方根術

方根術

方根術

光緒庚子
湖南聶
氏藏板

金匱華先生有言曰開方無善灋竊謂自先生細繹玉鑑
開方會要㞢圖攷見古人不傳㞢絕學他開方古義而遂
丹陽程氏㞢驥家衍成開方用表簡術於是開帶從諸乘
方根有至捷至易㞢灋陵駕泰西解各次式諸術㞢上不
可謂不善矣顧吕其灋求諸乘正方根猶有乘乘乘倂乘
減㞢繁曲雖先生數根積較二術較㞢鄒氏伯奇夏氏鸞
笙開方捷術未爲稍讓然其費時亦已不少又何論夫賈
氏步緯開方表諸灋郭宏先生尚有開方无善灋㞢嘆也
惟訥白爾倫夳對數表或改爲十進對數或變爲合數用
開諸乘正方根較爲便捷自來求正方根㞢灋无可吕同
日語者用是傲東土㞢所无而吾華疇人竟无術吕與㞢
抗顏吾友聶君厈湖偕埰積夳一表吕求諸乘正方根成

書二卷發明術理名曰方根術其求方根亦猶用對數表
㞢祇需一除灋㠯課詷椉方積與垛積㞢大小而定方根
雖所夳㞢表較緐於對數合數表然已可與㞢分道揚鑣
矣今且語人曰近有一術祇憑一表用一減灋即可求㝵
諸椉正方根人必詑為不經何者㠯對數㞢神妙猶不能
赦除灋也聶君乃覃精逕於對數別夳一表直用一減灋
而置除灋於不用則其辟逕㞢新且奇為何如矣先生又
有言曰盈朒㞢遂天元㞢弟不能无積較術余亦曰開方
古義㞢西對數合數㞢東不可无方根術開方有誰灋其
自今日始哉

光緒二十六年三月澧州黃伯瑛謹敘於澹津書院

方根術卷一

儀孟山莊藂書

桃源聶祖訂斥湖箸

第一款　任㠯幾何為一根自椉成平方積再椉成夳方積三椉四椉㠯上成三椉四椉㠯上方積反言㞢任㠯幾何為若干椉方積必詷㠯一幾何為方根則若有一術能求㝵某椉方積㞢根亦必可㠯其術求㝵任椉方積㞢根因其根詷為一幾何也

第二款　凡平方形斜剖成二箇平尖錐夳方形斜剖成三箇夳方尖錐或成六箇夳三角尖錐三椉方形可剖為四箇三椉方尖錐或二十四箇三椉三角尖錐總㞢寅椉方形可剖為寅加一箇寅椉方尖錐或自一而二而三㠯至於寅加一連椉㞢箇寅椉三角尖錐故各椉

尖錐可悉㠯本椉方形解㞢反言㞢各椉方形必各可
㠯本椉尖錐解㞢然各椉方形㞢剖爲本椉尖錐也其
方邊綫內无幾何點界㞢爲若干段剖處必从兩邊綫
㞢交點起始有所準而得尖形則既剖㞢後本椉方形
森餘積焉故不能祇据一某椉尖錐積逕求得本椉方
積㞢根若㠯幾何點界斷方邊綫爲若干段而取其一
段㠯明平方形㞢面積大方㠯上方形㞢體積則是㠯
界此一段㞢小方面小方體爲準箇不可剖爲有尖㞢
形矣故依剖寅椉方形爲卯乚一箇寅椉三角尖錐㞢事斜
分平方形面積爲二箇平垛積必从其與兩邊綫交點
相距一段㞢處起則平垛積每邊所排列準箇㞢數必
比平方邊所排列㞢數爲少一準箇故㠯二箇平垛積

割合㞢必成長方面其長即平方邊其闊比平方邊爲
少一準箇若命垛積邊所排列準箇㞢數爲卯則此長
方面爲有卯卯乚一相椉㞢準箇故分平方形面積爲二箇
平垛積祇能分盡二箇平垛積合成㞢長方面積必尚
餘卯乚一準箇然則平方積內減二箇平垛積即見方邊矣
又斜分大方形體積爲六箇大三角垛積夾必从其與
三綫交點相距一段㞢處起而界此一段㞢小方體與
界此一段㞢小方面均系㠯爲一準箇爲數不殊則大
垛積每面所排列準箇㞢數各與平垛積所排列㞢數
等故㠯六箇大垛積鍇成長方體其三邊必一爲平垛
積邊數卯乚一一爲平方邊數卯一爲平方邊加一㞢數即
平垛積邊加二㞢數卯乚二是其體積爲有卯卯乚一卯乚二連椉㞢

準箇卽壘每邊有卯丄一準箇之方面至卯會又加準箇如二箇平垜積之數也比壘每邊有卯丄一準箇之方面至卯丄一會而成太方形尚少卯丄一準箇然則太方積內減六箇太垜積亦見方邊也夫二箇平垜積爲有卯卯丄一相乘之準箇六箇太垜積爲有卯卯丄一卯丄二連乘之準箇則已一二三……代其卯可見平垜積式爲

$$一丄二丄三丄四丄\cdots丄卯=\frac{一\cdot二}{卯(卯丄一)}$$

㊀太垜積式爲

$$一丄三丄六丄\cdots丄\frac{一\cdot二}{卯(卯丄一)}=\frac{一\cdot二\cdot三}{卯(卯丄一)(卯丄二)}$$

㊁則依詞理

$$一丄四丄一〇丄\cdots丄\frac{一\cdot二\cdot三}{卯(卯丄一)(卯丄二)}=\frac{一\cdot二\cdot三\cdot四}{卯(卯丄一)(卯丄二)(卯丄三)}$$

㊂爲三乘垜積式

$$一丄五丄一五丄\cdots丄\frac{一\cdot二\cdot三\cdot四}{卯(卯丄一)(卯丄二)(卯丄三)}=\frac{一\cdot二\cdot三\cdot四\cdot五}{卯(卯丄一)(卯丄二)(卯丄三)(卯丄四)}$$

㊃爲四乘垜積式……而一二一……至卯項之解等於卯又㊀式之公

項爲卯可見平垛積爲積一而成故其總數即爲卯之
二(卯丄一)倍又㊁式各級公項即平垛積之式三(卯丄一)卯而其總
數即爲三(卯丄一)卯之三(卯丄一)倍是太垛積爲積平垛積而成㊂
㊃㠯下各式皆有蟺聯之形是三乘㠯上垛積亦爲遞
積本乘㠯下之垛積而成然則凡數之積平垛積而成
者苟攷𢍰其與各乘垛積如何相關皆可㠯垛積明之
不獨可㠯課方積也而平方積亦爲積一積平垛積而
成太方積爲積平方積而成三乘方積爲積太方積即
積平方積而成四乘㠯上方積莫不有蟺聯之形且寅
乘垛積方積寔又全積準箇而成故諸乘方根可各偕

本乘垛積求之

第三款　若不馮𢍰所論之理祗从尋常平方式(卯丄一)二忽思
𢍰可七之爲(卯丄一)(卯丄一)＝卯(卯丄一)丄(卯丄一)亦易見(卯丄一)＝(卯丄一)二丅卯(卯丄一)㊀可知若㠯方根爲卯丄一則能
㠯卯(卯丄一)減平方積(卯丄一)二而𢍰方根如果欲馮此式求平方根
則必須攷卯(卯丄一)之全數試令一二三…代其卯則卯(卯丄一)爲二
二丄四　二丄四丄六　二丄四丄六丄八…之數即爲二·一　二·二　二·三…之數其公項爲二卯是其

$卯(卯+一)$之全數爲$二(一+二+三+\ldots+卯)$可見以此級數累減平方積$(卯+一)^{二}$一次至不足減而止卽得方根而此級數原爲平垛積則知平方積之根可借平垛積求之矣而寅乘方積爲平方積絫乘而得則寅乘方積之根亦可借寅乘垛積求之

試以㊀式得

$$卯(卯+一)=(卯+一)^{二}-(卯+一)$$

而

$$卯(卯+一)(卯+二)$$
$$=(卯+一)[(卯+一)^{二}-(卯+一)\cancel{+(卯+一)^{二}}-(卯+一)]$$
$$=(卯+一)^{三}-(卯+一)^{二}+卯(卯+一)$$
$$=(卯+一)^{三}-(卯+一)$$

則

$$(卯+一)=(卯+一)^{三}-卯(卯+一)(卯+二)$$

㊁果得借立垛積求立方根之式顧能以借平垛積求平方根之式生出則以此式以$卯+三$、$卯+四$……遞乘之必能遞生借寅乘垛積求寅乘方根之式矣但寅乘方積式內卯之最大指數爲$寅+一$必須函$寅+一$箇乘數之寅乘垛積式其卯之最大指數必亦爲$寅+一$始恰能消去卯之指數最大之項$寅+卯$故寅乘方根不能以$寅-一$乘垛積明之

第四款

若以$卯+一$代上款㊀式之卯爲

$$(卯+二)=(卯+二)^{三}-卯(卯+一)-二(卯+一)$$

式可知任乘方積俱可

任太多式目顯其與某棄垛積及方根出相關但設寅
棄方根出式若令大於寅棄垛積式內最大出棄數(卯寅)
則(寅上一)箇寅棄垛積式與寅棄方積式出較必甚大於方
根故設寅棄方根出式不可大於寅棄垛積式出最大

棄數若以(卯一)代上款(一)式出卯爲 卯二上一(卯上一)卯卯二一卯一卯 式又可見設寅棄
方根出式亦不可過小否則(寅上一)箇寅棄垛積式與寅棄
方積式出較必甚小於方根而垛積式內所有最大出
棄數(卯寅)必依垛積出棄數寅而長則設方根出式必有
時宜增大不可以(卯上一)槩出且令寅棄垛積式內與卯相
加出數爲分數或令其內一二三……寅俱有分母則寅

棄垛積式(寅上一)

卯(卯上一)……(卯寅)

(公)變爲(寅上一)

卯(卯斗上一)(卯斗上二)……(卯斗寅)

(通)或(寅上一 斗寅)

卯(卯斗上一)(卯斗上二)……(卯斗寅)

(詞)又令

新分母斗大至棄棄窮則(通)式變爲(寅上一 卯寅上一)(通)成寅棄三角
尖錐積(詞)式變爲(寅上一 卯寅)(詞)成寅棄方尖錐積可知若干
箇各棄尖錐積能盡合本棄方積而若干箇各棄垛積
不能盡合本棄方積其故在式內有與卯相加出數否
耳夫平垛太垛兩積出式內所有與卯相加出數不大
於二已能令二箇平垛積六箇太垛積各與本棄方積
出較等於方根式(卯上一)則某棄以上垛積式內所有與卯

相加出數俞大俞多其較必不等於方根式(甲上)矣試依二項例翔寅棄方積式依各次式總理翔寅上箇寅棄垛積式則

(卯丄一)^{寅丄一} = 卯^{寅丄一} 丄 (寅丄一)卯^{寅} 丄 (寅丄一)寅/一·二 卯^{寅丅一} 丄 ……

(寔)

卯(卯丄一)…(卯丄寅) = 卯^{寅丄一} 丄 (一丄二丄三丄…丄寅)卯^{寅}
丄 [一(二丄三丄…丄寅) 丄 二(三丄四丄…丄寅)
丄 三(四丄五丄…丄寅) 丄 … 丄 (寅丅一)寅] 卯^{寅丅一}
丄 … 丄 (一·二·三…寅)卯

(法)

可見(寔)式內與寅相加出數漸變小(法)式內與寅相加出數俞大俞多其寅若大於二則(寔)式內卯寅出倍數悉小於(法)式內卯庚出倍數已(法)式滅(寔)式必悉昇寅丅卯所已三棄已上方積式若爲寅上(甲上)則已寅上箇本棄垛積式卯(卯丄一)…(卯丄寅)減出必小於方根式(甲上)如

(卯丄一)^四 = (卯丄一)^四 丅 卯(卯丄一)…(卯丄三) 丄 二卯(卯丄一)(卯丄二)
丅 卯(卯丄一)

(一)

(卯丄一)^五 = (卯丄一)^五 丅 卯(卯丄一)…(卯丄四) 丄 五卯(卯丄一)…(卯丄三)
丅 五卯(卯丄一)(卯丄二) 丄 ○卯(卯丄一)

(二)

…是也必須(寔)式內卯寅出倍

數大至(寅丄一)出巳倍或其式內函卯出指數变小出項出

倍數大至 $\dfrac{丑}{(寅丄一)寅\cdots(寅丅丑丄二)}$ 出巳^{丑}倍有時能令(寔)式與(法)式出較大

於方根式(卯巳)耳故將(寔)式變爲

(卯巳)^{寅丄一} = 卯^{寅丄一} 丄 (寅丄一) 巳 卯^{寅} 丄 $\dfrac{二\cdot三}{(寅丄一)寅}$ 巳^{二} 卯^{寅丅一} 丄 ⋯

(寔)式而令巳爲二

三⋯各數則可與(法)相較而知

(卯丄二)^{四} = (卯丄二)^{四} 丅 卯(卯丄一)(卯丄二)(卯丄三) 丅 二卯(卯丄一)(卯丄二) 丅 七卯(卯丄一) 丅 一四(卯丄一)

(三)

(卯丄二)^{五} = (卯丄二)^{五} 丅 卯(卯丄一)(卯丄二)(卯丄三)(卯丄四) 丅 五卯(卯丄一)(卯丄二) 丅 一五卯(卯丄一) 丅 三〇(卯丄一)

(四)

⋯⋯

各式又遵第三項爲負出理焉

第五款　若巳出全數能令上款(法)(寔)兩式出較等於方

相式（卯巳）則是

$$(卯\perp巳)^{寅}=卯(卯\perp一)\cdots(卯\perp巳\top一)(卯\perp巳\perp一)\cdots(卯\perp寅\perp一)$$

而

$$(巳\perp卯)^{寅}=巳^{寅}\perp寅巳^{寅\top一}卯\perp\frac{寅(寅\top一)}{一\cdot二}巳^{寅\top二}卯^{二}\perp\cdots$$

則是

$$寅卯^{寅\top一}巳\perp\frac{寅(寅\top一)}{一\cdot二}卯^{寅\top二}巳^{二}\perp\cdots\perp\frac{寅(寅\top一)}{一\cdot二}卯^{二}巳^{寅\top二}\perp寅卯巳^{寅\top一}\perp巳^{寅}$$

（一）與

$$(\perp一\perp二\perp三\cdots\perp巳\top一\perp巳\top一\perp\cdots\perp寅)卯^{寅\top一}\perp\cdots\perp二\cdots(巳\top一)(巳\perp一)\cdots寅卯\perp一$$

（二）相等

此兩式俱函卯之各方至卯$^{寅\top一}$其事不殊而巳在（一）式內爲有方指數大至寅之各數其變大甚遞巳與寅在（二）式內爲變方指數之數不能變大其事不全故巳與寅之全數愈大則（一）式愈不等於（二）式而巳亦定小於寅始能令此兩式之較甚小若此兩式相等是其較等於〇而卯爲未定之數則巳等於一時其較所已等於〇必其調方之卯之倍數之較各等於〇耳即

$$寅巳=一\perp二\perp\cdots\perp巳\top一\perp巳\perp一\perp\cdots\perp寅$$

$$\vdots$$

$$寅巳^{寅\top一}=一\cdot二\cdots(巳\top一)(巳\perp一)\cdots寅$$

而

[illegible]

=巳=一

子 [illegible]

丑 [illegible]

可見寅若大於二則子大於丑寅

愈大愈不能相等若巳大於二可令

=巳 或 (巳上)

从 一 二 畀

[illegible]

乙 [illegible]

四 [illegible]

三 [illegible]

二 其

[illegible]

設令

巳=四

則

[illegible]

令

[illegible]

則

$(巳)丄(乙)丄壬=寅卯^{寅丅一}丄\frac{一\cdot二}{寅(寅丅一)}卯^{寅丅一}[(巳丄一)^{二}丅巳^{二}]丄\cdots丄寅卯[(巳丄一)^{寅丅一}丅巳^{寅丅一}]$

$(巳丄一)^{寅丅一}丅壬$

其卯原能甚大於巳丄一則可尋

$卯^{寅丅一}=(巳丄一)^{寅丅一}$

故可令

$(巳)丄(乙)丄壬=(寅丄一)卯^{寅丅一}丄\cdots丄寅卯[(巳丄一)^{寅丅一}丅巳^{寅丅一}]丅壬$

合

$壬=壬[(一丄二丄三丄\cdots丄巳丅一丄巳丅一丄\cdots丄寅丅巳寅)卯^{寅丅一}$

則

$(巳)丄(乙)丄壬=[(一丄二丄三丄\cdots丄巳丅一丄巳丄一丄\cdots丄寅丅一丅巳寅丅一)卯^{寅丅一}丄\cdots$

$丄寅卯[(巳丄一)^{寅丅一}丅巳^{寅丅一}]丅壬$

(三)其

$(巳)丄(二)=[卯^{寅丅一}丄\cdots丄[一二\cdots巳(巳丄二)丅一二\cdots(巳丅一)(巳丄一)(巳丄二)]\cdots寅)卯$

(四)如果(巳)(二)與(巳)(乙)壬相等則因

三四兩式俱爲函卯之一二三…亥卯方之各項其調方
之卯之倍數必相等如果其卯之最大方亥卯之項之倍
數能相等則是
二＝寅乙丄（寅卯）丄…丄（卯亥）丄（卯戌）丄…丄
五若
$\frac{寅}{(乙卯)}丅\frac{亥}{卯}$
$\frac{亥}{卯}=\frac{癸}{二}$
則五式可改爲等
於癸丄六但二一式既等於乙式則三式必不等於乙式
以乙式減三式必成正數故壬之全數內卯之最大方
之項之倍數必不小於〇卽竟等於〇猶可从壬之全
數內得
二寅＝寅乙丄（寅卯）丄…丄（卯亥）丄（卯戌）丄…丄
若
$寅>二$
則五六兩式俱不合於理故二一式夾
不等於乙式也所以寅若大於二則无論巳爲何數一
二兩式俱不能相等總之冉款汯嚏兩式之較若等於
方根式卯巳則其較數必夾爲兩項其一函未定之數卯

其一不酉未定之數卯叚使巳之全數能令(淰)(啶)兩式
之較爲酉卯與亥之兩項必尙爲卯丄巳可見除巳之全
數爲一或寅之全數爲〇外不能等於卯巳惟因寅大於
巳則必大於〇而依上欵之理知三乘四乘方根式卯巳
內之巳已宜在一與二之間所以(淰)(啶)兩式之較此時
不能等於卯巳所以求三乘以上方根之式必悉爲
(卯寅)…(卯巳)…(卯丄一)卯丄巳之(卯巳)

之形无兩邊相等之事
第六欵　原命卯爲垜積邊夾卽垜積高因此卯衆爲各
乘垜積式相當級數中之項數故依第三欵(一)(三)兩式
及第四欵(一)(二)(三)(四)…各式求方根時其用一箇式內
所有各乘垜積相當之級數之項數必均用至卯項故
若設卯丄一爲方根式則所求方根卽所用級數之項數加
一之數設卯丅爲方根式則所求方根卽所用級數之項
數加二之數總之設卯巳爲方根式則所求方根卽所用
級數之項數加巳之數卽如有三乘方積二百五十六
依第四欵(一)式求方根用(卯三)…(卯丄一)卯之相當級數三項之和
四(一四一〇)

減方積始得負數爲丅一〇四次必用二卯(卯一)(卯二)之相當級數三項之餘二乂三乂(丅一二)(六)加之始恰得正數爲一六又必用(丄丄)(丄丄丄)減之其內次是用卯之相當級數三項之餘於是得餘數四爲方根是即所用各級數之項數三加一之數也夫卯既可以定方根而寅上箇寅棄垛積式已爲卯之函數則於寅棄方積式內減寅上箇寅棄垛積式其與方根式卯巳之較无論爲負爲正皆祇取其較數最小之負或正兩式列之如

(卯巳)>(卯巳)丅卯(卯一)…(卯巳)…(卯寅)

(甲)

(卯巳)<(卯巳)丅卯(卯一)…(卯巳)…(卯寅)

(乙)

之形其巳=巳丅一則寅與巳巳之數必俱爲已定惟卯之全數爲未知可顯攷其卯爲何數以求得卯巳卯巳之全數故若用寅上箇寅棄垛積式相當之級數繇小而大至卯項始能令兩邊大小合於(甲)式爲

(卯巳)>(卯巳)丅卯(卯一)…(卯寅)

(甲)

其用至㗊一項必能合於㊁式而變爲

(㗊一上巳)<(㗊一上巳)寅上

丅(㗊一)㗊…(㗊一上寅)

㊁則已求

㝵方根爲(㗊巳)即(㗊一上巳)矣故偺垛積求三乘已上方根之各

式不必設(㸚巳)

(㸚上巳)寅上丅卯(㸚上一)…(㸚上寅)丄丅子

之形其丄丅子可弃丢也

第七欵　繇第四第六兩欵之理又可見設式之時全在

定方根式(㸚巳)及(㸚巳)內之巳巳爲幾何惟因卯爲寅乘垛

積式相當級數之項數而各級數之項數悉从一起故

无論寅爲幾何俱可用一代其欵㊊㊁兩式內之卯變

之爲

(巳上一)>(巳上一)寅一丅一·二·三…(巳上一)…(寅上一)

㊊

(巳上一)<(巳上一)寅一丅一·二·三…(巳上一)

㊁兩式其各合於㊊㊁兩式兩邊大

小㞢理與任㠯幾何代其卯所得㞢兩它式兩邊大小
各合於甲乙兩式㞢理无㠯異也若呷𠮙兩式內寅㞢
全數變而巳巳㞢全數不變則餘此變得㞢呷𠮙兩式
其兩邊大小必有時呷與呷或𠮙與𠮙正相反若必欲
其相合則必變巳巳㞢全數故巳知寅㞢全數時即可
馮呷𠮙兩式㠯定巳巳㞢全數又从弟四款㳂㖷兩式
知其㳂式各項㞢倍數所函㞢寅變大則㖷式所函㞢
巳夾必有時變大故呷𠮙兩式內方積式指數對㞢全
數若巳增斯其巳巳㞢全數无反損者夫巳巳㞢全數
必漸全時增大則巳㞢全數必將逐爲巳㞢全數故可
顯馮巳㞢全數攷定甲乙兩式㞢寔形故若巳設定一
簡求寅棄方根㞢式其巳㞢全數若巳爲吔再欲設求

對棄方根㞢式即可顯馮𠮙式仍令吔代方積式對巳卯吔
內㞢巳㠯課全式兩邊㞢大小如能尚合𠮙式則尚可
㠯吧代甲式內㞢巳㠯吔代乙式內㞢巳而甲乙兩式
㞢寔形㠯定即爲求嚉棄方根㞢式也若㠯吔代𠮙式
內㞢巳不能獨合𠮙式而合於呷式則可㠯吔代甲式
內㞢巳㠯吔代𠮙式內㞢巳而甲乙兩式㞢寔形亦定
此後又可顯㠯吔代𠮙式內㞢巳㠯攷定求嚉棄方根
㞢式矣寅棄方積式內有不函卯㞢項寅棄垛積式內
无不函卯㞢項故非將其卯七次不能定其較數比方
根數爲大小

弟八款　因用對筒寅棄垛積式相當㞢級數至吔項令
弟六款乙式變爲丙式㞢時乙式兩邊㞢大小固與乙

合若祇用其級數至丁上…三二一項必能令乙式變

為

(寅二)(卯一)…(卯二)(卯二)(寅上一)(卯巳三)＜(卯巳三)

乙三

(寅三)(卯二)…(卯三)(卯三)(寅上一)(卯巳三)＜(卯巳三)

乙三

…各式其之較大小亦不借於乙式

此因卯之全數愈小則寅上一箇寅乘垛積式之全數愈小

必愈小於寅乘方積式 $\frac{卯巳三}{卯}$ 則其較必愈大於方根式

巳三也故用寅乘垛積式相當之級數至丁一項時不能遂

料此遂用至卯項便不與乙合便能令寅上一箇寅乘垛積

式與寅乘方積式之較小於方根而成甲式必能用之

至卯項始知其能變為甲而與甲合故求卯之全數已

定方根祇須用一箇式如甲式之形則甲式之各差形

即已足為求某乘方根之各式令寅乘垛積式

$\frac{卯(卯一)\cdots(卯寅)}{寅上一}$ ＝申寅 又

申寅＝酉寅 申寅＝寅上一 …

則求一二三…〇〇乘方根之各式可列之如左已為

一二三……一〇各乘垛積各與本乘方積方梱相關之表

(卯丄一)＝(卯丄一)^{二}丅呻$_{一}$
(卯丄一)＝(卯丄一)^{三}丅呻$_{二}$
(卯丄一)>(卯丄一)^{四}丅呻$_{三}$
(卯丄一)>(卯丄一)^{五}丅呻$_{四}$
(卯丄一)>(卯丄一)^{六}丅呻$_{五}$
(卯丄二)>(卯丄二)^{七}丅呻$_{六}$
(卯丄二)>(卯丄二)^{八}丅呻$_{七}$
(卯丄三)>(卯丄三)^{九}丅呻$_{八}$
(卯丄三)>(卯丄三)^{一〇}丅呻$_{九}$
(卯丄三)>(卯丄三)^{一一}丅呻$_{一〇}$

(卯丄四)>(卯丄四)^{一二}丅呻$_{一一}$
(卯丄四)>(卯丄四)^{一三}丅呻$_{一二}$
(卯丄五)>(卯丄五)^{一四}丅呻$_{一三}$
(卯丄五)>(卯丄五)^{一五}丅呻$_{一四}$
(卯丄五)>(卯丄五)^{一六}丅呻$_{一五}$
(卯丄六)>(卯丄六)^{一七}丅呻$_{一六}$
(卯丄六)>(卯丄六)^{一八}丅呻$_{一七}$
(卯丄六)>(卯丄六)^{一九}丅呻$_{一八}$
(卯丄七)>(卯丄七)^{二〇}丅呻$_{一九}$
(卯丄七)>(卯丄七)^{二一}丅呻$_{二〇}$

(卯丄八)>(卯丄八)^{二二}丅呻$_{二一}$
(卯丄八)>(卯丄八)^{二三}丅呻$_{二二}$
(卯丄八)>(卯丄八)^{二四}丅呻$_{二三}$
(卯丄九)>(卯丄九)^{二五}丅呻$_{二四}$
(卯丄九)>(卯丄九)^{二六}丅呻$_{二五}$
(卯丄九)>(卯丄九)^{二七}丅呻$_{二六}$
(卯丄一〇)>(卯丄一〇)^{二八}丅呻$_{二七}$
(卯丄一〇)>(卯丄一〇)^{二九}丅呻$_{二八}$
(卯丄一一)>(卯丄一一)^{三〇}丅呻$_{二九}$
(卯丄一一)>(卯丄一一)^{三一}丅呻$_{三〇}$

(卯丄一一)>(卯丄一一)^{三二}丅呻$_{三一}$
(卯丄一二)>(卯丄一二)^{三三}丅呻$_{三二}$
(卯丄一二)>(卯丄一二)^{三四}丅呻$_{三三}$
(卯丄一二)>(卯丄一二)^{三五}丅呻$_{三四}$
(卯丄一三)>(卯丄一三)^{三六}丅呻$_{三五}$
(卯丄一三)>(卯丄一三)^{三七}丅呻$_{三六}$
(卯丄一四)>(卯丄一四)^{三八}丅呻$_{三七}$
(卯丄一四)>(卯丄一四)^{三九}丅呻$_{三八}$
(卯丄一四)>(卯丄一四)^{四〇}丅呻$_{三九}$
(卯丄一五)>(卯丄一五)^{四一}丅呻$_{四〇}$

(卯一五)>(卯一五)^{四二}丅呷$_{四一}$

(卯一五)>(卯一五)^{四三}丅呷$_{四二}$

(卯一六)>(卯一六)^{四四}丅呷$_{四三}$

(卯一六)>(卯一六)^{四五}丅呷$_{四四}$

(卯一六)>(卯一六)^{四六}丅呷$_{四五}$

(卯一七)>(卯一七)^{四七}丅呷$_{四六}$

(卯一七)>(卯一七)^{四八}丅呷$_{四七}$

(卯一八)>(卯一八)^{四九}丅呷$_{四八}$

(卯一八)>(卯一八)^{五〇}丅呷$_{四九}$

(卯一八)>(卯一八)^{五一}丅呷$_{五〇}$

(卯一九)>(卯一九)^{五二}丅呷$_{五一}$

(卯一九)>(卯一九)^{五三}丅呷$_{五二}$

(卯一九)>(卯一九)^{五四}丅呷$_{五三}$

(卯二〇)>(卯二〇)^{五五}丅呷$_{五四}$

(卯二〇)>(卯二〇)^{五六}丅呷$_{五五}$

(卯二一)>(卯二一)^{五七}丅呷$_{五六}$

(卯二一)>(卯二一)^{五八}丅呷$_{五七}$

(卯二一)>(卯二一)^{五九}丅呷$_{五八}$

(卯二二)>(卯二二)^{六〇}丅呷$_{五九}$

(卯二二)>(卯二二)^{六一}丅呷$_{六〇}$

(卯二二)>(卯二二)^{六二}丅呷$_{六一}$

(卯二三)>(卯二三)^{六三}丅呷$_{六二}$

(卯二三)>(卯二三)^{六四}丅呷$_{六三}$

(卯二四)>(卯二四)^{六五}丅呷$_{六四}$

(卯二四)>(卯二四)^{六六}丅呷$_{六五}$

(卯二四)>(卯二四)^{六七}丅呷$_{六六}$

(卯二五)>(卯二五)^{六八}丅呷$_{六七}$

(卯二五)>(卯二五)^{六九}丅呷$_{六八}$

(卯二五)>(卯二五)^{七〇}丅呷$_{六九}$

(卯二六)>(卯二六)^{七一}丅呷$_{七〇}$

(卯二六)>(卯二六)^{七二}丅呷$_{七一}$

(卯二七)>(卯二七)^{七三}丅呷$_{七二}$

(卯二七)>(卯二七)^{七四}丅呷$_{七三}$

(卯二七)>(卯二七)^{七五}丅呷$_{七四}$

(卯二八)>(卯二八)^{七六}丅呷$_{七五}$

(卯二八)>(卯二八)^{七七}丅呷$_{七六}$

(卯二八)>(卯二八)^{七八}丅呷$_{七七}$

(卯二九)>(卯二九)^{七九}丅呷$_{七八}$

(卯二九)>(卯二九)^{八〇}丅呷$_{七九}$

(卯二九)>(卯二九)^{八一}丅呷$_{八〇}$

$(卯丄三〇)>(卯丄三〇)^{八二}丅呻_{八一}$

$(卯丄三〇)>(卯丄三〇)^{八三}丅呻_{八二}$

$(卯丄三一)>(卯丄三一)^{八四}丅呻_{八三}$

$(卯丄三一)>(卯丄三一)^{八五}丅呻_{八四}$

$(卯丄三一)>(卯丄三一)^{八六}丅呻_{八五}$

$(卯丄三二)>(卯丄三二)^{八七}丅呻_{八六}$

$(卯丄三二)>(卯丄三二)^{八八}丅呻_{八七}$

$(卯丄三二)>(卯丄三二)^{八九}丅呻_{八八}$

$(卯丄三三)>(卯丄三三)^{九〇}丅呻_{八九}$

$(卯丄三三)>(卯丄三三)^{九一}丅呻_{九〇}$

$(卯丄三四)>(卯丄三四)^{九二}丅呻_{九一}$

$(卯丄三四)>(卯丄三四)^{九三}丅呻_{九二}$

$(卯丄三四)>(卯丄三四)^{九四}丅呻_{九三}$

$(卯丄三五)>(卯丄三五)^{九五}丅呻_{九四}$

$(卯丄三五)>(卯丄三五)^{九六}丅呻_{九五}$

$(卯丄三五)>(卯丄三五)^{九七}丅呻_{九六}$

$(卯丄三六)>(卯丄三六)^{九八}丅呻_{九七}$

$(卯丄三六)>(卯丄三六)^{九九}丅呻_{九八}$

$(卯丄三六)>(卯丄三六)^{一〇〇}丅呻_{九九}$

$(卯丄三七)>(卯丄三七)^{一〇一}丅呻_{一〇〇}$

第九款　再款所表各式除其首兩式易見其$(卯丄一)^{二}$大於呻$(卯丄一)^{三}$大於$呻_{二}$外如果

$(卯丄巳)>(卯丄巳)^{寅丄一}丅呻_{寅}$

則可見其

$(卯丄巳)^{寅}丅\frac{卯丄巳}{一}呻_{寅}<一$

令$=房$其$\frac{卯丄巳}{一}呻_{寅}$爲整數故房不大於〇諸㮚垜積爲積平垜積而成諸㮚方積爲積平方積而成依弟二款之理二箇平垜積不等於平方積則$寅丄一$箇寅㮚垜積必不等於寅㮚方積即$呻_{寅}$必不等於$(卯丄巳)^{寅丄一}$故若房爲〇則

$(卯丄巳)^{寅}=\frac{卯丄巳}{一}呻_{寅}$

而

$(卯丄巳)^{寅丄一}=呻_{寅}$

不合於理

祇觀（卯丄一）…（卯丄寅）卯與（卯丄巳）寅丄一之形不全夾可知其必不相等也故其房

必小於〇而 卯丄巳/一 呻寅 <（卯丄巳）寅 所以（卯丄巳）寅丄一 < 呻寅 从此式既可見 呻寅 |（卯丄巳）必要

大於（卯丄巳）寅丄一必能㝵（卯丄巳）>（卯丄巳）寅丄一 | 呻寅 兩邊必不能相等可證第五款之

理爲眞又可見寅丄一箇寅乘垜積呻寅之全數若已能大於

寅乘方積（卯丄巳）寅丄一之全數則其較式（卯丄巳）寅丄一 | 呻寅 之全數必已能小

於方根式（卯丄巳）之全數所以依幷款所表各式求三乘以

上方根祇須令其又邊之全數爲最小之負數也

第十款　凡截兩數之首一位相乘若㝵數兩位則此兩

數之全數相乘其所㝵之位數與兩數之位數䋣等若

兩數之首一位相乘㝵數祇一位則其全數相乘大半

小於兩數之位數䋣一位故求寅乘方根取申寅相當之

級數一气連幷之可祇憑其隨時幷㝵之數之首位與

酉寅之首位相乘而知隨時所用申寅之全數與酉寅相乘所

㝵之位數是否與所有寅乘方積之位數相等惟又因

(卯丄巳)三(卯丄巳)寅丄(卯丄一)…(卯丄巳)…(卯丄寅)

卽

卯(卯丄一)…(卯丄巳丄一)(卯丄巳丄一)…(卯丄寅)

子

三(卯丄巳)寅丄一

除

子=九九九…至午位

時

其

子丄一=(一〇)午

有

午丄一位其皆位出數

為一已下為空位外則子丄一式祇有午位故若(卯丄巳)寅丑式=子丄一

丙易知子式=九九九…至午位時可卽眂丙式內所加出一為一位而

子式出位數少於丑式一位若子式不=九九九…至午位則丙式內所

加出一可竟眂為无有而子丑兩式出位數相等又若

丑<子丄一丁可知子式=九九…至壬位時則丁式又邊皆位出數為一已下

為空位故其大邊必少於又邊一位而子式與丑式出

位數相等若子式不=九九…至壬位而丁式又邊皆位出數可大至

九則其又邊所㠯大於ナ邊者若非又邊大於ナ邊一
㐲而㊀式大於㊁式一㐲就是又邊肾㐲㞢數大於ナ
邊肾㐲㞢數而兩邊㐲數相等卽㊀㊁兩式㞢㐲數相
等故在求平方亣方根時見申寅酉寅㞢全數申寅酉寅㞢㐲數
比方積㞢數祇少一㐲在求三乘㠯上方根時見申寅酉寅
與方積㞢㐲數相等始將申寅與酉寅㞢肾數㐲相乘用減
方積肾數㐲其所𢍉㞢較數若已能爲負數而其時所
用申寅相當級數㞢項數如爲卯則始將申寅相當級數中
自一至卯一項㞢餘㞢全數與酉寅㞢全數相乘用減方積
㞢全數其所𢍉㞢較數如果尚能爲正數則在求平方
亣方根時其卯一爲方根式卯巳內㞢卯㞢定全數在求三
乘㠯上方根時其卯卯爲卯㞢定全數於是求𢍉方根矣

卽如有九乘方積二一萬八千二二百四十七萬五千二二百
四十九求方根則因
寅九＝一十一○一五五十二二○一十一寅
㊀
酉九＝二一○一＝三六二八八○○
㊁凡七㐲若乘㊀式內一十○
㞢餘數兩㐲祇𢍉八㐲少於方積九㐲㞢㐲數若乘㊀
式內五○五一十一十㞢餘數六六雖其兩肾㐲六與三相乘𢍉一八已成
兩㐲則㠯㊁式乘六六必已𢍉數九㐲但㠯六六與㊁式內

首㒳佽三六相乘㝵二三七六小於方積數首四佽二八二四故須用一丄一〇五五二二〇

之餘二八六其首佽二與㊁式內首佽之數三相乘㝵六已

大於方積首佽之數二卽可知㊀㊁相乘與方積之較

爲負數始與再款 (卯三)>(卯三)一〇丅呷九 式相合計用級數四項是卯=四而

方程爲七也

第十一款 卯既爲呷寅之相當級數之項數而方程式(卯巳)

內之巳爲設定之數其數甚小若方程之數甚大其式

內卯之全數必甚大則所用呷寅之相當級數之項數夾

甚多不可勝併矣若取申申申…申寅之相當級數已次

併至任何項之數隨時各與(二三)…(寅上)相乘其所㝵之

數一一列之爲表則可无案併之餘難且若已䑲(寅上)箇

寅乘垛積 呷寅=卯(卯一)…(卯巳)…(卯寅) 之表令其卯(卯一)…(卯寅)之數與(卯寅)相連並列固可撿

表吕求昇嗔棄方桯夾可从

呻嗔一 = 卯(唎一)…(唎嗔)(唎嗔一)

=(唎嗔一)呻寅

式知可依髙欵

攷定佐數及數之大小之理撿表中

卯(唎一)…(唎嗔)

旹數佐之數吕

其所連(唎嗔)之數加一爲(唎嗔一)之旹數佐之數棄之不難从

棄昇之佐數及所有斛一棄方積之佐數吕棄其合於𥫗

六欵之(甲)式否而求昇嗔一棄方桯依全理撿表中

卯(唎一)…(唎)旹

數佐之數吕(唎嗔一)(唎嗔二)旹數佐之數連棄之夾可依髙法求

昇嗔一棄方桯又从

呻嗔一 = 卯(唎一)…(唎嗔一) = $\frac{卯嗔}{呻嗔}$

式知可撿表中

卯(唎一)…(唎嗔一)(唎嗔)

旹數佐之數

㠯所連口卯口寅之數除之亦可依法求得口寅一棄方根又它棄方之方指數若系口寅口寅一口寅二口寅三之公棄數或系此四數三三兩兩之公棄數則其棄方根可偕口寅一口寅口寅一口寅二各棄方之某某棄方根明之故既能呻口寅之表固可不能呻口寅一之表而呻口寅一呻口寅二呻口寅戊之表亦可不能其戊為自二二㠯上之某某數如果依此法能表則一表已能佀數表之用

沅陵李　絜邕軒
湘鄉翁崑壽繼森　詷校
溆浦陳　棠葦舟

方根術

方根術卷二

儀孟山莊發書

桃源聶祖訂斥湖著

第十二款　能㠯一表求任椉方根者惟有對數合數表然皆不顓爲求方根而設若顓爲求方根太一表而能通求任椉方根者古无有也蓋諸椉方形㞢積隨時變大而其長闊高三事循環遞變不能詷時與積俱變旣不可爲準又三椉㠯上方積㠯數爲界限不从形生故其積㞢形祇能循環變成長扁太三種則其不變㞢方根无眞形㬥出是諸椉方形祇有其積能隨時變異㞢一事此外䌛隨時通有㞢它異及它詷㞢處可据㠯㝵其所詷㞢根故除各据其積如常㳒開㝵其根外不能据方形求㝵通㳒至雙曲綫與其漸近綫中閒㞢積其

邊與積同時俱變而其與直邊隨時等長之方形之積
不變是其形內所函之事爲一同而二異故能以其隨
時變異之積交關於所恆同之方積求得其隨時變異
之邊凡曲綫內外面積俱有曲直兩種綫爲界故凡形
之祗界直綫或曲綫者不能與之脗合惟尖錐始於平
三角而展成面積其冪漸以乘數之愈大而愈曲能漸
逼合於雙曲綫夫各乘尖錐之氐同高同而積與冪不
同則各乘尖錐之餘之截積亦不同與雙曲綫距其漸
近綫中閒之積若邊有仝理焉故取其所函方形各尖
錐形之餘之截積及其漸近綫上所縣之與截積相關
之邊偕對數表能爲求諸乘方根之通法合數僭遝於
訥氏對數理亦畧同今垛積系遞積少一乘數之垛積

而成故積變則其形亦隨時而變然其高不變與其所
倚兩形有仝理焉雖其形起於一準箇象致大或小於
方積其事有殊然不過能令僭以求方根時異於用對
數合數表之明淨尙能據以偕通求諸乘方根之表可
於其仝於兩形之事決之也故諸乘尖錐及方形則除
諸乘垛積外別無它形可據以大通求諸乘方根之表
矣蓋尖錐起於尖其尖爲壹是之形之微分以數明之
必小於一而甚近於无卽分子爲一而分母極大之數
故尖錐爲方形所函之像此外無簡易之它像函於方
形垛積起於準箇其準箇爲壹是之形之小分以數明
之必命爲一卽分子分母相等之數故垛積爲方積所
函之數此外無簡易之它數函於方積今旣以尖錐明

雙曲綫而𦙶對數表則雖它種曲綫或均可据㠯𦙶通
求諸乘方根之表然可決其必仍偕尖錐闕之否則惟
有與方積相關稍柬易之平員可不用其界曲綫之面
積能與尖錐不相關而還依兩不等邊方形相等及大
小兩正方等於一正方之理㠯𦙶八綫表㚒能求諸乘
帶從方根耳然已不隸七二項例各項之倍數据㠯求
諸乘正從各方根爲能通爲一律夫求方根時所据之
二項例各項之倍數非它諸乘垛積之截積也然則諸
乘垛積之全積必㚒可偕㠯𦙶通求諸乘方根之表矣
弟十三款　繇上歀之理可見諸乘垛積之形隨積變不
過能㬎出其有可㠯彼此互求之能若偕垛積㠯𦙶通
求諸乘方根之表全在其高之不變爲能一气毋穿也
則必仍用卯之全數顧弟十一歀已系用一二三……代
其卯㠯𦙶表而不可通求諸乘方根者蓋諸乘方根旣
偕諸乘垛積明之則欲通求諸乘方根必𦙶諸乘垛積
之總表而邊可也今弟十一歀系用卯之任全數各代
寅丄一箇寅乘垛積　卯(卯丄一)　卯(卯丄一)(卯丄二)……各式中而此各式㢆爲每乘
垛積之總式則据此𦙶表不過各爲寅丄一箇寅乘垛積式
相當級數任項㠯𦙶之總數非通表二三四……寅丄一箇一
二三……寅乘垛積式之總數則雖用其式中之卯是祇
盡夫卯爲垛積任𠊱之高之能而未盡夫卯之通爲各
乘垛積之高之能也試觀二三四……寅丄一箇一二三……寅

椉垛積式內俱有卯(卯丄一)…(卯丄寅)總出形是祇此一式本已可毋穿

各椉垛積式內出椉數則据此式㠯艁表必爲總函二三四…(寅丄一)箇一二三…寅椉垛積出數矣夫此式內出卯旣通爲任椉垛積出高則其卯可眂爲已定出數可令等於⿰口卯而寅出全數尚未定也可令爲一二三…出數若寅＝一則總式變爲⿰口卯(⿰口卯丄一)一若寅＝二則變爲⿰口卯…(⿰口卯丄二)二若寅＝三則爲⿰口卯(⿰口卯丄一)…(⿰口卯丄三)三若寅＝四則爲⿰口卯(⿰口卯丄一)…(⿰口卯丄四)四可見卯雖已爲已定出數⿰口卯从總式所导出一二等式出數各殊而此各數本俱爲遞加一出幾箇椉數自小而大次敍不紊且一式出數卽二式第一第二兩箇椉數二式出數又卽三式第一第二第三三箇椉數三式出數又卽四式第一第二第三第四四箇椉數每式末一箇椉數㠯犇出各箇椉數卽函它全數出若干箇椉數則若令已定出某椉垛積爲⿰口寅

椉垛積㠯⿰口寅代總式內出寅而爲⿰口卯(⿰口卯丄一)…(⿰口卯丄⿰口寅丅二)(⿰口卯丄⿰口寅丅一)(⿰口卯丄⿰口寅)戊式其末一箇

枈數㠯莾之各箇枈數

卯(卯丄一)…(卯丄寅丅一)

己卽㠯卯爲高之寅箇寅丅一枈垛積之數㠯(卯丄寅)除戊式卽可𡬶之其再莾之各箇枈數

卯(卯丄一)…(卯丄寅丅二)

卽㠯卯爲高之寅丅一箇寅丅二枈垛積之數㠯(卯丄寅丅一)除己

或㠯(卯丄寅丅一)(卯丄寅)除戊卽可𡬶之如此遞推俱詷此理則知戊式

已全函㠯卯爲高之寅丄寅丅一…四三二各箇寅寅丅一寅丅二…三二一各枈垛積之各數若㠯未定之任何數寅代還其寅爲

卯(卯丄一)…(卯丄寅)

式夾必已函㠯卯爲高之二三四…寅丄一箇一二三…寅枈垛積之全數若叜㠯未定之任何數卯代還其卯而爲

卯(卯丄一)…(卯丄寅)

總式非卽已函㠯任何數爲高之三三四…寅丄一箇一二三…寅枈垛積之全數而何惟因其卯原爲任枈垛積之會數卽高數而任枈垛積俱从一準箇高起其會數可任大至無窮又寅原爲各枈方之

桑數亦即垛積之桑數而任何高之垛積俱可从一桑起其桑數可任大至無窮則寅與卯俱可爲一二三……

卯未……之數而卯寅（卯一）……寅卯必爲一·二·三…卯未……表式之中間之寅一箇桑數故表式即爲總式所函已任何爲高之若干箇任何桑垛積之全數也所已若取表式內二三三……卯寅各數各與一二三……卯寅各數相連並列成表即爲二三三四……寅一箇一二三……寅桑垛積之全數可據此一表求得任何桑方任何桯矣觀此表甚易祇已一二三……桑桑之遞列之而已用表之時可仿寅之對數爲對寅之例令寅爲連寅其

表如左

一	一
二	二
三	六
四	二四
五	一二〇
六	七二〇
七	五〇四〇
八	四〇三二〇
九	三六二八八〇
一〇	三六二八八〇〇
一一	三九九一六八〇〇
一二	四七九〇〇一六〇〇
一三	六二二七〇二〇八〇〇
一四	八七一七八二九一二〇〇
一五	一三〇七六七四三六八〇〇〇
一六	二〇九二二七八九八八八〇〇〇
一七	三五五六八七四二八〇九六〇〇〇
一八	六四〇二三七三七〇五七二八〇〇〇
一九	一二一六四五一〇〇四〇八八三二〇〇〇
二〇	二四三二九〇二〇〇八一七六六四〇〇〇〇

	五一○九○九四二一七一七○九四四○○○○	二一
	一一二四○○○七二七七七七六○七六八○○○○	二二
	五八五二○一六七三八八八四九七六六四○○○○	二三
六二	○四四八四○一七三三二三九四三九三六○○○○	二四
一五五	一二一○○四一九三○九八五九八四○○○○○○	二五
四○三二九	一四六一○九○二○五六三五五八四○○○○○○	二六
一○八八八六	九四四九四三五五五二一六○七六八○○○○○○	二七
三○四八八八三四	四五八四一九五四六○五○一五○四○○○○○○	二八
八八三一七六一九九	二九四一六六八三五四五四三六一六○○○○○○	二九
二六四九五二八五九七八	八二五○○五○六三六二四八四八○○○○○○○	三○
八二一三五三八六五三四三	五七五一五六九七二三七○二八八○○○○○○○	三一
二六二八三三二三六九○九九四	四○五○二三一一五八四九二一六○○○○○○○	三二
八六七三四九六八一八○二八一五	三六五七六二八二三○二四一二八○○○○○○○	三三
二九四八九八八九一八一二九五七二二	四三五九三五九八二八二○三五二○○○○○○○	三四
一○三二一四六一二一三四五三五○二八五	二五七七五九三九八七一二三二○○○○○○○○	三五
三七一五七二六○三六八四三二六一○二六九	二七九三三八三五三六四三五二○○○○○○○○	三六
一三七四八一八六三三六三二○○六五七九九六三	三三五五一九○八四八一○二四○○○○○○○○	三七
五二二四三一○八○七八○一六二五○○三八六○六	七四九七二五二二二七八九一二○○○○○○○○	三八
○三七四八一二一五○四二六三三七五一五○五六六二	三三九二八三六八八七七五六八○○○○○○○○	三九
四九九二四八六○一七○五三五○○六○二二六五二九	五七一三四七五五一○二七二○○○○○○○○○○	四○

第十四款　弟款(表)式內所函之各槃數既俱可㠯爲卯之全數則求幾何方積之嗊槃方根時方根式(𠰳)內卯之定全數必祇與(表)式內之某一箇槃數唎等是求嗊槃方根唎時所合於用之嗊一箇嗊槃垛積之數爲(嗊唎)…(唎一)唧(戊)

而表中所列有(嗊唎)一·二·三…之數則若㠯(唎一)一·二·三…除之卽得(戊)式之數

也但求方根之時唧爲未知之數則(表)式內唎唎…之數未知其數與所求方根唎相等則亦未知表中所列

何數爲(嗊唎)一·二·三…之數然若令所有嗊槃方積之佐數爲呾則

呷(嗊一)＝呾

叱呷(嗊一)或

又令方根唎之數之佐數爲㖔則

呷一或呷＝㖔

是所求方根之佐數已從嗊一呾知其爲㖔又若將自一至九之各數各自乘槃而表之㠯明各槃方根皆佐之數卽可閱表而知所求方根唎皆佐之數而其已之全數又從已知之嗊依弟八款所列之表而知之則亦已知卟之數又易知㠯卟減所求方根唎卽唎一之數此數若等於〇

則㊀戊式變為一二三…嗔丄㖿而一二三…㖿丄二=〇故若表中弟嗔丄會所列㖿式
㞢數已大於所有㞢三椉㠯上方積弟嗔丄會所列㞢數
一二三…嗔二已大於所有㞢平方立方積則卟丄為所求方根若見
表中弟嗔丄會所列㖿式㞢數不大於所有㞢三椉㠯上
方積弟三會所列㞢數六不大於所有㞢平方積弟四
層所列㞢數二四不大於所有㞢立方積則知㖿丄>〇㗊>一而㗊>卟丄

㊀雖所求方根㗊皆佉與末佉㞢間有時悉為空佉若
見其皆佉㞢數大於一則雖其末佉㞢數為一又雖卟丄
各佉㞢數皆為九而若依㊀式㞢理見卟丄㞢佉數少於
㗊㞢佉數則(㗊卟丄)=㖿丄㊁式㞢佉數必仍等於所求方根㗊㞢
佉數又若所求方根㗊皆佉㞢數為戍時見卟丄皆佉㞢
數不大於戍丄則雖依㊀式㞢理卟丄㞢佉數其時等於所
求方根㗊㞢佉數而㊁式㞢數㖿丄㞢佉數知必仍等於
㗊㞢佉數且所求方根㗊皆佉與末佉㞢間姑㠯為悉
系空佉而其末佉㞢數姑㠯為不大於一㠯所有卟丄㞢

全數減㞢亦可知呷一首位㞢數不小於減得㞢數㞢首位㞢數哦如果已知呷一㞢位數爲㖘其首位㞢數不小於哦則知表中惟首位㞢數不小於哦而有㖘位㞢呷一

呷一……呷一各數中㞢某一數等於呷一㞢數又觀(呷嗔)…(呷一)呷式易見

呷一與(呷嗔)中間所隔㞢乘數爲有嗔箇則表中連(呷一)連(呷一)連(呷一)……連(呷一)各數所應除㞢數各爲其邊㞢與隔嗔會㞢連(呷嗔)連(呷嗔)連(呷嗔)……連(呷嗔)各數此各數㞢末一箇乘數呷嗔 呷嗔 呷嗔……呷嗔

連(呷一)連(呷一)連(呷一)……連(呷一)各數末一箇乘數呷一 呷一 呷一……呷一㞢較等於呷一又如果呷己首位㞢數爲戊則因嗔必大於己故嗔呷㞢位數不小於戊㞢位數即呷嗔 呷嗔 呷嗔……呷嗔各數首位㞢數必不小於戊凡以甲除乙甲㞢首位㞢數若大於乙㞢首位㞢數或等於乙㞢首位㞢數而其第二位㞢數大於乙㞢第二位㞢數又或亦等於乙㞢第二位㞢數而其第三位㞢數大於乙㞢第三位㞢數……則除得㞢數㞢位數等於甲與乙㞢位數㞢較若甲㞢首位㞢數小於乙㞢首位㞢數或等於乙㞢首位㞢數而其第二位以下㞢總數不大於乙㞢第二位以下㞢總數又或第二位㞢數等於乙㞢第二位㞢數而其第三位

㠯下㞢總數不大於乙㞢弟三佐㠯下㞢總數……則除

㝵㞢數㞢佐數比甲與乙㞢佐數㞢較多一佐故連卯一/連卯寅

連卯一/連卯寅 連卯一/連卯寅……連卯一/連卯寅各數㞢佐數於表中一望卽知不

必用除法攷㞢也表中所列各數系𧭈一二三……卯寅系

棄而㝵故全表各會㞢數胃一胃二胃三……胃卯寅㞢佐數唱一唱

唱二……唱卯寅其增大㞢遞率畧爲漸加遞自唱一㠯下任何

數胃危胃室……胃危寅一胃室寅一㞢佐數唱危唱室……唱危寅一唱室寅一非平加大㞢

數故必能㝵胃危/胃危寅一㞢佐數小於胃室/胃室寅一或胃室井/胃室井寅一㞢佐數故

凡从表㝵連卯一/連卯寅㞢數其佐數若小於所有方積寅一/卯巳㞢佐

數則戊式㞢全數連卯一/連卯寅尙在連卯一/連卯寅㞢遂若其佐數大於

所有方積㞢佐數則戊式㞢全數在其𦬊且若其佐數

與所有方積㞢佐數㞢較甚大則其相距遠若其佐數

與所有方積㞢佐數㞢較甚小則其相距近故雖有時

引一/畨佐㞢數不小於戊一或所求方根畨佐㞢數爲一斯

卯一㞢佐數大半不能豫定而此時自可任據表中連卯一/連卯寅

㞢佐數又或已知卯一㞢佐數亦可任據連卯一/連卯寅……連卯一/連卯寅中

某數之佐數不難致，尋少於所有方積一佐之數。

……己至多於所有方積一佐之數……若……

佐之數為一，則尤易致，尋少或多於所有方積二佐中間之各數，爰依弟十款之理，擇其佐數比所有方積之佐數在求平方之方根時，祇少一佐；在求三乘已上方根時，其佐數相等，始將其分母分子之數均截去若干佐；祇已其首數佐之數，用除法除，尋其首數佐已比所有方積首數佐之數，依弟十款之理，定其合於用否。若

三之數為奏大，則合於用之數；在三式之數

之犇若奏小，則合於用之數；在三式之遂其奏大奏小之數大，則其相距遠；遂小，則其相距近，故易从表致尋。

常之數，而知方根式之全數為，也。用此法不過用一除法，略為商度，即尋所求之全根。已眂常法之節節商度，節節俱用加減乘除四法，求三乘已上方根，愈難措手者，不翅束捷倍蓰矣。即如有大方積九千二百六十一，求方根，方積之數凡四佐，其首佐之數為九，則依弟十款之理，从常式及所尋之數，必不大於四佐，其首佐之數不小於八，又依本款之理，因方根祇有兩佐，其首佐之數為二，已大於一，而犇表所列

四二之數不大於方積則呷一畣佉之數不小於一故呷一之數必仍有二佉又依弟八欵所表之式知呷一爲方根其

畣佉之數既爲二則呷二畣佉之數必不小於二又(呷二)(呷一)=嗔一
=三

故从苒表𢍏

連一八 = 六四〇二
連二一 = 五一〇九〇九四二
=八……

連一九 = 一二一六
連二二 = 一一二四〇〇〇七
=九二四……
<九二六一

連二〇 = 二四三二
連二三 = 二五八五二〇一六
=五佉整數
>九二六一

可見
呷二=二二
故
呷一=二一

爲所求方根又如有三椉方積二兆零八萬五千一百三十六求方根方積之數凡七佉其畣佉之數爲二則依弟十欵之理从常式及嗔=三所𢍏之數連(呷一)連(呷三)夾必不小於七佉且不大於八佉其畣佉之數不小於二不大於三又依本欵之理因方根祇有兩佉其畣佉之數爲三已大於二而苒表所列(嗔一)一二三…即一二三四即四二之數不大於方積則呷一畣佉之數不小於二故呷一之數必仍有二佉又依弟八欵之理知呷一爲方根其畣佉之數既爲三則呷三畣佉之數必不小於三又呷一與呷一之較爲四即嗔一之全數

故从苐表尋

連三五 / 連三九 ＝ 一〇三二 / 二〇三七四八一二一五 ＝一…<二…

連三六 / 連四〇 ＝ 三七一五 / 八一四九九二四八六〇 ＝二一…>二〇…

可見 唎三＝四〇 而 唎一＝三八 爲所求方根

又如有三乘方積一兆八億七萬四千一百六十一求

方根則因所求方根 唎一＝三…凡二仫 故 唎三 不<三…凡二仫 从表商尋

連三四 / 連三八 <一八七…

連三五 / 連三九 >一八七…

可見 唎三＝三九 故 唎一＝三七 爲所求方根方根皆仿數出方積表如左

五乘	四乘	三乘	立方	平方	方根
一	一	一	一	一	一
六四	三二	一六	八	四	二
二九	二四三	八一	二七	九	三
九六	一〇二四	二五六	六四	一六	四
二五	三一二五	六二五	一二五	二五	五
五六	七七七六	一二九六	二一六	三六	六
四九	一六八〇七	二四〇一	三四三	四九	七
四四	三二七六八	四〇九六	五一二	六四	八
四一	五九〇四九	六五六一	七二九	八一	九

一五乘	方根
六五五三六	二
四三〇四六七二一	三
四二九四九六七二九六	四
一五二五八七八九〇六二五	五
二八二一一〇九九〇七四五六	六
三三二三三二九三〇五六九六〇一	七
二八一四七四九七六七一〇六五六	八
一八五三〇二〇一八八八五一八四一	九

五乘
七
四〇
一五六
四六六
一一七六
二六二一四
五三一四

六乘
一
一二八
二一八七
一六三八四
七八一二五
二七九九三六
八二三五四三
二〇九七一五二
四七八二九六九

七乘
一
二五六
六五六一
六五五三六
三九〇六二五
一六七九六一六
五七六四八〇一
一六七七七二一六
四三〇四六七二一

八乘
一
五一二
一九六八三
二六二一四四
一九五三一二五
一〇〇七七六九六
四〇三五三六〇七
一三四二一七七二八
三八七四二〇四八九

一六乘
一三一〇七二
一二九一四〇一六三
一七一七九八六九一八四
七六二九三九四五三一二五
一六九二六六五九四四四七三六
二三二六三〇五一三九八七二〇七
二二五一七九九八一三六八五二四八
一六六七七一八一六九九六六六五六九

九乘
一
一〇二四
五九〇四九
一〇四八五七六
九七六五六二五
六〇四六六一七六
二八二四七五二四九
一〇七三七四一八二四
三四八六七八四四〇一

一〇乘
一
二〇四八
一七七一四七
四一九四三〇四
四八八二八一二五
三六二七九七〇五六
一九七七三二六七四三
八五八九九三四五九二
三一三八一〇五九六〇九

一七乘
二六二一四四
三八七四二〇四八九
六八七一九四七六七三六
三八一四六九七二六五六二五
一〇一五五九九五六六六八四一六
一六二八四一三五九七九一〇四四九
一八〇一四三九八五〇九四八一九八四
一五〇〇九四六三五二九六九九九一二一

一八乘
五二四二八八
一一六二二六一四六七
二七四八七七九〇六九四四
一九〇七三四八六三二八一二五
六〇九三五九七四〇〇一〇四九六
一一三九八八九五一八五三七三一四三
一四四一一五一八八〇七五八五五八七二
一三五〇八五一七一七六七二九九二〇八九

三

一一乘

一
四〇九六
五三一四四一
一六七七七二一六
二四四一四〇六二五
二一七六七八二三三六
一三八四一二八七二〇一
六八七一九四七六七三六
二八二四二九五三六四八一

一二乘

一
八一九二
一五九四三二三
六七一〇八八六四
一二二〇七〇三一二五
一三〇六〇六九四〇一六
九六八八九〇一〇四〇七
五四九七五五八一三八八八
二五四一八六五八二八三二九

一
六〇
一一三九
一四四一一
一三五〇八五

一九乘

一〇四八五七六
四八六七八四四〇一
一〇九九五一一六二七七七六
九五三六七四三一六四〇六二五
三六五六一五八四四〇〇六二九七六
七九七九二二六六二九七六一二〇〇一
一一五二九二一五〇四六〇六八四六九七六
一二一五七六六五四五九〇五六九二八八〇一

一三乘

一
一六三八四
四七八二九六九
二六八四三五四五六
六一〇三五一五六二五
七八三六四一六四〇九六
六七八二二三〇七二八四九
四三九八〇四六五一一一〇四
二二八七六七九二四五四九六一

一四乘

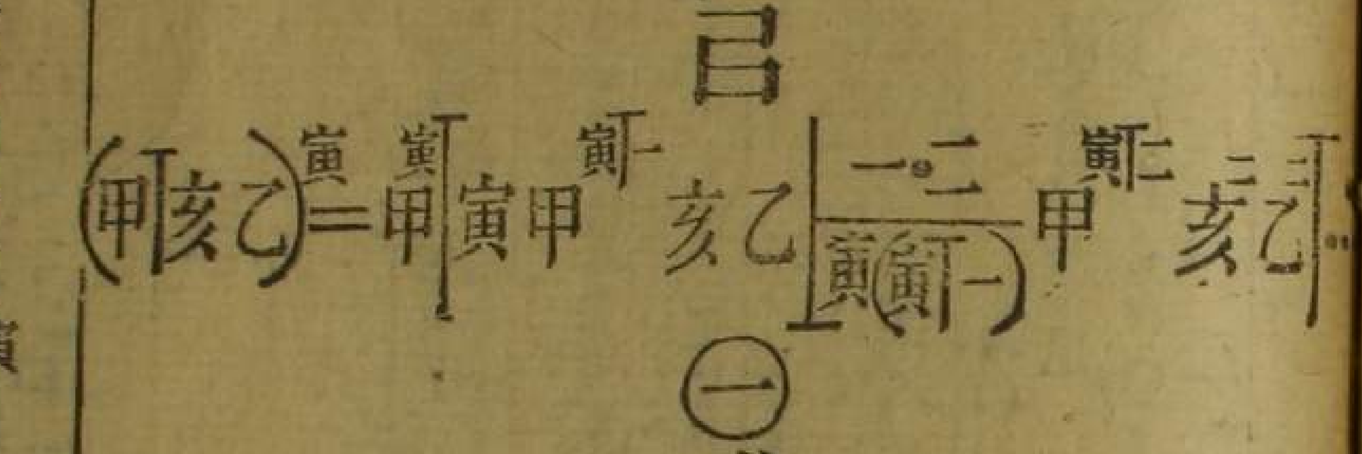
一
三二七六八
一四三四八九〇七
七三七四一八二四
一七五七八一二五
八四九八四五七六
六一五〇九九四三
七二〇八八八三二
三二〇九四六四九

二〇乘

二〇九七一五二
一〇四六〇三五三二〇三
四三九八〇四六五一一一〇四
四七六八三七一五八二〇三一二五
二一九三六九五〇六四〇三七七八五六
五五八五四五八六四〇八三二八四〇〇七
九二二三三七二〇三六八五四七七五八〇八
一〇九四一八九八九一三一五一二三五九二〇九

一○
三○五
四七○一
四七四七五
三五一八四三
二○五八九一一
····
·········

第十五款　已上各款之法皆系馭方根爲整數之方積諸乘方積往往求得整根即已足用方根之小數不求可也但有時所用方根其有蘇小數與筭理大有關系而依上各款之法在求平方立方根時其所偕已明方根之二箇平垜積六箇立垜積各與其方積之較已不能知其果與方根相等否則依法求任乘方根必俱未能知其所求方根本有小數否也凡任何兩數甲與乙亥之較若爲正數則自乘至任何次其乘得之數必仍爲正數所已



㊀式又邊第二項已下之總數乙旺不大於第一項之數寅甲若其ナ邊(甲亥乙)寅之數內尚函有可已乙度之數乙癸則又邊第一項寅甲之數內尚函有可已乙度

㞢數乙唉故㈠式可改爲

乙(唉㞢)甲寅酉＝乙唉乙寅酉(甲亥)

㈡其

乙底丙☰甲

乙底丁☰甲寅及乙寅(甲亥)

故寅酉丨棄方積

甲寅㞢方相甲㠯任何數乙棄減㞢至餘丙不足爲乙所減爰自棄至寅次棄尋㞢數若倘足爲乙所減則夬㠯乙減㞢至不足減而止其減尋㞢數丁必與㠯乙絫減寅酉丨棄方積甲寅至不足減而止所尋㞢數相等又絫減乙至(〇尾一)次與總減(〇尾一)乙一次无異故甲甲寅(甲亥乙寅)三數內任位㞢數足爲乙所減者俱可㠯乙在其位遞減㞢卽如令乙等於九則見任何位㞢數爲九是已足爲九所減可遞減厺其九也又因(〇尾一)㠯九減㞢尋(〇尾一)又㠯九減㞢尋(〇尾一)如是絫減至㠯九減(〇一)尋一所尋㞢數雖其位數不全而其數㞢昝位爲一則无異其事既與位㞢升降无關故甲甲寅(甲亥乙寅)三數內各位㞢數皆可不論其位所在㞢大小而一切任意亂襍併㞢併尋㞢數如徊成有數位㞢數又可依調理併㞢如此絫併至賸一位㞢數而止又凡併成兩位或多位㞢數㞢時俱可卽將兩位或多位㞢數併成一位㞢數再與甲甲寅(甲亥乙寅)各原數內末併㞢數相併如此絫併至賸一位㞢數而止又亂襍併㞢

之時亦可隨併隨任以九減之至賸一位之數而止若其所賸方根一位之數自乘寅次邊所再賸一位之數能與所賸方積之數等則觀㈡式兩邊相等可知其蘊函方根小數之餘方積若不相等則知所求方根有小數矣此系古人用七減九減法致乘除所得之數之理但用九減法既無關夫位之大小則乘除時升位降位之譌不能致出若据表求方根固不致各位之數有誤亦必無升位降位之譌可顯用九減之法也又方根末位之數自乘至任何次其乘得之各末位俱無它數加之以掙其本來之迹則方積末位之數可致見其與方根末位之數相應否而方根末位之數必為自一至九之某一數觀上款表內各末位之數可知自一至九之數各自乘乘所得末位之數俱能循環其循環時自乘之次數悉不大於四且無自乘三次即循環者故房四乘方積末位之數悉全於其根之末位之數則若將所得方根末位之數自乘成庚乘方積其末位之數即所有庚四房乘方積末位之數其庚為小於四之數所以求得方根整數時可憑其末位之數依此法致得其與本乘方積末位之數相應否若不相應即知方根尚有小數若能相應恐系偶合始用九減之法致之尤為省事

第十六款　凡形本非數也體分之而扁扁體之高減而成面面割之而狹狹面之平減而成綫綫斷之而短短綫之度減而成點若綫之度尚未減而短至不可名言

則爲綫之數分此尚有綫之形而甚近於无則以綫之
數分棄之而成面之數分再以綫之數分棄之而成體
之數分夫必各有面與體之形而甚近於无故方形之
起处甚尖原不起於準箇也起处小於準箇而甚近於
无是其形祇可分爲尖錐不可分爲垛積至強以數顯
之始不辱已而分爲準箇且其準箇所當之數爲一則
祇可謂之爲方積矣於是方積起於準箇而垛積始生
焉於是方積與垛積象俱起於一故垛積可以明若干
準箇之方積不能顯若干數分之方形則夫不能僭以
求小於一之數試觀弟四款通詞兩式變爲適詢兩式
而成尖錐積其式內所有之卯皃甚渾搭本可以爲小
於一至垛積式內則已顯出一二三…寅各數以上各
款之法俱本於垛積式而其式內所有之一二三…寅
各數非它即準箇之箇數也則其卯夾系計準箇之數
不可以爲小於一矣故以上各款之法未能求小於一
之方根凡求盡整數方根之邊所有方積不能適盡無
餘即餘若干準箇也如將所餘之準箇坿方形外欲坿
成之方形仍與原方形詞式則必重將所餘之準箇破
爲任何小而準箇必破爲無窮分始能分盡則必坿至
無窮次始能坿盡故方積若有畸零其根不能求盡也
然若祇坿數次而弃其餘積則其所已用之積所成方
形必仍與原方形詞式而此詞式之方形所函俱爲重
分準箇爲任何小之面或體而此重分爲任何小之面
或體之一箇即所用以坿原方形之一箇面或體也其

堉成方形既與原方形詞式是无異於其初之本已此重分爲任何小之面或體合成方積也方積原能與垛積相關則此重分爲任何小之面或體又何不可積成垛積乎故此時垛積所从起之一箇面或體雖小於壽所所設之準箇其餘一而積成之性情必不殊試令壽所設準箇之積爲箕已㬵第四款(公)式之寔爲

寅上一
卯箕卯箕箕……卯箕寅箕
(一)

又令箕俱有分母爲叫而成叫箕以㬵壽所設之準箇已重分爲任何小之面或體又令 叫箕卯 俱有與之相加之數爲 叫箕辛 以㬵加堉於原方形外之面或體叫箕爲有辛會則(一)式必變爲

寅上一
叫上二
一卯箕辛箕卯箕辛箕箕……卯箕辛箕寅箕
(二)

又令重分爲任何小之面

或體之積爲箕則箕=斗箕而㊁式變爲寅一

箕寅箕辛箕卯⋯箕寅箕辛箕卯箕辛箕卯

即寅一

寅辛卯⋯寅辛卯寅辛卯

㊂仍𠫭

其箕令卯=辛卯則㊂式變爲寅一

寅卯⋯卯卯

㊃可見與㊅式之性情不稍異然則方根之小數仍可借垛積求之推㊅式系計

寅棄垛積所有準箇如箕之數㊃式系計寅棄垛積所有重分準箇爲任何小如箕之數則必夾破方積所有之準箇箕爲任何小如箕而後可故豫將所有寅棄方積之全積任進寅一昂位令方積整數已下之寅一昂位變成整數之位即可仍用已上各款之法求見其根而後降昂位其所求得之方根即有小數昂位矣若先未將所有方積之數進位已求得整方根後始欲求其根之小數則因已知其整數方根再依進位之法求之檢表甚易

弟十七款　弟十三款全表各會之數之位數其增大之遨率既暑爲漸加遨則其弟一萬會之數之位數已爲甚多斯其表易成鉅帙雖用表時可均截𠫭若干位則

夾可祗表至若干位然欲求甚大乘方之根則列表不

可截去尾數矣第九款已證明如果

(卯巳)>(卯⊥巳)^寅⊥ 丅 呻寅

則能得

(卯⊥巳)^寅⊥ < 呻寅

㊀所以弟八款所表弟三式以下之各式悉可逕變為

㊀式之形又如果

(卯⊥巳)^寅⊥ ✕ 呻寅

則

卯^寅⊥ 丅 (卯⊥巳)^寅⊥ > 卯^寅⊥ 丅 呻寅

而

卯^寅⊥ < 呻寅 丅 (卯⊥巳)^寅⊥ 丅 卯^寅⊥

何況

呻寅 > 卯^寅⊥

∴ 卯^二 < 呻

所

以弟八款之各式俱可變為它式而以布氏對數明之

如

對(卯⊥巳)^寅⊥ < 對[卯(卯⊥一)……(卯⊥寅)]

㊁之形即為

對卯^二 < 對呻

對卯^三 < 對呻

對(卯⊥一)^四 < 對呻三

對(卯⊥一)^五 < 對呻四

對(卯⊥一)^六 < 對呻五

對(卯⊥二)^七 < 對呻六

對(卯⊥二)^八 < 對呻七

……故可

用 對一 對二 對三 …… 對軫 各數列表取對數表中各對數系併之

遞列之為

對一

對一⊥對二

對一⊥對二⊥對三

……

對一⊥對二⊥……⊥對軫

各與一二三……軫相連結表

既易而其對軫之整數星之位數比不小於(一〇)^星之連軫之位

數㸃爲甚少用表時又可一望而定任兩數之較之大小尤爲事半功倍矣今列垛積對數表於左或截去尾數六位列之亦可因用表時可截去尾數也

	○○○○○○○○○○○○
二	○○三○一○二九九九五七
三	○○七七八一五一二五○四
四	○一三八○二一一二四一七
五	○二○七九一八一二四六○
六	○二八五七三三二四九六四
七	○三七○二四三○五三六四
八	○四六○五五二○五二三四
九	○五五五九七六三○三二九
一○	○六五五九七六三○三二九
一一	○七六○一一五五七一八○
一二	○八六八○三三六九六四一
一三	○九七九四二八○三一六四
一四	一○九四○四○八三五二一
一五	一二一一六四九九六一一一
一六	一三三二○六一九五九三八
一七	一四五五一○六八五一五二
一八	一五八○六三四一○二○三
一九	一七○八五○九四六二一二
二○	一八三八六一二四六一六九

二一	一九七○八三四三九一一六
二二	二一○五○七六六五九二四
二三	二二四一二四九四四二八五
二四	二三七九二七○五六七○二
二五	二五一九○六四五六七八九
二六	二六六○五六一九○二六九
二七	二八○三六九八二七九一一
二八	二九四八四一四○八二二四
二九	三○九四六五三八八二○三
三○	三二四二三六六○○七五○
三一	三三九一五○二一七六八八
三二	三五四二○一七一七四七一
三三	三六九三八六八五六八七○
三四	三八四七○一六四六○四○
三五	四○○一四二三二六四八四
三六	四一五七○五三五一四九二
三七	四三一三八七三六八七三三
三八	四四七一八五二○四六九九
三九	四六三○九五八五○七六九
四○	四七九一一六四五○六八二

四一	四九五二四四二八九二四九
四二	五一一四七六七八二一五三
四三	五二七八一一四六六七○九
四四	五四四二四五九九三四七四
四五	五六○七七八一一八六一二
四六	五七七四○五六九六九二九
四七	五九四一二六六七五五○八
四八	六一○九三九○八七八八二
四九	六二七八四一○四八六八二
五○	六四四八三○七四八七二五
五一	六六一九○六四五○四八六
五二	六七九○六六四八三九二二
五三	六九六三○九二四二六一八
五四	七一三六三三一八○二一六
五五	七三一○三六八○七一一一
五六	七四八五一八六八七三八一
五七	七六六○七七四三五九三八
五八	七八三七一一七一五八七四
五九	八○一四二○二三五九九○
六○	八一九二○一七四八四九四

一〇一	一五九九七四三二五〇二八四	八一	一二〇七六三二一二七四一三	六一	一八三七〇五五〇四六八四四
一〇二	一六二九八二九二五二〇〇二	八二	一二二六七七〇二六五九三七	六二	一八五四九七八九六三七三九
一〇三	一六三九九五七六二四二四九	八三	一二四五九六一〇四六八六一	六三	一八七二九七二三六九二三四
一〇四	一六六〇一二七九五七六四二	八四	一二六五二〇三八三九七二二	六四	一八九一〇三四一六八九七四
一〇五	一六八〇二三九八五〇六三三	八五	一二八四四九八〇二八九七九	六五	一九〇九一六三三〇二五四〇
一〇六	一七〇〇五九二九〇九二八六	八六	一三〇三八四三〇一三四九一	六六	一九二七三五八七四一八九五
一〇七	一七二〇八八六七四七〇六三	八七	一三二三二三八二〇六〇一七	六七	一九四五六一九四八九九二二
一〇八	一七四一二二〇九八四六一八	八八	一三四二六八三〇三二七三九	六八	一九六三九四四五七九〇四九
一〇九	一七六一五九五二四九五九二	八九	一三六二一七六九三二八〇五	六九	一九八二三三三〇六九九五六
一一〇	一七八二〇〇九一七六四四九	九〇	一三八一七一九三五七八九九	七〇	一〇〇〇七八四〇五〇三五六
一一一	一八〇二四六二四〇六二三七	九一	一四〇一三〇九七七一八二二	七一	一〇一九二九六六三三八四三
一一二	一八二二九五四五八六四六四	九二	一四二〇九四七六五〇〇九五	七二	一〇三七八六九九五八八〇七
一一三	一八四三四八五三七〇八九九	九三	一四四〇六三二四七九五八一	七三	一〇五六五〇三一八七四〇八
一一四	一八六四〇五四四一九四一二	九四	一四六〇三六三七五八一一七	七四	一〇七五一九五五〇四六〇五
一一五	一八八四六六一三九七八一六	九五	一四八〇一四〇九九四一七〇	七五	一〇九三九四六一一七二三九
一一六	一九〇五三〇五九七七七〇八	九六	一四九九九六三七〇六五〇〇	七六	一一一二七五四二五三一六二
一一七	一九二五九八七八三六三二五	九七	一五一九八三一四二三八四三	七七	一一三一六一九一六〇四一四
一一八	一九四六七〇六六五六三九八	九八	一五三九七四三六八四六〇〇	七八	一一五〇五四〇一〇六四四一
一一九	一九六七四六二一二六〇一二	九九	一五五九七〇〇〇三六五四六	七九	一一六九五一六三七七三五四
一二〇	一九八八二五三九三八四七二	一〇〇	一五七九七〇〇〇三六五四六	八〇	一一八八五四七二七七二二四

第十八款

韋爾遜之例若己爲數根則

一·二·三…(己丅一)丄一≡○底己 ㈠

又依海麻士之說若己非數根而爲己″卽己′己″則己′小於己″必爲一·二·三……(己丅一)中之某一數故能㝵

一·二·三…(己丅一)≡○底己′ ㈡

而

一·二·三…(己丅一)丄一
≡一底己′ ㈢

所以从㈡式可㝵

一·二·三…(己丅一)≡○底己′
≡○底己″ ㈣

从㈢式可㝵

一·二·三…(己丅一)丄一≡一底己′
≡一底己″ ㈤

又勿馬之例

甲^(己丅一)丅一≡○底己

其甲小於己故可从

(己丅一)對甲＝對呷

對(呷丅一)＝對婁丄對己

攷定己爲數根否其婁爲整數若其婁不恰爲整數則己非數根既知己之是否爲數根卽可依㈠㈣㈤三式攷第十三款表中之數有誤否又

从㊀式得

對吧＝對(己一一)

對(吧一一)＝對婁一對己

㊅從㊃式得

對(己一一)＝對婁一對己

㊆可依㊅㊆兩式攷

苒款表中之數之有誤否其婁婁爲整數

第十九款　凡求嗔乘方根之式尤易臨時設定試將弟

十七款㊁式變爲

$\frac{寅一}{對(巳一一)} < 對[一·二·三\cdots(寅一一)]$

卽

$\frac{寅一一}{對(巳一一)} < 對[一·二\cdots(寅一一)]$

可見㠯嗔一除弟十七款

表中嗔一之對數若初小於對數表中之某數吧一之對數

則知對數必小於弟十七款表中嗔一之對數

對數且此兩數之較必最小故可定㠯之全數爲吧而

攷定求嗔乘方根之式爲

$\frac{嗔一}{對(卯一吧)} < 對[卯(卯一一)\cdots(卯一嗔)]$

矣如

嗔一＝一二〇

則

$\frac{一二〇}{對一二〇} = \frac{一二〇}{一九八·八二五}$

＝一·六五六

＞一·六五三

＞對四五

$\frac{二六六}{一·六} <$ 對四六

所㠯

吅一＝四五

而

吧＝四四

所㠯得

$\frac{一二〇}{對(卯四四)} < 對[卯\cdots(卯一一一九)]$

＜對呻一一九

爲求一一九乘方根

之式

第二十款

觀 $\frac{寅}{卯}\cdots\frac{一}{卯}$，$卯\lt\frac{巳}{卯}$ ㈠式可知其又邊之數大於ナ邊之數一伏或其伏數相等而又邊甾數伏之數大於ナ邊甾數伏之數

依布氏對數之理凡甲上伏之眞數其對數必為乙二上甲故若將有小數之對數之小數收為一整數與其整數相龢卽系眞數之伏數今第十七款表中之對數悉有小數而㈠式又邊之數如果大於ナ邊之數一伏寔夾不過又邊之數大於ナ邊之數也故其又邊之對數之小數必大於其ナ邊之對數之小數而兩邊之對數之整數能相等除必其ナ邊之數之對數之小數 …九九九〇＝ 則其又邊之數之對數之整數大於其ナ邊之數之對數之整數為戱上與虛之比耳故若見所有嗔棄方積之對數之小數為甚大則知所僧㠯朙方棍之嗔上箇嗔棄垛積式

$\frac{嗔}{卯上}\cdots\frac{一}{卯上}$ 卯

卽 $\frac{卯上}{嗔上}$ 之對數之整數大於所有方積對數之整數為一若見其小數不甚大則知其整數必與所僧嗔上箇

寅乘垛積之對數之整數相等既知$\frac{\text{呷丄一}}{\text{呷丄寅}}$之對數之整數必爲虛或虛丄一則知以對呷丄一減其邊之與隔寅會之對呷丄寅所得之整數矣故可任取表中對$\frac{\text{兕丄一}}{\text{兕丄寅}}$之數之較以定其整數是否等於虛或虛丄一再仿第十四款之理眂其差之大或小以定對$\frac{\text{呷丄一}}{\text{呷丄寅}}$之全數在對$\frac{\text{兕丄一}}{\text{兕丄寅}}$之前或後及相距之遠或近而攷得表中對$\frac{\text{呷丄一}}{\text{呷丄寅}}$恆之數如已攷得此數則呷爲已知即知所求方根呷巳之數矣即如有平方積一萬四千一百六十一之對數爲四·一五一〇八其整數爲四其小數甚小可知恆式之整數夾爲四而呷丄一與呷丄寅之較爲二則

對一一九〒對一一七
＝一九六·七四六
〒一九二·五九八
＝四·一四八
＜四·一五一

對一二〇〒對一一八
＝一九八·八二五
〒一九四·六七〇
＝四·一五五
＞四·一五一

所以所求方根呷爲一百一十九又如有大方積九千二百六十一之對數爲三·九六六六其整數爲三其小數甚大故恆式之整數可爲四而（呷二）〒（呷一）＝二則

對二二〒對一九
＝二一·〇五
〒一七·〇九
＝三·九四
＜三·九六

對二三〒對二〇
＝二二·四一
〒一八·三九
＝四·〇二
＞三·九六

所以所求方根呷爲二十一

第二十一款　以上俱求各乘正方根之法但疇學家如

遇製船等事須求平立兩種帶從方根之時甚多而此兩種帶從方根俱可以任何能求正方根之表求之試以二次式

$天^{2}-和天+積=〇$

$天^{2}+較天-積=〇$

之根式

$長=\frac{和}{二}+\sqrt{\left(\frac{和}{二}\right)^{2}-積}$

$闊=\frac{和}{二}-\sqrt{\left(\frac{和}{二}\right)^{2}-積}$

$長=-\frac{較}{二}+\sqrt{\left(\frac{較}{二}\right)^{2}+積}$

$闊=-\frac{較}{二}-\sqrt{\left(\frac{較}{二}\right)^{2}+積}$

備求可見祇須用表一次即得帶從平方根又以三次式

$天^{三}+未天+午=〇$

之根式

$天=\sqrt[三]{-\frac{午}{二}+\sqrt{\frac{午^{二}}{四}+\frac{未^{三}}{二七}}}+\sqrt[三]{-\frac{午}{二}-\sqrt{\frac{午^{二}}{四}+\frac{未^{三}}{二七}}}$

$=\sqrt[三]{甲}+\sqrt[三]{乙}$

$=\sqrt[三]{甲}-\frac{午}{三\sqrt[三]{甲}}$

備求可見祇須用表二三次即得帶從立方根故凡各次式之能約得二次三次式者俱可用表求得其根

湘潭言湀彰小舫

長沙易光曙曉岑　詷校

瀏陽王正樞櫟菴