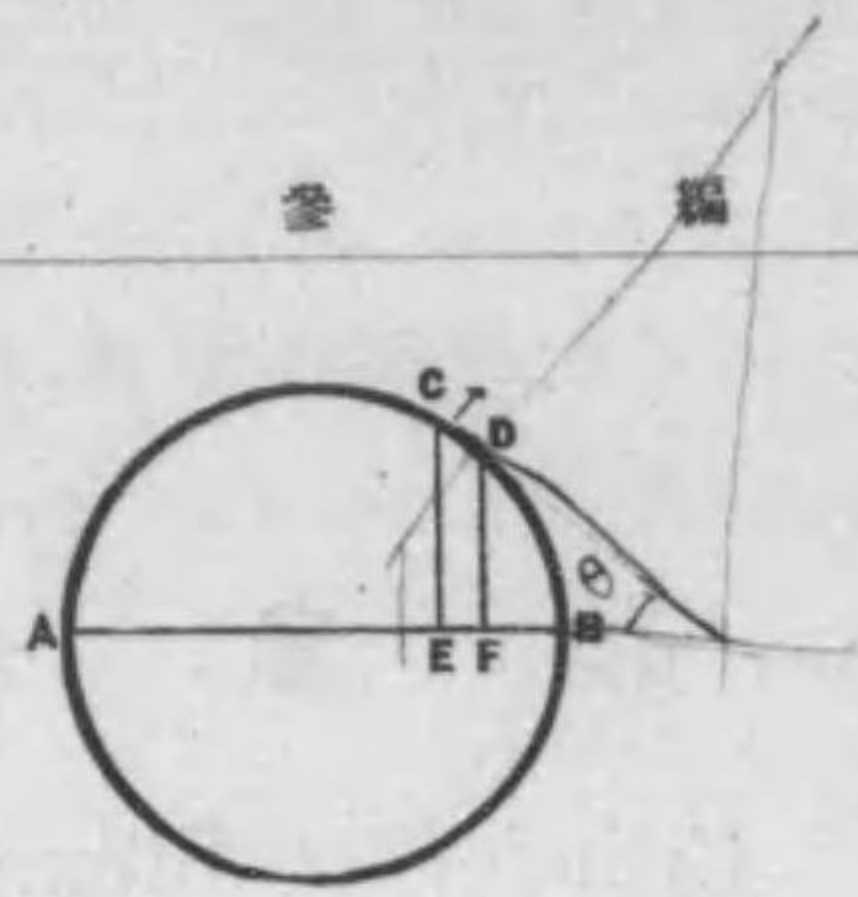
37. Pipe ノ Strength.

Pipe ガ其内部ニ於ケル水又ハ蒸氣ノ爲ニ壓力ヲ受
クルトキハ, pipe ハ之ガ爲メ縦ニ破壊サルル恐アルヲ
以テ,其安全ヲ計ラント欲セバ, pipe ヲ破壊セントスル
力ヲシテ pipe ノ working strength ヲ超ヘザラシメ
ントヲ要ス.

Pipe ノ長サヲ l , 直径ヲ d , 厚サヲ t トシ, t ヲ d ニ對
シテ微小ナルモノ即チ pipe ノ厚サヲ薄キモノトセバ,
longitudinal section ニ於ケル stress ハ之ヲ一様ニ分賦サ
ルルモノトスルモ大差ナキヲ以テ,其 intensity ヲ f ト
セバ, total stress ハ ltf ニシテ, pipe ノ破壊ハ其 diametrical
section ニ於テ起ルベキヲ以テ,破壊ニ抵抗スル pipe ノ
力ハ $2ltf$ ナリ.

次ニ pipe ヲ破壊セントスル水若シクハ蒸氣ノ力ニ
就テ考ヘンニ, ACB ヲ以テ pipe ノ cross-section, CD ヲ





以テ其弧ノ element, θ ヲ以テ CD ガ直径 AB ニ傾ムケル角ヲ示シ, p ヲ以テ水若シクハ蒸氣ノ壓力ノ intensityヲ示ストキハ, CD ニ働ク壓力ハ

$$CD \times l \times p.$$

ニシテ, CD 及ビ AB ニ直角ナル二線ノ交角ハ CD, AB ノ交角 θ ニ等シキヲ以テ, CD ニ働ク壓力ヲ AB 及ビ AB ニ直角ナル方向ニ分解スルトキハ, AB ニ直角ナル分力ハ

$$CD \cdot l p \cos \theta.$$

此總和ハ即チ pipeヲ破壊セントスル力ニシテ, C, D ヨリ AB ニ垂線 CE, DF ヲ引クトキハ,

$$\begin{aligned} \sum CD \cdot l p \cos \theta &= l p \sum CD \cos \theta \\ &= l p \sum EF \\ &= l p \cdot AB \\ &= l p d. \end{aligned}$$

即チ pipeヲ縦ニ破壊セントスル力ハ $l p d$ ナリ, 此力ハ又下ノ如ク簡單ニ之ヲ求ムルコトヲ得ベシ.

Pipeニ於ケル流動體ノ一半ガ固形體ニ變ジテ他ノ一半ガ均リ合ヒヲ保テルモノトスルカ, 若シクハ pipeノ diametrical sectionニ一ノ障壁アリテ pipeヲ縦ニ兩斷シ, 其各部ガ別々ニ均リ合ヒヲ保テルモノトセバ, 障壁

ニ對スル流動體ノ壓力ハ, 其面積ガ $l d$ ニシテ, 壓力ノ intensityガ p ナルヲ以テ, $l d p$ ヲ以テ表ハスコトヲ得ベク, pipeヲ縦ニ破壊セントスル力ハ, 之ト反對ノ方向ヲ有シ, 且ツ之ニ均リ合ヒヲ保ツベキヲ以テ, 又 $l d p$ ヲ以テ表ハスコトヲ得ベシ.

是ニ由テ, pipeガ均リ合ヒヲ保ツトキハ, 其 total tensile stressハ之ヲ破壊セントスル力ニ等シキヲ以テ,

$$l p d = 2 l t f.$$

$$p d = 2 t f.$$

即チ, pipeハ其直径及ビ内部ノ壓力ニ比例シテ其厚サヲ定ムベキモノニシテ, water pipeニ於テハ水ノ shockノタメ, steam pipeニ於テハ蒸氣ノ凝收若シクハ膨脹ヨリ起ル shockノ爲メ, working stressニ對シ安全係數ヲ充分高ク取ルベキヲ要ス.

機關検査規程ニ於ケル管ノ寸法ハ其第二章第三十條ニアリ.

38. Boiler / Strength.

Boiler shellノ横ノ方向ニ起レル stressハ pipeノ夫レト同様ナルヲ以テ, 縦ノ方向ニ起レル stressニ就テ説明セントス.

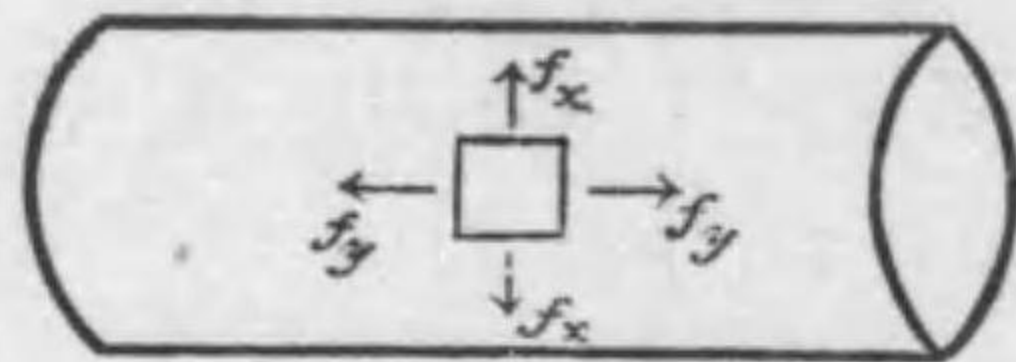
壓力ヲ受クル end plateノ面積ハ $\frac{1}{4} \pi d^2$ ナルヲ以テ, 之ニ對スル蒸氣ノ壓力ハ $\frac{1}{4} \pi d^2 p$ ナリ, 此壓力ノ爲メ shellノ縦ノ方向ニ起レル stressノ intensityヲ f トセバ, 其 total stressハ $\pi d t f$ ナルヲ以テ,

$$\frac{1}{2} \pi d^2 p = \pi d t f.$$

$$\therefore p d = 4 t f.$$

f_x 及 f_y を以て boiler shell の横及縦ノ方向ニ起
ル stresses ノ intensities を示ストキハ、

$$f_x = 2 f_y = \frac{p d}{2 t}.$$



是ニ由テ、boiler shell ノ true strains ハ
横ノ方向ニ就テハ、

$$\frac{f_x}{E} - \frac{f_y}{mE} = \frac{7}{8} \frac{f_x}{E}.$$

縦ノ方向ニ就テハ、

$$\frac{f_y}{E} - \frac{f_x}{mE} = \frac{1}{4} \frac{f_x}{E}.$$

又厚サニ就テハ、

$$-\frac{f_x}{mE} - \frac{f_y}{mE} = -\frac{3}{8} \frac{f_x}{E}.$$

39. 機關検査規程ニ於ケル 蒸氣筒圓筒部ノ厚サ.

蒸氣筒外筒ノ受クベキ tensile stress ハ内筒ヲ備フルト
キハ jacket ニ於ケル 蒸氣壓ニシテ、之ヲ備ヘザルトキハ、
working steam ノ 壓力ニ外ナラズ、故ニ其 stress ノ intensity
ヲ f_1 トセバ、

$$f_1 = \frac{p d}{2 t}.$$

蒸氣筒ハ又自己重量ノ爲メ distorting action を受クルヲ
以テ、夫レガ爲ニ生ゼル stress ノ intensity を

$$f_2 = K \frac{d}{t^2}.$$

トセバ、蒸氣筒ニ起ル stress ノ intensity f ハ

$$f = f_1 + f_2 = \frac{p d}{2 t} + K \frac{d}{t^2}.$$

此式ヲ t ニ就テ解クトキハ、

$$t = \frac{p d}{4 f} + \sqrt{\frac{K d}{f} + \frac{p^2 d^2}{16 f^2}}.$$

上式ニ於ケル平方根内ノ第二項ヲ省キ、 λ を以テ
 $\sqrt{\frac{K}{f}}$ を示ストキハ、

$$t = \frac{p d}{4 f} + \lambda \sqrt{d}.$$

機關検査規程第二章第九條ニ於ケル式ハ、上式ニ於
テ

$$f = 2500, \quad \lambda = 0.15.$$

トシ、且ツ腐蝕ノ用意トシテ $\frac{1}{8}$ '' を増加セルモノナリ。

40. Cylinder ノ Collapse.

Cylinder ガ内部ニ 壓力ヲ受クルトキハ、橢圓形ノモノ
ハ之ガタメ圓形ニ近ヅクベシト雖モ、之ニ反シテ外部
ヨリ 壓力ヲ受クルトキハ、較々橢圓形ノモノハ益橢圓
形ニ變ジ、遂ニ collapse ノタメ破壊セラル、ニ至ルベシ、
下式ハ Fairbairn 氏ガ實驗ノ結果ニ由テ求メタルモノ
ニシテ、 p ナル collapsing pressure ハ每平方吋ニ對スル所

ノ數, t ナル厚サ, d ナル直徑, l ナル長サハ皆吋ヲ以テ表ハセルナリ.

$$p = 9675600 \frac{t^{2.19}}{ld}$$

Plate ノ厚サガ $\frac{3}{8}$ '' ヨリ小ナラザレバ, 下式ニ由テ p ヲ求ムルモ充分精確ナル數値ヲ得ベシ.

$$p = 9675600 \frac{t^2}{ld}$$

上式ニ於ケル長サヲ表ハスニ呎ヲ以テスルトキハ,

$$p = 806300 \frac{t^2}{ld}$$

Fairbairn 氏ノ實驗及ビ其他ニ由テ Unwin 氏ハ下式ヲ與ヘタリ.

Longitudinal lap-joint ヲ有スル tube ニ就テハ,

$$p = 7363000 \frac{t^{2.1}}{l^{0.9} d^{1.15}}$$

Longitudinal butt-joint ヲ有スル tube ニ就テハ,

$$p = 9614000 \frac{t^{2.21}}{l^{0.9} d^{1.1}}$$

通例ノ boiler flues ニ於ケル如ク longitudinal joint ト cross joint ヲ有スル tube ニ就テハ,

$$p = 15547000 \frac{t^{2.35}}{l^{0.9} d^{1.15}}$$

Unwin 氏ノ公式ハ Fairbairn 氏ノモノヨリ厚キ tube ニ就テハ殊ニ精確ナル數値ヲ與フルモノナリ.

其他 Wood 氏ハ

$$p = 96000000 \frac{t^{2.18}}{ld}$$

ナル公式ヲ與ヘ, Nystrom 氏ハ

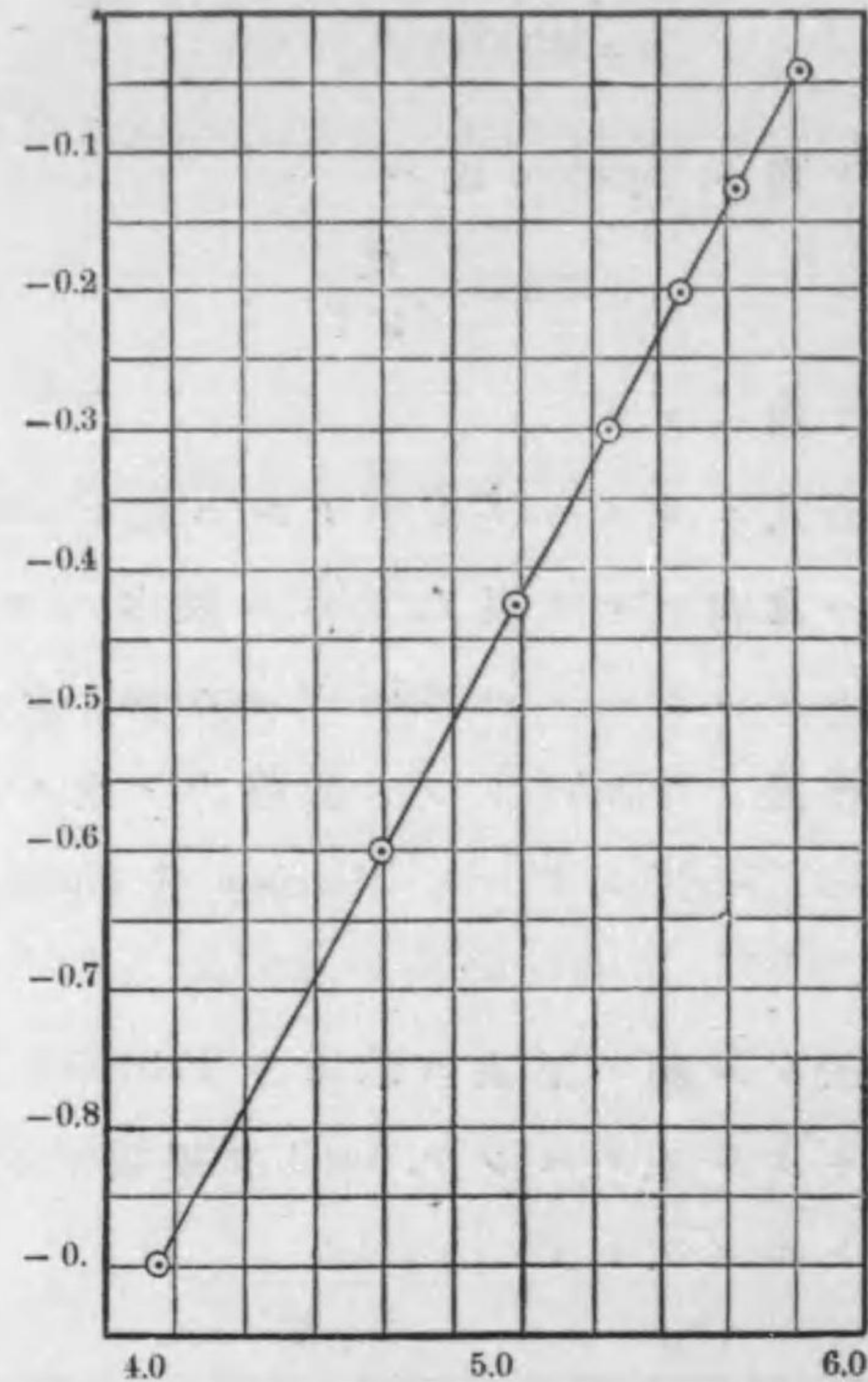
$$p = 692800 \frac{t^2}{d\sqrt{l}}$$

ナル公式ヲ與ヘタリ.

孰レノ公式ニヨルモ, l ガ小ナルニ從ヒ collapse ニ對スル抵抗ハ愈大ナルヲ以テ, tube ニ數多ノ stiff ring ヲ圍繞セシムルカ, 若シクハ tube ヲ corrugate セシムルトキハ, 之ヲ普通ノ cylinder トシテ其強力ヲ求ムルコトヲ得ベシ, Fox, Deighton, Purves, Morrison 式 furnaces ハ其適例ナリ.

次頁ニ於ケル圖ハ下表ニ示セル Fairbairn 氏ノ實驗ノ數ヲ畫キタルモノニシテ, $\log t$ ヲ縦線トシ, $\log(pld)$ ヲ横線トセルモノナリ.

Thickness of Plate (t)	value of $p \times d \times l$	$\log t$	$\log(pld)$
$\frac{1}{2}$ ''	8484	-0.9031	3.9286
$\frac{1}{4}$	38720	-0.6021	4.5879
$\frac{3}{8}$	94110	-0.4260	4.9736
$\frac{1}{2}$	176700	-0.3010	5.2472
$\frac{5}{8}$	288000	-0.2041	5.4594
$\frac{3}{4}$	429500	-0.1249	5.6330
$\frac{7}{8}$	601800	-0.0580	5.7795



二點ヲ結ベル直線ノ式ナル

$$y - y' = \frac{y'' - y'}{x'' - x'}(x - x')$$

ニ於テ,

$$x' = 3.928601, \quad y' = -0.903090,$$

$$x'' = 5.779452, \quad y'' = -0.057992.$$

トシテ, 式ヲ簡單ナル形ニ化スレバ,

$$y + 0.90309 = \frac{0.845098}{1.850851}(x - 3.928691),$$

$$x = 2.19 y + 5.9065.$$

$$\therefore \log(pld) = 2.19 \log t + \log 806300.$$

$$pld = 806300 t^{2.19},$$

$$p = 806300 \frac{t^{2.19}}{ld}.$$

41. Thick Cylinder ノ Strength.

Cylinder ノ厚サガ前ノ場合ニ於ケル如ク直徑ニ比較シテ小ナラザレバ, 其 stresses ハ厚ヲ通ジテ等シク分賦セルモノト見做スコト能ハザルヲ以テ, 此場合ニ於ケル cylinder ノ strength ハ又別ニ之ヲ考究スルヲ要ス.

Thick cylinder ガ内部ノ壓力ノタメ縦ニ破壊サレントスル傾向アルモノトシ, f_0 及ビ f_1 ヲ以テ其内外兩側ニ於ケル stresses ノ intensities ヲ示シ, r_0 及ビ r_1 ヲ以テ内外兩半径ヲ示ストキハ, $r_1 - r_0$ ハ其厚サ t ナリ.

λ ヲ以テ cylinder ノ周圍ノ膨脹ヲ示シ, f_x ヲ以テ中心ヨリ x ナル距離ニ於ケル cross-section ノ stress ノ intensity ヲ示シ, 周圍ノ膨脹ヲ其距離ノ如何ニ拘ハラズ恒ニ同一ナルモノトセバ,

$$f_x = E \frac{\lambda}{2\pi x}, \quad f_0 = E \frac{\lambda}{2\pi r_0}.$$

$$\therefore f_x = f_0 \frac{r_0}{x}.$$

故ニ $2lt$ ナル面積ニ對スル total stress ハ

$$2f_0 r_0 l \int_{r_0}^{r_1} \frac{1}{x} dx = 2f_0 r_0 l \log \left(\frac{r_1}{r_0} \right).$$

之ヲ $2pr_0l$ = 等シカラシムルトキハ,

$$2f_0 r_0 l \log\left(\frac{r_1}{r_0}\right) = 2pr_0 l.$$

$$\therefore \log\left(\frac{r_1}{r_0}\right) = \frac{p}{f_0}.$$

$$\therefore \frac{r_1}{r_0} = \text{Exp.} \frac{p}{f_0} = 1 + \frac{p}{f_0} + \frac{1}{2!} \left(\frac{p}{f_0}\right)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{p}{f_0}\right)^3 + \dots$$

$$\therefore \frac{r_1 - r_0}{r_0} = \frac{p}{f_0} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{f_0} + \frac{1}{6} \frac{p^2}{f_0^2} + \dots\right).$$

f_0 = 對シ p ヲ小數ナルモノトシ, 其二次以上ノ項ヲ省キテ t ヲ求ムレバ,

$$t = \frac{pr_0}{f_0} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{f_0}\right).$$

是レ即チ, thick cylinder ノ厚サヲ求ムル一ノ公式ニシテ, 之ヲ Rankin's formula ナル

$$\frac{r_1}{r_0} = \sqrt{\frac{f_0 + p}{f_0 - p}}.$$

ニ由テ求メタル

$$t = \frac{pr_0}{f_0} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p}{f_0} + \frac{1}{2} \frac{p^2}{f_0^2} + \dots\right).$$

ニ比較スレバ, 其最初ノ二項ハ全ク符合スベシ.

Barlow's formula. — 壓力ノ加ハラザル前ノ cross-section ノ面積ハ $\pi(r_1^2 - r_0^2)$ ニシテ, 壓力ノタメ r_1 ハ $r_1 + x_1$, r_0 ハ $r_0 + x_0$ ニ膨脹セルモノトセバ, cross-section ノ面積ハ $\pi(r_1 + x_1)^2 - \pi(r_0 + x_0)^2$ トナルベシ, cross-section ハ壓力ノタメ其形ハ變ズルモ面積ハ變化セザルモノトセバ,

$$\pi(r_1 + x_1)^2 - \pi(r_0 + x_0)^2 = \pi(r_1^2 - r_0^2).$$

$$\therefore 2r_1 x_1 + x_1^2 = 2r_0 x_0 + x_0^2.$$

x_1, x_0 ハ r_1, r_0 = 比較シテ微少ナルガ故ニ, 其平方ヲ省略セバ,

$$r_1 x_1 = r_0 x_0.$$

$$\therefore \frac{x_0}{x_1} = \frac{r_1}{r_0}. \quad (1)$$

是レ即チ, 壓力ノタメニ受ケタル内外兩半徑ノ膨脹ノ關係ヲ示セルモノニシテ, 若シ cylinder ガ elastic limit ノ範圍内ニ於テ膨脹スルモノトセバ, 其 stress ハ strain ニ比例シ, 内部ニ於ケル strain ノ intensity ハ

$$\frac{2\pi(r_0 + x_0) - 2\pi r_0}{2\pi r_0} = \frac{x_0}{r_0}.$$

ニシテ, 外部ニ於ケル strain ノ intensity ハ

$$\frac{2\pi(r_1 + x_1) - 2\pi r_1}{2\pi r_1} = \frac{x_1}{r_1}.$$

ナルヲ以テ, 内外ニ於ケル stresses ノ intensities ヲ f_0, f_1 トセバ,

$$\frac{f_0}{f_1} = \frac{x_0}{r_0} \frac{r_1}{x_1} = \frac{r_1}{r_0} \frac{x_0}{x_1}. \quad (2)$$

(1) = 於ケル x_0/x_1 ノ値ヲ (2) = 代入スルトキハ,

$$\frac{f_0}{f_1} = \frac{r_1^2}{r_0^2}.$$

則チ, cylinder ノ内外兩側ニ於ケル stresses ノ intensities ハ, 中心ヨリノ距離ノ平方ニ反比例ヲナスガ故ニ, 其内部ニ於ケル stresses モ亦之ト同一ノ法則ニ由テ變化ス

ルモノトシ、中心ヨリ x ナル距離ニ於ケル stress ノ intensity ナル f_x ヲ求ムレバ、

$$f_x = f_0 \frac{r_0^2}{x^2}.$$

故ニ $2lt$ ナル面積ニ働ク total stress ハ

$$2f_0 r_0^2 l \int_{r_0}^{r_1} \frac{1}{x^2} dx = 2f_0 r_0^2 l \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right).$$

之ヲ縦ニ cylinder ヲ破壊セントスル内部ノ壓力ナル

$2r_0 lp$ ニ等シカラシムルトキハ、

$$2r_0 lp = 2f_0 r_0^2 l \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right)$$

$$= 2f_0 l \frac{r_0 t}{r_0 + t}.$$

$$\therefore p = \frac{f_0 t}{r_0 + t}.$$

之ニ由テ t 及ビ其近似値ヲ求ムレバ、

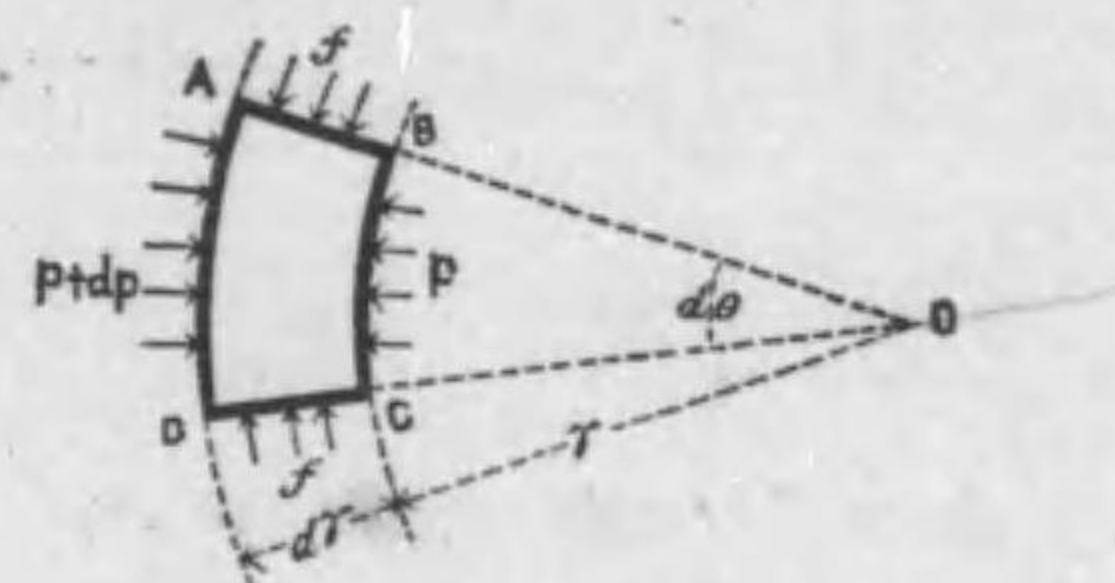
$$t = \frac{p r_0}{f_0 - p}$$

$$= \frac{p r_0}{f_0} \left(1 + \frac{p}{f_0} \right).$$

是レ即チ、thick cylinder ノ strength ニ關スル Barlow's formula ナリ。

Lamé's formula.—單位ノ長ヲ有スル thick cylinder ノ相接近セル二ツノ radial planes AB, CD ト、cylindrical planes AD, BC トヲ以テ限ギラレタル cylinder ノ element ナル $ABCD$ ニ就テ、内部ヨリ BC ニ直角ニ働ク stress ノ intensity ヲ p トシ、外部ヨリ AD ニ直角ニ働ク stress

ノ intensity ヲ $p+dp$ トシ、 AB, CD ニ直角ニ働ク stress ノ intensity ヲ f トシ、 OB, OC ヲ r 、 OA, OD ヲ $r+dr$ 、 $\angle AOD$ ヲ $d\theta$ トスルトキハ、 BC ニ直角ニ内ヨリ外ニ働ク stress ハ $r d\theta \cdot p$ ニシテ、 AD ニ直角ニ外ヨリ内ニ働ク stress ハ $(r+dr)d\theta \cdot (p+dp)$ ナルヲ以テ、其差ハ



$$(r+dr) d\theta (p+dp) - r d\theta p = (p dr + r dp + dp dr) d\theta.$$

又 AB, CD ニ直角ニ働ク stress ハ $dr f$ ニシテ、此二力ハ BC, AD ニ於ケル stresses ト共ニ均リ合ヒヲ保チ、且ツ前ノ二力ハ $\pi - d\theta$ ナル角ヲ以テ傾ムケルガ故ニ、

$$(p dr + r dp + dp dr) d\theta = 2 dr f \frac{d\theta}{2}.$$

二次以上ノ項ヲ省クトキハ、

$$(p dr + r dp) d\theta = f dr d\theta.$$

$$\therefore p + r \frac{dp}{dr} = f. \quad (1)$$

更ニ、 $ABCD$ ナル element ガ其側面ニ於ケル stresses ノタメ、長サニ來タセル strain ハ $\frac{p}{mE} + \frac{f}{mE}$ ナルヲ以テ、之ヲ constant ナルモノトシテ、

$$p + f = 2a. \quad (2)$$

トシ、(2) ヲヨリ求メタル f ノ値ヲ (1) ニ代入スルトキハ、

$$2p + r \frac{dp}{dr} = 2a.$$

$$\therefore \frac{dp}{p-a} = -2 \frac{dr}{r}.$$

之ヲ積分スルトキハ、

$$\log(p-a) = \log\left(\frac{c}{r^2}\right).$$

$$\therefore p-a = \frac{c}{r^2},$$

$$p = a + \frac{c}{r^2}. \quad (3)$$

p ノ此値ニ由テ f ノ値ヲ求ムレバ、

$$f = a - \frac{c}{r^2}. \quad (4)$$

$$r = r_0 \text{ ナルトキ, } p = p_0.$$

$$r = r_1 \text{ ナルトキ, } p = p_1.$$

ナルヲ以テ、之ヲ (3) = 代入シテ、 a, c ヲ求ムレバ、

$$a = \frac{p_0 r_0^2 - p_1 r_1^2}{r_0^2 - r_1^2},$$

$$c = \frac{r_0^2 r_1^2}{r_1^2 - r_0^2} (p_0 - p_1).$$

a, c ノ此値ヲ (4) = 代入シ、以テ f ノ値ヲ求ムレバ、

$$\begin{aligned} f &= \frac{p_0 r_0^2 - p_1 r_1^2}{r_0^2 - r_1^2} - \frac{p_0 - p_1}{r^2} \cdot \frac{r_0^2 r_1^2}{r_1^2 - r_0^2} \\ &= \frac{p_1 r_1^2 - p_0 r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} + \frac{p_1 - p_0}{r^2} \cdot \frac{r_0^2 r_1^2}{r_1^2 - r_0^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

是レ即チ、thick cylinder ノ中心ヨリ r ナル距離ニ於ケル tangential stress ノ intensity ヲ表ハス Lamé's formula ナリ。

Rankin's formula.—若シ外部ノ壓力ガ零ナレバ、

$$f = -\frac{p_0 r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} - \frac{p_0}{r^2} \cdot \frac{r_0^2 r_1^2}{r_1^2 - r_0^2} = -\frac{p_0 r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2}\right).$$

此式ニ於ケル負號ハ f ガ tensile stress ナルコトヲ示セルモノニシテ、 f ノ絶對値ハ r ガ小ナルニ反シテ大ナルヲ以テ、 f' ヲ以テ $r = r_0$ ナルトキノ f ノ絶對値ヲ示ストキハ、

$$f' = -\frac{p_0 r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \left(1 + \frac{r_1^2}{r_0^2}\right) = p_0 \frac{r_1^2 + r_0^2}{r_1^2 - r_0^2}.$$

之ニ由テ、 r_0, r_1 ノ比ヲ求ムレバ、

$$\frac{r_1}{r_0} = \sqrt{\frac{f' + p_0}{f' - p_0}}.$$

是レ即チ Rankin's formula ナリ。

問 題

1. $\frac{7''}{16}$ plates ヲ以テ造リタル 7' boiler ノ joints ノ efficiency ヲ 65% トシ、plates ノ stress ヲ 8000 lbs per \square'' ニ限ギルトキハ、壓力ノ限度如何。

2. 直徑 8' ノ boiler ニ於テ、壓力ヲ 160 lbs per \square'' 、joints ノ efficiency ヲ 75% トシ、plates ノ stress ヲ 5 tons per \square'' ニ限ギルトキハ、shell ノ厚サ如何。

3. 直徑 3' ナル steel boiler ニ於テ、working pressure ヲ 160 lbs per \square'' トシテ、縦ニ double-riveted lap-joint ヲ施シ、板ニ起ルベキ stress ヲ 10000 lbs per \square'' ニ限ギルトキハ、其厚サヲ如何ニスベキカ。

4. Boiler ノ直徑ヲ d , 厚サヲ t , 壓力ヲ p トシテ, shell ノ膨脹ヲ表ス式ヲ作レ.

5. Boiler ノ直徑ヲ $8'$, working stress ヲ $8000 \text{ lbs per } \square'$, joints ノ efficiency ヲ 60% トセバ, $150 \text{ lbs per } \square''$ ナル壓力ニ對スル shell ノ厚サ及ビ $250 \text{ lbs per } \square''$ ナル試壓ニ對スル shell ノ膨脹各如何.

6. 厚サ $\frac{3}{8}''$, 内徑 $6'$ ナル cylindrical boiler ニ於ケル蒸氣ノ壓力ヲ $120 \text{ lbs per } \square''$ トシテ, shell ノ各方面ニ起レル true stresses ノ intensities ノ大サヲ求ム.

7. 厚サ $\frac{1}{2}''$ ナル鐵板ヲ以テ造リタル直徑 $3'$, 長サ $20'$ ナル圓筒ニ就テ, 之ガ内部ヨリ壓力ヲ受クルト外部ヨリ壓力ヲ受クルトキトノ強力ヲ比較セヨ.

8. Cylinder ハ一般ニ壓力ヲ内ヨリ受クルト外ヨリ受クルトニ由テ其強サヲ異ニセルモ, 特種ノ場合ニ限リ之ヲ同一ト看做シ得ベキコトアリ, 其理由ヲ説明セヨ.

9. Cylinder ノ強弱ヲ考究スルニ, 内部ニ起レル stresses ヲ一様ナルモノトスルト, 然セザルトニ於テ, 其厚サニ幾何ノ相異ヲ來タスベキカ.

10. Iron pipe ノ外部ニ, steel wire ヲ引キ張リツツ巻キ附クルトキハ, pipe ニ起レル stress ノ大サ如何.

第 四 編

Beam ノ Strength.

42. Beam.

一若シクハ數個ノ點ニ於テ, 水平ニ支ヘラレタル straight bar ガ一乃至數個ノ loads ヲ有スル時ハ, bar ハ其 loads 若シクハ自己ノ重サノタメ複雑ナル stresses 及ビ strains ヲ惹キ起スベシ, 此ノ如キ状態ノ下ニ於ケル bar ヲ稱シテ Beam ト云フ.

兩端ニ於テ支ヘラレタル beam ヲ Simple Beam, 一端ニ於テ固定サレタル beam ヲ Cantilever Beam ト云ヒ, ニツ以上ノ點ニ於テ支ヘラレタル beam ヲ Continuous Beam ト云フ, 然レドモ單ニ beam ト稱スル時ハ是等ヲ包括セルモノト知ルベシ.

43. Loads. ノ種類.

Beam ニ於ケル loads ニ uniform load ト concentrated loads ノ二種アリ, 前者ハ beam ノ重サノ如ク, 一様ニ beam ノ上ニ配分サルモノニシテ, 後者ハ一點ニ於テ beam ニ加ハルモノナリ.

Uniform load ハ每呎ニ於ケル load ノ所ノ數ヲ以テ其 intensity ヲ度ルモノトス, 故ニ每呎ノ uniform load ガ $p \text{ lbs.}$ ナルトキハ, $x \text{ ft.}$ ニ對スル uniform load ハ $px \text{ lbs.}$ ナリ.

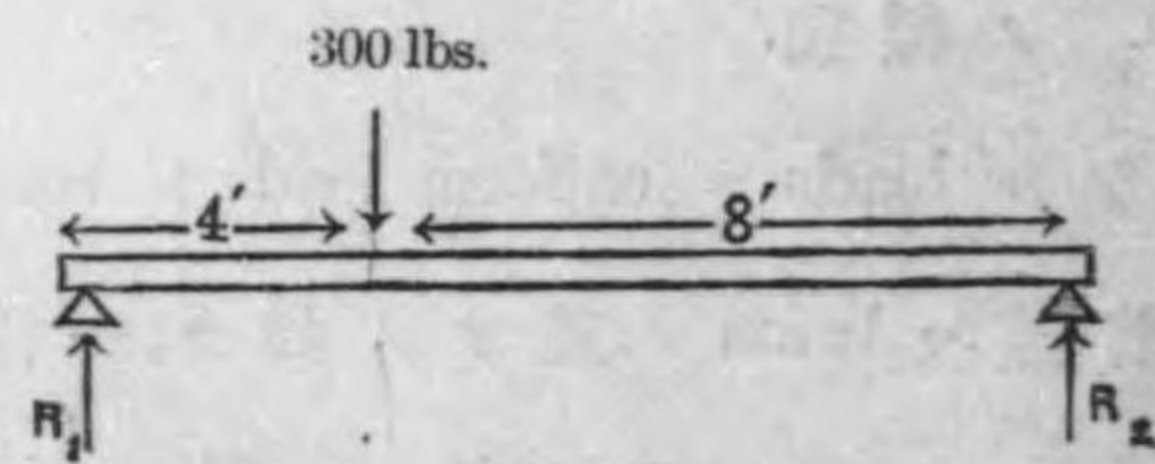
44. Beam ノ 支 點 = 於 ケル 抵 抗 力.

Beam ノ 支 點 = 於 ケル 抵 抗 力 ハ 下 ヨリ 上 =, loads ハ 上 ヨリ 下 = 働キ, 以 テ beam ノ 均 リ 合 ヒ ヲ 保 ツ ガ 故 ニ, 力 學 ノ 法 則 = 由 テ,

第一 諸力ノ代数和=0. $\sum V=0$ $\sum H=0$

第二 諸力ノ能率ノ代数和=0. $\sum M=0$

第一ノ條件ニ由テ, beam ニ於ケル總テノ loads ノ 和 ハ 抵 抗 力 ノ 和 = 等 シ ク, beam ガ 只 一 ノ 支 點 ヲ 有 ス ル ノ ミ ナ ラ バ, 其 抵 抗 力 ハ 之 = 由 テ 直 ニ 求 ム ル コ ト ヲ 得 ベ シ ト 雖 モ, 若 シ ニ ツ ノ 支 點 ヲ 有 ス レ バ, 第二ノ條件ト 共 = 其 兩 端 = 於 ケル 抵 抗 力 ヲ 求 ム ル コ ト ヲ 得 ベ シ, 或 ハ 兩 端 = 就 テ 諸 力 ノ 能 率 ヲ ト ル モ 亦 其 抵 抗 力 ヲ 求 ム ル コ ト ヲ 得 ベ シ, 例 ヘ バ 長 サ 12 ft. ノ simple beam ガ 其 左 端 ヨリ 4 ft. ノ 所 = 300 lbs. ノ concentrated load ヲ 有 ス ル 時, R_1, R_2 ヲ 以 テ 左 右 ノ 支 點 = 於 ケル 抵 抗 力 ヲ 示 シ, 其 兩 端 = 就 テ 能 率 ヲ 取 ル ト キ ハ,



$$R_2 \times 12 = 300 \times 4,$$

$$R_1 \times 12 = 300 \times 8.$$

$$\therefore R_1 = 200 \text{ lbs.},$$

$$R_2 = 100 \text{ lbs.}$$

Simple beam ガ uniform load ヲ 有 ス ル 時 ハ, 其 支 點 = 於 ケル 抵 抗 力 ハ, 勿 論 total load ノ 半 分 = 等 シ カ ル ベ キ ヲ 以 テ, beam ガ uniform load ト concentrated loads ト ヲ 有 ス ル 時 ハ, 支 點 = 於 ケル 抵 抗 力 ハ concentrated loads = 對 ス ル 抵 抗 力 =, total uniform load ノ 半 分 ヲ 加 ヘ タ ル モ ノ = 等 シ, 例 ヘ バ, 前 ノ simple beam ガ 300 lbs. ノ concentrated load ノ 外 = 毎 尺 30 lbs. ノ uniform load ヲ 有 ス ル 時 ハ, 其 total load ハ,

$$30 \times 12 = 360 \text{ lbs.}$$

ナ ル ヲ 以 テ, 左 右 ノ 支 點 = 於 ケル 抵 抗 力 ハ,

$$200 + 180 = 380 \text{ lbs.}$$

$$100 + 180 = 280 \text{ lbs.}$$

Continuous beam ノ 支 點 = 於 ケル 抵 抗 力 ハ 方 程 式 ノ 數 ガ ニ ツ ニ シ テ, 抵 抗 力 ノ 數 ガ ニ ツ 以 上 ナ ル ヲ 以 テ, 到 底 statical conditions ノ ミ ニ テ ハ, 充 分 = 之 ヲ 決 定 ス ル コ ト 能 ハ ズ ト 雖 モ, 後 = beam ノ flexure ヲ 論 ズ ル = 至 ラ バ, 正 確 = 之 ヲ 求 ム ル コ ト ヲ 得 ベ シ.

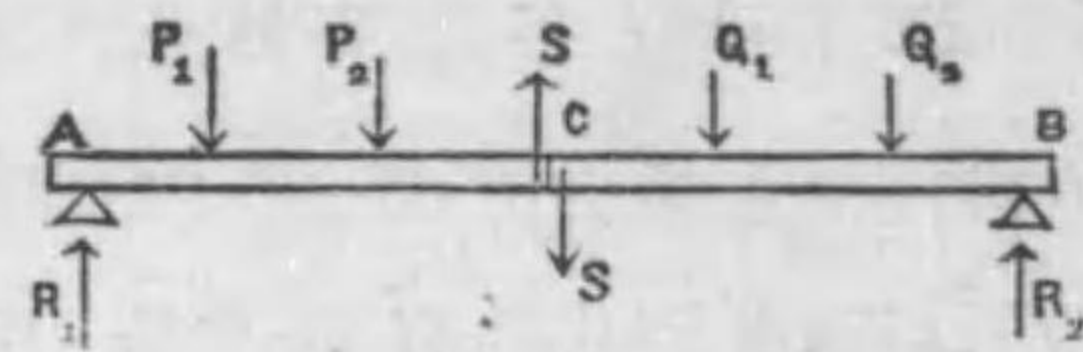
45. Vertical Shear.

Beam ハ 其 長 サ ノ 長 短 = ヨリ, cross breaking ト vertical shearing ト = ヨリ テ 破 壞 ス ル モ ノ ニ シ テ, beam ノ 或 section = shearing ヲ 起 ス 所 ノ 外 力 ハ, 其 section ノ 一 方 = 於 ケル vertical forces ノ 代 數 和 = 等 シ キ モ ノ ナリ.

Vertical shear ハ 便 宜 上 其 左 邊 = 於 ケル 諸 外 力 ノ 代 數 和 ヲ 以 テ 之 ヲ 度 リ, 上 向 ヲ 正, 下 向 ヲ 負 ト ス.

AB ナ ル simple beam ノ 左 右 ノ 支 點 = 於 ケル 抵 抗 力 ヲ

R_1, R_2 , トシ, 之ニ加ハル loads ヲ P_1, P_2, Q_1, Q_2 等トシ, S ヲ以テ beam ノ或 section C ニ於ケル vertical shear ヲ示シ, $\Sigma P, \Sigma Q$ ヲ以テ其 section ノ左右ニ於ケル loads ノ總和ヲ示ス時ハ,



$$S = R_1 - \Sigma P.$$

又 statical condition ニ由テ,

$$R_1 + R_2 = \Sigma P + \Sigma Q.$$

ナルヲ以テ,

$$R_2 - \Sigma Q = \Sigma P - R_1 = -S.$$

則チ, C ナル section ノ右方ニ於ケル諸力ノ總和ハ左方ニ於ケル諸力ノ總和ニ等シク, 且ツ其方向反對ナルヲ以テ, 此二力ハ shear ヲ構成シ, beam ヲ其 section ニ沿フテ滑ラシムル傾向ヲ有スベシ.

若シ, R_1 ガ ΣP ヨリ大ナレバ S ハ正數ナルヲ以テ, 左部ヲシテ右部ノ上ニ滑ラシムル傾向アリト雖モ, 若シ R_1 ガ ΣP ヨリ小ナレバ S ハ負數トナリ, 左部ヲシテ右部ノ下ニ滑ラシムル傾向ヲ有スベシ.

46. Vertical Shear ノ Diagram.

Vertical shear ハ section ノ異ナルニヨリテ其値ヲ異ニスルガ故ニ, 其變化ヲ示スニ diagram ヲ用フルヲ以テ便ナリトス, 簡單ナル場合ニ就テ shear ノ diagram ヲ示セバ

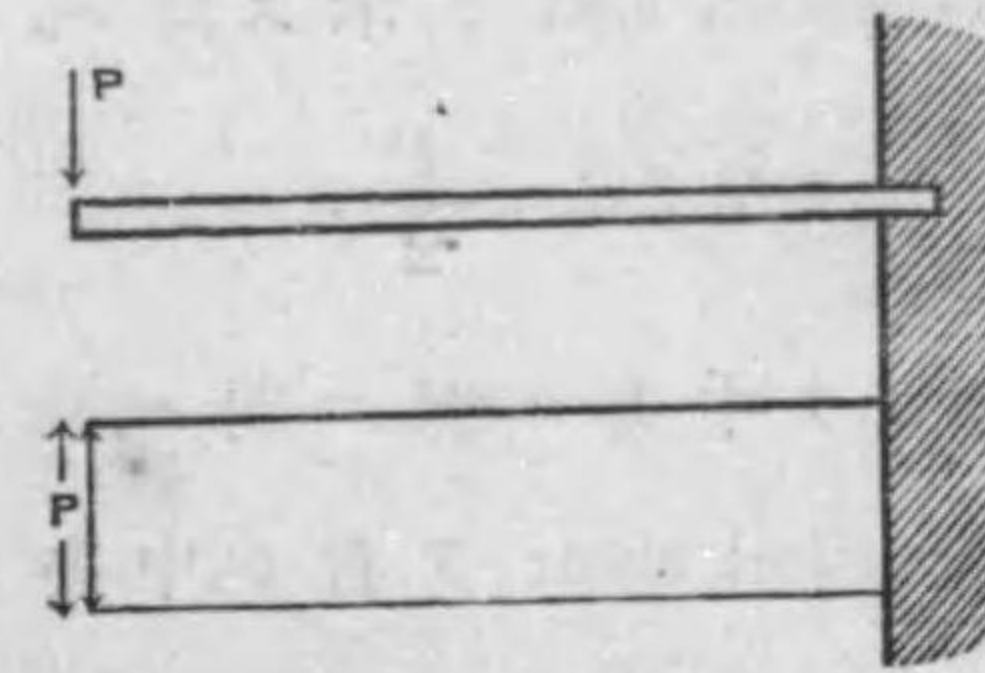
下ノ如シ.

第一 Cantilever beam ガ一端ニ concentrated load ヲ有スル時.

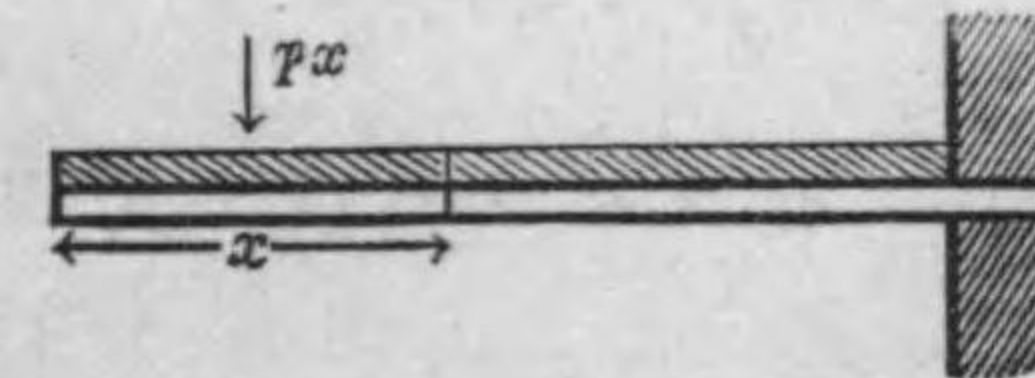
右端ヲ固定サレタルモノトセバ, $R_1=0$. ナルヲ以テ, section ノ如何ニ係ラズ, 常ニ

$$S = -P.$$

故ニ, 此場合ニ於ケル shear ノ diagram ハ, 下ノ如ク基線ヨリ下方 P ナル距離ニ於ケル水平線ナリ.



第二 Cantilever beam ガ uniform load ヲ有スル時.



前ノ如ク右端ヲ固定サレタルモノトシ, uniform load ノ intensity ヲ p トセバ, 左端ヨリ x ナル距離ニ於ケル vertical shear ハ,

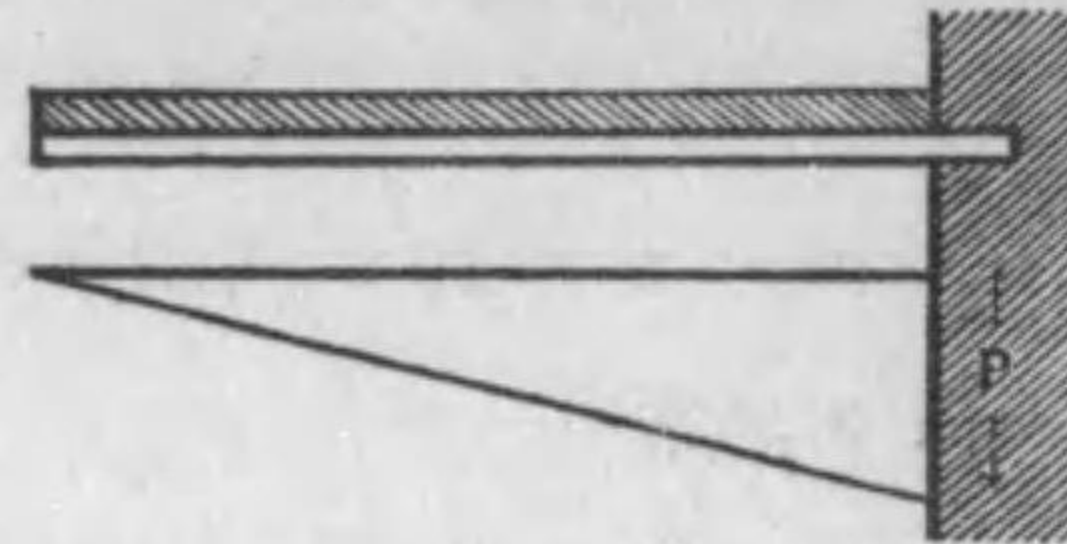
$$S = -px.$$

y ヲ以テ vertical shear ヲ示ス時ハ

$$y = -px.$$

故ニ vertical shear ノ diagram ハ, 下ノ如ク水平ニ傾ケル

直線ニシテ, P ハ total load ナリ.



第三 Simple beam ガ中央ニ concentrated load ヲ有スル時.

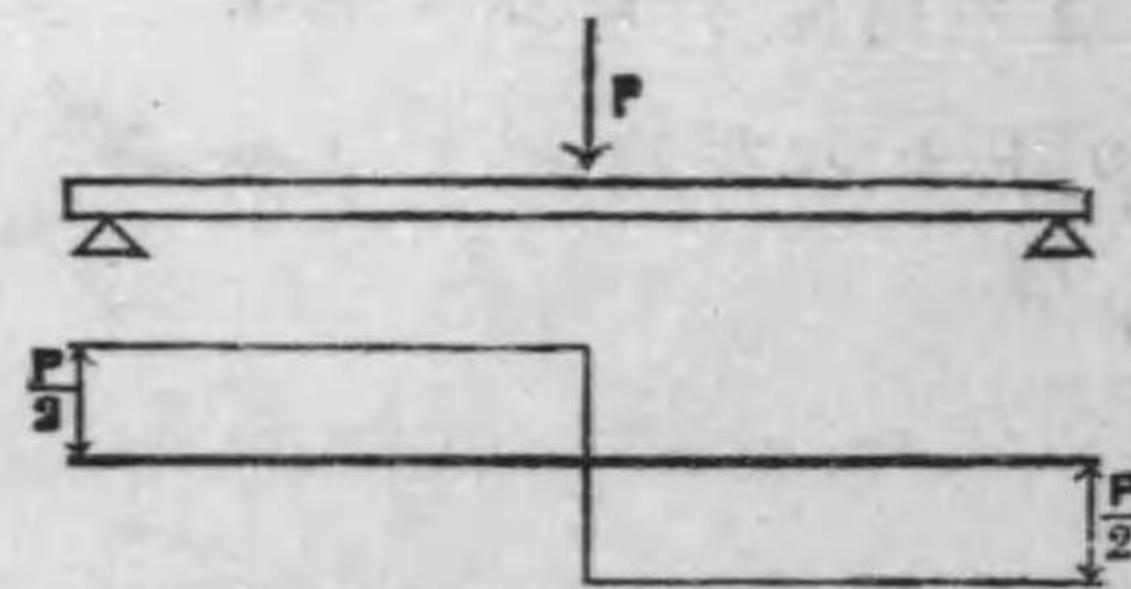
P ヲ以テ, concentrated load ヲ示ス時ハ,

$$R_1 = R_2 = \frac{P}{2}.$$

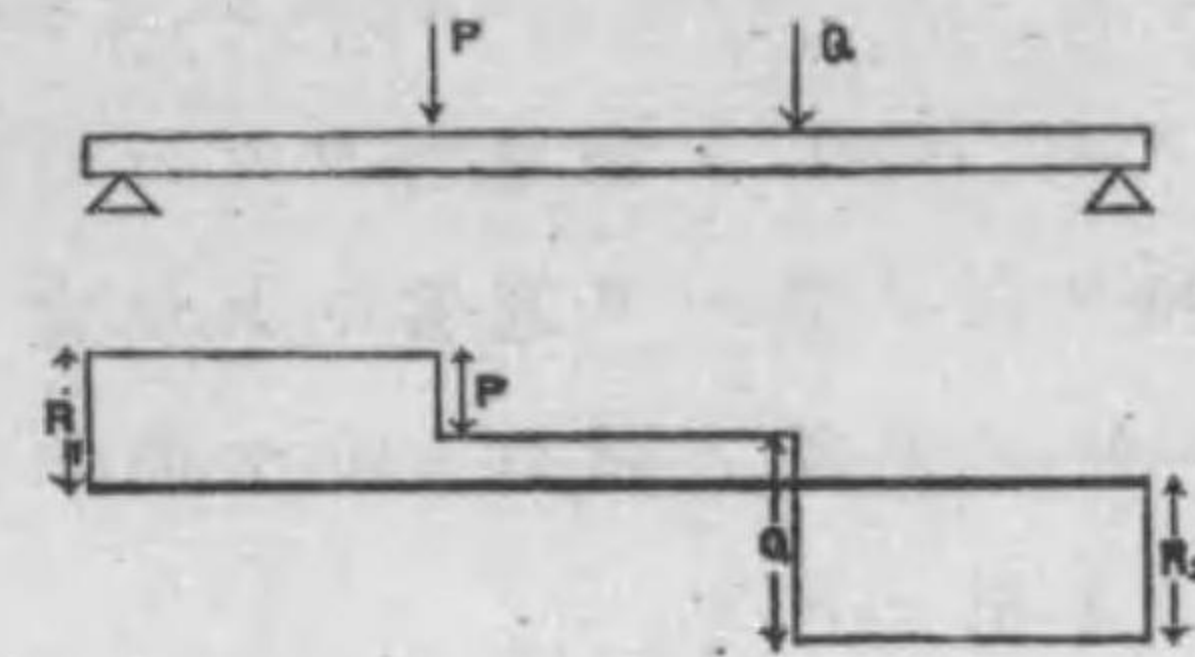
ナルガ故ニ, 左端ヨリ中央ニ至ル間ハ, 孰レノ section ニ於テモ $\frac{P}{2}$ ナル vertical shear ヲ有シ, 中央ヨリ右端ニ至ル間ハ, 孰レノ section ニ於テモ

$$\frac{P}{2} - P = -\frac{P}{2}.$$

ナル vertical shear ヲ有スベキヲ以テ, 其 diagram ハ下ノ如ク折線ヲナスベシ.



之ト同様ニ二ツノ concentrated loads ヲ有スル simple beam ノ diagram ヲ示セバ下ノ如シ.



第四 Simple beam ガ uniform load ヲ有スル時.

Uniform load ノ intensity ヲ p トシ, total load ヲ P トセバ,

$$R_1 = R_2 = \frac{P}{2}.$$

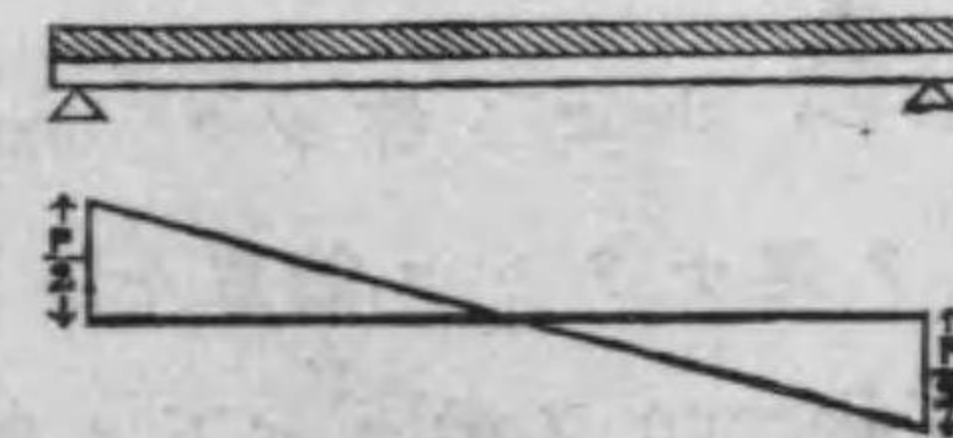
ナルヲ以テ, 左端ヨリ x ナル距離ニ於ケル section ノ vertical shear ハ,

$$S = \frac{P}{2} - px.$$

y ヲ以テ vertical shear ヲ示ス時ハ,

$$y = \frac{P}{2} - px.$$

故ニ, shear ノ diagram ハ下ノ如ク基線ト中央ニ於テ交ル直線ナリ.



47. Beam ノ Bending Moment.

Beam ノ cross bending ハ, beam ガ外力ノタメ廻轉セラレントスルニ抵抗スルヨリ起ルモノナルヲ以テ, beam

ノ或 section = 於ケル bending moment ハ、其 section ノ或點ニ就テ取リタル beam ノ左邊、若シクハ右邊ノ諸力ノ能率ノ代數和ヲ以テ計ルヲ適當トス、便宜ノタメ shear ト等シク section ノ左邊ノ諸力ニ就テ能率ヲ取り、其上向ノモノヲ以テ正トス。

Bending moment ハ之ヲ示スニ $B. M.$ 或ハ單ニ M ヲ以テス、而シテ通例重サハ噸又ハ噸、長サハ呎又ハ吋ヲ以テ度ルガ故ニ、bending moment ハ pound-foot, ton-inch 等ヲ以テ表サル、モノトス。

Bending moment ハ之ヲ左邊ニ就テ取ルベク規定セリト雖モ、或ハ又之ヲ右邊ニ就テ其下向ノモノヲ求ムルモ可ナリ、蓋シ均リ合ヒヲ保テル諸力ハ、之ヲ孰レノ點ニ就テ能率ヲ取ルモ其代數和ハ消失スベキヲ以テナリ。

Beam ノ或點ノ bending moment トハ、beam ノ或 section ニ於ケル或點ノ bending moment ト云フベキヲ省略セシモノト知ルベシ。

48. Bending Moment ノ Diagram.

Bending moment ハ shear ト等シク diagram ニ由テ其變化ヲ示スヲ以テ便ナリトス、簡單ナル場合ニ於ケル bending moment ノ diagram ヲ示セバ下ノ如シ。

第一 Cantilever beam ガ一端ニ concentrated load ヲ有スル時。

右端ヲ固定サレ、左端ニ P ナル concentrated load ヲ有ス

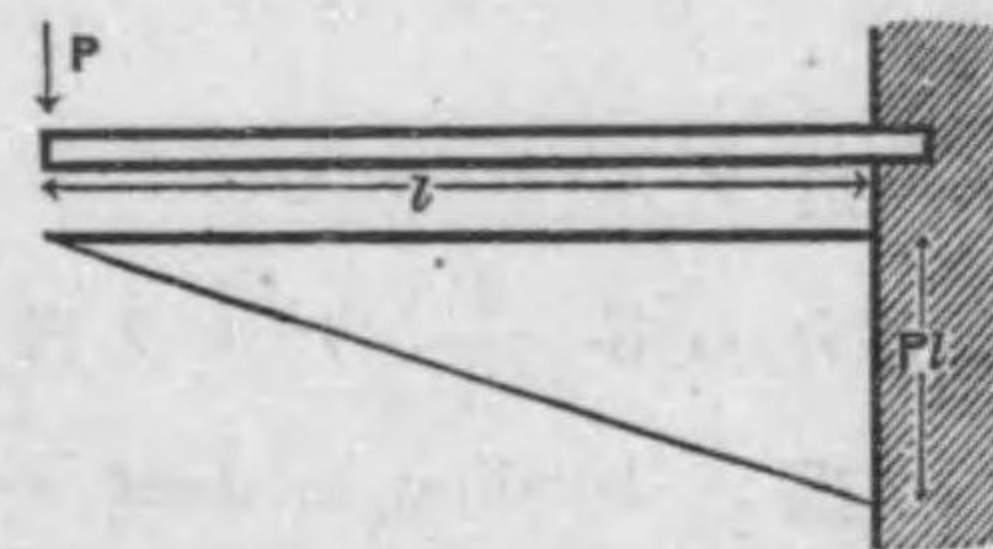
ルモノトセバ、左端ヨリ x ナル距離ニ於ケル點ノ bending moment ハ、

$$B. M. = -Px.$$

y ヲ以テ bending moment ヲ示ス時ハ、

$$y = -Px.$$

故ニ bending moment ノ diagram ハ下ノ如ク直線ニシテ、 l ヲ以テ beam ノ長サヲ示ストキハ、其最大ナル bending moment ハ Pl ナリ。



第二 Cantilever beam ガ uniform load ヲ有スル時。

右端ヲ固定サレタルモノトシ、uniform load ノ intensity ヲ p トセバ、 x ft. ニ對スル uniform load px ハ其重心ナル中央ニ働クヲ以テ、左端ヨリ x ナル距離ニ於ケル點ノ bending moment ハ、

$$B. M. = -px \times \frac{x}{2} = -\frac{p}{2} x^2.$$

y ヲ以テ、bending moment ヲ示ス時ハ、

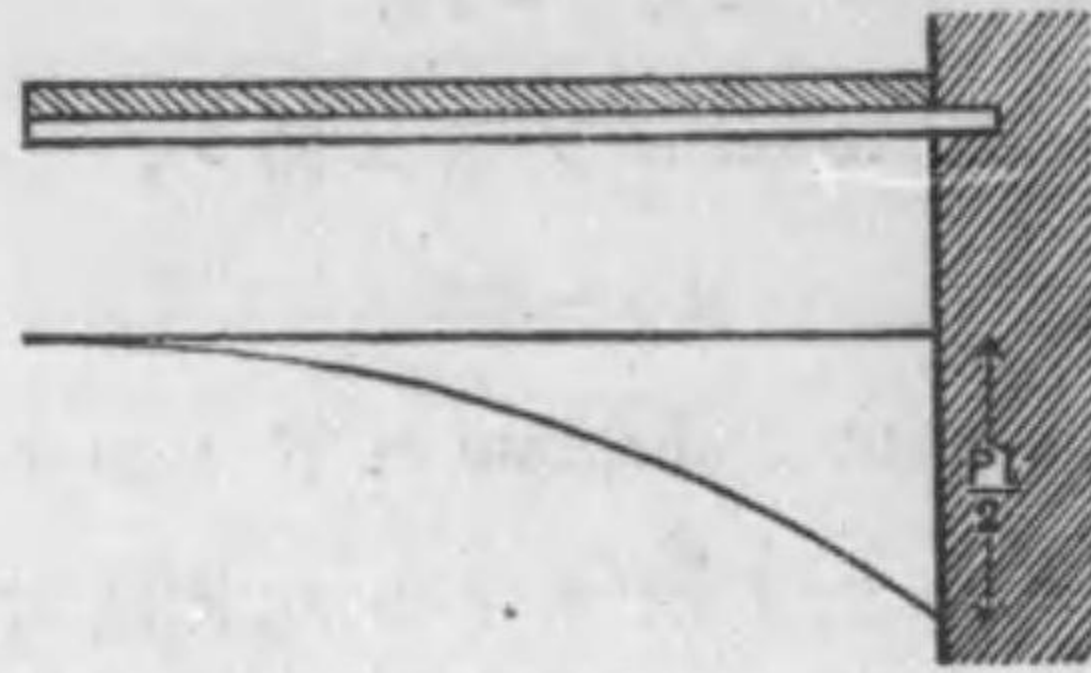
$$y = -\frac{p}{2} x^2.$$

∴

$$x^2 = -\frac{2}{p} y.$$

故ニ、bending moment ノ diagram ハ左端ヲ頂點トシ、垂

直線ヲ軸トセル拋物線ニシテ, P ヲ以テ total load pl ヲ示ス時ハ, 最大ナル bending moment ハ $\frac{pl^2}{2} = \frac{Pl}{2}$ ナリ.



第三 Simple beam ガ中央ニ concentrated load ヲ有スル時.

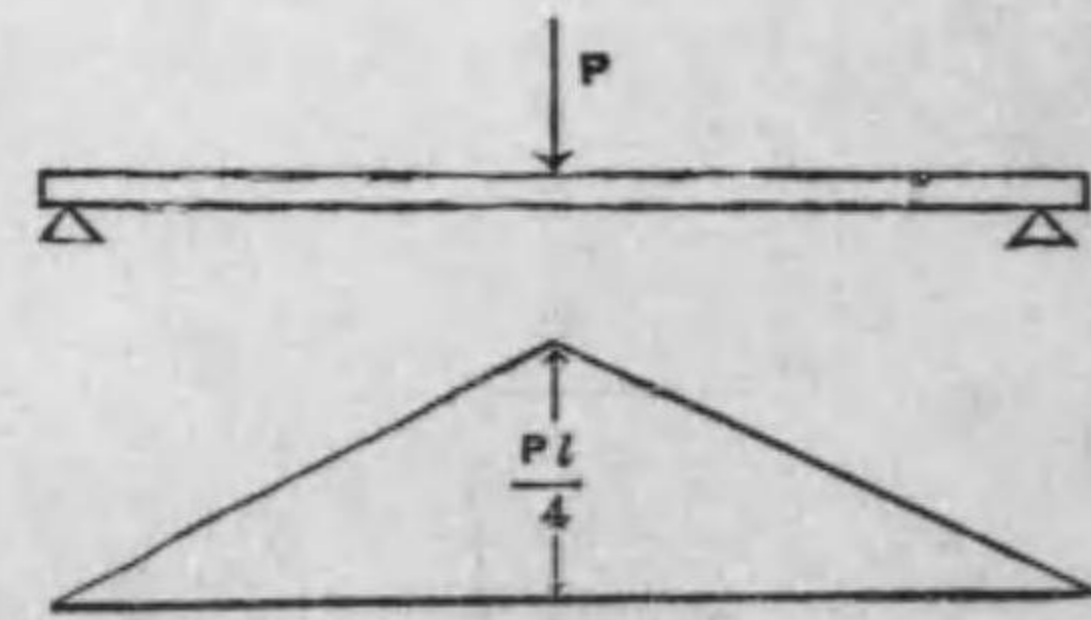
P ヲ以テ中央ニ於ケル concentrated load ヲ示ス時ハ, 支點ニ於ケル抵抗力ハ各 $\frac{P}{2}$ ナルヲ以テ左端ヨリ x ナル距離ニ於ケル點ノ bending moment ハ, x ガ beam ノ長サ l ノ半分ヨリ大ナラザレバ,

$$B.M. = \frac{P}{2} x.$$

y ヲ以テ bending moment ヲ示ス時ハ,

$$y = \frac{P}{2} x.$$

Beam ハ中央ヨリ左右ノ状態全ク相等シキヲ以テ, bending moment ノ diagram ハ下ノ如ク折線ニシテ, 最大ナル bending moment ハ $\frac{Pl}{2}$ ナリ.



第四 Simple beam ガ uniform load ヲ有スルトキ.

Uniform load ノ intensity ヲ p , total load ヲ P トシ, beam ノ長サヲ l トスル時ハ, 支點ニ於ケル抵抗力ハ $\frac{P}{2}$ ナルヲ以テ, 左端ヨリ x ナル距離ニ於ケル點ノ bending moment ハ,

$$\begin{aligned} B.M. &= \frac{P}{2} x - p x \cdot \frac{x}{2} \\ &= \frac{pl}{2} x - \frac{p}{2} x^2. \end{aligned}$$

最大ナル bending moment ヲ有スル點ノ位置ヲ求メシガタメ, x ニ就テ微分シタル者ヲ零トセバ,

$$\frac{pl}{2} - px = 0.$$

$$\therefore x = \frac{l}{2}.$$

即チ, 最大ナル bending moment ハ中央ニアルヲ以テ, $x = \frac{l}{2}$ ヲ bending moment ノ式ニ代入スレバ,

$$\begin{aligned} \max. B.M. &= \frac{pl}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{p}{2} \left(\frac{l}{2}\right)^2 \\ &= \frac{pl^2}{8} \\ &= \frac{Pl}{8}. \end{aligned}$$

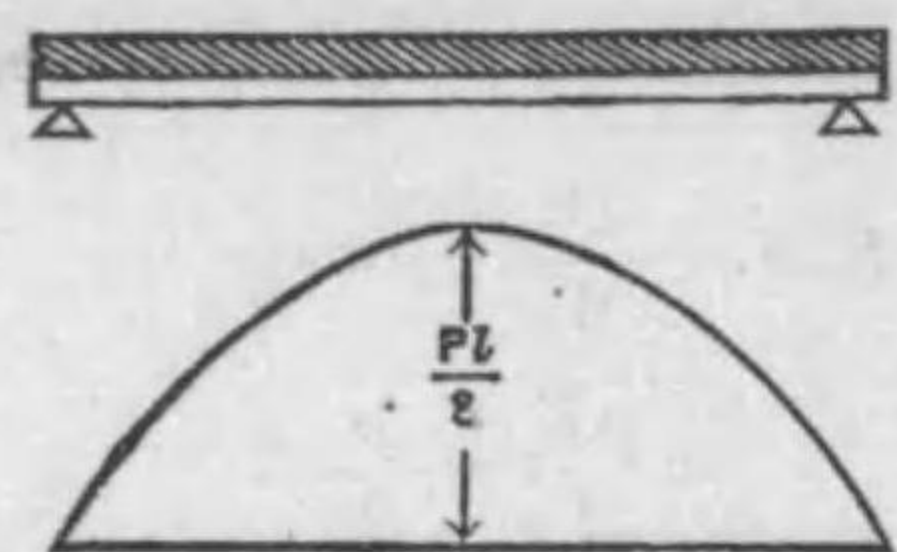
又 y ヲ以テ左端ヨリ x ナル距離ニ於ケル點ノ bending moment ヲ示ス時ハ,

$$y = \frac{pl}{2} x - \frac{p}{2} x^2.$$

此式ヲ括ル時ハ,

$$\left(\frac{l}{2}-x\right)^2 = \frac{2}{p} \left(\frac{pl^2}{8}-y\right).$$

故 = bending moment ノ diagram ハ、下ノ如ク中央ニ於テ頂點ヲ有シ、垂直線ヲ軸トセル上向ノ拋物線ナリ。



49. 最大ナル Bending Moments ノ 比較.

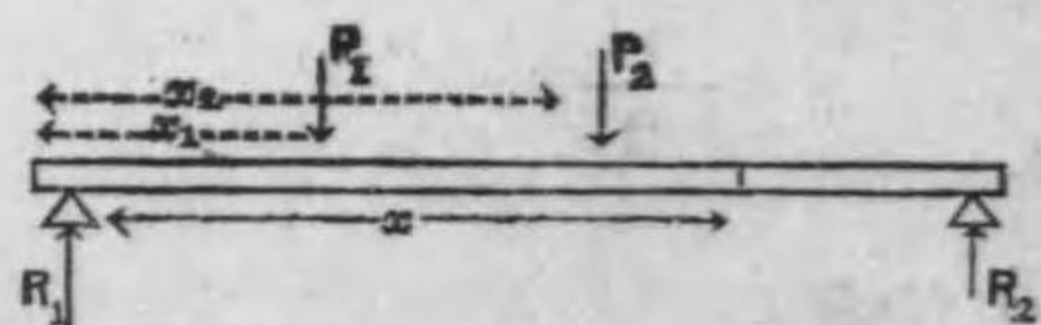
Bending moments ノ 最大値ノ 比較ハ、beam ノ relative strength ヲ 考究スルニ 必要アルヲ 以テ、豫メ之ヲ 知ルヲ 要ス。

P ヲ 以テ concentrated 若シクハ total uniform load ヲ 示ス時ハ、第一乃至第四ノ 場合ニ 於ケル bending moments ノ 最大値ハ、

$$Pl, \frac{Pl}{2}, \frac{Pl}{4}, \frac{Pl}{8}.$$

ナルヲ 以テ、其比ハ 8, 4, 2, 1 ナリ、是ニ 由テ、兩端ヲ 支ヘタル beam ハ一端ニ 於テ 固定サレタルモノヨリ 其損傷少ナク、uniform load ハ concentrated load ヲ 切斷セントスル力弱キモノナリ。

50. Vertical Shear ト Bending Moment トノ 關係.



P_1, P_2 等ナル loads ヲ 有スル simple beam ノ 左端ニ 於ケル 抵抗力ヲ R_1 トシ、左端ヨリ P_1, P_2 等ナル loads ノ 働點ニ 至ル 距離ヲ x_1, x_2 等トセバ、左端ヨリ x ナル 距離ニ 於ケル 點ノ vertical shear ハ、

$$S = R_1 - \sum P_n.$$

ニシテ、bending moment ハ、

$$M = R_1 x - \sum P_n (x - x_n).$$

更ニ 左端ヨリ $x + \Delta x$ ナル 距離ニ 於ケル 點ノ bending moment ヲ $M + \Delta M$ トシ、 x ト $x + \Delta x$ トノ 中間ニハ load ノ 加ハラザルモノトセバ、

$$M + \Delta M = R_1 (x + \Delta x) - \sum P_n (x + \Delta x - x_n).$$

$$\therefore \Delta M = R_1 \Delta x - \sum P_n \Delta x,$$

$$\frac{\Delta M}{\Delta x} = R_1 - \sum P_n.$$

故ニ、極限ニ 於テ Δx ガ 無究小トナレバ、左端ヨリ x 及ビ $x + \Delta x$ ナル 距離ヲ 有スル二點間ニ、縦ヒ load ガ 加ハルトスルモノ、其能率ハ 消失スベキヲ 以テ、

$$\frac{dM}{dx} = R_1 - \sum P_n = S.$$

即チ beam ノ 或點ノ vertical shear ハ bending moment ノ differential co-efficient ニ 等シ、例ヘバ、uniform load ヲ 有スル cantilever beam ニ 就テハ、

$$S = px, \quad M = \frac{p}{2} x^2.$$

Simple beam ニ 就テハ、

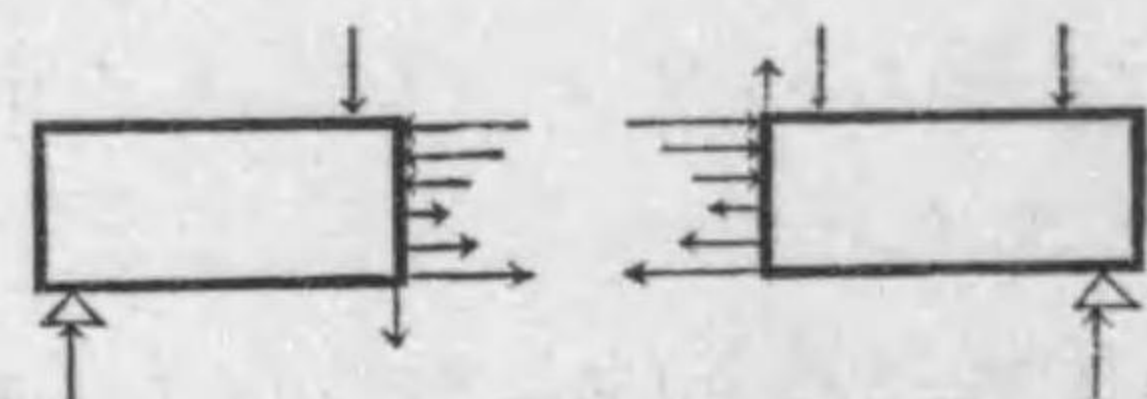
$$S = \frac{pl}{2} - px, \quad M = \frac{pl}{2}x - \frac{p}{2}x^2.$$

ナルヲ以テ、此關係ノ精確ナルヲ推知シ得ベシ。

是ニ由テ、bending moment ノ極大若シクハ極小ナルハ、vertical shear ノ消失セル點ニ在リトス。

51. Internal Stresses ト外力トノ關係。

Loads ノ爲ニ生ズル beam ノ internal stresses ハ、如何ニシテ之ヲ決定スベキカヲ示サントス。



或 cross-section ヲ以テ beam ヲ兩斷スル時ハ、其左右ノ部分ニ働ク外力ハ section ニ於ケル internal stress ト共ニ各均リ合ヒヲ保ツガ故ニ、internal stresses ヲ水平ト垂直ナルニ力ニ分解スル時ハ、其左右ノ各部ニ就テ、

第一 水平ナル分力ノ代數和=0.

第二 垂直ナル分力ノ代數和=0.

第三 諸力ノ能率ノ代數和=0.

之ヲ詳言スレバ、

第一 Section ニ於ケル水平ナル tensile stresses ノ和ハ、水平ナル compressive stresses ノ和ニ等シク、

第二 垂直ナル internal stresses ノ代數和即チ resultant shear ハ、section ノ一方ニ於ケル垂直ナル外力ノ代數和即チ vertical shear ニ等シク、

第三 Internal stresses ノ能率ノ代數和ハ、section ノ一方ニ於ケル外力ノ能率ノ代數和即チ bending moment ニ等シ。

此三者ノ關係ハ、beam ノ或 section ニ於ケル垂直ナル internal stresses ノ algebraic sum ニ Resisting Shear ナル名稱ヲ與ヘ、section ノ或點ニ就テ取リタル水平ノ internal stresses ノ能率ノ代數和ニ Resisting Moment ナル名稱ヲ與フル時ハ、更ニ下ノ如ク約言スルコトヲ得ベシ。

Total tensile stresses = total compressive stresses,

Resisting shear = vertical shear,

Resisting moment = bending moment.

此三者ノ關係ハ、beam ノ strength ヲ論ズル基本定理ニシテ、第一ハ section ニ於ケル水平ナル internal stresses ノ關係ヲ示シ、第二、第三ハ internal stresses ト section ノ一方ニ於ケル外力トノ關係ヲ示スモノナリ。

第一ニ由テ、水平ナル internal stresses ハ couple ヲ構成スルヲ以テ、resisting moment ハ其能率ヲ取ルベキ點ノ位置ニ拘ラズ、常ニ同一ノ値ヲ有スベキモノニシテ、bending moment モ亦之ニ等シク、其 leverage ガ外力ト section ノ位置ニ由テ定マレルヲ以テ、能率ヲ取ルベキ點ノ位置ニハ關係セザルモノナリ。

52. Internal Stresses ノ分賦ニ關スル法則。

己ニ beam ノ或 section ニ於ケル internal stresses ト外力トノ關係ヲ求メ得タリト雖モ、猶 internal stresses ノ分

賦ニ關スル法則ヲ知ルニアラザレバ、之ニ由テ resisting moment ヲ求ムルコト能ハザルナリ。

實驗ノ結果ニヨレバ、

第一 Beamノ凸部ニ於ケル纖維ハ伸長シテ、凹部ニ於ケル纖維ハ短縮シ、其中間ニ纖維ノ伸縮セザル所アリ。

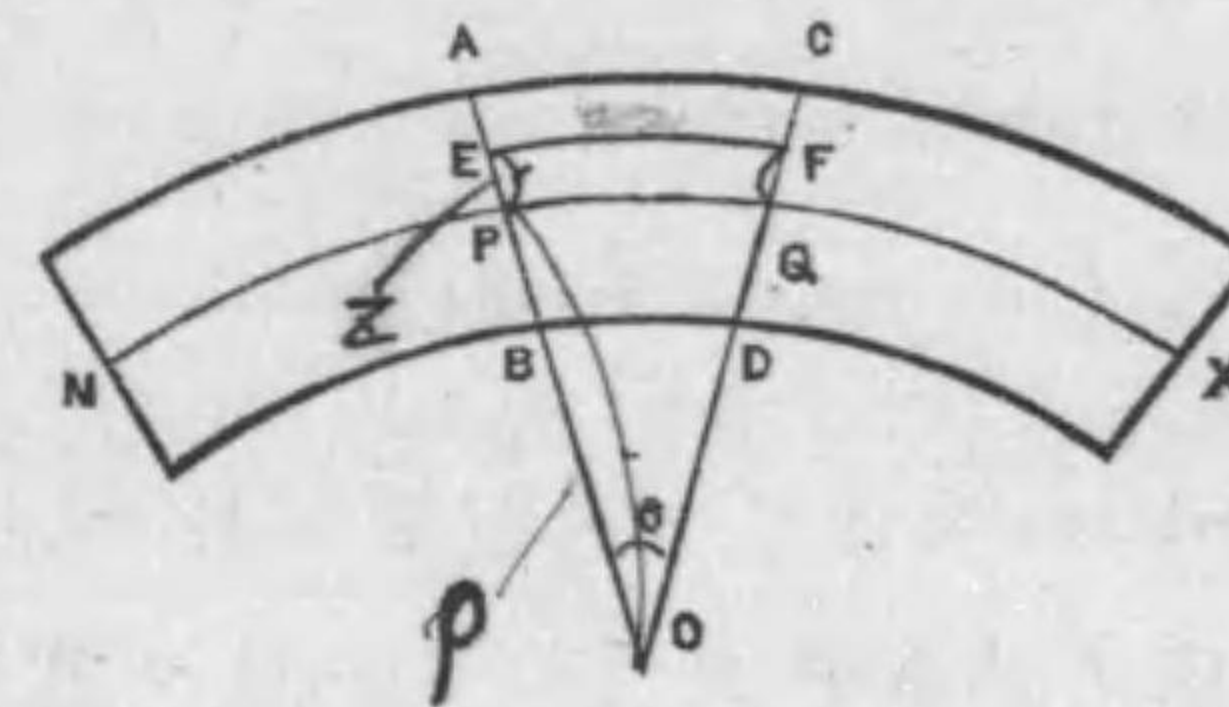
伸縮セザル纖維ノ表面ヲ稱シテ Neutral Surface ト云ヒ、此 surface ト beamノ section トノ交リヲ稱シテ Neutral Axis ト云フ。

第二 纖維ノ伸縮ハ、彈力範圍ヲ超ヘザル限リハ neutral surface ニ至ル距離ニ比例シテ變化シ、從テ其 stress モ亦同一ノ法則ニ從フモノナリ。

第一ノ法則即チ彎曲セル beamノ凸部ノ纖維ガ伸長シ、凹部ノ纖維ノ短縮スルハ、ごむ又ハ細長キ定規ヲ彎曲セシムルコトニ由テ目撃スルヲ得ベク、又第二ノ法則ハ、外部ノ纖維ハ内部ノ纖維ヨリ多ク伸縮スルコトニ着目スレバ、之ヲ理解スル敢テ難キニアラザルベシ。

緩カニ束ネタル篠ヲ彎曲スル時ハ、其結繩ハ初ノ如ク平行ノ位置ヲ保ツト雖モ、堅ク束ヌルニ於テハ、之ニ反シ、其結繩ハ常ニ篠ニ正交シテ cross-section ニ相當スベキヲ以テ、beam モ亦之ニ等シク、眞直ナル時ノ cross-section ガ孰レニ彎曲セル時ノ cross-section ニ相當スルモノトセバ、之ニ由テ又下ノ如ク此法則ヲ説明スルコトヲ得ベシ。

AB, CD ヲ以テ、彎曲セル beamノ neutral axisノ接近セル二點 P, Q ヲ貫キタル cross-sectionsヲ示シ、 AB, CD ヲ延長シテ O ニ會セシムル時ハ、 O ハ neutral axisノ P 點ノ curvatureノ中心ナリ。



PQ ニ平行ニ EF ヲ引キ、 z ヲ以テ EP ヲ示シ、 ρ ヲ以テ OP ヲ示シ、 θ ヲ以テ $\angle POQ$ ヲ示ストキハ、

$$\frac{EF - PQ}{PQ} = \frac{(\rho + z)\theta - \rho\theta}{\rho\theta}$$

$$= \frac{z}{\rho}$$

故ニ、neutral axisヨリ z ナル距離ニ於ケル纖維ノ strainノ intensityヲ s トセバ、

$$s = \frac{1}{\rho} z.$$

ニシテ、之ニ對スル stressノ intensityヲ f トセバ、

$$f = \frac{E}{\rho} z.$$

是レ即チ、第一及ビ第二ノ法則ナリ。

53. Neutral Axisノ位置.

Beamノ neutral surfaceハ cross-sectionノ重心ヲ貫キ、cross-sectionノ neutral axisハ又其重心ヲ貫クベシ。

Beam の neutral axis ヲ水平線トシテ夫レガ section ノ重心ヲ貫クモノナルヲ證明セントス。

Neutral axis ヨリ z ナル距離ニ於ケル cross-section ノ凸部ノ面積ノ element ヲ dA トシ、且ツ其部分ニ於ケル纖維ノ tensile stress ノ intensity ヲ f トスルトキハ、此面積ニ對スル纖維ノ total tensile stress ハ、

$$f dA = \frac{E}{\rho} z dA.$$

ニシテ、neutral axis ヨリ z' ナル距離ニ於ケル cross-section ノ凹部ノ面積ノ element ヲ dA' トシ、且ツ其部分ニ於ケル纖維ノ compressive stress ノ intensity ヲ f' トスル時ハ、此面積ニ對スル纖維ノ total compressive stress ハ、

$$f' dA' = \frac{E}{\rho} z' dA'$$

然ルニ、beam ノ内部ニ於ケル total tensile stress ハ total compressive stress ニ等シキヲ以テ、

$$\int \frac{E}{\rho} z dA = \int \frac{E}{\rho} z' dA'.$$

Elasticity ノ modulus ハ tension ニ於テモ compression ニ於テモ、二ツナガラ略々相等シキヲ以テ、

$$\int dA \cdot z = \int dA' \cdot z'.$$

則チ、neutral axis ノ一方ニ於ケル面積ノ能率ノ和ガ、他方ニ於ケル面積ノ能率ノ和ニ等シキヲ以テ、neutral axis ハ cross-section ノ重心ヲ貫クベシ。

Cast iron ニ於テハ、direct modulus ガ tension ト compression

ニ於テ凡ソ十五分ノ一ノ差アルヲ以テ、其 neutral axis ハ多少一方ニ偏スト雖モ、一般ニ他ノ ductile materials ト等シク cross-section ノ重心ヲ貫スケルモノトス。

54. Resisting Shear.

Beam ノ或 section ニ於ケル resisting shear ハ、其 section ニ於ケル internal stresses ノ vertical components ノ代數和ニシテ、若シ A ヲ以テ section ノ面積ヲ示シ、 f_s ヲ以テ其面積ヲ通ジテ一様ニ分賦サレタル shear ノ intensity ヲ示ス時ハ、

$$\text{Resisting shear} = Af_s.$$

Vertical shear S ハ resisting shear ニ等シキヲ以テ、

$$Af_s = S.$$

是レ即チ、beam ノ strength ヲ考究スルニ必要ナル fundamental formulae ノ一ニシテ、之ニ由テ求メタル beam ノ shearing stress ノ最大値ガ、材料ノ ultimate shearing strength ノ十分一乃至二十分一ナレバ beam ハ shear ノタメ破壊サル、虞ナキモノトス。

例ヘバ、10 sq. in. ノ cross-section ヲ有スル 18 ft. ノ wrought iron beam ガ 30 000 lbs. ノ uniform load ヲ擔フ時ハ、其最大ナル vertical shear ハ支點ニ於ケル抵抗力ニシテ、

$$\frac{1}{2} \left(\frac{18 \times 12 \times 10}{3.6} + 30000 \right) = 15300 \text{ lbs.}$$

ナルヲ以テ、fundamental formula ニ由テ、

$$10f_s = 15300,$$

$$f_s = 1530 \text{ lbs.}$$

之ヲ wrought iron ノ ultimate shearing strength ニ比較スレバ、凡ソ三十分ノ一ナルヲ以テ、此 beam ハ shear ノタメ破壊サル、虞ナキモノトス。

55. Resisting Moment.

Beam ノ或 cross-section ニ於ケル resisting moment ハ、其 section ノ水平ナル internal stresses ヨリ成レル couple ノ能率ナリ、今 dA ヲ以テ section ノ neutral axis ヨリニナル距離ニ於ケル面積ノ element ヲ示ス時ハ、此面積ニ對スル纖維ノ stress ハ $\frac{E}{\rho} z \cdot dA$ ナルヲ以テ、neutral axis ニ對スル此 stress ノ能率ハ $\frac{E}{\rho} dA \cdot z^2$ ナリ、故ニ resisting moment ハ

$$\int \frac{E}{\rho} dA \cdot z^2.$$

ニシテ、 ρ 及ビ E ハ定數ナルヲ以テ、之ヲ

$$\frac{E}{\rho} \int dA \cdot z^2.$$

トシ、且ツ $\int dA \cdot z^2$ ナル moment of inertia ヲ記スルニ I ヲ以テスル時ハ、

$$\text{Resisting moment} = I \times \frac{E}{\rho}.$$

然ルニ、resisting moment ハ bending moment ニ等シキヲ以テ、之ヲ示スニ M ヲ以テスル時ハ、

$$M = I \times \frac{E}{\rho}.$$

之ヲ 52 ノ第二法則ト結ビ付クル時ハ、

$$\frac{M}{I} = \frac{f}{z} = \frac{E}{\rho}. \quad (1)$$

$$\therefore M = I \times \frac{f}{z}. \quad (2)$$

是レ又、beam ノ strength ヲ考究スルタメニ必要ナル fundamental formula ノ一ナリ。

56. Section Modulus.

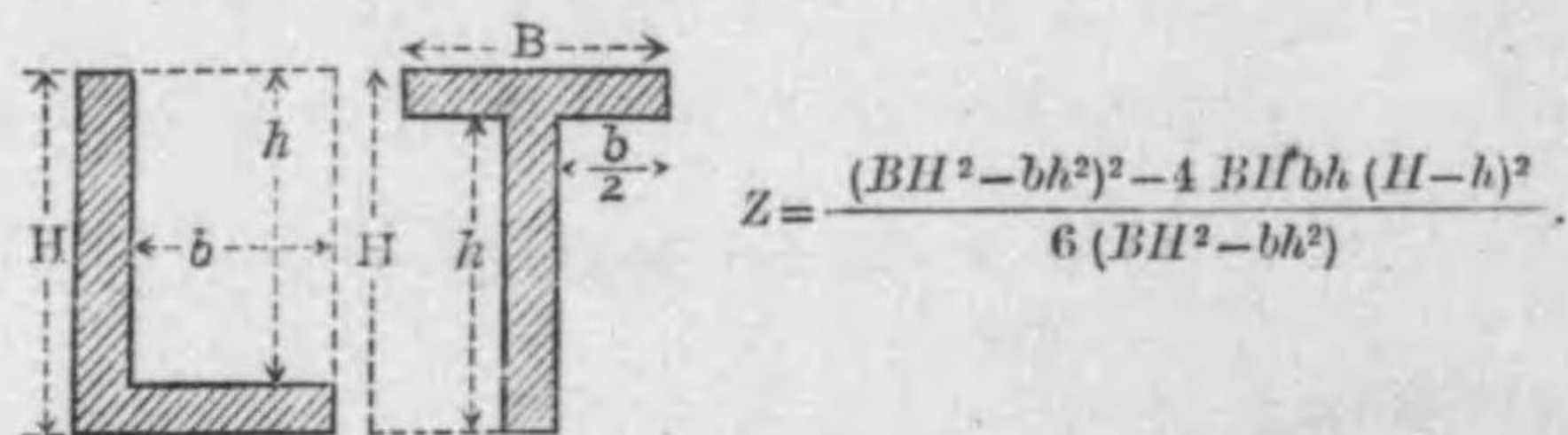
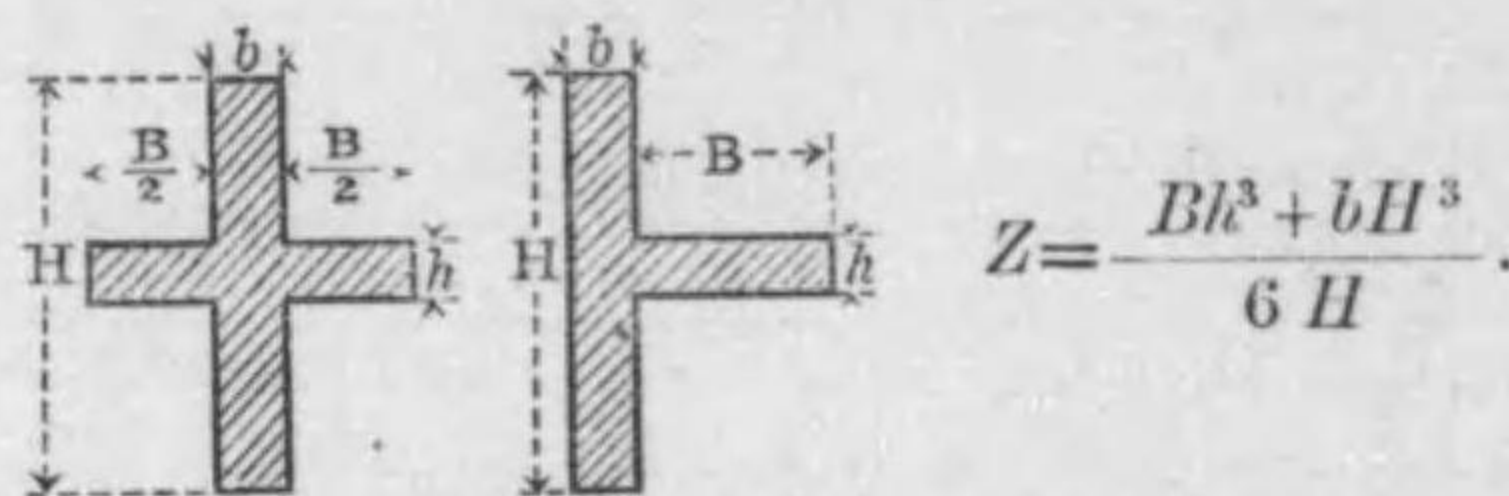
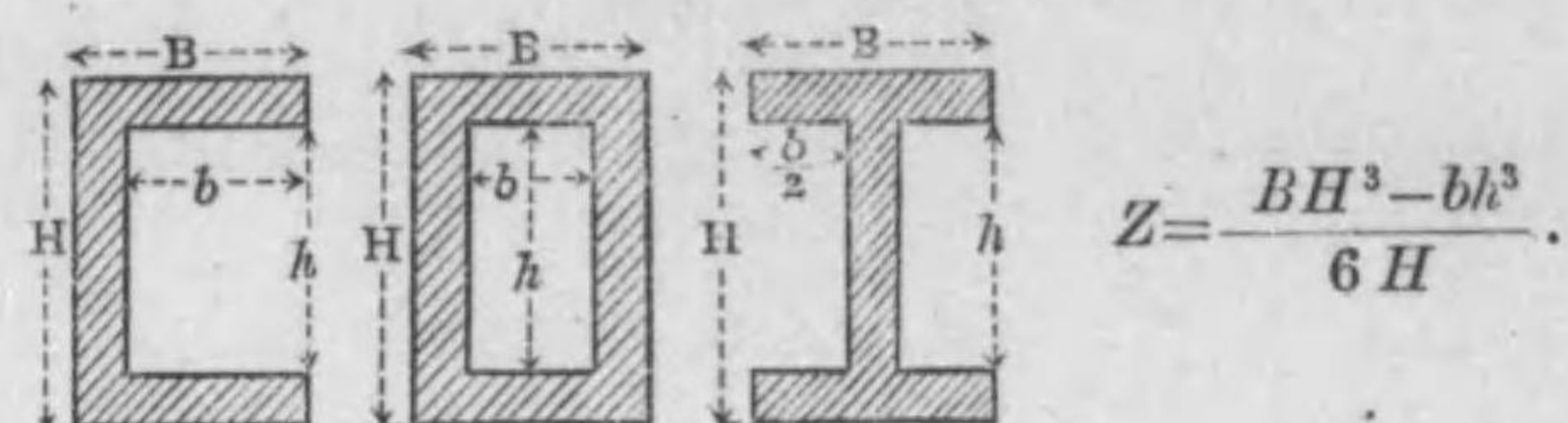
Resisting moment ヲ表ス式ナル $I \times \frac{f}{z}$ ニ於テ、 z ガ neutral axis ヨリ cross-section ノ element ニ至ル最遠ノ距離ナルトキ、 $\frac{I}{z}$ ヲ稱シテ Section Modulus ト云ヒ、之ヲ示スニ Z ヲ以テスルトキハ、

$$\text{Resisting moment} = fZ.$$

Beam ノ cross-section ガ neutral axis ニ對シテ對稱ナラザル時ハ、section modulus ハ tension ト compression トニ對シテ其値不等ナルガ故ニ、此場合ニ於テハ之ヲ區別スルニ Z_t, Z_c ヲ以テスルモノトス。

要之、或材料ニ就テ其 working stress ノ大サヲ定ムルトキハ、resisting moment ハ section modulus ニ比例シテ變化スルヲ以テ、section modulus ガ大ナレバ、cross-section ノ面積ノ相等シキニ拘ラズ大ナル bending action ニ堪へ得ルモノナリ。

下ニ二三ノ section ニ就テ其 section modulus ヲ表ス式ヲ示スベシ。



第一ニ示セル形ノ重心ハ web ノ中心ニアルヲ以テ、
重心ヲ貫スキテ flange ニ平行ナル軸ニ對スル section
ノ moment of inertia ハ $B \times H$ ナル矩形ノ moment of inertia
ヨリ $b \times h$ ナル矩形ノ moment of inertia ヲ減ジタルモ
ノニ等シキヲ以テ、

$$I = \frac{BH^3}{12} - \frac{bh^3}{12}$$

而シテ、section ノ重心ヨリ flange ノ外邊迄ノ距離ハ
 $\frac{H}{2}$ ナルヲ以テ、

$$Z_1 = \frac{BH^3 - bh^3}{6H}$$

第二ニ示セル形ノ moment of inertia ハ $b \times H$ ナル矩形
ノ moment of inertia ニ $B \times h$ ナル矩形ノ moment of inertia

ヲ加ヘタルモノニ等シキヲ以テ、

$$I = \frac{bH^3}{12} + \frac{Bl^3}{12}$$

$$\therefore Z = \frac{bH^3 + Bl^3}{6H}$$

第三ニ示セル section ノ重心ノ高ヲ flange ト反對ノ
邊ヨリ求ムレバ、

$$\bar{x} = \frac{B(H-h) \cdot \frac{1}{2}(H+h) + (B-b)h \cdot \frac{1}{2}h}{B(H-h) + (B-b)h} = \frac{BH^2 - bh^2}{2(BH - bh)}$$

Section ノ moment of inertia ヲ $(B-b) \times \bar{x}$ 及ビ $B \times (H-\bar{x})$
ナル二ツノ矩形ノ moment of inertia ノ和ヨリ $b \times (h-\bar{x})$
ナル矩形ノ moment of inertia ヲ減ジタルモノトセバ、

$$I = \frac{1}{3} \left[(B-b)\bar{x}^3 + B(H-\bar{x})^3 - b(h-\bar{x})^3 \right]$$

$$= \frac{1}{3} \left[BH^3 - bh^3 - 3(BH^2 - bh^2)\bar{x} + 3(BH - bh)\bar{x}^2 \right]$$

Flange ノ反對ノ邊ニ大ナル stress ガ起レルヲ以テ、
ヲ \bar{x} トスルトキハ、

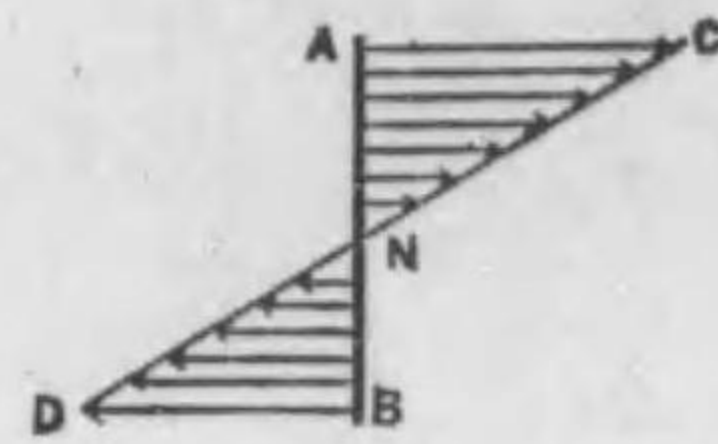
$$Z = \frac{1}{3} \left[\frac{BH^3 - bh^3}{\bar{x}} - 3(BH^2 - bh^2) + 3(BH - bh)\bar{x} \right]$$

$$= \frac{1}{3} \left[\frac{2(BH - bh)(BH^3 - bh^3)}{BH^2 - bh^2} - 3(BH^2 - bh^2) + \frac{3}{2}(BH^2 - bh^2) \right]$$

$$= \frac{(BH^2 - bh^2)^2 - 4BHbh(H-h)^2}{6(BH^2 - bh^2)}$$

57. Rectangular Beam ノ Resisting Moment.

Rectangular beam ノ resisting moment ハ、他ノ方法ニ由
テ、容易ニ之ヲ求ムルコトヲ得ベシ。



ABヲ以テ beam ノ cross-section ヲ示シ, AC, BD ヲ以テ外部ニ於ケル stresses $b f$ ヲ示シ, N ヲ以テ neutral axis ヲ示ス時ハ, neutral axis ヨリ或距離ニ於ケル stress ハ其距離ニ比例スルヲ以テ, CND ナル直線ハ stress ノ diagram ナリ, 之ニ由テ, 三角形 ACN ハ total compressive stress ヲ表シ, BDN ハ total tensile stress ヲ表スベキヲ以テ, 其 total stress ハ各々,

$$\frac{1}{2} b f \times \frac{d}{2} = \frac{1}{4} b d f.$$

ニ等シク, 且ツ其力ハ孰レモ三角形ノ重心ニ働クベキガ故ニ, resisting moment ハ leverage ガ

$$\frac{d}{2} \times \frac{2}{3} \times 2 = \frac{2}{3} d.$$

ニシテ, 相對スル力ガ $\frac{1}{4} b d f$ ナル couple ノ能率ニ相當スルヲ以テ,

$$\begin{aligned} R.M. &= \frac{1}{4} b d f \times \frac{2}{3} d \\ &= \frac{1}{6} b d^2 f. \end{aligned}$$

58. Beam = 關スル問題.

Beam = 關スル問題ハ多クノ種類アリト雖モ, 之ヲ要スルニ,

第一 Beam ノ最大ナル stress ヲ見出スコト, 即チ beam ガ其 loads ノタメ破壊ノ虞アリヤ否ヤヲ調査スルコト.

第二 Beam ノ安全ナル load ヲ見出スコト.

第三 Beam ヲ設計スルコト.

ノ三種ニ過ギズ, 以下是等ノ問題ヲ例ニ就テ示サントス.

例一. $2'' \times 5''$ ナル cross-section ヲ有スル 18 ft. ノ wrought iron ノ simple beam ガ 15 000 lbs. ノ uniform load ヲ擔フ時ハ, 此 beam ハ破壊ノ虞アリヤ否ヤ.

Uniform load ガ 30 000 lbs. ナル時, shear ノタメ此 beam ノ破壊セザルコトハ, 已ニ resisting shear ノ條ニ於テ説明セルヲ以テ, 茲ニハ最大ナル bending moment ヲ有スル section ニ於ケル最大ナル horizontal stress ヲ求メ, 以テ之ヲ material ノ working strength ニ比較セントス.

此 beam ノ最大ナル bending moment ハ其中央ニアルヲ以テ, 之ヲ求ムレバ,

$$\begin{aligned} \max. B.M. &= (7500 + 300) \times 4.5 \times 12 \\ &= 421200 \text{ lb.-in.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{又} \quad R.M. &= \frac{2 \times 5^3}{12} \times \frac{f}{2.5} \\ &= \frac{25}{3} f \text{ lb.-in.} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{25}{3} f = 421200,$$

$$f = 50544 \text{ lbs.}$$

Wrought iron ノ elastic limit ハ 25 000 lbs. ニシテ, breaking strength ハ 55 000 lbs. ナルヲ以テ, 此 beam ハ cross-breaking ノ虞アリ.

例二. 例一ノ beam ニ於テ, working strength ヲ 10 000 lbs. トセバ, 安全ナル uniform load ノ量如何.

Total uniform load ヲ P lbs. トセバ, 最大ナル bending moment ハ

$$\left(\frac{P}{2} + 300\right) \times \frac{18}{4} \times 12 = 27(P + 600) \text{ lb.-in.}$$

ナルヲ以テ, 之ヲ resisting moment ニ比較スレバ,

$$27(P + 600) = \frac{25}{3} \times 10000.$$

$$P = 2486.4 \text{ lbs.}$$

例三. 幅 8", 長サ 12' ノ beam ニ 毎呎 200 lbs. ノ uniform load ヲ擔ハシメ, working strength ヲ 3000 lbs. トスル時ハ, 其深サヲ幾何ニスベキカ, 但シ beam ノ重サヲ加算セザルモノトス.

最大ナル bending moment ハ

$$200 \times 12 \times \frac{12}{4} \times 12 = 86400 \text{ lb.-in.}$$

又 beam ノ深サヲ x . in. トセバ, resisting moment ハ

$$\frac{8 \times x^2}{6} \times 3000 = 4000 x^2.$$

ナルヲ以テ,

$$4000 x^2 = 86400,$$

$$x = 16''.$$

59. Air Pumps ノ Levers ノ Strength.

Air pumps ノ levers ノ 支點ニ於ケル深サヲ H 吋, 厚ノ和ヲ T 吋, levers ノ長サヲ L 吋, pumps, ノ直徑(吋ニテ)ノ平方若シクハ諸直徑ノ平方ノ和ヲ D^2 トシ, pump ニ加ハル壓力ヲ每平方吋 P 听トセバ, levers ノ bending moment ハ

$$\frac{\pi}{4} D^2 \times P \times L.$$

ニシテ, levers ニ起レル stress ノ intensity ヲ f トセバ, 其 resisting moment ハ

$$\frac{1}{6} T H^2 f.$$

ナルヲ以テ,

$$\frac{1}{6} T H^2 f = \frac{\pi}{4} D^2 \times P \times L.$$

P ヲ 30 听, f ヲ 5000 听トセバ,

$$T = \frac{D^2 \times L}{36 \times H^2}.$$

60. Crank-Pin ノ長サ及ビ Overhung Crank-Pin ノ直徑.

Cylinder ノ直徑ヲ D in., 蒸氣ノ max. unbalanced pressure ヲ每平方吋 P lbs., crank-pin ノ長サヲ l in., 直徑ヲ d in., crank-pin ニ加ハル mean load ヲ每平方吋 500 lbs. トセバ, crank-pin ニ加ハル total load ハ

$$l d \times 500 \text{ lbs.}$$

ニシテ, connecting rod ニ働ク蒸氣ノ壓力ハ

$$\frac{\pi}{4} D^2 \times P.$$

ナルヲ以テ,

$$\frac{\pi}{4} D^2 P = 500 l d.$$

$$\therefore l = \frac{P \times D^2}{637 \times d}.$$

更ニ overhung crank-pin ニ加ハル load ヲ附根ニ於テ最大値ヲ有シ、夫レヨリ一様ニ減少シ末端ニ於テ消失スルモノトセバ、其 total load ノ acting point ハ附根ヨリ長さノ三分ノ一ニアルヲ以テ、cylinder ノ面積ヲ A トセバ、蒸氣ノ爲ニ crank-pin ガ折ラレントスル力ノ能率即チ crank-pin ノ bending moment ハ

$$B.M = PA \times \frac{l}{3}.$$

又 crank-pin ノ resisting moment ハ其 working stress ヲ f トセバ、

$$\begin{aligned} R.M &= I \times \frac{f}{2} \\ &= \frac{\pi d^4}{64} \times \frac{f}{2} = \frac{\pi d^3}{32} f. \end{aligned}$$

Bending moment ヲ resisting moment ニ等シカラシムルトキハ、

$$PA \times \frac{l}{3} = \frac{\pi d^3}{32} f.$$

$f = 6000$ lbs. トセバ、

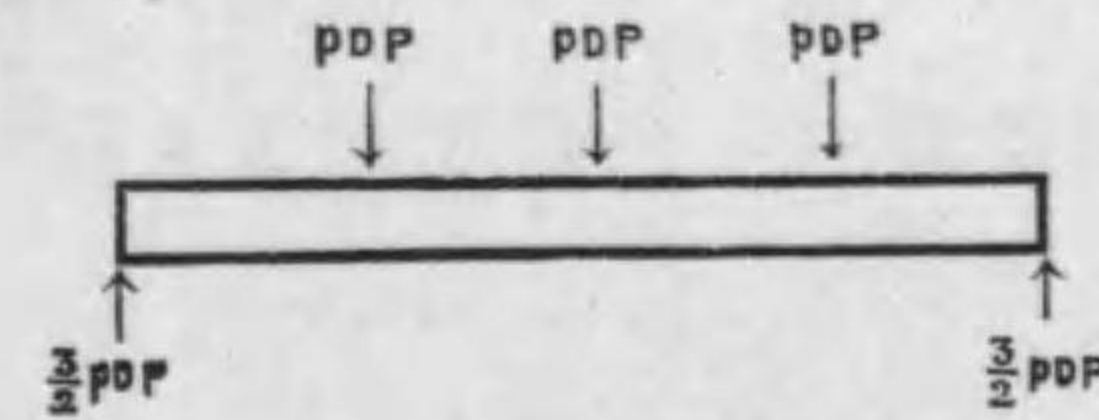
$$d = \frac{1}{12} \sqrt[3]{PA \times l}.$$

61. Combustion Chamber ノ頂上ヲ支フル Girders ノ Strength.

P ヲ最大汽壓、 L ヲ plates ノ間ニ於ケル combustion chamber ノ幅、 p ヲ girder ニ於ケル stays ノ pitch、 D ヲ girders ノ中心ヨリ中心迄ノ距離、 d ヲ中央ニ於ケル girders ノ深サ、 T ヲ中央ニ於ケル girders ノ厚サ、 C ヲ定数トシ、長さハ總テ時、壓力ハ毎平方吋所ノ數ヲ以テ表ハスモノトセバ、

$$P = \frac{C \times d^2 \times T}{(L-p) \times D \times L}.$$

便宜ノ爲メ先ヅ stays ノ數ヲ 3 トシ、且ツ $L = 4p$ ニシテ、一ノ stay ニ加ハル壓力ヲ pDP トセバ、兩端ニ於テ girder ヲ支フル力ハ $\frac{3}{2}pDP$ ナルヲ以テ、girder ニ於ケル最大ノ bending moment ヲ其中央ニ於テ求ムレバ、



$$\max. B.M. = \frac{3}{2}pDP \times 2p - pDP \times p = 2p^2DP.$$

Girder ノ中央ニ於ケル resisting moment ハ、

$$R.M. = \frac{1}{8} T d^2 f.$$

$$\therefore 2p^2DP = \frac{1}{8} T d^2 f.$$

$$P = \frac{f T d^2}{12 D p^2} = \frac{f \times d^2 \times T}{3 p \times D \times 4 p}$$

$$= \frac{f \times d^2 \times T}{(L-p) \times D \times L}.$$

$f = 9000$ lbs. トセバ、 $C = 9000$ 、トナルベシ。

次ニ stays ノ數ヲ 4 トシ、 $L = 5p$ トセバ、兩端ニ於テ

girder を支ふる力ハ $2p DP$ ナルヲ以テ, girder ノ最大ナル bending moment ヲ求ムレバ,

$$\begin{aligned} \max. B.M. &= 2p DP \times \frac{1}{2}p - p DP \times \frac{2}{3}p - p DP \times \frac{p}{2} \\ &= 3p^2 DP. \end{aligned}$$

之ヲ resisting moment ニ等シカラシムルトキハ,

$$3p^2 DP = \frac{1}{6} T d^2 f.$$

$$\therefore P = \frac{f d^2 T}{18 D p^2} = \frac{10f}{9} \cdot \frac{d^2 \times L}{(L-p) \times D \times L}$$

故ニ C ハ $\frac{10f}{9}$ ニ相當スルモノニシテ, 前ノ如ク $f=9000$ トセバ, $C=10000$ トナルベシ.

Stays ノ他ノ數ニ就テノ C ノ數値ハ造船規程第二編第四章第十六條若シクハ機關検査規程第二章第二十七條ヲ參照スベシ.

62. Uniform Strength ノ Beam.

Beam ノ bending moment ハ, 重ニ section ニ由リテ其値ヲ異ニスルガ故ニ, 大ナル bending moment ヲ有スル所ハ之ニ堪へ得ベク其 cross-section ヲ大ニシ, 小ナル moment ヲ有スル所ハ從テ其 section ヲ小ニシ, 以テ經濟ノ道ヲ講ゼザルベカラズ, 此ノ如キ beam ヲ稱シテ Uniform Strength ノ Beam ト云フ, 故ニ uniform strength ノ beam ハ至ル所其 skin stress ノ大サヲ等シクスルモノナリ, 之レヨリ是等 beam ノ形狀ニ就テ少シク説明セントス.

第一. Cantilever beam ガ一端ニ concentrated load ヲ有ス

ル時.

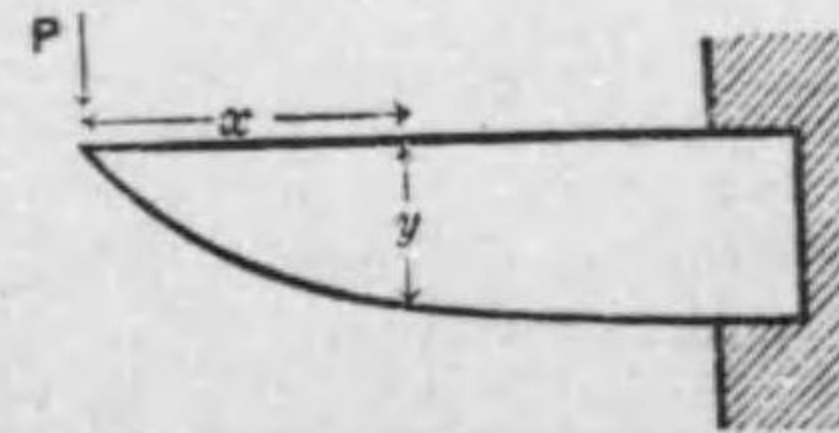
P ヲ以テ load ヲ示シ, b 及ビ d ヲ以テ load ヲ有スル端ヨリ x ナル距離ニ於ケル beam ノ幅及ビ深サヲ示ス時ハ, 其 section ノ bending moment ハ Px ナルヲ以テ, 之ヲ resisting moment ニ等シカラシムルトキハ,

$$Px = \frac{1}{6} b d^2 f.$$

是レ即チ, beam ノ端ヨリ或 section ニ至ル距離ト其幅及ビ深サノ關係ヲ表ハスモノニシテ, beam ノ幅即チ b ヲ constant トシ, y ヲ以テ厚サ即チ d ヲ表ハストキハ,

$$y^2 = \frac{6P}{bf} x.$$

故ニ beam ノ幅ガ constant ナルトキハ, 其 vertical longitudinal section ハ下圖ノ如ク拋物線ヲナスベシ.



第二. Cantilever beam ガ uniform load ヲ有スルトキ.

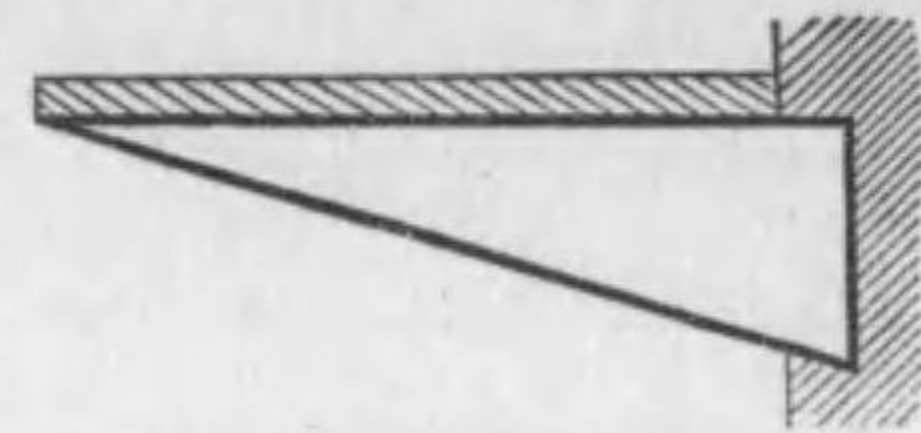
Uniform load ノ intensity ヲ p トセバ, bending moment ハ $\frac{p x^2}{2}$ ナルヲ以テ,

$$\frac{1}{6} b d^2 f = \frac{1}{2} p x^2.$$

Beam ノ幅ヲ constant トシ, y ヲ以テ d ヲ表ハストキハ,

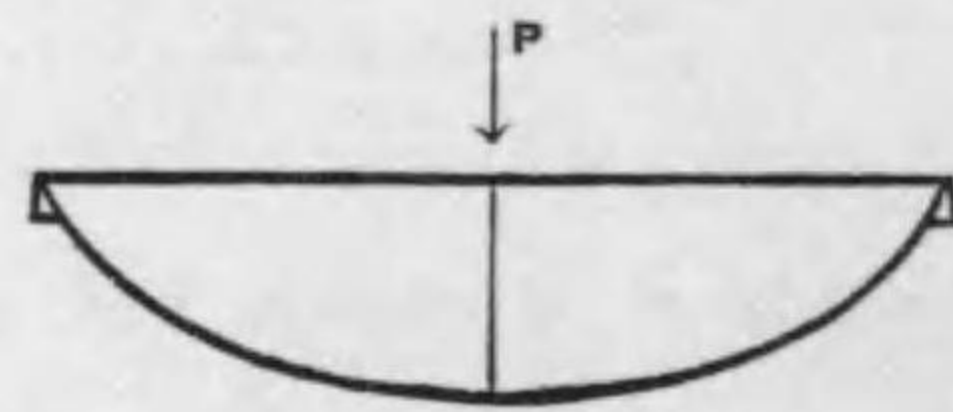
$$y = \sqrt{\frac{3p}{bf}} x.$$

故ニ beam ノ幅ガ constant ナルトキハ、其 vertical longitudinal section ハ下圖ノ如ク三角形ヲナスベシ。



第三. Simple beam ガ中央ニ concentrated load ヲ有スルトキ。

此場合ニ於テハ、中央ヲ固定シタル一端トセル半長ノ cantilever beam ニツアリテ、其他端ニ半分ノ load ヲ有スルモノトセバ、第一ノ場合ニ於ケル如ク beam ノ形状ヲ見出スコトヲ得ベシ、則チ此場合ニ於テ幅ガ constant ナル時ハ、其 vertical longitudinal section ハ拋物線ヲニツ背合セニシタルモノナリ。



第四. Simple beam ガ uniform load ヲ有スル時。

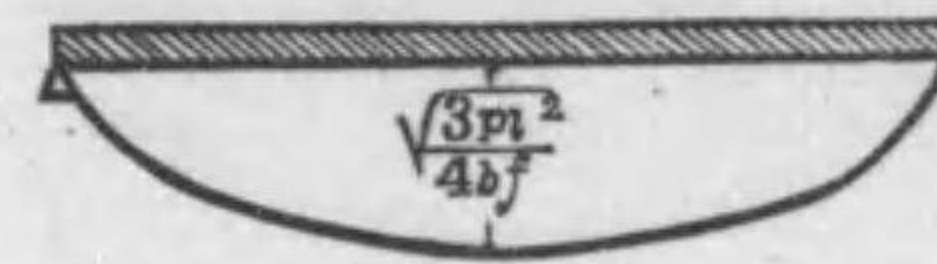
中央ヨリ x ナル距離ニ於ケル section ノ bending moment ハ $\frac{p}{2} \left(\frac{l^2}{4} - x^2 \right)$ ナルヲ以テ、

$$\frac{1}{6} b d^2 f = \frac{1}{2} p \left(\frac{l^2}{4} - x^2 \right).$$

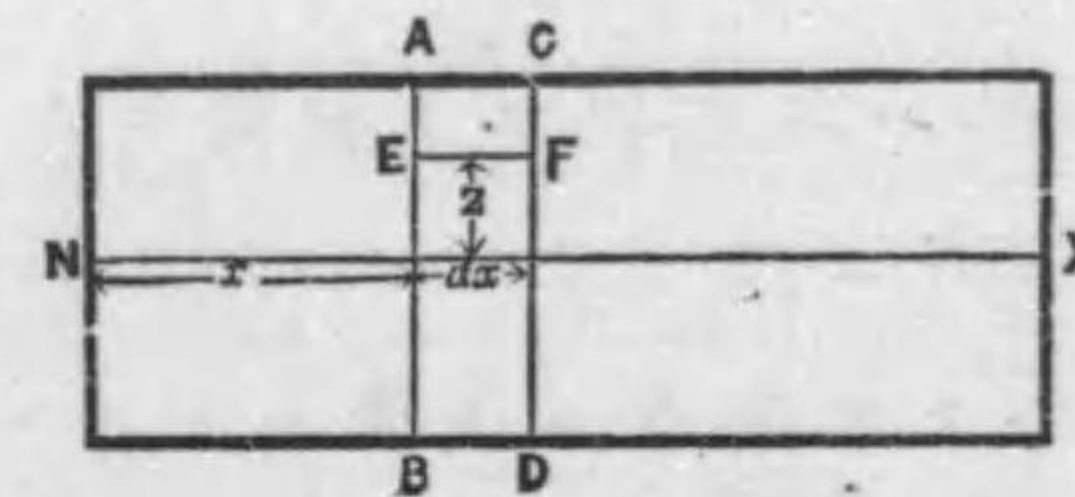
Beam ノ幅ヲ constant トシ、 y ヲ以テ d ヲ表ハス時ハ、

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{\frac{3pl^2}{4bf}} = 1.$$

故ニ beam ノ幅ガ constant ナレバ、其 vertical longitudinal section ハ下圖ノ如ク楕圓形ヲナスベシ。



63. Shearing Stresses ノ分賦ニ關スル法則。



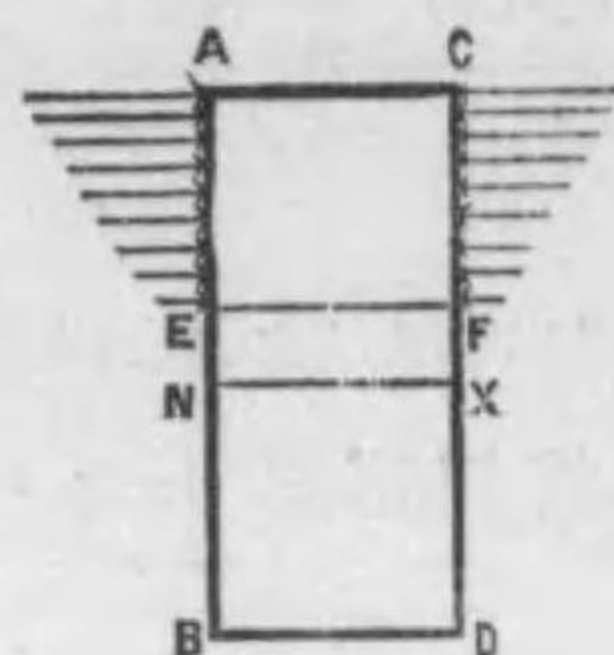
Beam ノ一端ヨリ x 及ビ $x+dx$ ナル距離ニ於ケル cross-sections AB, CD ノ bending moments ヲ M 及ビ $M+dM$ トシ、neutral axis ヲリ z ナル距離ニ於ケル其 stresses ノ intensities ヲ f 及ビ $f+df$ トシ、sections ノ moments of inertia ヲ俱ニ I トセバ、

$$M = I \times \frac{f}{z},$$

$$M + dM = I \times \frac{f + df}{z}.$$

此二式ニ由リテ df ヲ求ムレバ、

$$df = \frac{z dM}{I}.$$



則チ、 CD ナル section ニ於ケル stresses ハ總テ AB ナル section ニ於ケル stresses ヨリ大ニシテ、 EF ヲ AB 、 CD ニテ限ギラレタル longitudinal section トセバ、 $AEFC$ ナル beam ノ element ハ其左側ヨリ右側ニ大ナル stress ヲ受クルヲ以テ、 EF ニ沿フテ shearing stress ガ働クニアラザレバ、均リ合ヒヲ保ツコト能ハザルナリ。

今 EF ナル section ニ沿フテ働ク shearing stress ノ intensity ヲ f_s トシ、 y ヲ以テ其 section ノ幅ヲ示ス時ハ其面積ハ $y dx$ ナルヲ以テ、之ニ沿フテ働ク total shearing stress ハ $y dx \cdot f_s$ ニシテ、又 AN ヲ表ハスニ z' ヲ以テシ' neutral axis ヨリ z ナル距離ニ於ケル cross-section ノ area ノ element ヲ dA トセバ、 AE 及ビ CF ニ働ク total stresses ノ差ハ、

$$\int_z^{z'} dA df = \int_z^{z'} dA \frac{z dM}{I}$$

$$= \frac{dM}{I} \int_z^{z'} dA \cdot z.$$

ナルヲ以テ、

$$y dx \cdot f_s = \frac{dM}{I} \int_z^{z'} dA \cdot z.$$

$$\therefore f_s = \frac{1}{y I} \cdot \frac{dM}{dx} \int_z^{z'} dA \cdot z.$$

然ルニ、 $\frac{dM}{dx}$ ハ B ナル section ニ於ケル vertical shear S ニシテ、 $\int_z^{z'} dA \cdot z$ ハ neutral axis ニ關スル section AB ノ E ヨリ A ニ至ル statical moment ナルヲ以テ、之ヲ表ハスニ M_s ヲ以テスルトキハ、

$$f_s = \frac{S M_s}{y I}.$$

是レ即チ、section AB ノ neutral axis ヨリ z ナル距離ニ於ケル horizontal shear ノ intensity ナリ、然ルニ、horizontal section ニ f_s ナル shearing stress ヲ起ストキハ、其影響ヲ受ケテ之ニ直角ナル vertical section ニモ亦 f_s ナル shearing stress ヲ惹キ起スベキヲ以テ、 f_s ハ又 AB ナル section ノ E 點ニ於ケル vertical shear ノ intensity ナリ。

f_s ハ $\frac{M_s}{y}$ ニ比例シテ變化スルヲ以テ、 $\frac{M_s}{y}$ ガ大ナルトキ f_s ハ大ニシテ、 $\frac{M_s}{y}$ ガ小ナルトキ f_s ハ小ナリ、rectangular beam ニ就テハ y ハ constant ナルヲ以テ、 f_s ノ最大ナルハ neutral axis ニアリテ、其最小ナルハ表面ニアリ。

下ニ cross-section ガ矩形ナルモノト圓ナルモノトニ就テ、shearing stress ノ分賦ノ法ヲ示サントス。

第一. Rectangular beam.

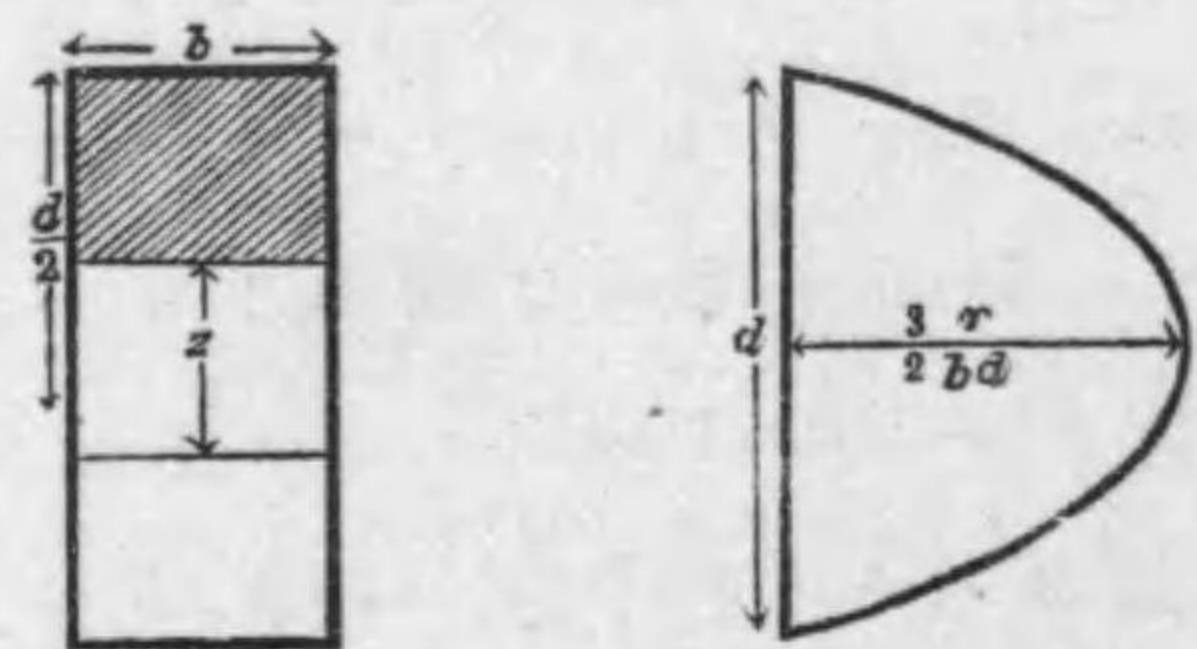
Rectangular beam ノ幅ヲ b , 厚サヲ d トセバ,

$$\frac{M_s}{y} = \frac{1}{b} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} b z \cdot dz = \frac{1}{b} \left(\frac{d^2}{4} - z^2 \right).$$

$$\therefore f_s = \frac{S}{2I} \left(\frac{d^2}{4} - z^2 \right)$$

$$= \frac{6S}{bd^3} \left(\frac{d^2}{4} - z^2 \right).$$

是ニ由テ, rectangular beam ノ shear diagram ハ 拋物線ニシテ, 最大ナル intensity ハ $\frac{3}{2} \cdot \frac{S}{bd}$ 即チ mean intensity ノ $\frac{3}{2}$ ナリ.



第二. Circular beam

圓ノ半径ヲ r トセバ,

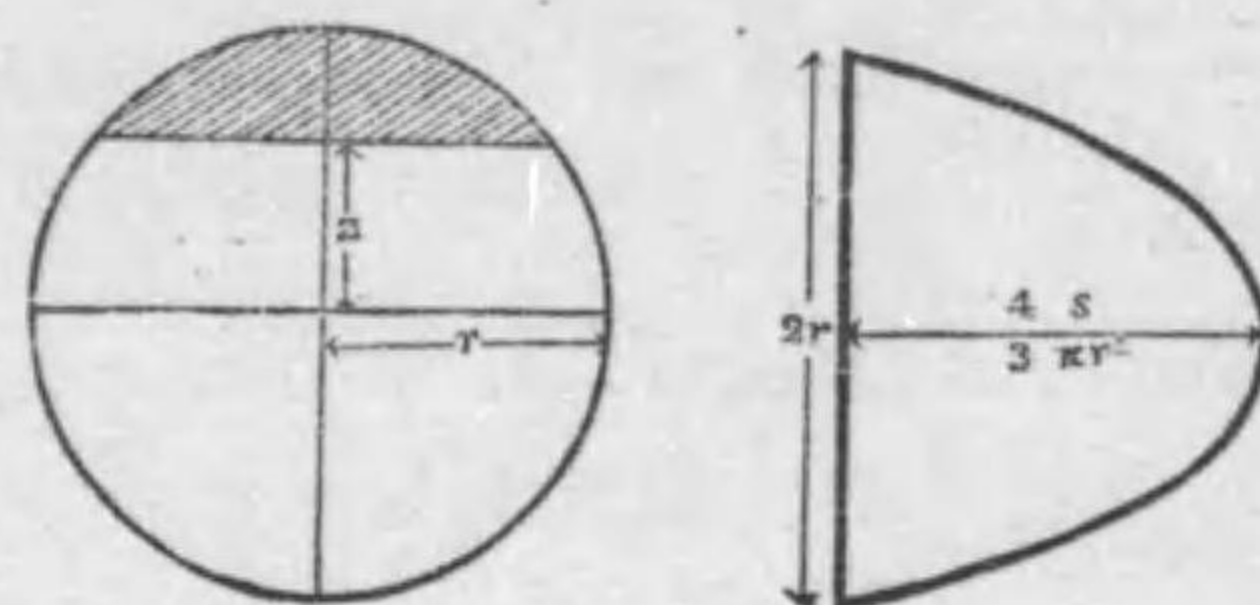
$$\frac{M_s}{y} = \frac{1}{2\sqrt{r^2 - z^2}} \int_{-z}^z 2\sqrt{r^2 - z'^2} z' \cdot dz'$$

$$= \frac{1}{3} (r^2 - z^2).$$

$$\therefore f_s = \frac{S}{3I} (r^2 - z^2)$$

$$= \frac{4}{3} \frac{S}{\pi r^4} (r^2 - z^2).$$

是ニ由テ, circular beam ノ shear diagram モ亦 拋物線ニシテ, 最大ナル intensity ハ $\frac{4}{3} \cdot \frac{S}{\pi r^2}$ 即チ mean intensity ノ $\frac{4}{3}$ ナリ.



64. Beam / Resilience.

Beam ノ 或 cross-section ノ neutral axis ヨリ z' ナル距離ニ於ケル外部ノ纖維ノ stress ノ intensity ヲ f トセバ, z ナル距離ニ於ケル纖維ノ stress ノ intensity ハ $f \times \frac{z}{z'}$ ニシテ, 此 stress ノ 爲メ dx ノ 伸縮スル長サハ $\frac{fz}{Ez'} dx$ ナルヲ以テ, dA ナル cross-section ニ於ケル總テノ纖維ガ dx ナル長サニ就テ仕遂グベキ仕事ノ量ハ

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{fz}{z'} dA \cdot \frac{fz}{Ez'} dx,$$

故ニ, beam ノ cross-section ニ於ケル總テノ纖維ガ dx ナル長サニ就テ仕遂グベキ仕事ノ量ハ

$$\frac{f^2 \int dA \cdot z^2}{2Ez'^2} = \frac{f^2 I}{2Ez'^2} dx.$$

然ルニ, $\frac{f}{z'} = \frac{M}{I}$ ナルヲ以テ,

$$\frac{f^2 I}{2 E z^2} dx = \frac{M^2}{2 E I} dx.$$

Beam ノ全長ニ就テ之ヲ積分スレバ,

$$\text{Resilience} = \int_0^l \frac{M^2}{2 E I} dx.$$

上式ニ由テ, concentrated load ヲ有スル cantilever beam ノ resilience ヲ求ムレバ,

$$M = P(l-x).$$

ナルヲ以テ,

$$\begin{aligned} \text{Resilience} &= \frac{P^2}{2 E I} \int_0^l (l-x)^2 dx \\ &= \frac{P^2 l^3}{6 E I}. \end{aligned}$$

Beam ニ起レル最大ナル stress ヲ f トセバ,

$$\frac{f}{z} = \frac{M}{I} = \frac{Pl}{I}.$$

Pl ノ此値ヲ以テ Resilience ノ式ヲ化シ, 且ツ $I = A \rho^2$ トセバ,

$$\text{Resilience} = \frac{f^2}{6 E} \cdot \frac{\rho^2}{z^2} \cdot Al.$$

問 題

1. ABC ナル beam ヲ A ニ於テ上ヨリ下へ, C ニ於テ下ヨリ上ニ支へ, C ニ 2 tons ノ重サヲ懸垂セルトキ, AB ガ 5 ft., BC ガ 7 ft. ナルトキハ, A ヲリ 3 ft. ナル所ノ bending moment ノ大サ如何.
2. 長サ 20 ft. ノ simple beam ガ左端ヨリ 4 ft. ノ所ニ

2000 lbs., 右端ヨリ 5 ft. ノ所ニ 5000 lbs. ノ重サヲ擔フトキハ, 右端ヨリ 8 ft. ノ所ノ bending moment ノ大サ如何.

3. Flanges ガ $6'' \times 1''$, web ガ $14'' \times 1''$ ナル I beam ノ強力ヲ $3'' \times 8''$ ナル rectangular beam ノ強力ニ比較スベシ.

4. 厚サ $\frac{1}{2}''$ ナル steel plate ヲ直徑 4 ft. ノ圓形ニ彎曲スルトキハ, 表面ニ起レル stress ノ大サ如何.

5. 長サガ 20 ft, section ガ 2 sq. in. ナル鐵桿ヲ兩端ニ於テ支フルトキハ, 自己重量ノ爲メニ生ズル max. skin stress ノ大サ如何.

6. 長サガ 20 ft., section ガ $8'' \times 12''$ ナル simple beam ガ左端ヨリ 6 ft. ノ所ニ 2 tons ノ重サヲ擔ヒ, 且ツ自己重量ヲ每呎 35 lbs. トセバ, max. skin stress ノ大サ如何.

7. Span ガ 20 ft., section ガ $10'' \times 16''$ ナル simple beam ガ 6 tons ノ uniform, load ヲ擔フトキハ, 其 max. stress ト一端ヨリ 8 ft. ナル section ニ於ケル skin stress トヲ求ム.

8. Flanges ガ $6'' \times 1''$, web ガ $12'' \times 1''$, 長サガ 30 ft. ナル I beam ガ右端ヨリ 12 ft. ノ所ニ 10 tons ノ重サヲ擔フトキハ, 其 max. bending moment 及ビ max. skin stress ノ大サ各如何.

9. 直徑 1'', 厚サ $\frac{1}{8}''$ ナル iron pipe ハ何呎マデ持ち離シ得ベキカ.

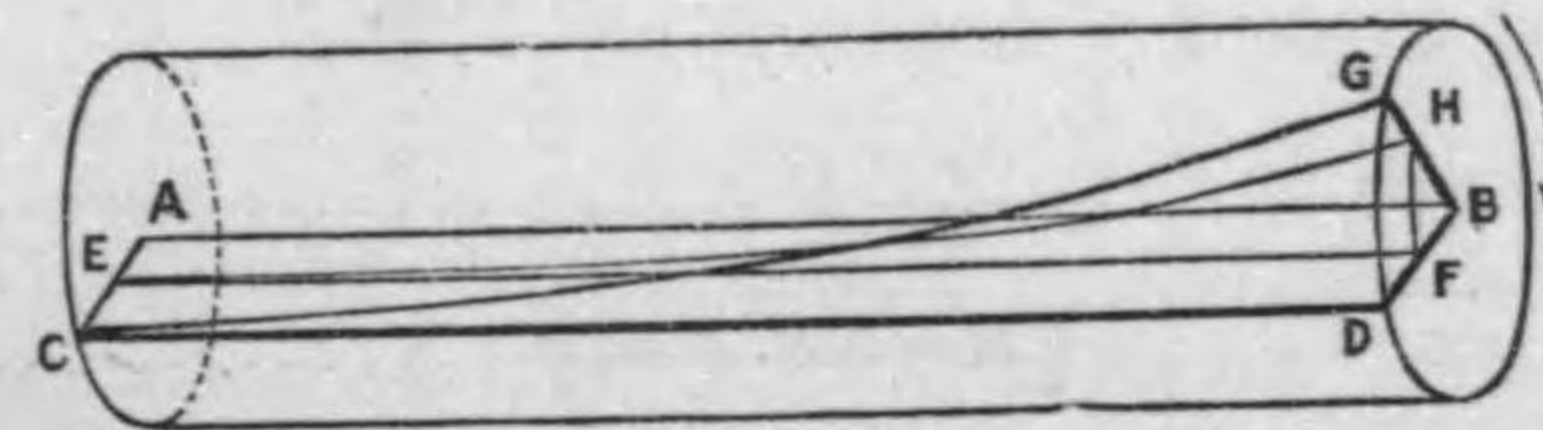
10. Beam ニ於ケル shearing stresses ノ分賦ノ法則ヲ direct stresses ノ夫レト比較スベシ.

第五編

Shaft 及 ビ Spring ノ Strength.

65. Coulomb 氏ノ法則.

Bar 若シクハ shaft ノ一端ヲ固定シテ他端ヲ振ルトキハ、其 cross-sections ハ等シク振ラレ、軸ニ平行ナル總テノ纖維ハ之ガタメ一様ニ屈曲シテ helical form ヲナスベシ、則チ shaft ノ軸ヲ AB トシ、之ニ平行ナル纖維ヲ CD, EF トセバ、 CD, EF ハ torsion ノタメ CG, EH ナル helices ヲ畫キ、 BD ナル半徑ハ廻轉シテ BG ナル位置ヲ取り、 DBG ナル角ハ twisting moment ニ比例スベシ。



是レ即チ Coulomb 氏ノ法則ニシテ同氏ノ實驗ニヨレバ、bar ノ unit distance ニ於ケル cross-section ノ twisting angle 即チ torsion ノ angle ハ twisting couple ノ moment 即チ twisting moment ニ比例シ、且ツ直徑ノ四乗器ニ反比例ヲナスヲ以テ、 M ナル twisting moment ノ下ニアル、長サ l 、半徑 r ナル shaft ノ total twisting angle ヲ θ トセバ、

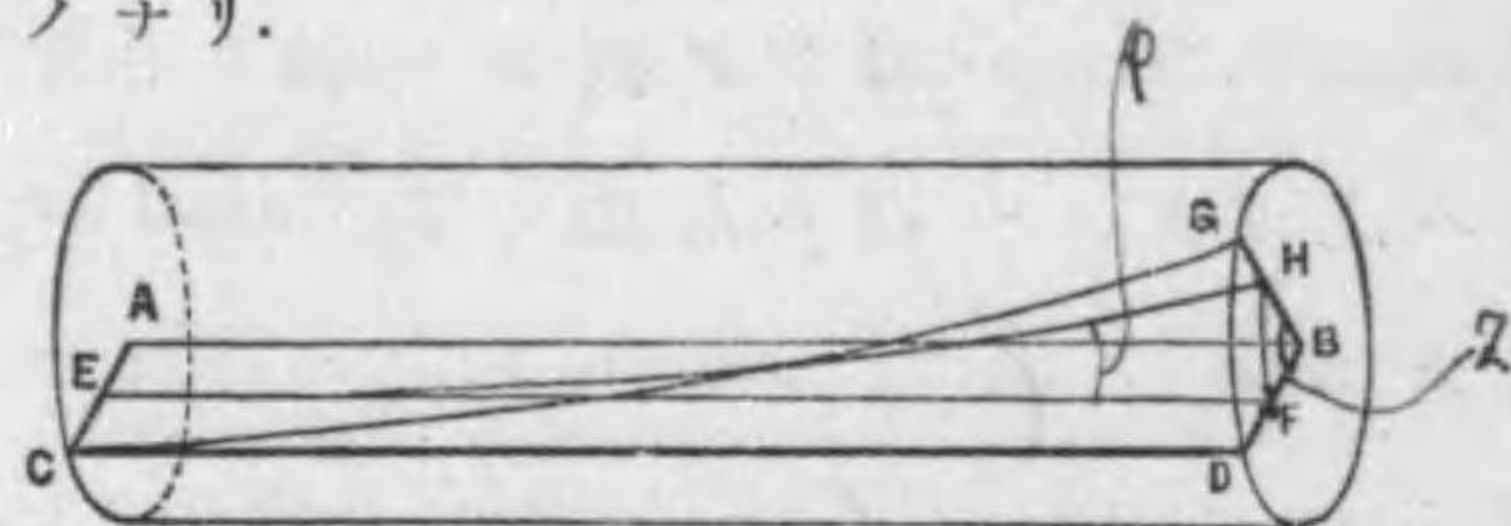
$$\frac{\theta}{l} \propto M, \quad \frac{\theta}{l} \propto \frac{1}{r^4}.$$

$$\therefore \frac{\theta}{l} \propto \frac{M}{r^4}$$

Coulomb 氏ノ法則ハ勿論 twisting moment ノタメニ起
ル stress ガ elastic limit ヲ超ヘザルモノトス。

66. Shaft ノ Stresses ノ分賦ニ關スル法則。

Twisting action ノ爲ニ起ル shaft ノ strains ハ纖維ト
直角ナル方向ニアルヲ以テ、其 stresses ハ孰レモ shear ニ
屬スルモノナリ。



Shaft ノ中心ヨリ \$z\$ ナル距離ニ於ケル纖維 \$EF\$ ノ
helical angle \$HEF\$ 即チ shear ノ angle ヲ \$\phi\$ トシ、之ニ對ス
ル shearing stress ヲ \$f_z\$ トセバ、

$$f_z = G \phi \dots \dots \dots (1)$$

$$FH = EF \cdot \phi = l \phi \dots \dots \dots (2)$$

又 total twisting angle ニ由テ \$FH\$ ヲ求ムレバ、

$$FH = BF \cdot \theta = z \theta \dots \dots \dots (3)$$

(2), (3) ヲ比較スルコトニ由テ \$\phi\$ ヲ求ムレバ、

$$\phi = \frac{z \theta}{l} \quad \therefore l \phi = z \theta$$

\$\phi\$ ノ此値ヲ (1) ニ代入スレバ、

$$f_z = \frac{G \theta}{l} z \dots \dots \dots (4)$$

同様ニ shaft ノ半径ヲ \$r\$ トシ、其外部ニ於ケル纖維ノ

stress ノ intensity ヲ \$f\$ トセバ、

$$f = \frac{G \theta}{l} r \dots \dots \dots (5)$$

(4) 及ビ (5) ニ由テ、 $f_z = \frac{G \theta}{l} z$

$$f_z = f \times \frac{z}{r}$$

是ニ由テ、 shaft ノ或點ニ於ケル stress ノ intensity ハ、其
點ヨリ軸ニ至ル距離ニ比例シテ變化スルモノナリ。

67. Shaft ノ Resisting Moment.

Shaft ノ cross-section ノ element ニシテ、軸ヨリ \$z\$ ナル距
離ニアルモノヲ \$dA\$ トセバ、之ニ對スル shearing stress ハ

$$f \times \frac{z}{r} \times dA$$

ナルヲ以テ、 resisting moment ハ、

$$R. M. = \int f \times \frac{z}{r} \times dA \times z$$

$$= \frac{f}{r} \int dA \times z^2$$

$$= I_0 \times \frac{f}{r}$$

\$I_0\$ ハ shaft ノ cross-section ノ中心ヲ極トセル inertia ノ
polar moment ナリ。

Shaft ノ resisting moment ハ twisting moment ニ等シキヲ
以テ、 \$T.M.\$ ヲ以テ twisting moment ヲ示ストキハ、

$$I_0 \times \frac{f}{r} = T.M.$$

是レ即チ、 torsion ニ關スル fundamental formula ナリ。

直徑 d ナル圓ノ polar moment $\frac{\pi d^4}{32}$ ニシテ、外徑 d_1 、内徑 d_2 ナル circular ring ノ polar moment $\frac{\pi(d_1^4 - d_2^4)}{32}$ ナルヲ以テ、resisting moment $\frac{\pi d^4}{32} \times \frac{f}{d/2} = \frac{\pi d^3}{16} f = 5.1 d^3 f$.

Solid shaft ニ就テハ、

$$\frac{\pi d^4}{32} \times \frac{f}{d/2} = \frac{\pi d^3}{16} f = 5.1 d^3 f.$$

Hollow shaft ニ就テハ、

$$\frac{\pi(d_1^4 - d_2^4)}{32} \times \frac{f}{d_1/2} = \frac{\pi(d_1^4 - d_2^4)}{16 d_1} f = 5.1 d_1^3 f.$$

68. Hollow Shaft ノ Strength.

Hollow shaft ハ之ト等積ノ cross-section ヲ有スル solid shaft ヨリ其強力大ナルモノニシテ、之ヲ比較スレバ下ノ如シ。

外徑 d_1 、内徑 d_2 ナル hollow shaft ガ直徑 d ナル solid shaft ト等積ノ cross-section ヲ有スルモノトセバ、

$$\frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2) = \frac{\pi}{4} d^2.$$

$$\therefore d_1^2 - d_2^2 = d^2$$

是ニ由テ、hollow shaft ノ solid shaft ニ對スル resisting moment ノ比ヲ求ムレバ、

$$\frac{R. M. \text{ of hollow shaft}}{R. M. \text{ of solid shaft}} = \frac{d_1^4 - d_2^4}{d_1^4} = \frac{(d_1^2 + d_2^2)(d_1^2 - d_2^2)}{d_1^4} \\ = \frac{d_1^2 + d_2^2}{d_1 d^2} = \frac{d_1^2 + d_2^2}{d_1 \sqrt{d_1^2 - d_2^2}}.$$

$d_2 = m d_1$ トセバ、

$$\frac{R. M. \text{ of hollow shaft}}{R. M. \text{ of solid shaft}} = \frac{1 + m^2}{\sqrt{1 - m^2}}$$

是レ即チ、hollow shaft ノ solid shaft ニ對スル強サヲ表ス式ニシテ、若シ $d_1 = 10''$ 、 $d_2 = 8''$ ナレバ、 $m = \frac{4}{5}$ ナルヲ以テ、

$$\frac{1 + m^2}{\sqrt{1 - m^2}} = 2.733.$$

則チ、此場合ニ於ケル hollow shaft ハ solid shaft ニ對シ 2.733 倍ノ強力ヲ有スルモノナリ。

69. Shaft ノ Twist.

$f = \frac{G \theta}{l} r$ 、 $M = \frac{\pi d^3}{16} f$ ナル二式ヨリ f ヲ消去シ、以テ θ ヲ求ムレバ、

$$\theta = \frac{32 l M}{\pi G d^4}.$$

是レ即チ、Coulomb 氏ノ第二法則ニシテ、 θ ヲ度ルニ度ヲ以テスルトキハ、

$$\theta^{\circ} = \frac{32 l M}{\pi G d^4} \times \frac{180}{\pi} = \frac{584 l M}{G d^4}.$$

Hollow shaft ニ就テハ、

$$\theta^{\circ} = \frac{584 l M}{G(d_1^4 - d_2^4)}.$$

Shaft ノ twist ヲ直徑二十倍ノ長サニ就キ一度ニ限ルトキハ、

$$l = 40 r, \quad \theta = \frac{\pi}{180}.$$

ナルガ故ニ、之ヲ

$$f = \frac{G\theta}{l} r.$$

ニ代入スルトキハ、

$$f = \frac{\pi G}{40 \times 180} = \frac{G}{2292}.$$

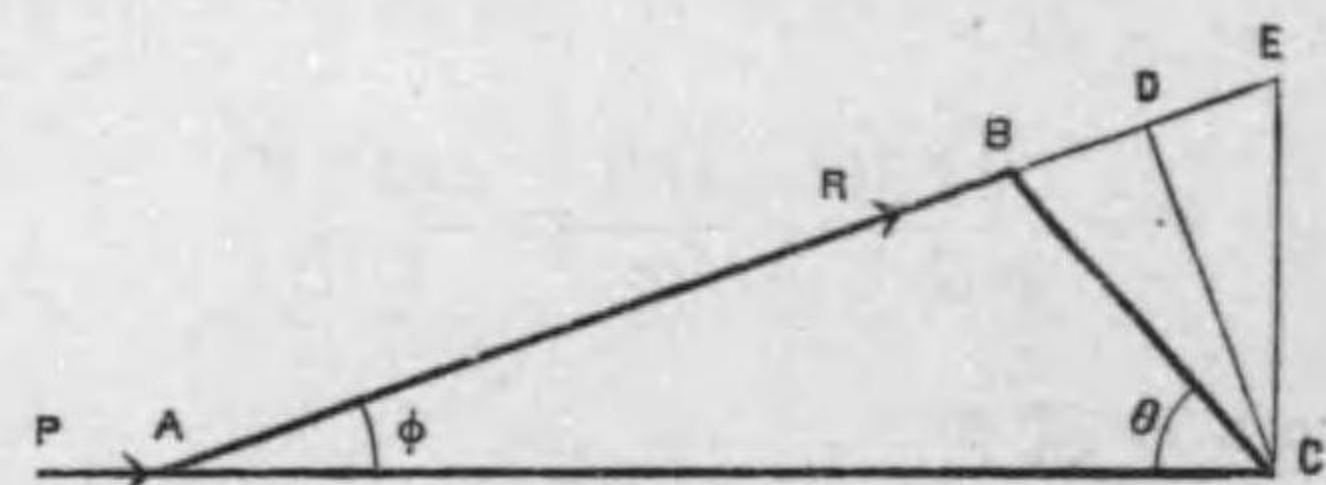
之ニ由テ、 f ノ値ヲ求ムレバ

	G .	f .
Cast iron,	6 000 000	2 620 lbs.
Wrought iron,	11 000 000	4 800 „
Steel.	13 000 000	5 670 „

短キ shaft ニ對スル f ノ値ハ、

Cast iron,	3 000 lbs.
Wrought iron,	8 000 „
Steel.	10 000 „

70. Shaft ノ最大ナル Twisting Moment.



AB, BC ヲ以テ connecting rod 及ビ crank ヲ示シ、 P, R ヲ以テ piston end ニ於ケル piston ノ壓力及ビ connecting rod ノ抵抗力ヲ示シ、 θ, φ ヲ以テ $\angle BCA$ 及ビ $\angle BAC$ ヲ示ストキハ、

$$R = P \sec \varphi.$$

ナルヲ以テ、 AB ニ垂線 CD ヲ引クトキハ、

$$T. M. = R \times CD.$$

$$= P \cdot CD \sec \varphi.$$

AC ニ垂線 CE ヲ引クトキハ、 $\angle DCE$ ハ $\angle BAC$ 即チ φ ニ等シキヲ以テ、

$$CD \sec \varphi = CE.$$

∴

$$T. M. = P \times CE.$$

是ニ由テ、 CE ノ極大ナルトキ twisting moment 亦極大ナリトス。

l 及ビ c ヲ以テ connecting rod 及ビ crank ノ長サヲ示ストキハ、

$$\frac{CE}{\sin(\theta + \varphi)} = \frac{c}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)}.$$

$$CE = c (\sin \theta + \cos \theta \tan \varphi). \quad (1)$$

又 $\frac{l}{c} = n$. トセバ、

$$\sin \theta = n \sin \varphi. \quad (2)$$

CE ノ極大値ヲ得ンガ爲メ其 gradient ヲ 0 トシ、且ツ其式ニ於ケル $\frac{d\varphi}{d\theta}$ ニ (2) ヨリ求メタルモノヲ代入スレバ、

$$\cos \theta - \sin \theta \tan \varphi + \cos \theta \sec^2 \varphi \frac{d\varphi}{d\theta} = 0,$$

$$\cos \theta = n \cos \varphi \frac{d\varphi}{d\theta},$$

$$\cos \theta - \sin \theta \tan \varphi + \frac{1}{n} \cos^2 \theta \sec^3 \varphi = 0. \quad (3)$$

(2) ト (3) トノ間ニ n ヲ消去シテ簡單ナル形ニ化スレバ、

$$\cot^2 \theta + \cos^2 \varphi \operatorname{cosec} \varphi \cot \theta - \cos^2 \varphi = 0,$$

$$(\cot \theta - \cos \varphi \sin \varphi)(\cot \theta + \cos \varphi \operatorname{cosec} \varphi) = 0.$$

$$\therefore \cot \theta - \cos \varphi \sin \varphi = 0. \quad (4)$$

(2) と (4) との間 = φ を消去スレバ,

$$\sin^6 \theta - n^2 \sin^4 \theta - n^4 \sin^2 \theta + n^4 = 0. \quad (5)$$

n の 2 乃至 5 の 数值 = 就キ θ 及 φ の 大サヲ 求ム
レバ,

$$n=2 \text{ ナルトキ. } \theta=67^\circ 12', \quad \varphi=27^\circ 27',$$

$$3 \quad \quad \quad 73 \ 11, \quad 18 \ 36,$$

$$4 \quad \quad \quad 76 \ 43, \quad 14 \ 5,$$

$$5 \quad \quad \quad 79 \ 7, \quad 11 \ 20.$$

則チ, twisting moment ノ 最大ナルハ connecting rod ガ 殆
ト crank = 直角ナルトキニアリトスルモ大差ナキヲ
以テ之ニ由テ其値ヲ求ムレバ,

$$\max. T. M. = P \times \frac{\sqrt{l^2 + c^2}}{l} \times c$$

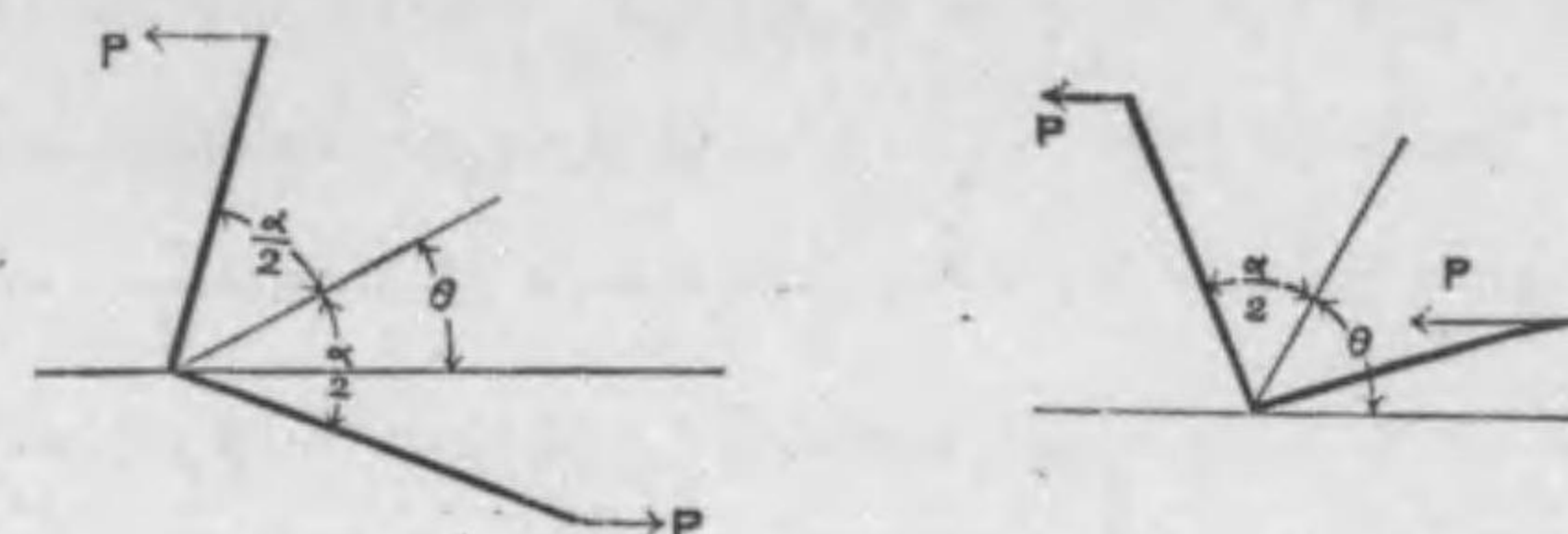
$$= Pc \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}$$

$$= Pc \left(1 + \frac{1}{2n^2}\right).$$

是ニ由テ, 最大ナル twisting moment ハ connecting rod ヲ
傾ムカザルモノトシテ, 之ヲ求ムルモ大差ナキモノナ
リ.

次ニ crank ガ二ツアリテ connecting-rod ガ傾斜セザル
モノトシ, 且ツ crank ガ二ツ宛 stroke line ノ 兩側ニアリ

テ, 其交角 α ノ二等分線ガ stroke line = θ ナル角ヲ以テ
傾ムケルモノトセバ, twisting moment ハ



$$T. M. = Pc \sin \left(\theta + \frac{\alpha}{2}\right) + Pc \sin \left(\frac{\alpha}{2} - \theta\right)$$

$$= 2 Pc \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta.$$

若シ cranks ガ二ツトモ stroke line ノ一方ニアルトキ
ハ,

$$M = 2 Pc \cos \frac{\alpha}{2} \sin \theta.$$

前ノ場合ニ於ケル M ノ 数值ノ 最大ナルハ, $\theta=0^\circ$, or
 $\theta=180^\circ$. ナルトキニアリテ,

$$\max. T. M. = 2 Pc \sin \frac{\alpha}{2}.$$

後ノ場合ニ於ケル M ノ 数值ノ 最大ナルハ, $\theta=90^\circ$, or
 $\theta=270^\circ$. ナルトキニアリテ.

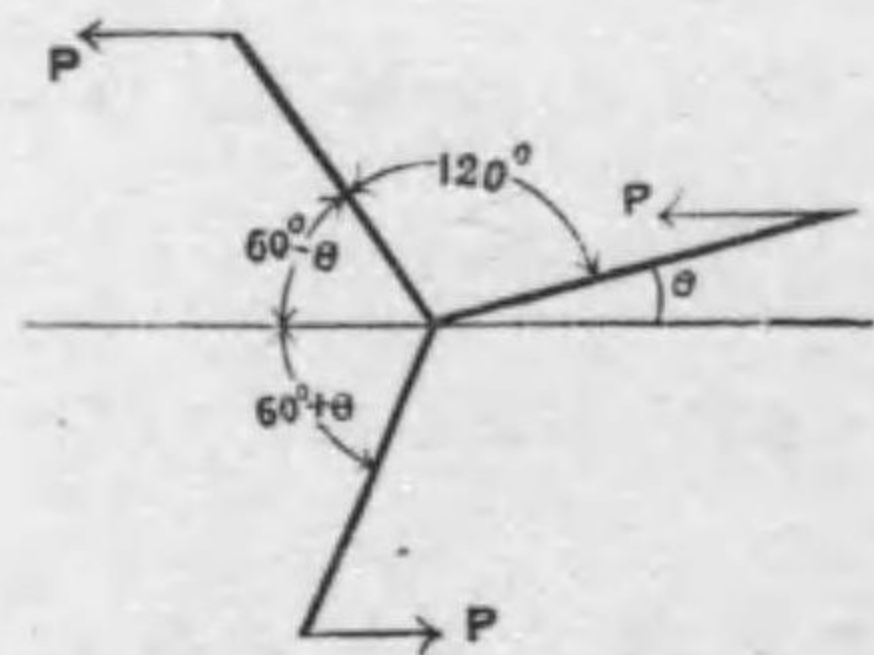
$$\max. T. M. = 2 Pc \cos \frac{\alpha}{2}.$$

α ガ 90° 乃至 180° ナレバ, $2Pc \sin \frac{\alpha}{2}$ ハ $2Pc \cos \frac{\alpha}{2}$ ヨリ
大ナルヲ以テ, $2Pc \sin \frac{\alpha}{2}$ ヲ 最大値トシ, 之レヲ $2Pc$ ニ
比較スレバ.

$$2Pc \sin \frac{a}{2} \div 2Pc = \sin \frac{a}{2}$$

Crank ガーツノトキハ最大ナル twisting moment ガ Pc ナレバ, crank ガ二ツノトキノ最大ナル twisting moment ガ $2Pc$ ナラズシテ $2Pc \sin \frac{a}{2}$ ナルヲ以テ, $\sin \frac{a}{2}$ ハ two cranks ニ對スル twisting moment ノ減率ニシテ, 夫レ丈ケ shaft ハ細クモ可ナルモノナリ.

更ニ crank ガ三ツアリテ, 其一ツガ stroke line ニ θ ナル角ヲ以テ傾ムケルモノトセバ, crank effort ノ moment ハ



$$\begin{aligned} T. M. &= Pc \left[\sin \theta + \sin (60^\circ + \theta) + \sin (60^\circ - \theta) \right] \\ &= Pc (\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta) \\ &= 2Pc \sin (\theta + 60^\circ). \end{aligned}$$

$$\therefore \text{max. } T. M. = 2Pc.$$

之レヲ $3Pc$ ニ比較スレバ, $\frac{2}{3}$ ナルヲ以テ, $\frac{2}{3}$ ハ three cylinder engine ニ對スル減率ナリ.

71. 汽壓ニ由テ求メタル shaft ノ直徑.

時ニテ表ハシタル cylinder ノ直徑ノ平方若シクハ cylinders ノ直徑ノ平方ノ和ヲ D^2 トシ, 毎平方吋所ヲ以

テ表シタル最大汽壓ヲ p トセバ, max. twisting moment ハ $\frac{\pi D^2}{4} \times p \times c$ ニシテ, shaft ノ resisting moment ハ $\frac{\pi d^3}{16} f$ ナルヲ以テ, 一ノ shaft ニ就テハ,

$$\frac{\pi d^3}{16} f = \frac{\pi D^2}{4} \times p \times c.$$

$$\therefore d = \sqrt[3]{\frac{c \times p \times D^2}{3 \times \frac{1}{12} f}}.$$

$$f = 9000. \text{ ニ就テハ, } \frac{1}{12} f = 750.$$

$$f = 7500. \text{ ニ就テハ, } \frac{1}{12} f = 625.$$

$$f = 10000. \text{ ニ就テハ, } \frac{1}{12} f = 833.$$

又二ツノ shafts ニ就テハ,

$$\frac{\pi d^3}{16} f = \frac{\pi D^2}{4} p c \sin \frac{a}{2}.$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{c \times p \times D^2}{3 \times \frac{f}{12} \operatorname{cosec} \frac{a}{2}}}.$$

$a = 90^\circ$. ナルトキ,

$$f = 9000. \text{ トセバ, } \frac{f}{12} \operatorname{cosec} \frac{a}{2} = 1066.$$

$$f = 7500. \text{ トセバ, } \frac{f}{12} \operatorname{cosec} \frac{a}{2} = 884.$$

$a = 100^\circ$. ナルトキ,

$$f = 9000. \text{ トセバ, } \frac{f}{12} \operatorname{cosec} \frac{a}{2} = 979.$$

$$f = 7500. \text{ トセバ, } \frac{f}{12} \operatorname{cosec} \frac{a}{2} = 816.$$

$a=110^\circ$. ナルトキ,

$$f=9000. \text{ トセバ, } \frac{f}{12} \operatorname{cosec} \frac{a}{2} = 916.$$

$$f=7500. \text{ トセバ, } \frac{f}{12} \operatorname{cosec} \frac{a}{2} = 763.$$

同様ニ他ノ crank angle = 對スル定數ヲ求メ得ベシ.

更ニ三ツノ cranks = 就テハ,

$$\frac{\pi d^3}{16} f = \frac{\pi D^2}{4} pc \times \frac{2}{3}.$$

$$\therefore d = \sqrt[3]{\frac{c \times p \times D^2}{3 \times \frac{f}{8}}}$$

$$f=9000. \text{ = 就テハ, } \frac{f}{8} = 1125.$$

$$f=7500. \text{ = 就テハ, } \frac{f}{8} = 938.$$

$$f=10000. \text{ = 就テハ, } \frac{f}{8} = 1250.$$

是等定數ニ就テハ機關檢査規定第二章第十二條ヲ参照スベシ.

72. 馬力ニ由テ求メタル Shaft ノ直徑.

M ナル moment ヲ有スル couple ガ θ ナル角ヲ通ジテ物體ヲ廻轉スルトキハ, 之ガタメ仕遂ゲタル work ハ $M\theta$ ニシテ, shaft ノ廻轉數ヲ毎分時 n トシ, 時ヲ以テ shaft ノ直徑ヲ表ストキハ, shaft ノ傳フル horse-power ハ,

$$\begin{aligned} \frac{M \times 2\pi n}{12 \times 33000} &= \frac{2\pi n}{12 \times 33000} \times \frac{\pi d^3}{16} f \\ &= \frac{n d^3 f}{32100} \end{aligned}$$

之ヲ示スニ $H.P.$ ヲ以テスルトキハ,

$$d^3 = \frac{321000 H.P.}{n f}.$$

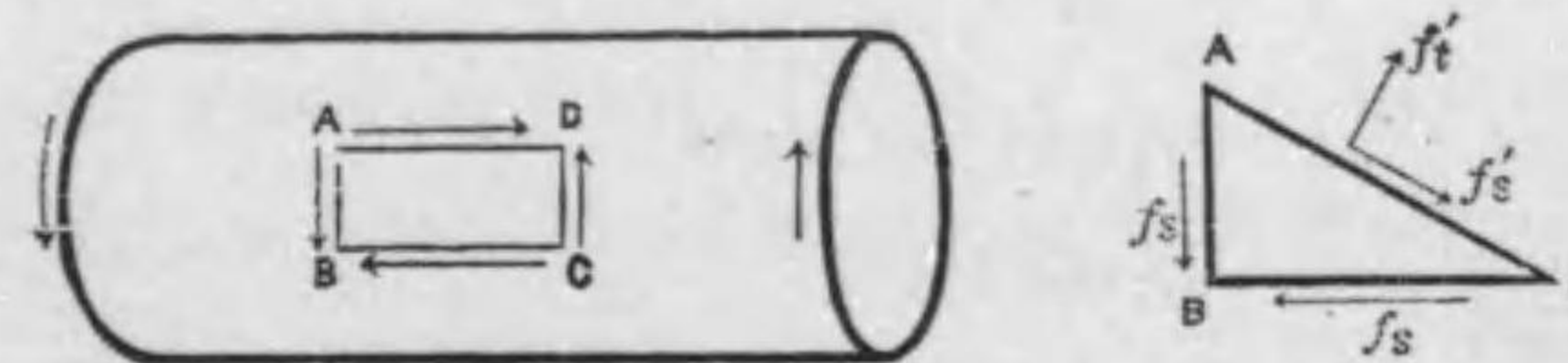
f ノ種々ナル値ニ對スル d ノ値ヲ求ムレバ,

$$d = 4 \sqrt[3]{\frac{H.P.}{n}} \quad \text{for } 5000 \text{ lbs.}$$

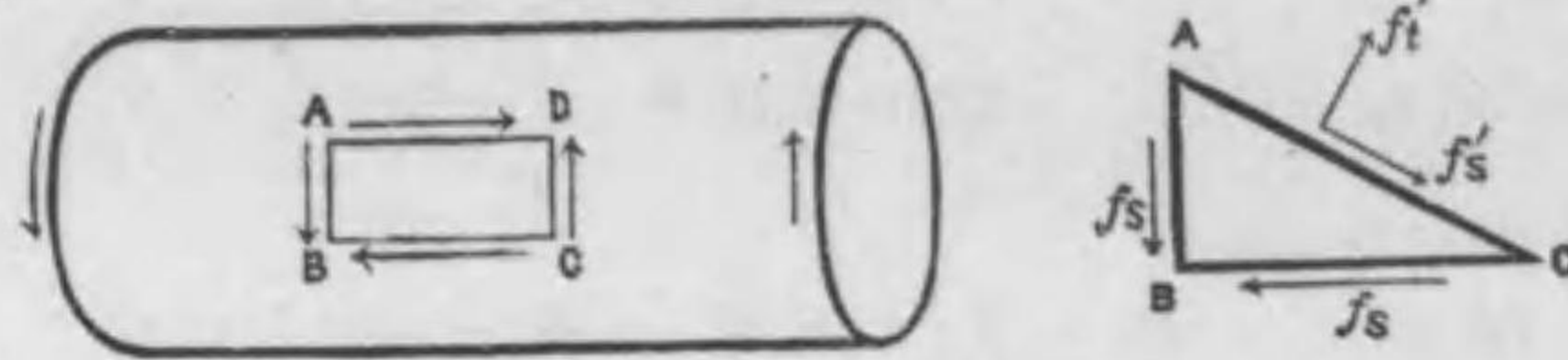
$$d = 3.5 \sqrt[3]{\frac{H.P.}{n}} \quad \text{for } 7500 \text{ lbs.}$$

$$d = 3 \sqrt[3]{\frac{H.P.}{n}} \quad \text{for } 12000 \text{ lbs.}$$

73. Shaft ニ於ケル最大ナル Stress.



$ABCD$ ヲ shaft ノ rectangular element トシ, AD, BC ノ二邊ヲ軸ニ平行ナルモノトセバ, 其四邊ニ沿フテ働ク所ノ shearing stress ハ皆同一ノ intensities ヲ有スベキヲ以テ, 之ヲ示スニ f_s ヲ以テシ, AC ニ直角ナル tensile stress ノ intensity ヲ f'_t , AC ニ平行ナル shearing stress ノ intensity ヲ f'_s トシ, $\angle ACB$ ヲ θ トスルトキハ, AB ニ沿フテ働ク $AB.f_s$ ト, CB ニ沿フテ働ク $BC.f_s$ ト, AC ニ直角ニ働ク $AC.f'_t$ ト, AC ニ沿フテ働ク $AC.f'_s$ トノ四力ハ互ニ均リ合ヒヲ保ツヲ以テ, 是等ヲ AC ニ平行ナル方向ト直角ナル方向トニ分解スルトキハ,



$$AC. f'_s = BC. f_s \cos \theta - AB. f_s \sin \theta,$$

$$AC. f'_t = AB. f_s \cos \theta + BC. f_s \sin \theta.$$

$$\therefore f'_t = \frac{AB}{AC} f_s \cos \theta + \frac{BC}{AC} f_s \sin \theta$$

$$= 2f_s \sin \theta \cos \theta$$

$$= f_s \sin 2\theta,$$

$$f'_s = \frac{BC}{AC} f_s \cos \theta - \frac{AB}{AC} f_s \sin \theta$$

$$= f_s \cos^2 \theta - f_s \sin^2 \theta$$

$$= f_s \cos 2\theta.$$

Tensile stress ノ 最大値ハ

$$\theta = 45^\circ \text{ or } 135^\circ.$$

ナルトキニアルヲ以テ、 θ ノ 此値ニ對スル f'_t 及ビ f'_s ノ 値ヲ求ムレバ、

$$\theta = 45^\circ \text{ ナルトキ, } f'_t = f_s, \quad f'_s = 0,$$

$$\theta = 135^\circ \quad \text{,,} \quad f'_t = -f_s, \quad f'_s = 0.$$

次ニ shearing stress ノ 最大値ハ

$$\theta = 0.$$

ナルトキニアルヲ以テ、 f'_t ノ 極大値及ビ之ニ對スル f'_s ノ 値ヲ求ムレバ、

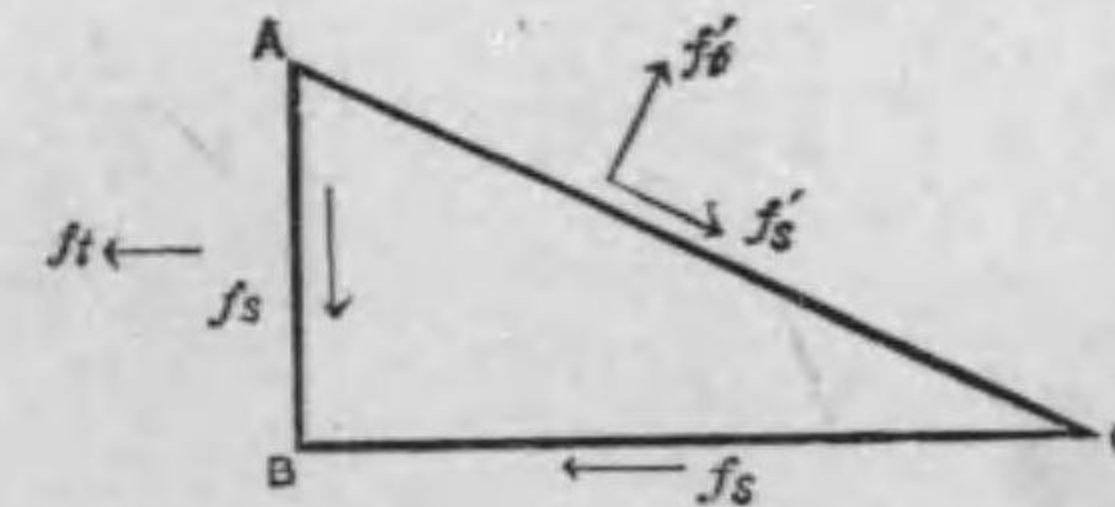
$$f'_t = f_s, \quad f'_s = 0.$$

是ニ由テ、twisting action ノ 爲ニ起レル shaft ノ 最大ナル tensile 若シクハ compressive stress ハ shearing stress ニ等シク、ultimate tensile strength ハ 概シテ ultimate compressive strength ヨリ小ナルヲ以テ、shaft ハ tensile stress ノ タメ、軸ト 45° ノ 角ヲナス helix ニ 沿フテ破壊スベキモノナリトス。

74. Twisting Action 1. Bending Action トヲ受ケタル Shaft ノ 最大ナル Stress.

Shaft ハ 通例 twisting action ノ 外ニ bending action ヲ受クルヲ以テ、此場合ニ於ケル最大ナル stress ノ 大サ及ビ其ノ方向ヲ知ルヲ以テ必要ナリトス。

Shaft ガ bending action ヲ受クルトキハ、軸ノ方向ニ沿フテ一面ニ tensile stresses ヲ惹キ起スト共ニ他ノ方面ニハ compressive stresses ヲ惹キ起スベキヲ以テ、 AB ニ 直角ナル tensile stress ノ intensity ヲ示スニ f_t ヲ以テシ、前ト等シク諸力ヲ分解スルトキハ、

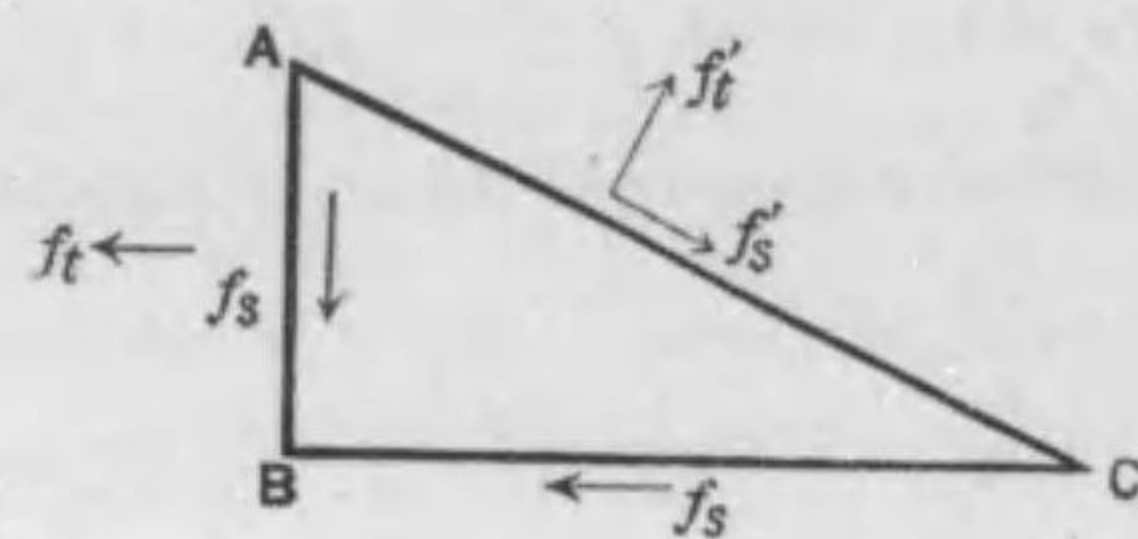


$$AC. f'_t = AB. f_s \cos \theta + BC. f_s \sin \theta + AB. f_t \sin \theta,$$

$$AC. f'_s = BC. f_s \cos \theta + AB. f_t \cos \theta - AB. f_s \sin \theta.$$

$$\therefore f'_t = f_s \sin \theta \cos \theta + f_s \cos \theta \sin \theta + f_t \sin^2 \theta$$

$$= f_s \sin 2\theta + f_t \sin^2 \theta,$$



$$f'_s = f_s \cos^2 \theta + f_t \cos \theta \sin \theta - f_s \sin^2 \theta$$

$$= f_s \cos 2\theta + \frac{1}{2} f_t \sin 2\theta.$$

f'_t の differential co-efficient を零トセバ,

$$2 f_s \cos 2\theta + 2 f_t \sin \theta \cos \theta = 0,$$

$$\tan 2\theta = -\frac{2 f_s}{f_t}.$$

2θ の値ヲ 90° 乃至 180° 即チ θ の値ヲ 45° 乃至 90° の範圍ニアルモノトシテ、之ニ對スル f'_t 及ビ f'_s の値ヲ求ムレバ、

$$f'_t = f_s \sin 2\theta + f_t \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right)$$

$$= \frac{f_t}{2} - \frac{f_t}{2} \cos 2\theta + f_s \sin 2\theta$$

$$= \frac{f_t}{2} + \frac{f_t}{2} \cdot \frac{f_t}{\sqrt{f_t^2 + 4f_s^2}} + f_s \frac{2f_s}{\sqrt{f_t^2 + 4f_s^2}}$$

$$= \frac{f_t}{2} + \sqrt{\frac{f_t^2}{4} + f_s^2},$$

$$f'_s = 0.$$

又 θ の値ヲ 135° 乃至 180° の範圍内ニアルモノトシテ、之ニ對スル f'_t 及ビ f'_s の値ヲ求ムレバ、

$$f'_t = \frac{f_t}{2} - \sqrt{\frac{f_t^2}{4} + f_s^2},$$

$$f'_s = 0.$$

次ニ f'_t の differential co-efficient を零トセバ、

$$-2 f_s \sin 2\theta + f_t \cos 2\theta = 0,$$

$$\tan 2\theta = \frac{f_t}{2f_s}.$$

θ の此値ニ對スル f'_t 及ビ f'_s の値ヲ求ムレバ、

$$f'_s = \sqrt{\frac{f_t^2}{4} + f_s^2},$$

$$f'_t = 0.$$

是ニ由テ、twisting action ト bending action トヲ受クル shaft ハ、四十五度以上ノ傾斜ヲ有スル helix ニ沿フテ破壊スベキモノニシテ、最大ナル tensile 若シクハ compressive stress ニ直角ナル方向ニハ shearing stress ヲ惹キ起サザルモノトス。

75. Equivalent Twisting Moment 及ビ Equivalent Bending Moment.

前條ニ示セル shaft ノ stresses ノ關係ヨリ轉ジテ、moments ノ關係ヲ求メントス。

Shaft ノ shearing stress ト tensile stress トヲ其 twisting moment ト bending moment トヨリ求ムレバ

$$f_s = \frac{16}{\pi d^3} T. M.$$

$$f_t = \frac{32}{\pi d^3} B. M.$$

又 f'_t ヲ B. M. ナル bending moment ノタメニ生ジタル

stress トセバ,

$$B. M.' = \frac{\pi}{32} d^3 f_i'$$

$$\therefore f_i' = \frac{32}{\pi d^3} B. M.'$$

前ニ得タル f_s, f_t, f_i' ノ値ヲ

$$f_i' = \frac{f_i}{2} + \sqrt{\frac{f_i^2}{4} + f_s^2}$$

ニ代入スルトキハ,

$$B. M.' = \frac{1}{2} (B. M. + \sqrt{B. M.^2 + T. M.^2})$$

又 f_i' ヲ $T. M.'$ ナル twisting moment ノタメニ生ジタル stress トセバ,

$$T. M.' = \frac{\pi}{16} d^3 f_i'$$

$$f_i' = \frac{16}{\pi d^3} T. M.'$$

ナルヲ以テ、之ヲ前ノ關係式ニ代入スルトキハ,

$$T. M.' = B. M. + \sqrt{B. M.^2 + T. M.^2}$$

茲ニ假定シタル $B. M.'$ 及ビ $T. M.'$ ヲ Equivalent Bending Moment 及ビ Equivalent Twisting Moment ト云ヒ、實際 shaft ニ關スル設計ヲナスニ當リ、twisting moment ノ代リニ此 equivalent twisting moment ヲ使用スベキモノトス。

76. Combined action ノ下ニアル Shaft ノ True Stresses.

Combined action ノ下ニアル shaft ノ principal stresses ノ intensities ハ 74 條ニ由テ、

$$\frac{f_i}{2} + \sqrt{\frac{f_i^2}{4} + f_s^2}, \text{ 及ビ } \frac{f_i}{2} - \sqrt{\frac{f_i^2}{4} + f_s^2}.$$

ナルヲ以テ、其 true stresses ノ intensities ヲ示スニ f_x 及ビ f_y ヲ以テスルトキハ、

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{f_i}{2} + \sqrt{\frac{f_i^2}{4} + f_s^2} - \frac{1}{m} \left(\frac{f_i}{2} - \sqrt{\frac{f_i^2}{4} + f_s^2} \right) \\ &= \frac{m-1}{2m} f_i + \frac{m+1}{2m} \sqrt{f_i^2 + 4f_s^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_y &= \frac{f_i}{2} - \sqrt{\frac{f_i^2}{4} + f_s^2} - \frac{1}{m} \left(\frac{f_i}{2} + \sqrt{\frac{f_i^2}{4} + f_s^2} \right) \\ &= \frac{m-1}{2m} f_i - \frac{m+1}{2m} \sqrt{f_i^2 + 4f_s^2}. \end{aligned}$$

此二ツノ stresses ノ中チ大ナルモノヲ示スニ f ヲ以テスルトキハ、

$$f = \frac{m-1}{2m} f_i + \frac{m+1}{2m} \sqrt{f_i^2 + 4f_s^2}.$$

此式ニ於テ $m=4$ トセバ、

$$f = \frac{3}{8} f_i + \frac{5}{8} \sqrt{f_i^2 + 4f_s^2}.$$

是レ即チ、Grashof 氏ガ combined action ニ對シテ與ヘタル stress ノ式ニシテ、Rankin's formula ナル

$$f = \frac{1}{2} f_i + \frac{1}{2} \sqrt{f_i^2 + 4f_s^2}.$$

ハ、前ノ式ニ於テ $m=\infty$ トセルモノナリ。

是ニ由テ、equivalent twisting moment ニ對スル Grashof's formula ハ下ノ如シ。

$$E. T. M. = \frac{3}{4} B. M. + \frac{5}{4} \sqrt{B. M.^2 + T. M.^2}.$$

77. Shaft Couplings = 於ケル Bolts ノ大サ.

Shaft couplings = 於ケル bolts ハ一ノ flange ヨリ他ノ flange = shaft ノ torsion ヲ傳フルモノナルヲ以テ, shaft ト共ニ等シク twist = 抵抗スルノ力ヲ有セザルベカラズ.

Bolt ノ内部ニ於ケル shearing stress ハ shaft ノ軸ヨリ之ニ至ル距離ニ從テ變化スト雖モ, 之ヲ shaft ノ周圍ニ於ケルモノニ等シク, 且ツ bolt ノ cross-section ノ面積ニ夫レヨリ shaft ノ中心ニ至ル距離ノ平方ヲ乘ジタルモノヲ以テ, shaft ノ中心ニ關スル bolt ノ cross-section ノ polar moment of inertia トセバ, twist = 對スル bolts ノ resisting moment ハ

$$M = I_0 \times \frac{f}{z} = n \frac{\pi}{4} d^2 \times \left(\frac{d'}{2}\right)^2 \times \frac{f}{\frac{d'}{2}}$$

$$= \frac{n \pi}{8} d^2 d' f.$$

d ハ bolt ノ直徑, d' ハ bolt circle ノ直徑, n ハ bolts ノ數ニシテ, f ハ shearing stress ノ intensity ナリ.

Shaft ノ直徑ヲ表スニ D ヲ以テシ, 其 resisting moment ヲ bolts ノ resisting moment = 等シカラシムルトキハ,

$$\frac{n \pi}{8} d^2 d' f = \frac{\pi}{16} D^3 f.$$

$$d = \sqrt{\frac{D^3}{2 \times n \times d'}}.$$

是レ即チ, bolt ノ直徑ヲ與フル式ナリ.

78. Shaft ノ Resilience.

振ラレタル shaft ノ中心ヨリ z ナル距離ニ於ケル shearing stress ノ intensity ヲ f_z トシ, 一端ヨリ x ナル距離ニ於ケル cross-section ノ element ヲ dA トセバ, 之ニ對スル stress ハ $f_z dA$ ニシテ, dx ナル長サニ對スル振レハ $\frac{f_z}{G} dx$ ナルヲ以テ, stress ヲ徐々ニ 0 ヨリ f_z ニ至ルマデ増加スルトキハ, 其 internal work ハ

$$\frac{1}{2} f_z dA \cdot \frac{f_z}{G} dx.$$

ニシテ, shaft ノ半徑ヲ r トシ, 其表面ニ於ケル stress ノ intensity ヲ f トセバ,

$$f_z = f \times \frac{z}{r}.$$

ナルヲ以テ,

$$\frac{1}{2} f_z dA \cdot \frac{f_z}{G} dx = \frac{f^2}{2G} \cdot \frac{z^2 dA}{r^2} dx.$$

Cross-section ノ全部ヲ通ジテ之ヲ積分スルトキハ,

$$\frac{f^2}{2Gr^2} \int dt \cdot z^2 dx = \frac{f^2 I_0}{2Gr^2} dx.$$

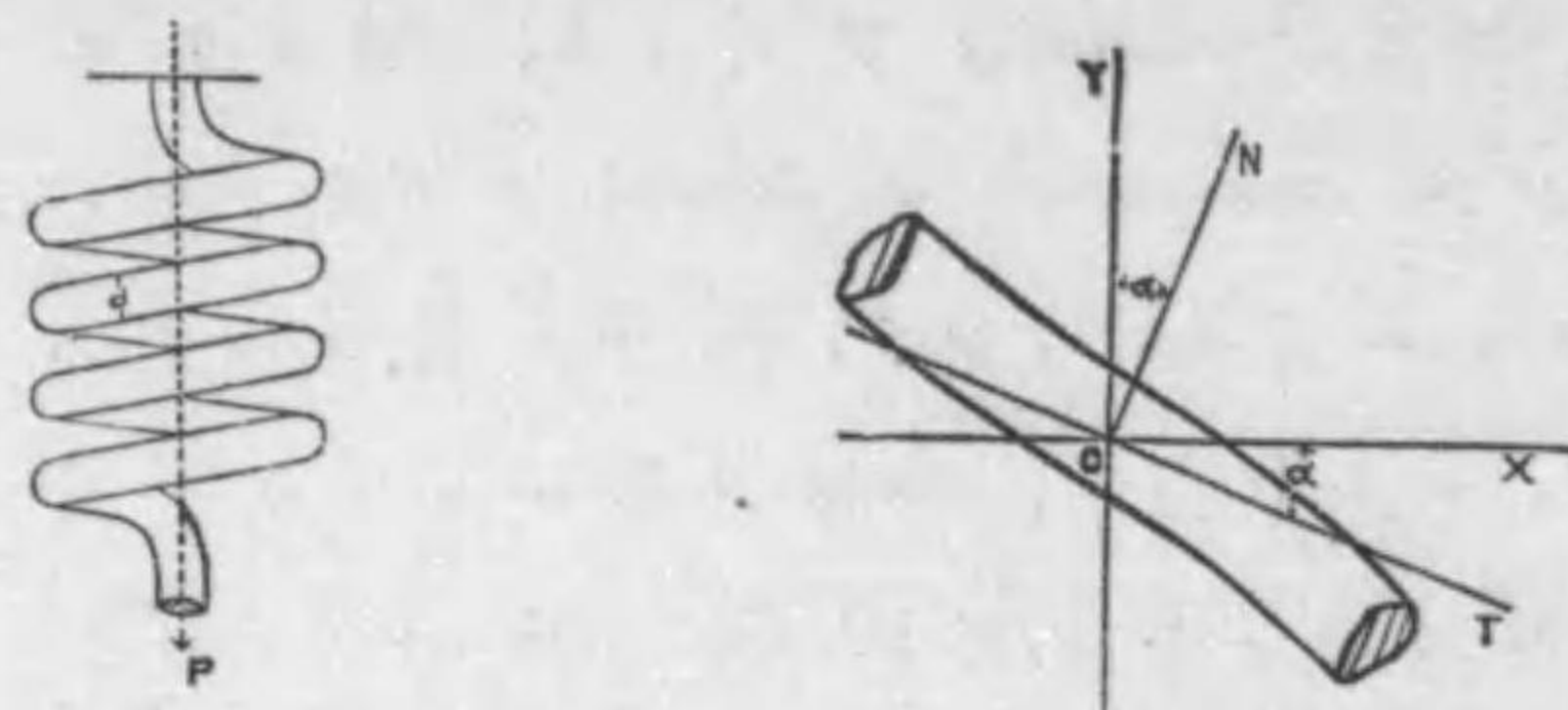
更ニ, shaft ノ全長ヲ通ジテ上式ヲ積分シ $I_0 = A\rho^2$ トセバ,

$$\text{Resilience} = \frac{f^2}{2G} \cdot \frac{\rho^2}{r^2} \cdot Al.$$

則チ, shaft ノ resilience ハ bar = 於ケル如ク其體積ニ比例スルモノナリ.

79. Spring の Strength.

Spiral spring の coil の直径ヲ D トシ, spring ガ P ナル load ヲ擔フモノトセバ, spring ノ或點 O ニ於ケル此 load



ノ moment ハ $\frac{PD}{2}$ ニシテ, 其軸ハ helix ノ軸ニ直角ナルヲ以テ, helix ノ傾斜ヲ α トセバ, $\frac{PD}{2} \sin \alpha$ 及ビ $\frac{PD}{2} \cos \alpha$ ハ helix ノ法線 ON ト切線 OT ノ方向ニ分解シタル $\frac{PD}{2}$ ノ components ニシテ, $\frac{PD}{2} \sin \alpha$ ハ O 點ノ bending moment, $\frac{PD}{2} \cos \alpha$ ハ 其 twisting moment ナリ.

若シ, helix ノ傾斜ガ微小ナレバ, $\frac{PD}{2} \sin \alpha$ モ亦微小ニシテ, $\frac{PD}{2} \cos \alpha$ ハ殆ド $\frac{PD}{2}$ ニ等シキヲ以テ, spring ハ只 $\frac{PD}{2}$ ナル moment ヲ有スル twisting action ノ下ニアルモノト假定スルモ大差ナカルベシ.

是ニ由テ spring ノ直径ヲ d トセバ,

$$\frac{PD}{2} = \frac{\pi d^3}{16} f.$$

$$\therefore P = \frac{\pi f d^3}{8 D}.$$

Wilson Hartnell 氏ガ steel wire ニ就テ實驗セル結果ニ由レバ, 其安全ナル stress ノ intensity ハ直径 $\frac{1''}{4}$ ナレバ 70 000 lbs., $\frac{3''}{8}$ ナレバ 60 000 lbs., $\frac{1''}{2}$ ナレバ 50 000 lbs. ナルヲ以テ, 其中數ヲ取レバ,

$$P = \frac{24000 d^3}{D}.$$

Working load ハ此三分ノ一ナル

$$P = \frac{8000 d^3}{D}.$$

ニシテ, square steel ニ就テハ 8000 ナル constant number ヲ 11000 ニスベキモノトス.

80. Spring ノ伸縮.

Spring ノ長サヲ l トシ, $\frac{PD}{2}$ ナル twisting moment ニ對スル spring ノ total twisting angle ヲ θ トセバ, shaft ニ於ケル如ク

$$\theta = \frac{32 l M}{\pi G d^4} = \frac{16 P D l}{\pi G d^4}.$$

ニシテ, spring ノ伸縮ハ total twisting angle ニ coil ノ半径ヲ乗ジタルモノニ等シク, coils ノ數ヲ n トセバ, 殆ド

$$l = n \pi D.$$

ナルヲ以テ, spring ノ伸縮ハ

$$\frac{D \theta}{2} = \frac{8 P D^2 l}{\pi G d^4} = \frac{8 n P D^3}{G d^4}.$$

G ヲ 12 000 000 トシ, spring ノ直径 d ヲ度ルニ $\frac{1''}{16}$ ヲ

單位トスルトキハ、

$$\text{Springノ伸縮} = \frac{n P D^3}{22.9 d^4}$$

Square steelニ就テハ、22.9ナルconstant numberヲ30トスベキモノトス。

問 題

1. Horizontal engineノcrankガ3 ft. 6 in., connecting rodノ長サガ9 ft., half-strokeニ於ケルconnecting rodニ働ク壓力ガ500 lbsナルトキハ、crank shaftニ於ケルtwisting momentノ大サ如何。
2. Steel shaftノ直徑20倍ノ長サニ就テノ振レガ2°ナルトキハ、stressノ最大値如何。
3. I. H. P.ヲ1000、毎分時ノ廻轉數ヲ150、screwヨリ thrust bearingマデノshaftノ長サヲ75 ft., working stressヲ7200 lbs per □"トシテ、wrought iron shaftノ直徑ト其total twisting angleトヲ求ムベシ。
4. 直徑10 in.ナルsolid shaftト外徑10 in., 内徑8 in.ナルhollow shaftトノ強サノ比較及ビ振レノ角度ノ比較ヲ求ム。
5. 外徑10 in., 内徑8"ナルpropeller shaftガ毎分時100ノ廻轉ヲ以テ3000 H. P.ヲ傳フルトキハ、其max. stressノintensity及ビ直徑20倍ノ長サニ就テノ振レノ角度如何。

6. 長サガ866 in.ナルwrought-iron screw shaftガ直角ニ装置サレタル長サ20 in.ナル二ツノcranksニ由テ動カサレ、crank-pinニ働ク力ガ176400 lbsナルトキ、skin stressヲ9000 lbs per □"ニ限ギリタルトキノshaftノ直徑及ビ長サ一呎ノ振レヲ $\frac{1^\circ}{13}$ ニ限ギリタルトノshaftノ直徑ヲ求ム。

7. 廻轉數ガ n ナルトキ傳へ得ベキ馬力ノ數ヲH.P.トセバ、shaft一呎ノ重サハ $\left(\frac{H.P.}{n}\right)^{\frac{2}{3}}$ ニ比例スベキヲ證明セヨ。

8. Shaft couplingガ1"ノbolt六個ヲ以テ結合サレ、boltノ軸ガshaftノ中心ヨリ8 in.ノ距離ニアルトキ、stressヲ9000 lbs. per □"ニ限ギルトキハ、此couplingノ傳へ得ベキ馬力ノ限度如何。

毎分時ノ廻轉數ヲ150トス。

9. Wireノ直徑ガ0.4 in., coilノ直徑ガ4 in., coilノ數ガ20ナルherical springハ10 lbsナル重サノ爲メ何程伸縮スベキカ。

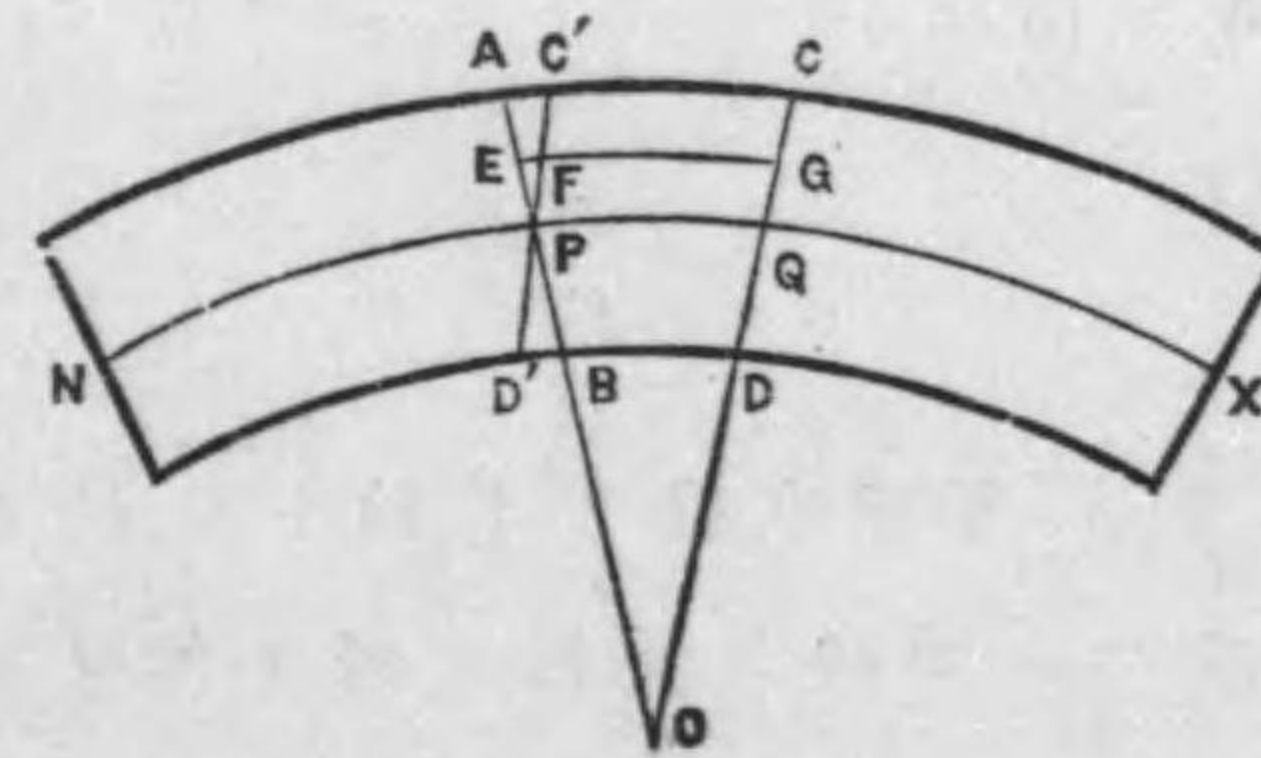
10. 一時ノ伸縮ヲ以テ6 tonsノ重サヲ安全ニ支へ得ベキhelical springノ重サ幾何。

第六編

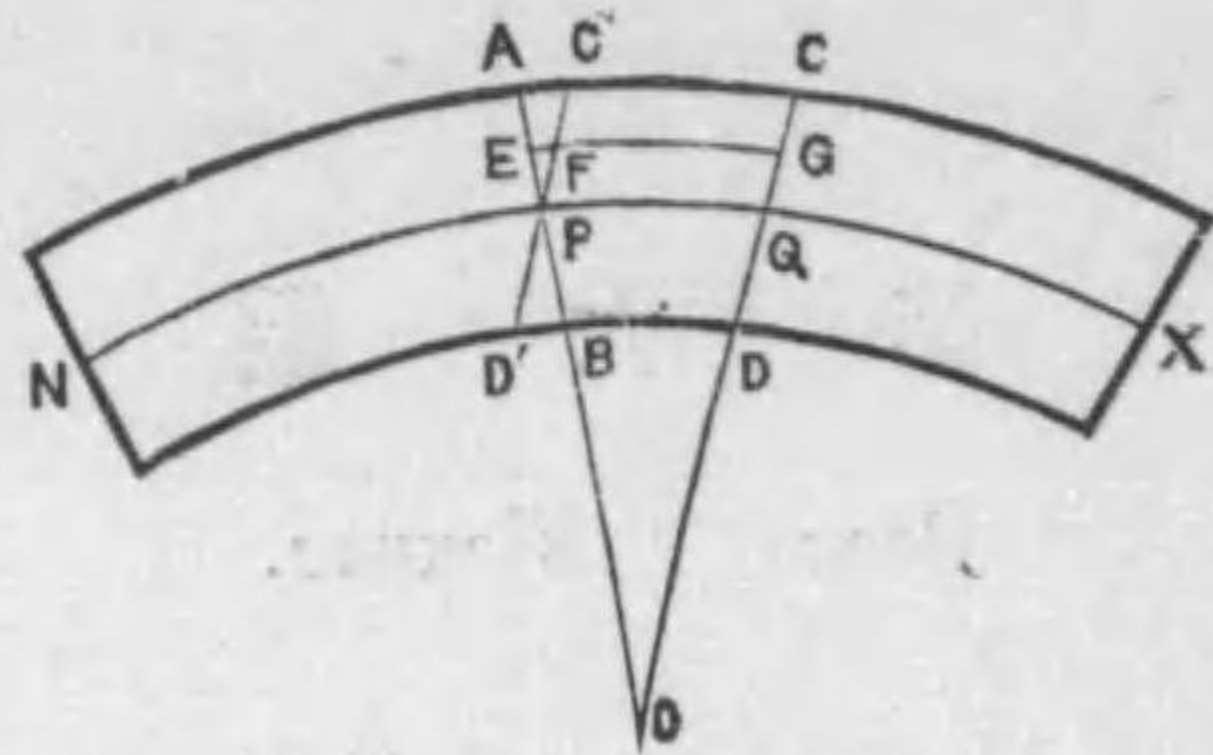
Beam の Flexure.

81. Beam の Elastic Curve の方程式.

彎曲シタル beam の neutral surface の vertical longitudinal section 即チ縦ノ neutral axis ヲ稱シテ Elastic Curve ト云ヒ、支點ヲ貫ヌキタル水平線ヨリ elastic curve ニ至ル最大距離ヲ稱シテ Beam の Deflection ト云フ。



Elastic curve ノ相接近セル二點 P, Q ノ法線 AB, CD ノ交點ヲ O トシ、 P ヲ貫キテ CD ニ平行ナル直線 $C'D'$ ヲ引キ、 PQ ト平行ニ EFG ヲ引キテ、 $AB, C'D', CD$ ト E, F, G ニ交ラシメ、 ds ヲ以テ PQ 、 ds' ヲ以テ AP 、 $d\phi$ ヲ以テ $\angle APC'$ 即チ $\angle POQ$ ヲ示シ、 f ヲ以テ A ニ於ケル strain ノ intensity ヲ示スキハ、 A ニ於ケル strain ノ intensity ハ $\frac{AC'}{PQ}$ ナルヲ以テ、



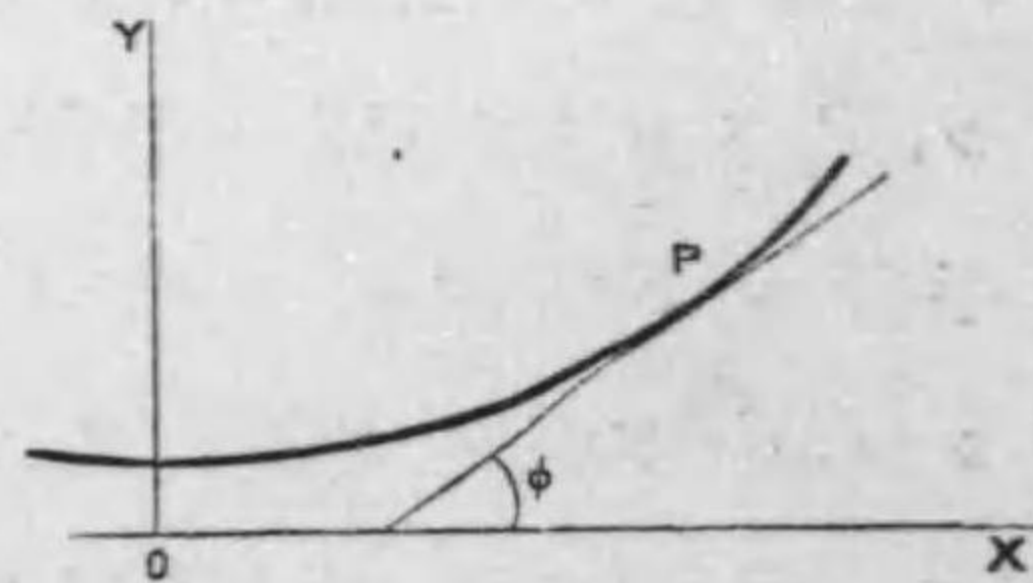
$$f = E \times \frac{AC'}{PQ} = E \times \frac{z' \cdot d\phi}{ds}$$

$$\therefore \frac{f}{z'} = E \frac{d\phi}{ds}$$

然ルニ, 55 = 由テ $\frac{f}{z'} = \frac{M}{I}$ ナルヲ以テ,

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{M}{EI} \quad (1)$$

今水平線ヲ X 軸, 垂直線ヲ Y 軸トシ P ノ co-ordinate
ヲ x, y . P = 於ケル切線ノ X 軸ニ傾ク角ヲ ϕ トスルト
キハ,



$$\frac{dy}{dx} = \tan \phi.$$

ナルヲ以テ, 之ヲ x = 就テ微分スルトキハ,

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{\cos^2 \phi} \cdot \frac{d\phi}{dx}$$

若シ beam ノ 彎曲ガ微少ナレバ ϕ モ亦微少ニシテ,
 dx ハ殆ド ds = 等シキヲ以テ, $\cos \phi = 1$. トスルトキハ,

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

之ヲ (1) = 代入スルトキハ,

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (2)$$

是レ即チ, elastic curve ノ differential equation = シテ, elastic
curve ノ 方程式ハ之ヲ二度積分スルコトニ由テ求ムル
コトヲ得ベシ.

上式ハ又曲線ノ curvature ノ 半径ヲ表ハス式ナル

$$\rho = \pm \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

ニ於テ, $\frac{dy}{dx} = 0$. トシテ求メタル ρ ノ 値ヲ 55 ノ (1) 式
ニ代入スルトキハ, 直チニ之ヲ求ムルコトヲ得ベシ, 但
シ此場合ニ於テハ

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \pm \frac{M}{EI}$$

トナルヲ以テ, 其符號ハ 原點ノ 位置ト曲線ノ 丸ミノ 方
向トニ由テ, 適當ニ之ヲ定ムベキモノトス.

52. Beam ノ Deflection.

下ニ beam ノ elastic curve ノ 方程式及ビ其 deflection ヲ

求ムルノ例數題ヲ示サントス。

第一 兩端ニ等シキ loads ヲ有スル beam ヲ等シク中間ノ二點ニ於テ支ヘタルトキ。



兩端ヨリ支點ニ至ル距離 AC, BD ガ相等シキトキハ, 支點ニ於ケル抵抗力ハ又 load P ニ等シキヲ以テ, AC ヲ示スニ a ヲ以テスルトキハ, O ヲリ右方 x ナル距離ニ於ケル點ノ bending moment ハ

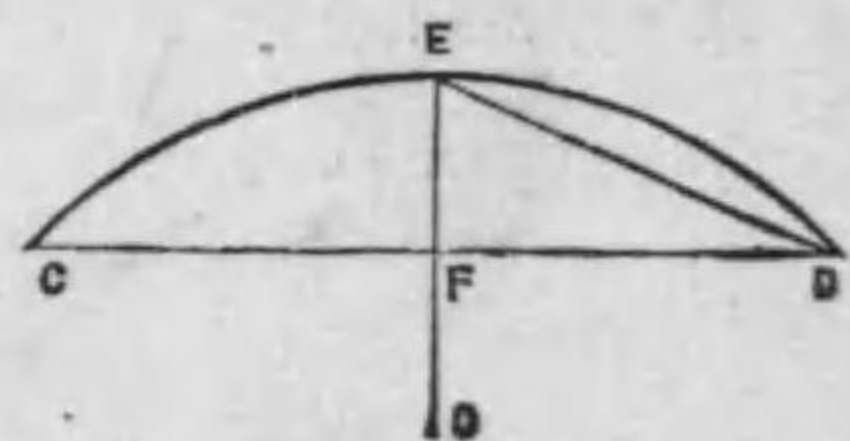
$$M = -P(a+x) + Px = -Pa.$$

則チ, 兩支點間ニ至ル所其 bending moment 相等シキヲ以テ, elastic curve ハ圓ナリ, 因テ其半徑ヲ r トセバ, r ハ ρ ニ當ルヲ以テ。

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI}.$$

$$\therefore r = \frac{EI}{M}.$$

故ニ, 其 deflection ハ此場合ニ限リ幾何學ニ由テ, 容易ニ下ノ如ク之ヲ求ムルコトヲ得ベシ。



弧 CED ノ中心ヲ O トシ, O ヲリ弦 CD ニ垂線 OFE ヲ引クトキハ, DE ハ EF ト直徑ノ比例中項ニシテ, DE ハ殆ド弧 OD ノ半分ニ等シキヲ以テ, CD ヲ示スニ l ヲ以テスルトキハ,

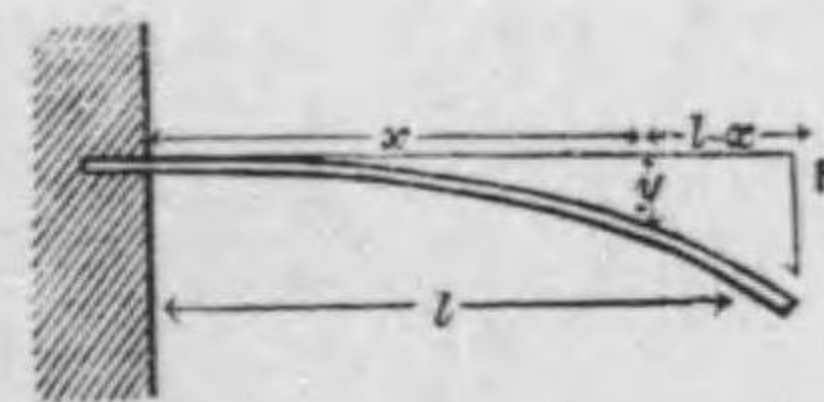
$$EF = \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{l^2}{8r}.$$

$$\therefore EF = \frac{Ml^2}{8EI}.$$

是レ即チ, 兩支點間ニ於ケル beam ノ deflection ヲ表ス式ニシテ, 之ヲ 55 ノ (2) 式ニヨリ變化スルトキハ,

$$\text{Deflection} = \frac{fl^2}{8Ez}.$$

第二 Cantilever beam ガ一端ニ concentrated load ヲ有スルトキ。



Beam ノ支點ヲ左端ニアルモノトシ, 之ヲ貫ケル水平線ヲ X 軸, 垂直線ヲ Y 軸トシ, load ヲ P トセバ, elastic curve ノ (x, y) ナル點ニ於テハ,

$$M = P(l-x).$$

ナルヲ以テ,

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{P}{EI}(l-x).$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{dy}{dx} &= \int \frac{P}{EI} (l-x) dx, \\ &= \frac{P}{EI} \left(lx - \frac{x^2}{2} \right) + C.\end{aligned}$$

支點ニ於テハ, $x=0$, $\frac{dy}{dx}=0$. ナルヲ以テ, 之ニ由テ C ヲ決定スレバ,

$$C=0.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{P}{EI} \left(lx - \frac{x^2}{2} \right).$$

是レ即チ, elastic curve ノ或點ノ切線ノ方向ヲ與フル式ニシテ, 更ニ之ヲ積分スレバ,

$$\begin{aligned}y &= \frac{P}{EI} \int \left(lx - \frac{x^2}{2} \right) dx \\ &= \frac{P}{EI} \left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) + C'.\end{aligned}$$

支點ニ於テハ, $x=0$, $y=0$. ナルヲ以テ, 之ニ由テ C' ヲ決定スレバ,

$$C'=0.$$

$$\therefore y = \frac{P}{6EI} (3lx^2 - x^3).$$

是レ即チ, elastic curve ノ方程式ニシテ, deflection ハ此式ニ於テ $x=l$. トセシ時ノ y ノ値ナルヲ以テ,

$$\text{Deflection} = \frac{Pl^3}{3EI}.$$

第三 Cantilever beam ガ uniform load ヲ有スルトキ. 前ノ場合ニ於ケル如ク軸ヲ定メ, 且 uniform load ノ

intensity ヲ p トセバ, elastic curve ノ (x, y) ナル點ニ於テハ,

$$M = \frac{p}{2} (l-x)^2.$$

ナルヲ以テ,

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{p}{2EI} (l-x)^2.$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{dy}{dx} &= \frac{p}{2EI} \int (l-x)^2 dx \\ &= -\frac{p}{6EI} (l-x)^3 + C.\end{aligned}$$

支點ニ於テハ, $x=0$, $\frac{dy}{dx}=0$. ナルヲ以テ, 之ニ由テ C ヲ決定スレバ,

$$C = \frac{p^3}{6EI}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{p^3}{6EI} - \frac{p}{6EI} (l-x)^3$$

更ニ, 之ヲ積分スレバ,

$$\begin{aligned}y &= \frac{p}{6EI} \int \left[p - (l-x)^3 \right] dx \\ &= \frac{p}{6EI} \left[px + \frac{1}{4} (l-x)^4 \right] + C'.\end{aligned}$$

支點ニ於テハ, $x=0$, $y=0$ ナルヲ以テ, 之ニ由テ C' ヲ決定スレバ,

$$C' = -\frac{pl^4}{24EI}.$$

$$\therefore y = \frac{p}{24EI} \left[(l-x)^4 + 4lx - l^4 \right].$$

是レ即チ, elastic curve ノ方程式ニシテ, $x=l$. トシテ其

deflection を求ムレバ,

$$\text{Deflection} = \frac{pl^4}{8EI}.$$

第四 Simple beam が中央に concentrated load を有スル
トキ.

此場合ニ於テハ, 中央ヲ固定サレタル一端トセル半
長ノ cantilever beam ニツアリテ, 其他端ニ半分ノ load を
有スルモノト見做スコトヲ得ベキガ故ニ, 第二ニ由テ,

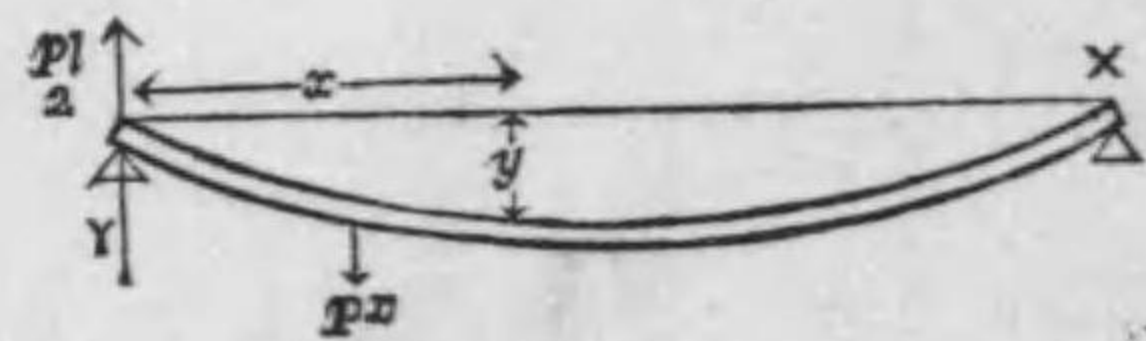
$$\begin{aligned} \text{Deflection} &= \frac{1}{3EI} \cdot \frac{P}{2} \left(\frac{l}{2}\right)^3 \\ &= \frac{Pl^3}{48EI}. \end{aligned}$$

第五 Simple beam が uniform load を有スルトキ.

此場合モ亦中央ヲ固定サレタル一端トセル半長ノ
cantilever beam ニツアリテ, uniform load を有シ, 且ツ其一
端ニ uniform load ノ半分ニ等シキ力ヲ下ヨリ上ニ受ク
ルモノト見做シ得ベキガ故ニ, 第二及ビ第三ニ由テ,

$$\begin{aligned} \text{Deflection} &= \frac{1}{3EI} \left(\frac{pl}{2}\right) \left(\frac{l}{2}\right)^3 - \frac{p}{8EI} \left(\frac{l}{2}\right)^4 \\ &= \frac{5pl^4}{384EI}. \end{aligned}$$

更ニ, 之ヲ一般ノ方法ニヨリテ求ムルニ, 左端ヲ原點
トセバ elastic curve ノ (x, y) ナル點ニ就テ,



$$\begin{aligned} M &= \frac{pl}{2}x - px \cdot \frac{x}{2} \\ &= \frac{p}{2}(lx - x^2). \end{aligned}$$

ナルヲ以テ,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{p}{2EI}(lx - x^2).$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{p}{2EI} \left(\frac{x^2}{3} - \frac{lx^2}{2} \right) + C.$$

$$x = \frac{l}{2} \text{ ナレバ } \frac{dy}{dx} = 0. \text{ ナルヲ以テ,}$$

$$C = \frac{pl^3}{24EI}.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{p}{24EI} (4x^3 - 6lx^2 + l^3).$$

更ニ之ヲ積分スレバ,

$$y = \frac{p}{24EI} (x^4 - 2lx^3 + l^3x) + C'.$$

$$x=0. \text{ ナレバ } y=0. \text{ ナルヲ以テ,}$$

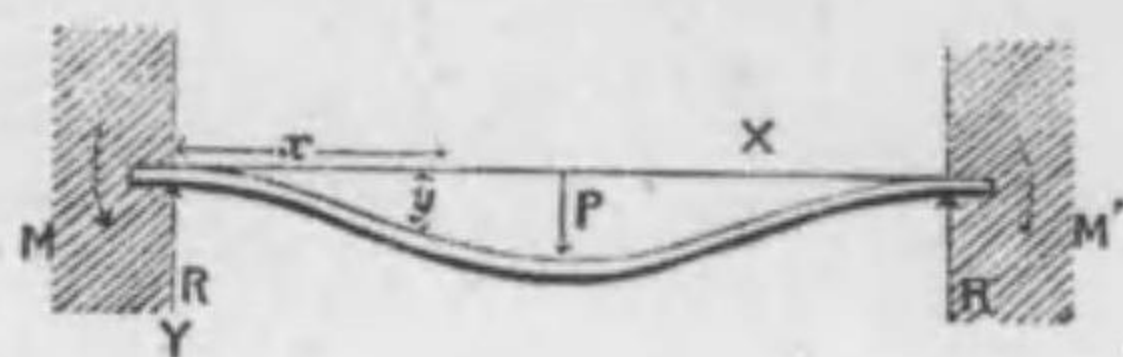
$$y = \frac{p}{24EI} (x^4 - 2lx^3 + l^3x)$$

$$\text{此式ニ於テ, } x = \frac{l}{2} \text{ トセバ,}$$

$$\text{Deflection} = \frac{5pl^4}{384EI}.$$

此場合ニ於テ, $\frac{d^2y}{dx^2}$ が負數トセルハ x ノ増加ニ反シ
テ $\frac{ds}{dx}$ 即チ曲線ノ gradient が減少スルヲ以テナリ.

第六 兩端固定サレタル beam ガ中央ニ concentrated load ヲ有スルトキ.



左端ヲ原点トシ、兩端ニ於テ beam ヲ固定スルカノ moments ヲ M' トセバ、兩端ニ於ケル抵抗力 R ハ load ノ半分ナル $\frac{P}{2}$ ニ等シキヲ以テ、 (x, y) ナル點ニ就テ、

$$M = \frac{P}{2}x - M'$$

$$\therefore \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{1}{EI} \left(\frac{P}{2}x - M' \right).$$

之ヲ x ニ就テ積分スレバ、

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{EI} \left(\frac{Px^2}{4} - M'x \right) + C.$$

$x=0$. ナルトキ $\frac{dy}{dx} = 0$. ナルヲ以テ、

$$C = 0.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{EI} \left(\frac{Px^2}{4} - M'x \right).$$

又、 $x = \frac{l}{2}$. ナルトキ $\frac{dy}{dx} = 0$. ナルヲ以テ、之ニ由テ M' ヲ求ムレバ、

$$M' = \frac{Pl}{8}.$$

M' ノ此値ニ由テ、一般ニ bending moment ヲ求ムレバ、

$$M = \frac{P}{2}x - \frac{Pl}{8}.$$

故ニ、中央ニ於ケル bending moment ハ、

$$\frac{P}{2} \left(\frac{l}{2} \right) - \frac{Pl}{8} = \frac{Pl}{8}.$$

是ニ由テ、最大ナル bending moment ハ兩端ト中央ニアリテ、其値ハ $\frac{Pl}{8}$ ナリ.

更ニ、 $\frac{dy}{dx}$ ヲ積分シテ y ヲ求ムレバ、

$$y = \frac{P}{EI} \left(\frac{lx^2}{16} - \frac{x^3}{12} \right) + C'.$$

$x=0$. ナルトキ $y=0$. ナルヲ以テ、

$$y = \frac{P}{EI} \left(\frac{lx^2}{16} - \frac{x^3}{12} \right).$$

此式ニ於テ、 $x = \frac{l}{2}$ トシテ deflection ヲ求ムレバ、

$$\text{Deflection} = \frac{PF}{192}.$$

又此場合ニ於ケル inflection / points 即チ curve ノ丸ルミノ方向ノ變化スル點ニ於テハ、 $\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$. ナルヲ以テ、

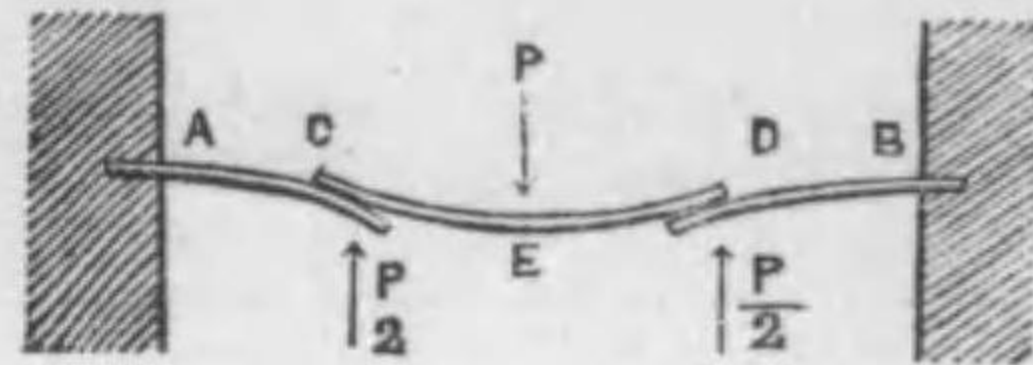
$$\frac{Px}{2} - \frac{Pl}{8} = 0.$$

$$\therefore x = \frac{l}{4}.$$

即チ、beam ノ丸ルミノ方向ノ變化スル點ハ、兩端ヨリ長サノ四分ノ一ノ處ニアリ.

此問題ハ又 AB ナル beam ノ inflection / points ヲ C, D トシ、beam ヲ AC, BD ナル二ツノ cantilever beams ト、 CD ナル simple beam トヨリ成レルモノトシ、 CD ナル simple

beamノ中央ヲEトセバ, CE, DEハ又Eニ於テ固定サレタル cantilever beamト見做スコトヲ得ルガ故ニ, AC,



CE, ED, DBハ皆同一ノ cantilever beamト見做スコトヲ得ベシ.

是ニ由テ, ACハ ABノ四分ノ一ニシテ, Aナル支點ニ於ケル bending momentハ

$$\frac{P}{2} \times \frac{l}{4} = \frac{Pl}{8}.$$

亦中央ニ於ケル bending momentモ

$$\frac{P}{2} \times \frac{l}{4} = \frac{Pl}{8}.$$

ニシテ, deflectionハ長サガ $\frac{l}{4}$, loadガ $\frac{P}{2}$ ナル cantilever beamノ deflectionノ二倍ニ當ルヲ以テ, 第二ニ由テ,

$$\frac{1}{3EI} \left(\frac{P}{2}\right) \left(\frac{l}{4}\right)^3 \times 2 = \frac{Pl^3}{192}.$$

第七 兩端固定サレタル beamガ uniform loadヲ有スルトキ.

Beamノ兩端ニ於ケル抵抗力ハ $\frac{pl}{2}$ ニ等シキヲ以テ, 前ト同一ノ假定ニ由テ,

$$M = \frac{pl}{2}x - px \cdot \frac{x}{2} - M'.$$

$$\therefore \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{EI} \left(\frac{pl}{2}x - \frac{p}{2}x^2 - M' \right).$$

之ニ由テ, $\frac{dy}{dx}$ ヲ求ムレバ,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI} \left(\frac{pl}{4}x^2 - \frac{p}{6}x^3 - M'x \right).$$

$x = \frac{l}{2}$ ナルトキ $\frac{dy}{dx} = 0$. ナルヲ以テ, 之ニ由テ M' ヲ求ムレバ,

$$M' = \frac{pl^2}{12}.$$

$$\therefore M = \frac{pl}{2}x - \frac{p}{2}x^2 - \frac{pl^2}{12}.$$

之ニ由テ, bending momentノ極大値ヲ有スル位置ヲ求ムレバ,

$$\frac{pl}{2} - px = 0.$$

$$x = \frac{l}{2}.$$

x ノ此値ニ對スル bending momentヲ求ムレバ,

$$\max. B. M. = \frac{pl^2}{24}.$$

故ニ, bending momentノ最大ナルハ支點ニ在リテ, 其値ハ $\frac{pl^2}{24}$ ナリ.

次ニ, $\frac{dy}{dx}$ ニ由テ y ヲ求ムレバ,

$$y = \frac{1}{EI} \left(\frac{pl}{12}x^3 - \frac{p}{24}x^4 - \frac{pl^2}{24}x \right).$$

$x = \frac{l}{2}$ トシテ deflectionヲ求ムレバ,

$$\text{Deflection} = \frac{pl^4}{384EI}.$$

此場合モ亦前ノ如ク, beam ヲ二ツノ cantilever beams ト, 一ツノ simple beam トヨリ成レルモノトシテ, 之ヲ解クコトヲ得ベシ.

83. Shaft ノ Bending Moment.

兩端ヲ支ヘタル beam ノ最大ナル bending moment ハ $\frac{Pl}{4}$ ニシテ, 兩端ヲ固定セル beam ノ最大ナル bending moment ハ $\frac{Pl}{8}$ ナルヲ以テ, shaft ノ bending moment ハ 其中數ヲ取リテ $\frac{Pl}{6}$ 即チ shaft ノ thrust ニ bearings ノ距離ヲ乘ジタルモノ、六分ノ一トスベシ.

84. 兩端及ビ中央ニ於テ支ヘラレテ, Uniform Load ヲ有スル Continuous Beam.

中央ニ於ケル抵抗力ヲ R トシ, 兩端ニ於ケル抵抗力ヲ R' トスルトキハ,

$$R' = \frac{1}{2}(pl - R).$$

ナルヲ以テ, 左端ヨリ x ナル距離ニ於ケル點ノ bending moment ハ

$$M = R'x - \frac{1}{2}px^2.$$

$$\therefore \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{2EI}(2R'x - px^2).$$

之ヲ積分スレバ,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{6EI}(3R'x^2 - px^3) + C.$$

$$x = \frac{l}{2}. \text{ ナルトキ } \frac{dy}{dx} = 0. \text{ ナルヲ以テ,}$$

$$C = \frac{1}{48EI}(3Rl^2 - 2pl^3).$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{48EI}[24R'x^2 - 8px^3 + (3Rl^2 - 2pl^3)].$$

更ニ之ヲ積分スレバ, $x=0$, ナルトキ $y=0$. ナルヲ以テ,

$$y = \frac{1}{48EI}[8R'x^3 - 2px^4 + (3Rl^2 - 2pl^3)x].$$

又, $x = \frac{l}{2}$. ナルトキ $y=0$. ナルヲ以テ, 之ヲ上式ニ代入シ, 以テ R ヲ求ムレバ,

$$R = \frac{5}{8}pl.$$

即チ中央ニ於ケル支點ノ抵抗力ハ total load ノ八分ノ五ニシテ, 兩端ニ於ケル抵抗力ハ total load ノ各十六分ノ三ナリ.

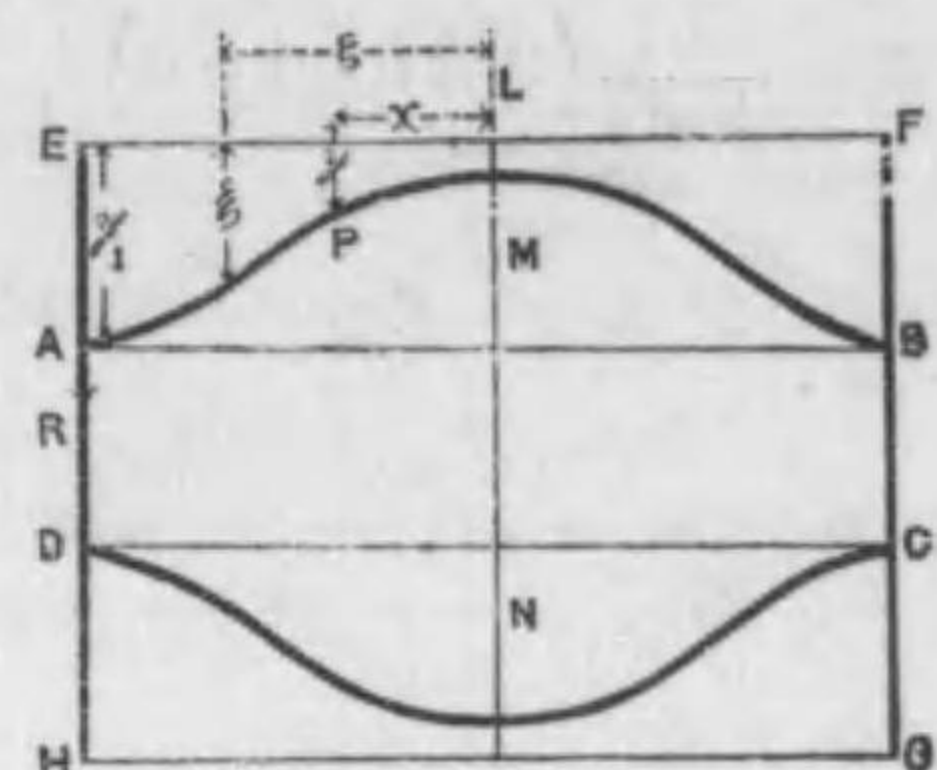
此問題ハ又, uniform load ノタメニ生ジタル deflection ガ, 中央ニ於ケル抵抗力ノ deflection ノタメニ相殺サルモノトセバ, 之ヲ解クコトヲ得ベシ, 即チ uniform load ノ爲ニ生ジタル deflection ヲ中央ニ於ケル抵抗力ノタメニ生ジタル deflection ニ等シクスレバ,

$$\frac{5pl^3}{384EI} = \frac{Rl^3}{48EI}.$$

$$\therefore R = \frac{5}{8}pl.$$

85. End Plates ガ Boiler Shell ノ Stress ニ及ボセル影響.

ABCD ナル boiler shell ガ p_1 ナル steam pressure ノ爲メ



end plates ヲ有セザレバ $EFGH$ = 膨脹スベカリシ = end plate ヲ有セルガ爲メ, $AMBCND$ = 膨脹セルモノトシ, shell ノ直徑ヲ D , 半長ヲ l , end plates ヲ有セザルトキノ半徑ノ膨脹ヲ y_1 トシ, 且ツ其時ニ於ケル shell ノ circumferential stress ノ intensity ヲ f_1 トセバ,

$$y_1 = \frac{p_1 D^2}{4 E t} \quad (1)$$

$$f_1 = \frac{p_1 D}{2 t} \quad (2)$$

今 shell ヲ縦ニ分截シテ恰モ兩端ニ於テ固定サレタル beam アリテ其幅ガ長ノ單位ニ等シキモノトシ, 且ツ其或點ニ於ケル stress ノ intensity ヲ其舊位置ヨリノ距離ニ比例スルモノトセバ, 坐標ガ x, y ナル P 點ノ stress f ハ

$$f = f_1 \frac{y_1 - y}{y_1} = f_1 - f_1 \frac{y}{y_1}$$

f ノ f_1 ヲヨリ $\frac{f_1 y}{y_1}$ 丈ケ小ナルハ必竟是レ, end plate ガ shell ヲ膨脹セザラシメンガ爲メ, 其中心ノ方ヘ shell ヲ引き張ルヨリ起リシモノニシテ, 是等ノ力ヲ AMB ノ上ニ分配シテ, P = 於ケル單位面積ノ load ヲ

$$p = p_1 \frac{y}{y_1} \quad (3)$$

トシ, 此 distributed load ヲ兩端ニ於テ固定セル AMB ナル beam ガ擔フモノトシ, 以テ P 點ノ bending moment 及ビ end plate ガ AMB = 働ケル力 R ヲ求ムレバ,

$$M = -M' + R(l-x) - \frac{p_1}{y_1} \int_x^l \xi (\zeta - x) d\zeta,$$

$$R = \frac{p_1}{y_1} \int_0^l \xi d\zeta.$$

M' ハ AMB ノ A 端ヲ固定スルニ要スル moment ニシテ, ξ, ζ ハ A, P 二點間ニ於ケル任意ナル點ノ坐標ナリ.

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M.$$

= M ノ値ヲ代入スレバ,

$$\begin{aligned} EI \frac{d^2 y}{dx^2} &= -M' + R(l-x) - \frac{p_1}{y_1} \int_x^l \xi (\zeta - x) d\zeta \\ &= -M' + R(l-x) + \frac{p_1}{y_1} \left[\int_l^x \xi \zeta d\zeta - x \int_l^x \xi d\zeta \right]. \end{aligned}$$

x = 就テ之ヲ微分スレバ,

$$\begin{aligned} EI \frac{d^3 y}{dx^3} &= -R + \frac{p_1}{y_1} \left[xy - \int_l^x \xi d\zeta - xy \right] \\ &= -R - \frac{p_1}{y_1} \int_l^x \xi d\zeta. \end{aligned}$$

更ニ之ヲ x = 就テ微分スレバ,

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -\frac{p_1}{y_1}$$

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{p_1}{y_1} y = 0. \quad (4)$$

$I = \frac{l^3}{12}$. ト (1) = 於ケル y_1 ノ値トヲ (4) = 代入シ,

$$\frac{p_1}{EI y_1} = \frac{48}{l^2 D^2} = 4 a^4. \quad (5)$$

トスルトキハ,

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4 a^4 y = 0. \quad (6)$$

$y = C e^{mx}$. トシテ之ヲ (6) = 代入スルトキハ,

$$m^4 + 4 a^4 = 0.$$

之ヲ解クトキハ,

$$m^2 = \pm 2 a^2 i,$$

$$m = a(1 \pm i) \text{ or } a(-1 \pm i).$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= C_1 e^{a(1+i)x} + C_2 e^{a(1-i)x} + C_3 e^{a(-1+i)x} + C_4 e^{a(-1-i)x} \\ &= e^{ax} (C_1 e^{ix} + C_2 e^{-ix}) + e^{-ax} (C_3 e^{ix} + C_4 e^{-ix}) \\ &= e^{ax} [(C_1 + C_2) \cos ax + (C_1 - C_2) i \sin ax] \\ &\quad + e^{-ax} [(C_3 + C_4) \cos ax + (C_3 - C_4) i \sin ax] \\ &= e^{ax} (A_1 \cos ax + B_1 \sin ax) + e^{-ax} (A_2 \cos ax + B_2 \sin ax). \end{aligned}$$

y ハ $\pm x$ = 對シテ同一ノ數値ヲ有スベキヲ以テ,

$$A_1 \cos ax + B_1 \sin ax = A_2 \cos ax - B_2 \sin ax,$$

$$A_1 \cos ax - B_1 \sin ax = A_2 \cos ax + B_2 \sin ax.$$

$$\therefore A_1 = A_2, \quad B_1 = -B_2.$$

$$\therefore y = A_1 (e^{ax} + e^{-ax}) \cos ax + B_1 (e^{ax} - e^{-ax}) \sin ax. \quad (7)$$

更ニ, $x=l$. ナルトキ, $y=y_1$, $\frac{dy}{dx} = 0$. ナルヲ以テ,

$$y_1 = A_1 (e^{al} + e^{-al}) \cos al + B_1 (e^{al} - e^{-al}) \sin al,$$

$$0 = A_1 [(e^{al} - e^{-al}) \cos al - (e^{al} + e^{-al}) \sin al]$$

$$+ B_1 [(e^{al} + e^{-al}) \sin al + (e^{al} - e^{-al}) \cos al].$$

普通ノ boiler = 就テハ, e^{-al} ハ e^{al} = 比較シテ微少ナルヲ以テ, 之ヲ省クトキハ

$$y_1 = A_1 e^{al} \cos al + B_1 e^{al} \sin al,$$

$$0 = A_1 (\cos al - \sin al) + B_1 (\cos al + \sin al).$$

之ヲ解ケバ,

$$A_1 = \frac{\cos al + \sin al}{e^{al}} y_1, \quad (8)$$

$$B_1 = -\frac{\cos al - \sin al}{e^{al}} y_1. \quad (9)$$

A_1, B_1 ノ數値ヲ以テ (7) ハ AMB ノ elastic curve ノ方程式ヲ表ハスモノナリ.

更ニ, $x=0$. トシテ, $LM=y_0$. ヲ求ムレバ,

$$y_0 = 2 A_1 = \frac{2 (\cos al + \sin al)}{e^{al}} y_1.$$

$$\therefore \frac{y_0}{y_1} = \frac{2 (\cos al + \sin al)}{e^{al}}. \quad (10)$$

是レ即チ, boiler shell ガ end plates ヲ有セルガ爲メ, 其 max. stress ヲ輕減セル割合ヲ與フル式ナリ.

問 題

1. Cantilever beam ニ一ツ以上ノ loads フ擔ハシムルトキハ、其 deflection フ表ハス式如何。
2. 傾斜セル cantilever beam ハ其一端ニ懸垂セル load ノ爲メ如何ニ屈曲スベキカ。
3. Simple beam ニ一ノ load フ中央以外ニ擔ハシムルトキハ、其 deflection フ表ハス式如何。
4. Simple beam ガ uniform load ノ爲メ屈曲シ始メタルトキ、之ニ一ノ stay フ立ツルトキハ、stay ノ擔フベキ重サ如何。
5. 第三編問題一ニ於ケル boiler ハ、end plates ノ影響ヲ打算スルトキハ、壓力ノ限度ニ幾分ノ増減ヲ來スベキカ。

第 七 編

Column ノ Strength.

86. Column ノ Strength 及ビ Flexure.

力學ニ於テ使用スル column, strut 若シクハ pillar ナル語ハ、皆 compression フ受クル所ノ prism フ表ハスモノニシテ、其長サガ少ナクモ cross-section ノ最小徑ノ六倍以上ナルモノヲ云フ、故ニ六倍以下ノ長サヲ有スル column ニ就テハ、前ニ與ヘタル compression ノ定數ニ由テ其強サヲ計算スベキモノトス。

A ナル cross-section フ有スル短キ column ガ P ナル重サヲ擔フトキハ、internal stress ハ section フ通ジテ一様ニ分賦サレ、其 intensity ハ $\frac{P}{A}$ ナリト雖モ、之ニ反シ、長キ column ハ load ノタメ多少屈曲スベキヲ以テ、section ノ或部分ヲ除クノ外、皆其 average intensity ヨリ大ナルカ若シクハ小ナル stress フ惹キ起スモノナリ。

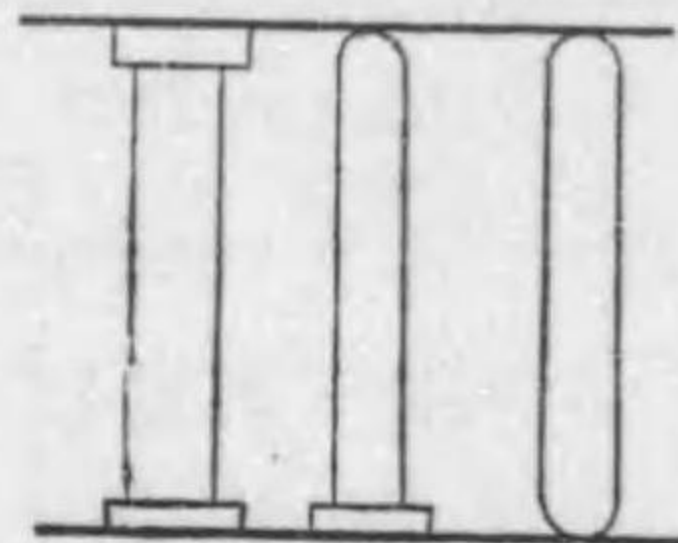
長キ column ノ破壊ニ就テ實驗スル所ニ由レバ、破壊ヲ惹キ起ス所ノ load ノ大サハ略々 column ノ長サノ平方ニ反比例ヲナスモノニシテ、長サガ二倍長クナレバ、四分ノ一ノ load ヨリ多クハ堪ヘ得ザルモノナリ。

Column ノ強サハ又其兩端ニ於ケル condition ニ關スルモノニシテ、強力ノ順ヲ云ヘバ、

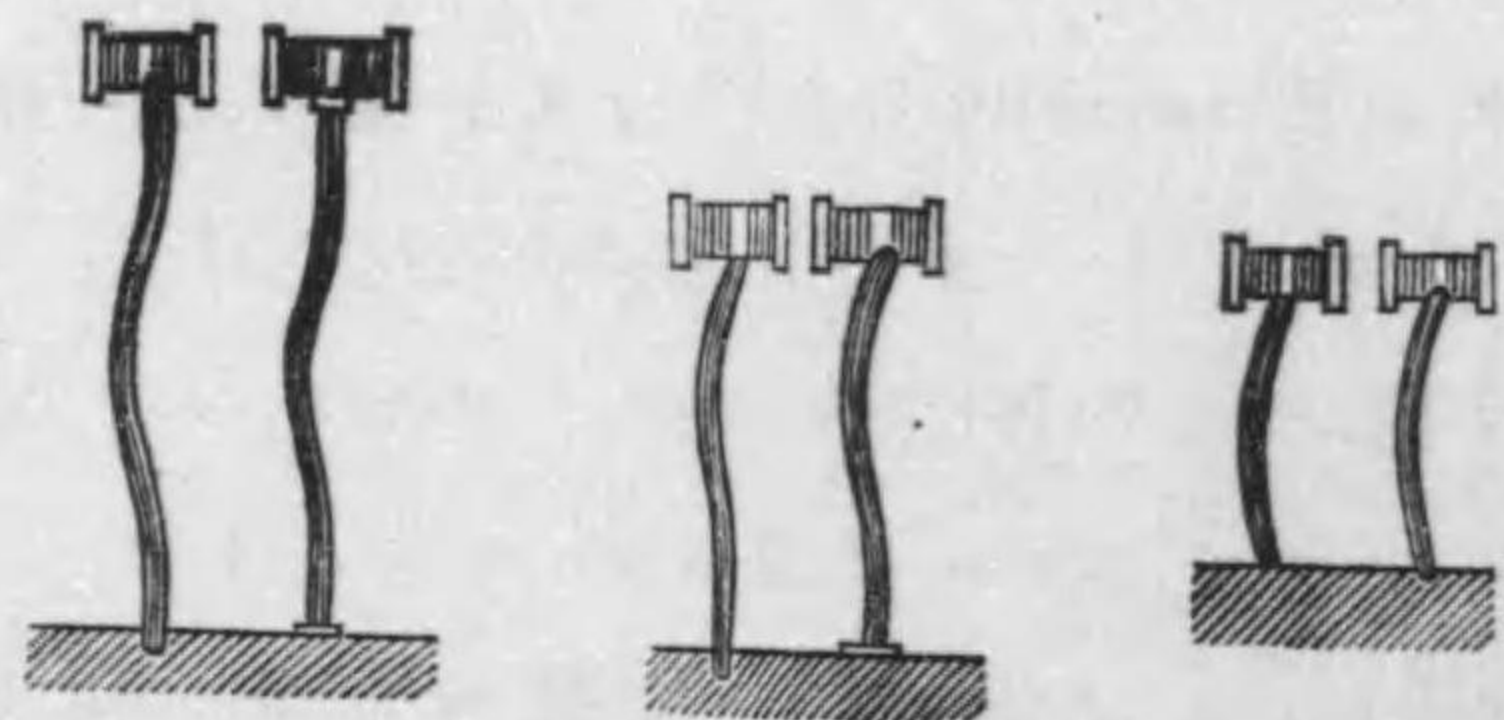
第一 兩端俱ニ固定サレ若シクハ flat ends ヲ有スルモノ、

第二 一端ガ固定サレ若シクハ flat end ヲ有シ他端ガ hinge ニテ支ヘラレ若シクハ round end ヲ有スルモノ、

第三 兩端俱ニ hinge ニテ支ヘラレ若シクハ round ends ヲ有スルモノ、
是レナリ。



下ニ示セル柱ノ flexure ノ圖ニ由テ見レバ、第一ハ第三ノ半分ノ曲線四個ヨリ成リ、第二ハ同ジク第三ノ半分ノ曲線三個ヨリ成レルモノナルコトヲ知ルベシ。



87. Column ノ Strength ニ關スル公式ノ種類。

Column ノ strength ニ關スル公式ニ Euler, Hodgkinson, Gordon ノ三種アリト雖モ、皆 beam ノ強サニ關スルモノ、如ク正確ナルモノニハアラザルナリ。

Euler 氏ハ柱ノ破壊ヲ cross-section ノ最小徑六倍以下

ニアリテハ crushing ノミニシテ、夫レ以上ニアリテハ bending ノミナリトシ、Hodgkinson 氏ハ cast-iron ノ小柱ニ關スル實驗ニヨリ、Gordon 氏ハ柱ノ破壊ハ crushing ト bending ノ二ツノ作用ニ由ルモノトシテ公式ヲ造リタルヲ以テ、Euler 氏ノ公式ハ立論ニ於テ已ニ欠點アリ、Hodgkinson 氏ノ公式ハ大ナル柱ニ適用スル能ハズ、獨リ Gordon 氏ノ公式ノミハ立論ニ間然スル所ナキモ、之ヲ求ムルノ途次柱ノ flexure ヲ圓形トセルヲ以テ、是レ又絶對的正確ナルモノニハアラズト雖モ、最モ廣ク世ニ使用セラル、モノハ Gordon 氏ノ公式ナリトス。

88. Euler 氏ノ公式。

第一 兩端俱ニ round ナルトキ。

二ツノ round ends ヲ有スル長サ l ナル column ガ P ナル load ノ爲ニ flexure ヲ生ズルモノトシ、上端ニ原點ヲ取り、elastic curve ノ或點ノ垂直及ビ水平ナル co-ordinate ヲ x, y トセバ、其點ノ bending moment ハ $-Py$ ナルヲ以テ、

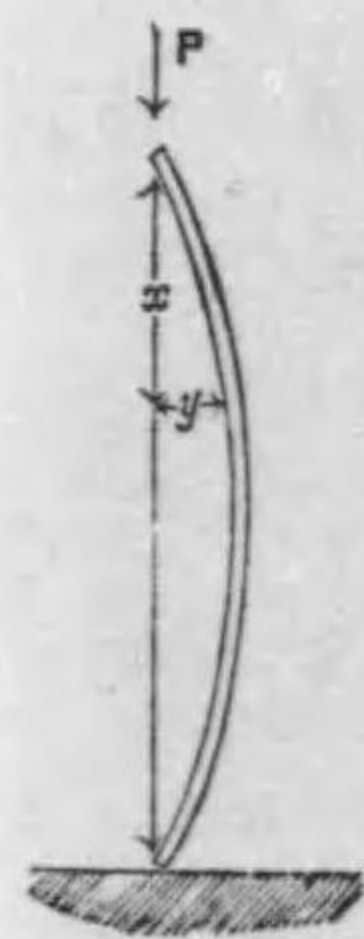
$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -Py.$$

兩節ニ $2 \frac{dy}{dx} dx$ ヲ乘ジテ積分スルトキハ、

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = -\frac{P}{EI}y^2 + C.$$

Column ノ deflection ヲ a トセバ、 $y=a$ ナル

トキ $\frac{dy}{dx} = 0$ ナルヲ以テ、



$$C = \frac{P}{EI} a^2.$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{P}{EI} (a^2 - y^2).$$

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{P}{EI}} \sqrt{a^2 - y^2},$$

$$\frac{dy}{\sqrt{a^2 - y^2}} = \sqrt{\frac{P}{EI}} dx.$$

更ニ之ヲ積分スルニ、 $x=0$. ナルトキ $y=0$. ナルヲ以テ、

$$\sin^{-1}\left(\frac{y}{a}\right) = \sqrt{\frac{P}{EI}} x.$$

$$\therefore y = a \sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x\right).$$

是レ即チ、column ノ elastic curve ノ方程式ニシテ、curve ハ sinusoid ナリ、上式ニ於テ、 $x=l$. ナルトキ $y=0$. ナルヲ以テ、

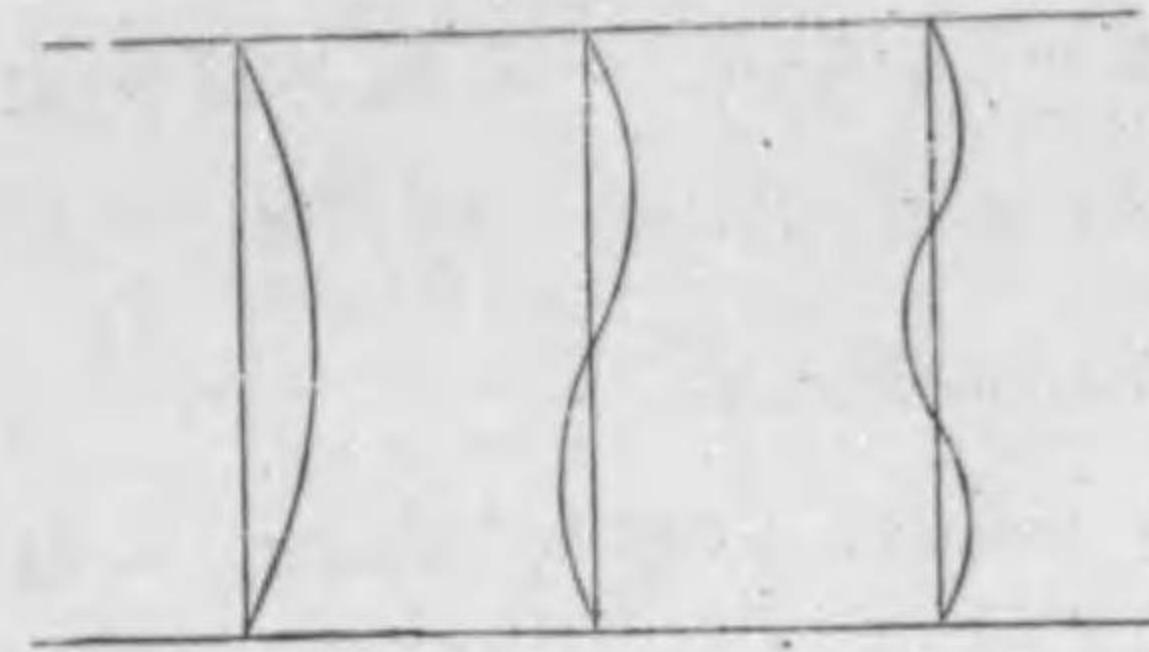
$$\sqrt{\frac{P}{EI}} l = n\pi.$$

$$\therefore P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2}.$$

是レ即チ、column ノ strength ニ關スル Euler 氏ノ公式ニシテ、之ニ由テ elastic curve ノ式ヲ化スレバ、

$$y = a \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right).$$

下ニ示ス所ノ曲線ハ、上式ニ於テ n ヲ 1, 2, 3 トセルモノニシテ、 n ヲ 1 トセルモノハ二ツノ round ends ヲ有スル elastic curve ニ相當セルヲ以テ、



$$P = \frac{\pi^2 EI}{l^2}.$$

ハ round ends ヲ有スル column ノ strength ニ關スル Euler's formula ナリトス。

第二 一端ガ flat ニシテ他端ガ round ナルトキ。

此場合ニ於ケル elastic curve ハ n ヲ 2 トセルトキノ四分ノ三ニ當ルヲ以テ、 n ヲ $2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$ トセバ、

$$P = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \frac{\pi^2 EI}{l^2} = \frac{9}{4} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}.$$

或ハ又、第一ノ場合ニ於ケル P ヲ表ハス式ノ l ニ $\frac{2}{3}l$ ヲ代入スルモ亦之ヲ求ムルコトヲ得ベシ。

第三 兩端俱ニ flat ナルトキ。

此場合ニ於ケル elastic curve ハ n ヲ 3 トセルトキノ三分ノ二ニ當ルヲ以テ、 n ヲ $3 \times \frac{2}{3} = 2$ トスルカ、或ハ又第一ノ場合ニ於ケル l ニ $\frac{l}{2}$ ヲ代入スレバ、

$$P = \frac{4\pi^2 EI}{l^2}.$$

是ニ由テ、三ツノ場合ニ於ケル column ノ relative strength

ハ、 $1, \frac{9}{4}, 4$ 即チ $4, 9, 16$, ナル數ヲ以テ表ハスコトヲ得ベシ。

89. Straight Line Formula.

Straight line formula ハ短キ column ニ對スル Euler's formula ノ欠點ヲ補ハンガタメ、Johnson 氏ニ由テ作ラレタルモノナリ。

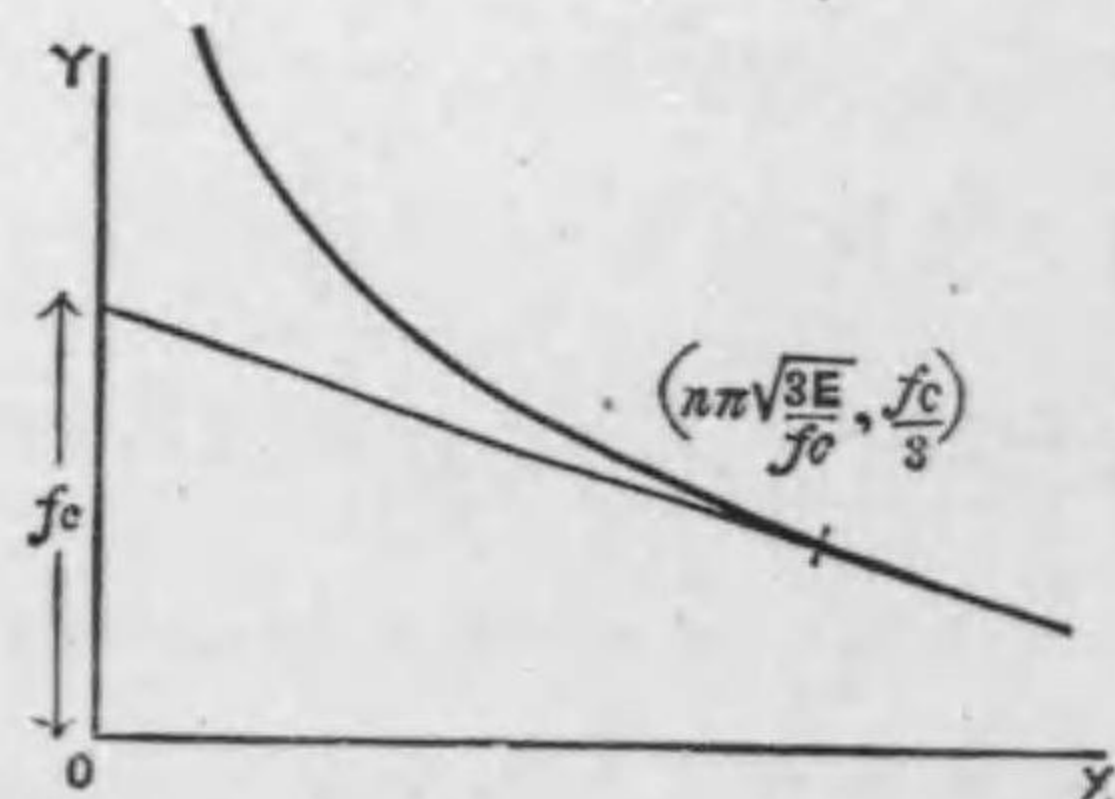
ρ ヲ以テ A ナル cross-section ノ radius of gyration ヲ示ストキハ、 $I = A\rho^2$. ナルヲ以テ、之ヲ Euler's formula ニ代入スルトキハ、

$$P = \frac{n^2 \pi^2 \rho^2 AE}{l^2}.$$

$$\therefore \frac{P}{A} = \frac{n^2 \pi^2 E}{\left(\frac{l}{\rho}\right)^2}.$$

$\frac{P}{A}$ ハ stress ノ average intensity ニシテ、之ヲ示スニ y ヲ以テシ、 $\frac{l}{\rho}$ ヲ示スニ x ヲ以テスルトキハ、

$$y = \frac{n^2 \pi^2 E}{x^2}. \quad (1)$$



f_c ヲ以テ material ノ breaking stress ノ intensity ヲ示シ、

$$y = mx + f_c. \quad (2)$$

ナル直線ヲ (1) ナル曲線ニ切スルモノトシ、 $\frac{dy}{dx}$ ノ値ヲ相等シカラシムルトキハ、

$$m = -\frac{2n^2 \pi^2 E}{x^3}. \quad (3)$$

又 (1) ト (2) トノ ordinates ヲ相等シカラシムルトキハ、

$$\frac{n^2 \pi^2 E}{x^2} = mx + f_c. \quad (4)$$

(3) 及ビ (4) ニ由テ、 m 及ビ x ヲ求ムレバ、

$$x = n\pi \sqrt{\frac{3E}{f_c}},$$

$$m = -\frac{2f_c}{3n\pi} \sqrt{\frac{f_c}{3E}}.$$

m ノ此値ヲ (2) ニ代入スルトキハ、

$$y = f_c - \frac{2f_c}{3n\pi} \sqrt{\frac{f_c}{3E}} x.$$

$$\therefore \frac{P}{A} = f_c - \frac{2f_c}{3n\pi} \sqrt{\frac{f_c}{3E}} \cdot \frac{l}{\rho}.$$

是レ即チ、column ノ strength ニ關スル straight line formula ニシテ、此公式ヲ使用スルハ x 即チ $\frac{l}{\rho}$ ガ $n\pi \sqrt{\frac{3E}{f_c}}$ ヨリ小ナルトキニ限ルモノトス。

90. Hodgkinson 氏ノ公式.

Circular column ノ直径ヲ d トセバ、 $I = \frac{\pi d^4}{64}$. ナルヲ以テ、之ヲ Euler 氏ノ公式ニ代入スルトキハ、column ノ breaking load ハ直径ノ四乗ニ正比例ヲナシ、長さノ自乗ニ反比例ヲナスベシ、Hodgkinson 氏ハ column ノ強サヲ示ス

ニ、

$$P = \lambda \frac{d^n}{l^m}$$

ナル式ヲ以テシ、實驗ノ結果ニ由テ之ヲ下ノ如ク定メタリ、但シ d ハ inch ヲ以テ、 l ハ feet ヲ以テ、 P ハ pound ヲ以テ表ハスベキモノトス。

Cast iron ノ solid column ニ就テハ、

$$P = 33\,379 \frac{d^{3.76}}{l^{1.7}} \quad (\text{for round ends})$$

$$P = 98\,922 \frac{d^{3.55}}{l^{1.7}} \quad (\text{for flat ends})$$

Cast iron ノ hollow column ニ就テハ、

$$P = 29\,120 \frac{D^{3.76} - d^{3.76}}{l^{1.7}} \quad (\text{for round ends})$$

$$P = 99\,320 \frac{D^{3.55} - d^{3.55}}{l^{1.7}} \quad (\text{for flat ends})$$

但シ、 D ハ外徑ニシテ、 d ハ内徑ナリ。

Wrought iron ノ solid column ニ就テハ、

$$P = 95\,848 \frac{d^{3.76}}{l^2} \quad (\text{for round ends})$$

$$P = 299\,617 \frac{d^{3.55}}{l^2} \quad (\text{for flat ends})$$

是等ノ公式ハ、flat ends ノ column ニ就テハ長サガ直徑ノ三十倍以上、round ends ノ column ニ就テハ同ジク十五倍以上ナルトキニ適用スベキモノニシテ、夫レ以下ノ長サニ就テハ下式ニ由テ其 breaking load ヲ求ムベキモノトス、但シ P ハ前ノ公式ニ由テ求メタル load ニシテ、 A ハ平方吋ヲ以テ表シタル cross-section ノ面積、 f_c ハ

material ノ ultimate compressive strength ナリ。

$$P' = \frac{P f_c A}{P + \frac{3}{4} f_c A}$$

91. Gordon 氏ノ公式.

Column ノ deflection ヲ前ノ如ク a トセバ、

$$B. M. = Pa.$$

ニシテ、之ガタメニ起リタル compressive stress ノ intensity ヲ f_c トセバ、

$$R. M. = I \times \frac{f_c}{z}$$

ナルヲ以テ、

$$f_c = \frac{P a z}{I}$$

然ルニ、column ハ load ノタメ、已ニ單位面積ニ就キ $\frac{P}{A}$ ナル compressive stress ヲ受ケ居ルヲ以テ、 f ヲ以テ total compressive stress ノ intensity ヲ示ストキハ、

$$f = \frac{P}{A} + \frac{P a z}{I} = \frac{P}{A} \left(1 + \frac{a z}{\rho^2} \right)$$

Column ノ flexure ヲ圓形トセバ、82 ノ第一ニ由テ deflection a ハ $\frac{l^2}{z}$ ニ比例スルヲ以テ、

$$a = \frac{1}{c} \cdot \frac{l^2}{z}$$

a ノ此値ヲ前ノ式ニ代入スルトキハ、

$$f = \frac{P}{A} \left(1 + \frac{l^2}{c \rho^2} \right)$$

$$\therefore P = \frac{fA}{1 + \frac{l^2}{c\rho^2}}$$

是レ即チ, fixed ends 若シクハ flat ends ヲ有スル column ノ breaking load ヲ與フルモノニシテ, c ハ實驗ニ由テ定ムベキ數ナリ.

Round ends ヲ有スル column ニ就テハ,

$$P = \frac{fA}{1 + \frac{4l^2}{c\rho^2}}$$

又 round end ト flat end ヲ有スル column ニ就テハ,

$$P = \frac{fA}{1 + \frac{16l^2}{9c\rho^2}}$$

是等ハ皆 Gordon's formula 其儘ニアラズシテ, 多少 Rankin 氏ニ由テ修正セラレタルモノナルヲ以テ, 或ハ又之ヲ Rankin's formula ト稱スルコトアリ.

實驗ニ由テ定メタル f 及ビ c ノ値ヲ示セバ下ノ如シ.

	f lbs. per. sq. in.	c
Cast iron.	80 000	6 400
Wrought iron.	36 000	36 000
Mild steel.	48 000	30 000
Hard steel.	70 000	20 000

圓柱ノ直徑ヲ d トシ, ρ ノ代リニ d ヲ用フルトキハ, $d^2 = 16\rho^2$. ナルヲ以テ, $\frac{16}{c} = a$. トセバ,

Flat ends = 就テ,

$$P = \frac{fA}{1 + a\frac{l^2}{d^2}}$$

Round ends = 就テ

$$P = \frac{fA}{1 + 4a\frac{l^2}{d^2}}$$

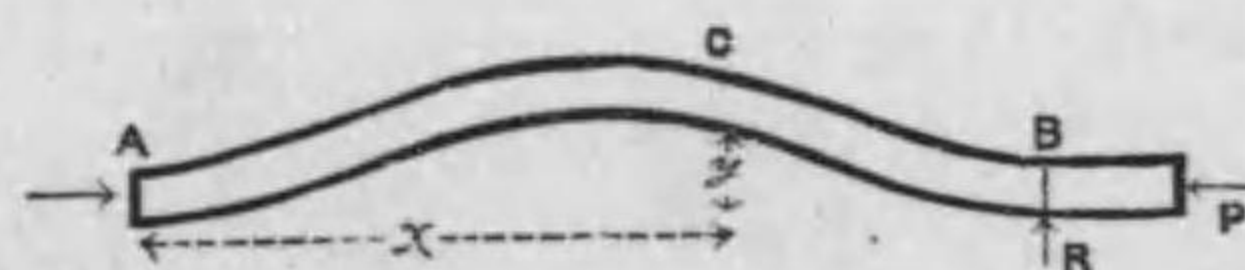
Flat end ト round end トニ就テ

$$P = \frac{fA}{1 + \frac{16}{9}a\frac{l^2}{d^2}}$$

或者ハ $\frac{16}{9}$ ヲ $\frac{5}{2}$ トシ, 又或者ハ 2 トセリ.

92. Piston Rod ノ Strength.

Piston rod ハ時トシテ兩端俱ニ固定サレタル柱ト見做サル、コトアリ, 又時トシテハ一端ガ固定サレテ他端ガ自由ナルモノト見做サル、コトアリト雖モ, 孰レモ皆其當ヲ得ザルヲ以テ, 之レヨリ其 strength ニ關スル公式ヲ作ラントス.



AB ヲ piston rod トシ, 一端 A ハ固定サレ, 他端 B ハ hinge ニ支ヘラレテ P ナル load ヲ荷フト雖モ, 又側面ヨリ B ナル力ノ働キヲ受クルガ爲メ, 其所ヨリ直ニ彎曲セザルモノトス.

A ヲ原點トシ, AB ノ長サヲ l , C ノ坐標ヲ x, y トセ

バ、 C の bending moment ハ

$$B. M. = R(l-x) - Py.$$

ナルヲ以テ、

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = R(l-x) - Py,$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{EI} \left[y - \frac{R}{P}(l-x) \right] = 0.$$

此式ニ於テ、

$$z = y - \frac{R}{P}(l-x).$$

トシテ變數ヲ變更スルトキハ、

$$\frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{P}{EI} z = 0.$$

此微分方程式ノ解法ハ

$$z = C_1 \cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) + C_2 \sin \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right).$$

ナルヲ以テ、

$$y = \frac{R}{P}(l-x) + C_1 \cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) + C_2 \sin \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right). \quad (1)$$

$$x=0, y=0, \text{ニ就テ} \quad C_1 = -\frac{R}{P} l.$$

$$x=0, \frac{dy}{dx}=0, \text{ニ就テ} \quad C_2 = \frac{R}{P} \sqrt{\frac{EI}{P}}.$$

$$\therefore y = \frac{R}{P} \left[l-x - l \cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) + \sqrt{\frac{EI}{P}} \sin \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) \right]. \quad (2)$$

是レ即チ、piston rod ノ elastic curve ノ方程式ナリ。

(2) ハ $x=l$ ナルトキ、 $y=0$ ナルヲ以テ、

$$0 = -l \cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} l \right) + \sqrt{\frac{EI}{P}} \sin \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} l \right).$$

$$\therefore \tan \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} l \right) = \sqrt{\frac{P}{EI}} l.$$

$\tan \theta = \theta$ ニ満足スル θ ノ最小値ハ殆ド $\theta = 4.5$ radian

ナルヲ以テ、

$$\sqrt{\frac{P}{EI}} = 4.5.$$

$$\therefore P = 20 \frac{1}{4} \cdot \frac{EI}{l^2}.$$

兩端ガ hinge サレタル Euler's formula ナル

$$P = \pi^2 \frac{EI}{l^2}.$$

ニ比較スレバ、

$$\frac{20.25}{\pi^2} = 2.14.$$

ナルヲ以テ、piston-rod ニ對スル Rankin's formula ハ

$$P = \frac{fA}{1 + \frac{2l^2}{c\rho^2}}.$$

ナルベシ。

Piston-rod ノ直徑ヲ cylinder ノ直徑ニ比較スレバ、下ノ

如シ、 p ハ蒸氣ノ effective pressure ナリ。

$$\text{Diameter of piston-rod} = \frac{\text{diameter of cylinder}}{F} \sqrt{f/p}.$$

F ノ數値ハ下ノ如シ。

Naval engines, direct-acting. $F=50$.

„ return connecting-rod, 2 rods. $F=70$.

Mercantile ordinary stroke, direct-acting. $F=45$.

„ long „ $F=42$.

„ medium „ oscillating. $F=40$.

93. Connecting-rod 及 Valve-rod.

Connecting-rod 及 valve-rod は俱ニ兩端ヲ hinge サレタル柱ト見做スベキモノニシテ, naval engine ニ對シテハ長サヲ直徑ノ 10 倍トシテ,

$$\text{Diameter of connecting-rod} = \sqrt{\frac{R}{2000}}$$

又 mercantile engines ニ對シテ長ヲ直徑ノ 13 倍トシテ,

$$\text{Diameter of connecting-rod} = \sqrt{\frac{R}{1900}}$$

R ハ connecting-rod ノ荷フベキ最大ノ load ナリ.

Slide-valve rod ノ最小徑ハ下式ニ由テ之ヲ求ムルコトヲ得ベシ

$$\text{Diameter of slide-valve rod} = \sqrt{\frac{L \times B \times P}{F}}$$

長キ rod ニ就テハ, $F=12000$,

短キ rod ニ就テハ, $F=14500$.

吋ヲ以テ表ハセル slide-valve ノ長サ及ビ幅ヲ L 及ビ B トシ, 毎平方吋所ヲ以テ表ハセル蒸氣ノ maximum absolute pressure ヲ P トセバ, valve ニ對スル最大壓力ハ

$$L \times B \times P \text{ lbs.}$$

ナルヲ以テ, 摩擦係數ヲ 0.2 トシ, 吋ヲ以テ表ハセル valve-rod ノ直徑ヲ d トセバ

$$\frac{\pi d^3}{4} f = 0.2 (L \times B \times P).$$

長キ rod ニ就テハ f ヲ 3000 lbs, 短キ rod ニ就テハ f ヲ 3600 lbs. トシテ d ヲ求ムレバ, 前ニ示セル式ヲ得ベシ.

94. 柱ノ Deflection 及ビ Breaking strength.

Euler 氏ノ柱ノ強サニ關スル公式ハ柱ノ將ニ彎曲セントスルトキノ load ヲ與フルモノニシテ, 破壊當時ノ load ニハアザルナリ, 下ニ柱ノ deflection ヲ求ムルト共ニ柱ノ breaking strength ヲ考究セントス.

81 ノ (1) 式ナル

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{M}{EI}. \quad (1)$$

ニ於テ, $M = -Py$, $\frac{P}{EI} = a^2$. トセバ, $\frac{dy}{ds} = \sin \varphi$. ナルヲ以テ,

$$a^2 y dy = -\sin \varphi d\varphi.$$

之ヲ積分スレバ,

$$\frac{a^2 y^2}{2} = \cos \varphi + C.$$

$y=0$, ナルトキノ φ ノ値ヲ φ_0 トセバ,

$$\frac{a^2 y^2}{2} = \cos \varphi - \cos \varphi_0 = 2 \left(\sin^2 \frac{\varphi_0}{2} - \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right).$$

$\sin \frac{\varphi_0}{2} = \mu$, $\sin \frac{\varphi}{2} = \mu \sin \theta$. トセバ,

$$y = \frac{2\mu}{a} \cos \theta. \quad (2)$$

Δ ヲ以テ柱ノ deflection ヲ示ストキハ, Δ ハ $\varphi=0$, 從テ $\theta=0$, ナルトキノ y ノ値ナルヲ以テ,

$$\Delta = \frac{2\mu}{a} = \frac{2}{a} \sin \frac{\varphi_0}{2}. \quad (3)$$

是レ即チ, 柱ノ deflection ヲ表ス式ナリ.

更ニ(1)ニ由テ求メタル ds ヲ(2)ニ由テ化スレバ、

$$ds = -\frac{d\varphi}{a^2 y} = -\frac{d\varphi}{2a\mu \cos \theta}$$

又 $\sin \frac{\varphi}{2} = \mu \sin \theta$, ヲ微分スレバ、

$$\frac{1}{2} \cos \frac{\varphi}{2} d\varphi = \mu \cos \theta d\theta$$

$$\frac{d\varphi}{2\mu \cos \theta} = \frac{d\theta}{\cos \frac{\varphi}{2}} = \frac{d\theta}{\sqrt{1-\mu^2 \sin^2 \theta}}$$

$$\therefore ds = -\frac{1}{a} \frac{d\theta}{\sqrt{1-\mu^2 \sin^2 \theta}}$$

$\varphi = \varphi_0$ ナルトキ、 $\theta = \frac{\pi}{2}$ ニシテ、 $\varphi = 0$ ナルトキ $\theta = 0$.

ナルヲ以テ、柱ノ長サヲ l トセバ、

$$\begin{aligned} l &= -\frac{2}{a} \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{d\theta}{\sqrt{1-\mu^2 \sin^2 \theta}} \\ &= \frac{2}{a} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1-\mu^2 \sin^2 \theta}} = \frac{2}{a} K. \end{aligned} \quad (4)$$

K ハ第一種ノ complete elliptic integral ナリ.

P' ヲ以テ柱ノ將ニ彎曲セントスルトキノ load ヲ示ストキハ、

$$a^2 = \frac{P'}{EI} = \frac{\pi^2}{l^2}$$

ナルヲ以テ、(4)ニ由テ、

$$K = \frac{\pi}{2}$$

之ヲ下ニ示セル Legendre's tables ニ照ストキハ、

$$\varphi_0 = 0.$$

$\frac{1}{2}\varphi_0$	K	$\frac{1}{2}\varphi_0$	K
0°.0	1.5708	25°.6	1.6490
2.5	1.5715	27.5	1.6663
5.0	1.5738	30.0	1.6857
7.5	1.5776	32.5	1.7073
10.0	1.5828	35.0	1.7312
12.5	1.5893	37.5	1.7577
15.0	1.5981	40.0	1.7868
17.5	1.6082	42.5	1.8188
20.0	1.6200	45.0	1.8541
22.5	1.6336		

更ニ P ヲ以テ P' ヨリ大ナル load ヲ示シ、

$$P = n^2 P' = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2}$$

トスルトキハ、 $n^2 > 1$ ニシテ、 $a = \sqrt{\frac{P}{EI}}$ ナルヲ以テ、(4)ニ由テ、

$$K = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{EI}} = \frac{n\pi}{2} \quad (5)$$

Legendre's tables ニ由テ見レバ、 φ_0 ノ値ヲ漸次増加スルモ K ハ或程度以上増加セザルヲ以テ、 n 即チ $\sqrt{\frac{P}{P'}}$ モ亦著シク之ヲ増加セシムルコト能ハザルナリ.

今 P ヲ以テ柱ノ破壊セントスルトキノ load トシ、之ヲ柱ガ彎曲シ始ムルトキノ load ナル P' ニ比較スレバ、

$$\frac{P}{P'} = \left(\frac{1.8541}{1.5708} \right)^2 = 1.39.$$

則チ、柱ハ已ニ彎曲セントスル傾向ヲ有スレバ、尙ホ四割ノ load ノ増加ノ爲メ破壊スベキモノナリ.

問題

1. 内径 5 in., 外径 6 in., ナル短キ cast-iron ノ柱ガ 12 tons ノ重ヲ支ヘ, 其 thrust ノ軸ガ section ノ中心ヲ 1 in. 外ヅルルトキハ, compressive stress ノ最大及ビ最小ナル intensities ノ大サ如何.

2. Cross-section ノ面積ガ 54 sq. in., radius of gyration ガ 4.5 in., 長サガ 24 in. ナル mild-steel stanchion ノ強サヲ Rankin's formula ニ由テ求ムベシ.

3. Cross-section ノ面積ガ 5 sq. in., 其最小ナル moment of inertia ガ 6 (inches)⁴, 長サガ 10 ft. ナル丁字形ノ mild-steel strut ノ兩端ガ栓ヲ以テ止メラルルトキハ, 其 breaking strength ノ大サ如何.

4. 柱ノ強サヲ求ムルニ之レヲ其 deflection ヨリ生ズル compressive stress ヲ加算スルトセザルトニ由テ其結果ニ幾何ノ相異ヲ來スベキカ, 長サ 20 ft., 直径 4 in., ナル flat ends ノ wrought iron strut ニ就テ其歩合ヲ求ムベシ.

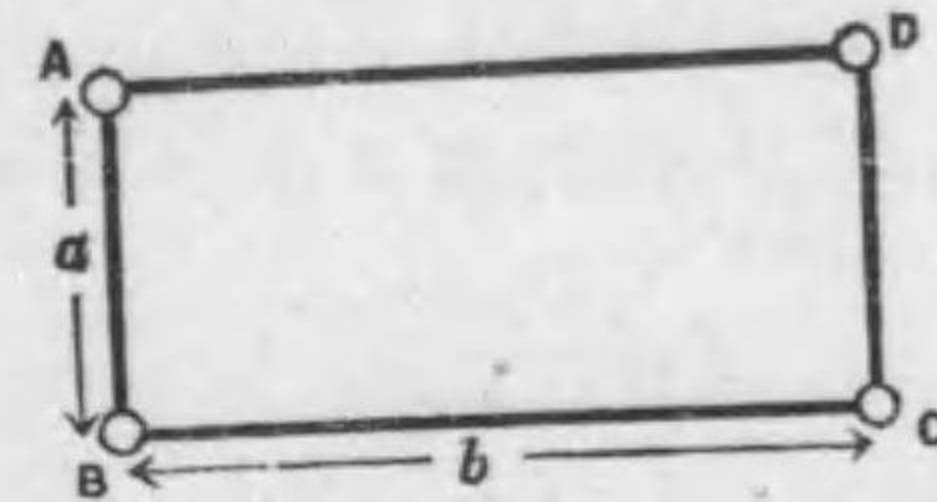
5. 柱ノ強サニ關スル Euler's formula ト Gordon's formula ニ於ケル缺點ヲ指摘スベシ.

第八編

Plate ノ Strength.

95. 周圍ヲ固定サレテ Uniform Load ヲ有スル Rectangular Plate ノ Strength.

第一 造船規定ニ於ケル公式.



A, B, C, D ヲ以テ plate ノ stays ヲ示シ, a 及ビ b ヲ以テ AB 及ビ BC ノ長サヲ示シ, t ヲ以テ plate ノ厚サヲ示シ, 面積ノ單位ニ對スル壓力ヲ p トス.

ABCD ナル plate ヲ AD, BC ニ於テ截リ離シ, AB, CD ニ於テ固定サレタル beam ト見做ストキハ, 其最大ナル bending moment ハ固定サレタル端ニアリテ, 其大サハ 82 ノ第七ニ由テ,

$$\max. B. M. = \frac{a b^2 p}{12}.$$

ニシテ, plate ノ resisting moment ハ其外部ニ於ケル stress ノ intensity ヲ f' トセバ,

$$R. M. = \frac{a t^2 f'}{6}.$$

ナルヲ以テ、之ヲ相等シカラシムルトキハ、

$$\frac{a^2 f'}{6} = \frac{a b^2 p}{12}$$

$$\therefore f' = \frac{b^2 p}{2 a^2}$$

同様ニ、plateヲ AB, CDニ於テ截リ離シ、AD, BCニ於テ固定サレタルモノトシ、plateノ外部ニ於ケル stressノ intensityヲ f'' トセバ、

$$f'' = \frac{a^2 p}{2 b^2}$$

今 f ヲ以テ f', f'' ノ平均數ヲ示ストキハ、

$$f = \frac{(a^2 + b^2) p}{4 t^2}$$

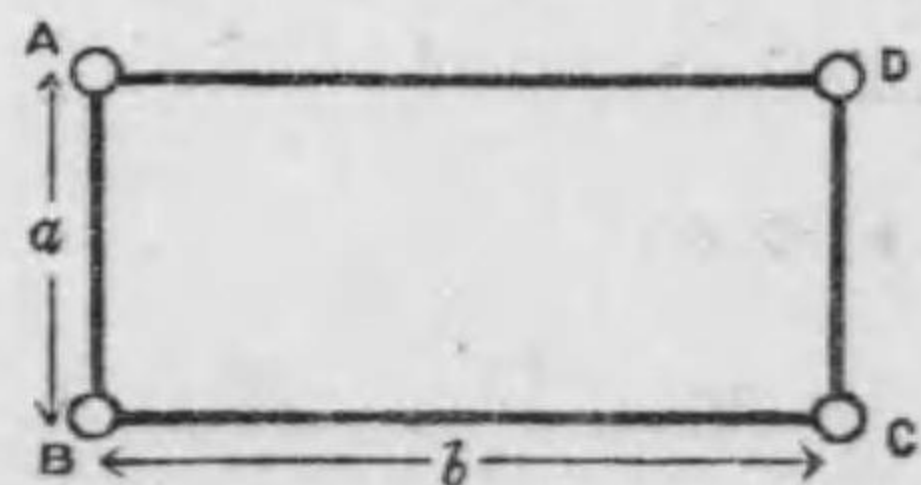
$$\therefore p = \frac{4 f t^2}{a^2 + b^2}$$

是レ即チ造船規程ニ於ケル plateノ strengthニ關スル公式ニシテ、 $2C$ ヲ以テ $4f$ ヲ示シ、種々ノ場合ニ對シテ C ノ値ヲ規定セリ。

又 square plateニ對シテハ、 $a=b$ ナルヲ以テ、

$$p = \frac{2 f t^2}{a^2}$$

第二 Plateノ縦横ニ於ケル膨ラミノ關係ヨリ求メタル strengthノ公式。



ABニ沿ヒタル plateノ織緯ガ p ナル壓力ノ一部分ナル p' ノタメニ受ケタル deflectionヲ、BCニ沿ヒタル plateノ織緯ガ p ノ殘部ナル p'' ノタメニ受ケタル deflectionニ等シカラシムルトキハ、82ノ第七ニ由テ、

$$\frac{p' a^4}{384 EI} = \frac{p'' b^4}{384 EI}$$

$$\therefore p' : p'' = b^4 : a^4$$

$$\text{然ルニ、} \quad p' + p'' = p$$

$$\therefore p' = \frac{b^4 p}{a^4 + b^4}, \quad p'' = \frac{a^4 p}{a^4 + b^4}$$

Uniform loadヲ有スル beamノ最大ナル bending momentハ $\frac{p l^2}{12}$ ニシテ、且ツ其位置ハ兩端ニアルヲ以テ、 f', f'' ヲ以テ、BC, ABニ於ケル stressesノ intensitiesヲ示シ、bending momentヲ resisting momentニ等シカラシムルトキハ、

$$\frac{b p' a^3}{12} = \frac{b t^2}{6} f'$$

$$\text{即チ、} \quad \frac{a^2 b^4}{a^4 + b^4} p = 2 t^2 f'$$

$$\therefore p = \frac{2 t^2 (a^4 + b^4)}{a^2 b^4} f', \quad t^2 = \frac{a^2 b^4}{2 f' (a^4 + b^4)} p$$

同様ニ、

$$p = \frac{2 t^2 (a^4 + b^4)}{a^4 b^2} f'', \quad t^2 = \frac{a^4 b^2}{4 f'' (a^4 + b^4)} p$$

即チ、初メノ二式ハ BC, ABニ於ケル stressesト pressureトノ關係ヲ示スモノニシテ、若シ a ガ b ヨリ大ナレバ、 f'' ハ f' ヨリ大ナルヲ以テ、長キ邊ニ於ケル stressノ

intensity ハ短カキ邊ニ於ケル stress ノ intensity ヨリ大ナリ。

若シ plate ガ square ナレバ、

$$p = \frac{4ft^2}{a^2}, \quad t^2 = \frac{a^2 p}{4f}.$$

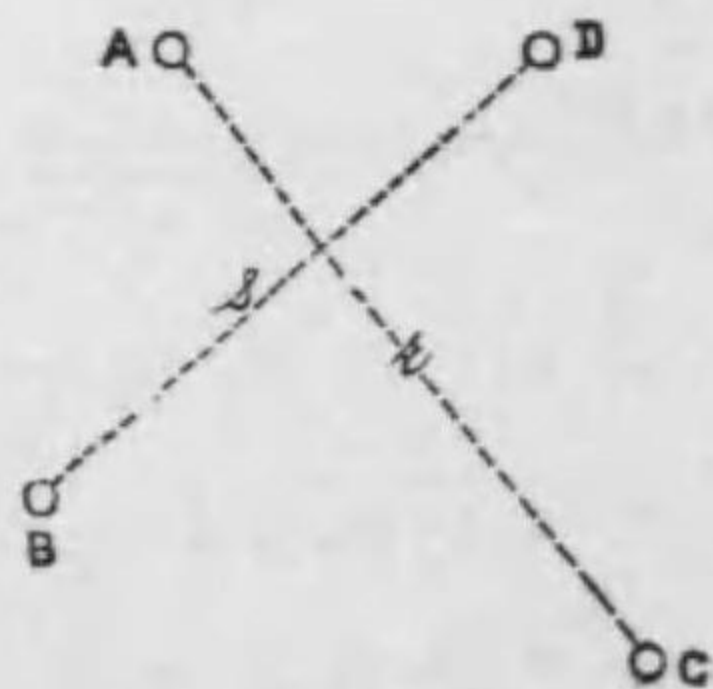
此公式ヲ前ノ公式ニ比較スルニ、同一ノ厚サニ對シテ p ニ二倍ノ値ヲ與フルヲ以テ、plate ヲ兩端固定シタル beam ト見做スヨリ膨ラムト云フ考ヘヨリ之ヲ求ムルヲ以テ、槌ニ plate ヲ強カラシメ、且ツ實際ニ近キ數ヲ得ベキモノトス。

96. Stays ノ配置ガ一般四邊形ヲナセルトキノ plate ノ strength.

A, B, C, D ヲ以テ stays ノ位置ヲ示シ、 r, s ヲ以テ AC, BD ナル對角線ノ長サヲ示ス。

B, D ヲ貫スキ AC ニ平行シテ引ケルニツノ直線ヲ以テ plate ヲ截リ離シ、 s ナル幅ト r ナル長サトヲ有スル plate ガ uniform load ヲ荷フモノトセバ、前條ニ於ケル如ク

$$f' = \frac{r^2 p}{2t^2}.$$



同様ニ、 A, C ヲ貫スキ BD ニ平行シテ引ケルニツノ直線ヲ以テ plate ヲ截リ離シ、 r ナル幅ト s ナル長サトヲ有スル plate ニ就テ

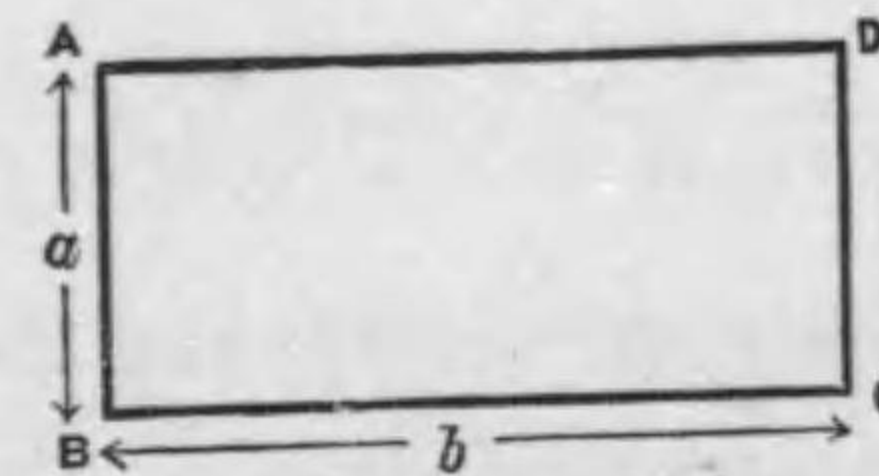
$$f'' = \frac{s^2 p}{2t^2}.$$

f', f'' ノ和半ニ由テ f ヲ求ムレバ、

$$f = \frac{(r^2 + s^2)p}{4t^2}.$$

是レ即チ、造船規程第二編第四章第十二條ノ第三項ニ於ケル公式ナリ。

97. 周圍ニ於テ支ヘラレテ Uniform Load ヲ有スル Rectangular Plate ノ Strength.



前條ノ第二ト同一ノ假定ヲ以テ、 AB ニ沿ヒタル織緯ノ deflection ヲ BC ニ沿フタル織緯ノ deflection ニ等シカラシムルトキハ、82 ノ第五ニ由テ、

$$\frac{5p'a^4}{384EI} = \frac{5p''b^4}{384EI}.$$

$$\therefore p' : p'' = b^4 : a^4$$

$$\text{又} \quad p' + p'' = p.$$

$$\therefore p' = \frac{b^4 p}{a^4 + b^4}, \quad p'' = \frac{a^4 p}{a^4 + b^4}.$$

此場合ニ於ケル最大ナル bending moment ハ中心ニア

リテ、且ツ其値ハ $\frac{p t^2}{8}$ ナルヲ以テ、

$$\frac{b p' a^2}{8} = \frac{b t^2}{6} f'$$

$$\therefore f' = \frac{3 a^2 b^4 p}{4 t^2 (a^4 + b^4)}$$

同様ニ、 $f'' = \frac{3 a^4 b^2 p}{4 t^2 (a^4 + b^4)}$

f ヲ以テ f' , f'' ノ和半ヲ示ストキハ、

$$f = \frac{1}{2}(f' + f'') = \frac{3 a^2 b^2 (a^2 + b^2) p}{8 t^2 (a^4 + b^4)}$$

$$\therefore p = \frac{8 f (a^4 + b^4) t^2}{3 a^2 b^2 (a^2 + b^2)}, \quad t^2 = \frac{3 a^2 b^2 (a^2 + b^2) p}{8 f (a^4 + b^4)}$$

Square plateニ就テハ、

$$p = \frac{8 f}{3 a^2} t^2, \quad t^2 = \frac{3 a^2}{8 f} p$$

98. Uniform Loadヲ有スル Circular Plateノ Strength.

第一 周圍ニ於テ支ヘラレタルトキ、

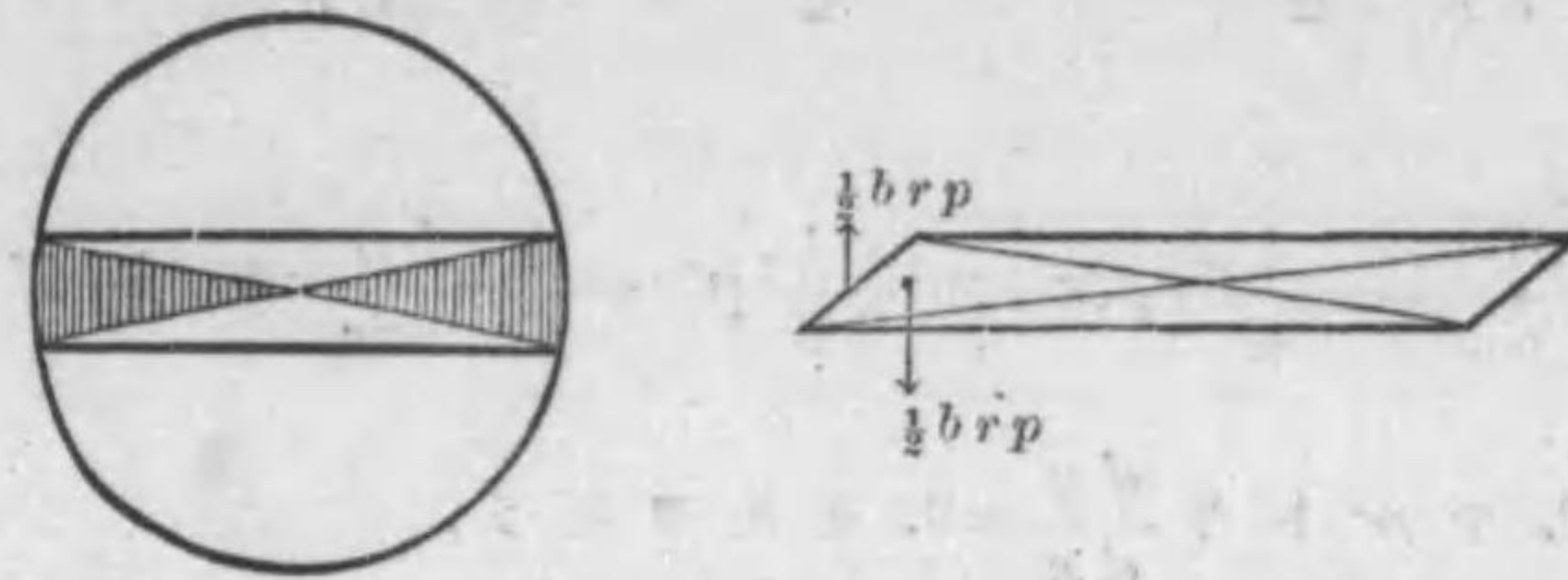
圓ノ半径ヲ r トセバ、total loadハ $\pi r^2 p$ ニシテ、plateノ周圍ハ $2\pi r$ ナルヲ以テ、周圍ニ於ケル抵抗力ハ長さノ單位ニ對シテ、

$$\frac{\pi r^2 p}{2\pi r} = \frac{1}{2} r p$$

ナリ。

Plateニ於ケルloadヲ支フルニ直径ニ沿ヒタル幅狭キ無數ノ織緯ヲ以テシ、其一ノ織緯ハ下圖ノ如ク面積ニ對スル半分ノloadヲ擔フモノトシ、且ツ織緯ノ幅ヲ

b トセバ、中心ニ於ケル bending momentハ



$$M = \frac{1}{2} b r p \times r - \frac{1}{2} b r p \times \frac{2}{3} r = \frac{1}{6} b r^2 p$$

之ヲ resisting momentニ等シカラシムルトキハ、

$$\frac{b t f}{6} = \frac{b r^2 p}{6}$$

$$\therefore f = \frac{r^2}{t^2} p, \quad t^2 = \frac{r^2 p}{f}$$

第二 周圍ニ於テ固定サレタル時、

前ト同一ノ假定ヲ以テ最大ナル bending momentヲ求メンガタメ、固定サレタル端ニ於ケル momentヲ M' トシ、中心ヲ原點トセバ、原點ヨリ x ナル距離ニ於ケル點ノ bending momentハ、抵抗力ノ momentヨリ固定ニ要セル moment M' ト uniform loadノ momentトヲ減ジタルモノニシテ、uniform loadハ梯形ヲナセルヲ以テ、之ヲ矩形ヨリ三角形ヲ減ジタルモノトセバ、

$$M = \frac{b r p}{2} (r - x) - \left[b(r - x) p \cdot \frac{r - x}{2} - \frac{b(r - x)^2}{2r} p \cdot \frac{r - x}{3} \right] - M'$$

$$= \frac{1}{2} b r p (r - x) - \frac{1}{2} b p (r - x)^2 + \frac{b p}{6r} (r - x)^3 - M'$$

∴

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{2} b r p (r-x) - \frac{1}{2} b p (r-x)^2 + \frac{b p}{6 r} (r-x)^3 - M'$$

∴

$$EI \frac{d y}{d x} = -\frac{1}{4} b r p (r-x)^2 + \frac{1}{6} b p (r-x)^3 - \frac{b p}{24 r} (r-x)^4 - M' x + C$$

$x=0$. ナルトキ $\frac{d y}{d x}=0$. ナルヲ以テ,

$$C = \frac{b r^3 p}{8}$$

又 $x=r$. ナルトキ $\frac{d y}{d x}=0$. ナルヲ以テ,

$$M' = \frac{b r^2 p}{8}$$

∴

$$M = -\frac{b r^2 p}{8} + \frac{1}{2} b r p (r-x) - \frac{1}{2} b p (r-x)^2 + \frac{b p}{6 r} (r-x)^3$$

M ノ極大値ノ位置ヲ求メンガタメ, $\frac{d M}{d x}=0$. トスルトキハ,

$$-\frac{1}{2} b r p + b p (r-x) - \frac{b p}{2 r} (r-x)^2 = 0.$$

$$\therefore (r-x)^2 - 2 r (r-x) + r^2 = 0.$$

故ニ, $x=0$. トシテ中心ニ於ケル最大ナル bending momentヲ求ムレバ,

$$M = \frac{1}{24} b r^2 p.$$

即チ, 中心ニ於ケル bending momentハ $\frac{1}{24} b r^2 p$ ニシテ,

固定サレタル端ニ於ケル bending momentハ $-\frac{1}{8} b r^2 p$ ナルヲ以テ, 其絶対値ノ最大ナルハ $\frac{1}{8} b r^2 p$ ナリ.

此 bending momentヲ resisting momentニ等シカラシムルトキハ,

$$\frac{1}{8} b r^2 p = \frac{1}{6} b t^2 f.$$

$$\therefore f = \frac{3}{4} \cdot \frac{r^2}{t^2} p, \quad t = \frac{3}{4} \cdot \frac{r^2 p}{f}.$$

Grashof氏ガ其著 Theorie der Elasticität und Festigkeitニ於テ示セル所ノ結果ハ,

$$f = \frac{5}{6} \cdot \frac{r^2}{t^2} p, \quad f = \frac{2}{3} \cdot \frac{r^2}{t^2} p.$$

ニシテ, 茲ニ示セルモノヨリ猶ホ精確ナルモノトス.

Robert Wilson氏ガ staysヲ用セザル wrought iron boilerノ end plateニ就テ 1877年ニ實驗セル結果ヲ Grashof氏ノ式ニ比較スルニ, f ヲ 55000 lbs. トスルモ猶ホ五倍大ナルヲ以テ, Grashof氏ノ式ハ安全率ヲ十分大ニセザルモ可ナルモノトス.

第九編

Plate ノ Strength ノ 續キ

99. Circular Plate ニ於ケル Stress 及ビ Strain.

本編ニ於テハ前編ニ於ケルモノヨリ精確ノ方法ヲ以テ Circular plate ノ Strength ヲ考究シ以テ他日 Theory of Elasticity ニ入ルノ階梯ニセントス。

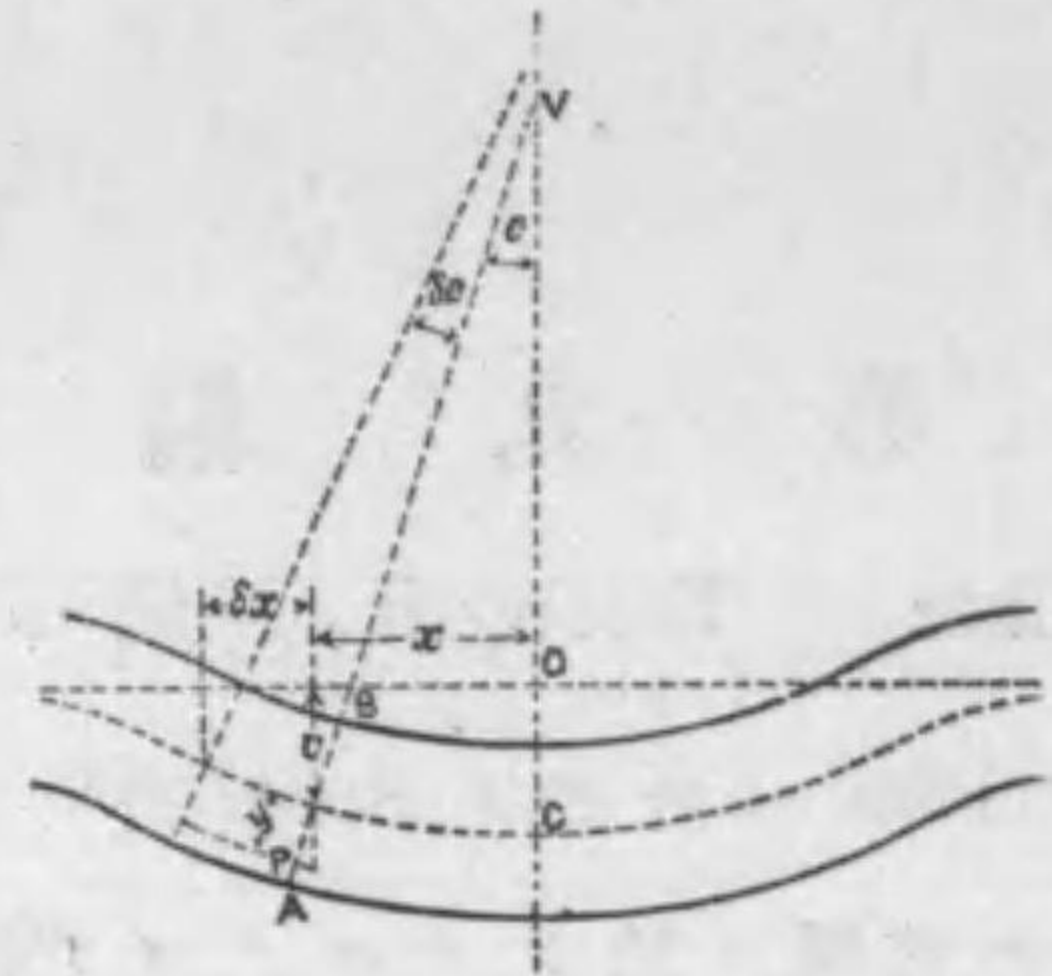
Circular plate ヲ水平ニシテ、其 loading ヲ中心ニ就テ對稱ナルモノトシ、且ツ厚サハ全體ノ大サニ就テ微小ナレバ、其方向ニ於ケル stress 及ビ strain ハ之ヲ考究セザルモ可ナルモノトス。

x ヲ plate ノ或點 P ヲリ其 central vertical line ニ至ル距離トシ、 y ヲ P ヲリ plate ノ中央面即チ neutral surface ニ至ル距離トシ、下方ニ度リタルモノヲ正トス。

θ ヲ中心距 x ナル點ニ於ケル neutral surface ノ normal ガ vertical line ニ傾ムケル角トシ、suffix r ハ radial direction ヲ、 ϕ ハ circumferential direction ヲ示スモノトス。

是ヲ以テ、 s_r s_ϕ ハ radial strain ト circumferential strain トヲ示シ、 f_r f_ϕ ハ radial stress ト circumferential stress トノ intensities ヲ示シ、tensile stress ハ之ヲ正トス。

Strain ヲ受ケタル後チ、plate ノ凹部ハ compression ヲ惹キ起シ、凸部ハ radial ト circumference トガ俱ニ tension ヲ



惹キ起スモ、中央面ハ明ニ strain ヲ惹キ起サハルヲ以テ neutral surface ナリ。

P ニ於ケル半径ハ strain ノ爲メ $x + \theta y$ ニ増加スルヲ以テ、neutral surface ヨリ y ナル深サニ於ケル點ノ circumferential strain ハ

$$s_x = \frac{2\pi(x + \theta y) - 2\pi x}{2\pi x} = \frac{\theta y}{x} \quad (1)$$

又 $x + dx$ ナル半径ノ點ニ於ケル neutral surface ノ normal ガ vertical line ニ傾ムケル角ヲ $\theta + d\theta$ トセバ、 dx ハ y ナル深サニ於テハ $dx + y d\theta$ ニ増加スベキヲ以テ、

$$s_x = y \cdot \frac{d\theta}{dx} \quad (2)$$

是等ノ strains ヲ principal stresses f_x, f_y ヨリ求メタルモノニ等シカラシムルトキハ、

$$y \frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{E} \left[f_x - \frac{f_y}{m} \right], \quad (3)$$

$$\frac{\theta y}{x} = \frac{1}{E} \left[f_y - \frac{f_x}{m} \right]. \quad (4)$$

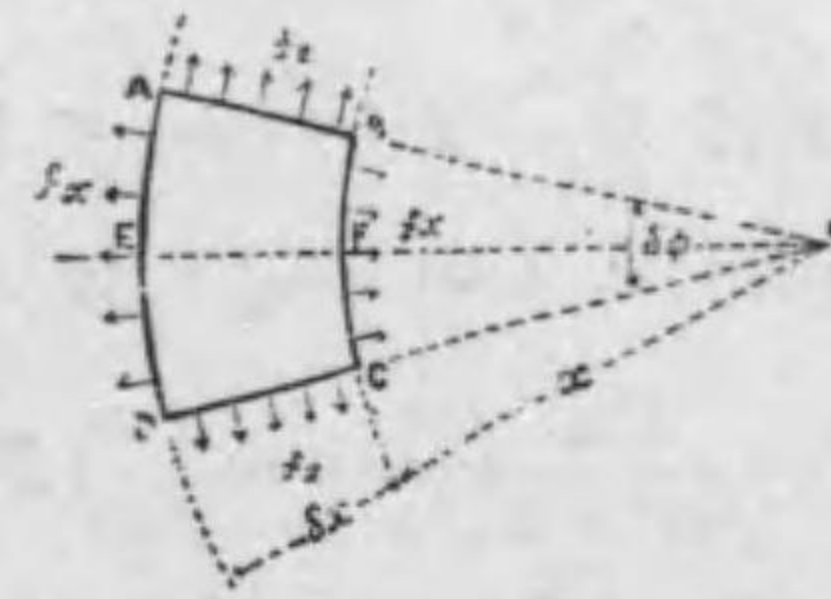
之ヲ解キテ f_x, f_y ヲ求ムレバ、

$$f_x = \frac{Em}{m^2 - 1} \cdot y \left[\frac{\theta}{x} + m \frac{d\theta}{dx} \right], \quad (5)$$

$$f_y = \frac{Em}{m^2 - 1} \cdot y \left[m \frac{\theta}{x} + \frac{d\theta}{dx} \right]. \quad (6)$$

是ニ由テ、plate ノ 或 section ニ於ケル radial stress ト circumferential stress トハ beam ニ於ケル bending stress ノ intensity ノ如ク neutral surface ヨリノ距離ナル y ニ比例スルモノトス。

已ニ stresses ノ intensities ヲ知リ得タルヲ以テ、之レヨリ 或 element ニ對スル其 resultant ヲ求メントス。



$ABCD$ ナル plate ノ element ニ就テ、 AB, CD ナル側面ニ於ケル stress f_x ハ孰レモ中央半径 EF ニ等シク傾ムケルヲ以テ、 AB 面ノ element ナル da ニ働ケル $f_x \cdot da$ ヲ EF ニ平行、垂直ノ二力ニ分解スルトキハ、垂直ノ諸分力ハ均リ合ヲ保チ、平行ノ諸分力ハ neutral surface ノ上下ニ於テ性質ヲ異ニシテ couple ヲ構成スベシ。

Neutral plane 内ニ於テ、半径 OE ニ垂直ナル直線ノ周リニ是等 couples ノ moments ノ總和ヲ AB or CD 面ニ就テ求ムレバ、

$$\begin{aligned}\Sigma f_x da \sin \frac{d\varphi}{2} \times y &= d\varphi \Sigma (f_x da \cdot y) \\ &= d\varphi \frac{Em}{m^2-1} \left(m \frac{\theta}{x} + \frac{d\theta}{dx} \right) \Sigma (da \cdot y^2).\end{aligned}$$

Plateノ厚サヲ t トスレバ, rectangular face AB ノ moment of inertiaハ $\frac{1}{12} dx \cdot t^3$ ナルヲ以テ, EF ニ垂直ナル軸ノ周リニ取リタル circumferential stressノ momentハ

$$\frac{1}{12} dx \cdot d\varphi \cdot t^3 \frac{Em}{m^2-1} \left(m \frac{\theta}{x} + \frac{d\theta}{dx} \right). \quad (7)$$

之レヨリ更ニ elementニ於ケル radial stressノ resultantヲ求メントス.

EF ニ平行シテ BC 面ノ element da ニ働ケル stressハ $f_x \cdot da$ ニシテ, 是等諸力ハ又 coupleヲ構成スルヲ以テ, BC ニ就テ其 momentノ total sumヲ求ムレバ,

$$\begin{aligned}\Sigma (f_x \cdot da \cdot y) &= \frac{Em}{m^2-1} \left(\frac{\theta}{x} + m \frac{d\theta}{dx} \right) \Sigma (da \cdot y^2) \\ &= \frac{x \cdot d\varphi \cdot t^3}{12} \cdot \frac{Em}{m^2-1} \left(\frac{\theta}{x} + m \frac{d\theta}{dx} \right).\end{aligned} \quad (8)$$

同様ニ AD 面ニ於ケル momentsナル $M+dM$ ハ M ニ於ケル x 及ビ θ ヲ $x+dx$, $\theta+d\theta$ ニ代フルコトニ由テ之ヲ求メ得ベキガ故ニ, 其差ナル dM ハ (8)ヲ微分スルコトニ由テ求ムルコトヲ得ベシ.

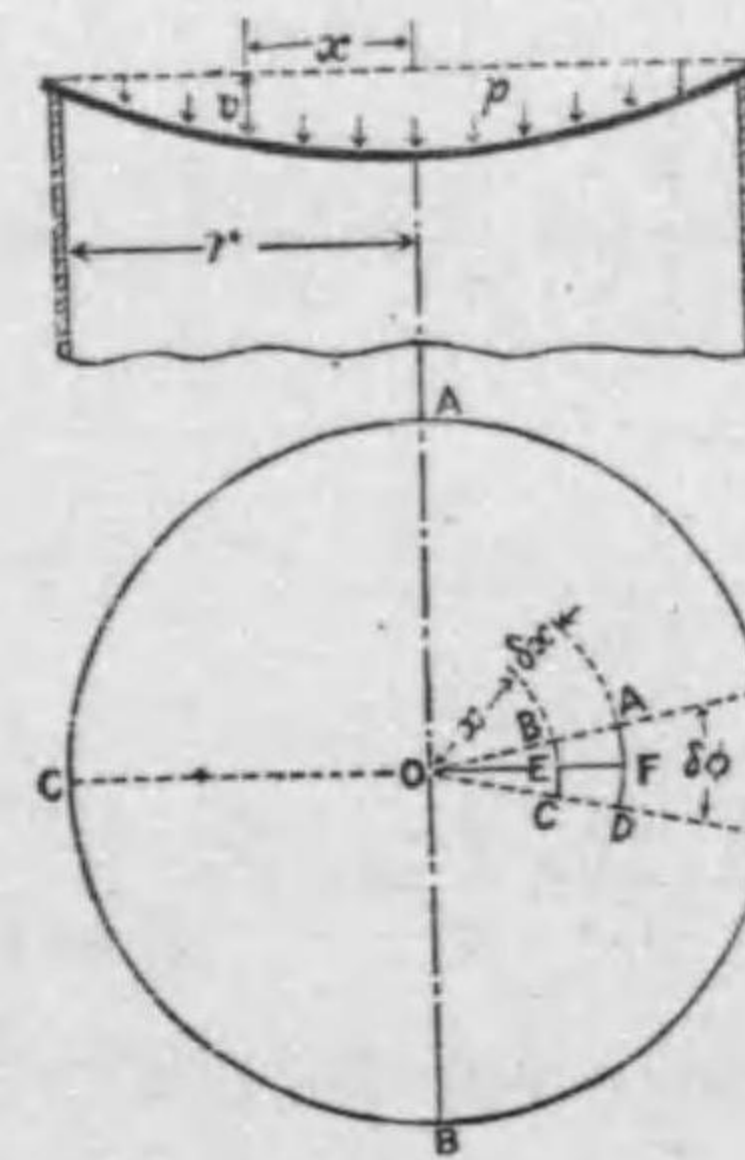
$$\therefore dM = \frac{1}{12} dx \cdot d\varphi \cdot t^3 \frac{Em}{m^2-1} \left(\frac{d\theta}{dx} + m \frac{d\theta}{dx} + m x \frac{d^2\theta}{dx^2} \right). \quad (9)$$

若シ θ ガ positive 即チ plateガ下方ニ凹ミ居ルトキハ, moment (7)ハ DC ノ方面ヨリ contra-clockwiseニ見ユベシ,

又 θ ト $\frac{d\theta}{dx}$ トガ positive ナレバ, (8)ハ (7)ノ如ク contra-clockwiseニシテ, (9)ハ之ニ反シテ clockwiseトナルベシ, 是レ, BC 面ト AD 面トニ於ケル coupleハ 反對ノ性質ヲ有スレバナリ.

(8)ト (9)ナル二ツノ couplesノ resultantハ plateニ加ハル loads及ビ reactionナル外力ト均リ合ヒヲ保ツベキモノニシテ, beam若シクハ shaftノ resisting momentニ相當スベキモノトス.

100. 周圍ニ於テ支ヘラレテ Uniform Loadヲ擔フ Circular Plate.



p ヲ plateノ單位面積ノ load, r ヲ半径トスレバ, 半径 x ノ circular portionニ於ケル external loadハ $p \cdot \pi x^2$ ナルヲ以テ, 之ヲ plateノ他ノ部分ト分ツベキ vertical cylindrical surfaceノ $d\varphi$ ナル部分 BC ニ働ク vertical shearing forceハ

$$F = \pi p x^2 \times \frac{d\varphi}{2\pi} = \frac{px^2}{2} d\varphi. \quad (1)$$