

5.7 Esercizi

5.7.1 Esercizi dei singoli paragrafi

5.2 - Equazioni riconducibili al prodotto di due o più fattori

5.1 (*). Trovare gli zeri dei seguenti polinomi.

- | | |
|--------------------------------|--|
| a) $x^3 + 5x^2 - 2x - 24$; | d) $x^3 + 10x^2 - 7x - 196$; |
| b) $6x^3 + 23x^2 + 11x - 12$; | e) $x^3 + \frac{4}{3}x^2 - \frac{17}{3}x - 2$; |
| c) $8x^3 - 40x^2 + 62x - 30$; | f) $x^3 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{38}{3}x + \frac{56}{3}$. |

5.2 (*). Trovare gli zeri dei seguenti polinomi.

- | | |
|--|--|
| a) $3x^3 - \frac{9}{2}x^2 + \frac{3}{2}x$; | d) $4x^3 - 8x^2 - 11x - 3$; |
| b) $3x^3 - 9x^2 - 9x - 12$; | e) $\frac{3}{2}x^3 - 4x^2 - 10x + 8$; |
| c) $\frac{6}{5}x^3 + \frac{42}{5}x^2 + \frac{72}{5}x + 12$; | f) $\frac{3}{2}x^3 - 4x^2 - 10x + 8$. |

5.3 (*). Trovare gli zeri dei seguenti polinomi.

- | | |
|---------------------------------------|--|
| a) $-3x^3 + 9x - 6$; | d) $\frac{2}{5}x^3 + \frac{8}{5}x^2 + \frac{14}{5}x - 4$; |
| b) $\frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 6x - 4$; | e) $-6x^3 - 30x^2 + 192x - 216$; |
| c) $4x^3 + 4x^2 - 4x - 4$; | f) $x^3 - 2x^2 - x + 2$. |

5.4 (*). Trovare gli zeri dei seguenti polinomi.

- | | |
|-------------------------------|--|
| a) $9x^3 - 7x + 2$; | d) $400x^3 - 1600x^2$; |
| b) $x^3 - 7x^2 + 4x + 12$; | e) $x^6 - 5x^5 + 6x^4 + 4x^3 - 24x^2 + 16x + 32$; |
| c) $x^3 + 10x^2 - 7x - 196$; | f) $8x^3 - 14ax^2 - 5a^2x + 2a^3$. |

5.5. Trovare gli zeri dei seguenti polinomi.

- | | |
|---|---|
| a) $x^4 - x^3 - x^2 - x - 2$; | c) $6x^4 - x^3 - 26x^2 + 4x - 8$; |
| b) $3x^5 - 19x^4 + 42x^3 - 42x^2 + 19x - 3$; | d) $ax^3 - (a^2 + 1 - a)x^2 - (a^2 + 1 - a)x + a$. |

5.6 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni.

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| a) $x^3 - 3x + 2 = 0$; | d) $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$; |
| b) $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$; | e) $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$; |
| c) $x^3 - 6x + 9 = 0$; | f) $6x^3 - 7x^2 - x + 2 = 0$. |

5.7 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni.

- | | |
|---|--|
| a) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$; | d) $x^5 + 1 = x \cdot (x^3 + 1)$; |
| b) $x^3 - 2x^4 = 0$; | e) $\frac{x^3 + 2 - x \cdot (2x + 1)}{2x - 1} = 0$; |
| c) $x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 20x - 24 = 0$; | f) $2x^2 - 2x + 3(x - 1) = 2x(2x^2 - 1)$. |

5.8 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni.

- a) $(3x + 1)^2 = x(9x^2 + 6x + 1)$;
- b) $(x + 1)(x^2 - 1) = (x^2 + x)(x^2 - 2x + 1)$;
- c) $(x - 1)(x^2 + x + 1) = x(2 - 3x) + 5$;
- d) $x^3 + 4x^2 + 4x = x^2 - 4$;
- e) $\sqrt{3}x^4 - \sqrt{27}x^2 = 0$;
- f) $(x + 1)^3 - (x - 1)^3 = 8$.

5.9 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni.

- a) $\sqrt{2}x^3 - (1 - 2\sqrt{2})x^2 - x = 0$;
- b) $64x^7 = 27x^4$;
- c) $(x^2 - 4x)^{2011} = -(4x - x^2)^{2011}$;
- d) $(x^2 - 4x)^{2012} = -(4x - x^2)^{2011}$;
- e) $x^7 - x^6 + \sqrt{27}x^5 = 0$;
- f) $3x^4 - 14x^3 + 20x^2 - 8x = 0$.

5.10 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni.

- a) $\frac{3x-1}{x^2} = 1 - 2x + \frac{1}{x}$;
- b) $\frac{x-1}{x^2+5x+4} - \frac{2x+1}{x-1} - \frac{3}{2(x^2-1)} = 0$;
- c) $\frac{x^2-3x}{2x} - \frac{x-2}{x-1} = 0$;
- d) $\frac{x(x-1)}{x+1} = \frac{x-1}{x^2+2x+1}$;
- e) $\frac{1}{x^4-4} = \frac{3}{x^4-16}$;
- f) $\frac{x^2}{x^2+1} - \frac{1}{4-x^2} + \frac{1}{x^4-3x^2-4} = 0$;

5.11 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni.

- a) $\frac{x^4-4x^2+9}{x^4-3x^2+2} - \frac{x^2-1}{x^2-2} = \frac{x^2-2}{x^2-1}$;
- b) $(x^2 - 1)^3 + 7x^3 = 3x(4 - x - x^3) - (x - 2)^3$;
- c) $\frac{x^2-1}{x^2-3} - \frac{x^2-3}{1-x^2} = \frac{10}{3}$.

5.3 - Equazioni binomie

5.12 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni binomie.

- a) $-2x^3 + 16 = 0$;
- b) $x^5 + 15 = 0$;
- c) $x^4 + 16 = 0$;
- d) $-2x^4 + 162 = 0$;
- e) $-3x^6 + 125 = 0$;
- f) $81x^4 - 1 = 0$.

5.13 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni binomie.

- a) $27x^3 + 1 = 0$;
- b) $81x^4 + 1 = 0$;
- c) $81x^8 - 1 = 0$;
- d) $\frac{16}{x^4} - 1 = 0$;
- e) $x^6 - 1 = 0$;
- f) $8x^3 - 27 = 0$.

5.14 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni binomie.

- a) $x^5 - 1 = 0$;
- b) $x^4 + 81 = 0$;
- c) $x^4 - 4 = 0$;
- d) $3x^5 + 96 = 0$;
- e) $49x^6 - 25 = 0$;
- f) $\frac{1}{x^3} = 27$.

5.15 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni binomie.

a) $x^4 - 10\,000 = 0$;	e) $8x^3 - 27 = 0$;	i) $\frac{8}{x^3} - 125 = 0$;
b) $100\,000x^5 + 1 = 0$;	f) $8x^3 + 9 = 0$;	j) $\frac{81}{x^3} = 27$;
c) $x^6 - 64\,000\,000 = 0$;	g) $81x^4 - 16 = 0$;	k) $81x^4 = 1$;
d) $x^4 + 625 = 0$;	h) $16x^4 - 9 = 0$;	l) $x^3 - \frac{1}{27} = 0$.

5.16. Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni binomie.

a) $\frac{x^6}{64} - 1 = 0$;	e) $x^{100} = 0$;	i) $\sqrt[3]{2} x^6 = \sqrt[3]{24}$;
b) $\frac{64}{x^6} = 1$;	f) $10x^5 - 10 = 0$;	j) $\frac{3}{5}x^3 = \frac{25}{9}$;
c) $x^6 = 6$;	g) $\frac{1}{81}x^4 - 1 = 0$;	k) $x^8 - 256 = 0$;
d) $x^{10} + 10 = 0$;	h) $\frac{1}{x^4} - 81 = 0$;	l) $x^{21} + 1 = 0$.

5.17 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni binomie.

a) $\frac{1}{243}x^5 + 1 = 0$;	d) $\frac{x^3}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 0$;	g) $(x-1)^4 = 16$;
b) $x^3 + 3\sqrt{3} = 0$;	e) $\sqrt{3}x^3 - 3\sqrt[3]{3} = 0$;	h) $(x^2-1)^3 - 27 = 0$;
c) $6x^{12} - 12 = 0$;	f) $\frac{x^4}{9} - \frac{9}{25} = 0$;	i) $\frac{3}{x^4-1} = \frac{5}{x^4+1}$.

5.4 - Equazioni trinomie

5.18 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni biquadratiche.

a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$;	e) $-x^4 + \frac{17}{4}x^2 - 1 = 0$;	i) $x^4 - \frac{16}{3}x^2 + \frac{16}{3} = 0$;
b) $2x^4 - 20x^2 + 18 = 0$;	f) $-2x^4 + \frac{65}{2}x^2 - 8 = 0$;	j) $x^4 - 7x^2 + 6 = 0$;
c) $x^4 - \frac{37}{9}x^2 + \frac{4}{9} = 0$;	g) $-2x^4 + 82x^2 - 800 = 0$;	k) $x^4 - 10x^2 + 16 = 0$;
d) $x^4 - \frac{13}{3}x^2 + \frac{4}{3} = 0$;	h) $-3x^4 + \frac{85}{3}x^2 - 12 = 0$;	l) $-3x^4 + 9x^2 + 12 = 0$.

5.19 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni biquadratiche.

a) $x^4 - 4x^2 = 0$;	c) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$;	e) $x^4 - 21x^2 + 108 = 0$;
b) $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$;	d) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$;	f) $25x^4 - 34x^2 + 9 = 0$.

5.20 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni biquadratiche.

a) $4x^2 - 2 = (x^2 + 2)(x^2 - 1)$;	d) $x^3(x-1) + x = (x+3)(x^2-1) + 1$;
b) $(x^2 - 4)x^2 = (9x - 18)(x + 2)$;	e) $(1+x) + 3 - 4x^2 = x - x^2(x^2 - 1)$;
c) $x^4 - 16 = (1 + 2x^2)(x^2 - 3) - 9$;	f) $18x^2(x^2 - \frac{1}{4}) = 2x^2 - \frac{1}{2}$.

5.21 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni biquadratiche.

a) $-\frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{2}x^2 + 18 = 0$;	c) $-8x^4 - \frac{7}{2}x^2 + \frac{9}{2} = 0$;	e) $x^4 - 2x^2 - 15 = 0$;
b) $x^4 + \frac{15}{4}x^2 - 1 = 0$;	d) $-16x^4 - 63x^2 + 4 = 0$;	f) $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$.

5.22 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni biquadratiche.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 5(x^2 - 4) + 20x^2 = 4x^4 + 16; & \text{d) } 3(x^2 + 1) + 4 = 5\left(\frac{1}{x^2} + x^2\right); \\ \text{b) } 8x^2 + \frac{6x^2 + x - 4}{x^2 - 1} = 4 - \frac{3 + 4x}{1 + x}; & \text{e) } \frac{3x^2 - 1}{2} = \frac{1}{x^2 - 2} + 1 + x^2; \\ \text{c) } \frac{x^4 + 2x(x^2 + 1)}{x + 2} - 9x = \frac{2x}{x + 2} + 2x^2 - 18; & \text{f) } \frac{-4(1 + x)^2}{x^2 - \frac{1}{4}x - 5} = \frac{4x^2 - x - 20}{5 - x^2}. \end{array}$$

5.23 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni biquadratiche.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left(b^2 + \frac{a^2}{b^2}\right)x^2 = a^2x^4 + 1; \\ \text{b) } 4b^2x^4 - (4a^2b^2 + 36)x^2 + 36a^2 = 0; \\ \text{c) } (x + 9a^2)(x - 9a^2) + \frac{x + 9a^2}{3ax} \left(\frac{3a}{x} + \frac{1}{3a}\right); \\ \text{d) } \frac{x^2 + 4a^2}{x^2 - 4a^2} - \frac{5}{3} = \frac{16a^2 - x^2}{x^2 + 4a^2}; \\ \text{e) } (x^2 + 21m^2)^2 - (x^2 + 14m^2)^2 = 1127m^4 - (x^2 - 35m^2)^2; \\ \text{f) } \frac{x^4 - 2m(m+n)}{x^4 - (2m+n)x^2 + m(m+n)} = \frac{x^2 - m}{x^2 - (m+n)} + \frac{x^2 - n - m}{x^2 - m}. \end{array}$$

5.24. È vero che l'equazione $4x^4 - 4 = 0$ ha quattro soluzioni reali a due a due coincidenti? Rispondi senza risolvere l'equazione.

5.25. È vero che l'equazione $-x^4 + 2x^2 - 1 = 0$ ha quattro soluzioni reali a due a due coincidenti? Rispondi senza risolvere l'equazione.

5.26. Senza risolvere le seguenti equazioni, dire se ammettono soluzioni reali:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } x^4 - 10x^2 + 9; & \text{d) } x^4 - x^2 + 3 = 0; & \text{g) } 2x^4 - 5x^2 + 4 = 0; \\ \text{b) } x^4 + \frac{37}{4}x^2 + \frac{9}{4} = 0; & \text{e) } -x^4 - 5x^2 - 4 = 0; & \text{h) } x^4 - 5x^2 + 1 = 0; \\ \text{c) } -2x^4 - x^2 - 5 = 0; & \text{f) } 2x^4 + 5x^2 - 4 = 0; & \text{i) } -4x^4 + 5x^2 - 1 = 0.. \end{array}$$

5.27 (*). Data l'equazione $x^2 \cdot (x^2 - 2a + 1) = a \cdot (1 - a)$ determinare per quali valori del parametro a si hanno quattro soluzioni reali.

5.28. È vero che la somma delle radici dell'equazione $ax^4 + bx^2 + c = 0$ è nulla?

5.29. Data l'equazione $ax^4 + bx^2 + c = 0$ verifica le seguenti uguaglianze relative alle soluzioni reali:

$$\boxed{\text{A}} \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = -\frac{2b}{a} \quad \boxed{\text{B}} \quad x_1^2 \cdot x_2^2 \cdot x_3^2 \cdot x_4^2 = \frac{c}{a}$$

5.5 - Equazioni che si risolvono con sostituzioni

5.30 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni trinomie.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^6 + 13x^3 + 40 = 0; & \text{d) } \frac{1}{2}x^{10} - \frac{3}{2}x^5 + 1 = 0; \\ \text{b) } x^8 - 4x^4 + 3 = 0; & \text{e) } -3x^{12} - 3x^6 + 6 = 0; \\ \text{c) } -x^6 + 29x^3 - 54 = 0; & \text{f) } 2x^8 + 6x^4 + 4 = 0. \end{array}$$

5.31 (*). Determinare l'insieme soluzione delle seguenti equazioni trinomie.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & -x^8 - 6x^4 + 7 = 0; \\ \text{b)} & -2x^6 + \frac{65}{4}x^3 - 2 = 0; \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{c)} & -\frac{3}{2}x^{10} + \frac{99}{2}x^5 - 48 = 0; \\ \text{d)} & -\frac{4}{3}x^{14} - \frac{8}{9}x^7 + \frac{4}{9} = 0. \end{array}$$

5.32 (*). Risolvi con le opportune sostituzioni le seguenti equazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & (x^3 + 1)^3 - 8 = 0; \\ \text{b)} & 2\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 - 3\left(\frac{x+1}{x-1}\right) - 1 = 0; \\ \text{c)} & (x^2 + 1)^2 - 6(x^2 + 1) + 8 = 0; \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{d)} & \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{16}{9}; \\ \text{e)} & \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 16\left(x + \frac{1}{x}\right) = 0; \\ \text{f)} & \left(x^2 - \frac{1}{3}\right)^2 - 12\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + 27 = 0. \end{array}$$

5.33 (*). Risolvi con le opportune sostituzioni le seguenti equazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & (2x - 1)^3 = 8; \\ \text{b)} & (x + 1)^3 + 6(x + 1)^2 - (x + 1) - 30 = 0; \\ \text{c)} & (x^2 + 1)^3 - 4(x^2 + 1)^2 - 19(x^2 + 1) - 14 = 0; \\ \text{d)} & \frac{3x}{x+1} - \left(\frac{3x}{x+1}\right)^3 = 0; \\ \text{e)} & (x - 1)^2 + \frac{x-3}{(x-1)^2} = \frac{x+6}{(1-x)^2}; \\ \text{f)} & \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^4 - 5\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 + 4 = 0. \end{array}$$

5.34. Risolvi con le opportune sostituzioni le seguenti equazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & (x^3 + 2)^5 = 1; \\ \text{b)} & \left(\frac{x}{x-1}\right)^4 - 13\left(\frac{x}{x-1}\right)^2 + 36 = 0; \\ \text{c)} & \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^4 - 10\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^2 + 9 = 0; \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{d)} & (x - \sqrt{2})^6 - 4(x - \sqrt{2})^3 + 3 = 0; \\ \text{e)} & \left(\frac{x+1}{x}\right)^{10} - 33\left(\frac{x+1}{x}\right)^5 + 32 = 0; \\ \text{f)} & \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 - 13 + 36\left(\frac{x+1}{x}\right)^2 = 0. \end{array}$$

5.35. Risolvi con le opportune sostituzioni le seguenti equazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \frac{x-3}{x+3} + 2 = 15\left(\frac{x+3}{x-3}\right); \\ \text{b)} & (x^2 - 1)^3 + \frac{8}{(x^2-1)^3} = 9; \\ \text{c)} & \left(\frac{1}{x^2-1}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{x^2-1}\right)^3 - 4\left(\frac{1}{x^2-1}\right)^3 + 12 = 0. \end{array}$$

5.6 - Equazioni reciproche

5.36 (*). Risolvi le seguenti equazioni reciproche di prima specie.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 3x^3 + 13x^2 + 13x + 3 = 0; \\ \text{b)} & 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0; \\ \text{c)} & 5x^3 - 21x^2 - 21x + 5 = 0; \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{d)} & 12x^3 + 37x^2 + 37x + 12 = 0; \\ \text{e)} & 10x^3 - 19x^2 - 19x + 10 = 0; \\ \text{f)} & 15x^3 - 19x^2 - 19x + 15 = 0. \end{array}$$

5.37 (*). Risolvi le seguenti equazioni reciproche di prima specie.

a) $4x^3 + 13x^2 - 13x = 4$;

b) $4x^3 - 13x^2 = 13x - 4$;

c) $39x^2 - 75x = 10(x+1)(x^2 - x + 1)$;

d) $2x^3 - (3\sqrt{2} + 2)x^2 - (3\sqrt{2} + 2)x + 2 = 0$.

5.38 (*). Risolvi le seguenti equazioni reciproche di prima specie.

a) $x^3 + x^2(2\sqrt{2} + 1) + x(2\sqrt{2} + 1) + 1 = 0$;

b) $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0$;

c) $ax^3 + (a^2 + a + 1)x^2 + (a^2 + a + 1)x + 1 = 0$.

5.39. Dopo aver verificato che $x = 3$ è radice dell'equazione $3x^3 - 13x^2 + 13x - 3 = 0$, verificate che l'equazione ammette come soluzione $x = \frac{1}{3}$.

5.40. Determina il valore di verità delle seguenti proposizioni:

a) l'equazione $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ammette sempre $x = -1$ come soluzione;

b) se nell'equazione $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ si ha $a = d$ e $b = c$ allora $x = -1$ è una soluzione;

c) in una equazione reciproca di terzo grado la somma dei coefficienti è nulla;

d) se in $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ si ha $a + d = 0$ e $b + c = 0$ allora $x = 1$ appartiene all'I. S.

5.41 (*). Risolvi le seguenti equazioni reciproche di seconda specie.

a) $6x^3 - 19x^2 + 19x - 6 = 0$;

b) $7x^3 - 57x^2 + 57x - 7 = 0$;

c) $3x^3 + 7x^2 - 7x - 3 = 0$;

d) $12x^3 + 13x^2 - 13x - 12 = 0$;

e) $10x^3 + 19x^2 - 19x - 10 = 0$;

f) $x^3 + 3x^2 - 3x - 1 = 0$.

5.42 (*). Risolvi le seguenti equazioni reciproche di seconda specie.

a) $\frac{x^3-1}{x} = \frac{21}{4} \cdot (1-x)$;

b) $5x^3 + (6\sqrt{5} - 5)x^2 + x(5 - 6\sqrt{5}) - 5 = 0$;

c) $x^3 + 13x^2 - 13x - 1 = 0$;

d) $4x^3 + (5\sqrt{5} - 1)x^2 + x(1 - 5\sqrt{5}) = 4$.

5.43. Data l'equazione $a_0(t^2 - 2) + a_1t + a_2 = 0 \rightarrow a_0t^2 + a_1t + a_2 - 2a_0 = 0$ stabilire quale condizione deve sussistere tra i coefficienti affinché esistano valori reali dell'incognita t .

5.44 (*). Risolvi le seguenti equazioni di quarto grado reciproche di prima specie.

a) $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$;

b) $x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 5x + 1 = 0$;

c) $x^4 + 2x^3 - 13x^2 + 2x + 1 = 0$;

d) $x^4 - \frac{5}{6}x^3 - \frac{19}{3}x^2 - \frac{5}{6}x + 1 = 0$.

5.45 (*). Risolvi le seguenti equazioni di quarto grado reciproche di seconda specie.

a) $x^4 - 3x^3 + 3x - 1 = 0$;

b) $4x^4 - 5x^3 + 5x - 4 = 0$;

c) $3x^4 + 7x^3 - 7x - 3 = 0$;

d) $x^4 - 7x^3 + 7x - 1 = 0$.

5.46 (*). Risolvi le seguenti equazioni di quarto grado reciproche di seconda specie.

a) $5x^4 - 11x^3 + 11x - 5 = 0$; c) $7x^4 - 15x^3 + 15x - 7 = 0$;
 b) $6x^4 - 13x^3 + 13x - 6 = 0$; d) $x^3(x - 4) = 1 - 4x$.

5.47 (*). Risolvi le seguenti equazioni reciproche.

a) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$; c) $3x^3 + 13x^2 + 13x + 3 = 0$;
 b) $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0$; d) $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$.

5.48 (*). Risolvi le seguenti equazioni reciproche.

a) $\frac{x-5}{5x-1} + \frac{1}{x^3} = 0$; c) $\frac{x^4+2x-1}{8x^3} - \frac{1+8x^2}{4x^2} + \frac{x-1}{x} + \frac{1+x}{x^2} = 0$;
 b) $x^4 - x^3 + x - 1 = 0$; d) $24x^4 - 10x^3 - 77x^2 - 10x + 24 = 0$.

5.49 (*). Risolvi le seguenti equazioni reciproche.

a) $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = 0$; d) $2x^5 - 3x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 3x - 2 = 0$;
 b) $18x^4 + 21x^3 - 94x^2 + 21x + 18 = 0$; e) $4x^5 - 4x^4 - 17x^3 + 17x^2 + 4x - 4 = 0$;
 c) $x^4 - \frac{17}{4}x^3 + \frac{17}{4}x - 1 = 0$; f) $8x^5 + 6x^4 - 83x^3 + 83x^2 - 6x - 8 = 0$.

5.50. Quale condizione deve sussistere tra i coefficienti dell'equazione $a_0x^2 + a_1x + a_0 = 0$ affinché siano reali le sue soluzioni?

5.51 (*). Determinare per quale valore di k , l'equazione $(2k - \sqrt{2})x^4 + 5x^3 - 5x - 2\sqrt{2} = 0$ è reciproca. È vero che I.S. = $\{+1, -1\}$?

5.7.2 Esercizi riepilogativi

5.52 (*). Risolvi le seguenti equazioni di grado superiore al secondo.

a) $6x^3 + 7x^2 - 7x - 6 = 0$; d) $3x^3 - 4x^2 + 4x - 3 = 0$;
 b) $2x^3 + 5x^2 + 5x + 2 = 0$; e) $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = 0$;
 c) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$; f) $-5x^4 + 3x^3 - 3x + 5 = 0$.

5.53 (*). Risolvi le seguenti equazioni di grado superiore al secondo.

a) $2x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 3x - 2 = 0$; d) $3x^3 - 6x^2 - 6x + 3 = 0$;
 b) $-2x^4 + 8x^3 - 8x + 2 = 0$; e) $5x^3 - 7x^2 + 7x - 5 = 0$;
 c) $2x^3 - 5x^2 - 5x + 2 = 0$; f) $4x^3 - 20x^2 + 20x - 4 = 0$.

5.54 (*). Risolvi le seguenti equazioni di grado superiore al secondo.

a) $5x^3 - 5x^2 - 5x + 5 = 0$; d) $3x^3 - 2x^2 + 2x - 3 = 0$;
 b) $4x^3 - 9x^2 + 9x - 4 = 0$; e) $-2x^3 + 10x^2 + 10x - 2 = 0$;
 c) $\frac{3}{2}x^3 + \frac{7}{4}x^2 - \frac{7}{4}x - \frac{3}{2} = 0$; f) $x^4 - \frac{9}{4}x^3 - \frac{13}{2}x^2 - \frac{9}{4}x + 1 = 0$.

5.55 (*). Risolvi le seguenti equazioni di grado superiore al secondo.

- a) $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 = 0$; d) $x^4 - x^3 + x - 1 = 0$;
 b) $x^4 + \frac{10}{3}x^3 + 2x^2 + \frac{10}{3}x + 1 = 0$; e) $x^4 - 6x^3 + 6x - 1 = 0$;
 c) $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$; f) $x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = 0$.

5.56 (*). Risolvi le seguenti equazioni di grado superiore al secondo.

- a) $x^4 - 5x^3 - 12x^2 - 5x + 1 = 0$; d) $2x^4 - x^3 + 4x^2 - x + 2 = 0$;
 b) $3x^4 - x^3 + x - 3 = 0$; e) $3x^4 - 7x^3 + 7x - 3 = 0$;
 c) $2x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 5x + 2 = 0$; f) $3x^4 - 6x^3 + 6x - 3 = 0$.

5.57 (*). Risolvi le seguenti equazioni di grado superiore al secondo.

- a) $2x^4 - 6x^3 + 4x^2 - 6x + 2 = 0$; d) $x^5 - 3x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = 0$;
 b) $x^4 + 8x^3 - 8x - 1 = 0$; e) $x^5 - 2x^4 - 5x^3 - 5x^2 - 2x + 1 = 0$;
 c) $6x^4 - 37x^3 + 37x - 6 = 0$; f) $x^5 + 3x^4 + x^3 - x^2 - 3x - 1 = 0$.

5.58 (*). Risolvi le seguenti equazioni di grado superiore al secondo.

- a) $x^5 + x^4 + x^3 - x^2 - x - 1 = 0$; d) $x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 3x - 1 = 0$;
 b) $x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$; e) $2x^5 - 2x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x + 2 = 0$;
 c) $x^5 - 5x^3 - 5x^2 + 1 = 0$; f) $x^6 - x^5 - 5x^4 + 5x^2 + x - 1 = 0$.

5.59 (*). Risolvi le seguenti equazioni di grado superiore al secondo.

- a) $x^6 - x^5 - x^4 + 2x^3 - x^2 - x + 1 = 0$; d) $x^5 - 4x^4 + \frac{13}{4}x^3 + \frac{13}{4}x^2 - 4x + 1 = 0$;
 b) $x^5 - 2x^4 + x^3 + x^2 - 2x + 1 = 0$; e) $x^6 + \frac{13}{6}x^5 + x^4 - x^2 - \frac{13}{6}x - 1 = 0$;
 c) $x^5 - \frac{11}{4}x^4 - \frac{55}{8}x^3 + \frac{55}{8}x^2 + \frac{11}{4}x - 1 = 0$; f) $x^6 + \frac{16}{3}x^5 + \frac{23}{3}x^4 - \frac{23}{3}x^2 - \frac{16}{3}x - 1 = 0$.

5.60 (*). Risolvi le seguenti equazioni di grado superiore al secondo.

- a) $x^6 + x^4 - x^2 - 1 = 0$; e) $\frac{6x^2-2}{x^2+1} = \frac{6}{x^4-5x^2-6} + \frac{5x}{6-x^2}$;
 b) $x^6 - 4x^5 - x^4 + 8x^3 - x^2 - 4x + 1 = 0$; f) $x^4 + 5x(x+1)^2 + (1-2x)(1+2x) = 0$;
 c) $x^6 + 2x^4 + 2x^2 + 1 = 0$; g) $\frac{9x^2(x+4)}{9x+1+\sqrt{10}} = \frac{9x+1-\sqrt{10}}{x-6}$;
 d) $3(2x-2)^3 + (10x-5)^2 - 25 = 0$; h) $\frac{x^2(x+4)}{x-1} - \frac{8x+1}{x+1} - \frac{2x}{x^2-1} = 0$.

5.61 (*). Nell'equazione $(2-a)x^5 - x^4 + (3+a)x^3 + 2bx^2 + x + 5b = 0$ determinare a e b in modo che l'equazione sia reciproca.

5.7.3 Risposte

5.1. a) $\{-4; -3; 2\}$, b) $\{\frac{1}{2}; -3; -\frac{4}{3}\}$, c) $\{\frac{5}{2}; 1; \frac{3}{2}\}$, d) $\{4; -7\}$, e) $\{-3; -\frac{1}{3}; +2\}$, f) $\{-4; +\frac{7}{3}; +2\}$.

5.2. a) $\{0; \frac{1}{2}; 1\}$, b) $\{4\}$, c) $\{-5\}$, d) $\{3; -\frac{1}{2}\}$, e) $\{4; \frac{2}{3}; -2\}$, f) $\{2; 1; -\frac{1}{2}\}$.

5.3. a) $\{1; -2\}$, b) $\{2\}$, c) $\{1; -1\}$, d) $\{5; 1; -2\}$, e) $\{2; -9\}$, f) $\{1; -1; 2\}$.

- 5.4. a) $\{-1; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}\}$, b) $\{-1; 6; 2\}$.
- 5.6. a) $\{-2; 1\}$, b) $\{-1\}$, c) $\{-3\}$, d) $\{-1; 1\}$, e) $\{-3; -1; 1\}$, f) $\{-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; 1\}$.
- 5.7. a) $\{1; 2; 3\}$, b) $\{0; \frac{1}{2}\}$, c) $\{2; -2; 3\}$, d) $\{-1; +1\}$, e) $\{-1; 1; 2\}$, f) $\{-1\}$.
- 5.8. a) $\{-\frac{1}{3}; 1\}$, b) $\{\pm 1; 1 \pm \sqrt{2}\}$, c) $\{-3; \pm \sqrt{2}\}$, d) $\{-2\}$, e) $\{-\sqrt{3}; 0; +\sqrt{3}\}$.
- 5.9. a) $\{0; \sqrt{2} - 1; -(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1)\}$, b) $\{0; \frac{3}{4}\}$, c) \mathbb{R} , d) $\{0; 4; 2 \pm \sqrt{5}\}$, e) $\{0\}$, f) $\{0; \frac{2}{3}; 2\}$.
- 5.10. a) $\{\frac{1}{2}\}$, b) $\{-\frac{3}{2}; -2\}$, c) $\{0; 3 \pm \sqrt{2}\}$, d) $\{1; \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}\}$, e) \emptyset , f) $\{\pm 1; \pm \sqrt{2}\}$.
- 5.11. b) $\{\pm \sqrt{1 + \sqrt{5}}\}$, c) $\{1; -\sqrt[3]{9}\}$, d) $\{0; \pm 2\}$.
- 5.12. a) $\{2\}$, b) $\{-\sqrt[5]{15}\}$, c) \emptyset , d) $\{-3; +3\}$, e) $\{\pm \frac{\sqrt{5}}{\sqrt[6]{3}}\}$, f) $\{\pm \frac{1}{3}\}$.
- 5.13. a) $\{-\frac{1}{3}\}$, b) \emptyset , c) $\{-\frac{\sqrt{3}}{3}; +\frac{\sqrt{3}}{3}\}$, d) $\{-2; +2\}$, e) $\{-1; 1\}$, f) $\{\frac{3}{2}\}$.
- 5.14. a) $\{1\}$, b) \emptyset , c) $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$, d) $\{-2\}$, e) $\{-\sqrt[3]{\frac{5}{7}}; \sqrt[3]{\frac{5}{7}}\}$, f) $\{\frac{1}{3}\}$.
- 5.15. a) $\{\pm 10\}$, b) $\{-\frac{1}{10}\}$, c) $\{\pm 20\}$, d) \emptyset , e) $\{\frac{3}{2}\}$, f) I.S. = $\{-\frac{1}{2}\sqrt[3]{9}\}$, g) $\{\pm \frac{2}{3}\}$, h) $\{\pm \frac{\sqrt{3}}{2}\}$.
- 5.16. i) $\{\pm 2^{\frac{1}{9}} 3^{\frac{1}{18}}\}$, j) $\{\frac{5}{3}\}$.
- 5.17. e) $\{3^{\frac{5}{18}}\}$, f) $\{\pm 3\sqrt[5]{5}\}$.
- 5.18. a) $\{\pm 3; \pm 2\}$, b) $\{\pm 1; \pm 3\}$, c) $\{\pm 2; \pm \frac{1}{3}\}$, d) $\{\pm 2; \pm \frac{\sqrt{3}}{3}\}$, e) $\{\pm 2; \pm \frac{1}{2}\}$, f) $\{\pm 4; \pm \frac{1}{2}\}$, g) $\{\pm 4; \pm 5\}$, h) $\{\pm 3; \pm \frac{2}{3}\}$, i) $\{\pm 2; \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}\}$, j) $\{\pm 1; \pm \sqrt{6}\}$, k) $\{\pm \sqrt{2}; \pm 2\sqrt{2}\}$, l) $\{-2; 2\}$.
- 5.19. a) $\{0; \pm 2\}$, b) $\{\pm 2; \pm \sqrt{2}\}$, c) $\{\pm 2; \pm 3\}$, d) $\{\pm 1; \pm \frac{1}{2}\}$, e) $\{\pm 2\sqrt{3}; \pm 3\}$, f) $\{\pm \frac{3}{5}; \pm 1\}$.
- 5.20. a) $\{0; \pm \sqrt{3}\}$, b) $\{\pm 3; \pm 2\}$, c) $\{\pm 2; \pm 1\}$, d) $\{\pm 1; 1 \pm \sqrt{3}\}$, e) $\{\pm 1; \pm 2\}$, f) $\{\pm \frac{1}{2}; \pm \frac{1}{3}\}$.
- 5.21. a) $\{\pm 3\}$, b) $\{\pm \frac{1}{2}\}$, c) $\{\pm \frac{3}{4}\}$, d) $\{\pm \frac{1}{4}\}$, e) $\{\pm \sqrt{5}\}$, f) $\{\pm \sqrt{3}\}$.

5.22. a) $\{\pm\frac{3}{2}; \pm 2\}$, b) $\{\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\}$, c) $\{\pm 3; \pm 2\}$, d) $\{\pm 1; \pm\sqrt{\frac{5}{2}}\}$, e) $\{\pm 1; \pm 2\}$,
f) $\{\pm 2; \frac{\sqrt{19}}{2}\}$.

5.23. a) $\{\pm\frac{1}{a}; \pm\frac{b}{a}\}$, b) $\{\pm\frac{3}{b}; \pm a\}$, c) $\{\pm 9a^2; \pm\frac{1}{3a}\}$, d) $\{\pm 4m; \pm 2m\sqrt{5}\}$,
e) $\{\pm 7m; \pm m\sqrt{7}\}$, f) $\{\pm\sqrt{2m+n}\}$.

5.27. $a > 1$.

5.30. a) $\{-2; -\sqrt[3]{5}\}$, b) $\{\pm 1; \pm\sqrt[4]{3}\}$, c) $\{3; \sqrt[3]{2}\}$, d) $\{1; \sqrt[5]{2}\}$, e) $\{\pm 1\}$, f) \emptyset .

5.31. a) $\{\pm 1\}$, b) $\{2; \frac{1}{2}\}$, c) $\{1; 2\}$, d) $\{-1; \sqrt[7]{\frac{1}{3}}\}$.

5.32. a) $\{1\}$, b) $\{\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}\}$, c) $\{\pm\sqrt{3}; \pm 1\}$, d) \emptyset , e) $\{8 \pm 3\sqrt{7}\}$, f) $\{\pm\frac{2\sqrt{21}}{3}; \pm\frac{\sqrt{30}}{3}\}$.

5.33. a) $\{\frac{3}{2}\}$, b) $\{-6; -4; 1\}$, c) $\{\pm\sqrt{6}\}$, d) $\{-\frac{1}{4}; 0; \frac{1}{2}\}$, e) $\{1 \pm \sqrt{3}\}$, f) $\{0; 3; \frac{1}{3}\}$.

5.36. a) $\{-1; -\frac{1}{3}; -3\}$, b) $\{-1; 2; \frac{1}{2}\}$, c) $\{-1; 5; \frac{1}{5}\}$, d) $\{-\frac{4}{3}; -1; -\frac{3}{4}\}$, e) $\{-1; \frac{2}{5}; \frac{5}{2}\}$,
f) $\{-1; \frac{3}{5}; \frac{5}{3}\}$.

5.37. a) $\{-4; -\frac{1}{4}; 1\}$, b) $\{-1; 4; \frac{1}{4}\}$, c) $\{-1; \frac{49\pm\sqrt{2001}}{20}\}$, d) $\{-1; -\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\}$.

5.38. a) $\{-1; \sqrt{2}-1; -\sqrt{2}+1\}$, b) $\{-1; \sqrt{3}+2; 2-\sqrt{3}\}$, c) $\{-1; -a; -\frac{1}{a}\}$.

5.41. a) $\{1; \frac{2}{3}; \frac{3}{2}\}$, b) $\{1; 7; \frac{1}{7}\}$, c) $\{-3; -\frac{1}{3}; 1\}$, d) $\{-\frac{4}{3}; -\frac{3}{4}; 1\}$, e) $\{-\frac{5}{2}; -\frac{2}{5}; 1\}$,
f) $\{2 \pm \sqrt{3}; -1\}$.

5.42. a) $\{1; \frac{-25\pm\sqrt{561}}{8}\}$, b) $\{1; -\sqrt{5}; -\frac{\sqrt{5}}{5}\}$, c) $\{1; -7 \pm 4\sqrt{3}\}$, d) $\{1; -\sqrt{5}-1; \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{5}}{4}\}$.

5.44. a) $\{1; \frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\}$, b) $\{-3 \pm 2\sqrt{2}\}$, c) $\{\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}; \frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\}$, d) $\{3; \frac{1}{3}; 2 - \frac{1}{2}\}$.

5.45. a) $\{\pm 1; \frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\}$, b) $\{\pm 1\}$, c) $\{\pm 1; \frac{-7\pm\sqrt{13}}{6}\}$, d) $\{\pm 1; \frac{7\pm 3\sqrt{5}}{2}\}$.

5.46. a) $\{\pm 1; \frac{11\pm\sqrt{21}}{10}\}$, b) $\{\pm 1; \frac{2}{3}; \frac{3}{2}\}$, c) $\{\pm 1; \frac{15\pm\sqrt{29}}{14}\}$, d) $\{\pm 1; 2 \pm \sqrt{3}\}$.

5.47. a) $\{1\}$, b) $\{1; 2; \frac{1}{2}\}$, c) $\{-1; -\frac{1}{3}; -3\}$, d) $\{-1\}$.

5.48. a) $\{\pm 1; \frac{5\pm\sqrt{21}}{2}\}$, b) $\{\pm 1\}$, c) $\{\pm 1; 4 \pm \sqrt{15}\}$, d) $\{-\frac{4}{3}; -\frac{3}{4}; 2; \frac{1}{2}\}$.

5.49. a) $\{\pm 1; 2; \frac{1}{2}\}$, b) $\{\frac{2}{3}; \frac{3}{2}; -3; -\frac{1}{3}\}$, c) $\{\pm 1; 4; \frac{1}{4}\}$, d) $\{\pm 1; 2; \frac{1}{2}\}$, e) $\{1; 2; \frac{1}{2}; -2; -\frac{1}{2}\}$,
f) $\{1; 2; \frac{1}{2}; -4; -\frac{1}{4}\}$.

5.51. a) $k = \frac{3}{2}\sqrt{2}$.

5.52. a) $\{-\frac{3}{2}; -\frac{2}{3}; 1\}$, b) $\{-1\}$, c) $\{1\}$, d) $\{1\}$, e) $\{\frac{1}{2}; 2; \pm 1\}$, f) $\{\pm 1\}$.

5.53. a) $\{1\}$, b) $\{2 \pm \sqrt{3}; \pm 1\}$, c) $\{-1; \frac{7 \pm \sqrt{33}}{4}\}$, d) $\{-1; \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\}$, e) $\{1\}$,
f) $\{x = 1; x = 2 \pm \sqrt{3}\}$.

5.54. a) $\{\pm 1\}$, b) $\{1\}$, c) $\{1; \pm \frac{2}{3}\}$, d) $\{1\}$, e) $\{1; 3 \pm 2\sqrt{2}\}$, f) $\{-1; 4; \frac{1}{4}\}$.

5.55. a) $\{\pm 1\}$, b) $\{-3; -\frac{1}{3}\}$, c) $\{2 \pm \sqrt{3}\}$, d) $\{\pm 1\}$, e) $\{\pm 1; 3 \pm 2\sqrt{2}\}$, f) $\{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\}$.

5.56. a) $\{-1; \frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{2}\}$, b) $\{\pm 1\}$, c) $\{2; \frac{1}{2}\}$, d) \emptyset , e) $\{\pm 1; \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6}\}$, f) $\{\pm 1\}$.

5.57. a) $\{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\}$, b) $\{\pm 1; -4 \pm \sqrt{15}\}$, c) $\{\pm 1; +6; \frac{1}{6}\}$, d) $\{\pm 1\}$, e) $\{-1; 2 \pm \sqrt{3}\}$,
f) $\{1; \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}\}$.

5.58. a) $\{1\}$, b) $\{1\}$, c) $\{-1; \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\}$, d) $\{1; -2 \pm \sqrt{3}\}$, e) $\{-1\}$, f) $\{\pm 1; \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\}$.

5.59. a) $\{\pm 1\}$, b) $\{\pm 1\}$, c) $\{1; 4; \frac{1}{4}; -2; -\frac{1}{2}\}$, d) $\{-1; 2; \frac{1}{2}\}$, e) $\{\pm 1; x = \pm \frac{3}{2}\}$,
f) $\{\pm 1 - 3; -\frac{1}{3}\}$.

5.60. a) $\{\pm 1\}$, b) $\{\pm 1; 2 \pm \sqrt{3}\}$, c) \emptyset , d) $\{1; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{2}\}$, e) $\{2; \frac{1}{2}; -3; -\frac{1}{3}\}$, f) $\{-2 \pm \sqrt{3}\}$,
g) $\{\frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{2}; \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}\}$, h) $\{-3 \pm 2\sqrt{2}\}$.

5.61. a) $a = -\frac{11}{7}$ e b) $b = -\frac{5}{7}$.