



貴州省圖書館
中文書



外切密率

J
17.8
1.1299

戴煦撰

編主五雲王

編初成集書叢

率 密 切 外

中華民國二十五年十二月初版

撰 者

戴

煦

發 行 人

王

上 海 河 南 路

雲

五

印 刷 所

商

上 海 河 南 路

務 印 書 館

發 行 所

商

上 海 及 各 埠

務 印 書 館

方圓率不相通通之以極細分通弦杜氏勦爲簡術
方立董氏申其意吾師梅侶項先生滙其全秋紉李
君又著弧矢啟祕而術乃大備杜術先以本數比例
後以用數入之李術先定率數乘除後以本數入之

狂喜鼓舞不能已已惜哲人云夢夕人
不及欣賞展讀是編不禁師門之痛也丙辰初冬
姪夏鸞翔拜題

究其指歸實出一理所惜者杜氏有弦矢術無切割
術李氏有其術而分母分子之源未經解釋欲依杜
氏例釋之罕有得其通者顧弦矢與切割本可互爲
比例弦矢二綫之實數本弦矢率率數而生是弦矢
率可當弦矢綫也綫可比例率率豈不可比例惟用率
內諸率各自爲率必須累次乘除且必令切割率分
母同於弦矢率分母乃驗所得分子爲切割率分子
每得一分子卽爲一次乘法乘法可變而除法不
可變於是以比例所得之率數乘除法乘除弧背其
求得之數必仍爲比例所得之切割矣父執戴鄂士
先生本此意以立術可謂渺慮凝思無幽不燭尤妙
者爲餘弧求切割二術蓋弦矢綫聯于圓中任極大
不能至弧背三之二切割線出于圓外若將近九十
度切割之大殆有無量數求至數十數後諸數之差
甚微萬不能降至單位以此二術濟其窮則三率餘
弧之小可至纖微除二率半徑得一率爲第一數亦
可大至無量數而難者反易矣析理之精固如是乎
昔吾師嘗以弧分不通切割爲憾若見此術解必且

新法推步必資八線求八線必資六宗三要二簡法而布算綦繁且無徑求之術自泰西杜氏德美以連比例九術入中國而割圓之法始簡顧其術但能求弦矢而不能求切割二線鈞卿徐氏有切線弧背互求二術而于割線尙未全也間嘗與梅侶項先生議及欲補全之深思累年始悟連比例率既可互相乘除自可互相比例則借求弦矢諸術變通之而求切割二線諸術靡不在是矣因推衍數術以呈先生而先生以未有術解爲嫌于是更爲術解以取徑迂回深慮言難達意又復累年始竟錄未及半而先生遽歸道山無可印證用是嗒焉神喪輒棄置不復道至去歲獲交海昌壬叔李君以所著對數探源弧矢啟祕見示其對數探源與予對數簡法後一術殊途同歸而弧矢啟祕則用尖堆立算別開生面兼有割線諸術特未及餘弧耳緣出予未竟殘藁請正而壬叔頗賞予餘弧與切割二線互求之術再四促成今歲又寄札詢及遂謝絕繁冗局戶鈔錄閱月乃竟嗟乎及朋之助曷可少哉記巽演四元玉鑑細草十餘載或作或輟遂未成書得吉勇王君屢次迫促始克告竣茲非壬叔之勸成則以予之懶散必至廢擱以終其身雖立術猥瑣不足道而一時精神所寄亦可惜也特他日止能質之壬叔而無復能質之梅侶先生

不無遺憾耳咸豐壬子中秋錢唐戴煦鄂士識于友某書屋

外切密率

例言

一茲編推纂杜氏九術而補其未備以弦矢二絃容于圓內切割二絃出于圓外故名曰外切密率至杜氏術解則已闕發于明靜庵氏董方立氏不復重贅

一算理最為深晦解釋頗難曉暢 國初定九梅氏著述各種每拈一義挾一自靡不委曲詳盡務令閱者豁然極可奉為準則竊嘗慕效之故縷晰條分演說重複亦欲窮其義蘊而後已不以辭費為嫌也

一割圓用連比例率本屬無窮無盡茲但截演數率以明遞推之例蓋推得數率而如此數率中之正負若何以及分母之遞加若何分子之乘除若何皆有一定之例而不可紊既得一定之例則舉而推之千百率而此千百率之正負母子莫不可見矣故術中或推至十率或十一率非謂連比例盡于此也特截演以起例耳

一凡連比例各率相乘其率數可變通假如有相連比例自一率至五率其二率自乘一率除之得三率故二率乘二率亦可云一率乘三率或云三率乘一率其二三率相乘一率除之得四率故二

率乘三率亦可云一率乘四率其三率自乘一率除之得五率或二率除之得四率故三率乘三率亦可云一率乘五率或云二率乘四率茲于各率相乘之後視除法之首位起幾率即命為幾率所乘如除法首位起一率則本二率乘二率者命為一率乘三率本二率乘四率者命為一率乘五率餘可類推所以便除也

一割圓用連比例率均屬零分其分母漸加漸多似可并為一母而實不可并如云二分又三分之一并之可云六分之一以二三相乘得六也如云二分又三分又四分又五分之一并之亦可云一百二十分之一以二三四五疊乘得一百二十也然并之則挨次遞求之例反隱而不顯矣故不得云六分之一而必曰二三分之一不得云一百二十分之一而必曰二三四五分之一

一割圓各率之分母分子大者似可約之而小而實不可約如云二分又三分之二約之可云三分之一然遞求之分母必挨次遞加方可推至多率此率可約彼率不可約則分母紊亂而無能自數率而推至千百率矣故不得云三分之一而必曰二三分之二
一凡求分子之乘除似有可省者而實不可省如

外切密率目錄

卷之一

本弧求切線術解

餘弧求切線術解

弧背求切線算式

卷之二

本弧求割線術解

餘弧求割線術解

弧背求割線算式

卷之三

切線求本弧術解

切線求餘弧術解

切線求距弧術解

切線求弧背算式

卷之四

割線求本弧術解

割線求餘弧術解

割線求半弧術解

割線求倍弧術解

割線求弧背算式

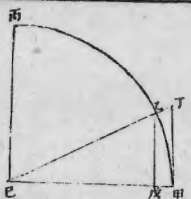
外切密率卷之一

本弧求切線

術曰先求各率分子為遞次乘法 以二為數根即為第一乘法 置前數根加二得四為數根置前乘法四五遞乘之一二遞除之得二十為初減數數根減初減得十六為第二乘法 置前數根加二得六為數根置前初減六七遞乘之三三四遞除之得七十為初減數置前乘法六七遞乘之一二遞除之得三百三十六為次減數數根減初減得六十四再減次減得二百七十二為第三乘法 置前數根加二得八為數根置前初減八九遞乘之五六遞除之得一百六十八為初減數置前次減八九遞乘之三三四遞除之得二千〇十六為次減數置前乘法八九遞乘之一二遞除之得九千七百九十二為三減數數根減初減得一百六十再減次減得一千八百五十六再減三減得七千九百三十六為第四乘法 凡數根均起各耦數其求各減數則用耦奇二數乘而逐次乘法遞加如第二乘法用四五再用奇耦二數除而挨次減數遞降如第三乘法初減用乘法降一位則多一減如是遞求得各率分子即為遞次乘法乃以本弧弧分為第一數 次以半徑為連比例一率弧分為二率二率自乘一率除之得三率置第一

數以三率乘之一率除之得四率二三遞除之為六率用數以第一乘法乘之為第二數 大置六率用數以三率乘之一率除之得六率四五遞除之為八率用數以第二乘法乘之為第三數 大置八率用數以三率乘之一率除之得八率六七遞除之為十率用數以第三乘法乘之為第四數 次置十率用數以三率乘之一率除之得十率八九遞除之為十二率用數以第四乘法乘之為第五數 如是遞求至單位下以諸數相并得切線

解曰凡以餘弦為小股正弦為小句半徑為大股則正切線為其大句故以一率半徑乘弧背求正弦各率分數以弧背求餘弦各率分數除之即得弧背求切線各率分數



如圖甲乙為本弧甲丙為象限乙丙為餘弧丁甲為所求本弧切線乙戊為正弦已戊為餘弦已甲類為半徑以已戊小股比乙戊小句若已甲大股與丁甲大句

- 一率 小股 弧背求餘弦各率分數
- 二率 小句 弧背求正弦各率分數
- 三率 大股 一率半徑

十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一

十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一

初商實其首位一率乘二率一相減
 却盡其一率乘四率則原實分母係
 一二三而初商乘法式分母係一二
 應加三乘以同其母其一率乘六率
 原實分母係一二三四五乘法式分
 母係一二三四應加五乘其一率乘
 八率原實分母與乘法式相較應加
 七乘其一率乘十率相較應加九乘
 通計乘得如第三層少一率乘四率
 一二三分之三多一率乘六率自一
 至五分之五少一率乘八率自一至
 七分之多一率乘十率自一至九分之九為初
 商同母式既與初商實同母乃可相減矣其減餘
 數如第四層為一率乘四率一二三分之二少一
 率乘六率自一至五分之多一率乘八率自一
 至七分之六少一率乘十率自一至九分之八為
 次商實分母同初商實故
 置次商實首位一率乘四率一二三分之二以除
 法首位一率一約之得四率一二三分之二即為
 次商以乘法所得如第五層一率乘四率一二
 三分之二少一率乘六率一二分之二又一二三分之
 二乃次商分母不可合併故別言之多一率乘

八率一二三四分又一二三分之
 二少一率乘十率自一至六分又
 一二三分之二為次商乘法式尚
 四率乘九率一位以節一率乘十
 後做應減次商實其首位一率乘
 此應減次商實其首位一率乘
 四率一二三分之二相減却盡其
 一率乘六率則原實分母係一二
 三四五乘法式分母係一二分又
 一二三分應以一二三除之三四
 五乘之以同其母方可相減其一
 率乘八率原實分母係一二三四五六七乘法式
 係一二三四分又一二三分應一二三除之五六
 七乘之其一率乘十率原實分母係一二三四五
 六七八九乘法式係一二三四五六分又一二三
 分應以一二三除之七八九乘之通計乘除得如
 第六層少一率乘六率自一至五分之二十多一
 率乘八率自一至七分之七十少一率乘十率自
 一至九分之一百六十八為次商同母式以減次
 商實其減餘數如第七層一率乘六率自一至五
 分之十六少一率乘八率自一至七分之六十四
 多一率乘十率自一至九分之一百六十為三商

十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
十	九	八	七	六	五	四	三	二	一

實

一乘十 率	二三四五六七八九
二乘十 率	二三四五六七八九
三乘十 率	二三四五六七八九
四乘十 率	二三四五六七八九
五乘十 率	二三四五六七八九
六乘十 率	二三四五六七八九
七乘十 率	二三四五六七八九
八乘十 率	二三四五六七八九
九乘十 率	二三四五六七八九

置三商實首位一率乘六率自一至五分之十六以除法首位一率一約之得六率自一至五分之十六即為三商以乘法得第八層一率乘六率自一至五分之十六少一率乘八率二分又自一至五分之十六多一率乘十率一二三四分又自一至五分之十六為三商乘法式應減三商實其首位

一率乘六率自一至五分之十六減盡其一率乘八率原實分母係一二三四五六七乘法式分母係一二三四五應以一二三四五除之三四五六七乘之以同其母其一率乘十率原實分母係一二三四五六七八九乘法式係一二三四分又一二三四五應以一二三四五除之五六七八九乘之通計乘除得如第九層少一率乘八率自一至七分之二千〇十六以減三商實其減餘數如第十層為一率乘八率自一至七分之二百七十二少一率乘十率自一至九分之一千八百五十六為四商

置四商實首位一率乘八率自一至七分之二百

外切密率 卷一

一乘十 率	二三四五六七八九
二乘十 率	二三四五六七八九
三乘十 率	二三四五六七八九
四乘十 率	二三四五六七八九
五乘十 率	二三四五六七八九
六乘十 率	二三四五六七八九
七乘十 率	二三四五六七八九
八乘十 率	二三四五六七八九
九乘十 率	二三四五六七八九

七十二以除法首位一率一約之得八率自一至七分之二百七十二即為四商以乘法得第十一層一率乘八率自一至七分之二百七十二少一率乘十率二分又自一至七分之二百七十二為四商乘法式應減四商實其首位

一率乘八率自一至七分之二百七十二減盡其一率乘十率原實分母係一二三四五六七八九乘法式分母係一二分又一二三四五七分分應以一二三四五六七除之三四五六七八九乘之以同其母計乘除得如第十二層少一率乘十率自一至九分之九千七百九十二以減四商實其減餘數如第十三層為一率乘十率自一至九分之七千九百三十六為五商實

置五商實一率乘十率自一至九分之七千九百三十六以除法首位一率一約之得十率自一至九分之七千九百三十六即為五商以乘法得第十四層一率乘十率自一至九分之七千九百三十六為五商乘法式以減五商實却盡通計求得本弧

求切線各率分數為二率一又四率一二三分之

二又六率自一至五分之十六又八率自一至七分之二百七十二又十率自一至九分之七千九百三十六也

細審切線率分其分母與正弦率分同是其遞求各率之除法亦必與求正弦同而起二除三除繼以四除五除而遞加矣惟其各率分子則由逐次遞減而成當分別其遞減之所由來而後求分子之法可見乃由前圖去繁就簡為第二圖其初商實分子均為單一其初商同母式分子為三五七九各奇數是逐率數根之所起均以各奇數減一矣而一

初商同母式分子	一	二	三	四	五	六	七	八	九
初商同母式分母	一	二	三	四	五	六	七	八	九
初商同母式分子	一	二	三	四	五	六	七	八	九
初商同母式分母	一	二	三	四	五	六	七	八	九

三相減得二即為第一分子其初減數母式分子則皆生於第一分子之二六率初減為一二三除三四五乘而三乘三除可相抵是一二除四五乘也八率初減亦一二三除而用五六七乘以較六率初減之乘除則除法均為一二三惟乘法則多六七乘少三四乘是以六率初減三四除之六七乘之即八率初減

矣其十率初減亦一二三除而用七八九乘以較八率初減除法亦同惟多八九乘少五六乘是以八率初減五六除之八九乘之即十率初減矣而第一減餘十六即為第二分子其次減數即三商子則皆生於第二分子之十六八率次減用一二三四五除三四五六七乘而三四五乘除可相抵是一二除六七乘也十率次減亦為一二三四五除而用五六七八九乘以較八率次減其除法相同惟乘法則多八九乘少三四乘是以八率次減三四除之八九乘之即十率次減也而第一減餘二百七十二即第三分子其三減數母式分子則生於第三分子之二百七十二十率三減用一二三四五六七除三四五六七八九乘而三四五六七乘除可相抵是一二除八九乘也而減餘即為第四分子

除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘
除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘
除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘
除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘

復由前圖變為第三圖第一層為初商實分子均為單一第二層為三五七九各率分子均起奇數減一第三層為減餘即數根其首位二為四率分子即第一乘法第四層為初減數以第一乘法為實一二除四五乘為第一初減再加三四除

餘弧求切線

六七乘為第二初減再加五六除八九乘為第三初減通計其除法自一二而遞加其乘法則自四
 五而遞加第五層為減餘其首位六率分子即第
 二乘法第六層為次減數以六率分子為實一二
 除六七乘為第一次減再加三四除八九乘為第
 二次減通計其除法亦自一二而遞加其乘法則
 自六七而遞加第七層為減餘其首位八率分子
 即第三乘法第八層三減數以八率分子為實一
 二除八九乘為第一三減計其除法亦起一二其
 乘法則起八九雖圖止十率而遞加之例已可類
 推也而第九層減餘即四乘法細按初減二減三
 減迭次乘除之例橫豎視之皆秩然而不紊則自
 二率至十率既然而自十率至千百率亦莫不皆
 然惟各率自為分子非如弦矢求弧背之分子可
 以累次加乘而得故必先按分母逐率遞除為各
 率用數而後以各分子為乘法乘之此本弧求切
 線立法之所由來也

術曰先求各率分子為遞次乘法 以一為數根又
 為第一乘法 三乘前數根以四乘二除得十二為
 數根三乘前乘法四五遞乘之二三遞除之得二十
 為初減數數根減初減得八為第二乘法 置前數
 根六乘四除得十八為數根置前初減六七遞乘之
 四五遞除之得四十二為初減數置前乘法六七遞
 乘之二三遞除之五十六為次減數數根減初減得
 二十四再減次減得三十二為第三乘法 五乘前
 數根八乘六除得一百二十為數根五乘前初減八
 九遞乘之六七遞除之得三百六十為初減數五乘
 前次減八九遞乘之四五遞除之得一千〇八為
 次減數五乘前乘法八九遞之二三遞除之得一千
 九百二十為三減數數根減初減得二百四十再減
 次減得七百六十八再減三減得一千一百五十二
 為第四乘法 置前數根十乘八除得一百五十為
 數根置前初減十與十一遞乘之八九遞除之得五
 百五十為初減數置前次減十與十一遞乘之六七
 遞除之得二千六百四十為次減數置前三減十與
 十一遞乘之四五遞除之得一萬〇五百六十為三
 減數置前乘法十與十一遞乘之二三遞除之得二
 萬一千一百二十為四減數數根減初減得四百再

減次減得二千二百四十再減三減得八千三百二

十再減四減得一萬二千八百為第五乘法 凡數

根起於相連兩耦數挨次一乘一除如第二乘法四

四除六乘又問位加一奇數乘如第二乘法三乘前數

根其求各減數則用耦奇二數乘而逐次乘法遞

加如第三乘法用六七再用耦奇二數除而逐次

減數遞降如第三乘法減用亦問位加一奇數乘

如第二乘法五乘前乘及前乘法乘法降一位則

多一減如是遞求得各率分子即為遞次乘法

乃以半徑為連比例二率本弧減象限得餘弧弧分

為三率二率自乘三率除之得一率為第一數正

次置三率餘弧二三遞除之為五率用數第一乘法

乘之為第二數負 次以三率自乘二率除之得四

率於是三除五率用數四率乘之得五率

四五遞除之為七率用數第二乘法乘之為第三數

負 置七率用數四率乘之得七率六七

遞除之為九率用數第三乘法乘之為第四數負

五除九率用數四率乘之得九率八九遞

除之為十一率用數第四乘法乘之為第五數負

置十一率用數四率乘之得十一率十與

十一遞除之為十三率用數第五乘法乘之為第六

數負 凡逐數除用耦奇二數再用各奇數間一數

除之如三除五率用數第一數為正第二數以下均

為負如是遞求至單位下乃置第一正數以并諸負

數減之得切線

凡將近九十度其切線極大僅以弧背為第一數

挨次遞加數屬難合茲術本弧愈大則餘弧愈小

餘弧愈小則所得之第一數乃愈大故求之反易

可以濟本弧求切線之窮不可不備其本弧求割

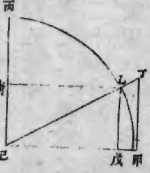
線後有餘弧求割線一術亦同此義

解曰凡餘弧正弦為小股餘弧餘弦為小句半徑

為大股則切線為其大句故以半徑乘弧背求餘

弦各率分數以弧背求正弦各率分數除之即得

餘弧求切線各率分數



如圖甲乙為本弧甲丙為象限乙
丙為餘弧丁甲為所求本弧切線
庚乙與己戊同為餘弧正弦庚己
與乙戊同為餘弧餘弦己甲類為
半徑以己戊小股庚乙比乙戊小

句即庚若己甲大股與丁甲大句

一率 小股 弧背求正弦各率分數

二率 小句 弧背求餘弦各率分數

三率 大股 半徑
四率 大句 餘弧求切線各率分數

第十層	第十層	第九層	第八層	第七層	第六層	第五層	第四層	第三層	第二層	第一層
一五	二四	三三	四二	五一	六〇	六九	七八	八七	九六	一〇五
一〇	二〇	三〇	四〇	五〇	六〇	七〇	八〇	九〇	一〇〇	一〇五

三率二三分之三多三率乘五率二三四五分又三分之十五少三率乘七率自二至七分又三分之二十一多三率乘九率自二至九分又三分又五分之一百三十五少三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之一百六十五為乘得數便為初商實以弧背求正弦率分為法除之置初商實首位三率乘一率一以除法首位三率一約之得一率一即為初商以乘法所得如次層三率乘一

三率乘五率二三四五分之少三率乘七率自三至七分之一多三率乘九率自二至九分之一少三率乘十一率自二至十一分之一為初商乘法式應減初商實其首位三率乘一率一減盡其三率乘三率分母相同其三率乘五率與三率乘七率則原實分母多三分應加三乘其三率乘九率與三率乘十一率則原實分母多三分又五分應加三乘又五乘通計乘得如第三層三率乘五率二三四五分之少三率乘七率自二至七分又三分之三多三率乘九率自二至九分

又三分又五分之十五少三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之十五為初商同母式內加少三率乘三率二三分之一以減初商實其減餘如第四層少三率乘三率二三分之二多三率乘五率二三四五分之三少三率乘七率自二至七分又三分之十八多三率乘九率自二自九分又三分又五分之一百二十少三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之一百五十為次商實

第十層	第九層	第八層	第七層	第六層	第五層	第四層	第三層	第二層	第一層
一五	二四	三三	四二	五一	六〇	六九	七八	八七	九六
一〇	二〇	三〇	四〇	五〇	六〇	七〇	八〇	九〇	一〇〇

置次商實首位少三率乘三率二三分之二以除法首位三率一約之得少三率二三分之二即為次商以乘法所得如第五層少三率乘三率二三分之二多三率乘五率二三分之二少三率乘七率二三四五分之二少三率乘九率自二至七分又三分之二多三率乘十一率自二至九分又二三分之二為次商乘法式應減次商實其首位三率乘三率二三分之二減盡其三率乘五率則次商實分母係二三四五分之三乘分母係二

九分又三分又五分之一千〇〇八多三率乘十

一率自二至十一分又三分又五分之二千六百

四十為三商同母式以減三商實其減餘如第十

層少三率乘七率自二至七分又三分之三十二

少三率乘九率自二至九分又三分又五分之七

百六十八少三率乘十一率自二至十一分又三

分又五分之二千二百四十為四商實

置四商實首位少三率乘七率自二至七分又三

分之三十二以除法首位三率一約之得七率自

二至七分又三分之三十二即為四商以乘法

所得如第十一層少三率乘七率自二至七分又

三分之三十二多三率乘九率

二三分又自二至七分又三分

之三十二少三率乘十一率二

三四五分又自二至七分又三

分之三十二為四商乘法式應

減四商實其首位三率乘七率

自二至七分又三分之三十二

減盡其三率乘九率原實分母

係自二至九分又三分又五分

乘法式係二三分又自二至七

分又三分應以自二至七除之自四至九乘之及

五乘之以同其母而三率乘十一率原實分母係

自二至十一分又三分又五分乘法式係二三四

五分又自二至七分又三分應以自二至七除之

自六至十一乘之又五乘之通計乘除得如第十

二層三率乘九率自二至九分又三分又五分之

一千九百二十少三率乘十一率自二至十一分

又三分又五分之五萬〇五百六十以減四商實

其減餘如第十三層少三率乘九率自二至九分

又三分又五分之一千一百五十二多三率乘十

一率自二至十一分又三分又五分之八千三百

二十為五商實

置五商實首位少三率乘九率自二至九分又三

分又五分之一千一百五十二以除法首位三率

一約之得少九率自二至九分又

三分又五分之一千一百五十二

即為五商以乘法所得如第十

四層少三率乘九率自二至九分

又三分又五分之一千一百五十

二多三率乘十一率二三分又自

二至九分又三分又五分之一千

一百五十二為五商乘法式應減五商實其首位

少三率乘九率自二至九分又三分又五分之一千

三率	九率	三率	三率
七	五	五	五
五	六	六	六
六	七	七	七
七	八	八	八
八	九	九	九
九	十	十	十
十	十一	十一	十一
十一	十二	十二	十二
十二	十三	十三	十三
十三	十四	十四	十四
十四	十五	十五	十五
十五	十六	十六	十六
十六	十七	十七	十七
十七	十八	十八	十八
十八	十九	十九	十九
十九	二十	二十	二十
二十	二十一	二十一	二十一
二十一	二十二	二十二	二十二
二十二	二十三	二十三	二十三
二十三	二十四	二十四	二十四
二十四	二十五	二十五	二十五
二十五	二十六	二十六	二十六
二十六	二十七	二十七	二十七
二十七	二十八	二十八	二十八
二十八	二十九	二十九	二十九
二十九	三十	三十	三十
三十	三十一	三十一	三十一
三十一	三十二	三十二	三十二
三十二	三十三	三十三	三十三
三十三	三十四	三十四	三十四
三十四	三十五	三十五	三十五
三十五	三十六	三十六	三十六
三十六	三十七	三十七	三十七
三十七	三十八	三十八	三十八
三十八	三十九	三十九	三十九
三十九	四十	四十	四十
四十	四十一	四十一	四十一
四十一	四十二	四十二	四十二
四十二	四十三	四十三	四十三
四十三	四十四	四十四	四十四
四十四	四十五	四十五	四十五
四十五	四十六	四十六	四十六
四十六	四十七	四十七	四十七
四十七	四十八	四十八	四十八
四十八	四十九	四十九	四十九
四十九	五十	五十	五十

三率	九率	三率	三率
七	五	五	五
五	六	六	六
六	七	七	七
七	八	八	八
八	九	九	九
九	十	十	十
十	十一	十一	十一
十一	十二	十二	十二
十二	十三	十三	十三
十三	十四	十四	十四
十四	十五	十五	十五
十五	十六	十六	十六
十六	十七	十七	十七
十七	十八	十八	十八
十八	十九	十九	十九
十九	二十	二十	二十
二十	二十一	二十一	二十一
二十一	二十二	二十二	二十二
二十二	二十三	二十三	二十三
二十三	二十四	二十四	二十四
二十四	二十五	二十五	二十五
二十五	二十六	二十六	二十六
二十六	二十七	二十七	二十七
二十七	二十八	二十八	二十八
二十八	二十九	二十九	二十九
二十九	三十	三十	三十
三十	三十一	三十一	三十一
三十一	三十二	三十二	三十二
三十二	三十三	三十三	三十三
三十三	三十四	三十四	三十四
三十四	三十五	三十五	三十五
三十五	三十六	三十六	三十六
三十六	三十七	三十七	三十七
三十七	三十八	三十八	三十八
三十八	三十九	三十九	三十九
三十九	四十	四十	四十
四十	四十一	四十一	四十一
四十一	四十二	四十二	四十二
四十二	四十三	四十三	四十三
四十三	四十四	四十四	四十四
四十四	四十五	四十五	四十五
四十五	四十六	四十六	四十六
四十六	四十七	四十七	四十七
四十七	四十八	四十八	四十八
四十八	四十九	四十九	四十九
四十九	五十	五十	五十

一百五十二減盡其三率乘十一率原實分母係
 自一至十一分又三分又五分乘法式係二三三
 又自二至九分又三分又五分應以自二至九除
 之自四至十一乘之以同其母計乘除得如第十
 五層三率乘十一率自二至十一分又三分又五
 分之二萬一千一百二十以減五商實所得如第
 十六層少三率乘十一率自二至十一分又三分
 又五分之一萬二千八百為六商實

置六商實以除法首位三率一約之得少十一率
 自二至十一分又三分又五分之一萬二千八百
 即為六商以乘法所得如第十七層少三率乘

十一率自二至十一分又三分又五分
 之一萬二千八百以減六商實却盡通
 計求得餘弧求切綫各率分數為一率
 一少三率二三分之二少五率二三四

五分又三分之八少七率自二至七分又三
 分之三十二少九率自二至九分又三分又
 五分之一千一百五十二少十一率自二至
 十一分又三分又五分之一萬二千八百也
 細審餘弧求切綫各率分數其分母較正弦
 率分惟多間位奇數是其逐率除法與求正
 弦同而自五率以後間位加一奇數除矣于

九率	五	六	七	八	九	十	十一
三	四	五	六	七	八	九	十
五	六	七	八	九	十	十一	十二

七率	三	四	五
二	三	四	五
三	四	五	六

是審其各率分子遞減之由來乃由前圖去
 繁就簡為第二圖其初商實三率分子為三
 同母式為一相減得二即第一數根初商實
 五率分子為三乘五同母式為三乘一相減
 為三乘四是以第一數根三乘之又四乘二
 除即第二數根也其七率分子為三乘七與
 三乘一相減為三乘六是以第二數根六乘四除
 即第三數根也其九率分子為十五乘九與十五
 乘一相減為十五乘八是以第三數根五乘之又
 八乘六除即第四數根也十一率分子為十五乘
 十一與十五乘一相減為十五乘十是以第四數

除乘	三	四	五
除乘	三	四	五
除乘	三	四	五

除乘	三	四	五
除乘	三	四	五
除乘	三	四	五

根十乘八除即第五數
 根也而第一數根即為
 三率分子其初減數則
 皆根於三率分子之二
 五率初減用二三除四
 五乘又三乘七率初減
 二三除六七乘又三乘
 以較五率初減其二三
 除及又三乘並同惟多
 六七乘少四五乘是以
 五率初減四五除之六

七乘之即七率初減也
其九率初減二三除八
九乘又三乘又五乘以

較七率初減其除法并又三乘並同惟多八九乘
又五乘又六七乘是以七率初減六七除之八九
乘之又五乘之即九率初減也其十一率初減二
三除十與十一乘又三乘五乘以較九率初減其
除法及三乘五乘並同惟多十與十一乘少八九
乘是以九率初減八九除之十與十一乘之即十
一率初減也而第一減餘即為五率分子其次減
數皆根于五率分子之八七率次減二三四五除
四五六七乘而四五乘除可相抵是二三除六七
乘也其九率次減二三四五除六七八九乘又五
乘以較七率次減其除法同惟多八九乘又三乘
少四五乘是以七率次減四五除之八九乘之又
五乘之即九率次減也十一率次減二三四五除
八九十一乘又五乘以較九率次減其除法及
五乘並同惟多十與十一乘少六七乘是以九率
次減六七除之十與十一乘之即十一率次減也
而第一減餘即七率分子其三減數皆根于七率
分子之三十二九率三減自二至七除自四至九
乘又五乘而四五六七乘除可相抵是二三除八

九乘又五乘也十一率三減自二至七除自六至
十一乘又五乘以較九率三減其除法及五乘並
同惟多十與十一乘少四五乘是以九率三減四
五除之十與十一乘之即十一率三減也而第一
減餘即九率分子其四減數皆根于九率分子之
一千一百五十二十一率四減自二至九除自四
至十一乘而自四至九乘除可相抵是二三除十
與十一乘也而減餘一萬二千八百為十一率分
子復由前圖為第三圖第一層初商減餘數即數
根起于二加二除四乘又三乘為第二數根再加
四除六乘為第三數根再加六除八乘又五乘為

除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘
八	十	十二	十四	十六	十八	二十	二十二	二十四	二十六
八	十	十二	十四	十六	十八	二十	二十二	二十四	二十六
八	十	十二	十四	十六	十八	二十	二十二	二十四	二十六
八	十	十二	十四	十六	十八	二十	二十二	二十四	二十六
八	十	十二	十四	十六	十八	二十	二十二	二十四	二十六
八	十	十二	十四	十六	十八	二十	二十二	二十四	二十六
八	十	十二	十四	十六	十八	二十	二十二	二十四	二十六
八	十	十二	十四	十六	十八	二十	二十二	二十四	二十六
八	十	十二	十四	十六	十八	二十	二十二	二十四	二十六

第四數根再加八
除十乘為第五數
根通計其乘除為
相連兩耦數一除
一乘又間位加一
奇數乘其首位減
餘二為三率分子即第一乘法第二層初減數以
三率分子為實二三除四五乘又三乘為第一初
減再加四五除六七乘為第二初減再加六七除
八九乘又五乘為第三初減再加八九除十與十
一乘為第四初減通計其除法則自二三而遞加

其乘法則自四五而遞加而亦間位加一奇數乘
 第三層爲減餘首位五率分子八卽第二乘法第
 四層次減數以五率分子爲實二三除六七乘爲
 第一次減再加四五除八九乘又五乘爲第二次
 減再加六七除十與十一乘爲第三次減通計其
 除法亦自二三而遞加其乘法則自六七而遞加
 而亦間位加一奇數乘第五層爲減餘首位七率
 分子三十二卽第三乘法第六層三減數以七率
 分子爲實二三除八九乘又五乘爲第一三減再
 加四五除十與十一乘爲第二三減通計其除法
 亦自二三而遞加其乘法則自八九而遞加而間
 位亦加一奇數乘第七層爲減餘首位九率分子
 一千一百五十二卽第四乘法第八層爲四減數
 以九率分子爲實二三除十與十一乘爲第一四
 減計其除法亦起二三而乘法則起十與十一雖
 闕止十一率而遞加之例已可類推也而第九層
 減餘十一率分子一萬二千八百卽第五乘法細
 按數根及初減次減三減四減其迭次乘除與間
 位乘法之例橫豎視之皆秩然而不紊則自十一
 率以前已然而自十一率以後必皆然惟逐率自
 爲分子與本弧求切線同故亦先求用數此餘弧
 求切線立術之由也

弧背求切線算式

凡連比例術之所慮者位不降也位不降則雖有其
 術而不適於用弧背求弦矢術分母逐率加大而分
 子均爲單一故其降位甚易若弧背求切線則分母
 逐率加大而分子亦逐率加大故其降位較難苟專
 恃一術必不能徧求各切線惟本弧求切線餘弧求
 切線兩術並用而後一象限內之切綫可以徧求然
 兩術之中又有降位難易之不同餘弧求切線有間
 位奇數分母故分母大於本弧求切線而分子轉小
 於本弧求切線是以餘弧求切線其降位較易於本
 弧求切線茲將九十度內分爲兩限其自十秒至三
 十度則用本弧求切線法求之自三十度至八十九
 度五十九分五十秒則用餘弧求切線法求之庶極
 多不過十數而降位無難矣

弧線表

設全徑二百億 半徑一百億

一秒	四八四二三八二〇九五五九三
二秒	九六八二七六三三九七二九七三
三秒	一四五四四一〇四三三六〇七九八
四秒	一九三九五七七三四三三八〇三九七
五秒	二四三四〇六八四〇五五四七六九九七
六秒	二九〇八八二〇六六五七三二五九六
七秒	三三九三九七五七六七七五二九六
八秒	三八七八五九四八七六二八七九五
九秒	四三六三三三二九九八五二二三九四
一十秒	四八四八三六六一〇九五五九九四
二十秒	九六九六七三三三一九〇七一九八七
三十秒	一四五四四四二〇四三三八六〇八〇
四十秒	一九三九五七七三四三三八〇三九七
五十秒	二四三四〇六八四〇五五四七六九九七
一分	二九〇八八二〇六六五七三二五九六
二分	五八二七六四一七三三四四三九
三分	八七六六六二五九九七六四九
四分	一二六五五八三四六二八六六
五分	一六五四四四〇四三三三八〇八
六分	二一五四三九二五九九三三三〇

七分	二〇三三二七四〇六六〇五二
八分	三三三七一〇五九三三五七七三
九分	二一七九九八七九一四九四
一十分	二九〇八八二〇六六五七三二六
二十分	五八二七六四一七三三四四三
三十分	八七六六六二五九九七六四八
四十分	一二六五五八三四六二八六六
五十分	一六五四四四〇四三三三八六一
一度	一七五四三九二五九九三三
二度	三四九〇六五八五九九八八
三度	五三三九八七五九九八二九
四度	六九八三二七〇九九七三
五度	八七三六四六五九九七
六度	一〇四七九七五二九九六
七度	一二三二七〇四九九六〇
八度	一三二六六三四〇一九五
九度	一五七九三三六九九四
一十度	一七三三九二九九四
二十度	三四九〇六五八五九九八
三十度	五三三九八七五九九八二九
四十度	六九八三二七〇九九七三
五十度	八七三六四六五九九七

六十度

一〇四七二九五二九

七十度

一三三七〇四七六三

八十度

一五九六六四〇五五

象限

一七〇七六三三〇六

半周

三四二五二六五五九

全周

六八三三三〇七五

凡弧背求切割二線其用小餘與弧背求弦矢不同蓋弦矢二線必小於弧背故小餘位數不必多若切割二線必大於弧背故小餘位數宜多且非特此也如遇餘弧求切割二線則弧分愈小而所求之線必愈大非多用小餘位數則無以求極大之線矣然小餘位數亦有定如半徑一百億係十一位自乘得二十一一位一秒之弧背係五位于半徑界內減五位得十六位加小餘二位得十八位可知一秒之切割線連小餘均係十八位一秒之弧背既止五位自當用小餘十四位自此弧背大一一位則減小餘二位挨次遞減自然數用不至尾數不準又半徑用一百億者據八線對數表也若八線表則半徑僅八位一秒之切割二線連小餘止十五位一秒之弧背止二位應用小餘亦十三四位入算時截位用之可也

本弧求切線各率乘法表

四率	第一乘法	二
六率	第二乘法	六
八率	第三乘法	二七
十率	第四乘法	九三
十二率	第五乘法	三三七
十四率	第六乘法	三三六
十六率	第七乘法	五〇三八
十八率	第八乘法	二〇九九
二十率	第九乘法	五二〇〇〇〇〇〇〇〇

餘弧求切線各率乘法表

三率	第一乘法	二
五率	第二乘法	八
七率	第三乘法	三
九率	第四乘法	二五
十一率	第五乘法	一八〇
十三率	第六乘法	一四五六
十五率	第七乘法	三〇一五
十七率	第八乘法	七四九九
十九率	第九乘法	一五八〇〇〇〇〇〇〇

第七數負 次置十五率用數四率乘之二率除之得十五率十四除之十五除之得

三二六為十七率用數第七乘法三〇一〇五六〇乘之得三九九為第八數負 九除十七率用數

四率乘之二率除之得十七率十六除之十七除之得

第八乘法七四六六九〇〇〇〇乘之得四四為第九數負 次置十九率用數四率乘之二率除之

得十九率十八除之十九除之得

九九為第九乘法二五八八〇〇〇〇乘之得五為第十數負 以第二數以下

負數相併得三七七五七九三八以減第一正

數得五七七二五〇二七一 小餘滿五進一算得五

七七三五〇三為所求三十度切線也

九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九
九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九
九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九
九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九
九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九
九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九
九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九
九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九
九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九
九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九	九九

本弧所求小餘六九 餘弧所求小餘七一此尾

數奇零累積之微差又連比例遞加數凡逐數

皆正者得數必稍不足第一數正而以下皆負

者得數必稍盈其正負相間者未數遇正數數

必稍盈如遇負數數必稍不足此通例也

凡本弧求切線自三十度以下降位漸易至求

十秒之切線乃無第二數餘弧求切線自三十

度以上亦降位漸易至求八十九度五十九分

五十秒之切線乃無第三數

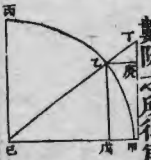
本弧求割綫

術曰先求各率分子爲遞次乘法 運以單一爲數
根置單一以三四遞乘之一二遞除之得六爲初減
數數根減初減得五爲第一乘法 置前初減五六
遞乘之三四遞除之得十五爲初減數置前乘法五
六遞乘之一二遞除之得七十五爲次減數數根減
初減得十四再減次減得六十一爲第二乘法 置
前初減七八遞乘之五六遞除之得二十八爲初減
數置前次減七八遞乘之三四遞除之得三百五十
爲次減數置前乘法七八遞乘之一二遞除之得一
千七百〇八爲三減數數根減初減得二十七再減
次減得三百二十三再減三減得一千三百五十八
爲第三乘法 置前初減九十遞乘之七八遞除之
得四十五爲初減數置前次減九十遞乘之五六遞
除之得一千〇五十爲次減數置前三減九十遞乘
之三四遞除之得一萬二千八百一十爲三減數置
前乘法九十遞乘之一二遞除之得六萬二千三百
二十五爲四減數數根減初減得四十四再減次減
得一千〇〇六再減三減得一萬八千八百〇四再
減四減得五萬〇五百二十一爲第四乘法 凡逐
次乘用奇耦二數如第一乘法五六乘
第三乘法七八乘其逐次除亦

用奇耦二數而遞除四除次減一二除

位則多一減如是遞求得各率分子卽爲遞次乘法
乃以半徑爲連比例一率本弧弧分爲二率二率自
乘一率除之得三率二除之爲第一數 次置第一
數以三率乘之一率除之得五率三四遞除之爲七
率用數以第一乘法乘之爲第二數 次置七率用
數以三率乘之一率除之得七率五六遞除之爲九
率用數以第二乘法乘之爲第三數 次置九率用
數以三率乘之一率除之得九率七八遞除之爲十
一率用數以第三乘法乘之爲第四數 次置十一
率用數以三率乘之一率除之得十一率九十遞除
之爲十三率用數以第四乘法乘之爲第五數 如
是遞求至單位下以諸數相并得割綫半徑差加半
徑卽割綫

解曰凡餘弦爲大句半徑爲大弦正矢爲小句則
割綫減半徑名割綫半徑差爲其小弦故以半徑
乘弧背求正矢各率分數以弧背求餘弦各率分
數附之所得爲本弧求割綫半徑差各率分數
如圖甲乙爲本弧甲丙爲象限乙
丙爲餘弧己丁爲所求割綫乙丁
爲割綫半徑差己戊爲餘弦戊甲
卽乙庚爲正矢己乙類爲半徑以



至十分乘法式係自 至八分又一二分應以一二除之九十乘之通計乘除得如第三層少一率乘五率一二三四分之六多一率乘七率自一至六分之十五少一率乘九率自一至八分之二十八多一率乘十一率自一至十分之四十五為初商同母式以減初商實其減餘如第四層一率乘五率一二三四分之五少一率乘七率自一至六分之十四多一率乘九率自一至八分之二十七少一率乘十一率自一至十分之四十四為次商

置次商實首位一率乘五率一二三四分之五以

一率	二率	三率	四率	五率	六率	七率	八率	九率	十率
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十

除法首位一率一約之得五率一二三四分之五即為次商以乘除法所得如第五層一率乘五率一二三四分之五少一率乘七率一二分又一二三四分之五多一率乘九率一二三四分又一二三四分之五少一率乘十一率自一至六分之六十一為次商乘法式應減次商實其首位一率乘五率一二三四分之五減盡其一率乘七率則原實分母係自一至六分乘法式係一二分又

一二三四分應以一二三四除之三四五六乘之以同其母其一率乘九率原實分母係自一至八分乘法式係一二三四分又一二三四分應以一二三四除之五六七八乘之其一率乘十一率原實分母係自一至十分乘法式係自一至六分又一二三四分應以一二三四除之七八九十乘之通計乘除得如第六層少一率乘七率自一至六分之七十五多一率乘九率自一至八分之三百五十五少一率乘十一率自一至十分之一千〇五十為次商同母式以減次商實其減餘如第七層一率乘七率自一至六分之六十一少一率乘九率自一至八分之三百二十三多一率乘十一率自一至十分之一千〇六為三商實置三商實首位一率乘七率自一至六分之六十一以除法首位一率一除之得七率自一至六分之六十一即為三商以乘除法所得如第八層一率乘七率自一至六分之六十一少一率乘九率一二分又自一至六分之六十一多一率乘十一率一二三四分又自一至六分之六十一為三商乘法式應減三商實其首位一率乘七率自一至六分之六十一減盡其一率乘九率原實分母係自一至八分乘法式係一二分又自一至六分應

以自一至六除之自三至八乘之以同其母其一

七率	二三四五六七八九十
八率	二三四五六七八九十
九率	二三四五六七八九十

七率	二三四五六七八九十
八率	二三四五六七八九十
九率	二三四五六七八九十

七率	二三四五六七八九十
八率	二三四五六七八九十
九率	二三四五六七八九十

七率	二三四五六七八九十
八率	二三四五六七八九十
九率	二三四五六七八九十

七率	二三四五六七八九十
八率	二三四五六七八九十
九率	二三四五六七八九十

七率	二三四五六七八九十
八率	二三四五六七八九十
九率	二三四五六七八九十

之一千三百八十五減盡其一率乘十一率原實

置四商實首位一率乘九率自一至八分之一一千

三百八十五以除法首位一率一約

之得九率自一至八分之一一千三百

八十五即為四商以乘法所得如

第十一層一率乘九率自一至八分

之一千三百八十五少一率乘十一

率一二分又自一至八分之一一千三

百八十五為四商乘法式應減四商

實其首位一率乘九率自一至八分

實其首位一率乘九率自一至八分

實其首位一率乘九率自一至八分

實其首位一率乘九率自一至八分

分母係自一至十分乘法式係一二分又自一至

八分應以自一至八除之自三至十乘之計乘除

得如第十二層少一率乘十一率自一至十分之

六萬三千三百二十五為四商同母式以減四商

實其減餘如第十三層一率乘十一率自一至十

分之五萬○五百二十一為五商實

置五商實以除法首位一率一約之得十一率自

一至十分之五萬○五百二十一即為五

商以乘法所得如第十四層一率乘十

一率自一至十分之五萬○五百二十一

為五商乘法式以減原實却盡通計求得

本弧求割線半徑差各率分數為三率一二

分之一又五率一二三四分之五又七率自

一至六分之六十一又九率自一至八分之

一千三百八十五又十一率自一至十分之

五萬○五百二十一也

細審割線半徑差率分其分母與正矢率分

同是其各率除法必與求正矢同而起二除

繼以三除四除而遞加矣惟當審其各率分

子遞減之由來乃由前圖去繁就簡為第二

圖其初商實分子均為單一即數根其初減

數則起三四乘單一以一二除之七率初減

數則起三四乘單一以一二除之七率初減

數則起三四乘單一以一二除之七率初減

數則起三四乘單一以一二除之七率初減

一除 二除 三除 四除 五除 六除 七除 八除 九除	一除 二除 三除 四除 五除 六除 七除 八除 九除	一除 二除 三除 四除 五除 六除 七除 八除 九除	一除 二除 三除 四除 五除 六除 七除 八除 九除
初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子	初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子	初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子	初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子 初商實分子

亦一二除而用五六乘是以以前初減三四除五六乘即七率初減也九率初減亦一二除而用七八乘是以七率初減五六除七八乘即九率初減也十一率初減亦一二除而用九十乘是以九率初減七八除九十乘即十一率初減也而第一減餘五即為五率分子其次減數皆根于五率分子七率次減為一二三四除三四五六乘而三四乘除可相抵是一二除五六乘也九率次減亦一二三四除而用五六七八乘以較七率次減其除法相同惟乘法多七八乘少三四乘是以七率次減七八乘之三四除之即九率次減也其十一率次減亦一二三四除而用七八九十乘以較九率次減其除法相同惟乘法多九十乘少五六乘是以九率次減五六除之九十乘之即十一率次減也而第一減餘六十一即七率分子其三減數皆根於七率分子九率三減為一二

三四五六除三四五六七八乘而三四五六乘除可相抵是一二除七八乘也其十一率三減亦一二三四五六除而用五六七八九十乘以較九率三減其除法相同惟乘法則多九十乘少三四乘是以九率三減三四除之九十乘之即十一率三減也而第一減餘一千三百八十五即九率分子其四減數皆根於九率分子十一率四減用自一至八除自三至十乘而三四五六七八乘除可相抵是一二除九十乘也而減餘五萬〇五百一十一即十一率分子

復由前圖變為第三圖第一層初商實分子即數根均為單一第二層初減數以單一為實一二除三四乘為第一初減再加三四除五六乘為第二初減再加五六除七八乘為第三初減再加七八除九十乘為第四初減通計其除法自一二而遞加其乘法則自三四而遞加第三層為減餘其首位五率分子即第一乘法第四層次減數以五率分子為實一二除五六乘為第一次減再加三四除七八乘為第二次減再加五六除九十乘為第三次減通計其除法亦

一除 二除 三除 四除 五除 六除 七除 八除 九除	一除 二除 三除 四除 五除 六除 七除 八除 九除	一除 二除 三除 四除 五除 六除 七除 八除 九除	一除 二除 三除 四除 五除 六除 七除 八除 九除
--	--	--	--

自一二而遞加其乘法則自五六而遞加第五層
 為減餘其首位七率分子即第二乘法第六層三
 減數以七率分子為實一二除七八乘為第一三
 減再加三四除九十乘為第二三減通計其除法
 亦自一二而遞加其乘法則自七八而遞加第七
 層為減餘其首位九率分子即第三乘法第八層
 四減數以九率分子為實一二除九十乘為第一
 四減計其除法亦起一二其乘法則起九十雖圖
 止十一率而遞加之例已可類推也第九層減餘
 十一率分子即第四乘法細按初減二減三減四
 減迭次乘除之例橫豎視之皆秩然而不紊則自
 三率至十一率即可推至多率惟各率亦各自為
 分子故亦先求用數求得數後加半徑便為割線
 此本弧求割線立術之由也

餘弧求割線

術曰先求各率分子為遞次乘法 三乘單一得三
 為數根又三乘單一以四五遞乘之二三遞除之得
 一十為初減數數根減初減得七為第一乘法 置
 前數根三為數根置前初減以六七遞乘之四五遞
 除之得二十一為初減數置前乘法六七遞乘之二
 三遞除之得四十九為次減數數根減初減得十八
 再減次減得三十一為第二乘法 五乘前數根得
 十五為數根五乘前初減以八九遞乘之六七遞除
 之得一百八十為初減數五乘前次減以八九遞乘
 之四五遞除之得八百八十二為次減數五乘前乘
 法以八九遞乘之二三遞除之得一千八百六十為
 三減數數根減初減得一百六十五再減次減得七
 百十七再減三減得一千一百四十三為第三乘法
 置前數根十五為數根置前初減十與十一遞乘
 之八九遞除之得二百七十五為初減數置前次減
 十與十一遞乘之六七遞除之得二千三百一十為
 次減數置前三減十與十一遞乘之四五遞除之得
 一萬〇二百三十為三減數置前乘法十與十一遞
 乘之二三遞除之得二萬〇九百五十五為四減數
 數根減初減得二百六十再減次減得二千〇五十
 再減三減得八千一百八十再減四減得一萬二千

再減三減得八千一百八十再減四減得一萬二千

三乘一	三乘三	三乘五	三乘七	三乘九
一層初商	二層初商	三層初商	四層初商	五層初商
四層初商	五層初商	六層初商	七層初商	八層初商
九層初商	十層初商	十一層初商	十二層初商	十三層初商
十四層初商	十五層初商	十六層初商	十七層初商	十八層初商
十九層初商	二十層初商	二十一層初商	二十二層初商	二十三層初商
二十四層初商	二十五層初商	二十六層初商	二十七層初商	二十八層初商
二十九層初商	三十層初商	三十一層初商	三十二層初商	三十三層初商
三十四層初商	三十五層初商	三十六層初商	三十七層初商	三十八層初商
三十九層初商	四十層初商	四十一層初商	四十二層初商	四十三層初商
四十四層初商	四十五層初商	四十六層初商	四十七層初商	四十八層初商
四十九層初商	五十層初商	五十一層初商	五十二層初商	五十三層初商
五十四層初商	五十五層初商	五十六層初商	五十七層初商	五十八層初商
五十九層初商	六十層初商	六十一層初商	六十二層初商	六十三層初商
六十四層初商	六十五層初商	六十六層初商	六十七層初商	六十八層初商
六十九層初商	七十層初商	七十一層初商	七十二層初商	七十三層初商
七十四層初商	七十五層初商	七十六層初商	七十七層初商	七十八層初商
七十九層初商	八十層初商	八十一層初商	八十二層初商	八十三層初商
八十四層初商	八十五層初商	八十六層初商	八十七層初商	八十八層初商
八十九層初商	九十層初商	九十一層初商	九十二層初商	九十三層初商
九十四層初商	九十五層初商	九十六層初商	九十七層初商	九十八層初商
九十九層初商	一百層初商	一百零一層初商	一百零二層初商	一百零三層初商

如圖先置二率半徑自乘所得如首層三率乘一
 率一即二率自乘為初商實以正弦率分為法除
 之以除法首位三率一約初商實得一率一即為
 初商以乘法所得如次層三率乘一率一少三
 率乘三率二三分之一多三率乘五率二三四五
 分之一少三率乘七率自二至七分之一多三率
 乘九率自二至九分之一少三率乘十一率自二
 至十一分之一為初商乘法式以減初商
 實所得如第三層三率乘三率二三分之
 一少三率乘五率二三四五分之一多三

三乘一	三乘三	三乘五	三乘七	三乘九
一層初商	二層初商	三層初商	四層初商	五層初商
六層初商	七層初商	八層初商	九層初商	十層初商
十一層初商	十二層初商	十三層初商	十四層初商	十五層初商
十六層初商	十七層初商	十八層初商	十九層初商	二十層初商
二十一層初商	二十二層初商	二十三層初商	二十四層初商	二十五層初商
二十六層初商	二十七層初商	二十八層初商	二十九層初商	三十層初商
三十一層初商	三十二層初商	三十三層初商	三十四層初商	三十五層初商
三十六層初商	三十七層初商	三十八層初商	三十九層初商	四十層初商
四十一層初商	四十二層初商	四十三層初商	四十四層初商	四十五層初商
四十六層初商	四十七層初商	四十八層初商	四十九層初商	五十層初商
五十一層初商	五十二層初商	五十三層初商	五十四層初商	五十五層初商
五十六層初商	五十七層初商	五十八層初商	五十九層初商	六十層初商
六十一層初商	六十二層初商	六十三層初商	六十四層初商	六十五層初商
六十六層初商	六十七層初商	六十八層初商	六十九層初商	七十層初商
七十一層初商	七十二層初商	七十三層初商	七十四層初商	七十五層初商
七十六層初商	七十七層初商	七十八層初商	七十九層初商	八十層初商
八十一層初商	八十二層初商	八十三層初商	八十四層初商	八十五層初商
八十六層初商	八十七層初商	八十八層初商	八十九層初商	九十層初商
九十一層初商	九十二層初商	九十三層初商	九十四層初商	九十五層初商
九十六層初商	九十七層初商	九十八層初商	九十九層初商	一百層初商

率乘七率自二至七分之一少三率乘九
 率自二至九分之一多三率乘十一率自
 二至十一分之一
 次商實須添分母何也次商以下逐次乘
 除求分子每逢奇數亦如餘弧求切線之
 不受除故自三率乘五率以下應加分母
 三自三率乘九率以下應再加分母五庶
 分子不致奇零通計求得如第四層三率
 乘三率二三分之一少三率乘五率二三
 四五分之一三分之三多三率乘七率自二
 至七分又三分之三少三率乘九率自二
 至九分又三分又五分之十五多三率乘十一率
 自二至十一分又三分又五分之十五為添母次
 商實乃置添母次商實首位三率乘三率二三分
 之一以除法首位三率一約之得三率二三分之
 一即為次商以乘法得第五層三率乘三率二
 三分之一少三率乘五率二三分又二三分之一
 多三率乘七率二三四五分又二三分之一少三
 率乘九率自二至七分又二三分之一多三率乘
 十一率自二至九分又二三分之一為次商乘法
 式應減次商實其首位三率乘三
 率二三分之一減盡其三率乘五

五分之一千一百四十三少三率乘十一率二三
 分又自二至九分又三分又五分之一千一百四
 十三為五商乘法式應減五商實其首位三率乘
 九率自二至九分又三分又五分之一千一百四
 十三減盡其三率乘十一率原實分母係自二至
 十一分又三分又五分乘法式係二三分又自二
 至九分又三分又五分應以自二至九除之自四
 至十一乘之以同其母計乘除得如第十五層少
 三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之
 二萬〇九百五十五為五商同母式以減五商實
 其減餘第十六層三率乘十一率自二至十一分
 又三分又五分之一萬二千七百七十五為六商

實

置六商實以除法首位三率一約之得十一率自
 二至十一分又三分又五分之一萬二千七百七
 十五即為六商以乘法得第十七層三率乘十
 一率自二至十一分又三分又五分之
 一萬二千七百七十五以減原實却盡
 通計求得餘弧求割綫各率分數為一
 率一又三率二三分之二又五率二三
 四五分又三分之七又七率自二至七分又
 三分之三十一又九率自二至九分又三分

七率 三五 二五 一五	六率 四五六七	五率 三三四五	四率 二二三四	三率 一一二二	二率 一一二二	一率 一一二二
七率 三五 二五 一五	六率 四五六七	五率 三三四五	四率 二二三四	三率 一一二二	二率 一一二二	一率 一一二二
七率 三五 二五 一五	六率 四五六七	五率 三三四五	四率 二二三四	三率 一一二二	二率 一一二二	一率 一一二二
七率 三五 二五 一五	六率 四五六七	五率 三三四五	四率 二二三四	三率 一一二二	二率 一一二二	一率 一一二二

又五分之一千一百四十三又十一率自二
 至十一分又三分又五分之一萬二千七百
 七十五也
 細審餘弧求割綫率分其分母與餘弧求切
 綫同是其逐率除法亦必與餘弧求切綫同
 于自審其各率分子之由來乃由前圖為第
 二圖其次商實分子之五率七率均為一三
 相乘之三九率十一率均為一三五連乘之
 十五是諸數之根係以奇數疊乘而間一位
 則加一乘也其初減數則起單一五率初減
 用二三除四五乘又三乘七率初減二三除
 六七乘又三乘是以五
 率初減六七乘之四五
 除之即七率初減也九
 率初減亦二三除而用
 八九乘又三乘又五乘
 是以七率初減八九乘
 之六七除之又五乘之
 即九率初減也十一率
 初減亦二三除而用十
 與十一乘又三乘又五
 乘是以九率初減十與

加四五除十與十一乘為第二三減通計其除法亦自二三而遞加其乘法則自八九而遞加而間位亦加一奇數乘第七層減餘首位九率分子即第三乘法第八層四減數以第三乘法為實二三除十與十一乘為第一四減其除法亦起二三而乘法起十與十一雖圖止十一率而遞加之例可類推也細案初二三四各減數其迭次乘除與間位乘法皆遞加而不紊則十一率以後亦可盡知惟逐率自為分子與餘弧求切綫同故亦先求用數此餘弧求割綫立術之由也

弧背求割綫算式

本弧求割綫降位較難餘弧求割綫降位較易大畧與弧背求切綫同茲亦將象限九十度分為兩限其自十秒至三十度則用本弧求割綫法求之自三十度至八十九度五十九分五十秒則用餘弧求割綫法求之庶極多亦不過十數而降位無難矣

本弧求割綫各率乘法表

五率	第一乘法	五
七率	第二乘法	六一
九率	第三乘法	一三八五
十一率	第四乘法	五五二
十三率	第五乘法	二七〇七六五
十五率	第六乘法	一九三六〇〇〇
十七率	第七乘法	一九六一五〇〇〇〇
十九率	第八乘法	二四〇九〇〇〇〇〇〇〇

餘弧求割綫各率乘法表

五率	第一乘法	七
七率	第二乘法	三
九率	第三乘法	一四三
十一率	第四乘法	二七五
十三率	第五乘法	一四四七七
十五率	第六乘法	三〇〇九〇
十七率	第七乘法	七五六〇〇〇〇
十九率	第八乘法	三五七四〇〇〇〇〇

本弧求割綫第六乘法係一九九三六〇九八一
 第七乘法係一九三九一五一二一四五第八乘
 法係二四〇四八七九六七五四四一餘弧求割
 綫第六乘法係三〇一〇一九二五第七乘法係
 七四六六六四九〇五七第八乘法係二五八七
 三六一二〇〇六五以尾數無用故但以〇存其
 位數

凡設度自十秒至三十度則用本弧求割綫法
 求之今將設弧三十度以本弧求割綫算式列
 于後

法檢弧綫表得三十度弧分五二三五九八七七六

命為二率以半徑為一率二率自乘一率除之得三
 率二七四一五五六七八二除之得一三七〇七七
 八三九為第一數 次置第一數以三率乘之一率
 除之得五率三除之四除之得三一三一七二二三
 二為七率用數第一乘法五乘之得一五六五八六
 一二為第二數 次置七率用數以三率乘之一率
 除之得七率五除之六除之得二八六一九三一五
 為九率用數第二乘法六一乘之得一七四五七七
 八為第三數 次置九率用數以三率乘之一率除
 之得九率七除之八除之得一四〇一〇九八〇為
 十一率用數第三乘法一三八五乘之得一九四〇
 五二為第四數 次置十一率用數以三率乘之一
 率除之得十一率九除之十除之得〇四二六六七
 九九為十三率用數第四乘法五〇五二一乘之得
 二一五六二為第五數 次置十三率用數以三率
 乘之一率除之得十三率十一除之十二除之得〇
 〇〇〇八八六四四為十五率用數第五乘法二
 七〇二七六五乘之得二三九六為第六數 次置
 十五率用數以三率乘之一率除之得十五率十三
 除之十四除之得〇〇〇〇〇〇〇〇一三三五為
 十七率用數第六乘法一九九三六一〇〇〇乘之
 得二六六為第七數 次置十七率用數以三率乘

切二率 一	弧六率 二三四五 六	弧七率 二三四五 六七八九	弧八率 二三四五 六七八九	弧九率 二三四五 六七八九	弧十率 二三四五 六七八九
	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九
	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九
	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九

切四率 一	弧六率 二三四五 六七八九	弧七率 二三四五 六七八九	弧八率 二三四五 六七八九	弧九率 二三四五 六七八九	弧十率 二三四五 六七八九
	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九
	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九
	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九

得弧背
三率二
三分之
六又弧
背五率
二三四
五分之
八又
弧背七
率自二
至七分

之一千九百〇
四又弧背九率
自二至九分之
七萬一千四百
二十四為切線
三率以乘切線
二率即本弧線
半徑一率除之
得弧背四率二
三分之六又弧
背六率二三四

弧六率 二三四五 六七八九	弧七率 二三四五 六七八九	弧八率 二三四五 六七八九	弧九率 二三四五 六七八九	弧十率 二三四五 六七八九
二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九
二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九
二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九

五分之一百二十
又弧背八率自二
至七分之二千六
百九十六又弧背
十率自二至九分
之十六萬八千九
百六十為切線四
率又以切線三率
乘之半徑一率除

之使從六率以下分母得弧背六率二三四五分之
之一百二十又弧背八率自二至七分之二千四
百又弧背十率自二至九分之六十四萬五千一
百二十為切線六率又以切線三率乘之半徑一
率除之使從八率以下分
母得弧背八率自二至七
分之五千〇四十又弧背
十率自二至九分之八十
四萬六千七百二十為切
線八率又以切線三率乘
之半徑一率除之使從十
率分母得弧背十率自二

弧六率 二三四五 六七八九	弧七率 二三四五 六七八九	弧八率 二三四五 六七八九	弧九率 二三四五 六七八九	弧十率 二三四五 六七八九
二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九
二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九
二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九	二三四五 六七八九

至九分之三十六萬
二千八百八十為切線十率

第十字	四五六七八九
第九字	四五六七八九
第八字	四五六七八九
第七字	四五六七八九
第六字	四五六七八九
第五字	四五六七八九
第四字	四五六七八九
第三字	四五六七八九
第二字	四五六七八九
第一字	四五六七八九

乃以切線二率內之弧背四率分子二約切線四率內之弧背四率分子六得三即以三除切線四率得弧背四率二三分之二又弧背六率二三四五分之四又弧背八率自二至七分之二千二百三

十二又弧背十率自二至九分之五萬六千三百二十為切線四率三分之一以減切線二率得弧背二率一少弧背六率二三四五分之二十四少弧背八率自二至七分之二千二百三自二至九分之四萬八千二百八十四為減得數

第十字	四五六七八九
第九字	四五六七八九
第八字	四五六七八九
第七字	四五六七八九
第六字	四五六七八九
第五字	四五六七八九
第四字	四五六七八九
第三字	四五六七八九
第二字	四五六七八九
第一字	四五六七八九

此減得數與切線二率一少切線四率三分之一相等乃取減得數內之弧背六率分子二十四以約切線六率內之弧背六率分子一百二十得五即以五除切線六率得弧背六率二三四五分之二十四又弧背八率自二至七分之二千六百八十又弧背十率自二至九分之十二萬

九千〇二十四以加前減得數得弧背二率一又弧背八率自二至七分之二千二百三又弧背十率自二至九分之四萬八千二百八十四以加前減得數得弧背二率一少切線四率三分之一多切線六率五分之一相等乃取加得數內之弧背八率分子七百二十以約切線八率內之弧背八率分子五千〇四十得七即以七除切線八率得弧背八率自二至七分之二千二百三又弧背十率自二至九分之十二萬〇九百六

十為切線八率七分之一以減加得數得弧背二率一少弧背十率自二至九分之四萬〇三百二十為第二減得數此減得數與切線二率一少切線四率三分之一多切線六率五分之一少切線八率七分之一相等乃取減得數內之弧背十率分子四萬〇三百二十以約切線十率內之弧背十率分子三十六萬二千八百八十得九即以九除十率得弧背十率自二至九分之四萬〇三百

二十為切線十率九分之一以加第二減得數于本弧求切線率分自四率以下加減却盡惟餘弧背二率一與切線二率一少切線四率三分之一

一多切線六率五分之一少切線八率七分之一
多切線十率九分之一相等是即切線求本弧各
率分數也

細審切線求本弧各率分子均爲單一故不必求
遞次乘法而其分母爲一三五七九各奇數則可
悟十率以後之分母亦必爲各奇數挨次遞加惟
逐率各自爲分母非可由遞除而得故先求各率
全數而各以本率分母除之此切線求本弧立法
之由也

切線求餘弧

術曰先求各率分子爲遞次乘法 置單一以二三
遞乘之又一乘三除得二爲數根又爲第一乘法

三乘前數根以四五遞乘之又三乘五除得七十二
爲數根三乘前乘法以四五遞乘之又一乘三除得

四十爲初減數數根內減初減得三十二爲第二乘
法 置前數根以六七遞乘之又五乘七除得二千

一百六十爲數根置前初減以六七遞乘之又三乘
五除得一千〇〇八爲初減數置前乘法以六七遞

乘之又一乘三除得四百四十八爲次減數數根內
減初減得一千一百五十二再減次減得七百〇四

爲第三乘法 五乘前數根以八九遞乘之又七乘
九除得六十萬四千八百爲數根五乘前初減以八

九遞乘之又五乘七除得二十五萬九千二百爲初
減數五乘前次減以八九遞乘之又三乘五除得九

萬六千七百六十八爲次減數五乘前乘法以八九
遞乘之又一乘三除得八萬四千四百八十爲三減

數數根內減初減得三十四萬五千六百再減次減
得二十四萬八千八百三十二再減三減得十六萬

四千三百五十二爲第四乘法 置前數根以十與
十一乘之又九乘十一除得五千四百四十三萬二

千爲數根置前初減以十與十一遞乘之又七乘九

除得二千二百十七萬六千為初減數置前次減以十與十一遞乘之又五乘七除得七百六十萬三千二百為次減數置前三減以十與十一遞乘之又三乘五除得五百五十七萬五千六百八十為三減數置前乘法以十與十一遞乘之又一乘三除得六百〇二萬六千二百四十為四減數數根內減初減得三千二百二十五萬六千再減次減得二千四百六十五萬二千八百再減三減得一千九百〇七萬七千一百二十再減四減得一千三百〇五萬〇八百八十為第五乘法 凡求數根及各減數先用耦奇二數乘而逐次乘法遞加如第一乘法用二三乘次用相連兩奇數一乘一除而逐次減數遞降如第二根用三乘五除初減用一乘三除又問位加一奇數乘如是遞求得各率分子即為遞次乘法

乃以切線為第一數正 次以切線為一率半徑為二率二率自乘一率除之得三率二三遞除之為五率用數第一乘法乘之得第二數正 次以三率自乘二率除之得四率于是三除五率用數以四率乘之得五率四五遞除之為七率用數第二乘法乘之得第三數負 置七率用數以四率乘之得七率六七遞除之為九率用數第三乘法乘之得第四數正 五除九率用數以四率乘之

二率除之得九率八九遞除之為十一率用數第四乘法乘之得第五數負 置十一率用數以四率乘之得十一率四十一遞除之為十三率用數第五乘法乘之為第六數正 凡逐次除法同餘弧求切線第一數為正第二數以下耦數正奇數負如是遞求至單位下乃并諸正數又并諸負數減之所得為以半徑為二率餘弧分為三率之第一率以半徑自乘求得數除之得餘弧

解曰切線求餘弧若依切線求本弧還原之法當以切線為一率半徑為二率取餘弧求切線率分命為一率以二率半徑自乘切線一率除之得切線三率以切線三率自乘二率半徑除之得切線四率于是置切線三率以切線四率乘之半徑二率除之得切線五率如是依次遞求切線各率就切線一率分子累加累減使之却盡僅留首位視其加減分數即切線求餘弧率分其第一數起一率之切線以下均用奇率而餘弧求切線率分所留之首位係以半徑為二率弧背為三率之一率故遞求所得亦為弧背為三率之一率但其各率分子由累次乘除累次加減而成紛紜雜揉而莫見其遞求之例故雖有其法而不適于用夫餘弧之切線與半徑與本弧之切線為三率連比則

乘七 三十七	乘九 九十九	乘十一 一百一十一	乘十三 一百三十三	乘十五 一百五十五	乘十七 一百七十七	乘十九 一百九十九	乘二十一 二百一十一	乘二十三 二百三十三	乘二十五 二百五十五	乘二十七 二百七十七	乘二十九 二百九十九	乘三十一 三百一十一	乘三十三 三百三十三	乘三十五 三百五十五	乘三十七 三百七十七	乘三十九 三百九十九	乘四十一 四百一十一	乘四十三 四百三十三	乘四十五 四百五十五	乘四十七 四百七十七	乘四十九 四百九十九	乘五十一 五百一十一	乘五十三 五百三十三	乘五十五 五百五十五	乘五十七 五百七十七	乘五十九 五百九十九	乘六十一 六百一十一	乘六十三 六百三十三	乘六十五 六百五十五	乘六十七 六百七十七	乘六十九 六百九十九	乘七十一 七百一十一	乘七十三 七百三十三	乘七十五 七百五十五	乘七十七 七百七十七	乘七十九 七百九十九	乘八十一 八百一十一	乘八十三 八百三十三	乘八十五 八百五十五	乘八十七 八百七十七	乘八十九 八百九十九	乘九十一 九百一十一	乘九十三 九百三十三	乘九十五 九百五十五	乘九十七 九百七十七	乘九十九 九百九十九
-----------	-----------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

次商實應換分母何也切線求本弧率分分母太
 小次商以下其分子多不受除必須與餘弧求切
 線分母相同則分子方無畸零其三率乘三率應
 以餘弧求切線分母二三乘之以切線求本弧分
 母三除之其三率乘五率應以餘弧求切線分母
 二三四五乘之又三乘之以切線求本弧分母五
 除之其三率乘七率應以自二至七乘之又三乘
 之又以七除之其三率乘九率應以自二至九乘
 之又三乘五乘之又以九除之其三率乘十一率
 應以自二至十一乘之又三乘五乘之又以十一
 除之通計求得如四層三率乘三率二三分之二
 少三率乘五率二三四五分之七十二多
 三率乘七率自二至七分又
 三分之二千一百六十少三
 率乘九率自二至九分又三
 分又五分之六十萬〇四千
 八百多三率乘十一率自二
 至十一分又三分又五分之
 五千四百四十三萬二千為
 換母次商實 置首位
 以除法首位三率一約之得
 三率二三分之二即為次商

以乘法得五層三率乘三
 率二三分之二少三率乘五
 率三分又二三分之二多三
 率乘七率五分又二三分之
 二少三率乘九率七分又二
 三分之二多三率乘十一率
 九分又二三分之二為次商乘法式應減次商實
 其三率乘三率二三分之二減盡其三率乘五率
 原實分母係二三四五分之三分乘法式分母係
 三分又二三分之二應以三除之又四五乘又三乘以
 同其母三除三乘本可首算而明換次之則則不可首其三率乘七率原
 實分母係自二至七分又三分乘法式係五分又
 二三分應以五除之又四五六七乘又三乘其三
 率乘九率原實分母係自二至九分又三分又五
 分乘法式係七分又二三分應以七除之又自四
 至九乘又三乘五乘其三率乘十一率原實分母
 係自二至十一分又三分又五分乘法式係九分
 又二三分應以九除之又自四至十一乘又三乘
 五乘通計乘除得如六層少三率乘五率二三三四
 五分又三分之四十多三率乘七率自二至七分
 又三分之一千〇〇八少三率乘九率自二至九
 分又三分又五分之二十五萬九千二百多三率

乘十一率自二至十一分又三分又五分之二千
 二百十七萬六千為次商同母式以減次商實得
 七層少三率乘五率二三四五分又三分之三十
 二多三率乘七率自二至七分又三分之一千一
 百五十二少三率乘九率自二至九分又三分又
 五分之三十四萬五千六百多三率乘十三率自
 二至十一分又三分又五分之三千二百二十五
 萬六千為三商實

置三商實首位少三率乘五率二三四五分又三
 分之三十二以除法首位三率一約之得少五率
 一二三四五分又三分之三十二即為三商以乘除

三 五 三 五	七 四 五 六 七	三 九 三 四 五 六 七 八 九	三 五 三 四 五 六 七 八 九 十
七 三 三	三 四 五	三 四 五 六 七 八 九	三 四 五 六 七 八 九 十
八 三 三	三 三 六 七	三 三 六 七 八 九	三 三 六 七 八 九 十
九 三 三	三 三 六 七	三 三 六 七 八 九	三 三 六 七 八 九 十

法得八層少三率乘五率二三三四
 五分又三分之三十二多三率乘
 七率三分又二三四五分又三分
 之三十二少三率乘九率五分又
 二三四五分又三分之三十二多
 三率乘十一率七分又二三四五
 分又三分之三十二為三商乘法
 應減三商實其首位三率乘五率
 二三四五分又三分之三十二減
 盡其三率乘七率原實分母係自
 二至七分又三分乘法式係三分

又二三四五分又三分應以三除之以六七乘之
 以同其母其三率乘九率原實分母係自二分至
 九分又三分又五分乘法式係五分又二三四五
 分又三分應以五除之又六七八九乘之又五乘
 之其三率乘十一率原實分母係自二至十一分
 又三分又五分乘法式係七分又二三四五分又
 三分應以七除之又自六至十一乘之又五乘之
 通計乘除得如第九層三率乘七率自二至七分
 又三分之四百四十八少三率乘九率自二至九
 分又三分又五分之九萬六千七百六十八多三
 率乘十一率自二至十一分又三分又五分之七
 百六十萬〇三千二百為三商同母式以減三商
 實得十層三率乘七率自二至七分又三分之七
 百〇四少三率乘九率自二至九分又三分又五
 分之二十四萬八千八百三十二多三率乘十一
 率自二至十一分又三分又五分之二千四百六
 十五萬二千八百為四商實

置四商實首位三率乘七率自二至七分又三分
 之七百〇四以除法首位三率一約之得七率自
 二至七分又三分之七百〇四即為四商以乘除
 法得十一層三率乘七率自二至七分又三分之
 七百〇四少三率乘九率三分又自二至七分又

三乘七	三乘六	三乘五	三乘四	三乘三	三乘二	三乘一
七	六	五	四	三	二	一
三乘七	三乘六	三乘五	三乘四	三乘三	三乘二	三乘一
七	六	五	四	三	二	一
三乘七	三乘六	三乘五	三乘四	三乘三	三乘二	三乘一
七	六	五	四	三	二	一

三分之七百〇四多三率乘十一
 率五分又自二分至七分又三分
 之七百〇四為四商乘法式應減
 四商實其首位三率乘七率自二
 至七分又三分之七百〇四減盡
 其三率乘九率原實分母係自二
 至九分又三分又五分乘法式係
 三分又自二至七分又三分應以
 三除之又八九乘之又五乘之以
 同其母其三率乘十一原實分母
 係自二至十一分又三分又五分
 乘法式係五分

又自二至七分又三分應以五除之又八九十
 一乘之又五乘之通計乘除得十二層少三率乘
 九率自二至九分又三分又五分之八萬四千四
 百八十多三率乘十一率自二至十一分又三分
 又五分之五百五十七萬五千六百八十為四商
 同母式以減四商實得十三層少三率乘九率自
 二至九分又三分又五分之十六萬四千三百五
 十二多三率乘十一率自二至十一分又三分又
 五分之一千九百〇七萬七千一百一十為五商
 實

三乘七	三乘六	三乘五	三乘四	三乘三	三乘二	三乘一
七	六	五	四	三	二	一
三乘七	三乘六	三乘五	三乘四	三乘三	三乘二	三乘一
七	六	五	四	三	二	一
三乘七	三乘六	三乘五	三乘四	三乘三	三乘二	三乘一
七	六	五	四	三	二	一

分又五分之十六萬四千三百五十二以除法首
 位三率一約之得少九率自二至九分又三分又
 五分之十六萬四千三百五十二即
 為五商以乘法得十四層少三率
 乘九率自二至九分又三分又五分
 之十六萬四千三百五十二多三率
 乘十一率三分又自二至九分又三
 分又五分之十六萬四千三百五十
 二為五商乘法式應減五商實其首
 位三率乘九率自二至九分又三分又五分之十
 六萬四千三百五十二減盡其三率乘十一率原
 實分母係自二至十一分又三分又五分乘法係
 三分又自二至九分又三分又五分應以三除十
 與十一乘得十五層三率乘十一率自二至十一
 分又三分又五分之六百〇二萬六千二百四十
 為五商同母式以減五商實得十六層三率乘十
 一率自二至十一分又三分又五分之一千三百
 〇五萬〇八百八十為六商實

置六商實以除法首位三率一約之得十
 一率自二至十一分又三分又五分之一
 千三百〇五萬〇八百八十即為六商以
 乘法得十七層三率乘十一率自二至

一乘 二乘 三乘 四乘 五乘 六乘 七乘 八乘 九乘 十乘	二乘 三乘 四乘 五乘 六乘 七乘 八乘 九乘 十乘	三乘 四乘 五乘 六乘 七乘 八乘 九乘 十乘	四乘 五乘 六乘 七乘 八乘 九乘 十乘	五乘 六乘 七乘 八乘 九乘 十乘	六乘 七乘 八乘 九乘 十乘	七乘 八乘 九乘 十乘	八乘 九乘 十乘	九乘 十乘	十乘
--	--	--	--	----------------------------------	----------------------------	----------------------	----------------	----------	----

十一分又三分又五分之一千三百〇五萬
 〇八百八十以減六商實御盡通計得切線
 求餘弧爲三率之一率各率分數爲一率一
 又三率二三分之二少五率二三四五分又
 三分之三十二多七率自二至七分又三分
 之七百〇四少九率自二至九分又三分又
 五分之十六萬四千三百五十二多十一率
 自二至十一分又三分又五分之一千三百
 〇五萬〇八百八十也

細審切線求餘弧各率分數其分母與餘弧
 求切線同是其逐率除法亦與餘弧求切線
 同于是審其分子之由來乃由前圖爲第二
 圖其次商實分子均爲單一其數根換分母
 之乘除則三率分子
 爲二三乘又三除即
 第一數根其五率分
 子爲二三四五乘又
 三乘又五除以較三
 率分子多四五乘又
 三乘又多五除少三
 除是以第一數根四
 五乘之又三乘之又

三乘 四乘 五乘 六乘 七乘 八乘 九乘 十乘	二乘 三乘 四乘 五乘 六乘 七乘 八乘 九乘 十乘	一乘 二乘 三乘 四乘 五乘 六乘 七乘 八乘 九乘 十乘	二乘 三乘 四乘 五乘 六乘 七乘 八乘 九乘 十乘	三乘 四乘 五乘 六乘 七乘 八乘 九乘 十乘	四乘 五乘 六乘 七乘 八乘 九乘 十乘	五乘 六乘 七乘 八乘 九乘 十乘	六乘 七乘 八乘 九乘 十乘	七乘 八乘 九乘 十乘	八乘 九乘 十乘	九乘 十乘	十乘
--	--	--	--	--	--	----------------------------------	----------------------------	----------------------	----------------	----------	----

三乘五除即第二數
 根也七率分子爲自
 二至七乘又三乘又
 七除以較五率分子
 多六七乘又多七除
 少五除是以第二數
 根六七乘之又五乘
 七除即第三數根也

九率分子爲自二至九乘又三乘又五乘又九除
 以較七率分子多八九乘又五乘又多九除少七
 除是以第三數根八九乘之又五乘之又七乘九
 除即第四數根也十一率分子爲自二至十一乘
 又三乘又五乘又十一除以較九率分子多十與
 十一乘又多十一除少九除是以第四數根十與
 十一乘之又九乘十一除即第五數根也而第一
 數根即爲三率分子其初減數皆根子三率分子
 之二五率初減四五乘又三乘又三除七率初減
 四五六七乘又三乘又五除以較五率初減多六
 七乘又多五除少三除是以五率初減六七乘之
 又三乘五除即七率初減也其九率初減自四至
 九乘又三乘又五乘又七除以較七率初減多八
 九乘又五乘又多七除少五除是以七率初減八

九乘之又五乘之又五乘七除即九率初減也十一
 一率初減自四至十一乘又三乘又五乘又九除
 以較九率初減多十與十一乘又多九除少七除
 是以九率初減十與十一乘之又七乘九除即十
 一率初減也而第一減餘即為五率分子其次減
 數皆根于五率分子之三十二七率次減六七乘
 又三除九率次減六七八九乘又五乘又五除以
 較七率次減多八九乘又五乘又多五除少三除
 是以七率次減八九乘之又五乘之又三乘五除
 即九率次減也其十一率次減自六至十一乘又
 五乘又七除以較九率次減多十與十一乘又多
 七除少五除是以九率次減十與十一乘之又五
 乘七除即十一率次減也而第一減餘即為七率
 分子其三減數皆根于七率分子之七百〇四九
 率三減八九乘又五乘又三除十一率三減八九
 十一乘又五乘又五除以較九率三減多十與
 十一乘又多五除少三除是以九率三減十與十
 一乘之又三乘五除即十一率三減也而第一減
 餘即為九率分子其四減數根于九率分子之十
 六萬四千三百五十二十一率四減十與十一乘
 又三除而減餘一千三百〇五萬八百八十即十
 一率分子

復由前圖為第三圖第一層為換母次商實分子
 即數根置單一以二三乘又一乘三除前圖本無

之創並顯推為第一
 數根再加四五乘又

三乘五除又三乘為
 第二數根再加六七

乘又五乘七除為第
 三數根再加八九乘

又七乘九除又五乘
 為第四數根再加十
 與十一乘又九乘十

一除為第五數根通計其乘法自二三而遞加又
 相連兩奇數一乘一除而間位加一奇數乘其首

位二為三率分子即第一乘法第二層初減數以
 三率分子為實四五乘又一乘三除又三乘為第

初減再加六七乘又三乘五除為第二初減再
 加八九乘又五乘七除又五乘為第三初減再加

十與十一乘又七乘九除為第四初減通計其乘
 法自四五而遞加亦用相連兩奇數一乘一除而

間位加一奇數乘第三層減餘首位五率分子三
 十二即第二乘法第四層次減數以第二乘法為

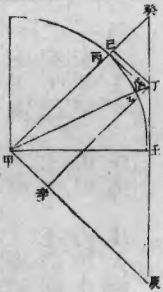
實六七乘又一乘三除以第一次減再加八九乘



又三乘五除又五乘為第二次減再加十與十一乘又五乘七除為第三次減通計其乘法自六七而遞加亦用相連兩奇數一乘一除而間位加奇數乘第五層減餘首位七率分十七百〇四即第三乘法第六層三減數以七率分子為實八九乘又一乘三除又五乘為第一三減再加十與十一乘又三乘五除為第二三減通計其乘法自八九而遞加亦相連兩奇數一乘一除而間位加奇數乘第七層減餘首位九率分子十六萬四千三百五十二即第四乘法第八層四減數以九率分子為實十與十一乘又一乘三除為第一四減計其乘法起十與十一亦相連兩奇數一乘一除而間位奇數乘雖未見已可據前諸減而類推也第九層減餘十一率分子一千三百〇五萬〇八百八十即第五乘法細按數根及諸減數其迭次乘除之例橫豎不紊則自十一率以下可以遞推而此逐率自為分子與餘弧求切線同故先求用數此切線求餘弧立術之由也

切線求距弧
以本弧與半象限相減如本弧小於本弧如本弧大於半象限為本弧距中分象限之弧名餘距弧
 術曰以切線與半徑相加為一率切線與半徑相減為二率半徑為三率求得四率如切線小於半徑為本距弧切線大於半徑為餘距弧切線半徑為半象限過半徑則本弧必大於半象限于是以半徑為連比例一率距弧切線為二率如本弧求切線術入之求得本距弧以減半象限求得餘距弧以加半象限均得本弧

解曰凡本弧切線與半徑相加減之比同于半徑與距弧切線之比也



如圖乙壬為本弧丙壬為半象限丙乙為本距弧丁壬為本弧切線丙戊為距弧切線癸壬為半象限切

線即半徑試從癸甲取直角作甲庚線又引癸壬至庚作壬庚半徑成癸甲庚半方形則丁庚為切線半徑和癸丁為切線半徑較又從丁與甲庚平行作丁辛線又成癸己丁半方形又從丁與己甲平行作丁辛線使與己甲等又成丁辛庚半方形法以丁庚大方斜比癸丁小方斜若丁辛或己甲

切線求弧背算式

弦矢求弧背分子大于弧背求弦矢其弦矢與半徑相近者必參用借線求弧之法所以濟連比例術之窮也切線求弧背雖分本弧餘弧二術而四十五度前後各切線究與半徑相近而降位甚難故復有切線求距弧一術正借線求弧之意也茲將九十度分爲四限其自十秒至二十二度三十分則用切線求本弧法求之其自二十二度三十分至四十五度則用切線求本距弧法求之其自四十五度至六十七度三十分則用切線求餘距弧法求之其自六十七度三十分至八十九度五十九分五十秒則用切線求餘弧法求之庶降位均無難矣

切線求餘弧各率乘法表

三率	第一乘法	二
五率	第二乘法	三
七率	第三乘法	七〇四
九率	第四乘法	一六四三三
十一率	第五乘法	三〇五〇八〇
十三率	第六乘法	一〇九七五五五〇〇
十五率	第七乘法	一八五三九九〇〇〇〇〇
十七率	第八乘法	四二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

切線求本弧分子均爲單一無乘法表切線求餘弧第六以後諸乘法尾數無用不全列

凡設切線自十秒至二十二度三十分則用切線求本弧法求之今將設切線四一四二一三

五六二 求其本弧算式列於後

法以切線四一四二一三五六二爲第一數正 次

以半徑爲一率切線爲二率二率自乘一率除之得

一七一五七二八七五 爲三率于是置二率以三率

乘之一率除之得四率七一〇六七八一三三除之

得二三六八九二七一 爲第二數負 置四率以三

率乘之一率除之得六率一二一九三三〇九五除

之得二四三八六_{六二} 爲第三數正 置六率以三
 率乘之一率除之得八率二〇九二〇 四一七除之
 得二九八八_{六三} 爲第四數負 置八率以三率乘
 之一率除之得十率三五八九_{三八} 九除之得三九
 八八_二 爲第五數正 置十率以三率乘之一率除
 之得十二率六一五八_四 十一除之得五五_{九八} 爲
 第六數負 置十二率以三率乘之一率除之得十
 四率一〇五六_六 十三除之得八一_三 爲第七數正
 置十四率以三率乘之一率除之得十六率一八
 一三五除之得一二_二 爲第八數負 置十六率
 以三率乘之一率除之得十八率三一_一 十七除之
 得一八 爲第九數正 置十八率以三率乘之一率
 除之得二十率五_三 十九除之得〇_二 爲第十數負
 乃并諸正數得四一六六九二九_{三七} 以并諸負
 數得二二九九三八_{五五} 減之得三九二六九九〇
 爲弧背檢孤線表爲二十二度三十分也

四	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一
二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二
三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三
四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四
五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五
六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六
七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七
八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八
九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九
十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十

九九八八二
五五九八二
八二一三
二二八
九九八八二
四二六九二五三三
二九九三八五五
三九九〇八二

凡設切線自六十七度三十分至八十九度五
 十九分五十秒則用切線求餘弧法求之今將
 設切線二四一四二一三五_六 求其餘弧算式
 列於後

法以切線二四一四二一三五_六 爲第一數正 次
 以切線爲一率半徑爲二率二率自乘一率除之得
 四一四二一三五_{六二} 爲三率二除之三除之得六
 九〇三五五_{九三七} 爲五率用數第一乘法二乘之
 得一三八〇七一_{一九七} 爲第二數正 次以三率
 自乘二率除之得一七一五七二八_{七五} 爲四率于
 是三除五率用數以四率乘之二率除之得五率四
 除之五除之得一九七四_{一〇五八九} 爲七率用數
 第二乘法三二乘之得六三一七_{一四} 爲第三數負
 置七率用數以四率乘之二率除之得七率六除
 之七除之得八〇六四_{三五八} 爲九率用數第三乘
 法七〇四乘之得五六七七_三 爲第四數正 五除
 九率用數以四率乘之二率除之得九率八除之九
 除之得〇〇三八_{四三四} 爲十一率用數第四乘法

四率即本距弧切線命為連比例第二率以半徑為一率如切線求本弧術入之依前得本距弧二十二度三十分以減四十五度仍得二十二度三十分為本弧

凡切線自四十五度至六十七度三十分則用切線求餘距弧法求之茲將設切線二四一四二一三五^六求其餘距弧算式列于後

法以切線與半徑相加得三四一四二一三五^六為一率以切線與半徑相減得一四一四二一三五^六為二率半徑一〇〇〇〇〇〇〇。為三率二三率相乘一率除之得四一四二一三五^六為四率即餘距弧切線命為連比例第二率以半徑為一率如切線求本弧術入之依前得餘距弧二十二度三十分以加四十五度得六十七度三十分為本弧

外切密率卷之四

割綫求本弧

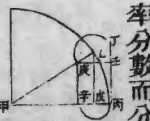
術曰先求各率分子為遞次乘法 置單一兩次一乘得一為數根復置單一三四遞乘之折半又一除一乘得六為初減數數根減初減得五為第一乘法 置前數根兩次二乘得四為數根復置前數根五六遞乘之折半又一除二乘得三十為初減數置前初減五六遞乘之折半又二除二乘得九十為次減數數根減初減得二十六再減次減得六十四為第二乘法 置前數根兩次三乘得三十六為數根復置前數根七八遞乘之折半又一除三乘得三百三十六為初減數置前初減七八遞乘之折半又二除三乘得一千二百六十為次減數置前次減七八遞乘之折半又三除三乘得二千五百二十為三減數數根減初減得三百再減次減得九百六十再減三減得一千五百六十為第三乘法 置前數根兩次四乘得五百七十六為數根復置前數根九十遞乘之折半又一除四乘得六千四百八十為初減數置前初減九十遞乘之折半又二除四乘得三萬〇二百四十為次減數置前次減九十遞乘之折半又三除四乘得七萬五千六百為三減數置前三減九十遞乘之折半又四除四乘得十一萬三千四百為四減

數數根減初減得五千九百〇四再減次減得一萬
 四千三百三十六再減三減得五萬一千二百六十
 四再減四減得六萬二千一百三十六為第四乘法
 凡求數根以一二三等數兩次乘之其求各減數先
 用奇耦二數乘之而折半如第一乘法三四乘之折半
 再用一二三等數挨減數遞加除之如第四乘法
 次減又三除又一二三等數挨乘法遞加乘之如第一
 三減又三除又一二三等數挨乘法遞加乘之如第一
 法通三乘四其各減則生于前各減而降一等如第
 二乘法初減生于前數乘法降一位則多一減如是
 根次減生于前初減乘法降一位則多一減如是
 遞求得各率分子即為遞次乘法術中乘除多有可
 不省之例故

乃以割線內減半徑為割線半徑差倍之為倍差為
 第一數正 次以半徑為連比例一率倍差為三率
 置第一數以三率乘之一率除之得五率三四遞除
 之為七率用數第一乘法乘之為第二數負 置七
 率用數以三率乘之一率除之得七率五六遞除之
 為九率用數第二乘法乘之為第三數正 置九率
 用數以三率乘之一率除之得九率七八遞除之為
 十一率用數第三乘法乘之為第四數負 置十一
 率用數以三率乘之一率除之得十一率九十遞除
 之為十三率用數第四乘法乘之為第五數正 凡
 奇數為正耦數為負如是遞求至單位下乃併諸正

數以併諸負數減之所得為以半徑為一率本弧為
 二率之三率與半徑相乘平方開之得本弧

解曰割線求本弧依還原之法當取本弧求割線
 半徑差率分倍之命為連比例三率以半徑為一
 率依法求得五七九等率復取本弧求割線半徑
 差率分加減之即可得割線半徑差求本弧率分
 惟分子之所由來究不可見是以取割線半徑差
 倍之為倍差命為三率半徑為一率先求倍矢然
 後置倍差求倍矢率分命為三率半徑為一率依
 法遞求五七九各率再取倍矢求弧背各率分數
 以倍差求倍矢率分變易之即得倍差求本弧各
 率分數而分子之所由來乃顯然而可見矣



如圖乙丙為本弧甲丁為本弧割線
 乙丁為割線半徑差庚丁為倍差戊
 丙為本弧正矢辛丙為倍矢庚壬同
 甲丙為半徑法以甲丁割線大弦比
 甲丙半徑大股若庚丁倍差小弦與辛丙即庚壬
 倍矢小股

一率 大弦 割線一率一又三率二分之一
 二率 大股 一率半徑
 三率 小弦 三率倍差
 四率 小股 倍差求倍矢率分

如圖先以倍差三率乘半徑一率得第一層一率

乘三率一為初商實其割線命為一率一又三

率二分之一為除法以其首位約初商實得三

率一即為初商以乘除法得二層一率乘三率

一又一率乘五率二分一以減原實得三層

少一率乘五率二分一為次商實以除法首

位約之得少五率二分一即為次商以乘法

得四層少一率乘五率二分一少一率乘七率

兩分二分即二分一以減原實得五層一率乘

七率兩分二分一為三商實以除法首位約之

得七率兩分二分一即為三商以乘法得六

層一率乘七率兩分二分一又一率乘九率三

次二分之一以減原實得七層少一率乘九率三

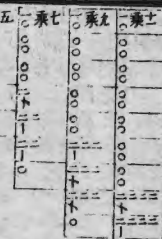
次二分之一為四商實以除法首位約之得少九

率三次二分之一即為四商以乘法得八層少

一率乘九率三次二分之一少一率乘十一率四

次二分之一以減原實得九層一率乘十一率四

次二分之一以減原實得九層一率乘十一率四



次二分之一以爲五商實以除法首位約之得十

一率四次二分之一即爲五商以乘法得十層

一率乘十一率四次二分之一以減原實卻盡通

計得倍差求倍矢率分三率一少五率二分之一

多七率兩分二分之一少九率三次二分之一多

十一率四次二分之一也

于是取倍差求倍矢率分即命爲倍矢三率

自乘半徑一率除之得倍差五率一少倍差

七率二分之二多倍差九率兩分二分之三

少倍差十一率三次二分之二四爲倍矢五率

以乘倍矢三率半徑一率除之得倍差七率

一少倍差九率二分之三多倍差十一率兩

次二分之二六爲倍矢七率又以倍矢三率乘

之一率除之得倍差九率一少倍差十

一率二分之二四爲倍矢九率又以倍矢

三率乘之一率除之得倍差十一率一

爲倍矢十一率也

細審倍差求倍矢各率其分母皆遞加二分其分子適合乎遞加數三率分子均爲一爲遞加數根五率分子爲一二三四等數即遞加數七率分子爲一三六等數即二次遞加數九率分子爲一

二冊下倍考三冊
倍考九〇一

倍考九〇一

倍考九〇一

倍考九〇一

倍考九〇一

倍考九〇一

倍考九〇一

倍考九〇一

倍考九〇一

倍考九〇一

倍考九〇一

倍考九〇一

倍考九〇一

四等數為三次遞加數則十一率之一亦必為四次遞加數之第一數凡第四次遞加數之遞求各數係用中間三數之兩數一除一乘如取第一數之一以之五再加一除六乘得第三數之二以五圖止十一率故遞加之率未變其三次遞加數之遞求各數則用中間二數之兩數一除一乘與中間二數如一其二次遞加數之遞求各數則用中間一數之兩數一除一乘其遞加數則用相連兩數一除一乘其遞加數根則就一數一除一乘雖一數乘除本可省筭而其理則然也

如圖取倍差求倍矢三率各分子斜列之為第一列其三率分子起單一以一除一乘仍得一為五第第四三二一列率分子二除二乘仍得一為七率分子三除三乘仍得一為九率分子四除四乘仍得一為十一率分子此所謂就一乘復取倍矢五率斜列之為第二列其五率起單一除二乘得二為七率分子二除三乘得三為九率分子三除四乘得四為十一率分子此所謂相連兩又取倍矢七率斜列之為第三列

外切密率 卷四

其七率分子起單一除三乘得三為九率分子二除四乘得六為十一率分子此謂中間一數之又取倍矢九率斜列之為第四列其九率分子起單一除四乘得四為十一率分子此所謂中間二數之又取倍矢十一率補列之為第五列其十一率亦起單一其全圖逐率乘除之例均秩然而不紊然後取倍矢求那背各率分數為之茲依泰西杜氏演得倍矢求那背各率分數為三率一又五率三四分之一乘單一又七率三四五六分之四一二乘又九率自三至八分之三五六一二乘又十一率自三至十分之五百七十六一二三四乘

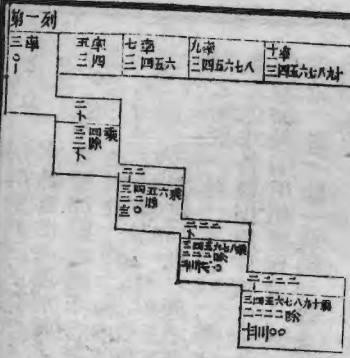
推演割線求本那總圖



冊	下	冊	冊
冊	冊	冊	冊
冊	冊	冊	冊
冊	冊	冊	冊

第一列
三率

如圖先以倍矢求弧背分母列于上為定母次視
 倍矢求弧背率分之三率為單一乃取倍差求倍
 矢三率率分為三率一少五率二分之一多七率
 兩次二分之一少九率三次二分之一多十一率
 四次二分之一即命為倍矢求弧背之三率斜列
 之為第一列次視其各率分母使從定母五率之
 定母係三四分而第一列之五率分母係二分應
 以三四乘之二除之使從定母七率定母係三四
 五六分而第一列之七率係兩次二分應以三四
 五六乘之兩次二除之九率定母係自三至八分



第一列之九率
 係三次二分應
 以自一至八乘
 之三次二除之
 十一率定母係
 自三至十分第
 一列之十一率
 係四次二分應
 以自三至十乘
 之四次二除之
 通計乘除得倍

第一列
三率

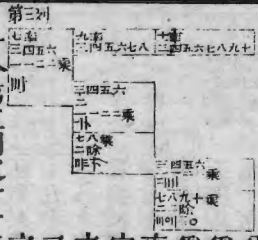
差三率一少五率三四分之六多七率三四五六
 分之九十少九率自一至八分之二千五百二十
 多十一率自三至十分之十一萬三千四百為變
 母一列

次視倍矢求弧背之五率其分母為三四其分子
 為一自乘乘單一乃取倍差求倍矢五率率分五
 率一少七率二分之二多九率兩次二分之二少
 十一率三次二分之二四以倍矢求弧背五率三四
 分之一乘之得倍差五率三四分之一少七率三
 四分又二分之二多九率三四分又兩次二分之二
 三少十一率三四分又三次二分之二四即命為倍
 矢求弧背五率斜列之為第二列應使從定母其

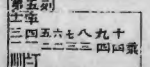
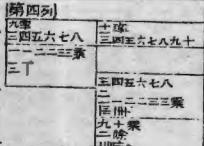


第二列
 之九率分母係三四分又兩次二分應以五六七
 八乘之又兩次二除之其十一率定母係自三至
 係自三至八分第一列
 除之其九率定母
 應以五六乘之二
 係三四分又二分
 係三四五六分第
 二列之七率分母
 母同其七率定母
 係三四五六分第
 二列之七率分母
 係三四分又二分
 除之其九率定母
 係自三至八分第一列

十分第二列之十一率分母係三四分又三次二分應以自五至十乘之又三次二除之通計乘除得倍差五率三四分之四少七率三四五六分之三十多九率自三至八分之一千二百六十少十一率自三至十分之七萬五千六百為變母二列次視倍矢求弧背之七率其分母為三四五六分其分子為一與一一二迭乘乃取倍差求倍矢七率率分七率一少九率二分之三多十一率兩次二分之六以倍矢求弧背之七率三四五六分之四乘之得倍差七率三四五六分之四少九率三四五六分又二分之二多十一率三四五六分又兩次二分之二十四命為倍矢求弧背七率斜列之為第三列應使從定母其七率之分母與定母同其九率定母係自三至八分第三列之九率分母係三四五六分又二分應以七八乘之二除之其十一率定母係自三至十分第三列之十一率分母係三四五六分又兩次二分應以七八九乘之又兩次二除之通計乘除得倍差七率三四五六分之四少九率自三



至八分之三百三十六多十一率自三至十分之三萬〇二百四十為變母三列次視倍矢求弧背之九率其分母為自三至八分其分子為一與一一二二三迭乘乃取倍差求倍矢九率率分九率一少十一率二分之四以倍矢求弧背之九率自三至八分之三十六乘之得倍差九率自三至八分之三十六少十一率自三至八分又二分之一百四十四命為倍矢求弧背九率斜列之為第四列應使從定母其九率之分母與定母同其十一率定母係自三至十分其第四列之十一率分母係自三至八分又二分應以九十乘之二除之通計乘除得倍差九率自三至八分之三十六少十一率自三至八分之六千四百八十為變母四列次視倍矢求弧背之十一率其分母為自三至十分其分子為一與一一二二三四迭乘乃取倍差求倍矢十一率率分十一率一以倍矢求弧背十一率自三至十分之五百七十六乘之得倍差十一率自三至十分之五百七十六命為倍矢求弧背十一率其分母與定母同無須變母



子率	三率	五率	七率	九率
三	五	七	九	十一
...

于是各率分子相併其第一層分子
 三率一又五率一又七率四又九率
 三十六又十一率五百七十六均為
 正數其第二層分子五率六七率三
 十九率三百三十六十一率六千四
 百八十均為負數正負異名應以減
 為并計減得分子三率一少五率五
 少七率二十六少九率三百少十一
 率五千九百〇四為第一并數其自
 五率以下均屬負數其第三層七率
 九十九率一千二百六十一率三
 萬〇二百四十均為正數仍當以減為并計減得
 分子三率一少五率五多七率六十四多九率九
 百六十多十一率二萬四千三百三十六為第二
 并數其自七率以下均為正數其第四層分子九
 率二千五百二十一率七萬五千六百均為負
 數仍當用減計減得分子三率一少五率四多七
 率六十四少九率一千五百六十一率五萬
 一千二百六十四為第三并數其自九率以下均
 為負數其第五層十一率分子十一萬三千五百
 為正數仍當用減計減得三率一少五率五多七
 率六十四少九率一千五百六十一率六萬

二千一百三十六為第四并數通計求得倍差求
 本弧各率分數為三率一少五率三四分之五多
 七率三四五六分之六十四少九率自三至八分
 之一千五百六十一率自三至十分之六萬
 二千一百三十六也
 細審倍差求本弧率分其分母與倍矢求弧背同
 是其逐率除法自三四而五六亦與倍矢求弧背
 同于是審其分子之由來由前圖變為又圖其逐
 率首層為數根而三率分子單一為諸數之所起
 其第一數根為一與一乘第二數根為一一二
 二迭乘是取第一數以二乘之即第二數根也
 第三數根為一與一一二二
 三三迭乘是以第二數根三
 三乘之即第三數根也第四
 數根為一與一一二二三三
 四四迭乘是以第三數根四
 四乘之即第四數根也復斜
 視其第一各減數為遞加數
 之根而首位即三率分子之
 一第一初減為遞加數根之
 第二二位其乘為三四乘除為
 二除是取三率分子之單一

初減數	二減數	三減數	四減數
...

根首位

除一乘然後三四乘之二除之即第一初減也第

第一次減為遞加數根之第三位為三四五六乘

又兩次二除以較第一初減多五六乘及二除是

取第一初減用遞加數根第一數求第三數之法

二除二乘然後五六乘之二除之即第一次減也

第一三減為遞加數根之第四位為自三至八乘

又三次二除以較第一次減多七八乘及二除是

取第一次減用遞加數根第三數求第四數之法

三除三乘然後七八乘之二除之即第一三減也

其第一四減為遞加數根之第五位為自三至十

乘又四次二除以較第一三減多九十乘又二除

是取第一三減先用遞加數根第四數求第五數

之法五除五乘然後九十乘之二除之即第一四

減也復斜視其第二各減數為遞加數而首位即

第一數根第二初減為遞加數之第二位其乘為

一一乘又五六乘其除為二除以較第一數根其

一一乘同惟多五六乘及二除是取第一數根用

遞加數第一數求第二數之法一除二乘又五六

乘之二除之即第二初減也其第二次減為遞加

數第三位用一一乘又五六七八乘又兩次二除

以較第二初減多七八乘又二除是第二初減用

遞加數求第三數之法一除三乘然後七八乘之

二除之即第二次減也其第二三減為遞加數第

四位用一一乘又自五至十乘又三次二除以較

第二次減多九十乘及二除是取第二次減用遞

加求第四數之法三除四乘然後九十乘之又二

除之即第二三減也復斜視其第三各減數為一

次遞加數而首位即第二數根第三初減為二次

遞加數之第二位用一一二二乘又七八乘又

二除較第二數根其迭乘數同惟多七八乘又二

除是以第二數根用二次遞加數求第二數之法

一除三乘然後七八乘之又二除之即第三初減

也其第三次減為二次遞加數之第三位亦一一

二二乘又七八九十乘又兩次二除以較第三

初減多九十乘又二除是以第三初減用二次遞

加數求第三數之法二除四乘然後九十乘之又

二除之即第三次減也其第四初減為三次遞加

數之第二位而首位即第三數根第四初減用一

一二三三乘又九十乘二除以較第三數根

其迭乘數亦同惟多九十乘及二除是取第三數

根用三次遞加數求第二數之法一除四乘然後

九十乘之又二除之即第四初減也

復由諸圖變為後圖第一層數根起單一為三率

一乘	二乘	三乘	四乘	五乘	六乘	七乘	八乘	九乘	十乘
除	除	除	除	除	除	除	除	除	除
下	下	下	下	下	下	下	下	下	下

分子加一 一乘為
 數根再加二 二乘為
 二數根再加三 三乘為
 第三數根再加四 四乘為
 為第四數根通計皆用
 一 二 三 四 等數自乘

為乘法第二層初減數復置單一以除一乘又
 三四乘二除為第一初減置第一數根一除二乘
 又五六乘二除為第二初減置第二數根一除三
 乘又七八乘二除為第三初減置第三數根一除
 四乘又九十乘二除為第四初減通計其乘除則
 先用一除而乘亦自一而遞加次用三四乘而遞
 加又通加二除第三層減餘首位五為五率分子
 即第一乘法第四層次減數置第一初減二除二
 乘又五六乘二除為第一次減置第二初減二除
 三乘又七八乘二除為第二次減置第三初減二
 除四乘又九十乘二除為第三次減通計其乘除
 則先用二除而乘亦起二而遞加次用五六乘而
 遞加而亦通加二除第五層減餘首位六十四為
 七率分子即第二乘法第六層三減數置第一次
 減三除三乘又七八乘二除為第一三減置第二
 次減三除四乘又九十乘二除為第二三減通計

其乘除則用三除而乘亦起三而遞加次用七八
 乘而遞加而通加二除第七層減餘首位一千五
 百六十為九率分子即第三乘法第八層四減數
 置第一三減四除四乘又九十乘二除即第一四
 減計其乘除則先用四除而乘亦起四次起九十
 乘而亦加二除雖圖止十一率而其例可遞推也
 而第九層減餘首位六萬二千一百二十六為十
 一率分子即第四乘法細按數根及各減數其乘
 除之例秩然不紊則自十一率以下莫不皆然此
 割線用倍差求本孤立衡之由也

術曰先求各率分子為遞次乘法 三乘單一以三
 自乘乘之得二十七為數根又三乘單一以一自乘
 乘之又四五遞乘之二三遞除之得十為初減數數
 根減初減得十七為第一乘法 置前數根以五自
 乘乘之得六十七為數根置前初減以三自乘
 乘之又六七遞乘之四五遞除之得一百八十九為
 初減數置前乘法以一自乘乘之又六七遞乘之二
 三遞除之得一百十九為次減數數根減初減得四
 百八十六再減次減得三百六十七為第二乘法
 五乘前數根以七自乘乘之得十六萬五千三百七十
 五為數根五乘前初減以五自乘乘之又八九遞乘
 之六七遞除之得四萬〇五百為初減數五乘前次
 減以三自乘乘之又八九遞乘之四五遞除之得一
 萬九千二百七十八為次減數五乘前乘法以一自
 乘乘之又八九遞乘之二三遞除之得二萬二千〇
 二十為三減數數根減初減得十二萬四千八百七
 十五再減次減得十萬〇五千五百九十七再減三
 減得八萬三千五百七十七為第三乘法 置前數
 根以九自乘乘之得一千三百三十九萬五千三百
 七十五為數根置前初減以七自乘乘之又十與十
 一遞乘之八九遞除之得三百〇三萬一千八百七

十五為初減數置前次減以五自乘乘之又千與十
 一遞乘之六七遞除之得一百二十六萬二千二百
 五十為次減數置前三減以三自乘乘之又十與十
 十一遞乘之四五遞除之得一百〇八萬九千九百
 九十為三減數置前乘法以一自乘乘之又十與十
 一遞乘之二三遞除之得一百五十三萬二千二百
 四十五為四減數數根減初減得一千〇三十六萬
 三千五百再減次減得九百十萬〇一千二百五十
 再減三減得八百〇一萬一千二百六十再減四減
 得六百四十七萬九千〇十五為第四乘法 凡求
 數根及各減先用各奇數自乘乘之而逐次乘法遞
 加如第一乘法起三自乘 亦挨次減數遞降如第二乘
 乘第二起五自乘 亦挨次減數遞降如第三乘
 用一自乘 次用耦奇二數乘而逐次乘法遞加亦
 用耦奇二數除而挨次減數遞降又間位加奇數乘
 如是遞求得各率分子即為遞次乘法
 乃以餘割為第一數正 次以餘割為一率半徑為
 二率二率自乘一率除之得三率二三遞除之為第
 二數負 又以三率自乘二率除之得四率于是三
 除第二數以四率乘之二率除之為第五率四五遞
 除之為七率用數第一乘法乘之為第三數負
 置七率用數四率乘之二率除之為第七率六七遞
 除之為九率用數第二乘法乘之為第四數負 五

除九率用數四率乘之二率除之為第九率八九遞
 除之為十一率用數第三乘法乘之為第五數負
 置十一率用數四率乘之二率除之為十一率十與
 十一遞除之為十三率用數第四乘法乘之為第六
 數負 凡乘除之例同餘弧求割綫如是遞求至單
 位下乃并諸負數減第一正數所得為以半徑為二
 率餘弧為三率之第一率以半徑自乘求得數除之
 得餘弧以減象限得本弧

解曰割綫求餘弧若依切線求本弧還原之法而
 分子之由來不可見夫餘弧之割線與半徑與本
 弧之正弦為三率連比例則以半徑為二率自乘
 為實正弦求本弧率分各降一率除之其所得亦
 與用還原法同其一率即為割線而所得為以半
 徑為二率餘弧為三率之第一率與切線求餘弧
 同既由一次除法則分子之由來可見今依泰西
 杜氏演得降率正弦求本弧率分為三率一又五
 率二三分之一又七率二三四五分之九又九率
 自二至七分之二百二十五又十一率自二至九
 分之一萬一千〇二十五又十三率自二至十一
 分之八十九萬三千〇二十五為割綫求餘弧之
 除法也

在實則也 除弧總圖

九 味 二 四 五 六 七 八 九	十 味 一 四 五 六 七 八 九 十	十一 味 一 四 五 六 七 八 九 十 十一	十二 味 一 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二	十三 味 一 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二 十三	十四 味 一 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二 十三 十四	十五 味 一 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二 十三 十四 十五	十六 味 一 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二 十三 十四 十五 十六	十七 味 一 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二 十三 十四 十五 十六 十七	十八 味 一 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二 十三 十四 十五 十六 十七 十八	十九 味 一 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二 十三 十四 十五 十六 十七 十八 十九	二十 味 一 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二 十三 十四 十五 十六 十七 十八 十九 二十
---	--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

如圖先置二率半徑自乘所得如首層三率乘一
 率一為初商實以降率正弦求弧背率分除
 之以除法首位約初商實得一率一即為初
 商以乘法所得如次層三率乘一率一又
 三率乘三率二三分之一又三率乘五率二
 三四五分之九又三率乘七率自二至七分
 之二百二十五又三率乘九率自二至九分
 之一萬一千〇二十五又三率乘十一率自

得七層少三率乘五率二三四五分又三分之十
 七少三率乘七率自一至七分又三分之四百八
 十六少三率乘九率自一至九分又三分又五分
 之十二萬四千八百七十五少三率乘十一率自
 一至十一分又三分又五分之一千〇三十六萬
 三千五百為三商實

置三商實首位少三率乘五率二三四五分又三
 分之十七以除法首位約之得少五率二三四五
 分又三分之十七即為三商以乘法得八層少
 三率乘五率二三四五分又三分之十七少三率
 乘七率二三分又二三四五分又三分之十七少

九層	乘九率	乘八率	乘七率	乘六率	乘五率	乘四率	乘三率	乘二率	乘一率
八層	乘八率	乘七率	乘六率	乘五率	乘四率	乘三率	乘二率	乘一率	
七層	乘七率	乘六率	乘五率	乘四率	乘三率	乘二率	乘一率		
六層	乘六率	乘五率	乘四率	乘三率	乘二率	乘一率			
五層	乘五率	乘四率	乘三率	乘二率	乘一率				
四層	乘四率	乘三率	乘二率	乘一率					
三層	乘三率	乘二率	乘一率						
二層	乘二率	乘一率							
一層	乘一率								

乘九率原實分母係自一至九分又三分又五分
 乘法式係二三四五分又二三四五分又三分應
 以二三四五除之六七八九乘之又五乘之其三
 率乘十一率原實分母係自一至十一分又三分
 又五分乘法式係自一至七分又二三四五分又
 三分應以二三四五除之八九十一乘之又五
 乘之通計乘除得如九層少三率乘七率自一至
 七分又三分之一百十九少三率乘九率自一至
 九分又三分又五分之一萬九千二百七十八少
 三率乘十一率自一至十一分又三分又五分之
 一百二十六萬二千二百五十為三商同母式以
 減三商實得十層少三率乘七率自一至七分又
 三分之三百六十七少三率乘九率自一至九分
 又三分又五分之十萬〇五千五百九十七少三
 率乘十一率自一至十一分又三分又五分之九
 百十萬〇一千二百五十為四商實
 置四商實首位少三率乘七率自一至七分又三
 分之三百六十七以除法首位約之得少七率自
 一至七分又三分之三百六十七即為四商以乘
 除法得十一層少三率乘七率自一至七分又三
 分之三百六十七少三率乘九率自一至七分又三
 分之三百六十七少三率乘十一率自一至七分又三

二三四五分又自二至七分又三分之

三千三百〇三爲四商乘法式應

減四商實其首位少三率乘七率

自二至七分又三分之三百六十

七減盡其三率乘九率原實分母

係自二至九分又三分又五分乘

法式係二三分又自二至七分又

三分應以自二至七除之自四至

九乘之又五乘之以同其母其二

率乘十一率原實分母係自一至

十一分又三分又五分乘法式係

二三四五分又自二至七分又三分

七除之自六至十一乘之又五乘之通計乘除得

十二層少三率乘九率自二至九分又三分又五

分之二萬二千〇二十少三率乘十一率自二至

十一分又三分又五分之一百〇八萬九千九百

九十爲四商同母式以減四商實得十三層少三

率乘九率自二至九分又三分又五分之二萬三

千五百七十七少三率乘十一率自二至十一分

又三分又五分之二萬一千二百六十爲

五商實

置五商實首位三率乘九率自二至九分又三分

又五分之二萬三千五百七十七以除法首位約

之得少九率自二至九分又三分又五分之二萬

三千五百七十七卽爲五商以乘法得十四層

少三率乘九率自二至九分又三

分又五分之二萬三千五百七十

七少三率乘十一率二三分又自

二至九分又三分又五分之二萬

三千五百七十七爲五商乘法式

應減五商實其首位少三率乘九

八萬三千五百七十七減盡其三率乘十一率原

實分母係自一至十一分又三分又五分乘法式

分母係二三分又自二至九分又三分又五分應

以自二至九除之自四至十一乘之以同其母計

乘除得十五層少三率乘十一率自二至十一分

又三分又五分之一百五十三萬二千二百四十

五爲五商同母式以減五商實得十六層少三率

乘十一率自二至十一分又三分又五分之二萬

四十七萬九千〇十五爲六商實

置六商實以除法首位約之得少十一率自二至

十一分又三分又五分之二萬四千四百七十九〇

十五卽爲六商以乘法得十七層少三率乘十

三層	七層	九層	十一層	十三層	十五層	十七層	十九層	二十一層	二十三層	二十五層	二十七層	二十九層	三十一層	三十三層	三十五層	三十七層	三十九層	四十一層	四十三層	四十五層	四十七層	四十九層	五十一層	五十三層	五十五層	五十七層	五十九層	六十一層	六十三層	六十五層	六十七層	六十九層	七十一層	七十三層	七十五層	七十七層	七十九層	八十一層	八十三層	八十五層	八十七層	八十九層	九十一層	九十三層	九十五層	九十七層	九十九層
----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

三層	七層	九層	十一層	十三層	十五層	十七層	十九層	二十一層	二十三層	二十五層	二十七層	二十九層	三十一層	三十三層	三十五層	三十七層	三十九層	四十一層	四十三層	四十五層	四十七層	四十九層	五十一層	五十三層	五十五層	五十七層	五十九層	六十一層	六十三層	六十五層	六十七層	六十九層	七十一層	七十三層	七十五層	七十七層	七十九層	八十一層	八十三層	八十五層	八十七層	八十九層	九十一層	九十三層	九十五層	九十七層	九十九層
----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

一乘又二
 三除四五
 四除四五
 五除四五
 六除四五
 七除四五
 八除四五
 九除四五
 十除四五
 十一除四五
 十二除四五
 十三除四五
 十四除四五
 十五除四五
 十六除四五
 十七除四五
 十八除四五
 十九除四五
 二十除四五
 二十一除四五
 二十二除四五
 二十三除四五
 二十四除四五
 二十五除四五
 二十六除四五
 二十七除四五
 二十八除四五
 二十九除四五
 三十除四五
 三十一除四五
 三十二除四五
 三十三除四五
 三十四除四五
 三十五除四五
 三十六除四五
 三十七除四五
 三十八除四五
 三十九除四五
 四十除四五
 四十一除四五
 四十二除四五
 四十三除四五
 四十四除四五
 四十五除四五
 四十六除四五
 四十七除四五
 四十八除四五
 四十九除四五
 五十除四五
 五十一除四五
 五十二除四五
 五十三除四五
 五十四除四五
 五十五除四五
 五十六除四五
 五十七除四五
 五十八除四五
 五十九除四五
 六十除四五
 六十一除四五
 六十二除四五
 六十三除四五
 六十四除四五
 六十五除四五
 六十六除四五
 六十七除四五
 六十八除四五
 六十九除四五
 七十除四五
 七十一除四五
 七十二除四五
 七十三除四五
 七十四除四五
 七十五除四五
 七十六除四五
 七十七除四五
 七十八除四五
 七十九除四五
 八十除四五
 八十一除四五
 八十二除四五
 八十三除四五
 八十四除四五
 八十五除四五
 八十六除四五
 八十七除四五
 八十八除四五
 八十九除四五
 九十除四五
 九十一除四五
 九十二除四五
 九十三除四五
 九十四除四五
 九十五除四五
 九十六除四五
 九十七除四五
 九十八除四五
 九十九除四五
 一百除四五

乘又三乘七率初減用一一三三乘又二三除六
 七乘又三乘以較五率初減惟多三三乘及六七
 乘少四五乘是置五率初減以三自乘乘之又四
 五除之六七乘之即七率初減也九乘初減一一
 三三五疊乘又二三除八九乘又三乘五乘以
 較七率初減惟多五五乘及八九乘又五乘少六
 七乘是置七率初減又五自乘乘之又六七除之
 八九乘之又五乘之即九率初減也其十一率初
 減一一三三五七七疊乘又二三除十與十一
 乘又三乘五乘以較九率初減惟多七七乘及十
 與十一乘少八九乘是置九率初減以七自乘乘
 之又八九除之十與十一乘之即十一率初減也
 而第一減餘即為五率分子其次減數皆根于五
 率分子之十七其七率次減一一乘又二三四五
 除四五六七乘而四五乘除可相抵是二三除六
 七乘也九率次減一一三三乘又二三四五除六
 七八九乘又五乘以較七率次減惟多三三乘及
 八九乘又五乘少四五乘是置七率次減以三自
 乘乘之又四五除之八九乘之又五乘之即九率
 次減也其十一率次減一一三三五五疊乘又二

三四五除八九十與十一乘又五乘以較九率次
 減惟多五五乘及十與十一乘少六七乘是置九
 率次減以五自乘乘之又六七除之十與十一乘
 之即十一率次減也而第一減餘即為七率分子
 其三減數皆根于七率分子之三百六十七九率
 三減一一乘又自二至七除自四至九乘又五乘
 而四五六七乘除可相抵是二三除八九乘也十
 一率三減一一三三疊乘又自二至七除自六至
 十一乘又五乘以較九率三減惟多三三乘又十
 與十一乘少四五乘是置九率三減以三自乘乘
 之又四五除之十與十一乘之即十一率三減也
 而第一減餘即為九率分子其四減數根于九率
 分子之八萬三千五百七十七其十一率四減一
 一乘又自二至九除自四至十一乘而四五六七
 八九乘除可相抵是二三除十與十一乘也而減
 餘六百四十九萬八千〇十五即為十一率分子
 復由前圖為第三圖第一層為添母次商實分子
 即數根置首位單一以自乘乘之又三乘之為
 第一數根再以五自乘乘之為第二數根再以七
 自乘乘之又五乘之為第三數根再以九自乘乘
 之為第四數根通計其乘法皆用奇數自乘乘之
 又問位加一奇數乘而首位單一即三率分子第

割綫求半弧

術曰先求各率分子為遞次乘法 置單一以三四遞乘之又一乘三除得四為初并數初并數又為末并數

并二數得八為第一乘法 置前初并五六遞乘之又三乘五除得七十二為初并數置前末并五六遞

乘之又一乘三除得四十為次并數初并數又為末并數并三數得一百八十四為第二乘法 置前初

并以七八遞乘之又五乘七除得二千八百八十為初并數置前次并七八遞乘之又三乘五除得一千

三百四十四為次并數置前末并七八遞乘之又一乘三除得一千三百四十四為三并數初并數又為

末并數并四數得八千四百四十八為第三乘法 置前初并以九十遞乘之又七乘九除得二十萬○

一千六百為初并數置前次并以九十遞乘之又五乘七除得八萬六千四百為次并數置前三并以九

十遞乘之又三乘五除得七萬二千五百三十六為三并數置前末并九十遞乘之又一乘三除得八萬

六千四百為四并數初并數又為末并數并五數得六十四萬八千五百七十六為第四乘法 凡求各

并數先用奇耦二數乘而逐次乘法遞加如第一乘用五六乘法 次用相連兩奇數一乘一除而逐次并

數遞降如第三乘五除三并一乘三除 其初并即為

未并乘法降一位則多一并如是遞求得各率分子即為遞次乘法

乃以割綫與半徑相加為一率又相減為二率半徑為三率求得四率為半弧切綫三率謂以半徑為道

線為二率 為第一數正 次以半徑為連比例一率半弧切綫三率為三率置第一數以三率乘之一率

除之得五率三四遞除之為七率用數第一乘法乘之為第二數負 置七率用數以三率乘之一率除

之得七率五六遞除之為九率用數第二乘法乘之為第三數正 置九率用數以三率乘之一率除之

得九率七八遞除之為十一率用數第三乘法乘之為第四數負 置十一率用數以三率乘之一率除

之得十一率九十遞除之為十一率用數第四乘法乘之為第五數正 如是遞求至單位下乃并諸正

數又并諸負數減之所得為以半徑為一率半弧為二率之三率與一率半徑相乘平方開之得半弧

解曰割綫與半徑相加減之比同于半徑與半弧切綫三率之比也

如圖甲乙為本弧甲丙為半弧已戊為本弧割綫

己庚同已甲為半徑戊甲為割綫半徑差庚甲為割綫半徑和甲壬為半弧切綫甲丁為半弧切綫

三率此為三率建此今丁壬巳形以甲巳半徑

八十編乘法所得如七層少一率乘
九率自三至八分之二千八百八十多

一率乘十一率自三至八分又三分之
二千八百八十為八率乘法式其一率

乘十一率定母係自三至十分乘法式
係自三至八分又三分應以三除之九

十乘之計乘除得如八層少一率乘九率自三至
八分之二千八百八十多一率乘十一率自三至

十分之八萬四千六百為第四同母式
次置原實五位十率自三至十分之二十萬〇一

千六百乘乘法得九層一率乘十一率自三至十
分之二十萬〇一千六百為十率乘法式即

為第五同母式乃以諸同母式相并得一率
乘三率一少一率乘五率三四分之八多一

率乘七率三四五六分之一百八十四少一率
乘九率自三至八分之八千四百四十八多一

率乘十一率自三至十分之六十四萬八千五
百七十六為切線求本弧率分自乘數于是以

一率半徑除之得三率一少五率三四分之八
多七率三四五六分之一百八十四少九率自

三至八分之八千四百四十八多十一率自三
至十分之六十四萬八千五百七十六為切線

至十分之六十四萬八千五百七十六為切線

至十分之六十四萬八千五百七十六為切線

至十分之六十四萬八千五百七十六為切線

至十分之六十四萬八千五百七十六為切線

三率求弧背三率之各率分數也
細審切線三率求弧背率分其分母與割線求本

弧同是其各率除法必自三四而五六亦與割線
求本弧同矣于是審其分子之由乃由前圖變為

第二圖其初并數起單一五率初并三除三四乘
七率初并五除三四五六乘以較五率初并多五

除及五六乘少三除是以五六初并三乘五除又
五六乘之即七率初并也其九率初并七除自三

至八乘以較七率初并多七除及七八乘少五除
是以七率初并五乘七除又七八乘之即九率初

并也十一率初并九除自三至十乘以較九率初
并多九除及九十乘少七除是

以九率初并七乘九除又九十
乘之即十一率初并也其次并

數皆根于五率次并之四亦即
五率末并七率次并三除五六

乘九率次并五除五六七八乘
以較七率次并多五除及七八

乘少三除是以七率次并三乘
五除又七八乘之即九率次并

也十一率次并七除自五至十
乘以較九率次并多七除及九

乘以較九率次并多七除及九

乘以較九率次并多七除及九

乘以較九率次并多七除及九

乘以較九率次并多七除及九

九率	三四五六七八
八率	三四五六七八
七率	三四五六七八
六率	三四五六七八
五率	三四五六七八
四率	三四五六七八
三率	三四五六七八
二率	三四五六七八
一率	三四五六七八

十率	三四五六七八九
九率	三四五六七八九
八率	三四五六七八九
七率	三四五六七八九
六率	三四五六七八九
五率	三四五六七八九
四率	三四五六七八九
三率	三四五六七八九
二率	三四五六七八九
一率	三四五六七八九

十一率	三四五六七八九十
十率	三四五六七八九十
九率	三四五六七八九十
八率	三四五六七八九十
七率	三四五六七八九十
六率	三四五六七八九十
五率	三四五六七八九十
四率	三四五六七八九十
三率	三四五六七八九十
二率	三四五六七八九十
一率	三四五六七八九十

十二率	三四五六七八九十
十一率	三四五六七八九十
十率	三四五六七八九十
九率	三四五六七八九十
八率	三四五六七八九十
七率	三四五六七八九十
六率	三四五六七八九十
五率	三四五六七八九十
四率	三四五六七八九十
三率	三四五六七八九十
二率	三四五六七八九十
一率	三四五六七八九十

割線求弧背算式

割線求弧背雖分本弧餘弧二術而降位仍屬不易與切線求弧背同故復有求半弧求倍弧術亦借線求弧之意也茲將九十度分為五限其自十秒至十五度則用割線求本弧之法求之其自十五度至三十度則用割綫求半弧法之其自三十度至四十五度則用割綫求倍本弧法求之其自四十五度至六十度則用割綫求倍餘弧法求之其自六十度至八十九度五十九分五十秒則用割線求餘弧法求之庶降位均無難矣

割線求本弧各率乘法表

五率	第一乘法	五
七率	第二乘法	六四
九率	第三乘法	一五六
十一率	第四乘法	六二一六
十三率	第五乘法	三三八〇二八〇
十五率	第六乘法	三〇四〇〇〇〇〇

割綫求餘弧各率乘法表

五率	第一乘法	一七
七率	第二乘法	三六七
九率	第三乘法	八三五七
十一率	第四乘法	六四七九〇五
十三率	第五乘法	五三二四二八〇
十五率	第六乘法	八八九六〇〇〇〇
十七率	第七乘法	一七五八〇八〇〇〇〇〇〇〇
十九率	第八乘法	五〇六九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

割線求半弧各率乘法表

五率	第一乘法	八
七率	第二乘法	一八四
九率	第三乘法	八四四八
十一率	第四乘法	六四八五七六
十三率	第五乘法	七四九七二六〇
十五率	第六乘法	一二七四六六〇〇〇
十七率	第七乘法	二六四三八五六〇〇〇〇

外切密率



1,1299