年

第 6 卷

第 4 期

Vol. 6 No. 4 July, 1935

JOURNAL OF ELECTRICAL ENGINEERING CHINA

Annual Conference Number (2)

電工

中國電機工程師學會會刊
中國工程師學會合作刊物

第六卷第四號
民國二十四年七月

Published bimonthly by
The Chinese Institute of Electrical Engineers

定書辦法　本刊每兩月出一期,年全六期,訂閱全年大洋一元五角。零售每冊大洋三角。
郵費　國內每冊五分
　　　國外每冊二角半

電工 Journal of Electrical Engineering, China 第六卷
十九年五月創刊 (Founded May. 1935) Vol. VI. No.IV 第四期

年會專號（下）

目　　錄

I

史坦英麥滋 Charles Proteus Steinmetz 小傳

史坦英麥○曾在美國領導電氣工業界差不多有三十多年的歷史。他致力研究和電學有關係的基本數學。凡是在電機工程上應用的基本數學他都竭力的去考究牠。經他研究成功的學理很多，尤其是對于「磁場的研探」「直流電交流電」以及「光的現象」三種學理的研究是最重要而最出名的。

一八六五年四月九日史氏出生於德國的白萊司洛。Breslau 城，稍稍長成，曾在德國的白萊司洛大學，柏沐大學，以及瑞士茶立區的工業大學讀書。一面學習數學電機工程學，和化學；一面卻靠教授數學而生活。二十四歲的那一年因為宣佈社會主義，被德國政府所放逐，强追他出國。他流落到美國的時候，身無半文，并且還不會講英語，情況很苦。後來他皈依美籍。住在司克納脫台 Schenectady 城。對於政治很有興趣。當時在社會主義的政府之下，他被任為司城教育部長，很受人民擁護。所以一直在一九二三年十月廿六日沒世以前，他始終担任司城教育部長的職務。

他到美國以後，第一次在紐約庸高烏依廠 Osterheld and Eickemeyer Factory in Yonkers N. Y. 做繪圖員。做了不多時，就升任為設置部和試驗部的主任。在這裏除努力創造電氣馬達，發電機和電車電動機外，他還編作許多關于「交流電學理」的論文，去投登美國，和德國的各種科學雜誌。後來專任研究工作，開始專門研究「磁性」的驗試一八九二年奇異公司 General Electric Company 震於他的大名，就請他到麥賽州的林納地方分廠裏去任事。第二年他就改做司克納脫台廠裏的顧問工程師，一直到終世為止。一九○二年他並且當過聯合大學的「電氣物理學」的教授。

他用奇特的卓識，和不平凡的毅力，來觀察和注意科學的現象，并且用簡明的數學方法，解釋前人所不易解決的難題。他志願把一切電氣的基本學識供獻給大衆，所以在奇異廠裏很努力的指導他的助理工程師；並且刊行許多的科學雜誌，此外，還編製不少電氣學的課本。在那時候各大學校，工廠和試驗所都採用他的課本，通行了許多年。

史博士曾在許多工業界和學術團體服務。他做過美國電氣工程師學會的，會長，副會長，總經理。在那電氣工程師學會學術體體集會的時候，他時常提出論文宣讀。在一八九二那一年，第一次發表的驚人之作，就是「磁滯現象的定律」一文。對於電氣學術界，不啻開闢了一個的新時代。他又是許多科學和教育團體的委員。畢生得過二次名譽學位：一次是一九○二年哈佛大學授給他的碩士學位；第二次就是一九○三年聯合大學授給他的哲學博士學位。史氏終身努力于科學研究，關于電氣學識尤有特殊供獻；是很值得我們崇拜而師法的。 （坤）

RECIPROCALS OF INCOMPLETE DYADICS AND THEIR APPLICATION TO THREE-PHASE ELECTRIC CIRCUIT THEORY* ⊛

A. Pen-Tung Sah (薩本棟)
National Tsing Hua University.

Abstract:

The method of dyadic analysis as applied to threephase electric circuit theory is further amplified. This paper shows that in such applications reciprocals of incomplete dyadics (or singular matrices), i. e. dyadics whose determinant in zero, have to be evaluated in accordance with certain constraints. The physical and geometrical significance of such constraints is set forth and unique reciprocals of incomplete dyadics are defined and mathematically derived in terms of the invariants of the dyadic. The mathematical formula thus arrived at, when applied to the solution of three-phase electric networks, is found to yield the same results as obtained by other methods. In the appendices, attention is called to two new kinds of matrix products which are analogous to those used by Gibbs in his dyadic analysis, and examples are given of reciprocals of incomplete dyadics which appear in the theory of the polyphase alternator but not discussed in the body of the paper.

A dyadic may be called complete or incomplete according to whether its determinant is zero or not. In case of a complete dyadic a unique reciprocal exists while incomplete dyadics do not have a unique reciprocal. In applying the method of dyadic analysis to the solution of three-phase networks, we

---

* Presented before the Annual Convention of the Chinese Institute of Electrical Engineers, April, 1935,

⊛ 電工論類分類： 191.2

eftentimes meet an incomplete dyadic whose reciproal has to be evaluated subject to some physical constraint. In the following the physical problem involved in a three-phase electric network will be first solved and then it will be shown how the idea of the reciprocal of an incomplete dyadic may be made use of to solve the same problem with identical result.

Current distribution in a three-phase network

Consider a three-phase impedance shown diagrmmatically in fig. 1 connected to a source whose neutral is connected to the neutral of the impedance through a common impedance N. Let the self impedance of the three phases

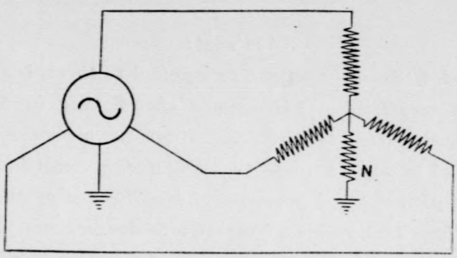


Fig. 1.

be Z_{aa}, Z_{bb}, Z_{cc} and the mutual impedance between phases be Z_{ab}, Z_{ba}, Z_{bc}, Z_{cb}, and Z_{ca}, Z_{ac} respectively.* By applying Kirchhoff's laws to the circuit, the following three simultaneous equations are obtained:

$$\begin{aligned} E_a &= (Z_{aa}+N)\ I_a+(Z_{ab}+N)\ I_b-(Z_{ac}+N)\ I_c \\ E_b &= (Z_{ba}+N)\ I_a+(Z_{bb}+N)\ I_b+(Z_{bc}+N)\ I_c \\ E_c &= (Z_{ca}+N)\ I_a+(Z_{bc}+N)\ I_b+(Z_{cc}+N)\ I_c \end{aligned} \tag{1}$$

As discussed elsewhere[1] this equation may be written in vector form as follows:

$$\underline{E} = Z\,.\,\underline{I} \tag{2}$$

* Note that Z_{ij} may be different from Z_{ji} unless the network is static.

1 A, P, T, Sah, Proc, World Engineering Congress. vol, XXII, pp, 111–124, (1929); These Reports, vol, I, pp, 69–83, (1931),

with Z as the impedance dyadic, whose value is:

$$Z = \begin{Vmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{Vmatrix} + 3\,N\,\underline{u}\,\underline{u} \qquad (3)$$

wherein $\underline{u} = (\underline{i} + \underline{j} + \underline{k})/\sqrt{3}$ is the isoclinic unit vector, icc. a vector whose length is unity and whose direction is equally inclined to the three rectangular co-ordinate axes $\underline{i}$, $\underline{j}$, $\underline{k}$.

The solution for the three currents I_a, I_b, I_c of eq. (1) or the components of $\underline{I}$ of eq. (2) is straight forward and unique. Mathematically the uniqueness of the solution means that the determinant of the coefficients in (1) or of the dyadic Z must be different from zero. In other words the dyadic must have a unique reciprocal. Calling this reciprocal the admittance Y, eq. (2) may be written as

$$\underline{I} = Y \cdot \underline{E} \qquad (4)$$

which gives the components of $\underline{I}$ explicitly in terms of the three known voltages. The calculation of the reciprocal of a dyadic (or a matrix) is well known. Using the notation of Gibbs[2], we have:

$$Y = Z^{-1} = \frac{Z_{2t}}{Z_3} \qquad (5)$$

where Z_{2t} is the transposed of the second ϕ of the dyadic Z and Z_3 is the third or the determinant of Z.[3]

---

2 Gibbs-Wilson, "Vector Analysis", p. 317,

3 The terms "second" and "third" as used by Gibbs (ibid, pp 311-314) will be adhered to while the term "transposed" will be used in place of Gibbs's "conjugate" to denote the dyadic that results by interchanging the rows and columns. The term "conjugate" will be reserved to mean a dyadic whose element are respectively conjagate complex numbers to those of the given dyadic. The second Z_2 of a dadic Z is the same as what is called in matrix calculus the adjoint matriz of Z when the latter is considered as a matrix. Thus the second of a dyadic is also a dyadic. The third of a dyadic is simply its determinant and is a number, real or complex.

If Z is the sum of two dyadics, Φ and Ψ, say, as often is the case in electric circuit theory, the usefulness of formula (5) depends obviously on how readily one can find the second and the third of the sum of *two* dyadics. Very fortunately, these can be evaluated by rather neat expansion formulas much likc the square and cube of a binomial. Thus[4]

$$(\Phi+\Psi)_2=\Phi_2+\Phi\overset{\times}{\times}\Psi+\Psi_2 \qquad (6)$$

$$(\Phi+\Psi)_3=\Phi_3+\Phi_2:\Psi+\Phi:\Psi_2+\Psi_3 \qquad (7)$$

With $\Phi = \begin{Vmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{Vmatrix}$ and $\Psi = 3\,N\,\underline{u}\,\underline{u}$

we find $\Psi_3=o$, $\Psi_2=o$ and so

$$Y=Z^{-1}=\frac{\Phi_{2t}+3\,N\,(\,\Phi\overset{\times}{\times}\underline{u}\,\underline{u}\,)_t}{\Phi_3+3\,N\,(\Phi_2:\underline{u}\,\underline{u}\,)}$$

It should be noted that the above result is independent of the value of N, so that by making $N\rightarrow\infty$, we would obtain the solution of the problem when the neutral of the impedance is not connected to the source. Allowing N to become infinite, eq. (8) becomes

$$Y=Z^{-1}=\frac{3(\Phi\overset{\times}{\times}\underline{u}\,\underline{u})_t}{3(\Phi_2:\underline{u}\,\underline{u})}=-\frac{(\sqrt{3}\,\underline{u}\times\Phi\times\sqrt{3}\,\underline{u})_t}{(\sqrt{3}\,\underline{u}\times\Phi)_{2s}} \qquad (9)$$

The reduction to the final form as above given may be done in a straight forward way; the denominator denotes the scalar of the second of the dyadic $(\sqrt{3}\,\underline{u}\times\Phi)$. Substituting this value of Y into (4), we find:

$$I=-\frac{(\sqrt{3}\,\underline{u}\times\Phi_t)}{(\sqrt{3}\,\underline{u}\times\Phi_{2s})}\cdot(\sqrt{3}\,\underline{u}\times E) \qquad (10)$$

As shown elsewhere, $(\sqrt{3}\,\underline{u}\times E)$ is the line-to-line voltage, and so eq. (10) gives the currents explicitly in terms of the line voltages which is just

4 Gibbs, ibid, p 331. These two important relations in which two new kinds of products, viz. the double-cross ($\overset{\times}{\times}$) and the double dot (:) are used have been given as exercises by Gibbs. For the meaning of these operations, see appendix A to this paper.

what is required. The above is thus one way of solving for the currents in a three-phase impedance whose neutral is insulated from the source. It depends on the limit approached by the admittance Y when the common impedance N in the neutral wire is made infinite.

A second way of looking at the same problem is to apply Kirchhoff's laws to the network without neutral connection at the outset. Since the neutral is not connected, the three line currents must add up to zero, which fact in vector notation is

$$\underline{u} \cdot \underline{I} = o \tag{11}$$

Also, in vector notation, the relations derivable from the three meshes of the network may be obtained by multiplying eq. (2) by $(\sqrt{3}\ \underline{u} \times)$, i. e.

$$\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{E} = (\sqrt{3}\ \underline{u} \times Z) \cdot \underline{I} = (\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{\Phi}) \cdot \underline{I} \tag{12}$$

Although eq. (12) is resolvable into three component equations, only two of them are independent. In other words unique values of the components of $\underline{I}$ can not be obtained from eq. (12) alone; the constraint (11) has also to be taken into account. Our problem is then to find the reciprocal of $(\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{\Phi})$ of eq. (12) subject to the constraint (11). As the dyadic $(\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{\Phi})$ is not a complete dyadic, i. e. its determinant is zero, formula (5) can not be applied to this case. Further

$$\underline{u} \cdot (\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{\Phi}) = o,$$

so that if $(\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{\Phi})$ is a planar dyadic, the plane of its antecedents is perpendicular to $\underline{u}$. Now both $\underline{I}$ and $(\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{E})$ are vectors perpendicular to $\underline{u}$, and the dyadic operator which transforms the one into the other is. a planar dyadic whose plane of antecedents is perpendicular to $\underline{u}$. The problem is, therefore, one involving two dimensional vectors instead of three. One way of solving the problem is to transform to new co-ordinate axes on this plane. This procedure is equivalent to eliminating one of the unknown currents by Kirchhoff's first law i. e. eq. (11), and then solving the two independent equations contained in eq. (12). This method is less interesting and will not be followed.

Having outlined the physical nature of the problem and obtained a solution in one way by the method of dyadic analysis, we will next proceed to a general mathematical discussion of the rdciprocal of a planar dyadic when used as prefactors on vectors lying on the plane of its antecedents. For the sake brevity we shall call this particular type of reciprocal the planar reciprocal of a planar dyadic.

Planar Reciprocal of a planar Dyadic.

Any complete dyadic can be expressed as the sum of three dyads[5] in which the antecedents $\underline{A}$ $\underline{B}$ $\underline{C}$ and the consequents $\underline{L}$ $\underline{M}$ $\underline{N}$ are respectively non-coplanar, i. e.

$$\underline{A}\ \underline{L}-\underline{B}\ \underline{M}-\underline{C}\ \underline{N} \tag{13}$$

When expressed in trinomial form, the reciprocal to (13) is

$$\underline{L}'\ \underline{A}'-\underline{M}'\,\underline{B}'-\underline{N}'\ \underline{C}' \tag{14}$$

in which $\underline{A}'$ $\underline{B}'$ $\underline{C}'$ and $\underline{L}'\,\underline{M}'\,\underline{N}'$ are systems of vectors reciprocal to $\underline{A}$ $\underline{B}$ $\underline{C}$ and $\underline{L}$ $\underline{M}$ $\underline{N}$ respectively[5]

When a dyadic is planar, it may be reduced to the sum of two dyads. Let us take a planar dyadic as

$$\Phi=\underline{A}\,\underline{L}+\underline{B}\underline{M} \tag{15}$$

The complete dyadic

$$\Phi+\Phi_{2t}=\underline{A}\,\underline{L}+\underline{B}\underline{M}+(\underline{L}\times\underline{M})(\underline{A}\times\underline{B}) \tag{16}$$

has a unique reciprocal given by

$$(\Phi+\Phi_{2t})^{-1}=\underline{L}'\underline{A}'+\underline{M}'\underline{B}'+(\underline{A}\times\underline{B})'(\underline{L}\times\underline{M})' \tag{17}$$

where

$$\underline{L}'=\frac{\underline{M}\times(\underline{A}\times\underline{B})}{(\underline{L}\times\underline{M})\,.\,(\underline{A}\times\underline{B})};\quad \underline{M}'=\frac{(\underline{A}\times\underline{B})\times\underline{L}}{(\underline{L}\times\underline{M})\,.\,(\underline{A}\times\underline{B})};$$

$$(\underline{A}\times\underline{B})'=\frac{\underline{L}\times\underline{M}}{(\underline{L}\times\underline{M})\,.\,(\underline{A}\times\underline{B})}; \tag{18}$$

5 Gibbs, ibid, p 283.

form a system reciprocal to $\underline{L}$ $\underline{M}$ and $(\underline{A}\times\underline{B})$ while

$$\underline{A}'=\frac{\underline{B}\times(\underline{L}\times\underline{M})}{(\underline{L}\times\underline{M})\cdot(\underline{A}\times\underline{B})};\quad \underline{B}'=\frac{(\underline{L}\times\underline{M})\times\underline{A}}{(\underline{L}\times\underline{M})\cdot(\underline{A}\times\underline{B})};$$

$$(\underline{L}\times\underline{M})'=\frac{\underline{A}\times\underline{B}}{(\underline{L}\times\underline{M})\cdot(\underline{A}\times\underline{B})};\qquad (19)$$

from a system reciprocal to $\underline{A}$ $\underline{B}$ and $(\underline{L}\times\underline{M})$.

Suppose now a vector $\underline{P}$ coplanar with $\underline{A}$ and $\underline{B}$ is geven. Then the vector $\underline{Q}$ given by

$$\underline{Q}=\underline{\Phi}\cdot\underline{P}=(\underline{A}\,\underline{L}+\underline{B}\,\underline{M})\cdot\underline{P}\qquad (20)$$

is also coplanar with $\underline{A}$ and $\underline{B}$ and as $\underline{\Phi}_{2t}\cdot\underline{P}=0$

$$\underline{Q}=(\underline{\Phi}+\underline{\Phi}_{2t})\cdot\underline{P}\qquad (21)$$

Inversely,

$$\underline{P}=(\underline{\Phi}+\underline{\Phi}_{2t})^{-1}\cdot\underline{Q}\qquad (22)$$

Thus $(\underline{\Phi}+\underline{\Phi}_{2t})^{-1}$ is not only the reciprocal of $(\underline{\Phi}+\underline{\Phi}_{2t})$ but also a reciprocal of $\underline{\Phi}$ as far as $\underline{P}$ is concerned. Since both $\underline{P}$ and $\underline{Q}$ are vectors on the plane of the plane of the antecedents of $\underline{\Phi}$. eq. (22) becomes after substituting values from (17) and (19),

$$\underline{P}=(\underline{L}'\underline{A}'+\underline{M}'\underline{B}')\cdot\underline{Q}\qquad (23)$$

Comparing eqs. (23) and (20), the planar reciprocal of $\underline{\Phi}$ of (15) is:

$$\underline{\Phi}^{-1}=\underline{L}'\underline{A}'-\underline{M}'\underline{B}'\qquad (24)$$

Using the value of the primed vectors given by (18) and (19) in times of the unprimed, we find

$$\underline{\Phi}^{-1}=\frac{\underline{M}\times(\underline{A}\times\underline{B})\;\underline{B}\times(\underline{L}\times\underline{M})+(\underline{A}\times\underline{B})\times\underline{L}\;(\underline{L}\times\underline{M})\times\underline{A}}{(\underline{L}\times\underline{M})\cdot(\underline{A}\times\underline{B})}\qquad (26)$$

The above equation after some algebraic reductions using coventional methods in expanding the cross and the dot products can be transformed into the following form more amendable to rapid calculations:

$$\Phi^{-1} = \frac{\Phi - \Phi_s \mathit{I}}{\Phi_{2s}} - \frac{\Phi_s \ \Phi_{2t}}{(\Phi_{2s})^2} \tag{26}$$

wherein Φ_s is the scalar of Φ, Φ_{2s}, the scalar of the second of Φ, Φ_{2t} is the transposed of the second of Φ and I is the idemfactor. As we are using Φ and Φ^{-1} as prefactors on vectors lying on the plane of antecedents of Φ, the operation by Φ_{2t} gives always nil, so that the second term on the right hand side of eq. (26) may be discarded withcut affecting our result[6], i.e. we may write Φ^{-1} simply as:

$$\Phi^{-1} = \frac{\Phi - \Phi_s \mathit{I}}{\Phi_{2s}} \tag{26a}$$

Digression to Linear and Conjugate Reciprocals of Incomplete Dyadics.

The validity of eg (26) is not without limitation. It evidently fails when Φ_{2s} is zero. Φ_{2s} may be zero in several ways, of which two are susceptible to easy geometrical inteepretations. Firstly, when the second of the dyadic is zero, we will be dealing with a linear instead of a planar dyadic, a linear dyadic being reducible to only one term. Secondly, the plane of the anteced-ents is perpendicular to the plane of the consequents In either case the vectors $\underline{P}$ and $\underline{Q}$ above considered have to be limited to be collinear with a certain direction and we will then be dealing with what may be called the linear seciprocal.

Consider the case that the planes of the antecedents and of the con-sequents of the planar dyadic Φ are mutually perpendicular to each other. When Φ is used as a prefactor on any vector $\underline{P}$ coplanar with the plane of antecedents, the component of $\underline{P}$ perpendicular to the line of intersections of those two planes will be annihilated, and so for all vectors $\underline{P}$ having the same component in the line of intersections, the transformed vector

$$\underline{Q} = \Phi \cdot \underline{P}$$

6 Although we are considering Φ and its reciprocal as prefactors on vectors coplanar with the antecedents of Φ, our results also hold when they are used as postfactors on vectors coplanar with their cousequents! The proof is exactly the same as givin above.

will be one and the same. Thus it is easily seen that the planar reciprocal of Φ as above defined is not unique geometrically. In order that a unique reciprocal may be obtained, we should, there-fore, limit the vectors $\underline{P}$ and $\underline{Q}$ to those collinear with the line of intersections. Without loss of generality let us take the plane of the antecedents to be the $\underline{a}$ $\underline{b}$ plane and that of the consequents the $\underline{c}$ $\underline{a}$ plane, where $\underline{a}$ $\underline{b}$ $\underline{c}$ are three mutually perpendicular vectors, so that the line of intersection is a. (For the time being, we limit onr consideration to real vectors only.) Then the planar dyadic may be written as:

$$\Phi = \underline{a}(\underline{a} + \underline{c}) + \underline{b}(g\,\underline{a} + h\,\underline{c}) \tag{27}$$

where g and h are numbers. Our premise requires that $\underline{P} = A\ \underline{a}$, so that

$$\underline{Q} = \Phi \cdot \underline{P} = (\underline{a} \cdot \underline{a})\,\underline{P} = \Phi_s \underline{P}$$

and

$$\Phi \cdot \underline{Q} = (\Phi_s)^2\ \underline{P} \tag{28}$$

If, then,

$$\underline{P} = \Phi^{-1} \cdot \underline{Q}$$

the reciprocal to Φ is

$$\Phi^{-1} = \frac{\Phi}{(\Phi_s)^2} \tag{29}$$

This particular reciprocal will be called the linear reciprocal of an orthogonally planar dyadic. It does not exist when Φ_s is zero.

The linear reciprocal of a linear dyadic can be found in a similar way. Let the line of antecedent be $\underline{a}$, then we write

$$\Phi = \underline{a}(\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}) \tag{30}$$

where $\underline{a}$ $\underline{b}$ $\underline{c}$ are three mutually perpendicular vectors. Take as before $\underline{P} = A\,\underline{a}$ and then it will befound that

$$\underline{Q} = (\underline{a} \cdot \underline{a})\,\underline{P} = \Phi_s\,\underline{P}$$

and the linear reciprocal of a linear dyadic Φ is given also by eq. (29.). It is also non-existent if Φ_s vanishes.

In the above discussion we have assumed to vectors to be real. In case we consider complex dyadics, the vanishing of the scalar of a dyad may be due to the fact that the antecedent and the consequent are equal to the same circular complex vector, i.e. a complex vectar whose real and imaginary parts are equal in magnitude and perpendicular in direction[6]. In that case we may limit the vectors $\underline{P}$ to be the collinear conjugate of both the antecedent and the consequent, i. e. $\underline{P} = A\ \underline{a}^*$, so that when operated by the dyadic $\underline{a}\ \underline{a}$, $\underline{Q} = A(\underline{a} \cdot \underline{a}^*)\ \underline{a}$. To obtain from $\underline{Q}$ the original vector $\underline{P}$, the conjugate of $\underline{a}\ \underline{a}$, i.e. $\underline{a}^*\underline{a}^*$ may be used as a prefactor. Thus we find, putting $\overline{\Phi}$ for $\underline{a}\ \underline{a}$ where $\underline{a}$ is a circular complex vector, that the reciprocal to $\overline{\Phi}$ is

$$\overline{\Phi}^{-1} = \frac{\overline{\Phi}^*}{\overline{\Phi} : \overline{\Phi}^*} \tag{31}$$

which may be called the conjugate linear reciprocal of $\overline{\Phi}$.[7] Likewise, if the vanishing of the scalar of the second of a planar dyadic is due to the occurrence of circular complex vectors, a unique conjugate planar reciprocal may be defined although a planar reciprocal does not exist. As we do not need these in our applications, they will not be treated.

Three-phase Admittance Without Neutral Connection as Planar Reciprocal of the Impedance.

With the above discussion on the reciprocals of incomplete dyadics let us return to the problem of a three-phase impedance supplied from a source without neutral connection. We have stated in eq. (12) that the vector line currents I and vector line voltages ($\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{E}$) are related by:

$$\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{E} = \sqrt{3}\ \underline{u} \times \overline{\Phi}) \cdot \underline{I} \tag{12}$$

and that our odject is to find the reciprocal of $\sqrt{3}\ \underline{u} \times \overline{\Phi}$ subject to the condition that

$$\underline{u} \cdot \underline{I} = o \tag{11}$$

6 Gibbs, ibid, p 432. The conjugate of a vector or dyadic will be denoted by a *.

7 For examples of linear and conjugate linear reciprocals, see appendix B.

while we know $\underline{u} \cdot (\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{E}) = o$ (32)

and $\underline{u} \cdot (\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{\Phi}) = o$ (33)

These three relations, (11), (32) and (33), are exactly what we use in the formulation of the planar reciprocal of a planar dyadic, because (11) and (32) tell us that the vectors I and $\sqrt{3}\ \underline{u} \times E$ are perpendicular to $\underline{u}$ and (33) shows that the antecedents of $\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{\Phi}$ are perpendicular to u. Hence by formula (26a), we can write:

$$I = -\frac{(\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{\Phi}) - (\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{\Phi})_{s}\mathcal{G}}{(\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{\Phi})_{2s}} \cdot (\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{E}) \quad (34)$$

Using conventional methods of reduction, eq. (34) can be put into the form identical with eq. (10).

Illustrative Examples.

To illustrate the utility of the relation (10), let us consider a few simple examples.

(1) Given three self impedances connected in star to a three-phase source without neutral connection. Required to find the line Currents. Let the impedance dyadic be

$$\underline{\Phi} = \left\| \begin{array}{ccc} a & o & a \\ o & b & o \\ o & o & c \end{array} \right\| \quad (35)$$

Then
$$\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{\Phi}_t = \left\| \begin{array}{ccc} o & -b & c \\ a & o & -c \\ -a & b & o \end{array} \right\|$$

$$(\sqrt{3}\ \underline{u} \times \underline{\Phi})_{2s} = ab + bc + ca$$

and the line currents are:

$$I_a = \frac{bE_{ca} - cE_{ab}}{ab + bc + ca}; \quad I_b = \frac{cE_{ab} - aE_{bc}}{ab + bc + ca}; \quad I_c = \frac{aE_{bc} - bE_{ca}}{ab + bc + ca}$$

showing that the star impedances may be replaced by an equivalent delta such as snown in fig. 2 and vice versa, provided the impedance (no mutual effect) of the delta are:

$$A=\frac{ab+bc+ca}{a};\quad B=\frac{ab+bc+ca}{b};\quad C=\frac{ab+bc+ca}{c} \qquad (36)$$

These results are well-known.[8]

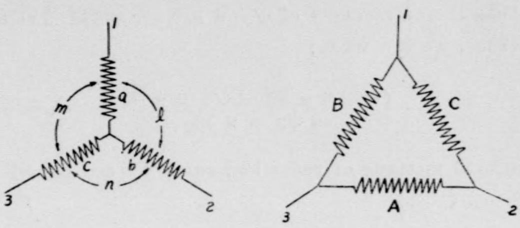


fig. 2.

(2) Given three self-impedances a, b, c connected in star to a three-pnase surce without neutral connection. The mutual impedances between phases are l, m, n respectively. Required to find the equivalent delta using simple self-impedances without mutual effects.

In this case the impedance dyadic may be written as:

$$\Phi=\begin{Vmatrix} a & l & m \\ l & b & n \\ m & n & c \end{Vmatrix} \qquad (37)$$

Then

$$(\sqrt{3}\,\underline{u}\times\Phi_t)=\begin{Vmatrix} m-l & n-b & c-n \\ a-m & l-n & m-c \\ l-a & b-l & n-m \end{Vmatrix}$$

$$=\begin{Vmatrix} o & -b+l-m+n & c+l-m-n \\ a-l-m+n & o & -c-l+m+n \\ -a+l+m-n & b-l+m-n & o \end{Vmatrix}+\underline{R}\,\underline{u}$$

8 A. E. Kenelly, Elec. World, Vol. 34, p 413, 1899.

in which $\underline{R}$ is a vector whose value does not concern us since we are using the above as a prefactor on vectors perpendicular to $\underline{u}$ and the dayd $\underline{R}\ \underline{u}$ may be discarded. The scalar of the second may be written as:

$$(\sqrt{3}\ u \times \Phi)_{2s} = (a-l-m+n)(b-l+m-n)+(b-l+m-n)(c+l-m-n)$$
$$+(c+l-m-n)(a-l-m+n) \quad (39)$$

In a manner analogous to the previous discussion we see that a simple delta self-impedance without mutual effect between phases can be found to replace the star. The values of the selfimpedance of the delta are:

$$A = \frac{(d-l+m-n\ (c+l-m-n)}{(a-l-m+n)} + (c+l-m-n)+(b-l+m-n)$$

$$B = \frac{(c+l-m-n)(a-l+m-n)}{(b-l+m-n)} + (a-l-m+n)+(c+l-m-n) \quad (40)$$

$$C = \frac{(a-l-m+n)(b-l+m-n)}{(c+l-m-n)} + (b-l+m-n)+(a-l-m+n)$$

This is a more general result than the previous case, which follows if $l=m=n=o$. If the impedance is symmetrical, i. e. if $a=b=c$, $l=m=n$, eq. (40) becomes simply $A=B=C=3\,(a-l)$.

(3) Given a symmetrically wound machin with the impedance dyadic:

$$\Phi = \begin{Vmatrix} A & C & B \\ B & A & C \\ C & B & A \end{Vmatrix} \quad (41)$$

Required to find the current when the neutral is not connected. In this case we find:

$$\sqrt{3}\ u \times \Phi_t = \sqrt{3}\ u \times \begin{Vmatrix} A & B & C \\ C & A & B \\ B & C & A \end{Vmatrix}$$

$$= \begin{Vmatrix} O & 2C-A-B & C+A-2B \\ C+A-2B & O & 2C-A-B \\ 2C-A-B & C+A-2B & O \end{Vmatrix} + 3(B-C)\,\underline{u}\,\underline{u}$$

and $(\sqrt{3}\ \underline{u} \times \Phi)_{2s} = 3(A^2+B^2+C^2-AB-BC-CA)$.

The current I_a is:

$$I_a = \frac{(2B-C-A)E_{ab}-(2C-A-B)E_{ca}}{3(A^2+B^2+C^2-AB-BC-CA)} \tag{42}$$

while I_d and I_b are obtained by changing the subsrcipts cyclically. Remembe ing that $E_{ab}=E_b-E_c$ and $E_{ca}=E_a-E_c$ and the positive and the negative sequence impedances are

$$Z+ = A+aB+a^2C; \qquad Z- = A+a^2B+aC$$

respectively, with a and a^2 equal to the two complex cube roots of unity, eq. (42) can readily be changed over to

$$I_a = I_+ + I_-$$

a result, perhaps, more familiar to those trained in the methods of symmetrical components.

Appendix A

Double-cross and Double dot Products of Dyadics and Two New Matrix Products.

Suppose we are given two complete dyadics already expressed as the sum of three dyads:

$$\Phi = \underline{A}_1\ \underline{L}_1 - \underline{B}_1\ \underline{M}_1 - \underline{C}_1\ \underline{N}_1$$

and

$$\Psi = \underline{A}_2\ \underline{L}_2 - \underline{B}_2\ \underline{M}_2 - \underline{C}_2\ \underline{N}_2 \tag{43}$$

Then the double-cross product is defined as:

$$\Phi \overset{\times}{\times} \Psi = \left\{ \begin{array}{l} (\underline{A}_1 \times \underline{A}_2)(\underline{L}_1 \times \underline{L}_2) + (\underline{A}_1 \times \underline{B}_2)(\underline{L}_1 \times \underline{M}_2) \\ +(\underline{B}_1 \times \underline{A}_2)(\underline{M}_1 \times \underline{L}_2) + (\underline{B}_1 \times \underline{B}_2)(\underline{M}_1 \times \underline{M}_2) \\ +(\underline{C}_1 \times \underline{A}_2)(\underline{N}_1 \times \underline{L}_2) + (\underline{C}_1 \times \underline{B}_2)(\underline{N}_1 \times \underline{M}_2) \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} +(\underline{A}_1 \times \underline{C}_2)(\underline{L}_1 \times \underline{N}_2) \\ +(\underline{B}_1 \times \underline{C}_2)(\underline{M}_1 \times \underline{M}_2) \\ +(\underline{C}_1 \times \underline{C}_2)(\underline{N}_1 \times \underline{N}_2) \end{array} \right\} \tag{44}$$

The sign of ($\times$) if replaced by dot will give the double dot product It is interesting to note, as pointed out by Gibbs, that the second and the third are given by:

$$2\,\Phi_2 = \Phi \overset{\times}{\times} \Phi \text{ and } 6\Phi_3 = \Phi : \Phi \overset{\times}{\times} \Phi \tag{45}$$

Also we find that $\Phi \overset{\times}{\times} \underline{u}\,\underline{u} = -\underline{u} \times \Phi \times \underline{u}$ (46)

and that $3\,\Phi : \underline{u}\,\underline{u} = (\sqrt{3}\ \underline{u} \times \Phi)_{2s}$ (47)

two relations employed in the reduction to formula (10) in the main paper. Analogous to the above double dot and double cross definitions, two new products of matrices may be introduced into matrix algebra with advantage. The one may be called a dot product (resulting in a number) and the other a cross product (resulting in a matrix) while the ordinary product will not be given any qualifying name. Thus let two square matrices of order three be respectively:

$$A = \begin{Vmatrix} a_{ii} & a_{ij} & a_{ik} \\ a_{ji} & a_{jj} & a_{jk} \\ a_{kj} & a_{kj} & a_{kk} \end{Vmatrix}; \qquad B = \begin{Vmatrix} b_{ii} & b_{ij} & b_{ik} \\ b_{ji} & b_{jj} & b_{jk} \\ b_{ki} & b_{kj} & b_{kk} \end{Vmatrix} \tag{48}$$

The ordinary product of these is a matrix

$$C = A \cdot B = c_{ik} = \sum a_{ij} \cdot b_{jk} \tag{49}$$

Note that in general $A \cdot B$ is not equal to $B \cdot A$. The dot product of two matrices (corresponding to the double-dot product of two dyadics) is a number obtained by multiplying each element of A by its corresponding element of B and adding up the result, i. e.

$$A : B = B : A = \sum a_{ij}\ b_{ij} \tag{50}$$

The cross products of the matrices (corresponding to the double cross of the dyadics) is another matrix

$$M = A \overset{\times}{\times} B = B \overset{\times}{\times} A = \begin{vmatrix} m_{ii} & m_{ij} & m_{ik} \\ m_{ji} & m_{jj} & m_{jk} \\ m_{ki} & m_{kj} & m_{kk} \end{vmatrix} \tag{51}$$

whose ijth element may be found by the following rule: m_{ij} is equal to the algebraic sum of the products of such elements of A and B that the cross prodnct of the first two subscripts and the cross product of the second two subscripts when considered as unit orthogonal vectors, should be $\underline{i}$ and $\underline{j}$ respectively. The sign of any term is to be determined from the cyclic order as in usual cross product of $\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}$. Thus for example:

$$m_{jk} = a_{ki}\, b_{ij} + a_{ij}\, b_{ki} - a_{kj}\, b_{ii} - a_{ii}\, b_{kj}$$

$$m_{kk} = a_{ii}\, b_{jj} + a_{jj}\, b_{ii} - a_{ij}\, b_{ji} - a_{ji}\, b_{ij}$$

Appendix B

Examples of Linear Reciprocals.

(1) Consider the two Hermitian dyadics:

$$H = \frac{1}{3}\begin{Vmatrix} 1 & a & a^2 \\ a^2 & 1 & a \\ a & a^2 & 1 \end{Vmatrix} \qquad H^* = \frac{1}{3}\begin{Vmatrix} 1 & a^2 & a \\ a & 1 & a^2 \\ a^2 & a & 1 \end{Vmatrix} \tag{52}$$

They may be written as, (a and a^2 are the complex cube roots of 1):

$$H = (1/3)\,(\underline{i} + a^2\underline{j} + a\underline{k})(\underline{i} + a\underline{j} + a^2\underline{k})$$

and $$H^* = (1/3)\,(\underline{i} + a\underline{j} + a^2\underline{k})(\underline{i} + a^2\underline{j} + a\underline{k}) \tag{53}$$

which shows that they are linear. Their scalars are each unity. According to the definition of a linear reciprocal of a linear dyadic, they are self-reciprocal, i. e.

$$H^{-1} = H; \qquad (H_*)^{-1} = H^* \tag{54}$$

(2) Consider next the two self-transposed linear dyadics:

$$T = \frac{1}{3}\begin{Vmatrix} 1 & a & a^2 \\ a & a^2 & 1 \\ a^2 & 1 & a \end{Vmatrix} \qquad T^* = \frac{1}{3}\begin{Vmatrix} 1 & a^2 & a \\ a^2 & a & 1 \\ a & 1 & a^2 \end{Vmatrix} \tag{55}$$

They may be written as:

$$T = (1/3)(\underline{i} + a\underline{j} + a^2\underline{k})(\underline{i} + a\underline{j} + a^2\underline{k})$$

$$T^* = (1/3)(\underline{i} + a^2\underline{j} + a\underline{k})(\underline{i} + a^2\underline{j} + a\underline{k}) \qquad (56)$$

The scalar of either is zero due to the fact that the antecedent and the consequent in either are equal to the same circular complex vector, i. e. a complex vector whose real and imaginery parts are equal in magnitude and perpendicular in direction. A linear reciprocal can not be defined for these dyadics but a conjugate linear reciprocal exists. Their values are respectively:

$$T^{-1} = T^*; \qquad (T^*)^{-1} = T \qquad (57)$$

showing that these dyadics are the conjugate linear reciprocal of each other.

In concluding the writer wants to acknowledge his indebtedness to Dr. Y. Y. Tseng (曾遠榮) of the department of mathematics of the Natianal Tsing Hwa ulniversity who called the attention of the writer to the fact that the late Prof. E. H. Moore of the University of Chicago had discussed the four matrices and their reciprocals given here in this appendix in his classes Prof. Tseng has promised to enlarge on these and publish the results of his own investigation from the point of view of a mathematician. It should, perhaps, be mentioned that the four dyadics discussed here occur in the theory of the polyphase alternator, which subject will be presented in a later paper by the writer.

THE DAMPING COEFFICIENT OF A SYNCHRONOUS MACHINE DURING PERIODIC OSCILLATIONS* ⊛

M. T. Chang (章名濤)
National Tsing Hua University

Abstract

From the damping power point of view, the damping coeffieient Td is derived, which is simpler rhan the expression given by Messrs. Doherty rnd Nickle in thelr A. I. E. E. paper, "Synchronous Machines III".

When a synchronous motor is employed to drive a compressor, or a synchro ious generator is driven by a reciprocating engine, in either case the synchronous machine is subjected to a constant torque plus alternating torque which various periodically. The differential equation,

$$I \frac{d^2y}{dt^2} + Td \frac{dy}{dt} + Ts\ y = f(t) \qquad (1)$$

where I = moment of inertia of rotating parts.

Td = damping coefficient.

Ts = synchronising coefficient.

y = angular displacement of nominal voltage from the terminal voltage.

f(t) = load torque.

It is very important to determine the damping and synchronising

---

*Presented bofore the Annual Convention of the Chinese Institute of Electric l Engineers, Aqrii, 1935.

⊛電工論類分類： E 134

coefficients accurately in order to obtain the correct condition of oscillation. The present note will show how Td can be obtained from a direct condideration of the damping power relation.

The alternating field ourrent in the direct axis is $\triangle i_2$ (a+jb) and in the quadratnre axis is $\triangle i_q$ [(c cos 2−dsin2) +j (o sin 2+d cos 2)] where

$$
\left.\begin{aligned}
a &= -\frac{s^2X^2 md \ (Xmd+Xlda)}{R^2{}_{da}+s^2(Xmd+Xlda)^2}\\
b &= \frac{s\ X^2{}_{md}\ R_{da}}{R^2{}_{da}+S^2(Xmd+X_{l\,da})^2}\\
c &= \frac{s^2X^2{}_{mq}\,(X_{mq}+X_{l\,qa})}{R^2{}_{qa}+S^2(X_{mq}+X_{l\,qa})^2}\\
d &= \frac{s\ X^2{}_{mq}\ R_{qa}}{R^2{}_{da}+s^2(X_{mq}+X_{l\,qa})^2}
\end{aligned}\right\}(2)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
\sin 2 &= \frac{d(X_d-a)-b(X_q-c)}{\sqrt{[(x_d-a)^2+b^2][(x_q-c)^2+d^2]}}\\
\cos 2 &= \frac{bd+(x_d-a)\ (x_q-c)}{\sqrt{[(x_d-a^2+b^2]\ [(x_q-c)^2+d^2]}}
\end{aligned}\right\}(3)
$$

$\triangle i_d$ = peak value of the armature low frequency alrernating component which causes the modulation, in the direct axis.

$\triangle i_q$ = peak value of the arma-ture low frequency alternating component which causes the modula-tion, in the quadrature axis.

s = frequency of the armature modulation.

x_{md} = mutual reactance, direct axis.

X_{mq} = mutual reactance, quadra ture axis.

$X_{l\,da}$ = field leakage reactance, direct axis.

$X_{l\,qa}$ = field leakage reactance. quadrature axis.

R_{da} = field resitancet, direct axis, in armature terms.

R_{qa} = field resistance, quadrature axis, in armature terms.

Then the effective field resistance in direct axis, and in field terms is $R_{da}/X^2{}_{md}$, and in quadrature axis is $R_{qa}/X^2{}_{mq}$.

Hence the field copper loss due to the alternating component of the field current or the damping power is

$$P_d = \frac{R_{da}}{X^2_{md}} \triangle i^2_d (a^2+b^2) + \frac{R_{qa}}{X^2_{mq}} \triangle i^2_q [(c \cos 2 - d \sin 2)^2 +$$

$$(c \sin 2 + d \cos 2)] = \frac{R_{da}}{X^2_{md}} \triangle i^2_d (a^2+b^2) + \frac{R_{qa}}{X^2_{mq}} \triangle i^2_q (c^2+d^2) \tag{4}$$

The oscillating angular velocity in vector form is

$$\Omega = \frac{s\triangle i_d}{d \sin \delta'} [b+j(x_d-a)] \tag{5}$$

where e = terminal voltage

δ' = thd constant part of the total anguar displacement between nominal voltage and terminal voltage.

Then by dividing P_d with the sqnare of the absolute value of the oscillating angular velocity, we can obtain the damping coefficieht, ie.

$$T_d = \frac{P_d}{|\Omega|^2} = \frac{\frac{e^2 \sin^2 \delta' R_{da}(a^2+b^2)}{s\, x^2_{md}} + \frac{e^2 \sin^2 \delta' R_{qa} \triangle i^2_q}{s x^2_{bq} \triangle i^2_d}(c^2+d^2)}{s[b^2+(x_d-a)^2]} \tag{6}$$

$$\text{since } |\Omega|^2 = \frac{s^2 \triangle i^2_d}{e^2 \sin^2 \delta'} [b^2+(x_d-a^2)] \tag{7}$$

But from equation (2), we can see that

$$\left.\begin{aligned} \frac{R_{da}(a^2+b^2)}{s\, x^2_{md}} &= b \\ \frac{R_{qa}(c^2+d^2)}{s\, x^2_{mq}} &= d \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

also it could be shown that,

$$\frac{\triangle i_q}{\triangle i_d} = \sqrt{\frac{(x_d-a)^2+b^2}{(x_q-c)^2+d^2}} \cot \delta' \tag{9}$$

By substituting (8) and (9) into equation (6)we obtain

$$T_d = \frac{b e^2 \sin^2 \delta' + d e^2 \cos^2 \delta' \frac{(x_d-a)^2+b^2}{(x_q-c)^2+d^2}}{s[b^2+(x_d-a)^2]} \tag{10}$$

This is our damping coefficient and it appears easier to evaluate than the original form given by

$$T_d = \frac{be^2 \sin^2 \delta' + \frac{e^2 \cos^2 \delta'}{x_q} \sqrt{\frac{(x_d-a)+b^2}{(x_q-c)+d^2}} \left[(c \cos 2 - d \sin 2) + (x_d-a)(c \sin 2 + d \cos 2) \right]}{s\,[b^2+(x_d-a)^2]} \quad (11)$$

which appeared in Messrs. Doherty and Nickle's paper (see bibliography 1), and was derived from synchronising torque equation. However, by employing equation. (2) and (3), it is not difficult to identify equation (10) with equation (11).

The following bibliography is appended to assist in the-study of similar problems.

Bibliography

1. "Synchronous Machines III", Doherty and Nickle, Tsans. A. I. E.E., 1927, p.1.

2. "Alternating current Generators", Foster. G. E. Review, June 1923, p.365.

3. "Stability of A.C. Turbine Generators with fluctuating load", Strasser, Elec. Journal, Aug. 1926.

4. "Stability of Alternators", Shirly, Trans. A. I. E. E., 1926.

5. "Inherent Instability of Synchronous Machines", Prescott and Richardson, I. E. E. Journal, Oct., 1934.

6. "Stability of Synchronous Machines, Nickle,Pierce, Trans. A.I. E.E., 1930, p.338.

7. "Synchronising power in Synchronous machines", Putman, Trans. A. I. E. E. 1926, p. 1116.

8. "Stability of Synchronous Motors", Teplow, G.E. Review. 1928, p 356.

9. "Das Drehmoment und die Gesichtspuukte für den Entwurf der Dämperwicklung einer Mehrphasen-Synchron-maschiue im parallelbetrieb", Liwschitz. Archiv für Ekektrotechnik, 1922, s. 96.

10. "On the oscillations of Certain Electrical or Mechanical systems due to a periodic impressed force", Herlitz, G.E. Review, 1922, p. 686.

11. "Errors Due to Neglecting Electrical Forces in Calculating Flywheels for Reciprocating Machinery Driven by Synchronous Motors", Stevenson, G. E. Review, 1922, p. 690.

EQUIVALENT THREE-PHASE NETWORKS* ⊛

A. Pen-Tung Sah (薩本棟)

National Tsing Hua University.

Abstract

In this paper it is shown that when three-phase impedances are considered as dyadics, they can be combined in parallel by a formula very much like that used in single-phase circuit theory, From this relation it is further shown how three sets of three-phase impedances connected in "star" to a common station may be expressed in terms of three sets of three-phase impedances connected in "delta" i. e. without the common point, and vice versa. These formulae involving dyadics resemble very much the same formulae now extensively employed to replace a "delta" by its equivalent "star" or vice versa.

In electric circuit theory equivalent impedances are extensively used to simplify a network under study. Thus if the frequercy is kept constant, as usually is the case in power circuits, two impedances Z_1 and Z_2 in parallel may be replaced by a single impedance of value

$$Z = \frac{Z_1 \; Z_2}{Z_1 + Z_2}, \tag{1}$$

or in terms of the admittances, we have simply:

$$Y = Y_1 + Y_2, \tag{1a}$$

This is the simplest case of an equivalent impedance. Among other equivalent

---

* Presented before the Annual Convention or the Chinese Institute or Electrical Engineers, April, 1935.

⊛ 電工論題分類：E 191.33

impedances used in single-phase circuits may be mentioned the star-mesh transformation discussed by Kennelly[1]. Thus if a, b, c denote the three impedances in star and A, B, C their delta equivalents, we have:

$$A=\frac{ab+bc+ca}{a}\ ;\ B=\frac{ab+bc+ca}{b}\ ;\ C=\frac{ab+bc+ca}{c} \qquad (2)$$

or in terms of the admittances,

$$A^{-1}=\frac{b^{-1}\ c^{-1}}{a^{-1}+b^{-1}+c^{-1}}\ ;\ \text{etc.,} \qquad (2a)$$

Conversely, the star values may be expressed in terms or the delta by the following:

$$a=\frac{B\ C}{A+B+C}\ ;\ b=\frac{C\ A}{A+B+C}\ ;\ c=\frac{A\ B}{A+B+C}\ ; \qquad (3)$$

and in terms of the admittances, we have:

$$a^{-1}=\frac{A^{-1}B^{-1}+B^{-1}C^{-1}+C^{-1}A^{-1}}{A^{-1}}\ ,\ \text{etc.,} \qquad (3a)$$

Just as the above equivalents are useful in single phase circuit reductions, similar formulas exist when three-phase impedances are represented by dyadics and the method of dyadic analysis is applied to the solution of three-phase networks[2]. In the following these formulas will be derived and discussed.

Three-phase impedances in parallel.

Consider two three-phase impedances A and B connected in parallel as shown in fig. 1. Assume that these are general impedances with mutual effects between phases of the same circuit but no mutual effects between the two. Our problem is to find an impedance C, perhaps also with mutual effects, so that the vector voltage drop $\underline{V}$ across the impedances A and B will be the same as that across C when the same vector current $\underline{I}$ flows. Let the current taken by the impedances A and B be $\underline{I}_1$ and $\underline{I}_2$. Then the above statements in vector notation are expressed by the following equations:

$$\underline{I}=\underline{I}_1+\underline{I}_2 \qquad (4)$$

(1) A. E. Kennelly, Elec. World and Eng, vol 34, p 413, (1899).

(2) For the method or representing impedances by dyadics, see previous two papers and references therein cited.

and $$\underline{V}=A.\underline{I}_1=B.\underline{I}_2=C.\underline{I} \qquad (5)$$

For a given vector value of $\underline{V}$ each one of the equations (5) is sufficient to determine $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ or $\underline{I}$ uniquely provided the determinant of each one of the dyadics is different from zero. Physically this corresponds to the case where the neutrals of the impedances are tied together and connected to the source. Thus the reciprocals of the dyadics exist and we may write in vector notation:

$$\underline{I}_1=A^{-1}\cdot\underline{V};\quad \underline{I}_2=B^{-1}\cdot\underline{V};\quad \underline{I}=C^{-1}\cdot\underline{V}; \qquad (6)$$

so that $$\underline{I}=\underline{I}_1+\underline{I}_2=(A^{-1}+B^{-1})\,\underline{V} \qquad (7)$$

From the meaning of equivalent impedance as above explained and by definition of the equality of two dyadics, we see

$$C^{-1}=A^{-1}+B^{-1} \qquad (8)$$

Eq. (8) is a relation involving admittances similar to eq. (1a) To express it in terms of impedances so as to be directly comparable with eq. (1), we may either reduce (8) by conventional methods used to find the reciprocal of the sum of two dyadics[(3)], which is rather laborious, or follow the following coursə of reasoning. We have from eq. (5)

$$A\cdot\underline{I}_1+B\cdot\underline{I}_1=B\cdot\underline{I}_2+B\cdot\underline{I}_1$$

or $$(A+B)\cdot\underline{I}_1=B\cdot(\underline{I}_1+\underline{I}_2)=B\cdot\underline{I} \qquad (9)$$

since associative law holds for dyadic addition. Assuming (A+B) to have a reciprocal as it must from the phpsical nature of the problem, eq. (9) may be written as:

$$\underline{I}_1=(A+B)^{-1}\cdot B\cdot\underline{I}$$

and so $$\underline{V}=A\cdot\underline{I}_1=A\cdot(A+B)^{-1}\cdot B\cdot\underline{I} \qquad (10a)$$

or likewise $$\underline{V}=B\cdot\underline{I}_2=B\cdot(A+B)^{-1}\cdot A\cdot\underline{I} \qquad (10b)$$

Comparing eq. (10) with the last of eq. (5) we get

$$C=A\cdot(A+B^{-1}\cdot B=B\cdot(A+B^{-1}\cdot A \qquad (11)$$

which is exactly of the same form as eq. (1) except that the position token by the dyadic $(A+B)^{-1}$ must remain at the center. It may also be of interest that the reduction formula herein derived from a physical point of view, viz.

$$(A^{-1}+B^{-1})^{-1}=A.(A+B)^{-1}.B=B.(A+B)^{-1}.A \qquad (12)$$

is applicable to complete dyadics or non-singular mstrices.

(3) Gibbs "Vector Analysis," p 331.

In case more than two impedances are in parallel the formula can be applied in succession just as in ordinary single phase case. In such cases manipulations with numerical values are usually more convenient than with algebraic symbols.

If the dyadics A and B are both planar dyadics having the same plane of antecendents and are to be used as prefactors on vectors lying on the plane of antecedents, the planar reciprocal defined in a previous paper may be used and the above equation holds for this particular case too. The case of a complete and an incomplete dyadic will not be entered here.

Delta-star Equivalents of Three-Phase Impedances.

Suppcse we have three three-phase power sources **X**, **Y**, **Z** tied together by three three-phase impedances (for example, three transmission circuits) which meet at a common station (for example a distributing station) as shown diagrammatically in fig. 2a. We want to find the equivalent delta as shown in fig. 2b. In other words it is required to replace the "three-phase star" by an equivalent delta or vice versa. As in the previous case, we shall assume that there is no mutual effect between the different circuits, while such effects might exist between phases of the same circuit. For the delta and the star to be equivalent, the three-phase impedance measured between any two stations with the third free must be the same. Thus letting

$$S=A+B+C \tag{13}$$

and making use of the previous results, we find:

$$a+b=C\cdot S^{-1}\cdot(A+B)=(A+B)\cdot S^{-1}\cdot C \tag{14a}$$

$$b+c=A\cdot S^{-1}\cdot(B+C)=(B+C)\cdot S^{-1}\cdot A \tag{14b}$$

$$c+a=B\cdot S^{-1}\cdot(C+A)=(C+A)\cdot S^{-1}\cdot B \tag{14c}$$

Adding the first two equations and subtracting the third, etc., we find,

$$2a=B\cdot S^{-1}\cdot C + C\cdot S^{-1}\cdot B \tag{15a}$$

$$2b=C\cdot S^{-1}\cdot A + A\cdot S^{-1}\cdot C \tag{15b}$$

$$2c=A\cdot S^{-1}\cdot B + B\cdot S^{-1}\cdot A \tag{15c}$$

giving the star values in terms of the delta. In general the two terms on the right hand of each one of the eq. (15) are not equal to each other so that they must stand as they are. In case they are equal as in some special cases, then eq. (15) simplifes to

$$a=B\cdot S^{-1}\cdot C=C\cdot S^{-1}\cdot B$$
$$b=C\cdot S^{-1}\cdot A=A\cdot S^{-1}\cdot C \tag{16}$$
$$c=A\cdot S^{1}\cdot B=B\cdot S^{-1}\cdot A$$

Whose similarity to eq. (3) of the single phase case is very striking. Similar to eq. (3a) eq. (16) can be put as

$$a^{-1}=B^{-1}+C^{-1}+B^{-1}\cdot A\cdot C^{-1} \tag{16}$$

cte.

Th find the equivalent delta values in terms of the star, direct reductoin from eq. (16) is very tedious. However, we can imagine any two stations connetced together through a zero impedance and then measure the abmittance betwen this and the third station that is free. Then for the delta and the star to be equivalent we must have the same admittances, i. e.

$$A^{-1}+B^{-1}=c^{-1}\cdot T\cdot(a^{-1}+b^{-1})=(a^{-1}+b^{-1})\cdot T\cdot c^{-1}, \text{ etc.} \tag{17}$$

in which $T^{-1}=a^{-1}+b^{-1}+c^{-1}$ (18)

Thus corresponding to eq. (15) we find

$$2A^{-1}=b^{-1}\cdot T\cdot c^{-1}+c^{-1}\cdot T\cdot b^{-1} \tag{19a}$$
$$2B^{-1}=c^{-1}\cdot T\cdot a^{-1}+a^{-1}\cdot T\cdot c^{-1} \tag{19d}$$
$$2C^{-1}=a^{-1}\cdot T\cdot b^{-1}+b^{-1}\cdot T\cdot a^{-1} \tag{19c}$$

when $b^{-1}\cdot T\cdot c^{-1}=c^{-1}\cdot T\cdot b^{-1}$, etc., (19) simplifies to:

$$A^{-1}=b^{-1}\cdot T\cdot c^{-1}=c^{-}\cdot T\cdot b^{-1}, \text{ etc.,} \tag{20}$$

or $$A=b+c+b\cdot a^{-1}\cdot c, \text{ etc.,} \tag{21}$$

whech are exactly of the same forms as those given by (2a) and (2) resqectively.

March 20. 1935.

The Editor regrets to make the following announcement, Owing to a carelessness of the Press, three figures-Fig. 1, Fig. 2a and Fig. 2b of this paper have been mislaid. Although effort was made immediately by writing to the Author for another copy, but Professor Sah may not be in the University at present therefore the figures in question are not obtainable just now. At the same time the printing of this book cannot be withheld any longer, so they will appear in the next issue of this Journal, i. e. in September.

擬修正度量衡標準制單位名稱之商榷

鄭 禮 明

查度量衡標準制單位名稱，與大小數命名，有密切之關係，若能將兩問題合併討論，不但目前名稱問題，可得一個較有系統之規定，並且可以免未來無數之糾紛。禮明對於大小數命名意見，曾致全國度量衡局一函，提出三種原則如下:

一 便於記憶，以減少童年練習者，虛耗無謂之腦力;

二 求能適合習慣，使民衆樂於使用;

三 適合科學化，以便利國際文化之溝通。

又對於度量衡單位名稱問題，曾有一文，送登東方雜誌，內有一段，主張如下:

『每個單位，只有一個名稱，這個標準單位，十進和十退的級數，只要於標準單位名稱上，加一個字旁，不要另立名稱，這就是十進遞進制最大的優點。但是有特別重要的單位，也可以創立一個名稱，如一千啓羅格姆爲一噸是也。至於 miga, kilo, huto, deca, diei, centi, mill, micro, 八個字旁，我們應該想一個法子，好好的利用。』

今仍本上列三項理由及一段主張，以作擬訂度量衡單位名稱之基本條件。

按照度量衡現有法定名稱，及度量衡局特種度量衡草案所規定，不但公分公分公分，級位不同，名稱混亂。卽兆分之一公尺爲公微，一千兆

分之一公斤又爲公黴兆分之一公升又爲公黴，亦殊含混.再公里簡寫爲粴，公尺簡寫爲粎，旣以公里爲粴公尺爲粎，何不簡直就名爲米里米尺，轉爲痛快。又百分之一公尺簡寫爲粉，尙可解釋爲百分之一米，若千分之一公斤，簡寫爲兝，假定亦照粉解釋，幾疑爲百分之一克矣，蓋度量衡單位定名之時，尙未計及大小數單位之命名，故對於 miga 等八個字旁，未能充分利用。

物理學會所訂名詞，對於 kilo 等字，頗加注意，擬以仟佰什代替 kilo hecto deca，分厘毫微代替 deci centi milli micro，實已較有系統，但中國字畫，本已過於緊多，故近來有簡字運動，若再於本字上增加筆畫，讀音旣無分別，意義亦復相同，無乃有自尋麻煩之嫌，且單位之應用，隨科學工業進化爲轉移，如近來有，hecto-kilo 及 milli-miero 之名稱，若按物理學會規定，則應譯爲佰仟及毫黴，系統雖明，似總嫌其欠簡。

禮明之意以爲中國原有大數命名，兆萬千百十等字，筆畫均甚少，適合作字旁之用，以之代替 miga mgria kilo hacto deca，恰正相宜，且現時各種科學工業方面，應用者已不少，如電學中之瓩一字，尤爲普及也。至於小數命名，擬以毛厘忽代替 deci centi milli micro，蓋以此四字，筆畫尙簡也。但若有比毛分厘忽四字更爲適宜者，建議者亦絕端贊成，毫無定見，不過最緊要原則，要擇筆畫較簡者，方可作字旁之用。

於此另有一個問題發生，卽增加字旁，對於新製之字，應如何讀法是也。

中國習慣，一字一音，沿用已久，其重要理由何在，禮明尙未深加研究，但總覺其不便之處甚多。(一)一字一音，說話太快，抄寫太慢，且字體中筆畫過多者亦不少，是以現時有提倡簡字之舉，若能擇筆畫較簡者以作字旁，或製象形之字，或作簡字數併寫，仍讀數音，如「圕」讀爲圖書館是也，則可減少說快寫慢之缺點。(二)翻譯文字，不能用單字譯外國文一字者，常用數字表明一字，或用每字代替一音，數字凑成數音表明一

字者，此種方法，實太繁瑣，如 Parlement 譯爲議院，或爲巴力門。假定用⿷匚義代表議院，仍讀爲議院，則似較爲簡便。(三)會計或統計，於數目字之下，必須註明單位，若單位字數太多，印寫均感不便，如二•七(百萬公鐵)單位字數，超過數目字數，未免過繁，若併法繕寫，則可寫爲二•七⿰兆屯。或曰，一字併讀數音，用於符號，尙猶可言，用於文字，實欠妥善，但吾人今日並非硏究文學，所討論者，爲度量衡單位及數目字，寧非一種符號耶，且再擴大一點言之，字畫本卽符號也。

或以數字併合，不便繕寫者，實則中國字中，二字併寫，如木旁石旁魚旁鳥旁等等，固極多矣，卽三字併寫者亦復不少，如三金爲鑫三木爲森是也。再如謝字爲言身寸之併類字爲米大頁之併，均三字併寫也。至於此次擬訂各字筆畫均甚簡單，無過十畫者，如公尺斤升等字，均不過四畫厘字亦不過九畫，若合厘公尺三字爲『⿸厂⿰里⿱公尺』字。不過十七畫也。(以上所述，一字數音，不過一種提議，有一部份友人，對於本商榷主張各節，均極贊同，惟以一字併讀數音，恐有碍中國文學之系統，主張在文字中，仍用全文，如『公尺』『公斤』『分公斤』等等，但簡寫時，可用『⿰公尺』『⿰公斤』『⿰分⿰公斤』不過算爲符號，仍讀原音，特幷誌之，以就正高明）假定按照上列方法規定，卽可列表如下:

兆	miga	10^6	兆
萬	myria	10^4	萬
千	kilo	10^3	千
百	hecto	10^2	百
十	deca	10^1	十
單位		10^0	
毛	deci	10^{-1}	十分之一
分	centi	10^{-2}	百分之一
厘	milli	10^{-3}	千分之一

忽 miero 10^{-6} 兆分之一

照此規定則 heito-kilo 可寫爲⿰百千（讀爲百千）milli-miero 可寫爲⿰厘忽。（該爲厘忽）至於長度單位，公尺沿用已久，頗成習慣，且無重大弊病，若另換一字，亦未必較公尺爲優，徒令民衆疑政府令法朝更夕改，故若非萬不得已，明意以保存舊名詞爲宜。惟擬將公尺二字併爲一字『⿰公尺』仍讀公尺，若有字旁，更可寫爲『公尺』，如 contimetn 寫爲『⿰分⿱公尺』仍讀爲分公尺，以此類推，列表如下：

擬訂名稱	國際名稱	讀音	指數	現有法定名稱	物理學會擬訂名稱
⿰兆⿱公尺或[illegible]	miga metn	兆公尺	10^6	兆公尺	
⿰方⿱公尺或[illegible]	myria metn	萬公尺	10^4	萬公尺	
公里『⿰公里』	kilometn	公里	10^3	公里	仟米
⿰百⿱公尺	hecto metn	百公尺	10^2	公引	佰米
⿰十⿱公尺	deca metn	十公尺	10^1	公丈	什米
公尺 ⿰公尺	metn	公尺	單位	公尺	米
⿰毛⿱公尺	deri metn	毛公尺	10^{-1}	公寸	分米
⿰分⿱公尺	centi metn	分公尺	10^{-2}	公分	厘米
⿰厘⿱公尺	milli metn	厘公尺	10^{-3}	公厘	毫米
⿰忽⿱公尺	micron	忽公尺	10^{-6}	公忽或公微	微米
⿰厘忽 ⿰公尺	milli-micron	厘忽公尺	10^{-9}	公塵	

總計長度只有公尺公里二個名稱，其餘祇加字旁足矣。

質量及重量，仍以公斤爲單位，千公斤名爲屯，千分之一公斤名爲克，其他一切單位祇加入字旁，茲列表如下。

擬訂名稱	讀音	國際名稱	指數	現有法定名稱	物理學會擬訂名稱
屯	屯	Tomn	10^3	公鐓	噸
⿰百⿱公斤	百公斤	gmital	10^2	公擔	
⿰十⿱公斤	十公斤		10^1	公衡	

兛	[illegible]	公斤	kilogramme	單位	公斤	仟克
兡		百克	hectogrmme	10^{-1}	公兩	百克
兙		十克	deciagramme	10^{-2}	公錢	什克
克		克	gramme	10^{-3}	公分	克
兞		毛克	decigramme	10^{-4}	公厘	分克
兝		分克	centrgramme	10^{-5}	公毫	厘克
兣		厘克	milligramme	10^{-6}	公絲	毫克
[illegible]		忽克	microgramme	10^{-9}	公黴	黴克

總計質量及重量，有屯，公斤，克三個名稱，其餘祇加字旁

公斤單位之採用後於克，科學上應用，以克爲習慣單位者尚不少，故國際名稱，仍於克字上加一字旁，以表明其級數。我國以公斤命名，實較仟克爲優，蓋標準單位，應有其獨立之名稱也，但若名克爲[illegible]則對於國際名稱習慣，頗有隔膜，應用之時，不能得心應手且有許多窒碍，如化學習慣，常以 milligramme 爲主要單位，假定名克爲[illegible]，則千分之一克爲厘[illegible]，或[illegible]，均覺不便，若以千分之一公斤爲克，則一切難題，迎刄而解矣。屯之一字原名爲公[illegible]，但普通習慣，仍以用噸者爲多，屯與噸同音，筆畫更省，較爲合用，但美噸英噸與邁達制之噸，重量頗有出入，既以邁達制一千公斤爲屯，則與美噸英噸之噸，字畫顯有分別，且英噸美噸更應冠以英美等字也。

按此上列規定，一切問題，均易解決，譬如學化用 2.4 milli gramme 卽寫爲二.四兣，讀爲二點四厘克。又如精細度學，量長度以兆分之一公尺，爲表明差錯數之主要單位，國際通用之符號爲 u，如 0.3u6 卽寫如〇.三六[illegible]，讀爲點三六忽公尺。又如無線電學常用 mighlom，microvalt，micro farad，若譯 chm 爲區母，則 meghlm 爲[illegible]。（讀爲兆區音歐）volt 爲弗特，則 microvalt 爲[illegible]（讀爲忽弗）farad 爲乏拉則 microfarad 爲[illegible]。（讀爲忽乏）

由基本單位導出之各單位，現時急待解决者，尙有地積及容量二項，茲再陳述如下:

地積單位，國際習慣通用者，不過 are 及 hectare 二種，茲擬仍舊名爲公畝公傾，或爲⿰公畝（讀公畝）⿰公頃（讀公頃）公畝以下不必再有名詞，卽寫爲若干方公尺可也，因公畝只有一百方公尺，較中國之畝，少六倍有奇。

容量單位，更爲簡單，市制與公制之容量既然相同，則可簡直稱 litre 爲升，何必有市升公升之別。至於十進及十退單位，加入字旁可也，茲列表如下:

一. 地積

名　　稱	讀　音	國際名稱	指　數	現有法定名稱	物理學會擬定名稱
公頃　⿰公頃	公頃	hectare	10^{2}	公頃	
公畝　⿰公畝	公畝	are	單位	公頃	
			10^{-1}	公分	
		centiare	10^{-2}	公厘	

二. 容量單位

擬訂名稱	讀　音	國際名稱	指　數	現有法定名稱	物理學會名　稱
⿰千升	千升	kilo litre	10^{3}	公秉	仟升
⿰百升	百升	hecto litre	10^{2}	公石	伯升
⿰十升	十升	deca litre	10^{1}	公斗	什升
升		litre	單位	公升	升
⿰毛升	毛升	decilitre	10^{-1}	公合	分升
⿰分升	分升	centilitre	10^{-2}	公勺	厘升
⿰厘升	厘升	millilitre	10^{-3}	公撮	毫升
⿰忽升	忽升	miero litre	10^{-6}	公徽	徽升

按照上列擬訂各項，則長度，質量及重量，地積，容量四種，只有『公里』『公尺』『屯』『公斤』『克』『公頃』『公畝』『升』八個名稱，其餘不過加

入字旁，比之現時法規所規定，約有三十個左右名稱者，相差遠矣。

當民三民四訂立權度法時，有甲乙制度二種，以若國通制爲乙種制，故有公尺公斤之名稱，以別於營造尺庫平制之尺斤，蓋普通習慣，均稱爲一斤，決不稱爲庫平斤也。現定法規旣以公制爲標準制，若能規定尺斤里畝頃等字，不冠公字，卽可算可爲標準制，至於市制之尺升里畝頃，必須冠以市字，以示區別，則尤爲簡便。

抑禮明尤有進者，一切物體，隨所處溫度與所受壓力，而定其形態，故溫度與壓力單位，應有法定之標準。又時間爲計算一切之基本單位，雖國際通用，均屬時分秒，但國家法令，似亦有規定之必要。

値茲修改度量衡法規之時，擬請初時間及溫度單位，規定於基本標準單位之中，至於壓力單位則可規定於力學單位之中。

大小數命名及度量衡單位簡表

大小數命名	度量衡基本單位		度量衡導出單位		擬訂目的及其便利之點如下
	長度	質量或重量	地積	容量	
兆 miga 10^6	[illegible]				(一)記憶容易
万 myria 10^4	[illegible]				(二)系統分明
千 kilo 10^3	[illegible]公里	[illegible]		[illegible]	(三)筆畫簡少
百 hecto 10^2	[illegible]	[illegible]	[illegible]公頃	[illegible]	(四)繕寫便利
十 deca 10^1	[illegible]	[illegible]		[illegible]	(五)合國習際慣利文化溝通
單位 10^0	[illegible]公尺	[illegible]公斤	[illegible]公畝	[illegible]	(六)集新四名稱之長而去其短
毛 deci 10^{-1}	[illegible]	[illegible]		[illegible]	(七)任意併合均能圓轉自如
分 centi 10^{-2}	[illegible]	[illegible]		[illegible]	(八)有併合之字無創製之音
厘 milli 10^{-3}	[illegible]	[illegible]		[illegible]	
忽 micro 10^{-6}	[illegible]	[illegible] [illegible] [illegible]		[illegible]	

紡織工廠中機電設備㊟

皮　鍊

紡織染廠應自備動力.

動力爲工業之基礎,與出產成本,工作進行,及全體安危,有切膚關係,晚近學者。多有主張動力採集中制度,謂成本可以減輕,此在工商業發達之區域,每單位面積吸取電力稠密,固可收其效益,然在售主方面,獲利獨多,在用戶方面,除小規模工廠,可得到設備上之便利外,於大規模之工廠,未見經濟抑且有因依他人之動力昂給,而本身欲謀發展,動而受其掣肘,是故動力集中制度,未嘗不是片面之觀,(除非電汽公營,以發展社會實業爲目的)。尤其是在設有染織部分之紗廠中,以自備動力爲合算,除成本可以減輕外,對於工作方面,可取得多方便利。蓋紡紗工作,固需大量電力,轉動機械,而染織布疋,尤需大量蒸汽,作烘紗煮漂洗染之用,查此項蒸汽壓力,最高不過四十磅,在不自備電力,或舊式原動機工廠中,類多另備鍋爐,專事供給,每日耗煤,動輒數百元,開支殊大。今既有抽汽透平發電機行世,(Bleeding turbine)。此項蒸汽,儘可在透平機之後部,將已經發過電流之廻汽,依所要之汽壓,從茲抽去,以供使用,而不必另設鍋爐,妄耗煤費,且自己發電之成本,較之向他人購買,廉去倍蓰,試觀數家自備有新式電力設備之紡織工廠,雖遭經濟恐慌,外紗强迫之際,而能獨步勝利,不爲狂風暴雨所搖,是可推證一廠之中,有適當動力設備,卽能奠定一廠之深基,吾國共有紗廠九十二家,紗錠二百七十四

㊟電工論題分類：121•3

萬枚布機二萬台,年產棉紗一百六十萬件,出布九百萬疋,設每件紗耗電一八〇度每疋布耗電二度總共全年耗電三萬一千萬度,平均每度以五分計算。則全國紡織業每年消耗於動力者約有一千六百萬元之巨,又設每萬紗錠需電力四百啓羅華瓦特,每千台布機需電力二百啓羅瓦特,總計全國紡織工業實需電力有十二萬啓羅瓦特,或十六萬匹馬力.其餘漂染及織布工廠所需之電力尚末算入,此九十二廠中,在內地各省者,多自有動力,要皆不過多係蒸汽機,至改良之工廠,什不得一,而在上海一隅,幾盡爲公部局之顧客,利權外溢,年達千萬元之巨,尤屬傷心,深盼紗布當局,與紡織大家,有見及此,作根本之圖,斯爲尚矣。

定奪用電情形。

範圍愈大,用電愈多,自備電廠,愈見經濟,然設備容量過大,超越所需,此不獨妄耗費用,且效率亦低,無形受重大損失,倘設備不足,供不應求,將來對工作發生障礙,亦非得計,故自設電廠,對於用電,須先有詳細審察,方能得到適當之設計,茲以一普通之紡織染廠,作爲計算標準,設有一紡織漂染齊備之工廠,內有紗錠二萬枚,織機一千台,漂染部份設備,以能接承織機每日所出之數爲範圍,似此工廠,計:

(一)紡紗工場(約需電力)	五〇〇啓羅瓦特.
(二)準備工場	四〇啓羅瓦特.
(三)機織工場	二〇〇啓羅瓦特.
(四)漂染工場	一四〇啓羅瓦特.
(五)發電廠戽水燃煤等機械工作	一〇〇啓羅瓦特.
(六)放光電化雜用等	一二〇啓羅瓦特.

綜計全廠,實需電力一千一百啓羅瓦特,又設負荷因數爲百分之八十,電力因數亦爲百分之八十,則透平發電機之容量,應配爲一四〇〇啓羅瓦特,或一八〇〇開維愛,如爲工作便利,設備周全計,可購一千八百開維愛透平發電機一部,九百開維愛者二部.交替使用,以二萬枚紗錠,日夜工作十二

小時,平均紡十六支細紗,每日出數應在五二件以上,又一千台布機,每日出布亦在二〇〇〇疋以上,設每件紗耗電一八〇度,每疋布耗電二度,則全廠耗電數目,約於左數.

紡紗工場(每日耗電)	九四〇〇度。
準備工場	六〇〇度。
機織工場	三四〇〇度。
漂染工場	一〇〇〇度。
發電廠本部工作耗電	一六〇〇度。
發光電化雜用等耗電	一五〇〇度。

綜計每日共用電約一萬七千五百度,每月約四十六萬度在歐美新式之電廠,其熱動效率,可達百分之二八,吾國中等以上之電廠,每度電所需之煤,平常自二磅上下,(每磅煤熱量一二〇〇 BTU)。紡織染廠所設置之透平發電機迴汽,不盡進入凝冷器,幾有二分之一抽到漂染烘漿諸機之用,故熱動效率,較諸專作發電用者爲低,設每度電需三〇〇磅壓力六五〇華氏溫度之蒸汽二〇鎊(關於熱動效率及鍋爐效率,在第四章及第八章中詳言之,此處所折合之煤每磅熱量爲一二〇〇〇 BTU),全月發電四十六萬度燃煤一百三十八萬磅,或六百一十公噸.以現在煤價而論,每角洋可購煤熱二十萬英制熱(BTU),卽每噸煤價十三元五角,今用去六一〇噸,其價額爲八千元。

上言每度電燃煤三磅,因係透平機之迴汽,抽去一部分到漂染烘漿諸部之用,此對於爐水預熱溫度,不免少有減低,然此抽去之迴汽,除作於煮洗工作者外,(因與冷水混和),其作於烘燥工作用者,尙可將汽水收集,而復作爐水預熱之用。

自備電力對於染織部份所節省之煤費.

漂染洗煮烘漿諸機所用之蒸汽,今既由透平發電機之後部,將發過電流之蒸汽,抽去而利用之,則漂染烘漿諸部,當不再另備鍋爐,其所節省

之煤費可按蒸汽需量之多寡而定奪之，以一千台布機之工廠，須有漿紗機三部，每部每小時需要蒸汽一〇〇〇磅，漂染整理部所設之烘布機，軋光機，拉幅機，烘花機，烘紗機，煮布機，煮紗機，煮花機，染布機，熔皂桶等，綜計每小時當需蒸汽七〇〇〇磅，其他熱氣取暖諸雜用，約二〇〇〇磅，各機所用之汽壓，最高不過四十磅，茲將各部每小時所用之蒸氣，條列於左：

一．準備工作烘紗機三部（每小時用），　三〇〇〇磅。

二．漂染工場烘軋整理諸機。　三〇〇〇磅。

三．漂染場洗染煮漂諸機，　四〇〇〇磅。

四．其他熱氣取暖雜用，　二〇〇〇磅。

五．汽管路途降落與損失，　一〇〇〇磅。

以上五項除第三項所用之蒸汽，因須與冷水混和，不能復用外，其餘四項所用之蒸汽，皆可聚集重作喂水預熱之用，而第四項所耗之蒸汽，多在冷季使用，爲時約四閱月，故各部所用之蒸汽，每小時平均約一萬一千磅，此一萬一千磅蒸汽，如專由鍋爐供給，則必需一千平方呎傳熱面積鍋爐三只，按此種鍋爐，燃燒及傳熱效率較發電所設備者爲低，設爲百分之七十五喂水溫度二一二度，蒸汽壓力五磅平方吋計算得每小時燃煤一二二〇磅日夜工作二十小時共燃煤十一公噸，每月燃煤二八六公噸計洋三千元，其餘鍋爐設備費利息拆舊及工貲等費，尙未算入，若自備有發電廠此項煤費是可節省，卽每月發電所燃去之八千元煤費，於此可減省三千九百元，每月實在消耗只四一〇〇元，再將設備費之利息折舊及各項開支加入，至多不過一萬元，今以四十五萬八千度分担，則每度電成本不到二分，倘售他人之電，卽在上海電價低廉之區，每度最廉亦必需三分，每月需電費一萬七千元，兩者相較，得失顯然。

原動機之選擇

原動機大別爲內燃發動機，（Intenal Combustion Engines），蒸汽發動機，（Steam Engines），蒸汽鍋輪機，（透平 Steam turbine）及水力渦輪機（Water turbine) 四種，前三者，因切於事實上設置，已成爲工廠中普遍用場，爲本文研究之鵠的，後一者，只宜水力充足之地，如四川之三峽，福建之福州，雲南之大理，湖北之宜昌，江西之贛江，奉天之安東諸地，產有大量之水力，如能廣植棉田，發達交通，將動力原料交通三者同時改决，此固爲紗織工廠所馨宜，專家所應究，然而此係特殊情事，非短片所能盡道，姑不具論，茲將前三者，分述於左:

小規模之紗廠，可用內燃發動機.——在小規模之紗廠，若不需要蒸汽工作，以用內燃機爲經濟，雙活塞狄塞柴油機，熱動經濟效率，有達百分之四〇者，由德瑞諸國所造者，每匹輪掣馬力每小時. (Brack horse power hour)，耗熱，自七一〇〇至八五〇〇英制熱 (BTU)，合柴油約〇•三七，至〇•四四磅，由英美諸國所造者，每匹輪掣馬力每小時，耗熱自九四〇〇至一〇〇〇〇英制熱，合柴油約〇•四八至〇•五二磅，可見德瑞之產品，較英美爲優，普通，所用之柴油機耗油，以〇•五磅上下爲標準，設柴油每公噸價爲一百元，則每匹輪掣馬力小時之燃料成本爲〇•〇二二六元，或每度電所費之柴油費爲三分.

用柴油發動機之燃料成本，雖然頗低，但尙不若用煤氣發動機爲廉，蓋吾國尙無冶鍊柴油之鑛廠，徒恃外洋供給，每噸價格達百餘元之巨，倘有煤氣發動機，則燃料之需，以煤料及木柴爲之，吾國富有豐厚之煤礦，山林樹木隨地皆是，現在之煤價上等白煤每噸不過二〇元，煙煤每噸約十四元，查煤氣發動機，每匹馬力小時，所耗煤氣自七〇至九〇立方呎，(每立方呎熱量一四五 BTU): 此種煤氣在華氏六〇度，氣壓一四•七磅時，每磅木炭至少可生七四立方呎，白煤可生六四立方呎，煙煤六立方呎，倘以白煤爲燃料，照理論計算，每馬力小時，耗白煤一•二二磅，今以一•五磅計，則每馬力小時所耗燃料成本，最多爲〇•〇一五元，或每度電爲二分，故煤氣發動機燃料成本，較柴油發動機所用者又廉去三分之一，且煤料木柴，不須外洋仰給，惟弊在佔地較多耳，總之小規模之紗廠，而不需蒸氣

工作用途者,無論用柴油發動機,或煤氣發動機,仍以自備動力為廉,概在三百匹馬力以下之工廠,用電因數又低,若購他人之電,每度平均至少在五分以上,竟有七八分者,仍屬不經濟之事。

大型之蒸汽發動機(Steam lngines)仍有整理之價值,——自透平發電機及內燃發動機行世以來,蒸汽發動機,即在淘汰之律,蓋蒸汽發動機,購置費大,佔地廣,機件繁複,此其一也,且大量之蒸汽發動機,各種消耗費,皆較同量之透平機大,而小型者又較同量之內燃發動機大此其二也,復次其製造容量有限,在三千匹馬力以外者,已不易製造,且速率又低,不宜於發電機之轉導,因此不能供作大規模動力廠之用,此其三也。今之設備動力廠者,如需大量之動力,則必選擇透平發電機,如需小量之動力,則必選擇內燃發動機,小量之蒸汽機,多為單汽缸無凝器製造,在一百匹馬力以下者,每匹指示馬力小時,消耗蒸汽自二二磅至四十四磅之巨,每生一單位工能,除汽缸油與軸承油不計外,只耗於燃料成本一項,有內燃機二倍以上之多,惟大型之蒸汽機,多為複式汽缸凝氣製造,其耗汽成本,可減少一倍以上,在五百匹馬力以上之凝汽複式蒸汽發動機,用一五〇磅壓力之蒸汽,每馬力小時,耗汽約一二磅,相當熱量一三〇〇〇 BTU,其熱動效率約為百分之十九,若將汽壓高至二〇〇磅,後加二五〇華度超熱溫度,每匹馬力小時,耗汽約九•五磅,相當熱力一一〇〇〇 BTU,其熱動效率,可至百分之二十二。

按此種程度之熱工效率,已屬原動機中之佳尙者,若不是有上列諸弊,則大型複式缸凝縮裝置之蒸汽機,在三百匹馬力以上者,仍有採用之價值,吾國舊有之紗廠,多有係二十年以前創設者,所置之原動機,多為複式汽缸凝縮裝置科力斯式蒸汽機,(Corliss type compound condenser engine),若舊有之紗廠,如不謀紡機之增加,部分之廣大,則仍可將原機利用,所耗之成本,總較購電為輕,如欲謀改良轉動組織,廢除皮帶輪軸等障礙物件,而代以電力自由轉動,則可將原有發動機,加配發電機,作消極之整理,

至欲新建紗廠,或欲擴大範圍無論動力之大小皆不宜復採用蒸汽機也。

單獨之紗廠: 可採用反動雙轉射流透平機,(Double rotation radial flow reaction turbine)此機爲蒸汽透平機中之最新式者,歐洲諸國對此機更多研究,其式由兩件數繞圓輪組織之葉盤彼此嵌合,固定葉輪與轉動葉輪互相利用,各盤各有一軸桿,各桿聯一發電機,所用之蒸汽由葉輪盤之中心加入,向外圓膨脹,兩盤成一反方向之轉動,因葉輪圈之繞道,由內心向外圓逐漸散大,故蒸汽之膨脹得有適當地步之容納,而包含內部之熱量,無由耗散,所耗之材料又極省據理此式之構造首推反動式中佳尙者,若紗廠中只求發生電力,而不需蒸給作用,則以採用此種式樣爲佳。

電氣蒸氣兼用之工廠須採用抽調透平機(Fleeding turbine),抽調式透平,爲一種多級降壓式透平,將葉輪鑑隔數段,以俾高壓力蒸汽分段降落,作適應之用場,其製造原理無論衝擊式反動式合併式皆可,惟對於抽調之處,經一特別之製造,有一自動方格式汽門,(antomatic gride valve),可依各地用汽量之多寡,按照汽壓之高低而自動開合,蒸氣逃去以後,復經過一整流汽門(Non turn valve),以防逃汽迴流,影響透平之速度,如抽去之熱汽尙需降低,則可加裝一降壓汽門,(Pressure reducing valve),隨意增減,透平之後部,又裝有眞空迴門,(Vacuum breaker),同與整流汽門向調整器(governor)發生作用,倘透平機之速度,因故增加,調整器或使眞空迴汽門開啓,增加葉輪反壓力,或使總汽門(throtling Emergency valve)關閉,減少進汽,各種動作至爲靈便。

玆有一重要事件,須要注意者,卽用抽調透平機之效率爲何如耳,今旣將葉輪中之蒸汽,在未到凝縮器之前,卽已抽去一部分,作染織工作用場,此未嘗不是短減一相當之工能,卽多耗一相當高壓新汽(live steam),支持一固定負荷,此種新增之高壓新汽與抽去之低壓逃汽之比率,名曰新汽補充系數,(Flow factor),可以下之公式計算之。

$$補充系數(F)=\frac{H_e-H_n}{H_i-H_n},$$

此式中F一即補充系數

H_i一即蒸汽在高壓下初進透平機之總熱值。(每磅)

H_e一即在抽調部分下每磅蒸汽熱值。

H_n一在眞空迴壓力下之每磅蒸汽熱值。

由上式,可知 H_i 之數値大與 H_e 數値小,則補充系數低,所補充之汽少,再以郎背循環效率 (Rankine Cycle efficiency) 考察抽調透平機之功效於下:

$$郎背循環效率=\frac{H_i-({}_rH_e+{}_aH_n)}{(H_i-q)}$$

此式中 ${}_rH_e$ 一即每磅蒸汽在抽調部分壓力下,每鎊蒸汽熱値所抽去之百分數。

${}_aH_n$ 一即其空迴壓下,每蒸汽熱値所剩餘之百分數。

q ——即其空迴壓下,每磅水量熱。

以此式而論,可知要郎背循環效率高,仍須 H_i 之數値大,${}_rH_e$ 及 ${}_aH_n$ 之數値小,因循環效率,等于透平效率,(Turbine Efficiency),除熱工效率(thermal Efficiency),故循環效率高,則熱工效率亦必高,熱工效率高,透平耗汽省,今以法可使 H_i 之數値高,及 ${}_rH_e$ ${}_aH_n$ 之數値低,要 H_i 之値高,必須採用高汽壓高溫度,要 ${}_rH_e$ 及 ${}_aH_n$ 之値降低,必使抽去之汽壓不宜過高,及眞空迴壓愈低愈佳,今有人主張用三千磅之汽壓,謂可省煤較普通所用者減百分之二五,現在美國最高之汽壓已達一三〇〇磅,然汽壓太高,殊多危險,以現在冶鍊之所及,鍋爐受壓安全程度,最多不過四百磅,而透平之鼓殼,亦不能耐高溫度之膨脹,且以高壓之蒸汽,驟形低降,則濕量甚多,葉輪頻受損壞,其餘機器之價格甚昂,故汽太高亦殊不宜,適合之汽壓,當以二百五十鎊,至五百磅爲宜,溫度以六百度至八百度(華氏)爲宜,據電機工程手本所載,蒸汽溫度在飽和程度以上,將超熱度升高一

百度，可者煤百分之十，復增高一百度，可省煤百分之八，倘繼續增加，固續有減少，唯比量熱 (specific heat) 徐漸減小，且設備費甚大，通風不良，故蒸汽溫度過高，亦得不賞失之事。

上章例題所言之紡織廠，常負電力爲一一〇〇啓羅瓦特，每小時抽去五〇磅絕對壓力蒸汽一萬一千磅，則鍋爐汽壓可用三〇〇磅絕對壓力，超熱度可採二五〇度，設眞空迴壓爲〇・五鎊，229壓濕度爲百分之九十，抽去之汽，倘有二〇度超熱度，鍋爐汽壓降落爲百分之五，以此則考奪透平用汽程度，及各種效率:

蒸汽進透平機之壓力 (P_i) = 二八五$\#/\square''$ — 絕對壓力。

每磅蒸汽飽和熱量 (H_P) = 一二〇三 BTU — 熱量。

每磅蒸汽超熱量 (H_S) = 一五〇 BTU — 熱量，

每磅蒸汽總熱量 (H_i) = 一三五三 BTU — 熱量。

每磅迴汽熱量 (H_n) = 九九〇 BTU — 熱量。

每磅迴汽水之熱量 (q) = 三四 BTU — 熱量。

所抽去蒸汽之熱量 (H_e) = 一一四〇 BTU — 熱量。

於是 $F=\dfrac{H_e-H_n}{H_1-H_n}=\dfrac{1140-990}{1353-990}=0.42$ — 高壓新汽補充系數因抽去之蒸汽而應增加透平之新汽爲 $11000\times0.42=4620$ 磅。

設若蒸汽不從中途抽去，而完全進至凝縮器所需之水率 (Water rate)，爲 $=\dfrac{3451}{1353-990}=9.5$ 磅。

低壓蒸汽抽去一部分後，透平所需之高壓蒸汽。

$=9.5\times1100+4620=15170$ 磅 (285 磅壓力)。

抽後所需之水率 $=\dfrac{9.5\times1100+4620}{1100(\mathrm{KW})}=14.6$ 磅，

郎肯效率 $=\dfrac{1353-\left\{\dfrac{4620}{15170}\times1140+\left(1-\dfrac{4620}{15170}\right)\times990\right\}}{1353-34}$.

$$= \frac{1353-1035}{1319} = \frac{318}{1319} = 24\%\text{强 (Rankine Eff.)}$$

$$\text{工熱效率} = \frac{3415}{14.6(1353-34)} = 18\%\text{强 (Thermal Eff.)}$$

$$\text{透平效率 Turbine Efficiency} = \frac{\text{熱工效率}}{\text{郎背效率}}\text{(或各效率比例)}$$

$$= \frac{18}{24} = 75\%\text{ 强 (Efficiency ratio)}$$

由上之計算，紡織廠中，採用抽調透平，作發電供汽兼用，而郎背效率，尙可至百分之二四，熱工效率百分之一八，透平效率百分之七五，實屬良好之結果，與上章所言節省之費用，其實遠出於其上也。

轉動方法選擇及馬達擇配。

甲轉動方法選擇。

機器轉動大別爲集團制 (group drive)，與單獨制 (individual drive) 二種，凡數機共由一馬達發動者，謂之集團制，每機用一馬達發動者謂之單獨制，二者之中，又分直接轉動，與間接轉動，直接轉動者，卽馬達之軸心，以偶盤，或齒輪，或輪盤，與機器之主軸相聯結，間接轉動者，卽馬達之速率，經過過脚輪盤，或中心齒輪，作一度或數度之降低，或增高，傳達於機器之主軸，故轉動之方法，非一言可盡，須視左列之情形而選擇：

(a) 機器之種類。

(b) 裝置之地位。

(c) 製品之種類。

(d) 機器速度。

(e) 工作情形。

(f) 資本之大小。

在諸端之中，能適合單獨轉動者，以用單獨轉動爲佳，玆將兩種轉動之利弊條述於左。

單獨轉動之利益:

(a) 免除提軸,皮帶盤,掛脚,等件之設置.

(b) 免除多方危險。

(c) 增加光線效率。

(d) 減低轉動聲浪.

(e) 屏除一切障碍物,便於管理。

(f) 機間整潔,工人爽快。

(g) 對於細紡編織諸機,用特製之馬達,可以改良織品,增進生產。

(h) 工作便利,工作自由.

(i) 不受空轉損失,(如機停不受總提軸培鈴皮帶輪盤空轉損失).

(j) 可減少動力,(集團傳導損失平均約爲百分之二五以上單獨傳導損失約百分之一五)。

(k) 起動力小,對於原動機之負荷甚平整,由此原動機之容量可減小,(如係售電力廠之電,可減少最高負荷之固定設備費).

(l) 減少廠房建築材料.

單獨轉動之弊端在:

(a) 佔地位較多。

(b) 費款較多。

(c) 須防範周到,否則有走電之情事發生.

(d) 需用專門技術人員管理。

(e) 倘無特設之冷却裝置,對於廠房温度增加甚,高在夏季不便於工作,(在寒季仍然有益)。

(f) 裝修繁複。

(g) 對於低速度之機器,不易配置輪盤.

集團轉動之優點:

(a) 需款較少.

(b) 不佔地位。

(c) 修理情事不多。

(d) 在夏不增加廠房溫度。

(e) 對於低速度之機器，容易配置輪盤。

集團轉動之弊端

(a) 須掛脚，軸領，提軸，皮帶盤等件。

(b) 減低廠房光線效率。

(c) 聲浪甚巨。

(d) 空間爲障碍物所佔，不便於管理。

(e) 機械危險甚多。

(f) 廠房不整潔，工人精神不舒展，影響工作。

(g) 起動力甚大，增高動力負荷，及原動機容量。

(h) 工作不便利。

(i) 此機停工，受彼機工作空轉損失，

(j) 提軸皮帶損失甚大，(約爲所需動力百分之二〇至四〇)。

(k) 轉動柔和程度 (Smoothing running)，不及特製自動調準速度馬達，或有速度調整裝置之齒輪及偶合盤。

(l) 廠房建築須堅固建築費甚大。

視上諸點，兩相比較，單獨轉動，所獲利益，實較集團轉動爲優，苟非爲機器地位所限，或爲節省費用計，以採取單獨轉動爲優。

乙. 馬達之擇配

就機器之種類，裝設之情形，車頭之快慢，成品之性質，而鑒定轉動方法，以擇配馬達，茲更分別論之。

1. 開棉機，及喂花機，(Bale opener and hopqer feeder) 車頭速度，多自二〇〇轉至三五〇轉，自調開棉機，(附有刺茅棍，及花捲筒 (Hopper bale opener with spiked beater and grate bar)，車頭速度多自六〇〇轉至六五

〇轉，三機可用九六〇轉三匹馬力鼠籠式馬達，或以皮帶或以齒輪直接轉動，如數機聯用，馬力共約八匹，此則須改用全裹管子通風，一〇馬力滑圈式馬達，用集團轉動。

2. 豪豬式給棉機，(Porcupine feed table)，克萊敦開棉機(Crighton opener)，及排氣清花機(Exhaust opener and lap machine)，車頭速度均在九〇〇轉以上，刺棉棍速度一〇〇〇轉以上，風箱速度.多為一一〇〇轉以上，此類機器，速度較高，可用變極鼠籠式馬達，(Squirrel cage mator with reversible pole)，以柔動彈簧皮帶盤(flexible spring coupling)，與機器提軸直接聯絡，馬達速度可自八〇〇轉至一五〇〇轉。

3. 梳棉機(flat card engine)，先令速度自一六〇轉至一八〇轉，機數甚多，地位甚狹，馬力甚小，不宜於單獨傳動，只便於集團轉動，但可分成數組，每組用一提軸，負車一〇部至一三部，馬達可裝於牆壁上面，每部需馬力約一匹.故每組所用之馬達馬力約為十五匹至二〇匹，馬達製造，可用雙鼠籠式，(Double Squirrel cage mator) 管子通風，開關用自働三义三角式 (Antomatic star—delta switch with remote push button)，或用自働消壓開關 (anto-transform compersate switch)。

4. 併條機 (drawing machine)，車頭速度，(卽前羅拉速度)，每分鐘自三五〇轉。至三七〇轉，每棉屌(each delivery)需馬力約〇・一匹，每節多為七屌，宜用一匹馬力馬達裝於車頭下部，以彈簧伸縮地盤 (Spring tension cradle)，用短離皮帶輪發動，馬達外壳，完全包裹，以免塵埃油滯浸入。

5. 粗紡機 (flyer)，車頭速度自三六〇轉至三八〇轉，頭道粗紗約四五錠需馬力一匹，二道粗紗約五五錠需馬力一匹，三道粗紗約六五錠需馬力一匹，每機有錠自八〇枚至一八〇枚不等，所需馬力自一・五匹至三匹，於單獨轉動，用彈簧起動調整齒輪發動 (Squr wheel frection clutch with spring adjusting torque)，俾起動速度平整(Smooth running)，以免斷紗，並宜裝釋放器 (disengaging appliance)，使馬達開關，與錠壳開關相連。馬

達可依錠壳之行止而行止，馬達可置於車前，或以壓緊皮帶輪方式，置於車檔之上。

6. 細紡機 (Ring spinning machine) 紗錠速度若七五〇〇轉，約八〇錠需一馬力，若八五〇〇轉，約六〇錠需一馬力，若九五〇〇轉約五〇錠需一馬力，將來有趨一五〇〇〇轉，八〇倍率伸之目的，不過高速度之率伸，羅拉與纖微之磨擦易生電量，有碍强力，此故尙在研究之中，以現實紡紗支數而論，其速度之變更，大半自七五〇〇轉至一二〇〇〇轉，其回動力 (Torque) 自三〇至四五呎磅，以四〇〇錠之紗機，所需馬力自六匹至十四，最宜於單獨轉動，擇擇馬達以自働調速交流整流馬達爲佳，用偶合盤與提軸直接連接，馬達速度依紗錠需要而自働調節，馬達地板，下面並須築一立方公尺之地溝兩道，一作進風之用，一作出風之用，進風溝裝鼓式風機，出風溝裝吸式風機，川流不斷，冷却馬達，冬季可將熱溫之空氣收集，重作廠房取暖之用。

7. 編織機 (looms) 速度大半自一〇〇轉至二四〇轉，單就排機地位而言，宜於集團轉動，唯就織品出產工作多方面而言，以單獨轉動爲佳，所需馬力，依機之材料，幅之寬闊，紗之疏密而不同，三六吋闊毛巾機，每部需馬力約〇•一六匹，五二吋布機，每部需馬力約〇•二匹，六〇吋闊布機，每部需馬力〇•二五匹，一〇〇吋被單機，每部需馬力約〇•五匹，故配置單獨轉動之小型馬達馬力，自〇•二匹至〇•八匹，馬達須完全包裹，裝於平整脚架上 (pedestal)。以接合齒輪 (clutch) 發動織機提軸齒輪 (Spur wheel gear)，此等齒輪須有消壓彈簧裝置，調節起動速度，俾運轉平穩。

8. 漂染機　漂染部分，多水蒸汽氯酸鹽，磺酸鹽諸氣，對於電線易於損壞，故馬達須用完全包裹，其轉動宜每機用一馬達，至用皮帶輪齒輪，或鏈條，須視機之地位，機之速度而定，玆將各種重要機器，所需馬力分述於左:

脫水機所需馬力自二匹至三匹。

乾風機所需馬力自三四至六匹。

烘燥機所需馬力自五匹至八匹。

拉幅機所需馬力五匹。

洗花機所需馬力三匹。

漂池戽水機所需馬力自八匹至十二匹。

刮毛機所需馬力約三匹。

燒毛機所需馬力約七匹。

染布機所需馬力自三匹至六匹。

碼布機所需馬力約〇・八匹。

軋光機所需馬力約三匹。

燈光探奪。

紗廠中每日工作多爲二十小時，其中十小時以上，依賴電燈光線，大半工廠對於光線，無適當採擇，或因亮度不足，或因採光不勻，或射光不合，或因眩光，或因絕緣不良，諸種弊病不一而足，致使工人精神疲憊，出品不良，危險時生，故燈光設備，適爲紡織工廠中重要之事，茲將各重要之點分述於後。

(a) 亮度選擇—亮度卽爲一單位面積內所受到之光流 (luminous flex)，所以表明光線之强弱也。如一平方呎受一光流謂之一呎燭亮度 (ft-candle power)，一平方公尺，受一光流，謂之一流克司 (lux)，由此一呎燭亮度，等於一〇・七六流克司亮度，吾人以計算上之方便，用呎燭爲單位。

紡織工廠，係纖微工作，選擇亮度，與他工廠不同，然亦非一成不變，須視各部分工作情形而定，如前紡部，係細紡工作，後紡部係粗梳工作，兩部所用之亮度，固各不相同，茲將各部適應之光線分舉於左:

前紡部（每平呎亮度）　五——一〇呎燭。

後紡部　三——八呎燭。

編織部	五——十二呎燭.
漂染部	三——六呎燭.

(b) 燈罩選擇—光源所發出之光,受四周環境,改變率值甚大,狹小色暗之房屋,及不良之光罩,其應用效率 (efficiency of utilization) 有低至百分之十四者,倘房屋高大,牆壁淺淡,用合宜之燈罩,所成之應用效率,可至百分之七十採用適當之燈罩,可以增加光度效率,約束光流改變射向等之功效,至燈罩大別爲三種,第一種爲擴張式 (extensive type reflector),此式使光線分散,擴大其受光面積,第二爲收歛式 (intension type reflector),此式使光線下射範圍較小,受光面亮度濃密. 第三種集中式 (focussing type reflector),此式使光線聚集,幾皆與光源中心軸成平行線,紡織工廠,以第二式爲合宜,罩殼材料,可用琺瑯鉛質製成,價格底廉應用效率可至百分之六〇,其直徑大小,視所用燈泡大小而定.

五〇——七五瓦特氮氣泡	十吋徑回光罩(收歛式).
七五——一五〇	十二吋徑回光罩.
一五〇——二五〇	十四吋徑回光罩.
二五〇——四〇〇	十六吋徑回光罩.

(c) 燈光地點之選擇—紡織工廠中房屋建築,多爲鋸齒形,每間闊自十一呎至十二呎,長自二一呎至二六呎,故燈光地位須本三種要素,第一不爲庭柱所隱蔽,第二光度須均勻,第三須注重於工作地位,茲將各部地位分述於左:

(1) 細紡機長約五〇呎,兩面置紗錠,照機身排列,每間置機兩部,每機橫經兩柱,照實際情形,最好逢庭柱之車弄,裝燈一盞,無庭柱之車弄,裝燈二盞.

(2) 粗紡機之長度與細紡機相若,唯較細紡機爲高,錠置於車前,筒管置於車後,故亮度當注重於車前,因此之故,兩車向面弄道,宜裝燈兩盞,背面之弄道,可藉鄰近車前之光度.

(3) 併條機係平面工作，採光宜均勻，最好九節車身，裝燈五盞，成一梅花形。

(4) 梳棉機前面係梳條，後部置花捲，燈光要注重於道夫之處，以間部裝一盞爲宜。前後錯綜，成一相稱之品字形，則前部光線較强，車後之花捲可藉後行之光線。

(5) 織布機，亦宜裝於前面，後部藉遴近之光，平均每盞可受機自四部至六部。

(6) 其餘清花漂染，整理各機，亦宜注重於工作之地，若機旁弄道，可另裝路燈，與工作燈不生軒輊。

(d) 計算燈光方法——計算燈光之方法有三種，第一分點計算法 (point by point method)，第二光流計算法 (flux of light method)，第三平方呎流明計算法 (lumins per square ft. method)，在紡織工廠中，以後二者爲適宜。茲將細紡部舉一例，以察其所需要燈泡之大小，如細紡部，有紡錠二萬，每部四〇〇錠，分兩面排列，每錠隔三吋，計車五〇部，車身長爲五〇呎，設轉動取單獨制度，外加電動機地位四呎，共長五四呎。

設廠房每間闊十一呎半，每間容兩機，需屋二五間，外加餘地一間，共二六間，計長三〇〇呎，佔地一六二〇〇平方呎，每機佔地三二四平方呎。

細紡部光線，每平方呎採用七呎燭亮度，用十四吋琺瑯質回光罩，房屋庭柱粉白色，其變光率約爲四，應用效率約〇•六，又設燈光之折舊率爲一•三，由此計算下列各數：

全體細紡部所需亮度 $=16200\times7=113400$ 流明 (lumins).

電燈應發亮度 (將折舊效率算入) $=\dfrac{113400\times1.3}{0.6}=245700$ 流明.

照房屋之建築，爲兩燈有效距離而論，相隔爲十一呎半，及十四呎，共計燈數八六盞，高懸空中，距機面八呎爲最適宜。

$$每盞燈所射之面積=\frac{16200}{86}$$
$$=188.3\ 平方呎$$

$$每平方呎應預備之亮度=\frac{7\times1.3}{0.6}$$
$$=15\ 流明.$$

$$每燈應發之亮度=188.3\times15.$$
$$=2824\ 流明.$$

二八二四流明約需二〇〇瓦特氮氣泡以此推測各部所適配之燈泡爲:

細紡部燈泡	二〇〇瓦特。
粗紡部燈泡	一五〇瓦特。
機織部燈泡	二〇〇—三〇〇瓦特。
漂染部燈泡	一〇〇—一五〇瓦特。

(e) 裝置宜分組及置總開關盤,— 燈光之閉放,須依部別之性質,工作之範圍,分成無數小組,每組宜置一開關,依機之排列與工作便利,每組燈數,對於細紡機以十二盞,粗紡機八盞,併條機五盞,梳棉機六盞,織布機一〇盞爲宜。其他各機,可視其單獨工作性質而定,配置開關方法,每組有燈如係五盞,須用一〇安配平頭開關,十二盞以內,須用二〇安配平頭開關,合成五組至十六組,須用總鐵壳開關箱,每組連同保險鎔絲柱,一并裝於箱內之開關盤上,每箱須連一總開關,以便修理及危險發生時可立卽停電。而不影響鄰燈,所有總開關,須置於一處,以便管理。

(f) 不同性質之電燈應分途裝置,— 紡織工廠中,所用之燈,以各種用場而論,可分七類。第一工作燈,專爲工作時用之。第二當暘燈,專爲廠房行步走時用之。第三太平燈,專爲危險發生及下工時用之。第四標識燈,專爲指示符號時用之。第五辦公燈,專爲記錄抄寫時用之。第六修理燈,專爲修機行動時用之。第七路燈,專爲路道交通用之。各種電燈,須各有總開關,以便檢查修理及應用。

(g) 電燈線裝置及安全規定──裝燈材料,須注意六種要素,第一須經濟,第二須安全,第三須耐用,第四須便於裝置,第五須便於修理。第六須雅觀等諸種關係,在紡織廠中,多塵埃而有噴霧烘煖,宜用雙極鉛皮線,在漂染廠,有水蒸汽,及氯氫化物,宜用雙極象皮線,其餘簡潔之部,對於分開關,可用鉛皮線,天花板上,可用槽板或明線,垂下用花線,在紡織漂染部分,燈泡垂下須用六分鐵管,關於燈之安全,每日宜檢查一次,其漏電情形,在每一伏而次電壓之下,不可超過千分之一安培,線路與地氣絕緣,在一一〇伏而次電壓下有〇•一一以上密格歐姆 (Megohm) 電阻,在二二〇伏而次電壓下,須有〇•二二以上密格歐姆電阻,如能達到完全程度,更爲佳尙。

電解池論述 (Electrolyser)

漂染工作,日用之藥料,最重要者,爲鹽酸 ($HCl+H_2O$),氫氧化鈉 (苛性鈉或名純礆 HONa),次氯酸鹽 (漂水或名鹼水 ClONa),磺酸鈉 ($NaClO_3$) 及氯酸鈉等品,一般之漂染廠,視此等藥料爲奇特之品,多昂購於他商或外洋,疊受中包,增加製造成本,其實粗習化學原理者,卽知此等藥品,可由普通之食鹽水中,用電解之方法製成,其法至簡,所費極廉,據法賴第之試驗 (Faraday),每庫倫電量 (1 coulomb=1 amp sec.) 無論電解何種鹽液,所得一電化當量 (Electrochemical equivalent) 之元素之克數。可由下式求得之:

$$\text{元素之克數} / \text{每庫倫} = \frac{\text{原子量 (atomic weight)}}{96540 \times \text{原子價 (valency)}}$$

卽電解一原子量之克數 (atomic weight in number of gm.) 所需之電量爲:

$$\text{庫倫數} / \text{克原子量} = 96540 \times \text{原子價。}$$

查「氯」之原子量爲三五•四五七鈉之原子量爲二三,而二者之原子價均爲一,照法氏之公式,由食鹽水中電解二三•〇克鈉,所需之電量爲九六五四〇庫倫,或二六•八〇安培小時,此時鈉存依洪 (ion) 與水 (H_2O) 發生作用,成四〇克氫氧化鈉,及一•〇〇八克氫,其電解化學方程式於

左.

$$ClNa \longrightarrow Cl\uparrow + Na$$

$$Na + H_2O \longrightarrow HONa + H\uparrow$$

倘專製漂水,可使電池之陰陽兩柱,互相接近,俾所產生之氯氣,與氫氧化鈉,起可逆反應作用,而成次氯酸鈉溶液,此名爲漂水電解池,其化學方程式爲:

$$HONa + H + Cl \longrightarrow ClONa + 2H\uparrow$$

製造氫氧化鈉,所用之電池規模較大,所得之副產藥品亦多,對於漂水以石灰水加於洩去之氯氣中,製成爲次氯酸鈣 (Hypochlorate Calcium),此種電池,名爲氫氧化鈉電解池,與次氯酸鈉電池相反,蓋氫氧化鈉電池,陰陽兩極須絕對隔離,由陰極 (Cathode) 所生之氫氧化鈉,務必不使與陽極 (Anode) 所生之氯,起可逆反應,而成氯酸鹽,俾所生之三種新成分,能分途導出,而成左列之諸品:

第一苛性鈉溶液,經過蒸發,沉澱,及熬煮等手續,可得固體苛性鈉(即固體鹼),及溶體苛性鈉,倘將沉澱之溶液,取去一部分,外加炭酸氣,又可得炭酸鈉 ($CO_2 + 2HONa = Na_2CO_3 + H_2O$)。

第二取去氯氣一部分,與氫混合,導至生熱之反應爐,再經過冷却管(或以石英爲之),及吸收器 (Walff bottles) 後,注以清水,則可得鹽酸 ($Cl + H + H_2O = HCl + H_2O$)。

第三取氯氣經過調節器,外和空氣至漂粉機,與消石灰相遇,可得漂水(即次氯酸鈣其化學式爲 ($Ca(HO)_2 + Cl = ClOCa + H_2O$)。

第四取氯氣經過乾燥室,而至反應室,與硫磺 (Sulph) 相遇,經過冷凝室,可得氯化硫 ($S + Cl = SCl$)。

氫氧化鈉電池,陰陽極隔離之法,大別爲三類,第一爲隔膜式電池 (diaphragm-process),第二爲鐘形式電池 (Bell process),第三爲水銀陰極式電池 (Mercury cathode process),此三者以後一者爲優,所得之氫氧

化鈉溶液極純淨，且濃度亦高，既可減少蒸溜費用，又可增加電解效率（With High Ampere—Hour efficiency），惟弊在需水銀量重多，購置費甚昂，倘購備新式氯化電解池，仍以水銀陰極式爲佳，茲將此三類氫氧化鈉電池，及次氯酸鈉電池分述於左：

甲隔膜電解池（porous diaphragm）—此種電解池大別爲陰極部（Cathode compartment）與陽極部（anode compartment），中置多孔隔膜層，將鹽水電解後，所生之氫氧化鈉，與氯氣彼此隔離，各由導管洩出。（氫氧化鈉與氫氣各由陰極部導管卸去，氯氣由陽極部導管卸去，其化學方程式已於上文言之）。其種類耗電產額略述於左。

第一格里西姆電池（Griesheim cell），大規模之氯化工場，多用此種電解池，以磁性氧化鐵爲陽極之格里西姆電池，能率平均約爲百分之四八，電解率平均約爲百分之七五，所用電壓約爲四伏而次，每公斤輕氣化鈉，需電約三•五度，以礦質爲陽極之格里西姆電池，能率及電率與上者相等。唯所需電壓爲三•六伏而次，每公斤氫氧化鈉需電約三•二度，可見後者較前者爲優也。

第二坦占德電池（Townsend cell）電解甚爲迅速，唯能率頗低，耗電頗多，製每公斤氫氧化鈉，需電三•五度，能率約爲百分之四五，電解效率約爲百分之九〇，所需電壓爲四•八伏而次。

第三哈克利夫司比德電池（Har greaves—bird cell），此電池與坦占德電池相近似，惟多係製礦酸鈉用，池爲鐵製，內塗水泥，以石棉爲隔膜，縱分全池爲三部，中爲陽極部，用礦質爲陽極，石綿隔膜之外，襯以銅絲網，與池壁相夾，而爲陰極部，陰極部下有二管，預爲減出鹼水之用，上有二管貫入礦酸氣（CO_2），及蒸汽，其化學方程式，爲（$2\,HONa+CO_2=Na_2\,CO_3+H_2O$），所得之鹼質以結晶方法提取之，凡小規模之電化工業，多採用之，電解效率爲百分之八五，所用電壓約爲三•七伏而次。

第四，比利式臥式隔膜電池（Billiter horizontal diaphragm cell），此種

電池，製造亦佳，電解效率約爲百分之九五，能力效率約爲百分之六〇，所需電壓約三•七伏而次，每公斤氫氧化鈉，需電約二•六度，德國西門子公司 (Siemens & Halske Co) 多有製造。

第五在隔膜電池中，尙有季佈茲電池 (Gibbs cell)，芬德雷電池 (Findlay cell)，麥克唐萊電池 (Mac donald cell)，諸種，多爲直立式或圓筒式，以人造石墨爲陽極，間亦有用養化鐵及鉑金者，陰極部多爲鐵質，隔膜層多由石綿製成，此諸式中，以季布茲式製造最簡單，故價亦廉，而以芬德雷式用電最省，出產最佳。

乙. 鐘形式電池 (Bell process cell) —— 此式製造較隔膜式較爲簡單，不用隔膜，以絕緣物質 (insulation material) 製成鐘形，倒置於鹽液內，陽極仍以石墨爲之，陰極或以鐵環圍繞於鐘之外周，或以鐵棒橫列於鐘之下端，陰陽兩極所生之化學溶液，因比重之不同，而自動分離，(氯氣上升，鹼液下沉，氫氣由另管導出)，鹽水由上端之陽極部加入，向下降落，可藉此阻止氫氧依翁 (HO ions) 之上浮，與氯氣發生作用，故鐘形式電池，又可名爲比重式 (gravity process)，所得之氫氧化鈉溶液，較隔膜式電池爲濃，且不純之鹽水，亦可以應用，電解效率約爲百分之八五，能率約爲百分之五〇，所用之電壓，約四伏而次，製造每公斤氫氧化鈉，約需電三度，此種鐘形式電池最著者:

第一克納喀鐘形式電池，(Glocken bell cell)，係以鐵環爲陰極，圍繞於由絕緣物所製成之鐘罩外邊，其陽極及鹽水管氯氣管置在鐘口間，所製成之氫氧化鈉，以比重之方法取得之，大規模之製造，多用數個或數十個，彼此連結於一公共由水泥所製成之鹽水槽內，所得之鹼水，至爲純潔，而濃厚。

第二比力式萊克猛鐘形式電池，(Billits--leykom Bell cell)，係以丁字式之鐵棒爲陰極，橫列於鐘之底部，鐵棒之外套以石棉管，作爲氫氣之出路，所製之氫氧化鈉，由池底所置之管溢出。

丙. 水銀陰極式電池,(Mercury Cathode processes)較隔膜及鐘形爲優,故咸樂採用,其製造係以石墨或白金爲陽極,以水銀盛於池之底部爲化媒(Chemical Mediation),兼爲陰極之用,在陽極部之食鹽水,經電解後,所成之鈉,與水銀陰極化合,成鈉化水銀(Sodium mercury alloy),其化學方程式如左:

$$NaCl+Hg=Cl+HgNa$$

使氯氣由陽極部導管卸去,鈉化水銀,出至另一部分,或另一池,與清水混合成氫氧化鈉,而水銀還原,重歸電解池,復供前項用途,在清水池內,所呈之化學方程式於左:

$$HgNa\,H_2O=HONa+Hg+H$$

由上之二式觀之,在水銀陰極電池內,電解食鹽水,所呈之方程式實卽爲:

$$NaCl+H_2O=Cl+NaOH+H$$

所用之水銀,不過藉爲化學媒質,兼爲陰極之用,並未變更其形態,而所需之電量,在電解池內,固須一相當之電流分解食鹽.而在清水池內,因水銀合金質(Amalgam)之分離,及氫氧化鈉之搆合,則反發生一熱力,以減少電力之消耗,較隔膜電池及鐘電池所耗電力爲少,所得鹼液濃度爲高,而且純潔,此種電池最著者:

第一爲槐亭電池(Whiting process),係以水泥製成,池箱分爲兩部,一爲電解部(electrolical partment),一爲分解部(decomposed partment),由電解部來之鈉化水銀至分解部,由分解部還原之水銀用滂浦(Mercury pump)回至電解部,所得之氫氧化鈉濃度平均在百分之三十以上,電解效率約爲百分之九二,能力效率爲百分之五四,所需電壓約四伏而次,每公斤氫氧化鈉,需電約三度.

第二爲索爾未電池(Solvay cell),係以一淺底狹長之鐵箱爲電解池,內塗水泥,水銀盛於底部,上置鉑金片一組作爲陽極,分解池鄰接於鈉化

水銀之出口，一端常川注以清水，所得之氫氧化鈉濃度平均在百分之三十四以上，唯所耗之電量較槐亭電池略大。

第三尙有咳司湼推動式電池 (Castner rocking cell)，克爾湼㬵金陽極電池，及碳精陽極電池 (Kellner platinum anode cell and Carbon anode Cell)，此等電池．爲水銀陰極電池中製造最早者，在陰極部分，除水銀之外，又有鐵片，所得之氫氧化鈉溶液，不及第一第二種爲濃，電解效率平均約百分九○，能力效率約百分之四六，所用電壓自四伏而次至五伏而次，製每公斤氫氧化鈉需電約三•二度。

丁．亞氯酸鈉電池，(hypochlorite cell) 又名漂水機 (bleaching liguid-proper)，係以食鹽製造亞氯酸，藉其强酸化作用，作爲漂白，及消毒等用，設備甚便，小型之電池，所費不過三千元。故漂染廠採用者甚多，池之製造與氫氧化鈉池完全相反，在氫氧電池，務必使陰陽兩極，用各種方法，彼此隔離，在亞氯酸鈉電池，互相接近，並有居間電極，使電解食鹽所成之氯及氫氧化鈉重有相遇之機會，而起可逆作用，造成亞氯酸鹽，及氫氣。此電池所呈之化學方程式於左。

$$NaCl + H_2O = HONa + Cl + H.$$

$$HONa + Cl + H = ClONa + 2H.$$

電解所需之電壓甚高，池內亞氯酸鹽之構成，發生熱量，故有須冷水管行冷却作用，此種池之最著者。

第一爲刻爾湼平臥電極式 (Kellner horizontal electrodes)，製造至爲優良，以百分之一五鹽水一公升，可得活性亞氯酸鈉二五克蘭姆，每公斤需電約六度。需食鹽約五公斤。

第二爲叔克特電池 (Schukert Hypochlorite cell)，以百分之一五之鹽水一公升，可得活性氯酸鹽二○克蘭姆，每公斤需電約六度，需食鹽約八公斤。

第三哈桑奧忒爾電池 (Hass-Oettel Hypochlorite cell)，及刻爾湼直立

電極式電池 (Kellner vertical electrodes cell),此兩種電池式樣,較舊平均用百分之十六之鹽水一公升,只可得活性氯酸鹽一二克,每公斤需電六•四度,需鹽十四公斤.

結論。

吾國紡織工業,年來瀕於破產,推厥原因,固由於社會經濟衰落,政局不上軌道,而紡織界本身,不求科學上之進取,與夫機器之舊老,人工之頑固,亦未嘗不是助重破落之一絕大梗結,如外人之工廠,每人管理八百錠,我人只能管理二百錠,外人錠速常在一萬二千轉以上,我人錠速常在八九千轉以下,外人和棉以短纖維紡細支紗,我人和棉以長纖維紡粗支紗,外人機器多係最新式之產品,我人機器多係十八世紀之舊物,外人職工或受有大學教育,或受有專門教育,至少亦須受有相當之中等教育,我人多係普通人物,無科學常識,外人紡紗,對於强力,調解,燃度,溫濕,以及機器之保全,與出品有關係之一切條件,無不有適合之規定,精密之試驗,詳盡之保管,我人紡紗,只求因循苟且,得陋就簡,以上所言,係犖犖大者,其餘外人用料之合度,工作之優良,皆有俾益於出品之佳尙,與成本之輕微,以科學幼稚,財力微薄,且固步自思之吾人,而欲在資本雄厚,科學十足化之帝國主義經濟侵略下謀爭札,其有不顛敗者乎,圖存之法,端在紡織界本身澈底謀科學上鼎革,而對於一般工人之積習與心理,尤須感誨致於純善,本文所輯,專爲機電方面而言,然題旨寓意亦廣,對於修機工場之設施,給水問題,與夫安全衞生諸端,初擬芹獻,旋因不才職務羈身,未遑甯論,遺漏紕繆,自知不免,願邀宏達,幸辱教之。

第十二章

熱游子傳導與氣體傳導

(Thermionic Conduction and Conduction Through Gases)

以上數章，專論金屬傳導。凡電之傳導而從歐謨定律者皆屬之。此種傳導，吾人已知，在電路中每一部，必有一定之電阻，其值可以數目字表明之。至解問題時，則將此種電阻，串聯或並聯起來而求其值。如遇電路中含有多個電源，則可應用啓旭夫定律以解決之。

金屬導電，吾人深信其由物體中自由電子之移動而來。此種自由電子，在金屬物質中，爲數頗多，雖物質之分子固定，而電子則可自由行動。當一電勢加上後，不論其值如何微小，電子卽向電位低處移動，於是而成電流。電子行動，全在導體內，因分子對電子之吸力頗大，使其留於物體內而不克外遁。當其向電位低處移動時，每與分子相撞，因之其所有動能之一部，卽給與分子，結果使物質發熱；電子行動時，尙遇有摩擦阻力，卽導體對電流之通過所發生之電阻，乃吾人已知者。導體之電阻，當其載直流電時，如溫度不變，有固定之值。物質之電阻係數，固隨溫度而異，但溫度之變化，於電阻係數亦不致起多大變化。總之，任何時間之電流，可由該時間電路中各電阻之值，而計算之。

大多數電路，均由金屬線組成，故金屬導電，在實用上爲最主要。但此種傳導之眞實情形，在各種傳導方式中，爲最不確切明瞭。上述種種，乃一般推論，實少實際上直接試驗之證明，但吾人可姑信之，以待異日之證明。*

---

* 讀者如有志研究近代對於金屬傳導電流之高深理論，下列一文，可作極好參考：A. Sommerfeld and N. H. Frank, "Statistical Theory of Thermo-electric, Galvano and Thermomagnetic Phenomena in Metals," Reviews of Modem physics. Jan, 1931.

由液體傳導(卽電解傳導),吾人已知其所依據定律,不與金屬傳導者同。此外尙有第三種傳導方式,其應用範圍,在今日愈趨愈廣。所有歐議定律以及其他定律,均須大加增修,方可應用,故不得不於此詳加討論之。

107. 內電之非金屬傳導 讀第五章,吾人得知電解傳導,乃由荷電游子於液體中流動而來,其分子眞在行動,此乃異於金屬傳導者。

非金屬傳導中尙有一種方式,在今極佔重要地位,卽在眞空或氣體中之傳導。關於氣體中傳導之定律,前已提及,不若歐議定律之簡單。製造各種儀器,如汞弧矯流器 (mercury-arc rectifier),汽燈 (vapor lamp),弧光燈,X 射線管,以及某種避電器等,皆基於此定律,且輸電線之電暈耗以及絕緣之性質等,亦皆與此有關。

除氣體傳導外,尙有一種導電,乃由熱游子發射作用 (Thermionic emission) 而致。此爲眞空管之基本原理,於無線電及電話中應用範圍頗廣。

尙有數種儀器,其發生現象,不從歐議定律,亦不能以金屬傳導,電解傳導,熱游子或氣體傳導等之作用解釋。如結晶體與金屬間之傳導,銅與氧化銅間之傳導等等,雖可利用之而作矯流之用,然其傳導眞相,尙不得確知。本章所論,專就熱游子傳導及氣體傳導而言。

108. 熱游子傳導 金屬原子中之電子,並不全緊貼於原子;每一原子,時有一電子,或二,有時或三,並不緊繫於原子而能互相掉換於原子間。在普通溫度時,原子本身亦不固定,而在一平均固定地盤中作無規則之行動。(見物質運動理論 Kinetic theory of matters)。當溫度增高時,其行動速度增高;附隨於原子之電子,亦行動愈速,其速度與溫度之平方根成正比例。因電子質量,祇及氫原子質量之 $\frac{1}{1845}$,故其速度較原子高出甚多。各電子之速度,並不均等,或較平均速度爲高,或則較低,而與溫度發生關係者,乃其平均速度之平方。如吾人將金屬(例如鎢)之溫度增高,則能使數電子之速度增加,直至當其到達表面時,能與原金屬分離而散出。

按水之蒸發，必需相當之能；今使電子衝破金屬之"表面張力"而脫離，當亦需動能。在前曾言及，電位單位"伏"之定義，即一單位電荷之工作。故電子在脫離其金屬表面前，須有等値電位降落(亦即須有一定之速度)。此種特性，稱爲"工作函數"(Work function)。常以相當之伏數表之；在鎢此函數爲4.5伏。其意義即爲當電子欲有足夠動能以離出鎢之表面，其至表面時之速度，約需10^8糎/秒。[*1] 當電子出表面時，已失去其所有之動能，當即被吸還至原來之金屬體中。因電子既蒸發後，原金屬體變成正荷電，故將載負電荷之電子立即吸回。

於1901年，立却孫氏(O. W. Richardson)[*2] 依據上述各情形而推求一公式以表明在一平方糎發射表面可放出之電子數。後由屠熙曼氏[*3] (Dushman) 略加修改得:

$$i=Ne=AT^2\epsilon^{-\frac{\phi_0 e}{kT}} \quad 安/糎^2 \tag{1}$$

式中N爲每秒鐘放出之電子數；e爲每電子之電荷；A在純金屬中爲常數，其値爲60.2 安/糎^2/T^2；T爲絕對溫度之度數；ϕ_0爲該發射物體之"立却孫工作函數"，以等値伏數表之；k爲鮑兹曼常數(Boltzman's Constant)，其値爲1.36×10^{-16}爾格/T。如金屬爲鎢，則$b_0=\frac{\phi_0 e}{k}=52600$。$\frac{e}{k}$之値爲$1.17\times10^4$。

例題 1　鎢絲每一平方糎，在絕對溫度 2000 度時，其飽和電流可計算之如下:

---

*1　此値由來，乃將"工作函數"乘電子電荷與動能相等，即:

$$\phi_0 e=\frac{1}{2}m_0v^2 \qquad 或 \qquad v=\sqrt{2\phi_0\frac{e}{m_0}}$$

假定電子之質量 m_0 爲常數。

*2　參看 "The Emission of Electricity from Hot Bodies," by O. W. Richardson.

*3　參看 "Electron Emission From Metals as a Function of Temperature," S. Dushman, Phys. Rev., vol.21,No.6, June, 1923.

$$i=60.2\times 2000^2\times \epsilon^{-\frac{52600}{2000}}$$

$$=\frac{240.8\times 10^6}{\log_{10}^{-1}(0.4343\times 26.3)}=\frac{240.8\times 10^6}{\log_{10}^{-1}(11.422)}=\frac{240.8\times 10^6}{2.642\times 10^{11}}$$

$$=0.000913\ 安/糎^2\ =0.913\ 毫安/糎^2$$

當發射面保持正電位，則發射後之電子，卽還歸原表面。但離開發射面之電子數平均與退還於發射面之電子數相等；故從統計言之，電子間速度分配，秒秒相同。今設想一表面，其絕對溫度爲T度，外罩一層如雲狀之電子羣。[*1] 在附近表面處，電子密度頗高，距離稍遠，卽減爲稀薄。在表面附近之一層電子，將拒在層外之電子而使之更遠去，同時且拒電子之欲從表面向外發射者。因之，有此一層電子存在，某一個電子退還發射體時之速度，與其離開時可大不相同；然從統計言之，全電子間速度之分配，退還時與離開時仍同。上述情形，卽謂表面外因有負電荷之一層電子，[*2] 表面附近之電位變率，乃因之而改變。此種影響，在眞空管中，稱爲"空間電荷效應"(space charge effect)。

於1884年，愛迪生氏試驗白熾燈時，發現若將一冷金屬板置於普通炭絲白熾燈泡中，而加一電勢，其方向爲使電流在管中自金屬板流至燈絲，則電流可通過；若使電勢之方向相反，則電流立斷，雖將電勢增强，以達斷裂點 (Breakdown point)，終無電流通過。此種現象，愛氏因專心於發明白熾燈，雖發現而不深究應用之；後人爲紀念其發現之功，卽稱之曰"愛迪生效應"。至1896年英人弗來明氏 (Fleming)，首先應用之而發明用

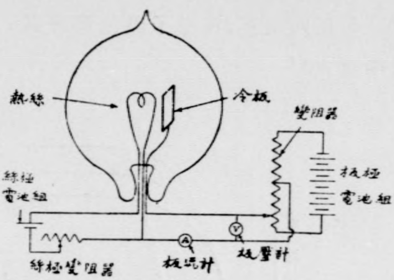
---

*1 按任何一電子均不能遠離其發射面。在普通應用之燈絲溫度，大部分發射之電子，若不受其他力量而祇靠發射之速度，約能離發射面至 .001 糎。

*2 參看 T. C. Fry 一文, Phys. Rev., vol. 17, p. 441, 1921.

於無線電報接收儀器中之一種檢波器(detector),後人稱之曰“弗來明管”(Fleming Valve).

109. 二極眞空管 如將一鎢絲(filament)及一板極(plate),相距不遠而置於極高眞空玻璃泡[*1]中,卽得一簡單二極眞空管.如將燈絲電熱之,則板上發現些微負電荷,乃因電子脫離放射譺而倘有足夠速度以達至板上者.如將二極管接入線路第218圖所示,使板極之電位,對絲極爲正號,於是對於絲極與板極間之電子,將另發生一種力的作用.此種力乃因正負電荷之相吸,及“靜電瑒”所致,(靜電場將於十三章中解釋之).

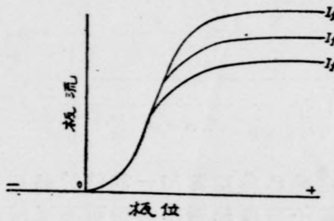


第218圖. 當絲已熱時而加一電位於絲及冷板極間,
電子卽自絲極經空間而流至板極.

此種力及空間電荷效應之結果,乃在板路中發生電流,此可以安培計表明之.電流之值,則視板絲間電位差之多寡以及絲之溫度高低而定.然溫度高下,視絲流之多寡而定,故常以絲流值爲絲之溫度之指示(按絲之溫度,較難測定.)第219圖之曲線,係試驗所得之結果:用三種不同之絲電

*1 在此假定之眞空管中絕無氣體.泡中若有氣體時,其影響如何,以後再討論之.於普通眞空管中,其所餘之氣體,對於其工作性質無大影響.

流，示板路電流（plate current）與板極電位之關係。此曲線顯示其不從歐謨定律，否則各當爲一直線。其電阻亦不爲常數而與所經過之電流有關圖中曲線之狀態，下面可略解釋之。當一定絲流（I_f）時，絲之溫度固定在一點；在此點所生熱與散熱適等，於是電子之放射依據立却孫氏方程式而定其值。在板位（E_p）較低時，板流（I_p）之增加，較之所增加E_p之一次方爲大。蓋板位增加時，不獨板極可多吸電子，且空間電荷效應可減少，故更可幫助電子離絲極而就板極，但在板位較高時，則雖增加板位，而板流增加甚微，因此時正極幾已吸盡所射出之電子之故。若 E_p 過此值時，則雖加大其值，而不能再得 I_p 之增加。蓋絲極在此溫度，已到飽和電流，（Saturation current）卽在此溫度時，電子因溫度得其動能，而能脫離絲之表面者，均已被正極吸去。[*1]



第219圖　此曲線表示各絲極溫度下板流與板位之關係。溫度愈高，則板之飽和電流亦愈大。

當絲流由I_f而增至I_f'，所得曲線，形狀相同。實則I_f與I_f'二曲線之初部完全吻合，惟I_f'之直線部份較I_f爲長，飽和電流亦較大。絲流再增

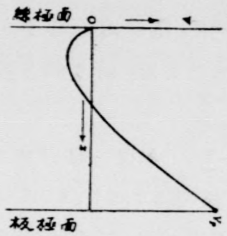
*1　假定脫離絲面之電子，祇因其有相當動能，能破表面張力而射出者。然有時絲面附近，有極高電位變率，令電子擠出絲面，全由電場强度所致。此種情形，有謂之曰"冷發射"。

至 I_f" 時，亦發生同樣情形。I_p 之值自零點起至較飽和電流稍低處，I_p 與 E_p 之關係，可以方程式表之如下:

$$I_p = KE_p^x$$

式中 x 約為 $\frac{3}{2}$。此種曲線經 Child 氏 (Phys. Rev. 1911, Vol. 32, 498 頁), Langmuir 氏 (Plup. Rev., (2), Vol. 2, 1913, 450 頁) 及 Fry 氏 (Phys. Rev., 1921, Vol. 17, 441 頁) 一一研究過。有時卽稱為3/2方定律。[*1]

如欲研究板絲間電位分配，設絲在零電位，板在正 V_p 電位，則自絲至板之電位分配如220圖所示。由此圖可見電位分配，被空間電荷所擾亂。如無電子由絲極射出，則電位分配必平均，其圖將為由0接至 V_p 之一直線，詳情至三極管時再討論之。



第220圖　二極管中之電位分佈情形

110. <u>塗面絲 (Coated Filament)</u>。 在前討論，祇為純粹金屬面之熱游子發射。如將金屬之表面情形略加改變，則工作函數將發生大影響；換言之，在同一溫度，電子發射之難易將有改變。[*2] 既因小改變而生大影響，則可設想金屬面上之雜物如他種金屬，或本金屬之氧化物等，將有關於電子之發射。

---

*1　關於 $\frac{3}{2}$ 定律之討論，參看 "The Thermionic Vacuum Tube", Van der Bijl, 1920 Edition, p. 64.

*2　參看 "The Thermionic Vacuum Tube," Van der Bijl, 1920 ed. p. 34; P. Debye, Annalen der Physik, 1910, Vol. 32, p. 465.

Wehnelt*1 氏於 1904 年發表絲極塗以鹼性金屬之氧化物後，則其熱游子發射作用較之在同溫度之純金屬絲爲大。今日普通應用之塗面絲。大都爲白金與鎳之合金條，繞於直長軸上，成螺旋形，塗以一層氧化鋇與氧化鍶之混合物。此種塗面絲之工作函數約相當 1.79 伏; A=3.2安/糎²/絕對溫度²。

朗穆爾 (Langmuir)*2 氏發見純鎢絲如加以氧化釷，則增加電子之發射。其作用約如下述: 絲溫初漸增高時，一部氧化釷還原至純釷，而在鎢絲面上附爲一層，厚度爲一原子之厚，絲之工作卽在此狀況之下。如有過多釷原子至絲之表面，則多餘者被蒸發至空間，而仍維持一原子厚之釷層。

習題 12-1　今有一足以產生飽和電流之正極電位，加於二極眞空管。管內用鎢絲極，1.6 吋長，0.005 吋直徑，絲流 1.13 安，溫度 2400 絕對度。絲之支持物傳去一部熱，而使絲冷，其影響可假定絲之二端各 $\frac{1}{8}$ 吋長不發射電子。試求其飽和電流之值。

習題 12-2　如釷之立切系工作函數値爲 2.94 伏，問釷絲表面一平方糎於 2000 絕對溫度時之飽和電流爲若干?

習題 12-3　一鎢絲眞空管，須得飽和電流 20 毫，絲之直徑爲 7 毫吋，工作溫度爲 2200 絕對度。求所需鎢絲之長度。

111. 光電效應 (Photo-Electric Effect)。　於物質中，電子固受高溫度而起高速度之行動，脫離物質；但電子之離物質，不獨此因。前在註中已提及表面附近如有極高電位變率，能使電子自該表面擠出。又如有極高速度之電子，由外來而向表面衝撞物質內其他電子，將其速度移給後

*1 A. Wehnelt, Annalen der Physik, 1904, Vol. 14, p. 425.

*2 "The Electron Emission from Thoriated Tungstun Filament," I. Langmuir, Phys. Rev., Oct. 1923.

者，結果不止一電子能向外離去。此種情形，稱爲"副發射"(Secondary Emission)。又如稍有氣體存在，可使有正游子一層接近表面，而發生一高電位變率，因之電子將亦被吸出。

光爲最短之電磁波(Electromagnetic Wave)當其射於某種鹼性金屬時，可將電子自該金屬表面射出。*1 所射出之電子數與射入光之强度成比例，如將此種金屬凝於一表面上而置於極高眞空玻璃泡中，成一極，再加一第二極，名之曰收集極(Collector)，卽成一光電管(Photo-electric cell)。在今應用頗廣，如電視(Television)，有綫或無綫電傳影，有聲電影，及光度學中均用之。

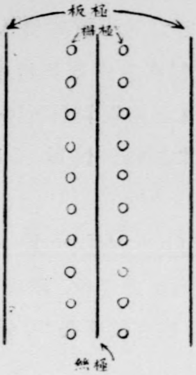
112. 絲流位落效應及"發熱式絲極"(Heater-Type Filaments)。 在未論三極眞空管前，似當指明一事，卽板絲間之電位，在絲之各部互異，蓋因絲極兩端之電阻間，載有絲流與板流，故有位落發生。絲之各部電流因有電子外射，其値將各異。有時此種不均電流之影響，可忽而不顧，但在大電力眞空管中，電子電流或竟至絲流之百分之十至十五。*2 要之，絲極二端之電位差，造成板絲間之電位變率，絲長而變換此種作用，謂爲絲流位落效應。

起熱式絲，卽用交流電以供給熱能者。係普通爲氧化物或塗釷鎢，成環形罩於一發熱體外以爲放射極。交流電卽經其中之發熱體，此體與電子發射無直接關係，祇供給熱能，以使絲罩蒸發電子。此種眞空管，每有五個插鍵，二接發熱體，一接發射極(爲方便起見，可仍稱絲極，或稱負極)，一接板極，一接柵極(grid)。柵極將於下節論及之。

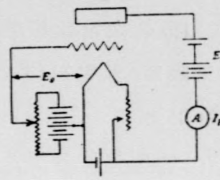
*1 紫外光射入鹼性金屬外，其他各金屬之表面，亦能發生放射現象。

*2 201-A管之絲極，所射出電子總數之 90%，有時全由絲之一半發出，其他一半，僅發射10%電子。

113. 三極眞空管 二極眞空管之主要用途，爲交流電之矯流器。於1906年福來司(De Forest)*1 氏，添上一極，因其形如柵欄，故曰柵極。此柵置於板絲間，如第221圖所表示者。柵之構造，有如細電線所製成之網



第221圖
三極眞空管中之排列圖



第222圖
說明三極作用之電路圖

然。柵極乃用以控制板流，其控制之道，有由 Van der Bijl 氏於1913年說明之。*2 按第222圖卽爲三極眞空管之電路圖，柵(以波形線表之)與絲之負端相連，中接一電池組，使柵之電位，可任意高或低於絲之負端。板極電路中，自板極經電池組，安培計而與絲電路中電池組之一端相連。如220圖所示，當二極眞空管之絲極在發射電子而板極有電位 V_p 時，則絲極附近受空間電荷效應，而電位變率變爲負。如將柵置於絲之附近，而再加一電位 E_g 於柵絲之間，則管內電位之分配，自應依之而改變。如絲之電位爲

*1 參看 de Forest, U. S. Pat. No. 841387, 1907 and No. 879532, 1908.

*2 Van der Bijl "Thermionic Vacuum Tube," 1920 ed., p. 43; Van der Bijl, Verh. d. D. Phys. Ges, 1913, Vol. 15, p. 338.

零，則對於絲而言，在柵極之電位必爲E_g。如將E_g減低至相當負値，則足能抵消板極正電位之影響，而阻止電子之趨於板極，因柵極較板極離絲爲近，故E_g負電位無須甚大卽可使電子不到板極。今如將此負E_g漸漸減低，卽允許漸多電子，穿過柵去，直至正電荷之板極將其吸去。當柵在正電位，則能吸引電子，使其加速向柵極而來以至板位所發生之電場，而爲板極所吸。引少數電子亦將與柵線相遇，被其吸去，而得一柵電流；但柵位雖在較低之正電位，其電位頗小，因電子受板與柵合併造成之電位變率影響，速度頗大。故電子除衝着而黏於柵線外，餘均向板而去。[*1] 又因柵距絲頗近，影響較敏，故稍將E_g改變，其對於板流I_p之影響，實相當於大大改變E_p。再看第220圖，可知空間電荷受柵位之影響頗大，而位之位置，對於眞空管之工作特性曲線，有莫大關係。

眞空管之放大因數μ，定義爲，

$$\mu=-\frac{\triangle E_p}{\triangle E_g},$$

式中$\triangle E_p$與$\triangle E_g$爲板位與柵位，對於絲表面上電位變率發生相等影響時之增加値。（絲表面假定爲等位面，而不作爲電子之發射體。）普通又可說，$\triangle E_p$與$\triangle E_g$能發生同樣I_p之改變。在223圖中，如E_g變爲$E_g+\triangle E_g$，則E_p須變爲$E_p-\triangle E_p$，庶得令I_p不變.

三極眞空管之工作特性方程式爲

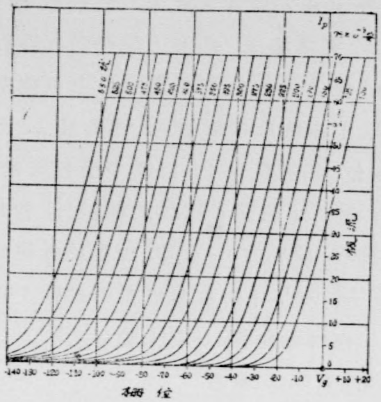
$$I_p=K\left(\frac{E_p}{\mu}+E_g\right)^x,$$

式中I_p爲板流；K爲常數，視管之構造及管內板柵絲各極之裝法而定；E_p爲板位；μ爲放大因數，定義見前；E_g爲柵位；x爲指數，在板位相當高時，約

---

*1　欲明柵極吸取電子及因而發生副發射現象之情形，參看A.W. Hull一文，在Proc. Inst. Radio Engrs., 1918, Vol. 6, p. 5.

近 3/2, 如二極眞空管然。此特性曲線稱爲三極眞空管之"靜的特性曲線" (Static characteristic)。圖 223 所示爲 U X 171 管之"靜的特性曲線"。



第223圖　U X 250高功率眞空管之靜的特性曲線

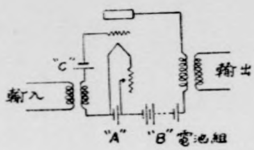
此種特性曲線，爲表示三極眞空管工作情形之一法。其作圖時，可將一個變値固定，再將其餘二變値之關係畫出。例如在 223 圖中，E_p 固定，而所畫出者爲 I_p 與 E_g 之關係。尙有表示其工作情形之另一法，稱爲"動的特性曲線"。[*1] (Dynamic characteristic)。三極眞空管在普通應用時，E_p 不能保持常數；(B電池組電壓雖爲常數，外電路之阻落則在變換)。當眞空管工作時，例如放大一正弦形電流，則表示瞬値之各點在第223圖上所成之軌跡，普通卽爲一環。此環稱爲三極眞空管及其連接電路之"動的特性曲線"。以上各種討論，均假定變換率 (Rate of variation) 爲甚低，電子飛動之時間，毋庸顧到，但當變換率高於 5×10^8 週波/秒時，則此時間將有影響。

---

*1　參看 Van der Bijl "Thermionic Vacuum Tube," 1920 ed., p. 170.

至此可知三極眞空管中，祇須將 E_g 小小變換，可得 I_p 極大之變換。當柵位爲負，則無柵流。此種事實，使我人幾乎無需另加電功率之輸入以控制輸出之電功率，（但接連柵之電路，或有耗失），故吾人可利用此種眞空管以爲放大器。

114. 放大器 (Amplifier)。　於第223圖中，可見三極眞空管之靜的特性曲線，在負柵位某一範圍內爲一直線，此假定在管內之板位爲絕對不變。然實際上，因有外面電路，板位難保其不變。如外路爲純粹電阻，則可作與第 223 圖相彷之圖，表示其工作時之特性。如外路有電感，則當用動的特性曲線。



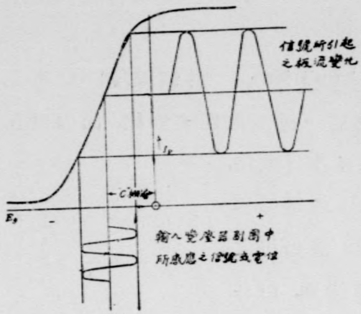
第 224 圖

三極眞空管放大器電路

今若佈置一電路，如第 224 圖所示，柵位將因輸入變壓器副線圈之電位變化而發生影響。如柵電池組（或稱"C"電池組）之電壓，在一適當値時，則板流將因此而起直線（正比例）變化，板流既流過輸出變壓器之原線圈，故當其變化時，副圈中將產生感應電勢，間接影響輸出電路。第 225 圖乃一眞空管之特性曲線可以說明放大器之作用。爲簡明起見，進入信號 (Signal) 之振幅 (amplitude) 與頻率 (frequency) 均令之不變。在實際上，信號之振幅與頻率均常有變換（例如傳話時之電話電流）。如進來之信號爲射頻 (radio frequency 約在 50,000 週/秒以上)，則輸入與輸出變壓器之心子當爲空氣。

*1 欲得其詳，參看 Morecroft, "Prin. Radio Communication," 或 Van der Bijl, "Thermionic Vacuum Tubes," Chapter VII, 或 R. W. King, Thermionic Vacuum Tubes and their Applications, Bell Sys. Tech. Jour., Oct., 1923, Vol. 2, No. 4.

如屬音頻(Audio frequency 約自20至16,000週/秒)。則心子可為鐵或鎳鐵合金。



第225圖 放大器之說明

115. 振擺器(Oscillators)。 於第224圖中,如將輸入變壓器之副圈與輸出變壓器之原圈或另載板流之線圈耦合,則板路中一部份能力,將反輸於柵路。若將耦合係數(coefficient of coupling)變換,則反輸能力之多寡,可任意調節。此可稱為"再生現象"(Regeneration)。如耦合係數未大至使眞空管工作如振擺器時,眞空管亦能得較大之放大。如耦合過此程度,眞空管卽如振擺器而動作。若將輸入變壓器之原圈除去,再添設一振擺線路。例如以電容並連於任一電感上,(卽輸入變壓器之副圈或輸出變壓器之原圈),則當電容變換,使電路任意調諧至一頻率,眞空官之動作卽彷彿如一發電機。所發生電位之頻率,可調諧振擺線路中之電容或電感以控制之。有時頻率之控制,或賴某種結晶體(piezo-crystal)*1 機械性

*1 參看Morecroft, "Principles of Radio Communication," 1927 ed., p. 605, 或 "The Piezoelectric Resonator" W. G. Cady, Proc. Inst. Radio Engrs., april, 1922, Vol. 10, No. 2.

振動之自然周期，或賴金屬條"磁伸縮"(magnetostriction)之影響，均能得精確調準頻率之結果。

振擺電路可在板路內或可在柵路內，亦可同時在板與柵路內，至於控制頻率之各種方法，利弊如何，為一專門題目，未便在此詳論，學者如有興趣，可參看各種關於眞空管應用之書籍。

116. 檢波(Detection)。 無線電檢波眞空管之用途，乃在從輸入柵極之高頻信號中，檢出加於此射頻上之低音頻，而給於輸出電路。至於檢波理論，似頗複雜，在此祇將最淺近者說明之。*1 當板位及絲流不變時，板流依柵位而異。如吾人使柵極亦吸取電子電流，則柵上將得負電荷，而減少扳流。如使此負電荷不立卽漏去，而須俟一定之時間(約為輸入高頻信號一周期之時間)後方能漏去，則柵位將在某平均電位間變動(此平均電位，依輸入信號振幅之高低而定)。此卽相當於信號之低頻(音頻)部份，且而輸出電流之中，亦必含有此種之音頻。檢波作用或賴於所用眞空管柵位柵流特性曲線之彎度(curvature)或賴於其扳流柵位曲線彎度，乃視所用之檢波電路而定。

117. 四極眞空管或"屏柵眞空管"(Screen-Grid Tube)。 於討論三極眞空管時，已知板之靜電場，直接伸達絲極；而電子之流動，並不完全受柵位之控制。第四極之加入，於是而起。此四極管之接法有多種，其工作亦異。普通用之"屏柵極"置於柵與板間，其功用在抵消柵絲間因板位所發生之電場；於是柵位乃能完全控制經過絲柵間空間而復走入板位電場之電子數。

118. X射線管。 於二極管中，如有高度眞空，且板極產生之電位變率，足使電子自熱絲流至冷板，則電子行動之速度，可以下法計之。設

*1 欲得較深之探討，參看 Van der Bijl, "Thermionic Vacuum Tube" chapter IX, 或 Morecroft," Principles of Radio Communication.

電位(V)為電子所降落之伏數(卽一電荷之工作),以之乘電子之電荷(e),所得之積,必等於電子所得之動能。如將電子離絲時因溫度所得之速度不計,且假定電子之質量爲常數,則

$$Ve=m_\circ v^2/2, \tag{2}$$

$$v=\sqrt{2V\frac{e}{m_\circ}} \tag{3}$$

$\frac{e}{m_\circ}$ 為 1.77×10^7 溓/克,而 V 當爲迯數。若速度低於光之速度(3×10^{10} 糎/秒)尙遠,則上式足夠正確。如相差不遠,則電子固定質量當乘一因數 $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ *1,其中 v 爲電子速度,c 爲光速,而(3)式將變成

$$Ve=m_\circ c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)^{*2} \tag{4}$$

卽
$$v=c\sqrt{1-\left(\frac{1}{\frac{Ve}{m_\circ c^2}+1}\right)^2} \tag{5}$$

例題 2　設正負極間之電位差爲 50,000 伏,不計放射之速度,求電子最後之速度。

$$v=3\times10^{10}\sqrt{1-\left(\frac{1}{\frac{5\times10^4\times10^8\times1.77\times10^7}{9\times10^{20}}+1}\right)^2}$$

$$=3\times10^{10}\sqrt{1-\left(\frac{1}{1.098}\right)^2}\quad=3\times10^{10}\sqrt{1-0.829}$$

$$=1.24\times10^{10}\text{ 糎/秒。}$$

*1 參看 J. J. Thomson, "Conduction of Electricity through Gases," 1928 ed., p. 262. 電子固定質量公認爲 8.999×10^{-28} 克(見 International Critical Tables)。

*2 在推求(4)式時,係應用 $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=1-\frac{v^2}{2c^2}$ 之近似値其中 $\frac{v^2}{c^2}$ 與 1 較當爲甚小。

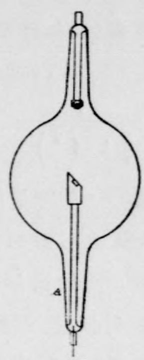
此實係罕見之高速度，爲易於比較，將其化作 哩/秒，得

$$v=77,000 \text{ 哩/秒。}$$

電子行動既有如此高速度，若忽被板極阻止其行動，吾人預料當發生特別現象，而事實亦如此。在一管中，如電子速度相當於10,000至300,000伏之位落，則當其擊於金屬板上時，板上發出一極短波長之光，卽稱爲X射線，能深入濃厚不透明之物質。X射線於醫學上以及其他用途極廣。電子所撞擊之板，或稱“靶子”(target)，靶子之電位愈高，則電子行動愈速，所發生之X射線波長愈短，卽X射線愈強(hard)，而其穿透力亦愈深.

X 射線管，有一熱絲，一冷板或稱靶子者，稱爲柯立治X射線管 (Coolidge X-ray Tube)，如第226圖所示。

欲使 X 射線管所發生之影響集中而強有力，可於管內特別佈置，使電子專擊於靶上一點，法以一屏蔽 (shield) 圍於絲外而連於絲極，則電子放射時，速度尙低。蔽與絲將互拒射出之電子。蔽之外形如適當，則可使初飛出之電子，皆向靶子某一點而去。



第 226 圖

Coolidge X 管線射

當電子既有高速，而欲再行改變其方向，必甚困難，故電子之行動方向，可完全決定於其初飛之時。

一柯立治X射線管所用電位，可高至300,000伏。交流直流均可。如爲交流，則管之本身，能有矯流作用。

電子行動時 當然不可目視，X射線亦然。但當高速度之電子，擊於

玻璃之管壁時，可使之"發螢光"[*1] (fluoresce) 如圖所示之管形，一部之電子可射至A處之玻璃上，故此部可見微弱之螢光。若管爲石灰質玻璃(鈣玻璃)，則色綠，硼砂質則藍。

若電子之速度近光之速度時，亦能透過極薄金屬之板。勒納爾(Lenard)[*2] 於1984年表明電子能透過薄鉛紙。最近柯立治(Coolidge)[*3]更補充其說。柯氏將三管串聯，每管加電位約 300,000 伏。卽總共約 900,000 伏。如此裝置，結果使電子透過一種鉻鎳鐵合金"Resistal"薄片，此薄片爲該高度眞空管之一部，透過之電子，射入空氣中約達190䊶處。

習題 12-4　假定電子質量爲常數，則當經電位降落1000伏後，其所得最後之速度爲何，如降落100,000伏，又爲幾何?

習題 12-5　欲得電子在速度 v 時之質量，須於靜止質量 m 乘以

$$\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

式中 c 爲光速，3×10^{10} 䊶/秒 此值旣得可用此以改正第四題中求得之速度。由此結果，試說明於何種情形下，始有應用此改正電子質量值之必要。

習題 12-6　於第12-5題中，每電子到板極時，問有多少動能? 如有一熱負極 X 射線管，電流爲150 㲃，正極電位爲10,000伏，問每秒鐘到板極之電子數若干? 發射時之速度不計。

習題 12-7　一X射綫管，正極電位20,000伏，有電流100㲃，問每秒給與正極之動能多少? 與電位電流相乘積之比較若何? 在此管中試說明電能消散之地點。放射速度不計。

---

*1 普通若物體發出光之波長，長於所受光之波長，卽稱該物體"發螢光"。此種現象在電子碰撞時亦有發現。

*2 P. Lenard, Annalen der Physik, 1894, vol. 51, pp. 225-267.

*3 W. D. Coolidge, Am. Jour. Roentgenology and Radium Therapy, vol. 19, No. 4. pp. 313-321.

第八次董事會議紀錄

日期: 二十四年五月二十六日

地點: 上海漢口路益友社

出席董事: 張廷金　趙曾珏　張惠康　包可永　莊仲文　胡瑞祥（張惠康代）　陳良輔（趙曾珏代）

主席　李熙謀　　紀錄　趙曾珏

報告事項:

（一）包董事可永報告滬某公司需要無綫電工程師一人月薪至少二百元請本會職業介紹委員會設法介紹

（二）包董事可永報告某交通機關需要自動電話工程師須諳習步進式及旋轉式自動電話月薪至少二百元請本會職業介招委員會盡力介紹

（三）圖書委員會主任委員包可永報告:（甲）該委員會爲節省經費起見擬先將滬上各圖書館所有之電工圖書先行調查編刊目錄以便分發各會員備查（乙）擬將各國電工定期刊物每兩月編輯目錄在本會電工雜誌上刊登（丙）請出版委員會將現在已與電工雜誌交換之雜誌開單送交圖書委員會以便接洽與其他雜誌交換

（四）主席報告南京胡董事瑞祥來函說明南京市政府已撥中國學術團體聯合會所址八畝餘除京市政府貼補四成外餘六成應由各加入之十八團體分担平均每單位一百五十元於本年六月十五日前繳付並望本會

從速認定單位以便接洽

(五) 張董事廷金報告與會員物孝述蘇祖修研究舉辦本會通俗電氣刊物事宜:—

(甲) 是項電氣刊物擬定名爲「通俗電學」刊行後須具有永久性

(乙) 須有負責之基本編輯員數人能有自動參加及有興趣者爲佳

(丙) 開辦時須購置參考書等約須三百元並須僱繪圖員一二人每月須經常開支數十元

(丁) 除由本會負責供給稿件外中國科學印刷公司或可代本會負印刷及廣告之責詳情俟本會決定刊行時再商

(六) 張祕書董事代表電工雜誌經理部報告電工雜誌收支報告書結至廿三年底止電工共結餘二千另七元四角九分並請董事會指派查賬員審核

議決事項:—

(一) 南京中國學術團體聯合會所認定學位案

議決　本會暫認一個學位並由會計董事照付學位費一百五十元寄南京由胡瑞祥君轉繳

(二) 舉辦通俗電氣刊物案

議決　本會決籌刊「通俗電學」除張廷金物孝述蘇祖修三籌備委員外並增加會長李熙謀祕書董事張惠康會計董事裘維裕出版委員會委員長趙曾珏爲當然籌備委員仍由物孝述召集照下列步驟進行:—

(甲) 接洽補助經費

(乙) 徵求基本負責編輯員

(丙) 徵集及購置參考書報

(三) 電工雜誌收支報告派員審查案

議決　指定會員物景樋審查然後由本會公佈

(四) 電工名詞審查委員是否永久案

議決　本局電工名詞審查委員會之任期暫定以電工名詞正式頒佈時爲終了

(五) 組織電工技術委員會案

議決　推定惲震顏任光顧毓琇薩本棟張廷金趙曾珏徐學禹楊肇燫孫國封周琦沈銘盤等十一人爲電工技術委員會委員準備參加國際電工技術委員會幷由本會向建設委員會及交通部接洽經費補助事宜

(六) 通過新會員　蘇祖國　張德慶　任家昆　王文法　瞿　渭　阮　昕　童世享　高　超　汪鏡鎔　董毓琇　錢其琛十一人

中國電機工程師學會會員錄

（截至廿四年六月底止）

李熙謀	張惠康	裘維裕	張廷錄	顧毓琇	趙曾珏	惲　震	胡瑞祥
莊仲文	陳良輔	包可永	徐學禹	沈嗣芳	壽俊良	馬就雲	章名濤
易鼎新	吳玉麟	周　琦	周玉坤	曹鳳山	楊耀德	王匯松	沈秉魯
毛啓爽	張承祜	郁秉堅	丁佐臣	溫毓慶	鍾兆琳	倪　俊	徐恩第
沈銘盤	洪傳炯	盧祖詒	陳仿陶	費福燾	胡汝鼎	劉其淑	朱一成
金龍章	李開第	陳崢宇	沈祖衡	李範一	王魯新	魏　如	劉晉鈺
皮　鍊	王子星	許厚鈺	方子衞	楊肇燫	鄒忠曜	李葆發	于潤生
錢慕班	黃公淳	呂謨承	路秉元	黃澄淵	諸葛恂	彭道南	張敬忠
曾心銘	諸水本	彭會和	莫　庸	陳三才	王德藩	李法端	胡端行
李國章	吳錦慶	汪廷鏞	褚鳳章	楊孝述	林德昭	范壽康	盧文湘
盛祖江	楊景楯	沈良驊	陳和甫	楊叔藝	王家鼎	朱友仁	周茲緒
鄧子安	袁書卿	趙壽崗	張寶桐	王傳義	沈　昌	潘銘新	尤佳章
蘇祖修	龍　乾	李　清	鄭禮明	葉　强	陸遜撫	陳秉鈞	譚友岑
朱瑞節	俞清堂	季炳奎	方希武	王愼名	高禩瑾	徐立誠	徐恩旣
廖馥亞	盧　偉	許　坤	秦篤瑞	童　凱	吳承宗	張藕舫	諸邦興
郭蔭柏	顧穀同	邱世恩	李郁榮	馬瀏江	沈陞揚	劉芳級	殷元章
王肇犇	汪世襄	許廣臣	方賢齊	汪德官	茅家玉	郭秀傑	趙　平
王詩塘	劉孝懃	丁舜年	楊濟川	王平洋	陸慰宗	阮寶傳	俞汝鑫
樓兆緜	趙天良	陸尊周	李福基	沈倘賢	汪德成	楊銘久	陳嘉祺

孫朝洲　范崇武　蔣昭元　羅瑞棻　錢鴻範　陳　章　張咸鏞　康　清
黃修青　朱恩隆　王大椿　徐　範　孫瑞珩　張思侯　薩本棟　祁玉麟
盧肇新　湯天棟　倪松壽　張鴻圖　高尚德　王善為　許寶良　劉隨藩
陳中履　江人龍　陳澤鳳　顧指南　劉崇漢　張行恆　王懋生　戴紹曾
姒南笙　夏祥惠　吳達模　葉民新　何積標　許應期　鄭葆成　王　許
潘承誥　鄭冠雄　李漢傑　陳育麒　王馨吾　朱曾賞　徐　碕　范鳳源
王端驤　王璧揚　沈文翰　房耀文　陳家寶　杜德三　郎國楨　馮家錚
王鏡民　林洪慶　陳佐鈞　陳祖光　楊家祿　褚應璜　林　津　王正基
林廷通　裘建謌　方巽山　陳瑞炘　高遠春　陳德坤　莊漢開　蘇祖國
張德慶　任家昆　王文法　瞿　渭　阮　昕　董世亨　高　超　汪鏡蓉
董毓琇　錢其琛

學生會員　方祖同　鈕其如　唐光勳

贊助會員　張靜江先生　胡西園先生　李彥士先生

團體贊助會員　益中機器磁電公司　亞浦耳燈泡公司　三極鋭電公司
亞光製造公司　東方年紅公司

本會二十四年度下半年定期演講

地點：上海香港路五十九號銀行俱樂部
時間：下午七時起聚餐八時起演講

九月三十日　Radio Communication. By Mr. A. B. Moulton, R. C. A. Victor Co.

十月二十八日　閘北發電廠概況
閘北水電公司總工程師沈銘盤先生

十一月廿五日　電器製造界應注意之商業問題
合中企業公司經理吳達模先生

十二月三十日　高壓電瓷瓶之製造
益中電機製造公司總工程師周崎先生

會員不願加入聚餐者可於飯後八時到會聽講