

ISSUE

رسالہ حیرت مقابله

حصہ اول

جاریہ و مستعملہ مدارس سررشتہ تعلیم مالکین کے لیے
 1987
 CHECKED
 جسکو

پنڈت منسی دھوپے نے باعانت پنڈت موہن لال تالیف کیا

حیب الایام

مروج علم و فنر جناب ولیم ہیلینڈ فور صاحب ادارہ کیرن پبلک اسٹیشن

ملک اودہ واسطے استعمال مدارس و مکاتب سررشتہ تعلیم اودہ کے

CHECKED 1998

مقام حسنو

مطبع و منشی نول کشورین چھپا گیا

۱۸۶۵ء



جسطح علم حساب میں تعداد کی بجائے ہندسے ۱ ۲ ۳ ۴ وغیرہ لکھے جاتے ہیں اور سطح جبر و مقابلے میں تعداد کی بجائے حروف لکھے جاتے ہیں جیسے پانی کے بخارات کے زور سے دھونین کی ناؤں پر ہار ہار مال لا کر دریا کی گنگ میں مثل ہوا اوڑھی چلی جاتی ہے اور جس ناؤ کو ہاتھوں سے کھینچتے ہیں اور سمین دھونین کی ناؤ کی نسبت مال بھی کم لیتا ہے اور رنگتی سی جاتی ہے اس سطح جبر و مقابلے سے جو سوالات نکلیں باسانی حل ہو جاتے ہیں وہ سوالات علم حساب سے بدقت حل ہوتے ہیں اور بیشتر سوال ایسے ہیں کہ علم حساب سے نکلے جو آہر گز نہیں نکلتے سوال مندرجہ ذیل اس مراد سے لکھا جاتا ہے کہ ہند یون پر روشن ہو کہ جبر و مقابلے سے بنسبت علم حساب کے سوالات

مسئلہ اسکا حل ہو جاتے ہیں

سوال

وہ کو لٹسا عدد ہے کہ جہاں وہ ۱۰ ملاوین تو حاصل جمع عدد مطلوب سے
سہ چند ہو حساب دان بزرگ بموجب قاعدہ حساب خطائین کے اس
سوال کو اس طرح پر عمل کرینگے

اول فرض کرو کہ ۲۰ عدد مطلوب ہے تو ہمیں ۱۰ چھینے سے

۳۰ حاصل جمع ہوا اور ۱۰ پند معنی تین گنا ۲۰ کا ۶۰ ہے، لیکن ۶۰ اور ۳۰

بین ۲۰ کا فرق رہا درمترے فرض کرو کہ ۱۰ عدد مطلوب ہے تو اوہین

۱۰ جوڑنے سے ۲۰ حاصل جمع ہوا اور تین گنا ۱۰ کا ۳۰ ہے اس لیے ۳۰

اور ۲۰ میں ۱۰ کا فرق رہا پھر بموجب قاعدہ حساب خطائین کے ۳۰ گنے

۱۰ یا ۳۰۰ میں سے ۱۰ گنے ۲۰ یا ۲۰۰ کم کیے تو ۱۰۰ باقی بچے اس باقی کو

دونوں تعداد کے فرق یعنی ۳۰ اور ۱۰ کے حاصل تفریق ۲۰ پر قسمت

کرنے سے ۵ حاصل ہو۔ یہی عدد مطلوب ہوا *

بہر و مقابله کے بموجب اس سوال کے حل کرنے کا یہ طریق ہے

فرض کرو کہ ۵ عدد مطلوب ہے تو بموجب شرائط سوال کے $3 + 10 = 13$ و

دونوں مقادیر مساوی یعنی $3 + 10$ اور $3 + 10$ میں سے ۵ کو منہا

کیا تو $2 = 10$ اور نصف ۲ یعنی $5 = 10$ یہی عدد مطلوب ہوا

جبر و مقابلہ پڑھنے والوں کو چاہیے کہ تین دو طریقوں سے اس سوال کا جواب نکلا ہے اور تین دیکھیں کہ کون سا طریق سہل اور مختصر ہے اور ایسے سوال بے انتہا ہیں کہ وہ علم حساب سے مطلق حل نہیں ہو سکتے ہیں حقیقت کے دکھلانے کے لیے اگر اس مقام پر کوئی مثال لکھی جاتی تو اسکا سمجھنا ابھی مبتدیوں کو مشکل ہوتا مگر یہ حال آگے ظاہر ہوگا +

حدود

و فوجہ الفاظ مقدار کے معنی اندازہ ہیں اور اس سے ہر ایک اندازہ یعنی مقدار معلوم ہو جاتی ہے کہ وہ چیز تو ا اور شمار وغیرہ میں کس قدر ہے ایسے علم حساب میں مقدار کی بجائے ہندسہ لکھتے ہیں مثلاً آدمیوں کی مقدار یا تعداد شمار سے معلوم ہوتی ہے اور کپڑے کی مقدار تعداد گز سے جیسے ۱۰ آدمی اور ۲۰ گز کپڑا +

جبر و مقابلہ میں مقدار پر معلومہ یعنی جانی ہوئیں مقادیر کی جگہ مثلاً ۱۰ آدمی ۲۰ گھوڑے وغیرہ کے بجائے حروف ح س ط ع وغیرہ لکھتے ہیں اور مقدار پر مجہولہ یعنی بے جانی ہوئیں مقادیر (مثلاً ایک شخص نے پوچھا کہ کتنے گز کپڑا ہے یا کتنے من غلہ یہاں گز اور من کی تعداد نامعلوم ہیں) کی بجائے د س لکھتے ہیں ان حروف استعمال سے حل صاحب مختصر ہو جاتا ہے کیونکہ مثلاً ۶ ۷ ۵ ۴ کے بجائے صرف

ایک حرف ح لکھ سکتے ہیں

جمع و تفریق اور ضرب و تقسیم وغیرہ کی علامات لکھتے ہیں

وقفہ ۲ + یہ علامت واسطے جمع کے آتی ہے اسے علامت جمع

یا علامت اثبات کہتے ہیں اور جب + یہ علامت دو مقادیر

کے بیچ میں آتی ہے تو اس سے یہ مراد سمجھو کہ داہنی طرف کی مقدار

بائیں طرف کی مقدار جمع کرنی ہے مثلاً ح + س ہو اسے ح مثبت

س پڑھتے ہیں اور اس سے یہ مراد سمجھتے ہیں کہ ح مقدار میں س

مقدار شامل کرنی ہے اور فرق کر لو کہ ح برابر ہے ۵ کے اور س

برابر ۷ کے تو ح + س برابر ہوگا ۵ + ۷ یا ۱۲ کے اور جو ط ۸ کے

برابر ہو تو ح + س + ط کہ ح مثبت س مثبت ط پڑھینگے اور یہ

۱۲ + ۸ یا ۲۰ کے برابر ہوگا +

وقفہ ۳۔ یہ علامت واسطے تفریق کے آتی ہے اور اسے علامت

تفریق یا علامت نفی کہتے ہیں اسلئے جب یہ علامت دو مقادیر

کے بیچ میں آوے تو اس سے یہ سمجھو کہ داہنی طرف کی مقدار میں سے

بائیں طرف کی مقدار گھٹانی ہے مثلاً ح - س کو ح منفی س پڑھتے

ہیں اور اسکے یہ معنی ہیں کہ ح میں سے س کو منہا کرنا ہے اگر سجا

ح کے ۱۰ رکھو اور سجا س کے ۶ تو ح - س برابر ہوگا ۱۰ - ۶

یعنی ۴ کے اور جو ط برابر ہو ۳ کے توح - س - ط کو ح منفی س منفی
 ط پڑھینگے اور وہ برابر ہوگا ۴ - ۳ یا ایک کے *

دفعہ ۴۴ یہ علامت واسطے ضرب کے آتی ہے اسے علامت

بولتے ہیں ایسے جب \times یہ علامت دو مقدار کے درمیان میں آئے تو

اوپر سے یہ مراد سمجھتے ہیں کہ وہ اپنی طرف کی مقدار میں بائیں طرف کی مقدار

ضرب دینا ہے مثلاً \times س کو ح مضروب س میں یا مقدار س کو مقدار

ح میں ضرب دینا پڑھینگے اور اسکے یہ معنی ہیں کہ س کو ح میں ضرب

دینا ہے اگر \times کو ۶ کے برابر فرض کرو اور س کو ۴ کے برابر توح \times س برابر ہوگا

\times ۲۴ یعنی ۴ کے اگر ط کو ۲ کے برابر فرض کرو توح \times س \times ط کو ح

ضروب س مضروب ط پڑھینگے اور یہ ۲۴ یا ۲۴ کے برابر ہوگا اس طرح

\times ۳ کے معنی ہیں ۳ مضروب ۳ یا تین ۳ یعنی ۳

\times اس علامت کے عموماً ایسا ایک نقطہ بھی لکھتے ہیں جب دو یا

زیادہ مقدار کو آپس میں ضرب کرتے ہیں تو ان کے درمیان علامت ضرب

ہمیں لکھتے ایسے جب دو مقدار کے درمیان کوئی علامت نہ ہو تو جانو کہ

بائیں طرف کی مقدار وہ اپنی طرف کی مقدار میں ضرب دیجائیگی مثلاً

ح \times س ر ج . س ر ج س ان سب سے یہی مراد ہے کہ مقدار س

ح دفعہ جوڑی جائیگی یا مقدار س مقدار ح میں ضرب دیجائیگی اس طرح

۷ د سے ۷ دفعہ و جافوح $x \times x$ طرح x سے ۰ ط اور ح س ط
 ان پنج ب سے ایک ہی مراد ہے اور ۳ در سے ۰ اور ۲ کا تین گنا مضرب
 سمجھو اور دو حروف یا ایک عدد اور ایک حرف کے درمیان کوئی علامت
 نہونے سے بھی یہ سمجھو کہ اونکا حاصل ضرب نکالنا ہے اور مقدار کے بڑے
 میں لفظ مضروب نہیں ہونے مثلاً ح س اور ۳ د کو ح س اور تین ۰
 پڑھتے ہیں اسلئے ۳ اور ۳ + د یا تین گنا ۰ اور تین مثبت و ان تفرق
 مقادیر کو یکساں سمجھو اکثر دو اعداد کے درمیان علامت جمع نہیں لکھی جاتی
 مثلاً $\frac{1}{2}$ سے $\frac{1}{4}$ + جافو اور ۲۳ سے ۳ + ۲۰ سمجھو اور ضرب کرنے میں
 دو حروف یا ایک عدد اور ایک حرف کے بیچ علامت ضرب نہیں لکھتے
 ہیں اور جب دو اعداد کو ضرب دینا منظور ہوتا ہے تو ان کے درمیان
 ۰ یہ علامت اسلئے نہیں لکھتے کہ اس سے منفی سمجھا جاوے گا +

دفعہ ۵ ۳×۳ برابر ہے ۳×۳ کے

۷×۵ برابر ہے ۵×۷ کے

۱۰×۶ کے ۶×۱۰ ایسا

ح x ح کے س x ح ایسا

ح س کے ح x ح ایسا

دفعہ ۶ ح س یا س ح مقدار میں ہیں کا مضروب فیہ ح س برابر

امثال کہلاتا ہے یا ح کا مضروب فیہ میں سر کہلاتا ہے جس طرح شرکت
 میں ایک شخص کا شریک ہوتے ہیں اور سیطرح دوسرے شخص کو بھی پہلے
 شخص کا شریک کہتے ہیں ۳ و کا ۴ سر ہے کیونکہ ۳ کو ۳ گنا کرنے سے
 حاصل ضرب ۳ ہے برابر ہوتا ہے اور ۳ درمیں ۳ کا ۳ سر ہے ۲ کا
 ۳ سر ہے اور ۳ کا ۳ سر ہے اور ۳ ح س ط میں ط کا ۳ ح س
 سر ہے س کا ۲ ح ط سر ہے ح کا ۲ س ط سر ہے اور ح س ط کا
 ۲ سر ہے مقدار ح کا سر آ ہے کیونکہ اس ح = ح اور ح سے ایک
 ح جانا جاتا ہے مقدار کو سر میں ضرب دینے سے یہ سمجھو کہ عدد میں
 جتنی اکائیاں ہیں اتنی دفعہ مقدار مذکور کو جمع کرنا ہے مثلاً ۳ در کے
 معنی ہیں ۳ دفعہ ۲ یا ۳ دفعہ ۲ اس میں ۳ کا سر ۳ ہے یا ۳ در
 دفعہ ۲ اس میں ۳ کا سر ۳ ہے اور ح سے مقدار ح فقط ایک کنی
 جانی جاتی ہے اس باعث اس کا سر ایک ہے :
 ضرب دینے میں ۳ و دفعہ یا ح س دفعہ کہنا صحیح ہے کیونکہ ایک
 حوں بجائے ایک مقدار یا عدد کے لکھا جاتا ہے مثلاً ۳ در میں اگر بجا جو
 ۱۰ رکھو تو ۳ و برابر ہوگا ۳۰ کے اور ۳ و دفعہ برابر ہوگی ۳۰ کے
 دفعہ ۷ :- یہ تقسیم کرنے کی علامت ہے اور اسے علامت
 تقسیم کہتے ہیں اس لیے جن دو مقادیر کے درمیان :- یہ علامت

آوے تو اس سے یہ سمجھو کہ داہنی طرف کی مقدار بائیں طرف کی مقدار
 پر تقسیم کی جائیگی مثلاً $C \div S$ کو C مقسوم میں S پر یا مقدار C مقدار
 S پر تقسیم کی گئی پڑھینگے اور $8 \div 4$ برابر ہے 2 کے مگر اکثر سجا
 $C \div S$ کے C لکھتے ہیں کیونکہ اسکے بھی وہی معنی ہیں $C \div S$ ۔
 کے ہیں اس طرح $8 \div 4$ برابر ہے 2 کے کیونکہ دونوں مقادیر 4 کے
 برابر ہیں حدود مرقومہ بالا کے ذہن نشین ہونے کے لیے امثال ذیل
 لکھی جاتی ہیں اگر C برابر ہے 4 کے S برابر ہے 3 کے اور D برابر ہے
 7 کے تو بتلاؤ کہ مقادیر مندرجہ ذیل کو منی اعداد کے برابر ہونگے ؟

۱ سوالات

- | | |
|------------------|------------------|
| (۱) $C + S + D$ | (۲) $C + S - D$ |
| (۳) $C - S + D$ | (۴) $C - S - D$ |
| (۵) $C + S + D$ | (۶) $C + S - D$ |
| (۷) $C - S + D$ | (۸) $C - S - D$ |
| (۹) $C + S + D$ | (۱۰) $C + S - D$ |
| (۱۱) $C + S + D$ | (۱۲) $C + S - D$ |
| (۱۳) $C + S + D$ | (۱۴) $C + S - D$ |
- (۱۳) $C + S + D$ میں D کا سر کیا ہے
 (۱۴) $C + S + D$ میں D کا سر کیا ہے

(۱۵) ۶ ح س د میں س د کا سر کیا ہے *

(۱۶) ۲ ح ۲ ح س ح س د ۲ ح س د ۲ ح ۲ ح د

۴ ح د اور ۳ ح س د۔ ان ہر ایک مقادیر کے ح کا سر کیا ہے *

(۱۷) ۲۵ کا ایسا کوینا سر ہے کہ اگر اوپر ۵۰ کو ضرب پانچ حاصل ضرب ۲۵۰

(۱۸) ۳ + د اور ۳ د میں کیا فرق ہے اگر د برابر ہو ۷ کے *

(۱۹) ۳ ح + د اور ۳ ح - د میں کیا فرق ہے جبکہ ح برابر ہے

کے اور د برابر ۶ کے *

(۲۰) ۳ ح + د اور ۳ ح د میں کیا تفاوت ہے جبکہ ح برابر ہے

۳ کے اور د برابر ۲ کے

جبکہ ح برابر ہے ۱۰ کے اور د برابر ۳ کے اور د برابر ۷ کے تو بتلاؤ کہ

(۲۱) ۳ ح د ÷ ۷ کے برابر ہوگا (۲۶) ۳ ح د + ۲ د - ۳ ح د ایضاً

(۲۲) ۳ ح د ÷ ۷ س ایضاً (۲۷) ۳ ح د - ۳ ح د ایضاً

(۲۳) ۲ ح د + ۳ ح د ایضاً (۲۸) ۳ ح د + ۳ ح د ایضاً

(۲۴) ۳ ح د + ۳ ح د ایضاً (۲۹) ۳ ح د + ۳ ح د ایضاً

(۲۵) ۳ ح د ایضاً (۳۰) ۳ ح د + ۳ ح د ایضاً

دفعہ ۸ اگر ایک عدد کو اسی عدد میں کئی بار ضرب دین تو اس طرح کے

ضرب کرنے کو عمل صعود کہتے ہیں اسکی مثال ذیل میں درج ہوتی ہیں

س ۳ س کو س ۲ لکھتے ہیں اور اوسے س مجذور یا مال

یا س کی دوسری قوت کہتے ہیں †

س ۳ س ۸ س کو س ۳ لکھتے ہیں اوسے س کا کعب یا س کی

تیسری قوت بولتے ہیں †

س ۳ س ۳ س ۳ س کو س ۳ لکھتے ہیں اور اوسے س کا مجذور

مجذور یا مال مال یا س کی چوتھی قوت بولتے ہیں مگر یہ

بات یاد رکھو کہ س اور س کے ایک ہی معنی ہیں اور س اور س

میں فرق ہے آگے پڑھنے سے معلوم ہو جائیگا کہ س برابر ہے ایک

کے یعنی کسی مقدار کی قوت صفر برابر کے ہوتی ہے مقادیر کے اوپر

بائیں طرف جو ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ لکھے جاتے ہیں ان کو قوت نما

بولتے ہیں کیونکہ اونسے مقادیر کی قوتوں کی تعداد دریافت ہو جاتی ہیں †

ح ۳ کو ح ۲ لکھتے ہیں اور ح ۳ کو ح ۲ لکھتے ہیں اگر ح

برابر ہے ۴ کے تو ح ۲ برابر ہوگا ۸ کے اور ح ۳ برابر ہوگا ۱۶ کے

اور یاد رکھیے کہ ح ۲ کے معنی ہیں ح کا مجذور در چند نہ کہ ح کا مجذور †

دفعہ ۹ عمل صعود کے عکس عمل نزول ہوتا ہے اور جزیر

کسی ایک مقدار کا ایسی دوسری مقدار کہتے ہیں کہ اگر اوس

دوسری مقدار کو اوس ہی میں ایک بار یا کئی بار مطابقت آحاد

قوت نما کے ضرب دین تو حاصل ضرب مقدار اول کے برابر ہو گئے
 چنانچہ ۹ کا ۳ جزر المال ہے کیونکہ ۳ کا مجذور یا ۳ بر ۳ برابر ہے
 ۹ کے اور ۲۷ کا ۳ جزر الکعب ہے کیونکہ ۳ کا کعب یا ۳
 بر ۳ بر ۳ برابر ہے ۲۷ کے اس طرح ح کا جزر المال یعنی جذر ح
 ہے کیونکہ ح بر ح برابر ہے ح کے اور ح کا جزر الکعب ح ہو گا
 کہ ح بر ح برابر ہے ح کے

یہ علامت جزر المال یعنی علامت جذر ہو ۳

یہ علامت جزر الکعب ہے اکثر علامت جذر یا جزر المال کی

یہ لکھی جاتی ہے مگر ۲

جزر المال صحیح ہے *

مثلاً ح — اس سے ح کا جزر المال سمجھو جس طرح ح + ح
 کے بجائے ۲ ح لکھتے ہیں اور سی طرح ح + ح
 یا ح کا جزر المال دو چند ۱ سے ۲ ح لکھتے ہیں اور
 ح کا جزر المال دو چند پڑھتے ہیں ح ح اس سے ح
 مضروب سے کا جزر المال سمجھو ح + ح اس سے
 ح مثبت سے یا ح اور سے کے مجموعہ کا جزر المال اور جس مقدار کا جزر
 نکالنا ہو اس کے اوپر علامت جذر لکھو — کا اوپری

حصہ یعنی - بڑھا کر لکھو جس سے مقدار پر علامت جذر کا حصہ مذکور
خط وحدانی کے طبر پر ہو جاوے اگر بجائے ح کے ۱۶ فرض کرو
اور بجائے س کے ۹ تو $\sqrt{7ح+س}$ برابر ہوگا $\sqrt{۲۵۷}$ یا $\sqrt{۲۵۷}$ کے
 $\sqrt{7ح+س}$ برابر ہوگا $\sqrt{۱۳۲}$ یا $\sqrt{۱۳۲}$ کے $\sqrt{7ح+س}$ سے
ح کسر کا جزو المال جانو مگر $\sqrt{7ح+س}$ سے یہ سمجھو کہ ح کے
جزو المال کو س کے جزو المال پر تقسیم کرنا ہے +

۲ سوالات

اگر ح برابر ہے ایک کے س برابر ۹ کے اور ط برابر ۸ کے تو
بتلاؤ کہ ہر ایک مقدار مندرجہ ذیل کس عدد کے برابر ہوگی +

$$(۱) \sqrt{7ح+س} - \sqrt{ط} \quad (۲) \sqrt{7ح+س} + \sqrt{ط}$$

$$(۳) \sqrt{7ح+س} - \sqrt{۲۲س+۳ط} \quad (۴) \sqrt{7ح+س} + \sqrt{۲۲س+۳ط}$$

$$(۵) \sqrt{7ح+س} + \sqrt{۲۲س+۳ط} \quad (۶) \sqrt{7ح+س} - \sqrt{۲۲س+۳ط}$$

$$(۷) \sqrt{7ح+س} + \sqrt{۲۲س+۳ط} \quad (۸) \sqrt{7ح+س} - \sqrt{۲۲س+۳ط}$$

$$(۹) \sqrt{7ح+س} + \sqrt{۲۲س+۳ط} \quad (۱۰) \sqrt{7ح+س} - \sqrt{۲۲س+۳ط}$$

$$(۱۱) \sqrt{7ح+س} + \sqrt{۲۲س+۳ط} \quad (۱۲) \sqrt{7ح+س} - \sqrt{۲۲س+۳ط}$$

$$(۱۳) \sqrt{7ح+س} + \sqrt{۲۲س+۳ط} \quad (۱۴) \sqrt{7ح+س} - \sqrt{۲۲س+۳ط}$$

$$(۱۵) \sqrt{7ح+س} + \sqrt{۲۲س+۳ط} \quad (۱۶) \sqrt{7ح+س} - \sqrt{۲۲س+۳ط}$$

$$(۱۳) \sqrt[3]{ح ط} + \sqrt[3]{س} - \sqrt[3]{ط} = \sqrt[3]{س}$$

$$(۱۵) \sqrt[3]{س + ط} - \sqrt[3]{س} - \sqrt[3]{ط} = \sqrt[3]{س}$$

$$(۱۶) \sqrt[3]{ح} + \sqrt[3]{ط} + \sqrt[3]{س} = \sqrt[3]{س}$$

(۱۷) اگر ح برابر ہے ۲ کے تو س ح اور ح میں کیا فرق ہوگا

(۱۸) اگر د برابر ہے ۱۰۰ کے تو ۲ د اور ۲ د میں کیا فرق ہوگا

(۱۹) اگر د کو ۶۴ مانو تو ۳ د اور ۳ د میں کیا فرق ہوگا

اگر ح کو ایک کے برابر فرض کرو اور س کو ۸ کے برابر تو ح + س

اور ح + س میں کیا تفاوت ہوگا +

(۲۰) ح کو ۱۶ کے برابر فرض کرو اور س کو ۴ کے برابر تو ح + س

اور ح + س میں کیا فرق ہوگا +

دفعہ ۱۰ = اس علامت کو علامت مساوات کہتے ہیں

اور اس کو اس طرح پڑھتے ہیں کہ مثلاً ۲ + ۴ = ۶ کو ۲ مثبت ۴

برابر ہے ۶ کے پڑھینگے ح + د = س سے یہ سمجھو کہ ح اور

د کا حاصل جمع برابر ہے س کے ۸ ÷ ۴ = ۲

اور ۲۵ ÷ ۵ = ۵

کے یہ علامت بڑائی کی ہے مثلاً ح کے س کو مقدار

ح بڑی ہے س سے پڑھتے ہیں +

یہ علامت چھٹائی کی ہے مثلاً $C > S$ کے یہ

معنی ہیں کہ مقدار C چھوٹی ہے مقدار S سے +

• اس علامت کو اسلئے پڑھتے ہیں

• اس علامت کو کیونکہ یا جو کہ پڑھتے ہیں

دفعہ ۱۱ جب کہ ایک مقدار کے کسی اجزا ہوں اور ہر ایک جز کے

دوہنی طرف علامت اثبات یا منفی لگی ہو تو مقدار کل کو مقدار مرکب

کہتے ہیں اور ہر ایک جز کو مقدار مفرد و مثلاً $C + S$

$C - S$ اور $C + S$ مقدار مرکب ہیں اور C

اور S مقدار مفرد ہیں $C - S$ اور $C + S$ مقدار مفرد ہیں

اور علیٰ ہذا القیاس

$C + S$ اور $C - S$ مقدار مفرد ہیں

دفعہ ۱۲ مقدار مثبتہ اور سے کہتے ہیں جسکے دوہنی طرف

علامت + ہوتی ہے مقدار منفیہ اور سے کہتے ہیں جسکے دوہنی

طرف علامت منفی - ہوتی ہے کیونکہ $C + S$ یا $C - S$ کے

ایک ہی معنی ہیں اسلئے جو مقدار مفرد کے دوہنی طرف + یا - کی

علامت نہ تو اور سے مقدار مثبت کہینگے جس مقدار مرکب میں مقدار مفرد

مثبتہ کا مجموعہ مقدار مفردہ منفیہ کے مجموعہ سے زیادہ یا کم ہو تو اور سے

مقدار مرکب کو مثبت یا منفی کہینے کے مثلاً کوئی سوداگر مہیہ دریافت کیا چاہتا ہے
 کہ میرے پاس کتنا زر ہے تو اول وہ اپنے پاس کے روپیوں کا شمار کر لے گا
 اور قرض کرے کہ اس کے پاس کا زر ح ہے بعد ازاں بطور قرض کے
 جو روپے اس نے دیئے ہوں گے اور پھر شمار کر لے گا اور اس قرض کو
 کہ اس سے س روپے قرض کے لینے ہوں تو اس کے پاس کل زر
 ح + س ہو گا مگر اس سوداگر کو کچھ قرض کے روپے بھی دینے ہوں اور وہ
 قرض جمع سے کم ہو اور اسکی تعداد - ط خیال کر دو تو اس سوداگر کے پاس
 لے دیئے کے روپے ح + س - ط باقی بچینگے اگر اس سے کل زر سے
 زیادہ روپے قرض دینے ہوں گے تو ظاہر ہے کہ اس کے پاس کچھ روپے
 باقی نہ رہیں گے مگر جب قدر زر قرض کل زر سے زیادہ ہوگا اور قدر باقی قرض
 اس سے ادا کرنا ہوگا اور یاد رکھو کہ جب مقدار کی فقط علامت کا ذکر ہو تو
 + یا - علامت جانو اور سمجھو کہ مقدار مثبت ہے یا منفی +

سوالات

- ۱ جبر و مقابلہ سے کیا مطلب نکلتا ہے
- ۲ مقدار کے کیا معنی ہیں
- ۳ جبر و مقابلہ میں مقادیر کے بجائے حروف کیوں لکھتے ہیں
- ۴ ح + س ح مثبت س اسکے کیا معنی ہیں کیا ۲ + ۵

۱ کے یہ معنی ہیں کہ ۲ میں ۲ جوڑے جائینگے

۵ علم حساب میں ۲۰ کچھ ۱۰ یعنی ہیں اور جوہر و مقابلہ میں ح س سے کیا مراد

۶ کسی مقدار کچھ بجائے ۳ ح لکھا ہے ۳ ح اور ۳ ح — س
انہیں سے کونسی مقدار بڑی ہے

۷ اگر ح کو ایک کے برابر فرض کرو اور س کو ۲ کے برابر اور ط کو

۳ کے برابر تو بتلاؤ کہ مقدار ح س ط برابر ہوگی ۱۲۳ کے یا نہیں

اگر اوکے برابر ہوگی تو کس عدد کے برابر ہوگی

۸ علم حساب میں $\frac{۱}{۲}$ سے کیا مراد ہے اور جوہر و مقابلہ میں
ط ح کے کیا معنی ہیں

۹ مقدار مثبت کی حد کے بموجب + سے کیا مراد ہے

۱۰ اگر ایک مقدار کے ۶ اور ۷ مضروب اور مضروب فیہ ہیں

اور دوسری مقدار کے ۷ اور ۶ تو وہ دونوں مقدار ایک ہی

ہونگی یا نہیں اگر ایک ہی ہیں تو بتلاؤ کہ وہ کونسی مقدار

ہے ح س ط کا کیا ح س مضروب فیہ ہے اور ح س ط

مقدار میں جو حروف لکھے ہیں انہیں دو حروف کے بیچ میں

کونسی علامت محذوف ہے اور دو حروف کے درمیان کوئی

علامت نہونے سے کیا معنی ہوتے ہیں

— ۱ ح ط س ان مقداروں میں سے مقادیر متماثلہ کو
مع علامات کے علیحدہ علیحدہ ایک جگہ میں لکھو +

جواب

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline + ۳ ح ۳ & + ۳ ح ۲ س & - ۱ ح ۲ ط & + ۲ س ۲ \\ \hline + ۲ ح ۲ & - ۲ ح ۲ س & + ۵ ح ۲ س & \\ \hline \end{array}$$

$$(۳) \quad ۲ ح - ۳ س + ۴ س ط + ۵ ح س ط - ۵ ح س ط$$

$$+ ۲۴ در - ۳ د + ۴ س ط - ۹ ح + ۶ س +$$

$$۱۰ ح - ۵ د - ۱ در + ۲ ح س ط - ۲ س ط + ط س -$$

— ۳ ط ان مقداروں میں سے مقادیر متماثلہ کو مع علامات کے
علیحدہ علیحدہ ایک جگہ میں لکھو

جواب

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline + ۲ ح ۲ & - ۳ س ۲ & + ۴ س ط & - ۱ ح س ط & + ۲ د ۲ & + ۳ د ط \\ \hline - ۹ ح ۲ & + ۶ س ۲ & - ۲ س ط & + ۴ س ط & - ۵ د ۲ & + ۳ د ط \\ \hline + ۱۰ ح & - س & & & + & + \\ \hline \end{array}$$

قاعدہ جمع کرنے مقادیر متماثلہ کا

دفعہ ۱۴ اول جن مقداروں کو جمع کرنا ہوا وہی جب سب

علامات + یا - ہوں تو اونکے جمع کرنے کا یہ قاعدہ ہے کہ اعداد

سب کو جمع کر کے حاصل جمع کو نیا سر فرض کرتے ہیں اور اس کے وہی

علامت مقدار متماثلہ لکھو اور اس سر کے بائیں طرف مقدار کے حروف
 لکھتے ہیں مثلاً ۵ ح میں ۴ ح جمع کرنے سے ۹ ح حاصل ہیں
 ہوتا ہے کیونکہ ۵ ح سے مراد ہے پانچ گنا ۱ ح ۵ ح

۳ ح اور ۴ ح کے معنی ہیں چار گنا ۱ ح ۳ ح ۳ ح
 اسلئے ۵ ح میں ۴ ح جمع کرنے سے ۹ گنا ۱ ح حاصل جمع
 ہوا۔ ۲ ح سے مراد ہے کہ مقدار ۲ ح کو گھٹانا ہے۔ ۲ ح کے

یہ معنی ہیں کہ مقدار ۳ ح کو گھٹانا ہے اسلئے ۲ ح میں ۳ ح جوڑنے
 سے ۵ ح حاصل جمع ہوا اور اسکے یہ معنی ہیں کہ مقدار ۵ ح کو گھٹانا ہے
 و و م جن متماثلہ مقداروں کو جمع کرنا ہو اور انہیں علامت مختلف ہوں

یعنی کسی مقدار کی علامت نفی کی ہو تو اعداد مثبت کو اور اعداد منفی کو
 علیحدہ کو علیحدہ جمع کر دو اور بڑی حاصل جمع میں سے چھوٹی حاصل جمع کو
 گھٹا دو اور حاصل تفریق کے بائیں طرف مقدار متماثل کے حروف لکھو

اور اس کل مقدار کے داہنی طرف بڑی حاصل جمع کی علامت لکھو مثلاً
 ۵ ح یا ۵ ح میں ۲ ح جمع کرتے ہیں تو ۳ ح حاصل جمع ہوگا
 کیونکہ ۵ ح سے یہ مراد ہے کہ ۵ ح کو جمع کرنا ہے اور ۲ ح سے

یہ مراد ہے کہ ۲ ح کو گھٹانا ہے اسلئے دونوں کو جمع کرنے سے حاصل جمع ہوا
 ۳ ح ۲ ح ۵ ح اور ۱ ح کو جمع کرنا ہو تو اول مقدار و بائیں

۱۳ ح مثبت ہیں اور ۷ ح منفی اس لیے او کا ۶ ح حاصل جمع ہوا ہے
 — ۳ ح، ۲ ح، ۵ ح اور — ۱۰ ح کو جمع کر تو او ان نعمت داروں
 میں ۷ ح مثبت ہیں اور ۳ ح منفی اس لیے — ۶ ح حاصل جمع ہوا ہے

جمع کی مثالیں

۲ د ۳ ح س — ۵ ح — ح س

۴ د ۵ ح س — ۶ ح — ح س

۷ د ۲ ح س — ۲ ح — ح س

د ح س — ح — ح س

حاصل جمع = ۱۴ د حاصل جمع = ۱۱ ح س حاصل جمع = ۴ د حاصل جمع = ۱۰ ح س

۴ ح ۲ د ۳ ح ۱ ح س ۵ ح س ۱

— ح ۷ د ۲ ح ۲ ح س ۴ ح س ۱

۵ ح ۶ د ۲ ح ۲ ح س ۴ ح س ۱

ح ۷ د ۲ ح ۲ ح س ۴ ح س ۱

ح ۵ د ۲ ح ۲ ح س ۴ ح س ۱

۱۰ ح ۷ د ۲ ح ۲ ح س ۴ ح س ۱

— ح ۷ د ۲ ح ۲ ح س ۴ ح س ۱

حاصل جمع = ۱۰ ح حاصل جمع = ۱۰ ح حاصل جمع = ۱۰ ح حاصل جمع = ۱۰ ح

سوم جبکہ متا دیر مرکب کو جمع کرنا ہو تو متا دیر متاثلہ کا
 حاصل جمع علیحدہ علیحدہ نکالو اور ان حاصل جمع کو جمع
 اونکی علامات کے ایک سیدھ میں لکھو وہی کل حاصل جمع
 مطلوب ہوگا مثلاً ۲ ح + ۳ س کو ۳ ح + ۴ س میں
 جمع کرنا ہے تو ۲ ح کو ۳ ح میں جمع کرنے سے
 ۵ ح حاصل جمع ہوا اور ۳ س کو ۴ س میں جمع
 کرنے سے ۷ س حاصل جمع ہوا اسلئے ۵ ح + ۷ س
 کل حاصل جمع ہوا

اگر ۳ ح - ۴ س کو ۲ ح + ۳ س میں جمع کرنا ہے تو ۲ ح اور
 ۳ ح کا ۵ ح حاصل جمع ہوا اور - ۴ س اور ۳ س کا - ۱ س
 حاصل جمع ہوا اسلئے ۵ ح - ۱ س کل حاصل جمع ہوا +
 ۲ ح + ۳ س سے یہ مراد ہے کہ ۲ ح میں ۳ س کو جمع کرنا ہے
 اور اسطرح ۳ ح + ۴ س سے بھی یہ مراد ہے کہ ۳ ح میں ۴ س
 کو جمع کرنا ہے اسلئے اگر کوئی کہے کہ ۲ ح + ۳ س اور ۳ ح + ۴ س
 ان دو مقادیر کو جمع کر لو تو اسکے یہ معنی سمجھو کہ ۲ ح ۳ س اور
 ۴ س کو جمع کرنا ہے +

علم حساب میں جب چھوٹے اور بڑے درجے کے اعداد کو جمع کرنا

ہوتا ہے تو بڑے درجے کے اعداد کو علیحدہ جمع کرتے ہیں اور چھوٹے درجے کے اعداد کو علیحدہ مثلاً پائون میں پائیان اور آنوں میں آنے اور روپوں میں روپے جمع کرتے ہیں +

مثالیں

(۱) ۵ ح — ۳ س اور ۴ ح — ۱ س کا حاصل جمع بتلاؤ

$$۵ ح — ۳ س$$

$$۴ ح — ۱ س$$

$$\text{حاصل جمع} = ۹ ح — ۱۰ س$$

۴ ح میں ۳ ح جمع کرنے سے ۹ ح حاصل ہوا اور ۳ س کو گھٹانا ہوا اور ۱ س کو بھی گھٹانا ہی اسلئے بلکہ اس کو گھٹانا ہوا اور اسکو — ۱۰ س لکھتے ہیں +

(۲) ۵ ح — ۳ س اور ۴ ح + ۱ س کا حاصل جمع بتلاؤ +

$$۵ ح — ۳ س$$

$$۴ ح + ۱ س$$

$$\text{حاصل جمع} = ۹ ح + ۲ س$$

۵ ح میں ۴ ح جمع کرنے سے ۹ ح حاصل جمع ہوا اور ۲ س

مثبت میں سے ۲ س منفی کم کرنے سے + ۲ س باقی رہا +

(۳) ح ۵ - ح ۳ - ح ۳ + ح ۴ + ح ۷ - ح ۸ - ح ۵ کو جمع کرو

ح ۳ - ح ۵

ح ۴ + ح ۷

ح ۸ - ح ۵

حاصل جمع = ح - ح

اس مثال میں ۹ ح مثبت ہیں اور ۸ ح منفی اس لیے ایک ح یلح مثبت باقی رہا اور ۷ ح مثبت اور ۸ ح منفی ہیں اس واسطے ایک ح - یا ۱ ح منفی رہا +

(۴) ح ۳ + ح ۴ + ح ۵ - ح ۶ + ح ۷ + ح ۸ - ح ۹ + ح ۱۰ - ح ۱۱ + ح ۱۲

۱۵ اور - ح ۱۴ - ح ۱۳ - ح ۱۲ - ح ۱۱ - ح ۱۰ - ح ۹ - ح ۸ - ح ۷ - ح ۶ - ح ۵ - ح ۴ - ح ۳ - ح ۲ - ح ۱

مقادیر متماثلہ کو جمع اور انکی علامات کے ایک سرے کے تیلے لکھو

ح ۳ + ح ۴ + ح ۵ - ح ۶ - ح ۷ - ح ۸ - ح ۹ - ح ۱۰

- ح ۱۱ + ح ۱۲ - ح ۱۳ - ح ۱۴ - ح ۱۵

- ح ۱۶ - ح ۱۷ - ح ۱۸ - ح ۱۹ - ح ۲۰ + ح ۲۱

حاصل جمع = ح ۲ + ح ۳ - ح ۴ - ح ۵ + ح ۶ + ح ۷

مقادیر متماثلہ کی پہلی صف میں ح ۳ مثبت ہیں اور ۹ ح منفی اس لیے ۶ ح منفی یا - ح ۶ باقی رہا اور دوسری صف میں

۱۰ اس ط مثبت ہیں اور ۹ س ط منفی ہیں اسوا سطلے ایک س ط
یا مثبت س ط یا + س ط باقی رہا اور تیسری صف میں ۲ ن ۱
مثبت ہیں اور ۱ ن ۲ منفی انہیں سے ۹ ن ۱ منفی یا - ۹ ن ۱
باقی رہا اور چوتھی صف میں ۳ ا مثبت ہیں اور ۵ ا منفی ان میں
سے ۱۶ مثبت یا + ۱۶ باقی رہا +

قاعدہ جمع کرنے مقادیر غیر متماثلہ کا

وقفہ ۱۵ مقادیر غیر متماثلہ کے جمع کرنے سے یہ مراد ہے کہ
اؤ کو مع اپنی اپنی علامت کے ایک سیدھ میں لکھو مثلاً ح + س ط
- ن ق کا یہ ح + س + ط - ن + ق حاصل جمع ہوا
اس سے یہ مراد ہے کہ تمام مقادیر مذکور جمع کیجا ونگی اور یہ یاد رکھو
کہ ح + س کے یہ معنی ہیں کہ ح میں س کو جمع کرنا ہے اور خیال
کرو کہ مقدار ح میں مقدار س جوڑی ہوئی ہے کیونکہ جب تک
مقدار ح اور س کی قیمت یا تعداد نامعلوم ہے تب تک ح اور س
جمع نہیں ہو سکتے مثلاً کوئی پوچھے کہ ۱۰ من ۳ سیر اور ۵ چھٹانک کا
حاصل جمع کیا ہے تو اوں کو ایک سطر میں اسطر پر لکھا ۱۰ من تین سیر
اور ۵ چھٹانک یہ حاصل جمع ہوا اگر کوئی پوچھے کہ ایک کمرے میں
۱۰ لڑکے ہیں اور دوسرے میں ۵ لڑکے تو دونوں کمروں میں

سب کتنے لڑکے ہونگے ۱۵ لڑکے جو اب ہوگا کیونکہ دونوں
 کمرون میں لڑکے ہی ہیں اور وہ مجھنس ہیں اسلئے ایک کمرے کے
 لڑکوں کی تعداد ۵ ہے اور دوسرے کمرے کے لڑکوں کی تعداد ۱
 ہے۔ مقادیر متماثلہ ہوئیں اور انکو جوڑنے سے سب ۱۵ لڑکے
 اگر کوئی شخص پوچھے کہ ایک احاطہ میں ۵ گھوڑے ہیں اور دوسرے
 احاطہ میں ۳ بیل تو اذ کیا حاصل جمع کیا ہوگا تو انکو علیحدہ علیحدہ
 کر کے بتلا دیں گے کہ ۳ بیل اور ۵ گھوڑے بھی انکا حاصل جمع ہوگا کیونکہ
 گھوڑا اور بیل غیر جنس ہیں اسلئے گھوڑوں کی تعداد ۵ اور بیلوں کی
 تعداد ۳ ہے مقادیر غیر متماثلہ ہوئیں اسلئے دونوں کو ملا کر یہ اسلئے
 نہ کہیں گے ۸ گھوڑے توجب کہتے جو ۳ بیلوں کو عوض ۳ گھوڑے
 ہوتے اور اسطرح ۸ بیل بھی نہیں کہہ سکتے کیونکہ ۸ بیل جب کہہ سکتے
 جو ۵ گھوڑوں کو عوض ۵ بیل ہوتے +

دفعہ ۱۶ جن مقداروں کو جمع کرنا ہے اگر اذ جنین مقادیر متماثلہ اور
 غیر متماثلہ دونوں شامل ہوں تو ۱۳ دفعہ کے بموجب مقادیر متماثلہ کا
 حاصل جمع دریافت کرو اور اسکے بائیں طرف مقادیر غیر متماثلہ کو جمع
 اپنی اپنی علامت کے ایک سیدھ میں لکھ دو یہی کل مقدار مرکب صلح مطلوب ہوگا +
 دفعہ ۱۷ اسکا مضائقہ نہیں کہ حاصل جمع مطلوب میں جس طرف

کسی ترتیب پر لکھے جاوین مگر اس بات پر محاذ رہے کہ اونکی عملت
میں کچھ فرق نہ پڑے اور اکثر حاصل جمع مذکور میں حروف تہجی کی ترتیب
پر حروف لکھے جاتے ہیں +

مثالیں

(۱) ح + ۲ س — ط و ح — ۵ ف + ۲ ط اور و + ۳ ر + ۳ ف

انکا حاصل جمع بتلاؤ +

ح + ۲ س — ط

ح اور ح مقادیر متماثلہ ہیں

ح — ۵ ف + ۳ ف ایضاً

— ۵ ف اور + ۳ ف ایضاً

و + ۳ ر + ۳ ف

— ط اور + ۲ ط ایضاً

اور باقی مقادیر غیر متماثلہ ہیں

(۲) ح + ۳ س — ۳ س + ۲ س — ح ط + ۳ س اور ح + ۳ س — ط

انکا حاصل جمع بتلاؤ

ح + ۳ س — ۳ س ط

ح اور ح مقادیر متماثلہ ہیں

ح + ۳ س — ح ط

ح اور + ۳ س ایضاً

ح + ۳ س — ح س

ح اور — ح ط ایضاً

ح + ۳ س — ح ط

اور باقی مقادیر غیر متماثلہ ہیں

(۳) در — او + ۲ اور ۲ + ۳ کا حاصل جمع کیا ہوگا

— ۱ + ۲ اور ۳ + ۳ مقادیر متماثلہ ہیں | در — ۱

۲ + ۲

۳ + ۲

اور باقی مقادیر غیر متماثلہ ہیں حاصل جمع = ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲

دفعہ ۱۸ قاعدہ جمع کرنے مقادیر متماثلہ اور غیر متماثلہ کا ہونے

میں جو مندرج ہو چکا ہے وہ قاعدہ جمع کرنے اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ وغیرہ

سے ملتا ہے +

مثلاً جب ۳ ہکوس ۳ سو اور ۳ سو جمع کرنے ہوں تو ۳ سو اور ۳ سو

مقادیر متماثلہ کے سر ۳ اور ۳ کا حاصل جمع ۶ ہو یا یہی حاصل جمع مقادیر

متماثلہ کے سر ۳ اور ۳ کا حاصل جمع مطلوب کا سر ہوا اور ۶ سو حاصل ہوا

اگر ۳ ہکوس ۳ اور ۵ دہائیاں اور ۶ اکائیاں مقادیر غیر متماثلہ کو جمع

کرنا ہو تو اول کو صرف ایک سیدہ میں لکھ دیتے ہیں مثلاً ۳ سو + ۵ دہائی

+ ۶ اکائی یا باختصار ۳۵۶ اس طرح لکھتے ہیں +

۳ سوالات

(۱) ح + س اور ح + س کا حاصل جمع کیا ہوگا

(۲) ح + س اور ح — س

ایضاً

(۲۰) ح - ۳ س + ۳ ط - ف اور ح + ۳ س + ۲ ط + ف ایضاً

(۲۱) ۹ - ۶ - ۷ - ۸ اور ۳ ص - ۹ + ۶ + ۷ ایضاً

(۲۲) خ + ۲ ح س + سن اور خ - ح س - ۳ س ایضاً

(۲۳) ۳ ڈ - ۶ د + ۲ د - ۳ - ڈ اور ۴ - ۷ - ۱ ڈ ایضاً

(۲۴) ح ط + س ف + س ف - ۳ ن اور ح ط + ط ن ایضاً

(۲۵) ح د - س ب و + ر اور ح د - د - س ر - ر ایضاً

(۲۶) ڈ - ۲ ح ڈ + ح ڈ + ۲ ح ڈ اور ح - ح ڈ اور ح ڈ ایضاً

(۲۷) ح - ۳ ح س - ۲ س ۲ س - ۲ س ۲ س + ط و ح س - ۲ س

س + س اور ح س - ۲ س اسکا حاصل جمع بتلاؤ

(۲۸) ۲ ڈ + ۱ ڈ + ۲ ڈ - ۳ ڈ اور ۳ ڈ + ن ر ایضاً

(۲۹) ۴ ڈ - ۳ ح د - ۲ ح د + ۲ ڈ اور ڈ اور ح د + ح د - ۳ ڈ ایضاً

(۳۰) ح ف + ۲ س ف - ۳ ط ف و ح ف - ۲ س ف اور ۲ س

ح س + ۲ ط ف - ح ط اسکا حاصل جمع بتلاؤ

تفہیم

وقفہ ۱۸ ایک مقدار میں سے دوسری مقدار کی انفرین کرنے کا قاعدہ اول اگر

دونوں مقداریں متماثلہ ہوں اور انکی علامات یکساں ہوں یعنی دونوں مقداریں مثبتہ ہوں یا منفیہ تو جس قدر میں سے دوسری ار کو گھٹاؤ اور اگر میں سے دوسری مقدار کے سر کو گھٹاؤ

اور حاصل تفریق کو نیا سر مالہ اور اس کے بائیں طرف مقدار متماثلہ کو
 سرور لکھی اور سہ کے بائیں طرف علامت مقادیر متماثلہ رکھ دی
 حاصل تفریق مطلوب ہوگا مثلاً ۵ ح میں سے ۲ ح کو تفریق کرو
 تو چونکہ ۵ ح = ۲ ح + ۳ ح اس لیے ۵ میں سے ۲ ح یا ۲ ح
 نکالنے سے ۳ ح باقی رہا یہی حاصل تفریق ہوا
 - ۵ ح میں سے - ۲ ح گھٹاؤ +

تو چونکہ ۵ ح = - ۲ ح - ۳ ح اس لیے - ۵ ح میں سے - ۲ ح
 نکالنے سے - ۳ ح باقی رہا یہی حاصل تفریق مطلوب ہوا

دوم اگر دونوں مقادیر متماثلہ ہوں مگر ان کی علامات مختلف ہوں
 یعنی ایک مقدار مثبت ہو اور دوسری منفی تو ان کی تفریق کرنے کا قاعدہ
 ہے کہ دونوں مقادیر کے سرور کو جمع کرو اور حاصل جمع کو نیا سر مالہ
 اور اس کے بائیں طرف مفروق منہ کی علامات رکھو یعنی جس مقدار میں سے
 دوسری مقدار گھٹاؤ اس کی علامت لکھو اور نئے سر مذکور کے بائیں طرف
 مقدار متماثل کے حرف لکھو یہی حاصل تفریق مطلوب ہوگا مثلاً - ۵ ح
 میں سے ۲ ح کو گھٹاؤ اور سکو - ۵ ح - ۲ ح اس طرح لکھینگے اور اس کے
 یہ معنی ہیں کہ مقدار ۵ ح کو ۲ دفعہ اور ۲ دفعہ یا ۷ دفعہ گھٹانا ہے
 اس لیے اسے - ۷ ح لکھتے ہیں ۵ ح میں سے - ۲ ح کم کرو +

تو چونکہ $ح = ح - ح$: اسلئے $ح$ میں $- ح$ کا لے لے سے
 $ح$ باقی رہا یہی حاصل تفریق ہوا :

سوم اگر مقادیر غیر متساوند ہوں تو انکی تفریق کرنے کا یہہ قاعدہ ہے
 کہ اون مقادیر کو مع علامات ایک سیدھ میں لکھو مثلاً $ح$ میں سے $س$ کو
 کم کرنا ہے تو اسکو $ح -$ میں لکھتے ہیں اور جو $ح$ میں سے $س$ نکالیں
 تو چونکہ $ح = ح + س - س$ اسلئے $ح$ میں سے $- س$ کو نکالنے

سے $ح + س$ باقی رہا یہی حاصل تفریق ہوا :
 امثال مندرجہ بالا کو ایک جگہ پر لکھتے ہیں

$ح$ میں سے $ح + س$ یا $ح$ گھٹانے سے $+ ح$ حاصل تفریق ہوا
 $- ح$ میں سے $- ح$ گھٹانے سے $- ح$ حاصل تفریق ہوا

$- ح$ میں سے $ح + س$ یا $ح$ گھٹانے سے $- ح$ ایضاً
 $+ ح$ میں سے $- ح$ گھٹانے سے $+ ح$ ایضاً

$ح$ یا $ح$ میں سے $س$ یا $س$ کم کرنے سے $- س$ ایضاً
 $ح$ یا $ح$ میں سے $- س$ کم کرنے سے $+ س$ ایضاً

ایسے ہی اور امثالوں سے یہہ ظاہر ہوتا ہے کہ تفریق کرنے کے
 لیے جو قاعدہ تفریق کا ذیل میں مندرج ہے وہ تفریق کے
 سوالات حل کرنے کے لیے کافی ہوگا :

قاعدہ

جس مقدار کو تفریق کرنا ہو اور اسکی علامت بائیں دو یعنی اسکی + علامت
 اثبات ہو تو او اسکے بجای علامت نفی رکھو اور اگر - علامت نفی ہو
 تو او اسکے بجای علامت اثبات پھر موجب قاعدہ جمع کے حاصل جمع
 دریافت کرو وہی حاصل تفریق مطلوب ہوگا

امثال

(۱) ۳ ح میں سے (۵) ۷ ح میں سے

ح کو تفریق کرو - ۷ ح کم کرو

ح ۳

حاصل تفریق = ح ۲

(۲) ۷ ح میں سے (۶) ۷ ح میں سے

ح کو تفریق کرو - ۷ ح کو تفریق کرو

حاصل تفریق = ح ۲

ح

(۳) ۷ ح میں سے (۷) ۳ ح میں سے

ح کو کم کرو - ۳ ح کو کم کرو

حاصل تفریق = ح ۴

ح

(۴) ۳ ح میں سے - ح کو گھٹاؤ (۸) ۷ ح میں سے - ۷ ح کو تفریق کرو

ح ۳ -

حاصل تفریق = ح ۴

(۹) - ح میں سے	(۱۵) ر + ح د میں سے
ح کو کم کرو	ر - ح د کو گھٹاؤ
<u>ح</u>	<u>ح</u>
(۱۰) - ح میں سے	(۱۶) ح ۳ - ح ۲ + ح ۱ میں سے
ح کو گھٹاؤ	ح - ح ۲ + ح ۱ کو گھٹاؤ
<u>ح</u>	حاصل تفریق = ح ۲ - ح ۱ - ح ۳
(۱۱) - ح میں سے	(۱۷) ح ۱ - ح ۲ + ح ۳ میں سے
ح کو گھٹاؤ	ح ۱ - ح ۲ + ح ۳
حاصل تفریق = ح	حاصل تفریق = ح + ح ۳ - ح ۱
(۱۲) ح میں سے	(۱۸) ح ۱ - ح ۲ + ح ۳ میں سے
ح کو گھٹاؤ	ح ۱ - ح ۲ + ح ۳ کو کم کرو
<u>ح</u>	<u>ح ۳ + ح ۱ - ح ۲</u>
(۱۳) ح + ح میں سے	(۱۹) ح ۳ در - ح ۲ + ح ۱ میں سے
ح - ح کو کم کرو	ح ۳ در + ح ۲ - ح ۱ کو کم کرو
<u>ح</u>	حاصل تفریق = ح ۲ - ح ۱ - ح ۳
(۱۴) ح - ح میں سے	(۲۰) ح + ح میں سے
ح میں سے کو گھٹاؤ	ح + ح کو کم کرو
<u>ح</u>	ح - ح + ح

(۲۱) ۵ ڈ - در + ر + مین سے (۲۴) ح + ۱/۲ س + ۱ مین سے

$$\frac{-\text{ڈ} + \text{در} + \text{ر} + \text{مین سے}}{\text{ڈ} - \text{در} - \text{ر}} \quad \frac{\text{ح} + \text{س} + \frac{1}{2} \text{ کو کم کرو}}{\text{ح} + \frac{1}{2} \text{ س} - \frac{1}{2}}$$

(۲۲) ح + ڈ - ۵ س - ۵ مین سے (۲۵) ۱/۲ ڈ - ۵/۲ در + ۱/۲ مین سے

$$\frac{\text{ح} + \text{س} - \frac{5}{2} \text{ کو کم کرو}}{\text{ح} - \frac{1}{2} \text{ س} - \frac{1}{2} \text{ در} - \frac{1}{2} \text{ ڈ کو کم کرو}} \quad \frac{\text{ح} - \frac{1}{2} \text{ س}}{\text{حاصل تفریق} = \text{ڈ} - \text{در} + ۲ \text{ ڈ}}$$

(۲۳) ۳ ڈ + ۳ - ۶ - ۱۰ مین سے

$$\frac{-\text{ڈ} + \text{در} + \text{ر} + \text{مین سے}}{\text{ڈ} - \text{در} - \text{ر} - ۹ \text{ کو کم کرو}}$$

$$\frac{\text{حاصل تفریق} = \text{ڈ} - \text{در} - ۱}{\text{حاصل تفریق} = \text{ڈ} - \text{در} - ۱}$$

دفعہ ۱۹ چونکہ ح + س مین ح - س کو جمع کرنے سے ۲ ح حاصل مبع ہوا اور ح + س مین سے ح - س کو کم کرنے سے ۲ س حاصل تفریق ہوا اس سے یہ بات ظاہر ہوتی ہے کہ کسی دو مقدار کے حاصل تفریق میں انکھا حاصل جمع جوڑا جائے تو حاصل جمع برابر ہوگا دو چند بڑی مقدار کے اور اگر حاصل تفریق کو حاصل جمع سے کم کریں تو حاصل تفریق برابر ہوگا دو چند چھوٹی مقدار کے بموجب اس قاعدے کے سوالات مندرجہ ذیل کے جواب نکالتے ہیں *

اور کیلاوتی کے حساب شکر من ہیں یہ قاعدہ لکھا ہے اور کیلاوتی

پڑھنے والے اس قاعدے کی اصل کو بخوبی نہیں سمجھتے اور جبر و
مقابلے کے پڑھنے والے اسے بخوبی سمجھ سکتے ہیں قاعدے
کی اصل کا بیان اوپر ہو چکا ہے اور اس کے سوالات ذیل میں ہیں

سوالات

(۱) دو عددوں کا ۱۰۰ حاصل جمع ہے اور ۵۰ حاصل تفریق بتلاؤ کہ
وے کون سے دو عدد ہیں +

$$\text{بڑی مقہار کا دو چند} = 100 = 50 + 50$$

اسی لیے فقط بڑی مقدار = $\frac{100}{2} = 50$ اور دونوں متساوی کا
۵۰ حاصل تفریق ہے اس لیے بڑی مقدار ۷۵ میں سے دونوں مقدار
کے حاصل تفریق کو منہا کیا تو $75 - 50 = 25$ یہ چھوٹی مقدار
ہوئی اس باعث سے ۷۵ اور ۲۵ دونوں اعداد مطلوب ہو +

(۲) ایک مرد اور عورت دونوں کی عمر مل کر ۷۷ برس کی ہے اور
مرد کی عمر عورت کی عمر سے ۷ برس زیادہ ہے تو بتلاؤ کہ ہر ایک کی عمر کتنی ہو
مرد کی عمر دو چند = $77 = 44 + 44$

اس لیے مرد کی عمر = $44 = 32$ سال اس لیے مرد کے ۳۲ سال میں
سے ۷ سال کم کیے تو $32 - 7 = 25$ سال ہی عورت کی عمر ہوئی
(۳) $\frac{1}{4}$ کے ایسے ۲ حصے کرو کہ پہلا حصہ دوسرے حصہ سے $\frac{1}{4}$ کو برابر بنا دو

دو نون حصوں کا حاصل جمع = $\frac{1}{2}$

دو نون حصوں کا حاصل تفریق = $\frac{1}{2}$

بڑا حصہ دو چند = $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

اسی لیے بڑا حصہ = $\frac{3}{4}$ کا $\frac{1}{2}$ = $\frac{3}{8}$

اٹھ چھوٹا حصہ دو چند = $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$

اسی لیے چھوٹا حصہ = $\frac{1}{4}$ کا $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{8}$

اسی لیے دو نون حصے $\frac{3}{8}$ اور $\frac{1}{8}$ جو مجموعاً

۴ سوالات تفریق

(۱) ح میں سے س - و کو کم کرو

(۲) ح + س - ط - ف میں سے ح - س + ط - ف کو کھٹاؤ

(۳) ح + س - ط میں سے ح - س + ۲ ط کو کم کرو

(۴) ح + و - ہ - س - ۵ ط میں سے و + ۲ س - ۵ ط کو ایضاً

(۵) ۳ + و + ۲ - ہ - س میں سے ۲ + و + ۳ + س کو ایضاً

(۶) ح + و + س - ر - ط میں سے ح - و - س + ر + ط کو ایضاً

(۷) ۳ س + ح - س + ح میں سے ۲ س + ح - س کو ایضاً

(۸) و + و + ۲ میں سے و - و + ۲ کو ایضاً

(۹) ۲ و + و + ۳ + ۴ میں سے و - ۲ - و + ۲ کو ایضاً

(۱۰) ۲ جن + ۵ م - ۳ ن میں سے م ن + م ن کو ایضاً

(۱۱) ۲ در + م د - ۳ ر میں سے ۳ در - ۲ م د کو ایضاً

(۱۲) ۵ ح س ط - ۲ ح س - ۳ ح ط میں سے ۲ ح س + ۳ ح ط کو ایضاً

(۱۳) ۲ ح س + ۲ ح ط میں سے ۲ ح س - ۲ ح ط کو ایضاً

(۱۴) ۴ ح د - ۲ ح س + ۲ ح د میں سے ۲ ح د - ۲ ح س کو ایضاً

(۱۵) ۲ ح س + ۲ ح ط - ۵ ح ط میں سے ۲ ح س + ۲ ح ط کو ایضاً

(۱۶) ۲ در + ۳ ح س + ۵ م میں سے ۲ ح س + ۲ م کو ایضاً

(۱۷) ۲ ح د - ۲ در + ۲ م میں سے ۲ ح د + ۲ م کو ایضاً

(۱۸) ۲ ح س - ۲ ح ط میں سے ۲ ح س - ۲ ح ط کو ایضاً

ضرب کے بیان میں

دفعہ ۲۰ ایک مقدار مفرد کو دوسری مقدار مفرد میں ضرب کرنے

کا قاعدہ اول اگر دونوں مقادیر مفرد مثبت ہوں مثلاً ۲ ح اور ۳ س

تو ان کا حاصل ضرب بوجہ ۴ دفعہ کے = ۲ ح × ۳ س = ۶ ح س

۲ ح × ۳ س اور ۳ ح × ۲ س = ۶ ح س ایسے حاصل ضرب مذکور =

۶ ح س کیونکہ ۲ ح × ۳ س = ۶ ح س

دوسرے اگر ایک مقدار منفی ہو مثلاً ۲ ح کو - ۳ س میں ضرب دو

یا - ۲ ح کو ۳ س میں ضرب دو ان دونوں سوالوں سے یہی مراد

کہ ۳ س کو ۲ ح دفعہ گھٹانا ہے اسیلئے اگر ۳ س کو ۲ ح دفعہ جمع کریں یعنی ۳ س کو ۲ ح میں ضرب دین تو اس حاصل ضرب ۶ ح س اور حاصل ضرب مطلوب میں صرف علامت کا فرق ہوگا اس سبب سے حاصل ضرب - ۶ ح س ہوا +

اگر دونوں متقاد پر مہینہ ہوں مثلاً - ۲ ح اور - ۳ س کو ضرب دو اس سے یہ مرز ہے کہ - ۳ س کو ۲ ح دفعہ کم کرنا ہے یعنی - ۶ ح س گھٹانا ہے مگر موجب ۱۸ دفعہ کے جو - ۶ ح س کو گھٹا دیں گواو سکی علامت کو بل دیوینگے یعنی - ۶ ح س کی بجائے - ۶ ح س لکھینگے اور اسکے معنی یہ ہیں کہ ۶ ح س کو جمع کرنا

امثال مذکورہ صدر کو ایک جگہ پر لکھتے ہیں

+ ۳ س کو + ۲ ح میں ضرب کرنے سے + ۶ ح س حاصل ضرب ہوا
 - ۳ س کو + ۲ ح میں ایضاً - ۶ ح س حاصل ضرب ہوا
 + ۳ س کو - ۲ ح میں ایضاً - ۶ ح س حاصل ضرب ہوا
 - ۳ س کو - ۲ ح میں ایضاً + ۶ ح س حاصل ضرب ہوا

اسی طرح اور مثالوں سے بھی یہی قاعدہ دو متقادیر مغزہ کے ضرب کرنے کا نکلتا ہے +

قاعدہ

جن دو مقادیر مضروبہ کو ضرب کرنا ہوا اور ان کے جڑوں کو پانچ پاس کر کے
 اور ان کے داہنی طرف اعداد سر کے حاصل ضرب کو کھنکھو اور راستے میں ضرب
 مطلوب کا سر جانو اگر دونوں مقادیر یعنی مضروب اور مضروب تیس کی
 علامات یکساں ہوں تو حاصل ضرب مطلوب کی علامت اثبات ہوگی اور اگر
 مختلف ہوں تو حاصل ضرب مطلوب کی علامت نفی ہوگی :

امثال

$$۵۶ \times ۱۰ = ۵۶۰ \quad ۳ \times ۵ = ۱۵$$

$$۴م - ۲ن = ۴م ۲ن$$

$$۶ح = ۲ح ۳ط \quad ۲ح ۲ط = ۴ح ۲ط$$

$$۲ح ۳س ۲ط = ۲ح ۲ط ۳س = ۴ح ۳س$$

و فتحہ ۲۱ مقدار مرکب کو مقدار مفرد میں ضرب کرنے کا قاعدہ

فرض کرو کہ ح + س + ط + وغیرہ کو م میں ضرب کرنا ہے تو ح کو م

سے ضرب کیا تو م ح حاصل ضرب ہوا سن کو م میں ضرب کرنے سے

م س حاصل ضرب ہوا ط کو م میں ضرب کرنے سے م ط حاصل ضرب

ہوا وغیرہ اور ان حاصل ضربوں کا حاصل جمع م ح + م س + م ط وغیرہ

حاصل ضرب ہوا کیونکہ یہ بات ظاہر ہے کہ جن مقادیر مضروبہ سے معتمد

مرکب بنتی ہے اور انکو علیحدہ علیحدہ م میں ضرب دیکر حاصل ضربوں کو جوڑنا

تو اس حاصل جمع کے یہ معنی ہوئے کہ مقدار مرکب مقدار م میں ضرب ہو گئی ہے اور وہی حاصل جمع حاصل ضرب مطلوب ہے اس سے یہ قاعدہ نکلتا ہے کہ موجب بیسویں دفعہ کے مضروب کی ہر ایک مقدار معزومہ کو مضروب فیہ کی مقدار مفرد میں علیحدہ علیحدہ ضرب کر حاصل ضربوں کو جمع کرو تو یہی حاصل جمع حاصل ضرب مطلوب ہوگا :

مثالیں

(۱) ح + س - ط کو ۲ میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح + س - ط

(۲) ح - س + ط کو ۲ میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = - ح + س - ط

(۳) ح - س + ط کو ۲ میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح - س + ط

(۴) ح - س + ط کو ۲ میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح - س + ط

(۵) ح + س کو ۲ میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح + س

(۶) ح + س کو ۲ میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح + س

(۷) ح + س کو ۲ میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح + س

(۸) ح + س کو ۲ میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح + س

(۹) ح + س کو ۲ میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح + س

(۱۰) ح + س کو ۲ میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح + س

(۱۱) ح + س کو ۲ میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح + س

(۱۲) ڈ - و + ع کو دوع میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ڈع - و ع + دوع

دو متقاویر مرکب کے ضرب دینے کا

قاعدہ

دفعہ ۲۲ فرض کرو کہ ح + س کو ط + ف میں ضرب دینا ہے

تو اس سے یہ مراد ہے کہ ح + س کو ط + ف دفعہ جوڑنا ہے یعنی ح + س

کو ط دفعہ جوڑنا ہے اور پھر اسی ح + س کو ف دفعہ جوڑنا ہے

۲۱ دفعہ میں جو قاعدہ لکھا ہے اس کے بموجب ح + س کو ط میں ضرب

دینے سے ح + س حاصل ضرب ہوا اور اس طرح ح + س کو ف میں

ضرب کرنے سے ح + ف حاصل ضرب ہوا اس لیے ح + س کو

ط اور ف یا ط + ف میں ضرب کرنے سے ح + س + ط + ح + ف

+ س + ف حاصل ضرب مطلوب ہوا

اگر ح + س کو ط - ف میں ضرب دینا ہو تو اس سے یہ مراد سمجھو کہ

ح + س کو ط دفعہ جوڑنا ہے اور ح + س کو ف دفعہ اوس میں سے

گھٹانا ہے ح + س کو ط میں ضرب کرنے سے ح + س + ط حاصل

ہوا اور ح + س - ف میں ضرب کرنے سے ح + ف - س حاصل ہوا اور اس کے

میں سے بموجب ۱۸ دفعہ کم کیا تو ح + س + ط - ح + ف - س حاصل ضرب مطلوب ہوا

اگر ح - س کو ط - ف میں ضرب کرنا ہو تو اس کے یہ معنی ہیں کہ

ح - س کو ط دفعہ بڑھانا ہے اور او سمین سے ح - س کو ف دفعہ گھٹانا
 ہے اسلیئے ح ط - س ط میں سے ح ف - س ف گھٹایا تو ح ط
 - س ط - ح ف + س ف حاصل ضرب مطلوب ہوا +
 اوپر جو مثالین لکھی ہیں او کو ایک جگہ پر لکھتے ہیں
 ح + س کو ط + ف میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب ح ط + س ط + ح ف + س ف
 ح + س کو ط - ف میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح ط + س ط - ح ف - س ف
 ح - س کو ط - ف میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح ط - س ط - ح ف + س ف
 اسلیئے او مثالوں سے بھی یہ قاعدہ ذیل نکلتا ہے

قاعدہ

مضروب کی ہر ایک مقدار مضرب کو مضروب فیہ کی ہر ایک مقدار مضرب میں
 علیحدہ علیحدہ ضرب کرو اور ان حاصل ضربوں کو جمع کرو تو وہی حاصل جمع
 حاصل ضرب مطلوب ہوگا +

امثال

(۱) ۱۰ + ۱ کو

۱۰ + ۱ میں ضرب دو

۱۰ + ۱ مضروب کو ۱۰ میں ضرب کرنے سے یہ حاصل ضرب ہوا

۱۰ + ۱ + ۱ مضروب کو ۱۰ میں ضرب کرنے سے یہ حاصل ضرب ہوا

۲+۳+۴ کل حاصل ضرب ہوا

$$(۲) \quad ۱+۲۰ \text{ یا } ۲۱+۱ \text{ کو}$$

۱۹ یا ۲۰-۱ میں ضرب دو

$$\overline{۲۰+۳۰۰} \quad \overline{۱۹}$$

$$\overline{۱-۲۰-} \quad \overline{۲۱}$$

حاصل ضرب ۳۹۹ یا ۴۰۰-۱

$$(۳) \quad ۲+۳ \text{ کو}$$

۳-۳ میں ضرب دو

۶+۳ یہ حاصل ضرب مضروب کو ۳ میں ضرب کرنے سے ہوا

۲-۳-۳ یہ حاصل ضرب مضروب کو ۳ میں ضرب کرنے سے ہوا

۶+۳-۳-۳ کل حاصل ضرب ہوا

$$(۴) \quad ۳+۳ \text{ کو}$$

۳+۳ میں ضرب دو

۳+۳ یہ حاصل ضرب مضروب کو ۳ میں ضرب کرنے سے ہوا

۳+۳+۳ میں ضرب کرنے سے یہ حاصل ضرب ہوا

۳+۳+۳ کل حاصل ضرب ہوا

$$(۵) \quad ۳-۳ \text{ کو}$$

ح - س میں ضرب دو

ح - ح س مضروب کو ح میں ضرب کرنے سے یہ حاصل ہوا

ح - س + س میں ضرب کرنے سے یہ حاصل ہوا

ح - ح س + س کل حاصل مطلوب ہوا

(۶) د - ۲ کو

د + ۲ میں ضرب دو

د + ۲ در یہ حاصل ضرب مضروب کو ۲ میں ضرب کرنے سے ہوا

د + ۲ در یہ حاصل ضرب مضروب کو ۲ میں ضرب کرنے سے ہوا

د + ۲ در - ۲ کل حاصل ضرب ہوا

مثال

(۷) ۱ - ۱

۱ + ۱

۱ - ۱

۱ + ۱

۱ - ۱

یعنی دو مقداروں کے مجموعہ اور حاصل تفریق کو باہم ضرب کریں تو

اؤنکر مجذور و ذکا حاصل تفریق حاصل ہوتا ہے +

اب ایک ایسی مثال لکھتے ہیں کہ جس کے مضروب اور مضروب فیہ کی مقدار

مکرب میں دو سے زیادہ مقادیر مفروضوں *
 $2C + 3S - 4P$ کو

$C + S - 4P$ میں ضرب دو

$2C + 3S - 4P$ سے $C + S - 4P$ کو ضرب کر کے ہوا

$2C + 3S - 4P$ سے $2C + 3S - 4P$ کو ضرب کر کے ہوا

$2C + 3S - 4P$ سے $2C + 3S - 4P$ کو ضرب کر کے ہوا

$2C + 3S - 4P$ سے $2C + 3S - 4P$ کو ضرب کر کے ہوا

ایک مقدار کی قوتوں کے ضرب کرنے کا

قاعدہ

دفعہ ۲۳۳ ایک مقدار کی جن قوتوں کو مثلاً C^2, C^3, C^4 وغیرہ

کو ضرب کرنا ہو تو ان کے قوت نماؤں کو جمع کرو اور اسے حاصل جمع کو مقدار

نکود کا نیا قوت نما فرض کرو کہ وہی حاصل ضرب مطلوب ہوگا

مثلاً $C^2 \times C^3 = C^5$ کیونکہ موجب ۸ دفعہ کے $C^2 = C^2 \times C^3$

اور $C^3 \times C^4 = C^7$ کیونکہ $C^3 \times C^4 = C^7$

$C^4 \times C^5 = C^9$ کیونکہ $C^4 \times C^5 = C^9$

اگر اور اعداد قوت نما ہوں تو ان کو جمع کرو اور حاصل جمع کو مقدار کا

نیا قوت نما فرض کرو وہی حاصل ضرب مطلوب کے برابر ہوگا *

حاصل ضرب مطلوب کے مثلاً ح + س کی دوسری قوت کو ح + س
 کی تیسری قوت میں ضرب دین تو حاصل ضرب برابر ہوگا
 ح + س کی پانچویں قوت کے یعنی (ح + س)^۵ × (ح + س)^۳ = (ح + س)^۸

مثالیں

$$(۱) ۲ د ۳ × ۳ د ۲ = ۵ د ۳ × ۲ د ۱ = ۷ د ۶$$

$$(۲) ۷ ح د × ۲ ح د = ۹ ح د × ۲ ح د = ۱۱ ح د$$

$$(۳) ۵ ح ط × ۳ ح ط = ۸ ح ط × ۳ ح ط = ۱۱ ح ط$$

$$(۴) ۳ د ر ص × ۴ د ر ص = ۷ د ر ص × ۳ د ر ص = ۱۰ د ر ص$$

$$(۵) م ن د ر × ع ر = م ن ع د ر ر = م ن ع د ر ر$$

$$(۶) ۴ ح س ط د × ح س ط د = ۸ ح س ط د × ح س ط د = ۱۲ ح س ط د$$

$$(۷) ۲ ح ۳ ح × ۳ ح ۲ ح = ۵ ح ۳ ح × ۲ ح ۲ ح = ۷ ح ۳ ح$$

$$(۸) ح د ک س د ن × ح س د ک ن س د ن = ح د ک س د ن × ح س د ک ن س د ن$$

$$(۹) ح د ک س د ن × ح س د ک ن س د ن = ح د ک س د ن × ح س د ک ن س د ن$$

$$(۱۰) ۲ ح د × ۳ ح ر = ۵ ح د ر × ۲ ح ر = ۷ ح د ر$$

$$= ۱۱ ح د ر$$

- (۱) ح در کوس مین ضرب دو (۱۸) ۱- و کو دو ۲- و مین ضرب دو
- (۲) ۳ م ن کو - ع مین ضرب دو (۱۹) ح و س ر کو دو - ر مین ضرب دو
- (۳) م + ن - ع کو ۳ مین ضرب دو (۲۰) ح + ۲ کو ح - ۳ مین ضرب دو
- (۴) ح و س ۲ کو ع مین ضرب دو (۲۱) ۷ - ۱ کو ۵ - ۳ مین ضرب دو
- (۵) ح و ف ۲ س ن کو ح مین ضرب دو (۲۲) ح و - ۳ س ر کو ۴ - ۳ مین ضرب دو
- (۶) ح - ح ۲ - ح در کو ح د مین ضرب دو (۲۳) ۱ - ۲ م ن کو ۲ م + ن مین ضرب دو
- (۷) ۳ - ۲ - ۲ کو ۲ - ۲ مین ضرب دو (۲۴) ح - ح ۲ - ح ط کو ح ط - ۲ مین ضرب دو
- (۸) ۱ - ۱ ح ۲ - ۳ س ۲ کو - ۲ مین ضرب دو (۲۵) ۱ + ۲ + ۳ ر کو دو - ر مین ضرب دو
- (۹) ح ۲ - ح ۳ - ح ط + ۵ م ن کو ۲ مین ضرب دو (۲۶) ح + د - ر کوس - ر مین ضرب دو
- (۱۰) ۲ - ۲ کو ۲ مین ضرب دو (۲۷) ح ط - ح ط - ح ط ح ف کو ح مین ضرب دو
- (۱۱) ح و س - ر ط کو ۲ در مین ضرب دو (۲۸) ح + ح + ح + ۱ کو ح - ۱ مین ضرب دو
- (۱۲) ح - ح - س و ف کوس ر مین ضرب دو (۲۹) ح و ح و ح و ح کو ح مین ضرب دو
- (۱۳) ح + ح و کوس ۲ مین ضرب دو (۳۰) ۴ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ کو ۲ و ۳ مین ضرب دو
- (۱۴) ۶ و ۲ کو دو - ۱ مین ضرب دو (۳۱) ۴ + ۲ + ۲ + ۲ کو ۴ - ۲ و ۲ مین ضرب دو
- (۱۵) ۴ - ۲ کو دو ۳ مین ضرب دو (۳۲) ح - ۲ - ۲ کو ح - ۲ مین ضرب دو
- (۱۶) ۲ - ۲ کو دو - ۲ مین ضرب دو (۳۳) ۳ + ۲ + ۲ + ۲ کو دو ۲ مین ضرب دو
- (۱۷) ۱ - ۱ کو دو ۱ + مین ضرب دو (۳۴) ح ۲ + ۲ س ر کو ح و ۲ - ۳ مین ضرب دو

(۳۵) ۲ ح - ۳ ح س + ۳ ح س کو ۴ ح س - ۳ ح س میں ضرب دو
قسمت

الفاظ مقسوم و مقسوم علیہ و خارج قسمت کے معنی

علم حساب اور جبر و مقابلہ میں یکساں ہیں *

ایک مقدار کو دوسری مقدار پر تقسیم کرنے سے یہ مراد ہے
کہ پہلے مقدار میں دوسری مقدار کتنی دفعہ گھٹ سکتی ہے اور اگر خارج

قسمت کو مقسوم علیہ میں ضرب دو تو حاصل ضرب برابر ہوگا مقسوم کے

ایک مقدار مفرد کو دوسری مقدار مفرد پر تقسیم کرنے کا

قاعدہ

دفعہ ۲۴ جو کہ خارج قسمت \times مقسوم علیہ = مقسوم اس لیے مقسوم

کے ایسے دو حصے لے جاویں کہ اونکا حاصل ضرب برابر ہو مقسوم کے

اور ایک حصہ برابر ہو مقسوم علیہ کے تو دوسرا حصہ برابر ہوگا خارج قسمت

کے مثلاً ۳ کو ۲ پر تقسیم کرنا ہو تو ۳ میں ۱ کا ۳ سر ہے اس لیے ۳ خارج

قسمت ہوگا

اور اگر ۳ کو ۲ پر تقسیم کرنا ہو تو ۳ میں ۱ کا ۳ سر ہے اس لیے ۱

خارج قسمت ہوگا

ان مثالوں سے یہ قاعدہ نکلتا ہے کہ اگر ایک مقدار مفرد دوسری

مقدار مغز پر پوری دفعہ تقسیم ہو جاوے تو تقسیم کرنے کا یہ قاعدہ ہے کہ مقسوم کے ایسے دو حصے کر لو کہ اونکا حاصل ضرب برابر ہو مقسوم کے اور ایک حصہ برابر ہو مقسوم علیہ کے تو دوسرا حصہ برابر ہو گا خارج قسمت کے

مثالین

(۱) ۶ ح س ط کو ۷ ح س پر تقسیم کرو

۷ ح س ط = ۷ ح س ۳ ط ایسے ۳ ط خارج قسمت ہوا

(۲) ۱۰ در کو ۲ پر تقسیم کرو

۱۰ در = ۲ × ۵ ایسے ۵ خارج قسمت ہوا

(۳) ۷ ح در کو ۷ ح در پر تقسیم کرو

۷ ح در = ۷ ح در × ۱ ایسے ۱ خارج قسمت ہوا

(۴) ۶ م ن ع ر کو ۷ م ع ر پر تقسیم کرو

۶ م ن ع ر = ۷ م ع ر × ۶ ن ایسے ۶ ن خارج قسمت ہوا

(۵) ۱۴ ح س ط کو ۷ ح س پر تقسیم کرو

۱۴ ح س ط = ۷ ح س ۲ ط ایسے ۲ ط خارج قسمت ہوا

(۶) ۸ ح س ط کو ۴ ح س ط پر تقسیم کرو

۸ ح س ط = ۴ ح س ط × ۲ ایسے ۲ ح س ط

۲ ح س ط خارج قسمت ہوا

ب = ۳ - ۲ = ۱ اس لیے کل مقدار مقسوم کو مقدار ح پر تقسیم کیا تو

تو ۳ + ۲ = ۵ خارج قسمت مطلوب ہوا

(۲) م + ن + د = ۳ اور کو د پر تقسیم کرو

م + ن + د = ۳ اور کو د پر تقسیم کرو

اس لیے کل مقدار کو د پر تقسیم کیا تو م + ن + د = ۳ اور کو د پر تقسیم ہوا

(۳) ح + ڈ = ۲ اور کو ح پر تقسیم کرو

ح + ڈ = ۲ اور کو ح پر تقسیم کرو

ح = ۳ - ۲ = ۱ اور ڈ = ۲ - ۱ = ۱ اس لیے ح = ۱ اور ڈ = ۱

+ ڈ یہ خارج قسمت مطلوب ہوا

جبکہ مقسوم علیہ مقدار مرکب ہو تو تقسیم کرنا

قاعدہ

واقعہ ۲۶ اول مقسوم اور مقسوم علیہ دونوں کی مقدار میں فرق کو
 موافق قوت ایک حرف کے با ترتیب لکھو یعنی حرف نہ لکھو کہ سب سے
 بڑی قوت جس مقدار میں ہو اور سے پہلے رکھو اور اس سے چھوٹی قوت
 جس مقدار میں ہو اور سے پہلی مقدار کو بائیں طرف لکھو اور جس مقدار میں ہو اور کو
 قوت دوسری مقدار کو حرف نہ لکھو کہ سب سے چھوٹی قوت دوسری مقدار کو بائیں
 طرف لکھو علیٰ ہذا القیاس مقسوم اور مقسوم علیہ کی جتنی مقدار میں ہو اور کو

اس ترتیب پر لکھو کہ حرف مذکور کی قوتیں گھٹتی چلی جاوین
یا مقسوم اور مقسوم علیہ کی مقادیر مفروضہ کو برعکس ترتیب بالا کے لکھو
یعنی جس مقدار میں حرف مذکور کی قوت سب سے چھوٹی ہو اور سے
اول لکھو اور جس مقدار میں اس سے بڑی قوت ہو اور سے اول مقدار
کے بائیں طرف لکھو و علیٰ ہذا القیاس مقسوم اور مقسوم علیہ کی ^{مقادیروں} جتنی
مفروضہوں اور انکو اس ترتیب پر لکھو کہ حرف مذکور کی قوتیں بڑھتی چلی جاوین
دوم ۲۴ دفعہ کے بموجب مقسوم کی اول مقدار مفروضہ کو مقسوم علیہ کی
اول مقدار مفروضہ پر تقسیم کرو اور جو خارج قسمت حاصل ہو اور سے خارج قسمت
مطلوب کے پہلی جگہ پر لکھو

سوم مقسوم علیہ کی ہر ایک مقدار مفروضہ کو خارج قسمت کی اول مقدار
مفروضہ میں ضرب دو اور کل حاصل ضرب کو مقسوم میں سے منہا کرو
چہارم جو باقی رہے اور سے نیا مقسوم فرض کرو اور بموجب طریق مذکور
کے عمل کرو اور جو خارج قسمت حاصل ہو اور سے اول مقدار خارج قسمت
کے بائیں طرف لکھو یہی عمل جاری رکھو جب تک کچھ باقی نہ رہے پھر جو
خارج قسمت حاصل ہو وہی جواب ہو گا یا آخر میں جو باقی رہے وہ کم ہو
مقسوم علیہ سے تو اس باقی کے نیچے مقسوم کو لکھ کر اس کسر کو کل
خارج قسمت کے داہنی طرف لکھو یہی خارج قسمت مطلوب ہوگا

قاعدہ تقسیم مذکورہ الصدر علم حساب کے قاعدہ تقسیم سے ملتا ہے
مثلاً تین سو چوراسی کو بتیس پر تقسیم کرنا ہوتا ہے تو مقسوم اور مقسوم
کو عدد ۱۰ کی قوتوں کے بموجب لکھتے ہیں مثلاً بتیس مقسوم علیہ کو
اسطرح پر ۳۲ لکھتے ہیں اور اس سے یہ مراد ہے کہ $۲ + ۱۰ \times ۳$
اور اسطرح ۳۸۴ کے یہ معنی ہیں کہ $۴ + ۱۰ \times ۸ + ۱۰ \times ۳$ پس
قسمت کرنے میں مقسوم علیہ کی پہلی رقم یعنی ۳۰ یا ۱۰×۳ مقسوم
کی پہلی رقم یعنی ۳۰ یا ۱۰ میں ۱۰ دفعہ جاسکتی ہے اسلئے
۱۰ خارج قسمت کا ایک حصہ ہوا پھر اگنا ۳۲ یعنی ۲۰ کو ۳۸ میں
سے تفریق کیا تو ۶ باقی رہا اور کو نیا مقسوم فرض کر کے ۳۲ پر
تقسیم کیا تو ۲ خارج قسمت حاصل ہوا اور کچھ باقی نہ رہا اس خارج قسمت کو
۱۰ اول خارج قسمت مذکور میں جوڑ دیا یعنی ۱۲ کل خارج قسمت مطلوب
ہوا

مثالین

(۱) ح ط + س ط + ح ن + س ن کو ح + س پر تقسیم کرو
اس مثال میں بترتیب قوتوں ح ن ح کے مقسوم اور مقسوم علیہ
کی رقموں کو لکھا

خارج قسمت

مقسوم

مقسوم علیہ

$$\begin{array}{r} \text{ح} + \text{س} \quad \text{ح} \text{ ط} + \text{ح} \text{ ف} + \text{س} \text{ ط} + \text{س} \text{ ف} \quad \text{ح} + \text{ط} + \text{ف} \\ \text{ح} \text{ ط} + \text{س} \text{ ط} \end{array}$$

$$\frac{\text{ح} + \text{ف} + \text{س} \text{ ف}}{\text{ح} + \text{ف} + \text{س} \text{ ف}}$$

$$\frac{\text{ح} + \text{ف} + \text{س} \text{ ف}}{\text{ح} + \text{ف} + \text{س} \text{ ف}}$$

اسی لیے ط + ف خارج قسمت ہوا

مثال مندرجہ بالا میں مقسوم علیہ کی اول رقم ح مقسوم کی اول رقم ح ط میں ط دفعہ منہا ہو سکتی ہے اسی لیے ط کو کل خارج قسمت کا ایک حصہ فرض کرنا اور سے مقسوم کی بائیں طرف لکھا پھر ح + س مقسوم علیہ کو ط میں ضرب کر ح ط + س ط حاصل ضرب کو مقسوم میں سے گھٹا دیا تو ح + ف + س ف باقی رہا اس باقی کو نیا مقسوم فرض کرنا کو ح پر تقسیم کیا تو ح + ف خارج قسمت حاصل ہوا یہ

خارج قسمت مطلوب کا دوسرا جز ہوا اسے بائیں طرف لکھا تو ط + ف کل خارج قسمت مطلوب ہوا اور تقسیم کرنے کے بعد کچھ باقی نہ رہا

$$(۲) \quad \text{ح} + \text{س} - \text{ح} \text{ س} \text{ کو ح} - \text{س} \text{ پر تقسیم کرو}$$

مقسوم اور مقسوم علیہ کی رقموں کو بترتیب تو تو ن ح کے لکھا تو

$$\text{ح} - \text{س} \text{ مقسوم علیہ اور ح} - \text{ح} \text{ س} + \text{س} \text{ مقسوم ہوا}$$

مقسوم علیہ مقسوم خارج قسمت

$$\begin{array}{r} \text{ح} + \text{س} - \text{ط} \quad \text{ح} + \text{ح} + \text{س} - \text{ط} + \text{س} - \text{ا} - \text{س} + \text{ط} + \text{م} + \text{ط} \quad \text{ح} + \text{س} + \text{م} + \text{ط} \\ \hline \text{ح} + \text{ح} + \text{س} - \text{ط} \end{array}$$

$$+ \text{ح} + \text{س} - \text{ط} + \text{س} - \text{ا} - \text{س} + \text{ط} + \text{م} + \text{ط}$$

$$+ \text{س} + \text{س} + \text{س} - \text{ا} - \text{س} + \text{ط}$$

$$- \text{س} - \text{ط} - \text{س} + \text{ط} + \text{م} + \text{ط}$$

$$- \text{س} - \text{ط} - \text{س} + \text{ط} + \text{م} + \text{ط}$$

۱۔ لیے ح + س - ط۔ م ط کل خارج قسمت مطلوب ہوا

(۴) ۶۴ - ح کو ۲ ح پر تقسیم کرو

مقسوم علیہ مقسوم خارج قسمت

$$\begin{array}{r} \text{ح} - ۶۴ \quad \text{ح} - ۶۴ \\ \hline \text{ح} - ۶۴ \end{array}$$

$$\text{ح} - ۶۴$$

۱۔ سلیے ۳۲+۶ح+۸ح+۲ح+۳ح+۲ح+۳ح خارج قیمت حاصل ہوا

۶ سوالات

- | | |
|--|--|
| (۱) ۷ د کو ۷ پر تقسیم کرو | (۱۳) ۳ ح ۶ - ۲ ح س ف کو |
| (۲) ۷ د کو ۷ پر تقسیم کرو | ۳ ح پر تقسیم کرو |
| (۳) ۳ ح د کو ۷ پر تقسیم کرو | (۱۵) ۸ د - ۶ در کو - ۲ د پر تقسیم کرو |
| (۴) ۳ ح د کو ۷ پر تقسیم کرو | (۱۶) ۳ س ۳ ط + ۲ ح س ط - ۶ س ط |
| (۵) ۳ ح س د کو ۷ پر تقسیم کرو | کو ۳ س ط پر تقسیم کرو |
| (۶) ۳ ح س ط کو ۳ س ط پر تقسیم کرو | (۱۷) ۳ ح ۲ د - ۲ ح س د - ۲ ح د کو |
| (۷) ۳ ح در کو ۷ پر تقسیم کرو | - ۳ ح د پر تقسیم کرو |
| (۸) ۳ ح در کو - ۷ پر تقسیم کرو | (۱۸) ۳ ح ۲ د - ۲ ح س د + ۲ ح د کو |
| (۹) ۲ م ن کو - ۲ م ن ح پر تقسیم کرو | ح ۲ د پر تقسیم کرو |
| (۱۰) ۳ ح ۲ د کو ۳ ح پر تقسیم کرو | (۱۹) ۲ د + ۲ د کو + ۲ د پر تقسیم کرو |
| (۱۱) ۷ م ن ۷ کو - ۲ م ن ۷ | (۲۰) ۲ ح ط - ۳ س ط + ۲ ح ن - ۳ م ن |
| پر تقسیم کرو | کو ۳ - ۳ پر تقسیم کرو |
| (۱۲) ۲ ح س ۲ کو - ۲ ح در | (۲۱) ۲ ح ۲ - ۲ ح س ۲ - ۲ ح س کو ۲ ح پر تقسیم کرو |
| پر تقسیم کرو | (۲۲) ۳ ح ۲ - ۲ ا د - ۲ ح د کو |
| (۱۳) ۳ ح ط - ۲ ح س ن کو ۷ پر تقسیم کرو | ۳ ح ۲ د پر تقسیم کرو |

(۲۳) $۲ح + ۲ح - ۶کو + ۲ح - ۳$ پر تقسیم کرو

(۲۴) $۲ح + ۲ح + ۲ح - ۲ح - ۳ط - ۳ط + ۳ط + ۳ط - ۳ط + ۳ط - ۳ط + ۳ط$ پر تقسیم کرو

(۲۵) $۳ + ۳ + ۱۶ - ۲۵$ کو ۲ پر تقسیم کرو

(۲۶) $۳ + ۳ + ۱۳ + ۹ + ۲ + ۲ + ۵ + ۱$ پر تقسیم کرو

(۲۷) $۲ح + ۲ح - ۳س - ۳س - ۳س - ۳س - ۳س + ۳س + ۳س + ۳س$

پر تقسیم کرو

(۲۸) $۱۵ح + ۱۰ح + ۲ح + ۲ح + ۲ح + ۲ح - ۳کو + ۳ح - ۲ + ۲ + ۲ + ۲$ پر تقسیم کرو

(۲۹) $۱۵ح + ۱۰ح - ۲ح - ۲ح$ پر تقسیم کرو

(۳۰) $۲ح + ۲ح - ۲ح + ۲ح$

$۲ح - ۲ح + ۲ح - ۲ح$ پر تقسیم کرو

(۳۱) $۳۲ + ۳۳ + ۲۴ + ۲$ کو ۲ پر تقسیم کرو

مقسوم علیہ عظیم کے بیان میں

دفعہ ۲۷۔ حد اگر ایک مقدار دوسری مقدار پر پوری تقسیم

ہو جائے تو پہلی مقدار ضعف کملائی ہے اور دوسری مقدار

مقسوم علیہ کامل اس لیے جو دو یا زیادہ مقادیر کسی ایک مقدار

پر پوری پوری تقسیم ہو جائیں تو اس مقدار کو اول مقداروں کا مقسوم علیہ

مشترک کہتے ہیں کیونکہ ہر مقدار سے بجا مقدار ہر مقدار علیہ کا ہے

اس باعث سے سب سے بڑے مقسوم علیہ کامل کے مقسوم علیہ اعظم
 ہوتے ہیں مثلاً ۵ کا ۵ مقسوم علیہ کامل ہے کیونکہ ۵ پر ۱ پورا تقسیم
 ہو سکتا ہے اور ۵ پر ۲ بھی پورا تقسیم ہو سکتا ہے اسلئے
 ۲۵ کا ۵ بھی مقسوم علیہ کامل ہے اسی سبب سے ۵ اور ۲۵ کا مقسوم علیہ
 مشترک ہوا ایسے ہی ۸ اور ۲ کا مقسوم علیہ مشترک ہے اور ان
 عددوں کا ۴ بھی مقسوم علیہ مشترک ہے اور ۲ سے ۴ بڑا ہے
 اور ۸ اور ۲ کا ۲ اور ۴ کے سوا اور کوئی عدد مقسوم علیہ مشترک
 نہیں ہو سکتا اسلئے ۸ اور ۲ کا ۴ مقسوم علیہ اعظم ہے چونکہ مقدار
 ح پر مقدار ج پوری تقسیم ہو سکتی ہے اور مقدار ح پر مقدار ۳ ح
 بھی پوری تقسیم ہو سکتی ہے اسلئے ۳ ح اور ۳ ح کا مقسوم علیہ
 مشترک ہوا اور ۳ ح اور ۳ ح کے سوا اور کوئی مقسوم علیہ کامل
 نہیں ہے اسلئے ان کا مقسوم علیہ اعظم ہوا

مثالوں مذکورہ بالا سے یہ صاف ظاہر ہوتا ہے کہ ایک مقدار مقسوم علیہ
 کامل اور س مقدار کا ایک جز ہوتا ہے مثلاً ۸ کا ۴ مقسوم علیہ کامل ہے
 اور ۸ کا یہ ایک جز ہے کیونکہ $۴ + ۴ = ۸$ یا $۲ \times ۴ = ۸$ ایسی جو ایک مقدار
 کے ایسے اجزا نکال لیے جاویں کہ ان کا حاصل ضرب برابر ہو مقدار مذکورہ
 اور اس طرح دوسری مقدار کے بھی ایسے اجزا نکال لیے جاویں کہ ان کا

حاصل ضرب برابر ہو دوسری مقدار کے تو دفعہ معلوم ہو جائیگا کہ دونوں
 مقادیر مذکور میں کون کون سے مقسوم علیہ مشترک ہیں اور ان مقسوم علیہ
 مشترک کا حاصل ضرب دونوں مقادیر مذکور کا مقسوم علیہ عظیم ہوگا
 دفعہ ۲۸ اسی طرح علم حساب میں جب ایک عدد کے ایسے اجزائے نکالنے
 ہوتے ہیں تو ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ وغیرہ اعداد میں سے جس عدد پر عدد
 مذکور پورا تقسیم ہو سکتا ہے اس عدد پر عدد مذکور کو تقسیم کر خارج قسمت
 نکال لیتے ہیں اور جو یہ خارج قسمت کسی عدد پر پورا تقسیم ہو سکتا ہے
 تو اسے اس عدد پر تقسیم کر خارج قسمت نکال لیتے ہیں
 اسی طرح جو خارج قسمت حاصل ہوتے ہیں ان پر عمل مذکور وہاں تک
 جاری رکھتے ہیں کہ آخرین جو خارج قسمت نکلتا ہے وہ سوا ایک کے
 کسی اور عدد پر پورا تقسیم نہ ہو سکے مثلاً ۱۸۹ کے ایسے اجزائے نکالنے
 ہیں کہ ان کا حاصل ضرب ۱۸۹ ہو تو دیکھتے ہیں کہ ۲ پر ۱۸۹ پورا تقسیم
 نہیں ہو سکتا مگر ۳ پر پورا تقسیم ہو سکتا ہے

۳	۱۸۹	مثال
۳	۶۳	
۳	۲۱	
۳	۷	
۳	۱	

$$۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ = ۱۸۹$$

اسی طرح ۲۲۴ کے ایسے اجزائے نکالو کہ ان کا حاصل ضرب ۲۲۴ ہو

۲	۲۲۴
۲	۱۱۲
۲	۵۶
۲	۲۸
۲	۱۴
۷	۷

$$۷ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۲۲۴$$

پہلی مثال میں ۲ پر ۱۸۹ پورا تقسیم نہیں ہو سکتا مگر ۳ پر ۳ دفعہ پورا تقسیم ہو گیا اور ۳ و ۷ ان میں سے کسی عدد پر اخیر خارج قسمت پورا تقسیم نہیں ہو سکتا مگر ۷ پر پورا تقسیم ہو گیا

دوسری مثال میں ۲ پر ۲۲۴ دفعہ پورا تقسیم ہو گیا اور اخیر خارج قسمت ۷ عدد پر پورا تقسیم ہو گیا

اسی طرح ۱۸۹ کے ۳ و ۳ اور ۷ اجزا مطلوب ہیں اور ۲۲۴ کے ۲ و ۲ و ۲ و ۲ اور ۷ اجزا مطلوب ہیں اس باعث دونوں مقادیر کا ۷ مقسوم علیہ مشترک ہے اور ۱۸۹ اور ۲۲۴

کا وہی ۷ مقسوم علیہ اعظم ہے

شال

۳۸۵ اور ۳۹۶ کا مقسوم علیہ اعظم نکالو

۲	۳۹۶
۲	۱۹۸
۳	۹۹
۳	۳۳
۱۱	۱۱
	۱

۵	۳۸۵
۷	۷۷
۱۱	۱۱
	۱

$$۱۱ \times ۷ \times ۵ = ۳۸۵$$

$$۱۱ \times ۳ \times ۳ \times ۲ \times ۲ = ۳۹۶$$

اور چونکہ ۳۸۵ اور ۳۹۶ کے جزون میں ۱۱ مشترک ہے اس عبات

سے ان عدرون کا ۱۱ مقسوم علیہ اعظم ہے

علم حساب میں دو یا زیادہ عدون کے مقسوم علیہ اعظم کے نکالنے کا

جو قاعدہ مندرج ہے اس قاعدے کے بموجب جبر و تقابلہ میں دو یا

زیادہ مقداروں کا مقسوم علیہ اعظم نکل آتا ہے

وقفہ ۲۹ ربط کرنے سے مقادیر جبریہ کے بھی ایسے اجزا

نکل آتے ہیں جنکو متواتر ضرب کرنے سے حاصل ضرب اخیر برابر ہوتا

ہے مقادیر مذکور کے اور اگر مقدار مفرد ہوتی ہے تو اس کے ایسے

اجزا باسانی نکل سکتے ہیں جنکا حاصل ضرب برابر ہوتا ہے مقدار مفرد

کیونکہ ۵ اور ۲ پر ۵ دفعہ پورا تقسیم ہو سکتا ہے اور ۳ کا بھی ۵ ضعف ہے
 ہے کیونکہ وہ ۳ پر ۵ دفعہ پورا تقسیم ہو سکتا ہے اس لیے ۵ اور ۳
 کا ۱۵ ذواضعاف ہے اور علیٰ ہذا القیاس ۵ اور ۳ کے ۳۰ اور ۱۵
 ذواضعاف ہیں مگر ضعف کے سب عددوں میں اسے چھوٹا عدد ۱۵
 اس لیے ۵ اور ۳ کا ۱۵ ذواضعاف اقل ہے ح کا ۲ ح س ضعف ہے
 کیونکہ ۲ ح س میں مقدار ح ۲ س دفعہ گھٹ سکتی ہے اور س کا بھی
 ۲ ح س ضعف ہے کیونکہ ۲ ح س میں مقدار س ۲ ح دفعہ گھٹ سکتی ہے
 اس لیے ح اور س کا ح س ذواضعاف ہوگا مگر ح س کو ح اور س
 کا ذواضعاف اقل اس لیے نہیں کہہ سکتے کہ ح اور س کا ح س بھی ذواضعاف
 ہے اور یہ بہ نسبت ح س کے چھوٹا ہے اس لیے ح اور س کا
 ح س ذواضعاف اقل ہوا

امثال مندرجہ بالا سے یہ صاف ظاہر ہوتا ہے کہ جب ایک مقدار
 دوسری مقدار کی ضعف ہوگی تو دوسری مقدار ضعف کا ایک جز ہوگی اور
 دو یا زیادہ مقادیر کی اگر ایک مقدار ذواضعاف ہو تو ہر ایک مقدار ذواضعاف
 کا جز ہوگی اس سے یہ قاعدہ نکلتا ہے کہ مقادیر مطلوب کا حاصل ضرب
 اونکا ذواضعاف ہوگا مگر یہ اون مقداروں کا ذواضعاف اقل ہو یا
 مثلاً ۲، ۳، ۶ کا ۲ × ۳ × ۶ یا ۳۶ حاصل ضرب ذواضعاف ہے مگر

۲، ۳ اور ۶ کا ۱۲ ذواضعاف اقل ہے
 ایسے اگر دو یا زیادہ مقادیر کا ذواضعاف اقل نکالنا ہو تو ہر ایک
 مقدار کے ایسے اجزائے نکال لو کہ اونکا متواتر حاصل ضرب برابر ہوگا
 مقدار مذکور کے اور ان سے ایک ایسی مقدار بناؤ کہ جسمین ہر ایک مقدار
 کے مختلف اجزائے جاویں اور اگر کسی مقدار میں کوئی جز دو یا زیادہ
 دفعہ آیا ہو تو اس سے جو مقدار بناؤ او سمین زیادہ سے زیادہ تعداد
 مکرر چڑھائی لکھو اس طرح سے جو مقدار بنے گی وہ سب مقادیر کا ذواضعاف اقل ہوگی

مثالین

(۱) ۱۰، ۳ اور ۶ کا ذواضعاف اقل نکالو

$$۳ \times ۲ = ۶, ۳ \times ۳ = ۹, ۳ \times ۴ = ۱۲$$

ایسے ۳، ۲ اور ۵ اجزائے مختلف ہیں اور کسی مقدار میں ایک جز
 دو یا زیادہ دفعہ نہیں آیا اس باعث $۳ \times ۲ \times ۱ \times ۳ = ۳۰$ یہ
 ذواضعاف اقل ہوا

(۲) ۱۰، ۶ اور ۲ کا ذواضعاف اقل نکالو

$$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۱۶, ۲ \times ۲ \times ۳ = ۱۲$$

$$۵ \times ۲ \times ۲ = ۲۰, ۵ \times ۲ = ۱۰$$

ان میں ۲ اور ۵ مختلف اجزائے ہیں مگر ایک مقدار میں عدد ۲، ۳ دفعہ آیا

- (۴) ح د اورس د انکا مقسوم علیہ اعظم نکالو
- (۵) س د اورس د انکا ایضاً (۱۷) ۳، ۳، ۳ اور ۳ کا ایضاً
- (۶) ح ع د اورس ح د انکا ایضاً (۱۸) ۳، ۳، ۳ اور ۳ کا ایضاً
- (۷) ح س د اورس ح س در کا ایضاً (۱۹) ۳، ۳، ۳ اور ۳
- (۸) ح س اور س ح س کا ایضاً ۳ اور ۳ کا ایضاً
- (۹) ح س ط اور ح س ط کا ایضاً (۲۰) ۳، ۳، ۳ اور ۳ کا ایضاً
- (۱۰) ح س م ن ع اور م ن ع کا ایضاً (۲۱) ح د اورس د کا ایضاً
- (۱۱) ح س در اور ح ط در کا ایضاً (۲۲) ح د اور ۲ در کا ایضاً
- (۱۲) ح س اور ح س کا ایضاً (۲۳) ۲، ۲، ۲ اور ۲ کا ایضاً
- (۱۳) ح س ط اور ح س ط کا ایضاً (۲۴) ح س ح ط اور س ط کا ایضاً
- (۱۴) ح د اور ح د کا ایضاً (۲۵) ۲ اور ۲ در کا ایضاً
- (۱۵) ۲ اور ۲ کا د و ضلع اقل نکالو (۲۶) س ط ط اور س ط اور
- (۱۶) ۱۶، ۱۶ اور ۲۰ کا ایضاً س ط کا ایضاً

بیان کسور

حد لفظ کسر کے جو معنی علم حساب میں ہیں وہی جبر و مقابلے میں بھی ہیں مثلاً $\frac{1}{2}$ سے یہ مراد ہے کہ ایک ایک مقدار کو جس حصے برابر کے ہوئے ہیں اور ویسے حصے لیے ہیں اور شمار کنندہ

ح اور نسب نامہ انکی جگہ چاہو سو فرضی رکھ لو
 دفعہ ۳۲ اب اس بات کو دکھلاتے ہیں کہ جس کے یہ معنی ہیں
 کہ ایک کے س حصے برابر ہوئے ہیں اور ویسے ح حصے یعنی
 جبکہ ایک کے س حصے برابر ہوئے ہیں تو یہ صاف ظاہر ہو کہ ہر
 حصہ ایک کا س وان حصہ ہوگا اور جس سے یہ مراد ہے کہ دوسرے
 ح لیے ہیں یعنی ایک کے س میں حصے کو $1+1+1+1$ وغیرہ متداویج
 تک لیے ہیں اور $1+1+1+1$ وغیرہ کا حاصل جمع برابر ہے کے
 اس لیے جس برابر ہے کے س میں حصے کے

دفعہ ۳۳ اگر کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نامہ دونوں کو ایک
 مقدار میں ضرب دیوین تو اس کسر کی قیمت میں کچھ فرق نہیں پڑتا
 مثلاً $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$ کیونکہ $\frac{2}{3}$ سے یہ
 مراد ہے کہ ایک کے ۲ برابر حصے ہوئے ہیں اور ویسے ح
 حصے لیے ہیں اگر ایک کے ۲ حصے کیے جاویں اور ایک ہی
 س برابر حصے کیے جاویں تو ہر ایک پہلا حصہ بہ نسبت دوسرے حصے کے
 نصف ہوگا اس لیے پہلی قسم کو جس حصے لیے جاویں اور دوسری قسم
 کے حصے لیے جاویں تو ان حصوں کی تعداد برابر ہونگی
 اس باعث سے $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

اسی طرح سے یہ بھی ثابت ہو سکتا ہے کہ $\frac{3}{4} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ یہاں پر مقدار $\frac{3}{4}$ کے بجائے چاہو سو عدد فرض کر لو

$\frac{3}{4}$ میں ایک کن س برابر حصے ہوئے ہیں اور $\frac{3}{4}$ میں ایک کے

س برابر حصے ہوئے ہیں اس لیے $\frac{3}{4}$ کا ہر ایک حصہ $\frac{3}{4}$ کے ہر ایک

حصے کا $\frac{1}{3}$ حصہ ہوگا کیونکہ جب ایک ہی تعداد پر قسمت کیجاوے اور

وہی تعداد کسی چھوٹی تعداد پر قسمت کیجاوے تو پہلا خارج قسمت چھوٹا

ہوگا بہ نسبت دوسرے خارج قسمت کے اس لیے ایک کن س میں

حصے کو کن دفعہ لیوین تو کن س برابر ہوگا $\frac{3}{4}$ کے

دفعہ ۳۴ چونکہ $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ اس سے یہ قاعدہ نکلتا ہے

کہ اگر ایک کسر کے شمار کنندہ اور نسب نامہ دونوں ایک ہی وقت پر

تقسیم کیے جاویں تو بھی کسر کی قیمت بدستور رہیگی

امثال

$$(۱) \frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20} \quad (۶) \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

$$(۲) \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8} \quad (۷) \frac{3}{4} = \frac{3 \times 1}{4 \times 1} = \frac{3}{4}$$

$$(۳) \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8} \quad (۸) \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

$$(۴) \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8} \quad (۹) \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

$$(۵) \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8} \quad (۱۰) \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

$\frac{1}{3v-2v} = \frac{v+3v}{3-2} \quad (13)$	$\frac{1}{3} = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{3} \quad (14)$
$\frac{1}{3v-2v} = \frac{v+3v}{3-2} \quad (15)$	$\frac{1}{3} = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{3} \quad (16)$
$\frac{1}{3} = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{3} \quad (17)$	$\frac{1}{3} = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{3} \quad (18)$

قاعدہ مندرجہ بالا سے کسور کا اختصار ہو جاتا ہے کیونکہ جب ایک کسور کا شمار کنندہ اور نسب نامہ دونوں جس مقدار پر پورے تقسیم ہو جائیں اس مقدار پر ان کو قسمت کرنے سے کسور کی صورت مختصر ہو جائیگی

۸ سوالات

- (۱) $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{3}$ کا اختصار کرو (۷) $\frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$ کا ایضاً
- (۲) $\frac{3}{5}$ و $\frac{2}{5}$ کا اختصار کرو (۸) $\frac{5-3}{5} = \frac{2}{5}$ کا ایضاً
- (۳) $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{5}$ کا ایضاً (۹) $\frac{3+2}{5} = \frac{5}{5} = 1$ کا ایضاً
- (۴) $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{4}$ کا ایضاً (۱۰) $\frac{4+3}{4} = \frac{7}{4}$ کا ایضاً
- (۵) $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{4}$ کا ایضاً (۱۱) $\frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$ کا ایضاً
- (۶) $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{4}$ کا ایضاً (۱۲) $\frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$ کا ایضاً

قاعدہ جمع و تفریق کسور دو یا زیادہ کسور کے جمع کرنے کا قاعدہ

واقعہ ۳۵ اول اگر سب کسروں کے نسب نامہ یکساں ہوں تو ان کے شمار کنندہ کو جمع کر کے حاصل جمع کے تلے وہی یکساں نسب نامہ لکھو

مثلاً $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

کیونکہ جی اور ط ہر ایک کس میں ہر ایک کے س حصے برابر کیے گئے
ہیں اور ویسے ج اور ط حصے لے گئے ہیں اس لیے ویسے ج اور ط
حصہ کا ماہل جمع برابر ہے جس $\frac{ج+ط}{س}$ اسکے یہ معنی ہوئے کہ ایک کے س برابر
حصے کیے گئے ہیں اور ویسے ج اور ط حصے لے گئے ہیں

اسی طرح سے $\frac{ج}{س} + \frac{ط}{س} = \frac{ج+ط}{س}$ اور اسی طرح
چار یا زیادہ کسوں کو جمع کر سکتے ہیں

ووم اگر کسوں کے نسب نامہ مختلف ہوتے ہیں تو بجائے اون کے ایسی
کسوں کو لکھو کہ اون کے قیمت میں فرق نہ ہو اور اون کے نسب نامہ یکساں ہوں جو خوب
۳۳ دفعہ کے یہ عمل ہو سکتا ہے

مثلاً جی اور ط کسوں کو جبکہ نسب نامہ مختلف ہیں جمع کرو

$$\frac{ج}{س} + \frac{ط}{س} = \frac{ج+ط}{س} \text{ اور } \frac{ج}{س} = \frac{ج \times ط}{س \times ط} \text{ اس باعث سے } \frac{ج}{س} + \frac{ط}{س} = \frac{ج \times ط + ط \times ج}{س \times ط} = \frac{ج+ط}{س}$$

ان $\frac{ج}{س} + \frac{ط}{س} = \frac{ج+ط}{س}$ کسوں کو جمع کرو

$$\frac{ج}{س} = \frac{ج \times ط}{س \times ط} = \frac{ج \times ط}{س \times ط} \text{ کیونکہ } \frac{ج}{س} = \frac{ج \times ط}{س \times ط}$$

بموجب ہ دفعہ کے $\frac{ج}{س} = \frac{ج \times ط}{س \times ط}$ اور $\frac{ط}{س} = \frac{ط \times ج}{س \times ج}$

$$\frac{ج}{س} + \frac{ط}{س} = \frac{ج \times ط}{س \times ط} + \frac{ط \times ج}{س \times ج} = \frac{ج \times ط + ط \times ج}{س \times ط}$$

$$\frac{ج}{س} + \frac{ط}{س} = \frac{ج+ط}{س}$$

ح ع ل + س ط ل + س ع ق $\frac{س ع ل}{س ع ل}$ بسط پر چار یا زیادہ کسور کو بھی جمع کر سکتے ہیں علم حساب میں جو قاعدہ جمع کرنے کو سوز کا لکھا ہے وہ امثال مندرجہ بالا سے نکلتا ہے چنانچہ تصدیقاً لکھا جاتا ہے

قاعدہ

ہر ایک کسر کے شمار کنندہ کو سوا سوا اسکے منب ناما کے اور ہر منب ناموں میں ضرب دو تو ان حاصل ضربوں کا مجموعہ حاصل جمع مطلوب کا شمار کنندہ ہوگا اسکے لئے تمام منب ناموں کا متواتر حاصل ضرب ایک کسر میں سے دوسری کسر کے تفریق کرینا

قاعدہ

دفعہ ۶۳ جمع کرنے میں جو عمل کیا جاتا ہے وہی عمل تفریق میں بھی جاری رہتا ہے فقط اتنا تفاوت ہے کہ ایک کسر کے شمار کنندہ کو دوسری کسر کے شمار کنندے میں سے تفریق کرتے ہیں

$$\text{مثلاً } \frac{ح}{س} - \frac{ط}{س} = \frac{ح - ط}{س} \text{ اور } \frac{ط}{س} - \frac{ع}{س} = \frac{ط - ع}{س}$$

اگر کسی مقدار صحیح کو کسر کی صورت میں لانا ہوتا ہے تو اس کے لئے ایک منب نام لکھو مثلاً $\frac{ح}{س} = \frac{ح}{س} = \frac{ح}{س}$ وغیرہ اسکا یہ باعث ہے کہ بموجب ۳۳ دفعہ کے $\frac{ح}{س} = \frac{۱ \times ح}{س}$

مثالین

کسر کے (۷) نسب نما کو اس طرح پر لکھا جائے کہ ہر ایک کسر کی قیمت میں کچھ فرق نہ پڑے

$$\frac{1 \times 2}{3 \times 3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 3} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{2}{4} \therefore \text{حاصل جمع} = \frac{2+3+4}{5 \times 4} = \frac{11}{20}$$

کسروں کے نسب نماؤں کا ذواضعاف اقل ہر ایک کسر کے نسب نما پر پورا تقسیم ہو سکتا ہے اس لیے ان خارج قسمتوں میں اپنے اپنے شمار کنندے اور نسب نما کو ضرب دو کسروں کے یکساں نسب نما مختصر ہو جائینگے

امثال

$\frac{2}{7}$ اور $\frac{3}{11}$ کو جمع کرو
 نسب نماؤں کا ذواضعاف اقل ۷۷ ہے جس میں ۲ اور ۷ وضع
 جا سکتا ہے اور ۳ اور ۱۱ وضع اس لیے ہر ایک کسر کے شمار کنندہ
 اور نسب نما کو ۷ اور ۱۱ میں علیحدہ علیحدہ ضرب دیا

$$\frac{2}{7} = \frac{2}{7} \times \frac{11}{11} = \frac{22}{77}$$

$$\frac{3}{11} = \frac{3}{11} \times \frac{7}{7} = \frac{21}{77}$$

$$\therefore \text{حاصل جمع} = \frac{22}{77} + \frac{21}{77} = \frac{43}{77}$$

(۲) $\frac{2}{5}$ اور $\frac{3}{9}$ کو جمع کرو

ان کسروں کا نسب نما یکساں مختصر ۳۰ ہے

$$\frac{218}{30} = \frac{23}{5}, \frac{235}{30} = \frac{29}{6}$$

$$\therefore \text{حاصل جمع} = \frac{235}{30} = \frac{23}{5} + \frac{218}{30} = \frac{29}{6}$$

(۳) $\frac{29}{6}$ اور $\frac{23}{5}$ کو جمع کرو

ان کسروں کا کیساں نسبت نامختصر $\frac{29}{6}$ ح س ہے اور یہ $\frac{23}{5}$ دفعہ
کی تیسری مثال میں مندرج ہے اور $\frac{23}{5}$ ح س میں مقدار $\frac{23}{5}$
اس دفعہ جاسکتی ہے اور $\frac{23}{5}$ ح س $\frac{29}{6}$ دفعہ اور $\frac{23}{5}$ ح س
۳ دفعہ

$$\therefore \frac{23}{5} = \frac{23 \times 6}{5 \times 6} = \frac{138}{30}, \frac{29}{6} = \frac{29 \times 5}{6 \times 5} = \frac{145}{30}$$

$$\text{اسیے حاصل جمع} = \frac{138 + 145}{30} = \frac{283}{30}$$

(۴) $\frac{29}{5}$ کو $\frac{23}{5}$ میں سے تفریق کرو

$$\frac{29}{5} - \frac{23}{5} = \frac{29-23}{5} = \frac{6}{5}$$

(۵) $\frac{23}{12}$ کو $\frac{23}{4}$ میں سے تفریق کرو

$$\frac{23}{12} = \frac{23 \times 4}{12 \times 4} = \frac{23}{3}$$

$$\therefore \text{حاصل تفریق} = \frac{23}{3} - \frac{23}{12} = \frac{23}{4} = \frac{23 \times 3}{4 \times 3} = \frac{69}{12}$$

(۶) $\frac{23}{4}$ میں سے $\frac{23}{12}$ کو تفریق کرو

ان کسروں کے نسب ناموں کا ۱۲ اختصار متساوی ہے

$$\frac{23}{4} = \frac{23 \times 3}{4 \times 3} = \frac{69}{12}, \frac{23}{12} = \frac{23 \times 1}{12 \times 1} = \frac{23}{12}$$

∴ حاصل تفریق = $\frac{۱۵}{۱۲} - \frac{۱۴}{۱۲} = \frac{۱}{۱۲}$ ح س

۹ سوالات

- (۱) $\frac{۲}{۵}$ اور $\frac{۳}{۵}$ انکو جمع کرو
 (۲) $\frac{۲}{۳}$ ح س اور $\frac{۳}{۴}$ ح س کو ایضاً
 (۳) $\frac{۲}{۳}$ ح س اور $\frac{۱}{۳}$ ح س کو ایضاً
 (۴) $\frac{۲}{۵}$ ح س اور $\frac{۳}{۵}$ ح س کو ایضاً
 (۵) $\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴}$ اور $\frac{۲}{۵}$ ح س کو ایضاً
 (۶) $\frac{۱}{۴} + \frac{۲}{۴}$ اور $\frac{۳}{۱۱}$ ح س کو ایضاً
 (۷) $\frac{۱}{۲}$ ح س اور $\frac{۳}{۲}$ ح س کو ایضاً
 (۸) $\frac{۱}{۲}$ ح س اور $\frac{۳}{۲}$ ح س کو ایضاً
 (۹) $\frac{۲}{۳}$ ح س اور $\frac{۱}{۳}$ ح س کو ایضاً
 (۱۰) $\frac{۱}{۲}$ ح س اور $\frac{۳}{۲}$ ح س کو ایضاً
 (۱۱) $\frac{۳}{۴}$ ح س اور $\frac{۲}{۳}$ ح س کو ایضاً
 (۱۲) $\frac{۲}{۴}$ ح س اور $\frac{۳}{۱۲}$ ح س کو ایضاً
 (۱۳) $\frac{۳}{۱۰}$ ح س اور $\frac{۲}{۱۵}$ ح س کو ایضاً
 (۱۴) $\frac{۳}{۱۰}$ ح س اور $\frac{۲}{۱۵}$ ح س کو ایضاً
 (۱۵) $\frac{۲}{۵}$ ح س اور $\frac{۱}{۲}$ ح س کو ایضاً
- (۱۶) $\frac{۲}{۳}$ ح س اور $\frac{۱}{۳}$ ح س کو ایضاً
 (۱۷) $\frac{۲}{۳}$ ح س اور $\frac{۱}{۳}$ ح س کو ایضاً
 (۱۸) $\frac{۲}{۳}$ ح س اور $\frac{۱}{۳}$ ح س کو ایضاً
 (۱۹) $\frac{۲}{۵}$ ح س اور $\frac{۳}{۱۰}$ ح س کو ایضاً
 (۲۰) $\frac{۲}{۵}$ ح س اور $\frac{۳}{۱۰}$ ح س کو ایضاً
 (۲۱) $\frac{۲}{۴}$ ح س اور $\frac{۳}{۱۸}$ ح س کو ایضاً
 (۲۲) $\frac{۲}{۳}$ ح س اور $\frac{۳}{۸}$ ح س کو ایضاً
 (۲۳) $\frac{۲}{۱۰}$ ح س اور $\frac{۳}{۵}$ ح س کو ایضاً
 (۲۴) $\frac{۲}{۱۰}$ ح س اور $\frac{۳}{۱۰}$ ح س کو ایضاً
 (۲۵) $\frac{۲}{۳}$ ح س اور $\frac{۳}{۳}$ ح س کو ایضاً
 (۲۶) $\frac{۲}{۳}$ ح س اور $\frac{۳}{۳}$ ح س کو ایضاً
 (۲۷) $\frac{۲}{۳}$ ح س اور $\frac{۳}{۳}$ ح س کو ایضاً
 (۲۸) $\frac{۲}{۱۵}$ ح س اور $\frac{۳}{۱۵}$ ح س کو ایضاً
 (۲۹) $\frac{۲}{۳}$ ح س اور $\frac{۳}{۳}$ ح س کو ایضاً
 (۳۰) $\frac{۲}{۳}$ ح س اور $\frac{۳}{۳}$ ح س کو ایضاً

(۳۱) $\frac{۲}{۳+۱}$ کو $\frac{۲+۳}{۳+۱+۱}$ ایضاً (۳۲) $\frac{۳}{۳+۳}$ کو $\frac{۳+۳}{۳+۳}$ ایضاً

قاعدہ ضرب و تقسیم کسور
کسر کو عدد صحیح میں ضرب دینے کا
قاعدہ

دفعہ ۳۷ کسر کے شمار کنندہ کو عدد صحیح میں ضرب دے کر حاصل ضرب
کے تیلے کسر کا نسب نہ لکھو۔ مثلاً $\frac{۳}{۳} \times \frac{۳}{۳} = \frac{۳}{۳}$ اور
 $\frac{۳}{۳}$ ان دونوں کسروں میں ایک کے س حصے ہوئے ہیں اور
 $\frac{۳}{۳}$ کسر میں ویسے حصے لیے گئے ہیں

اور $\frac{۳}{۳}$ کسر میں مثل $\frac{۳}{۳}$ کے حصے ط دفعہ لیے گئے ہیں
اس باعث سے $\frac{۳}{۳}$ کسر بہ نسبت $\frac{۳}{۳}$ کسر کے ط دفعہ بڑی ہے

امثال

(۱) $\frac{۳}{۳}$ کو ۲ میں ضرب دو

حاصل ضرب $= \frac{۳}{۳}$ کیونکہ دو سو ضربے یا گیا $\frac{۳}{۳} = \frac{۳}{۳} + \frac{۳}{۳} = \frac{۳}{۳} = \frac{۳}{۳}$

(۲) $\frac{۳}{۳}$ کو ۲ میں ضرب دو

$\frac{۳}{۳} \times \frac{۳}{۳} = \frac{۳}{۳}$ یہی حاصل ضرب ہوا

(۳) $\frac{۳}{۳+۳}$ کو ۲ میں ضرب دو

حاصل ضرب $= \frac{۳}{۳+۳} \times ۲ = \frac{۳}{۳+۳}$

(۴) $\frac{ج}{س} = د کو ج میں ضرب دو$

حاصل ضرب = $ج \times \frac{ج-د}{س} = \frac{ج^2-ج د}{س}$
 کسر کو عدد صحیح پر تقسیم کرنے کا
 قاعدہ

وقفہ ۳۸ اگر کسر کا شمار کنندہ عدد صحیح پر پورا تقسیم ہو جاوے
 تو خارج قسمت کے تلے کسر کا نسب نامہ لکھو یا کسر کے نسب نامہ کو عدد صحیح
 میں ضرب دے کر نیا نسب نامہ فرض کرو اور اسکے اوپر کسر کا شمار کنندہ

مثلاً $\frac{ج}{س} \div ط = ط$ اور $\frac{ج}{س} \div ط = ط$

کیونکہ بموجب ۳۷ وقفہ کے ط گنا $\frac{ج}{س} = ط$ اسلئے $\frac{ج}{س} \div ط = ط$ کا ط

وان حصہ یعنی $\frac{ج}{س} \div ط = ط$ اور چونکہ بموجب ۳۳ وقفہ کے

$\frac{ج}{س} = ط$ اور بموجب ۳۷ وقفہ کے $\frac{ج}{س} = ط$ = ط گنا $\frac{ج}{س}$

باعث سے $\frac{ج}{س}$ بھی = ط گنا $\frac{ج}{س}$ اور $\frac{ج}{س}$ بہ نسبت $\frac{ج}{س}$ کے

ط گنا بڑا ہے اسلئے $\frac{ج}{س} \div ط = ط$ وان حصہ یا $\frac{ج}{س} \div ط = ط$

امثال

(۱) $\frac{ج}{س}$ کو ۲ پر تقسیم کرو جواب $\frac{ج}{س}$ کیونکہ $ج \div ۲ = \frac{ج}{۲}$

(۲) $\frac{ج}{س}$ کو ۳ پر تقسیم کرو چونکہ $ج \div ۳ = م$ و $د$ خارج قسمت = $\frac{ج-د}{س}$

(۳) $\frac{ج-د}{س}$ کو ۷ پر تقسیم کرو چونکہ شمار کنندہ $ج-د$ و $س$ $ج-د$

∴ خارج قسمت = $\frac{ج-د}{ج+د}$

(۳) $\frac{ج-س}{ط}$ کو $س$ پر تقسیم کرو

چونکہ $ج-س = ج-س$ ∴ خارج قسمت

= $\frac{ج-س}{ط}$

ایک کسر کو دوسری کسر میں ضرب دینے کا

قاعدہ

واقعہ ۳۹ شمار کنندہ کو شمار کنندہ میں ضرب دو اور منب نماکو

نسب نمایین مثلاً $\frac{ج}{س} \times \frac{ط}{ع} = \frac{ج ط}{س ع}$

$\frac{ج}{س} \times \frac{ط}{ع}$ اسکے یہ معنی ہیں کہ $\frac{ط}{ع}$ کو $\frac{ج}{س}$ بار ضرب دینا ہے

$\frac{ط}{ع}$ کو $ج$ میں ضرب دیا تو $\frac{ج ط}{ع}$ ہوا مگر بموجب ۳۲ واقعہ کے

$\frac{ج}{س}$ کے معنی $ج$ کا $س$ وان حصہ ہوا اور $\frac{ط}{ع}$ کو $ج$ بار ضرب نہیں دینا

ہے مگر اس کو $ج$ کے $س$ میں حصہ بار ضرب کرنا ہے اس باعث

$\frac{ج ط}{ع}$ کا $س$ وان حصہ یعنی $\frac{ج ط}{س ع}$ ہو گا ∴ $\frac{ج ط}{س ع}$ بموجب ۳۸ واقعہ کے

∴ $\frac{ج}{س} \times \frac{ط}{ع} = \frac{ج ط}{س ع}$ یہی قاعدہ ہے

ماصل چونکہ $\frac{ج}{س} \times \frac{ط}{ع} = \frac{ج ط}{س ع}$

∴ $\frac{ج}{س} \times \frac{ط}{ع} \times \frac{ق}{ق} = \frac{ج ط ق}{س ع ق} = \frac{ج ط ق}{س ع ق}$

اسی طرح سے چار یا زیادہ کسروں کا حاصل ضرب ہو سکتا ہے

امثال

(۱) $\frac{2}{3}$ کو $\frac{3}{4}$ میں ضرب دو جواب $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

(۲) $\frac{3}{4}$ کو $\frac{2}{3}$ میں ضرب دو جواب $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$ کو $\frac{3}{4}$ میں ضرب تین جواب $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times 3 = \frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

(۴) $\frac{2}{3}$ کو $\frac{3}{4}$ میں ضرب دو حاصل ضرب $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

(۵) $\frac{3}{4}$ کو $\frac{2}{3}$ میں ضرب تین حاصل ضرب $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times 3 = \frac{3 \times 2 \times 3}{4 \times 3} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

پانچویں مثال کے جواب میں جو کسر لکھی ہے اس کا اختصار نہیں ہوا ہے کیونکہ اس کے شمار کنندہ اور نسب نامہ دونوں ۲ پر پورے تقسیم ہو سکتے ہیں ضرب دینے کے پیشتر یہ دیکھنا چاہیے تھا کہ حاصل ضرب مطلوب کے شمار کنندہ اور نسب نامہ دونوں میں ۲ سر مشترک ہے اس باعث سے اسے چھوڑ دیا تھا کیونکہ کسر کے شمار کنندہ اور نسب نامہ دونوں کو ایک مقدار پر منتقل کرنے سے کسر کی قیمت میں فرق نہیں پڑتا اس لیے اگر حاصل ضرب مطلوب کے شمار کنندہ اور نسب نامہ دونوں میں ایک سے زیادہ اجزا یکساں ہوتے ہیں تو ان کو شمار کنندہ اور نسب نامہ دونوں میں سے نکال ڈالتے ہیں اس سے حاصل ضرب کا اختصار ہو جاتا ہے

امثال

(۶) $\frac{۲}{۳}$ کو $\frac{۳}{۵}$ میں ضرب دو

$$\frac{۲}{۳} \times \frac{۳}{۵} = \frac{۲}{۵} \text{ حاصل ضرب کے شمار کنندہ اور نسبت}$$

دونوں میں خبر مشترک ہے اس لیے اسے نکال ڈالا

(۷) $\frac{۳}{۵}$ کو $\frac{۵}{۴}$ میں ضرب دو

$$\frac{۳}{۵} \times \frac{۵}{۴} = \frac{۳}{۴} \text{ حاصل ضرب کے شمار کنندہ اور نسبت نام دونوں میں}$$

۴ اور ۵ اجزای مشترک ہیں اس باعث ان کو نکال ڈالا تو شمار

$$\text{کنندہ} = ۳ \times ۵ = ۱۵ \text{ اور نسبت نام} = ۱ \times ۱ = ۱ \text{ اور حاصل}$$

$$\text{ضرب} = \frac{۱۵}{۱} \text{ یا } ۱۵ \text{ مگر اس حاصل ضرب کو ایک ہی بار دیکھ کر}$$

$$\text{نکال لینا چاہیے مثلاً } \frac{۳}{۵} \times \frac{۵}{۴} = \frac{۳}{۴}$$

(۸) $\frac{۳}{۴}$ کو $\frac{۴}{۳}$ میں ضرب دو

اس سوال کو دیکھتے ہی معلوم ہوتا ہے کہ حاصل ضرب $\frac{۳}{۳}$ ہے

ہے کیونکہ کسی ایک چیز یا مقدار کے چارم حصے کو چو گنا کر تو

تو حاصل ضرب اس کل چیز یا مقدار کے برابر ہوگا

(۹) $\frac{۳}{۴}$ کو $\frac{۴}{۳}$ میں ضرب دو

اس سوال میں بعد عمل ضرب کے $\frac{۳}{۳}$ مقدار $\frac{۳}{۳}$ پر پوری

تقسیم ہو سکتی ہے اور مقدار مذکورہ میں ضرب دی گئی ہے

اس لیے بجائے $\frac{۳}{۳}$ پر تقسیم کرنے اور $\frac{۳}{۳}$ میں ضرب دینے کے

۲۔ ۵ کو ۲ میں ضرب دیا تو حاصل ضرب ۱۰۔ ۱۰ ہوا

$$(۱۰) \quad \frac{۵}{۱۴} = ۵ \text{ کو } ۱۰ \text{ میں ضرب دو}$$

$$\frac{۱۰}{۱۴} = ۵ \text{ بہ حاصل ضرب } = ۵ \text{ گنا (۲۔ ۵) یا } ۱۰۔ ۵$$

$$(۱۱) \quad \frac{۲}{۳} + \frac{۳}{۴} = ۲ \text{ میں ضرب دو تو}$$

$$\text{حاصل ضرب} = \frac{۲}{۳} \times \frac{۳}{۴} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

ضرب یا توخ۔ میں ہوا اس باعث سے حاصل ضرب = $\frac{۲}{۳}$

ایک کسر کو دوسری کسر پر تقسیم کرنے کا

قاعدہ

وقفہ ۴۰۔ اگر مقسوم علیہ کسر ہو تو اس کو اولٹ دو یعنی اس کے

شمار کنندہ کے بجائے نسب نامہ کو لکھو اور نسب نامہ کو سوا شمار کنندہ

کو لکھو پھر موجب قاعدے ضرب کسور کے دونوں کی کسور ان کو

$$\text{ضرب کرو مثلاً } \frac{۲}{۳} \div \frac{۳}{۴} = \frac{۲}{۳} \times \frac{۴}{۳} = \frac{۸}{۹}$$

کیونکہ خارج قسمت ایک ایسی مقدار ہے کہ اگر اس کو مقسوم علیہ

میں ضرب دو تو حاصل ضرب برابر ہو گا مقسوم کے اس باعث

اگر مقسوم کے ایسے دو اجزا لیے جائیں کہ ان میں سے ایک

مقسوم علیہ کے برابر ہو تو دوسرا خارج قسمت کے برابر ہو گا

$$\text{مثال مندرجہ بالا میں } \frac{۲}{۳} \div \frac{۳}{۴} = \frac{۲}{۳} \times \frac{۴}{۳} = \frac{۸}{۹}$$

ط ح ع = ط ح ع = ط ح ع
 اس باعث سے دوسرا جز ح ع کو خارج قسمت ہے

امثال

(۱) $\frac{2}{3}$ کو $\frac{1}{4}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{1} = \frac{8}{3}$$

(۲) $\frac{3}{4}$ کو $\frac{2}{5}$ پر تقسیم کرو

نیکے
دفعہ

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$$

(۳) $\frac{2}{3}$ کو $\frac{1}{4}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{1} = \frac{8}{3}$$

(۴) $\frac{2}{3}$ کو $\frac{1}{4}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{1} = \frac{8}{3}$$

(۵) $\frac{2}{3}$ کو $\frac{1}{4}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{1} = \frac{8}{3}$$

(۶) $\frac{2}{3}$ کو $\frac{1}{4}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{1} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{1} = \frac{8}{3}$$

(۷) $\frac{2}{3}$ کو $\frac{1}{4}$ پر تقسیم کرو

خارج قسمت = $\frac{22}{3} \times \frac{22+1}{22} = \frac{22}{3}$

$\frac{22+1}{3} = 2 \times \frac{22}{3} = \frac{22}{3} \times \frac{22}{2} \times 2$

۱۰ سوالات

(۱) $\frac{2}{3}$ کو ۳ میں ضرب دو (۱۵) $\frac{2 \frac{1}{2} - 2 \frac{1}{4}}{2 \frac{1}{4}}$ کو ۱۰ میں ضرب دو

(۲) $\frac{2 \frac{2}{3}}{3}$ کو ۲ میں ضرب دو (۱۶) $\frac{2 \frac{3}{4}}{2}$ کو $\frac{1}{2}$ میں ضرب دو

(۳) $\frac{5}{4}$ کو ۲ میں ضرب دو (۱۷) $\frac{2 \frac{2}{3}}{3}$ کو $\frac{2}{3}$ میں ضرب دو

(۴) $\frac{2}{3}$ کو ۶ میں ضرب دو (۱۸) $\frac{2 \frac{3}{4} - 2}{3}$ کو $\frac{2}{5}$ میں ضرب دو

(۵) $\frac{2}{3}$ کو ۳ میں ضرب دو (۱۹) $\frac{1}{2}$ کو $\frac{2}{3}$ میں ضرب دو

(۶) $\frac{2}{5}$ کو ۶۰ میں ضرب دو (۲۰) $\frac{2}{3} + \frac{2}{5}$ کو در $\frac{1}{2}$ میں ضرب دو

(۷) $\frac{2}{3}$ کو ۸ میں ضرب دو (۲۱) $\frac{2}{3}$ کو ۵ پر تقسیم کرو

(۸) $\frac{5-2}{3}$ کو ۶ میں ضرب دو (۲۲) $\frac{2 \frac{3}{4}}{3}$ کو ۵ پر تقسیم کرو

(۹) $\frac{9+12}{14}$ کو ۸ میں ضرب دو (۲۳) $\frac{2}{3}$ کو ۶ پر تقسیم کرو

(۱۰) $\frac{2 \frac{2}{3} - 2}{\frac{1}{2}}$ کو ۹ میں ضرب دو (۲۴) $\frac{2 \frac{1}{2}}{3}$ کو $\frac{2}{3}$ پر تقسیم کرو

(۱۱) $\frac{12+24}{1 \frac{1}{2}}$ کو ۱۵ میں ضرب دو (۲۵) $\frac{2}{3}$ کو ۲ پر تقسیم کرو

(۱۲) $\frac{2 \frac{2}{3} - 1}{\frac{2}{3}}$ کو ۱۵ میں ضرب دو (۲۶) $\frac{2 \frac{2}{3} - 2}{2}$ کو ۲ پر تقسیم کرو

(۱۳) $\frac{2 \frac{2}{3} + 2 \frac{2}{3}}{\frac{2}{3}}$ کو ۱۱ میں ضرب دو (۲۷) $\frac{2 \frac{2}{3} + 2 \frac{2}{3}}{2}$ کو ۳ پر تقسیم کرو

(۱۴) $\frac{2 \frac{2}{3} - 1}{2 \frac{1}{2}}$ کو ۷ میں ضرب دو (۲۸) $\frac{2}{3}$ کو $\frac{5}{2}$ پر تقسیم کرو

(۲۹) $\frac{2}{3} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو (۳۸) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو

(۳۰) $\frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو (۳۹) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو

(۳۱) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو (۴۰) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو

(۳۲) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو (۴۱) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو

(۳۳) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو (۴۲) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو

(۳۴) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو (۴۳) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو

(۳۵) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو (۴۴) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو

(۳۶) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو (۴۵) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو

(۳۷) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو (۴۶) $\frac{1}{2} ح + \frac{1}{2} ح$ کو $\frac{1}{3} ح$ سے تقسیم کرو

واقعہ ۴۱ جیسے ایک حرف ایک مقدار کے لیے فرض کیا جاتا ہے

اور اس پر جو عمل کرنا منظور ہوتا ہے اسکی علامت اس حرف کے

ساتھ لکھتے ہیں اوسطیچ دیوا زیادہ مقادیر مفرذہ کی ایک سمت

مربک کو یا دیوا زیادہ اجزائے مضروب کی مقدار کو ایک کل سمت

فرض کرتے ہیں اور اس سے

() { } [] ایسے خطوط وحدانی کے اندر لکھتے اور

اس مقدار کل پر جو عمل کرنا منظور ہوتا ہے اسکی علامت خطوط وحدانی

کے ساتھ لکھ دیتے ہیں اور لفظ وحدانی سے ایک ہونا مراد ہے

مثلاً ح + (س - ط) اسکے یہ معنی ہیں کہ س - ط کو ح میں جمع کرنا ہے۔
 ح - (س - ط) کے یہ معنی ہیں کہ س - ط کو ح میں سے تفریق کرنا ہے۔
 ح × (س - ط) سے س - ط کو ح میں ضرب دینا مراد ہے۔
 (س - ط) سے س - ط کا مجزور کرنا مراد ہے۔
 (س - ط) سے س - ط کا جذور نکالنا مراد ہے۔
 (س - ط) سے ح مضروب س کا مجزور کرنا مراد ہے۔
 خطوط وحدانی کے شانے سے مقدار کی مراد پلٹ جاتی ہے مثلاً س - ط کو ح بار ضرب دینا ہے تو ح × (س - ط) یوں لکھینگے اگر خطوط وحدانی نہ لکھے جاویں اور ح × س - ط لکھا جائے تو یہ برابر ہے ح س - ط کے اور ح × (س - ط) برابر ہے ح س ط کے اسی طرح س - ط کا مجزور لکھنا ہوتا ہے۔
 تو (س - ط) لکھینگے اور اگر او سے خطوط وحدانی کے اندر نہ لکھیں مثلاً س - ط لکھیں تو اسکے معنی یہ ہوئے کہ س میں سے ط کا مجزور تفریق کرنا ہے اور (س - ط) کے معنی یہ تھے کہ س - ط کل مقدار مرکب کا مجزور کرنا ہے اور وہ س - ط + ط کے برابر ہے۔
 دفعہ ۴۲ بجائے () ایسے خطوط وحدانی کو کہ مقدار مرکب یا اسکے اجزاء مضروب پر فقط ایک لپٹا ہے۔

کھینچ دیتے ہیں مثلاً ح — س — ط اسکے وہی معنی ہونے جو
 ح — (س — ط) کے ہیں ص — س — ط اسکے وہی معنی ہونے
 جو لاس — ط — کے ہیں س — ط ا کے وہی معنی ہونے جو اس — ط
 کے ہیں اور یہ بھی یاد رکھو کہ کسر کے شمار کنندہ اور نسب نامہ دونوں
 کے درمیان جو خط سیدھا کھنچا رہتا ہے اسے شمار کنندہ اور
 نسب نامہ دونوں کا خط وحدانی سمجھنا چاہیے

مثلاً س — ط ہو اس سے جو مراد ہے وہی س — ط — ح یا
 (س — ط) — ح سے مراد ہے اور س — ط — ح سے جو مراد ہے وہی
 ح — س — ط — ح یا (س — ح) — ح سے یہی مراد ہے
 و فقہ ہم خط وحدانی کے ساتھ جس عمل کی علامت لکھی ہو
 اس عمل کے پورے ہو جانے کے بعد خطوط وحدانی کو دور کر دو
 مثلاً ح + (س — ط) اس مثال میں خطوط وحدانی فقط اس مراد
 سے لکھا گیا ہے کہ س — ط کل مقدار مرکب کو ح میں جمع کرنا
 ہے ایسے جمع کے عمل کی علامت خط وحدانی کے داہنی طرف لکھی
 ہے اور جبے و نون مقادیر جمع ہو جاوین تب خطوط وحدانی کا کھنسا
 کچھ مزور نہیں ہے اس طرح ح — (س — ط) میں خط وحدانی کے
 داہنی طرف جو — علامت واقع ہے اس سے مراد ہے کہ س — ط

کل مقدار کو ح میں سے تفریق کرنا ہے اور بعد تفریق کرنے کے
خطوط وحدانی کو مٹا دو

۱۴ دفعہ کی پہلی مثال

موجب ۵ اور دفعہ کے س - ط اور ح کو جمع کرنا یہی
ہے کہ او کو جمع اپنی اپنی علامت کے ایک سیدہ میں
لکھو ح + س - ط

پہلا قاعدہ

۱۔ اس لیے جب واسطے جمع کے خط وحدانی آتا ہے یعنی او کے
واپسی طرف + علامت جمع ہوتی ہے تو خط وحدانی رکھنے کی احتیاج نہیں ہے

۱۴ دفعہ دوسری مثال

موجب ۱۸ دفعہ کے جب ایک مقدار کو دوسری مقدار میں سے
تفریق کرتے ہیں تب جس مقدار کو گھٹاتے ہیں اس کے سب سے تفریق
مفرودہ کی علامات بدل دیتے ہیں یعنی + کی جگہ - لکھ دیتے ہیں اور
- کی جگہ + لکھ دیتے ہیں اور پھر بموجب قاعدہ جمع کی جمع کرتے ہیں
مثلاً س - ط کو ح میں سے گھٹانا ہوتا ہے تو بجای س - ط
کے س + ط لکھ کر اس ح میں جمع کر دینے کے خیاں چر ح - س ط
حاصل جمع ہوگا

دو اطاقوں

اسی لیے بموجب ۵ دفعہ کے جب خط وحدانی کے داہنی طرف —
ہو تو خط وحدانی کے تلے جو علامات ہوں اونکو بدل دو یعنی ۶ کے
جگہ — لکھو اور — کی بجائے ۶ لکھو بعد ازاں خطوط وحدانی
کو مٹا دو

اسی قاعدے کی مثال عددوں میں لکھتے ہیں مثلاً ۸ — (۶ — ۳)
اسکے یہ معنی ہوں گے کہ ۶ میں سے ۳ تفریق کر کے باقی کو ۸ میں
سے تفریق کرنا ہے تو ۶ — ۳ = ۳

اور ۸ — ۳ = ۵ یہی جواب ہوا

اگر خطوط وحدانی نہ کھینچے جاویں اور مثال مذکورہ اس طرح ۸ — ۶ — ۳
لکھی جاوے تو اسکے یہ معنی ہوں گے کہ ۸ میں سے ۶ تفریق کر کے
حاصل تفریق میں سے ۳ تفریق کروا سکا — ۱ جواب ہوگا اسی لیے
خطوط وحدانی کے مٹانے کے پیشتر اونکے اندر جو مقدار ہو جوتی
ہیں اونکی علامت بدل دیتے ہیں مثلاً ۸ — (۶ — ۳) = ۸ — ۶ + ۳ = ۵

مگر جب ضرب و قسمت اور صعود و نزول میں سے کسی عمل کی علامت خطوط
وحدانی کے ساتھ لگی ہو تو جب تک وہ عمل پورا نہ ہو تب تک خطوط
وحدانی کو مٹاؤ

خطوط وحدانی سے کبھی دو معنی بھی نکلتے ہیں مثلاً ح — (ح — س) —

یا ح — ح — س — ایہاں خطوط وحدانی سے ابک یہ معنی نکلتے
 کہ ح — س — کل مقدار کا مجذور کرنا ہے اور دوسرے یہ کہ جب
 اوسکا مجذور کل آوے تو اوس مجذور کی کل مقادیر مفرد کو ح — س —
 سے تفریق کرنا ہے جب دونوں عمل پورے ہو جاویں تب خطوط
 وحدانی کو مستادو

امثال

(۱) ح + ح — (س — س) کا اختصار کرو

ح + ح — (س — س) = ح + ح — س

= ح — س

(۲) ح + ح + س — (س — س) کا اختصار کرو

ح + ح + س — (س — س) = ح + ح + س — س

= ح

(۳) ح — ح — (س — س) کا اختصار کرو

ح — ح — (س — س) = ح — ح + س — س

= س

(۴) $C + S - (C - S)$ کا اختصار کرو

$C + S - (C - S) = C + S + S - C$ موجب سر قاعدہ کے

$$= 2S$$

(۵) $C - S - S \times C$ کا اختصار کرو

$$C - S - S \times C = C - S - CS$$

$C - S - CS = C + S + S$ موجب سر قاعدہ کے

$$= S + S + C$$

(۶) $\frac{C}{S} - \frac{C - S}{S}$ کا اختصار کرو

$$\frac{C}{S} - \frac{C - S}{S} = \frac{C - C + S}{S} = \frac{S}{S}$$

موجب ۳۶ دفعہ کے

$$= \frac{C - C + S}{S}$$

$$= \frac{S}{S}$$

$$= 1$$

(۷) $1 + \frac{C + D}{C - D}$ اس کا اختصار کرو

$$1 + \frac{C + D}{C - D} = \frac{C - D}{C - D} + \frac{C + D}{C - D}$$

$$= \frac{C - D + C + D}{C - D} = \frac{2C}{C - D}$$

موجب ۳۵ دفعہ کے

$$= \frac{2C}{C - D}$$

(۸) $1 - \frac{c-d}{c+d}$ کا اختصار کرو

$$1 - \frac{c-d}{c+d} = \frac{c+d}{c+d} - \frac{c-d}{c+d}$$

$$= \frac{c+d+c-d}{c+d} \text{ بموجب ۱۳۶ بندہ کے}$$

$$= \frac{c+d+c-d}{c+d} \text{ بموجب دوسرے قاعدے کے}$$

$$= \frac{2c}{c+d}$$

(۹) $c - \frac{c-s}{2}$ کو ۲ میں ضرب دو

$$2 \times \left(c - \frac{c-s}{2} \right) = 2c - c + s \text{ یہی حاصل ہے}$$

خطوط وحدانی کو دور کیا

$$= c - \frac{c-s}{2}$$

$$= c - \frac{c-s}{2}$$

$$= c - \frac{c-s}{2} \text{ بموجب قاعدے کے موافق}$$

$$= c + s$$

(۱۰) $\frac{2}{3} - \frac{2-d}{5}$ کو ۱۰ میں ضرب دو

حاصل ضرب = $10 \times \frac{2}{4} - 10 \times \frac{6}{8}$ ۲۱ دفعہ کے موافق

$$= \frac{20}{4} - \frac{60}{8} \quad ۳۷ دفعہ کے موافق$$

$$= 5 - 7.5 = (7-5)$$

$$= 5 - (2-12)$$

$$= 5 - 2 + 12 \quad \text{بموجب دوسرے قاعدے کے}$$

$$= 5 + 12$$

(۱۱) $(س + ح)^2 - (س - ح)^2$ کا اختصار کرو

$$(س + ح)^2 - (س - ح)^2 = (س + ح + س - ح)(س + ح - س + ح)$$

$$= 2س + 2ح$$

پہلے اور دوسرے قاعدے کے موافق

$$= 2س + 2ح$$

$$(۱۲) \frac{س^2 - ح^2}{(س + ح)^2 - ح^2}$$

$$\text{شمار کنندہ} = (س + ح)(س - ح)$$

$$= (س + ح)(س - ح)$$

$$\text{نسب بناؤ} = (س + ح)(س + ح)$$

$$= (س + ح)(س + ح)$$

$$(س + ح)(س - ح)$$

$$= \frac{س + ح}{س + ح}$$

$$= (س + ح)(س + ح)$$

تکسر

جب کہ ایک حرف یا عدد اور خطوط وحدانی کے بیچین کوئی علامت نہ ہو تو سمجھو کہ اون کے بیچ میں سے x یہ علامت محذوف ہے اور خطوط وحدانی کے اندر کی ہر ایک مقدار مفردہ اور اس حرف یا عدد میں ضربی جاوے گی

مثلاً ۴ (ح + د) سح اور ۲ کا حاصل جمع ۴ گنا سمجھو
۳ (ح + س - ط) سے یہ سمجھو کہ ح اور س کے حاصل جمع میں سے ط کو گھٹنا کر جو باقی رہے ۳ گنا ہے

۵ (س + ح + ط) اسکے یہ معنی ہوں گے کہ س اور ح اور ط ان کو سب کا حاصل جمع ۵ گنا ہے

اسی طرح (ح + س) (ط + ع) اسکے یہ معنی ہوں گے کہ ح + س میں ط + ع کو ضرب دینا ہے

۱۱ سوالات

(۱) ح س ح (ط - س) کا مقدار کو (۶) $\frac{ح-د}{۲} - \frac{د-س}{۲}$ ایضاً

(۲) ۴ (۱ - د) + ۳ د اسکا ایضاً (۷) $\frac{۱}{۲} (ح + س) - \frac{۱}{۲} (س - ح)$ ایضاً

(۳) ۲ (ح + د) - ۲ (د - ح) ایضاً (۸) $(۷ + د) + (س - ۷)$ ڈ ایضاً

(۴) ۲ (ح + س) (س - ح) ایضاً (۹) $(۲ + ۳ + ۵)$ ایضاً

(۵) ۵ (۱ - د) + ۴ (د + ۵) ایضاً (۱۰) $(۱ - ۱ - ۱ - ۱)$ ایضاً

ایضاً (۱۱) $(۶س + ط) - (س - س - ط۲)$

ایضاً (۱۲) $\frac{۱}{۲}(س - د) + (س + د) + \frac{۱}{۲}(د + س)$

ایضاً (۱۳) $(س + ۱)(س - ۱)(س + ۱)$

ایضاً (۱۴) $\frac{۱}{۲}(س - د) + (س + ۱) + \frac{۱}{۲}$

ایضاً (۱۵) $\frac{۱}{۲}(س + د) + \frac{۱}{۲}(س - د)$

ایضاً (۱۶) $\frac{س(س + س + س)}{س} : \frac{س(س + س + س)}{س}$

ایضاً (۱۷) $\left\{ \frac{۳}{(س - ۱)۸} + \frac{۱}{(س + ۱)۸} \right\} \times ۳$

(۱۸) $\frac{س}{د۲ - س} + \frac{(س - د)د}{(س - د)۲}$

(۱۹) $\frac{۲}{۳} د(س + ۱) \{ (س + ۱) - ۲ + \frac{۱}{۲} \}$

(۲۰) $\left\{ ۱ - ۱ - ۱ \right\} د(س + ۲)$

مساوات درجہ اول

دفعہ ۴۴ اگر ہم کہیں کہ $۳ + ۲ = ۵$ یا $۵ \times ۲ = ۱۰$ تو

= اس علامت کے دونوں طرف جو مقادیر ہیں انہیں مساوی ہونے میں کچھ شک نہیں ہے اس باعث سے اسی مساوات میں ایل کی کچھ

حاجت نہیں رہتی ہے ایسے ہی $۲ + ۳ = ۵$ یا $۲ (ح + د)$
 $۲ + ح = ۲ + د$ تو اس مناسبت کے دونوں طرف جو مقدار پرینٹ
 مساوی ہونے میں بھی ٹھہرے نہیں سب کو اسطے کہ ہر صورت میں مقدار
 ہے کہ بجائے $د$ کے چاہو جو مقدار فرض کرو ہر صورت میں مقدار
 $۲ + ۳ = د$ بیشک برابر ہوگی مقدار $د$ کے جانا چاہیے کہ ایسی
 مساوات کو

مساوات متشابہ یا معاولہ متشابہ کہتے ہیں

اگر ہم کہیں کہ $۲ + ۳ = ۵$ یا $۲ (ا + ز) = ۷$ تو ایسی مساوات میں
 مقدار $د$ کے بجائے ۵ میں عدد فرض کرنے سے مساوات میں فرق
 نہیں آسکتا ہے اور ایسی مساوات کو مساوات یا معاولہ کہتے ہیں
 اور ایسی مساوات میں مقدار $د$ مجہول کی قیمت جس عمل سے دریافت
 ہوتی ہے اسکو حل کرنا بولتے ہیں اور جب مقدار مجہول کی قیمت
 کو بجائے اس مقدار کے لکھ کر مساوات کی صداقت دکھلائے ہیں
 تو اس عمل کو مقابلہ کرنا کہتے ہیں

$۲ + ۳ = ۵$ اس مساوات میں $د$ کی قیمت بتلاؤ

اس مساوات میں ہم دیکھتے ہیں کہ $د$ کو ہم میں جمع کیا تو $۲ + ۳ = ۵$
 اس باعث سے ضرور $د = ۲$

۲ (۲۱) = ۱۴ اس مساوات میں x کی قیمت دریافت کرو۔ اس سوال میں ہم دیکھتے ہیں کہ دو گنا (۱+ x) برابر ہے ۱۴ کے اس باعث مقدار x + ضرور برابر ہوگی، کے اور فقط x برابر ہوگی x کے اس طرح کے سوالوں میں مقدار مجہول کی قیمت کا نکالنا مشکل نہیں ہے مگر بے شمار سوالات اس طرح کے ہیں کہ اوہیں صاف صاف درجہ مجہول اور کبھی رہتی ہے۔ ایسے سوالوں میں مقدار مجہول کی قیمت دریافت کرنے کے لیے جبر و مقابلے کا کام پڑتا ہے اس مراد سے چند قاعدے لکھتے ہیں اور انکی صداقت علوم متعارفہ ذیل سے پائی جاتی ہے۔

علوم متعارفہ

اگر مقدار مساوی پر یکساں عمل کیے جاویں تو ان کے حاصل بھی مساوی ہوں گے۔

پہلا قاعدہ

دفعہ ۵۴ اگر = اس علامت کے دونوں طرف ایک ہی مقدار ہوں اور انکی علامت بھی یکساں ہوں مثلاً دونوں کی علامت + ہو یا - ہو تو اسی مقدار کو دونوں طرف سے دور کرنا اور انکو عمل ترفیع کہتے ہیں اور لفظ ترفیع کے معنی ہیں دور کرنا اور جیسے

نظاہر ہے کہ اگر برابر مقدار میں سے بڑے مقدار پر سنا کی جاوے تو باقی
 مقدار بھی برابر ہونے لگی مثلاً $د + م = م + م$ تو $س = س$ علامت کے
 دونوں طرف $م$ عدد یکساں ہے اور اوسکی علامت بھی دونوں طرف
 + ہے اور سے خارج کیا تو $د = م$

دوسرے اقسام میں

واقعہ ۶ نم مساوات میں جب ایک طرف یا جملہ کے کسی مقدار منفرد
 کو دوسری طرف رکھو تو اوسکی علامت بدل دیتیں، اوسکی علامت
 + ہو تو جابجائے اور - رکھو اگر - ہو تو + رکھو اسے
 عمل انتقال ہوتے ہیں مثلاً $د + م = م + س$ تو $د + م = م + س$
 مساوات کے دونوں طرف کی مقدار مساوی میں سے $د$ کو گھٹایا
 تو حامل تفریق بھی مساوی ہوئے یعنی

$$د - م + م = م + س - م \quad \text{یا} \quad د = س$$

اسی طرح سے = علامت کے ایک طرف سے $د$ کو اوسکی علامت
 بدل کر دوسری طرف رکھو یا

پھر جب ایک طرف میں سے $س$ کو گھٹایا تو

$$د + م + م = م + س - س \quad \text{یا} \quad د = س$$

$$د + م - م = م + س - س \quad \text{یا} \quad د = س$$

یعنی مقدار میں کو ایک طرف سے لیکر دوسری طرف میں اوسکی
علامت بدل کر رکھ دیا

مثال

(۱) $۲+۶=۲+۶$ اس مساوات کے ایک جملہ میں حرف لکھو

دوسرے میں عدد تو بجاے — د کے + دکھا اور بجاے

$$۲+۶=۲+۶$$

(۲) $۴-۶=۴-۶$ اس مساوات کے ایک

جملے میں حرف لکھو اور دوسرے میں عدد

$$۴-۶=۴-۶$$

تیسرا قاعدہ

صفحہ ۷۴ اگر مساوات کی ہر ایک مقدار منفرد کو ایک ہی

مقدار میں ضرب دیں تو بھی مساوات بنی رہیگی کیونکہ یہ ظاہر ہے

کہ جب ہم ہر ایک مقدار میں ضرب دیتے ہیں تو ہر ایک جملے کی کل

مقدار نہ کم اور نہ زیادہ ہوتی ہے اس سبب سے حاصل ضرب برابر

ہوتے ہیں اس قاعدہ سے اگر مساوات میں کسر ہوں تو اس کے

نسب نامہ نہ بڑھواتے ہیں اور اسے عمل اخراج کسر کہتے ہیں مثلاً

۳-۶ = $\frac{۲۵}{۳}$ اس مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۳

میں ضرب دیا تو ۲۱-۱۸ = ۳

کیونکہ $۳ \times \frac{۲۵}{۳} = ۲۵$

$\frac{۲}{۳} + ۵ = \frac{۲}{۳} + ۶$ اس مساوات میں جو کسر ہیں ان کے نسب نماؤں کو

دور کر دیں مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ میں ضرب دیا تو

$۱۰ + ۱۲ = \frac{۲۲}{۳}$ اس مساوات میں اب ایک کسر باقی گئی

اس لیے اس کی ہر ایک مقدار مفرد کو کسر کے نسب نما ۳ میں ضرب دیا

تو $۳۰ + ۳۶ = ۳۰ + ۳۶$ اس مساوات میں اب کوئی کسر

نہی اسی طرح اگر دو سے زیادہ کسور ہوں تو ان کے نسب نما

درجہ بدرجہ دور ہو سکتے ہیں

مگر جو کسروں کے نسب نماؤں کی مقادیر بڑی ہوں تو ان کے

حاصل ضرب میں مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ضرب دو

مثلاً $\frac{۲}{۳} + ۵ = \frac{۲}{۳} + ۶$ اس مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو

۳×۲ یعنی ۶ میں ضرب دیا تو

$۳۰ + ۳۶ = ۳۰ + ۳۶$ کسوا سٹے کہ $۶ \times ۶ = ۳۶$ اور

$۶ \times ۲ = ۱۲$ اسی طرح اگر $\frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳} = ۱$ تو اس

مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو $۳ \times ۳ \times ۲ = ۱۲$ یعنی ۱۲ میں ضرب دیا تو

$$۱۵ - ۲۰ + ۲۶ = ۱۸۰$$

$$\text{کیونکہ } ۱۵ = \frac{۲}{۳} \times ۳۰$$

$$۲۰ = \frac{۲}{۳} \times ۳۰ \text{ اور } ۲۶ = \frac{۲}{۳} \times ۳۰$$

مگر سب کسروں کے نسب نماؤں کے حاصل ضرب سے ضرب کرنے کی بجائے اچھلنے ذرا صغاف اقل یعنی اوہں چھوٹی مقدار سے جو ہر ایک نسب نما پر پوری تقسیم ہو جاوے ضرب کیا جاوے تو آسان ہوگا

مثلاً $\frac{۲}{۳} - \frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳} = ۳$ و اسمن نسب نماؤں کا حاصل ضرب ۶ ہے مگر اوہ کا ذوا صغاف اقل ۸ ہے اس لیے نسب نماؤں کے دور کرنے کے لیے مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۸ میں ضرب دیا

$$۲ \times ۸ = ۱۶ \text{ اور } ۲ = \frac{۲}{۳} \times ۸ \text{ اور } ۲ = \frac{۲}{۳} \times ۸$$

$$۱۶ - ۱۶ + ۱۶ = ۱۶ \text{ اس مساوات میں اب کوئی مقدار حسین}$$

کسر ہو نہیں ہے

چوتھا قاعدہ

دفعہ ۸ اگر مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کسی ایک مسترار

پر تقسیم ہو جاوے تو بھی مساوات بنی رہیگی

کیونکہ جب ہم مساوات کے دونوں جملوں کی کل مقادیر مساوی کی

ہر ایک مقدار مفرد کو ایک مقدار پر تقسیم کرتے ہیں تو اوں دونوں جملوں

کی کل مقادیر بھی اوس مقدار پر تقسیم ہو جاتی ہیں اور اس باعث سے

خارج قسمت بھی برابر ہوتے ہیں مثلاً $۳ - ۲ = ۱$ اس مساوات

میں ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ پر تقسیم کیا تو $۲ - ۱ = ۱$

اسی طرح اگر $۴ - ۲ = ۲$ اس مساوات میں ہر ایک مقدار مفرد کو

۲ پر تقسیم کیا تو $۲ - ۱ = ۱$ یعنی $۲ = ۲$

$۳ - ۲ = ۱$ اس مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۱ پر تقسیم

کیا تو $۳ - ۲ = ۱$ یعنی $۳ = ۳$

جبکہ مساوات میں مقدار مجہول پہلی قوت رکھتی ہو مثلاً x اور اسکی

بڑی قوت نہ ہو مثلاً x^2 وغیرہ تو ایسی مساوات کو مساوات

درجہ اول یا مفردات کہتے ہیں

اول درجہ کی مساوات میں مقدار مجہول کی قیمت چار قاعدوں

مذکورہ بالا پر عمل کرنے سے دریافت ہو جاتی ہے

اول درجہ کی مساوات میں مقدار مجہول کی قیمت قیمت

قاعدہ

دفعہ ۴۹ (۱) اگر مساوات میں کسور ہوں اور اون میں

مقدار مجہول مشتمل ہو تو اون کسروں کے نسبتاً $\frac{1}{x}$ کو ضرب

تینوں قاعدوں کے دور کرو

(۲) اگر مساوات میں کوئی مقدار خط و حدانی کے تلے لکھی ہو تو

بموجب ۳۳ دفعہ کے اس خط و حدانی کو مٹا دو

(۳) بموجب دوسرے قاعدے کے مساوات کی جمع یا پر

مفرد میں مقدار مجہول مشتمل ہو آنکو علامت مساوات کے ایک طرف لے آؤ اور مقادیر معلومہ کو اس کے دوسری طرف

(۴) اگر مقادیر متماثلہ ہوں تو ان کا حاصل جمع دریافت کر رہا

عمل کے کرنے سے فقط ایک مقدار مفرد میں مقدار مجہول

رہ جاوے گی اسی مقدار کے سر پر مساوات کی ہر ایک مقدار مفردہ

کو تقسیم کرتے سے مقدار مجہولہ کی قیمت دریافت ہو جاوے گی

اگر مساوات کے دونوں جملوں میں ایک سی مقادیر ہوں اور ان کی

علامت بھی یکساں ہوں تو ان کو بموجب پہلے قاعدے کے خارج کرو

یا اگر مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کسی اور مقدار پر پوری تقسیم ہو جاوے

تو خارج متمنون کو بجائے مقادیر مذکور کے لکھو

مثالین

(۱) $2 - 3 = 4 + 6$ اس مساوات میں مقدار مجہول

کی قیمت دریافت کرو $\frac{1}{2}$ کسر ہے اس لیے اس مساوات میں

کسر نہ رکھنے کے لیے ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ میں ضرب دیا تو

$$۴ - ۲ = ۲ = ۱۲ \div ۶ \times \frac{۲}{۳}$$

عمل انتقال سے $۴ - ۲ = ۲ = ۱۲ \div ۶$

جمع کے عمل سے $۱۸ = ۳$

۳ پر تقسیم کرنے سے $۶ = \frac{۱۸}{۳}$ یہی مقدار مجہول کی قیمت ہے اس قیمت کے امتحان کرنے کے لیے مساوات بالائین مقدار ۶ کی بجائے لکھا ہے

$$۲ \times ۳ - ۶ = ۳ - ۱۲ \text{ یا } ۶ + ۳ = ۹ \text{ یا } ۹ = ۹ \text{ اس سے}$$

معلوم ہوتا ہے کہ اگر دو برابر ہو ۶ کے تو مساوات یہی درست ہے (۲)

دریافت کرو $\frac{۲}{۳}$ اور $\frac{۲}{۳}$ بے دو کسر میں اس لیے مساوات میں کسر نہ رکھنے کے لیے بموجب تیسرے قاعدے کے مساوات کی مقدار مفرد کو ۳×۲ یعنی ۶ میں ضرب دیا تو

$$۳ - ۲ = ۱ = ۱۸ \div ۶ \times \frac{۲}{۳} \text{ اور } ۳ = ۳ = ۱۸ \div ۶ \times \frac{۲}{۳}$$

منتقل کرنے سے $۱۸ - ۳۰ = ۱۲ = ۳ - ۲$

جمع کرنے سے $۱۲ = ۳ - ۲ = ۱$ اور $۱ = ۱$

۱۲ کی قیمت صحیح ہے کیونکہ $\frac{۱۲}{۶} = ۲ = ۲ = ۲$

$$۱ = ۱ \text{ اور } \frac{۱۲}{۶} = ۲ = ۲ = ۲$$

(۳) $\frac{7}{3} = 4 + \frac{1}{3}$ اس مساوات میں مقداروں کی قیمت بتلاؤ

مساوات کو ہر ایک جملہ کو ۲ میں ضرب دیا تو $4 \times 2 = 12 + 2 = 14$

۲ کو خارج کیا تو $14 = 12 + 2$

منتقل کرنے سے $2 = 14 - 12$

جمع کرنے سے $2 = 14$

۲ پر تقسیم کرنے سے $1 = 7$ دیا $1 = 7$

(۴) $\frac{2}{3} - \frac{5}{4} - \frac{4}{5} = \frac{3}{4}$ اس مساوات میں مقداروں کی قیمت بتلاؤ

مساوات کے ہر ایک جملہ کو $2 \times 3 = 6$ یعنی ۶ میں ضرب کرنے سے

$$12 - 15 - 10 = 9$$

منتقل کرنے سے $12 - 9 = 15 - 10$

جمع کرنے سے $3 = 5$

۳ پر تقسیم کرنے سے $1 = 5$

(۵) $\frac{1}{4} = \frac{2}{5} + \frac{2}{7} - \frac{2}{3}$ اس مساوات میں مقدار معلوم

و کی قیمت بتلاؤ $2 \times 3 \times 5 = 30$ یعنی ۳۰ میں مساوات کے

ہر ایک جملہ کو ضرب دیا تو $30 \times \frac{1}{4} = 7.5$

$$30 \times \frac{2}{5} = 12 \text{ اور } 30 \times \frac{2}{7} = 8.57$$

$$30 \times \frac{2}{3} = 20$$

جمع کرنے سے $15 = 7.5$

(۶) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 39$ اس مساوات میں مقدار مجہول

د کی قیمت دریافت کرو ۳، ۱۰ اور ۶ کا ذرا صنعاں اس

۳۰ ہے اس لیے نسب نمائوں کے وہ کرنے کے لیے مساوات

کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۳۰ میں ضرب دیا تو

$$\therefore 30 \times \frac{2}{3} = 20 \times 10 = 200 \text{ د}$$

$$30 \times \frac{1}{2} = 15 \times 30 = 450 \text{ د اور } 30 \times \frac{1}{4} = 750 \text{ د}$$

$$200 + 450 + 750 = 1400 \text{ د}$$

جمع کرنے سے ۳۹ د = ۱۱۰۰

۳۹ پر تقسیم کرنے سے $30 = \frac{1100}{39}$

۱۴ سوالات

جو مساوات ذیل میں مندرج ہیں اونہیں مقدار مجہولہ د کی قیمت دریافت کرو

$$(۱) 4 - 5 = 10 - 3 \quad (۲) 3 - 4 = 12 - 3$$

$$(۳) 5 + 9 = 14 + 13 \quad (۴) 8 - 15 = 3 - 12$$

$$(۵) 34 + 22 = 30 + 33 \quad (۶) 10 + 23 - 1 + 12 = 12$$

$$(۷) 8 - 22 = 2 - 3 \quad (۸) 8 - 22 + 12 + 30 = 500$$

$$(۹) 5 - 4 = 5 + 11 - 8 \quad (۱۰) 5 - 4 - 13 = 5 + 2 - 4$$

$$(۱۱) 12 + 23 = 4 + 2 - 15 \quad (۱۲) 12 + 23 = 4 + 2 - 15$$

$$\frac{7}{8} = \frac{5}{8} + \frac{2}{8} - \frac{2}{8} - \frac{2}{8} \quad (25) \quad \frac{1}{4} - 2 = \frac{1}{4} + 3 \quad (13)$$

$$2\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{24}{4} - \frac{24}{4} \quad (26) \quad 3 + 3\frac{1}{4} = 3\frac{1}{4} - 3 \quad (14)$$

$$14 = \frac{2}{7} - \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} \quad (27) \quad 7 = \frac{2}{7} + 3 \quad (15)$$

$$9 + \frac{2}{7} = \frac{2}{7} - \frac{2}{7} - \frac{2}{7} - 3 \quad (28) \quad 18 = \frac{2}{7} - 3 \quad (16)$$

$$\frac{11}{8} - \frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{24}{8} - \frac{24}{8} \quad (29) \quad 7 - 3 = \frac{2}{8} + 3 \quad (17)$$

$$\frac{2}{11} - \frac{5}{11} = \frac{2}{11} - \frac{2}{11} - \frac{24}{11} \quad (30) \quad 3 + 3 = \frac{1}{8} + \frac{24}{8} \quad (18)$$

$$\frac{9}{11} - \frac{24}{11} = \frac{24}{11} - 1\frac{1}{2} - \frac{24}{11} - 3 \quad (31) \quad 7 - 3 = \frac{2}{3} - \frac{24}{3} \quad (19)$$

$$\frac{7}{8} + \frac{2}{8} - \frac{24}{8} = \frac{24}{8} + \frac{2}{8} \quad (32) \quad 15 = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} \quad (20)$$

$$2\frac{15}{8} - \frac{24}{8} + \frac{24}{8} = 1\frac{1}{8} + \frac{24}{8} - \frac{24}{8} \quad (33) \quad \frac{1}{8} = \frac{2}{11} - \frac{2}{8} \quad (21)$$

$$\frac{3}{4} - 2\frac{19}{4} = \frac{24}{4} - \frac{24}{4} + \frac{24}{4} \quad (34) \quad 3\frac{1}{4} = \frac{1}{8} - \frac{2}{8} + \frac{2}{4} - 3 \quad (22)$$

$$\frac{15}{8} - \frac{24}{8} + \frac{1}{8} = \frac{24}{8} - \frac{24}{8} \quad (35) \quad 4 - 3 = \frac{1}{4} - \frac{2}{4} + \frac{24}{4} \quad (23)$$

$$\frac{17}{8} - \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{2}{8} + 3\frac{1}{4} - \frac{2}{8} \quad (36) \quad \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = 1 - \frac{24}{8} \quad (24)$$

دفعہ ۵۰ اگر مساوات میں خطوط وحدانی ہوں تو اونہیں مثبت
۴۳ دفعہ کے دور کرو

مثالیں

$$(1) 2(5+3) + 3(2-4) = 21 \quad \text{اس مساوات میں متدار}$$

بجول دے کی قیمت دریافت کرو پہلے خطوط وحدانی کے اندر کی

مقدار کے یہ معنی ہیں کہ مقدار ۵ + ۵ گنی ہے اور دوسرے خطی
 وحدانی کے اندر کی مقدار سے یہ سمجھو کہ ۳ گنی ۲ دے مقلد کو
 جمع کرنا ہے اس لیے ضرب دینے کے بعد خطوط وحدانی کو دور کیا تو

$$۲۰ = (۵+۵) = ۱۰+۱۰ \text{ اور } ۳ = (۷-۵) = ۲-۱$$

$$۲۱ = ۲۱-۱+۱۰+۱۰$$

منتقل کرنے سے $۱۰-۲۱+۲۱ = ۱۰+۱۰$

جمع کرنے سے $۳۲ = ۱۰+۱۰$

۴ پر تقسیم کرنے سے $۳۲ = ۸ \times ۴$

(۲) $۲(۵+۵) = ۳(۷-۵) = ۱۵$ اس مساوات میں قیمت برابر

و کی قیمت بتلاؤ

$$۲۰ = (۵+۵) = ۱۰+۱۰ \text{ اور } ۳ = (۷-۵) = ۲-۱$$

$$۱۵ = (۲۱-۱۰) - (۱۰+۱۰)$$

یا بموجب ۳ دفعہ کے $۱۵ = ۲۱+۱۰-۱۰+۱۰$

منتقل کرنے سے $۲۱-۱۰-۱۵ = ۱۰-۱۰$

جمع کرنے سے $۱۶ = ۱۰-۱۰$

۴ پر تقسیم کرنے سے $۱۶ = ۴ \times ۴$

(۳) $۵ = ۱۱-۶ = ۳$ اس مساوات میں قیمت ارجحول و کی قیمت بتلاؤ

پیشتر سہیہ بیان ہو چکا ہے کہ شمار کنندہ اور نسب نامہ کے درمیان میں جو خط کھینچا رہتا ہے وہ شمار کنندہ اور نسب نامہ دونوں کا خط وحدانی ہوتا ہے مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۱۱ میں ضرب کیا تو

$$۳۳ - ۱۱ = ۲۲ = ۵۵ - ۳۳$$

$$۳۳ - ۱۱ = ۲۲ = ۵۵ - ۳۳ \text{ دوندہ کے بموجب } ۳۳$$

$$\text{نقل کرنے سے } ۳۳ + ۲۲ = ۵۵ + ۱۱$$

$$\text{جمع کرنے سے } ۱۲ = ۸۴$$

$$۱۲ \text{ پر تقسیم کرنے سے } ۱۲ = \frac{۸۴}{۷} = ۱۲$$

$$(۴) \quad ۳ + ۲ = ۵ - ۳ = ۲ - ۱ = ۱ \text{ اس مساوات میں مقدار کی قیمت}$$

دریافت کرو خراج کسر کے لیے ہر ایک مقدار مفرد کو ۳۲ یعنی ۶ میں ضرب دیا تو

$$(۳ + ۲) = ۵ - ۳ = ۲ - ۱ = ۱$$

$$\text{یعنی } ۳ + ۲ = ۵ - ۳ = ۲ - ۱ = ۱$$

$$۳۳ \text{ دوندہ کے بموجب } ۳۳ + ۲۲ = ۵۵ - ۳۳ = ۲۲$$

$$\text{نقل کرنے سے } ۳۳ + ۲۲ = ۵۵ + ۱۱ = ۶۶$$

$$\text{جمع کرنے سے } ۱۹ = ۱۵۵$$

$$۱۹ \text{ پر تقسیم کرنے سے } ۱۹ = \frac{۱۵۵}{۸} = ۱۹$$

تقریباً

$$(5) \frac{8-4}{8} + \frac{12+9}{14} = \frac{1-3}{1} - \frac{29+8}{2} \text{ اسیعادات میں جمع ارڈی}$$

نسب نیاؤن کا زونغاوان اقل ۸۰ ہر اسلیے ہر ایک مقدار مفرد کو ۸۰ میں

$$\text{ضرب دیا تو } 10(8-4) + (12+9)5 = (1-3)4 - (29+8)8$$

$$\text{یا } 80 - 40 + 60 + 45 = 4 - 8 - 232 - 114 - 72$$

$$\text{منقل کرنے سے } 32 + 23 - 40 - 70 - 114 - 8 = 45 + 40 - 32 + 23$$

$$\text{جمع کرنے سے } 238 = 31$$

$$\frac{1}{8} = \frac{238}{31} = 7 \text{ } 31 \text{ پر تقسیم کرنے سے}$$

$$(4) \frac{1}{14} (3+2) - \frac{1}{2} (4-2) = \frac{1}{4} (5-4) \text{ اسیعادات میں مقدار ڈکی قیمت تیلار}$$

$$4 \text{ میں ضرب دینے سے } 3+2 - \frac{1}{2} (4-2) = \frac{1}{4} (5-4)$$

$$\text{یا } 3+2 = (12 - \frac{1}{2} (4-2)) - \frac{1}{4} (5-4)$$

$$30 = 12 - \frac{1}{2} (4-2) + 8 - 32 - 35$$

$$\text{منقل کرنے سے } 32 + 35 = 12 - \frac{1}{2} (4-2) + 8$$

$$\text{جمع کرنے سے } 67 = 54$$

$$2 = \frac{7}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$2 = \frac{54}{4} = 13 \frac{3}{4} \text{ } 4 \text{ پر تقسیم کرنے سے}$$

۱۳ سوالات

جو مساواتیں ذیل میں درج ہیں انہیں مقدار دہ کی قیمت بتلاؤ

$$(1) \quad 4 + 2(11 - 5) = 3(19 - 5)$$

$$(2) \quad 3(1 + 5) + 2(2 + 5) = 32$$

$$(3) \quad 3 - 2(4 + 5) = 2(9 - 3)$$

$$(4) \quad 5(2 - 2) - 3(1 + 2) = 24$$

$$(5) \quad 4(3 - 2) = 22 - 2(5 - 3)$$

$$(6) \quad 5(2 + 5) = 35 - 2(2 - 5)$$

$$(7) \quad 4 = 8 - \frac{1 - 9}{2}$$

$$(8) \quad 2 + \frac{2^2}{2} = 3 - \frac{3}{4}$$

$$(9) \quad 10 + \frac{2^2}{3} = \frac{3}{4} - \frac{1 + 3}{2}$$

$$(10) \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{16} - \frac{1}{14} + (2 + 5)$$

$$(11) \quad 2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + (3 + 5) - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + (1 + 4)$$

$$(12) \quad 10(1 + 5) - 4(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}) = 23$$

وقفہ ۵ اکثر مساوات میں کسر کے نسب نماؤں میں محض دار

مجمول شامل رہتی ہے مگر اسکی قیمت بموجب قاعدوں مذکور کے

دریافت ہوجاتی ہے اول جن نسب نماؤں میں مقدار مجمول شامل

ہووے تفاوتیہ مفروضہ ہوں

مثالین

(۱) $\frac{9}{32} - 3 = 5$ اس مساوات میں مقدار د کی قیمت پائی گئی

عمل انتقال سے $245 = \frac{9}{32}$

عمل جمع سے $9 = \frac{9}{32}$

۲۰ میں ضرب دیا تو $180 = 9$

۸ پر تقسیم کرنے سے $22\frac{1}{2} = \frac{9}{9} = 1$

(۲) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{2}{12}$ اس مساوات میں مقدار د کی قیمت پائی گئی

قیمت بتلاؤ چونکہ چاروں کسروں کا نسب نامہ ہے

اسی لیے جمع کرنے سے $\frac{2}{12} - \frac{2}{3} = \frac{4}{5}$

نقل کرنے سے $\frac{2}{12} = \frac{4}{5} - \frac{2}{3}$

جمع کرنے سے $\frac{2}{12} = \frac{2}{5}$

$12 = 2 \therefore 32 = 2 \times 16$

دوم جن نسب ناموں میں مقدار مجہول شامل ہووے مہرے معادیر
مرکب ہوں تو اول مفرد نسب ناموں کو خارج کرو بعد ازاں بترتیب
مرکب نسب ناموں کو دور کرو

مثالین

(۱) اس مساوات میں مقدار د کی قیمت پائی گئی $\frac{2}{5} = \frac{5+23}{25-20} - \frac{13+24}{15}$

قیمت تہلاؤ اول مقادیر مفروضہ کے نسبتاًوں کے دور کر نیکی

مساوات کے ہر ایک جملے کو ۱۵ میں ضرب دیا تو

$$۲۶ = \frac{۲۲}{۵} \times ۱۵۰ : ۲۶ = \frac{(۵+۲۳)۱۵}{۲۵-۲۵} - ۱۳ + ۲۶$$

دو نوں جملے کی ۶ یکساں مقدار کو

$$\frac{(۵+۲۳)۱۵}{۲۵-۲۵} = ۱۳ \quad \text{سے} \quad \text{ٹکا کر منتقل کرنے سے}$$

شمار کنندہ اور نسبت ناما دو نوں کو

$$\frac{(۵+۲۳)۳}{۵} = ۱۳ \quad \text{سے} \quad \text{۵ پر تقسیم کرنے سے}$$

$$۱۵+۲۹ = ۶۵ - ۱۳ \quad \text{سے} \quad \text{۵ میں ضرب دینے سے}$$

$$۱۵+۶۵ = ۲۹ - ۱۳ \quad \text{سے} \quad \text{منتقل کرنے سے}$$

$$۸۰ = ۲۳ \quad \text{جمع کرنے سے}$$

$$۲۰ = \frac{۸۰}{۴} = ۲۰ \quad \text{۴ پر تقسیم کرنے سے}$$

$$(۱) \quad \frac{۲-۲۵}{۹} = \frac{۲+۲۱۲}{۸-۲۱۱} - \frac{۱۶+۲۱۰}{۱۸}$$

قیمت تہلاؤ ۱۸ اور ۹ نسبتاًوں کے خارج کر نیکی یہ مساوات کے

$$۱-۲۱۰ = \frac{۳۶+۲۲۱۲}{۸-۲۱۱} - ۱۶ + ۲۱۰ \quad \text{۱۸ میں ضرب دیا تو}$$

دو نوں جملوں کی ۲۰ یکساں

$$\frac{۳۶+۲۲۱۲}{۸-۲۱۱} = ۸+۱۶ \quad \text{سے} \quad \text{مقدار خارج کر کے منتقل کرنے سے}$$

$$\frac{۳۶+۲۲۱۲}{۸-۲۱۱} = ۲۵ \quad \text{جمع کرنے سے}$$

۳۶ + ۵۲۱۶ = (۸ - ۱۱) ۲۵ } مساوات کے ہر ایک جملہ کو

۳۶ + ۵۲۱۶ = ۲۰۰ - ۲۴۵ } ۱۱ - ۸ میں ضرب دیا تو

۳۶ + ۲۰۰ = ۵۲۱۶ - ۲۴۵ } منتقل کرنے سے

۲۳۶ = ۵۹ } جمع کرنے سے

$۲ = \frac{۲۳۶}{۵۹} = ۴$ } ۵۹ پر تقسیم کرنے سے

(۳) $\frac{۱}{۳} - \frac{۲}{۷} = \frac{۲}{۷} - \frac{۱}{۳}$ } اس مساوات میں مقدار مجہول کی قیمت

مساوات کے ہر ایک جملہ کو (۱ - ۷) میں ضرب دیا تو

$۷ = \frac{۱۳(۱-۷)}{۷+۳} = ۱۳(۱-۷) \times \frac{۱}{۷+۳} = ۷$

$\frac{۱۳(۱-۷)}{۷+۳} = ۷$ } منتقل اور جمع کرنے سے

$۷+۷ = ۱۳ - ۱۳ = ۴۲ + ۵۶ = ۱۳ - ۱۳$

$۱۳ + ۴۲ = ۵۶ - ۱۳$ } منتقل کرنے سے

$۵۶ = ۷۱$ } جمع کرنے سے

$۷ = \frac{۵۶}{۸} = ۷$ } ۸ پر تقسیم کرنے سے

(۴) $۸ = \frac{۳}{۱} + \frac{۲(۳-۲)}{۳}$ } اس مساوات میں مقدار کی قیمت

$۳ - ۲۳ = \frac{۳-۹}{۱} + (۳-۳) ۲$ } مساوات کی ہر ایک طرف سے

$۳ - ۲۳ = \frac{۳-۹}{۱} + ۰$ } ۳ - ۲۳ میں ضرب دینے سے

۱۸ = ۶ - ۲۴ = $\frac{۳-۹}{۱-۱}$ } مساوات کے ہر ایک جملے کی
 ۸ دیکھان مقدار کو خارج کر کے
 منتقل کرنے سے

۱۸ - ۱۸ = ۳ - ۹ } ۱ - ۳ ضرب کرنے سے

۹ - ۱۸ = ۳ - ۱۸ } منتقل کرنے سے

۹ = ۱۵ } جمع کرنے سے

$\frac{۳}{۵} = \frac{۹}{۱۵} = ۳$ } ۵ پر تقسیم کرنے سے

(۵) $\frac{۲۴}{۱+۳} + ۴ = \frac{۳۰+۳۰}{۳+۳} + \frac{۳+۱۵}{۱+۳}$ مساوات میں مقدار اردو کی قیمت بتاؤ

۲۴ + ۴ = $\frac{۳۰+۳۰+۳+۱۵}{۳+۳}$ } مساوات کو ہر ایک جملہ کو
 ۳ + ۱۵ } ۳ پر ضرب دیا تو

۱۶ + ۳ = $\frac{۳۰+۳۰+۳+۳}{۳+۳}$ منتقل اور جمع کرنے سے

۳۰ + ۳۰ + ۳ + ۳ = ۳۰ + ۳۰ + ۳ + ۳ } ۳ + ۱۲ + ۱۲ + ۳ = ۳۰ + ۳۰ + ۳ + ۳

۳۰ - ۳۰ = ۱۲ - ۱۲ - ۳ - ۳ } عمل ترفیع اور انتقال کرنے سے

۱۸ = ۶ } جمع کرنے سے

۳ = $\frac{۱۸}{۶}$ } ۶ پر تقسیم کرنے سے

۱۴ سوالات

مساوات مندرجہ ذیل میں مقدار اردو کی قیمت دریافت کرو

(۱) $۱۳ = \frac{۳}{۵} + \frac{۲}{۳}$ (۳) $۱۳ = \frac{۳}{۵} + \frac{۲}{۳}$ $\frac{۳}{۵} + \frac{۲}{۳} = ۱۳$

(۲) $۳۱ = \frac{۵}{۳} + \frac{۴}{۵}$ (۴) $\frac{۲۲}{۶} = \frac{۲-۲}{۶-۵} + \frac{۳-۳}{۲۱}$

$$\frac{5}{(1+d)^2} = \frac{2}{1+d} - \frac{3}{d} \quad (۱) \quad \left| \quad \frac{2-d+3d-12}{3} = \frac{14-d9}{3d} \quad (۵)$$

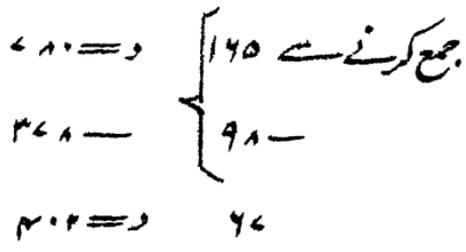
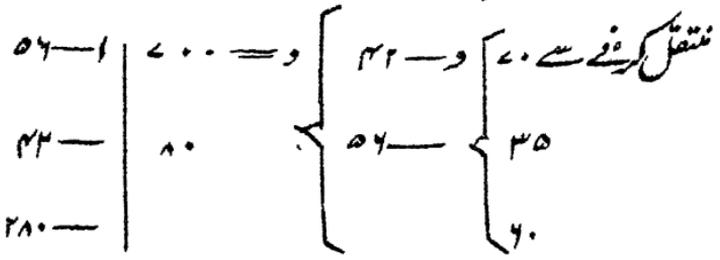
$$\frac{1}{d^2-1} = \frac{10}{10-d3} - \frac{12}{12+d4} \quad (۹) \quad \left| \quad \frac{2}{3} = \frac{1+d}{11-d3} - \frac{14+d9}{3d} \quad (۶)$$

$$0 = 1 - \frac{38+d2}{12+d} - \frac{1+d2}{1+d2} \quad (۱۰) \quad \left| \quad \frac{15-d}{4-d2} = \frac{1}{(2+d)2} + \frac{2-d}{2+d} \quad (۷)$$

دفعہ ۵۲ اگر مساوات میں بڑے اعداد بہت ہوں تو اونکو اس ترتیب پر لکھو کہ جن اعداد کی علامت یکساں ہوں و سے ایک دوسرے کے تعلق میں

مثالین

$$۵۶ - ۱ + ۵۶ + ۸۰ + ۳۵ - ۴۰۰ = ۲۸۰ + ۳۲ + ۳۲ - ۴۰ \quad (۱)$$



$$۶ = \frac{۳۰۲}{۵۰} = د$$

$$\frac{1+d}{1+d} - \frac{9+d}{1} = \frac{29-229}{13} - \frac{13-d}{3} \quad (۲)$$

مقدار کی قیمت دریافت کرو

منب ناموں کا ۵۶ ذوا صغاف اقل ہے اس باعث سے مساوات کے
ہر ایک جملے کو ۵۶ میں ضرب دیا تو

$$124d - 182 - 994 = 34d + 29 - 43 + 22a$$

$$یا 124d - 182 - 994 = 34d + 29 - 43 + 22a$$

$$a - \left\{ \begin{array}{l} 43 - 29 \\ 182 \\ 994 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} 124d \\ 36 \\ 24 \end{array} \right. \text{ منتقل کرنے سے } 124d$$

$$124d = \left\{ \begin{array}{l} 182 \\ 29 \end{array} \right. \text{ جمع کرنے سے } 124d$$

$$124d = 134$$

$$d = \frac{124}{134} = 9$$

$$(3) 20(1-d) + 25(1+d) + 22(1+d) = 21(1+d) + 25(1+d)$$

اس مساوات میں مقدار د کی قیمت بتلاؤ جواب $d = \frac{1}{4}$

اب ایسے سوالات لکھے جاتے ہیں جن کے جواب مساوات درجہ اول

کے حل کرنے سے نکل آتے ہیں

دفعہ ۵۳ سوالات جو علم حساب سے حل نہیں ہو سکتے تو

۵۲ دفعہ مذکور کے معنی جاننے سے باسانی حل ہو جاتے ہیں اور علم حساب میں خاص قاعدے مقرر ہیں اور نئے موجب عمل کرنے سے سوال کا جواب نکل آتا ہے مگر جبر و مقابلہ میں ایسے قاعدے نہیں لکھے ہیں فقط کثرت مشق سے طالب علم سوال کی شرائط کو مساوات میں مقدار مجموعہ کی قیمت دریافت کر سکتا ہے وہی قیمت سوال کا جواب ہوتی ہے مگر یہ ضرور دیکھنا چاہیے کہ اس میں کون سی مقدار مجموعہ میں اور کون سی معلومہ پھر بجائے مقدار مجموعہ کے دیکھ کر مقدار مجموعہ کو لکھو اور بموجب سوال کے ایک ایسی مساوات بناؤ کہ جس میں سوال کی سب شرائط آ جاویں

سوالات

(۳) اگر کون کی عمر بلکہ ۲۴ برس کی ہے اور اونکی پیدائش میں دو دو برس کا تفاوت ہے تو بتلاؤ کہ ہر ایک لڑکے کی کیا عمر ہوگی اس سوال میں دیکھو کہ کون سی مقدار مجموعہ ہو اور کون سی معلومہ مقدار مجموعہ

- (۱) تین لڑکوں کی عمر کا مجموعہ ۲۴ برس (۱) بڑے لڑکے کی عمر بتلاؤ
 (۲) اور ہر ایک کی عمر کا تفاوت ۲ برس (۲) ننھلے لڑکے کی عمر بتلاؤ
 (۳) چھوٹے لڑکے کی عمر بتلاؤ

مگر حقیقت میں پوچھو تو فقط ایک ہی مقدار مجہول ہے کہ سو اسطے کہ اگر ایک لڑکے کی عمر معلوم ہو جاوے تو باقی دو لڑکوں کی عمر بھی معلوم ہو جاوے گی اس باعث سے فرض کرو کہ چھوٹے لڑکے کی عمر دہی تو $۲۰ + ۲$ منجھلے لڑکے کی عمر ہوگی $۲۰ + ۲$ بڑے لڑکے کی عمر ہوگی

سوال کی ایک شرط کو عبارت جبر میں لکھ لیا اور دوسری شرط یہ ہے کہ تینوں لڑکوں کی عمر کا مجموعہ ۲۴ برس ہو یا $۲۰ + ۲$ اور $۲۰ + ۲$ یعنی ۲۴ برابر ہے ۲۴ برس کے اس شرط کو مساوات میں لکھنا تو $۲۴ = ۲۰ + ۲$ اس مساوات میں مقدار x کی قیمت بتلاؤ

$$\text{عمل انتقال سے } ۱۸ = ۶ - ۲۴ = ۳$$

$$۳ = \frac{۱۹}{۶} = ۳$$

۵. چھوٹے لڑکے کی عمر ۶ برس کی ہے

منجھلے لڑکے کی عمر ۸ برس کی ہے

اور بڑے لڑکے کی عمر ۱۰ برس کی ہے

(۲) میرے پاس جب قدر اشرفیاں ہیں اور نے پانچ گئے روپے

ہیں اور کل مالیت ۱۴۷ روپے کی تو بتلاؤ کہ میرے پاس کتنی

اشرفیاں ہیں اور کتنے روپے

فرض کرو کہ x اشرفیاں ہیں

تو ظاہر ہے کہ ۵ روپے ہونگے

۱ اور میرے پاس ۱۶ روپے کی ہر ایک اشرفی ہو تو د گنا ۱۶ یا

۱۶ روپے د اشرفیوں کے ہونے

۱۶ + ۵ = ۲۱ کل زر مگر کل زر ۱۴ روپے

۲۱ = ۱۴

۲۱ پر تقسیم کرنے سے $21 \div 14 = 1.5$ اشرفی

اور $5 \times 5 = 25$ روپے

(۳) ۴ اکورسی اور ۷ روپے کی ہنڈی کے دام سا ہو کار سے

میں لینے کو گیا اور میں نے گناشتے کے ہاتھ میں ہنڈی دیکر

اوس سے کہا کہ تم مجھے اس ہنڈی کے دام کے عوض میں اشرفی

روپے آٹھ آتی اور چوٹی دو آتی اور ایک آتی برابر دو تو وہ سنتے

ہی خاموش ہو رہا تو بتا کہ اوکو کس قدر اشرفی وغیرہ دینی چاہیے

فرض کر کہ د تعداد مطلوبہ ہے

تو د اشرفیوں کے د گنا ۱۶ یا ۱۶ روپے ہونگے

د روپیوں کے د روپے ہونگے

د آٹھ انیوں کے ۴ روپے ہونگے

د پو انیوں کے ۲ روپے ہونگے

اور وہ سب آم ملکر ۱۵ تھے تو بتلاؤ کہ میرے پاس سب کتنے آم
تھے فرض کرو کہ د آموں کی تعداد ہے

تو $\frac{2}{3}$ تعداد اون آموں کی ہوئی جو موہن کو دیے
اور $\frac{1}{4}$ تعداد روپا کے آموں کی ہوئی اور بموجب شرط

سوال کے یہ سب آم ملکر ۱۵ ہوتے ہیں

$$\text{یعنی } 15 = \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

$$۶ \text{ میں فرض کیجئے سے } ۹ = ۳ + ۶$$

$$\text{جمع کرنے سے } ۹ = ۳$$

اور ۳ پر تقسیم کرنے سے $۳ = ۹ = ۳$ میرے پاس تین آم تھے

$$۱۵ = ۱۰ + ۵ = ۳ \text{ اور } ۱۰ = ۳$$

(۵) ایک باغ میں آم کے درخت جامن کے درختوں سے تین گنے

تھے مگر جب آم اور جامن کے درخت چار چار کٹ گئے تو باغ کے

درخت جامن کے درختوں سے چو گنے ہو گئے تو بتلاؤ کہ آم اور جامن کے کتنے درخت

فرض کرو کہ د جامن کے درختوں کی تعداد ہے

تو ۳ د آموں کے درختوں کی تعداد ہوگی

اور د — ۴ جامن کے درختوں کی تعداد ۴ درخت کٹنے کو بعد رہ گئی

اسی طرح ۳ — ۴ آم کے درختوں کی تعداد ۴ درخت کٹنے کو بعد رہ گئی

بموجب شرائط سوال کے $۳ - ۳ = ۳ - ۳$ (۱-۲)

$$۳ - ۳ = ۳ - ۳$$

عمل انتقال سے $۱۶ - ۳ = ۳ - ۳$

جمع کرنے سے $۱۲ = ۱۲$

اس لیے باغ میں اول جامن کے درخت ۱۲ تھے اور ۳ گئے

۱۲ یا ۳۶ آم کے درخت تھے

(۶) ایک پادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰-۲۰۲ ہے

دوسرے پادشاہ کے جلوس کا سن $۱۸۰۰ + \frac{۲x}{۳}$ ہے

تیسرے پادشاہ کے جلوس کا سن $۱۸۰۰ + \frac{۳x}{۴}$ ہے

اور اگر پہلے پادشاہ کے عہد کے برسوں میں ۲ جمع کیے جاویں تو صحیح

برابر ہو جاتا ہے ۱۰۰ برس کے تو بتلاؤ کہ ہر ایک پادشاہ کس کس

سن میں جلوس فرما ہوا

پہلے اور دوسرے پادشاہوں کے جلوس کے سنوں کا حاصل ضرب

نکالنے سے پہلے پادشاہ کی سلطنت کے برس $۱۸۰۰ + \frac{۲x}{۳} =$

$$۱۸۰۰ - ۲ + ۱۸۰۰ = \quad (۱۸۰۰ - ۲)$$

$$= ۳$$

بموجب سوال کے $۱۰۰ = ۲ + ۳$

$$۱۰۰ = ۵۶$$

$$۲۰ = \frac{۱۰۰}{۵} = ۲۰$$

پہلے پادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰-۱۸۰۱ یا ۱۷۹۰ء

دوسرے پادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰+۲۰ یا ۱۸۲۰ء

تیسرے پادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰+۳۰ یا ۱۸۳۰ء

(۷) ہم آدینہ ان کے درمیان ۴۲ گنتے اسطرح تقسیم کرو کہ پہلے

آدمی کو جتنے گنتے دوائے ایک یا وہ دوسرے کو دو اور بڑا القیاس

تیسرے اور چوتھے آدمی کو بھی ایک ایک گنا زیادہ دو

فرض کرو کہ پہلے شخص کو جو گنتے دیے گئے اونکی تعداد وہ

تو باقی آدمیوں کے گنتوں کی تعداد ۱+۲+۳ اور ۳+۴

موجب شرائط سوال کے $۱+۲+۳+۴=۱۰$

جمع کرنے سے $۳+۴=۷$

نقل کرنے سے $۴-۳=۱$

جمع کرنے سے $۳+۴=۷$

۴ تقسیم کرنے سے $۷ \div ۳ = ۲$

پہلے آدمی کے گنتوں کی تعداد چوٹی

یہ دوسرے آدمی کے گنتوں کی تعداد چوٹی $۱+۱=۲$

یہ تیسرے آدمی کے گنتوں کی تعداد چوٹی $۲+۲=۴$

یہ چوتھے آدمی کے گنتوں کی تعداد چوٹی $۳+۳=۶$

(۸) ایک شخص نے فقیر کی اختیاری او سکے پاس ۱۰۰ روپے

تھے اور مین سے جتنے روپے اپنے دو لڑکوں کو دیے

اور تہ ہی روپے اپنے ۳ بیٹوں کو دیے اور جتنے روپے اپنے

اپنے ایک لڑکے اور ایک بیٹی کو ملا کر دیے اور تہ روپے اپنے

عورت کو دیے تو بتلاؤ کہ ہر ایک کو کتنے روپے ملے

فرض کرو کہ ایک بیٹے کو جو روپے ملے انکی تعداد دو ہو

تو تین بیٹوں کے کل روپیہ کی تعداد ۲۰ ہوگی

۲۰ ایک بیٹی کے روپیہ کی تعداد ۲۰ ہوگی

اور عورت کے روپیوں کی تعداد ۲۰ یا ۲۰ ہوگی

اسی لیے بوجب شرائط سوال کے $20 + 20 + 20 = 100$ روپے

جمع کرنے سے $20 + 20 = 100$

یا $20 = 100$

۷ پر تقسیم کرنے سے $100 = \frac{20}{7}$

۳۰ میں ضرب دینے سے $20 = 300$ یہی ایک لڑکے کو ملے گا

ایک بیٹی کے روپیوں کی تعداد $20 = 100$ ہوگی

عورت کے روپیوں کی تعداد $20 = 500$ ہوگی

(۹) ایک کوڑے میں بہت دوڑیا پانی تھا اور سپرد روپیہ لگین ایک سپرد میں

بیلچہ اور دوسری پیرمین دو بھینسے اور بیلوں کی پیر کے چرسے
 مین دو من پانی آتا تھا اور بیل دو گھڑی کے عرصہ میں پانی کے
 ۳ چرسے کھینچتے اور بھینسے اس قدر آہستہ چلتے کہ وہ ۳ گھڑی
 میں فقط دو چرسے پانی کے کھینچتے مگر دونوں پیروں میں پانی
 برابر ہی کھینچتا تو تیسرا دو بھینسون کے چرسے میں کثرت در پانی
 سماتا ہو گا

فرض کرو کہ بھینسون کے چرسے میں دو من پانی سماتا ہے تو بھینسے
 ۲۰ من پانی تین گھڑی کے عرصہ میں کھینچینگے اور بیل ۲ گھڑی
 میں ۳ چرسے پانی یا ۶ من پانی کھینچتے ہیں اس باعث سے وہ
 ۳ گھڑی میں ۹ من پانی کھینچینگے اور ۳ گھڑی میں دونوں چرسوں
 سے برابر ہی پانی کھینچتا ہے

$$\therefore 20 = 9 \text{ من پانی}$$

اور $20 = 9 = \frac{9}{4} = 2 \frac{1}{4}$ من پانی اس قدر پانی بھینسون کے
 چرسہ میں آتا ہے۔

(۱۰) ستیا رام اور پرسرام زمینداروں کے گائون شرک کے کنارے
 $\frac{1}{4}$ کوس کے فاصلے پر واقع تھے اتفاقاً ستیا رام پرسرام
 کے گائون کو چلا اور سوقت پرسرام بھی ستیا رام کے گائون کو چلا

اور ستیاریام اسقدر چلتا تھا کہ ایک گھنٹے کے عرصے میں $\frac{1}{2}$ کوں
 راہ طو کرتا تھا اور پیرسرام ایک گھنٹے میں $\frac{1}{2}$ کوں چلتا تھا تو بتلاؤ
 کہ وہ دونوں شخص کتنی دور چلکر ملجاوینگے اور اگر وہ
 برابر چل کر عین بیچ راہ میں ملجاوین تو ستیاریام کو پیرسرام
 سے کتنی دیر بعد چلنا چاہیے اول فرض کرو کہ ستیاریام

$\frac{1}{2}$ کوں چل کر پیرسرام سے ملجاوے تو ظاہر ہے کہ $\frac{1}{2}$ - د
 کوں پیرسرام چلا ہوگا اب ہر ایک شخص کے چلنے میں جبقدر وقت
 گزریگا اسے قاعدہ اربعہ متناسبہ سے دریافت کرتے ہیں

} اتنا وقت ستیاریام کو } $\frac{1}{2}$ کوں چلنے میں گزرا ہوگا	کوں کوں گھنٹہ گھنٹہ
	$\frac{1}{2} : 1 :: 1 : \frac{1}{2}$
	کوں کوں گھنٹہ گھنٹہ

} اسقدر وقت پیرسرام کو } $\frac{1}{2}$ - د کوں چلنے میں } گزرا ہوگا	$1 : \frac{1}{2} - 1 :: 1 : \frac{1}{2} - 1$
---	--

اور دونوں شخص برابر وقت تک چلے

اس باعث سے $\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2} - 1$ اسکے دونوں جملوں کو 2×5 لینے

۱۰ میں ضرب دیا تو $1 - 2 = 1 - 2$

منقل اور جمع کرنے سے $۹ = ۲۲\frac{۱}{۴}$

۹ پر تقسیم کرنے سے $۹ = ۲۲\frac{۱}{۴} = ۲\frac{۱}{۴}$ اتنے کوس ستیاریام چلے

پر سرام سے ملا ہوگا اور $۲\frac{۱}{۴} - ۲\frac{۱}{۴}$ یا ۲ کوس پر سرام اپنے کانوں

سے چل کر ستیاریام سے ملا ہوگا اور وہ ان سے ستیاریام کا کانوں $۲\frac{۱}{۴}$

کوس کے فاصلے پر ہوگا

دوم اگر دونوں شخص عین بیچ راہ پر ملا جائیں تو انکو آدھی آدھی دور

چلنے میں جتنا وقت گزرے گا اور سے قاعدہ اربعہ متناسبہ سے نکالنے میں

$۲\frac{۱}{۴}$ کوس کا نصف $۲\frac{۱}{۴}$ کوس

کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ

$۲\frac{۱}{۴} : ۲\frac{۱}{۴} :: ۱ : ۱$ اس قدر وقت

ستیاریام کو $۲\frac{۱}{۴}$ کوس چلنے میں گزرے گا

اسی طرح کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ

$۲ : ۲\frac{۱}{۴} :: ۱ : ۱$ اس قدر وقت

پر سرام کو $۲\frac{۱}{۴}$ کوس چلنے میں گزرے گا اب یہ دیکھنا چاہیے کہ

$۲\frac{۱}{۴}$ کوس چلنے میں کس شخص کو کس قدر وقت سوا ہوگا گزرے گا اس لیے

$۲\frac{۱}{۴}$ کوس راہ طی کرنے میں دونوں شخصوں کو جتنا جتنا

گزرے گا اور کتنا کتنا تفریق نکالا اور یاد رکھو $۲\frac{۱}{۴}$ گھنٹہ = ایک گھنٹہ

اور ۶۰ پیل = ایک گھڑی

$$\frac{1}{10} \times 2 \frac{1}{4} = \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5} \right) 2 \frac{1}{4} = \frac{2 \times 2 \frac{1}{4}}{5} - \frac{2 \frac{1}{4}}{5}$$

$$= \frac{9}{10} \text{ گھنٹہ} = \frac{9}{10} \times 2 \frac{1}{4} \text{ گھڑی} = \frac{9}{10} \times \frac{9}{4} = \frac{81}{40} \text{ پیل}$$

= $\frac{33}{100}$ پیل اسقدر پیشتر پر رام اپنے گانوں سے چلیگا اور
اسی قدر وقت کے بعد ستی رام اپنے گانوں سے چلیگا

(۱۱) ایک بقال کے پاس دو قسم کا میدا ہے اول قسم کے میدے
کی شرح فی پنیری ۷ آنہ ہے اور دوسری قسم کے میدے
کی شرح فی پنیری ۶ آنہ ہے تو اونٹین سے کتنا کتنا میدا
ملا کیوں جس سے ملے ہوئے میدے کی شرح فی پنیری
۶ آنہ پائی ہو جاوے

فرض کرو کہ ۷ آنہ شرح کا وہ پنیری میدا لیا جاوے تو اس کے
۷ آنے دام ہونگے اور اگر ۶ آنہ شرح کا ایک پنیری میدا
لیا جاوے تو اس کے دام ۶ آنہ ہونگے اسلئے دونوں
شرح کو (د+۱) پنیری میدے کے (۷+د) آنہ
دام ہوئے مگر دونوں شرح کے میدے کو ملا کر فی پنیری
۶ آنہ پائی کی شرح کا کیا چاہتے ہیں اسلئے اس شرح سے
(د+۱) پنیری کے دام (د+۱) × ۶ آنہ پائی یعنی (د+۱) × ۶

$$۱۸۴۸ - ۱۸۴۸ + ۱ = ۱ - ۱ = ۰ \quad \text{یا} \quad [۱۸۴۹ - (۱+۰)] = ۱۸۴۹ - ۱ = ۱۸۴۸$$

$$۱۸۴۸ - ۱۸۴۸ + ۱ = ۱ - ۱ = ۰ \quad \text{یا} \quad ۱۸۴۸ - ۱۸۴۸ + ۱ = ۱ - ۱ = ۰$$

منتقل کرنے سے $۱۸۴۸ - ۱۸۴۸ - ۱ + ۱ = ۰$

$$۱۸۴۸ - ۱۸۴۸ - ۱ + ۱ = ۰ \quad \text{یا} \quad \left\{ \begin{array}{l} ۵۵۱۸ = ۰ \\ ۳۶۹۹ = ۰ \end{array} \right.$$

پیدائش کا سن ہو اور $۱۸۴۰ = ۱ + ۰$ یہ پادشاہ زادہ کی

پیدائش کا سن ہو

(۱۳) ایک حوض میں ایسی موریان ہیں کہ اگر اونچین سے ایک موری

کی راہ ہو کر پانی آوے تو حوض ۵ گھڑی کے عرصہ میں بھر جاوے

اگر دوسری موری کی راہ ہو کر پانی آوے تو حوض ۶ گھڑی میں

بھر جاوے اور تیسری موری کی راہ ہو کر پانی آوے تو حوض

۱۰ گھڑی میں بھر جاوے تو بتلاؤ کہ اگر ساتھ تینوں موریوں میں

ہو کر پانی آوے تو حوض کتنی گھڑی میں بھر جاوے گا

فرصت کرو کہ ۲ گھڑی مطلوبہ ہیں

پہلی موری کی راہ ہو کر ۵ گھڑی میں تمام حوض بھر جاتا ہے

اس لیے ایک گھڑی میں اسی موری کی راہ ہو کر سب پانی کا

۱/۱۰ حصہ حوض میں آ جاوے گا اور دوسری کی راہ ہو کر ۶ گھڑی

میں سب پانی بھر جاتا ہے اس لیے ایک گھڑی میں اسی موٹی
 کی راہ ہو کر سب پانی کا $\frac{1}{4}$ حصہ حوض میں آ جاویگا اس طرح
 تیسری موٹی کی راہ ہو کر ایک گھڑی میں سب پانی کا $\frac{1}{4}$ حصہ
 حوض میں آ جاوے گا اس باعث جب تینوں موریوں میں ایک ساتھ
 جاری ہونگی تو ایک گھڑی میں سب پانی کا $(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4})$
 حصہ حوض میں آ جاویگا مگر تینوں موریوں کی راہ ہو کر وہ گھڑی میں
 سب پانی بھر جاتا ہی اس لیے ایک گھڑی میں تینوں موریوں کی
 راہ ہو کر سب پانی $\frac{1}{3}$ حصہ حوض میں آ جاویگا

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{12}{36} \text{ یا } \frac{3+9+4}{36}$$

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ گھڑی}$$

(۱۵) ایک طالب علم نے اپنے استاد سے پوچھا کہ کتنے گھنٹے میں
 استاد نے جواب دیا کہ آ اور آ بجے کے پچھین وقت ہو اور گھنٹے اور
 کی سوئیاں ایک جگہ پر ہیں تو بتلاؤ کہ ٹھیک وقت کیا ہو گھڑی
 میں دائرہ کے محیط کے برابر ۶ حصے ہوتے ہیں اور جو سوئی
 جتنے وقت میں محیط کے ویسے ایک حصے میں چل جاتی ہے اتنے
 وقت کو منٹ یا $\frac{1}{4}$ پل بولتے ہیں اس باعث سے اس سوئی کو

منٹ کی سوئی کہتے ہیں اور وہ سوئی جتنے وقت میں ۱۲ کے نشان سے چل کر ۶۰ حصوں میں پھر کر پھر اسی ۱۲ کے نشان پر آجاتی ہے اتنے وقت کو ایک گھنٹہ یا $\frac{1}{4}$ گھنٹہ کہتے ہیں مگر گھنٹہ بتلانے کے لیے ایک اور سوئی رہتی ہے اسے گھنٹے کی سوئی بولتے ہیں یہ

سوئی ۱۲ کے نشان

۱۲ کے نشان تک

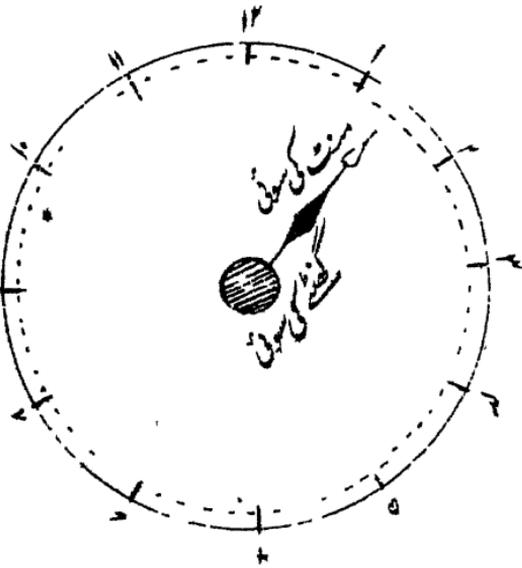
۱۱ گھنٹے میں پھر کر

آجاتی ہے اسلئے

محیط کے علیحدہ

۱۲ حصے ہوتے

ہیں اور ہمیں سے



ایک حصہ میں گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے کے عرصہ میں پھر جاتی

ہے اور اسی محیط کے چھوٹے چھوٹے ۶۰ حصے ہوتے ہیں

اسلئے ایک بڑے حصے میں $\frac{1}{4}$ یا ۶ چھوٹے حصے ہوتے ہیں

اسلئے منٹ کی سوئی ایک گھنٹہ یا ۶۰ منٹ میں ۶۰ چھوٹے

حصوں میں گھوم جاتی ہے اور گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے میں فقط

ہ حصوں میں گھومتی ہے اسلئے منٹ کی سوئی نسبت گھنٹے
 کی سوئی کے ۱۲ گنی جلد چلتی ہے اور ہر گھنٹے میں گھنٹے کی
 سوئی اور منٹ کی سوئی ایک دفعہ ملجاتی ہیں سبب یہ ہے
 کہ منٹ کی سوئی کو چوگرد گھومنے میں گھنٹے کی سوئی کو نہیں کہیں
 چلتی ضرور ملتی ہوگی اور منٹ کی سوئی ہر ایک گھنٹے کے آخر میں
 پھر پھر اگر ۱۲ کے نشان پر آ جاتی ہے اس باعث سے جب
 گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے کے نشان پر ہوگی
 تو منٹ کی سوئی ۱۲ کے نشان پر ہوگی اسلئے دونوں سوئیوں
 کے پھین ہ چھوٹے حصے ہونگے اسطرح جب گھنٹے کی سوئی
 ۲ گھنٹے کے نشان پر ہوگی تو دونوں سوئیوں کے پھین ۱۰ اچھوٹے
 حصے ہونگے اور علی ہذا القیاس فرض کرو کہ ایک بجے کے بعد
 منٹ کی سوئی ۱۲ کے نشان سے د منٹ تک گھومی ہے
 تو وہ منٹ چھوٹے حصوں میں گھومی ہوگی اور ۱۲ کے نشان
 سے ایک گھنٹے کے نشان تک ہ چھوٹے حصوں کا فاصلہ
 ہوتا ہے اسلئے (د-ہ) جگہ گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے کے
 نشان سے چلے گی اور اول یہ ذکر ہو چکا ہے کہ گھنٹے کی سوئی نسبت
 منٹ کی سوئی ۱۲ گنی جلد یعنی ۱۲ گنی جگہ میں چلتی ہے

$$۱۲ = ۵ - (۵)$$

$$۱۲ = ۵ - ۶۰$$

$$۶۰ = ۱۱$$

$$۱۲ = ۶ - ۵ = ۵ - ۵$$

اس سب سے ایک بجے کے ۵ منٹ بعد گھنٹہ اور منٹ کی

سوئیاں ملجاتی ہیں

(۶) اگر وہ سے کول ۳۰ کوس کے فاصلے پر ہے اور ایک گھنٹہ

کی ڈاک اگر دس سے چلکر کول میں ۶ گھنٹے میں پہنچی اور صوبت

اگر وہ کی ڈاک چلی اور صوبت سے ایک گھنٹہ کے بعد کول کی

ڈاک چلی اور وہ اگر وہ میں ۶ گھنٹے میں آپہنچی تو بتلاؤ کہ وہ

دونوں ڈاک اگر وہ سے کتنی دور پر سڑک میں ملی ہوگی

فرصت کرو کہ دونوں ڈاکیں اگر وہ سے ۵ کوس پر ملتے ہیں

تو اس لئے کی جگہ سے کول (۳۰ - ۵) کوس

دور پر چباوے گی اگر وہ کی ڈاک ۶ گھنٹے میں

۳۰ کوس کول تک جاتی ہے اسلئے وہ ڈاک ایک

گھنٹے میں ۳۰ یا ۵ کوس چلتی ہوگی اس طرح کول کی

ڈاک ایک گھنٹے میں ۳۰ کوس چلیگی بموجب قاعدہ

اربعہ متناسب کے

کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ

است در وقت $\frac{2}{5}$: ۱ : ۲ : ۵

آگرہ کی ڈاک کو ۲ کوس چلنے میں لگیگا

کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ

۳۰ : (۳۰-۵) : ۴ : ۵ : ۶ : ۷ : ۸ : ۹ : ۱۰ : ۱۱ : ۱۲ : ۱۳ : ۱۴ : ۱۵ : ۱۶ : ۱۷ : ۱۸ : ۱۹ : ۲۰ : ۲۱ : ۲۲ : ۲۳ : ۲۴ : ۲۵ : ۲۶ : ۲۷ : ۲۸ : ۲۹ : ۳۰

کی ڈاک کو (۳۰-۵) کوس چلنے میں لگیگا اور کول کی ڈاک

آگرہ کی ڈاک سے ایک گھنٹہ کے بعد چلی ہے ایسے کول

کی ڈاک کے وقت میں ایک گھنٹہ اور شامل کریں تو جامع برابر

ہوگا آگرہ کی ڈاک کے وقت کے

$$1 + \frac{(30-5) \times 4}{30} = \frac{2}{5} \times$$

$$\frac{30 + (30-5) \times 4}{30} =$$

$$30 + (30-5) \times 4 = 110 \text{ سے } 110$$

$$30 + 110 = 140$$

منتقل کرنے سے ۱۳۰ = ۲۴۰

۱۳۰ پر تقسیم کرنے سے $\frac{240}{130} = 1 \frac{10}{13}$ کوس پر

آگرہ سے دونوں ڈاک ملیں گی

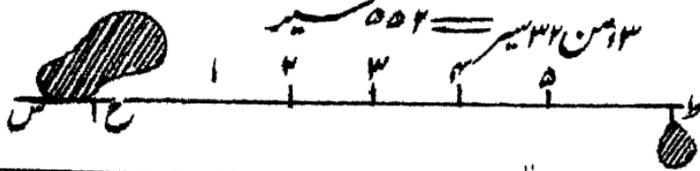
(۱۷) ایک پتھر وزن میں ۱۳ من ۳۲ سیر ہے اور دوسرا پتھر ۴۴ سیر اور ۶ ہاتھ لہذا ایک مضبوط لٹھ ہے تو بتلاؤ کہ بھاری پتھر سے کتنی دور پر روک لگاؤں جس پر لٹھے کو رکھ کر اوسکے ایک سے کو بھاری پتھر کے تلے و باکر دوسرے سرے میں ہلکا پتھر لٹکا دینا تاکہ بھاری پتھر اوپر کو اوٹھ جاوے

علم ثقیل میں یہ بات ثابت ہو چکی ہے کہ اگر ڈنڈی کا ایک سر اچھو یا زور سے دبایا جائے تو ڈنڈی جس پر ٹکی ہوگی اوس نوک پر سے دوسرا سر اوٹھ جائیگا یعنی اوس کا ایک سر تلے کو جھک جاوے گا دوسرا اوپر کو اونچا ہو جائیگا اور روک سے جتنی دوری پر بوجھ یا زور لگا ہوتا ہے اوس دوری کو بوجھ یا زور کی مقدار میں ضرب میں تو حاصل ضرب ڈنڈی مذکور پر بوجھ کا دبا ہوتا ہے اسکا اندازہ ہوگا

فرض کرو کہ اس لٹھے ہے اور ج روک یا ٹیک اوس سرے پر جو بھاری بوجھ ہے اوسکے اوٹھانیکے لیے طہرے پر ہلکا بوجھ لٹکایا گیا ہے اور فرض کرو کہ اس ح حصہ = د ہاتھ

تو ح ط = ۶ — د ہاتھ

۱۳ من ۳۲ سیر = ۵۵۲ سیر



پھاری بوجھ کی جو ٹیک سے د دوری ہے اس سے بوجھ کی مقدار
 ۵۵۲ سیر کو ضرب دو تو حاصل ضرب لٹھ کے ایک طرف جو پھاری بوجھ
 کا دباؤ ہوگا اور سکا مقدار ہوگا مثلاً ۵۵۲×۲ اس طرح دوسری
 طرف جو ہلکے بوجھ کا دباؤ ہوگا اسکی مقدار ۲۲ (۶-۲) ہوگی
 اور جب لٹھ کے دونوں طرف برابر دباؤ ہوگا تو لٹھ ٹیک پر برابر
 ٹھہرا رہیگا اس باعث سے $۲۲ = ۵۵۲$ (۶-۲)

$$۱۳۲ - ۲۲ =$$

انتقال کرنے سے $۱۱۰ = ۵۵۲$

$$= \frac{۱۳۲}{۵۵۲} = \frac{۱}{۴} \text{ لٹھ } = ۴ \text{ گز}$$

اسیے اگر ٹیک بڑے بوجھ سے ۲ گز پر لگائی جاوے تو دونوں بوجھ دونوں
 طرف جتنے پھینگی اس باعث سے اگر ٹیک کو پھاری بوجھ کی طرف ہٹا کر
 رکھو تو پھاری بوجھ اٹھ جائیگا سبب یہ ہے کہ چھوٹے بوجھ کا جھکاؤ زیادہ
 ہو جاتا ہے یہ بھی یاد رکھنا چاہیے کہ اس سوال میں لٹھ یا ڈنڈی کا وزن محض
 نہیں وزن ٹیک کا یہہ مقام بدل جاتا پھاری بوجھ سے دو گز پر رہتا
 (۱۸) خالص دو دھ کا وزن مخصوص ۱.۳ ہے اور پانی کے ذرور
 کا وزن مخصوص ۱.۰۲۶۲۵ ہے تو بتلاؤ کہ دو دھ میں کتنی
 پانی ملا ہے حد جتنی جگہ میں ایک چیز ساقی ہے اتنی جگہ میں

جس قدر پانی ساوے اور سکے وزن سے چیز کا بھگتا وزن ہوا
 اس چیز کا وزن مخصوص بولتے ہیں مثلاً چاندی کا وزن مخصوص
 ۱۰۵۰ یا ۱۰۶۰ اس کے یہ معنی ہیں کہ جتنے جگہ میں کچھ چاندی ستاتی
 ہو اور وہیں جس قدر پانی ساوے اور سکے ۱۰ گئے وزن کی
 برابر چاندی کا وزن ہوتا ہے اس سطح دودھ کا ۱۰.۳ جو وزن مخصوص
 سوال مذکور میں لکھا ہے اور سکے بھی یہی معنی ہیں کہ جتنی جگہ میں
 کچھ دودھ ستا ہوا اور سیکر جگہ میں جو پانی بھر دیا جاوے تو اس کا وزن
 سو دودھ کا وزن ۳ گنا ہوگا فرض کر دو کہ دسیر دودھ میں ایک سیر پانی ملا
 تو پھر دسیر دودھ کا وزن دسیر پانی کر ۳.۱ گئے وزن کے برابر ہوگا
 یا خالص دسیر دودھ کا وزن = ۳.۱ گئے دسیر پانی کا وزن
 $= ۱۰.۳ \times ۱ + ۳.۱$ سیر پانی کا جو
 $= ۱۰.۳ + ۳.۱$ گنا ایک سیر یا ۱۳.۴ سیر
 اسلئے دسیر دودھ میں ایک سیر پانی ملایا تو
 دسیر دودھ اور ایک سیر پانی کا وزن یا
 $(۱۰ + ۱) \times ۱۰.۳ + ۳.۱ = ۱۰.۳ \times ۱۱ + ۳.۱$ سیر پانی کا وزن
 $+ ۱$ سیر پانی کا وزن
 $= (۱۰.۳ + ۳.۱) \times ۱ + ۱$ سیر پانی کا وزن

مگر بموجب سوال کے پانی ملے دوودھ کا وزن مخصوص ۱۰۰۲۶۲۵ ہے

یا پانی ملے دوودھ کا وزن خالص پانی کے وزن سے ۱۰۰۲۶۲۵ گنا ہے

۱ سیلے پانی ملے دوودھ (۱+د) سیر کے وزن سے ۱۰۰۲۶۲۵ گنا یعنی

(۱+د) سیر پانی ملے دوودھ کا وزن

$$= ۱۰۰۲۶۲۵ \times (۱+د) \text{ سیر خالص پانی کا وزن}$$

$$= ۱۰۰۲۶۲۵ \times (۱+د) \times ۱ \text{ سیر پانی کا وزن} = (۱+د) \text{ سیر پانی}$$

(۱+د) وضع ایک سیر پانی

یا (۱+د) \times سیر پانی اور آگے ذکر ہو چکا ہے کہ (۱+د) سیر پانی ملے

دوودھ کا وزن = $(۱۰۰۳۴۵ \times ۱) \times$ سیر پانی کا وزن

$$= (۱۰۰۳۴۵ \times ۱) \times ۱ \text{ سیر پانی کا وزن} = ۱۰۰۳۴۵ \times (۱+د) \text{ سیر پانی کا وزن}$$

ایک سیر پانی کے وزن پر تقسیم کرنے سے

$$۱۰۰۳۴۵ = ۱۰۰۲۶۲۵ \times (۱+د)$$

$$\text{منتقل کرنے سے } (۱۰۰۳۴۵ - ۱۰۰۲۶۲۵) = ۱۰۰۲۶۲۵ - ۱$$

$$۵۰۲۶۲۵ = ۵۰۰۳۴۵$$

$$۵ = \frac{۵۰۲۶۲۵}{۵۰۰۳۴۵} = ۱.۰۰۵۲۱$$

اس سے دریافت ہوتا ہے کہ ۱ سیر دوودھ میں ایک سیر پانی ملا کر اسے

اس دوودھ میں چھوٹا حصہ پانی ملا ہے

(۱۵) ایک شخص کا شہ اور بچے پر تھا اور اسے بندوق چھوٹنے کا کچھ دور پر
 اوجیالا لکھا اور اسکے $10 \frac{1}{2}$ سینٹی یعنی ثانیہ بعد بندوق چھوٹی
 تو بتا کر کہ اس شخص سے کتنی دور پر بندوق کی آواز ہوئی
 اور فرض کر کہ اوجیالا ایک ثانیہ میں 192000 میل چلتا ہے اور آواز
 1090 فٹ ایک ثانیہ میں پہنچتی ہے

فرض کر کہ اس شخص سے دوری پر بندوق چھوٹی اور اوجیالا بندوق پہنچنے ثانیہ
 میں آئی تاکہ پہنچا اور کسی مقدار جو بقاعدہ اربعہ متناسبہ کے نکالتے ہیں

میل میل ثانیہ ثانیہ

$$192000 : 1090 :: 1 : x$$

$$x = 1440 \times 3 \text{ یا } 5280 \text{ فٹ کا ایک میل بنتا ہے}$$

بندوق سے آواز تکل کر جتنے ثانیہ میں آئی تاکہ پہنچی اور اسکی تعداد

کو قاعدہ اربعہ متناسبہ سے نکالتے ہیں

$$\text{چونکہ } 1090 \text{ میل} = 1440 \times 3 \text{ فٹ}$$

فٹ میل ثانیہ ثانیہ

$$1090 : 1440 \times 3 :: 1 : x$$

فٹ فٹ ثانیہ ثانیہ

$$1090 : 1440 \times 3 :: 1 : x$$

اور بموجب سوال کے روشنی اور آواد کے پہنچنے میں $\frac{1}{10}$

ثانیہ کا تفاوت ہے

$$\frac{1}{10} = \frac{2}{192000} = \frac{2 \times 1660 \times 2}{1090}$$

$$\frac{1}{10} = 2 \times \frac{1090 - 192000 \times 1660 \times 2}{192000 \times 1090}$$

$$\text{میل } \frac{12992218}{101365891} = \frac{\frac{1}{10} \times 192000 \times 1090}{1090 - 192000 \times 1660 \times 2} = 0.05$$

(۲۰) سونے کا وزن مخصوص $\frac{1}{19}$ ہے اور چاندی کا وزن مخصوص

$\frac{1}{10}$ ہے اور ایک زرگر کے پاس مکعب فٹ کے چوتھے

حصے کے برابر سونا ۲۶۰ پونڈ یا ۱۳۰ سیر ہے تو تیلراؤ کو وہ

خالص سونا ہے یا اوسمیں کچھ چاندی ملی ہے اور جو چاندی ملی ہے

تو تیلراؤ کو اوسمیں کسقدر چاندی اور کسقدر سونا ہے مکعب فٹ کے

معنی ہین ایک فٹ لمبنا ایک فٹ چوڑا اور ایک فٹ گہرا اور

۱۶ اونس کا ایک پونڈ ہوتا ہے ایک مکعب فٹ پانی کا

وزن ۱۰۰۰ اونس یا ۱۰۰ چھٹانک ہوتا ہے اور سونا پانی

سے $\frac{1}{19}$ گنا بھاری ہوتا ہے اسلئے ایک مکعب فٹ سونا

پنسبت ایک مکعب فٹ پانی کے $\frac{1}{19}$ گنا بھاری ہوگا یعنی

$\frac{1}{19} \times 1000$ اونس یا ۱۹۲۵۰ اونس تول میں ہوگا اور

$\frac{1}{19}$ مکعب فٹ سونا $\frac{1}{19} \times 13$ اونس یا ۳۰۰ پونڈ اور $\frac{1}{19}$

اونس تول میں ہوگا اور زرگر کے پاس جو $\frac{1}{16}$ مکعب فنٹ سونا ہے وہ

۲۶۰ پونڈ تول میں ہے اس باعث سے وہ خالص سونا نہیں ہے

ایک مکعب فنٹ چاندی نسبت ایک مکعب فنٹ چاندی کے وزن میں $\frac{1}{10}$

گنی ہوتی ہے یعنی $\frac{1}{10} \times 1000$ اونس یا ۱۰۰ اونس وزن میں

ہوتی ہے اسلئے $\frac{1}{16}$ مکعب فنٹ چاندی ۲۶۲۵ اونس یا ۱۶۴ پونڈ

اور ایک اونس وزن ہوگی اور زرگر کے پاس جو $\frac{1}{16}$ مکعب فنٹ سونا

ہے وہ ۲۶۰ پونڈ تول میں ہے اس باعث سے نسبت چاندی کے

وزن زیادہ بھاری ہے اور نسبت خالص سونے کے ہلکا اسلئے اس

سونے میں چاندی اور سونا دونوں ملے ہیں

فرض کرو کہ ایک مکعب فنٹ میں $\frac{1}{16}$ حصہ سونا ہے تو $\frac{1}{16}$ حصہ

چاندی ہوگی اور اوپر ذکر ہو چکا ہے کہ ایک فنٹ سونا ۱۹۲۵

اونس وزن میں ہوتا ہے اسلئے ایک مکعب فنٹ کا $\frac{1}{16}$ حصہ

سونا $\frac{1925}{16}$ اونس تول میں ہوگا اور اسلئے $(\frac{1}{16} - \frac{1}{16})$

حصہ چاندی ۱۰۵۰۰ $(\frac{1}{16} - \frac{1}{16})$ اونس وزن

میں ہوگی

مگر موافق سوال کے چاندی اور سونا دونوں کا وزن ملکر ۲۶ پونڈ

یا ۱۶۰۳ اونس ہیں

$$۴۱۶۰ = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{۴}\right) ۱۰۵۰۰ + \frac{۱۹۲۵۰}{۳}$$

$$۴۱۶۰ = \frac{۱۰۵۰۰}{۳} - \frac{۱۰۵۰۰}{۴} + \frac{۱۹۲۵۰}{۳}$$

$$۴۱۶۰ = \frac{۱۰۵۰۰}{۳} - ۲۶۲۵ + \frac{۱۹۲۵۰}{۳}$$

و میں مذکورے آٹھوں پر $۱۹۲۵۰ + ۲۶۲۵ - ۱۰۵۰۰ = ۴۱۶۰$

انتقال اور جمع کرنے سے $۱۴۵۰ = ۱۵۳۵$

۵ = $\frac{۱۴۵۰}{۱۵۳۵} = \frac{۱۴۵}{۱۵۳.۵}$ اس کسر کے ۳۰.۴ فیصد نامی سجا

تقریبی قیمت معلوم کرنے کے لیے ۳۰۰ لکھا

$$۳۰ = \frac{۱۴۵}{۳.۰} = \frac{۱۴۵۰}{۳۰.۰}$$

۵ = $\frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۱۲} = \frac{۴ \times ۳}{۳ \times ۳۵} = \frac{۴}{۳۵}$ یہ سوئے کی مقدار ہو

اور $\frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۳۵} = \frac{۳۵}{۱۲۰} - \frac{۴}{۳۵} = \frac{۱۱}{۱۲۰}$ یہ چاندی کی

مقدار ہوئی اس لیے اگر کل کعب فٹ کے ۱۲۰ برابر حصے کیے جاویں

تو کعب فٹ کے چوتھے حصے میں ۲۴ حصہ سونا ہوگا اور ۱۱ حصہ چاندی

کیونکہ $۱۲۰ = ۴ \times ۳۵$ اور $۳۵ = ۱۱ + ۲۴$

۱۵ سوالات

(۱) وہ کونسا عدد ہے کہ جس میں اس کا نصف جوڑ دیویں تو حاصل جمع

۲۴ کے برابر ہو

(۲) وہ کونسا عدد ہے کہ اگر اوس میں اوس کے دوگنٹ کو جوڑ دیویں

تو حاصل جمع ۲۰ کے برابر ہو	
(۳) وہ کو نسا عدد ہے کہ اوسکو نصف اور تیسرے حصہ میں ۳ کا تفاوت ہے	
(۴) وہ کو نسا عدد ہے کہ اوسکا چوتھا حصہ پانچویں حصہ سے بقدر	
۳ کے بڑا ہے	
(۵) ایک عدد ایسا ہے کہ اوس میں سے ۶ گھٹا کر باقی کو ۶ میں ضرب	
دیکر حاصل ضرب نکال لو اور اوس عدد کو زمین سے ۴ گھٹا کر	
باقی کو ۴ میں ضرب دو تو یہ حاصل ضرب پہلے حاصل ضرب کے	
برابر ہو جاتا ہے بتلاؤ کہ ایسا عدد کونسا ہے	
(۶) ۴۰ کے دو ایسے حصے کرو کہ اگر بڑے حصے کے پانچویں حصہ	
میں سے چھوٹے حصے کے دسویں حصے کو گھٹا دین تو باقی بڑے	
(۷) ۲۵ کے ایسے دو حصے کرو کہ ایک حصہ دوسرے حصہ	
کے تین حصے کے برابر ہو	
(۸) دو ایسے عدد دریافت کرو کہ اگر بڑے عدد کو چھوٹے عدد پر	
تقسیم کرو تو ۷ خارج قسمت حاصل ہو اور اگر بڑے عدد میں سے	
چھوٹے عدد کو گھٹا دین تو بھی ۷ ہی باقی رہتے ہیں	
(۹) ۴ لاکھ کون کے درمیان انعام کے ۲۰ روپیوں کو اوسط سچ پر	
تقسیم کرو کہ اول ایک کے کو نسبت دوم لاکھ کے ایک کے پورا	

دوم لڑکے کو بنسبت سوم لڑکے کے ایک روپیہ زیادہ ملے
 اور سیدھ سوم لڑکے کو چہارم لڑکے سے ایک روپیہ زیادہ ملے
 (۱۰) ایک سی جو ۳۳ ہاتھ لمبی ہے اس کے ایسے ہم ٹکرے کر دے کہ پہلے
 ٹکرے سے دوسرا ٹکڑا $1 +$ ہاتھ بڑا ہو اور دوسرے ٹکرے سے
 تیسرا ٹکڑا $2 +$ ہاتھ بڑا ہو اور تیسرے ٹکرے سے چوتھا
 ٹکڑا $3 +$ ہاتھ بڑا ہو

(۱۱) میں صرف کی دکان پر اروپے کی اٹھ اٹیان اور چو اٹیان
 بھنجانے گیا اور میں نے کہا کہ مجھے اٹھ اٹیوں سے چو اٹیان
 دونی دے تو بتلاؤ کہ وہ مجھ کو کتنی اٹھ اٹیان اور چو اٹیان دیگا
 (۱۲) برابر دو اٹیان برابر چو اٹیان برابر اٹھ اٹیان اور برابر روپے
 مل کر ۱۵ روپے کی مالیت ہوتی ہے تو بتلاؤ کہ دو اٹیان چو اٹیان
 وغیرہ کتنی کتنی ہیں

(۱۳) میرے پاس جتنے روپے ہیں اون سے پانچ گنی اٹھ اٹیان اور
 کل زر ۲۸ روپے ہیں تو بتلاؤ کہ میرے پاس کتنے روپے اور
 کتنی اٹھ اٹیان ہیں

(۱۴) باپ کی عمر لڑکے کی عمر سے چو گنی ہے مگر ۳ برس کے پیشتر باپ
 کی عمر لڑکے کی عمر سے ۷ گنی تھی تو بتلاؤ کہ اب ہر ایک کی کیا عمر ہے

(۱۵) ایک شخص کے دو بیٹے ہیں بڑا بیٹا چھوٹے بیٹے سے عمر میں

ایک برس بڑا ہے اور دونوں لڑکوں کی عمر کا مجموعہ باپ کی عمر کے برابر ہے اور باپ کی عمر میں بڑے بیٹے کی چوتھائی عمر جوڑیں جاوے تو اسکی عمر ۶۰ برس کی ہو جائے پس بتلاؤ

کہ ہر ایک کی کیا عمر ہوگی

(۱۶) ایک عرو اور عورت کی عمر ملکہ ۶۰ برس کی ہے ۲۰ برس کے پیشتر عورت کی عمر مرد کی عمر کے دوثلث کے برابر تھی تو بتلاؤ

کہ ہر ایک کی کیا عمر ہے

(۱۷) ایک ایسی کسر ہے کہ اسکا نسب نامہ شمار کنندہ سے جمعہ دار

ایک کے بڑا ہے اور اگر شمار کنندے میں سے ایک کم کریں اور نسب نامہ میں ایک جوڑیں تو کسر ۱ کے برابر ہو جائے پس بتلاؤ کہ پہلی کسر کونسی ہے

(۱۸) ایک ایسی کسر ہے کہ اسکا شمار کنندہ نسب نامہ سے بمقدار دو کے

چھوٹا ہے اور اگر شمار کنندے میں سے ایک گھٹا دیں اور نسب نامہ میں شمار کنندے کو جوڑیں تو کسر ۱ کے برابر ہو جائے پس بتلاؤ کہ پہلی کسر کونسی ہے

(۱۹) کسی استاد نے ایک طالب علم سے پوچھا کہ ایک عدد کے

نصف حصہ کو ۴ پر تقسیم کرو اور دوسرے نصف حصہ کو ۶ پر اور دونوں خارج متمون کو جمع کر حاصل جمع بتلاؤ تو اس طالب علم نے دفعہ جواب نکالنے کے لیے کل عدد کو ۶ پر تقسیم کیا مگر اس خارج قسمت سے جواب صحیح بمقدار دو کے بڑا ہے تو بتلاؤ کہ وہ کونسا عدد ہے

(۲۰) بارہ بجے کے بعد گھنٹے کی سوئی منٹ کی سوئی کے عین

مقابل ہے تو بتلاؤ کہ ۱۲ پر کتنے منٹ گزر چکے ہیں

(۲۱) ایک شخص کے پاس گھڑی تھی اور اسے جب سینے پوچھا

کہ کچھ بجے ہیں تب اس نے میرے امتحان کرنے کے

لیے جواب دیا کہ ۵ اور ۶ بجے کے درمیان وقت ہے

اور گھنٹے اور منٹ کی سوئی ایک جگہ پر ہیں تو بتلاؤ کہ ۵ پر کتنے

منٹ گزرے ہوں گے

(۲۲) ایک آدمی کو ضروری کام کے لیے ۸ گھنٹوں کے فاصلے پر جو گاؤں تھا

وہاں کسینے بھیجا مگر اس کے کچھ کہنا باقی رہ گیا اس واسطے اسے

لوٹانے کے لیے ایک گھڑی بعد دوسرے آدمی کو بھیجا اور پہلا آدمی

اس انداز سے چلتا تھا کہ وہ ۶ گھڑی میں ۴۴ کوس پہنچ جاتا اور دوسرا

آدمی ۶ گھڑی میں ۱۴ کوس پہنچتا تو بتلاؤ کہ پہلا آدمی دوسری آدمی کو

گانوں سے کتنی دوپڑے ملے گا

(۲۳) ایک حوض میں ۳ مورین کی راہ ہو کر ۲۰ پل کے عرض میں ۲۰ من پانی بھر جاتا ہے اور ایک پل میں تیسری موری کی راہ ہو کر جس قدر پانی آتا ہے اس سے پہلی موری میں ہو کر ۵ من پانی کم ہر پل میں آتا ہے اور دوسری موری میں ہو کر ہر پل میں ۱۰ من پانی زیادہ آتا ہے تو بتلاؤ کہ ہر ایک موری کی راہ ہو کر ہر پل میں کس قدر پانی گرتا ہے

(۲۴) ایک مرد اور لڑکے نے ایک کھیت کاٹنے کا ۲۱ آدے کا اجازت لیا مگر جب کل کام میں سے دوپانچویں حصہ کام ہو گیا تب لڑکا بیٹھ رہا اور اس مرد نے تنہا کام تمام کیا اور جتنے دنوں میں دے مل کر کام کرتے اور نئے ۱۴ دن زیادہ لگا اور لڑکا آدمی سے آدھا کام کرتا تھا سیلے لڑکے کو مرد سے آدھی مزدوری ملتی تو بتلاؤ کہ دونوں کو کیا رزق ملتا ہوگا

۱ حدود کے باب میں پہلے سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۱۱	(۲)	۳	(۳)	۵
(۴)	۹				

جواب	نمبر سوال	جواب	نمبر سوال
۱۵۲ س ۳ و ۳ و ۳ و ۳	(۱۶)	۵—	(۵)
۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۹ و ۲۰ و ۲۱ و ۲۲ و ۲۳ و ۲۴ و ۲۵ و ۲۶ و ۲۷ و ۲۸ و ۲۹ و ۳۰	(۱۷)	۱—	(۶)
۵	(۱۸)	۱—	(۷)
۱۱	(۱۹)	۳۵—	(۸)
۱۲	(۲۰)	۲۵	(۹)
۷	(۲۱)	۳۴	(۱۰)
۳۰	(۲۲)	۰	(۱۱)
۱۰	(۲۳)	۲۵—	(۱۲)
۹	(۲۴)	ح ۳	(۱۳)
۳	(۲۵)	ح ۶	(۱۴)
۱	(۲۶)	ح ۶	(۱۵)
۲۳	(۲۷)		
۱۴	(۲۸)		
۱۳	(۲۹)		
۳	(۳۰)		
۲+۳-۴			

۲ حدود کے باب میں سو سو کے سوالوں کے جواب

سوال نمبر	جواب	سوال نمبر	جواب
(۱)	۱۸	(۱۱)	۲۶
(۲)	۰	(۱۲)	۱
(۳)	۱۱۳	(۱۳)	۳۳ + ۶ - ۳۳
(۴)	۶۵۷	(۱۴)	۳
(۵)	۰	(۱۵)	۲
(۶)	$۳۹ \frac{1}{۹}$	(۱۶)	۱
(۷)	۲۳	(۱۷)	۲
(۸)	۳ + ۱۱ - ۳۳	(۱۸)	۸
(۹)	۲	(۱۹)	۲۰ + ۲
(۱۰)	۶	(۲۰)	۱

تمام سو سو کے سوالوں کے جواب

سوال نمبر	جواب	سوال نمبر	جواب
(۱)	۳ + ۲ + ۳	(۴)	۳
(۲)	۳	(۵)	۳ + ۲
(۳)	۳ - ۳	(۶)	۱ + ۳ + ۱

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۷)	م-ا	(۱۹)	ح+۲
(۸)	م در+د	(۲۰)	ح+۲ ط
(۹)	ع-۲+ل+۸	(۲۱)	ص-۲ ر
(۱۰)	ح س-س ط	(۲۲)	س ح+ح س-س
(۱۱)	م ن+م-ن+ا	(۲۳)	۶-۵ د
(۱۲)	ح د+د س ر	(۲۴)	ح ط+د س ف
(۱۳)	ح-ه+س+ط	(۲۵)	ح و-د س ر
(۱۴)	م در-ر-م	(۲۶)	ح+د+ح
(۱۵)	ا-۳-ح+ع ل	(۲۷)	ح+س+ط
(۱۶)	ع+۲+ل	(۲۸)	و+و در+ر+م+د+ن ر
(۱۷)	ح س+ح ط-ا	(۲۹)	د-ر-ح و ح+د+د
(۱۸)	م+د+ر	(۳۰)	ح+ح+ن+س+ف+ط+ح+س+ط

م تفریق کے سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	ح-س+د	(۳)	ح-۳ ط
(۲)	س-۵	(۴)	س-۵

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۵)	د-ر-۹ص	(۱۲)	سج س ط-سج س-سج س ط
(۶)	ح د د ۲ س ر-۲ ط	(۱۳)	س ۳+س ط
(۷)	س ط-سج س+سج	(۱۴)	سج د-سج آ-د ۲
(۸)	د ۲	(۱۵)	سج س+سج ط+ط ۲
(۹)	د ر+د ۵+د ۵	(۱۶)	د ر ر ح-۱
(۱۰)	م ن+م ۴-م ۴ ن	(۱۷)	سج د-د ر+۱
(۱۱)	د ر+۳ زم	(۱۸)	سج ح+سج س-سج ط

۵ ضرب کے سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	ح درس	(۷)	سج د ر+د ۲+د ۲-۶ در
(۲)	س ع م ن	(۸)	س ن+سج ون-۹ س ن
(۳)	م ۳+م ۳ ن-س ع	(۹)	سج د س+سج د ط-۱۰ د س
(۴)	سج د ع+س د ع	(۱۰)	د ۱۴ ڈر-۲۱ د
(۵)	سج آ ن+سج س ن	(۱۱)	سج د ۵ س+د ۱۲ س س ۲ د س ط
(۶)	س ح د-۲ د ۲	(۱۲)	د ۲ ۳-د ۲ آ+ر ۳ س

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱۳)	ح س + دس ل ر + د	(۲۵)	د - ر + ۲ + د - ر - ۳
(۱۴)	۶ - ۲ - ۴	(۲۶)	ح س + دس ل ر - د - ر
(۱۵)	۱۲ - ۵	(۲۷)	س ط + م ل ط + م ل ط + م ل ط
(۱۶)	۶ - ۱۹ + ۱۰	(۲۸)	ح - ۱
(۱۷)	۱ - ۵	(۲۹)	ح - ۵
(۱۸)	۳ + ۲ + ۵	(۳۰)	۲۴ + ۵ + ۸
(۱۹)	س ل ر + دس ل ر - ر	(۳۱)	۳ + ۴ + ۵ + ۶
(۲۰)	ح - ح - ۵	(۳۲)	ح - ح - ۲ + ۵
(۲۱)	۳۵ - ۳۳ + ۴	(۳۳)	۱ - ۱
(۲۲)	س ل ر - ر - ۱۲	(۳۴)	س ل ر - ۹ - ۹
(۲۳)	م + م - م - م	(۳۵)	س ل م + م ل م + م ل م
(۲۴)	س ط ح م + م ل ط		

۴ تقسیم کے سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱۱)		(۲۱)	

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۳)	د	(۱۷)	۲-ح ۳+د س ۱+
(۴)	ح	(۱۸)	۲-ح ۳+د س ۱+
(۵)	د	(۱۹)	۱+د
(۶)	ن	(۲۰)	ط+ف
(۷)	ح-ر	(۲۱)	۳-س
(۸)	ح-ر	(۲۲)	۲-ح ۵-د
(۹)	ح-ر	(۲۳)	۲+ح
(۱۰)	ح-ر	(۲۴)	۲-ح ۳
(۱۱)	۱-۳-د	(۲۵)	۳-د-۵
(۱۲)	۲-س-د	(۲۶)	۳-د-۲
(۱۳)	۳-ط-۲-س-ف	(۲۷)	ح-س-ط
(۱۴)	۲-ط-س-ف	(۲۸)	۳+د ۲
(۱۵)	۳+د-ر	(۲۹)	ع ۲+ع ۱+ع ۲
(۱۶)	۱+ح-ط-۲-س-ط	(۳۰)	ح ۲+س ۱+ع ۲+ح ۳+ع ۴
		(۳۱)	۱۱+د ۵-۳-۲-۱+د ۴+۳-۲-۱

ذو اضعاف اور زوضعت
اقل کے سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۴	(۱۴)	د
(۲)	۲۵	(۱۵)	۱۶۸
(۳)	۲۰	(۱۶)	۲۴۰
(۴)	د	(۱۷)	۵۶
(۵)	س ۵	(۱۸)	۱۶۸
(۶)	ح ع د	(۱۹)	۲۵۲۰
(۷)	ح س د	(۲۰)	۴۲۵۰۴
(۸)	۳ ع س	(۲۱)	ح س د
(۹)	۹ ح س ط	(۲۲)	ح د
(۱۰)	۷ م ن ع	(۲۳)	۰۲۴
(۱۱)	ح د	(۲۴)	ح س ط
(۱۲)	۲ ح	(۲۵)	۲۲۲
(۱۳)	ف	(۲۶)	س ط ف

۸ اختصار کسور کے سوالوں کے جواب

جواب	نمبر سوال	جواب	نمبر سوال
$\frac{2-3}{3}$	(۷)	$\frac{2}{3}$	(۱)
$\frac{3-2}{5}$	(۸)	$\frac{3}{5}$	(۲)
$\frac{2+2}{3}$	(۹)	$\frac{3}{3}$	(۳)
$\frac{1+3}{3}$	(۱۰)	$\frac{3}{3}$	(۴)
$\frac{3-3}{3-3}$	(۱۱)	$\frac{3}{3}$	(۵)
$\frac{3-3}{3-3}$	(۱۲)	$\frac{3}{3}$	(۶)

۹ جمع و تفریق کسور کے سوالوں کے جواب

جواب	نمبر سوال	جواب	نمبر سوال
$\frac{2}{5}$	(۳)	$\frac{2}{5}$	(۱)
$\frac{3-2}{2}$	(۵)	$\frac{3}{4}$	(۲)
$\frac{2-1}{2}$	(۶)	$\frac{1+3}{3}$	(۳)

جواب	کمبر سوال	جواب	کمبر سوال
$\frac{2}{4}$	(۱۰)	$\frac{4}{8}$	(۱۰)
$\frac{1}{2}$	(۱۱)	$\frac{2}{4}$	(۱۱)
$\frac{0+2}{1}$	(۲۲)	$\frac{0+2+0}{1}$	(۹)
$\frac{3-0-0}{1}$	(۲۳)	$\frac{3+0+0}{1}$	(۱۰)
$\frac{14+22}{1+3}$	(۲۴)	$\frac{14+22}{4}$	(۱۱)
$\frac{2}{3}$	(۲۵)	$\frac{23-0}{12}$	(۱۲)
$\frac{2+52}{2+3+3}$	(۲۶)	$\frac{13-0}{50}$	(۱۳)
$\frac{35+25}{22}$	(۲۷)	$\frac{42}{15}$	(۱۴)
$\frac{22-14}{5}$	(۲۸)	$\frac{21}{20}$	(۱۵)
$\frac{2+2}{2+3+3}$	(۲۹)	$\frac{2+2}{2+3+3}$	(۱۶)
$\frac{2+2}{2+3}$	(۳۰)	$\frac{2+2}{2+3}$	(۱۷)
$\frac{1}{2+3+4}$	(۳۱)	۰	(۱۸)
$\frac{2-0}{2}$	(۳۲)	$\frac{2}{1}$	(۱۹)

Checked
1987

۱۰. ضرب و تقسیم کسور کے سوالوں کے جواب

جواب	نمبر سوال	جواب	نمبر سوال
$\frac{1}{3} - 10$	(۱۵)	$\frac{23}{7}$	(۱)
$\frac{23}{3}$	(۱۶)	۲۳	(۲)
۵	(۱۷)	$\frac{5}{4}$	(۳)
$\frac{23-2}{5}$	(۱۸)	۲۲	(۴)
$\frac{1}{3}$	(۱۹)	ج ۲ - ۲۲	(۵)
$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} - 2 + 2$	(۲۰)	۲۸	(۶)
$\frac{7}{7}$	(۲۱)	۵۸	(۷)
$\frac{23}{3}$	(۲۲)	۱۵ - ۳۹	(۸)
$\frac{7}{7}$	(۲۳)	۳۵ + ۶۰	(۹)
$\frac{23}{3}$	(۲۴)	۱۳ - ۱۴	(۱۰)
$\frac{6}{6}$	(۲۵)	۱۵۶ + ۳۷۲	(۱۱)
$\frac{12-1}{3}$	(۲۶)	۳ - ۳	(۱۲)
$\frac{32+1}{3}$	(۲۷)	۸ + ۳۶	(۱۳)
$\frac{50}{132}$	(۲۸)	۵ - ۳	(۱۴)

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۳)	د	(۱۲)	ح
(۴)	س ح - س	(۱۳)	ا - د
(۵)	د + د	(۱۴)	د
(۶)	ح - ح	(۱۵)	س
(۷)	س	(۱۶)	س
(۸)	ح + د س	(۱۷)	د + د
(۹)	د - د	(۱۸)	ا
(۱۰)	ا - د	(۱۹)	د + د
(۱۱)	س ح - ط	(۲۰)	د - د

۱۲ مساوات درجہ اول کے

سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	د = ۶	(۳)	د = ۶
(۲)	د = ۱	(۴)	د = ۸

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۵)	۳ = د	(۲۱)	۵ = د
(۶)	۳ = د	(۲۲)	۵ = د
(۷)	۲ = د	(۲۳)	۴ = د
(۸)	۱ = د	(۲۴)	۴ = د
(۹)	۱۰ = د	(۲۵)	۴ = د
(۱۰)	۸ = د	(۲۶)	۱۳ = د
(۱۱)	۵ = د	(۲۷)	۶۰ = د
(۱۲)	۱۳ = د	(۲۸)	۱۳ = د
(۱۳)	۱ = د	(۲۹)	۳۵ = د
(۱۴)	$\frac{1}{4}$ = د	(۳۰)	۵ = د
(۱۵)	۲ = د	(۳۱)	۴ = د
(۱۶)	۱۲ = د	(۳۲)	۲ = د
(۱۷)	۹ = د	(۳۳)	۹ = د
(۱۸)	۴ = د	(۳۴)	۴ = د
(۱۹)	۱۰ = د	(۳۵)	$۳\frac{1}{12}$
(۲۰)	۳۰ = د	(۳۶)	۸ = د

۱۳ خطوط و صدائی کے متعلقہ جو
 مساوات ہیں ان کے سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	$5 = 5$	(۷)	$3 = 3$
(۲)	$5 = 5$	(۸)	$4 = 4$
(۳)	$2 = 2$	(۹)	$12 = 12$
(۴)	$10 = 10$	(۱۰)	$8 = 8$
(۵)	$4 = 4$	(۱۱)	$4 = 4$
(۶)	$2 = \frac{4}{9}$	(۱۲)	$2 = 2$

۱۴ کسور کے متعلقہ جو مساوات ہیں ان کے سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	$2 = \frac{1}{4}$	(۶)	$8 = 8$
(۲)	$2 = \frac{1}{4}$	(۷)	$8 = 8$
(۳)	$2 = \frac{1}{4}$	(۸)	$12 = 12$
(۴)	$12 = 12$	(۹)	$2 = \frac{1}{4}$
(۵)	$8 = 8$	(۱۰)	$2 = 2$

۱۵ اخیر سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۱۶	(۱۳)	۸ اور ۴۰
(۲)	۱۲	(۱۴)	۲۴ اور ۶ برس
(۳)	۱۸	(۱۵)	۳۵، ۳۶ اور ۷
(۴)	۶۰	(۱۶)	۴۴ اور ۳۶
(۵)	۱۰	(۱۷)	$\frac{۵}{۵}$
(۶)	۱۰ اور ۳۰	(۱۸)	$\frac{۳}{۵}$
(۷)	$۱۰\frac{۵}{۲}$ اور $۱۴\frac{۲}{۲}$	(۱۹)	۲۴۰
(۸)	$۱\frac{۱}{۴}$ اور $۸\frac{۱}{۴}$	(۲۰)	$۳۲\frac{۹}{۱۱}$ منٹ ایک بجے کے بعد
(۹)	۴ روپیہ اٹھ آنے، ۵ روپیہ ۸ آنے	(۲۱)	$۲۷\frac{۳}{۱۱}$ منٹ ۵ بجے کے بعد
(۱۰)	۵ روپیہ ۸ آنے، ۳ روپیہ ۰ آنے	(۲۲)	۲ کوس
(۱۱)	$۹\frac{۱}{۴}$ اور $۱۲\frac{۱}{۴}$ تھ	(۲۳)	۲۲، ۱۲، ۱۲ من
(۱۲)	۱۰ اٹھ اتنی اور ۲۰ چوٹی	(۲۴)	۳ آنے، $\frac{۳}{۵}$ پانی

تمنت