始

算術の心理學

コロンビア大學教授
ソーンダイク原著

永野芳夫譯著

東京 モナス 發行

TEACHERS COLLEGE
COLUMBIA UNIVERSITY
NEW YORK

October 29, 1923.

Professor Yoshio Nagano,
College of Shukyo-daigaku,
Nishisugamo, Tokyo, JAPAN.

Dear Professor Nagano:-

With respect to your kind proposal to translate into Japanese with interpretation, my "Psychology of Arithmetic", I am glad to give the permission so far as I have a right to give it. You should obtain permission also from the publishers, the MacMillan Company, 66 Fifth Avenue, New York City.

Yours sincerely,

E. L. Thorndike

ELT/h

はしがき

やうやうにしてこの譯著の成らうとするときに，私は過去をふりかへり見る。——そこにはいろいろの物どもが，あまりに混然としてをる。この書に直接關係のあることもないこともみんなぞろぞろと續いて出る。

利光君，田邊君，名波君の助力を得て仕事に手をつけたのは昨年の六七月頃であつた。暑中の休みうちにはだいたいの仕事を終らうとのけいかくであつたが，けいかく通りにゆくものゝ世の中に稀である例にもれず，のびにのびて半年の上を經過した。そのあひだに，私のうちにも外にも大きい變化が襲うてもきた。あの地震もその一つであつた。またそればかりでもなかつた。

求むべきものは過去にはない。それだのに，それが私らをひくことのあまりの强さよ！ とにかく難產であつた。組版の面倒なのにはすべての人が閉口させられた。そのためにやめた職工も何人かあつたさうだ。原稿は紙面がまつかになるほど書きかへられたところも多く，めんどうな數字や表や凸版やでほとほともてあまされたことであつたらう。とにかく組みあげてくれた人たちに多くを感謝せねばならぬ。

原著者のソーンダイク教授は心理學者として有名な人である。そし

て單に有名であるといふ以上に，尊敬すべき多くの研究をしてをられる。

アメリカの學風があまりに實際的であることに反感をもつ人もあらう。

心理學が哲學から分れた當時の姿はだいぶんに理想的であつた。それは心そのものを，意識そのものを，說いたのであつた。

チェイムズやデューイの影響をうけたアメリカの心理學は實際的である。それは心そのものを，意識そのものを，もうつぶしてしまつた。心とは，意識とは，はたらきであるにすぎないといふ。

そしてそのはたらき (function, behavior) を研究するのが心理學であるといふ。實驗心理學がそれである。それははたらきの心理學である。

このはたらきを知ることによつて，私らは私らの生活をどれだけ多く改善するかしれない。しかもまだこのはたらきは充分に知られてゐない。それだけに實驗心理學の世界は廣い。

その廣い中こ，とりわけ教育のために，ソーンダイクもいふやうに，學校教科目の諸心理學がつくられねばならぬ。『算術の心理學』はその中の一つである。

ほんとうに科學的の教育の題材と方法とを求めるにはどうしてもこの心理學を必要とする。これからの教育者は，殊に教授者は，哲學や宗教に理想を求めるほかに，どうしてもかうした心理學を見ねばならぬ，教育の仕事を能率高くするために。

日本語として熟してをらぬ言葉があまりに多い。それはやむをえぬことでもあらう。ボンド (Bond) といふを何と譯さう。二三が六の九々表もボンドである。一定の狀位と一定の反應との結合もボンドである。習慣もボンドである。私はそれを規式と譯した。原著の中では bond と habit と connection をそのときどきにしたがつて同じ意味に用ゐてをる。私はそれで『規式（習慣，結合關係)』といふやうな用ひ方をしたところが多い。

日本文を讀んでも意味の解しかねることは多い。自分の書いた文章でもどちらに意味をとつてもかまはぬやうなものさへできる。ましてよその國の言葉である。それの解しがたいこともあり，多義にとれることもある。程度の差こそあれ，ほん譯に誤譯のないものはありえない。

そういへば自分の誤譯の辯護の如くなつて心苦しいが，しかし實際にさうであると思ふのである。私のこの書の譯が完全であらうはずはない。そこここに原著者のでない創作があらう。その責めはもとより私自身の負ふべきものである。

たゞ文體は私自身のものとしがたいのが多い。これは助けを他に求めたためである。

心よくほん譯を許してくれた原著者に感謝します。不備の點は版を改めるときもあらば充分に訂正するつもりであります。もつともこれは純粹のほん譯ではありませぬが。

移り變つてゆくことのはやさよ。それにしても人のいのちのあまりの微少さよ。ひとりの人の，ことに私のやうな者のこの世になすことのあまりに小さきを思ふ。 （一九二四・三・十日，芳夫）

1935年改版へのはしがき

大日本學術協會出版部（**モナス**）の好意により，この拙譯が改版されてふたたび世に出ようとするにあたつて，原著の出版以來すでに滿十三年を經た本書が，なほ我が國の教育界にとつて必要なものであらうかを，一應考慮せずにはゐられなかつた。だが，譯文を訂正しながら讀みあはせてゆくに，その說くところは今なほこの國の算術教育界の短所をついて，示唆することの實に大きいのに驚いた。教育を科學に，そして教育論の空想を現實の實行に，するための努力は，まだまだ足らないとこそ見えた。

舊譯の不備不都合の點はあたふかぎり訂正した。しかしなほあやまりのあるだらうことをつゝしんでおそれる。

新版には原書の頁番號を記入することにした。――原書と引きくらべて讀まれる篤學の士の便宜のために，またその他の理由のために。

それから卷末の「本書に引證した著作目錄」はたとへば次のごとく活用できる。――本書 34 頁上方に「ウィルスン(一九一九)」へのレ

フェレンスがある。そこで「著作目錄」を見ると Wilson, G. M.....'19 A Survey of the Socil and Business Usage of Arithmetic. Teachers College Contribations to Education, No. 100 とあつて，關說された著作の正體がはつきりわかる。（一九一九）とあるはもちろん同著作の年代である。なほ新らしくつけた索引は原著の索引に準じて作つたものである。 (1935 年 9 月 N.—Y.)

は　し　が　き

近年に至つて心理學上進歩してきたものが三つある，そしてそれは教授上重大なる意義を有する。先づ第一は學習の一般的過程に關する新なる見地である。私らは今斯ういふ事を知ることができる，卽ち學習は主として狀位と反應との間に連絡を見出すことであること，その結果の滿足はこれらの連絡を發見する主なる力であること　及び習慣は動作に於けると同樣思想に於ても，眞實にまた完全に凡てを支配すること等である。

第二はこれらの習慣の組織的集團に對して，分量とか，比とか進步の條件とかの知識が異常に增加したことである，私らはこれを能力と呼ぶ，卽ち加算の能力讀書の能力などゝいふのである。練習も改善も最早や漠然たる概論ではなくなつた。それは一定の標準をもつた考査若くは測定で限定し計量し得るものとなつた。

第三は，所謂高等な分析抽象の過程，すなはち一般概念の形成や推理についてのよりよき理解である。卽ち感覺が化合させられて知覺となり，知覺は心像（イメヂ）に依つて正副の二重に分たれ，さらにこの知覺と心像は汞化させられて今度は抽象的觀念と一般概念とになり，さらに色々と推理に依つて細工が加へられる。といふのが心的化學ともいふべき舊い見解であるが，これは今は すてられた。そして狀位の諸要素或は諸部面へどう反應すればよいか，また多くの諸狀位卽ちその諸狀位の諸要素全體にいかに反應すればよいかといふその諸

法則をよく理解することを目的とする心理學が出來てきた。「諸本質を選擇し」また校正された明確な形で「事物をまとめて考へること」が推理であるといふヂェイムズの見解は學校に於けるすべての題材を教授するに際し非常に役立ものである。

本書の說く所も亦如何にしてこの新らしき活動的心理を算術教育の實際に應用すべきかといふにある。本書の內容は主として初等教育の心理學なる題目の下に數年に亙り師範科の初等教育を研究する學生に講義した所のものである。が今は旣に親しく初等教育監督の衝にあたつてゐる曩日の學生がこの講義を世に公にして一般敎師諸君の一考の資とする樣にと勸めたので，まだ將來の研鑽に俟つて改正すべき點增補すべき點の多々あるにもかゝはらず敢て世に問うた次第である。

併し一言種々の事項殊に誤謬だらけの教育法等を說明するに用ひた練習問題について說明しておく必要がある。卽ち是等は悉く眞正のものであり，實際の教科書學科課程州の試驗問題などから引用してきたものであるといふことである。たゞ不快なる比較になつてはならぬために，是等の練習問題はそのまゝの引用をせずに原本の精神と目的だけを適確に表現する問題としたのである。終に臨んで本書の編纂に際し種々の引用を許されたS. A. コーティス氏，ギン會社，D. C. ヒース會社，マクミラン會社，オックスフォード大學出版部，ランド・マクナリ會社，C・W・ストウン博士，師範科出版部，ワォールドブック會社の名を列記し感謝の意を表する。一九二〇年四月一日。

コロンビア大學　師範科に於て　エドワード・エル・ソーンダイク

算術の心理學　目次

第十一章 始源的諸傾向と入學前の知能

第十二章 算術に於ける興味

第十三章 學習の諸條件

第十四章 學習の諸條件＝問題態度

第十五章 個人的諸差異(個性)

目次終

緒　　論

小學校教科目の心理學

小學校教科目の心理學は次の樣な結合關係に關する學である。卽ちこの結合關係*によつて兒童は紙上に印刷された言葉を見てはそれに反應してその意味を思ひ,「六と八」なる考に對しては直に十四を思ひ,或る種の物語詩歌繪畫に對してはこれを觀賞し,或る諸狀位**に對しては巧みなる行動を以て反應し,また或る諸狀位に對しては慇懃と正義とを以て反應するなど,次々に諸狀位に對して反應して行くことができるのである。そしてこれを準備するのは學校に於ける教科目の組織的訓練及び勉學中の學校生活の稍ゝ非組織的な訓練である。初等教育の目的を充分な形でいひあらはすならば,それは子供をして學校の組織立てた諸狀位に反應して思ひ,感じ,働かせ,そしてまた學校外の生活が彼らの前に投げだす同種の諸狀位に對しても同種な具合に思ひ,感じ,働らかせるやうに,するところの結合關係(ないし習慣)といふ數限り無き諸變化を,人間性の中に產出することであらう。

しかし今は私らは小學校の教育といふ仕事を斯々の個々の諸狀位と斯々の特定的な諸反應との間に結合關係を構成することであるとして詳細に定義することはできない。他の學習についてもさうであるが今のところ私らは,得られた一般的諸結果によつて定義を下し「國語を

* connections　　** situations

讀む能力」「普通語を綴る能力」「整數を加減乘除する能力」「合衆國の歷史に關する知識」「試驗場に於ける公正の態度」「音樂の理解」など と云つた風に，精神的諸機能の言葉を用ひて多少漠然とした考へ方を餘儀なくされてゐるが，この得らるべき一般的諸結果を構成するものは根本的の結合關係である。

學校教科目の心理學は如上の諸機能の常識的知識がゆきつまつて，次の如き事を試みんとするところより始まる。卽ち，是等の知識，興味，力，技能若くは理想等をもつと充分に說明し定義せんとする事，これらのものゝ進步を量らんとする事，これを分解してその成素たる諸結合關係に分たんとする事，如上の進步を最も經濟的に達せんとするには如何なる結合關係が必要であるかまたこれを如何なる順序にすべきかを決定する事，固有の初原的諸傾向および入學前既得の諸傾向にして入學後學課の進步を助長しまたは妨害すべきものを察する事，望ましき諸結合關係を滿足にするために用ひられまたは將來用ひらるべき諸動機を調査する事，進步のその他の特別なる諸條件を調査すること，初等教育事業の遂行に特に重要なる個性の差異に關するすべての事實に注意すること，これらのことをなさんとするところから學校教科の心理學は始まる。

問題の形にしていへば初等教育の教科目の心理學の仕事はそれぞれ次のやうである。

（1）機能*とは何か。例へば「讀書の能力」とは何か。「十進法の

* function

會得」とは何を意味するか，「文學の教授によりて得べき道德的効果」如何などの如くである。

（2） 能力卽ち達し得たる力の程度如何，又機能又は或る一定部分の機能に於ける進步の程度如何。例，兒童はどの程度まで讀むべきか，どの位の難語を綴ることを期待してもよいか，又は兒童に何の趣味を期待することができるか，等のことをば如何にして決定するか。第四學年級に於て獲得せんとする分數の意義に關する知識の限度如何。

（3） 機能をば特個の狀位と反應との關係に還元して，その形成をもつと確實に又容易にするには如何にすべきか。例。「加算の能力」は，27+4から31に，27+5から32に，27+6から33に導く結合關係を必要とするか，或は7+4から11に，7+5から12に，7+6から13に導く結合關係がこれと同じ働きをなすか。實際行動に於て所謂愛校心なる性質を表す狀位反應は何か。

（4） 殆ど總ての場合に於て，知識，熟練，力の望ましき變化は幾組かある諸結合關係*のうちの何れの一つによつても達せられる事ができる。そのどれが一番よいか，又各の長所は如何。例。加算の學習は「0と0は0である,「0と2は2である」「1と0は1である」「2と0は2である」などの結合關係を含むかも知れぬ。或はこれらの結合關係は全く作らずにおいて，子供には0ばかりが縱に並んでゐる柱の和は0であるとし若くは加算に於て0を無視する習慣を教へてもよからう。正しき話し方あるひは言語への方便としてその慣用法を教ふる

* bond

價値ありや。あるひは，正しき話し方そのものを實習させた方が時間を有効につかふ所以となるか。

(5) 結合關係は如何なる程度の强さにでも作られ得る。このうちのどれが，すべてを考慮したとき，斯の科目を學習するときの何れの段階に於ても，最も望ましきものなるか。例。北米移民當時の日附を教ふるには正確なる年代が十年間も記憶される様にすべきか。或は正確なる日附が十分間記憶されてあとは十年内外位の誤差をもつ日附が一二年間記憶される様にすべきか。吋，呎，碼，パイント，クォート，ガロン等の表が最初に出てきたとき一箇年位は記憶される様に敎ゆべきか。それともその週の課程に差支へない程度にとゞむべきか。無論一週間の課程はこれらの度量衡を一月やそこらは學習者の記憶に存せしめるのであらうが。始めてフランス語を學ぶ生徒が普通會話の速度で話される佛語の單文を理解できるやうに語の音と意味との間の關係を完全に知つて居るべきであるか。或は速度の緩漫は許容さるべきであるか。殊に敎師に於てはどうしてもはじめはおそくして徐々に速度を進めねばならぬのであるか。

(6) 殆どすべての場合任意の一組の結合關係が多くある中の任意の排列法に依つて呈出されても求むる變化を生ずるであらう。がその中のどの排列が一番よいか。各々の長所如何。習字法の或るものは先づ基本練習として一度に一部分づゝ完成して行つて後になつてそれを組み合せて一語または一つの文章をかゝせる。が，またある方法では，最初から實際に書くと同じやうな複雜な書法から敎へて行く。後

者の得失如何。メートル法の作る結合關係は今のところの生徒の課程ではおそく構成されてゐる。若し小數の知識を容易に得させるための便宜上，もつと早く構成されるとしたらその可否如何。

(7) 初等教育の待合關係構成の基礎となるべき，又はそのために破壞さるべき，始原的諸傾向と入學前の知能とは如何。例。兒童が耳から這入る言葉の意味を知つてゐるならば，「發音再構成に於けるやうに，その音を得ることによつて，その言葉を理解しつゝ讀めるであらうかも知れない。普の通初步者はどんな言葉を上のやうな具合で知つてゐるか。この點に於ける個人的差異如何。群居性注意性贊同性また助けになること等の本能が團體的仕事對個人的仕事に關し，また最も望ましき團體の大きさに關して，如何なることをなすか。眼の本來の傾向は頁の左から右へ移り，そして一擧にしてまた左へもどりそれから右へ移つて次の行を讀むといふやうにできてゐないのは惜だ。それでは印刷した頁に向ふとき眼の固有の性質は何であるか，また讀書敎授の際に眼についてどうしたらよいか。(上から下へ讀んできてまた急に上方へ眼を移して，次の行を讀んでゆく日本風の讀み方に就いても類推ができるであらう。)

(8) 滿足せしむるものと苦しめる者の如何なる力が，積極的並びに消極的興味および動機の如何なる力が，黑い文字と意味，數の練習と答，言葉とその綴等の間に，本質的にはすこしも面白くない結合關係を形成する役に，實際立つであらうか。學校ではこれまで多少でたらめに，一見全く肉體的な苦痛から最も感傷的な愛撫に至るまで，單

なる阿諛から哲學的議論に至るまで，野蠻的原始的特性に訴へる事から自動車，飛行機，無線電信に對する興味に訴ふることに至るまで，の種々の刺戟(促す方の刺戟，制する方の刺戟）を試用してきた。心理學はそれを導くための法則を與へることはできぬか，或は少くとももつと有望なる方面に實驗を限ることは出來ないか。

(9) 能率を増す學習法の一般的諸條件は教育的心理學の書物に記載してあるがこれらの條件は初等教育の個々の仕事に於て如何に適用されるか。例へば，加法及び短かい割算の訓練を演習試驗（practice expriment）の形に按配すると，その課業を興味を以てなすやうになり，また進歩も著しい，といふことが明かにされてゐる。これと同じ效果を他のいかなる算術的機能に期待することができようか。

(10) 個性的差異の性質及び原因に關する一般原理の外に讀方，綴字，地理，算術其他に關する特殊の差異を知るべき大源泉が明に既に存在してゐるか，又は適當なる調査に依つて知られうるに相違ない，これに關してすでに知られてゐる範圍の事實如何。これを更に多く知るべき手段如何。コーティスの發見によるとある兒童は加算に於ては甚だ巧なるにもかゝはらず，同年齡同學級の他の兒童に比して著しく減算に於て拙いことがあるといふ。斯の如く巧緻なる錯雜せる諸傾向は遺傳とも見られる。どの程度までかくの如き特別化が規則的に進んでゐるか。例へば，子供はある種の單語を綴る天賦や，花よりも人の顏を畫く天賦や，新しい歴史よりは舊代の歴史を覺える天賦を特にもつてゐるといふやうな場合はないか。

私らの問題は上の如きものである。この卷はそれを算術の場合に就て論議する。本論と一般の算術教授法を相關せしめむとする諸君は下の如き書に依つて大いに利する所があらうと思ふ。ディー・イー・スミス著「初等數學教授法」(1901年)，エイチ・スザロ著「初等算術教授法」(1911)，ヂェイ・シィー・ブラウンとエル・ディー・コフマン共著「算術教授法」(1914年)，ポール・クラパ著「算術教授法」(1916年)，およびソーンダイク著「新式算術教授法」(1921年)*

* The Teaching of Elementary Mathematics, by D. E. Smith (1901).
The Teaching of Primary Arithmetic, by H. Suzzallo (1911).
How to Teach Arithmetic, by J. C. Brown and L. D. Coffman (1916).
The Teaching of Arithmentic, by Paul Klapper (1916).
The New Methods in Arithmetic, by the author(1921)

(原. p. 1)

第一章　算術諸能力の性質

常識によれど初等教育の仕事は，(1)數の意義，(2)十進法の性質，(3)加減除乘法の意義，(4)或る種の普通用ひられる諸度量衡法の性質並に關係を敎へ，(5)整數，分數，小數および名數を以て加減乘除する能力，(6)問題を解くことに(1)から(5)までの知識能力を適用する能力，(7)步合，利息，其他普通商業上の事に關する問題を解く特定の諸能力を獲得させることである。

發展進步せしむべき機能に關するこの說明は，その限りに於て，健全でもあり役にも立つが，初等敎育の本務を全く明瞭ならしむるまでにはゆかない。若し敎師諸君にして，上記の說明以外には生徒を敎育 (p. 2) 變化せしむべき指針を更にもたないとすれば，屢算術訓練の重要なる諸方面を落し，賢明なる敎育法のとても耐えないやうな訓練の形式を導きこむことゝなるであらう。また算術敎授の多くの指導者らが譬へ前節の如き一般的摘要にはそろつて同意するとも，實際に於て，算術は初等學校生徒にとつて如何なるものであらねばならぬかといふ事については，同一の觀念を抱くものでないといふことも，事實である。

算術學習の性質に關する普通の見解は，四つの點に於て曖昧であり

* decimal notation

不完全である。その見解は,「數の意味に關する知識」とは何かといふことを明確にしてゐない。それは,算術教授の一部としてなされ,また當然なさるべきである言葉の教授を考量に加へない。それは實生活の上にあらはれる様な分量的諸問題に應ずる能力と,教科書や學科課程の提供する問題に應ずる能力との間に,劃然たる區別を置いてゐない。それは「算術的智力を應用する能力」といふものを,教育といふ魔術によつて進歩させられる或不思議な一般的能力として,打ち捨て置く。以上四つの必要なる修正を手短かに述べる。

◇ 數の意味の知識

一から十に至る數の意味に關する知識は,一とは或る一定物の一箇を意味し,二とは一より多きものを意味し,三とは二より多きものを‥‥意味する知識を意味するであらう。これを連續的意義[1]と呼ばう。この意味に於て六の意味はと云へば,それは五より一多く七より一少い——卽ち,連續數に於て五と七との中間のものであると云へるであらう。また更に數の意味に關する知識は,二とは二單位の聚合に相當し,三とは三單位の聚合に相當し,各數は任意の物件の一定大の聚合——例へば林檎,兒童,毬,指,その他普通初等學校所用のおきまりの物件——に與へたる名稱なりとする知識であるとも云へる。それを(ヘ. 3)聚合的意味[2]と呼ばう。この意味に於て六の意味を知るといふことは,六つの分離せる見分け易い箇々の物の聚合を,正に名指すこと

(1) the series meaning　(2) the collection meaning

のできることである,といへばよいであらう。第三に一から十に至る數の意味に關する知識とは,二はすべて一と呼ばれるものゝ二倍で,3は1と呼ばれるものゝ三倍であるとする知識であるとも云へる。これは無論割合的意味[1]である。この意味に於て六の意義とは,若し ———————— が一ならば半呎の長さの線は六であり □ が1ならば □ は約六であり,また □ が一ならば □ が約六であるといふことである。第四に,數の意味は,その內含諸性質——卽ち數的諸關係,その數に關する諸事實——のそれよりも小さい又は大きい部分 fraction を意味するともいへる。この意味に於て六を知ることは,それが五又は四より大きく,七又は八より小さく,三の二倍であり,二の三倍であり,五と一,四と二,三と三との和であり,八より二少く,四を加へると十になり,十二の半分であるといふ風のことを知ることである。これを「諸事實の核心的」或は「相關的」[2]意義と呼ぶ。

普通の學校では,第二の意味を初學者に教へるのが學校の務であると受け容れられてゐるが,その他の意義と雖も甚だ重要なる事は,既に立證されてゐるのである。第一の連續的意味は一八九七年フィリップス[3]により,第三の割合的意味は一八九五年マクレラン[4]とデューイ[5]に,また一八九七年にスピーア[6]により,第四の相關的意味はグルーブ[7]とそ

(1) the ratio meaning　(2) the relational meaning
(3) Phillips　(4) McLellan　(5) Dewey　(6) Speer
(7) Grube

の弟子たちにより，それぞれ主張されたものである。

一から十までの數の意味を學ぶ場合に進歩發達させるべき機能は，如何なるものであるかといふことに關して，このやうに各種の見解のあることは，煩瑣たる定義の問題でなく，實に教育の實際上に於て多(p. 4)大の差異をきたすものである。例へば下に示すごとく，フィリプスによつて計算に與へられた優れた價値と，スピーアやグループのあまりに熱心な繼承者たちが數ケ月も子供たちにさせた仕事の數例を比較考慮して見るがよい。

强調されすぎた連續的觀念

「これは本質的に數へる時期である，されば整頓して一つの連鎖となすことのできる言葉は必要なる總てを供給する。數へることが根本的である。而も自發的な感覺的觀察から自由な，理性の拘束から自由な，數へ方が根本的である。これらの時期の方法を研究して見ると，乘法は數へ方の進歩せるものであり，決して殆どすべての教科書の說く如き，加法の進歩せるものでないことがわかる。子供らが四などの數で數へるときは，それを數へ方といふ操練として，或は音樂として，アクセントする。しかし子供が指を折つて數へるのは人類文化進化上の一階梯を再現するに外ならない。

私は再び，この數へ方の時期に於て，プレイア[*]がその算術發生

* Preyer

學に論議せる如き數の連續的觀念が，ごく自然に發達することを重ねて强調する。名目の組織的連鎖によつて莫大なる力が與へられるといふこと，またこれらの名目が初に先づ學ばれて後に至つて色々の事物に適用されるといふことを，强調したい。これはさる女教師が私に話したことであるが，指で數へることを兒童に許すのを視學は喜ばない，けれども七葉樹(とちのき)の實で算へることがどれくらゐ指で數へるより良いものかさつぱり見當が付かない，といふことであつた。この女教師の受持の兒童は他物を數へるには殆ど常に指を使はなくては出來ないさうであるが，百までの連續數を少しも支(つか)へず，指を用ひることなくして數へた。この自然的の計算の時期卽ち連續的の名目を附しこれに從ふ時期は，實際の物にこれを適用する時期に先立たなければならぬ。」（デイー・イー・フィリップス，一八九七年，二三八頁）

强調されすぎた割合的觀念

(p. 5)
「割合——1　a, b, c, d, o, e の關係卽ち割合を有する立體を擇べ。

2　これらの固體に a, b, c, d, o, e の名稱を附せよ。

發表の方法は，發見の方法と同樣に，自由に供給されねばならぬ。

生徒は各個體の割合を見出しえないでもよい。

3　これらの單位の關係につき知る所を述べよ[*]。

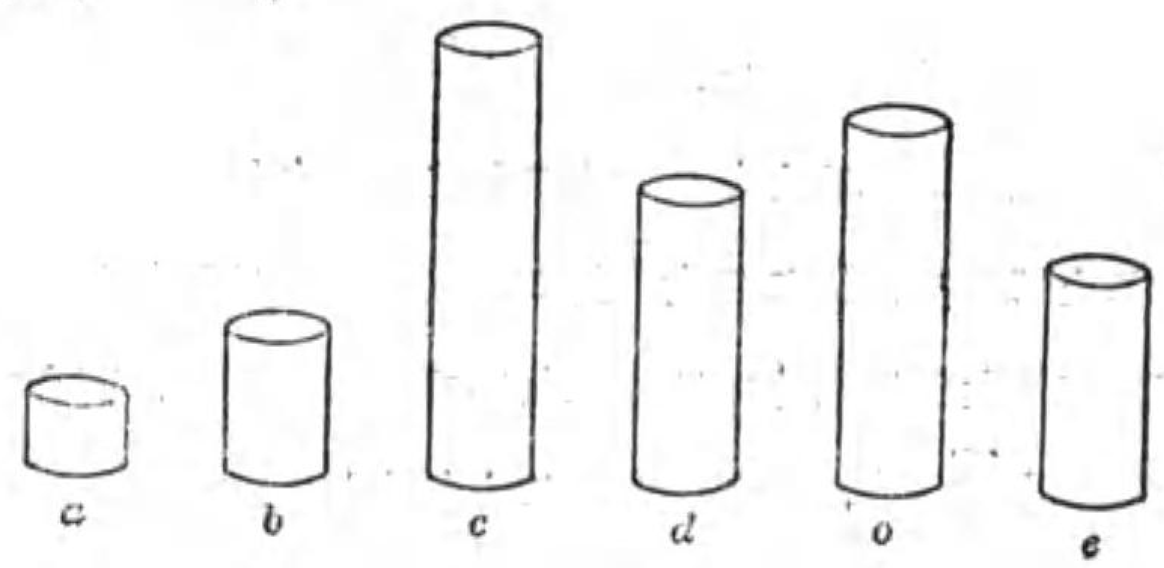
4　これらの單位を合せて合計いくらになるかを答へよ。

* a b c d e 1 2 6 4 5 3 の割合。

5 斯の知き述べ方を試みよ。——o から e を引きたるものは b に等し。

6 c は幾箇の d に分たれるか，又幾箇の b に分たれるか。

7 e は幾箇の b に分ち得るか，又 c と d に見出される最大の單位は何か。



第 一 圖

8 他の單位はそれぞれ c のどれだけの部分に等しきか。

9 もし b を 1 とせば他の單位はそれぞ幾つか。

10 もし a を 1 とせば他の單位はそれぞれ幾つか。

11 もし b を 1 とせば他の單位の中にはそれぞれ幾つの 1 があるか。

12 もし d を 1 とせば他の單位の中にはそれぞれ幾つの 1 があるか，または幾分の幾つか。

13 2 は如何なる諸單位の關係か。

14 3 は如何なる諸單位の關係か。

* 原文不明

15 $\frac{1}{2}$ は如何なる諸單位の關係か。

16 $\frac{2}{3}$ は如何なる諸單位の關係か。

17 どの諸單位が $\frac{2}{3}$ の關係をもつか。

18 どの單位が b の $\frac{1}{2}$ の 3 倍か。

19 c は如何なる單位の $\frac{1}{3}$ の 6 倍か。

20 如何なる單位の $\frac{1}{3}$ が c の $\frac{1}{6}$ に等しきか。

21 c の $\frac{1}{2}$ に等しきものは何か。又 d は c の 6 分の幾つに等しいか。

22 o は如何なる單位の $\frac{1}{3}$ の 5 倍に等しいか。

23 如何なる單位の $\frac{1}{3}$ が，o の $\frac{1}{5}$ に等しいか。

24 d の $\frac{2}{3}$ は如何なる單位に等しいか。又 b は d の3分の幾つか。

25 2 はどの單位の三分の一に對する d の割合か。また 3 はどの單位の二分の一に對する d の割合か。

26 d は如何なる單位の $\frac{3}{4}$ に等しきか。又 $\frac{3}{4}$ の比をなす諸單位はどれか。」 （スピーア，一八九七年，九頁）

强調されすぎた相關的觀念

「グループ式教授法」に續いて出た八十有餘種の書物を仔細に檢覈すると，(例へば一八八三年*イー・イー・ホワイトに依て著された「新式初等算術」等)，この相關的觀念を不當と思はれる程極言してある。そのすべてに亙つて百五十幾つといふ程澤山の連續的

* New Elementary Arithmetic, by E. E. White (1883)

仕事が，すべて或はほとんどすべて，+7 と −7 についてなされてある。下のやうな種類の問題が澤山ある。

(p. 6)

次の加算をなせ：

4	4	4
4	4	4
4	4	4
4	4	4
4	4	4
4	4	4
4	4	4
4	4	4
4	4	4
4	4	4
4	4	4
4	4	4
4	4	4
4	4	4
4	4	4

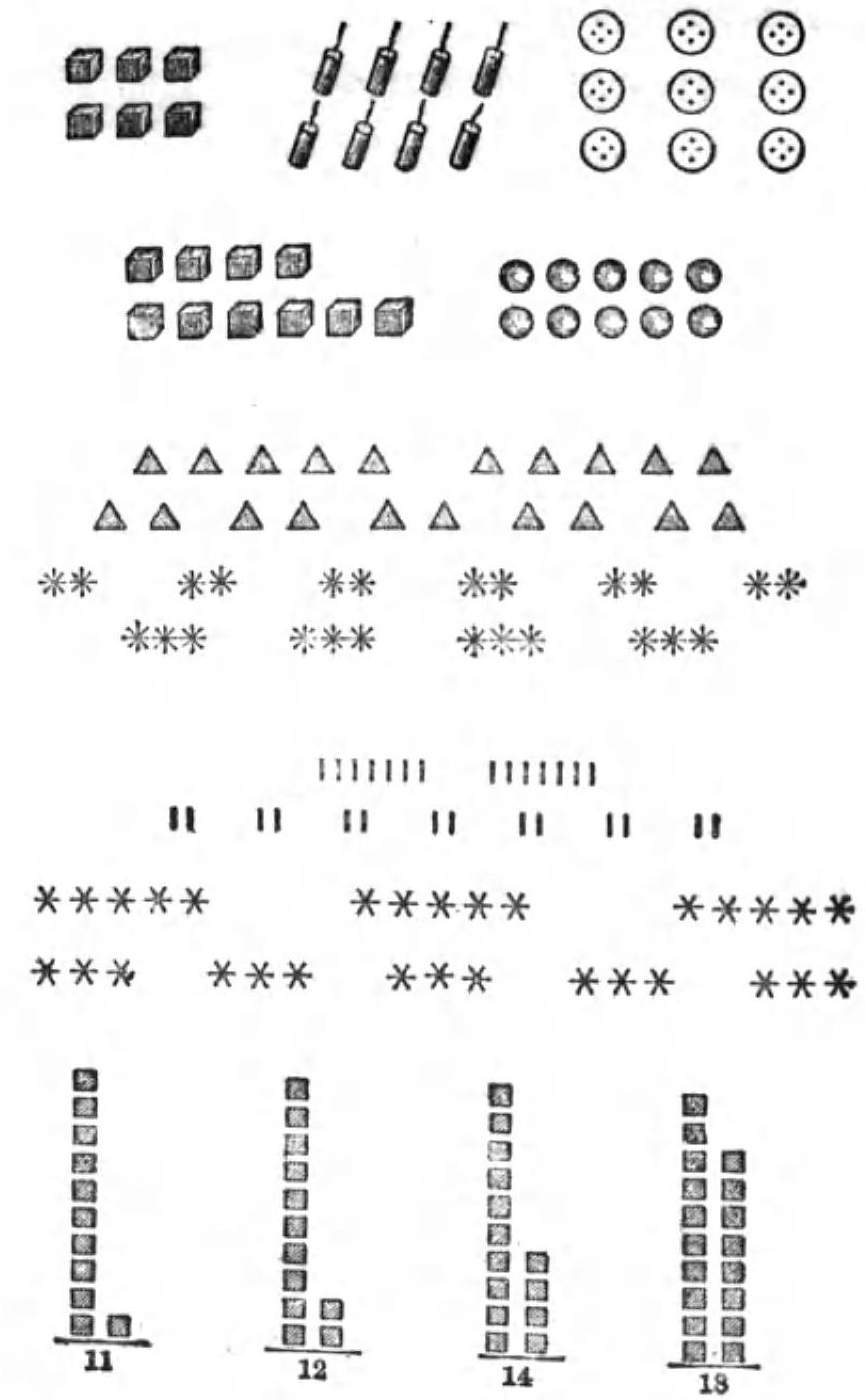
これはひどくみなの眼をいためたにちがひない。生徒は一から九までの九つの數字の各々を分解し綜合し得るやうに教へられる。併しそれでも著者は，グループ法の主義を「無用な反覆と機械的方法の極端にまで」は用ひなかつたのであるといふ。」

*

この四つの意味がみな，初等教育の注意を引くだけの理由を持つてゐることは，明瞭であらねばならぬ。4は連續數に於て3と5の中間に位するものである，それは任意の物の一定大の聚合に與へられた名稱である，それは四つの單位に等しき連續的量に與へられた名稱である——何となれば一ガロンの桶に這入つてゐるミルクの四クォートは一クォート宛這入る桶四つのミルクと同量である，これはまた（若し知つてゐるとするならば）3に1を加へ，或は10から6を減じ，或は2を二つとつて得たるものであり，又は8の半分でもある。數の意味を知ることは，かゝる種々の點のすべてに於て，その數に關することの何物かを知ることである。困難が存したのは極端論者の狹い見解

* 連續的意味，聚合的意味，割合的意味，相關的意味等。

のためであつた。兒童にだらだらといつまでも數へ方ばかりさしてお



第　二　圖　(p. 7)

いてはいけない。事實，連續數の「一だけ餘計」主義は殆ど副產的とし
(p. 7)
て得られるのである。兒童は第二圖に見る如き實物を畫いたものゝ聚合について練習させ，若くは幾つ幾つの林檎，蜜柑，帽子，ペンといふ風に言葉で述べた聚合について練習させてばかりおいてはならぬ。
(p. 8)
色々の單位——例へば吋，呎，碼，茶椀一杯，パイント，クォート，秒，分，時等の如き連續的量の測定が，容易でもあり意義もあるのであるから，これの方をさせるがよい。併し飜つて考へるに，前の練習にある如く，關係的量卽ち比を求めるために，量の假想的單位を附した技巧的問題を骨折つてやるのは，無駄な犧牲に過ぎない。同樣に，十八は十一と七，十二と六の和であり，二一と三の差であるなどと强調する特殊の訓練も，偶像を永拜する樣な，くだらぬものである。十八に關するこれらの事實は，必要なだけは，實際にコラム[註]の加算をやつて行くうちに，よりよく敎へられるのである。

（註） 柱の加算といふのは，數字を縱にたくさん柱のやうに並べて書いたものゝ加算である。(譯者)

◇算 術 用 語

算術の場合改良さるべき機能に關する一般の考へのなかの第二の改正は，これらの機能のうちに，ある種の知識を抱含させることである。*兩方，すべて，すべてで，共に，より少い差．合計，全部，部分，等

* both, all, in all, together, less, difference, sum, whole, part. equal, buy, sell, have left, measure, is contained in.

し，買ふ．賣る，殘す，計る，に含まれる‥‥等といふ言葉の理解は，算術に於て，恰も數そのものの理解と同程度に必要である。これは學校で與へなければならぬ。入校前或は卒業後の訓練はこれを與へることができず，よし與へるとして，もそれはおそすぎるから，そしてこれは國語の敎授に關聯して與へるよりは，數學の敎授に關聯して與へる方がよいのである。

（註） これらの言葉は英語の譯語であるので日本の人には適切でない，けれども小學校の算術書の中にこれに類した特別なことばのあるのはいまさらいふまでもないことである。

この理解は今まで與へられなかつた。最近の出版にかゝる初等算術敎科書八種を初めの五十頁だけ調べて見たが，ひいき目に見ても，この事に對しては皆ほんの僅かの注意しか拂つてゐず，ある場合には全然拂つてゐないといつてもよい位である。そのうちの三冊は合計或は和といふ言葉を使ひさへもせず，また一冊は五十頁のうちたつた一回用ひてあるばかりである。全部合計四百頁を通じて差といふ言葉はたつた二十回出て來るに過ぎない。また言葉を使用する場合にしても，その意味がよく確實にわかる樣にと，巧妙や心遣ひを用ひた跡が，た
(p. 9)
いして現れてゐない。

これが與へられない主なる原因は，算術の發達させるべき機能は何であるかといふ一般概念が，數とか方法とかの名稱以外の，量的名辭に對する聰明な反應といふ此機能を，考量の外に置いたからである。

若し算術的能力が言葉で述べた問題を解くといふことをも意味する

とすれば，もつと廣い範圍に亙つて言葉の知識を得るといふことは不可缺の要素である。今の算術に於ても此の能力は包含せられてゐる。そして賢明なる教授の時間の大部分が,「問題は何を云つてゐるか，そしてその求むる所は何であるかを知る」といふ機能を進める上に費される。とは云へ,かうして言葉で述べた問題を理解するといふことが,算術の絕對的必要なる要素でないかもしれないから，この考案は，問題解答の一般機能は何なるかを見るまで，延ばしておかれる方がよいであらう。

◇問 題 解 答

「算術の能力」なる機能が更に明瞭なる定義を要する第三の點は，この「問題解答」である。初等學校の目的は實際の問題，例へば，ある價あるものゝある分量に對して支拂ふべき總計を知ること，いくら釣錢を拂ふべきか，又受取るべきかを知ること，家庭の出納勘定，支拂ふべき賃金の計算，面積，步合，割引の計算，家庭若くは店舖の生產を確實にするために必要なる原料の量を豫算する事，等の問題に正確にして經濟的の解答を與ふるにある。實生活は，或ときには實際の狀位とゝもに斯かる問題を持つてくる，例へば物を買つてその價と釣を
(p. 10)
勘定するといつた場合である。また或る場合には自分で想像し又は自身で自分に述べる狀位とともに持つてくる事もある，例へば何時幾日までに40弗の自動車を買ふには,一週につきいくらづゝ貯金せねばならぬか，と考へる如き場合である。併し時に問題は言葉でその問題を

解く人に述べられるが，それを解くには他人に俟たねばならぬ場合がある。例へば，生命保險の代理者が「あなたは今から――まで一週わづか二五仙宛御拂ひになりますと‘その節には二五〇弗御受取りになります」。といふ樣な場合である。或は傭主が，「君の俸給は一週九弗だ，但し晝食はこちら持ち，賞與はこれこれ」といふ樣な場合である。また或る時は問題が，印刷か直かに書いた言葉で，これを解かねばならぬ人に對して述べられる。例へば，廣告とか顧客の注文狀に見る如く，これとかあれとかの見積りを求める場合の如きがそれである。また或る場合には，一部は實際であり，一部は想像あるひは自分で自分に述べたものであり，また一部は口頭若くは印刷筆記によつて人に傳へられるといつた風の問題も，ないと限らない。例へば，買はうと思ふ品物は直ぐ眼の前にあつて，銀行にある自已の預金高が想像され，店主が一割の割引をするといひ，印刷された價格表がそこに讀まれる，といつた場合である。

生徒にこれらの實際の，または自ら想像する，若くは自分で述べる問題や「他人に依つて述べられる」問題を解く力を與へるのに，學校は，從來殆ど全く，この最後の種類の問題についての訓練のみを，たよりにしてきた。次の一頁は最近の最も好い教科書の一册から，殆ど手當り次第に拔き出したのであるが，他の多くの教科書の中のものも似寄つたものである。教師が口で述べる問題には，概して見るに，それを基礎づける何ら實際の狀位がない。

1.　100封度につき70仙の割合ならばレール3622本の關稅は

いくらか，但し，一本の長さは27呎にして１ヤードにつき60封度の目方を有するものとする。

2. 6500弗の財產を有する人あり‘1000弗につき 10.80 弗の割合とすればこの人の稅金はいくらか。

3. 百四十萬分の七萬に九百萬分の百を掛け，その答を五百四十五で割れ。

4. $43\frac{3}{4}$ を掛けて $265\frac{5}{8}$ になる數は何か。

(p. 11)

5. 3クォートは1ブシェルの何分（小數で）か。

6. $\frac{5}{8}$ エイカの土地を93.75弗にて賣却せる人あり，同じ割合とすればこの人の所有する$150\frac{3}{4}$エイカの畑の價格はいくらか。

7. 石炭商あり，1噸を2240封度とし1噸につき4.25弗の割合にて375噸を購入し，これを2000封度の1噸につき4.50弗にて賣却して。この取引によりて得たる利益幾許か。

8. 反物5弗につき2ヤールの割にて60ヤール，又9弗につき4ヤールの割にて80ヤールを買ひ，直に全部を12弗につき5ヤールの割にて賣却するとき，この利益いくらか。

9. 1ブシェルにつき1.50弗の割合にて40ブシェルの林檎を買ひたる人あり。そのうち二千五百箇は腐敗せるを以てこれを1ペックにつき20仙の割りにて賣り，殘部を1ペック50仙の割にて賣却せり，この人の損益いくらか。

10. 若し蜜柑一打につき $37\frac{1}{2}$ 仙ならば，60弗にては幾箱を買ひ得るか，但し一箱は各480箇を容るゝものとする。

11 或る仕事をなすに$18\frac{3}{4}$日かゝる人，$6\frac{2}{3}$ 日にてはこの幾分をなし得るか。

12 1896年10月29日に生れたる兒あり，今日この兒の年齢はどれだけか。（*ウォオールシュ一九〇六年，第一部，一六五頁）

結果として教師及び教科書編者は，算術の問題を解く機能とは，學校の教科書試驗問題といつた風な記述された問題を解く機能のことである，と考へる樣になつてきてゐる。もしさうであると明瞭に考へてゐないとしても，彼等は依然宛もさうであるかの如く，生徒を訓練し考査して居るものである。

併し問題を解くといふことはそんなことではない。學校での問題は生徒が實社會の提供する問題を解くことができるやうにといふ目的で，解かしむべきである。ある買物の場合いくら釣錢を受取るべきかを知ること，正確に金錢の出納をなすこと，分量を多くするために六人分の處方を四人分に充てること，一エイカに要する量から推してある一定の廣さの土地に播く種の量を見ること，正確に家庭，小店舗，その他普通の商賣で必要とする仕事をすること——すべて斯うした能

(p. 12)

力を初等學校に於て啓發して行かねばならぬ。特別の事情なくば，學校で課する算術の問題は，その時或はその後に至つて實生活が提供する問題を，準據としなければならぬ。そして又，實生活自身が提供する狀位，實生活自身が要求する反應（答）を重んぜねばならぬ。

* Walsh (1906)

だが特別な事情のある場合もある。時日と努力の同じ分量も，學校に居る間に問題を「作る」やうに指導された方が，究極の目的にとつては遙に有効であるやうな場合も，しばしばある。學校での練習として個人の金錢の出納をやらせるといふのは，大抵の場合實行できない，何故かといふに，その一部分の理由としては，子供らには，何の收入もなし何のきまつた金も貰はない，卽ち自分で金錢の出納をする必要のない者が，ゐるからである。また各兒童が異つた問題をもつのであるから，一々その仕事を監督するといふことは，敎師にとつてはかなり大した仕事であるといふことも，その理由の一つである。實際の家庭とか商店の問題を取扱ふのは，學校の課程表が家事とか實業敎育を含むときに於てのみ，そしてこれらの科目が實生活に用ひられる機能を促進させる目的で敎へられる時に於てのみ，容易であらう。

そこで，屢，最も能率的の方法は，以前にさうした問題を起らせてこれを解決し，この算術的手順を直に，本當にさういふ問題が生徒に起つた場合に，應用する樣に氣をつけることである。そしてまたかういふ實際問題と敎科書或は敎師の與へる問題との類似點を，よく翫味させて，其の後必要な記述問題を與へることである。多くの場合，記述問題を解かせるのは，それを解くと同じだけの時間を實際問題そのものに費したよりも，やがてはよりよくこの記述問題に相當する實際問題を解くことの出來るだけの力を養ふのである，と考へてやつてゐる學校の練習はたしかに正しいことである。

これはすべて眞である，しかしながら，特別の事情がなければ，學

校は實際の諸狀位を重んじ，實生活から出てくるのと同じやうな諸問題を提出すべきであるといふこの一般的の原則は依然として存する。

普通の型の記述問題を利用する事を望ましきものとのするやうな場合にも，これらの問題は，實生活に算術を應用する準備ともなるべきものゝ最大量を與へるやうに選擇されなければならぬ。例へばある原理を適用するために心に浮んでくる問題を不用意に用ひてはならぬ，かゝる場合には，實生活の諸狀位が要求するものは正しく何であるかを止まつて考へ さてその後明確にその原理の適用を示すべきである。例へば消約法（對消法）を應用した次の二問題を對照せられよ。

(p.13)

A，ある人一匹十八弗にて每日二十四匹宛六日間仔羊を賣り，その金を以て八封度の金屬をかつた。この金屬一オンスにつきいくらづゝ拂ひし割なるか。

B，長さ二十四呎，幅十八呎，高さ六呎なる矩形の水槽と同容積なる長さ十六呎，幅八呎の水槽あり。その高さどれほどか。

第一の問題はめつたに起りさうもない或は決して起らない狀位を提出するのみでなく，またその場合値段がきまつて始めて總額が決定するのであるから，かういふ答の求め方はしてならないにも關らずしてある。

將來は，それを解いても算術を應用する事によつて啓發さるべき機能を啓發せず，またたとへ啓發するとしてもあまり高價につくやうな問題はどしどし除去するやう多大の思考と巧妙が費されねばならぬ，

そして學校生活の限界内に於て直接人生の要求に備へ，而も三四十人の兒童を預つてゐる教師のとるべき課程と適合するやうな問題を考案すべく努力しなければならぬ。

次の說明は抽象的若くは純粹の算術——所謂基礎となるもの——によつて表される智力を問題解答に應用する能力とは，何を意味すべきであり，何を意味すべきでないかといふことを，幾分具體的に示すであらう。

狀位が全部或は一部分の現實性を有する問題への算術の望しき應用の例

敎室內の適當な遊戲や綴字競爭やその他に就いてどちらが勝ちまたどれだけ勝つたかの點數を記錄しておくこと。

實際の店，或は假想の店に就いて，値段を計算し，取引勘定をしてそれをよく調べ，棚卸表を作り，などすること。

學校庭園の地圖を書き，これを區分し，種をどれ位買つたらいゝかなどゝ考へること。

言葉の知識，綴り字，加算，減算，筆記の速度等を試驗してその成果及び進步を計ること，又練習は一時間にどれ位進步するか，學校の生活は一週間にどれ位進むかの率をはかること。

學校の賄で料理する食品の値段は學校の店で作製する品物の元價を見積ること。

料金表により，實際の通信或は送荷に要する電報料，郵稅，速達料等を計算する。

爲替料金表から爲替料金を算出する。

狀位が現實性を有せざる所に算術を望ましく應用する例

茲に與へられたる範例はすべて分數の減法に關聯する。他の算術的原理に關する範例は實社會の必要といふことを頭において擇ばれた問題の材料を含む書物には，適當の場所に見出されるであらう。

A

1　ドーラさんがチェリイを作つてゐます。料理法を見ると砂糖がコツプで二十四杯いるのですが，生憎家には二十一杯半しかありません。けれども買ひに行く暇がないのです。それでお隣から砂糖を借りて來なければなりません，どれだけ借りたらよいでせうか。

(p. 15)

引きなさい。

$$\begin{array}{r} 24 \\ 21\frac{1}{2} \\ \hline 2\frac{1}{2} \end{array}$$

「$\frac{1}{2}$と$\frac{1}{2}=1$」といふことをお考へなさい。

$\frac{1}{2}$をお書きなさい。

「2と2=4」といふことをお考へなさい。2を書きなさい。

2　石鹼の一杯這入つた箱があつて重さは $29\frac{1}{2}$ 封度です。空の箱だと $3\frac{1}{2}$ 封度だといひます。石鹼だけの目方を出して下さい。

3　七月の一日にルイスさんはアイスクリームの鹽を 50 封度いりの一袋だけ買ひました。七月の 十五日 に見たら 11 封度半しか殘つてゐませんでした。ルイスさんはこの二週間の間に一體どれ程鹽を使つたのでせうか。

4　グレースさんは苔桃を 30 クォート取つてくるとお母さんに約束しました，そしてもう今までで 18 クォート半もぎました。あとどれだけもいだらよいでせうか。

B

この表はネルの妹メリーちやんが生れた時から恰度12ヶ月まで二ヶ月毎に目方を量つたのを書いてあります。

メリー・アダムスの體重

生れた時	$7\frac{3}{8}$ 封度
二　月	$11\frac{1}{4}$ 封度
四　月	$14\frac{1}{8}$ 封度
六　月	$15\frac{3}{4}$ 封度
八　月	$17\frac{5}{8}$ 封度
十　月	$19\frac{1}{2}$ 封度
十二月	$21\frac{3}{8}$ 封度

1　赤ちやんは初めの二ヶ月の間にどれだけ目方がつきましたか。

2　その次の二ヶ月の間にどれだけ目方がつきましたか。

3　その次の二ヶ月の間にはどれだけ。

4　またその次の二ヶ月はどれだけ。

5　八ケ月になつてから十ケ月になるまでの間には。

6　一番終りの二ケ月の間にはどれだけ。

7　生れてから六ケ月になるまでにはどれだけ。

C

1　ヘレンの十二月中の平均體重は $87\frac{1}{3}$ 封度，ケイトの體重は $84\frac{1}{2}$ 封度であつた。ヘレンの體重はケイトの體重よりどれだけおもいか。

$$\begin{array}{r} 87\frac{1}{3} \\ 84\frac{1}{2} \\ \hline \end{array}$$

$\frac{1}{2}$ と $\frac{1}{3}$ をどう考へるか。

$1\frac{2}{6}$ をどう考へるか。

84の4をどうかへるか。

2　次の表により各女生徒の平均點をお求めなさい。そして答をよくわかるやうに明瞭にお書きなさい。問題 3, 4, 5, 6, 7, 8 を解くのにそれを使ふのですから。

(p. 16)

	アリス	ドーラ	エマ	グレイス	ルイーズ	メリ	ネル	リベカ
讀方	91	87	83	81	79	77	76	73
語學	88	78	82	79	73	78	73	75
算術	89	85	79	75	84	87	89	80
書取	90	79	75	80	82	91	68	81
地理	91	87	83	75	78	85	73	79
習字	90	88	75	72	93	92	95	78

3　誰の平均點が一番ですか。

4　一番の平均點はその次の人の平均點よりどれだけよいですか

5　一番上の人と一番下の人と平均點の差はどれだけですか。

6　エマさんの平均點はルイーズさんより上ですか，またどれだけ違ひますか。

7　メリさんとドーラさんの違ひはどれだけですか。

8　メリさんとネルさんの違ひはどれだけですか。

9　この平均點について自分で五つの問題を作り，それを解いて御覽なさい。

算術應用の望ましからぬ適用の例(註)

キルはお彈(はじ)きを二十一個，ジヤツクストウンを十二個，絲切れを三十六本もつてゐます。キルのもつてゐるものはどれだけですか。

ヂョーヂの凧は九百三十五呎の高さまであがり，トムの凧はそれより六十三呎だけ高くあがりました。トムの凧はどれだけの高さまであがりましたか。

1104から204を引くとデイン氏の買つた馬の値段の四倍になります。デイン氏の馬の値段はいくらですか。(以上の三問題の數字は原文にはみな XXI, DCIV などの數字を用ひてゐるので尚よくない。)

ハナァは一弗の $\frac{5}{8}$，スウジィは $\frac{7}{25}$，ネリは $\frac{3}{4}$，ノーラは $\frac{13}{16}$

をもつてゐます。皆の金を合はせるといくらになりますか。

一週間に $3\frac{17}{80}$ 弗貯蓄する人がある，一年にはどれだけ貯蓄するか。

樹が倒れて四つに折れました，その部分の長さはそれぞれ $13\frac{1}{6}$ 呎，$10\frac{3}{7}$ 呎，$8\frac{1}{2}$ 呎，$7\frac{16}{21}$ 呎です，一體樹の高さはどれだけあつたのでせうか。

(p. 17)

アニはお父さんから御友達に分ける樣にと云つて林檎を 20 個戴きましたので一人に $2\frac{2}{9}$ 個づつ分けました。御友達の數は何人でせうか。

ヂョオンは林檎を $17\frac{2}{5}$ 個持つてゐました，そしてそれを皆五分の一の大きさにわけました。今度は皆で幾切れになつたでせうか。

下宿屋の主婦さんが八人の下宿人に $3\frac{3}{7}$ 個のパイを分配しました。一人の分け前はどれだけですか。

メリの單語表は 20 行あつて一行に單語が 16 づつ這入つてゐます。全體で單語がいくらありますか。

一パイントには胡桃が九つ這ります。5,888,673 個の胡桃は幾パイントですか。

アダムス校の教室の數は八ツ，一教室の生徒數は 48 人である。もし一人が八仙づつ持つてゐるとすれば皆合せてどれだけになるか。

立方體の形で積んである材木の體積は $15\frac{1}{2}$ コードである。こ

れを吋に直したらたて，よこ，高さ，いくらか。

高さ6呎の男の人の體重175封度である。同じ體の出來とすれば125封度ある妻の身の丈はいくらか。

截頭四角錐の材木あり，下底は 22 吋平方上底は 12 吋平方なり，若し高さを 22 呎とすればこの材木は何立方呎なるか。

エイムズ氏は年齢を尋ねられた時斯う答へました，私の年の半分を三乘してそれに41,472を加へると私の年齢の三乘の半分になります。私の年はいくつでせう。

（註） この問題及びこの後に出てくる問題は實際の教科書，教授案，或は考査試驗の問題から抽いてきたものである。併し不快なる比較を避けようとする故，これは正確なる引用ではなく，はしがきにも述べた如く原理形式をそれと等しくするだけである。

學校の訓練に於て强調してはならぬ種類の問題解答の適例は上に述べた如きものであるが，この例はある場合は四十年も以前發行の書から引用抽出したところもままある，併し以下の例は 1910 年に當時評判の書物から蒐集して結果を發表したものに外ならない。こんなものを集めるには一時間しかかゝらなかつた。そして私は，生徒が實生活に於て遭遇しないやうな狀位を記載し，實生活に於て訊かれることもないやうな問を設ける問題は，一九〇〇年から一九一〇年まで十年間に出版された教科書を手あたり次第に十冊も調べれば，千や二千はざらに見付かると信ずるのである。

もし一本の穗に250穀粒があるとすれば，同じ大きさの穗二十四本には幾らあるか。

モードの年は妹の年の四倍です。妹の年が四つならば二人の年齢の和はいくらになりますか。

もし第一世紀の始まりが一年だつたとすれば，一世紀の終は何年ですか。
(p. 18)

蜘蛛は皆八つの複眼を以つてゐます。二一匹の蜘蛛の複眼はいくつですか。

4 吋の針を板に打ちこんだら一方に 1.695 吋突出し， 他方に 1.428 吋突出しました。板の厚さはどれだけですか。

長さ5吋，幅 $3\frac{1}{4}$ 吋なる封筒の周圍はいくらですか。

1時間の $\frac{9}{4}$ の $\frac{5}{9}$ は何分か。

ノックス夫人はノックス氏の年齢の $\frac{3}{4}$ 倍にして，息のエドワードは母の年齢の $\frac{4}{9}$ なりといふ。エドワードの年齢を問ふ。但しノックスの年齢は 48 なりとす。

完全に圓をなせるパイありてその直徑 $10\frac{1}{2}$ 吋なりと假定せよ。若しこれを六等分するとき曲線をなせる部分の長さどれ程か。

雨が降つたので一級 36 人あるうち $8\frac{1}{3}$% は缺席しました。出席した生徒のうち $33\frac{1}{3}$%は運動場に出て行きました。あと教室に殘つてゐる生徒は何人ですか。

市場で乾草一噸の目方をはかつてしまつたとき，馬がそのうちの一封度を食つてしまひました。馬の食つた乾草が殘部の乾草に

對する比はどれだけでせうか。

扇子に骨が十五本あつて，ひろげるとその二本の大骨が一直線になるとしたならば，二つの隣りあつた骨の角度はいくらか。

セントルイスとニューオルレアンの間の距離の半分はこの距離の $\frac{1}{10}$ より 280 哩多い。兩地間の距離いくばく。

氣壓一平方吋につき 14.7封度なるとき，長さ $1\frac{1}{4}$ 碼（ヤード），幅 $\frac{2}{3}$ 碼なる卓上の壓力はいくらか。

1900年に於ける大麥植付の總英坪（エイカ）數の $\frac{13}{28}$ は 100,000 英坪であつた。總英坪數を求む。

母親が，二人の息にも，或は四人の娘にも，または子供ら全體にも，分配し得るバナナの最少數は何であるか。

若しアリスの年がその四倍より二つ多かつたら叔母さんの年と同じになる。アリスの年はいくらか。但し叔母さんは三十八。

三人の男ありて周圍 360 哩なる圓き島をめぐるに，甲は一日に 15 哩，乙は一日に 18 哩，丙は一日に 24 哩歩くといふ。もし三人同時に出發して同方向に向ふときは再び相會するまで幾日かかるか。

一年に高が 30 弗や 40 弗の金を一人の兒童の教育に費し，多分その
(p.19)
うちの八弗を算術的能力を進めるために用ひるのであれば，それで實際の諸狀位や生徒自らの關係してゐる問題に反應するやうに直接指導しようとしても，言葉，圖表，繪畫等によつて記述された問題の答を指導することにその大部分をまたねばならなくなる。そして言葉，圖

表，繪畫のうち言葉の使用される場合が最も多い。從つてかかる記述に使用される言葉を理解することが，算術に要せられる能力の一部となる。斯の如き言葉の知識は，例へば廣告とか商業通信文とかいふやうに，實生活に於て解決さるべき問題が時に記述される場合にも必要である。

この事實は，殘部，利益，損失，利息，體積，總額，純益，割引等の言葉の場合には誰も承認する。併しこれは，貸，*推測，差引，平均合計，借，殘り，其他數多のかうした半術語的な言葉についても同樣であり，また教科書や教師や，生徒の實生活若くは言語の授業等で知つた言葉や文章の構造のみを用ひようとしない限りは，其他幾百の言葉についても同樣に眞である。算術を問題に適用するには問題は何かといふことに對する生徒の理解がなくてはならぬ。問題解決は問題讀解の如何にある。實際の學校の教授に於ては，單に解くことそれ自身のために解くやうな問題，不必要なる實際にない問題，拙い記述の問題等が省かれるに從つて，問題讀解は益々不必要になつてくるとはいへ，それが初等學校の「算術」と「讀方」を結びつける重要なる課業として幾分存在することは言を俟たない。

◇ 算 術 の 推 理

算術的能力が定義を要する最後の點は算術的推理に關してである。
(p.20)
初等學校の兒童に就いて期待されてもよい適當な推理の扱ひ方と，及

* Suppose

び推理を促進せしめる有効なる方法の扱ひ方とは習慣の形成を研究してのちはじめてわかる。何となれば，推理は本質的には思考の諸習慣の組織と統御だからである。併し或事項は此所で決定しても差支なからう。先づ第一に言はんとすることは，單に訓練のためのみの計算乃至問題の使用法についてである。語を換へて言へば，問題に，解かれる價値があらうがなからうが，そんなことには一切無頓着で，只推理の訓練のみに重きを置くの可否についてである。今までの考によると，心とは或る方法で訓練されさへすれば，その題材の何たるを問はず，きつと充分强くなつてくる一組の官能，或は能力，或は力であるといふのであつた。實社會に起らない問題，それの解答にあたつて生ずる知的興味の外は何等價値ある興味を有せざる問題も，推理力を訓練する上には家庭，商店，商賣等の實地問題と殆ど或は全然同様に有用であるとして考へられてゐた。心に推理の機會を與へるものなら何でも宜しいといふ譯で，生徒は時針と分針といつ重なるか，ある羊飼の所有する羊の數の半分に十を加へたものはその羊の數の二倍の三分の一に等しとすればこの羊の數はいくらか，といふ様な問題を解かうとして苦しんだのだ。

ところが今私らは，訓練は用ひられる題材に大部分依存するものであり，從つて推理の有効なる訓練は，生徒が實際の重要なる事物について推論するを必要とするといふことを知つてゐる。普遍的に推論される特定の諸事實諸關係について全く無關心で働く様なそんな魔術みた様な推理の機能はどこにもない。それ故問題の選擇に當つては，啻

に生徒の推理を刺戟するのみならず，その推理を正しき路に導き，實際上の意義を有する結果を以て報ゆる底の問題を見出す様努めねばならぬ。私らは，純然たる練習のための練習問題をしりぞけて，人生の重要なる特殊の諸狀位に對する特殊の訓練として價値ある問題をとり入れるべきである。推理のためのみに求められたる推理は，時の贅澤なる浪費であるばかりでなく，また推理としても劣等なものになりやすい。

(p.21)

第二に述べんとすることは，生徒が平生の考へ方にいささか逆らつて考へねばならぬ「ひつかかり」*問題と，今まで役に立つた普通の規則的の考へ方をして行けば少しばかりの失策は例外として，大抵正しい答を得ることの出來る所謂「普通」**問題との價値の優劣に就いてである。

例へば次の四問題を考案せられよ。

1　ある男が十打の卵を2.50弗で買つて，それを一打につき20仙宛で賣却した。この男は何仙の損をしたか。

2　私は午前9時にスミスの店へ行き同10時まで其處にゐた。そして1ヤール40仙の縞木綿6ヤールと，1ヤール20仙のモスリン3ヤールの買物に對して5弗の小切手を支拂つた。私の店にゐた時間はどれだけか。

3　6の二倍の半分を得るには48を何で割ればよいか。

* Catch problem,　** routine problems

4　30を得るには19に何を加へたらよいか。

「ひつかかり」問題は今あまり評判がよくない。といふのは賢い教師は直覺的にわざわざ生徒に，今迄の習慣によつて得た結果とは全然正反對の結果を推理によつて得るやうにと求めるのは甚だ危險の話だと感じてゐるからである。併し前記の四つの例題は問題中に「ひつかかり」卽ち「從來と異つた考へ方をしなければならぬこと」のあるのは直にその問題を非議する充分なる理由とならないことを明示してゐるものである。第四の問題は「ひつかかり」問題ではあるが，「普通」の練習として幾多最近の書物に採用されてゐる程有用な問題である。ところが第一の問題はこれに反して，生徒に考へさせるといふこと以上の何らの高き標準を，問題に對して，求めない所の一部の者以外は，悉く聲を揃へて排斥する所のものである。それは固定習慣の何の正しい役にも立たない轉倒を要求する，何故かといふに，人生に於て斯の如き場合の問題は決して「何仙の損をしたか」いふのではなくて「結果はどうなつたか」或は單に「どうなつたか」だからである。此の問題は理由なくその得た訓練に對する生徒の自信を弱める。(2)の如き問(p. 22)題は鏘鏘たる敎官連の與ふるところであるが，これも多分爲になるよりは害になる方が多いだらう。もし一生徒が算術の敎授中「私は9に$2\frac{3}{4}$を掛けるために7時に起きました，そして答は$24\frac{3}{4}$となりました。それが恰度よい起床時間でせうか。」と云つて授業を妨害する時は，自分に考へるための刺戟をあたへてくれた好運に感謝しないで，

直にその兒童は馬鹿だとその敎師は考へるであらう。かかるひつかかり問題も，種々多樣のものが次ぎ次ぎに普通問題と入れ混り，且つ初めに練習の大體の性質をしらせたのち，或る狀位にある本質的要素の探究といふ點で實物敎授としてかなり有用であるかも知れない。たとひ然うであつても，推理は主として諸習慣を組織構成する力であり，それに反對する力であつてはならぬといふこと，そしてまたすべての必要なる訓練を與へるために反對しなければならない惡い習慣が澤山あるといふ事，を記憶すべきである。その狀位の中にかくされた特殊の要素が，その狀位に依つて呼び起される良き諸習慣を誤るやうなそんなそんな捏造されたる六ケ敷い諸狀位は，思考に對する刺戟としてよりも，むしろ算術に於ける息安め，興味ある變化として有用である。

上述の第三問題の如き問題は「ひつかかり」問題といふよりはむしろ當惑させる底の問題である。斯かる問題は狀位を分解して，天資豐なる子供らを喜ばせる樣な要素とすること，及びある能力に關する考査としての價値だけは持つ。斯かる問題はまた，狀位中のあるかくれたる要素によつて普通の習慣を除くといふよりも，幾多の混亂せる諸習慣のうちからその中の正しい習慣を擇ぶことを要求する。初等學校はそのとりわけて訓練する算術機能の一つとしてかかる問題を特に手早く扱ふ力を含むか否かを決めることは，まだその結果が充分に知られてゐないので，私らにはまだ出來ない。

上記の第四のひつかゝり問題は我も人もともに善き問題として認めるところであるが，その善き問題である理由は，他のよき習慣のため

に或るよき習慣に楯を突き，又實社會が要求する要素の分解を强制しながら而もそのために大した徒費をしないといふにある。「30, 19, 加へたら」といふのに對していつも 49 で反應するやうな唯だ一つの習慣だけを子供にもたせておくのは危險な事である，何故かといふに實生活では「30にするにはいまもつてゐる 19 にいくら加へたら」と云つた場合が大變屢々あり，且重要であるからである。たゞ 30, 19, 加 (p.23) へる，の文字が並んでゐても加へればよいときもあり，引かねばならぬときもあるからである。

概言せば，普通の實生活が提供する普通の問題はよく推理さるべき問題である。もちろん初等教育の中で，好いてゐる子供たちには，あまり害にもならない形式で純粹な精神操練をやらせることも，わるいことではない。

◇摘　　　要

數の意義，算術上の言葉に關する諸要求，算術の煩瑣學的適用と實地適用との差別，推理訓練上の可能的諸制限——これらの論議は「初等教育がその算術教授に於て啓發せんとする機能は何か」といふ問題の意味を說明するものである。これに關係して他の事項を考察するも妨げないが，初等教育の仕事の大づかみの輪廓は，旣にかなり明である。初等教育が啓發せんとする算術的諸機能又は諸能力とは次の如きものである。

（1） 數とは一定大の聚合，一定の相對的諸量（單位の大さは知ら

れたものとして，他の諸數に對する關係の中心若くは核心に與へられたる名稱であるといふ生きた知識*。

（2） 十進法の組織に關する生きた知識。

（3） 加減乘除の意義に關する生きた知識。

（4） 普通の度量衡の性質及關係に關する生きた知識。

（5） 正の整數，分數，少數，名數を加減乘除する生きた能力。

（6） 人生の單純なる算術的要求のために必要な，またそのための (p.24) 經濟的準備のために必要な言葉，符合，圖表等の生きた知識。

（7） 人生の單純なる算術的諸要求又はそのための人生に對する經濟的用意に必要なものとして以上に述べたすべての能力を適用する能力。この中には矩形の面積，直六面體の體積，步合，利息，その他家庭，工場，實業界等に普通起る事物に關する問題を解くべきある特定の能力もふくまれる。

算術の社會學

「人生のやや單純なる算術的諸要求」なる語はどうしてもあいまいなまゝに殘されてゐる。1920 年に於てこのアメリカの人たちが算術を如何に利用してゐるかに就いては私らは知らない。これを研究するためには「算術の社會學」といふものがいるのである。初等學校は稀なるまた至難なる要求に對して應じようとしてはならぬ。初等學校の啓發

* つまり數の聚合的意味，割合的意味，相關的（または核心的）意味の活知識。

すべき望ましき能力は他にいくらもある。

先づ最初に算術の實際利用に就いて興味ある棚卸をしたのはウィルスン[1]（一九一九）とミチェル[2](註)である。これらの研究は他の研究によつて更に擴大さるべきところ阻止すべきところは多々あるが，二つの主なる事實はかなり確の樣である。

（註）ミチェルの著はまだ發行されてないけれど著者はこれを見ることができた。

第一に多數の人人はその多數の行爲に於てきはめて初步の算術しか用ひてゐないといふことである。ウィルスンの報ずる所によると，一七三七個の場合の加算のうち，八分の七は五つの數若くばそれ以下についてであつたといふことである。また乘數の半以上は一桁の數で，取扱はれた分數の九割五分以上は次の如き範圍のものであつた，$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$. そしてまたすべての場合の四分の三は整數又は合衆國貨幣に關する簡單な一段計算であつたといふことである。

第二に，人人がこの極く初步の方法を屢々用ひるのは，これが迅速であり便利であるからといふのではなく，もつとよい進んだ方法を忘れたために，または初から知らぬために，用ひてゐるのである。五仙十仙均一店，「この上のものは何でも25仙」とかいてある店臺，月賦方法等は，人間の算術を避けようとする手近の例である。ウィルスンは小數はほとんど使用されないのを見出した。ミチェルは小數を用ひた

（1） Wilson　（2） Mitchell

方が有効なのに分數として四十九分のいくつで計算してゐる人人を發見した。(p.25) もし次に示す如き考査をするのに百二十分間でやらせると一流の辯護士，醫師，製造業者，實業家及びその妻君連も，私の經驗に徵すれば，約半分しか正當なる解答を出すことができないであらう。肉を買つてその勘定書に「7 $\frac{3}{8}$ 封度，燒肉，2.36弗」と書いてあるのを見ると多くの女は肉屋に時間や金をつぶして電話をかけて，一體燒肉は一封度いくらなのですか，なんかと大騷ぎをするであらう。無理もないことで，彼等は帶分數で割り算をする確實な力がないのだ。

考　　査

次の計算をなせ。且答の分數はすべて既約分數にてあらはせ。

次の加算をなせ。

$\frac{3}{4}+\frac{1}{6}+.25$

4年6月
1年2月
6年9月
3年6月
4年5月

次の引算をなせ。

8.6－6.05007　　$\frac{7}{8}-\frac{2}{3}=$　　$5\frac{7}{16}-2\frac{3}{16}=$

次の掛算をなせ。

29呎6吋
8

$7\times8\times4\frac{1}{2}$

次の割算をなせ。

$$4\frac{1}{2} \div 7 =$$

學校に於ける過去の算術訓練は，初等的能力を完成する様に充分の注意を拂はなかつたらしい。この證左は尚後に至つて見出すであらう。そして一方また現在一般の人が或る一つの方法を用ひないといふことは，彼等がそれを用ひてはならぬといふことではないであらう。

人生のより單純なる算術的諸要求は確に立方根を見出す法則とか貨の割引を見出す規則とか言つた風の事を含まないのはたしかである。そんなものは少し氣の利いた人間は用ひない。また高級の專問業にしか用のないところの側面積や，角錐圓錐の體積を計算するとか，左官や經師屋の習慣を知るとかいふやうな事柄を抱含すべきでない。そしてまた，コールロウン*の利息とか，高利とか，正密な利息とか手形の再
(p.26)
割引とか云ふ様な，仲買人，銀行員，財產家等にしか必要のない事柄をも包含すべきでない。そして又一年以上の期間に對する單利，仕拂，猶豫，中比といふやうな習慣的の術語でだんだん實際からは消えてゆきつゝあるものを包含すべきでない。また大きな數についての精密な計算或は小數點以下三桁以上の小數についての精密な計算，若くは百人中一人が一年に一回やるかやらぬかわからぬやうな分數の加算減算などを包含すべきでない。

どの算術的能力を誰が用ふべきか，またどの程度に屢々用ふべきかを正確に述べてある算術の社會學があつたら，私らはこの點に於て初等教育のなすべき仕事を的確に述べることができよう。しかし今の所私らは二つの制限規則に導かれ，常識によつて論歩を進むことにしよう。二つの制限的規則とは卽ち「初等學校が算術に關するすべての事實を教ふるは，宛も英語にある言葉の全部を教へ，地球の地誌を殘らず教へ，人類生理學の細微の點までをすべて教ふると同様に，少しも望ましいことでない」といふこと，及び「算術的訓練の要素はどれも，何かそれに代はるべきよりよきものを得るまでは，それを除去することは望ましくない」といふことの，この二つである。

* call loans

(p. 27)

第二章　算術的諸能力の測定

學校が啓發すべき諸機能は何であるかの觀念を明瞭ならむしむる絶好の方法はそれら諸機能を測定することである。もし與へられたる知識，技術，力または理想が存在するとすればある量に於て存在してゐる。そして小から大に亘るその量の連續が一般の記述では說明しあたはざる方法で能力それ自らの定義を與へる。斯くの如くして，1封度，2封度, 3封度，4封度，5封度……等の重量の連續は重量とは何を意味するかを教へる助けとなる。同年又は同級の兒童が only, smoke, another, pretty, answer, tailor, circus, stelephone, saucy, beginning 等を正確に綴る率はこの順序に從つて次第に減じてゐるがこの順序を見出すことによつて，私らは「綴字の困難」とは何を意味するかを一層よく知ることができる。事實機能の効果と進步を測定するまでは，機能とは何かの觀念について吾々は曖昧であり散漫であり易い。

◇ 算術的能力測定の例＝＝ 整數を加ふる能力

まづ第一に例として整數加算能力の測定を考へよう。

以下はストウン (Stone, 1903年)のなしたる測定に用ひられたる例である。

(p. 27)

	596	4695
	428	872
2375	94	7948
4052	75	6786
6354	304	567
260	645	858
5041	984	9447
1543	897	7499

採點は次の通りである。卽ち各柱（コラム）の答が正確ならば一點をあたへる。ストウンは十二分間で正確に計算した總點數として，この加算の點數と他の能力の點數とを一緒にした。そしてまたストウンは，或る乘算の中で，加算の正確さの點を採つた。

コーティス*は二十四の仕事卽ち「例題」を記入した紙を用ひた。その例題は下に示す如く三桁の數九つの加算である。時間は八分間を限つて與へる。そしてやつた例題の數に依つて，點を採り，更にまた正解した例題の數に依つて點を附けた。しかしこの二様の能力を結合して一般的能力の點數がどうなるかについては何もいつてない。

927
379
756
837
924
110
854
965
344

著者はずつと前に下に示す如く段々むづかしくなつて行く問題を a ら g まで竝べてこれでまた生徒の能力を量る方法を提議した。

* Courtis

a.	3	2	2	3	2
	2	3	1	2	4
	4	2	3	3	3

	2	1	2
	5	5	1
	2	2	2

(p. 28)

b.	21	32	12	24	34
	23	12	52	31	33
	24	25	15	14	32

	34	22	12
	12	23	13
	23	43	61

c.	22	3	4	35	32
	3	31	3	2	33
	38	45	52	52	2

	83	22	3
	11	3	21
	4	33	64

d.	30	20	10	22	10
	20	50	40	43	30
	40	17	24	13	40

	20	52	12
	4	6	22
	23	30	44

e.		4	5	20	12
	20	30	3	40	4
	10	30	20	4	1
	20	2	40	23	40
	20	20	10	11	20

	12	20	10
	11	20	20
	23	7	2
	11	10	30
	22	30	25

f.			19	9	
	14	2	19	24	9
	9	14	13	12	13
	17	23	13	15	15
	26	29	18	19	25

		9	
	4	13	
	13	9	14
	34	12	25
	28	18	39

g.		13		9	14
		9		13	12
	23	19	19	29	9
	28	26	26	14	8
	29	16	15	19	17

	13		
	12	9	
	9	14	24
	9	13	21
	8	29	23
	19	19	22

ウッディ (Woody, 1916年) はこの原理を土臺として彼の有名なる考査を組みたてた，但し困難の一階梯毎にたゞ一例題づゝを用ひたのであつて，上の如く八つも十も用ひたのではなかつた。彼の考査のうち整數の加算に屬するものは次の通りである。

(p.30)

系A 加法の階梯 (一部分)

——クリフオード・ウデイによる——

(1)	(2)	(3)	(4)
2 3	2 4 3	17 2	53 45

(5)	(6)	(7)	(8)
72 26	60 37	3+1=	2+5+1=

(9)	(10)	(11)	(12)
20 10 2 30 25	21 33 35	32 59 17	43 1 2 13

(13)	(14)	(15)	(16)
23 25 16	27+42=	100 33 45 201 46	9 24 12 15 19

(17)	(18)	(19)	(20)
199 194 295 156	2563 1387 4954 2065	$ .75 1.25 .49	$ 12.50 16.75 15.75

(21)	(22)
$ 8.00 5.75 2.33 4.16 .94 6.32	547 197 685 678 456 393 525 240 152

(p.31)

彼れ自身の報告を見ると，ウッディは個人の點を採ることに對して何等の考案をもなさなかつた。そして彼が，困難の程度を異にする毎々こんなわづかの例題しか與へないのであるから，生徒の得點は，個人を判斷するにはあまり賴りなさすぎる，と考へたのは蓋し賢明なりといふべきである。このテストは級の考査としては信賴できる。そして級に對してウッディは，若し全考査の三十八題に二十分與へるならば，級の定められただけの人數がその仕事を正確になし終へることができるといふ程度の困難を用ひた。

斯樣な整數加算の考査に對する生徒の解答の能率といふやうな簡單な事柄を測定するのでも實際はかなり複雜な仕事である。先づ第一に速度と正確を合算してどうして一つの評價を作るかといふ事が問題になる。ストウンは加算が正しくなければその問題を認めず，コーティスは實地にやつた數と正しい答を得た數と兩方報告してこの面倒を避けてゐる。著者の考案はその楷梯の各段毎の速度と正確とにそれぞれ特定の重要視をを置くので，少し込み入つた計算を必要とする。

加算の速度と正確を平均することの困難は，取りも直さず初等學校

にて啓發すべき能力は何かといふことに關して吾々が不充分なる觀念を所有することを意味する。例へばある一群の生徒にコーティスの例題を十五あたへて十の正しき答を得た場合と，十の例題を與へて九つの正しき答を得た場合とどちらがよいかゞ決定されないうちは，その集團の生徒の場合に於て，加算について敎師のなすべき仕事も決定されないのである。

柱の長いのと短かいのとが用ひられた場合にその結果を比較するにも困難が存する。短い柱（コラム）――例へば五字――の加算を正確にやれゝばそのやり方の知識のあること，及び一つが四つづゝ連續した單純加算を誤なしになし得る能力のあることが立證される。長い柱――例へば十字――の加算を正確にやれゝば一つが九つづゝ連續した單純加算を誤りなしになし得る能力およびその方法の知識のあることが立證され
(p.32)
る。今假に一生徒の正確さが平均八つの單純加算中一つの誤をなす底のものであるとすれば五段の加算をいくつもやるうち半分位は正確な答を得，十段の加算に於ては殆ど一つも正答を得ないであらう。（これは若しこの生徒が從來通りのやりかたで加算を行へばといふ話である。であるから，若しその加算を繰り返す事に依り或は段の半分づゝで加算をやること等に依つてその結果を檢することができれば，正確な答を得る步合はどちらの場合にも大いに增加し，また兩方ともに殆んど同じであらう。）されば普通に加法考査に於ける柱（コラム）の長さは方法の知識とか遂行の能力とかいふものに較べて自動的に單純加算に於ける正確さを左右するものである。

さらに，どんな大きさの柱（コラム）の場合にも，普通の方法で採點した結果ではその單純加算の中でまちがひを一つしたか，二つしたか，三つしたか（あるひはあるたけのまちがひをしたか）は區別がつかないのである。ところが，明かに十段の柱の計算で答の數字の半分は間違つてゐるやうな生徒は一柱のうちでも屢々二つ或はそれ以上のまちがひをなすであらう。これに反して十の問題中一問間違ふ位な生徒は恐らくまちがつた一問のうちで一つ以上の誤をしないであらう。されば段數の少い問題で考査することは，段數の多い問題での考査の結果を說明する手段として結構なるものである。

最後に，段數の少い柱（コラム）を擇ぶか，多い柱を擇ぶかは，社會が學校に對して求めてゐる能力は何であるかについて測定者はどう考へてゐるかといふことに依るものである。二十年前の私であつたら私も今よりもすぐおいそれと段數の多い問題を採用したであらう。世界でも大體に於て長い加算は益々機械によつてなされる樣になつてゐる，勿論地方の雜貨店，肉屋と云つた風のところでやる週末や月末勘定の簿記には，まだ屢々舊習が頑張つてゐるにはゐるが。
(p. 33)
斯くして加算能力測定の研究では正確さ對速度，長い加算對短い加算の問題が起つて來る。後の問題は，從來殆ど普通の加算能力の定義では問題にならなかつたのである。

そして更にまたかういふことが云はれる，卽ち加算能力の測定をしてみると，どこの學校でも正確さが足りないのでその科學的研究者はびつくりすると。コーティスの例題の如き問題について加算をなして十

の内に僅かに八の正解をなすやうな小學校の卒業生は,役には立たぬ。誰もそんな能力の人間に給金を計算者として傭ふものはあるまい。生徒もその能力では自分の計算をする事もできないであらう。所謂正確の習慣の訓練の價値は，斯の如き場合，否定されてしまはれるおそれがある。かるが故に,少くとも私には,十個の數字から成る單純加算の柱を二十のうち一つ以上まちがはないやうになるまでは，どうでも檢算法を教へ檢算をやらせねばならぬと思はれる。速度は有用である，特に個々の[1]高位十數の加算の統制力を間接に示すものとして。併し一定標準以下の正確さをもつ加算に對する社會の要求は零であり，またそんな訓練價値も零である，否定的である,(速かつたところで何にもならぬ)これについては後の章に至つて更に說く所があるであらう。

◇ 計算能力の測定

これらの能力測定には二種類ある。一は前揭コーティスの加算能力考査によつて示されたる如きある同じ一つの仕事をする時にあらはれる速度と正確との測定であり，他は前揭著者の加算に對するあら例りの[2]考査，又はウッディの[3]考査に見る如く，ある指定の時限以內に，どれだけ困難なる問題を正確に（若くはある程度まで正確に）なし得るかに關する測定である。

コーティスの考査はストウンの考査の上に改良を施し爾來不斷の努

(1) higher decads *p. 33. 52. 75. 106* をみよ

(2) 三九—四一頁のテスト　　(3) 四二—四三頁のテスト

力に依つて精緻を致したるものであるから，整數に關する所謂「基礎的」(*p. 34*) の能力を測るものとしては第一種の上乘なるものである。次の頁から四十九頁までにあげてあるのがそれである。

第二種に屬する考査はウッディ竝にバルー (Ballon) の考査およびソーンダイク算術の「階梯」練習である。これも五十頁以下に說いてある。ウッディの考査は整數，分數，小數，名數の運算を含み，バルーの考査は分數(1916年)のである。

コーティス式考査法

算術　考査第一　加法

系　列　B

時間は八分間です，その間にできるだけの答をお書きなさい。答はこの用紙の問題の下にすぐ書くこと，みんなできなくても差支ありません。點は運算の速さと正しい答とその兩方で採るのですが，しかし問題の數を澤山やるよりは正しい答を出すことの方が大切です。

927	297	136	486
379	925	340	765
756	473	988	524
837	983	386	140
924	315	353	812
110	661	904	466
854	794	546	355
965	177	192	834
344	129	439	567

384	176	277	837
477	783	445	882
881	697	682	959
266	200	594	603
679	366	481	118
241	851	778	781
796	535	849	756
850	323	157	222
733	229	953	525

この他に三桁の數九づゝの加算問題がまだ十六あるがそれは略す。

コーティス式考査法

算術　考査第二　減法

系　列　B

時間は四分間です，その間にできるだけの答をお出しなさい。答はこの用紙の問題のすぐ下にかくこと。全部できなくても決して差支あ
(p. 35)
りません。點は運算の速さと正しい答とその兩方でとるのですが，しかし問題の數を澤山やるよりは正しい答を出すことの方が大切です。

107795491	75088824
77197029	57406394
91500053	87939983
19901563	72207316

この他同種の問題がまだ二十題あるが，それは略す。

コーティス式考査法

算術　考査第三　乘法．

系　列　B

時間は六分間ですからその間にできるだけおやりなさい。全部やらなくても差支ありません。運算はすぐ問題を下にかくこと，他のところに書いてはいけません。點は運算の速さと正しい答との兩方でとるのですが，しかし問題の數を澤山やるよりは正しい答を出すことの方が大切です。

8246	7843	4837
29	702	83
3478	6482	
15	46	

この他同種の乘法問題尙二十あれど略す。

コーティス式考査法

算術　考査第四　除法

系　列　B

時間は八分間です，その間にできるだけおやりなさい。全部やらなくても差支ありません。運算はすぐこの紙に書くこと，他の場所に書いてはいけません。點は運算の速さと正しい答との兩方でつけるのですが，しかし問題の數を澤山やるよりは正しい答をだすこと。

25) 6775　　　94) 85352

37) 9990　　　86) 80066

この他同種の除法問題二十あれど略す。

(p. 36)

系 B 乘法階梯

——クリフォード・ウッデイによる——

(1)	(3)	(4)	(5)
$3\times7=$	$2\times3=$	$4\times8=$	$\begin{array}{r}23\\ \underline{3}\end{array}$
(8)	(9)	(11)	(12)
$\begin{array}{r}50\\ \underline{3}\end{array}$	$\begin{array}{r}254\\ \underline{6}\end{array}$	$\begin{array}{r}1036\\ \underline{8}\end{array}$	$\begin{array}{r}5096\\ \underline{6}\end{array}$
(13)	(16)	(18)	(20)
$\begin{array}{r}8754\\ \underline{8}\end{array}$	$\begin{array}{r}7898\\ \underline{9}\end{array}$	$\begin{array}{r}24\\ \underline{234}\end{array}$	$\begin{array}{r}287\\ \underline{.05}\end{array}$
(24)	(26)	(27)	(29)
$\begin{array}{r}16\\ \underline{2\frac{5}{8}}\end{array}$	$\begin{array}{r}9742\\ \underline{59}\end{array}$	$\begin{array}{r}6.25\\ \underline{3.2}\end{array}$	$\frac{1}{8}\times2=$
(33)	(35)	(37)	(38)
$2\frac{1}{2}\times3\frac{1}{2}=$	$\begin{array}{r}987\frac{3}{4}\\ \underline{25}\end{array}$	$2\frac{1}{4}\times4\frac{1}{2}\times1\frac{1}{2}=$	$\begin{array}{r}.0963\frac{1}{3}\\ \underline{.084}\end{array}$

(p. 37)

系 B 除法階梯

——クリフォード・ウッデイによる——

(1)	(2)	(7)	(8)
$3\overline{)6}$	$9\overline{)27}$	$4\div2=$	$9\overline{)0}$
(11)	(14)	(15)	(17)
$2\overline{)13}$	$8\overline{)5856}$	$\frac{1}{4}$ of $128=$	$50\div7=$
(19)	(23)	(27)	(28)
$248+7=$	$23\overline{)469}$	$\frac{7}{8}$ of $624=$	$.003\overline{).0938}$
(30)	(34)	(36)	
$\frac{3}{4}\div5=$	$62.50\div1\frac{1}{4}=$	$9\overline{)69\text{ lbs. }9\text{ oz.}}$	

(p. 18)

パ*ルー式考査法

分數の加法

Test 1 (1)	Test 1 (2)	Test 2 (1)	Test 2 (2)
$\begin{array}{r}\frac{1}{4}\\ \underline{\frac{1}{4}}\end{array}$	$\begin{array}{r}\frac{3}{14}\\ \underline{\frac{1}{14}}\end{array}$	$\begin{array}{r}\frac{1}{3}\\ \underline{\frac{1}{6}}\end{array}$	$\begin{array}{r}\frac{2}{7}\\ \underline{\frac{3}{14}}\end{array}$

Test 3 (1)	Test 3 (2)	Test 4 (1)	Test 4 (2)
$\begin{array}{r}\frac{3}{5}\\ \underline{\frac{11}{15}}\end{array}$	$\begin{array}{r}\frac{5}{6}\\ \underline{\frac{1}{2}}\end{array}$	$\begin{array}{r}\frac{1}{7}\\ \underline{\frac{9}{10}}\end{array}$	$\begin{array}{r}\frac{7}{9}\\ \underline{\frac{1}{4}}\end{array}$

Test 5 (1)	Test 5 (2)	Test 6 (1)	Test 6 (2)
$\begin{array}{r}\frac{1}{10}\\ \underline{\frac{1}{6}}\end{array}$	$\begin{array}{r}\frac{4}{9}\\ \underline{\frac{5}{12}}\end{array}$	$\begin{array}{r}\frac{1}{6}\\ \underline{\frac{9}{10}}\end{array}$	$\begin{array}{r}\frac{5}{6}\\ \underline{\frac{3}{8}}\end{array}$

加　法　階　梯

(ソーンダイク 1917年. III, 5)

階梯の下底より始めて誤なく頂上に達し得るか否かを試みよ。數は必ず正確に寫し取るべし。

* Ballou

第六梯。 a. $1\frac{1}{3}$碼, $\frac{7}{8}$碼, $1\frac{1}{4}$碼, $\frac{3}{4}$碼, $\frac{7}{8}$碼, $1\frac{1}{2}$碼を加へよ。

b. $62\frac{1}{2}$仙, $66\frac{2}{3}$仙, $56\frac{1}{4}$仙, 60仙, $62\frac{1}{2}$仙 を加へよ。

c. $1\frac{5}{16}$, $1\frac{9}{32}$, $1\frac{3}{8}$, $1\frac{11}{32}$, $1\frac{7}{16}$ を加へよ。

d. $1\frac{1}{3}$碼, $1\frac{1}{4}$碼, $1\frac{1}{2}$碼, 2碼, $\frac{3}{4}$碼, $\frac{2}{3}$碼 を加へよ。

第五梯。 a. 4呎$6\frac{1}{2}$吋, $53\frac{1}{4}$吋, 5呎$\frac{1}{2}$吋, $56\frac{3}{4}$吋, 5吋 を加へよ。

b. 7封度, 6封度11オンス, $7\frac{1}{2}$封度, 6封度$4\frac{1}{2}$オンス, $8\frac{1}{2}$封度 を加へよ。

c. 1時6分20秒, 58分15秒, 1時4分, 55分 を加へよ。

d. 7弗, 1 3半弗, 21クォータ, 17ダイム, 19ニッケルを加へよ。

第四梯。 a. $.05\frac{1}{2}$, .06, $.04\frac{3}{4}$, $.02\frac{3}{4}$, $.05\frac{1}{4}$を加へよ。

b. $.33\frac{1}{3}$, $.12\frac{1}{2}$, .18, $.16\frac{2}{3}$, $.08\frac{1}{3}$, .15 を加へよ。

c. $.08\frac{1}{3}$, $.06\frac{1}{4}$, .21, $.03\frac{3}{4}$, $.16\frac{2}{3}$を加へよ。

d. .62, $.64\frac{1}{2}$, $.66\frac{2}{3}$, $.10\frac{1}{4}$, .68 を加へよ。

(p.39)

第三梯。a. $7\frac{1}{7}$, $6\frac{1}{2}$, $8\frac{3}{8}$, $5\frac{3}{4}$, $9\frac{5}{8}$, $3\frac{7}{8}$ を加へよ。

b. $4\frac{5}{8}$, 12, $7\frac{1}{2}$, $8\frac{3}{4}$, 6, $5\frac{1}{4}$ を加へよ。

c. $9\frac{3}{4}$, $5\frac{7}{8}$, $4\frac{1}{8}$, $6\frac{1}{2}$, 7, $3\frac{5}{8}$ を加へよ。

d. 12, $8\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{3}$, 5, $6\frac{2}{3}$, $9\frac{1}{2}$ を加へよ。

第二梯。a. 12.04, .96, 4.7, 9.625, 3.25, 20 を加へよ。

b. .58, 6.03, .079, 4.206, 2.75, 10.4 を加へよ。

c. 52, 29.8, 41.07, 1.913, 2.6, 110 を加へよ。

d. 29.7, 315, 26.75, 19.004, 8.793, 20.05 を加へよ。

第一梯。a. $10\frac{3}{5}$, $11\frac{1}{5}$, $10\frac{4}{5}$, 11, $11\frac{2}{5}$, $10\frac{3}{5}$, 11 を加へよ

b. $7\frac{3}{8}$, $6\frac{5}{8}$, 8, $9\frac{1}{8}$, $7\frac{7}{8}$, $5\frac{3}{8}$, $8\frac{1}{8}$ を加へよ。

c. $21\frac{1}{2}$, $18\frac{3}{4}$, $31\frac{1}{2}$, $19\frac{1}{4}$, $17\frac{1}{4}$, 22, $16\frac{1}{2}$ を加へよ。

d. $14\frac{5}{12}$, $12\frac{7}{12}$, $9\frac{11}{12}$, $6\frac{1}{12}$, 5 を加へよ。

減法階梯

(ソーンダイク 1917年, III, 11)

第九梯。a. 2.16哩$-1\frac{3}{4}$哩　b. 5.72呎−5呎3吋

c. 2分$10\frac{1}{2}$秒−93.4秒　d. 30.28エイカ$-10\frac{1}{5}$エイカ

e. 10ガロン$2\frac{1}{2}$クォート − 4.623ガロン

第八梯。

a.	b.	c.	d.	e.
$25\frac{7}{12}$	$10\frac{1}{4}$	$9\frac{5}{16}$	$5\frac{7}{16}$	$4\frac{2}{3}$
$12\frac{3}{4}$	$7\frac{1}{3}$	$6\frac{3}{8}$	$2\frac{3}{4}$	$1\frac{3}{4}$

第七梯。

a.	b.	c.	d.	e.
$28\frac{3}{4}$	$40\frac{1}{2}$	$10\frac{1}{4}$	$24\frac{1}{3}$	$37\frac{1}{2}$
$16\frac{1}{8}$	$14\frac{3}{8}$	$6\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{2}$	$14\frac{3}{4}$

第六梯。

a.	b.	c.	d.	e.
$10\frac{1}{3}$	$7\frac{1}{4}$	$15\frac{1}{8}$	$12\frac{1}{5}$	$4\frac{1}{16}$
$4\frac{2}{3}$	$2\frac{3}{4}$	$6\frac{3}{8}$	$11\frac{4}{5}$	$2\frac{7}{16}$

第五梯。

a.	b.	c.	d.	e.
$58\frac{4}{5}$	$66\frac{2}{3}$	$28\frac{7}{8}$	$62\frac{1}{2}$	$9\frac{7}{12}$
$52\frac{1}{5}$	$33\frac{1}{3}$	$7\frac{5}{8}$	$37\frac{1}{2}$	$4\frac{5}{17}$

第四梯。a. 4時−2時17分

b. 4封度7オンス−2封度11オンス

c. 1封度5オンス－13オンス　d. 7呎－2呎8吋

e. 1ブツセル－1ペック

(*p. 40*)

第三梯。

a.	b.	c.	d.	e.
92 哩 84.15哩	6735哩 6689哩	3弗－89仙	28.4 哩 18.04哩	508.40弗 208.62弗

第二梯。

a.	b.	c.	d.	e.
25.00弗 9.36弗	100.00弗 71.28弗	750.00弗 736.50弗	6124平方哩 2494平方哩	7846平方哩 2789平方哩

第一梯。

a.	b.	c.	d.	e.
18.64弗 7.40弗	25.39弗 13.37弗	56.70弗 45.60弗	819.4哩 209.2哩	67.55哩 36.14哩

平均階梯

（ソーンダイク 1917年, III, 132）

次の量の平均を求めよ。第一梯より始め誤なく第六梯に至ること。數は必ず正確に寫し取ること。またもし必要あらば小數點以下二位迄割算を行ふこと。

第六梯。a. $2\frac{2}{3}$, $1\frac{7}{8}$, $2\frac{3}{4}$, $4\frac{4}{1}$, $3\frac{5}{8}$, $3\frac{1}{2}$

b. $62\frac{1}{2}$仙, $66\frac{2}{3}$仙, 40仙, $83\frac{1}{3}$仙, 1.75弗, 2.25弗

c. $3\frac{11}{16}$, $3\frac{9}{32}$, $3\frac{3}{8}$, $3\frac{17}{32}$, $3\frac{7}{16}$

d. .17, 19, $.16\frac{2}{3}$, $.15\frac{1}{2}$, $.23\frac{1}{4}$, .18

第五梯。a. 5呎$3\frac{1}{2}$吋, $61\frac{1}{4}$吋, $58\frac{3}{4}$吋, 4呎11吋

b. 6封度9オンス, 6封度11オンス, $7\frac{1}{4}$ 封度, $7\frac{3}{8}$封度

c. 1時4分40秒, 58分30秒, $1\frac{1}{4}$時

d. 2.8哩, $3\frac{1}{2}$哩, 2.72哩

第四梯。a. $.03\frac{1}{2}$, .06, $.04\frac{3}{4}$, $.05\frac{1}{2}$, $.05\frac{1}{4}$

b. .043, .045, .049, 047, .046, .045

c. 2.20, $.87\frac{1}{2}$, 1.18, $.93\frac{3}{4}$, 1.2925, .80

d. $.14\frac{1}{2}$, $.12\frac{1}{2}$, $.33\frac{1}{3}$, $.16\frac{2}{3}$, .15, .17

第三梯。a. $5\frac{1}{4}$, $4\frac{1}{2}$, $8\frac{3}{8}$, $7\frac{3}{4}$, $6\frac{5}{8}$, $9\frac{3}{8}$

b. $9\frac{5}{8}$, 12, $8\frac{1}{2}$, $8\frac{3}{4}$, 6, $5\frac{1}{4}$, 9

c. $9\frac{3}{8}$, $5\frac{3}{4}$, $4\frac{1}{8}$, $7\frac{1}{2}$, 6

d. 11, $9\frac{1}{2}$, $10\frac{1}{3}$, 13, $16\frac{2}{3}$, $9\frac{1}{2}$

(p.41)

第二梯。a. 13.05, .97, 4.8, 10.625, 3.37

b. 1.48, 7.02, .93, 5.307, 4.1, 7, 10.4

c. 68, 71.4, 59.8, 112, 96.1, 79.8

d. 2.079, 3.908, 4.165, 2.74

第一梯。a. 4, $9\frac{1}{2}$, 6, 5, $7\frac{1}{2}$, 8, 10, 9

b. 6, 5, 3.9, 7.1, 8

c. 1086, 1141, 1059, 1302, 1284

d. 100.82弗, 206.49弗, 317.25弗, 244.73弗

斯の如き考査は之を擴張して初等學校に於ける算術全般の仕事に亙らしめ，計算能力の程度を知る適當なる尺度として斯界大家の承認を得べきを以て，前述の如くこれは算術の生きた定義となるであらう。例へば讀者は下の如き問題は尙幾多の教科書や教室の中には發見すべきも，近世の考査や測定には概して存在しないことを知るであらう。

次の假分數を帶分數に直せ。

$\frac{19}{13}$, $\frac{43}{21}$, $\frac{176}{25}$, $\frac{198}{14}$

整數或は帶分數に直せ。

$\frac{61381}{37}$ $\frac{2134}{67}$ $\frac{413}{413}$ $\frac{697}{225}$

簡單にせよ。

$\frac{15}{22}$の$\frac{3}{5}$の$\frac{8}{9}$の$\frac{3}{4}$

次の分數を最簡單にせよ(約分せよ)。

$\frac{357}{527}$ $\frac{264}{312}$ $\frac{492}{779}$ $\frac{418}{874}$ $\frac{854}{1769}$ $\frac{30}{735}$

$\frac{44}{242}$ $\frac{77}{847}$ $\frac{18}{243}$ $\frac{96}{224}$

次の諸數の差を求めよ。

$6\frac{2}{7}$	$8\frac{5}{11}$	$8\frac{4}{13}$	$5\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{8}$
$3\frac{1}{14}$	$5\frac{1}{7}$	$3\frac{7}{13}$	$2\frac{11}{14}$	$2\frac{1}{7}$

次の數の平方を求めよ。

$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{10}{11}$ $\frac{12}{13}$

$\frac{2}{7}$ $\frac{15}{16}$ $\frac{19}{20}$ $\frac{17}{18}$ $\frac{25}{30}$ $\frac{41}{53}$

次の掛算をなせ。

$\frac{2}{11}\times 33$ $32\times\frac{3}{14}$ $39\times\frac{2}{13}$ $60\times\frac{11}{28}$ $77\times\frac{4}{11}$

$63\times\frac{2}{27}$ $54\times\frac{8}{45}$ $65\times\frac{3}{13}$ *$344\frac{16}{21}$ *$432\frac{2}{7}$

(p.42)

◇應用算術に於ける能力の測定――問題解答

ストウン(一九〇八年)は次の問題に十五分間を與へて能力の測定をした。

「規定の時間内にてできる限り下の問題を解け。但し番號の順に

* 整數と分數の間に×印がおちたものと思はれる(譯者註)。

よりて進むこと。

1. 七仙の用箋二綴と六十五仙の本一冊を買つて二弗の小切手を拂へばいくら釣錢を受取るか。

2. チョオンは5仙でサタデイーヴニングポウストを4部賣り代金の $\frac{1}{2}$ は手許に殘しておいて，他の $\frac{1}{2}$ で一部2仙の月曜新聞を買つた。新聞の數は何部か。

3. チェイムズがチョーチの所有金の四倍を持つとするとその額は16弗である。チョーチの所有金を問ふ。

4. 五仙につき二本の割り合ならば五十仙では何本の鉛筆が買へるか。

5. 野球選手九人のユニホームは一着二弗半，靴は一足二弗だといふ。九人のユニホームと靴の代價はいくらか。

6. ある町の學校の生徒數は 2200 人で，内 $\frac{1}{2}$ は小學校に，$\frac{1}{4}$ は中學校に，$\frac{1}{4}$ は高等學校に，殘りは夜學校に在學するといふ。夜學校の生徒數はどれだけか。

7. 石炭 $3\frac{1}{2}$ 噸の價 21 弗ならば $5\frac{1}{2}$ 噸の價はいくらか。

8. 新聞屋が雜誌幾冊かを一弗で買ひ受け，一冊五仙づゝの利益を得てこれを一弗二十仙で賣却した。雜誌の數は何冊か。

9. ある少女がその所有金の $\frac{1}{8}$ を電車賃に，その三倍を着物に費した，殘額の半分は 80 仙であるといふ。初の所有金どれ程か。

10. 二人の女がボタン孔用の花を作つて 2.10 弗を得る。一人は42作り他は 28 作るとすればこの金をどう分けたらよいか。

11. ブラウン氏はビルディングの工費の $\frac{1}{3}$ を出資し，チョンスン氏は $\frac{1}{2}$ を出資した。ところが一年の家賃チョンスン氏はブラウン氏より500弗多いといふ。兩氏の所得それぞれいくらか。

12. 紐育行きの貨物列車は六時にアルバニを出發し，急行列車は一時間四十哩の速力で同じ方向に八時に出發した。貨物列車が五十四哩を進んだのち停車するとすれば，その日の何時に急行列車は貨物列車に追ひつくか。

(p. 43)

ストウンが問題選擇に際して心掛けてゐた標準は次の如きものである。

「推理力考査の主要なる目的は*六年級前期の兒童の算術に於ける推理能力の決定といふことである。かるが故に選擇され整頓されたる問題は次の條件を具備する樣に心掛けられてある。

1. 六年級前期の兒童すべてに等しく具體的なる狀位。
2. 漸增的困難。
   a. 算術的思考力に就て。
   b. 呈示せられた狀位に關する熟知に就て。
3. 次の如きものゝ除去。
   a. 大きい數。
   b. 特別に暗記を要求する事柄。
   c. 「ひつかゝり」問題。

d. 全數，分數，合衆國の貨幣以外の題材。

考査は態々長くしたので，十五分の時限で全部をやることのできた生徒はほとんどなかつた。

最初の五問題は1點づゝ，第六，第七，第八問題は夫々 1.4, 1.2, 1.6點. 他は2點づゝである。

コーティスは，下に示す如き二つの考査法をストウンの解答考査法に代へて，これを改良せむとした。

算術　考査第六　速度の考査――推理

次の例題の計算をするのでない。例題を一讀してもしやる場合には如何なる方法でやるべきかを決定したらば方法の名稱を例題の終りの餘白に記入せよ。但し次の略字を用ふること。加算(加)，引算(引)，掛算(掛)，割算(割)。

	方法	
1. 一少女が三十七枚の繪葉書を學校に持つてきて内十九枚を友達に與へたといふ。家へ持つて歸る繪葉書の數は何枚か。……………………		
2. 五人の子供がお彈き遊びをして，勝負が終つたとき銘々同じ數だけお彈きを持つてゐた。もし皆のお彈きの數が合せて 45 個ならば一人いくつ宛持つてゐたことになるか。………………		
(p. 44) 3. ある少女が學校の窓から見てゐたら第一時間目には 27 臺，第二時間目には 33 臺の自動車が通りすぎた。この二時間に通りすぎた自動車の數は何臺か。……………………………		
4. ある學校で教室の數八つ，各室には五十人の座席があつた。座席が皆塞つた時に學校にゐる生徒の數はどれだけか。……………………		
5. ある子供の倶樂部で野球のボールを買ふため會計方を使ひにやり，金を 3.15弗渡した。ボールの價一個 45 仙とすればこの倶樂部ではボールを何個買はせるつもりであつたか。……………		
6. 教師が女生徒の體重を量つたところが，ある生徒は 79 封度あり，他の生徒は 110 封度あつた。あとの生徒ははじめの生徒よりどれだけ重いか。		
7. ある少女が友達に贈物にするために目方5封度の砂糖菓子(キャンディ)の箱を買はうと思つた。そして1封度につき 35 仙のを買ふことにきめた。この贈物の價はどれだけか。………………………		
8. 休暇中のある日少年は釣に行き午前は魚12匹午後は7匹を釣つた。全體で何匹釣つたか。……		
9. ある子供は學校から 15 ブロック(廓)東に住		

	答	
んでゐる，一人の仲間は同じ通にゐたが學校から11ブロック西に住んでゐた。二人の子供の家は何ブロック離れてゐたか。……………………		
10. ある少女はその妹の五倍の力があつた。もし妹が 20 封度の重さの物を差しあげることができるとすれば姉はどれだけの重さの物を差しあげることができるか。…………………………		
11. 學校の子供が橇に乘つて遠足をしようとしました。子供の數は 270 人で橇には一臺 30 人づゝのれました。何臺の橇が要つたでせうか。……		
12. 九月にある學校の第八學級の生徒數は 43 人で翌年六月までには 59 人になつてゐました。一年の間にどれだけの生徒が增したのでせうか。‥		
13. 學校から 17 ブロック離れた所に家のある少女は毎日二回づゝ學校へ徒歩で往復した。毎日往復するブロック數の總數はどれだけか。………		
14. 新聞配達で一日 67 仙宛とつてゐた少年がある日遠いところまで使に行つてくる樣にやとはれて，その報酬を 50 仙貰つた。この日少年が稼いだ金の總計はどれだけか。…………………		
正答總數		

（この他同種の問題二つ。）

考査六及び八はコーティスの標準考査から引用したものである。

(p. 45)

算術 考査第八 推理

下の餘白に於て與へられたる時間內にてできるだけの例題をやるべし。番號の順に從つて計算し，一例題終りたらば他の例題を始むる前に必ず答の欄に記入すべし。他の紙にて計算すべからず。

	答	
1. ある學校の生徒がクリスマスの會をして，その贈物のうちには砂糖菓子(キヤンデイ)の箱があつた。第一學級は 16 封度の砂糖菓子の箱に入れ，第二學級は 17 封度，第三學級は 12 封度，第四學級は 13 封度づゝ入れた。一封度 26 仙とすればこの菓子の價いくらか。…………………………		
2. ある町の學校は 37 日間に 2516 本の白墨を使用した。ところが五十人づゝ收容する教室三つが新に開かれたため一日 84 本づゝの白墨を使用してゐることがわかつた。一日につき何本づゝ前より餘計の白墨が使用されてゐるか。………		
3. 數人の少年が 1500 哩の自轉車旅行に出た。そして始めの週は 374 哩，次の週は 264 哩，その次の週は 423 哩，その次の週は 401 哩づゝ進み，更に一週間で旅行を終へた。最後の週にはどれだ		

け進んだか。…………………………

4. 45人の少年が林檎園の十五本の樹の林檎をもぐために傭はれた。そして五十分ののち各48個の立派な林檎を採んでもぎとつてゐた。もしこの林檎を同じ大きさの箱八個の中へ詰め込むとしたら，各箱に詰めこまれる林檎の數如何。……

5. ある學校の生徒216人が橇に乘つて遊びに出かけた。7臺の橇を30弗で借りうけ別にお菓子代に24弗拂つた。そして15哩を2時間半で滑走し大いに快哉を叫んだ。一人前どれ程づゝ拂はなければならなかつたか。……………

6. ある少女が丁寧に勘定して見ると歴史の本には一頁に2400字あるのに讀本には一頁に2295字しかないことがわかつた。もし各47頁づゝ讀んだとすれば歴史の本の字は讀本の字より何字餘計讀んだことになるか。……………

7. ある町の學校の59の教室から夫々25の贈物を貧民の子供のクリスマスの饗應のために寄贈した。又市内の商店からは他の物品1986個を寄贈した。この饗應に與へた贈物の數はどれだけか……

8. ある學校の生徒48人が電車で七哩離れた林まで行き，この賃金一人前10仙づゝであつた。そ

してその林で數時間のうちに2765の胡桃を拾つたが，そのうち605だけ悪いのがあつたので殘りを平等に皆に頒けた。一人前よい胡桃をどれだけ得たか。……………………

總 數

(p. 46)

算術に應用すべき如上提案の能力測定の諸方法は，とりもなほさず應用算術は何であるべきか，算術的推理は何であるべきか，といふ見解の相違をあらはしてゐる。學校外の生活に於て量的取扱を必要とする狀位は通常記述されたものではなく現實そのものであると考へる人は，何もかも書いた問題からできてゐるやうな考査を全くつまらぬわるいものといふであらう。方法手順の觀念を一つの心的機能から他の機能へと移すことに餘程の望みでもなければ，私らはストウンの第三の考査の人工的なのに對して反對せざるを得ない。またコーティスの第四以外の考査全部にも反對する。コーティスの速度推理考査(第六)の如きは量的關係の了解能力と言語の了解能力との混合したはなはだしい實例である。次にあげる五つのものをその修正したものと比較してもらひたい。(註)

(註) こゝにあげた考査六の形はコーティス「一九一一年－一九一二年，二十頁」に依つてあたへられたものである。が前に示した考査六とはすこしことなつてゐる。

1. 學校の子供たちが橇に乘る會を催した。そこに九つの橇があ

つた。一つの橇に三十人づゝ乘つた。この會には何人の子供がゐたか。

訂正――一臺ノ橇ニ三十人ヅヽ乘ルナラバ九臺ノ橇ハ‥‥人ノ子供ヲ乘セル。

2. 二人の女生徒が點取り遊戯をした。負けた生徒の點は五十七で十六點の差でまかされたのであつた。勝つた女生徒の點數はいくつであつたか。

訂正――めありトねるト遊戯ヲシタ。めありハ五十七點トツタ。ねるハ十六點ダケ勝ツタ。ねるハ‥‥點トツタ。

3. 學校の前を通つて行つた自動車を或生徒は數へた。二時間の總數は六十であつた。この生徒がもし最初の一時間に二十七だけ見たとしたら，のちの一時間にはいくつ見たか。

訂正――或女生徒ハ二時間ニ自動車ヲ六十見タ。初メノ一時間ニ二十七見タ。次ノ一時間ニ‥‥見タ。

4. 運動場に同じ五つ組の生徒らがそれぞれちがつた遊戯をしてゐた。もし七十五人の生徒がそこにゐたとしたら一組の人數はいくらか。

訂正――七十五封度ノ鹽ガチヤウド五ツノ箱ニハヒツテキタ。箱ハ全ク同様デアル。一箱ニハ‥‥封度ハヒツテキタ。

(p. 47)

5. 教師が或學校のすべての生徒の體重をはかつた。或女生徒は七十封度あつた。その姉は四十九ポンドそれより重かつた。姉の體はいく封度であつたか。

訂正――めありハ七十封度ノ重サデアル。ぢえいんハめありヨリモ四十九封度重イ。ぢえいんノ重サハ‥‥封度デアル。

できるだけ明瞭にまた簡單に述べた問題と拙いまたよく知られない言葉で述べた，或は事さら故意に不明瞭にした問題とは大いに違ふのである。そして一般の原則としては，算術の應用能力を測定しようとする場合にも必要もない不明や單なる言語上の困難などは取り除くべきである。たとへば，

子供が二仙切手を一枚買つた。彼はその店の人に十仙やつた。その正しい釣錢は‥‥仙であつた。

といふ問題の方が

もし或子供が，二仙切手一枚を買つて，その支拂に十仙切手を渡したら，何仙の釣錢を彼は受取るべく期待されるか。

といふ問題よりもよいのである。

人間が學校外で解かねばならぬであらうやうな現實の問題を記述したものと，たゞ想像であるかも知れないやうなことを記述したものとの差は，また充分に考へねばならぬ。ストウンの第三第九の如きはわるいものである。何故かならばそれらの問題を作るためには先づ第一にその答を知つておかねばならず，從つて問題には解すべき點が實は無いのであるからである。またコーティスの考査第八の四番目の問題のやうなやり方でその箱の中の林檎の數を知つた人も知らうとする人

もないであらうし，またそんなことをして知らねばならぬ筈もないのである。

これはストウン博士やコーティス氏を批難するのではない。極く最近に到るまで私らはみな傳統的な技巧的問題にあまりになれすぎてゐたものだから，もつとよい問題を全く期待しなかつたである。また問題の叙述に用ひる言語の要求に就いて全く盲目であつたものだから，その言葉的影響といふものを知らずにゐたものである。コーティス自身もこれらを改造しようと努めたしまたその考査*第六と第八との缺點を自ら指摘してゐるのである。彼れは次のやうにいつてゐる。

(p. 48)

「考査第六と第八，すなはちいはゆる推理考査といふものは，この考査系中でいちばん不滿足なものである。どのテストの中に於ても諸單位(諸問題)が不等でないこと，また同一のテストでも版が變るにつれてその間に差異が生ずるといふこと，を多くの教師たちや視學（スーパイテンデント）たちが判斷したので，この問題の研究が必要になつてきた。いろいろな商賣をやつてゐる成人に就いて考査してみると，八年級の平均兒童よりも多くの場合にその得點數が劣つてゐる。またそれと同時に特にすぐれた能力の持主の得點數は高かつた。そしてこれらの考査に於ける能力と抽象的な仕事に於ける正確さとの間には一般的關係があるらしく見える。しかしながら最も意味のある事實としては，推理の缺點を補正するのに教師らが非常な困難を感じたといふことである。此ら考査が價値ある諸能力を測定することはたしかなことであるが，しかしその

* 1913年，4頁以下。

諸能力といふのはかく見えるやうなものではおそらくないであらう。異なつた諸單位の價値を測定しようとして，たとへば，一つの狀位に就いて能ふ限りの多くの問題を作つてみた。問題の形をかへたりまたは文句の置き場所をかへたりして二十一の問題を得た。この中にて難かしいのはやさしいのゝ十九倍もむつかしいことがわかつた，もつともこれは生徒のなしたまちがひの數で測定したのである。しかしこんな相違の原因をたづねて見るとそれはたゞ文句の相違であるにすぎなかつた。かうした類の事實はいふまでなく考査第六と第七は主として讀む能力を測定することを示すのである。(一九一三年，四頁以下)

應用算術すなはち問題解答の能力およびその結果の科學的測定法はこんなわけで將來の研究問題である。書かれた問題の場合に就いては國民知力考査 (National Intelligence Tests〔1920〕) の一部分となつてゐる考査系でその最初の試みをやつてゐる。その一つだけを次にあげておく。實際の狀位の問題の場合に就いては，まだ何らの系統的な役に立つやうなものがない。

(p. 49)

組織的なテストやスケイルは，私らの建設しようとし啓發しようとする諸能力を明かに定めるほかに，個々の生徒やまた級の狀態や進步の程度を測定し，教授や學習の種々樣々な諸方法の効果を測定するのに非常に役立つのである。かくてこれらのテストやスケイルは生徒，敎師，視學，および科學的研究者たちの助けとなるのである。そして年一年と理想的に使用されるやうになつて行つてゐる。各種の考査法の長短，その用法と採點法，結果を說明するために用ひらるべき年齡

および級の標準等に關する事柄は，次のやうな教育的測定の書を見るがよい。

Courtis, Manual of Instructions for Giving and Scoring the Courtis Standard Tests in the Three R's〔'14〕,

Starch, Educational Measurements〔'16〕,

Chapman and Rush, Scientific Measurement of Classroom Products〔'17〕,

Monroe, De Voss, and Kelly, Educational Tests and Measurements〔'17〕,

Wilson and Hoke, How to Measure〔'20〕,

McCall, How to Measure in Education〔'21〕,

國民知力考査. スケイルA，フォームI，版1.

考 査 第 一

できるだけ速く答を見出せ。

答と書いてあるところに答をかけ。

頁の餘白で計算せよ。

こゝからはじめよ。

(1) 一セント五つで白銅一つである。白銅いくつでダイム（十仙一譯者註）一つになるか。 答。

(2) チョオンは五弗を時計に，三弗を鎖にはらつた。時計と鎖にはいくらはらつたか。 答

(3) ネルは十三蔵である。メアリは九蔵。メアリはネルよりいくつ若いか。 答

(4) アイスクリーム1クオートで五人分ある。二十五人分には何クオートいるか。 答

(4) チョオンの祖母は八十六蔵である。もし祖母が續いて生きるとしたら何年たてば百蔵になるか。 答

(6) もし或男が一日に二弗五十仙とるとしたら六日はたらけばいくら貰へるか。 答

(7) 一呎半の中には何吋あるか。 答

(p.50)

(7) 五セントに六つとしたら十二の菓子はいくらか。

答

(9) ベイスボールのユニフォームは九人分一組で二弗五十仙である．靴は一足二弗である。九人分のユニフォームと靴とはいくらの價か。 答

(10) 十時半に着く筈の列車が十七分おくれた。いつ着いたか。

答

(11) 1ヤード十セントのもの十呎半はいくらか。

答

(12) 或る男が半期の間は一日六弗づゝ，それから四分の一期の間は四弗五十仙づゝもうけ，そしてその他の期間にはすこしも

もうけなかつた。全期が四十日としたら彼はその間にいくらももうけたか。　答

(13)　八百弗の幾パーセントが千弗の四パーセントにあたるか。

答

(13)　もし六十人で一月に麥粉一五〇〇ポンドいるとしたら一月を三十日と數へて一日一人分はいくらか。　答

(15)　客車が一分に一哩走る。貨車は一時間に二十哩走る。さうしたら十分間には客車は貨車の何倍だけ速くはしるか。

答

(16)　圓筒形のタンクの基底の(內側の)面積が九十平方呎ある。百立方ヤードを容れるためには高さはどれだけあるべきか。

答

(p.51)

第三章　算術諸能力の構成

◇ 算術學習の初原的諸機能

算術學習を分析して算術學習を構成する單位としての諸能力を見出し，算術なるもの全體の完全なテストを通過するためにはどれだけの準備ができてゐねばならぬかといふことを詳しく示すことは，或人にとつては役に立つことかも知れぬ。かうした單位的な諸能力を一々擧げていつたならばなかなか長い目錄になるであらう。よくつくられた算術の教科書を調べて見ると，乘法といふやうな能力は次のやうな諸能力の合成であると見てゐる事がわかる，その諸能力といふは，9×9までのあらゆる掛け算，二桁(あるひはそれ以上)の桁の數に 2, 3, 4をかけてそして上の桁に繰り上げる必要がなくまた被乘數に零の無い場合の能力，2, 3, ……・・9をかけて上の桁に繰りあげる必要のある場合の能力，被乘數の中の零を取り扱ふ能力，最後が零でない二桁の數の掛け算の能力，乘數の最後に零のある掛け算の能力，三桁（或はそれ以上）の數でその中に零のない場合の能力，三桁と四桁との掛け算で最後に零のある場合およびその第二または第三，或は第二と第三の位に零のある場合の能力，零を附けることに依つて時間を省く能力，などからさらに次々に多くの能力があげられ，金錢の掛け算，小數，分數，帶分數，名數の掛け算などの諸能力があげられてゐる。

(p. 52)
かうした能力の諸單位或は段階が注意深い教授では認められるのであるが，これはずゐぶん長い目錄になる。しかし算術能力を一つの心的習慣または結合關係の連續的統體としてさらに注意深く研究したならば，もつともつと長い大きい目錄になるであらう。たとへば普通の柱加算に就いて考へてみても，普通の教師はこれを 9+9 までの加へ算の應用に桁を繰り上げて移すことが加はつた能力としか考へてゐないのであるが，しかし，二桁の柱加算の中にはすくなくも七つの過程卽ちより小さい機能がふくまれてゐて，そしてそれらは各々みな異なつたものであり，從つて特別の教授法を必要とする。

その七つといふのは——

A　加へてゆくに從つてその位置を保つてゆくことの學習。

B　次の數を加へるまで前の加算の結果を心に保つておくことの學習。

C　目に見る數を心の數に加へることの學習。

D　柱の中の空位を見すてることの學習。

E　柱の中の零を見すてることの學習。

F　これらの組み合せ方を高位十數*に應用することを學ぶのは，能力のあまり惠れてない生徒たちにとつては，初步の加算表をみんな覺えるほどの時間と勞力とをとることがある。また最も能力の惠まれてゐる子供にとつてさへ，8 と 7=15 といふ結合關係の構成ができても直ちに 38と7=45 または 18と7=25 といふ結合關係ができるとは限らない。

G　一つの柱の總和よりも各單位を意味する數字を書くことを學ぶこと。殊に，柱の和が 10, 20, などである場合には 0 を書くことを學ぶこと，繰り上げることの學習にも，その中に，どんな方法で教へても，すくなくとも二つのことなつた過程がふくまれてゐる。

* higher decades，原 pp. 33, 52, 75, 106, 107 をみよ。

諸機能のかうした特殊化のある證據を私らはウデイのやうな考査の
(p. 53)
結果の中に見出すのである。たとへば，2+5+1= ····の中にはたしかに $\begin{array}{r}2\\4\\3\\\hline\end{array}$ とはちがつた能力がふくまれてゐる。なぜならば前者を正確になしうる兒童は第三年級では七十七パーセントであるのに後者を正確になしうる兒童は同じ年級で九十五パーセントである。この差は第二年級に於ては更に大きい。減算の場合には $\begin{array}{r}4\\4\\\hline\end{array}$ の中には $\begin{array}{r}9\\3\\\hline\end{array}$ とは異なつた能力がふくまれてゐる。後者は二年級でも四年級でも正解される場合がはるかにすくない。$\begin{array}{r}6\\0\\\hline\end{array}$ は上の何れよりもむづかしい。

$\begin{array}{r}43\\1\\2\\13\\\hline\end{array}$ の方が $\begin{array}{r}21\\33\\35\\\hline\end{array}$ よりもずつとむづかしい。

この困難の差は練習の分量に依るといふ人があるかも知れぬ。がこれはおそらくは眞理でない。かりにさうであるとしても，この論は變はらない。もしこの二つの能力が同一なものであるとしたらその一方を練習すれば他方も同樣によく出來ねばならぬ筈である。

算術學習を構成する初原的諸機能を並べ立てることはこゝにはしな

い。そのわけは三つばかりある。それら諸機能の何であるかゞまだ充分に知られてゐないことがその一つである。また一つの能力は各種各様の異なつた方法で養はれうるのが通例であり，從つてその方法をみな述べることはきつと長たらしい退屈なものになるからである。また知られてゐることを充分に完全に述べるといふことは到底この章の紙數が許さないのもその一部分の理である。その代りに，私はある數個の例に依りその諸結果を說明しよう。

(p.54)

◇ 分數の意味の知識

先づ第一例として分數の（fraction）意味の知識に就いて考へて見る。この能力は，單に分數とはそれぞれ或る一定の大さをもつ諸部分の數の記載であつて，その上の數すなはち分子はその部分がいくつであるかを示し下の數すなはち分母は右の各部分が全體の如何なる片分であるかを示してゐるものである，といふことを了解すればよいのであらうか。そして必要な教授は單にさうした記載を說明し敍述して生徒たちがそれを分數の認識およびその解釋に應用できるやうにすればよいのであらうか。また學習の過程は，（1）部分，部分の大さ，部分の數の概念の構成，（2）この最後の二つを分數の中の數(分母子)に關係づけ，その必要の結果として，（3）これらの概念を運算中分數にぶつつかる度に充分に適用すること，であらうか。

これはたしかに數代前までの考へであつた。分數の性質といふものが一つの原理として教へられ，これが一段階となつてゐた．そして分

數の取り扱ひ方は分數の性質といふ一般法則から引き出されて來るものと想はれてゐた。その結果として分數といふ題材はずつと後になつて出てくるものにされねばならなかつた，また學ぶのに多くの時間と勞力とを要した。それでもすぐれた生徒を除く外のものには依然として不可思議の個所が殘されてゐた。これらのすぐれた生徒たちでさへおそらくは自分自身でその成素となるべき洞察や習慣の中からすこしづゝ集めてこの能力を作り出したのでこそあらう。

とにかくいまは科學的の教授法がこの全能力をより小さき多くの諸能力の融合または組織として建設する。この小さき諸能力の何であるかはこれらを獲得するために必要な諸方便を檢査して見れば最もよくわかる。（1）第一に，一つのパイの$\frac{1}{2}$，一つの菓子の$\frac{1}{2}$，一つの林檎の$\frac{1}{2}$などとその具體的な意味としての二分の一とを聯合させてそして生徒たちにオレンヂとか梨とか一本のチョークなどのやうな眼に見える單位の半分を明瞭に示してその二分の一であることを言ひうる(p.55)やうにするのである。$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{8}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{6}$および$\frac{1}{5}$に就いてもこれと同程度の理解をあたへることができる。生徒は一つのパイ＝$\frac{1}{2}$の二つ，$\frac{1}{3}$の三つ，$\frac{1}{4}$の四つ，$\frac{1}{5}$の五つ，$\frac{1}{6}$の六つ，$\frac{1}{8}$の八つであることを教はる。一つの菓子一つの林檎等に就いても同樣である。

以上の範圍に於て生徒はyの$\frac{1}{x}$を明瞭な單位yの單純な一定の部分といふ意味で了解する。

（2） その次には一インチの$\frac{1}{2}$，一フィートの$\frac{1}{2}$，コップ一杯の$\frac{1}{2}$などの場合の聯合が來る。この場合にはyは前ほど眼に見えて明

瞭な單位としての物ではない故に，その片分がそれから出てきたものであるといふことはこゝでははつきりしない。$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{3}$なども同樣である。

（3） その次には砂糖菓子(キャンディ)の八個一塊りの$\frac{1}{2}$，卵一ダースの$\frac{1}{3}$，兵士十人一隊の$\frac{1}{5}$などの聯合である。そして遂には$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{5}$，$\frac{1}{6}$および$\frac{1}{8}$が事物の一集團の一定數の諸部分の名まへであるとして了解されるまでになるのである。

（4） 次にはその集團の性質が定められてない場合に於ける上と同種の聯合である，すなはち生徒は

6の$\frac{1}{6}$は……，　8の$\frac{1}{4}$は……，　2は……の$\frac{1}{5}$

6の$\frac{1}{3}$は……，　9の$\frac{1}{3}$は……，　2は……の$\frac{1}{5}$，等に反應するのである。

これら諸能力は何れも，のちになつて分數の意味を一般的に了解するために役立つといふ事には關係なしに，たゞその本質的の効能に依つて，教へられるべき理由をもつのである。三年級四年級に於てかうして作られた諸習慣はその時にも，またそれから後にも，學校內でも學校外でも，不斷の役に立つものである。

（5） これらと共に，10，15，20，等の$\frac{1}{5}$，12，18，42の$\frac{1}{6}$などを，割り算表練習の有用な一種として，それ自らに於て價値あるものとして使用することである。また單位分數の槪念をばその圖表に$\frac{1}{7}$と$\frac{1}{9}$を附加してさらに一般的なものにする一方便として用ふることである。

（6） 次には$\frac{3}{4}$，$\frac{2}{5}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{4}{5}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{1}{6}$，$\frac{5}{6}$，$\frac{3}{8}$，$\frac{5}{8}$，$\frac{7}{8}$，$\frac{3}{10}$，$\frac{7}{10}$および$\frac{9}{10}$の各を，或る便宜に分けられるべき單位の一定部分としての意味，と結びつけることである。次には(7)，(8)として (p.56) これらの諸分數と，便宜な大きさの一定諸量(7)と諸集團(8)の諸部分としてのその意味と，を結ぶことである。また(9)として，これらの諸分數と，その量またはその集團の性質が述べられてない場合のその意味と，を結ぶことである。たとへば15の$\frac{4}{5}$=……，22の$\frac{5}{8}$=……，などに於ける如くである。

（10） その關係の一般的であることは，これを割り算や掛け算を書いてせねばならぬ數，たとへば 1736の$\frac{7}{8}$=…… やまたアメリカの貨幣，に就いて用ひてみればわかる。

以上(6)から(10)までの諸要素は生徒がより深く算術を學ばない場合でも役に立つものである。分數の最も普通に用ひられる場合の一つは，布のヤード，肉やチーズのポンド等の分數的分量の價を計算する場合である。

（11） 次にはこれら分數の價値は同じ數でその分母と分子とを割りまたは同じ數を掛けても變化しない，といふ原理を或程度まで了解させる。これを成すのはすなはち分數を大きい數または小さい數で表はしてみる練習であるが，この練習と平行して行はれる練習としては次の(12)，(13)，(14)，(15)がある。(12)，(13)は分數も他の諸量と同樣に運算され得るものであることを示すために分數の簡單な加へ算と減算との練習をやることである。(14)は帶分數の簡單な（加法減法約

法)の練習であり,(15)は過分數の簡單な仕事である。過分數に就いてなされるすべてのことは(a)生徒はどんな分數をも欲するであらうからこの過分數に就いてもその二三を使用させることと(b)その過分數に等しい帶分數に注意させる事である。(12), (13)および(14)では同じ分母をもつ分數だけが加へられ減ぜられる, そして(12), (13), (14)および(15)では分母に 2, 3, 4, 5, 6, 8 または 10 をもつてゐる分數だけが用ひられる。これまででは, (11)から(15)までの仕事はそれ自身に於てまたそれ自身に就いて役立つものである。(16) 次のやうな型の定義があたへられる。——

2, 8, 4, 7, 11, 20, 36, 140, 921 のやうな數を全數[(1)](整數) といふ。

$\frac{7}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{11}{8}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{6}$ のやうな數を分數[(2)]といふ。

$5\frac{1}{4}$, $7\frac{3}{8}$, $9\frac{1}{2}$, $16\frac{4}{5}$, $315\frac{7}{8}$, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{3}$ のやうな數を帶分數[(3)](混合數)といふ。

(p. 57)
(17) 分子[(4)]分母[(5)]といふ言葉と分數を構成する上下の數とを結びつける。

多少面倒なほど手のはいつたこれら諸小能力を次々に作りあげてゆくことは分數の意味を知らせるためとしてはまことにまわりくどいことのやうに見えるであらう。また實際, この知識と共に得らるべきも

(1) whole numbers　(2) fractions　(3) mixed numbers
(4) numerator　(5) denominator

のを考の中に入れなかつたならばこれはまつたくまわりくどいことである。けれどもその時作られる本質的な諸習慣を考へ合せたならば, 生徒は分數の意味の知識を何らの價をも拂はずに得たといつてよいのである。

◇ 引き算割り算表の知識

次に引き算および割り算の「表[(1)]」に就いて考へて見る。普通の方法ではこれらの表の學習は次のやうな規式[(2)](結合關係)を個々獨立に形成することであると豫め假定されてゐる。

$3-1=2$	$4\div2=2$
$3-2=1$	$6\div2=3$
$4-1=3$	$6\div3=2$
⋮	⋮
$18-9=9$	$81\div9=9$

かうした規式は全部かけば 126 になるのであるが, これらは實に個々獨立に形成されるのではないのである。全生徒のきはめて頭の鈍い十二分の一位をのぞけば彼らはみな, すでに習得してゐる加へ算割り算でもつて, もつと容易にすることができるのである。又この學習を最も適當に按配すればその爲に甚だしく容易になるのである。實際, こ
(p. 58)
れらの諸事實を個々に記憶させる事をやめて, その代りに簡單な推理

(1) Tables　(2) bonds

を用ひれば，その引き算に相當した加へ算からその引き算の仕方が自ら導き出される樣な練習をやらせてよいであらう。和が9またはそれ以下の加へ算の時にすぐ次のやうな練習を生徒にさせて見るがよい。

缺けてゐる數を書け。

A	B	C	D
3と····は5	5と····は8	4と····は5	4と····は8
3と····は9	3と····は6	5と····は6	1と····は7
4と····は7	4と····は9	6と····は9	6と····は7
5と····は7	2と····=6	1と····は8	8と····は9
6と····は8	5と····=9	3と····は7	3+····は4
4と····は6	2と····=7	1+····は3	7+····は8
2と····は5	3と····=8	1+····は5	4+····は9
2と····=8	1と····=4	4+····は8	2+····は3
3と····=6	2と····=4	7+····は9	1+····は9
6と····=9	3と····=8	2+····=4	3+····=6
4と····=6	6と····=7	3+····=8	5+····=9
4と····=7	2と····=5	4+····=5	1+····=3

推理といつてもそれはよささうな數を次々にそこへあてゝためして見てほんとうによい數の見つかつたときそれを選擇するまでのことである。すこしばかりの刺戟と指導とをあたゆれば生徒はかうして大きい數が9までの引き算を導き出すことができる。それから次に印刷し

たやうな形でこれと同じことを敎へるがよい。——

引け。

9	7	8	5	8	6	
3	5	6	2	2	4	等

また　9−7=····,　9−5=····,　7−5=····,　等。

割り算の場合には今生徒はその第一表を習得してゐてそして次のやうな練習がたしかにできると假定する——

4　5s=····	6×5=····	5仙白銅	9　=····仙
8　5s=····	4×5=····	〃	6　=····〃
3　5s=····	2×5=····	〃	5　=····〃
7　5s=····	9×5=····	〃	7　=····〃

(5s の s は復數の意味)

ボール1個五仙とすれば

ボール2個の價は········

ボール3個の價は········　等。

それからすぐ生徒に次のやうな練習問題の答を出させる。

次の答および缺けてゐる數をかけ——。

A	B	C	D
····5s＝10	40＝····5s	····×5＝25	20仙＝5 仙白銅····個
····5s＝20	20＝····5s	····×5＝50	30仙＝5 仙白銅····個
····5s＝40	15＝····5s	····×5＝35	15仙＝5 仙白銅····個
····5s＝25	45＝····5s	····×5＝10	40仙＝5 仙白銅····個
····5s＝30	50＝····5s	····×5＝40	
····5s＝35	25＝····5s	····×5＝45	

E

5 仙でパンの小さい塊りが1つ買へる。

10 仙ではパンの小さい塊が2つ買へる。

25 仙ではパンの小さい塊りが····買へる。

45 仙ではパンの小さい塊りが····買へる。

35 仙ではパンの小さい塊りが····買へる。

F

5 仙で電車賃一回分

15 仙で電車賃····回分

10 仙で電車賃····回分

20 仙で電車賃····回分

G

5仙のボールを 30 仙でいくつ買へるか····

5仙のボールを 35 仙でいくつ買へるか····

5仙のボールを 25 仙でいくつ買へるか····

5仙のボールを 15 仙でいくつ買へるか····

分數の意味の場合に於ては，その能力，従つてその學習は，普通の練習で考へて來たよりももつともつとエラボレットな（念入りな細密 (p.60) な）ものである。減き算表割り表の場合に於てはその學習はこれほどではない。何れの場合に於てもその學習は單なる事實の記憶でもなくまた單に原理を抽象的に了解してやがて具體的の場合に應用するばかりでもない。その學習は（効果高き算術學習の何れに於てもこれは眞理であるが）諸結合關係（習慣，規式）を構成してそしてそれらが極度にまで互ひに助けあふやうな順序でそれらを使用し，また従つてその各々が別々であるよりは算術諸能力のために最大量の貢献をなし，また學習者の一般能力にも最大量の貢献をなす様にすることである。

◇ 計算諸過程の學習

算術諸能力の構成に就いていま一つの有意義な問題として私らは二桁（あるひはそれ以上の）加へ算引き算，二桁（あるひはそれ以上）の數をふくんだ掛け算割り算，および小數の加減乘除に於ける數字の扱法を了解することの中にふくまれてゐる推理の場合をあげることができる。これらに就いての心理學は特別の興味と重要さをもつてゐる。

といふのはこゝには反對した二つの說明が可能であり，そしてその二つは二つの正反對な敎授法を導き出すものであるからである。

普通の說明に依るとこれらの取扱方法は，もしそれを理解しうるとしたならば，それは私らが使用してゐる十進法といふ組織の本來の性質からの演繹に依つて理解されるといふことになつてゐる。他の說明に依ると，その理解されるといふことは一部分はその方法がいつも正しい答を與へるといふことから歸納的に理解されるのであるといふのである。最初の說明に從へば普通敎科書を先づ演繹的に說明することになる。後の說に從へばそれを檢證に依つて說明することになる，すなはち加へ算を數へることに依り，引き算を加へ算に依り，掛け算を加へ算に依り，割算を掛け算に依つて檢證することに依つて說明することになる。この兩種の說明の見本を次にあげる。

(p.61)

取り上げること[1]のいらない短かい掛け算—演繹的說明

掛け算[2]は一つの數を他の數の中にある單位の數の回數だけ取りあつめる過程である。

積[3]は掛け算の結果である。

被乘數[4]は取りあつめられる數である。

(1)「繰り上げる」ともいふ，carrying (2) Multiplication
(3) Product (4) Multiplicand

乘數[1]は被乘數が何回だけ取り集められるかを示す數である。

乘數と被乘數を因子[2]といふ。

623 を 3 倍せよ

運算

被乘數 623
乘數 3
積 1869

說明。便利上被乘數の下に乘數をかく，そして一位(單位)數から掛けはじめる。單位數3の3倍は單位數9である。9を積の單位數(一位)の場所にかく。2つの十の3倍は6つの十である。積の十の位の場所に6つの十をかく。6つの百の3倍は 18 の百である。すなはち1つの千と8つの百である。積の千の位の場所に1つの千をかき，百の位の場所に8つの百をかく。かくて積は1つの千，8つの百，6つの十と9つの單位數，すなはち 1869 である。

取り上げることのいらない短かい掛け算—歸納的說明

1. 三年級の子供たちは遠足をするはずである。32 ゆく人がある。もし 32 人の各々がサンドウイツチを四つづゝもつとしたらいく

(1) Multiplier (2) Factors

ついるか。

コレヲ見出スニ早イ方法ガアル。

$\begin{array}{r}32\\ 4\\ \hline\end{array}$

「4×2」ヲ考ヘル。ソシテ8ヲ一位の柱ノ2ノ下ニカク。

「4×3」ヲ考ヘル。ソシテ12ヲ十位ノ柱ノ3ノ下ニカク。

2. 32人の各々が二つづゝのバナナをもつとしたらそれはいくついるか。32×2 または 2×32 から答が出る。

3. 一人一人が3つづゝの小さい菓子をもつとしたらそれはいついるか。32×3 または 3×32 から答がでる。

$\begin{array}{r}32\\ 3\\ \hline\end{array}$

3×2＝‥‥　ドコニ6ヲカクカ。

3×3＝‥‥　ドコニ9ヲカクカ。

(p.62)

4. 128, 64, 96 の正しいことをば 32 を四つ合せ，二つ合せ，三つ合せて檢證せよ。

$\begin{array}{r}32\\ 32\\ 32\\ 32\\ \hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}32\\ 32\\ 32\\ \hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}32\\ 32\\ \hline\end{array}$

掛　け　算

次のやうな質問の答を見出すときに「掛け」る。

9×3 はいくらか。

3×32 はいくらか。

8×5 はいくらか。

4×42 はいくらか。

(1) 次の行を讀め。點をうつたところの正しい數をいへ。

32 に 3 を「加へ」れば‥‥になる。35が和[1]である。

32 から 3 を「引け」ば‥‥になる。29が差[2]あるひは餘りである。

3 を 32 倍すれば，あるひは 32 を 3 倍すれば‥‥になる。96 が積である。

積を見出せ。最初の行の答を加へ算でためせ。

(2.)	(3.)	(4.)	(5.)	(6.)	(7.)
41	33	42	44	53	43
3	2	4	2	3	2

(8.)	(9.)	(10.)	(11.)	(12.)	(13.)
34	24	43	52	32	23
2	2	3	3	3	3

(14.)	(15.)	(16.)
41	51	14
2	4	2

(17.)

$\begin{array}{r}213\\ 3\\ \hline\end{array}$

9ヲ一位ノ柱ニカケ。
3ヲ十位ノ柱ニカケ。
6ヲ百位ノ柱ニカケ。

加ヘルコトニ依ツテ答ヲタメセ。

加へよ。

$\begin{array}{r}213\\ 213\\ 213\\ \hline\end{array}$

(18.)	(19.)	(20.)	(21.)	(22.)	(23.)
214	312	432	231	132	314
2	3	2	3	3	2

(1) Sum　(2) Difference, Remainder

(24.)

$$\begin{array}{r} 2\,4\,3 \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

(p. 63)

短かい割り算—演繹的説明

1825 を 4 で割れ。

$$\text{除數}\ 4\,\big|\,\underline{1\,8\,2\,5}\ \ \text{被除數}$$
$$4\,5\,6\tfrac{1}{4}$$
$$\text{商}$$

説明。便宜上除數を被乘數の左にかき，商をその下にかく，そして左から割りはじめる。4 は千の中に何千倍かははいつてゐない。それで商は百位より大きくはない。そして被除數の中に 4 が先づ何百（百を單位として）あるかを見る。一千と八百は 18 の百である。この中には 4 が四百ある，そして餘りが 200 となる。4 つの百を商に書きつける。次に二百と次の二十を結びつけて考へて，22の十とする。22 の十の中には 4 が五十あつて，そしてあまりが 20 となる。5 つの十を商に書きつける。餘りの 20 と次の 5 を結びつけて 25 にする。25の中に 4 が 6 つある。そして餘りが 1 となる。6 を商にかきつける，そして餘りの 1 を 4 で割るべきことを示しておく。

（割り算）Division　（除數）Divisor　（被除數）Dividend　（商）Quotient

かくて 1825 を 4 で割つた商は $456\frac{1}{4}$，あるひは 456 と餘り 1 である。

短かい割り算—歸納的説明

大きい數の割り算

1. トムとディックとウィルとフレッドとがめいめい 2 仙づゝ出して 8 仙のはじき石を一袋買はうとした。その袋の中には 128 の石がある。四人に等しくわけるとしたら一人いくつづゝか。

$$4\,\big|\,\overline{1\,2\,8}$$

「12=4 ガ三ツ」デアルコトヲ考ヘル。3 ヲ十位ノ柱ノ 2 ノ上ニカク。

「8=4 ガ二ツ」デアルコトヲ考ヘル。2 ヲ一位ノ柱ノ 8 ノ上ニカク。

32 ハ正シイ。何故カナラ 4×32=128 デアルカラ。

2. メアリイとネルとアリスとは日曜學校の先生に贈るために一冊の本を買はうといふ。その本の價は 69 仙である。三人とも同額づゝ出すとしたら各々いくら出さねばならぬか。

$$3\,\big|\,\overline{6\,9}$$

「6=3 ガ‥‥ツ」カヲ考ヘル。2 ヲ十位の柱ノ 6 ノ上ニカク。

(p. 64)

「9=3 ガ‥‥ツ」カヲ考ヘル。3 ヲ一位ノ柱ノ 9 ノ上ニカク。

23 ハ正シイ。何故カナラ $3\times23=69$ デアルカラ。

3. 96仙の贈り物の代價を三人の少女に等しく分けよ。各一人でいくら拂はねばならぬか。

$3\overline{)\,9\ 6}$

4. 84仙の贈り物の代價を四人の少女に等しくわけよ。各一人いくら拂ねばならぬか。

5. 次のことを覺えよ。(÷を「割ル」と讀め。)

$12+4=16$	16 が和である。
$12-4=8$	8 が差又は餘りである。
$12\times4=48$	48 が積である。
$12\div4=3$	3 が商である。

6. 商を見出せ。答を掛け算でためせ。

$3\overline{)\,9\ 9}$　$2\overline{)\,8\ 6}$　$5\overline{)\,1\ 5\ 5}$　$6\overline{)\,2\ 4\ 6}$

$4\overline{)\,1\ 6\ 8}$　$3\overline{)\,2\ 1\ 9}$

(割りきれぬ割り算も同樣の一般方法をおしひろめて敎へられるのである。)

長い割り算—歸納的說明

長い割り算で割る

1. 345 1 を 15 で割らねばならぬとする。

運　算

$$
\begin{array}{rl|l}
 & \text{被除數} & \\
\text{除數}\ 15 & 34531 & 2302\frac{1}{15}\ \text{商} \\
 & 30 & \\ \cline{2-2}
 & \ \ 45 & \\
 & \ \ 45 & \\ \cline{2-2}
 & \ \ \ \ 31 & \\
 & \ \ \ \ 30 & \\ \cline{2-2}
 & \ \ \ \ \ \ 1\ \text{餘り} &
\end{array}
$$

便宜上被除數の左に除數を，右に商をかく。そして短かい割り算と同じやうにして割りはじめる。

3萬の中には 15 が零萬倍ふくまれてゐる。それで商には零萬がある筈，すなはち萬はないはずである。34 千を取つて考へる。34 千の中には 15 が2千倍ふくまれてゐる。商に2千をかく。15×2千＝30千である，これを 34 千から引く，と殘りは4千すなはち 40 百である。5百を加へると 45 百になる。

45 百には 15 が3百倍ふくまれてゐる。商に3百を書く。15×3百は 45 百である，これを 45 百からひくと零になる。次の3つの十を加へるとやはり3つの十である。

(*p.65*)

3つの十の中には 15 が零十回ふくまれてゐる。商に0十をかく。3つの十は 30 である，これに次の單位數を加へると單位數 31 になる。

31 の中には 15が2回ふくまれてゐる。2を商にかく。15×2＝30。これを 31 から引く，と餘りが1になる。この1のさらに割るべきことを示すために分數の形で$\frac{1}{15}$として示し，これを商の整數の次につ

ける。

そこで 34531 を 15 で割つたものは $2302\frac{1}{15}$ に等しい。

(B. Greenleaf, Practical Arithmetic, 1873, p. 49.)

長い割り算—歸納的説明

大きい數で割る割り算

7. クリスマスのすぐ前にフランクの父はフランクの級の子供たちにわけてやるためにオレンヂを 360 個送つた。その級には 29 人ゐた。各一人はいくつづゝもらへるか。またいくつ後に殘るか。

コレヲ知ルイチバンヨイ方法ガアル。

```
      1 2    ト餘リ 12.
 29 | 3 6 0
      2 9
        7 0
        5 8
        1 2
```

36 ノ中ニ 29 ガイクツアルカヲ考ヘル。1 ガ正シイ。

1 ヲ 36 ノ 6 ノ上ニカク。29 ＝ 1 ヲカケル。

ソノ 29 ヲ 36 ノ下ニカク。36 カラ 29 ヲ引ク。

360 ノ 0 を 7 ノ次ニカク。

70 ノ中ニ 29 ガイクツアルカヲ考ヘル。2 ガ正シイ。

2 ヲ 360 ノ 0 上ニカク。29 ＝ 2 ヲカケル。

ソノ 58 ヲ 70 ノ下ニカクカク。70 から 58 ヲ引ク。

12 餘ル。

各ノ子供ハオレンヂヲ 12 ヅヽ貰ヒ，ソシテ 12 餘ル。コレハ正シイ。ナゼカナラ，12×29＝348, 348+12＝360 デアルカラ。

* * * *

```
     (8.)
 31 | 9 9,5 8 7
```

8 番デハ 99,587 ノ中ノ 5, 8, 7 ヲ用ヒテシマツテ，商ニ數字ガ四ツ出ルマデ 31 デ續ケテ割ル。

```
     (9.)          (10.)          (11.)
 2 2 | 2 5 3   2 2 | 2 8 9 5   2 1 | 8 8 9 1

     (12.)         (13.)
 2 2 | 2 9 0   3 2 | 1 6,3 6 8
```

(9,) (10,) (11,) (12,) (13,) の結果をためして見よ。

(p. 66)

長い割り算—歸納的説明(續)

1. 平和クラブの少年少女が錢をもうけてヴィクトロラを一つ買はうと計劃した，少年少女はみなで 23 人である。古手ながら立派なものを 5.75 で買へる。その代價を平等にわけて出すとすれば各一人で

いくらもうけねばならぬか。

コレヲ知ル最上ノ方法ガアル。

```
     $.2 5
2 3 |$5.7 5
    |4 6
    -------
      1 1 5
      1 1 5
    -------
```

57 ノ中＝ 23 ガイクツアルカヲ考ヘル。2 ガ正シイ。

2 ヲ 57 ノ 7 ノ上＝カク。23 ＝ 2 ヲカケル。

46 ヲ 57 ノ下＝カイテ引ク。575 ノ 5 ヲ 11 ノ次＝カク。

115 ノ中＝ 23 ガイクツアルカヲ考ヘル。5 ガ正シイ。

5 ヲ 575 ノ 5 ノ上＝カク。23 ヲ 5 倍スル。

ソノ 115 ヲソコ＝アル 115 ノ下＝カイテ引ク。スルト餘リナシ。

$ ト小數點トヲソノ當然ノ位置＝ツケル。

各ノ子供ハ 25 仙ヅヽモウケネバナラヌ。コレハ正シイ。何故カナラ $.25 ＝ 23 ヲカケル ＝$5.75 デアルカラ。

2. $71,76 を 23 人に等分せよ。各人のわけ前はいくらか。

3. 2番を商に除數をかけてためせ。

次の問題の商を見出せ。各商にその除數かけてためせ。

```
   (4.)          (5.)           (6.)
2 3 |$9 9.1 3   2 5 |$1 8.5 0   2 1 |$1 2 9.1 6
```



```
   (7.)             (8.)
1 3 |$2 9.2 5   3 2 |$7 3.9 2
```

1 ブッセルは 32 クォートである。

9. 288 クォートの中には何ブッセルあるか。

10. 192 クォートには？

11. 416 クォートには？

嚴密な實驗はまだ缺けてゐるが，しかしたしかな證言もいくらかできる。第一に，生徒の大多數は教へられるまゝに盲目的にまねて，加(p.67)法で一位の下に一位の數を，十位の下に十位の數を，かくことから，小數の割り算の小數點の位置をつけることに，いたるまでの取扱法を習得するのであり，またかなり多くの生徒たちが五年級の終りにいたるまでも，やはりこの方法が，十進法からの必然の演繹である，といふことを知らないのは，これはまちがひのないことである。またこの演繹を教師や教科書がどんなに巧みに注意深く說いたところで，それを了解する人數はたいしてまさないのであると思はれる。これは教室の生活を觀察すれば，誰にもよくわかることである。また事實に就いて見るに，十進法の諸性質を繰り返し繰り返し用ひたあとに於ても，といふのはひかへれば，加へ算での「取り上げること」や，引き算での「借りて來ること」や，掛け算での「取りあげること」また部分積*の

* partial product

數字(digits)の價値，短かい割り算の各々の餘りの價値，割り算の商の數字の價値，アメリカ貨幣の加減乘除，かけ算に於ける小數點のつけどころ，などを生徒に演繹させることに就いてもう十進法教授の經驗をもう四年以上ももつてゐる教師でも，小數の割り算に於ける小數點のつけどころを生徒に安心して演繹させることはなかなかできないことのやうである。それは幻覺であるかもしれぬ。しかしよりよい教科書ではかうした方法を演繹的に引き出して説明することは無用なことゝ認めてゐると思はれる。その説明はあまり短かいものであり，またその説明の挿入の形式はほとんど生徒の思考に影響しないやうな形であることを私はかへりみる。とにかく，多くの生徒たちは，この方法を演繹的推理でもつて習得するのでない，すなはち抽象的原理からの必然の結果として理解するのでないことだけはたしかである。

これに代るべき唯一の見解は普通それを暗誦に依つて知らせるといふことである。これはもちろん普通に用ひられてゐる一方法である。しかしいま一つの説明からして，その諸結果から歸納的に推理することに依つてその方法を理解するといふことも，また一つの重要なやり方である。例へば模倣や機械的の訓練に依つて收得された長い掛算の(p.68)取扱ひ方で，25×A の結果は 13×A の結果のほゞ二倍の大さであり 38 又は 39×A はほゞ三倍である。又 115×A の程果は 11×A の結果のほゞ十倍の大である。極めて鈍い頭の生徒達も，このやり方は此場合の科學的老練家としての教師から正しいといはれる所の結果が得られる程度においては，正しいものと考へてゐる。またこのやり方と

十進法との關係を鑑識する事の出來る極めてすぐれた生徒たちでも，前の方法の唯一の演繹としてゞはなく，寧ろ後にそれを立證する一つの方便として，この關係を用ふることであらう。或はこの關係を半ば鑑識すると言ふ樣な場合もあらう。其の時は生徒は十進法の知識を用ひて其のやり方が正しい答を與へるといふことを確信する，けれどもそれはそのやり方が正しい答を與へねばならぬと言ふのではない。其の答は教師が，或は答の表が，或は附屬する證據が，正しいと確言するが故に「正しい」のでこそあるからである。

私は部分積の扱ひ方を取つて説明してきた。と言ふのはこれは私のしようとする説明に取つては極めて好都合でない一つの場合であるためである。若し，單に暗誦され或は歸納的に立證された十進法から扱ひ方の演繹される第一の場合をとれば，すなはち二桁の數の加へ算の場合をとつて考へれば，上に述べたやうな心的過程はほとんど普遍的な法則である如くたしかに見える。

確に今日の學校の生徒達は先づ 23 の 3 を 53 の 3 に加へ 23 の 2 を 53 の 5 に加へるのが十中九迄の實際の有樣である。そしてそのわけは教師がそうし，又そうせよと教へるためである。彼等は 3+3+2+5 と加へない，それは決して何から演繹してしないのではなく唯 8 と 5 を加へる事が出來ないためであり，又上下に並んだ數字又は＋で(p.69)結ばれた數字を加へる習慣を教へつけられてゐるからであり，又どうすればいゝか教はつてゐるからである。彼等は 3+5 及 3+2 と加へる事もしない，これも演繹的理由によるではなく今のべた第二第三の

理由に依る迄である，十中九迄は彼等は「3+3，2+5」より以外の方法で加へる事が出來やうなどゝは考へもしない。彼等が 53=50+3 でありまた 23=20+3 であると言ふ事，50+20=70 であると言ふ事，3+3=6 であると言ふ事，そして (a+b)+(c+d)=(a+c)+(b+d) と言ふ事，を理由として上の樣な方法を取るのでは勿論ない。

同樣に確に全生徒の十二分の一かそこらの極めて頭の鈍い生徒を省く外は皆終には暗誦的知識と言ふ以上に進んで其の方法が正しいと言ふ事を了解し知るのである。

76が何故正しいかと言ふ事を彼等が知つてゐるか否かは其の何故と言ふ事の意味に隨つて變るのである，若し其の何故と言ふのが上手な人達の一致する答で 76 があると言ふのであれば，彼等は知つてゐるのである，若し 76 は正確に數へた結果として出てくるのであると言ふ意味にそれを取るならば彼等は多分數へて其の數を得る事が出來るであらうと同じくそれを知つてゐるのであらう，若し彼等が二桁の加へ算の仕方と十進法との關係に關する充分な說明を與へられてゐたならば，若し何故と言ふのが 53=50+3，23=20+3，50+20=70 であり，又 (a+b)+(c+d)=(a+c)+(b+d) であると言ふ理由を意味するならば，彼等は知つてゐないのである。又私はつけ加へて言ひたくなるのであるが彼等の大多數はどの樣な敎へ方をしてもそれを知り得ないだらうと思はれるのである。

そこで私は結論して言ふ——學校の子供達は數の扱ひ方をこの樣な歸納的檢證的方法で推理し了解する事が出來るであらう，其の扱ひ方

を演繹的に導き出す事を有利であると知りえないで，すくなくとも現在の狀態では知らないでゐて——と結論していふ。實際私はそれが今學ばれて居り知られて居る樣な純粹算術なるものは槪して一つの歸納的科學であると信ずるのである。ある少數の極端論者はそれを原理からの演繹の繼續であると考へてゐる。又他の少數の極端論者はそれを盲目的な諸習慣の繼續であると考へてゐる。この二つの間の大多數の人達は，元よりその程度の相違はあるが，歸納的な考へをもつ人のまはりに乘つてゐる。

(p. 70)

第四章　算術諸能力の構成

==構成さるべき結合關係(規式・習慣)の選擇

算術の學習にふくまれてゐる心的諸機能の分析が完全になされると今度は「これらの諸機能を構成する根本の諸規式*あるひは結合關係は何か」といふ問題がでゝくる。そして算術教授の問題が知的習慣の統體を發達させることであると（これは現在の心理學に於てはさう見られねばならぬことであるが）見られる時には，その問題は主として構成さるべき諸規式（諸結合關係）の選擇と，その諸結合關係を構成する最上の順序の發見と，各々の結合關係をその順序に於て構成する最上の方便との問題になる。

◇ 習慣構成の重大さ

習慣の構成，すなはち結合關係の構成といふことが重大な意義をもつてゐるのに，これまでの教師や教科書の著者の大多數はこれをば甚しく輕んじてきた。だいゝち加へ算に於てたとへば十五に九を加へるときに五と九と加へて十四となつたときその十を上位に「取り上げる」ことや，また引き算に於て上位から「借りて來る」ことや，また掛け

* bonds

算に於てたとへば二十四に六をかけるときに四六二十四の四だけをその掛けた數の下にかきさらに二六十二と呼んでこの二と前の二十四の二と加へた四をいま掛けた下に書くやうにすることや，また割り算の時の數字の扱ひ方や，また小數を以てする掛け算割り算に於ける小數
(p. 71)
點の打ち方や，分數の掛け算割り算に於ける數字の扱ひ方などを推理の教育に依つて體得させようとすることは，あの年齢あの經驗だけの子供らの場合に於ては，不可能といつてよい程である。概していへば彼らはその運算の方法を十進法といふ知識から割り出しては來ないのである。寧ろ彼らは取りあげたり借りて來たり部分積の最後の數字をその積を產出する數の下に書いたりなどすることに依つて十進法といふことを知るのである。彼らは數の扱ひ方をその數の用ひられるのを見てゐて覺えたり，また多少盲目的に習慣として覺えたりするのである。

第二には，私ら成人はすでに正しい習慣（すなはち結合關係或は規式）を構成して從つてまちがつた心的結合關係（習慣）にうつかりあやまられるやうなことはないので，單なる聯合結合の力の大きさなどを現實に感じないものである。しかし子供が，日本の子供はこの場合は別であるが，英語國の子供がシックスティーン（シックスは六，ティーンは十の意味をもつ）をその讀み方の順序に 61 と書いたり，また

15
19
16
18
―――

の和を 428 と書いたり，27×36 の答を 642 と書いたり $4\div\frac{1}{4}$ の答を 1 であると言つたりするときは，私らはその子供の心が曲がつてゐると思ひ，そして私らが正しく行ふてゆく理由と同じ一般的理由で以て子供がまちがつて行つてゐることを忘れてゐる，いなおそらくは全然知らないでゐる，その理由といふのは習慣形成の一般法則である。もし英語國の子供が 16 の代りに 61 と書く場合を研究して見るならばかういふことがわかるであらう，すなはち 26, 36, 46, 62, 63 などの場合のやうに 6 といふ數字のおかるべき位置がフォーティシックスとかシックスティツゥーといふ讀み方に於ける場合の位置と同じであるやうな訓練を先づうけて來た子供が，讀み方の順序通りに一つ一つの數字をならべるものと思ひ込んで，16(シックスティーン) の代りに 61 と書くことがわかるであらう。もし日本語のやうに 16 を十六といふやうに讀んでゆくのであつたならば，感覺や記憶の誤りでない限りかうした誤りはしないのであらう。[1]

もし子供らが一字づゝの數字を縱に並べた柱の加へ算の練習を多くやらせられてゐて，そしてその和がいつも[2]高位十數をもつならば（いひかへれば二桁からなる和をいつも書きつけてゐたら）たとへば上に
(p.72)
あげたやうな二桁づゝある數字を縱に並べた柱の和を求めるときに，

（1） sixteen(16) と sixty(61) とが英語國の子供を迷はすことをのべてあるが，これに類似の迷惑は他のフランスやドイツなどにもある。なほこの節は適宜意譯されてゐる。

（2） higher decades 18, 32 等のなかの十位にある數。

8, 6, 9, 5 を加へ合せてすぐその下に 28 と書く習慣を作らうとするのは當然のことである。第一桁の柱を加へ合せてから，またその上位の柱の數を加へれねばならぬのであるのに，その第一の柱の二つの數字からできてゐる和を度々その下に書くからとて驚くにはあたらない，いな，この力を殺す他の力がなかつたら，子供は必ずかうしたまちがひをすることであらう。

最後にあげた $4\div\frac{1}{4}=1$ といふまちがひはちよつとおもしろい，といふのはこの場合は心理學からの演繹以外には教授を構成的に助けるものゝない一例であらうからである。分數の乘法除法はむづかしいといふ點で有名である。分數の乘法では×の代りに「の」といふことばを使用してそのむづかしさを輕減してゐる。分數の除法はさらに綿密な注意を以てなされてゐる，そして割るのに何故「倒逆して掛ける」ことをせねばならぬか，すなはちその逆數を掛けねばならぬかといふ理由を示すに各種の方便を用ひてゐる。

しかし著者の意見では，分數の掛け算割り算に於ける困難は決して子供たちが對消したり倒逆したりすることに論理的の反對を感ずる點にあるのではないのは明かである。子供らの大多數はそのしかたさへ教へてもらへばよろこんで對消もし倒逆もすることゝ私は思ふ。しかしいま讀者が數の抽象的觀念に於て經驗の乏しい初心者の一であつてそして「割る」といふことを三千回も「小さくする」といふことに結合して來てゐたとしたらば，そして「割る」といふことが「大きく」するといふことになるといふことを考へたことが一度もなかつたなら

ば，第三千一回目に割る場合にも，割つたらば小さい數が得られるやうに，どうも考へられてしかたがあるまい。或る讀者諸君はいつまでも $\frac{16}{1} \div \frac{1}{8} = 128$ とかいたり言つたりすることに多少の焦燥を感じ或は疑ひをもつことであらう。

整數の掛け算に於てこれまでに作られてきた習慣は，掛けられた或は割られた數とその答との比といふ點から見たときには，小數の場合 (p.73) の習慣形式に對して反對である。そして私の信ずるところではこれが困難のおもな原因であると思ふ。しかしその取り扱ひ方ものちに示すであらうやうに容易になるであらう。

かうした說明はほとんど無限につけ加へることができよう，殊にいはゆる catch problems* への反應の場合などがさうである。事實に就いて見れば，生徒は算術的狀位を觀測し分析し，また原理から演繹して自分のいまなさうとしてゐることの正しさを證明しうることは滅多にない。生徒はその狀位を多少漠然と感知してそれからかつて過去に於てその狀位またはそれに似た狀位に反應した通りにそれに反應するものである。彼にとつては算術なるものは論理ではない。種々の個々の場合に適用する論理ではない。さうではなくてむしろ算術なるものは或種の諸量諸關係への行動の特定の諸習慣の一團である。そしてこの算術の論理を彼が知ることができたならばそれは主として教師の意志を實行することに依つてゞある。これは教師はきはめて明晰な說明をなし，また客觀的方法の助けを最も悧巧に利用し，また生徒に充分

* ひつかゝり問題。

の獨創力のある場合に於ても眞理である。

最後の數節の誤解される事をおそれて私は急いでつけ加へていふ。それは今日の心理學者たちは算術の學習をばらばらの數千の諸習慣の單なる獲得であらせやうと欲せず，また子供たちの一般的眞理の純粹な了解をすこしでも減じようとも欲しない，といふことである。いな今日の心理學者たちは彼ら生徒が過去に於てしたよりすくなく推理させようとするのでなくて，過去に於ける以上に推理させようといふのである。しかしながら，彼らはかういふことを知るのである，すなはち推理を生徒たちに强ひることに依つて推理が得られるものではないといふこと，またその推理の背後にある組織的習慣といふものを適當に發達させないでは，一般的眞理の學習は實は一般的眞理の合理的學習ではなくて，おそらくは單に言葉としてその眞理を記憶する機械的な學習になるであらうといふことを今日の心理學者たちは知るのである。今日の心理學者たちは推理といふものは思考の普通の諸習慣とは獨立してあだかも魔力の如くにはたらくものではないと知り，そして (p.74) 推理といふはこれら諸習慣を更に高き水準に於て組織しまた共働させることであると知つたのである。

算術の古い教育學*は一般法則眞理原理といふものを述べたてゝそれを生徒に學べと命令した，そしてこの原理を了解してゐなければ有効に行ひ得ないやうな課業を課した。原理を了解し體得するために必要なその諸習慣をば生徒らの構成にまかせて打ちすてゝおいた。しかし

* the older pedagogy of arithmetic

新らしい算術の教育學は一般原理をよくよく了解させるために，その一般原理眞理よりも前に或はそれと共にそれに必要な諸習慣すなはち結合關係或は規式を作らせようと心配するのである。ふるい教育學は生徒に推理せよと指揮しそして生徒がそれをなさなかつたならばその仕事からの少なき利得の罰を生徒はうけさせられた。新教育學は數を扱ふ教育的諸經驗を供給し，それに依つて生徒に能力さへあるならば生徒を刺戟して推理させ，またたとへ數の原理を一般的に了解するだけの能力が缺けてゐる子供にでも，具體的の知識や技術の利得はもたせるのである。新らしき教育學は實際に於ては以前以上に推理力を養ふ，けれども決してそれを見せびらかさぬのである。

算術の新らしき教育學*はそこで知識の各要素，生徒の心の中につくられた各結合關係を吟味して，もつとも教育力に富んだ諸經驗を供給するもの，數や量的諸事實に關する思考の秩序ある合理的組織にまで生長するやうなものを選ぶのである。そこで問題は單に原理の了解のテストになるやうなものではいけない，その原理の了解そのもの丶助けとならねばならぬ。また引例にしても，それは單に法則の或場合の例であるだけではいけない，それはすでに得られてゐる諸習慣の復習となりまたはやがて得らるべき習慣への途を容易にするものでなければならない。生徒の課業はその何れの小部分も算術の學習に於て最大の役に立つものであらねばならぬ。

* the newer pedagogy of arithmetic

(p. 75)

◇望ましき結合關係にしてしばしば等閑にされてゐるもの

これまでのやうに，私は算術の課程に必要とするところの根本的な諸結合關係*の完全な目錄をあげることはしないであらう。この問題の研究者が健全な批判をなし有用な發明をなさうとならば，構成さるべきものでありながら現に等閑にされてゐる諸結合關係（習慣）の代表的なものや，また現にしばしば作られるところのそして時と力とをいたく徒費するところの結合關係（習慣）の代表的なものを吟味して見るがよい。

(1) 連續的諸量の度盛としての數。一，二，三とか，1, 2, 3, の數は算術をはじめるとすぐ，それぞれに，それ相當の數の林檎とか算木とか木片石片など丶かと結合して教へられると同時に，長さ，容積，重さなどのやうな連續的量のそれ相當の分量と結合して教へられねばならぬ。線をもちひるときは各線に一フィート，二フィート，三フィートとか，一インチ，二インチ，三インチといふ符牒をつけておかねばならぬ。重さの場合は一々持ちあげて一ポンド，二ポンド，といはねばならぬ。物はコツプ一ぱい，手一ぱい，パイント，クォートといふやうにしてはかられねばならぬ。でないと生徒は，たとへば四といふ意味を目で見て分離した四つの事物にばかり結びつけるやうになる，さうなると掛け算割り算のときに困難が起つて來る。測定，すなはち

* bonds

目で見て別々になつてゐない單位の繰り返しに依る數へ方（たとへば重さの測定）は，單なる諸單位の集合を數へることよりも，さらに强く數の名といかなる一の何倍といふやうなその意味とを結合し，そして數の意味をさらに强調するものである。

（2） 高位十數における加へ算。よほどの才能の惠まれた子供でなければ，高位の十數をもつた計算，すなはち，16+7=23，26+7=33，36+7=43，14+8=32，などの結合は，特によく練習してその傾向（ないし習慣）が一般化されるやうにせねばならぬ。[註] 1ではじめて2で數へ，次に2で初めて2で數へるところの2で數へる數へ方，それから先づ1ではじめ，次に2ではじめ又3ではじめる3での數へ方，それから先づ1ではじめ，次に 2,3,4，ではじめる4での數へ方，[1] と次々にかういふ類の數へ方で數へさせると，[2] 十數規式の構成を容易にするまもなく孤立した諸規式の練習を加へて，その規式の使用が自由になるやうにせねばならぬ。柱の加へ算はその正確さをためして見ねばならぬ，そして生徒は「まちがひの練習」をさけて斷えず有利な練習を得るやうにせねばならぬ。

（註） 2で數へる，3で數へる，4で數へるといふことをいふ。これはたとへば1で數へるのならば，1,2,3,4,5,6,……と數へてゆくのであるが2で數へるのには，2,4,6,8,10……と數へてゆく。同樣に4で數へるには 4,8,12,16,20，と數へてゆく。かういふ1から9までの數で數へ方をたとへばアメリカのロウザレセルスの都市學校では小學校四年級までやらせてゐる。いま1で初めて2で數へるといへばどんな具合に數へるかといふに，1,3,5,7,……と數へてゆくのである。3ではじめて4で數へてゆくといふならば，3,7,11,15,19,……と數へてゆくのである。いまかうした數へ方の或物が十數の加法に助けとなる，と。―譯者註。

（1） 1, 5,9,13,17····　2, 6,10,14,18····　3, 7,11,15,19····　4, 8,12,16,20····　（2） decade connections

（3） 割りきれぬ割り算。19までの數を2で割り，29までの數を3で割り，39までの數を4で割る····等の割り算に於て，そのうちで割りきれる割り算を敎へるは勿論であるが，割れきれぬ場合の割り算に於て商とその餘りの出て來るものを敎へねばならぬ。次のやうな表はこのためになるであらう。

10=····2s

10=····3sと······餘り

10=····4sと······餘り

10=····5s

11=····2sと······餘り

11=····3sと······餘り

⋮

89=····9sと······餘り

（註） sは復數を示す。10=····2sはつまり10=5×2を意味する。―譯者註。

これらの規式は短かい割り算が役立つやうになる前になされねばならぬ。そしてこれら規式は長い割り算に於てその適當な商の數字を選擇するとこに幾分役立つものである。そしてまた應用算術に於て重要

な問題の一つに對しての主な道具となる。例へば「x一つがzセントのときyセントでいくつのxを買へるか，そしてまだどれだけの錢が殘るか」といふやうな問題を說くとき役に立つのである。この種の規式がはなはだ現在ではおろそかにされてゐるといふことをカービィ*(一九一三年)(p.77)は說いてゐる，彼れに依ると三年級の後半および四年級の前半の生徒は（十分間の試驗に於て）一分間に四問題づゝ位しかさうした問題ができない，そしてその速度に於てさへ正確な成績からはよほどはなれてゐた，正規の割算表を敎はつてゐたのにかうである。そして六十分間練習したところが，一分間になされる數が七十五パーセントだけ多くなり，それと同時に正確さをも增してきたといふ。

(4)　等式の形式。未知の量，または見出さるべく缺けてゐる數，をふくんでゐる等式の形式は，生徒が代數を學ぶずつと前に，また向後代數を學ばないであらうところの生徒の心の中に於ても，その意味や問題の態度と結合させられねばならぬ。

加へることゝ減くことを學んだだけの子供たちでも次のやうなことならば容易に出來る。

缺けてゐる數を書け

4+8=……

5+……=14

……+3=11

* Kirby

……=5+2

16=7+ …

12= …+5

等式の形式は量的問題を述べる爲にこれまで工夫された最も簡單な一般形式である。括弧や分數の諸記號に關する容易な普通の用法を知つたならば，この等式の用法は限りなく廣められる。商業上の問題の計算や取り扱ひに廣く用ひられるであらう，そしてふるいやり來りの方法がなくてすむであらう。それは產業や商業のために代數のなす大なる貢献である。算術もこれとほゞ同じことができる。分數の取り扱ひの場合など，それを敎へるために費した以上の時間をこれに依つて節約することができる。量の問題を等式に書きかへて，それからその問題を解くために必要な方法を容易に選び出すことは，人間の知つてゐる知的工夫の最も廣く用ひられた役に立つものゝ一つである(p.78)。「等しい」とか，「なる」とか，「である」とかいふやうな言葉よりは，“=”の方がはるかに便利であるので，これをはやくから用ひるがよい。

(5)　分數の場合に於ける加減法の諸事實。分數を加へたり減いたりする場合に於ては，或る諸規式が別々に作られねばならぬ，すなはち二分の幾つと三分の幾つとを加へるといふ狀位と，この二つの數と等しい六分の幾つといふ二つの分數を考へるといふ反應とを結び，また三分の幾つかと四分のいくつかとを加へるといふ狀位とそれらと價の等しい十二分のいくつといふ二つの分數を考へる反應とを結び，また

四分の幾つと八分のいくつとを加へることゝその兩方を八分の幾つの分數として考へることを結ぶところの規式ないし結合關係は別々に作るがよい。このやうに先づ別々に教へておく。そしていくつかの分數をそれと價が同じくてそしてその場合に便利な分母をもつ分數に直して考へるといふ一般的の法則は，はじめに先づやつた個々の場合の關係習慣を組織結合し擴張してつくり出すがよい，決して教科書または教師からの告示命令の如きものとしてはならぬ。

（6）分數に於ける等價のもの[1]。効力を高めるために，終には約することゝ約することを必要とする狀位とを固く結合せねばならぬ，そこで鈍い生徒たちにも，たやすく，約法の一般的方法が，體得ができるやうに充分な習慣をつくるがよい。これはのちに明かに述べるつもりであるが，きはめて勝れた生徒を除く外の生徒に於ては，算術の原理を了解する最も經濟的な方法は，普通法則を先づ習つてそれからそれを適用することではなく，先づ教育力のある實際の運算などを練習して，そしてその練習のうちに，原理のほんとうの意味を見出すことである。

（7）分數の掛け算および割り算に於て保護力[2]ある諸習慣。分數の掛け算に於てはこれまでの害のある規式（習慣，結合關係）を排除するやうな新らしい規式が作られねばならぬ。「掛ける＝大きい數を得る」「割る＝小さい數を得る」といふやうなこれまでの規式は有害である。

例へば分數乘法の系統的な教授の最初に當つて，次の様な文句を教

（1）Fractional equivalents　（2）Protective habits

科書のこれと關係ある各頁の上方に鮮明に印刷し，また黑板へ書いて示すがよい。

或ル數ニ「一」ヨリ大キイ數ヲ掛ケル時ハ結果ハ其數ヨリ大キクナル。

或數ニ「一」ヲ掛ケル時ハ結果ハ其數ト同ジモノデアル。

或數ニ「一」ヨリ小サイ數ヲ掛ケル時ハ結果ハ其數ヨリ小サクナル

又生徒に次の様な練習を多くさせて新しい習慣を養成するがよい

$18\times4=\cdots\cdot$	$9\times2=\cdots\cdot$
$4\times4=\cdots\cdot$	$6\times2=\cdots\cdot$
$2\times4=\cdots\cdot$	$3\times2=\cdots\cdot$
$1\times4=\cdots\cdot$	$1\times2=\cdots\cdot$
$\frac{1}{2}\times4=\cdots\cdot$	$\frac{1}{3}\times2=\cdots\cdot$
$\frac{1}{4}\times4=\cdots\cdot$	$\frac{1}{6}\times2=\cdots\cdot$
$\frac{1}{8}\times4=\cdots\cdot$	$\frac{1}{9}\times2=\cdots\cdot$

分數の除法の場合にも先の有害な習慣は次のやうな同種類の規則や練習で破られて洗練されねばならぬ。

或數ヲ「一」ヨリ大キナ數デ割レバ結果ハ其數ヨリ小サクナル。

或數ヲ「一」デ割レバ結果ハ其數ト同ジデアル。

或數ヲ「一」ヨリ小サイ數デ割レバ結果ハ其數ヨリ大キクナル。

(p. 80)
書いてない數字を補へ——

8＝····4s	12＝····6s	9＝····9s
8＝····2s	12＝····4s	9＝····3s
8＝····1s	12＝····3s	9＝····1s
8＝····$\frac{1}{2}$s	12＝····2s	9＝····$\frac{1}{3}$s
8＝····$\frac{1}{4}$s	12＝····1s	9＝····$\frac{1}{9}$s
8＝····$\frac{1}{8}$s	12＝····$\frac{1}{2}$s	
	12＝····$\frac{1}{3}$s	
	12＝····$\frac{1}{4}$s	

$16\div16=$	$9\div9=$	$10\div10=$	$12\div6=$
$16\div8=$	$9\div3=$	$10\div5=$	$12\div4=$
$16\div4=$	$9\div1=$	$10\div1=$	$12\div3=$
$16\div2=$	$9\div\frac{1}{3}=$	$10\div\frac{1}{5}=$	$12\div2=$
$16\div1=$	$9\div\frac{1}{9}=$	$10\div\frac{1}{10}=$	$12\div1=$
$16\div\frac{1}{2}=$			$12\div\frac{1}{2}=$
$16\div\frac{1}{4}=$			$12\div\frac{1}{3}=$
$16\div\frac{1}{8}=$			$12\div\frac{1}{4}=$
			$12\div\frac{1}{6}=$

(8) 「····%」とは「百分の幾つ」の意味である。パーセント*の教授の場合には次の様な規式に書き連ねるとよい。

5パーセント＝.05倍

20パーセント＝.20倍

6パーセント＝.06倍

25%　〃　＝.25×

12%　〃　＝.12×

3%　〃　＝.03×

上記の様に「何パーセント」と「其の等しい小數」との關係に就いて五分程づゝ四回も練習すればパーセントとか「百に付き云々」と云ふ樣な意義を一時間も口で定義說明するのと同じ効果がある。そして
(p. 81)
斯樣な定義說明はやがて上のやうな規式を容易に作るために役立つくらゐなものである。しかも優等兒以外のものにとつては，規式を作るために定義說明が必要である以上に，定義說明を了解するために規式が必要なのである。

(9) 答を確かめる習慣。早くから或る數の計算とその計算の正しいか否かの檢算の方法に就いて何か規式を作つて置かねばならぬ。9+9までの種々の加算も18−9までの種々の減算も生徒が會得する迄は客觀的に加へさせたり，ひかせたり，數へさせたりして確かめねばならぬ。9×9までの掛算も同じく客觀物を用ひてかけてためし，またその結果を（十個づゝの幾個かの塊りと殘りを一つの塊りにして）數へて

* Percent. cent は「百」を，per は「について」を意味する。

ためさせねばならぬ。それには全體を八回ないし十回(註)位ゐ數へさせてためすがよい。また八回ないし十回ほど加算に依つてためさねばならぬ。81÷9 までの割算でも生徒がしつかりできるやうになる迄は乘法でしかも時々はやはり客觀的にためして見なければならぬ。たてに數字を並べたコムラの加算は，先づ柱（コラム）の數を別々に加へてその結果の和を合せてためし，また與へられた問題を二つの小さい仕事にわけて計算し，そして出た二つの和を加へ合せてためすがよい。短かい乘法は八回か十回加法でためすがいゝ。長い乘法は乘數と被乘數を顚倒するとか何かさう言つた方法で調べるがよい。また割算は凡て乘法で確めるがよい。

（註） すべてで八回乃至十回，「表」の各事實ごとに八回乃至十回ではない（原註）。

此等の答をためすといふ習慣は三重の意味で有効である。此習慣は生徒に自己の過失を見出させ，且又自身で正確といふ標準を維持する樣になる。又此の檢算の習慣に依つて子供は檢算の過程を了解しまた加減乘除の正しい算法が何故正しいかといふ理由を知る。ところが斯う言ふ事は口で說明しては唯極く少數な生徒が理解するのみなのであ
(p. 82)
る。生徒らはたとへば乘法といふやうな能力を獲得するとそれを實際にやつて見て出てきた結果を檢して見る。さうすると算術の力や技術に尊敬の念をもつやうになる。斯かる「檢し」に費す時間はたいした價を拂はずにしかも斯樣な結果を生ずる。なぜならば乘法を調べるた

めの加算とか，除法をためす掛算とか其の他この種のことは特別な目的があつて行ふのでありながら，結果に於いては普通の加法乘法等の練習や復習と殆んど同じ効果をもたらすからである。

初等の分數の加減法および約分は適當な分數的部分に分たれた線や面積に依つて客觀的に檢べるがよい。初等の小數計算では，.25, .75, .125, .375 等と同價の分數を用ひてためす。分數及小數の掛算，割算は初めの內客觀的方法に依つて確める。小數の乘法及除法に於ける小數點の位置は次の樣な練習で檢すがよい。

$$\begin{array}{r} 20 \\ 1.23\,\overline{)\,24.60} \\ 24\,6 \\ \hline \end{array}$$

此は 200 ではない。何故なら 200×1.23 は 24.6 よりも大きい。

此は 2 ではない。なぜならば 2×1.23 は 24.6 よりも小さい。

結果をためす習慣を作つて之を使用するのは非常に必要な事である。現今各學校に於ける算術の誤つた答案のパーセントをとると非常に大きい。まるで生徒は間違の稽古をして居ると言ふ始末である。大抵の場合生徒は計算の方法にしつかりした自信が持てないのは其でやつて見ると正しい答と同じ程度に間違つた答案が出て來るからである。彼等はしばしば問題を解く場合に自分等のやつた方法が正しいか誤つ
(p. 83)
てゐるかを決しえない。それはたとへ正しい方法を採つてゐても，それを不正確にやりはしなかつたかといふおそれがあるからである。であるから答が間違つてゐるかどうかは生徒等にとつては多くの場合は不明瞭である，役に立たぬ。(現今の學校の算術教育に於ける不正確の

事實のはのちに述べる(註)。)

(註) 學校の算術の現に不正確であるといふ事實については(原p. 102—105)參照のこと。

此數頁の此等の説明的例は作らるべき規式を考へ，また算術の學習に依り發進歩させるべき諸能力を啓發するに與つて力があると考へて推薦する多くの方法の中のほんの見本であるにすぎない。算術の教授法が過去に於てした發達の多くは多少出たら目であつたがとにかく心理學が吾々に思慮深く系統的に爲せと教へることがらを行つたための進歩である。

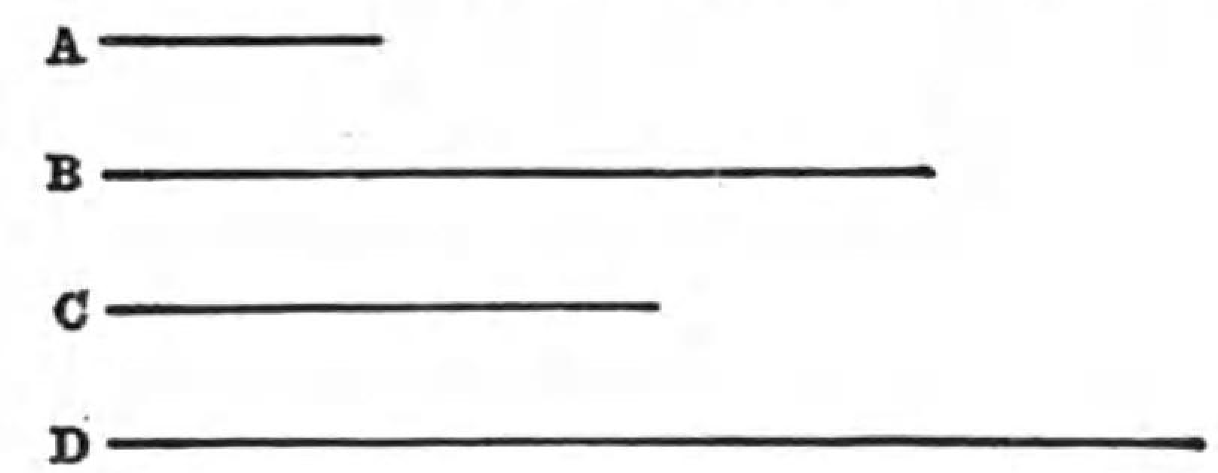
◇ 無益で有害な規式(結合關係)

現今算術教授にはたくさんの規式が作られてあるが，その規式がはたして正しい努めをしてゐるかどうかに就いてよく吟味して見ると，心理學者の立場から見ては，それら規式はきはめて價値の少ないものである，全然價値のないものもある。いま心理學的に不正當な多くの規式の中のいくらかを次にあげてそのいけない理由を述べよう。

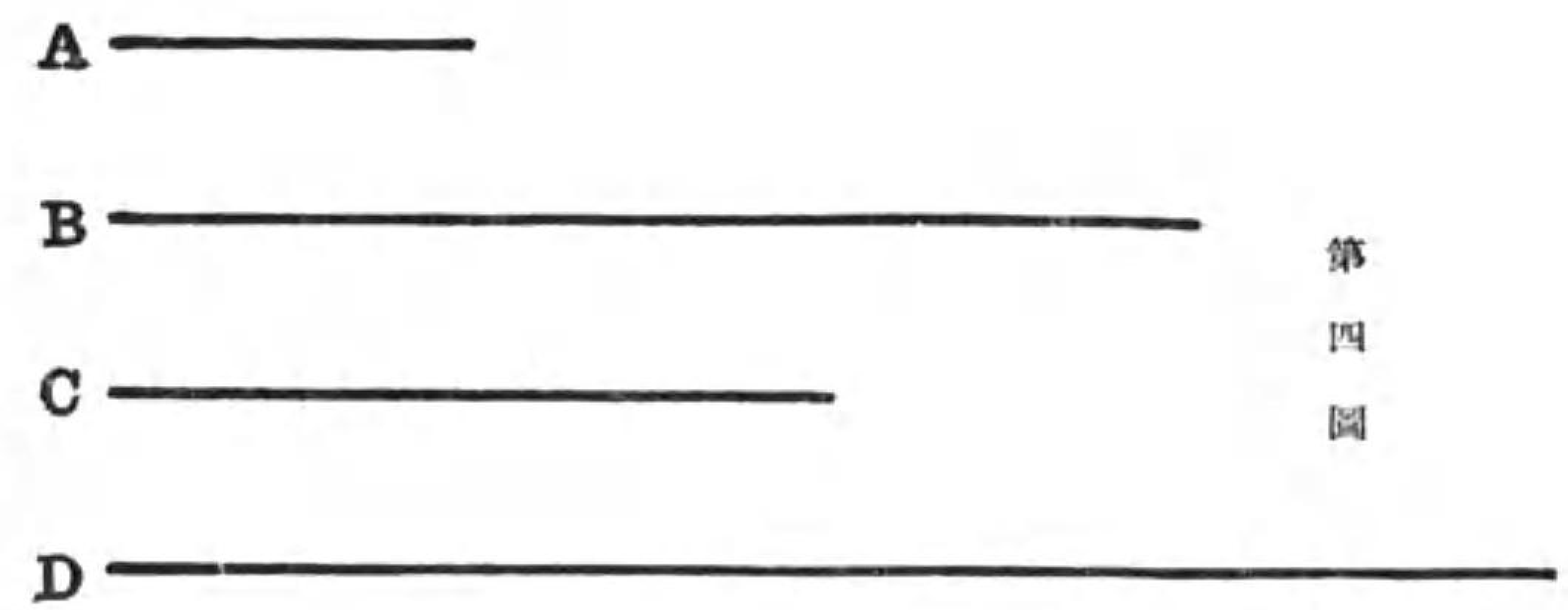
(1) 勝手な單位。數の意味を量の比とか割合とかいふものとして解しまた使用する能力を發達させようとする場合の練習に於て，全く抽象的な勝手な單位を用ゐるのは好ましくない。次にあげた「ロ」の方法の方が「イ」のより勝れてゐる。勝手な單位を用ひるより吋，半吋，呎，糎等の方が長さの單位としていゝ。面積の場合には平方吋，平方糎，平方呎の方がいゝ。「オンス」や「パウンド」の方を不定な重量の

單位よりも採るべきである。容積としては「パイント」「クォート」とか「盃一杯」「コップ一杯」又は「一握り」或は「立方吋」の方がいゝ。

スピーャ[1]や，マックレラン[2]とデューイ，および其他の人々によつて唱導されて居る相對的量（量の比）に關する練習の眞の效果はすべて(p. 84)わざわざ相對的量（量の比）を知るために量を比較をせずとも得られ



第三圖



第四圖

るのである。練習に於いては，眞正の計量には決して用ひられぬやうな抽象的な計量の單位を用ひるのは，丁度分數の「七分ノ一」「十一分ノ一」「十三分ノ一」を單位に用ひるやうなものである。或は一般の原理の眞意を解すためにはきはめて僅少ながら望ましいことがあるか

(1) Speer (2) McLellan and Dewey

も知らぬが，併し普通の練習では實用的な意義を有する單位を使用するがよいのである。

(I)　Aを1とすれば2はどれか。4はどの線か。3はどれか。AとCと一緒にするとどの線に等しいか。AとBを一緒にするとどれに等しくなるか。BはAよりどれだけ長いか。BはCよりどれだけ長いか。DはAよりどれだけ長いか。

(II)　Aは1吋の長さ。2吋の長さの線はどれか。どの線が4吋あるか。どの線が8吋の長さか。AとCを一緒にすると何吋の長さになるか。AとBを一緒にすると何吋になるか。BはAよりいくら長いか。BはCよりいくら長いか。DはAよりいくら長いか。

(2)　11の倍數。2から12迄の數に11及び12を掛ける乘法は單純なものとして生徒が必要に際して自分自身で會得する樣に彼等に委して置くがよい。此う云ふ問題は二桁の數の乘法を學ぶのに却つて邪魔になる。若し11や12を78や96などと全く同じやうな方法の乘數として用ひれば，以上の數の扱ひ方はもつとずつと容易に學ばれる。其後に12×2, 12×3などを敎へるがよい。15, 16或は25の倍數を知ることよりも11の倍數を知ることに寧ろ理由がすくないのである。

(3)　抽象的な數と具體的な數。力をこめて我々は726に8弗を掛ける事は出來ないと言ふ假定を高調したり，又更に一層念を入れて，それにもかゝはらず一つ8弗の品物726個の値段は726に8を掛けてそれを弗で讀めばよいのは何故かと言ふ樣な問題の說明をしたりするが

これは皆無駄な事である。割算に關しても同樣の事が言はれる。こんな想像的な難題は全然提出してはならない。生徒は人や金錢を掛けたり割つたりして居るのであると考へさせぬ樣にして，唯單に其問題に必要な式と答として出て來る數字の肩書だけを知つて居ればよいのである。卽ち「8×726=‥‥答は弗である」とか，「8と726とを掛けよ，答は弗である。」といふこれだけの事を生徒は考へればよい。又生徒の考へ方として最上の形式である。抽象的數と具體的數との區別に關して心理學的に，また同時に論理的にも常識的にも，マクドゥグル[(1)](一九一四年206頁以下）は次のやうにいふ。

「最も初步の計算でも，何等かの思考が必要である，心で計算せずに單に棒に記した刻み目とか壺の中のド[(2)]ゥ，モールガンの石とかをのみ用ひて計算をする時期に於いてすら，何等かの思考が必要なのである。それと同時に最も進步した計算の中にも事物記憶がふくまれてゐる。故に考へる人たちは抽象的數とか具體的數といふ言葉をもうズツト以前から使用して居ないのである。

「最近著者は某州立師範學校の算術敎授を參觀したが實際もう成人に
(p. 86)
なつてゐる多くの學生が，その保守的な敎科書で受けて來た訓練のために此の具體的，抽象的の數と言ふ問題のため困窮して居るのを目擊した。敎師は其の時間の敎授の中心から外れ全級かゝつて『答は常に被乘數と同種のものでなくてはならぬ』とか『加へられるものはみな同種でなければならぬ』と言ふ樣な事をもう一度頭に入れようとして

(1)　McDougle　　(2)　De Morgan

殆んど大部分の時間を費して居た。此は決して例外な事實ではない。いたる所の算術教授に於いて，きはめて簡單な仕事であるにもかゝはらず，生徒等は哲學的の厄介な事項のため迷はされて居る。時機は既に熟して居る，といふのは私らは算術に關する私らの考へを修正しようとしてゐるのである，斯くの如き幾多の無益な邪魔な有害な惡習を修正しようとしてゐるのである。代數は歴史的に言へば算術から出て來たのであるが併し代數にはこの區別がない。代數を學ぶ生徒は誰でも x は馬に等しいとは言ひはせぬ。x は馬の數に等しとし，そして馬と言ふ考へを頭から振り落す。其生徒は數を掛けたり，割つたり，根を求めたりする，時には分數を取扱ふ，そして最後に其答を問題の事情に應じて解釋する。勿論初歩の計算には數を了解させるために直觀物を用ひる。併し心は自然と實體から去つて純粹の數の概念へ行き，更に符號の數字へと移つて行く。次に掲げるのはホーン*の論文の附錄から採つたので 1820 年の米合衆國の人口を七年級の女生徒が計算したものである。

7,862,166	白人
233,634	自由黑人
1,538,022	奴隷
9,633,822	

此問題は一般の區別によると三つの異つた種類の數を加へて居る。或人は此を誤りと言ふかも知れぬ，なぜならば此生徒は「白人」「自由黑奴」「奴隷」を共通の單位の「人」とか「人口」に變へて三つとも同

* Horn

じ單位として加へて居るのである。併し之を説明するのは此計算の方法を生徒に質問すると同樣全く餘計な事である。此場合生徒は數字を單に數として加へ，餘り突込んでも考へずに唯問題の性質に從つて答を解釋したのである。著者はこの問題について師範學校の數百の生徒たちに問うた，そして心のこの普通なるはたらきが決してまちがつてゐないと信ずる。たとへ學的に考へては非論理的であるといひはる人があつてもそれは問題にならぬ。ケンタッキ州の東部の師範學校で澤山の生徒に次の問題を課した所が常に同じ結果を得た。

『或野菜園のキャベツの數は此級の男生徒の總數に等しい。其野菜園にはキャベツが幾何あるか。』

黑板へ書いた解答は毎回次の樣であつた。

29	女子
15	男子
44	キャベツの數

又斯う言ふ問題も出來る。「私は君の持つてゐる牛の丁度六倍の羊を持つて居る。君が牛を 5 頭持つて居るとすれば私は羊を何頭持つて居るか。」此場合牛の數卽ち五に六をかけて答は 30 といふ。此 30 を羊に連結させなければならぬ。何故なら問題に依つてさう言ふ條件が課されて居るからである。此問題に於いては代數と同じく事實から純粹の數

(p. 88)

を離して考へ，そして其を算術の法則に從つて取扱ひ，問題の性質が要求する通りに其結果に符調をつける。此は次の樣に言へる。代數では默つて認められて居るが算術でも同樣に承認すべきである。

『算術の凡ての計算及運算に於いて數は皆抽象される，又正にさうさ

るべきである。其の數はたゞ運算に伴ひ答に解釋を下す思考過程に於てのみ具體的であるのである。」

（4） 最小公倍數。最小公倍數を學ぶに用ふる規式は全部を除かねばならぬ。分數の加算及減算では，分母は最小公倍數を求めさせずに，むしろ生徒が迅速に且つ正確に求めうる任意の公倍數を求めさせるがよい。どんな人でも頭さへあれば六分の幾つとか三分の幾つとか二分の幾つとかいふ數の最小公倍數を求めるには時間はとらぬ。不幸にしてあまりに組織的でありすぎる傳統の算術に奪はれてさへゐねば，彼らはそれがすぐにわかる。それらの數をそれらと同じ價の六分の幾つとか十二分の幾つとか二十四分の幾つとかその他任意の便利な公倍數に直して考へたりなどはせぬであらう。最小公倍數を求めると言ふ事は科學に於いても事務の上に於ても又人生に於いても頗る應用の利かぬものなのである，だから一般の教科書はそれを用ひる練習として全く空想的な問題を課して居る。

（5） 最大公約數。最大公約數を習得するに用ひる規式も亦全部除外せねばならぬ。分數を最簡項まで約する場合に，生徒自身が約し得ると思ふ任意の數で約させるがいゝ。さうすると生徒は大きな約數をなるたけとるものである。斯ういふ風にして終には丁度目的に適ふ樣な分數を得るのである。讀者諸君にも學校を出てから最大公約數を計算する樣な場合は殆んど無かつたゞらうと思ふ。若しあつたとしても其の場合他の方法で問題を解いたら時間がきつと省けたであらう。

(p. 89)

次に掲げる問題は最大公約數および最小公倍數を問題に應用しようと試みた最も善い教科書の一つ（マクレランとAmes合著の「公立學校算術教科書」1900年刷）[1]から手當り次第にとつたのである。大抵の問題は空想的なものである。でなければつまらぬ問題である。或は試算や適合[2]によつた方がよく解ける問題である。

（1） 某學校の高等科は132名，中等科は154名，初等科は198名の生徒より成り立つて居る。今各科を同人數づゝの幾級かにわけ，その級の人數を能ふ限り大きくしようとする。一級に何人の生徒を分けたらよいか。

（2） 一人の百姓が240「ブッシェル」の小麥と920「ブッジェル」の燕麥を持つて居る。彼は此の二種の穀物を混ぜずに成るべく少數の同じ容量の箱へ此等を入れようと思つて居る。各々の箱を何「ブッシェル」入の箱にすればよいか。

（3） 四つの鐘があつて3秒 7秒，12秒，14秒の間をを置いて互ひに鳴る。若し今四つが同時に鳴り始めたとすれば此次に又四つ同時に鳴るのは何時か。

（4） A，B，C，D，の四人が同時に出發し同じ方向へ歩いて周回600哩ある島を廻らうとする。Aは一日20哩，Bは30哩，Cは25哩，Dは40哩行くとすれば彼等が再び一緒になるにはどれだけ旅行を續けねばならぬか。

（1） McLellan and Ames, Public School Arithmetic.

（2） trial and adaptation

（5） 太陽の周圍に圓形の軌道を有して一定不變に運行する三つの遊星の周期を夫々200日，250日，300日とすれば或瞬間に於ける太陽と三遊星の位置はそれから幾日經過すれば再び其同じ位置に戻つて來るか。

（6） 稀に使用する部又は餘り重要でない語。單に教科書の問題の言葉に變化を與へるために稀れに用ひる語だとか不必要な言葉を使用するのはよくない。生徒に讀めない問題を解けと要求する事はいけない二年級三年級否四年級の生徒に對しても彼等が稀にぶつかつた語だとか曾て見た事もない語を讀めると思ふのは間違つて居る。生徒が量や數などを一心になつて居る時に讀み方の練習に骨を折らせる樣な事があつてはならない。

こんな事は全く述べる必要がない程明白な事實であると思はれるかも知れぬ。併し實際はさうでない。大抵の教科書には，二年級三年級四年級用の問題では其の讀み方に一定の練習を與へるとか，又は口述で說明するとかしなければならず，でなければ生徒を自分の解く問題が何を言つて居るのかもわからぬ儘で放つて置かなければならぬ樣な事がある。多くの善良な教師は每頁其處の問題を解かせる前にきつと讀み方の稽古をして居る。その必要は更に無い筈なのに。

具體的にいふなら，次に列擧する如き言葉は，(ある有名な初步の算術書の最初の50頁に出てゐるものだが) 三年級の中頃までは，稀な不重要な言葉である。——

absentees	Byron	department	Gilbert
account	camphor	deposited	Grace
Adele	Carl	dictation	grading
admitted	Carrie	discharged	Graham
Agnes	Cecil	discover	grammar
agreed	Charlotte	discovery	Harold
Albany	charity	dish-water	hatchet
Allen	Chicago	drug	Heralds
allowed	cinnamon	due	hesitation
alternate	Clara	Edgar	Horace Mann
Andrew	clothespins	Eddin	impossible
Arkansas	collect	Edwin	income
arrived	comma	election	indicated
assembly	committee	electric	inmost
automobile	concert	Ella	inserts
baking powder	confectioner	Emily	installments
balance	cranberries	enrolled	instantly
barley	crane	entertainment	insurance
beggar	currants	envelope	Iowa
Bertie	dairyman	Esther	Jack
Bessie	Daniel	Ethel	Jennie
bin	David	exceeds	Johnny
Boston	dealer	explanation	Joseph
bouquet	debt	exppression	journey
bronze	delivered	generally	Julia
buckwheat	Denver	gentlemen	Katherine

lettuce-plant	original	respectively	talcum
library	package	Robert	term
Lottie	packet	Roger	test
Lula	palm	Ruth	thermometer
margin	Patrick	rye	Thomas
Martha	Paul	Samuel	torpedoes
Matthew	payments	San Francisco	trader
Maud	peep	seldom	transaction
meadow	Peter	sheared	treasury
mentally	perch	shingles	tricycle
mercury	phaeton	skyrockets	tube
mineral	photograph	sloop	two-seated
Missouri	piano	solve	united
molasses	pigeons	speckled	usually
Morton	Pilgrims	sponges	vacant
movements	preserving	sprout	various
muslin	proprietor	stack	vase
Nellie	purchased	Stephen	velocipede
nieces	Rachel	strap	votes
Oakland	Ralph	successfully	walnuts
observing	rapidity	suggested	Walter
obtainined	rather	sunny	Washington
offered	readily	supply	watched
office	receipts	Susan	wistle
onions	register	Susie's	woodland
opposite	remanded	syllable	worsted

(7)　間違に導き易い事實や方法。問題に出て來る商品に非常な不正確な値段をつけるとか，何かの出來事に對して到底考へられぬ樣な結果や原因や或は其れに附帶して來る事を記すとか，或は實際社會において相互にあまり大した關係をもたないやうな事柄を結びつけて問題にするのは止すがよい。概していへば相互に關係をもつてゐない事柄を無理に結びあはせて子供の心にあたへてはならぬ。

若し讀者が何故にこんな注意が必要なのかと疑念を起すならば，次(p.92)に揭げる現在に於いて盛んに用ひられてゐる，或は過去數ヶ年に亘つて廣く使用された，有名な書物から拔き出したところの (1) から (5) までの練習問題を調べて見るがよい。そして問題 (6) に於いての加算減算およびその方法がいかに混亂してゐるかを考へるがよい。

(1)　若し鷹の $\frac{3}{5}$ の速力を持つて居る鴨が一時間 90 哩飛ぶとしたら，其鷹はどれだけの速力で飛ぶか。

(2)　一個に付き $\frac{5}{8}$ セントの卵は 60 弗では幾個買へるか。

(3)　一足 0.68弗の「オウバシユーズ」は 816 弗では幾足買へるか

(4)　一ダース 0.13弗のバナヽは 3.12弗では何ダース買へるか。

(5)　21ブッシェル入りの箱には何ペックの豆が入るか。

(6)　答を記せ。

例 $\begin{array}{r} 537 \\ 365 \\ ? \\ 36 \\ \hline 1000 \end{array}$ 下から加へ初めて 11, 18, それから2(空所へ書入れる) で 20 になる。次の行 11, 14, それから 6 (書入れる) で 20 になる。次の行 5, 10。故に省かれ

た數は 62 である。

a.		b.		c.		d.		e.	
	581		625		752		314		?
	97		?		414		429		845
	364		90		130		?		223
	?		417		?		76		95
	1758		2050		2460		1000		2367

(8) つまらぬ事，不合理な事。無意味な馬鹿らしい問題に骨を折つて答へさせるのは止めるがよい。一般の學校の算術からは意義のない馬鹿げた問題は全然取り去るべきである。以下は一流の最近の教科書から採つた其等の標本である。

○ ヂョーヂの石板の一方の側には 32 字書いてあり他方には26字書いてある。今彼が一方から 6 字消し他方から 8 字消すとすると後に何字殘るか。

○ 或學校に 14 教室があつて其一室に平均 40 人の兒童が居る。學校の全生徒が石板の兩面へ500 本づゝ直線を引くとすれば全體で何本の直線を引く事になるか。

○ 米國國旗の筋の數を八倍したものは 1800 年からルーズヴェルトが大統領に選ばれた年迄の年數に等しいといふ。彼が大統領に選擧されたのは何年か。

○ 獨立宣言の年からシカゴの萬國博覽會開催の年迄の年數を 9 倍したものが國旗の筋の數に等しいと。其間の年數は何年か。

(9) 役に立たぬ方法。問題に述べられて居る事柄を取扱ふ方法が實際の場合の方法として役に立たぬやうな問題はいけない。その問題とその解決法はよく實際に適切でなければならぬ。例へば「96本の木を一列十六本づゝの列に植えると何列になるか」と言ふ問題の如きはよくない。實際には列を數へて解くべき問題であつて割算で取扱ふべきものでない。こんな習慣を作つてはいけない。また「一團の男兒に各自 25 セントづゝ與へようとした所が 2.75弗要る事が判つた。其男兒等は何人か」と言ふ問題ではやはり割算で問題を解決する習慣を作らうとして居るが，實は其答となるべき人數は實際に於てはこの問題を作るためにはすでにわかつてをらねばならなかつた筈である。

(10) 實際生活に於いて答が旣に知られて居る樣な問題。實際には起つて來られない問題すなはちその問題を構成するためにすでにその答が知れてゐねばならぬやうな問題，が出て來る癖のある教科書は必ず怠惰な著者の手に編まれたものである，斯かる著者は定つた方法と定つた解答に適した問題を作り出す傾向をもつてゐる。こんな僞物の問題は極く普通である。最も廣く使用されて居る最新の教科書の「一般復習問題」の所を十二頁許りも手當り次第にしらべて見ると約六パーセントがそんな問題である。又教師が卽席に作る問題の內には斯うした僞物の問題が更に多く存在して居ると思ふ。次に例をあげる。

○ 或る事務所の書記が，與へられた表に從つて手紙の表記をした。2500 通書き終つた時，未だ表の名前の $\frac{4}{9}$ は書かれてな

かつた。表全體には何人の宛名が書いてあつたか。

○ ソート・サント・マリーのカナダ側の動力水路は20,000馬力を持つて居る。ミシンガン側のは其の $2\frac{1}{2}$ 倍だけの馬力を持つて居る。後者は何馬力を持つて居るか。

(p. 94)

問題を選ぶに實際に起つて來るやうな問題ばかりを採つてその解法も實際の場合の解法と同じものでなければならぬといふ事を理想にするのはあまりきびしすぎるといふ人もあらう。問題がとにかく理解されうる問題であり，また原理を說明する事にも役立ち，有益な練習にもなるやうな問題なら，それで充分だと教師らは言ふかも知れぬ。けれどもほんとうの科學的教授法から言ふと其れでは滿足出來ぬ。さらに，もし算術の問題は單に原理の知識を試驗するためであつたり，また或事實とか法則とかを明白に力強く刻み付けるだけの手段に止まつてゐて，そして人生生活の實際の數量關係に直接役立つ事を期待しないのならば，それならそうとはつきりいふがよい。例へば「此處に一つの數がある。其數の半分は六の二倍である。其數は幾何か」の方が「或人が妻に幾何かの金を殘して死んだ。彼が妻に殘した金額の半分は彼が息子に殘した金の二倍に等しく，そして息子にやつた金は6000弗である。彼は妻に幾何殘したか」と言ふ問題よりもよい。前者のよい理由はそこに僞りのみせかけがないからである。

(11) 不必要な難しい言葉。兒童の算術に對する一般的態度を不必要な無益な語學的の困難や，無用な無益な間違つた推理で困らせる必要

はない。然るに私らの算術教授は依然として不幸にも語學的困難とよくない理窟で汚されて居る。このために生徒は算術を神秘であると思つたり，愚劣であると思つたりするに至るのである。

例へば以下に記す(1)から(6)迄は問題は無益な言葉的困難の問題であつて，そのなかの數量上の困難はたゞ次の如くでしかない。——

(1) 5+8+3+7

(2) 64÷8 1ペックは8クォートであるといふこと。

(3) 12÷4

(p. 95)

(4) 6÷2

(5) 3×2

(6) 4×4

(1) 5セント，8セント，3セント，7セント，を一緒にすればいくらになるか。此の答を得るには加算を用ひるか或は掛算に依るか。

(2) 64クォートの豆がはいるバスケットを一杯にするのは一ペックの桝で何回移せばよいか。

(3) 或女生徒が一日に歴史の本を4頁づゝ暗記するとしたら，12頁暗記するには幾日かゝるか。

(4) フレッドが鷄の雛を6羽持つて居る。友達に2羽づゝ與へたらば何度で全部與へてしまふ事になるか。

(5)「クロケエ」[1]（遊戯の名）をやる人が一回に二つの鐵輪に珠を打當て打ち進みゆく時は三回球を打てば幾個の鐵輪に打當てる事になるか。

(6)　お母さんが，「パイ」を四つに割つて，一人に一つづゝ與へるとする。或時の「デザート」に「パイ」を四個要したとすれば其食卓には何人の人が居たか。

（いま日本語に譯したので原語通りの言葉的困難が見られなくなつたであらう。）數學的に言へば上記の如き問題は一年か二年の程度である。しかも二年級や三年級の兒童が大部分全く問題の文句の解釋に苦しむのである。

私らは次のやうな愚にもつかぬ問題[2]からいまだ全然脱しては居ないのである。其等の問題は實に我々の兩親を惱ましたものである。

(*p.* 96)

第　一　課

(1)　此繪には幾人の女の子が「ブランコ」にのつて居るか。

(2)　何人の女の子が「ブランコ」を引ツ張つて居るか。

(3)　双方の女の子を合せて勘定すれば幾人になるか。

一人にもう一人の女の子で幾人になるか。

(4)　木の切株の上には何匹小猫が居るか。

(1)　Croquet

(2)　原 *pp.* 96–99の諸レッスン。

第　五　圖

(5)　地面には何匹居るか。

(6)　此繪には何匹小猫が居るか。

一匹の小猫ともう一匹とで何匹になるか。

(7)　もしあなたが私に「ブランコ」に何人の子がのつて居ますかとか切株には何匹小猫が居ますかとか尋ねれば私ははつきりした聲で「一（ひとつ）」といひ，又は筆で「一*」とかき或は數字の「1」で書き表はすことが出來る。

(8)　私が「一」と書けば此は「一」といふ言葉である。

(9)　此「1」は「數字の一」と呼ばれる。卽ちこれは「一」と同

* *One.* 女の子なら「ヒトリ」，猫の子なら「イツピキ」であつて，このところ譯しかたし。以下も同じく譯すると無理になる。

じ意味をもつてゐて，その代りになる。

(p. 97)

(10) 「1」と書け，此は何と呼ばれるか。そのわけは。

(11) 數字1は一人の娘でも一匹の猫でもまた何の一つにでも代用される。

(12) 始めて學校へ行くと何から習ひ始めるか。答。文字と言葉から。

(13) 文字や言葉を學ばずに讀み書きが出來るか。

(14) 文字を全部並べたものを「アルファベット」といふ。

(15) 書く文字やしやべる言葉を言語といふ。

(16) 皆さんは算術の勉强を始めようとしてゐるが「アルファベット」と算術の言語さへ學べば皆さんは算術で讀み書き出來るわけである。併しこれにはあまり時間を要しいなでせう。

第　二　課

(1) 書く文字やいふ言葉を何と呼ぶか。

(2) 皆さんは何を勉强し始めるのか。答。算術。

(3) どんな言語を最初に學ばねばならぬか。

(4) この1を何といふか。その理由は。

(5) 此の數字の1は算術の言語の一つである。

(6) 「二つ」といふことをあらはすに二人の娘とか二匹の猫とかその他何でも二つの物であればよいが，さういふことばを私がいまこゝに書いたら，それを私らは何と呼べばよいで

第　六　圖

せうか。

(7) 數字の二は次の如く書く。――2。それを書け。

(8) 何故其れを數字の二といふか。

(9) 此の數字の二(2)は算術の言語の一部である。

(p. 98)

(10) 此繪では一人の男の子は腰を下して「ひちりき」をふいて居る。他の男の子は何をして居るか。若し立つて居る子がもう一人の子の傍へ腰を下したら何人男の子が一緒に座つて居る事になるか。一人といま一人の男の子で何人になるか。

(11) 「ひちりき」と「ヴァイオリン」がある。其等は樂器である。一つの樂器ともう一つの樂器で幾つになるか。

(12) 私がいま次の様に書く，—— 1 1 2。一人の男の子ともう一人の男の子で全體二人の男の子になる，或は二人の男の子に等しいと言ふ。次に最初の 1 ともう一つの 1 を一緒にする方式を示さう。

(13) 次の様に書いた線を水平線と言ふ，—。斯う言ふ線をかきなさい。その名前を言ひなさい。

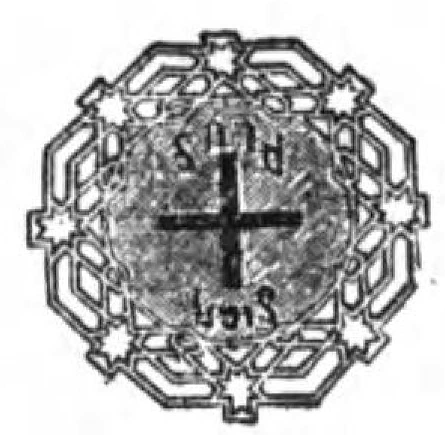
(14) 次の様に引いた線を垂直線と言ふ，｜。斯う言ふ線をかきなさい。その名稱を言ひなさい。

(p. 99)

(15) 次にかうした二線を次の如く結び合はせる。即ち＋。最初の線(—)を何といふか。後の線(—)を何といふか。二つの線は長いか短かいか。その二線は何處で相交つて居るか。

(16) みなさん次のやうにかきなさい。— ｜ ＋

(17) 此の＋符號を「プラス」といふ。「プラス」は「ヨリ多ク」を意味する。＋も亦「ヨリ多ク」を意味する。



(18) 私は次のやうにかく——。

「一つともう一つは二つに等しい」

(19) 次に上の文句を少しづゝ算術の言語で書いて見る。最初の「一つ」を 1 とかき，次の「一つ」も 1 と書く。それから

「もう」といふ言葉の代りに＋を書き＋を 1 と 1 の間へいれる。其處で全體は次の様になる。1+1。其は「一つともう一つで」を意味する。

(20) みなさん 1+1 を書きなさい。書いたものを讀め。

(21) 此の＋が 1 と 1 との間へ書かれる時は其の二つを一緒にして算へるのを示すのである。それは 2 にするためである。

(22) ＋はどうすればよいかを示すので，それを一つの「記號」といふ。又其れを「プラス」と呼ぶので「記號」といふ言葉と一緒にして「記號プラス」とか「プラスの記號」とか唯單にプラスとかいふものになる。口でいふ時も同じである。

(23) 1，2，＋はみな算術の言語の一部である。

次の文句を算術の言葉で記しなさい

(24) 一つにもう一つ

(25) 一つにもう二つ

(26) 二つにもう一つ

(p. 100)

(12) 不明瞭と誤謬。以下の問題の内に如何に不明瞭な點や誤つた理窟が含まれて居るかを見よ。

(1) 若し子供が一日に四仙稼げるとしたら六週間にはいくら稼

げるか。(日曜は算入するか，或日に四仙稼ぐ子供が毎日其の仕事を繰返すものと考へられようか)

(2) 三角を十と四角を五つ描くには何本線を引かなければならないか。(本の答は 50 であるが8本ででも出來る)

(3) 競走者が$\frac{1}{8}$哩の「トラック」を二分間に二回廻つた。其の人は一分の$\frac{2}{3}$ではどれだけ走つたか。(私には判らないが，唯其の男が偶然でない以上は正確に$\frac{1}{8}$哩の$\frac{2}{3}$を走らなかつたであらうといふ事だけは判つて居る。)

(4) チョオンは一週に 4,35 弗，ヘンリーは一週に 1,93 弗稼いだ。二人は其の金を合して鐵砲を買つた。其の値段は幾何か。(5弗であらうか。10弗であらうか。其れを定價で買つたか。二人の稼いだ金を全部費したか，其れより少なく費したか，或はもつと多く費したか。)

(5) リチャードは財布に「ニッケル」貨(五セントにあたる)を 12 持つて居る。それと引きかへてくれといはれたら君は 50 仙よりどれほど多く與へればよいか。(ニッケル 12 個と交換したがつてゐる子供に，賢い子供がはたして 60 仙與へるだらうか。或は何か細工のあるのを疑つてなかなか承知しないで自分の錢をしつかり握つてはゐまいか。)

(6) 或馬が一時間に 10 哩走れば，9時間ではどの位行くか。

(7) 女の子が一時間に三クォートの欒果(いちご)をむしれるなら三時間には何クォートむしれるか。

(此の最後の二問で教師がこの 90 と 9 を强要すれば事實に生きる生徒はそれからしばらくは算術に對する尊敬の念を失ふであらう。)

次の四問題の經濟學及物理學は鮮明に自らの缺點を示して居る。

(8) 馬を 85 弗で賣つて十五弗損した。其の馬の價はいくらであつたか。

(9) 浮氷の水面下の部分は水面上に現はれて居る部分の七倍だとすると，水面上の部分はどれだけか。水面上五〇呎の氷山の全體の高さはどれだけか。三〇〇呎の高さの氷山の水面上の部分の高さは幾何であるべきか。

(10) 或人の年俸 1,000 弗でその支出額は 625 弗であり，そして今二，五〇〇弗の富を持つとすれば一〇，〇〇〇弗の資産家になる
(p. 110)
には何年經過するか。

(11) 音は一秒に 1,120 呎傳はる。ニューヨークでうつた大砲が 90 哩距てたフィラデルフィヤで聞えるのはどの位たつてからか。

◇指導原理

讀者は定めし以上の様な現在かへり見られずに居るが是非設けなければならぬ諸規式や，また何等の正當な理由もなくして存在して居る有害無益な規式に關する如上の特に詳しい記事に飽かれたかもしれない。此れ等は一つ一つ離して考へれば小さな問題かも知れない。併しこの點に就いての誤ちを訂正し，そしてもつとよい規式を選定するこ

とが出來た日には，私らは算術教授を非常に改善することが出來るであらう。當の算術能力を最もよく進歩させるやうな規式を選ぶことがこの場合の理想である。次に掲げる指導原理は常に記して置くがよい。それは七つの簡單なものではあるが實に金科玉條である。

1. 兒童の面接してゐる狀位[1]を考慮せよ。
2. その狀位に結びつけようと願ふ反應[2]を考慮せよ。
3. 規式（習慣，結合關係）を作れ。それが奇蹟から來ると思つてはいけない。
4. 特別な事情のない限り，やがて破れるやうな規式（習慣，結合關係）をつくるな。
5. 特別な事情のない限り，一つの規式（卽ち習慣結合關係）で間にあふのに二つも三つもを作るな。
6. 特別な事情のない限り，のちになつて使はれるやうに規式(習慣結合關係）をつくれ。
7. 故に，生活そのものが呈示するであらう諸狀位を尊べ，また生活そのものが要求するであらうやうな諸反應を尊べ。

(1) situation　(2) response

(p. 102)

第五章　算術訓練の心理學
＝規式(習慣)の强さ

算術學習に於て形成さるべき諸規式習慣の名目を列擧したならばつゞいて必ず其等の各規式習慣の强固さをどの程度にすべきか，また何年ぐらひ持續されるべきかを述べなければならない。併し玆にあげた目錄はほんの見本として示してあるのだから，各規式の望ましき强さを詳しく述べる事は出來ない。唯或る一般的の事實を此處に記すのみである。

◇より强き根本的規式(習慣)の必要

數計算に關する根柢的な規式(結合關係)は現在のものよりズツと强力であることを要する。此等の計算の不正確といふ事は乃ちその基礎的規式(結合關係)が弱い事を意味するのである。不正確が存在してゐる，しかも題材にふくまれてゐる筈の教育的價値を奪ひ，また生徒の力が其商賣や産業等の實際の役にほとんど立たず，また新らしい方法でする仕事を前にすでに體得してゐる方法で試めして見ることをさまたげる程度までも，不正確が存在するのである。

此不正確の存在は，多くの研究者が，疲勞とか實習力とか個性差異等の考査として算術をやらせて，その答の正誤に依つて考査測定したが，その測定を見ても明かであらう。又コーティスや其他の人々が算

(p. 103)
術能力そのものを研究した中にも同様にこの不正確を見出しうる。

[1]ビュルゲルスタイン(一八九一年)は次の様な

$$
\begin{array}{r}
28704516938276546397 \\
+35869427359163827263 \\
\hline
\end{array}
$$

問題やまた同時に此と同様の長い數字に2或は3或は4或は5或は6をかける例題を用ひて考査した所，28,267の答の數字のうち851の誤りを見出した，答の數字100につき3の誤りがあるわけである。また一問題について$\frac{3}{5}$個の誤りがあるのであつた。その子供たちは九歲半から十五歲までの年齢であつた。[2]レイザァ(一八九四年)も同様の加へ算と掛け算とをやらせ平均十一歲半の男女生が最も計算の正確な時に於ても答の數字百に對して三以上の誤を得た。[3]ホウムズ(一八九五年)は丁度前記の様な加へ算を用ひ23,713の答の數字中346の誤卽ち百につき約$1\frac{1}{2}$の誤りを見出した。其兒童は三級から八級迄のすべての學級のものであつた。レイザァの試驗によると一分間で21, 19, 13, 10の答の數字が得られた。[4]フリードリッヒ(一八九七年)は同様の例で約200の答の數字を得るに二十分の長時間を與へて，しかも其1乃至2%は誤ちであるを見出した。[5]キング（一九〇七年）は五級の兒童に二桁の數を五つ加へさせた。最も正確な時でも20柱に1の誤がある割合であつた。四桁と四桁の掛け算では三つの內一つの完全な答案

(1) Burgerstein　(2) Laser　(3) Holmes
(4) Friedlich　(5) King

を得る事すら出來なかつた。ニューヨーク市に於てしたコーティス(1911—1912)の考査第七に依れば十二分間に四級程度の兒童は平均8.8やつた內で4.2の正解を得るといふ割合であつた。五級では10.9に對する5.8の正解。六級では12.5に對して7.0。七級では15に8.5。八級では15.7に10.1の正答であつた。此結果は此書の材料に使ふために廣く地方から集めたものと殆んど同じである。

(p. 104)
次に揭げるのは或優秀な學校の公定の標準として用ひられて居る表である。コーティスの系Bを使つたのである。

	級	*Speed Atempts	正答のパーセント
加算	8	12	80
	7	11	80
	6	10	70
	5	9	70
	4	8	70
減算	8	12	90
	7	11	90
	6	10	90
	5	9	80
	4	7	80

* 速度＝試問數。

乘算	8	11	80
	7	10	80
	6	9	80
	5	7	70
	4	6	60
除算	8	11	90
	7	10	90
	6	8	80
	5	6	70
	4	4	60

カービィ[1](一九一三年，十六頁以下及び五五頁以下）は下に印刷した様な加へ算で四級の生徒が平均八〇パーセント足らずの正答を得て居る事を知つた。平均の計算の速さは一分に二柱であつた。又下に記した様な除法の場合には三級の後期四級の前期の生徒は 95% たらずの正解を得てゐて，その平均の速度は一分四題であつた。双方とも計算に時間を多くかけた人でも正確さは早い人と同じであつた。練習すれば速度は進歩したが正確不正確は依然として同じであつた。ブラウン[2](一九一一年と一九一二年）も同じ様な低い能力の有様を見出した。同時にまた特別な練習を適當にやらせれば非常に進歩する事を見出した

(1) Kirby　　(2) Brown

(p. 105)

3	5	6	2	3	8	9	7	4	9
7	9	6	5	5	6	4	5	8	2
3	4	7	8	7	3	7	9	3	7
8	8	4	8	2	6	8	2	9	8
2	2	4	7	6	9	8	5	6	2
6	9	5	7	8	5	2	3	2	4
9	6	4	2	7	2	9	4	4	5
3	3	7	9	9	9	2	8	9	7
6	8	9	6	4	7	7	9	2	4
8	4	6	9	9	2	6	9	8	9

20＝····5s　（s は復數，5s は 5 の何倍かを示す。—譯者。）

56＝····9s と····餘り

30＝····7s と····餘り

89＝····9s と····餘り

20＝····8s と····餘り

56＝····6s と····餘り

31＝····4s と····餘り

86＝····9s と····餘り

斯る不正確な計算では商賣や產業に殆んど何の價値もない事は明らかである。若し店員がコーティスの試驗で得た樣に十中の六しか正答を得なかつたとしたら少くとも一計算に四人の人が必要である。猶其上數名の人を使つてその計算の相違を取調べねばならない。さうしなければコーティスの大きさのもの百につき一以下の誤りととすること

ができぬであらう。

十中の三乃至九迄の正答しか得ない生徒らには，算術のもたらすはずの「絶對正確‥‥の習慣とか眞正の答を得る滿足」などゝいふ事はおよそ神秘的なことゝこそ思はれるであらう。

◇早くからの體得

當の諸規式（習慣，結合關係）を現在よりもつと遙かに强いものにせねばならぬと言ふ事は明白である。其規式習慣は實に計算上の誤を全く消滅せしめるには有力なものでなければならぬ。勿論全然誤をな(p. 106)くすると言つても時々の思ひ違ひをするのは別である。兒童にとつては掛け算の九々を半分知つて居て其他の半分は知らないと自覺して居る方が全部をナマハンカに知つて居るよりズツとよい。此事は凡ての計算に必要な根本規式に就いても眞理である。どんな規式(結合關係)でも遲くてもいゝから其が作られると全く同時に完全に使へるものでなくてはいけない。速度は適宜に練習すれば容易に加はるものである。

何故に此事が現に行はれて居らぬかといふと其主なる理由は次の樣である。(1)或種の重要な諸規式（例へば*高位十數の加へ算など）が最初に用ひられる時に充分の注意が拂はれてないこと。(2)或規式が異なつた關係に於て使はれる場合特別な訓練が必要なのに其をおろそかにして居る事（例へば 9×9 迄の多くの掛け算を $\begin{array}{r}729\\ 8\\ \hline\end{array}$ のやうな例題に用ひるとき，生徒は單純な掛算の外にさらに掛けるべき正しい數

* higher decades, 一位より高い位 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0。前出。

を選び，又どうするかを心にとめて正しく扱ひ，正しい數字を適所に書き，また*數の桁を移し，又は數の桁の移らなかつた事を覺えて居たりなどしなければならぬのである)。(3)計算をためすこと卽ち檢算を敎へられて居らぬ。(4)生徒は實際に正しき結果を得るやうに責任を負はされてない。更に，(1), (2), (3) の訓練がなくて(4)を要求すると言ふ事は多くの生徒にとつてつまらぬ失敗に終るか或は全く不相當な時間を費す事になる。9+9迄の諸加法，18−9迄の諸減法，8×9迄の諸乘法，81÷9迄の諸除法を學び，そしてこれらの諸法の知識を十進法の原理に適用できれば，整數の計算はみなできると普通に考へてゐるのは大まちがひである，この一般のまちがつた考へが算術に大きな不正確を可なり澤山許してきたのである。「九々の表を覺える」ことの中の規式習慣は（整數だけの）加減乘除の中のすべての規式習慣の四分の一にも足らぬのである。

(p. 107)
若し(1)と(2)の練習がよくなされてゐたときには，(3)で言つた答を調べる事などは現在の狀態に於けるよりもズツと有効となるに違ひない。もつとも答の檢算をすることは現在でも非常によい練習の一つではあるのである。若し或兒童が(23 とか 85 とかいふやうな)高位十數をもつた數の加へ算を知つて居て，文字に書いた（見ることのできる）一桁の數を頭の中の（見ることのできぬ）二桁の數に三秒以內で加へ200回に199の正答が出來るなら，十個の數を縱に並べた一つの柱を（上からと下からと）二度だけ數分間の間をおいて加へてそし

* "... carry a figure" 取りあげる。

て二度とも同じ答を得てそれでその數がまちがつてゐるといふやうなことは殆んどない。また長い掛け算で，生徒が 9×9 迄の諸乘法をやることができて，同時に數字の正しい位置や，上位に數を取りあげることや，とり上げた數をあとで加へることや，其他長い掛け算に必要なことがみなできて，何れの場合にも九十九パーセントまでまちがひなくやれると假りにする。さうであつた場合には，三桁の數を他の三桁の數に掛けあはせる場合に，一度やつた答とその次に數分間おいて今度は數を取りかへて掛けたときの答とが二つ一致してゐたならば，それがまちがつてゐるやうなことは學校を出るまでの間に，二回とはないであらう。組成要素の規式が强ければ，檢算はやがて證明である。

若し反對に根柢的の規式が薄弱なもので正確にゆかない樣なものであれば結果は，答を檢べる事にも餘り信用が置けなくなり且つ骨のもつと折れる仕事になる。實際にあまり規式の力が弱い場合には答を調べるのに費す時間が頗る多くて其一部分で充分根本的の規式を改良する事が出來るのである。

例へば一生徒が 2.49弗，5.25 弗，6.50 弗，7.89 弗，3.75 弗，といふ數の和を求めることにぶつかつたとする。上位に取りあげ移すべき數 (p. 108) を頭の中に入れておくことや，各柱の和を書くことなどを，それぞれその難しさに於ては，簡單な一つの加へ算に匹敵すると見たならば，この計算の難かしさは簡單な加へ算を十九もやるに匹敵する。これを基礎にしまたその他の附帶條件(註)を見積つて，生徒が學校で得た加へ算の力を實際に用ひた結果を，私らは計算して出すことができる。

（註）その附帶條件の見積りといふのは同一例題に二つの過失を見越しまた初めの計算の答とその檢算の答とが一致しながらてまちがふことを見越しての見積りである。（原註）

一致した二つの答を得る爲に生徒のやつて見る檢算の數は，初步の根本的方法の體得に從て變化する。（二回三回四回五回と同樣の答の出る迄檢算するのである）私はそれを計算して次の第一表に示した。

百回の內 96 回の正答を得る位な程度の修業の出來てゐる生徒は檢算にたいへん多くの時間を費さねばなるまい，卽ちその能力を數千の加算をやること以外にはたとへすこしも用ひないでも，それだけの加算を試みる前に結構この能力を進步させてをることであらうほど，それほど多くの時間を檢算に必要とするであらう。200 回で 199 回とか 1000回で 995 回とかの正解を得るやうな能力は，其能力を得るために費しただらう時間よりもさらに多くの時間を節約することであらう。同時に 1000 回で 996 回か或は 997 回を得る能力を養ふことの合理的な辯護ができるはずである。

1000回の內に 995 回乃至 997 の正確さを求め，また授業に普通の賢さがありさへすれば，計算の速度は自然と加はつて來る。指で數へたり，言葉で數へてはこれだけの精確さは得られない。又は呑氣に連續した加へ算の表の記憶を賴りにしてやる樣でも中々これだけの精確さに到達する事は出來ない。實際に加へ算をやるときの實際の諸事實の記憶以外にはこれだけの精確さをもたらすものがない。そしてかうした記憶は充分な速度で働くのである。

(p. 109)

第　一　表

加法の基礎的諸事實の體得が，三桁の數を五つ加へて得た答とそれをためして得た答との兩方が，一致するために用ひられるところの勞力の上に及ぼす影響。

初步の加へ算。千回に於ける正答數	三桁の數五個の加へ算の千回內の誤の概數	一回の檢算で二つの答が一致した場合の概數。但し千回につき	一回失敗して二度の檢算で二つの答が一致した概算。但し千回につき	二つの一致した答を得るたみになされた檢算の概數。但し一千個の和に對する第一回の一般的檢算を除く
960	700	90	216	4500
980	380	384	676	1200
990	190	656	906	470
995	95	819	975	210
996	76	854	984	165
997	54	895	992	115
998	38	925	996	80
999	19	962	999	40

此處に一つ實用を目的として考へても又單に陶冶を目的として考へても必要なところの正確といふものを充分に與へる算術規式*（結合關係，習慣）を作るに無くてはならぬ特別な練習に對しての賢しこき反對が一つある。三年級四年級五年級の生徒には其算術規式の必要といふ事が眞に理解出來ず，また從つて，斯うした勉强が彼等にとつて無味乾燥な他人のやうなものに見え，生徒の自然性によつて充分に了得

* arithmetical connections

される事ができないであらうといひうるであらう。二年級の 7 に 28 加へる問題や，三年級の 253 に 8 かける問題とか，或は四年級の長い(p. 110)割り算に於ける精確な減き算などが直ちに其中に彼ら子供の切實な生活の問題をふくんでゐないのは事實である。併し又非常に人間的に見て興味のある問題卽ち生徒が一生懸命になつて喜んでやる問題でも若し生徒に秩序立つた算術に肝要な結合的な技工がなければ到底其問題を正確に解く事は出來まい。生徒が其に自信があればある程，自由にさうした問題を解く事が出來得るのである。しかも其上計算といふものは唯それが生徒に出來さへすれば決して無味なものではない。失策といふ無味乾燥さへなければ生徒は決して其に生きた意味がなくとも敢て反對はしない。私らは生徒は學びたがつて居るのだといふ事を決して忘れてはならぬ。たとへ頗る頭の鈍い生徒でも，何か一つ出來るやうになると度々非常な興味を感じるのを見ない人はあるまい。品詞を知らうと思つて勉强したり，代數學的簡單化をやつたり，又はラテンの文句を飜譯したりするのを喜び，又同樣に子供らのもつどんな興味にも訴へないやうな無意味な仕事にも喜んで熱意を示すのは，つまり成功したい認められたいといふ人間一般の興味にそれらが訴へるからなのである。猶其上には生徒に競技の記錄をとつたり，商店の勘定や事務所の會計をしたりなどするには是非とも計算の正確さが必要であることを示すのも難くない。最後にたとへ此種の正確を要求するのは前記の各級の生徒にとつては不必要であるといふ議論があつても，それ以上に不必要なのは同種類の不正確でこそある。若し二桁，三桁

四桁の數の計算を，かりそめにも教へる以上は，信賴の出來るやうに教へるがよい，決して其をぼんやりした記憶と信念でごまかしておいてはいけない。著者は之に代るべきもつと價値ある教育方便が提供されたならば，すぐ一級から六級までの 10 以上の數の計算をばその學科課程からとつてのける。しかし著者は子供の自然のどこをさがして見ても，不正確な計算を特に澤山やらせることが，正しい計算をよりすくなくやらせること以上に，感じられた必要に對して興味があり，教育的であり，親身であるのではないと信じてゐる。

◇一時的規式(結合關係，習慣)の强さ

第二の一般的の事實は或規式習慣結合關係は一定の期間にだけ使用され，其の爲めにたゞ制限された僅かの力を有する樣に作られる必要があるといふことである。問題の資料が法則を說明するために或は計算の或る習慣を改善するために用ひられる場合などはいふまでもなく此場合の適例である。生徒は「ヂョオンがパンを三つ買つた，其は一個五仙のパンだ，彼はパン屋に25仙やつた」といふやうなことは「ヂョオンがいくら釣錢を貰へばよいか」を決める迄覺えて居ればよいのである。問題の狀位と求められる答との間の結合關係は，其間に長い計算が入るとしても，その結合關係が出來るとすぐに，すなはち答が得られると同時に，私らから捨てられてゐる。

「一個が b の價の物を a 個買へば全體でいくらか」，「一個が b の價のものを a 個買へば c では釣りがいくら來るか」，「a の値段で買ひ b の

値段で賣れば利益はいくらか」，「一個 a 仙で買へるものを b 仙では何個買へるか」等の問題の重要な決定的諸要素とその解決に必要な運算との結合關係は買手の名や物の價などゝ同樣にほんの一時的のものであるといはれてゐる。又凡ての問題は其に特殊ないひ廻し方や言葉にくつゝく規式習慣の助けもからず邪魔もうけずに唯々純粹な推理の働きで解き又解かねばならないといはれてゐる。さうすべきかすべきでないかはさておき兎に角實際はさうでないのである。生徒が「賣つた買つた」問題をいつでも引算でやつて居ると，「いくらで賣る」とか「いくらで買ふ」とかいふ言葉のある問題は何んでも引算で行ふといふ傾向が生じる。そして其生徒は斯ういふ問題に衝突すると，「買つた賣つた」が呼び起すところの減き算の傾向をはたしてこの場合も適用してもよいかわるいかな確めるために，その問題の諸要素を立止つて考へて見ることを決してしない。

(p. 112)

この故に生徒が問題の中心事實によりも問題の形式文句に反應するのを防ぐには生徒に問題の形式文句を忘れよとは教へ込まず，寧ろその反應が適當の正しい反應である場合の共通な凡ての文句の形式を與へた方がよい，この外に途がない。若し或る文句の形式が常に實生活に於て或一定の算術方法を意味して居るならば，其文句の形式とその方法とは適當に强固な規式（結合關係）で結ばれてよいであらう。

弱くてよいもう一つの規式の例は次のやうな問題を書きうつすときに＋－又は×などの「記號」を使ふ場合である。

加へよ。	引け。	かけよ。
23	79	32
61	24	3

或はまた引き算で數を「借りる」時に數字を變へる場合などである。生徒が此符號を問題と離すべからざるものであるとか或は過度に此を使用したため終ひには其がないと何となく物足らぬ樣に感ずるに到つれば，それは少しも望ましくない傾向であるから問題と符號との間には充分の規式習慣を設けぬがいゝと思はれてゐる。斯る「符號」の用ひられる場合でも，その困難をさける途がある。それは符號を或特別な種類の問題にのみ使用して，その他の普通の問題には用ひぬことにする，そして用ひないのを原則とすることである。例へば兒童に最初から特に「‥‥のために‥‥を書け」と指示せぬ以上は，決して符號や符號數字を用ひさせぬのである。

(*p. 113*)
この列で引き算をする事を忘れぬために － の記號をかけ。

差を見出せ

39	67	78	56	45
23	44	36	26	24

この列では引き算をせねばならぬことを記憶せよ。

差を見出せ

85	27	96	38	78
63	14	51	45	32

かうすれば記號の使用を呼起す樣な規式習慣は必要なだけは形成されて，そして躊躇も不安も誤もなく，また記號なしで解かねばならぬやうな狀位から來るもつと一般的な規式習慣の害になるほどの邪魔もしないですむ。

◇ 專門的諸事實及專門語の規式の強さ

更に或種の言語と其意味の結合關係（規式，習慣）商業，工業，農業の或種の諸狀位と此等諸狀位に關する有用な諸事實との間の結合關係（規式，習慣）も教育的價値をもつてゐる。前者の例は立方根[*]，ヘクタール，仲買口錢，手數料，裏書，頂點，接角，九邊形，扇形，小切手，爲替手形等の言葉と其れらの意味の結合關係である。後者の例は「金を利息つきで借したが別に明白な率を附せずして借した場合はどの位の率を付けたらよいであらうか」といふ狀位から「國家の法定利率」に至る結合關係(規式)，または「材木の値段がM（Mは千の意）に就きX弗」といふは「千ボード呎に就きX弗といふこと，而して一ボード呎は長さ一呎幅一呎厚さ一吋であること」といふことであるといふ結合關係などである。(日本にもこれに類した專門語や事柄などがたくさんあらう。)

斯る規式は暫くの間しか大切でない，即ちその規式の必要な算術諸

* cube root, hectare, brokerage, commission, indorsement, vertex, adjacent, nonagon, sector, draft, bill of exchange.

方法が學習されて居る間だけは價値があるが，しかし其價値は單に此等の諸方法を學ぶ手段としてであるから，それがすめば忘れられてよい規式である，といふ人がたくさんある。「其等は單に或もつと純粹な算術的智識訓練のための必要なる手段としてのみ作られるのである。(p. 114) 此の知識訓練が達せられて了へば忘れられるものである。誰でも實際忘れて了ふのである，そして若し又必要が起れば後になつて又習ふのである。」斯くの如く論者は言ふのである。

或場合に於いては斯る言葉や事實を單に或種の問題を解くために學んでそれから其を忘れて了ふのがよいこともあらう。併しながら此れは非常に冒險である。誰でも全く澤山にかやうな意味や事柄を忘れて了ふのは眞實である。けれどもこれは普通概して次のやうなことを意味するのである，乃ち教へる時がまだ早かつたとか，もつと永續的のものにして教へねばならなかつのたとか，或は其の細かい事はたとへ忘れられても一般的事實または態度は殘るであらうやうに教へねばならなかつた，のだといふことを意味する。例へば duodecagon (十二角形) は之を全然小學校で教へてはならぬ。裏書[1]も其處では決して教へぬか或は教へるならば一年か二年位は忘れられぬやうに教へるがよい。メートル法も數年間はすくなくともさう言ふ名稱の重要な度量法があつて，其表[2]は十，百，千で進んで居るといふ知識と，並びに(必ず强い必要はないが)，メートル，キログラム，リットルといへばメートル法の測定を思ひ，またその實際の長さ重さ容量などをほゞ見

(1) indorsement (2) tables

當づけることができるやうな習慣傾向を，保つてゐる程度まで詳しく教へるべきである。

若し或算術の方法で，その法則に到達するための方便としての諸規式（習慣結合關係）がいり，しかもその方法が達せられればその規式は忘れられてよいといふことであつたら，其方法に熟達した場合でも其法則其自身の價値を私らは疑はざるを得ない。若し生徒が復利の何なるかを忘れたなら確に彼等は其の計算法を忘れて居るのが常だといふ事ができる。若し彼等の復利といふことを學ぶ唯一の目的が其計算法を覺えてまた忘れるといふ事であつたとしたら其は何んたる浪費であらう！ (p. 115)

◇ 算術の方法の理由に關する諸規式の强さ

弱い强さの規式構成の次の場合は一方法の理由を了解するために必要だが然しその方法が規式になつてしまへばすぐ忘れられるやうな弱い强さの諸規式の構成といふ問題的場合である。一體生徒は分數でもつて割り算が出來るといふ事が判る樣になりさへすれば直ちに數を上下顚倒したり掛けたりする理由を忘れて了つてもよいものだらうか。掛け算で個々の部分積の最後の單位數を乘ける數の下に附けると云ふ理由を其方法を自由に使へる樣になつたら直ぐと，忘れて了つてもよいのであらうか。又何故に長さと幅の兩方をかけ合すと其矩形の平面積が出來るかといふ事を，矩形面積の計算が確かに出來るやうになる

とすぐ忘れて了つてもよいであらうか？

一般的な心理學的立場から見て私らは，後になつて飢え死させて了ふ樣な規式を設けてよいかを疑ふのである。そして骨折つて說明しておいてやがてすぐ忘れさせてしまふやうなことがらは，全然敎へずにおくか，或は又忘れぬ樣に特に時期を選び，特に方法を選んで敎へるべきであると思はれる。殊に算術の一般諸原理乃ち數の取扱ひの基本的方法の理由理窟は忘れられる規式（結合關係）の內で最後のものでなくてはならない。すなはち忘れられてならぬものである。掛けるために數を並べる詳細な仕方等は或は頭から消えて了ふかも知れぬが，しかし其排列法の一般的の理論はしつかりと頭に殘つて居て，忘れられて居た細かい計算法を發見させ得る程度になつて居るべきである。

斯る疑ひは事實によつて證明されると思ふ。何故顚倒して掛けるとか，何故加へ算をする前に部分積をあのやうに置き並べるかといふ事 (p. 116) の理由の在來の演繹的說明は，一度實際の習慣が秩序立つて行はれる樣になれば忘れられても關はない，と言ふ此說はその出てくる源があやしい。これについてこの說をなす者は，此等の演繹的說明を記憶に止めて置くには，非常な時間と努力を要するから，忘れてもよいのであると辯明した。ところが事實はかうであつた，生徒はこの演繹的說明には無關係に正しい計算法を習つてゐたのである。從つてそんな演繹的な說明は全く餘計な重荷であつたのである。そして此方法が正答を與へるといふことから彼はそれを實は歸納的に學んだのである。其處で生徒は分數の性質から出て來る事柄や，十進法に於ける位置の價

値などの特別の重荷となる樣なものをかしこくもふりすてゝしまつたのである。從つてこれに關する規式（結合關係）は使はれないから力の弱いものになつてしまつた。何故その規式が用ひられなかつたかといふと，その作られた時その形に於ては役に立たなかつたからである，または生徒はその規式を作ることのできるまでにその說明を了解することができなかつたからである。

此批評は確かなものである。而してその當然の歸結として一方では演繹的說明を捨てゝ歸納的檢證を用ひ，また一方ではその方法そのものが體得されてのちにその方法の正否をためすために演繹推理を用ひるがよいといふことになる。十進法の位置の價値に關する論は，成す前に必ずそれを爲さねばならぬといふ證明としては，ほとんど役に立たぬものであるけれども，しかしいま習つたこと，またはよく知つてゐたこと，または他の證明に依つて正しいとされたものが，何故さうであるかといふことを說明するにはしばしばためになるものである。算術の一般的演繹的理論は單に忘れるために敎へるべきではない。其の多くのものは大抵の生徒に敎へるべきではない。今敎へられてゐることは今ではなくもつとズツと後になつてから，習慣の構成者としてでなく，それら諸習慣の綜合ないし理由として敎へらるべきである。そしてそうした演繹的理論で學んだことは，すぐ忘れてよいものでなくむしろ最も永く忘れられぬものとされねばならぬ。後に消失して了ふ樣に作られた諸規式（結合關係，習慣）もあり，また作られた當時の形では消失するが更に高級な諸規式の材料として新らしい組織に改

(p. 117)
められて用ひられるのもある。併し何故に某方法が正しいかと言ふことの演繹的説明に含まれて居る諸規式はこのやうなものではないのである。それ等は忘られるために作られたのではなく且又きまりきつた計算法に導く初歩の階梯として作られたものではないのである。

◇ 初歩階梯の諸規式

その最初の形では消失してしまひ，用ひられてゐるうちにそれが階梯となり助けとなつて他の諸規式（習慣，結合關係）に移り代つてゆくやうな諸規式こそ眞に强さの限定された諸規式である，永續性の限られた諸規式である。强さの限られた場合のこれが最も重要な場合である。

5の四つを縱に並べた柱(コラム)の加へ算に反應して，10，15，20といふ風に加へて考へる規式は必要であるが併しそれは後には掛け算によつてかけて見て20を知り，或は更に直接に5の四個は20であるといふ規式に依つて取り除かれてしまふ。2から2で數へ，3から3で數へ，4から4で數へ，5から5で數へるなどの數へ方は一聯の連續的規式としてつくられるけれども，それを連續的なものとしては永くとつておく必要はない，連續的規式としては消失するまゝにまかせておいてよからう。その個々の段階は柱の加へ算の役に立つために永久的の規式とされるけれども，その連鎖的性質は 2*(と2は)4，(と2は)6，(と2は)8，‥‥などと言ふことから二つの2は4，三つの2は6，四つの

* and.

2は8，‥‥といふものに變つて來る。2の二から九までの任意の倍數が得られる規式（結合關係）が前の連續的規式に依つて導き出されたならば，その原本たる連續的規式は連續的なものとしてはもう用がないのである。加へ算で「と」といふ言葉をつかつて「と」といへば加へることのやうに心が反應する規式も，「と」がなくても見た數或は心の中の數とそれを數へる心の働きとが結ばれるやうに結合關係ができてしまへば，後は失せてしまふべきである。或は速度には何の邪魔にならぬ程度で心の中の言葉としてかすかに殘るべきである。

一般法則としていへばそうした諸規式習慣は，その用ひられてゐる間は迅速に正確にはたらき，またやがてはそれに代るべき諸規式の形成を容易にせねばならぬ。併しそれを過度に學んではならぬ。暫くの
(p. 118)
間だけ覺えて置くために物を習ふのと，長い間記憶して置く樣に學ぶのとに費される精力の量はたとへ同じでもそれ等の間には自ら差異がある。前者のやうな學び方も勿論かうした初歩階梯としての諸規式の多くの場合には適當な學び方である。

例として上にあげた諸規式は必ずしも純粹に初歩階梯としてのものではない，また他のものにやがて變へられるためにのみ作られたものでもない。加算で單に「と」といふことにも（日本語の「と」は必ずしも加算に限らず掛け算にも用ひられるが英語の and は加へ算に限られる）それが加へ算である事を判然と區別する純粹な眞價があり，そして又それは普通分數の初歩の所で暫らく復習的に用ひると役に立つ。或る初歩階梯的諸規式は，他の諸規式の階梯となるといふ價値か

ら離れて考へてもまた別の價値がありうる。例へば以下に示した樣な長い割り算の階梯となるやうな練習問題をやらせると，商の數字を選擇するのにしつかりした經驗を與へる。此等の掛け算はやる價値が本質的にある。殊に 12 及 25 の倍數が然りである。どれだけおぼえてゐてもためになることである。

(1) 11で 132 迄數へよ。11, 22, 33 と言ふやうにして。

(2) 12で 144 迄數へよ。12, 24, 36 といふやうにして。

(3) 25で 300 迄數へよ。25, 50, 75 といふやうにして。

(4) 缺けてゐる數を述べよ。

A	B	C	D
3 11s =	5 11s =	8呎＝・・・・吋	2ダズン*＝
4 12s =	3 12s =	10呎＝・・・・吋	4ダズン＝
5 12s =	6 12s =	7呎＝・・・・吋	10ダズン＝
6 11s =	12 11s =	4呎＝・・・・吋	5ダズン＝
9 11s =	2 12s =	6呎＝・・・・吋	7ダズン＝
7 12s =	9 12s =	9呎＝・・・・吋	12ダズン＝
8 12s =	7 11s =	11呎—・・・・吋	9ダズン＝
11 11s =	12 12s =	5呎＝・・・・吋	6ダズン＝

* ダース，dozen.

(p. 119)

(5) 25 で 2.50 弗迄計へよ。25仙，50仙，75仙，1弗といふ樣にして。

(6) 15 で 1.50 弗迄計へよ。

(7) 答を見出せ。鉛筆を用ひずに。何であるかを考へよ。

A	B	C	D	E
2×25	3×15	2×12	4×11	6×25
3×25	10×15	2×15	4×15	6×15
5×25	4×15	2×25	4×12	6×12
10×25	2×15	2×11	4×25	6×11
4×25	7×15	3×25	5×11	7×12
6×25	9×15	3×15	5×12	7×15
8×25	5×15	3×11	5×15	7×25
7×25	8×15	3×12	5×25	7×11
9×25	6×15	8×12	9×12	8×25

缺けてゐる數を述べよ

A.	B.	C.
36＝・・・・12s	44＝・・・・11s	50＝・・・・25s
60＝・・・・12s	88＝・・・・11s	125＝・・・・25s
24＝・・・・12s	77＝・・・・11s	75＝・・・・25s
48＝・・・・12s	55＝・・・・11s	200＝・・・・25s
144＝・・・・12s	99＝・・・・11s	250＝・・・・25s