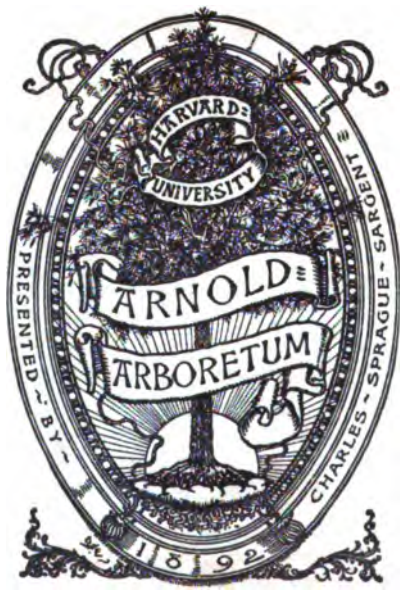


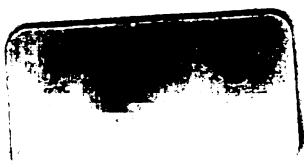
1913

with a Tafel.
coll. comp. Wm.
257

Tf
W65



DEPOSITED AT THE
HARVARD FOREST
1943



Christian Heinrich Wilke
aus Leipzig

23732

Abhandlung

über

die Fürstl. Zablonow'sche Preisaufgabe
aus der Erdmeßkunst

„einen unzugänglichen und undurchsichtigen Wald oder Morast
„auf die beste Weise auszumessen, u. s. w.“

welcher

Das Accessit

in der geometrischen Classe

von der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig den 19 März 1766
ertheilet worden.



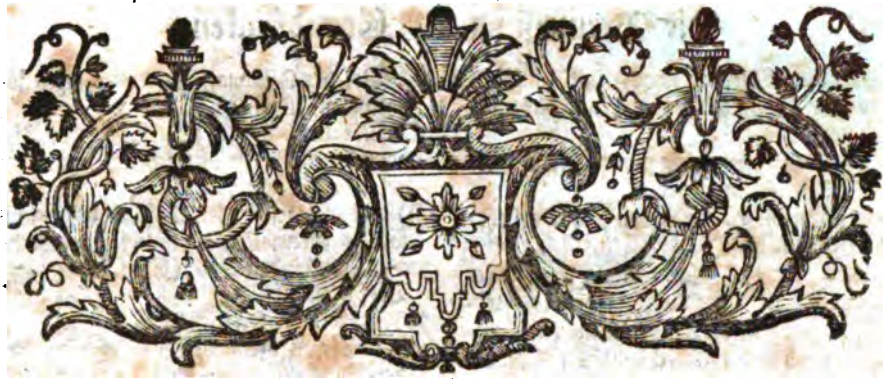
DANZIG,

bey Daniel Ludewig Webel, 1770.

770

Jan. 1914

29233



Die
Vermessung der Grundstücke
in der Ferne.

Inhalt.

- 1) Von den theoretischen Gründen, welche zu gegenwärtigem Zwecke nöthig sind.
- 2) Von den practischen Gründen, besonders dem practischen Punkte.
- 3) Von der verschiedenen Schärfe des Gesichts und
- 4) Welche Augen zu gegenwärtigem Geschäfte untauglich sind.
- 5) Was bey der Theilung einer Figur in Dreyecke zu beobachten, um nicht ohne Noth größere Fehler zu begehen, als unvermeidlich sind.
- 6) Wie es zu vermeiden, daß sich bis Fehler nicht häufen.
- 7) Fehler, welche aus den unebnen Feldern entstehen.
- 8) Anzeige des in gegenwärtiger Abhandlung beobachteten Vortrages.
- 9) Mancherley Arten, Winkel zu messen.
- 10) Winkel nach Graden, Minuten u. s. f. ohne Instrumente zu messen.
- 11) Wie genau in jedem Falle die Winkel zu messen seyn.
- 12) Unter welchen Umständen, man entfernte Größen messen könne.
- 13) Woher die verschiedenen Arten, entfernte Größen zu messen, entstehen.
- 14) Bestimmung aller Theile einer krummen Linie durch Rechnung.
- 15) Bestimmung des Quadratinhaltes krummlinichtiger Figuren.
- 16) Weitläufigkeit und Vorzüglichkeit des vorhergehenden Verfahrens (S. 14 u. 15.)
- 17) Wie

- 17) Wie die Winkel zu messen sind, im Fall man nur die ähnliche Figur auf das Papier verlangt.
- 18) Wie die zu messenden praktischen Punkte sichtbar zu machen sind.
- 19) Warum die zu messenden Punkte sichtbar seyn müssen.
- 20) Was zu der Ausmessung entfernter Grundstücken überhaupt erfordert wird.
- 21) Exempel von der Ausmessung eines unzugängigen und undurchsichtigen Waldes.
- 22) Wie die Messstände genommen werden müssen.
- 23) Wie sie zu verbinden und nachhero aufzutragen sind.
- 24) Von der Messung der Krümmen des Holzes aus den Ständen (S. 22. 23.) dessen Aufträge und Berechnung.
- 25) Wie ein solches Grundstück (S. 24.) durch den Auftrag ausgemessen wird.
- 26) Wie eine dergleichen Messung genauer zu verrichten sey.
- 27) Wie der Quadratinhalt des Holzes überhaupt zu finden ist.
- 28) Wie der Inhalt aller und jeder Theile oder Dreiecke eines solchen Grundstückes gefunden werden kann.
- 29) In welchen Fällen die Ausmessung eines solchen Grundstückes unmöglich wird.
- 30) Allgemeinheit des (S. 28.) angezeigten Verfahrens.
- 31) Dessen Vorzüglichkeit und
- 32) Wie aus demselben mancherley Arten der Vertheilung hergeleitet werden können.
- 33) Beantwortung eines Einwurfs wider diese (S. 21—31.) angegebene Vermessung.
- 34) Aller kürzeste und leichteste Art, wie dergleichen Grundstücken zu vermessen sind.
- 35) Wie man einen Bruch, Morast, und dergleichen Grundstücke ausmisst.
- 36) Was ein Ingenieur bey einer solchen Vermessung vornehmlich zu beobachten hat, als die (S. 21—31.) erwähnte ist.
- 37) Bestimmung der Fehler bey der vorhergehenden Vermessung.

Von den theoretischen Gründen, welche zu gegenwärtigem Zwecke nöthig sind.

Fig. 1.



Dasjenige, was wir gegenwärtig auszuführen gedenken, betrifft die Auflösung einer Aufgabe aus der praktischen Geometrie. Was nun die nähere Theorie anlanget, welche zu dieser Auflösung erfordert wird; so muß man überhaupt wissen, wie solche Entfernungen gemessen werden, zu welchen man auf keine Weise gelangen kann, indem man sie mißt: Oder theoretisch zu reden, wie die ähnliche Lage mehrerer Punkte, z. E. a, b, c, d, e u. s. f. zu deren keinem man kommen kann, zu bestimmen sey. Aus welcher Bestimmung denn alle mögliche Entfernungen zwischen jeglichen zweyen dieser Punkte, mithin der Umfang der ganzen Figur nebst denen Diagonalen und aus diesen endlich der Quadratinhalt der Fläche gefunden werden kann.

S. 1.

Von den praktischen Gründen, besonders dem praktischen Punkte.

S. 2. Ob man aber gleich diese theoretische Erkenntnis hat, und weiß, wie dergleichen (S. 1.) erwähnte Punkte in ihre ähnliche Lage gebracht werden müssen; so ist man deswegen noch lange nicht im Stande, dieses wirklich zu leisten. Und eben so wenig darf man sich die Rechnung machen, daß man die Auflösung der

der

der Aufgabe so genau und richtig vollenden werde, als in einem jedweden Fall erfordert wird, man möge die Sache auch anfangen, wie man wolle: Sondern es wird erfordert, daß man die Gründe der praktischen Geometrie inne habe oder wisse, daß, weil die Punkte in der Natur nicht von eben der Art sind, wie die theoretischen, sondern eine gewisse Größe haben, man daher jederzeit solchen Fehlern ausgesetzt sey, welche niemals, wenigstens erweislich, völlig vermieden werden können; indem man allemal um einen Punkt fehlen kann.

§. 3. Ist aber dieses und die Erfahrung lehret hiernächst, daß alle und jede Augen ohne Unterscheid nicht gleich scharf in die Ferne sehen, oder allerseits gleich kleine Punkte entdecken können; so müssen diese bald grösser bald kleiner werden, nachdem sie nemlich verschiedenen Augen in der Ferne sichtbar seyn sollen. Was nun von den Punkten in grossen Entfernungen oder auf dem Felde gesagt worden, gilt auch von denen in der Nähe, auf dem Papiere oder einem Instrumente, welches zum Messen gebraucht wird: nur mit dem Unterschiede, daß diejenigen, welche kurzsichtig sind, oder nicht gut in die Ferne sehen können, den Vortheil haben, desto besser in der Nähe zu sehen; indem sie den zu betrachtenden Gegenstand viel näher vor das Gesicht bringen, mithin kleinere Punkte ungleich deutlicher bemerken und unterscheiden können: dahingegen andere aus eben der Ursache, weil ihnen der Gegenstand zu nahe ist, gar nichts von demselben sehen würden.

Von der verschiedenen Scharfe des Gesichts und

§. 4. Darans folgt, daß diejenigen, welche kurzsichtig sind, zum Feldmessen nicht gebraucht werden können: weil die Punkte, welche sie in der Ferne sehen sollen, gar zu groß angenommen werden müssen: wenn man ihnen anders nicht durch Gläser oder andere Hülfsmittel dieselben deutlicher vorstellet. Da nun ohne dergleichen in sehr vielen Fällen hieraus grössere Fehler entstehen würden, als ohne merklichen Nachtheil zugelassen werden können; die praktische Geometrie aber erfordert, daß man die Größen so genau bestimme, damit in einem jedweden Falle die begangenen Fehler füglich aus der Acht gelassen werden können; so folgt, daß man zu dem Feldmessen lieber weit: als kurzsichtige Personen gebrauchen müsse.

Welche Augen zu gegenwärtigen Geschäften untauglich sind.

§. 5. Nächst diesem so kommt es auch bey der Ausmessung einer jeden Fläche überhaupt, wenn man anders mit gleicher Mühe eine ungleich grössere Genauigkeit zu erhalten gedenket, darauf an, auf was Art man dieselbe in Dreiecke zerfällt. Denn, sind diese ohne Noth gar zu sehr ungleichseitig; so werden auch die Fehler ungemein vermehret, und zwar, ohne daß man dazu gedrungen wird. Denn es ist leicht einzusehen, daß, wenn z. E. der Punkt der sehende Theil der

Was bey der Eintheilung einer Figur in Dreiecke, beobachtet werden muß,

um nicht ohne Noth zu grosse Fehler zu begehen.

Höhe eines sehr ungleichseitigen Dreieckes wäre, man auch den Inhalt desselben leicht um den zehenden Theil entweder zu groß oder zu klein angeben könnte: Aus der Ursache nämlich, weil man (§. 2.) allemal um einen solchen Punkt mehr oder weniger fehlen kann. So bald man aber, statt des vorigen, ein beynabe gleichseitiges Dreieck von eben dem Inhalte annimmt; so muß nothwendig, indem die vorige Grundlinie abnimmt, die Höhe zunehmen, der praktische Punkt gegen diese eine grössere Verhältnis bekommen, ein geringerer Theil von derselben und mithin der Fehler merklich verringert werden. Wäre die gar zu grosse Ungleichheit der Seiten an den Dreiecken nicht die vornehmste Ursache, welche die Genauigkeit der praktischen Geometrie hinderte; so könnten die Astronomen die Entfernungen aller Weltkörper von der Erde ohne Unterscheid gleich genau bestimmen. Welche Genauigkeit aber jederzeit um desto mehr abnimmt, je grösser die Entfernung der zu messenden Körper wird, dergestalt, daß jene bey den Fixsternen zuletzt gar wegfällt.

Wie es zu vermeiden das sich die Fehler nicht häufen.

§. 6. Weil man aber in allem praktischen Verfahren niemals für Fehlern sicher ist, welche in der würllichen Bestimmung der Grössen (§. 2.) begangen werden können; so hat man sich allerdings vorzusehen, daß sich die Fehler nicht häufen, welches geschieht, wenn man viele zu bestimmende Grössen nicht aus einem allgemeinem Grunde, sondern aus der ersten die zwote, aus der zwoten die dritte, aus dieser die vierte u. s. f. bestimmt. Denn, wenn in diesem Falle die erste irrig angegeben ist; so müssen die folgenden alle nothwendig falsch seyn, wenn man auch bey der Bestimmung aller einzelner derselben gar keinen Fehler begangen hätte. Kommt nun noch hinzu, daß man wenigstens bey mehreren, wo nicht bey allen fehlet, und diese Fehler sich einander nicht wieder ersetzen, welches man denn eben nicht schlechthin annehmen kann, so würden nach Verhältnis der Menge derer auf erwähnte Weise nach einander gefundenen Grössen, die Unrichtigkeiten am Ende dergestalt groß, daß sie einer völligen Verwirrung ähnlich scheinen. Weswegen man denn mit allem Fleisse dahin zu sehen hat, daß wenn man viele Grössen bestimmen muß, dieses so viel möglich aus einem gemeinschaftlichen Grunde geschehe, damit die Fehler auf alle Weise verringert werden.

Fehler, welche daraus entstehen, daß die Gegen den, wo

§. 7. Zu diesen Schwürigkeiten, welche von der endlichen Deutlichkeit unseres Gesichts und einem irrigen Verfahren in der praktischen Geometrie herrühren, kommt noch eine andere, welche darinnen besteht, daß alle Theile der Oberfläche der Erde mit dem scheinbaren Horizonte nicht übereinkommen, oder daß an vielen Orten die Erde gar uneben und voller Berge und Thäler ist. Weil wir nun die Oberfläche derselben gemeiniglich deswegen messen, um die Menge der

der auf denselben perpendicular gegen den Horizont wachsenden Früchte und G.
wächse zu bestimmen, weil hievon die Größe des erwähnten Werthes dependiret;
so ist nöthig, daß alle Berge und Thäler auf den Horizont reduciret werden:
Welches Unternehmen denn in vielen Fällen nicht geringe Weitläufigkeit
verursachet.

man muß
set, um eben
sind.

§. 8. Nachdem dieses erinnert worden, so wollen wir, ohne weitere Vor-
erinnerung, zu der Beantwortung der ausgegebenen Frage gehen: Vermöge
welcher gemessen werden soll, wie solche Grundstücke, zu welchen man nicht un-
mittelbar und nach Gefallen kommen kann, man mag sie übersehen können oder
nicht, ausgemessen werden müssen. Da es denn, was den Beweis für die
Richtigkeit unseres Verfahrens anlanget, uns eben nicht zugemuthet werden wird,
solche Wahrheiten der Geometrie von vorne zu beweisen, welche entweder aus
des Euclides Elem. oder einem jedweden Compendio der theoretischen Geo-
metrie bekannt genug sind; sondern gestatten, daß man sich blos darauf beruft.
Im Fall aber der Beweis nicht so leicht in die Augen fallen sollte; so wird es sich
auch freylich nicht anders geziemen, als daß wir denselben iederzeit beybringen,
oder wenigstens anzeigen, wo er zu finden ist. Damit aber die Auflösung dieser
Aufgabe nicht allzu verworren werden möge; so wollen wir selbige in zwey beson-
dere Aufgaben abtheilen, und 1) zeigen, wie krumme Linien z. E. a b c d e, zu
welchen man nicht kommen kann, auf mancherley Weise ausgemessen werden
können; 2) eben diese Aufgabe auf die Ausmessung eines undurchsichtigen Holzes,
zu welchem oder dessen Umfange man nicht nach Gefallen kommen kann, an-
wenden. Weil nun die Ausmessung der Krümmen in der Ferne, ohne das Win-
kelmessen nicht verrichtet werden kann; so wollen wir hievon zuerst das nöthige in
aller Kürze beybringen.

Ordnung
des Vor-
trages in
gegenwär-
tiger Ab-
handlung.

Fig. 1.

§. 9. Daß Winkel auf mancherley Weise gemessen werden können, ist
bekannt genug, und daß man bey denselben weniger oder mehr genau verfahren
müsse, nachdem nämlich mehrere Genauigkeit erfordert wird oder nicht, ist eine
Regel der praktischen Geometrie. So braucht man z. E. Azrolabien, Boussol-
en, entweder ganze Zirkel oder gewisse Theile derselben, wenn man Winkel nach
Graden, Minuten u. s. f. messen will. Verlangt man aber blos die ähnliche La-
ge der Linien, welche die Winkel einschließen; so nimmt man eine Messul mit
einem Visirliniale, und ziehet nach diesem, während dem Visiren, nach jegli-
cher Strecke die Linien auf dem Instrumente. Hat man eine Messul also ein-
richten lassen, wie die in Willkens neuen Grundsätzen der praktischen Geo-
metrie zc. angegeben worden; so ist diese unstreitig das allerzuverlässigste Instru-
ment,

Mancher-
ley Arten
Winkel zu
messen.

ment, Winkel zu messen: Weil man diese nach Graden, Minuten, Sekunden u. s. f. kurz, so genau als man will, messen kann: Weswegen denn ein dergleichen Instrument in allen Fällen gebraucht werden kann, es mag auch bey dem Feldmessen noch so viel Genauigkeit erfordert werden. Zollmann in seiner Gäddeste, gebraucht die Scheibe zum Winkelmasse. Weil aber dieses Verfahren gar zu praktisch ist, indem man das Papier, auf welches die Winkel gezeichnet wurden, als es trocken war, naß machen muß, wenn nachher dieselben wiederum abgenommen werden sollen; so werden sie eben dadurch dergestalt irrig, daß in den wenigsten Fällen, solche Fehler zugelassen werden können, als hieraus nothwendig entstehen.

Winkel
ohne In-
strumente
zu messen.

Fig. 2.

§. 10. Es können indessen Fälle vorkommen, da der Feldmesser mit keinem Winkelmesser überhaupt versehen ist, sondern weiter nichts hat als eine Kette nebst einigen Stäben, und es wird dennoch erfordert, daß er Winkel nach Graden und Minuten messen soll. In welchem Falle denn derselbe auf nachfolgende Weise verfahren kann. Es sollen z. E. bey dem Punkte a die Winkel nach Graden, Minuten u. s. f. gemessen werden, welche die von diesem nach l, m, p, q, r, s, t, u, u. s. f. gezogenen Linien mit einander machen. Weil die Messketten gemeinlich 5 Ruthen oder 50 Schuhe halten; so nimmt man diese Länge, welche a b, seyn mag, als die Seite eines zu konstruirenden Quadrats an, dessen Lage willkürlich ist. Darauf werden 12, 16 und 20 Schuhe von der Kette genommen, aus diesen dreym Längen macht man ein Dreieck; in welchem der, der längsten Seite gegen über sich befindliche Winkel, ein rechter seyn muß: Weil sich nämlich die Seiten, wie 3, 4 und 5 gegen einander verhalten. Daß man aber diese Seiten genau so groß annimmt, als man sie wegen der Länge der Kette haben kann, geschiehet deswegen, damit man den rechten Winkel vornämlich so genau, als möglich, bekommen möge. Nachdem man nun vermittelst dieses rechten Winkels zuerst das Quadrat a b c d konstruiret hat; so kann man die übrigen drey Quadrate a f e d, a f g h und a h k b leicht bestimmen. Darauf läßt man einen hängenden Stab hinhalten, visiret gegen alle Punkte l, m, p, q u. s. f. und daselbst Pföcke stecken, wo die punktirten Linien die Seiten der Quadrate schneiden. Nachher nimmt man die Länge der Kette von 50 Schuhen als tausendtheilig an; da denn ieglicher Schuh 20 solcher Theile bekommt, welche z. E. auf einem Maasstabe abgetheilt werden können. Soll nun zuerst der Winkel l a b gemessen werden; so risset man die Länge b x mit dem eingetheilten Stabe, oder der Kette und mit diesem zugleich, wann sie ziemlich lang ist, schlägt die Zahl in den Tabellen für die Tangenten auf, von welchen Zahlen

len der Tangenten denn nur die drey ersten Ziffern zur Linken genommen, die übrigen zur Rechten aber weggelassen werden. Weil man den Radius nur zu 1000 Theilen annimmt, und mithin eben so viele Ziffern von demselben zur Rechten weg läßt. Weil nun neben dieser gefundenen Zahl in den Tabellen die Anzahl der Grade und Minuten stehen; so darf man sie also nur in den Tabellen aufschlagen, wenn man das Maas des Winkels $l a b$ haben will. Wegen der weggelassenen Ziffern aber werden die Winkel überhaupt nicht genauer als von 4 zu 4 Minuten. Weil man nun durch kein Astrolabium, so wie diese Art der Winkelmesser bisher gemacht worden ist; viel weniger mit einer Scheibe oder Boussole die Winkel so genau haben kann; so ist diese kurze Art des Winkelmessens allerdings vorzüglich. Will man den Winkel $m a b$ bestimmen; so darf nur der Winkel $m a d$ auf eben die vorerwehnte Weise gemessen, und seine Größe von 90° abgezogen werden. Verlangt man aber $p a b$; so wird $p a d$ gemessen und dieser, wie die Ursache aus der Figur leicht erhellet, zu 90° addiret. Will man $q a b$ haben; so darf nur der eben gezeigtermaassen gemessene Winkel $q a f$ von 180° abgezogen werden. Wie man weiter zu verfahren habe, wird aus der Figur klar genug erhellen. Beswegen aber iederzeit von dem Ende des Radii b, d, f und h an, die Entfernungen gemessen werden müssen, ist leicht zu erachten: Weil nämlich die Tangenten der Winkel auf den Enden des Radii eines Zirkels, welcher aus dem Mittelpunkte a durch die Punkte b, d, f und h beschrieben zu seyn, gedacht werden kann, perpendicular stehen. Uebrigens kann man auch die Seite des Quadrats leicht in einer der punktirten Linien annehmen, wenn man den Anfang zu zählen von einer derselben machen will. Wolte oder müste man aber die Winkel genauer messen, als von 4 zu 4 Minuten; so könnte entweder die Seite des Quadrats grösser angenommen, oder der Schuh noch etwas genauer als in 20 Theile getheilet werden.

§. II. Wie genau aber in einem iederdem Falle der Winkel gemessen werden muß, solches ist 1) aus der Größe des praktischen Punktes, 2) aus der Länge der Schenkel zu entscheiden, welche den Winkel einschließen; die Größe des ersteren aber wiederum aus dem Zweck der Messung. Ist der praktische Punkt z. E. auf dem Felde ein Quadratschuh und auf dem Papiere oder Instrumente, der 4000ste Theil des Rettenschuhes; so müssen sich, wenn man die Winkel mit einem Instrument misset, die Radii des Winkelmesser überhaupt zu den Seiten derer zu messenden Winkel verhalten, wie 1 zu 4000. Wird der Punkt als der 2000ste Theil des Rettenschuhes angenommen, wie 1 zu 2000 u. s. f. im Fall sich nämlich der Fehler bey der dem gemessenen Winkel gegen über-

Wie genau in dem Falle die Winkel zu messen seyn.

stehenden Seite nicht höher erstrecken soll, als um einen solchen Punkt. Wird die Länge der Kette zum Radius angenommen; so muß dieser Radius so viele Ketten enthalten, als die Schenkel des Winkels 100 Ruthen: weil jegliche 100 Ruthen sowohl 1000 der kleinsten Theile enthalten, als die Kette: (S. 10.) Ist daher die Größe des praktischen Punktes auf dem Felde und Papiere, nebst den Schenkeln des Winkels auf dem Felde gegeben; so kann man leicht finden, wie groß der Radius des Instruments seyn müsse, mit welchem der Winkel gemessen werden muß, wenn man bey der gegenüber stehenden Seite nicht mehr, als um einen Punkt fehlen will: Wenn man nur die erwähnte ohngefähre Länge der Schenkel durch die Zahl der Punkte dividiret, deren Breite den Kettenschuh ausmachen. Sind z. E. die Schenkel 300° lang, und der Punkt in der Nähe ist der 4000ste Theil des Schubes; so ist der Radius des Instruments:

$\frac{300^\circ}{4000} = \frac{3000'}{4000} = 3\frac{1}{4}$: das ist $\frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$ Schuhe im Durchmesser. Mißet nun ein alter Mann, dessen kleinsten Theile in der Nähe 2000 den Schuh ausmachen, einen solchen Winkel mit der Boussole, da er doch statt deren einen Winkelmesser von 3 Schuben im Durchmesser gebrauchen müßte; so verhält sich der Fehler bey der gegen überstehenden Seite, wie 20° oder der Radius des Instruments (weil derselbe nicht leicht mehr als den 10ten Theil eines Kettenschuhes, oder 200 der kleinsten Theile beträgt) zu 300° ; mithin ist der Fehler $\frac{300^\circ}{200} = \frac{3}{2} = 1^\circ 5'$, welcher nicht leicht übersehen werden kann.

Unter welchen Umständen man die Gröößen messen könne.

§. 12. Wenn nun die ähnliche Lage mehrerer Punkte, zu welchen man entweder nicht kommen kann, oder will, es mag auch eine krumme Linie seyn, (weil man sich diese durch die erwähnten Punkte gezogen jederzeit wenigstens vorstellen kann) bestimmt werden soll; so wird hiezu erfordert: 1) daß jedweder Punkt aus zweyen andern Punkten oder Ständen, deren Entfernung, welche die Standlinie genennet wird, gemessen werden kann, sichtbar sey. 2) Daß diese Stände oder die Standlinie also angenommen werde, damit wenn von einem jedweden Ende derselben bis zu jeglichem Punkte gerade Linien gezogen werden, die dadurch erhaltenen Dreyecke allerseits so wenig ungleichseitig sind, als möglich ist: Weil sonst die praktischen Fehler (S. 5.) ohne Noth vergrößert werden. Wenn z. E. die verschiedenen Punkte a, b, c, d, e u. s. f. an dem Ufer eines Flusses, oder dessen krummer Zug bestimmt werden soll; so wird A B als die Standlinie dergestalt angenommen, daß wenn die Linien A a, A b, A c, A d, A e aus A, und B a, B b,

Fig. 1.

Bb, Bc, Bd und Be aus B gezogen werden, die Dreyecke AaB, AbB, AcB, AdB u. s. f. so wenig ungleichseitig werden, als möglich ist. Wenn nun aus dem Stande A die Winkel aAB, bAB, cAB u. s. f. und aus B die Winkel aBA, bBA, cBA u. s. f. gemessen worden; so hat man von allen den Dreyecken aAB, bAB, cAB u. s. f. iederzeit eine, nemlich die ihnen gemeine und bekannte Seite AB, nebst zweyen an derselben liegenden Winkeln, aus welchen dreyen bekannten Stücken denn iederzeit die übrigen in eben dem Dreyecke gefunden, folglich die verlangte Lage der Punkte a, b, c, u. s. f. oder die Krümme der Linie bestimmt werden kann: Wie solches aus den Anfangsgründen der Geometrie zur Genüge klar ist.

§. 13. Nachdem nun die Arten, aus den Ständen A und B, die Winkel (S. 9—11.) zu messen, verschieden sind, nachdem erhält man auch andere Auf- Gründe der ver-
schie denen
Arten der
Ausmes-
sung ent-
fernter
Ortshen! lösungen dieser Aufgabe, die entfernten Krümmen zu messen. Hat man z. E. aus den Ständen A und B die Winkel in Graden und Minuten gemessen, so kann man die übrigen Seiten aA, bA, cA u. s. f. aB, bB, cB u. s. f. w. durch Rechnung finden. Man darf nur in dem Dreyecke aAB z. E. die an AB liegenden beyden Winkel, als aAB und aBA addiren, ihre Summe von zweyen rechten oder 180° abziehen; so hat man den Winkel AaB. Darauf wird geschlossen: Wie sich der Sinus dieses Winkels zu der gegen über stehenden Seite AB verhält; also verhält sich auch der Sinus von aAB zu aB, oder aBA zu aA. Wenn man auf eben die Weise mit denen übrigen Dreyecken bAB, cAB u. s. f. w. verfähret; so findet man alle übrigen Linien aA, bA, cA, dA und eA, wie auch aB, bB, cB, dB und eB: Wie solches aus der Trigonometrie klar ist.

§. 14. Auf gleiche Weise lassen sich auch die Linien ab, bc, cd, und de, Bestim-
mung der
Theile ei-
ner krum-
men Linie
durch
Rechnung als Theile der Krümmen durch Rechnung finden: Wenn nämlich (S. 10.) alle Winkel bey A und B gemessen worden sind. Denn man darf nur von dem Winkel aAB, den nächst folgenden bAB abziehen; so giebt der Unterschied den Winkel aAb. Auf eben die Weise von dem Winkel bAB den nächst kleineren cAB abgezogen, bleibt bAc übrig. Wenn man auf eben die Weise fortfähret; so bekommt man alle Winkel aAb, bAc, cAd und dAe. Weil nun, vermöge (S. 13.) die diese Winkel einschließende Seiten bekannt sind, oder wenigstens gefunden werden können; indem man aus zweyen Seiten und dem von diesen eingeschlossenen Winkel, die dritte Seite (wie solches aus der Trigonometrie klar ist) findet; so kann man auch alle Theile der krummen Linie ab, bc, cd u. s. f. bestimmen. Auf eben diese Weise nun, wie man bey A die Winkel aAb, bAc, u. s. f. ange-

angezeigtster maßen gefunden hat, eben so können auch bey B die Winkel $e B d$, $d B c$, u. s. w. bestimmt und aus diesen eben so die Theile der krummen Linie $e d$, $d c$, $c b$ u. s. w. berechnet werden.

Bestimmung des Quadrat-inhaltes krumlinichtcr Figuren.

§. 15. Nachdem man (§. 10 und 11.) in der Figur $a e B A$ alle Linien bestimmt hat, so kann auch ihr Quadratinhalt berechnet werden. Denn weil eine dergleichen Figur angesehen werden kann als die Summe der Dreyecke $a A b$, $b A c$, $c A d$, $d A e$ und $e A B$, oder $e B d$, $d B c$, $c B b$, $b B A$ und $a B A$; an diesen Dreyecken aber alle Seiten überhaupt bekannt sind: So darf man nur aus jeglichen dreyen Seiten den Inhalt des Dreyeckes, zu welchen sie gehören, berechnen und alle diese Inhalte addiren; so hat man den Quadratinhalt der Figur $a e B A$. Wenn man bey der Berechnung der Dreyecke, aus den dreyen Seiten derselben nämlich, solche bequeme Formeln gebraucht, wie man sie z. E. in Wilkens Verbesserung des Staats 2c. oder andern dergleichen praktischen Schriften findet; so wird die Rechnung eben so gar mühsam nicht seyn. Eben der Verfasser giebt auch Formeln für die beyden vorerwehnten Fälle, da nemlich aus einer Seite und zweyen anliegenden Winkeln, oder aus zweyen Seiten und dem von diesen eingeschlossenen Winkel, so wohl die übrigen Theile des Dreyeckes, als dessen Inhalt gefunden werden können.

Weitläufigkeit und Vorzüglichkeit des vorbergehenden Verfahrens. §. 14 und 15.

§. 16. So vorzüglich diese Art, krumme Linien, oder den Inhalt krumlinichtcr Flächen (§. 14. 15.) zu messen ist, weil aus denen vorigen Datis, der Winkeln nämlich nebst einer einzigen Linie, beydes erwehntermassen gefunden werden kann; so ist doch diese Methode, ob sie gleich am wenigsten praktisch, und mithin die allergeauueste ist, wegen der häufigen Rechnungen sehr weitläufig: Weswegen sich denn die allertwenigsten Praktiker so weit versteigen, daß sie eine dergleichen mühsame Messart üben sollten; sondern daher ungleich lieber ihre Zuflucht zu dem Auftrage nehmen. Weil aber dieselbe 1) vorzüglich genau und ungleich zuverlässiger ist, als alle übrigen; 2) auch einen Feldmesser in den Stand setzt, daß er so gar in dem Falle, da er entweder den nöthigen Vorrath oder die Gelegenheit nicht hat, welche zum Auftragen erfordert wird, dennoch auf das möglichst genaueste zu recht kommen kann; so ist dieses Verfahren allerdings sehr hoch zu schätzen.

Wie die Winkel zu messen sind, im Falle nur die ähnliche Figur

§. 17. Im Falle entweder eine krumme Linie $a e$, oder krumlinichte Fläche $a A B e$ nicht durch Rechnung bestimmt werden soll; sondern bloß beyder Ähnlichkeit auf dem Papier verlangt wird, damit man nachher den Inhalt der letztern aus der aufgetragenen Figur, nach der gewöhnlichen Art berechnen könne; so ist auch nicht nöthig, daß die Winkel nach Graden, Minuten u. s. f. gemessen wer-

werden, sondern zu diesem Zweck ihre Gleichheit hinreichend. Wie nun dieses mittelst einer Messul-, Scheibe oder eines andern dergleichen Instruments erlangt wird, ist bekannt genug: denn durch Astrolabien, Boussolen, Quadranten u. d. gl. können sie nicht anders, als nach Graden u. s. f. gemessen werden. Hat man aber weiter nichts als die Kette und einige Stäbe bey der Hand; so kann man auf folgende Weise verfahren. Man darf nur statt der Quadrate, Dreyecke abstecken, welche entweder einander gleich oder ungleich sind, und zwar deren so viel als man wegen der aufzutragenden Winkel gebraucht. Auf denen dem Winkel gegenüber stehenden Seiten der Dreyecke misst man die Durchschnitte, wo nämlich diese Linien von denen punktirten durchschnitten werden: Wie z. E. wenn man statt des Quadrats $a b c d$ nur ein Dreyeck $d b a$ angenommen hätte; so würden die beyden Linien $a m$ und $a l$ die dem Winkel bey a gegen über stehende Seite $b d$ in zweyen Punkten schneiden. Wenn nun diese Durchschnitte entweder von b gegen d , oder von diesem gegen einem Punkt auf der erwähnten Linie gemessen, und nebst der gemessenen Länge der dreyen Seiten des Dreyeckes in das Manual getragen worden; so kann so wohl das Dreyeck als die Durchschnittpunkte auf der Seite $b d$ gewöhnlichermassen auf das Papier, mithin die gleichen Winkel, aufgetragen werden. Man wird leicht sehen, wie man ferner zu verfahren habe, wenn aus dem Punkte a mehrere Punkte als l und m , nämlich p, q, r, s u. s. f. visiret werden. Was übrigens (§. 11.) erinnert worden ist, gilt auch hier, nämlich, daß die Winkel iederzeit desto genauer bestimmt werden; je grösser das Dreyeck angenommen wird.

§. 18. Weil auf dem Erdboden nicht iederzeit dieienigen Punkte von der Natur bemerkt sind, welche man zu messen hat; so muß man sie selbst kennbar machen: Welches, wie folget, am bequemsten geschehen kann; wenn man z. E. die Krümme eines Flusses $a c e$ aus A und B zu messen und aufzutragen hat; so kann man nur jemand zu dem Ufer desselben hinschicken, welcher mit einer hinreichenden Anzahl von Pföcken versehen ist, die nicht grösser seyn dürfen, als daß man sie da bequem wieder finden kann, wo sie in den Punkten a, b, c, d, e u. s. f. hingesteckt sind. Weil man aber die Pföcke in der Ferne nicht sehen kann; so muß über jedwedem derselben, indem man nach ihm visiret, ein Stab hängend gehalten werden: Welcher noch über dieses mit einer Fahne oder einem andern Zeichen versehen seyn muß, wenn die Entfernung groß ist. Diese Pföcke aber müssen deswegen eingesteckt werden, damit man eben den Punkt wieder finden könne, wenn er zum zweyten male aus dem andern Stande visiret werden soll. Eine zweyte Person muß während dem Visiren ohnweit dem Stande z. E. A oder B gleich

auf das Papier verlangt wird.

Fig. 1.

Fig. 2.

Wie die zu messenden praktischen Punkte auf dem Felde sichtbar zu machen sind.

Fig. 1.

Exempel
von der
Vermes-
sung eines
unzugän-
gigen und
undurch-
sichtigen
Holzes.

Fig. 3.

§. 21. Nämlich wollen wir die Auflösung der vorgegebenen Aufgabe so-
gleich in einem Exempel zeigen, wie selbiges aus der beigefügten Figur erhellet,
und annehmen: der Wald aK solle an der Seite wK neben einem Flusse liegen,
übrigens aber rund umher mit einem Moraste umgeben seyn, dergestalt daß man
von keiner Seite zu demselben füglich kommen kann, um seinen Umfang zu messen:
Uebrigens soll derselbe mit Holze und Dickungen dermassen stark bewachsen seyn, daß
man in keiner Strecke durchzusehen vermögend ist. Dennoch aber nehmen wir
einen oder den andern Weg oder Zugang zu demselben an: Weil, wenn auch
dieses nicht wäre, man eben nicht siehet, wie man denselben nutzen, und mit-
hin, warum er gemessen werden sollte.

Wie die
Messstän-
de genom-
men wer-
den müßf.

§. 22. Unter diesen Umständen sind wir zu allererst darauf bedacht, wo die
Stände oder Standlinien angenommen werden müssen. Weil nun ienseit des
Morastes in den Gegenden, wo die Standlinien AB , CD , und GH gezeichnet
sind, trockener und fester Boden supponiret wird, wo man die Länge dieser Li-
nien füglich messen kann; so nimmt man sie daselbst in einer solchen Entfernung
an, daß die einer jedweden derselben gegen über liegende Krümme oder der Theil
von dem Umfange des Holzes aus den beyden Enden dieser Linie oder andern
Punkten derselben bequem übersehen und mithin dergestalt gemessen werden könne,
ohne daß man gar zu ungleichseitige Dreyecke, welche die Genauigkeit der Ver-
messung hindern, (§. 5, 9.) erhalten sollte. Weil nun an der Seite, wo der
Fluß ist, die Strecke FE zu einer Standlinie bequem, weiter herunter aber in
der Gegend FO , es wiederum sumpfsicht ist, so nimmt man die vierte Standlinie
ebenfalls da an, wo man sie gezeichnet hat. Gesezt aber, es wäre auch der
Sumpf die Ursache nicht; so ist doch aus den Gründen der praktischen Geometrie
klar, daß man denen zu messenden Größen so nahe kommen müsse, als möglich
ist, weil hiedurch mehrere Genauigkeit, wie leicht zu erachten ist, erhalten wird.
Daher ist die Standlinie für die zu messende Krümme des Holzes vK ungleich
lieber in EF als NO , oder wohl gar noch weiter herunter anzunehmen: Weil
man aus iener Linie alle und jede Punkte des Umfanges ungleich schärfer und
besser biffen kann, als in einer weit größeren Entfernung.

Wie sie zu
verbinden
und nach-
her aufzu-
tragen
sind.

§. 23. Nachdem man wegen der Wahl der Standlinien einig ist, so muß
man auf ihre Verbindung denken; oder wie man ihre Lage dergestalt bestimmen
möge, daß, nachdem sie aufgetragen worden, sie der Lage auf dem Felde ähnl-
ich bleibt. Ist es möglich, daß man diese Linien auf dem Felde unmittelbar mit
einander verbinden kann; so ist dieses am allerbequemsten, und man erhält auch
dadurch die größte Genauigkeit. Denn, wenn $i. E. FE$ und CD so weit ver-
län-

längert werden, daß sie einander schneiden; so kann man den Winkel, welchen sie machen, auf dem Felde (§. 9 — 11) so genau messen, als man will. Stossen nun AB und CD , AB und GH , und diese mit EF gleichfalls zusammen; so hat man die Seiten eines Viereckes. Wenn diese nebst einem Winkel gemessen sind; so kann man die Figur, welche auf diese Weise das Holz einschliesset, wie aus der Theorie klar ist, auftragen. Da aber GH und CD durch den Fluß von EF abgesondert sind; so läßt sich die wirkliche Verbindung auf dem Felde nicht bewerkstelligen. Wenn man daher in einer bequemen Entfernung ferner eine Standlinie annimmt und misset, so kann man aus dieser die ähnliche Lage der drey Linien CD , EF und GH (§. 12.) erhalten. Denn, wenn man NO z. E. in P theilet, und aus den beyden Ständen N und P die drey Punkte F , G und H , aus P und O , aber C , D und E (§. cit.) misset; so ist die Lage derselben bekannt. NO muß aber in P deswegen getheilet, und die Stände für F , G , und H in N und P genommen werden: Weil, wenn man sie in N und O annehmen wollte, man aus O entweder gar nicht nach H , oder wenigstens nach diesem Punkte nur unter einem gar zu spitzigem Winkel sehen kann; nach F und G aus eben demselben aber würde der Winkel noch spitziger. Eben die Bewandniß hat es auch, wenn man aus N nach C , D und E visiren sollte. Bey diesem Verfahren ist der Vortheil, daß man die Lage dieser dreyen Linien aus einem gemeinschaftlichen Grunde, nemlich der Linie NO , bestimmet, und daher sicher ist, daß sich die Fehler nicht häufen können: Welches nothwendig geschehen müste, wenn man z. E. EF aus GH , CD wiederum aus EF , oder so umgekehrt messen wolte. Wofern zwischen EF und NO es der Sumpf nicht verhinderte; so könnte man auf FI ein Dreyeck setzen, dessen Spitze gegen NO fielen, und aus einer dieser Seiten, welche gegen NP zusammen stießen, die Linie GH messen. Unter eben der Richtung könnte man bey ME gleichfalls ein solches Dreyeck construiren und aus demselben CD finden. Wodurch man denn den Vortheil erhielte, die zu messenden Punkte merklich besser zu visiren. Weil nun vermöge der Gegend die vierte Standlinie AB so wenig mit CD als GH wirklich verbunden werden kann; so müssen deren Endpunkte entweder aus C und D oder G und H (§. 12.) gemessen werden. Allein, man wird so wohl aus diesen als ienen beyden Punkten nur einen gar kleinen Theil von AB sehen können: Weil das Holz in beyden Fällen im Wege ist. Folglich muß man auf eine andere Art der Verbindung denken. Weil nun aus der praktischen Geometrie klar ist, daß zwey Figuren mit einander verbunden werden können, wenn sie eine Linie mit einander gemein haben, wenn nur ihre gleichnamigen Punkte einander decken: Diese gemeinschaftliche

liche Linie oder Seite der Figur aber erhalten wird, wenn man aus mehr als zweyen Punkten oder Ständen die Endpunkte einer Linie visiret: so darf man hier nur auf eben die Art zu Werke gehen, und indem man aus C und D die Krümme $f i$ misset, nur nach dem Punkte B visiren, wie die punktirten Linien DB und CB anzeigen; so kann man, wenn CD aufgetragen wird, zugleich der Linie Bf die gehörige Lage geben. Nachdem aber aus A und B die gegen über stehende Krümme des Holzes gemessen worden, mithin aus diesen beyden Ständen eben die Linie Bf, wie auch das ganze Dreieck ABf, von welchem sie eine Seite ist, bekannt geworden; so darf man nur, indem man CD aufgetragen hat, und aus dieser die Krümme $f i$, zugleich die Linie Bf, welche vermöge der vorerwähnten Messung zu eben dieser Figur BCD $i f$ gehört, auftragen, über derselben das Dreieck ABf construiren (weil die beyden Seiten desselben Bf und Af durch die Messung aus A und B bekannt geworden) so hat man zugleich die Lage der vierten Standlinie AB, aus welcher, wie die Figur zeigt, die gegen über liegende Krümme des Holzes von a bis f bestimmt oder aufgetragen werden kann. Die Lage eben dieser Standlinie AB aber würde auch auf die Weise gefunden werden können, wenn man nur noch aus zweyen Punkten der Linie GH, den Punkt A visirte. Denn, weil B aus CD, A aber aus GH auf eben die Weise gemessen werden; so sind eben dadurch die beyden erwähnten Punkte oder Enden dieser Linie, mithin dieselbe an sich bestimmt. Weil es einem geübten Praktiker in ieglichen Fällen leicht seyn wird, die Lage der Standlinien oder deren Verbindung, so wie es die Beschaffenheit der Gegend und Umstände erfordern, in welchen er sich befindet, ausfindig zu machen, sich von Dingen aber, deren Umstände unendlich verändert werden können, nicht wohl allgemeine Regeln geben lassen; so mag dieses genug seyn, was wir als ein Beyspiel zur Erläuterung beygebracht haben.

Von der
Messung
der Krüm-
men des
Holzes
aus den
Ständen
(S. 22, 23)
dessen Auf-
trage und
Berechnung.

§ 24. Nachdem man nun auf diese Weise entweder die Lage der Standlinien auf dem Felde wirklich bestimmt hat, oder wenigstens gewiß ist, daß dieses allemal, wenn es nöthig ist, geschehen könne; so verfähret man nunmehr mit der Messung derer einzelnen Theile der Krümmen, welche das Holz einschließen, also. Man schicket jemanden in dasselbe hinein, welcher zuvor (§ 12.) erwehntermassen mit Pflocken alle Beugungen des Umfanges in den Punkten a, b, c, d, e und f, welche z. E. aus AB zuerst gemessen werden sollen, bemerkt, und sie nach einander etwan durch einen Stab, welcher, wenn es nöthig ist, mit einer Fahne versehen worden, damit man diese in der Ferne desto besser sehen möge, sichtbar macht. Hat man aus den beyden Ständen A und B, die Krümme a f gemef-

gemessen; so begiebt man sich nach C D oder G H, bey welchen beyden Standlinien denn das Verfahren eben so beschaffen ist, wie bey A B. Auf der vierten Standlinie E F ist die Operation ebenfalls nicht anders, nur mit dem Unterscheide, daß so wohl wegen der vielfältigen Krümmen, als der Nähe derselben bey der Standlinie, auf dieser mehrere Stände, wie J, E, I, K, L, und M angenommen werden müssen: damit (§. 5.) man die zu messenden Punkte desto deutlicher sehen könne, und nächst diesem die gar zu ungleichseitigen Dreyecke vermieden werden. Macht man nun den Anfang zu visiren aus F nach v, u und t; so werden diese Punkte, wiederum aus I visiret, und nächst diesem die beyden Punkte s und r, welche man gleichfalls aus I sehen kann. Aus K werden wieder die beyden s und r visiret, und über dieses noch der Punkt q. In L hat man an dieser linken Seite weiter keinen als eben den q zum zweytenmale zu visiren. Nächst diesem aber aus eben dem Stande, weiter gegen die Rechte die folgenden p, o und n, welche als die Punkte des Umfanges angenommen werden: Denn der Punkt Z ist so gelegen, daß man ihn entweder aus gar keinem, oder wenigstens nicht, wie es nöthig ist, aus zweyen Ständen und ausserhalb dem Holze (§. 12.) sehen kann. Weil dieser also, müßlin auch sein Winkel, nicht gemessen werden kann; so gehet man zu dem Stande M, und visiret aus demselben wiederum die drey vorigen Punkte p, o und n; endlich auch die drey letzten m, l und k, welche nachher aus E zum zweytenmale beobachtet oder gemessen werden. Weil n und m, aus dem Stande M visiret, in einer Linie fallen; so müssen bey dieselbe in dem Manuale beyde Buchstaben geschrieben werden: da denn n durch L n, und m durch E m bestimmt wird, wie solches bereits (§. 18.) ist erinnert worden.

§. 25. Nachdem man den ganzen Umfang des Holzes auf die vorerwehnte Weise visiret hat; so ist man darauf bedacht, wie man aus dieser Messung, den Quadratinhalt desselben finden möge. Wenn man hierum eben nicht nach der größesten Strenge, von welcher wir in dem folgenden reden werden, verfahren will; so gehet man also zu Werke, wie die mehresten Feldmesser zu thun pflegen. Nämlich, man trägt zuerst die Linie N o, aus welcher die drey Standlinien C D, E F und G H gemessen worden sind, auf das Papier, und diese drey Linien gleichfalls, so, wie es die Aehnlichkeit der Figur überhaupt erfordert. Nachdem aus einer jeglichen derselben die ihr gegen über liegende Krümme, und über dieses B f (§. 22.) erwehntermassen ist aufgetragen worden; so construiret man an dieser das Dreyeck A B f, damit die Lage der Standlinie A B erhalten werde: Aus welcher denn endlich der Rest des Umfanges a f ferner aufgetragen wird. Hat man diesen auf dem Papiere; so rechnet man ihn gewöhnlichermassen aus, nachdem

Wie ein solches Grundstück durch den Auftrag ausgemessen wird.

man vorher bey der Theilung der ganzen Figur, die gar zu ungleichseitigen Dreyecke bestmöglichst vermieden hat (§. 5.). Da denn durch diese Methode schon in den meisten Fällen so viel Genauigkeit erhalten wird, als nöthig ist: Vornehmlich wenn der Auftrag nach einem ziemlich großem Maasstabe, daß am kleinsten Theile nicht mehr als iegliche 1000 derselben einen halben Ketenschuh ausmachen, geschieht, und nächst diesem das Papier gut aufgespannet wird.

Wie eine dergleichen Vermessung genauer zu verrichten ist.

§. 26. Will man aber genauer verfahren und keine mühsame Arbeit der Rechnung scheuen; so kann man den verlangten Inhalt auf folgende Weise berechnen, ohne daß man etwas vorher auf das Papier trägt: Weil zu dieser Berechnung das bloße Manual hinreichend ist. Hiezu aber wird erfordert, daß alle Winkel nach Graden, Minuten u. s. f. gemessen seyn: Sientmal es ohne Noth noch mehrere Weitläufigkeiten machen würde, die Größe aller Winkel auszurechnen. Hat man sie aber auf die erwähnte Art gemessen, so kann man zuerst alle Seiten der Hauptfigur $ABCDEFGHI A$, welche in unserm Falle ein Achteck ist, nebst allen ihren Winkeln bestimmen: Wie solches bereits (§. 12.) erwehntermassen aus den Gründen der Geometrie klar ist. Weil nun viere derselben, als AB, CD, EF u. GH wirklich und unmittelbar gemessen worden; so brauchen nur noch die übrigen viere, als BC, DE, FG und HA , wie es die Trigonometrie erfordert, berechnet zu werden: Wie auch wenn es λ . E. bey der Berechnung des Inhaltes des Achteckes nöthig ist, alle Diagonalen desselben. Weil aber hier aus der Linie NO eigentlich nur ein Sechseck $CDEFGH$ gemessen wird, dessen Seiten, Winkel und Diagonalen man daher als bekannt annehmen zu dürfen, es das Ansehen haben möchte; so kann man sich, wegen des auf eine andere Weise hinzugesetzten Dreyeckes ABf also überzeugen. Weil das Sechseck $CDEFGH$ aus NO visirt worden; so sind an demselben alle Seiten, Diagonalen und Winkel bekannt: Mithin auch die Linie HC (welche man sich wenigstens vorstellen kann, und in Betracht des Sechseckes eine Seite, in Ansehung des Achteckes aber eine Diagonale ist,) gleichfalls. Weil nun aus den Ständen C und D der Winkel fBC , aus A und B aber der Winkel ABf , und dadurch beyder Summe ABC bekannt geworden; so ist auch die Diagonale AC des Achteckes bestimmt, und wegen der aus AB und CD visirten Bf , hat nicht nur das Viereck $ABCF$, sondern auch dessen Diagonale AC die gehörige Lage oder den Winkel, welchen sie mit der andern Diagonale des Achteckes HC macht. Welches daraus erhellet; weil die Winkel HCD, BCD gegeben und mithin BCA bekannt ist, welcher zu HCD addirt und die Summe von BCD abgezogen werden muß, damit ACH übrig bleibt. Bestwegen denn aus diesem Winkel und den beyden bestimmten Sei-

Seiten, welche ihr einschließen, die dritte Seite AH zugleich gefunden werden kann. Weil nun AH , Aa und Hy bekannt sind, nächst diesem auch die Polsgonwinkel HAB , AHG , wie auch die beyden Winkel aAB und yHG , wegen der Messung; so hat man auch die Nebwinkel HAa und AHy ; folglich die ihnen beyden gegen über stehenden Seiten aH und yA . Da nun in den beyden Dreyecken AaH und AyH alle Seiten bekannt, folglich auch alle Winkel zu haben sind, so darf man nur noch HAy und AHa bestimmen, tennen von HAa und diesen von AHy abziehen; so hat man in dem ersten Falle entweder yAa , oder in dem andern yHa : Aus deren einem und denen anliegenden man die verlangte Seite ay finden kann. Will man den Quadratinhalt dieses Viereckes $Aa y H$ berechnen; so wird das Verfahren leicht einzusehen seyn: Denn man darf nur den Inhalt zweyer Dreyecke, entweder yAa und HAy oder aHy und aAH , aus welchen es bestehet und deren iegliche Seiten bekannt sind, ausrechnen und ihn addiren. Mit den beyden Vierecken $GFvw$ und $DEki$ hat es eben die Verwandschaft: nur mit dem Unterscheide, daß die beyden Seiten des Achteckes DE und FG leichter zu finden sind. Denn aus NO sind alle Seiten der Dreyecke CDE , DEF , EFG und FGH bekannt, folglich auch alle Winkel, mithin die Winkel CDE , DEF , EFG und FGH , welche die Seiten mit einander machen. Weil nun die Winkel HGw , vFI , kEM und iDC gemessen sind; so kann man auch leicht die Winkel wGF , vFG , DEk und iDE finden. Aus diesen nebst denen übrigen bekannten Seiten Gw , Fv , Ek und Di aber so wohl die Linien wv und ik , als zuletzt den Inhalt der Vierecke $wGFv$ und $kEDi$ auf eben die Weise, als das Viereck $Aa y H$ bestimmen.

§. 27. Weil nun aus dem, was wir (§. 12.) erinnert haben, erhellet, Wie der Quadratinhalt des Holzes überhaupt aus denen (§. 26) angegebenen Gründen gefunden wird. daß wenn man eine Figur aus zweyen Ständen bequem übersehen kann, man auch im Stande ist, so wohl alle Diagonalen, mithin alle Seiten der Dreyecke zu bestimmen, aus welchen die ganze Figur iederzeit zu bestehen gedacht werden kann, und deren Quadratinhalt so wohl, als die Gröffen aller möglichen Winkel in Graden, Minuten u. s. f. wie z. E. in unserm Falle die Figuren $ABfa$, $CDif$, $EFvk$ und $yHGw$ zu bestimmen; wie nicht weniger auch (§. 25.) den Quadratinhalt derer übrigen zwischen denen erwehnten Figuren liegenden nämlich $Aa y H$, $wGFv$ und $kEDi$; endlich auch das ganze Achteck $ABCDEFGH$ quadrirt werden kann: so ist auch offenbar, daß wenn man von dem Inhalte des Achteckes die Summe aller derer vorerwehnten quadrirten Figuren abzüge, der Quadratinhalt des Holzes übrig bleiben müsse; adffer daß der Unterscheid um so viel zu groß seyn müsse, als die Gröffe derienigen Stellen oder

Winkel beträgt, welche man in der Ferne nicht hat übersehen und messen können, wie z. E. in unserm Falle der Winkel bey Z.

Wie der Inhalt aller und jeder Theile oder Dreyecke eines solchen Grundstückes gefunden werden kann.

§. 28. Um aber auch zu zeigen, daß im Falle noch eine viel genauere Erkenntnis einer solchen unter diesen Umständen auszumessenden Figur erfordert würde, und zwar nach allen ihren einzelnen Theilen oder Dreyecken, aus welchen sie besteht, man auch im Stande sey, diese wirklich zu erlangen; so wollen wir an noch kürzlich eine allgemeine Methode angeben; wie man den Inhalt eines iedweden Dreyeckes insbesondere, in welche die Figur, wegen der vielen Seiten ihres Umfanges, getheilet werden kann, finden möge. Den Anfang wollen wir bey dem Punkte e an dem Umfange machen: Obgleich dieses nicht nothwendig ist, sondern die Zertheilung auf unzählige andere Arten gemacht werden kann; wie man solches auch aus dem folgenden leicht sehen wird. Weil aus den beyden Ständen A und B durch die Vermessung der Winkel A f B, aus C und D aber die beyden Winkel D f B und g f D (§. 26.) bekannt geworden; diese drey Winkel aber nebst dem Winkel e f g, welchen die beyden Seiten des Umfanges e f und f g mit einander machen, zusammen 360° betragen; so darf man jene Drey nur addiren, und ihre Summe von 360° abziehen, wenn man den Winkel e f g haben will. Weil nun ferner durch die Messung aus eben denen vorerwähnten Ständen (§. cis.) die beyden Seiten e f und f g gleichfalls bekannt geworden sind; so kann man alle übrigen Theile dieses Dreyeckes e f g, folglich auch dessen Quadratinhalt finden. Da nun ferner so wohl die Seite e g als der Winkel e g f, die Winkel f g C und h g C, welche um den Punkt g herum sind, aus den Ständen C und D bekannt geworden; so kann man nur e g f, f g D und h g D addiren und ihre Summe abermahl von 360° abziehen: so hat man den Winkel e g h. Aus diesem und den beyden ihn einschließenden Seiten e g und g h, deren erstere aus dem oben erwähnten Dreyecke, letztere aber durch die Messung aus C und D bekannt geworden, kann abermahl das übrige in dem Dreyecke e g h, wie auch dessen Quadratinhalt gefunden werden. Auf eben die Weise gehet man mit denen folgenden Dreyecken e h i, e i k und e k l zu Werke: sientemahl die Lage von i k (§. 26.) gleichfalls bekannt ist, mithin der Winkel e i k in dem Dreyecke e i k auf eben die erwähnte Weise gefunden wird, indem man die Summe derer drey e i h, h i D und k i D von 360° abziehet. Im Falle von e angerechnet, die Punkte n und m in einer geraden Linie sind, so verfähret man mit dem Dreyecke e l m vorerwehntermassen. Wäre dieses nicht, und es würde das Dreyeck e n m gar zu spizig; so könnte man zu erst das kleine Dreyeck n m l, aus dem Winkel m und denen diesen einschließenden beyden Seiten n m und l m berechnen. Darauf

den

den Winkel nle ; und aus diesem nebst den beyden ihn einschließenden Seiten, den Inhalt des Dreyeckes enl berechnen. Nachdem man auf eben diese Weise das Dreyeck eon berechnet hat, und nunmehr zu dem folgenden eol fortgehen will; so siehet man leicht, daß zuerst der Winkel deo gefunden werden müsse. Weil aber vermöge des vorhergehenden alle die spitzigen Winkel bey e , welche zu denen bisher berechneten Dreyecken gehören, bekannt sind, folglich auch ihre Summen; die beyden Winkel Bed und Bef aber aus den Ständen A und B : so darf man zu diesen beyden nur die vorige Summe der Winkel oef addiren, diese abermahl erhaltene Summe von 360° abziehen: so hat man den verlangten Winkel deo . Weil nun ed aus den Ständen A und B , eo aber aus der vorhergehenden Rechnung bekannt ist; so kann man aus diesen dreyen Datis, wie vorher zu mehrern mahlten geschehen ist, das Dreyeck deo berechnen. Daß man mit denen Dreyecken dop , dpg , dqr und drs eben so verfahren müsse, wie bey denen, welche bey e zusammenstossen, siehet man leicht. Will man nachher wieder das Dreyeck cds berechnen; so wird wiederum, wie bey dem Dreyecke deo , der Winkel $sd c$ gefunden, zu cdB und Bde addiret, die Summen von 360° abgezogen, damit der Winkel cds komme, aus welchem nebst den beyden Seiten cd und ds , welche ihn einschließen, und deren erstere aus den Ständen A und B , letztere aber aus der vorhergehenden Rechnung bekannt geworden ist, ferner das Dreyeck cds bestimmt wird. Weil nun vermöge des vorhergehenden so wohl als aus denen beyden Ständen K und I , die Winkel csr , Isr und tsl bekannt sind, so kann man, wie bereits öfters genug erwehnet worden, den Winkel $ts c$ haben. Und da ts aus den Ständen I und K , cs aber aus der vorhergehenden Rechnung bekannt ist; so wird das Dreyeck aus eben diesen Datis, wie vorher, berechnet. Hieraus wird man schon dergestalt deutlich erkennen, wie man ferner bis zu Ende zu verfahren habe, ohne daß es nöthig seyn sollte, eben dasselbe so oft zu wiederholen und dem Leser eckelhaft zu werden. Weil nun der Winkel ozn nicht hat gemessen werden können, so wird der durch die Addition aller der erwehntermassen berechneter Dreyecke gefundene Quadratinhalt des Holzes um eben diesen Winkel zu groß. Und, indem eben dieser Winkel ozn auf keine Weise aufferhalb dem Holze gemessen werden kann; weil nämlich der Punkt nicht so, wie es erfordert wird (§. 19. 20.) sichtbar ist; so ist kein ander Mittel übrig, als daß man sich entweder in das Holz, oder so nahe an den Winkel hinbegiebt, damit man ihn messen kann, so wie es erfordert wird.

§. 29. Ist es aber durchaus nicht gestattet, an den Umfang des Holzes zu kommen, und es sind die zu messenden Punkte des Umfanges auch nicht von Na-
In wie fern die Ausmessung

lang eines solchen Grundstückes unmöglich wird. tur, entweder durch Bäume, Büsche, Hügel oder etwas dergleichen, aus welchen Ständen, welche man messen kann, wie weit sie von einander sind, (§. 12.) sichtbar; so kann auch ein dergleichen Grundstück auf keine Weise gemessen werden. Man siehet aber in der That nicht ein, was dieses für ein Fall seyn sollte. Denn die Ursachen, warum dergleichen liegende Gründe zu messen verlangt werden, sind gemeinlich diese, daß man entweder die Größe derselben nebst dem Ertrage zugleich, oder ihren Umfang von denen darneben liegenden Grundstücken genau bestimmen will, um sich so wohl gegen die zu besorgende Unvorsichtigkeit als Ungerechtigkeit der Nachbarn in Sicherheit zu setzen. In so fern man also hierzu berechtiget ist, hat man auch leicht die Freiheit, jemanden in den Wald zu schicken, welcher bei der Vermessung die Punkte des Umfanges, auf eine kurze Zeit, und zwar ohne dem Holze den geringsten Schaden zuzufügen (§. cit.) zeigt. Könnten endlich dergleichen von aussen unsichtbare Winkel, wie z. E. o z n ist, nicht auf die Weise gemessen werden, daß man die geradelinichte Figur innerhalb demselben abstecken könnte, sondern dieses nothwendig außerhalb um demselben geschehen müßte, wenn er gemessen werden sollte; so würde die ganze Unbequemlichkeit bloß darinnen bestehen, daß man etwa einen oder den andern Busch müßte weghauen lassen. Da denn in einem solchen Falle, da der Winkel mit Moraste oder Wasser angefüllt wäre, ein mittelmächtig geübter Feldmesser auch diesen kleinen Schaden, wo nicht ganz, dennoch zum Theil dergestalt zu vermindern wissen wird, daß derselbe süßlich für nichts gerechnet werden kann.

Allgemeinheit des (§. 28.) angezeigten Verfahrens.

§. 30. Uebrigens darf man nicht besorgen, daß die hier angezeigte Berechnung eines solchen Grundstückes nach allen seinen Dreiecken, in welche es, wie die Figur zeigt, getheilet worden, durch die verschiedenen einwärts laufenden Winkel, dergleichen hier o z n ist, dadurch irrig werden könne, wenn die Seiten der Dreiecke, wie z. E. e o n und e m l, den Winkel o z n durchschneiden. Weil erstlich dieser Winkel für nichts gerechnet worden, und wenn man solches auch nicht annehmen wollte, diese Durchschnitte dadurch leicht vermieden werden können, wenn man nur die Dreiecke der Figur, oder die Lage der Diagonalen anders annimmt. Denn, wenn z. E. von dem Punkte z an, die Diagonalen gegen m, l, k, i, h, g, f und e gezogen werden; so ist man dieser Besorgnis auf einmahl überhoben, und das Verfahren wird dadurch nicht geändert.

Deßsen Vorzüglichkeit und

§. 31. Woraus man denn leicht den Schluß machen wird, daß die hier angegebene Ausmessung 1) so allgemein sey, und 2) eine so vollkommene Erkenntnis und Bestimmung aller und ieder Theile des zu vermessenden Grundstückes gewähre, als man von einer Vermessung nur immer erwarten kann. Es ist auch offenbar

offenbar, daß wenn ein Ingenieur eine solche Arbeit, und zwar bloß aus dem Manuale, obgleich dieses eben nicht nothwendig ist, vorgeschriebenermaßen wirklich vollendet hat, derselbe ein wirkliches Meisterstück in seiner Kunst geliefert habe, und man von ihm, unter diesen Umständen, keine genauere Vermessung fordern könne.

S. 32. Wollte man nun aus dieser Methode der Ausmessung zugleich die Vertheilung eines solchen Grundstückes entweder in gleiche oder ungleiche Theile herleiten; so würde dieses sehr leicht seyn. Denn bey der Zertheilung der Figur durch Diagonalen in Dreyecke, ist nur nöthig, daß man diesen eben die Lage giebt, wenigstens ohngefähr, welche die künftigen Theile haben sollen, das ist, wenn z. E. die zu bestimmenden Theilungslinien von der Seite wxy gegen $fghi$ ziehen solten, man die Diagonalen der Figur nach eben der Strecke durch Rechnung bestimme. Wie nun alsdenn die Lage der Theilungslinien weiter bestimmt und abgesteckt werden müsse, wird einem geübten keine sonderliche Schwierigkeit machen. Indessen wollen wir doch in einem Exempel kürzlich zeigen, wie man am allerkräftigsten verfahren kann. Wenn wir sehen, es solle ein gewisser Theil $\text{z. E. } yozmhkfy$, dessen Inhalt bekannt ist, von der Figur abgeschnitten werden, dergestalt, daß die durch den Punkt o gezogene Theilungslinie yo die ähnliche Lage bekomme, welche die Diagonalen der gezeichneten Figur haben; so untersucht man erst, zwischen welchen Punkten an dem Umfange, yo durchgehen werde: Welches denn leicht geschehen kann, wenn man den dem abzuschneidenden Theile nächst kleinern, in unserm Falle $eo z k ge$, abziehet, und also den Inhalt für ein Dreyeck bekommt, welches annoch zu dem abgezogenen Theile addiret werden muß. Wird dieser Inhalt doppelt genommen und durch eo dividiret; so hat man die Höhe für das annoch zu $eo z k ge$ hinzu zu setzende Dreyeck, welche erstere durch die Berechnung der Linie $\beta\alpha$ gleich gefunden seyn mag. Weil nun das Dreyeck $de o$, nächst auch durch die Formel für die Berechnung seines Inhaltes aus den dreyen Seiten desselben, die Perpendicularhöhe $d\beta$ bekannt ist; so ziehet man von dieser $\alpha\beta$ ab; so ist der Unterschied $d\alpha$. Weil nun die beyden Dreyecke $d\alpha y$ und $d\beta e$ einander ähnlich sind; so sucht man entweder zu $d\beta$, $d\alpha$, und $d\alpha$, oder $d\beta$, $d\alpha$ und $\alpha\beta$, die vierte Proportionalinie $d\gamma$ oder $e\gamma$, nachdem man nemlich den Punkt y entweder von d gegen e , oder von diesem gegen ien haben will: damit derselbe auf $d\alpha$ bekannt werde, durch welchen die aus o gezogene Theilungslinie geht. Nun muß man al. noch den dritten Punkt d z. E. auf BA , aus der Ursache, weil zwischen dieser und dem Holze Morast ist, und also ien nicht näher gesetzt werden kann) folgendenmaßen bestimmen. Die beyden bekannten Winkel ABe und $d\alpha o$ werden

Wie aus
derselben
die Ver-
theilungen
hergeleitet
werden.

addiret. Ist ihre Summe kleiner als 180° , wie im gegenwärtigen Falle; so fällt der Punkt e der geraden Linie von B nach o zur Rechten; ist sie aber größer, zur Linken. Weil nun aus denen beyden bekannten Seiten Be und eo nebst dem von ihnen eingeschlossenen Winkel Beo so wohl die gerade Linie Bo als die Winkel o Be und Boe, in beyden Fällen gefunden werden können, indem man entweder ihre kleinere Summe von 180° , oder ihre größere von 360° abziehet: so subtrahiret man wenn das erstere ist, jenen von A Be und diesen von yoe ab; ist aber das letztere, so werden sie addiret, und man bekommt in beyden Fällen, in dem Dreyecke doB die beyden Winkel doB und dB o, welche an beyden Seiten der eben gefundenen geraden Linie Bc liegen. Ziehet man daher die Summe jener beyden von 180° ab; so bleibt der Winkel o dB übrig. Wenn man daher zu dem Sinus dieses, der gegen über stehenden Seite Bo, und dem Sinus doB die vierte Proportionallinie suchet; so hat man Bd. Lasset man endlich in y und d Marken stecken, so wird dadurch denen, welche von y bis o etwan durchhauen sollen, der Weg gemiesen: und sie haben auf weiter nichts zu sehen, als daß sie nur beständig mit diesen beyden Punkten y und d in gerader Linie bleiben. Ist der dritte Fall, daß nämlich die Winkel $Be y + yeo = 180^\circ$, und also B, e und o in gerader Linie sind; so ist weiter nichts nöthig, als nur aus denen beyden an der bekannten Linie Bo liegenden Winkeln ABo und y o B, die verlangte Linie Bd zu berechnen, und mithin den Punkt d zu bestimmen. Daß aber der Punkt d so weit von y angenommen wird, ist für diejenigen, welche sich nach beyden richten sollen, um desto zuverlässiger: Weil man die Richtung einer geraden Linie, in welcher man sich befindet, allemal desto genauer bemerken kann, je weiter die beyden Punkte von einander sind, nach welchen man sich richten soll. Würde die Theilung der Figur aber auf die Weise verlangt, daß alle Theile bey einem innerhalb derselben genommenen Punkte s, E. dessen Entfernung von zweyen Punkten s und t an dem Umfange der Figur gegeben wäre, zusammen stossen sollten; so würde hieraus nicht mehr Schwierigkeit entstehen. Man dürfte nur jegliche Dreyecke, welche entstehen, wenn man von allen Punkten der Krümmen in dem Umfange der Figur gerade Linien nach dem gemeinschaftlichen Punkte s ziehet, berechnen. Weil nun die Seiten des Dreyeckes t s s bekannt wären, mithin auch die Winkel gefunden werden könnten; so würde man den Winkel es r finden, wenn man die bekannten Winkel est, ts l und l s r addiret, ihre Summe von 360° abjoge, und aus demselben nebst den beyden bekannten ihn einschließenden Seiten es und sr den Inhalt für das Dreyeck es r berechnete. Wenn man bis zu dem Winkel zn m l k i h gekommen wäre; so würde man leicht sehen,

daß

daß der Inhalt dieser Figur, so wie es am bequemsten, berechnet und alsdenn zu dem Dreyecke $s z h$ addiret, oder nachdem es die Aufgabe erforderte und Umstände gestatteten, mit demselben verfahren werden müste. Eben dieses würde auch zu beobachten seyn, wenn dieser Punkt, in welchem alle Theile zusammen stoßen sollen, an dem Umfange $j. E.$ in e gezeig wäre: welche Art der Theilung denn eben aus der Berechnung der gegenwärtigen zum Theil eben so getheilten Figur klar seyn würde. Was die Bestimmung der Theilungslinien nebst deren Absteckung anlanget; so ist dieselbe von der auf keine Weise unterschieden, welche wir bey $o d$ angegeben haben. Woraus denn zur Genüge erhellen wird, daß wenn man die Vermessung bloß durch das Aufnehmen der Winkel und die aus diesem hergeleitete Rechnung (§. 28.) verrichtet, daraus eine jedwede Art der Theilung hergeleitet werden könne, man mag sie verlangen, wie man wolle: Und, was das allervorzüglichste bey diesem Verfahren ist; so erhält man durch dasselbe 1) die möglichst größte Genauigkeit; 2) den Vortheil, daß man gar nichts auftragen darf, sondern alles aus dem Manuale verrichten kann; und 3) werden die auf mehrere Arbeiter zu verwendenden Vermessungskosten, welche bey einem jedweden andern Verfahren unvermeidlich sind, merklich erspart: Weil bey dieser Arbeit drey Personen überhaupt vollkommen hinreichend sind.

§. 33. Dasjenige aber, was mit einigem Scheine wider diese Vermessung eingewendet werden könnte, würde etwa dieses seyn: daß wir fälschlich annehmen, man solle die Erlaubnis haben, jemanden in den Wald zu schicken, welcher die Punkte des Umfanges zeigen, oder sichtbar machen solle; da doch zu wissen verlangt würde, wie ein unzugängiger Wald oder Morast auszumessen wäre. Daß man daher bey dieser Voraussetzung, den ganzen Umfang des Waldes eben so wohl und sehr viel kürzer mit der Boussole aufnehmen könnte und nicht auf eine so weitläufige Art verfahren dürfte. Hierauf aber wird kürzlich geantwortet: 1) daß wir bereits wegen der Erklärung dieser Aufgabe das nöthige erinnert haben (§. 20.); wie man nämlich allemahl die zu messenden und von Natur nicht sichtbaren Punkte sichtbar zu machen die Freiheit haben müsse, wenn die Messung möglich seyn soll. 2) Daß da, wo jemand einen Stab oder Stange mit einer Fahne hin halten kann, und dadurch den Punkt in der Höhe zeigt, nicht allemahl eine Station für die Boussole oder ein ander Instrument genommen werden könne; und daß die Weiten zwischen denen Ständen, welche in dem Umfange des zu messenden Grundstückes angenommen werden, selten mit der Kette zu messen sind; Und dieses um desto weniger, wenn der Wald in einem Wasser, dergleichen wir hier annehmen, läge, in welchem Falle man

man schon einen in einem Rahne hinschicken könnte, die Punkte (S. cit.) zu zeigen; dahingegen es sich nicht wohl thun lassen würde, wenn man in einem Rahne Messstände annehmen wollte. 4) Daß die Messung mit der Boussole, in Betracht der Winkel, die allerwenigste Richtigkeit gewähre, und dieses Instrument zum Winkel messen fast gar nicht gebraucht werden könne (weil man bey demselben jederzeit um den vierten Theil eines ganzen Grades fehlen kann,) wo es nicht den beträchtlichen Vortheil zugleich hätte, daß die gemessenen Winkel auf einem gemeinschaftlichen Grunde, der Mittagslinie nämlich, beruhen: Weswegen denn die gar merklichen Fehler einander immer wieder ersetzen. 5) Daß man bey dieser Messung des Umfanges einer Figur mit der Boussole, im Fall die Gegend, wo gemessen wird, uneben ist, der mühsamen Reduction einer jedweden von dem Horizonte abweichenden Linie, auf eben den Horizont, beständig ausgefetzt sey; da man hingegen bey diesem angegebenen Verfahren, nur bloß die Standlinien auf die erwähnte Weise reduciren darf; wodurch denn die in der Ferne visirten Krümmen des zu messenden Umfanges zugleich auf den Horizont reducirt werden. Uebrigens ist auch 6) so wenig eine besondere Art des Winkelmessens in gegenwärtiger Methode als unumgänglich nothwendig erachtet, als irgend eine verworfen, sondern nur überhaupt gesagt worden, daß je genauer die Messung verrichtet werden solle, desto genauer auch die Winkel in den Ständen gemessen werden müssen: Weil jene der Hauptgrund der ganzen Vermessung seyn. Was aber endlich 7) die Weitläufigkeit dieser Messart betrifft; so räumen wir dieselbe gern ein. Wenn man aber diejenige Art einer Messung angeben soll, vermöge welcher zu zeigen ist, wie man die größte Genauigkeit erhalten kann, ohne auf die Kürze zugleich zu sehen, oder diese zu verlangen; wie denn diese Kürze aus der vorgegebenen Aufgabe nicht erhellet; so darf die Genauigkeit des Verfahrens der Kürze keinesweges nachgesetzt, sondern sie muß dieser nothwendig vorgezogen werden. Da nun zu dem von uns angegebenen Messung weiter nichts erfordert wird, als daß man einige Standlinien nebst denen an beyden Enden derselben liegenden Winkeln mißt, folglich der Messung der Polygonseiten, welche um das Grundstück abgesteckt werden müssen, nebst derer von diesen zu denen zunächst liegenden Krümmen gezogenen Perpendicularen, überhoben wird; so erhellet leicht, daß man auf dem Felde wenig zu thun habe, mithin auch die auf die übrigen Arbeiter zu verwendende Vermessungskosten, wie bereits (S. 32.) erinnert worden, sehr erspart werden: indem die mehreste Arbeit von dem Feldmesser auf dessen Zimmer verrichtet werden kann.

§. 34. Verlangt man aber dennoch eine Messart, welche unter allen die richtigste und kürzeste zugleich ist, nach welcher ein dergleichen Grundstück, zu welchem man etwa wegen Wasser, Sümpfe, Moräste u. d. gl. nicht gelangen kann, gemessen werde, und es ist nicht nothwendig, daß die Messung so gleich oder im Sommer vorgenommen werde; so ist das allersicherste und kürzeste Verfahren zugleich, daß man die Messung so lange aussetzet, bis im Winter die Wässer zugefroren sind. Alsdenn läßt man um den Wald ein Polygon, welches so wenige Seiten hat, als möglich ist, abstecken, misst aus den Seiten desselben die einer jedweden gegen über liegende Krümme des Waldes, und auf diese Weise den ganzen Inhalt desselben unmittelbar: Wie solches einem jedweden Feldmesser sattfam bekannt ist. Nur darf nicht mit Stillschweigen übergangen werden, daß die Polygonwinkel ta mit keiner Boussole gemessen werden dürfen, sondern so genau, daß wenigstens der Fehler bey der gegen über stehenden Diagonale (§. 11.) nicht über einen Schuh beträgt: Dagegen der Fehler mit dem erwähnten Instrumente so beträchtlich seyn würde, daß man ihn gewiß nicht aus der Acht lassen könnte: Vornehmlich wenn derer Diagonalen viel wären, und man besorgen müßte, daß die Fehler sich (§. 11.) häuften: Derartigen Fehler, welche über dieses noch aus andern Ursachen, als der ungleichseitigen Dreyecke (§. 5.) der Reduction auf den Horizont (§. 7.) u. d. gl. herrühren können, nicht zu gedenken.

§. 35. Im Fall man statt eines undurchsichtigen Waldes einen Bruch, Morast oder anderes dergleichen Grundstück ausmessen sollte, welches man aus zweyen Ständen, nach allen Theilen seines Umfanges bequem übersehen kann; so würde die vorige Messung dadurch merklich verkürzt und erleichtert, wenn man auch gleich eben die (§. 21—31.) angegebenen Gründe des Verfahrens beobachtete; denn wenn man sich unter der dritten Figur a k einen Morast vorstellet, dessen Umfang man aus zweyen Punkten z. E. P und O allenthalben übersehen kann; so hat man 1) nicht nöthig mehrere Standlinien zu messen, weil man aus den beyden Punkten alles übersehen kann, 2) bekommt man auch die Winkel bey w, x, y, a, b, c, d, e, f und g so gleich, ohne daß man nöthig hat, die ausser der Figur um eben diese Punkte liegenden Winkel erst zu addiren, und ihre Summe von 360° abzuziehen. Wenn man also z. E. die Punkte d, e und f aus P und O visiret hat; so kann man alle Theile der Dreyecke, d e P und P e f bestimmen, deren Summe den Winkel d e f giebt, ohne daß man diese erst von 360° abziehen darf. Im Fall zweyen der visirten Punkte aus einem Stande in eben der Linie gesehen werden; so macht dieses keine Schwürigkeit. Wenn z. E. der Winkel h bestimmt werden soll, und g und h aus O in eben die Linie fallen;

fallen; so darf, nachdem die drey Punkte g, h und i aus beyden Ständen visiret worden, mithin das Dreyeck $i O h$ und dessen Winkel $i h O$ bekannt ist, dieser nur von 180° abgezogen werden, damit der Winkel $g h i$ übrig bleibe. Wovon denn die Ursache leicht einzusehen ist, weil nemlich die der Linie $g h O$ zu beyden Seiten um den Punkt h liegenden Winkel, so wohl auf der einen als andern Seite 180° machen. Wäre der zu bestimmende Winkel $z. E. e h m$, so hätte man vermöge der bekannten Dreyecke $e h O$ und $m h O$, die beyden Winkel $e h O$ und $m h O$, oder wegen der andern beyden Dreyecke $e h P$ und $m h P$, die Winkel $e h P$ und $m h P$: Wenn man also in beyden Fällen den erstern von dem letztern abjoge, den verlangten $e h m$. Woraus denn offenbar ist, daß in keinen Fällen Schwierigkeiten seyn können, sie mögen beschaffen seyn, wie sie wollen: 3) erhält man auch dadurch, daß die ganze Figur aus zween Ständen übersehen werden kan; den praktischen Vortheil, daß sich die gemessnen Größen auf eine einzige gemeinschaftlich gründen (S. 6) und zwar auf die einzige Standlinie: wodurch man denn gesichert ist, daß wenigstens die mehrern Linien von dieser Art keine Vermehrung der Fehler verursachen. Endlich gilt von allen diesen Grundstücken in Betracht ihrer Vermessung im Winter eben das, was wir (S. 34.) von der Vermessung des Holzes erinnern haben.

Was bey einer Vermessung (S. 11.) vornehmlich zu beobachten.

S. 36. Das, was vornehmlich bey einer Messung von dieser Art ein Praktiker genau beobachten müßte, würde dieses seyn, daß er durch die häufigen Rechnungen, nicht in Verwirrung geriethe. Weshen denn am allerbesten dadurch vorgebeugt seyn wird, wenn er sein Manual, so viel immer möglich ist, ordentlich führet, die auf dem Felde gemessnen Winkel genau aufschreibt, und so wie er aus diesen die übrigen zu seinem Vorhaben nöthigen Theile der Dreyecke berechnet, so wohl die Länge der Linien als Größe der Winkel, in die aus freyer Hand wenigstens entworfenen Figur, wenn er diese ja nicht wirklich geometrisch auftragen will, ob dieses gleich am besten ist, an die gehörigen Stellen in die Winkel und an die Linien setzt: und so wie er in seinen Berechnungen immer weiter fortgeht, auf eben die Weise bis zu Ende verfähret; so wird dieses Verfahren so wohl dem Gedächtnisse als der Vorstellungskraft überaus wohl zu statten kommen, dergestalt daß er am allerwenigsten besorgt seyn darf, in Verwirrung zu gerathen.

Bestimmung der Fehler bey der vorhergehenden Vermessung.

S. 37. Was die Untersuchung der Fehler anlanget, welche man bey einer solchen Vermessung begehen kan, wie sie im vorhergehenden ist gelehret worden; so ist von derselben überhaupt folgendes zu merken. Es lassen sich diese Fehler nicht dergestalt durch eine allgemeine Regel bestimmen, daß man überhaupt sollte angeben können, wie sie sich zu der gemessnen Größe verhalten, die Umstände, unter welchen

in der 2

welchen die Vermessung vorgenommen wird
 Und zwar deswegen, weil die Größe der
 Gleichheit derer Seiten der Dreiecke (§. 5.)
 s. E. a k getheilet zu seyn, jederzeit wenigste
 diese Ungleichheit gedachter Dreiecke von die
 kein dependiret, und diese abermahl von die
 schaffheit der Gegend, wo die Vermessung
 seyn kann: So siehet man leicht, daß es 1
 Verwandtnis habe. Das Verfahren aber
 nur den allgeringsten Fehlern ausgefetzt
 a A b, b A c, c A d u. s. f. gemessen werden
 besondere mühet, sondern durch die Subtr
 berechnet, dergestalt daß aus den beyden
 a A b gefunden wird, u. s. f. Wenn wir
 lich die größesten Fehler, und misset die
 so wird der Fehler durch die Subtraction
 ten a A und b A u. s. f. länger gefunden
 auch die Seiten a b, b c, c d u. s. f. gl
 a A b, b A c, c A d u. s. w. richtig be
 Fehler bestimmen, welche man bey der
 und so weiter, nicht vermeiden kann;
 ker untersuchen, welchem man bey der
 den ausgefetzt bleibt, man mag entw
 bloß mit der Kette und den Stäben
 der Größe des Winkels in der Formel, in
 beyden an derselben liegenden Winkeln
 funden werden; so erhält man durch die
 beyden Seite a b, b c u. s. w. fehlen kann. D
 der Bestimmung der Standlinien an, we
 werden können: Denn, ist das Gegentheil
 der Acht lassen. Auf gleiche Weise nun ver
 serhalb der Figur um die Punkte, a, b, c, u
 fer Voraussetzung. Nachdem man auf dies
 welcher aus zweyen Seiten und dem von die
 gefunden werden, die vorerwehntermaßen

Fig. 2.

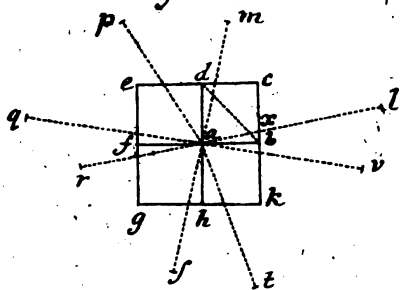
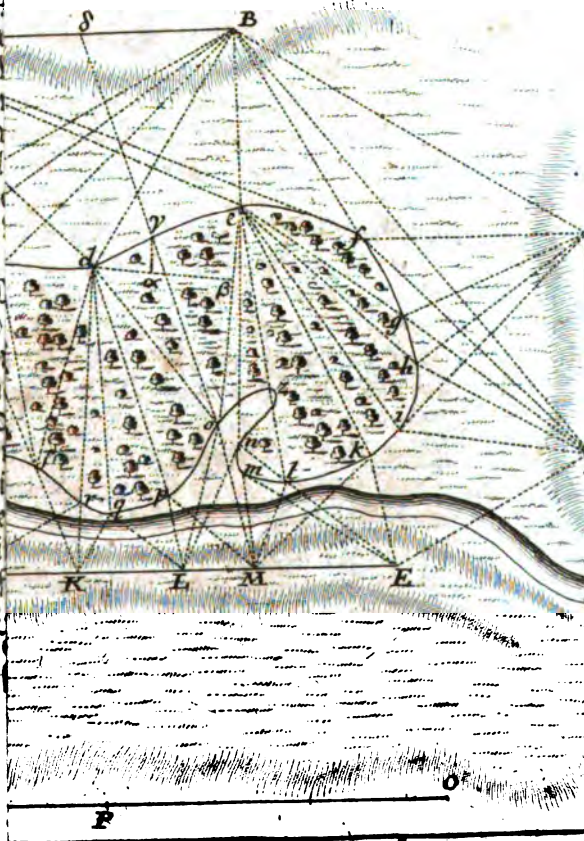


Fig. 3.



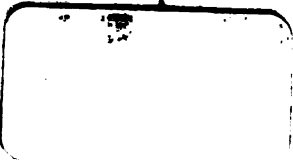
32 Die Vermessung der Grundstücken in der Ferne.

ten beyden zu groß berechneten Seiten, als des von ihnen eingeschlossenen Winkels, setzt, und darauf die Berechnung nach der Formel vollendet; so bekommt man den Unterschied zwischen der erstern Berechnung und der letztern, und mithin den möglicher Weise zu begehenden grösssten Fehler. **Fig. 3.** Verfähet man nun mit allen Dreyecken einer zu berechnenden Fläche auf eben die Weise; so geben die Unterschiede der erstern und letztern Berechnung aller und jeder Dreyecke der Figur, den gesammten Unterschied, oder den Fehler, welchem man in jedweden einzelnen Falle ausgesetzt ist. Indessen siehet man leicht, daß eine dergleichen Untersuchung ob sie gleich vollkommen allgemein und unfehlbar ist, nothwendig sehr mühsam werden müsse: Aus der Ursache, weil zu derselben noch mehr Zeit erfordert wird, als zu der Berechnung der ganzen Fläche aus den gemessenen Winkeln überhaupt. Uebrigens erhellet ohne Schwürigkeit, daß dieses die grösssten Fehler geben müsse, wenn alle Winkel zu groß gemessen werden: Weil sich iene alsdenn wieder ersetzen, wenn man sie bald zu groß bald zu klein misset, und es mit denen Seiten des Umfanges eben die Bewandnis hat. Da es nun nicht wahrscheinlich ist, daß man beständig einerley Fehler begehet, oder alle Winkel zu groß misset, es sey denn, daß dieses etwan von einem Fehler des Instruments herrühre; so ist auch nicht zu vermuthen, daß man wirklich um so viel gefehlet habe, als der Fehler durch die vorerwähnte Berechnung ist gefunden worden.





Handwritten:
Ch. 3044
K. 889

A hand-drawn rectangular box with rounded corners, positioned below the handwritten text.